



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá

AMANDA DOS SANTOS MENDES

Gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas: uma abordagem utilizando software R

Guaratinguetá – SP

2023

Amanda dos Santos Mendes

Gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas: uma abordagem utilizando software R

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica em Gestão e Otimização.

Orientador (a): Prof. Dr. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas
Coorientador (a): Prof. Dr. Paloma Maria Silva Rocha Rizol

Guaratinguetá – SP
2023

M538g Mendes, Amanda dos Santos
Gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas: uma abordagem
utilizando software R / Amanda dos Santos Mendes -
Guaratinguetá, 2023.
172 f : il.
Bibliografia: f. 105-108

Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2023.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Marcela A. Guerreiro Machado
de Freitas
Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Paloma M. Silva Rocha Rizo

1. Lógica difusa. 2. Inteligência artificial. 3. Controle de
processo. I. Título.

CDU 510.6(043)

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

A tese traz contribuições científicas e práticas na área de monitoramento de processos e inteligência artificial. Como aspecto social, educacional e econômico destaca-se o desenvolvimento de uma interface computacional utilizando a linguagem R, totalmente gratuita. A interface pode ser utilizada como forma prática de ensino no controle estatístico de processos sujeitos a incertezas até o monitoramento de processos de pequenas e médias organizações, desde que devidamente creditado.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The thesis makes scientific and practical contributions to the field of process monitoring and artificial intelligence. As a social, educational and economic aspect, the development of a computer interface using the R language, completely free of charge, stands out. The interface can be used as a practical form of teaching in the statistical control of processes subject to uncertainty up to the monitoring of processes in small and medium-sized organizations, as long as it is duly accredited.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

AMANDA DOS SANTOS MENDES

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTORA EM ENGENHARIA MECÂNICA”

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO: DOUTORADO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
 MANOEL CLEBER DE SAMPAIO ALVES
Data: 12/09/2023 12:28:49-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Manoel Cléber de Sampaio Alves
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
 MARCELA APARECIDA GUERREIRO MACHADO D
Data: 04/09/2023 11:47:15-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Dra. MARCELA APARECIDA G. MACHADO DE FREITAS
Orientador – UNESP

participou por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
Data: 31/08/2023 16:28:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
UNESP

participou por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 FABRICIO MACIEL GOMES
Data: 04/09/2023 15:53:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. FABRÍCIO MACIEL GOMES
EEL/USP

participou por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 JOSE ARNALDO FRUTUOSO ROVEDA
Data: 01/09/2023 12:14:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JOSE ARNALDO FRUTUOSO ROVEDA
UNESP

participou por videoconferência

Documento assinado digitalmente
 VALERIO ANTONIO PAMPLONA SALOMON
Data: 04/09/2023 14:32:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. VALÉRIO ANTONIO PAMPLONA SALOMON
UNESP

participou por videoconferência

AGOSTO de 2023

DADOS CURRICULARES

AMANDA DOS SANTOS MENDES

NASCIMENTO	28/04/1992 – Volta Redonda / RJ
FILIAÇÃO	Ronaldo da Silva Mendes Elizabete Aparecida dos Santos Mendes
2011/2016	Curso de Graduação-Bacharel em Engenharia de Produção Universidade Federal Fluminense
2016/2017	MBA em Gestão de Qualidade, no nível de Especialização Universidade Estácio de Sá
2017/2019	Curso de Pós-graduação em Engenharia de Produção no nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá na Universidade Estadual Paulista
2019/2023	Curso de Pós-graduação em Engenharia de Mecânica no nível de Doutorado, na Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá na Universidade Estadual Paulista

dedico este trabalho, de modo especial aos
meus pais e ao meu esposo.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha família e meus amigos.

a minha orientadora, *Prof. Dr^a. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas*, dizer somente obrigado seria muito pouco. São muitos anos de orientação acadêmica e orientação de vida. Deus foi muito bom comigo quando colocou você no meu caminho. Obrigada por todos os conselhos que me ofereceu durante esse tempo. Sem a sua orientação, dedicação, auxílio e paciência, eu não teria conseguido prosseguir.

a minha co-orientadora, *Prof. Dr^a. Paloma Maria Silva Rocha Rizol*, que esteve disposta a me orientar durante toda minha caminhada. Que me acolheu e me ajudou em um dos momentos mais difíceis que experimentei no Doutorado. Obrigada por todos os conselhos que me ofereceu durante esse tempo. Gratidão eterna.

aos meus pais, *Elizabete Aparecida dos Santos Mendes* e *Ronaldo da Silva Mendes*, os maiores responsáveis pela pessoa que me tornei. Que apesar das dificuldades, ofereceram tudo que tinham de melhor a mim. Obrigada por não terem me limitado a nada, por serem meus incentivadores e estarem sempre ao meu lado.

ao meu esposo, *Túlio Sérgio de Almeida*, meu companheiro de pesquisa. Obrigada por tudo que fez por mim durante minha jornada. Agradeço por nos meus dias de fracasso enxugar minhas lágrimas, respeitar meus sentimentos e me ajudar a levantar e prosseguir. Obrigada por sempre dizer que eu era capaz de concluir mais essa etapa.

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

aos funcionários da Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - código de financiamento 001.

RESUMO

Os gráficos de controle tradicionais de Shewhart foram desenvolvidos para serem utilizados com dados precisos, porém muitos processos estão sujeitos à incerteza do instrumento, subjetividade humana, e hesitação do operador no momento da medição. Neste caso, devem ser utilizados gráficos de controle *fuzzy* intuicionista, uma vez que são capazes de representar a incerteza e hesitação do processo. Este trabalho propõe o uso da lógica *fuzzy* intuicionista aos gráficos de controle por variáveis para monitorar a média e a variabilidade de processos univariados, assim como a criação de uma interface computacional em linguagem R, por meio do pacote Shiny, capaz de facilitar a experiência do usuário na junção dos conceitos apresentados. A fuzzificação das observações foi realizada utilizando o conceito de incerteza de medição, a fim de tornar o monitoramento de processos o mais próximo da realidade vivida nas organizações. O método de defuzzificação *Intuitionistic Fuzzy - Weighted Averaging Based on Levels (IF-WABL)* foi utilizado como forma de tomar decisões sobre o estado de controle estatístico do processo em um ambiente *fuzzy* intuicionista. O desempenho dos gráficos de controle $\bar{X}$ e $\bar{X}$ -R foi medido pelo *Average Run Length (ARL)*, *Standard Deviation Run Length (SDRL)* e Percentis de *Run Length*. Verificou-se neste trabalho que os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista são eficientes na detecção de causas especiais, e que a interface computacional desenvolvida é capaz de realizar as funções propostas.

PALAVRAS-CHAVE: gráfico de controle; incerteza; hesitação; lógica *fuzzy* intuicionista; interface computacional.

ABSTRACT

Traditional Shewhart control charts were developed for use with accurate data, but many processes are subject to instrument uncertainty, human subjectivity, and operator hesitation at the time of measurement. In this case, intuitionistic *fuzzy* control charts should be used, since they are able to represent the uncertainty and hesitation of the process. This work proposes the use of intuitionistic *fuzzy* logic to control charts by variables to monitor the mean and variability of univariate processes, as well as the creation of a computational interface in R language, through the Shiny package, capable of facilitating the user experience in the junction of the concepts presented. The fuzzification of the observations was performed using the concept of measurement uncertainty, in order to make process monitoring as close as possible to the reality experienced in organizations. The Intuitionistic *Fuzzy* - Weighted Averaging Based on Levels (*IF-WABL*) defuzzification method was used as a way to make decisions about the statistical control state of the process in an intuitionistic *fuzzy* environment. The performance of the $\bar{X}$ and $\bar{X}$ -R control charts was measured by Average Run Length (*ARL*), Standard Deviation Run Length (*SDRL*) and Run Length Percentiles. It was found in this work that the intuitionistic *fuzzy* control charts are efficient in detecting special causes, and that the developed computational interface is capable of performing the proposed functions.

KEYWORDS: control chart; uncertainty; hesitation; intuitionistic *fuzzy* logic; computational interface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Evolução das publicações	24
Figura 2- Áreas de publicação	26
Figura 3- Causas aleatórias e especiais em um processo	29
Figura 4- Esquema de um gráfico de controle.....	30
Figura 5- Ocorrência de um alarme falso	36
Figura 6- Ocorrência de um alarme verdadeiro.....	37
Figura 7- Distribuição geométrica dos RL 's	38
Figura 8- Determinação do ARL	39
Figura 9- Representação das funções de pertinência e não pertinência e de um TIFN (3,5,7;2,5;8)	42
Figura 10-Representação de um número <i>fuzzy</i> intuicionista trapezoidal até um número real	44
Figura 11-Representação gráfica de $L\mu A(\alpha)$ e $R\mu A(\alpha)$	47
Figura 12-Representação gráfica $L\nu A\beta$ e $R\nu A\beta$	47
Figura 13-Distribuição uniforme	51
Figura 14- Gráfico de controle R <i>fuzzy</i> intuicionista.....	60
Figura 15-Gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista	61
Figura 16-Gráfico de controle S <i>fuzzy</i> intuicionista	74
Figura 17-Gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista	74
Figura 18- Classificação da pesquisa	75
Figura 19-Etapas da pesquisa	78
Figura 20-Esquema do aplicativo	82
Figura 21-Etapas do algoritmo computacional utilizado na obtenção dos valores de ARL , $SDRL$ e Percentis de RL para os gráficos de controle <i>fuzzy</i> intuicionista.....	83
Figura 22- Tela de início da interface computacional no idioma português	94
Figura 23-Tela de início da interface computacional no idioma inglês	95
Figura 24-Seção Incertezas do Processo e Coeficientes.....	95
Figura 25-Seção Controle Estatístico de Processos.....	96
Figura 26-Seleção dos gráficos na seção Controle Estatístico de Processos.....	96
Figura 27-Gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase I.....	97
Figura 28-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -R da fase I.....	98
Figura 29-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -S da fase I.....	98

Figura 30-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -S, caso de amostra variável, da fase I.....	99
Figura 31-Gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase II.....	100
Figura 32-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -R da fase II	100
Figura 33-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -S da fase II.....	101
Figura 34-Gráfico de controle <i>fuzzy</i> intuicionista $\bar{X}$ -S, caso de amostra variável, da fase II	101
Figura 35- Formas de salvar os gráficos gerados	102

LISTA DE QUADROS

Quadro 1-Palavras-chave utilizadas na pesquisa e número de publicações	24
Quadro 2-Descrição dos artigos sobre gráficos de controle <i>fuzzy</i> intuicionista	25

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Valores defuzzificados	48
Tabela 2-Diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis	57
Tabela 3-Observações fuzzificadas	58
Tabela 4-Amplitude defuzzificada	59
Tabela 5-Média defuzzificada	61
Tabela 6-Medidas dos diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis com tamanho de amostra variável.....	65
Tabela 7-Observações fuzzificadas caso de amostra variável.....	66
Tabela 8- Limites de controle <i>fuzzy</i> intuicionista para o gráfico de controle <i>S fuzzy</i> intuicionista	67
Tabela 9-Limites de controle defuzzificado e desvio-padrão defuzzificado	68
Tabela 10- Limites de controle <i>fuzzy</i> intuicionista para o gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista	69
Tabela 11-Limites de controle defuzzificado e média defuzzificada	70
Tabela 12-Limites de controle <i>fuzzy</i> intuicionista recalculados para o gráfico de controle <i>S fuzzy</i> intuicionista	71
Tabela 13-Limites de controle <i>fuzzy</i> intuicionista recalculados para o gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista.....	72
Tabela 14-Limites de controle defuzzificado recalculado e desvio-padrão defuzzificado	73
Tabela 15-Limites de controle defuzzificado recalculado e média defuzzificada.....	73
Tabela 16-Combinações utilizadas para formar os 17 cenários	85
Tabela 17-Valores do <i>ARL</i> para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista.....	85
Tabela 18-Valores do <i>SDRL</i> para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista.....	86
Tabela 19-Valores dos Percentis de <i>RL</i> para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ <i>fuzzy</i> intuicionista.....	87
Tabela 20-Valores das medidas de desempenho <i>ARL</i> e <i>SDRL</i> para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional.....	91
Tabela 21-Valores das medidas de desempenho <i>ARL</i> e <i>SDRL</i> para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R <i>fuzzy</i> intuicionista cenário 4	92

Tabela 22-Percentis de 50° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional e cenário de 4 a 9 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R <i>fuzzy</i> intuicionista.....	93
Tabela 23-Percentis de 95° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional e cenário de 4 a 7 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R <i>fuzzy</i> intuicionista.....	93

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARL - Average Run Length

ARL_0 - Average Run Length quando o processo está em controle

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior

CEP - Controle Estatístico de Processos

GUM - Guia para expressão de incerteza de medição

HTML - Linguagem de Marcação de Hiper Texto

IF-WABL - Intuitionistic *Fuzzy* - Weighted Averaging Based on Levels

jpeg - Joint Photographic Experts Group

LC - Limite Central

LIC - Limite Inferior de Controle

LSC - Limite Superior de Controle

MRL - Median Run Length

MRL_0 - Median Run Length quando o processo está em controle

pdf - Portable Document Format

RL - Run Length

SDRL - Standard Deviation Run Length

$SDRL_0$ - Standard Deviation Run Length quando o processo está em controle

TEWMA - Triplo Exponencial Média Móvel Ponderada

TIFN - Triangular Intuitionistic *Fuzzy* Number

TIRFN - Trapezoidal Intuitionistic *Fuzzy* Number

UNESP - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

VIM - Vocabulário Internacional de Metrologia

WABL - Weighted Averaging Based on Levels

LISTA DE SÍMBOLOS

h - Intervalo de tempo entre retirada de amostras

δ - Deslocamento da média da variável *em* relação ao seu valor-alvo

λ - Magnitude da perturbação no processo

x_{max} - Observação de maior valor em uma amostra

x_{min} - Observação de menor valor em uma amostra

A_2 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

A_3 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

D_3 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

D_4 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

B_3 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

B_4 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

c_4 - Constante que depende do tamanho de amostra n para simplificar cálculo dos limites de controle

q - Percentil

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA.....	18
1.2. OBJETIVOS	20
1.3. DELIMITAÇÃO.....	21
1.4. JUSTIFICATIVAS	21
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO	26
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	28
2.1. GRÁFICOS DE CONTROLE	28
2.1.1. Gráficos de Controle por Variáveis	30
2.1.2. Desempenho de Gráficos de Controle.....	35
2.1.3. <i>Average Run Length (ARL)</i>	35
2.1.4. <i>Standard Deviation Run Length (SDRL)</i>	39
2.1.5. Percentis de <i>Run Length</i>	39
2.2. CONCEITOS DE LÓGICA FUZZY INTUICIONISTA	40
2.2.1. Conjuntos Fuzzy e Funções de Pertinência e Não-pertinência	41
2.2.2. Método de Defuzzificação IF-WABL	45
2.3. INCERTEZA DE MEDIÇÃO E FUZZIFICAÇÃO	49
2.4. GRÁFICOS DE CONTROLE FUZZY INTUICIONISTA	54
3. CLASSIFICAÇÃO E MÉTODO DA PESQUISA	75
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	84
4.1. DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY INTUICIONISTA	84
4.2. DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY INTUICIONISTA	88
4.3. DESENVOLVIMENTO DA INTERFACE EM RSTUDIO	93

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE PESQUISA FUTURAS	103
5.1. VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTAS À QUESTÃO DE PESQUISA	103
5.2. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	104
REFERÊNCIAS	105
APÊNDICE A- Códigos computacionais em R.....	109
APÊNDICE B- Medidas de desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ e gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista.....	116
APÊNDICE C- Medidas de desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$-R e gráfico de controle $\bar{X}$-R fuzzy intuicionista.....	134
APÊNDICE D- Guia de utilização da interface computacional.....	170
ANEXO A – Fator de abertura K para cálculo da incerteza expandida (Tabela G2 – Anexo G, GUM 2008)	172

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA

A qualidade é um dos fatores mais importantes na decisão de compra de produtos e serviços por parte dos consumidores. As organizações devem aplicar constantemente ferramentas de controle de qualidade para assegurar que os produtos e serviços sejam adaptados aos desejos dos clientes e às especificações do mercado. O controle estatístico de processos (CEP) é um conjunto de ferramentas que utiliza técnicas estatísticas para monitorar processos (MONTGOMERY, 2016).

Os gráficos de controle, desenvolvidos por Shewhart (1931), têm como principal objetivo controlar a variabilidade do processo. Devido à sua fácil implementação e interpretação, pode ser aplicado em várias áreas para melhorar a produtividade e a qualidade dos processos de produção (SAKTHIVEL; KANNAN; LOGARAJ, 2017).

Um gráfico de controle mostra o comportamento das observações amostrais de uma estatística ao longo do tempo. Possui três linhas, denominadas limite superior de controle (LSC), limite central (LC) e limite inferior de controle (LIC). Os valores amostrais são comparados com tais limites e, se um ponto estiver fora dos limites de controle, o gráfico irá sinalizar e o processo estará fora de controle estatístico (KAYA; ERDOGAN; YILDIZ, 2017).

A classificação dos gráficos de controle se dá por dois tipos: por variável ou por atributo. Quando a característica de qualidade a ser monitorada é obtida por um processo quantitativo de medição, denomina-se gráfico de controle por variáveis. Para características de qualidade as quais são classificadas como conforme ou não-conforme, utiliza-se os gráficos de controle por atributo (KAYA; ILBAHAR; KARASAN, 2023).

Ainda tratando-se de classificação, os gráficos de controle podem monitorar processos do tipo univariados ou multivariados. Processos univariados são aqueles em que apenas um tipo de característica é monitorado. Já nos processos multivariados duas, ou mais características de qualidade do processo podem ser monitoradas (SHONGWE; GRAHAM, 2016).

No mundo real, os dados envolvem um certo nível de incerteza e hesitação proveniente tanto de julgamentos humanos quanto de instrumentos de medição. Neste caso, os gráficos de controle tradicionais de Shewhart podem não ser tão eficazes para monitorar o processo, uma vez que são construídos utilizando dados precisos. Para tanto

os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista podem ser utilizados (ATALIK; SENTURK, 2022).

O conjunto *fuzzy* intuicionista é uma forma de representar não só a incerteza nos dados, mas também a hesitação dos decisores. Segundo estudos existentes, a utilização deste conjunto permite aos engenheiros de qualidade representar a hesitação na tomada de decisões nos gráficos de controle (KAYA *et al.*, 2020).

Nos últimos anos, vários autores introduziram uma série de gráficos de controle *fuzzy* como por exemplo: Bradshaw (1983), Wang e Raz (1990), Gulbay *et al.* (2004), Gulbay e Kahraman (2006), Senturk e Erginel (2009), Alizadeh e Ghomi (2011), Kaya *et al.* (2017), Senturk e Antuchieviciene (2017), Ercan-Teksen e Anagun (2018a), Ercan-Teksen e Anagun (2018b), Mendes *et al.* (2019), Kaya e Tugut (2021), Ozdemir (2021), Ahmad e Cheng (2022) e Khan *et al.* (2022).

Os gráficos de controle *fuzzy* por variáveis $\bar{X}$ -R e $\bar{X}$ -S são amplamente utilizados para monitorar os processos de produção. Quando o tamanho de amostra é suficientemente grande o gráfico $\bar{X}$ -S é preferível ao gráfico $\bar{X}$ -R. Observa-se que a maioria dos gráficos de controle encontrados na literatura pressupõe que o número de observações de amostras é igual para cada amostra. No entanto, alguns processos reais podem ter limitações físicas ou de custos no momento da coleta de dados. Neste caso, poderá ser necessário utilizar amostras de diferentes tamanhos e aplicar o gráfico $\bar{X}$ -S (MONTGOMERY, 2016).

Dois estudos trazem o desenvolvimento de gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ -S com amostras de tamanho variável. Ozdemir (2021) desenvolveu gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ -S com amostras de tamanho variável para números *fuzzy* triangulares. A análise da capacidade foi realizada a fim de medir o desempenho do processo. Ahmad *et al.* (2022) obtiveram gráficos de controle *fuzzy* $\bar{X}$ -S também utilizando amostras de tamanho variável, porém para números *fuzzy* trapezoidais. A análise da capacidade do processo também foi conduzida no estudo.

Em relação aos gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas, encontram-se três estudos na literatura. Ercan-Teksen e Anagun (2020a) estudaram o gráfico de controle c para números *fuzzy* intuicionista trapezoidais e compararam métodos de defuzzificação. Ercan-Teksen e Anagun (2020b) desenvolveram um gráfico de controle para números *fuzzy* intuicionista trapezoidais usando os métodos de defuzzificação e probabilidade. Atalik e

Senturk (2022) propuseram um gráfico de controle *fuzzy* intuicionista utilizando um método de ranqueamento para números *fuzzy* intuicionista triangulares.

Esta pesquisa apresenta dois gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas para números triangulares: o gráfico $\bar{X}$ -R e o gráfico $\bar{X}$ -S, assim como seu caso específico no qual o tamanho de amostras é variável. Propõe-se a utilização dos conceitos de incerteza de medição para realizar a fuzzificação das observações bem como estudar o desempenho do gráfico $\bar{X}$ e o desempenho conjunto $\bar{X}$ e R. Por fim foi desenvolvida uma interface computacional.

Diante do restrito estudo dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista e do fato de nem sempre os dados precisos estarem disponíveis para que se utilizem os gráficos de controle tradicionais, as questões de pesquisa que nortearam este trabalho foram:

- Os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista por variáveis são eficientes para o monitoramento de processos?
- É possível a utilização dos conceitos de incerteza de medição para realizar a fuzzificação das observações?
- É possível desenvolver uma interface computacional para monitorar processos com dados *fuzzy* intuicionista?

1.2. OBJETIVOS

No intuito de obter resposta à questão de pesquisa estabelecida na Seção 1.1 o objetivo geral deste trabalho é propor gráficos de controle *fuzzy* intuicionista por variáveis capazes de monitorar processos univariados.

Como objetivos específicos, têm-se:

- Investigar as propriedades dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R e escrever as equações dos seus limites de controle.
- Investigar as propriedades dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e S, seu caso específico no qual o tamanho de amostras é variável e escrever as equações dos seus limites de controle.
- Aplicar os conceitos de incerteza de medição para realizar a fuzzificação das observações amostrais.

- Desenvolver código computacional capaz de simular o valor do *Average Run Length (ARL)*, *Standard Deviation Run Length (SDRL)* e os Percentis do *Run Length (RL)* para os gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e $\bar{X}$ e R.

- Investigar o desempenho do gráfico *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$, bem como o desempenho conjunto dos gráficos *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R frente ao desempenho dos gráficos de controle tradicionais a fim de verificar sua eficiencia.

- Desenvolver uma interface computacional a partir da linguagem de programação R utilizando o pacote Shiny capaz de fuzzificar as observações *crisp*, defuzzificar as observações *fuzzy* intuicionista, realizar uma análise de normalidade dos dados e gerar os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R, $\bar{X}$ e S e seu caso específico no qual o tamanho de amostras é variável.

1.3. DELIMITAÇÃO

Esta pesquisa está delimitada ao estudo dos gráficos de controle por variáveis dentro dos processos univariados. Além disso, os valores da média e do desvio padrão são supostos conhecidos para o estudo do desempenho dos gráficos. Neste trabalho foram utilizados os conjuntos *fuzzy* intuicionistas, mais precisamente os números *fuzzy* intuicionista triangulares – *Triangular Intuitionistic Fuzzy Number (TIFN)* . Segundo Kaya e Kahraman (2011), quando se utiliza uma característica de qualidade mensurável, o número *fuzzy* triangular se adequa melhor, uma vez que representa medidas “aproximadamente x”.

Em relação ao método de defuzzificação será utilizado o método *Intuitionistic Fuzzy - Weighted Averaging Based on Levels (IF-WABL)* proposto por Mert (2020). Tal escolha, baseia-se na flexibilidade do método e no fato do mesmo inserir toda a informação contida nos números *fuzzy* intuicionistas na defuzzificação .

Os resultados a cerca do desempenho dos gráficos foram obtidos a partir de simulação computacional, ou seja, não foi estudado um processo real.

1.4. JUSTIFICATIVAS

Uma vez que os dados tratados no monitoramento de processos podem consistir em informações incertas, os gráficos de controle comuns tornam-se incapazes de refletir a incerteza e a hesitação presente em um processo real.

Introduzida por Atanassov (1983), a teoria dos conjuntos *fuzzy* intuicionistas é uma extensão da noção do conjunto *fuzzy* que tem chamado bastante atenção dos pesquisadores.

Os conjuntos *fuzzy* intuicionistas são coerentes com o comportamento humano, pois possuem um grau extra no intuito de modelar a hesitação e a incerteza no momento de se atribuir o grau de pertinência ao conjunto. Tal grau representa o quanto o especialista acredita que o elemento não pertença ao conjunto. Nos conjuntos *fuzzy* intuicionistas o grau de pertinência e não-pertinência são independentes e a distância do grau de não-pertinência ao complemento representa a hesitação (COSTA, 2012).

Os operadores ou os observadores do sistema podem ser hesitantes ao medir os valores da característica de qualidade durante o processo de obtenção de dados. A hesitação também pode estar presente em outros estágios do monitoramento de processo como por exemplo no momento de decisão do estado de controle. O conjunto *fuzzy* intuicionista, é uma forma de representar não só a incerteza dos dados, mas também a hesitação dos decisores (KAYA *et al.*, 2020)

Os números *fuzzy* intuicionista podem ser aplicados em muitas áreas. A maioria das aplicações nestas áreas são realizadas em ambientes informatizados, incluindo a área de monitoramento de processos com gráficos de controle. Uma vez que os computadores são concebidos para trabalhar com números nítidos, são necessários métodos bem definidos de defuzzificação para os números *fuzzy* intuicionistas, assim como interfaces computacionais para facilitar o monitoramento.

O método de defuzzificação utilizado neste estudo é muito útil para a obtenção de um valor representativo para números *fuzzy* intuicionistas. Sua utilização é importante para manter o formato padrão dos gráficos de controle e facilitar a plotagem das observações amostrais.

Segundo Gulbay e Kahraman (2006) a fuzzificação das observações é subjetivamente realizada pelo especialista em controle de qualidade baseado em sua experiência, e no processo a ser monitorado. Senturk e Erginel (2009) citaram mais uma vez o processo de fuzzificação por meio dos especialistas, que avaliam o valor medido pelos operadores e convertem em números *fuzzy*, um valor observado como 5,73 pode ser medido por vários operadores entre 5,71 e 5,76, e assim obter um número *fuzzy* triangular

(5,71, 5,73, 5,76) por exemplo. Rodríguez-Alvarez *et al.* (2021) propuseram gerar números *fuzzy*, ou seja, realizar a fuzzificação baseada no nível sigma do processo a ser monitorado.

Propõe como parte da pesquisa uma forma de facilitar o processo de fuzzificação das observações utilizando a incerteza expandida como limitante para realizar a conversão de observações *crisp* em números *fuzzy* triangular intuicionista.

Para calcular as incertezas de tipo A, tipo B entre outras que estão envolvidas no processo e que resultam na incerteza expandida são necessários dados facilmente obtidos como resolução de instrumentos, incertezas atribuídas a dados de referência retirados de manuais, medições anteriores, entre outros. Pretendeu-se com essa forma de fuzzificação tornar o monitoramento de processos o mais próximo da realidade vivida nas organizações.

Os conceitos de incerteza de medição, lógica *fuzzy* intuicionista e gráficos de controle são integrados, uma vez que a aplicação da lógica *fuzzy* aos gráficos de controle se justifica principalmente pela inserção da incerteza.

Embora sejam muito aplicados, os gráficos de controle podem parecer complexos pois, muitas pessoas não estão familiarizadas com a matemática e a estatística, inclusive as organizações. A ideia deste trabalho com a criação da interface computacional na linguagem de programação R utilizando o pacote Shiny foi facilitar a experiência do usuário na junção dos conceitos aqui apresentados, lógica *fuzzy* intuicionista e gráficos de controle por variáveis, além de utilizar um software livre.

No que diz respeito à contribuição acadêmica dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista foi realizada uma pesquisa na base de dados *Scopus* utilizando os termos “*control chart*” e “*fuzzy*” obteve-se 168 documentos, estreitando a pesquisa para “*control chart*” e “*fuzzy intuitionistic*” obteve-se 5 documentos, incluindo-se artigos conferências e periódicos.

A fim de verificar a existência de interfaces computacionais em gráficos de controle *fuzzy* realizou-se uma pesquisa base *Scopus* utilizando os termos “*control chart fuzzy*” e “*user interface*”, não foi encontrado nenhum documento. Para verificar se há alguma interface criada para os gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas realizou-se uma outra pesquisa com os termos “*control chart fuzzy intuitionistic*” e “*user interface*”, e também não se obteve nenhum documento. O Quadro 1 apresenta os termos pesquisados e a quantidade de publicações relacionadas ao assunto.

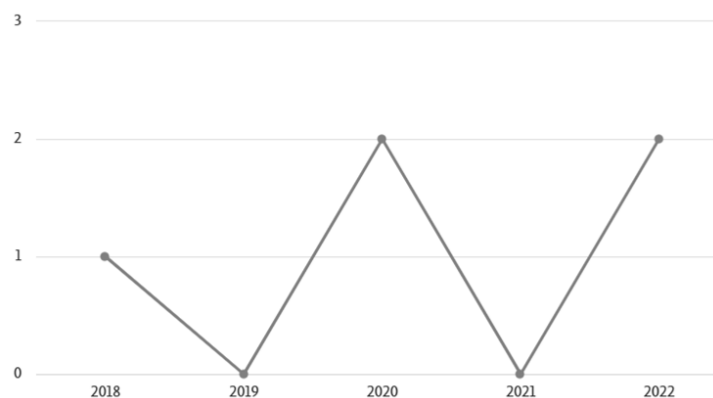
Quadro 1-Palavras-chave utilizadas na pesquisa e número de publicações

Palavras-chave	Número de Publicações
<i>“control chart fuzzy”</i>	168
<i>“control chart” and “fuzzy intuitionistic”</i>	5
<i>“control chart fuzzy” and “user interface”</i>	0
<i>“control chart fuzzy intuitionistic” and “user interface”</i>	0

Fonte: Elaborado pelo autor

Pelos resultados do Quadrou 1 notou-se que o tema de gráficos de controle *fuzzy* intuicionista ainda pode ser explorado e que a criação da interface pode ser relevante não só para fins acadêmicos como também para utilização do controle estatístico de processos por usuários fora do meio acadêmico que possuam pouco conhecimento da área. A Figura 1 ilustra o resultado da pesquisa com os termos *“control chart” and “fuzzy intuitionistic”*.

Figura 1 - Evolução das publicações



Fonte: Base do Scopus

A base de dados *Scopus* foi utilizada como fonte principal, pois, fornece uma visão geral de diversos assuntos e produção de pesquisas em ciência, tecnologia, medicina, humanidades e outras áreas, proporcionando uma gama mais ampla de análises estatísticas, uma ferramenta interdisciplinar colaborativa.

O Quadro 2 apresenta os cinco documentos encontrados para pesquisa *“control chart” and “fuzzy intuitionistic”*, assim como os tipos de gráficos de controle e sugestões de pesquisas futuras de tais trabalhos.

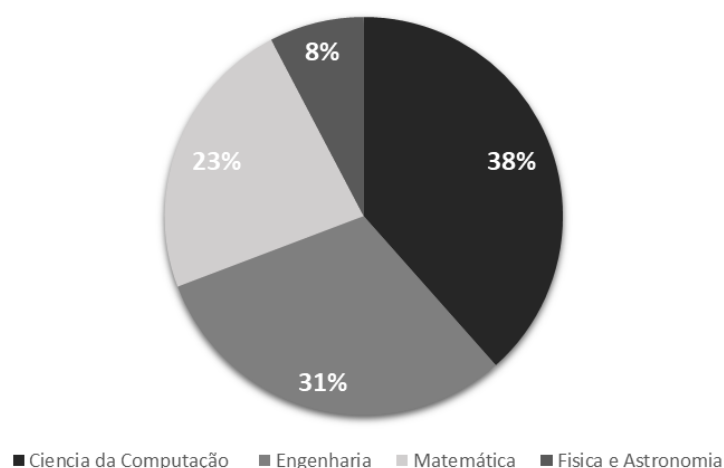
Quadro 2 - Descrição dos artigos sobre gráficos de controle *fuzzy* intuicionista

Ano	Autores	Título	Gráfico de Controle Abordado	Proposta de Pesquisas Futuras
2017	Shabani, A., Nadarajah, S., Alizadeh, M.	The (α, β) -cut control charts for process average based on the generalised intuitionistic fuzzy number	Aborda os gráficos de controle $\bar{X}$ -R e $\bar{X}$ -S. Utiliza um conjunto específico dentro da lógica fuzzy intuicionista o generalised intuitionistic fuzzy set com números fuzzy intuicionista trapezoidais	-Estender a metodologia utilizada para outros tipos de gráficos
2020	Ercan-Teksen, H., Anagün, A.S.	Intuitionistic Fuzzy c-Control Charts Using Fuzzy Comparison Methods	Aborda o gráfico de controle fuzzy intuicionista do tipo C para atributos, utilizando números fuzzy intuicionista trapezoidais	-Aplicar os conjuntos fuzzy intuicionistas trapezoidais em outros gráficos de controle. -Utilizar outros métodos de defuzzificação para fins de comparação
2020	Ercan-Teksen, H., Anagün, A.S.	Intuitionistic fuzzy c-control charts using defuzzification and likelihood methods	Aborda o gráfico de controle c para conjuntos fuzzy intuicionistas. Utilizam métodos de defuzzificação e de verossimilhança.	-Aplicar o gráfico de controle fuzzy intuicionista do tipo c em um conjunto de dados reais ou com um conjunto de dados linguísticos. -Criação e novos gráficos de controle fuzzy intuicionista
2022	Ren, X. <i>et al.</i>	Research on Manufacturing Quality Control Method Based on the Probabilistic Intuitionistic Fuzzy Set Prediction Model and the Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart	Aborda o conjunto fuzzy intuicionista probabilístico combinado com previsão de séries temporais para o gráfico de controle TEWMA (triplo exponencial média móvel ponderada)	-Não há sugestão para pesquisas futuras
2022	Atalik, G., Senturk, S.	Intuitionistic fuzzy c control charts based on intuitionistic fuzzy ranking method for TIFNs	Aborda o gráfico de controle fuzzy intuicionista tipo c baseado em um método de rankeamento para números fuzzy intuicionistas triangulares.	-Aplicar o conjunto fuzzy intuicionista em outros gráficos de controle. -Utilizar outras extensões, tais como o conjunto fuzzy hesitante e o conjunto fuzzy pitagórico em gráficos de controle

Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 2 apresenta as áreas em que os artigos sobre gráficos de controle *fuzzy* intuicionista foram publicados. A importância do tema para o desenvolvimento do conhecimento científico pode ser identificada por meio da correlação entre as áreas de pesquisa e o número de artigos que foram publicados sobre o assunto em cada um deles.

Figura 2 - Áreas de publicação



Fonte: Base do Scopus

Embora gráficos de controle *fuzzy* intuicionista sejam utilizados em várias áreas de pesquisa, estes são usados principalmente nas ciências exatas, especialmente em ciência da computação, engenharia e matemática. Vale ressaltar que um documento pode fazer parte de duas áreas ao mesmo tempo.

Visto os artigos resultantes da pesquisa na base de dados observou-se que não há uma grande quantidade de trabalhos acerca de gráficos de controle *fuzzy* intuicionista, mais especificamente gráficos de controle *fuzzy* intuicionista por variáveis. Observa-se também que em relação ao uso de interfaces combinadas com gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas ainda há muito o que ser explorado. Nota-se que o assunto tratado neste trabalho se mostra como uma oportunidade de pesquisa com diversas possibilidades de contribuições a serem feitas, apresentando-se como um diferencial.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por mais quatro Capítulos, além desta introdução. No Capítulo 2 evidencia-se o referencial teórico utilizado no embasamento do trabalho por

meio da explicação de elementos essenciais a esta pesquisa como: gráficos de controle, desempenho dos gráficos de controle, gráficos de controle para variáveis, gráficos de conjuntos *fuzzy* intuicionista, método de defuzzificação para conjuntos *fuzzy* intuicionista e os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista.

O Capítulo 3 apresenta o método de pesquisa utilizado no trabalho, assim como a classificação deste trabalho e suas fases de execução. O Capítulo 4 traz as análises de desempenho e a criação da interface computacional. No Capítulo 5 estão as conclusões deste trabalho e as sugestões para pesquisas futuras, sendo seguido pelas referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os principais tópicos estudados que foram de fundamental importância para o desenvolvimento e embasamento teórico do trabalho.

2.1. GRÁFICOS DE CONTROLE

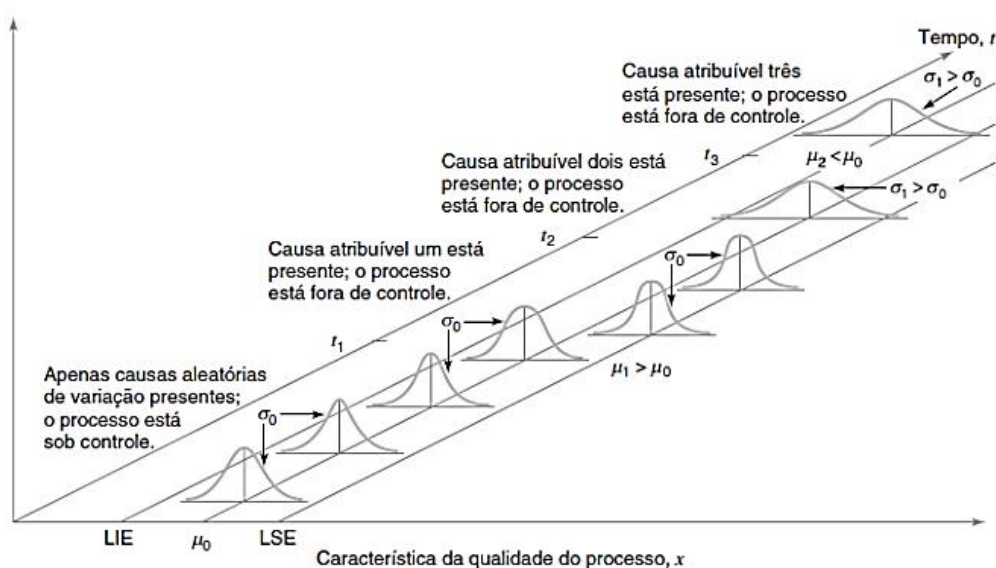
Um produto apresenta qualidade quando corresponde ou supera as expectativas do cliente. O controle de qualidade relaciona-se com atividades de produção, inspeção, instalação e manutenção durante o uso. A aplicação de ferramentas da área de Controle Estatístico de Processos (CEP) auxilia na elevação os níveis de qualidade (SILVESTRE, 2014).

Qualquer processo de produção por mais bem controlado que esteja, certa quantidade de variabilidade natural, ou “ruído de fundo”, sempre estará presente. Em CEP, essa variabilidade natural pode ser definida como causas aleatórias. Quando o processo opera somente com tais causas, diz-se que está sob controle estatístico (MONTGOMERY, 2016).

Quando outros tipos de perturbações ou variabilidades ocorrem na saída de um processo, a distribuição da variável aleatória X pode ser deslocada, tirando a média do alvo, ou aumentar a dispersão. Em geral há três fontes de causas especiais: máquinas ajustadas de forma inadequada, erros do operador ou matéria-prima defeituosa. Quando além das causas aleatórias, estiverem presentes no processo as causas especiais, diz-se que o processo está fora de controle (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

A Figura 3 ilustra as causas aleatórias e as causas especiais que agem em um processo.

Figura 3 - Causas aleatórias e especiais em um processo



Fonte: Montgomery (2016)

Observa-se que até o instante t_1 , o processo ilustrado pela Figura 3 está sob controle, apenas causas aleatórias estão presentes. No instante t_1 , ocorre uma causa especial. Como efeito a média μ_0 é deslocada para um novo valor μ_1 , sendo $\mu_1 > \mu_0$. No instante t_2 , outra causa especial ocorre, agora o desvio-padrão se desloca para um valor maior $\sigma_1 > \sigma_0$, mantendo $\mu = \mu_0$. No instante t_3 , a causa especial presente produz alteração tanto na média quanto no desvio-padrão. A partir do instante t_1 , a presença da causa especial resultou em um processo fora de controle (MONTGOMERY, 2016).

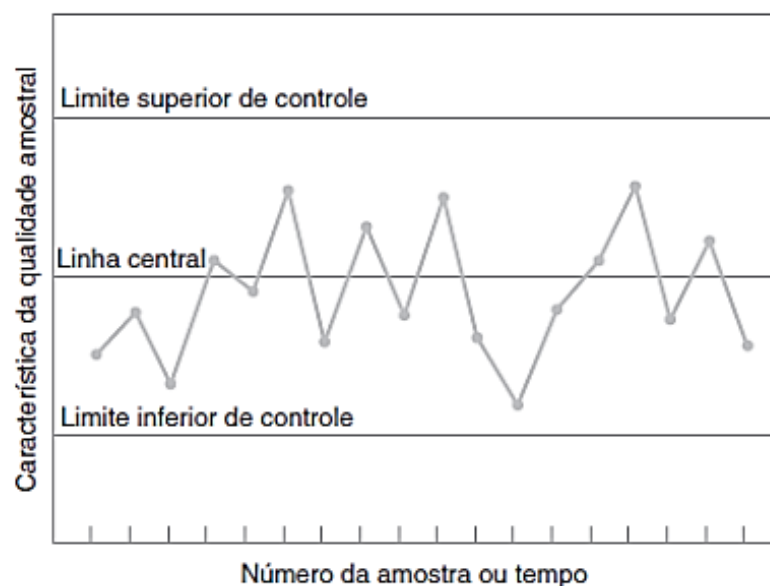
Os gráficos de controle podem ser definidos como ferramentas visuais para o monitoramento de características de qualidade de produtos e processos. É possível por meio de tal ferramenta identificar rapidamente alterações ou causas especiais na linha de produção. Uma vez que se detecta uma causa especial, sua correção deve ser realizada (SAMOHYL, 2009).

O objetivo do CEP é a eliminação da variabilidade no processo. Por vezes não é possível eliminar totalmente a variabilidade, mas o gráfico de controle é eficaz na redução dessa variabilidade tanto quanto seja possível (MONTGOMERY, 2016).

Proposto por Shewhart, o esquema dos gráficos de controle pode ser representado por três linhas: dois limites de controle, um superior (LSC) e outro inferior (LIC), e uma linha no meio (a linha central) representando o valor alvo da característica. Tais limites são escolhidos de modo que o processo esteja sob controle, e usualmente utiliza-se três

desvios-padrão na construção dos mesmos (MACHADO, 2006). A Figura 4 ilustra o esquema.

Figura 4 - Esquema de um gráfico de controle



Fonte: Montgomery (2016)

O uso dos gráficos de controle envolve as aplicações das fases I e II. Na fase I, um conjunto de dados é coletado a fim de construir os limites de controle. Para que os limites de controle sejam válidos para o monitoramento de produção futura o processo deve estar sob controle. Caso tenha algum ponto fora, este deve ser retirado e os limites de controle recalculados. O objetivo da análise na fase I é levar o processo ao estado de controle. A fase II inicia após ter um conjunto “limpo” de dados, assume-se que o processo esteja razoavelmente estável, a estatística amostral para cada amostra extraída do processo é comparada com os limites de controle. A ênfase agora na fase II é o monitoramento do processo de fato e não trazer para o controle um processo que esteja indisciplinado. Espera-se na fase II causas especiais que resultem de pequenas mudanças no processo, uma vez que variabilidades mais pesadas já foram removidas na fase I, ver Montgomery (2016).

2.1.1. Gráficos de Controle por Variáveis

Tanto a média do processo como a variabilidade do processo são considerados em conjunto quando se trata de variáveis numéricas. O controle da média do processo é

realizado por meio do gráfico de controle $\bar{X}$. A variabilidade do processo pode ser monitorada tanto pelo gráfico de controle para o desvio-padrão, gráfico de controle S, quanto pelo gráfico de controle R. Na literatura, os gráficos $\bar{X}$ e R são mais amplamente utilizados e discutidos por pesquisadores (GOZTOK, 2021).

Na sequência há uma descrição mais detalhada dos gráficos de $\bar{X}$ e R, assim como $\bar{X}$ e S para amostras e tamanho variável, os quais foram utilizados no desenvolvimento desta pesquisa.

Sejam m amostras de tamanho n e suas respectivas médias $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_m$, o estimador para média das médias é dado por (1):

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i \quad (1)$$

Assim, pode-se tomar $\bar{\bar{X}}$ como a linha central do gráfico de controle $\bar{X}$, e na construção dos limites de controle para a média utilizam-se as amplitudes das amostras para estimar o desvio padrão σ . O cálculo da amplitude para uma amostra $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$ de tamanho n pode ser dado por (2):

$$R = x_{max} - x_{min} \quad (2)$$

É necessária uma relação entre a amplitude R de uma amostra advinda de uma população normal, que tenha parâmetros conhecidos, e o desvio padrão da população. Da relação entre R e σ é possível obter a amplitude relativa W. Como R é uma variável aleatória, a amplitude relativa também será. Tal relação pode ser expressa por (3):

$$W = \frac{R}{\sigma} \quad (3)$$

A distribuição W possui média d_2 que depende do tamanho de amostra n, e cujo desvio padrão é chamado d_3 . Como $R = \sigma W$, obtém-se (4) e (5):

$$\mu_R = d_2 \sigma \quad (4)$$

$$\sigma_R = d_3 \sigma \quad (5)$$

Dessa forma, por meio de (6), é possível determinar um estimador para o desvio padrão.

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (6)$$

As médias das amplitudes amostrais $R_1, R_2, R_3, \dots, R_m$ podem ser determinadas por (7):

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i \quad (7)$$

De posse de tais resultados e considerando uma amplitude de três desvios padrão, é possível definir os limites de controle para a média, utilizando-se as relações (8) - (10) respectivamente para calcular limites superior de controle (LSC), linha central (LC) e limites inferior de controle (LIC):

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \quad (8)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (9)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \quad (10)$$

É possível reduzir tais equações por meio da constante A_2 que depende do tamanho de amostra n , definida por (11) (MONTGOMERY, 2016):

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \quad (11)$$

Tal simplificação pode ser ilustrada por (12), (13) e (14):

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (12)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (13)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (14)$$

Similarmente, pode-se definir os limites de controle para o gráfico de controle para a amplitude, sendo o limite central dado por $\bar{R}$. Para determinar os limites de controle inferior e superior precisa-se de uma estimativa para o desvio padrão de R , dada por (15):

$$\hat{\sigma}_R = d_3 \hat{\sigma} = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (15)$$

Observe-se que os limites superior de controle (LSC), linha central (LC) e limite inferior de controle (LIC) para amplitude podem ser obtidos por (16), (17) e (18):

$$LSC_R = \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = (1 + \frac{3d_3}{d_2}) \bar{R} \quad (16)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (17)$$

$$LIC_R = \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = (1 - \frac{3d_3}{d_2}) \bar{R} \quad (18)$$

Novamente, é possível reduzir tais equações por meio das constantes D_3 e D_4 que dependem do tamanho de amostra n , e calculadas por (19) e (20) (MONTGOMERY, 2016):

$$D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2} \quad (19)$$

$$D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2} \quad (20)$$

Tal simplificação pode se ilustrada por (21), (22) e (23):

$$LSC_R = D_4 \bar{R} \quad (21)$$

$$LC_R = \bar{R} \quad (22)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R} \quad (23)$$

Os gráficos $\bar{X}$ e S são preferíveis ao $\bar{X}$ e R quando: o tamanho da amostra n é grande, $n > 10$ ou 12 , uma vez que o método da amplitude para estimar o desvio-padrão perde a eficiencia para tamanhos de amostra grande, ou quando o tamanho da amostra n é variavel (MONTGOMERY, 2016).

Seja m amostras preliminares, cada uma de tamanho n , e seja S_i o desvio-padrão da i^a amostra. A média dos desvios-padrão é dada por (24):

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i \quad (24)$$

A estatística $\bar{S}/c_4$ é um estimador de σ . Logo, o limite superior de controle (LSC), linha central (LC) e limite inferior de controle para o gráfico S podem ser representados por:

$$LSC_S = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (25)$$

$$LC_S = \bar{S} \quad (26)$$

$$LIC_S = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (27)$$

É possível reduzir tais equações por meio das constantes B_3 e B_4 que dependem do tamanho de amostra n , e podem ser calculadas por (28) e (29):

$$B_3 = 1 - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (28)$$

$$B_4 = 1 + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad (29)$$

Tal simplificação é fornecida por (30), (31) e (32):

$$LSC_S = B_4 \bar{S} \quad (30)$$

$$LC_S = \bar{S} \quad (31)$$

$$LIC_S = B_3 \bar{S} \quad (32)$$

Pode-se definir os limites de controle superior (LSC), inferior (LIC) e linha central (LC) para o gráfico de controle $\bar{X}$, quando $\bar{S}/c_4$ é utilizado para estimar σ utilizando (33), (34) e (35):

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} \quad (33)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (34)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} \quad (35)$$

É possível reduzir tais equações por meio da constante A_3 e c_4 que dependem do tamanho de amostra n , e pode ser calculada por (36):

$$A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}} \quad (36)$$

Tal simplificação é fornecida por (37), (38) e (39):

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \quad (37)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} \quad (38)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \quad (39)$$

Para o caso de amostras de tamanho variável deve-se aplicar a abordagem da média ponderada no cálculo de $\bar{\bar{X}}$ e $\bar{S}$. O cálculo de $\bar{\bar{X}}$ e $\bar{S}$ é fornecido por (40) e (41) respectivamente:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (40)$$

$$\bar{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S^2_i}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (41)$$

onde S^2_i pode ser obtido por (42):

$$S^2_i = \frac{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n - 1} \quad (42)$$

Para uma melhor compreensão acerca da construção dos gráficos de controle para variáveis $\bar{X}$ e R e $\bar{X}$ e S para amostras de tamanho variavel ver exemplo de aplicação em Costa, Epprecht e Carpinetti (2005) e Montgomery (2016).

2.1.2. Desempenho de Gráficos de Controle

Estudar a capacidade de detecção de um gráfico de controle é relevante não só para determinar a melhor combinação entre os parâmetros dos gráficos de controle, ou seja, tamanho de amostra n , intervalo de tempo h entre a retirada de amostras e o fator k de abertura dos limites de controle, mas também para a determinação dos limites de controle (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

O desempenho dos gráficos de controle pode ser estudado por meio de inúmeras medidas. A seguir serão descritas as medidas utilizadas nesta pesquisa.

2.1.3. Average Run Lenght (ARL)

O ARL (*Average Run Lenght*) é a medida de eficiência mais usual para detectar os deslocamentos nos parâmetros estatísticos dos gráficos de controle. Tal medida depende dos parâmetros de projeto do gráfico como por exemplo: n e k . Os parâmetros influenciam de forma diferente os riscos α e β (MONTGOMERY, 2016)

Costa (2007) define o gráfico de controle como sendo um teste de hipótese, onde sempre as hipóteses a seguir devem ser testadas:

H_0 : Processo em controle

H_1 : Processo fora de controle

ou ainda,

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Tomando como exemplo o gráfico de controle $\bar{X}$, A hipótese H_0 é aceita como verdadeira todas as vezes que o valor de $\bar{X}$ cair dentro dos limites de controle. Já a hipótese H_1 é aceita como verdadeira sempre que o valor de $\bar{X}$ cair fora dos limites de controle. Uma vez que H_0 é verdadeira (o processo está sob controle), α representa o risco de erroneamente se considerar o processo fora de controle, ou seja, alarme falso. Caso H_1 seja verdadeira (o processo está fora de controle), β representa o risco de erroneamente se considerar o processo em controle, ou seja, não detecção (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

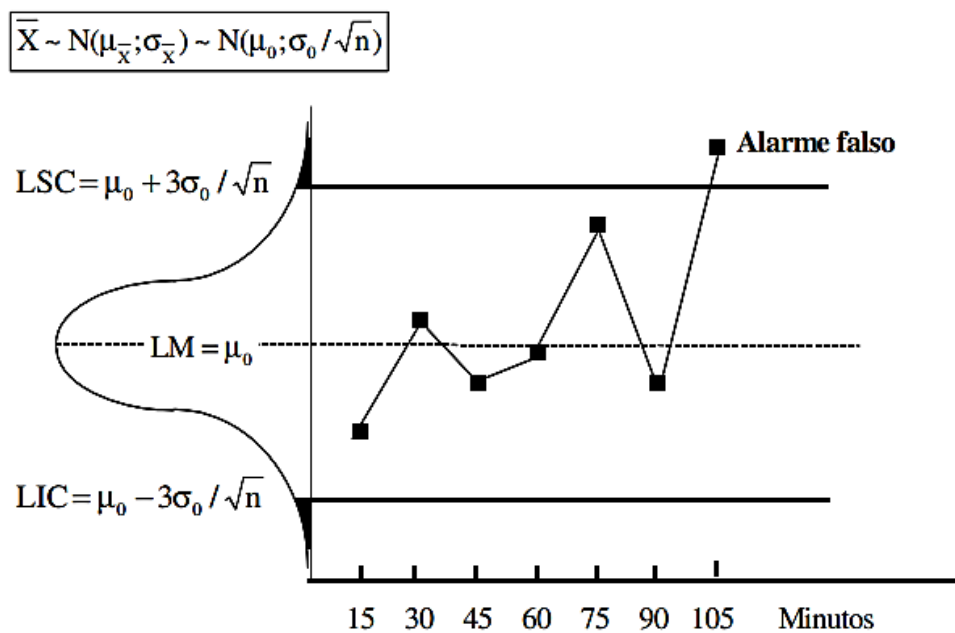
As probabilidades α e β , também denominadas de erros tipo I e tipo II são representadas por (43) e (44) respectivamente:

$$\alpha = \Pr(\bar{X} > LSC_{\bar{X}} \text{ ou } \bar{X} < LIC_{\bar{X}} | \mu = \mu_0) \quad (43)$$

$$\beta = \Pr(LIC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LSC_{\bar{X}} | \mu \neq \mu_0) \quad (44)$$

A Figura 5 ilustra a ocorrência de um alarme falso, a média está centrada no valor alvo μ_0 , o desvio-padrão centrado em σ_0 , porém um ponto sai fora dos limites de controle gerando o erro tipo I.

Figura 5 - Ocorrência de um alarme falso



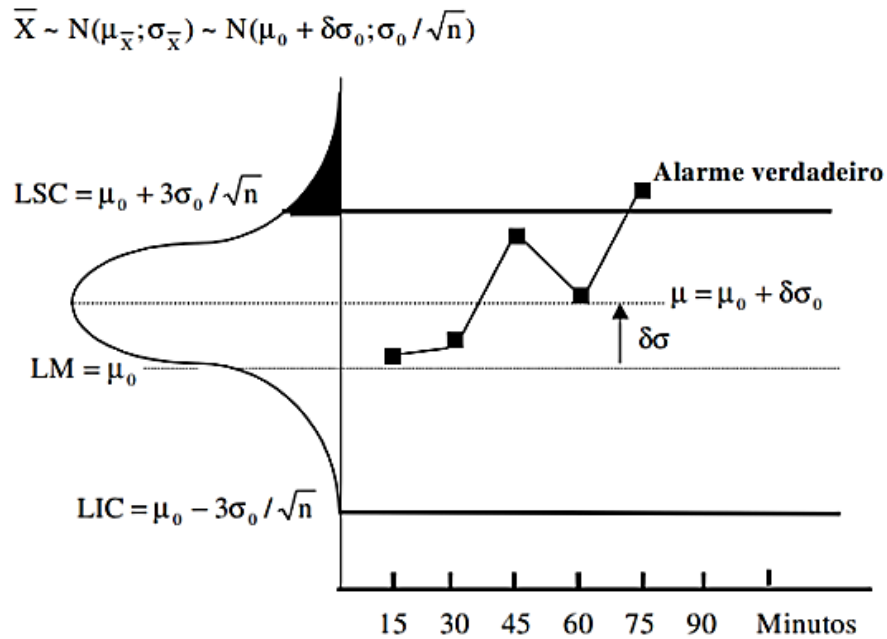
Fonte: Costa (2007)

Um alarme verdadeiro ocorre quando a média da característica de qualidade desloca-se por um fator delta, expresso por $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$, ou ainda:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} \quad (45)$$

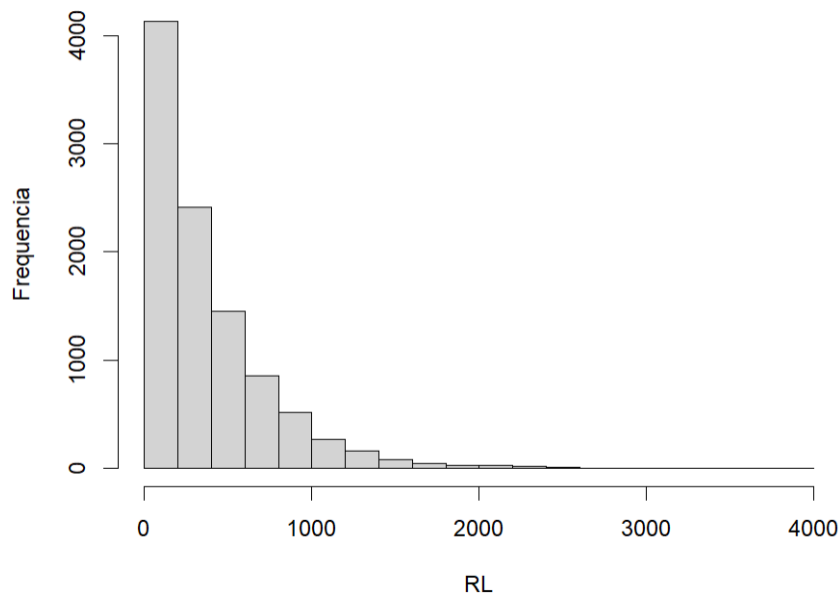
A Figura 6 ilustra a ocorrência de um alarme verdadeiro, caso em que a média está realmente deslocada por um valor δ , e existe um risco β de o processo estar em controle.

Figura 6 - Ocorrência de um alarme verdadeiro



Fonte: Costa (2007)

De acordo com Jensen *et al.* (2006) o *ARL* é a média dos diferentes valores de *Run Length*, sendo o *RL* uma variável aleatória que representa a quantidade de amostras até o sinal. Uma vez que os limites de controle são conhecidos e constantes, que o número de amostras for independentes e identicamente distribuído, pode-se dizer que a variável aleatória *RL* segue uma distribuição geométrica. A Figura 7 ilustra a distribuição geométrica dos *RL*'s por meio de um histograma.

Figura 7 - Distribuição geométrica dos RL 's

Fonte: Elaborado pelo autor

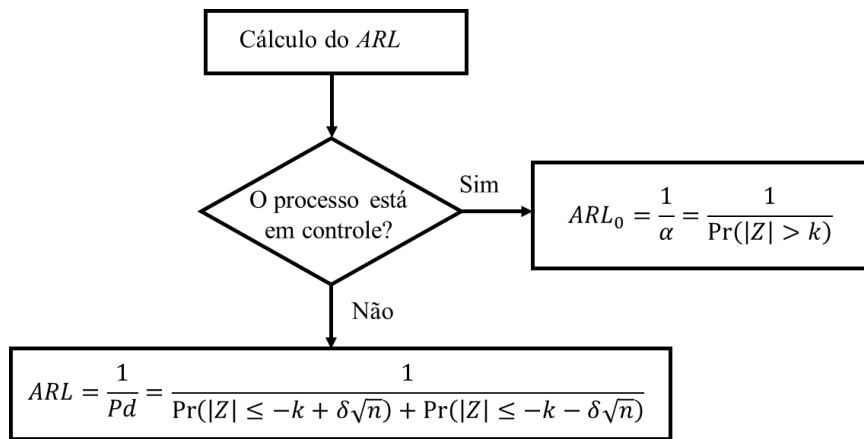
Quando o processo está sob controle $ARL = 1/\alpha$ é denominado ARL_0 e quando estiver fora de controle $ARL = 1/P_d$ sendo $P_d = 1 - \beta$ (MONTGOMERY, 2016)).

Segundo Costa (2007), para um fator de abertura dos limites de controle de três desvios-padrão, tem-se o valor de $\alpha = 0,0027$. Portanto, espera-se que exista um alarme falso para cada 370,4 pontos amostrais plotados.

Para realizar uma comparação de eficiência entre tipos de gráficos de controle por variáveis, deve-se primeiro ajustar o fator de controle k de cada gráfico de controle separadamente, para que quando o processo estiver em controle, os dois gráficos tenham o mesmo número de amostras até o alarme falso ARL_0 . A partir do momento em que os valores de ARL_0 são iguais, simula-se um desvio de δ desvios padrões na média do processo e um deslocamento de λ na amplitude de processo e comparam-se os valores de ARL (FANG; WANG; DENG, 2013).

Considerando o ARL_0 , é desejável que seja grande, garantindo poucos alarmes falsos, e em relação ao ARL espera-se que seja pequeno, garantindo a rápida detecção das causas especiais (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005). A Figura 8 ilustra a determinação do ARL .

Figura 8 - Determinação do ARL



Fonte: Elaborado pelo autor

2.1.4. Standard Deviation Run Length (SDRL)

O *SDRL* quantifica a dispersão do *RL* e também pode ser utilizado como medida de desempenho. A análise conjunta do *ARL* e *SDRL* é recomendada por Quesenberry (1993) para que se evite análises inconsistentes. Tipicamente, quanto menor o *SDRL*, melhor é o desempenho de um gráfico de controle.

Segundo Chen (1997) o valor esperado do *SDRL* para um risco $\alpha = 0,0027$ é igual a 369,90. Observa-se que é muito próximo do valor do ARL_0 , 370,4, tal fato explica a alta variabilidade do ARL_0 como medida de desempenho. A medida $SDRL_0$ pode ser descrita por (46):

$$SDRL_0 = \frac{\sqrt{1-\alpha}}{\alpha} \quad (46)$$

Para o caso em que o processo não se encontra em controle o *SDRL* pode ser dado por (47):

$$SDRL = \frac{\sqrt{\beta}}{1-\beta} \quad (47)$$

2.1.5. Percentis de Run Length

O *RL* pode ser utilizado para estudar as propriedades estatísticas do gráfico de controle, incluindo várias características de desempenho. Sendo assim nestas análises utiliza-se não apenas o valor médio *ARL*, mas sim de toda distribuição.

De acordo com Khoo (2004) utilizar apenas o *ARL* como medida de desempenho pode não fornecer uma imagem completa sobre a performance do gráfico, uma vez que tanto nas situações em controle quanto fora de controle sua distribuição é altamente enviesada. O percentil é uma medida robusta de performance dos gráficos de controle. O percentil 100 ($0 < q < 1$) pode ser dado por (48):

$$1 - \beta^m = \frac{q}{100} \quad (48)$$

onde, β representa o erro tipo II, m é o valor do *RL* correspondente a determinado percentil e q é o percentil procurado. Vale ressaltar que os valores dos percentis devem ser arredondados para o número inteiro mais próximo com um valor mínimo de 1.

O percentil 50°, ou a mediana *run length (MRL)* pode ser obtida pela equação, fazendo $\beta = \alpha = 0,0027$ e $p=0,5$. Assim o *MRL* para um processo em controle, MLR_0 , é igual a 257. O ARL_0 , no entanto é 370,4 que é 31% maior que o MLR_0 . Importante ressaltar que a interpretação das duas medidas é muito diferente. O ARL_0 , indica que em um processo sob controle, um sinal (alarme falso) será observado, em média, a cada 370 amostras. O MLR_0 , ou percentil 50°, indica que o alarme falso será observado, dentro das primeiras 257 amostras, pelo menos 50% do tempo.

Outra propriedade importante do estudo dos percentis do *RL* é a análise de taxa de alarme falso precoce para o gráfico de controle de Shewhart $\bar{X}$. Considerando $\delta = 0$ (em controle) tem-se para os percentis 5°, 10° e 20 os valores 19, 39 e 83 respectivamente. Isso quer dizer que há 20% de probabilidade de o primeiro alarme falso ser dado em menos de 83 medições (KHOO, 2004).

Recomenda-se segundo Chackraborti (2007) em aplicações de rotina dos gráficos de controle o cálculo e análise dos seguintes percentis: 5°, 25°, 50°, 75° e 95°.

2.2. CONCEITOS DE LÓGICA FUZZY INTUICIONISTA

Neste capítulo serão apresentados os principais tópicos acerca da lógica *fuzzy* intuicionista como: o conjunto *fuzzy* intuicionista, números *fuzzy* intuicionista triangulares e o método de defuzzificação que foram de fundamental importância para o desenvolvimento dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas.

2.2.1. Conjuntos *Fuzzy* e Funções de Pertinência e Não-pertinência

No mundo real pode haver circunstâncias em que um objeto pertence a um conjunto com um certo grau, mas é possível também que não se esteja tão certo sobre isso. Pode existir uma hesitação sobre o grau de pertinência. Nos conjuntos *fuzzy* clássicos não há possibilidade de incluir tal hesitação. Pode-se dizer que os conjuntos *fuzzy* intuicionista são uma generalização dos conjuntos *fuzzy* clássicos.

O grau de não-pertinência reflete uma possível hesitação do decisor no momento de atribuir o grau de pertinência. Caso o grau de pertinência seja o complemento do grau de não-pertinência, não haverá hesitação (COSTA, 2012).

Desenvolvido por Atanassov (1983), o conjunto *fuzzy* intuicionista considera o grau de pertinência e o grau de não-pertinência e pode ser representado por (49):

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x))\}, x \in E \text{ onde } \mu_{\tilde{A}}: E \rightarrow [0,1] \text{ e } \nu_{\tilde{A}}: E \rightarrow [0,1]. \quad (49)$$

Onde $\mu_{\tilde{A}}$ é definido como o grau de pertinência e $\nu_{\tilde{A}}$ como o grau de não-pertinência. Para cada x , a soma dos graus de pertinência e não-pertinência deve estar entre 0 e 1 e pode ser expressa como $0 \leq \mu_{\tilde{A}} + \nu_{\tilde{A}} \leq 1$.

Tradicionalmente, os conjuntos *fuzzy* são desenvolvidos como forma de avaliar o grau de pertinência de um dado elemento ao conjunto. Neste caso, o grau de não-pertinência é calculado pelo complemento. Nos conjuntos *fuzzy* intuicionista, os graus são independentes, o requisito é que a soma dos mesmos não exceda 1 (MERT, 2020).

O grau de hesitação do conjunto *fuzzy* intuicionista $\tilde{A}$ pode ser representado por (50):

$$\pi_{\tilde{A}} = 1 - \mu_{\tilde{A}} - \nu_{\tilde{A}} \quad (50)$$

O *Triangular Intuitionistic Fuzzy Number* (TIFN) pode ser descrito por (51):

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, ; a'_1, a'_2, a'_3) \quad (51)$$

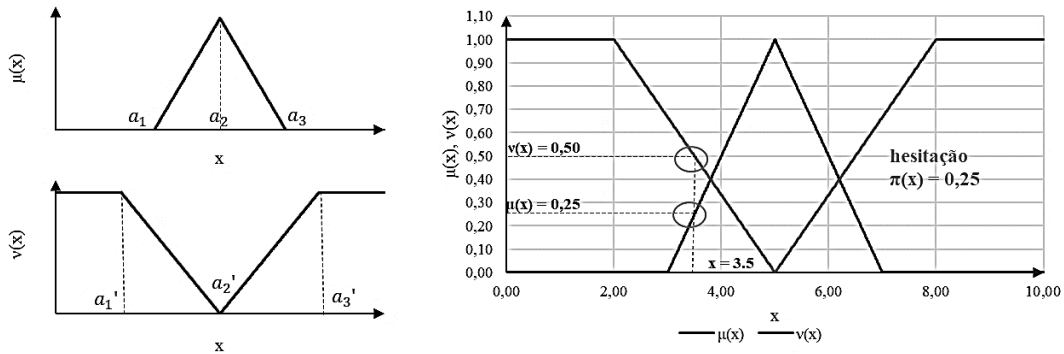
A sua função de pertinência e não-pertinência é representada de acordo com (52) e (53) respectivamente:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & \text{se } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & \text{se } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & \text{outros} \end{cases} \quad (52)$$

$$v_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{a_2 - x}{a_2 - a'_1} & \text{se } a'_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{x - a_2}{a'_3 - a_2} & \text{se } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 1 & \text{outros} \end{cases} \quad (53)$$

sendo $a'_1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a'_3$. A Figura 9 ilustra a representação gráfica das funções de pertinência e não pertinência e de um TIFN.

Figura 9 - Representação das funções de pertinência e não pertinência e de um TIFN (3,5,7;2,5;8)



Fonte: Elaborado pelo autor

As operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação e divisão, respectivamente, para o TIFN são dadas por (54), (55), (56) e (57) respectivamente:

sejam os conjuntos $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3; a'_1, a_2, a'_3)$ e $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3; b'_1, b_2, b'_3)$

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3; a'_1 + b'_1, a_2 + b_2, a'_3 + b'_3) \quad (54)$$

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1; a'_1 - b'_3, a_2 - b_2, a'_3 - b'_1) \quad (55)$$

$$\tilde{A} \tilde{B} = (a_1 * b_1, a_2 * b_2, a_3 * b_3; a'_1 * b'_1, a_2 * b_2, a'_3 * b'_3) \quad (56)$$

$$\tilde{A} / \tilde{B} = \left(\frac{a_1}{b_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_1}; \frac{a'_1}{b'_3}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a'_3}{b'_1} \right) \quad (57)$$

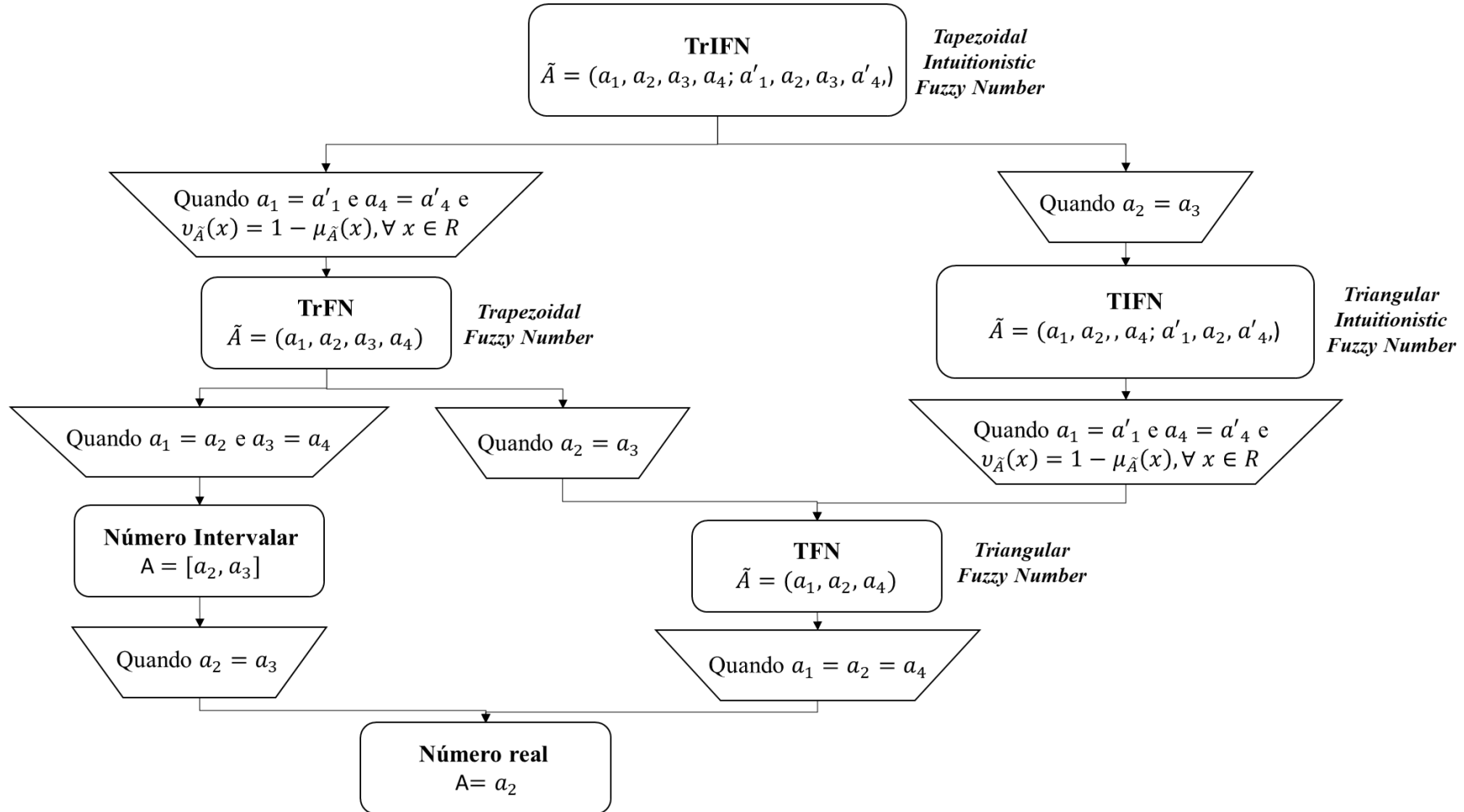
Uma vez que conjuntos *fuzzy* intuicionista são uma generalização dos conjuntos *fuzzy* clássicos é possível por meio da Figura 10 compreender a representação de um número *fuzzy* intuicionista trapezoidal – *Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Number (TrIFN)* até um número real.

Um procedimento de votação exemplifica bem a aplicação dos conjuntos *fuzzy* intuicionistas e o funcionamento das suas funções de pertinência e não pertinência. Normalmente em um processo de votação as pessoas devem expressar sua opinião em relação aos candidatos. Enquanto uma pessoa pode ser a favor, outro pode votar em desfavor, assim como uma terceira pessoa pode abster-se. Utilizando somente o grau de pertinência fica difícil a compreensão e a separação de um defensor e não defensor de um candidato (CORNELIS *et al.*, 2003).

Seja X um conjunto de cidades em que os governos são escolhidos por meio de eleição. Para cada cidade x pertencente ao conjunto X , a porcentagem de pessoas que votou para o governo será representada por $A(x)$, sendo $\mu(x) = \frac{A(x)}{100}$. O número de pessoas que não votaram pelo governo seria representado por $\nu(x) = 1 - \mu(x)$. Pela teoria dos conjuntos *fuzzy* clássicos não seria possível saber mais detalhes acerca do valor de $\nu(x)$. Ao definir, $\nu(x)$ como $\frac{B(x)}{100}$, sendo $B(x)$ o número de eleitores que votaram em pessoas ou partidos fora do governo, então o número $1 - (\mu(x) + \nu(x))$ representa a parte do eleitorado que não votaram, ou seus votos não foram válidos, ou seja, a hesitação. Uma propriedade do conjunto *fuzzy* intuicionista não observada nos conjuntos *fuzzy* clássicos (COSTA, 2012).

Nos gráficos de controle pode-se considerar a hesitação como sendo parte do processo de medição (no momento que é realizada por um operador) e da decisão do estado de controle de um processo. Já a incerteza pode ser atribuída como parte do processo de medição realizado pelo instrumento. Quando o gráfico de controle sinaliza um ponto fora dos limites de controle haverá uma hesitação por parte do decisor em parar o processo ou não, considerando um processo real, uma vez que há diversos interesses envolvidos como custo, tempo e qualidade. Caso o ponto esteja pouco fora dos limites de controle pode-se dizer que haverá ainda mais hesitação por parte do grupo de decisores.

Figura 10 - Representação de um número fuzzy intuicionista trapezoidal até um número real



Fonte: Adaptado de Mahaprata e Roy (2013)

2.2.2. Método de Defuzzificação IF-WABL

Mert (2020) adaptou o método *Weighted Averaging Based on Levels* (WABL) para os conjuntos *fuzzy* intuicionista. O método de defuzzificação proposto é muito útil para a obtenção de um valor defuzzificado para números *fuzzy* intuicionistas. A ideia principal do método *Intuitionistic Fuzzy - Weighted Averaging Based on Levels* (IF-WABL) é inserir toda a informação contida nos números *fuzzy* intuicionistas na defuzzificação.

Um aspecto interessante no método que é considerado um diferencial de acordo com Mert (2020) é a propriedade da flexibilidade. Esta propriedade baseia-se no fato de a teoria dos conjuntos *fuzzy* permitir que a subjetividade humana no processo de decisão seja modelada. O método é considerado flexível uma vez que os usuários podem ajustar os coeficientes de acordo com as necessidades dos problemas a serem resolvidos, ou seja, que melhor se adapta à sua estratégia. Cada tomador de decisão usando os valores dos parâmetros adequados ao seu problema pode personalizar o método IF-WABL.

Portanto, é possível obter diferentes valores de defuzzificação para o mesmo número *fuzzy* intuicionista triangular. E isto está completamente de acordo com os princípios da teoria do conjunto *fuzzy*. Em relação aos gráficos de controle, a utilização do método de defuzzificação é importante para manter o formato padrão dos gráficos e facilitar a plotagem das observações.

Seja $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3; a'_1, a'_2, a'_3)$ um TIFN. O método IF-WABL em sua essência pode ser definido por (58):

$$IF - WABL(\tilde{A}) = \theta I(A_\alpha^{*\mu}) + (1 - \theta)I(A_\beta^{*v}) \quad (58)$$

O coeficiente θ em (58) mostra a preferência do usuário entre a função de pertinência e a função de não-pertinência. Ao utilizar o coeficiente, propõe-se uma média ponderada dos valores defuzzificados das funções de pertinência e não-pertinência. Se o usuário optar por utilizar apenas a função de pertinência, pode escolher θ igual a 1, o que reduziria a um conjunto *fuzzy* clássico. Se o ideal para o usuário for dar igual importância às funções de pertinência e não-pertinência, pode escolher θ igual a 0,5.

$I(A_\alpha^{*\mu})$ e $I(A_\beta^{*v})$ em (58) são os valores defuzzificado das funções de pertinência e não pertinência respectivamente, e podem ser dados por (59) e (60):

$$I(A_\alpha^{*\mu}) = \int_0^1 (c_L L_A^\mu(\alpha) + c_R R_A^\mu(\alpha))p(\alpha)d\alpha \quad (59)$$

$$I(A_\alpha^{*v}) = \int_0^1 (c_L L_A^v(\beta) + c_R R_A^v(\beta)) s(\beta) d\beta \quad (60)$$

sendo que $L_A^\mu(\alpha)$ e $R_A^\mu(\alpha)$ representam o conjunto α -cut, $A_\alpha^{*\mu}$, contendo todos os elementos de X que pertencem a A com no mínimo grau α , e definem as formas de número *fuzzy* intuicionista dos lados esquerdo e direito para função de pertinência em função de α . $L_A^v(\beta)$ e $R_A^v(\beta)$ representam o conjunto β -cut, A_β^{*v} , contendo todos os elementos de X que não pertencem a A com no máximo grau β , e definem as formas de número *fuzzy* intuicionista dos lados esquerdo e direito para função de não-pertinência em função de β . Vale ressaltar que $0 \leq \alpha + \beta \leq 1$.

Os coeficientes c_L e c_R em (59) e (60) são escalares que representam pesos para os lados esquerdo e direito tanto para a função de pertinência como para a função de não-pertinência. É possível para o usuário empregar os mesmos pesos para os lados esquerdo e direito (c_L e c_R) para ambas as funções de pertinência e não-pertinência, assim como escolher pesos diferentes.

$L_A^\mu(\alpha)$ e $R_A^\mu(\alpha)$ podem ser definidos por (61) e (62) e $L_A^v(\beta)$ e $R_A^v(\beta)$ podem ser definidos por (63) e (64):

$$L_A^\mu(\alpha) = a_1 + \alpha(a_2 - a_1) \quad (61)$$

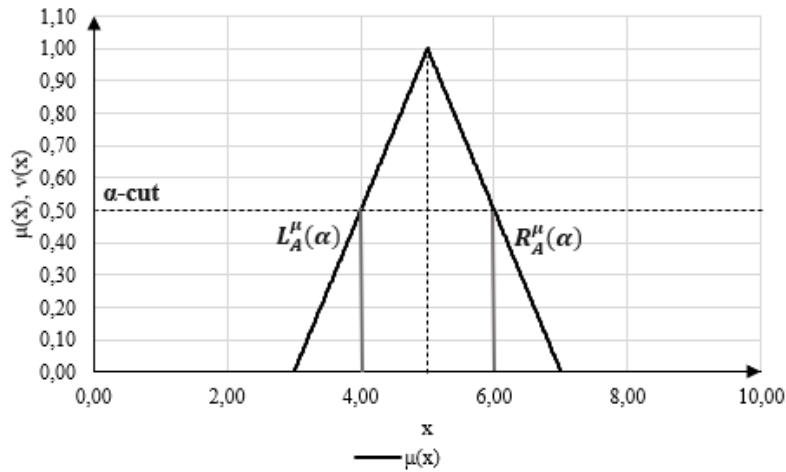
$$R_A^\mu(\alpha) = a_3 - \alpha(a_3 - a_2) \quad (62)$$

$$L_A^v(\beta) = a_2 - \beta(a_2 - a'_1) \quad (63)$$

$$R_A^v(\beta) = a_2 + \beta(a'_3 - a_2) \quad (64)$$

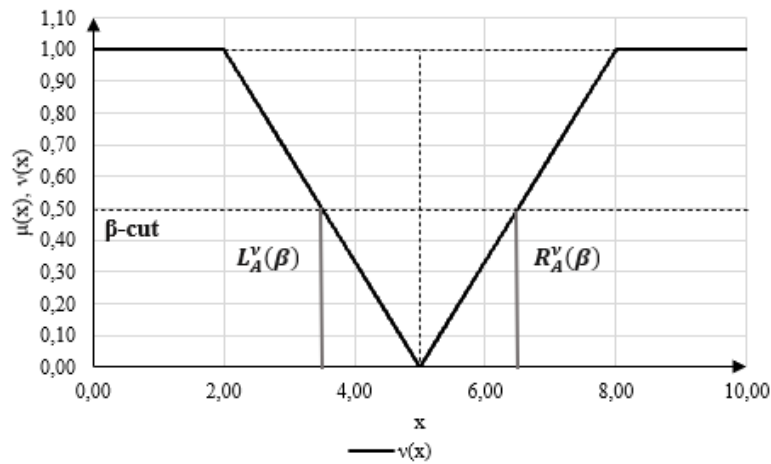
A Figura 11 exibe uma representação gráfica simples de $L_A^\mu(\alpha)$ e $R_A^\mu(\alpha)$. A Figura 12 exibe uma representação gráfica simples de $L_A^v(\beta)$ e $R_A^v(\beta)$.

Figura 11-Representação gráfica de $L_A^\mu(\alpha)$ e $R_A^\mu(\alpha)$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 12 - Representação gráfica $L_A^v(\beta)$ e $R_A^v(\beta)$



Fonte: Elaborado pelo autor

As funções $p(\alpha)$ e $s(\beta)$ presentes em (64) e (65) são propostas por Mert (2020) como forma de atribuir pesos aos α -levels e aos β -levels respectivamente.

Substituindo (61), (62) em (59) e (63), (64) em (60), e finalmente substituindo (59) e (60) em (58) obtém-se (65), uma forma mais simplificada para o valor defuzzificado IF-WABL:

$$IF - WABL(\tilde{A}) = \theta[(c_R a_3 + c_L a_1)(1 - E(\alpha)) + a_2 E(\alpha)] + (1 - \theta)[a_2(1 - E(\beta)) + (c_L a'_1 + c_R a'_3)E(\beta)] \quad (65)$$

sendo $E(\alpha) = \int_0^1 \alpha p(\alpha) d\alpha$ e $E(\beta) = \int_0^1 \beta s(\beta) d\beta$.

Algumas condições em relação à normalidade e não-negatividade devem ser respeitadas quando os coeficientes são escolhidos pelo usuário do método:

$$\theta \in [0,1], c_L, c_R \geq 0, c_L + c_R = 1, \int_0^1 p(\alpha) d\alpha = 1, \int_0^1 s(\beta) d\beta = 1$$

Neste trabalho segundo Mert (2020) adotou-se $p(\alpha) = 2\alpha$ e $s(\beta) = 1$. Para θ adotou-se o valor de 0,5 uma vez que o interesse é observar o comportamento com a utilização das duas funções pertinência e não-pertinência igualmente. Este valor de θ atribui a mesma importância para ambas as funções.

A seguir é fornecido um exemplo numérico de acordo com Mert (2020), a fim de ilustrar a aplicação do método de defuzzificação.

Seja $\tilde{A} = (1, 3, 4; 0, 3, 6)$ um *TIFN*, adotando-se $p(\alpha) = 2\alpha$ e $s(\beta) = 1$ e utilizando-se (65), os valores defuzzificados são calculados para diferentes valores θ e de c_L e c_R conforme estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores defuzzificados					
	Valor de θ				
	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
$c_L = 0,1$ $c_R = 0,9$	4,0067	3,8133	3,7167	3,6200	3,4267
$c_L = 0,2$ $c_R = 0,8$	3,7467	3,5933	3,5167	3,4400	3,2867
$c_L = 0,3$ $c_R = 0,7$	3,4867	3,3733	3,3167	3,2600	3,1467
$c_L = 0,4$ $c_R = 0,6$	3,2267	3,1533	3,1167	3,0800	3,0067
$c_L = 0,5$ $c_R = 0,5$	2,9667	2,9333	2,9167	2,9000	2,8667
$c_L = 0,6$ $c_R = 0,4$	2,7067	2,7133	2,7167	2,7200	2,7267
$c_L = 0,7$ $c_R = 0,3$	2,4467	2,4933	2,5167	2,5400	2,5867
$c_L = 0,8$ $c_R = 0,2$	2,1867	2,2733	2,3167	2,3600	2,4467
$c_L = 0,9$ $c_R = 0,1$	1,9267	2,0533	2,1167	2,1800	2,3067

Fonte: Adaptado de Mert (2020)

Observa-se que para um mesmo valor de θ quando c_L aumenta, o valor defuzzificado *IF-WABL* diminui. Em relação aos efeitos de θ , nos casos em que $c_L \leq c_R$,

o valor defuzzificado *IF-WABL* diminui enquanto θ aumenta. Para $c_L > c_R$, o valor defuzzificado *IF-WABL* diminui enquanto θ decresce.

2.3. INCERTEZA DE MEDIÇÃO E FUZZIFICAÇÃO

Na realidade dos experimentos e medições, mais importante do que buscar uma incerteza pequena é ter uma avaliação adequada e correta da grandeza que se está medindo. Nem sempre menor incerteza irá constituir melhor medição.

O Guia para a expressão de incerteza de medição (GUM) Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia – INMETRO (2008), juntamente com os seus anexos, estabelece o padrão para o cálculo e avaliação da incerteza da medição em metrologia. O GUM norteia hoje tudo que for relacionado ao procedimento de medição, difundindo cada vez mais conceitos como incerteza expandida, graus de liberdade, probabilidade de abrangência, rastreabilidade, nível de confiança, entre outros.

A terminologia oficial da metrologia é definida pelo Vocabulário Internacional da Metrologia (VIM) Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia – INMETRO (2012), o qual traz conceitos fundamentais, gerais e termos associados a metrologia. Todos os conceitos relacionados com a incerteza de medição e outros termos da metrologia discutidos nesta secção são baseados no GUM e no VIM .

De acordo com INMETRO (2008), mensurando é a grandeza específica submetida a medição. Dentro do assunto discutido neste trabalho, gráficos de controle, pode-se definir o mensurando como sendo a característica de qualidade que deverá ser medida tendo como resultado um projeto de gráfico de controle que será capaz de monitorá-la produzindo qualidade no produto final.

Uma medição em geral possui imperfeições que dão origem ao erro no resultado de medição. O erro de medição possui dois componentes, um componente aleatório e um componente sistemático. Componente sistemático do erro de medição é aquele em que medições repetidas, permanece constante ou varia de maneira previsível, já o erro aleatório é o componente do erro de medição que, em medições repetidas, varia de maneira imprevisível. Destes dois componentes surge a análise de sistemas de medição ou análise R&R (INMETRO, 2012).

Segundo Albertazzi e Sousa (2008) erro de medição e incerteza de medição não são sinônimos. Erro de medição é o número que resulta da diferença entre o valor indicado por um sistema de medição e o valor verdadeiro do mensurando. Uma vez que não é

possível conhecer e corrigir totalmente o erro de medição, uma parcela de dúvida sempre estará presente em qualquer medição efetuada. A dúvida associada a uma medição é denominada incerteza de medição.

O resultado de medição expressa o valor atribuído a uma característica de qualidade que está sendo medida por meio do processo de medição, sendo normalmente uma aproximação ou estimativa do valor. Incerteza de medição segundo INMETRO (2012) é um parâmetro, associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão de valores que podem ser razoavelmente atribuídos à mensurando. Reflete a falta de conhecimento sobre o valor do mensurando.

Uma incerteza do tipo A é obtida a partir de uma função de densidade de probabilidade derivada de uma distribuição de frequência observada. Uma incerteza do tipo B é obtida a partir de uma função de densidade de probabilidade assumida como conveniente e apropriada com base no grau de credibilidade de que um evento irá ocorrer.

A incerteza padrão do resultado de uma medição, quando este resultado é obtido a partir de valores de várias outras incertezas envolvidas no processo, é chamada incerteza padrão combinada, e designada por u_c . Quando apenas uma grandeza está presente na medição, ou seja, medição direta, a incerteza combinada é obtida pela soma quadrática de todas as incertezas envolvidas na medição.

A incerteza do tipo A é resultante da dispersão estatística das leituras, ou seja, medições repetidas. Para calcular a incerteza do tipo A, é utilizado o desvio-padrão experimental das leituras, de acordo com (66). Sendo n o número de medições repetidas. Não se deve confundir este n com tamanho de amostra dos gráficos de controle:

$$u_A = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (66)$$

sendo:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (67)$$

Segundo Albertazzi e Sousa (2008) é viável considerar de três a cinco medições repetidas, a não ser em casos que demandem menores incertezas.

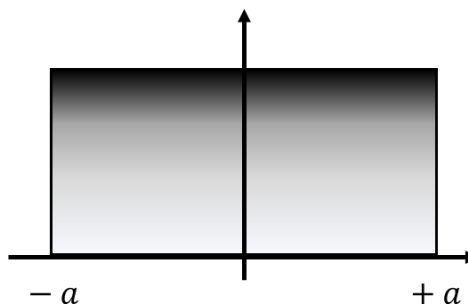
Em relação à incerteza de medição de tipo B, a fim de ter uma estimativa de uma grandeza de entrada que não tenha sido obtida através de observações repetidas, a

incerteza padrão é avaliada pelo julgamento científico com base em toda a informação disponível sobre a possível variabilidade da grandeza.

O conjunto de informações pode incluir dados de medições anteriores; especificações do fabricante, tais como a resolução do instrumento, incertezas atribuídas a dados de referência retirados de manuais, entre outros.

Para permanecer na segurança, muitas vezes é adotada a distribuição uniforme ou retangular de probabilidade, sendo os valores extremos os limites esperados das variações naturais do fenômeno. A distribuição uniforme é utilizada quando existe uma probabilidade igual de ocorrência de qualquer valor entre $-a$ e $+a$. A Figura 13 ilustra tal distribuição (ALBERTAZZI; SOUSA, 2008).

Figura 13 - Distribuição uniforme



Fonte: Elaborado pelo autor

A resolução limitada de um dispositivo indicador digital, por exemplo, é uma fonte de incerteza do tipo B cuja distribuição de probabilidade pode ser determinada assumindo uma distribuição retangular ou uniforme com $a = R/2$. A incerteza do tipo B para a resolução do instrumento pode ser descrita por (68):

$$u_{res} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{R}{2\sqrt{3}} \quad (68)$$

A incerteza combinada é dada por (69):

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2} \quad (69)$$

Cada uma das incertezas, estimadas separadamente, tem um certo número de graus de liberdade a ela associada. Quando a incerteza combinada é calculada, o número

de graus de liberdade para ela também deve ser calculado. A este denomina-se o número de graus de liberdade efetivo e pode ser descrito por (70):

$$v_{ef} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{v_1} + \frac{u_2^4}{v_2} + \frac{u_3^4}{v_3} + \dots + \frac{u_n^4}{v_n}} \quad (70)$$

O número de graus de liberdade envolvidos na determinação da incerteza do tipo A é sempre o número de medições repetidas utilizadas para determinar o desvio padrão experimental menos um. Para a incerteza do tipo B relacionada com a resolução do instrumento, o número de graus de liberdade envolvidos será considerado infinito (ALBERTAZZI; SOUSA, 2008).

Para obter uma faixa de valores com cerca de 95,45% de probabilidade, é necessário multiplicar a incerteza combinada pelo respectivo fator de abrangência k (coeficiente de Student correspondente ao número de graus de liberdade efetivos com 95,45% de probabilidade). O fator pode ser consultado no Anexo A, tal Tabela foi retirada do anexo G, Tabela G2 do INMETRO (2008). Não se deve confundir este k com o fator de abertura dos limites de controle dos gráficos de controle.

Isto determina a incerteza expandida representada pelo símbolo U , uma quantidade equivalente à repetibilidade da ação combinada de todas as fontes de incerteza. A incerteza expandida pode ser descrita por (71):

$$U = u_c \times k \quad (71)$$

Vale ressaltar que os tipos de incerteza discutidos até o momento estão presentes na maioria dos processos de medição. Há de se lembrar que existem incertezas particulares de determinados procedimentos de medição classificadas como incertezas do tipo B, como por exemplo: incerteza devido a variação de temperatura, incerteza do padrão utilizado no procedimento de calibração, incerteza devido a histerese, erro de Abbé que está relacionado com o desvio de paralelismo entre as faces de medição do paquímetro e também, com o esforço de medição, entre outras fontes de incerteza. O que está se propondo aqui é uma avaliação geral das principais fontes de incerteza. É importante que cada usuário defina quais incertezas são relevantes e precisam ser levadas em conta no seu processo.

Sabe-se que a incerteza está presente nos processos por diversos motivos, como por exemplo: instrumentos de medição, e neste caso os gráficos de controle *fuzzy* são mais

adequados para realizar o monitoramento da característica de qualidade. Neste trabalho propõe-se utilizar a incerteza expandida como limitante para realizar a conversão de observações *crisp* em números *fuzzy* triangular intuicionista. Este limitante é o valor máximo que as bordas superior e inferior do número *fuzzy* intuicionista podem assumir em um intervalo uniformemente distribuído de 0 a U .

Portanto, os *TIFNs* podem ser calculados utilizando (72), (73), (74), (75) e (76):

$$a_{1j} = a_{2j} - U \times runif_j \quad (72)$$

$$a_{3j} = a_{2j} + U \times runif_j \quad (73)$$

$$a_{2j} = a_{2j} \quad (74)$$

$$a'_{1j} = a_{1j} - U \times runif_j \quad (75)$$

$$a'_{3j} = a_{3j} + U \times runif_j \quad (76)$$

sendo U é dado pela incerteza expandida e $runif_j$ é um número aleatório gerado de acordo com uma distribuição uniforme.

Os números a_1 e a_3 são gerados baseados no número central a_2 . Os números a'_1 e a'_3 são gerados baseados no a_1 e a_3 respectivamente, uma vez que $a_1 \leq a'_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a'_3$. A seguir é fornecido um exemplo numérico a fim de ilustrar o procedimento de fuzzificação proposto.

Seja um processo de medição de diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis, ver Montgomery (2016). Considere um primeiro valor medido para o primeiro item de uma amostra qualquer como sendo 74,030 mm. Pelo padrão da medição, supõe-se uma resolução do instrumento de 0,001 mm. Estabeleceu-se um desvio-padrão experimental de 0,0005 mm entre as repetidas medições realizadas para obter o valor de 74,030 mm. Considerou-se que para chegar no valor citado de desvio-padrão experimental foram feitas cinco medições repetidas (n).

Importante ressaltar que apesar de parecer que o processo de obtenção do desvio-padrão experimental entre as repetidas medições é longo e custoso, isso torna o monitoramento do processo mais confiável, e é possível que a organização estude o fato de obter esse desvio-padrão experimental entre as repetidas medições por séries históricas, ou que seja feito o processo de cálculo uma vez para ser utilizado posteriormente, desde que as condições de medição sejam sempre mantidas.

Utilizando (66) obteve-se uma incerteza do tipo A, $u_A = 0,0002 \text{ mm}$. Para o cálculo da incerteza da resolução do instrumento utiliza-se (68) encontrando $u_{res} = 0,0003 \text{ mm}$.

A fim de obter a incerteza combinada utiliza-se (69), obtendo um valor de $u_c = 0,0004 \text{ mm}$. Para chegar no valor da incerteza expandida e realizar a fuzzificação, é necessário obter o valor do grau de liberdade efetivo dado por (70), $v_{ef} = 28,4444$. De posse desse valor grau de liberdade efetivo truncado, $v_{ef} = 28$, consulta-se a tabela para o fator de abrangência k disponível no Anexo A. A consulta é feita para 95,45% de probabilidade encontrando um valor de k de 2,09 aproximadamente. Por meio de (71) e com o valor de k é possível chegar no valor final da incerteza expandida de aproximadamente $U = 0,0008 \text{ mm}$.

Gera-se segundo uma distribuição uniforme quatro números que servirão para construção do número *fuzzy* intuicionista triangular, $runif_1 = 0,6325$, $runif_2 = 0,3604$, $runif_3 = 0,6150$ e $runif_4 = 0,2168$. Utilizando-se as relações (72)-(76) é possível obter o número *fuzzy* intuicionista triangular; vale ressaltar que se considera 74,030 como sendo o a_2 :

$$a_1 = 74,030 - 0,0008 \times 0,6325 = 74,0295$$

$$a_2 = 74,0300$$

$$a_3 = 74,030 + 0,0008 \times 0,3604 = 74,0303$$

$$a'_1 = 74,0295 - 0,0008 \times 0,6150 = 74,0290$$

$$a'_3 = 74,0303 + 0,0008 \times 0,2168 = 74,0304$$

Então tem-se o número *fuzzy* intuicionista triangular (74,0295, 74,0300, 74,0303, ; 74,0290, 74,0300, 74,0304).

2.4. GRÁFICOS DE CONTROLE FUZZY INTUICIONISTA

De acordo com Khan *et al.* (2022), convencionalmente, em qualquer processo, consideram-se dados exatos. Contudo, na realidade, pode haver incerteza no processo devido à ambiguidade nas medições, bem como imprecisões no próprio instrumento utilizado para medir a característica de qualidade envolvida. Na presença de incerteza, é apropriado utilizar gráficos de controle *fuzzy* para monitorar o processo em questão e obter melhores resultados.

Os operadores podem hesitar ao efetuarem medições durante o processo de coleta de dados. Gráficos de controle *fuzzy* intuicionista são capazes de representar tanto a incerteza como a hesitação presentes em várias fases do processo (ATALIK; SENTURK, 2022).

O limite superior de controle (LSC), linha central (LC) e o limite inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista para *TIFNs*, utilizando as operações aritméticas dadas anteriormente, podem ser obtidos por (77), (78) e (79):

$$\widetilde{LSC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1} + A_2 \bar{R}_{a1}, \bar{\bar{X}}_{a2} + A_2 \bar{R}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3} + A_2 \bar{R}_{a3}; \bar{\bar{X}}_{a'1} + A_2 \bar{R}_{a'1}, \bar{\bar{X}}_{a2} + A_2 \bar{R}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3} + A_2 \bar{R}_{a'3}) \quad (77)$$

$$\widetilde{LC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1}, \bar{\bar{X}}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3}; \bar{\bar{X}}_{a'1}, \bar{\bar{X}}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3}) \quad (78)$$

$$\widetilde{LIC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1} - A_2 \bar{R}_{a3}, \bar{\bar{X}}_{a2} - A_2 \bar{R}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3} - A_2 \bar{R}_{a1}; \bar{\bar{X}}_{a'1} - A_2 \bar{R}_{a'3}, \bar{\bar{X}}_{a2} - A_2 \bar{R}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3} - A_2 \bar{R}_{a'1}) \quad (79)$$

sendo que $\bar{\bar{X}}$ expressa a média das médias das observações *fuzzy* intuicionista triangulares e podem ser calculadas da seguinte forma:

$$\bar{\bar{X}}_{a1} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_{a1}}{m} \quad (80)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a2} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_{a2}}{m} \quad (81)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a3} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_{a3}}{m} \quad (82)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a'1} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_{a'1}}{m} \quad (83)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a'3} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_{a'3}}{m} \quad (84)$$

A amplitude pode ser obtida por (85), (86), (87), (88) e (89):

$$R_{a1} = X_{max\ a1} - X_{min\ a3} \quad (85)$$

$$R_{a2} = X_{max\ a2} - X_{min\ a2} \quad (86)$$

$$R_{a3} = X_{max\ a3} - X_{min\ a1} \quad (87)$$

$$R_{a'1} = X_{max\ a'1} - X_{min\ a'3} \quad (88)$$

$$R_{a'3} = X_{max\ a'3} - X_{min\ a'1} \quad (89)$$

sendo que $(X_{max\ a1}, X_{max\ a2}, X_{max\ a3} ; X_{max\ a'1}, X_{max\ a'2}, X_{max\ a'3})$, é o número *fuzzy* intuicionista máximo da amostra e $(X_{min\ a1}, X_{min\ a2}, X_{min\ a3} ; X_{min\ a'1}, X_{min\ a'2}, X_{min\ a'3})$ é o número *fuzzy* intuicionista mínimo da amostra.

A amplitude média pode ser calculada da seguinte forma:

$$\bar{R}_{a1} = \frac{\sum_{i=1}^m R_{a1}}{m} \quad (90)$$

$$\bar{R}_{a2} = \frac{\sum_{i=1}^m R_{a2}}{m} \quad (91)$$

$$\bar{R}_{a3} = \frac{\sum_{i=1}^m R_{a3}}{m} \quad (92)$$

$$\bar{R}_{a'1} = \frac{\sum_{i=1}^m R_{a'1}}{m} \quad (93)$$

$$\bar{R}_{a'3} = \frac{\sum_{i=1}^m R_{a'3}}{m} \quad (94)$$

O limite superior de controle (LSC), a linha central (LC) e o limites inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle R *fuzzy* intuicionista para *TIFNs*, utilizando as operações aritméticas dadas anteriormente, podem ser obtidos por (95), (96) e (97):

$$\widetilde{LSC}_R = (D_4 \bar{R}_{a1}, D_4 \bar{R}_{a2}, D_4 \bar{R}_{a3} ; D_4 \bar{R}_{a'1}, D_4 \bar{R}_{a'2}, D_4 \bar{R}_{a'3}) \quad (95)$$

$$\widetilde{LC}_R = (\bar{R}_{a1}, \bar{R}_{a2}, \bar{R}_{a3} ; \bar{R}_{a'1}, \bar{R}_{a'2}, \bar{R}_{a'3}) \quad (96)$$

$$\widetilde{LIC}_R = (D_3 \bar{R}_{a1}, D_3 \bar{R}_{a2}, D_3 \bar{R}_{a3} ; D_3 \bar{R}_{a'1}, D_3 \bar{R}_{a'2}, D_3 \bar{R}_{a'3}) \quad (97)$$

Para ilustrar a construção de um gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R utilizou-se o exemplo de aplicação segundo Montgomery (2016) que dispõe de medidas dos diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis. A Tabela 2 ilustra os dados.

Tabela 2 - Diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis

Amostra	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	74,030	74,002	74,019	73,992	74,008
2	73,995	73,992	74,001	74,011	74,004
3	73,988	74,024	74,021	74,005	74,002
4	74,002	73,996	73,993	74,015	74,009
5	73,992	74,007	74,015	73,989	74,014
6	74,009	73,994	73,997	73,985	73,993
7	73,995	74,006	73,994	74,000	74,005
8	73,985	74,003	73,993	74,015	73,988
9	74,008	73,995	74,009	74,005	74,004
10	73,998	74,000	73,990	74,007	73,995
11	73,994	73,998	73,994	73,995	73,990
12	74,004	74,000	74,007	74,000	73,996
13	73,983	74,002	73,998	73,997	74,012
14	74,006	73,967	73,994	74,000	73,984
15	74,012	74,014	73,998	73,999	74,007
16	74,000	73,984	74,005	73,998	73,996
17	73,994	74,012	73,986	74,005	74,007
18	74,006	74,010	74,018	74,003	74,000
19	73,984	74,002	74,003	74,005	73,997
20	74,000	74,010	74,013	74,020	74,003
21	73,982	74,001	74,015	74,005	73,996
22	74,004	73,999	73,990	74,006	74,009
23	74,010	73,989	73,990	74,009	74,014
24	74,015	74,008	73,993	74,000	74,010
25	73,982	73,984	73,995	74,017	74,013

Fonte: Montgomery (2016)

As observações foram fuzzificadas de acordo com método proposto na seção 2.3. Para o processo de fuzzificação utilizou-se uma resolução de instrumento de 0,001 mm em vista do padrão das medições apresentadas. Para o cálculo da incerteza do tipo A estabeleceu-se um desvio-padrão experimental de 0,0005 mm entre as repetidas medições. Considerou-se que foram feitas cinco medições repetidas até se obter o valor do desvio-padrão experimental. Utilizando-se (71) obtém-se a uma incerteza expandida de $U = 0,0008 \text{ mm}$ que foi utilizada para a construção dos *TIFNs*.

A Tabela 3 ilustra parte das observações fuzzificadas, sendo que o limite superior de controle (LSC), a linha central (CL) e o limite inferior de controle para o gráfico de controle R *fuzzy* intuicionista são calculados utilizando-se (95)-(97):

Tabela 3 - Observações fuzzificadas

Amostra	X ₁					X ₂					...	X ₅				
	X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _a '1	X _a '3	X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _a '1	X _a '3		X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _a '1	X _a '3
1	74,02969	74,03006	74,03000	74,02914	74,03020	74,00144	74,00201	74,00200	74,00133	74,00251	-	74,00798	74,00857	74,00800	74,00729	74,00862
2	73,99450	73,99548	73,99500	73,99397	73,99550	73,99150	73,99272	73,99200	73,99118	73,99317	-	74,00343	74,00439	74,00400	74,00276	74,00503
3	73,98727	73,98844	73,98800	73,98714	73,98888	74,02341	74,02455	74,02400	74,02340	74,02491	-	74,00143	74,00252	74,00200	74,00084	74,00271
4	74,00192	74,00211	74,00200	74,00141	74,00240	73,99565	73,99614	73,99600	73,99495	73,99681	-	74,00833	74,00927	74,00900	74,00826	74,00987
5	73,99175	73,99212	73,99200	73,99141	73,99212	74,00645	74,00728	74,00700	74,00585	74,00789	-	74,01348	74,01439	74,01400	74,01318	74,01477
6	74,00868	74,00942	74,00900	74,00799	74,00969	73,99366	73,99435	73,99400	73,99312	73,99470	-	73,99263	73,99369	73,99300	73,99235	73,99433
7	73,99487	73,99558	73,99500	73,99420	73,99574	74,00544	74,00645	74,00600	74,00524	74,00671	-	74,00471	74,00537	74,00500	74,00445	74,00567
8	73,98451	73,98532	73,98500	73,98445	73,98603	74,00241	74,00341	74,00300	74,00185	74,00351	-	73,98783	73,98869	73,98800	73,98707	73,98905
9	74,00790	74,00839	74,00800	74,00785	74,00889	73,99460	73,99553	73,99500	73,99438	73,99604	-	74,00387	74,00439	74,00400	74,00373	74,00512
10	73,99799	73,99851	73,99800	73,99791	73,99856	73,99947	74,00059	74,00000	73,99888	74,00066	-	73,99477	73,99530	73,99500	73,99418	73,99547
11	73,99346	73,99439	73,99400	73,99336	73,99502	73,99780	73,99846	73,99800	73,99747	73,99852	-	73,98962	73,99006	73,99000	73,98957	73,99038
12	74,00333	74,00464	74,00400	74,00285	74,00500	73,99950	74,00024	74,00000	73,99946	74,00083	-	73,99573	73,99607	73,99600	73,99512	73,99669
13	73,98271	73,98347	73,98300	73,98217	73,98372	74,00148	74,00264	74,00200	74,00073	74,00333	-	74,01173	74,01220	74,01200	74,01114	74,01241
14	74,00526	74,00642	74,00600	74,00469	74,00668	73,96625	73,96706	73,96700	73,96595	73,96765	-	73,98373	73,98425	73,98400	73,98302	73,98491
15	74,01130	74,01265	74,01200	74,01080	74,01340	74,01362	74,01425	74,01400	74,01347	74,01492	-	74,00657	74,00735	74,00700	74,00636	74,00792
16	73,99957	74,00030	74,00000	73,99907	74,00034	73,98370	73,98464	73,98400	73,98330	73,98506	-	73,99596	73,99647	73,99600	73,99582	73,99682
17	73,99329	73,99438	73,99400	73,99305	73,99479	74,01134	74,01241	74,01200	74,01110	74,01279	-	74,00668	74,00727	74,00700	74,00596	74,00786
18	74,00596	74,00623	74,00600	74,00580	74,00671	74,00983	74,01025	74,01000	74,00922	74,01069	-	73,99937	74,00028	74,00000	73,99903	74,00066
19	73,98327	73,98410	73,98400	73,98261	73,98425	74,00158	74,00259	74,00200	74,00097	74,00261	-	73,99655	73,99735	73,99700	73,99614	73,99811
20	73,99985	74,00049	74,00000	73,99956	74,00112	74,00940	74,01066	74,01000	74,00871	74,01134	-	74,00253	74,00358	74,00300	74,00238	74,00434
21	73,98144	73,98220	73,98200	73,98117	73,98228	74,00056	74,00121	74,00100	74,00036	74,00141	-	73,99577	73,99658	73,99600	73,99526	73,99698
22	74,00365	74,00472	74,00400	74,00324	74,00541	73,99854	73,99933	73,99900	73,99793	74,00009	-	74,00894	74,00941	74,00900	74,00843	74,00953
23	74,00964	74,01068	74,01000	74,00947	74,01114	73,98900	73,98964	73,98900	73,98887	73,99003	-	74,01379	74,01473	74,01400	74,01342	74,01512
24	74,01442	74,01551	74,01500	74,01402	74,01612	74,00727	74,00827	74,00800	74,00716	74,00870	-	74,00945	74,01055	74,01000	74,00900	74,01079
25	73,98134	73,98212	73,98200	73,98071	73,98235	73,98370	73,98408	73,98400	73,98352	73,98460	-	74,01224	74,01312	74,01300	74,01219	74,01313

Fonte: Elaborado pelo autor

Posteriormente utiliza-se o método de defuzzificação *IF-WABL* dado por (65) para defuzzificar os limites de controle. Os limites de controle defuzzificados são dados pelas seguintes equações:

$$LSC_R = 0,0493$$

$$LC_R = 0,0233$$

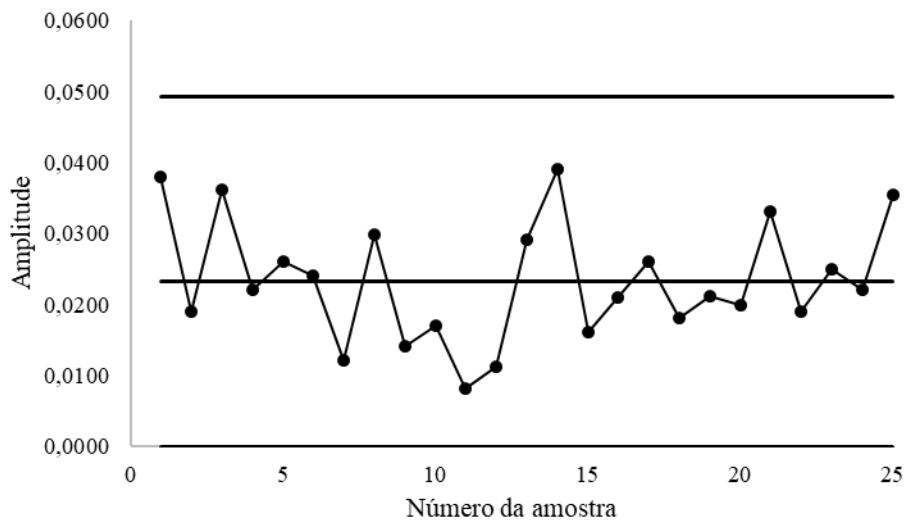
$$LIC_R = 0$$

As amplitudes foram calculadas e posteriormente defuzzificadas por (65), tais valores podem ser observados na Tabela 4. A Figura 14 ilustra o gráfico de controle R *fuzzy* intuicionista. Observa-se que o processo está sob controle estatístico considerando os limites de controle válidos para o monitoramento de processos futuros.

Tabela 4 - Amplitude defuzzificada

Amostra	R Defuzzificado	Amostra	R Defuzzificado
1	0,0380	14	0,0391
2	0,0190	15	0,0161
3	0,0362	16	0,0210
4	0,0220	17	0,0260
5	0,0261	18	0,0182
6	0,0241	19	0,0212
7	0,0120	20	0,0199
8	0,0299	21	0,0331
9	0,0140	22	0,0190
10	0,0171	23	0,0250
11	0,0081	24	0,0221
12	0,0112	25	0,0354
13	0,0290	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 14 - Gráfico de controle R *fuzzy* intuicionista

Fonte: Elaborado pelo autor

O limite superior (LSC), inferior (LCL) a linha central (CL) para o gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista são calculados utilizando (77)-(79):

$$\widetilde{LSC}_{\bar{X}} = (74,0137, 74,0146, 74,0154; 74,0129, 74,0146, 74,0162)$$

$$\widetilde{LC}_{\bar{X}} = (73,0008, 74,0012, 74,0016; 74,0004, 74,0012, 74,0020)$$

$$\widetilde{LIC}_{\bar{X}} = (73,9869, 73,9878, 73,9886; 73,9861, 73,9878, 73,9895)$$

Posteriormente utiliza-se o método de defuzzificação *IF-WABL* dado por (65) para defuzzificar os limites de controle. Os limites de controle defuzzificados são dados por:

$$LSC_{\bar{X}} = 74,0147$$

$$LC_{\bar{X}} = 74,0012$$

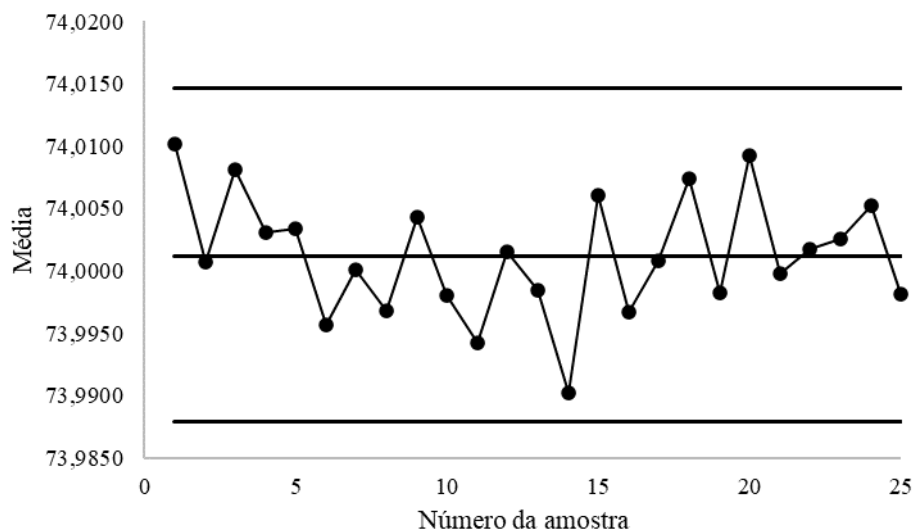
$$LIC_{\bar{X}} = 73,9879$$

As médias foram calculadas e posteriormente defuzzificadas utilizando (65), tais valores podem ser observados na Tabela 5. A Figura 15 ilustra o gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista. Observa-se que o processo está sob controle estatístico considerando os limites de controle válidos para o monitoramento de processos futuros.

Tabela 5 - Média defuzzificada

Amostra	$\bar{X}$ Defuzzificado	Amostra	$\bar{X}$ Defuzzificado
1	74,0102	14	73,9902
2	74,0007	15	74,0061
3	74,0081	16	73,9967
4	74,0030	17	74,0009
5	74,0034	18	74,0074
6	73,9956	19	73,9982
7	74,0001	20	74,0093
8	73,9968	21	73,9998
9	74,0043	22	74,0017
10	73,9980	23	74,0025
11	73,9943	24	74,0052
12	74,0015	25	73,9982
13	73,9985	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 15 - Gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

Fonte: Elaborado pelo autor

Embora os gráficos de controle $\bar{X}$ e R sejam frequentemente utilizados, por vezes é interessante estimar o desvio padrão do processo diretamente, em vez de indiretamente, utilizando a amplitude R. É importante lembrar que a estimativa do desvio padrão utilizando o método da amplitude considera apenas duas observações e pode perder eficiência à medida que o tamanho da amostra aumenta. Quando o tamanho da amostra n é grande, $n > 10$ ou 12 ou quando a observação em cada amostra é variável, o gráfico de controle $\bar{X}$ e S é preferível para monitorar o processo (MONTGOMERY, 2016).

O limite superior de controle (LSC), a linha central (LC) e o limite inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle *S fuzzy* intuicionista para *TIFNs*, utilizando as operações aritméticas dadas anteriormente, podem ser obtidos por (98), (99) e (100):

$$\widetilde{LSC}_S = (B_4\bar{S}_{a1}, B_4\bar{S}_{a2}, B_4\bar{S}_{a3}; B_4\bar{S}_{a'1}, B_4\bar{S}_{a'2}, B_4\bar{S}_{a'3}) \quad (98)$$

$$\widetilde{LC}_S = (\bar{S}_{a1}, \bar{S}_{a2}, \bar{S}_{a3}; \bar{S}_{a'1}, \bar{S}_{a'2}, \bar{S}_{a'3}) \quad (99)$$

$$\widetilde{LIC}_S = (B_3\bar{S}_{a1}, B_3\bar{S}_{a2}, B_3\bar{S}_{a3}; B_3\bar{S}_{a'1}, B_3\bar{S}_{a'2}, B_3\bar{S}_{a'3}) \quad (100)$$

As constantes B_3 , B_4 e c_4 dependem do tamanho de amostra n . Os valores de B_3 e B_4 podem ser calculado por (101) e (102) (MONTGOMERY, 2016):

$$B_3 = 1 - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c^2_4} \quad (101)$$

$$B_4 = 1 + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c^2_4} \quad (102)$$

O desvio-padrão médio $\bar{S}$, das observações *fuzzy* intuicionista triangulares, pode ser calculado da seguinte forma:

$$\bar{S}_{a1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{a1} \quad (103)$$

$$\bar{S}_{a2} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{a2} \quad (104)$$

$$\bar{S}_{a3} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{a3} \quad (105)$$

$$\bar{S}_{a'1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{a'1} \quad (106)$$

$$\bar{S}_{a'3} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_{a'3} \quad (107)$$

sendo S^2_{ai} os desvios-padrão amostrais e podendo ser calculados como segue:

$$S^2_{a1} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{a1} - \bar{X}_{a3})^2}{n-1} \quad (108)$$

$$S^2_{a2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{a2} - \bar{X}_{a2})^2}{n-1} \quad (109)$$

$$S^2_{a3} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{a3} - \bar{X}_{a1})^2}{n-1} \quad (110)$$

$$S^2_{a'1} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{a'1} - \bar{X}_{a'3})^2}{n-1} \quad (111)$$

$$S^2_{a'3} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_{a'3} - \bar{X}_{a'1})^2}{n-1} \quad (112)$$

Observe-se que $(X_{ai} - \bar{X}_{ai})$ for negativo, primeiro deve-se calcular $\max(0, (X_{ai} - \bar{X}))$ e depois elevar ao quadrado (DARESTANI; NASIRI, 2014).

O limite superior de controle (LSC), a linha central (LC) e o limite inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista para *TIFNs*, utilizando as operações aritméticas dadas anteriormente, podem ser obtidos por (113), (114) e (115):

$$\widetilde{LSC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1} + A_3 \bar{S}_{a1}, \bar{\bar{X}}_{a2} + A_3 \bar{S}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3} + A_3 \bar{S}_{a3}; \bar{\bar{X}}_{a'1} + A_3 \bar{S}_{a'1}, \bar{\bar{X}}_{a2} + A_3 \bar{S}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3} + A_3 \bar{S}_{a'3}) \quad (113)$$

$$\widetilde{LC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1}, \bar{\bar{X}}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3}; \bar{\bar{X}}_{a'1}, \bar{\bar{X}}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3}) \quad (114)$$

$$\widetilde{LIC}_{\bar{X}} = (\bar{\bar{X}}_{a1} - A_3 \bar{S}_{a3}, \bar{\bar{X}}_{a2} - A_3 \bar{S}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a3} - A_3 \bar{S}_{a1}; \bar{\bar{X}}_{a'1} - A_3 \bar{S}_{a'3}, \bar{\bar{X}}_{a2} - A_3 \bar{S}_{a2}, \bar{\bar{X}}_{a'3} - A_3 \bar{S}_{a'1}) \quad (115)$$

As constantes A_3 e c_4 dependem do tamanho de amostra n . O valor de A_3 pode ser calculado por (36).

Para o caso de amostras de tamanho variável deve-se aplicar a abordagem da média ponderada no cálculo de $\bar{\bar{X}}$ e $\bar{S}$. Os limites de controle tanto para $\bar{X}$ quanto S seguem as mesmas equações já citadas anteriormente.

As médias das médias, $\bar{\bar{X}}$, das observações *fuzzy* intuicionista triangulares podem ser calculadas da seguinte forma:

$$\bar{\bar{X}}_{a1} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_{a1}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (116)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a2} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_{a2}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (117)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a3} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_{a3}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (118)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a'1} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_{a'1}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (119)$$

$$\bar{\bar{X}}_{a'3} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i \bar{X}_{a'3}}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (120)$$

Os desvios-padrão médio $\bar{S}$, das observações *fuzzy* intuicionista triangulares podem ser calculados da seguinte forma:

$$\bar{S}_{a1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{a1}^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (121)$$

$$\bar{S}_{a2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{a2}^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (122)$$

$$\bar{S}_{a3} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{a3}^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (123)$$

$$\bar{S}_{a'1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{a'1}^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (124)$$

$$\bar{S}_{a'3} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (n_i - 1) S_{a'3}^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}} \quad (125)$$

sendo que S_{ai}^2 é o desvio-padrão amostral e pode ser calculado utilizando (108)-(112).

Para ilustrar a construção de um gráfico de controle $\bar{X}$ e S *fuzzy* intuicionista para amostras de tamanho variável utilizou-se o exemplo de aplicação segundo Montgomery (2016) que dispõe de medidas dos diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis com tamanho de amostra variando de 3 a 5. A Tabela 6 ilustra os dados.

Tabela 6 - Medidas dos diâmetros internos (mm) de anéis de pistão de motores de automóveis com tamanho de amostra variável

Amostra	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	74,030	74,002	74,019	73,992	74,008
2	73,995	73,992	74,001		
3	73,988	74,024	74,021	74,005	74,002
4	74,002	73,996	73,993	74,015	74,009
5	73,992	74,007	74,015	73,989	74,014
6	74,009	73,994	73,997	73,985	
7	73,995	74,006	73,994	74,000	
8	73,985	74,003	73,993	74,015	73,998
9	74,008	73,995	74,009	74,005	
10	73,998	74,000	73,990	74,007	73,995
11	73,994	73,998	73,994	73,995	73,990
12	74,004	74,000	74,007	74,000	73,996
13	73,983	74,002	73,998		
14	74,006	73,967	73,994	74,000	73,984
15	74,012	74,014	73,998		
16	74,000	73,984	74,005	73,998	73,996
17	73,994	74,012	73,986	74,005	
18	74,006	74,010	74,018	74,003	74,000
19	73,984	74,002	74,003	74,005	73,997
20	74,000	74,010	74,013		
21	73,982	74,001	74,015	74,005	73,996
22	74,004	73,999	73,990	74,006	74,009
23	74,010	73,989	73,990	74,009	74,014
24	74,015	74,008	73,993	74,000	74,010
25	73,982	73,984	73,995	74,017	74,014

Fonte: Elaborado pelo autor

As observações foram fuzzificadas da mesma forma que no exemplo anterior para os gráficos de controle $\bar{X}$ e R *fuzzy* intuicionista, e na aplicação da defuzzificação também se considerou os mesmos valores para os coeficientes θ , c_R e c_L . A Tabela 7 ilustra parte das observações fuzzificadas.

O limite superior de controle (LSC), a linha central (CL) e o limite inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle S *fuzzy* intuicionista são calculados utilizando-se (98)-(100). A Tabela 8 demonstra os limites de controle *fuzzy* intuicionista. Vale lembrar que como as amostras têm tamanho variável obtém-se um limite de controle para cada ponto amostral.

O desvio-padrão foi calculado. Posteriormente utiliza-se o método de defuzzificação *IF-WABL* dado por (65) para defuzzificar os limites de controle e o desvio-padrão. A Tabela 9 demonstra os limites de controle e o desvio-padrão defuzzificado.

Tabela 7 - Observações fuzzificadas caso de amostra variável

Amostra	X ₁					X ₂					...	X ₅				
	X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _{a'1}	X _{a'3}	X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _{a'1}	X _{a'3}		X _{a1}	X _{a2}	X _{a3}	X _{a'1}	X _{a'3}
1	74,02952	74,03000	74,03028	74,02905	74,03044	74,0013	74,0020	74,0021	74,0008	74,0025	-	74,0074	74,0080	74,0085	74,0067	74,0088
2	73,99484	73,99500	73,99505	73,99467	73,99548	73,9920	73,9920	73,9923	73,9920	73,9926	-					
3	73,98800	73,98800	73,98834	73,98790	73,98852	74,0234	74,0240	74,0241	74,0229	74,0245	-	74,0013	74,0020	74,0026	74,0006	74,0028
4	74,00132	74,00200	74,00215	74,00121	74,00270	73,9958	73,9960	73,9961	73,9951	73,9966	-	74,0089	74,0090	74,0092	74,0082	74,0099
5	73,99168	73,99200	73,99254	73,99115	73,99284	74,0067	74,0070	74,0075	74,0064	74,0081	-	74,0140	74,0140	74,0144	74,0137	74,0151
6	74,00829	74,00900	74,00910	74,00810	74,00961	73,9935	73,9940	73,9946	73,9930	73,9948	-					
7	73,99455	73,99500	73,99543	73,99421	73,99594	74,0056	74,0060	74,0064	74,0053	74,0065	-					
8	73,98494	73,98500	73,98504	73,98450	73,98549	74,0029	74,0030	74,0037	74,0028	74,0037	-	73,9977	73,9980	73,9982	73,9975	73,9988
9	74,00770	74,00800	74,00809	74,00711	74,00831	73,9949	73,9950	73,9951	73,9948	73,9957	-					
10	73,99799	73,99800	73,99803	73,99747	73,99850	73,9993	74,0000	74,0007	73,9990	74,0014	-	73,9948	73,9950	73,9953	73,9944	73,9959
11	73,99367	73,99400	73,99419	73,99301	73,99435	73,9973	73,9980	73,9983	73,9972	73,9985	-	73,9898	73,9900	73,9907	73,9891	73,9914
12	74,00400	74,00400	74,00434	74,00348	74,00460	73,9999	74,0000	74,0001	73,9999	74,0004	-	73,9955	73,9960	73,9960	73,9952	73,9961
13	73,98283	73,98300	73,98354	73,98239	73,98420	74,0020	74,0020	74,0023	74,0014	74,0027	-					
14	74,00589	74,00600	74,00669	74,00522	74,00669	73,9669	73,9670	73,9674	73,9664	73,9678	-	73,9837	73,9840	73,9843	73,9837	73,9843
15	74,01131	74,01200	74,01210	74,01097	74,01260	74,0132	74,0140	74,0146	74,0132	74,0147	-					
16	73,99937	74,00000	74,00076	73,99903	74,00124	73,9837	73,9840	73,9847	73,9835	73,9850	-	73,9954	73,9960	73,9967	73,9952	73,9971
17	73,99340	73,99400	73,99433	73,99295	73,99500	74,0114	74,0120	74,0126	74,0113	74,0131	-					
18	74,00597	74,00600	74,00659	74,00540	74,00662	74,0095	74,0100	74,0107	74,0095	74,0110	-	73,9993	74,0000	74,0004	73,9992	74,0008
19	73,98374	73,98400	73,98405	73,98316	73,98478	74,0018	74,0020	74,0024	74,0015	74,0027	-	73,9966	73,9970	73,9975	73,9960	73,9975
20	73,99973	74,00000	74,00063	73,99905	74,00076	74,0098	74,0100	74,0100	74,0095	74,0106	-					
21	73,98136	73,98200	73,98225	73,98082	73,98300	74,0008	74,0010	74,0012	74,0006	74,0017	-	73,9953	73,9960	73,9966	73,9948	73,9971
22	74,00365	74,00400	74,00462	74,00353	74,00533	73,9984	73,9990	73,9994	73,9979	74,0000	-	74,0083	74,0090	74,0095	74,0079	74,0102
23	74,00930	74,01000	74,01074	74,00925	74,01149	73,9883	73,9890	73,9894	73,9883	73,9895	-	74,0132	74,0140	74,0146	74,0130	74,0149
24	74,01471	74,01500	74,01519	74,01466	74,01559	74,0075	74,0080	74,0085	74,0071	74,0089	-	74,0096	74,0100	74,0107	74,0090	74,0114
25	73,98160	73,98200	73,98275	73,98159	73,98281	73,9838	73,9840	73,9844	73,9836	73,9848	-	74,0139	74,0143	74,0146	74,0136	74,0147

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 8 - Limites de controle *fuzzy* intuicionista para o gráfico de controle S *fuzzy* intuicionista

Amostra	$\widetilde{LSC}_{S_{a1}}$	$\widetilde{LSC}_{S_{a2}}$	$\widetilde{LSC}_{S_{a3}}$	$\widetilde{LSC}_{S_{a'1}}$	$\widetilde{LSC}_{S_{a'3}}$	$\widetilde{LC}_{S_{a1}}$	$\widetilde{LC}_{S_{a2}}$	$\widetilde{LC}_{S_{a3}}$	$\widetilde{LC}_{S_{a'1}}$	$\widetilde{LC}_{S_{a'3}}$	$\widetilde{LIC}_{S_{a1}}$	$\widetilde{LIC}_{S_{a2}}$	$\widetilde{LIC}_{S_{a3}}$	$\widetilde{LIC}_{S_{a'1}}$	$\widetilde{LIC}_{S_{a'3}}$
1	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
2	0,0167	0,0180	0,0193	0,0155	0,0207	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
3	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
4	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
5	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
6	0,0147	0,0159	0,0171	0,0136	0,0182	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
7	0,0147	0,0159	0,0171	0,0136	0,0182	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
8	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
9	0,0147	0,0159	0,0171	0,0136	0,0182	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
10	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
11	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
12	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
13	0,0167	0,0180	0,0193	0,0155	0,0207	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
14	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
15	0,0167	0,0180	0,0193	0,0155	0,0207	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
16	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
17	0,0147	0,0159	0,0171	0,0136	0,0182	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
18	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
19	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
20	0,0167	0,0180	0,0193	0,0155	0,0207	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
21	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
22	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
23	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
24	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0
25	0,0136	0,0147	0,0157	0,0126	0,0168	0,0065	0,0070	0,0075	0,0060	0,0080	0	0	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9 - Limites de controle defuzzificado e desvio-padrão defuzzificado

Amostra	S Defuzzificado	LSC_S	LC_S	LIC_S
1	0,0109	0,0148	0,0071	0
2	0,0036	0,0182	0,0071	0
3	0,0103	0,0148	0,0071	0
4	0,0068	0,0148	0,0071	0
5	0,0082	0,0148	0,0071	0
6	0,0074	0,0161	0,0071	0
7	0,0043	0,0161	0,0071	0
8	0,0084	0,0148	0,0071	0
9	0,0036	0,0161	0,0071	0
10	0,0047	0,0148	0,0071	0
11	0,0020	0,0148	0,0071	0
12	0,0031	0,0148	0,0071	0
13	0,0061	0,0182	0,0071	0
14	0,0096	0,0148	0,0071	0
15	0,0052	0,0182	0,0071	0
16	0,0046	0,0148	0,0071	0
17	0,0082	0,0161	0,0071	0
18	0,0055	0,0148	0,0071	0
19	0,0046	0,0148	0,0071	0
20	0,0042	0,0182	0,0071	0
21	0,0082	0,0148	0,0071	0
22	0,0046	0,0148	0,0071	0
23	0,0078	0,0148	0,0071	0
24	0,0058	0,0148	0,0071	0
25	0,0122	0,0148	0,0071	0

Fonte: Elaborado pelo autor

O limite superior de controle (LSC), a linha central (CL) e o limite inferior de controle (LIC) para o gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista são calculados utilizando as relações (113)-(117). A Tabela 10 demonstra os limites de controle de fuzzy intuicionista. Vale lembrar que como as amostras têm tamanho variável obtém-se um limite de controle para cada ponto amostral.

A média foi calculada. Posteriormente utiliza-se o método de defuzzificação *IF-WABL* dado por (65) para defuzzificar os limites de controle e a média. A Tabela 11 demonstra os limites de controle e a média defuzzificados. Observa-se que o processo está fora de controle estatístico, a 14ª amostra está abaixo do limite de controle inferior da média.

Tabela 10 - Limites de controle fuzzy intuicionista para o gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

Amostra	$L\widehat{SC}_{\bar{X}_{a1}}$	$L\widehat{SC}_{\bar{X}_{a2}}$	$L\widehat{SC}_{\bar{X}_{a3}}$	$L\widehat{SC}_{\bar{X}_{a'1}}$	$L\widehat{SC}_{\bar{X}_{a'3}}$	$L\widehat{C}_{\bar{X}_{a1}}$	$L\widehat{C}_{\bar{X}_{a2}}$	$L\widehat{C}_{\bar{X}_{a3}}$	$L\widehat{C}_{\bar{X}_{a'1}}$	$L\widehat{C}_{\bar{X}_{a'3}}$	$L\widehat{IC}_{\bar{X}_{a1}}$	$L\widehat{IC}_{\bar{X}_{a2}}$	$L\widehat{IC}_{\bar{X}_{a3}}$	$L\widehat{IC}_{\bar{X}_{a'1}}$	$L\widehat{IC}_{\bar{X}_{a'3}}$
1	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
2	74,0131	74,0146	74,0159	74,0118	74,0173	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9857	73,9871	73,9885	73,9844	73,9898
3	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
4	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
5	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
6	74,0110	74,0123	74,0135	74,0099	74,0147	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9882	73,9894	73,9907	73,9870	73,9918
7	74,0110	74,0123	74,0135	74,0099	74,0147	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9882	73,9894	73,9907	73,9870	73,9918
8	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
9	74,0110	74,0123	74,0135	74,0099	74,0147	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9882	73,9894	73,9907	73,9870	73,9918
10	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
11	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
12	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
13	74,0131	74,0146	74,0159	74,0118	74,0173	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9857	73,9871	73,9885	73,9844	73,9898
14	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
15	74,0131	74,0146	74,0159	74,0118	74,0173	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9857	73,9871	73,9885	73,9844	73,9898
16	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
17	74,0110	74,0123	74,0135	74,0099	74,0147	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9882	73,9894	73,9907	73,9870	73,9918
18	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
19	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
20	74,0131	74,0146	74,0159	74,0118	74,0173	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9857	73,9871	73,9885	73,9844	73,9898
21	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
22	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
23	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
24	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930
25	74,0097	74,0109	74,0120	74,0087	74,0131	74,0005	74,0009	74,0012	74,0001	74,0016	73,9897	73,9908	73,9920	73,9886	73,9930

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 11 - Limites de controle defuzzificado e média defuzzificada

Amostra	$\bar{X}$ Defuzzificado	$LSC_{\bar{X}}$	$LC_{\bar{X}}$	$LIC_{\bar{X}}$
1	74,0102	74,0115	74,0010	73,9912
2	73,9960	74,0154	74,0010	73,9875
3	74,0080	74,0115	74,0010	73,9912
4	74,0030	74,0115	74,0010	73,9912
5	74,0034	74,0115	74,0010	73,9912
6	73,9963	74,0130	74,0010	73,9898
7	73,9988	74,0130	74,0010	73,9898
8	73,9988	74,0115	74,0010	73,9912
9	74,0043	74,0130	74,0010	73,9898
10	73,9980	74,0115	74,0010	73,9912
11	73,9942	74,0115	74,0010	73,9912
12	74,0014	74,0115	74,0010	73,9912
13	73,9943	74,0154	74,0010	73,9875
14	73,9902	74,0115	74,0010	73,9912
15	74,0080	74,0154	74,0010	73,9875
16	73,9966	74,0115	74,0010	73,9912
17	73,9993	74,0130	74,0010	73,9898
18	74,0074	74,0115	74,0010	73,9912
19	73,9982	74,0115	74,0010	73,9912
20	74,0077	74,0154	74,0010	73,9875
21	73,9998	74,0115	74,0010	73,9912
22	74,0016	74,0115	74,0010	73,9912
23	74,0024	74,0115	74,0010	73,9912
24	74,0052	74,0115	74,0010	73,9912
25	73,9985	74,0115	74,0010	73,9912

Fonte: Elaborado pelo autor

A 14ª amostra deve então ser retirada e os limites de controle *fuzzy* intuicionista para os dois gráficos de controle $\bar{X}$ e S devem ser recalculados, uma vez que na estimativa dos limites, o processo deve ser estável. As Tabelas 12 e 13 e trazem os limites de controle *fuzzy* intuicionista recalculados para S e $\bar{X}$, respectivamente.

Após o novo cálculo dos limites de controle, aplicou-se método de defuzzificação *IF-WABL* para defuzzificar os limites de controle, o desvio-padrão e a média. As Tabelas 14 e 15 e demonstram os limites de controle defuzzificados para os gráficos de controle S e $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista, assim como o desvio-padrão e a média defuzzificados.

Tabela 12 - Limites de controle *fuzzy* intuicionista recalculados para o gráfico de controle S *fuzzy* intuicionista

Amostra	$\widehat{LSC}_{Sa1}$	$\widehat{LSC}_{Sa2}$	$\widehat{LSC}_{Sa3}$	$\widehat{LSC}_{Sal1}$	$\widehat{LSC}_{Sal3}$	$\widehat{LC}_{Sa1}$	$\widehat{LC}_{Sa2}$	$\widehat{LC}_{Sa3}$	$\widehat{LC}_{Sal1}$	$\widehat{LC}_{Sal3}$	$\widehat{LIC}_{Sa1}$	$\widehat{LIC}_{Sa2}$	$\widehat{LIC}_{Sa3}$	$\widehat{LIC}_{Sal1}$	$\widehat{LIC}_{Sal3}$
1	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
2	0,0164	0,0178	0,0191	0,0152	0,0204	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
3	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
4	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
5	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
6	0,0145	0,0157	0,0168	0,0134	0,0180	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
7	0,0145	0,0157	0,0168	0,0134	0,0180	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
8	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
9	0,0145	0,0157	0,0168	0,0134	0,0180	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
10	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
11	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
12	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
13	0,0164	0,0178	0,0191	0,0152	0,0204	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
14	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
15	0,0164	0,0178	0,0191	0,0152	0,0204	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
16	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
17	0,0145	0,0157	0,0168	0,0134	0,0180	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
18	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
19	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
20	0,0164	0,0178	0,0191	0,0152	0,0204	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
21	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
22	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
23	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
24	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0
25	0,0133	0,0144	0,0155	0,0124	0,0166	0,0064	0,0069	0,0074	0,0059	0,0080	0	0	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 13 - Limites de controle *fuzzy* intuicionista recalculados para o gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista

Amostra	$\overline{LSC}_{\bar{X}_{a1}}$	$\overline{LSC}_{\bar{X}_{a2}}$	$\overline{LSC}_{\bar{X}_{a3}}$	$\overline{LSC}_{\bar{X}_{a'1}}$	$\overline{LSC}_{\bar{X}_{a'3}}$	$\overline{LC}_{\bar{X}_{a1}}$	$\overline{LC}_{\bar{X}_{a2}}$	$\overline{LC}_{\bar{X}_{a3}}$	$\overline{LC}_{\bar{X}_{a'1}}$	$\overline{LC}_{\bar{X}_{a'3}}$	$\overline{LIC}_{\bar{X}_{a1}}$	$\overline{LIC}_{\bar{X}_{a2}}$	$\overline{LIC}_{\bar{X}_{a3}}$	$\overline{LIC}_{\bar{X}_{a'1}}$	$\overline{LIC}_{\bar{X}_{a'3}}$
1	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
2	74,0134	74,0149	74,0162	74,0121	74,0176	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9864	73,9878	73,9892	73,9850	73,9905
3	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
4	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
5	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
6	74,0113	74,0126	74,0138	74,0102	74,0150	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9888	73,9901	73,9913	73,9876	73,9925
7	74,0113	74,0126	74,0138	74,0102	74,0150	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9888	73,9901	73,9913	73,9876	73,9925
8	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
9	74,0113	74,0126	74,0138	74,0102	74,0150	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9888	73,9901	73,9913	73,9876	73,9925
10	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
11	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
12	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
13	74,0134	74,0149	74,0162	74,0121	74,0176	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9864	73,9878	73,9892	73,9850	73,9905
14	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
15	74,0134	74,0149	74,0162	74,0121	74,0176	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9864	73,9878	73,9892	73,9850	73,9905
16	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
17	74,0113	74,0126	74,0138	74,0102	74,0150	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9888	73,9901	73,9913	73,9876	73,9925
18	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
19	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
20	74,0134	74,0149	74,0162	74,0121	74,0176	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9864	73,9878	73,9892	73,9850	73,9905
21	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
22	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
23	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
24	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936
25	74,0101	74,0112	74,0123	74,0090	74,0134	74,0009	74,0013	74,0017	74,0006	74,0021	73,9903	73,9915	73,9926	73,9892	73,9936

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 14 - Limites de controle defuzzificado recalculado e desvio-padrão defuzzificado

Amostra	S	LSC_S	LC_S	LIC_S	Amostra	S	LSC_S	LC_S	LIC_S
1	0,0109	0,0146	0,0070	0	14	0,0146	0,0070	0	
2	0,0036	0,0179	0,0070	0	15	0,0052	0,0179	0,0070	0
3	0,0103	0,0146	0,0070	0	16	0,0046	0,0146	0,0070	0
4	0,0068	0,0146	0,0070	0	17	0,0082	0,0158	0,0070	0
5	0,0082	0,0146	0,0070	0	18	0,0055	0,0146	0,0070	0
6	0,0074	0,0158	0,0070	0	19	0,0046	0,0146	0,0070	0
7	0,0043	0,0158	0,0070	0	20	0,0042	0,0179	0,0070	0
8	0,0084	0,0146	0,0070	0	21	0,0082	0,0146	0,0070	0
9	0,0036	0,0158	0,0070	0	22	0,0046	0,0146	0,0070	0
10	0,0047	0,0146	0,0070	0	23	0,0078	0,0146	0,0070	0
11	0,0020	0,0146	0,0070	0	24	0,0058	0,0146	0,0070	0
12	0,0031	0,0146	0,0070	0	25	0,0122	0,0146	0,0070	0
13	0,0061	0,0179	0,0070	0	-	-	-	-	-

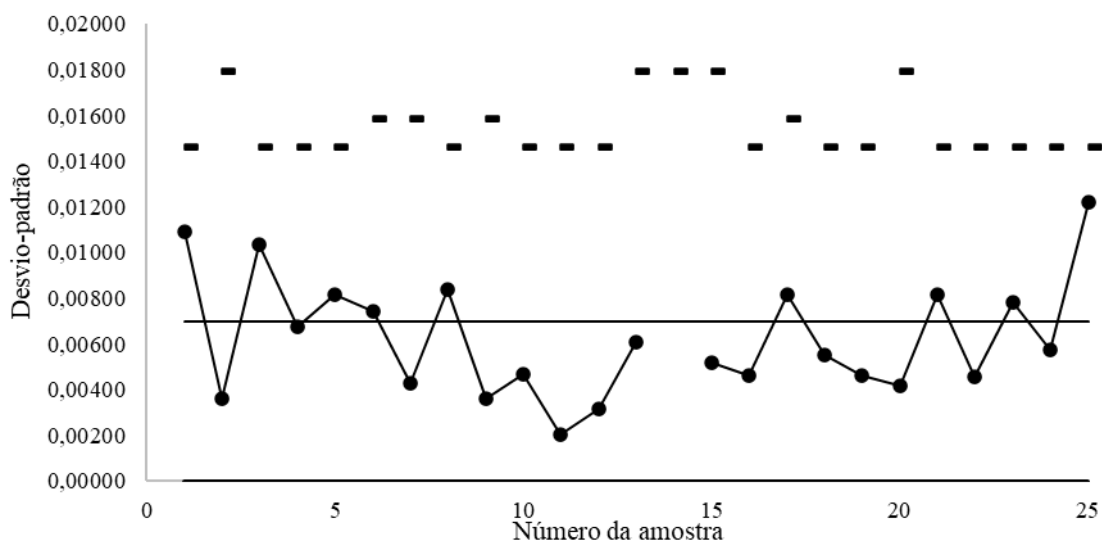
Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 15 - Limites de controle defuzzificado recalculado e média defuzzificada

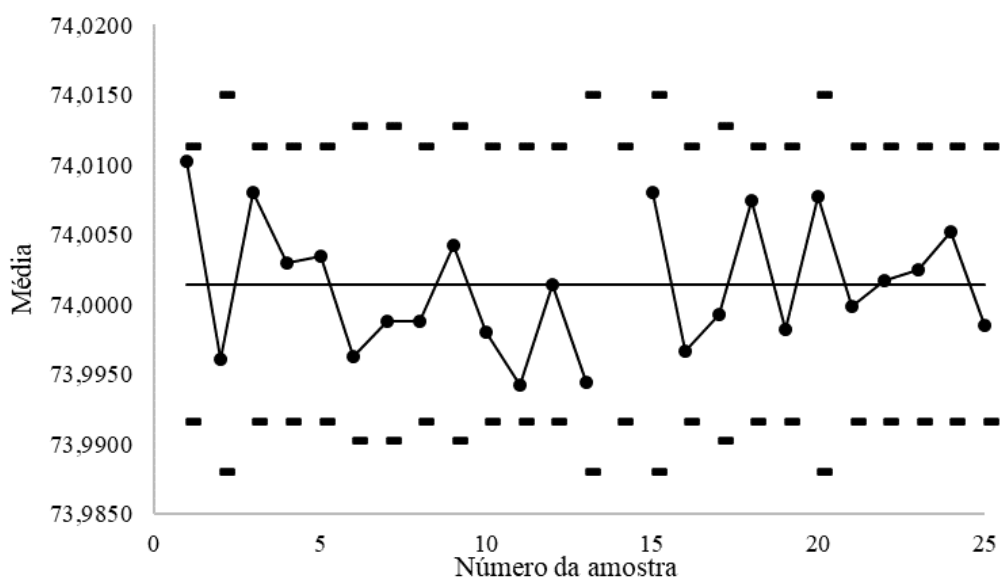
Amostra	$\bar{X}$	$LSC_{\bar{X}}$	$LC_{\bar{X}}$	$LIC_{\bar{X}}$	Amostra	$\bar{X}$	$LSC_{\bar{X}}$	$LC_{\bar{X}}$	$LIC_{\bar{X}}$
1	74,0102	74,0114	74,0014	73,9916	14	74,0114	74,0014	73,9916	
2	73,9961	74,0150	74,0014	73,9880	15	74,0080	74,0150	74,0014	73,9880
3	74,0080	74,0114	74,0014	73,9916	16	73,9967	74,0114	74,0014	73,9916
4	74,0030	74,0114	74,0014	73,9916	17	73,9993	74,0128	74,0014	73,9902
5	74,0035	74,0114	74,0014	73,9916	18	74,0074	74,0114	74,0014	73,9916
6	73,9963	74,0128	74,0014	73,9902	19	73,9982	74,0114	74,0014	73,9916
7	73,9988	74,0128	74,0014	73,9902	20	74,0077	74,0150	74,0014	73,9880
8	73,9988	74,0114	74,0014	73,9916	21	73,9999	74,0114	74,0014	73,9916
9	74,0043	74,0128	74,0014	73,9902	22	74,0017	74,0114	74,0014	73,9916
10	73,9980	74,0114	74,0014	73,9916	23	74,0025	74,0114	74,0014	73,9916
11	73,9942	74,0114	74,0014	73,9916	24	74,0052	74,0114	74,0014	73,9916
12	74,0014	74,0114	74,0014	73,9916	25	73,9985	74,0114	74,0014	73,9916
13	73,9944	74,0150	74,0014	73,9880	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor

As Figuras 16 e 17 ilustram os gráficos de controle S e $\bar{X}$ fuzzy intuicionista, respectivamente após os limites de controle terem sido recalculados. Observa-se que para ambos os gráficos o processo está sob controle, considerando os limites de controle válidos para um monitoramento futuro do processo.

Figura 16 - Gráfico de controle S *fuzzy* intuicionista

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 17 - Gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista

Fonte: Elaborado pelo autor

Neste capítulo foi feita a revisão de literatura do trabalho. Tratou-se de tópicos como: gráficos de controle, desempenho dos gráficos de controle, gráficos de controle por variáveis, conjuntos *fuzzy* intuicionista, método de defuzzificação, conceitos de incerteza de medição e fuzzificação, por fim, os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista com um breve exemplo de modo que a teoria seja melhor compreendida.

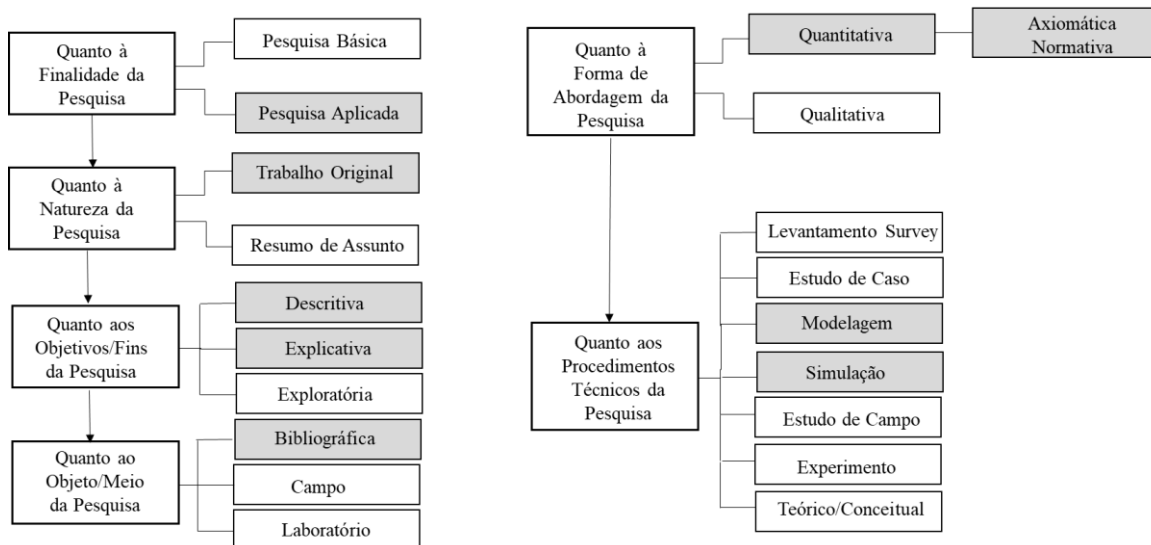
3. CLASSIFICAÇÃO E MÉTODO DA PESQUISA

Define-se pesquisa como um procedimento racional e sistemático com objetivo de construir respostas aos problemas propostos, visa a conhecer cientificamente um ou mais aspectos de determinado assunto. Para tanto, é desenvolvida por meio de conhecimentos disponíveis, métodos, técnicas e outros procedimentos científicos. O produto da pesquisa científica deve contribuir para o desenvolvimento do conhecimento humano (GIL, 2008).

Existem várias formas de classificar as pesquisas. Nenhuma pesquisa é autossuficiente, na prática mescla-se todos os tipos acentuando-se um ou outro. Cada tipo de pesquisa possui suas peculiaridades próprias (PRODANOV; FREITAS, 2013).

As possíveis formas de classificação são apresentadas na Figura 18.

Figura 18 - Classificação da pesquisa



Fonte: Adaptado de Khotari (2013)

De acordo com Prodanov e Freitas (2013) quanto à finalidade esta pesquisa pode ser classificada como aplicada uma vez que, tem como objetivo gerar conhecimentos para aplicação prática de problemas específicos.

Quanto à natureza, trata-se de um trabalho científico original, visto que será desenvolvido por meio da identificação de uma oportunidade de pesquisa. Segundo Miguel *et al.* (2012) é de grande importância que em primeiro lugar a pesquisa agregue

valor para a comunidade acadêmica, ou seja, deve ser nova no sentido de original, importante e interessante

Quanto aos objetivos ou fins da pesquisa pode ser classificada como descritiva. A pesquisa descritiva procura classificar, explicar e interpretar fatos que ocorrem sem a interferência do pesquisador. Visa descrever as características de determinado fenômeno ou o estabelecimento de relações entre. Também pode ser considerada exploratória uma vez que possui a finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto possibilitando sua definição e delineamento variáveis (PRODANOV; FREITAS, 2013).

Segundo Gil (2008) em relação ao objeto ou meio da pesquisa, o trabalho pode ser classificado como pesquisa bibliográfica, pois, utiliza como base material já existente, como artigos científicos e livros. Sua principal vantagem está no fato de possibilitar ao pesquisador uma cobertura mais ampla do que se estivesse pesquisando diretamente.

De acordo com Kothari (2013) a pesquisa em questão pode ser definida como quantitativa, pois, baseia-se na medição e é aplicável a fenômenos que podem ser expressos em quantidades. Pesquisas quantitativas podem ainda ser desmembradas em axiomáticas, de cunho racionalista, e empíricas, baseadas em observações e experiências da realidade.

O trabalho em questão pode ser enquadrado como uma pesquisa axiomática que se divide em axiomática normativa e descritiva. Normativa, pois, a pesquisa desenvolve normas, de modo a melhorar resultados propostos na literatura ou busca solução para um problema novo. A pesquisa axiomática normativa também pode propor novos modelos para problemas idealizados, como também pode desenvolver estratégias diferentes para solucionar problemas já existentes na literatura (BERTRAND; FRANSOO, 2002).

Quanto aos procedimentos técnicos da pesquisa, a mesma pode ser classificada como: modelagem e simulação. A modelagem é a utilização de técnicas matemáticas para relatar o funcionamento de um determinado sistema, enquanto o procedimento de simulação pode ser utilizado para validação de dados e resultados discussões (MIGUEL *et al.*, 2012).

Inicialmente, realizou-se um mapeamento da literatura sobre os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista além de uma análise sobre a evolução do tema na comunidade acadêmica e sobre quais áreas têm sido realizados estudos, a fim de dar embasamento para pesquisa. A partir de então, definiu-se o problema de pesquisa, os objetivos, a delimitação e a justificativa.

Após o mapeamento da literatura, foi possível investigar as propriedades dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R, $\bar{X}$ e S e seu caso específico no qual o tamanho de amostras é variável, escrevendo assim as equações dos limites de controle para os gráficos atingindo, assim, o primeiro e segundo objetivos específicos do trabalho.

Para realizar a conversão dos dados *crisp* em números *fuzzy* intuicionista triangulares utilizou-se dos conceitos de incerteza de medição. As observações foram fuzzificadas por meio da utilização da incerteza expandida como fator limitante, cumprindo o terceiro objetivo específico.

Com as equações dos limites de controle foi possível a criação dos algoritmos computacionais para simular o valor do *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* para os gráficos de controle $\bar{X}$ e $\bar{X}$ e R *fuzzy* intuicionista, alcançando o quarto objetivo específico da pesquisa. Os códigos computacionais foram desenvolvidos por meio da linguagem de programação R, no ambiente RStudio.

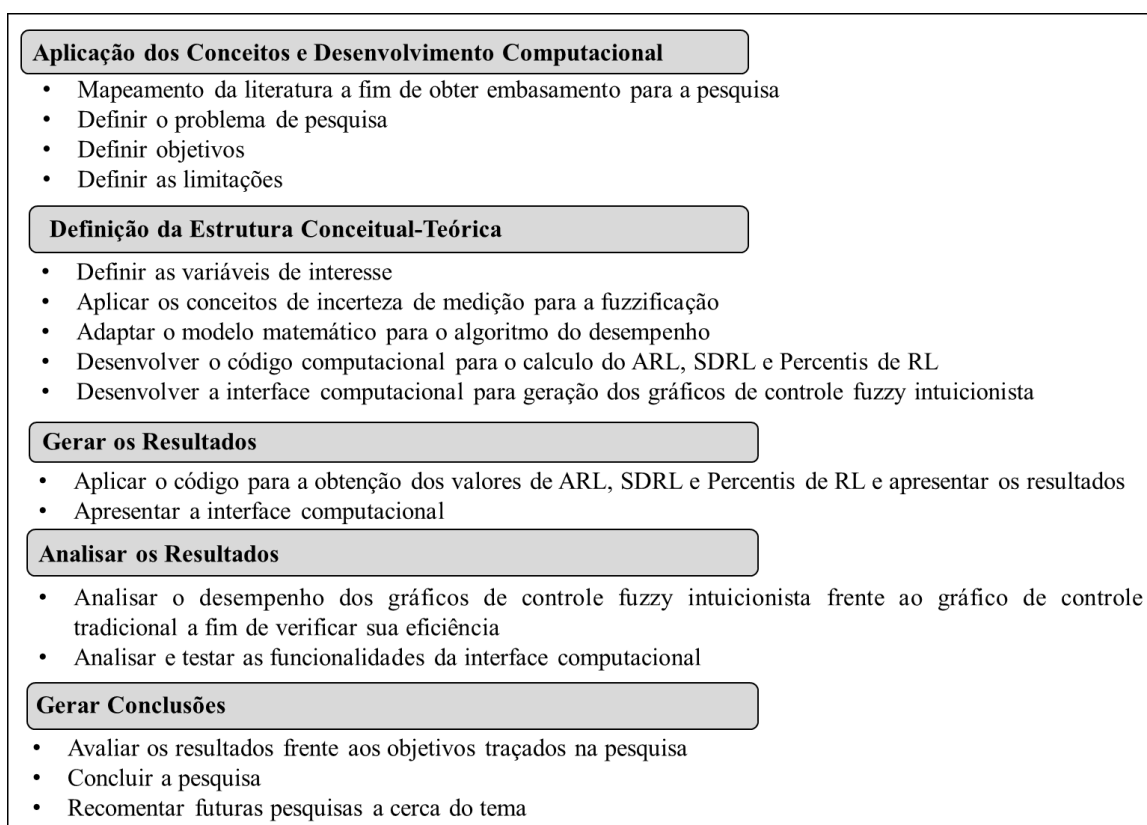
A simulação dos valores do *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* para os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista citados anteriormente foi realizada tendo em vista a combinação dos parâmetros, θ , c_R e c_L utilizados no método de defuzzificação *IF-WABL*.

De posse dos valores do *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL*, foi possível analisar o desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista, bem como o desempenho conjunto dos gráficos de controle $\bar{X}$ e R *fuzzy* intuicionista, cumprindo o quinto objetivo específico do trabalho. A comparação frente ao desempenho dos gráficos de controle tradicionais é feita com intuito de observar se os gráficos estudados são eficientes.

A fim de melhorar a experiência do usuário foi desenvolvida uma interface computacional utilizando a linguagem de programação R por meio do pacote Shiny para gerar os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e R, $\bar{X}$ e S e seu caso específico no qual o tamanho de amostras é variável, atingindo o sexto e último objetivo específico do trabalho.

Para melhor ilustrar o método de pesquisa, a Figura 19 apresenta as etapas da pesquisa desde a caracterização do problema até a avaliação dos resultados.

Figura 19 - Etapas da pesquisa



Fonte: Elaborado pelo autor

O uso de softwares e pacotes estatísticos para a análise de dados é de grande importância, desde o desenvolvimento, aplicação do método até análise e interpretação de resultados. Normalmente, tais softwares apresentam custo de aquisição relativamente elevado, logo a procura por softwares livres é grande nos dias de hoje (MELLO; PETERNELLI, 2013).

O software RStudio, um ambiente de desenvolvimento integrado, que utiliza a linguagem R de domínio público tem ganhado cada vez mais adeptos. A linguagem R pode ser considerada de alto nível e capaz de analisar dados e gerar gráficos. Possui código-fonte aberto, podendo ser modificado, ou implementado com novos procedimentos por qualquer usuário. Ademais, o R é capaz de interagir com diversos outros programas e linguagens de programação (MELLO; PETERNELLI, 2013).

O RStudio é composto por vários pacotes, também denominados biblioteca. Pacotes são um conjunto de comandos e, ou, conjunto de dados. O Shiny é um pacote da linguagem R utilizado para o desenvolvimento de aplicativos web, sem necessidade de muito conhecimento sobre computação ou linguagem para desenvolvimento de site, como

Linguagem de Marcação de Hiper Texto (HTML). De forma simples permite criar uma interface na qual os usuários possam interagir com dados de forma responsiva, ou seja, qualquer inserção nova de dados ou modificação o aplicativo irá responder de forma rápida (MELLO; PETERNELLI, 2013).

A proposta da interface desenvolvida é que o usuário insira os dados da fase I e escolha o gráfico desejado. Posteriormente deve inserir o desvio-padrão experimental entre as repetidas medições, número de medições repetidas que foi considerado e a resolução do instrumento utilizado. Com isso o aplicativo calcula as incertezas do tipo A, tipo B, a incerteza combinada e a incerteza expandida U .

Com a incerteza expandida U calculada o aplicativo gera os números aleatórios segundo distribuição uniforme e realiza a fuzzificação das observações *crisp* inseridas pelo usuário. O usuário poderá imputar o valor dos parâmetros utilizados no método de defuzzificação *IF-WABL* como θ , c_R e c_L de acordo com as instruções dadas. Por fim o gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase I que o usuário escolheu será plotado.

O usuário deve verificar por meio do gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase I se os dados estão em controle, caso sim deve-se inserir os dados coletados em tempo real referentes a fase II e plotar o gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase II. Caso o usuário detecte que o processo está fora de controle na fase I, deverá rever seus dados antes de plotar o gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase II.

Com isso é feita a integração de todos os conceitos de lógica *fuzzy* intuicionista, fuzzificação das observações utilizando a incerteza expandida como limitante e os gráficos de controle, atingindo assim o quinto e último objetivo específico da pesquisa. A Figura 20 ilustra um esquema gráfico do mecanismo do aplicativo.

Para a análise de desempenho dos gráficos de controle em estudo, utiliza-se de simulação computacional, gerando números aleatórios, segundo uma distribuição normal de média 0 e desvio padrão 1 para os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ e $\bar{X}$ e R

O processo de obtenção do *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* segue o procedimento a seguir descrito:

1. Cálculo da incerteza expandida U , segundo o que se propõe na seção 2.3. Utilizou-se 0,05 mm como desvio-padrão experimental entre as leituras e considerou-se que para chegar no valor foram feitas cinco medições repetidas (n). Para resolução do instrumento foi utilizado valor de 0,01 mm.

2. Geração do número *fuzzy* intuicionista a_2 (central) segundo as características estatísticas do processo. A forma de um *TIFN* pode ser observada na seção 2.2.1.
3. Geração dos números aleatórios segundo a distribuição uniforme que irão auxiliar na construção do número *fuzzy* intuicionista triangular.
4. O cálculo de a_1, a_3, a'_1, a'_3 se dará por meio de:

$$a_{1j} = a_{2j} - U \times runif_j$$

$$a_{3j} = a_{2j} - U \times runif_j$$

$$a_{2j} = a_{2j}$$

$$a'_{1j} = a_{1j} - U \times runif_j$$

$$a'_{3j} = a_{3j} + U \times runif_j$$

Sendo U a incerteza expandida calculada segundo descrição do passo 1 e $runif_j$ um número aleatório gerado de acordo com uma distribuição uniforme. Para mais detalhes acerca do cálculo ver exemplo de aplicação na seção 2.3.

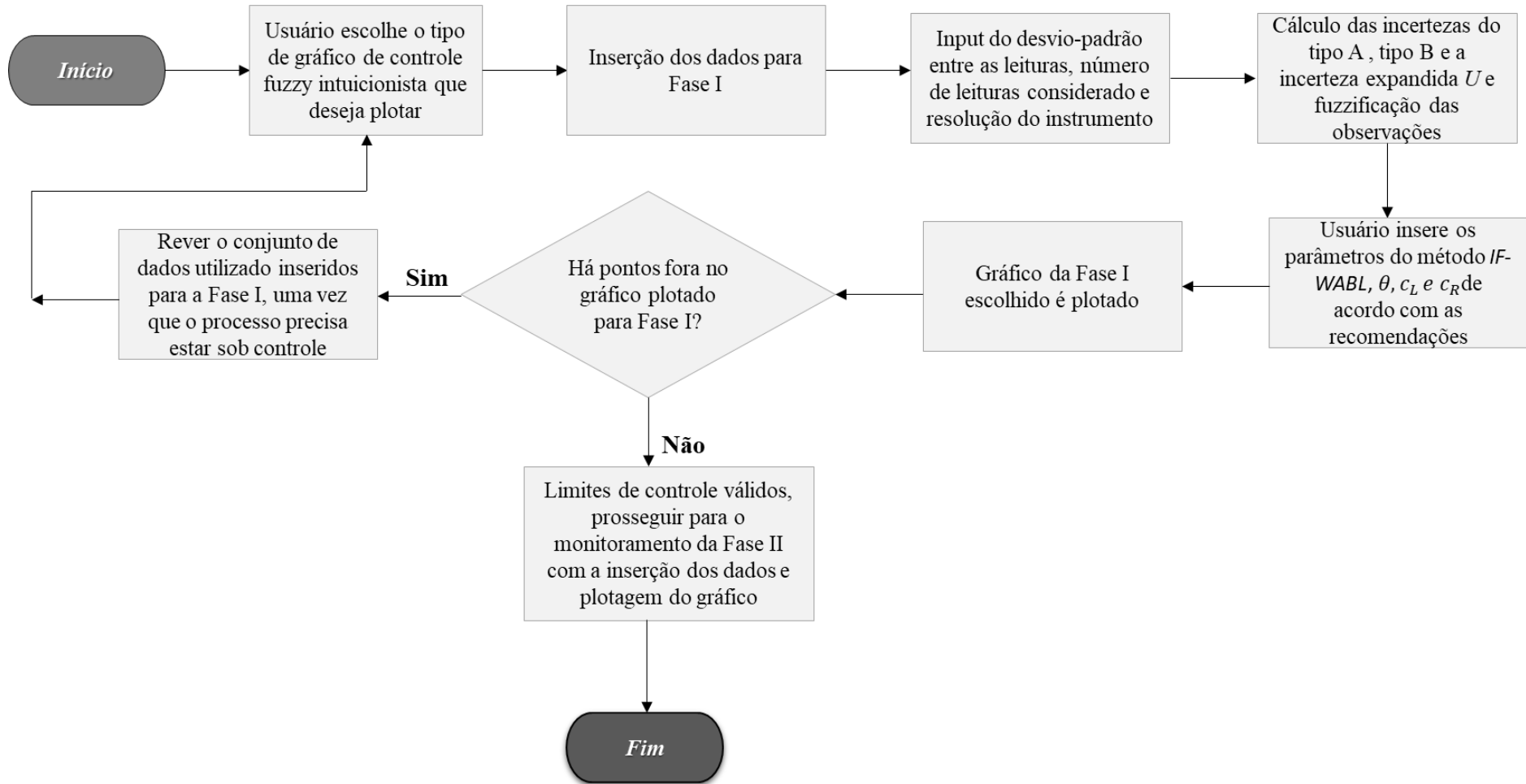
5. Caso a análise seja somente para o gráfico $\bar{X}$, calcula-se a média amostral do *TIFN* ($\bar{X}_{a1}, \bar{X}_{a2}, \bar{X}_{a3}; \bar{X}_{a'1}, \bar{X}_{a'2}, \bar{X}_{a'3}$), para as 10.000 amostras/iterações, conforme proposto por Domangue e Patch (1991). Em contrapartida, para o desempenho conjunto dos gráficos $\bar{X}$ e R , além da média amostral ($\bar{X}_{a1}, \bar{X}_{a2}, \bar{X}_{a3}; \bar{X}_{a'1}, \bar{X}_{a'2}, \bar{X}_{a'3}$), calculam-se também as amplitudes amostrais ($R_{a1}, R_{a2}, R_{a3}; R_{a'1}, R_{a'2}, R_{a'3}$) para as 10.000 amostras/iterações.
6. Em ambas as situações, aplica-se o método de defuzzificação *IF-WABL* observando-se que, na análise conjunta haverá dois resultados: um valor de *IF-WABL* para a média e outro valor de *IF-WABL* para a amplitude.
7. Armazena-se a posição das amostras que extrapolaram os limites de controle em ambos os gráficos de controle $\bar{X}$ e R *fuzzy* intuicionista.
8. O valor médio das posições nas quais os gráficos de controle sinalizam “fora de controle”, são calculados dando origem ao *ARL*, podendo, assim, avaliar o desempenho.

9. Utilizando os *RL*'s, ou seja, posições nas quais os gráficos de controle sinalizam “fora de controle” é possível calcular o *SDRL* e os devidos Percentis de *RL*.

Após a obtenção dos valores simulados de *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL*, será realizada comparação com os valores de tais medidas para o gráfico tradicional, com intuito de observar a eficiência dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista. Vale ressaltar que a comparação é feita com intuito de observar o desempenho dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista, uma vez que levam em conta fatores como incerteza e hesitação que estão presentes no mundo real, mas não são considerados nos gráficos de controle tradicionais. A Figura 21 ilustra as etapas do algoritmo computacional utilizado na obtenção dos valores de *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* para os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista.

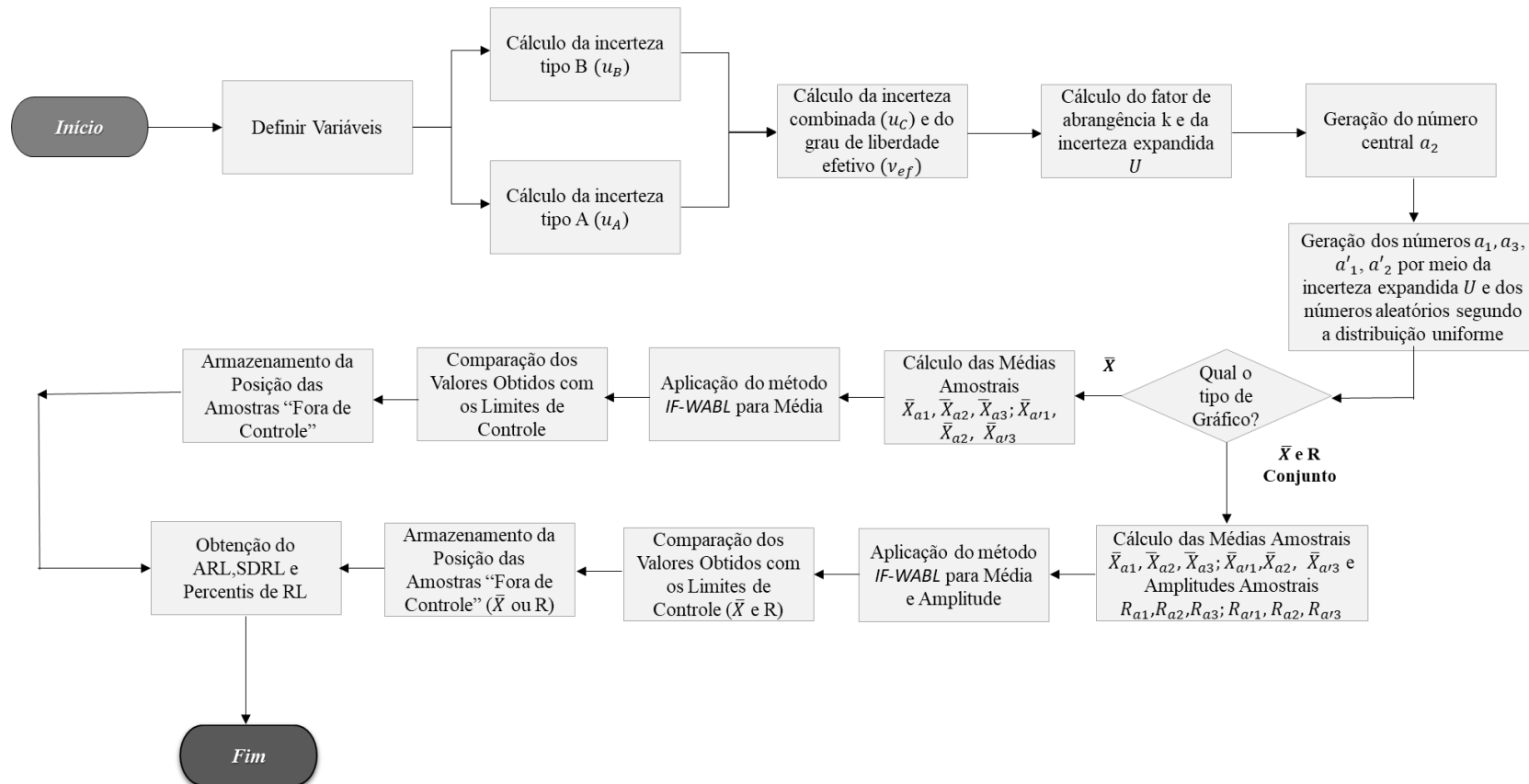
Neste capítulo, apresentou-se a classificação do método de pesquisa aplicado no desenvolvimento do trabalho, para a obtenção das medidas de desempenho *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* e criação da interface computacional, bem como um fluxograma que contempla as etapas do algoritmo computacional desenvolvido para o cálculo das medidas de desempenho e do funcionamento da interface em linguagem R.

Figura 20 - Esquema do aplicativo



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 21 - Etapas do algoritmo computacional utilizado na obtenção dos valores de *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* para os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista.



Fonte: Elaborado pelo autor

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, serão apresentados os principais resultados obtidos a respeito do desempenho dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista e do desenvolvimento da interface computacional por meio da linguagem R de programação utilizando o pacote Shiny.

4.1. DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ FUZZY INTUICIONISTA

Para as simulações das medidas de desempenho *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* do gráfico $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista, foi utilizado o tamanho de amostra $n = 5$, média de processo 0 e desvio padrão 1. Para o cálculo da incerteza expandida utilizada na fuzzificação das observações utilizou-se resolução de 0,01 e desvio-padrão experimental de 0,05 entre as medições repetidas. Considerou-se que para chegar no valor citado de desvio-padrão foram feitas cinco medições repetidas (n). O processo de fuzzificação e o cálculo da incerteza expandida está descrito na seção 2.3.

Os valores de δ variam de 0 a 2 com acréscimos sucessivos de 0,1 e, segundo Domangue e Patch (1991), devem ser realizadas 10.000 iterações na simulação a fim de obter um resultado mais preciso. O código computacional desenvolvido encontra-se no Apêndice A.

Em relação aos valores de θ considerou-se $\theta=0,5$, que representa uma média aritmética entre os valores defuzzificados da função de pertinência e não-pertinência, ou seja, atribui igual importância às funções de pertinência e não-pertinência.

Os valores de *ARL*, *SDRL* e Percentis de *RL* foram obtidos para $\theta=0,5$, utilizando-se diferentes combinações dos coeficientes c_L e c_R que geram os cenários de 1 a 17. Vale ressaltar que é importante respeitar as seguintes condições do método *IF-WABL*: $c_L, c_R \geq 0$ e $c_L + c_R = 1$. A Tabela 16 apresenta as combinações utilizadas para formar os 17 cenários.

Tabela 16 - Combinações utilizadas para formar os 17 cenários

Cenário	c_L	c_R	Cenário	c_L	c_R
1	0,1	0,9	10	0,55	0,45
2	0,15	0,85	11	0,6	0,4
3	0,2	0,8	12	0,65	0,35
4	0,25	0,75	13	0,7	0,3
5	0,3	0,7	14	0,75	0,25
6	0,35	0,65	15	0,8	0,2
7	0,4	0,6	16	0,85	0,15
8	0,45	0,55	17	0,9	0,1
9	0,5	0,5	#	#	#

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 17 apresenta os principais valores teóricos da medida de desempenho *ARL* para o gráfico de controle tradicional, primeira coluna, e para os nove cenários do gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista. Para os valores de *ARL* de todos os cenários consultar o Apêndice C.

Tabela 17 - Valores do *ARL* para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

<i>ARL</i>										
δ	T	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
0	370,40	369,3	370,3	371,7	369,2	370,5	370,6	371,4	370,4	368,9
0,1	295,80	272,6	279,4	280,1	285	278,8	285,6	290,3	291,5	289,2
0,2	177,7	162,2	164,8	164,2	169,5	168,5	171,2	175,6	177,7	178,9
0,3	99,5	89,5	90,8	92,3	93,1	94,8	95,4	96	99,9	100
0,4	56,6	51,3	52,9	51,7	53,6	53,9	54,4	56,4	54,7	57,3
0,5	33,4	29,8	30,7	31,7	31,9	31,9	32,9	33,1	32,9	33,7
0,6	20,6	18,8	18,9	19,3	19,8	19,7	19,7	20,4	20,1	20,6
0,7	13,2	12,4	12,4	12,5	12,6	12,7	13	12,8	13,2	13
0,8	8,9	8,3	8,4	8,6	8,5	8,5	8,7	8,6	8,8	9
0,9	6,2	5,9	5,8	5,9	5,9	6	6	6	6,2	6,1
1,0	4,5	4,2	4,3	4,3	4,3	4,4	4,5	4,4	4,5	4,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Verifica-se uma redução nos valores de *ARL* em relação ao gráfico tradicional, mais especificamente para valores de $\delta = 0,1$ até $\delta = 0,6$, para os cenários de 1 a 9. A maior

redução no valor de *ARL* é dada pelo cenário 1, mais especificamente para $\delta = 0,1$, em torno de 7,85%. %. O cenário 9 se aproxima do desempenho do gráfico de controle tradicional.

A Tabela 18 apresenta os principais valores da medida de desempenho *SDRL* para o gráfico de controle tradicional, primeira coluna, e para os nove cenários do gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista. Para os valores de *SDRL* de todos os cenários consultar o Apêndice C.

Tabela 18 - Valores do *SDRL* para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

<i>SDRL</i>										
δ	T	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
0	369,9	368,5	368,0	372,2	370,6	368,6	369,7	370,9	368,6	370,5
0,1	295,3	271,9	280,5	283,3	281,5	280,6	282,4	286,9	292,5	293,8
0,2	177,2	162,0	164,2	163,0	169,8	168,5	170,9	179,5	176,1	176,8
0,3	99,0	89,9	90,2	91,4	91,3	94,4	95,8	96,4	99,7	98,6
0,4	56,1	51,4	53,2	50,7	53,3	54,5	53,4	56,4	53,7	56,5
0,5	32,9	29,4	30,1	31,0	30,8	31,5	32,3	32,8	32,2	33,2
0,6	20,1	18,1	18,2	18,6	19,3	19,3	19,0	19,7	19,7	20,6
0,7	12,7	12,1	12,1	11,9	12,2	12,1	12,4	12,3	12,6	12,7
0,8	8,3	7,9	7,8	8,0	8,2	7,9	8,3	8,1	8,2	8,3
0,9	5,7	5,4	5,3	5,5	5,4	5,4	5,5	5,6	5,7	5,6
1,0	4,0	3,8	3,8	3,8	3,8	3,9	4,0	3,8	3,9	4,0

Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se que o valor do *SDRL* é muito próximo do valor do *ARL*, tal fato explica a alta variabilidade do *ARL* como medida de desempenho. Verifica-se em relação aos valores de *SDRL*, que a maior redução se encontra no cenário 1, mais especificamente para $\delta = 0,1$, em torno de 7,92%. O cenário 9 se aproxima do desempenho do gráfico de controle tradicional.

A Tabela 19 apresenta os principais valores da medida de desempenho Percentis de *RL* para o gráfico de controle tradicional e alguns cenários do gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista. Para os valores de Percentis de *RL* de todos os cenários consultar o Apêndice B.

Tabela 19 - Valores dos Percentis de RL para o gráfico de controle $\bar{X}$ tradicional e gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

Percentis de RL													
Tradicional				C_1		C_7		C_8			C_9		
δ	5°	50°	95°	50°	5°	50°	95°	5°	50°	95°	5°	50°	95°
0	19	257	1109	255	20	257	1105	20	257	1120	20	255	1127
0,1	16	205	885	188	15	204	854	15	202	866	14	200	876
0,2	10	123	531	112	10	120	535	10	123	524	10	125	536
0,3	6	69	297	62	5	66	292	6	69	298	6	70	293
0,4	3	39	169	35	3	40	170	3	38	162	3	40	171
0,5	2	23	99	21	2	23	97	2	23	96	2	23	101
0,6	2	14	61	13	2	14	60	2	14	59	2	14	61
0,7	1	9	39	9	1	9	37	1	9	39	1	9	38
0,8	1	6	26	6	1	6	25	1	6	25	1	7	26
0,9	1	4	17	4	1	4	17	1	4	17	1	4	18
1,0	1	3	12	3	1	3	12	1	3	12	1	3	12

Fonte: Elaborado pelo autor

Em relação aos percentis de RL do gráfico de controle tradicional ressalta-se que percentil 50°, indica que o alarme falso será observado, dentro das primeiras 257 amostras, pelo menos 50% do tempo. O percentil inicial de 5° traz uma análise acerca de taxa de alarme falso precoce. Há 5% de probabilidade de o primeiro alarme falso ser dado em menos de 19 medições.

Em relação aos Percentis de RL gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista observa-se que os cenários de 1 a 6 apresentam no geral percentis menores que o gráfico de controle tradicional para valores de $\delta = 0,1$ até $\delta = 0,6$. No estado em controle, $\delta = 0$, tais cenários mantem os percentis próximos dos valores do gráfico de controle tradicional em sua maioria. Analisando o percentil 50° do cenário 1 observa-se que quando há um shift de 0,1 na média, o alarme falso será observado, dentro das primeiras 188 amostras, pelo menos 50% do tempo, ao passo que no gráfico de controle tradicional, tem-se 205 amostras. O fato de os percentis serem menores leva a um número maior de alarmes falsos. Para mais detalhes vide Apêndice B.

Os cenários 7 a 9 apresentam percentis mais próximos do gráfico de controle tradicional, mantendo no geral a taxa de alarme falso esperada para um risco $\alpha \approx 0,0027$.

No estado em controle $\delta = 0$, os cenários , 8 e 9 apresentam valores maiores para o percentil 95°, 1120 e 1127 respectivamente ao passo que o gráfico de controle tradicional apresenta para o percentil 95° o valor 1109, isso quer dizer que pelo menos 95% do tempo

os cenários 8 e 9, do gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista demorarão mais para ter alarme falso.

Os cenários de 10 a 17 em relação ao ARL e $SDRL$ apresentaram uma piora se comparados ao gráfico de controle tradicional. Valores de ARL para $\delta = 0,1$ até $\delta = 0,6$ superam os valores de ARL do gráfico de controle tradicional.

O mesmo se observa para o $SDRL$. Tal fato é esperado uma vez que segundo Mert (2020) quando c_L aumenta, cenários 10 a 17, o valor defuzzificado $IF-WABL$ diminui, ou seja, a média que é comparada aos limites de controle fica menor, sendo assim o gráfico de controle demora mais a sinalizar, resultando em valores de ARL superiores ao gráfico de controle tradicional e por consequência valores maiores de $SDRL$ também.

Em relação aos Percentis de RL observa-se que os cenários de 10 a 17 apresentam no geral para o estado em controle, $\delta = 0$ valores maiores que o gráfico de controle tradicional. Para valores de $\delta = 0,1$ até $\delta = 0,6$ observa-se que no geral em todos os percentis encontra-se valores maiores que o gráfico de controle tradicional. Para valores das medidas de desempenho dos cenários 10 a 17 consultar o Apêndice B.

Como os usuários podem ajustar os coeficientes de acordo com as necessidades dos problemas a serem resolvidos, ou seja, que melhor se adapta à sua estratégia, recomenda-se para o desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista de uma forma geral, utilizar os cenários 7, 8 e 9, uma vez que trazem uma redução nos valores de ARL e $SDRL$ e percentis próximos ao do gráfico de controle tradicional, ou seja, menos alarme falso que nos cenários 1 a 6. Ressalte-se que o cenário 9 aproxima-se do desempenho do gráfico de controle tradicional de Shewhart.

Caso a redução nos valores de ARL e $SDRL$ não seja importante e o usuário esteja ciente que o gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista irá demorar mais para sinalizar, o mesmo pode optar por utilizar os cenários 10 a 17, uma vez que apresentam maiores valores de percentis e logo apresentarão menos alarme falso que o gráfico de controle tradicional.

4.2. DESEMPENHO DO GRÁFICO DE CONTROLE $\bar{X}$ E R FUZZY INTUICIONISTA

Ao utilizar os gráficos de controle $\bar{X}$ e R em conjunto, a alternativa para melhorar a proteção contra alarmes falsos, consiste em alargar os limites do gráfico de controle.

Quando não se dispõe de informação sobre a frequência com que a média do processo se desajusta, ou a frequência com que a variabilidade do processo sofre alterações, o mais razoável é igualar os riscos α dos dois gráficos.

Neste caso fazer $\alpha_{\bar{X}} = \alpha_R = 0,00135$. Assim obtém-se um valor de $\alpha \approx 0,0027$ o que resulta em média em um alarme falso a cada 370,4 amostras ($1/0,0027$). Isso corresponde a um fator de abertura k de 3,205 para o gráfico de controle $\bar{X}$ e um fator de abertura w de 5,3875 para o gráfico de controle R . Tais fatores são utilizados para o cálculo do ARL teórico do gráfico de controle tradicional (COSTA, EPPRECHT e CARPINETTI, 2005).

Para as simulações do ARL , $SDRL$ e Percentis de RL do gráfico $\bar{X}$ e R fuzzy intuicionista, foi utilizado o tamanho de amostra $n = 5$, média de processo 0 e desvio padrão 1. Para o cálculo da incerteza expandida utilizada na fuzzificação das observações utilizou-se resolução de 0,01 e desvio-padrão experimental de 0,05 entre as medições repetidas. Considerou-se que foram feitas cinco medições repetidas (n). O processo de fuzzificação e o cálculo da incerteza expandida está descrito na seção 2.3.

Os valores de δ variam de 0 a 1,6 com acréscimos sucessivos de 0,2 e λ varia de 1 a 2,5. Foram realizadas 10.000 iterações na simulação a fim de obter um resultado mais preciso. O código computacional desenvolvido encontra-se no Apêndice B.

Em relação aos valores de θ considerou-se $\theta=0,5$, que representa uma média aritmética entre os valores defuzzificados da função de pertinência e não-pertinência, ou seja, atribui igual importância às funções de pertinência e não-pertinência.

Os valores de ARL , $SDRL$ e Percentis de RL foram obtidos para $\theta=0,5$, utilizando-se diferentes combinações dos coeficientes c_L e c_R que geram os cenários de 1 a 17. Vale ressaltar que é importante respeitar as seguintes condições do método *IF-WABL*: $c_L, c_R \geq 0$ e $c_L + c_R = 1$. Para todos os cenários utilizou-se fator de abertura k de 3,205 e um fator de abertura w de 5,3875. As combinações utilizadas para formar os 17 cenários são as mesmas apresentadas pela Tabela 16 na seção anterior.

Os cenários 1 a 3 gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista não iniciaram do ARL_0 de 370,4, que foi considerado na análise do estado em controle, seus valores de ARL_0 ficaram muito abaixo de 370,4, em torno de 359 a 362. Para os cenários 10 a 17 os valores de ARL_0 ficaram acima de 370,4, em torno de 379 a 390.

O processo de fuzzificação das observações tem como principal característica aumentar a variabilidade dos dados, uma vez que se insere incerteza de hesitação. Portanto influencia muito mais nas medidas de dispersão das amostras do que nas medidas de tendência central.

Diferentemente do gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista discutido na seção anterior, o gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista leva em conta o aumento da variabilidade dos dados nos dois gráficos, visto que o monitoramento é feito em conjunto e a amplitude está presente tanto no monitoramento da média quanto da amplitude.

Segundo Mert (2020) quando c_L aumenta, cenários 10 a 17, o valor defuzzificado *IF-WABL* diminui, ou seja, a média e a amplitude que são comparadas aos limites de controle ficam menores, sendo assim o gráfico de controle demora mais a sinalizar, resultando em valores altos de ARL_0 .

No caso dos cenários 1 a 3 c_L diminui e o valor defuzzificado *IF-WABL* aumenta, ou seja, a média e a amplitude que são comparadas aos limites de controle ficam maiores, sendo assim o gráfico de controle sinaliza mais rápido, resultando em valores baixos de ARL_0 .

Para as situações em que os valores de ARL_0 se mostraram muito acima de 370,4 foi calculado na simulação, para fins de conferência, a porcentagem de *RL*'s acima de 370,4. Encontrando-se os seguintes valores para os cenários e 10 a 17 respectivamente: 37,35%, 37,07%, 37,42%, 37,75%, 38,66%, 38,83%, 39,09% e 39,02%. Em um gráfico de controle tradicional e gráfico de controle *fuzzy* intuicionista, considerando para o estado de controle $ARL_0=370,4$, este valor deve estar em torno de 36,7%.

Nos dois casos, tanto para ARL_0 acima quanto abaixo de 370,4, não foi possível ajustar os fatores de abertura k e w dos limites de controle para que iniciassem de 370,4, pois não há restrições suficientes para tal. Para mais informações acerca dos valores de ARL , $SDRL$ e Percentis de RL de tais cenários consultar o Apêndice D.

A Tabela 20 apresenta os valores teóricos das medidas de desempenho ARL e $SDRL$ para o gráfico de controle tradicional. Observa-se que o valor do $SDRL$ é muito próximo

do valor do *ARL*, tal fato explica a alta variabilidade do *ARL* como medida de desempenho.

Tabela 20 - Valores das medidas de desempenho *ARL* e *SDRL* para o gráfico de controle $\bar{X}$ -*R* tradicional

		Tradicional									
		λ	Δ								
		#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
<i>ARL</i>	1	370,5	228,0	84,9	30,8	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5	
	1,1	119,2	88,2	44,1	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6	
	1,2	48,8	40,3	25,0	13,8	7,7	4,5	2,9	2,1	1,6	
	1,3	24,2	21,3	15,3	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6	
	1,4	13,9	12,8	10,1	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6	
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6	
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4	
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	
		λ	Δ								
		#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
<i>SDRL</i>	1	370,0	227,5	84,4	30,2	12,1	5,5	2,8	1,5	0,9	
	1,1	118,7	87,7	43,6	19,6	9,2	4,7	2,6	1,5	1,0	
	1,2	48,3	39,8	24,4	13,3	7,1	4,0	2,4	1,5	1,0	
	1,3	23,7	20,8	14,8	9,3	5,6	3,5	2,2	1,4	1,0	
	1,4	13,4	12,2	9,5	6,7	4,5	3,0	2,0	1,4	1,0	
	1,5	8,4	7,9	6,5	5,0	3,6	2,6	1,8	1,3	1,0	
	2	2,0	2,0	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8	
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	

Fonte: Elaborado pelo autor

Verifica-se uma redução nos valores de *ARL* em relação ao gráfico tradicional, mais especificamente para os cenários de 4 a 7, principalmente nas combinações de valores iniciais de δ e de λ .

A maior redução no valor de *ARL* foi encontrada pelo cenário 4, mais especificamente para $\delta=0,2$ e $\lambda=1$ em torno de 5,88%. O mesmo pode ser verificado em relação aos valores de *SDRL*, a maior redução encontra-se no cenário 4, mais especificamente para $\delta=0,2$ e $\lambda=1$, em torno de 5,45%. A Tabela 21 apresenta os valores de *ARL* e *SDRL* para o cenário 4.

Os cenários 5, 6 e 7 também apresentam reduções nos valores de *ARL* e *SDRL* porém menores que o cenário 4.

Tabela 21 - Valores das medidas de desempenho *ARL* e *SDRL* para o gráfico de controle $\bar{X}$ -*R* fuzzy intuicionista cenário 4

$\theta=0,5$										
Cenário 4										
$c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$										
<i>ARL</i>	λ	Δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	369,5	214,6	81,2	29,9	11,9	5,8	3,3	2,1	1,5
	1,1	118,8	83,1	42,4	19,5	9,4	5,0	3,0	2,1	1,6
	1,2	48,0	38,7	23,8	13,1	7,4	4,4	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,3	20,8	14,9	9,5	6,0	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,4	9,8	7,0	5,0	3,5	2,5	1,9	1,6
	1,5	8,6	8,2	6,9	5,4	4,1	3,0	2,4	1,9	1,5
	2	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	1,8	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
<i>SDRL</i>	λ	Δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,3	215,1	81,7	29,2	11,2	5,2	2,8	1,5	0,9
	1,1	116,6	81,6	42,7	19,1	8,8	4,5	2,5	1,5	0,9
	1,2	47,4	38,3	23,3	12,7	6,9	3,9	2,3	1,4	0,9
	1,3	22,6	20,3	14,2	8,9	5,5	3,4	2,2	1,4	1,0
	1,4	13,3	11,8	9,3	6,5	4,4	2,9	2,0	1,3	0,9
	1,5	8,1	8,0	6,4	4,8	3,6	2,5	1,8	1,3	0,9
	2	2,0	2,0	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Os cenários 8 e 9 possuem desempenho semelhante ao do gráfico de controle tradicional no que diz respeito as medidas de *ARL* e *SDRL*, sendo o cenário 8 mais próximo. Para os valores de *ARL* e *SDRL* de todos os cenários consultar o Apêndice D.

Em relação aos Percentis de *RL* observa-se que os cenários de 4 a 9 apresentam no geral percentis muito próximos aos valores do gráfico de controle tradicional. No estado em controle, $\delta = 0$, tais cenários trazem percentis próximos dos valores do gráfico de controle tradicional em sua maioria, mantendo no geral a taxa de alarme falso esperada para um risco $\alpha \approx 0,0027$.

A Tabela 22 apresenta os percentis de 50° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -*R* tradicional, primeira coluna, e cenário de 4 a 9 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -*R* fuzzy intuicionista, considerando o estado em controle, $\delta = 0$ e $\lambda = 1$. Observa-se que, o alarme falso será observado em média, dentro das primeiras 257 amostras, pelo menos 50% do tempo, mesmo valor dado pelo gráfico de controle tradicional.

Tabela 22 - Percentis de 50° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional e cenário de 4 a 9 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista

$\delta=0$							
Λ	T	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
1	257	257	256	258	254	258	261

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 23 apresenta os percentis de 95° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional, primeira coluna, e cenário de 4 a 7 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista, considerando o estado em controle, $\delta = 0$ e $\lambda = 1$.

Tabela 23 - Percentis de 95° para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R tradicional e cenário de 4 a 7 para o gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista

$\delta=0$					
λ	T	C_4	C_5	C_6	C_7
1	1109	1111	1116	1110	1111

Fonte: Elaborado pelo autor

Observa-se que os cenários 4 a 7 apresentaram valores maiores que gráfico de controle tradicional, isso quer dizer que pelo menos 95% do tempo os cenários 4 a 7 do gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista demorarão mais para ter alarme falso. Para os valores de Percentis de RL de todos os cenários assim como o gráfico de controle tradicional consultar o Apêndice D.

Como os usuários podem ajustar os coeficientes de acordo com as necessidades dos problemas a serem resolvidos, ou seja, que melhor se adapta à sua estratégia, recomenda-se para o desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista de uma forma geral, utilizar os cenários 4 a 7, uma vez que trazem uma redução nos valores de ARL e $SDRL$ e percentis próximos ao do gráfico de controle tradicional. Ressalte-se que o cenário 8 é o que mais se aproxima do desempenho do gráfico de controle tradicional de Shewhart.

4.3. DESENVOLVIMENTO DA INTERFACE EM RSTUDIO

O desenvolvimento de uma interface gráfica de livre acesso é interessante uma vez que facilita o contato do usuário com o controle estatístico de processos, neste caso, mais especificamente, o gráfico de controle *fuzzy* intuicionista. A interface integrará de forma prática os conceitos de gráficos de controle com a lógica *fuzzy* intuicionista. Sua

implementação elimina a necessidade de o usuário ter um conhecimento acerca de programação ou de conceitos matemáticos para obter uma ferramenta de controle estatístico de processos.

Foi utilizado, no desenvolvimento da interface gráfica, a linguagem R de programação e particularmente o pacote Shiny. Criou-se duas versões da interface: uma versão em português e outra em inglês. Apesar de somente a tela inicial no idioma inglês ser ilustrada neste trabalho é importante ressaltar que todas as seções foram traduzidas para o idioma inglês.

Para facilitar a navegação, a interface foi dividida em duas seções principais. Ao acessar a interface, o usuário se depara com a tela inicial, na aba "Início". A tela foi criada com a intenção de dar uma breve explicação sobre o objetivo da interface. Nota-se a presença do logo da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (UNESP), onde a autora estudou, e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES), que financia o Programa de Pós-graduação.

Do lado esquerdo é possível visualizar o nome dos desenvolvedores e o link para que o usuário faça download de um Guia de Utilização da interface computacional. No Apêndice E é possível ter acesso a tal documento. Vale ressaltar que as combinações de cenários de c_L e c_R descritas no Guia são sugeridas com base no estudo de desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ -R realizado neste trabalho. A Figura 22 ilustra a tela de início no idioma português. A Figura 23 ilustra a tela de início no idioma inglês.

Figura 22 - Tela de início da interface computacional no idioma português

Gráfico de Controle Fuzzy Intuicionista

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 23 - Tela de início da interface computacional no idioma inglês



Fonte: Elaborado pelo autor

A seção Incertezas do Processo e Coeficientes é destinada ao preenchimento de parâmetros necessários para a fuzzificação das observações *crisp* e defuzzificação das observações *fuzzy* intuicionista para a plotagem dos gráficos de controle. É solicitado que o usuário insira o valor do desvio-padrão experimental entre as repetidas medições, o número de medições realizadas e a resolução do instrumento utilizado para as medições.

Com relação ao processo de defuzzificação o usuário deve inserir os valores dos seguintes coeficientes θ , c_L e c_R . As instruções para o preenchimento de tais coeficientes estão dispostas no Guia de Utilização. Na Figura 24 é possível observar tal seção.

Figura 24 - Seção Incertezas do Processo e Coeficientes

Fonte: Elaborado pelo autor

A seção de Controle Estatístico de Processos é dedicada as análises que serão realizadas. Escolha do tipo de gráfico de controle *fuzzy* intuicionista a ser plotado, inserção de dados da fase I e fase II por meio de planilha no formato (.xlsx) do software Excel ® e plotagem dos gráficos de ambas as fases. A Figura 24 ilustra de forma geral a seção Controle Estatístico de Processos. A Figura 25 mostra a parte de seleção dos gráficos.

Figura 25 - Seção Controle Estatístico de Processos

Gráfico de Controle Fuzzy Intuicionista

Desenvolvedores
Doutoranda Amanda dos Santos Mendes
Profª Dr. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas
Profª Dr. Paloma Maria Silva Rocha Rizol

Agradecimento especial ao Doutorando Túlio Sérgio de Almeida

Faça aqui o download do Guia de Utilização
[Download](#)

Início Incertezas do Processo e Coeficientes Controle Estatístico de Processos

Selecione o Tipo de Gráfico
Xbar-R

Insira a Planilha de Dados para a Fase I (xlsx)
Browse... No file selected

Plotar Gráfico de Controle Fase I Histograma e QQ-Plot Dados da Fase I

Insira a Planilha de Dados para a Fase II (xlsx)
Browse... No file selected

Plotar Gráfico de Controle Fase II Histograma e QQ-Plot Dados da Fase II

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 26 - Seleção dos gráficos na seção Controle Estatístico de Processos

Gráfico de Controle Fuzzy Intuicionista

Desenvolvedores
Doutoranda Amanda dos Santos Mendes
Profª Dr. Marcela Aparecida Guerreiro Machado de Freitas
Profª Dr. Paloma Maria Silva Rocha Rizol

Agradecimento especial ao Doutorando Túlio Sérgio de Almeida

Faça aqui o download do Guia de Utilização
[Download](#)

Início Incertezas do Processo e Coeficientes Controle Estatístico de Processos

Selecione o Tipo de Gráfico
Xbar-R
Xbar-R
Xbar-S
Xbar-S (Tamanho de Amostra Variável)

Upload complete

Plotar Gráfico de Controle Fase I Histograma e QQ-Plot Dados da Fase I

Insira a Planilha de Dados para a Fase II (xlsx)
Browse... Exemplo para Interface Fase II

Upload complete

Plotar Gráfico de Controle Fase II Histograma e QQ-Plot Dados da Fase II

Fonte: Elaborado pelo autor

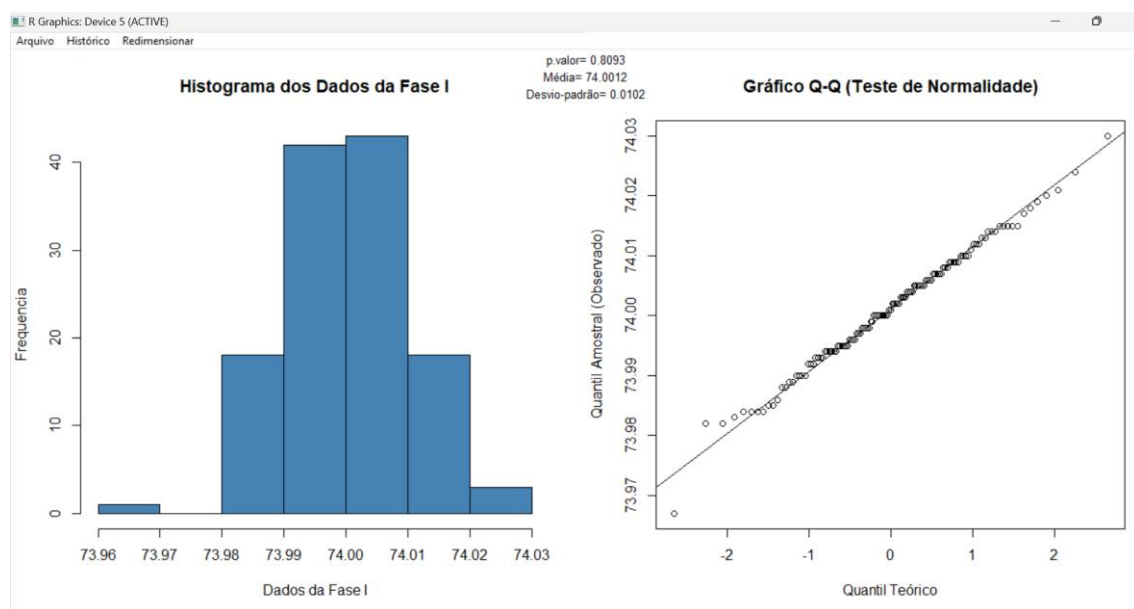
Também é possível nesta mesma aba realizar uma análise de normalidade dos dados por meio do histograma e do gráfico QQ-plot. O gráfico QQ-plot fornece uma distribuição de percentagens acumuladas, denominado também de gráfico de probabilidade normal. Se os pontos do gráfico seguem um padrão aproximado de uma reta, os dados em questão possuem uma distribuição aproximadamente normal.

Juntamente com o histograma e com gráfico QQ-plot a interface também mostra o p-valor calculado por meio do teste de normalidade Shapiro-Wilk. Quando o p-valor é maior que 0,05 os dados podem ser considerados normais.

Após a inserção dos dados na fase I, para que o gráfico seja construído e visualizado, basta que o praticante insira os valores referentes às suas amostras na e clique no botão Plotar Gráfico de Controle Fase I. Para a análise de normalidade de tais dados o usuário deve clicar em Histograma e QQ-Plot Fase I. A Figura 26 ilustra os gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase I.

As Figuras 27, 28 e 29 ilustram um exemplo de gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase I $\bar{X}$ -R, $\bar{X}$ -S e o caso $\bar{X}$ -S para tamanho de amostra variável e as análises de normalidade dos dados, respectivamente.

Figura 27 - Gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase I



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 28 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -R da fase I



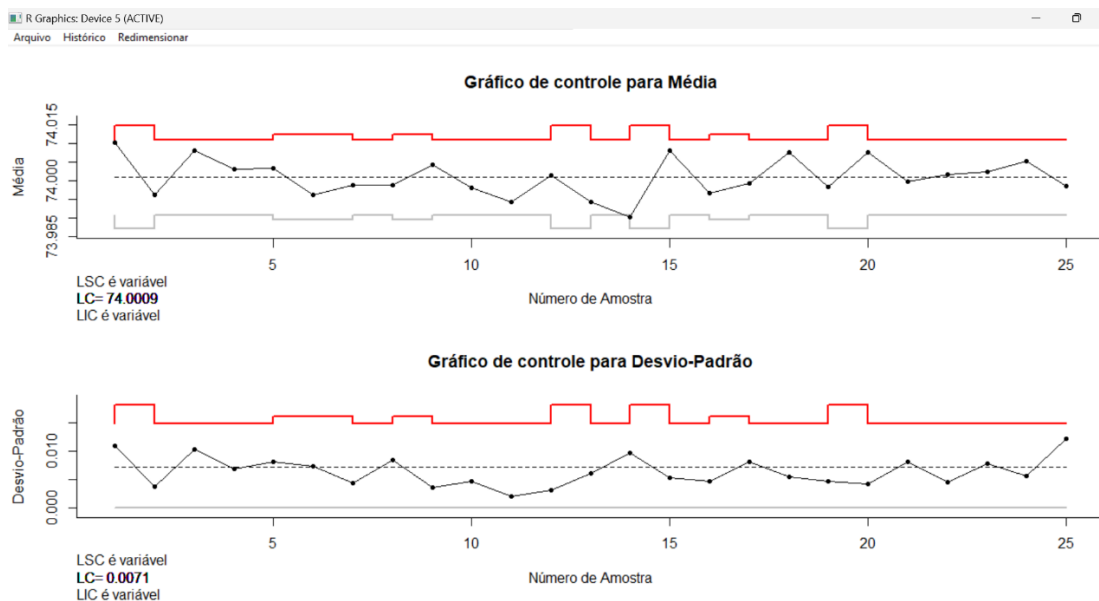
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 29 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -S da fase I



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 30 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -S, caso de amostra variável, da fase I



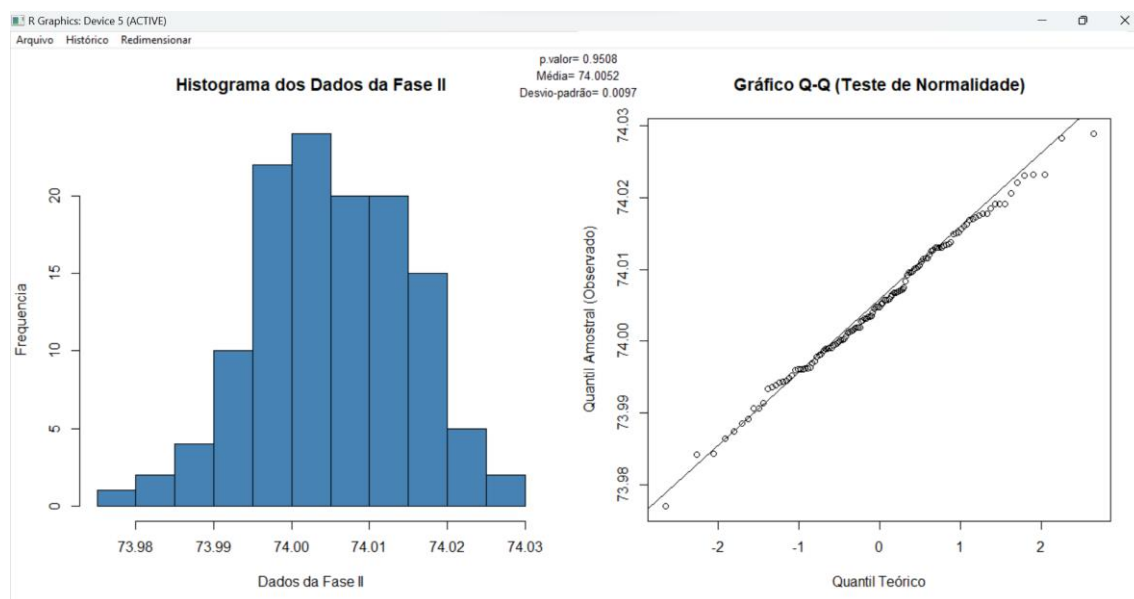
Fonte: Elaborado pelo autor

Após a inserção e verificação dos dados na fase I, o usuário já pode começar a monitorar seu processo na fase II. Esta é a etapa em que novos dados são inseridos em tempo real, conforme novas amostras são geradas.

Para que o gráfico seja construído e visualizado, basta que o praticante insira os valores referentes às suas amostras e clique no botão Plotar Gráfico de Controle Fase II. Para a análise de normalidade de tais dados o usuário deve clicar em Histograma e QQ-Plot Fase II. A Figura 30 ilustra os gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase II.

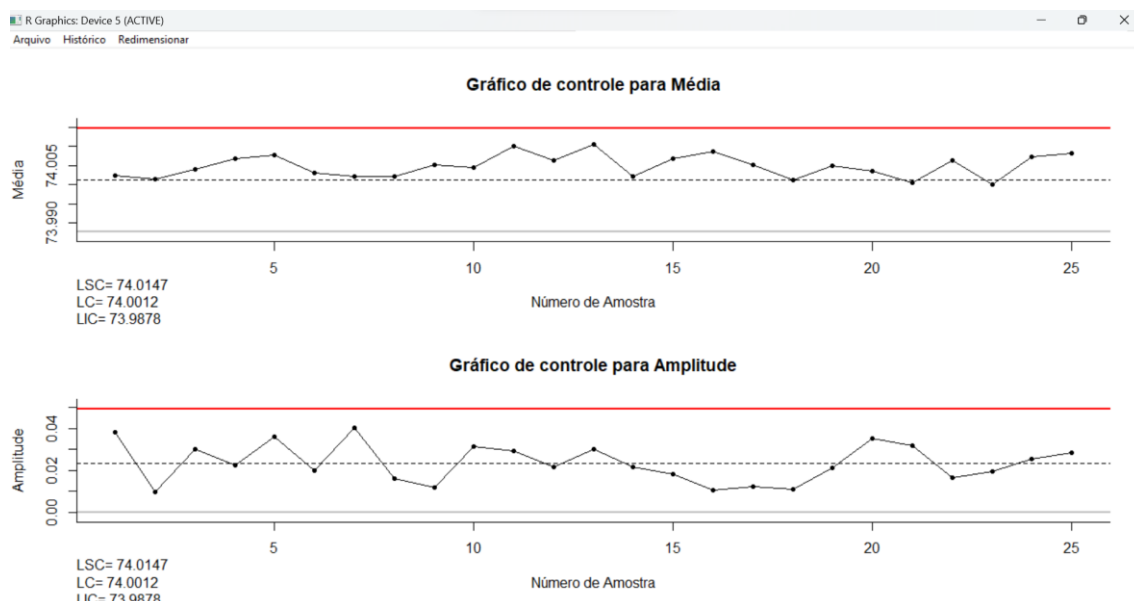
As Figuras 31, 32 e 33 ilustram um exemplo de gráfico de controle *fuzzy* intuicionista da fase II $\bar{X}$ -R, $\bar{X}$ -S e o caso $\bar{X}$ -S para tamanho de amostra variável e as análises de normalidade dos dados, respectivamente.

Figura 31 - Gráficos gerados para análise de normalidade dos dados da fase II



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 32 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -R da fase II



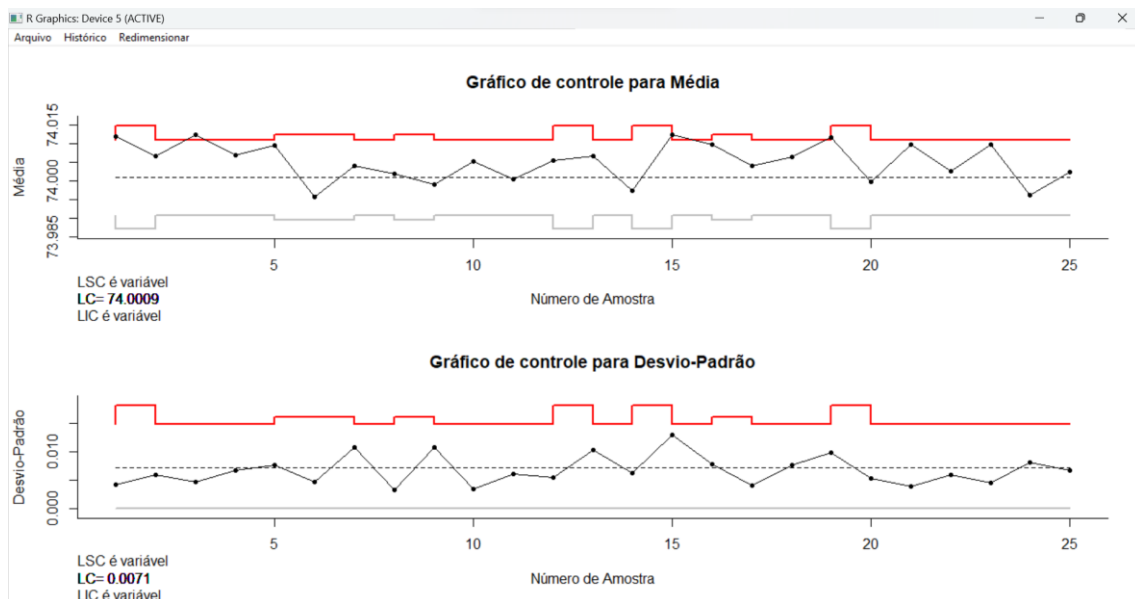
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 33 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -S da fase II



Fonte: Elaborado pelo autor

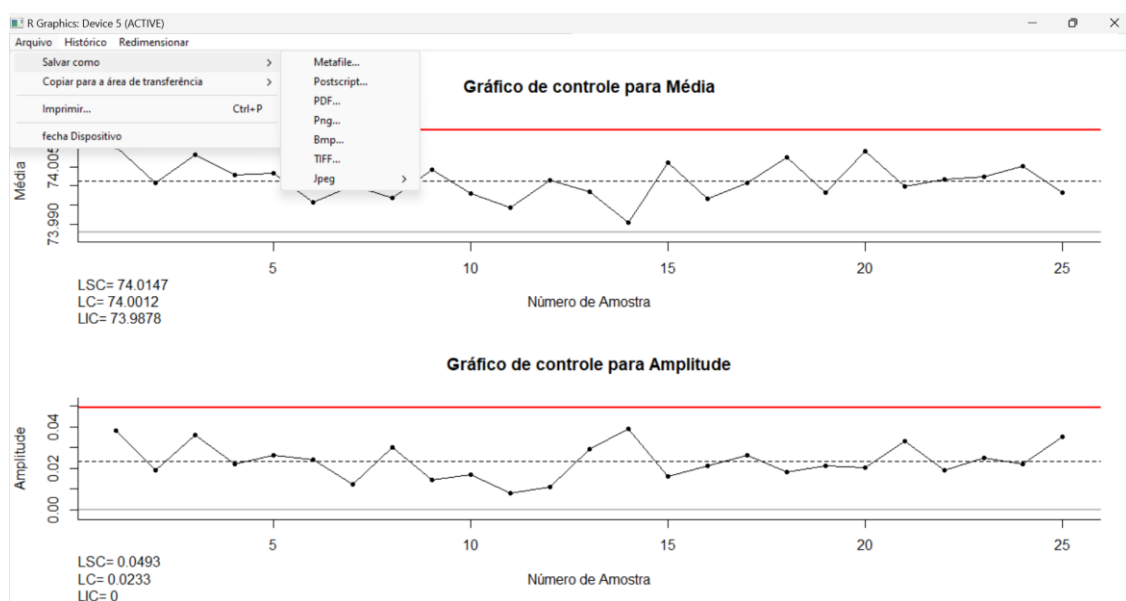
Figura 34 - Gráfico de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X}$ -S, caso de amostra variável, da fase II



Fonte: Elaborado pelo autor

Tanto os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista da fase I quanto da fase II apresentam os valores dos limites de controle superior, inferior e linha central. Como os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista e as análises de normalidade são plotados em uma nova janela é possível que o usuário os salve em formatos conhecidos como .pdf e formato de imagem .jpeg para utilizar posteriormente. A Figura 34 ilustra tais funcionalidades.

Figura 35 - Formas de salvar os gráficos gerados



Fonte: Elaborado pelo autor

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE PESQUISA FUTURAS

5.1. VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTA À QUESTÃO DE PESQUISA

Pode-se concluir que em relação ao desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ *fuzzy* intuicionista recomenda-se de uma forma geral, utilizar os cenários 7, 8 e 9, uma vez que trazem uma redução nos valores de *ARL* e *SDRL* e percentis próximos ao do gráfico de controle tradicional, ou seja, menos alarme falso que nos cenários 1 a 6.

No que se refere ao desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ -R *fuzzy* intuicionista, recomenda-se utilizar os cenários 4 a 7, uma vez que trazem uma redução nos valores de *ARL* e *SDRL* e percentis próximos ao do gráfico de controle tradicional.

Vale ressaltar que como os gráficos aqui propostos utilizam o método de defuzzificação IF-WABL e o desempenho está diretamente ligado ao cenário utilizado, ou seja, a escolha dos coeficientes c_L e c_R e, portanto, tais gráficos podem fornecer mais flexibilidade para controlar um processo. A aplicação da lógica *fuzzy* intuicionista aos gráficos de controle tradicionais torna-se interessante, levando em conta não só a incerteza, mas como também a hesitação por parte dos operadores.

Conclui-se que os gráficos de controle *fuzzy* intuicionista aqui estudados, de acordo com cenário escolhido, são eficientes no que se refere à detecção de causas especiais em relação aos gráficos de controle tradicionais propostos por Shewhart (1931), respondendo assim a primeira questão de pesquisa.

Entende-se que a utilização do método de fuzzificação proposto neste trabalho torna o processo mais próximo da realidade uma vez que faz uso das fontes de incerteza presente no processo de medição, como incerteza tipo A (dispersão das repetidas medições) e resolução do instrumento utilizado, podendo ser estendido para processos que possuam mais fontes de incerteza associada, respondendo assim a segunda questão de pesquisa.

Por meio dos resultados apresentados, conclui-se que a interface criada é capaz de fuzzificar observações *crisp* e defuzzificar as observações *fuzzy* intuicionista, realizar uma análise de normalidade dos dados, calcular os limites de controle e plotar os gráficos a partir de informações fornecidas pelo usuário. Apesar de não ter sido possível aplicar o gráfico de controle *fuzzy* intuicionista para monitorar um processo produtivo real acredita-

se que a interface computacional desenvolvida está pronta para receber dados de um processo, sendo válido ainda realizar alguns testes prévios, respondendo assim a terceira questão de pesquisa.

5.2. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Para futuras pesquisas, sugere-se:

- a)-Aplicar os conjuntos *fuzzy* intuicionista triangular e os conceitos de fuzzificação aqui discutidos em outros tipos de gráficos de controle.
- b)-Análise de capacidade do processo com dados de amostra de tamanho variável utilizando números *fuzzy* intuicionista triangular.
- c)- Analisar o desempenho dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista $\bar{X} - S$ e seu caso para amostra variável.
- c)-Estender o estudo dos gráficos de controle *fuzzy* intuicionista por variáveis considerando o caso de parametros desconhecidos.

REFERÊNCIAS

- AHMAD, M. *et al.* Construction of *fuzzy* $\bar{X}$ -S control chart using trapezoidal *fuzzy* number with unbalanced data. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, New York, v. 93, n. 4, p. 634-645, 2022.
- ALBERTAZZI, A.; DE SOUZA, A. **Fundamentos de metrologia científica e industrial**. Barueri: Manole, 2008.
- ALIZADEH, H. M.; GHOMI, S. M. T. F. *Fuzzy* development of mean and range control charts using statistical properties of different representative values. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, [s.l.], v. 22, n. 5, p. 253-265, 2011.
- ATALIK, G.; SENTURK, S. Intuitionistic *fuzzy* c control charts based on intuitionistic *fuzzy* ranking method for *TIFNs*. **Soft Computing**, [s.l.], v. 26, n. 21, p. 11403–11407, 2022
- ATANASSOV, K. T. Intuitionistic *fuzzy* sets. **Fuzzy Sets System**, Amsterdam, v. 20, n. 1, p. 87–96, 1983.
- BERTRAND, J.; FRANSOO, J. Modelling and Simulation: operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal Operations & Production Management**, Bradford, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.
- BRADSHAW, C. W. A *fuzzy* set theoretic interpretation of economic control limits. **European Journal of Operations Research**, Amsterdam, v. 13, n. 4, p. 403-408, 1983.
- CHAKRABORTI, S. Run length distribution and percentiles: The Shewhart chart with unknown parameters. **Quality Engineering**, New York, v. 19, n. 2, p. 119-127, 2007.
- CHEN, G. The mean and standard deviation of the run length distribution of $\bar{X}$ charts when control limits are estimated. **Statistica Sinica**, Taiwan, v. 7, n. 3, p. 789-798, 1997.
- CORNELIS, C. *et al.* Intuitionistic *fuzzy* sets and interval valued *fuzzy* sets: a critical comparison. In: CONFERENCE OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR FUZZY LOGIC AND TECHNOLOGY, 3., 2003, Zittau. **Proceedings [...]**. Germany: European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT): 2003. p. 159-163.
- COSTA, A. F. B. **Gráficos de controle de Shewhart: duas décadas de pesquisa**. 2007. Tese (Livre-Docência em Engenharia de Qualidade) — Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.
- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2005.
- DARESTANI, S. A.; NASIRI M. *Fuzzy* $\bar{X}$ -S control chart and process capability indices in normal data environment. **International Journal of Quality & Reliability Management**, Bradford, v. 33, n. 1, p. 2-24, 2014.
- DA COSTA, C. G. **Probabilidades imprecisas: intervalar, fuzzy e fuzzy intuicionista**. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica e Computação) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Rio Grande do Norte, 2012.

DOMANGUE, R.; PATCH, S. C. Some omnibus exponentially weighted moving average statistical process monitoring schemes. **Technometrics**, Washington, v. 33, n. 3, p. 299-313, 1991.

ERCAN-TEKSEN H.; ANAGUN, A. S. Interval tipo-2 *fuzzy* c-control charts using likelihood and reduction methods. **Soft Computing**, [s.l.], v. 22, n. 15, p. 4921-4934, 2018a.

ERCAN-TEKSEN H.; ANAGUN, A. S. Different method to *fuzzy* $\bar{X}$ -R control charts used in production: Interval tipo-2 *fuzzy* set example. **Journal of Enterprise Information Management**, [s.l.], v. 31, n. 6, p. 848-866, 2018b.

ERCAN-TEKSEN H.; ANAGUN, A. S. Intuitionistic *fuzzy* c-control charts using defuzzification and likelihood method. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, [s.l.], v. 39, n. 5, p. 6465-6473, 2020a.

ERCAN-TEKSEN H.; ANAGUN, A. S. Intuitionistic *fuzzy* c-control charts using *fuzzy* comparison methods. **Advances in Intelligent Systems and Computing**, [s.l.], v. 1029, p. 1162-1169, 2020b.

FANG, J.; WANG, H.; DENG, W. Design of EWMA control charts for assuring predetermined production process quality. **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology**, [s.l.], v. 5, n. 10, p. 3010-3014, 2013.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6.ed. São Paulo: Atlas S.A, 2008.

GOZTOK K. K.; UÇURUM, M.; OZDEMIR, A. Development of a *fuzzy* exponentially weighted moving average control chart with an α -level cut for monitoring a production process. **Arab. J. Sci. Eng.** Dhahran, v. 46, n. 2, p. 1911–1924, 2021.

GULBAY, M.; KAHRAMAN, C. Development of *fuzzy* process control charts and *fuzzy* unnatural pattern analyses. **Computational Statistics & Data Analysis**, Amsterdam, v. 51, n. 1, p. 434–451, 2006.

GULBAY, M.; KAHRAMAN, C.; RUAN, D. α -cut *fuzzy* control charts for linguistic data. **International Journal of Intelligent Systems**, [s.l.], v. 19, n. 12, p. 1173-1195, 2004.

GUM- **Guia para a expressão de incerteza de medição- Avaliação de dados de Medição**. Rio de Janeiro: INMETRO, 2008. Disponível em: [http://www.inmetro.gov.br/noticias/conteudo/iso_gum_versao_site.pdf]. Acesso em: [19 set. 2023]

JENSEN, W. A.; JONES-FARMER, L. A.; CHAMP, C. W.; WOODALL, W. H. Effects of parameters estimation on Control Chart properties: a literature review. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 38, n.4, p. 349-364, 2006.

KAYA, I.; ERDOGAN, M.; YILDIZ, C. Analysis and control of variability by using *fuzzy* individual control charts. **Applied Soft Computing**, [s.l.], v. 51, n. 2, p. 370-381, 2017.

KAYA I.; ILBAHAR E.; KARASAN A. A design methodology based on two dimensional fuzzy linguistic variables for attribute control charts with real case applications. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, [s.l.], v. 126, p. 1-17, 2023.

KAYA I. *et al.* Analyzing Attribute Control Charts for Defectives Based on Intuitionistic Fuzzy Sets. In: CONFERENCE PROCEEDING OF INTERNACIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL ADVANCES AND APLICATIONS, 3., 2020, Istanbul. **Proceedings [...]**. Turkey: Conference Proceeding Science and Technology (CPOST): 2020. p. 122-128.

KAYA I.; KAHRAMAN, C. Process capability analyses with *fuzzy* parameters. **Expert Syst Appl**, New, York, v. 38, n. 9, p. 11918–11927, 2011.

KAYA I.; TURGUT, A. Design of variable control charts based on type-2 *fuzzy* sets with a real case study. **Soft Computing**, [s.l.], v. 25, n. 1, p. 613-633, 2021.

KHAN, M. Z.; KHAN, M. F.; ASLAM, M.; MUGHAL, A. R. A study on average run length of *fuzzy* EWMA control chart. **Soft Computing**, [s.l.], v. 26, n. 18, p. 9117–9124, 2022.

KHOO, M. B. C. Performance measures for the Shewhart $\bar{X}$ control chart. **Quality Engineering**, New York, v. 16, n. 4, p. 585–590, 2004.

KOTHARI, C. **Research methodology: methods and techniques**. 2 nd ed. New Delhi: New Age International, 2013.

MACHADO, M. A. G. **Estudo das propriedades dos gráficos de controle bivariados com amostragem dupla**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica-Projetos e Materiais) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

MAHAPRATA, G. S.; ROY, T. K. Intuitionistic *fuzzy* number and its arithmetic operation with application on system failure. **Journal of Uncertain Systems**, [s.l.], v. 7, n. 2, p. 92-107, 2013.

MELLO, M. P., PETERNELLI, L. A. **Conhecendo o R: Uma visão mais que Estatística**. Viçosa: Editora UFV, 2013.

MENDES, A. S.; MACHADO, M. A. G.; ROCHA RIZOL, P. M. S. *Fuzzy* control chart for monitoring mean and range univariate processes. **Revista Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 39, n. 2, p. 339-357, 2019.

MERT, A. On the WABL defuzzification method for intuitionistic *fuzzy* numbers. **Advances in Intelligent Systems and Computing**, [s.l.], v. 1029, p. 39-47, 2020.

MIGUEL, P. A. C *et al.* **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade**. 7 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

PRODANOV, C. C.; DE FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed. Rio Grande do Sul: Feevale, 2013.

SAMOHYL, R. W. **Controle Estatístico de Qualidade**. São Paulo: Elsevier, 2009.

SAKTHIVEL, E., KANNAN, S.K., LOGARAJ, M. Application of *fuzzy* logic approach in statistical control charts. **Global and Stochastic Analysis**, Voronezh, v.4, n.1, p.139-147,2017.

SENTURK, S.; ERGINEL, N. Development of *fuzzy* $\bar{X} - R$ and $\bar{X} - S$ control charts using α -cuts. **Journal Information Sciences**, New York, v. 179, n. 10, p. 1542-1551, 2009.

SENTURK S.; ANTUCHEVICIENE J. Interval type-2 *fuzzy* c-control charts: An application in a food company. **Informatica**, [s.l.], v. 28, n. 2, p. 269–283, 2017.

SHEWHART, W. A. **Economic Control of Quality of Manufactured Product**. Nova York: D.Van Nostrand Company, 1931.

SHONGWE, S. C.; GRAHAM, M. A modified side-sensitive synthetic chart to monitor the process mean. **Quality Technology and Quantitative Management**, Hsinchu, v.15, n.3, p.1-26, 2016.

OZDEMIR, A. Development of *fuzzy* $\bar{X} - S$ control charts with unbalanced *fuzzy* data. **Soft Computing**, [s.l.], v. 25, n. 5, p. 4015–4025, 2021.

REN, X. *et al.* Research on manufacturing quality control method based on the probabilistic intuitionistic *fuzzy* set prediction model and the triple exponentially weighted moving average control chart. In: CONFERENCE ON MECHANICAL ENGINEERING AND INTELLIGENT MANUFACTURING, 5., 2022, Ma'anshan. **Proceedings [...]**. China: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE): 2022, p. 1-12.

RODRIGUEZ-ALVAREZ, J. *et al.* Analysis and control of the paper moisture content variability by using *fuzzy* and traditional individual control charts. **Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems**, Amsterdam, v. 208, n. 6, p. 1-12, 2021.

SILVESTRE, I. B. M. **Gráficos de controle: aspectos teóricos e práticos a partir da ótica da lógica formal e da lógica *fuzzy***. 2014. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) - Faculdade de Ciências Computacionais do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande do Sul, 2014.

SHABANI, A.; NADARAJAH, S.; ALIZADEH, M. The (α, β) -cut control charts for process average based on the generalized intuitionistic *fuzzy* number. **International Journal of Systems Science**, Hants, v. 49, n. 2, p. 392-406,2018.

QUESENBERRY, C.P. The effect of sample size on estimated limits for $\bar{X}$ and $\bar{X}$ control charts. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee , v. 25, n. 4, p. 237-247, 1993.

VIM – **Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais e termos associados**. Rio de Janeiro: INMETRO, 2012. Disponível em: [http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/vim_2012.pdf]. Acesso em: [19 set. 2023]

WANG, J. H.; RAZ, T. On the construction of control charts using linguistic variables. **International Journal of Production Research**, London, v. 28, n. 3, p. 477-487, 1990.

**APÊNDICE A - Código computacional em R para obtenção do *ARL*, *SDRL* e
Percentis de *RL* para o gráfico $\bar{X}$ fuzzy intuicionista**

```
Começo=Sys.time()
```

```
RL=c ()
```

```
k = 3
```

```
sigma = 1
```

```
mi =0
```

```
n=5
```

```
cl=0.1
```

```
cr=0.9
```

```
teta=0.5
```

```
LICx = mi - k*sigma/sqrt(n)
```

```
LSCx= mi + k*sigma/sqrt(n)
```

```
desvio=0.05
```

```
resolução=0.01
```

```
incerteza_tipoa=desvio/sqrt(5)
```

```
incerteza_tipob=resolução/(2*sqrt(3))
```

```
incerteza_combinada=sqrt(incerteza_tipoa^2+incerteza_tipob^2)
```

```
veff=(incerteza_combinada^4)/((incerteza_tipoa^4)/(5-1))
```

```
veff_truncado=trunc(veff)
```

```
valor_k=qt(p=0.02275,df=veff_truncado,lower.tail = FALSE)
```

```
incerteza_expandida=incerteza_combinada*valor_k
```

```

#Lista do ARL
ARL=c (1:21)
names (ARL) = c ("0.0", "0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6",
                "0.7", "0.8", "0.9", "1.0", "1.1", "1.2", "1.3",
                "1.4", "1.5", "1.6", "1.7", "1.8", "1.9", "2.0")
SDRL=c (1:21)
p5=c (1:21)
p25=c (1:21)
p50=c (1:21)
p75=c (1:21)
p95=c (1:21)

for (x in 1:21) {
  for (i in 1:10000) {
    for (j in 1:5000) {
      delta=(x-1) *0.1
      gerador<- rnorm(n,mean=mi+(delta*sigma),sd=sigma) #gera os valores da amostra

      a2=gerador
      a1=a2-incerteza_expandida*runif(n)
      a3=a2+incerteza_expandida*runif(n)
      a1_linha=a1-incerteza_expandida*runif(n)
      a3_linha=a3+incerteza_expandida*runif(n)

      xbara1=mean(a1)
      xbara2=mean(a2)
      xbara3=mean(a3)
      xbara1_linha=mean(a1_linha)
      xbara3_linha=mean(a3_linha)
    }
  }
}

```

```

IFWABL_xbar=teta*((cr*xbara3+cl*xbara1) *(1-(2/3))+xbara2*(2/3))+
(1-teta) *((xbara2*(1-0.5)) +(cl*xbara1_linha+cr*xbara3_linha) *0.5)

if (IFWABL_xbar < LICx | IFWABL_xbar> LSCx)
  break
}
RL[i]=as.integer(j)
}

ARL[x]= sum (RL)/10000
SDRL[x]=sd (RL)
p5[x]=quantile (RL,probs=c(0.05))
p25[x]=quantile (RL,probs=c(0.25))
p50[x]=quantile (RL,probs=c(0.5))
p75[x]=quantile (RL,probs=c(0.75))
p95[x]=quantile (RL,probs=c(0.95))
}

lista=list (ARL, SDRL, p5, p25, p50, p75, p95)
names(lista)=c("ARL","SDRL","P5","P25","P50","P75","P95")
Tabela = data.frame(lista)
View (Tabela)

Fim=Sys.time()
Tempo=(Fim-Começo)
show (Tempo)

```

**APÊNDICE B - Código computacional em R para obtenção do ARL, SDRL e
Percentis de RL para o gráfico $\bar{X} - R$ fuzzy intuicionista**

```
Começo=Sys.time()
```

```
RL=c ()
```

```
k = 3.205
```

```
w=5.3875
```

```
sigma = 1
```

```
mi =0
```

```
n=5
```

```
cl=0.5
```

```
cr=0.5
```

```
teta=0.5
```

```
LICx = mi - k*sigma/sqrt(n)
```

```
LSCx= mi + k*sigma/sqrt(n)
```

```
LSCr=w*sigma
```

```
desvio=0.05
```

```
resolução=0.01
```

```
incerteza_tipoa=desvio/sqrt(5)
```

```
incerteza_tipob=resolução/(2*sqrt(3))
```

```
incerteza_combinada=sqrt(incerteza_tipoa^2+incerteza_tipob^2)
```

```
veff=(incerteza_combinada^4)/((incerteza_tipoa^4)/(5-1))
```

```
veff_truncado=trunc(veff)
```

```
valor_k=qt (p=0.02275, df=veff_truncado,lower.tail = FALSE)
```

```
incerteza_expandida=incerteza_combinada*valor_k
```

```
ARL=matrix(ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(ARL)= c("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(ARL)= c("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
SDRL=matrix (ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(SDRL)= c("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(SDRL)= c("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
p5=matrix(ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(p5) = c ("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(p5) = c ("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
p25=matrix(ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(p25)= c("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(p25)= c("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
p50=matrix (ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(p50) = c ("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(p50) = c ("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
p75=matrix (ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(p75) = c ("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(p75) = c ("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
p95=matrix (ncol=8, nrow=9)
```

```
rownames(p95) = c ("0.0", "0.2", "0.4", "0.6", "0.8", "1.0", "1.2", "1.4", "1.6")
```

```
colnames(p95) = c ("1.0", "1.1", "1.2", "1.3", "1.4", "1.5", "2.0", "2.5")
```

```
for (y in 1:8) {
```

```
  for (x in 1:9) {
```

```

for (i in 1:10000) {
  for (j in 1:5000) {

    delta=(x-1) *0.2
    lambda=1+(y-1) *0.1

    if (y==7)
      lambda=2

    if (y==8)
      lambda=2.5

    gerador<- rnorm(n,mean=(mi+delta*sigma),sd=sigma*lambda) #gera os valores da
amostra

    a2=gerador
    a1=a2-incerteza_expandida*runif(n)
    a3=a2+incerteza_expandida*runif(n)
    a1_linha=a1-incerteza_expandida*runif(n)
    a3_linha=a3+incerteza_expandida*runif(n)

    xbara1=mean(a1)
    xbara2=mean(a2)
    xbara3=mean(a3)
    xbara1_linha=mean(a1_linha)
    xbara3_linha=mean(a3_linha)

    ra1=max(a1) -min(a3)
    ra2=max(a2) -min(a2)
    ra3=max(a3) -min(a1)
    ra1_linha=max(a1_linha) -min(a3_linha)
    ra3_linha=max(a3_linha) -min(a1_linha)

```

```
IFWABL_xbar=teta*((cr*xbara3+cl*xbara1) *(1-(2/3)) +xbara2*(2/3)) +
(1-teta) *((xbara2*(1-0.5)) +(cl*xbara1_linha+cr*xbara3_linha) *0.5)
```

```
IFWABL_r=teta*((cr*ra3+cl*ra1) *(1-(2/3)) +ra2*(2/3)) +
(1-teta) *((ra2*(1-0.5)) +(cl*ra1_linha+cr*ra3_linha) *0.5)
```

```
if ( IFWABL_xbar < LICx | IFWABL_xbar> LSCx |IFWABL_r>LSCr)
```

```
break
```

```
}
```

```
RL[i]=as.integer(j)
```

```
}
```

```
ARL[x,y] = sum(RL)/10000
```

```
SSDRL[x,y]=sd(RL)
```

```
p5[x,y]=quantile(RL,probs=c(0.05))
```

```
p25[x,y]=quantile(RL,probs=c(0.25))
```

```
p50[x,y]=quantile(RL,probs=c(0.5))
```

```
p75[x,y]=quantile(RL,probs=c(0.75))
```

```
p95[x,y]=quantile(RL,probs=c(0.95))
```

```
}
```

```
}
```

```
tabela1 = as.data.frame(t(ARL))
```

```
tabela2 = as.data.frame(t(SSDRL))
```

```
tabela3 = as.data.frame(t(p5))
```

```
tabela4 = as.data.frame(t(p25))
```

```
tabela5 = as.data.frame(t(p50))
```

```
tabela6 = as.data.frame(t(p75))
```

```
tabela7 = as.data.frame(t(p95))
```

Fim=Sys.time()

Tempo=(Fim-Começo)

show (Tempo)

APÊNDICE C - Medidas de desempenho do gráfico de controle $\bar{X}$ e gráfico de controle $\bar{X}$ fuzzy intuicionista

Tradicional							
#	#	#	Percentis de <i>RL</i>				
δ	<i>ARL</i>	<i>SDRL</i>	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,4	369,9	19	107	257	513	1109
0,1	295,8	295,3	16	85	205	410	885
0,2	177,7	177,2	10	51	123	246	531
0,3	99,5	99,0	6	29	69	138	297
0,4	56,6	56,1	3	17	39	78	169
0,5	33,4	32,9	2	10	23	46	99
0,6	20,6	20,1	2	6	14	28	61
0,7	13,2	12,7	1	4	9	18	39
0,8	8,9	8,3	1	3	6	12	26
0,9	6,2	5,7	1	2	4	8	17
1,0	4,5	4,0	1	2	3	6	12
1,1	3,4	2,9	1	1	2	4	9
1,2	2,7	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 1							
$c_L = 0,1$ e $c_R = 0,9$							
#	#	#	Percentis de RL				
Δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	369,3	368,5	20	112	255	514	1106
0,1	272,6	271,9	14	79	188	377	830
0,2	162,2	162,0	9	48	112	225	480
0,3	89,5	89,9	5	26	62	124	271
0,4	51,3	51,4	3	15	35	70	154
0,5	29,8	29,4	2	9	21	41	88
0,6	18,8	18,1	1	6	13	26	56
0,7	12,4	12,1	1	4	9	17	36
0,8	8,3	7,9	1	3	6	11	24
0,9	5,9	5,4	1	2	4	8	17
1,0	4,2	3,8	1	2	3	6	12
1,1	3,2	2,7	1	1	2	4	9
1,2	2,5	2,0	1	1	2	3	6
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,5	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,2	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,4	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 2							
$c_L = 0,15$ e $c_R = 0,85$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,3	368,0	19	107	258	513	1106
0,1	279,4	280,5	16	81	195	388	834
0,2	164,8	164,2	9	48	114	227	493
0,3	90,8	90,2	5	27	62	125	271
0,4	52,9	53,2	3	15	37	73	158
0,5	30,7	30,1	2	10	22	42	90
0,6	18,9	18,2	1	6	13	26	55
0,7	12,4	12,1	1	4	9	17	36
0,8	8,4	7,8	1	3	6	11	24
0,9	5,8	5,3	1	2	4	8	16
1,0	4,3	3,8	1	2	3	6	12
1,1	3,2	2,7	1	1	2	4	8
1,2	2,6	2,0	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,4	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 3							
$c_L = 0,2$ e $c_R = 0,8$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	371,7	372,2	19	109	260	511	1116
0,1	280,1	283,3	15	81	192	383	845
0,2	164,2	163,0	9	47	114	229	490
0,3	92,3	91,4	5	27	65	128	274
0,4	51,7	50,7	3	16	36	71	152
0,5	31,7	31,0	2	9	22	44	93
0,6	19,3	18,6	1	6	14	26	56
0,7	12,5	11,9	1	4	9	17	36
0,8	8,6	8,0	1	3	6	12	24
0,9	5,9	5,5	1	2	4	8	17
1,0	4,3	3,8	1	2	3	6	12
1,1	3,3	2,7	1	1	2	4	9
1,2	2,6	2,0	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,5	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,4	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 4							
$c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	369,2	370,6	20	107	255	514	1098
0,1	285,0	281,5	15	83	202	389	858
0,2	169,5	169,8	9	49	119	235	501
0,3	93,1	91,3	6	28	65	129	274
0,4	53,6	53,3	3	16	37	74	162
0,5	31,9	30,8	2	10	22	44	94
0,6	19,8	19,3	1	6	14	27	58
0,7	12,6	12,2	1	4	9	17	37
0,8	8,5	8,2	1	3	6	12	25
0,9	5,9	5,4	1	2	4	8	17
1,0	4,3	3,8	1	2	3	6	12
1,1	3,3	2,8	1	1	2	4	9
1,2	2,6	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,5	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 5							
$c_L = 0,3$ e $c_R = 0,7$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,5	368,6	21	109	259	505	1113
0,1	278,8	280,6	15	81	193	386	834
0,2	168,5	168,5	9	49	115	238	496
0,3	94,8	94,4	5	27	66	131	287
0,4	53,9	54,5	3	16	37	74	163
0,5	31,9	31,5	2	10	22	44	94
0,6	19,7	19,3	1	6	14	27	58
0,7	12,7	12,1	1	4	9	17	37
0,8	8,5	7,9	1	3	6	12	25
0,9	6,0	5,4	1	2	4	8	17
1,0	4,4	3,9	1	2	3	6	12
1,1	3,3	2,8	1	1	2	4	9
1,2	2,6	2,0	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,5	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 6							
$c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,6	369,7	21	110	260	517	1085
0,1	285,6	282,4	15	84	199	396	845
0,2	171,2	170,9	9	49	119	240	513
0,3	95,4	95,8	5	28	66	130	292
0,4	54,4	53,4	3	16	38	75	164
0,5	32,9	32,3	2	10	23	45	98
0,6	19,7	19,0	1	6	14	27	58
0,7	13,0	12,4	1	4	9	18	38
0,8	8,7	8,3	1	3	6	12	25
0,9	6,0	5,5	1	2	4	8	17
1,0	4,5	4,0	1	2	3	6	12
1,1	3,4	2,9	1	1	2	4	9
1,2	2,6	2,0	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 7							
$c_L = 0,4$ e $c_R = 0,6$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	371,4	370,9	20	107	257	512	1105
0,1	290,3	286,9	15	83	204	405	854
0,2	175,6	179,5	10	50	120	240	535
0,3	96,0	96,4	5	28	66	132	292
0,4	56,4	56,4	3	16	40	77	170
0,5	33,1	32,8	2	10	23	46	97
0,6	20,4	19,7	2	6	14	28	60
0,7	12,8	12,3	1	4	9	18	37
0,8	8,6	8,1	1	3	6	12	25
0,9	6,0	5,6	1	2	4	8	17
1,0	4,4	3,8	1	2	3	6	12
1,1	3,4	2,9	1	1	2	4	9
1,2	2,6	2,0	1	1	2	3	7
1,3	2,1	1,5	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 8							
$c_L = 0,45$ e $c_R = 0,55$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,4	368,6	20	107	257	511	1120
0,1	291,5	292,5	15	83	202	407	866
0,2	177,7	176,1	10	52	123	247	524
0,3	99,9	99,7	6	29	69	138	298
0,4	54,7	53,7	3	17	38	75	162
0,5	32,9	32,2	2	10	23	45	96
0,6	20,1	19,7	2	6	14	27	59
0,7	13,2	12,6	1	4	9	18	39
0,8	8,8	8,2	1	3	6	12	25
0,9	6,2	5,7	1	2	4	8	17
1,0	4,5	3,9	1	2	3	6	12
1,1	3,3	2,8	1	1	2	4	9
1,2	2,7	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 9							
$c_L = 0,5$ e $c_R = 0,5$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	368,9	370,5	20	102	255	509	1127
0,1	289,2	293,8	14	81	200	401	876
0,2	178,9	176,8	10	51	125	251	536
0,3	100,0	98,6	6	29	70	140	293
0,4	57,3	56,5	3	17	40	78	171
0,5	33,7	33,2	2	10	23	47	101
0,6	20,6	20,6	2	6	14	28	61
0,7	13,0	12,7	1	4	9	18	38
0,8	9,0	8,3	1	3	7	12	26
0,9	6,1	5,6	1	2	4	8	18
1,0	4,5	4,0	1	2	3	6	12
1,1	3,4	2,8	1	1	2	4	9
1,2	2,7	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 10							
$c_L = 0,55$ e $c_R = 0,45$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	371,4	368,1	20	111	259	512	1108
0,1	301,2	299,7	16	86	206	423	899
0,2	181,5	180,9	11	52	126	254	538
0,3	101,9	100,2	6	31	72	141	302
0,4	57,3	56,9	3	17	40	79	170
0,5	34,1	34,0	2	10	24	47	101
0,6	20,6	20,0	2	6	15	28	61
0,7	13,3	12,7	1	4	9	18	39
0,8	8,9	8,4	1	3	6	12	25
0,9	6,3	5,8	1	2	4	9	18
1,0	4,6	4,0	1	2	3	6	13
1,1	3,4	2,8	1	1	2	4	9
1,2	2,7	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 11							
$c_L = 0,6$ e $c_R = 0,4$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,5	371,3	21	108	257	509	1099
0,1	301,7	302,3	16	85	209	422	917
0,2	184,0	180,0	10	55	129	256	543
0,3	102,7	101,2	6	30	73	142	305
0,4	57,1	56,9	3	17	40	78	170
0,5	34,0	33,3	2	10	24	46	101
0,6	20,9	20,5	2	6	15	29	61
0,7	13,3	12,7	1	4	9	18	39
0,8	9,1	8,6	1	3	6	12	26
0,9	6,3	5,7	1	2	5	8	18
1,0	4,6	4,1	1	2	3	6	13
1,1	3,4	2,9	1	1	2	4	9
1,2	2,7	2,1	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 12							
$c_L = 0,65$ e $c_R = 0,35$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,7	371,0	18	104	257	519	1098
0,1	293,8	290,5	16	87	204	409	877
0,2	185,2	181,4	10	55	130	257	553
0,3	104,2	103,1	6	30	71	144	311
0,4	58,4	58,1	4	17	41	80	173
0,5	34,7	33,9	2	10	24	48	103
0,6	21,3	20,7	2	6	15	29	63
0,7	13,6	13,1	1	4	10	19	40
0,8	9,1	8,6	1	3	7	12	27
0,9	6,3	5,8	1	2	4	9	18
1,0	4,6	4,0	1	2	3	6	13
1,1	3,5	2,9	1	1	3	5	9
1,2	2,7	2,2	1	1	2	4	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,9	1,3	1	1	1	2	4
1,5	1,6	0,9	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 13							
$c_L = 0,7$ e $c_R = 0,3$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,4	373,8	20	107	256	509	1110
0,1	306,4	305,2	16	88	211	426	920
0,2	185,2	182,4	10	55	131	257	547
0,3	104,3	101,7	6	31	74	146	302
0,4	59,5	59,3	3	17	42	83	178
0,5	34,9	34,2	2	11	25	48	103
0,6	21,2	20,3	2	7	15	29	61
0,7	13,8	13,4	1	4	10	19	41
0,8	9,1	8,6	1	3	6	12	27
0,9	6,3	5,8	1	2	5	9	18
1,0	4,6	4,0	1	2	3	6	13
1,1	3,4	2,9	1	1	3	5	9
1,2	2,7	2,2	1	1	2	4	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	4
1,6	1,4	0,7	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 14							
$c_L = 0,75$ e $c_R = 0,25$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	371,0	372,4	20	109	255	517	1116
0,1	306,7	307,5	16	90	213	427	905
0,2	187,6	189,0	10	54	129	258	569
0,3	105,3	106,2	6	31	73	144	315
0,4	60,3	59,3	4	18	42	85	179
0,5	35,4	35,1	2	11	25	49	105
0,6	21,8	21,5	2	7	15	30	65
0,7	13,9	13,5	1	4	10	19	41
0,8	9,2	8,6	1	3	7	13	27
0,9	6,5	5,9	1	2	5	9	18
1,0	4,6	4,1	1	2	3	6	13
1,1	3,5	3,0	1	1	3	5	10
1,2	2,7	2,1	1	1	2	4	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	5
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	3
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 15							
$c_L = 0,8$ e $c_R = 0,2$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	368,0	365,1	19	106	254	516	1098
0,1	314,4	315,8	17	92	218	435	934
0,2	191,4	193,8	10	54	130	265	574
0,3	108,4	107,4	6	31	75	153	323
0,4	61,1	61,4	3	18	42	85	184
0,5	35,9	36,0	2	11	25	50	107
0,6	22,0	21,4	2	7	15	30	65
0,7	13,8	13,1	1	4	10	19	40
0,8	9,1	8,6	1	3	6	12	26
0,9	6,4	5,9	1	2	5	9	19
1,0	4,7	4,2	1	2	3	6	13
1,1	3,5	3,0	1	1	3	5	9
1,2	2,7	2,2	1	1	2	3	7
1,3	2,2	1,6	1	1	2	3	6
1,4	1,9	1,3	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	4
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 16							
$c_L = 0,85$ e $c_R = 0,15$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	369,4	367,0	19	105	256	511	1114
0,1	310,5	311,0	18	89	217	428	934
0,2	191,0	189,4	11	56	133	266	568
0,3	109,4	108,9	6	32	75	152	330
0,4	60,8	60,7	4	18	42	84	184
0,5	36,1	35,9	2	11	25	50	107
0,6	21,7	21,2	2	6	15	30	64
0,7	14,0	13,5	1	4	10	19	41
0,8	9,2	8,9	1	3	6	13	27
0,9	6,6	6,1	1	2	5	9	18
1,0	4,8	4,2	1	2	3	6	13
1,1	3,5	3,0	1	1	3	5	10
1,2	2,8	2,2	1	1	2	4	7
1,3	2,2	1,7	1	1	2	3	6
1,4	1,8	1,2	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	4
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

$\theta=0,5$							
Cenário 17							
$c_L = 0,9$ e $c_R = 0,1$							
#	#	#	Percentis de RL				
δ	ARL	$SDRL$	5°	25°	50°	75°	95°
0	370,1	371,7	20	107	255	513	1100
0,1	320,4	317,7	17	95	224	445	947
0,2	195,4	194,0	11	58	135	272	580
0,3	110,5	110,4	7	33	77	152	335
0,4	62,2	62,4	4	18	42	86	189
0,5	36,3	35,4	2	11	25	50	108
0,6	22,4	21,9	2	7	16	31	67
0,7	14,2	13,6	1	5	10	19	42
0,8	9,6	9,2	1	3	7	13	27
0,9	6,6	6,1	1	2	5	9	19
1,0	4,7	4,2	1	2	3	6	13
1,1	3,6	3,1	1	1	3	5	10
1,2	2,8	2,2	1	1	2	4	7
1,3	2,2	1,7	1	1	2	3	5
1,4	1,9	1,3	1	1	1	2	4
1,5	1,6	1,0	1	1	1	2	4
1,6	1,4	0,8	1	1	1	2	3
1,7	1,3	0,6	1	1	1	1	2
1,8	1,2	0,5	1	1	1	1	2
1,9	1,1	0,4	1	1	1	1	2
2,0	1,1	0,3	1	1	1	1	2

Fonte: Elaborado pelo autor

APÊNDICE D - Medidas de desempenho do gráfico de controle $\bar{X} - R$ e gráfico de controle $\bar{X}$ -R fuzzy intuicionista

ARL E SDRL Tradicional

		Tradicional									
	λ	δ									
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	
ARL	1	370,5	228,0	84,9	30,8	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5	
	1,1	119,2	88,2	44,1	20,1	9,7	5,2	3,1	2,1	1,6	
	1,2	48,8	40,3	25,0	13,8	7,7	4,5	2,9	2,1	1,6	
	1,3	24,2	21,3	15,3	9,8	6,2	4,0	2,8	2,0	1,6	
	1,4	13,9	12,8	10,1	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6	
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6	
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4	
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2	
	λ	δ									
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	
SDRL	1	370,0	227,5	84,4	30,2	12,1	5,5	2,8	1,5	0,9	
	1,1	118,7	87,7	43,6	19,6	9,2	4,7	2,6	1,5	1,0	
	1,2	48,3	39,8	24,4	13,3	7,1	4,0	2,4	1,5	1,0	
	1,3	23,7	20,8	14,8	9,3	5,6	3,5	2,2	1,4	1,0	
	1,4	13,4	12,2	9,5	6,7	4,5	3,0	2,0	1,4	1,0	
	1,5	8,4	7,9	6,5	5,0	3,6	2,6	1,8	1,3	1,0	
	2	2,0	2,0	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8	
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	

Fonte: Elaborado pelo autor

2,5 3 3 3 3 3 3 3 3 2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 1 - $c_L = 0,1$ e $c_R = 0,9$

$\theta=0,5$										
Cenário 1										
$c_L = 0,1$ e $c_R = 0,9$										
ARL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	359,9	210,7	76,4	28,3	11,6	5,6	3,2	2,1	1,5
	1,1	112,6	81,9	40,2	18,7	9,2	4,9	3,0	2,0	1,5
	1,2	45,7	37,5	23,2	13,0	7,4	4,3	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,2	20,0	14,4	9,2	5,9	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,5	12,4	9,7	6,9	4,9	3,4	2,5	2,0	1,6
	1,5	8,8	8,3	6,8	5,3	4,1	3,0	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,2	2,0	1,8	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2
SDRL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	364,8	207,1	76,4	27,7	11,1	5,1	2,6	1,5	0,9
	1,1	109,9	80,9	39,2	18,2	8,5	4,4	2,4	1,4	0,9
	1,2	45,4	37,1	22,7	12,4	6,9	3,8	2,3	1,5	0,9
	1,3	22,3	19,4	13,7	8,8	5,5	3,4	2,1	1,4	0,9
	1,4	12,9	12,2	9,1	6,3	4,3	2,8	2,0	1,4	0,9
	1,5	8,3	7,7	6,4	4,7	3,5	2,4	1,8	1,3	0,9
	2	2,0	2,0	1,8	1,7	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

2,5 3 3 3 3 3 3 3 3 2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 2 - $c_L = 0,15$ e $c_R = 0,85$

$\theta=0,5$										
Cenário 2										
$c_L = 0,15$ e $c_R = 0,85$										
ARL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	360,2	210,1	78,8	28,4	11,8	5,6	3,2	2,0	1,5
	1,1	113,7	82,0	41,8	18,6	9,1	4,9	3,0	2,1	1,6
	1,2	46,3	38,2	23,8	12,9	7,4	4,3	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,1	20,5	14,5	9,4	5,9	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,4	12,4	9,5	6,9	4,9	3,4	2,5	2,0	1,6
	1,5	8,6	8,3	6,8	5,3	4,0	3,0	2,3	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,0	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2
SDRL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	357,9	208,2	77,7	28,0	11,3	5,1	2,6	1,5	0,9
	1,1	113,8	81,7	41,4	18,1	8,5	4,4	2,4	1,5	0,9
	1,2	45,4	38,2	23,4	12,6	6,8	3,8	2,3	1,4	1,0
	1,3	23,1	20,3	13,8	8,9	5,3	3,3	2,2	1,4	0,9
	1,4	12,7	11,7	9,0	6,5	4,3	2,9	2,0	1,4	0,9
	1,5	8,2	7,8	6,2	4,8	3,5	2,5	1,8	1,3	0,9
	2	1,9	1,9	1,8	1,7	1,4	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

2,5 3 3 3 3 3 3 3 2 2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 3 - $c_L = 0,2$ e $c_R = 0,8$

$\theta=0,5$										
Cenário 3										
$c_L = 0,2$ e $c_R = 0,8$										
ARL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	362,0	209,8	79,3	28,5	11,8	5,9	3,2	2,1	1,5
	1,1	114,0	83,1	41,1	18,9	9,2	5,0	3,0	2,0	1,5
	1,2	47,2	38,8	23,7	13,1	7,3	4,5	2,8	2,0	1,6
	1,3	23,6	20,3	14,5	9,3	5,9	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,6	12,4	9,7	7,0	4,9	3,4	2,5	1,9	1,6
	1,5	8,9	8,1	6,8	5,4	4,0	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,2	2,0	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,5	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2
SDRL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	357,0	211,8	79,4	27,9	11,1	5,3	2,6	1,5	0,9
	1,1	111,7	82,1	40,2	18,2	8,6	4,4	2,5	1,4	0,9
	1,2	46,7	38,0	23,4	12,3	6,7	3,9	2,3	1,4	0,9
	1,3	22,8	19,7	13,8	9,0	5,2	3,4	2,2	1,4	1,0
	1,4	13,0	11,9	9,2	6,4	4,2	2,8	2,0	1,4	0,9
	1,5	8,5	7,6	6,2	4,8	3,6	2,6	1,8	1,3	0,9
	2	1,9	2,0	1,8	1,7	1,4	1,2	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

2,5 3 3 3 3 3 3 3 2 2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 4 - $c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$

$\theta=0,5$										
Cenário 4										
$c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$										
ARL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	369,5	214,6	81,2	29,9	11,9	5,8	3,3	2,1	1,5
	1,1	118,8	83,1	42,4	19,5	9,4	5,0	3,0	2,1	1,6
	1,2	48,0	38,7	23,8	13,1	7,4	4,4	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,3	20,8	14,9	9,5	6,0	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,8	12,4	9,8	7,0	5,0	3,5	2,5	1,9	1,6
	1,5	8,6	8,2	6,9	5,4	4,1	3,0	2,4	1,9	1,5
	2	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	1,8	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
SDRL	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,3	215,1	81,7	29,2	11,2	5,2	2,8	1,5	0,9
	1,1	116,6	81,6	42,7	19,1	8,8	4,5	2,5	1,5	0,9
	1,2	47,4	38,3	23,3	12,7	6,9	3,9	2,3	1,4	0,9
	1,3	22,6	20,3	14,2	8,9	5,5	3,4	2,2	1,4	1,0
	1,4	13,3	11,8	9,3	6,5	4,4	2,9	2,0	1,3	0,9
	1,5	8,1	8,0	6,4	4,8	3,6	2,5	1,8	1,3	0,9
	2	2,0	2,0	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 4 - $c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$

Percentis de RL										
Cenário 4- $c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	20	12	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	1	1	1	1	1	1
	1,2	3	2	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	107	62	23	9	4	2	1	1	1
	1,1	35	24	12	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	11	7	4	2	2	1	1	1
	1,3	7	6	5	3	2	1	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	257	148	56	21	8	4	2	2	1
	1,1	84	57	29	14	7	4	2	2	1
	1,2	33	27	16	9	5	3	2	2	1
	1,3	16	15	10	7	4	3	2	1	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	510	296	113	41	16	8	4	3	2
	1,1	165	115	58	27	13	7	4	3	2
	1,2	67	54	33	18	10	6	4	3	2
	1,3	32	29	21	13	8	5	4	3	2
	1,4	19	17	13	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	10	7	5	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1111	644	243	89	35	16	9	5	3
	1,1	356	247	126	57	27	14	8	5	3
	1,2	140	113	70	39	21	12	8	5	3
	1,3	68	61	44	27	17	11	7	5	4
	1,4	41	36	28	20	14	9	6	5	3
	1,5	25	24	20	15	11	8	6	5	3
	2	7	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	2	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 5 - $c_L = 0,3$ e $c_R = 0,7$

$\theta=0,5$										
Cenário 5										
$c_L = 0,3$ e $c_R = 0,7$										
λ		δ								
ARL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	369,6	222,0	79,5	29,6	12,2	5,7	3,2	2,1	1,5
	1,1	117,7	84,5	42,4	19,6	9,4	5,0	3,1	2,1	1,6
	1,2	47,7	39,0	24,1	13,4	7,3	4,5	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,9	20,5	14,9	9,5	6,1	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,9	12,4	9,7	7,2	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,8	8,2	6,9	5,4	4,0	3,0	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,0	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
SDRL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	374,3	221,1	79,9	29,3	11,6	5,2	2,8	1,5	0,9
	1,1	117,5	84,5	41,9	18,9	8,9	4,5	2,5	1,5	0,9
	1,2	46,6	38,5	23,8	12,9	6,8	4,0	2,4	1,5	1,0
	1,3	23,8	19,9	14,3	9,0	5,6	3,4	2,2	1,5	1,0
	1,4	13,3	11,9	9,3	6,6	4,5	2,9	2,0	1,4	0,9
	1,5	8,4	7,6	6,2	5,0	3,5	2,5	1,8	1,3	0,9
	2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,4	1,3	1,1	0,9	0,7
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 5 - $c_L = 0,3$ e $c_R = 0,7$

Percentis de RL										
Cenário 5- $c_L = 0,3$ e $c_R = 0,7$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	20	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	107	64	23	9	4	2	1	1	1
	1,1	35	25	12	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	11	7	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	6	5	3	2	1	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	256	153	54	21	9	4	2	2	1
	1,1	82	59	29	14	7	4	2	2	1
	1,2	34	27	17	9	5	3	2	2	1
	1,3	16	14	10	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	509	309	110	41	17	8	4	3	2
	1,1	163	116	58	27	13	7	4	3	2
	1,2	66	54	33	18	10	6	4	3	2
	1,3	33	28	20	13	8	5	4	3	2
	1,4	19	17	13	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	9	7	5	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1116	666	240	88	36	16	9	5	3
	1,1	357	254	127	58	27	14	8	5	3
	1,2	139	117	72	39	21	12	8	5	4
	1,3	72	60	43	27	17	11	7	5	4
	1,4	40	37	28	20	14	9	6	5	3
	1,5	25	23	19	15	11	8	6	5	3
	2	6	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 6 - $c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$

$\theta=0,5$										
Cenário 6										
$c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$										
λ		δ								
ARL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	370,5	223,8	82,1	29,7	12,2	5,9	3,3	2,1	1,6
	1,1	118,6	86,2	42,8	19,5	9,5	5,1	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,1	39,7	24,1	13,4	7,5	4,5	2,9	2,0	1,6
	1,3	23,7	20,7	14,9	9,8	6,0	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,4	10,1	7,1	4,9	3,5	2,5	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,3	6,9	5,3	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,2	2,0	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2
SDRL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	366,4	218,7	82,6	29,1	11,5	5,4	2,7	1,5	0,9
	1,1	118,5	86,7	42,6	18,9	9,0	4,6	2,6	1,5	0,9
	1,2	48,5	38,4	23,6	13,1	7,0	4,0	2,4	1,4	1,0
	1,3	23,2	19,7	14,1	9,1	5,5	3,5	2,2	1,4	1,0
	1,4	13,1	12,0	9,7	6,6	4,4	3,0	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,5	7,8	6,5	4,8	3,6	2,5	1,8	1,3	1,0
	2	2,0	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,7
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 6 - $c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$

Percentis de RL										
Cenário 6- $c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	20	12	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	2	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	108	66	24	9	4	2	1	1	1
	1,1	35	25	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	7	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	6	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	258	158	55	21	9	4	2	2	1
	1,1	81	60	29	14	7	4	2	2	1
	1,2	33	28	17	9	5	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	513	310	114	41	17	8	4	3	2
	1,1	163	118	59	27	13	7	4	3	2
	1,2	66	55	33	18	10	6	4	3	2
	1,3	33	29	20	13	8	5	4	2	2
	1,4	19	17	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	9	7	5	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1110	668	247	89	36	17	9	5	3
	1,1	360	258	129	57	28	14	8	5	3
	1,2	144	115	71	39	21	12	8	5	4
	1,3	70	60	44	28	17	11	7	5	4
	1,4	40	36	30	20	14	9	6	5	3
	1,5	26	24	20	15	11	8	6	5	3
	2	6	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	2	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 7 - $c_L = 0,4$ e $c_R = 0,6$

$\theta=0,5$										
Cenário 7										
$c_L = 0,4$ e $c_R = 0,6$										
λ		δ								
ARL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	367,1	223,9	83,7	30,1	12,3	5,9	3,3	2,1	1,5
	1,1	115,3	85,0	43,2	19,3	9,5	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	47,5	39,3	24,5	13,6	7,6	4,4	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,6	21,4	15,2	9,6	6,1	3,9	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,7	12,7	10,0	7,0	5,1	3,5	2,6	1,9	1,6
	1,5	8,9	8,3	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2
SDRL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	367,4	223,8	80,7	29,4	11,8	5,4	2,7	1,5	0,9
	1,1	115,5	85,1	42,2	19,0	8,9	4,7	2,5	1,5	0,9
	1,2	47,3	38,4	23,9	13,3	7,0	3,9	2,4	1,5	1,0
	1,3	23,2	20,8	14,9	8,9	5,5	3,5	2,1	1,4	1,0
	1,4	13,1	12,2	9,3	6,5	4,5	3,0	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,3	7,8	6,4	4,9	3,6	2,5	1,9	1,3	1,0
	2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 7 - $c_L = 0,4$ e $c_R = 0,6$

Percentis de RL										
Cenário 7- $c_L = 0,4$ e $c_R = 0,6$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	18	12	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	1	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	104	64	25	9	4	2	1	1	1
	1,1	34	25	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	6	5	3	2	1	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	254	153	59	21	9	4	2	2	1
	1,1	79	59	30	13	7	4	2	2	1
	1,2	33	28	17	10	5	3	2	2	1
	1,3	16	15	11	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	511	310	117	42	17	8	4	3	2
	1,1	162	117	60	26	13	7	4	3	2
	1,2	66	54	34	19	10	6	4	3	2
	1,3	32	30	21	13	8	5	4	3	2
	1,4	19	17	14	9	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	9	7	5	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1111	673	242	90	36	17	9	5	3
	1,1	341	252	127	57	28	14	8	5	3
	1,2	143	115	72	40	22	12	8	5	4
	1,3	70	63	44	27	17	11	7	5	4
	1,4	40	37	29	21	14	9	7	5	4
	1,5	26	24	20	15	11	8	6	5	3
	2	7	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 8 - $c_L = 0,45$ e $c_R = 0,55$

$\theta=0,5$										
Cenário 8										
$c_L = 0,45$ e $c_R = 0,55$										
λ		δ								
ARL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	369,1	227,1	84,3	30,7	12,6	5,9	3,3	2,1	1,5
	1,1	116,0	86,7	43,2	19,9	9,5	5,1	3,1	2,1	1,6
	1,2	49,4	39,9	24,4	13,7	7,7	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	23,7	21,3	15,1	9,7	6,1	4,1	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,6	12,7	10,1	7,1	5,0	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,1	7,0	5,4	4,1	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2
SDRL	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
	1	364,3	228,3	83,6	30,2	12,3	5,4	2,7	1,5	0,9
	1,1	115,7	85,7	42,2	19,9	9,1	4,7	2,5	1,5	0,9
	1,2	49,3	39,3	23,5	13,1	7,1	3,9	2,3	1,5	1,0
	1,3	23,5	20,4	14,4	9,2	5,6	3,5	2,2	1,4	1,0
	1,4	13,1	11,9	9,7	6,6	4,5	3,0	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,3	7,7	6,5	4,9	3,6	2,5	1,9	1,3	1,0
	2	2,0	1,9	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 8 - $c_L = 0,45$ e $c_R = 0,55$

Percentis de RL										
Cenário 8- $c_L = 0,45$ e $c_R = 0,55$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	21	12	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	1	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	108	64	24	9	4	2	1	1	1
	1,1	34	25	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	258	156	59	22	9	4	2	2	1
	1,1	82	61	30	14	7	4	2	2	1
	1,2	34	28	17	10	5	3	2	2	1
	1,3	16	15	11	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	511	319	117	43	17	8	4	3	2
	1,1	160	122	60	27	13	7	4	3	2
	1,2	69	56	34	19	11	6	4	3	2
	1,3	33	29	21	13	8	5	4	3	2
	1,4	19	17	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	10	7	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1091	685	252	90	38	17	9	5	3
	1,1	345	253	128	59	28	14	8	5	3
	1,2	146	119	72	40	22	12	8	5	4
	1,3	71	63	44	28	17	11	7	5	4
	1,4	40	37	29	20	14	10	7	5	4
	1,5	26	24	20	15	11	8	6	4	3
	2	7	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 9 - $c_L = 0,5$ e $c_R = 0,5$

$\theta=0,5$										
Cenário 9										
$c_L = 0,5$ e $c_R = 0,5$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	372,1	231,0	83,8	31,2	12,6	6,0	3,3	2,1	1,5
	1,1	119,2	87,7	44,0	20,2	9,8	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	48,8	40,2	25,4	13,7	7,6	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,5	21,5	15,5	9,7	6,1	4,0	2,7	2,0	1,6
	1,4	13,8	13,0	10,0	7,2	5,1	3,5	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,4	7,1	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	369,9	228,9	83,8	30,7	12,0	5,5	2,8	1,6	0,9
	1,1	117,6	89,1	43,0	19,8	9,3	4,6	2,6	1,5	0,9
	1,2	48,5	39,5	25,0	13,1	7,0	4,1	2,4	1,5	1,0
	1,3	24,0	21,1	15,0	9,1	5,6	3,5	2,2	1,5	1,0
	1,4	13,4	12,3	9,5	6,7	4,6	2,9	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,6	7,8	6,6	4,9	3,6	2,5	1,9	1,3	0,9
	2	2,0	1,9	1,8	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 9 - $c_L = 0,5$ e $c_R = 0,5$

Percentis de RL										
Cenário 9- $c_L = 0,5$ e $c_R = 0,5$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	18	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	1	1	1	1	1	1
	1,2	3	2	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	105	68	24	9	4	2	1	1	1
	1,1	35	25	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	6	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	261	162	58	22	9	4	2	2	1
	1,1	84	61	31	14	7	4	2	2	1
	1,2	34	28	18	10	5	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	4	3	2	1	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	523	321	116	43	17	8	4	3	2
	1,1	167	121	60	28	13	7	4	3	2
	1,2	67	56	35	19	10	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	13	8	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	10	7	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1106	683	246	92	37	17	9	5	3
	1,1	351	263	132	60	28	14	8	5	3
	1,2	145	119	75	40	22	13	8	5	4
	1,3	73	64	45	28	17	11	7	5	4
	1,4	41	38	29	21	14	9	7	5	4
	1,5	26	24	20	16	11	8	6	5	3
	2	7	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 10 - $c_L = 0,55$ e $c_R = 0,45$

$\theta=0,5$										
Cenário 10										
$c_L = 0,55$ e $c_R = 0,45$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	379,3	234,3	87,1	30,7	13,0	6,1	3,4	2,1	1,6
	1,1	119,9	89,7	44,9	20,3	9,6	5,2	3,1	2,1	1,6
	1,2	49,7	40,1	25,4	13,8	7,9	4,5	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,4	21,6	15,5	9,8	6,3	4,0	2,8	2,0	1,6
	1,4	13,9	12,9	10,2	7,2	5,1	3,6	2,6	2,0	1,6
	1,5	8,9	8,6	7,1	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,5	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,3	1,3	1,3
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	381,2	234,4	84,5	30,3	12,6	5,5	2,8	1,5	0,9
	1,1	118,3	89,6	44,8	19,7	9,2	4,7	2,6	1,6	1,0
	1,2	49,8	39,7	25,0	13,3	7,3	4,0	2,4	1,5	1,0
	1,3	23,9	21,2	15,1	9,2	5,8	3,4	2,2	1,5	1,0
	1,4	13,2	12,2	9,7	6,8	4,6	3,0	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,4	8,0	6,6	5,0	3,7	2,5	1,8	1,3	1,0
	2	1,9	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 10 - $c_L = 0,55$ e $c_R = 0,45$

Percentis de RL										
Cenário 10- $c_L = 0,55$ e $c_R = 0,45$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	19	12	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	6	3	1	1	1	1	1	1
	1,2	3	2	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	108	67	26	9	4	2	1	1	1
	1,1	35	26	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	15	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	261	163	63	21	9	4	3	2	1
	1,1	84	61	31	14	7	4	2	2	1
	1,2	35	28	18	10	6	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	2	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	526	323	121	42	17	8	5	3	2
	1,1	167	124	62	28	13	7	4	3	2
	1,2	69	56	35	19	11	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	13	9	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	3	2
	1,5	12	12	10	7	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1142	696	258	92	38	17	9	5	3
	1,1	355	268	133	60	28	14	8	5	3
	1,2	148	118	76	40	22	13	8	5	4
	1,3	73	65	46	28	18	11	7	5	4
	1,4	41	38	30	21	14	10	7	5	4
	1,5	26	25	20	16	12	8	6	4	4
	2	6	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	2	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 11 - $c_L = 0,6$ e $c_R = 0,4$

$\theta=0,5$										
Cenário 11										
$c_L = 0,6$ e $c_R = 0,4$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	383,9	239,6	86,7	31,3	12,8	6,0	3,4	2,1	1,6
	1,1	122,0	88,6	45,6	20,6	9,8	5,1	3,2	2,1	1,6
	1,2	48,5	41,3	25,3	14,1	7,7	4,7	2,9	2,1	1,6
	1,3	24,6	21,6	15,5	10,0	6,3	4,1	2,8	2,0	1,6
	1,4	14,0	13,0	10,1	7,3	5,1	3,6	2,6	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,4	7,2	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	383,9	237,8	84,9	30,7	12,3	5,5	2,8	1,6	0,9
	1,1	121,3	90,1	45,2	20,0	9,3	4,6	2,6	1,6	1,0
	1,2	48,4	40,9	25,0	13,7	7,2	4,1	2,4	1,5	1,0
	1,3	24,2	20,9	15,0	9,6	5,8	3,5	2,2	1,5	1,0
	1,4	13,3	12,5	9,6	6,9	4,6	3,0	2,1	1,4	1,0
	1,5	8,4	7,8	6,7	4,9	3,7	2,6	1,9	1,4	1,0
	2	2,0	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 11 - $c_L = 0,6$ e $c_R = 0,4$

Percentis de RL										
Cenário 11- $c_L = 0,6$ e $c_R = 0,4$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	20	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	112	69	26	9	4	2	1	1	1
	1,1	37	25	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	8	5	3	2	1	1	1
	1,3	8	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	267	169	61	22	9	4	2	2	1
	1,1	84	60	31	14	7	4	2	2	1
	1,2	33	29	18	10	6	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	527	331	121	43	18	8	4	3	2
	1,1	169	124	64	28	13	7	4	3	2
	1,2	68	57	35	19	10	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	14	9	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	11	10	7	5	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1153	709	254	93	38	17	9	5	3
	1,1	363	268	134	60	28	14	9	5	4
	1,2	145	123	74	41	22	13	8	5	4
	1,3	72	63	46	29	18	11	7	5	4
	1,4	41	38	29	21	14	10	7	5	4
	1,5	26	24	20	15	11	8	6	5	3
	2	7	6	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 12 - $c_L = 0,65$ e $c_R = 0,35$

		$\theta=0,5$								
		Cenário 12								
		$c_L = 0,65$ e $c_R = 0,35$								
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	379,8	236,2	88,8	32,2	13,1	6,1	3,4	2,2	1,6
	1,1	121,8	90,2	45,8	20,8	9,9	5,3	3,2	2,1	1,6
	1,2	48,9	41,3	25,8	14,1	7,8	4,6	3,0	2,1	1,6
	1,3	24,4	21,8	15,7	10,1	6,3	4,1	2,8	2,1	1,6
	1,4	14,2	12,8	10,4	7,3	5,0	3,6	2,6	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,5	7,2	5,5	4,2	3,1	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	382,0	237,1	87,9	31,7	12,5	5,5	2,9	1,6	1,0
	1,1	122,5	89,9	45,0	20,1	9,4	4,7	2,6	1,5	1,0
	1,2	49,3	40,3	24,8	13,7	7,3	4,0	2,5	1,5	1,0
	1,3	23,9	21,3	15,3	9,4	5,7	3,6	2,2	1,5	1,0
	1,4	13,7	12,4	10,0	7,0	4,6	3,0	2,1	1,4	1,0
	1,5	8,4	8,0	6,8	5,0	3,7	2,6	1,9	1,4	1,0
	2	2,1	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 12 - $c_L = 0,65$ e $c_R = 0,35$

Percentis de RL										
Cenário 12- $c_L = 0,65$ e $c_R = 0,35$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	19	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	6	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	108	68	25	10	4	2	1	1	1
	1,1	35	27	14	6	3	2	1	1	1
	1,2	15	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	259	162	62	22	9	4	2	2	1
	1,1	84	63	32	15	7	4	2	2	1
	1,2	34	29	18	10	5	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	531	322	123	45	18	8	4	3	2
	1,1	169	125	63	29	14	7	4	3	2
	1,2	67	57	36	19	11	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	14	9	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	12	10	7	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1132	729	266	97	39	17	9	5	3
	1,1	372	269	134	60	29	15	8	5	3
	1,2	148	122	76	42	22	13	8	5	4
	1,3	72	64	46	29	18	11	7	5	4
	1,4	42	38	31	21	14	9	7	5	4
	1,5	26	24	21	15	12	8	6	5	4
	2	7	7	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 13 - $c_L = 0,7$ e $c_R = 0,3$

$\theta=0,5$										
Cenário 13										
$c_L = 0,7$ e $c_R = 0,3$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	380,5	241,1	89,5	32,8	13,0	6,2	3,4	2,2	1,6
	1,1	121,1	91,6	46,0	20,8	9,8	5,4	3,2	2,1	1,6
	1,2	49,4	41,9	25,9	14,0	7,9	4,6	3,0	2,1	1,6
	1,3	24,7	22,1	15,6	10,2	6,2	4,1	2,8	2,0	1,6
	1,4	14,1	13,3	10,4	7,4	5,1	3,6	2,7	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,6	7,2	5,5	4,3	3,2	2,5	1,9	1,6
	2	2,6	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	381,7	235,6	90,8	33,0	12,5	5,7	2,8	1,6	1,0
	1,1	118,6	90,5	45,8	20,2	9,5	4,8	2,7	1,6	1,0
	1,2	48,9	41,3	25,2	13,4	7,3	4,0	2,5	1,5	1,0
	1,3	24,3	21,6	14,9	9,7	5,8	3,5	2,3	1,5	1,0
	1,4	13,6	12,9	9,9	6,9	4,6	3,1	2,1	1,4	1,0
	1,5	8,4	8,1	6,7	5,0	3,8	2,6	1,9	1,4	1,0
	2	2,0	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 13 - $c_L = 0,7$ e $c_R = 0,3$

Percentis de RL										
Cenário 13- $c_L = 0,7$ e $c_R = 0,3$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	21	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	109	72	25	10	4	2	1	1	1
	1,1	37	26	13	6	3	2	1	1	1
	1,2	14	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	7	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	3	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	260	170	62	22	9	4	2	2	1
	1,1	86	64	32	15	7	4	2	2	1
	1,2	34	29	18	10	6	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	523	340	124	45	18	8	4	3	2
	1,1	168	128	64	29	13	7	4	3	2
	1,2	69	58	36	19	11	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	14	8	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	12	10	7	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1158	715	265	98	37	18	9	5	3
	1,1	350	270	136	61	29	15	8	5	4
	1,2	149	124	77	41	22	13	8	5	4
	1,3	73	65	46	29	18	11	8	5	4
	1,4	41	39	30	21	15	10	7	5	4
	1,5	26	25	21	15	12	8	6	5	4
	2	7	7	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 14 - $c_L = 0,75$ e $c_R = 0,25$

$\theta=0,5$										
Cenário 14										
$c_L = 0,75$ e $c_R = 0,25$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	389,7	247,9	91,0	32,4	13,1	6,3	3,4	2,1	1,6
	1,1	123,2	93,2	45,7	21,1	10,1	5,3	3,1	2,1	1,6
	1,2	50,5	41,9	26,1	14,3	7,9	4,7	3,0	2,1	1,6
	1,3	24,7	22,0	15,7	10,3	6,4	4,0	2,8	2,1	1,6
	1,4	14,2	13,0	10,5	7,4	5,1	3,6	2,6	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,6	7,3	5,6	4,3	3,2	2,5	1,9	1,6
	2	2,6	2,5	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	390,8	244,6	90,5	31,6	12,6	5,8	2,9	1,6	0,9
	1,1	121,0	92,6	45,4	20,9	9,5	4,7	2,6	1,6	1,0
	1,2	50,3	41,9	25,3	14,0	7,4	4,2	2,5	1,5	1,0
	1,3	23,9	21,5	15,4	9,9	5,9	3,6	2,3	1,5	1,0
	1,4	13,8	12,6	9,9	6,8	4,6	3,1	2,1	1,4	1,0
	1,5	8,5	8,1	6,9	5,1	3,7	2,6	1,9	1,4	1,0
	2	2,1	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	1,0	0,9	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 14 - $c_L = 0,75$ e $c_R = 0,25$

Percentis de RL										
Cenário 14- $c_L = 0,75$ e $c_R = 0,25$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	20	14	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	111	73	26	10	4	2	1	1	1
	1,1	36	26	14	6	3	2	1	1	1
	1,2	15	12	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	8	7	5	3	2	1	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	267	172	63	23	9	4	3	2	1
	1,1	88	65	32	15	7	4	2	2	1
	1,2	35	29	18	10	6	3	2	2	1
	1,3	17	15	11	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	8	5	4	3	2	2	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	543	344	125	45	18	9	5	3	2
	1,1	172	130	63	29	14	7	4	3	2
	1,2	69	58	36	19	11	6	4	3	2
	1,3	34	30	21	14	9	5	4	3	2
	1,4	19	18	14	10	7	5	3	2	2
	1,5	12	12	10	8	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1168	733	274	95	38	18	9	5	3
	1,1	363	281	135	62	29	15	8	5	3
	1,2	150	125	77	42	23	13	8	5	4
	1,3	72	66	46	30	18	11	8	5	4
	1,4	42	38	31	21	14	10	7	5	4
	1,5	26	25	21	16	12	8	6	5	4
	2	7	7	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 15 - $c_L = 0,8$ e $c_R = 0,2$

$\theta=0,5$										
Cenário 15										
$c_L = 0,8$ e $c_R = 0,2$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	391,1	244,9	92,8	32,8	13,2	6,3	3,4	2,2	1,6
	1,1	121,6	93,0	47,0	21,1	10,1	5,4	3,2	2,2	1,6
	1,2	50,4	42,7	26,6	14,4	8,1	4,7	3,0	2,1	1,6
	1,3	25,3	22,4	16,1	10,2	6,4	4,1	2,9	2,1	1,6
	1,4	14,4	13,0	10,6	7,4	5,2	3,6	2,7	2,0	1,6
	1,5	9,2	8,6	7,3	5,7	4,3	3,2	2,4	1,9	1,6
	2	2,6	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,2
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	390,0	241,9	92,5	32,3	12,7	5,6	2,9	1,6	1,0
	1,1	119,3	92,6	46,1	20,6	9,5	4,9	2,7	1,6	1,0
	1,2	49,8	41,7	26,0	14,3	7,6	4,2	2,5	1,5	1,0
	1,3	25,0	21,7	15,3	9,6	5,8	3,5	2,3	1,5	1,0
	1,4	13,8	12,5	10,0	7,0	4,6	3,1	2,2	1,4	1,0
	1,5	8,5	8,1	6,7	5,2	3,8	2,7	1,9	1,3	0,9
	2	2,1	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	0,9	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 15 - $c_L = 0,8$ e $c_R = 0,2$

Percentis de RL										
Cenário 15- $c_L = 0,8$ e $c_R = 0,2$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	22	14	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	6	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	111	71	26	10	4	2	1	1	1
	1,1	36	27	14	6	3	2	1	1	1
	1,2	15	13	8	4	3	2	1	1	1
	1,3	8	7	5	3	2	1	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	270	172	64	23	9	5	2	2	1
	1,1	86	65	33	15	7	4	2	2	1
	1,2	35	30	19	10	6	3	2	2	1
	1,3	18	16	12	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	8	5	4	3	2	2	1
	1,5	7	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	544	342	129	46	18	9	4	3	2
	1,1	169	130	65	29	14	7	4	3	2
	1,2	70	59	36	20	11	6	4	3	2
	1,3	35	31	22	14	9	5	4	3	2
	1,4	20	18	14	10	7	5	3	3	2
	1,5	13	12	10	8	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1173	729	279	97	38	17	9	5	4
	1,1	354	278	140	62	29	15	9	5	4
	1,2	150	127	78	43	23	13	8	5	4
	1,3	75	65	47	30	18	11	7	5	4
	1,4	42	38	30	21	14	10	7	5	4
	1,5	26	25	21	16	12	8	6	5	3
	2	7	7	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	3	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 16 - $c_L = 0,85$ e $c_R = 0,15$

		$\theta=0,5$								
		Cenário 16								
		$c_L = 0,85$ e $c_R = 0,15$								
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	393,3	249,8	92,1	32,9	13,4	6,2	3,4	2,2	1,6
	1,1	124,6	94,4	46,7	21,5	10,3	5,4	3,2	2,1	1,6
	1,2	50,5	42,7	26,6	14,6	8,0	4,7	3,0	2,1	1,6
	1,3	24,9	22,3	16,1	10,4	6,4	4,1	2,9	2,1	1,6
	1,4	14,4	13,1	10,6	7,5	5,3	3,6	2,7	2,0	1,6
	1,5	9,0	8,7	7,3	5,7	4,3	3,2	2,5	2,0	1,6
	2	2,6	2,6	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	389,7	249,5	89,8	31,8	13,2	5,6	2,9	1,7	1,0
	1,1	123,5	93,6	46,7	20,5	9,9	4,9	2,7	1,6	1,0
	1,2	48,7	42,8	26,0	14,1	7,4	4,2	2,5	1,6	1,0
	1,3	24,1	21,8	15,9	10,1	6,0	3,6	2,3	1,5	1,0
	1,4	13,9	12,5	10,2	7,1	4,8	3,1	2,1	1,4	1,0
	1,5	8,6	8,1	6,7	5,2	3,7	2,7	1,9	1,4	1,0
	2	2,0	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	0,9	0,8
	2,5	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 16 - $c_L = 0,85$ e $c_R = 0,15$

Percentis de RL										
Cenário 16- $c_L = 0,85$ e $c_R = 0,15$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	21	13	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	115	73	27	10	4	2	1	1	1
	1,1	37	27	13	7	3	2	1	1	1
	1,2	16	12	8	5	3	2	1	1	1
	1,3	8	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	2	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	273	174	64	24	9	5	2	2	1
	1,1	86	66	32	15	7	4	2	2	1
	1,2	36	29	19	10	6	3	2	2	1
	1,3	18	16	11	7	4	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	2	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	548	344	128	45	18	8	5	3	2
	1,1	173	130	65	30	14	7	4	3	2
	1,2	70	58	36	20	11	6	4	3	2
	1,3	34	31	22	14	9	5	4	3	2
	1,4	20	18	15	10	7	5	3	3	2
	1,5	12	12	10	8	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1173	741	274	96	40	17	9	6	3
	1,1	374	283	140	63	30	15	9	5	4
	1,2	147	129	78	43	23	13	8	5	4
	1,3	72	65	48	30	19	11	8	5	4
	1,4	42	38	31	22	15	10	7	5	4
	1,5	26	25	21	16	12	9	6	5	4
	2	7	7	6	6	5	4	4	3	3
	2,5	3	4	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

ARL E SDRL CENÁRIO 17 - $c_L = 0,9$ e $c_R = 0,1$

$\theta=0,5$										
Cenário 17										
$c_L = 0,9$ e $c_R = 0,1$										
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
ARL	1	393,5	253,7	95,1	33,5	13,5	6,4	3,5	2,2	1,6
	1,1	125,2	96,4	47,7	21,7	10,3	5,4	3,3	2,2	1,6
	1,2	50,9	43,3	26,7	14,7	8,1	4,8	3,0	2,1	1,6
	1,3	25,5	22,3	16,5	10,2	6,4	4,2	2,9	2,1	1,6
	1,4	14,4	13,4	10,4	7,6	5,2	3,7	2,6	2,0	1,6
	1,5	9,1	8,6	7,4	5,8	4,2	3,2	2,5	2,0	1,6
	2	2,6	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4
	2,5	1,6	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3
λ		δ								
#		0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
SDRL	1	388,3	256,1	94,5	33,3	13,1	5,8	2,9	1,7	1,0
	1,1	124,1	95,5	47,8	21,5	9,9	4,9	2,7	1,6	1,0
	1,2	49,7	42,9	26,4	14,2	7,7	4,3	2,5	1,5	1,0
	1,3	25,0	21,5	16,1	9,7	5,8	3,6	2,3	1,5	1,0
	1,4	13,7	12,9	9,9	7,1	4,7	3,1	2,0	1,4	1,0
	1,5	8,6	8,1	6,7	5,2	3,7	2,7	1,9	1,3	1,0
	2	2,1	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,8
	2,5	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

PERCENTIS DE RL CENÁRIO 17 - $c_L = 0,9$ e $c_R = 0,1$

Percentis de RL										
Cenário 17- $c_L = 0,9$ e $c_R = 0,1$										
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
5°	1	21	14	5	2	1	1	1	1	1
	1,1	7	5	3	2	1	1	1	1	1
	1,2	3	3	2	1	1	1	1	1	1
	1,3	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	1,4	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
25°	1	116	74	28	10	4	2	1	1	1
	1,1	37	28	14	7	3	2	1	1	1
	1,2	15	13	8	5	3	2	1	1	1
	1,3	8	7	5	3	2	2	1	1	1
	1,4	4	4	3	3	2	1	1	1	1
	1,5	3	3	2	2	2	1	1	1	1
	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
50°	1	277	176	66	23	10	5	3	2	1
	1,1	88	68	33	15	7	4	2	2	1
	1,2	36	31	19	10	6	3	2	2	1
	1,3	18	16	12	7	5	3	2	2	1
	1,4	10	9	7	5	4	3	2	1	1
	1,5	6	6	5	4	3	2	2	1	1
	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
	2,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
75°	1	545	349	132	46	18	9	5	3	2
	1,1	173	134	66	30	14	7	4	3	2
	1,2	70	60	37	20	11	6	4	3	2
	1,3	35	31	23	14	9	6	4	3	2
	1,4	20	18	14	10	7	5	3	3	2
	1,5	12	12	10	8	6	4	3	2	2
	2	3	3	3	3	3	2	2	2	2
	2,5	2	2	2	2	2	2	2	1	1
	λ	δ								
	#	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6
95°	1	1176	760	280	101	40	18	9	6	3
	1,1	377	285	144	65	30	15	9	5	4
	1,2	151	127	78	43	23	13	8	5	4
	1,3	75	65	48	30	18	12	7	5	4
	1,4	41	39	30	22	15	10	7	5	4
	1,5	26	25	21	16	12	9	6	5	4
	2	7	7	6	6	5	5	4	3	3
	2,5	4	4	3	3	3	3	3	3	2

Fonte: Elaborado pelo autor

APÊNDICE E - Guia de utilização da interface computacional



"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá



GRÁFICO DE CONTROLE FUZZY INTUICIONISTA

Apresentação

No mundo real, os dados envolvem um certo nível de incerteza e hesitação proveniente tanto de julgamentos humanos quanto de instrumentos de medição. Neste caso, os gráficos de controle tradicionais de Shewhart podem não ser tão eficazes para monitorar o processo, uma vez que são construídos utilizando dados precisos. Para tanto os gráficos de controle *fuzzy* intuicionistas devem ser utilizados.

Os operadores ou observadores do sistema podem ser hesitantes ao medir os valores da característica de qualidade durante o processo de obtenção de dados. A hesitação também pode estar presente em outros estágios do monitoramento de processo com por exemplo no momento de decisão do estado de controle. O conjunto *fuzzy* intuicionista, é uma forma de representar não só a incerteza dos dados, mas também a hesitação dos decisores.

Esta interface livre foi construída para que qualquer pessoa inserir dados de um processo univariado e monitorar a média por meio da inserção de incertezas utilizando os Gráficos de Controle *Fuzzy* Intuicionista.

Objetivos do Aplicativo

Tornar possível aos usuários atuantes em ambiente industrial/operacional realizar o controle estatístico de processos de forma rápida e simplificada.

Funções

1. Inserção de dados no formato .xlsx (planilhas em Excel®);
2. Cálculo da incerteza expandida a partir dos dados obtidos pelo usuário (desvio-padrão experimental entre as repetidas medições, número de medições repetidas e resolução do instrumento de medição);
3. Fuzzificação dos dados da planilha a partir da incerteza expandida aplicada como limitante para uma variável aleatória uniformemente distribuída;
4. Cálculo e defuzzificação de todas as variáveis necessárias para a obtenção dos limites de controle (LIC, LM e LSC);

OBSERVAÇÃO: para o processo de defuzzificação e melhor desempenho do gráfico de controle, sugere-se que o usuário insira $\theta = 0,5$ e deverá escolher entre as seguintes combinações:

Cenário 1: $c_L = 0,25$ e $c_R = 0,75$

Cenário 2: $c_L = 0,30$ e $c_R = 0,70$

Cenário 3: $c_L = 0,35$ e $c_R = 0,65$

Cenário 4: $c_L = 0,40$ e $c_R = 0,60$

5. Elaboração de histograma e QQ-plot para que seja possível identificar o grau de normalidade dos dados da planilha;
6. Teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentando o p-valor.
OBSERVAÇÃO: se p-valor > 0.05 , os dados seguem uma distribuição normal.
7. Elaboração de gráficos de controle $\bar{X}$ -R, $\bar{X}$ -S e $\bar{X}$ -S para tamanho de amostras variável de acordo com a necessidade do usuário e/ou características do processo.

Passos para utilização:

1. Inserir na aba Incertezas do Processo e Coeficientes o valor do desvio-padrão experimental, quantidade de medições repetidas, resolução do instrumento.
2. Inserir na aba Incertezas do Processo e Coeficientes o valor de θ , c_L e c_R .
3. Na aba Controle Estatístico de Processos, selecionar o gráfico desejado e inserir os dados referentes a fase I. O usuário deve plotar o gráfico de controle da fase I e o Histograma com QQ-Plot para analisar a normalidade dos dados da fase I. Se o processo estiver em controle deve-se inserir os dados referente a fase II e deve plotar o gráfico de controle da fase II e Histograma com QQ-Plot para analisar a normalidade dos dados da fase II. Caso o usuário detecte que o processo está fora de controle na fase I, deverá rever seus dados antes de plotar o gráfico de controle fuzzy intuicionista da fase II.
4. A planilha de dados inseridos em formato Excel® deve seguir o seguinte formato:

	A	B	C	D	E
1	x1	x2	x3	x4	x5
2	74.030	74.002	74.019	73.992	74.008
3	73.995	73.992	74.001	74.011	74.004
4	73.988	74.024	74.021	74.005	74.002
5	74.002	73.996	73.993	74.015	74.009
6	73.992	74.007	74.015	73.989	74.014
7	74.009	73.994	73.997	73.985	73.993
8	73.995	74.006	73.994	74.000	74.005
9	73.985	74.003	73.993	74.015	73.988

OBSERVAÇÃO: Tanto os gráficos de controle fuzzy intuicionista da fase I quanto da fase II apresentam os valores dos limites de controle superior, inferior e linha central. Como os gráficos de controle fuzzy intuicionista e as análises de normalidade são plotados em uma nova janela é possível que o usuário os salve em formatos conhecidos como .pdf e formato de imagem .jpeg para utilizar posteriormente.

**ANEXO A – Fator de abertura K para cálculo da incerteza expandida (Tabela G2
– Anexo G, INMETRO 2008)**

#	Nível de Confiança (%)					
Graus de Liberdade	68,27	90	95	95,45	99	99,73
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,78
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,69	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000