

GRAZIELLI DE OLIVEIRA DINIZ

ESTUDO ANALÍTICO, NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DO PROJETO DE EIXOS EM
FIBRA DE CARBONO, AÇO CARBONO E AÇO INOX, CONSIDERANDO AS SUAS
RESPECTIVAS VELOCIDADES CRÍTICAS

Guaratinguetá

2016

GRAZIELLI DE OLIVEIRA DINIZ

ESTUDO ANALÍTICO, NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DO PROJETO DE EIXOS EM
FIBRA DE CARBONO, AÇO CARBONO E AÇO INOX, CONSIDERANDO SUAS
RESPECTIVAS VELOCIDADES CRÍTICAS.

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins
Coorientador: Prof. Me. Fabrício Vieira Silva

Guaratinguetá

2016

D585e	<p>Diniz, Grazielli de Oliveira</p> <p>Estudo analítico, numérico e experimental do projeto de eixos em fibra de carbono, aço carbono e aço inox, considerando as suas respectivas velocidades críticas / Grazielli de Oliveira Diniz – Guaratinguetá, 2016.</p> <p>84 f : il.</p> <p>Bibliografia: f. 65-66</p> <p>Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.</p> <p>Orientador: Prof.. Dr. Marcelo Sampaio Martins</p> <p>Coorientador: Prof.. Dr Fabrício Vieira Silva</p> <p>1. Eixos 2. Fibras de carbono 3. Aço inoxidável</p> <p>I. Título</p> <p>CDU 621.824.5</p>
-------	--


GRAZIELLI DE OLIVEIRA DINIZ

**ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

**APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM NOME DO CURSO**


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MARCELO SAMPAIO MARTINS
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO
UNESP-FEG


Profa. Me. ERICA XIMENES DIAS
UNESP-FEG

Dezembro de 2016

DADOS CURRICULARES

GRAZIELLI DE OLIVEIRA DINIZ

NASCIMENTO	03.03.1991 – SANTOS/ SP
FILIAÇÃO	Jairo Ribeiro Diniz Joana D'Arc de Oliveira Diniz
2010/2016	Curso de Graduação Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá.

especialmente ao meu noivo pelo apoio incondicional, à minha mãe pelo exemplo de luta e persistência e aos meus professores pela sabedoria e auxílio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelas oportunidades concedidas, por todo o crescimento proporcionado ao longo dos anos de graduação e por me dar sempre saúde para que eu pudesse enfrentar os desafios que se apresentaram ao longo da minha trajetória.

Agradeço à minha mãe pela luta incansável pelo meu bem e de meus irmãos, sempre realizando o possível para nos guiar no caminho da honestidade e idoneidade.

Agradeço ao meu noivo *Anderson* por seu apoio irrestrito e incondicional.

Agradeço ao meu orientador *Prof. Dr. Marcelo Sampaio Martins*, pelos conhecimentos transmitidos e pelo auxílio na elaboração deste trabalho.

Ao *Prof. Me. Fabrício Vieira Silva*, pelas valiosas orientações.

Ao *Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão*, pela assistência e ajuda.

Por fim, agradeço a todos os professores e amigos que me ajudaram a chegar nesse momento.

DINIZ, G. O. **Estudo analítico, numérico e experimental do projeto de eixos em fibra de carbono, aço carbono e aço inox, considerando as suas respectivas velocidades críticas.** 2016, 87f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma proposta de estudo analítico, numérico e experimental de eixos fabricados em fibra de carbono, aço carbono e aço inox e objetiva investigar o comportamento dos diferentes materiais quanto às frequências naturais, permitindo a caracterização das velocidades críticas e o estabelecimento de faixas seguras para as rotações de trabalho. Tal análise foi motivada pelo interesse em investigar a performance de diferentes materiais de fabricação para um eixo de transmissão de potência existente em torres de resfriamento da empresa Gerdau. A utilização das abordagens experimental, numérica e teórica permite confrontar os resultados obtidos, validando a análise. Ainda, a realização dos ensaios utilizando duas diferentes metodologias possibilita a identificação da influência da forma de fixação dos eixos nos valores das frequências naturais. Em relação ao desempenho, o eixo fabricado em fibra de carbono apresenta comportamento superior aos demais, justificando seu uso em aplicações de alta rotação. Os eixos tubulares de Aço Inox 304 e Aço SAE 1036 apresentaram valores próximos de frequências naturais, enquanto o eixo maciço de Aço SAE 1020 apresentou o pior desempenho, tendo em vista que a massa elevada promove maiores deflexões ao longo do eixo e conseqüentemente menores valores para as velocidades críticas.

PALAVRAS-CHAVES: Projeto de eixo. Velocidade crítica. Frequências naturais de eixos. Tubo de Fibra de carbono.

DINIZ, G. O. Analytical, numerical and experimental study of axes' design in carbon fiber, carbon steel and stainless steel, considering their respective critical speeds. 2016, 87f. Final Paper (Bachelor's Degree in Mechanical Engineering) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

ABSTRACT

The present work presents a proposal for an analytical, numerical and experimental study of axes made of carbon fiber, carbon steel and stainless steel and aims to investigate the behavior of the different materials regarding to their natural frequencies, allowing the finding of critical speeds and the establishment of safe work rotation ranges. This analysis was motivated by the interest in investigating the performance of different manufacturing materials for a drive shaft applied to cooling towers of Gerdau company. The use of experimental, numerical and theoretical approaches allows to confront the results obtained, and so, validating the analysis. Still, the tests using two different methodologies allow the identification of the influence of the axes' fixing procedures over the natural frequency values for each material used during the experiments. So, in terms of performance, it was possible to verify that the axis made of carbon fiber presents superior behavior to the other materials also used on the study, justifying its use in high rotation applications. The tubular shafts made of stainless steel 304 and SAE 1036 steel presented similar natural frequency values, while the solid shaft made of SAE 1020 steel presented the worst performance once the high mass promotes greater deflections along the axis and consequently smaller values for the critical speeds.

KEYWORDS: Axis design. Critical speed. Axis' natural frequencies. Carbon fiber tube.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Viga submetida a carregamento distribuído.	17
Figura 2: Diagrama de corpo livre.	17
Figura 3: Flexão pura em uma viga.....	19
Figura 4: Segmento de uma viga reta sob flexão.	19
Figura 5: Barra circular puramente torcional.	20
Figura 6: Valores das componentes para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes.	22
Figura 7: Resposta de um sistema de um grau de liberdade a frequências variáveis.....	23
Figura 8: Diagrama de corpo livre com amortecimento.	25
Figura 9: Vibração por torção de um disco	27
Figura 10: Força harmônica perturbadora resultante de desbalanceamento rotativo.....	30
Figura 11: “Whirling” síncrono de eixo devido a desbalanceamento de massa.	31
Figura 12: Rodopio de eixo (amplitude exagerada).....	31
Figura 13: Esquema básico de medição de vibração.....	33
Figura 14: Gráficos no domínio do tempo e no domínio da frequência.	33
Figura 15: Gráfico típico da função de resposta de frequência de uma estrutura ou máquina. ..	34
Figura 16: Função implementada no Matlab para o cálculo da transformada de Fourier.....	36
Figura 17: Eixo flutuante de torre de resfriamento em fibra de carbono – Gerdau.	38
Figura 18: Acelerômetro.	39
Figura 19: Especificações do acelerômetro.....	40
Figura 20: Martelo modal.....	41
Figura 21: Amplificador Quantum ^X MX410B.....	42
Figura 22: Características do Amplificador Quantum ^X MX410B.	42
Figura 23: Analisador Microlog CMVA 60.....	44
Figura 24: Estrutura de fixação.	46
Figura 25: Detalhe do suporte do fio de nylon.....	46
Figura 26: Detalhe do fio de nylon.....	46
Figura 27: Espaçamento entre os pontos de apoio.	46
Figura 28: Detalhe do posicionamento do eixo.....	47
Figura 29: Detalhe da fixação do acelerômetro.	47
Figura 30: Tela inicial do software	48
Figura 31: Configurações iniciais do software.....	49
Figura 32: Configurações dos intervalos.....	49
Figura 33: Layout gráfico do software.....	49
Figura 34: Sinal aferido após impacto.....	49
Figura 35: Opções de armazenamento.	50
Figura 36: Função de análise do programa.	50
Figura 37: Função de análise do programa.	50
Figura 38: Exportação de dados.	50
Figura 39: Momento do impacto registrado pelo pico de sinal representado no gráfico.	51
Figura 40: Conjunto dos equipamentos utilizados durante o ensaio.....	52
Figura 41: Posicionamento do eixo de fibra de carbono.....	52

Figura 42: Excitação realizada nos eixos com utilização do martelo modal.	52
Figura 43: Fixação do eixo nas duas extremidades.....	53
Figura 44: Fixação do eixo nas duas extremidades.....	53
Figura 45: Interface do equipamento CVMA65 para ensaio do eixo Aço SAE 1036	54
Figura 46: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 1.	55
Figura 47: 1º modo de vibração - Aço SAE 1036.....	57
Figura 48: 1º modo de vibração - Aço Inox 304.....	57
Figura 49: 1º modo de vibração - Fibra de carbono.....	58
Figura 50: 1º modo de vibração - Aço SAE 1020.....	58
Figura 51: Segundo modo de vibração obtido numericamente.....	63
Figura 52: Posicionamento eixo aço inox.	67
Figura 53: Posicionamento eixo aço trefilado maciço.	67
Figura 54: Posicionamento eixo aço carbono 1036.	67
Figura 55: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.....	68
Figura 56: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.	68
Figura 57: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.....	69
Figura 58: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.	69
Figura 59: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.	69
Figura 60: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.....	70
Figura 61: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.....	70
Figura 62: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.....	70
Figura 63: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.....	71
Figura 64: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.....	71
Figura 65: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.....	71
Figura 66: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.....	72
Figura 67: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 2.	72
Figura 68: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 3.	72
Figura 69: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 1. ..	73
Figura 70: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 2. .	73
Figura 71: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 3. .	73
Figura 72: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.....	74
Figura 73: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.....	74
Figura 74: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.....	74
Figura 75: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.....	75
Figura 76: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.....	75
Figura 77: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.....	75
Figura 78: 2º modo de vibração - Aço SAE 1036.....	76
Figura 79: 2º modo de vibração - Aço Inox 304.....	76
Figura 80: 2º modo de vibração - Fibra de carbono.....	77
Figura 81: 2º modo de vibração - Aço SAE 1020.....	77
Figura 82: Aço SAE 1020 - 1º modo de vibração	78
Figura 83: Aço SAE 1020 - 2º modo de vibração	79
Figura 84: Aço SAE 1020- 3º modo de vibração.....	79

Figura 85: Aço SAE 1036 - 1º modo de vibração.....	80
Figura 86: Aço SAE 1036 - 2º modo de vibração.....	81
Figura 87: Aço SAE 1036 - 3º modo de vibração.....	81
Figura 88: Aço Inox 304 - 1º modo de vibração.....	82
Figura 89: Aço Inox 304 - 2º modo de vibração.....	83
Figura 90: Aço Inox 304 - 3º modo de vibração.....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Materiais ensaiados.	44
Tabela 2: Propriedades dos Materiais	45
Tabela 3: Aço Inox 304	55
Tabela 4: Aço SAE 1036.....	56
Tabela 5: Aço SAE 1020.....	56
Tabela 6: Fibra de Carbono	56
Tabela 7: Frequências naturais para eixos fixados nas extremidades.	59
Tabela 8: Carga distribuída e momento de inércia dos eixos.....	59
Tabela 9: Aço maciço SAE 1020.	60
Tabela 10: Aço SAE 1036.....	61
Tabela 11: Aço Inox 304.....	61
Tabela 12: Fibra de carbono.....	61
Tabela 13: Estudo numérico das frequências naturais.	62
Tabela 14: Resultados obtidos nas diferentes abordagens	63
Tabela 15: Comparação entre resultados teóricos e 2º modo de vibração	64

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	14
1.1.1	Objetivo geral	14
1.1.2	Objetivo específico	15
1.2	JUSTIFICATIVAS	15
1.3	EXEQUIBILIDADE.....	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	PROJETO DE EIXO	16
2.1.1	Análise estática	16
2.1.1.1	Equação da linha elástica.....	16
2.1.2	Análise dinâmica	18
2.1.2.1	Tensões de flexão e torção.....	18
2.1.2.2	Falha por fadiga	20
2.1.2.3	Cargas de fadiga	21
2.2	VIBRAÇÕES.....	22
2.2.1	Conceitos fundamentais sobre vibração	22
2.2.2	Vibração com um grau de liberdade	24
2.2.3	Vibração livre de um sistema torcional não amortecido	27
2.2.4	Método de Rayleigh	29
2.2.5	Desbalanceamento rotativo	30
2.2.6	“Whirling” de eixos rotativos	31
2.2.7	Medições de vibração	32
2.2.7.1	Modelagem matemática.....	32
2.2.7.2	Análise de sinal.....	33
2.2.7.3	Utilização da transformada de Fourier em acelerômetros	35
2.2.7.3.1	Transformada de Fourier através do software Matlab.....	35
3	EQUIPAMENTOS, MATERIAIS E MÉTODOS	37
3.1	ESTUDO DE CASO.....	37
3.2.1	Equipamentos utilizados	38
3.2.1.1	Acelerômetro	38
3.2.1.2	Martelo modal.....	41

3.2.1.3	Amplificador universal	41
3.2.1.4	Software CatmanEasy.....	43
3.2.1.5	Software Matlab.....	43
3.2.1.6	Software Comsol	43
3.2.1.7	Coletor/Analisador Microlog CMVA 60.....	43
3.2.2	Materiais utilizados	44
3.2.3	Métodos utilizados	45
3.2.3.1	Análise experimental realizada com os eixos pendurados	45
3.2.3.1.1	Preparo da estrutura para recebimentos dos eixos	45
3.2.3.1.2	Preparo e posicionamento dos eixos com o instrumento de medição	47
3.2.3.1.3	Configuração do Software Catman.....	47
3.2.4	Realização dos ensaios.....	50
3.2.4.2	Ensaio realizado com o eixo fixado.....	53
4	RESULTADOS	54
4.1	RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PARA OS EIXOS SUSPENSOS	54
4.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PARA OS EIXOS BI- ENGASTADOS	56
4.3	RESULTADOS TEÓRICOS.....	59
4.4	RESULTADOS NUMÉRICOS.....	62
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
	REFERÊNCIAS	65
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	66
	ANEXO A – Fotografias dos ensaios	67
	ANEXO B – Gráficos do experimento realizado com eixos suspensos.....	68
	ANEXO C – Gráficos dos experimentos realizados para os eixos fixos (2° modo de vibração).....	76
	ANEXO D – Simulações obtidas para todos os eixos.....	78

1 INTRODUÇÃO

Projetar de forma adequada uma máquina e seus diversos componentes mecânicos é essencial no desempenho e durabilidade do equipamento, sendo necessário o dimensionamento criterioso dos itens submetidos aos diferentes esforços, buscando coeficientes de segurança adequados e evitando o superdimensionamento e consequente desperdício de materiais.

Atualmente, as aplicações de eixos de transmissão de potência são inúmeras, estando presentes em praticamente todas as partes de máquinas que possuem algum movimento rotativo para transmitir torque de um ponto a outro.

Eixos de transmissão de potência exigem o dimensionamento quanto a falhas estáticas e dinâmicas e, dentre os esforços dinâmicos presentes, as velocidades críticas de rotação obtém relevante importância nos mecanismos de falha. Um eixo que opere em valores próximos à sua frequência de ressonância vibra em uma amplitude perigosamente alta, capaz de causar a falha instantânea do componente.

Esse estudo foi motivado pelo interesse em avaliar o desempenho de eixos de transmissão de potência de diferentes materiais e suas respectivas velocidades críticas. A aplicação envolvida consiste em um eixo de uma torre de resfriamento existente na empresa Gerdau.

Nesse sentido, a proposta do presente trabalho consiste em aferir por meio de diferentes abordagens as velocidades críticas de rotação de eixos de diferentes materiais e dimensões aproximadas, realizando posterior comparação entre os diversos valores obtidos.

Utiliza-se a teoria já consagrada de cálculo de frequências naturais através do Método de Rayleigh, valendo-se da teoria da linha elástica para previsão dos deslocamentos ao longo do eixo submetido ao seu peso próprio, que atua como carga distribuída.

Por sua vez, as medições experimentais são realizadas a partir do uso de acelerômetros, amplificadores e softwares existentes no mercado, assim como a análise numérica que, no presente estudo, foi efetuada através do software Comsol.

Assim, o presente trabalho confronta diferentes métodos de obtenção de velocidades críticas, buscando consistência nos resultados da análise.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo realizar o estudo analítico, numérico e experimental do projeto de eixos em fibra de carbono, aço carbono e aço inox, considerando as suas respectivas velocidades críticas e avaliando determinados parâmetros de interesse, tais quais:

- Velocidade crítica do eixo, com vistas a examinar a resposta do sistema às vibrações (forçadas ou auto-excitadas) a que esteja submetido;

- Vibração lateral, considerando, a priori, o peso próprio do eixo;

1.1.2 Objetivo específico

Estimar, a partir da determinação das frequências críticas, faixas de operação seguras em que a razão de frequências possibilite a operação sem risco de que o elemento entre em ressonância.

1.2 JUSTIFICATIVAS

Esse estudo justifica-se a partir da constatação da carência de análises de vibração em eixos de fibra de carbono tubulares, contrastando com a enorme variedade de potenciais aplicações desses componentes que, atualmente, são obtidos por meio de importação.

1.3 EXEQUIBILIDADE

A existência das máquinas de ensaios de eixos no Laboratório de Ensaios Mecânicos e a disponibilidade de material teórico sobre projeto de elementos de máquinas e também sobre análise de tensões possibilita o tratamento completo de todas as etapas do projeto.

Foram utilizados os equipamentos disponíveis no Laboratório de Ensaios Mecânicos, tais quais: acelerômetro, estrutura de fixação, softwares de aquisição e amplificador de sinais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este tópico apresenta uma revisão sobre as principais teorias envolvidas no projeto de eixos, considerando as tensões envolvidas e seus respectivos cálculos. Ainda, faz-se uma breve revisão sobre a teoria de falhas por fadiga, buscando realizar um tratamento abrangente sobre as solicitações a serem consideradas no projeto dinâmico do componente.

2.1 PROJETO DE EIXO

O objetivo final do projeto de máquinas é dimensionar e dar forma às peças e escolher os materiais e os processos de manufatura apropriados, de modo que a máquina resultante possa desempenhar a função desejada sem falhar (NORTON, 2004).

2.1.1 Análise estática

2.1.1.1 Equação da linha elástica

Segundo Beer (1996), o momento fletor e a curvatura de uma viga submetida a um carregamento transversal variam de seção para seção conforme a equação (1), onde x representa a distância à extremidade esquerda da viga até a seção:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (1)$$

A partir da equação anterior é possível obter uma relação entre a deformação y medida em determinado ponto e a distância x desse ponto à origem estabelecida. A relação obtida é denominada equação da linha elástica representa a equação da curva em que se transforma o eixo da viga ao se deformar sob ação do carregamento (BEER, 1996).

A expressão que fornece a curvatura de uma curva plana em um ponto (x,y) , conforme expõe Beer (1996), pode ser descrita pela equação (2):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{d^2x} \quad (2)$$

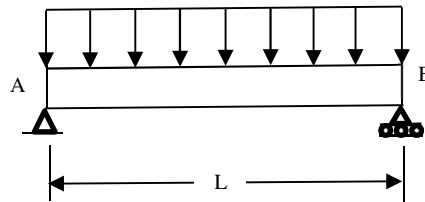
E, substituindo o valor de $1/\rho$ na equação (1), obtém-se, finalmente, a equação diferencial linear que rege o comportamento da linha elástica, conforme equação (3):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (3)$$

Onde, EI é a rigidez flexional da viga, considerada constante na maioria dos casos.

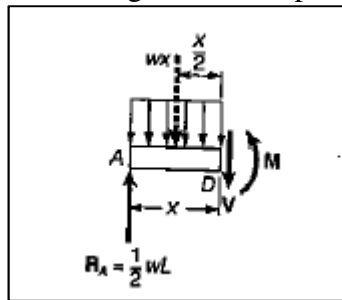
Para uma viga simplesmente apoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído, caso do presente estudo, pode-se representar o carregamento através do diagrama mostrado na Figura 1, com seu diagrama de corpo livre, para uma seção qualquer, mostrado na Figura 2.

Figura 1: Viga submetida a carregamento distribuído.



Fonte: (BEER, 1996).

Figura 2: Diagrama de corpo livre.



Fonte: (BEER, 1996).

De acordo com Beer (1996), o diagrama de corpo livre fornece a relação, para a sessão, expressa na equação (4):

$$M = \frac{1}{2}wLx - \frac{1}{2}wx^2 \quad (4)$$

Substituindo M na equação da linha elástica, integrando-se duas vezes e considerando como condições de contorno a deflexão igual a zero nos apoios, obtém-se, para o ponto médio da viga a deflexão máxima, de acordo com a equação (5).

$$y_c = -\frac{5wL^4}{384EI} \quad (5)$$

Para os demais pontos, a deflexão pode ser obtida a partir da equação (6), na qual L representa o comprimento total da viga e x representa a distância em relação à extremidade esquerda.

$$y = \frac{w}{24EI}(-x^4 + 2Lx^3 - L^3 x) \quad (6)$$

Nessa equação, o momento de inércia I é fornecido pela equação (7), na qual D_{ext} e D_{int} são, respectivamente, os diâmetros externos e internos do eixo a ser estudado.

$$I = \frac{\pi}{64}[D_{ext}^4 - D_{int}^4] \quad (7)$$

2.1.2 Análise dinâmica

Conforme afirma Norton (2004), no projeto dinâmico de um eixo precisam ser consideradas tanto as tensões quanto as deflexões presentes. Frequentemente, a deflexão pode ser o fator crítico, porque deflexões excessivas causarão desgaste rápido dos mancais do eixo. Engrenagens, correias, ou correntes comandadas pelo eixo podem também sofrer por desalinhamentos introduzidos pelas deflexões no eixo. Entretanto, os cálculos de deflexão requerem que a geometria inteira do eixo seja definida. Assim, um eixo é tipicamente projetado pela primeira vez usando considerações de tensão, e as deflexões são calculadas uma vez que a geometria esteja completamente definida.

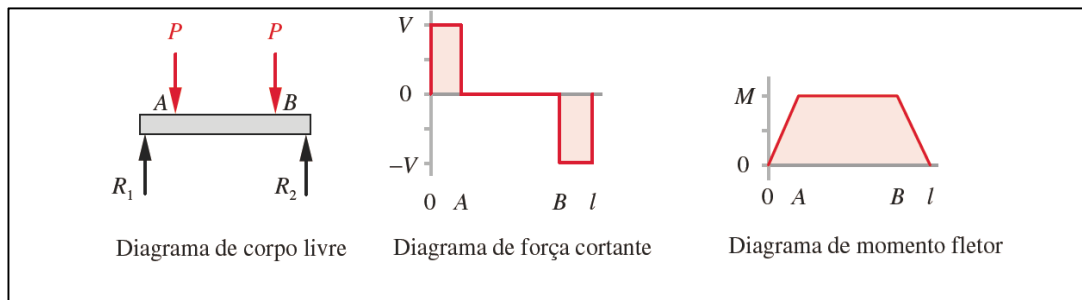
A relação entre as frequências naturais do eixo (tanto em torção quanto em flexão) e o conteúdo de frequência das funções força e torque com o tempo também pode ser fundamental. Se as frequências das funções de força forem próximas às frequências naturais do eixo, a ressonância pode criar vibrações, tensões elevadas e grandes deflexões. (NORTON, 2004).

2.1.2.1 Tensões de flexão e torção

De acordo com Norton (2004), eixos de máquinas são elementos frequentemente carregados como vigas e, portanto, sujeitos a uma combinação de tensões normais e de cisalhamento distribuídas em suas seções transversais.

Conforme descreve Norton (2004), para ilustrar o comportamento apresentado por um componente em flexão, pode-se imaginar o caso em que atua flexão pura, como, por exemplo, em uma viga reta biapoiada submetida à duas cargas idênticas e concentradas, P , aplicadas nos pontos A e B, que estão à mesma distância de cada uma das extremidades da viga, conforme mostra a Figura 3, contendo os diagramas de força cortante e momento fletor, respectivamente:

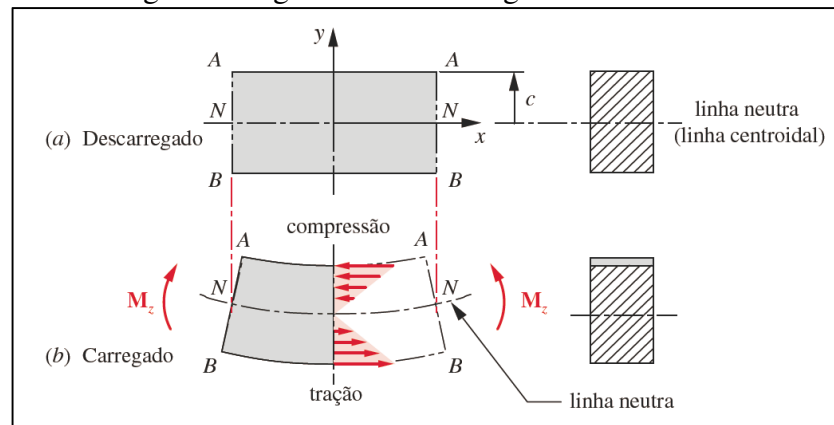
Figura 3: Flexão pura em uma viga



Fonte: (NORTON, 2004)

Removendo-se e aumentando-se um segmento de viga, extraído entre os pontos A e B, observa-se que, quando o momento fletor é aplicado, o segmento torna-se curvado. A linha neutra não muda de comprimento, mas todas as outras linhas ao longo do eixo x devem ou encurtar-se ou alongar-se de forma a manter as seções transversais perpendiculares à linha neutra. Assim a fibra mais externa da viga é encurtada, o que a põe em compressão, e a fibra externa é alongada e colocada sob tração, causando a distribuição de tensão de flexão mostrada na Figura 4:

Figura 4: Segmento de uma viga reta sob flexão.



Fonte: (NORTON, 2004).

Conforme demonstra Norton (2004), a magnitude da tensão de flexão é zero na linha neutra e é linearmente proporcional à distância y da linha neutra. Essa relação pode ser expressa pela fórmula da tensão na flexão, onde M é momento fletor aplicado na seção em questão, I é o momento de inércia da área da seção transversal da viga em relação ao plano neutro e y é a distância do plano neutro até o ponto onde a tensão é calculada, conforme a equação (8):

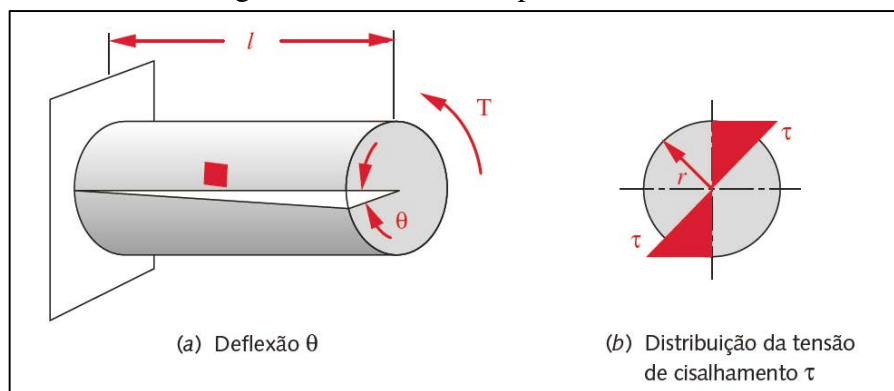
$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I} \quad (8)$$

A máxima tensão normal de flexão ocorre nas fibras externas e é expressa pela equação (9), onde c representa a distância do plano neutro até a fibra externa tanto na parte superior como na parte inferior da viga:

$$\sigma_{max} = \frac{M_c}{I} \quad (9)$$

Em relação aos esforços de torção, conforme atesta Norton (2004), este ocorre quando barras são solicitadas por um momento em relação ao seu eixo longitudinal, sendo o momento aplicado denominado torque ou momento torçor. Essa situação é comum em eixos que transmitem potência. Para ilustrar esse esforço, considera-se uma viga reta com seção transversal circular uniforme, com um torque aplicado de modo que nenhum momento fletor ou outras forças estejam presentes. Um elemento diferencial retirado de qualquer lugar da superfície externa está sujeito a tensões de cisalhamento devido ao momento torçor. Essa tensão é de cisalhamento puro e varia de zero no centro até um máximo no raio externo conforme a Figura 5:

Figura 5: Barra circular puramente torcional.



Fonte: (NORTON, 2004).

De acordo com o autor Norton (2004), a tensão de cisalhamento e tensão de cisalhamento máxima podem ser calculadas, respectivamente, pelas equações (10) e (11), nas quais T representa o torque aplicado, ρ representa o raio até qualquer ponto e J representa momento polar de inércia da seção transversal.

$$\tau = \frac{T\rho}{J} \quad (10)$$

$$\tau_{max} = \frac{T_r}{J} \quad (11)$$

Por fim, segundo Norton (2004), a seção transversal circular é o formato ótimo para qualquer barra sujeita a carregamento torcional e, se possível, deve ser usada em todas as situações de torção.

2.1.2.2 Falha por fadiga

A maioria das falhas em máquinas acontece devido a cargas que variam no tempo, e não a esforços estáticos. Essas falhas ocorrem, tipicamente, em níveis de tensão significativamente

inferiores aos valores da resistência ao escoamento dos materiais (NORTON, 2004). De acordo com Shigley (2005), a característica mais distinguível dessas falhas é que as tensões foram repetidas muitas e muitas vezes. Daí a falha ser denominada falha por fadiga.

Segundo Shigley (2005), condições nas quais as tensões variam ou flutuam entre níveis são frequentes como, por exemplo, em um eixo rotante. Uma determinada fibra na superfície desse eixo, sujeita à ação de cargas de flexão, passa por tração e compressão para cada revolução do eixo. Se esse eixo é parte de um motor elétrico que roda a 1725 rpm, a fibra é tensionada em tração e compressão 1725 vezes a cada minuto.

As cargas de fadiga sempre têm início com uma pequena trinca, que pode estar presente no material desde a sua manufatura ou desenvolver-se ao longo do tempo devido às deformações cíclicas ao redor das concentrações de tensões. (NORTON, 2004). Portanto, conforme afirma Norton (2004), torna-se fundamental que peças sob carregamento dinâmico sejam projetadas para minimizar a concentração de tensões.

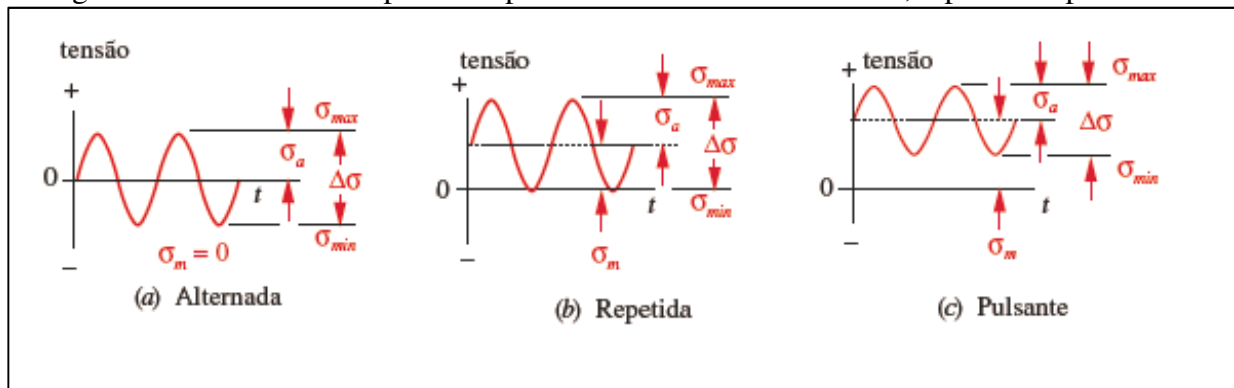
Segundo Norton (2004), dentre os diversos modelos de falha por fadiga disponíveis, a abordagem tensão-número de ciclos é adequada para o projeto de máquinas rotativas, uma vez que as vidas requeridas são usualmente na escala do regime de alto ciclo. Esta abordagem busca determinar a resistência à fadiga para o material, de modo que as tensões cíclicas possam ser mantidas abaixo deste nível e, com isso, evita-se a falha para o número de ciclos requerido.

2.1.2.3 Cargas de fadiga

Para Norton (2004), qualquer carga que varie no tempo pode, potencialmente, provocar uma falha devido à fadiga. No caso de máquinas rotativas, as cargas tendem a ser consistentes na amplitude ao longo do tempo e repetem-se com alguma frequência.

Em concordância com Norton (2004), as funções típicas de tensão-tempo, experimentadas por máquinas rotativas, podem ser modeladas como ondas senoidais. Para tensão alternada, o valor médio é zero. No caso de tensão repetida, a forma da onda varia de zero a um máximo com um valor médio igual à componente alternada. O termo tensão pulsante aplica-se para situações mais gerais, na qual todas as componentes têm valor diferente de zero. A Figura 6 ilustra o formato das funções tensão-tempo mencionadas.

Figura 6: Valores das componentes para tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsantes.



Fonte: (NORTON, 2004)

Define-se o intervalo de tensões $\Delta\sigma$, a amplitude da variação de tensão σ_a (ou componente alternada) e a tensão média σ_m pelas equações (12), (13) e (14), respectivamente:

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (12)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (13)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (14)$$

2.2 VIBRAÇÕES

2.2.1 Conceitos fundamentais sobre vibração

Conforme afirma Thomson (1973), todos os corpos que possuem massa e elasticidade, ou seja, a maior parte das máquinas e estruturas são capazes de vibração. Assim, o seu projeto requer geralmente o exame de seu comportamento oscilatório.

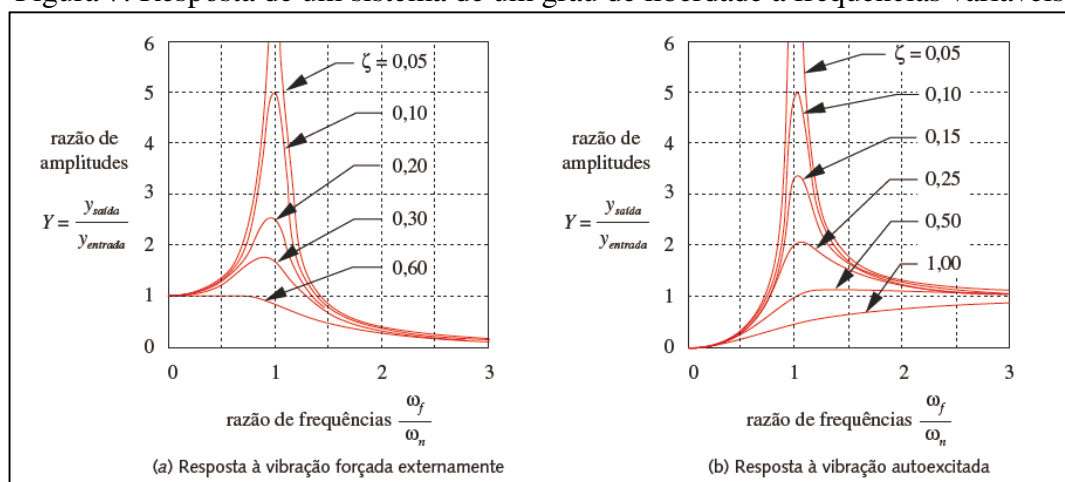
Existem duas classes gerais de vibrações, a livre e a forçada. A vibração livre acontece quando um sistema oscila sob a ação de forças que lhe são inerentes e na ausência da ação de qualquer força externa. No caso de vibração livre o sistema poderá vibrar com uma ou mais das suas frequências naturais, que são peculiares ao sistema dinâmico estabelecido pela distribuição de sua massa e rigidez.

A vibração forçada ocorre sob excitação de forças externas. Quando a excitação é oscilatória, o sistema é obrigado a vibrar na frequência da excitação. Se esta frequência coincide com uma das frequências naturais do sistema, forma-se um estado de ressonância, daí podendo resultar amplas e perigosas oscilações, razão da importância do cálculo das frequências naturais (THOMSON, 1973).

Os sistemas de vibração são todos eles sujeitos a um certo grau de amortecimento, em face do desgaste de energia pelo atrito e outras resistências. Se o amortecimento é fraco, a sua influência torna-se muito pequena e não é geralmente considerada nos cálculos das frequências naturais. O amortecimento, entretanto, é de grande importância ao limitar a amplitude de oscilação da ressonância (THOMSON, 1973). De acordo com Norton (2004), qualquer amortecimento reduz a relação de amplitudes na ressonância.

Segundo Norton (2004), no caso em que a frequência forçante coincide com uma das frequências naturais do elemento, então a amplitude da resposta de vibração será muito maior que aquela da função excitante. A Figura 7 mostra a resposta em amplitude de uma vibração forçada externamente e de uma vibração auto-excitada, em função da razão da frequência forçante. Quando essa razão é 1, o sistema está em ressonância e a amplitude de resposta aproxima-se do infinito na ausência de amortecimento.

Figura 7: Resposta de um sistema de um grau de liberdade a frequências variáveis.



Fonte: (NORTON, 2004).

De acordo com Thomson (2003), chama-se grau de liberdade de um sistema o número de coordenadas independentes requerido para a descrição de seu movimento. Nessas condições, um corpo rígido terá seis graus de liberdade, isto é, três componentes de posição e três ângulos que definem a sua orientação.

Segundo Thomson (1973), é muito comum a existência simultânea de vibrações com várias frequências diferentes como, por exemplo, a frequência fundamental f e suas harmônicas $2f$, $3f$, etc. Segundo Norton (2004), um sistema contínuo tem uma infinidade de frequências naturais, sendo a frequência natural menor ou fundamental, em geral, a de maior interesse.

Define-se a frequência angular pela equação (15):

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad (15)$$

Onde k é a constante de mola do sistema e m , sua massa.

O valor do período natural de oscilação é tirado de $\omega_n \tau = 2\pi$, e pode ser expresso por meio da equação (16):

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (16)$$

e a frequência natural é expressa pela equação (17):

$$f_n = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (17)$$

As frequências naturais são uma propriedade física do sistema; uma vez construído, ele as mantém essencialmente imutáveis a menos que ele perca ou ganhe massa ou rigidez durante a sua vida útil (NORTON, 2004).

Conforme afirma Thomson (1973), no caso de oscilação rotativa, a lei de Newton é substituída pela sua correspondente rotativa, conforme a equação (18):

$$J\ddot{\theta} = \Sigma M \quad (18)$$

Onde M é o momento, J o momento de inércia de massa e $\ddot{\theta}$ a aceleração angular, sempre referidos a um mesmo eixo inercial fixo de rotação.

Segundo Norton (2004), uma frequência natural é também chamada de velocidade crítica e faz-se necessário evitar excitar um sistema ao ponto ou próximo de sua velocidade crítica, já que as deflexões causarão tensões capazes de romper a peça.

O amortecimento reduz ligeiramente a frequência natural. Eixos e a maioria das peças de máquinas tendem a ser ligeiramente amortecidas e, por isso, o valor sem amortecimento pode ser usado com pequena margem de erro.

2.2.2 Vibração com um grau de liberdade

De acordo com Rao (2008), sistemas que vibram com apenas um grau de liberdade são o mais simples possível, visto que a coordenada x é suficiente para especificar a posição da massa a qualquer tempo. Como não há nenhuma força externa aplicada à massa, o movimento resultante de uma perturbação inicial será vibração livre (RAO, 2008).

Segundo Thomson (1973), o total de energia em um sistema conservativo é constante. A energia na vibração livre de um sistema não amortecido é parte cinética e parte potencial. A energia cinética conserva-se na massa em razão da sua velocidade, enquanto a energia potencial é conservada sob a forma de esforço na deformação elástica.

Para Norton (2004), quando um sistema dinâmico vibra, uma transferência de energia potencial em energia cinética e novamente em potencial, etc. repetidamente ocorrerá dentro do sistema.

Se o nosso interesse está apenas na frequência natural do sistema, ela pode ser determinada considerando-se a posição de equilíbrio estático da massa como referência para sua energia potencial e admitindo que no instante em que o deslocamento da massa é máximo, a velocidade é zero. Portanto, a energia cinética máxima iguala-se à energia potencial máxima.

Conforme propõe Thomson (1973), quando um sistema linear de um grau de liberdade é excitado, sua resposta depende do tipo de excitação e do amortecimento presente. Geralmente a equação do movimento terá a fórmula representada pela equação (19):

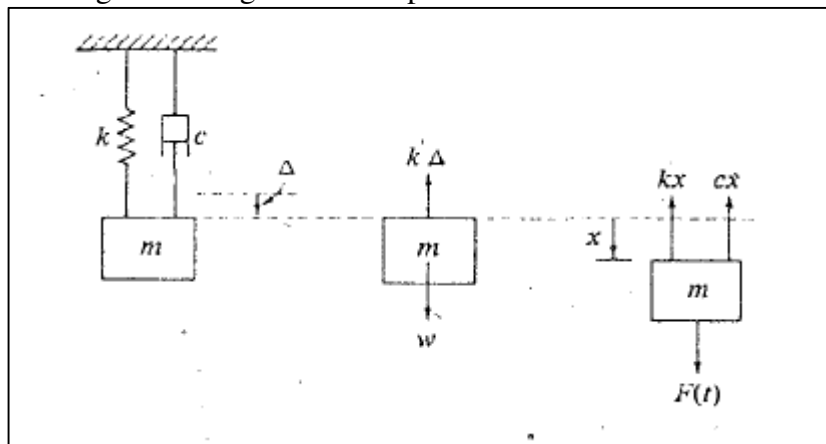
$$m\ddot{x} + F_d + kx = F(t) \quad (19)$$

onde $F(t)$ é a excitação e F_d a força de amortecimento. Embora seja difícil a descrição real da força de amortecimento, é possível a admissão de modelos ideais de amortecimento como, por exemplo, a força de amortecimento viscoso, proporcional à velocidade e expressa pela equação (20):

$$F_d = c\dot{x} \quad (20)$$

onde c é uma constante de proporcionalidade que, simbolicamente, é representada por um amortecedor conforme a Figura 8:

Figura 8: Diagrama de corpo livre com amortecimento.



Fonte: (THONSOM, 1973).

Pelo diagrama de corpo livre, a equação de movimento é expressa por meio da equação (21):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (21)$$

De acordo com Thomson (1973), se $F(t)$ igual a zero, a solução da equação corresponde fisicamente à condição de vibração livre de amortecimento e sua solução é tradicionalmente admitida como tendo a forma da equação (22):

$$x = e^{st} \quad (22)$$

Onde s é uma constante. Feita a substituição na equação diferencial, obtém-se a equação (23):

$$(ms^2 + cs + k)e^{st} = 0 \quad (23)$$

Que é satisfeita por todos os valores de t quando a equação (24) se verifica:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (24)$$

A equação (24), conhecida como equação característica, tem duas raízes, representadas pela equação (25):

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (25)$$

Em consequência, a solução geral é dada através da equação (26):

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad (26)$$

Onde A e B são constantes a serem determinadas de acordo com as condições iniciais $x(0)$ e $\dot{x}(0)$ e, considerando-se os valores das raízes da equação característica, temos a equação (27):

$$x = e^{-\left(\frac{c}{2m}\right)t} \left(Ae^{\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}t} + Be^{-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}t} \right) \quad (27)$$

Segundo Thomson (1973), na equação característica, quando o termo de amortecimento $(c/2m)^2$ é maior que k/m , os expoentes na equação acima são números reais e não há oscilação possível, resultando no caso denominado superamortecido.

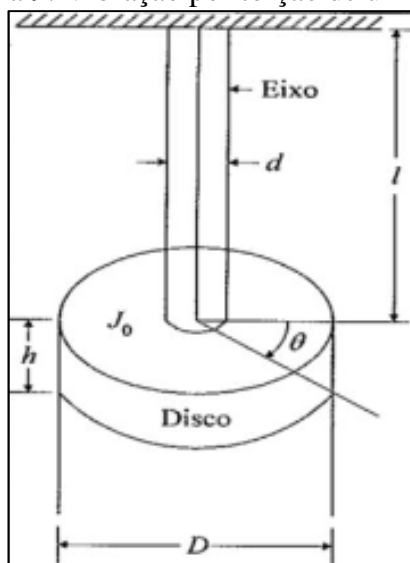
Quando o termo de amortecimento $(c/2m)^2$ é menor que k/m , o expoente torna-se um número imaginário e os termos da equação anterior são oscilatórios. Este caso é denominado subamortecido.

Por fim, para o valor de c que reduz o radical a zero, temos o caso limite entre o movimento oscilatório e o não oscilatório, definido como amortecimento crítico.

2.2.3 Vibração livre de um sistema torcional não amortecido

Segundo Rao (2008), quando um corpo rígido realiza oscilações em relação a um eixo específico de referência, o movimento resultante será denominado vibração por torção e seu deslocamento será, nesse caso, medido em termos de uma coordenada angular. A Figura 9 ilustra um disco com momento de inércia de massa polar J_0 montado em uma extremidade de um eixo circular sólido:

Figura 9: Vibração por torção de um disco



Fonte: (RAO, 2008)

Sendo θ o ângulo de torção do eixo, podemos calcular o torque através da equação (28), em que G é o módulo de elasticidade transversal, l é o comprimento do eixo, e I_0 é o momento de inércia do eixo, também definido pela equação (29):

$$M_t = \frac{GI_0}{l} \quad (28)$$

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{32} \quad (29)$$

A constante de elasticidade pode ser calculada por meio da equação (30):

$$k_t = \frac{M_t}{\theta} = \frac{GI_o}{l} = \frac{\pi Gd^4}{32l} \quad (30)$$

E a equação do movimento, obtida a partir da segunda lei de Newton, pode ser representada pela equação (31):

$$J_o \ddot{\theta} + k_T \theta = 0 \quad (31)$$

A frequência natural do sistema, fazendo-se as devidas adaptações para o sistema torcional, é representada pela equação (32):

$$\omega_n = \left(\frac{k_t}{J_o} \right)^2 \quad (32)$$

E o período e a frequência de vibração em ciclos por segundo são expressos, respectivamente, pelas equações (33) e (34):

$$T_n = 2\pi \left(\frac{J_o}{k_t} \right)^2 \quad (33)$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k_t}{J_o} \right)^2 \quad (34)$$

De acordo com Norton (2013), vibrações torcionais tornam-se problemáticas quando os eixos são longos ou tem um número de massas distribuídas ao longo de seu comprimento. Ainda segundo Norton (2013), o motor de oito cilindros, famoso entre 1930 e 1940, foi menos bem-sucedido que o motor de seis cilindros devido em parte às vibrações torcionais na manivela mais longa.

Para contrabalançar efeitos da vibração torcional, pode-se refazer o projeto das propriedades de rigidez e inércia do sistema, obtendo as frequências críticas de vibração o mais acima das frequências forçantes quanto possível. Em geral, esse resultado pode ser obtido pelo aumento da rigidez conjuntamente com a remoção de massa, processo nem sempre fácil de ser conseguido.

Outras abordagens possíveis são a adição de um absorvedor de frequência ao sistema ou a adição de um amortecedor torcional, posicionado na extremidade de uma manivela de motor, reduzindo as oscilações deste.

2.2.4 Método de Rayleigh

Segundo Norton (2004), o procedimento que consiste em igualar as energias potencial e cinética no sistema (denominado método Rayleigh), supõe que o movimento de vibração lateral do eixo é senoidal e que alguma excitação externa esteja presente para forçar a vibração lateral.

De acordo com Norton (2013, pág. 596), uma análise completa das frequências naturais de um eixo ou viga é um problema complicado, sendo mais facilmente resolvido com a ajuda de programas de Análise de Elementos Finitos. Este é o método preferido e frequentemente usado, contudo, nos estágios iniciais de projeto, o método de Rayleigh é muito útil.

Para Norton (2013, pág. 596), o método de Rayleigh é um método de energia que dá resultados dentro de poucos porcentos do valor verdadeiro de ω_n .

Segundo Rao (2008), o método de Rayleigh pode ser utilizado para determinar as frequências naturais de um sistema com um grau de liberdade, mas pode ser estendido para o cálculo de frequências naturais de um sistema discreto. O cálculo é fundamentado no princípio de Rayleigh, segundo o qual a energia potencial máxima de um sistema conservativo pode ser igualada a energia cinética máxima nesse mesmo sistema. De acordo com Norton (2004), a energia potencial total armazenada na deflexão é a soma das energias potenciais de cada massa, conforme a equação (35), na qual $m_i g$ é a carga estática e δ_i a deflexão estática total da massa m_i .

$$Ep = \frac{g}{2} (m_1 \delta_1 + m_2 \delta_2 + m_3 \delta_3) \quad (35)$$

Por sua vez, a energia cinética total é a soma das energias cinéticas individuais, conforme a equação (36), na qual as velocidades são assumidas como positivas:

$$E_k = \frac{w_n^2}{2} (m_1 \delta_1^2 + m_2 \delta_2^2 + m_3 \delta_3^2) \quad (36)$$

O método de Rayleigh consiste em igualar as equações (35) e (36), conforme mostra a equação (37):

$$Ep_{m\acute{a}x} = E_{k_{m\acute{a}x}} \quad (37)$$

O método de Rayleigh, de acordo com Rao (2008), pode ser utilizado para estimar a frequência fundamental da vibração transversal de uma viga ou de um eixo que suporta várias massas. Nessas condições, a curva de deflexão estática do eixo ou viga pode, satisfatoriamente, ser utilizada como uma aproximação da curva de deflexão dinâmica. Para a aplicação do método, considera-se a energia potencial do sistema como a energia de deformação do eixo defletido, que é igual ao trabalho realizado pelas cargas estáticas, conforme a equação:

Igualando-se as energias potencial e cinética, obtém-se a equação (38):

$$\omega_n = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}} = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n (W_i/g) \delta_i}{\sum_{i=1}^n (W_i/g) \delta_i^2}} = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}} \quad (38)$$

Sendo, de acordo com Norton, a última equação resultante da substituição de $m = W/g$, onde W_i são as forças gravitacionais (peso) das massas discretas em que dividimos o sistema e δ_i são as deflexões dinâmicas nas posições dos pesos devido às vibrações.

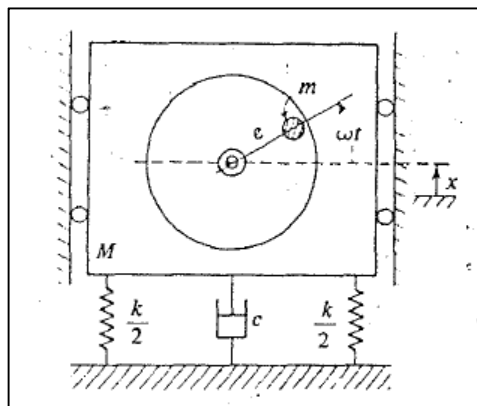
Segundo Norton (2013), Rayleigh mostrou que a estimativa da curva de deflexão, desde que representando razoavelmente a deflexão máxima e as condições de fronteira da curva dinâmica, será suficiente. Assim, é muito conveniente utilizar a curva de deflexão estática devido ao peso das massas agrupadas (incluído, se desejado, o peso do eixo).

No caso de a massa do eixo ser significativa ou dominante, ainda segundo Norton (2013), ela pode ser partida em elementos discretos ao longo de seu comprimento com cada parte provendo um termo na somatória.

2.2.5 Desbalanceamento rotativo

O desbalanceamento em máquinas rotativas é uma fonte comum de excitação vibratória. Esse desbalanceamento pode ser representado por uma massa excêntrica m com excentricidade e , que está girando com a velocidade angular ω , conforme mostrado na Figura 10:

Figura 10: Força harmônica perturbadora resultante de desbalanceamento rotativo.



Fonte: (THOMSOM, 1978)

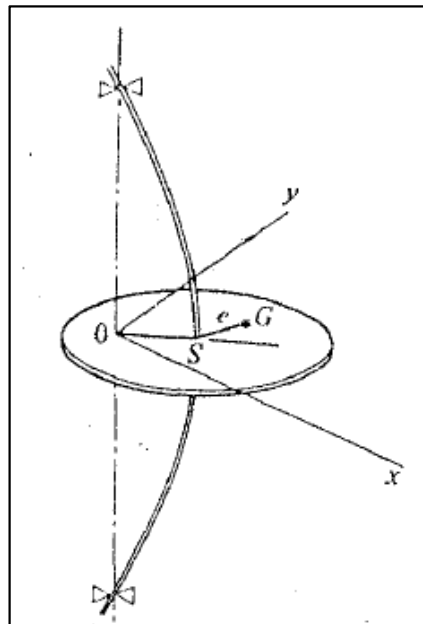
Quando o desbalanceamento se apresenta em mais de um plano, a consequência é uma força e um momento oscilante referido como desbalanceamento dinâmico. A massa desbalanceada, por ocasião de movimento de rotação, desenvolve uma força centrífuga rotativa, cuja tendência é fazer o eixo oscilar nos seus mancais (THOMSOM, 1973).

2.2.6 “Whirling” de eixos rotativos

Conforme estabelece Thomson (1973), os eixos rotativos apresentam a tendência a curvar quando atingem certas velocidades. “Whirling” é definido como a rotação do plano formado pelo eixo curvado e a reta que passa pelos centros dos mancais. As causas do fenômeno são diversas, tais como o desequilíbrio de massa, o amortecimento de histerese no eixo, forças giroscópicas, atrito dos fluidos nos mancais, etc. O “whirling” pode acontecer na mesma ou na direção oposta à rotação do eixo, conforme representado na Figura 11.

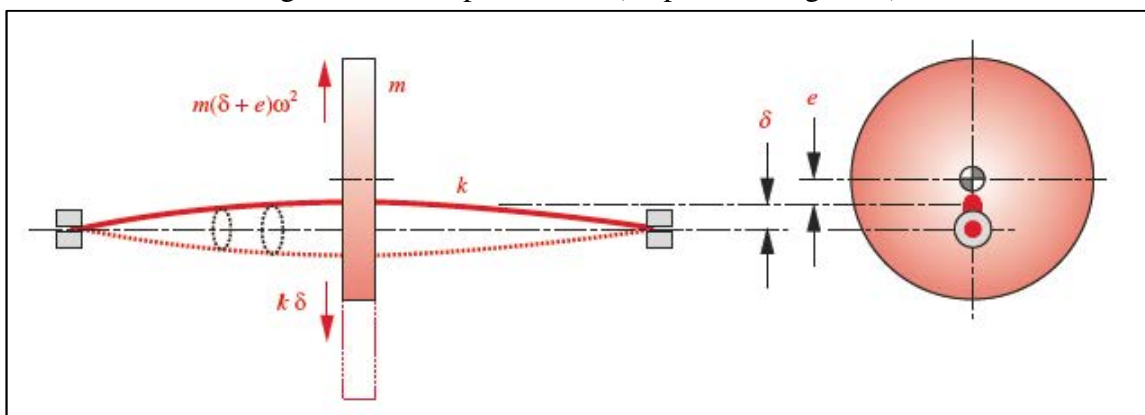
De acordo com Norton (2013), qualquer desbalanceamento residual de um elemento de rotação provoca a excentricidade do centro de massa em relação à linha de centro do eixo, gerando uma força centrífuga que tende a defletir o eixo na direção da excentricidade, de acordo com a Figura 12.

Figura 11: “Whirling” síncrono de eixo devido a desbalanceamento de massa.



Fonte: (THOMSOM, 1978)

Figura 12: Rodopio de eixo (amplitude exagerada)



Fonte: (NORTON, 2013).

Como afirma Norton (2013), a única resistência a essa força centrífuga surgida devido ao desbalanceamento vem da rigidez elástica do eixo. A partir de um diagrama de corpo livre, pode-se estabelecer as forças atuantes como expresso na equação (39) e, a partir dela, determinar a deflexão, de acordo com a equação (40):

$$k\delta = m(\delta + e)\omega^2 \quad (39)$$

$$\delta = \frac{e\omega^2}{(k/m) - \omega^2} \quad (40)$$

Segundo a equação (40), a deflexão se torna infinita quando $\omega^2 = k/m$. Ou seja, quando a rotação do eixo se aproxima da velocidade crítica das vibrações laterais, um fenômeno de ressonância ocorre.

2.2.7 Medições de vibração

Segundo Rao (2008), um sistema vibratório é um sistema dinâmico para o qual as excitações e respostas são dependentes do tempo. Para a maioria dos sistemas, é impossível considerar todos os detalhes para uma análise matemática. Muitas vezes, o comportamento global do sistema pode ser determinado considerando até mesmo um modelo simples do sistema físico complexo.

2.2.7.1 Modelagem matemática

Conforme afirma Rao (2008), a finalidade da modelagem matemática é representar todos os aspectos importantes do sistema com o propósito de obter o equacionamento analítico que governa o comportamento do sistema. Modelos lineares permitem soluções rápidas e são simples de manipular, mas, às vezes, modelos não lineares revelam características do sistema que não poderiam ser linearmente previstas.

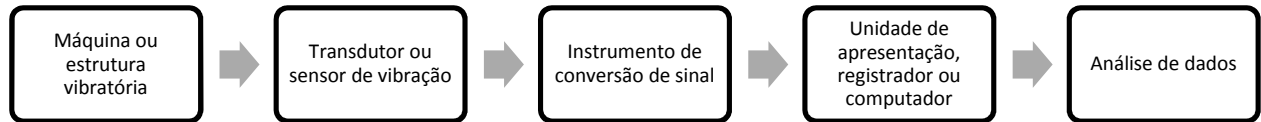
Uma vez que o modelo matemático está definido, é possível derivar as equações que descrevem a vibração do sistema, possibilitando a determinação da resposta do sistema vibratório. A partir daí os resultados de deslocamentos, velocidades, e acelerações das massas podem ser interpretados com uma clara visão da finalidade da análise e das possíveis implicações dos resultados do projeto.

Conforme estabelece Rao (2008), medições de vibração são necessárias para atender às exigências de produtividade e projeto, possibilitando velocidades de operação mais altas para estruturas mais leves. Ainda, margens de segurança adequadas são asseguradas a partir da

medição periódica das características de vibração. Ainda, evitam-se condições de ressonância, prolonga-se a vida útil do equipamento, etc.

Segundo Rao (2008), um esquema básico de medição de vibração pode ser mostrado conforme a Figura 13:

Figura 13: Esquema básico de medição de vibração.



Fonte: (RAO, 2008).

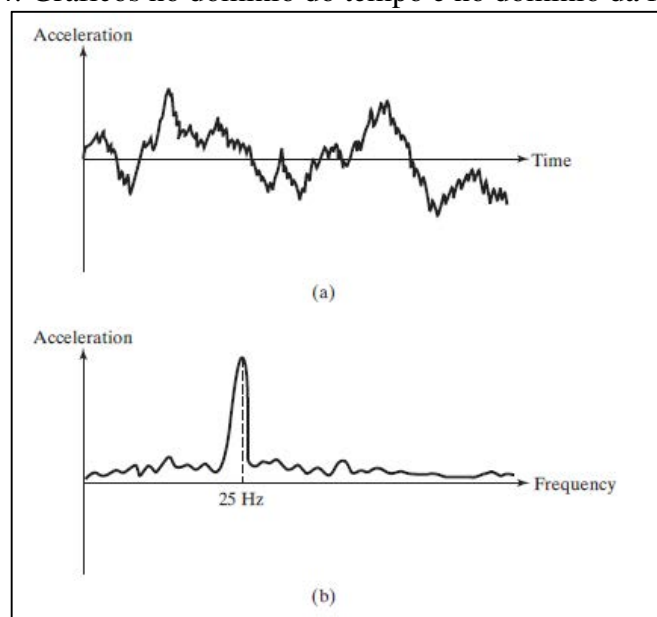
Segundo esse esquema, o movimento vibratório do corpo é convertido em um sinal elétrico pelo transdutor (como um acelerômetro, por exemplo).

Como o sinal de saída do transdutor é muito pequeno para ser diretamente registrado, utiliza-se um instrumento de conversão de sinal que amplifica o mesmo até o valor requerido. A saída do instrumento pode ser apresentada em uma tela e então, os dados podem ser analisados para definir as características de vibração desejáveis da estrutura.

2.2.7.2 Análise de sinal

Segundo Rao (2008), frequentemente a resposta no domínio do tempo de um sistema não dará muitas informações, sendo a resposta no domínio da frequência útil em mostrar uma ou mais frequências discretas, conforme os exemplos gráficos na Figura 14:

Figura 14: Gráficos no domínio do tempo e no domínio da frequência.



Fonte: (RAO, 2011)

No segundo gráfico da Figura 14, no domínio da frequência, conforme propõe Rao (2008), é possível notar a concentração da energia em torno da frequência de 25 Hz. Essa frequência pode, então, ser relacionada com a velocidade de rotação de determinado motor.

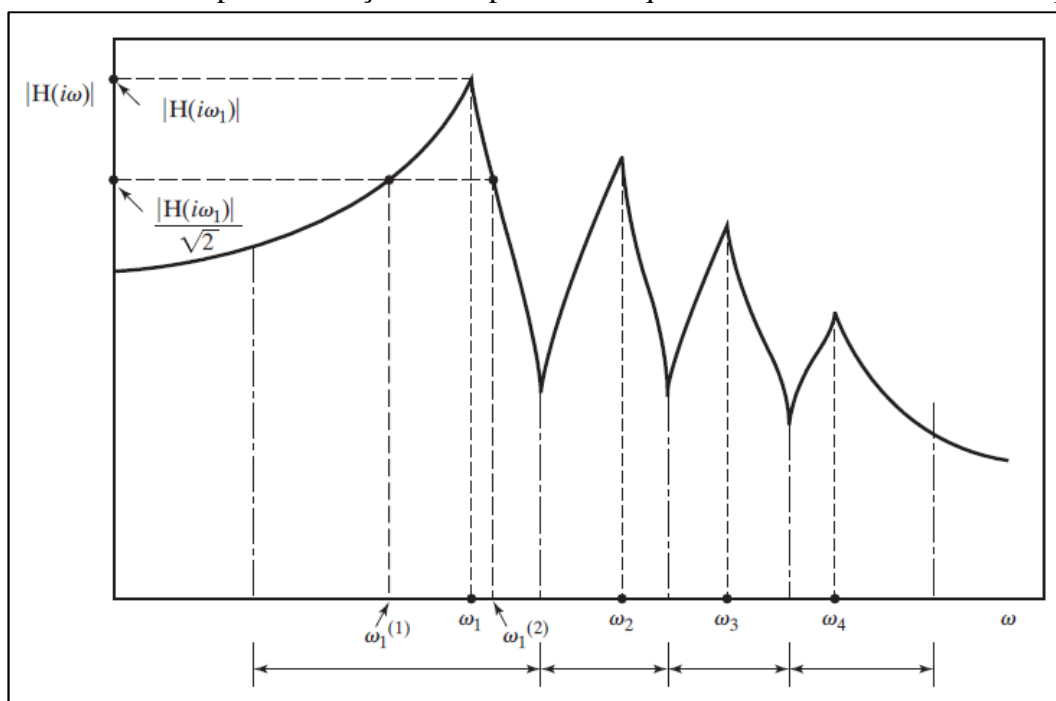
De acordo com Rao (2008), umas das abordagens possíveis para a determinação de frequências críticas é utilização de teste modal, que trata da determinação das frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais por meio do teste de vibração.

Nessa análise, conforme afirma Rao (2008), considera-se que quando uma estrutura é excitada, sua resposta exibe um pico acentuado na ressonância quando a frequência forçante for igual à frequência natural e o amortecimento não for consideravelmente grande. Ainda, admite-se que a fase da resposta muda de 180° quando a frequência forçante passa pela frequência natural da estrutura, e a fase será de 90° na ressonância.

Segundo Rao (2008), o equipamento necessário consiste em um excitador (um martelo de impacto, por exemplo), um transdutor para converter o movimento físico em um sinal elétrico, um amplificador de sinal e um analisador para processamento de sinal e análise com a utilização de um software adequado.

Para Rao (2008), a função de resposta no domínio da frequência pode ser utilizada para determinar as frequências naturais, os fatores de amortecimento e as formas modais correspondentes a todos os picos de ressonância observados no gráfico obtido. No gráfico da Figura 15, os quatro picos ou ressonâncias sugerem que o sistema que está sendo testado pode ser modelado com um sistema com quatro graus de liberdade.

Figura 15: Gráfico típico da função de resposta de frequência de uma estrutura ou máquina.



Fonte: (RAO, 2011).

Para Rao (2008), as frequências de ressonância podem ser identificadas como os picos no gráfico da função no domínio da frequência, o que pode ser confirmado observando-se que o

valor do ângulo de fase em cada um dos picos é 90° . Ainda, deve-se observar que a frequência natural obtida é amortecida. Entretanto, quando o amortecimento é pequeno, a frequência encontrada pode ser considerada como aproximadamente igual à frequência natural não amortecida do sistema.

2.2.7.3 Utilização da transformada de Fourier em acelerômetros

Segundo (FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA, 2003, p. 01), a transformada de Fourier permite analisar de forma adequada funções não periódicas e pode, de forma compacta, ser representada pela equação (41), na qual o termo c_n pode ser corretamente representado por meio da equação (42).

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t} \quad (41)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_o t} dt \quad (42)$$

A transformada de Fourier decompõe uma função temporal em frequências e suas amplitudes correspondentes, possuindo grande aplicação nos campos relacionados com o processamento de sinal.

Segundo Lima, Bugardt, Pontes (2013), a maioria das aplicações de análise de vibração utiliza acelerômetros, que permitem quantificar vibrações através de sinais elétricos que, por sua vez, podem ser analisados digitalmente. Para os autores, a maioria dos sinais aparece como variáveis que evoluem no domínio do tempo. Assim, o tempo é representado em um dos eixos como a variável independente, enquanto a amplitude, por exemplo, é representada como a variável dependente. Utiliza-se a transformada de Fourier, então, para analisar a resposta no domínio da frequência de sistemas dinâmicos.

Os sinais no tempo, segundo Lima, Bugardt e Pontes, podem ser tratados através do software MATLAB. Captam-se os dados ao longo do tempo e aplica-se uma FFT (transformada de Fourier), gerando-se um gráfico onde se pode observar as maiores amplitudes e as frequências correspondentes.

2.2.7.3.1 Transformada de Fourier através do software Matlab

A maioria dos sinais ocorre como uma variação no domínio do tempo. Assim, os dados são adquiridos como uma função do tempo. No experimento, o eixo x representa o tempo e o eixo y

representa o valor da aceleração da gravidade. A transformada de Fourier pode ser utilizada para avaliar a resposta em frequência de sistemas dinâmicos (LIMA, 2009).

A Transformada de Fourier do sinal temporal contínuo $x(t)$, denominada $F\{x(t)\}$ pode ser definida como sendo uma função na frequência representada pela equação (43), onde $\omega=2\pi f$ é a frequência angular em *rad/s*.

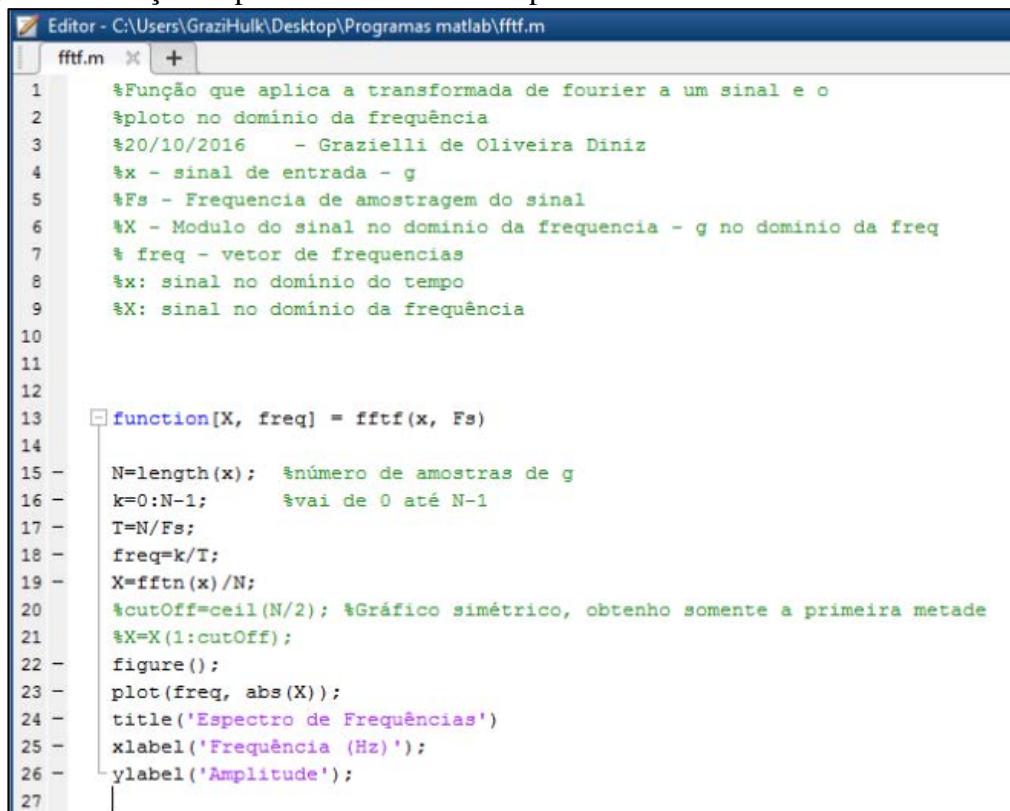
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt, -\infty < \omega < \infty \quad (43)$$

Por sua vez, de acordo com Lima, Bugardt, Pontes (2013), o sinal $x(t)$ pode ser obtido a partir de $X(\omega)$ aplicando-se a Transformada de Fourier inversa, F^{-1} , representada pela equação (44):

$$x(t) = F^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (44)$$

A Transformada de Fourier pode ser implementada através de softwares utilizando a função discreta. Pode-se utilizar um algoritmo popular, habitualmente conhecido como Transformada Rápida de Fourier (FFT: Fast Fourier Transform). No presente estudo, a função FFT foi implementada conforme apresentado na Figura 16.

Figura 16: Função implementada no Matlab para o cálculo da transformada de Fourier.



```

Editor - C:\Users\GraziHulk\Desktop\Programas matlab\fftf.m
fftf.m x +
1  %Função que aplica a transformada de fourier a um sinal e o
2  %ploto no dominio da frequencia
3  %20/10/2016 - Grazielli de Oliveira Diniz
4  %x - sinal de entrada - g
5  %Fs - Frequencia de amostragem do sinal
6  %X - Modulo do sinal no dominio da frequencia - g no dominio da freq
7  % freq - vetor de frequencias
8  %x: sinal no dominio do tempo
9  %X: sinal no dominio da frequencia
10
11
12
13  function[X, freq] = fftf(x, Fs)
14
15  N=length(x); %numero de amostras de g
16  k=0:N-1; %vai de 0 até N-1
17  T=N/Fs;
18  freq=k/T;
19  X=fftn(x)/N;
20  %cutOff=ceil(N/2); %Gráfico simétrico, obtenho somente a primeira metade
21  %X=X(1:cutOff);
22  figure();
23  plot(freq, abs(X));
24  title('Espectro de Frequências');
25  xlabel('Frequência (Hz)');
26  ylabel('Amplitude');
27

```

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

3 EQUIPAMENTOS, MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados, sucintamente, o estudo de caso que motivou o presente estudo, os equipamentos, materiais e metodologia utilizada para coleta, tratamento dos dados, bem como a aferição de resultados.

3.1 ESTUDO DE CASO

Este estudo foi motivado pelo interesse em avaliar o desempenho de eixos de transmissão de potência de diferentes materiais e suas respectivas velocidades críticas. A aplicação envolvida consiste em um eixo de uma torre de resfriamento existente na empresa Gerdau, ilustrado na Figura 17.

Historicamente, eixos fabricados em aço estrutural, na aplicação em questão, apresentavam problemas de vibração, exigindo a introdução de um rolamento para promover hiperestaticidade no eixo. Esse rolamento, por sua vez, apresentava falhas recorrentes, provocando paradas na operação do equipamento e manutenção corretiva. Ainda, o ambiente agressivo provoca alta corrosão no eixo de aço.

Portanto, a aplicação de um eixo de fibra de carbono apresenta as vantagens de não sofrer corrosão e dispensar o uso de rolamento, tendo em vista sua frequência natural elevada e seu peso próprio significativamente inferior quando comparado ao aço estrutural. Em contrapartida, eixos em fibra de carbono apresentam custo elevado, em torno de 10 vezes superior ao de aço estrutural.

Assim, cabe verificar a possível relação entre as frequências de operação e frequências naturais dos eixos fabricados em diversos materiais pois, caso o equipamento esteja operando em rotações próximas a frequência natural, o fenômeno de ressonância pode justificar possíveis falhas devido à grande amplitude de vibração. Ainda, um estudo comparativo entre diversos eixos quanto ao desempenho em relação à velocidade crítica fundamenta escolhas cujo custo x benefício atendam às necessidades da empresa.

Buscando, ainda, se aprofundar nas investigações sobre o assunto e com o intuito de implantar uma tarefa de manutenção preventiva eficaz para evitar incidentes, seguem nos tópicos abaixo os procedimentos experimentais, simulado e teórico adotados no estudo vibracional em questão.

Figura 17: Eixo flutuante de torre de resfriamento em fibra de carbono – Gerdau.



Fonte: (CORTESIA GERDAU).

3.2 EQUIPAMENTOS, MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados, sucintamente, os equipamentos, materiais e metodologia utilizada para coleta, tratamento dos dados, em como a aferição de resultados.

3.2.1 Equipamentos utilizados

A seguir estão apresentados os equipamentos que compuseram a bancada de testes para os eixos ensaiados.

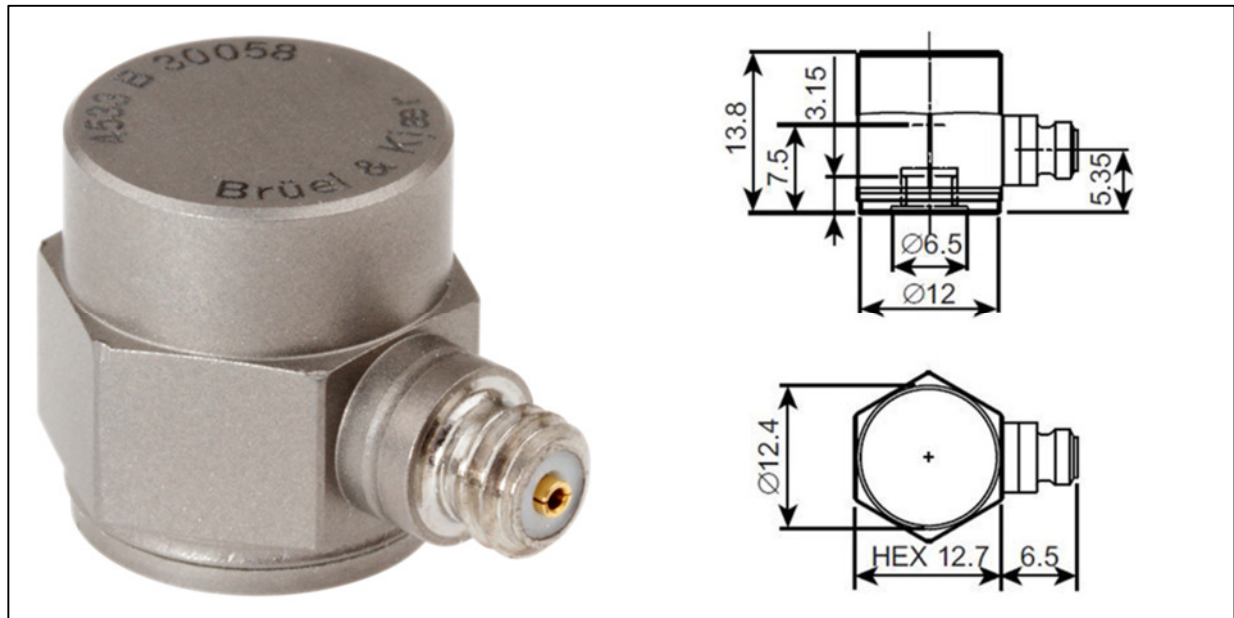
3.2.1.1 Acelerômetro

Um acelerômetro é um instrumento de medição de um corpo vibratório. No ensaio realizado, foi utilizado o acelerômetro IEPE 4533B do fabricante Brüel-Kjaer. Trata-se de um acelerômetro piezelétrico. Nesse acelerômetro, o piezo-elemento é comprimido devido à

aceleração a que está sujeito, sendo gerada uma tensão proporcional a esta compressão. Posteriormente, o impulso elétrico pode ser analisado digitalmente por processadores digitais.


A Figura 18 demonstra as principais medidas do acelerômetro utilizado e a Figura 19 lista as especificações do equipamento.

Figura 18: Acelerômetro.



Fonte: (Site do fabricante: <https://www.bksv.com>).

Figura 19: Especificações do acelerômetro.

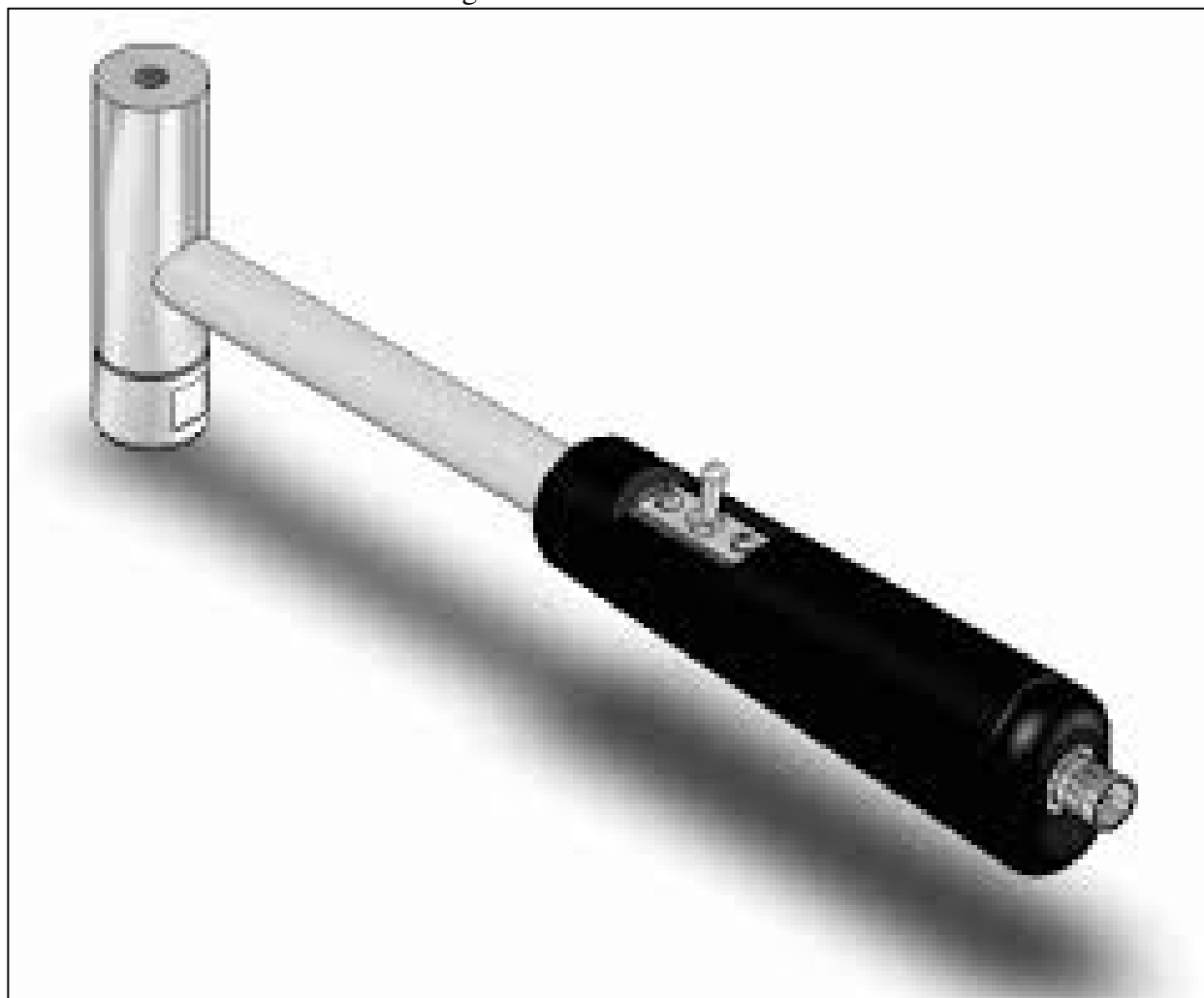
Specifications 	
Frequency range	0.2 – 12800 Hz
Temperature	-55 – 125 C
Weight	8.6 gram
Sensitivity	10 mV/g
Residual Noise Level in Spec Freq Rang...	0.5 mg
Maximum Operational Level (peak)	714 g
Electrical connector	10-32 UNF
Mounting	10-32 UNF
Accessory Included	10-32 UNF mounting stud
Clip/Stud/Screw included	yes
Output	CCLD
Unigain	No
Triaxial	No
TEDS	Yes
Applications	General Purpose, Vibration Test
Resonance frequency	38 kHz
Maximum Shock Level (\pm peak)	10000 g

Fonte: (Site do fabricante: <https://www.bksv.com>).

3.2.1.2 Martelo modal

Utilizado para realizar o impacto sobre o eixo, possibilitando a aferição da oscilação através do acelerômetro, conforme representado na Figura 20.

Figura 20: Martelo modal.



Fonte: (Site do fabricante).

3.2.1.3 Amplificador universal

O amplificador Quantum^X MX410B do fabricante HBM, representado nas Figuras 21 e 22, é um sistema de aquisição de dados obtidos através de testes e medições, em análises de carga em movimento ou estática. Integrado com o software Catman, permite a aquisição de dados em

diversas condições e para diversas finalidades. Esse equipamento disponibiliza uma ponte de tensão estável e amplifica o sinal de saída dos sensores para um sinal normalizado.

Figura 21: Amplificador Quantum^X MX410B.



Fonte: (Site do fabricante: <https://www.hbm.com>)

Figura 22: Características do Amplificador Quantum^X MX410B.



QUANTUM^X

MX410B

Highly dynamic
universal amplifier

Special features

- 4 individually configurable inputs (electrically isolated)
- Connection of more than 5 transducer technologies
- Individual sample rates up to 100 kS per channel, 200 kS at 2 channels
- 24-bit A/D converter per channel for synchronous, parallel measurements
- 4 analog outputs
- Real-time computation (Peak, RMS)
- Supply voltage (DC) for active transducers: 5 V ... 24 V

Data sheet

Fonte: (Site do fabricante: <https://www.hbm.com>)

3.2.1.4 Software CatmanEasy

O software CatmanEasy do fabricante HBM foi utilizado no presente estudo com as finalidades de aquisição, visualização e análise dos dados de medição oriundos do procedimento experimental detalhado adiante.

3.2.1.5 Software Matlab

O software Matlab do fabricante MathWorks foi utilizado no presente estudo com a finalidade de processamento de dados a partir da aplicação da FFT (Transformada de Fourier) e geração dos gráficos das amplitudes de aceleração no domínio da frequência.

3.2.1.6 Software Comsol

O Software Comsol foi utilizado no presente estudo com a finalidade de, através do método de elementos finitos e dados físicos dos materiais ensaiados, simular numericamente as respostas destes diferentes materiais em relação às suas frequências naturais, fornecendo desta forma dados para serem confrontados com aqueles obtidos via teoria e experimentalmente, com a maior precisão possível para o que temos de tecnologia de software de análise estrutural na atualidade.

3.2.1.7 Coletor/Analisador Microlog CMVA 60

O CMVA 60 é um equipamento portátil que coleta dados de vibração e executa funções de análise padrão, permitindo detecção, análise e correção de problemas em máquinas.

Possui um Módulo de Análise de Frequências que registra frequências de defeito, incluindo desbalanceamento, desalinhamento, folgas, etc.

Neste ensaio, o analisador CMVA 60 foi utilizado para coletar e tratar os dados das frequências naturais obtidas no ensaio com eixos fixados nas extremidades.

Figura 23: Analisador Microlog CMVA 60



Fonte: (Cortesia GERDAU)

3.2.2 Materiais utilizados

Para a realização do ensaio comparativo entre as frequências naturais, foram utilizados quatro diferentes materiais, cortados todos no mesmo comprimento, conforme a Tabela 1:

Tabela 1: Materiais ensaiados.

Item	Descrição	Comprimento (mm)	Diâmetro (mm)	Espessura da parede (mm)	Peso (kg)
1	Fibra de carbono (tubo)	849	16,32	1,07	0,06
2	Inox 304 (tubo)	849	16,01	1,09	0,34
3	Aço SAE 1020 (maciço)	849	15,91	-	1,32
4	Aço SAE 1036 (tubo)	849	15,95	1,24	0,36

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

As propriedades dos materiais ensaiados foram obtidas a partir da literatura específica e os dados são apresentados na Tabela 2:

Tabela 2: Propriedades dos Materiais

Material	Módulo de elasticidade (GPa)	Obs
Liga de aço SAE 1020	207	
Liga de aço SAE 1036	207	
Aço Inoxidável 304	193	
Fibra de carbono de módulo alto-matriz epóxi	220	longitudinal

Fonte: (CALLISTER, 2008).

3.2.3 Métodos utilizados

A seguir estão apresentados os métodos utilizados na realização dos experimentos do presente trabalho. Foram realizadas duas metodologias de ensaios experimentais, a primeira com os eixos pendurados em fios de nylon e a segunda com os eixos fixos nas duas extremidades.

3.2.3.1 Análise experimental realizada com os eixos pendurados

Basicamente, o ensaio foi realizado mediante a excitação de cada um dos eixos por meio do martelo modal. A seguir, os impulsos elétricos correspondentes às vibrações e aferidos pelo transdutor foram transmitidos para o amplificador que, após amplificação e normalização, transmite os sinais obtidos para o software Catman. O software Catman foi utilizado para realizar os procedimentos de gravação dos dados e posterior processamento dos mesmos via software Matlab. Maiores detalhes nos tópicos a seguir.

3.2.3.1.1 *Preparo da estrutura para recebimentos dos eixos*

Para promover o equilíbrio necessário ao experimento, utilizou-se uma estrutura de fixação de massa significativamente maior que a massa dos eixos e, com o auxílio de um suporte com fio de nylon suspenso, foi possível equilibrar cada eixo, conforme a Figura 24. A utilização de uma estrutura de fixação com massa comparativamente superior confere a inércia necessária à adequada realização dos experimentos. Na Figura 25, é possível observar o detalhe do suporte do fio de nylon utilizado para pendurar os eixos. Nas Figuras 26 e 27, podem-se observar maiores detalhes da montagem realizada, inclusive o espaçamento entre os apoios.

Figura 24: Estrutura de fixação.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 25: Detalhe do suporte do fio de nylon.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 26: Detalhe do fio de nylon.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 27: Espaçamento entre os pontos de apoio.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

3.2.3.1.2 *Preparo e posicionamento dos eixos com o instrumento de medição*

Os eixos foram demarcados com fita adesiva para que o fio de nylon pudesse ser posicionado a distâncias iguais das extremidades. Ainda, o centro foi demarcado para referenciar a posição onde o acelerômetro seria posicionado. A Figura 28 ilustra as marcações mencionadas.

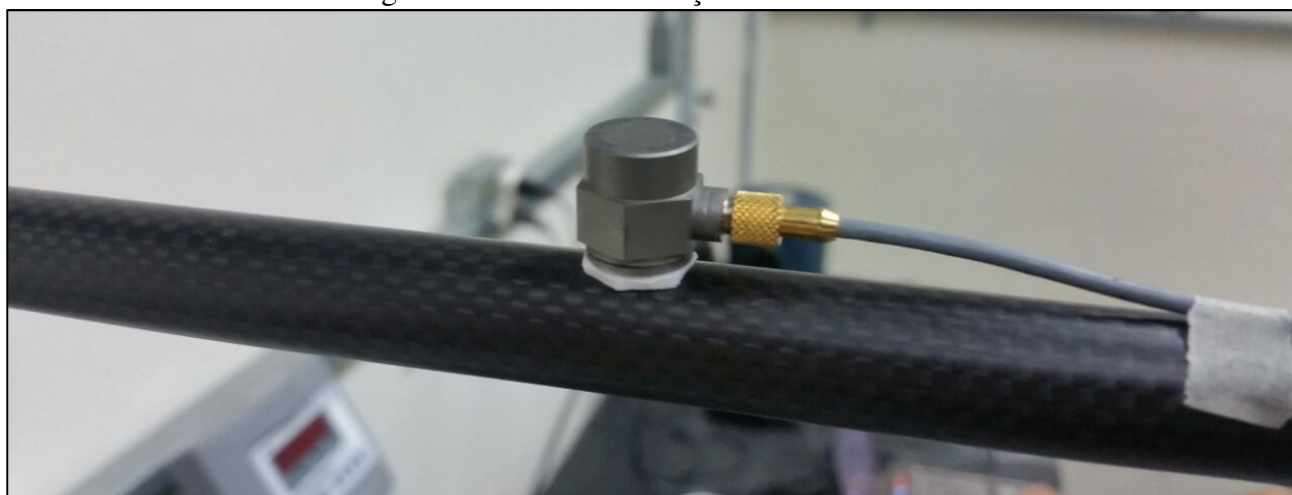
Figura 28: Detalhe do posicionamento do eixo.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

O acelerômetro, previamente calibrado, foi fixado com fita dupla face, conforme representado na Figura 29. Esse procedimento não interfere na mudança da medida de frequência natural, podendo influenciar apenas na amplitude da oscilação.

Figura 29: Detalhe da fixação do acelerômetro.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

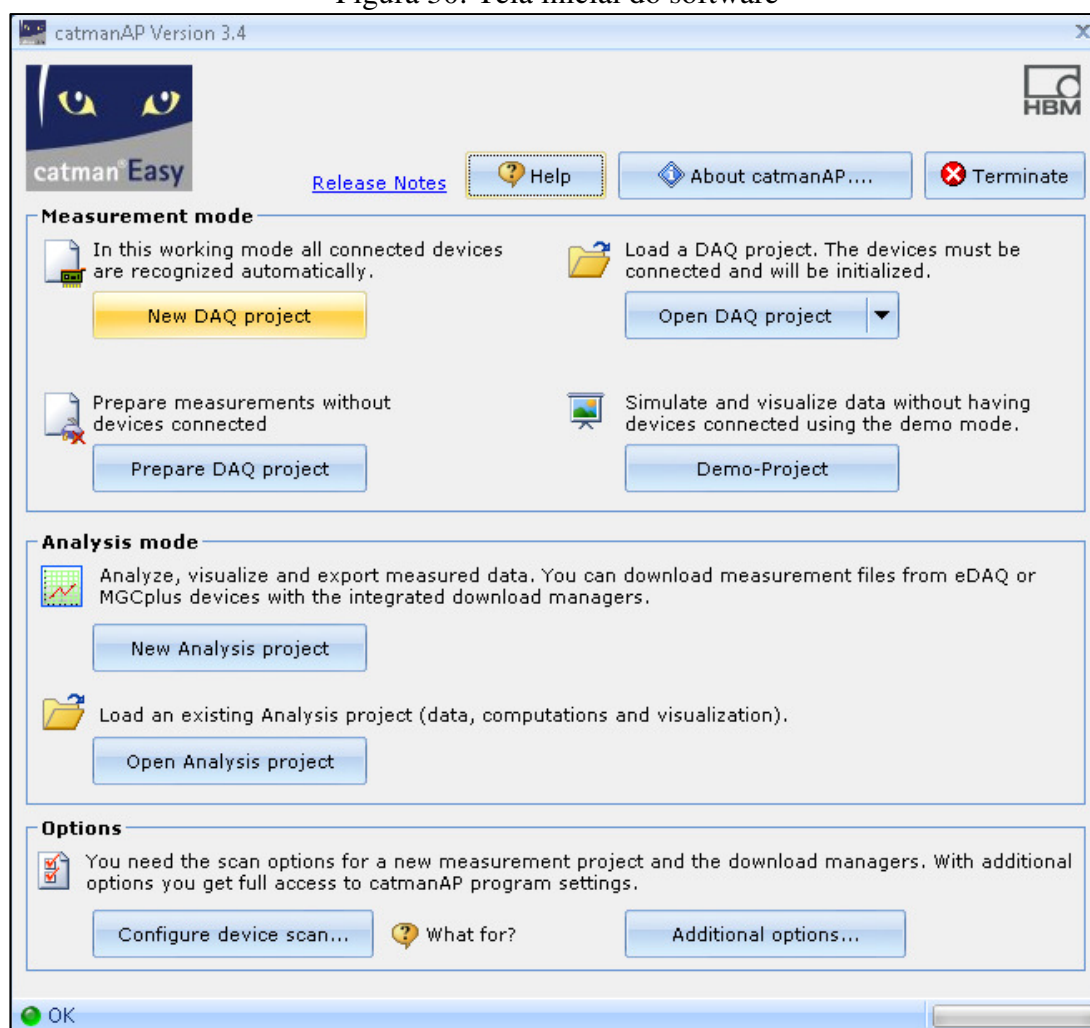
3.2.3.1.3 *Configuração do Software Catman*

A seguir são apresentadas algumas das configurações realizadas no Software Catman antes da coleta dos dados do experimento.

Na Figura 30, pode-se observar a tela inicial do software, apresentada a partir da inicialização do programa.

Para iniciar um novo projeto, basta clicar no botão “New DAQ Project”, em destaque na Figura 30.

Figura 30: Tela inicial do software

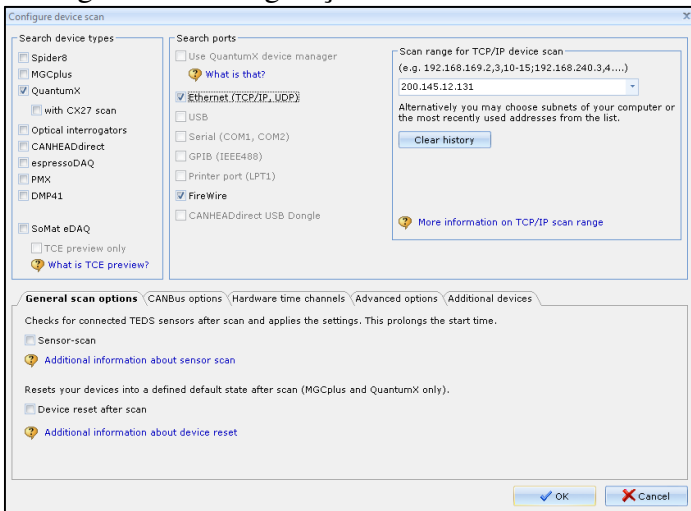


Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Em seguida, seleciona-se o sistema de amplificação a ser utilizado, as portas de busca e insere-se o IP do dispositivo de amplificação, conforme representado na Figura 31.

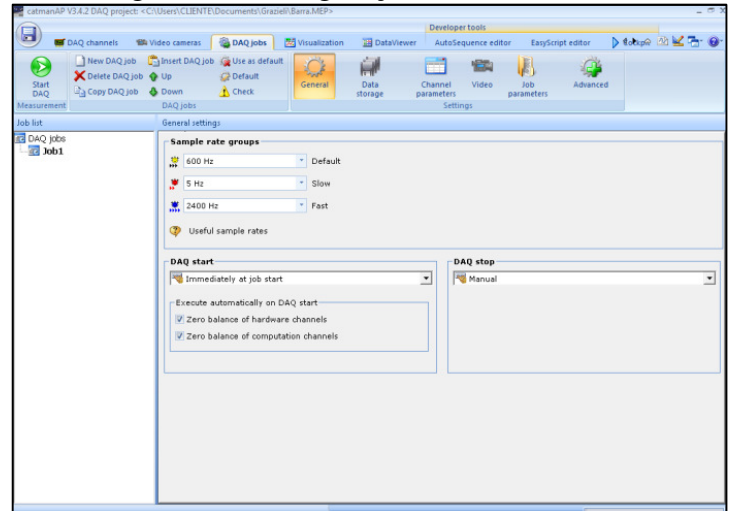
Na aba “DAQ jobs”, clicando-se na opção “General” é possível alterar os intervalos de aferição das frequências, conforme representado na Figura 32. No presente estudo, os valores “default” foram mantidos.

Figura 31: Configurações iniciais do software



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

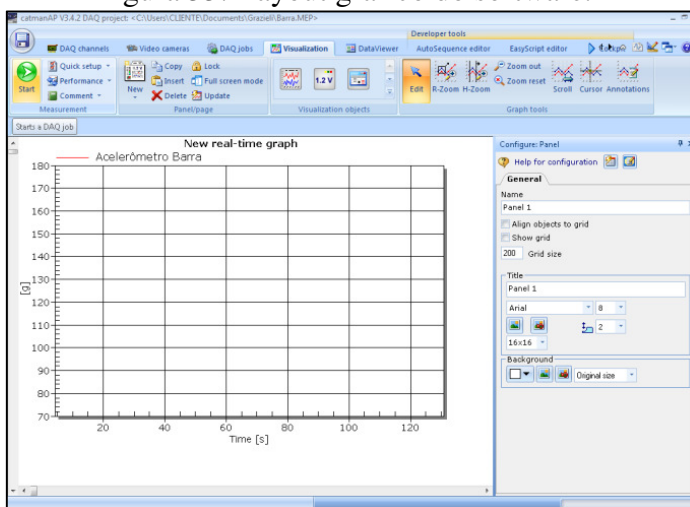
Figura 32: Configurações dos intervalos



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

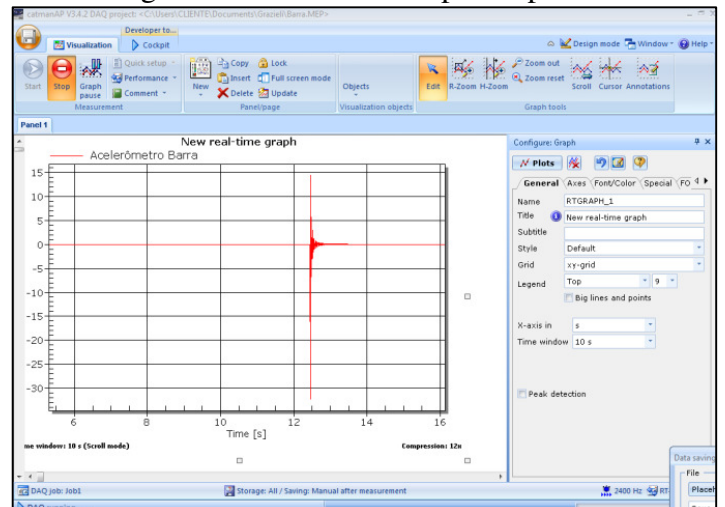
A Figura 33 ilustra o layout onde será gerado o gráfico do sinal aferido através do acelerômetro. Clicando-se na opção “start”, tem início a coleta dos dados. Após a excitação do eixo com o martelo modal, o impacto e seu posterior amortecimento são registrados graficamente, conforme a Figura 34:

Figura 33: Layout gráfico do software.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 34: Sinal aferido após impacto.

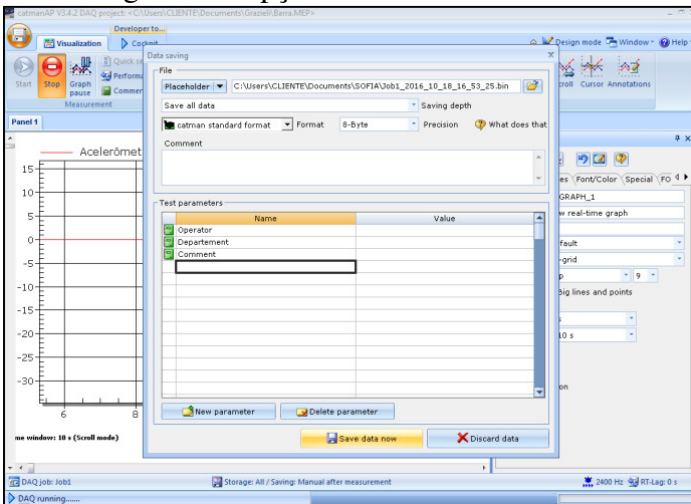


Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Após a realização da excitação com o martelo modal e coleta dos dados, clica-se no botão “stop”, encerrando o processamento do software e clicando na opção salvar é possível armazenar os dados obtidos, conforme visível na Figura 35.

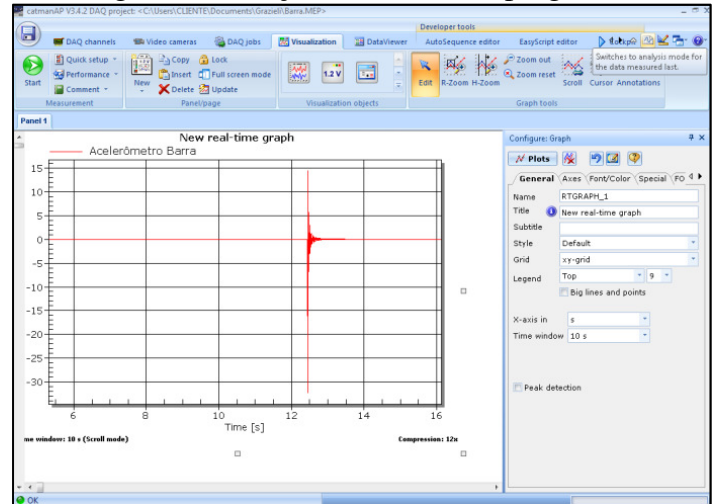
Na sequência, clicando-se na opção “switches to analysis mode for the data measured last” é possível alterar o programa para a função de análise, conforme Figuras 36 e 37:

Figura 35: Opções de armazenamento.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

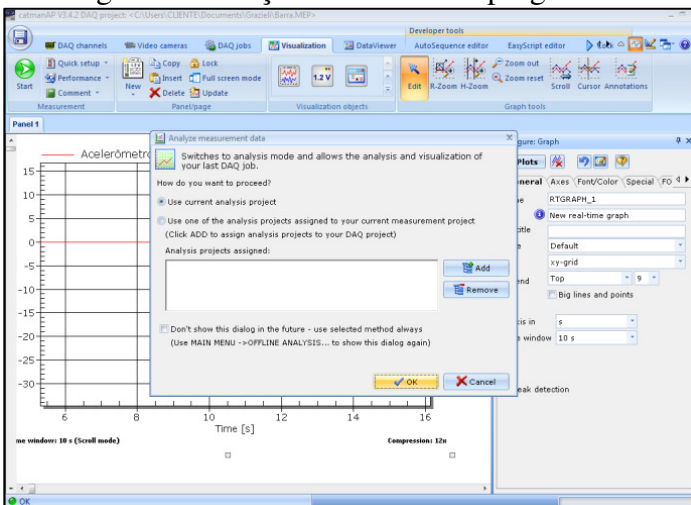
Figura 36: Função de análise do programa.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

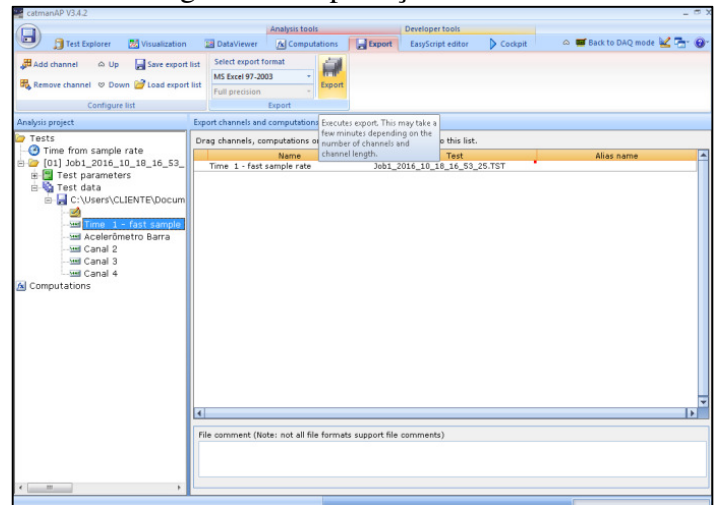
Finalmente, clicando-se no botão “Export”, podem-se exportar os dados obtidos no formato desejado, conforme Figura 38:

Figura 37: Função de análise do programa.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 38: Exportação de dados.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

3.2.4 Realização dos ensaios

Foram realizados dois procedimentos, diferentes quanto à forma de fixação, para ensaio dos eixos. No primeiro ensaio, os eixos foram suspensos por fios de nylon e o impacto realizado em dois diferentes pontos aproximadamente simétricos em relação ao centro.

No segundo ensaio, os eixos foram fixados em suas extremidades, promovendo maior rigidez à estrutura e proporcionando uma análise mais próxima da aplicação real que motivou este trabalho.

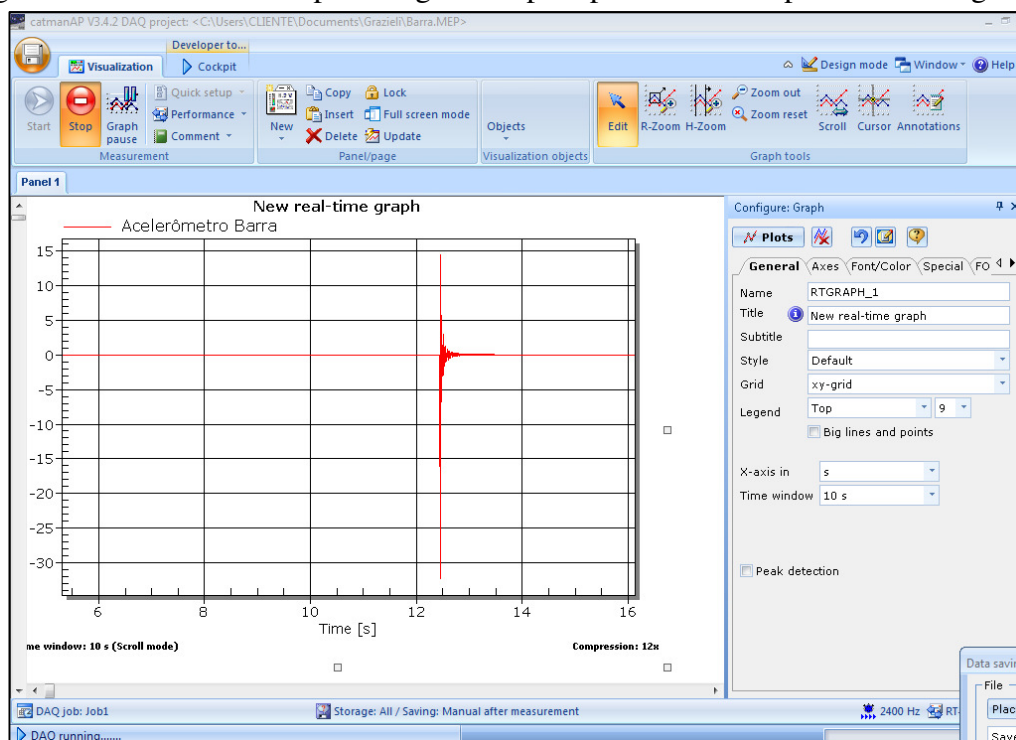
3.2.4.1 Ensaios realizados com o eixo suspenso

A análise modal realizada consiste em um procedimento para avaliar uma determinada estrutura em termos de suas frequências naturais. Esse procedimento pode ser realizado através da excitação da estrutura por um impacto (no caso, realizado por um martelo de impacto) e a posterior aferição da medição da resposta da estrutura submetida ao impacto.

Assim, foram realizados seis testes para cada um dos quatro eixos, sendo que, para cada eixo em particular, foram realizados três testes no lado direito e três no lado esquerdo (em relação ao acelerômetro posicionado ao centro do eixo), possibilitando uma maior amostragem de resultados.

Os sinais são interpretados pelo software Catman e exibidos conforme a Figura 39, onde o pico no sinal corresponde ao momento do impacto realizado com o martelo modal:

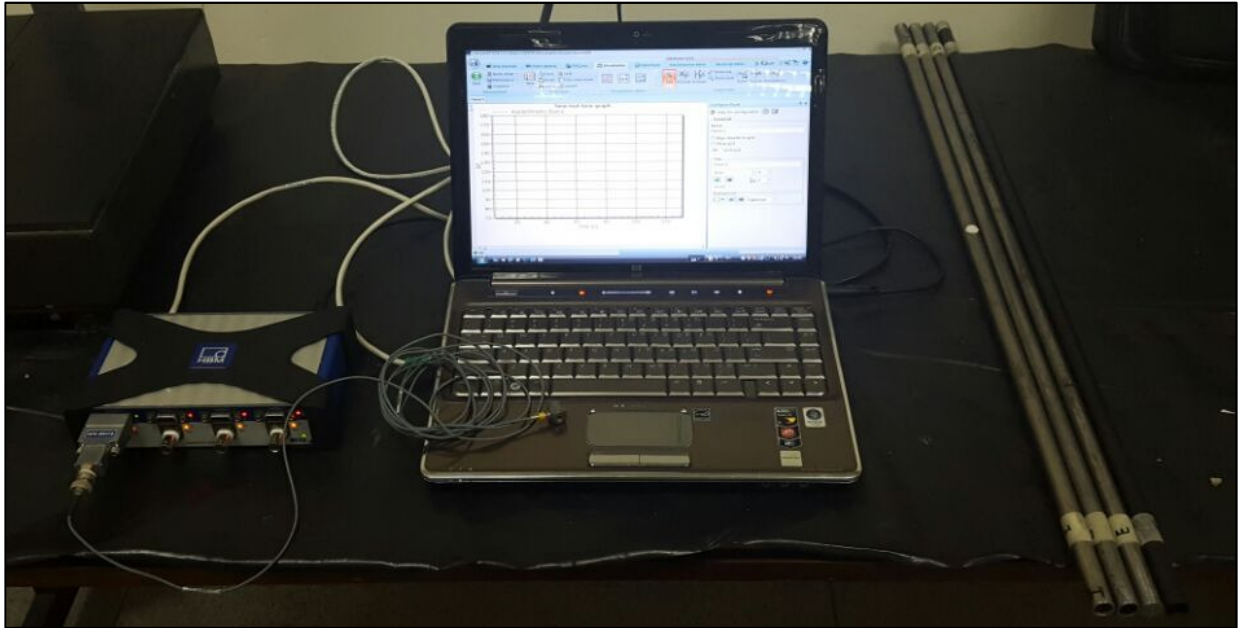
Figura 39: Momento do impacto registrado pelo pico de sinal representado no gráfico.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

As figuras 40, 41 e 42 representam, respectivamente, a montagem do equipamento utilizado, o eixo suspenso e o momento da excitação com o martelo de impacto.

Figura 40: Conjunto dos equipamentos utilizados durante o ensaio.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 41: Posicionamento do eixo de fibra de carbono.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 42: Excitação realizada nos eixos com utilização do martelo modal.



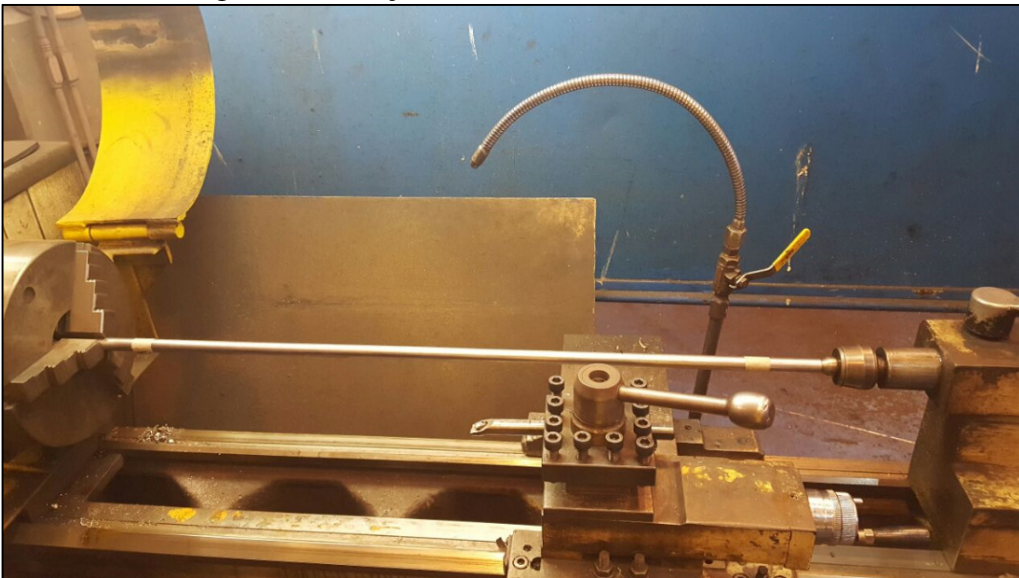
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Demais registros fotográficos acerca do procedimento experimental adotado encontram-se disponíveis no ANEXO A – Fotografias dos ensaios.

3.2.4.2 Ensaios realizados com o eixo fixado

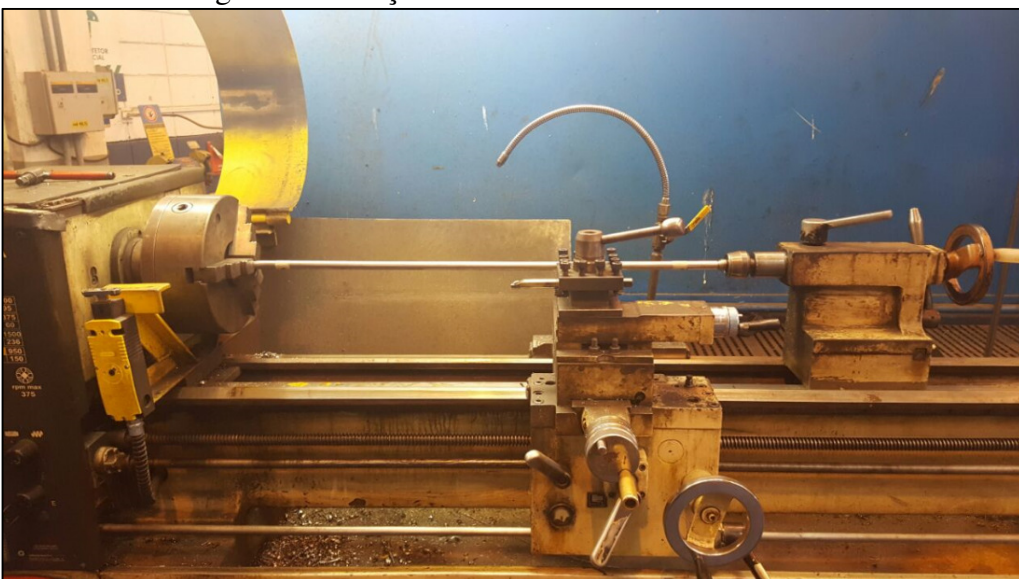
Os experimentos foram novamente realizados, mas fixando-se as duas extremidades com vistas à obtenção de resultados mais próximos da real aplicação. As Figuras 43 e 44 ilustram a forma como os eixos foram fixados nesta segunda metodologia adotada para realização dos experimentos.

Figura 43: Fixação do eixo nas duas extremidades.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

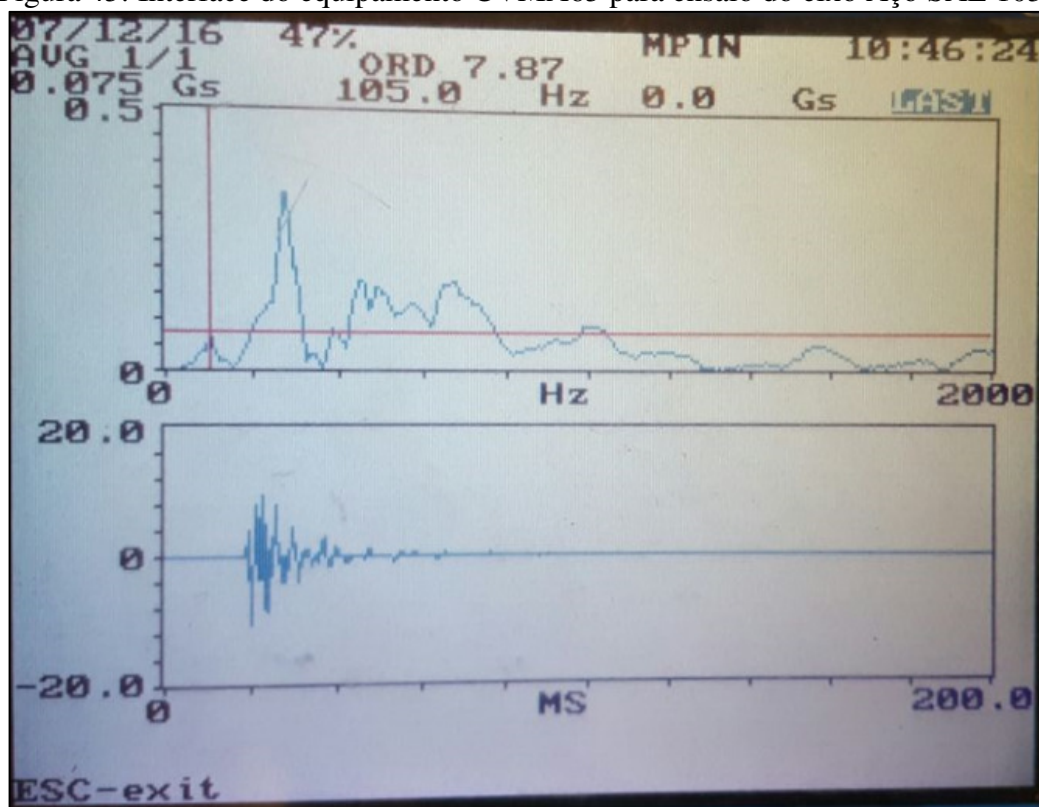
Figura 44: Fixação do eixo nas duas extremidades.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Para coleta e análise dos dados, utilizou-se o equipamento Microlog CVMA65, um analisador portátil que permite a coleta dos dados e a imediata aferição dos sinais no domínio da frequência e do tempo, conforme ilustra a Figura 45.

Figura 45: Interface do equipamento CVMA65 para ensaio do eixo Aço SAE 1036



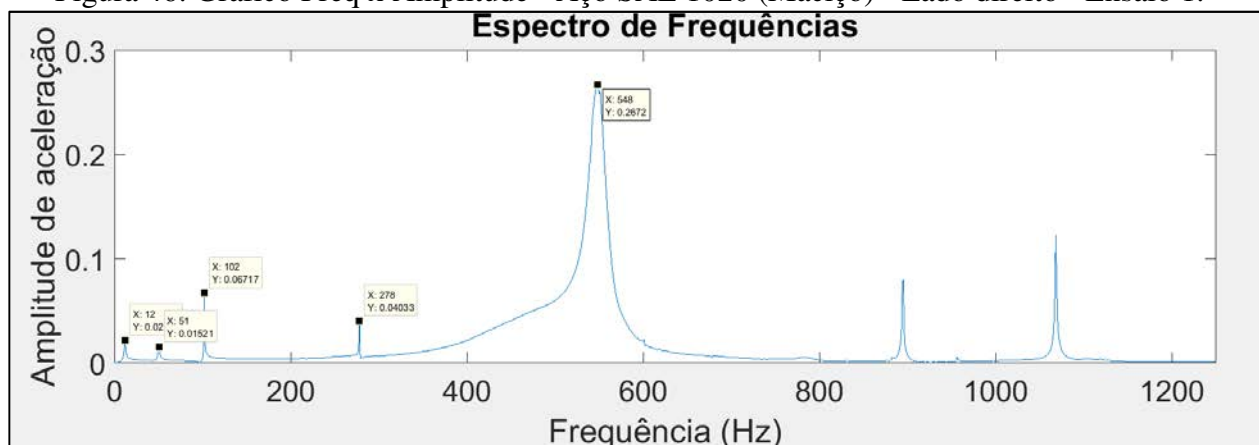
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

4 RESULTADOS

4.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PARA OS EIXOS SUSPENSOS

A Figura 45 ilustra o gráfico no domínio da frequência e a correspondente frequência natural obtida para o eixo maciço de aço SAE 1020 através do software Matlab após o recebimento e processamento dos dados gerados pelo software Catman durante os experimentos. Os gráficos dos demais experimentos podem ser consultados no ANEXO B – Gráficos do experimento realizado com eixos suspensos.

Figura 46: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 1.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Nas Tabelas 3, 4, 5 e 6 pode-se observar os resultados obtidos a partir dos experimentos realizados com os eixos suspensos. Observa-se que os valores de frequência natural estão muito próximos e uma possível explicação para isso consiste na forma como o experimento foi realizado.

Ao se pendurar os eixos com fios de nylon, não se fornece nenhuma rigidez ao sistema, como ocorreria por ocasião da utilização de um mancal, por exemplo. Assim, o eixo pode apresentar deflexões em inúmeros graus de liberdade, prejudicando a leitura do acelerômetro e alterando os resultados finais.

Observa-se que o eixo maciço apresenta valores de velocidade crítica inferiores aos demais. Entretanto, o comportamento esperado no eixo de fibra de carbono não se verifica, tendo em vista que o peso próprio baixo desse material permite que, no momento do impacto, ele responda em toda banda de frequências.

A observação desse comportamento justificou a realização de um segundo ensaio, realizado com os eixos fixos, no qual pode-se verificar não só o comportamento esperado como também a proximidade dos valores com os resultados obtidos na simulação numérica.

Tabela 3: Aço Inox 304

Frequências naturais obtidas no ensaio do Eixo de Aço Inox 304		
	Lado Direito	Lado Esquerdo
Ensaio 1	132 Hz	132 Hz
Ensaio 2	132 Hz	132 Hz
Ensaio 3	132 Hz	132 Hz
Frequência natural média	132 Hz	

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 4: Aço SAE 1036.

Frequências naturais obtidas no ensaio do Eixo de Aço SAE 1036		
	Lado Direito	Lado Esquerdo
Ensaio 1	133 Hz	133 Hz
Ensaio 2	133 Hz	133 Hz
Ensaio 3	133 Hz	133 Hz
Frequência natural média		
		133 Hz

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 5: Aço SAE 1020.

Frequências naturais obtidas no ensaio do Eixo Maciço - Aço SAE 1020		
	Lado Direito	Lado Esquerdo
Ensaio 1	51 Hz	50 Hz
Ensaio 2	51 Hz	50 Hz
Ensaio 3	51 Hz	50 Hz
Frequência natural média		
		51 Hz

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 6: Fibra de Carbono

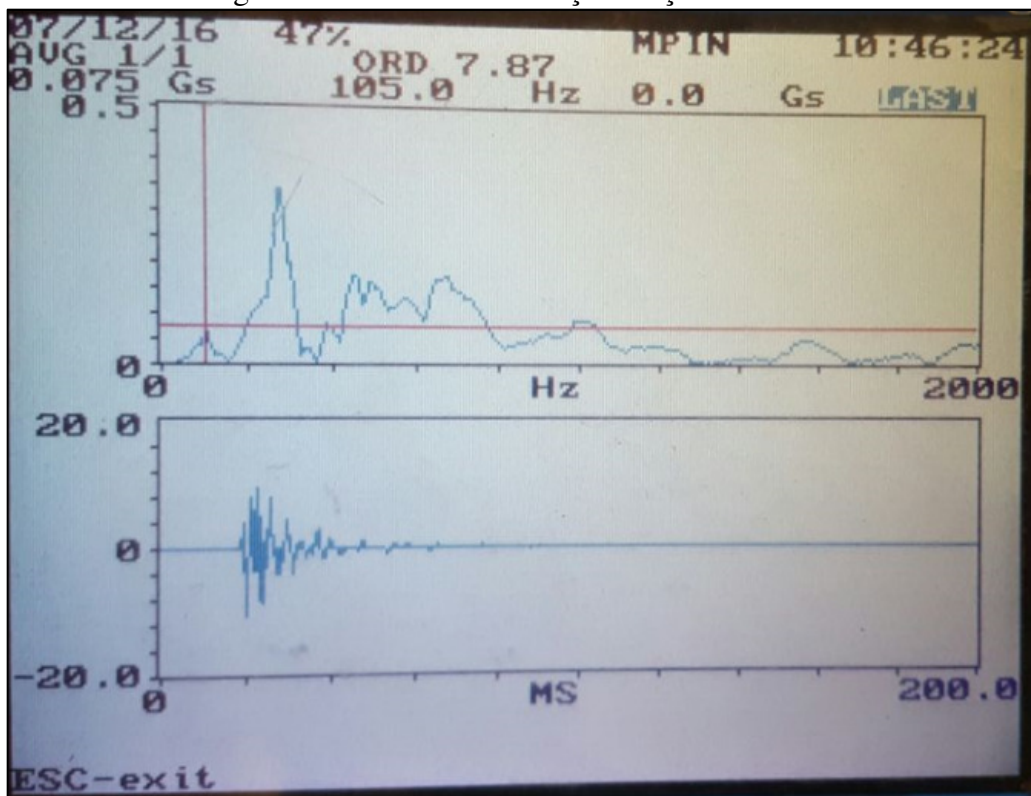
Frequências naturais obtidas no ensaio do Eixo de Fibra de Carbono		
	Lado Direito	Lado Esquerdo
Ensaio 1	189 Hz	191 Hz
Ensaio 2	190 Hz	191 Hz
Ensaio 3	189 Hz	191 Hz
Frequência natural média		
		190 Hz

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

4.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PARA OS EIXOS BI-ENGASTADOS

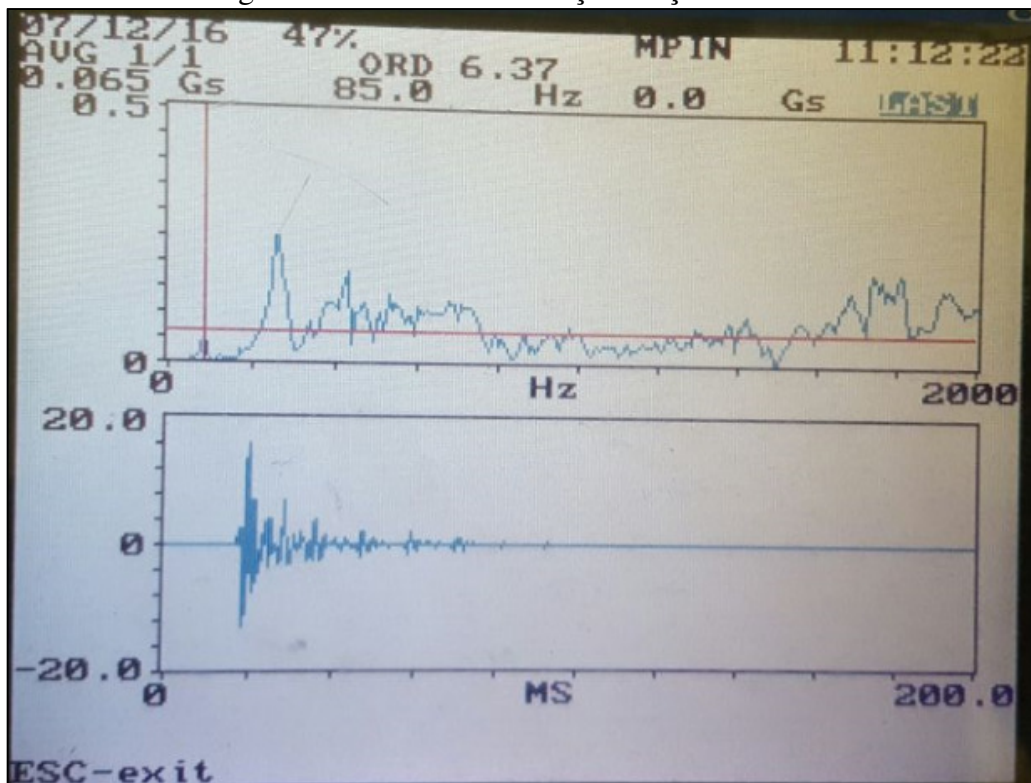
Os gráficos nas Figuras 47, 48, 49 e 50 ilustram os resultados das frequências naturais obtidos a partir dos eixos fixados nas duas extremidades. Os gráficos referentes ao segundo modo de vibração podem ser consultados no ANEXO C – Gráficos dos experimentos realizados com eixos fixados nas duas extremidades (2º modo de vibração).

Figura 47: 1º modo de vibração - Aço SAE 1036



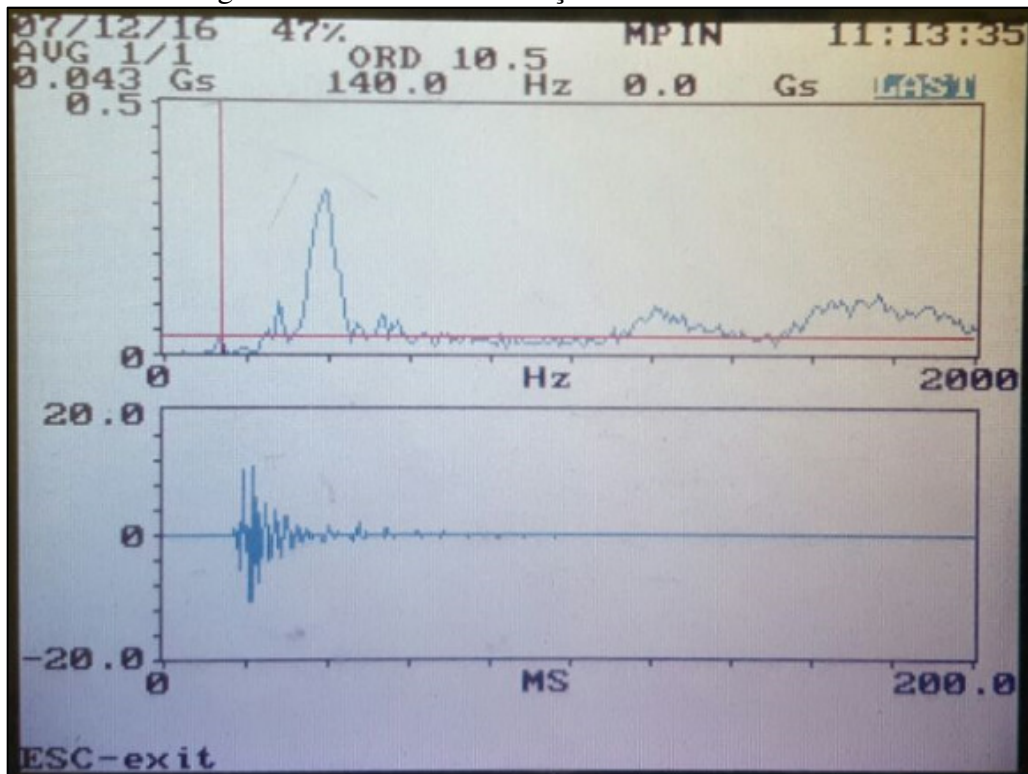
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 48: 1º modo de vibração - Aço Inox 304.



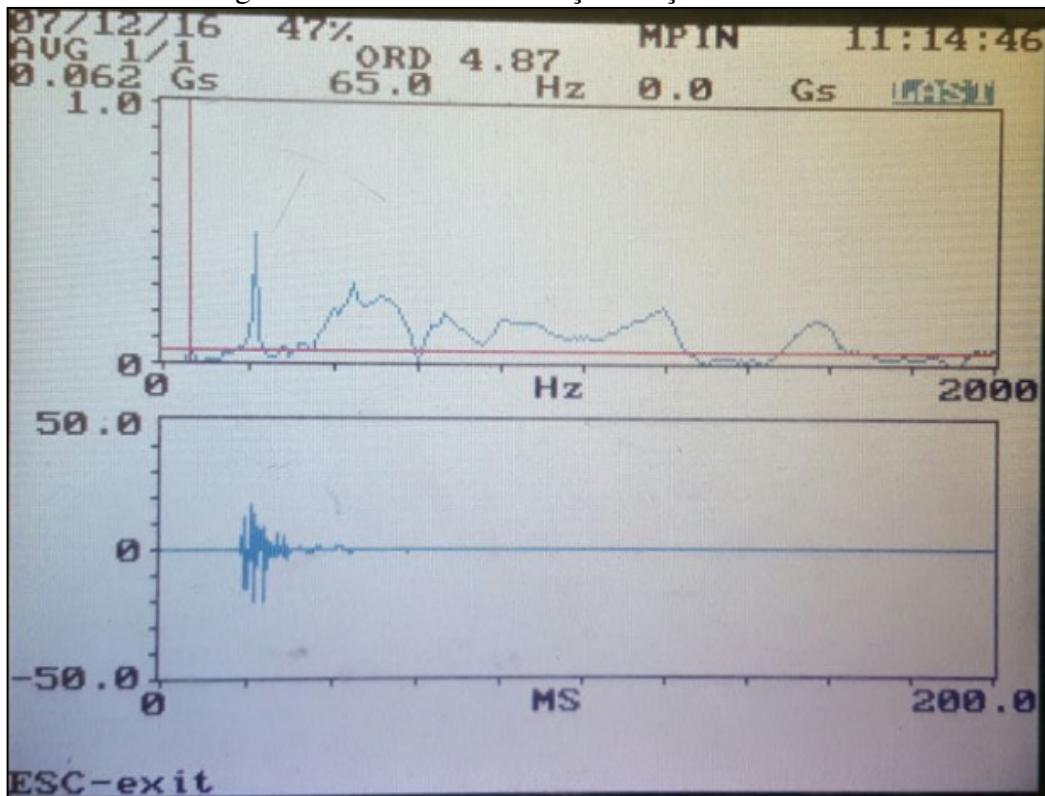
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 49: 1º modo de vibração - Fibra de carbono.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 50: 1º modo de vibração - Aço SAE 1020.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Pode-se verificar, a partir dos valores apresentados na Tabela 7, que o eixo de aço maciço SAE 1020 apresentou os menores valores de frequência para os dois modos de vibração. Esse resultado é plausível tendo em vista a maior deflexão apresentada pelo eixo que, por ser maciço, possui a maior massa.

A rigidez e o momento de inércia dos eixos são decisivos na configuração do perfil das respectivas linhas elásticas e, conseqüentemente, de suas frequências naturais, conforme atestam as equações (6) e (38).

O eixo de fibra de carbono, por apresentar elevado módulo de elasticidade associada à massa reduzida, foi o material que apresentou o melhor desempenho quanto à velocidade crítica e, portanto, justifica-se sua aplicação em equipamentos mecânicos de alta rotação.

Tabela 7: Frequências naturais para eixos fixados nas extremidades.

Frequências naturais obtidas através de análise experimental com eixos fixos		
	1º modo de vibração	2º modo de vibração
Aço Maciço SAE 1020	65 Hz	215 Hz
Aço SAE 1036	105 Hz	275 Hz
Aço Inox 304	85 Hz	140 Hz
Fibra de carbono	140 Hz	280 Hz

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

4.3 RESULTADOS TEÓRICOS

A Tabela 8 mostra os valores da carga distribuída e do momento de inércia para cada eixo. Essas grandezas serão utilizadas para o cálculo da deflexão através da equação (6), possibilitando o cálculo posterior das respectivas frequências naturais.

Tabela 8: Carga distribuída e momento de inércia dos eixos.

Item	Material	Carga distribuída (W=mg/L) [N/m]	Momento de Inércia I (m ⁴)
1	Aço 1020	15,25229682	3,14522E-09
2	Aço 1036	4,159717314	1,56097E-09
3	Inox 304	3,928621908	1,42924E-09
4	Fibra de carbono	0,693286219	1,49757E-09

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Nas tabelas 9, 10, 11 e 12 são mostrados os valores das frequências naturais obtidos a partir da equação (38).

Para o cálculo da deflexão, o eixo foi subdividido em 10 trechos de igual comprimento e, em seguida, a deflexão foi calculada para o ponto central de cada eixo através da equação (6).

Nas colunas “ $m_i * \delta_i$ ” e “ $m_i * \delta_i^2$ ” são apresentados os produtos da massa pela deflexão utilizados nos cálculos da frequência natural pela equação (38).

Pode-se observar que, para os eixos fabricados em aço, o eixo maciço SAE 1020 apresentou o menor valor para a frequência natural. Considerando que o cálculo da frequência natural, conforme a equação (38), leva em conta os valores da deflexão ao longo do eixo, esse resultado é plausível tendo em vista que as deflexões para o eixo maciço SAE 1020 diferem significativamente em relação aos eixos tubulares, sendo 82% maiores em relação às deflexões observadas no eixo tubular de aço SAE 1036 e 64% maior em relação às deflexões observadas no eixo tubular de aço Inox 304. As diferenças nas curvas de deflexão dos eixos justificam-se a partir da disparidade entre os momentos de inércia e massa de cada material.

Por outro lado, os eixos tubulares de aço SAE 1036 e aço Inox 3014 apresentaram, nos cálculos teóricos, valores aproximados para a frequência natural, o que se justifica a partir das deflexões próximas observadas a partir do cálculo através da equação da linha elástica.

Por sua vez, o eixo de fibra de carbono apresentou elevada frequência natural, mais de 2,5 vezes maior que os valores observados nos demais eixos. A massa do eixo de fibra de carbono é consideravelmente mais baixa que a massa dos demais eixos e seu elevado módulo de elasticidade propiciam baixas deflexões quando o eixo está submetido ao seu peso próprio. A combinação entre massa baixa e elevada rigidez configura um estado de elevada frequência natural, justificando a grande aplicabilidade desse material para diversos fins mecânicos.

Tabela 9: Aço maciço SAE 1020.

Aço Maciço SAE 1020					
Trecho	Coordenada x [m]	Deflexão [m]	Massa do trecho (kg)	$m_i \cdot \delta_i$	$m_i \cdot \delta_i^2$
1	0,04245	2,52337E-05	0,132	3,33085E-06	8,40498E-11
2	0,12735	7,29055E-05	0,132	9,62353E-06	7,01609E-10
3	0,21225	0,000112919	0,132	1,49054E-05	1,68311E-09
4	0,29715	0,000141624	0,132	1,86944E-05	2,64757E-09
5	0,38205	0,000156585	0,132	2,06692E-05	3,23648E-09
6	0,46695	0,000156585	0,132	2,06692E-05	3,23648E-09
7	0,55185	0,000141624	0,132	1,86944E-05	2,64757E-09
8	0,63675	0,000112919	0,132	1,49054E-05	1,68311E-09
9	0,72165	7,29055E-05	0,132	9,62353E-06	7,01609E-10
10	0,80655	2,52337E-05	0,132	3,33085E-06	8,40498E-11
			Soma	0,000134447	1,67056E-08
Frequência Natural calculada (Hz)			281,0		

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 10: Aço SAE 1036.

Aço SAE 1036					
Trecho	Coordenada x [m]	Deflexão [m]	Massa do trecho (kg)	$m_i \cdot \delta_i$	$m_i \cdot \delta_i^2$
1	0,04245	1,38665E-05	0,036	4,99193E-07	6,92204E-12
2	0,12735	4,00631E-05	0,036	1,44227E-06	5,7782E-11
3	0,21225	6,20516E-05	0,036	2,23386E-06	1,38615E-10
4	0,29715	7,78254E-05	0,036	2,80171E-06	2,18044E-10
5	0,38205	8,60467E-05	0,036	3,09768E-06	2,66545E-10
6	0,46695	8,60467E-05	0,036	3,09768E-06	2,66545E-10
7	0,55185	7,78254E-05	0,036	2,80171E-06	2,18044E-10
8	0,63675	6,20516E-05	0,036	2,23386E-06	1,38615E-10
9	0,72165	4,00631E-05	0,036	1,44227E-06	5,7782E-11
10	0,80655	1,38665E-05	0,036	4,99193E-07	6,92204E-12
			Soma	2,01494E-05	1,37582E-09
Frequência Natural calculada (Hz)			379,0		

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 11: Aço Inox 304.

Aço Inox 304					
Trecho	Coordenada x [m]	Deflexão [m]	Massa do trecho (kg)	$m_i \cdot \delta_i$	$m_i \cdot \delta_i^2$
1	0,04245	1,53407E-05	0,034	5,21584E-07	8,00147E-12
2	0,12735	4,43225E-05	0,034	1,50697E-06	6,67926E-11
3	0,21225	6,86488E-05	0,034	2,33406E-06	1,6023E-10
4	0,29715	8,60995E-05	0,034	2,92738E-06	2,52046E-10
5	0,38205	9,51949E-05	0,034	3,23663E-06	3,0811E-10
6	0,46695	9,51949E-05	0,034	3,23663E-06	3,0811E-10
7	0,55185	8,60995E-05	0,034	2,92738E-06	2,52046E-10
8	0,63675	6,86488E-05	0,034	2,33406E-06	1,6023E-10
9	0,72165	4,43225E-05	0,034	1,50697E-06	6,67926E-11
10	0,80655	1,53407E-05	0,034	5,21584E-07	8,00147E-12
			Soma	2,10532E-05	1,59036E-09
Frequência Natural calculada (Hz)			360,4		

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Tabela 12: Fibra de carbono.

Fibra de carbono					
Trecho	Coordenada x [m]	Deflexão [m]	Massa do trecho (kg)	$m_i \cdot \delta_i$	$m_i \cdot \delta_i^2$
1	0,04245	2,26658E-06	0,006	1,35995E-08	3,08243E-14
2	0,12735	6,54863E-06	0,006	3,92918E-08	2,57307E-13
3	0,21225	1,01428E-05	0,006	6,08569E-08	6,1726E-13
4	0,29715	1,27211E-05	0,006	7,63269E-08	9,70966E-13
5	0,38205	1,4065E-05	0,006	8,43899E-08	1,18694E-12
6	0,46695	1,4065E-05	0,006	8,43899E-08	1,18694E-12
7	0,55185	1,27211E-05	0,006	7,63269E-08	9,70966E-13
8	0,63675	1,01428E-05	0,006	6,08569E-08	6,1726E-13
9	0,72165	6,54863E-06	0,006	3,92918E-08	2,57307E-13
10	0,80655	2,26658E-06	0,006	1,35995E-08	3,08243E-14
			Soma	5,4893E-07	6,1266E-12
Frequência Natural calculada (Hz)			937,5		

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Ainda, a equação da linha elástica utilizada considerou que o eixo encontra-se simplesmente apoiado enquanto na prática e na simulação numérica os eixos foram posicionados e modelados com apoios fixos nas extremidades.

Contudo, apesar da diferença observada entre os valores absolutos, constata-se o mesmo comportamento em relação à comparação entre os diferentes materiais. O eixo maciço apresenta, na análise teórica, o menor valor para a frequência natural e o eixo de fibra de carbono apresenta o melhor desempenho quanto às velocidades críticas.

4.4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Na Tabela 13 estão relacionados os valores de frequências naturais obtidos através do estudo numérico realizado no software de simulação. A Figura 50 ilustra o perfil obtido para o Eixo de aço SAE 1036 para o 2º Modo de vibração. Demais figuras referentes às simulações realizadas para os demais eixos encontram-se relacionadas no Anexo D.

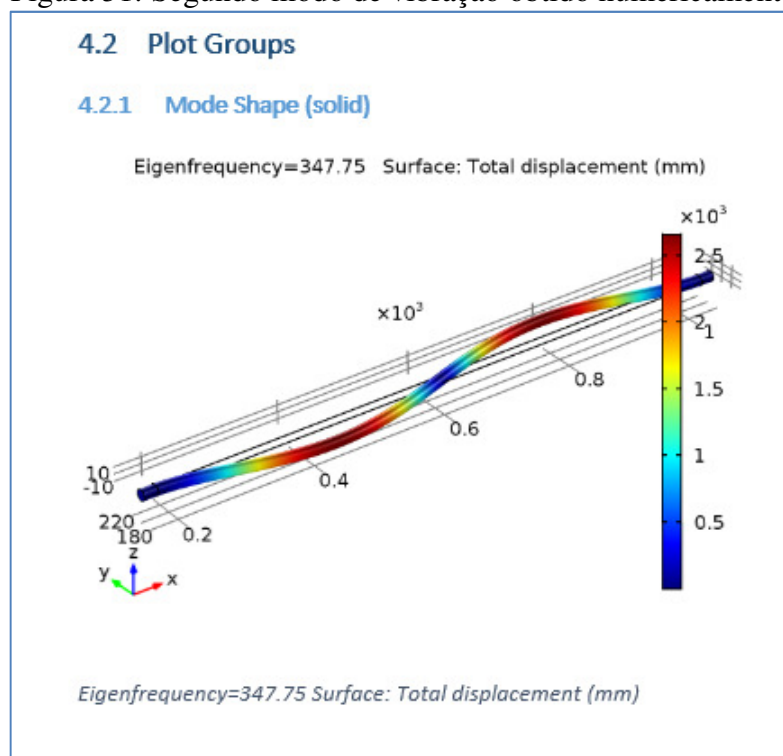
Novamente, pode-se observar que os valores obtidos para a frequência natural do eixo maciço são inferiores aos valores obtidos para os eixos tubulares. Embora esses materiais apresentem valores próximos de módulo de elasticidade, as diferenças entre massas, que é superior no eixo maciço, acabam por influenciar nas deflexões observadas no eixo submetido ao seu peso próprio e, conseqüentemente, nas frequências naturais.

Tabela 13: Estudo numérico das frequências naturais.

Frequências naturais obtidas através de estudo numérico (Hz)			
Modo de vibração	Aço Maciço SAE 1020	Aço SAE 1036	Aço Inox 304
1º modo de vibração	95	127	125
2º modo de vibração	263	348	343
3º modo de vibração	515	677	667

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 51: Segundo modo de vibração obtido numericamente



Fonte: (CORTESIA GERDAU).

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na tabela 14 são consolidados os resultados finais obtidos a partir das diferentes abordagens.

Tabela 14: Resultados obtidos nas diferentes abordagens

Eixo	Resultados teóricos	Numéricos	Experimental 1 (Eixos livres)	Experimental 2 (Eixos Fixos)
Aço Maciço SAE 1020	281 Hz	95 Hz	12 Hz	65 Hz
Aço SAE 1036	379 Hz	127 Hz	19 Hz	105 Hz
Aço INOX 304	360 Hz	125 Hz	20 Hz	85 Hz
Fibra de carbono	938 Hz	-	19 Hz	140 Hz

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Observa-se que todas as abordagens apresentam os menores valores de frequência natural para o eixo maciço de Aço SAE 1020. Em contrapartida, os resultados teóricos e experimental 2 apresentam os valores de frequência natural mais elevados para o eixo de fibra de carbono, como esperado.

Observa-se, ainda, uma discrepância significativa entre os valores teóricos e os valores experimentais e numéricos. Essa incoerência pode ser atribuída ao fato de, no cálculo teórico, desprezar-se o amortecimento externo existente e não ser possível considerar a rigidez do apoio

real utilizado na prática. Entretanto, ocorre uma proximidade significativa entre os resultados teóricos e os numéricos obtidos para o 2º modo de vibração, conforme mostra a Tabela 15, evidenciando um erro percentual não superior a 10%.

Tabela 15: Comparação entre resultados teóricos e 2º modo de vibração

Material	Resultados Teóricos	2º modo de vibração (numérico)	Erro percentual
Aço Maciço SAE 1020	281 Hz	263 Hz	6%
Aço SAE 1036	379 Hz	348 Hz	8%
Aço INOX 304	360 Hz	343 Hz	5%

Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Os valores das frequências naturais obtidos no experimento 1 apresentam-se inferiores a todos os demais, uma vez que o posicionamento dos eixos em fio de nylon não atribui nenhuma restrição de vibração, resultando em maiores vibrações e oscilações e frequências naturais consequentemente mais baixos.

Por outro lado, os valores numéricos apresentam-se relativamente próximos dos valores experimentais 2 (eixos fixos), tendo em vista que a simulação realizada procurou reproduzir as condições do ensaio com eixos fixos.

5 CONCLUSÃO

A proposta de comparação de desempenho em relação às frequências naturais de eixos de diferentes materiais foi realizada através de diferentes métodos. A proposta de realização de um estudo abrangente a respeito das velocidades críticas de diferentes eixos foi empreendida considerando as abordagens analítica, numérica e experimental. A utilização de diferentes abordagens permitiu que os comportamentos observados fossem validados e reafirmados.

O ensaio de eixos fabricados em Aço SAE 1020, Aço Inox 304, Aço SAE 1036 e Fibra de carbono permitiu avaliar os comportamentos de materiais amplamente utilizados em eixos de transmissão de potência, possibilitando uma fundamentação para a escolha entre o material a ser utilizado em uma aplicação específica.

Os cálculos teóricos foram realizados com base no método de Rayleigh e a análise numérica foi obtida a partir do software Comsol.

O estudo permitiu a constatação da superioridade do eixo de fibra de carbono, no que concerne às frequências naturais, em relação aos demais materiais, demonstrando a validade da ampla aplicação desse material em projetos de alto desempenho.

Dentre os eixos fabricados em aço estrutural, o pior desempenho foi observado no eixo maciço de aço SAE 1020, justificando-se, assim, a utilização de eixos tubulares em aplicações mecânicas em que a velocidade crítica venha a ser um parâmetro de interesse.

REFERÊNCIAS

BEER, FERDINAND P; JOHNSTON, E. RUSSEL. **Resistência dos materiais**. 3^o ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1996

LIMA, JEFERSON JOSÉ; BURGARDT, ISMAEL; PONTES, JOSÉ CARLOS ALBERTO. Uma abordagem prática da utilização da técnica de análise de vibração utilizando a transformada de Fourier em acelerômetro. in: ENCONTRO DE ENGENHARIA E TECNOLOGIA DOS CAMPOS GERAIS, 8. , 2013, Ponta Grossa. **Anais ...** Ponta Grossa: Associação dos Engenheiros e Arquitetos de Ponta Grossa, 2013.

SHIGLEY, JOSEPH E.; MISCHKE, CHARLES R.; BUDYNAS, RICHARD G.. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7^o ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. 4^o ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

JUVINALL, ROBERT C.; KURT M. MARSHEK. **Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas**. 4^o ed. LTC, 2008.

NORTON, ROBERT L.. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 2^o ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

UNESP - CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA. **A transformada de Fourier**. Disponível em: <<http://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/mcap05.pdf>>. Acesso em: 5/12/2016.

WIKIPEDIA. **Transformada de Fourier**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Fourier>. Acesso em: 5/12/2016.

CALLISTER, WILLIAM D. J. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 7^o ed. LTC, 2008.

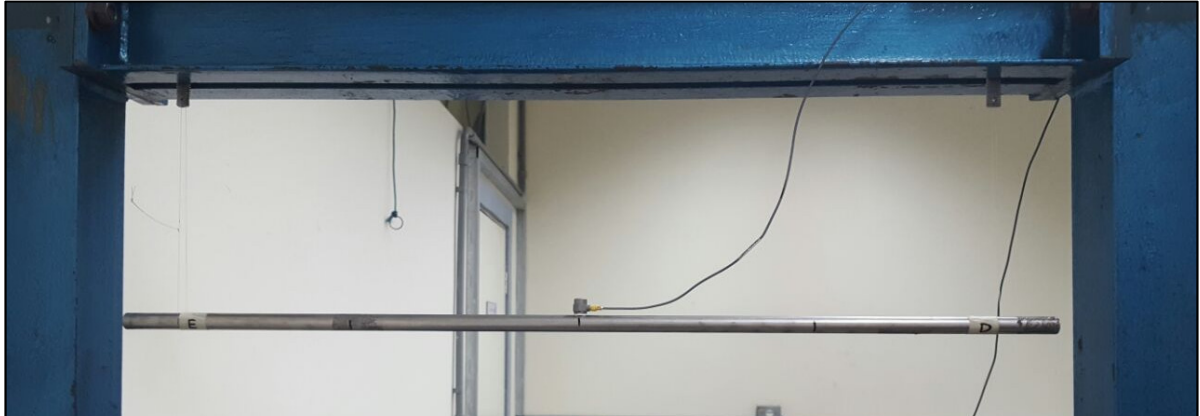
THOMSON, WILLIAN T. **Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

MENDONÇA, W. R. DE P. **Otimização dinâmica de rotores com eixos em compósito**, 2014. Guaratinguetá: Unesp. Disponível em:
<<http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/115839/000804878.pdf;sequence=1>>.
Acesso em: 5/12/2016.

ANEXO A – Fotografias dos ensaios

Figura 52: Posicionamento eixo aço inox.



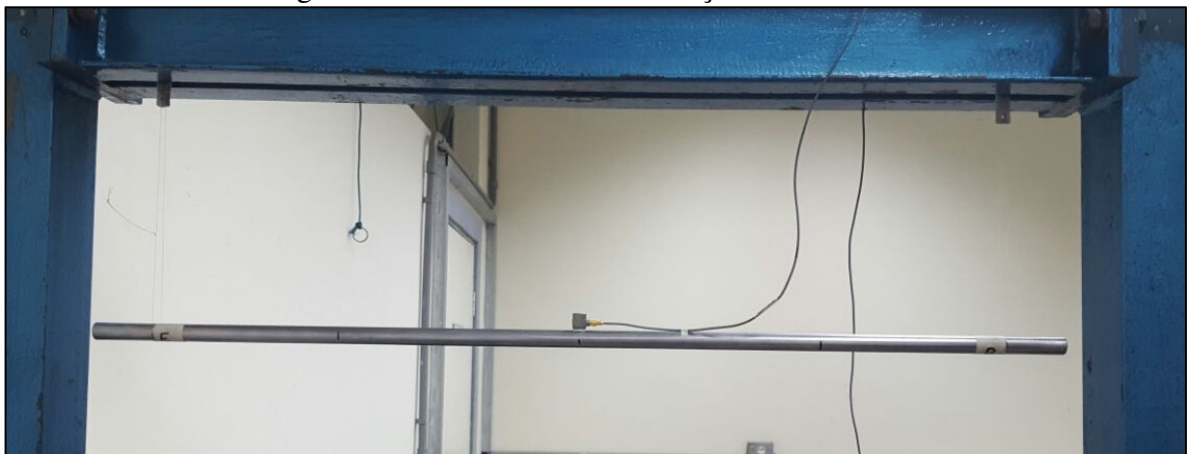
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 53: Posicionamento eixo aço trefilado maciço.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 54: Posicionamento eixo aço carbono 1036.

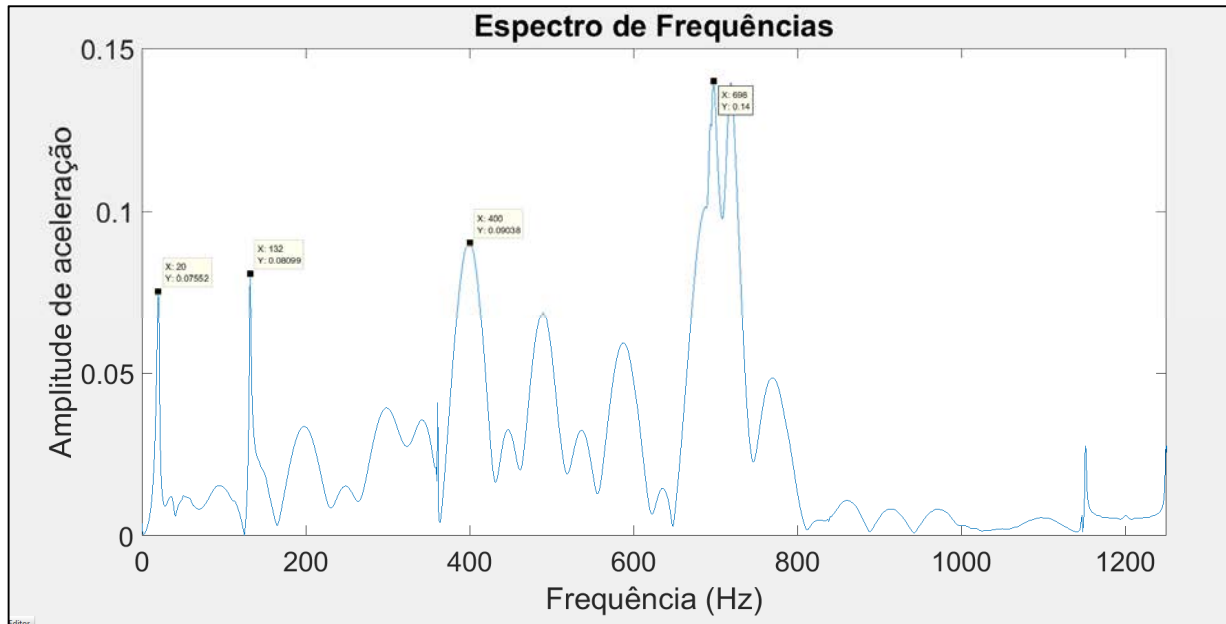


Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

ANEXO B – Gráficos do experimento realizado com eixos suspensos

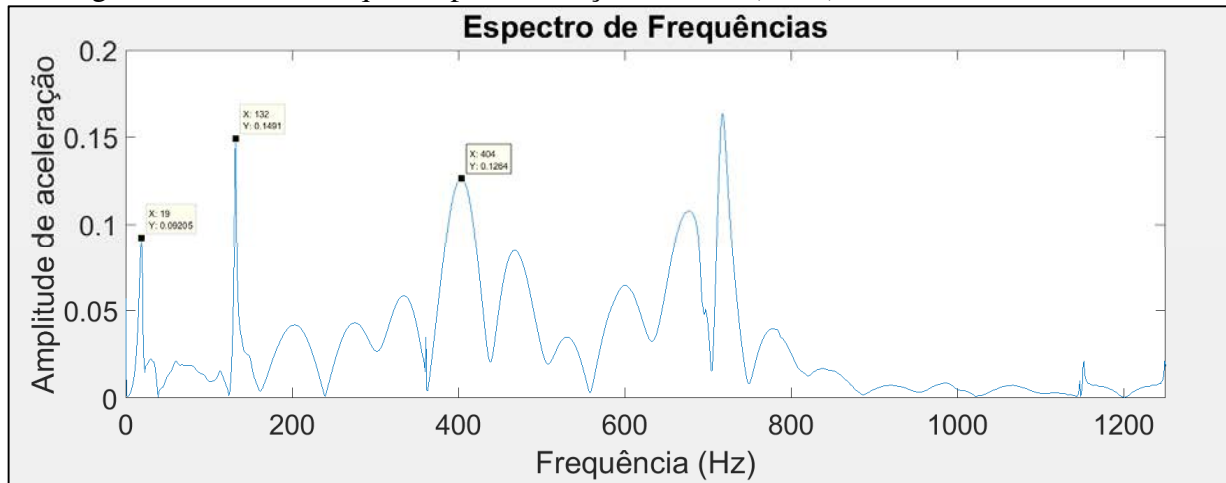
Resultados experimentais – Gráficos - Aço Inox 304

Figura 55: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.



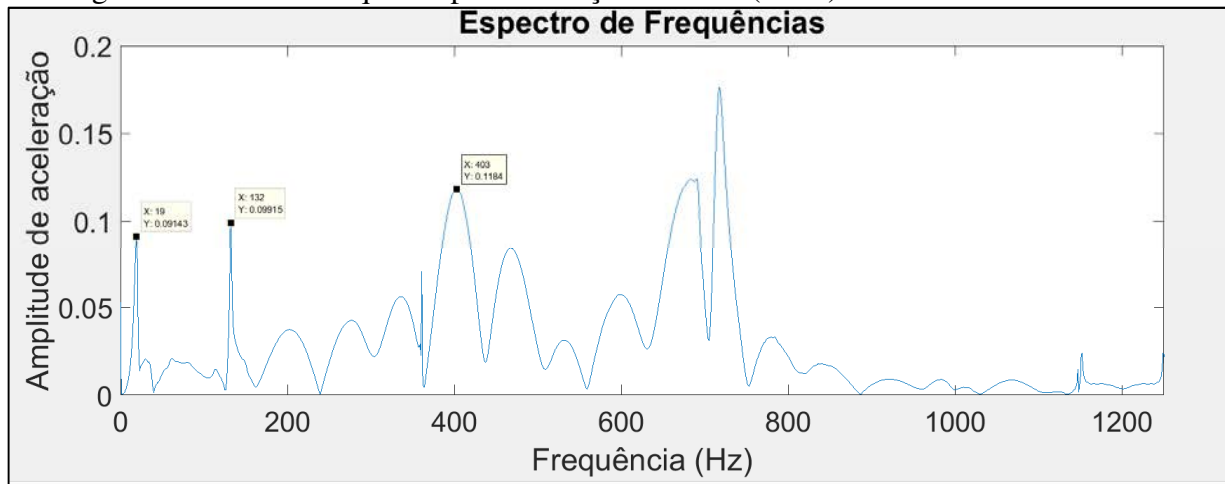
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 56: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.



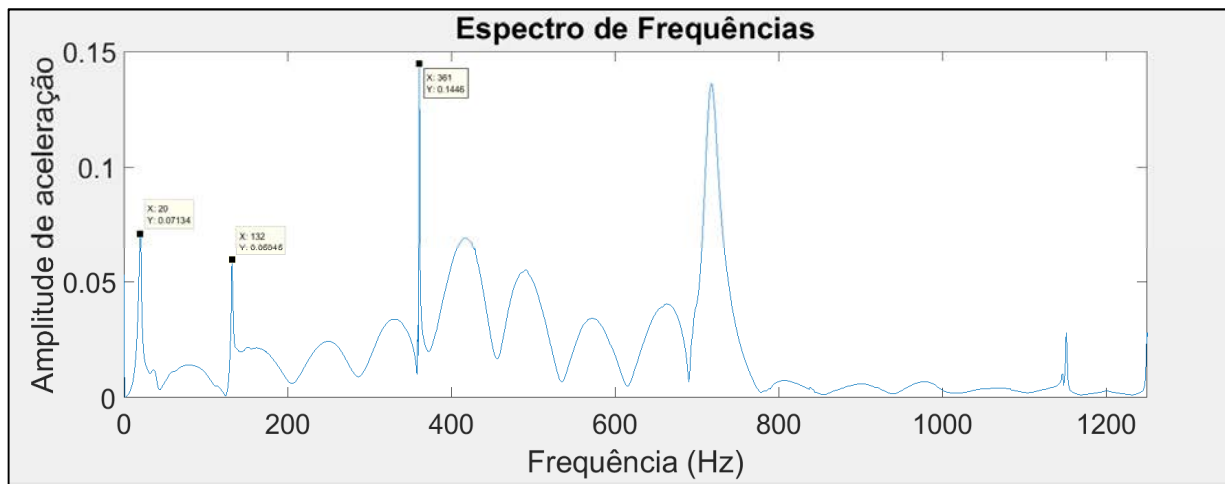
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 57: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.



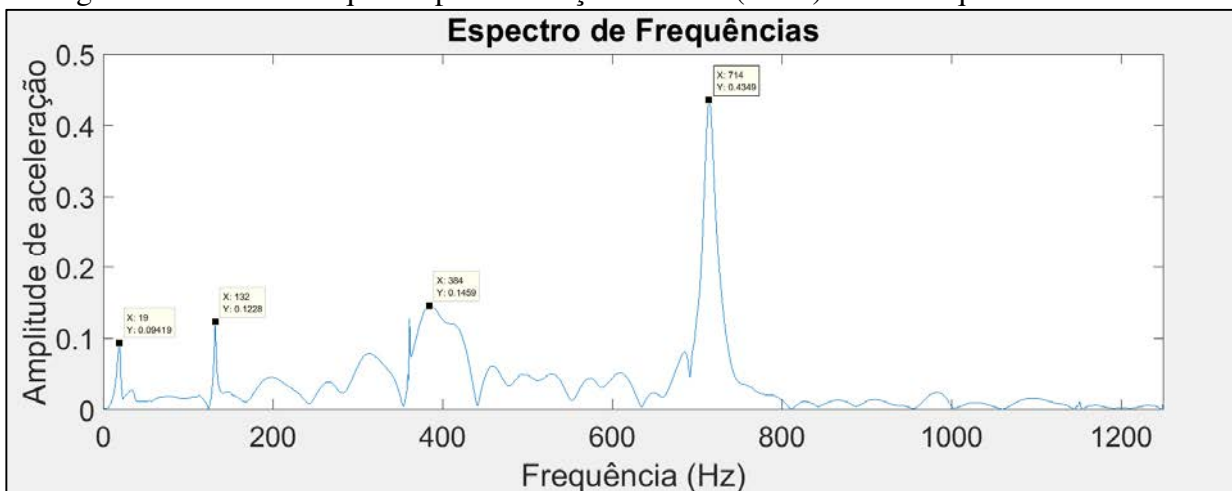
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 58: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.



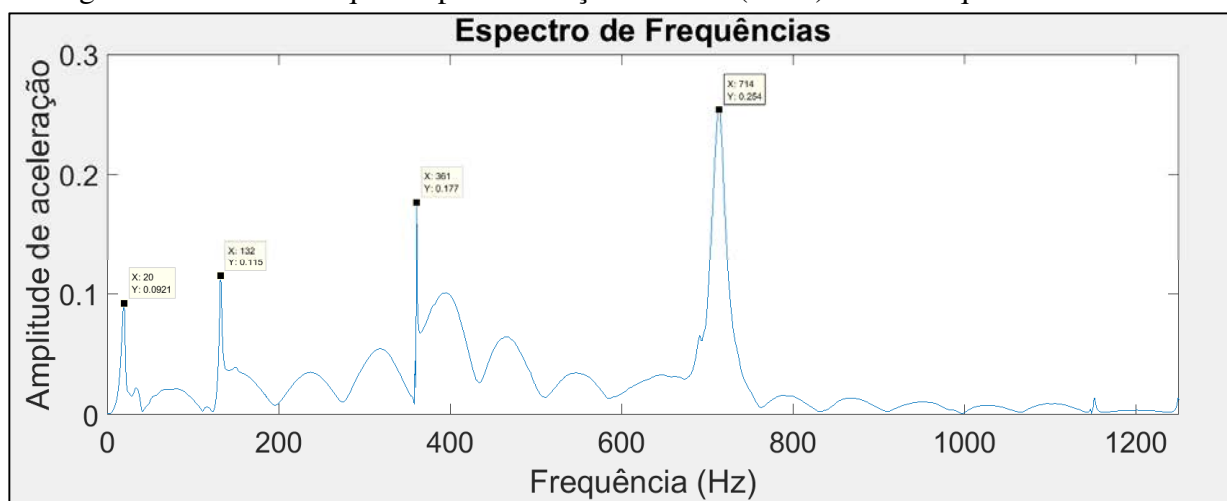
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 59: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

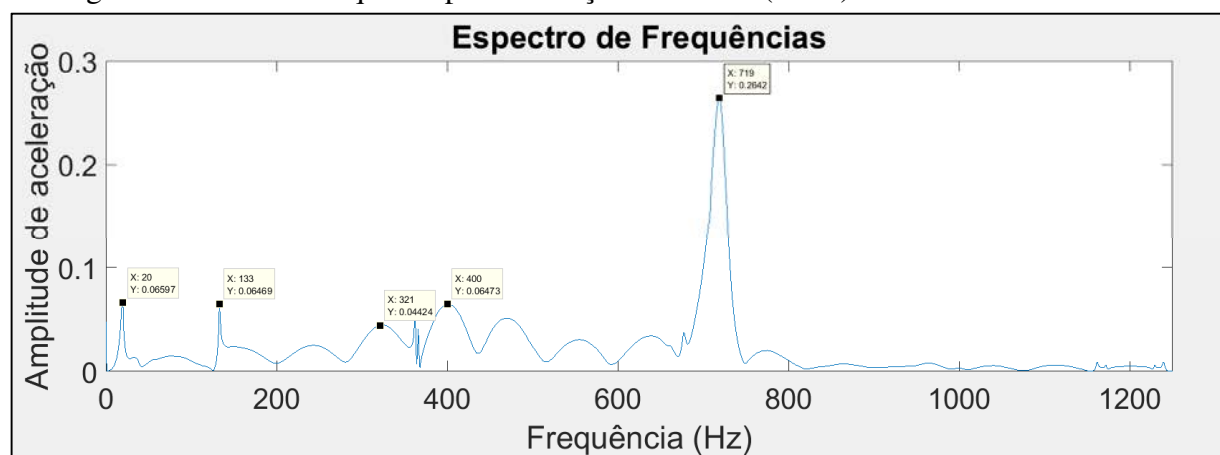
Figura 60: Gráfico Freq x Amplitude - Aço Inox 304 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

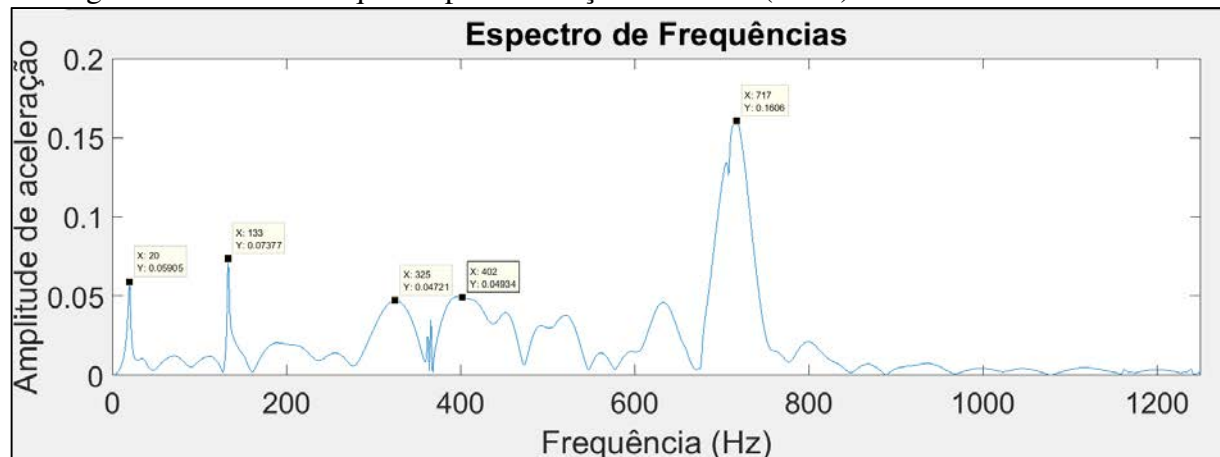
Resultados experimentais – Gráficos – Aço SAE 1036

Figura 61: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.



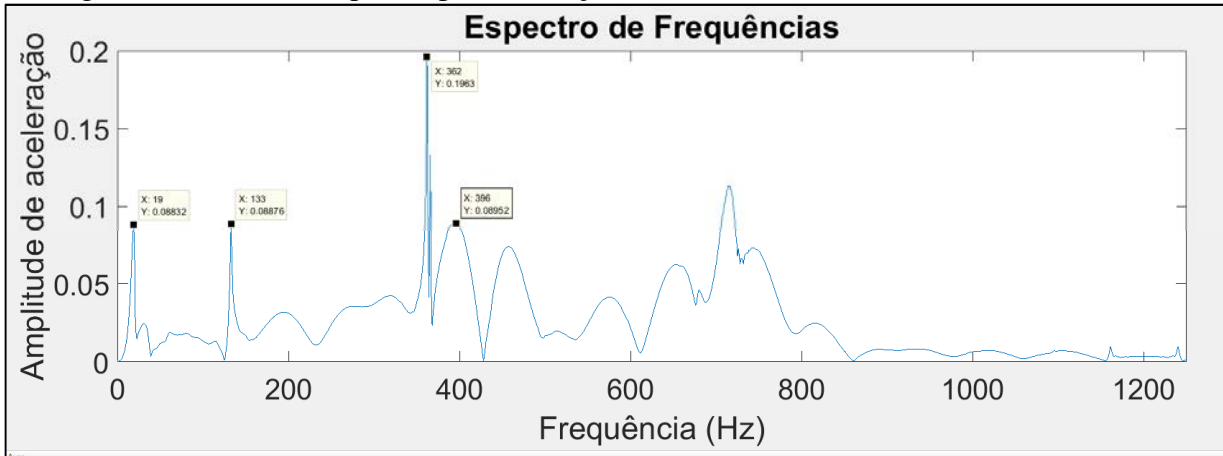
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 62: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.



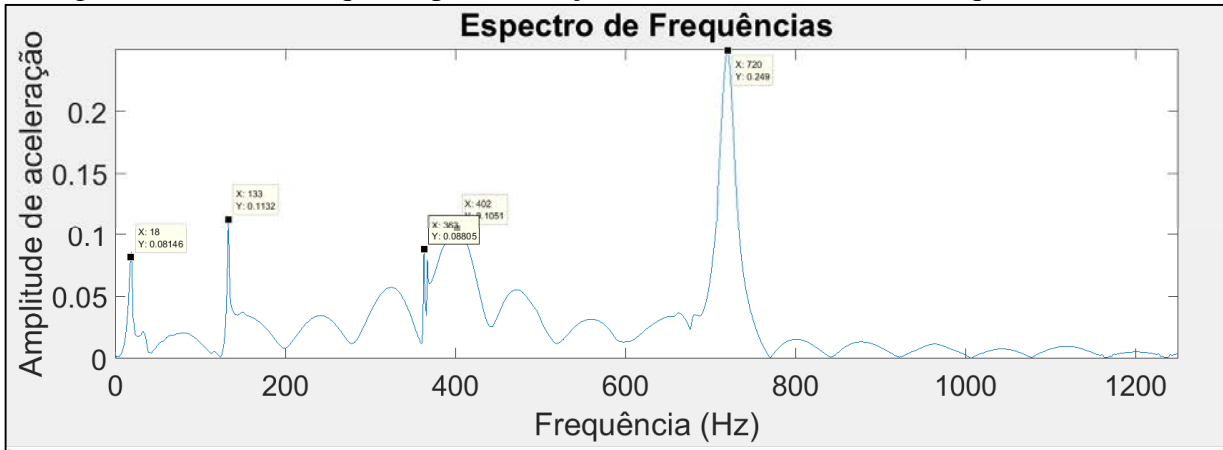
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 63: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.



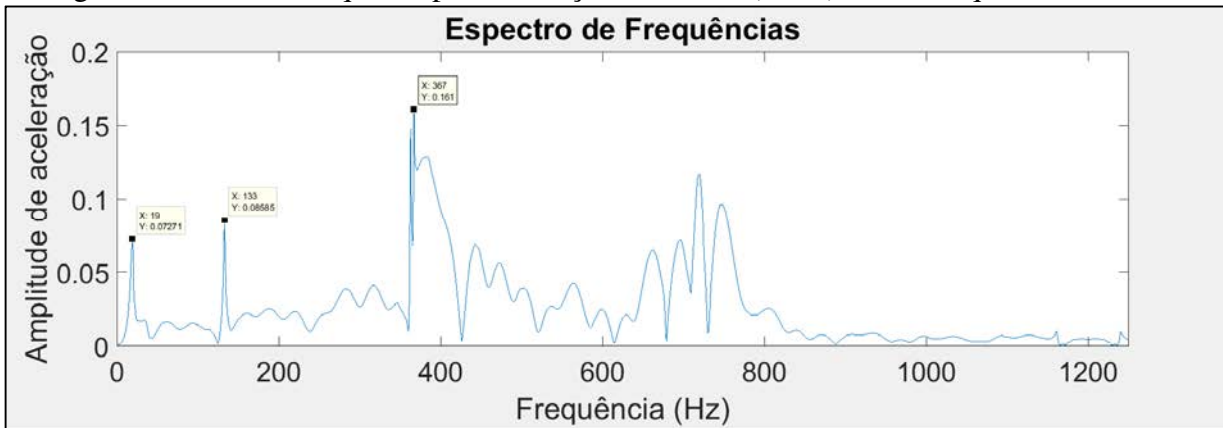
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 64: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.



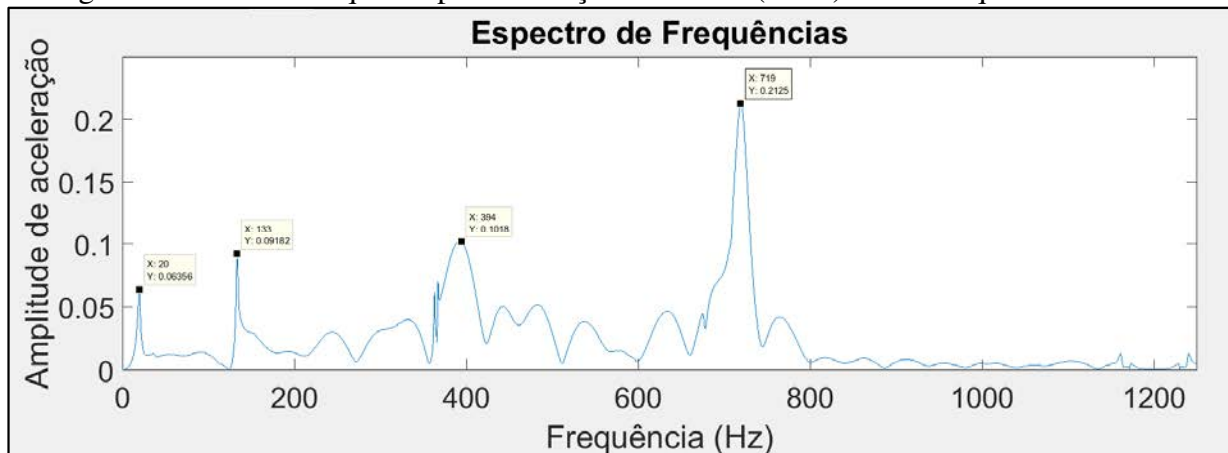
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 65: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

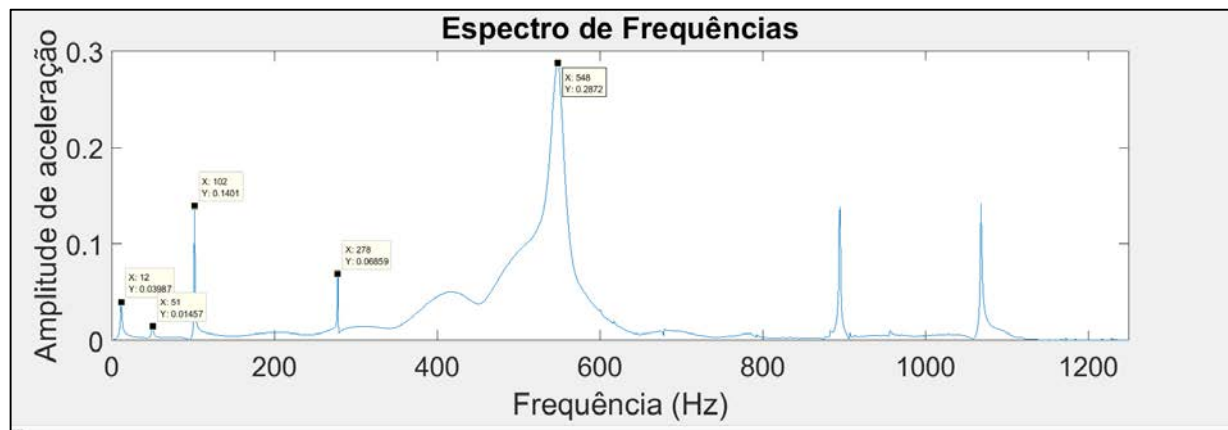
Figura 66: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1036 (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

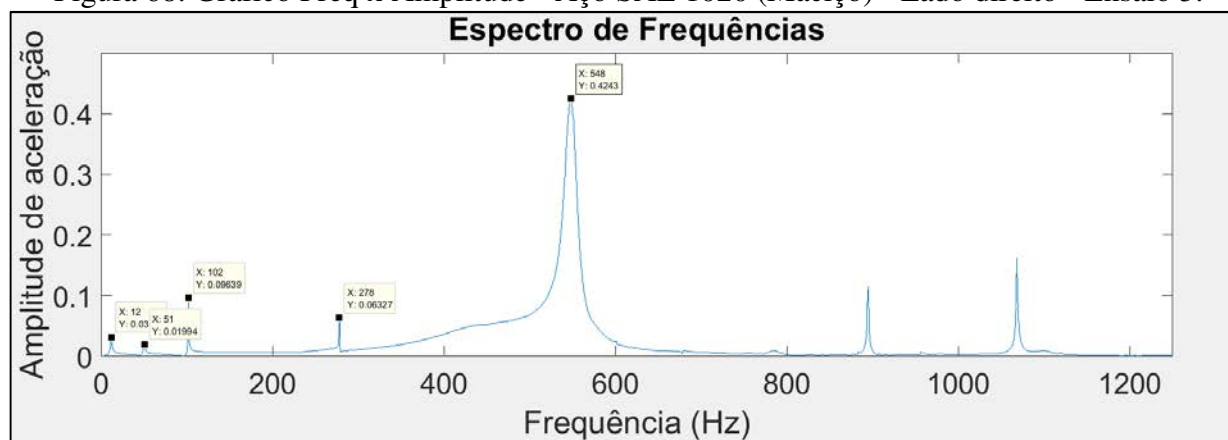
Resultados experimentais – Gráficos - Aço SAE 1020

Figura 67: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 2.



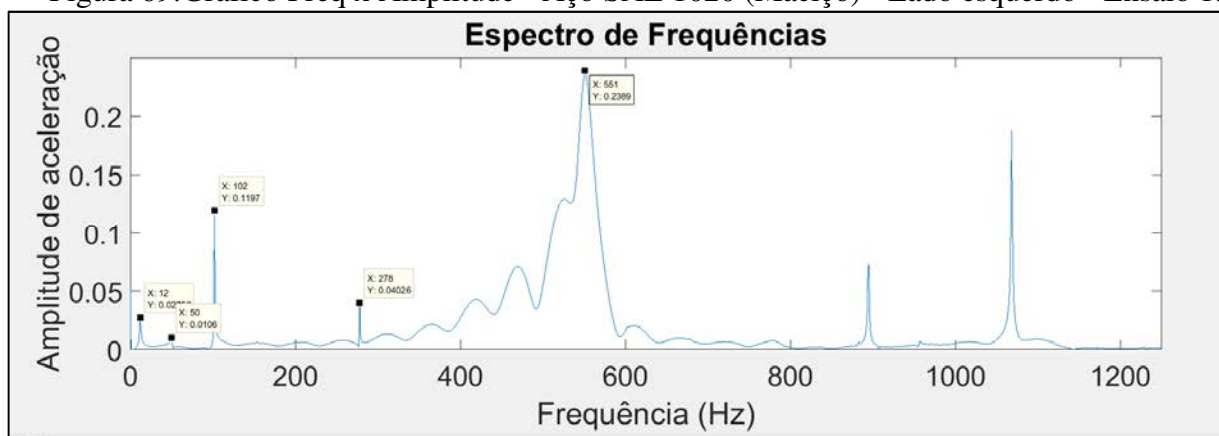
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 68: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado direito - Ensaio 3.



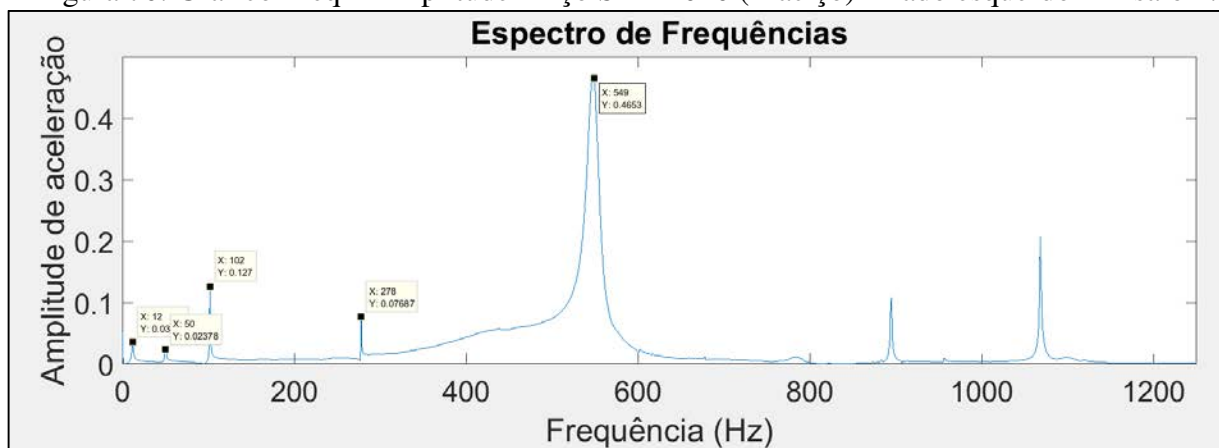
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 69: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 1.



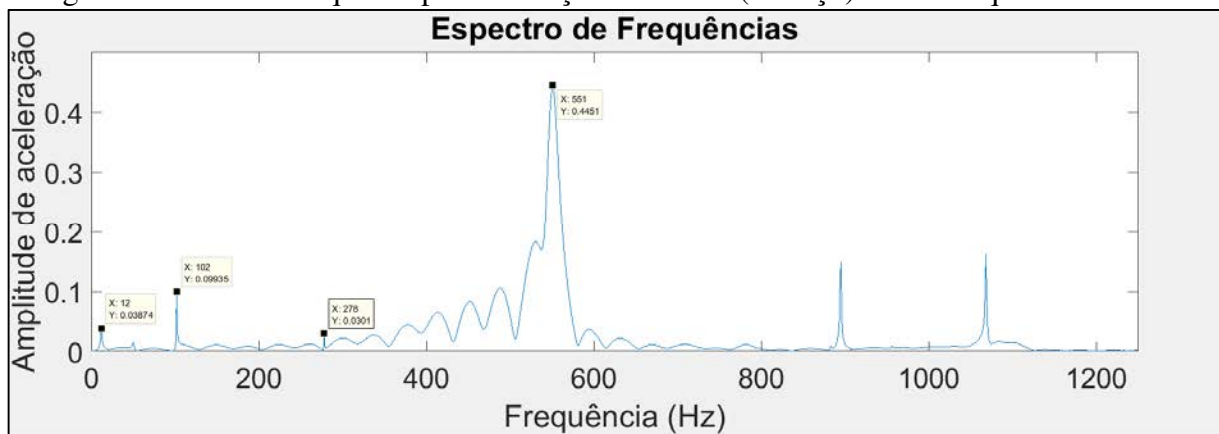
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 70: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 2.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

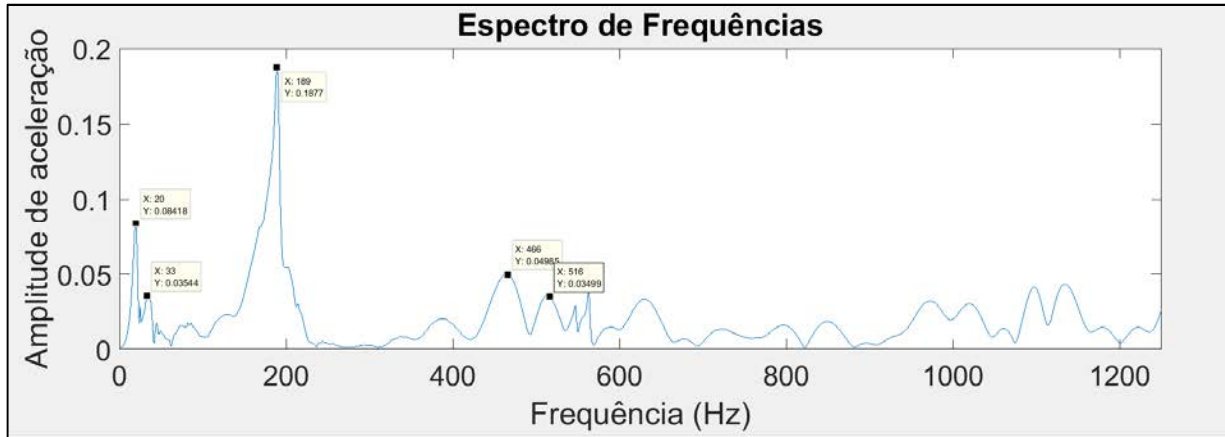
Figura 71: Gráfico Freq x Amplitude - Aço SAE 1020 (Maciço) - Lado esquerdo - Ensaio 3.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

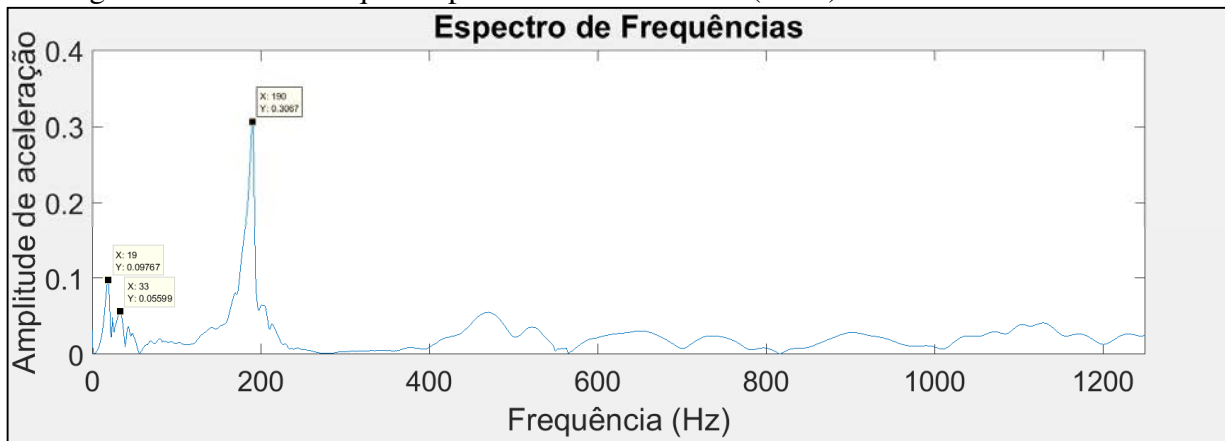
Resultados experimentais – Gráficos - Fibra de carbono

Figura 72: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 1.



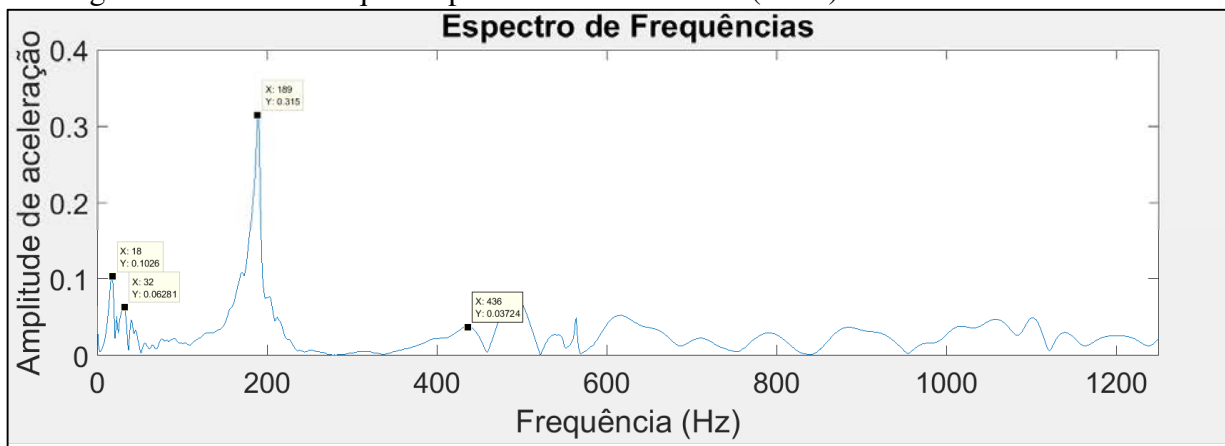
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 73: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 2.



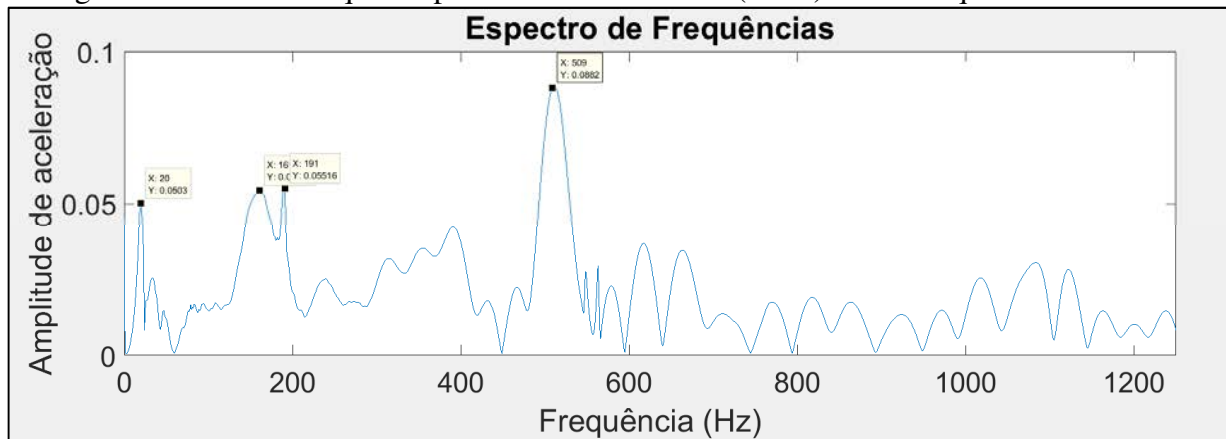
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 74: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado direito - Ensaio 3.



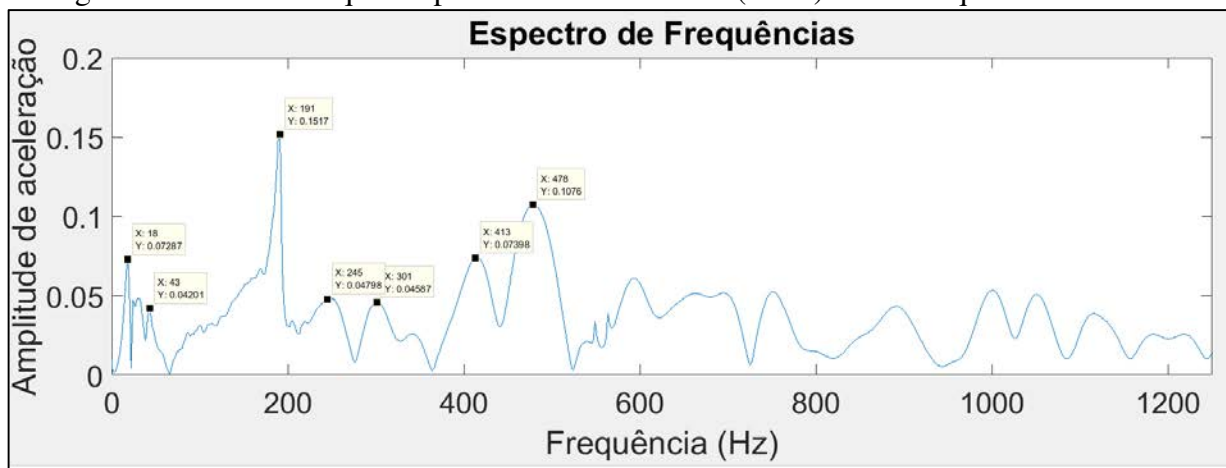
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 75: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 1.



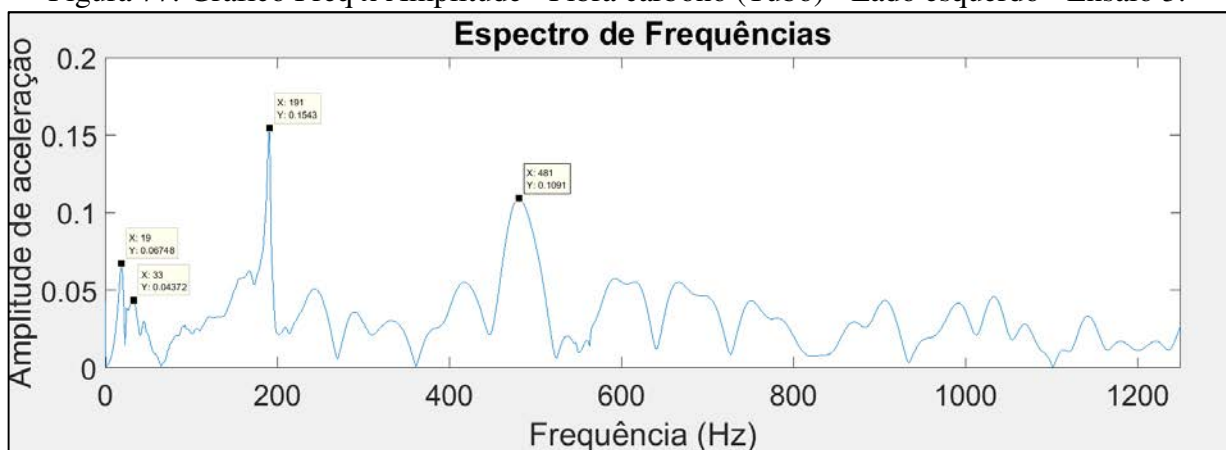
Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

Figura 76: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 2.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

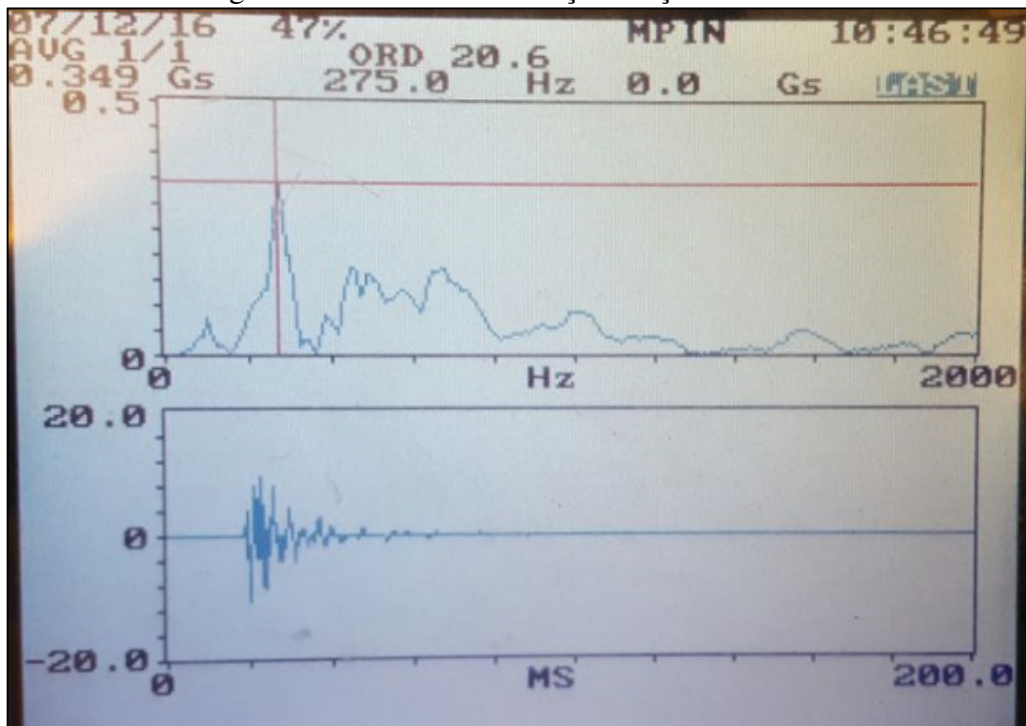
Figura 77: Gráfico Freq x Amplitude - Fibra carbono (Tubo) - Lado esquerdo - Ensaio 3.



Fonte: PRÓPRIO AUTOR.

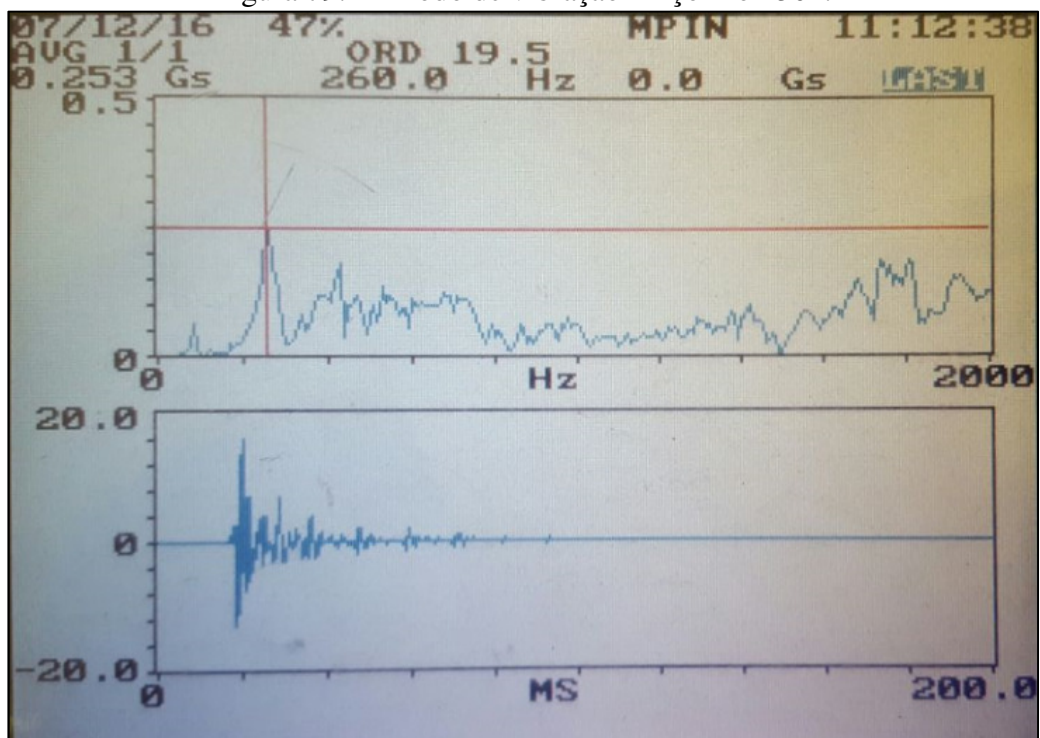
ANEXO C – Gráficos dos experimentos realizados para os eixos fixos (2º modo de vibração)

Figura 78: 2º modo de vibração - Aço SAE 1036.



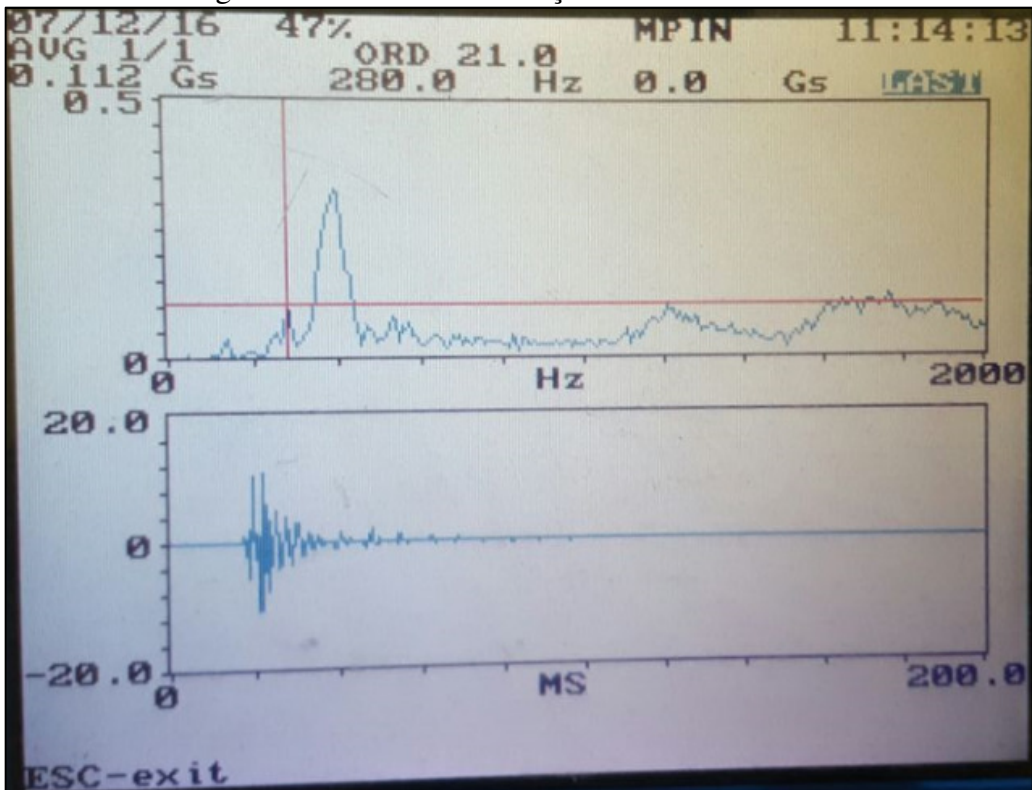
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 79: 2º modo de vibração - Aço Inox 304.



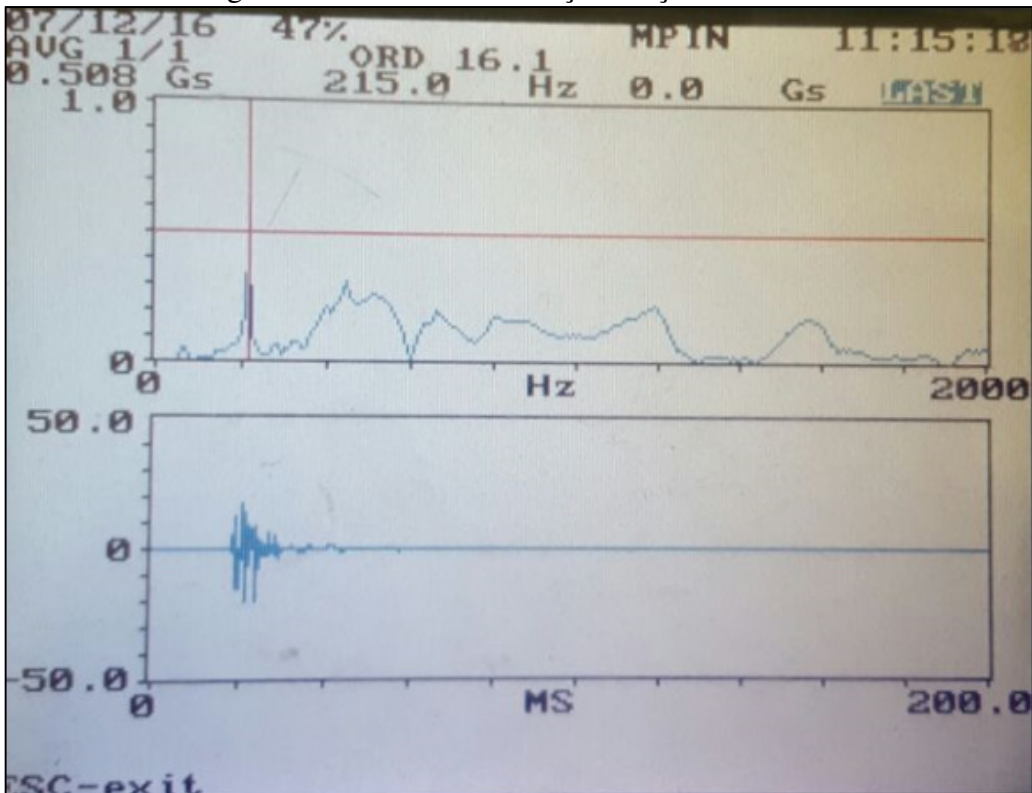
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR).

Figura 80: 2º modo de vibração - Fibra de carbono.



Fonte: (PROPRIO AUTOR).

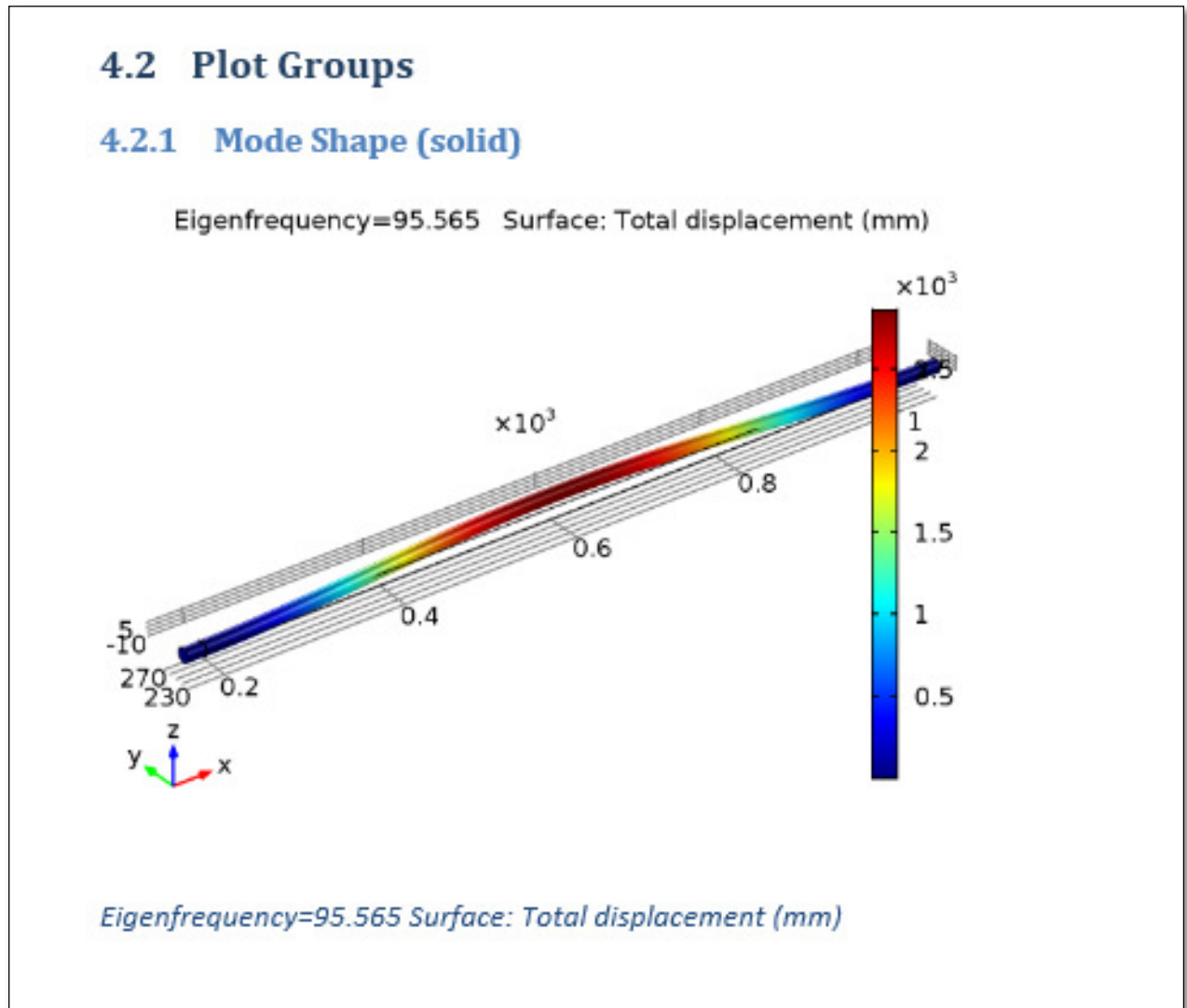
Figura 81: 2º modo de vibração - Aço SAE 1020.



Fonte: (PROPRIO AUTOR).

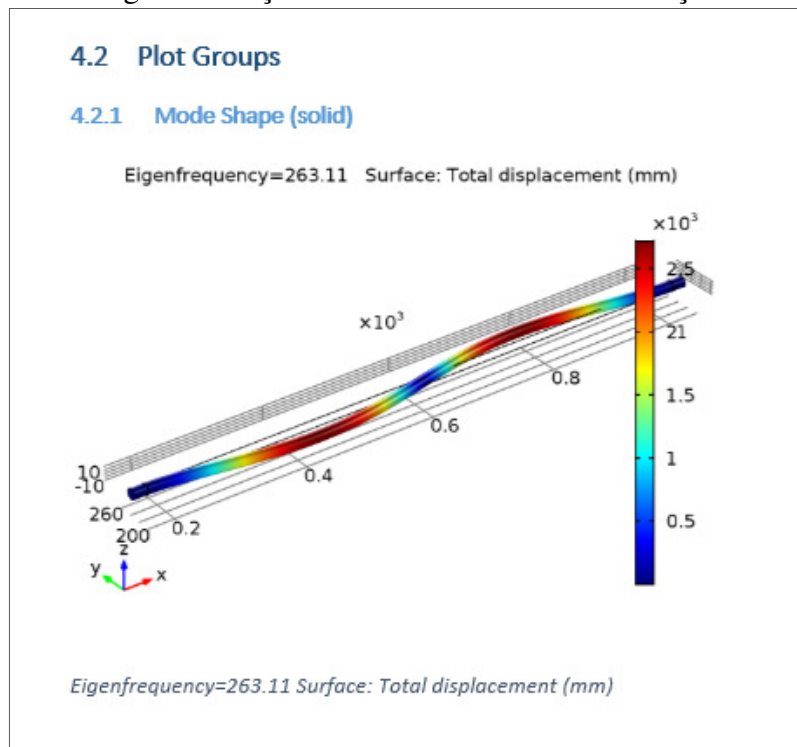
ANEXO D – Simulações obtidas para todos os eixos**Resultados numéricos - Aço SAE 1020**

Figura 82: Aço SAE 1020 - 1º modo de vibração



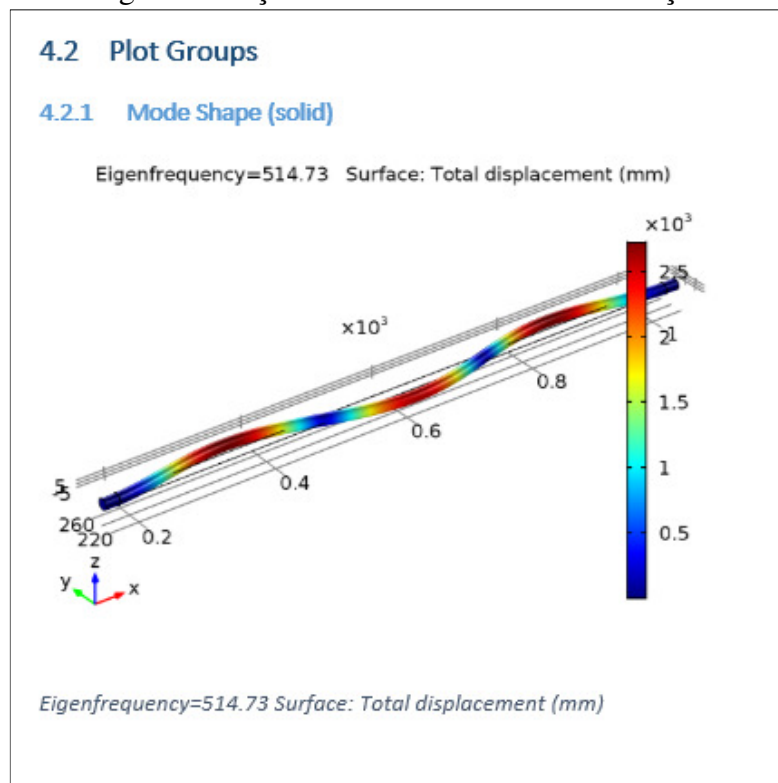
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Figura 83: Aço SAE 1020 - 2º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

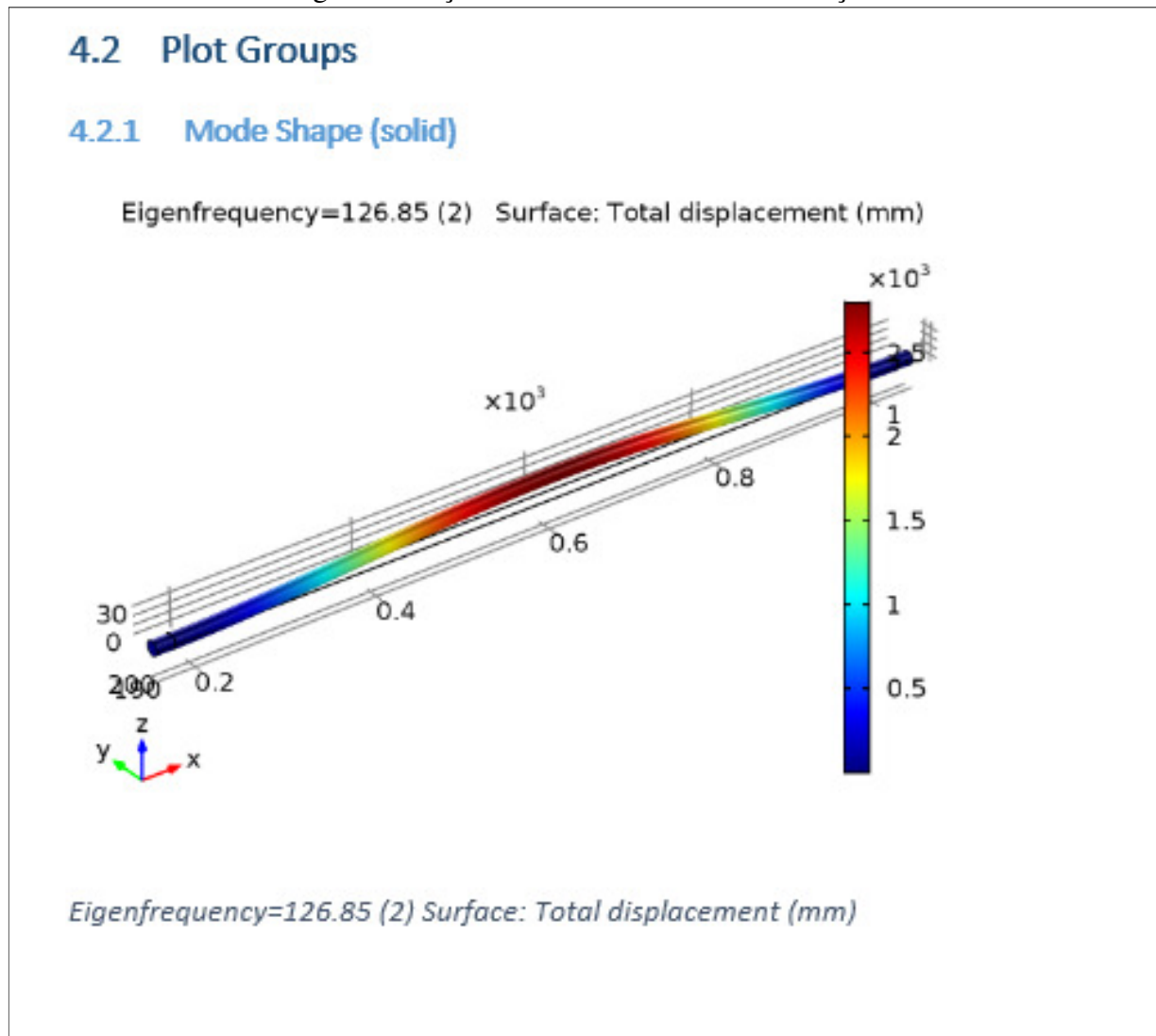
Figura 84: Aço SAE 1020- 3º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

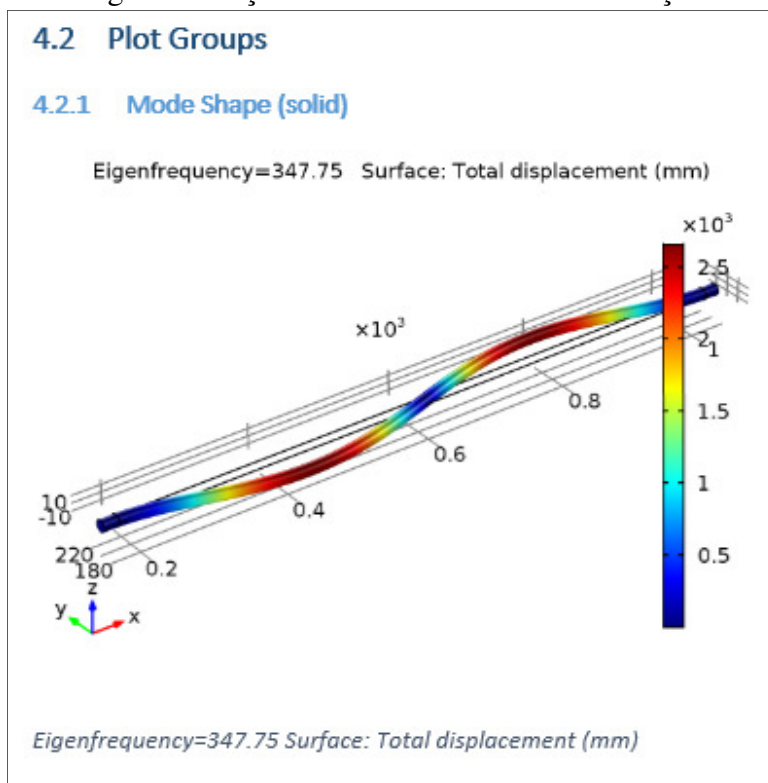
Resultados numérico - Aço SAE 1036

Figura 85: Aço SAE 1036 - 1º modo de vibração



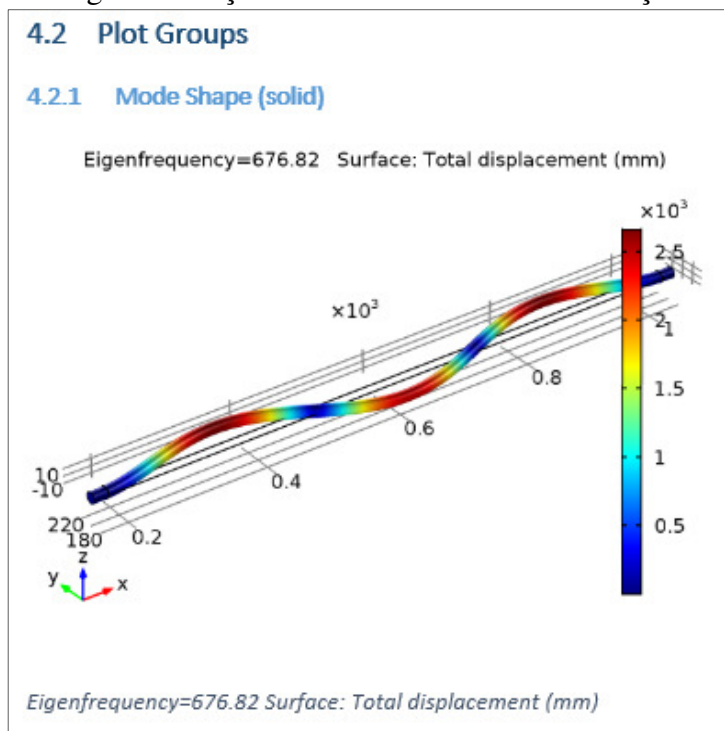
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Figura 86: Aço SAE 1036 - 2º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

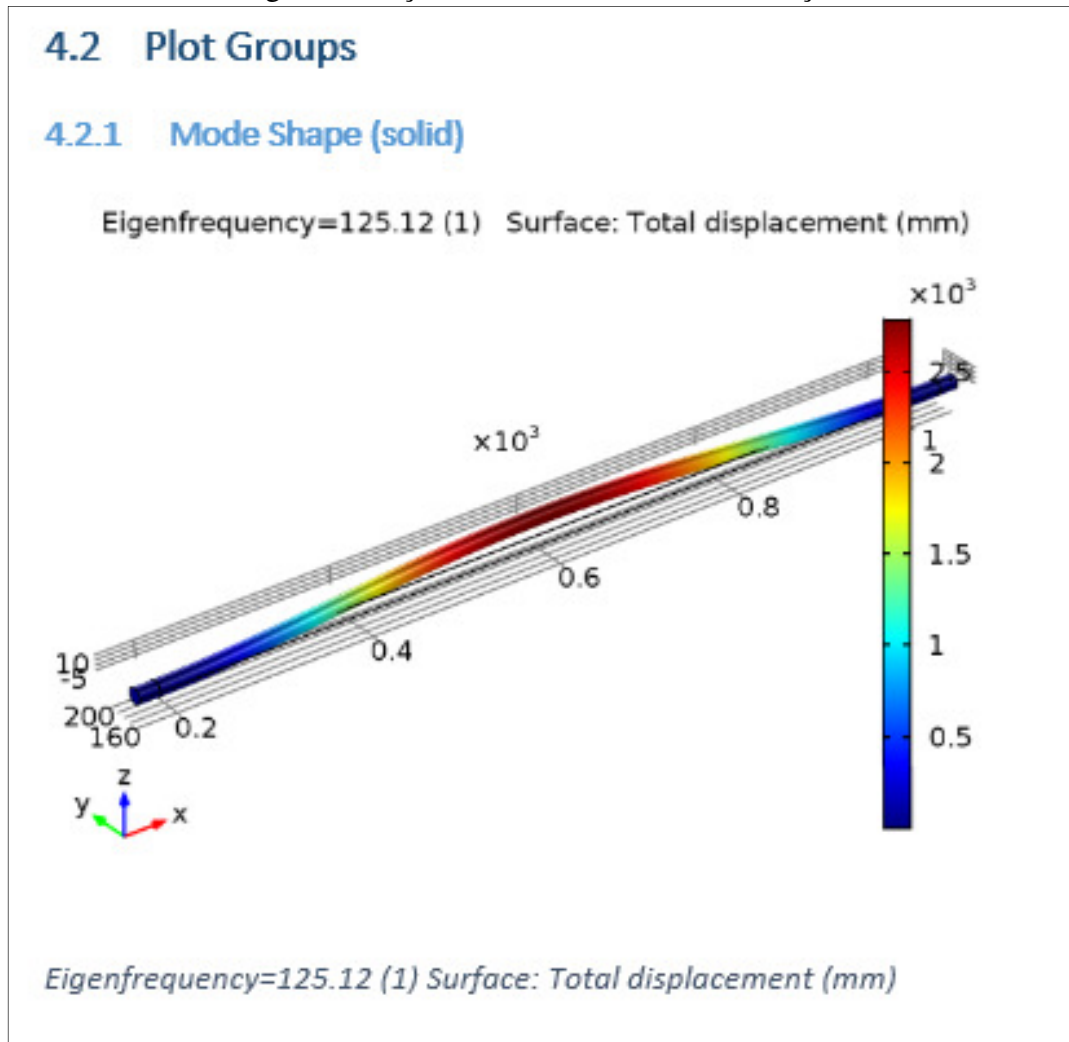
Figura 87: Aço SAE 1036 - 3º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

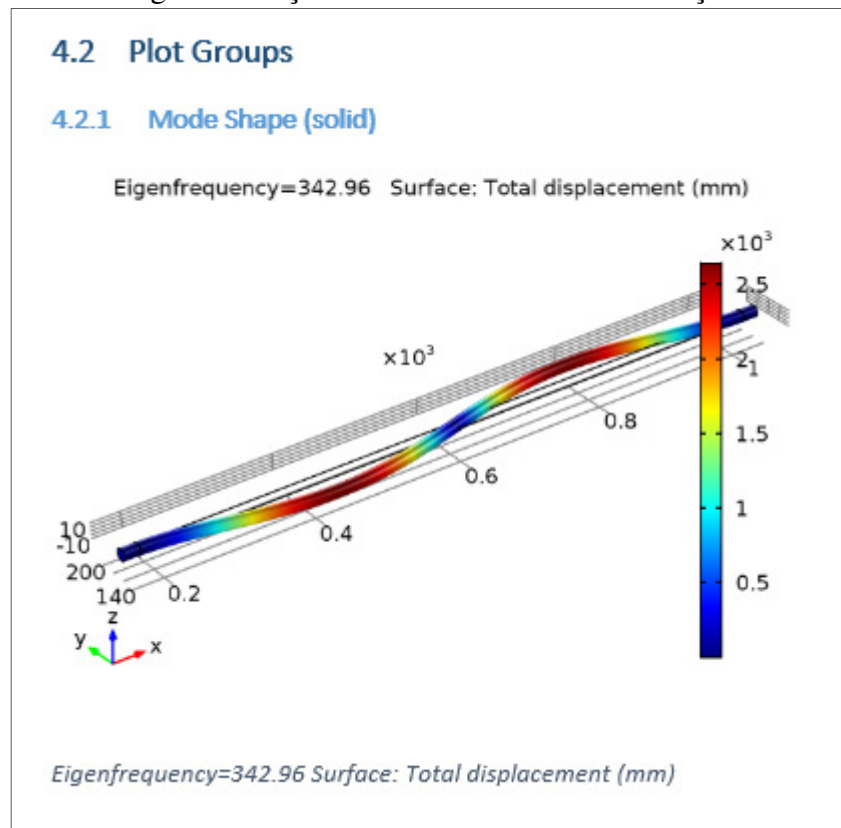
Resultados numérico - Aço Inox 304

Figura 88: Aço Inox 304 - 1º modo de vibração



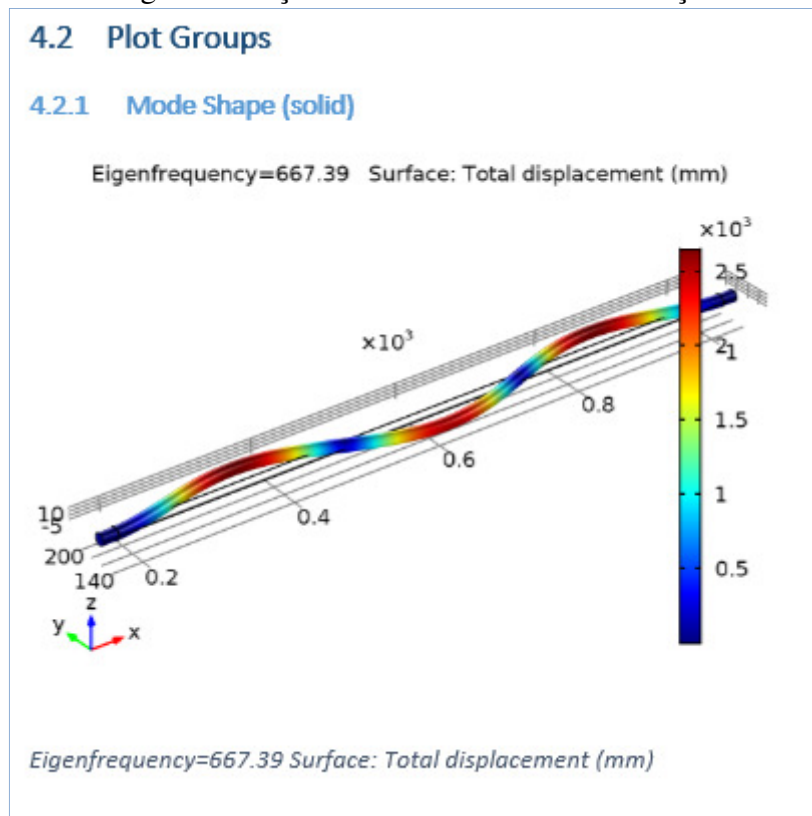
Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Figura 89: Aço Inox 304 - 2º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)

Figura 90: Aço Inox 304 - 3º modo de vibração



Fonte: (PRÓPRIO AUTOR)