

Formação Congênita de Satélites Coorbitais: Simulações Numéricas

André Izidoro Ferreira da Costa

Formação Congênita de Satélites Coorbitais: Simulações Numéricas

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientadores: Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Prof. Dr. Masayoshi Tsuchida

Guaratinguetá
2009

- C837f Costa, André Izidoro Ferreira
Formação congênita de satélites coorbitais: simulações numéricas / André Izidoro Ferreira da Costa. – Guaratinguetá : [s.n.], 2009
148 f. : il.
Bibliografia: f. 146-148
- Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2009
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Co-orientador: Prof. Dr. Masayoshi Tsuchida
1. Satélites – Coorbitais 2. Saturno(Planeta) I. Título
- CDU 523.46

Dados Curriculares

ANDRÉ IZIDORO FERREIRA DA COSTA

NASCIMENTO 30.11.1984 - FERNANDÓPOLIS / SP

FILIAÇÃO Aécio Ferreira da Costa
Valssy Izidoro Pereira da Costa

2003 - 2006 Bacharelado em Matemática Aplicada
Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas - UNESP

2007 - 2009 Mestrado em Física
Departamento de Física e Química - FEG/UNESP

In memoriam de minha avó Juracy Corrêa de Moraes.

Agradecimentos

Ao meu orientador, prof. Othon Cabo Winter, por todo empenho, sabedoria e compreensão a mim prestados. Agradeço por sempre estar disposto a ajudar em todas as situações desde a minha chegada à Guaratinguetá.

Ao meu orientador prof. Masayoshi Tsuchida, que me acompanha desde a graduação sendo um grande incentivador e motivador nessa minha jornada.

Aos meus pais por sempre acreditarem em mim e me apoiarem em qualquer decisão tomada. Agradeço pelo respeito, dignidade, carinho e educação desde sempre a mim transmitidos e ensinados.

À minha tia Dina, pelo grande apoio e por ter me acompanhado em todos esses anos, sempre fazendo o possível e o impossível para que eu tivesse o melhor.

Aos amigos e professores da pós-graduação, por tudo o que me ensinaram e compartilharam. Agradeço ao prof. Décio Mourão e prof. Ernesto Vieira pela ajuda com as simulações numéricas e sugestões na análise de dados. Agradeço ao Rafael Sfair por esclarecer diversas dúvidas relacionadas a linux.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES.

O importante é isso: Estar pronto para, a qualquer momento, sacrificar o que somos pelo que poderíamos vir a ser.

(Charles Du Bois)

Sumário

1	Introdução	29
1.1	Sistemas Coorbitais	29
1.2	Revisão Bibliográfica	31
2	Problema Circular Restrito de 3 Corpos	34
2.1	Equações do movimento	34
2.2	Curvas de Jacobi	36
2.3	Localização dos pontos de equilíbrio	38
2.4	Tipos de órbitas	39
2.4.1	Órbitas girino e ferradura	39
2.4.2	Quase-satélites (QS)	41
3	Metodologia	42
3.1	Introdução	42
3.2	Elementos orbitais geométricos	45
4	Simulações Numéricas	47
4.1	Introdução	47
4.2	Análise do semi-eixo maior e excentricidade	48
4.2.1	Sistemas sem achatamento	48
4.2.2	Sistemas com achatamento	67
4.2.3	Conclusão	84
4.3	Análise do ângulo de libração e crescimento da massa	84
4.3.1	Sistemas sem achatamento	84
4.3.2	Sistemas com achatamento	97
4.3.3	Conclusão	116
4.4	Decaimento do número de planetesimais	116
4.4.1	Sistemas sem achatamento	116
4.4.2	Sistemas com achatamento	119
4.4.3	Conclusão	121

4.5	Velocidades relativas de colisão	121
4.5.1	Sistemas sem achatamento	122
4.5.2	Sistemas com achatamento	132
4.5.3	Conclusão	141
5	Discussão geral	142

Lista de Figuras

2.1	Sistema de referência (ξ, η, ζ) projetado no plano (ξ, η)	35
2.2	Curvas de velocidade zero para $\mu = 0.2$. Os dois pontos pretos indicam os dois corpos massivos.	37
2.3	Representação da localização dos pontos de equilíbrio lagrangeanos triangulares (L_4 e L_5) e colineares (L_1, L_2 e L_3) em relação a duas massas μ_1 e μ_2	39
2.4	Representação das órbitas do tipo girino e ferradura	40
2.5	Representação das órbitas de Janus e Epimetheus num sistema girante adequado.	40
3.1	Localização da distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangeanos L_4 e L_5 . A região delimitada pelas linhas vermelhas, representa a região de distribuição dos planetesimais (Eq. 3.1). A distribuição é feita apenas 40 graus à frente e 40 graus atrás do ponto lagrangiano	44
4.1	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10005 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 10^{-10}$. Devido as colisões entre os planetesimais nesse sistema a massa de todos planetesimais acretoou formando apenas um corpo.	49
4.2	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 20239 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 10^{-10}$. Nesse sistema Todos os planetesimais, através das colisões entre eles, deram origem a apenas um corpo.	50
4.3	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 1068 anos temos a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 5,117 \times 10^{-10}$	51

4.4	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 99 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,999 \times 10^{-10}$	52
4.5	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 51 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,696 \times 10^{-9}$	53
4.6	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de pouco mais de 50 anos de integração ocorre a formação com $m_{p_f} = 9,974 \times 10^{-9}$	54
4.7	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10^7 períodos orbitais do corpo secundário, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.	55
4.8	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10^7 períodos orbitais do corpo secundário, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais. Apenas um planetesimal é representado porque o outro possui excentricidade maior que 0,002	56
4.9	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 3325 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,961 \times 10^{-10}$	57
4.10	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 989 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,943 \times 10^{-10}$	58
4.11	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 52 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 3,602 \times 10^{-9}$	59

4.12	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 61 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 3,369 \times 10^{-9}$	60
4.13	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de três planetesimais.	61
4.14	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de quatro planetesimais.	62
4.15	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^6 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 5100 anos, temos a formação de dois planetesimais.	63
4.16	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^6 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 5100 anos, temos a formação de três planetesimais.	64
4.17	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois 10^5 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 510 anos, temos a formação de dois planetesimais.	65
4.18	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 192 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 7,35 \times 10^{-10}$	66
4.19	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 654 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 8,666 \times 10^{-10}$	68
4.20	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 218 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,822 \times 10^{-10}$	69

4.21	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 55 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,382 \times 10^{-9}$	70
4.22	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 59 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,923 \times 10^{-9}$	71
4.23	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais	72
4.24	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.	73
4.25	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 2308 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 4,926 \times 10^{-10}$	74
4.26	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 1663 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 5 \times 10^{-10}$	75
4.27	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 95 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 4,445 \times 10^{-9}$	76
4.28	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 49 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,333 \times 10^{-9}$	77
4.29	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de quatro planetesimais.	78

4.30	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de três planetesimais.	79
4.31	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 29768 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 6,78 \times 10^{-11}$	80
4.32	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.	81
4.33	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 218 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,86 \times 10^{-10}$	82
4.34	Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com mil planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 173 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,99 \times 10^{-10}$	83
4.35	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	85
4.36	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida foi $m_{p_f} = 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	85
4.37	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,117 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5	86
4.38	Evolução temporal da ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,999 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura	87

4.39	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,696 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	87
4.40	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida é $m_{p_f} = 9,974 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	88
4.41	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,703 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo girino em torno de L_4	88
4.42	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,297 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	89
4.43	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,53 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	89
4.44	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,47 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita girino em torno de L_5	90
4.45	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,961 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	90
4.46	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,943 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura.	91
4.47	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,602 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura.	91

4.48	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativaf. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,369 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo girino em torno de L_5 .	92
4.49	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,94 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.	92
4.50	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,61 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.	93
4.51	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,45 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno do ponto L_4	93
4.52	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-4}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,35 \times 10^{-12}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	94
4.53	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuid0ss em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,6 \times 10^{-13}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_5 .	94
4.54	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,92 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.	95
4.55	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 7,7 \times 10^{-13}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.	96
4.56	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,38 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura	97

4.57	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,62 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_4	98
4.58	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,7 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_4 .	98
4.59	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,32 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura	99
4.60	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,51 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura	99
4.61	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 6,99 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4	100
4.62	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,42 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura	100
4.63	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal $m_{p_f} = 735 \times 10^{-12}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura	101
4.64	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 8,666 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura	101
4.65	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,822 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura	102

4.66	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,382 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura	102
4.67	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,923 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura	103
4.68	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,354 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4	103
4.69	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,646 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.	104
4.70	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,881 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4	104
4.71	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,119 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.	105
4.72	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,926 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.	105
4.73	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.	106
4.74	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,445 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura.	107

4.75	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,333 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura.	108
4.76	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,18 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.	109
4.77	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,45 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.	109
4.78	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,79 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.	110
4.79	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,58 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4	110
4.80	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,39 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.	111
4.81	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,12 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.	111
4.82	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,49 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5	112
4.83	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 6,78 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.	113

4.84	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,37 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5	114
4.85	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,63 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.	114
4.86	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,86 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.	115
4.87	Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,99 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.	115
4.88	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	117
4.89	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	117
4.90	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	117
4.91	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	117
4.92	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	118

4.93	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	118
4.94	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	119
4.95	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	119
4.96	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	120
4.97	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	120
4.98	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	120
4.99	Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$	120
4.100	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	122
4.101	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	123

4.102	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	123
4.103	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	124
4.104	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	124
4.105	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	125
4.106	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	125
4.107	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	126
4.108	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	126
4.109	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	127
4.110	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	127

4.111	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	128
4.112	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	128
4.113	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	129
4.114	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	129
4.115	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	130
4.116	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	130
4.117	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	131
4.118	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	132
4.119	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	133

4.120	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	133
4.121	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	134
4.122	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	134
4.123	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	135
4.124	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	135
4.125	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	136
4.126	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	136
4.127	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	137
4.128	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	137

4.129	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$	138
4.130	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	138
4.131	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$	139
4.132	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	139
4.133	Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$	140

Lista de Tabelas

3.1	Satélites de Saturno que possuem coorbitais (Giorgini et al., 1996)	42
3.2	Satélites coorbitais de Saturno (Giorgini et al., 1996)	43
5.1	Simulações sem achatamento	144
5.2	Simulações considerando achatamento	145

Costa, A. I. F. Formação congênita de satélites coorbitais: simulações numéricas. 2009, 147f. Dissertação (Mestrado em Física)-Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

Resumo

Nesse trabalho estudamos o processo de acreção de massa, como um possível mecanismo de formação de satélites coorbitais. Saturno é o único planeta conhecido a possuir sistemas de satélites coorbitais. Esses são, Tétis que possui Telesto em L_4 e Calipso em L_5 e também Dione que é coorbital com Helene e Polideuces, onde esses ocupam L_4 e L_5 respectivamente. Além desses há um par de satélites de massas comparáveis chamado Janus-Epimetheus que num sistema girante perfazem ambas órbitas do tipo ferradura. O sistema estudado constitui-se de Saturno (corpo central), um proto-satélite e uma nuvem de planetesimais distribuídos aleatoriamente dentro da região coorbital do sistema em torno de um dos pontos Lagrangianos estáveis. A massa relativa do proto-satélite é 10^{-6} , para os planetesimais a massa relativa é de 10^{-12} , 10^{-13} ou 10^{-14} . A colisão inelástica entre os corpos do sistema é considerada, mas um estudo das velocidades relativas de colisão é feito. Os resultados das simulações mostram a formação de corpos maiores, devido as colisões entre os planetesimais, dentro da região coorbital. Alguns planetesimais apresentam movimento coorbital capturados em torno dos pontos Lagrangianos, e ainda apresentam massa final próxima a dos satélites coorbitais de Saturno.

Palavras-chave: Satélites coorbitais, Pontos lagrangianos, Ressonância, Acreção de massa

Costa, A. I. F. Congenital formation of coorbital satellites: numerical simulation. 2009, 147f. Dissertação (Mestrado em Física)-Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

Abstract

In this work, the process of accretion mass, as a possible mechanism for the coorbital satellites formation was studied. Saturn is the unique known planet to have coorbital satellite systems. These ones are Tethys which has Telesto around L_4 and Calypso around L_5 and also Dione which is coorbital with Helene and Polideuces where these ones occupy L_4 and L_5 , respectively. Besides these ones there are some satellites called Janus-Epimetheus with masses comparable in a system where both have horseshoe-type orbits. The studied system is the case of Saturn (central body), a proto-satellite and a cloud of planetesimals randomly distributed within the region of coorbital system around one of the stable Lagrangian's points. The relative proto-satellite mass is 10^{-6} , the relative mass for planetesimal is 10^{-12} , 10^{-13} or 10^{-14} . The inelastic collision among the planetesimals of the system is considered, but a study of the relative speed of collision is done. The results of the simulations show the formation of bigger planetesimals, due to of the collisions between planetesimals within the horseshoe region. Some planetesimals show coorbital movement captured around Lagrangian's points, and yet show final mass close to the coorbital Saturn satellites.

Keywords: Coorbital satellites, Lagrangian points, Resonances, Accretion mass

Capítulo 1

Introdução

1.1 Sistemas Coorbitais

Sistemas coorbitais são aqueles em que pelo menos dois corpos compartilham uma mesma órbita média. Objetos coorbitais libram em torno de um dos pontos de equilíbrio lagrangianos estáveis L_4 ou L_5 , designadas órbitas girino, ou descrevem uma órbita que envolve L_3 , L_4 e L_5 chamada órbita ferradura. Embora Lagrange tivesse previsto a existência e descrito o comportamento de objetos librando em torno dos pontos de equilíbrio Lagrangeanos desde 1788, quando publicou *Analytical Mechanics*, apenas em 1906 um corpo desse tipo foi descoberto por Max Wolf em Heidelberg librando em torno do ponto L_4 de Júpiter. Este objeto foi denominado (588) Achilles e atualmente já são conhecidos mais 2800 asteróides troianos de Júpiter (IAU: Minor Planet Center, <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/JupiterTrojans.html>). Além do sistema Sol-Júpiter existem vários outros que apresentam objetos coorbitais. Em 1991 o asteróide 5261 Eureka foi descoberto librando ao redor de L_5 de Marte (Innanen, 1991). Posteriormente mais três foram descobertos: 1998 VF₃₁ (Tabachnik and Evans, 1999) e 1999 UJ₇ (Connors et al., 2005) e recentemente o 2007 NS₂ (IAU: Minor Planet Center, <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/MarsTrojans.html>). O sistema Sol-Netuno apresenta seis coorbitais todos localizados em torno do ponto L_4 (Zhou et al., 2008).

O sistema Sol-Terra apresenta o asteróide (3753) Cruithne, originalmente chamado de 1986TO, que descreve uma órbita ferradura com alta excentricidade e grande largura radial que cruza a órbita de Vênus (Weigert et al., 1997). (3753) Cruithne é apenas um membro de uma classe de coorbitais que possuem órbitas bem excêntricas e inclinadas, e que envolve tipos particulares de movimento coorbital. Existem ainda outros asteróides que apresentam comportamento coorbital, por exemplo Khufu é coorbital com a Terra e 1989 VA com Vênus (Namouni et al., 1999).

Saturno, é o único planeta até hoje conhecido que possui um sistema de satélites

coorbitais, e a motivação desse trabalho é estudar uma das possíveis teorias de formação desses objetos.

Em 1981 a Voyager confirmou a existência de dois satélites coorbitais de Saturno, Janus (1908S1) e Epimetheus (1980S3), além de estimar suas massas e seus elementos orbitais. Esses satélites, num sistema girante adequado, perfazem ambas as órbitas de ferradura, e chegam até $15000km$ um do outro, mas quando eles estão próximos sua mútua interação gravitacional evita uma colisão e troca suas órbitas. O par Janus-Epimetheus é um famoso caso de objetos coorbitais, diversos autores estudaram o comportamento desses objetos (Harrington & Seidelmann, 1981 ; Dermott & Murray, 1981b; Yoder et al., 1983; Lissauer et al., 1985; Yoder et al., 1989; Llibre & Ollé, 2001). Outros sistemas de satélites coorbitais de Saturno são Telesto e Calipso que ocupam L_4 e L_5 do sistema Saturno-Tétis. Eles foram descobertos através de imagens obtidas da Terra feitas em 1980. Existem ainda os satélites Polydeuces e Helene que são coorbitais a Dione. Helene foi descoberto em 1980 (Laques & Lecacheux, 1980; Reitsema, 1981), e libra em torno do ponto L_4 definido pelo sistema Saturno-Dione. Polydeuces foi descoberto pela nave Cassini (Porco et al., 2005). Entre os satélites de Saturno, alguns apresentam movimentos ressonantes com os sistemas de satélites coorbitais, Encéladus-Dione estão em ressonância do tipo excentricidade 2:1 e Mimas-Tétis em ressonância do tipo inclinação 4:2. O sistema saturniano interno possui vários coorbitais mas nenhum associado a Mimas ou Enceladus.

A abordagem do presente trabalho para a origem de satélites coorbitais é feita com base no modelo da formação congênita. O processo de acreção é estudado através de simulações numéricas. Nosso objetivo é que através desse modelo ocorra a formação de satélites coorbitais com as mesmas características apresentadas pelos satélites coorbitais de Saturno.

No Capítulo 2 fazemos um estudo do Problema Plano, Circular Restrito de Três Corpos, introduzimos conceitos básicos como as equações do movimento, os pontos de equilíbrio lagrangeanos, as curvas de velocidade zero e órbitas do tipo girino, ferradura e quasi-satélites.

No Capítulo 3 detalhamos a metodologia adotada e fazemos uma descrição do sistema estudado. Também nesse capítulo apresentamos as características físicas e estabelecemos a região de distribuição das condições iniciais. A região de distribuição dos planetesimais e a massa relativa inicial dos planetesimais é tomada com base nas características dos satélites coorbitais de Saturno. Ainda nesse capítulo apresentamos os elementos orbitais geométricos, que são usados nas simulações quando o achatamento do planeta é considerado.

No capítulo 4 apresentamos os resultados para simulações em que o achatamento do planeta é levado em conta e para simulações onde não consideramos o achatamento. A

análise dos resultados é feita com um estudo da evolução dinâmica do semi-eixo maior e excentricidade, uma análise da evolução temporal da amplitude de libração e da massa relativa do planetesimal sobrevivente, também é feita uma análise da taxa de redução do total de planetesimais ao longo do tempo e por último, um estudo das velocidades relativas de colisão.

No Capítulo 5 fazemos uma discussão dos resultados apresentados e destacamos etapas futuras que serão realizadas com base nos resultados obtidos neste trabalho.

1.2 Revisão Bibliográfica

O estudo da dinâmica de objetos coorbitais tem evoluído consideravelmente com as diversas descobertas de objetos coorbitais.

Dermott & Murray (1981a, 1981b) apresentaram uma teoria sobre as órbitas do tipo girino e ferradura para o caso do problema restrito de três corpos circular e elíptico. Eles descreveram o movimento coorbital de Janus e Epimetheus com base em um estudo numérico combinado com teoria de perturbação. O estudo foi feito para um terceiro corpo de massa desprezível, generalizando alguns desses resultados para o caso quando o terceiro corpo perturba os outros dois corpos do sistema. Uma relação encontrada foi que a forma da órbita de uma partícula, num sistema de referencia girante adequado, está associada à alguma curva de velocidade zero desse sistema.

Fleming & Hamilton (2000) fizeram um estudo analítico e numérico dos efeitos da migração radial de Júpiter. Ainda nesse mesmo trabalho, eles analisaram o comportamento dos asteróides troianos quando Júpiter tem sua massa aumentada. Mostraram que o aumento por acreção de gás da massa de Júpiter de $\sim 10M_{\oplus}$ até o seu tamanho atual causa uma diminuição na amplitude de libração dos troianos de cerca de $\sim 40\%$. Já uma migração interna de $6.2UA$ para $5.2UA$ resulta num aumento da excentricidade, amplitude de libração e inclinação de apenas $\sim 4\%$. Foi constatado também que mesmo a migração em dezenas de UA resultaria em um efeito menor do que os efeitos causados pela acreção de massa.

Mourao et al. (2006) estudaram a estabilidade de satélites coorbitais hipotéticos de Mimas e Enceladus. O estudo foi feito para a configuração que o sistema saturniano possui atualmente, e para outras configurações as quais Mimas e Enceladus possam ter ocupado devido a migração, consequência dos efeitos de maré. Os resultados obtidos foram semelhantes para ambos os satélites. Para a atual configuração objetos em órbitas coorbitais permaneceram estáveis, no entanto, quando Mimas e Enceladus são dispostos sobre um semi-eixo maior que correspondia a movimentos médios ressonantes de primeira ordem 4:5, 5:6 e 6:7 entre Mimas e Enceladus, essas planetesimais adquiriram comportamento

caótico.

Gomes (1998) estudou os efeitos da migração planetária sobre os asteróides troianos primordiais. Através de integração numérica, ele mostrou que o processo de migração causa uma grande instabilidade sobre os asteróides troianos de Saturno. E isso explicaria porque esse planeta não apresenta esses asteróides hoje. De acordo com Gomes a instabilidade produzida pela migração planetária é muito dependente da órbita inicial dos planetas. Nesvorný & Dones (2002) também estudaram a estabilidade de hipotéticos objetos coorbitais a Saturno e a Urano, e apresentaram que a população de asteróides troianos desses planetas sofre uma redução em quase 100% em quatro bilhões de anos.

Youder & Salo (1998) estudaram o comportamento dinâmico de N satélites coorbitais movendo com o mesmo movimento médio em torno do corpo primário do sistema. Foi feito um estudo analítico e numérico para $2 \leq N \leq 9$, buscando determinar diferentes configurações estacionárias e analisar a estabilidade dessas configurações. Ele mostrou que um anel com satélites de mesma massa tem três distintas configurações estacionárias. Uma dessas é quando todos os N satélites estão concentrados mais sobre um mesmo lado da órbita com uma separação entre eles de menos de 60 graus, e esse tipo de configuração existe para $N \leq 8$ e é estável para pequenas oscilações. Já uma configuração igualmente espaçada representa um mínimo na energia potencial para $N \leq 6$, logo é instável, para $N \geq 7$ se torna estável e para $N \geq 9$ a única configuração estacionária é a igualmente espaçada.

Com as inúmeras descobertas de planetas extrasolares, Beaugé et al. (2007) analisaram a formação de hipotéticos planetas coorbitais do tipo Terra em sistemas extrasolares. O corpo central do sistema estudado foi tomado como tendo uma massa solar e o corpo secundário a mesma massa de Júpiter. Sua análise ainda levou em consideração o sistema imerso em um meio gasoso, e outro livre desse arrasto. Em ambos cenários se teve a formação de um corpo coorbital, mas devido a instabilidade gravitacional com os outros corpos, o processo de acreção não foi tão eficiente e não se constatou a formação de corpos maiores que $0.6M_{\oplus}$.

Existem algumas teorias sobre a formação e origem de objetos coorbitais (Yoder, 1979), entre elas a captura através da atuação do arrasto gasoso, o modelo de ruptura, e a formação congênita que é o foco de estudo desse trabalho. Para modelo de captura através do arrasto gasoso existem alguns trabalhos na literatura.

Um mecanismo importante de captura foi estudado por Marzari & Scholl (1997), onde estudaram a captura de planetesimais em coorbitais através do aumento da massa de um proto-Júpiter de forma exponencial. Seu sistema de quatro corpos, Sol-Júpiter-Saturno-planetesimal foi integrado numericamente. Foi constatado que o aumento da massa de Júpiter é um eficiente mecanismo para captura de planetesimais, que anterior-

mente possuíam uma órbita ferradura, só que apenas uma pequena parte das partículas que orbitavam nas proximidades da ressonância 1:1 também foram capturadas.

Chanut et al. (2008) analisaram o decaimento orbital de planetesimais devido ao arrasto gasoso. O estudo foi proposto a fim de representar esse fenômeno quando a nebulosa, presente no sistema solar primordial, ainda existia. Eles consideraram um corpo secundário excêntrico e fizeram simulações para diversas razões de massa, de $\mu_2 = 10^{-7}$ até $\mu_2 = 10^{-3}$. Não foi considerada a atração gravitacional entre os planetesimais, e também que o gás não afetava o movimento do corpo secundário. Como ocorre um decaimento da órbita, esses planetesimais migram em direção ao corpo secundário, onde eles entram numa região de ressonância 1:1 (região coorbital), colide com o corpo secundário ou ainda cruza a órbita do corpo secundário, continuando o decaimento, só que agora em relação ao corpo central. Os autores também mostraram que a excentricidade do corpo secundário muda a configuração dos pontos L_4 e L_5 , onde o ponto L_4 reaparece, mesmo se as condições do arrasto ultrapassa o limite definido por Murray (1994)

Capítulo 2

Problema Circular Restrito de 3 Corpos

O problema de três corpos, pela sua aparente simplicidade e variadas formas atraiu a atenção dos matemáticos por séculos, entre eles grandes nomes se destacam pelas relevantes contribuições: Euler, Lagrange, Laplace, Jacobi, Le Verrier, Hamilton, Poincaré, e Birkhoff.

O problema restrito de três corpos, caso particular do problema de três corpos, é composto por dois corpos movendo em uma órbita circular em torno do seu centro de massa comum, e um terceiro corpo de massa tão pequena que não afeta o movimento dos dois primeiros. À primeira vista esse problema parece ter pequena aplicação no sistema solar, pois seus corpos não apresentam órbitas coplanares, no entanto ele pode ser aplicado com boa aproximação a vários sistemas, conseguindo uma boa representação do comportamento e movimento desses corpos.

Conforme foi mostrado por Murray & Dermott (1999), nesse capítulo nós fazemos um estudo do problema circular restrito de três corpos.

Considere o movimento de uma partícula de massa desprezível movendo sobre a atração gravitacional de dois corpos de massas m_1 e m_2 movendo-se em órbitas circulares em torno do centro de massa do sistema. A massa da partícula é tal que não perturba o movimento dos outros dois corpos.

2.1 Equações do movimento

Sejam ξ , η e ζ as coordenadas de um sistema de referência inercial (figura 2.1) centrado no centro de massa do sistema. Tomando $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$, assumindo que $m_1 > m_2$, e definindo

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

então nesse sistema as unidades de massa são $\mu_1 = Gm_1 = 1 - \bar{\mu}$ e $\mu_2 = Gm_2 = \bar{\mu}$

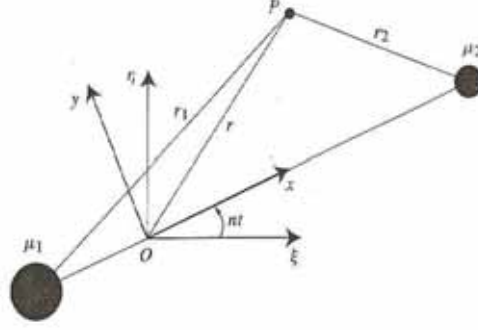


Figura 2.1: Sistema de referência (ξ, η, ζ) projetado no plano (ξ, η)

As equações de movimento são

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3}$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3}$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3}$$

onde

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2$$

$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2$$

com (ξ_1, η_1, ζ_1) e (ξ_2, η_2, ζ_2) as coordenadas de m_1 e m_2 , respectivamente.

Os dois corpos massivos estão movendo-se em uma órbita circular em torno do centro de massa comum e possuem velocidade angular fixa. É interessante, então, trabalharmos com um sistema girante (x, y, z) , que mantém os corpos massivos fixos e gira na direção positiva (sentido anti-horário) a uma taxa constante n , e ainda possui a mesma origem do sistema inercial. No novo sistema temos $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$ e $(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0)$ então

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 + z^2$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 + z^2$$

Através do uso de matriz de rotação conseguimos relacionar os dois sistemas, como

segue

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Derivando duas vezes essas equações temos

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} - ny \\ \dot{y} + nx \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

e

$$\begin{pmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

Fazendo algumas manipulações algébricas nessas equações obtemos

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x &= - \left[\mu_1 \frac{x + \mu_2}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x - \mu_1}{r_2^3} \right] \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y &= - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \\ \ddot{z} &= - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z \end{aligned}$$

Definindo $U = U(x, y, z)$ por

$$U = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}, \quad (2.1)$$

podemos escrever as acelerações acima como sendo o gradiente de uma função escalar

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.4)$$

2.2 Curvas de Jacobi

Multiplicando as Equações 2.2, 2.3 e 2.4 por $\dot{x}$, $\dot{y}$ e $\dot{z}$, respectivamente, e somando temos

$$\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z} = \frac{dU}{dt}$$

Integrando temos

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2U - C_j$$

Desde que $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = v^2$ então,

$$v^2 = 2U - C_j \quad (2.5)$$

e usando a equação 2.1 ainda temos

$$C_j = n^2(x^2 + y^2) + 2\left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}\right) - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 \quad (2.6)$$

onde C_j é uma constante de integração, conhecida como integral de Jacobi.

Embora o problema restrito de três corpos não possa ser resolvido analiticamente, através da constante de Jacobi podemos obter informações sobre o sistema. É possível então delimitar regiões onde o movimento da partícula é proibido considerando o caso onde $v = 0$ na Equação 2.5. Assim definimos um conjunto de curvas no plano xy para um dado valor de C_j . Essas curvas são denominadas curvas de velocidade zero e delimitam regiões onde a partícula não poderá ir.

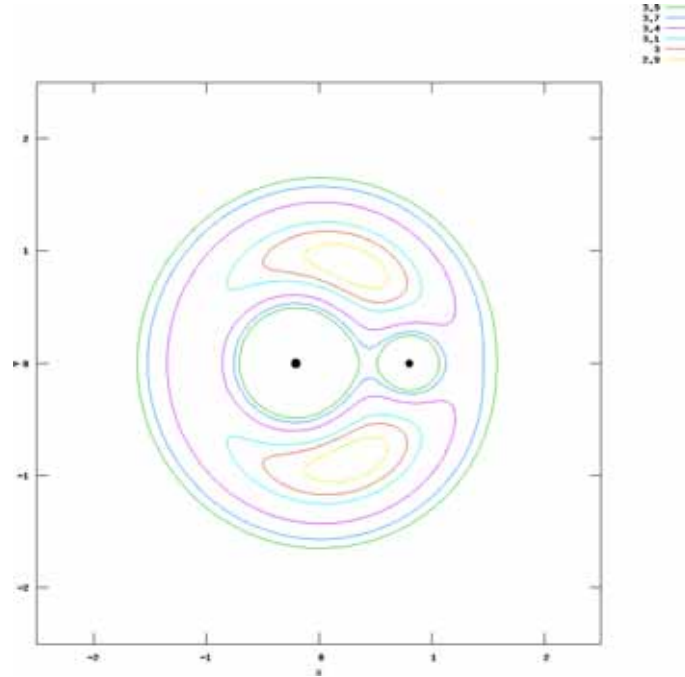


Figura 2.2: Curvas de velocidade zero para $\mu = 0.2$. Os dois pontos pretos indicam os dois corpos massivos.

2.3 Localização dos pontos de equilíbrio

Embora o problema restrito de três corpos não seja integrável, Joseph-Louis Lagrange, em 1772, demonstrou que ele possui soluções particulares distintas. Essas podem ser encontradas buscando por pontos onde a partícula tem velocidade e aceleração nulas num sistema girante.

A função U pode ser reescrita da seguinte forma.

$$U = \mu_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{n^2 r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{n^2 r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 n^2 \quad (2.7)$$

Consideremos agora as equações do movimento com $\ddot{x} = \ddot{y} = \dot{x} = \dot{y}$. Para determinar a localização dos pontos de equilíbrio devemos resolver as equações.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} \quad (2.9)$$

A solução trivial desse sistema é:

$$\frac{\partial U}{\partial r_1} = \frac{\partial U}{\partial r_2} = 0 \quad (2.10)$$

logo $r_1 = r_2 = 1$, considerando $n = 1$. Das equações que definem r_1 e r_2 temos

$$x = \frac{1}{2} - \mu u_2$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Como $r_1 = r_2 = 1$ cada um dos pontos formam um triângulo equilátero com as massas μ_1 e μ_2 . Esses são os denominados pontos L_4 e L_5 .

Outra solução é obtida fazendo $y = 0$ e os pontos lagrangeanos estarão dispostos sobre o eixo x .

Essas soluções, chamadas de pontos Lagrangianos, num sistema bi-dimensional são cinco. L_1 , L_2 e L_3 são colineares e estão localizados na linha que une os dois corpos mais massivos. Os outros dois (L_4 e L_5) são os vértices de triângulos equiláteros formados junto com o corpo central e secundário.

A estabilidade desses pontos de equilíbrio é analisada considerando um pequeno deslocamento. Quando verificamos a solução do sistema com esse pequeno deslocamento os pontos colineares apresentam como solução uma combinação linear de termos da forma $e^{\lambda t}$, onde λ são autovalores complexos e reais. Isso implica num movimento oscilatório e

exponencial, logo L_1 , L_2 e L_3 são pontos instáveis. Já os pontos triangulares apresentam apenas autovalores complexos o que acarreta uma solução oscilatória, logo são estáveis para $\mu_2 \leq 0.0385$.

Os pontos colineares L_1 , L_2 e L_3 embora pontos instáveis, com a escolha de uma condição inicial bem particular pode-se conseguir órbitais periódicas em torno desses pontos (Szebehely, 1967). Por exemplo a sonda espacial *SOHO* ocupou uma órbita próxima ao ponto L_1 do sistema Sol-Terra, afim de observar o Sol.

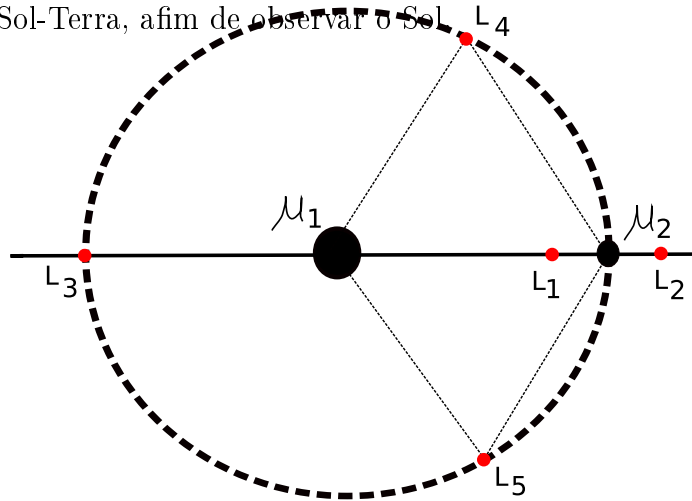


Figura 2.3: Representação da localização dos pontos de equilíbrio lagrangeanos triangulares (L_4 e L_5) e colineares (L_1, L_2 e L_3) em relação a duas massas μ_1 e μ_2

2.4 Tipos de órbitas

O movimento orbital em ressonância 1:1 é classificado em três tipos. Essa classificação depende do ângulo do centro de libração do argumento crítico definido por $\sigma = \lambda - \lambda'$, onde λ é a longitude média da partícula e λ' é a longitude média do corpo secundário. O argumento crítico de uma órbita girino libra em torno de 60° ou 300° , já o da órbita ferradura em torno de 180° . Existe ainda outro tipo de órbita na qual o argumento crítico libra em torno de zero graus, e a órbita se move fora da esfera de Hill do corpo secundário, esse tipo de órbita é chamada de quasi-satélite (Kiroshita & Nakay, 2007).

2.4.1 Órbitas girino e ferradura

Desde de 1911 Brown mostrou a possibilidade de serem encontradas órbitas periódicas conhecidas como girino, devido ao formato alongado das órbitas, ao redor dos pontos de equilíbrio estáveis L_4 e L_5 . Ele nomeou também as chamadas órbitas do tipo ferradura, que são órbitas que envolvem L_3 , L_4 e L_5 , e tem a forma de uma ferradura (Figura 2.4).

De acordo com Dermott & Murray (1981a) as características orbitais que definem as órbitas girinos e ferraduras podem ser bem determinadas através dos dados da partícula em um dado instante.

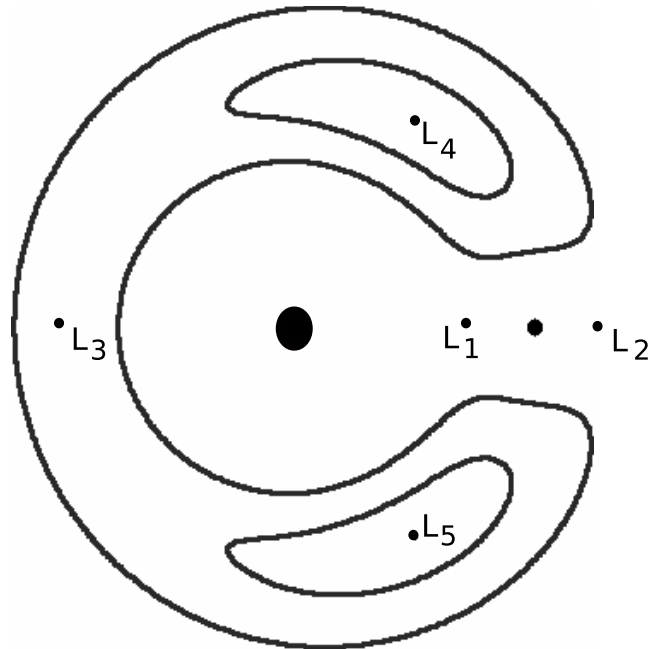


Figura 2.4: Representação das órbitas do tipo girino e ferradura

O par Janus-Epimetheus é o mais famoso caso de objeto coorbital de Saturno. A massa desses satélites é comparável e suas órbitas são do tipo ferradura (Figura 2.5)

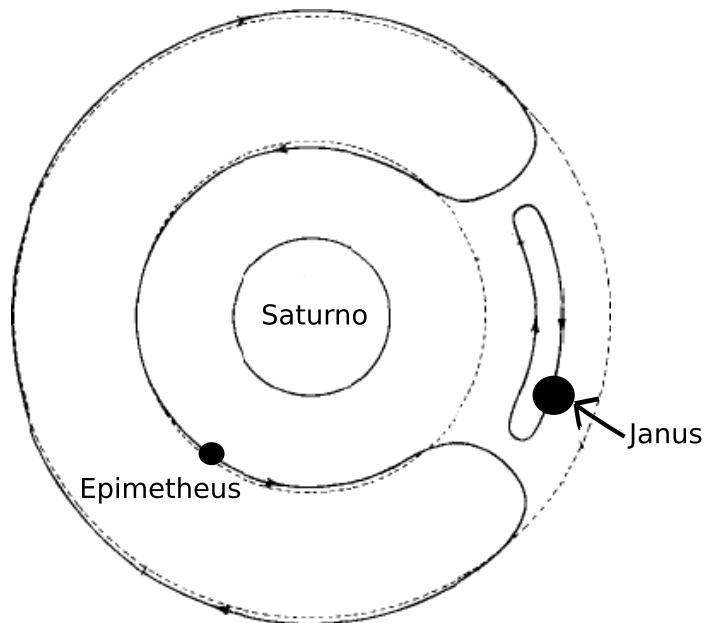


Figura 2.5: Representação das órbitas de Janus e Epimetheus num sistema girante adequado.

2.4.2 Quase-satélites (QS)

As órbitas quase-satélites são órbitas retrógradas do problema restrito de três corpos, em que o objeto orbita o Sol em uma elipse com quase o mesmo período médio e quase a mesma longitude média do planeta. Em um sistema de coordenadas girante, onde o planeta é considerado fixo, um asteróide em órbita QS se move em uma órbita retrógrada e alongada ao redor do planeta, por isso o nome QS. Para órbitas com alta excentricidade e/ou alta inclinação pode ocorrer a transição entre as órbitas do tipo quase-satélites e ferradura (Namouni, 1999; Namouni et al., 1999). As órbitas do tipo QS são uma extensão das órbitas periódicas retrógradas do problema circular restrito de três corpos (Jackson, 1913; Szebehely, 1967). Mikkola et al. (2004) mostrou que o asteróide 2002 VE68 na época do seu estudo era um quase-satélite de Vênus. Esse foi o primeiro objeto dessa classe dinâmica descoberto, e também o primeiro conhecido coorbital de Vênus. Recentemente Kinoshita e Nakai (2007) mostraram que quatro objetos são quase-satélites de Júpiter. Esses são dois cometas e dois asteróides. Os cometas são P/LINEAR-Catalina e P/LINEAR e os asteróides são os objetos 2001 QQ199 e 2004 AE9.

Capítulo 3

Metodologia

3.1 Introdução

A origem e comportamento dos sistemas coorbitais são muito interessantes e existem diversas teorias que tentam explicá-las. Nesse trabalho estudamos a formação congênita de satélites coorbitais. De acordo com as teorias modernas de formação planetária, no início da formação do sistema solar existia uma nuvem de gás que pela ação de diversos fatores foi dissipada ao longo do tempo. No início, o disco era composto por partículas com tamanho de sub-micron até da ordem de centímetros. Esse disco de gás e poeira gradualmente deu origem a corpos maiores através de forças de adesão. Encontros repetidos entre eles resultaram na acreção de um número imenso de agregados com objetos na ordem de tamanho de metros. Esses objetos ainda deram origem a planetesimais com ordem de tamanho de 10 *km*. A atração entre esses planetesimais levou a outros encontros e consequentemente a formação de progênitores com a ordem de tamanho da Terra ou até corpos com dezenas de vezes esse tamanho (Armitage, 2007).

Esse trabalho basicamente se resume a um problema de formação planetária transplantado para um ponto lagrangiano, isso num estágio intermediário onde o disco de gás não existe mais. O modelo do nosso estudo, que é o da formação congênita de satélites coorbitais, é caracterizado por um corpo central (planeta), este o de maior relevân-

Tabela 3.1: Satélites de Saturno que possuem coorbitais (Giorgini et al., 1996)

Satellites			
Nome	Massa relativa ^a	Densidade (<i>g/cm</i> ³)	Raio (<i>km</i>)
Dione	$1,92 \times 10^{-6}$	1,469	562,5
Tétis	$1,08 \times 10^{-6}$	0,956	536,3

^aMassa relativa a Saturno

Tabela 3.2: Satélites coorbitais de Saturno (Giorgini et al., 1996)

Coorbital Satellites				
Nome	Massa relativa ^a	Órbita	Densidade (g/cm^3)	Raio (km)
Polideuces	$1\sim 5 \times 10^{-13}$	L_5 Dione	-	3,25
Helene	$4,48e \times 10^{-11}$	L_4 Dione	1,5	16 ± 4
Telesto	$1,25 \times 10^{-11}$	L_4 Tétis	1,0	12 ± 3
Calipso	$6,32 \times 10^{-12}$	L_5 Tétis	1,0	$9.5 \pm 1,5$
Janus	$3,38 \times 10^{-9}$	ferradura	0,65	$99.3 \times 95.6 \times 75.6$
Epimetheus	$9,67 \times 10^{-10}$	ferradura	0,63	$69 \times 55 \times 55$

^aMassa relativa a Saturno

cia gravitacional, o corpo secundário e um disco de planetesimais. O corpo secundário (proto-satélite) é de extrema importância para o modelo, ele é um corpo da nuvem de planetesimais que por algum motivo teve um ganho de massa mais rápido em relação aos outros corpos orbitando o corpo central. Quando esse corpo, agora chamado de secundário, ainda não existia, ou seja, a massa de todos os planetesimais presentes na nuvem, era praticamente da mesma ordem, não existiam os chamados pontos lagrangianos. Quando a massa desse corpo cresce, e se torna dominante gravitacionalmente em relação aos outros planetesimais, regiões de estabilidades ficam pré-definidas e com isso os pontos lagrangianos aparecem, sendo caracterizados como pontos que num sistema girante adequado são pontos de máximo potencial. Agora com esses pontos bem definidos, nossa hipótese é que os planetesimais em torno dos pontos lagrangianos estáveis poderiam sofrer um processo de acreção dando origem a corpos maiores, tornando-se assim possíveis satélites coorbitais. Esse é basicamente o tema proposto desse trabalho.

O sistema do nosso estudo é composto de Saturno (o corpo central), um proto-satélite e uma nuvem de planetesimais. A distribuição dos planetesimais foi feita de forma aleatória, usando a função Rand do Fortran, em torno dos pontos lagrangianos estáveis. Isso 40 graus à frente e atrás, tanto em L_4 quanto em L_5 . A distribuição dos planetesimais ainda foi feita na região com amplitude permitida para a órbita do tipo ferradura. (Figura 3.1), o raio dessa região segunda segundo Dermott & Murray (1981a) é dado por

$$r_{ferradura} = \frac{1}{2} \mu_2^{\frac{1}{3}} a_{ref} \quad (3.1)$$

onde μ_2 e a_{ref} são respectivamente a massa relativa e o semi-eixo maior do proto-satélite. A distribuição de planetesimais além dessa região (tanto internamente quanto externamente) não é interessante para esse trabalho porque esses planetesimais estariam em uma

Figura 3.1: Localização da distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos L_4 e L_5 . A região delimitada pelas linhas vermelhas, representa a região de distribuição dos planetesimais (Eq. 3.1). A distribuição é feita apenas 40 graus à frente e 40 graus atrás do ponto lagrangiano

região caótica chamada de região de Gap, segundo Wisdom (1980) dada por

$$r_{gap} = 2.1\mu_2^{\frac{1}{3}}a_{ref} \quad (3.2)$$

A excentricidade desses planetesimais cresceria rapidamente deixando de ser coorbitais como é o objetivo desse trabalho.

A amplitude da região de distribuição dos planetesimais é dada por essa relação

$$a_{ref} - r_{ferradura} < r < a_{ref} + r_{ferradura} \quad (3.3)$$

Nesse trabalho consideramos a massa do proto-satélite como sendo 10^{-6} , e esse valor foi tomado levando em conta a massa dos satélites de Saturno que possuem coorbitais dados na Tabela 3.1. O aumento da massa do proto-satélite está relacionado apenas a colisão entre planetesimais e ele. A taxa de aumento da massa do proto-satélite a partir desse valor considerado, não alterará significativamente a dinâmica dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos (Fleming & Hamilton, 2000).

A idéia base desse trabalho é que planetesimais através de um processo de acreção de massa formem corpos com massa comparável à massa apresentada pelos satélites coorbitais de Saturno (veja Tabela 3.2). Com base nisso, nosso estudo foi desenvolvido

considerando planetesimais com massa inicial sendo 10^{-12} , 10^{-13} ou 10^{-14} .

Nosso estudo foi numérico e nossas simulações foram feitas usando o pacote Mercury (Chambers, 1999), usando como opção de integrador o Burlish-Stoer. Foram feitas simulações que consideravam e simulações que não consideravam o achatamento de Saturno. O tempo de integração varia de acordo com a massa dos planetesimais. Para planetesimais com massa 10^{-12} o tempo necessário é da ordem de 10^5 períodos orbitais do proto-satélite, para massa 10^{-13} da ordem de 10^6 e finalmente para 10^{-14} em torno de 10^7 . Isso de fato está ligado a atração gravitacional entre os planetesimais, que é menor quanto menor é a massa dos planetesimais, levando um tempo maior para a evolução do sistema. Quando nos referimos ao tempo necessário de integração, deixamos bem claro que de acordo com nosso interesse isso ocorre quando a quantidade de planetesimais do sistema é pequena, ou seja, grande parte já colidiu ou saiu da região coorbital dando origem a um, dois três ou quatro planetesimais. A quantidade de planetesimais distribuídos nos pontos lagrangianos foram de 1000, 5000 e 10000 planetesimais. Isso foi feito para todas as massas iniciais consideradas. O objetivo disso é verificar se a massa final dos possíveis satélites coorbitais formados, tem alguma relação com a massa inicial total dos planetesimais distribuídos em torno dos pontos estáveis. As colisões entre os planetesimais são consideradas colisões inelásticas. Ou seja quando dois corpos colidem ocorre a formação de que tem a soma da massa dos dois que colidiram.

No pacote Mercury quando dois planetesimais colidem um único é formado. Este planetesimal, contém a soma das massas dos dois que colidiram. A posição e velocidade do planetesimal formado é a posição e velocidade do centro de massa definido pelos planetesimais no instante da colisão.

Para cada simulação realizada a distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos foi feita em apenas um dos pontos. Ou seja, para sistemas com 10000 planetesimais e $m_{p_i} = 10^{-14}$, fizemos pelo menos duas simulações, uma com planetesimais distribuídos em torno de L_5 e outra com planetesimais distribuídos em torno de L_4 .

3.2 Elementos orbitais geométricos

Saturno é o planeta mais achatado do Sistema Solar. Esse achatamento é devido a sua rápida rotação e ao seu estado fluido. Devido a esse achatamento, é importante uma análise dos efeitos dinâmicos da inclusão do J_2 em nossas simulações. Fizemos simulações ora considerando, ora desprezando o efeitos do achatamento do planeta.

O objetivo dessa análise é identificar alguma diferença apresentada por essas duas classes de simulações, analisando quais as consequências sobre o modelo proposto.

Quando se considera o achatamento do corpo central em simulações é preciso um certo

cuidado quando se trabalha com elementos orbitais, desde com as condições iniciais ou na análise dos dados. Dados observacionais obtidos com intuito de descrever uma órbita, por exemplo de um anel planetário, são chamados de elementos geométricos. Eles se diferem dos mais familiares elementos orbitais, chamados elementos orbitais osculadores, principalmente se o planeta que possui esse anel é achatado. Os elementos osculadores seriam os elementos orbitais que as partículas do anel teriam se o achatamento fosse instantaneamente desconsiderado. Quando o corpo central é achatado os elementos orbitais osculadores sofrem significantes variações de curto período. Os elementos orbitais geométricos também sofrem essas variações, mas essas podem ser desprezadas. Partículas com uma órbita circular ao redor de um planeta achatado teria uma excentricidade osculadora diferente de zero ($e_0 \sim (3/2)J_2(R_p/r)^2$). O mesmo problema aconteceria com o semi-eixo maior (Renner & Sicardy, 2006).

Quando não consideramos o achatamento podemos utilizar os elementos orbitais osculadores nas simulações. Considerando o achatamento os elementos orbitais que devem ser utilizados são os elementos geométricos. Se utilizarmos os elementos orbitais osculadores, as condições iniciais dos planetesimais que são distribuídos na região coorbital teriam uma excentricidade diferente de zero. Foi preciso então fazer a conversão de elementos orbitais geométricos, para coordenadas retangulares e de coordenadas retangulares para elementos orbitais geométricos. Essas conversões são mostradas em Renner & Sicardy (2006).

Capítulo 4

Simulações Numéricas

4.1 Introdução

Em nossos resultados mostramos quatro importantes características do sistema, analisamos a evolução do semi-eixo maior e excentricidade dos planetesimais, analisamos o ângulo de libração dos satélites "sobreviventes" (os que não colidiram), fizemos um estudo das velocidades relativas de colisão, para sabermos se são construtivas ou não e ainda analisamos a taxa de redução da quantidade de planetesimais do sistema ao longo do tempo. De agora em diante iremos nos referir à massa relativa inicial e massa relativa final dos planetesimais respectivamente como m_{p_i} e m_{p_f} . A inclusão do achatamento de Saturno em nossas simulações também é feito. Analisamos quais são os efeitos dinâmicos causados sobre a nuvem de planetesimais levando em conta o J_2 de Saturno.

Na análise de cada característica do sistema os resultados das simulações são apresentados em duas classes. Uma não considerando o achatamento do corpo central e outra considerando o achatamento.

Além dos resultados aqui apresentados fizemos um estudo da mudança do raio físico dos planetesimais sobre o comportamento dinâmico do sistema. Em alguns trabalhos da literatura uma colisão não é considerada o momento em que dois corpos fisicamente se tocam. Muitas vezes é estipulado uma distância mínima entre dois corpos e essa distância é que define uma colisão. O integrador utilizado nas simulações considera uma colisão quando dois corpos se tocam fisicamente. Nosso estudo então se baseou na relação entre a densidade e o raio dos planetesimais quando mantemos a massa fixa. Fixando a massa e impondo um valor para o raio físico de um corpo esférico, é possível encontrar a densidade desse objeto. Calculamos o raio de Hill (R_H) das partículas para m_{p_i} igual a 10^{-12} , 10^{-13} e 10^{-14} , a partir daí calculamos qual seria a densidade necessária para que o raio delas tivessem $0.1R_H$, $0.22R_H$, $0.5R_H$ e $1.0R_H$. Esse estudo mostrou que o raio físico do planetesimal tem uma forte ligação com a taxa de redução do total de planetesimais

do sistema, o que era de se esperar. Quanto maior o raio dos planetesimais, é esperado que se tenha mais colisões num mesmo intervalo de tempo, já que os planetesimais estão distribuídos relativamente próximos.

4.2 Análise do semi-eixo maior e excentricidade

A análise do semi-eixo maior e da excentricidade das órbitas dos planetesimais tem grande importância. Essa análise informa se os planetesimais estão ou não na região coorbital, mostrando ainda qual a excentricidade dos planetesimais. Representamos graficamente a evolução dinâmica de cada simulação em dez diferentes instantes de tempo. A escolha de cada um desses instantes depende das características do sistema estudado, como número e massa relativa inicial dos planetesimais. Em geral, a escolha desses instantes é feita de forma que entre um instante e outro se possa visualizar diferenças na evolução. As figuras dessa seção relacionam a massa de cada planetesimal num dado instante, com uma barra de cores que tem uma escala da massa relativa desses objetos. O tamanho do ponto que representa cada planetesimal é proporcional a sua massa. A unidade de distância considerada foi a distância média de Saturno a Thetys o que corresponde a cerca de 294660 km . As linhas verticais paralelas quando $x = 0.995$ e $x = 1.005$ delimitam a região de ferradura, já definida anteriormente (Eq. 3.1). Estamos interessados na formação de satélites coorbitais, logo os planetesimais formados a partir da acreção devem apresentar baixa excentricidade e semi-eixo maior relativamente próximo ao do corpo secundário.

4.2.1 Sistemas sem achatamento

A análise do semi-eixo maior e da excentricidade mostra que o comportamento dinâmico dos planetesimais depende muito da massa relativa inicial e da quantidade de planetesimais considerados em cada simulação. De forma geral, quanto maior a massa dos planetesimais, maior também é a interação gravitacional entre eles e consequente a evolução dinâmica é mais rápida. Em algumas simulações poucos anos de integração são suficientes para que todos os planetesimais ou colidam entre si ou colidam com o corpo secundário.

O sistema da Figura 4.3 até 1068 anos possuía dois planetesimais. Um desses planetesimais ganhou excentricidade e colidiu com o proto-satélite com pouco mais de 1068 anos de integração.

Da Figura 4.1 até a Figura 4.18 podemos observar que sempre ocorre a formação de pelo menos um corpo dentro da região coorbital do sistema.

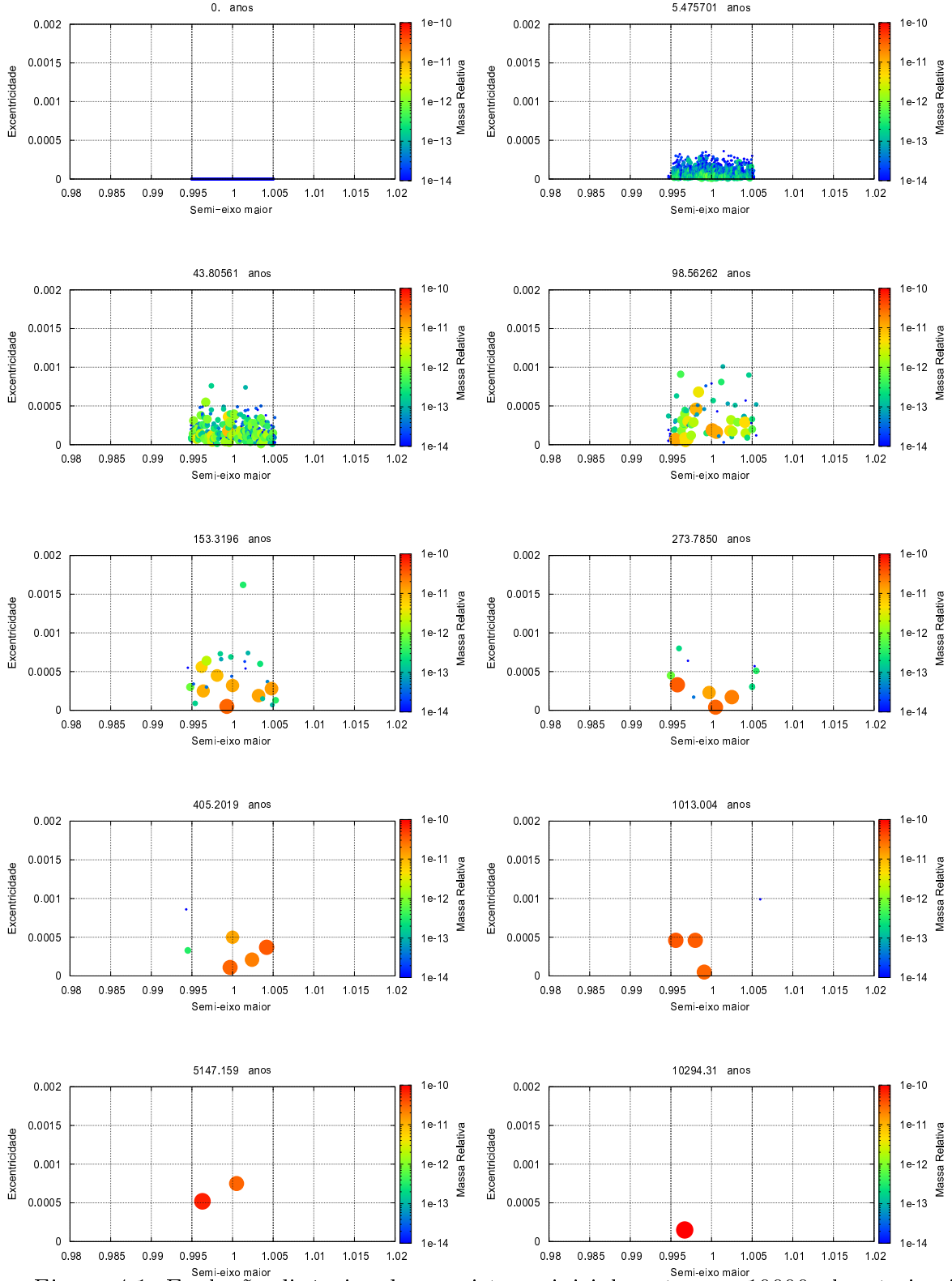


Figura 4.1: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10005 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 10^{-10}$. Devido as colisões entre os planetesimais nesse sistema a massa de todos planetesimais acretoou formando apenas um corpo.

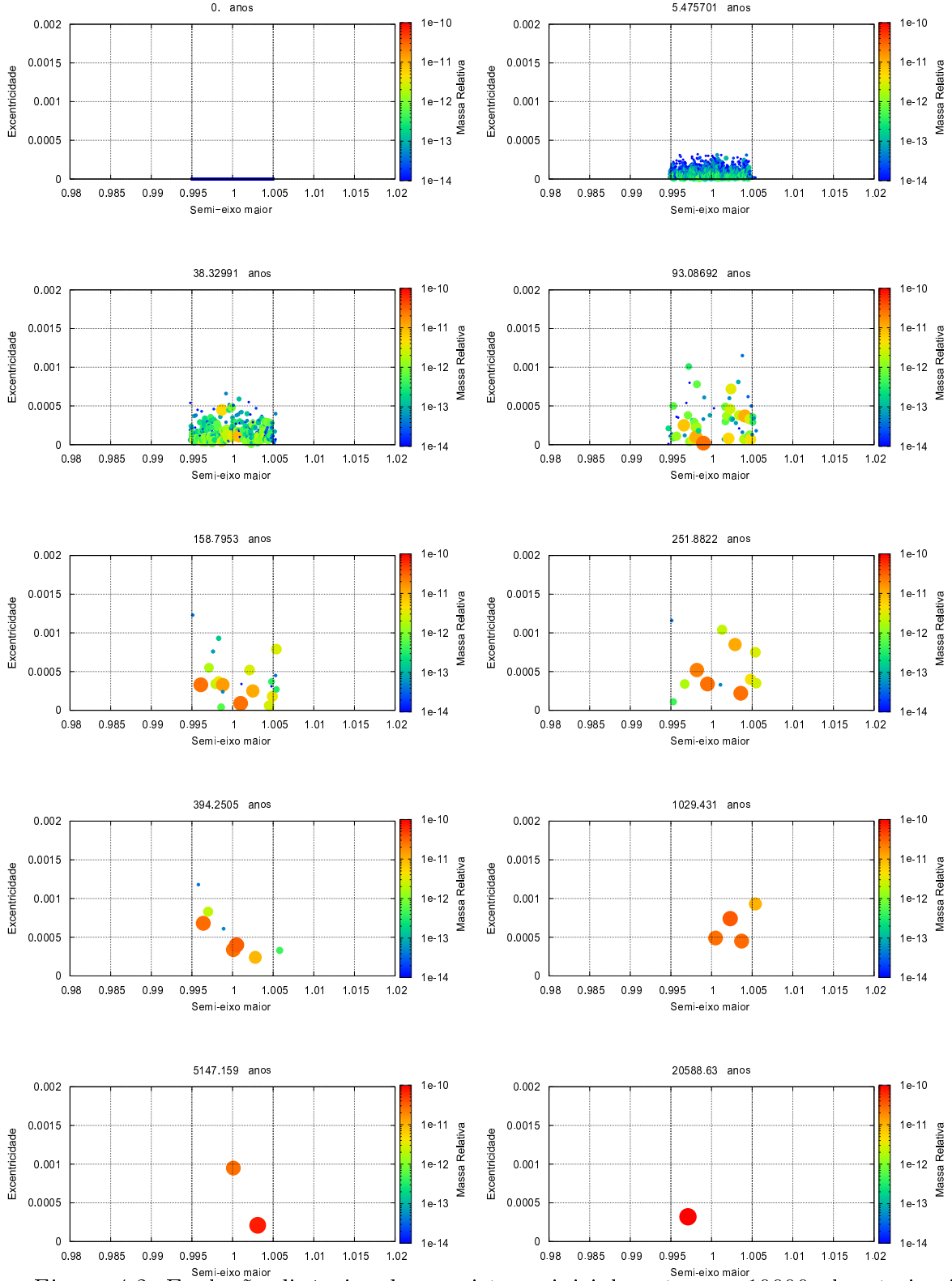


Figura 4.2: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 20239 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 10^{-10}$. Nesse sistema Todos os planetesimais, através das colisões entre eles, deram origem a apenas um corpo.

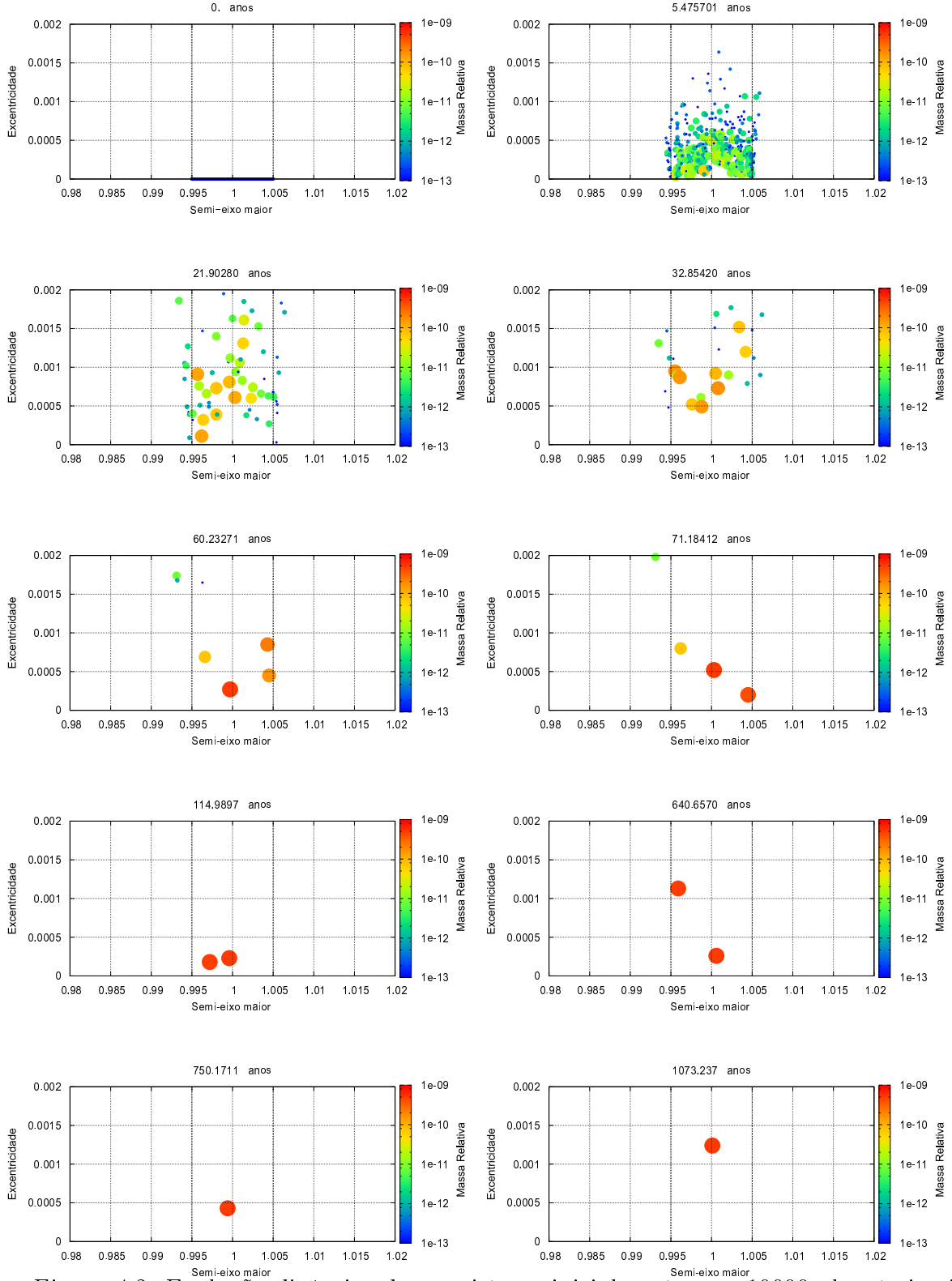


Figura 4.3: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 1068 anos temos a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 5,117 \times 10^{-10}$.

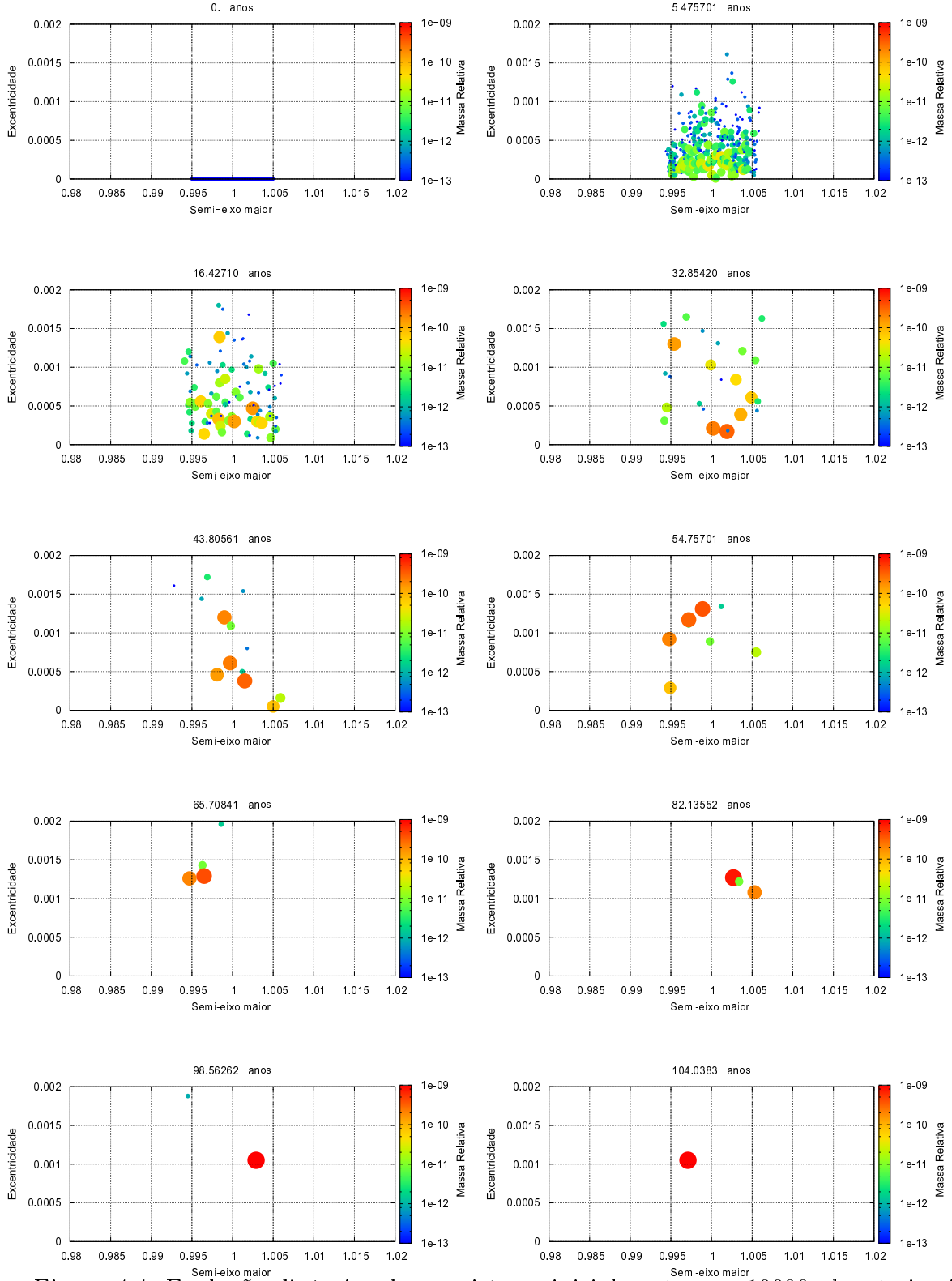


Figura 4.4: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 99 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,999 \times 10^{-10}$.

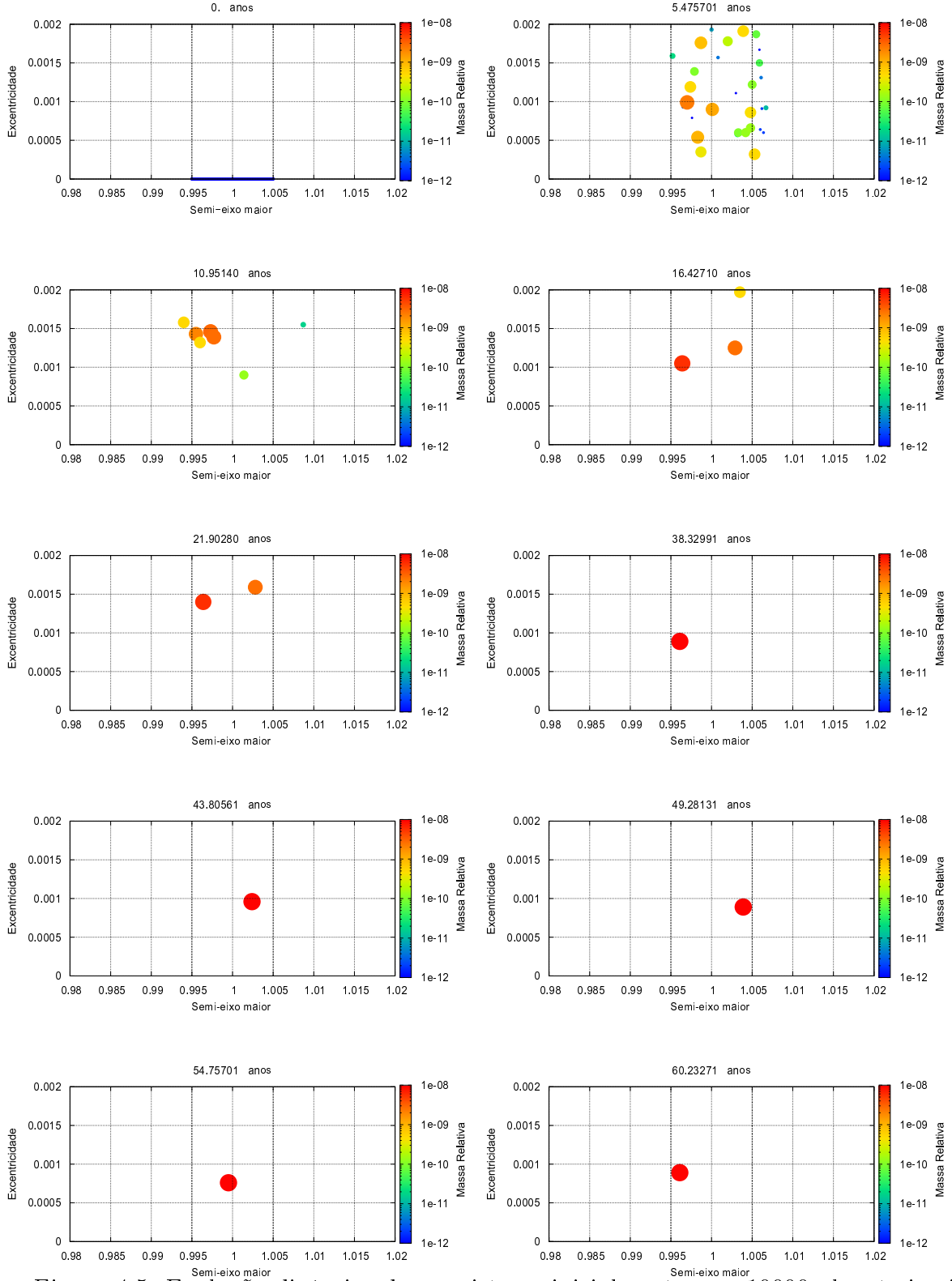


Figura 4.5: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 51 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,696 \times 10^{-9}$.

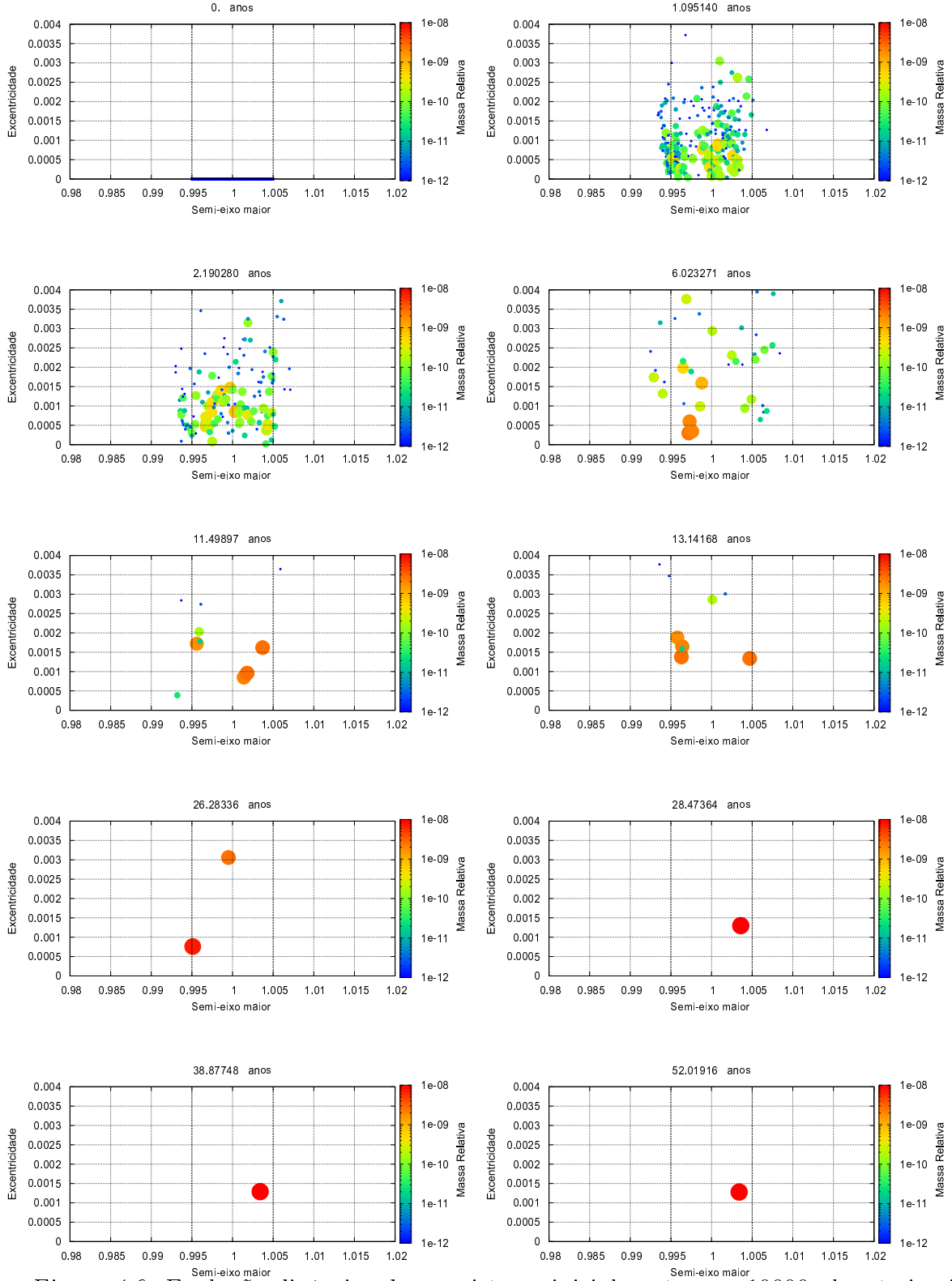


Figura 4.6: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de pouco mais de 50 anos de integração ocorre a formação com $m_{p_f} = 9,974 \times 10^{-9}$

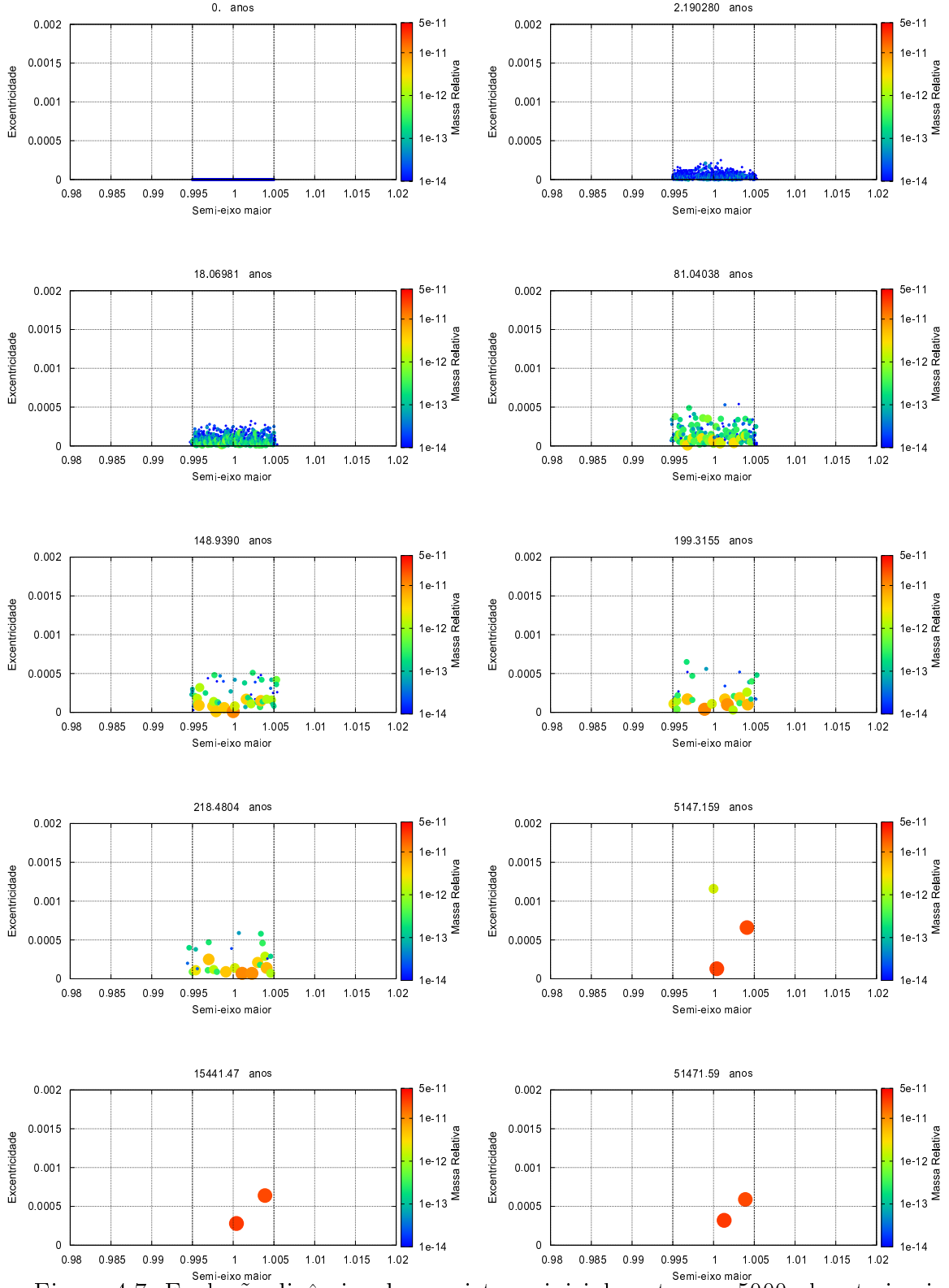


Figura 4.7: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10^7 períodos orbitais do corpo secundário, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.

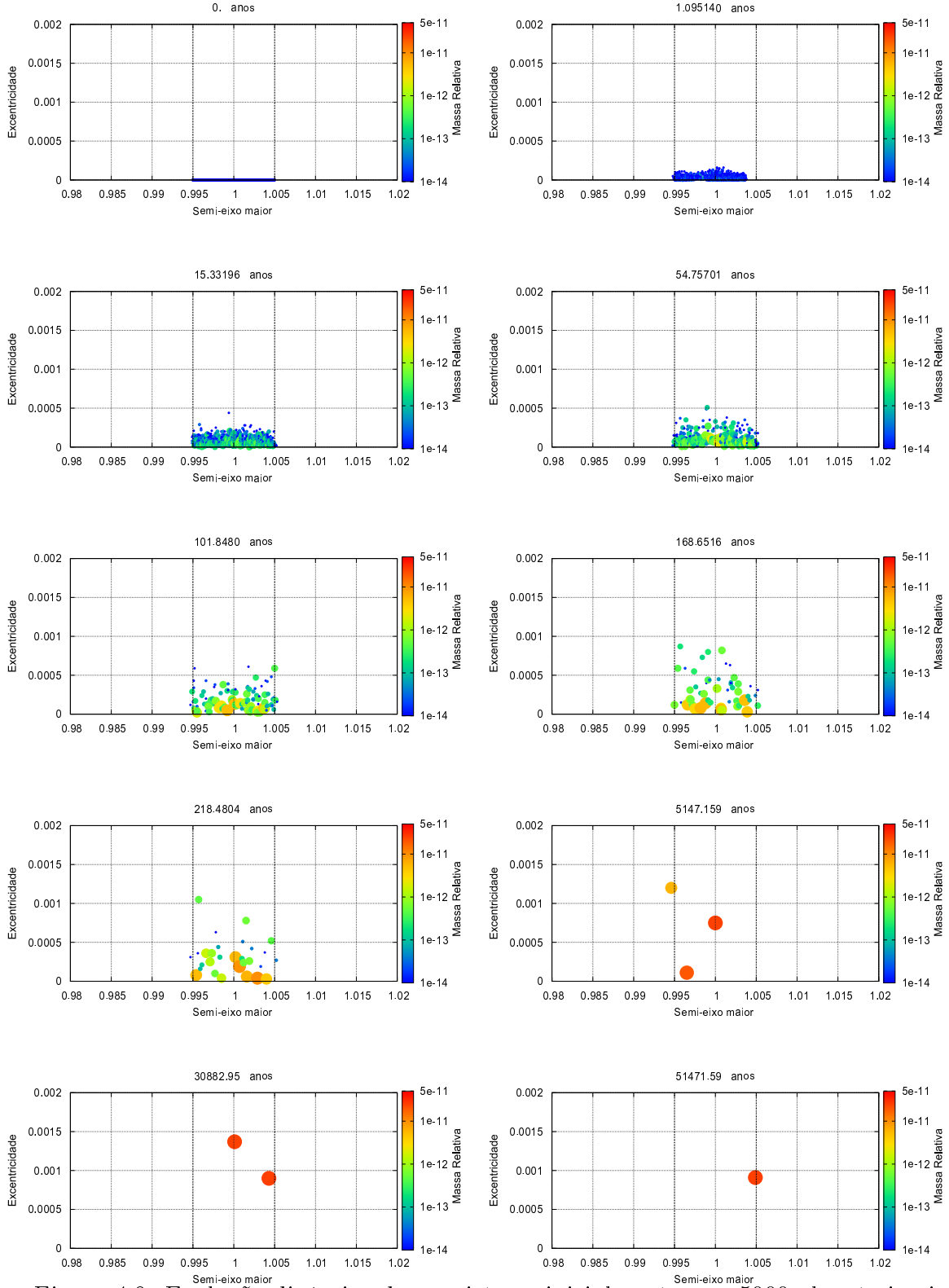


Figura 4.8: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 10^7 períodos orbitais do corpo secundário, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais. Apenas um planetesimal é representado porque o outro possui excentricidade maior que 0,002

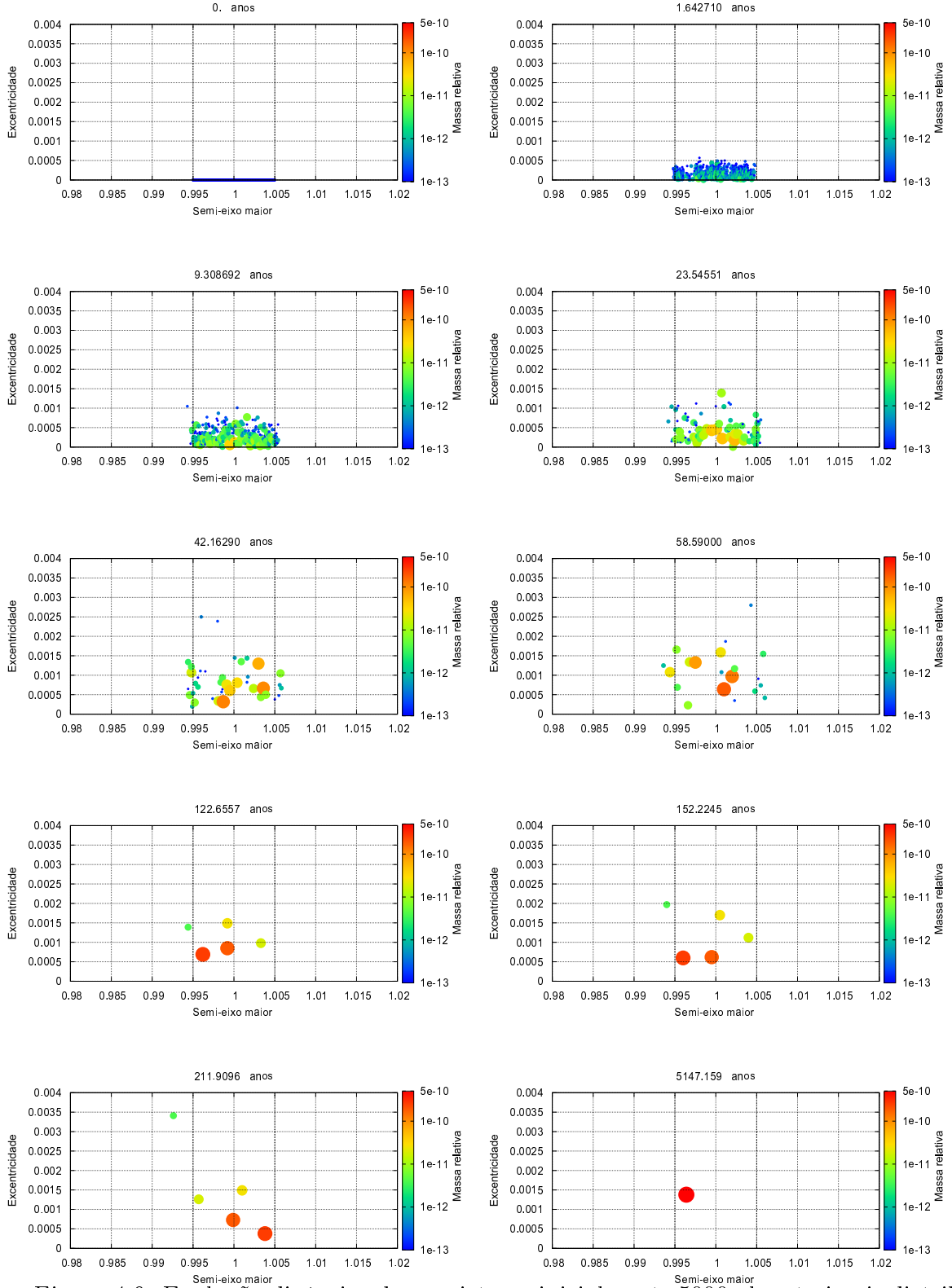


Figura 4.9: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 3325 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,961 \times 10^{-10}$.

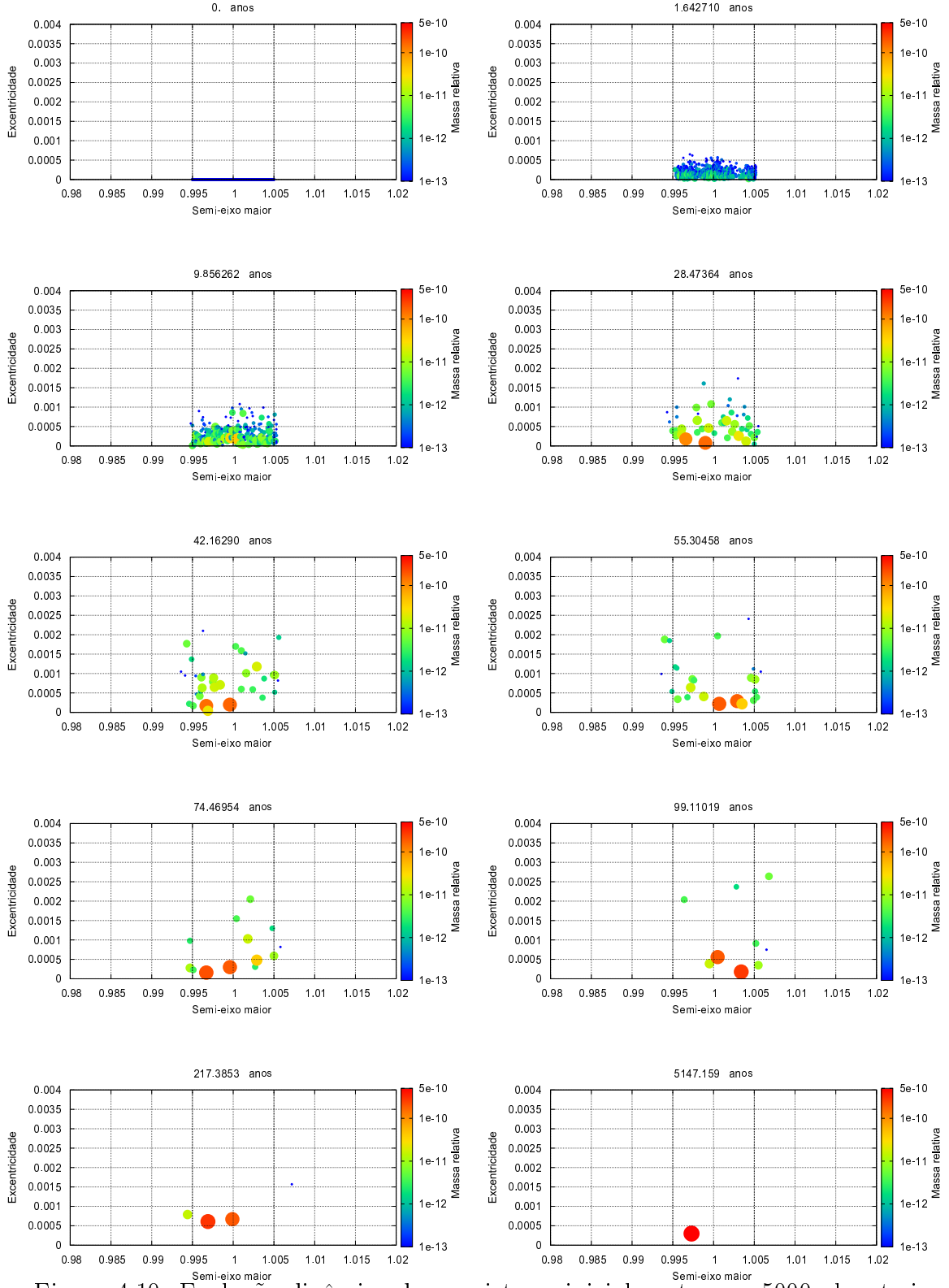


Figura 4.10: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 989 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,943 \times 10^{-10}$.

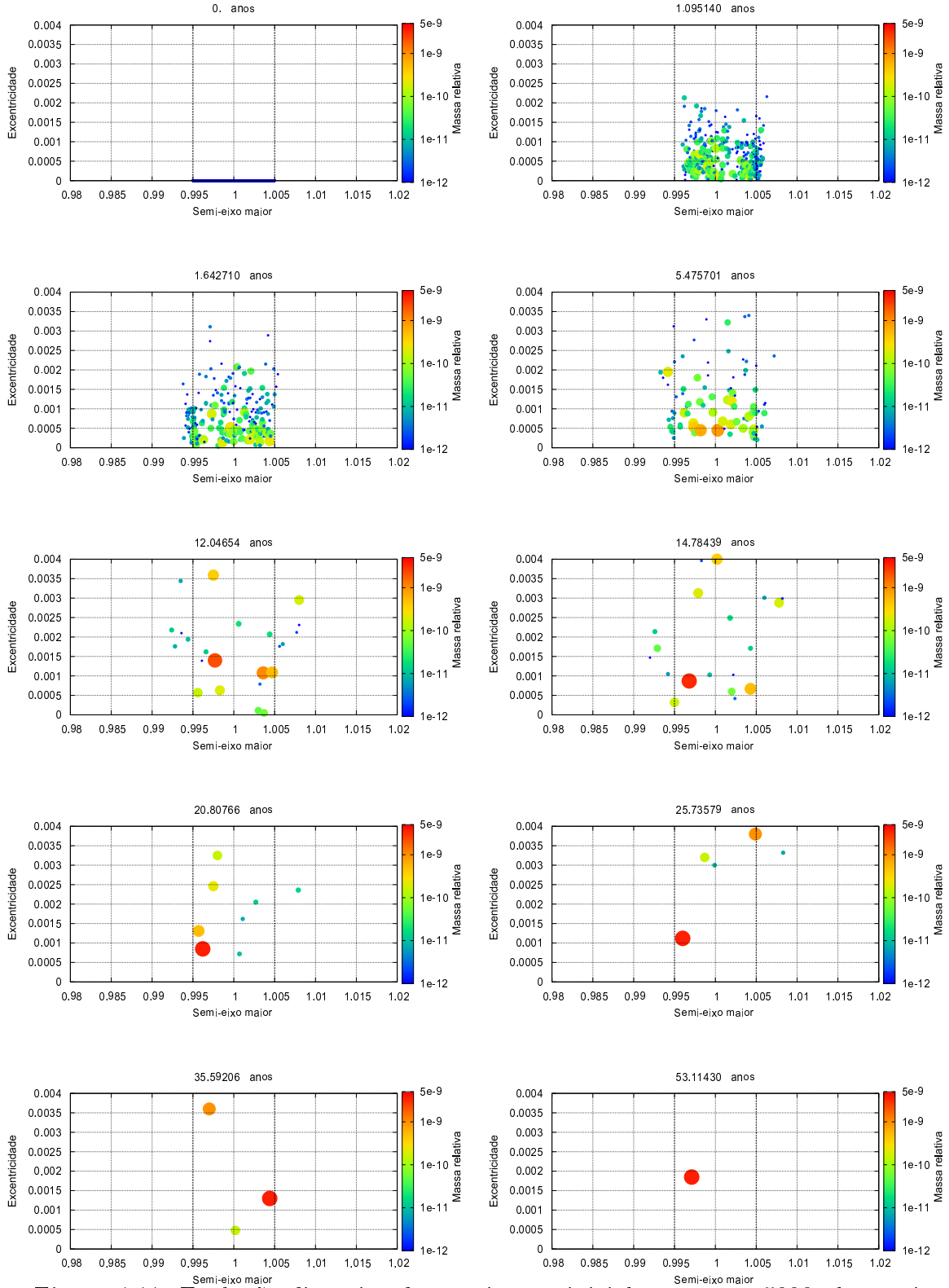


Figura 4.11: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 52 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 3,602 \times 10^{-9}$.

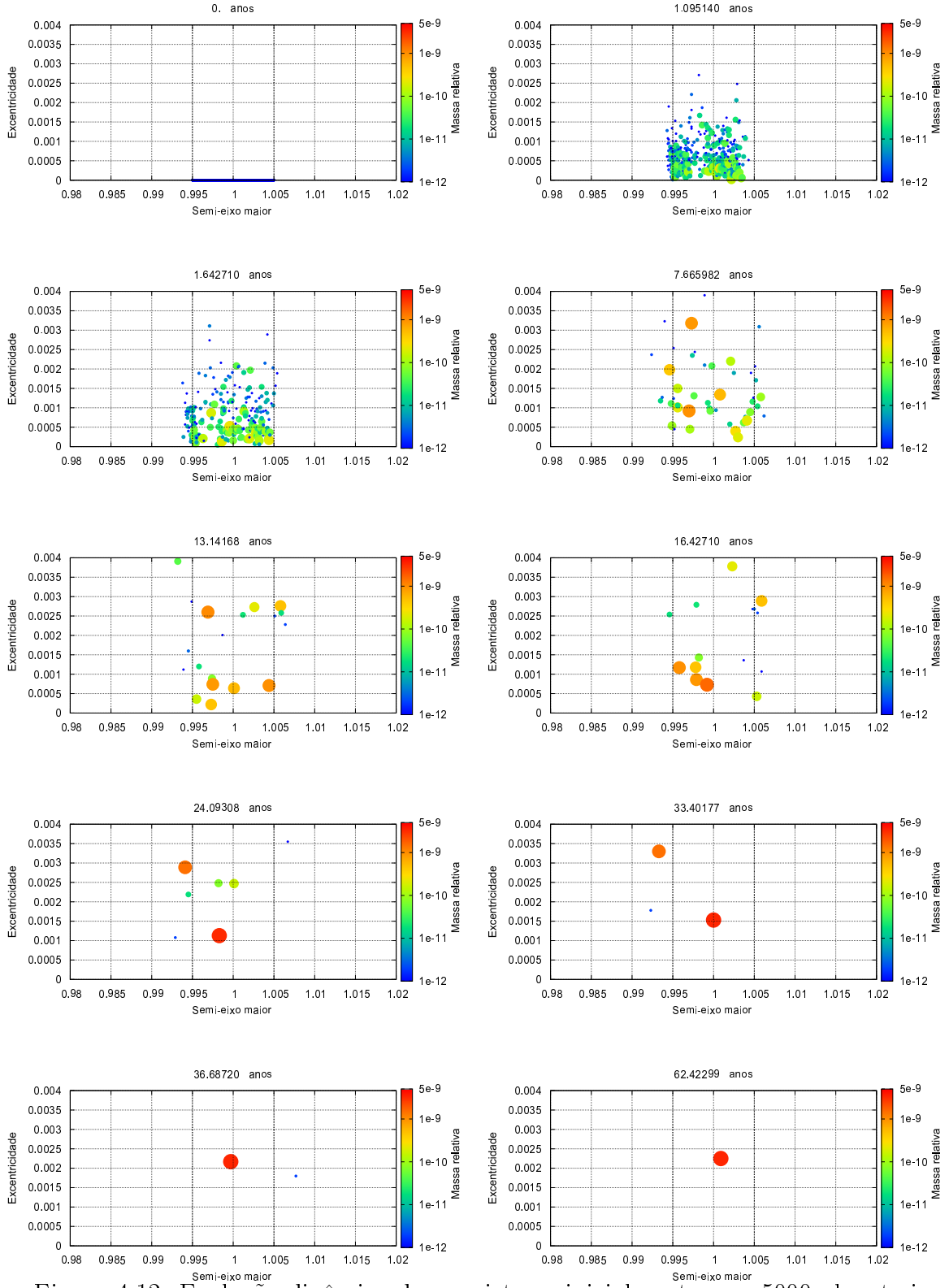


Figura 4.12: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 61 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 3,369 \times 10^{-9}$.

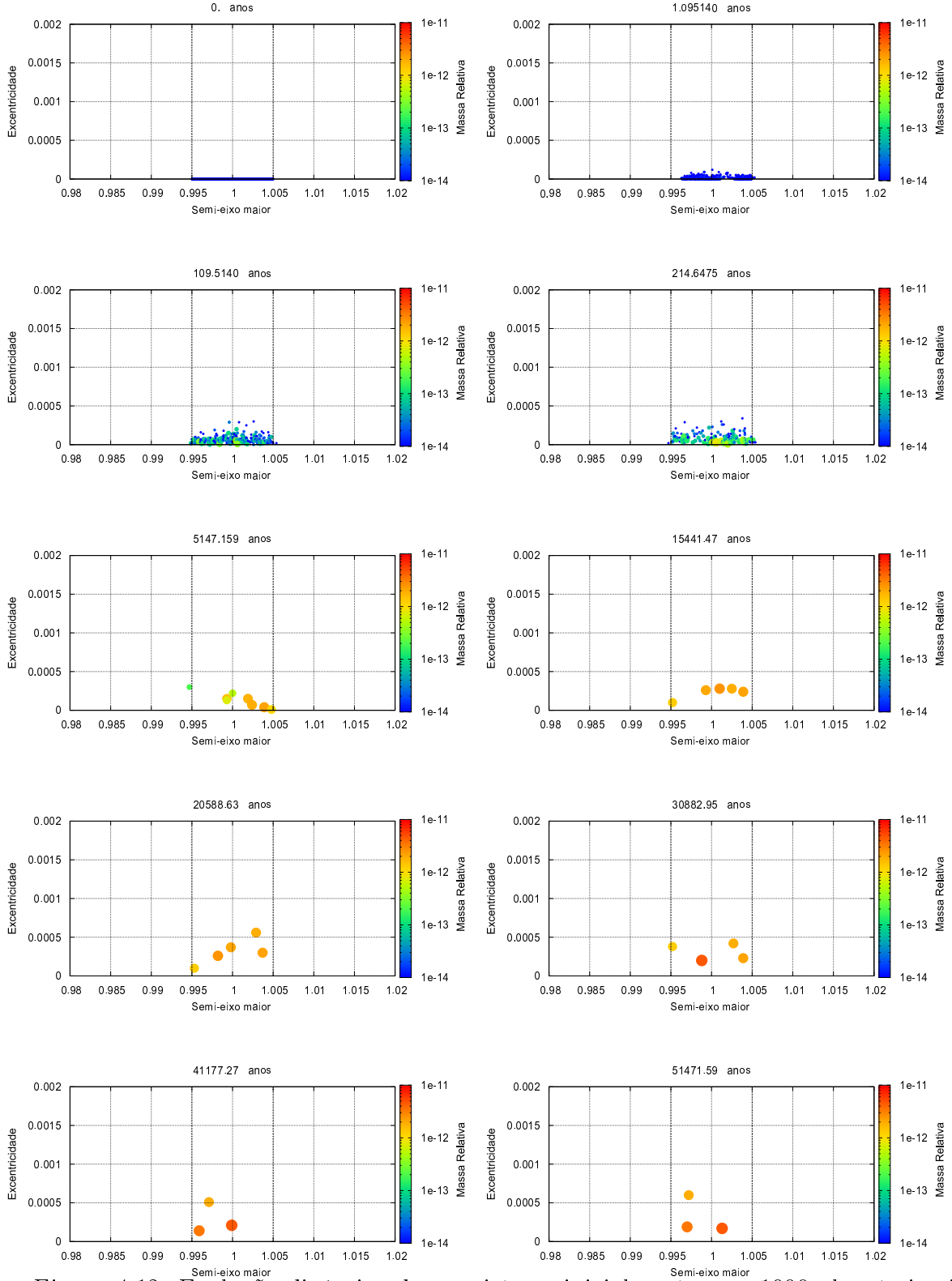


Figura 4.13: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de três planetesimais.

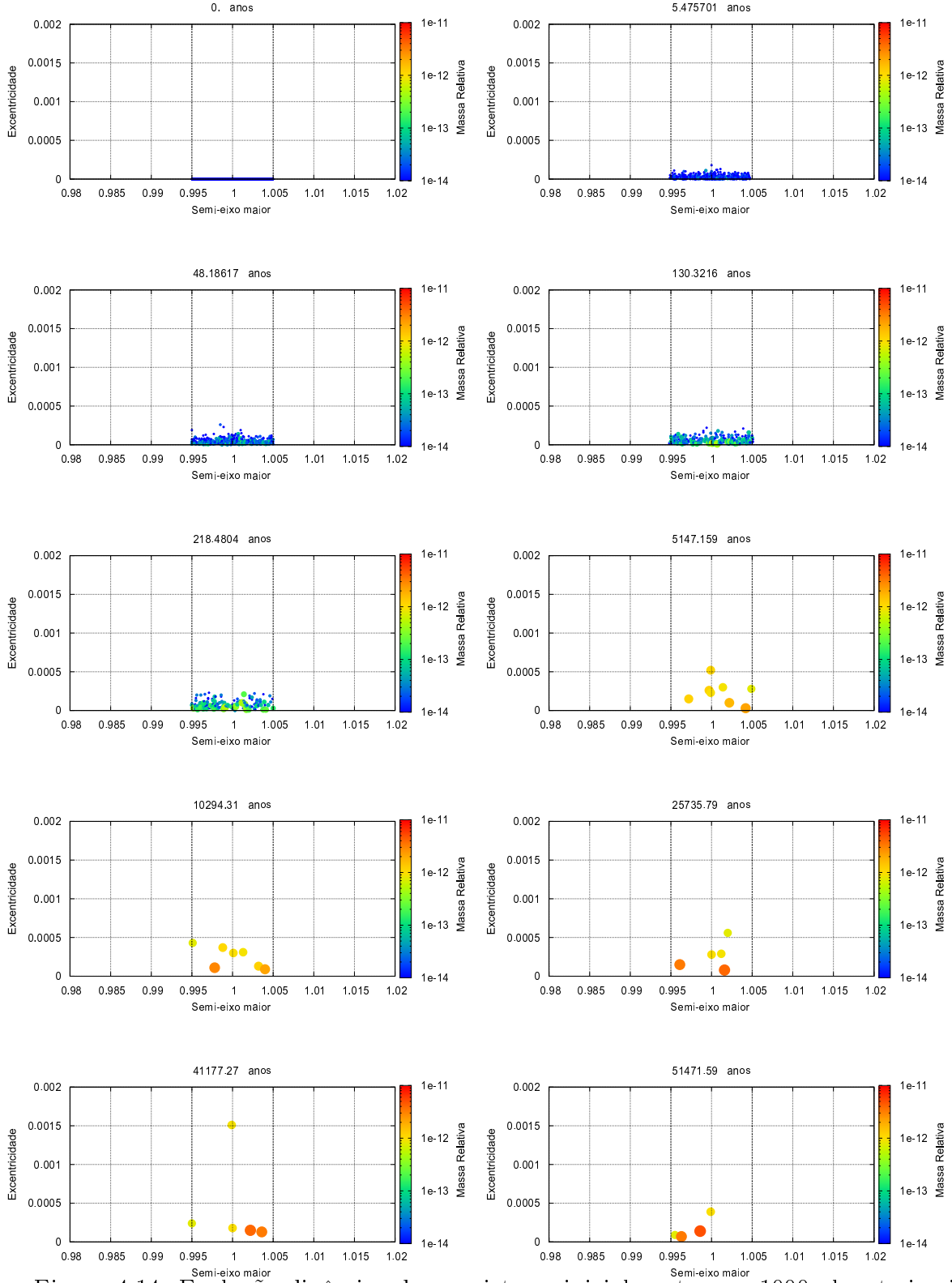


Figura 4.14: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de quatro planetesimais.

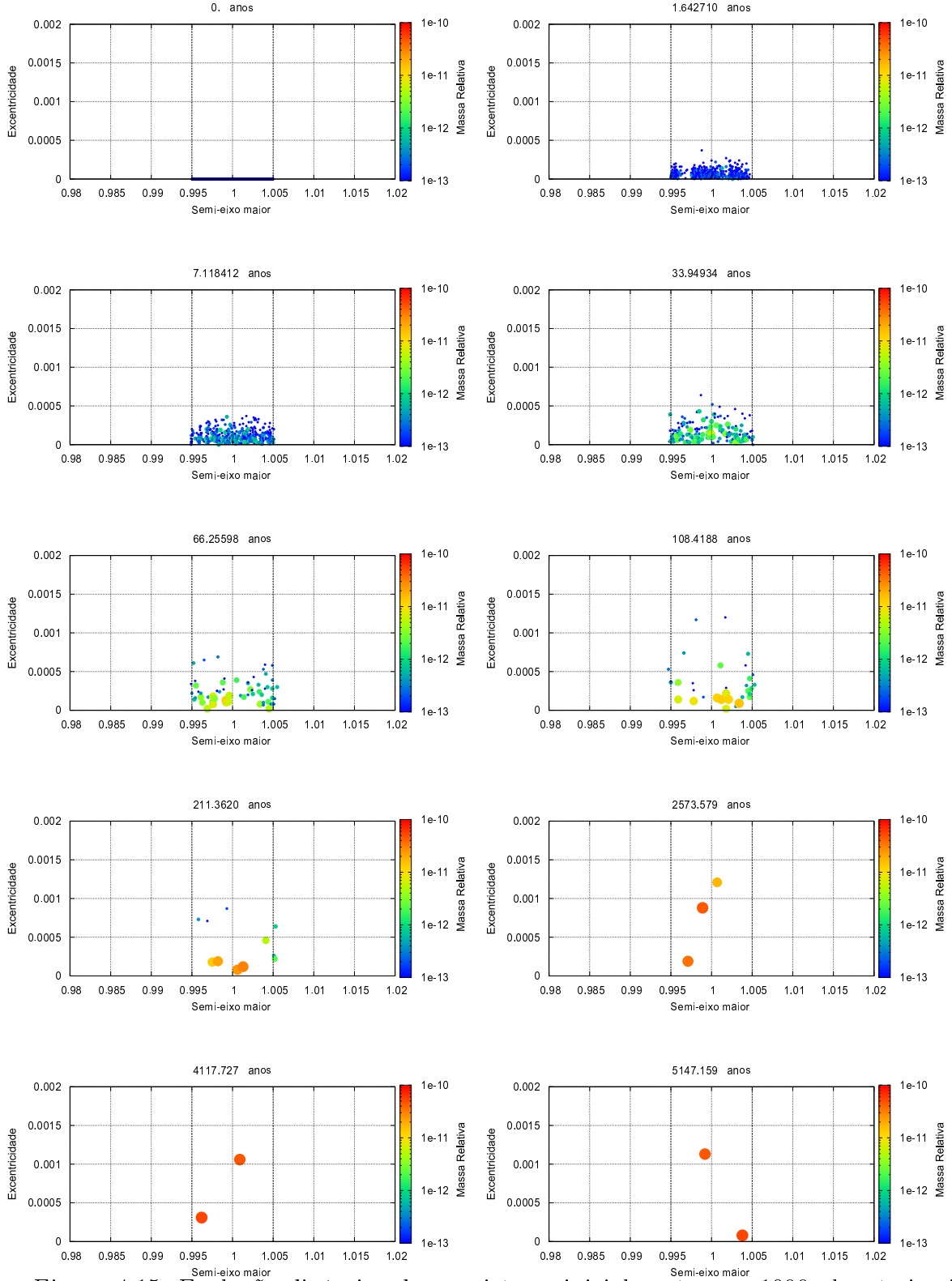


Figura 4.15: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^6 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 5100 anos, temos a formação de dois planetesimais.

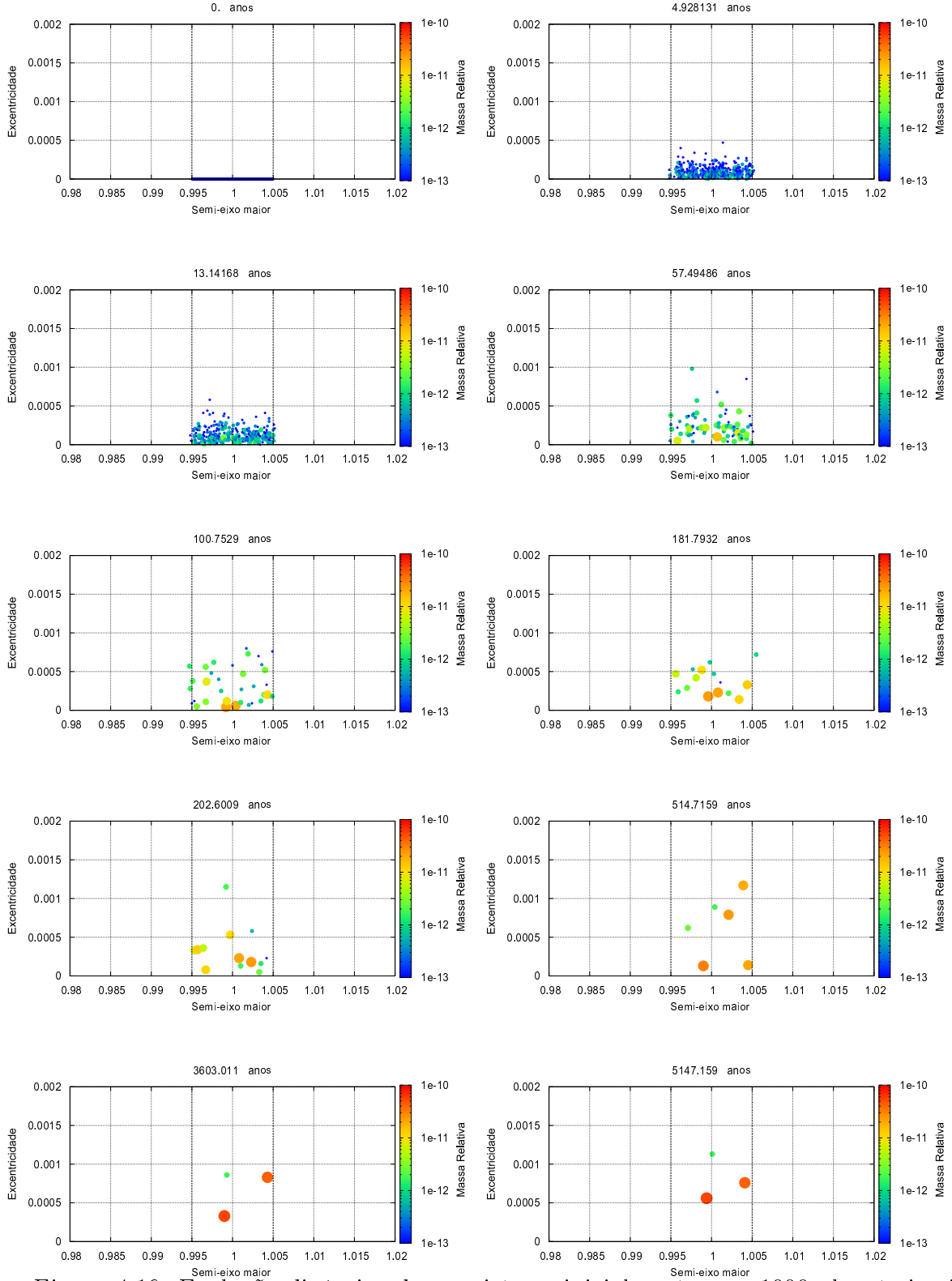


Figura 4.16: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^6 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 5100 anos, temos a formação de três planetesimais.

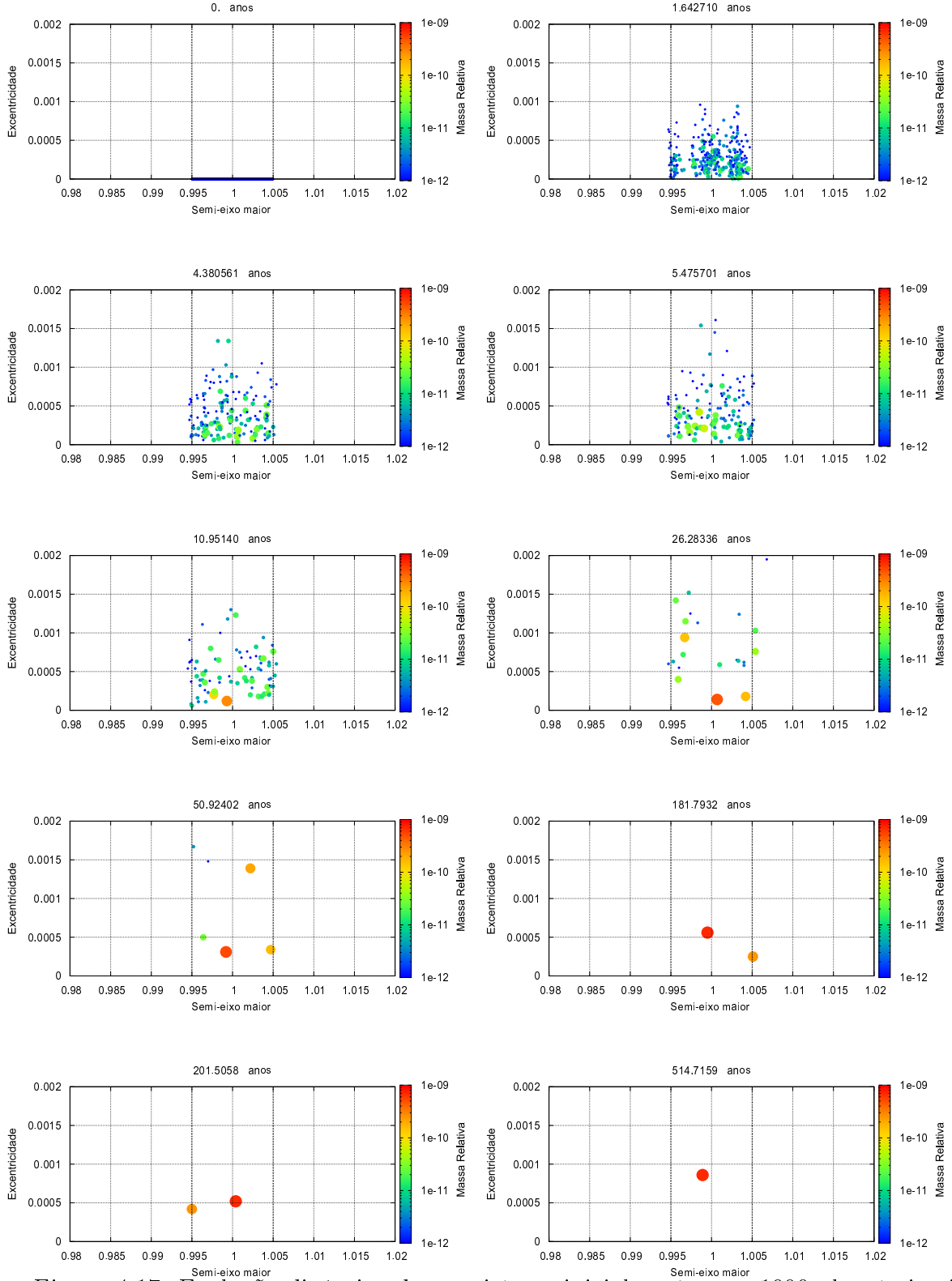


Figura 4.17: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois 10^5 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 510 anos, temos a formação de dois planetesimais.

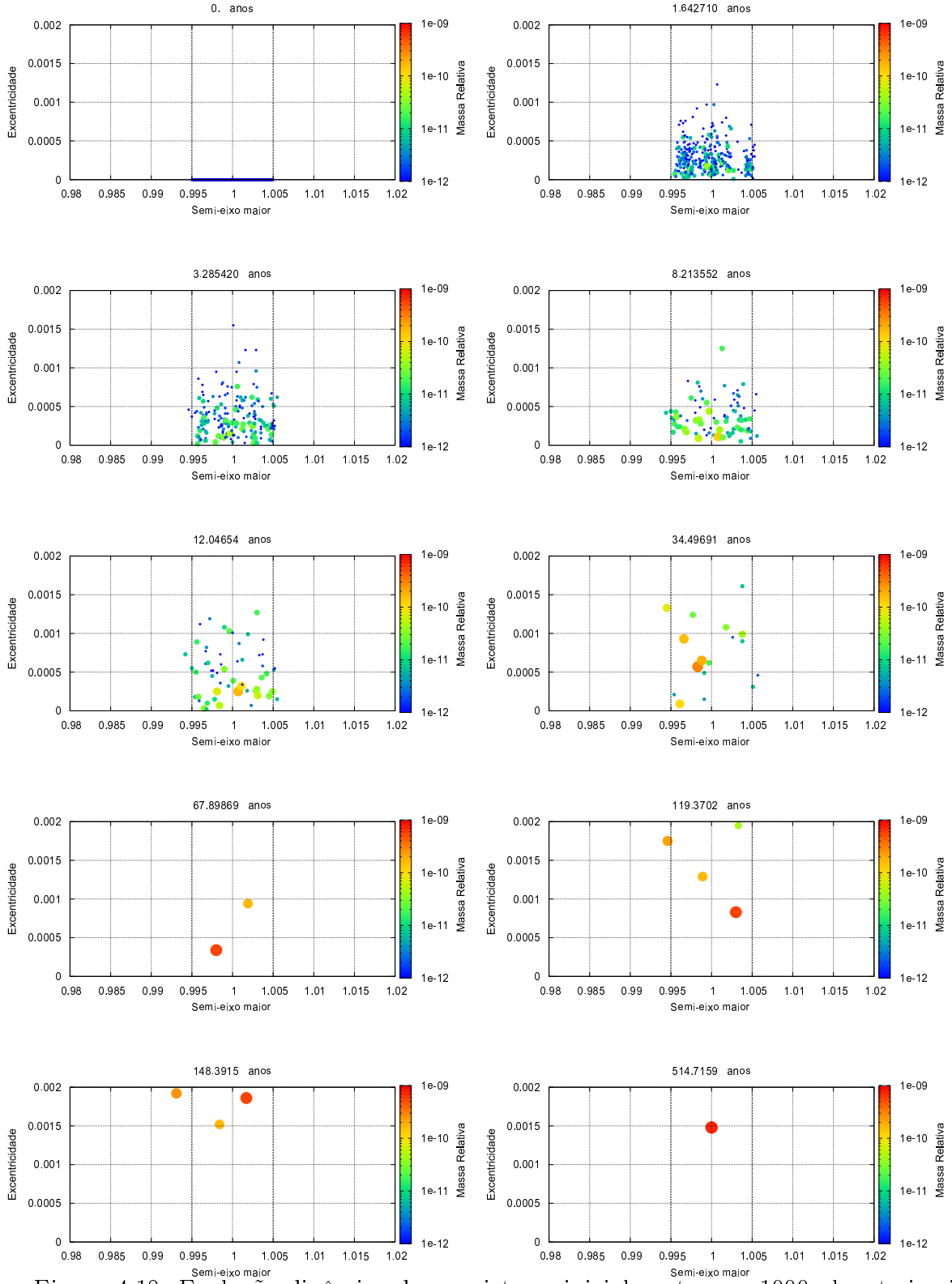


Figura 4.18: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 192 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 7,35 \times 10^{-10}$

4.2.2 Sistemas com achatamento

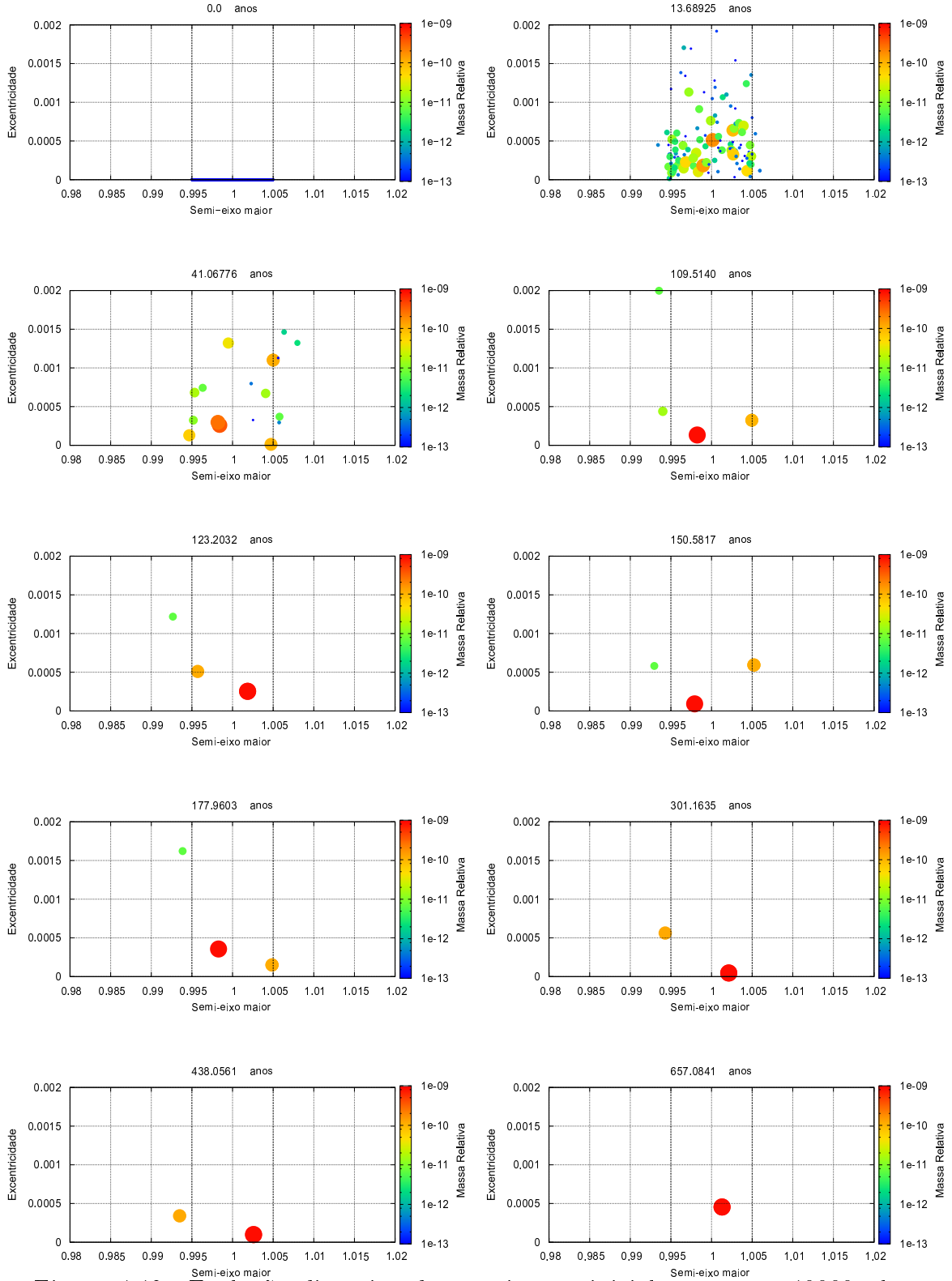


Figura 4.19: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 654 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 8,666 \times 10^{-10}$.

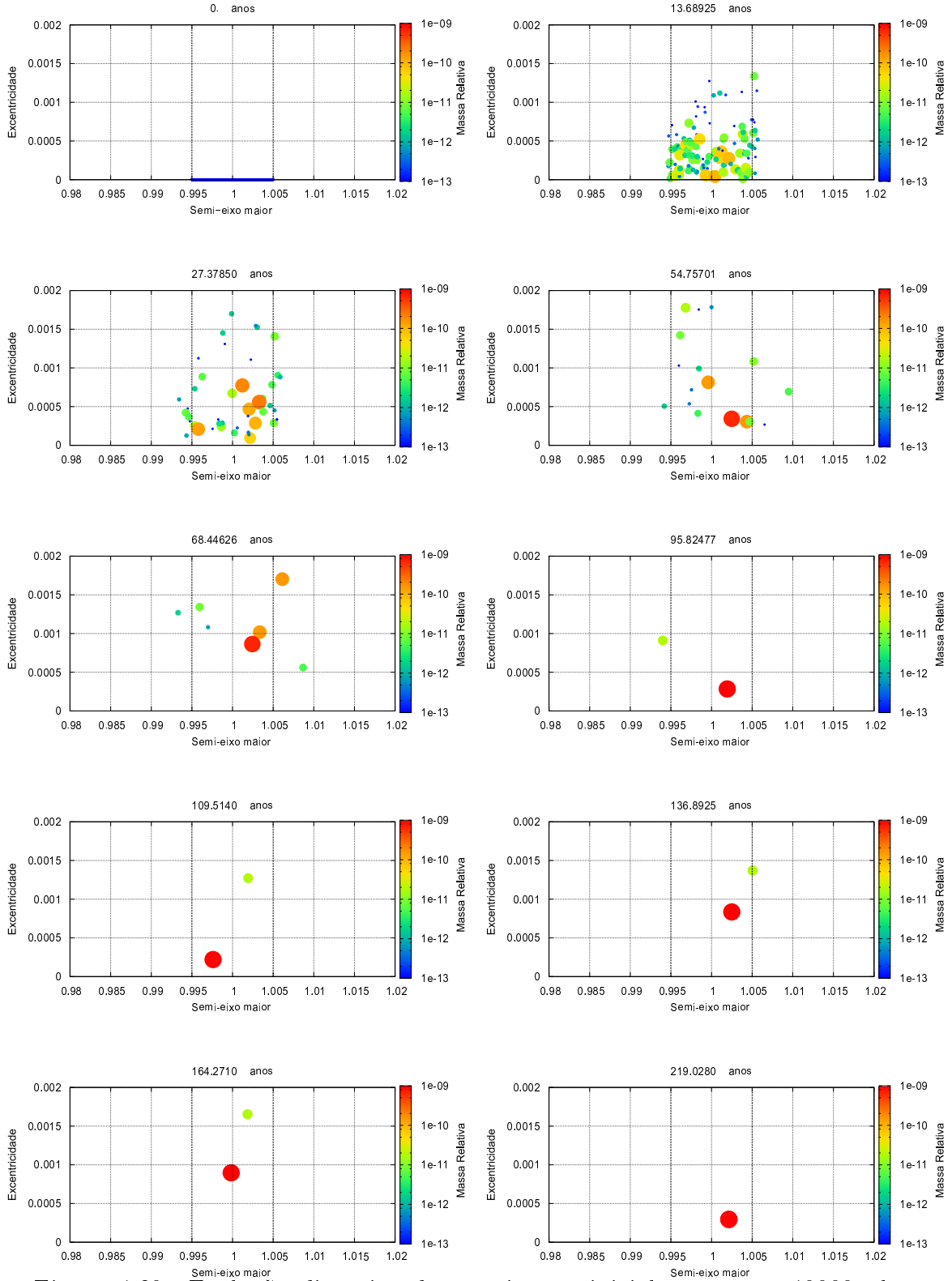


Figura 4.20: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 218 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,822 \times 10^{-10}$.

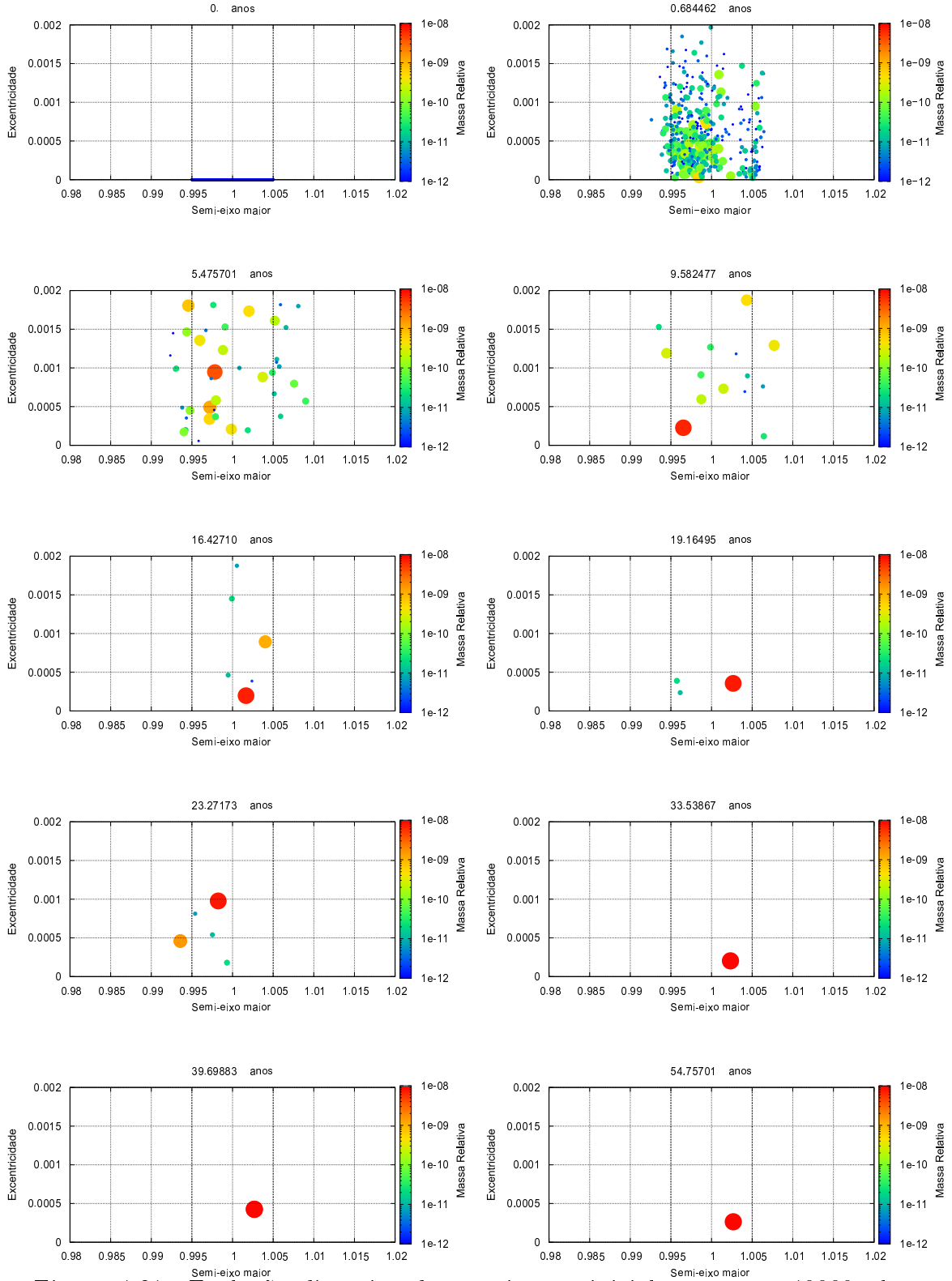


Figura 4.21: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{pi} = 10^{-12}$. Depois de 55 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{pf} = 9,382 \times 10^{-9}$.

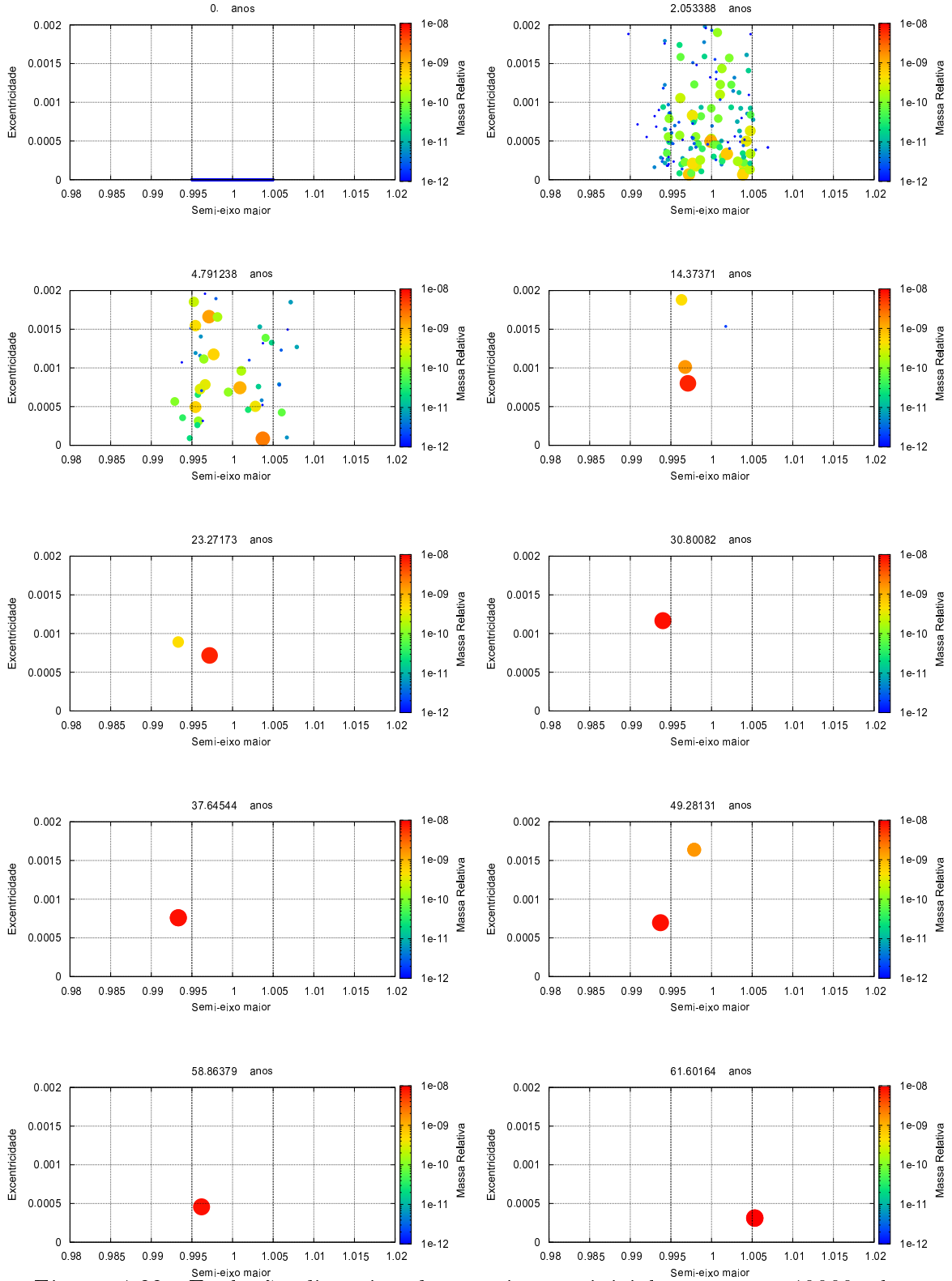


Figura 4.22: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 10000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{pi} = 10^{-12}$. Depois de 59 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{pf} = 9,923 \times 10^{-9}$.

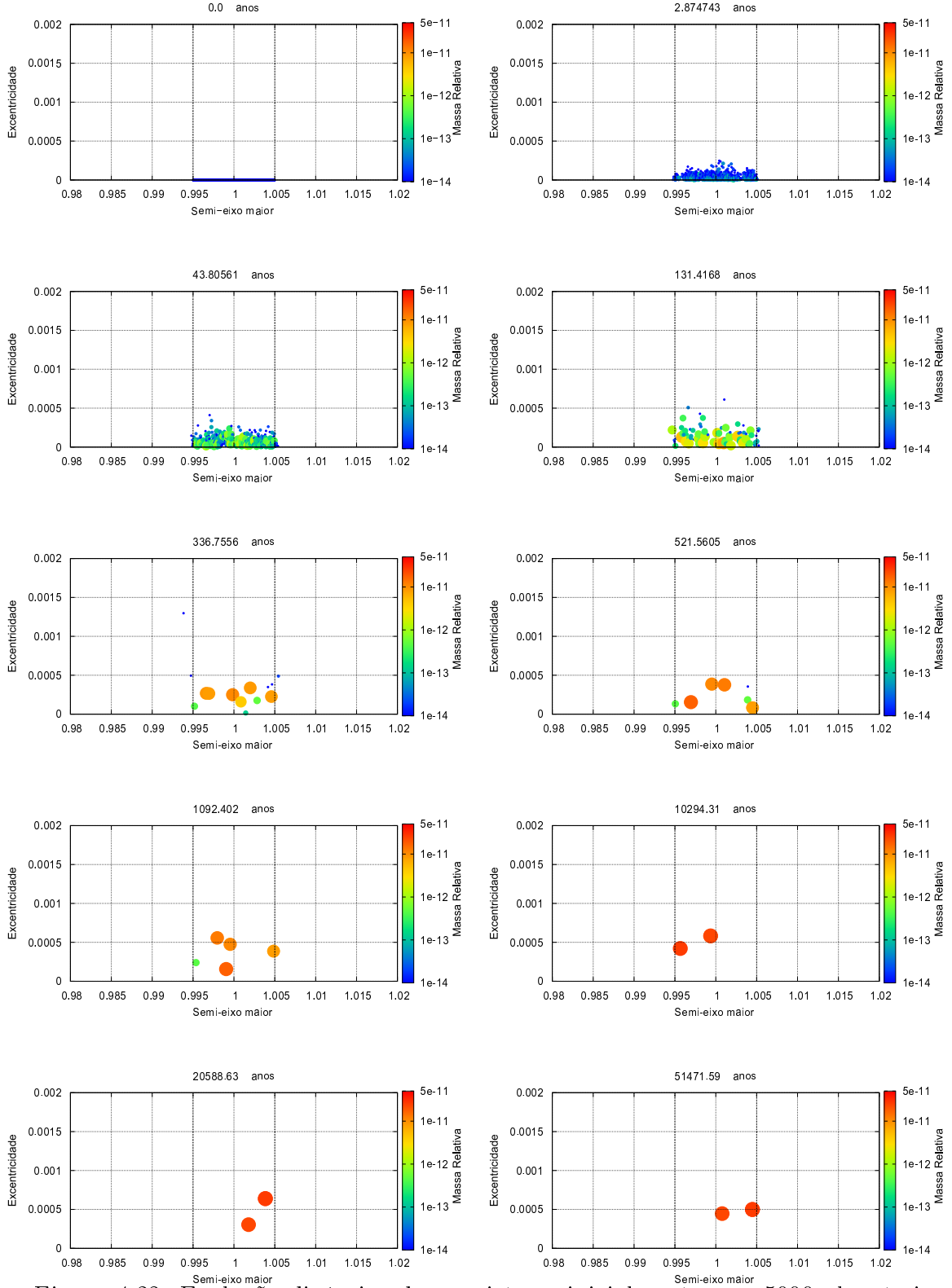


Figura 4.23: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais

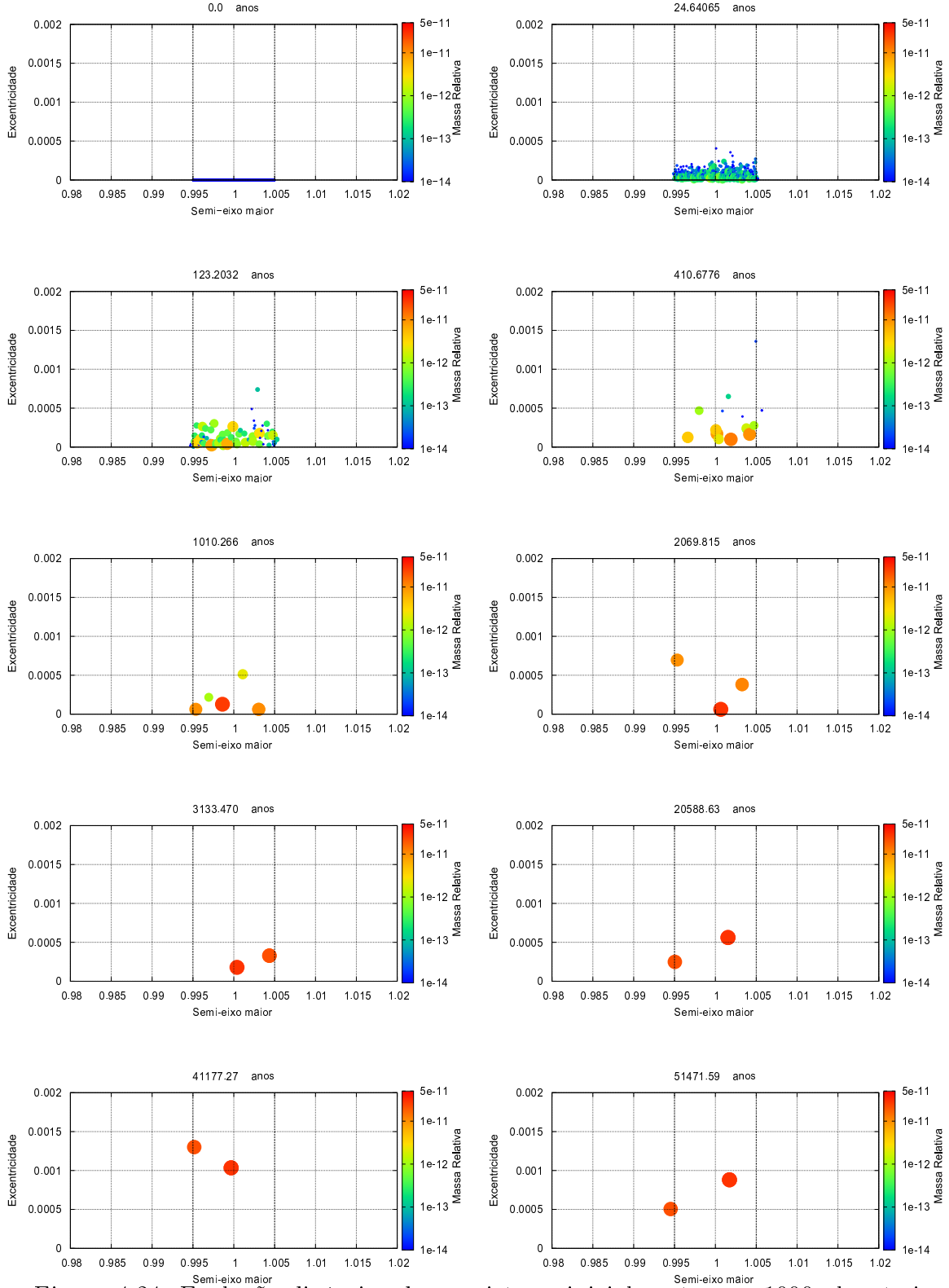


Figura 4.24: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.

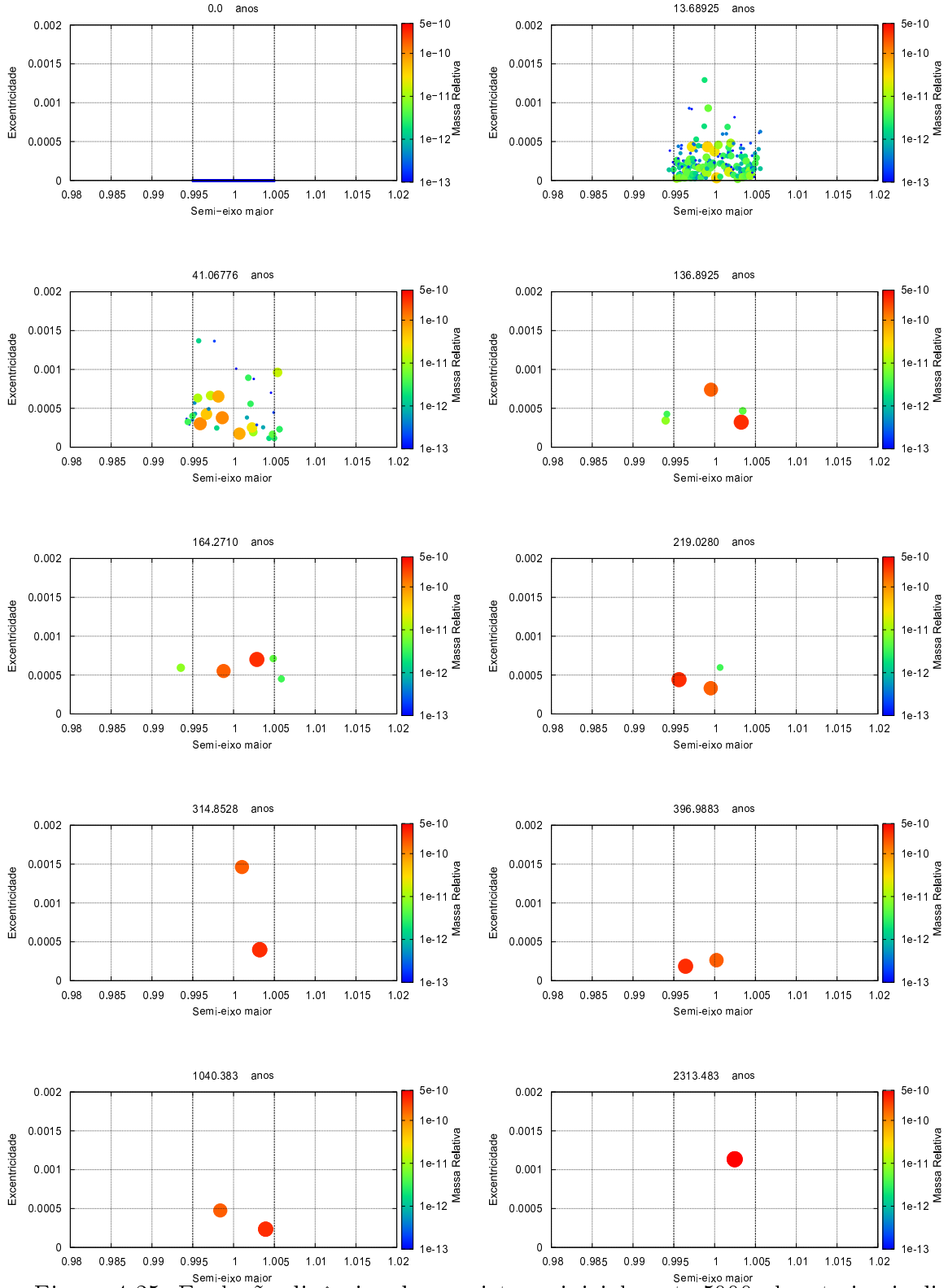


Figura 4.25: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 2308 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 4,926 \times 10^{-10}$.

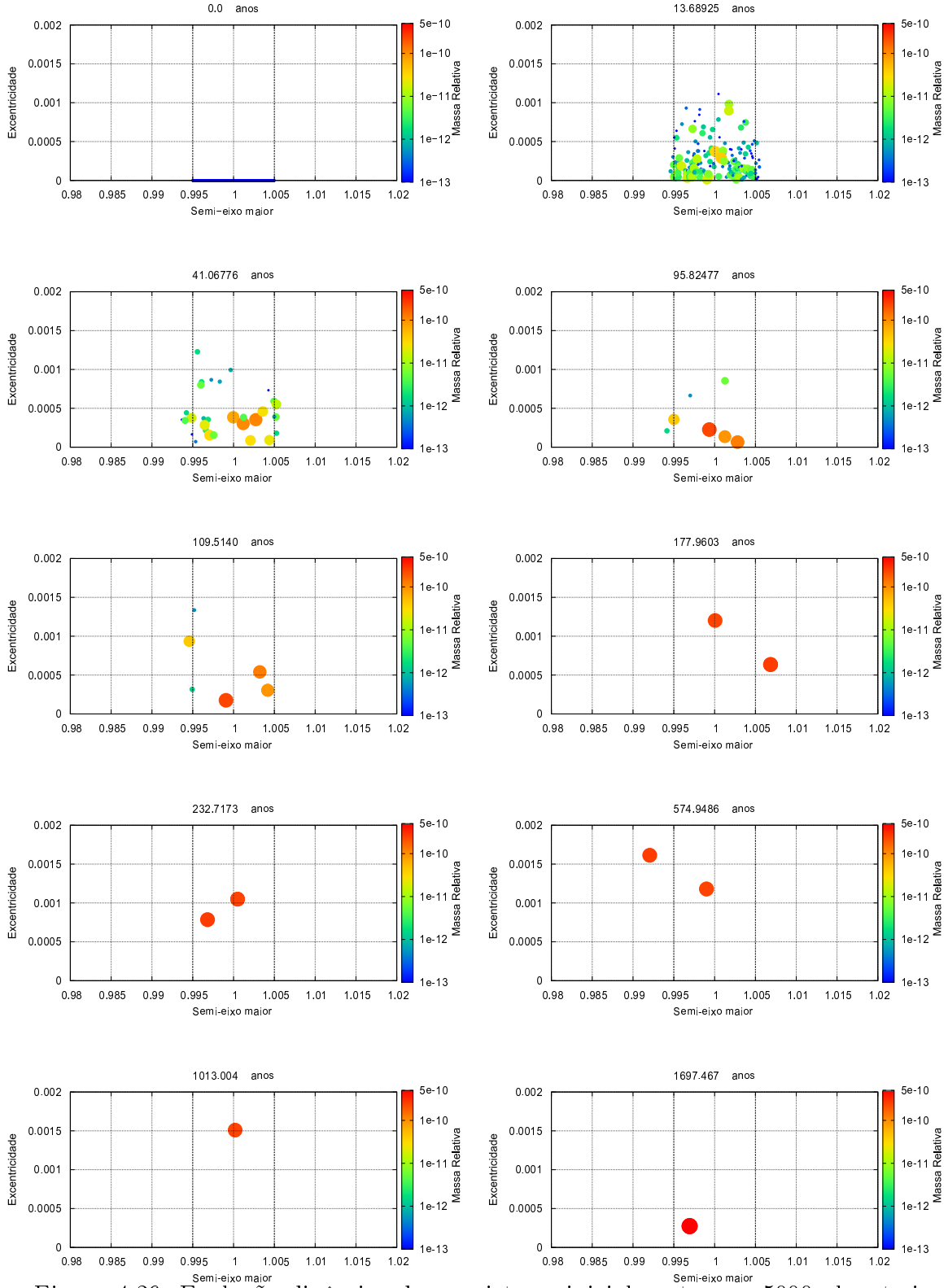


Figura 4.26: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 1663 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 5 \times 10^{-10}$.

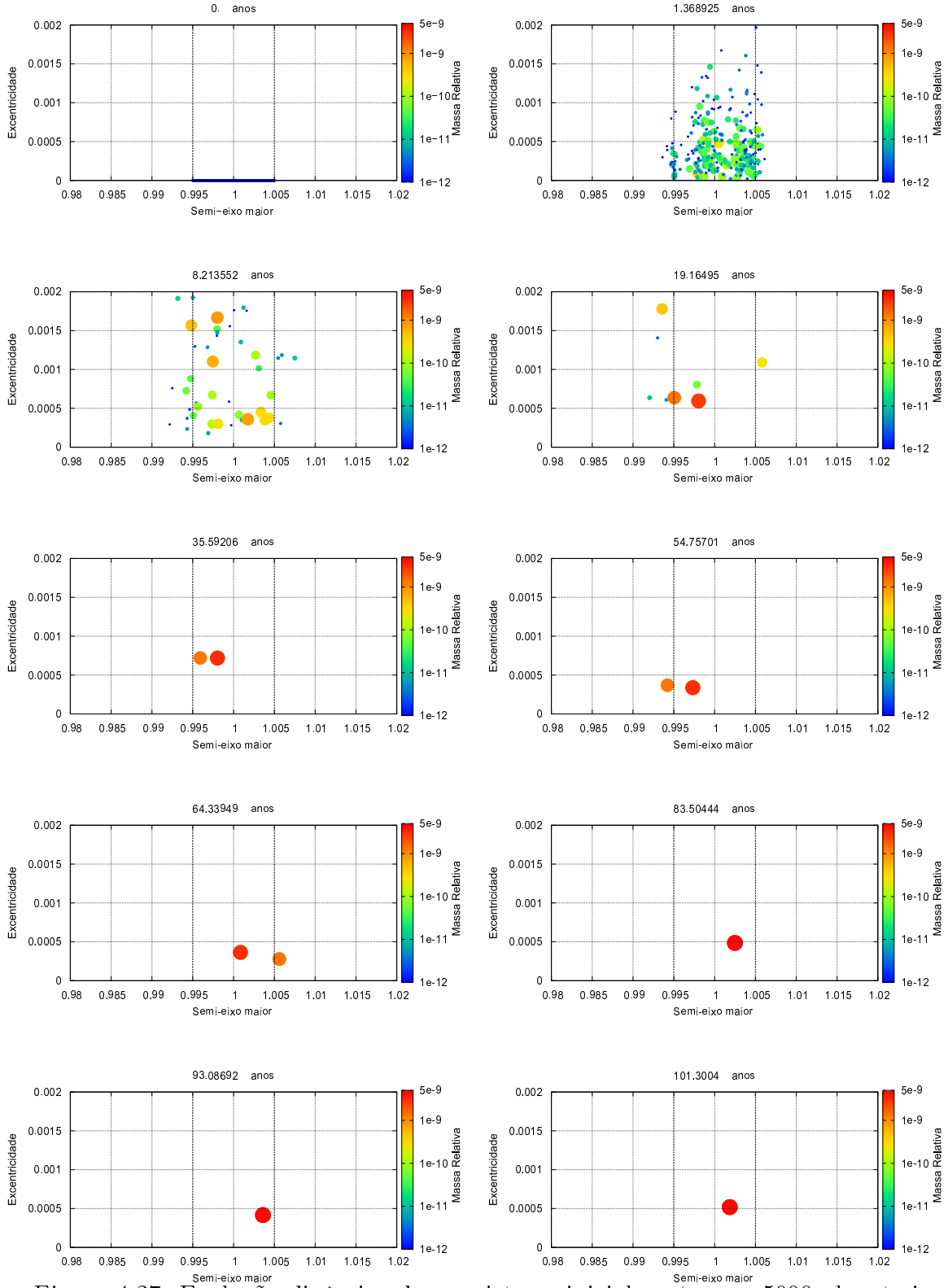


Figura 4.27: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 95 anos ocorre a formação de um único planetesimal com $m_{p_f} = 4,445 \times 10^{-9}$.

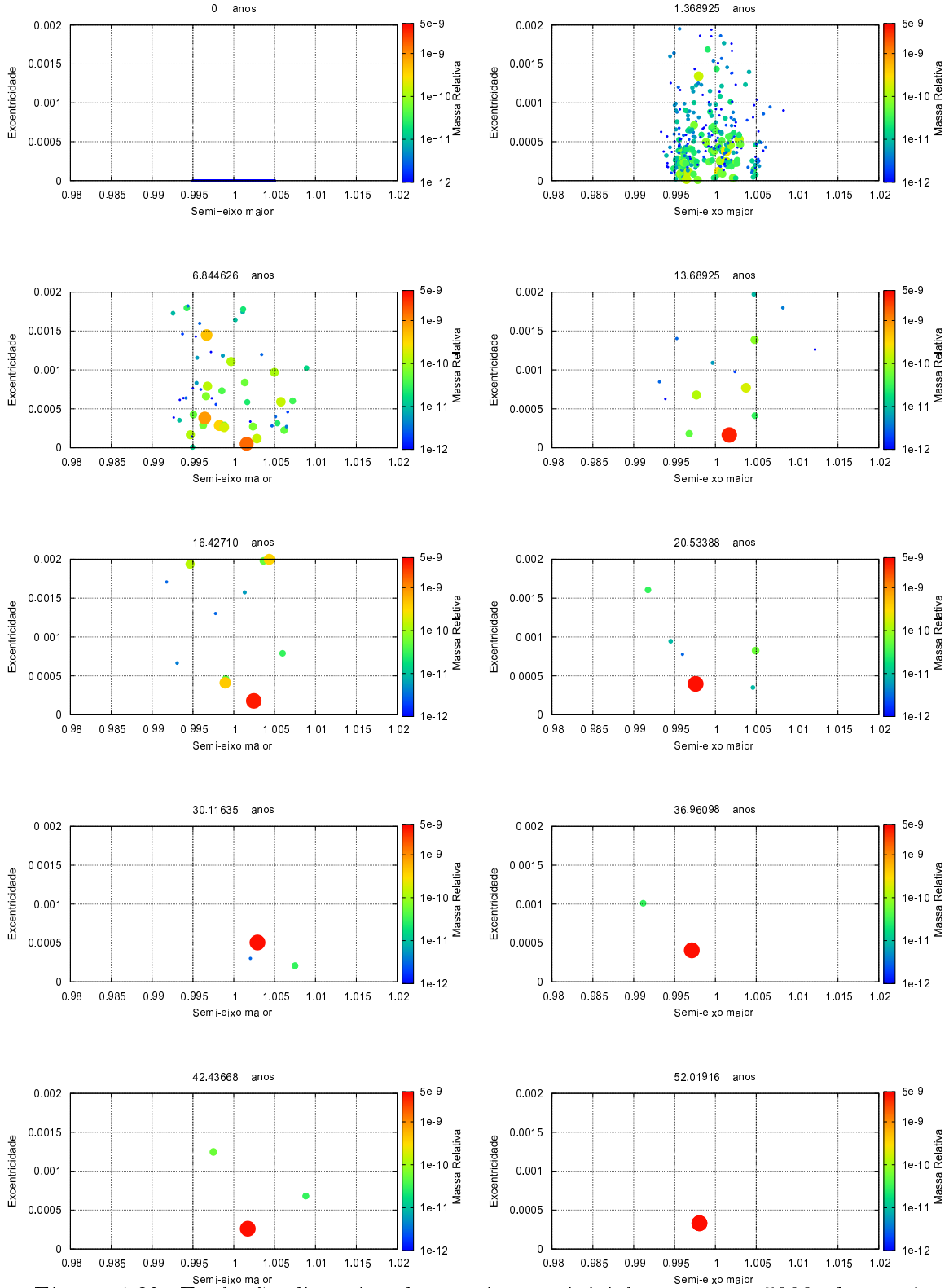


Figura 4.28: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 5000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 49 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 4,333 \times 10^{-9}$.

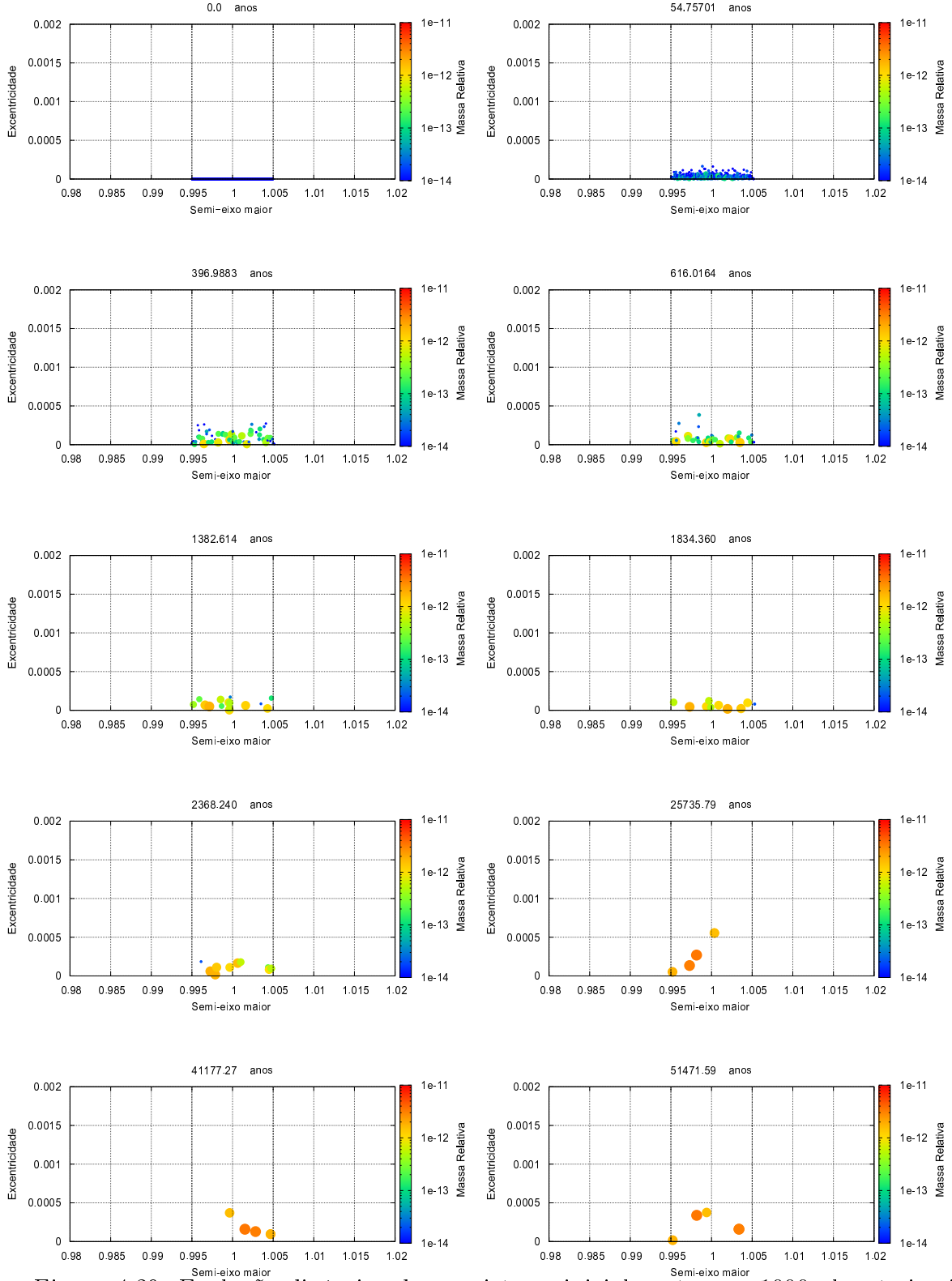


Figura 4.29: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de quatro planetesimais.

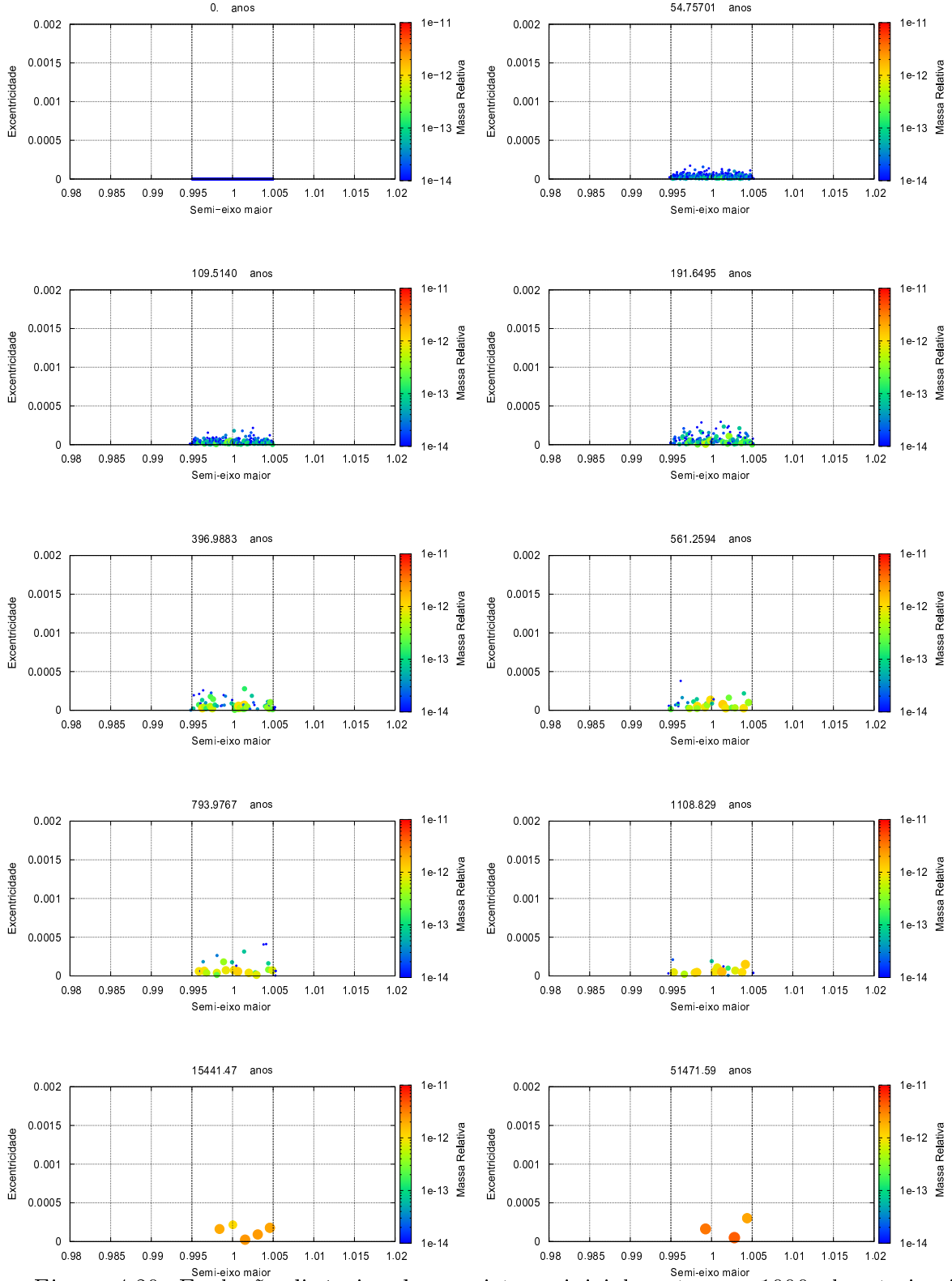


Figura 4.30: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de três planetesimais.

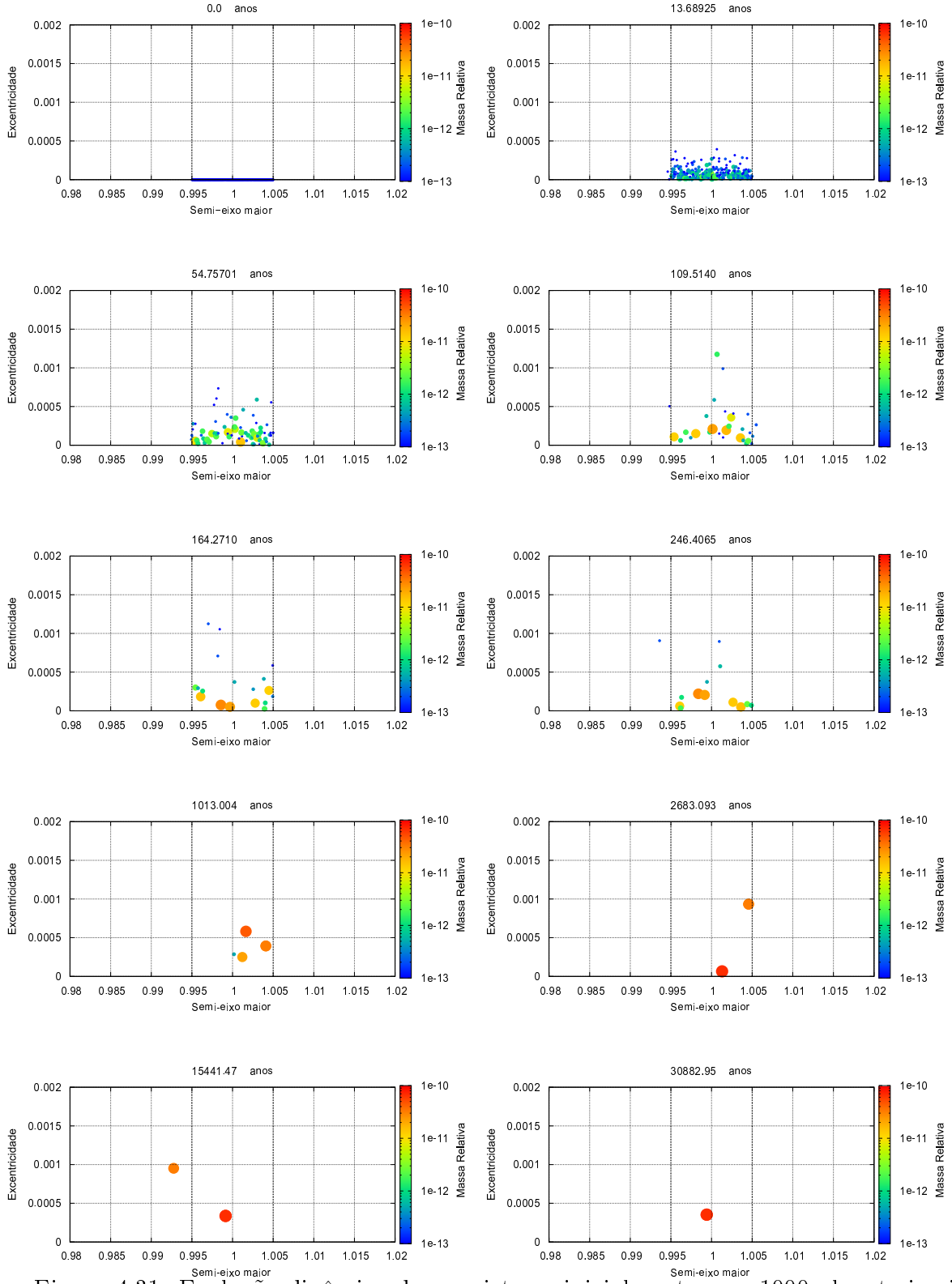


Figura 4.31: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois de 29768 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 6,78 \times 10^{-11}$.

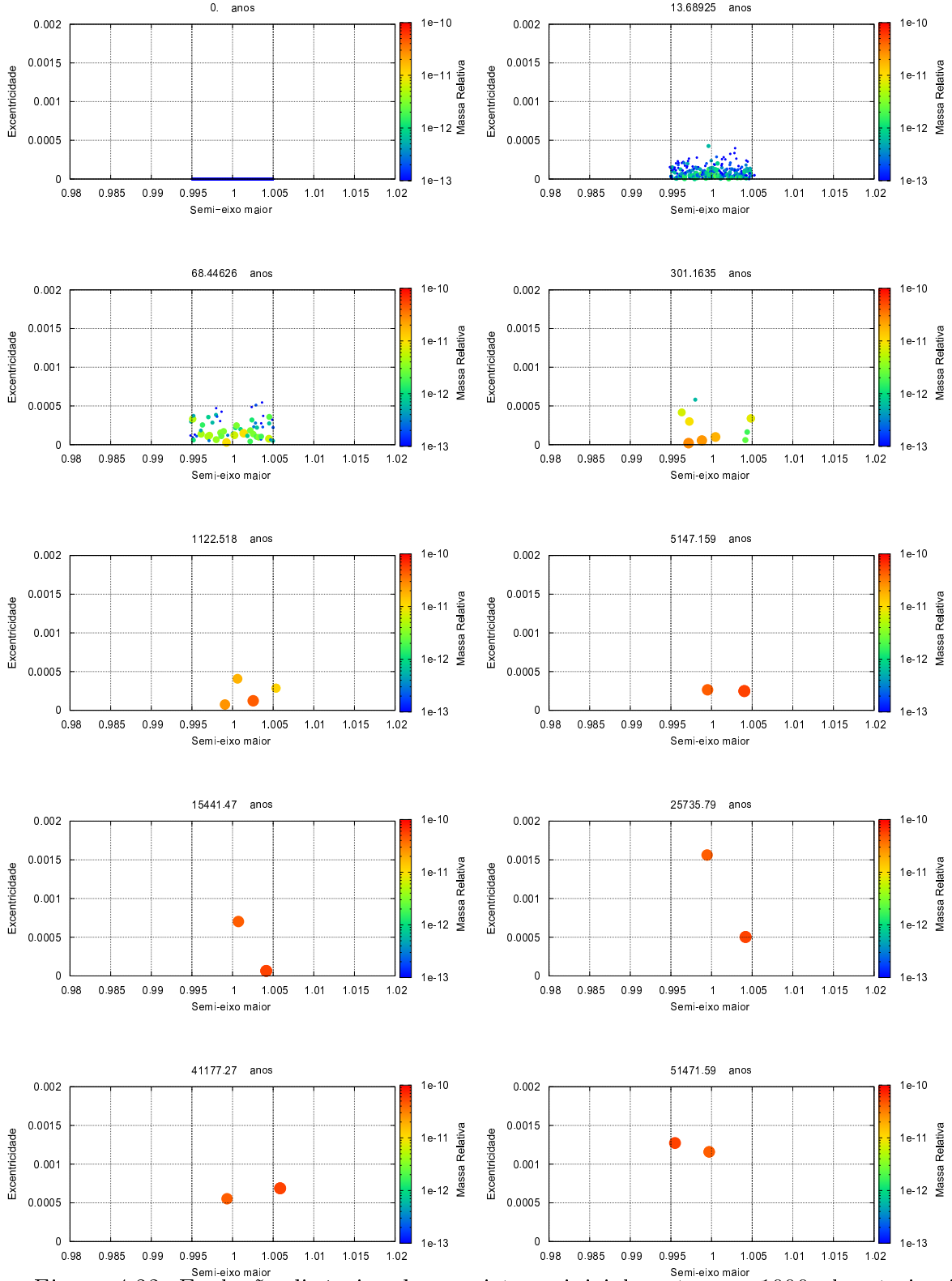


Figura 4.32: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-13}$. Depois 10^7 períodos orbitais do proto-satélite, o que corresponde a cerca de 51000 anos, temos a formação de dois planetesimais.

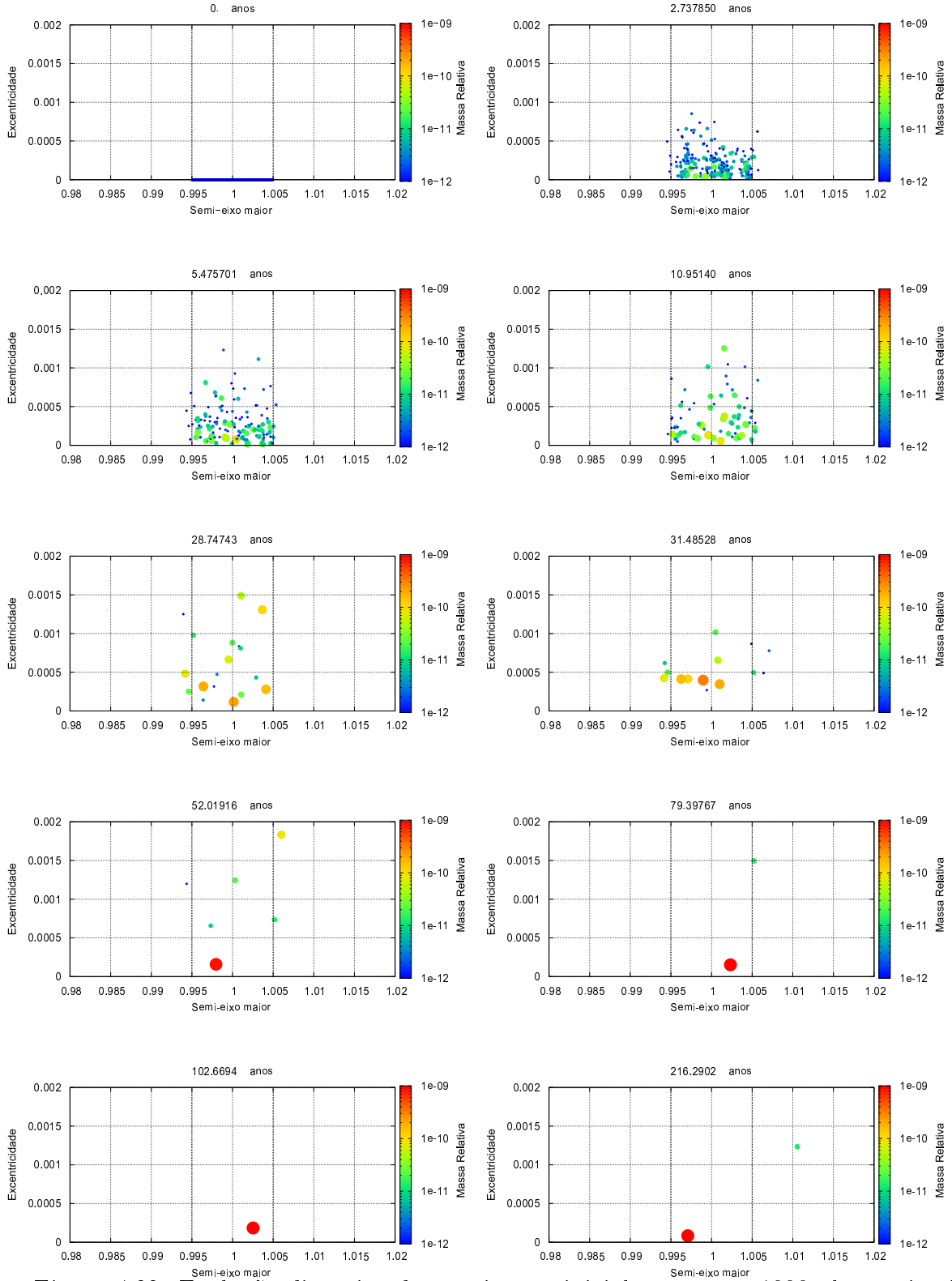


Figura 4.33: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com 1000 planetesimais distribuídos em torno de L_4 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-12}$. Depois de 218 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,86 \times 10^{-10}$.

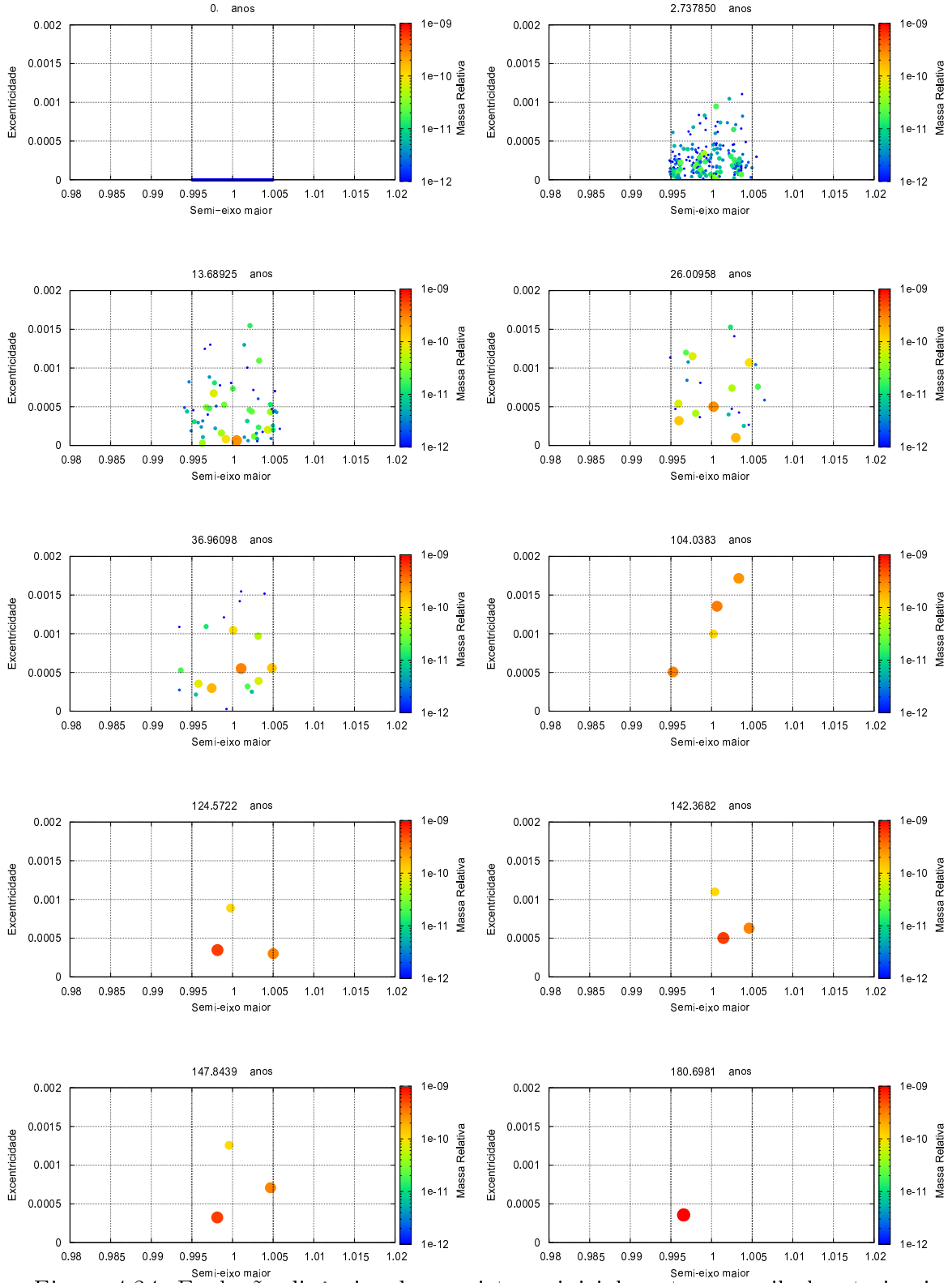


Figura 4.34: Evolução dinâmica de um sistema inicialmente com mil planetesimais distribuídos em torno de L_5 . A massa inicial dos planetesimais é $m_{p_i} = 10^{-14}$. Depois de 173 anos ocorre a formação de um único corpo com $m_{p_f} = 9,99 \times 10^{-10}$.

4.2.3 Conclusão

A análise da evolução dinâmica através da excentricidade e do semi-eixo maior da órbita dos planetesimais mostra que a maioria deles continuam dentro da região coorbital. Com a evolução temporal e as colisões ocorre um aumento da massa relativa dos planetesimais e mesmo assim a maioria dos objetos tendem a ficar dentro da região coorbital. Os resultados obtidos quando o achatamento de Saturno é considerado são análogos aos resultados de quando o planeta é considerado esférico.

O tempo de evolução de cada sistema é muito dependente da massa inicial dos planetesimais e do número de planetesimais inicialmente distribuídos na região coorbital.

Os resultados apresentados nessa seção mostram que ocorre a formação de planetesimais com ordem de massa próxima a massa dos satélites coorbitais de Saturno e que esses planetesimais formados ("sobreviventes") continuam dentro da região coorbital, o que é de extrema importância para esse trabalho.

4.3 Análise do ângulo de libração e crescimento da massa

A análise da localização dos planetesimais através dos gráficos que relacionam semi-eixo maior, excentricidade e massa instantaneamente, não informa o tipo de órbita dos planetesimais sobreviventes, ou seja, aqueles que ganharam massa através das colisões, colidindo apenas com planetesimais menores do que eles. Apresentamos nessa seção o tipo de órbita dos objetos formados, o aumento da massa com o decorrer do tempo e também a massa final atingida pelos objetos sobreviventes. O eixo relacionado ao tempo está em escala logarítmica. A análise do ângulo de libração é feita calculando o ângulo relativo formado pela linha que une o planetesimal ao corpo central, e a linha que une o corpo ao proto-satélite. A análise do comportamento da massa do planetesimal em função do tempo pode evidenciar qual o motivo porque o corpo muda de órbita.

4.3.1 Sistemas sem achatamento

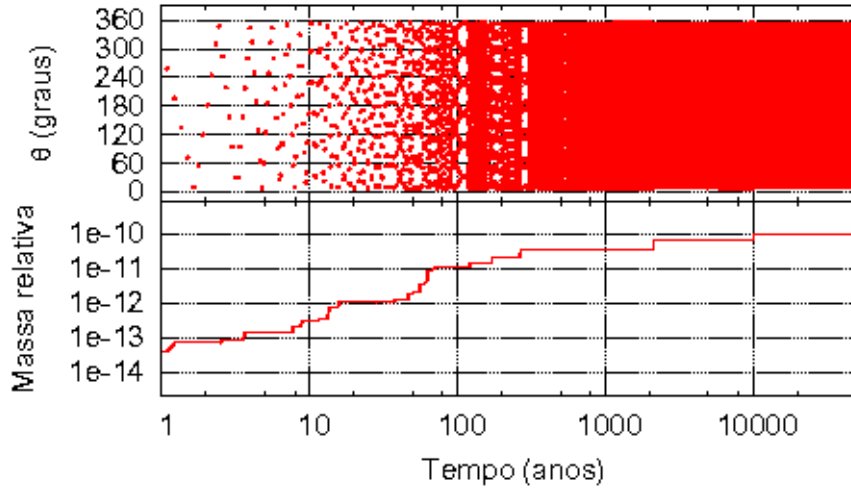


Figura 4.35: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

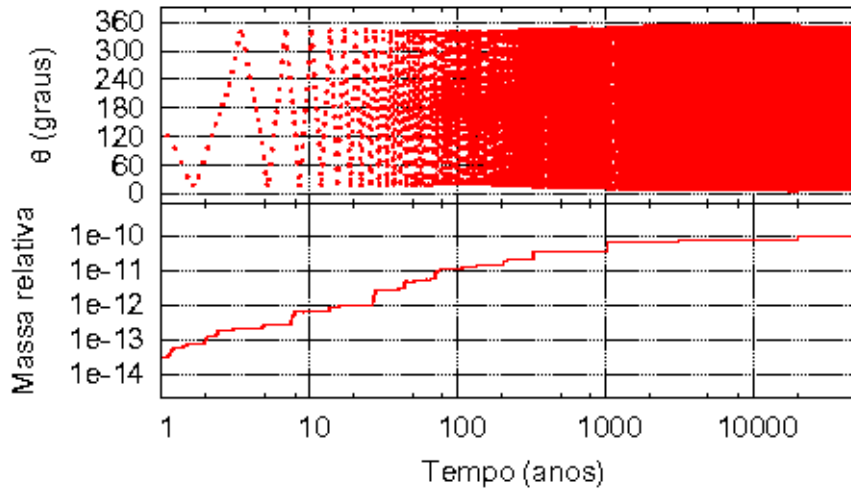


Figura 4.36: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida foi $m_{p_f} = 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

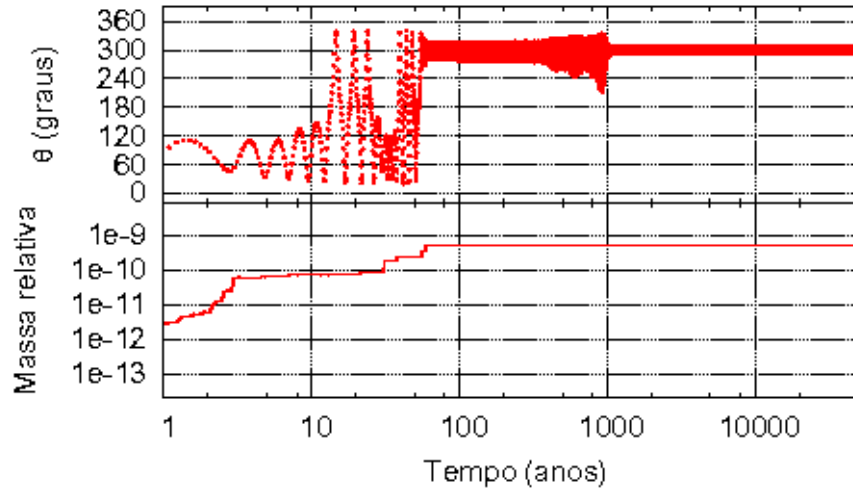


Figura 4.37: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,117 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5

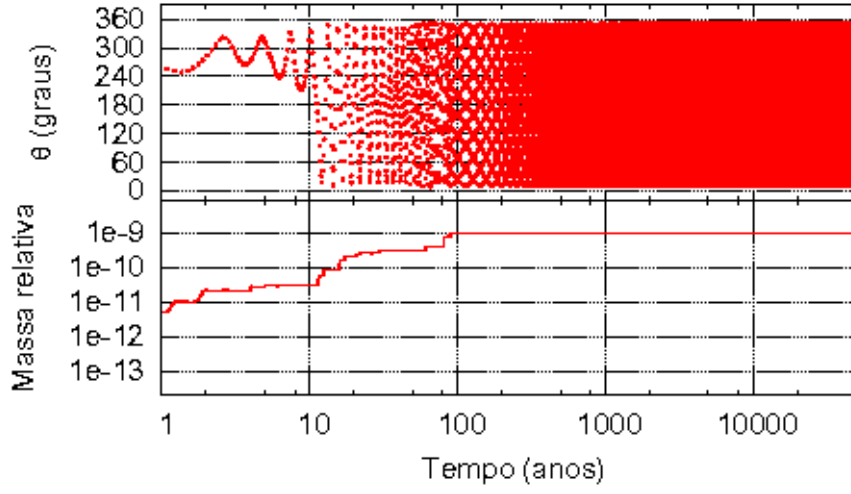


Figura 4.38: Evolução temporal da ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,999 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura

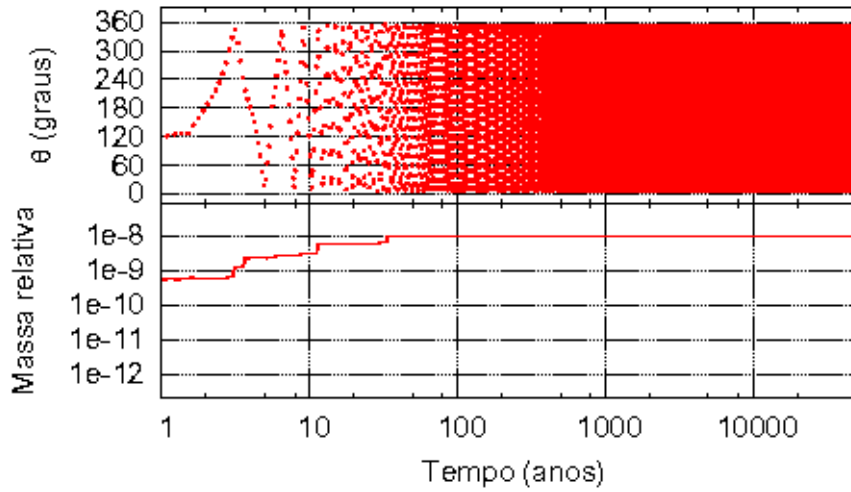


Figura 4.39: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,696 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

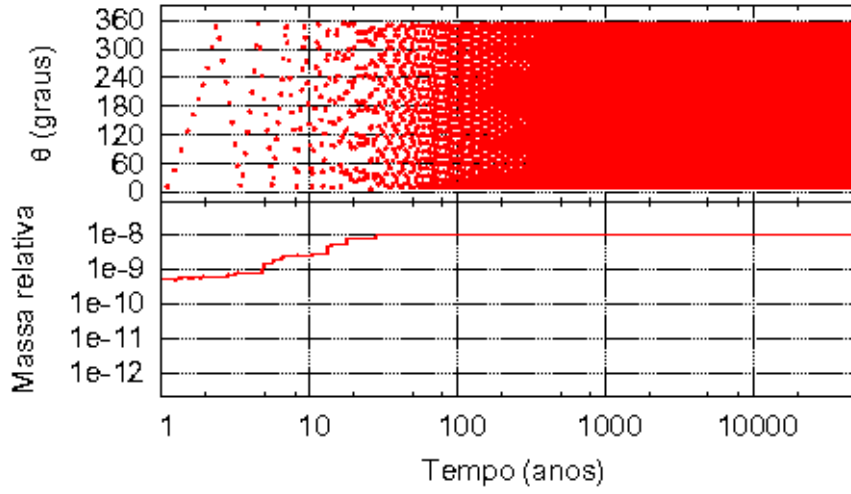


Figura 4.40: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida é $m_{p_f} = 9,974 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

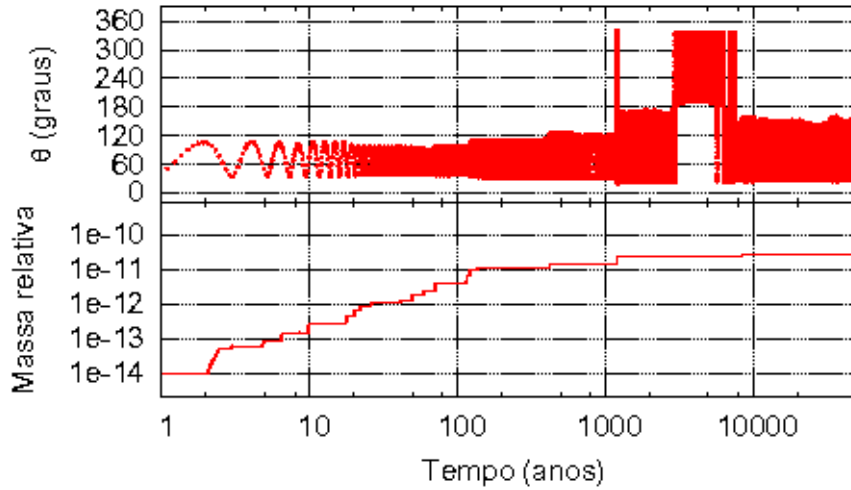


Figura 4.41: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,703 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo girino em torno de L_4

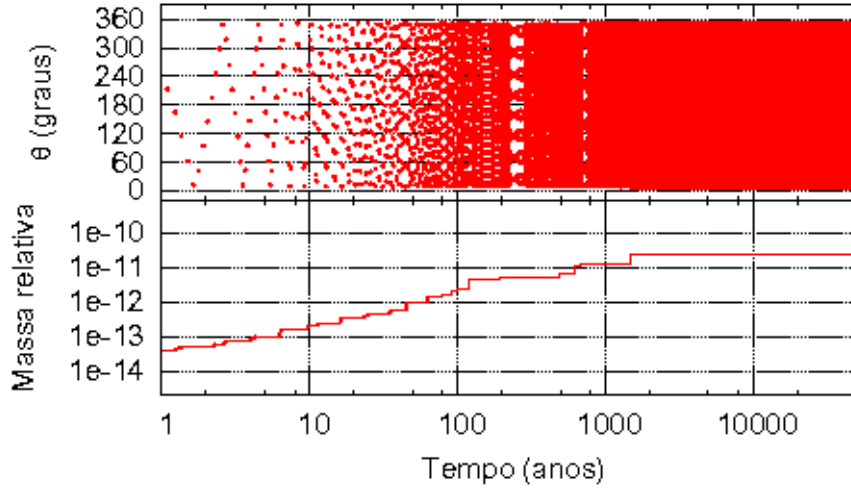


Figura 4.42: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,297 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

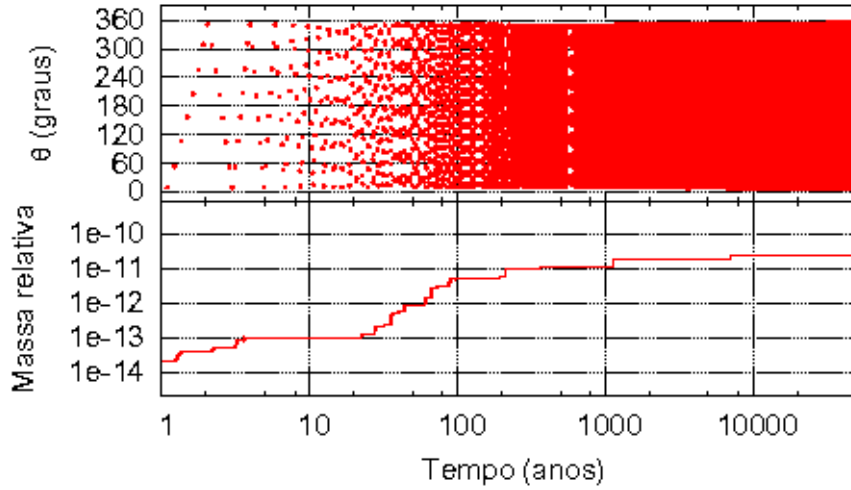


Figura 4.43: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,53 \times 10^{-11}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

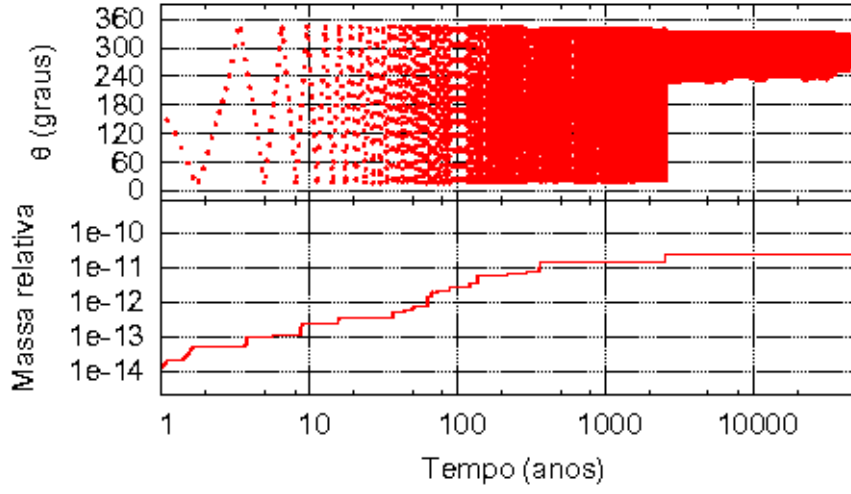


Figura 4.44: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,47 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita girino em torno de L_5

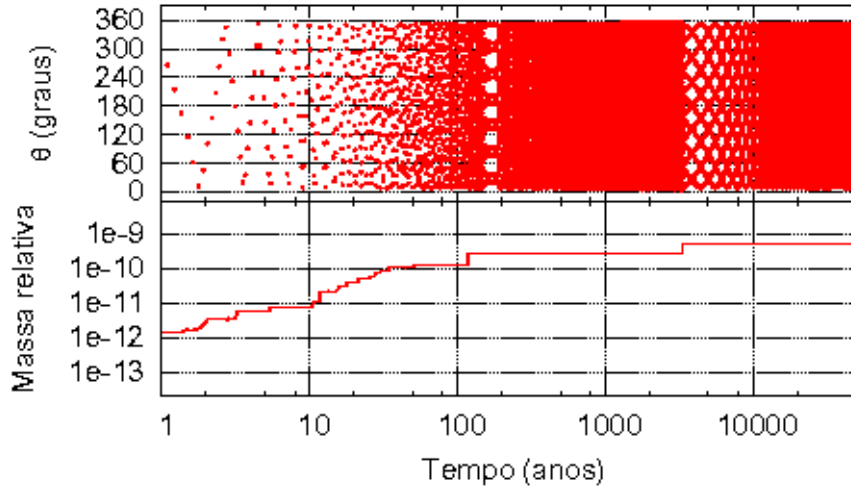


Figura 4.45: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,961 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

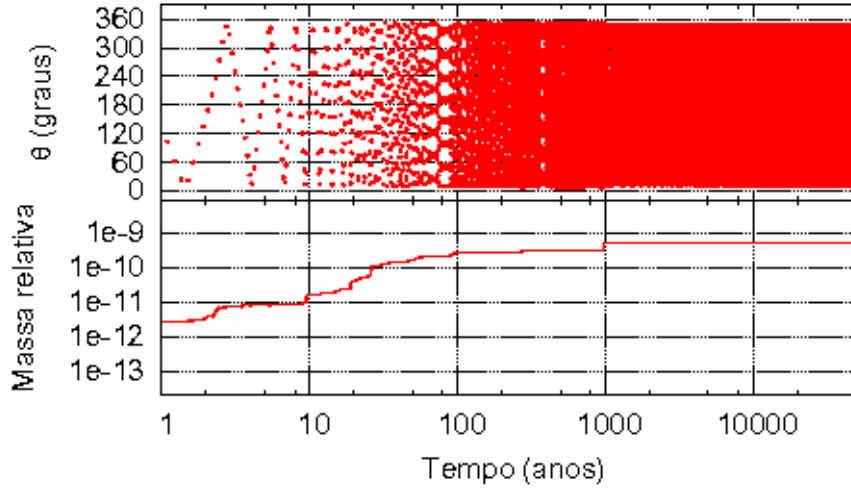


Figura 4.46: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,943 \times 10^{-10}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura.

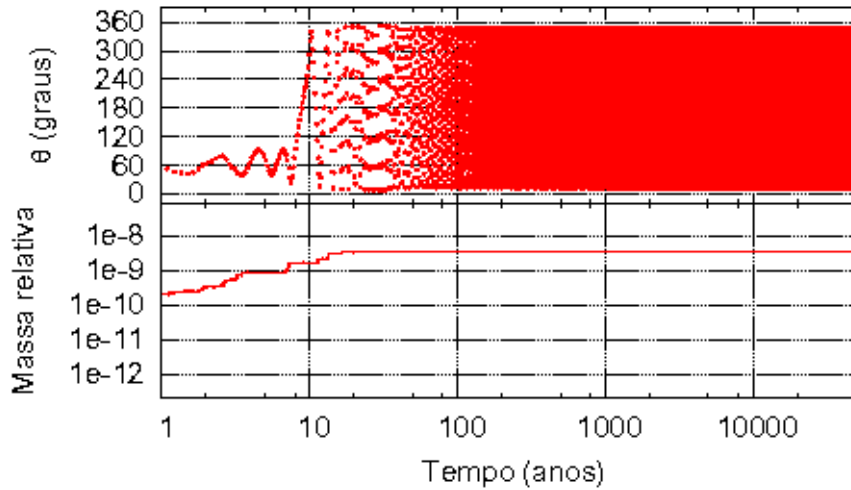


Figura 4.47: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,602 \times 10^{-9}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura.

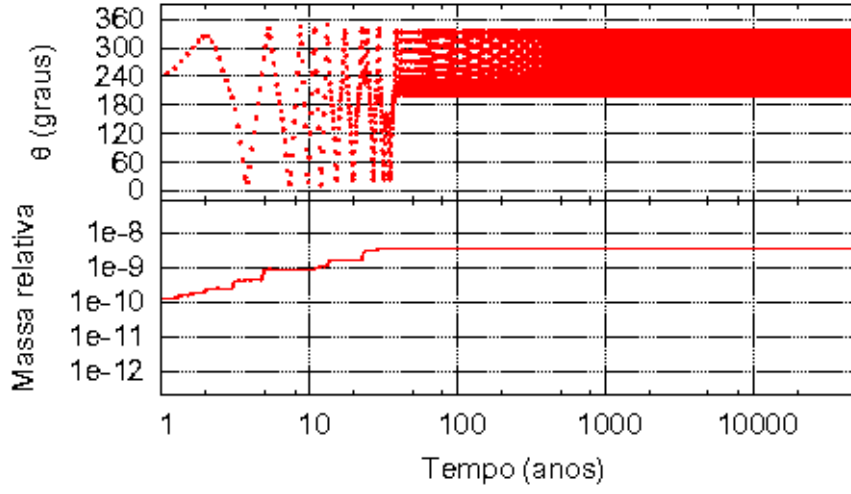


Figura 4.48: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,369 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_5 .

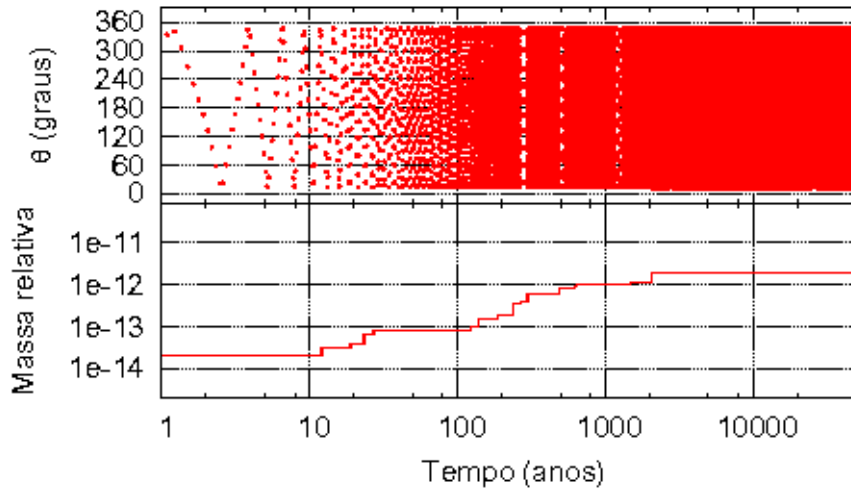


Figura 4.49: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,94 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.

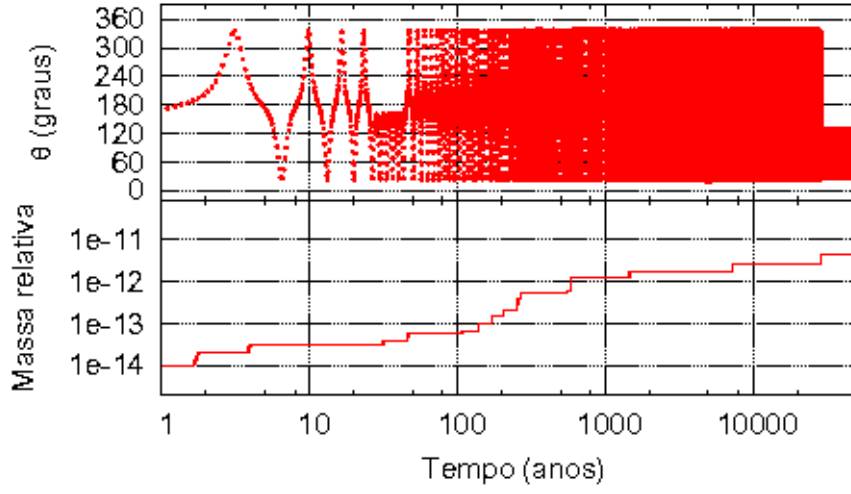


Figura 4.50: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,61 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.

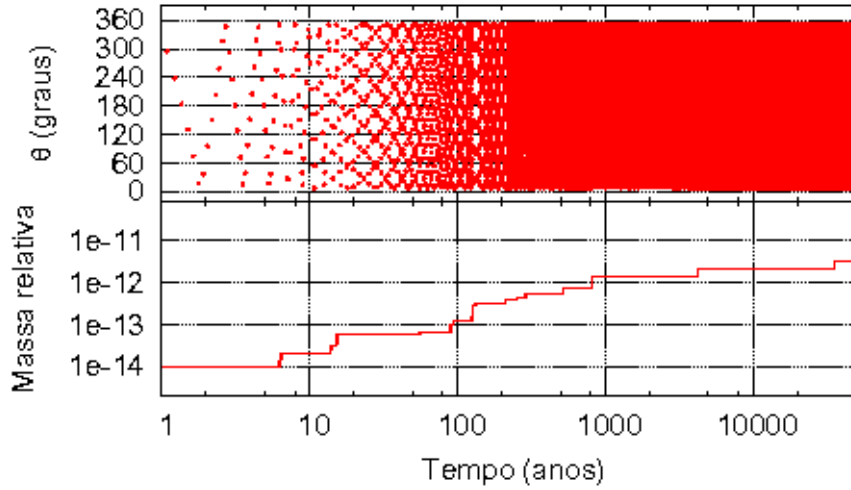


Figura 4.51: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,45 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno do ponto L_4 .

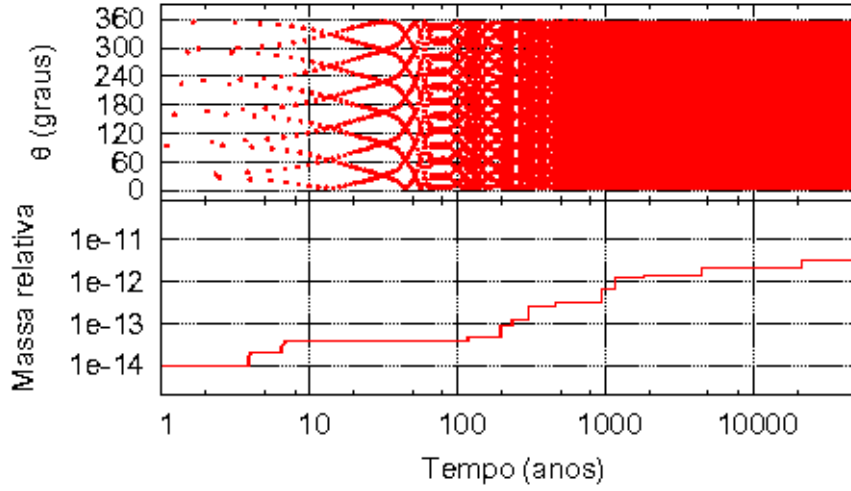


Figura 4.52: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-4}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,35 \times 10^{-12}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

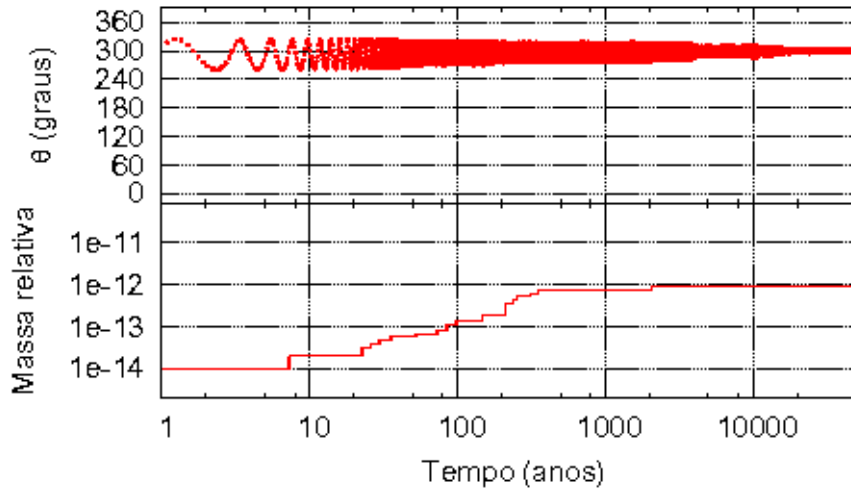


Figura 4.53: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,6 \times 10^{-13}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_5

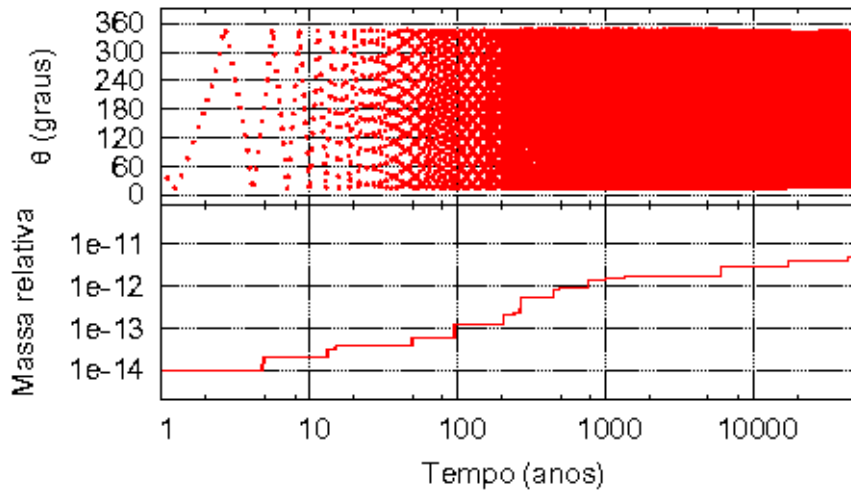


Figura 4.54: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,92 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.

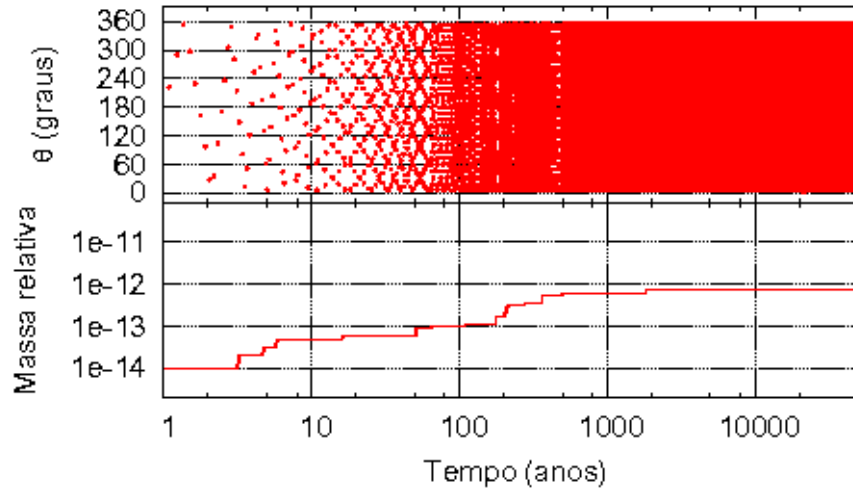


Figura 4.55: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 partículas com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 7,7 \times 10^{-13}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura.

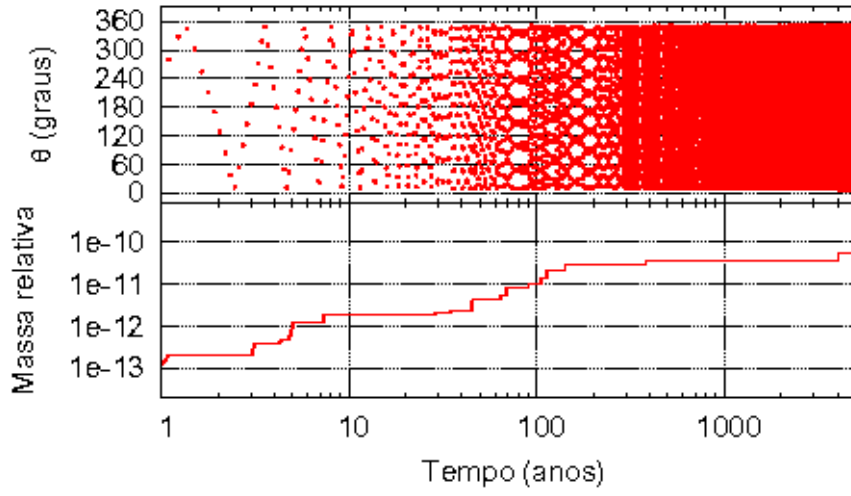


Figura 4.56: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,38 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura

4.3.2 Sistemas com achatamento

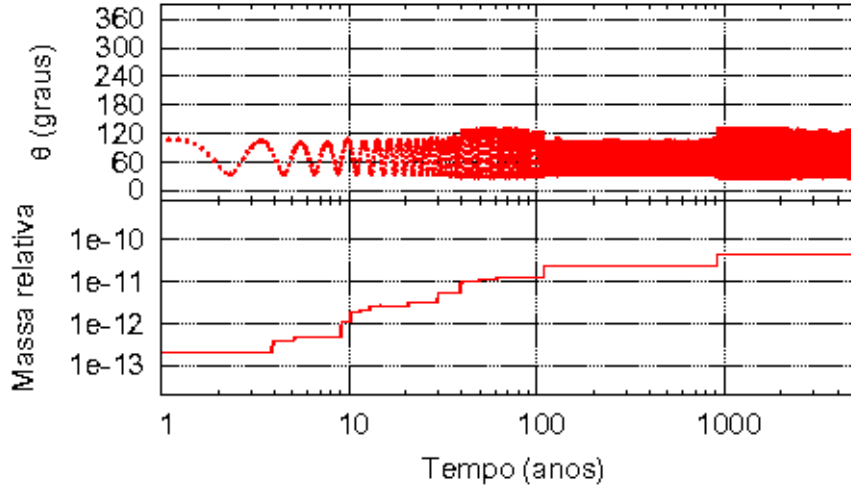


Figura 4.57: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,62 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_4

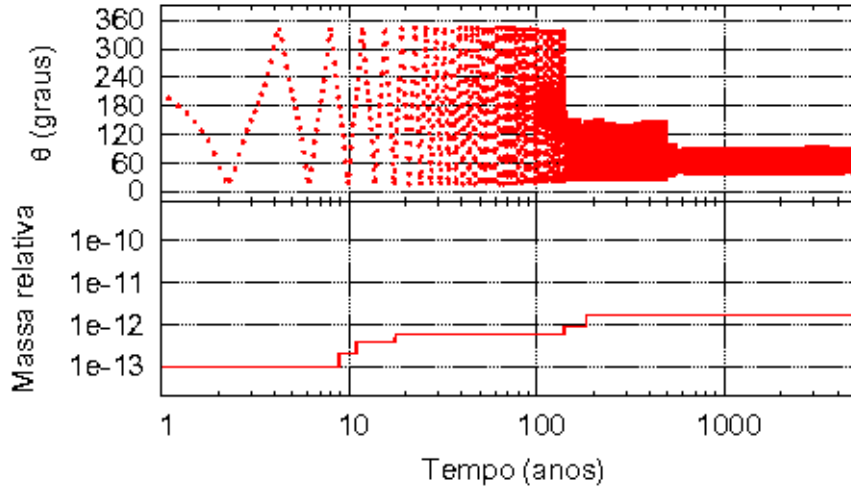


Figura 4.58: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,7 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo girino em torno de L_4 .

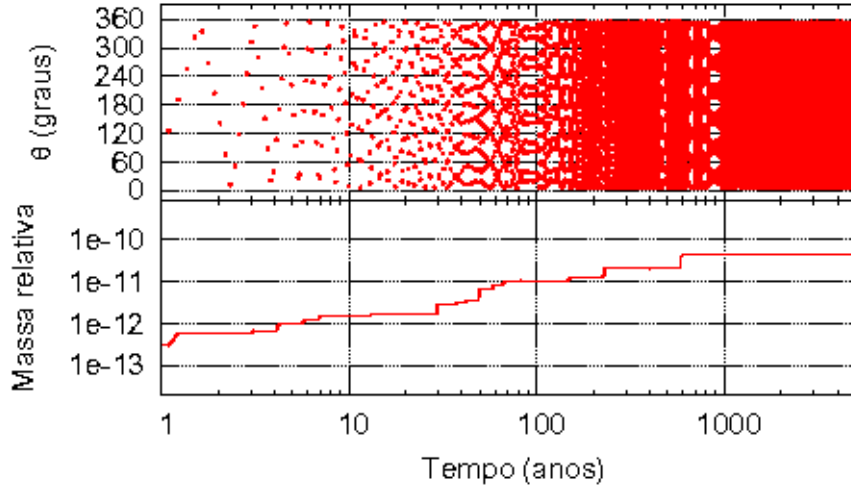


Figura 4.59: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,32 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura

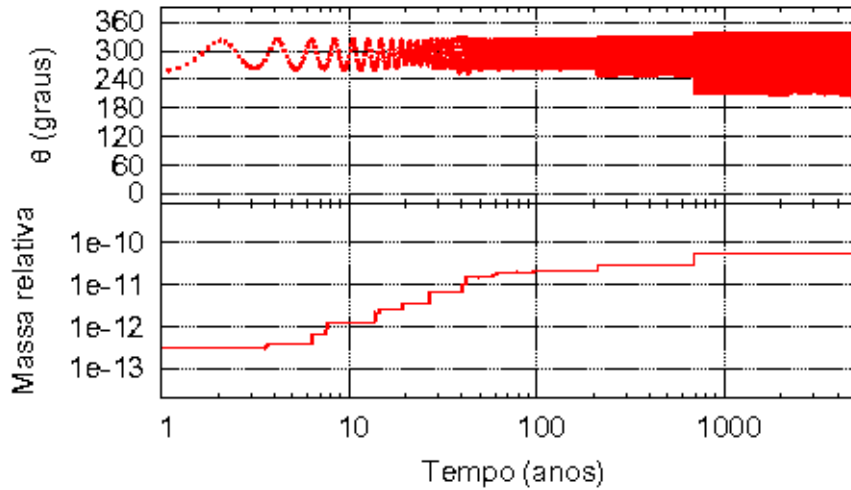


Figura 4.60: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,51 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura

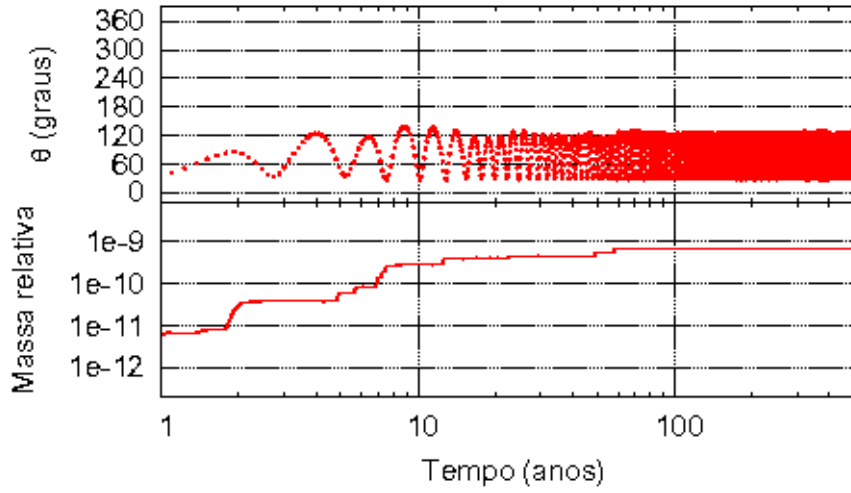


Figura 4.61: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 6,99 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4

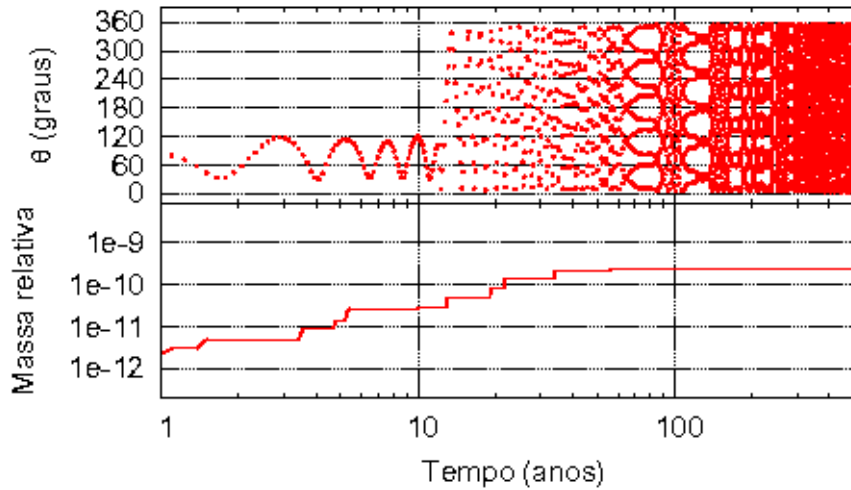


Figura 4.62: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2.42 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura

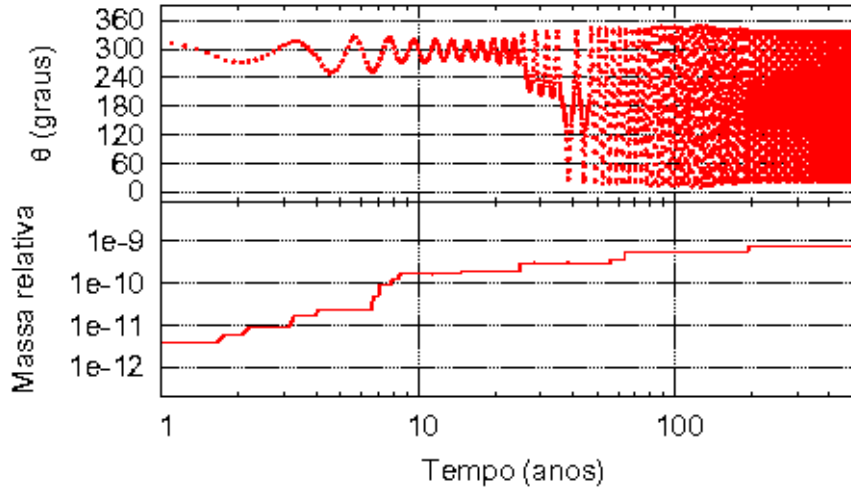


Figura 4.63: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidos em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal $m_{p_f} = 735 \times 10^{-12}$ movendo se numa órbita do tipo ferradura

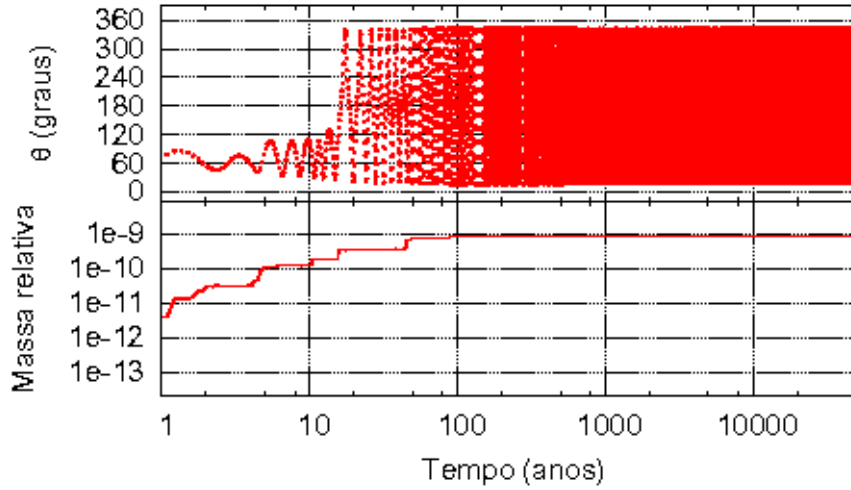


Figura 4.64: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 8,666 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura

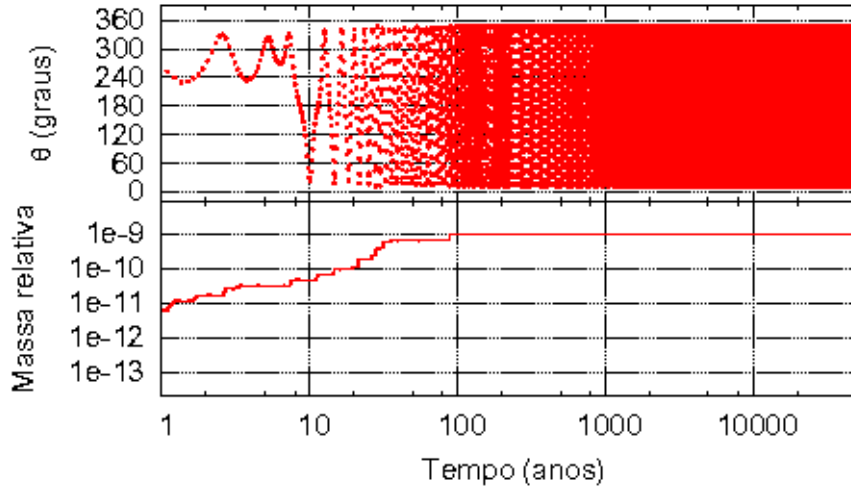


Figura 4.65: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,822 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura

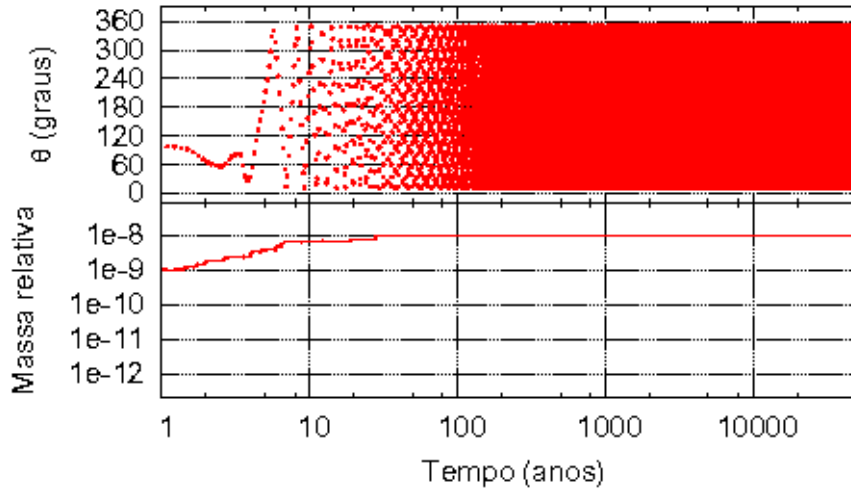


Figura 4.66: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,382 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura

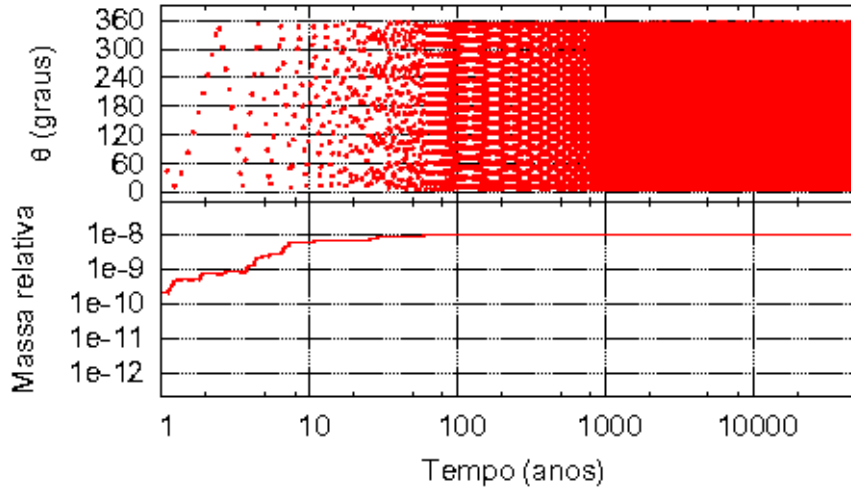


Figura 4.67: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 10000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuidas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,923 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura

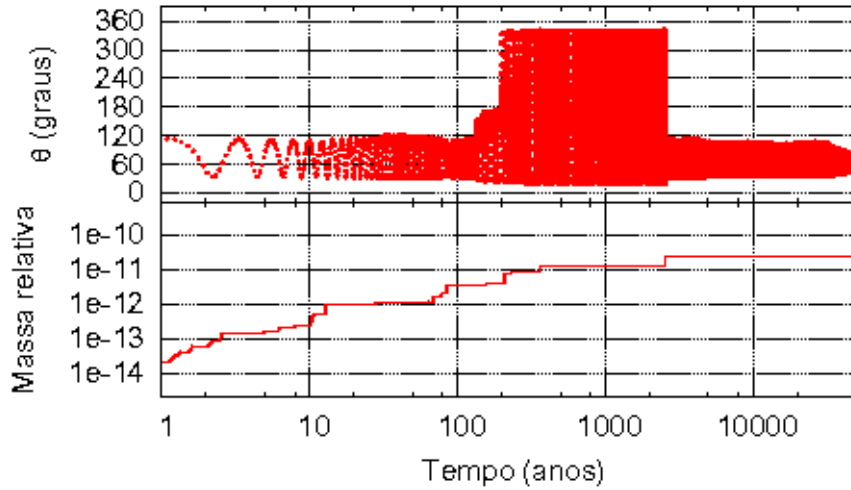


Figura 4.68: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,354 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4 .

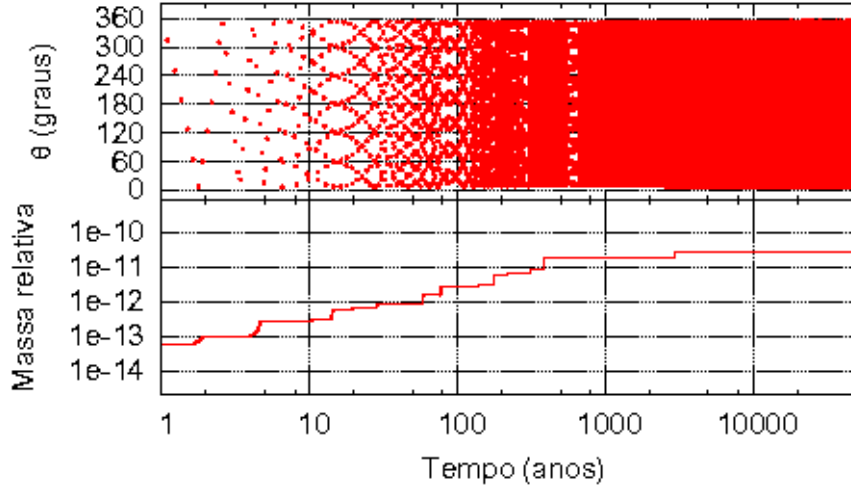


Figura 4.69: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,646 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.

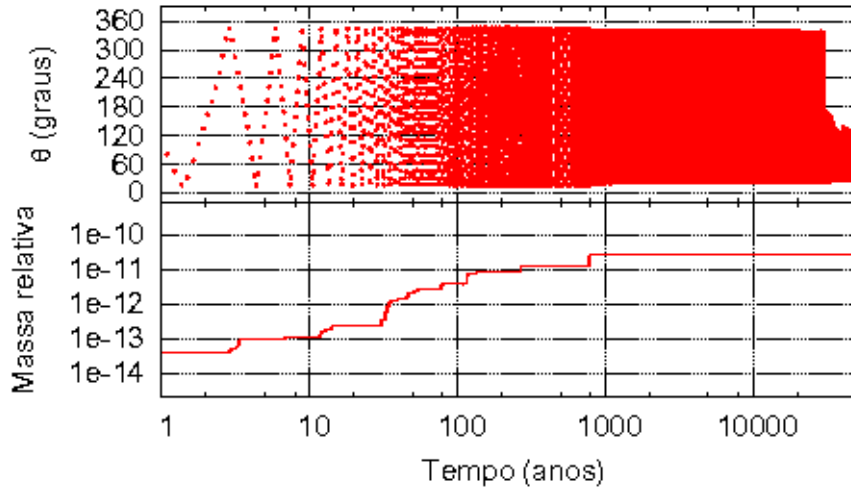


Figura 4.70: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,881 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4 .

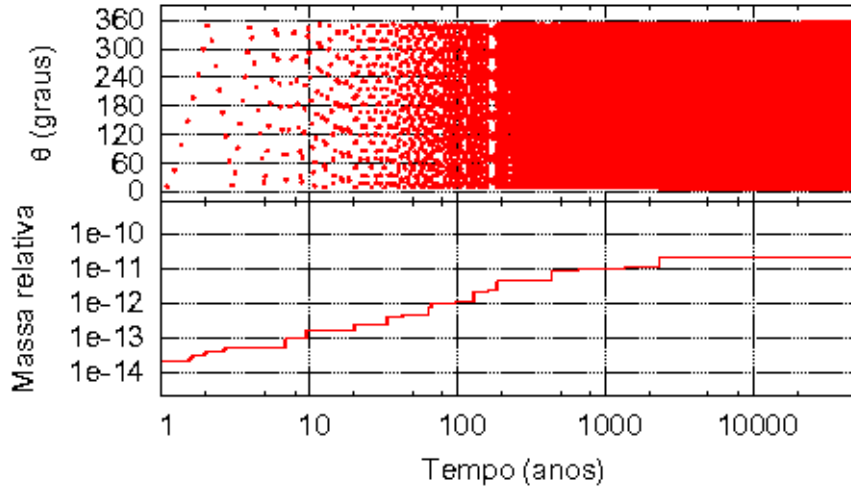


Figura 4.71: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,119 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.

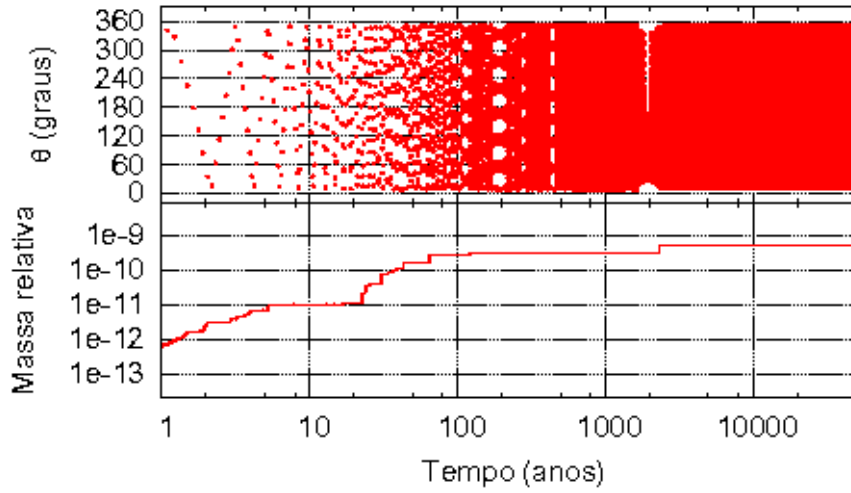


Figura 4.72: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,926 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.

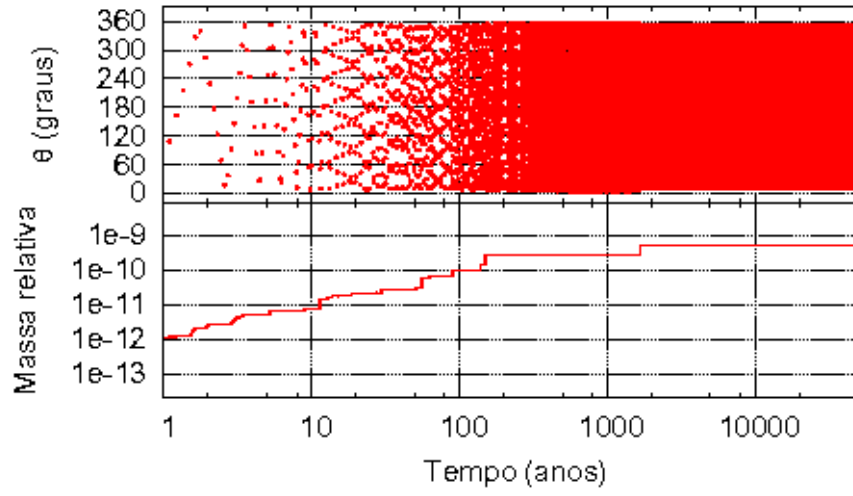


Figura 4.73: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.

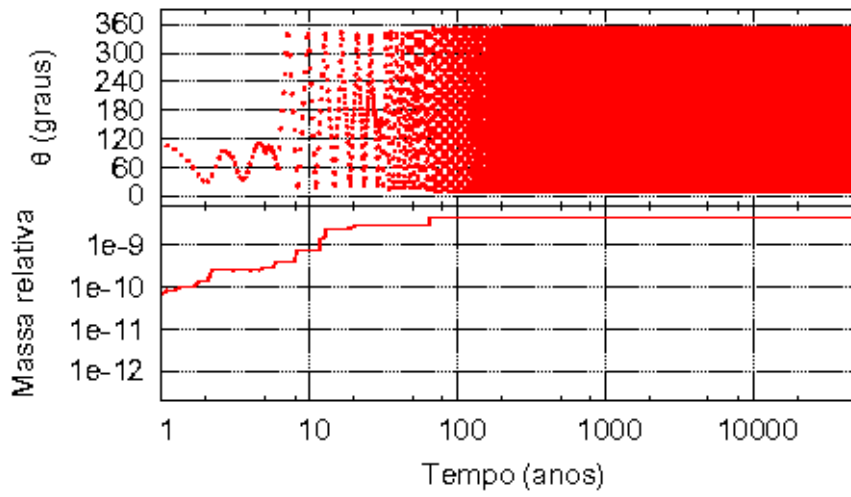


Figura 4.74: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,445 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura.

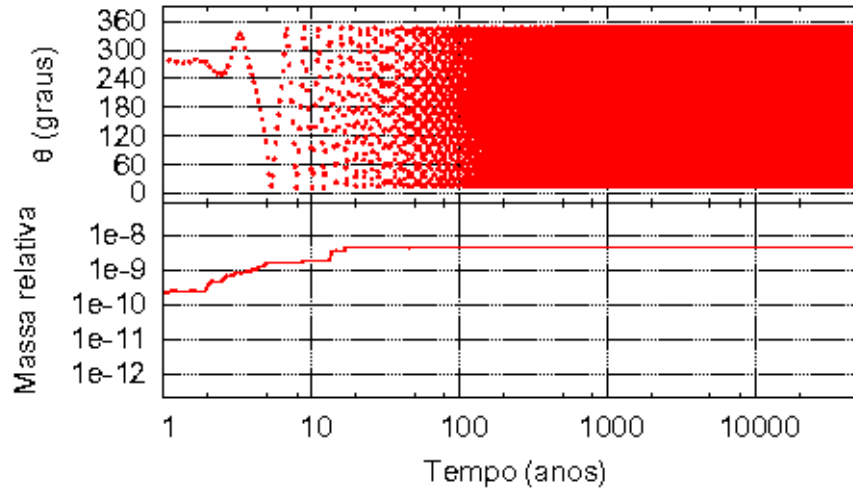


Figura 4.75: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,333 \times 10^{-9}$ movendo-se numa órbita ferradura.

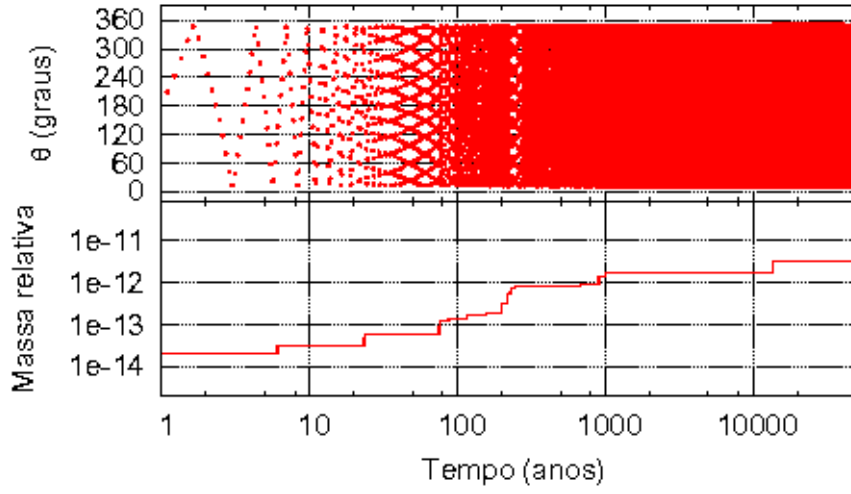


Figura 4.76: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,18 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.

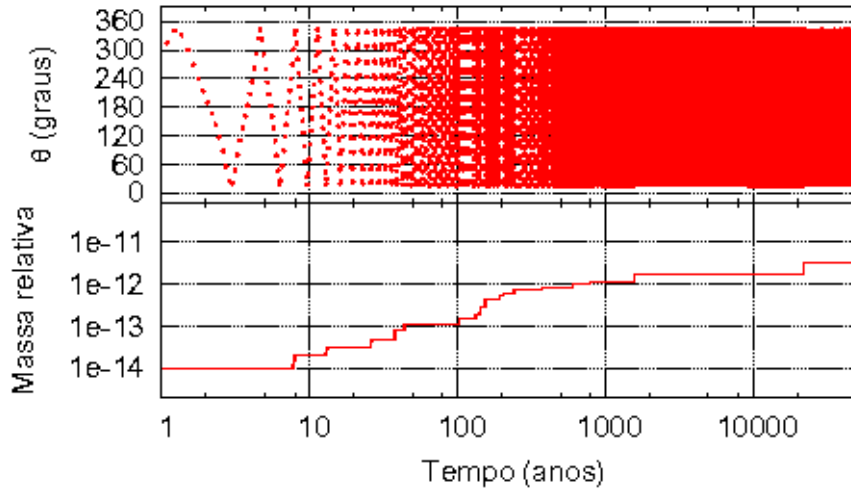


Figura 4.77: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuidas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,45 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.

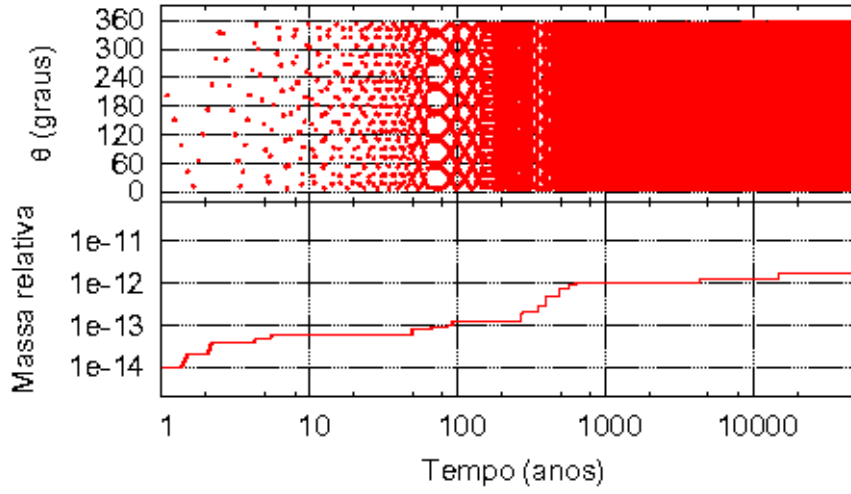


Figura 4.78: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,79 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.

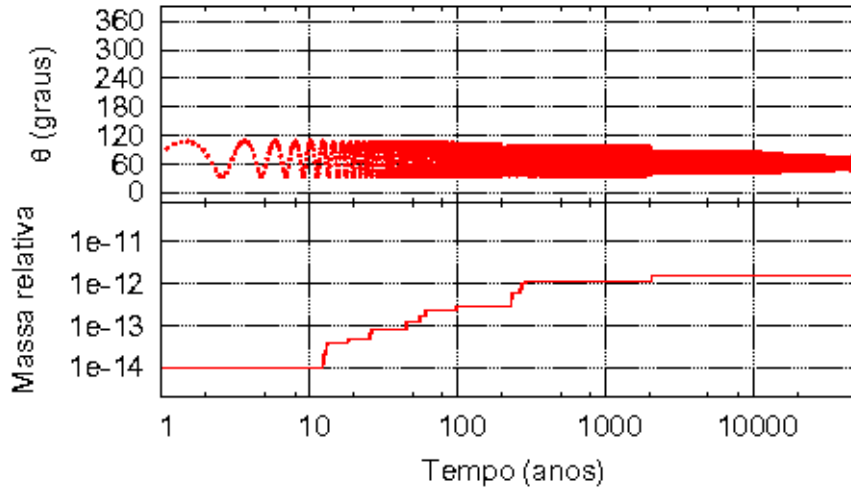


Figura 4.79: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 1,58 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_4 .

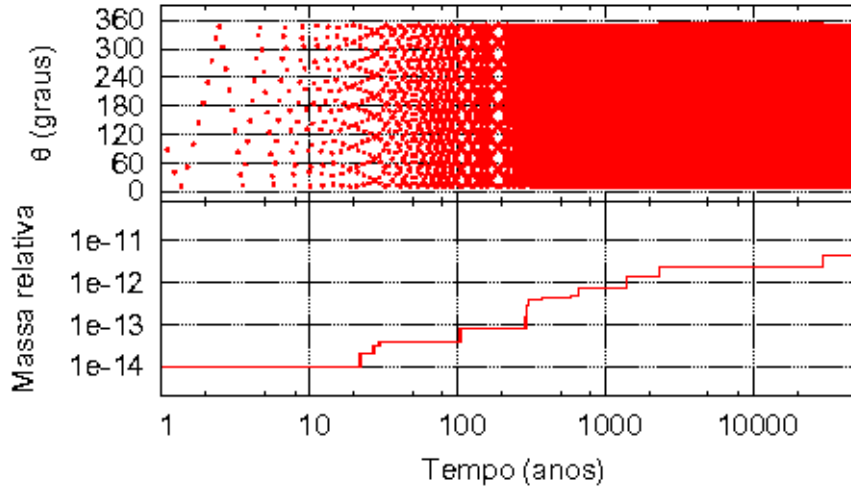


Figura 4.80: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,39 \times 10^{-12}$ movendo-se numa órbita ferradura.

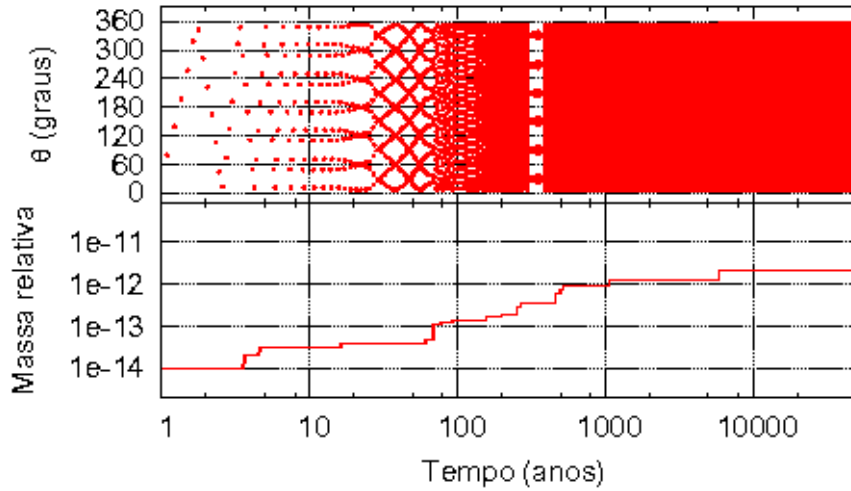


Figura 4.81: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 2,12 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.

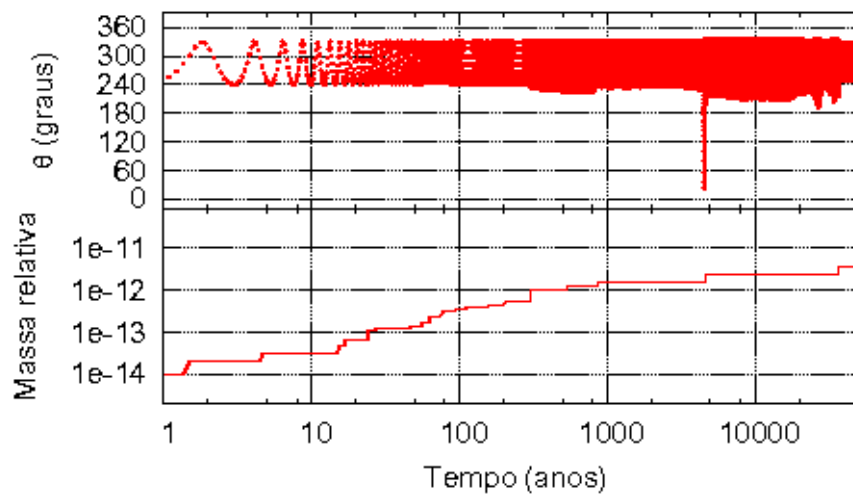


Figura 4.82: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 3,49 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5 .

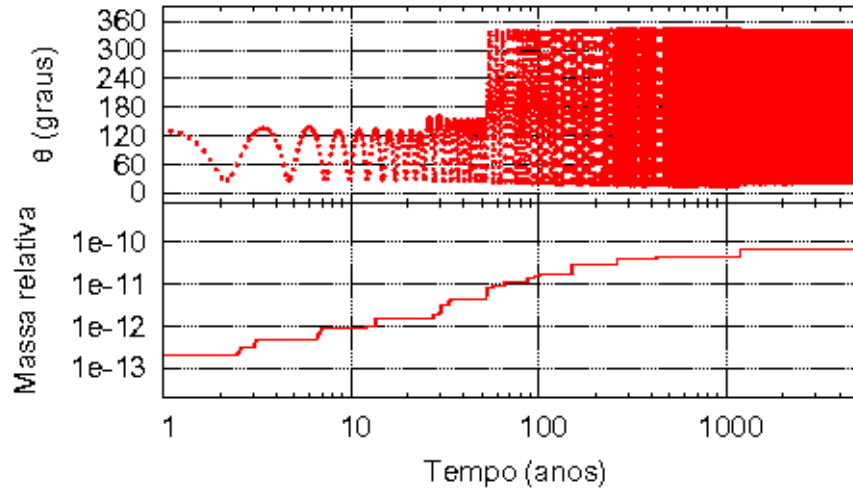


Figura 4.83: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 6,78 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.

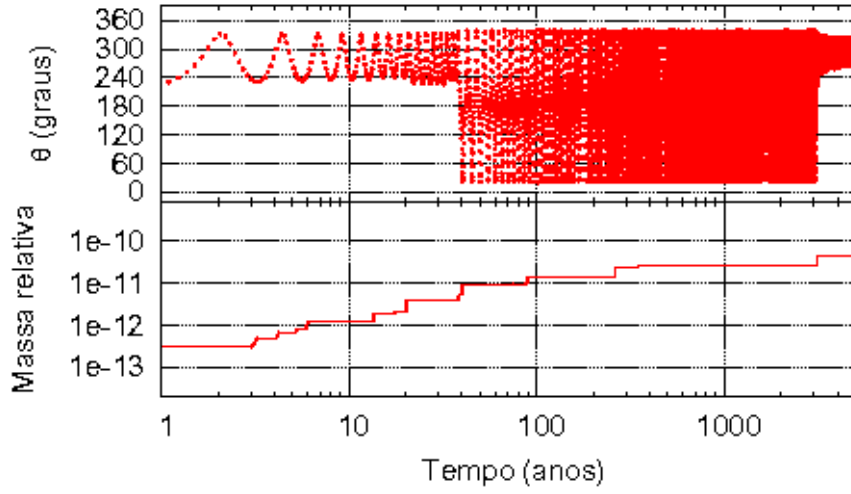


Figura 4.84: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 4,37 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita girino em torno de L_5 .

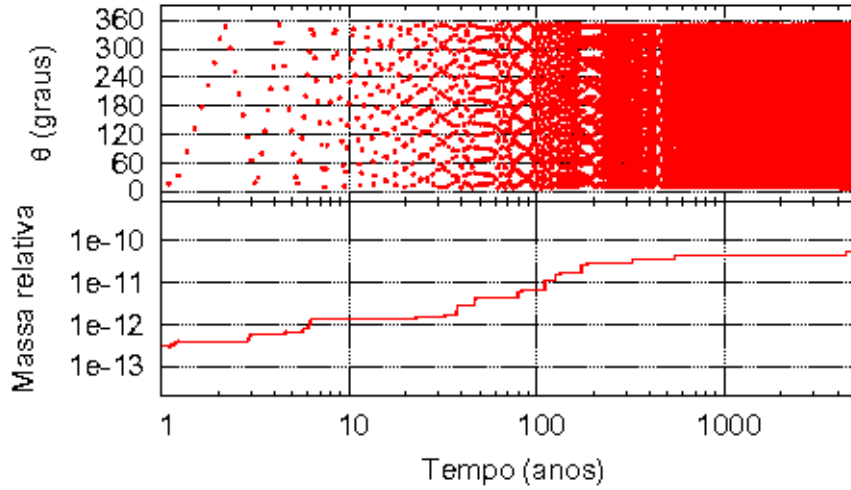


Figura 4.85: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-13}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 5,63 \times 10^{-11}$ movendo-se numa órbita ferradura.

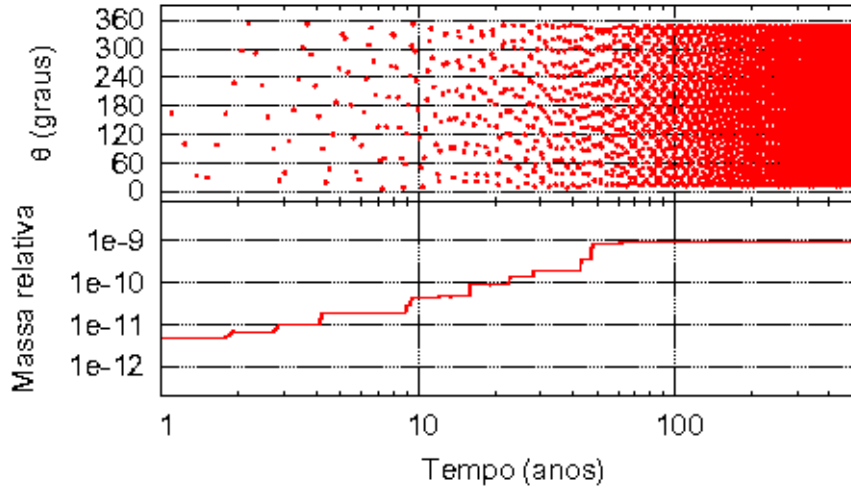


Figura 4.86: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_4 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,86 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.

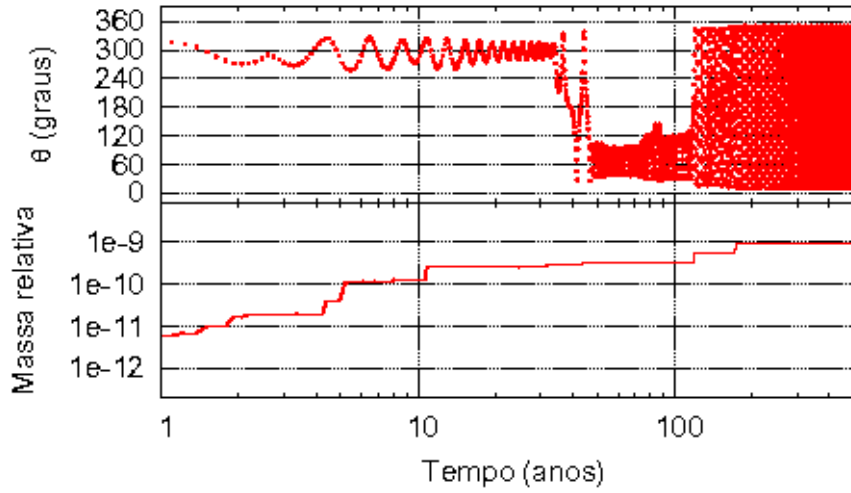


Figura 4.87: Evolução temporal do ângulo de libração e da massa relativa . Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídas em torno de L_5 . A massa atingida por esse planetesimal é $m_{p_f} = 9,99 \times 10^{-10}$ movendo-se numa órbita ferradura.

4.3.3 Conclusão

Os resultados dessa seção mostram que a maioria dos planetesimais sobreviventes apresentam órbita do tipo ferradura, mas planetesimais com órbita girino também foram encontrados. Alguns planetesimais tem seu tipo de órbita mudado ao longo do tempo, isso é visto através da mudança do ângulo de libração. A mudança do tipo de órbita pode ser devido a uma colisão ou a um encontro próximo. O aumento da massa do planetesimal e a mudança do ângulo de libração num mesmo instante evidência quando a mudança de órbita é devido a uma colisão. A massa relativa dos planetesimais e sua evolução, que estão apresentadas nas figuras dessa seção, mostram que a massa atingida pelos planetesimais é da ordem da massa apresentada pelos satélites coorbitais de Saturno. Os resultados apresentados quando o achatamento de Saturno é considerado e quando não é são análogos.

4.4 Decaimento do número de planetesimais

A taxa de redução do total de planetesimais no sistema ao longo do tempo, depende da massa inicial dos planetesimais e do número de corpos distribuídos em torno dos pontos L_4 ou L_5 , nas figuras mostramos o comportamento apresentado nossas simulações. Essa redução do número de corpos é resultado das colisões e a consequente acreção de massa entre os planetesimais. Além de uma característica do sistema, as colisões e a consequente redução no número de planetesimais do sistema tem um papel importante do ponto de vista computacional.

4.4.1 Sistemas sem achatamento

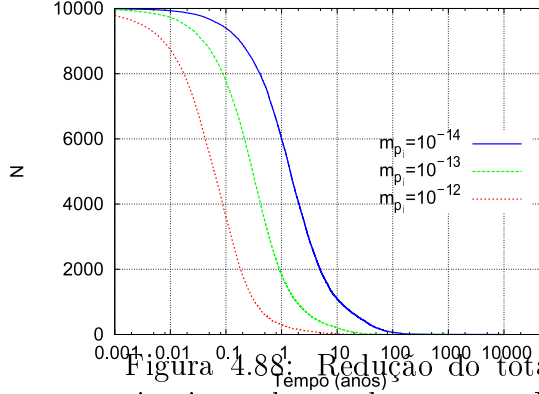


Figura 4.88: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

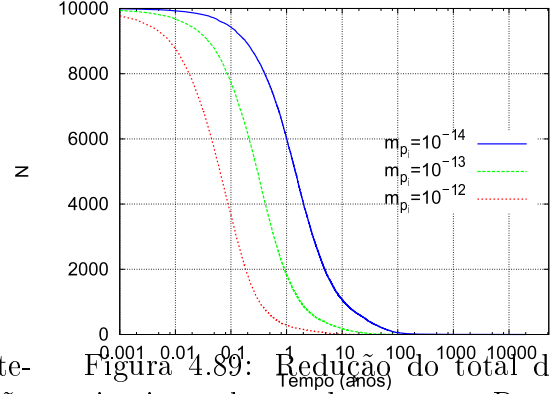


Figura 4.89: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

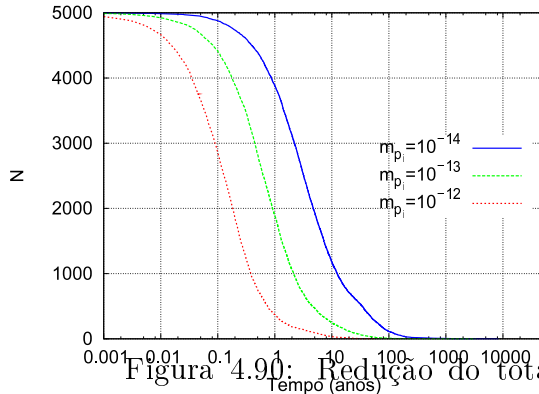


Figura 4.90: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

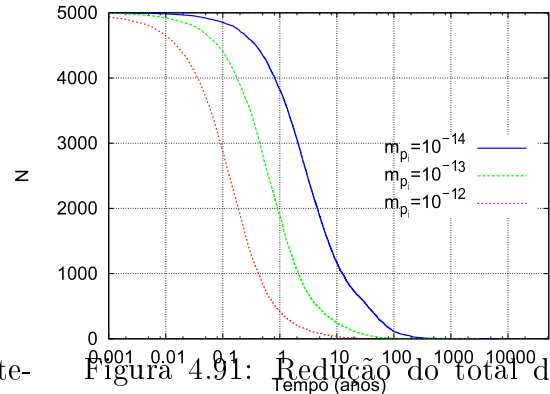


Figura 4.91: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

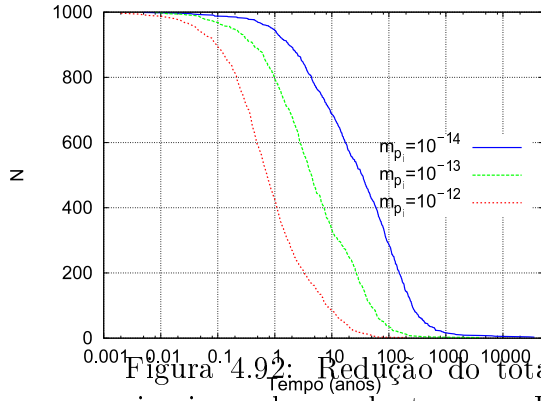


Figura 4.92: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

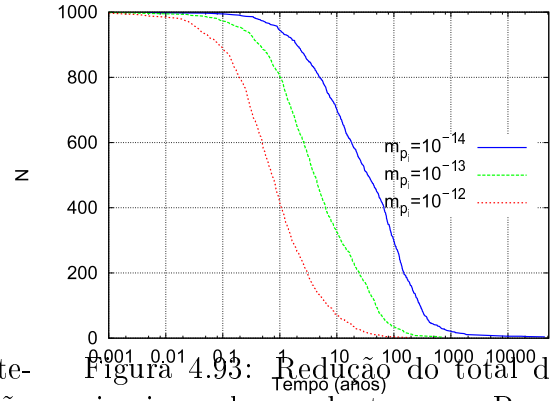


Figura 4.93: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

4.4.2 Sistemas com achatamento

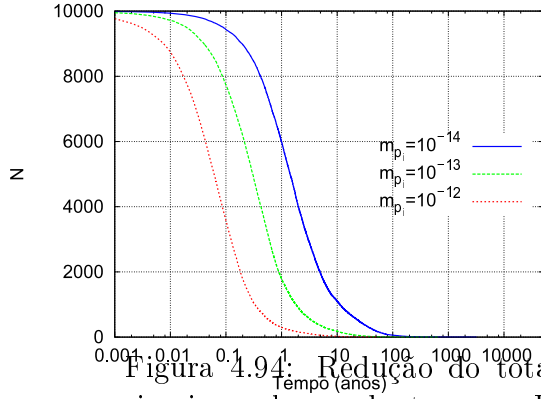


Figura 4.94: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

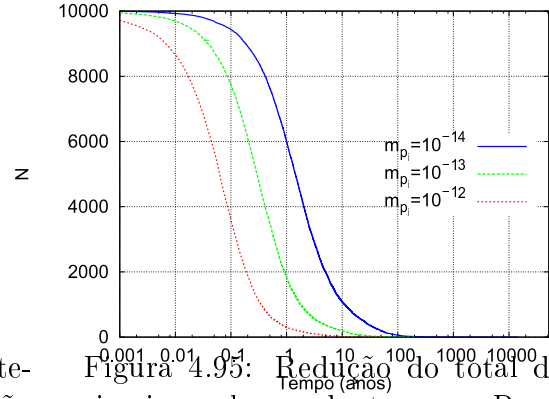


Figura 4.95: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 10000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

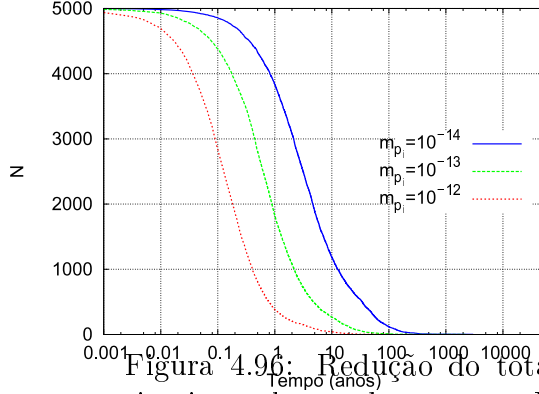


Figura 4.96: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

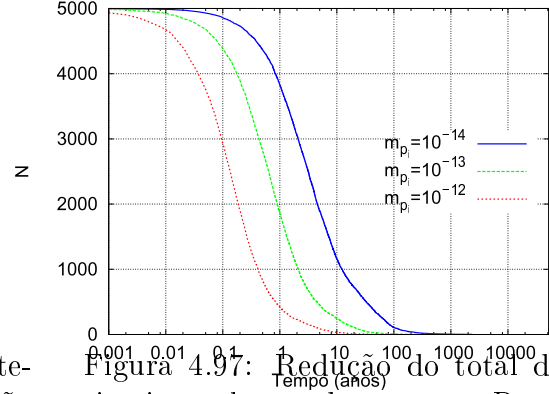


Figura 4.97: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 5000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

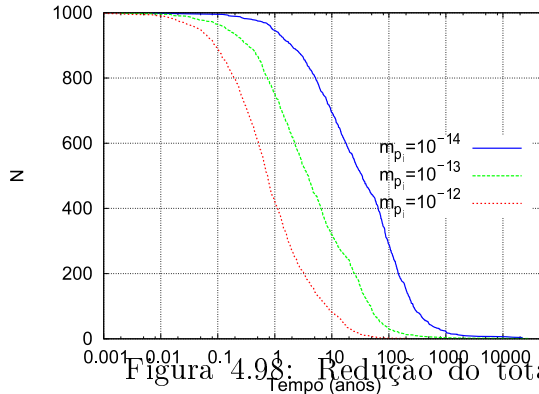


Figura 4.98: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_4 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

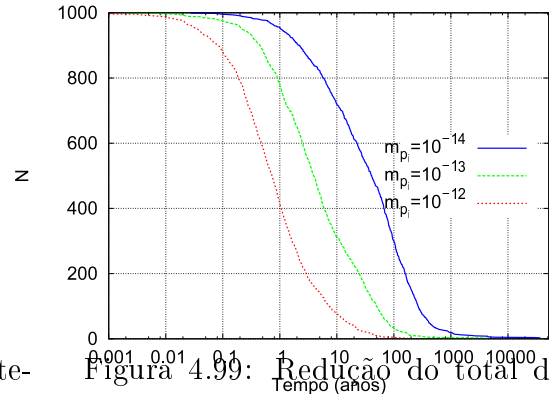


Figura 4.99: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto L_5 com massa inicial $m_{p_i} = 10^{-14}$, $m_{p_i} = 10^{-13}$ e $m_{p_i} = 10^{-12}$

4.4.3 Conclusão

A taxa de redução do total de planetesimais depende fortemente da massa inicial e do número de planetesimais distribuídos em cada região.

No início da evolução temporal de cada sistema a redução do número de planetesimais ocorre de forma mais suave, como mostrado nas figuras dessa seção. Isso é devido ao fato que inicialmente os planetesimais são distribuídos na região coorbital sem excentricidade. Conforme o sistema evolui os planetesimais ganham excentricidade, devido a perturbação gravitacional entre os corpos do sistema, e as órbitas desses planetesimais passam a se cruzar mais do que quando os planetesimais tinha órbita circular. Logo ocorrem mais colisões entre os planetesimais para um mesmo intervalo de tempo, por isso a diferença de comportamento na taxa de redução do número de planetesimais logo no início da evolução temporal e o restante da evolução.

4.5 Velocidades relativas de colisão

Nesta seção faremos um estudo das velocidades relativas de colisão. Essa análise é de extrema importância para a garantia desse modelo. Estamos interessados na acreção de massa quando temos uma colisão. Nas simulações, uma colisão resulta na formação de um único corpo (não existe fragmentação). A massa do corpo formado é a soma da massa dos dois que colidiram. O objetivo dessa seção é verificar se as velocidades relativas de colisão estão abaixo ou não da velocidade de escape definida pelo corpos que colidiram.

De acordo com Kortenkamp & Wetherill (2000) quando as velocidades relativas de colisão são menores que a velocidade de escape dos corpos temos acreção de massa. A velocidade de escape é dada por:

$$V_{esc}^2 = \frac{2G(M_t + M_p)}{(R_t + R_p)}$$

onde M_t , M_p , R_t , R_p e G significam respectivamente massa do alvo, massa do projétil, raio do alvo, raio do projétil e constante gravitacional.

A análise das velocidades relativas de colisão tem como por objetivo estabelecer se as colisões podem ser consideradas inelásticas ou não.

A barra de cores das figuras dessa seção está relacionada a massa dos projéteis, os eixos estão relacionando a massa do alvo e as velocidades relativas de colisão em m/s , as linhas plotadas em cada um dos gráficos delimitam a velocidade de escape em função da massa do alvo para um dado valor fixo relacionado a massa do projétil. A cor de cada linha esta relacionada com a barra de cores de cada figura.

Analisando as figuras representando as velocidades relativas de colisão, em alguns

casos como na Figura 4.104 alguns pontos apresentam uma velocidade relativa de colisão muito alto comparada as outras colisões que ocorre no sistema. Essas velocidades relativas tão altas são provavelmente planetesimais que saíram da região de ferradura entraram na região caótica e acabaram cruzando novamente a região coorbital com uma velocidade muito alta.

4.5.1 Sistemas sem achatamento

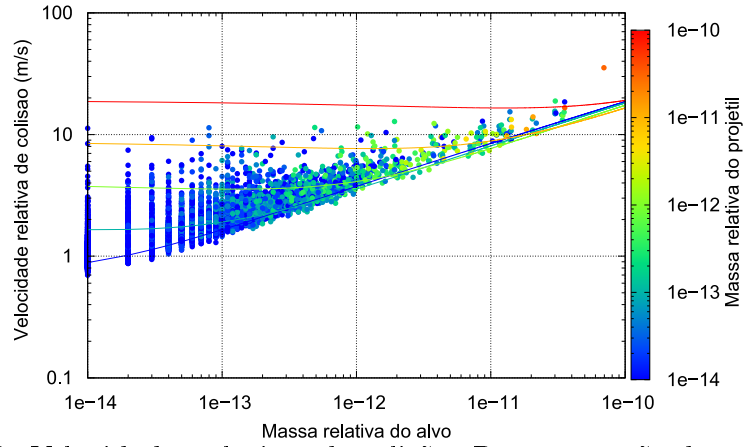


Figura 4.100: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

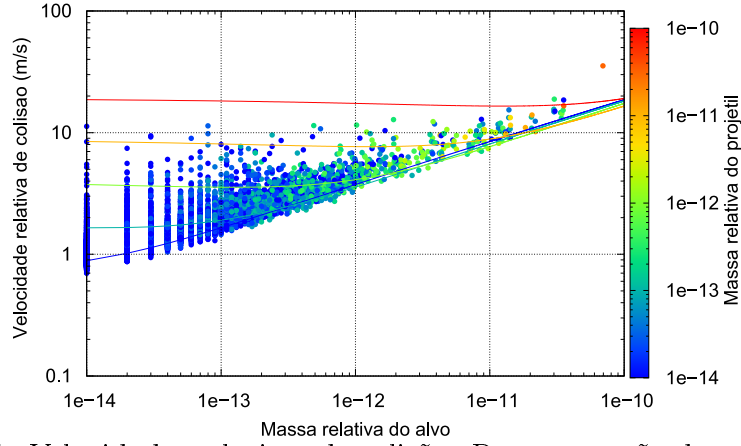


Figura 4.101: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

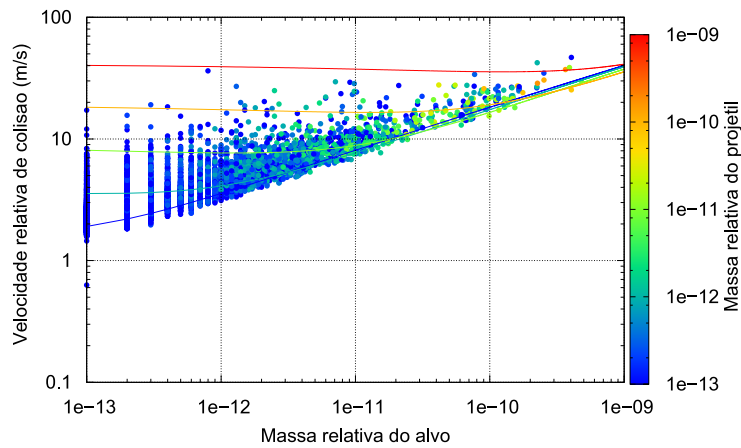


Figura 4.102: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

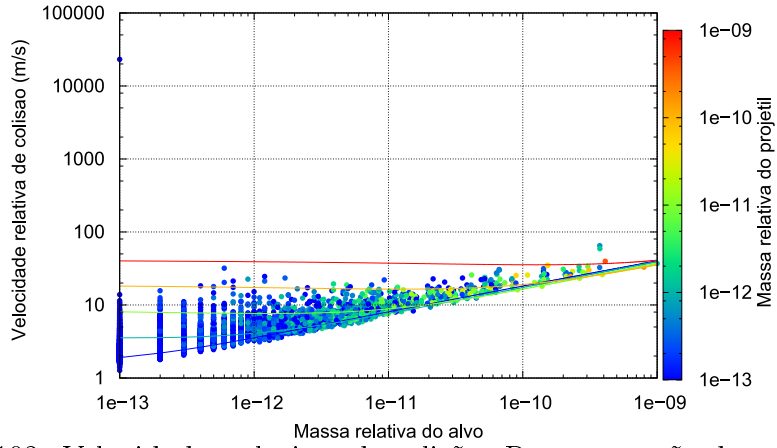


Figura 4.103: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

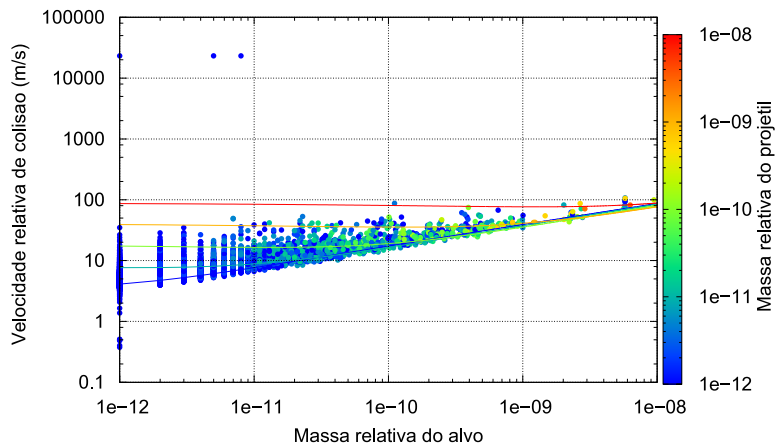


Figura 4.104: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

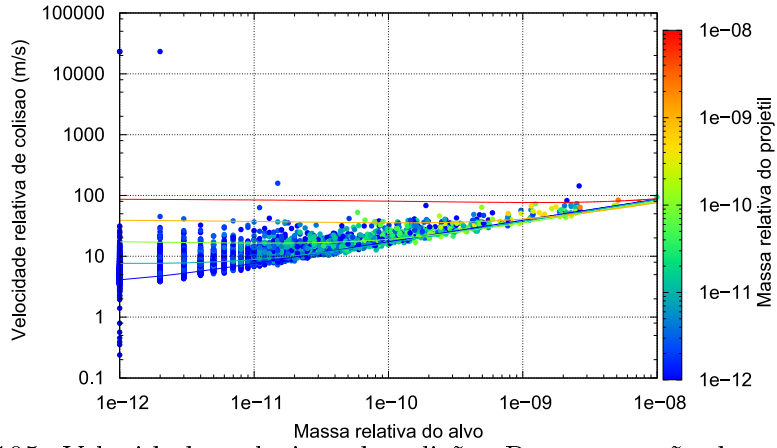


Figura 4.105: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

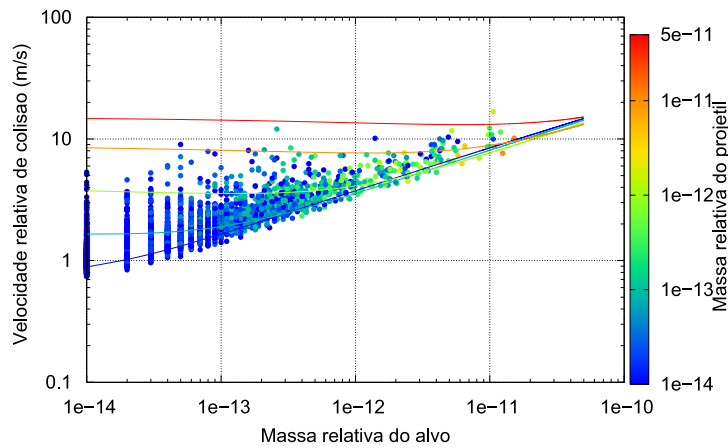


Figura 4.106: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

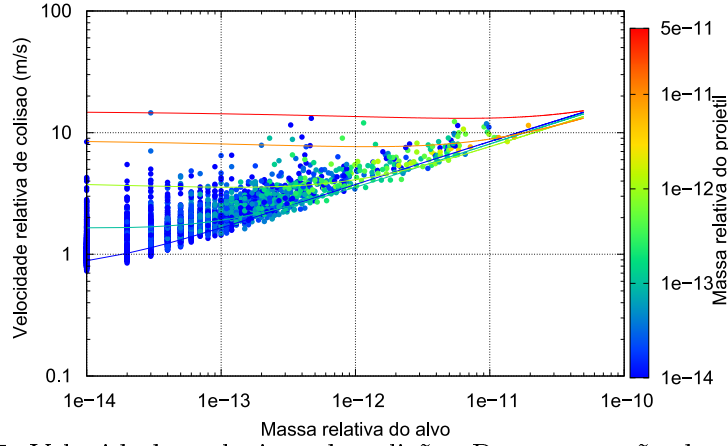


Figura 4.107: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

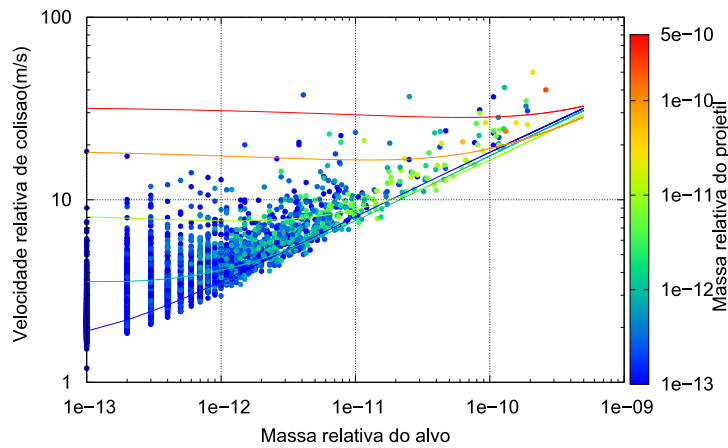


Figura 4.108: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

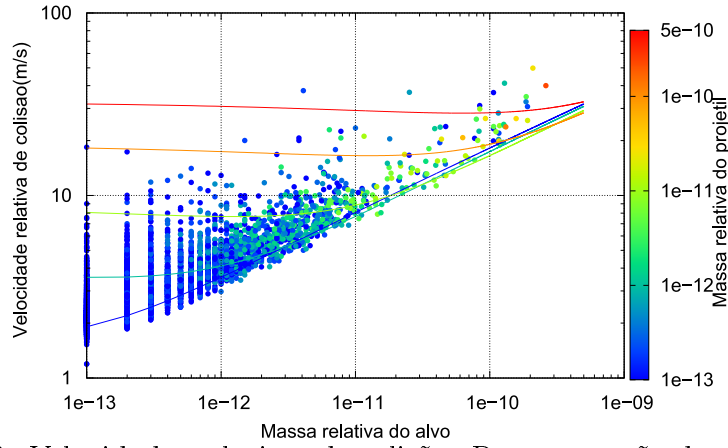


Figura 4.109: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

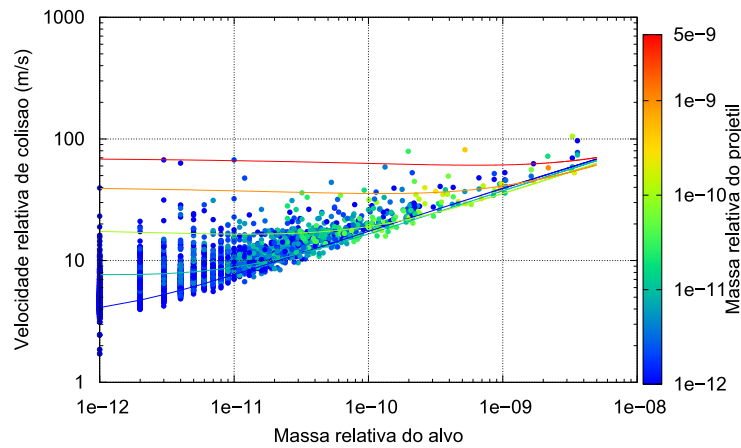


Figura 4.110: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

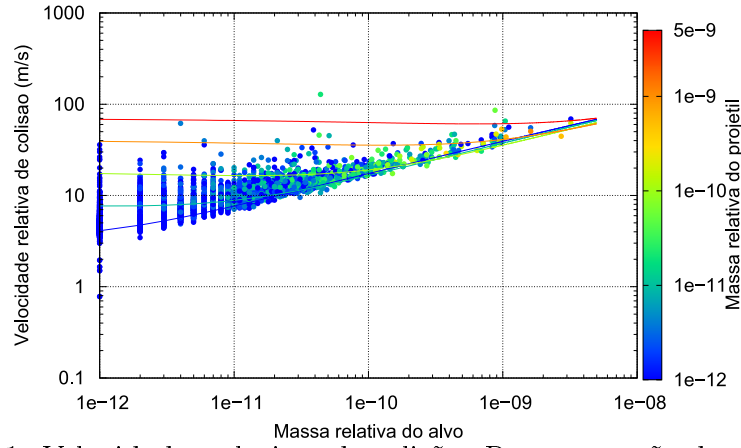


Figura 4.111: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

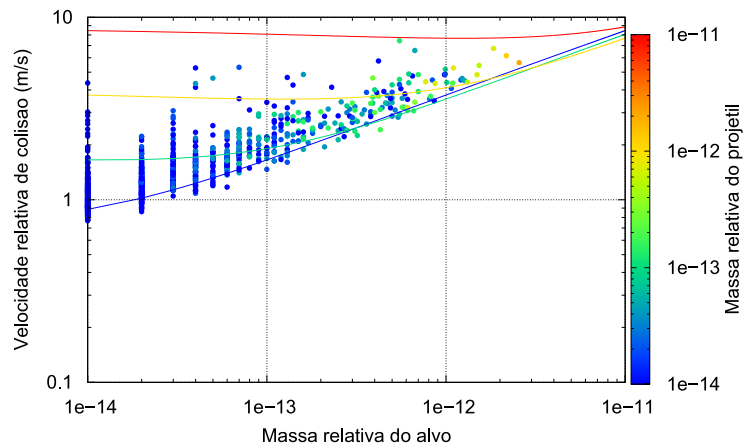


Figura 4.112: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

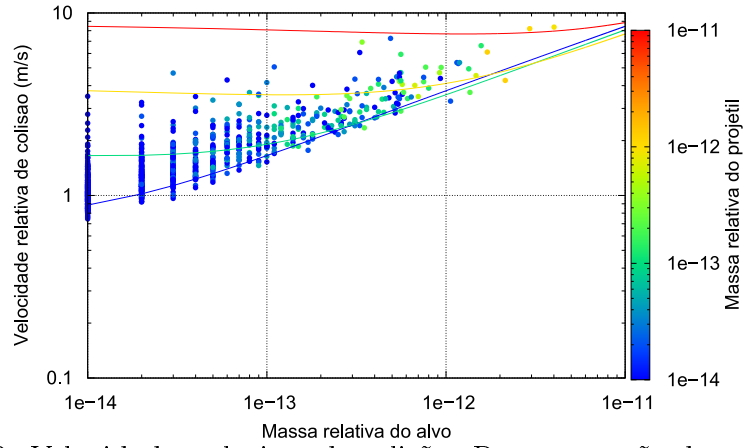


Figura 4.113: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

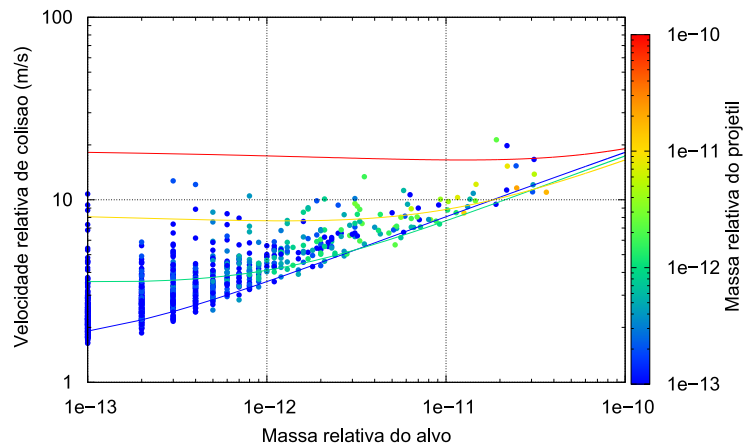


Figura 4.114: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

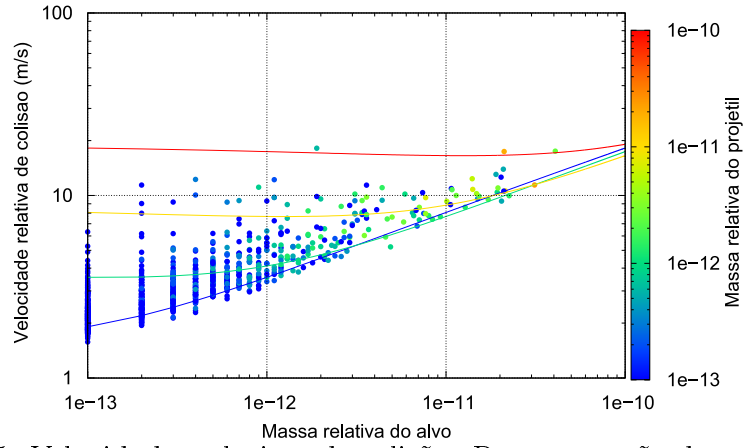


Figura 4.115: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

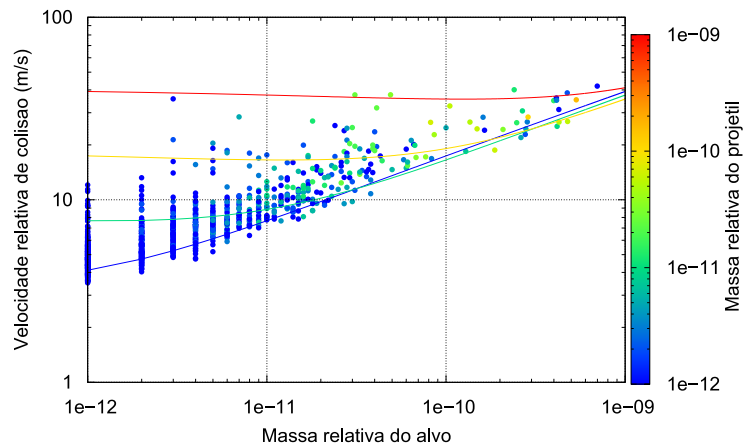


Figura 4.116: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

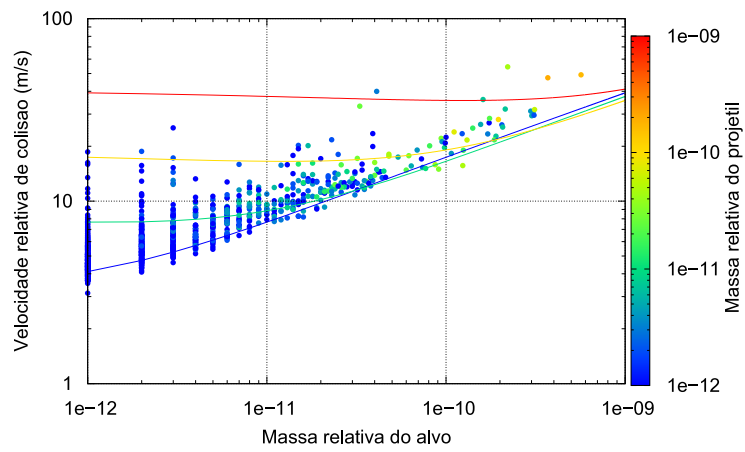


Figura 4.117: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

4.5.2 Sistemas com achatamento

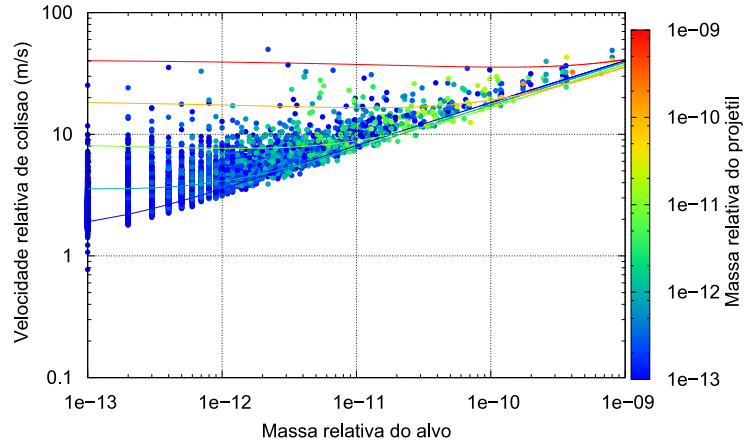


Figura 4.118: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

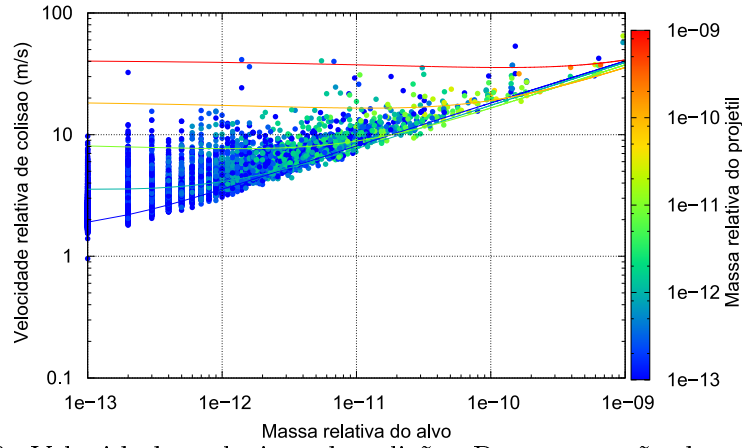


Figura 4.119: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

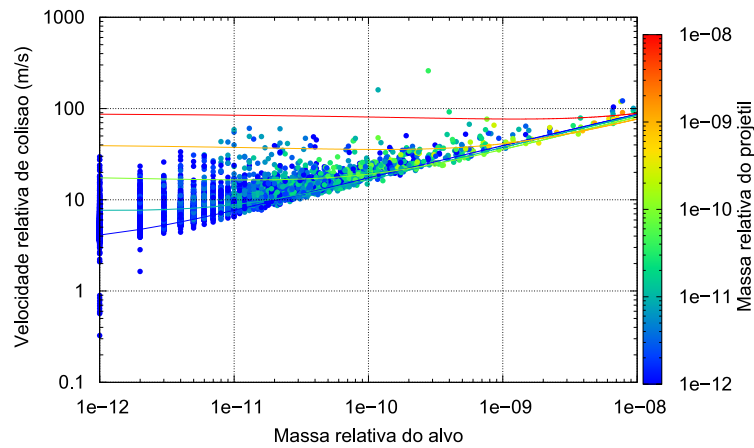


Figura 4.120: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuidos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

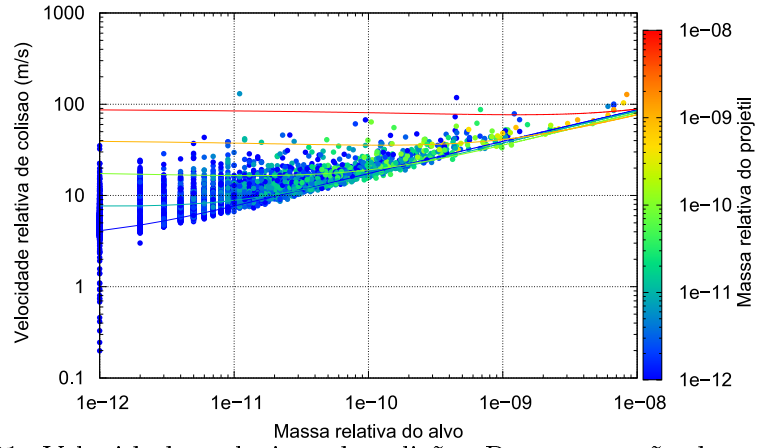


Figura 4.121: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 10000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

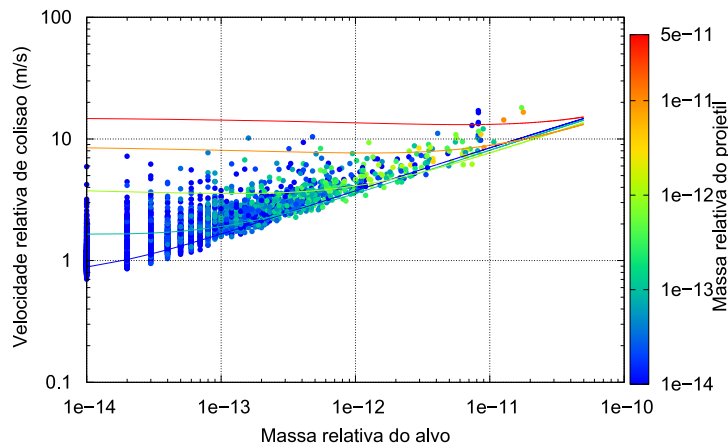


Figura 4.122: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

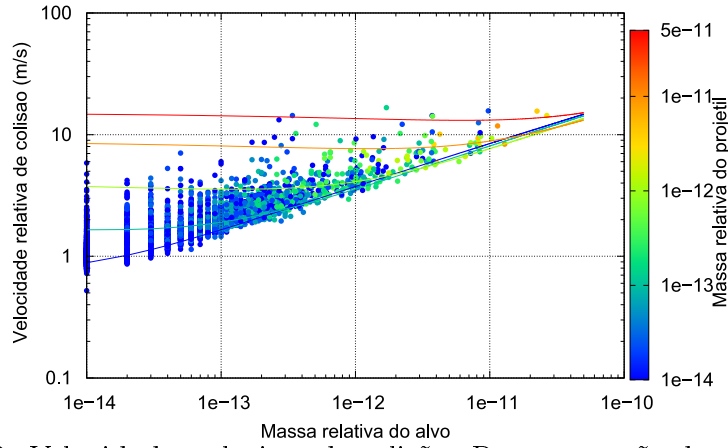


Figura 4.123: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

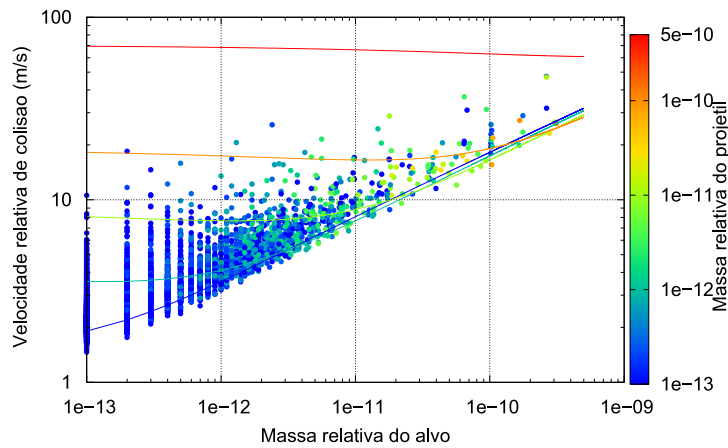


Figura 4.124: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

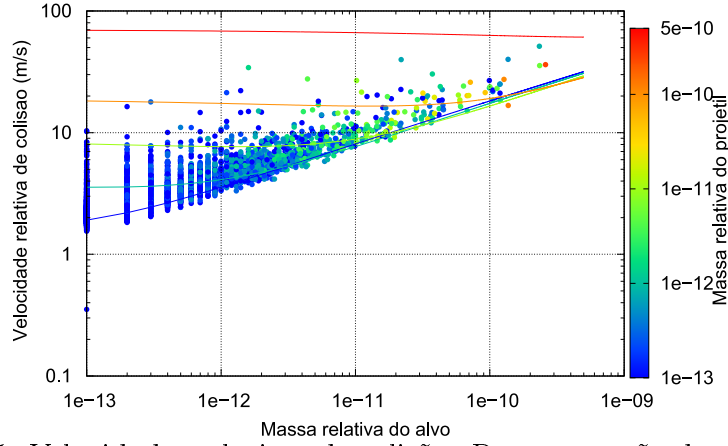


Figura 4.125: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

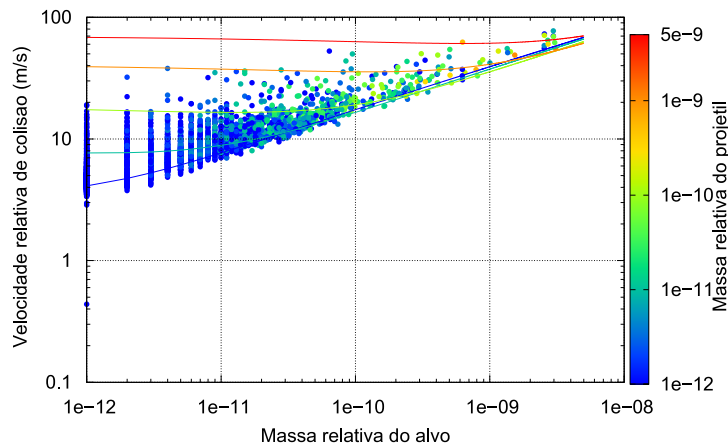


Figura 4.126: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

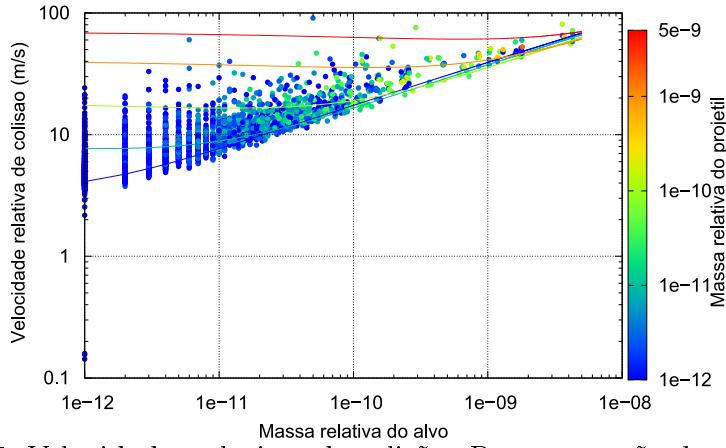


Figura 4.127: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

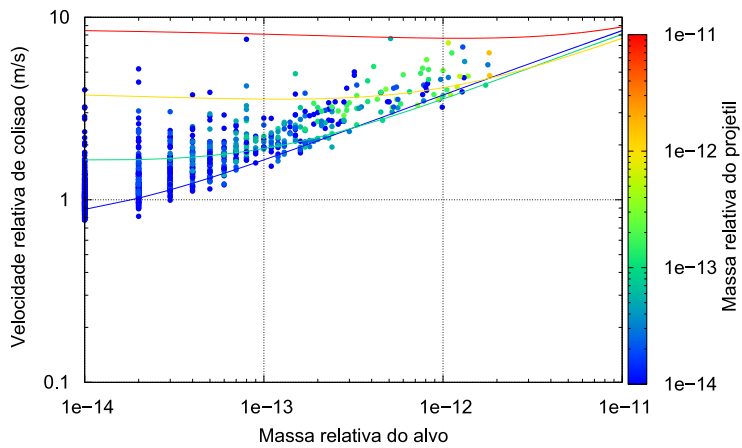


Figura 4.128: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

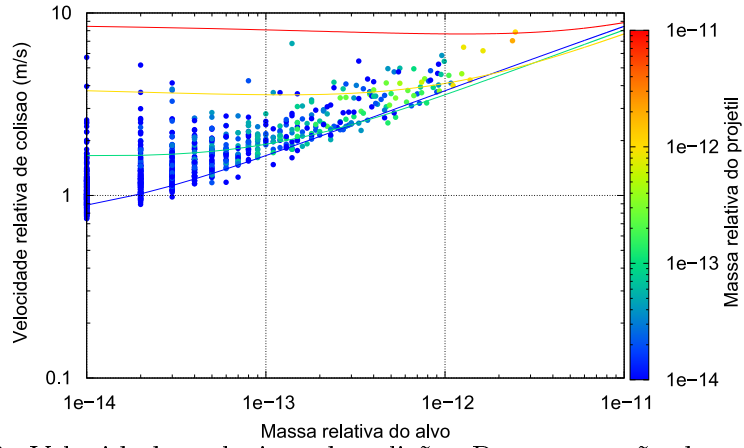


Figura 4.129: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-14}$.

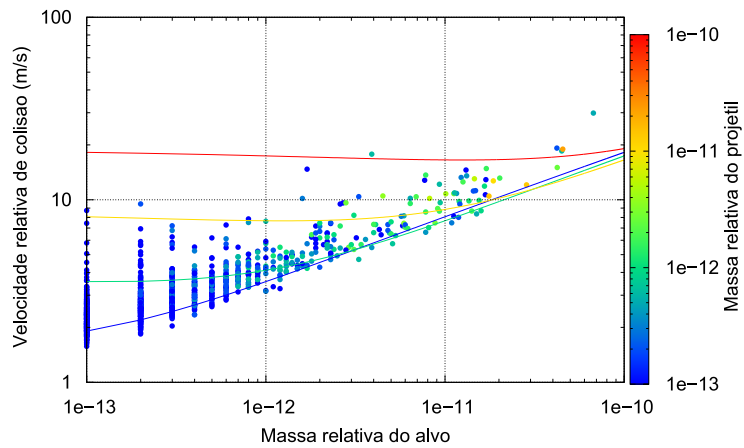


Figura 4.130: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

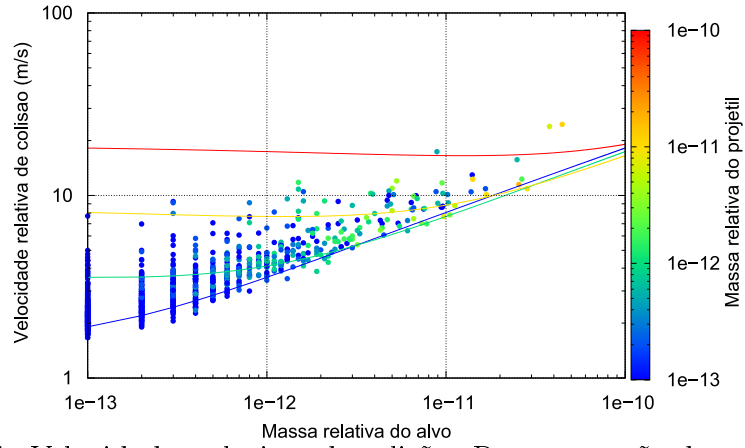


Figura 4.131: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$.

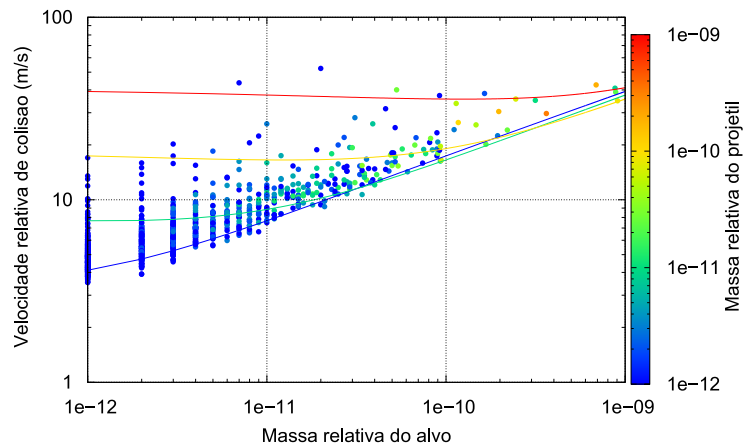


Figura 4.132: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_4 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

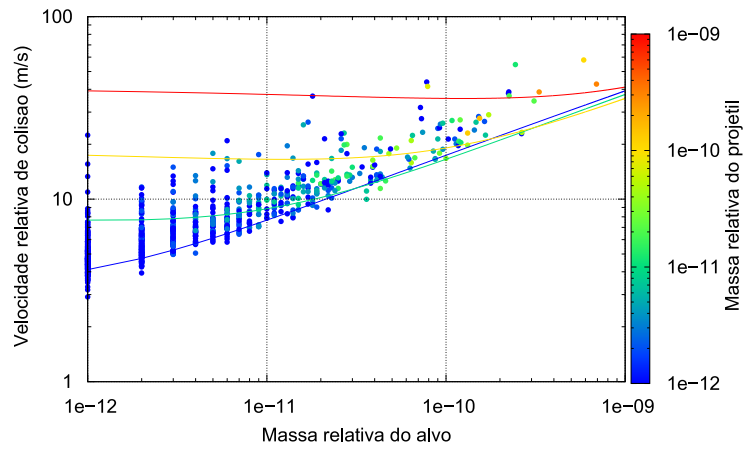


Figura 4.133: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto L_5 . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$.

4.5.3 Conclusão

A análise das velocidades relativas de colisão mostra que de forma geral as velocidades relativas de colisão estão razoavelmente próxima das velocidades de escape definida pelo planetesimal alvo e projétil, mas estão muitas vezes acima da velocidade de escape. Não podemos assim concluir apenas por essa análise se as colisões são construtivas e a hipótese de se considerar as colisões como inelásticas, é de fato válida na prática. Numa próxima etapa do trabalho analisaremos outros critérios de acreção de massa, para concluirmos se as velocidades relativas de colisão apresentadas aqui são ou não construtivas.

Alguns sistemas apresentam colisões entre planetesimais com uma velocidade relativa muito grande se comparada a média das velocidades relativas apresentadas pelo sistema ao qual o planetesimal pertence. Isso é devido a algum planetesimal que saiu da região coorbital indo pra região caótica (GAP) e provavelmente retornou a região coorbital com grande velocidade colidindo com algum planetesimal. Outra possibilidade é que essa velocidade relativa de colisão tão alta seja devido a colisão entre dois objetos que estão na região de GAP.

Não observamos diferenças significativas entre as velocidades relativas de colisão para sistemas com e sem o achatamento de Saturno.

Capítulo 5

Discussão geral

O objetivo básico desse trabalho é fazer um estudo da formação congênita como um mecanismo de formação de satélites coorbitais. Considerando as colisões como sendo inelásticas nossos resultados mostram que ocorre a formação de objetos maiores devido as colisões, e que esses permanecem dentro da região de ferradura. A análise do ângulo de libração mostra que alguns desses planetesimais tem órbitas do tipo girino, e apresentam a massa da mesma ordem que a massa dos satélites coorbitais de Saturno apresentam. Na seção 3.2 onde fazemos um estudo do ângulo de libração e da taxa de aumento da massa relativa, mostramos que a colisão entre os planetesimais em alguns casos muda o tipo de órbita, aumenta ou diminui a amplitude de libração do planetesimal sobrevivente na colisão.

A estudo da evolução dinâmica do sistema mostrou que quanto maior a quantidade de planetesimais considerados e quanto maior a massa inicial de cada planetesimal, mais objetos tendem a sair da região coorbital e passam a se mover numa região caótica. Como trabalhamos com o processo de acreção isso é um ponto que se deve dar importância. Os planetesimais que entram na região caótica podem voltar pra região coorbital com altas velocidades produzindo provavelmente colisões destrutivas.

Na Tabela 5.1 temos os resultados de todas as nossas simulações, não considerando o achatamento do planeta. Na Tabela 5.2 mostramos os resultados considerando o achatamento. As simulações são feitas para diferentes quantidades de planetesimais e diferentes valores de massa inicial (m_{pi}). O tempo de integração de cada simulação é mostrado. Relacionamos a quantidade de planetesimais sobreviventes para cada simulação e o seu tipo de órbita no final da integração. Se a órbita é do tipo ferradura é indicado com a letra H, se a órbita é do tipo girino em torno de L_4 é indicada como T_{L_4} se é girino em L_5 como T_{L_5} .

A sequência em que os planetesimais sobreviventes são representados na coluna sobreviventes corresponde àquela em que aparecem na coluna m_{pf} . Por exemplo, na simulação 7

da Tabela 5.1 sobram dois planetesimais em 51000 anos de integração. Eles foram representados por H e T_{L_4} , a massa de cada planetesimal é respectivamente $m_{p_f} = 2.297 \times 10^{-11}$ e $m_{p_f} = 2.703 \times 10^{-11}$, ou seja, o primeiro objeto de cada simulação apresentado na coluna sobreviventes, possui massa relacionada na coluna m_{p_f} com o primeiro valor lá apresentado, referente a mesma simulação. A análise da Tabela 5.2 é análoga ao da Tabela 5.1

A inclusão do achatamento de Saturno nas simulações não reproduziu resultados diferentes dos já encontrados quando o achatamento era desconsiderado.

Através da análise do ângulo de libração e do crescimento da massa em função do tempo é possível observar que alguns planetesimais apresentam movimento coorbital em torno dos pontos estáveis. Foi possível observar também objetos que mudam de órbita ao longo do tempo, isso é provavelmente efeito de uma colisão ou até mesmo de um encontro próximo.

Do ponto de vista computacional as simulações numéricas aqui apresentadas tem um relativo custo computacional. Integrar numericamente um sistema com 10000 planetesimais com massa relativa 10^{-14} por cerca de 50000 anos leva em média de 60 a 70 dias de processamento. Já uma simulação com 1000 planetesimais de massa relativa 10^{-12} leva em média 2 dias.

A análise das velocidades relativas de colisão mostrou que elas estão em muitos casos acima das velocidades de escape definida pelo dois planetesimais impactantes, logo não podemos concluir se ocorre acreção de massa ou não. Esse trabalho se baseou na hipótese que as colisões entre os planetesimais são inelásticas. No entanto, para uma melhor validação e aplicação dos nossos resultados é necessário uma análise detalhada pra certificarmos se ocorre a acreção de massa, ou a fragmentação quando os planetesimais colidem. Se for comprovado que as velocidades relativas de colisão são suficientemente pequenas para que ocorra a acreção, então a nossa hipótese se concretiza e o nosso modelo garante a formação de satélites coorbitais através do processo da formação congênita.

Em trabalhos futuros, realizaremos um estudo para determinar o comportamento do sistema aqui estudado quando o próto-satélite possui outras razões de massa, por exemplo, 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} , entre outras razões de massa. Além disso queremos estender nossa análise, estudando sistemas com massa inicial dos planetesimais ainda menores daquelas aqui estudadas.

Ainda nesse trabalho, nosso estudo se baseou na distribuição dos planetesimais dentro da região coorbital sem nenhuma inclinação. Numa próxima etapa faremos um estudo do comportamento dos planetesimais quando uma pequena inclinação inicial é dada a eles, buscando assim diferenças em relação a quando os planetesimais são distribuídos apenas no plano da órbita do proto-satélite.

Tabela 5.1: Simulações sem achatamento
Resultados das simulações

Simulação	Número plantas	Número plantas	Região distribuição	Tempo integração (anos)	m_{p_i}	Sobreviventes ^b	m_{p_f}
1	10000		L_4	10005	10^{-14}	H	10^{-10}
2	10000		L_5	20238	10^{-14}	H	10^{-10}
3	10000		L_4	1068	10^{-13}	T_{L_5}	5.117×10^{-10}
4	10000		L_5	99	10^{-13}	H	9.999×10^{-10}
5	10000		L_4	51	10^{-12}	H	9.969×10^{-9}
6	10000		L_5	50	10^{-12}	H	9.974×10^{-9}
7	5000		L_4	51000	10^{-14}	H, T_{L_4}	$2.297 \times 10^{-11}, 2.703 \times 10^{-11}$
8	5000		L_5	51000	10^{-14}	H, T_{L_5}	$2.53 \times 10^{-11}, 2.47 \times 10^{-11}$
9	5000		L_4	3325	10^{-13}	H	4.961×10^{-10}
10	5000		L_5	989	10^{-13}	H	4.943×10^{-10}
11	5000		L_4	52	10^{-12}	H	3.602×10^{-9}
12	5000		L_5	61	10^{-12}	T_{L_5}	3.369×10^{-9}
13a	1000		L_4	51000	10^{-14}	H, H, T_{L_4}	$3.45 \times 10^{-12}, 1.94 \times 10^{-12}, 4.61 \times 10^{-12}$
13b	1000		L_4	51000	10^{-14}	T_{L_4} , H, H	$2.54 \times 10^{-12}, 2.21 \times 10^{-12}, 5.25 \times 10^{-12}$
14a	1000		L_5	51000	10^{-14}	H, T_{L_5} , H, H	$3.35 \times 10^{-12}, 9.6 \times 10^{-13}, 4.92 \times 10^{-12}, 7.7 \times 10^{-13}$
14b	1000		L_5	51000	10^{-14}	H, H, H, T_{L_5}	$1.51 \times 10^{-12}, 5.03 \times 10^{-12}, 2.14 \times 10^{-12}, 1.33 \times 10^{-12}$
15a	1000		L_4	5100	10^{-13}	H, T_{L_4}	$5.38 \times 10^{-11}, 4.62 \times 10^{-11}$
15b	1000		L_4	5100	10^{-13}	T_{L_4} , H	$4.24 \times 10^{-11}, 5.76 \times 10^{-11}$
16a	1000		L_5	5100	10^{-13}	T_{L_4} , H, T_{L_5}	$1.7 \times 10^{-12}, 4.32 \times 10^{-11}, 5.51 \times 10^{-11}$
16b	1000		L_5	5100	10^{-13}	H, T_{L_5}	$4.28 \times 10^{-11}, 5.72 \times 10^{-11}$
17a	1000		L_4	510	10^{-12}	T_{L_4} , H	$6.99 \times 10^{-10}, 2.52 \times 10^{-10}$
17b	1000		L_4	229	10^{-12}	H	9.32×10^{-10}
18a	1000		L_5	192	10^{-12}	H	7.35×10^{-10}
18b	1000		L_5	277	10^{-12}	H	10^{-9}

^bFerradura (H), Girino em torno do ponto L_4 (T_{L_4}) e Girino em torno do ponto L_5 (T_{L_5})

Tabela 5.2: Simulações considerando achatamento
Resultados das simulações

Simulação	Número plantas	Região distribuição	Tempo integração (anos)	m_{p_i}	Sobreviventes ^b	m_{p_f}
1	10000	L_4	-	10^{-14}	-	-
2	10000	L_5	-	10^{-14}	-	-
3	10000	L_4	654	10^{-13}	H	8.666×10^{-10}
4	10000	L_5	218	10^{-13}	H	9.822×10^{-10}
5	10000	L_4	55	10^{-12}	H	9.382×10^{-9}
6	10000	L_5	59	10^{-12}	H	9.923×10^{-9}
7	5000	L_4	51000	10^{-14}	H, T_{L_4}	$2.646 \times 10^{-11}, 2.354 \times 10^{-11}$
8	5000	L_5	51000	10^{-14}	H, T_{L_4}	$2.119 \times 10^{-11}, 2.881 \times 10^{-11}$
9	5000	L_4	2308	10^{-13}	H	4.926×10^{-10}
10	5000	L_5	1663	10^{-13}	H	5×10^{-10}
11	5000	L_4	95	10^{-12}	H	4.445×10^{-9}
12	5000	L_5	49	10^{-12}	H	4.333×10^{-9}
13	1000	L_4	51000	10^{-14}	H, H, H, T_{L_4}	$3.18 \times 10^{-12}, 3.45 \times 10^{-12}, 1.79 \times 10^{-12}, 1.58 \times 10^{-12}$
14	1000	L_5	51000	10^{-14}	H, H, T_{L_5}	$4.39 \times 10^{-12}, 2.12 \times 10^{-11}, 3.49 \times 10^{-11}$
15	1000	L_4	29768	10^{-13}	H	6.78×10^{-11}
16	1000	L_5	51000	10^{-13}	T_{L_5} , H	$4.37 \times 10^{-11}, 5.63 \times 10^{-11}$
17	1000	L_4	218	10^{-12}	H	9.86×10^{-10}
18	1000	L_5	173	10^{-12}	H	9.99×10^{-10}

^bFerradura (H), Girino em torno do ponto L_4 (T_{L_4}) e Girino em torno do ponto L_5 (T_{L_5})

Referências Bibliográficas

ARMITAGE, P. J. Lecture Notes on the Formation and Early Evolution of Planetary Systems. arXiv:astro-ph/0701485, 2007.

BEAUGÉ, C.; SANDOR, Zs.; ÉRDI, B.; SÜLI, Á. Co-orbital Terrestrial Planets in Exoplanetary Systems: A Formation Scenario. **Astronomy and Astrophysics**, v. 463, p. 359-357, 2007.

CHAMBERS J. E. A Hybrid Symplectic Integrator that Permits Close Encounters between Massive Bodies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 304, p. 793-799, 1999.

CHANUT, T.; WINTER, O. C. ; TSUCHIDA, M., J. Nebular gas drag and co-orbital system dynamics. **Astronomy and Astrophysics**, v. 481, p. 519-527, 2008.

CONNORS M.; STACEY, G.; BRASSER, R.; WIEGERT, P. A survey of orbits of co-orbital of Mars. **Planetary and Space Science**, v. 53, p. 617-624, mar., 2005.

DERMOTT, S. F.; MURRAY, C. D. The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I. Theory. **Icarus**, v. 48, p. 1-11, 1981a.

DERMOTT, S. F.; MURRAY, C. D. The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. II. The coorbital satellites of Saturn. **Icarus**, v. 48, p. 12-22, 1981b.

FLEMING, H. J.; HAMILTON, D. P. On the origin of the trojan asteroids: effects of Jupiter's mass accretion and radial migration. **Icarus**, v. 148, p. 479-493, 2000.

GIORGINI, J.D.; YEOMANS, D. K.; CHAMBERLIN, A. B.; CHODAS, P. W.; JACOBSON, R. A.; KEESEY, M.S.; LIESKE, J. H.; OSTRO, S. J.; STANDISH, E. M.; WIMBERLY, R. N. JPL's online Solar System data service. **Bulletin of the American Astronomical Society**, 28(3), 1158.

GOMES, R. S. Dynamical effects of planetary migration on primordial trojan-type asteroids. **The Astronomical Journal**, v. 116, p. 2590-2597, 1998.

INNANEN, K. A. The Prediction and Discovery of a Martian Trojan Asteroid. **The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada**, v. 85, n. 4, p. 151-157, ago., 1991.

- JACKSON, J. Retrograde satellite orbits. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v. 74, p. 62-82, 1913.
- KINOSHITA, H.; NAKAI, H. Quasi-satellites of Jupiter. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 98, p. 181-189, 2007.
- KORTENKAMP, S. J.; WETHERILL, G. W. Terrestrial Planet and Asteroid Formation in the Presence of Giant Planets. I. Relative Velocities of Planetesimals subject to Jupiter and Saturn Perturbations. **Icarus**, v. 143, p. 60-73, 2000.
- LECACHEUX, J.; LAQUES, P.; VAPILION, L.; AUGÉ, A.; Despiaux, R. **Icarus**, v. 43, p. 111-115, 1980.
- LISSAUER, J. J.; GOLDBREICH, P.; TREMAINE, S. Evolution of the Janus-Epimetheus Coorbital Resonance Due to Torques from Saturn's Rings. **Icarus**, v. 64, p. 425-434, 1985.
- LLIBRE, J.; OLLÉ, M. The Motion of Saturn Coorbital satellites in the restricted three-body problem. **Astronomy and Astrophysics**, v. 378, p. 1087-1099, 2001.
- MARZARI, F.; SCHOLL, H. Capture of trojans by a Growing Proto-Jupiter. **Icarus**, v. 131, p. 41-51, 1998.
- MIKKOLA, S.; BRASSER, R.; WIGERT, P.; INNANEN, K. Asteroid 2002 VE68, A Quasi-satellite of Venus. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v. 351, p. L63-L65, 2004.
- MOURÃO, D. C.; WINTER, O. C.; TOKAYAMA, T.; CORDEIRO, R. R. On the Stability of Hypothetical Satellites Coorbital to Mimas or Enceladus. **Monthly Notices Royal Astronomical Society**, v. 372, p. 1614-1629, 2006.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. **Solar System Dynamics**. 1ed. Londres: Cambridge University Press, 1999. 592p.
- NAMOUNI, F.; CHRISTOU, A. A; MURRAY, C. D. Coorbital Dynamics at Large Eccentricity and Inclination. **Physical Review Letters**, v. 83, p. 2506-2509, set., 1999.
- NAMOUNI, F. Secular interactions of Coorbiting Objects. **Icarus**, v. 137, p. 293-314, 1999.
- NESVORNÝ, D.; DONES, L. How Long-Lived Are the Hypothetical Trojan Population of Saturn, Uranus, and Neptune?. **Icarus**, v. 271, p. 271-288, 2002.
- PORCO, C. C. *et al.* . Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn's Rings and Small Satellites. **Science**, v. 307, n. 5713, p. 1226-1236, fev., 2005.
- REITSEMA, H. J. The Libration of the Saturnian Satellite Dione B. **Icarus**, v. 48, p. 23-28, 1981.

- RENNER, S.; SICARDY, B. Use of the Geometric Elements in Numerical Simulations. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 94, p. 237-248, ago., 2006.
- SALO, H.; YODER, C. F. The Dynamics of Coorbital Satellite Systems. **Astronomy and Astrophysics**, v. 205, p. 309-327, 1988.
- SZEBEHELY, V. **Theory of Orbits**. Academic, New York, 1967.
- TABACHNIK, S.; EVANS N. W. Cartography for Martian Trojans. **The Astronomical Journal**, v. 517, p. L63-L66, 1999.
- WIEGERT, P. A.; INNANEN K. A.; MIKKOLA, S. An Asteroidal Companion to the Earth. **Nature**, v. 387, p. 685-686, 1997.
- WISDOM, J. The Resonance Overlap Criterion and the Onset of Stochastic Behavior in the Restricted Three-Body Problem. **The Astronomical Journal**, v. 85, p. 1122-1133, 1980.
- YODER, C.F. Notes on the origin of the trojan asteroids. **Icarus**, v. 40, p. 341-344, 1979.
- YODER, C.F.; COLOMBO, C; SYNNOTT, S. P.; YODER, K. A. Theory of Motion of Saturn's Coorbiting Satellites. **Icarus**, v. 53, p. 431-443, 1983.
- YODER, C. F.; SYNNOTT, S. P., SALO, H. Orbits and Masses of Saturn's Co-orbiting Satellites, Janus and Epimetheus. **The Astronomical Journal**, v. 98, p. 1875-1889, 1989.
- ZHOU, L.; DVORAK, R.; SUN, Y. On the Dynamics of Inclined Neptune's Trojans. arXiv:0811.2491v1 [astro-ph], 2008.