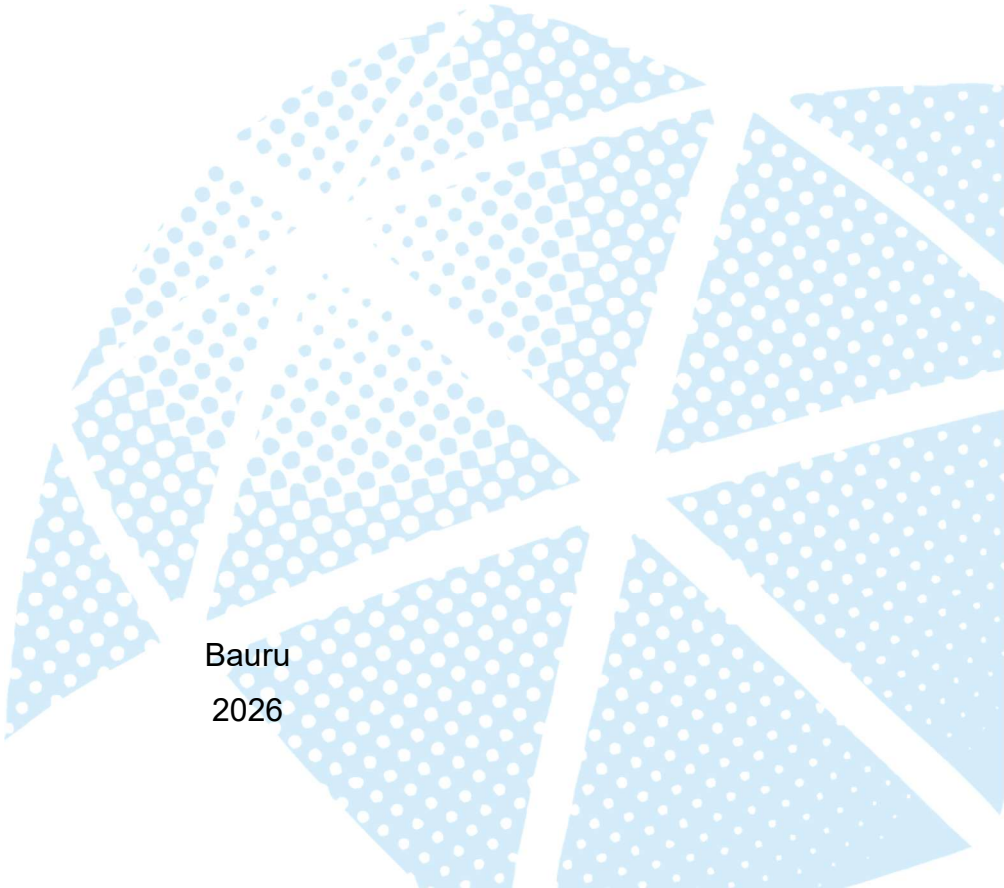


UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
Faculdade de Engenharia - Campus de Bauru

URIEL BINDILATI BETTIN

**MODELO DE COMPENSAÇÃO DE MERCADOS PARA SISTEMAS
HIDROTÉRMICOS DE GRANDE PORTE**

Bauru
2026



Uriel Bindilati Bettin

Modelo de Compensação de Mercados para Sistemas Hidrotérmicos de Grande Porte

Defesa de Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Bauru

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno
Co-orientador: Prof. Dr. Tiago Forti

Área de Concentração: Automação

Linha de Pesquisa: Sistemas de Energia

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

Faculdade de Engenharia de Bauru

Departamento de Engenharia Elétrica

Bauru
2026

B565m

Bettin, Uriel Bindilati

Modelo de Compensação de Mercados para Sistemas
Hidrotérmicos de Grande Porte / Uriel Bindilati Bettin. -- Bauru, 2026
113 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Leonardo Nepomuceno

Coorientador: Tiago Forti

1. Procedimento de Compensação de Mercados. 2. Despacho
Hidrotérmico. 3. Unit Commitment. 4. Função de Produção
Hidráulica. I. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE URIEL BINDILATI BETTIN, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 02 de julho de 2026, às 9h, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de URIEL BINDILATI BETTIN, intitulada "Modelo de Compensação de Mercados para Sistemas Hidrotérmicos de Grande Porte". A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / UNESP / Câmpus de Bauru - FEB, Profa. Dra. EDILAINE MARTINS SOLER (Participação Virtual) do(a) Departamento de Matemática / UNESP / Câmpus de Bauru - FC, Prof. Dr. ERLON CRISTIAN FINARDI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica / Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: APROVADO . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Documento assinado digitalmente

LEONARDO NEPOMUCENO

Data: 08/07/2026 09:42:03-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. LEONARDO NEPOMUCENO

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos, amados e preciosos pais, Magali e Benjamim, que tanto fizeram e fazem por mim, proporcionando-me todas as condições para que eu seja, hoje, quem sou.

À minha amada namorada, Thayná, pelo incentivo, pela paciência e pela compreensão durante todo o período dedicado à pesquisa, acompanhando-me nesta caminhada tão desejada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno, pela orientação, sabedoria, dedicação e paciência, pela confiança depositada desde nosso primeiro encontro e por todas as oportunidades oferecidas ao longo deste curso.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Tiago Forti, pelo apoio nos momentos difíceis, pela transmissão de conhecimentos e pela disponibilidade em ajudar sempre que necessário.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Câmpus Bauru, pela contribuição na minha formação e pela transmissão de conhecimentos.

Aos funcionários do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Câmpus Bauru, por toda a atenção e apoio ao longo deste curso.

Ao Colégio Técnico Industrial “Prof. Isaac Portal Roldán” (CTI – Bauru), professores, técnicos, servidores e a seus alunos, pela oportunidade de iniciar, desenvolver-me e evoluir na carreira docente.

À vida, por todas as oportunidades, quedas e aprendizados que me trouxeram até aqui.

Agradeço à CAPES pelo fomento à pesquisa via processo 88887.115481/2025-00.

A Deus, por permitir que tudo o que foi citado acima tenha acontecido.

RESUMO

Este trabalho propõe um modelo de leilão do dia seguinte para sistemas hidrotérmicos, formulado como um problema de Programação Linear Inteira Mista, capaz de executar o Procedimento de Compensação de Mercado (PCM) com maximização do bem-estar social. O modelo incorpora restrições detalhadas de operação e despacho, incluindo *unit commitment*, balanço hídrico com meta de volume final, atraso de água em cascatas hidráulicas, limites operativos do conjunto turbina-gerador dependentes da altura de queda líquida e representação explícita do sistema de transmissão por meio do fluxo de potência DC. A principal contribuição do trabalho consiste na reformulação da linearização da função de produção hidráulica para uma representação individualizada por unidade geradora, permitindo considerar os efeitos da turbinagem das demais unidades da usina e do vertimento sobre a altura de queda líquida e, conseqüentemente, sobre a potência disponível de cada unidade hidráulica. A avaliação foi realizada em sistemas testes de 24 e 300 barras, considerando cenários hidrológicos de seca e cheia, bem como condições operativas com e sem congestionamento das linhas de transmissão. Os resultados obtidos para o sistema de 24 barras evidenciaram que modelos simplificados tendem a superestimar a capacidade de geração hidrelétrica e a subestimar a necessidade de despacho termelétrico, em decorrência da simplificação das restrições hidráulicas e operativas. Como consequência, observaram-se diferenças significativas na formação dos preços nodais, na utilização dos recursos hídricos e nos volumes armazenados nos reservatórios. Para o sistema de 300 barras, os resultados mostraram que a consideração detalhada das restrições hidráulicas influencia diretamente a potência disponível das unidades hidrelétricas, a alocação dos recursos energéticos, a utilização dos reservatórios e a formação dos preços de energia. Verificou-se ainda que a utilização de alturas de queda líquida fixas pode conduzir a estimativas imprecisas da capacidade de geração, dependendo das condições hidráulicas do sistema. De modo geral, a modelagem individualizada da função de produção hidráulica mostrou-se fundamental para representar adequadamente os efeitos do acoplamento hidráulico entre unidades geradoras de uma mesma usina, influenciando a potência disponível, o despacho hidrotérmico e os preços de energia. Os resultados indicam que o modelo proposto amplia a aderência do PCM às restrições hidráulicas, elétricas e operativas dos sistemas hidrotérmicos, proporcionando uma representação mais consistente da utilização dos recursos energéticos e da formação de preços em mercados de energia elétrica.

Palavras-chave: Procedimento de Compensação de Mercado (PCM); despacho hidrotérmico; *unit commitment*; função de produção hidráulica.

ABSTRACT

This work proposes a day-ahead market model for hydrothermal power systems, formulated as a Mixed-Integer Linear Programming problem capable of performing the Market Clearing Procedure (MCP) through social welfare maximization. The model incorporates detailed operational and dispatch constraints, including unit commitment, water balance with end-of-horizon storage targets, water travel time in hydro cascades, turbine-generator operating limits dependent on net head, and an explicit representation of the transmission network through DC power flow. The main contribution of this work is the reformulation of the hydro production function linearization into an individualized generating-unit representation, allowing the effects of the discharge of the remaining units within the same plant and spillages on net head and, consequently, on the available power of each hydroelectric generating unit to be considered. The proposed model was evaluated using 24-bus and 300-bus test systems under dry and wet hydrological conditions, as well as operating scenarios with and without transmission congestion. Results obtained for the 24-bus system showed that simplified models tend to overestimate hydroelectric generation capacity and underestimate the need for thermal generation dispatch due to the simplified representation of hydraulic and operational constraints. As a consequence, significant differences were observed in nodal price formation, water resource utilization, and reservoir storage levels. For the 300-bus system, the results demonstrated that the detailed representation of hydraulic constraints directly affects the available generation capacity of hydroelectric units, the allocation of energy resources, reservoir utilization, and electricity price formation. Furthermore, the use of fixed net head values may lead to inaccurate estimates of generation capacity, depending on the hydraulic conditions of the system. Overall, the individualized hydro production function proved essential for properly representing the hydraulic coupling among generating units within the same hydroelectric plant, influencing available power, hydrothermal dispatch decisions, and electricity prices. The results indicate that the proposed model improves the representation of hydraulic, electrical, and operational constraints within the MCP framework, providing a more consistent representation of energy resource allocation and electricity price formation in power markets.

Keywords: Market Clearing Procedure (MCP); hydrothermal dispatch; *unit commitment*; hydro production function.

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Esta pesquisa propõe uma alternativa ao modelo de despacho e de formação de preços de energia utilizado no sistema elétrico brasileiro, com potencial impacto científico, social e econômico. Do ponto de vista científico, a principal contribuição consiste em uma nova técnica de linearização da função de produção hidráulica em nível de unidade geradora, substituindo a representação por usina agregada e incorporando explicitamente o acoplamento hidráulico entre unidades, isto é, o efeito da turbinagem de uma unidade sobre o desempenho das demais. Esse refinamento aumenta a fidelidade física do modelo e aproxima a solução de condições operativas reais. Adicionalmente, a integração da rede de transmissão, a consideração dos limites operativos do conjunto turbina-gerador e a modelagem do atraso de água ampliam o realismo da formulação, permitindo avaliar de forma conjunta restrições hidráulicas, elétricas e temporais. A adoção de uma função objetivo de maximização do bem-estar social reforça a eficiência econômica sistêmica ao representar, de maneira mais consistente, a interação entre oferta e demanda, produzindo sinais de despacho e preço mais aderentes aos fundamentos do sistema. Sob a perspectiva social, ao reduzir distorções decorrentes de simplificações e ao favorecer maior transparência na formação de preços, o modelo tende a contribuir para maior previsibilidade e racionalidade no uso dos recursos energéticos, com reflexos positivos sobre a estabilidade do suprimento e sobre o custo percebido pela sociedade. Do ponto de vista econômico, a melhoria na aderência entre operação e precificação pode reduzir ineficiências e custos sistêmicos, resultando em preços de energia mais consistentes com custos e restrições reais, o que é particularmente relevante em um país no qual a eletricidade é insumo estratégico para a competitividade industrial e para toda a cadeia produtiva. Por fim, ao evidenciar limitações de abordagens baseadas exclusivamente na minimização de custos variáveis de geração das unidades termelétricas, a pesquisa oferece subsídios técnicos para o aprimoramento de práticas operacionais e discussões regulatórias, com potencial de ampliar o bem comum e distribuir benefícios econômicos de forma mais ampla.

POTENCIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This research proposes an alternative to the energy dispatch and price formation model currently used in the Brazilian power system, with potential scientific, social, and economic impacts. From a scientific standpoint, the main contribution consists of a new linearization technique for the hydro production function at the generating unit level, replacing the aggregated plant representation and explicitly incorporating hydraulic coupling among units, that is, the effect of one unit's turbine discharge on the performance of the others. This refinement enhances the physical accuracy of the model and brings the solution closer to actual operating conditions. In addition, the integration of the transmission network, the consideration of the operational limits of the hydro turbine-generator sets, and the modeling of water travel time increase the realism of the formulation, allowing hydraulic, electrical, and temporal constraints to be jointly assessed. The adoption of a social welfare maximization objective function strengthens systemic economic efficiency by more consistently representing the interaction between supply and demand, thereby producing dispatch and pricing signals that better reflect system fundamentals. From a social perspective, by reducing distortions arising from simplified representations and promoting greater transparency in price formation, the model tends to contribute to improved predictability and more rational use of energy resources, with positive effects on supply reliability and on the cost perceived by society. From an economic standpoint, the improved alignment between operation and pricing can reduce inefficiencies and systemic costs, resulting in electricity prices that are more consistent with actual costs and operational constraints, which is especially relevant in a country where electricity is a strategic input for industrial competitiveness and the entire productive chain. Finally, by highlighting the limitations of approaches based exclusively on the minimization of variable generation costs of thermal units, this research provides technical support for the improvement of operational practices and regulatory discussions, with the potential to expand the common good and distribute economic benefits more broadly.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Maximização do Bem Comum.	11
Figura 3.1 – Esquema de uma usina hidrelétrica com suas principais variáveis e parâmetros.	26
Figura 3.2 – Usinas Hidrelétricas conectadas por rio.	28
Figura 3.3 – Curva e linearização da cota de montante.	30
Figura 3.4 – Polinômio da cota de jusante.	30
Figura 3.5 – Curvas e linearizações das cota de jusante.	31
Figura 3.6 – Perdas hidráulicas em função da vazão turbinada.	32
Figura 3.7 – Linearização das curvas $\bar{p}_h^G(h_r^N)$ e $\bar{q}_h(h_r^N)$	33
Figura 3.8 – Discretização do plano $q_h \times v_r$ e calculo das potências associadas. . . .	35
Figura 3.9 – Potência gerada por uma unidade específica h da usina hidrelétrica r em função de u_r^O , para um ponto específico da grade $(Q_{h,x}, V_{r,y})$	38
Figura 3.10–Potência gerada pela unidade h da usina de Itaipú em função de u_r^O , para um conjunto de pontos da grade.	39
Figura 4.1 – Aproximação para as perdas quadráticas em uma linha de transmissão. . . .	47
Figura 5.1 – Sistema 24 barras teste.	53
Figura 5.2 – Cascata hidráulica.	55
Figura 5.3 – Geração hidrelétrica total horária.	62
Figura 5.4 – Geração termelétrica total horária.	62
Figura 5.5 – Demanda total horária.	63
Figura 5.6 – Preços nodais médios horários.	64
Figura 5.7 – Volume total do sistema horário para o período seco.	66
Figura 5.8 – Volume total do sistema horário para o período úmido.	66
Figura 5.9 – Altura de queda líquida horária da UHE Nova Ponte para o período seco . .	67
Figura 5.10–Altura de queda líquida horária da UHE Nova Ponte para o período úmido	68
Figura 5.11–Potência disponível horária total	69
Figura 5.12–Geração hidrelétrica total horária.	70
Figura 5.13–Geração termelétrica total horária.	71
Figura 5.14–Preços horários médios da barra 15.	72
Figura 5.15–Volume total do sistema horário para o período seco.	73
Figura 5.16–Volume total do sistema horário para o período úmido.	74
Figura 5.17–Altura de queda líquida horária da UHE Nova Ponte para o período seco . .	74
Figura 5.18–Altura de queda líquida horária da UHE Nova Ponte para o período úmido	75

Figura 5.19–Potência disponível horária total	75
Figura 5.20–Sistema 300 barras teste.	77
Figura 5.21–Geração hidrelétrica total horária - Sistema 300 barras.	85
Figura 5.22–Geração termelétrica total horária - Sistema 300 barras.	85
Figura 5.23–Demanda total horária - Sistema 300 barras.	86
Figura 5.24–Preços nodais médios horários - Sistema 300 barras.	87
Figura 5.25–Volume total para o período seco - Sistema 300 barras.	88
Figura 5.26–Volume total para o período úmido - Sistema 300 barras.	89
Figura 5.27–Altura de queda líquida no cenário seco - Sistema 300 barras.	90
Figura 5.28–Altura de queda líquida no cenário úmido - Sistema 300 barras.	90
Figura 5.29–Potência disponível total horária - Sistema 300 barras.	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dados da Cota de Montante.	29
Tabela 3.2 – Valores de X , Y e Z	38
Tabela 5.1 – Caracterização das usinas do sistema em estudo.	54
Tabela 5.2 – Alocação de unidades geradoras e consumidores por barra.	56
Tabela 5.3 – Parâmetros elétricos das linhas de transmissão.	57
Tabela 5.4 – Parâmetros Operativos das Unidades Geradoras Hidrelétricas.	58
Tabela 5.5 – Parâmetros Operativos das Unidades Geradoras Termelétricas.	58
Tabela 5.6 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o período seco.	60
Tabela 5.7 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o período úmido.	60
Tabela 5.8 – Função Objetivo (\$).	65
Tabela 5.9 – Geração hidráulica total, em pu, para os casos analisados	72
Tabela 5.10–Geração térmica total, em pu, para os casos analisados	72
Tabela 5.11–Custo total do sistema (\$).	73
Tabela 5.12–Caracterização das usinas do sistema em estudo.	78
Tabela 5.13–Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o sistema IEEE 300 barras adaptado.	80
Tabela 5.14–Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o sistema IEEE 300 barras adaptado.	82
Tabela 5.15–Tempo computacional e número de iterações para os modelos analisados.	84
Tabela 5.16–Geração hidrelétrica, geração termelétrica e demanda atendida para os cenários analisados.	86
Tabela 5.17–Valores da função objetivo (bem-estar social) para os cenários analisados.	87
Tabela A.1–Dados da Cota de Jusante.	99

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Revisão da Literatura	3
1.2	Motivação e Contribuições	6
1.3	Estrutura Geral da Dissertação	7
2	Mercados de Eletricidade	8
2.1	Estrutura Geral dos Mercados de Energia	9
2.1.1	Mercado de Curto Prazo	10
2.1.2	Mercado Intra-Diário	12
2.1.3	Mercado de Balanço ou Tempo Real	12
2.1.4	Mercado de Futuros e Opções	13
2.1.5	Mercados de Energia Não Organizados	13
2.1.6	Mercados de Serviços Ancilares	14
2.1.7	Agentes de Mercado	14
2.2	Mercado de Eletricidade na América Latina	15
2.3	Mercado de Eletricidade dos Estados Unidos	16
2.4	Mercado de Eletricidade da Europa	17
3	Produção de Energia em Sistemas Hidrotérmicos	18
3.1	Nomenclatura	18
3.2	Unidades de Geração Termelétricas	22
3.2.1	Restrições de Geração Térmica	23
3.3	Unidades de Geração Hidrelétricas	25
3.3.1	Restrições de Geração Hidráulica	26
3.3.2	Restrições de Geração e Turbinagem Máxima	32
3.3.3	Função de Produção	34
3.3.3.1	Primeira Etapa - Construindo a Caixa Convexa	35
3.3.3.2	Segunda Etapa - Inclusão dos Efeitos do Vertimento e Vazão Turbinada das Outras Unidades da Usina	37
4	Modelo de Leilão Proposto para Sistemas Hidrotérmicos	41
4.1	Nomenclatura	41
4.2	Função Objetivo	43
4.3	Restrições Econômicas	45
4.4	Restrições do Sistema de Transmissão	46
4.4.1	Fluxo de Potência	46
4.4.2	Perdas nas Linhas de Transmissão	47
4.4.3	Balanço de Potência	48

4.5	Modelo de Leilão Proposto	49
4.6	Modelo de Leilão Simplificado	50
5	Resultados Numéricos	52
5.1	Sistema 24 barras	52
5.1.1	Dados do Sistema Teste	53
5.1.2	Situação de Seca	59
5.1.3	Situação de Cheia	60
5.1.4	Estudo de Caso 1	60
5.1.4.1	Despacho Hidrotérmico e Demanda	61
5.1.4.2	Preços Médios Horários e Custos totais	63
5.1.4.3	Volume Total dos Reservatórios	65
5.1.4.4	Altura de Queda e Potência Disponível	67
5.1.5	Estudo de Caso 2	69
5.1.5.1	Despacho Hidrotérmico e Demanda	70
5.1.5.2	Preços Médios Horários e Custos Totais	72
5.1.5.3	Volume Total dos Reservatórios	73
5.1.5.4	Altura de Queda e Potência Disponível	74
5.2	Sistema 300 barras	75
5.2.1	Dados do Sistema Teste	76
5.2.2	Situação de Seca	80
5.2.3	Situação de Cheia	82
5.2.4	Resultados Numéricos	83
5.2.4.1	Despacho hidrotérmico e demanda	84
5.2.4.2	Preços Médios Horários e Custos Totais	86
5.2.4.3	Volume Total dos Reservatórios	88
5.2.4.4	Altura de Queda Líquida e Potência Disponível	89
6	Conclusões	92
	Referências	95
	 Apêndices	 98
	APÊNDICE A Dados de Linearização das Cotas de Montante e Jusante	
	e Alturas de Queda	99

1 INTRODUÇÃO

Os mercados de eletricidade têm se desenvolvido muito nas últimas décadas. Cada país ou bloco de países possui um desenho de mercado e mecanismos de comercialização e despacho compatíveis com as características de seus respectivos sistemas elétricos: na América do Sul, predominam sistemas hidrotérmicos com grande participação de usinas hidrelétricas com reservatórios (alta capacidade de armazenamento). Já nos Estados Unidos e na Europa, são mais comuns sistemas com maior participação de geração termelétrica e elevada penetração de fontes renováveis variáveis (não despacháveis), como eólica e solar. Com a liberalização do setor, mais empresas privadas passam a atuar na compra e venda de energia, o que exige o estabelecimento de ambientes regulatórios e institucionais seguros e transparentes para a operação da *commodity* eletricidade, de modo que o consumidor final pague um preço justo e consistente com as condições de oferta, demanda e restrições operativas do sistema.

A negociação livre entre agentes tem evoluído, em diversos países, em direção a modelos de comercialização mais competitivos, nos quais os participantes podem negociar bilateralmente as condições de compra e venda de energia elétrica. Nesse contexto, o Chile foi um dos primeiros países a implementar reformas pró-mercado no setor elétrico no início da década de 1980 (CABRAL, 2022). No Reino Unido, a criação do *Electricity Pool* na Inglaterra e no País de Gales, no início da década de 1990, representou um marco na organização de transações centralizadas de curto prazo e influenciou processos de reestruturação em outros mercados.

Em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), apresenta-se uma estrutura geral de mercados de eletricidade, distinguindo-se mercados organizados e não organizados (bilaterais). Nos mercados organizados, há um operador de mercado (OM) responsável por receber as ofertas (compra e venda), executar o procedimento de compensação de mercado (*market clearing*) e determinar os preços e quantidades de equilíbrio para cada período do horizonte considerado (por exemplo, horas do dia). Em contrapartida, nos mercados não organizados, as transações ocorrem predominantemente por meio de contratos bilaterais, negociados diretamente entre as partes, com menor padronização e, em geral, menor transparência pública de preços e volumes. Ainda em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), os mercados organizados podem ser classificados conforme o horizonte de negociação, destacando-se os mercados de curto prazo (por exemplo, dia seguinte e intradiário) e instrumentos de longo prazo (como contratos a termo e futuros), voltados à gestão de risco e previsibilidade de receitas/custos.

No mercado do dia seguinte, fechado antes da operação, agentes como geradores e consumidores (ou varejistas/comercializadores) submetem lances com quantidades e preços,

e o operador realiza a compensação do mercado para definir o despacho/aceitação de ofertas e os preços do período operativo. Já no mercado intradiário e no mercado de tempo real, os ajustes visam compensar desvios entre o programado e o realizado, motivados por incertezas de demanda e geração, especialmente de fontes variáveis. Por fim, nos mercados de longo prazo, contratos negociados hoje para entrega futura reduzem a exposição à volatilidade de curto prazo; no caso das opções, negocia-se o direito (e não a obrigação) de comprar ou vender um ativo/contrato a um preço e data (ou janela) previamente definidos.

Para que o OM realize o fechamento de mercado em sistemas hidrotérmicos, os geradores (e, quando aplicável, os agentes responsáveis pela modelagem hidráulica) devem fornecer um conjunto consistente de dados e restrições operativas. No caso das usinas termelétricas, incluem-se limites de geração, restrições de rampa (variação máxima de potência entre períodos), tempos mínimos ligado e desligado, além de custos de partida e desligamento. Para as usinas hidrelétricas com reservatório, incorporam-se restrições hidráulicas e de conversão energia-água, como balanço hídrico do reservatório, limites de volume e de defluência, cotas/níveis de montante e jusante, perdas hidráulicas e queda líquida, bem como informações de vazões afluentes e contribuições a montante (incluindo atrasos de água). Além disso, uma das maiores dificuldades os modelos de compensação de mercados em sistemas hidrotérmicos consiste em obter funções de produção lineares que representem de forma adequada esta função.

As restrições do sistema de transmissão também são consideradas, pois limitam a capacidade de intercâmbio entre áreas/barras e condicionam o despacho econômico, permitindo representar congestionamentos e seus efeitos nos preços nodais (ou zonais, dependendo do desenho de mercado).

O algoritmo de compensação do mercado, em geral, busca maximizar uma função de bem comum (equivalente à maximização do excedente total de geração e consumo) e não apenas minimizar o custo total de geração; contudo, a necessidade de linearidade depende do arcabouço regulatório e computacional adotado. Em muitos mercados, o problema de curto prazo é resolvido por modelos lineares ou linearizados (por exemplo, aproximações por partes), mas também podem ser empregados modelos inteiros-mistos para capturar decisões discretas, como partidas/paradas, sem comprometer a rastreabilidade do resultado quando as regras e parâmetros são públicos.

Com o algoritmo concluído e os preços de equilíbrio determinados, os agentes realizam as transações compatíveis com esses preços. Assim, os geradores com menor custo ofertado (maior competitividade) tendem a ter seus blocos aceitos/“despachados” no procedimento de compensação e são remunerados ao preço de mercado, obtendo receita que pode exceder seu custo variável, o que caracteriza o seu retorno operacional. Do lado da demanda, os consumidores (ou comercializadores) com maior disposição a pagar têm seus lances aceitos e pagam o preço de equilíbrio, que pode ser inferior ao valor máximo declarado no lance, gerando excedente do consumidor. A soma desses excedentes, de

produção e do consumo, representa o excedente total, base da interpretação econômica de que o procedimento de compensação maximiza o bem comum sob as regras do mercado e as restrições operativas.

1.1 Revisão da Literatura

Conforme já mencionado, a linearização da função de produção hidrelétrica é, em geral, uma das maiores fontes de erro nesse tipo de modelagem, pois a potência gerada depende da vazão turbinada e da queda líquida, a qual, por sua vez, depende dos níveis/volumes do reservatório e da defluência. As não linearidades e não convexidades associadas à queda líquida, presentes nas relações cota–volume (montante) e cota–vazão (jusante), incluindo efeitos de remanso, bem como aquelas relacionadas ao rendimento das turbinas (eficiência variável com vazão e queda), dificultam a utilização direta da função de produção hidrelétrica não linear em modelos de programação da operação, *unit commitment* e leilão. Por esse motivo, diversas abordagens de linearização e aproximação por partes (por exemplo, formulações *MILP*) têm sido propostas na literatura (CONEJO et al., 2002); (DINIZ; MACEIRA, 2008); (BORGHETTI et al., 2008); (LI et al., 2014); (SANTOS et al., 2020); (GUISÁNDEZ; PÉREZ-DÍAZ, 2021).

Em (CONEJO et al., 2002), os autores derivam uma função de produção hidrelétrica $\phi(q_h, v_r)$ para uma unidade geradora h de uma usina, na qual a potência gerada é expressa como uma função não linear da vazão turbinada q_h e do volume do reservatório v_r . Em seguida, aplica-se uma aproximação linear por partes às curvas resultantes $\phi(q_h, \tilde{v}_r)$ (para níveis discretizados de volume), as quais são posteriormente interpoladas por meio de variáveis binárias para calcular a potência gerada. Em (BORGHETTI et al., 2008), essa formulação é aprimorada para tornar a relaxação linear do modelo mais restritiva, por meio de uma estimativa mais precisa do limite superior da produção, além de permitir a representação de usinas hidrelétricas reversíveis (*pumped storage*). Contudo, os efeitos do vertimento e a influência das vazões das demais unidades sobre a função de produção ϕ de uma unidade específica h (isto é, o acoplamento hidráulico via nível de jusante/efeitos de cauda) não são considerados nesses modelos.

Os autores Li et al. (2014) também derivam uma função de produção hidrelétrica individual φ para cada unidade geradora h . Entretanto, diferentemente de (BORGHETTI et al., 2008), eles definem $\varphi(q_h, h_{N_r})$ como função da vazão turbinada q_h e da queda líquida do reservatório h_{N_r} . O processo de linearização consiste em parametrizar a função $\varphi(q_h, h_{N_r})$ para um conjunto de valores de queda líquida $\tilde{h}_{N_r}$ e, em seguida, aplicar uma aproximação linear por partes aos chamados *hill charts* $\varphi(q_h, \tilde{h}_{N_r})$. Esses gráficos são posteriormente interpolados por meio de variáveis binárias para o cálculo da potência gerada. Nesse caso, os efeitos do vertimento e a influência das vazões das demais unidades podem ser incorporados de forma indireta por meio das variações na queda líquida h_{N_r} .

(associadas, por exemplo, a alterações no nível de jusante). Contudo, o modelo pode apresentar instabilidades numéricas e dificuldades para atingir soluções ótimas, como a necessidade de um grande número de iterações e tempos computacionais elevados, além da obtenção de gaps de *otimalidade* finais diferentes de zero.

A linearização da função de produção hidrelétrica no contexto do despacho e da programação de curto prazo por unidade (ao invés da geração agregada da usina) também tem sido investigada. Os autores em (LI et al., 2014) formulam um modelo de *unit commitment* hidráulico no qual a representação da função de produção é feita por unidade, apesar de introduzir variáveis binárias adicionais, dificultando ainda mais a solução do modelo. Neste trabalho os autores propõem um método de linearização voltado a representar a relação não linear entre potência gerada, vazão turbinada e queda líquida. O domínio operacional da usina é discretizado em níveis de vazão q e de queda líquida h e, em vez de formar células retangulares, são construídos paralelogramos inclinados no plano (q, h) . Para cada paralelogramo, são definidos quatro vértices (q_i, h_j) , e a potência correspondente em cada vértice é previamente calculada a partir da função hidrelétrica original ou das curvas colina. A potência gerada é então expressa como uma combinação convexa das potências nos vértices do paralelogramo ativo. Variáveis contínuas representam os pesos convexas, enquanto variáveis binárias adicionais asseguram que apenas um paralelogramo esteja ativo em cada período. Como principais desvantagens, o método depende da discretização do domínio, exigindo calibração cuidadosa para obter boa precisão, e tende a aumentar o tamanho e a complexidade do modelo MILP, devido à introdução de variáveis binárias e restrições adicionais. Além disso, a formulação não modela explicitamente interações hidráulicas/operativas entre unidades de uma mesma usina.

No trabalho (BREGADIOLI et al., 2016), é discutida a importância de se estabelecer mecanismos de coordenação entre as operações de curto e médio prazos em modelos de leilão de energia. Os autores enfatizam que essa coordenação é particularmente relevante em sistemas hidrotérmicos, pois contribui para a segurança de suprimento e para a confiabilidade do atendimento ao longo de horizontes mais extensos. A inclusão das restrições operativas das unidades hidrelétricas e térmicas assegura a factibilidade operativa do despacho definido pelo operador de mercado, reduzindo a necessidade de ajustes corretivos após o fechamento do leilão, ajustes esses que, em geral, tendem a ser sub-ótimos quando realizados *ex post* para eliminar violações de restrições técnicas.

Em (PEREIRA et al., 2017), os autores formulam um problema de leilão do dia seguinte com função objetivo de maximização do bem comum e utilizam a técnica tridimensional proposta por Li et al. (2014) para a linearização da função de produção hidrelétrica. O volume dos reservatórios é aproximado pela média entre os valores no instante corrente de análise e no instante anterior, de modo a representar o volume médio do reservatório no intervalo entre dois períodos consecutivos. A queda líquida é representada

por uma aproximação linear, calculada a partir da diferença entre os níveis de montante e jusante, descontadas as perdas hidráulicas (por exemplo, por meio de um fator/termo de perdas). O artigo também incorpora uma restrição para limitar o número máximo de partidas das unidades hidrelétricas ao longo do horizonte do leilão. Por fim, os limites operativos de geração e de turbinagem são tratados de forma implícita, uma vez que suas envoltórias são incorporadas na própria construção da função de produção, posteriormente linearizada via interpolação tridimensional.

O modelo DESSEM, descrito em (SANTOS et al., 2020), formula o despacho hidrotérmico de curto prazo atualmente utilizado no sistema elétrico brasileiro para a determinação de preços horários de energia, em uso operacional desde 2020. O modelo é formulado com uma função objetivo orientada à minimização do custo total de operação, o que, na prática, envolve principalmente os custos variáveis das usinas termelétricas e eventuais penalidades/encargos associados a restrições operativas e ao uso da água; as usinas hidrelétricas, por não possuírem um “custo combustível” direto, são representadas por meio de restrições hidráulicas e de uma valoração implícita da água (custo de oportunidade), em vez de um custo de geração explícito. A discretização do horizonte é feita em passos de 30 minutos. Uma deficiência importante é que a rede de transmissão não é plenamente internalizada na formulação principal em todas as suas restrições, sendo a representação de fluxos realizada de forma iterativa: a partir do despacho calculado pelo DESSEM, um modelo de fluxo de potência DC é empregado para verificar os fluxos no sistema de transmissão e, caso sejam identificados congestionamentos, as restrições correspondentes são incorporadas (por exemplo, via limites de intercâmbio/linhas monitoradas) e o DESSEM é resolvido novamente. Como essa representação da transmissão ocorre por um processo externo/iterativo, podem surgir sub-otimalidades e dependência do processo de convergência, especialmente quando múltiplos congestionamentos relevantes se manifestam simultaneamente.

Na representação hidráulica, o trabalho contempla unidades de bombeamento e a modelagem de usinas termelétricas com possibilidade de operação em mais de um combustível (por exemplo, alternativas de insumo energético), o que exige representar o custo incremental/seleção de combustível e a transição de operação entre modos. O artigo modela ainda os custos de partida/parada, os tempos mínimos de operação (ligado/desligado) das usinas. A função de produção hidráulica é linearizada por meio da técnica de linearização quadridimensional proposta por Diniz e Maceira (2008), na qual as funções são aproximadas de forma agregada ao nível da usina (em vez de por unidade geradora), representando conjuntamente o comportamento produtivo das unidades do aproveitamento.

1.2 Motivação e Contribuições

Neste trabalho, são propostas algumas abordagens alternativas aos modelos citados anteriormente. Primeiramente, a função objetivo adotada é a de maximização do bem comum. Conforme demonstrado na literatura em (MOTTO et al., 2002) e (ARROYO; CONEJO, 2002), essa formulação promove a competição tanto pelo lado da oferta (selecioneando geradores com menor custo/oferta mais competitiva) quanto pelo lado da demanda (selecioneando consumidores com maior disposição a pagar), resultando em uma alocação eficiente dos recursos no contexto do leilão.

Além disso, o modelo proposto considera a discretização horária para o leilão do dia seguinte, por se tratar de uma granularidade compatível com o objetivo do estudo, sem que seja essencial empregar intervalos inferiores a uma hora neste contexto específico. As restrições referentes à transmissão são incluídas diretamente no modelo do leilão, de modo a garantir que o despacho satisfaça explicitamente as restrições de rede (isto é, atendimento da demanda e limites de fluxo de potência ativa em linhas e transformadores), evitando a necessidade de correções por pós-processamento. A representação interna da transmissão elimina a dependência de procedimentos iterativos entre o modelo de leilão e um modelo de fluxo de potência DC (como ocorre no arranjo atualmente adotado no setor elétrico brasileiro), reduzindo o risco de soluções subótimas por iterações incompletas.

O modelo proposto nesta dissertação também utiliza a técnica quadridimensional para a linearização da função de produção hidrelétrica. Contudo, adota-se uma função de produção específica para cada unidade geradora hidráulica, em vez de uma representação agregada por usina. Essa modelagem tende a ser mais fiel às restrições e eficácias individuais de cada unidade e, portanto, pode aumentar a aderência do despacho calculado às condições operativas reais.

Não foram consideradas unidades de bombeamento nem usinas de ciclo combinado. Os limites mínimo e máximo de volume dos reservatórios são definidos a partir de um ponto de operação atual conhecido; a partir desse ponto, são estabelecidas faixas operativas correspondentes a +3% e -3% do volume de referência. As cotas de montante e de jusante e, conseqüentemente, a altura de queda líquida, são aproximadas por funções afins (polinômios de primeiro grau) em torno da região de operação analisada. As curvas de limites operativos das unidades hidráulicas também são aproximadas por funções afins, visando compatibilidade com a formulação linearizada.

Por fim, embora este trabalho não trate de forma abrangente os mecanismos de coordenação entre modelos de curto e médio prazos, o modelo inclui uma restrição do tipo meta, cujo objetivo é incorporar uma orientação de acoplamento com estudos de médio prazo.

1.3 Estrutura Geral da Dissertação

Este trabalho está estruturado da maneira descrita a seguir. No Capítulo 2, aborda-se o tema de mercados de eletricidade, fornecendo uma visão geral das estruturas de mercado e descrevendo os modelos de comercialização de energia na América Latina, nos Estados Unidos e na Europa. No Capítulo 3, são apresentadas as restrições de geração térmica e hidráulica, bem como suas funções e importância na modelagem do problema. No Capítulo 4, apresentam-se a função objetivo, as restrições econômicas e de transmissão e, por fim, a formulação do modelo proposto neste trabalho. No Capítulo 5, são apresentados os resultados numéricos, desde a descrição do sistema-teste utilizado até as simulações para os períodos seco e úmido. No Capítulo 6, são discutidas as conclusões obtidas a partir da análise dos resultados do capítulo anterior. Por fim, o Apêndice A reúne os dados dos sistemas hidrotérmicos utilizados nos testes numéricos neste trabalho.

2 MERCADOS DE ELETRICIDADE

A modernização do setor elétrico ao longo das últimas décadas, alinhada à tendência de liberalização da economia mundial, levou ao desenvolvimento e à adaptação de diferentes estruturas de comercialização de energia, com o objetivo de promover eficiência econômica, preços competitivos, um ambiente atrativo a novos investimentos e maior transparência na operação e na formação de preços do sistema. Os fundamentos teóricos dessa transição, discutidos por Conejo, Carrión e Morales (2010) e Tanaka, Conejo e Siddiqui (2022), abrangem desde a formação de preços em mercados de curto prazo até mecanismos de leilões e estratégias de oferta e lances em ambientes competitivos.

Modelos de leilão e despacho são fundamentais para o funcionamento dos mercados de curto prazo. O trabalho de Arroyo e Conejo (2002) propõe um modelo multi-período de compensação (do inglês *market clearing*) para mercados *pool*, incorporando restrições operativas e características de usinas térmicas em uma formulação de programação inteira mista. Essas contribuições forneceram base metodológica para o aprimoramento do projeto de mercados e dos modelos de operação em diferentes contextos, incluindo sistemas hidrotérmicos (como Brasil, Chile e Colômbia) e sistemas predominantemente térmicos (como Europa e Estados Unidos).

Nos mercados de eletricidade da América Latina, especialmente no Brasil, a elevada participação de recursos hídricos e de fontes renováveis intermitentes na geração implica incerteza quanto à disponibilidade futura de água (afluências) e, em menor medida, quanto à produção das fontes variáveis. Por esse motivo, são empregados modelos estocásticos de otimização para representar a incerteza e apoiar as decisões de planejamento e operação nos horizontes de médio e longo prazos. Em geral, países latino-americanos adotam uma estrutura híbrida, combinando despacho centralizado da operação, leilões regulados para contratação e um mercado de curto prazo (*spot*) com preços ancorados no custo marginal de operação (CMO). No Brasil, modelos como NEWAVE, DECOMP e DESSEM apoiam, respectivamente, o planejamento de longo prazo, a programação de médio/curto prazo e o despacho de curto prazo, e seus resultados são utilizados como referência para a formação do preço de liquidação das diferenças (PLD) no mercado *spot*.

Em contraste com a realidade latino-americana, em que predominam sistemas hidrotérmicos e, frequentemente, uma formação de preço de curto prazo fortemente ancorada em modelos de minimização de custo e na coordenação centralizada da operação, nos Estados Unidos a organização do mercado evoluiu para um arranjo em que o próprio processo de despacho e de fechamento de mercado determina os preços a partir das ofertas submetidas pelos agentes, respeitando explicitamente as restrições da rede de transmissão. Nesse contexto, a consolidação do *Independent System Operator* (ISO) e *Regional Transmission Organizations* (RTOs) viabilizou mercados organizados e amplamente competitivos,

baseados em preços nodais (*Locational Marginal Prices* – LMP), calculados a partir do despacho econômico com restrições de segurança (isto é, um problema de otimização que internaliza limites de geração e restrições de transmissão). Em geral, essa estrutura opera com um mercado do dia seguinte (*day-ahead market*) e um mercado de tempo real (*real time market*), nos quais a liquidação e os ajustes de curto prazo refletem, de forma transparente, os efeitos de congestionamentos (e, quando modeladas, as perdas) sobre o custo marginal de atendimento em cada nó da rede.

Por sua vez, o mercado europeu passou por um processo de integração e coordenação regional baseado no acoplamento de mercados (*market coupling*), no qual os leilões do mercado do dia seguinte (*day-ahead market*) são resolvidos de forma conjunta entre países e áreas de preço (zonas), considerando simultaneamente as ofertas de compra e venda e os limites de intercâmbio nas interligações. Nessa estrutura, um mecanismo comum de otimização, dada pelo algoritmo *Euphemia*, realiza o fechamento do mercado, definindo os fluxos comerciais entre zonas e os preços por área de maneira consistente com as restrições de transmissão disponíveis, conforme discutido em (NOVIRDOUST et al., 2021). A elevada participação de fontes renováveis variáveis (eólica e solar), aliada à necessidade de correções mais próximas do tempo real, tem ampliado a relevância dos mercados intra-diários (*intraday markets*), que permitem ajustes após o fechamento do mercado do dia seguinte para acomodar desvios de geração e demanda. Em conjunto, esses elementos evidenciam a transição europeia para mercados mais integrados, líquidos e responsivos, com crescente coordenação internacional e maior dependência de mecanismos de curto prazo para lidar com a variabilidade e a incerteza operativa.

Assim, este capítulo busca apresentar uma análise comparativa entre os diferentes modelos de mercados de eletricidade no mundo, com ênfase em seus fundamentos teóricos, arranjos institucionais e mecanismos de formação de preços. Na seção 2.1 descreve-se a estrutura geral dos mercados de eletricidade envolvendo: tipos de mercados, os agentes envolvidos, etc., bem como seus principais conceitos. Na Seção 2.2, são discutidas as principais características dos mercados de eletricidade na América Latina. Na seção 2.3 um resumo das principais características do mercado estadunidense é fornecido, enquanto que a Seção 2.4 resume as principais características do mercado europeu.

2.1 Estrutura Geral dos Mercados de Energia

A estrutura dos mercados de energia pode variar em função de fatores locais e institucionais de cada país ou bloco de nações. Em termos gerais, e do ponto de vista do horizonte de tempo, costuma-se distinguir: (i) o mercado de curto prazo (organizado em formato de *pool* ou bolsa de energia, dependendo do arranjo adotado) e (ii) os mercados de derivativos, como futuros e opções.

O mercado *pool* concentra a negociação de energia em horizontes de tempo mais

curtos, envolvendo os mercados do dia seguinte, intra-diário e de tempo real. No *pool*, os preços são formados a partir do procedimento de compensação de mercado (PCM), em que as ofertas de venda e lances de compra são processados e a alocação de geração e consumo é calculada, bem como os preços de equilíbrio de mercado. Já o mercado de futuros negocia energia para entrega em datas futuras com preço definido no presente, permitindo ao agente reduzir a exposição à volatilidade observada no mercado *pool* e apoiar estratégias de proteção financeira (*hedging*). Por sua vez, o mercado de opções também se refere a horizontes mais longos, mas difere do mercado de futuros porque confere ao comprador o direito, e não a obrigação, de comprar (opção de compra) ou vender (opção de venda) energia/um contrato a um preço previamente acordado, mediante o pagamento de um prêmio.

2.1.1 Mercado de Curto Prazo

O mercado de curto prazo, frequentemente organizado em formato *pool*, pode ser estruturado em três sub-mercados principais: (i) o mercado do dia seguinte (*day-ahead*), no qual são definidos os despachos e preços para o dia operativo com antecedência; (ii) o mercado intradiário (ou de ajuste, *intra-day*), que permite correções ao cronograma do dia seguinte à medida que novas informações se tornam disponíveis; e (iii) o mercado de tempo real (ou de balanço, *real-time*), destinado a tratar os desvios finais entre geração e consumo, assegurando o equilíbrio do sistema em tempo real, conforme descrito por Shahidehpour, Yamin e Li (2002) e Tanaka, Conejo e Siddiqui (2022).

O mercado do dia seguinte é o ambiente em que a maior parte das negociações e do fechamento do mercado ocorre no dia anterior ($d - 1$) à operação em d . O despacho e os preços horários resultam do conjunto de blocos de ofertas de venda submetidas pelos geradores e de blocos de lances de compra submetidos pelos consumidores, processados pelo operador do mercado por meio do procedimento de compensação de mercado (PCM), respeitando as restrições operativas do sistema.

As ofertas podem ser simples, quando informam quantidade e preço por período (ou um único par quantidade-preço), ou complexas, quando incluem estruturas em múltiplos blocos e/ou vínculos intertemporais (por exemplo, limites de rampa, tempos mínimos ligado/desligado e custos de partida/parada). Em particular, é comum que curvas de oferta sejam representadas por blocos com preços crescentes e quantidades associadas (ordem de mérito), enquanto lances de compra podem ser representados por blocos com preços decrescentes conforme aumenta a quantidade demandada.

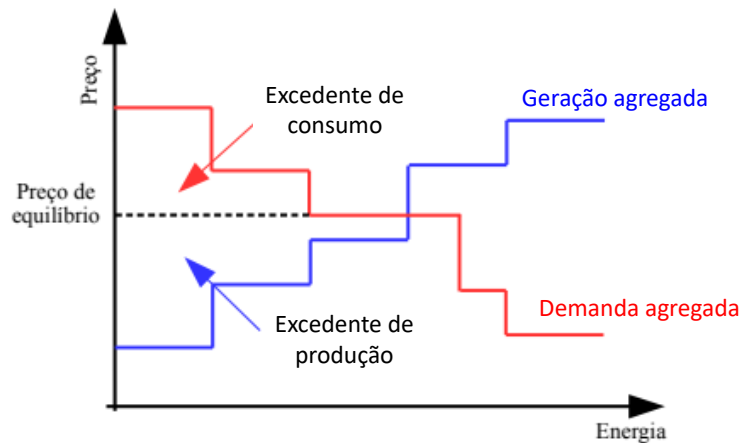
Além dos lances econômicos, geradores termelétricos tipicamente fornecem ofertas associadas a restrições como rampas de subida/descida, tempos mínimos de operação e desligamento, custos de partida/parada e limites mínimo/máximo de potência. Em sistemas hidrotérmicos, os agentes hidrelétricos também devem fornecer ofertas relacionadas às principais restrições hidráulicas, como balanço hídrico, limites de volume armazenado,

limites de vazão turbinada/vertida e, quando aplicável, o tempo de deslocamento da água entre reservatórios, que afetam diretamente o despacho e os preços (PEREIRA et al., 2017).

Com todas as ofertas e lances computados, o OM utiliza um algoritmo que executa o fechamento do mercado, denominado procedimento de compensação de mercado (PCM), ou (do inglês *market clearing procedure*). Dependendo do desenho institucional, o modelo pode maximizar a função de bem comum (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), isto é, a soma dos excedentes do consumidor e do produtor, ou minimizar o custo total de operação/geração em um problema de despacho (típico de abordagens centralizadas baseadas em custo) (SANTOS et al., 2020), sempre sujeito ao atendimento das restrições operativas informadas pelos agentes de geração térmica e hidráulica.

No caso de maximização do bem comum, a função objetivo é construída a partir das curvas (ou blocos) de ofertas de geração e lances de demanda, submetidas ao mercado: os blocos de oferta dos geradores são ordenados por preço crescente, formando a curva agregada de geração, enquanto os blocos de demanda dos consumidores são ordenados por preço decrescente, formando a curva agregada de demanda. A interseção entre essas curvas determina o preço de equilíbrio, no qual são definidos os montantes comercializados, conforme ilustrado em 2.1. Esse procedimento é realizado para cada hora do dia, resultando nos preços de energia por período do dia operativo d .

Figura 2.1 – Maximização do Bem Comum.



Fonte: Extraído de (CABRAL, 2022).

A região abaixo do preço de equilíbrio e acima da curva de oferta representa o excedente de produção para os blocos de geração efetivamente aceitos. Nesses blocos, os geradores recebem o preço de mercado (uniforme, no caso de um mercado *pool* com preço único por período) e, para aqueles cujo lance é menor que esse preço, há uma margem positiva entre o preço recebido e o custo/lance, caracterizando o excedente do produtor (associado ao lucro bruto, antes de custos fixos e outras obrigações contratuais). De forma análoga, a região acima do preço de equilíbrio e abaixo da curva de demanda representa

o excedente do consumidor, na qual os consumidores atendidos pagam um preço menor do que sua disposição a pagar. A soma dessas duas áreas corresponde ao bem comum associado às transações realizadas no mercado. Já a região à direita do ponto de equilíbrio representa os blocos que não são negociados dadas as condições de preço: ofertas com preço acima do preço de equilíbrio não são aceitas e demandas com disposição a pagar abaixo do preço de equilíbrio não são atendidas. Assim, geradores com menores ofertas tendem a ser selecionados e obter excedente, enquanto consumidores com maior disposição a pagar tendem a ter sua demanda atendida, pagando o preço de mercado e obtendo benefício econômico.

Para que o resultado do PCM não seja ambíguo (isto é, para reduzir a ocorrência de múltiplas soluções ótimas e garantir uma solução consistente com as restrições do sistema), o algoritmo de fechamento pode ser formulado como um problema de programação inteira mista (MILP). Essa abordagem permite representar, de forma integrada, restrições econômicas (lances e custos), restrições físicas das unidades geradoras (por exemplo, limites operacionais e decisões discretas como ligar/desligar) e restrições da rede de transmissão (por exemplo, limites de fluxo e balanço nodal) no procedimento de compensação de mercado.

2.1.2 Mercado Intra-Diário

O mercado intra-diário, fechado em $d - 1$, é o segmento de curto prazo no qual os agentes podem ajustar suas posições de compra e venda de energia após o encerramento do mercado do dia seguinte, mas antes do despacho em tempo real. Seu objetivo é permitir que geradores, comercializadores e consumidores revisem suas posições diante de atualizações nas previsões de carga, disponibilidade de usinas e variabilidade de fontes renováveis, especialmente eólica e solar, reduzindo desvios e aumentando a eficiência da operação do sistema.

Esse mercado também possibilita que agentes cujos blocos não foram integralmente aceitos no mercado do dia seguinte ajustem seu balanço energético: consumidores podem contratar energia adicional para cobrir déficits em determinados períodos, enquanto geradores e demais agentes podem negociar excedentes, realocando volumes entre produtos e horários de forma a minimizar exposições e encargos no mercado de balanço.

2.1.3 Mercado de Balanço ou Tempo Real

O mercado de tempo real ocorre ao longo da operação do dia d . Esse mecanismo permite que geradores, consumidores (ou seus representantes) e o operador realizem ajustes de geração e consumo em horizonte muito curto, de modo a manter o balanço instantâneo entre oferta e demanda e garantir a segurança operativa do sistema. Esses ajustes decorrem, por exemplo, de indisponibilidades de unidades geradoras, variabilidade

de fontes renováveis, aumentos inesperados de carga, erros de previsão e falhas técnicas em instalações de geração, transmissão ou consumo.

As transações e ações de balanceamento podem ser realizadas por meio de leilões e/ou mecanismos operativos conduzidos pelo OM, com regras específicas para o tempo real, incorporando restrições elétricas e operativas (limites de rampa, reservas, restrições de rede e requisitos de segurança) e resultando em preços de balanceamento/liquidação aplicáveis aos desvios em relação às posições contratadas.

2.1.4 Mercado de Futuros e Opções

O mercado de futuros opera contratos de energia para o longo prazo. Nesse ambiente, geradores e consumidores (ou comercializadores) acordam preço e quantidade de energia para entrega (física) ou liquidação (financeira) em um período futuro. Esse tipo de negociação aumenta a previsibilidade de custos e receitas, pois o valor do contrato fica pré-definido, reduzindo a exposição dos agentes à volatilidade dos preços no mercado de curto prazo. Ainda assim, não elimina o risco por completo, já que podem permanecer riscos de desempenho/entrega, ajustes contratuais, garantias e, dependendo do desenho de mercado, diferenças entre o preço contratado e o preço de liquidação no curto prazo.

Um contrato de opções é semelhante ao de futuros por também estabelecer, hoje, condições associadas a uma transação futura. No entanto, no caso das opções, negocia-se o direito — e não a obrigação — de comprar (opção de compra, *call*) ou vender (opção de venda, *put*) um montante de energia por um preço previamente acordado em uma data (opção europeia) ou dentro de um intervalo de datas (opção americana). Assim, na data futura, o agente exerce a opção apenas se as condições de mercado forem mais vantajosas do que o contrato, usando a opção como instrumento de proteção (*hedge*) e/ou estratégia comercial.

2.1.5 Mercados de Energia Não Organizados

Os mercados não organizados (ou mercados de balcão, *OTC*) são aqueles em que não existe uma plataforma centralizada de negociação com regras padronizadas de produtos e participação. Nesse ambiente, os agentes atuam de forma descentralizada, firmando contratos bilaterais de compra e venda diretamente entre si, com condições customizadas (prazo, perfil de entrega, garantias e indexadores). Em geral, não há um mecanismo obrigatório de *clearing* (isto é, uma câmara de compensação central que se interpõe entre as partes), de modo que a liquidação financeira e a mitigação do risco de crédito dependem de cláusulas contratuais, garantias e acordos privados. Como consequência, embora ofereçam maior flexibilidade, esses mercados tendem a apresentar menor transparência de preços, menor liquidez e maior assimetria de informação quando comparados a mercados organizados, como bolsas e plataformas de leilões estruturados.

2.1.6 Mercados de Serviços Ancilares

O mercado de serviços ancilares engloba os mecanismos utilizados para contratar e remunerar serviços essenciais à operação segura e estável do sistema elétrico, mas que não estão diretamente relacionados ao fornecimento de energia ativa (MWh) ao consumidor. Esses serviços incluem, entre outros, controle de frequência (por meio de reservas e regulação), reserva girante, reserva de resposta rápida, controle de tensão e suporte de potência reativa (compensação de reativos), além de partida de unidades e *black start*, isto é, a capacidade de uma usina iniciar sua operação sem depender de suprimento externo da rede. A função desses mercados é assegurar que o operador do sistema disponha, em cada instante, de recursos suficientes para lidar com variações inesperadas de carga, contingências de equipamentos e oscilações associadas à geração renovável variável, contribuindo para a manutenção da frequência e da tensão dentro de limites operativos.

2.1.7 Agentes de Mercado

Em (CONEJO; CARRIÓN; MORALES, 2010), distingue-se entre agentes participantes (ou de mercado) e agentes institucionais (ou de governança). Os agentes participantes incluem consumidores, comercializadores/varejistas, produtores (geradores) e produtores com geração variável não despachável (por exemplo, eólica e solar). Já os agentes institucionais incluem o operador de mercado, o operador do sistema (frequentemente um operador independente do sistema, *ISO*) e o regulador.

Os consumidores são os usuários finais da energia elétrica e podem participar, conforme as regras locais, de diferentes ambientes de negociação (por exemplo, mercados do dia seguinte, intra-diário, tempo real e contratos de longo prazo). Seu objetivo econômico é, em geral, minimizar o custo de aquisição de energia e gerenciar riscos de preço, podendo variar de pequenas unidades consumidoras a grandes indústrias e agregadores/comercializadoras. Os varejistas/comercializadores atuam como intermediários, comprando energia e vendendo-a a consumidores que não acessam diretamente os ambientes organizados; no Brasil, um exemplo típico são as distribuidoras, que atendem consumidores cativos e adquirem energia por mecanismos regulados e/ou contratuais, repassando-a conforme regras tarifárias. Os produtores (geradores despacháveis) submetem ofertas de quantidade e preço, buscando maximizar o resultado econômico da operação, respeitando restrições técnicas e contratuais. Por fim, os produtores com geração variável não despachável (eólica/solar) caracterizam-se por incerteza e variabilidade na produção; por isso, em muitos desenhos de mercado, sua participação se dá predominantemente via compromissos baseados em previsão no *day ahead* e ajustes/liquidação de desvios no tempo real, podendo também firmar contratos de longo prazo, dependendo das regras do sistema.

Os agentes institucionais asseguram o funcionamento do mercado e a operação segura do sistema. O regulador (órgão governamental) define e fiscaliza regras, monitora condutas e aplica sanções quando necessário, buscando garantir isonomia, transparência e proteção do consumidor. O operador de mercado é responsável pela gestão econômica e pela liquidação das transações em ambientes organizados, incluindo o *market clearing* (fechamento do mercado), a determinação de preços e o registro/contabilização das operações. O operador do sistema (muitas vezes um *ISO*) coordena a operação técnica em tempo real, garantindo segurança, confiabilidade e o acesso não discriminatório à rede; além disso, é tipicamente o responsável por acionar recursos operativos (como reservas e serviços ancilares) para manter o balanço entre geração e carga e atender limites de operação.

2.2 Mercado de Eletricidade na América Latina

Os mercados de eletricidade da América Latina passaram por profundas transformações desde a década de 1990, impulsionadas por reformas estruturais voltadas a aumentar a eficiência econômica, ampliar a oferta de energia e atrair investimentos privados para um setor historicamente dominado por empresas estatais. A elevada participação da geração hidrelétrica é uma característica marcante de vários países latino-americanos, que se beneficiam da vasta disponibilidade hídrica do continente — com destaque para o Brasil. Em geral, esses países adotam estruturas híbridas que combinam planejamento e operação centralizados (especialmente no despacho hidrotérmico) com mecanismos de contratação de longo prazo, além de uma evolução regulatória orientada à busca de equilíbrio entre competição, segurança do suprimento e modicidade tarifária.

Modelos hidrotérmicos que incorporam as incertezas hidrológicas são adotados em países como Brasil, Chile e Colômbia, os quais utilizam técnicas avançadas de otimização. No Brasil, os modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM compõem a cadeia oficial de planejamento e programação da operação e subsidiam a formação do preço de curto prazo (com base no custo marginal de operação – CMO, que fundamenta o PLD). De forma simplificada, esses modelos articulam horizontes de longo, médio e curto prazo: o NEWAVE é utilizado no planejamento de longo prazo e na definição de políticas operativas sob incerteza, por meio de Programação Dinâmica Dual Estocástica, buscando a melhor estratégia de uso da água nos reservatórios para equilibrar geração hidrelétrica e termelétrica e minimizar o custo esperado de operação. Seus resultados alimentam as etapas seguintes da cadeia (CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2020). O DECOMP é aplicado no planejamento de médio prazo, com discretização tipicamente semanal e detalhamento mensal, incorporando com maior nível de detalhe restrições operativas, intercâmbios entre subsistemas e restrições elétricas de rede, produzindo estimativas do CMO que orientam a programação da operação pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) (CEPEL –

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, 2021). Por fim, o DESSEM trata o curto prazo com discretização horária (ou sub-horária, conforme a configuração), realizando o despacho de curto prazo com representação mais detalhada das restrições operativas das usinas e do sistema elétrico, servindo de base para o cálculo do CMO no horizonte operativo (SANTOS et al., 2020).

O mercado livre de energia elétrica no Brasil é predominantemente bilateral e opera dentro de um arcabouço regulatório. No Ambiente de Contratação Regulada (ACR), as distribuidoras adquirem energia por meio de leilões públicos (em geral regulados), com produtos padronizados e regras definidas pelo poder concedente e pelos órgãos setoriais, visando, entre outros objetivos, a modicidade tarifária. Já o Ambiente de Contratação Livre (ACL) permite que consumidores livres/especiais, comercializadoras e geradores negociem diretamente contratos de compra e venda, definindo livremente condições como preço, prazo, montante, sazonalização e, quando aplicável, atributos de origem/fonte. As transações e posições contratuais são registradas e a contabilização e liquidação das diferenças são realizadas no âmbito da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE). Nesse arranjo, não há uma bolsa centralizada obrigatória de negociação: a formação dos contratos ocorre de forma descentralizada, e o que é centralizado é o processo de registro, contabilização e liquidação na CCEE.

Outros países, como Peru, México e Argentina, adotaram abordagens institucionais próprias, com diferentes graus de abertura ao investimento privado, utilização de leilões como instrumento de expansão da oferta e mecanismos voltados à segurança do suprimento, como requisitos de contratação/lastro, reservas operativas e instrumentos regulatórios de adequação entre oferta e demanda.

2.3 Mercado de Eletricidade dos Estados Unidos

O mercado de eletricidade dos Estados Unidos é organizado em torno dos Operadores Independentes do Sistema (Independent System Operators — *ISOs*) e das Organizações Regionais de Transmissão (Regional Transmission Organizations — *RTOs*), responsáveis por coordenar a operação em grandes áreas interconectadas, incluindo o despacho, a operação do sistema de transmissão e a administração dos mercados atacadistas de energia. Esses mercados utilizam preços marginais locais (Locational Marginal Prices — *LMPs*), que representam o custo marginal de atender um acréscimo de demanda em cada barra, incorporando os efeitos de congestionamentos, perdas (quando modeladas) e demais restrições operativas da rede.

A operação comercial é tipicamente estruturada em mercado do dia seguinte (leilão diário) e mercado de tempo real, conforme descrito nas seções 2.1.1 e 2.1.3. Além do mercado de energia, existem mercados de serviços ancilares, voltados à contratação de reservas e serviços necessários à segurança operativa, e, em diversas regiões, mercados de

capacidade, que remuneram a disponibilidade futura de recursos (geração e, dependendo do arranjo, outros recursos elegíveis) para garantir a adequação do sistema. Cada região norte-americana possui regras e produtos próprios, refletindo diferenças institucionais e de desenho de mercado entre os operadores.

2.4 Mercado de Eletricidade da Europa

Os mercados de eletricidade da Europa operam sob um modelo altamente integrado, conhecido como *EU Target Model*, que busca harmonizar regras de comercialização entre diferentes países e promover eficiência econômica em escala continental. A base desse arranjo é o acoplamento de mercados, no qual as plataformas europeias coordenam os leilões de energia para determinar preços zonais e fluxos transfronteiriços de forma simultânea, maximizando o bem-estar social sujeito às restrições de rede disponíveis.

O principal mecanismo de formação de preços é o leilão do dia seguinte (*day-ahead*), operado pelo algoritmo *Euphemia* (COMMITTEE, 2019), que determina um preço por zona a partir dos lances de oferta e demanda, respeitando a capacidade disponível das interconexões entre países. Complementando esse processo, o mercado intra-diário (*intraday*), com negociação contínua, permite ajustes próximos ao tempo real, facilitando a integração de fontes renováveis variáveis, como eólica e solar.

3 PRODUÇÃO DE ENERGIA EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Neste capítulo, descrevem-se os processos de produção de energia associados a unidades de geração termelétricas e hidrelétricas. O foco principal consiste em apresentar as funções e restrições matemáticas relacionadas ao processo de geração de energia nestas unidades, em ambientes de mercado de energia, em especial, o mercado *pool*, foco principal deste trabalho. Para isso, a nomenclatura adotada é descrita na Seção 3.1. O processo de produção de unidades termelétricas é descrito na Seção 3.2, enquanto os processo de produção em unidades hidrelétricas é detalhado na Seção 3.3. Nesta seção, apresenta-se uma nova proposta de linearização da função de produção, a partir da técnica quadridimensional (DINIZ; MACEIRA, 2008), utilizando no modelo de leilão proposto no Capítulo 4.

3.1 Nomenclatura

Conjuntos

- B Barras do sistema.
- B^C Blocos de lances fornecidos pelos consumidores.
- B^G Blocos ofertados pelos geradores.
- G Unidades Geradoras Hidrelétricas e Termelétricas.
- L Unidades de geração termelétricas.
- H Unidades de geração hidrelétricas.
- J Consumidores.
- P Hiperplanos.
- R Reservatórios Hidrelétricos.
- F_r Reservatórios a montante de r .
- T Períodos de tempo.
- N_b Barras adjacentes à barra b conectadas através de linhas de transmissão.
- X Conjunto dos pontos de turbinagem da unidade h .
- Y Conjunto dos pontos de volume da usina r .

Z Conjunto de pontos de vertimento da usina r .

$\mathcal{U}_r$ Conjunto das unidades hidrelétricas h pertencentes à usina r .

Parâmetros

$A_r^{V0}, A_r^{V1}, A_r^{V2}, A_r^{V3}, A_r^{V4}$ Coeficientes da função polinomial da cota de montante associada a usina r .

$B_r^{U0}, B_r^{U1}, B_r^{U2}, B_r^{U3}, B_r^{U4}$ Coeficientes da função polinomial da cota de jusante associada a usina r .

$D_{f,r}$ Períodos de atraso de águas entre a usina a montante f e a usina a jusante r .

$DA_{f,r}$ Dias de atraso de águas entre a usina a montante f e a usina a jusante r .

TA Períodos de tempo dos dias atual e posterior de transição dos atrasos de água entre reservatórios.

$\underline{P}_h^G, \bar{P}_h^G, \bar{P}_l^G$ Potências mínimas e máximas das unidades geradoras hidrelétricas h e potência máxima das unidades geradoras termelétricas l , respectivamente, em $[pu]$.

$\bar{p}_h^{EF}$ Potência efetiva da unidade geradora hidrelétrica h , em $[pu]$.

$\underline{Q}_h, \bar{Q}_h$ Vazão turbinada mínima e máxima da unidade geradora hidrelétrica h , respectivamente $[m^3/s]$.

R_r^U Limite de rampa de defluência associado à usina r $[m^3/s]$.

$\underline{S}_r, \bar{S}_r$ Vertimento mínimo e máximo da usina r , respectivamente $[m^3/s]$.

$U_{f,t}$ Defluência da usina a montante f no período t $[m^3/s]$.

$\underline{U}_r, \bar{U}_r$ Defluência mínima e máxima esperada para a usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[m^3/s]$.

$V_{r,0}$ Volume inicial da usina r $[hm^3]$.

V_r^{goal} Meta de volume final mínimo para a usina r $[hm^3]$.

$\underline{V}_r, \bar{V}_r$ Volume mínimo e máximo esperado da usina r , respectivamente, durante o horizonte do leilão $[hm^3]$.

K Produtibilidade da usina r $[MW/m^3/s/m]$.

α_h	Fator de correção que minimiza o desvio quadrático médio da função de produção hidráulica usada no modelo quadrimensional.
$\alpha_h^{T0}, \alpha_h^{T1}$	Coefficientes independente $[pu]$ e linear $[pu/m]$, respectivamente, da função linear que aproxima a função de potência máxima gerada da unidade h (limite associado à turbina).
$\beta_h^{T0}, \beta_h^{T1}$	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função de vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado à turbina).
$\beta_h^{G0}, \beta_h^{G1}$	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função de vazão turbinada máxima da unidade h (limite associado ao gerador).
$\gamma_{h,p}^0$	Coefficiente do efeito linear da unidade geradora hidrelétrica h no conjunto de hiperplanos p no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{h,p}^Q$	Coefficiente do efeito da vazão turbinada da unidade geradora hidrelétrica h no conjunto de hiperplanos p no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,p}^{UO}$	Coefficiente do efeito da vazão vertida da usina r no conjunto de hiperplanos p no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
$\gamma_{r,p}^V$	Coefficientes do efeito do volume da usina r no conjunto de hiperplanos p no modelo quadrimensional de geração hidráulica.
γ_r^0, γ_r^1	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de montante de um reservatório r .
φ_r^0, φ_r^1	Coefficientes independente e linear, respectivamente, da função linear que aproxima a função da cota de jusante de um reservatório r .
$U_{TA,(DA_{f,r}),f}^D$	Vazões afluentes à usina f relativa ao período TA do número de dias de atraso $DA_{f,r}$ entre a usina f e a usina r [m^3/s].
$\psi_{r,t}$	Vazão afluente incremental à usina r no período t [m^3/s].
SD_l	Rampa de desligamento da unidade termelétrica l .
SU_l	Rampa de partida da unidade termelétrica l .
RU_l	Rampa de acréscimo de geração da unidade termelétrica l .
RD_l	Rampa de decréscimo de geração da unidade termelétrica l .

UT_l	Quantidade de períodos que a unidade termelétrica l deve permanecer ativa.
G_l	Quantidade de períodos que a unidade termelétrica l deve cumprir do dia anterior, permanecendo ativa.
F_l	Quantidade de períodos que a unidade termelétrica l deve cumprir do dia anterior, permanecendo desativada.
DT_l	Quantidade de períodos que a unidade termelétrica l deve permanecer desativada.

Variáveis

$h_{r,t}^M$	Cota de montante da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^J$	Cota de jusante da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^N$	Altura de queda líquida da usina r no período t [m].
$h_{r,t}^{loss}$	Perdas hidráulicas (perdas de carga) da usina r no período t [m].
$o_{h,t}^H, o_{l,t}^T$	Variável binária liga/desliga da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t , quando ligado = 1 e desligado = 0.
$y_{l,t}$	Variável binária que indica em qual período t a unidade geradora termelétrica l foi partida (1, se a unidade geradora termelétrica foi partida no período t . 0, caso contrário).
$z_{l,t}$	Variável binária que indica em qual período t a unidade geradora termelétrica l foi desligada (1, se a unidade geradora termelétrica foi desligada no período t . 0, caso contrário).
$p_{g,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h ou termelétrica l , no período t [pu].
$\overline{p_{g,t}^G}$	Potência disponível máxima da unidade hidrelétrica h ou termelétrica l , no período t [pu].
$q_{h,t}$	Vazão turbinada pela unidade h no período t [m ³ /s].
$q_{h,t}^O$	Vazão turbinada pelas outras unidades h do reservatório r no período t [m ³ /s].
$s_{r,t}$	Vertimento total da usina r no período t [m ³ /s].
$u_{r,t}$	Defluência total da usina r no período t [m ³ /s].
$u_{r,t}^O$	Defluência total da usina r no período t [m ³ /s] considerando a vazão turbinada das outras $q_{h,t}^O$ unidades h do reservatório r .

- $v_{r,t}$ Volume total da usina r no período t [hm^3].
- $\rho_{f,r,t}$ Defluência total das usinas f à montante da usina r no período t , levando-se em conta o atraso de água entre os reservatórios f e r [m^3/s].

Constantes

- η_h^{TG} Rendimento associado ao par turbina-gerador da unidade h , $\eta_h^{TG} = 0.98$.
- Γ Fator de conversão m^3/s para hm^3 em um período de uma hora, $\Gamma = 0.0036$ [$hm^3/(m^3/s)$].
- NT Horas de um dia, $NT = 24$.

3.2 Unidades de Geração Termelétricas

A geração termelétrica é um dos pilares de sustentação do sistema elétrico mundial. No Brasil, devido à elevada participação das usinas hidrelétricas na matriz elétrica, a geração termelétrica torna-se fundamental em períodos de seca ou escassez hídrica, contribuindo para a segurança do suprimento e garantindo o atendimento à demanda.

Seu princípio de funcionamento baseia-se na conversão de energia térmica em energia elétrica por meio de ciclos termodinâmicos, como os ciclos a vapor e a gás, bem como arranjos em ciclo combinado. Essa tecnologia apresenta elevada disponibilidade operacional, porém, em geral, custos variáveis de geração superiores aos das fontes hidráulicas e renováveis, pois depende do combustível utilizado e de sua logística de suprimento. Modelos modernos de despacho térmico incorporam custos variáveis de combustível, custos de emissões e restrições operativas das unidades, como limites de geração, rampas e tempos mínimos de operação e desligamento (LEONEL et al., 2024).

No contexto brasileiro, a operação do sistema hidrotérmico é representada por problemas de planejamento e operação hidrotérmica que buscam minimizar o custo esperado de operação, considerando principalmente incertezas hidrológicas e restrições do sistema. No curto prazo, modelo DESSEM, proposto por Santos et al. (2020), calcula o Custo Marginal de Operação (CMO) em base horária, que serve de referência para a formação do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) no mercado de curto prazo. Assim, as usinas termelétricas são despachadas de acordo com a ordem de mérito econômico, a partir de seus custos variáveis, em interação com o valor (custo de oportunidade) associado ao uso da água nos reservatórios e às condições operativas do sistema (DINIZ; COSTA; MACEIRA, 2018). A seguir, são apresentadas as principais restrições relacionadas à geração termelétrica.

3.2.1 Restrições de Geração Térmica

(ARROYO; CONEJO, 2002) propõem um modelo de procedimento de compensação (inglês, *market clearing*) para mercados *pool* capaz de maximizar o bem-estar social e representar de forma rigorosa as restrições operativas das usinas termelétricas, incluindo restrições intertemporais como limites de rampa, tempos mínimos de operação e de desligamento, além de condições associadas ao acionamento e desligamento das unidades. Trata-se de uma formulação com boa transparência e implementação relativamente direta em programação inteira mista. Neste trabalho, a modelagem das restrições de geração termelétrica segue, em linhas gerais, a proposta apresentada em (ARROYO; CONEJO, 2002).

Os limites de potência das unidades termelétricas são expressos em (3.1), em que a variável binária o_t^T indica se a unidade l está ativa (ligada) ou não no período t . É importante destacar que a potência gerada máxima por essa unidade no período é dada pela variável $\overline{p}_{l,t}^G$, e não por uma constante. Na formulação aqui adotada, a potência máxima variável $\overline{p}_{l,t}^G$ descreve a potência disponível pela unidade. Essa disponibilidade ou indisponibilidade associada às unidades termelétricas resulta das restrições de rampa, as quais podem limitar a potência de cada unidade termelétrica em diferentes períodos.

$$\underline{P}_l^G o_t^T \leq p_{l,t}^G \leq \overline{p}_{l,t}^G, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \quad (3.1)$$

Ao considerar a transição entre períodos consecutivos, a unidade termelétrica está sujeita a limites mínimos e máximos de acréscimo ou decréscimo de geração (rampas). Os limites de potência máxima disponível $\overline{p}_{l,t}^G$ em cada período, levando em conta as rampas de partida e desligamento, bem como as rampas de subida e descida, são expressos em (3.2) e (3.3). As variáveis binárias $y_{l,t}$ e $z_{l,t}$ indicam, respectivamente, se a unidade l foi ligada (partida) ou desligada no período t . Além disso, SU_l representa a rampa de partida da unidade l , SD_l a rampa de desligamento e RU_l a rampa de subida (acréscimo) de geração da unidade l (enquanto a rampa de descida é usualmente representada por RD_l , quando modelada explicitamente).

$$\overline{p}_{l,t}^G \leq \overline{P}_l^G [o_t^T - z_{l,t+1}] + z_{l,t+1} SD_l, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \quad (3.2)$$

$$\overline{p}_{l,t}^G \leq p_{l,t-1}^G + RU_l o_{t-1}^T + SU_l y_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.3)$$

A restrição (3.2) estabelece que a potência máxima disponível $\overline{p}_{l,t}^G$ da unidade l é limitada no período t tanto pela potência nominal da unidade $\overline{P}_l^G$ quanto pela rampa de desligamento SD_l desta unidade (caso ela seja desligada). Já a restrição (3.3) estabelece que a potência máxima disponível $\overline{p}_{l,t}^G$ da unidade l também é limitada no período t tanto pela rampa de subida RU_l desta unidade entre os períodos t e $t - 1$ e a rampa de partida no período t (caso ela ocorra).

Em (3.4), é formulada a restrição que limita a geração de potência entre os períodos t e $t - 1$ em função das rampas de descida RD_l e de desligamento SD_l da unidade geradora

termelétrica l :

$$p_{l,t-1}^G - p_{l,t}^G \leq RD_l o_{l,t}^T + SD_l z_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.4)$$

O tempo que uma unidade de geração termelétrica permanece desligada após uma parada e o tempo que uma unidade de geração termelétrica permanece ligada após uma partida precisam ser limitados. Isso ocorre porque essas unidades possuem restrições físicas, térmicas, mecânicas e econômicas que impedem mudanças instantâneas de estado (ligado/desligado).

A restrição (3.5) garante que, nos primeiros G_l períodos, a unidade termelétrica l permaneça ligada quando ainda houver tempo mínimo de permanência em operação (tempo mínimo ligada) remanescente do dia anterior a ser cumprido. Esta restrição é importante porque acopla as decisões do dia de hoje com as decisões do dia anterior.

$$\sum_{t=1}^{G_l} [1 - o_{l,t}^T] = 0, \quad \forall l \in L. \quad (3.5)$$

O tempo mínimo em que uma unidade termelétrica deve permanecer ligada é definido em (3.6). Nessa restrição, UT_l representa o tempo mínimo ligado (em número de períodos) da unidade l , isto é, a quantidade mínima de períodos consecutivos em que o gerador deve permanecer em operação após uma partida. A restrição (3.7) trata o caso em que a partida da unidade ocorre próximo ao final do horizonte de planejamento do leilão, garantindo que o compromisso de permanência ligada seja respeitado mesmo quando não há períodos futuros suficientes dentro do horizonte para “acompanhar” integralmente esse tempo mínimo..

$$\sum_{m=t}^{t+UT_l-1} o_{l,m}^T \geq UT_l y_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t = G_l + 1, \dots, NT - UT_l + 1, \quad (3.6)$$

$$\sum_{m=t}^{NT} [o_{l,m}^T - y_{l,t}] \geq 0, \quad \forall l \in L, \forall t = NT - UT_l + 2, \dots, NT. \quad (3.7)$$

A modelagem do tempo mínimo em que a unidade deve permanecer desligada segue a mesma lógica descrita pelas restrições (3.5)–(3.7), porém aplicada ao estado de desligamento. Em termos de formulação, substitui-se a variável binária $o_{l,t}^T$ por $(1 - o_{l,t}^T)$ e a variável associada ao evento de partida $y_{l,t}$ passa a desempenhar o papel correspondente ao início de um período “desligada por obrigação”. Além disso, o parâmetro de tempo mínimo desligada é DT_l (e não UT_l), enquanto UT_l permanece associado ao tempo mínimo ligada. Assim, as restrições equivalentes para tempo mínimo desligada são apresentadas em (3.8)–(3.10).

$$\sum_{t=1}^{F_l} o_{l,t}^T = 0, \quad \forall l \in L, \quad (3.8)$$

$$\sum_{m=t}^{t+DT_l-1} [1 - o_{l,m}^T] \geq DT_l z_{l,t}, \quad \forall l \in L, \forall t = F_l + 1, \dots, NT - DT_l + 1, \quad (3.9)$$

$$\sum_{m=t}^{NT} [1 - o_{l,m}^T - z_{l,t}] \geq 0, \quad \forall l \in L, \forall t = NT - DT_l + 2, \dots, NT. \quad (3.10)$$

Por fim, é importante estabelecer um relacionamento lógico entre as variáveis binárias do modelo, bem como estabelecer uma restrição que impede partida e desligamento simultâneos em um mesmo período, conforme definido pelas restrições (3.11) e (3.12), respectivamente.

$$y_{l,t} - z_{l,t} = o_{l,t}^T - o_{l,t-1}^T, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \quad (3.11)$$

$$y_{l,t} + z_{l,t} \leq 1, \quad \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.12)$$

Com esse conjunto de restrições, é possível representar de forma bastante detalhada o funcionamento e as limitações operativas específicas das unidades geradoras termelétricas, além de garantir que os problemas de leilão ou *unit commitment* sejam realizados de maneira consistente.

3.3 Unidades de Geração Hidrelétricas

A geração hidrelétrica é o principal pilar da matriz elétrica brasileira. A disponibilidade de recursos hídricos no país favorece o uso abundante desse recurso para atender à demanda de energia elétrica no dia a dia.

Seu funcionamento baseia-se na conversão da energia potencial gravitacional da água (associada ao desnível hidráulico) em energia mecânica nas turbinas e, em seguida, em energia elétrica por meio de geradores síncronos. A operação envolve o controle das vazões turbinadas e vertidas, o atendimento a metas e restrições de uso da água (por exemplo, limites de volume e defluência), e a consideração dos níveis de montante e jusante.

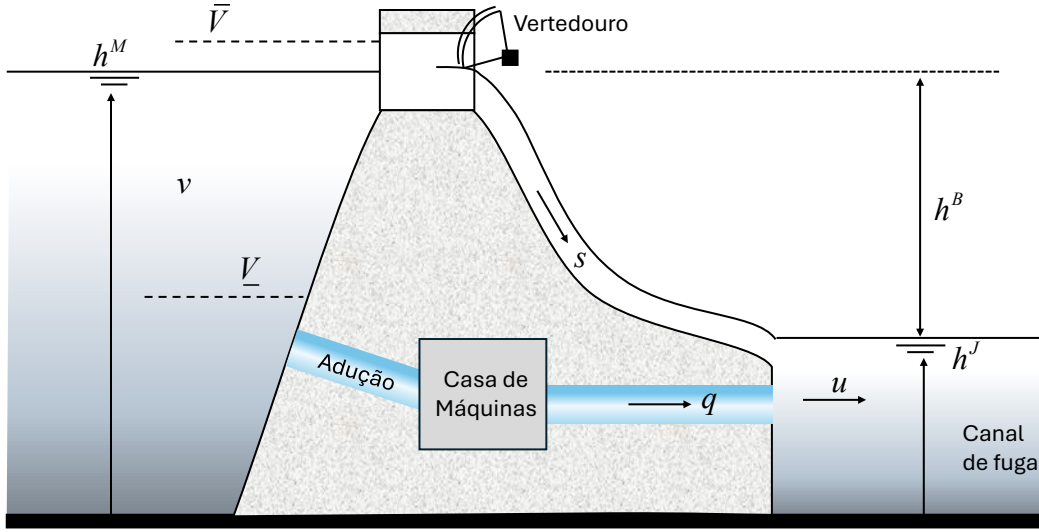
Em modelos de otimização, as usinas podem ser representadas por funções de produção que relacionam vazão turbinada, queda líquida e potência gerada. Em (DINIZ; MACEIRA, 2008), essa relação é linearizada por uma técnica quadrimensional com representação agregada da usina (isto é, considerando o conjunto de unidades geradoras), em vez de modelar individualmente cada unidade.

O modelo DESSEM (SANTOS et al., 2020) integra a representação da geração hidrelétrica ao despacho de curto prazo e, indiretamente, à formação do preço *spot*, pois a disponibilidade hídrica influencia a necessidade de acionamento de usinas termelétricas para garantir o atendimento da demanda. Em termos de modelagem econômica, não se assume que a energia hidrelétrica tenha “preço nulo”; em vez disso, o seu uso é valorado por um custo de oportunidade associado à água armazenada (refletido no custo marginal de operação), de modo que a decisão de turbinamento compete com o valor futuro do recurso hídrico.

3.3.1 Restrições de Geração Hidráulica

Um esquema de uma usina hidrelétrica é mostrado na Figura 3.1, em que são destacadas as suas principais variáveis e parâmetros. Na figura, mostram-se: os limites mínimos ($\underline{V}$) e máximos ($\bar{V}$) no volume v do reservatório; as cotas de montante h^M e jusante h^J do reservatório, bem como a altura de queda bruta h^B ; a vazão turbinada q , e a vazão vertida s , as quais somadas resultam na vazão defluente u . Também são destacados na figura a tubulação de adução de água, a casa de máquinas, onde a energia é gerada, o canal de fuga e o vertedouro.

Figura 3.1 – Esquema de uma usina hidrelétrica com suas principais variáveis e parâmetros.



Fonte: Elaborado pelo autor com base em (CICOONA, 2008).

A representação das restrições hidráulicas em sistemas hidrotérmicos de geração é fundamental para que a modelagem do sistema reflita, o mais fielmente possível, a operação real das usinas e de suas unidades geradoras.

As restrições de limites têm papel fundamental no modelo, pois definem os valores mínimos e máximos de operação do sistema. O conjunto de restrições (3.13) estabelece os limites inferior e superior dos volumes operativos $v_{r,t}$ dos reservatórios r em cada período t . O conjunto de restrições (3.14) impõe os limites da vazão turbinada $q_{h,t}$ para cada unidade geradora h , sendo que a variável binária $o_{h,t}^H$ indica se a unidade está ativa ($o_{h,t}^H = 1$) ou inativa ($o_{h,t}^H = 0$). Por fim, no conjunto de restrições (3.15) são definidos os limites de vertimento do reservatório.

$$\underline{V}_r \leq v_{r,t} \leq \bar{V}_r, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.13)$$

$$\underline{Q}_h o_{h,t}^H \leq q_{h,t} \leq \bar{Q}_h o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (3.14)$$

$$\underline{S}_r \leq s_{r,t} \leq \bar{S}_r, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.15)$$

As restrições (3.16) estabelecem os limites da defluência $u_{r,t}$ dos reservatórios. A defluência corresponde à vazão total liberada à jusante da usina e é dada pela soma das

vazões turbinadas pelas unidades hidrelétricas e do vertimento do reservatório, conforme mostrado (3.17).

$$\underline{U}_r \leq u_{r,t} \leq \bar{U}_r, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.16)$$

$$u_{rt} = \sum_{h \in \mathcal{U}_r} (q_{h,t} + s_{r,t}), \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.17)$$

As usinas hidrelétricas são reconhecidas por sua capacidade de responder rapidamente a variações na demanda, ajustando a geração em curtos intervalos de tempo, desde que sejam respeitados os limites de rampa de defluência. Esses limites definem a variação mínima e máxima permitida, entre períodos subsequentes, da defluência total da usina, isto é, a soma da vazão turbinada e do vertimento. As restrições (3.18) definem os limites de defluência para todos os períodos do horizonte de tempo.

$$-R_r^U \leq u_{r,t} - u_{r,(t-1)} \leq R_r^U, u_{r,0} = U_{r,0}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.18)$$

A meta de volume é expressa em (3.19), na qual se define o volume desejado do reservatório ao final do horizonte de operação. Essa restrição tem como objetivo coordenar o despacho de curto prazo com o planejamento de médio e longo prazos, evitando que a solução do horizonte diário resulte em esvaziamento excessivo (ou armazenamento artificial) e garantindo consistência intertemporal na utilização da água.

$$v_{r,NT} \geq V_r^{goal}, \forall r \in R. \quad (3.19)$$

A dinâmica dos volumes dos reservatórios é representada pelo balanço hídrico expresso em (3.20). Essas restrições contabilizam os principais termos de entrada e saída de água ao longo do horizonte: as vazões incrementais naturais (por exemplo, afluições locais decorrentes de precipitação e contribuições intermediárias), representadas por $\Psi_{r,t}$, e as contribuições provenientes de reservatórios a montante, cujo efeito chega ao reservatório r com atraso de propagação. Esse aporte à montante é representado por $\rho_{f,r,t}$ e formalizado em (3.21), permitindo considerar defluências liberadas no dia de operação ou em períodos anteriores.

$$v_{r,t} = v_{r,(t-1)} + \Gamma \left(\Psi_{r,t} + \sum_{f \in F_r} \rho_{f,r,t} - u_{r,t} \right), v_{r,0} = V_{r,0}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.20)$$

$$\rho_{f,r,t} = \begin{cases} u_{f,t-D_{f,r}} & t > D_{f,r} \\ U_{(NT * DA_{f,r} - (D_{f,r} - t), DA_{f,r}, f)}^D & t \leq D_{f,r} \end{cases}, \forall r \in R, \forall t \in T, \forall f \in F_r. \quad (3.21)$$

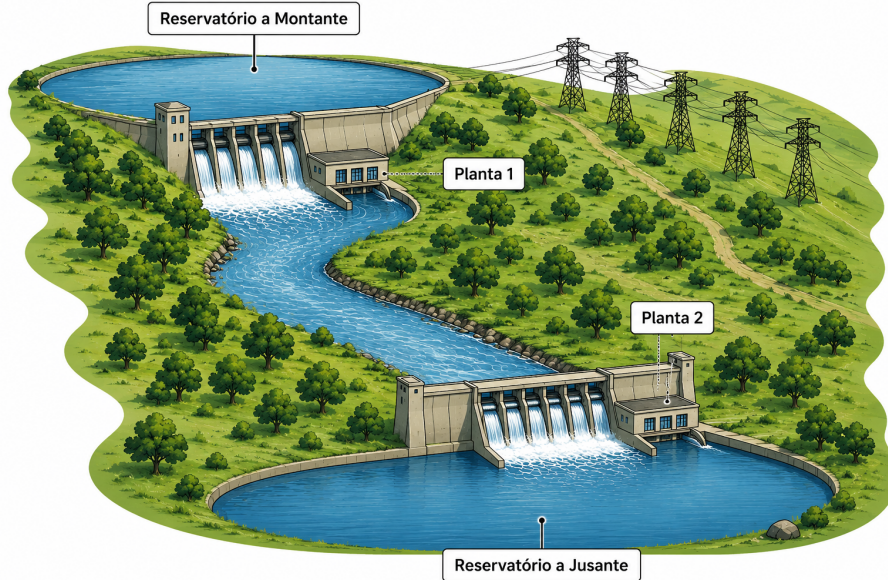
Na expressão (3.21) descreve as vazões provenientes de reservatórios a montante, cujo efeito chega ao reservatório r com atraso de propagação. Nesta expressão, quando o período t é maior que o tempo de deslocamento da água $D_{f,r}$ entre o reservatório a montante f e o reservatório a jusante r , considera-se que o volume que chega a r no período t é igual à defluência da usina a montante em um período anterior (com atraso),

isto é, $\rho_{f,r,t} = u_{f,t-D_{f,r}}$. Por exemplo, se $D_{f,r} = 5$ e $t = 6$, então $\rho_{f,r,6} = u_{f,1}$, ou seja, a defluência do período 1 do reservatório f chega ao reservatório jusante r no período 6.

Por outro lado, na expressão (3.21), quando $t \leq D_{f,r}$, parte do volume que chega a r no dia corrente depende de defluências ocorridas no dia anterior, ou em dias anteriores. Para representar esse encadeamento temporal, utiliza-se $DA_{f,r}$, que indica o número de dias de defasagem associado ao trajeto entre f e r . Assim, o termo de contribuição a montante é obtido a partir de um índice de tempo referente ao dia anterior (ou a dias anteriores), conforme a formulação de (3.21). Para ilustrar, seja o exemplo no qual se considera $t = 10$, $D_{f,r} = 16$ e $DA_{f,r} = 1$, tem-se $U_{(24 \cdot 1 - (16 - 10)), DA, f}^D = U_{18,1,f}^D$, isto é, a defluência das 18h do dia anterior chega ao reservatório r às 10h do dia corrente de operação.

A Figura 3.2 ilustra duas usinas em cascata no mesmo rio, com a usina 1 a montante da usina 2; em outras palavras, o reservatório $f = 1$ está a montante de $r = 2$.

Figura 3.2 – Usinas Hidrelétricas conectadas por rio.



Fonte: Elaborado pelo autor com auxílio de IA.

As cotas de montante e de jusante são expressas em (3.22) e (3.23), respectivamente, e são representadas por funções polinomiais de quarto grau. A cota de montante $h_{r,t}^M$ é modelada como função do volume do reservatório em cada período, enquanto a cota de jusante $h_{r,t}^J$ é modelada como função da defluência do reservatório em cada período. Os coeficientes A_r^{V0} , A_r^{V1} , A_r^{V2} , A_r^{V3} , A_r^{V4} e B_r^{U0} , B_r^{U1} , B_r^{U2} , B_r^{U3} , B_r^{U4} são apresentados em (CICOGNA, 2008).

$$h_{r,t}^M(v_{r,t}) = A_r^{V0} + A_r^{V1}v_{r,t} + A_r^{V2}v_{r,t}^2 + A_r^{V3}v_{r,t}^3 + A_r^{V4}v_{r,t}^4, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.22)$$

$$h_{r,t}^J(u_{r,t}) = B_r^{U0} + B_r^{U1}u_{r,t} + B_r^{U2}u_{r,t}^2 + B_r^{U3}u_{r,t}^3 + B_r^{U4}u_{r,t}^4, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.23)$$

Os algoritmos de solução de problemas de otimização em geral possuem dificuldades para tratar funções polinomiais de quarto grau. Em específico, nos modelos de leilão, os

quais são investigados neste trabalho, é importante manter restrições lineares, de modo a aumentar sua transparência e facilitar sua resolução. Assim, é geralmente necessário linearizar essas expressões para viabilizar sua utilização no modelo de leilão proposto neste trabalho. Como as cotas de montante e de jusante são originalmente representadas por polinômios de quarto grau, adota-se uma aproximação linear (de primeiro grau) dessas funções, obtendo-se as formas de (3.24) para a cota de montante e (3.25) para a cota de jusante.

$$h_{r,t}^M = \gamma_r^0 + \gamma_r^1 v_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T, \quad (3.24)$$

$$h_{r,t}^J = \varphi_r^0 + \varphi_r^1 u_{r,t}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.25)$$

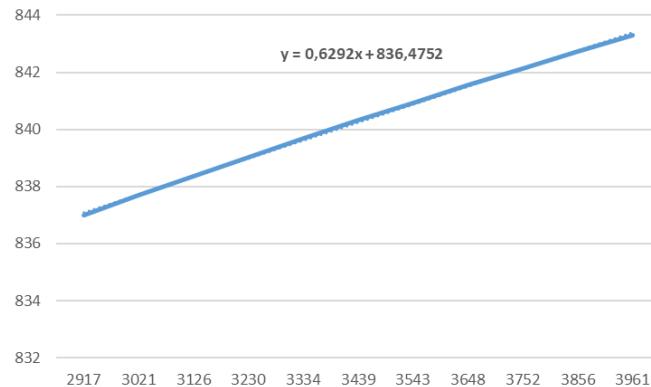
Para ilustrar a obtenção dos coeficientes dos polinômios de primeiro grau dados em (3.24) e (3.25), considera-se a usina Corumbá IV como exemplo. Para obter a cota de montante linearizada em (3.24), utilizam-se os dados de cota e volume (em hm^3) fornecidos por Cicogna (2008), conforme a Tabela 3.1. A aproximação linear de primeiro grau é realizada a partir do ajuste de uma função afim aos pontos (v, h) , por exemplo, por regressão linear (método dos mínimos quadrados), conforme ilustrado na Figura 3.3. Por esse método, obtém-se, o termo independente e o coeficiente angular da reta utilizada em (3.24).

Tabela 3.1 – Dados da Cota de Montante.

<i>Volume(hm³)</i>	<i>Cota(m)</i>
2.916,74	837,00
3.021,14	837,69
3.125,54	838,37
3.229,94	839,04
3.334,34	839,68
3.438,73	840,32
3.543,13	840,94
3.647,53	841,55
3.751,93	842,14
3.856,33	842,73
3.960,73	843,30

Fonte: (CICO GNA, 2008)

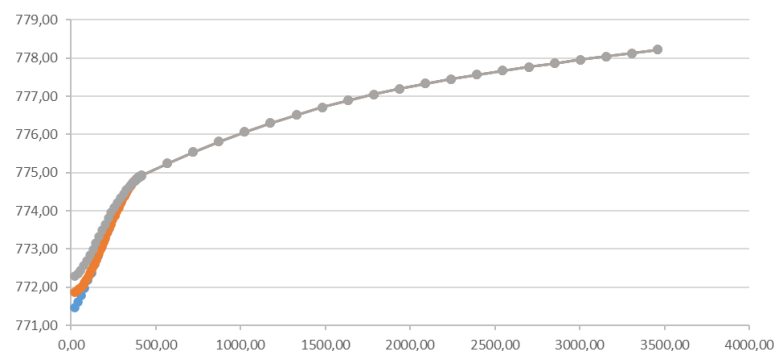
Figura 3.3 – Curva e linearização da cota de montante.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No banco de dados (CICOGNA, 2008) cota de jusante de uma determinada usina é representada por polinômios por trechos, pois depende da faixa de defluência em que esta usina está operando e pode ainda depender da cota de montante da usina que está à jusante dela. Assim, para a representação da cota de jusante das usinas, foram levantados todos os polinômios fornecidos em (CICOGNA, 2008), conforme ilustrado na Figura 3.4 para a usina de Corumbá IV. Em seguida, esses polinômios foram linearizados por funções de primeiro grau e, por fim, foi obtida uma reta média para representar a relação entre defluência e cota de jusante no intervalo de operação analisado. A Tabela A organiza os dados de defluência e cota.

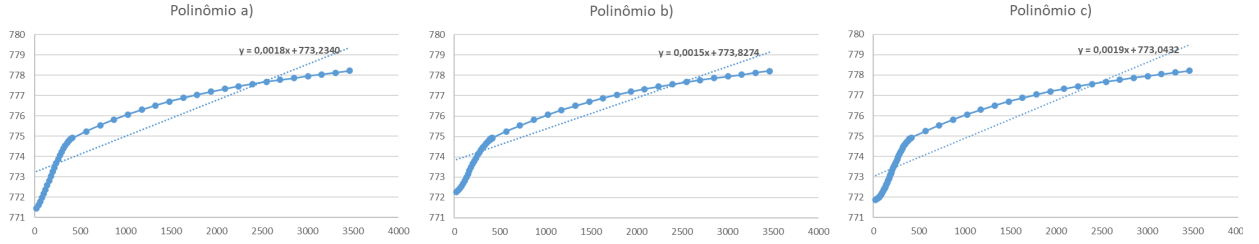
Figura 3.4 – Polinômio da cota de jusante.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 3.5 apresenta cada polinômio (por faixa de defluência) individualmente e suas respectivas aproximações lineares. Conforme descrito anteriormente, após a obtenção da reta média, obteve-se a expressão (3.25).

Figura 3.5 – Curvas e linearizações das cota de jusante.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A altura de perda (ou perda de carga) de uma usina hidrelétrica é causada principalmente pelas perdas hidráulicas associadas ao escoamento da água no circuito de adução, em especial nos condutos forçados e demais componentes (tomada d'água, grades, válvulas, curvas e conexões) que conduzem a água até a turbina.

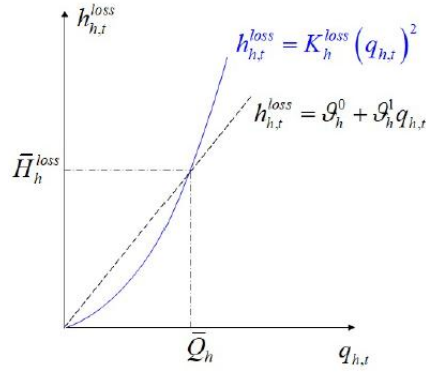
Essas perdas podem ser representadas por um termo constante ou por um termo quadrático em função da vazão, conforme a expressão (3.26). No caso de perdas constantes, adota-se $K_h^{loss} = 0$, de modo que permanece apenas o termo constante ϑ_h^0 . Já no caso de perdas quadráticas, adota-se $\vartheta_h^0 = 0$, de modo que a perda passa a depender exclusivamente do termo quadrático associado à vazão.

$$h_{r,t}^{loss} = \vartheta_r^0 + K_r^{loss}(q_{h,t})^2, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.26)$$

Na situação em que a equação (3.26) necessita ser linearizada, adota-se a aproximação linear das perdas conforme (3.27). O processo de linearização, conforme descrito em Cabral (2022), é aplicado de forma distinta conforme o tipo de perda. Para perdas constantes, define-se $\vartheta_h^1 = 0$ e utiliza-se ϑ_h^0 conforme o valor fornecido por Cicogna (2008). Para unidades em que as perdas dependem da vazão turbinada, define-se $\vartheta_h^0 = 0$ e representa-se a perda como uma função linear da vazão, isto é, $\vartheta_h^1 q_{h,t}$, com ϑ_h^1 associado ao coeficiente K_h^{loss} . A Figura 3.6 ilustra o processo de linearização.

$$h_{r,t}^{loss} = \vartheta_r^0 + \vartheta_r^1 q_{h,t}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.27)$$

Figura 3.6 – Perdas hidráulicas em função da vazão turbinada.



Fonte: (CABRAL, 2022).

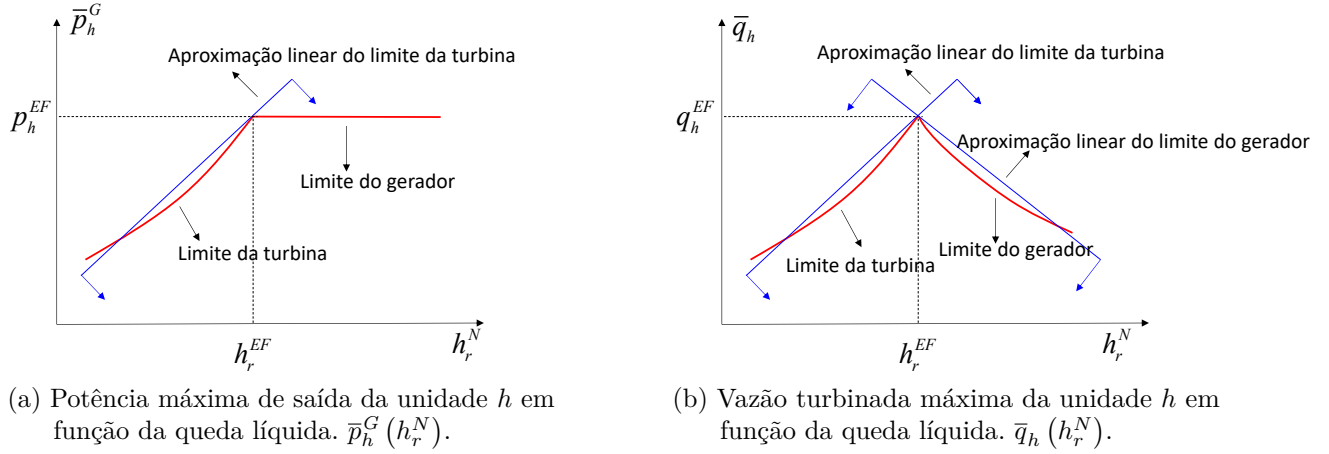
Finalmente, a altura de queda líquida da usina hidrelétrica é definida em (3.28).

$$h_{r,t}^N = h_{r,t}^M - h_{r,t}^J - h_{r,t}^{loss}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (3.28)$$

3.3.2 Restrições de Geração e Turbinagem Máxima

Esta seção apresenta a formulação das curvas dos limites máximos de potência e de turbinagem do conjunto turbina–gerador das unidades hidrelétricas, as quais dependem da altura de queda líquida $h_{r,t}^N$ do reservatório (ou da usina) em cada período. As curvas de limites máximos de potência e de turbinagem para as unidades de todas as usinas do setor elétrico podem ser encontradas em (CICOGNA, 2008). A representação dessas curvas, linearizadas por partes, permite uma modelagem mais precisa e fisicamente consistente dos limites operacionais das unidades.

Para os limites máximos de geração de potência $\bar{p}_h^G$, analisando a Figura 3.7a, em que h_r^{EF} representa a altura efetiva (ou altura nominal de referência) do reservatório r , observa-se que, após essa altura ser atingida, a unidade passa a operar no seu limite superior de potência, representado pela linha vermelha. Nessa condição, aumentos adicionais da altura de queda líquida no instante de operação não resultam em aumento de potência, isto é, a potência permanece saturada em $\bar{p}_h^{EF}$.

Figura 3.7 – Linearização das curvas $\bar{p}_h^G(h_r^N)$ e $\bar{q}_h(h_r^N)$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Caso a unidade opere abaixo da altura efetiva, isto é, na região em que a potência máxima é limitada pelo desempenho hidráulico da turbina, observa-se uma relação crescente entre a altura de queda líquida e o limite de potência até que o limite superior da unidade seja atingido. Essa curva é aproximada linearmente conforme (3.29), em que os parâmetros α_h^{T0} e α_h^{T1} são determinados para cada unidade geradora h .

$$\bar{p}_{h,t}^G \leq \alpha_h^{T0} + \alpha_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T. \quad (3.29)$$

A mesma técnica é utilizada para determinar o limite máximo de turbinagem de cada unidade em função da altura de queda líquida, como ilustrado na Figura 3.7b. Os limites impostos pela turbina e pelo gerador são representados pelas regiões abaixo das aproximações lineares (3.30) e (3.31), respectivamente.

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{T0} + \beta_h^{T1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \quad (3.30)$$

$$\bar{q}_{h,t}^G \leq \beta_h^{G0} + \beta_h^{G1} h_{r,t}^N, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \quad (3.31)$$

onde β_h^{T0} e β_h^{T1} são definidos para cada unidade h e determinam a aproximação linear do limite associado à turbina, enquanto β_h^{G0} e β_h^{G1} são os coeficientes da aproximação linear do limite associado ao gerador. A restrição (3.31) indica que, a partir do momento em que o gerador atinge seu limite de potência, a vazão turbinada da unidade pode variar (inclusive diminuir) sem que isso implique aumento adicional da potência gerada, permanecendo limitada pelo valor máximo do gerador. Operações nesta região indicam que a potência ativa pode ser gerada com uma vazão turbinada menor, o que implica em um utilização otimizada da água para a geração de energia.

Finalmente, a potência gerada deve estar limitada pela potência máxima variável, conforme mostrado em (3.32):

$$p_{h,t}^G \leq \bar{p}_{h,t}^G, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T. \quad (3.32)$$

Além dos limites de geração máximos variáveis, já discutidos, a potência de saída também pode possuir limites mínimos de geração, conforme mostrado em (3.33):

$$p_{h,t}^G \geq \underline{P}_h^G o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (3.33)$$

3.3.3 Função de Produção

A função de produção hidrelétrica não linear expressa a potência gerada $p_{h,t}^G$ pela unidade hidrelétrica h em função da altura de queda líquida $h_{r,t}^N$ da usina e da vazão turbinada $q_{h,t}$ da unidade h , conforme mostrado em (3.34):

$$p_{h,t}^G = K_r \eta_h^T h_{r,t}^N q_{h,t}, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T. \quad (3.34)$$

O coeficiente K_h é fornecido por Cicogna (2008) e representa a produtibilidade (constante de conversão hidrelétrica) da unidade, com unidade compatível com a relação entre potência, vazão e queda i.e, $MW/(m^3/s \cdot m)$. Já o coeficiente η_h^T representa o rendimento do par turbina gerador-turbina da unidade h .

Como já discutido, a altura de queda variável é uma função não linear (dada por polinômios de quarto grau) e a sua multiplicação pela vazão turbinada resulta em uma função com alto grau de não-linearidade. Assim, para a solução de problemas tais como o despacho, a programação e o planejamento, os quais lidam diretamente com esta função, é necessário adotar técnicas de linearização da função de produção, de modo a facilitar a solução destes problemas. Várias abordagens têm sido propostas para a linearização da função de produção tais como a interpolação tridimensional (LI et al., 2014), os envelopes de McCormick descritos em (CABRAL, 2022) e a técnica de linearização quadridimensional (DINIZ; MACEIRA, 2008). Uma avaliação da eficiência dessas abordagens é discutida em (CABRAL, 2022).

Dentre as técnicas mencionadas, destaca-se a técnica de linearização quadridimensional proposta por Diniz e Maceira (2008), a qual vem sendo utilizado para a operação do mercado de energia brasileiro (SANTOS et al., 2020). Nesta técnica, a função de produção é descrita como uma função linear do volume da usina, da vazão turbinada total da usina, e do vertimento. Assim, a função de produção calcula a produção da usina como um todo, mas não calcula os despachos individuais das unidades desta usina.

Nesta dissertação, a técnica de linearização quadridimensional é estendida no sentido de representar a função de produção para cada unidade $h \in H$ de uma usina r . No modelo aqui proposto, a função de produção é estendida em uma dimensão, de modo a representar também o impacto da operação das demais unidades geradoras da usina em uma certa unidade h desta usina.

Como em (DINIZ; MACEIRA, 2008), a técnica é dividida em duas etapas: na primeira etapa é desprezado o efeito do vertimento, com o objetivo de construir planos no espaço das vazões turbinadas e volumes $(q_{h,t} \times v_{r,t})$, discretizando-se tais valores entre os

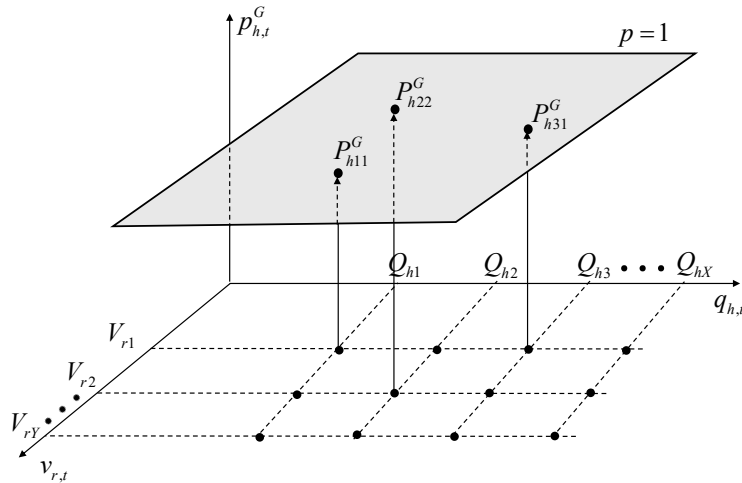
limites mínimos e máximos de volume ($\underline{V}_{r,t}$, $\overline{V}_{r,t}$) e de vazão turbinada ($\underline{Q}_{h,t}$, $\overline{Q}_{h,t}$). Em seguida, calcula-se e testa-se um conjunto de hiperplanos de suporte, de modo a definir uma caixa convexa que restringe o limite superior da potência gerada pela unidade h . Esta etapa, segue basicamente os procedimentos adotados em (DINIZ; MACEIRA, 2008), com exceção de que a função de produção obtida e as discretizações são feitas para uma unidade h da usina, e não para a usina como um todo.

Na segunda etapa, cada par de pontos que define a caixa convexa, definido na primeira etapa, é discretizado novamente, agora incorporando os efeitos do vertimento $s_{r,t}$ e da turbinagem das demais unidades da usina. Nesta etapa, a metodologia diverge daquela descrita em (DINIZ; MACEIRA, 2008), já que os efeitos associados às demais unidades da usina, os quais são desprezados em (DINIZ; MACEIRA, 2008), são explicitamente considerados na técnica de linearização proposta. As duas etapas são detalhadas nas seções a seguir.

3.3.3.1 Primeira Etapa - Construindo a Caixa Convexa

Inicialmente, deve-se discretizar a vazão turbinada em um conjunto de X pontos, $Q_h = \{Q_{h1}, Q_{h2}, \dots, Q_{hX}\}$, e o volume do reservatório em um conjunto de Y pontos, $V_r = \{V_{r1}, V_{r2}, \dots, V_{rY}\}$. Como os mesmos valores de Q_h e V_r são utilizados em todos os períodos de tempo, não é necessário explicitar o índice t nesses conjuntos. Esses pontos discretizados definem a grade de discretização no plano (v, q) associada a cada unidade geradora h , conforme mostrado na Figura 3.8.

Figura 3.8 – Discretização do plano $q_h \times v_r$ e calculo das potências associadas.



Fonte: Elaborado pelo autor

O primeiro ponto do conjunto X corresponde à vazão mínima $\underline{Q}_h$, e o último, à vazão máxima $\overline{Q}_h$. De forma análoga, no conjunto Y o primeiro ponto corresponde ao volume mínimo $\underline{V}_r$ e o último ao volume máximo $\overline{V}_r$. Ressalta-se que, na solução

de problemas de leilão do dia seguinte, esses limites de volume são adotados para o horizonte de operação do leilão (dia de operação) e, portanto, podem representar uma faixa operacional restrita em torno do ponto de operação, não necessariamente toda a faixa física possível do reservatório.

Com todos os pontos definidos, as cotas de montante e jusante e a altura de perdas, conforme descrito em (3.22), (3.23) e (3.26), respectivamente, são calculadas. Isso permite determinar, para cada par de pontos da grade (v, q) , a altura de queda líquida por meio de (3.28). Em seguida, a potência não linear gerada em cada ponto da grade, $p_{h,v,q}^G$, é obtida a partir de (3.34). A Figura 3.8 ilustra três exemplos de potência calculada: $p_{h,1,1}^G$, $p_{h,2,2}^G$ e $p_{h,3,1}^G$.

A Figura 3.8 mostra também o hiperplano $p = 1$, definido a partir de três pontos da grade: (Q_{h1}, V_{r1}) , (Q_{h2}, V_{r2}) e (Q_{h3}, V_{r1}) . Esse hiperplano é representado matematicamente em (3.35):

$$p_{h,t}^G = \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} + \gamma_{r,p}^V v_{r,t}, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P, \quad (3.35)$$

onde $\gamma_{h,p}^0$, $\gamma_{h,p}^Q$ e $\gamma_{r,p}^V$ são coeficientes obtidos pela solução do sistema linear apresentado em (3.36), associado ao hiperplano $p = 1$.

$$\begin{cases} P_{1,1}^G = \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,1} + \gamma_{r,p}^V V_{r,1} \\ P_{2,2}^G = \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,2} + \gamma_{r,p}^V V_{r,2} \\ P_{3,1}^G = \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,3} + \gamma_{r,p}^V V_{r,1}. \end{cases} \quad (3.36)$$

O conjunto de hiperplanos que compõe a caixa convexa pode ser obtido pela combinação de todos os trios de pontos da grade. Para cada trio, resolve-se o sistema de três equações que define o hiperplano; se o determinante do sistema for nulo, os pontos são colineares e o hiperplano é descartado, pois três pontos colineares não definem um plano. Caso o hiperplano seja válido, verifica-se se ele constitui um limitante superior para a potência: isto é, se a potência estimada pelo hiperplano é maior ou igual às potências não lineares previamente calculadas em todos os pontos da grade $q \times v$. Se existir algum ponto em que a potência do hiperplano seja inferior à potência não linear correspondente, o hiperplano é descartado. Assim, a caixa convexa é definida como a região abaixo da interseção de todos os hiperplanos p , $\forall p \in P$, conforme (3.37), em que P é o conjunto de todos os hiperplanos testados e não descartados:

$$p_{h,t,p}^G(q_{h,t}, v_{r,t}) \leq \gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} + \gamma_{r,p}^V v_{r,t}, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (3.37)$$

Como em (DINIZ; MACEIRA, 2008), deve-se adicionar um fator de correção α_h para cada unidade h de modo a minimizar o erro quadrático médio em relação à caixa convexa dada em (3.37). Para tanto, resolve-se o problema de otimização (3.38), cujo objetivo é minimizar o erro quadrático médio entre a potência não linear $p_{h,v,q}^G$ (calculada

nos pontos discretizados da grade) e a potência aproximada $p_{h,p}^G(q_{h,t}, v_{r,t})$ obtida pela envoltória de hiperplanos (caixa convexa).

$$\text{Min}_{\alpha_h} \sum_{r \in R} \sum_{h \in U_r} \sum_{p \in P} \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \left(P_{x,y}^G - \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,x} + \gamma_{h,p}^V V_{r,y} \right) \right)^2. \quad (3.38)$$

Com o fator α_h calculado, atualiza-se a expressão (3.37) para (3.39), escalonando a aproximação por hiperplanos para reduzir o erro entre a potência não linear e a potência aproximada.

$$p_{h,t,p}^G(q_{h,t}, v_{r,t}) \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} + \gamma_{h,p}^V v_{r,t} \right), \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (3.39)$$

A caixa convexa descrita em (3.39) pode ser utilizada para calcular a produção de energia aproximada linearmente em substituição à expressão não linear (3.34). Contudo, os efeitos da turbinagem das demais unidades da mesma usina e do vertimento do reservatório não são considerados nessa primeira etapa. Assim, a segunda etapa, detalhada a seguir, incorpora esses dois efeitos ao processo de linearização da função de produção hidrelétrica.

3.3.3.2 Segunda Etapa - Inclusão dos Efeitos do Vertimento e Vazão Turbinada das Outras Unidades da Usina

Nesta etapa, os efeitos do vertimento da usina e da turbinagem das demais unidades associadas ao reservatório r são incorporados à técnica de linearização. Esses dois tipos de defluência afetam diretamente a cota de jusante (nível de jusante) e, conseqüentemente, modificam a altura de queda líquida do reservatório, alterando a potência gerada por cada unidade h . Ao analisar uma unidade geradora h individualmente, observa-se que, quanto maior a cota de jusante, menor tende a ser a altura de queda líquida, conforme (3.28), o que resulta em redução da potência gerada (e, dependendo da região operativa, também dos limites máximos de geração) dessa unidade.

Para quantificar esses impactos, fixa-se inicialmente a unidade h em um ponto específico da grade $(Q_{h,x}, V_{r,y})$, mantendo, assim, constantes a vazão turbinada desse gerador e o volume do reservatório. Para a unidade h na usina r , define-se a vazão turbinada total das demais unidades como q_r^O , expressa em (3.40).

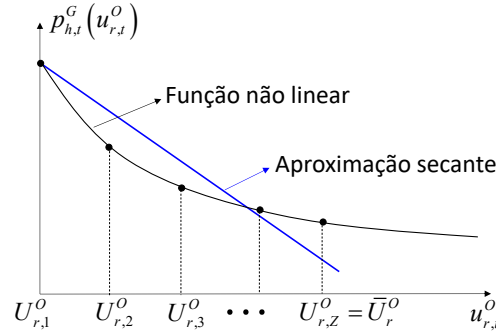
$$q_r^O = \sum_{o \in H: o \neq h} q_o, \forall r \in R. \quad (3.40)$$

A defluência total do reservatório r , excluindo a contribuição da unidade h , é definida em (3.41), onde o termo s_r refere-se ao vertimento do reservatório.

$$u_r^O = s_r + q_r^O, \forall r \in R. \quad (3.41)$$

Para um ponto $(Q_{h,x}, V_{r,y})$ específico da grade, a potência gerada pela unidade h geralmente é uma função convexa da defluência u_r^O , conforme ilustrado na Figura 3.9.

Figura 3.9 – Potência gerada por uma unidade específica h da usina hidrelétrica r em função de u_r^O , para um ponto específico da grade $(Q_{h,x}, V_{r,y})$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O impacto da defluência na potência gerada pode ser aproximado por uma reta secante à curva, conforme a Figura 3.9. Para isso, para cada conjunto de pontos $(Q_{h,x}, V_{r,y})$, a dimensão u_r^O é discretizada em um conjunto Z de pontos na faixa $\underline{U}_r^O$ até $\bar{U}_r^O$, que representam a defluência mínima e máxima, respectivamente. Finalmente, o conjunto bidimensional previamente levantado ganha mais uma dimensão, tornando-se um espaço tridimensional $q_h \times v_r \times u_r^O$.

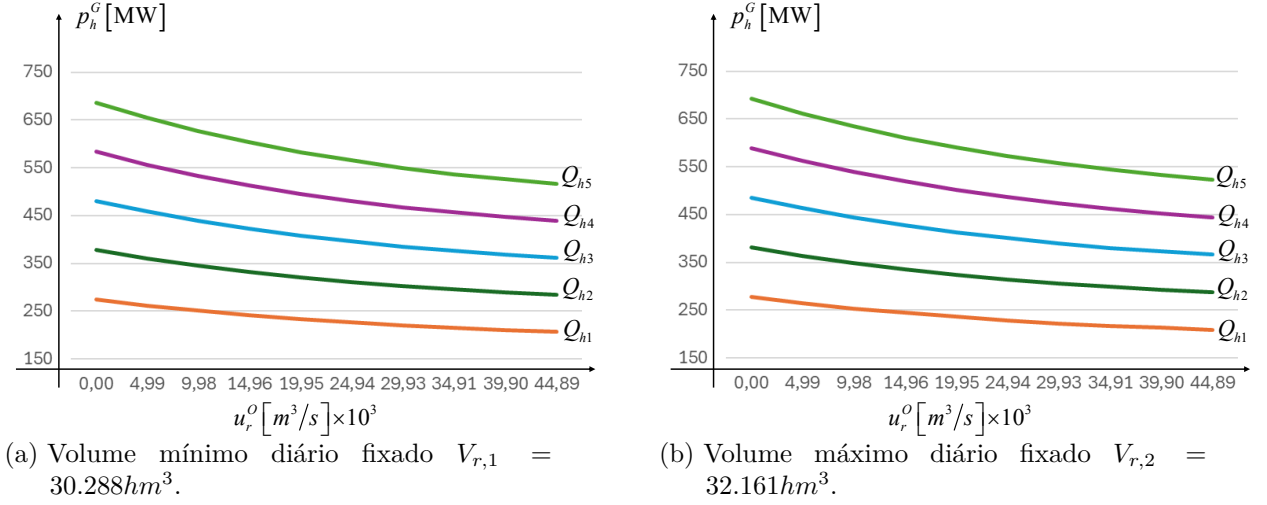
Para ilustrar os efeitos descritos anteriormente, toma-se como exemplo a usina hidrelétrica de Itaipú, a qual possui 20 unidades geradoras. A vazão turbinada foi discretizada em $X = 5$, o volume em $Y = 2$, pois o volume do reservatório varia muito pouco ao longo do dia operativo, e a defluência em $Z = 10$, conforme dados organizados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores de X , Y e Z		
X [m^3/s]	Y [hm^3]	Z [m^3/s] $\times 10^3$
265,20	30.288,00	0,000
364,65	32.161,00	4,988
464,10	—	9,976
563,55	—	14,963
663,00	—	19,951
—	—	24,939
—	—	29,927
—	—	34,914
—	—	39,902
—	—	44,890

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esta discretização resulta em uma curva de potência gerada p_h^G em função da defluência u_r^O , para cada ponto da grade bidimensional $(Q_{h,x}, V_{r,y})$, como mostrado na Figura 3.10. As curvas correspondem, respectivamente, ao primeiro e ao último ponto do conjunto de volumes discretizados, conforme ilustrado nas Figuras 3.10a e 3.10b.

Figura 3.10 – Potência gerada pela unidade h da usina de Itaipú em função de u_r^O , para um conjunto de pontos da grade.



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados em (CICO GNA, 2008).

Observa-se nas Figuras 3.10a e 3.10b que a variação do volume do reservatório, em um dia de operação, pouco altera a altura de queda líquida h^N e, conseqüentemente, pouco influencia a potência gerada p_h^G . Por outro lado, a defluência u_r^O tem impacto significativo sobre a cota de jusante h^J , a qual afeta diretamente a altura de queda líquida e, portanto, a capacidade de geração da unidade, como evidenciado na Figura 3.10. Analisando apenas a curva em verde claro, a potência reduz-se de $p_h^G = 686,49 \text{ MW}$ quando $u_r^O = 0$ para $p_h^G = 516,20 \text{ MW}$ quando $u_r^O = 44,890 \times 10^3 \text{ (m}^3/\text{s)}$, o que corresponde a uma redução de 24,8% em relação ao valor inicial (686,49 MW) e de 26,3% em relação à potência nominal de 700 MW.

Seguindo os passos iniciais da etapa anterior, as cotas de montante e jusante, as perdas e a altura de queda líquida são atualizadas para o espaço tridimensional de pontos da grade $(Q_{h,x}, V_{r,y}, U_{r,z}^O)$, resultando em $h_{r,x,y,z}^M$, $h_{r,x,y,z}^J$, $h_{r,x,y,z}^{\text{Loss}}$ e $h_{r,x,y,z}^N$, respectivamente. Analogamente, as potências não lineares $p_{h,x,y,z}^G$ são recalculadas incorporando a influência de u_r^O ; nessa etapa, a estimativa torna-se mais fiel, pois a cota de jusante (e, conseqüentemente, h^N) passa a refletir explicitamente a defluência total do reservatório, incluindo o vertimento e a turbinagem das demais unidades da usina.

A caixa convexa descrita em (3.39) é atualizada para a caixa convexa dada em (3.42), na qual os efeitos anteriormente descritos são incorporados explicitamente por meio do termo adicional (o último termo da expressão), que captura a influência do vertimento e da turbinagem das demais unidades na defluência total e, conseqüentemente, na cota de jusante e na altura de queda líquida.

$$p_{h,t,p}^G(q_{h,t}, v_{r,t}, u_r^O) \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{h,t} + \gamma_{r,p}^V v_{r,t} \right) + \gamma_{r,p}^{U^O} u_{r,t}^O, \forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P. \quad (3.42)$$

A formulação (3.42) expressa a potência gerada por uma unidade específica h como função da sua vazão turbinada $q_{h,t}$, do volume do reservatório $v_{r,t}$ e da defluência associada

às demais descargas do reservatório, isto é, o vertimento $s_{r,t}$ e a turbinagem das outras unidades, representada por $u_{r,t}^O$. Dessa forma, a formulação passa a capturar, de maneira mais fiel, a influência da cota de jusante e da altura de queda líquida sobre a geração e torna-se adequada para aplicações de despacho e de *unit commitment* em nível de unidade geradora.

O coeficiente $\gamma_{r,p}^{U^O}$ é determinado pela minimização do erro quadrático médio entre a potência não linear $P_{h,x,y,z}^G$, avaliada para cada trio de pontos da grade $(Q_{h,x}, V_{r,y}, U_{r,z}^O)$, e a potência aproximada correspondente, calculada por meio da formulação linearizada apresentada em (3.42). O coeficiente é obtido após a solução do problema de minimização formulado em (3.43).

$$\underset{\gamma^{U^O}}{Min} \sum_{r \in R} \sum_{h \in U_r} \sum_{p \in P} \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \sum_{z \in Z} \left(P_{h,x,y,z}^G - \left(\alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q Q_{h,x} + \gamma_{r,p}^V V_{r,y} \right) + \gamma_{r,p}^{U^O} U_{r,z}^O \right) \right)^2. \quad (3.43)$$

Finalmente, pode-se atualizar (3.39) substituindo $u_{r,t}^O$ conforme definido em (3.41), incorporando explicitamente a influência do vertimento $s_{r,t}$ e da turbinagem das demais unidades, como mostrado em (3.44).

$$p_{h,t,p}^G(q_{ht}, v_{rt}, s_r, q_h^O) \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{ht} + \gamma_{r,p}^V v_{rt} \right) + \gamma_{r,p}^{U^O} \left(s_{r,t} + q_{h,t}^O \right), \quad (3.44)$$

$$\forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P.$$

Esta caixa convexa adiciona uma dimensão em relação ao modelo proposto por Diniz e Maceira (2008), permitindo uma representação mais precisa, por unidade geradora, da função de produção hidrelétrica.

4 MODELO DE LEILÃO PROPOSTO PARA SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Com base nas discussões envolvendo as restrições associadas aos processos de produção de energia em usinas termelétricas e hidrelétricas, descritos no Capítulo 3, este capítulo tem como objetivo sintetizar o modelo de leilão proposto para sistemas hidrotérmicos. A nomenclatura adotada para o modelo é descrita na Seção 4.1. A função objetivo é formulada na Seção 4.2, enquanto que as restrições do modelo são discutidas nas Seções 4.3 e 4.4, sendo o modelo proposto sintetizado na Seção 4.5.

4.1 Nomenclatura

Conjuntos

B Barras do sistema.

B^C Blocos de lances fornecidos pelos consumidores.

B^G Blocos ofertados pelos geradores.

L Unidades de geração termelétricas.

H Unidades de geração hidrelétricas.

G $H \cup L$.

J Consumidores.

R Reservatórios Hidrelétricos.

T Períodos de tempo.

U_b^G Unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas conectadas à barra b .

U_b^C Consumidores conectados à barra b .

N_b Barras adjacentes à barra b conectadas através de linhas de transmissão.

C Parcelas angulares das perdas nas linhas de transmissão.

Parâmetros

$\overline{E}_{j,t,b}^C$	Energia do lance ofertado pelo consumidor j , no período t e bloco b [pu].
$\overline{E}_{h,t,b}^G, \overline{E}_{l,t,b}^G$	Energia ofertada pelas unidades hidrelétricas h e termelétricas l , no período t e bloco b [pu].
$\overline{F}_{bn}$	Fluxo de potência ativa máxima na linha de transmissão $b-n$ [pu].
$\underline{P}_h^G, \overline{P}_h^G, \overline{P}_l^G$	Potências mínimas e máximas das unidades geradoras hidrelétricas h e potência máxima das unidades geradoras termelétricas l , respectivamente [pu].
X_{bn}	Reatância da linha de transmissão $b-n$ [pu].
g_{bn}	Condutância da linha de transmissão $b - n$ [pu].
$\theta_{bn,c}$	Parcela angular para definição das perdas nas linhas de transmissão.
$\alpha_{bn,c}$	Tangente do coeficiente angular da parte real das perdas nas linhas de transmissão.
$\lambda_{j,t,b}^C$	Preço do lance fornecido pelo consumidor j , no período t , e bloco $b \in B^C$ [$\$/MWh$].
$\lambda_{g,t,b}^G$	Preço da energia ofertada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco [$\$/MWh$].
$\lambda_{h,t}^{DW}, \lambda_{l,t}^{DW}$	Lance de parada da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [$\$/MWh$].
$\lambda_{h,t}^{UP}, \lambda_{l,t}^{UP}$	Lance de partida da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [$\$/MWh$].

Variáveis

$c_{h,t}^{DW}, c_{l,t}^{DW}$	Variável auxiliar para o custo de parada da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [$\$/MWh$].
$c_{h,t}^{UP}, c_{l,t}^{UP}$	Variável auxiliar para o custo de partida da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [$\$/MWh$].
$e_{j,t,b}^C$	Energia consumida pelo consumidor j , no período t e bloco $b \in B^C$ [pu].
$e_{g,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G$ [pu].

$e_{h,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora hidrelétrica h , no período t e bloco $b \in B^G[pu]$.
$e_{l,t,b}^G$	Energia gerada pela unidade geradora termelétrica l , no período t e bloco $b \in B^G[pu]$.
$f_{bn,t}$	Fluxo de potência ativa na linha de transmissão entre as barras b e n no período t [pu].
$o_{h,t}^H, o_{l,t}^T$	Variável binária liga/desliga da unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t , quando ligado = 1 e desligado = 0.
$p_{j,t}^C$	Potência consumida pelo consumidor j no período t [pu].
$p_{g,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h ou termelétrica l , no período t [pu].
$p_{h,t}^G, p_{l,t}^G$	Potência gerada pela unidade geradora hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente, no período t [pu].
$p_{bn,t}^{loss}$	Perdas ativas na linha de transmissão entre as barras b e n no período t [pu].
$\theta_{bn,t}$	Ângulo da tensão na barra $b - n$ no período t [rad].
$\theta_{bn,t}^+$	Componente angular positivo da tensão nas barras $b - n$ no período t [rad].
$\theta_{bn,t}^-$	Componente angular negativo da tensão nas barras $b - n$ no período t [rad].
$\theta_{bn,t}$	Variável auxiliar para cálculo das componentes angulares das perdas nas linhas de transmissão.

4.2 Função Objetivo

Em problemas de otimização aplicados ao setor elétrico, especialmente aqueles voltados à operação e ao despacho do sistema associados ao *unit commitment*, a função objetivo desempenha papel fundamental ao traduzir os critérios econômicos que se deseja otimizar. A maximização do bem-estar social é amplamente utilizada em modelos de despacho, planejamento da operação e desenho de mercados de eletricidade (CONEJO; CARRION; MORALES, 2010), por refletir uma alocação economicamente eficiente dos recursos e por internalizar, no processo de fechamento do mercado, a interação entre ofertas de geração e lances de demanda.

A função objetivo do modelo proposto, expressa em (4.1), maximiza o bem-estar social. Os dois primeiros termos representam a diferença entre o benefício (disposição a pagar) associado ao consumo de energia elétrica e o custo total de produção do sistema. Já

os dois últimos termos incorporam os custos declarados de partida e parada das unidades geradoras, subtraindo-os do bem-estar total (ou, de forma equivalente, penalizando-os na maximização). A inclusão desses termos é fundamental para representar adequadamente as características técnicas e econômicas das usinas participantes do modelo e para evitar soluções que, embora atrativas do ponto de vista do balanço oferta–demanda, resultariam em sequências operativas inviáveis ou artificialmente baratas por desconsiderarem custos intertemporais de acionamento e desligamento.

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} \sum_{b \in B} \lambda_{j,t,b}^C e_{j,t,b}^C - \sum_{g \in G} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \lambda_{g,t,b}^G e_{g,t,b}^G - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{UP} - \sum_{g \in G} c_{g,t}^{DW}. \quad (4.1)$$

Os custos de partida e parada refletem fenômenos físicos e operacionais inerentes às usinas geradoras, especialmente termelétricas, como o consumo adicional de combustível durante o aquecimento (ou resfriamento), o desgaste mecânico e térmico dos equipamentos, o aumento da necessidade de manutenção e as perdas de eficiência nos períodos de transição operacional. Ignorar esses custos pode levar a soluções pouco realistas, caracterizadas por frequentes ligações e desligamentos das unidades (ciclagem excessiva), comportamento que tende a ser evitado na prática por aumentar a degradação dos ativos e os custos totais de operação.

Diferentemente dos modelos utilizados em ambientes regulados, os modelos utilizados em ambientes de mercados de energia tratam os custos de partida e parada como valores ofertados pelas unidades geradoras. Os custos totais destas ofertas de partida e parada são calculados pela soma, ao longo do horizonte de planejamento, das ofertas de partida e de parada das unidades hidrelétricas h e termelétricas l .

A oferta de partida de cada unidade é definida em (4.2) para as unidades hidrelétricas e em (4.3) para as unidades termelétricas. As variáveis binárias indicam a transição de estado (liga/desliga) das unidades, em que $O_{h,0}^H$ e $O_{l,0}^T$ correspondem ao estado ligado/desligado antes do instante inicial do horizonte ($t = 0$) para as unidades hidrelétrica h e termelétrica l , respectivamente.

$$c_{h,t}^{UP} \geq \lambda_{h,t}^{UP} (o_{h,t}^H - o_{h,(t-1)}^H), o_{h,0}^H = O_{h,0}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (4.2)$$

$$c_{l,t}^{UP} \geq \lambda_{l,t}^{UP} (o_{l,t}^T - o_{l,(t-1)}^T), o_{l,0}^T = O_{l,0}^T, \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (4.3)$$

Analogamente, os custos totais das ofertas de parada de cada unidade geradora hidrelétrica e termelétrica são definidos em (4.4) e (4.5), respectivamente.

$$c_{h,t}^{DW} \geq \lambda_{h,t}^{DW} (o_{h,(t-1)}^H - o_{h,t}^H), O_{h,0}^H = o_{h,0}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (4.4)$$

$$c_{l,t}^{DW} \geq \lambda_{l,t}^{DW} (o_{l,(t-1)}^T - o_{l,t}^T), O_{l,0}^T = o_{l,0}^T, \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (4.5)$$

Finalmente, é importante também estabelecer condições de não negatividade para as ofertas de partida e parada para as unidades hidrelétricas e termelétricas, conforme mostrado em (4.6) e (4.7):

$$c_{h,t}^{UP} \geq 0, c_{h,t}^{DW} \geq 0, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (4.6)$$

$$c_{l,t}^{UP} \geq 0, c_{l,t}^{DW} \geq 0, \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (4.7)$$

Sob a ótica econômica, os custos de partida e parada caracterizam-se como variáveis de natureza intertemporal, pois estão diretamente associados às variáveis de decisões de acionamento e desligamento das unidades geradoras ao longo do horizonte de planejamento. A incorporação desses custos na função objetivo promove uma alocação mais eficiente dos recursos do sistema, ao desestimular chaveamentos operativos excessivos e favorecer perfis de despacho mais estáveis, compatíveis com as limitações técnicas e com a dinâmica real de operação do sistema elétrico.

Além da função objetivo, os problemas de leilão aplicados ao setor elétrico são caracterizados por um conjunto de restrições que envolvem: as restrições operacionais em unidades de geração termelétrica e hidrelétrica, já discutidas no Capítulo 3, bem como as restrições econômicas, descritas a seguir na Seção 4.3, e as restrições relacionadas ao sistema de transmissão, discutidas na Seção 4.4.

4.3 Restrições Econômicas

As restrições econômicas delimitam o espaço de soluções viáveis e asseguram a coerência econômica do modelo. Essas restrições têm como finalidade representar limitações associadas a custos, receitas e incentivos enfrentados pelos agentes do sistema, garantindo que as decisões ótimas sejam compatíveis com os princípios de racionalidade econômica e eficiência alocativa do mercado.

Nas restrições (4.8), o parâmetro $\bar{E}_{h,t,b}^G$ define os tamanhos dos blocos de potência ofertada das unidades hidrelétricas h , no período t , bloco b . A variável binária $o_{h,t}^H$ utilizada na restrição indica se a unidade está ativa no período t . De forma análoga, (4.9) define os tamanhos dos blocos de potência ofertada das unidades termelétricas, enquanto $o_{l,t}^T$ indica o estado de operação da unidade l no período t (ligada ou desligada). Por fim, a restrição (4.10) representa os blocos de potência demandados pelos consumidores, isto é, a demanda de potência associada a cada agente, sendo que $\bar{E}_{j,t,b}^C$ representa o tamanho dos blocos de lances submetidos.

$$e_{h,t,b}^G \leq \bar{E}_{h,t,b}^G o_{h,t}^H, \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \forall b \in B^G, \quad (4.8)$$

$$e_{l,t,b}^G \leq \bar{E}_{l,t,b}^G o_{l,t}^T, \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall b \in B^G, \quad (4.9)$$

$$e_{j,t,b}^C \leq \bar{E}_{j,t,b}^C, \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \forall b \in B^C. \quad (4.10)$$

As restrições (4.11) definem a potência total gerada por cada unidade geradora no período t , sendo dada pela somatória das potências dos blocos de oferta aceitos no fechamento do mercado, realizado pelo operador de mercado (OM). De forma análoga, as restrições (4.12) definem a demanda total atendida de cada consumidor no período t ,

calculada pela soma dos blocos de demanda aceitos no mesmo procedimento de fechamento.

$$p_{h,t}^G = \sum_{b \in B^G} e_{h,t,b}^G, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (4.11)$$

$$p_{j,t}^C = \sum_{b \in B^C} e_{j,t,b}^C, \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (4.12)$$

A potência gerada final deve respeitar os limites operacionais de geração de cada unidade em cada período de tempo, conforme (4.13) para as hidrelétricas e (4.14) para as termelétricas. Assim, a potência total despachada (resultante da soma dos blocos aceitos no fechamento do mercado) não pode exceder o limite máximo de geração declarado para a unidade no período analisado.

$$p_{h,t}^G \leq \overline{P}_h^G o_{h,t}^H, \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (4.13)$$

$$p_{l,t}^G \leq \overline{P}_l^G o_{l,t}^T, \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (4.14)$$

4.4 Restrições do Sistema de Transmissão

A modelagem explícita do sistema de transmissão em problemas de leilão de energia é essencial para assegurar que os resultados obtidos reflitam adequadamente as condições reais de operação da rede (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2013). Ao incorporar restrições associadas aos fluxos de potência entre barras e aos limites de capacidade das linhas e transformadores, o modelo passa a capturar de forma mais fiel as limitações físicas impostas pela infraestrutura de transmissão, superando abordagens simplificadas que desconsideram a topologia e a capacidade da rede (MOTTO et al., 2002).

Em sistemas interligados de grande porte, a transmissão atua como elemento de interação entre centros de geração e de carga (SCHWEPPE et al., 1988). Restrições de capacidade, ocorrência de congestionamentos e perdas elétricas influenciam diretamente as decisões de despacho, a formação dos preços de energia e os critérios de segurança do sistema (TANAKA; CONEJO; SIDDIQUI, 2022). A negligência desses aspectos pode resultar em soluções artificialmente otimistas, com subavaliação dos custos sistêmicos e geração de sinais econômicos incompatíveis com a operação efetiva da rede.

4.4.1 Fluxo de Potência

O sistema de transmissão é comumente modelado (MOTTO et al., 2002) por meio de um modelo de fluxo de potência CC (DC), representado em (4.15), o qual descreve os fluxos de potência ativa nas linhas. Os limites de fluxo são impostos em (4.16), e os fluxos são expressos como uma função linear da diferença dos ângulos de tensão entre as barras b e n interconectadas pela linha, para cada período de tempo.

$$f_{bn,t} = \frac{\theta_{b,t} - \theta_{n,t}}{X_{bn}}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (4.15)$$

$$-\bar{F}_{bn} \leq f_{bn,t} \leq \bar{F}_{bn}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b. \quad (4.16)$$

4.4.2 Perdas nas Linhas de Transmissão

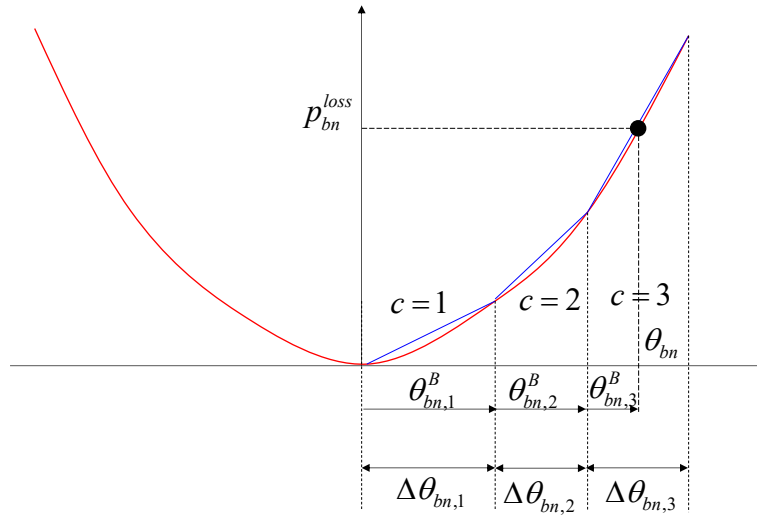
A representação das perdas de potência em cada ramo $b - n$ envolve uma aproximação linear por partes das perdas quadráticas, as quais são dadas em (4.17).

$$p_{bn,t}^{loss} = G_{bn}(\theta_{b,t} - \theta_{n,t})^2, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (4.17)$$

onde G_{bn} é a condutância série da linha de transmissão.

Para uma linearização de (4.17), são adotados blocos de linearização $c \in C$ para a função quadrática, conforme mostrado na Figura 4.1 (no caso da figura são adotados 3 blocos).

Figura 4.1 – Aproximação para as perdas quadráticas em uma linha de transmissão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Seja um ponto genérico mostrado na Figura dado por $(p_{bn,t}^{loss}, \theta_{bn,t})$ (por facilidade os índices relacionados ao tempo são omitidos na figura). Conforme ilustrado na figura, o valor $\theta_{bn,t}$ é dado pela soma dos blocos discretos $\theta_{bn,t,c}^B$, conforme expresso em (4.18). O valor de $\theta_{bn,t,c}^B$ de cada bloco, deve ser não negativo e deve estar limitado aos tamanhos dos blocos dados por $\Delta\theta_{bn,t,c}$, conforme mostrado em (4.19).

$$\theta_{bn,t} = \sum_{c \in C} \theta_{bn,t,c}^B, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \forall c \in C, \quad (4.18)$$

$$0 \leq \theta_{bn,t,c}^B \leq \Delta\theta_{bn,t,c}, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \forall c \in C, \quad (4.19)$$

De forma análoga, as perdas de potência $p_{bn,t}^{loss}$ no ponto são dadas pela soma dos blocos de perdas, conforme definido em (4.20), em que o coeficiente $\alpha_{bn,c}$ correspondem aos coeficientes angulares em cada bloco.

$$p_{bn,t}^{loss} = G_{bn} \sum_{b \in B} \alpha_{bn,c} \theta_{bn,c}^B, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \forall c \in C. \quad (4.20)$$

Nas expressões (4.18)–(4.20), os valores de $\alpha_{bn,c}$ e de $\Delta\theta_{bn,c}^B$ são parâmetros obtidos diretamente da curva quadrática. Observa-se que o aumento do número de blocos de $\alpha_{bn,c}$ e de $\Delta\theta_{bn,c}^B$ tende a melhorar a precisão da representação das perdas, embora também aumente o tamanho do modelo e o esforço computacional.

Nota-se que as perdas foram obtidas em função da variável diferença angular $\theta_{bn,t}$, a qual é tratada em módulo, já que seus valores são sempre positivos, conforme mostrado em (4.19). Entretanto, em sistemas de potência reais, as diferenças angulares podem assumir tanto valores positivos quanto negativos. Assim, algumas restrições são necessárias para expressar que $\theta_{bn,t} = |\theta_{b,t} - \theta_{n,t}|$. Conforme proposto por Motto et al. (2002), a introdução do termo modular tem como objetivo restringir a aproximação linear por partes da função quadrática de perdas ao ortante não negativo, na Figura 4.1. Das propriedades da função módulo, é possível deduzir as expressões (4.21) e (4.22), que garantem que $\theta_{bn,t}$ será sempre dada pelo módulo da diferença entre $\theta_{b,t}$ e $\theta_{n,t}$. Para isso são utilizadas as variáveis não negativas $\theta_{bn,t}^+$ e $\theta_{bn,t}^-$, conforme mostrado em (4.23):

$$\theta_{bn,t} = \theta_{bn,t}^+ + \theta_{bn,t}^-, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (4.21)$$

$$\theta_{b,t} - \theta_{n,t} = \theta_{bn,t}^+ - \theta_{bn,t}^-, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b, \quad (4.22)$$

$$\theta_{bn,t}^+ \geq 0, \theta_{bn,t}^- \geq 0, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b. \quad (4.23)$$

Verifica-se em (4.21) que $\theta_{bn,t}$ será sempre não negativa, pois corresponde a soma de duas variáveis não negativas. Já a expressão (4.22) mostra que a diferença angular (expressão à esquerda) pode assumir tanto valores positivos quanto negativos, pois é dada pela diferença de duas variáveis não negativas.

4.4.3 Balanço de Potência

O sistema deve atender ao balanço de potência em cada barra, para todo período de tempo, conforme (4.24). O termo $p_{g,t}^G$ refere-se à potência total gerada pelos agentes geradores no período t , enquanto $p_{j,t}^C$ representa a potência demandada (consumida) pelos consumidores no mesmo período. O termo $f_{bn,t}$ corresponde ao fluxo de potência ativa associado a cada ramo (linha/transformador) conectado à barra, considerando a convenção de sinais adotada na formulação. Por fim, o termo $\frac{1}{2}p_{bn,t}^{loss}$ representa a alocação de metade das perdas do ramo $b - n$ para cada uma das barras extremas, garantindo que as perdas totais sejam contabilizadas no balanço nodal sem dupla contagem.

$$\sum_{g \in U_b^G} p_{g,t}^G - \sum_{j \in U_b^C} p_{j,t}^C - \sum_{n \in N_b} f_{bn,t} - \sum_{n \in N_b} \frac{1}{2} p_{bn,t}^{loss} = 0, \forall t \in T, \forall b \in B, \forall n \in N_b. \quad (4.24)$$

Descritas todas as restrições importantes para uma boa representação do modelo de leilão de mercados de energia, na próxima seção, o modelo proposto é finalmente detalhado.

4.5 Modelo de Leilão Proposto

Este trabalho propõe um modelo de leilão hidrotérmico do dia seguinte, no qual as unidades geradoras submetem blocos de oferta de energia $[MW]$ e os preços pelos quais desejam vender $[\$/MWh]$, enquanto os consumidores enviam seus lances de compra e os preços que estão dispostos a pagar. O Operador de Mercado contabiliza as ofertas e lances e realiza o fechamento do mercado, ou *market clearing*, definindo os preços de equilíbrio para cada hora do dia.

Matematicamente, o modelo proposto, que é formulado como um problema de programação linear inteira mista, é definido conforme mostrado em (4.25), no qual são destacadas as classes de restrições adotadas:

$$\begin{aligned}
 &Max \quad (4.1) \\
 &s.a : \\
 &\quad (4.2) - (4.5) \quad \text{Custos de Partida/Parada} \\
 &\quad (4.8) - (4.14) \quad \text{Restrições Econômicas} \\
 &\quad (4.15) - (4.20), (4.21) - (4.24) \quad \text{Restrições da Transmissão} \\
 &\quad (3.13) - (3.25), (3.27) - (3.32) \quad \text{Restrições Hidráulicas} \\
 &\quad (3.1) - (3.12) \quad \text{Restrições Térmicas} \\
 &\quad (3.44) \quad \text{Função de Prod. hidráulica.}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

O modelo proposto dado em (4.25) constitui uma alternativa ao modelo atualmente adotado no setor elétrico brasileiro descrito por Santos et al. (2020). Em relação ao modelo do setor, o modelo proposto introduz as seguintes contribuições de modelagem:

- A função objetivo aqui adotada consiste na maximização da função de bem comum. Já o modelo do setor adota a minimização dos custos de produção de energia. A função de bem comum promove a competição tanto pelo lado da oferta quanto pelo lado da demanda, resultando em uma alocação eficiente dos recursos no contexto do leilão. Já a minimização dos custos não é adequada, pois em um ambiente de mercado os custos de produção deveriam ser responsabilidade do próprio agente produtor de energia, e não do operador de mercado.
- O sistema de transmissão é representado em detalhe intrinsecamente ao modelo de leilão proposto, de modo que a alocação de geração e demanda respeitam os limites da transmissão, reduzindo a necessidade de correções por pós-processamento. Já no modelo adotado pelo setor, o sistema de transmissão é representado externamente ao despacho, por meio de algoritmos de fluxo de potência. Neste caso, o

pós-processamento é sempre necessário para corrigir a geração, de forma sub-ótima, de modo a atender as restrições de transmissão.

- O modelo proposto propõe uma extensão da técnica de linearização da função de produção quadridimensional descrita em (DINIZ; MACEIRA, 2008). No modelo estendido proposto, a função é descrita para cada unidade geradora da usina, ao invés da representação agregada para a usina como um todo. Esse detalhamento permite uma representação mais fiel dos limites e operação de cada unidade, conferindo maior representatividade à técnica de linearização proposta.
- As cotas de montante e de jusante e, conseqüentemente, a altura de queda líquida, são aproximadas por funções afins (polinômios de primeiro grau) em torno da região de operação analisada. No modelo do setor, as cotas não são modeladas explicitamente, elas são incorporadas na função de produção linearizada.
- A representação das cotas bem como a representação por unidades individualizadas no modelo proposto permitem a representação detalhada dos limites variáveis de geração máxima e turbinagem máxima associados a cada unidade, o que confere maior representatividade aos limites de geração e turbinagem das unidades. No modelo do setor os limites de geração e turbinagem variáveis não são modelados explicitamente, mas são incorporados de forma indireta, na função de produção.
- A coordenação com as decisões de médio prazo é realizada por meio de metas de volume ao final do horizonte. No modelo do setor essa coordenação é feita na função objetivo, por meio de termos de custos futuro da água.

Na Seção 5, o modelo de leilão proposto é avaliado, destacando-se as contribuições de modelagem mencionadas acima. Uma simplificação do modelo proposto, utilizada como comparação, é descrita na seção a seguir.

4.6 Modelo de Leilão Simplificado

O modelo simplificado, utilizado neste trabalho como comparação, representa de forma simplificada as principais características inovadoras incorporadas ao modelo de leilão aqui proposto, discutidas na seção anterior. O modelo simplificado aqui descrito pode ser considerado como uma forma de representação das abordagens que tem sido tradicionalmente adotadas na literatura para problemas de despacho hidrotérmico de curto prazo. É importante destacar que o modelo de leilão simplificado aqui descrito não inclui o modelo de despacho de geração de curto prazo que tem sido utilizado pelo setor elétrico brasileiro em seu ambiente de mercado (SANTOS et al., 2020). A formulação matemática do modelo simplificado é apresentada a seguir.

Na restrição (3.21), que trata das vazões provenientes dos atrasos de água dos reservatórios a montante, o termo U_f é considerado nulo, representando, assim, a não inclusão de longos atrasos de vazões provenientes de reservatórios à montante das usinas. Assim, os atrasos relacionados a vazões de dias anteriores não são contabilizadas no volume dos reservatórios no caso simplificado. Para este caso, a restrição (3.21) fica descrita conforme mostrado em (4.26), no caso simplificado:

$$\rho_{f,r,t} = \begin{cases} u_{f,t-D_{f,r}}, & t > D_{f,r} \\ 0, & t \leq D_{f,r} \end{cases}, \forall r \in R, \forall t \in T, \forall f \in F_r. \quad (4.26)$$

A altura de queda líquida, definida em (3.28) é substituída, no modelo simplificado, por uma altura de queda constante, representada em (4.27):

$$h_{r,t}^N = H_{r,t}^{ef}, \forall r \in R, \forall t \in T. \quad (4.27)$$

Além disso, as restrições (3.29)–(3.31) que descrevem a potência máxima e a vazão turbinada máxima, respectivamente, de cada unidade por meio de funções lineares da altura de queda líquida não são consideradas no modelo simplificado, já que a altura de queda líquida é considerada constante, como descrito em (4.27).

A função de produção hidráulica utilizada no modelo simplificado é uma adaptação da proposta por Diniz e Maceira (2008), definida em (4.28), onde é considerada a função de produção por unidade e não por usina agregada:

$$p_{h,t,p}^G(q_{ht}, v_{rt}, s_r) \leq \alpha_h \left(\gamma_{h,p}^0 + \gamma_{h,p}^Q q_{ht} + \gamma_{r,p}^V v_{rt} \right) + \gamma_{r,p}^S (s_r), \quad (4.28)$$

$$\forall r \in R, \forall h \in \mathcal{U}_r, \forall t \in T, \forall p \in P.$$

A partir de todas essas linearizações/simplificações, o modelo simplificado é matematicamente formulado, conforme descrito em (4.29):

Max (4.1)

s.a :

(4.2) – (4.5) (4.8) – (4.14) (4.15) – (4.20), (4.21) – (4.24) (3.13) – (3.20), (4.26) – (4.27) (3.1) – (3.12) (4.28)	Custos de Partida/Parada Restrições Econômicas Restrições da Transmissão Restrições Hidráulicas Restrições Térmicas Função de Prod. hidráulica.	(4.29)
---	--	--------

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, são apresentados os resultados numéricos obtidos com a aplicação do modelo de leilão proposto no capítulo anterior, descrito em (4.25). Para isso, são investigados dois sistemas testes: um sistema de pequeno porte e um sistema de grande porte.

O sistema de pequeno porte utilizado consiste em uma adaptação do sistema IEEE de 24 barras, na qual parte das unidades geradoras termelétricas foi substituída por unidades hidrelétricas. Já o sistema de grande porte é composto por 300 barras e foi desenvolvido a partir de uma adaptação do sistema IEEE de 300 barras, em que diversas unidades geradoras termelétricas foram substituídas por unidades hidrelétricas.

Os estudos realizados com os dois sistemas têm como objetivo comparar duas situações de modelagem básicas: uma envolvendo o modelo proposto completo, descrito em (4.25), e outra envolvendo o modelo simplificado, descrito em (4.29). A comparação entre esses modelos tem como objetivo destacar as vantagens do modelo proposto, em comparação aos modelos de leilão de sistemas hidrotérmicos que tem sido propostos na literatura.

As comparações realizadas entre o modelo proposto e o simplificado contemplam duas situações básicas de hidrologia, quais sejam: situação de seca, representada por volumes iniciais baixos para os reservatórios e vazões afluentes reduzidas e a situação de cheia, representada por volumes iniciais altos para os reservatórios e vazões afluentes também altas. Além disso, para o sistema teste de 24 barras, são investigadas ainda situações de congestionamento no sistema de transmissão.

5.1 Sistema 24 barras

Nesta seção, são analisados os resultados obtidos para o sistema 24 barras adaptado do IEEE, onde os dados e características são apresentados na Seção 5.1.1, considerando períodos seco e úmido. A situação de seca é definida na Seção 5.1.2. A situação de cheia é definida Seção 5.1.3. Além disso, avalia-se para esse sistema o impacto de situações operativas envolvendo congestionamento na transmissão. Para isso, no Estudo de Caso 1, descrito na Seção 5.1.4, o modelo proposto, descrito em (4.25) é comparado ao modelo simplificado, descrito em (4.29) para as situações de seca e cheia, porém sem congestionamento na transmissão. No Estudo de Caso 2, descrito na Seção 5.1.5, o modelo proposto é agora comparado ao modelo simplificado, envolvendo também situações de seca e cheia, porém com congestionamento na transmissão. O congestionamento é simulado, por meio da imposição de restrições operativas artificiais mais rígidas para algumas linhas do sistema

É importante destacar que em algumas usinas, não foram consideradas todas as unidades geradoras disponíveis. por exemplo, a usina de Itumbiara possui 6 unidades geradoras, porém somente uma unidade foi considerada. Esse tipo de procedimento foi adotado para que a usina hidrelétrica tivesse uma potência da mesma ordem de grandeza da usina termelétrica do sistema de potência original. Para as usinas em que essa adaptação foi feita, as vazões afluentes naturais a estas usinas foram também readequadas, de modo a evitar vertimentos excessivos, por excesso de vazão afluente.

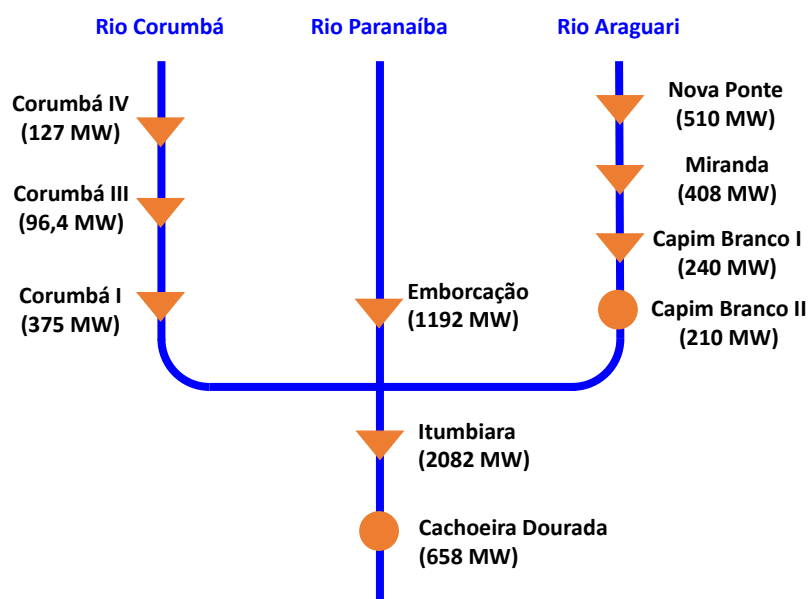
A cascata hidráulica descrita para as usinas hidrelétricas dadas na Tabela 5.1 é ilustrada na Figura 5.2, em que as usinas representadas por um círculo na cor laranja são do tipo fio d'água e aquelas representadas por um triângulo na cor laranja são usinas do tipo reservatório. A cascata estudada envolve a confluência de três rios: o Corumbá, o Paranaíba e o Araguari.

Tabela 5.1 – Caracterização das usinas do sistema em estudo.

Ordem	Usina	Tipo	Unidades geradoras
1	Corumba IV	Hidrelétrica	1 e 2
2	Corumba III	Hidrelétrica	3 e 4
3	Corumba I	Hidrelétrica	5, 6 e 7
4	Emborcacao	Hidrelétrica	8
5	Nova Ponte	Hidrelétrica	9, 10 e 11
6	Miranda	Hidrelétrica	12, 13 e 14
7	Capim Branco I	Hidrelétrica	15 e 16
8	Capim Branco II	Hidrelétrica	17, 18 e 19
9	Itumbiara	Hidrelétrica	20
10	Cachoeira Dourada	Hidrelétrica	21, 22,...,30
11	Térmica 1	Termelétrica	31
12	Térmica 2	Termelétrica	32

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.2 – Cascata hidráulica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Além das unidades descritas na Tabela 5.1, o sistema conta com 17 consumidores. A Tabela 5.2 apresenta as barras às quais cada unidade geradora e cada consumidor estão conectados.

Tabela 5.2 – Alocação de unidades geradoras e consumidores por barra.

Barra	Unidade Geradora	Consumidor
1	1 e 2	1
2	31	2
3	–	3
4	–	4
5	–	5
6	–	6
7	20	7
8	–	8
9	–	9
10	–	10
11	–	–
12	–	–
13	21, 22–30	11
14	–	12
15	3, 4, 17, 18 e 19	13
16	15 e 16	14
17	–	–
18	9, 10 e 11	15
19	–	16
20	–	17
21	12, 13 e 14	–
22	8	–
23	5, 6, 7, 8 e 32	–
24	–	–

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados da rede de transmissão estão organizados na Tabela 5.3, na qual podem ser observados os nós inicial e final, bem como os parâmetros elétricos de cada linha (i.e. resistência (R), reatância (X) e condutância (G), todos fornecidos em *pu*), além dos limites máximos de fluxo de potência (Fmax) para cada ramo da rede, dados em MVA.

Tabela 5.3 – Parâmetros elétricos das linhas de transmissão.

Nó Inicial	Nó Final	R (pu)	X (pu)	G (pu)	Fmax (MVA)
1	2	0,0026	0,0139	13,0020	175
1	3	0,0546	0,2112	1,1474	175
1	5	0,0218	0,0845	2,8626	175
2	4	0,0328	0,1267	1,9149	175
2	6	0,0497	0,1920	1,2635	175
3	9	0,0308	0,1190	2,0384	175
3	24	0,0023	0,0839	0,3265	400
4	9	0,0268	0,1037	2,3361	175
5	10	0,0228	0,0883	2,7415	175
6	10	0,0139	0,0605	3,6071	175
7	8	0,0159	0,0614	3,9525	175
8	9	0,0427	0,1651	1,4683	175
8	10	0,0427	0,1651	1,4683	175
9	11	0,0023	0,0839	0,3265	400
9	12	0,0023	0,0839	0,3265	400
10	11	0,0023	0,0839	0,3265	400
10	12	0,0023	0,0839	0,3265	400
11	13	0,0061	0,0476	2,6488	500
11	14	0,0054	0,0418	3,0399	500
12	13	0,0061	0,0476	2,6488	500
12	23	0,0124	0,0966	1,3073	500
13	23	0,0111	0,0865	1,4595	500
14	16	0,0050	0,0389	3,2505	500
15	16	0,0022	0,0173	7,2337	500
15	21	0,0063	0,0490	2,5812	500
15	24	0,0067	0,0519	2,4466	500
16	17	0,0033	0,0259	4,8408	500
16	19	0,0030	0,0231	5,5288	500
17	18	0,0018	0,0144	8,5470	500
17	22	0,0135	0,1053	1,1978	500
18	21	0,0033	0,0259	4,8408	500
19	20	0,0051	0,0396	3,1992	500
20	23	0,0028	0,0216	5,9022	500
21	22	0,0087	0,0678	1,8619	500

Fonte: Elaborado pelo autor.

As Tabelas 5.5 e 5.4 organizam os dados das unidades geradoras para as unidades termelétricas e hidrelétricas, respectivamente. Como já descrito no Capítulo 3, cada unidade geradora termelétrica apresenta suas rampas de subida (**RU**) e descida (**RD**), bem como as rampas de partida (**SU**) e parada (**SD**). Além disso, cada unidade geradora possui limites mínimo e máximo de geração, $\mathbf{P}^{\min}$ e $\mathbf{P}^{\max}$, respectivamente. As tabelas também incluem os tempos mínimos de permanência ligada ($\mathbf{U}^T$) e desligada ($\mathbf{D}^T$) para as unidades, o número de períodos em que as unidades devem permanecer desligadas no início do horizonte para levar em conta as restrições do leilão dia anterior ($\mathbf{S}^0$), o número de períodos em que as unidades devem permanecer ligadas no início do horizonte para levar em conta as restrições do leilão do dia anterior ($\mathbf{V}^0$) e o estado inicial de cada unidade

no início do horizonte de planejamento (U^0), sendo 1 o estado ligado e 0 o desligado.

Tabela 5.4 – Parâmetros Operativos das Unidades Geradoras Hidrelétricas.

Unidade	$P^{\min}$ [MW]	$P^{\max}$ [MW]	RU m^3/s	D^T [h]	U^T [h]	S^0	V^0	U^0
1	0	64	781	1	1	0	0	0
2	0	64	781	1	1	0	0	0
3	0	48	990	1	1	0	0	0
4	0	49	990	1	1	0	0	0
5	0	125	2525	1	1	0	0	0
6	0	125	2525	1	1	0	0	0
7	0	125	2525	1	1	0	0	0
8	0	298	3377	1	1	0	0	0
9	0	170	1819	1	1	0	0	0
10	0	170	1819	1	1	0	0	0
11	0	170	1819	1	1	0	0	0
12	0	136	2102	1	1	0	0	0
13	0	136	2102	1	1	0	0	0
14	0	136	2102	1	1	0	0	0
15	0	80	1946	1	1	0	0	0
16	0	80	1946	1	1	0	0	0
17	0	70	2044	1	1	0	0	0
18	0	70	2044	1	1	0	0	0
19	0	77	2044	1	1	0	0	0
20	0	347	9589	1	1	0	0	0
21	0	17	9613	1	1	0	0	0
22	0	17	9613	1	1	0	0	0
23	0	54	9613	1	1	0	0	0
24	0	54	9613	1	1	0	0	0
25	0	54	9613	1	1	0	0	0
26	0	84	9613	1	1	0	0	0
27	0	84	9613	1	1	0	0	0
28	0	84	9613	1	1	0	0	0
29	0	105	9613	1	1	0	0	0
30	0	105	9613	1	1	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.5 – Parâmetros Operativos das Unidades Geradoras Termelétricas.

Unidade	$P^{\min}$ [MW]	$P^{\max}$ [MW]	RD [MW/h]	RU [MW/h]	SD [MW/h]	SU [MW/h]	D^T [h]	U^T [h]	S^0	V^0	U^0
31	0	152	152	152	152	152	5	8	0	0	0
32	0	310	310	310	310	310	9	4	0	0	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dados referentes às linearizações das alturas de montante e jusante e alturas de queda efetivas dos reservatórios, se encontram no Apêndice A, assim como os dados das linearizações do conjunto turbina-gerador, e alturas de perdas hidráulicas dos condutos das unidades geradores.

Os dados referentes às ofertas dos geradores e aos lances dos consumidores, além de todos os outros dados de entrada do problema foram adotados como em (BETTIN; FORTI; NEPOMUCENO, 2026). Os lances de venda das unidades geradoras foram definidos com base no maior custo marginal de operação (CMO) das unidades termelétricas do sistema.

A partir desses valores, foi adotada uma heurística para a definição dos preços dos blocos de venda das unidades hidrelétricas, de forma que seus lances assumissem valores entre 33% e 66% do maior lance das unidades termelétricas. Dessa forma, determinadas usinas hidrelétricas podem apresentar lances superiores aos de algumas unidades termelétricas.

Essa abordagem foi adotada com o objetivo de evidenciar que o mecanismo de despacho do sistema não penalize diretamente a geração termelétrica, mas sim as unidades geradoras menos eficientes economicamente. Assim, caso uma usina termelétrica apresente custos de geração inferiores aos de uma usina hidrelétrica, sua energia poderá ser priorizada no despacho do sistema.

Este trabalho propõe um algoritmo de leilão do dia seguinte adaptado ao sistema elétrico brasileiro, no qual a função de produção hidrelétrica é representada por unidade geradora (em vez de agregada por usina) e o sistema de transmissão é incorporado diretamente ao mecanismo de fechamento do mercado. O modelo realiza o Procedimento de Compensação de Mercado (PCM), considerando explicitamente todas as restrições apresentadas na Seção 4.5.

Os dados pré-processados do sistema teste, bem como a definição dos lances e as linearizações, foram realizados no *software Matlab* (The MathWorks, Inc., 2024). As simulações e a obtenção dos resultados foram executadas no IBM ILOG CPLEX (IBM, 2013), utilizando a linguagem OPL (*Optimization Programming Language*). Todos os experimentos foram realizados em um processador Intel(R) Core(TM) i7-1255U (1,70 GHz), com 12 GB de memória RAM, no sistema operacional Windows 11 Home (64 bits).

5.1.2 Situação de Seca

A situação de seca, ou período seco, é simulado quando todas as usinas hidrelétricas iniciam sua operação com os volumes iniciais (V_0) dos reservatórios baixos e as vazões afluentes (ψ) diárias baixas, oriundas das características da bacia hidrográfica e regime de chuvas. Estes dados são apresentadas na Tabela 5.6. Para os dados de vazão afluente (ψ) do período de seca, foi escolhida a data de 01/08/2022 no banco de dados dado em (CICOOGNA, 2008).

Tabela 5.6 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o período seco.

Reservatório	V_0 (hm³)	ψ (m³/s)
Corumba IV	3.021,14	0
Corumba III	720,67	0
Corumba I	607,31	80
Emborcação	5.991,89	131
Nova Ponte	3.685,30	0
Miranda	1.033,66	4
Capim Branco I	232,49	1
Capim Branco II	866,43	2
Itumbiara	5.978,20	81
Cachoeira Dourada	324,94	27

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.3 Situação de Cheia

A situação de cheia, ou período úmido, é simulada quando todas as usinas hidrelétricas iniciam sua operação com os volumes iniciais (V_0) dos reservatórios elevados e as vazões afluentes (ψ) diárias altas, oriundas das características da bacia hidrográfica e do regime de chuvas. Estes dados são apresentadas na Tabela 5.7. Para os dados de vazão afluente (ψ) do período de cheia, foi escolhida a data de 01/01/2022 no banco de dados dado em (CICOONA, 2008).

Tabela 5.7 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o período úmido.

Reservatório	V_0 (hm³)	ψ (m³/s)
Corumba IV	3.543,13	0
Corumba III	907,59	0
Corumba I	1.286,12	426
Emborcação	12.606,36	912
Nova Ponte	10.051,80	0
Miranda	1.329,96	18
Capim Branco I	253,57	1
Capim Branco II	900,41	4
Itumbiara	13.004,20	459
Cachoeira Dourada	440,60	85

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.4 Estudo de Caso 1

Este estudo de caso, tem como objetivo avaliar o impacto das restrições propostas neste trabalho em um sistema hidrotérmico em que as restrições associadas aos limites operacionais das linhas de transmissão são relaxados, adotando-se valores limites "infinitos", de modo a simular um sistema de transmissão cujos limites de fluxo de potência são irrestritos. O impacto das restrições propostas é avaliado comparando-se as seguintes situações operativas:

- **Situação 1:** O modelo proposto completo, dado em (4.25) é resolvido para a situação de seca;
- **Situação 2:** O modelo proposto completo, dado em (4.25) é resolvido para a situação de cheia;
- **Situação 1a:** O modelo simplificado, dado em (4.29) é resolvido para a situação de seca;
- **Situação 2a:** O modelo simplificado, dado em (4.29) é resolvido para a situação de cheia.

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos para os modelos proposto e simplificado, considerando-se os cenários hidrológicos de seca e cheia anteriormente definidos. A análise é realizada de forma comparativa, buscando evidenciar os impactos das restrições propostas sobre o comportamento operativo do sistema hidrotérmico ao longo do horizonte do leilão.

Inicialmente, são analisadas variáveis associadas ao comportamento global do sistema, incluindo o despacho hidrotérmico, o atendimento da demanda, os preços médios horários de energia, o custo total e a potência disponível total. Em seguida, são avaliadas variáveis hidráulicas associadas à operação das usinas em cascata, tais como os volumes totais armazenados nos reservatórios e a altura de queda líquida da UHE Nova Ponte, na qual as restrições de altura de queda são mais evidentes.

A análise conjunta dessas variáveis permite avaliar não apenas os impactos energéticos e econômicos associados às restrições propostas, mas também seus efeitos sobre a representação hidráulica do sistema, especialmente no que se refere aos acoplamentos entre reservatórios, às limitações operativas das usinas e à disponibilidade energética ao longo do horizonte estudado.

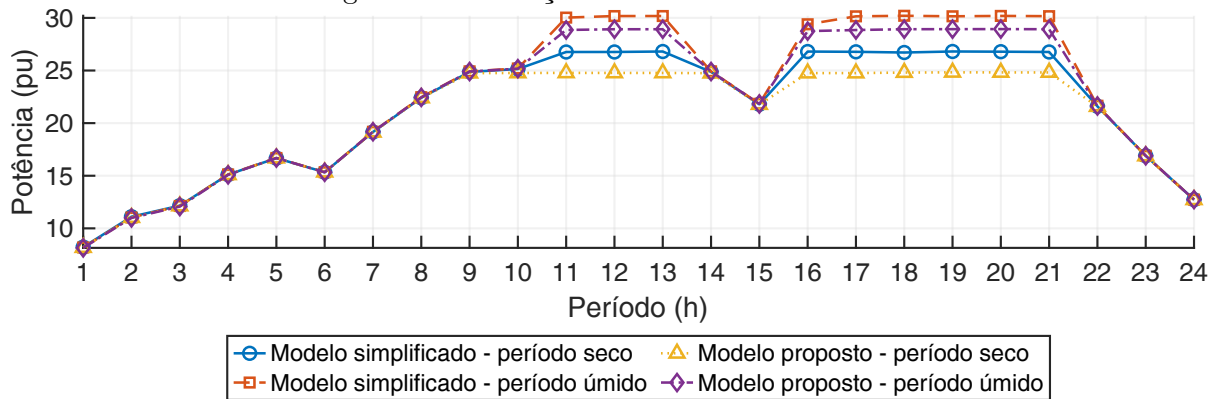
5.1.4.1 Despacho Hidrotérmico e Demanda

A Figura 5.3 ilustra a evolução horária dos despachos determinados por ambos os modelos para as unidades de geração hidráulicas. Observa-se que, tanto para o período seco quanto para o período úmido, o modelo simplificado superestima a capacidade de geração hidrelétrica, principalmente nos horários de maior carregamento do sistema.

Esse comportamento decorre da simplificação adotada na representação hidráulica do sistema, fazendo com que o modelo determine níveis de geração incompatíveis com a capacidade operativa real das usinas. Como consequência, torna-se necessária a realização de ajustes intradiários na operação, de forma a corrigir os montantes efetivamente gerados e garantir o atendimento adequado da demanda do sistema.

Verifica-se que as maiores divergências ocorrem durante os períodos de ponta, nos quais o modelo simplificado apresenta valores de geração até 8,3% superiores aos obtidos pelo modelo proposto, para o período seco, e de até 4,5% para o período úmido.

Figura 5.3 – Geração hidrelétrica total horária.



Fonte: Elaborado pelo autor.

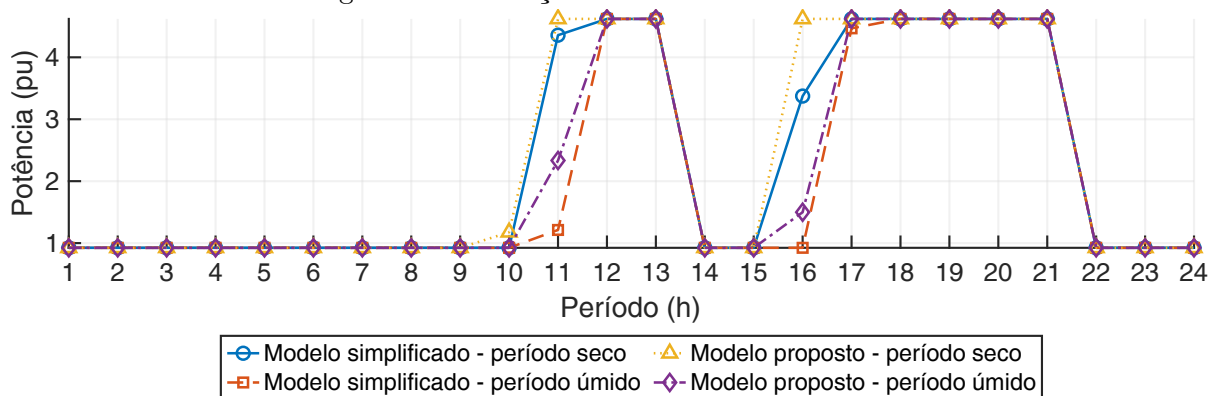
A Figura 5.4 apresenta a evolução horária da geração termelétrica total do sistema. Em oposição ao comportamento observado para a geração hidrelétrica, o modelo simplificado, para ambos os períodos analisados, subestima a necessidade de utilização das fontes termelétricas de energia.

Esse comportamento decorre da simplificação das restrições hidráulicas adotadas no modelo simplificado, as quais atribuem maior capacidade de atendimento às unidades hidrelétricas. Como consequência, o modelo reduz a necessidade de despacho termelétrico para garantir o suprimento da demanda do sistema.

Novamente, essa decisão impacta diretamente a operação do sistema, afetando os preços de equilíbrio e os custos totais de geração determinados pelo operador do mercado.

Durante os horários de ponta do sistema, o modelo simplificado pode determinar, para o período seco, valores de geração termelétrica até 27% inferiores aos obtidos pelo modelo proposto. Já para o período úmido, essa diferença pode atingir até 48%.

Figura 5.4 – Geração termelétrica total horária.

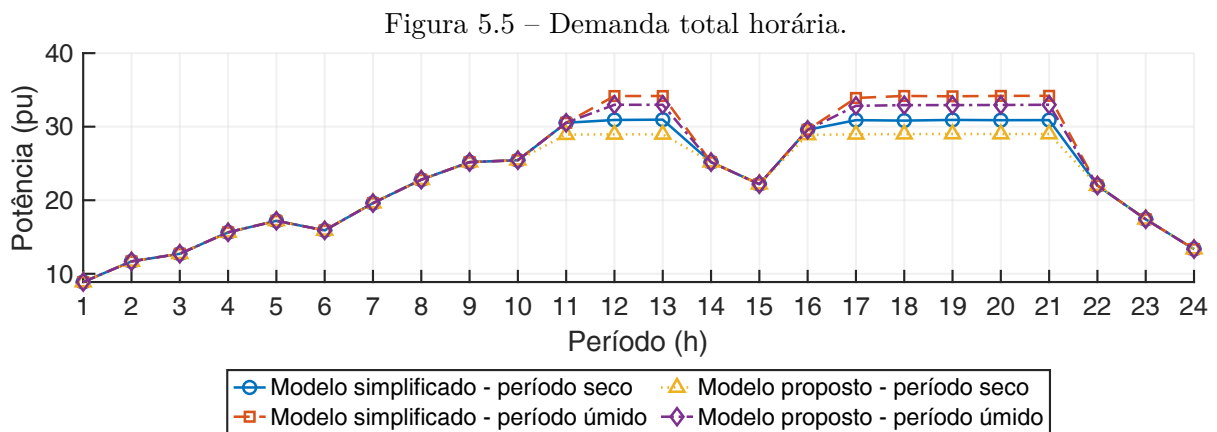


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.5 apresenta a demanda total horária atendida por ambos os modelos. Observa-se que o modelo simplificado atende níveis de demanda superiores aos obtidos pelo modelo proposto.

Esse comportamento é novamente justificado pela superestimação da capacidade de geração das unidades hidrelétricas. Como o modelo simplificado atribui maior capacidade de geração às usinas hidráulicas, associada a menores custos operativos, maiores quantidades de blocos de demanda podem ser aceitas pelo mecanismo de leilão do mercado.

Como consequência, a demanda total atendida pelo modelo simplificado é superior à obtida pelo modelo proposto, apresentando acréscimos de aproximadamente 3% para o período seco e 1.5% para o período úmido. No entanto, esse aumento de atendimento de demanda do modelo simplificado é artificial, dadas as deficiências de representação deste modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados obtidos evidenciam a influência da modelagem hidráulica na determinação do despacho hidrotérmico do sistema. A simplificação das restrições hidráulicas conduz a resultados muitas vezes ineficazes com a real operação das usinas.

5.1.4.2 Preços Médios Horários e Custos totais

A Figura 5.6 apresenta os preços nodais médios horários obtidos para os modelos simplificado e proposto, considerando-se os cenários de seca e cheia. Para obter os preços nodais, o modelo foi inicialmente resolvido considerando as variáveis binárias livres, permitindo que seus estados fossem determinados pelo processo de otimização. Em seguida, os valores obtidos para essas variáveis foram fixados, e o modelo foi resolvido novamente como um problema linear. Esse procedimento possibilitou o acesso aos valores duais associados às restrições de balanço nodal, uma vez que, no modelo linear inteiro misto original, tais valores duais não estão diretamente disponíveis. Observa-se que as curvas apresentam comportamentos semelhantes ao longo do horizonte de análise, acompanhando a variação da demanda do sistema. Nos períodos de maior carregamento, os preços tendem

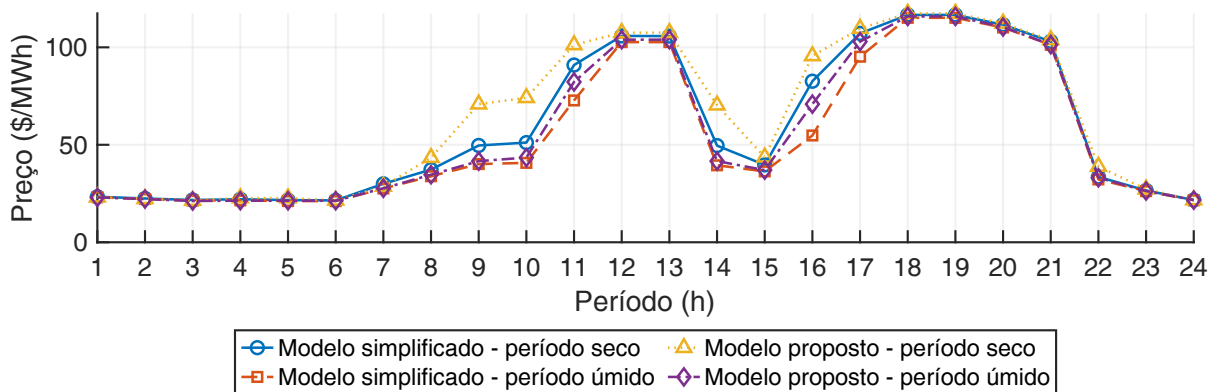
a se elevar, enquanto nos períodos de menor demanda são observados menores valores de preço nodal.

Os resultados obtidos para o período seco indicam que o modelo simplificado, ao superestimar a capacidade de geração das unidades hidrelétricas, possibilita o atendimento de maiores blocos de demanda. Como consequência, o sistema opera em níveis mais elevados de carregamento, impactando diretamente os preços nodais horários.

Verifica-se que os preços determinados pelo modelo simplificado podem ser até 31% inferiores aos obtidos pelo modelo proposto. Esse comportamento evidencia distorções econômicas associadas à superestimação da capacidade operativa das usinas hidrelétricas, resultando em sinais de preço incompatíveis com a capacidade real de fornecimento de energia do sistema, conforme discutido na Seção 5.1.4.1.

Ainda com base na Figura 5.6, os preços médios obtidos para as simulações do período úmido apresentaram comportamento semelhante ao observado para o período seco. Entretanto, os preços calculados pelo modelo simplificado podem ser até 22.7% inferiores aos determinados pelo modelo proposto neste trabalho.

Figura 5.6 – Preços nodais médios horários.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os custos totais do sistema são apresentados na Tabela 5.8. Observa-se que o modelo proposto resulta em menores custos totais de geração para ambos os períodos analisados, seco e úmido. Esse comportamento decorre da representação hidráulica mais detalhada adotada pelo modelo proposto, a qual impõe condições operativas mais restritivas às unidades hidrelétricas.

Como consequência, o modelo reduz a quantidade de blocos de demanda aceitos pelo mercado, limitando a geração total do sistema e reduzindo os custos operativos globais. Entretanto, essa redução de custo está associada a uma menor quantidade de demanda atendida, refletindo diretamente nos níveis de bem-estar social obtidos para o sistema.

Para o período seco, o modelo simplificado apresentou um custo total aproximadamente 4% superior ao obtido pelo modelo proposto, enquanto para o período úmido essa diferença foi de aproximadamente 2%.

Tabela 5.8 – Função Objetivo (\$).

	Modelo Simplificado	Modelo Proposto
Período seco	39,396.35	38,062.42
Período úmido	41,424.50	40,748.85

Fonte: Elaborado pelo autor.

A simplificação das restrições hidráulicas afeta diretamente os aspectos econômicos do mecanismo de leilão. Os preços determinados pelo modelo simplificado podem acarretar remunerações imprecisas aos geradores, causando possíveis prejuízos aos agentes participantes do mercado.

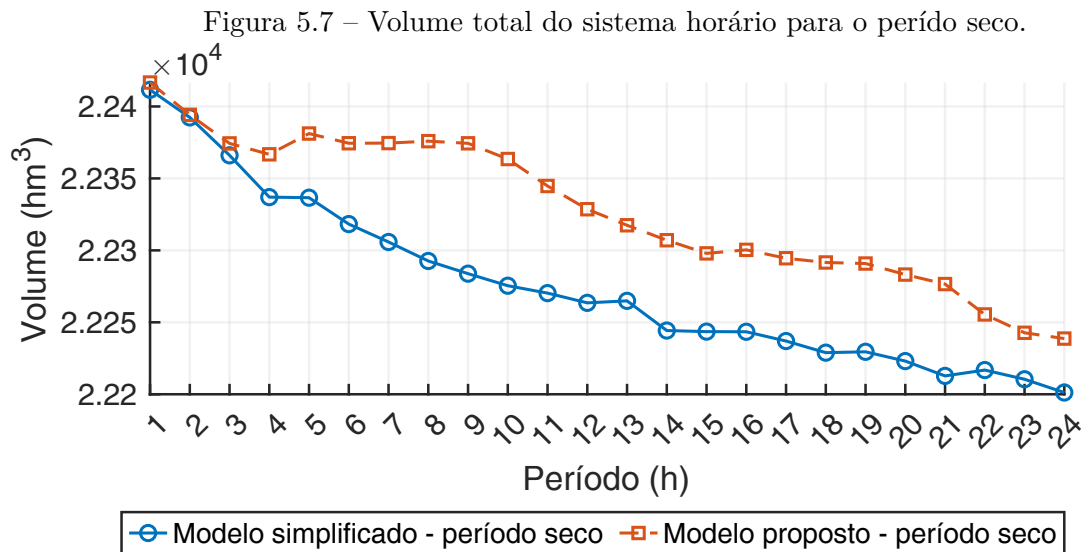
5.1.4.3 Volume Total dos Reservatórios

A Figura 5.7 apresenta a evolução diária do volume total armazenado no sistema, considerando-se o somatório dos volumes de todos os reservatórios, para cada modelo analisado no cenário de seca.

Conforme discutido nas seções anteriores, a superestimação da capacidade de geração hidrelétrica conduz a uma maior utilização dos recursos hídricos do sistema. Como consequência, o modelo simplificado atinge o final do horizonte operativo com níveis de armazenamento inferiores aos obtidos pelo modelo proposto.

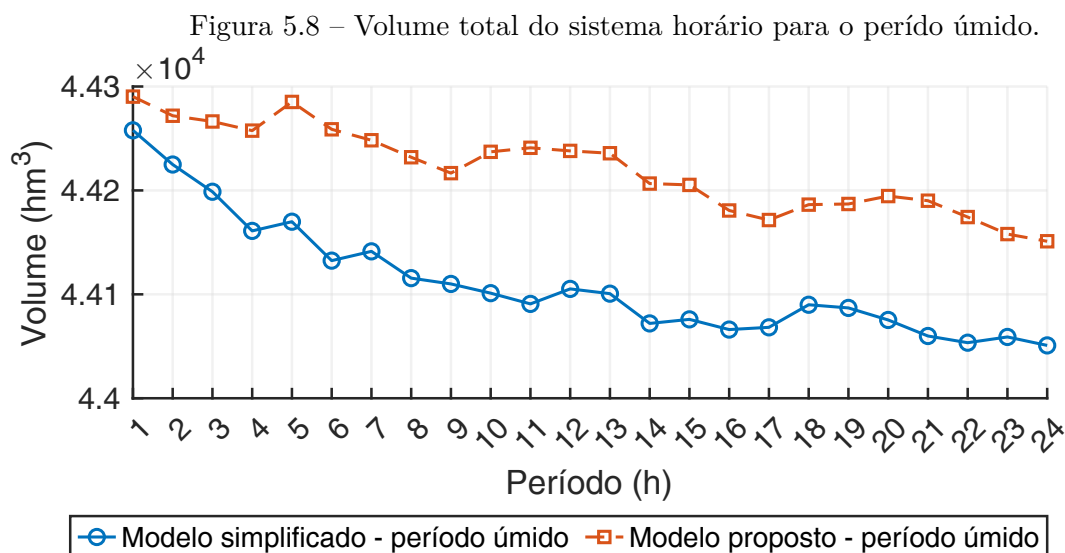
A inclusão do acoplamento hidráulico no modelo proposto permite uma representação mais precisa da dinâmica hídrica do sistema. Além de considerar as limitações operativas associadas à capacidade real de geração das usinas, o modelo incorpora os efeitos das vazões defluentes provenientes dos reservatórios a montante, bem como das vazões afluentes naturais do sistema, na evolução dos volumes armazenados.

Dessa forma, o modelo proposto fornece uma representação mais realista da utilização dos recursos hídricos, podendo auxiliar de maneira mais adequada os processos de tomada de decisão de curto prazo relacionados ao uso da água para geração de energia elétrica.



A Figura 5.8 apresenta a evolução do volume total armazenado no sistema, considerando-se o somatório dos volumes de todos os reservatórios, para cada modelo analisado no cenário de cheia.

Assim como observado para o período seco, o modelo simplificado utiliza uma quantidade maior de recursos hídricos em comparação ao modelo proposto. Esse comportamento decorre da aceitação de maiores blocos de demanda pelo mecanismo de despacho, aumentando a necessidade de geração hidrelétrica e, conseqüentemente, o volume de água turbinado pelas usinas do sistema.



O modelo simplificado, em virtude da superestimação da demanda atendida e da capacidade de geração hidrelétrica, determina níveis de armazenamento inferiores aos níveis reais esperados para os reservatórios. Esse comportamento pode impactar diretamente as operações futuras do sistema, devido à falsa percepção de escassez hídrica, quando,

na realidade, os reservatórios poderiam apresentar níveis de armazenamento superiores, conforme indicado pelos resultados obtidos com o modelo proposto.

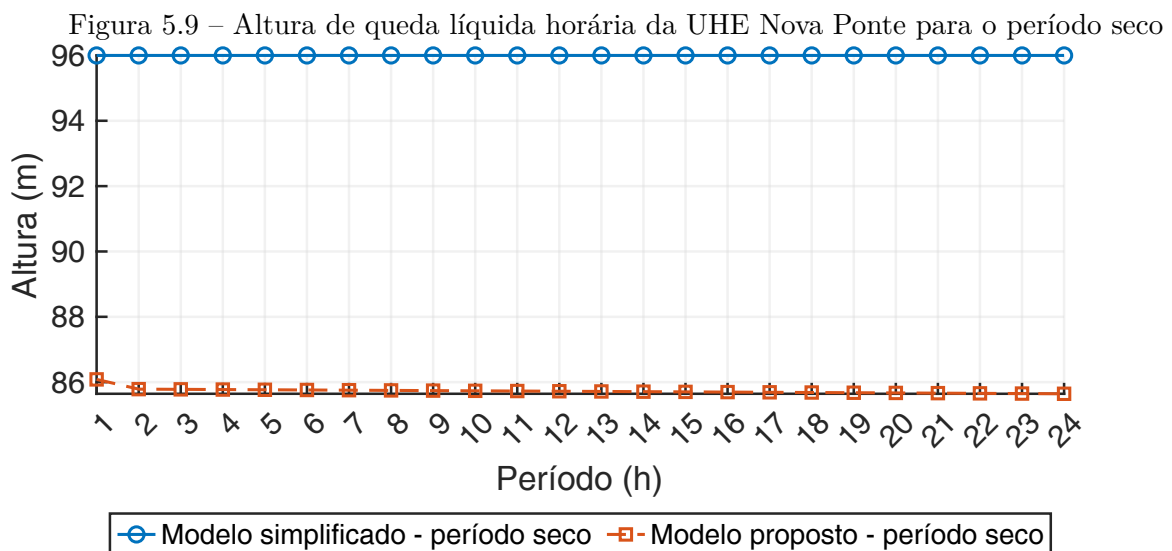
5.1.4.4 Altura de Queda e Potência Disponível

A Figura 5.9 apresenta a evolução da altura de queda líquida da UHE Nova Ponte ao longo de todo o horizonte do leilão para o cenário de seca.

Observa-se que o modelo simplificado considera a altura de queda líquida constante, assumindo um valor fixo de 96 metros, correspondente à altura efetiva nominal da usina. Em contrapartida, o modelo proposto, que incorpora a representação variável da altura de queda líquida, demonstra que a altura real de operação da usina, na condição de seca, é significativamente inferior à altura efetiva adotada pelo modelo simplificado.

Verifica-se que a altura de queda líquida não ultrapassa aproximadamente 86 metros durante o horizonte operativo, representando uma superestimação da ordem de 11% pelo modelo simplificado, impactando diretamente a capacidade real de geração das unidades hidrelétricas.

Esse comportamento decorre da redução da altura de montante causada pelos baixos níveis de armazenamento do reservatório durante o período seco, impedindo que a usina opere próxima à sua altura efetiva nominal.

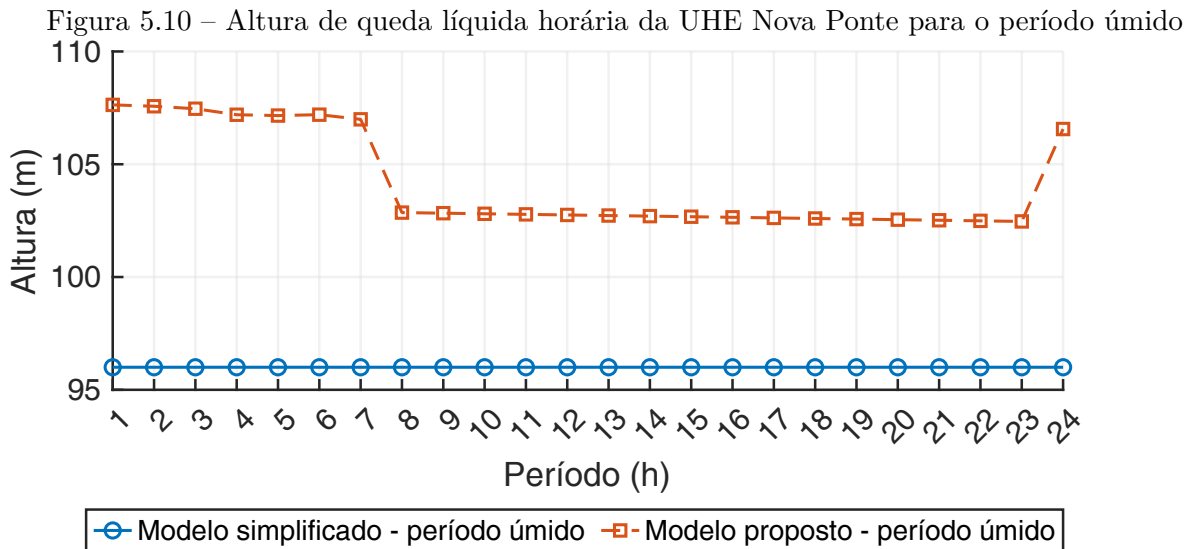


Já para o cenário de cheia, ilustrado na Figura 5.10, a usina em análise opera, ao longo de todo o horizonte do leilão, com valores de altura de queda líquida superiores à altura efetiva nominal adotada pelo modelo simplificado. Esse comportamento evidencia a importância da representação variável da altura de queda líquida na modelagem do sistema hidrotérmico.

Conforme mostrado na Figura 3.7a, nessa condição operativa, o sistema é capaz de produzir a mesma quantidade de energia elétrica utilizando menores vazões turbinadas,

resultando em uma utilização mais eficiente dos recursos hídricos do sistema.

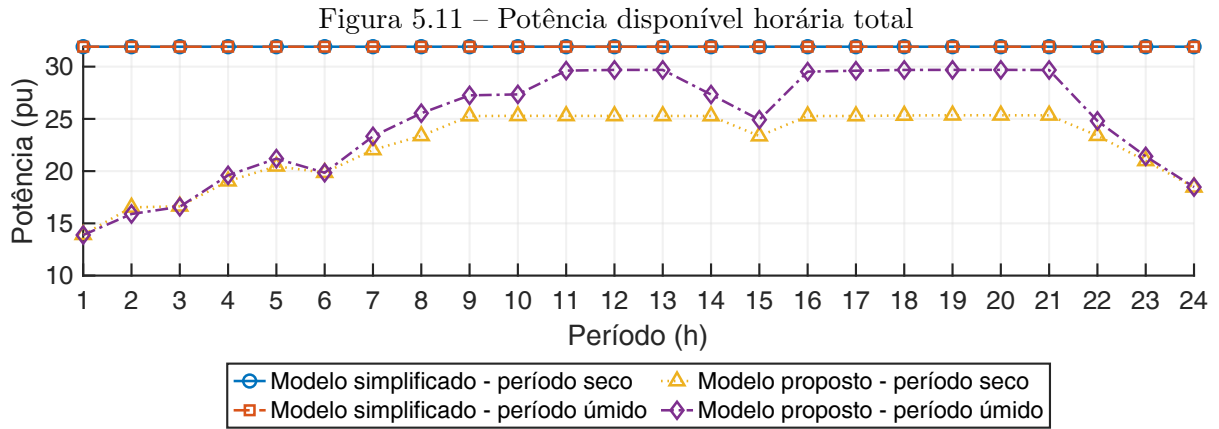
Verifica-se que a altura de queda líquida pode atingir valores de até 107 metros, representando um ganho da ordem de 10% em relação à altura efetiva considerada pelo modelo simplificado.



A Figura 5.11 apresenta a evolução da potência disponível do sistema ao longo do horizonte operativo. Observa-se que o modelo simplificado, em virtude da adoção de alturas efetivas constantes para todos os reservatórios, considera que toda a potência nominal das unidades geradoras está integralmente disponível durante toda a operação, resultando em um valor total de capacidade praticamente constante.

Em contrapartida, o modelo proposto, devido ao maior detalhamento das restrições hidráulicas e à inclusão da representação variável das alturas de queda líquida, apresenta reduções significativas na capacidade real de geração do sistema. Verifica-se que a potência disponível pode assumir valores até 50% inferiores às potências nominais das unidades geradoras.

Esse comportamento evidencia que a adoção de valores constantes de altura de queda líquida pode conduzir a resultados operativos inviáveis e à superestimação da capacidade real de geração do sistema.



5.1.5 Estudo de Caso 2

Este estudo de caso tem como objetivo avaliar o impacto das restrições propostas neste trabalho em um sistema hidrotérmico, no qual as restrições associadas aos limites operativos das linhas de transmissão são artificialmente modificadas, de modo a simular uma situação de congestionamento na transmissão. Para isso, adota-se o limite de 150 MVA para o ramo 15–16 do sistema de transmissão, representando uma redução artificial de aproximadamente 70% na capacidade de transmissão dessa linha.

O impacto das restrições propostas sob a condição operativa descrita é avaliado por meio da comparação entre as seguintes situações operativas:

- **Situação 1:** O modelo proposto completo, dado em (4.25) é resolvido para a situação de seca;
- **Situação 2:** O modelo proposto completo, dado em (4.25) é resolvido para a situação de cheia;
- **Situação 1a:** O modelo simplificado, dado em (4.29) é resolvido para a situação de seca;
- **Situação 2a:** O modelo simplificado, dado em (4.29) é resolvido para a situação de cheia.

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos para os modelos proposto e simplificado, considerando-se os cenários hidrológicos de seca e cheia anteriormente definidos. A análise é realizada de forma comparativa, buscando evidenciar os impactos das restrições propostas sobre o comportamento operativo do sistema hidrotérmico ao longo do horizonte do leilão, sob a condição de congestionamento no ramo 15–16 do sistema de transmissão.

Inicialmente, são analisadas variáveis associadas ao comportamento global do sistema, incluindo o despacho hidrotérmico, o atendimento da demanda, os preços médios

horários de energia da barra 15, diretamente afetada pela condição operativa de congestionamento da linha de transmissão, o custo total de operação dos modelos e a potência disponível total do sistema. Em seguida, são avaliadas variáveis hidráulicas associadas à operação das usinas em cascata, tais como os volumes totais armazenados nos reservatórios e a altura de queda líquida da UHE Nova Ponte, para a qual os efeitos associados às restrições de altura de queda mostram-se mais significativos.

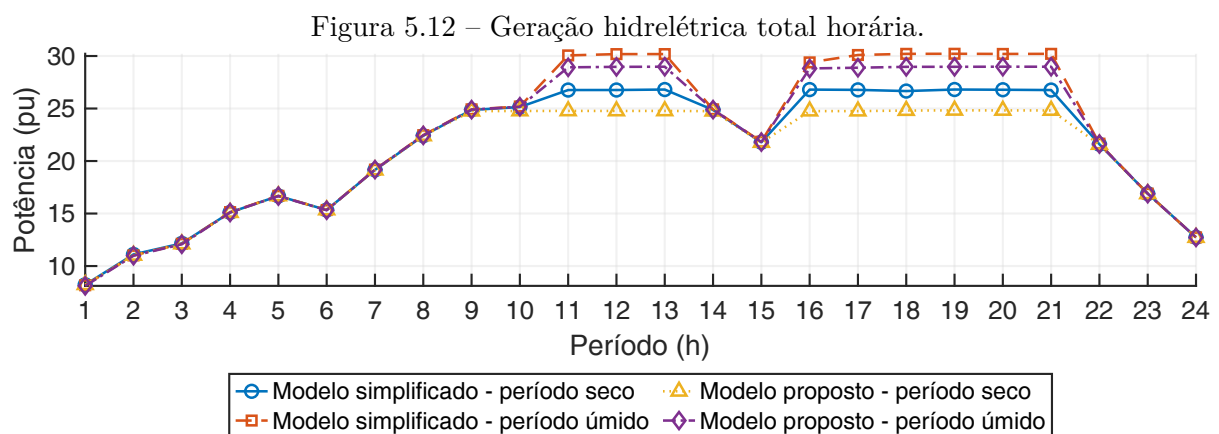
A análise conjunta dessas variáveis permite avaliar não apenas os impactos energéticos e econômicos associados às restrições propostas e às condições de congestionamento da rede, mas também seus efeitos sobre a representação hidráulica do sistema, especialmente no que se refere aos acoplamentos entre reservatórios, às limitações operativas das usinas e à disponibilidade energética ao longo do horizonte estudado.

5.1.5.1 Despacho Hidrotérmico e Demanda

A Figura 5.12 ilustra a evolução horária dos despachos determinados por ambos os modelos para as unidades de geração hidráulicas. Observa-se que, tanto para o período seco quanto para o período úmido, o modelo simplificado superestima a capacidade de geração hidrelétrica, principalmente nos horários de maior carregamento do sistema, assim como na situação sem linhas de transmissão congestionadas.

Esse comportamento decorre da simplificação adotada na representação hidráulica do sistema, fazendo com que o modelo determine níveis de geração incompatíveis com a capacidade operativa real das usinas e do sistema em transportar a energia gerada. Como consequência, torna-se necessária a realização de ajustes intradiários na operação, de forma a corrigir os montantes efetivamente gerados e garantir o atendimento adequado da demanda do sistema.

Verifica-se que as maiores divergências ocorrem durante os períodos de ponta, nos quais o modelo simplificado apresenta valores de geração até 8,3% superiores aos obtidos pelo modelo proposto, para o período seco, e de até 4,3% para o período úmido.



Fonte: Elaborado pelo autor.

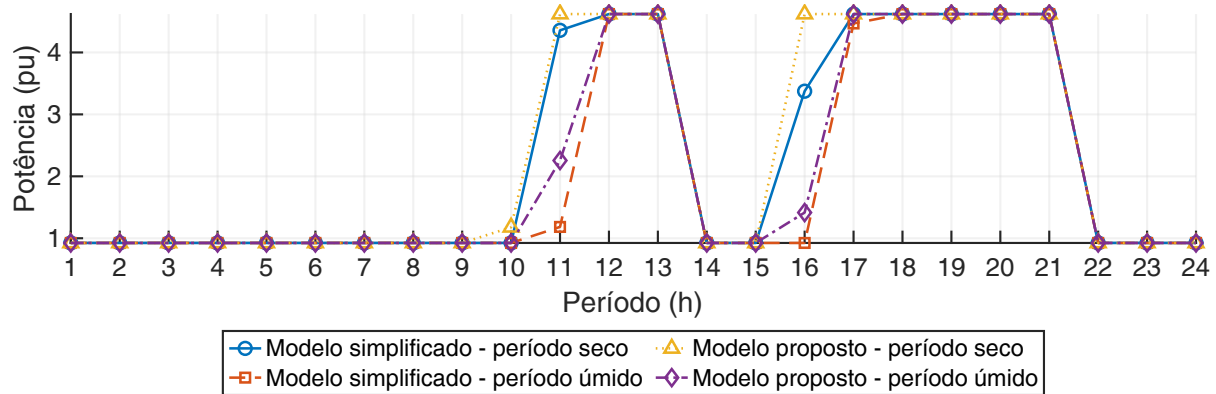
A Figura 5.13 apresenta a evolução horária da geração termelétrica total do

sistema. Em oposição ao comportamento observado para a geração hidrelétrica, o modelo simplificado, para ambos os períodos analisados, subestima a necessidade de utilização das fontes termelétricas de energia, apresentando mesmo comportamento ao comparado com o modelo sem congestionamento artificial das linhas de transmissão.

A simplificação das restrições continua impactando a operação do sistema, pois ao subestimar a necessidade de geração térmica, em oposição a superestimação da capacidade hidráulica de geração, o modelo simplificado atende uma demanda infactível sobre as condições apresentadas no sistema teste.

Durante os horários de ponta do sistema, o modelo simplificado pode determinar, para o período seco, valores de geração termelétrica até 27% inferiores aos obtidos pelo modelo proposto. Já para o período úmido, essa diferença pode atingir até 47%.

Figura 5.13 – Geração termelétrica total horária.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As Tabelas 5.9 e 5.10 apresentam os resultados obtidos de geração total hidráulica e geração total térmica, respectivamente, para todos os cenários analisados. O Caso 1 corresponde às simulações realizadas sem a condição operativa de congestionamento das linhas de transmissão, enquanto o Caso 2 representa as simulações considerando o sistema operando sob condição de congestionamento, conforme descrito anteriormente.

Para ambos os casos, são apresentados os resultados obtidos com os modelos simplificado e proposto. Observa-se que os valores obtidos foram semelhantes para os cenários analisados, indicando que o congestionamento no ramo 15–16 levou o sistema a redistribuir a geração para outros centros de carga e unidades geradoras, garantindo, dessa forma, o atendimento da demanda do sistema.

Também podem ser analisadas as decisões de despacho de cada modelo, evidenciando que o modelo simplificado determina maiores níveis de geração hidrelétrica e menores níveis de geração termelétrica. Esse comportamento decorre das simplificações adotadas na representação das restrições operativas hidráulicas, previamente discutidas ao longo desta seção.

Tabela 5.9 – Geração hidráulica total, em pu, para os casos analisados

	Modelo Simplificado		Modelo Proposto	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
Período seco	509,03	508,97	490,18	490,20
Período úmido	538,90	538,97	528,00	528,35

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 5.10 – Geração térmica total, em pu, para os casos analisados

	Modelo Simplificado		Modelo Proposto	
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
Período seco	53,93	53,93	55,69	55,69
Período úmido	48,18	48,15	50,03	49,87

Fonte: Elaborado pelo autor.

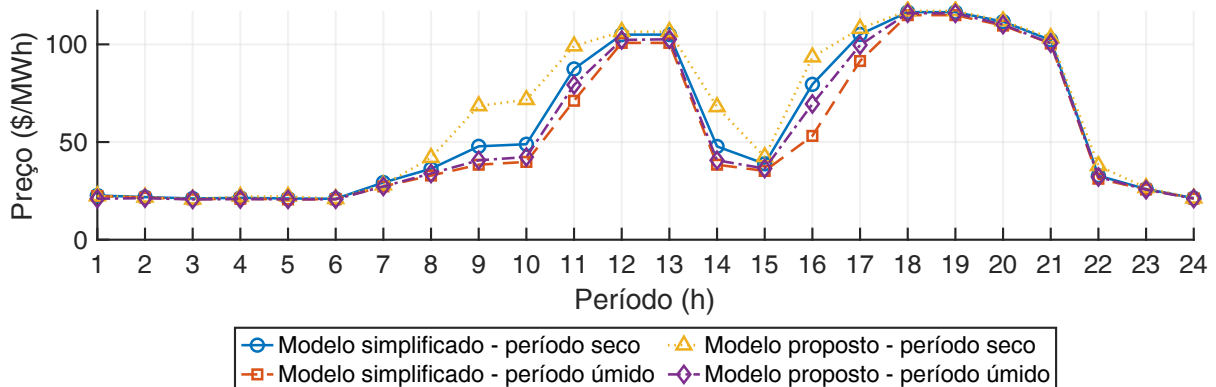
5.1.5.2 Preços Médios Horários e Custos Totais

A Figura 5.14 apresenta a evolução horária dos preços médios nodais da barra 15 do sistema, na qual foi artificialmente aplicada a condição de congestionamento. Observa-se que o perfil temporal dos preços é semelhante ao obtido na Seção 5.1.4.2, em virtude da manutenção do mesmo perfil horário de demanda em todos os cenários analisados.

Entretanto, assim como discutido nas seções anteriores, o modelo proposto determina preços superiores aos obtidos pelo modelo simplificado. Verifica-se que, para a barra 15 congestionada, os preços podem apresentar valores até 32% maiores no período seco e até 23,5% maiores no período úmido, em relação aos resultados obtidos com o modelo simplificado.

Com a inclusão das restrições associadas ao sistema de transmissão, os modelos tornam-se mais sensíveis às condições de congestionamento da rede, refletindo diretamente na formação dos preços horários de energia.

Figura 5.14 – Preços horários médios da barra 15.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 5.11 apresenta os custos totais do sistema para a condição de congestionamento. Observa-se que o modelo simplificado apresenta custos aproximadamente 3% e 2% superiores aos obtidos pelo modelo proposto para os cenários de seca e cheia, respectivamente.

Esse comportamento decorre do fato de o modelo simplificado atender maiores quantidades de demanda, resultando em maiores níveis de geração e, conseqüentemente, em custos totais de operação superiores aos determinados pelo modelo proposto.

Tabela 5.11 – Custo total do sistema (\$).

	Modelo Simplificado	Modelo Proposto
Período seco	39.392,79	38.061,71
Período úmido	41.432,34	40.788,60

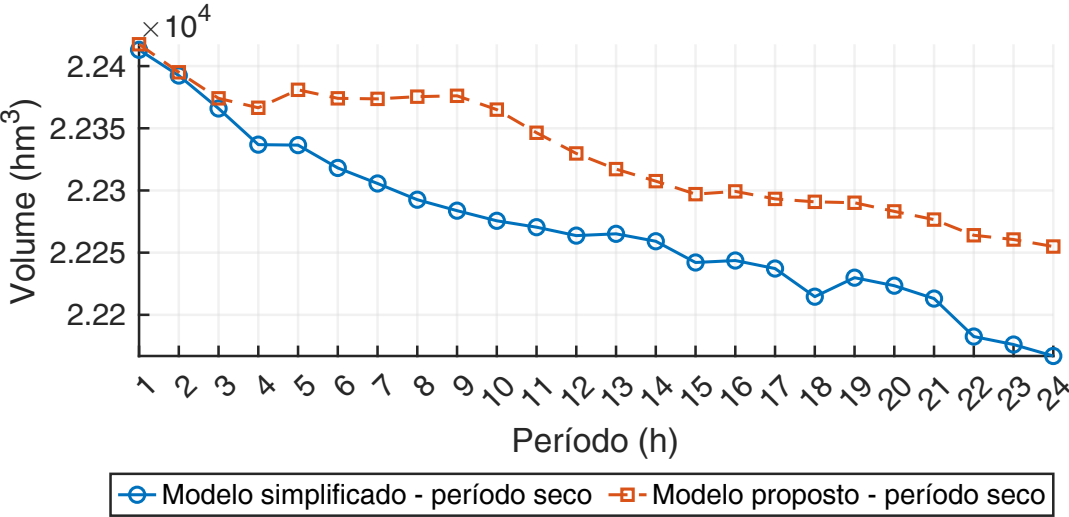
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.5.3 Volume Total dos Reservatórios

A Figura 5.15 apresenta a evolução horária do volume total armazenado no sistema para o período seco. Observa-se que o modelo proposto, ao representar com maior detalhamento a operação hidráulica da cascata, encerra o horizonte operativo com volumes armazenados superiores aos obtidos pelo modelo simplificado.

O congestionamento no ramo 15–16 provoca a redistribuição da geração para outras unidades geradoras do sistema, reduzindo a capacidade de despacho das usinas conectadas à barra congestionada. Como consequência, a utilização dos recursos hídricos associados a essas unidades é reduzida, permitindo a manutenção de maiores volumes de água armazenados nos reservatórios correspondentes.

Figura 5.15 – Volume total do sistema horário para o período seco.

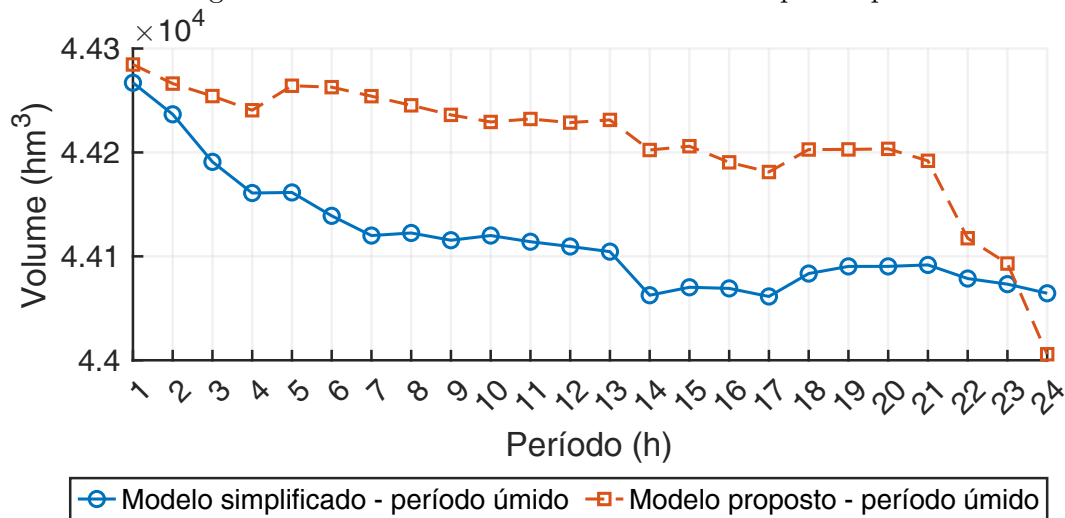


Fonte: Elaborado pelo autor.

Já para o período úmido, conforme ilustrado na Figura 5.16, o modelo proposto tende a utilizar uma menor quantidade de recursos hídricos ao longo do horizonte operativo, principalmente durante os períodos de maior carregamento do sistema, em decorrência do congestionamento no ramo 15–16.

Entretanto, ao final do horizonte de operação, quando o sistema opera sob menores níveis de carga e os efeitos do congestionamento tornam-se menos significativos, observa-se um aumento da utilização dos recursos hídricos para o atendimento da demanda.

Figura 5.16 – Volume total do sistema horário para o período úmido.



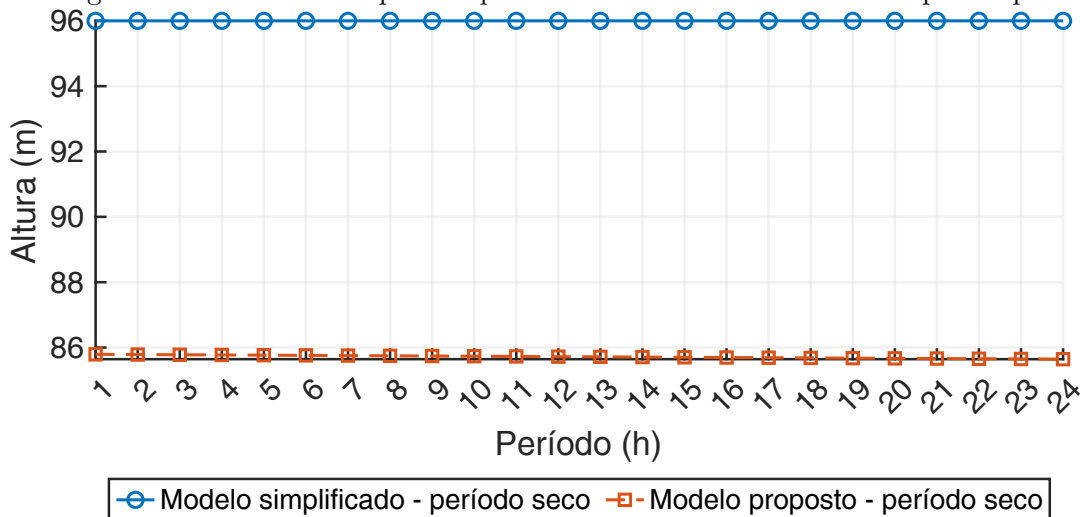
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.1.5.4 Altura de Queda e Potência Disponível

As Figuras 5.17 e 5.18 apresentam a evolução da altura de queda líquida da UHE Nova Ponte para os cenários de seca e cheia, respectivamente, considerando-se os casos com congestionamento no sistema de transmissão.

Para o cenário de seca, o comportamento da altura de queda líquida mostrou-se semelhante ao apresentado e discutido na Seção 5.1.4.4, na qual a usina opera ao longo de todo o horizonte operativo com valores inferiores à altura efetiva constante adotada pelo modelo simplificado.

Figura 5.17 – Altura de queda líquida horária da UHE Nova Ponte para o período seco

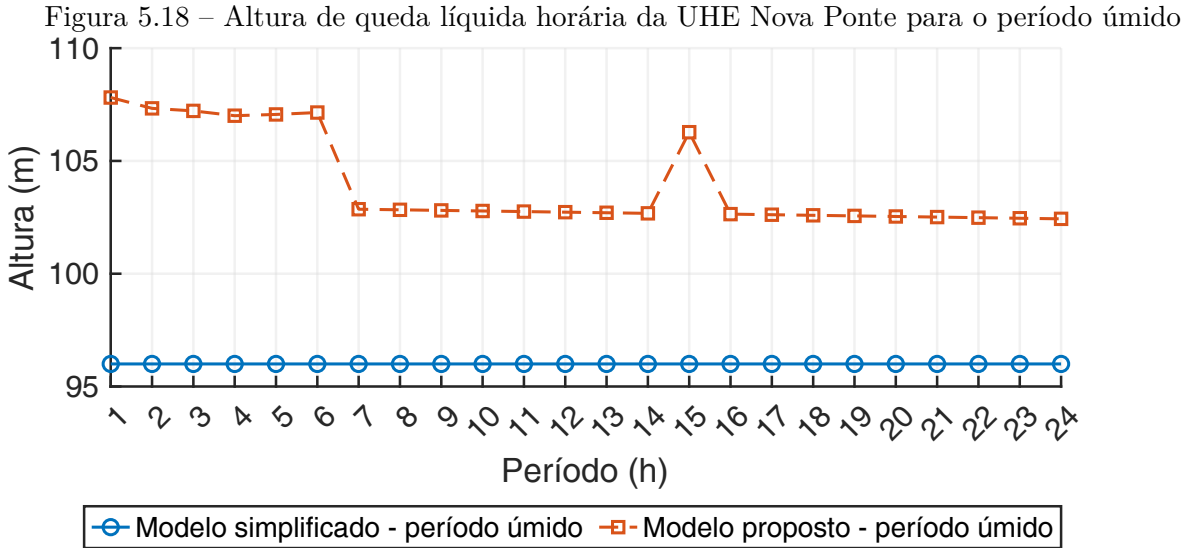


Fonte: Elaborado pelo autor.

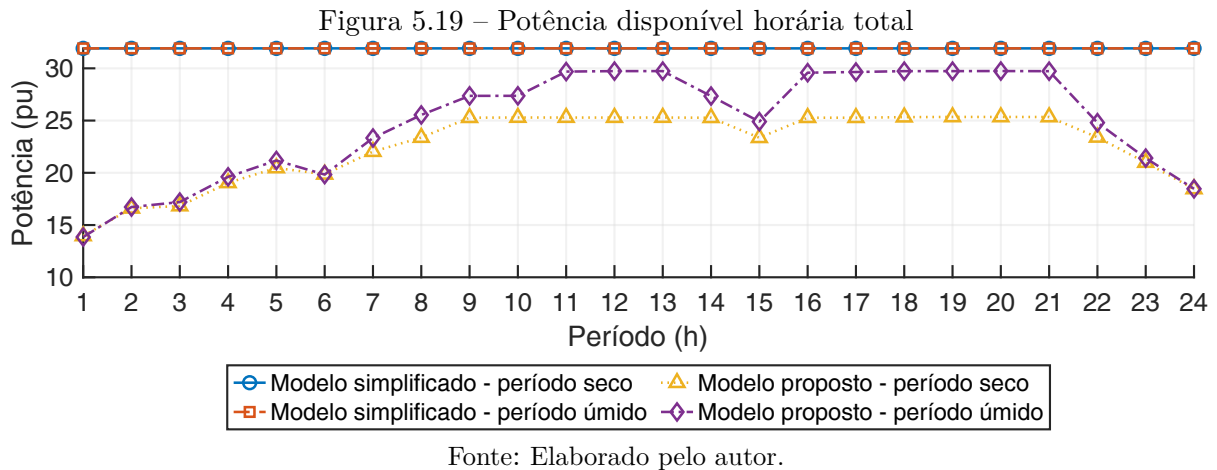
Já para o período de cheia, no qual a usina opera com valores de altura de queda líquida superiores à altura efetiva adotada pelo modelo simplificado, observa-se uma variação mais significativa da altura em torno do período correspondente às 15 h.

Devido à localização da UHE Nova Ponte em uma região impactada pelo congestionamento das linhas de transmissão, a redistribuição da geração para outras unidades do sistema afeta

diretamente sua operação hidráulica e, conseqüentemente, os níveis dos reservatórios associados. Esse comportamento ocorre em função da necessidade de redistribuição do despacho de geração para garantir o atendimento integral dos blocos de demanda aceitos pelo sistema.



A Figura 5.19 apresenta as curvas de potência disponível do sistema ao longo do horizonte operativo, apresentando comportamento semelhante ao discutido na Seção 5.1.4.4.



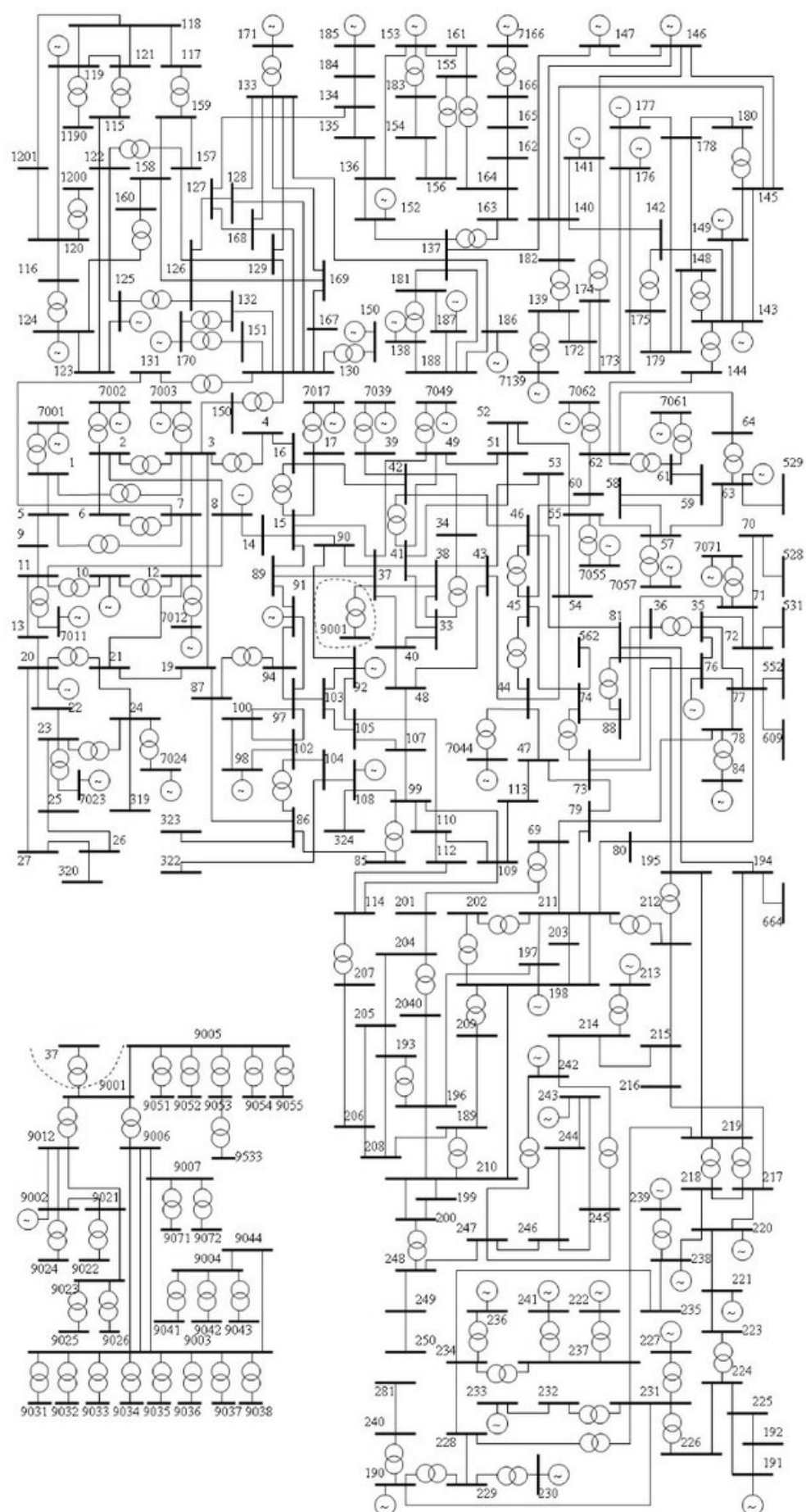
5.2 Sistema 300 barras

Nesta seção, serão analisados os resultados obtidos pelo modelo proposto neste trabalho, definido em (4.25), para o sistema de 300 barras adaptado do IEEE, cujos dados e características são apresentados na Seção 5.2.1, considerando-se os cenários hidrológicos de seca e cheia. A condição de seca é definida na Seção 5.2.2, enquanto a condição de cheia é apresentada na Seção 5.2.3.

5.2.1 Dados do Sistema Teste

O sistema estudado nesta seção consiste em uma adaptação do sistema teste IEEE de 300 barras, desenvolvido pela IEEE *Test Systems Task Force* sob coordenação de Mike Adibi em 1993, e ilustrado na Figura 5.20. Nessa adaptação, a maior parte das unidades termelétricas originais foi substituída por unidades hidrelétricas com potências nominais compatíveis, com base nas informações disponibilizadas pelo *software* HydroData (CICOGNA, 2008).

Figura 5.20 – Sistema 300 barras teste.



A Tabela 5.12 apresenta o conjunto de unidades geradoras consideradas no sistema teste. A primeira coluna indica a ordem de identificação da usina no modelo proposto. Em seguida, são apresentados o nome da usina geradora e seu respectivo tipo de geração (hidrelétrica ou termelétrica). Por fim, a última coluna apresenta a quantidade e a identificação das unidades geradoras associadas a cada usina.

Tabela 5.12 – Caracterização das usinas do sistema em estudo.

Ordem	Usina	Tipo	Unidades geradoras
1	Colíder	Hidrelétrica	1–3
2	Teles Pires	Hidrelétrica	4–8
3	São Manoel	Hidrelétrica	9–11
4	Pimental	Hidrelétrica	12–17
5	Serra da Mesa	Hidrelétrica	18–20
6	Cana Brava	Hidrelétrica	21–23
7	São Salvador	Hidrelétrica	24–25
8	Peixe Angical	Hidrelétrica	26–28
9	Lajeado	Hidrelétrica	29–33
10	Três Marias	Hidrelétrica	34–39
11	Queimado	Hidrelétrica	40–42
12	Sobradinho	Hidrelétrica	43–45
13	Itaparica	Hidrelétrica	46–48
14	Moxotó	Hidrelétrica	49–52
15	Paulo Afonso 123	Hidrelétrica	53–65
16	Corumbá IV	Hidrelétrica	66–67
17	Corumbá III	Hidrelétrica	68–69
18	Corumbá I	Hidrelétrica	70–72
19	Nova Ponte	Hidrelétrica	73–75
20	Miranda	Hidrelétrica	76–78
21	Capim Branco I	Hidrelétrica	79–81
22	Capim Branco II	Hidrelétrica	82–84
23	Batalha	Hidrelétrica	85–86
24	Serra do Facão	Hidrelétrica	87–88
25	Emborcação	Hidrelétrica	89–90
26	Itumbiara	Hidrelétrica	91–94
27	Cachoeira Dourada	Hidrelétrica	95–104
28	Caconde	Hidrelétrica	105–106
29	Limoeiro	Hidrelétrica	107–108
30	Euclides da Cunha	Hidrelétrica	109–112
31	Fumil Grande	Hidrelétrica	113–115
32	Furnas	Hidrelétrica	116–120
33	M. de Moraes	Hidrelétrica	121–130

Continua na próxima página

Ordem	Usina	Tipo	Unidades geradoras
34	L. C. Barreto	Hidrelétrica	131–134
35	Jaguara	Hidrelétrica	135–138
36	Igarapava	Hidrelétrica	139–143
37	Volta Grande	Hidrelétrica	144–147
38	Porto Colômbia	Hidrelétrica	148–151
39	Chavantes	Hidrelétrica	152–155
40	Ourinhos	Hidrelétrica	156–158
41	L. N. Garcez (Salto Grande)	Hidrelétrica	159–162
42	Canoas II	Hidrelétrica	163–165
43	Canoas I	Hidrelétrica	166–168
44	Capivara	Hidrelétrica	169–172
45	Taquaruçu	Hidrelétrica	173–177
46	Rosana	Hidrelétrica	178–181
47	Barra Bonita	Hidrelétrica	182–185
48	Bariri	Hidrelétrica	186–188
49	Ibitinga	Hidrelétrica	189–191
50	Promissão	Hidrelétrica	192–194
51	Nova Avanhandava	Hidrelétrica	195–197
52	Jupia	Hidrelétrica	198–209
53	Ilha Solteira	Hidrelétrica	210–224
54	Térmica 1	Termelétrica	225
55	Térmica 2	Termelétrica	226
56	Térmica 3	Termelétrica	227
57	Térmica 4	Termelétrica	228
58	Térmica 5	Termelétrica	229
59	Térmica 6	Termelétrica	230
60	Térmica 7	Termelétrica	231
61	Térmica 8	Termelétrica	232
62	Térmica 9	Termelétrica	233
63	Térmica 10	Termelétrica	234
64	Térmica 11	Termelétrica	235
65	Térmica 12	Termelétrica	236
66	Térmica 13	Termelétrica	237
67	Térmica 14	Termelétrica	238
68	Térmica 15	Termelétrica	239
69	Térmica 16	Termelétrica	240
70	Térmica 17	Termelétrica	241
71	Térmica 18	Termelétrica	242
72	Térmica 19	Termelétrica	243

Continua na próxima página

Ordem	Usina	Tipo	Unidades geradoras
73	Térmica 20	Termelétrica	244
74	Térmica 21	Termelétrica	245
75	Térmica 22	Termelétrica	246
76	Térmica 23	Termelétrica	247
77	Térmica 24	Termelétrica	248

Fonte: Elaborado pelo autor.

Este sistema conta com 187 consumidores distribuídos e conectados às barras do sistema. Todos os dados referentes às barras de conexão dos consumidores e das unidades geradoras, bem como os dados das linhas de transmissão, os perfis de demanda, as informações das unidades termelétricas, os lances de compra dos consumidores, os lances de venda das unidades geradoras, as linearizações e os demais dados de entrada do problema são apresentados em (BETTIN; FORTI; NEPOMUCENO, 2026).

Os dados pré-processados do sistema teste, bem como a definição dos lances e as linearizações, foram realizados no *software Matlab* (The MathWorks, Inc., 2024). As simulações e a obtenção dos resultados foram executadas no IBM ILOG CPLEX (IBM, 2013), utilizando a linguagem OPL (*Optimization Programming Language*). Todos os experimentos foram realizados em um processador Intel(R) Core(TM) i7-1255U (1,70 GHz), com 12 GB de memória RAM, no sistema operacional Windows 11 Home (64 bits).

5.2.2 Situação de Seca

A situação de seca, ou período seco, é simulado quando todas as usinas hidrelétricas iniciam sua operação com os volumes iniciais (V_0) dos reservatórios baixos e as vazões afluentes (ψ) diárias baixas, oriundas das características da bacia hidrográfica e chuvas, os dados são apresentadas na Tabela 5.13. Para os dados de vazão afluente (ψ) do período de seca, foi escolhida a data de 01/08/2022.

Tabela 5.13 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o sistema IEEE 300 barras adaptado.

Reservatório	V_0 (hm ³)	ψ (m ³ /s)
Colíder	1.446,88	37
Teles Pires	904,49	176
São Manoel	502,23	3
Pimental	2.227,74	0
Serra da Mesa	20.310,00	0
Cana Brava	2.013,93	16
São Salvador	912,16	17
Peixe Angical	2.469,66	124
Lajeado	4.845,29	0

Continua na próxima página

Reservatório	V₀ (hm³)	ψ (m³/s)
Três Marias	7.517,64	145
Queimado	216,47	11
Sobradinho	15.375,30	695
Itaparica	8.681,76	706
Moxotó	1.162,50	714
Paulo Afonso 123	23,90	714
Corumbá IV	3.438,74	0
Corumbá III	870,21	0
Corumbá I	1.150,36	60
Nova Ponte	8.778,50	0
Miranda	1.270,70	3
Capim Branco I	249,35	1
Capim Branco II	893,61	1
Batalha	1.172,53	24
Serra do Facão	3.495,19	38
Emborcação	11.283,47	112
Itumbiara	11.599,00	67
Cachoeira Dourada	417,47	22
Caconde	343,29	17
Limoeiro	20,63	28
Euclides da Cunha	13,56	27
Furnas	15.307,00	258
M. de Moraes	2.897,00	281
L. C. Barreto	1.435,25	5
Jaguara	405,00	3
Igarapava	240,22	6
Volta Grande	2.165,53	14
Porto Colômbia	1.466,97	44
Chavantes	7.581,76	61
Ourinhos	20,51	2
L. N. Garcez (Salto Grande)	39,30	55
Canoas II	138,29	4
Canoas I	197,85	9
Capivara	8.279,09	450
Taquaruçu	646,44	38
Rosana	1.719,40	91
Barra Bonita	2.095,18	108
Bariri	532,14	29
Ibitinga	1.012,36	55
Promissão	6.695,08	30

Continua na próxima página

Reservatório	V_0 (hm³)	ψ (m³/s)
Nova Avanhandava	2.592,00	11
Jupiá	2.985,63	255
Ilha Solteira	15.248,40	207

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.3 Situação de Cheia

A situação de cheia, ou período úmido, é simulado quando todas as usinas hidrelétricas iniciam sua operação com os volumes iniciais (V_0) dos reservatórios altos e as vazões afluentes (ψ) diárias elevadas, oriundas das características da bacia hidrográfica e chuvas, os dados são apresentadas na Tabela 5.14. Para os dados de vazão afluente (ψ) do período de seca, foi escolhida a data de 01/01/2022.

Tabela 5.14 – Volumes iniciais e vazões afluentes diárias dos reservatórios para o sistema IEEE 300 barras adaptado.

Reservatório	V_0 (hm³)	ψ (m³/s)
Colíder	1.514,80	149
Teles Pires	954,03	3.172
São Manoel	544,10	36
Pimental	2.430,99	0
Serra da Mesa	52.370,00	0
Cana Brava	2.391,21	569
São Salvador	979,64	577
Peixe Angical	3.330,40	4.319
Lajeado	5.314,92	0
Três Marias	18.954,39	3.109
Queimado	472,39	51
Sobradinho	35.229,90	6.459
Itaparica	11.579,28	6.510
Moxotó	1.351,50	6.381
Paulo Afonso 123	28,52	6.381
Corumbá IV	3.751,93	0
Corumbá III	982,35	0
Corumbá I	1.557,64	426
Nova Ponte	12.598,40	0
Miranda	1.448,48	18
Capim Branco I	262,00	1
Capim Branco II	914,00	4
Batalha	1.618,01	217
Serra do Facão	4.557,25	353

Continua na próxima página

Reservatório	V_0 (hm³)	ψ (m³/s)
Emborcação	15.252,15	912
Itumbiara	15.814,60	459
Cachoeira Dourada	486,87	85
Caconde	518,81	81
Limoeiro	28,24	132
Euclides da Cunha	16,49	131
Furnas	21.051,40	2.096
M. de Moraes	3.711,20	2.267
L. C. Barreto	1.549,40	39
Jaguara	432,00	15
Igarapava	248,01	45
Volta Grande	2.279,24	107
Porto Colômbia	1.572,43	201
Chavantes	8.678,41	78
Ourinhos	21,61	2
L. N. Garcez (Salto Grande)	53,80	76
Canoas II	147,25	4
Canoas I	208,81	11
Capivara	10.356,45	311
Taquaruçu	711,08	30
Rosana	1.848,22	77
Barra Bonita	3.011,14	393
Bariri	577,00	42
Ibitinga	1.064,78	108
Promissão	7.544,13	18
Nova Avanhandava	2.742,00	10
Jupia	3.307,00	355
Ilha Solteira	19.453,86	364

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.4 Resultados Numéricos

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com o modelo proposto, considerando-se os cenários hidrológicos de seca e cheia anteriormente definidos. A análise é realizada de forma comparativa entre o modelo proposto e o modelo simplificado, buscando evidenciar os impactos das restrições propostas sobre o comportamento operativo do sistema hidrotérmico ao longo do horizonte do leilão.

Inicialmente, são analisadas variáveis associadas ao comportamento global do sistema, incluindo o despacho hidrotérmico, o atendimento da demanda, os preços médios horários de energia, o custo total de operação do sistema e a potência disponível total do sistema para ambas

as situações operativas. Em seguida, são avaliadas variáveis hidráulicas associadas à operação das usinas em cascata, tais como os volumes totais armazenados nos reservatórios e a altura de queda líquida da UHE Serra da Mesa, para a qual os efeitos associados às restrições de altura de queda mostram-se mais significativos.

A análise conjunta dessas variáveis permite avaliar o comportamento operativo de um sistema de grande porte sob as restrições propostas, evidenciando os impactos energéticos e econômicos associados, bem como os efeitos sobre a representação hidráulica do sistema, especialmente no que se refere aos acoplamentos entre reservatórios, às limitações operativas das usinas e à disponibilidade energética ao longo do horizonte estudado.

Observou-se que a definição dos lances de venda das unidades geradoras exerce influência direta sobre o comportamento operativo do sistema. Em análises preliminares, verificou-se que a atribuição de lances termelétricos inferiores aos de determinadas unidades hidrelétricas conduzia o modelo a priorizar a geração térmica, mesmo em cenários de elevada disponibilidade hídrica. Após a adequação dos lances, os resultados passaram a apresentar comportamento compatível com a operação esperada para os períodos úmidos. O modelo é sensível aos sinais econômicos e responde corretamente aos lances, priorizando a geração que mais beneficie os consumidores.

Os tempos de processamento e resolução, assim como a quantidade de iterações são dados na Tabela 5.15, para cada cenário analisado.

Tabela 5.15 – Tempo computacional e número de iterações para os modelos analisados.

	Modelo Simplificado		Modelo Proposto	
	Tempo de Resolução	Iterações	Tempo de Resolução	Iterações
Período seco	5min15s	134.648	24min03s	197.422
Período úmido	24min41s	192.303	24min54s	202.679

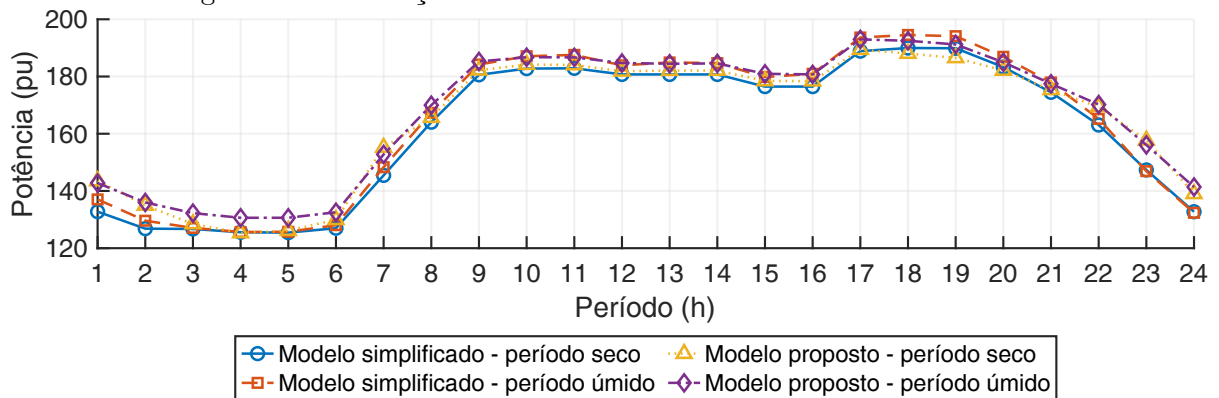
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.4.1 Despacho hidrotérmico e demanda

A Figura 5.21 apresenta os despachos de geração hidrelétrica obtidos pelos modelos simplificado e proposto para os cenários de seca e cheia. Observa-se que, para a condição de seca analisada, o modelo simplificado determina uma geração hidrelétrica total 1,7% inferior à obtida pelo modelo proposto, indicando uma subestimação da capacidade de geração hidrelétrica do sistema nesse cenário.

Para a condição de cheia, observa-se comportamento semelhante, uma vez que o modelo simplificado também determina uma geração hidrelétrica total inferior à obtida pelo modelo proposto. Nesse caso, a diferença observada é de 1,4%, evidenciando novamente a subestimação da capacidade de geração hidrelétrica quando comparada aos resultados do modelo proposto.

Figura 5.21 – Geração hidrelétrica total horária - Sistema 300 barras.

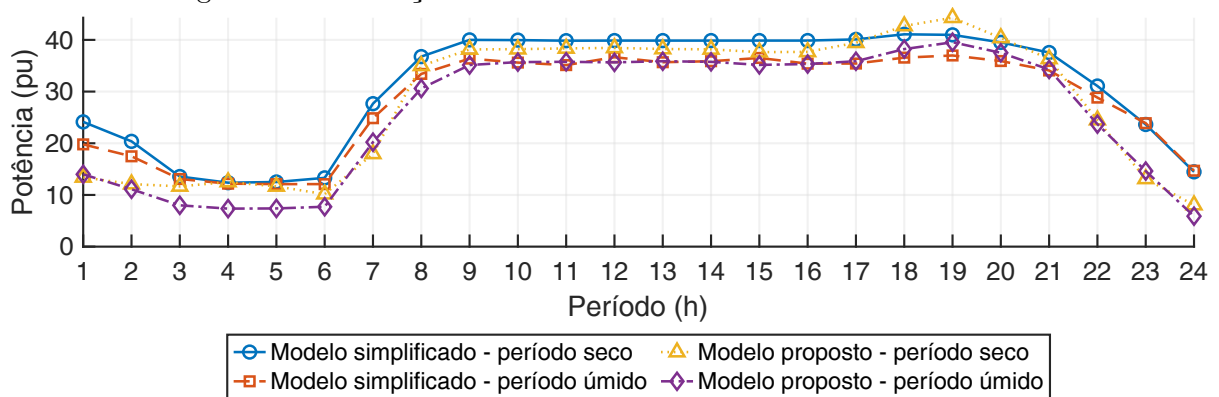


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.22 apresenta a complementação da geração hidrelétrica por meio das unidades termelétricas, com o objetivo de garantir o atendimento integral da demanda do sistema. Observa-se que o modelo simplificado despacha uma quantidade maior de geração termelétrica do que o modelo proposto em ambos os cenários analisados.

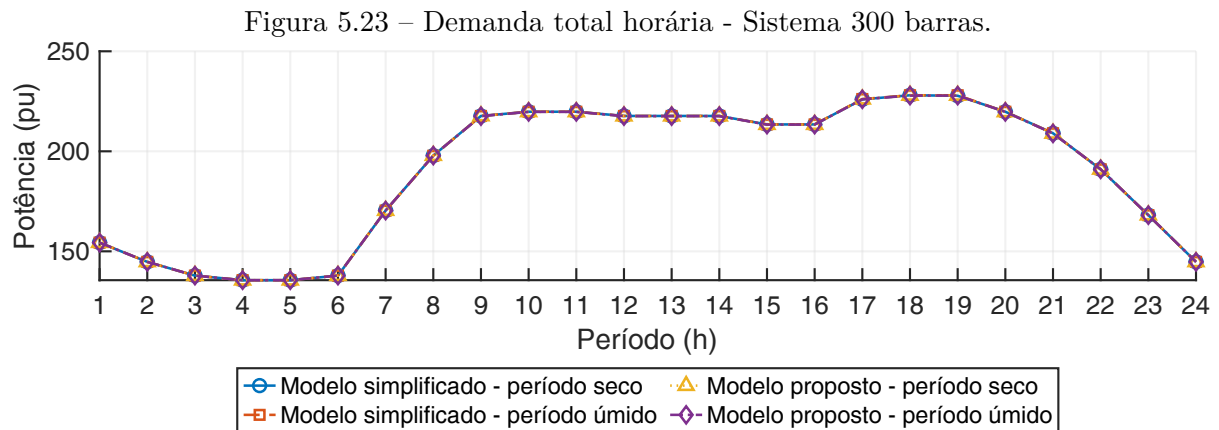
Como consequência da subestimação da capacidade de geração hidrelétrica pelo modelo simplificado, torna-se necessário o acionamento adicional de unidades termelétricas para suprir a demanda. Dessa forma, a geração termelétrica total é aproximadamente 10% superior à obtida pelo modelo proposto no cenário de seca e 9,4% superior no cenário de cheia.

Figura 5.22 – Geração termelétrica total horária - Sistema 300 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 5.23 apresenta a demanda horária atendida para os cenários de seca e cheia. Como o perfil de demanda adotado foi mantido inalterado em ambos os cenários, o modelo determinou o atendimento da mesma carga ao longo de todo o horizonte de operação. Dessa forma, as diferenças observadas nos despachos hidrotérmico, nos preços e nos custos operativos decorrem exclusivamente das distintas condições hidrológicas consideradas em cada cenário.



Em sistemas de maior porte, caracterizados por acoplamentos hidráulicos mais complexos, a interação entre as restrições hidráulicas, a rede de transmissão e o despacho hidrotérmico pode não resultar necessariamente em uma superestimação da capacidade de geração hidrelétrica, como observado na Seção 5.1. Nesses casos, os principais impactos podem estar associados à forma como os recursos energéticos são alocados ao longo do sistema, influenciando o despacho das unidades geradoras e a utilização dos recursos hídricos disponíveis.

A Tabela 5.16 resume os valores totais de geração hidrelétrica, geração termelétrica e demanda atendida, todos dados em pu, obtidos para cada cenário analisado.

Tabela 5.16 – Geração hidrelétrica, geração termelétrica e demanda atendida para os cenários analisados.

Cenário	Geração Hidrelétrica (pu)	Geração Termelétrica (pu)	Demanda Atendida (pu)
Simplificado - seca	3.884,80	748,18	4.565,60
Proposto - seca	3.949,90	678,05	4.565,00
Simplificado - úmido	3.953,40	678,55	4.566,00
Proposto - úmido	4.008,50	620,36	4.564,80

Fonte: Elaborado pelo autor.

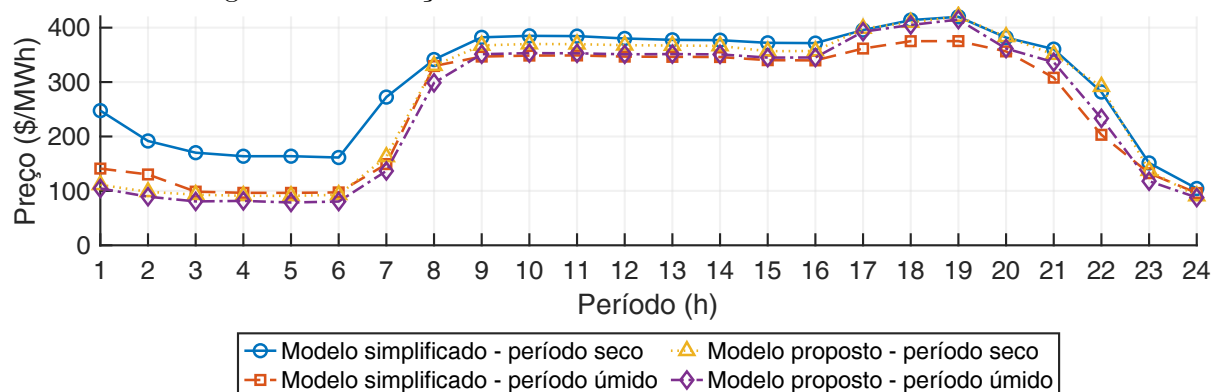
5.2.4.2 Preços Médios Horários e Custos Totais

A Figura 5.24 apresenta a evolução horária dos preços nodais médios obtidos pelos modelos simplificado e proposto para os cenários de seca e cheia, permitindo comparar os impactos das diferentes representações hidráulicas na formação dos preços de energia.

Observa-se que, no cenário de seca, os preços determinados pelo modelo simplificado são superiores aos obtidos pelo modelo proposto, em decorrência da maior participação da geração termelétrica no atendimento da demanda. Esse efeito é mais pronunciado nos períodos iniciais do horizonte de operação, nos quais os preços podem ser até 122% superiores aos observados no modelo proposto. Entretanto, à medida que o sistema evolui operacionalmente, as diferenças entre os preços diminuem gradualmente, atingindo valores próximos de 4% a partir do oitavo período. Esse comportamento indica que os impactos da modelagem hidráulica sobre a formação dos preços são mais significativos nas horas iniciais da operação, tornando-se menos expressivos ao longo do horizonte analisado.

Para o cenário de cheia, os preços apresentam comportamento semelhante ao observado no cenário de seca. Do primeiro ao oitavo período do horizonte de operação, o modelo simplificado determina preços nodais médios de até 45% superiores aos obtidos pelo modelo proposto. Entretanto, ao longo do horizonte operacional, os preços nodais médios do modelo proposto tornam-se mais elevados, especialmente nos períodos de maior carga do sistema. Esse comportamento indica uma maior participação das unidades termelétricas no atendimento da demanda nesses períodos, resultando em preços nodais médios até 9,5% superiores aos observados no modelo simplificado.

Figura 5.24 – Preços nodais médios horários - Sistema 300 barras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A consideração do impacto da vazão turbinada pelas demais unidades na função de produção hidráulica individualizada evidencia o acoplamento hidráulico existente entre as unidades geradoras de uma mesma usina. À medida que a geração hidrelétrica total da usina é elevada, ocorre um aumento da vazão descarregada e, conseqüentemente, da cota de jusante, reduzindo a altura de queda líquida disponível para cada unidade geradora. Como resultado, observa-se uma redução da capacidade individual de geração das unidades, refletindo-se diretamente na formação dos preços de energia e evidenciando a importância da representação desse acoplamento hidráulico no modelo proposto.

Os valores da função objetivo, associados ao bem-estar social do sistema, são apresentados na Tabela 5.17. Observa-se que o modelo proposto apresenta valores de bem-estar social superiores aos obtidos pelo modelo simplificado em ambos os cenários analisados. Esse resultado decorre da maior participação da geração hidrelétrica e da conseqüente redução do despacho termelétrico, permitindo o atendimento da demanda por meio de fontes com menor custo marginal. Como conseqüência, o modelo proposto proporciona condições economicamente mais favoráveis aos consumidores, refletidas no aumento do bem-estar social do sistema.

Tabela 5.17 – Valores da função objetivo (bem-estar social) para os cenários analisados.

Cenário	Bem-estar social (\$)
Simplificado - seca	2.890.253,266
Proposto - seca	2.919.091,983
Simplificado - úmido	2.921.510,652
Proposto - úmido	2.943.163,820

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.4.3 Volume Total dos Reservatórios

As Figuras 5.25 e 5.26 apresentam a evolução horária dos volumes totais armazenados nos reservatórios ao longo do horizonte de operação para os cenários de seca e cheia, respectivamente. No cenário de seca, o modelo proposto encerra o horizonte operativo com um volume total armazenado superior ao obtido pelo modelo simplificado. Esse comportamento decorre da representação mais detalhada do sistema hidráulico, que considera de forma mais precisa os acoplamentos entre reservatórios e os efeitos das restrições hidráulicas sobre a capacidade de geração das usinas.

Para o cenário de cheia, observa-se comportamento distinto, uma vez que o modelo proposto utiliza uma parcela maior dos recursos hídricos disponíveis para o atendimento da demanda. Esse resultado está associado à representação mais detalhada do sistema hidráulico, que altera a forma de alocação dos recursos energéticos ao longo do horizonte de operação e conduz a um despacho hidrotérmico diferente daquele obtido pelo modelo simplificado.

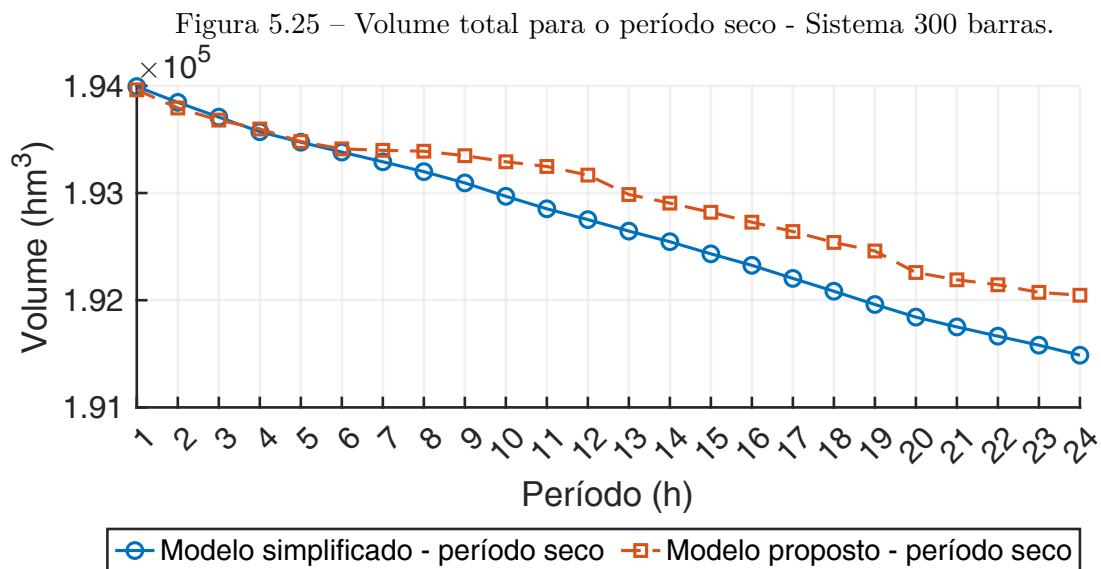
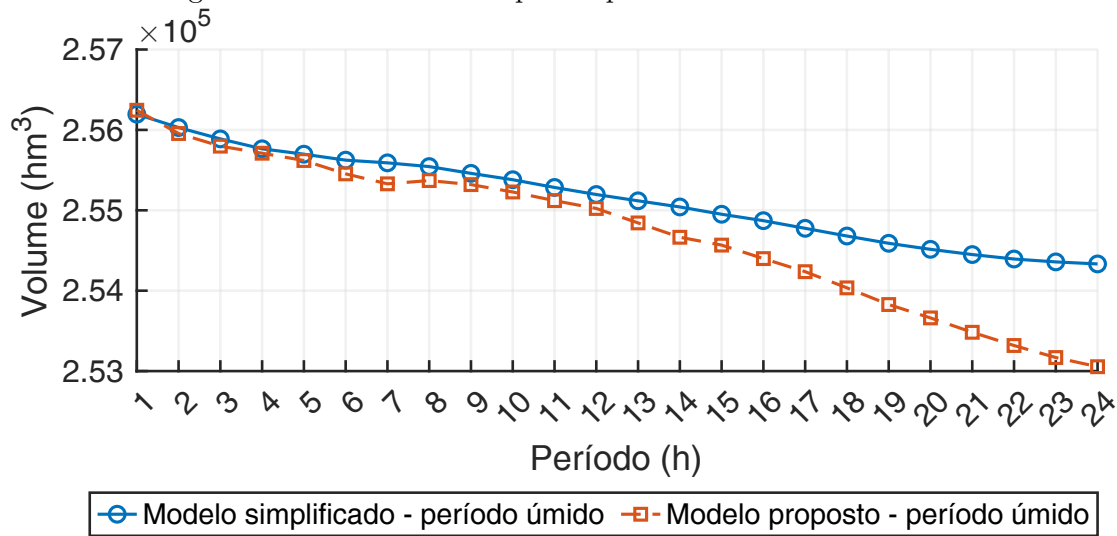


Figura 5.26 – Volume total para o período úmido - Sistema 300 barras.



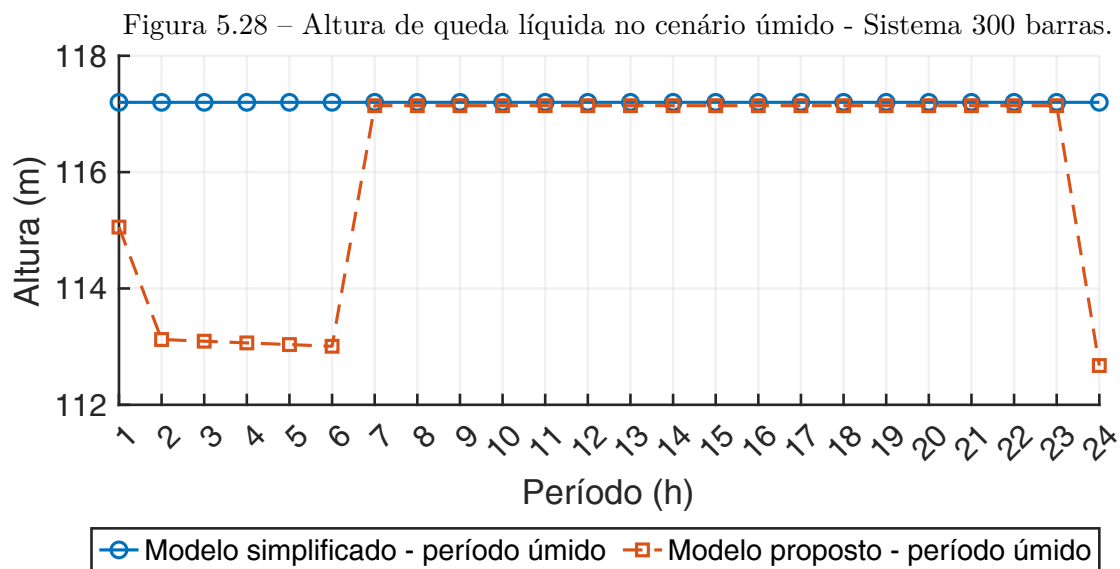
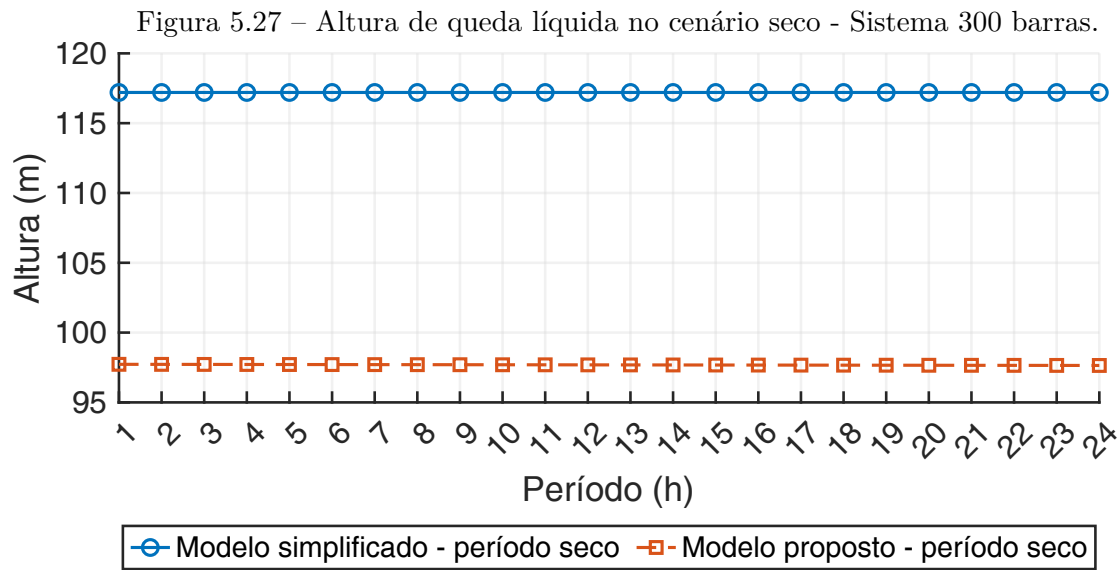
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.4.4 Altura de Queda Líquida e Potência Disponível

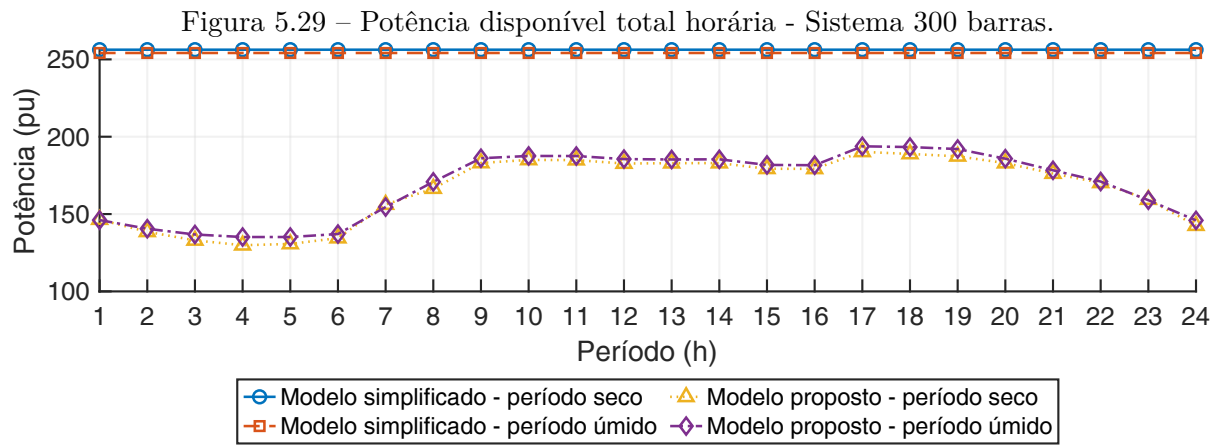
As Figuras 5.27 e 5.28 apresentam a evolução da altura de queda líquida da UHE Serra da Mesa ao longo do horizonte de operação para os cenários de seca e cheia, respectivamente.

As restrições de altura de queda líquida variável incorporadas ao modelo proposto, descritas em (3.28), mostram que a usina pode operar ao longo do horizonte com valores de altura de queda tanto inferiores quanto superiores à altura efetiva adotada nos modelos simplificados. Esses resultados impactam diretamente a capacidade de geração das unidades hidrelétricas, evidenciando que a utilização de valores fixos para a altura de queda líquida pode conduzir a estimativas imprecisas da capacidade de geração. Consequentemente, a geração hidrelétrica disponível pode ser superestimada ou subestimada, comprometendo a representação física do sistema e a qualidade dos resultados obtidos.

No cenário de seca, a altura de queda líquida pode assumir valores até 20% inferiores à altura efetiva adotada pelo modelo simplificado. Já no cenário de cheia, para o caso específico da UHE Serra da Mesa, a altura de queda líquida assume valores inferiores ou iguais à altura efetiva, não ultrapassando o valor adotado pelo modelo simplificado em nenhum período do horizonte de operação. Esse resultado mostra que, mesmo em condições de elevada disponibilidade hídrica, as unidades geradoras podem não operar com a altura de queda efetiva frequentemente assumida em modelos simplificados. Nesse cenário, a altura de queda líquida pode atingir valores até 4% inferiores à altura efetiva considerada pelo modelo simplificado.



A Figura 5.29 apresenta as potências disponíveis totais obtidas pelos modelos simplificado e proposto para os cenários analisados. Observa-se, mais uma vez, que a potência disponível total determinada pelo modelo proposto é inferior à potência efetiva instalada das unidades hidrelétricas considerada no modelo simplificado. Esse resultado evidencia que a inclusão das restrições associadas aos limites operativos dos geradores, definidas em (3.29), (3.30) e (3.31), conduz a uma representação mais realista da capacidade de geração das unidades hidrelétricas, aproximando o despacho obtido das condições efetivas de operação do sistema.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse comportamento demonstra que a potência efetiva instalada não representa, necessariamente, a capacidade de geração efetivamente disponível ao sistema, uma vez que restrições hidráulicas e operativas podem limitar significativamente a potência que pode ser produzida pelas unidades geradoras em cada período de operação.

6 CONCLUSÕES

O Procedimento de Compensação de Mercados (PCM) resolve problemas como o leilão de energia do dia seguinte, mecanismo no qual os consumidores indicam a quantidade que desejam comprar e o preço que estão dispostos a pagar pela energia elétrica, enquanto os geradores informam a quantidade de energia disponível para venda e o preço mínimo que desejam receber por essa energia. Para isso, o PCM depende de modelos matemáticos capazes de realizar o despacho e determinar os preços de equilíbrio, respeitando simultaneamente restrições técnicas e econômicas. Este trabalho trata de um leilão do dia seguinte para um sistema hidrotérmico, coerente com a matriz elétrica brasileira. Assim, é necessário um modelo de PCM que inclua os limites operacionais das unidades geradoras hidrelétricas e termelétricas, a representação do balanço hídrico dos reservatórios e das restrições de cascata, bem como o tratamento das não linearidades da função de produção hidrelétrica por meio de aproximações compatíveis com a formulação do problema. Além disso, o modelo deve incorporar mecanismos de coordenação com o planejamento de médio e longo prazo (por exemplo, metas de volume), de modo a evitar decisões imprecisas de curto prazo que reduzam excessivamente os estoques de água e comprometam a segurança do suprimento.

Este trabalho propõe uma nova abordagem da técnica quadridimensional de linearização da função de produção hidrelétrica proposta por Diniz e Maceira (2008), reformulada para uma representação por unidade geradora, e não mais por usina agregada. O modelo também inclui a representação do atraso de água entre reservatórios na cascata hidráulica, os limites operacionais do par turbina-gerador e o sistema de transmissão, com consideração explícita de fluxos entre barras e perdas elétricas. Adicionalmente, as restrições de *unit commitment* para as unidades termelétricas descritas em (ARROYO; CONEJO, 2002) são incorporadas à formulação do modelo (4.25).

Para o sistema teste de 24 barras, a metodologia utilizada baseia-se na comparação entre o modelo simplificado, definido em (4.29), e o modelo proposto, definido em (4.25), considerando duas análises distintas: operação sem congestionamento nas linhas de transmissão e operação com congestionamento artificial em uma das linhas do sistema. Para cada condição operativa, são avaliados os cenários hidrológicos de período seco e período úmido.

Para o sistema teste de 300 barras, a metodologia empregada baseia-se na comparação entre o modelo proposto, definido em (4.25), com o modelo simplificado, definido em (4.29), considerando os cenários de seca e cheia. O objetivo foi avaliar o comportamento e a resposta dos modelos em um sistema hidrotérmico de grande porte.

No período seco, os reservatórios operam com volumes iniciais reduzidos e menores vazões afluentes, caracterizando uma condição de escassez hídrica. Já no período úmido, os reservatórios operam com volumes iniciais mais elevados e maiores vazões afluentes, representando uma condição de maior disponibilidade hídrica.

Os resultados obtidos para o sistema teste de 24 barras, sem a consideração de situações operativas de congestionamento nas linhas de transmissão, demonstram que o modelo

simplificado, amplamente adotado na literatura, conduz a uma representação excessivamente otimista da operação hidrotérmica do sistema. A simplificação das restrições hidráulicas resulta na superestimação da capacidade de geração hidrelétrica e na subestimação da necessidade de despacho termelétrico para ambos os cenários hidrológicos analisados.

Esse comportamento decorre principalmente da não consideração das variações da altura de queda líquida e da capacidade efetiva de geração das unidades hidrelétricas em função das restrições associadas aos limites operativos do conjunto turbina-gerador. Como consequência, o modelo simplificado determina despachos hidrelétricos incompatíveis com as condições reais de operação, afetando diretamente a formação dos preços nodais de energia.

Os resultados mostraram ainda que os preços obtidos pelo modelo simplificado são artificialmente inferiores aos determinados pelo modelo proposto, produzindo sinais econômicos que não representam adequadamente as condições físicas e operativas do sistema. Além disso, os volumes armazenados nos reservatórios também são impactados, uma vez que a superestimação da capacidade de geração hidrelétrica, associada à não consideração das vazões provenientes das usinas a montante, conduz a uma utilização excessiva dos recursos hídricos, especialmente no cenário de seca. Dessa forma, o modelo simplificado pode levar a interpretações imprecisas sobre a disponibilidade hídrica futura e sobre o montante final de água armazenado nos reservatórios.

Para a situação operativa com congestionamento das linhas de transmissão, ambos os modelos mantiveram comportamento semelhante ao observado anteriormente, porém com impactos mais expressivos sobre a redistribuição dos centros de geração e sobre a elevação dos preços nodais de energia. Nessa condição, os efeitos decorrentes das simplificações hidráulicas tornam-se ainda mais evidentes, uma vez que o modelo simplificado continua apresentando resultados excessivamente otimistas em relação aos preços e à operação hidráulica do sistema.

Os resultados obtidos evidenciam, portanto, que a consideração detalhada das restrições hidráulicas e operativas das unidades hidrelétricas possui impacto direto não apenas sobre o despacho energético, mas também sobre a formação de preços, a utilização dos recursos hídricos e a representação das condições reais de operação do sistema hidrotérmico.

Para o sistema teste de 300 barras, os resultados demonstram que o porte do sistema e suas condições operativas influenciam diretamente nas decisões de despacho, a alocação dos recursos energéticos e os acoplamentos hidráulicos representados pelos modelos analisados.

As análises evidenciaram que a utilização da altura efetiva como valor fixo não garante uma representação conservadora nem otimista da capacidade de geração. Dependendo das condições hidráulicas e dos acoplamentos do sistema, a altura de queda real pode diferir significativamente do valor efetivo, mesmo em cenários de elevada disponibilidade hídrica.

No cenário de seca, os resultados evidenciaram que as diferenças entre os modelos tornam-se ainda mais relevantes em função da menor disponibilidade hídrica do sistema. O modelo proposto foi capaz de representar de forma mais realista as limitações operativas das unidades hidrelétricas, resultando em uma alocação distinta dos recursos hídricos e energéticos quando comparado ao modelo simplificado. Como consequência, observou-se uma utilização mais eficiente dos reservatórios, preservando maiores volumes armazenados ao final do horizonte de operação.

No cenário de cheia, o modelo simplificado subestimou a capacidade de geração hidrelétrica, enquanto o modelo proposto foi capaz de atender à mesma demanda com maior participação da

geração hidráulica e menor utilização de fontes termelétricas. Os resultados demonstram que, em sistemas de grande porte, a consideração detalhada das restrições hidráulicas não afeta apenas a capacidade de geração das unidades, mas também a forma de alocação dos recursos energéticos ao longo do sistema. A função de produção hidráulica individualizada mostrou-se fundamental nesse processo, ao capturar os efeitos do acoplamento hidráulico entre as unidades de uma mesma usina, influenciando diretamente a potência disponível, o despacho hidrotérmico e a formação dos preços de energia.

A consideração da função de produção hidráulica por unidade mostrou-se fundamental para representar de maneira mais realista a potência disponível das unidades geradoras ao longo do horizonte operativo, evitando superestimações ou subestimações da capacidade de geração e contribuindo para uma representação mais precisa do despacho hidrotérmico, da utilização dos recursos hídricos e da formação dos preços nodais de energia.

Além das restrições associadas à função de produção hidráulica, a inclusão do atraso de água entre reservatórios, da modelagem explícita do sistema de transmissão e das restrições de *unit commitment* contribuiu para uma representação mais precisa da operação do sistema. O atraso de água permitiu representar de forma mais adequada a propagação temporal das vazões em cascata, enquanto a modelagem da transmissão possibilitou avaliar os efeitos dos limites de fluxo e das perdas elétricas sobre a redistribuição da geração e a formação dos preços nodais. As restrições de *unit commitment*, por sua vez, permitiram incorporar aspectos operativos das unidades geradoras, como rampas, tempos mínimos de operação e custos de partida e parada, tornando o despacho obtido mais compatível com as limitações físicas e operacionais consideradas na formulação.

Dessa forma, os resultados obtidos indicam que o modelo proposto apresenta maior aderência às restrições físicas e operativas dos sistemas hidrotérmicos analisados, mostrando-se uma alternativa mais precisa e robusta para estudos de despacho hidrotérmico e formação de preços em ambientes de mercado de energia elétrica.

REFERÊNCIAS

ARROYO, J. M.; CONEJO, A. J. Multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4, p. 1225–1231, nov. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 4 vezes nas páginas 6, 8, 23 e 92.

BETTIN, U.; FORTI, T.; NEPOMUCENO, L. *MasterThesis: Input Data for Hydrothermal Market Clearing Model*. 2026. <<https://github.com/Uriel710/MasterThesis>>. Dataset and input files associated with the master’s dissertation. Accessed: 30 May 2026. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 80.

BORGHETTI, A. et al. An MILP Approach for Short-Term Hydro Scheduling and Unit Commitment With Head-Dependent Reservoir. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1115–1124, ago. 2008. ISSN 0885-8950. Citado na página 3.

BREGADIOLI, G. F. et al. Medium-term coordination in a network-constrained multi-period auction model for day-ahead markets of hydrothermal systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 82, p. 474–483, nov. 2016. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014206151630477X>>. Citado na página 4.

CABRAL, M. F. *Métodos para a linearização da função de produção hidráulica em estudos de leilão de energia no mercado do dia seguinte*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2022. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/236543>>. Citado 5 vezes nas páginas 1, 11, 31, 32 e 34.

CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo NEWAVE: Manual do Usuário*. Rio de Janeiro, 2020. Manual do modelo NEWAVE utilizado no planejamento da operação hidrotérmica de médio prazo. Disponível em: <<https://www.cepel.br>>. Citado na página 15.

CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. *Modelo DECOMP: Manual do Usuário*. Rio de Janeiro, 2021. Manual do modelo DECOMP utilizado no planejamento da operação hidrotérmica de curto prazo. Disponível em: <<https://www.cepel.br>>. Citado na página 16.

CICOGNA, M. A. *Hydrodata XP- HydroByte Software*. 2008. Disponível em: <<https://hydrobyte.com.br/site/en/company>>. Citado 13 vezes nas páginas 26, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 39, 53, 59, 60, 76 e 99.

COMMITTEE, N. *EUPHEMIA Public Description: Single Price Coupling Algorithm for the European Day-Ahead Market*. 2019. Documento técnico. <https://www.nemo-committee.eu/assets/files/190410_Euphemia-Public-Description-version-NEMO-Committee.pdf>. Citado na página 17.

CONEJO, A. et al. Optimal response of an oligopolistic generating company to a competitive pool-based electric power market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2, p. 424–430, maio 2002. ISSN 0885-8950. Citado na página 3.

CONEJO, A. J.; CARRION, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. New York: Springer, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research and Management Science, v. 153). Citado 2 vezes nas páginas 43 e 53.

CONEJO, A. J.; CARRI6N, M.; MORALES, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível

em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado 5 vezes nas páginas 1, 8, 11, 14 e 53.

DINIZ, A. L.; COSTA, F. D. S.; MACEIRA, M. E. Short/mid-term hydrothermal dispatch and spot pricing for large-scale systems — the case of brazil. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 33, n. 6, p. 6305–6315, 2018. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8442897/>>. Citado na página 22.

DINIZ, A. L.; MACEIRA, M. E. P. A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, ago. 2008. ISSN 0885-8950, 1558-0679. Citado 11 vezes nas páginas 3, 5, 18, 25, 34, 35, 36, 40, 50, 51 e 92.

GUISÁNDEZ, I.; PÉREZ-DÍAZ, J. I. Mixed integer linear programming formulations for the hydro production function in a unit-based short-term scheduling problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 128, p. 106747, jun. 2021. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061520342927>>. Citado na página 3.

IBM. *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*. [S.l.], 2013. Versão 12.6. Disponível em: <<http://www-03.ibm.com/software/products/en/ibmilogcpleoptistud/>>. Acesso em: 01 junho 2026. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 80.

LEONEL, L. D. et al. Stochastic decision-making optimization model for large electricity self-producers using natural gas in industrial processes: An approach considering a brazilian case. *Energies*, MDPI, v. 17, n. 21, p. 5389, 2024. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/17/21/5389>>. Citado na página 22.

LI, X. et al. Hydro Unit Commitment via Mixed Integer Linear Programming: A Case Study of the Three Gorges Project, China. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 29, n. 3, p. 1232–1241, maio 2014. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 3, 4 e 34.

MOTTO, A. et al. Network-constrained multiperiod auction for a pool-based electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 646–653, ago. 2002. ISSN 0885-8950. Citado 3 vezes nas páginas 6, 46 e 48.

NOVIRDOUST, K. et al. A comprehensive review of the european electricity market design in view of the 2030–2050 decarbonization targets. *Energy Policy*, Elsevier, v. 156, p. 112330, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enpol.2021.112330>>. Citado na página 9.

PEREIRA, A. C. et al. Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 32, n. 6, p. 4501–4514, nov. 2017. ISSN 0885-8950. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 11.

SANTOS, T. N. et al. Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: The dessem model. *Electric Power Systems Research*, v. 189, p. 106709, dez. 2020. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779620305125>>. Citado 9 vezes nas páginas 3, 5, 11, 16, 22, 25, 34, 49 e 50.

SCHWEPPE, F. C. et al. *Spot Pricing of Electricity*. New York: Springer, 1988. Citado na página 46.

SHAHIDEHPOUR, M.; YAMIN, H.; LI, Z. *Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management*. 1st edition. ed. New York: Wiley-IEEE Press, 2002. ISBN 978-0-471-44337-7. Citado na página 10.

TANAKA, M.; CONEJO, A. J.; SIDDIQUI, A. S. *Economics of Power Systems*. [S.l.]: Springer, 2022. Citado 3 vezes nas páginas 8, 10 e 46.

The MathWorks, Inc. *MATLAB*. Natick, Massachusetts, 2024. Versão R2024b. Disponível em: <<https://www.mathworks.com>>. Acesso em: 01 junho 2026. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 80.

WONG, P. et al. The IEEE Reliability Test System-1996. A report prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p. 1010–1020, ago. 1999. ISSN 0885-8950. Citado na página 53.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. *Power Generation, Operation, and Control*. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2013. Citado na página 46.

Apêndices

APÊNDICE A – DADOS DE LINEARIZAÇÃO DAS COTAS DE MONTANTE E JUSANTE E ALTURAS DE QUEDA

Tabela A.1 – Dados da Cota de Jusante.

a) Defluência (m ³ /s)	a) Cota (m)	b) Defluência (m ³ /s)	b) Cota (m)	c) Defluência (m ³ /s)	c) Cota (m)
22,00	771,46	22,00	771,87	22,00	772,28
41,71	771,62	30,51	771,89	40,05	772,34
61,41	771,79	39,01	771,91	58,10	772,44
81,12	771,98	47,52	771,94	76,15	772,55
100,83	772,18	56,02	771,98	94,20	772,69
120,54	772,38	64,53	772,02	112,25	772,84
140,24	772,60	73,03	772,07	130,30	772,99
159,95	772,81	81,54	772,12	148,35	773,16
179,66	773,03	90,04	772,18	166,40	773,32
199,36	773,25	98,55	772,24	184,45	773,49
219,07	773,46	107,06	772,31	202,50	773,65
238,78	773,67	115,56	772,38	220,55	773,80
258,48	773,87	124,07	772,46	238,60	773,95
278,19	774,06	132,57	772,54	256,65	774,09
297,90	774,24	141,08	772,62	274,70	774,22
317,61	774,40	149,58	772,71	292,75	774,34
337,31	774,55	158,09	772,80	310,80	774,45
357,02	774,68	166,59	772,89	328,85	774,55
376,73	774,78	175,10	772,98	346,90	774,64
396,43	774,86	183,60	773,07	364,95	774,73
416,14	774,92	192,11	773,17	383,00	774,81
568,34	775,24	203,31	773,29	384,66	774,82
720,54	775,54	214,51	773,41	386,31	774,83
872,74	775,81	225,71	773,53	387,97	774,83
1.024,94	776,07	236,92	773,65	389,63	774,84
1.177,14	776,30	248,12	773,76	391,29	774,85
1.329,33	776,51	259,32	773,88	392,94	774,85
1.481,53	776,71	270,52	773,99	394,60	774,86
1.633,73	776,88	281,72	774,09	396,26	774,86
1.785,93	777,05	292,92	774,19	397,91	774,87
1.938,13	777,19	304,13	774,29	399,57	774,88
2.090,33	777,33	315,33	774,38	401,23	774,88
2.242,53	777,45	326,53	774,47	402,88	774,89
2.394,73	777,57	337,73	774,55	404,54	774,89
2.546,93	777,67	348,93	774,63	406,20	774,90
2.699,13	777,77	360,13	774,69	407,86	774,90
2.851,32	777,86	371,33	774,76	409,51	774,91
3.003,52	777,95	382,54	774,81	411,17	774,91
3.155,72	778,04	393,74	774,85	412,83	774,91
3.307,92	778,13	404,94	774,89	414,48	774,92
3.460,12	778,22	416,14	774,92	416,14	774,92

Fonte: (CICO GNA, 2008).