



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

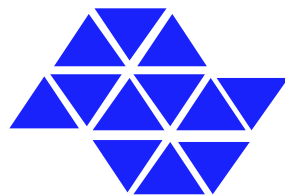
João Ricardo Jacomeli

**APLICAÇÃO DE OBSERVADORES E
CONTROLADORES COM MODOS
DESLIZANTES NO CONTROLE DA
GERAÇÃO**

Ilha Solteira – SP

2006

unesp



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**APLICAÇÃO DE OBSERVADORES E
CONTROLADORES COM MODOS DESLIZANTES NO
CONTROLE DA GERAÇÃO**

João Ricardo Jacomeli

Dissertação de mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica da Universidade
Estadual Paulista – UNESP – FEIS,
como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica, área de
concentração em Controle e Automação.

José Paulo Fernandes Garcia - Orientador

Ilha Solteira – SP

2006

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA,

EM 29/08/2006.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

(Orientador – DEE - FEIS – UNESP)

Prof. Dr. Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira

(DEE - FEIS – UNESP)

Prof. Dr. Fuad Kassab Junior

(POLI - USP)

DEDICATÓRIA

A minha esposa **Andressa**, aos meus pais **Sergio** e **Lucia** e irmãos **José Henrique** e **Luiz Fernando**, por todo apoio e incentivo dados nessa fase de aperfeiçoamento.

AGRADECIMENTOS

Aos amigos: **Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia (orientador), Prof(a). Dr(a). Lizete Maria Crnkowise F. Garcia e Jean Marcos S. Ribeiro** pela orientação, incentivo e estímulo, contribuindo de forma decisiva para a consolidação desse trabalho.

RESUMO

APLICAÇÃO DE OBSERVADORES E CONTROLADORES COM MODOS DESLIZANTES NO CONTROLE DA GERAÇÃO

João Ricardo Jacomeli

Agosto, 2006

Orientador: José Paulo Fernandes Garcia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – FEIS – UNESP

Devido ao grande crescimento em tamanho e complexidade dos sistemas de potência interconectados, surge a necessidade de se desenvolver novas técnicas de controle de geração. Eram usados modelos simplificados para a análise, assim como outras abordagens. Atualmente, novas modelagens levam em conta muitos outros parâmetros que antes não eram utilizados, aproximando cada vez mais a planta modelada com a planta real. Grandes esforços têm sido feitos no controle automático da geração de sistemas de potência interconectados. Para tanto, foram utilizados neste trabalho um observador com modo deslizante e leis de controle com modo deslizante analógica e controle com modo deslizante digital para análise de desempenho do controle de geração, utilizando a planta de um sistema com geração térmica e geração hidráulica interconectados.

ABSTRACT

SLIDING MODE OBSERVERS AND CONTROLLERS APPLIED ON GENERATION CONTROL

João Ricardo Jacomeli

August, 2006

Advisor: José Paulo Fernandes Garcia

Program of Master degree in Electrical Engineering – FEIS – UNESP

Due to the great growth in size and complexity of the interconnected power systems, it appears of developing of new techniques of generation control. Simplified models were used for the analysis, as well as for other approaches. Nowadays, new modellings take into account many other parameters that before were not considered, approximating the modeled plant with the real plant. Great efforts have been made in the automatic generation control of the interconnected power systems. In this work an observer with sliding mode and control laws with analogical sliding mode and control with digital sliding mode, with the plant of an interconnected system with thermal generation and hydraulic generation, were proposed and analyzed.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES (CEV/MD) COM ACESSO SOMENTE À SAÍDA	11
2.1	INTRODUÇÃO.....	11
2.2	DEFINIÇÕES E PRELIMINARES.....	17
2.2.1	<i>Modelo do Sistema.....</i>	<i>17</i>
2.2.2	<i>Superfície de Chaveamento.....</i>	<i>18</i>
2.2.3	<i>Modos Deslizantes.....</i>	<i>18</i>
2.2.4	<i>Condições para existência de um Modo Deslizante</i>	<i>19</i>
2.3	PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO	22
2.3.1	<i>Método do Controle Equivalente</i>	<i>22</i>
2.3.2	<i>Redução de Ordem.....</i>	<i>23</i>
2.4	PROJETO DO CONTROLADOR.....	27
2.4.1	<i>Alguns Métodos de Projeto do Controlador</i>	<i>27</i>
2.5	SISTEMAS INCERTOS.....	29
2.5.1	<i>O Controle de Estrutura Variável para Sistemas Incertos</i>	<i>30</i>
2.6	CONTROLADORES DE MODO DESLIZANTE USANDO A INFORMAÇÃO DA SAÍDA.....	37
2.6.1	<i>Introdução.....</i>	<i>37</i>
2.6.2	<i>Formulação do problema</i>	<i>38</i>
2.6.3	<i>Estrutura Geral.....</i>	<i>39</i>
2.7	OBSERVADOR EM MODO DESLIZANTE	44
3	CONTROLE DA GERAÇÃO.....	54
3.1	INTRODUÇÃO.....	54
3.2	A REGULAÇÃO PRIMÁRIA	59
3.2.1	<i>Regulador com Queda de Velocidade.....</i>	<i>60</i>
3.3	A REGULAÇÃO SECUNDÁRIA	63
3.4	MODELO DA GERAÇÃO.....	65
4	CONTROLE CAG COM MODO DESLIZANTE.....	68
4.1	INTRODUÇÃO.....	68
4.2	PROJETO DO OBSERVADOR COM MODO DESLIZANTE.....	68
4.3	PROJETO DO CONTROLADOR CONTÍNUO COM MODO DESLIZANTE	70
4.4	PROJETO DO CONTROLADOR DISCRETO COM MODO DESLIZANTE	73
4.4.1	<i>Projeto da Superfície Deslizante Discreta.....</i>	<i>74</i>

4.4.2	<i>Projeto da Lei de Controle Discreta</i>	75
4.4.3	<i>Análise de Estabilidade e Robustez</i>	76
4.5	SIMULAÇÕES	77
5	CONCLUSÃO	89
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90

1 Introdução

O problema do controle de potência/frequência tem sido um dos principais assuntos de engenheiros de sistema de potência, e está ficando muito mais significativo hoje conforme o crescimento em tamanho e em complexidade dos sistemas de potência interconectados.

Até agora muitas pesquisas [1-3] têm sido feitas no problema do controle de potência/frequência, usando teoria de controle moderno. Contudo, considerações adicionais devem ser levadas em conta, pois eram usados modelos simplificados para a análise, apenas plantas não realimentadas eram levadas em conta e também não-linearidades significantes do sistema, taxa de geração e limitações de geração para diferentes tipos de plantas usadas para regulação de potência/frequência tem sido ignorada, e nenhuma quantidade mensurável foi usada para sinais realimentados.

Além disso, é reconhecido que a implementação de um controle de potência/frequência centralizado tem muitas dificuldades, por exemplo, requer dados ao regulador centralizado, quando o tamanho e complexidade dos sistemas interconectados aumentam. Significantes esforços [4, 5] foram feitos para estabelecer reguladores descentralizados satisfatórios para tais sistemas interconectados.

A função primária de um sistema elétrico de potência é prover potência ativa e reativa demandada pelas várias cargas conectadas no sistema. O suprimento de energia, além de contínuo, também deve satisfazer certas exigências mínimas com respeito à qualidade, tais como; frequência constante, tensão constante e alta confiabilidade.

Como a energia elétrica em um sistema de potência é uma grandeza complexa, é importante observar que a variação da potência ativa produzida pelos geradores afeta, essencialmente, apenas a frequência, e a variação da potência reativa afeta, essencialmente, apenas a tensão do sistema. Essas propriedades tornam possível dividir o controle de um sistema de potência em dois canais de controle separados: o controle de frequência e o controle de tensão [6, 7].

Na literatura têm sido feitos grandes esforços no controle automático da geração, ou controle de potência/frequência, de sistemas de potência interconectados [8-10].

O controle com estrutura variável com modo deslizante [11-14] pode ser utilizado no controle automático da geração [10], assim como observadores com modo deslizante [14], por garantir alta velocidade de resposta, boa performance transitória, insensibilidade a variações dos parâmetros da planta e a distúrbios externos, e simplicidade de realização física.

A proposta desse trabalho é utilizar observadores com modo deslizante e leis de controle com modo deslizante para análise do desempenho do controle automático de geração utilizando a planta de um sistema de geração térmica e geração hidráulica interconectados apresentada em [8], um observador com modo deslizante [14] e as leis de controle com modo deslizante analógico e digital apresentada em [15] e [18].

2 Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) com Acesso Somente à Saída

2.1 Introdução

Controle de Estrutura Variável (CEV) [11-14] é um controle realimentado com alta velocidade de chaveamento. Esta lei de controle com estrutura variável fornece um meio robusto e efetivo para controlar plantas não-lineares com incertezas na planta, parâmetros e distúrbios. A implementação prática de tal controle atualmente é viável devido aos avanços da tecnologia de computação e da eletrônica de potência, possibilitando a construção de circuitos com alta velocidade de chaveamento.

Essencialmente, o CEV/MD utiliza uma lei de controle com alta velocidade de chaveamento para levar a trajetória do estado da planta para uma superfície específica no espaço de estados escolhida pelo projetista, e manter a trajetória de estado sobre esta superfície durante todo o tempo subsequente (Modo Deslizante). Esta superfície é chamada superfície de chaveamento ou superfície de deslizamento, pois se a trajetória de estado da planta estiver acima desta superfície o controle terá um determinado ganho e se estiver abaixo terá um ganho diferente.

O modo deslizante proporciona a situação em que o comportamento do sistema sofre menor influência por parte de alterações paramétricas ou de distúrbios externos.

O termo “Controle de Estrutura Variável” surgiu devido à “estrutura de controle” em torno da planta ser intencionalmente alterada por alguma influência externa para obter um comportamento ou resposta desejada.

Verifica-se agora o comportamento do sistema para diferentes valores do parâmetro s_1 , ou seja, para diferentes superfícies de chaveamento.

O gráfico do plano de fase do sistema com lei de controle (2.2) é dado na Figura 2.3 e na Figura 2.4. A Figura 2.3 mostra a trajetória do plano de fase e a evolução de x_1 no tempo para pequenos valores de $s_1 > 0$, enquanto que a Figura 2.4 ilustra para grandes valores de $s_1 > 0$. O comportamento deste sistema de segunda ordem sobre a linha de chaveamento $\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$ é descrita pela equação diferencial de primeira ordem $s_1 x_1 + \dot{x}_1 = 0$.

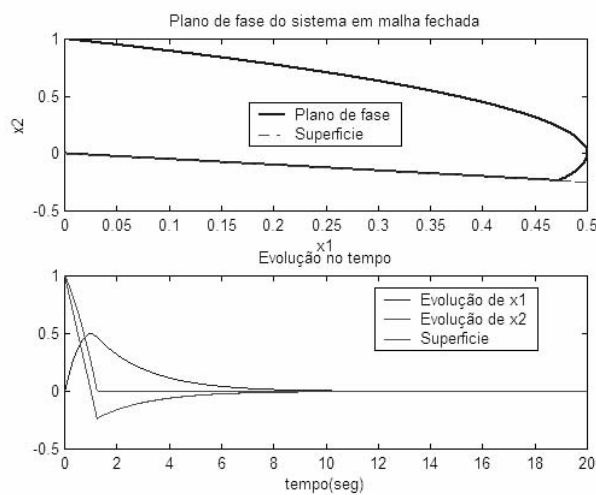


Figura 2.3 – Plano de fase do sistema em malha fechada para S_1 pequeno.

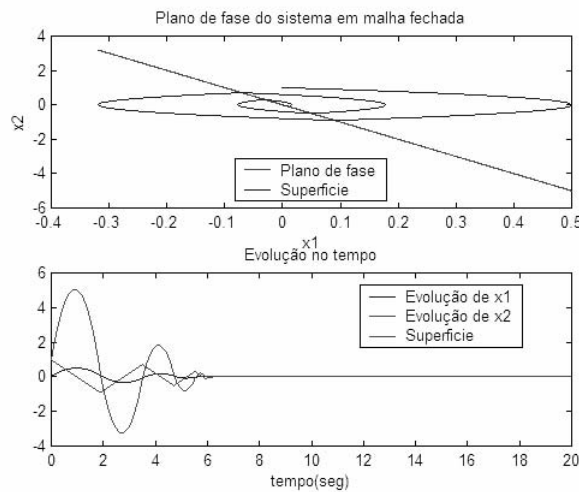


Figura 2.4 – Plano de fase do sistema em malha fechada para S_1 grande.

É importante notar que o comportamento do sistema em $\sigma = 0$ depende somente da inclinação s_1 da linha de chaveamento. Desta forma o sistema é insensível a qualquer variação ou perturbação dos parâmetros da planta contidos na linha inferior da matriz A . Esta é uma motivação para o estudo de sistemas de estrutura variável.

O movimento mostrado na Figura 2.4 é mais complexo. Aqui a trajetória de estados chaveia para um novo movimento parabólico toda vez que intercepta a linha $\sigma = 0$. Porém o movimento parabólico espiral segue para a origem.

Exemplo 2.2: Considere a planta com dois estados acessíveis e uma entrada de controle da forma $u = k_1(x_1, x_2)x_1 + k_2(x_1, x_2)x_2$ onde os ganhos $k_i(x_1, x_2)$ levam em dois valores possíveis, α_i ou β_i . Considerando o modelo de estado [12].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

com a seguinte lei de controle de estrutura variável.

$$u(t) = k(x_1)x_1(t)$$

onde $k(x_1)$ pode ser “2” ou “-3”.

Este sistema ilustrado na Figura 2.5 tem duas estruturas lineares. Com $k(x_1) = -3$, o sistema tem autovalores complexos e com $k(x_1) = 2$, o sistema tem autovalores reais.

Com a chave na posição superior, a realimentação produz um movimento instável, como mostra a Figura 2.6(a), satisfazendo

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

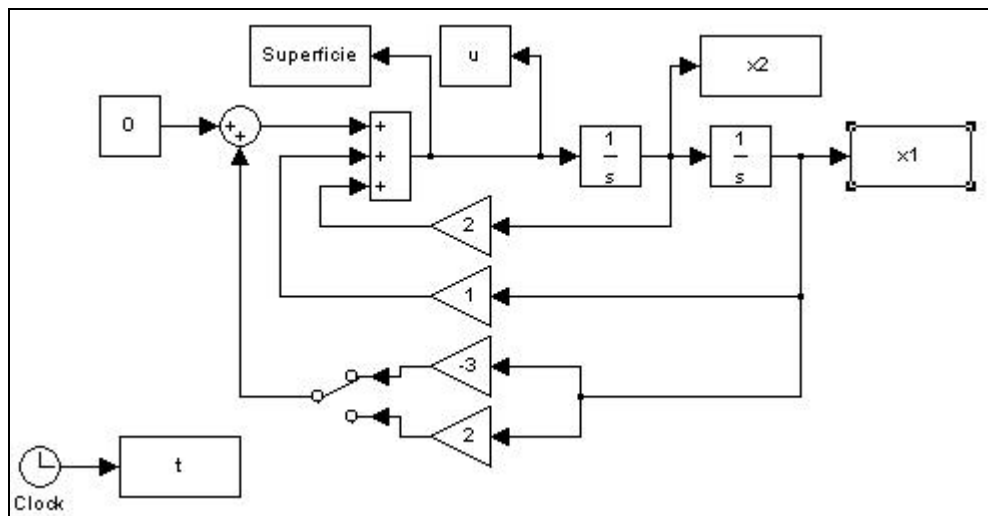


Figura 2.5 – Diagrama de blocos de um sistema de segunda ordem com CEV.

Com a chave na posição inferior a realimentação torna-se positiva e o movimento do sistema satisfaz

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

O ponto de equilíbrio instável (0,0) é agora um ponto de sela com assíntotas $x_2 = 3x_1$ e $x_2 = -x_1$, como mostrado na Figura 2.6(b) [12].

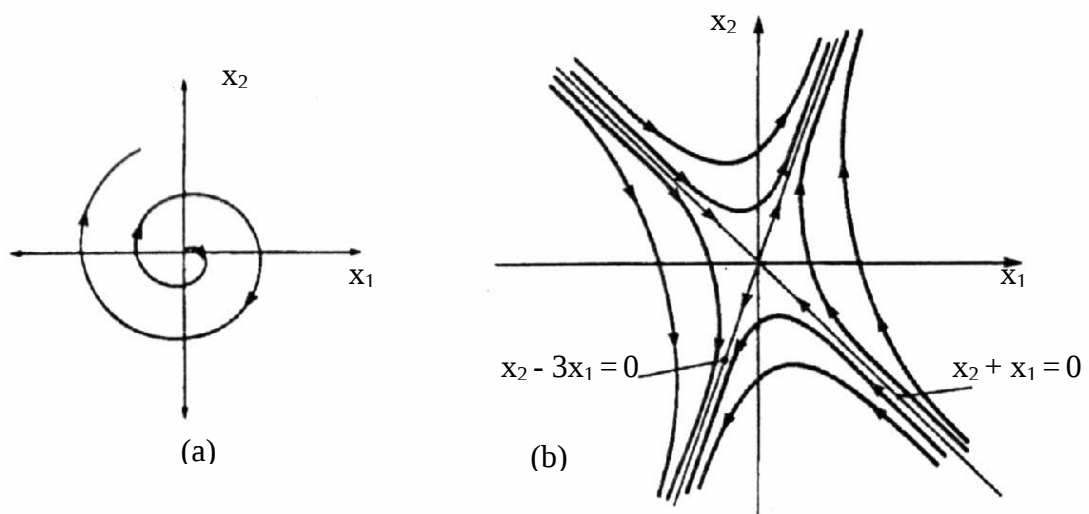


Figura 2.6 – Plano de fase para estrutura realimentada (a) $k_1(x_1)=-3$ e (b) $k_1(x_1)=2$.

O chaveamento é claro que não é randômico, ele acontece com respeito à superfície de chaveamento. Para ilustrar esta noção, considere a superfície definida como $\sigma = \sigma_1(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$ com $s_1 > 1$. Se a realimentação é chaveada de acordo com

$$k(x_1) = \begin{cases} -3, & \text{se } \sigma_1(x_1, x_2)x_1 > 0 \\ 2, & \text{se } \sigma_1(x_1, x_2)x_1 < 0 \end{cases}$$

resulta num comportamento conforme ilustrado no gráfico de plano de fase da Figura 2.7 [12].

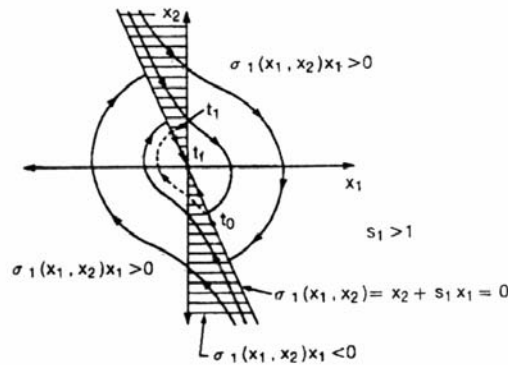


Figura 2.7 – Trajetória dos estados do sistema para $s_1 > 1$.

Observando o ponto tracejado chegamos à conclusão que, quando a trajetória de estados sofre uma perturbação em t_0 , esta trajetória sai da superfície de chaveamento $\sigma_1(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$, circula em t_1 e volta à superfície novamente. Por outro lado, se a superfície de chaveamento for $\sigma_2(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$, com $s_1 < 1$, então uma perturbação para fora da superfície é imediatamente forçada de volta à superfície, já que a velocidade do vetor no plano de fase aponta para a superfície, conforme ilustra a Figura 2.8 [12].

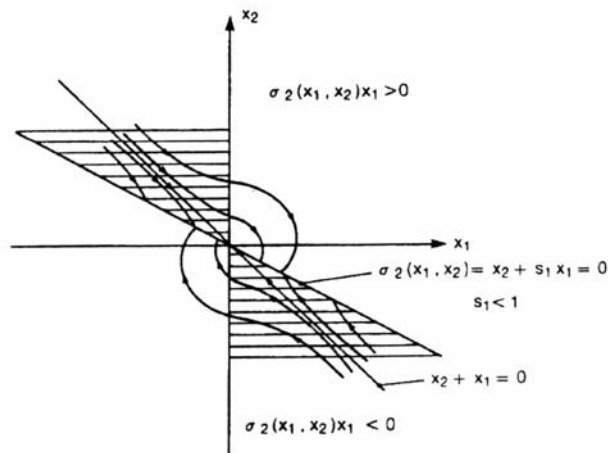


Figura 2.8 – Trajetória dos estados do sistema para $s_1 < 1$.

Esta propriedade de permanência sobre a superfície de chaveamento, uma vez que ela é interceptada, é chamado modo deslizante.

Um modo deslizante existirá para um sistema se na vizinhança da superfície de chaveamento a velocidade do vetor estado é direcionada para a superfície.

Disso podemos dizer que o projeto CEV divide-se em duas etapas:

- Definição da superfície de chaveamento, de maneira que o sistema ou a planta, restrita à superfície, tenha o comportamento dinâmico desejado.
- Desenvolvimento de uma lei de controle de chaveamento, que satisfaça um conjunto de “condições suficientes” para a existência e alcançabilidade do modo deslizante.

2.2 Definições e Preliminares

2.2.1 Modelo do Sistema

Considere uma classe de sistemas tendo o modelo de estado não-linear no vetor de estado $x(\cdot)$ e linear no vetor de controle $u(\cdot)$, da forma [12]

$$\dot{x}(t) = \hat{f}(t, x, u) = f(t, x) + B(t, x)u(t) \quad (2.3)$$

onde o vetor de estado $x(t) \in R^n$, o vetor de controle $u(t) \in R^m$, $f(t, x) \in R^n$ e $B(t, x) \in R^{n \times m}$; além disso, cada elemento de $f(t, x)$ e $B(t, x)$ é assumido ser contínuo com derivada limitada contínua com respeito a x .

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in R^m$ tem a forma

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & , \text{ para } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & , \text{ para } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (2.4)$$

onde $\sigma_i(x) = 0$ é a i -ésima superfície de chaveamento associada com a superfície de chaveamento de dimensão $(n-m)$

$$\sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^T = 0. \quad (2.5)$$

2.2.2 Superfície de Chaveamento

A superfície de chaveamento $\sigma(x) = 0$ é um sub-espço de dimensão $(n-m)$ de R^n , determinado pela intersecção de m superfícies de chaveamento de dimensão $(n-m)$.

As superfícies de chaveamento são projetadas tal que o sistema, restrito a superfície $\sigma(x) = 0$, tenha o comportamento desejado.

2.2.3 Modos Deslizantes

Depois do projeto da superfície de chaveamento, o próximo aspecto importante do CEV é garantir a existência do modo deslizante. Um modo deslizante existe se na vizinhança da superfície de chaveamento, a tangente ou a velocidade da trajetória do vetor de estados sempre aponta em direção a superfície de chaveamento. Conseqüentemente, se a trajetória do estado intercepta a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado ou “ponto representativo” se mantém dentro de uma vizinhança ε de $\{x / \sigma(x) = 0\}$. Se o modo

deslizante existe em $\sigma(x) = 0$, então $\sigma(x)$ é chamado superfície de deslizamento. Como visto na Figura 2.9 abaixo, o modo deslizante não pode existir em $\sigma_i(x) = 0$ separadamente, mas somente na intersecção [12].

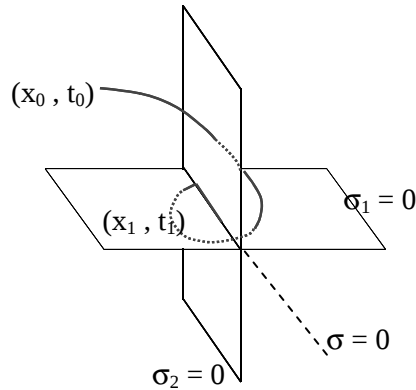


Figura 2.9 - Existência de deslizamento somente sobre a intersecção entre as duas superfícies.

Um modo deslizante ideal existe somente quando a trajetória de estados $x(t)$ da planta controlada satisfaz $\sigma[x(t)] = 0$ em todo $t \geq t_0$ para qualquer t_0 . Isto requer chaveamento infinitamente rápido. Em sistemas reais isto é impossível, devido a imperfeições nas funções de controle, tais como atraso, histerese, etc., que forçam o chaveamento ocorrer numa frequência finita. O ponto representativo então oscila dentro de uma vizinhança da superfície de chaveamento. Esta oscilação é chamada trepidação.

2.2.4 Condições para existência de um Modo Deslizante

A existência de um modo deslizante requer estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento $\sigma(x) = 0$, no mínimo em uma vizinhança de $\{x / \sigma(x) = 0\}$ isto é, o ponto representativo deve aproximar-se da superfície assintoticamente. A vizinhança é chamada região de atração. Geometricamente, o vetor tangente ou derivada no tempo do vetor estado, deve apontar para a superfície de deslizamento na região de atração.

O problema de existência assemelha-se ao problema de estabilidade generalizada, então o segundo método de Lyapunov fornece um conjunto natural para a

análise. Especificamente, a estabilidade para a superfície de chaveamento requer a seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(t, x)$, que é definida positiva e tem uma derivada no tempo negativa na região de atração. Formalmente temos:

Definição 1: Um domínio D no espaço fechado $\sigma = 0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tal que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de D pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de D somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira de D (Figura 2.10) [12].

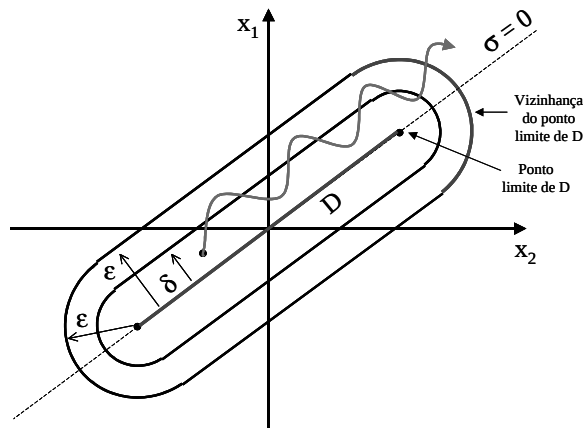


Figura 2.10 – Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.

Já que a região D está situada na superfície $\sigma(x) = 0$, a dimensão de D é $n - m$.

Teorema 1: Para o domínio D de dimensão $(n - m)$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que em algum domínio $\Omega \supset D$ de dimensão n , existe uma função $V(t, x, \sigma)$ continuamente diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições:

- 1) $V(t, x, \sigma)$ é definida positiva com respeito σ , ou seja, $V(t, x, 0) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, e $V(t, x, 0) = 0$; e sobre a esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e qualquer t , as relações mantêm-se,

$$\text{i) } \inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = h_\rho \quad h_\rho > 0 \quad (2.6)$$

$$\text{ii) } \sup_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = H_\rho \quad H_\rho > 0 \quad (2.7)$$

onde h_ρ e H_ρ depende de ρ ($h_\rho \neq 0$ se $\rho \neq 0$).

2) A derivada total no tempo de $V(t, x, \sigma)$ para o sistema 1.3 tem um supremo negativo para todo $x \in \Omega$, exceto para x na superfície de chaveamento, onde a entrada de controle é indefinida, então a derivada de $V(t, x, \sigma)$ não existe.

Um modo deslizante é globalmente alcançável se o domínio de atração é todo o espaço de estado. De outra forma o domínio de atração é um subconjunto do espaço de estado.

A estrutura da função $V(t, x, \sigma)$ determina a facilidade com que se computa o ganho real de realimentação para implementação do projeto de um CEV.

Para todo sistema de uma única entrada uma função adequada de Lyapunov é $V(t, x) = 0.5\sigma^2(x)$ que claramente é globalmente definida positiva.

Em CEV, a derivada de σ ($\dot{\sigma}$) dependerá do controle e então, se o ganho realimentado chaveado pode ser escolhido tal que

$$0.5 \frac{d\sigma^2}{dt} = \sigma \frac{d\sigma}{dt} < 0 \quad (2.8)$$

no domínio de atração, então a trajetória de estado converge para a superfície e se restringe a superfície para todo tempo subsequente.

2.3 PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO

2.3.1 Método do Controle Equivalente

O método de controle equivalente é um método de determinação do movimento do sistema restrito a superfície de chaveamento $\sigma(x) = 0$. Supondo que em t_0 , a trajetória da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica [12]

$$1) \dot{\sigma}(x(t)) = 0, \text{ e}$$

$$2) \sigma(x(t)) = 0 \text{ para todo } t \geq t_0.$$

Da regra da cadeia vem que $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = 0$, substituindo $\dot{x}$ tem-se

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \left[f(t, x) + B(t, x)u_{eq} \right] = 0$$

sendo que u_{eq} é chamado controle equivalente que resolve esta equação. Após a substituição deste u_{eq} em (2.3), a equação resultante descreve o comportamento do sistema restrito à superfície de chaveamento, desde que a condição inicial $x(t_0)$ satisfaz $\sigma(x(t_0)) = 0$.

Para calcular u_{eq} assume-se que o produto da matriz $\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B(t, x)$ é não-singular para todo t e x . Dessa forma, tem-se a seguinte equação:

$$u_{eq} = - \left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) \quad (2.9)$$

Portanto, dado $\sigma(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para $t \geq t_0$ é dado por

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] f(t, x). \quad (2.10)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear $\sigma = Sx$, tem-se,

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) [SB(t, x)]^{-1} S \right] f(t, x). \quad (2.11)$$

Observe que a equação (2.10) em conjunto com $\sigma(x) = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Assim, o movimento sobre a superfície de chaveamento será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida devido a restrição $\sigma(x) = 0$.

Deve-se notar que algumas aplicações de controle podem exigir uma superfície de chaveamento variante no tempo $\sigma(x) = 0$. Neste caso, $\dot{\sigma}(t, x) = (\partial \sigma / \partial t) + (\partial \sigma / \partial x) \dot{x}$ e o controle equivalente toma a seguinte forma

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right]. \quad (2.12)$$

2.3.2 Redução de Ordem

A seguir, será analisado o caso em que a superfície de chaveamento é linear, $\sigma(x) = Sx = 0$. Como mencionado, em um modo deslizante, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado de dimensão n , mas também as " m " equações algébricas, $\sigma(x) = 0$. Estas restrições reduzem a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de $(n-m)$ -ésima ordem [12].

Supondo-se que o sistema não-linear de (2.3) é restrito à superfície de chaveamento $\sigma(x) = Sx = 0$, com a dinâmica do sistema dado por (2.11). Então é possível

resolver para m variáveis de estado em termos das $n-m$ variáveis de estado restante, se o $\text{rank}[S] = m$.

A condição de que $\text{rank}[S] = m$ mantém-se sob a suposição de que $[\partial\sigma/\partial x]B(t, x)$ é não-singular para todo t e x . Para obter a solução, calcula-se as m variáveis de estado em termos de $(n-m)$ variáveis de estado restantes, substitui-se estas relações nas $n-m$ equações restantes de (2.11) e as equações correspondentes às m variáveis de estado. O sistema resultante de ordem $(n-m)$ descreve completamente o sistema equivalente dado uma condição inicial satisfazendo $\sigma(x) = 0$.

Exemplo 2.3: Para a melhor compreensão do procedimento acima, considere o sistema

$$\dot{x} = A(t, x)x(t) + Bu(t), \text{ sendo que [12]}$$

$$A(t, x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11}(t, x) & a_{12}(t, x) & a_{13}(t, x) & a_{14}(t, x) & a_{15}(t, x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21}(t, x) & a_{22}(t, x) & a_{23}(t, x) & a_{24}(t, x) & a_{25}(t, x) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Assume-se que a terceira e quinta linhas de $A(t, x)$ têm elementos não-lineares variantes no tempo e são limitados.

O método de controle equivalente leva ao seguinte sistema equivalente, conforme (2.11)

$$\dot{x} = \left[I - B[SB]^{-1}S \right] A(t, x)x(t) \quad (2.14)$$

com $\sigma(x(t_0)) = 0$ para qualquer t_0 .

Se os parâmetros da superfície de chaveamento linear são dados por:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

então

$$SB = \begin{bmatrix} S_{13} & S_{15} \\ S_{23} & S_{25} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Para simplificar o exemplo, escolhemos $S_{13} S_{25} - S_{15} S_{23} = 1$. Especificamente, escolhe-se $S_{13} = 2$, $S_{15} = S_{23} = S_{25} = 1$. Assim,

$$(SB)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} S_{25} & -S_{15} \\ -S_{23} & S_{13} \end{bmatrix}}{S_{13} S_{25} - S_{15} S_{23}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

O que leva à seguinte equação,

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & S_{21} - S_{11} & S_{22} - S_{12} & 0 & S_{24} - S_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & S_{11} - 2S_{21} & S_{12} - 2S_{22} & 0 & S_{14} - 2S_{24} \end{bmatrix} x(t) \quad (2.18)$$

sujeito a $\sigma(x) = 0$, em que

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Observa-se da equação (2.18), que a principal vantagem do controle com estrutura variável é a eliminação da influência dos parâmetros da planta quando o sistema está sobre a superfície de deslizamento.

Obs.: Isso é válido desde que os parâmetros estejam casados, ou seja, possam ser compensados pelas entradas do sistema.

Resolvendo a equação (2.19) para x_3 e x_5 , vem

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

O sistema linear invariante no tempo equivalente de ordem reduzida é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ S_{21} - S_{11} & S_{22} - S_{12} & S_{24} - S_{14} \\ S_{11} - 2S_{21} & S_{12} - 2S_{22} & S_{14} - 2S_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

sendo que $\tilde{x}_1 = x_1$, $\tilde{x}_2 = x_2$, $\tilde{x}_3 = x_4$.

Um exemplo de como o projeto de controle pode ser realizado é o seguinte: suponha que uma limitação de projeto exige que o sistema equivalente tenha os seguintes pólos $\{-1, -2, -3\}$, resultando no polinômio característico desejado,

$$\pi_A(\lambda) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6.$$

O polinômio característico do sistema equivalente dado em (2.21) é

$$\pi_A(\lambda) = \lambda^3 + (S_{12} - S_{22} + 2S_{24} - S_{14})\lambda^2 + (S_{12}S_{24} - S_{14}S_{22} + S_{11} - S_{21})\lambda + (S_{11}S_{24} - S_{14}S_{21}).$$

Os coeficientes de potências semelhantes de λ produzem o conjunto de equações

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & S_{24} & -S_{22} & -1 & 0 & 0 \\ S_{24} & 0 & 0 & -S_{14} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{14} \\ S_{21} \\ S_{22} \\ S_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Uma solução que realiza o objetivo do projeto de controle é:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1.833 & 2 & -6 & 1 \\ 1 & 1.833 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Concluindo, o sistema equivalente de ordem reduzida com os autovalores desejados é

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x},$$

sendo que,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ -1 & -1.833 & -6 \end{bmatrix}.$$

2.4 PROJETO DO CONTROLADOR

O projeto do controlador [12] é a segunda fase do procedimento de projeto CEV, sendo que o objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de chaveamento e manterão a condição de modo deslizante. A suposição é que a superfície de deslizamento já tenha sido projetada. Em geral, o controle é um vetor $u(t)$ de dimensão m do qual cada um dos elementos tem a seguinte estrutura:

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(t, x), & \text{para } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x), & \text{para } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

sendo que $\sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^T = 0$

2.4.1 Alguns Métodos de Projeto do Controlador

Uma variedade infinita de estratégias de controle da forma (2.22) são possíveis. Uma estrutura alternativa para o controle de (2.22) é

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN} \quad (2.23)$$

sendo que, u_{ieq} é a i -ésima componente do controle equivalente (que é contínuo) e u_{iN} é a parte descontínua ou chaveada de (2.22). Para os controladores tendo a estrutura de (2.23), tem-se:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}(x) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left[f(t, x) + B(t, x)(u_{eq} + u_N) \right] \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left[f(t, x) + B(t, x)u_{eq} \right] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N\end{aligned}$$

Assume-se que $(\partial \sigma / \partial x) B(t, x) = I$, então $\dot{\sigma}(x) = u_N$, esta condição permite uma verificação fácil das condições de suficiência para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, isto é, a condição $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ quando $\sigma(x) \neq 0$. Abaixo estão algumas estruturas de controle descontínuo para u_N :

1) Função Sinal com ganhos constantes:

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) & , \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i < 0 \\ 0 & , \text{ se } \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

A condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtida da seguinte forma:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0$$

2) Função Sinal com ganhos dependente dos estados:

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) & , \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0 & , \text{ se } \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

Novamente é simples verificar que

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i(x) \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \text{ se } \sigma_i(x) \neq 0$$

3) Realimentação Linear com Ganhos chaveados:

$$u_{IN}(x) = \psi x; \quad \psi = [\psi_{ij}], \quad \psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & \text{se } \sigma_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & \text{se } \sigma_i x_j < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

com $\alpha_{ij} < 0$ e $\beta_{ij} > 0$. Assim, novamente

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \sigma_i (\psi_{i1} x_1 + \psi_{i2} x_2 + \dots + \psi_{in} x_n) < 0$$

4) Realimentação Linear contínua:

$$u_{IN}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \quad \text{e} \quad \alpha_i < 0 \quad (2.27)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0$$

5) Vetor Unitário não-linear com fator de escala:

$$u_N(x) = \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\|} \rho, \quad \rho < 0 \quad (2.28)$$

As condições de existência são:

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = \|\sigma(x)\| \rho < 0, \quad \text{se } \sigma(x) \neq 0$$

2.5 Sistemas Incertos

A motivação para pesquisar sistemas incertos [12] está no fato de que a representação matemática de sistemas reais na maioria das vezes não é fiel. Assim, pode-se ter não só incertezas paramétricas como também incertezas na própria modelagem do sistema real.

Primeiro, faz-se a descrição das incertezas da planta e, a seguir, descreve-se os métodos do Controle de Estrutura Variável para controle de sistemas incertos. Finalmente analisa-se a melhora do desempenho de controladores através da redução ou eliminação de trepidações através da introdução de controladores com camada limite.

2.5.1 O Controle de Estrutura Variável para Sistemas Incertos

Para representar incertezas paramétricas na planta, considere a seguinte dinâmica de estado,

$$\dot{x}(t) = [f(t, x) + \Delta f(t, x, r)] + [B(t, x) + \Delta B(t, x, r)]u(t), \quad (2.29)$$

onde $r(t)$ é uma função vetorial de parâmetros incertos cujos valores pertencem a algum conjunto fechado e limitado. A formulação não presume informações estatísticas sobre as incertezas. Quando as incertezas da planta Δf e ΔB (surgindo de $r(t)$) estão na imagem de $B(t, x)$ para todos os valores de t e x , diz-se que são “incertezas casadas”. Satisfeita a condição de “incerteza casada”, é possível reunir o total de incertezas da planta em um vetor único $e(t, x(t), r(t), u(t))$ e representar as incertezas da planta como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x) + B(t, x)e(t, x, r, u) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

No Controle de Estrutura Variável não é necessário que o sistema nominal

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x(t)) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

seja estável.

Contudo, o sistema equivalente, isto é, as restrições de (2.31) para a superfície de chaveamento $\sigma(t, x) = 0$ precisa ser assintoticamente estável.

A estrutura do Controle de Estrutura Variável para a planta (2.31) será

$$u = u_{eq} + u_n \quad (2.32)$$

onde u_{eq} é o controlador equivalente para (2.31) assumindo que todas as incertezas $e(t, x, r, u)$ são zero e u_n será projetado para responder pelas incertezas não nulas.

Procedendo da forma usual na determinação das condições de existência e alcançabilidade do modo deslizante, com a superfície de chaveamento $\sigma(t, x) = 0$, obtém-se

$$u_{eq} = - \left[\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} f + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \right] \quad (2.33)$$

assumindo que $\left[\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) B \right]$ é não singular e que $e(t, x, r, u) = 0$.

Para a determinação de u_n , assume-se que

$$\|e(t, x, r, u)\|_2 \leq \rho(t, x), \quad (2.34)$$

$\|\cdot\|_2$ é a norma Euclidiana

onde $\rho(t, x)$ é uma função escalar considerada não negativa. Também introduz-se a função escalar

$$\hat{\rho}(t, x) = \alpha + \rho(t, x), \quad (2.35)$$

onde $\alpha > 0$.

Antes de especificar a estrutura de controle, escolhe-se a função generalizada de Lyapunov mais simples

$$V(t, x) = 0,5 \sigma^T(t, x) \sigma(t, x). \quad (2.36)$$

Como usual, para garantir a existência do modo deslizante e a atração para a superfície, é suficiente escolher um controlador de estrutura variável tal que

$$\frac{dV}{dt}(t, x) \triangleq \dot{V} = \sigma^T \sigma < 0 \quad (2.37)$$

sempre que $\sigma(t, x) \neq 0$ onde

$$\dot{\sigma}(t, x) = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x}. \quad (2.38)$$

Exemplo 2.4: Para ilustrar a técnica sugerida, foram observadas as influências de distúrbios externos limitados e de distúrbios paramétricos num sistema de terceira ordem com entrada única. O sistema é descrito pelas equações [13]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0,03x_1 + 0,01x_2 + 0,01x_3 \\ \dot{x}_2 &= -0,05x_1 + 0,15x_2 + 0,05x_3 \\ \dot{x}_3 &= -0,09x_1 + 0,03x_2 - 0,17x_3 + e + u \end{aligned} \quad (2.39)$$

Se a superfície de deslizamento σ é dada pela equação

$$\sigma = 7x_1 + x_2 + x_3 = Sx, \quad (2.40)$$

então a equação do movimento no modo deslizante será

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -0,01x_1 \\ \dot{x}_2 &= -0,4x_1 - 0,2x_2 \\ \dot{x}_3 &= -7x_1 - x_2 \end{aligned} \quad (2.41)$$

Como S é um autovetor de A correspondente ao autovalor $-0,05$ na ausência de distúrbios, o modo deslizante pode ser obtido pela função de controle

$$u_x = k_x |x_1| \operatorname{sgn} \sigma, \quad (2.42)$$

onde k_x deve ser negativo. Assim, uma transição mais rápida para o modo deslizante corresponderá a um valor mais alto (em módulo) de k_x . Isto pode ser visto na expressão para $\dot{\sigma}$:

$$\dot{\sigma} = k_x |x_1| \operatorname{sgn} \sigma. \quad (2.43)$$

A velocidade com que σ aproxima-se de zero obviamente aumentará com k_x .

Se o distúrbio limitado e afeta o sistema, u_f é acrescentado à função u_x

$$u_f = k_f (\operatorname{sgn} \sigma) \quad (2.44)$$

sendo k_f um número negativo satisfazendo a inequação:

$$|k_f| > |e|_{\max}. \quad (2.45)$$

O diagrama abaixo mostra a planta como foi utilizada na simulação computacional:

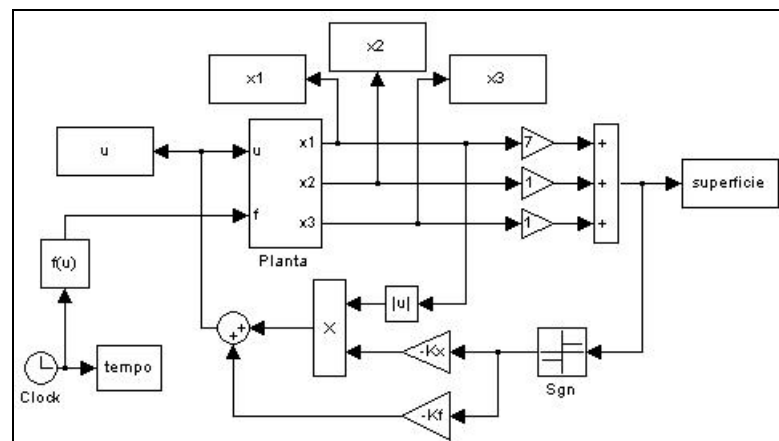


Figura 2.11: Esquema da planta do exemplo 2.4 em Simulink.

Foram feitos os seguintes experimentos:

- i- o distúrbio $e(t)$ é aplicado ao sistema*

$$e(t) = 5\text{sen}(3,14t) .$$

Tal função foi escolhida por distorcer muito distintivamente a resposta do sistema, tal que sua influência e o término de seus efeitos podem ser facilmente observados. A função de controle tem a forma:

$$u = -0,05|x_1|\text{sgn } \sigma - 8,5\text{sgn } \sigma .$$

A Figura 2.12 mostra o resultado das simulações.

A coordenada x_1 tem a condição inicial de 10V, enquanto as condições iniciais de x_2 e x_3 são iguais a zero. Somente a resposta de x_3 (em módulo) está registrada, pois esta coordenada é mais afetada pelo distúrbio. Além disso, σ está também registrado para identificar o início do modo deslizante. Para comparação, os registros das mesmas coordenadas sem os distúrbios foram tomados.

Está mostrado na Figura 2.12 que após o início do modo deslizante, a distorção senoidal desaparece. Como o distúrbio não afeta muito o momento de início do modo deslizante, as trajetórias com distúrbio e sem distúrbio são praticamente iguais.

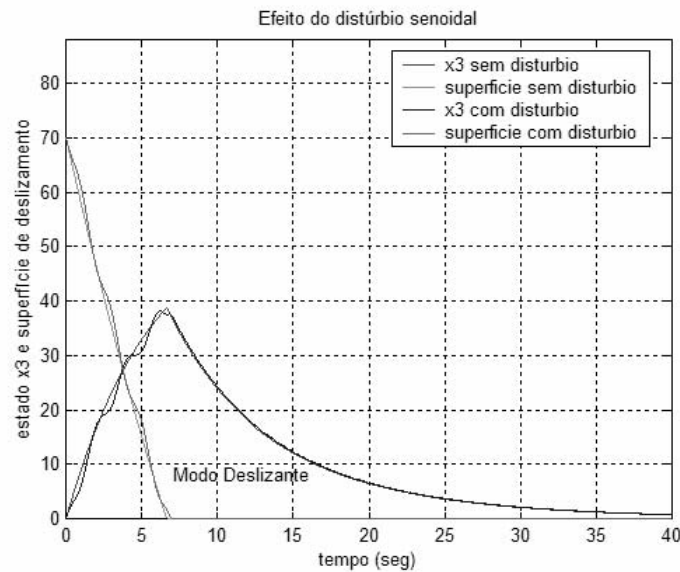


Figura 2.12: Sistema sujeito a distúrbio senoidal.

Para elucidar o efeito do distúrbio sobre as condições iniciais no modo deslizante, uma função degrau positivo com amplitude 5V é dada como distúrbio e o resultado é apresentado na Figura 2.13. Este distúrbio claramente atrasa o início do modo deslizante, e ele resulta em uma considerável alteração nas condições iniciais do modo deslizante. Contudo, fica claro que a parte do modo deslizante da resposta corresponde ao mesmo modelo de equações diferenciais. A trajetória tende a zero mesmo com a presença de um distúrbio de valor constante.

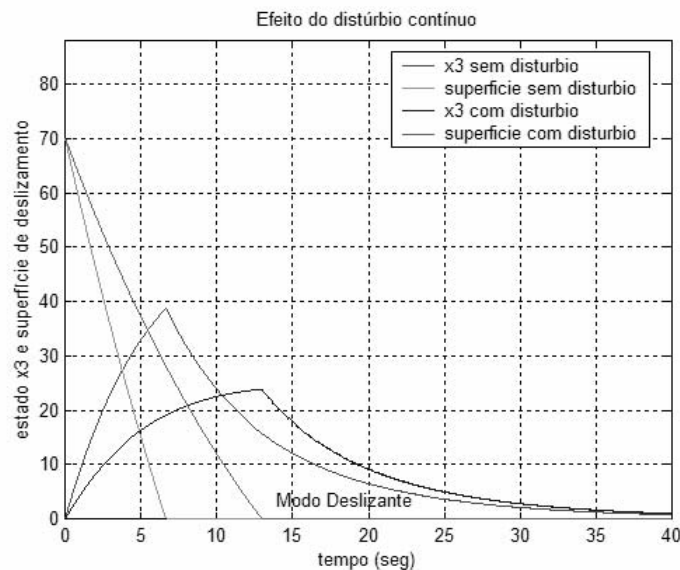


Figura 2.13: Sistema sujeito a distúrbio contínuo.

- ii- o distúrbio é removido, e para ilustrar a influência de uma mudança de parâmetros, o coeficiente constante $a_{31} = -0,09$ é substituído por um variável:

$$a_{31} = -0,09 + 0,5\text{sen}(3,14t).$$

Uma mudança para um parâmetro senoidal foi escolhida pela mesma razão pela qual foi escolhido um distúrbio senoidal. A função de controle é a seguinte:

$$u = -0,75|x_1|\text{sgn } \sigma. \quad (2.46)$$

O registro, similar àquele obtido para a influência do distúrbio senoidal, está mostrado na Figura 2.14.

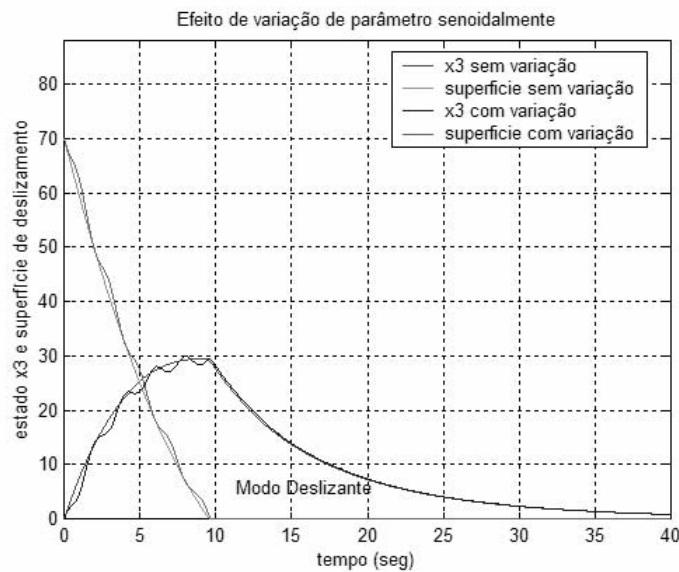


Figura 2.14: Sistema sujeito a variação paramétrica.

Para mostrar a possibilidade de redução da influência do distúrbio na parte preliminar do movimento, o coeficiente k_x na função de controle foi incrementado (em módulo) para:

$$u = -1,25|x_1|\operatorname{sgn} \sigma. \quad (2.47)$$

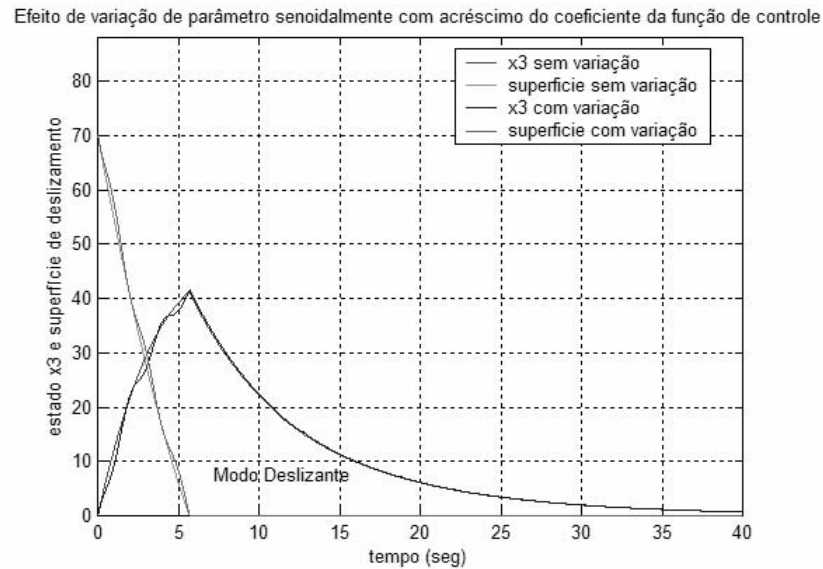


Figura 2.15: Sistema afetado por alteração no coeficiente paramétrico k_x .

Na Figura 2.15, correspondente a este caso, a redução da parte preliminar do movimento está evidente.

2.6 Controladores de Modo Deslizante usando a Informação da Saída

2.6.1 Introdução

Até aqui foi assumido que todos os estados do sistema estão disponíveis para o controlador, no entanto, nas situações mais práticas este não é o caso. Em algumas circunstâncias é impossível ou muito caro medir todas as variáveis do processo. Alternativamente, o sistema pode ser tão complexo que uma identificação aproximada do sistema pode ser adotada para obter um modelo razoável. Neste caso os estados não têm medida física e assim não pode ser medida. Aqui considera-se o problema do projeto da superfície deslizante e a lei de controle de estrutura variável de tal modo que apenas as informações da saída são requeridas.

Será desenvolvido um projeto de regulador para sistemas incertos onde apenas a informação da saída está disponível para o controlador. Uma forma canônica particular será vista como sendo importante no desenvolvimento do projeto.

2.6.2 Formulação do problema

Considere um sistema dinâmico incerto da forma dado em [14]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + f(t, x, u) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.48}$$

onde $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$ e $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ com $m \leq p < n$, sendo n o número de estados da planta, m o número de entradas e p o número de saídas. Assume-se que o sistema linear nominal (A, B, C) é conhecido e que as matrizes de entrada B e de saída C são ambas de rank completo. A função desconhecida $f: \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n$, o qual representa as não-linearidades do sistema e qualquer modelo de incertezas no sistema, é assumido satisfazer as condições casadas

$$f(t, x, u) = B\xi(t, x, u),\tag{2.49}$$

onde a função limitada $\xi: \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^m$ satisfaz

$$\|\xi(t, x, u)\| < k_1 \|u\| + \alpha(t, y)\tag{2.50}$$

para qualquer função conhecida $\alpha: \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}_+$ e a constante positiva $k_1 < 1$.

A intenção é apresentar uma lei de controle que induza um movimento deslizando ideal sobre a superfície

$$S = \{x \in \mathfrak{R}^n : FCx = 0\},\tag{2.51}$$

para alguma matriz $F \in \Re^{m \times p}$ selecionada. Uma lei de controle da forma

$$u(t) = Gy(t) - v_y \quad (2.52)$$

é projetada onde G é uma matriz de ganho fixada e o vetor descontínuo

$$v_y = \begin{cases} \rho(t, y) \frac{Fy(t)}{\|Fy(t)\|} & \text{se } Fy \neq 0 \\ 0 & \text{se } Fy = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

onde $\rho(t, y)$ é algum escalar positivo função das saídas.

2.6.3 Estrutura Geral

Considera-se o sistema em (2.48) e assume-se que $p \geq m$ e $\text{rank}(CB) = m$. A razão para imposição deste rank restrito é que para um controle equivalente único existir, a matriz $FCB \in \Re^{m \times m}$ deve ter rank completo. É bem conhecido que

$$\text{rank}(FCB) \leq \min\{\text{rank}(F), \text{rank}(CB)\}$$

e assim para que FCB tenha rank completo ambos F e CB devem ter rank m . A matriz F é um parâmetro de projeto e então pela escolha pode ser de rank completo. Uma condição necessária então para a matriz FCB ter rank completo é que $\text{rank}(CB) = m$.

O primeiro problema que pode ser considerado é como escolher F tal que o movimento deslizante seja estável. Uma lei de controle análoga a (2.52) será então usada no exemplo 2.5 para garantir a existência de um movimento deslizante.

Exemplo 2.5: Considere o sistema linear nominal [14]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & \frac{1}{3} & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & \frac{8}{3} & 1 \\ 4 & \frac{2}{3} & -2 \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

a) A matriz do sistema pode ser escrita como

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{onde } A_{11} \in \Re^{(n-m) \times (n-m)} \quad (2.55)$$

e o sub-bloco A_{11} quando particionado tem a estrutura

$$A_{11} = \left[\begin{array}{cc|c} A_{11}^o & A_{12}^o & A_{12}^m \\ 0 & A_{22}^o & A_{12}^m \\ \hline 0 & A_{21}^o & A_{22}^m \end{array} \right] \quad (2.56)$$

onde $A_{11}^o \in \Re^{r \times r}$, $A_{22}^o \in \Re^{(n-p-r) \times (n-p-r)}$ e $A_{21}^o \in \Re^{(p-m) \times (n-p-r)}$ para qualquer $r \geq 0$ e o par (A_{22}^o, A_{21}^o) é completamente observável.

b) A matriz de entrada tem a forma

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

onde $B_2 \in \Re^{m \times m}$ é não-singular.

c) A matriz de saída tem a forma

$$C = [0 \quad T] \quad (2.58)$$

onde $T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e é ortogonal.

Feita a transformação, o novo sistema de coordenadas é

$$A = \begin{bmatrix} -1,5816 & 0,0192 & 0,1457 \\ 1,4071 & 0,3845 & -1,7080 \\ 0,2953 & 0,3400 & 0,1971 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3,9016 \end{bmatrix}$$

e

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0,3417 & -0,9398 \\ 0 & 0,9398 & 0,417 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

pode ser verificado que a matriz unidimensional $B_2 = -3,9016$, a matriz ortogonal

$$T = \begin{bmatrix} 0,3417 & -0,9398 \\ 0,9398 & 0,3417 \end{bmatrix}$$

e a tripla $(\tilde{A}_{11}, \tilde{B}_1, \tilde{C}_1)$ é dada por

$$\tilde{A}_{11} = \begin{bmatrix} -1,5816 & 0,0192 \\ 1,4071 & 0,3845 \end{bmatrix} \quad \tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} 0,1457 \\ -1,7080 \end{bmatrix} \quad \tilde{C}_1 = [0 \quad 1]$$

onde $r=0$ devido o sistema original não possuir qualquer zero invariante. Alocar arbitrariamente os pólos de $\tilde{A}_{11} - \tilde{B}_1 K_1 C_1$ não é possível pois apenas um escalar simples está disponível para o projeto. Para um sistema de entrada simples e saída $(\tilde{A}_{11}, \tilde{B}_1, \tilde{C}_1)$ a variação nos pólos de $\tilde{A}_{11} - \tilde{B}_1 K_1 C_1$ com respeito a K_1 pode ser visto com as técnicas do root-locus.

Neste caso se a matriz de ganho $K = k_1 = -1,0556$ então $\lambda(\tilde{A}_{11} - \tilde{B}_1 K \tilde{C}_1) = \{-1, -2\}$, da qual

$$\begin{aligned} F &= F_2 [K \quad 1] T^T \\ &= F_2 [-1,3005 \quad 0,6503] \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde F_2 é um escalar não nulo que será calculado abaixo. Transformando (2.59) usando $\bar{T}$,

onde

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} I_{(n-m)} & 0 \\ KC_1 & I_m \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$\text{e } C_1 = \begin{bmatrix} 0_{(p-m) \times (n-p)} & I_{(p-m)} \end{bmatrix}$$

então

$$\bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} -1,5816 & 0,1729 \\ 1,4071 & -1,4184 \end{bmatrix}$$

onde $\lambda(\bar{A}_{11}) = \{-1, -2\}$ por construção. Pode ser verificado pela equação de Lyapunov

$$P_1 \bar{A}_{11} + A_{11}^T P_1 = -Q_1, \quad (2.62)$$

sendo $Q = I$ uma matriz simétrica positiva definida, que

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,3368 & 0,1891 \\ 0,1891 & 0,5401 \end{bmatrix}$$

é uma matriz de Lyapunov para $\bar{A}_{11}$ e que se $P_2 = 1$ então pela equação (2.63)

$$F_2 = B_2^T P_2 \quad (2.63)$$

então $F_2 = -3,9016$, e substituindo F_2 em (2.60) temos

$$F = [5,0741 \quad 2,5370].$$

Utilizando a lei de controle dada por

$$u(t) = -Fy(t) - v_y \quad (2.64)$$

onde

$$v_y = \begin{cases} \rho(t, y) \frac{Fy(t)}{\|Fy(t)\|} & \text{se } Fy \neq 0 \\ 0 & \text{se } Fy(t)=0 \end{cases} \quad (2.65)$$

Na Figura 2.16 mostra-se a simulação de malha fechada a qual representa a regulação dos estados iniciais $[1 \ 0 \ 0]$ para a origem. A Figura 2.17 representa o gráfico da função de chaveamento contra o tempo. O deslizamento é estabelecido depois de aproximadamente 1 segundo. A Figura 2.18 mostra o decaimento dos estados para a origem.

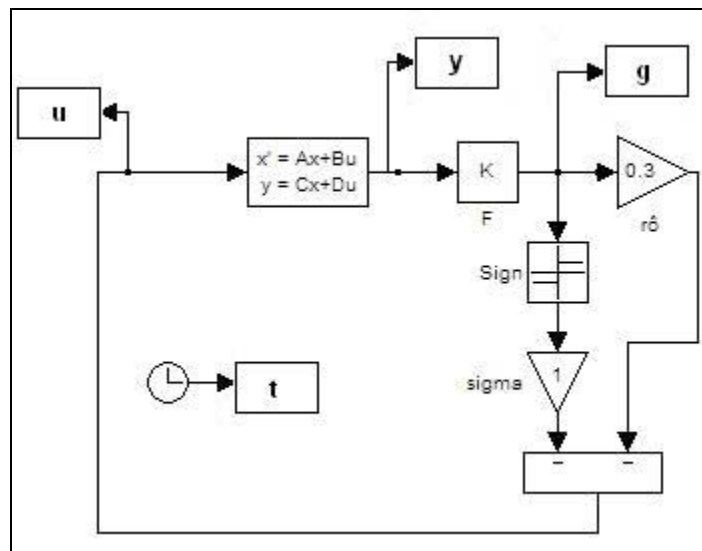


Figura 2.16 - Diagrama de blocos do sistema em malha fechada utilizando a estratégia de controle.

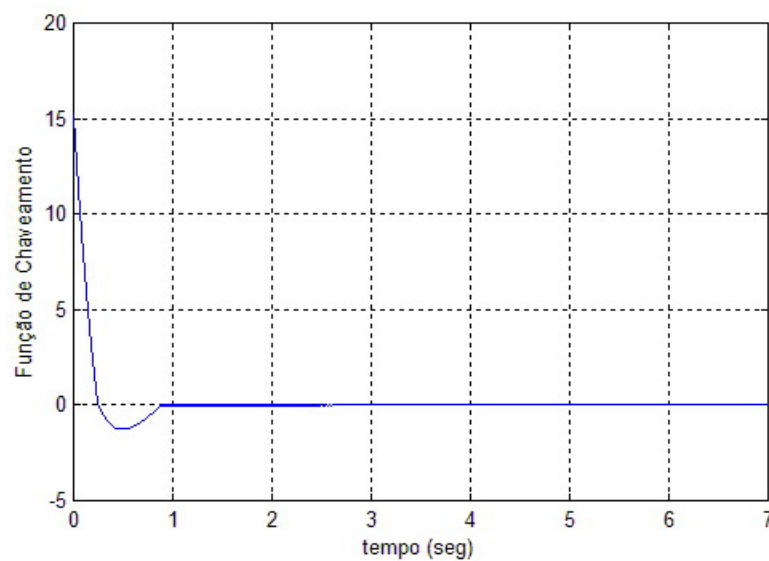


Figura 2.17 - Função de chaveamento contra o tempo.

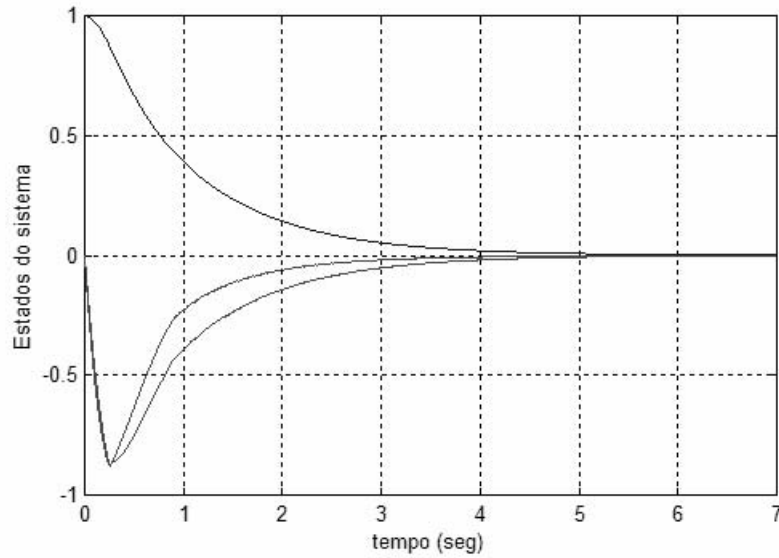


Figura 2.18 – Evolução dos estados do sistema com respeito ao tempo.

2.7 Observador em Modo Deslizante

Considera-se o sistema incerto descrito por [14]

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + f(t, x(t), u(t)) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.66}$$

onde $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$ e $p \geq m$; com (A, C) observável e A e B de posto pleno e a função desconhecida $f(\cdot, \cdot, \cdot): \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n$, que representa as incertezas e não linearidades do sistema, satisfazendo

$$f(t, x(t), u(t)) = B\xi(t, x(t), u(t))$$

onde $\xi(\cdot, \cdot, \cdot): \mathfrak{R}_+ \times \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^m$ é uma função desconhecida que satisfaz

$$\|\xi(t, x(t), u(t))\| \leq \rho, \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n, u \in \mathfrak{R}^m, t \geq 0.$$

É também assumido que existe um $G \in \Re^{n \times p}$ tal que $A_0 = A - GC$ tenha autovalores estáveis e que existe um par de Lyapunov (P, Q) para A_0 tal que a restrição estrutural $C^T F^T = PB$ seja satisfeita para algum $F \in \Re^{m \times p}$.

Em adição, sem perda de generalidade assume-se que $C = [0 \ I_p]$.

Lema 2.1: Seja o sistema (A_0, B, C) com A_0 estável, e seja uma transformação não singular T , que leva o sistema (A_0, B, C) em $(\tilde{A}_0, \tilde{B}, \tilde{C})$. Então, se P é a matriz de Lyapunov para A_0 que satisfaz a restrição $C^T F^T = PB$ então a matriz $\tilde{P} = (T^{-1})^T P T^{-1}$ é a matriz de Lyapunov de $\tilde{A}_0$ que satisfaz a restrição $\tilde{C}^T F^T = \tilde{P} \tilde{B}$ [14].

Lema 2.2: Seja A_0 uma matriz estável decomposta como

$$A_0 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

onde $A_{11} \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$ e $A_{22} \in \Re^{p \times p}$. Suponha que P seja a matriz de Lyapunov para A_0 que tem a forma diagonal em blocos dada por

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$$

onde $P_1 \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$ e $P_2 \in \Re^{p \times p}$. Então as sub-matrizes A_{11} e A_{22} possuem autovalores estáveis [14].

Proposição 2.1: Seja o sistema (A_0, B, C) para o qual existe o par (P, F) . Então existe uma transformação não singular T tal que a tripla com respeito as novas coordenadas $(\bar{A}_0, \bar{B}, \bar{C})$ possui as seguintes propriedades :

$$(i) \quad \bar{A}_0 = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}$$

onde $\bar{A}_{11} \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$, $\bar{A}_{22} \in \Re^{p \times p}$ e ambas são estáveis.

$$(ii) \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ P_{22} F^T \end{bmatrix} \text{ onde } P_{22} \in \Re^{p \times p} \text{ com } P_{22} = (P_{22})^T > 0$$

$$(iii) \quad \bar{C} = [0 \quad I_p]$$

(iv) a matriz de Lyapunov $\bar{P} = (T^{-1})^T P T^{-1}$ tem a forma diagonal em blocos

dada por

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_1 & 0 \\ 0 & \bar{P}_2 \end{bmatrix}$$

onde as matrizes $\bar{P}_1 \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$ e $\bar{P}_2 \in \Re^{p \times p}$ [14].

Suponha que a matriz B seja escrita como

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

onde $B_1 \in \Re^{(n-p) \times m}$, $B_2 \in \Re^{p \times m}$.

Considere o problema de resolver a equação matricial

$$B_1 + T_{12} B_2 = 0 \quad (2.67)$$

para $T_{12} \in \Re^{(n-p) \times p}$.

Lema 2.3: Se existe um observador tal que o erro decai assintoticamente para sistemas do tipo (2.66), então existe uma transformação $T_{12} \in \Re^{(n-p) \times p}$ tal que $B_1 + T_{12} B_2 = 0$ [14].

Lema 2.4: Uma matriz $T_{12} \in \Re^{(n-p) \times p}$ satisfazendo $B_1 + T_{12} B_2 = 0$ existe se, e somente se, $\text{rank}(B_2) = m$ [14].

Proposição 2.3: Existe um observador robusto, tal que o erro decai assintoticamente se, e somente se, $(\bar{A}_{11}, \bar{A}_m)$ é detectável [14].

Corolário 2.1: Quando $m = p$, um observador robusto existe se, e somente se, $\bar{A}_{11}$ é estável [14].

Projeto do Observador

Considere o sistema dado em (2.66) e suponha que exista uma mudança de coordenadas com respeito a uma matriz não singular T_1 tal que o sistema possa ser escrito como

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= A_{11} x_1(t) + A_{12} y(t) \\ \dot{y}(t) &= A_{21} x_1(t) + A_{22} y(t) + B_2 u(t) + B_2 \xi(t, x(t), u(t))\end{aligned}\quad (2.68)$$

onde $x_1 \in \Re^{(n-p)}$, $y \in \Re^p$, a matriz A_{11} tem autovalores estáveis e

$$T_1 A T_1^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad T_1 B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

com $A_{11} \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$, $A_{12} \in \Re^{(n-p) \times p}$, $A_{21} \in \Re^{p \times (n-p)}$, $A_{22} \in \Re^{p \times p}$, $B_2 \in \Re^{p \times p}$.

Considere agora o observador da forma

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11} \hat{x}_1(t) + A_{12} \hat{y}(t) - A_{12} e_y \\ \dot{\hat{y}}(t) = A_{21} \hat{x}_1(t) + A_{22} \hat{y}(t) + B_2 u(t) - (A_{22} - A_{22}^s) e_y + \|F\| P_2^{-1} v \end{cases} \quad (2.69)$$

onde $F^T = P_2 B_2$, $P_2 \in \Re^{p \times p}$ é uma matriz definida positiva e simétrica, A_{11} é estável, A_{22}^s é uma matriz qualquer estável. Seja os erros dos estados estimados definidos por $e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t)$ e $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$. O vetor v é definido por

$$v = \begin{cases} -\rho_1 \frac{e_y}{\|e_y\|} & , \quad e_y \neq 0 \\ 0 & , \quad e_y = 0 \end{cases} \quad (2.70)$$

com $\rho_1 > 0$.

Através de alguns cálculos, chega-se a:

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11} e_1(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21} e_1(t) + A_{22}^s e_y(t) + \|F\| P_2^{-1} v - B_2 \xi(t, x(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.71)$$

Teorema 2.2: Existe uma família de matrizes definidas positivas e simétricas P_2 , tais que a dinâmica do erro dada pela equação (2.71) é assintoticamente estável [14].

Prova:

A prova é similar à apresentada em [14].

Sejam $Q_1 \in \mathfrak{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ e $Q_2 \in \mathfrak{R}^{p \times p}$, matrizes de projeto definidas positivas e simétricas e define-se $P_2 \in \mathfrak{R}^{p \times p}$ como a única solução definida positiva e simétrica da equação de Lyapunov

$$P_2 A_{22}^s + (A_{22}^s)^T P_2 = -Q_2.$$

Define-se

$$Q_3 = A_{21}^T P_2 Q_2^{-1} P_2 A_{21} + Q_1$$

e nota-se que $Q_3 = Q_3^T$ e Q_3 é definida positiva.

Seja $P_1 \in \Re^{(n-p) \times (n-p)}$ a única solução definida positiva e simétrica da equação de Lyapunov

$$P_1 A_{11} + A_{11}^T P_1 = -Q_3.$$

Considera-se

$$V(e_1, e_y) = e_1^T P_1 e_1 + e_y^T P_2 e_y \quad (2.72)$$

como uma candidata a função de Lyapunov. Derivando (2.72), vem

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, e_y) = & -e_1^T Q_3 e_1 + e_1^T A_{21}^T P_2 e_y + e_y^T P_2 A_{21} e_1 - \\ & e_y^T Q_2 e_y + 2e_y^T \|F\| v - 2e_y^T P_2 B_2 \xi \end{aligned} \quad (2.73)$$

Note que

$$\begin{aligned} & (e_y - Q_2^{-1} P_2 A_{21} e_1)^T Q_2 (e_y - Q_2^{-1} P_2 A_{21} e_1) \\ & = e_y^T Q_2 e_y - e_1^T A_{21}^T P_2 e_y - e_y^T P_2 A_{21} e_1 + e_1^T A_{21}^T P_2 Q_2^{-1} P_2 A_{21} e_1 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Substituindo (2.74) em (2.73) e escrevendo $\tilde{e}_y$ no lugar de $(e_y - Q_2^{-1} P_2 A_{21} e_1)$,

tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1, e_y) = & -e_1^T Q_3 e_1 + e_1^T (A_{21}^T P_2 Q_2^{-1} P_2 A_{21}) e_1 \\ & - \tilde{e}_y^T Q_2 \tilde{e}_y + 2e_y^T \|F\| v - 2e_y^T P_2 B_2 \xi \end{aligned}$$

$$\dot{V}(e_1, e_y) \leq -e_1^T Q_1 e_1 - \tilde{e}_y^T Q_2 \tilde{e}_y.$$

Logo, $\dot{V}(e_1, e_y) < 0$ para $(e_1, e_y) \neq 0$. Então, $(e_1, e_y) \rightarrow 0$ assintoticamente.

Algoritmo para o Projeto do Observador Robusto

É possível sistematizar o projeto do observador seguindo os passos dados em [14]:

Passo 1: Permute as colunas de C até $C = [C_1 \ C_2]$ onde $C_2 \in \Re^{p \times p}$ com $\det(C_2) \neq 0$.

Então use a transformação não singular

$$T_0 = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

para obter as coordenadas do sistema tal que a matriz C tenha a forma $[0 \ I_p]$.

Passo 2: Se $\text{rank}(B_2) < m$ então não existe observador robusto, logo pare. Se não, resolva a equação algébrica $B_1 + T_{12}B_2 = 0$ para T_{12} usando o Lema 2.4.

Passo 3: Usando as matrizes T_{12} e T_0 monte a transformação

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & T_{12} \\ 0 & T_0 \end{bmatrix}$$

e gere as matrizes do sistema nas novas coordenadas $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$.

Passo 4: Identifique os sub-blocos matriciais $\bar{A}_{11}$ e $\bar{A}_m$ de $\bar{A}$. Se não puder ser encontrado um $L \in \Re^{(n-p) \times (p-m)}$ para estabilizar $\bar{A}_{11} + L \bar{A}_m$, então não existe um observador robusto e pare. Se não, compute L .

Passo 5: Defina uma transformação não singular

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & T_0^T \end{bmatrix}$$

onde $L = \begin{bmatrix} L & 0_{(n-p) \times m} \end{bmatrix}$ e compute a tripla do sistema nas novas coordenadas (A, B, C) .

Passo 6: O sistema agora pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_{11} x_1(t) + A_{12} y(t) \\ \dot{y}(t) &= A_{21} x_1(t) + A_{22} y(t) + B_2 u(t) + B_2 \xi(t, x(t), u(t)) \end{aligned}$$

onde A_{11} é estável.

Passo 7: Seja P_2 a única solução da equação de Lyapunov para que os auto valores da matriz

A_{22}^s sejam estáveis e a matriz definida positiva e simétrica de projeto Q_2 .

Seja

$$G = \begin{bmatrix} A_{12} \\ A_{22} - A_{22}^s \end{bmatrix}$$

onde A_{22}^s é uma matriz qualquer estável de dimensão apropriada.

Passo 8: Calcule as matrizes dos ganhos G_l e G_n , usando as coordenadas do sistema original

como

$$G_l = T^{-1}T^{-1}G$$

$$G_n = \|F\| T^{-1}T^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ P_2^{-1} \end{bmatrix}$$

onde $F^T = P_2 B_2$

Passo 9: Forme o observador como

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B u(t) - G_l (C \hat{x}(t) - y(t)) + G_n v$$

com

$$v = \begin{cases} -\rho_1 \frac{C e}{\|C e\|} , & C e \neq 0 \\ 0 , & C e = 0 \end{cases}$$

onde $e = e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$.

3 Controle da Geração

3.1 Introdução

Em estudos de sistemas elétricos de potência que retratam o desempenho em regime permanente, analisam-se as condições destes sistemas para uma situação específica [9]. Supondo-se, geralmente, as condições de carga para um determinado instante (19 horas – carga pesada, por exemplo), e efetuando-se ampla e larga análise de como o sistema se comportará neste instante. Isto significa, de forma sucinta, uma “fotografia” do sistema naquele instante específico.

Assim, normalmente quando se realiza o planejamento da operação de um sistema elétrico para condições de regime permanente, estabelece-se uma premissa de analisá-lo em suas condições extremas de carga (carga pesada – 19 horas e carga leve – 3 horas), porém para uma única situação em cada um destes períodos.

Por outro lado, nos estudos acima citados, parte-se sempre do princípio de que um estado de equilíbrio terá sido alcançado em cada uma das situações específicas analisadas, de tal sorte que a frequência do sistema seja constante em tais condições (60 Hz).

Entretanto, a realidade da operação de um sistema de potência é bem diferente.

As cargas nos diversos barramentos variam a cada instante, fazendo com que o estado de equilíbrio carga/geração seja sempre alterado, e portanto necessitando-se de constante restabelecimento do estado de equilíbrio original.

Esta função de constante restabelecimento de estados de equilíbrio é tipicamente a função primordial de um sistema de controle.

Dessa forma, pode-se facilmente depreender que um sistema elétrico de

potência deve ser dotado de um sistema de controle adequado no sentido de fazer com que o mesmo renove um estado de equilíbrio apropriado instante a instante.

Considerando-se que houve um acréscimo nas cargas do sistema, pode-se observar que instantaneamente o referido sistema fica em situação de déficit, uma vez que o consumo é maior do que a potência gerada pelas máquinas naquele instante. Este aumento de consumo é, portanto, suprido através da energia cinética das massas girantes, determinando-se, portanto, abaixamentos de velocidade de rotação das máquinas, e, conseqüentemente, de freqüência. A ação nos reguladores de velocidade faria com que um novo estado de equilíbrio fosse atingido (com freqüência mais baixa) [9].

Pode-se primeiramente considerar que não houve nenhum tipo de ação de regulação automática de velocidade. Ainda neste caso, o sistema terá uma capacidade inerente de alcançar um novo estado de equilíbrio. Isto se explica pelo fato de que a carga é variável com a freqüência, e portanto, em geral, quando a freqüência decai, também decai o valor absoluto da carga, indicando uma "tendência" do próprio sistema, através de suas características próprias de carga, se auto-regular, ou seja, de atingir novo estado de equilíbrio.

A propriedade de um sistema de potência de chegar a um novo estado de equilíbrio "por si só", é denominada *Regulação Própria do Sistema*, e se expressa através de um parâmetro D , chamado *Coefficiente de Amortecimento*.

Este parâmetro representa tão simplesmente a variação da carga com a freqüência. Chamando de P_D a carga ativa do sistema, podemos dizer que:

$$D = \frac{\Delta P_D}{\Delta f}$$

Pode-se então verificar que, no caso de se considerar a regulação própria do sistema como suficiente para restabelecer um novo estado de equilíbrio, após um aumento de

carga ΔP_D , chega-se a uma variação de frequência de:

$$\Delta f = \frac{\Delta P_D}{D}$$

Em um sistema de potência de porte, estas variações instante a instante ΔP_D atingem valores consideráveis. Por outro lado, os valores de D típicos em tais sistemas são relativamente baixos. Isto mostra que variações de frequência inadmissíveis poderiam ser atingidas, indicando, portanto, claramente a necessidade de se dispor de controladores adequados no sentido de evitar tais fatos ($D = 1\%$, por exemplo).

Em outras palavras, verifica-se a necessidade de se contar com controladores que façam com que seja balanceada a geração e a carga do sistema de potência.

Um outro ponto que aqui merece destaque, e que mostra as reais dificuldades do estabelecimento de um controle adequado, diz respeito à variabilidade das próprias características da carga.

A característica de carga pode ser válida para um dado período (carga pesada, por exemplo), e não ser válida para outro período da mesma jornada de carga diária (carga leve). Isto porque as relações de sensibilidade das cargas conectadas com a frequência podem ser inteiramente diversas no decorrer da jornada.

Portanto, o sistema de controle a ser estabelecido deve levar em conta fatos desta natureza, mostrando os cuidados que devem ser tomados ao selecioná-lo.

Pode-se, assim, verificar que o controle de um sistema elétrico depende fundamentalmente do comportamento da carga, porquanto este sistema de controle deve estar apto a adaptar a cada instante o programa de geração ao comportamento da carga. Assim, torna-se evidente que o conhecimento apropriado da carga é extremamente importante quando se deseja otimizar a ação dos controladores.

Muito embora a ligação ou o desligamento dos pequenos blocos de carga que constituem a carga global de uma Região seja um evento completamente aleatório, ao se conhecer a composição do mercado nesta Região, pode-se com relativa facilidade prever a curva de carga esperada para a citada área, e portanto prever um programa de geração e intercâmbios adequados para fazer face àquela curva de carga.

Por exemplo, em uma região altamente industrializada, pode-se ter uma curva com fator de carga bastante elevado, considerando que as cargas industriais são praticamente constantes durante boa parte do dia.

Dessa maneira, pode-se observar que a tarefa dos operadores seria extremamente difícil e sujeita a erros se os mesmos tivessem que abrir mão dos sistemas automáticos de controle. Eles teriam que prever com a máxima precisão a curva de carga (que como toda e qualquer previsão é sujeita a falhas e a fatos inesperados) e adaptar a cada momento a programação de geração e intercâmbios a esta curva prevista.

Para se ter uma idéia da impossibilidade de se conseguir tal façanha, pode-se constatar ao longo de diversas observações que, mesmo quando o sistema de previsão de cargas a curto prazo é bem-feito, e o programa de geração e intercâmbios bem estimado, a diferença entre eles pode atingir valores significativos.

Então, pode-se analisar com facilidade o problema, verificando que, da mesma forma que o operador não pode "competir" com um sistema de proteção, também torna-se impossível fazê-lo desempenhar uma função que evidentemente não pode ser sua, ou seja, controlar o sistema instante a instante, de tal forma a não deixar ocorrerem abaixamentos substanciais de frequência, conseqüentemente expondo o sistema e seus consumidores a riscos desnecessários.

Assim, pode-se estabelecer um primeiro objetivo do sistema de controle de um

sistema elétrico de potência, qual seja, manter a frequência constante a maior parte do tempo que for possível.

Como veremos, outros objetivos existem para o sistema de controle, também de importância. No entanto, a função primordial do sistema de controle a ser abordada neste trabalho é sem dúvida alguma daquela acima mencionada.

Outro objetivo do sistema de controle é decorrente da própria noção de Sistemas Interligados. Grandes vantagens são obtidas ao se operar sistemas elétricos de forma interligada ao invés de isolados.

Um subsistema poderá auxiliar outro em situação carente, porém, normalmente, devem-se respeitar os intercâmbios programados entre subsistemas, somente prevendo-se aumentos bruscos permanentes em casos de consultas entre despachos, e portanto através de reprogramações. De qualquer forma, normalmente este não é o caso, e, portanto, outro objetivo dos sistemas de controle é manter os intercâmbios programados, com o intuito de garantir que o subsistema fornecedor não terá a sua operação prejudicada neste aspecto.

Por outro lado, da mesma forma que não se deseja perturbar a operação dos subsistemas supridores, pelas próprias explanações acima, verifica-se que os sistemas receptores também devem ser protegidos, e, dentro deste conceito, pode-se afirmar que um outro objetivo a ser alcançado pelo sistema de controle deverá ser garantir o auxílio adequado aos subsistemas que eventualmente em um dado instante se encontrem em situação carente da sua geração com relação à sua carga.

3.2 A Regulação Primária

Um sistema elétrico tem uma característica inerente, que denomina-se Regulação Própria, e que consiste basicamente na capacidade deste sistema de alcançar um novo estado de equilíbrio, em resposta a uma variação instantânea da potência gerada com relação à potência consumida, supondo que as unidades geradoras do sistema não pudessem efetuar nenhum tipo de auxílio, no entanto, tal modo de se chegar a um novo estado de equilíbrio seria bastante desaconselhável, uma vez que variações de frequência de grande porte seriam impostas, conduzindo o sistema de potência a níveis operativos inaceitáveis.

Dessa maneira, quando se verifica um desequilíbrio instantâneo geração-carga, é necessário uma ação para auxiliar na condução do sistema a um estado de equilíbrio mais favorável.

Exatamente por esta razão as unidades geradoras são dotadas de mecanismos de regulação de velocidade automática, que atuam no sentido de elevar ou reduzir a potência da unidade, quando a velocidade (ou frequência) se afasta da velocidade de referência.

Esta regulação automática exercida pelos reguladores de velocidade das máquinas do sistema é denominada *Regulação Primária*.

Pode-se observar que o controle da frequência é, então, feito através de variações de potência ativa das máquinas do sistema, indicando a correlação que deve sempre ser levada em conta entre as grandezas P (potência ativa) e f (frequência). Isto fisicamente pode ser explicado pelos próprios eventos que dão origem ao fenômeno em questão. Para haver um desequilíbrio geração-carga, pode-se supor um brusco aumento na carga do sistema, e instantaneamente a geração ficará inferior à carga. No entanto, a potência consumida por esta carga continuará a ser suprida a cada instante, se os consumidores permanecem ligados

ao sistema. Ora, a única forma de suprir momentaneamente esta deficiência é através da utilização da parte da energia cinética existente nas massas girantes do sistema, e, ao se tomar emprestada esta parte da energia cinética, a velocidade das máquinas (e conseqüentemente a frequência) será reduzida. Com a redução de velocidade observada, haverá atuações automáticas dos reguladores de velocidade no sentido de aumentar as potências das unidades geradoras, e dessa forma ajudar no suprimento às novas cargas sem tanta utilização da energia cinética (regulação primária). Assim, observamos que há uma forte interação entre as variáveis P e f do sistema.

Interação análoga se verifica entre as grandezas Q (potência reativa) e V (tensão), constituindo-se assim duas grandes malhas de controle: a malha de controle de frequência (com o auxílio das potências ativas) e a malha do controle de tensão (com o auxílio das potências reativas).

O sistema de controle referente à grandeza tensão é muito mais rápido do que aquele referente à frequência, tendo em vista as inércias de máquinas envolvidas neste último.

Pode-se, então, assumir como aproximação que somente quando os transitórios referentes à malha de controle da tensão estiverem ultrapassados é que começará a atuação da malha de controle de frequência, ou seja, que as duas malhas de controle são independentes.

3.2.1 Regulador com Queda de Velocidade

O regulador com queda de velocidade atua na admissão da turbina, ou seja, variando a sua velocidade, a fim de estabilizar mais rapidamente a frequência. Tal regulador faz com que a frequência se estabilize antes de atingir o seu valor inicial, teremos então um

estado de equilíbrio definido para uma frequência deferente da nominal.

Assim, este é o preço pago para a obtenção de uma regulação mais rápida e estável. Por outro lado, tal regulador permite distribuir as variações de carga entre várias unidades em paralelo de forma adequada.

Turbina Térmica

As Figura 3.1 e Figura 3.2 mostram respectivamente a planta térmica e o controle da turbina térmica. Todos os parâmetros e valores típicos estão relacionados na Tabela 1.

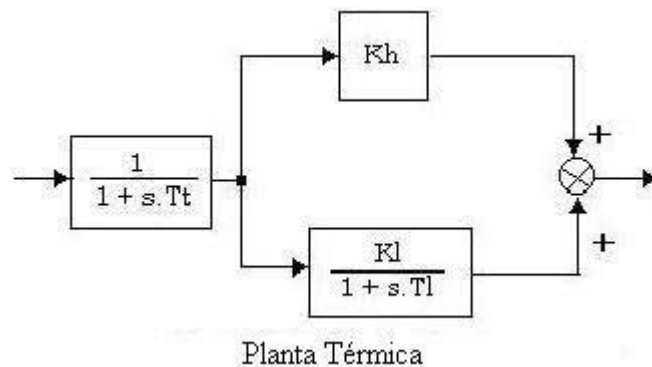


Figura 3.1 – Planta térmica.

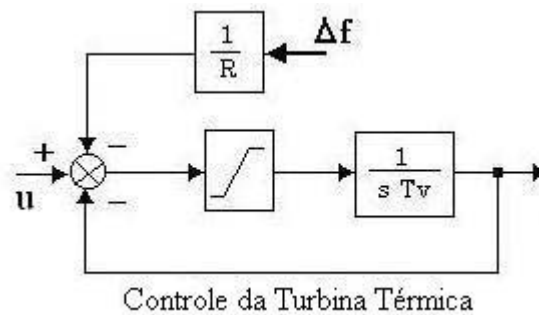


Figura 3.2 – Controle da turbina térmica.

Turbina Hidráulica

As e Figura 3.3 e Figura 3.4 mostram respectivamente a planta hidráulica e o controle da turbina hidráulica. Todos os parâmetros e valores típicos estão relacionados na Tabela 1.

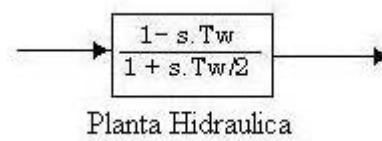


Figura 3.3 – Planta hidráulica.

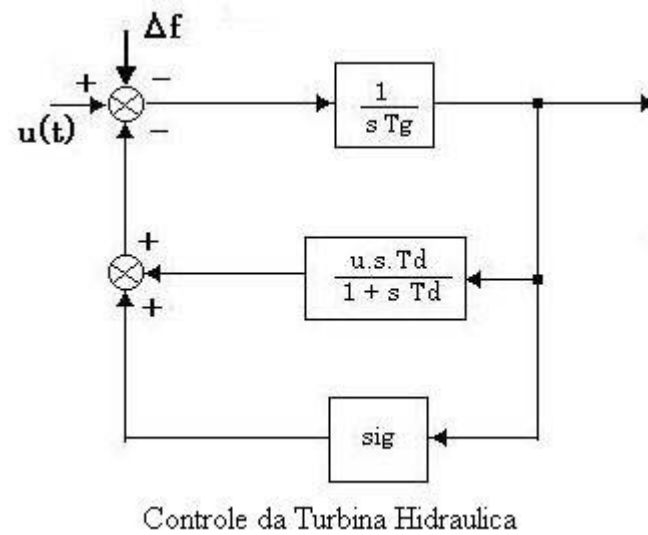


Figura 3.4 - Controle da turbina hidráulica.

3.3 A Regulação Secundária

Verifica-se que um impacto de carga em um Sistema de Potência provoca no mesmo uma variação de frequência em regime transitório e dinâmico, e que após terminados estes transitórios a frequência se estabilizava em um novo valor, diferente da frequência inicial.

Isto era válido para o caso em que se tinha a atuação dos reguladores de velocidade na regulação primária.

Se nenhuma providência adicional fosse tomada, poder-se-ia ter variações de frequência inaceitáveis no sistema, devido a impactos sucessivos de carga.

Diversos tipos de restrições à operação com subfrequência podem ser listados, dentre eles alguns mais importantes [9]:

- aumento na fadiga das unidades geradoras e conseqüente perda de vida útil.

As unidades térmicas, e principalmente as nucleares, são muito mais restritivas quanto a este aspecto. Por este motivo, em um sistema com estes tipos de usinas sincronizadas, a menor frequência de operação permissível é de 59,5 Hz, se esta condição persistir por alguns poucos minutos.

- cargas consideradas mais críticas são aquelas controladas por processos síncronos, ou os processos dependentes de relógios síncronos. Várias reclamações de consumidores são registradas após operações forçadas com frequências reduzidas. Quando estas reduções atingem 10%, diversos consumidores sentem suas instalações efetivamente prejudicadas e passam a recorrer de imediato às respectivas concessionárias de energia elétrica.

Esta situação aparentemente parece interessante, quando sabemos que nos Estados Unidos, em 1947, houve um teste de subfreqüência em que a freqüência atingiu 58,5 Hz durante 5 minutos, e não se registrou uma única reclamação de consumidor.

Deve-se, entretanto, observar que isto ocorreu em 1947, quando as indústrias eram bem diferentes, e ainda não se dispunha de computadores, estes sim bastante afetados em um processo de subfreqüência. A rigor, sabe-se que os sistemas de computadores podem tolerar desvios de freqüência de até $\pm 0,5$ Hz.

Estações de rádio diversas dependem de relógios elétricos para suas programações, e seriam também afetadas por operações com variações de freqüência em regime permanente.

Com estas variações, seriam também verificados acúmulos em erros de tempo de relógios elétricos, registradores, aparelhos de tempo sincronizados à rede etc.

- equipamentos como transformadores não apresentam maiores problemas para faixas de variação de 0,5 Hz, se bem que deverão ser analisadas as variações decorrentes destes Δf com respeito às perdas no ferro, histerese, fluxo de dispersão.

A carga reativa do sistema tende a aumentar, devido à corrente de excitação, com redução de freqüência. Por outro lado, com freqüências reduzidas, os capacitores conectados ao sistema para fornecerem suporte de tensão tendem a fornecer menos reativos. A reatância dos reatores ligados à rede se reduz com a redução da freqüência, e portanto a solicitação de corrente reativa aumenta neste tipo de equipamento.

De tudo o que foi aqui exposto, pode-se facilmente depreender os inconvenientes que poderiam ser obtidos, caso não houvesse preocupações em se manter a freqüência do sistema constante, para o "modo" normal de operação do mesmo, ou seja, para as suas jornadas normais de carga, onde a cada instante diversos consumidores são ligados e

desligados à rede, aumentam e diminuem suas cargas, enfim, ocorrem flutuações de demanda das mais diversas formas.

Deve-se, portanto, pensar em efetivar um outro tipo de controle, de tal sorte que, após responder-se normalmente às variações de demanda, consiga-se fazer a frequência retomar ao seu valor original.

3.4 Modelo da Geração

Considerando-se o sistema de controle de frequência com acesso apenas à saída, o sistema é descrito originalmente em [8]. Foram consideradas duas áreas de controle interconectadas de geração, com características térmicas e hidráulicas.

A Representação no diagrama de blocos desse sistema está mostrada na Figura 3.5 e na tabela 1 os parâmetros e os valores nominais estão apresentados.

As equações do sistema, desconsiderando todas as incertezas paramétricas e saturações, são:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde $x \in \Re^{10}$, $u(t) \in \Re^1$ e $y(t) \in \Re^5$ são os vetores de estado, os vetores de entrada e os vetores de saída, respectivamente. As matrizes $A \in \Re^{10 \times 10}$, $B \in \Re^{10 \times 1}$ e $C \in \Re^{5 \times 10}$ são constantes.

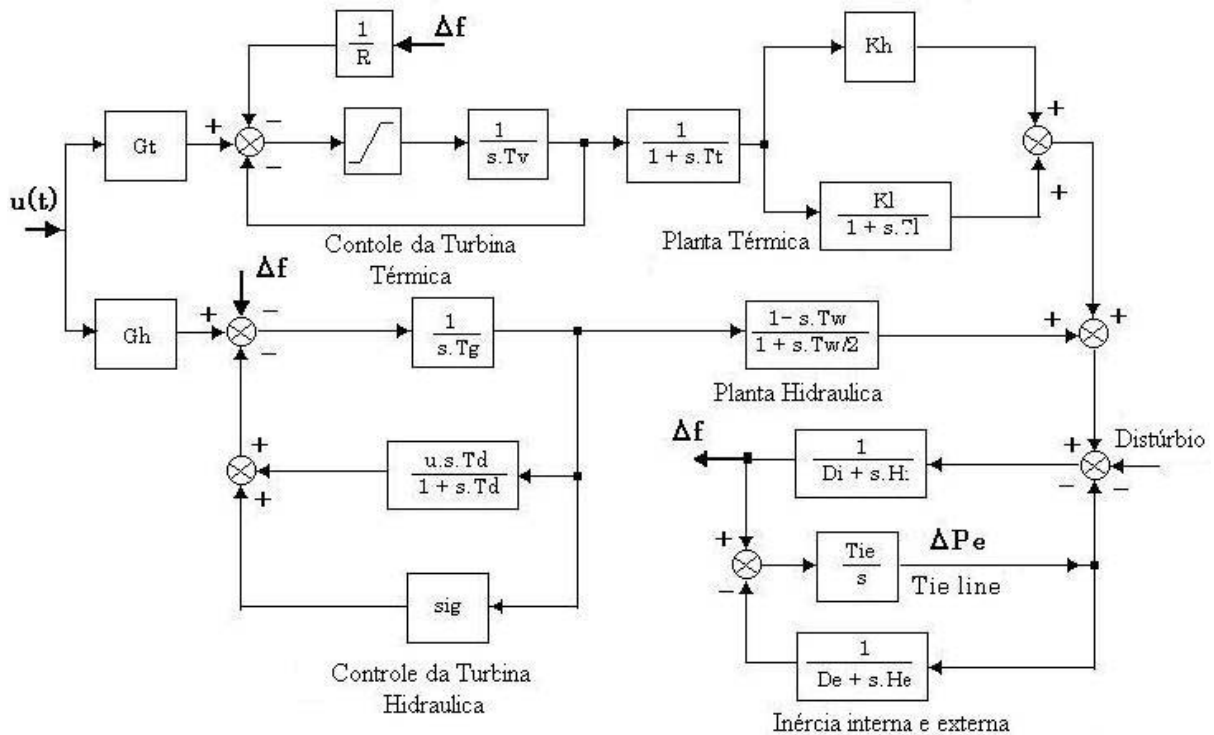


Figura 3.5 – Modelo do sistema de controle de frequência.

Tabela 1 - Controle de frequência: parâmetros e valores nominais.

Parâmetros	Símbolos	Valores
Variação da Frequência [Hz]	Δf	-
Variação da Potência [p.u.]	ΔPe	-
Regulação da velocidade devido a ação do gerador [Hz/p.u. Mw]	R	2.4
Coeficientes de reaquecimento	Kh / Kl	0.5 / 0.5
Constante de tempo de reaquecimento [seg.]	Tl	6.0
Constante de tempo da turbina [seg.]	Tt	0.3
Constante de tempo do gerador [seg.]	Tv	0.1
Coeficiente sincronizante entre sistemas interconectados [p.u. Mw/H seg.]	Tie	1.1677
Regulação transitória da turbina hidráulica [Hz/p.u. Mw]	μ	24.0
Regulação permanente da turbina hidráulica [Hz/p.u. Mw]	sig	1.8
Constante de tempo da turbina hidráulica [seg.]	$Td / Tg / Tw$	4.0 / 0.6 / 1.0
Constante de inércia do sistema de potencia interno e externo [seg.]	Hi / He	0.17 / 0.10
Característica da variação de carga dos sistemas de potencia interno e externo [p.u. Mw/Hz]	Di / De	0.008 / 0.892
Distribuição de carga para as turbinas térmica e hidráulica [ganhos]	Gt / Gh	0.3 / 0.7

No problema do CAG os requerimentos mínimos [10] são:

- o erro da frequência estática seguindo uma carga em degrau deve ser zero;
- a frequência transitória (Δf) não deve exceder $\pm 0,02 \text{ Hz}$ sob condições normais;
- a variação na carga estática do fluxo de potência (ΔPe) seguindo um degrau em cada área deve ser zero;
- o erro de tempo devido a frequência transitória não deve exceder ± 3 segundos;

4 Controle CAG com Modo Deslizante

4.1 Introdução

O controle da geração será analisado através de simulações, os quais serão utilizados para fazer o controle, o observador [14] apresentado na seção 2.7 juntamente com as leis de controle [15] e [18] apresentadas a seguir.

O esquema da Figura 4.1 mostra como o observador e o controlador foram utilizados para controlar a planta.

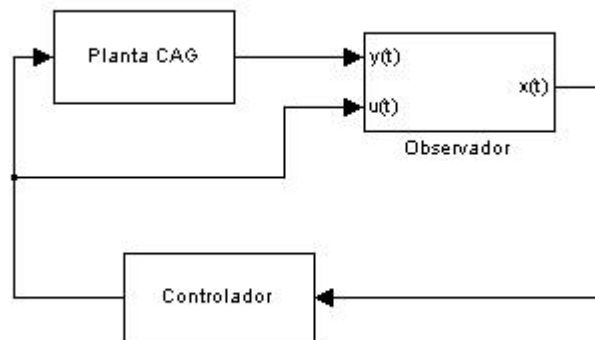


Figura 4.1 – Esquema do observador, controlador e planta.

4.2 Projeto do Observador com Modo Deslizante

Considera-se o sistema incerto descrito por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + f(t, x(t), u(t)) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Para o sistema da Figura 3.5, com os valores nominais da Tabela 1, tem-se:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 9,41 & 1,60 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,05 & -1,00 & 1,67 & 0,08 & -2,00 & 6,00 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,01 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12,81 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3,33 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,33 & -0,17 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,10 & -10,00 & 0 & 0 & 0 & -43,00 & 0 & 0 & 0 & 10,00 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00 & -2,00 & 0 & 0 & 0 \\ -3,00 & -25,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9,79 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 & -0,25 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2,10 \\ 0 \\ 3,00 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,67 & 0,08 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2,00 & 6,00 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Para o cálculo do observador utilizou-se os passos apresentados na seção 2.7.

Se $\hat{x}(t)$ representa os estados estimados de $x(t)$ e $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$, considere um observador em CEV/MD da forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - G_l(C\hat{x}(t) - y(t)) + G_n v \quad (4.2)$$

onde

$$G_l = \begin{bmatrix} 4 & 1,57 & 1,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,73 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1,18 & 10,73 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,15 & -0,71 \\ 0 & 0 & 0 & 1,88 & 0 \\ -2,1 & -1,67 & 0 & -42,78 & 18,9 \\ 0 & 0 & 0 & 2,79 & -0,5 \\ -3 & -4,17 & 0 & -25,74 & 3,43 \\ 0 & 0 & 3,67 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,47 & -0,5 \end{bmatrix}$$

e

$$G_n = \begin{bmatrix} 3,23 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,59 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3,55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,43 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,65 & -2,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1,88 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20,79 & -3 \\ 0 & 0 & -1,76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4,31 & 0 \end{bmatrix}$$

com

$$v = \begin{cases} -\rho_1 \frac{C e}{\|C e\|}, & C e \neq 0 \\ 0, & C e = 0 \end{cases}$$

onde $e = e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ e $\rho_1 < 0$.

4.3 Projeto do Controlador Contínuo com Modo Deslizante

Considere um sistema linear contínuo no tempo [15] e [18], com uma entrada e pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + B\xi(t, x(t)) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{4.3}$$

onde $u(t)$ é o controle, $x(t)$ o vetor de n-estados, $y(t)$ é um vetor de p-saídas e $A \in \Re^{n \times n}$, $B \in \Re^{n \times 1}$ e $C \in \Re^{p \times n}$ são matrizes constantes. A função $B\xi(t, x(t))$ são as incertezas do modelo e não-linearidades do sistema. A superfície deslizante é dada por

$$S(t) = \{x(t) \mid Gx(t) = 0\} \tag{4.4}$$

onde $G \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ é uma matriz constante, que é projetada tal que o sistema seja estável ao longo da superfície deslizando.

A matriz G da eq. (4.4) é primeiramente projetada. Supondo que a planta (4.3) esteja na seguinte forma regular [12]

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + bu(t)\end{aligned}\tag{4.5}$$

onde $x_1 \in \mathfrak{R}^{n-1}$, $x_2 \in \mathfrak{R}^1$ e $b \in \mathfrak{R}^1$. As matrizes constantes são $A_{11} \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times (n-1)}$; $A_{12} \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$; $A_{21} \in \mathfrak{R}^{1 \times (n-1)}$ e $A_{22} \in \mathfrak{R}^{1 \times 1}$.

A superfície deslizando é

$$S(t) = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = 0,\tag{4.6}$$

onde $G_1 \in \mathfrak{R}^{1 \times (n-1)}$ e $G_2 \in \mathfrak{R}^1$ não nulas.

Assim, a dinâmica de ordem reduzida do sistema em deslizamento é

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} A_{11} - A_{12} G_2^{-1} G_1 \end{bmatrix} x_1(t).\tag{4.7}$$

O sistema em deslizamento (4.7) tem realimentação $A_{11} + A_{12}F$ com

$$F = -G_2^{-1}G_1.$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0,40 \end{pmatrix}$$

e

$$G = \begin{pmatrix} 1,00 & 5,80 & -1,28 & 2,53 & 0,39 & -0,32 & 10,70 & 0,56 & 1,24 & -0,24 \end{pmatrix}$$

Depois de projetada a superfície deslizante, o próximo passo é garantir a existência de um modo deslizante.

Uma estrutura frequentemente usada é

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) \quad (4.8)$$

onde $u_{eq}(t)$ é o controle equivalente e $u_n(t)$ é o controle para manter o sistema em deslizamento.

Para o modo deslizante, a lei de controle equivalente deve satisfazer a condição

$$\dot{S}(t) = G\dot{x}(t) = GAx(t) + GBu_{eq}(t) = 0 \quad (4.9)$$

Da eq. (4.9) segue-se que

$$\begin{aligned} u_{eq}(t) &= F_{eq}x(t) \\ F_{eq} &= -(GB)^{-1}GA \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde GB é assumida não nula.

Agora, a lei de controle $u_n(t)$ é projetada. Supondo que

$$S(t) = Gx(t) \quad (4.11)$$

onde $S \in \Re$ e $G \in \Re^{1 \times n}$ e a função candidata de Lyapunov é

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2(t) \quad (4.12)$$

Assim, a condição de existência para o modo deslizante é satisfeito se

$$\dot{V}(t) = S(t)\dot{S}(t) < 0. \quad (4.13)$$

Para o sistema (4.3), com o controlador (4.8), segue-se que

$$\dot{S}(t) = G[Ax(t) + B(u_{eq}(t) + u_n(t))] \quad (4.14)$$

Substituindo a eq. (4.10) na eq. (4.14) tem-se

$$\dot{S}(t) = GBu_n(t). \quad (4.15)$$

Assumindo que $GB=1$, então $\dot{S}(t) = u_n$. Uma lei de controle suave que satisfaz a condição (4.13) é

$$u_n(t) = \rho S(t), \quad \rho < 0 \quad (4.16)$$

Assim, segue-se que

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_n(t) = -[(GB)^{-1}GAx(t) + \rho S(t)]. \quad (4.17)$$

4.4 Projeto do Controlador Discreto com Modo Deslizante

Considere agora que o sistema deverá ser controlado por computador, através do uso de conversores.

Assim, considere o sistema discreto [15] e [18] com uma entrada representado por

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k, \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (4.18)$$

onde $x_k \in \mathfrak{R}^n$, $y_k \in \mathfrak{R}^p$ são sinais amostrados e $u_k \in \mathfrak{R}^1$ é o controle discreto. As matrizes constantes são $\Phi \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$.

A superfície deslizante discreta S_k é definida como

$$S_k = G x_k. \quad (4.19)$$

A matriz $G \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ é projetada tal que os estados, mantida sobre S_k para todo k , seja estável.

A lei de controle (4.8) é realizada por um computador digital.

O controle é dado em todo instante amostrado $k\Delta$, onde Δ é o período de amostragem. Em controle digital, a entrada u tem um valor constante entre a amostragem

$$u(t) = u_k^{eq} + u_k^n \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta \quad (4.20)$$

onde u_k^{eq} é o controle discreto equivalente e u_k^n é o controle discreto para manter o sistema em deslizamento.

4.4.1 Projeto da Superfície Deslizante Discreta

Uma lei de controle equivalente para o sistema (4.18) para todo k é dada por

$$\begin{aligned} u_k^{eq} &= F_{eq} x_k \\ F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I) \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde G é uma matriz constante projetada tal que o sistema em modo deslizante

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [\Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)]x_k \\ Gx_k &= 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

é estável.

Sendo,

$$\begin{aligned} F_{eq} &= (1,00 \quad 10,43 \quad 1,42 \quad -0,21 \quad -0,28 \quad -0,63 \quad -4,06 \quad 0,79 \quad -3,07 \quad -0,34) \\ e \\ G &= (4,38 \quad 25,56 \quad -5,78 \quad 11,40 \quad 1,73 \quad -0,21 \quad 47,99 \quad 2,09 \quad 5,44 \quad -1,48) \end{aligned}$$

4.4.2 Projeto da Lei de Controle Discreta

Agora, a lei de controle u_k^n é projetada. Supondo uma função candidata de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} S_k^2 \quad (4.23)$$

Para garantir a condição de existência para a superfície deslizando discreta, temos

$$V_{k+1} < V_k \quad (4.24)$$

Substituindo a eq. (4.23) na eq. (4.24), a condição de existência para a superfície deslizando é

$$\frac{1}{2} S_{k+1}^2 < \frac{1}{2} S_k^2 \quad (4.25)$$

Considerando que

$$\begin{aligned} \Delta S_{k+1} &= S_{k+1} - S_k = G x_{k+1} - G x_k \\ \Delta S_{k+1} &= G(\phi x_k + \Gamma u_k^n) - G x_k \end{aligned} \quad (4.26)$$

e substituindo (4.20) e (4.21) em (4.26) segue-se que

$$\Delta S_{k+1} = G \Gamma u_k^n. \quad (4.27)$$

Substituindo $S_{k+1} = S_k + \Delta S_{k+1}$ na eq. (4.25), temos

$$\frac{1}{2} (S_k + \Delta S_{k+1})^2 < \frac{1}{2} S_k^2 \quad (4.28)$$

e

$$\frac{1}{2} (S_k^2 + 2\Delta S_{k+1} S_k + \Delta S_{k+1}^2) < \frac{1}{2} S_k^2 \quad (4.29)$$

Substituindo (4.27) em (4.29) temos

$$S_k(G\Gamma u_k^n) < -\frac{1}{2}(G\Gamma u_k^n)^2 \quad (4.30)$$

Supondo que $G\Gamma=1$, então a condição de existência para a superfície deslizante é

$$S_k u_k^n < -\frac{1}{2}(u_k^n)^2 \quad (4.31)$$

Uma lei de controle $u_k(t)$ que satisfaz a condição de existência (4.31) é

$$u_k^n = -S_k \quad (4.32)$$

Assim, segue-se que a lei de controle discreto é

$$u(t) = u_k^{eq} + u_k^n = -[(G\Gamma)^{-1}G(\phi - I)x_k + S_k] \quad (4.33)$$

4.4.3 Análise de Estabilidade e Robustez

A lei de controle (4.32) foi escolhida devido sua simplicidade de realização e também devido a sua velocidade de computação, também apresenta robustez para uma classe de incertezas como pode ser visto a seguir.

Considere o sistema discreto incerto

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k) \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (4.34)$$

onde $\Delta f(x_k) \in \Re^n$ é uma função discreta que representa as incertezas da planta.

Teorema:

Se $\|Gx_k\| > \|G\Delta f(x_k)\|$ para todo k , então o sistema (4.34) com lei de controle discreta (4.33) é estável, a prova foi apresentada em [19].

4.5 Simulações

Simulações foram feitas utilizando o modelo mostrado na Figura 3.5 e o esquema mostrado na Figura 4.1. Foram consideradas diversas situações.

- i- Sinal analógico sem controle externo;
- ii- Sinal analógico com controle externo analógico (4.17) sem perturbação;
- iii- Sinal analógico sem controle externo com perturbação;
- iv- Sinal analógico com controle externo analógico com perturbação;
- v- Sinal de saída obtido a partir de conversor A/D (Sinal Digital) com controle analógico sem perturbação;
- vi- Sinal digital com controle digital (4.33) sem perturbação;
- vii- Sinal digital com controle analógico com perturbação;
- viii- Sinal digital com controle digital com perturbação;

A Figura 4.2 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, e não existe nenhum controle externo aplicado ao sistema bem como perturbação.

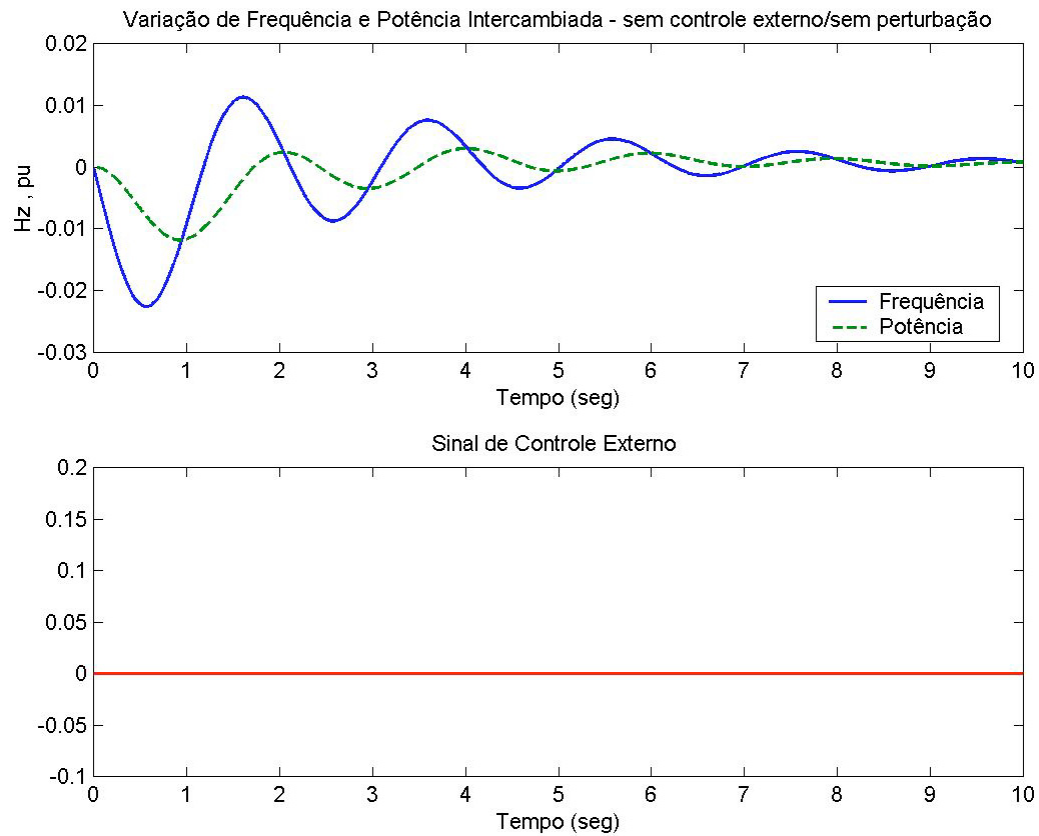


Figura 4.2 – Variação da Frequência e Potência sem controle externo e sem perturbação.

Na Figura 4.2 pode-se notar primeiramente que a variação da frequência é maior que $\pm 0,02 \text{ Hz}$, o que já ultrapassa o limite desejado, e o tempo de estabelecimento também é um pouco elevado.

A Figura 4.3 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo e o controle externo analógico proposto, e sem perturbação.

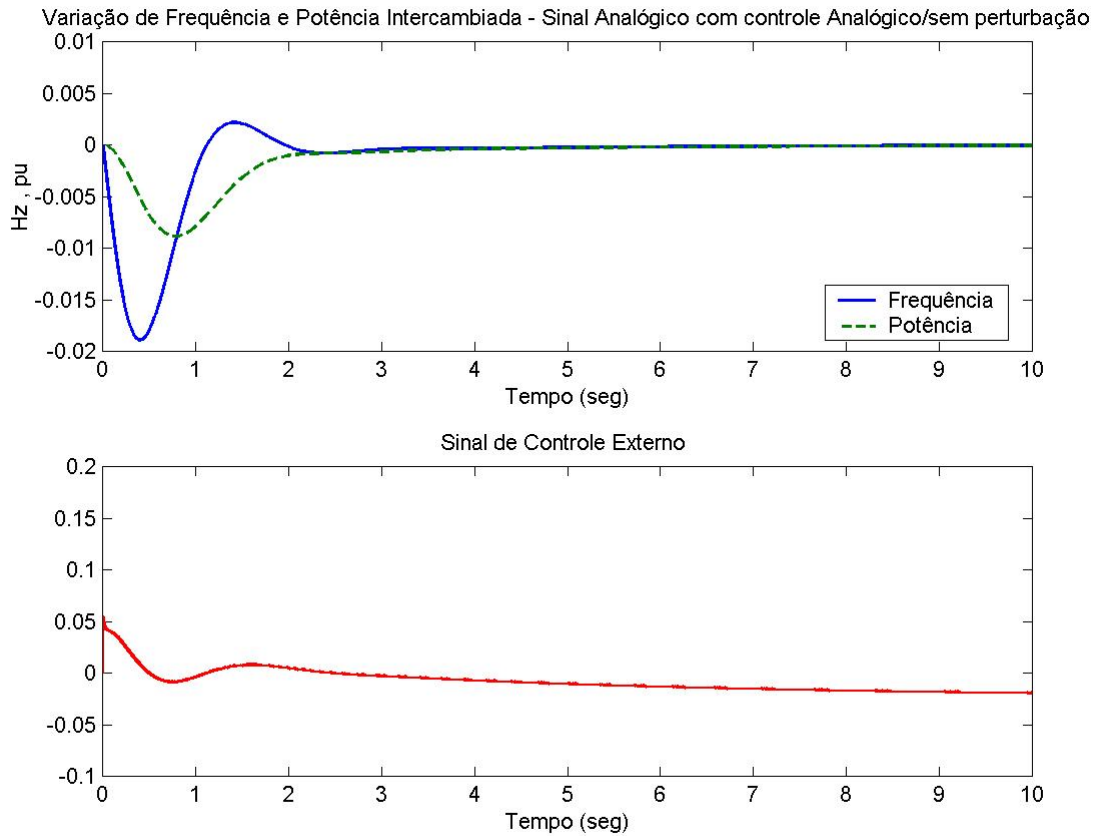


Figura 4.3 - Variação da Frequência e Potência com controle externo analógico e sem perturbação.

Na Figura 4.3 a variação da frequência já está dentro dos limites, assim como o tempo de estabelecimento é menor que o da Figura 4.2.

A Figura 4.4 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, e não existe nenhum controle externo aplicado ao sistema e com perturbação no valor de $0,5 \cdot \sin(\pi t)$.

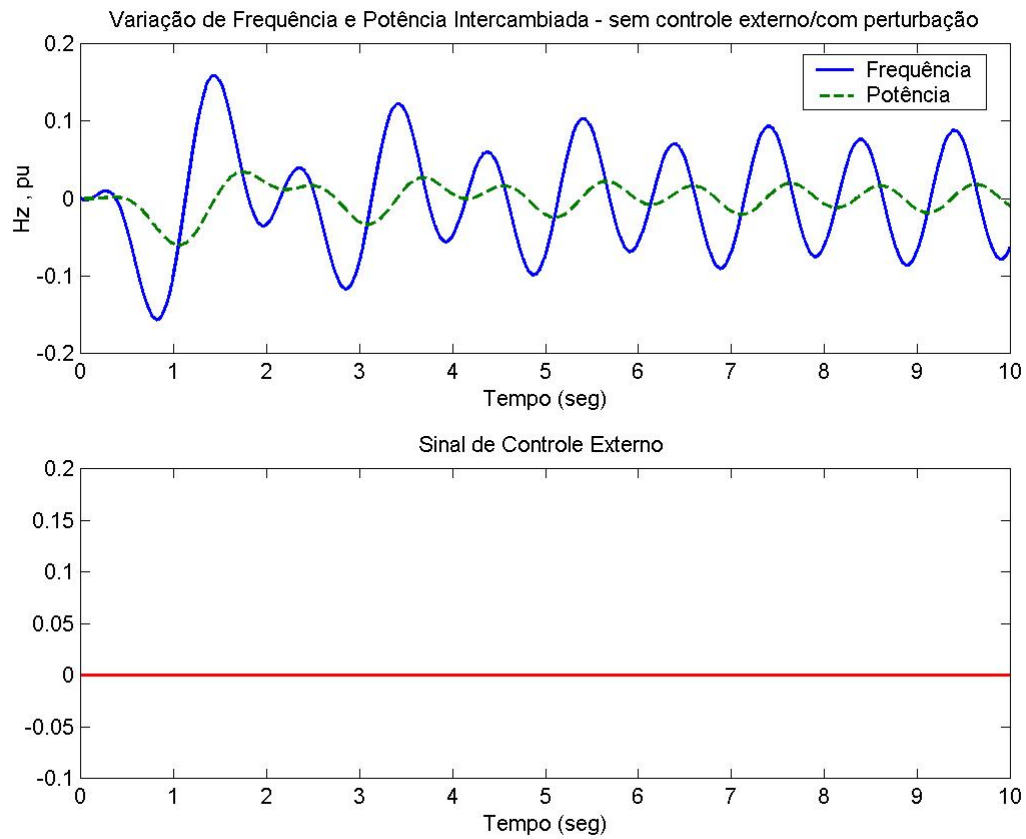


Figura 4.4 – Variação da Frequência e Potência sem controle externo e com perturbação.

Na Figura 4.4 nota-se que ao se inserir perturbação no sistema, apenas o controle interno não foi capaz de estabilizar o sistema dentro dos limites permitidos.

A Figura 4.5 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo e o controle externo analógico proposto, e com perturbação no valor de $0,5 \cdot \text{sen}(\pi t)$.

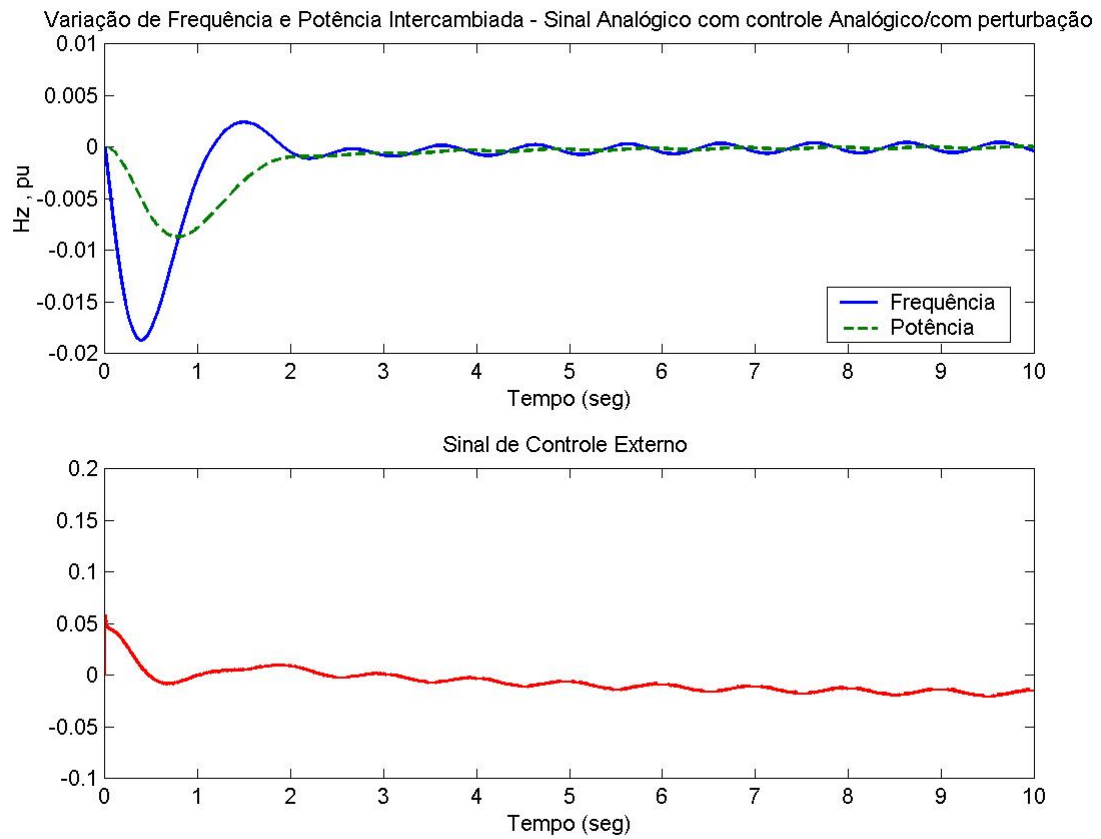


Figura 4.5 - Variação da Frequência e Potência com controle externo analógico e com perturbação.

A Figura 4.6 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo e o controle externo analógico proposto, e com perturbação no valor de $\text{sen}(\pi t)$.

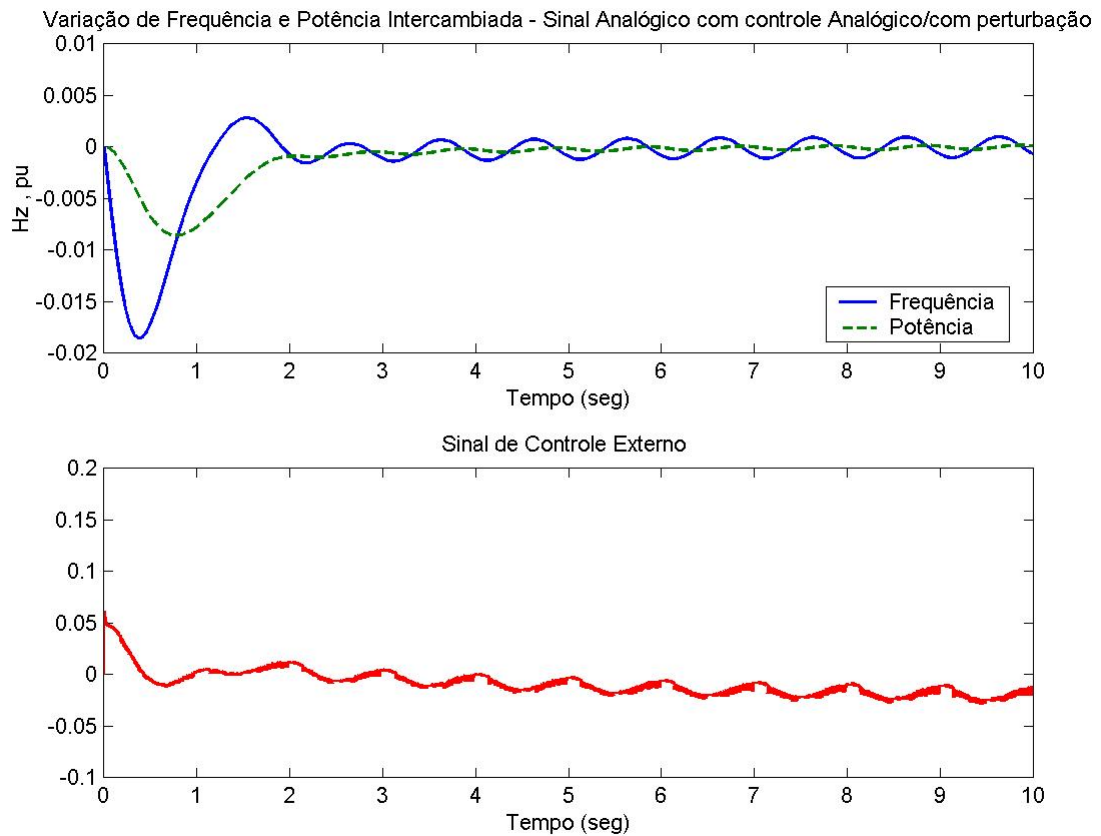


Figura 4.6 - Variação da Frequência e Potência com controle externo analógico e com perturbação.

Nas Figura 4.5 e Figura 4.6 nota-se que mesmo com a introdução de perturbação o controle externo teve êxito na estabilização do sistema dentro dos limites permitidos.

A Figura 4.7 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e com o controle externo analógico e sem perturbação.

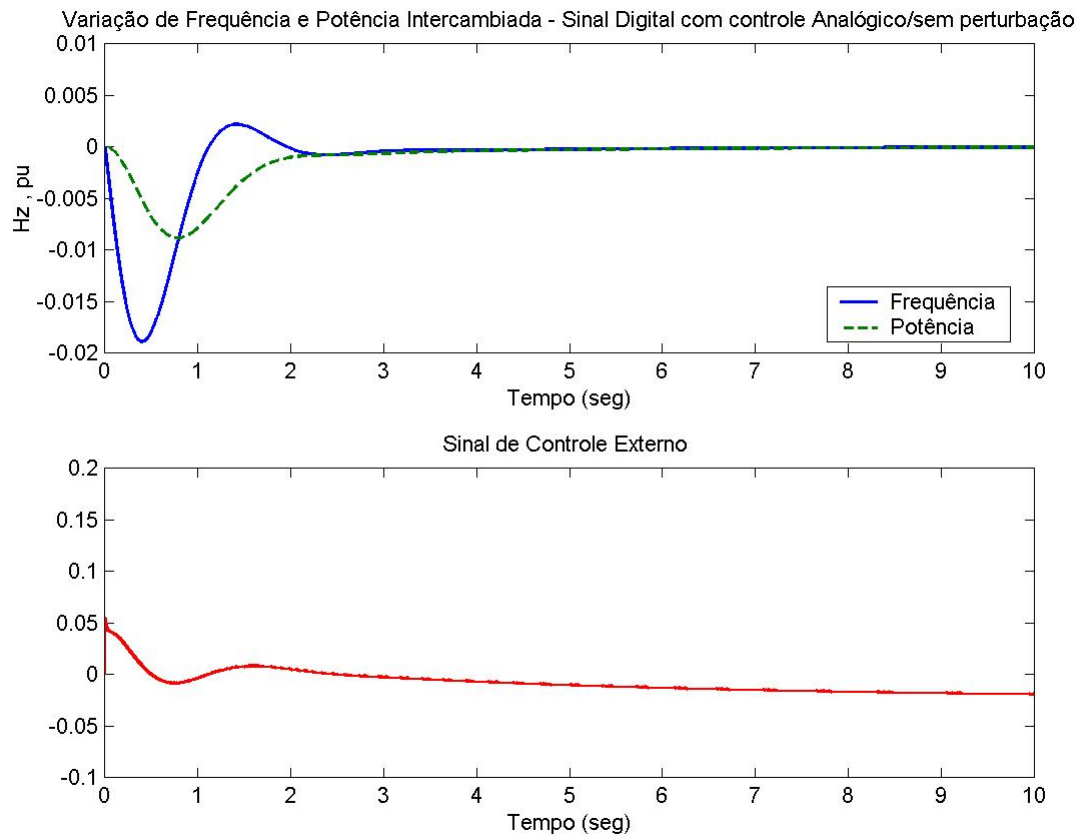


Figura 4.7 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, com controle externo analógico e sem perturbação.

A Figura 4.8 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e o controle externo digital e sem perturbação.

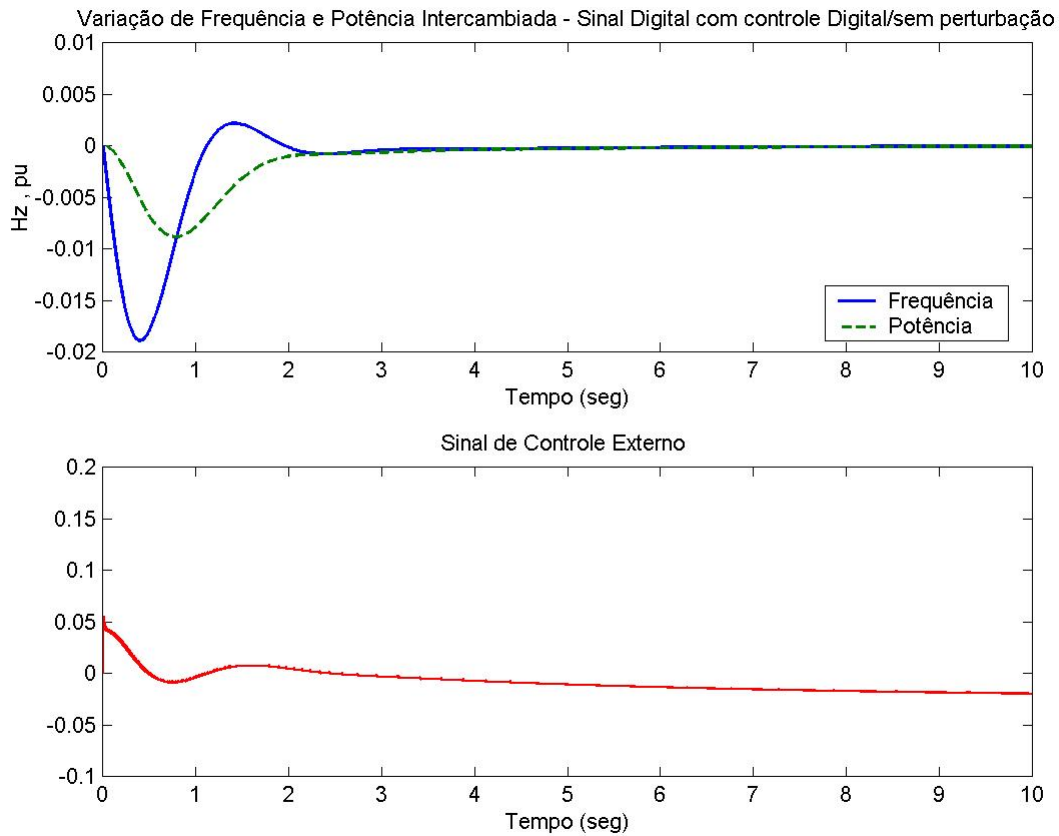


Figura 4.8 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, com controle externo digital e sem perturbação.

A Figura 4.8 apresenta agora o controle digital do sistema, e nota-se que assim como o controle analógico, o controle digital atual com muita eficiência no sistema.

A Figura 4.9 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e com o controle externo analógico, e com perturbação no valor de $0,5 \cdot \sin(\pi t)$.

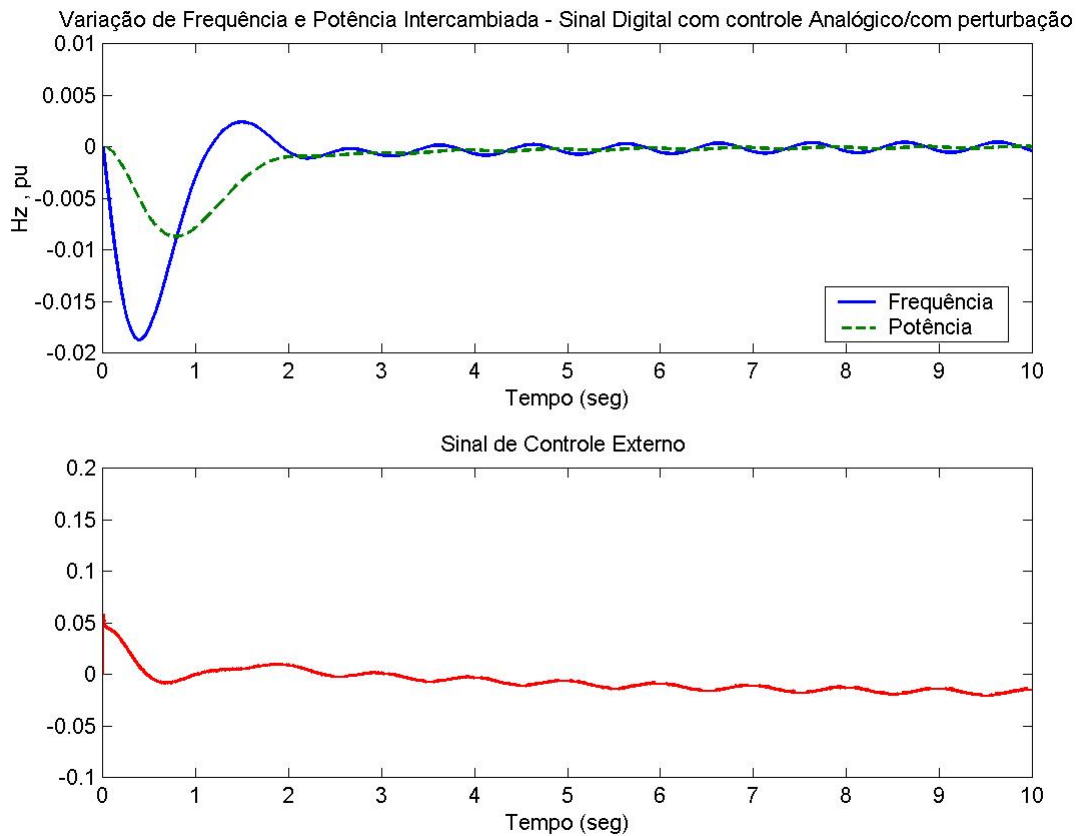


Figura 4.9 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, com controle externo analógico e com perturbação.

A Figura 4.10 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e o controle externo digital, e com perturbação no valor de $0,5 \cdot \text{sen}(\pi t)$.

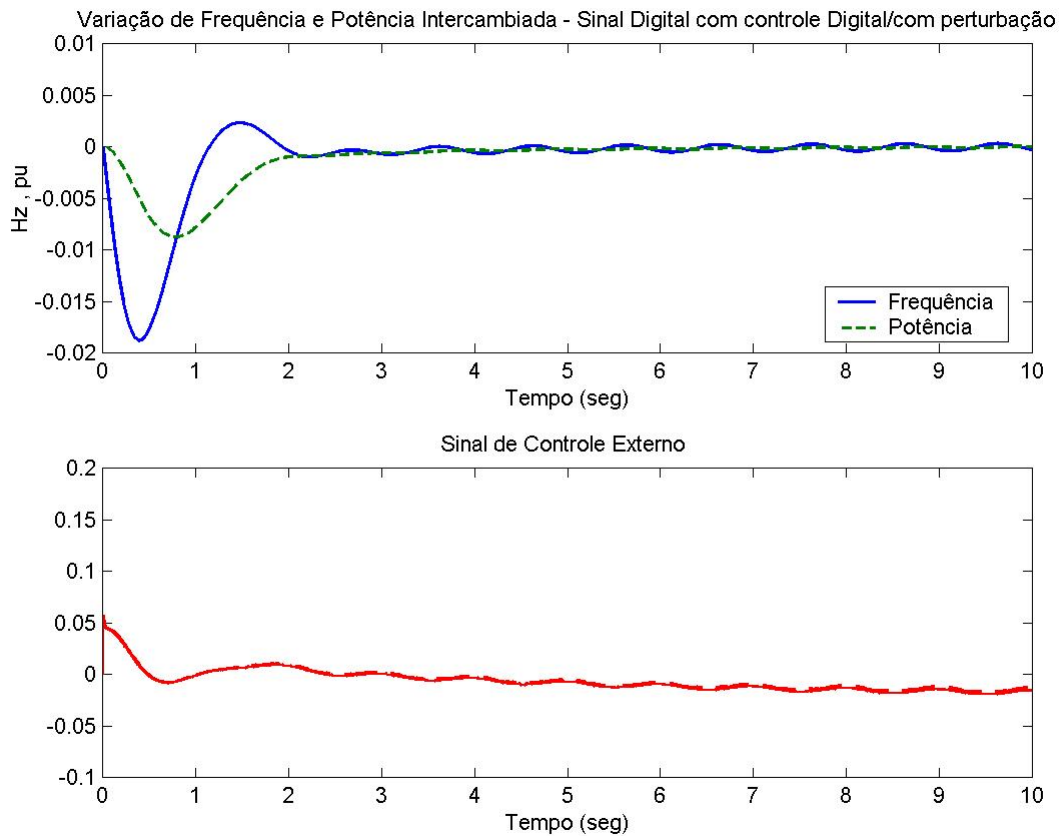


Figura 4.10 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, controle externo digital e com perturbação.

A Figura 4.11 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e o controle externo analógico, e com perturbação no valor de $\text{sen}(\pi t)$.

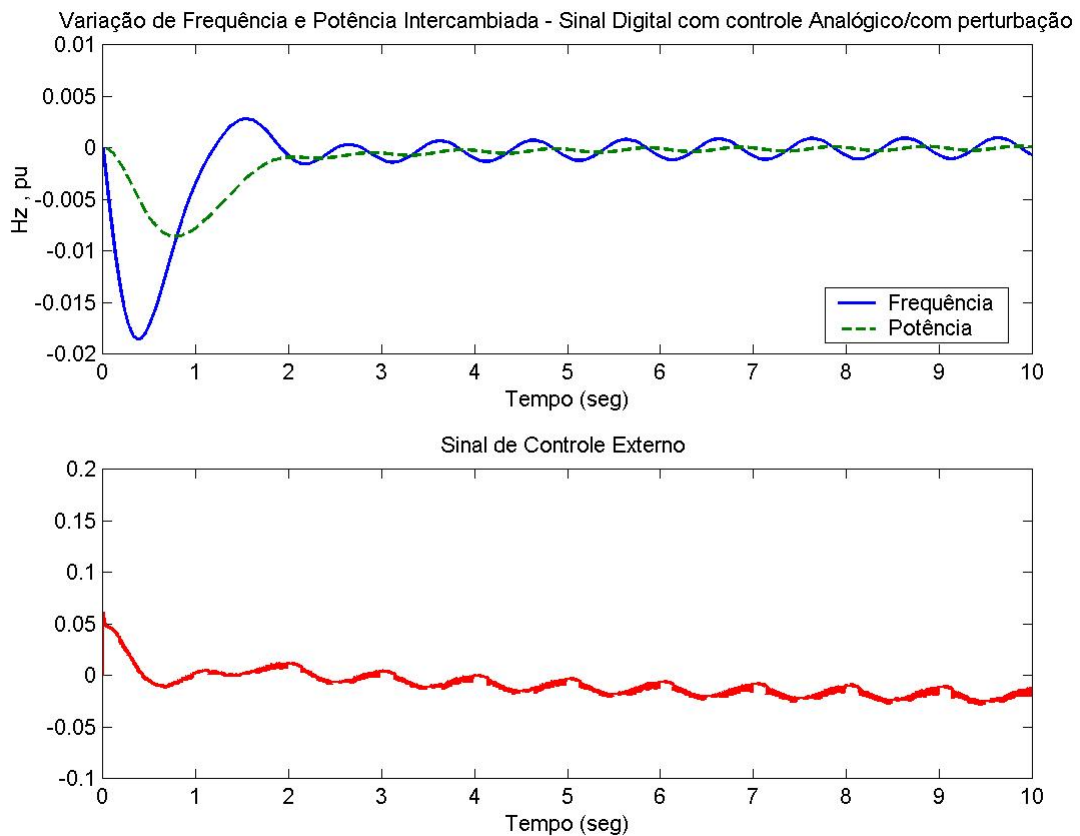


Figura 4.11 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, com controle externo analógico e com perturbação.

Nas Figura 4.7, Figura 4.9 e Figura 4.11 nota-se que mesmo utilizando um sinal digital e a lei de controle analógica, o controle do sistema foi bem sucedido. Assim como com a introdução de perturbação.

A Figura 4.12 apresenta a variação da frequência e da potência intercambiada em função do tempo, com sinal digital e o controle externo digital, e com perturbação no valor de $\sin(\pi t)$.

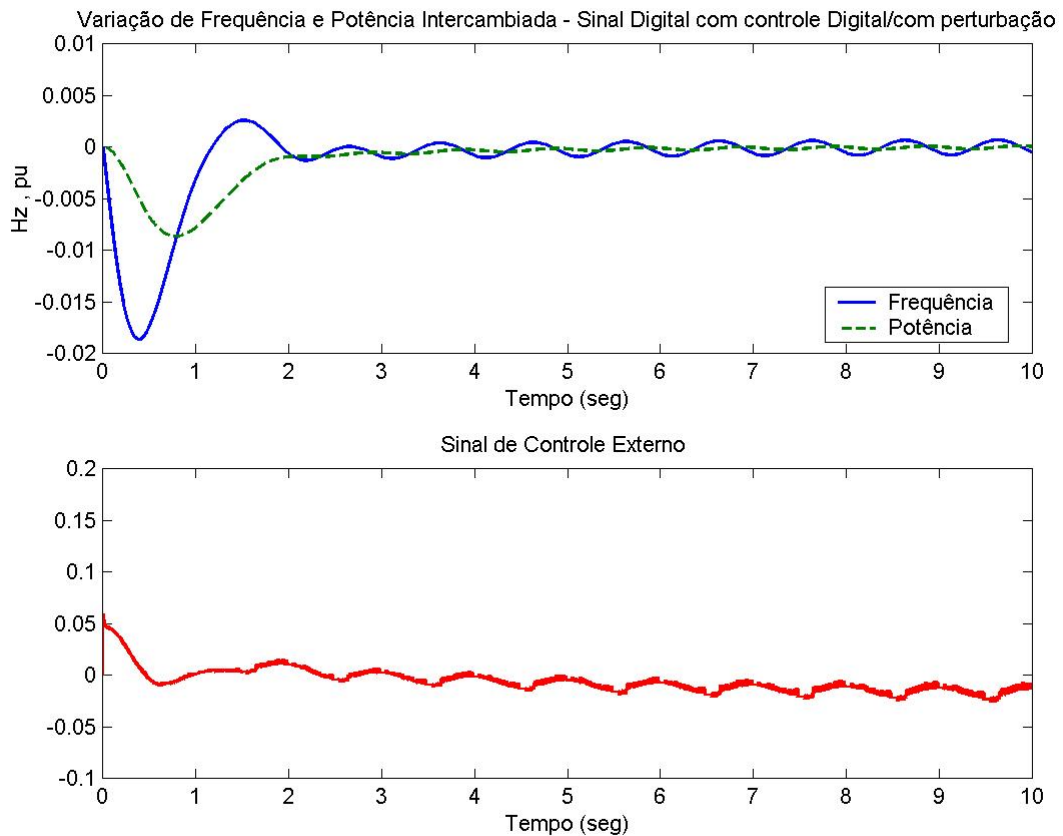


Figura 4.12 - Variação da Frequência e Potência com sinal digital, controle externo digital e com perturbação.

Nas Figura 4.10 e Figura 4.12 onde é introduzida perturbação no sistema, nota-se que o controle digital realiza o controle tão bem quanto o controle analógico.

5 Conclusão

Foram utilizadas leis de controle em modo deslizante continua no tempo e discreta no tempo [15] e [18], e também um observador com modo deslizante [14], aplicados no controle automático de geração.

A vantagem das leis utilizadas é que sua computação é muito simples, uma vez que não possuem estrutura variável. Assim, a computação da lei é muito rápida, tal que evita atraso no controle devido à computação, atraso esse que pode causar dificuldade no controle, e que não foi levado em consideração nos projetos.

Foram feitas simulações para uma aplicação em controle automático de geração, adicionando perturbações no sistema a fim de verificar a sua influência e maiores danos, visto que o sistema de geração apresenta limites de variação de frequência e tensão.

Tais leis apresentaram robustez quando foram aplicadas perturbações no sistema, visto que as leis apresentadas minimizaram o efeito das perturbações aplicadas e mantiveram o sistema estável, o contrário do que se observa no sistema sem a utilização das leis.

Através dos resultados apresentados pode-se perceber o grande benefício que as leis de controle com modo deslizante proporcionaram ao CAG, visto que tanto a lei de controle contínua com modo deslizante quanto a lei de controle discreta com modo deslizante apresentaram melhores resultados que o sistema sem controle externo, mesmo com a adição de perturbações o sistema se manteve estável e com pouca influência de tais perturbações.

6 Referências Bibliográficas

- [1] FOSHA, S.E, and ELGERD, O.I.: 1970, 'The megawatt-frequency control problem: A new approach via optimal control theory', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems - 89, pp.563-567.
- [2] CALOVIC, M.: 1972, 'Linear regulator design for a load and frequency control', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems - 91, pp.2271-2285.
- [3] MOORTHY, V.R., and AGGARWAL, R.P.: 1972, 'Suboptimal and near-optimal control of a load-frequency-control system', Proceedings of the IEEE - 119 (11), pp 1653-1660.
- [4] VENKATESWARLU, K. and MAHAKANABIS, A.K.: 1977, 'Design of decentralized load-frequency regulators', *ibid.*, 124, (9), pp. 817-821.
- [5] BENGIAMIN, N.N., and CHAN, W.C.: 1978, 'Multilevel load-frequency control of interconnected power systems', *ibid.*, 125, (6), pp. 521-526.
- [6] KIRCHAMAYER, L.K.: 'Economic control of interconnected systems' (Wiley, New York, 1959).
- [7] ELGERD, O.I.: 'Electric energy system theory: an introduction' (McGraw-Hill, New York, 1971).
- [8] HIYAMA, T.: 1982, 'Design of decentralized load-frequency regulators for interconnected power systems', IEE Proceedings C. Generation, Transmission and Distribution - 129(1), pp.17-23.
- [9] VIEIRA, X.F.: 1984, 'Operação de Sistemas de Potência com Controle Automático de Geração', editora Campus Ltda.
- [10] CHAN, W.C.C. & HSU, Y.Y.: 1981, 'Automatic generation control of interconnected power systems using variable-structure controllers', IEE Proceedings C. Generation, Transmission and Distribution - 128(5), pp. 269-279.
- [11] UTIKIN, V.I.: 1977, 'Variable structure systems with sliding modes', IEEE Transactions on Automatic Control - 22, pp. 212-222.

- [12] DECARLO, R.A., ZAK, S.H. e MATTHEWS, G.P.: 1988, 'Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial', *Proceedings of IEEE* - 76, pp. 212-232.
- [13] DRAZENOVIC, B.: 1969, 'The invariance conditions in variable structure systems', *Automatica* 5, pp. 287-295.
- [14] SPURGEON, S.K. and EDWARDS, C.: 1998, 'Sliding mode control: Theory end applications', Editora Taylor & Francis Ltda.
- [15] RIBEIRO, J.M.S., GARCIA, J.P.F., SILVA, J.J.F. and MARTINS, E.S.: 2005, 'Continuous-time and discrete-time sliding mode control accomplished using a computer', *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, Vol. 152, No. 2, pp. 220-228.
- [16] WALCOTT, B.L. and ZAK, S.H.: 1987, 'State observation of nonlinear uncertain dynamical system', *IEEE Transaction on Automatic Control* - 32, pp. 166-170.
- [17] OGATA, K.: 'Modern control engineering' (Prentice-Hall, 1997, 3rd ed.).
- [18] RIBEIRO, J.M.S., GARCIA, J.P.F., JACOMELI, J.R., GARCIA, L.M.C.F.: 2006, 'Discrete-Time Sliding Mode Control of Input-Delay Systems applied on a Power Generation System.', *Proceedings of IEEE ISIE*, Montreal, Canada, p.1794-1798.
- [19] RIBEIRO, J.M.S.: 'Controle Discreto com Modos Deslizantes em Sistemas Incertos com Atraso no Sinal de Controle', 2006 - Tese (Doutorado) – FEIS/UNESP – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Ilha Solteira-SP.