



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Campus de Ilha Solteira

RAFAEL ARAÚJO LIMA

“Sensor Eletro-Óptico de Tensões Elevadas e sua Viabilidade
para Implementação de TP Óptico”

Ilha Solteira-SP
2013

RAFAEL ARAÚJO LIMA

“Sensor Eletro-Óptico de Tensões Elevadas e sua Viabilidade
para Implementação de TP Óptico”

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia
do Campus de Ilha Solteira- UNESP como parte dos
requisitos para obtenção do título de mestre em
Engenharia Elétrica. Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Cláudio Kitano
Orientador

Ilha Solteira-SP
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

L732s Lima, Rafael Araújo.
Sensor eletro-óptico de tensões elevadas e sua viabilidade para
implementação de TP óptico. / Rafael Araújo Lima. – Ilha Solteira: [s.n.], 2013
118 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Prof. Dr. Cláudio Kitano
Inclui bibliografia

1. Transformadores de potencial óptico. 2. Efeito eletro-óptico. 3. Célula
pockels. 4. Modulador eletro-óptico de amplitude. 5. Detecção de fase. 6.
Conteúdo harmônico.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Sensor Eletroóptico de Tensões Elevadas e sua Viabilidade para Implementação de TP Óptico

AUTOR: RAFAEL ARAUJO LIMA

ORIENTADOR: Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSEMIR COELHO SANTOS

Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas / Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

Data da realização: 29 de maio de 2013.

DEDICO

A minha avó Eunice Delboni Galdino e a toda minha família que não mediram esforços para contribuir de maneira inigualável na minha formação pessoal e profissional, me possibilitando assim mais essa conquista.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Cláudio Kitano por ter acreditado em mim e ter dado toda orientação necessária para a realização deste trabalho e também pelas conversas as quais me motivaram ainda mais e me fizeram seguir em frente.

Aos meus pais Waldemar Araújo Lima e Eunice Maria Galdino Lima por todo incentivo que me têm passado durante esses anos, por ficarem ao meu lado em todos os momentos difíceis e pelo enorme apoio em minhas decisões.

Agradeço também minha irmã, Aline, pelos conselhos e por ser sempre uma grande amiga.

As minhas avós Eunice Delboni Galdino e Dorama Lima que de alguma forma também contribuíram para minha formação.

Aos meus colegas de laboratório, Fernando da Cruz Pereira, Andryos Lemes, José Henrique Galeti e Aline Takiy que tiveram papel fundamental na realização deste trabalho, me auxiliando sempre que precisei e compartilhando de seus conhecimentos.

Aos Profs. Drs. Júlio Borges de Souza e Luís Carlos Origa de Oliveira, do Laboratório de Qualidade de Energia, pela orientação e co-orientação no início do mestrado.

Ao Prof. Dr. Falcondes José Mendes de Seixas pelo empréstimo da ponta de prova de alta tensão.

Ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti pelo empréstimo de equipamentos eletrônicos.

Ao Prof. Dr. Dionízio Paschoareli Júnior por ter me dado a oportunidade de realizar este mestrado ainda como aluno especial.

Ao aluno de doutorado Rodrigo Nunes de Oliveira pelo auxílio e empréstimo de equipamentos de alta tensão.

Ao técnico do Laboratório de Ensino do Depto. de Eng. Elétrica, Valdemir Chaves, pela usinagem do porta células do sensor eletro-óptico na oficina mecânica.

Aos demais técnicos do Laboratório de Ensino do Depto. de Eng. Elétrica, Everaldo Leandro de Moraes, Adilson Antônio Palombo e José Aderson Anhussi, pelo auxílio na instalação do aterramento do Laboratório de Optoeletrônica. Aos colegas do laboratório de Ultra-Som, Vander Teixeira Prado, Paula Lalucci Berton e Sílvio Cesar G. Granja.

Aos amigos Fernando Parra e Raiane Piacente Alves que contribuíram em algum momento e de alguma forma para a realização deste trabalho.

RESUMO

Os transformadores de potencial baseados em tecnologia óptica têm sido desenvolvidos com as finalidades de melhorar o desempenho da proteção e medição dos sistemas elétricos de potência, para monitorar a tarifação do consumo ou a qualidade da energia desses sistemas. Apesar da tecnologia já consolidada dos transformadores para instrumentos convencionais, as versões ópticas possuem diversas vantagens, tais como: medições mais precisas, menor peso, reduzida necessidade de manutenção, facilidade na isolação física e galvânica, maiores faixa dinâmica e largura de banda, além dos enlaces de transmissão e recepção de sinais serem menos susceptíveis às interferências eletromagnéticas. Esses transformadores de potencial podem ser projetados em torno dos moduladores eletro-ópticos de amplitude que, por sua vez, podem ser baseados no efeito eletro-óptico em cristais que apresentam essa propriedade, em que a diferença de fase óptica induzida entre os modos ordinário e extraordinário pode ser relacionada à tensão elétrica aplicada. As medições foram realizadas para duas diferentes configurações: a primeira, dedicada a medir baixas tensões, apresenta campo elétrico externo aplicado na direção Z e propagação óptica na direção X dos eixos principais do cristal. Na segunda configuração, voltada para a medição de tensões mais elevadas (kV), a célula Pockels apresenta campo elétrico externo aplicado na direção Y e propagação óptica na direção Z (eixo óptico) do cristal. Para ambas as configurações foram usados cristais eletro-ópticos de Niobato de Lítio. Nesta dissertação de mestrado, relata-se a aplicação de diferentes formas de ondas periódicas à célula Pockels, a fim de realizar a medição óptica dessas funções comparando-se, posteriormente, os sinais de entrada e saída. Fazendo uso do método de segmentação do sinal amostrado, recentemente desenvolvido na FEIS-Unesp, busca-se a reconstituição da forma de onda de alta tensão que se deseja medir, por meio do processamento digital do sinal fotodetectado. Uma vez efetuada a medição do V_{π} (tensão de meia-onda) para as duas configurações, verificou-se discrepâncias de apenas 3,26% para a configuração com propagação em X e por volta de 3,6% para a configuração com propagação em Z, quando comparadas aos valores teóricos. A análise do conteúdo harmônico do sinal medido é executada. Uma vez realizadas as medições é possível notar a eficiência do sensor óptico de tensão proposto, o qual, juntamente com a utilização deste novo método de demodulação de fase óptica, foi capaz de detectar e reproduzir com exatidão formas de ondas senoidais fortemente contaminado por harmônicas. Identificaram-se com exatidão componentes de ordens elevadas como, por exemplo, a 19ª ordem e até mesmo superiores.

Palavras chave- Transformadores de potencial óptico. Efeito eletro-óptico. Célula Pockels. Modulador eletro-óptico de amplitude. Detecção de fase. Conteúdo harmônico.

ABSTRACT

Optical voltage transformers have been developed in order to enhance the performance of protection and measurement circuits in electric power systems, to monitor energy tax revenues and power quality of these systems. Although the technology for conventional instrument transformers has been consolidated for years, optical versions of these devices have several advantages, such as: more accurate measurements, lower weight, reduced maintenance requirements, easier insulation and isolation, higher dynamic range and bandwidth, and less susceptibility to electromagnetic interference when optical fiber links between transmitter and receiver are used. Such optical voltage transformers can be designed based on amplitude electro-optical modulator principle, and on Pockels cell devices. In turn, this last can be built according to the electro-optic effect in non-centro-symmetrical crystals, where the induced induced optical phase shift between ordinary and methods extraordinary modes can be directly related to applied voltage. Measurements were performed for two different sensor configurations: the first one is dedicated to measuring low voltages (few hundred of volts), in which the external electric field is applied in the Z direction (optical axis) and the optical propagation is in the X direction of principal axes of the crystal. In the second configuration, dedicated to measuring higher voltages (tens of kV), the external electric field is applied in the Y direction and optical propagation is in the Z direction of the crystal. For both configurations Lithium Niobate crystals were used. In this dissertation, the Pockels cell is driven by periodic waveform voltages, the photo detected signal is acquired and computationally processed, and the comparison between input and demodulated signals are compared. By using the Sampled Piece-Wise Signal Method, recently developed at the FEIS-UNESP, the detection of the desired high voltage waveform, by means of digital signal processing of the photo detected signal, is realized. Measurements of electro optical half-wave voltage for both configurations reveals only small discrepancies between experimental and theoretical values: approximately 3.26% for the X-propagation configuration and 3.6% for the Z-propagation configuration. The analysis of the harmonic content presented in the high voltage demodulated signal is performed, proving the optical voltage sensor efficiency. Accurate measurements of high order harmonic magnitudes, as high as the 19th one (and even higher) are possible.

Keywords - Optical voltage transformers. Electro-optic effect. Pockels cell. Amplitude electro-optic modulator. Phase detection. Harmonic content.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Transformadores de potencial convencionais. (a) Transformador de potencial capacitivo. (b) transformador de potencial indutivo.	18
Figura 2- Vista em corte de um transformador de potencial óptico.	20
Figura 3- Esquema de propagação em um meio anisotrópico.....	28
Figura 4- Onda plana em um meio anisotrópico se propagando no plano YZ.....	31
Figura 5- Sistemas de Coordenadas Auxiliares (α, β, ξ).....	37
Figura 6- Vetores D e E no sistema de coordenadas de um cristal.	40
Figura 7- Elipsóide de índices de refração.	42
Figura 8- Direções dos vetores $D^{(1)}$ e $D^{(2)}$ em meio uniaxial.	45
Figura 9- Propagação de luz no plano YZ.....	46
Figura 10- Rotação de eixos em torno de X_1	56
Figura 11- Célula Pockels com cristal de Niobato de Lítio.	58
Figura 12- Célula Pockels com campo elétrico perpendicular à direção de propagação.....	59
Figura 13- Célula Pockels com campo elétrico paralelo à direção de propagação.	59
Figura 14- Propagação de luz ao longo do eixo X e polarizada a 45° do eixo Z.	61
Figura 15- Vista do elipsóide perturbado no plano YZ.	62
Figura 16- Sistemas de coordenadas do cristal de LiNbO3 (propagação em Z).	64
Figura 17- Modulador eletro-óptico na configuração transversal.	68
Figura 18- Diagrama fasorial para o cálculo da transmissão.	69
Figura 19- Exemplo de sinais para aplicação do método de demodulação.....	74
Figura 20- Exemplo de sinais para aplicação do método de demodulação e sinal demodulado.	78
Figura 21- Esquema de montagem do sensor óptico de tensão.....	81
Figura 22- Célula Pockels transversal. a) Cristal de LiNbO3. b) Porta células.	82
Figura 23- Montagem experimental do Transformador de Potencial Óptico. (1)- Laser de Hélio Neônio (He-Ne), (2)- Polarizador, (3)-Célula Pockels, (4)- Polarizador (Analisador), (5)- Fotodetector , (6)- Transformador, (7)- Gerador de funções, (8)- Osciloscópio, (9)- Computador.	83
Figura 24- Espalhamento de luz no cristal de LiNbO3.....	84
Figura 25- Feixe de luz devido ao espalhamento luminoso no cristal ao atingir um anteparo.	84
Figura 26- Medição de tensões senoidais. (a) Sinal externo aplicado. (b) Sinal fotodetectado. (c) Sinal recuperado.	86
Figura 27- Espectro dos sinais de entrada e saída em 60 Hz. a) Espectro original. b) Vista em detalhe.	87
Figura 28- Sinais aplicado e recuperado em 50 Hz.	88
Figura 29- Espectro dos sinais em 50 Hz. a) Espectro original. b) Vista em detalhe.....	89
Figura 30- Sinal da rede elétrica de 60 Hz.	90
Figura 31- Espectro da tensão da rede elétrica de 60 Hz. (a) Espectro original. (b) Vista em detalhe (3^a , 5^a e 7^a harmônicas).....	91

Figura 32- Gráficos dos sinais de entrada, saída e saída demodulado. (a) sinal de entrada, (b) sinal de saída e (c) sinal de entrada pelo de saída demodulado.....	93
Figura 33- Gráfico geral das componentes harmônicas.....	94
Figura 34- Harmônica fundamental.....	95
Figura 35- Harmônica de 3 ^a ordem.....	95
Figura 36- Harmônica de 5 ^a ordem.....	96
Figura 37- Harmônicas de 7 ^a a 19 ^a ordem.....	97
Figura 38- Gráfico de linearidade da célula Pockels.....	99
Figura 39- Célula Pockels para tensões elevadas. (a) Cristal de LiNbO ₃ . (b) Porta células.	100
Figura 40- Foto do espalhamento luminoso no cristal ao atingir um anteparo (propagação no eixo óptico Z).....	101
Figura 41- Esquemático da montagem experimental para alta tensão.....	101
Figura 42- Montagem do aparato experimental para tensões elevadas. (1)- Laser de Hélio Neônio (He Ne), (2)- Polarizador, (3)-Célula Pockels, (4)- Polarizador (Analisador), (5)- Fotodetector , (6)- Transformador elevador de tensão, (7)- Ponta de prova, (8)- Transformador de bancada, (9)-Amplificador, (10)- Gerador de funções, (11)- Osciloscópio.	102
Figura 43- Gráfico do sinal de entrada pelo de saída reconstruído para o sinal senoidal.....	103
Figura 44- Gráfico de linearidade do sinal senoidal.....	104
Figura 45- Gráfico dos sinais de entrada e saída reconstruído para o sinal triangular distorcido.	105
Figura 46- Componentes harmônicas do sinal triangular distorcido.....	106
Figura 47- Sinais de entrada e saída reconstruído para a forma de onda quadrada distorcida.	107
Figura 48- Componentes harmônicas do sinal para a forma de onda quadrada distorcida....	107
Figura 49- Gráfico ampliado das harmônicas do sinal para a forma de onda quadrada distorcida.....	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Erro absoluto e percentual em relação ao sinal de entrada e o sinal reconstruído... 97	
Tabela 2- Erro absoluto e percentual em relação aos sinais de entrada e saída reconstruído para forma de onda quadrada distorcida. 108	

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FFT	Transformada rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>).
GPB	Interface paralela de propósito geral (<i>General Purpose Interface Bus</i>).
He-Ne	Hélio-Neônio.
KDP	Potassium Dihydrogen Phosphate.
LiNbO₃	Niobato de Lítio.
OCT	Transformador óptico de corrente (<i>Optical Current Transformer</i>).
OVT	Transformador óptico de tensão (<i>Optical Voltage Transformer</i>).
PIN	Fotodiodo PIN (<i>Positive-Intrinsic-Negative</i>).
TI	Transformador para instrumento.
TP	Transformador de Potencial.
TPC	Transformador de Potencial Capacitivo.
TPI	Transformador de Potencial Indutivo.
USB	Interface serial universal. (<i>Universal Serial Bus</i>).

LISTA DE SÍMBOLOS

μ	Permeabilidade magnética.
ε	Permissividade elétrica do meio.
ε_0	Permissividade do vácuo.
ε_r	Permissividade relativa do meio.
λ_0	Comprimento de onda.
ω	Frequência angular.
\vec{r}	Descreve um ponto sobre a frente de onda.
\vec{E}	Vetor campo elétrico.
\vec{H}	Vetor campo magnético.
\vec{D}	Vetor deslocamento elétrico.
\vec{B}	Vetor densidade de fluxo magnético.
\vec{K}	Vetor de onda na direção de propagação.
\hat{s}	Versor na direção \vec{K} .
v_p	Velocidade de fase da onda.
c	Velocidade da luz no vácuo.
n	Índice de refração.
$\vec{D}^{(1)}$	Vetor deslocamento elétrico do modo ordinário.
$\vec{D}^{(2)}$	Vetor deslocamento elétrico do modo extraordinário.
$v_p^{(1)}$	Velocidade de fase do modo ordinário.
$v_p^{(2)}$	Velocidade de fase do modo extraordinário.
η	Impermeabilidade dielétrica.
η_T	Matriz simétrica do tensor impermeabilidade.

$E^{(1)}$	Campo elétrico do modo ordinário.
$E^{(2)}$	Campo elétrico do modo extraordinário.
η_{ef}	Permeabilidade efetiva.
η_r	Tensor impermeabilidade relativa.
$n^{(1)}$	Índice de refração efetivo do modo ordinário.
$n^{(2)}$	Índice de refração efetivo do modo extraordinário.
r_{ijk}	Coefficiente eletro-óptico linear.
s_{ijkl}	Coefficiente eletro-óptico quadrático.
n	Índice de refração.
n_o	Índice de refração ordinário.
n_e	Índice de refração extraordinário.
$V(t)$	Tensão elétrica aplicada à célula Pockels.
d	Distância entre os eletrodos.
$\Delta\theta$	Diferença de fase relativa entre os modos de propagação da luz.
L	Comprimento do cristal.
\vec{E}_{op}	Vetor campo elétrico do modo óptico.
\vec{D}_{op}	Vetor deslocamento elétrico do modo óptico.
$K^{(1)}$	Vetor de onda do modo ordinário.
$K^{(2)}$	Vetor de onda do modo extraordinário.
ϕ_0	Diferença de fase natural do cristal devido a sua birrefringência.
$\Delta\phi$	Diferença de fase induzida pelo campo elétrico.
V_π	Tensão de meia onda do cristal eletro-óptico.
Γ	Retardo eletro-óptico.
S_o	Vetor do modo ordinário.
S_e	Vetor do modo extraordinário.
α	Ângulo entre o eixo polarizador e o vetor de modo ordinário.

β	Ângulo entre o polarizador e o analisador.
I_T	Intensidade óptica total.
I_{in}	Intensidade óptica do laser.
$v(t)$	Tensão elétrica detectada.
R_p	Responsividade.
A	Constante de proporcionalidade que relaciona a tensão elétrica detectada e a intensidade óptica de saída do modulador eletro-óptico.
$v_A(t)$	Tensão detectada correspondente à parcela AC do sinal fotodetectado.
J_n	Função de Bessel de primeira espécie e ordem n.
$v(t)_{máx}$	Máxima tensão obtida na saída do fotodetector.
$v(t)_{min}$	Mínima tensão obtida na saída do fotodetector.
$v_n(t)$	Tensão de saída normalizada.
$v_A(t)_{máx}$	Valor de pico de $v_A(t)$.
$\Delta\theta(t')$	Sinal de saída demodulado.
$\Delta\phi_r(t)$	Diferença de fase induzida pelo campo elétrico, recuperada pelo método.

SUMÁRIO

Capítulo 1: Introdução.....	16
1.1 Introdução Geral	16
1.2 Transformadores de Potencial Convencionais.....	18
1.3 Transformador de Potencial Óptico	19
1.4 O Estado da Arte do Transformador de Potencial Óptico.....	22
1.5 Objetivos do Trabalho	24
1.6 Metodologia	24
1.7 Organização do Texto	25
Capítulo 2: Propagação de Ondas em Meios Anisotrópicos	27
2.1 Meios Anisotrópicos.	27
2.2 Equação de Onda em Meios Anisotrópicos.....	27
2.2.1 Meios Uniaxiais	31
2.2.2 Propriedades dos Modos Ordinário e Extraordinário	33
2.3 Elipsóide de Índices de Refração	40
2.4 Utilização do Elipsóide de Índices.....	44
Capítulo 3: O Efeito Eletro-Óptico	48
3.1 Efeito Eletro-Óptico	48
3.2 A Célula Pockels.....	58
3.3 Modulação Eletro-Óptica de Fase.....	60
3.3.1 Propagação em X e campo em Z	60
3.3.2 Propagação em Z e campo em Y	64
Capítulo 4: Sensor Óptico de Tensão	67
4.1 Modulador Eletro-Óptico de Amplitude ou Intensidade.....	67
4.2 Método de Segmentação do Sinal Amostrado.....	71
4.2.1 Descrição do Método	72
Capítulo 5: Resultados Experimentais.....	80
5.1 Automatização da Instrumentação Eletrônica.	80
5.2 Validação da Técnica de Detecção em Baixa Tensão.....	81

<i>5.2.1 Medições de Tensões Senoidais em 60 Hz</i>	85
<i>5.2.2 Medições de Tensões Senoidais em 50 Hz</i>	88
<i>5.2.3 Medição de Tensão da Rede Elétrica de 60 Hz</i>	90
<i>5.2.4 Formas de Onda Periódicas Arbitrárias</i>	92
<i>5.2.5 Medição da Tensão de Meia-Onda</i>	98
5.3 Arranjo Experimental para Altas Tensões.....	99
<i>5.3.1 Medições do Conteúdo Harmônico- Alta Tensão</i>	103
Capítulo 6: Conclusões	110
6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros.....	111
6.2 Trabalho a ser Apresentado em Congresso.....	111
REFERÊNCIAS	112
ANEXO A	115

Capítulo 1: Introdução

1.1 Introdução Geral

Transformadores eletromagnéticos de tensão (ou potencial) e corrente são comumente utilizados em sistemas de potência para reduzir as magnitudes dessas grandezas elétricas a níveis desejados.

Esses transformadores, conhecidos também como transformadores para instrumentos (TIs), são de fundamental importância em sistemas que operam com tensões e correntes elevadas, uma vez que possuem a capacidade de isolar os dispositivos de medição, fazendo parte do sistema de controle e proteção das altas tensões, além de reduzir a exposição dos profissionais aos riscos de um eventual acidente ligado diretamente a essas tensões.

Os TIs são compostos basicamente por dois enrolamentos, o primário, que recebe a tensão e corrente da rede, e o secundário, por onde são realizadas as medições e proteção dos sistemas. Possuem um núcleo de ferro, e de acordo com o número de espiras permitem converter o sinal do primário para o secundário com níveis adequados. Se ocorrer a saturação deste núcleo magnético, o sinal no secundário sofre uma distorção e, conseqüentemente, os sistemas de medição e proteção serão afetados (KUCUKSARI, 2010). Atualmente, a utilização destes equipamentos nos modernos sistemas de energia elétrica encontram-se sob intensa revisão devido aos seus custos, implicações sobre segurança dos operadores e das instalações nas suas proximidades durante uma falha, o tempo de instalação e as exigências de aterramento da subestação. Desde que os sistemas digitais, de controle e de proteção foram introduzidos nos sistemas de energia elétrica, a capacidade de atuação diante de pequenos valores de tensão de saída dos transdutores, bem como a eliminação de interferências eletromagnéticas, tornaram-se importantes.

Diante desta e de outras desvantagens que serão citadas no decorrer do texto, existe a necessidade de buscar alternativas para a melhoria dos sistemas de potência, tais como: obter medições mais precisas, aumentar a segurança dos operadores, obter rápida resposta a transitórios, reduzir os custos e facilitar as instalações. Então, desenvolveram-se ao longo dos anos dispositivos baseados em tecnologia óptica, tendo também como finalidade a medição dos valores das tensões e correntes, assim como a proteção dos sistemas de alta tensão. São os chamados transformadores para instrumentos ópticos, os OVTs (*Optical Voltage*

Transformer) e os OCTs (*Optical Current Transformer*). Eles foram desenvolvidos a fim de proporcionarem alternativas para a crescente demanda dos sistemas de potência, os quais operam com tensões e correntes cada vez mais elevadas, o que induz a um aumento nas dimensões dos transformadores convencionais. Há também a necessidade de uma maior isolamento dos dispositivos, assim como a premência na confiabilidade de operação.

Os transformadores ópticos para instrumentos fornecem diversas alternativas para melhorar o desempenho dos sistemas de potência, visto que possuem grandes vantagens sobre os TIs convencionais, algumas dessas como: medições mais precisas, possuem ampla faixa dinâmica, elevada largura de banda, são mais leves, intrinsecamente seguros, sua manutenção é reduzida, além de possuírem rápida resposta a transitórios e baixa susceptibilidade a interferências eletromagnéticas. A utilização de fibras ópticas para transportar o sinal óptico de medição para o interior e exterior do sensor de medição também isola eletricamente o observador do ambiente de alta tensão e isola as medições das interferências eletromagnéticas. Deve-se enfatizar que estes sensores são eminentemente sensores de campo elétrico e não de tensão elétrica propriamente dita, de modo que a relação entre a tensão aplicada e o campo elétrico deve ser previamente conhecida. Os sensores ópticos de tensão em corrente alternada (CA) têm sido amplamente estudados nas quatro últimas décadas e a maioria deles emprega cristais eletro-ópticos volumétricos como o elemento sensor no interior de uma configuração polarimétrica. As alterações nas propriedades do material óptico, chamados materiais eletro-ópticos, como resultado do campo elétrico circundante, podem ser mensuradas, em vez de se medir diretamente a tensão. O efeito Pockels refere-se às alterações nas propriedades ópticas (índice de refração) de certos cristais, tais como o Niobato de Lítio (LiNbO_3), na presença de campos elétricos externos, onde a mudança desses índices de refração depende proporcionalmente da magnitude do campo elétrico aplicado.

Este trabalho tem como foco os transformadores de potencial ópticos, objetivando a análise e obtenção da medição do conteúdo harmônico nos sinais de entrada e saída do modulador eletro-óptico e, através do método de segmentação do sinal amostrado, proposto por Galeti (2012), fazer a demodulação do sinal fotodetectado e evidenciar a confiabilidade do método na recomposição das harmônicas deste sinal. No entanto, julga-se necessário uma breve introdução sobre os transformadores de potencial convencionais.

1.2 Transformadores de Potencial Convencionais

Os transformadores de potencial (TPs) são utilizados principalmente para medir a tensão elétrica. Como os instrumentos de medição, controle e proteção, entre outros, podem suportar até um nível máximo de tensão, os TPs tornam-se necessários a fim de reduzir a tensão do circuito para níveis compatíveis com os máximos que os instrumentos da rede suportam.

A tensão diminuída reproduzida no circuito secundário do transformador é diretamente proporcional à do primário.

Nos sistemas de potência os transformadores de potencial são de dois tipos: indutivos (TPI) e capacitivos (TPC). A figura 1 ilustra esses equipamentos.

Figura 1- Transformadores de potencial convencionais. (a) Transformador de potencial capacitivo. (b) transformador de potencial indutivo.



Fonte: (MARTECH DO BRASIL).

O TP indutivo possui uma ou mais unidades eletromagnéticas e sua relação de transformação está ligada diretamente com o número de espiras dos enrolamentos primário e secundário, os quais são montados no mesmo núcleo.

Já os TPs capacitivos possuem apenas uma unidade eletromagnética e uma coluna capacitiva, de modo que, quando interligadas, reproduzem uma tensão secundária na unidade eletromagnética e esta é proporcional à tensão aplicada no divisor capacitivo.

Os TPCs suportam tensões maiores que os TPIs. Eles são formados essencialmente por uma cadeia de capacitores ligados em série que funcionam como um divisor de tensão.

Quando se utiliza o transformador de potencial capacitivo, o custo inicial do sistema de medição pode ser reduzido. Uma desvantagem relacionada a este tipo de transformador é que não se consegue uma medição exata das harmônicas da rede, por falta de largura de banda.

Nos transformadores para instrumentos, em geral, a influência das harmônicas pode acarretar em erros na relação de transformação. Estes equipamentos não estão preparados para atuarem em frequências elevadas.

A resposta em frequência dos transformadores de potencial indutivos ou capacitivos, apresenta um comportamento distorcido da relação de transformação para operação em 60 Hz devido às frequências de ressonância (frequência natural de oscilação ou vibração do sistema). Isto se deve às indutâncias e capacitâncias que têm efeitos importantes em elevadas frequências (DIAS, 2002).

1.3 Transformador de Potencial Óptico

Há muitos anos, os sistemas de potência utilizam-se dos transformadores de potencial convencionais, os quais se mostram razoavelmente confiáveis e com uma tecnologia já bem definida.

Porém, como visto na introdução apresentada, observaram-se algumas desvantagens nesses equipamentos, deixando clara a necessidade de novas tecnologias que se adequem às modernas demandas dos sistemas de energia.

Os transformadores de potencial óptico vêm sendo estudados ao longo dos anos e suas pesquisas tornando-se cada vez mais promissoras devido às inúmeras vantagens que possuem em relação aos convencionais, algumas delas já citadas.

Empresas como a Nxtphase (Canadá) e a ABB (Suíça), disponibilizam estes equipamentos comercialmente. Observa-se na figura 2 a vista em corte de um TP óptico fabricado pela NxtPhase e, em seguida, um resumo do seu funcionamento.

Figura 2- Vista em corte de um transformador de potencial óptico.



Fonte: (NxtPhase Corporation, 2002).

De acordo com a numeração na figura 2 é possível analisar o funcionamento de um OVT com clareza. Em (1) a tensão aplicada no condutor gera um campo elétrico entre a linha e o terra do sistema. Observa-se em (2) que um dispositivo emissor de luz envia um sinal onde, em (3) esse sinal percorre a coluna da unidade. No interior de um isolador de alta tensão estão dispostos três cristais eletro-ópticos (4) representados por . Então, a partir de (5) a luz atravessa os cristais cujo campo elétrico altera suas polarizações circulares, tornando-as elípticas. Por meio da medição da elipsidade (relativa à saída de cada eixo) obtém-se um valor preciso do campo elétrico naquele ponto. Finalmente, em (6), os dados dos três cristais são combinados e ponderados de modo a obter alta precisão no valor da tensão.

Algumas das facilidades em se trabalhar com os OVTs referem-se à: instalação mais simples, visto que, são menores e mais leves, podendo ser instalados tanto na posição horizontal quanto invertido; a construção de bases de concreto ou qualquer outra obra civil não são necessárias, uma vez que podem ser fixados na própria estrutura das subestações. Em relação aos impactos ambientais, pode-se dispensar a utilização de óleo ou gás (SF6) (LIMA, 2009), embora alguns utilizem desse recurso.

Outra facilidade que os OVTs oferecem diz respeito à fácil manutenção dos equipamentos, necessitando apenas de análises visuais e atenção aos termovisores e também, nos OVTs não existe saturação, pois não possuem núcleos ferromagnéticos.

Algumas desvantagens deste tipo de transformador são que, atualmente, nos sistemas de proteção e medição existem equipamentos de diversas gerações, projetados para receber sinais analógicos de tensões mais elevadas. Então, torna-se necessária a utilização de conversores que amplifiquem estes sinais para níveis desejados, pois os instrumentos ópticos têm o sinal de saída bem abaixo dos aceitáveis pelos sistemas convencionais. Estes conversores encarecem e comprometem a confiabilidade dos transformadores para instrumentos ópticos. Porém, com a natural modernização das subestações, esta desvantagem está sendo superada.

No entanto, como a técnica polarimétrica é sensível a estímulos muito fracos, na prática, ela sofre o fenômeno de desvanecimento, particularmente se efeitos de birrefringências naturais do cristal eletro-óptico estão presentes. Derivas de temperatura induzem deslocamentos aleatórios de fase óptica que introduzem incertezas ao deslocamento de fase verdadeiro, o que irá conduzir a flutuações no sinal de saída. Além disso, os efeitos de vibração mecânica no sistema causam uma indesejável modulação da intensidade da luz e, portanto, constituem uma fonte de ruído. Essas vibrações podem ser produzidas pela operação do disjuntor, pelas condições ambientais ou pela interferência humana. Por conseguinte, o sinal detectado pode flutuar aleatoriamente em uma ampla faixa de magnitudes e durante breves períodos de tempo, devido aos agentes de perturbação.

Os desvios aleatórios podem ser rastreados e compensados para manter o funcionamento do sensor em regime de quadratura de fase óptica (HUI et al., 2013). No entanto, em várias aplicações, existe uma necessidade de um método simples e confiável de demodulação de fase. Os métodos J1-J4 (SUDARSHANAM; SRINIVASAN, 1989) e J1-J6 (SUDARSHANAM; CLAUS, 1993), por exemplo, podem fornecer leituras lineares de deslocamentos de fase dinâmica nestes sistemas polarimétricos, independentemente da deriva aleatória de fase devido às flutuações de temperatura ambiente e de pressão, às instabilidades da fonte óptica (laser), e às mudanças na visibilidade das franjas de interferência (MARTINS,

2006). Contudo, embora eficientes, estes métodos apresentam problemas de resolução e faixas dinâmicas limitadas, não são capazes de caracterizar dispositivos não-lineares e operam somente com formas de onda senoidais. Recentemente, uma nova técnica de demodulação de fase aplicada à área de interferometria óptica foi desenvolvida na FEIS-UNESP, denominada de método de segmentação do sinal amostrado, e que permite calcular a profundidade da modulação de fase dinâmica de forma bastante eficiente (GALETI, 2012). Trata-se de um método temporal, homódino, que também opera em malha-aberta, é imune ao desvanescimento do sinal, tem excelente resolução, ampla faixa dinâmica, opera com dispositivos não-lineares, detecta sinais com formas de onda arbitrárias, permite medir magnitude e fase dinâmicas e é pouco sensível aos ruídos eletrônicos e de quantização.

1.4 O Estado da Arte do Transformador de Potencial Óptico

A busca por equipamentos cada vez mais confiáveis e com elevados níveis de precisão sempre estiveram em pauta nas discussões sobre proteção, controle e medição dos sistemas de potência.

Os transformadores para instrumentos convencionais (transformadores de potencial e corrente) são, atualmente, os responsáveis pelo monitoramento dos equipamentos de subestações. Porém, algumas limitações já mencionadas na seção anterior trouxeram a motivação para o desenvolvimento de novas tecnologias, capazes de competir comercialmente com os tradicionais. Assim, começaram os estudos baseados em tecnologia óptica, os chamados transformadores de potencial e de corrente ópticos.

Os sensores ópticos de tensão vêm sendo investigados desde a década de 1970 (HEBNER JR; MALEWSKI; CASSIDY, 1977). Estes dispositivos foram se tornando uma tecnologia atrativa a partir da grande implantação de relés e medidores microprocessados no sistema elétrico atual. Antigamente, não eram utilizados, por fornecerem baixas potências em sua saída, tornando-os ineficazes para alimentar a instrumentação analógica da época, as quais eram baseadas em bobinas de tensão e corrente.

Os sensores ópticos de tensão passaram a ser viáveis comercialmente a partir dos anos 1990.

Em 1993, Kurosawa, et al. desenvolveram e testaram um transformador de instrumento óptico para medir tensão DC usando cristais eletro-ópticos. Após os autores perceberem os problemas que causavam erros de medição em tensão DC, como o movimento de carga

elétrica no cristal e a mudança no nível de intensidade da luz detectada usando o efeito Pockels, eles criaram um novo esquema capaz de superar tais problemas. Em estudos posteriores, apresentaram uma série de testes que examinavam a relação de erro e as características de temperatura. Os resultados ficaram de acordo com os valores desejados, provando que o transformador projetado era adequado para o controle e proteção do sistema de potência DC.

No transformador de potencial óptico são medidas as variações nas características da luz que se propaga em certos materiais, devido à aplicação de um campo elétrico.

Ainda em 1993, foram publicados resultados de um sensor de alta tensão em óptica integrada, utilizando LiNbO_3 em corte Z (LEE, et al. 1993). O sensor é passivo, não requer *bias* ou qualquer divisor de tensão. Ele foi projetado por meio de tecnologia microeletrônica, a fim de estabelecer eletrodos e guia de onda óptico, cujo modo de propagação sofre modulação devido ao campo elétrico externo, via efeito eletro-óptico.

Em 1995, um protótipo de um transformador óptico de tensão de 132-150 kV foi desenvolvido baseado no efeito Pockels, sem fazer uso de um divisor capacitivo (CHRISTENSEN, 1995). O cristal do tipo $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ foi posicionado sob um campo elétrico criado por dois eletrodos. Foram testadas a dependência com a temperatura e a precisão da tensão de saída. Os resultados estavam dentro das especificações. A relação de transformação poderia ser ajustada mudando a forma de um dos eletrodos, e então, para diferentes relações de transformação foram efetuadas diversas medições de tensão.

A evolução e a confiabilidade dos sensores ópticos, assim como a capacidade de realizar medições de tensões cada vez mais elevadas continuaram a ser estudadas ao longo dos anos.

Já em 2000, criou-se uma nova técnica de medição em alta tensão (SANTOS; TAPLAMACIOGLU; HIDAKA, 2000). O sistema é capaz de medir 400 kV de tensão e, possui largura de banda de 0 a 30 MHz. Foram usados cristais Pockels de BGO, diodo super luminescente e um link especial de fibra óptica. Realizaram-se sucessivos testes em tensão AC e DC. Resultados combinados numericamente e analiticamente concordaram com os valores previstos.

Em 2010 foi descrito o desenvolvimento e aplicação de sensores ópticos baseados em tecnologia de rede Bragg em duas grandezas relevantes na área de energia elétrica, temperatura e alta tensão (ALLIL, 2010). O projeto teve como objetivo desenvolver sensores ópticos para medir temperaturas em ambiente hostil, sendo que os sensores foram instalados no interior de um gerador hidroelétrico. O sistema realizou, de forma confiável e precisa, a

medição e o monitoramento da temperatura no interior do gerador. Os resultados foram considerados satisfatórios.

Em 2011, protótipos de OVTs foram apresentados para medições de tensões entre 13,8 kV e 69 kV (SILVA, 2011). Esses OVTs são baseados na técnica de interferometria com luz branca na qual dois interferômetros conectados em série- o sensor primário, com cristal de BGO, e o sensor recuperador- são iluminados por uma fonte de luz com banda larga. Com o auxílio de dispositivos em óptica integrada, investiu-se na otimização do interferômetro recuperador em fibra óptica, obtendo-se um sistema global de elevado desempenho.

Pode-se implantar um sensor óptico de potencial abordando princípios físicos diferentes, capazes de modificar as propriedades ópticas de diversos materiais, de acordo com várias configurações e princípios de operação (HEBNER JR; MALEWSKI; CASSIDY, 1977).

1.5 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é analisar e obter a medição do conteúdo harmônico nos sinais de entrada e saída do modulador eletro-óptico e, através do método de segmentação do sinal amostrado, proposto por Galeti (2012), fazer a demodulação do sinal fotodetectado e evidenciar a confiabilidade do método na recomposição das harmônicas deste sinal.

1.6 Metodologia

Neste trabalho, é feito um estudo sobre transformadores de potencial óptico, o qual é fundamentado em um modulador de intensidade ou amplitude óptica que, por sua vez, é baseado no efeito eletro-óptico em cristal de LiNbO_3 .

Conforme discutido na seção 1.1, os TPs ópticos fornecem diversas alternativas para melhorar o desempenho dos sistemas de potência, visto que possuem grandes vantagens sobre os TPs convencionais. Dentre estas, porém, deve-se destacar uma em particular, a saber, suas elevadas larguras de banda (em princípio, são capazes de operar até na faixa de MHz). Sabe-se que os transformadores de medição convencionais, baseados nos princípios eletromagnéticos, apresentam problemas com relação à suas respostas na presença de distorções harmônicas. Já os transformadores para instrumentos ópticos têm apresentado excelente resposta, o que contribui significativamente para uma medição mais precisa destas

componentes harmônicas. São de amplo conhecimento as consequências decorrentes da presença de altos níveis de distorção harmônica, tanto de tensão quanto de corrente, nos elementos componentes dos sistemas de energia e nas cargas elétricas, cada vez mais sensíveis a tais distorções (LIMA; SANTOS, 2010; LIMA, 2009). A identificação da presença de componentes harmônicas, bem como sua quantificação, tem se tornado cada vez mais importante na avaliação da qualidade da energia elétrica. Consequentemente, toda técnica ou equipamento que venha a contribuir com a quantificação destas distorções, em qualquer nível de tensão ou corrente, devem ser considerados.

Neste trabalho, o método de detecção por segmentação do sinal amostrado é adaptado para a medição de tensões em sensores ópticos polarimétricos. A fim de evidenciar o potencial da técnica na detecção de harmônicas superiores inseridas sobre o sinal de interesse, opera-se com um sinal com forte conteúdo harmônico.

A recuperação desse sinal na saída do TP óptico evidencia a capacidade da técnica. O sistema de medição é todo automatizado, e, com o software Matlab calcula-se a FFT dos sinais adquiridos a fim de comparar as componentes harmônicas presentes no sinal de saída com as da entrada. Os resultados concordam até a 19^a harmônica, pelo menos. Versões capazes de trabalhar com tensões elevadas, da ordem de vários kV, são apresentadas.

1.7 Organização do Texto

Esta dissertação de mestrado está distribuída em seis capítulos, incluindo este introdutório.

No capítulo 2 é apresentado um resumo sobre a propagação da luz em meios anisotrópicos, chegando-se à solução geral da equação de onda e, através de um exemplo, encontra-se as soluções para um meio uniaxial, que é o caso do LiNbO_3 . Este capítulo ainda descreve as propriedades dos modos ordinário e extraordinário, o elipsóide de índices de refração e sua utilização.

No capítulo 3 são descritos o efeito eletro-óptico, a célula Pockels, e a modulação eletro-óptica de fase em duas configurações utilizadas: propagação em X e campo em Z, e, propagação em Z e campo em Y.

No capítulo 4 é apresentado um estudo sobre o modulador eletro-óptico de intensidade ou amplitude (sensor óptico de tensão) e é feita também, uma descrição sobre o método de demodulação do sinal: o método de segmentação do sinal amostrado (GALETI, 2012).

No capítulo 5, cita-se a automatização da instrumentação, apresentam-se os resultados experimentais, tanto para medições em baixas tensões, como em tensões mais elevadas, na ordem de kV. São detalhadas também as maneiras como foram montados os experimentos e os respectivos equipamentos utilizados, apresentando-se os resultados obtidos.

Finalmente, no capítulo 6 registram-se as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2: Propagação de Ondas em Meios Anisotrópicos

2.1 Meios Anisotrópicos.

Existem diversos materiais anisotrópicos, cujas propriedades ópticas dependem da direção de propagação assim como da polarização da luz. Estes materiais anisotrópicos incluem cristais como calcita, quartzo, KDP, BGO e também LiNbO_3 , o qual é utilizado neste trabalho. A permissividade dielétrica deste último constitui um tensor de segunda ordem.

Uma grande quantidade de meios materiais que controlam e modificam as propriedades de propagação da luz são de natureza anisotrópica (principalmente anisotropia elétrica) (SILVA, 2011).

Quando aplicado um vetor deslocamento elétrico em meios anisotrópicos, a direção e a magnitude do vetor campo elétrico associado dependem da direção de aplicação do primeiro, diferentemente dos meios isotrópicos, onde a aplicação do deslocamento elétrico induz um campo elétrico paralelo ao primeiro.

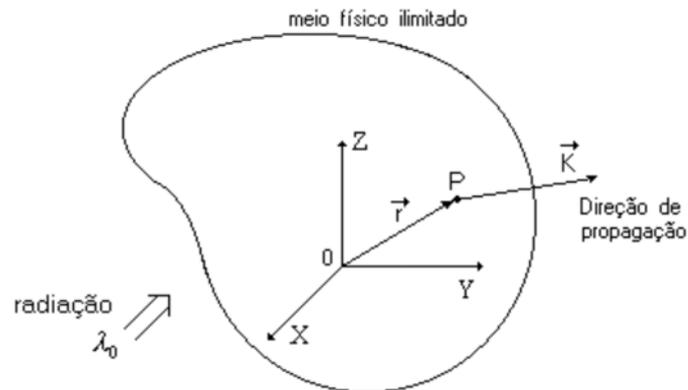
Analisa-se no decorrer deste capítulo a propagação de ondas planas uniformes em meios físicos ilimitados, como os cristais de LiNbO_3 que apresentam anisotropia dielétrica. Sob o aspecto magnético, consideram-se os meios isotrópicos e, então, as permeabilidades magnéticas valem $\mu = \mu_0$, sendo μ_0 a permeabilidade do vácuo ($4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$).

Uma equação de onda será determinada através das equações de Maxwell, levando em conta que a permissividade elétrica do meio ($\vec{\epsilon}$) é uma grandeza tensorial.

2.2 Equação de Onda em Meios Anisotrópicos

Na figura 3, tem-se um esquema onde um feixe óptico monocromático de comprimento de onda λ_0 incide sobre o meio físico ilimitado e com anisotropia dielétrica.

Figura 3- Esquema de propagação em um meio anisotrópico.



Fonte: (KITANO, 1993).

Devido a natureza dielétrica do meio, sua permissividade absoluta, atribuída ao sistema de coordenadas principal (X,Y,Z), é dada por:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{ZZ} \end{bmatrix} \quad [F/m] \quad (1)$$

onde, ϵ_0 é a permissividade do vácuo que vale $8,854 \times 10^{-12} [F/m]$ e ϵ_{XX} , ϵ_{YY} , ϵ_{ZZ} são suas componentes principais.

Admite-se o campo elétrico ($\vec{E}(\vec{r})$) e o campo magnético ($\vec{H}(\vec{r})$) variando harmonicamente no tempo ($\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$), sendo ω a frequência angular e \vec{r} descrevendo um ponto sobre a frente de onda plana. Os campos \vec{E} (elétrico), \vec{H} (magnético), \vec{D} (deslocamento elétrico) e \vec{B} (densidade de fluxo magnético) devem satisfazer as equações de Maxwell (em meios sem perdas) que são descritas abaixo (YARIV; YEH,1984):

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (2 a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\bar{\epsilon}:\vec{E} \quad (2 b)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (2 c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2 d)$$

e também as relações constitutivas:

$$\vec{D} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} \quad (3 a)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (3 b)$$

onde \vec{D} é o vetor densidade de fluxo elétrico (ou vetor deslocamento elétrico), \vec{B} o vetor de fluxo magnético, $(:)$ representa o produto de um tensor por um vetor, (\cdot) indica o produto escalar e (\times) o produto vetorial. Todas as grandezas estão na forma fasorial.

Agora, faz-se uma análise considerando o caso de uma onda plana e uniforme que tem como vetor de onda \vec{K} [rad/m]. Em conformidade com a propagação de onda plana em meios isotrópicos, se estabelece uma dependência na forma de $e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}}$ a todas as grandezas de campo. Assim, apenas para ondas harmônicas, demonstra-se que (YARIV; YEY, 1984):

$$(\nabla \times) = -j(\vec{K} \times) \quad (4 a)$$

e, também

$$(\nabla \cdot) = -j(\vec{K} \cdot) \quad (4 b)$$

evidenciando que as derivadas podem ser substituídas por fatores algébricos.

Desta forma, as equações de Maxwell em (2a-2d) envolvem somente equações algébricas, na seguinte forma:

$$\vec{K} \times \vec{E} = \omega \mu_0 \vec{H} \quad (5 a)$$

$$\vec{K} \times \vec{H} = -\omega \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} \quad (5 b)$$

$$\vec{K} \cdot \vec{D} = 0 \quad (5 c)$$

$$\vec{K} \cdot \vec{B} = 0 \quad (5 d)$$

Pré-multiplicando vetorialmente todos os elementos de (5 a) por \vec{K} , tem-se:

$$\vec{K} \times (\vec{K} \times \vec{E}) = \omega \mu_0 (\vec{K} \times \vec{H}) \quad (6)$$

Substituindo-se (5 b) em (6) obtém-se:

$$\vec{K} \times (\vec{K} \times \vec{E}) = -\omega^2 \mu_0 \vec{\varepsilon} \cdot \vec{E} \quad (7)$$

Observa-se que a equação (7) está descrita apenas em função do campo elétrico \vec{E} formando assim, uma equação de onda para meios dieletricamente anisotrópicos.

Utilizando a teoria matemática, a equação (7) pode ser simplificada através da fórmula de Lagrange. Assim, fica:

$$(\vec{K} \circ \vec{K})\vec{E} - (\vec{K} \circ \vec{E})\vec{K} = \omega^2 \mu_0 \bar{\epsilon} : \vec{E} \quad (8)$$

ou,

$$|\vec{K}|^2 \vec{E} - \left(\frac{\vec{K}}{|\vec{K}|} \circ \vec{E} \right) \frac{\vec{K}}{|\vec{K}|} |\vec{K}|^2 = \omega^2 \mu_0 \bar{\epsilon} : \vec{E} \quad (9)$$

Estabelecendo-se $\hat{s} = \frac{\vec{K}}{|\vec{K}|}$ como sendo um versor na direção de \vec{K} , a equação acima pode ser reescrita como:

$$\vec{E} - (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} = \left(\frac{\omega}{|\vec{K}|} \right)^2 \mu_0 \bar{\epsilon} : \vec{E} \quad (10)$$

Sabe-se da teoria de ondas planas em meios ilimitados que a velocidade de fase de uma onda, na qual tem-se a dependência $e^{-j\vec{K} \cdot \vec{r}}$, pode ser determinada através de:

$$v_p = \frac{\omega}{|\vec{K}|} \quad (11)$$

Portanto, definida a velocidade de fase da onda e aplicando a propriedade $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ (velocidade da luz no vácuo) em (10) é possível então, determinar a equação de onda final:

$$\vec{E} - (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} = \frac{v_p^2}{c^2} \bar{\epsilon}_r : \vec{E} \quad (12)$$

Nota-se que se utiliza a permissividade relativa $\bar{\epsilon}_r = \bar{\epsilon}/\epsilon_0$ ao invés da absoluta, dada em (1).

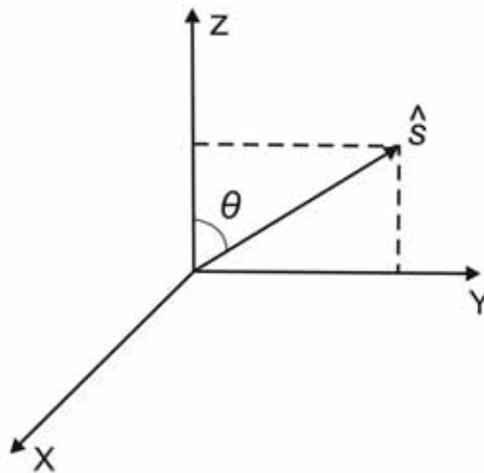
Em relação à simetria cristalográfica dos meios materiais, eles podem ser classificados em três grupos principais: meios uniaxiais, biaxiais e isotrópicos. Os meios uniaxiais, dentre os quais está o LiNbO_3 , são discutidos a seguir.

2.2.1 Meios Uniaxiais

Neste contexto de meios uniaxiais, que está relacionado diretamente a este trabalho (visto que se utiliza o cristal de LiNbO_3 , o qual possui essa propriedade), ilustra-se a seguir um exemplo de como obter as soluções da equação de onda (12) em um meio uniaxial, onde $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{YY}$ por definição.

Considera-se, por exemplo, o caso particular de uma propagação num plano YZ, onde o versor \hat{s} é ortogonal ao eixo X, de acordo com a figura 4.

Figura 4- Onda plana em um meio anisotrópico se propagando no plano YZ.



Fonte: (KITANO, 1993).

Calcula-se o versor \hat{s} na direção do vetor de propagação através de:

$$\hat{s} = (s_X, s_Y, s_Z) = (0, \sin \theta, \cos \theta) \quad (13)$$

Utilizando o sistema de eixos principais do meio, a matriz da permissividade relativa é diagonal:

$$\varepsilon_r = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad X=1; Y=2; Z=3 \quad (14)$$

lembrando que, para um meio uniaxial, $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{YY}$ (ou então, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$).

Por meio da equação (12) para o vetor campo elétrico em conjunto com (13) e (14), tem-se para cada direção do sistema de coordenadas:

$$\begin{cases} E_X - 0 = \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} E_X \\ E_Y - (s_Y E_Y + s_Z E_Z) s_Y = \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} E_Y \\ E_Z - (s_Y E_Y + s_Z E_Z) s_Z = \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{33} E_Z \end{cases} \quad (15)$$

ou

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11}\right) E_X + 0E_Y + 0E_Z = 0 \\ 0E_X + \left(1 - s_Y^2 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11}\right) E_Y - s_Y s_Z E_Z = 0 \\ 0E_X - s_Y s_Z E_Y + \left(1 - s_Z^2 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{33}\right) E_Z = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Já que apenas soluções não triviais são de interesse, de acordo com a álgebra linear, a seguinte condição deve ser imposta (e aplicando-se (13)):

$$\det \begin{bmatrix} 1 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 \theta - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} & -\sin \theta \cos \theta \\ 0 & -\sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

a qual é conhecida como equação determinantal.

Fazendo algumas manipulações algébricas em (17), encontra-se a seguinte forma fatorada:

$$\left(\frac{v_p^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11}\right) \left(\frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{33} \cos^2 \theta - \varepsilon_{11} \sin^2 \theta\right) = 0 \quad (18)$$

Analisando fator por fator da equação (18), encontram-se as seguintes soluções:

a) Na primeira, o campo elétrico é estático, não se propaga:

$$\frac{v_p^2}{c^2} = 0 \Rightarrow v_{p1,2} = 0 \quad (19)$$

b) A outra solução é independente de θ , com velocidades de fase:

$$1 - \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} = 0 \Rightarrow v_{p3,4} = \pm \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{11}}} \quad (20)$$

c) Finalmente, a terceira solução depende da direção de propagação no plano YZ.

$$\begin{aligned} \frac{v_p^2}{c^2} \varepsilon_{11} \varepsilon_{33} &= \varepsilon_{11} \text{sen}^2 \theta + \varepsilon_{33} \text{cos}^2 \theta \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{p5,6} &= \pm \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{11} \varepsilon_{33}}} \sqrt{\varepsilon_{11} \text{sen}^2 \theta + \varepsilon_{33} \text{cos}^2 \theta} \end{aligned} \quad (21)$$

Obtidos os resultados acima, é possível perceber dois modos de propagação (casos b) e c)) para a onda plana no meio uniaxial: no primeiro modo (caso b)) é como se a onda estivesse em um meio isotrópico, sendo que sua velocidade independe da direção do vetor \hat{s} , e cujo modo é chamado “raio ordinário”. Por sua vez, o segundo modo (caso c)) depende da direção de propagação, sendo a onda denominada de “raio extraordinário”. Embora tenha sido considerado o caso particular de propagação óptica no plano YZ, resultados semelhantes são obtidos para o caso de propagação em direções arbitrárias, ou seja, a existência de um modo dito ordinário, e outro, dito extraordinário. Isto reflete a natureza anisotrópica da propagação.

2.2.2 Propriedades dos Modos Ordinário e Extraordinário

Antes de prosseguir, torna-se conveniente discutir o conceito de índice de refração de um meio material, n , o qual é definido como a razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio (YARIV; YEH,1984):

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{c}{v_p} \quad (22)$$

sendo ε_r a permissividade relativa do meio, no caso de meio isotrópico. No caso de meio anisotrópico, ε_r seria uma permissividade efetiva, a qual depende da direção de propagação e polaridade do raio óptico. Esta componente de permissividade não deve ser confundida com o tensor $\bar{\varepsilon}_r$.

Num meio isotrópico, n não depende da polarização ou da direção de propagação da onda, mas somente do meio em si e do comprimento de onda da radiação óptica. Por outro lado, num meio anisotrópico isto não ocorre (conforme será visto adiante).

Usando-se o conceito de índice de refração, a equação de onda (12) pode ser rescrita como

$$\vec{E} - (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} = \frac{1}{n^2} \bar{\varepsilon}_r : \vec{E} \quad (23)$$

Sejam, então, $\vec{E} = (E_X, E_Y, E_Z)$ e $\hat{s} = (s_X, s_Y, s_Z)$, o vetor campo elétrico e o vetor unitário na direção de \vec{K} , respectivamente. Considerando-se novamente o caso de meios uniaxiais, como o LiNbO_3 , tem-se que $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{YY} \neq \varepsilon_{ZZ}$. Substituindo-se essas informações em (23), pode ser obtido o seguinte sistema homogêneo:

$$\begin{bmatrix} 1 - s_X^2 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2} & -s_X s_Y & -s_X s_Z \\ -s_X s_Y & 1 - s_Y^2 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2} & -s_Y s_Z \\ -s_X s_Z & -s_Y s_Z & 1 - s_Z^2 - \frac{\varepsilon_{ZZ}}{n^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_X \\ E_Y \\ E_Z \end{bmatrix} = 0 \quad (24)$$

Para que a solução de (24) seja não-trivial, deve-se impor que o seu determinante seja igual a zero, tal qual foi feito em (17). Assim, procedendo-se aos cálculos algébricos e manipulações matemáticas, verifica-se que é possível escrever a equação determinantal na forma fatorada:

$$\left(1 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2}\right) \left\{ \left[\left(1 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2}\right) - (s_X^2 - s_Y^2) \right] \left(1 - s_X^2 - \frac{\varepsilon_{ZZ}}{n^2}\right) - s_Z^2 (s_X^2 + s_Y^2) \right\} = 0 \quad (25)$$

Lembrando que as componentes do versor \hat{s} deve satisfazer a condição: $s_X^2 + s_Y^2 + s_Z^2 = 1$, obtém-se a forma final:

$$\frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2}\right) \left[\frac{\varepsilon_{XX}\varepsilon_{ZZ}}{n^2} - \varepsilon_{ZZ}s_Z^2 - \varepsilon_{XX}(1 - s_Z^2) \right] = 0 \quad (26)$$

Através de (26) pode-se concluir sobre a existência de três soluções para os índices de refração de um meio uniaxial:

a) Primeira solução $n = N_1$

$$\frac{1}{n^2} = 0 \Rightarrow N_1 = \infty \Rightarrow v_p = \frac{c}{n} = 0 \quad (27)$$

Como a velocidade é nula, a onda não se propaga, e esta solução corresponde ao caso estático (e que não é de interesse neste estudo).

b) Segunda solução $n = N_2$

$$1 - \frac{\varepsilon_{XX}}{n^2} = 0 \Rightarrow N_2 = \sqrt{\varepsilon_{XX}} \quad (28)$$

Esta solução não depende da direção de propagação da luz (ou seja, de \hat{s}) e, portanto, corresponde ao modo ordinário, citado no item 2.2.1.

Substituindo-se N_2 no sistema homogêneo (24), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -s_X^2 & -s_X s_Y & -s_X s_Z \\ -s_X s_Y & -s_Y^2 & -s_Y s_Z \\ -s_X s_Z & -s_Y s_Z & 1 - s_Z^2 - \frac{\varepsilon_{ZZ}}{\varepsilon_{XX}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_X \\ E_Y \\ E_Z \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

a partir do qual são extraídas as seguintes equações para as direções X, Y e Z, respectivamente:

$$-s_X(s_X E_X + s_Y E_Y + s_Z E_Z) = -s_X(\hat{s} \circ \vec{E}) = 0 \Rightarrow \hat{s} \circ \vec{E} = 0 \quad (30 \text{ a})$$

$$-s_Y(s_X E_X + s_Y E_Y + s_Z E_Z) = -s_Y(\hat{s} \circ \vec{E}) = 0 \Rightarrow \hat{s} \circ \vec{E} = 0 \quad (30 \text{ b})$$

$$\begin{aligned} & -s_Z(s_X E_X + s_Y E_Y + s_Z E_Z) - \left(1 - \frac{\varepsilon_{ZZ}}{\varepsilon_{XX}}\right) E_Z = \\ & = -s_Z(\hat{s} \circ \vec{E}) - \left(1 - \frac{\varepsilon_{ZZ}}{\varepsilon_{XX}}\right) E_Z = 0 \end{aligned} \quad (30 \text{ c})$$

As equações (30 a) e (30 b) informam que $\hat{s} \circ \vec{E} = 0$, ou seja, que \vec{E} é perpendicular a \hat{s} para o modo ordinário. Substituindo-se este resultado em (30 c), e considerando-se que para \hat{s} arbitrário as componentes s_x, s_y e s_z são não nulas, e, que $\epsilon_{xx} \neq \epsilon_{zz}$, então, conclui-se que $E_z = 0$. Este constitui um resultado importante, o qual revela que o modo ordinário não possui componente de campo elétrico ao longo do eixo Z, o qual é conhecido como eixo óptico do meio uniaxial.

c) Terceira solução $n = N_3$

Igualando-se o terceiro fator em (26) a zero, deduz-se o valor da terceira solução:

$$n = N_3 = \sqrt{\frac{\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}}{\epsilon_{xx}(1-s_z^2)+\epsilon_{zz}s_z^2}} \quad (31)$$

que informa que N_3 depende da direção de \hat{s} (uma vez que depende de s_z). Este corresponde ao modo extraordinário introduzido no item 2.2.1.

Na sequência, aplica-se o desenvolvimento apresentado em (YARIV;YEH, 1984), a fim de se mostrar que os vetores deslocamento elétrico dos modos ordinário ($\vec{D}^{(1)}$) e extraordinário ($\vec{D}^{(2)}$) são ortogonais entre si.

A partir de (3 a), sabe-se que $\vec{D} = \bar{\epsilon} : \vec{E} = \epsilon_0 \bar{\epsilon}_r : \vec{E}$. Por outro lado, a relação inversa será:

$$\vec{E} = \bar{\epsilon}^{-1} : \vec{D} = \eta : \vec{D} \quad (32)$$

na qual η é o tensor impermeabilidade elétrica absoluta, dado por

$$\eta = \bar{\epsilon}^{-1} = \frac{\bar{\epsilon}_r^{-1}}{\epsilon_0} \quad (33)$$

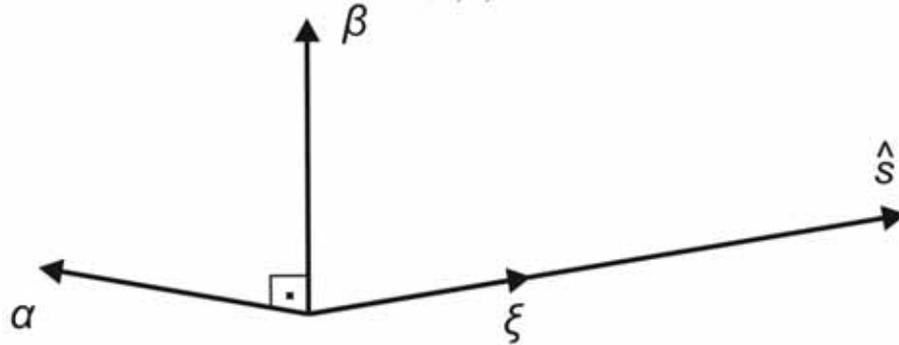
Assim, usando-se η , a equação de onda (12) pode ser rescrita como:

$$\eta : \vec{D} - (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} = \frac{v_p^2}{c^2} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \bar{\epsilon}_r : (\eta : \vec{D}) = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 c^2} \vec{D} \quad (34)$$

uma vez que $\epsilon_0 \bar{\epsilon}_r : \eta = \bar{\epsilon} : \eta = I$, a matriz identidade.

A fim de prosseguir com a análise, será conveniente adotar um novo sistema de coordenadas auxiliares, (α, β, ξ) , tal que um desses eixos coincida com a direção de propagação \hat{s} , conforme esquematizado na figura 5.

Figura 5- Sistemas de Coordenadas Auxiliares (α, β, ξ) .



Fonte: (KITANO, 1993).

Portanto, nos sistema (α, β, ξ) , tem-se $\hat{s} = (0,0,1)$. Por outro lado, o tensor η não é mais diagonal, como acontecia com o tensor $\bar{\epsilon}$ no sistema (X,Y,Z) (ver (1)), porém, ainda é simétrico, ou seja

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} \end{pmatrix} \quad (35)$$

Recorrendo-se a equação (5 c), e aplicando-se $\hat{s} = (0,0,1)$, vem

$$\begin{aligned} \vec{K} \circ \vec{D} &= K \frac{\vec{K}}{K} \circ \vec{D} = K \hat{s} \circ \vec{D} = 0 \Rightarrow \hat{s} \circ \vec{D} = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (0,0,1) \circ (D_1, D_2, D_3) = 0 \Rightarrow D_3 = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

isto é, no sistema (α, β, ξ) ocorre

$$\vec{D} = (D_1, D_2, 0) \quad (37)$$

informando-se que \vec{D} não exibe componente na direção de propagação. Assim, independentemente do modo ser ordinário ($\vec{D}^{(1)}$) ou extraordinário ($\vec{D}^{(2)}$), ocorre que $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ são perpendiculares a \hat{s} .

Uma vez estabelecida a relação (37), avalia-se a parcela $(\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s}$ da equação de onda (34), com o auxílio de (32):

$$\begin{aligned} (\hat{s} \circ \vec{E})\hat{s} &= [\hat{s} \circ (\eta: \vec{D})]\hat{s} = \\ &= \left\{ [0 \ 0 \ 1] \circ \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{13}D_1 + \eta_{23}D_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

Portanto, a equação de onda (34), referida ao sistema (α, β, ξ) , torna-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \eta_{13} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \eta_{23} \\ \eta_{13} & \eta_{23} & \eta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{13}D_1 + \eta_{23}D_2 \end{bmatrix} &= \frac{v_p^2}{\epsilon_0 c^2} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \eta_{11}D_1 + \eta_{12}D_2 \\ \eta_{12}D_1 + \eta_{22}D_2 \\ \eta_{13}D_1 + \eta_{23}D_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta_{13}D_1 + \eta_{23}D_2 \end{bmatrix} &= \frac{v_p^2}{\epsilon_0 c^2} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

Observa-se que a 3ª linha de (39) é sempre satisfeita. Com isto, o sistema de equações pode ser simplificado para:

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{12} & \eta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} - 0 = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 c^2} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \eta_T \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \frac{v_p^2}{\epsilon_0 c^2} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

no qual η_T é uma matriz simétrica 2x2.

Aplicando-se (40) aos modos $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ separadamente, obtém-se:

$$\eta_T: \vec{D}^{(1)} = \frac{(v_p^{(1)})^2}{\epsilon_0 c^2} \vec{D}^{(1)} \quad (41 \text{ a})$$

$$\eta_T: \vec{D}^{(2)} = \frac{(v_p^{(2)})^2}{\epsilon_0 c^2} \vec{D}^{(2)} \quad (41 \text{ b})$$

onde $v_p^{(1)}$ e $v_p^{(2)}$ referem-se às velocidades dos modos ordinário e extraordinário, respectivamente.

Pré-multiplicando-se (41 a) e (41 b) escalarmente por $\vec{D}^{(2)}$ e $\vec{D}^{(1)}$, respectivamente, tem-se:

$$\vec{D}^{(2)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(1)} = \frac{(v_p^{(1)})^2}{\varepsilon_0 c^2} \vec{D}^{(2)} \circ \vec{D}^{(1)} \quad (42 \text{ a})$$

$$\vec{D}^{(1)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(2)} = \frac{(v_p^{(2)})^2}{\varepsilon_0 c^2} \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} \quad (42 \text{ b})$$

Verificando-se que $\vec{D}^{(2)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(1)} \circ \eta_T : \vec{D}^{(2)}$ são iguais no caso de η_T simétrica e, subtraindo-se (42 a) de (42 b), obtém-se

$$0 = \left[(v_p^{(2)})^2 - (v_p^{(1)})^2 \right] \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} \Rightarrow \vec{D}^{(1)} \circ \vec{D}^{(2)} = 0 \quad (43)$$

uma vez que, no caso arbitrário, $v_p^{(1)} \neq v_p^{(2)}$. A relação (43) informa que os vetores deslocamento elétrico dos modos ordinários e extraordinários são sempre ortogonais entre si. Como a propriedade física não depende do sistema de coordenadas utilizado na demonstração, conclui-se que $\vec{D}^{(1)} \perp \vec{D}^{(2)}$ sempre.

No caso do modo ordinário ainda é possível extrair uma informação adicional: $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{E}^{(1)}$ são paralelos entre si. De fato, aplicando-se a relação constitutiva (3 a) no sistema de coordenadas principal (X,Y,Z), então, \vec{E} obedece a (1) e

$$D_X^{(1)} = \varepsilon_{XX} E_X^{(1)} \neq 0 \quad (44 \text{ a})$$

$$D_Y^{(1)} = \varepsilon_{YY} E_Y^{(1)} \neq 0 \quad (44 \text{ b})$$

$$D_Z^{(1)} = \varepsilon_{ZZ} E_Z^{(1)} = 0 \quad (44 \text{ c})$$

no qual se aplicou que $E_Z^{(1)} = 0$ no caso do modo ordinário. Com isto, deduz-se que

$$\begin{aligned} \vec{D}^{(1)} &= \varepsilon_{XX} E_X^{(1)} \hat{X} + \varepsilon_{YY} E_Y^{(1)} \hat{Y} + \varepsilon_{ZZ} 0 \hat{Z} = \\ &= \varepsilon_{XX} (E_X^{(1)} \hat{X} + E_Y^{(1)} \hat{Y} + 0 \hat{Z}) = \varepsilon_{XX} \vec{E}^{(1)} \end{aligned} \quad (45)$$

usando-se que $\epsilon_{XX} = \epsilon_{YY}$ para meios uniaxiais.

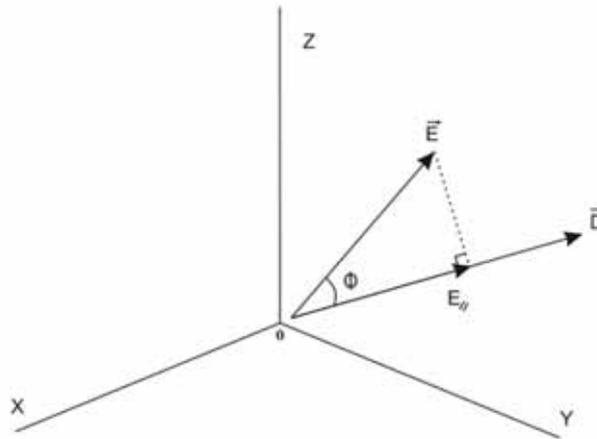
Ressalta-se que o paralelismo entre \vec{D} e \vec{E} só se aplica ao modo ordinário. O modo extraordinário tem $E_Z \neq 0$, e assim, $\vec{D}^{(2)}$ não é paralelo a $\vec{E}^{(2)}$.

2.3 Elipsóide de Índices de Refração

Considera-se (X,Y,Z) o sistema de coordenadas principal de um cristal, ao longo do qual encontra-se estabelecido um vetor deslocamento elétrico (\vec{D}) e o vetor campo elétrico (\vec{E}) correspondente, conforme esquematizado na figura 6.

Em geral, num meio anisotrópico, os vetores \vec{D} e \vec{E} não são paralelos.

Figura 6- Vetores \vec{D} e \vec{E} no sistema de coordenadas de um cristal.



Fonte: do próprio autor.

Segundo (NYE,1957), define-se o valor da impermeabilidade efetiva, η_{ef} , medida na direção do vetor \vec{D} como sendo

$$\eta_{ef} = \frac{E_{//}}{|\vec{D}|} \quad (46)$$

onde $E_{//}$ é a projeção de \vec{E} na direção \vec{D} .

Como se sabe, num meio anisotrópico a impermeabilidade elétrica η dada em (33), é um tensor de 2ª ordem, simétrico no caso de meios sem perdas. Em particular, quando referido ao

sistema de coordenadas principal do cristal, (X, Y, Z) , o tensor é diagonal. A seguir, investiga-se o significado geométrico da relação tensorial

$$[\eta_r]_{ij} x_i x_j = 1 \quad (47)$$

sendo η_r o tensor impermeabilidade relativa, ou seja

$$\eta_r = \bar{\epsilon}_r^{-1} = \left(\frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{-1} = \epsilon_0 \eta \quad (48)$$

Com relação ao sistema de eixos do cristal, tem-se $x_1 = X$, $x_2 = Y$ e $x_3 = Z$, assim, (47) conduz a

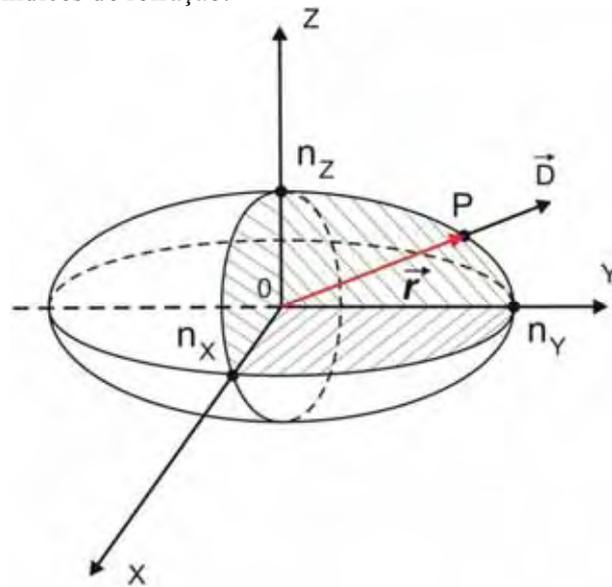
$$\begin{aligned} (\eta_r)_{11} X^2 + (\eta_r)_{22} Y^2 + (\eta_r)_{33} Z^2 &= 1 \quad \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{X^2}{\epsilon_{XX}} + \frac{Y^2}{\epsilon_{YY}} + \frac{Z^2}{\epsilon_{ZZ}} &= 1 \end{aligned} \quad (49)$$

Porém, da definição de índice de refração (22), definem-se $n_X = \sqrt{\epsilon_{XX}}$, $n_Y = \sqrt{\epsilon_{YY}}$ e $n_Z = \sqrt{\epsilon_{ZZ}}$, tornando (49) como

$$\frac{X^2}{n_X^2} + \frac{Y^2}{n_Y^2} + \frac{Z^2}{n_Z^2} = 1 \quad (50)$$

A representação geométrica dos pontos $P = (X, Y, Z)$ que satisfazem (50) é um elipsóide, conforme ilustrado na figura 7.

Figura 7- Elipsóide de índices de refração.



Fonte: (KITANO, 1993).

A seguir, interpreta-se o significado do raio vetor $\vec{r} \parallel \vec{D}$ na figura 7. Sejam α_1, α_2 e α_3 os cossenos diretores do vetor \vec{D} . Então

$$\frac{\vec{D}}{|\vec{D}|} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \quad (51)$$

Por outro lado, se ϕ for o ângulo entre \vec{D} e \vec{E} , tem-se (ver figura 6):

$$\vec{D} \circ \vec{E} = |\vec{D}| |\vec{E}| \cos \phi = |\vec{D}| E_{\parallel} \quad (52)$$

sendo E_{\parallel} a projeção de \vec{E} na direção de \vec{D} .

Por outro lado, da álgebra de tensores (notação de índices repetidos ou notação de Einstein), tem-se que

$$\vec{D} \circ \vec{E} = D_i E_i \quad , \quad \text{para } i = 1,2,3 \quad (53)$$

Por sua vez, a relação (32) é escrita como

$$E_i = \eta_{ij} D_j \quad , \quad \text{para } j = 1,2,3 \quad (54)$$

Substituindo-se (54) em (53), obtém-se:

$$\vec{D} \circ \vec{E} = D_i(\eta_{ij}D_j) = |\vec{D}|\alpha_i \eta_{ij} |\vec{D}|\alpha_j = |\vec{D}| |\vec{D}| \eta_{ij} \alpha_i \alpha_j \quad (55)$$

Comparando-se (52) com (55), conclui-se que

$$|\vec{D}| E_{//} = |\vec{D}| |\vec{D}| \eta_{ij} \alpha_i \alpha_j \Rightarrow \frac{E_{//}}{|\vec{D}|} = \eta_{ij} \alpha_i \alpha_j \quad (56)$$

Porém, da definição (46) e, de (48), conclui-se que:

$$\eta_{ef} = \eta_{ij} \alpha_i \alpha_j = \frac{(\eta_r)_{ij} \alpha_i \alpha_j}{\varepsilon_0} \quad (57)$$

a qual permite calcular o valor da impermeabilidade efetiva em termos dos cossenos diretores do vetor \vec{D} .

Nesta etapa é interessante expressar o raio vetor \vec{r} na forma tensorial, e assim, tem-se que as componentes de $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$ são

$$x_i = r \alpha_i \quad (58)$$

onde r é o módulo de \vec{r} e α_i são cossenos diretores (\vec{r} é paralelo a \vec{D}). Como o índice “ i ” em (58) é um índice mudo, também é possível escrever

$$x_j = r \alpha_j \quad (59)$$

Substituindo-se (58) e (59) em (47), tem-se

$$[\eta_r]_{ij} (r\alpha_i) (r\alpha_j) = 1 \Rightarrow r^2 [\eta_r]_{ij} \alpha_i \alpha_j = 1 \quad (60)$$

Comparando-se (60) com (57), vem

$$r^2 \eta_{ef} \varepsilon_0 = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \eta_{ef}}} \quad (61)$$

Além disso, de (48), $\varepsilon_0 \eta = \eta_r$, e assim

$$r = \frac{1}{\sqrt{(\eta_r)_{ef}}} = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_r)_{ef}^{-1}}} = \sqrt{(\varepsilon_r)_{ef}} \quad (62)$$

Finalmente, a partir da definição de índice de refração (22) tem-se que $\sqrt{\varepsilon_r} = n$, e então, (62) conduz a

$$r = \eta_{ef} = n \quad (63)$$

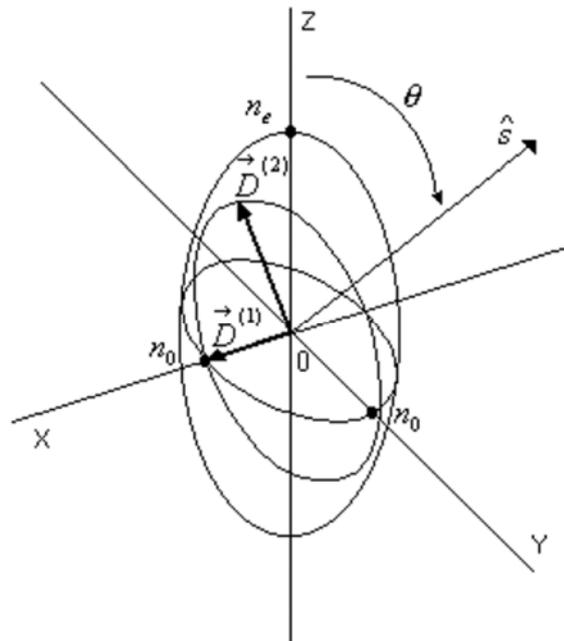
ou seja, o comprimento do raio vetor que liga a origem do elipsóide da figura 7 ao ponto P sobre sua superfície, e que é paralelo ao vetor \vec{D} , representa o índice de refração efetivo que, neste texto, será representado simplesmente por “ n ”.

Em resumo, o lugar geométrico dos índices de refração de um meio anisotrópico é um elipsóide. O valor do índice depende da direção do vetor \vec{D} , e deve obedecer a equação (50).

2.4 Utilização do Elipsóide de Índices

Dado um vetor \vec{D} , o comprimento do raio vetor \vec{r} , paralelo a \vec{D} , que intercepta o elipsóide de índices de refração, fornece o valor do índice de refração (efetivo) percebido pelo raio óptico. Na sequência, apresenta-se o procedimento metódico para se determinar os índices de refração percebidos pelos raios ordinário e extraordinário que se propagam numa dada direção \hat{s} . Por simplicidade, considera-se que os meios sejam uniaxiais, com $\varepsilon_{XX} = \varepsilon_{YY} \neq \varepsilon_{ZZ}$. Neste caso, é comum representar $n_0 = \sqrt{\varepsilon_{XX}} = \sqrt{\varepsilon_{YY}}$ e $n_e = \sqrt{\varepsilon_{ZZ}}$, os quais passam a ser chamados de índices de refração ordinário e extraordinário, respectivamente. Estes valores normalmente são fornecidos para vários materiais anisotrópicos em livros de óptica. Não se deve confundir os termos: índices de refração ordinário (n_0) ou extraordinário (n_e) com os índices de refração efetivos dos modos ordinário ($n^{(1)}$) ou extraordinário ($n^{(2)}$). Os primeiros referem-se aos interceptos com os eixos X, Y e Z na figura 7, enquanto os últimos são os valores efetivos medidos na direção do vetor \vec{D} . O elipsóide mostrado na figura 8 está descrito em termos de n_0 e n_e .

Figura 8- Direções dos vetores $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ em meio uniaxial.



Fonte: (KITANO, 1993).

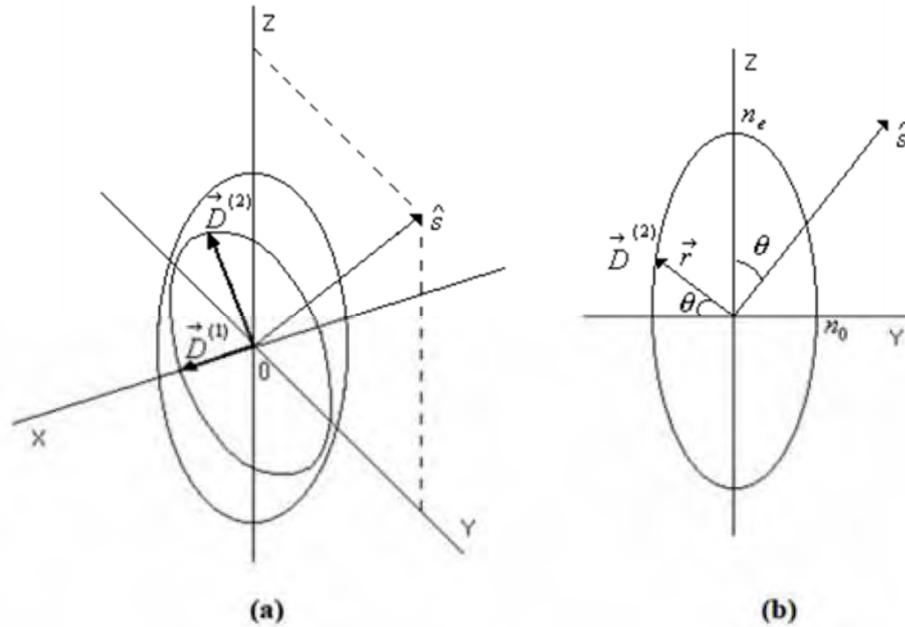
Sabe-se que, para um dado \hat{s} , existem dois modos de propagação, que são denotados por (1) e (2). Sabe-se também que estes modos são tais que $\vec{D}^{(1)} \perp \vec{D}^{(2)}$, $\vec{D}^{(1)} \perp \hat{s}$ e $\vec{D}^{(2)} \perp \hat{s}$. Ainda, que no caso do meio uniaxial, para o modo ordinário tem-se $\vec{E}^{(1)} \parallel \vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(1)}$ não tem componente ao longo do eixo Z (eixo óptico). A partir daí pode-se estabelecer o procedimento para operar com o elipsóide:

- a) Especificar a direção de propagação desejada, \hat{s} ;
- b) Obter a seção transversal do elipsóide, sobre o plano normal à direção de propagação \hat{s} , e que contenha a origem do sistema (X,Y,Z). Esta seção transversal é uma elipse.
- c) $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ são paralelos aos eixos da elipse, sendo que $\vec{D}^{(1)}$ não tem componente em Z.
- d) Os raios vetores nas direções de $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$ têm comprimentos iguais aos semi-eixos da elipse, e constituem os índices de refração efetivos dos modos ordinário ($n^{(1)}$) e extraordinário ($n^{(2)}$), respectivamente.

Observa-se que as expressões matemáticas obtidas para $n^{(1)}$ e $n^{(2)}$ são funções de n_e, n_o e do ângulo θ na figura 8.

A título de ilustração, retorna-se ao exemplo da propagação no plano YZ, analisada no item 2.2.1. Na figura 9 mostra-se o elipsóide de índices correspondente

Figura 9- Propagação de luz no plano YZ.



Fonte: (KITANO, 1993).

O intercepto do plano YZ com o elipsóide gera a elipse:

$$\frac{Y^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_e^2} = 1 \quad (64)$$

sendo $Y = r \cos \theta$ e $Z = r \sin \theta$. Neste caso, tem-se

$$r^2 \left[\frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} \right] = 1 \quad (65)$$

Observa-se, pela figura 9 a, que o modo ordinário (correspondente a $\vec{D}^{(1)}$) associa-se a $r = n^{(1)} = n_o$ para qualquer valor de θ no plano YZ. Por outro lado, o modo extraordinário tem $r = n^{(2)}$ e obedece a (65), e assim:

$$n^{(2)} = \sqrt{\frac{n_o n_e}{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}} \quad (66)$$

Ora, lembrando-se que $n_o = \sqrt{\varepsilon_{11}}$ e $n_e = \sqrt{\varepsilon_{33}}$, então, tem-se as velocidades (usando (22)):

$$v_p^{(1)} = \frac{c}{n^{(1)}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{11}}} \quad (67 \text{ a})$$

$$v_p^{(2)} = \frac{c}{n^{(2)}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{11}\varepsilon_{33}}} \sqrt{\varepsilon_{11} \sin^2 \theta + \varepsilon_{33} \cos^2 \theta} \quad (67 \text{ b})$$

as quais equivalem às expressões (20) e (21).

Capítulo 3: O Efeito Eletro-Óptico

3.1 Efeito Eletro-Óptico

Em certos tipos de cristais, a aplicação de um campo elétrico, cuja frequência está bem abaixo da ressonância mecânica do meio, resulta na mudança das suas propriedades de birrefringência que, por sua vez, altera o estado da polarização óptica da luz que se propaga no meio, dando-se o nome de efeito eletro-óptico. Essas alterações nas características do material incluem mudanças no índice de refração, na absorção e na dispersão (YARIV; YEH, 1984).

O efeito eletro-óptico é uma maneira conveniente e amplamente utilizada para controle da fase ou da intensidade óptica.

A dependência do índice de refração com o campo elétrico aplicado pode ter três formas:

1. Se o índice de refração muda proporcionalmente à magnitude do campo elétrico aplicado, tem-se o efeito conhecido como efeito eletro-óptico linear ou efeito Pockels.
2. Se o índice de refração muda com o quadrado do campo elétrico aplicado, tem-se o efeito eletro-óptico quadrático ou efeito Kerr.
3. Quando um meio é sujeito a um campo elétrico intenso como o devido a um pulso intenso do laser tem-se o chamado efeito eletro-óptico não linear (PLANAS, 1995).

O efeito quadrático ocorre em qualquer material transparente, porém, à custa de campos elétricos cujas amplitudes são extremamente elevadas (às vezes superiores ao limite de ruptura dielétrica, o que torna laboriosa a sua aplicação).

Por outro lado, o efeito eletro-óptico linear, ocorre apenas nos materiais em que as redes cristalinas não exibem centro de simetria, como no caso do LiNbO_3 .

Em muitas aplicações práticas de efeito eletro-óptico, o campo elétrico aplicado é pequeno comparado com o campo interno do átomo, que é tipicamente da ordem de 10^8 V/cm. Assim, espera-se que o efeito quadrático seja pequeno comparado ao linear e, frequentemente, é desprezado quando o linear está presente.

No capítulo 2, a impermeabilidade absoluta foi denotada por $\eta = \epsilon^{-1}$, enquanto que a impermeabilidade relativa, por $\eta_r = \epsilon_0 \epsilon^{-1}$. No restante deste texto, a impermeabilidade relativa será representada apenas por η , por questão de simplicidade de notação, e para ficar em conformidade com a maioria dos livros sobre o assunto.

Da teoria de elipsóide de índices, a propagação da radiação óptica em um cristal pode ser completamente descrita em termos do tensor impermeabilidade (YARIV;YEH,1984):

$$\eta_{ij} = \varepsilon_0(\varepsilon^{-1})_{ij} \quad (68)$$

onde, ε^{-1} é o inverso do tensor dielétrico absoluto ε , e $i, j = 1, 2, 3$.

De acordo com a teoria quântica dos sólidos, o tensor impermeabilidade dielétrica (η_{ij}) depende da distribuição de cargas no cristal. A aplicação de um campo elétrico externo, E , resulta numa redistribuição das cargas ligadas, e causa uma pequena deformação na rede iônica. O resultado é uma variação no tensor impermeabilidade (MARTINS, 2006):

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) \quad (69)$$

onde $i, j = 1, 2, 3$ e $\eta_{ij}(E)$ é o tensor impermeabilidade perturbado pelo campo elétrico E , enquanto $\eta_{ij}(0)$ é o tensor impermeabilidade sem perturbação.

Os coeficientes eletro-óptico linear (coeficiente de Pockels) e o quadrático (coeficiente de Kerr) são os elementos de um tensor de ordem três e quatro, respectivamente. São definidos tradicionalmente como:

$$\eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) = \Delta\eta_{ij} = r_{ijk}E_k + s_{ijkl}E_kE_l \quad (70)$$

para $i, j, k, l = 1, 2, 3$ e as grandezas r_{ijk} e s_{ijkl} são os coeficientes eletro-ópticos linear e quadrático do meio, citados anteriormente.

Na ausência do campo elétrico externo, as propriedades ópticas de um cristal eletro-óptico podem ser descritas pelo seguinte elipsóide de índices de refração (ver (50)):

$$\eta_{ij}(0)x_ix_j = \left(\frac{x}{n_x^2}\right) + \left(\frac{y}{n_y^2}\right) + \left(\frac{z}{n_z^2}\right) = 1 \quad (71)$$

sendo, X, Y e Z os eixos principais e n_x, n_y e n_z os índices de refração em suas respectivas direções. Os eixos principais deste elipsóide são paralelos aos eixos do cristal.

Agora, na presença de um campo elétrico E aplicado, o elipsóide de índices do cristal é dado por:

$$\eta_{ij}(E)x_i x_j = 1 \quad (72)$$

Combinando-se (69) e (72), tem-se:

$$(\eta_{ij}(0) + \Delta\eta_{ij})x_i x_j = 1 \quad (73)$$

Devido à parcela quadrática de (70) poder ser desprezada, utiliza-se apenas a parcela linear, e assim tem-se:

$$(\eta_{ij}(0) + r_{ijk}E_k)x_i x_j = 1 \quad (74)$$

Observa-se agora um novo elipsóide de índices de refração, porém, perturbado por um campo elétrico externo.

De acordo com (70) e, prevalecendo o efeito eletro-óptico linear, uma propriedade importante pode ser obtida analisando a seguinte relação:

$$\Delta\eta_{ij} = \eta_{ij}(E) - \eta_{ij}(0) = r_{ijk}E_k \quad (75)$$

Segundo a definição (68) de η_{ij} , conclui-se que o tensor impermeabilidade é um tensor simétrico. Além disso, se for referido ao sistema de coordenadas do cristal, é um tensor diagonal. Consequentemente, os índices i e j podem ser permutados entre si. Portanto,

$$r_{ijk} = r_{jik} \quad (76)$$

De acordo com a teoria de tensores, um tensor de ordem n possui, em um espaço cartesiano, 3^n componentes. Um tensor de primeira ordem ($n = 1$) é um vetor e, tem 3 componentes. Um tensor de 2ª ordem ($n = 2$), como ε , possui $3^2 = 9$ componentes. Assim, neste caso, o tensor de terceira ordem ($n = 3$) no espaço cartesiano possui $3^3 = 27$ componentes.

Porém, devido a propriedade de simetria (76), o tensor r_{ijk} possuirá somente 18 componentes distintas.

Expandindo-se a relação (75), para as componentes de campo elétrico (E_1, E_2, E_3) nas direções (X, Y, Z), obtém-se:

$$\Delta\eta_{11} = r_{111}E_1 + r_{112}E_2 + r_{113}E_3 \quad (77 \text{ a})$$

$$\Delta\eta_{22} = r_{221}E_1 + r_{222}E_2 + r_{223}E_3 \quad (77 \text{ b})$$

$$\Delta\eta_{33} = r_{331}E_1 + r_{332}E_2 + r_{333}E_3 \quad (77 \text{ c})$$

$$\Delta\eta_{23} = \Delta\eta_{32} = r_{231}E_1 + r_{232}E_2 + r_{233}E_3 \quad (77 \text{ d})$$

$$\Delta\eta_{13} = \Delta\eta_{31} = r_{131}E_1 + r_{132}E_2 + r_{133}E_3 \quad (77 \text{ e})$$

$$\Delta\eta_{12} = \Delta\eta_{21} = r_{121}E_1 + r_{122}E_2 + r_{123}E_3 \quad (77 \text{ f})$$

ou então, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta\eta_{11} \\ \Delta\eta_{22} \\ \Delta\eta_{33} \\ \Delta\eta_{23} \\ \Delta\eta_{13} \\ \Delta\eta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{111} & r_{112} & r_{113} \\ r_{221} & r_{222} & r_{223} \\ r_{331} & r_{332} & r_{333} \\ r_{231} & r_{232} & r_{233} \\ r_{131} & r_{132} & r_{133} \\ r_{121} & r_{122} & r_{123} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (78)$$

Confirma-se que a simetria de permutação reduz o número de elementos independentes de r_{ijk} de 27 para 18.

Por causa desta simetria, é conveniente introduzir a notação de índices reduzidos para ij , definidos abaixo (YARIV;YEH, 1984):

$$\begin{aligned} 1 &= (11) \\ 2 &= (22) \\ 3 &= (33) \\ 4 &= (23) = (32) \\ 5 &= (13) = (31) \\ 6 &= (12) = (21) \end{aligned} \quad (79)$$

Dos quais, substituídos nos índices em (78) conduzem a:

$$\begin{bmatrix} \Delta\eta_{11} \\ \Delta\eta_{22} \\ \Delta\eta_{33} \\ \Delta\eta_{23} \\ \Delta\eta_{13} \\ \Delta\eta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (80)$$

Entretanto, devido à simetria cristalina, na maioria dos materiais, a matriz dos coeficientes eletro-ópticos (80) é esparsa (a maioria dos elementos é nula).

As relações de simetria cristalina estabelecerão quais dos 18 coeficientes serão nulos, bem como a relação entre os coeficientes remanescentes.

Analisando a matriz dos coeficientes eletro-ópticos no cristal LiNbO_3 , onde este é trigonal com classe de simetria 3m (Tabelas 7.1 e 7.2, YARIV;YEH, 1984.) verifica-se que tal matriz é dada por:

$$r_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (81)$$

Observa-se que aparecem apenas 8 coeficientes eletro-ópticos não nulos, onde apenas 4 são independentes ($r_{13}, r_{22}, r_{33}, r_{51}$).

Novamente, se acordo com (75) tem-se:

$$\Delta\eta_{11} = -r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \quad (82 \text{ a})$$

$$\Delta\eta_{22} = r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \quad (82 \text{ b})$$

$$\Delta\eta_{33} = r_{33}E_3 \quad (82 \text{ c})$$

$$\Delta\eta_{23} = r_{51}E_2 \quad (82 \text{ d})$$

$$\Delta\eta_{13} = r_{51}E_1 \quad (82 \text{ e})$$

$$\Delta\eta_{12} = -r_{22}E_1 \quad (82 \text{ f})$$

Usando a relação do elipsóide de índices de refração perturbado por um campo elétrico, dada por (73), tem-se:

$$(\eta_{11} + \Delta\eta_{11})X_1^2 + (\eta_{22} + \Delta\eta_{22})X_2^2 + (\eta_{33} + \Delta\eta_{33})X_3^2 + 2(\eta_{23} + \Delta\eta_{23})X_2X_3 + 2(\eta_{13} + \Delta\eta_{13})X_1X_3 + 2(\eta_{12} + \Delta\eta_{12})X_1X_2 = 1 \quad (83)$$

Com relação ao sistema de coordenadas cristalino, tem-se que a matriz permissividade relativa é diagonal:

$$\varepsilon_r = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (84)$$

Como a impermeabilidade relativa é dada por $\eta_{ij} = (\varepsilon_r^{-1})_{ij}$, então tem-se:

$$\eta = \begin{bmatrix} 1/\varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \eta(0) \quad (85)$$

Em um meio uniaxial, como neste caso, ocorre que dois dos índices principais são iguais, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} \neq \varepsilon_{33}$, e também $\frac{1}{\varepsilon_{11}} = \frac{1}{\varepsilon_{22}} = \frac{1}{n_o^2}$ e $\frac{1}{\varepsilon_{33}} = \frac{1}{n_e^2}$, onde n_o é o índice de refração ordinário e n_e é o índice extraordinário.

Inserindo estas informações, em conjunto com (82) e (85), em (83), se obtém:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \right) X_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_2 + r_{13}E_3 \right) X_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_3 \right) X_3^2 + \\ & + 2(0 + r_{51}E_2)X_2X_3 + 2(0 + r_{51}E_1)X_1X_3 + 2(0 - r_{22}E_1)X_1X_2 = 1 \end{aligned} \quad (86)$$

Agora será feita a análise para verificar se existe rotação de eixos do cristal diante da aplicação do campo elétrico e encontrar os novos índices de refração. De acordo com as duas configurações utilizadas neste trabalho de mestrado serão considerados os campos aplicados tanto na direção do eixo óptico Z como no eixo Y .

Primeiramente, para um campo elétrico aplicado ao longo do eixo óptico Z , a equação do elipsóide de índices pode ser escrita como (fazendo $E_1 = E_2 = 0$ e $E_3 = E_Z \neq 0$):

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_Z \right) X_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_Z \right) X_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_Z \right) X_3^2 = 1 \quad (87)$$

Nota-se que não aparecem termos “mistos” (ou produtos cruzados) em (87), diferentemente de (86) onde apresenta termos associados à X_2X_3 , X_1X_3 e X_1X_2 . Ressalta-se que, isto ocorre devido ao campo ser aplicado na direção do eixo Z .

Uma vez que não aparecem termos “mistos” em (87), as direções dos eixos principais do novo elipsóide de índices permanecem inalterados, porém, com novos índices de refração, n_{X_1} , n_{X_2} e n_{X_3} . Assim, a equação (87) pode ser escrita como:

$$\frac{X_1^2}{n_{X_1}^2} + \frac{X_2^2}{n_{X_2}^2} + \frac{X_3^2}{n_{X_3}^2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{n_{X_1}^2}\right)X_1^2 + \left(\frac{1}{n_{X_2}^2}\right)X_2^2 + \left(\frac{1}{n_{X_e}^2}\right)X_3^2 = 1 \quad (88)$$

sendo que,

$$\frac{1}{n_{X_1}^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_Z = \frac{1}{n_{X_2}^2} \quad (89 \text{ a})$$

$$\frac{1}{n_{X_3}^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_Z \quad (89 \text{ b})$$

a partir das quais obtém-se:

$$n_{X_1} = n_o \frac{1}{\sqrt{1+n_o^2 r_{13} E_Z}} = n_{X_2} \quad (90 \text{ a})$$

$$n_{X_3} = n_e \frac{1}{\sqrt{1+n_e^2 r_{33} E_Z}} \quad (90 \text{ b})$$

Observa-se que os novos índices de refração são funções do campo elétrico externo, E_3 .

Segundo Yariv e Yeh (1984), os valores dos coeficientes eletro-ópticos para o LiNbO₃, medidos no comprimento de onda $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ são: $r_{13} = 9,6 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ e $r_{33} = 30,9 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, e, portanto, muito pequenos. Além disso, $n_o = 2,286$ e $n_e = 2,2$. Por causa disso, os termos $(n_o^2 r_{13} E_Z)$ e $(n_e^2 r_{33} E_Z)$ são muito pequenos, mesmo para amplitudes de campo elétrico da ordem de dezenas de kV. Portanto, é possível aplicar a expansão em série binomial à (90 a) e (90 b):

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \times 3}{2 \times 4}x^2 + \dots \quad \text{para } |x| < 1 \quad (91)$$

A partir daí, são obtidas

$$n_{X_1} \cong n_o - \frac{1}{2}n_o^3 r_{13} E_Z \cong n_{X_2} \quad (92 \text{ a})$$

$$n_{X_3} \cong n_e - \frac{1}{2}n_e^3 r_{33} E_Z \quad (92 \text{ b})$$

evidenciando que os novos índices de refração principais variam linearmente com o campo elétrico aplicado.

Obviamente, se $E_Z = 0$, retorna-se ao caso original onde $n_{X_1} = n_o = n_{X_2}$ e $n_{X_3} = n_e$ do meio uniaxial.

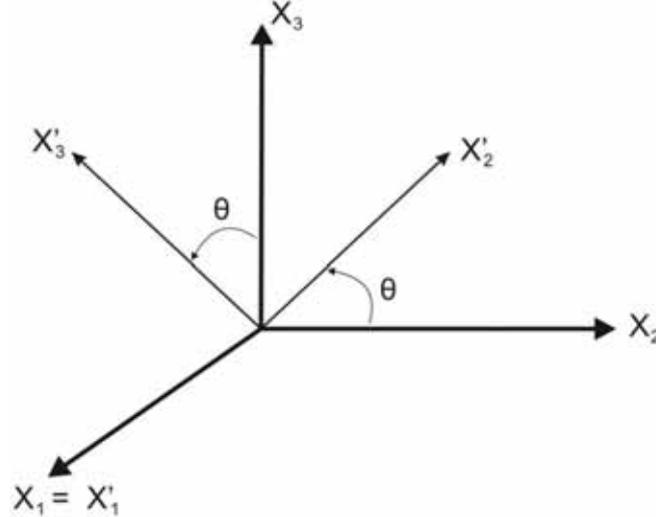
Em resumo, com a aplicação do campo elétrico E_3 , o elipsóide de revolução original, dado por (71) (com $n_x = n_y \neq n_z$) sofre uma deformação e passa para o formato (88). Porém, o mesmo continua a ser um elipsóide de revolução (pois $n_{X_1} = n_{X_2} \neq n_{X_3}$), o meio perturbado continua a ser uniaxial e não ocorre nenhuma rotação de eixos principais. Ressalta-se que isto é uma exceção. Em outros tipos de cristais (por exemplo, no KH_2PO_4) pode ocorrer a deformação do elipsóide com rotação de eixos principais e transformação de meio uniaxial para biaxial ($n_{X_1} \neq n_{X_2} \neq n_{X_3}$) (YARIV;YEH,1984).

Considerando agora o campo elétrico aplicado na direção do eixo Y e partindo da equação de índices perturbado (86) e, sendo $E_2 = E_Y$ e $E_1 = E_3 = 0$ tem-se:

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_Y\right)X_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_Y\right)X_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2}\right)X_3^2 + 2r_{51}E_2X_2X_3 = 1 \quad (93)$$

Observa-se uma rotação de θ em torno do eixo X_1 diante da aplicação de um campo elétrico E_2 , assim, é necessário verificar essa rotação que está ilustrada na figura 10 e encontrar os novos eixos cristalográficos, denotados por X'_1 , X'_2 e X'_3 .

Figura 10- Rotação de eixos em torno de X_1 .



Fonte: do próprio autor.

De acordo com o conceito de matriz de rotação tem-se:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \end{bmatrix} \quad (94)$$

então, $X_1 = X'_1$, $X_2 = \cos\theta X'_2 - \text{sen}\theta X'_3$ e $X_3 = \text{sen}\theta X'_2 + \cos\theta X'_3$.

Substituindo essas relações em (93) e fazendo algumas manipulações algébricas encontra-se

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{\left(\frac{-2r_{51}E_Y}{\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_Y} \right)}{2} \quad (95)$$

Uma vez que, os coeficientes r_{51} e r_{22} são da ordem de 10^{-12} , mesmo para os valores de campo utilizado (da ordem de 10 kV), é possível concluir que θ tem ordem de grandeza de 10^{-4} rad e portanto a rotação pode ser desprezada.

Considerando um campo elétrico aplicado ao longo do eixo Y e não havendo rotação em torno de X_1 , então, a equação do elipsóide de índices pode ser escrita como:

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{22}E_Y\right)X_1^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{22}E_Y\right)X_2^2 + \left(\frac{1}{n_e^2}\right)X_3^2 = 1 \quad (96)$$

Como a rotação em torno de X_1 é desprezível, assim como para a configuração anterior (campo em Z) as direções dos eixos principais do novo elipsóide de índices permanecem inalterados, porém, com novos índices de refração, $n_{X'_1}$, $n_{X'_2}$ e $n_{X'_3}$. Desta forma, a equação (96) pode ser escrita como (88), assim

$$n_{X'_1} = n_o \left(\frac{1}{1 - n_o^2 r_{22} E_Y}\right)^{1/2} \quad (97 a)$$

$$n_{X'_2} = n_o \left(\frac{1}{1 + n_o^2 r_{22} E_Y}\right)^{1/2} \quad (97 b)$$

Sendo, segundo Yariv e Yeh (1984), todas as grandezas físicas para o LiNbO₃ medidas no comprimento de onda $\lambda = 632,8$ nm tem-se que, o coeficiente eletro-óptico $r_{22} = 6,8 \times 10^{-12}$ m/V e os índices de refração ordinário ($n_o = 2,286$) e extraordinário ($n_e = 2,2$) são muito pequenos, e assim, é possível aplicar a expansão em série binomial (91) a (97 a-b). Então, são obtidos os novos índices de refração para o feixe de luz se propagando em Z e o campo em Y, dados por:

$$n_{X'_1} = n_o + \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_Y \quad (98 a)$$

$$n_{X'_2} = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{22} E_Y \quad (98 b)$$

e,

$$n_{X'_3} = n_e \quad (98 c)$$

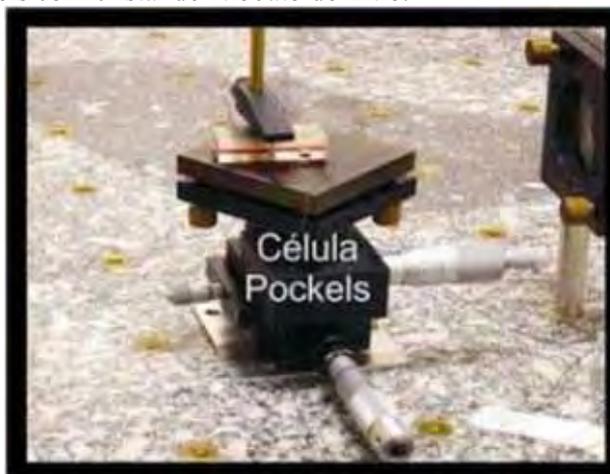
Observa-se, novamente, que os novos índices de refração principais variam linearmente com o campo elétrico aplicado (E_Y).

3.2 A Célula Pockels

O efeito eletro-óptico foi originalmente observado por Kerr, em 1875, na forma quadrática ou não linear, no dissulfeto de carbono. Nesse caso, a variação na permissividade dielétrica ocorria com o quadrado do campo elétrico externo aplicado ao material. Em 1883, Rontgen e Kundt observaram o efeito eletro-óptico linear no quartzo cristalino, onde a permissividade variava com proporção direta ao campo elétrico externo. Em 1893, Pockels caracterizou matematicamente o efeito eletro-óptico linear em cristais de várias classes de simetria de ponto (KAMINOW, 1974).

A célula Pockels é um dispositivo composto por um cristal eletro-óptico e dois eletrodos que podem ser constituídos de placas paralelas metálicas, filmes metálicos ou tintas metálicas por onde é aplicado um campo elétrico externo. A figura 11 ilustra uma célula Pockels com cristal de LiNbO_3 já montada sobre um suporte, com seus múltiplos estágios mecânicos de translação e rotação.

Figura 11- Célula Pockels com cristal de Niobato de Lítio.

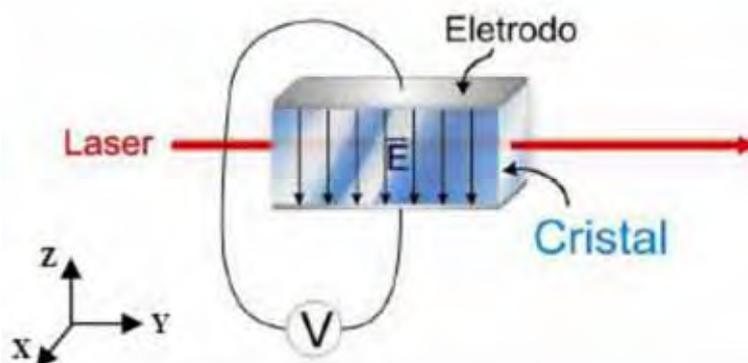


Fonte:(MARTINS,2006).

Um dos principais cristais empregados para confecção de células Pockels é o LiNbO_3 , devido a uma excelente combinação de propriedades ópticas como, por exemplo, ótima transparência na faixa de espectro da luz de interesse em comunicações ópticas e sensores, coeficientes eletro-ópticos elevados, custo reduzido, não-higroscópico, etc. (TAKIY; 2010).

Os eletrodos podem ser inseridos na célula de duas maneiras. A primeira provoca uma aplicação de campo elétrico transversal, no qual este campo é perpendicular à direção de propagação do feixe óptico, como ilustrado na figura 12.

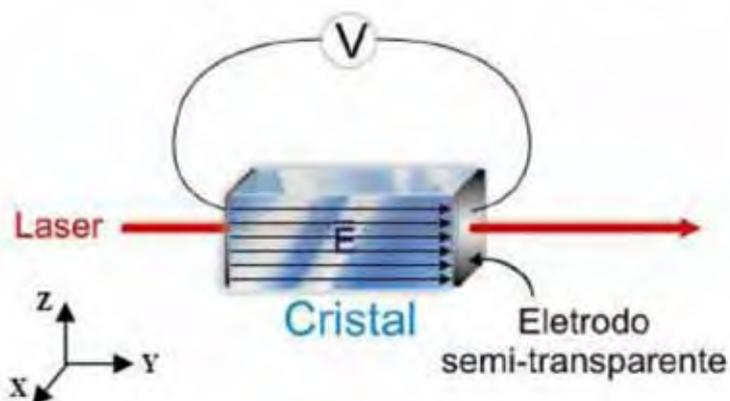
Figura 12- Célula Pockels com campo elétrico perpendicular à direção de propagação.



Fonte:(MARTINS,2006).

A segunda maneira, como visto na figura 13, produz uma aplicação de campo elétrico longitudinal, onde este campo é paralelo à direção de propagação do feixe óptico. Neste caso, torna-se necessário o uso de eletrodos semitransparentes a fim de não se obstruir totalmente a passagem da luz.

Figura 13- Célula Pockels com campo elétrico paralelo à direção de propagação.



Fonte:(MARTINS, 2006).

A célula Pockels transversal tem algumas vantagens em relação ao efeito longitudinal. Primeiramente, os eletrodos ficam paralelos ao feixe e não o atenuam. Em segundo lugar, o

arranjo dos eletrodos é simples (pode-se usar tinta prata), não sendo necessária a deposição por filmes finos (como no caso da célula longitudinal). Por isso, a célula pode operar com potência elevada (sob altas frequências) sem o risco dos eletrodos evaporarem devido ao excesso de aquecimento causado pela circulação de corrente de deslocamento (AC).

A célula Pockels pode ser usada, principalmente, como modulador eletro-óptico, onde o sinal da informação é disponível na forma de um campo elétrico modulador e é inserido na fase da luz, sendo que daí, este sinal segue para um receptor onde a informação é decodificada. Também, pode ser utilizada como sensor, onde as características da fase da luz transmitida são medidas para determinar o campo elétrico desconhecido aplicado à célula (MARTINS, 2006).

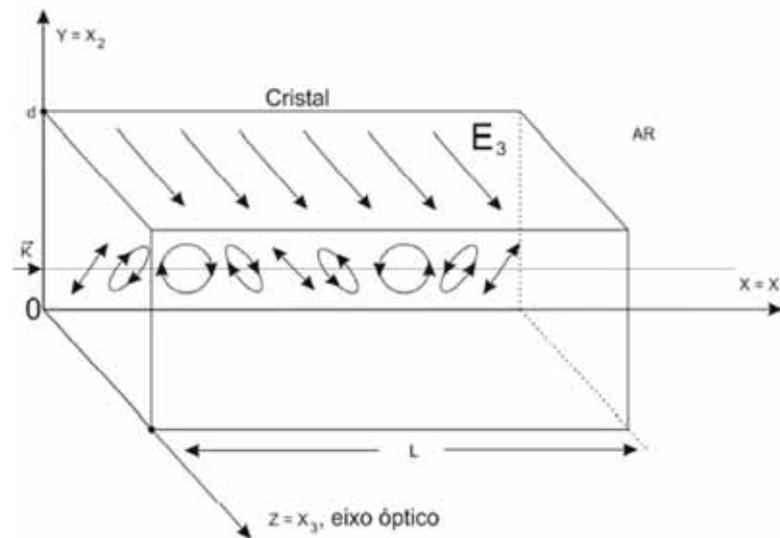
3.3 Modulação Eletro-Óptica de Fase

Até este estágio da análise estudou-se apenas o efeito do campo elétrico externo sobre o elipsóide de índices. A seguir, considera-se como um raio de luz sofre alterações ao atravessar este meio perturbado, de acordo com sua direção de propagação e sua polarização.

3.3.1 Propagação em X e campo em Z

Nesta configuração, considera-se o caso da onda óptica que se propaga ao longo do eixo X, e que incide no cristal com polarização linear, formando um ângulo de 45° com o eixo óptico (eixo Z). Esta situação está ilustrada na figura 14.

Figura 14- Propagação de luz ao longo do eixo X e polarizada a 45° do eixo Z.



Fonte: do próprio autor.

Observa-se que agora existem dois campos elétricos no interior do cristal: um correspondente ao campo externo, E_Z , e outro devido ao campo elétrico do modo óptico, \vec{E}_{op} , que se propaga no cristal (e que está a 45° do eixo Z).

Como o campo \vec{E}_{op} está a 45° de Z, considera-se que este excite modos polarizados nas direções Y e Z com iguais amplitudes. No ar, $\vec{D}_{op} = \epsilon_0 \vec{E}_{op}$ e, assim, interpreta-se também que o cristal é excitado por dois vetores deslocamento elétrico, com iguais amplitudes, e polarizados nas direções Y e Z. Esses vetores se propagam no cristal com vetores de onda $K^{(1)}$ e $K^{(2)}$, respectivamente:

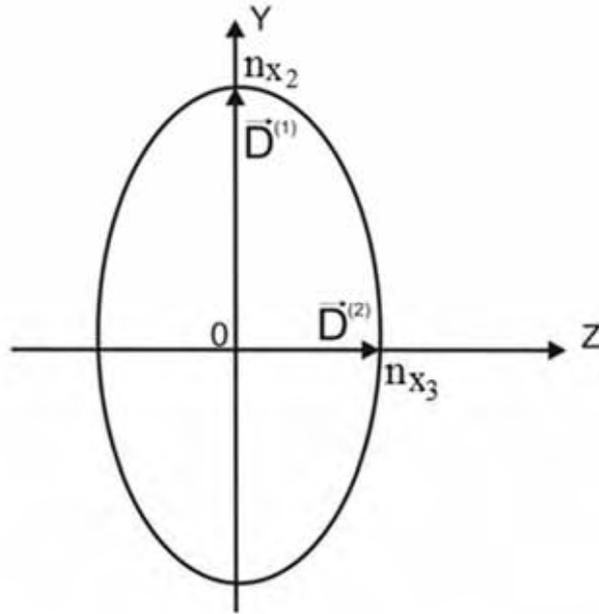
$$K^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{X_2} \quad (99 \text{ a})$$

$$K^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{X_3} \quad (99 \text{ b})$$

sendo λ_0 o comprimento de onda da luz no vácuo.

Na linguagem do capítulo 2, $K^{(1)}$ e $K^{(2)}$ correspondem aos vetores de onda dos modos ordinário e extraordinário, respectivamente. Na figura 15 apresenta-se a vista do elipsóide perturbado por E_3 no plano YZ, juntamente com $\vec{D}^{(1)}$ e $\vec{D}^{(2)}$.

Figura 15- Vista do elipsóide perturbado no plano YZ.



Fonte: do próprio autor.

Observa-se que $\vec{D}^{(1)}$ corresponde ao modo ordinário, pois não exibe componente ao longo do eixo Z. Os modos (1) e (2) percebem os índices de refração $n_{x_1} = n_{x_2}$ e n_{x_3} , dados por (92 a) e (92 b), respectivamente.

Por isso, os modos (1) e (2) se propagam no interior do cristal com velocidades distintas. Isto faz com que a onda resultante possua componentes Y e Z com mesmas amplitudes, porém, com fases distintas, o que caracteriza um estado de polarização elíptica, em constante mudança ao longo do eixo X, como esquematizado na figura 14.

Como os dois modos são excitados na interface $X_1 = 0$ do cristal, a diferença de fase entre eles, após percorrerem um trajeto L, será

$$\Delta\theta = (K^{(1)} - K^{(2)})L \quad (100)$$

Substituindo-se as equações para n_{x_1} e n_{x_3} , dadas por (92 a) e (92 b), em (99 a) e (99 b), respectivamente, e, os resultados em (100), vem

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_e - n_o)L - \frac{\pi}{\lambda_0}(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})E_Z L \quad (101)$$

Observam-se dois tipos de atraso na fase quando se analisa a equação (101). O primeiro refere-se à birrefringência natural do cristal, que independe do campo elétrico (observar a primeira parcela da equação), e, a segunda deve-se a aplicação do campo elétrico externo E_Z . Esta por sua vez, pode ser controlada ajustando a tensão $V(t)$ aplicada.

Uma vez que o cristal é inserido entre os eletrodos que estão na forma de placas paralelas, o campo elétrico externo depende da distância entre os eletrodos e também, é estabelecido a partir da tensão elétrica aplicada às placas. Ou seja,

$$E_Z(t) = \frac{V(t)}{d} \quad (102)$$

sendo d a distância entre as placas.

A partir de (102), e considerando apenas a parcela afetada pelo campo elétrico em (101), o atraso eletro-óptico de fase induzido pode ser definido como:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}) \frac{L}{d} V(t) \quad (103)$$

Já a primeira parcela, a qual se deve à birrefringência natural do cristal, fica:

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_e - n_o)L \quad (104)$$

A tensão necessária para induzir uma variação eletro-óptica de fase ($\Delta\phi$) em π radianos é chamada de tensão de meia onda de modulação de fase, onde $\Delta\phi = \pi$ e $V(t) = V_\pi$, e é dada por (usando-se (103)):

$$V_\pi = \frac{\lambda_0}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \times \frac{d}{L} \quad (105)$$

Utiliza-se a tensão de meia-onda para a comparação entre diferentes células Pockels: quanto menor o valor de V_π , menor é a tensão necessária para alimentar a célula.

Como se pode observar em (105) o valor de V_π depende das características do material, da geometria da célula e também do comprimento de onda λ_0 do laser.

Uma vez conhecidos todos os parâmetros do material, torna-se possível determinar o valor teórico de V_π . Como o comprimento de onda do laser (Hélio-Neônio) utilizado neste

trabalho é $\lambda_0=632,8$ nm, a espessura do cristal é $d=1,1$ mm, o índice de refração ordinário $n_o=2,286$ e o extraordinário $n_e=2,2$, os coeficientes eletroópticos do material valem $r_{13}=9,6$ pm/V, $r_{33}=30,9$ pm/V e, o comprimento da célula sendo $L=50,025$, encontra-se $V_\pi=64,92$ V. Esta célula será utilizada na seção 5.1, para medições de baixas tensões.

Os parâmetros do material não variam tanto com a frequência da luz, mas grandes valores de V_π serão obtidos quando λ_0 for grande (MARTINS, 2006).

Substituindo (105) em (103), tem-se:

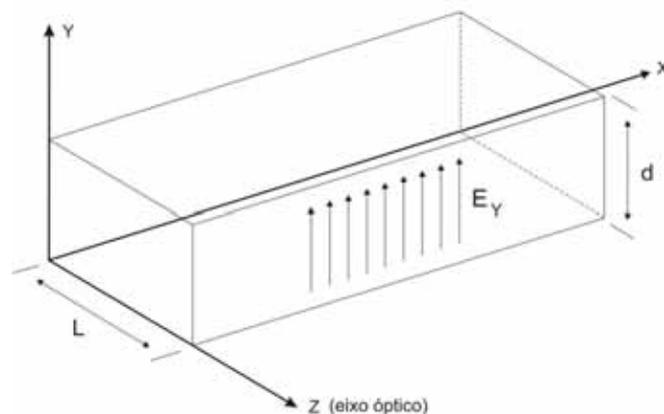
$$\Delta\phi = \frac{\pi}{V_\pi} V(t) \quad (106)$$

Agora, observa-se mais facilmente que, para um mesmo valor de $V(t)$, quanto menor o V_π , maior será o deslocamento de fase ($\Delta\phi$).

3.3.2 Propagação em Z e campo em Y

Como visto anteriormente (na seção 3.3.1), o campo elétrico era aplicado na direção do eixo Z e o feixe do laser se propagando ao longo de X, porém, nesta nova configuração tem-se o campo aplicado na direção Y e o raio óptico propagando-se na direção do eixo óptico Z. Assim, é apresentado na figura 16 o cristal (LiNbO₃) com o novo sistema de coordenadas adotado. Uma nova célula Pockels, com dimensões diferentes da anterior é considerada nesta seção.

Figura 16- Sistemas de coordenadas do cristal de LiNbO₃ (propagação em Z).



Fonte: do próprio autor.

Encontrados os novos índices de refração em (98 a), (98 b) e (98 c) é possível obter o atraso eletro-óptico de fase induzido para esta configuração, uma vez conhecida a diferença de fase entre os dois modos de propagação após percorrerem um comprimento L , como sendo

$$\Delta'\theta = (K'^{(1)} - K'^{(2)})L \quad (107)$$

onde,

$$K'^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{x'_1} \quad (108 a)$$

e

$$K'^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{x'_2} \quad (108 b)$$

agora em função dos novos índices de refração $n_{x'_1}$ e $n_{x'_2}$. Então, o atraso eletro-óptico de fase induzido fica

$$\Delta'\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_0^3 r_{22} E_Y) L \quad (109)$$

Assim, é possível observar que nesta configuração não existe birrefringência natural, mas apenas birrefringência induzida, o que faz com que este novo arranjo possua maior imunidade ao desvanecimento de sinal devido a variações de temperatura, por exemplo.

Sendo o campo elétrico externo dado por:

$$E_Y(t) = \frac{V(t)}{d} \quad (110)$$

então, é possível encontrar a tensão necessária para produzir uma variação eletro-óptica de fase igual a π radianos (tensão de meia onda de modulação de fase), onde $\Delta'\phi = \pi$ e $V(t) = V_\pi$, dada por (usando-se (109)):

$$V_{\pi} = \frac{\lambda_0}{2n_o^3 r_{22}} \frac{d}{L} \quad (111)$$

Sabe-se que, uma vez conhecidos todos os parâmetros do material torna-se possível encontrar o valor teórico de V_{π} . Então, conhecidos o comprimento de onda do laser Hélio-Neônio (λ_0), o índice de refração (n_o) ambos citados anteriormente, o coeficiente eletroóptico ($r_{22} = 6,8 \times 10^{-12}$), e, sendo $L = 10,258 \times 10^{-3}$ m (o comprimento do cristal percorrido pelo laser) e $d = 9,924$ mm (a espessura do cristal), tem-se $V_{\pi} = 3,768$ kV, lembrando que um valor aproximado deve ser encontrado na prática. Observa-se que esta célula apresenta um volume maior que o da célula da seção 3.1.1. Detalhes adicionais e aplicação para medição de tensões elevadas serão apresentadas na seção 5.2.

Os índices de refração n_o e n_e variam com a temperatura (SMITH D.S; RICCIUS H.D; EDWIN R.P, 1976) os quais influenciam no V_{π} da célula que, conseqüentemente, também sofre variação com a temperatura. Então, no experimento onde o cristal utilizado foi o de maior volume, optou-se por trabalhar com o feixe de laser se propagando no eixo óptico Z (situação em que não ocorre birrefringência natural) uma vez que nesta configuração a variação do V_{π} com a temperatura é uma ordem de grandeza menor que aquela onde ocorre birrefringência natural (propagação em X).

Como visto anteriormente, o efeito eletro-óptico permite que uma informação seja inserida na fase da luz, e assim, possibilita a implantação de um modulador eletro-óptico, no qual a informação sobre o valor instantâneo da tensão $V(t)$ pode ser inserida na fase da luz e transmitida até um receptor. Havendo um esquema adequado para realizar a demodulação, ocorrerá uma conversão inversa. Este assunto será discutido no próximo capítulo.

Capítulo 4: Sensor Óptico de Tensão

4.1 Modulador Eletro-Óptico de Amplitude ou Intensidade

Os transformadores de potencial ópticos utilizados em sistemas de energia em geral são desenvolvidos em torno dos moduladores eletro-ópticos.

Quando a célula Pockels é utilizada como sensor, as propriedades da fase da luz transmitida são mensuradas para determinar o campo elétrico aplicado à célula.

Quando a radiação óptica é recebida, os moduladores agem sobre ela alterando ou modulando suas características, tais como, intensidade, fase, espectro e o estado de polarização. No caso deste trabalho, explora-se a modulação de fase relativa entre os modos ordinário e extraordinário.

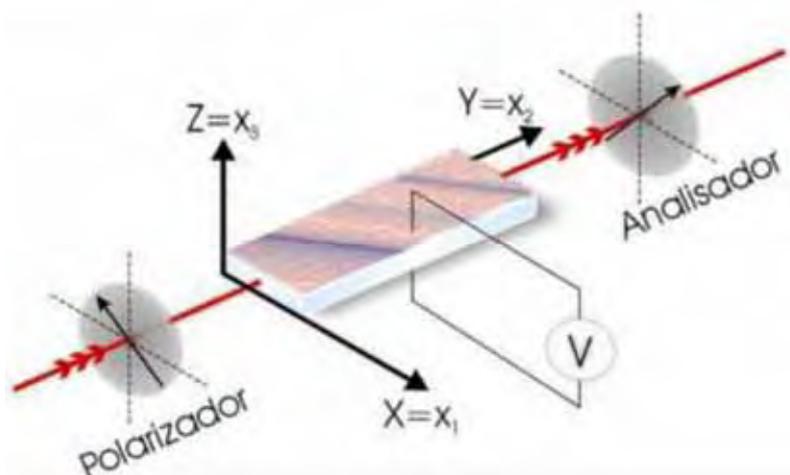
Os dispositivos responsáveis pela conversão dos sinais ópticos em elétricos são os fotodetectores, que são sensíveis apenas à intensidade luminosa. Portanto, alguma configuração óptica adequada deve ser proporcionada a fim de se inserir a informação contida na fase modulada eletro-ópticamente em intensidade luminosa.

Como citado anteriormente, existem duas possíveis configurações de um modulador eletro-óptico quando relacionadas à direção de aplicação do campo elétrico: a configuração longitudinal e a transversal. Na primeira, o campo se encontra aplicado paralelamente à direção de propagação da luz, enquanto que na configuração transversal, o campo aplicado está numa direção perpendicular à de propagação da luz.

Neste trabalho, será dada ênfase apenas à configuração transversal, uma vez que, na longitudinal podem ocorrer grandes perdas ópticas quando a luz atravessa os eletrodos semitransparentes.

Com a figura 17 será possível analisar a configuração de um modulador óptico de amplitude em sua configuração transversal. A configuração da célula Pockels é a mesma da figura 14, com campo externo $E_3 = E_Z$.

Figura 17- Modulador eletro-óptico na configuração transversal.



Fonte: (MARTINS, 2006).

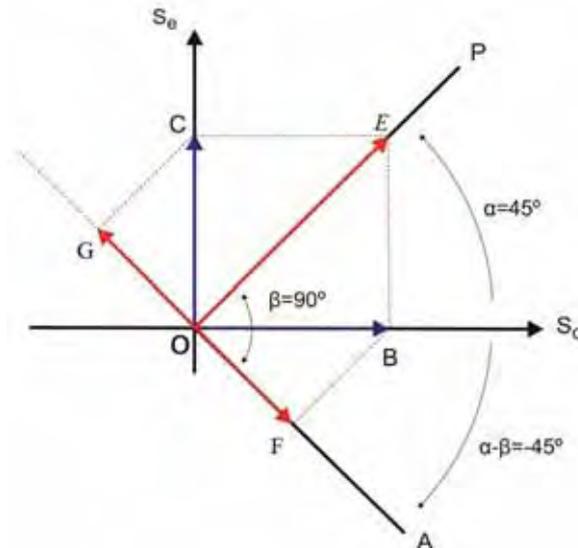
Este modulador é composto por um polarizador ajustado a 45° dos eixos X e Z do cristal, que tem por finalidade acoplar as duas componentes de luz polarizadas ortogonalmente na entrada do cristal, as quais possuem mesma amplitude e que sofrem um deslocamento de fase relativo diante da aplicação de um campo elétrico.

A conversão da modulação de fase relativa, $\Delta\theta$ em (101), para modulação de amplitude óptica é feita utilizando um segundo polarizador na saída do sistema, o qual deve estar orientado a 90° do primeiro. Através dele, consegue-se obter um feixe de saída, tal que a informação da tensão elétrica encontra-se na intensidade óptica. Como este segundo polarizador faz a análise do estado de polarização de saída, ele é denominado de analisador.

A seguir será apresentada uma análise do modulador eletro-óptico de amplitude através de um diagrama fasorial, de modo que seja feito o cálculo da transmissão do dispositivo óptico (T) utilizando o posicionamento angular de 90° entre o polarizador e o analisador.

Observa-se então que, no diagrama da figura 18, os vetores dos modos ordinário e extraordinário, segundo os eixos S_o e S_e respectivamente, são excitados por um campo elétrico da luz de entrada E . A direção do campo é estabelecida pela direção do eixo polarizador (P), formando um ângulo $\alpha = 45^\circ$ com o eixo S_o . O analisador (A) encontra-se deslocado de um ângulo $\beta = 90^\circ$ do polarizador.

Figura 18- Diagrama fasorial para o cálculo da transmissão.



Fonte: do próprio autor.

Observa-se que OB é a amplitude da projeção de E ao longo do eixo S_o , e OC a projeção ao longo do eixo S_e . Sabe-se que não ocorre interferência óptica entre as componentes dos dois campos elétricos ortogonais entre si (YARIV; YEH, 1984). No entanto, as componentes de saída OF e OG (projeções de OB e OC na direção do analisador, respectivamente) sofrem interferência óptica por estarem paralelas entre si. Feitas estas considerações é possível, através do diagrama, concluir que

$$OB = E \cos \alpha \quad (112 \text{ a})$$

$$OC = E \sin \alpha \quad (112 \text{ b})$$

onde E é o módulo do vetor \vec{E} .

Analisando as componentes de saída (e com auxílio de (112 a-b)) tem-se

$$OF = OB \cos(\alpha - \beta) = E \cos(\alpha) \cos(\alpha - \beta) \quad (113 \text{ a})$$

$$OG = OC \sin(\alpha - \beta) = E \sin(\alpha) \sin(\alpha - \beta) \quad (113 \text{ b})$$

sendo $\alpha = 45^\circ$ e $(\alpha - \beta) = 45^\circ - 90^\circ = -45^\circ$. Então,

$$OF = E \cos(45^\circ) \cos(-45^\circ) = E \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{E}{2} \quad (114 \text{ a})$$

$$OG = E \operatorname{sen}(45^\circ) \operatorname{sen}(-45^\circ) = E \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{E}{2} \quad (114 \text{ b})$$

No capítulo 3, evidenciou-se que os raios ordinário e extraordinário na célula Pockels da figura 14 eram:

$$E_1 = E_{01} e^{j\omega t} = OF e^{j\omega t} = \frac{E}{2} e^{j\omega t} \quad (115 \text{ a})$$

$$E_2 = E_{02} e^{j(\omega t + \Delta\theta)} = OG e^{j(\omega t + \Delta\theta)} = -\frac{E}{2} e^{j(\omega t + \Delta\theta)} \quad (115 \text{ b})$$

sendo $\Delta\theta$ dado por (100).

Com isso, calcula-se a intensidade óptica total, I_T , gerada pela superposição dos campos E_1 e E_2 , como:

$$\begin{aligned} I_T &= \frac{(E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^*}{2} = \frac{\frac{E}{2}(e^{j\omega t} - e^{j(\omega t + \Delta\theta)})}{2} \frac{\frac{E}{2}(e^{-j\omega t} - e^{-j(\omega t + \Delta\theta)})}{2} = \\ &= \frac{E^2}{4} \left[\frac{1 + 1 - e^{j\Delta\theta} - e^{-j\Delta\theta}}{2} \right] = \frac{E^2}{4} [1 - \cos \Delta\theta] \end{aligned} \quad (116)$$

A intensidade óptica da luz ao passar pelo polarizador, ou seja, antes de atingir o cristal, é dada por $I_{in} = \frac{E^2}{2}$. Com isso, aplicando-se (116), obtém-se a intensidade óptica total como

$$I_T = \frac{I_{in}}{2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (117)$$

A transmissão do dispositivo óptico (T) é definida como a relação entre as intensidades de saída (I_T) e de entrada (I_{in}), e assim, obtém-se:

$$T = \frac{1}{2} (1 - \cos \Delta\theta) \quad (118)$$

Conforme foi discutido no capítulo 3, na seção 3.3.1, através das relações (101), (103) e (104) sabe-se que

$$\Delta\theta = \Delta\phi(t) + \phi_0(t) \quad (119)$$

onde $\phi_0(t)$ é a defasagem natural do cristal, devido à sua birrefringência. A rigor, ϕ_0 deveria ser estático, contudo, sabe-se que esta varia com a temperatura ambiente. Por isso, a partir daqui, esta grandeza será denotada por $\phi_0(t)$, uma função aleatória de t . Este fenômeno é conhecido como desvanecimento de fase.

Então, aplicando (119) em (117), obtém-se:

$$I_T = I_{in} \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t))) \quad (120)$$

Uma vez encontrado I_T e, assumindo $v(t)$ como a tensão elétrica nos terminais do fotodetector, e R_p a sua responsividade, tem-se: $v(t) = R_p I_T$. Definindo a constante A como $A = R_p I_{in}/2$ e substituindo em (120) obtém-se:

$$\begin{aligned} v(t) &= A[1 - V\cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t))] = \\ &= A[1 - V\cos(\Delta\phi(t))\cos\phi_0(t) + V\sin(\Delta\phi(t))\sin\phi_0(t)] \end{aligned} \quad (121)$$

onde V é um fator empírico que aparece devido ao polarizador não estar alinhado exatamente a 45° com os eixos do cristal e também ao fato dos dois polarizadores não estarem ajustados precisamente a 90° entre si. Este fator é conhecido como visibilidade e compreende valores entre 0 e 1.

A seguir, será apresentado o método de demodulação de sinal $\Delta\phi(t)$, utilizado nesta dissertação de mestrado, denominado de “Método de Segmentação do Sinal Amostrado” (GALETI,2012).

4.2 Método de Segmentação do Sinal Amostrado

Este método de demodulação, proposto por Galeti (2012), permite superar alguns problemas relacionados a outros métodos presentes na literatura, como o tradicionalmente conhecido método de baixa profundidade de modulação (BARBOSA, 2005) que, possui uma

pequena faixa dinâmica e no qual há também a necessidade de $\phi_0(t)$ permanecer constante durante a medição.

Já o método de segmentação do sinal amostrado não depende do desvanecimento e possui elevada faixa dinâmica, mas ainda assim é necessária uma auto calibração. Porém, isto é feito de maneira mais rápida que o método de baixa profundidade de modulação.

O método tem por objetivo fazer a reconstituição da variação de fase óptica ($\Delta\phi(t)$) provocada pelo campo elétrico que se deseja medir, por meio de alguns segmentos do sinal de saída amostrado $v(t)$.

Um sinal de entrada periódico $V(t)$ (tensão aplicada à célula Pockels) faz com que ocorra uma variação também periódica da fase óptica ($\Delta\phi(t)$), gerando assim um novo sinal periódico da saída do sensor de tensão, $v(t)$.

Inicialmente, o método será descrito conforme foi desenvolvido por Galetti (2012). Os sinais de entrada e saída podem ser sincronizados, uma vez conhecido o período da tensão de entrada e o seu correspondente período do sinal de saída. Desta forma, para cada ponto de entrada corresponderá um de saída, permitindo a medição de ($\Delta\phi(t)$).

4.2.1 Descrição do Método

Assume-se a equação (121) do sinal fotodetectado $v(t)$ como o ponto de partida para a descrição e compreensão do método de segmentação do sinal amostrado.

Eliminando a parcela constante A de (121) e, definindo a nova função como sendo $v_A(t)$, tem-se:

$$v_A(t) = v(t) - A = -AV\cos(\Delta\theta) = -AV\cos[(\Delta\phi(t) + \phi_0(t))] \quad (122)$$

sendo $\Delta\theta$ definido conforme (119).

A função $v_A(t)$ corresponderá a parcela AC do sinal fotodetectado $v(t)$ apenas quando $\phi_0 = n \pi/2$, para $n = 0,1,2...$

Se ϕ_0 for arbitrário e assumindo, por exemplo, $\Delta\phi(t) = x\text{sen}(\omega_s t)$, então (122) fica (GALETI, 2012):

$$v_A(t) = -AV \cos(\phi_0) \left[J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) \cos(2n\omega_s t) \right] + \quad (123)$$

$$+ AV \sin(\phi_0) \left[2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) \sin((2n-1)\omega_s t) \right]$$

onde $J_n(x)$ é uma função de Bessel de 1ª espécie e ordem n e x é o índice de modulação de fase.

Assim, não se pode obter $v_A(t)$ a partir de $v(t)$ apenas utilizando o acoplamento AC do osciloscópio, pois esta função possui uma componente DC dada por $-AV \cos \phi_0 J_0(x)$. Então, deve-se determinar a constante A no momento da medição.

Quando $\cos(\Delta\theta)$ valer -1 ou +1 tem-se os valores máximos e mínimos de (121), respectivamente, portanto, $v(t)_{máx} = A(1 + V)$ e $v(t)_{mín} = A(1 - V)$, e assim,

$$\frac{v(t)_{máx} + v(t)_{mín}}{2} = \frac{(A + AV) + (A - AV)}{2} = A \quad (124)$$

Desta forma, pode-se determinar o valor da constante A simplesmente fazendo a média aritmética dos máximos e mínimos de $v(t)$.

Para o sensor óptico de tensão tornar-se calibrado, é necessário conhecer o produto AV , o qual pode ser medido a partir de $v(t)$ da seguinte forma:

$$\frac{v(t)_{máx} - v(t)_{mín}}{2} = \frac{A + AV - A + AV}{2} = AV \quad (125)$$

Agora, determina-se a forma normalizada da tensão $v_A(t)$ em (122), como

$$v_n(t) = \frac{v_A(t)}{AV} = \cos \Delta\theta = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)) \quad (126)$$

sendo que o sinal algébrico (-) foi omitido por ser indiferente na análise que se segue.

A forma normalizada da tensão será útil para a análise seguinte, já que varia apenas entre -1 e +1.

É possível também obter a função $v_n(t)$ na prática, através de:

$$v_n(t) = \frac{v_A(t)}{v_A(t)_{m\acute{a}x}} \quad (127)$$

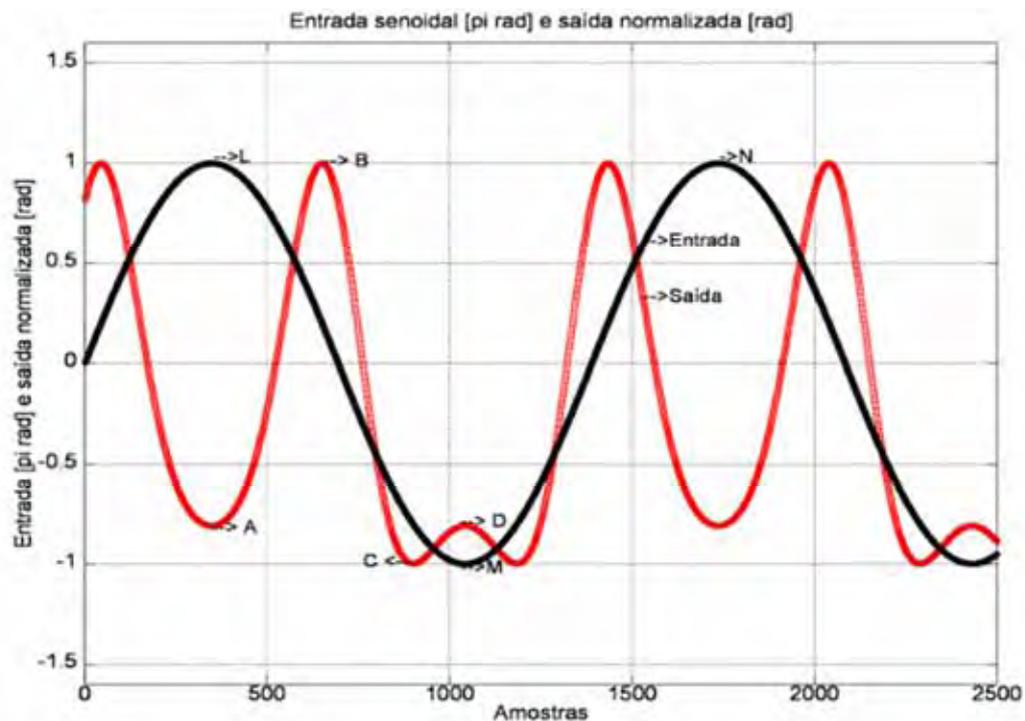
onde, $v_A(t)_{m\acute{a}x}$ é o valor de pico de $v_A(t)$.

Para exemplificar a aplicação do método, analisa-se a figura 19, composta por um sinal de entrada $\Delta\phi(t)$ senoidal, com amplitude de $1 \pi \text{ rad}$, e uma tensão normalizada $v_n(t)$ do sinal de saída. Os sinais simulados são descritos por 2500 amostras.

Nesta figura foi adotado um valor arbitrário para $\phi_0(t)$, por exemplo, $\phi_0(t) = 0,2 \pi \text{ rad}$.

Assim, para o exemplo sugerido, o método deve recuperar $\Delta\phi(t)$, com seu valor de pico em $\pi \text{ rad}$, e $\phi_0(t)$, com os mesmos $0,2\pi \text{ rad}$.

Figura 19- Exemplo de sinais para aplicação do método de demodulação.



Fonte: (GALETI,2012).

O sinal de entrada é dividido em segmentos, possuindo máximos e mínimos onde, cada período encontra-se entre esses valores. É possível observar este período analisando os segmentos LM e MN na figura 19.

Observa-se que LM, compreende o segmento decrescente, entre um valor máximo e um mínimo. Consequentemente, MN corresponde ao segmento crescente, entre o valor de mínimo e máximo.

Assim como o sinal de entrada, o de saída também é dividido em segmentos que se encontram entre dois pontos consecutivos de derivada zero, sendo máximos e mínimos locais. Eles se alternam, tendo-se um máximo e depois um mínimo. Na figura 19 estes segmentos são os AB, BC e CD, para meio ciclo do sinal de entrada (LM).

A seguir será apropriado reescrever a relação de cosseno (126), como

$$v_n(t) = \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t)) = \pm \cos(\Delta\phi(t) + \phi_0(t) \pm n\pi) \quad (128)$$

onde $n=0,1,2,\dots$, ou ainda, na forma de seno:

$$v_n(t) = \pm \text{sen} \left(\Delta\phi(t) + \phi_0(t) + \frac{\pi}{2} \pm n\pi \right) \quad (129)$$

Determinam-se os segmentos equivalentes ao sinal de saída demodulado $\Delta\theta_r(t')$ fazendo a substituição de $\Delta\phi(t)$ por $\Delta\phi_r(t')$ (onde o sub-índice r denota sinal recuperado) em (129) e assumindo o inverso da função seno,

$$\pm \arcsen(v_n(t')) = \Delta\phi_r(t') + \phi_0(t') + \frac{\pi}{2} \pm n\pi \quad (130)$$

sendo, $n=0,1,2,\dots$ e t' é um tempo discreto que pode ser medido em amostras. A seguir define-se a função composta (a qual não deve ser confundida com $\Delta\theta$):

$$\Delta\theta_r(t') = \Delta\phi_r(t') + \phi_0(t') + \frac{\pi}{2} \quad (131)$$

o qual, de acordo com (130), fica:

$$\Delta\theta_r(t') = \pm \arcsen(v_n(t')) \pm n\pi \quad (132)$$

Agora, consegue-se determinar $\Delta\theta_r(t')$ para cada segmento do sinal ($v_n(t')$), a partir de:

$$\Delta\phi_r(t') = \pm \arcsen(v_n(t')) - \phi_0(t') - \frac{\pi}{2} \pm n\pi \quad (133)$$

Considerando-se $n=0, 1$ e 2 , tem-se apenas os três segmentos vistos anteriormente, AB, BC e CD. No entanto, quando o índice de modulação é elevado o número de segmentos entre os máximos e mínimos locais de $v_n(t')$ é maior que três. O sinal total recuperado é dado pela sequência

$$\Delta\theta_r(t') = \Delta\theta(t')|_{AB}; \Delta\theta(t')|_{BC}; \Delta\theta(t')|_{CD}; \dots \quad (134)$$

A partir do valor médio de $\Delta\theta_r(t')$ em (131) é possível obter o valor da fase quase estática $\phi_0(t)$.

$$\langle \Delta\theta_r(t') \rangle = \langle \Delta\phi_r(t') \rangle + \phi_0(t) + \frac{\pi}{2} \quad (135)$$

onde $\langle . \rangle$ denota valor médio temporal.

Sabe-se que $\Delta\phi_r(t')$ deve ser uma senóide, portanto:

$$\langle \Delta\phi_r(t') \rangle = 0 \quad \text{e} \quad \langle \Delta\theta_r(t') \rangle = \phi_0 + \frac{\pi}{2} \quad (136)$$

Finalmente, devem-se encontrar os sinais algébricos do arco-seno do sinal e os de $n=0, \pm 1, \pm 2$ para que se consiga a determinação correta de $\Delta\theta_r(t')$ em (132).

É necessário observar o momento da inversão do sinal de saída do sensor de tensão, de modo que, $\frac{d}{dt}(v_n(t)) = 0$ (máximo ou mínimo local) para sinais contínuos no tempo.

Derivando a equação (126) e igualando a zero, tem-se:

$$\frac{d}{dt}(v_n(t)) = \frac{d}{dt}[\cos(\Delta\phi(t) + \phi_0)] = -\text{sen}(\Delta\phi(t)) \frac{d}{dt}(\Delta\phi(t)) = 0 \quad (137)$$

Deste modo, é possível visualizar a inversão no sentido do sinal fotodetectado $v_n(t)$, uma vez que o sentido do crescimento do sinal de entrada é invertido, $\frac{d}{dt}(\Delta\phi(t))$. Também ocorre uma inversão quando $\Delta\phi(t)$ assume os valores $n\pi$, para $n=0,1,2,\dots$, por causa do termo $\text{sen}(\Delta\phi(t))$ na equação anterior.

Assim, partindo do ponto de derivada zero, o qual estabelece o início de um semiciclo e do próximo ponto também de derivada zero do sinal de saída, pode-se obter o sinal inicial do arco-seno e o sinal de $n\pi$.

Se o ponto de início for menor que o seguinte, então, o sinal demodulado começa com um semiciclo decrescente, caso contrário, ele é crescente. Tendo em vista que, o arco-seno acompanha tanto o início crescente como o decrescente do semiciclo, seu sinal será sempre positivo. Por outro lado, $n\pi$ possui sinal negativo para semiciclo decrescente e positivo para o crescente.

Ao início de um semiciclo e, a cada nova aparição de outra derivada zero, ocorre a inversão do sinal do arco-seno e, nesse momento, é acrescentado 1 ao n , e assim sucessivamente, fazendo com que um novo semiciclo comece com o mesmo valor no qual foi encerrado o anterior.

A seguir é realizada a aplicação do método geral, sugerido para o caso da figura 19. Os seguintes passos devem ser cumpridos.

1- Os pontos A e D presentes no sinal de saída, estão sincronizados com L e M do sinal de entrada. O ponto A representa o início de um semiciclo, enquanto D descreve o seu final. O ponto A é também o início do semiciclo do sinal demodulado $\Delta\theta_r(t')$.

O sentido de crescimento do sinal de entrada $\Delta\phi(t)$ entre A e B possui o mesmo sentido de crescimento de $\Delta\theta_r(t')$.

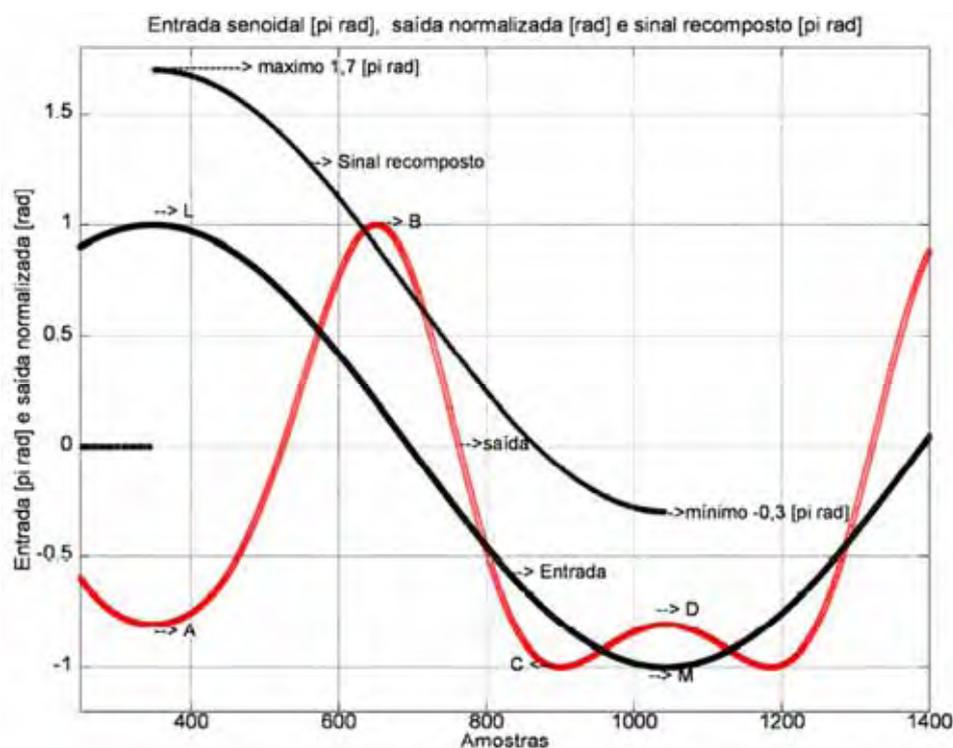
2- No caso deste exemplo, os pontos A e B correspondem às amostras 348 e 651, respectivamente, enquanto C corresponde à amostra 900 e D à 1043.

O segmento decrescente do sinal demodulado, relacionado aos segmentos AB, BC e CD são calculados através de (132) e fica:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_r(t')(348:1043) = & +\arcsen(v_{nAB}(348:651)); \\ & -\arcsen(v_{nBC}(652:900)) + \pi; +\arcsen(v_{nCD}(901:1043)) + 2\pi \end{aligned} \quad (138)$$

O sinal demodulado $\Delta\theta_r(t')$, recomposto a partir dos segmentos AB, BC e CD de $v_n(t)$, está representado na figura 20.

Figura 20- Exemplo de sinais para aplicação do método de demodulação e sinal demodulado.



Fonte: (GALETI, 2012).

No exemplo, para cada meio ciclo de entrada, têm-se apenas três segmentos em $v_n(t)$, portanto, $n = 0, 1$ e 2 .

Observa-se que, o valor médio do sinal recomposto $\Delta\theta_r(t')$ é $0,7 \pi rad$. Aplica-se então (136) para encontrar ϕ_0 . Assim, $\phi_0 = 0,2 \pi rad$, como previsto.

Faz-se necessário enfatizar que o método de segmentação do sinal amostrado foi originalmente desenvolvido visando a caracterização de atuadores piezoelétricos em interferometria óptica e era de interesse a sincronização do sinal de saída recomposto com o de entrada. Naquele caso, a sincronização entre o sinal fotodetectado $v_n(t)$ com o sinal de entrada de baixa tensão $V(t)$ podia ser realizado sem dificuldades. Isto era feito objetivando-se medir o tempo de atraso entre a excitação elétrica e a resposta mecânica. No entanto, no caso do TP óptico, o sinal de entrada $V(t)$ é de alta tensão, e um tal sincronismo torna-se inviável. Contudo, o mesmo é desnecessário. Para a aplicação do método no contexto dessa dissertação de mestrado, uma vez que não se conheça o sinal de entrada, a determinação dos

semiciclos se faz a partir dos pontos de máximos e mínimos locais (ou pontos de derivada zero) e que não são máximos e mínimos absolutos, ou seja, estão contidos na faixa de 0,9 a -0,9 do sinal normalizado cujo máximo é 1 e o mínimo é -1.

No próximo capítulo, aplicações do método de segmentação do sinal amostrado são apresentadas para configurações de TPs ópticos.

Capítulo 5: Resultados Experimentais

Neste capítulo se objetiva testar a técnica de segmentação do sinal amostrado para fins de se implementar TPs ópticos. Pretende-se evidenciar que a técnica é adequada para detectar sinais senoidais de alta tensão, em 60 Hz, altamente contaminados por harmônicas de ordem superior, com elevada precisão.

5.1 Automatização da Instrumentação Eletrônica.

Para obter os dados de entrada e saída que são gerados e recebidos pela instrumentação eletrônica, foi desenvolvido no Laboratório de Optoeletrônica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira- FEIS, um software capaz de controlar o osciloscópio e o gerador de funções, por meio de uma interface USB-GPIB (GALETI,2012).

Primeiramente, o software ao interagir com o usuário, solicita o máximo valor de tensão desejada na entrada do modulador e, em seguida, requer o passo e a quantidade de tensão a ser aplicada. Depois de efetuadas essas etapas, o software ainda solicita os valores, o passo e o número de frequências com que se deseja trabalhar.

Ressalta-se que os parâmetros são iniciados a partir de seus máximos para que não ocorra o risco de se exceder os limites de tensão, levando a um eventual dano aos equipamentos.

O software ainda programa o gerador de funções com a tensão e a frequência iniciais, regulando as escalas de amplitude e tempo dos canais do osciloscópio que estão conectados ao modulador. Ajusta-se a escala de tempo de modo a facilitar a visualização do usuário. Então, diante de uma nova solicitação do software, as medições podem ser iniciadas.

Para realizar a medição da frequência do sinal de entrada, a escala de tempo é modificada, de modo a conter 1,8 ciclos do sinal de entrada para os canais do osciloscópio. Assim, a frequência de amostragem passa a compreender ao menos um ciclo e meio do sinal de saída, em uma janela de 2500 pontos.

Tanto o sinal de entrada quanto o de saída são adquiridos em vetores com 2501 pontos, de modo que o primeiro ponto se refere ao tempo entre as amostras para cada sinal obtido, enquanto as amostras do sinal de entrada ou de saída estão representadas nos outros 2500 pontos.

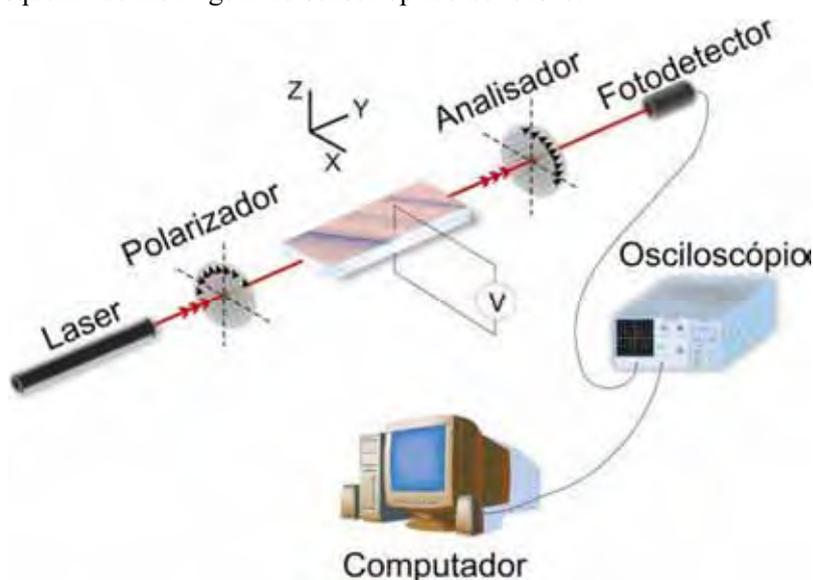
Os vetores que são gerados para cada tensão e frequência são combinados em matrizes. O vetor com sinal de entrada é armazenado em uma matriz, e o de saída em outra. Então, os dados são gravados para que possam ser processados.

Antes de se proceder às medições em altas tensões julgou-se conveniente testar a técnica primeiramente com uma célula Pockels de baixa tensão. Esta escolha se mostrou pedagogicamente acertada, a fim de se adquirir treinamento com a instrumentação envolvida, de forma eletricamente segura. Resultados e observações obtidas nesta etapa foram muito úteis para a etapa de medições com vários kV.

5.2 Validação da Técnica de Detecção em Baixa Tensão

Esta seção tem por finalidade analisar o sinal de entrada para tensões da ordem de poucas centenas de volts aplicadas à célula Pockels e, também, o de saída, porém com tensões da ordem de milivolts. Para isto montou-se um arranjo de sensor óptico de tensão, o qual é baseado no efeito eletro-óptico. Foi utilizado um cristal de LiNbO_3 . Este sensor foi montado em configuração transversal conforme discutido no item 3.3.1, com o campo elétrico externo aplicado na direção Z e o feixe de luz se propagando na direção Y. O método de demodulação discutido no capítulo 4 é aplicado ao sinal de saída. Observa-se na figura 21 o esquema do arranjo completo do sensor óptico de tensão.

Figura 21- Esquema de montagem do sensor óptico de tensão.



Fonte: (MARTINS, 2006).

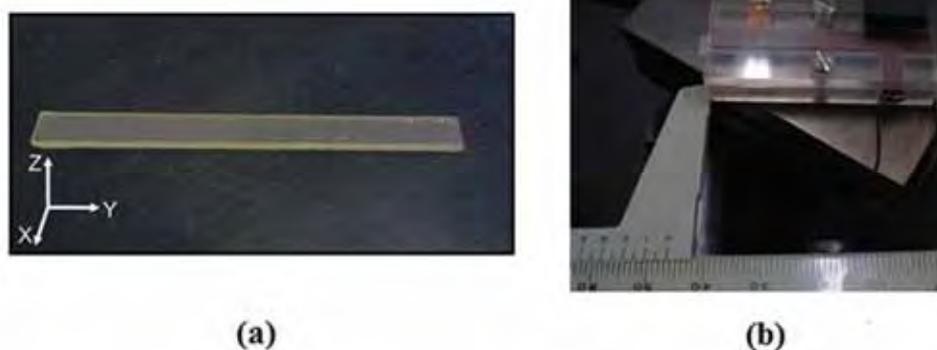
Enfatiza-se que esta configuração apresenta o efeito indesejável da birrefringência natural do modulador eletro-óptico de intensidades, e assim, o fenômeno de desvanecimento é muito acentuado. Desta forma, a obtenção de sucesso nas medições deve constituir um excelente indicativo da eficácia do método de detecção adotado.

Para a montagem deste sensor óptico de tensão, utilizou-se um laser de Hélio Neônio (He-Ne) da Oriel Corporation, modelo 79290, operando no comprimento de onda $0,6328 \mu\text{m}$ com potência nominal de 4 mW.

Os polarizadores empregados para a implementação do arranjo são de polaróide e o fotodetector de lei quadrática é um fotodiodo de silício do tipo PIN, modelo PDA 55 da Thorlabs (ver anexo A).

A célula Pockels utilizada para este trabalho possui eletrodos na configuração transversal. O cristal, como citado anteriormente, é de LiNbO_3 , com dimensões de 5mm x 50,025mm x 1,1mm nas direções cristalográficas X,Y e Z, respectivamente. Na figura 22 são mostradas as fotografias do cristal de LiNbO_3 (Crystal Technologies, Inc) e da célula Pockels.

Figura 22- Célula Pockels transversal. a) Cristal de LiNbO_3 . b) Porta células.



Fonte: do próprio autor.

O porta células foi confeccionado em acrílico e os eletrodos foram manufacturados a partir de placas de circuito impresso. A fim de evitar “gaps” de ar entre os eletrodos e o cristal, a superfície sobre a qual foi aplicado campo elétrico ao material recebeu uma camada de tinta prata. Devido a pequena espessura do cristal não é recomendável aplicar tensões elétricas superiores a aproximadamente 1 kV ao sensor.

O osciloscópio digital é da Tektronix, modelo TDS 2022 e o gerador de funções é fabricado pela Agilent, modelo 33220.

Foi implementado o arranjo de um transformador de potencial óptico, na configuração de modulação de amplitude ou intensidade, como visto no capítulo 4. Observa-se na figura 23

o esquema de montagem do experimento e a respectiva legenda referente à identificação numérica de cada componente do sistema.

Figura 23- Montagem experimental do Transformador de Potencial Óptico. (1)- Laser de Hélio Neônio (He-Ne), (2)- Polarizador, (3)-Célula Pockels, (4)- Polarizador (Analisador), (5)- Fotodetector , (6)- Transformador, (7)- Gerador de funções, (8)- Osciloscópio, (9)-Computador.



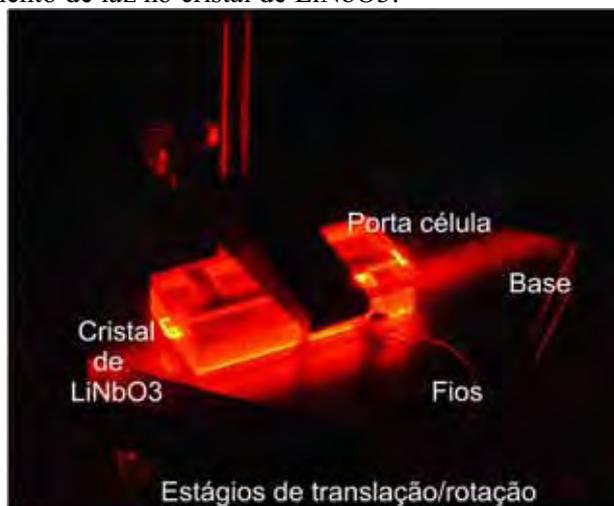
Fonte: do próprio autor.

Uma grande dificuldade para realizar a montagem do experimento, é conseguir o alinhamento correto da célula Pockels. O processo é efetuado com bastante cuidado e precisão. Primeiramente, é feito o cruzamento do polarizador e do analisador, sem inserir a célula Pockels no sistema. Faz-se necessário ajustar o polarizador a 45° do plano horizontal imposto pela mesa óptica (sistema de coordenadas do laboratório). Em seguida, com um fotodiodo monitora-se um sinal de saída, e depois o analisador é posicionado de modo a anular o máximo possível o feixe de laser na saída do sistema, garantindo assim, que os polarizadores fiquem cruzados a 90° entre si.

No momento em que a célula Pockels é inserida entre o polarizador e o analisador, a birrefringência natural do cristal fará com que a intensidade de saída seja novamente não nula.

Quando a iluminação do local onde se encontra o modulador é apagada (Laboratório de Optoeletrônica da FEIS), nota-se que a célula fica iluminada, deixando evidente que ocorre um intenso espalhamento de luz no interior do cristal. Ver figura 24.

Figura 24- Espalhamento de luz no cristal de LiNbO₃.



Fonte: do próprio autor.

Desta forma, o feixe ao atravessar o analisador, é composto pela própria luz do laser e por aquela espalhada ao redor de seu eixo longitudinal.

Se o feixe de saída atingir um anteparo, é possível que se tenha a imagem mostrada na figura 25. O sistema estará alinhado quando o feixe do laser estiver posicionado exatamente no centro padrão de franjas geradas pela luz espalhada. Este padrão de franjas de interferência é típico da célula Pockels entre polarizadores cruzados ($\pm 45^\circ$ do eixo X) e com luz propagando-se exatamente na direção Y, conforme demonstrado por Martins (2006).

Figura 25- Feixe de luz devido ao espalhamento luminoso no cristal ao atingir um anteparo.



Fonte: do próprio autor.

Desta forma, pode-se aproveitar do espalhamento de luz para auxiliar no alinhamento do laser com o eixo Y do cristal.

O gerador de funções é conectado a um pequeno transformador de bancada, a fim de se atingir tensões de ordem de centenas de volts. Como este elemento é ferromagnético sua relação de transformação é não linear fora da sua frequência nominal (de 60 Hz). Porém, isto não constitui um problema. Se a forma de onda aplicada à célula Pockels estiver distorcida, espera-se que esta distorção também apareça na saída demodulada, uma vez que o método de detecção deve reproduzir uma cópia fiel do sinal de interesse. Inclusive, isto deve constituir uma prova ainda mais evidente da capacidade deste método.

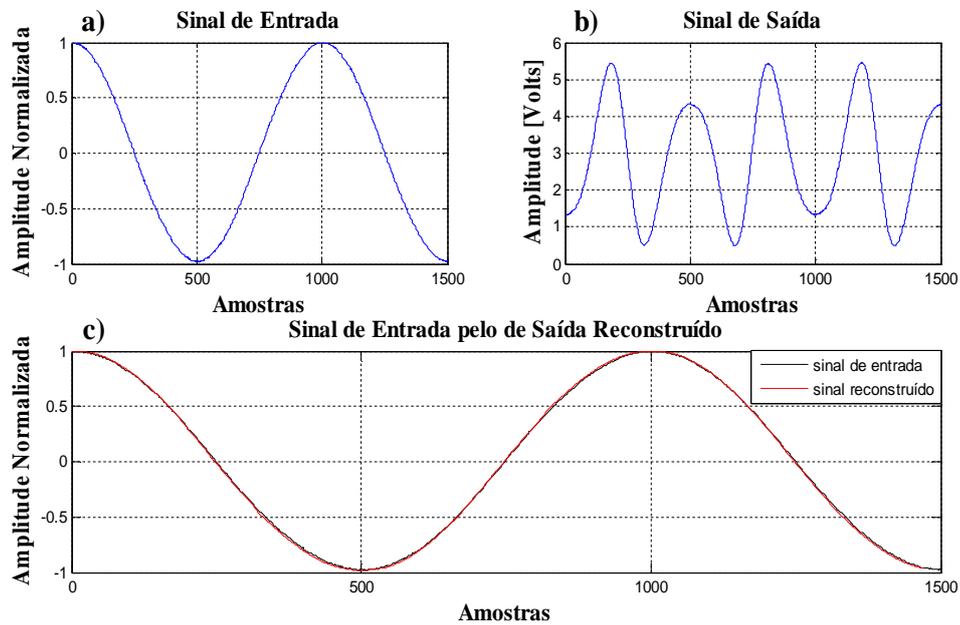
Em um dos dois canais do osciloscópio digital é conectada a saída desse transformador que, por sua vez, alimenta a célula Pockels. Com isso, o valor da tensão elétrica aplicada à célula será sempre conhecido, independente do ganho do transformador auxiliar. Obviamente, este recurso não poderia ser empregado com transformadores de alta tensão, sendo aqui adotado somente para validar a eficácia da técnica de detecção empregada.

No outro canal do osciloscópio é conectado o fotodetector, que recebe o sinal de saída do modulador de intensidade. Enfim, o osciloscópio é ligado ao computador e, todas as formas de onda, além de serem visualizadas na tela do osciloscópio, podem ser amostradas e então processadas.

5.2.1 Medições de Tensões Senoidais em 60 Hz.

Na figura 26 apresenta-se o resultado da aplicação de tensão externa ao sensor óptico, com forma de onda senoidal gerada pelo sintetizador de funções. Sua amplitude é de 165 volts de pico e frequência de 60 Hz. Observa-se que os gráficos foram gerados em termos de amplitude normalizada por amostras, com exceção do sinal detectado, o qual é dado pela amplitude em volts por amostras. Como se observa, a forma de onda do sinal fotodetectado (b) não mantém qualquer semelhança com o sinal de entrada (a), porém, esta informação está nele inserida. A aplicação do método de detecção por segmentação do sinal amostrado gera o sinal recuperado (c), o qual é uma réplica fiel do sinal de entrada.

Figura 26- Medição de tensões senoidais. (a) Sinal externo aplicado. (b) Sinal fotodetectado. (c) Sinal recuperado.

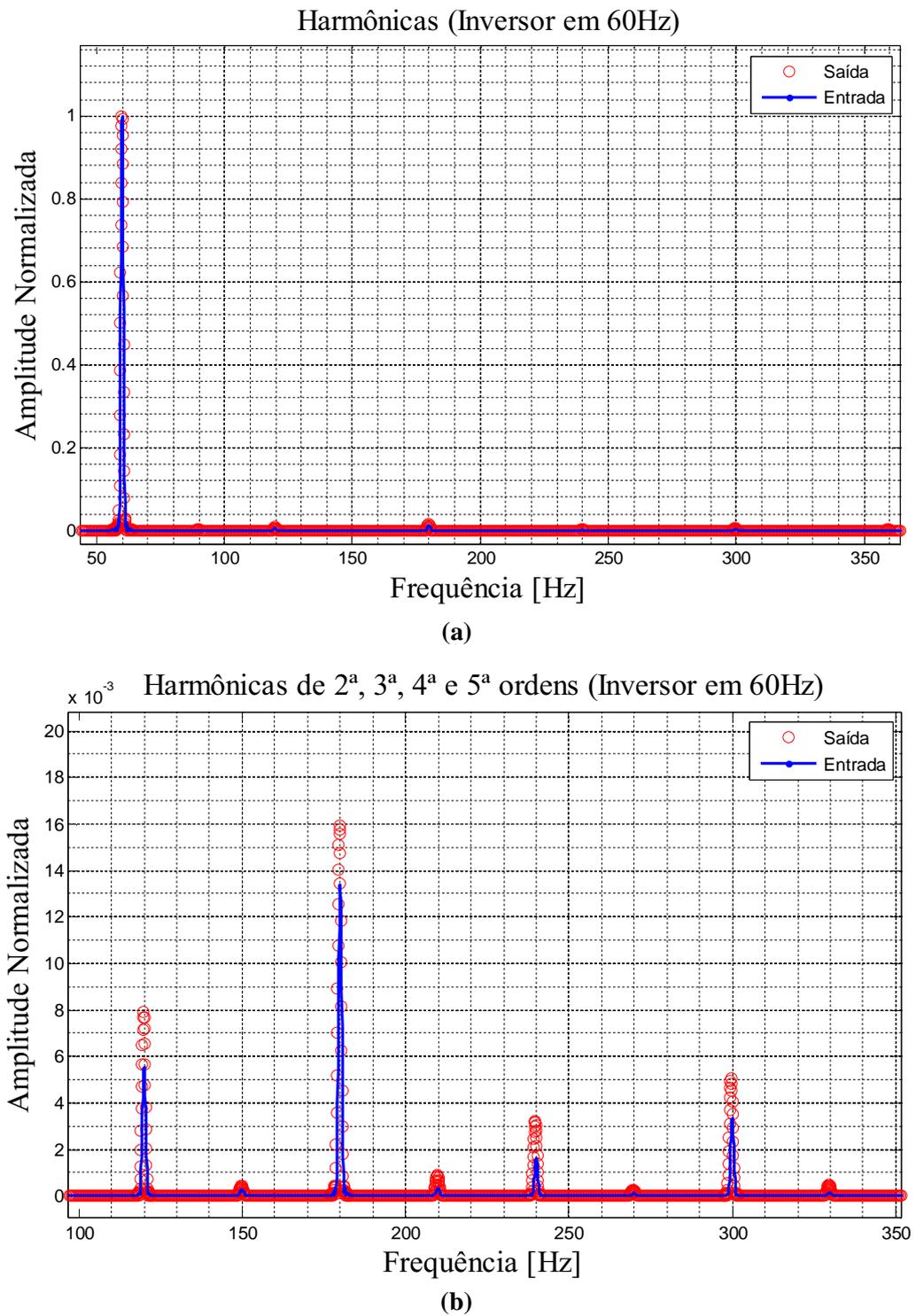


Fonte: do próprio autor.

Ressalta-se que não houve qualquer problema com o fato da fase $\phi_0(t)$ variar no tempo, confirmando a expectativa anunciada no capítulo 4, de a técnica é imune ao desvanecimento do sinal.

Como o sinal senoidal em 60 Hz foi sintetizado pelo gerador de sinais, espera-se que o mesmo exiba uma excelente pureza espectral. Isto pode ser confirmado na figura 27, que contém os espectros das tensões de entrada e do sinal recuperado.

Figura 27- Espectro dos sinais de entrada e saída em 60 Hz. a) Espectro original. b) Vista em detalhe.



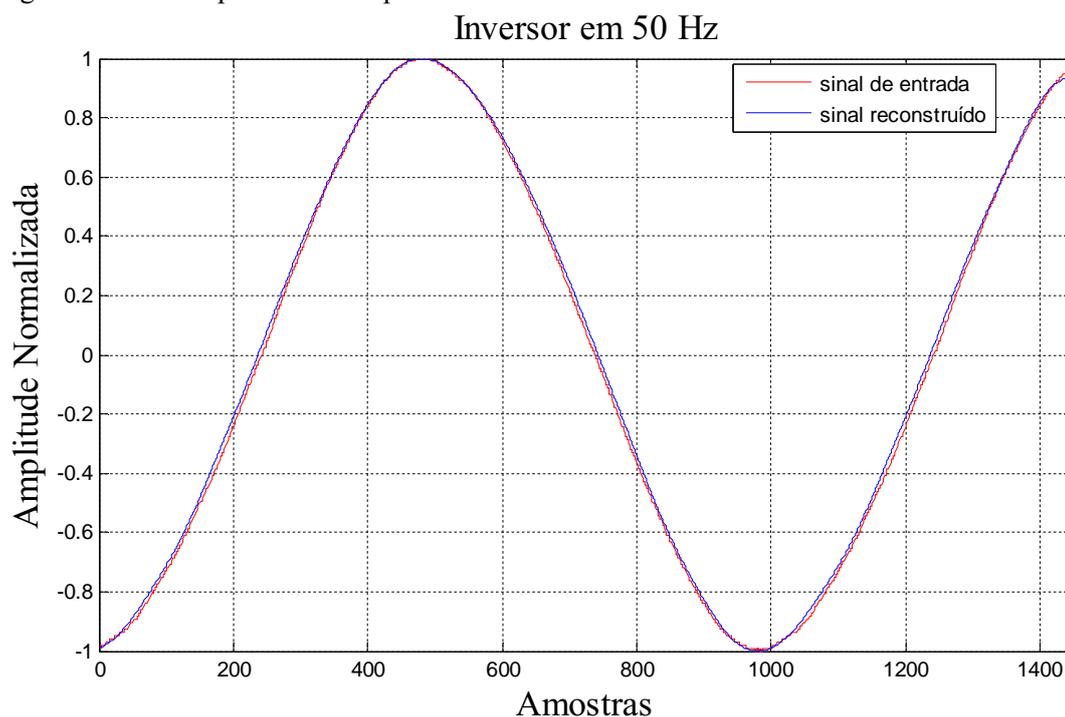
Fonte: do próprio autor.

Na figura 27 a, as harmônicas superiores são praticamente imperceptíveis. No detalhe mostrado pela figura 27 b, pode-se perceber que os níveis das harmônicas superiores são menores que 1,6% (3ª harmônica) da componente fundamental.

5.2.2 Medições de Tensões Senoidais em 50 Hz.

No experimento a seguir mediu-se a tensão de saída de um inversor de frequências (Tectrol, TCFV 1.0- 24BBA1C) capaz de converter 60 Hz em 50 Hz (entre 0 e 250 Vrms). Este é um equipamento interessante, pois produz na sua saída um sinal com boa pureza espectral, mesmo que a tensão da rede de 60 Hz esteja relativamente distorcida (ver a próxima sub-seção). Na figura 28 ilustram-se as tensões de entrada e reconstituída pelo método de detecção utilizado nesta dissertação.

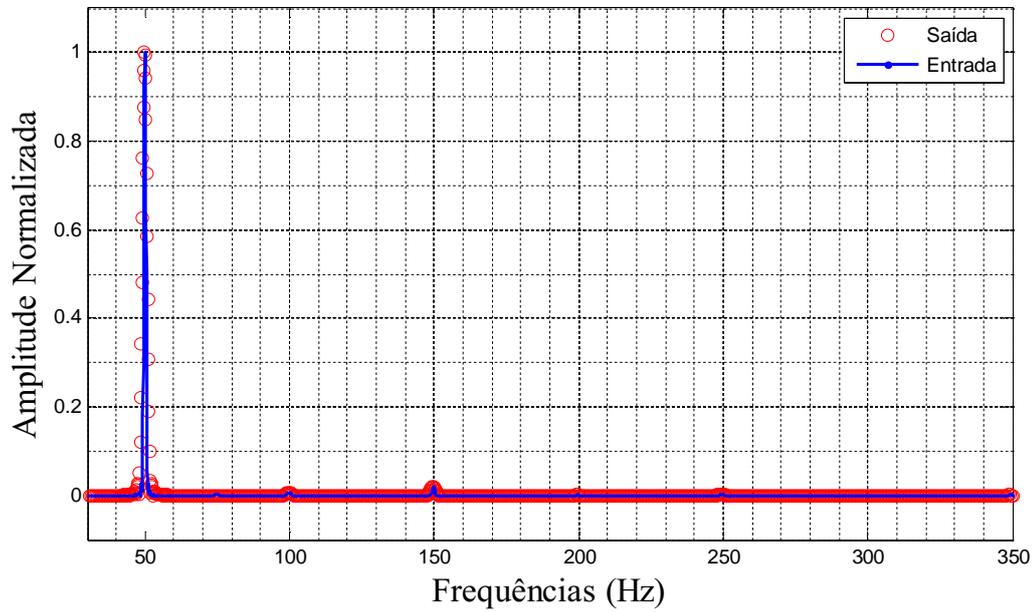
Figura 28- Sinais aplicado e recuperado em 50 Hz.



Fonte: do próprio autor.

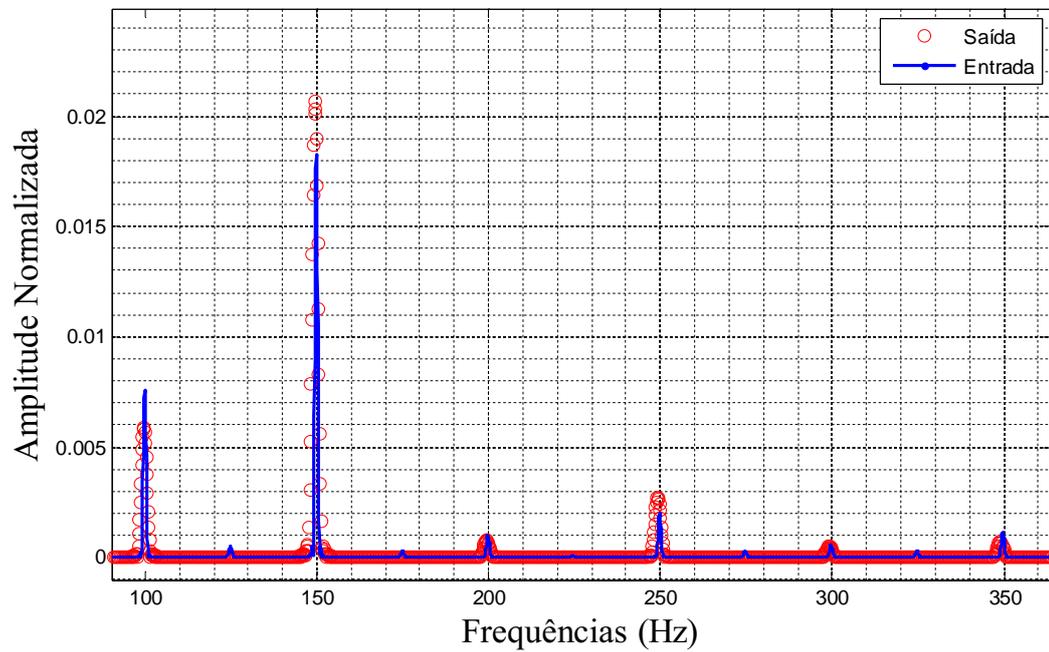
O espectro dos sinais da figura 28 estão ilustrados na figura 29. Somente através da vista em detalhe na figura 29 b, pode-se observar que a 3ª harmônica apresenta amplitude igual a 2% da fundamental, sendo as demais inferiores.

Figura 29- Espectro dos sinais em 50 Hz. a) Espectro original. b) Vista em detalhe.
Harmônicas (Inversor em 50 Hz)



(a)

Harmônicas de 2^a, 3^a e 5^a ordens (Inversor em 50 Hz)



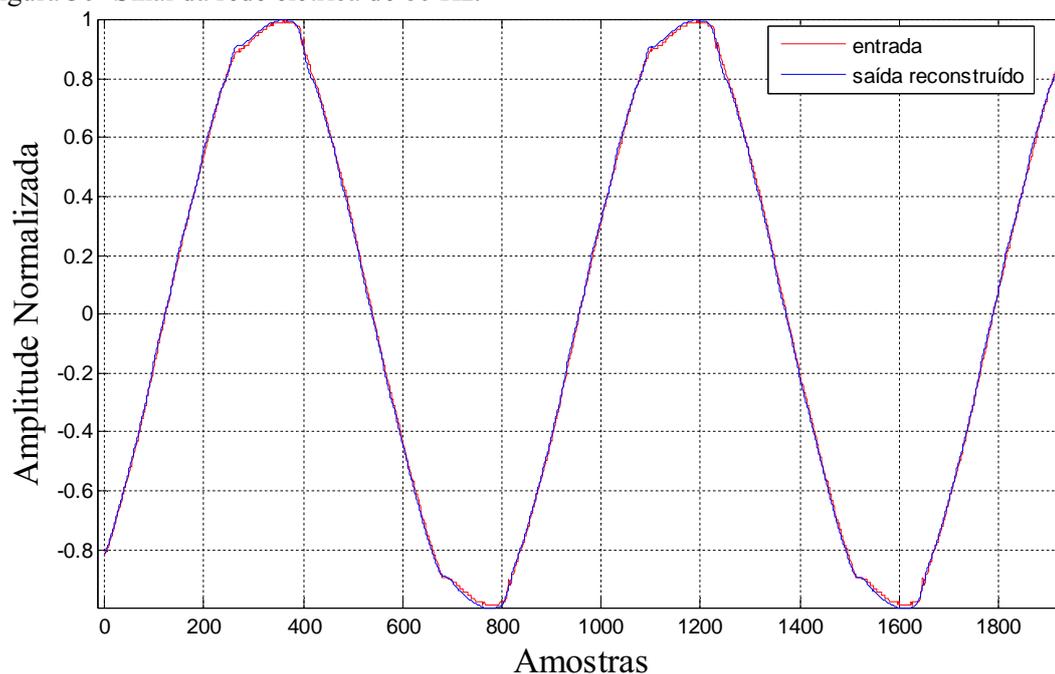
(b)

Fonte: do próprio autor.

5.2.3 Medição de Tensão da Rede Elétrica de 60 Hz

Na figura 30 são ilustradas as tensões adquiridas diretamente da rede elétrica do Laboratório de Optoeletrônica (220 Vrms, 60Hz). Conforme se observa, esta forma de onda encontra-se sensivelmente contaminada por harmônicas superiores. No entanto, o método de detecção recuperou sua forma de onda com excelente conformidade.

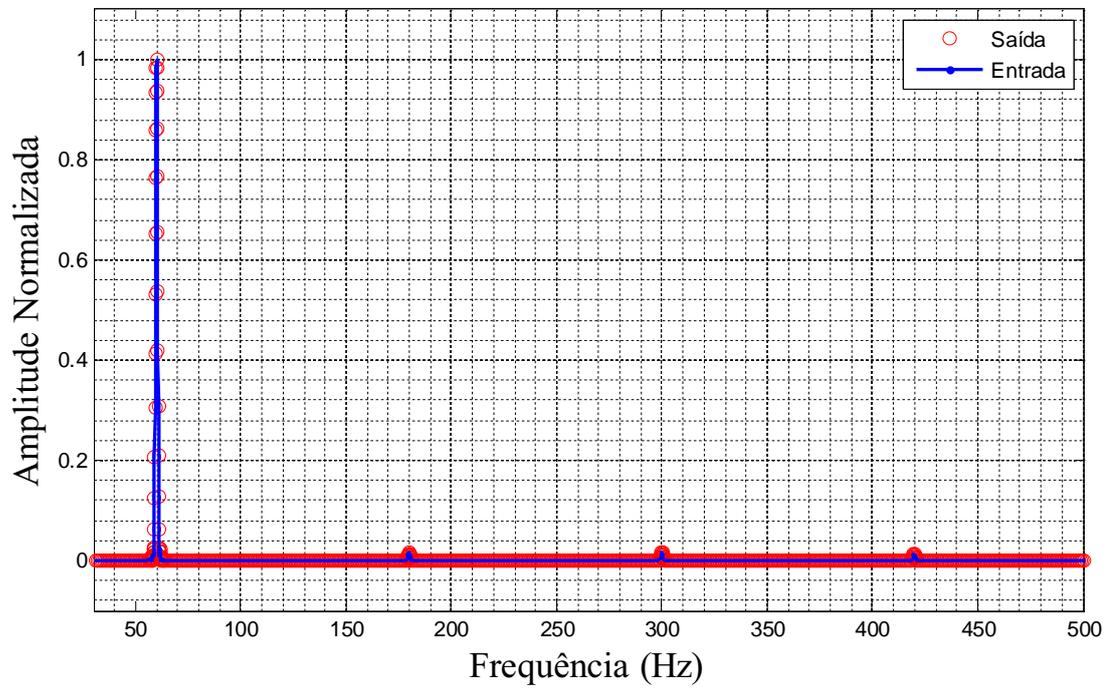
Figura 30- Sinal da rede elétrica de 60 Hz.



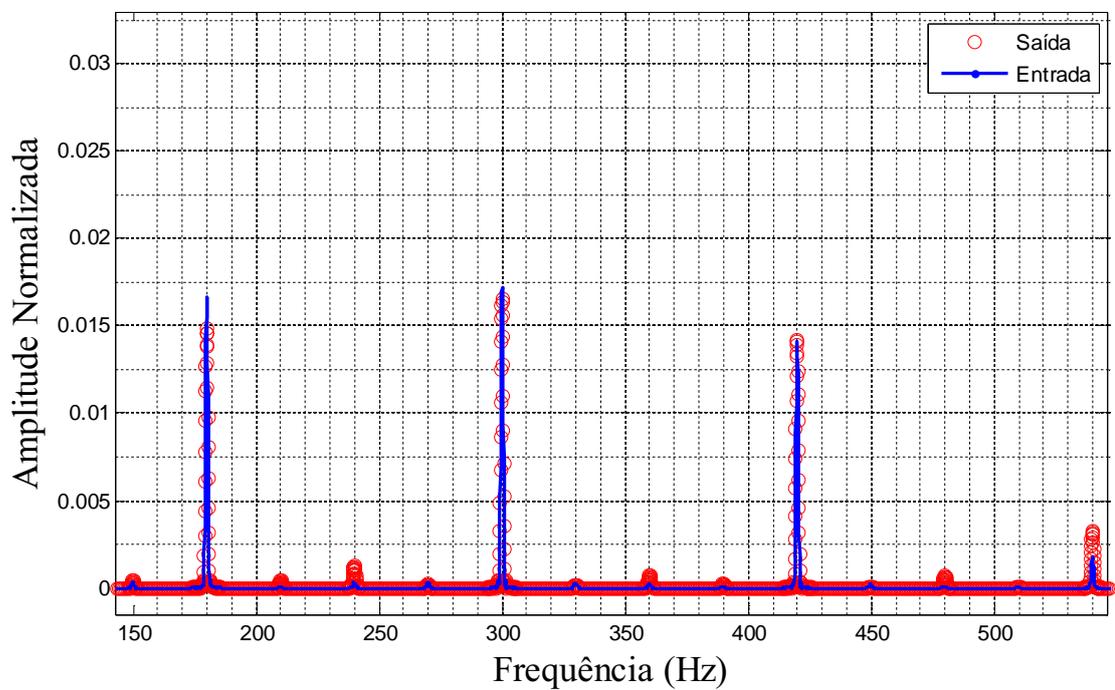
Fonte: do próprio autor.

Na figura 31 pode-se verificar que a distorção na senoide da rede elétrica é causada por cerca de 1,6%, 1,7% e 1,5% de 3^a, 5^a e 7^a harmônicas, respectivamente.

Figura 31- Espectro da tensão da rede elétrica de 60 Hz. (a) Espectro original. (b) Vista em detalhe (3^a, 5^a e 7^a harmônicas).



(a)



(b)

Fonte: do próprio autor.

É interessante citar que as técnicas espectrais (como os métodos $J_1...J_4$ ou $J_1...J_6$) abordadas por Martins (2006) não são eficientes para se detectar senóides como as anteriores, mesmo que as harmônicas superiores sejam tão pequenas quanto 1% da fundamental. No entanto, o método temporal proposto por Galeti (2012) consegue demodular não só o índice de modulação, mas toda a forma de onda, independentemente do seu conteúdo harmônico.

5.2.4 Formas de Onda Periódicas Arbitrárias.

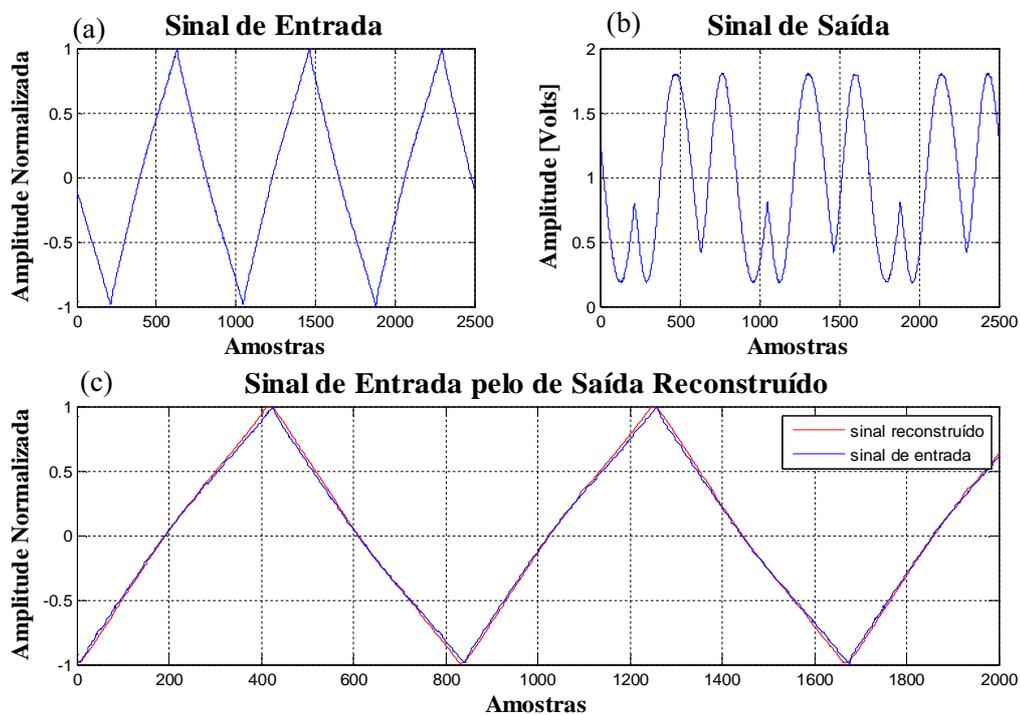
A medição de sinais senoidais constitui um caso trivial para esta técnica de detecção óptica. Conforme discutido na introdução, objetiva-se mostrar que o sensor óptico é capaz de detectar com exatidão um sinal senoidal fortemente contaminado por harmônicas. Assim, para testar o método, selecionou-se uma forma de onda de entrada com elevado conteúdo harmônico, por exemplo, uma forma de onda triangular (elevado conteúdo de harmônicas ímpares).

Devido às dimensões do cristal utilizado e a proposta inicial do trabalho, as medições foram realizadas em baixa tensão. Trabalhou-se em torno de 165 volts (tensão aplicada à célula) e 60 Hz de frequência. Então, calculou-se através do software Matlab a FFT dos sinais adquiridos a fim de comparar as componentes harmônicas do sinal de entrada com as do de saída demodulado pelo método de segmentação do sinal amostrado.

Essas comparações, assim como a quantidade de harmônicas identificadas, são exibidas a seguir através de gráficos gerados no Matlab.

Na figura 32, são apresentados os gráficos dos sinais de entrada, saída e um terceiro gráfico, onde plotou-se o sinal de saída reconstituído pelo método sobre o de entrada, para fins de comparação.

Figura 32- Gráficos dos sinais de entrada, saída e saída demodulado. (a) sinal de entrada, (b) sinal de saída e (c) sinal de entrada pelo de saída demodulado.



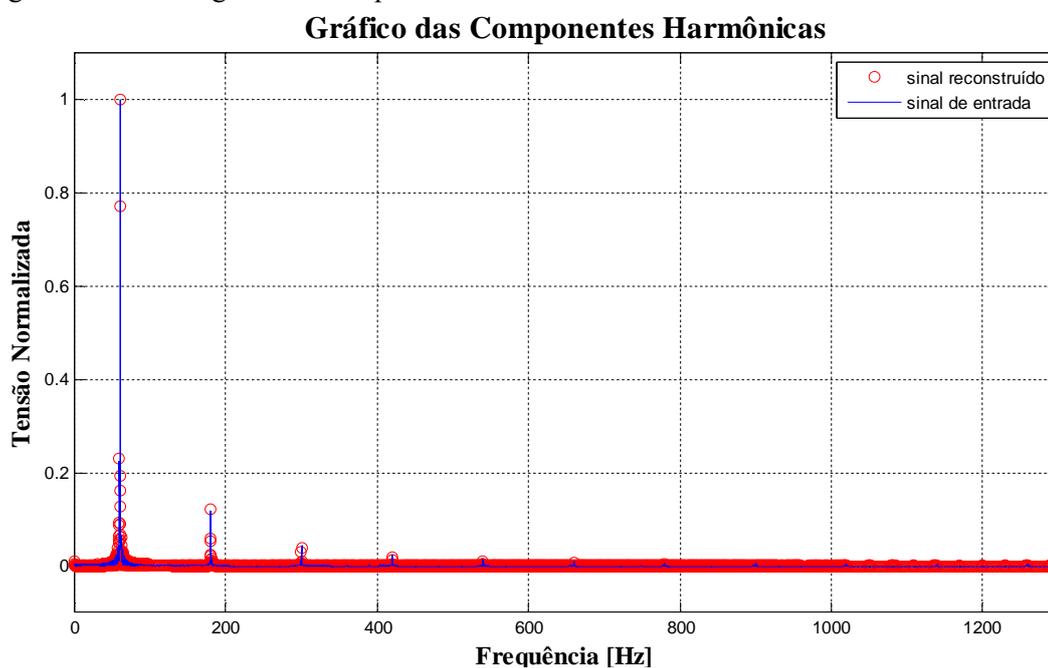
Fonte: do próprio autor.

Observa-se que os gráficos foram gerados em termos de números de amostras pela amplitude normalizada, com exceção do sinal detectado, o qual é dado pelo número de amostras por amplitude em volts.

A partir de agora serão analisados os espectros das componentes harmônicas dos sinais de entrada e de saída, já demodulada através do método de segmentação do sinal amostrado. Todos os gráficos foram normalizados em função da componente fundamental.

A figura 33 ilustra o gráfico geral do conteúdo harmônico obtido.

Figura 33- Gráfico geral das componentes harmônicas.



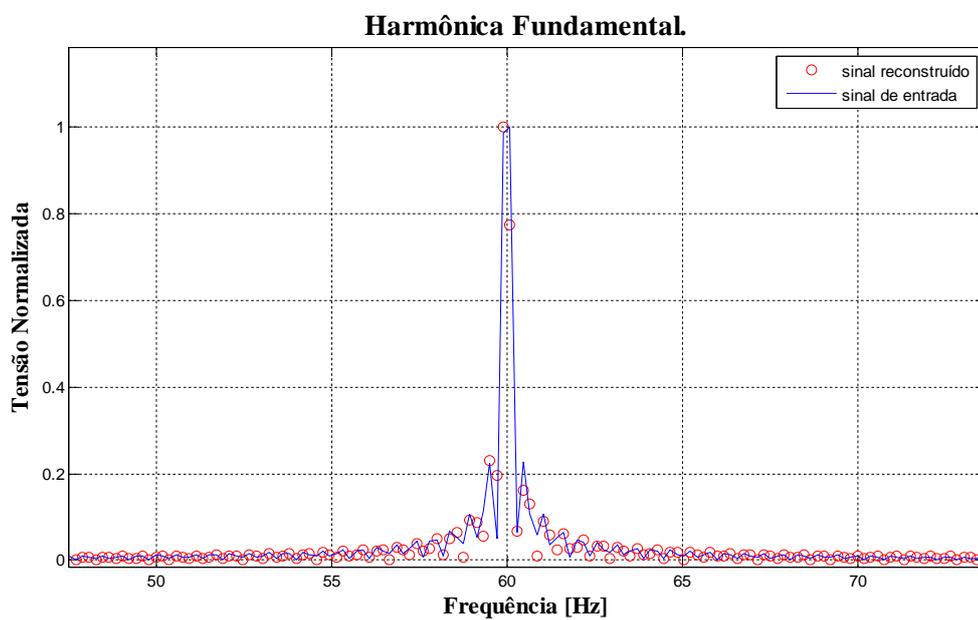
Fonte: do próprio autor.

É possível observar que a 3^a harmônica está em torno de 17% da fundamental.

A seguir, os gráficos foram amplificados de modo a se fazer uma melhor análise dos resultados.

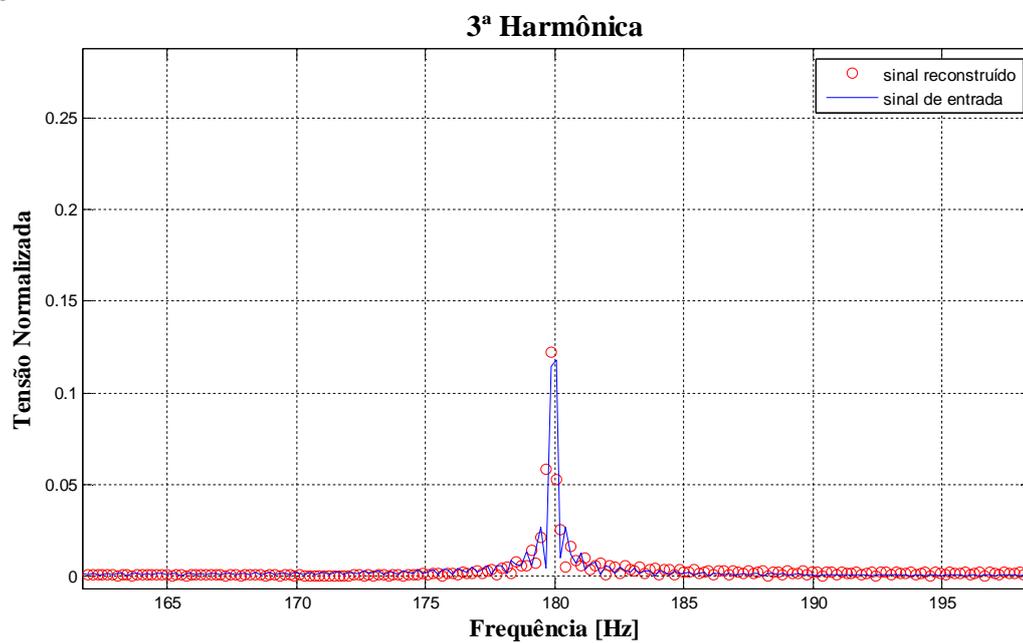
Nas figuras 34 e 35 apresentam-se de forma ampliada as harmônicas de 1^a e 3^a ordem do sinal de tensão reconstruído, respectivamente.

Figura 34- Harmônica fundamental.



Fonte: do próprio autor.

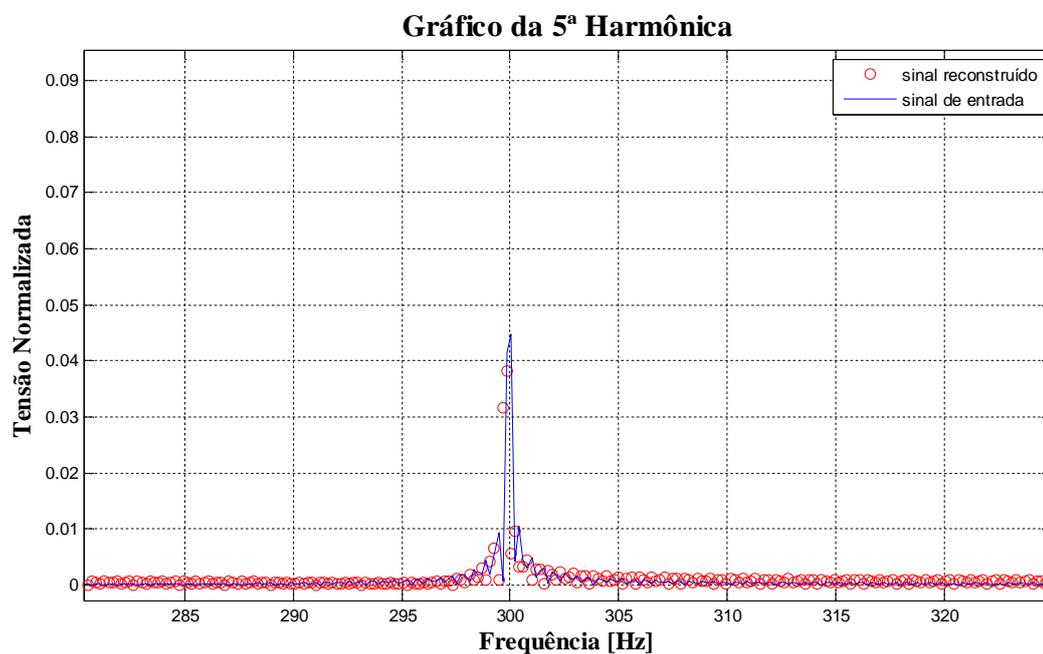
Figura 35- Harmônica de 3ª ordem.



Fonte: do próprio autor.

Na figura 36 tem-se o gráfico ampliado da harmônica de 5ª ordem dos sinais de entrada e de saída reconstruído.

Figura 36- Harmônica de 5ª ordem.

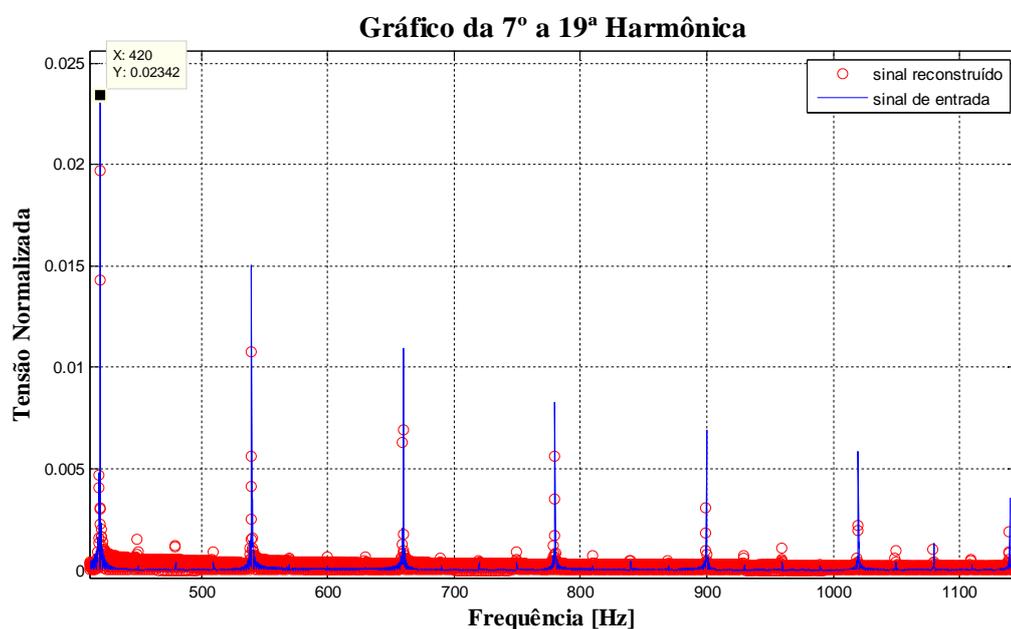


Fonte: do próprio autor.

Observa-se que a amplitude desta harmônica é significativamente menor que a 3ª, estando mais ou menos na faixa de 4% da fundamental.

Para apresentar a quantidade de harmônicas que, através do sensor eletro-óptico é possível identificar, ilustra-se na figura 37 as harmônicas de 7ª a 19ª ordem do sinal reconstruído, correspondentes ao intervalo entre 420 e 1140 Hz.

Figura 37- Harmônicas de 7ª a 19ª ordem.



Fonte: do próprio autor.

Estas harmônicas de ordem superior são praticamente insignificantes, devido à suas pequenas amplitudes, porém, torna-se conveniente apresentá-las para evidenciar a capacidade que o sensor eletro-óptico proposto possui em identificar harmônicas de várias ordens e, também, faz-se necessário enfatizar a eficiência do método de demodulação utilizado.

A seguir, ilustra-se na Tabela 1, os valores das componentes harmônicas de 3ª a 19ª ordens tanto para o sinal de entrada como para o reconstruído pelo método e, também, o erro absoluto e percentual relacionados a ambos. As harmônicas correspondem ao intervalo entre 180 e 1140 Hz. Ressalta-se que a normalização foi feita em relação a primeira harmônica.

Tabela 1- Erro absoluto e percentual em relação ao sinal de entrada e o sinal reconstruído.

Harmônicas	Sinal de Entrada	Sinal Reconstruído	Erro Absoluto	Erro (%)
3ª	0,11830	0,1220	0,0037	3,13
5ª	0,04467	0,03827	0,0064	14,33
7ª	0,02342	0,01969	0,0037	15,8
9ª	0,01507	0,01076	0,0043	28,5
11ª	0,01096	0,00695	0,0040	36,5
13ª	0,00829	0,00563	0,0027	32,57
15ª	0,00695	0,00308	0,0039	56,12
17ª	0,00588	0,00219	0,0037	62,93
19ª	0,00357	0,00192	0,0017	47,62

Fonte: do próprio autor.

Observa-se que encontrou-se erros percentuais elevados na maioria das comparações entre os sinais de entrada e o de saída reconstruído devido às pequenas amplitudes das harmônicas citadas, porém, pode-se notar que estes erros equivalem a erros absolutos que variam na ordem de grandeza de 10^{-3} , assim os erros são praticamente desprezíveis.

Estes erros encontrados e citados na Tabela 1 podem ser decorrentes do filtro digital utilizado e, também, da quantidade de pontos com que se realizou a FFT. O filtro digital utilizado é o Butterworth de 7ª ordem com frequência de corte de 2400 Hz.

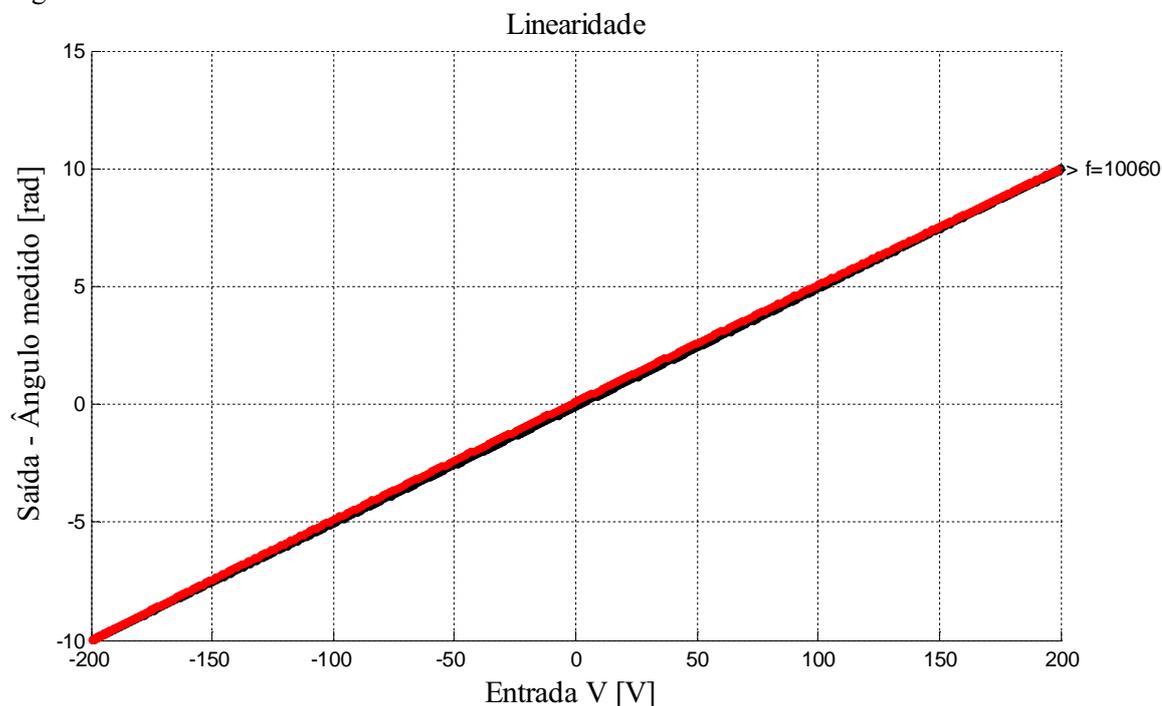
5.2.5 Medição da Tensão de Meia-Onda

Uma informação importante ao se operar com a célula Pockels volumétrica, como a mostrada na figura 22, é que seu valor de V_{π} pode ser determinado analiticamente, conforme (105). De acordo com isto, foi calculado que o valor teórico de V_{π} desta célula ($L=50,025$ mm e $d=1,1$ mm) é $V_{\pi}=64,92$ V.

Como o método de segmentação do sinal amostrado (capítulo 4) permite recuperar a forma de onda da tensão aplicada, torna-se muito simples se obter a curva da linearidade da célula Pockels, e daí, o valor de V_{π} . De fato, dada a forma de onda da tensão de entrada e a forma de onda do sinal recuperado, em termos de defasagem $\Delta\phi$ radianos, basta desenhar o gráfico no formato XY (figura de Lissajous) e medir a tensão correspondente a $\Delta\phi = \pi$ rad.

Na figura 38 apresenta-se o gráfico de $\Delta\phi(t) \times V(t)$ para uma tensão de entrada com 400 V pico-a-pico e em 10 kHz. A curva em cor preta representa um aumento de tensão, enquanto a vermelha, uma diminuição de tensão. Medições realizadas entre 60 Hz e 10 kHz geram praticamente o mesmo resultado e, portanto, não foram mostradas.

Figura 38- Gráfico de linearidade da célula Pockels.



Fonte: do próprio autor.

Através da figura 38, verifica-se que ao valor π rad corresponde aproximadamente 62,8 V e, por isso, $V_{\pi} \cong 62,8$ V. Este valor apresenta uma discrepância de apenas 3,26% em relação ao valor teórico. Uma vez realizadas diversas aquisições em diferentes tensões e frequências, fez-se o levantamento da porcentagem de variação do V_{π} entre algumas dessas aquisições e obteve-se, para esta configuração (propagação em X), uma variação máxima em relação a média de apenas 0,6%.

5.3 Arranjo Experimental para Altas Tensões

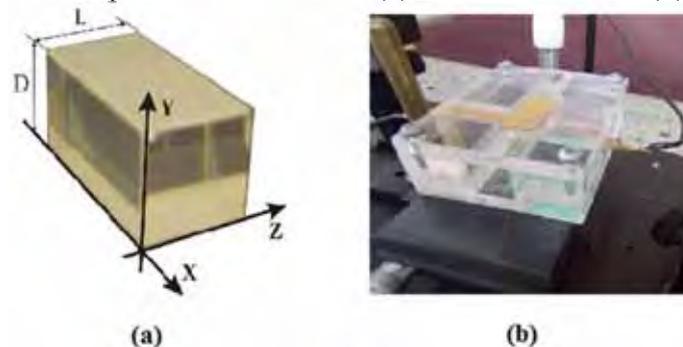
Diferentemente dos arranjos discutidos anteriormente (seção 5.2) será empregado agora um sistema para medições de tensões elevadas, ou seja, como transformador de potencial óptico (TP óptico), de modo a analisar o sinal de entrada para tensões elevadas (por volta de 16 kV) e o sinal de saída fotodetectado com tensões que variam em torno de 5 V. Desta forma, fez-se necessário a substituição do cristal utilizado nas medições com tensões aplicadas na ordem de centenas de volts por outro com dimensões maiores, uma vez que o utilizado anteriormente não suportaria tensões de dezenas de kV. O modulador eletroóptico de

amplitude nesta configuração pode ser implementado usando o mesmo aparato óptico discutido anteriormente. Este continua em configuração transversal, porém agora o campo elétrico externo encontra-se aplicado na direção Y e o feixe de luz se propagando no eixo óptico Z. Tal configuração foi analisada da sub-seção 3.3.2.

A célula Pockels utilizada para este trabalho possui eletrodos na configuração transversal. O cristal, como citado anteriormente, é de LiNbO_3 , com dimensões de 20,273 mm x 9,924 mm x 10,258 mm nas direções cristalográficas X, Y e Z, respectivamente.

Uma fotografia deste cristal encontra-se ilustrada na figura 39, juntamente com as direções dos eixos cristalininos, e, com o porta célula.

Figura 39- Célula Pockels para tensões elevadas. (a) Cristal de LiNbO_3 . (b) Porta células.



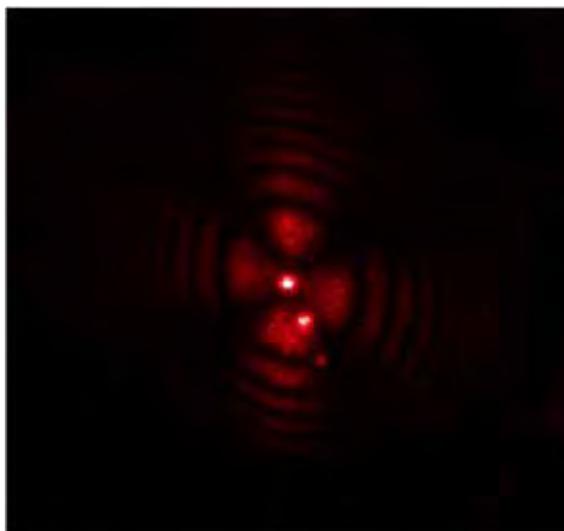
Fonte: do próprio autor.

Para este novo arranjo, a variação eletro-óptica de fase obedece a (109) e, portanto, não exibe birrefringência natural. Isto significa que o efeito da variação de temperatura no local do sensor é menor que no caso da seção 5.2, uma vez que o termo responsável pelo desvanecimento não está presente.

Assim como citado na seção 3.2 também é possível, neste caso, realizar o alinhamento do laser com o eixo óptico Z aproveitando-se do espalhamento de luz no interior do cristal de LiNbO_3 . Porém, diferentemente da figura 25 a nova imagem formada nesta configuração quando o feixe de saída atinge um anteparo é apresentada na figura 40. Este padrão de interferência, constituída por círculos concêntricos superpostos à cruz de malta, é mais bem conhecida que o padrão da figura 25 (MARTINS, 2006).

Novamente, o sistema estará alinhado quando o feixe principal do laser incidir sobre o centro da cruz mostrada na figura 40.

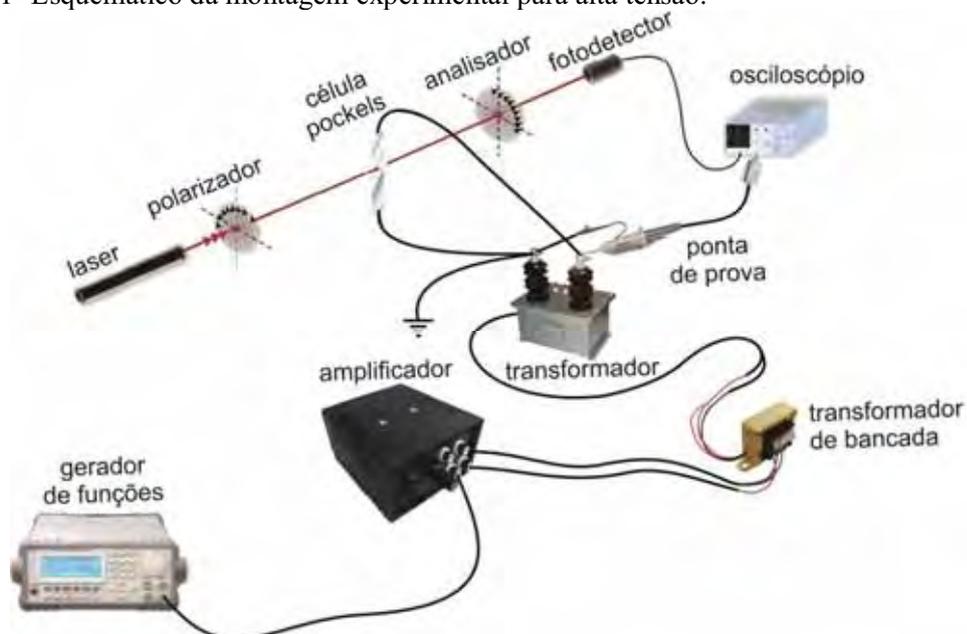
Figura 40- Foto do espalhamento luminoso no cristal ao atingir um anteparo (propagação no eixo óptico Z).



Fonte: do próprio autor.

Na figura 41 é apresentado o esquemático da montagem experimental do sensor óptico de tensão.

Figura 41- Esquemático da montagem experimental para alta tensão.



Fonte: do próprio autor.

Para a montagem deste aparato experimental utilizou-se um laser de Hélio Neônio (He-Ne) da Lasos, modelo LGK 7628, o qual opera com comprimento de onda $0,6328 \mu\text{m}$ e potência nominal de 15mW.

Os polarizadores empregados para a implementação do arranjo são de polaróide e o fotodetector de lei quadrática é um fotodiodo de silício do tipo PIN, modelo PDA 55 da Thorlabs.

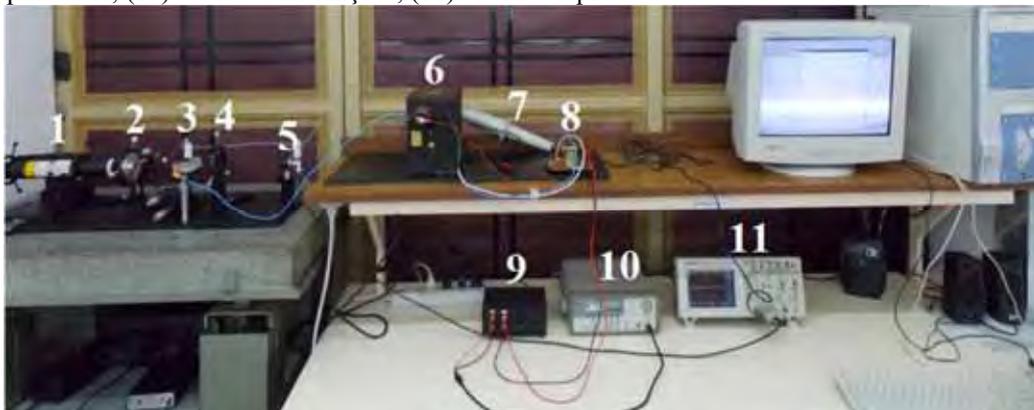
O osciloscópio digital é da Tektronix, modelo TDS 2022 e o gerador de funções fabricado pela Agilent, modelo 33220.

Utilizou-se também um transformador elevador de tensão onde a relação de transformação é de 220V a 15kV. A fim de elevar o sinal de saída do gerador de funções até a ordem de centenas de volts, empregou-se um amplificador de bancada e um amplificador de áudio (como buffer).

A fim de se verificar a eficácia da técnica de detecção discutida no capítulo 4 a esta nova estrutura de medição, capaz de mensurar dezenas de kV, é interessante comparar as tensões de entrada $V(t)$ e de saída (reconstruída). Para isso fez-se necessário também o emprego de uma ponta de prova de 1000x da Tektronix, modelo P6015A, para não causar danos ao osciloscópio mediante altas tensões na entrada do sistema.

Observa-se na figura 42 o aparato óptico e a instrumentação utilizada no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS, assim como a respectiva legenda referente à identificação numérica de cada componente do sistema, enfatizando que esta nova montagem foi realizada para se trabalhar com tensões na ordem de dezenas de kV.

Figura 42- Montagem do aparato experimental para tensões elevadas. (1)- Laser de Hélio Neônio (He Ne), (2)- Polarizador, (3)-Célula Pockels, (4)- Polarizador (Analísador), (5)- Fotodetector, (6)- Transformador elevador de tensão, (7)- Ponta de prova, (8)- Transformador de bancada, (9)- Amplificador, (10)- Gerador de funções, (11)- Osciloscópio.



Fonte: do próprio autor.

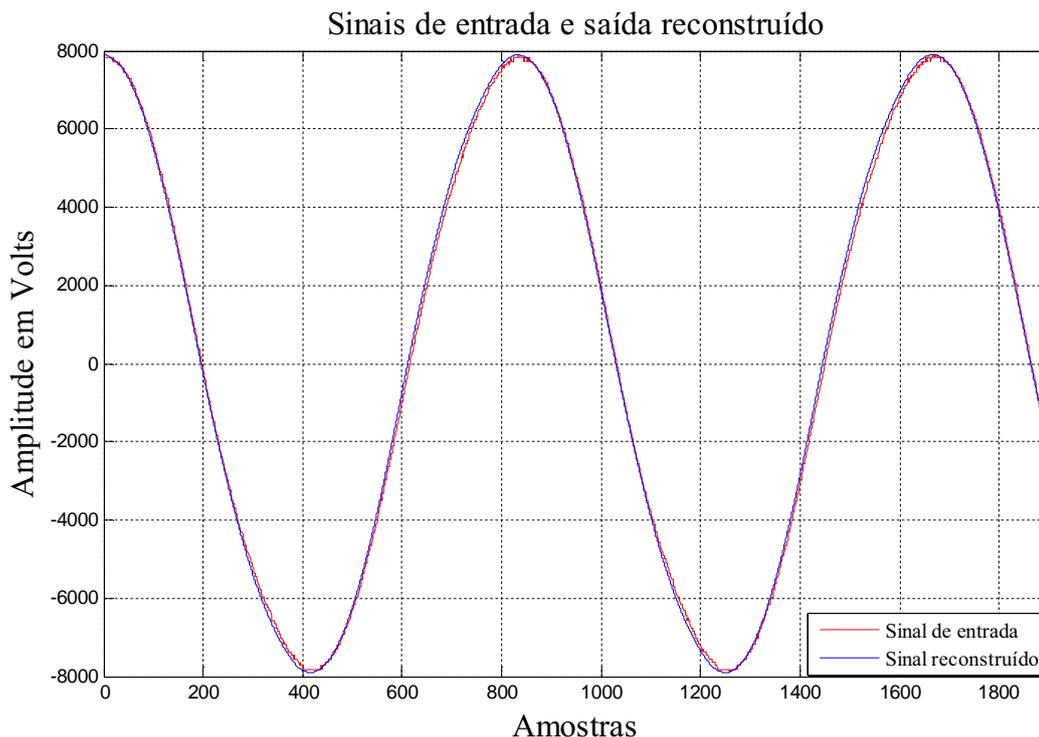
5.3.1 Medições do Conteúdo Harmônico- Alta Tensão

Agora, serão apresentados os resultados obtidos nas medições realizadas em altas tensões para formas de ondas tanto senoidais puras quanto senoidais com elevado conteúdo harmônico.

Em primeiro lugar, testou-se o método de segmentação do sinal amostrado para o caso de tensões externas senoidais puras.

Na figura 43 ilustra-se o gráfico dos sinais de entrada (em vermelho) e de saída reconstruído pelo método (em azul). O gráfico foi plotado em função da amplitude em volts por amostras. Como pode-se observar aplicou-se uma forma de onda senoidal e tensão em torno de 16 kV de pico a pico e 60 Hz. Nota-se a boa concordância entre ambos os sinais.

Figura 43- Gráfico do sinal de entrada pelo de saída reconstruído para o sinal senoidal.

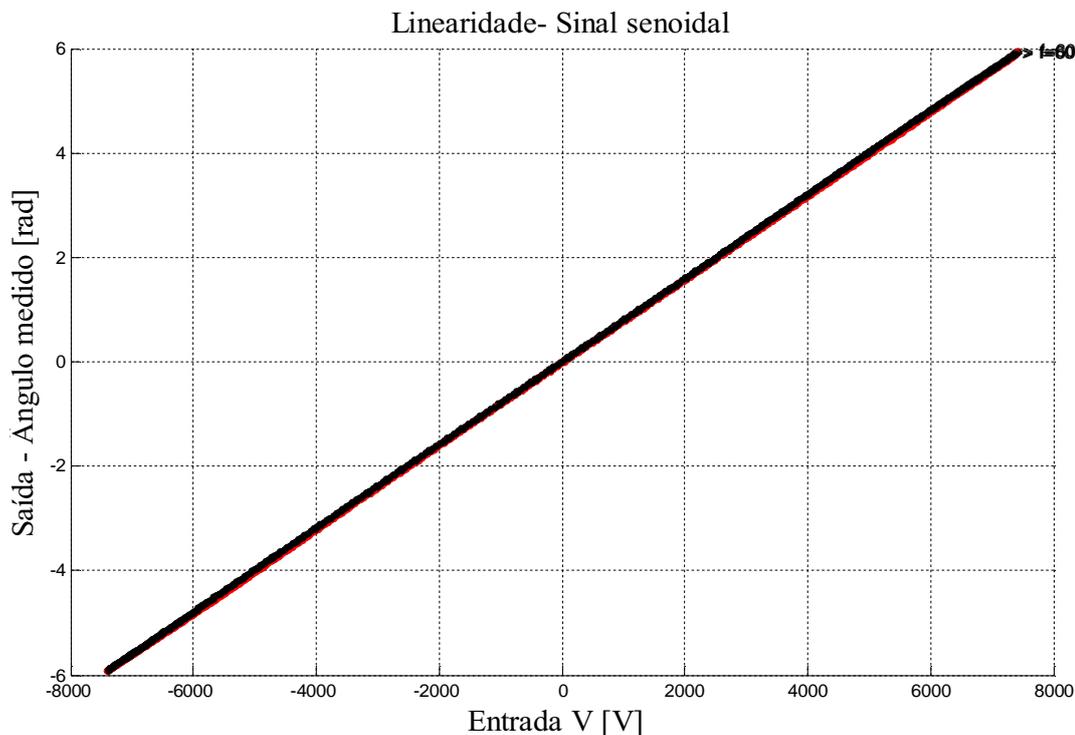


Fonte: do próprio autor.

Em seguida, na figura 44, é apresentado o gráfico obtido da linearidade para este sinal aplicado. Para isto, basta desenhar o gráfico (modo XY) da variação de fase detectada (reconstruída), $\Delta\phi(t)$ rad (sub-seção 3.3.2), versus tensão elétrica aplicada, $V(t)$ volts. Na

figura 44, a senoide de entrada possui 15 kV pico-a-pico de amplitude. Tanto na subida quanto na descida da tensão obtém-se gráficos concordantes: uma reta passando pela origem.

Figura 44- Gráfico de linearidade do sinal senoidal.

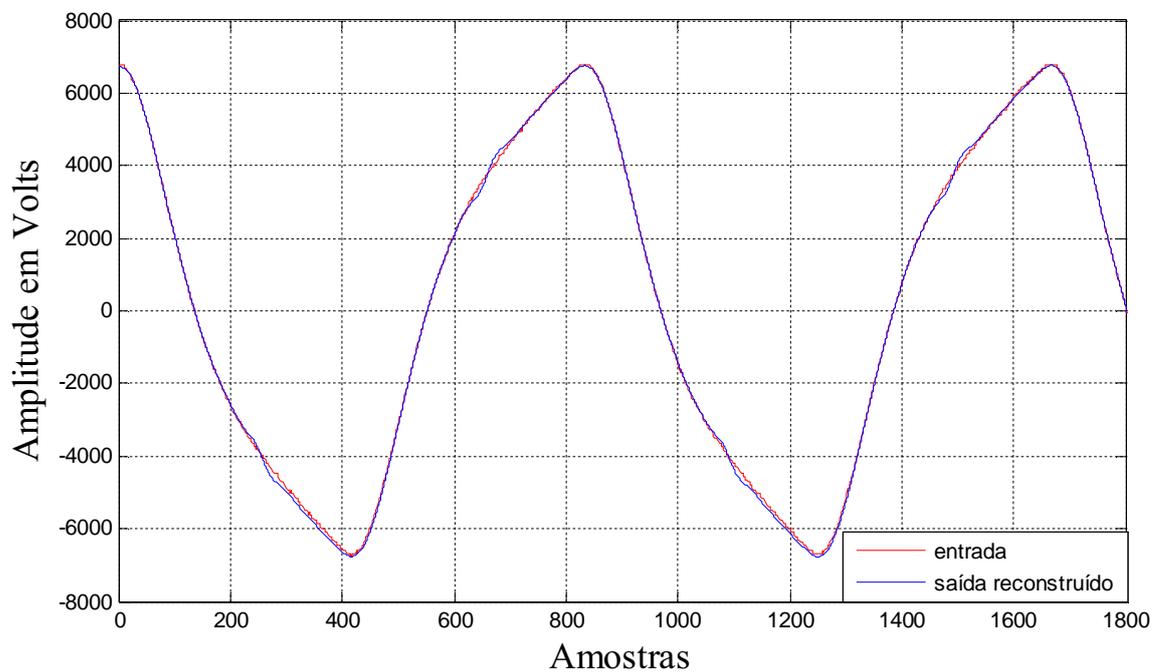


Fonte: do próprio autor.

A variação de fase $\Delta' \phi(t)$ igual a π rad, corresponde a tensão de 3,908 kV. De acordo com o capítulo 3, o valor teórico de V_{π} é igual a 3,768 kV e, portanto, com 3,6% de discrepância. Como foram realizadas diversas aquisições para diferentes tensões e frequências, fez-se o levantamento da porcentagem de variação do V_{π} entre algumas dessas aquisições e obteve-se, para esta configuração (propagação em Z), uma discrepância máxima em relação a média de apenas 0,1%.

Para analisar a capacidade do sensor eletro-óptico de tensão proposto em identificar harmônicas de ordens superiores apresenta-se o gráfico na figura 45 de um sinal triangular bastante distorcido, com 15 kV de pico-a-pico. Este foi gerado também em função da amplitude em volts por amostras. O sinal em vermelho representa o sinal de entrada e o azul o de saída reconstruído. Percebe-se que este sinal, aplicado através de um gerador de funções, sofreu uma deformação causada pelo transformador elevador de tensão e pelo amplificador utilizados.

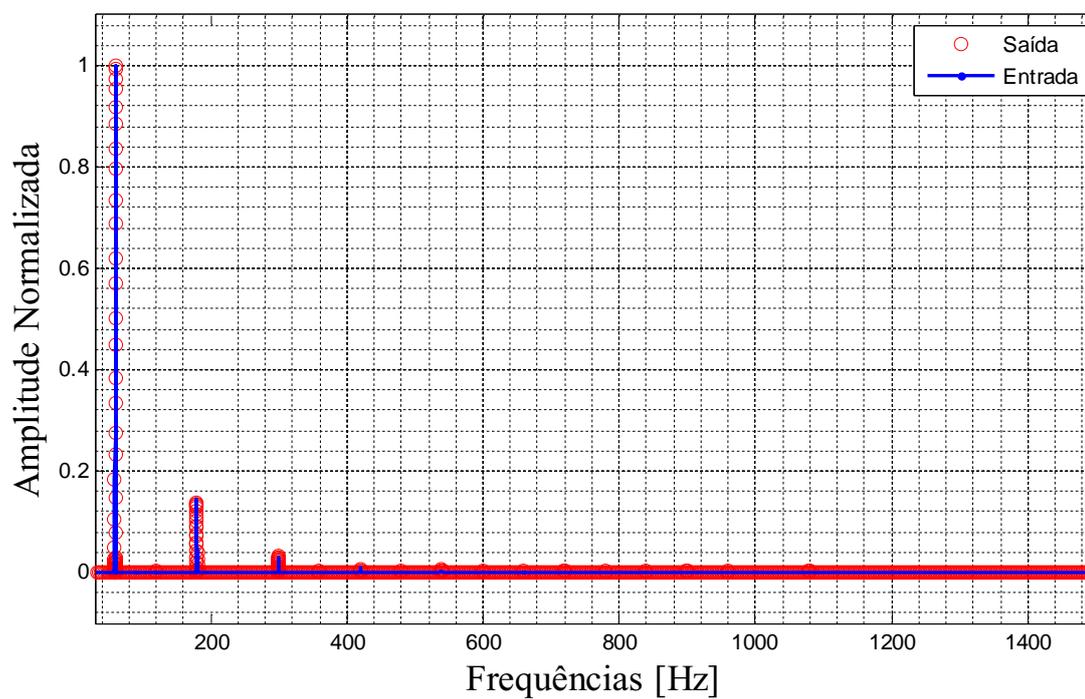
Figura 45- Gráfico dos sinais de entrada e saída reconstruído para o sinal triangular distorcido.



Fonte: do próprio autor.

A fim de se obter o conteúdo harmônico do sinal triangular distorcido realizou-se a FFT através do software Matlab e plotou-se o gráfico da figura 46, onde observam-se suas componentes harmônicas, sendo o gráfico representado pela frequência em função da amplitude normalizada em relação à fundamental.

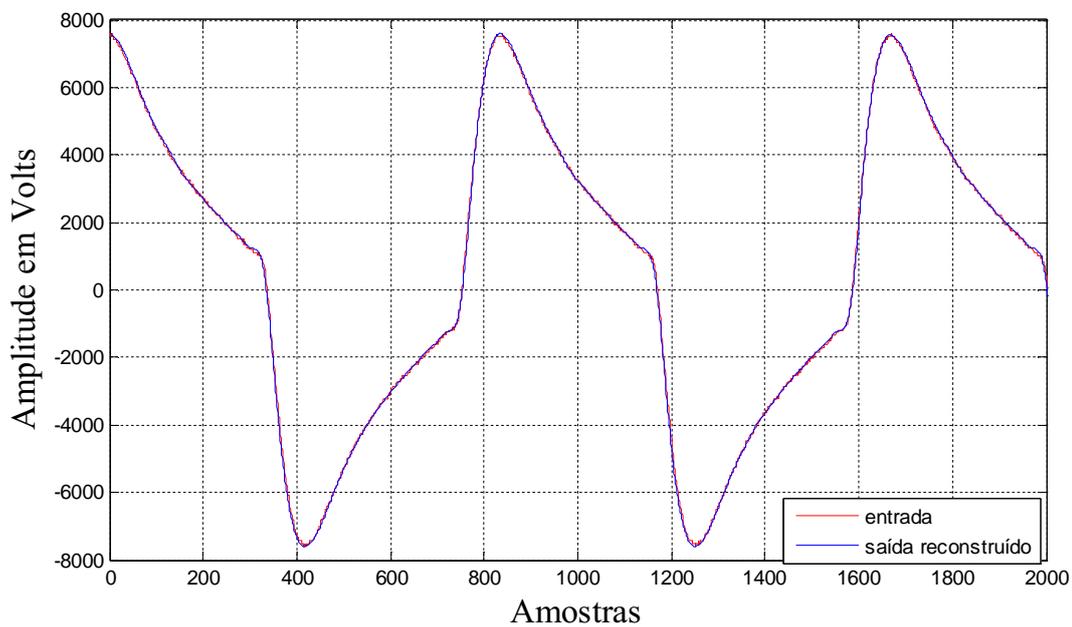
Figura 46- Componentes harmônicas do sinal triangular distorcido.



Fonte: do próprio autor.

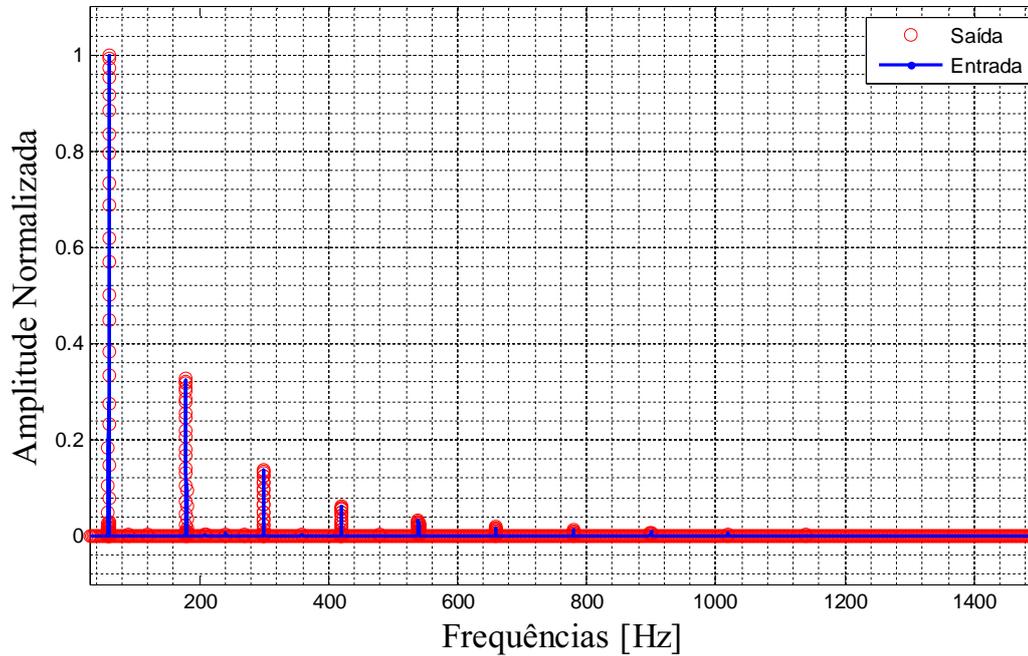
Na figura 47, foi gerado um sinal de uma forma de onda com elevado conteúdo harmônico. Observa-se o sinal de entrada em vermelho e o de saída reconstruído em azul. Na figura 48, estão representadas as harmônicas deste sinal e, em seguida (na figura 49) o gráfico foi ampliado de modo a analisar harmônicas de ordens elevadas, estas correspondem ao intervalo entre 300 e 1020 Hz.

Figura 47- Sinais de entrada e saída reconstruído para a forma de onda quadrada distorcida.



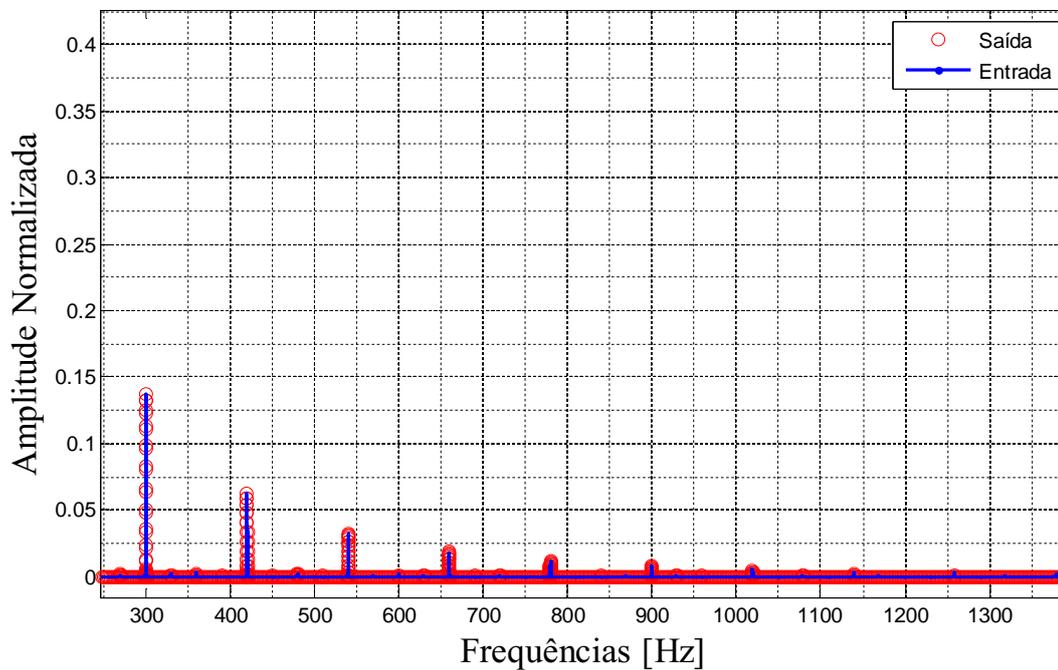
Fonte: do próprio autor.

Figura 48- Componentes harmônicas do sinal para a forma de onda quadrada distorcida.



Fonte: do próprio autor.

Figura 49- Gráfico ampliado das harmônicas do sinal para a forma de onda quadrada distorcida.



Fonte: do próprio autor.

A seguir, ilustra-se na Tabela 2, os valores das componentes harmônicas de 5^a a 17^a ordens (para forma de onda quadrada distorcida) tanto para o sinal de entrada como para o reconstruído pelo método e, também, o erro absoluto e percentual relacionados a ambos. As harmônicas correspondem ao intervalo citado anteriormente. Ressalta-se que a normalização foi feita em relação à primeira harmônica.

Tabela 2- Erro absoluto e percentual em relação aos sinais de entrada e saída reconstruído para forma de onda quadrada distorcida.

Harmônicas	Sinal de Entrada	Sinal de Saída Reconstruído	Erro Absoluto	Erro (%)
5 ^a	0,13670	0,13710	0,0004	0,29
7 ^a	0,06187	0,06299	0,0011	1,78
9 ^a	0,03197	0,03229	0,0003	0,94
11 ^a	0,01767	0,01949	0,0018	10,19
13 ^a	0,01177	0,01164	0,0001	0,85
15 ^a	0,00828	0,00782	0,0005	6,04
17 ^a	0,00580	0,00480	0,0010	17,24

Fonte: do próprio autor.

Assim como citado na tabela 1, observa-se que encontrou-se também, erros percentuais elevados nas comparações entre os sinais de entrada e o de saída reconstruído que se devem às pequenas amplitudes das harmônicas citadas, porém, pode-se notar que estes erros equivalem a erros absolutos que variam nas ordens de grandezas de 10^{-3} e 10^{-4} , assim os erros são praticamente desprezíveis.

Assim como na tabela 1 os erros encontrados e citados na tabela 2 podem ser decorrentes do filtro digital utilizado e, também, da quantidade de pontos com que se realizou a FFT. Lembrando que o filtro digital utilizado é o Butterworth de 7ª ordem com frequência de corte de 2400 Hz.

Capítulo 6: Conclusões

Através desta dissertação de mestrado realizou-se a análise teórica e experimental do efeito eletro-óptico em cristais de Niobato de Lítio (LiNbO_3) e mostrou-se que é possível aplicá-la na implementação de um sensor óptico de tensões elevadas que opera de maneira precisa, segura e estável.

Para este sensor óptico de tensão, montado no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS, trabalhou-se com tensões na ordem de dezenas de kV de pico a pico aplicada à célula Pockels e obteve-se tensões na saída (a partir do fotodiodo) em torno de 5V.

Para tal sensor montaram-se dois arranjos de moduladores de intensidade nas seguintes configurações: a primeira, com o campo elétrico externo aplicado na direção do eixo cristalográfico Z e a propagação do feixe de laser na direção do eixo X; na segunda configuração utilizada, aplicou-se o campo elétrico externo na direção do eixo Y e a propagação ao longo do eixo óptico Z. Na primeira configuração, testada apenas para baixas tensões, ocorre o problema da birrefringência natural do cristal, causando o desvanecimento do sinal de saída do sensor. Na segunda configuração, este problema não ocorre. Entretanto, em ambos os casos o método de segmentação do sinal amostrado se mostrou eficiente na detecção do desvio de fase induzido.

Uma vez que foi efetuada a medição do V_π (tensão de meia-onda) para ambas as configurações, verificou-se que o mesmo apresenta uma discrepância pequena em relação ao valor teórico, sendo esta variação em torno de 3,26% para a configuração com propagação em X e por volta de 3,6% para a configuração com propagação em Z.

Como foram realizadas diversas aquisições para diferentes tensões e frequências, fez-se o levantamento da porcentagem de variação do V_π entre algumas dessas aquisições e obteve-se discrepâncias praticamente insignificantes. Para a configuração com propagação em X o valor máximo da variação em relação à média foi de 0,6% e na configuração com propagação em Z a máxima variação obtida foi ainda menor, de apenas 0,1%. Desta forma, pode-se concluir que na configuração onde não ocorre birrefringência natural, a medida do valor da tensão de meia-onda (V_π) se mantém mais estável.

É de interesse lembrar que medições foram efetuadas em ambas as configurações mediante a aplicação tanto de formas de ondas senoidais puras como formas de ondas senoidais com elevado conteúdo harmônico. Partindo dessas medições foi possível notar a eficiência do sensor óptico de tensão proposto, que, juntamente com a utilização do método

de demodulação de fase óptica (método de segmentação do sinal amostrado) proposto por Galeti (2012) foram capazes de detectar e reproduzir com exatidão um sinal senoidal fortemente contaminado por harmônicas (ver figuras 37 e 49). Identificou-se componentes de ordens elevadas como, por exemplo, 19ª ordem e até mesmo superiores.

O método de demodulação (GALETI, 2012), originalmente proposto para interferometria óptica, pode ser adaptado eficientemente para o caso do modulador eletro-óptico de amplitudes. O método mostrou ser altamente eficiente na recomposição dos sinais de alta tensão, mesmo para aqueles com grande conteúdo harmônico. A conformidade entre as formas de ondas temporais medidas resultou ser excelente, com discrepâncias que variam em torno da terceira casa decimal (ver tabelas 1 e 2).

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Sugere-se que novos estudos sejam realizados em torno de sensores ópticos de tensão, trabalhando ainda com tensões elevadas, da ordem de kV, medindo as componentes harmônicas diretamente da rede elétrica e comparando os resultados com as leituras proporcionadas por transformadores de potencial convencionais. Propõe-se ainda que sejam elaborados estudos em torno de sensores ópticos de tensão efetuando medições através de DSP onde os dados sejam tratados e processados em tempo real.

Pode também, ser feita uma alteração no filtro utilizado de modo a obter-se resultados ainda mais precisos.

Sugere-se ainda que medições da variação de V_{π} em certas faixas de temperatura sejam realizadas.

6.2 Trabalho a ser Apresentado em Congresso

O Artigo submetido que obteve aprovação para apresentação foi o seguinte:

“Sensor Eletroóptico de Tensões com Formas de Ondas Periódicas Arbitrárias e sua Viabilidade para Implementação de um TP Óptico”. Rafael A. Lima; Fernando C. Pereira; Cláudio Kitano; Jose Galeti, Ricardo Tokio Higuti; Júlio Borges de Souza. CBQEE 2013- X CONFERÊNCIA BRASILEIRA SOBRE QUALIDADE DE ENERGIA ELÉTRICA, 25 a 28 de junho de 2013.

REFERÊNCIAS

ALLIL, Regina Célia da Silva Barros. **Sensores a fibra óptica com tecnologia FBG para medida de temperatura e alta tensão.** 2010. 140 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

BARBOSA, Francisco de Assis Andrade. **Método de detecção interferométrica de fase, com baixa profundidade de modulação, aplicado à medição de deslocamentos nanométricos em atuadores e mini-manipuladores piezoelétricos.** 2009. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

CHRISTENSEN, Lars Hofmann. Design, construction, and test of a passive optical prototype high voltage instrument transformer. **IEEE Transactions On Power Delivery**, Lyngby, v. 10, n. 3, p.1332-1337, 1995.

DIAS, Guilherme Alfredo Dentzien. **Harmônicas em sistemas industriais.** 2. ed. Porto Alegre: Edipucrs, 2002. 284 p.

GALETI, José Henrique. **Medição interferométrica de fase óptica através do método de segmentação do sinal amostrado.** 2012. 140 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.

HEBNER JUNIOR, Robert E; A MALEWSKI, Richard; CASSIDY, Esther C. Optical methods of electrical measurement at high voltage levels. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 65, n. 11, p.1524-1548, 1977.

HUI, L. An. B.; LIJING, L.; SHULING, H.; XIUJUAN, F.; CHUNXI, Z. Tracking algorithm for the gain of the phase modulator in closed-loop optical voltage sensors. **Optics & Laser Technology**, Surrey, v. 47, p.214-220, 2013.

KAMINOW, I. P. **An introduction to electrooptic devices.** New York: Academic Press, 1974. 409 p.

KITANO, C. **Análise do interferômetro mach-zehnder com controle acústico-elétronico.** 1993. 224 f. Tese (Mestrado)- Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1993.

KUCUKSARI, Sadik. **Development of models for optical instrument transformers.** 2010. 140 f. Tese (Doutorado) - Arizona State University, Phoenix, 2010.

KUROSAWA, K; YOSHIDA, S; MORI, E; TAKAHASHI, G; SAITO, S. Development of an optical instrument transformer for dc voltage measurement. **IEEE Transactions On Power Delivery**, Columbus, v. 8, n. 4, p. 1721-1726, 1993.

LEE, Sang-shin; OH, Min-Cheol; SHIN, Sang-Yung; KEH, Kwang-Hee. Integrated optical high-voltage sensor using a Z-Cut LiNbO₃ cutoff modulator. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v. 5, n. 9, p. 996-999, 1993.

LIMA, Dorival Kitakawa. **Transformadores para instrumentos ópticos: aspectos da viabilidade do seu uso pelas empresas do setor elétrico Brasileiro**. 2009. 123 f. Dissertação (Mestrado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

LIMA, Dorival Kitakawa; SANTOS, Josemir Coelho. Transformadores para instrumentos ópticos: sua viabilidade no setor elétrico brasileiro. **Revista Setor Elétrico**, São Paulo, v. 54, jul 2010. Disponível em: <<http://www.osetoreletrico.com.br/web/component/content/article/57-artigos-e-materias/411-transformadores-para-instrumentos-opticos-sua-viabilidade-no-setor-eletrico-brasileiro.html>>. Acesso em: 17 jun. 2013.

MARTECH do Brasil. **Transformadores de potencial**. Santa Luzia: Martech, 2011. Disponível em: www.martech.com.br. Acesso em: 13 abr. 2013.

MARTINS, Wander Wagner Mendes. **Sensores ópticos de tensão baseado no efeito eletroóptico em cristais de Niobato de Lítio**. 2006. 163 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

NXTPHASE CORPORATION. **Optical CTs and VTs**. Vancouver, 2002. 8 p. Application Notes. Disponível em: <www.nxtphase.com>. Acesso em 12 abr. 2013.

NYE, J. F. **Physical properties of crystals- their representation by tensors and matrices**. New York: Oxford Press, 1957.

PLANAS, Susana Alicia. **Estudos de filmes poliméricos para aplicações em dispositivos fotônicos**. 1995. 103 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Física, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

SANTOS, Josemir Coelho; TAPLAMACIOGLU, M. Cengiz; HIDAKA, Kunihiko. Pockels High-Voltage Measurement System. **IEEE Transactions On Power Delivery**, New York, v. 15, n. 1, p. 8-13, 2000.

SILVA, Luiz Pinheiro Cordovil da. **Interferômetros recuperadores de baixa tensão de meia onda para sistemas interferométricos de luz branca utilizando moduladores eletro-ópticos**. 2011. 200 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

SMITH, D. S.; RICCIUS, H. D.; EDWIN, R. P. Refractive indices of lithium niobate. **Optics Communication**, v.17, n.3, 1976.

SUDARSHANAM, V. S.; SRINIVASAN, K. Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. **Optics Letters**, New York, v. 14, n. 2, p. 140-142, 1989.

SUDARSHANAM, V. S.; CLAUS, R. O. Generic J1...J4 method of optical phase detection - accuracy and range enhancement. **Journal of Modern Optics**, London, v. 40, n. 3, p. 483-492, 1993.

TAKIY, Aline Emy. **Análise teórica e experimental de uma nova técnica de processamento de sinais interferométricos baseada na modulação triangular da fase óptica**. 2010. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

YARIV, Amnon; YEH, Pochi. **Optical waves in crystals**. New York: John Wiley & Sons, 1984. 608 p.

ANEXO A



PO Box 366, 435 Route 206N, Newton, NJ 07860
Ph (973) 679-7227, Fax (973) 300-3600, <http://www.thorlabs.com>



PDA55 Operating Manual - Switchable Gain, Amplified Silicon Detector

Description:

The PDA55 is an amplified, switchable-gain, silicon detector designed for detection of light signals from DC to 10 MHz. A five-position rotary switch allows the user to vary the gain in 10 dB steps. A buffered output drives a 50Ω load impedance up to 5 volt. The PDA55 housing includes a removable threaded coupler that is compatible with any number of Thorlabs 1" threaded accessories. This allows convenient mounting of external optics, light filters, apertures, as well as providing an easy mounting mechanism using the Thorlabs cage assembly accessories.

The PDA55 has an 8-32 tapped mounting hole with a 0.25" mounting depth and includes a 120VAC power AC/DC supply. The PDA55-EC has an M4 tapped mounting hole and includes a 230VAC AC/DC power supply.

Specifications:

Detector	Performance	min	typical	max
Detector	Silicon			
Active Area	3.6 x 3.6 mm			
Response	320 to 1100 nm			
Peak Response	0.6 A/W @ 960 nm			
Bandwidth	DC to 10MHz			
NEP (960nm, 0dB)	1×10^{-11} W/√Hz			
NEP (960nm, 10dB)	8×10^{-12} W/√Hz			
NEP (960nm, 20dB)	5×10^{-12} W/√Hz			
NEP (960nm, 30dB)	5×10^{-12} W/√Hz			
NEP (960nm, 40dB)	4×10^{-12} W/√Hz			
Output Voltage (50Ω) ¹	0 to 5V			
Output voltage ¹	0 to 10V			
Output Impedance ¹	50 ohms			
Load Impedance ¹	Hi -Z to 50 ohms			
Gain Steps	0, 10, 20, 30, 40 dB			
Gain Switch	5-Pos Rotary			
On / Off Switch	Toggle			
Output	BNC			
Damage Threshold	100mW CW 0.5J/cm² 10ns PW			
Optical Head Size ²	φ1.425" x 1.45"			
Weight	60 grams			
Accessories	SM1T1 Coupler			
Storage Temp	-55 to 125°C			
Operating Temp	°C			
AC Power Supply	AC - DC Converter			
Input Power	100-120VAC, (220-240VAC-EC version) 50-60Hz, 5W			
0 dB Setting	Transimpedance Gain ¹		1.5 x 10⁴ V/A	
	Trans. Gain (50Ω) ¹		0.75 x 10⁴ V/A	
	Bandwidth		10 MHz	
	Noise (RMS)	0.28 mV	0.33 mV	0.44 mV
	Offset	-5 mV	6 mV	15 mV
10 dB Setting	Transimpedance Gain ¹		4.7 x 10⁴ V/A	
	Trans. Gain (50Ω) ¹		2.35 x 10⁴ V/A	
	Bandwidth		2.3MHz	
	Noise (RMS)	0.30 mV	0.35 mV	0.40 mV
	Offset	-5 mV	8 mV	15 mV
20 dB Setting	Transimpedance Gain ¹		1.5 x 10⁵ V/A	
	Trans. Gain (50Ω) ¹		0.75 x 10⁵ V/A	
	Bandwidth		700kHz	
	Noise (RMS)	0.36 mV	0.40 mV	0.46 mV
	Offset	-10 mV	10 mV	20 mV
30 dB Setting	Transimpedance Gain ¹		4.7 x 10⁵ V/A	
	Trans. Gain (50Ω) ¹		2.35 x 10⁵ V/A	
	Bandwidth		170kHz	
	Noise (RMS)	0.48 mV	0.53 mV	0.60 mV
	Offset	-20 mV	20 mV	50 mV
40 dB Setting	Transimpedance Gain ¹		1.5 x 10⁶ V/A	
	Trans. Gain (50Ω) ¹		0.75 x 10⁶ V/A	
	Bandwidth		60kHz	
	Noise (RMS)	0.74 mV	0.81 mV	1.0 mV
	Offset	-100 mV	20 mV	100 mV

Note 1: The PDA55 has a 50Ω series terminator resistor (i.e. in series with amplifier output). This forms a voltage divider with any load impedance (e.g. 50Ω load divides signal in half).

2: Newer PDA's have a smaller package diameter to easily fit into Thorlabs cage plate assemblies. Also note that the length includes the SM1T1 mounting adapter and the BNC / power switch.

Setup

- Unpack the optical head, install a Thorlabs TR-series 1/2" diameter post into the 8-32 (M4 on -EC version) tapped hole on the bottom of the head, and mount into a PH-series post holder.
- Connect the power supply 5-pin DIN plug into the mating receptacle on the PDA55.
- Plug the power supply into a 50-60Hz, 100-120VAC outlet (220-240VAC for -EC version).

- Attach a 50Ω coax cable (i.e. RG-58U) to the output of the PDA. When running cable lengths longer than 12" we recommend terminating the opposite end of the coax with a 50Ω resistor (Thorlabs p/n T4119) for maximum performance.

Operation

- The PDA55 gain is adjusted using a small slotted screwdriver to turn the internal, gain-setting rotary switch. An access hole labeled **GAIN** is provided on the rear panel for this purpose. The gain is set to 0dB, when the slot is aligned counterclockwise as far as it will go. Each clockwise click of the switch increases the gain by 10 dB. *Do not use excessive force when adjusting the gain switch.*
- The PDA55 is switched on by the POWER toggle switch located on the rear of the optical sensor.
- The light to voltage conversion can be estimated by factoring the wavelength-dependent responsivity of the silicon detector with the transimpedance gain as shown below:

$$\text{(e.g. output in volts / watt = transimpedance gain (V/A) x responsivity (A/W))}$$

- The maximum output of the PDA55 is 10 volts for high impedance loads (5V for 50Ω loads). Adjust the gain so that the measured signal level out of the PDA55 is below 10 volts (5 volts with a 50Ω load) to avoid saturation. If necessary, use external neutral density filters to reduce the input light level.
- For maximum linearity performance when measuring focused beams, fiber outputs, or small diameter beams, do not exceed a maximum intensity of 10mW/cm².
- Because of the finite gain-bandwidth performance common to all amplifier circuits, the bandwidth of the PDA55 goes down with increased gain settings.

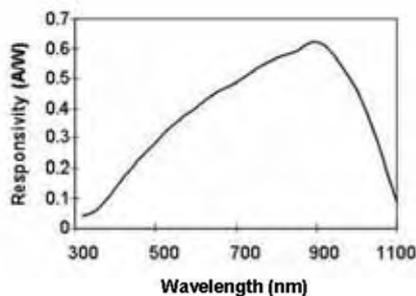


Figure 1. Detector Responsivity

Gain Switch position	Gain (dB)	Transimpedance Gain (V/A)
1	0	1.5×10^{11}
2	10	4.7×10^{11}
3	20	1.5×10^{12}
4	30	4.7×10^{12}
5	40	1.5×10^{13}

Table 1. Gain Settings

Fiber Adapters and Other Accessories

Thorlabs sells a number of accessories that are compatible with the 1" thread on the PDA housing including FC, SMA, and ST fiber adapters, stackable lens tubes for mounting optics, and cage assemblies that allow the PDA to be incorporated into elaborate 3-D optical assemblies.

Caution: The PDA55 was designed to allow maximum accessibility to the photodetector by having the front surface of the diode extend outside of the PDA housing. When using fiber adapters, make sure that the fiber ferrule does not crash into the detector. Failure to do so may cause damage to the diode and / or the fiber. An easy way to accomplish this is to install a SM1RR retaining ring (included with the PDA55) inside the 1" threaded coupler *before* installing the fiber adapter.

Also available in the PDA series are InGaAs and higher bandwidth silicon models.

Maintaining the PDA55

There are no serviceable parts in the PDA55 optical head or power supply. The housing may be cleaned by wiping with a soft damp cloth. The window of the detector should only be cleaned using optical grade wipes. If you suspect a problem with your PDA55 please call Thorlabs and technical support will be happy to assist you.

WEEE

As required by the WEEE (Waste Electrical and Electronic Equipment Directive) of the European Community and the corresponding national laws, Thorlabs offers all end users in the EC the possibility to return "end of life" units without incurring disposal charges.

This offer is valid for Thorlabs electrical and electronic equipment

- sold after August 13th 2005
- marked correspondingly with the crossed out "wheelie bin" logo (see fig. 1)
- sold to a company or institute within the EC
- currently owned by a company or institute within the EC
- still complete, not disassembled and not contaminated

As the WEEE directive applies to self contained operational electrical and electronic products, this "end of life" take back service does not refer to other Thorlabs products, such as

- pure OEM products, that means assemblies to be built into a unit by the user (e. g. OEM laser driver cards)
- components
- mechanics and optics
- left over parts of units disassembled by the user (PCB's, housings etc.).

If you wish to return a Thorlabs unit for waste recovery, please contact Thorlabs or your nearest dealer for further information.

Waste treatment on your own responsibility

If you do not return an "end of life" unit to Thorlabs, you must hand it to a company specialized in waste recovery. Do not dispose of the unit in a litter bin or at a public waste disposal site.

Ecological background

It is well known that WEEE pollutes the environment by releasing toxic products during decomposition. The aim of the European RoHS directive is to reduce the content of toxic substances in electronic products in the future.

The intent of the WEEE directive is to enforce the recycling of WEEE. A controlled recycling of end of live products will thereby avoid negative impacts on the environment.



Figure 2. Crossed out "wheelie bin" symbol

