UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Câmpus de Ilha Solteira - SP

VALBER SARDI LOPES

METAHEURÍSTICA GRASP PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Ilha Solteira - SP
2013

VALBER SARDI LOPES

METAHEURÍSTICA GRASP PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro
Orientador

Ilha Solteira - SP
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

Lopes, Valber Sardi.
L864m Metaheurística GRASP para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica / Valber Sardi Lopes. – Ilha Solteira : [s.n.], 2013
83 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Rubén Augusto Romero Lázaro
Inclui bibliografia

1. GRASP (Sistema operacional de computador. 2. Otimização. 3. Planejamento. 4. Modelagem matemática. 5. Heurísticas. 6. Metaheurísticas.

unesp **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Metaheurística GRASP para o Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica

AUTOR: VALBER SARDI LOPES

ORIENTADOR: Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica , Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. WALMIR DE FREITAS FILHO
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 22 de fevereiro de 2013.

Aos meus pais Nieta e Vandir, aos meus irmãos
Virgiani e Vandir Filho, pela contribuição na formação do meu caráter.
À minha noiva e amiga Andréa Proto, pela confiança e incentivo em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- Aos meus pais Nieta e Vandir e aos meus irmãos Virgiani e Vandir Filho pelos créditos e incentivos a mim dedicados;
- À minha noiva Andréa Proto por compreender meus momentos de angústia durante esta trajetória;
- Ao Prof. Dr. Rubén, por todo ensinamento, incentivo, confiança e orientação;
- Ao meu amigo e professor Arlenes Silvino, pelo suporte e segurança a mim confiados nos momentos conturbados deste processo;

“Seja a mudança que quer ver no mundo.” Mahatma Gandhi

RESUMO

O Problema do Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão é um problema de otimização combinatória, cujo objetivo é buscar o atendimento de requisitos de cargas a custos mínimos de investimentos, percebendo um horizonte de longo prazo. A perspectiva do planejamento otimizado deve ser feita observando duas possiblidades: o planejamento estático e o planejamento multiestágio. No planejamento estático, o planjedor procura responder as questões onde e que tipos de elementos de transmissão precisam ser adicionados ou construídos para integrar a solução do sistema futuro. No entanto, quando a estratégia de expansão ótima abrange todo um período, o planejador deseja saber quando o circuito deve ser instalado, trata-se de um planejamento multiestágio. Em ambas alternativas, a resolução do problema do planejamento deve abranger duas etapas consecutivas: a modelagem matemática e a técnica de solução para resolver essa modelagem. Neste trabalho é apresentada uma proposta de planejamento estático utilizando a Metaheurística GRASP como técnica de solução para o problema do planejamento.

Palavras-chave: GRASP. Otimização. Planejamento. Modelagem Matemática. Heurísticas. Metaheuísticas.

ABSTRACT

The Problem of Expansion Planning of Transmission Systems is a combinatorial optimization problem whose goal is to seek the assistance of cargo requirements at minimal cost investment, realizing a long-term horizon.The prospect of planning should be optimized observing two possibilities: planning static and multistage planning. In planning static, designer seeks to answer the questions where and what types of transmission elements need to be added or built to integrate the solution of the future system. However, when the optimal expansion strategy covers the whole period, the planner wants to know when the circuit must be installed, it is a multistage planning. In both alternatives, solving the problem of planning should cover two consecutive steps: mathematical modeling and solution technique to solve this modeling.This work presents a planning proposal using the static technique as GRASP metaheuristic solution to the problem of planning.

Keywords: GRASP. Optimization. Planning. Mathematical Modeling. Heuristic. Metaheuristic.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Sistema inical de 3 barras. 21

Figura 2 Sistema de 3 barras com 2 circuitos na configuração base. 27

Figura 3 Métodos de solução. 36

Figura 4 Configuração base do sistema de 3 barras. 42

Figura 5 Solução ótima contínua. 43

Figura 6 Sistema de 3 barras após uma adição. 44

Figura 7 Sistema de 3 barras após duas adições. 45

Figura 8 Configuração final do sistema de 3 barras. 46

Figura 9 Topologia base. 61

Figura 10 Sistema IEEE de 24 de barras. 68

Figura 11 Sistema Sul Brasileiro - Rede inicial. 69

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

DC	Corrente Contínua
GRASP	Procedimento de Busca Gulosa Aleatória Adaptativa
PPET	Problema de planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão
AC	Corrente Alternada
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PL	Programação Linear
AHC	Algorítmo Heurístico Construtivo
VGS	Villasana-Garver-salon
MHL	Modelo Híbrido Linear
SA	Recozimento Simulado
AG	Algorítmos Genéticos
TS	Busca Tabu
RCL	Lista Restrita de Candidatos
VNS	Pesquisa de Vizinhança Variável
VND	Descida de Vizinhança Variável

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13

1.1 Motivação do Trabalho 14

1.2 Objetivos do Trabalho 15

1.3 Estrutura do Trabalho 15

2 O Problema de Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão 16

2.1 Modelagem Matemática 18

2.1.1 Modelo DC 19

2.1.2 Modelo de Transportes 22

2.1.3 Modelo Híbrido Linear 25

2.2 Uma Revisão Sobre o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão 28

3 Técnicas Usadas na Resolução do Problema do Planejamento 36

3.1 Métodos Exatos 37

3.1.1 Decomposição de *Benders* 37

3.1.2 *Branch and Bound* 37

3.2 Métodos Aproximados 39

3.2.1 O AHC de Garver 40

3.2.2 O AHC de Villasana-Garver-Salon 46

3.2.3 Metaheurísticas 49

4 A Metaheurística GRASP para o Problema da Expansão de Sistemas de Transmissão 52

4.1 GRASP para o Modelo de Transportes 54

4.1.1 Fase Construtiva 55

4.1.2 Fase de Pós-processamento de Busca Local 56

4.1.2.1 Retirada de Linhas de um Mesmo Grupo e Reotimização com AHC de Garver *56*

4.1.2.2 Uso de Estratégias de Vizinhança Tradicional *57*

4.2 GRASP para o Modelo DC 58

4.2.1 Fase Construtiva **58**

4.2.2 Fase de Busca Local do Modelo DC **59**

5 Testes e Resultados **60**

5.1 Sistema de Garver 6 Barras 60

5.1.1 Modelo de Transportes **62**

5.1.2 Modelo DC **62**

5.2 Sistema IEEE de 24 Barras 63

5.2.1 Modelo de Transportes **63**

5.2.2 Modelo DC **63**

5.3 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras 64

5.3.1 Modelo de Transportes **64**

5.3.2 Modelo DC **65**

5.4 Análise Crítica dos Resultados Encontrados 66

6 Conclusões **70**

REFERÊNCIAS **72**

APÊNDICE A - Dados dos Sistemas Testados **76**

APÊNDICE A.1 - Sistema de 6 Barras de Garver 76

APÊNDICE A.2 - Sistema IEEE de 24 Barras 77

APÊNDICE A.3 - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras 79

1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica é um requerimento humano primário no cotidiano. A utilização deste tipo de fonte de energia proporciona o uso de praticamente todos os tipos de equipamentos conhecidos, tornando óbvia a importância de gerar, transmitir e distribuir energia elétrica com qualidade e no menor custo possível.

É importante ressaltar que atualmente existem várias técnicas de geração de energia elétrica com o propósito de suprir uma demanda específica. No entanto, segundo literaturas especializadas, este procedimento nem sempre é trivial e investir em novas linhas de transmissão e/ou transformadores, com intuito de escoamento perfeito deste tipo de geração é fato igualmente importante, levando em conta que predominantemente os geradores com aproveitamento de recursos hidráulicos estão afastados dos centros consumidores.

Do ponto de vista comercial, a capacidade de transmissão e distribuição de energia elétrica planejada é um aspecto significante no processo decisivo de concorrência de mercado. Segundo Escobar (2008), o setor de energia elétrica possui segmentos que caracterizam monopólio natural e industrial, que requerem operação centralizada de serviços e outras especificidades como operações com níveis mais elevados de potência. Estes segmentos permitem a exploração de economias de escala e escopo, originando a necessidade de planejamento da expansão da rede de transmissão de energia elétrica.

O problema do planejamento de expansão de sistemas de transmissão busca otimizar sistemas de energia elétrica, ou seja, procura-se atender novos requisitos de carga a custos mínimos de investimentos numa demanda futura. Motivações indicativas para que o planejamento seja de demanda futura se deve a fatores como a dificuldade de construção de novas unidades de geração em locais próximos aos centros consumidores, atenuando-se ao alto custo econômico e demora em sua construção. Fatores como estes são requisitos suficientes para que pesquisadores estipulassem critérios na busca de solução do problema do planejamento visando um horizonte de longo prazo.

Sistematicamente, o problema de planejamento de sistemas de transmissão é um problema de otimização que segue parâmetros de etapas de modelagem matemática e de escolha de técnica para sua resolução. As elaborações de modelos matemáticos no problema do planejamento resultam em operações de caráter combinatório, o que torna estritamente complexa a sua solução, devido a um número elevado de possibilidades.

A eficiência da técnica de resolução do problema do planejamento está diretamente re-

lacionada à exatidão da modelagem matemática, porém, nem sempre a resolução do modelo matemático encontra uma solução do problema da vida real e, além disso, a técnica deve seguir as restrições de esforço computacional aceitáveis. Categoricamente, verifica-se a segmentação da técnica de solução em métodos exatos (analíticos ou de otimização clássica) e métodos aproximados (heurísticas e metaheurísticas), sendo que ambos devem seguir procedimentos de cálculos objetivando um plano de expansão otimizado para resolver o problema.

As técnicas de resolução para problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão visa determinar onde e que tipo de novos equipamentos devem ser instalados na configuração base (conhecida) do sistema de transmissão para suprir uma determinada demanda, observando um horizonte a longo prazo, levando em consideração os modelos matemáticos do problema. As restrições do estudo com percepção de ambiente a longo prazo para o problema do planejamento é parte essencial no processo de solução, já que compreende fases de inovações tecnológicas valoradas.

A solução deve ser ótima do ponto de vista técnico e econômico. O problema da expansão da transmissão pode ser formulado considerando na função objetivo, a minimização dos custos de investimento, a obtenção de certos níveis de confiabilidade, a minimização das perdas e a minimização da potência não fornecida aos consumidores (racionamento), entre outros aspectos. Também, o problema é chamado planejamento estático quando o plano de expansão encontrado considera um único horizonte, e planejamento multiestágio quando se tem em conta vários períodos de tempo dentro dos quais se devem fazer os reforços. Neste trabalho faz-se referência ao planejamento estático como ambiente alvo dos estudos.

1.1 Motivação do Trabalho

O contexto de mudanças no "*cenário*" do setor de energia, em toda a sua complexidade para geração, transmissão e distribuição, está vinculada em aspectos como restrição de investimentos, concorrência de mercado, crescimento de demanda, e etc., preconiza a necessidade de exploração de soluções otimizadas.

Diversas soluções já foram apresentadas em pesquisas e literaturas especializadas que demonstraram bons resultados em vastos "*cenários*". Entende-se que devido a complexidade em mensurar todas as possibilidades de exploração desses "*cenários*", o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão é um problema de natureza combinatória e assim, oportuniza a exploração de novas técnicas de soluções.

Além disso, a evolução computacional traz contribuições significativas para o auxílio de simulações de modelos que representam o problema do planejamento, proporcionando um auxílio no processo de operações, no surgimento de novas técnicas e contribuindo para a evolução das existentes.

1.2 Objetivos do Trabalho

Este trabalho tem por objetivo analisar resultados obtidos a partir de testes computacionais de simulação para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, utilizando a Metaheurística GRASP como técnica de solução. Para tanto, faz-se necessário apresentar o seguintes descrições como objetivos específicos:

- Caracterizar a modelagem matemática;
- Apresentar uma revisão bibliográfica sobre o problema;
- Descrever diversas técnicas de resolução, enfatizando a Metaheurística GRASP;
- Determinar a estratégia de uso da Metaheurística GRASP para o problema do planejamento em simulação computacional com o auxílio do compilador de código FORTRAN;
- Testar e apresentar os resultados obtidos.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado da forma descrita a seguir:

No capítulo 2 é feito uma apresentação descritiva da modelagem matemática e uma revisão sobre o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

No capítulo 3 apresentam-se diversos métodos usados na resolução do problema do planejamento.

No capítulo 4 apresenta-se o GRASP para o Modelo de Transportes e o Modelo DC para o problema do planejamento.

No capítulo 5 descrevem-se testes e resultados obtidos pela simulação computacional.

Finalmente, no capitulo 6, são apresentadas algumas considerações finais e perspectivas de trabalhos futuros.

2 O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

A dificuldade em construir usinas hidrelétricas perto de centros consumidores de energia elétrica e o custo econômico para provê-lo, são fortes requisitos para que pesquisadores de planejamento se aprofundem em estudos de técnicas para o empreendimento de soluções alternativas percebendo restrições ambientais e socioeconômicas para o atendimento de demandas do mercado. As soluções devem ser consideradas observando espaço de tempo que segundo literaturas especializadas, o de longo prazo é mais interessante para o problema de planejamento. Assim sendo, neste trabalho é especificado o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão em longo prazo (PPET), no espaço de tempo típico estimado de 10 anos futuros.

Considera-se que no sistema elétrico atual, já se tenha conhecimento da sua topologia corrente e que no PPET procura-se um planejamento otimizado tentando responder as questões *onde* e que *tipos* de elementos de transmissão precisam ser adicionados ou construídos para integrar a solução do sistema futuro. Nestas condições, quando o PPET tenta responder apenas essas duas questões, significa que é um **planejamento estático**, caso este em que o planejador não se interessa em saber *quando* o circuito deve ser instalado, mas sim encontrar uma topologia final otimizada para uma situação futura definida. Por outro lado, quando a estratégia de expansão ótima abrange todo um período de planejamento, dividido em vários estágios, então trata-se de um **planejamento multiestágio** em que segundo Taglialenha (2008), o modelo matemático deve conter restrições de tempo para considerar a expansão ao longo dos anos de tal forma que o valor presente dos custos ao longo do planejamento seja minimizado enquanto que as restrições impostas sejam atendidas. Neste trabalho é considerado o estudo sobre o planejamento estático e posteriormente pode ser estendido para o planejamento multiestágio.

Na prática, a resolução do PPET envolve duas etapas consecutivas: a modelagem matemática e a técnica de solução para resolver essa modelagem. Neste contexto, é possível especificar três modelos matemáticos ainda usados para a representação do PPET: O modelo DC, o modelo de transportes e o modelo híbrido.

Literaturas especializadas afirmam que o modelo ideal de representação matemática para o PPET deve atender integralmente as duas leis de Kirchhoff (somente o modelo DC contempla as duas leis), sendo que a primeira lei especifica que a soma dos fluxos de potência que entram numa barra deve ser igual à soma do fluxo de potência que saem dessa barra. Por outro lado, a segunda lei especifica que a queda de tensão de cada laço deve ser nula. O modelo de transporte e o modelo híbrido são modelos aproximados do modelo DC. Contudo, a resolução para o

modelo DC é de grande complexidade, pois se trata de um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM) apresentando características de explosão combinatória, que pertence ao grupo de problemas NP-completo, para os quais não são conhecidos algoritmos que contornem os problemas de esforço computacional e de convexidade (HASHIMOTO, 2005).

No processo de técnica de resolução dos modelos matemáticos, é possível encontrar várias técnicas de otimização as quais podem ser divididas em dois grupos: métodos exatos (analíticos ou de otimização clássica) e os métodos aproximados (heurísticas e metaheurísticas).

Os métodos exatos apresentam características de solucionar o problema do planejamento para sistemas de transmissão de pequeno e de médio porte, utilizando técnicas de decomposição matemática e técnicas de otimização com programação linear, programação dinâmica, programação não-linear e programação inteira mista, contudo apresenta problemas de convergência e grande esforço computacional.

Os métodos aproximados se subdividem em dois grupos: os algoritmos heurísticos construtivos e as metaheurísticas. Os algoritmos heurísticos construtivos buscam adicionar em cada passo um ou vários circuitos na configuração base, tornando esta, a configuração corrente mais atrativa identificada por um critério de sensibilidade, ou seja, a cada vez que houver uma iteração na configuração corrente, um indicador de sensibilidade irá adicionar um ou vários circuitos tornando a nova configuração como a nova configuração corrente até que este indicador informe que um critério de parada foi atingido. Este indicador de sensibilidade está de alguma maneira relacionada com a variação da função objetivo a alguma variação dos parâmetros do sistema, considerando como sistema a configuração corrente. O indicador de sensibilidade tem as seguintes características (ROMERO, 2000):

- Identifica os caminhos mais atrativos para realizar adição de circuitos;
- É um indicador de caráter local, isto é, identifica a melhor estratégia para a configuração corrente em contraposição de um indicador de caráter global que identificaria a melhor estratégia para identificar a melhor configuração;
- Como os indicadores locais nem sempre coincidem com os indicadores globais então os algoritmos heurísticos construtivos, frequentemente, não tem capacidade de encontrar as configurações ótimas globais de sistemas reais.

Em geral os algoritmos heurísticos construtivos fornecem uma solução de boa qualidade com pouco esforço computacional, porém não há garantia de solução ótima para sistemas reais de grande porte e não são capazes de oferecerem informações sobre a qualidade da solução obtida. A vantagem deste tipo de estratégia de solução é a simplicidade da implementação que em alguns casos existe a possibilidade do planejador transformar seu conhecimento em um programa (sistema especialista) fazendo associação de matemática e lógica para a verificação

da validade dos resultados. Segundo Romero (2000), os algoritmos heurísticos construtivos são importantes pelos seguintes motivos:

- Na primeira fase de pesquisas (décadas de 60 e 70) era a única maneira que existia para resolver problemas de planejamento de sistemas elétricos de grande porte;
- A maioria destes algoritmos são robustos e simples de entender, programar e usar;
- Os esforços computacionais destes algoritmos são muito pequenos;
- Muitas características e propriedades destes algoritmos podem ser usadas no desenvolvimento de algoritmos mais complexos como as metaheurísticas (*simulated annealing*, algoritmo genético, busca tabu, GRASP, etc.);
- Ainda hoje, esses algoritmos são os mais usados pelas empresas do setor elétrico.

O algoritmo heurístico de Garver é um dos mais importantes usados em planejamento de sistemas de transmissão que além de ter sido um dos primeiros a ser apresentado, contribuiu como base para pesquisas posteriores. Na seção 3.2.1 faz-se um detalhamento desse algoritmo, apresentando suas características e restrições.

Nas metaheurísticas, há a descrição de como deve ser explorado o espaço de busca sem se prender em soluções ótimas locais para um problema específico. Estes algoritmos coordenam heurísticas mais simples com uma busca local, com o propósito de encontrar soluções de melhor qualidade do que as obtidas utilizando as heurísticas isoladamente (TAGLIALENHA, 2008). Estas técnicas têm se mostrado mais efetivas em soluções de problemas complexos e de grande porte, porém apresentando a característica do fenômeno combinatório e elevado esforço computacional. Dentre as metaheurísticas destacam-se *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, Busca Tabu ("*Tabu Search*"), GRASP, entre outras. Neste trabalho é dada ênfase ao GRASP, com estudos detalhados nos capítulos 4 e 5.

2.1 Modelagem Matemática

A formulação de modelos matemáticos em sistemas de transmissão de energia elétrica deve assumir uma representatividade adequada de conjuntos de variáveis relacionadas ao problema da vida real. Essa modelagem deve assumir a possibilidade de apresentar uma solução técnica com esforço computacional aceitável, observando aspectos de comprometimento para obter soluções de problemas da vida real.

Especificamente no problema do planejamento, deseja-se encontrar um modelo matemático para representar a topologia corrente do sistema, cuja perspectiva é encontrar um plano de

expansão otimizado, tentando identificar onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para adequar a capacidade do sistema ao crescimento de uma demanda futura. De maneira geral, o PPET consiste em fazer escolhas de circuitos candidatos dentro de um conjunto predefinido, incorporando-os ao sistema de modo que minimize custos de investimentos e operabilidade no plano de geração de energia elétrica em uma perspectiva de vários anos futuros.

O modelo matemático mais indicado para a representação do problema seria por meio de relações matemáticas de fluxo de carga AC (*Alternating Current*), tipicamente utilizadas em análise da operação do sistema elétrico. Contudo esta modelagem mostra-se inviável, pois sua aplicação ainda está restrita a fases iniciais de pesquisa em desenvolvimento. Contudo, testes experimentais exaustivos mostraram que os resultados obtidos com o modelo DC (*Direct Current*) apresentam soluções muito próximas ao modelo AC no que diz respeito à distribuição de fluxos de potência ativa e existem várias técnicas de solução que resolvem de maneira adequada os problemas do modelo DC (ROMERO, 2000). O modelo DC leva em conta as duas leis de Kirchhoff apenas para o balanço de fluxo de potência ativa, caso este que resulta em um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM), de elevado nível de complexidade para sistemas de grande porte.

Além do modelo DC, outros modelos ainda são usados em problemas de planejamento como, por exemplo, o modelo de transportes e o modelo híbrido, que são versões relaxadas do modelo DC, este considerado o modelo ideal. O modelo DC, modelo de Transportes e o modelo Híbrido são discutidos nas próximos subseções.

2.1.1 Modelo DC

No modelo DC, considerado como o modelo mais indicado para o PPET, o sistema elétrico deve satisfazer as duas leis de Kirchhoff, isto é, todas as barras do sistema devem satisfazer a primeira lei de Kirchhoff e todos os laços existentes devem satisfazer a segunda lei de Kirchhoff. A primeira lei de Kirchhoff especifica que o somatório dos fluxos de potência que entram em uma barra do sistema deve ser igual ao somatório do fluxo que saem dessa barra. A segunda lei de Kirchhoff especifica que a queda de tensão de cada laço deve ser nula. Assim sendo, o modelo DC é o seguinte:

$$min \quad v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{1}$$

s.a.

$$S f + g = d \tag{2}$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n^o_{ij} + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \tag{3}$$

$$|f_{ij}| \leq (n^o_{ij} + n_{ij})\overline{f}_{ij} \tag{4}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{5}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \tag{6}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro, } f_{ij} \text{ irrestrito, } \theta_j \text{ irrestrito} \tag{7}$$

$$\forall (i,j) \in \Omega \tag{8}$$

O modelo DC assume a forma apresentada em (1)-(8), sendo:

v: Investimento devido às adições de circuitos.

c_{ij}: Custo de um circuito que pode ser adicionado no caminho ij.

n_{ij}: Número de circuitos adicionadas no processo de otimização ij.

n_{ij}^0: Número de circuitos existentes na topologia base.

$\overline{n}_{ij}$: Número máximo de circuitos adicionados no caminho ij.

γ_{ij}: Susceptância de um circuito no caminho ij.

f: Vetor de fluxos com elementos f_{ij} (o fluxo de potência total através dos circuitos no caminho ij).

$\overline{f}_{ij}$: Capacidade de transmissão de um circuito no caminho ij.

g: Vetor de geração com elementos g_k (geração na barra k).

$\overline{g}$: Vetor de geração máxima.

S: Matriz de incidência nó-ramo transposta, do sistema elétrico.

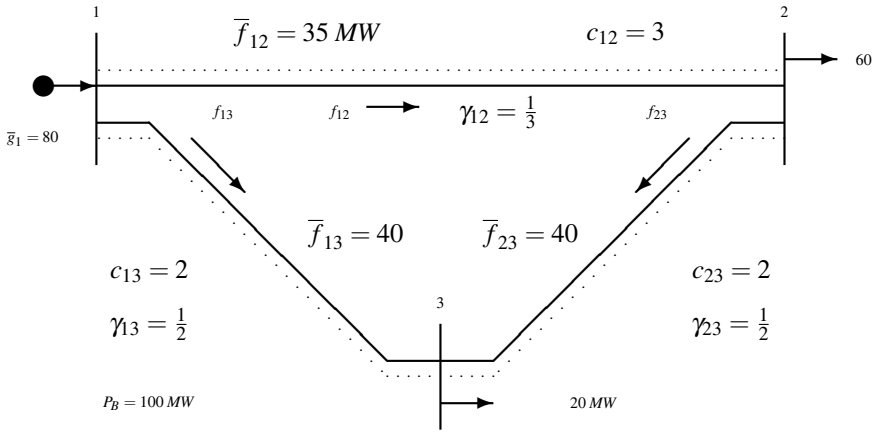
θ_i: Ângulos de tensão na barra i.

Ω: Representa o conjunto de caminhos em que é possível adicionar circuitos.

O conjunto de restrições (2) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para cada barra do sistema, e as restrições (3) representam as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff. As restrições (4) representam as restrições de capacidade de transmissão dos circuitos (linhas e/ou transformadores) e o valor absoluto é necessário, pois os fluxos de potência podem fluir nos dois sentidos. As restrições (5) e (6) são triviais e representam apenas restrições de limite de geração e de circuitos adicionados em cada caminho candidato ij. Finalmente, as variáveis f_{ij} e θ_i são irrestritas em valores e as variáveis n_{ij} devem ser inteiras, representando a maior fonte de complexidade do problema.

A presença de todas as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff no modelo DC transforma este modelo num problema não linear inteiro misto e produzem um alto nível de complexidade no processo de solução. Segue abaixo um exemplo de sistema de 3 barras com modelo DC:

Figura 1 - Sistema inical de 3 barras.



Fonte: Romero (2000)

Observando a Figura 1, têm-se os seguintes dados:

Custo dos circuitos: $c_{12} = 3$, $c_{13} = 2$ e $c_{23} = 2$ US$

Susceptâncias: $\gamma_{12} = \frac{1}{3}$, $\gamma_{13} = \frac{1}{2}$ e $\gamma_{23} = \frac{1}{2}$ (p.u. para uma base de 100 MW).

Geração máxima e carga: $\overline{g} = 80\ MW$, $d_2 = 60\ MW$ e $d_3 = 20$ MW.

Fluxo máximo por linha: $\overline{f}_{12} = 35\ MW$, $\overline{f}_{13} = 40\ MW$ e $\overline{f}_{23} = 40$ MW.

Número máximo de adições permitida por caminho: $\overline{n}_{12} = \overline{n}_{13} = \overline{n}_{23} = 2$.

Inicialmente deve-se escolher um sentido para os fluxos f_{ij}. Embora esta escolha seja arbitrária, em todos os exemplos apresentados neste trabalho os sentidos dos fluxos, em cada caminho, é escolhido no sentido da barra de numeração menor para a barra de numeração maior como é mostrado na Figura 1.

As equações correspondentes a primeira lei de Kirchhoff aplicadas para cada barra, considerando positivo o fluxo que entra na barra, produz as seguintes equações:

1. Equações da primeira lei de Kirchhoff:

   Barra 1: $-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$

   Barra 2: $f_{12} - f_{23} = 0,60$

   Barra 3: $f_{13} + f_{23} = 0,20$

2. Equações da segunda lei de Kirchhoff:

   Circuito 1-2: $f_{12} = \frac{1}{3}(1 + n_{12})(\theta_1 - \theta_2)$

Circuito 1-3: $f_{13} = \frac{1}{2}(1+n_{13})(\theta_1 - \theta_3)$

Circuito 2-3: $f_{23} = \frac{1}{2}(1+n_{23})(\theta_2 - \theta_3)$

3. Restrições correspondentes aos limites de fluxos:

Circuito 1-2: $|f_{12}| \leq 0,35(1+n_{12})$

Circuito 1-3: $|f_{13}| \leq 0,40(1+n_{13})$

Circuito 2-3: $|f_{23}| \leq 0,40(1+n_{23})$

As outras restrições são triviais e assim, para o exemplo de Figura 1, a modelagem matemática do modelo DC assume a seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
min\ v \quad &= \quad 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \\
\text{s.a.} \quad & \\
& -f_{12} - f_{13} \qquad + g_1 = 0 \\
& \ f_{12} \qquad - f_{23} \qquad = 0,60 \\
& \qquad f_{13} \quad + f_{23} \qquad = 0,20 \\
& f_{12} = \frac{1}{3}(1+n_{12})(\theta_1 - \theta_2) \\
& f_{13} = \frac{1}{2}(1+n_{13})(\theta_1 - \theta_3) \\
& f_{23} = \frac{1}{2}(1+n_{23})(\theta_2 - \theta_3) \\
& |f_{12}| \leq 0,35(1+n_{12}) \\
& |f_{13}| \leq 0,40(1+n_{13}) \\
& |f_{23}| \leq 0,40(1+n_{23}) \\
& 0 \leq g_1 \leq 0,80 \\
& n_{12},\ n_{13}\ e\ n_{23} \in \{0,1,2\} \\
& f_{12},\ f_{13},\ e\ f_{23}\ \text{ irrestritos} \\
& \theta_1,\ \theta_2,\ e\ \theta_3\ \text{ irrestritos}
\end{aligned}
$$

As incógnitas no problema são: v, n_{12}, n_{13}, n_{23}, f_{12}, f_{13}, f_{23}, θ_1, θ_2, θ_3 e g_1.

2.1.2 Modelo de Transportes

No modelo de Transportes leva-se em consideração apenas a primeira lei de Kirchhoff, que especifica que a soma dos fluxos da potência que entram numa barra deve ser igual ao fluxo que saem dessa barra. Neste caso, considera-se este modelo como um modelo simplificado em

relação ao Modelo DC (que atende as duas leis de Kirchhoff), resultando num problema de programação linear inteiro misto (PLIM). Este modelo matemático proposto por Garver foi o primeiro a ser utilizado em planejamento de sistemas de transmissão que apesar de ser linear, suas soluções podem apresentar resultados aproximados ou menos adequados para o problema real. Observando as restrições anteriores, formula-se o modelo de transportes para o PPET da seguinte maneira:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{9}$$

s.a.

$$S f + g = d \tag{10}$$

$$|f_{ij}| \leq (n^o_{ij} + n_{ij}) \overline{f}_{ij} \tag{11}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{12}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \tag{13}$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \tag{14}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \tag{15}$$

$$(i,j) \in \Omega \tag{16}$$

O modelo de transportes assume a forma apresentada em (9)-(16), sendo:

v: Investimento devido às adições de circuitos.

c_{ij}: Custo de um circuito que pode ser adicionado no caminho ij.

n_{ij}: Número de circuitos adicionadas no processo de otimização.

n^0_{ij}: Número de circuitos existentes na topologia base.

$\overline{n}_{ij}$: Número máximo de circuitos adicionados no caminho ij.

f: Vetor de fluxos com elementos f_{ij} (o fluxo de potência total através dos circuitos no caminho ij).

$\overline{f}_{ij}$: Capacidade de transmissão de um circuito no caminho ij.

g: Vetor de geração com elementos g_k (geração na barra k).

$\overline{g}$: Vetor de geração máxima.

S: Matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema elétrico.

Ω: Representa o conjunto de caminhos em que é possível adicionar circuitos.

O conjunto de restrições (10) representam primeira lei de Kirchhoff. O que se observa é que

os parâmetros e incógnitas são os mesmos do modelo de DC, porém eliminando as restrições da segunda lei de Kirchhoff.

Pesquisas sobre o problema (9)-(16) demonstram ser um problema de programação linear inteiro misto (PLIM), e que a solução ótima desse problema não é trivial principalmente para sistemas elétricos de grande porte. Porém, caso fossem permitidas adicionar frações de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), isto é, se fosse permitido que os n_{ij} assumissem valores reais, a solução do sistema se tornaria facilitada pois se transformaria em um problema de programação linear (PL), mesmo para sistemas de grande porte. Romero (2000) afirma que a vantagem do modelo de transportes é que praticamente não existe diferença entre resolver problemas de sistemas conexos e altamente ilhados, e a característica da linearidade facilita o processo de resolução. A desvantagem principal é que a solução apresentada pelo modelo de transportes pode estar distante da solução correspondente ao modelo DC, considerado como modelo mais indicado. O exemplo a seguir mostra uma representação deste sistema para o modelo de transportes levando em consideração os dados da Figura 1 apresentando o sistema de 3 barras.

1. Equações da primeira lei de Kirchhoff:

   Barra 1: $-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$

   Barra 2: $f_{12} - f_{23} = 0,60$

   Barra 3: $f_{13} + f_{23} = 0,20$

2. Restrições correspondentes aos limites de fluxos:

   Circuito 1-2: $|f_{12}| \leq 0,35(1 + n_{12})$

   Circuito 1-3: $|f_{13}| \leq 0,40(1 + n_{13})$

   Circuito 2-3: $|f_{23}| \leq 0,40(1 + n_{23})$

3. O parâmetro sobre capacidade de geração produz a seguinte restrição:

   Barra de geração 1: $0 \leq g_1 \leq 0,80$

4. Os parâmetros sobre o número máximo de adições permitidas em cada caminho candidato produzem as seguintes restrições:

   Caminho 1-2: $0 \leq n_{12} \leq 2$

   Caminho 1-3: $0 \leq n_{13} \leq 2$

   Caminho 2-3: $0 \leq n_{23} \leq 2$

A função objetivo assume a seguinte forma: $min\ v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23}$. Assim, para o exemplo da Figura 1, o modelo matemático pode ser escrito como:

$$
\begin{aligned}
min\ v \quad &= \quad 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \\
\text{s.a.} \quad & \\
& -f_{12} - f_{13} \qquad + g_1 = 0 \\
& \ f_{12} \qquad - f_{23} \qquad = 0,60 \\
& \qquad f_{13} + f_{23} \qquad = 0,20 \\
& |f_{12}| \leq 0,35(1 + n_{12}) \\
& |f_{13}| \leq 0,40(1 + n_{13}) \\
& |f_{23}| \leq 0,40(1 + n_{23}) \\
& 0 \leq g_1 \leq 0,80 \\
& n_{12},\ n_{13}\ e\ n_{23} \in \{0,1,2\} \\
& f_{12},\ f_{13},\ e\ f_{23}\ \text{irrestritos}
\end{aligned}
$$

As incógnitas no problema são: v, n_{12}, n_{13}, n_{23}, f_{12}, f_{13}, f_{23}, e g_1.

2.1.3 Modelo Híbrido Linear

Outro modelo considerado no problema do planejamento é o modelo Híbrido, que combina características dos modelos DC e transportes. Esta modelagem introduzida por Villasana,Garver e Salon (1985), especifica que ao considerar um sistema da configuração base, todos os circuitos neste tipo devem satisfazer as duas leis de Kirchhoff e que ao adicionar novos circuitos, estes devem satisfazer exclusivamente a primeira lei de Kirchhoff.

A ideia de utilizar o modelo híbrido no problema de planejamento de sistemas de transmissão é para contornar alguns problemas que apresentavam os modelos de transportes e DC. O modelo de transportes é preferido por sua natureza linear, pois para esse tipo de problema existem algoritmos relativamente eficientes, inclusive com provas de otimalidade. Mas, em contrapartida, as soluções encontradas podem ficar muito afastadas da solução ótima do modelo DC. Por outro lado, o modelo DC pode apresentar sérios problemas devido a sua natureza não-linear. Assim, o modelo híbrido permite encontrar soluções mais próximas da solução ótima do modelo DC e com a vantagem de trabalhar com técnicas de otimização para problemas lineares. A versão do modelo híbrido linear, que está sendo apresentada e as diferentes variantes que aparecem na literatura especializada são utilizadas apenas para auxiliar no processo de resolução do modelo DC em algoritmos de planejamento de sistemas de transmissão (ROMERO; MONTICELLI, 1994a; VILLASANA; GARVER; SALON, 1985). Observando as devidas restrições, o modelo híbrido pode ser formulado da seguinte maneira:

$$min\ v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{17}$$

s.a.

$$S\,f + S^0\,f^0 + g = d \tag{18}$$

$$f^0_{ij} - \gamma_{ij}(n^o_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0, \forall (i,j) \in \Omega_0 \tag{19}$$

$$|f^0_{ij}| \leq n^o_{ij}\overline{f}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega_0 \tag{20}$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij}\overline{f}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega \tag{21}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{22}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \tag{23}$$

$$f^0_{ij} \text{ irrestritos } \forall (i,j)\ \in \Omega_0 \tag{24}$$

$$f_{ij}\ e\ \theta_j \text{ irrestritos } \forall (i,j)\ \in \Omega \tag{25}$$

O modelo híbrido linear assume a forma apresentada em (17)-(25) como um problema de programação linear inteiro misto em que os fluxos estão separados em dois grupos (fluxos em circuitos existentes na topologia base f^0_{ij}, e os fluxos nos circuitos que não estão presentes na topologia base, f_{ij}). O mesmo acontece com os circuitos adicionados: n^0_{ij}, n_{ij}, que representa respectivamente, o número de circuitos presentes no caminho ij na configuração base e os circuitos que podem ser adicionados no processo de otimização. Também, Ω_0 representa o conjunto dos circuitos presentes na configuração base e Ω representa o conjunto dos circuitos que podem ser adicionados. S^0 é a matriz de incidência nó-ramo dos circuitos existentes na topologia base. As demais variáveis são como em (1)-(8) no modelo DC.

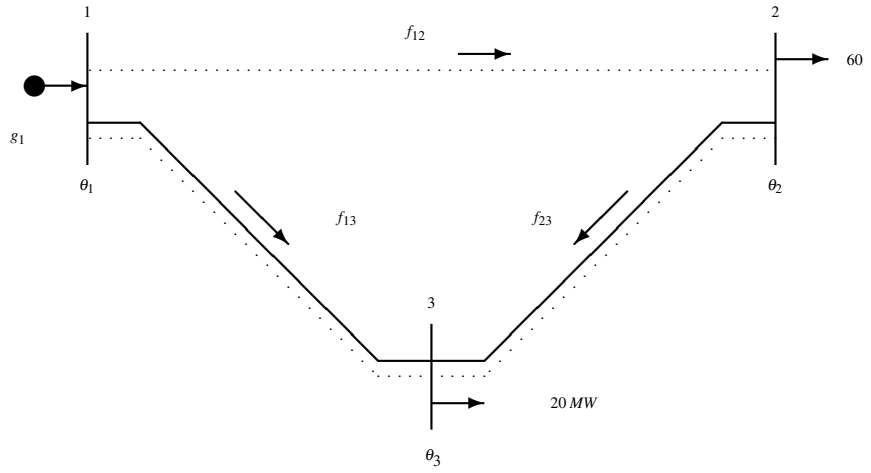
As restrições (18) representam a primeira lei de Kirchhoff e o conjunto de restrições (19) representam as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff, com uma equação para cada caminho que apresenta pelo menos um circuito na configuração base. Este último conjunto de equações representa a diferença entre os três modelos matemáticos que estão sendo apresentados. No modelo de transportes, o conjunto de equações $f^0_{ij} - \gamma_{ij}(n^o_{ij} + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)$, simplesmente não aparece. Já no modelo híbrido aparece somente uma parcela dessas equações constituídas pelos circuitos existentes na configuração base e, finalmente, no modelo DC aparecem todas as equações desse tipo, uma para cada caminho existente e/ou novos caminhos candidatos à adição de circuitos.

Segue abaixo um exemplo do sistema de 3 barras com modelo híbrido linear considerando dois circuitos na configuração base, conforme mostra a Figura 2:

1. Equações da primeira lei de Kirchhoff:

   Barra 1: $-f^0_{13} - f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$

Figura 2 - Sistema de 3 barras com 2 circuitos na configuração base.



Fonte: Romero (2000)

Barra 2: $-f_{23}^0 + f_{12} - f_{23} = 0,60$

Barra 3: $-f_{13}^0 + f_{23}^0 + f_{13} + f_{23} = 0,20$

2. Equações da segunda lei Kirchhoff:

   Circuito 1-3: $f_{13}^0 = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_3)$

   Circuito 2-3: $f_{23}^0 = \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_3)$

3. Desigualdades correspondentes aos limites de fluxos para circuitos da configuração base:

   Circuito 1-2: $|f_{13}^0| \leq 0,40$

   Circuito 2-3: $|f_{23}^0| \leq 0,40$

4. Desigualdades correspondentes aos limites de fluxos para circuitos fora da configuração base:

   Circuito 1-2: $|f_{12}| \leq 0,35\, n_{12}$

   Circuito 1-3: $|f_{13}| \leq 0,40\, n_{13}$

   Circuito 2-3: $|f_{23}| \leq 0,40\, n_{23}$

As outras restrições são triviais e assim, para o exemplo da Figura 2, e utilizando a formulação (17)-(25), a modelagem matemática do modelo híbrido assume a seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
min\ v \quad &= \quad 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \\
\text{s.a.} \quad & \\
& -f^0_{13} \qquad - f_{12} - f_{13} \qquad + g_1 = 0 \\
& \qquad -f^0_{23} + f_{12} \qquad - f_{23} \qquad = 0,60 \\
& f^0_{13} + f^0_{23} \qquad + f_{13} + f_{23} \qquad = 0,20 \\
& f^0_{13} = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_3) \\
& f^0_{23} = \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_3) \\
& |f^0_{13}| \leq 0,40 \\
& |f^0_{23}| \leq 0,40 \\
& |f_{12}| \leq 0,35\ n_{12} \\
& |f_{13}| \leq 0,40\ n_{13} \\
& |f_{23}| \leq 0,40\ n_{23} \\
& 0 \leq g_1 \leq 0,80 \\
& n_{12},\ n_{13}\ e\ n_{23} \in \{0,1,2\} \\
& f^0_{13},\ f^0_{23},\ f_{12},\ f_{13}\ \text{irrestritos} \\
& \theta_1,\ \theta_2,\ e\ \theta_3\ \text{irrestritos}
\end{aligned}
$$

As incógnitas no problema sao: v, n_{12}, n_{13}, n_{23}, f_{12}, f_{13}, f_{23}, θ_1, θ_2, θ_3 e g_1.

2.2 Uma Revisão Sobre o Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão

Ao se fazer uma análise sobre o problema do planejamento da expansão de sistemas de transmissão verifica-se a existência de vários modelos matemáticos tradicionais e técnicas para a resolução do problema, observando a restrição da minimização de custos de investimento.

A procedência nos trabalhos iniciais em problema do planejamento tinha como respaldo apenas usar ferramentas de análise como os utilizados em cálculo de fluxo de potência, estudos de estabilidade, curto-circuito, etc. Segundo Latorre (2003), o planejador do sistema de energia elétrica era o responsável por determinar onde instalar novos equipamentos para suprir as novas cargas do sistema, resultando em uma configuração que deveria ser analisada através dos modelos mencionados anteriormente, e que devido ao crescimento dimensional das redes de transmissão, este tipo de procedimento se tornou inoportuno.

Pesquisas na área de planejamento de sistemas de transmissão experimentaram uma expansão e apareceram novos desenvolvimentos de modelos e técnicas de solução. Muitos artigos e

relatos sobre novos modelos foram publicados na literatura especializada devido principalmente a melhoria das ferramentas tecnológicas disponíveis, novos algoritmos de otimização, e o maior nível de incerteza introduzido pela expansividade do setor de energia.

O trabalho pioneiro Knight (1960) teve o mérito de propor a distinção entre os métodos de análise e métodos matemáticos de projeto (síntese) de sistemas de transmissão de energia elétrica.

Um dos primeiros trabalhos propostos para a solução deste problema foi o de Garver (1970) que formulou o problema considerando apenas a Primeira Lei de Kirchhoff e resolveu este modelo matemático usando um Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) que em cada passo era escolhido o circuito mais interessante para ser incorporado ao sistema identificado após resolver um problema de programação linear.

Kaltenbatch, Peshon e Gehrig, também no ano de 1970, propuseram combinar programação linear com programação dinâmica. Programação linear era usada para encontrar o mínimo incremento da capacidade da rede para atender às variações de demanda e geração nas barras do sistema. Após essa etapa, era utilizada programação dinâmica para achar a melhor sequência de investimentos (contínuos) para o período de planejamento. Este trabalho é pioneiro para problemas de planejamento de expansão de redes de transmissão considerando múltiplos estágios.

Um algoritmo *puro* de programação dinâmica proposto por Dusonchet e El-Abiad (1973) parecia contornar as dificuldades em obter a solução ótima dos trabalhos anteriores. Contudo, devido aos altos recursos computacionais requeridos, resultado do formalismo da programação dinâmica, simplificações ou relaxações de importantes restrições eram necessárias em aplicações práticas.

Tendo em vista as desvantagens da programação dinâmica, Gonzaga (1973), propôs um algoritmo de busca em grafos. Este algoritmo, uma versão de algoritmo dual, procura encontrar um caminho de custo mínimo em grafos de expansão utilizando heurísticas para reduzir o número de alternativas a serem analisadas. Com base em tal algoritmo, foi implementado um programa computacional chamado *Tania*, que foi muito utilizado na solução de problemas de planejamento da expansão de redes com sistemas Brasileiros.

O conceito de rede adjunta combinada com o modelo de fluxo linearizado foi a proposta apresentada por Fischl e Puntel (1973). Este trabalho procurava pela variação contínua das susceptâncias dos circuitos que minimiza o custo de reforços na rede de transmissão. Posteriormente, um procedimento heurístico chamado método do vizinho mais próximo seria utilizado para obter os valores discretos das susceptâncias dos circuitos.

A primeira proposta de algoritmos do tipo *Branch and Bound* para este problema apareceu no trabalho de Lee, Hocks e Hnylicza (1974). Contudo, assim como nos métodos de programação dinâmica, a utilização de algoritmos combinatórios tipo *Branch and Bound* fica restrita

a aplicações a sistemas de pequeno porte face aos recursos computacionais exigidos.

O uso de análise de sensibilidade no problema de planejamento de sistemas de transmissão foi inicialmente proposto no trabalho de Champs, Vankelecom e Amoulle (1979). Eles utilizaram análise de sensibilidade em relação às susceptâncias a partir de um problema de programação linear cujas restrições são as equações do modelo de fluxo de carga linearizado em conjunto com limites de transporte nos circuitos e de capacidade nos geradores. O objetivo do problema era obter o mínimo corte de carga necessário para eliminar todas as violações operacionais na rede elétrica. O uso de análise de sensibilidade também foi proposto por Pereira et al. (1987).

Monticelli et al. (1985) propuseram o uso de ferramentas interativas para o planejamento da transmissão. Para ordenar as possibilidades de adições era utilizado o índice de *Mínimo Esforço*, que consiste de uma análise de sensibilidade em relação às susceptâncias dos circuitos em um problema de otimização correlato cujo resultado é idêntico ao modelo de fluxo de carga linearizado.

Bennon e Juves (1982) utilizaram análise de sensibilidade com relação às susceptâncias dos circuitos em conjunto com o modelo linearizado de fluxo de potência, com o objetivo de determinar o caminho mais efetivo para a minimização de um índice de desempenho do sistema.

Villassana(1984) e Villasana, Garver e Salon (1985), apresentam duas diferentes metodologias para serem aplicadas ao planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Estas propostas consistiam de um aperfeiçoamento do trabalho feito por Garver (1970), que propôs o modelo de transportes, representando uma técnica fundamental na pesquisa em planejamento da expansão de sistemas de transmissão, pois naquela época era a única forma disponível de otimizar este problema. Esse modelo relaxado, diferente dos usados em análise de operação, foi chamado de modelo de síntese de sistemas de transmissão. O modelo de transportes, assim como todo modelo de síntese, faz apenas o planejamento considerando o fluxo de potência ativa. Portanto, resolve apenas o problema de capacidade de transmissão. O problema de planejamento de reativos era resolvido na fase seguinte. Na tentativa de aperfeiçoar estas propostas e diminuir a complexidade do problema, Villasana determinou soluções viáveis para o modelo DC resolvendo modelos híbridos lineares, em que apenas os circuitos existentes na configuração corrente devem, obrigatoriamente, satisfazer as duas leis de Kirchhoff.

Em contraste, o modelo híbrido não-linear é um problema de programação não-linear inteiro misto (PNLIM) de complexidade muito parecida com a d modelo DC. Esse modelo foi pouco usado por pesquisadores em planejamento de sistemas de transmissão porque devem ser utilizadas as mesmas técnicas utilizadas para o modelo DC e, portanto, pode ser preferível trabalhar diretamente com o modelo DC, considerado ideal. Mesmo assim, o modelo híbrido não-linear deve ser mais fácil de resolver que o modelo DC.

O uso de esquemas de decomposição para este problema teve início com o trabalho de Pereira (1985). Neste trabalho, um esquema de decomposição de *Benders* foi aplicado para decompor o problema global de planejamento de redes em dois subproblemas: um de investimento, que tem por objetivo propor um plano de expansão; e outro de operação, que deve analisar o plano proposto e expressar as restrições operacionais em termos das variáveis de investimentos através de restrições lineares chamadas de cortes de *Benders*. Esta nova restrição deve ser adicionada ao subproblema de investimento e novas iterações de *Benders* são repetidas até a obtenção da convergência. O modelo adotado para formular o problema de planejamento da expansão de redes de transmissão é não-linear e não-convexo, o que pode trazer sérias dificuldades para métodos de cortes como o algoritmo de decomposição de *Benders*. A aplicação de métodos de planos cortantes a um problema não-linear e não-convexo pode não ser bem sucedida pois os cortes produzidos podem excluir partes da região de viabilidade do problema, inclusive a região que contém a solução ótima.

Com o objetivo de contornar esta deficiência do método de decomposição de *Benders*, em relação ao modelo não-linear e não-convexo, foi proposto na tese de doutorado de Romero (1993), aparecendo também no trabalho de Romero e Monticelli (1994a), uma metodologia de decomposição hierárquica composta por três fases distintas. Na primeira fase o problema de planejamento deve ser resolvido por decomposição de *Benders* considerando somente o modelo de transporte para o subproblema de operação. Além disso, a integralidade das variáveis de investimento deveriam ser relaxadas. Na segunda fase o modelo do subproblema de operação deve ser trocado por um modelo Híbrido (mais apurado) que consiste do modelo de fluxo de potência linearizado para os circuitos existentes e um modelo de transporte para computar o fluxo nos circuitos planejados. Finalmente, na terceira fase deste trabalho, o modelo de fluxo de carga linearizado era utilizado para o cálculo do fluxo de carga em todos os circuitos da rede de transmissão. O subproblema de investimento considera as variáveis de investimento discretas e utiliza um algoritmo especializado de enumeração implícita (ROMERO, 1993; ROMERO; MONTICELLI, 1994b).

Pinto e Nunes (1990) usaram o esquema de decomposição de *Benders* combinado com um algoritmo de enumeração implícita. Com o objetivo de reduzir o esforço computacional, que pode ser muito grande, eles utilizaram duas técnicas para redução do espaço de busca do problema: redução por inviabilidade e por custo.

Outro método de decomposição proposto para o problema de planejamento, foi o apresentado por Levi e Calovic (1991) que dividiram o problema de planejamento em dois problemas menores, um tratando somente com questões de investimento e outro considerando somente problemas relacionados à operação. O problema de investimento foi especificado como um problema de fluxo de custo mínimo em rede. Este problema era decomposto novamente em dois subproblemas, o primeiro para computar o fluxo inicial que utiliza um algoritmo de pro-

gramação linear para calcular o mínimo corte de carga. O segundo subproblema utilizava o modelo de rede marginal para obter a solução do modelo de fluxo de carga "sobrecarregado".

Latorre-Bayona e Péres (1994) propuseram uma metodologia heurística que utiliza a vantagem da decomposição natural do problema em subproblemas de operação e investimento. O subproblema de investimento era resolvido utilizando-se um procedimento heurístico de busca em árvore iniciada a partir de uma solução viável obtida por outros modelos. As variáveis de investimento (ramos da árvore de busca) poderiam ser classificadas de três maneiras: as variáveis questionáveis (circuitos incluídos na solução viável inicial, mas que o usuário pensa não pertencer ao plano ótimo), as variáveis atrativas (circuitos que o usuário pensa pertencer ao planejamento ótimo) e as variáveis congeladas (circuitos que não serão testados no processo de busca). Esta classificação das variáveis já consiste de um critério de truncamento utilizado por este trabalho com o objetivo de redução do tempo computacional. Os outros critérios utilizados eram limites na profundidade e na largura do processo de busca na árvore, limite no número de resoluções do subproblema de operação e limite no número de "passos errados"do processo de busca na árvore.

Binato e Oliveira (1995) propuseram um método de busca, *backward/forward* para o problema de planejamento de expansão de redes de transmissão multiestágio. Neste método são definidos passos para uma análise de planejamento a dois estágios: o passo *backward*, que consiste de um planejamento retornando no tempo buscando antecipações de circuitos já definidos para os anos seguintes e o passo *forward*, que faz uma análise no sentido correto do tempo. Utilizando de uma maneira organizada estes dois passos, o método explora a região de viabilidade do problema em busca de economias de escala quando são considerados vários estágios durante o horizonte de planejamento.

Também Oliveira, Costa e Binato (1995) utilizaram um esquema de decomposição hierárquica, mas composto por duas fases ao invés de três fases como no trabalho de Romero. A primeira fase, da mesma forma que no trabalho de Romero, considera somente o modelo de transporte, porém não relaxa a integralidade das variáveis de investimento, enquanto que a segunda fase é igual à terceira do trabalho de Romero. A maior diferença entre estes dois trabalhos não vem da decomposição hierárquica utilizada e sim da maneira como o subproblema de investimento era solucionado. Enquanto que o trabalho anterior resolvia o subproblema de investimento até obter a solução ótima utilizando um algoritmo de enumeração implícita especializado, neste trabalho, utiliza-se um algoritmo de *Branch and Bound* com o objetivo de achar somente a primeira solução viável. Com isso, é possível se obter considerável redução do esforço computacional.

Na tese de doutorado de Binato (2000), foi proposta uma aplicação computacional utilizando decomposição de *Benders* que assegura que a solução ótima, obtida pelo método de decomposição, é o plano ótimo de expansão da rede de transmissão. Isso está diretamente rela-

cionado com a utilização do modelo linear (0-1) disjuntivo que pode ser aplicado a problemas testes com sistemas reais devido à obtenção de valores mínimos para a constante disjuntiva. Uma nova heurística para determinar a convergência do problema mestre da decomposição de *Benders* resultou também em grandes economias em termos de tempo computacional gasto. Entretanto, muitas vezes, o número elevado de candidatos de um caso de planejamento da expansão impede a aplicação com sucesso de técnicas de decomposição. Portanto, é necessário o desenvolvimento de técnicas heurísticas que sejam capazes de prover 'boas' soluções para o problema.

Na década de 90 apareceram novos algoritmos heurísticos e metaheurísticos, diferentes dos algoritmos tradicionais, geralmente mais eficientes e com uma grande variedade de tempo de processamento que pode ser calibrado para cada tipo de aplicação. Pertence a esse tipo de algoritmos técnicas de otimização como algoritmos genéticos e evolutivos em geral, *tabu search*, GRASP, *particle swarm*, *ant colony*, etc.

As metaheurísticas apresentam a grande vantagem de que a forma de resolver um problema varia muito pouco quando se muda a modelagem matemática do problema. Assim, por exemplo, em planejamento de sistemas de transmissão, a forma usada para resolver os modelos de transporte, híbridos e o modelo DC é praticamente a mesma. Em cada caso, deve-se resolver apenas um PL sob diferentes formas. Por esse motivo, todas as aplicações de metaheurísticas em planejamento de sistemas de transmissão foram aplicadas diretamente no modelo DC. As principais aplicações de metaheurísticas no problema de planejamento são apresentadas por Romero, Gallego e Monticelli (1996), Gallego et al. (1997), Gallego, Monticelli e Romero (1998a, 1998b, 2000), Silva, Gil e Areiza (2000) e, Silva et al. (2001).

Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) foi aplicado por Romero, Gallego e Monticelli (1996) e posteriormente foi paralelizado por Gallego et al. (1997). A qualidade dos resultados publicados nestes dois artigos mostraram que tais métodos têm um excelente potencial para a solução deste problema.

As pesquisas apresentadas, utilizando metaheurísticas, indicam que, no momento, esses tipos de algoritmos são os mais competitivos para encontrar soluções de excelente qualidade de sistemas complexos. As metaheurísticas apresentam a vantagem de que são relativamente fáceis de implementar e, geralmente, apresentam excelente desempenho para todos os tipos de sistemas elétricos. Apresentam a grande desvantagem de que geralmente requerem tempos de processamento elevados para encontrar soluções de excelente qualidade. No entanto, deve-se observar que o tempo de processamento não é um problema crucial em planejamento de sistemas de transmissão. Nos próximos anos deve continuar muito ativa a pesquisa em metaheurísticas aplicadas ao problema de planejamento de sistemas de transmissão.

Praticamente todas as propostas de metaheurísticas apresentadas na literatura especializadas foram aplicadas ao planejamento estático. Escobar, Gallego e Romero (2004) apresentaram a

primeira metaheurística aplicada ao planejamento multiestágio de sistemas de transmissão.

Mais tarde, outras metaheurísticas também foram propostas. GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) foi utilizado por Binato, Pereira e Granville (2001). As melhores soluções já conhecidas para dois sistemas testes brasileiros reais utilizados no estudo foram obtidas pela metaheurística, assim como melhoramentos na solução do caso do planejamento da expansão do sistema sudeste brasileiro, mostrando o potencial do método. Esta metodologia será considerada neste trabalho como estratégia de otimização, sendo suas especificidades apresentadas na seção 4.

Algoritmos de Busca Tabu (*Tabu Search*) foram utilizados nos trabalhos de Gallego, Monticelli e Romero (1998a) e Ortiz (1997). Dois Algoritmos Genéticos foram propostos para resolver problemas de planejamento em (*Extended Genetic Algorithms*) (GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 1998b) e (*Hybrid Genetic Algorithms*) (BINATO; ROMERO, 1998).

Silva et al. (2001) utilizaram Busca Tabu para resolver o problema de planejamento estático de redes de transmissão. Foram utilizados vários conceitos da Busca Tabu como memória de curto-prazo, lista tabu e critério de aspiração. Uma fase de intensificação, que explora regiões do espaço de busca onde boas soluções devem existir, foi implementada juntamente com uma fase de diversificação, que direciona a busca para regiões não exploradas, utilizando conceitos de memória de médio e longo prazo.

Uma metodologia híbrida combinando GRASP com *Path Relinking* foi desenvolvida por Faria et al. (2002). *Path Relinking* é um método que surgiu como uma estratégia de intensificação para melhorar a qualidade da solução de outras metaheurísticas. Nos poucos trabalhos em que foi utilizado, obteve grande sucesso. Neste estudo foi aprimorada a qualidade da busca por novas soluções, ajudando a obter a solução ótima dos problemas propostos com um número menor de iterações.

Praticamente todas as pesquisas apresentadas em planejamento da expansão de sistemas de transmissão foram realizadas apenas utilizando o modelo de planejamento estático. Existe pouca bibliografia de modelagem e otimização de modelos matemáticos de planejamento multiestágio. Assim, por exemplo, Haffner (2000) apresenta uma discussão interessante de modelagem deste problema e Romero et al. (2003) apresentam um algoritmo heurístico construtivo para o planejamento multiestágio utilizando o modelo de transportes.

Todos os algoritmos heurísticos encontram apenas soluções de boa qualidade para sistemas de médio e grande porte, e a qualidade dessas soluções pode ficar muito distante das soluções ótimas ou subótimas como acontece, por exemplo, com o sistema norte-nordeste brasileiro. A vantagem dos algoritmos heurísticos é que são simples de entender, robustos e muito rápidos. No momento, os algoritmos heurísticos ainda representam um campo de pesquisa muito interessante e as soluções encontradas por esses algoritmos podem ser utilizadas como base para

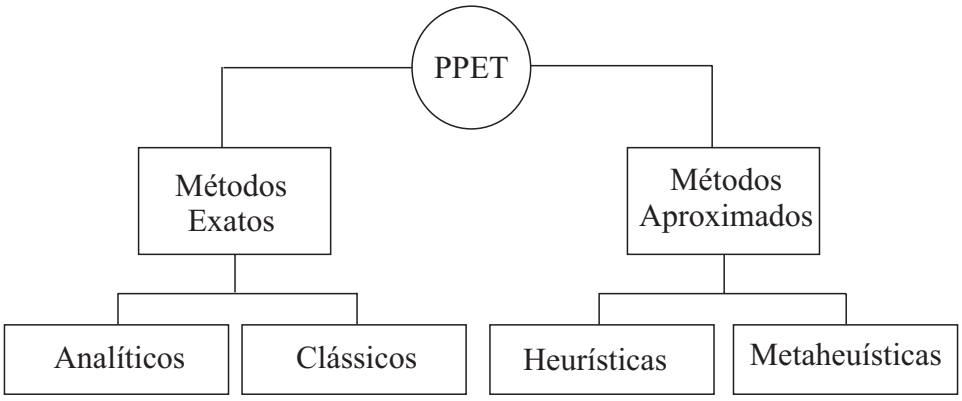
encontrar soluções melhores utilizando algoritmos mais demorados como as metaheurísticas.

3 TÉCNICAS USADAS NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO

Na seção 2 foi apresentada uma revisão bibliográfica detalhada do problema do planejamento e a abordagem de algumas técnicas para resolução do problema. Destacou-se sobre a importância da formulação de modelos matemáticos para o PPET e suas restrições como, por exemplo, a complexidades que a linearidade e a não linearidade podem oferecer ao problema do planejamento. Foi relatado que o Modelo DC é o modelo mais indicado para representar o PPET, porém este modelo apresenta restrições de não linearidade o que torna complexa a sua solução. Já os modelos de Transportes e Híbrido são versões relaxadas do Modelo DC que podem apresentar soluções aproximadas ao problema real.

Mostrou-se que os métodos de soluções estão subdivididos em dois grupos: os métodos exatos e métodos aproximados conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 - Métodos de solução.



Fonte: Taglialenha (2008)

As técnicas utilizadas, para resolver este problema, podem ser classificadas em duas categorias (Figura 3): métodos exatos (analíticos e de otimização clássica) como Decomposição de *Benders* e *Branch and Bound*; e os métodos aproximados (heurísticas e metaheurísticas). Neste capítulo serão abordadas algumas destas técnicas, sendo que serão analisadas com maiores detalhes apenas o AHC de Garver e o AHC de Villasana-Garver-Salon devido ao uso desses algoritmos dentro da estrutura GRASP presente neste trabalho.

3.1 Métodos Exatos

Os métodos de otimização clássica, geralmente usando técnicas de decomposição matemática, apresentam a característica de encontrar a solução ótima do problema de planejamento e são muito eficientes em sistemas de pequeno e médio porte, mas, para sistemas de grande porte ainda apresentam um esforço computacional elevado e problemas de convergência. A seguir descreve-se resumidamente os métodos de decomposição de *Benders* e *Branch and Bound*.

3.1.1 Decomposição de *Benders*

Na década de 80, iniciou-se uma nova fase na tentativa de resolver a formulação do Modelo DC de maneira ótima, mas, como citado anteriormente, em sistemas de grande porte, já apresentavam problemas de esforço computacional e de convergência para resolver a formulação ideal, o que significaria resolver um problema de PNLIM (MANSANO, 2008).

Nesta perspectiva, a metodologia mais usada foi a técnica de decomposição de Benders a qual explora a decomposição natural do PPET em duas partes, ou seja:

- Um subproblema de investimento em que se escolhe um plano de expansão candidato e, calculam-se os custos de investimento associados ao mesmo;
- Um subproblema de operação onde é testado o plano de expansão candidato em termos do adequado atendimento da carga.

A otimização global é atingida através de uma resolução iterativa dos subproblemas de operação e investimento.

Como as metodologias de decomposição foram incapazes de resolver sistemas de grande porte como o sistema Norte-Nordeste brasileiro, foram iniciadas novas pesquisas relacionadas com os métodos de otimização combinatórias, cujas características fundamentais são as de resolver sistemas de grande porte, chegar a soluções próximas ao ótimo global e obter soluções em tempos de computação razoáveis.

3.1.2 *Branch and Bound*

O algoritmo *Branch and Bound* é um algoritmo enumerativo, cuja estrutura de resolução baseia-se na construção de uma árvore onde os nós representam os problemas candidatos e os caminhos representam as novas restrições que devem ser consideradas. Por intermédio dessa árvore, todas as soluções inteiras da região viável do problema são enumeradas de modo implícito ou explícito o que garante que todas as soluções ótimas sejam encontradas. A estrutura geral

do algoritmo *Branch and Bound* apresenta três elementos fundamentais, que serão detalhados a seguir: separação, relaxação e sondagem (TAGLIALENHA, 2008).

Na etapa de separação, o problema original (P) é separado em q subproblemas $(P^1), (P^2), ...,$ (P^q) sujeitos às seguintes condições:

$(S1)$ Toda solução viável de (P) é uma solução de somente um dos subproblemas $(P^i), i = 1, 2, ..., q$.

$(S2)$ Uma solução viável de qualquer um dos subproblemas $(P^i), i = 1, 2, ..., q$, é também, uma solução viável de (P).

Estas condições asseguram que o conjunto das soluções viáveis de cada um dos subproblemas, $(P^i), i = 1, 2, ..., q$, é uma partição do conjunto das soluções viáveis de (P). Os subproblemas $(P^i), i = 1, 2, ..., q$, são denominados descendentes de (P) e podem, sucessivamente, gerar seus próprios descendentes.

O interesse na separação (*branching*) é utilizar a estratégia de "dividir para conquistar" para resolver o problema (P). Pode-se descrever, sucintamente, esta estratégia do seguinte modo: enquanto a solução de (P) não é possível, separa-se (P) em dois ou mais subproblemas descendentes, gerando uma lista de problemas candidatos (PC). Então, seleciona-se um dos candidatos dessa lista e tenta-se resolvê-lo. Se a solução não é possível, o problema é novamente separado e seus descendentes são adicionados à lista dos candidatos; caso contrário, o problema é resolvido e uma nova solução é obtida. O valor da função objetivo dessa nova solução é, então, comparado com o valor da solução incumbente, que é a melhor solução viável conhecida até o momento. Caso a nova solução seja melhor do que a solução incumbente, ela se torna a nova incumbente. A seguir, retorna-se à lista e seleciona-se o próximo candidato. Isto é repetido até que a lista esteja vazia, quando pode-se afirmar que a solução do problema é dada pela solução incumbente final.

A forma usual de separação (*branching*) de um problema de programação inteira é através de restrições contraditórias em uma única variável inteira (variável de separação ou de ramificação). Assim, a partir do problema original, denominado nó zero, originam-se dois novos subproblemas (cada um dos subproblemas descendentes é mais fácil de resolver que o subproblema candidato de origem uma vez que foi acrescentada uma restrição na variável de separação), representados pelos nós 1 e 2 que são sucessivamente divididos formando uma árvore. A cada nó se associa um subproblema candidato e cada ramo indica o acréscimo de uma restrição relacionada à variável empregada na separação. Portanto, à medida que se desce na árvore a região viável dos descendentes gerados vai ficando cada vez mais restrita.

A relaxação consiste em, temporariamente, ignorar algumas restrições do problema (P)

visando torná-lo mais fácil de resolver. A condição que deve ser satisfeita é que o conjunto de soluções viáveis do problema original (P) esteja contido no conjunto de soluções viáveis do problema relaxado (PR). Isto implica que:

$(R1)$ Se (PR) não tem solução viável, então o mesmo é verdadeiro para (P).
$(R2)$ O valor mínimo de (P) não é menor que o valor mínimo de (PR).
$(R2)$ Se uma solução ótima de (PR) é viável em (P), então ela é uma solução ótima de (P).

Dentre as formas possíveis de relaxação, destaca-se a eliminação das restrições de integralidade das variáveis, o que transforma o problema misto em um problema linear (PL) padrão.

Na análise dos problemas candidatos existe a necessidade de determinar quais são promissores e, portanto, devem ser examinados, e quais podem ser descartados. Isto é realizado na etapa de sondagem onde o problema candidato (PC) é eliminado (descartado para análises futuras), juntamente com todos os seus descendentes, se satisfizer a pelo menos um dos seguintes critérios:

$(S1)$ O problema candidato relaxado (PCR) não tem solução viável. Devido a $(R1)$, isto significa que o problema candidato (PC) também não tem solução viável.

$(S2)$ A solução ótima do problema candidato relaxado (PCR) é pior (*bounding*) do que a melhor solução atualmente conhecida para (P) (solução incumbente). Observar que a solução ótima do problema candidato relaxado é sempre melhor ou igual à solução do problema candidato e de seus descendentes.

$(S3)$ Uma solução ótima do problema relaxado (PCR) é viável, também, em (PC). Neste caso, devido a $(R3)$, ela é ótima em (PC) e, devido a $(S2)$ ela é também factível em (P). Caso seja melhor que a incumbente, a solução deste problema candidato passa a ser a nova solução incumbente.

O algoritmo básico, embora seja conceitualmente simples, apresenta complexidade na implementação computacional. Este algoritmo apresenta excelente desempenho para sistemas pequenos, mas em sistemas reais apresenta várias limitações relacionadas com o esforço computacional.

3.2 Métodos Aproximados

Na literatura especializada são apresentados diversos métodos aproximados que determinam planos da expansão de redes de transmissão a longo prazo. Um dos primeiros métodos

aproximados desenvolvidos foi o de Garver (1970); em que se propõe um algoritmo heurístico construtivo para encontrar uma boa configuração e não necessariamente a configuração ótima. Estes métodos geralmente são de fácil implementação e requerem pouco esforço computacional; com relação a qualidade da resposta, e para sistemas de médio e grande porte, seu valor fica geralmente afastado da resposta ótima. Além do método de Garver, menciona-se o método de Villasana (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985), que é uma extensão deste método e trabalha usando o modelo híbrido.

3.2.1 O AHC de Garver

O algoritmo heurístico de Garver é um AHC que resolve o modelo de transportes (neste modelo, apenas as restrições da primeira lei de Kirchhoff devem ser obrigatoriamente satisfeitas), e foi o primeiro algoritmo de grande difusão utilizado no planejamento de sistemas de transmissão, (GARVER, 1970). Nesta proposta, Garver formulou o problema como um problema de fluxo de potência em redes e utilizou algoritmos de programação linear para identificar as rotas mais diretas entre os geradores e as cargas. No PPET este modelo permite que o número de linhas entre barras pode ter uma parte inteira e uma parte fracionária, assim na solução do PL pode-se obter o circuito mais atrativo que deve ser adicionado ao sistema.

Observando o modelo de transportes (9)-(16) anteriormente apresentado, Garver sugere que o circuito mais adequado para adicionar ao sistema elétrico deve ser obtido com a informação da solução do seguinte problema de programação linear (PL):

$$min\ v = \sum_{(i,j)\ \in\ \Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{26}$$

s.a.

$$S\,f + g = d \tag{27}$$

$$|f_{ij}| \leq (n^o_{ij} + n^1_{ij} + n_{ij})\overline{f}_{ij} \tag{28}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{29}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq (\overline{n}_{ij} - n_{ij}) \tag{30}$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito} \tag{31}$$

$$\forall (i,j)\ \in\ \Omega \tag{32}$$

A proposta de Garver consiste em resolver o problema (26)-(32), que é uma versão relaxada do modelo de transportes já que foi relaxada a integralidade das variáveis de invetimento n_{ij}, e encontrar a solução ótima não inteira para a configuração corrente $(n^o_{ij} + n^1_{ij})$. Assim, conhecidas as incógnitas n_{ij}, encontradas usando um algoritmo de PL, pode-se encontrar os fluxos de potência em todos os circuitos antigos (n^o_{ij}), os já adicionados no processo iterativo

n_{ij}^1, e os novos (n_{ij}). Portanto, aquele caminho novo ij, identificado pelo n_{ij} que leva o maior fluxo de potência, representa o caminho mais atrativo de acordo com a proposta de Garver. A proposta de Garver então consiste em adicionar um circuito na configuração corrente naquele caminho mais atrativo e atualizar a configuração corrente de acordo com a adição escolhida. Um processo repetido dessa estratégia, adicionando em cada passo um circuito no caminho mais atrativo, constitui o algoritmo de Garver.

O processo termina quando a solução do PL correspondente à configuração corrente apresenta uma solução com todos os $n_{ij} = 0$, o que significa que não é necessário realizar mais adições e o conjunto de adições realizadas representa a proposta de solução do algoritmo de Garver (ROMERO, 2000).

O algoritmo de Garver pode ser resumido nos seguintes passos:

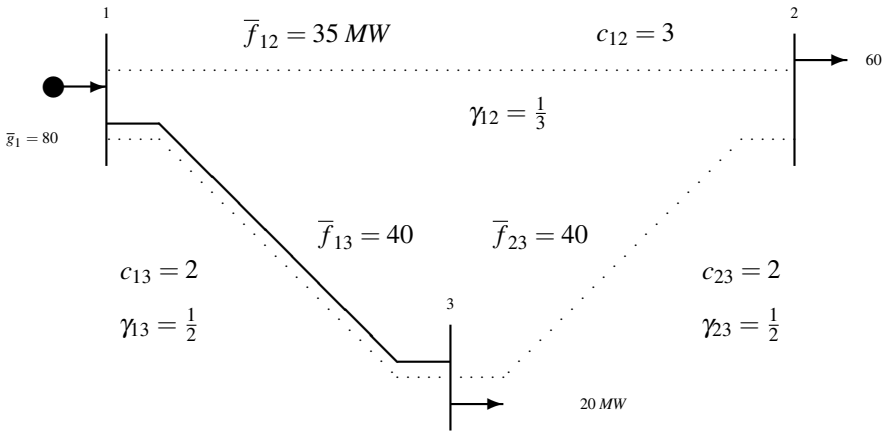
1. Assumir a configuração base n_{ij}^o como configuração corrente e com $n_{ij}^1 = 0$.
2. Resolver o PL correspondente do problema (26)-(32) para a configuração corrente. Se todos os $n_{ij} = 0$ então pare pois foi encontrada uma boa configuração factível. Em caso contrário ir ao passo 3.
3. Calcular os fluxos em todos os novos circuitos adicionados pelo PL, $(n_{ij} \neq 0)$, usando a relação $f_{ij}^v = n_{ij}\overline{f}_{ij}$. Identificar o caminho novo ij com o maior valor de f_{ij}^v e atualizar a configuração corrente adicionando um circuito naquele caminho ij (portanto, atualizando um elemento em n_{ij}^1). Voltar ao passo 2.

O maior esforço computacional do algoritmo corresponde ao passo 2 que consiste em resolver um problema de PL. Entretanto, o algoritmo apresentado pode ainda ser modificado para obter versões alternativas ligeiramente diferentes do algoritmo de Garver. Assim, podem ser realizadas as seguintes modificações:

1. Após a resolução do primeiro PL, pode-se incorporar na configuração base, simultaneamente, a parte inteira de todos os circuitos que apresentam valores de $n_{ij} \geq 1$.
2. Em cada passo, pode-se escolher para adição de um circuito, aquele caminho com maior valor de n_{ij} em lugar de escolher o caminho com maior valor de f_{ij}^v.
3. Em cada passo, pode-se manter o critério de adição daquele caminho com maior valor de f_{ij}^v, mas em lugar de adicionar um circuito simples naquele caminho, pode-se adicionar um número de circuitos igual à parte inteira de n_{ij}.
4. Incorporar um processo de Fase II para retirar circuitos irrelevantes adicionados na fase inicial.

Segundo Romero (2000) o algoritmo de Garver é um algoritmo heurístico construtivo que na prática encontra configurações de boa qualidade, mas do ponto de vista teórico não existe garantia de encontrar a configuração ótima global, o que significa que o algoritmo encontra com facilidade as configurações ótimas de sistemas pequenos, mas em sistemas de grande porte essas configurações podem ficar bastante afastadas da configuração ótima. O exemplo da Figura 4 mostra o uso de um algoritmo Garver para um sistemas de 3 barras com apenas um circuito na configuração base.

Figura 4 - Configuração base do sistema de 3 barras.



Fonte: Romero (2000)

Assumindo que não há limites para as adições de circuitos em cada caminho, a modelagem matemática assume a seguinte forma (ROMERO, 2000):

$$
\begin{aligned}
min\ v \quad &= \quad 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \\
\text{s.a.} \quad & \\
& -f_{12} - f_{13} \qquad + g_1 = 0 \\
& \ f_{12} \qquad - f_{23} \qquad = 0,60 \\
& \qquad f_{13} + f_{23} \qquad = 0,20 \\
& |f_{12}| \leq 0,35\ n_{12} \\
& |f_{13}| \leq 0,40(1 + n_{13}) \\
& |f_{23}| \leq 0,40\ n_{23} \\
& 0 \leq g_1 \leq 0,80 \\
& n_{12}, n_{13}, n_{23}, \text{ inteiros} \\
& f_{12}, f_{13}, e f_{23} \text{ irrestritos}
\end{aligned}
$$

O algoritmo de Garver resolve o sistema através das seguintes iterações:

Primeira iteração:

Passo 1:

A configuração base com $n_{13}^0 = 1$, $n_{12}^0 = n_{23}^0 = 0$ e $n_{12}^1 = n_{13}^1 = n_{23}^1 = 0$ permite a montagem do sistema e representa a configuração corrente.

Passo 2:

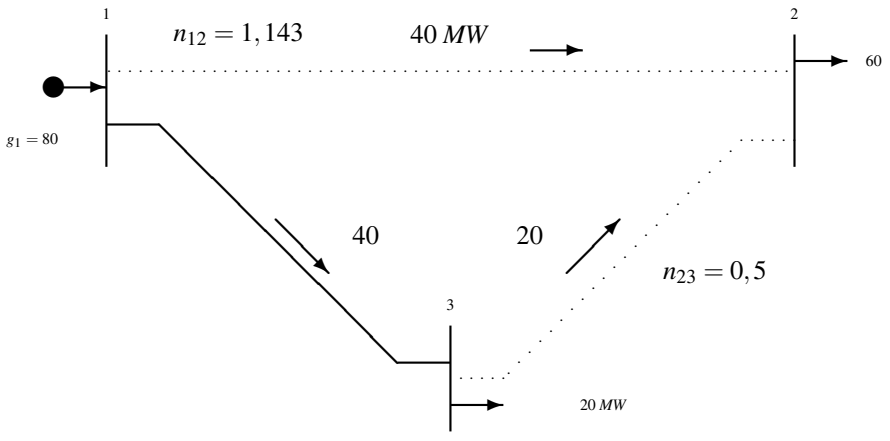
Após usar um algoritmo de PL é obtida a solução mostrada na Figura 5. A função objetivo corrente é: $v = 4,43$ que é a solução ótima do PL correspondente.

Passo 3:

Da Figura 5, pode-se verificar que existe maior fluxo de potencia através do novo caminho 1-2 com $f_{12}^v = 40$ MW pois o maior fluxo é obtido comparando somente os fluxos dos novos caminhos da configuração corrente. Assim, adiciona-se um circuito no caminho 1-2 para obter a nova configuração corrente:

$$n_{12}^o = n_{23}^o = 0; \quad n_{13}^o = 1 \qquad\qquad n_{12}^1 = 1; \quad n_{13}^1 = n_{23}^1 = 0$$

Figura 5 - Solução ótima contínua.



Fonte: Romero (2000)

Segunda iteração:

Passo 2:

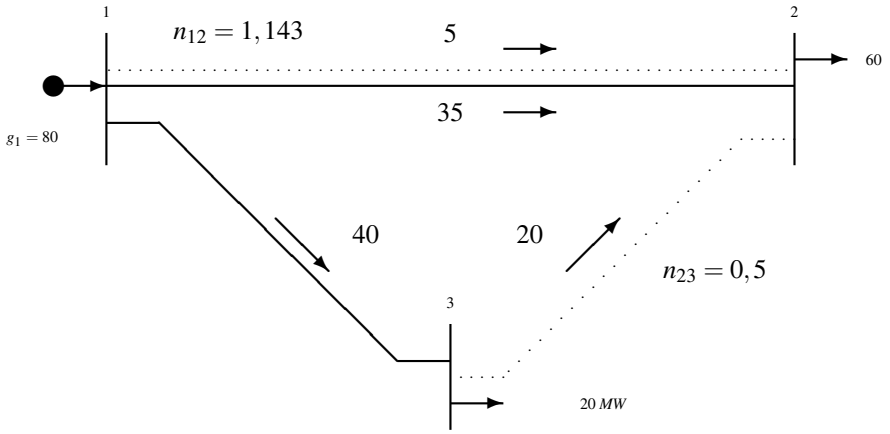
Com a adição de um circuito em 1-2 a modelagem matemática sofre apenas uma restrição $|f_{12}| \leq 0,35\ n_{12}$ para $|f_{12}| \leq 0,35(1+n_{12})$. Após usar um algoritmo de PL é obtida a solução mostrada na Figura 6. A função objetivo corrente é: $v = 3+1,43 = 4,43$. Onde o valor 3 apresenta o custo do circuito 1-2, adicionado na iteração anterior, e o valor 1,43 é o valor da função objetivo do PL correspondente.

Passo 3:

Da Figura 6, pode-se verificar que existe maior fluxo de potência através do novo caminho 2-3 com $f^v_{23} = 20$ MW pois o maior fluxo é obtido comparando somente os fluxos dos novos caminhos da configuração corrente. Assim, adiciona-se um circuito no caminho 2-3 para obter a nova configuração corrente:

$$n^o_{12} = n^o{}_{23} = 0; \quad n^o{}_{13} = 1 \qquad\qquad n^1_{12} = n^1_{23} = 1; \quad n^1_{13} = 0$$

Figura 6 - Sistema de 3 barras após uma adição.



Fonte: Romero (2000)

Terceira iteração:

Passo 2:

Com a adição de um circuito 2-3 a modelagem matemática é muito parecida à obtida na iteração anterior mudando apenas a restrição $|f_{23}| \leq 0,40\ n_{23}$ para $|f_{23}| \leq 0,40(1+n_{23})$. Após usar um algoritmo de PL é obtida a solução mostrada na Figura 7. A função objetivo corrente é: $v = 5+0,25 = 5,25$ onde o valor $0,25$ é o valor da função objetivo do PL correspondente.

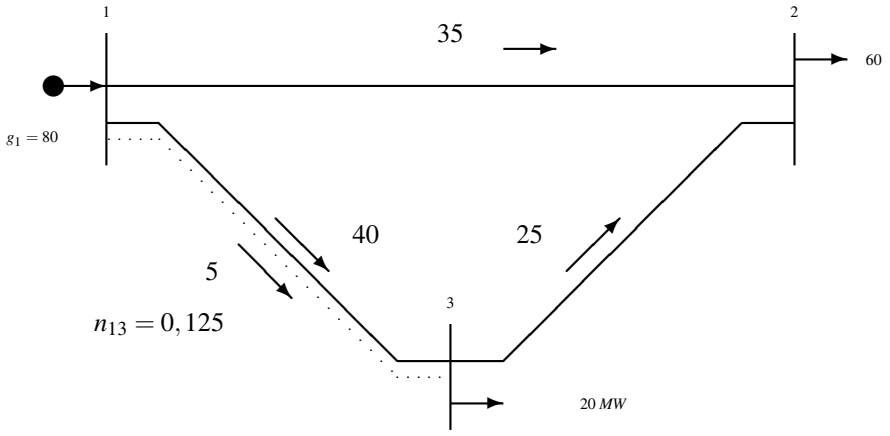
Passo 3:

Da Figura 7, pode-se verificar que existe apenas um novo caminho atrativo de 1-3 com

$f_{13}^{v} = 5$ MW. Assim, adiciona-se um circuito no caminho 1-3 para obter a nova configuração corrente:

$$n_{12}^{o} = n_{23}^{o} = 0; \quad n_{13}^{o} = 1 \qquad\qquad n_{12}^{1} = n_{13}^{1} = n_{23}^{1} = 1$$

Figura 7 - Sistema de 3 barras após duas adições.



Fonte: Romero (2000)

Quarta iteração:

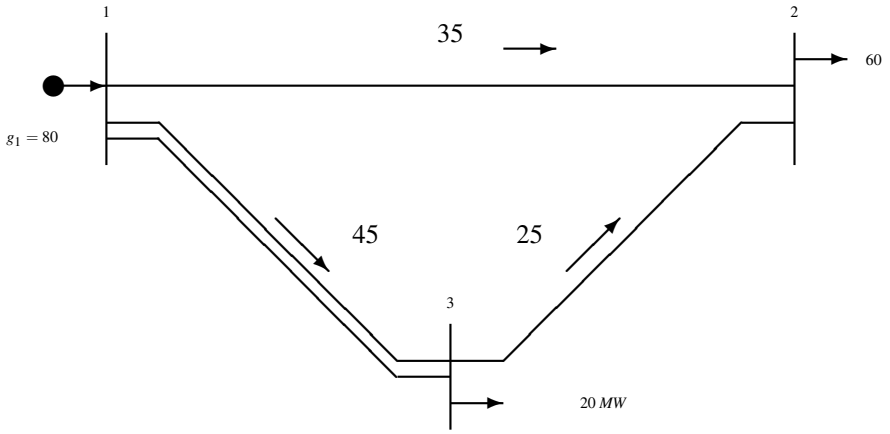
Passo 2:

Com a adição de um circuito em 1-3 a modelagem matemática é muito parecida à obtida na iteração anterior mudando apenas a restrição $|f_{13}| \leq 0,40(1+n_{13})$ para $|f_{13}| \leq 0,40(2+n_{13})$. Após usar um algoritmo de PL é obtida a solução mostrada na Figura 8. Não existe adição de novos caminhos pois os $n_{ij} = 0$. Portanto, as adições realizadas são suficientes para que o sistema opere adequadamente para o modelo de transportes. A configuração final obtida é a seguinte:

$$n_{12}^{o} = n_{23}^{o} = 0; \quad n_{13}^{o} = 1 \qquad\qquad n_{12}^{1} = n_{13}^{1} = n_{23}^{1} = 1$$

Com investimento igual a $v = 7$. Neste caso, o algoritmo de Garver não encontra a solução ótima global para o modelo de transportes. Pois já foi verificada por outras técnicas que a solução ótima deste problema é a seguinte: $n_{13} = 1$ e $n_{23} = 2$ com investimento de $v = 6$.

Figura 8 - Configuração final do sistema de 3 barras.



Fonte: Romero (2000)

3.2.2 O AHC de Villasana-Garver-Salon

O algoritmo proposto por Villasana, Garver e Salon (1985) é um AHC que utiliza o modelo híbrido linear com a estratégia de resolver apenas um PL em cada passo do processo de otimização. A estratégia consiste em resolver um PL de tal forma que seja possível verificar se os circuitos já adicionados permitem que o sistema opere adequadamente para o modelo DC ou, caso contrário, identificar o circuito mais promissor que deve ser adicionado ao sistema. Esses objetivos são atingidos resolvendo um PL que é um caso especial do modelo híbrido linear após relaxar a integralidade das variáveis de investimento n_{ij} . Assim, em cada passo, o algoritmo VGS resolve o PL (33)-(43).

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{33}$$

s.a.

$$Sf + S^0 f^0 + S^1 f^1 + g = d \tag{34}$$

$$f^o_{ij} - \gamma_{ij} n^0_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0, \forall (i,j) \in \Omega_0 \tag{35}$$

$$f^1_{ij} - \gamma_{ij} n^1_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0, \forall (i,j) \in \Omega_1 \tag{36}$$

$$|f^o_{ij}| \leq n^0_{ij} \overline{f}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega_0 \tag{37}$$

$$|f^1_{ij}| \leq n^1_{ij} \overline{f}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega_1 \tag{38}$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \overline{f}_{ij}, \forall (i,j) \in \Omega \tag{39}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{40}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq (\overline{n}_{ij} - n^1_{ij}) \tag{41}$$

$$f_{ij}^0, f_{ij}^1 \text{ e } f_{ij} \text{ irrestritos} \quad (42)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito} \quad (43)$$

Em que:

S: Matriz de incidência nó-ramo transposta para os circuitos candidatos à adição.

S^0: Matriz de incidência nó-ramo transposta para os circuitos da topologia base.

S^1: Matriz de incidência nó-ramo transposta para os circuitos adicionados e dos nós conectados a esses caminhos no processo iterativo do algoritmo VGS.

f: Vetor de fluxos totais nos circuitos novos que devem ser adicionados na resolução do PL com elementos f_{ij}.

f^0: Vetor de fluxos totais através dos circuitos da topologia base, com elementos f_{ij}^0.

f^1: Vetor de fluxos totais através dos caminhos adicionados no processo iterativo e com elementos f_{ij}^1 (fluxo nos circuitos já adicionados no caminho ij).

Ω: Conjunto de índices dos circuitos candidatos.

Ω_0: Conjunto de índices dos circuitos presentes na topologia base.

Ω_1: Conjunto de índices dos circuitos adicionados no processo de otimização pelo VGS.

Deve-se observar que no PL mostrado em (33)-(43) os fluxos em cada caminho estão separados em três grupos (fluxos em circuitos existentes na topologia base: f_{ij}^0, fluxos nos circuitos já adicionados no processo iterativo do algoritmo VGS: f_{ij}^1 e os fluxos nos circuitos adicionados na resolução do PL, f_{ij}). O mesmo acontece com os circuitos n_{ij}^0, n_{ij}^1 e n_{ij} representando, respectivamente, o número de circuitos presentes no caminho ij na configuração base, circuitos já adicionados no processo iterativo pelo algoritmo VGS e os circuitos adicionados na resolução do PL. E ainda, Ω_0 representa o conjunto dos circuitos presentes na configuração base e Ω_1 representa o conjunto dos circuitos já adicionados pelo VGS.

Se na solução do PL (33)-(43) tivermos $v = 0$ e, portanto, $n_{ij} = 0$, $\forall (i, j) \in \Omega$ então, o sistema opera adequadamente apenas com os circuitos da topologia base e os já adicionados no processo iterativo. Como esses circuitos obedecem as duas leis de Kirchhoff, então, a proposta de solução, isto é, os circuitos que foram adicionados, é uma proposta factível para o modelo DC. Caso contrário, a solução encontrada nos permite identificar o circuito mais atrativo que deve ser adicionado ao sistema elétrico no próximo passo.

O AHC proposto proposto por Villasan, Garver e Salon (1985) utiliza um indicador de

sensibilidade definido a partir da solução ótima do modelo híbrido linear (MHL) correspondente à topologia corrente (circuitos da topologia base e os adicionados no processo iterativo) e relaxando a integralidade das variáveis n_{ij}, isto é, a resolução do modelo (33)-(43).

Considerando que relaxando a integralidade das variáveis n_{ij}, o problema (33)-(43) se torna um problema de programação linear (PL), o índice de sensibilidade é definido como sendo o fluxo de potência pelos circuitos com $n_{ij} \neq 0$ na solução do PL. Em cada passo do AHC, o circuito selecionado para adição é aquele identificado pelo seguinte índice de sensibilidade:

$$IS = max\{IS_{ij} = n_{ij}\overline{f}_{ij} : n_{ij} \neq 0\} \tag{44}$$

em que n_{ij} é a solução do PL depois de relaxar a condição de integralidade no AHC. Em cada passo a solução corrente é, então, atualizada, e assim a topologia corrente é formada pela topologia base juntamente com os circuitos adicionados durante o processo iterativo.

A característica mais interessante apresentada no algoritmo VGS é que cada circuito adicionado durante o processo deve satisfazer as duas leis de Kirchhoff, simultaneamente, o que significa que a solução determinada pelo VGS é uma solução factível para o modelo DC.

O algoritmo VGS pode ser resumido nos passos a seguir:

Passo 1: Assumir a topologia base como solução corrente e usar o modelo híbrido linear modificado (33)-(43). Todos os circuitos presentes na solução corrente devem satisfazer as leis de Kirchhoff da corrente e da tensão.

Passo 2: Resolver o PL (33)-(43) para a topologia corrente. Se a solução indicar que o sistema está operando adequadamente com a nova adição e, portanto, $v = 0$, pare. Uma nova solução para o modelo DC foi encontrada. Em caso contrário ir ao passo 3.

Passo 3: Utilizar o índice de sensibilidade (44) para identificar o circuito mais atrativo que deve ser adicionado ao sistema. Atualizar a topologia com o circuito adicionado, acrescentando ij em Ω_1 e ir ao passo 2.

Um significado importante no algoritmo VGS sobre o índice de sensibilidade é que a solução ótima do PL apresenta um conjunto de $n_{ij} \neq 0$ que identificam o melhor investimento proposto satisfazendo somente a primeira lei de Kirchhoff. Quando o circuito é incorporado no sistema, ele passa a cumprir ambas as leis de Kirchhoff. Assim, o índice de sensibilidade utilizado pode não apresentar o desempenho desejado como o índice utilizado no modelo de

transportes. Para outros índices, ver Romero et al. (2003).

3.2.3 Metaheurísticas

As metaheurísticas são um conjunto de técnicas de otimização desenvolvidas para resolver problemas complexos que apresentam o chamado fenômeno da explosão combinatória.

Uma metaheurística pode ser vista como uma estrutura algorítmica geral que possa ser aplicada aos diferentes problemas de otimização com relativamente poucas modificações para se adaptar a um problema específico.

Algoritmos tais como: "*Simulated Annealing*", Algoritmos Genéticos, Busca Tabu e GRASP, são algoritmos gerais de alta qualidade. Estes algoritmos são chamados de metaheurísticas, e estão sendo empregados na solução de sistemas de pequeno, médio e de grande porte; nestes, reportam-se resultados bastante satisfatórios na maioria das aplicações apresentadas. Neste trabalho será utilizado o GRASP como fonte de estudos em seções posteriores.

Simulated Annealing (SA) tenta simular o processo equivalente ao *Annealing* para encontrar a solução ótima de um problema complexo. *Annealing* é uma das técnicas usadas pelos físicos na construção de cristais perfeitos. Nessa técnica o material é aquecido até uma temperatura elevada e depois esfriado lentamente, mantendo durante o processo o chamado quase equilíbrio termodinâmico. O processo pára quando o material atinge seu estado de energia mínima na qual se transforma num cristal perfeito (ROMERO, 2000). Sua técnica deriva do chamado algoritmo de Metrópolis, que tem base no método de Monte-Carlo, que estuda as propriedades de equilíbrio da análise de comportamento microscópico dos corpos.

O algoritmo de Metrópolis gera uma sequência de estados de um sólido, ou seja: dado um sólido em um estado i e com energia E_i, gera-se o estado seguinte j mediante a aplicação de um mecanismo que transforma para o estado seguinte através de um pequeno distúrbio. A energia do próximo estado é E_j; se a diferença de energia $E_i - E_j$ é menor ou igual a zero, o estado j é aceito. Se a diferença de energia é maior que zero, o estado j é aceito com certa probabilidade, a qual é dada por (HASHIMOTO, 2005):

$$e^{\frac{(E_i - E_j)}{(K_b T)}},$$

em que T denota a temperatura, e K_b é uma constante física conhecida como constante de Boltzmann. A regra de aceitação descrita é chamada critério de Metrópolis e o algoritmo como algoritmo de Metrópolis. Se a diminuição da temperatura for feita de maneira paulatina, o sólido pode alcançar o estado de equilíbrio em cada nível. No algoritmo de Metrópolis, essa condição

é encontrada após gerar um grande número de transições em dado nível de temperatura. Para cada valor de temperatura T, o sólido deve atingir um equilíbrio térmico, caracterizado pela propriedade de estar no estado i com energia E_i determinado pela distribuição de Boltzmann:

$$P_T = [X = i] = \frac{1}{Z(T)} e^{\left(\frac{-E_i}{K_b T}\right)}$$

em que X é uma variável estocástica do estado atual do sólido, $Z(T) = \sum_i e^{\left(\frac{-E_i}{K_b T}\right)}$, um fator de normalização, conhecido como função partição; K_b, a constante de Boltzmann e $e^{\left(\frac{-E_i}{K_b T}\right)}$ o fator de Boltzman.

Algoritmos Genéticos (AG) tem base no princípio da seleção natural que fornece maiores possibilidades de sobrevivência aos indivíduos mais adaptados ao ambiente. Este algoritmo possui alta probabilidade de encontrar muitas soluções ótimas locais e a solução ótima global para problemas grandes e complexos.

A evolução é baseada em leis de seleção natural (sobrevivência do mais preparado) e recombinação de informação genética dentro da população. O desenvolvimento da população testa o espaço de busca e acumula conhecimentos sobre áreas de boa ou má qualidade, recombinando este conhecimento para formar soluções com ótimo desempenho para problemas específicos.

No princípio, uma população de M soluções é gerada aleatoriamente, codificada em cadeias de símbolos (preferencialmente cadeias binárias) representando cromossomos naturais. Cada membro da população é então codificado para uma solução do problema real e um valor de "aptidão" ("fitness") é atribuído para o mesmo por uma função qualidade que dá a medida da qualidade da solução.

Quando a evolução é completada, indivíduos da população são selecionados em pares para reproduzir e formar indivíduos "descendentes" (ou seja, novas soluções do problema). A seleção é desenvolvida probabilisticamente de modo que uma probabilidade de seleção do indivíduo é proporcional à aptidão do mesmo. Isto assegura que soluções de alta qualidade serão selecionadas muitas vezes e tornam-se pais de muitas novas soluções enquanto soluções de baixa qualidade contribuirão menos para a nova população com a probabilidade de não serem escolhidas para reprodução.

Quando dois pais são selecionados suas cadeias de símbolos são combinadas para produzirem uma solução "de descendência" usando a genética como operadores. Os principais operadores utilizados são: Seleção, recombinação e mutação (ROMERO, 2000).

Busca Tabu (Tabu Search - TS) realiza um conjunto de transições através do espaço de soluções do problema e, nesse processo de transições, deve-se passar pela solução ótima ou so-

luções quase ótimas de problemas complexos, também é um algoritmo adequado para resolver problemas combinatórios (ROMERO, 2000).

Um dos principais componentes da Busca Tabu é seu uso de memória adaptativa, o qual cria um comportamento de busca mais flexível, ou seja, permite a implementação de procedimentos que são capazes de fazer uma busca em uma grande parte do espaço de solução com pouca solicitação de memória. Visto que escolhas locais são guiadas pela informação coletada durante a busca, a Busca Tabu contrasta com procedimentos sem memória que dependem grandemente de processos semi-randômicos, bem como, com procedimentos de memória rígida típicos de estratégias "branch and bound".

Por outro lado, a conjetura de exploração sensível na Busca Tabu é que uma escolha estratégica ruim pode fornecer mais informação do que uma escolha aleatória boa. Com o uso da memória, uma escolha estratégica ruim para um ponto particular na busca pode tornar-se uma decisão boa para um ponto posterior no processo. Embora isto possa ser visto como uma forma primitiva de aprendizagem, a exploração sensível integra os princípios básicos da busca inteligente (exploração de características de solução boa enquanto explora novas regiões promissoras).

4 A METAHEURÍSTICA GRASP PARA O PROBLEMA DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE TRANSMISSÃO

No Capítulo 3 foram apresentadas as principais técnicas usadas na resolução do problema do planejamento enfatizando o AHC de Garver e o AHC de Villasana-Garver-Salon, cuja importância desses algoritmos se justifica por se tratar de fontes de objetos de estudos para este trabalho. Neste Capítulo, é apresentada a fundamentação teórica da Metaheurística GRASP e sua técnica para a solução do PPET.

Segundo Romero (2000), a ideia básica do algoritmo GRASP é encontrar soluções de excelente qualidade de problemas complexos usando uma estrutura de otimização formada por uma generalização de um algoritmo heurístico construtivo (fase construtiva) e um algoritmo de busca através de vizinhança tradicional (fase de melhoria local), isto é, uma versão melhorada do *steepest descent heuristic*. Assim, o GRASP é uma evolução dos algoritmos heurísticos construtivos, especialmente do algoritmo guloso e de uma heurística tradicional de busca através de vizinhança. Um algoritmo heurístico construtivo guloso encontra uma boa solução factível de um problema complexo adicionando em cada passo uma componente da solução.

Em cada passo do algoritmo é escolhido o melhor componente identificado por um indicador de sensibilidade. Para o caso do problema de planejamento de sistemas de transmissão, em cada passo é adicionado um circuito ao sistema, aquele circuito que apresenta o melhor critério de desempenho ou indicador de sensibilidade.

Um dos principais problemas dos indicadores de sensibilidade de um algoritmo heurístico é que, além de serem indicadores aproximados, o conceito de melhor circuito a ser adicionado é dependente da configuração corrente que está sendo analisada, isto é, existe a melhor proposta para a topologia corrente o que não significa que seja a melhor proposta para encontrar a topologia ótima. Entretanto, em cada passo do processo heurístico, é muito provável que o melhor circuito que deve ser adicionado ao sistema, em termos de topologia ótima, se encontre entre os melhores classificados pelo indicador de sensibilidade, mas nem sempre deve ser o melhor classificado. Portanto, GRASP sugere escolher um circuito de uma lista dos k circuitos melhores classificados pelo indicador de sensibilidade porque é altamente provável que nessa lista de k circuitos existam circuitos que fazem parte da topologia ótima. A escolha do circuito de uma lista reduzida, na formulação básica, é realizada de forma aleatória, mas existem várias formas de realizar essa escolha, por exemplo, usando funções de probabilidade que, fundamentalmente, fornecem maior probabilidade na escolha dos circuitos melhores classificados. A escolha aleatória de um circuito, de uma lista de k circuitos, permite encontrar muitas topologias de qualidade através de processos repetitivos usando sementes diferentes para gerar a sequên-

cia de números aleatórios. O conceito adaptativo aparece quando é usada uma lista, chamada lista reduzida *RCL*, de tamanho variável e que depende da qualidade das soluções candidatas e do processo de solução. Portanto, esse tipo de algoritmo usa uma lista reduzida de tamanho k variável (os elementos de *RCL*), mas o tamanho de *RCL* também pode ser mudado usando um parâmetro α variável, representando uma variante do algoritmo GRASP chamado de algoritmo GRASP reativo. Obviamente, cada nova topologia encontrada deve ser submetida a um processo de busca local tentando encontrar um ótimo local a partir da topologia encontrada.

O algoritmo GRASP, para um problema genérico, assume a seguinte forma:

1. Implementar a fase de pré-processamento.
2. Realizar a fase de busca construtiva.
3. Realizar a fase de pós-processamento de busca local. Atualizar a incumbente caso seja possível.
4. Se o critério de parada não for satisfeito, voltar ao passo 2. Caso contrário, pare. A resposta do algoritmo é a incumbente armazenada.

O pré-processamento tenta identificar determinadas subestruturas, isto é, atributos ou conjunto de atributos, que permitem iniciar o processo de busca construtiva ou diminuir o espaço de soluções do problema. Por exemplo, no problema da árvore de expansão mínima, pode-se formar uma lista com as arestas de menor peso. Cada elemento dessa lista pode ser usado para iniciar um processo de busca na fase construtiva. No problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão não usamos a fase de pré-processamento.

A fase de busca construtiva consiste em encontrar uma solução de qualidade para o problema usando um algoritmo heurístico construtivo escolhendo, em cada passo, um elemento de uma lista de tamanho k. A fase construtiva do algoritmo GRASP apresenta os seguintes passos:

1. Escolha a solução inicial que pode ser vazia, isto é, sem adição de variáveis ou componentes, que se transforma na solução corrente.
2. Para a solução corrente e usando um índice de desempenho ou indicador de sensibilidade, elaborar uma lista com as k variáveis mais atrativas.
3. Escolha uma variável da lista de k elementos e atualizar a solução corrente com a adição da variável escolhida.
4. Se a solução corrente é factível ou foi satisfeito o critério de parada (sem encontrar uma solução factível) terminar com a fase construtiva. Caso contrário voltar ao passo 2.

Analisamos, brevemente, uma forma adequada para encontrar os elementos da lista RCL. Seja $z(x)$ a função objetivo de um problema com variáveis de decisão x. Tipicamente, uma função de mérito ou indicador de sensibilidade apresenta a seguinte forma genérica:

$$h(x_i)\alpha\frac{\partial z}{\partial x_i}$$

A função $h(x_i)$ permite encontrar a lista de variáveis atrativas que fazem parte do conjunto *RCL*. Considerando que o problema é de minimização da função objetivo $z(x)$, então a variável mais atrativa, x_i, identificado por um algoritmo guloso, é aquele que apresenta um menor valor de $h(x_i)$. Portanto, fazem parte do conjunto RCL todas as variáveis cujos índices satisfazem a seguinte relação:

$$RCL = \{i \in X \setminus .h^{min} \leq h(x_i) \leq h^{min} + \alpha(h^{max} - h^{min})\}$$

em que X é o conjunto de índices das variáveis que ainda podem ser adicionadas e α é um parâmetro fornecido pelo usuário com valores $0 \leq \alpha \leq 1$, h^{max} e h^{min} assumem a seguinte forma:

$$h^{max} = max_{i \in X}\{h(x_i)\}$$
$$h^{min} = min_{i \in X}\{h(x_i)\}$$

Logicamente, um algoritmo heurístico construtivo (guloso) escolheria a variável x_i com $h(x_i) = h^{min}$. O parâmetro α representa um compromisso entre escolha aleatória e gulosa, pode-se verificar que $\alpha = 1$ representa um processo totalmente aleatório e $\alpha = 0$ um processo guloso. A escolha da variável da lista *RCL* pode ser realizada de duas formas: (1) aleatoriamente e, (2) usando uma função de distribuição de probabilidade como, por exemplo, a função de distribuição de probabilidade linear $b_i = 1/r_i$ em que r_i representa a posição que ocupa a variável i na lista de variáveis atrativas *RCL*. Portanto, a probabilidade de escolha da variável i é encontrada usando a relação:

$$p_i = \frac{b_i}{\sum_{j \in RCL} b_j}$$

4.1 GRASP para o Modelo de Transportes

A fase construtiva do algoritmo GRASP para o modelo de transportes usa apenas uma generalização do AHC de Garver (ver seção **3.2.1 O AHC de Garver**). Para a fase de melhoria

local foram implementadas duas alternativas diferentes.

4.1.1 Fase Construtiva

Na fase construtiva utiliza-se uma generalização do AHC de Garver. Como já analisado anteriormente, o algoritmo de Garver adiciona em cada passo uma linha de transmissão naquele caminho em que existe adição de linha de transmissão na solução do PL e que, adicionalmente, leva o maior fluxo de potência entre aquelas linhas de transmissão identificadas pela solução do PL. Assim, dada a topologia corrente, e após resolver o PL correspondente, deve-se calcular os fluxos de potência f_{ij}^{v} em todos os novos circuitos adicionados pelo PL ($n_{ij} \neq 0$). Portanto, o caminho a ser escolhido de acordo com Garver é aquele em que passa o maior fluxo de potência. Assim, é adicionado um novo circuito naquele caminho ij. Uma generalização desse algoritmo de Garver pode ser escolher a linha candidata a adição de uma lista reduzida constituída pelas linhas que levam os maiores fluxos de potência. Assim, essa lista reduzida de linhas candidatas a adição pode ser encontrada usando a seguinte relação:

$$RCL = \{(i,j), n_{ij} \neq 0 | . f^{min} + \alpha(f^{max} - f^{min}) \leq f_{ij}^{v} \leq f^{max}\} \tag{45}$$

onde:

f^{min}: é o fluxo de menor valor entre as linhas com $n_{ij} \neq 0$;

f^{max}: é o fluxo de maior valor entre as linhas com $n_{ij} \neq 0$;

f_{ij}^{v}: é o fluxo pelo caminho ij com $n_{ij} \neq 0$;

α: é um parâmetro que tem valores definidos no intervalo [0:1].

A determinação de valores para o α em (45) é de caráter experimental para diferentes simulações. A Fase construtiva do GRASP utilizando o AHC de Garver generalizado em que se escolhe a linha candidata a adição entre as linhas armazenadas na lista *RCL* permite gerar muitas soluções factíveis geralmente de boa qualidade. Deve-se observar que quando $\alpha = 0$ o algoritmo GRASP se torna aleatória e qualquer caminho em que $n_{ij} \neq 0$ pode ser escolhido. Por outro lado, quando $\alpha = 1$ o algoritmo GRASP na fase construtiva se transforma no AHC de Garver onde sempre é escolhida a primeira linha da lista reduzida *RCL*. Nos testes preliminares realizados neste trabalho usamos o valor de $\alpha = 0,4$ e $\alpha = 0,6$.

A fase de busca construtiva do algoritmo GRASP para resolver o modelo de transportes assume a seguinte forma:

1. Escolher o valor de α e o número de iterações do algoritmo GRASP (número de soluções que devem ser gerados).

2. A topologia base se transforma na solução (topologia) corrente.

3. Resolver o problema de PL (26)-(32) para a topologia corrente. Se $n_{ij} = 0$ (e obviamente com $v = 0$), então terminou a fase construtiva e, deve-se passar para a fase de melhoria local e depois voltar ao passo 2 para gerar uma nova solução. Em caso contrário montar a lista *RCL* usando (45).

4. Escolher de forma aleatória uma linha que se encontra na lista RCL e adicionar ao sistema elétrico. Atualizar a solução corrente com a linha selecionada e ir ao passo 3.

Deve-se observar que o algoritmo GRASP apresentado anteriormente gera um conjunto de soluções, geralmente diferentes já que em cada passo é escolhida uma linha diferente da lista reduzida *RCL*. Assim, segundo a teoria do GRASP, é possível gerar um conjunto grande de soluções diferentes usando o mesmo AHC generalizado. Adicionalmente, em cada passo acrescentamos uma linha de transmissão promissora e que se encontra na lista reduzida RCL. Adicionalmente, a formação dos elementos e do número de elementos da lista RCL é crucial para um desempenho adequado da fase construtiva do algoritmo GRASP.

4.1.2 Fase de Pós-processamento de Busca Local

Após gerar uma solução factível no algoritmo GRASP, deve-se passar para a fase de melhoria local com a finalidade de encontrar uma solução de melhor qualidade a partir da solução gerada na fase construtiva.

Segundo a teoria do GRASP pode ser usada qualquer estratégia na fase de busca local para melhorar a solução corrente, inclusive uma outra metaheurística. A literatura moderna sobre as metaheurísticas recomenda que seja usado o Path Relinking (PR) para a fase de melhoria local. Neste trabalho usamos estratégias de busca local mais simples. A fase de busca local não deve ser computacionalmente onerosa já que pode elevar muito o tempo de processamento do algoritmo GRASP. Este fato é agravado no caso do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão já que não é simples gerar soluções vizinhas de qualidade e de tamanho reduzido. Neste trabalho foi implementada duas propostas de melhoria local. Essas propostas são mostradas a seguir.

4.1.2.1 Retirada de Linhas de um Mesmo Grupo e Reotimização com AHC de Garver

A ideia central dessa proposta é separar as linhas adicionadas na fase construtiva em grupos de afinidade. Assim, todas as linhas que se encontram na mesma região do sistema elétrico e,

portanto, resolvem o problema de geração e demanda de uma determinada região devem ser retiradas. Em seguida usa-se o AHC de Garver para gerar uma solução factível. Portanto, nessa proposta tentamos gerar uma solução que não necessariamente deve ser formado pelas linhas que foram retiradas. Para terminar de apresentar a proposta completa devemos explicar como se formam os grupos e como se evita gerar novamente a mesma solução.

Um conjunto de linhas faz parte de um mesmo grupo se esse conjunto forma um caminho do ponto de vista de grafos, isto é, todas essas linhas estão conectadas e, portanto, existe um caminho ligando qualquer par desse conjunto de linhas.

Supor que um grupo é formado por P caminhos em que existe adição de linhas de transmissão. Nesse contexto podem ser geradas $p = 1, ..., P$ soluções diferentes. Em cada caso retiramos todas as linhas de transmissão do grupo e mudamos temporariamente o custo da linha no caminho p para $c_p^{novo} > c_p$. A segui usamos o AHC de Garver para encontrar uma nova solução. Pode-se verificar que o AHC de Garver deve gerar uma solução sem a adição de linhas no caminho p e, portanto, procurando adições em caminhos alternativos.

4.1.2.2 Uso de Estratégias de Vizinhança Tradicional

Neste caso usamos uma busca através de vizinhança com a mesma lógica de um algoritmo de busca através de vizinhança (a metaheurística VNS) com apenas 3 níveis de vizinhanças. Adicionalmente usamos apenas a versão mais simples do algoritmo VNS, isto é, o algoritmo VND (Variable Neighborhood Descent). Para implementar essa estratégia VND usamos os 3 níveis de vizinhança seguintes:

1. Vizinhança de nível N_1: Um elemento de N_1 é representado pela retirada de linhas de transmissão em um caminho em que existem linhas adicionadas.

2. Vizinhança de nível N_2: Um elemento de N_2 é representado pela retirada de linhas de transmissão em um caminho em que existem linhas adicionadas e a adição de linhas em outro caminho.

3. Vizinhança de nível N_3: Um elemento de N_3 é representado pela retirada de linhas de transmissão em um caminho em que existem linhas adicionadas e a adição de linhas em dois caminhos ou a retirada de linhas em dois caminhos e a retirada de linhas em um caminho.

Obviamente, na análise de vizinhança anterior resolvemos problemas de PL apenas nos casos em que o custo de retirada de linhas sejam maiores que o custo da adição de linhas de transmissão.

4.2 GRASP para o Modelo DC

Uma das principais vantagens das metaheurísticas, quando se pretende resolver um tipo de problema, é que a forma de implementação não muda muito quando mudamos a complexidade matemática do problema que está sendo resolvido. Esse tipo de desempenho não acontece, por exemplo, quando usamos técnicas de ótimização clássica como os algoritmos *Branch and Bound* e a decomposição de *Benders*. Portanto, existem apenas pequenas mudanças entre um algoritmo GRASP projetado para resolver o modelo de transportes e o algoritmo GRASP para resolver o modelo DC. Assim, a diferença fundamental entre ambos algoritmos se encontra na fase construtiva, isto é, no tipo de problema de PL que deve ser resolvido para montar a lista RCL.

A fase construtiva do algoritmo GRASP para o modelo de transportes usa apenas uma generalização do AHC de Garver como foi mencionado anteriormente. Por outro lado, a fase construtiva do algoritmo GRASP para o modelo DC é uma generalização do AHC de Villasana-Garver-Salon (ver seção **3.2.2 O AHC de Villasana-Garver-Salon**) e, portanto, a forma do problema de PL que se resolve assume uma estrutura diferente.

4.2.1 Fase Construtiva

Na fase construtiva utiliza-se uma generalização do AHC de Villasana-Garver-salon (VGS). Como já analisado anteriormente (ver Seção 3.2.2), o algoritmo VGS adiciona em cada passo uma linha de transmissão naquele caminho em que existe adição de linha de transmissão na solução do PL e que, adicionalmente, leva o maior fluxo de potência entre aquelas linhas de transmissão identificadas pela solução do PL. Assim, como no algoritmo de Garver, dada a topologia corrente, e após resolver o PL correspondente, deve-se calcular os fluxos de potência f_{ij}^{v} em todos os novos circuitos adicionados pelo PL ($n_{ij} \neq 0$). Portanto, o caminho a ser escolhido de acordo com VGS é aquele em que passa o maior fluxo de potência. Assim, é adicionado um novo circuito naquele caminho ij. Uma generalização desse algoritmo pode ser escolher a linha candidata a adição de uma lista reduzida constituída pelas linhas que levam os maiores fluxos de potência. Assim, essa lista reduzida de linhas candidatas a adição pode ser encontrada usando a mesma relação usada para o modelo de transportes. Assim, resumindo, na fase construtiva do GRASP para o modelo de transportes resolvemos o PL (26)-(32) para montar os elementos de lista reduzida RCL. Por outro lado, na fase construtiva do GRASP para o modelo DC resolvemos o PL (33)-(43) para montar os elementos de lista reduzida RCL.

A determinação de valores para o α em (45) também é determinada de forma experimental. A Fase construtiva do GRASP utiliza uma generalização do algoritmo VGS que permite identificar os elementos da lista RCL e gerar muitas soluções factíveis geralmente de boa qualidade. Neste caso também, se $\alpha = 0$ o algoritmo GRASP se torna aleatória e qualquer caminho em

que $n_{ij} \neq 0$ pode ser escolhido. Por outro lado, quando $\alpha = 1$ o algoritmo GRASP na fase construtiva se transforma no AHC de VGS com apenas um elemento na lista reduzida *RCL*. Nos testes usamos o valor de $\alpha = 0,4$ e $\alpha = 0,6$.

A fase de busca construtiva do algoritmo GRASP para resolver o modelo DC assume a seguinte forma:

1. Escolher o valor de α e o número de iterações do algoritmo GRASP (número de soluções que devem ser gerados).
2. A topologia base se transforma na solução (topologia) corrente.
3. Resolver o problema de PL (33)-(43) para a topologia corrente. Se $n_{ij} = 0$ (e obviamente com $v = 0$), então terminou a fase construtiva e, deve-se passar para a fase de melhoria local e depois voltar ao passo 2 para gerar uma nova solução. Em caso contrário montar a lista *RCL* usando (45).
4. Escolher de forma aleatória uma linha que se encontra na lista RCL e adicionar ao sistema elétrico. Atualizar a solução corrente com a linha selecionada e ir ao passo 3.

Neste caso também o algoritmo GRASP gera um conjunto de soluções e essas soluções geralmente são diferentes já que em cada passo é escolhida uma linha diferente da lista reduzida *RCL*.

4.2.2 Fase de Busca Local do Modelo DC

A fase de busca local do algoritmo GRASP para o modelo DC é exatamente igual ao implementado para o modelo de transportes. Assim, não existe nada a acrescentar na implementação da busca local para o modelo DC.

5 TESTES E RESULTADOS

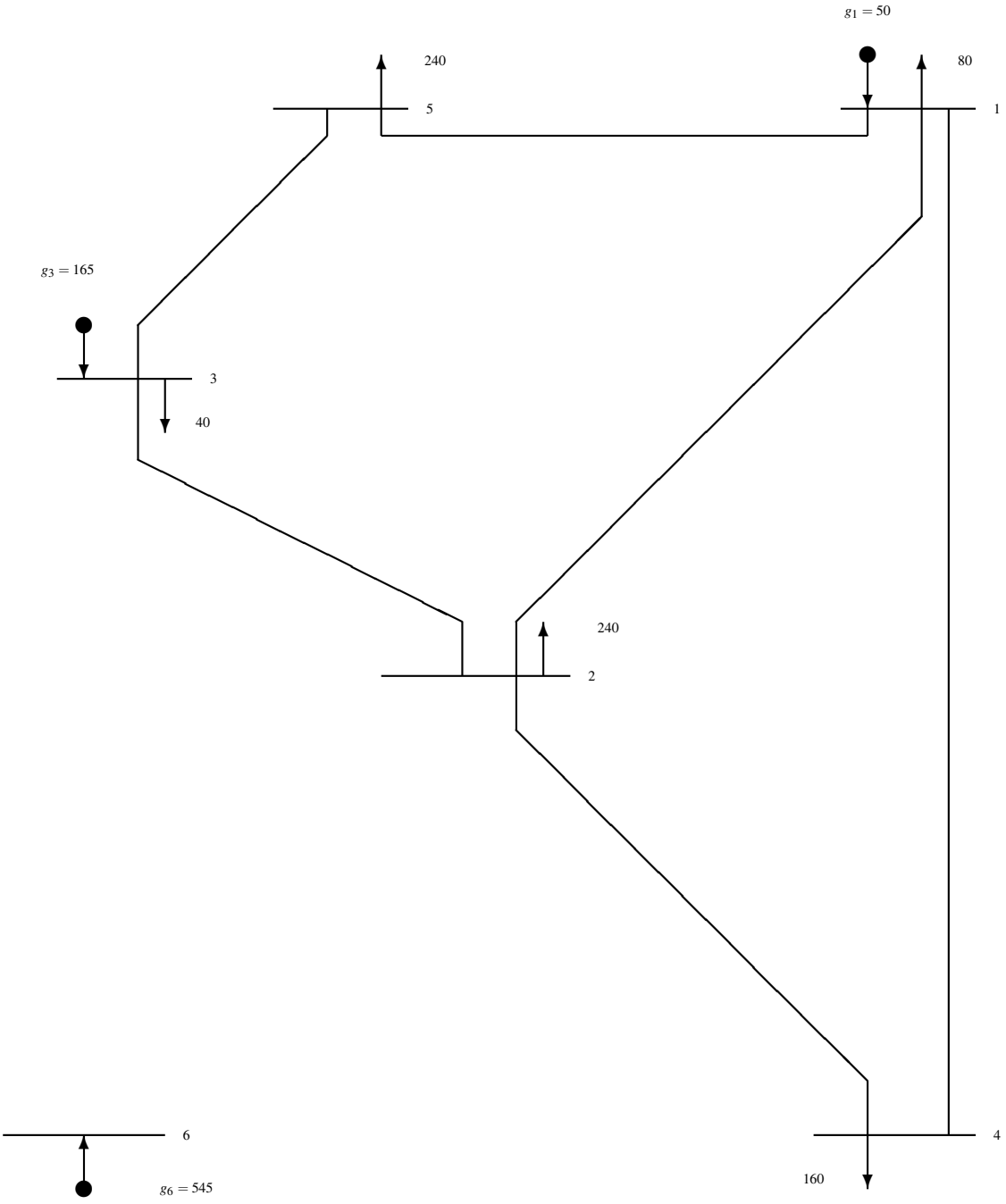
O algoritmo GRASP apresentado no capítulo anterior foi implementado e testado usando diferentes sistemas. Assim, foram realizados testes para o modelo de transportes e o modelo DC. O programa computacional foi implementado em Fortran e, dentro dessa estrutura em Fortran, foi usando o software *MINOS 5.4*, para resolver os problemas de PL (existe no LAPSEE o código fonte do MINOS programado em Fortran). Nos testes foram usados valores de $\alpha = 0,4$ e $\alpha = 0,6$ e os resultados apresentados correspondem a $\alpha = 0,6$. Na fase de melhoria local, apresentamos apenas os resultados encontrados usando a busca através de vizinhança com os 3 níveis de vizinhança especificados na seção 4.1.2.2. ***(Uso de Estratégias de Vizinhança Tradicional)***. A estratégia apresentada na seção 4.1.2.1 ***(Retirada de Linhas de um Mesmo Grupo e Reotimização com AHC de Garver)***, mostrou-se menos eficiente.

Para os testes foram escolhidos 3 sistemas elétricos, o sistema didático de Garver de 6 barras e 15 caminhos para adição de linhas de transmissão, o sistema IEEE de 24 barras e 41 caminhos para adição de linhas de transmissão e o sistema Sul brasileiro de 46 barras e 79 caminhos para adição de linhas de transmissão.

5.1 Sistema de Garver 6 Barras

O sistema de 6 barras de Garver é usado praticamente por todos os pesquisadores que trabalham em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 9 e podem ser adicionadas linhas de transmissão ligando duas barras do sistema, isto é, existem 15 caminhos para adição de linhas de transmissão. Os dados completos se encontram no Apêndice (A1).

Figura 9 - Topologia base.



Fonte: Taglialenha (2008)

5.1.1 Modelo de Transportes

Neste caso apenas a fase construtiva encontra a solução ótima do sistema de 6 barras para os dois casos, isto é, com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração. Assim, o algoritmo GRASP foi processado apenas em 5 iterações (gerando 5 soluções). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes encontraram as soluções ótimas do sistema Garver. A solução ótima, que aparece com mais frequência, é a seguinte:
   - Investimento: $v = 110$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{2-6} = 1$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 2$.
2. Sem Reprogramação da Geração: Os testes encontraram a solução ótima do sistema Garver. A solução ótima, que aparece com muita freqüência, é a seguinte:
   - Investimento: $v = 200$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{2-6} = 3$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 3$

5.1.2 Modelo DC

Neste caso também apenas a fase construtiva encontra a solução ótima do sistema de 6 barras para os dois casos, isto é, com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração. Assim, o algoritmo GRASP foi processado apenas para 5 iterações (gerando 5 soluções). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes encontraram as soluções ótimas do sistema Garver. A solução ótima, que aparece com mais frequência, é a seguinte:
   - Investimento: $v = 110$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 3$.
2. Sem Reprogramação da Geração: Os testes encontraram as soluções ótimas do sistema Garver. A solução ótima, que aparece com mais frequência, é a seguinte:
   - Investimento: $v = 200$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{2-6} = 4$, $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 2$

Nos testes do sistema de Garver o algoritmo GRASP converge após resolver em torno de 80 a 120 problemas de PL embora a solução ótima seja encontrada na maioria das vezes apenas na fase construtiva.

5.2 Sistema IEEE de 24 Barras

O sistema IEEE de 24 barras também é muito usado pelos pesquisadores que trabalham em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 10 e podem ser adicionadas linhas de transmissão em caminhos que já existem linhas de transmissão na topologia base e em caminhos novos (mostrado em pontilhado na Figura 10). Adicionalmente, podem-se acrescentar até 3 linhas de transmissão em cada caminho. Os dados completos se encontram no Apêndice (A2).

5.2.1 Modelo de Transportes

Neste caso a fase construtiva as vezes encontra a solução ótima para o caso com reprogramação da geração. Entretanto, para o caso sem reprogramação da geração, a fase construtiva não encontra a melhor solução conhecida. O algoritmo GRASP foi processado para 10 iterações (gerando 10 processos de fase construtiva e de busca local). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes encontram a solução ótima do sistema de 24 barras na maioria dos testes. A solução ótima, que aparece com bastante frequência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 102$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$ e $n_{14-16} = 1$.

2. Sem Reprogramação da Geração: Os testes também encontram a melhor solução conhecida do sistema de 24 barras com bastante frequência. A solução ótima, que aparece com frequência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 226$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{14-16} = 1$, $n_{16-17} = 2$, $n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 1$.

5.2.2 Modelo DC

Neste caso a fase construtiva também às vezes encontra a solução ótima para o caso com reprogramação da geração do sistema de 24 barras. Entretanto, o algoritmo da fase construtiva não encontra a melhor solução conhecida para o caso sem reprogramação da geração. O algoritmo GRASP foi processado também para um máximo de 10 iterações (gerando 10 processos de fase construtiva e de busca local). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes encontram a solução ótima do sistema de 24 barras na maioria dos testes. A solução ótima, que aparece com bastante frequência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 152$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$ e $n_{14-16} = 1$.

2. Sem Reprogramação da Geração: Os testes também encontram a melhor solução conhecida do sistema de 24 barras com bastante frequência. A solução ótima, que aparece com frequência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 390$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{1-5} = 1, n_{3-24} = 1, n_{6-10} = 1, n_{7-8} = 2, n_{14-16} = 1, n_{15-24} = 1, n_{16-17} = 2, n_{16-19} = 1$ e $n_{17-18} = 2$.

Nos testes do sistema IEEE de 24 barras, o algoritmo GRASP converge após resolver em torno de 300 a 700 problemas de PL. Deve-se observar que neste caso a solução encontrada para o caso com reprogramação da geração é a solução ótima, mas a solução encontrada para o caso sem reprogramação da geração é apenas uma solução ótima local.

5.3 Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

O sistema de 46 barras também é muito usado pelos pesquisadores que trabalham em planejamento da expansão de sistemas de transmissão e representa um sistema de complexidade media, especialmente para o caso em que não existe a reprogramação da geração. A topologia base desse sistema é mostrada na Figura 11 e podem ser adicionadas linhas de transmissão em caminhos em já existem linhas de transmissão na topologia base e em caminhos novos (mostrado em pontilhado na Figura 11). Adicionalmente, pode-se acrescentar até 4 linhas de transmissão em cada caminho. Os dados completos se encontram no Apêndice (A3).

5.3.1 Modelo de Transportes

Neste caso a fase construtiva geralmente não encontra a solução ótima do sistema de 46 barras para os dois casos, isto é, com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração. O algoritmo GRASP foi processado para 20 iterações (gerando 20 processos de fase construtiva e de busca local). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes realizados não encontram a solução ótima do sistema. A melhor solução encontrada e que aparece com bastante frequência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 63,163$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{20-23} = 1$, $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{46-6} = 1$ e $n_{5-6} = 2$.

2. Sem Reprogramação da Geração: Os testes também não encontram a solução ótima do sistema de 46 barras. A melhor solução encontrada, que aparece com freqüência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 130,943$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{20-21} = 1$, $n_{42-43} = 2$, $n_{46-6} = 1$, $n_{5-6} = 2$, $n_{31-32} = 1$, $n_{24-25} = 2$, $n_{28-31} = 1$, $n_{25-32} = 2$, $n_{14-22} = 1$.

5.3.2 Modelo DC

Neste caso a fase construtiva não encontra a solução ótima do sistema de 46 barras para os dois casos, isto é, com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração. O algoritmo GRASP foi processado também para um máximo de 20 iterações (gerando 20 processos de fase construtiva e de busca local). Os resultados encontrados são os seguintes:

1. Com Reprogramação da Geração: Os testes encontram a solução ótima do sistema de 46 barras na maioria dos testes. A solução ótima, que aparece com bastante freqüência, é a seguinte:

   - Investimento: $v = 70,289$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{13-20} = 1$, $n_{20-23} = 1$, $n_{20-21} = 2$, $n_{42-43} = 1$, $n_{46-6} = 1$ e $n_{5-6} = 2$.

2. Sem Reprogramação da Geração: A melhor solução conhecida do sistema de 46 barras assume a seguinte forma:

   - Investimento: $v = 157,863$ milhões de dólares.
   - Adições: $n_{20-21} = 1$, $n_{42-43} = 1$, $n_{6-46} = 1$, $n_{25-32} = 1$, $n_{31-32} = 1$, $n_{28-31} = 1$, $n_{31-41} = 1$, $n_{24-25} = 2$, $n_{40-41} = 1$ e $n_{5-6} = 1$.

Nos testes do sistema de 46 barras, o algoritmo GRASP converge após resolver em torno de 1600 a 2800 problemas de PL. Deve-se observar que neste caso a solução encontrada para o caso com reprogramação da geração é a solução ótima, mas a solução encontrada para o caso sem reprogramação da geração é apenas uma solução ótima local.

5.4 Análise Crítica dos Resultados Encontrados

Os resultados apresentados mostram que para sistemas de pequeno porte como, por exemplo, o sistema de Garver de 6 barras, o algoritmo GRASP encontra facilmente as soluções ótimas conhecidas. Esse tipo de desempenho pode se creditado ao excelente desempenho do AHC de Garver e de Villasana-Garver-Salon para esse tipo de sistema.

Para sistemas de médio porte os resultados encontrados pelo algoritmo GRASP mostram uma qualidade de desempenho variável, dependendo fundamentalmente do tipo de planejamento realizado, isto é, com reprogramação da geração e sem reprogramação da geração. Deve-se observar que nos sistemas elétricos mais usados na literatura especializada de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, como os usados nesta dissertação, existe uma grande diferença de investimento entre o caso de planejamento com reprogramação e sem reprogramação da geração. Em outras palavras os problemas de planejamento da expansão sem a reprogramação da geração são problemas muito mais restritos.

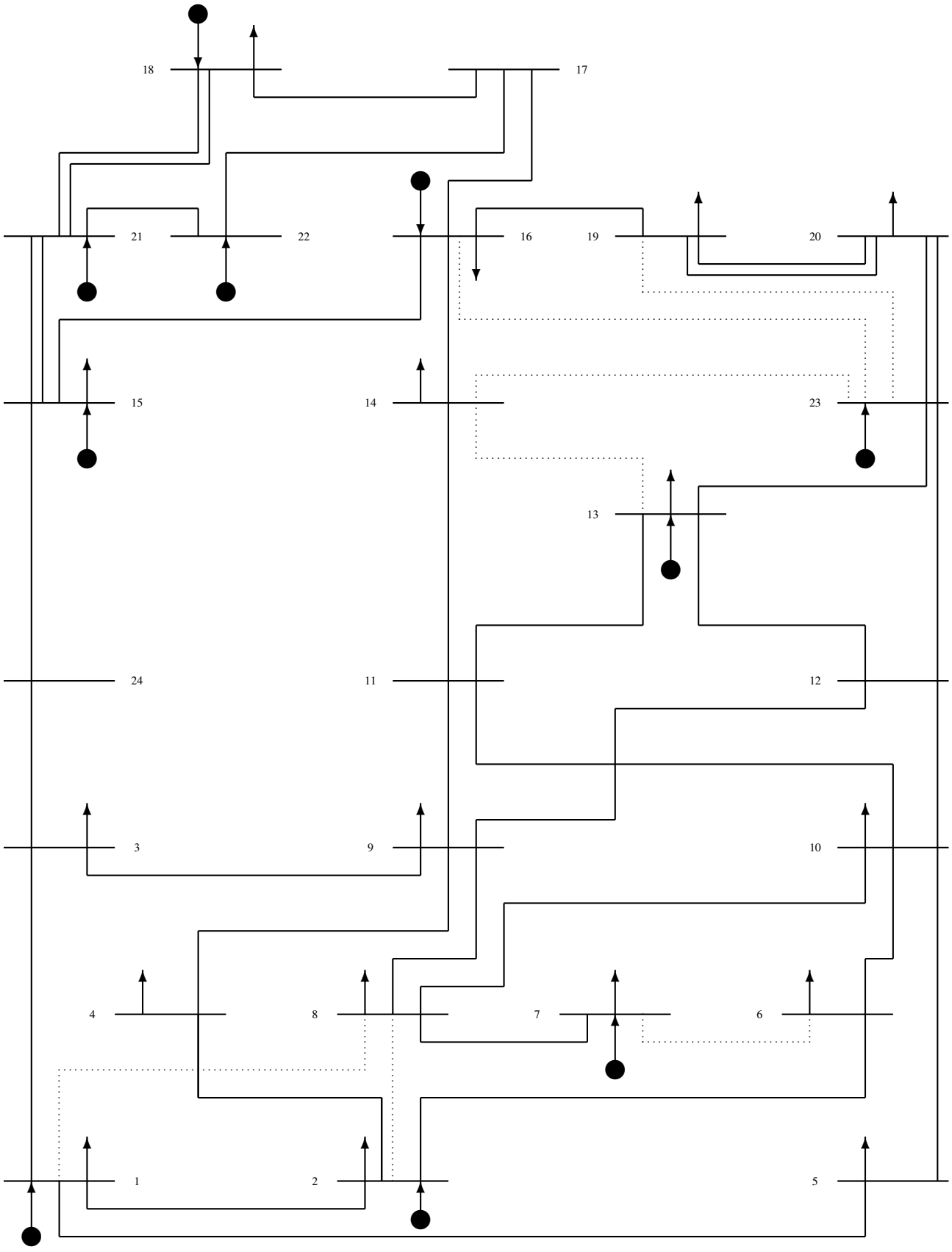
Para os sistemas testados, o algoritmo GRASP encontra com relativa facilidade as soluções ótimas do sistema de 24 barras e de 46 barras quando usamos o modelo de transportes e quando usamos o modelo DC no caso em que existe a possibilidade de reprogramação da geração. No caso em que não existe a possibilidade de reprogramação da geração, o algoritmo GRASP encontra apenas soluções locais de ótima qualidade. Uma análise detalhada do processo de otimização permitiu verificar que novamente a fase construtiva é a principal responsável por esse tipo de desempenho. Nesse tipo de problema, o AHC de Garver e o AHC de Villasana-Garver-Salon, e suas versões generalizadas, encontram sistematicamente soluções ótimas locais de excelente qualidade, mas não encontram as soluções ótimas globais. Esse tipo de comportamento é diretamente refletido no indicador de sensibilidade usado. Deve-se observar que os elementos da lista RCL pertencem a um subconjunto formado pelos caminhos em que existe adição $(n_{ij} \neq 0)$ na solução do PL, isto é, por todos os caminhos ótimos quando é possível adicionar linhas de transmissão não inteiras. Assim, a lista RCL é formado pelos caminhos mais importantes em que $n_{ij} \neq 0$ na solução do PL. Entretanto, foi observado experimentalmente que em determinados sistemas elétricos, quando resolvemos o problema de PL, alguns caminhos ótimos não aparecem como candidatos a formar parte da lista RCL, isto é, existem caminhos ótimos ij em que a solução ótima do problema de PL indica que $n_{ij} = 0$ nesse caminho. Portanto, nesse tipo de caso, esse caminho ótimo nunca pode fazer parte da lista RCL e, obviamente, nesse contexto nunca encontra a solução ótima. Contudo, esse problema não pode ser resolvido aumentando o número de iterações do algoritmo GRASP e também não pode ser resolvido mudando o valor do parâmetro α. A única forma de resolver esse problema, na fase construtiva, seria mudando o indicador de sensibilidade. Essa mudança não é trivial, particularmente para o modelo de transportes. No caso do modelo DC poderiam ser usados indicadores de sensibilidade de outros AHC, tradicionalmente conhecidos como pouco eficientes dentro da estrutura de um AHC, mas

que podem se tornar mais eficientes para o caso de AHC generalizados como acontece na fase construtiva do GRASP.

Outra forma de contornar esse problema seria aumentar a sofisticação da fase de melhoria local, mas essa proposta aumentaria de forma proibitiva o esforço de processamento do algoritmo GRASP, e tornando essa estratégia muito inferior em esforço de processamento quando comparado com outras metaheurísticas.

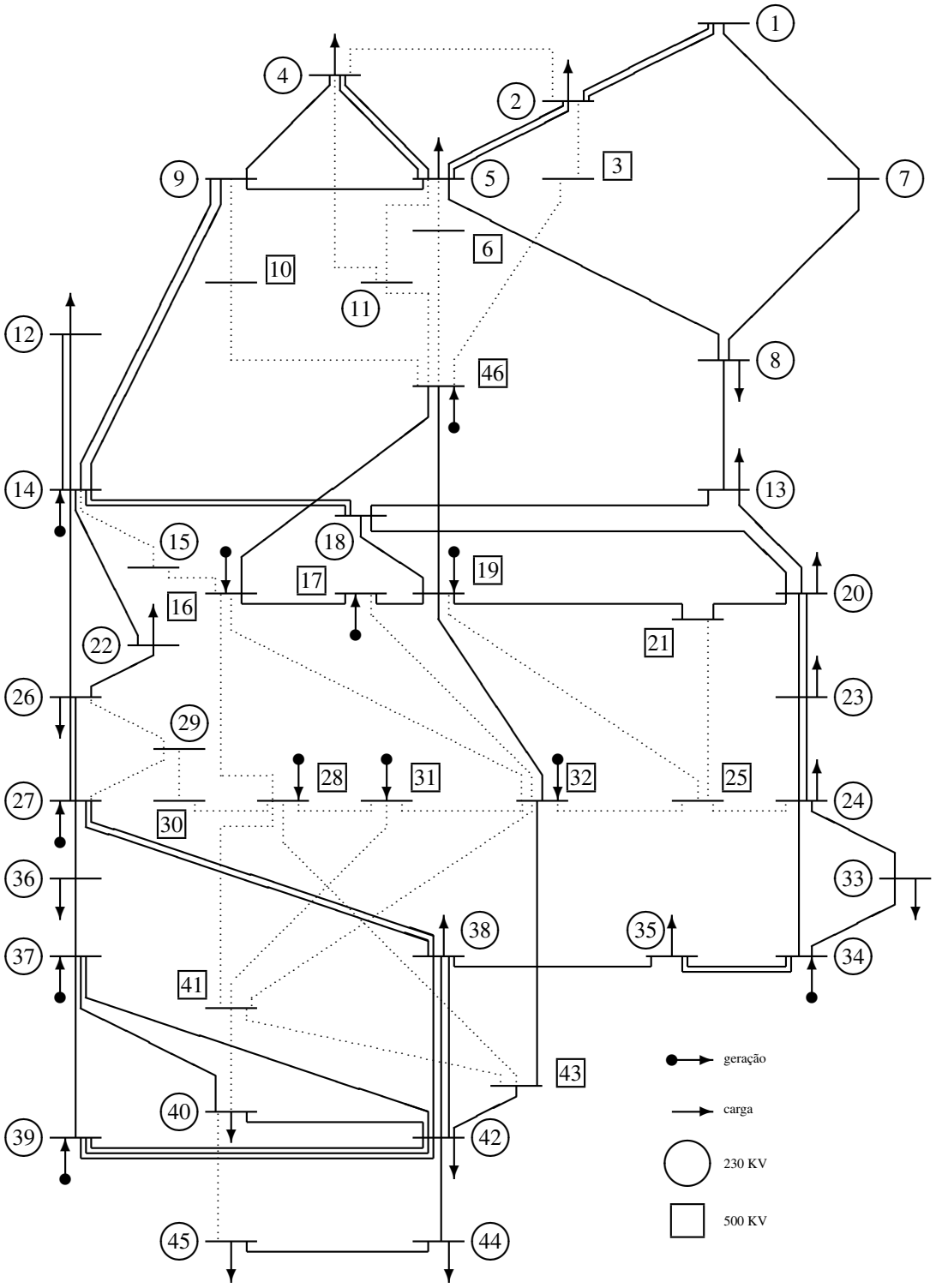
Finalmente, mostramos um exemplo prático do principal problema da fase construtiva do GRASP usando a figura do sistema sul brasileiro. O fenômeno que vamos exemplificar acontece quando realizamos planejamento para o modelo de transportes. Na figura (e analisando os dados) podemos verificar que a barra 46 é uma barra de geração que deve atender, de acordo com a lógica de otimização, a demanda das barras 2, 4 e 5 (fundamentalmente da barra 5). Nesse contexto, a solução do problema de PL (que relaxa a integralidade das variáveis de investimento) indica que o caminho ótimo, nesse contexto, está formado pela adição de linhas nos caminhos $46-6$ e $5-6$. Entretanto, se fosse exigida a integralidade na adição de linhas devemos adicionar linhas de transmissão nos caminhos $46-11$ e $5-11$ que na verdade formam parte da solução ótima. Por esse motivo, na solução do PL sempre aparece $n_{46-6} \neq 0$, $n_{5-6} \neq 0$, $n_{46-11} = 0$, $n_{5-11} = 0$. Portanto, é impossível usando a lógica implementada que os caminhos $46-11$ e $5-11$ formem parte de lista RCL e não existe a possibilidade de que se adicionem linhas nesses caminhos na fase construtiva. Deve-se observar ainda que caso o caminho $46-6$ fosse inviabilizado na solução do PL (por exemplo, mudando artificialmente seu custo) então a solução do PL adicionaria linhas nos caminhos $46-3$ e $2-3$. Em resumo, quando exigimos integralidade, o caminho ótimo para o problema mencionado é formado por $46-11$ e $5-11$, mas se relaxamos a integralidade então esse caminho é o pior entre os 3 caminhos mencionados.

Figura 10 - Sistema IEEE de 24 de barras.



Fonte: Taglialenha (2008)

Figura 11 - Sistema Sul Brasileiro - Rede inicial.



Fonte: Taglialenha (2008)

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvida uma metaheurística GRASP especializada para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Nessa proposta foi idealizada a fase construtiva usando como base AHC de reconhecido desempenho para cada modelo de otimização. Assim, para a fase construtiva do modelo de transportes foi usada uma generalização do AHC de Garver. Por outro lado, para a fase construtiva do modelo DC foi usada uma generalização do AHC de Villasana-Garver-Salon. Esses algoritmos são conhecidos como sendo os melhores AHC para cada tipo de modelo do problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão.

A maior especialização da metaheurística GRASP aplicado ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão foi realizada na implementação da fase construtiva. A fase de melhoria local corresponde apenas a uma generalização do algoritmo heurístico de busca local conhecido como busca através de vizinhança ou algoritmo SDH (do inglês *Steepest Descent Heuristic*). Deve-se observar que a fase de melhoria local pode ser explosiva em termos de esforço de processamento caso seja incrementado os níveis de vizinhança.

Os resultados encontrados mostram um desempenho excelente para sistemas de pequeno porte, mas essa é uma característica comum de todas as metaheurísticas. Para sistemas de médio porte (sistema IEEE de 24 barras e sistema sul brasileiro de 46 barras) a metaheurística GRASP implementada apresenta desempenho apenas razoável. Para o caso em que existe a possibilidade de reprogramação da geração o desempenho do algoritmo GRASP é excelente. Entretanto, para o caso em que não existe possibilidade de reprogramação da geração (os casos geralmente mais complexos de resolver), a metaheurística encontra apenas soluções ótimas locais de excelente qualidade, mas não encontra as soluções ótimas conhecidas.

O desempenho anteriormente mencionado é devido à forma em que foi implementada a fase construtiva. Assim, versões melhoradas da metaheurística GRASP implementado neste trabalho deve focar fundamentalmente na busca de versões alternativas da fase construtiva. Obviamente, na estratégia montada neste trabalho para a fase construtiva, pode-se implementar uma fase de melhoria local que encontre as soluções ótimas dos sistemas mencionados anteriormente. Entretanto, essa estratégia aumentaria muito o esforço de processamento e não estaria sintonizado com a teoria geral do GRASP que indica que a fase construtiva é a parcela mais importante do GRASP.

Em resumo, versões alternativas que permitam montar uma metaheurística GRASP deve ser direcionada para as seguintes atividades:

- Identificar outros AHC usados para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas que apresentem desempenho eficiente e desenvolver versões generalizadas desses AHCs para a fase construtiva do GRASP.
- Idealizar formas alternativas para montar a lista de candidatos que devem ser usadas para montar a lista RCL ainda usando os AHCs usados neste trabalho.
- Implementar uma fase de melhoria loca usando a lógica de redução de vizinhança.
- Após os desenvolvimentos mencionados anteriormente, pode-se pensar em melhorar outros aspectos da metaheurística GRASP tais como calibrar de forma eficiente o parametro α, desenvolver um algoritmo GRASP reativo e testar sistemas de elevada complexidade.

REFERÊNCIAS

BENNON, R. J.; JUVES, J. A. Use of sensitivity analysis in automated transmission planning. *IEEE Transaction Power Apparatus Systems*, Piscataway, v. PAS-101, n. 1, p. 319-3925, 1982.

BINATO, S.; OLIVEIRA, C. A heuristic approach to cope with multi-year transmission expansion planning. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRIC POWER ENGINEERING, 1995, Stockholm. *Annals...* Stockholm: Stockholm Power Tech - SPT, 1995.

BINATO, S.; ROMERO, R. Power transmission network expansion planning by a hybrid genetic algorithm. In: LATIN-IBEROAMERICAN CONGRESS ON OPERATIONS RESEARCH - CLAIO, 9., 1998, Buenos Aires. *Annals...* Buenos Aires: ALIO, 1998.

BINATO, S. *Expansão ótima de sistemas de transmissão através de decomposição de Benders e técnicas de planos cortantes*. 2000. 176 f. Tese (Doutorado) - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

BINATO, S.; PEREIRA, M. V. F.; GRANVILLE, S. A new benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 235-240, 2001.

CHAMPS, D. C.; VANKELECOM, J.; AMOULLE, E. Tranex - an iteractive computer program for transmission expansion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-99, n. 1, Jan./Feb. 1980. Abstracts of the IEEE Summer Power Metting, Vancouver, 1979. n. A79-476-3.

DUSONCHET, Y. P.; EL-ABIAD, A. H. Transmission planning using discrete dynamic optimization. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-92, n. 4, p. 1358-1371, 1973. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4075217&tag=1>. Acesso em: 12 ago. 2012.

ESCOBAR, A.; GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 2, n. 19, p. 735-744, 2004.

ESCOBAR, A. H. *Análise crítica de aspectos de modelagem matemática no planejamento da expansão a longo prazo de sistemas de transmissão*. 2008. 224 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho - UNESP, Ilha Solteira, 2008.

FARIA, H. J.; BINATO, S.; RESENDE, M. G. C.; FALCÃO, D. M. Grasp com path relinking para o planejamento da expansão de redes de transmissão. In: CONGRESSO BRASILEIRO

DE AUTOMÁTICA, 14., 2002, Natal. *Anais ...* Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2002.

FISCHL, R.; PUNTEL, W. R. Computer aided design of electrical power trasmission network. *Computer-Aided Design*, Kidlington, v. 5, n. 4, p. 266, Oct. 1966. Abstracts of the IEEE Winter Power Meeting, New York, 1972. n. C72-168-8.

GALLEGO, R. A.; ALVES, A. B.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Parallel simulated annealing applied to long term transmission expansion planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 1, n. 12, p. 181-187, 1997.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Comparative studies on non-convex optimization methods for transmission network expansion planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 3, n. 13, p. 822-828, 1998.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Transmission system expansion planning by extended genetic algorithm. *IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 3, n. 145, p. 329-335, 1998.

GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Tabu search algorithm for network synthesis. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway,v. 2, n. 15, p. 490- 495, 2000.

GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, n. 89, p. 1688-1697, 1970.

GONZAGA, C. C. *Estudos de algoritmos de busca em grafos e sua aplicação a problemas de planejamento*. 1973. 192 f. Tese (Doutorado) - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1973.

HAFFNER, S. *Planejamento de sistemas de transmissão no contexto de livre mercado*. 2000. 172 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2000.

HASHIMOTO, S. *Análise e desenvolvimento de algoritmos eficientes de programação linear para o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão a longo prazo*. 2005. 163 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho - UNESP, Ilha Solteira, 2005.

KALTENBATCH, J. C.; PESHON, J.; GEHRIG, E. H. A mathematical optimization technique for the expansion of electrical power transmission systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. 1, n. PAS-89, p. 113-119, 1970.

KNIGHT, U. G.W. The logical design of electrical networks using linear programmingmethods. *Proceedings of the IEE, Part A - Power Engineering*, Stevenage, v. 107, n. 33, p. 306-314, 1960.

LATORRE-BAYONA, G.; PÉRES, I. J. Chopin, a heuristic model for long term transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 4, p.

1886-1894, 1994.

LATORRE, G.; CRUZ, R. D.; AREIZA, J. M.; VILLEGAS, A. Classification of publication and model on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 938-946, 2003.

LEE, S. T.; HOCKS, K. L.; HNYLICZA, E. Transmission expansion by branch and bound integer programming with optimal cost-capacity curves. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-93, n. 5, p. 1390-1400, 1974.

LEVI, V. A.; CALOVIC, M. S. A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 6, n. 3, p. 937-943, 1991.

MANSANO, E. M. *Algoritmos busca tabu paralelos aplicados ao planejamento da expansão da transmissão de energia elétrica*. 2008. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho - UNESP, Ilha Solteira, 2008.

MONTICELLI, A. J.; SANTOS JUNIOR, A. H. M.; PEREIRA, M. V. F.; CUNHA, S. H. F.; PARKER, B. J.; PRACA, J. C. G. Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-101, n. 10, p. 3319-3325, 1985.

OLIVEIRA, G. C.; COSTA, A. P.; BINATO, S. Large scale transmission network planning using optimization and heuristic techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 10, n. 4, p. 1828-1834, 1995.

ORTIZ, J. M. A. *Metodologia de expansão automática da transmissão utilizando um algoritmo de busca tabu*. 1997. 96 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 1997.

PEREIRA, M. V. F. *Análise de sensibilidade no planejamento da expansão dos sistemas de geração-transmissão*. 1985. 236 f. Tese (Doutorado) -) - Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1985.

PINTO, L. M. V. G.; NUNES, A. A model for optimal transmission expansion planning. In: POWER SYSTEM COMPUTING CONFERENCE, 10., Graz, Austria. *ProceedingsĚ* Graz: PSCC, 1990. p. 13-23.

ROMERO, R.; GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A. Transmission system expansion planning by simulated annealing. *IEEE Transactions on Power System*, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 364-369, 1996.

ROMERO, R. *Um método de decomposição para o planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão*. 1993. 172 f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1993.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 373-380, 1994.

ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A zero-one implicit enumeration method for optimizing investments in transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 3, 1994.

ROMERO, R.; ROCHA, R.; MANTOVANI, M.; MANTOVANI, J. R. S. Analysis of heuristics algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 150, n. 5, p. 521-526, 2003.

ROMERO, R. *Planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. Ilha Solteira: UNESP, 2000. Notas de aula.

SILVA, E. L.; AREIZA, J. M.; OLIVEIRA, G. C.; BINATO, S. Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 62-68, 2001.

SILVA, E. L.; GIL, H. A.; AREIZA, A. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 3, p. 1168-1175, 2000.

TAGLIALENHA, S. L. *Novas aplicações de metaheurísticas na solução de problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*. 2005. 138 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho - UNESP, Ilha Solteira, 2005.

VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, v. PAS-104, n. 2, 1985.

VILLASANA, R. *Transmission network planning using linear and linear mixed integer programming*. 1984. 212 f. Tese (Doutorado) - Ressenlaer Polytechnic Institute, New York, 1984.

APÊNDICE A - DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS

Neste capítulo são apresentados os dados das configurações dos sistemas testados.

APÊNDICE A.1 - Sistema de 6 Barras de Garver

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	150	50	80
2	0	0	240
3	360	165	40
4	0	0	160
5	0	0	240
6	600	545	0

Características das Linhas

Nº	Linha	Linhas existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10^3 dol.
1	1-2	1	0.40	100	40
2	1-3	0	0.38	100	38
3	1-4	1	0.60	80	60
4	1-5	1	0.20	100	20
5	1-6	0	0.68	70	68
6	2-3	1	0.20	100	20
7	2-4	1	0.40	100	40
8	2-5	0	0.31	100	31
9	2-6	0	0.30	100	30
10	3-4	0	0.59	82	59
11	3-5	1	0.20	100	20
12	3-6	0	0.48	100	48
13	4-5	0	0.63	75	63
14	4-6	0	0.30	100	30
15	5-6	0	0.61	78	61

APÊNDICE A.2 - Sistema IEEE de 24 Barras

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	576.0	576.0	324.0
2	576.0	576.0	291.0
3	0.0	0.0	540.0
4	0.0	0.0	222.0
5	0.0	0.0	213.0
6	0.0	0.0	408.0
7	900.0	900.0	375.0
8	0.0	0.0	513.0
9	0.0	0.0	525.0
10	0.0	0.0	585.0
11	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0
13	1773.0	1773.0	795.0
14	0.0	0.0	582.0
15	645.0	645.0	951.0
16	465.0	465.0	300.0
17	0.0	0.0	0.0
18	1200.0	1200.0	999.0
19	0.0	0.0	543.0
20	0.0	0.0	384.0
21	1200.0	1200.0	0.0
22	900.0	900.0	0.0
23	1980.0	315.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0

Características das Linhas

Nº	Linha	Linhas existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10^3 dol.
1	01-02	1	0.0139	175	3000
2	01-03	1	0.2112	175	55000
3	01-05	1	0.0845	175	22000
4	02-04	1	0.1267	175	33000
5	02-06	1	0.1920	175	50000
6	03-09	1	0.1190	175	31000
7	03-24	1	0.0839	400	50000
8	04-09	1	0.1037	175	27000
9	05-10	1	0.0883	175	23000
10	06-10	1	0.0605	175	16000
11	07-08	1	0.0614	175	16000
12	08-09	1	0.1651	175	43000
13	08-10	1	0.1651	175	43000
14	09-11	1	0.0839	400	50000
15	09-12	1	0.0839	400	50000
16	10-11	1	0.0839	400	50000
17	10-12	1	0.0839	400	50000
18	11-13	1	0.0476	500	66000
19	11-14	1	0.0418	500	58000
20	12-13	1	0.0476	500	66000
21	12-23	1	0.0966	500	134000
22	13-23	1	0.0865	500	120000
23	14-16	1	0.0389	500	54000
24	15-16	1	0.0173	500	24000
25	15-21	2	0.0490	500	68000
26	15-24	1	0.0519	500	72000
27	16-17	1	0.0259	500	36000
28	16-19	1	0.0231	500	32000
29	17-18	1	0.0144	500	20000
30	17-22	1	0.1053	500	146000
31	18-21	2	0.0259	500	36000
32	19-20	2	0.0396	500	55000
33	20-23	2	0.0216	500	30000
34	21-22	1	0.0678	500	94000
35	01-08	0	0.1344	500	35000
36	02-08	0	0.1267	500	33000
37	06-07	0	0.1920	500	50000
38	13-14	0	0.0447	500	62000
39	14-23	0	0.0620	500	86000
40	16-23	0	0.0822	500	114000
41	19-23	0	0.0606	500	84000

APÊNDICE A.3 - Sistema Sul Brasileiro de 46 Barras

Níveis de Geração e Carga

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
1	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	443.1
3	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	300.7
5	0.0	0.0	238.0
6	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	72.2
9	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	511.9
13	0.0	0.0	185.8
14	1257.0	944.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0
16	2000.0	1366.0	0.0
17	1050.0	1000.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0
19	1670.0	773.0	0.0
20	0.0	0.0	1091.2
21	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	81.9
23	0.0	0.0	458.1
24	0.0	0.0	478.2
25	0.0	0.0	0.0
26	0.0	0.0	231.9
27	220.0	54.0	0.0
28	800.0	730.0	0.0

Níveis de Geração e Carga - Continuação

Barra	Cap. de Geração	Ger. Atual	Carga (MW)
29	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0
31	700.0	310.0	0.0
32	500.0	450.0	0.0
33	0.0	0.0	229.1
34	748.0	221.0	0.0
35	0.0	0.0	216.0
36	0.0	0.0	90.1
37	300.0	212.0	0.0
38	0.0	0.0	216.0
39	600.0	221.0	0.0
40	0.0	0.0	262.1
41	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	1607.9
43	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	79.1
45	0.0	0.0	86.7
46	700.0	599.0	0.0

Características das Linhas

Nº	Linha	Linhas existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10^3 dol.
1	01-07	1	0.0616	270	4349
2	01-02	2	0.1065	270	7076
3	04-09	1	0.0924	270	6217
4	05-09	1	0.1173	270	7732
5	05-08	1	0.1132	270	7480
6	07-08	1	0.1023	270	6823
7	04-05	2	0.0566	270	4046
8	02-05	2	0.0324	270	2581
9	08-13	1	0.1348	240	8793
10	09-14	2	0.1756	220	11267
11	12-14	2	0.0740	270	5106
12	14-18	2	0.1514	240	9803
13	13-18	1	0.1805	220	11570
14	13-20	1	0.1073	270	7126
15	18-20	1	0.1997	200	12732
16	19-21	1	0.0278	1500	32632
17	16-17	1	0.0078	2000	10505
18	17-19	1	0.0061	2000	8715
19	14-26	1	0.1614	220	10409
20	14-22	1	0.0840	270	5712
21	22-26	1	0.0790	270	5409
22	20-23	2	0.0932	270	6268
23	23-24	2	0.0774	270	5308
24	26-27	2	0.0832	270	5662
25	24-34	1	0.1647	220	10611
26	24-33	1	0.1448	240	9399

Características das Linhas - Continuação

Nº	Linha	Linhas existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10^3 dol.
27	33-34	1	0.1265	270	8288
28	27-36	1	0.0915	270	6167
29	27-38	2	0.2080	200	13237
30	36-37	1	0.1057	270	7025
31	34-35	2	0.0491	270	3591
32	35-38	1	0.1980	200	12631
33	37-39	1	0.0283	270	2329
34	37-40	1	0.1281	270	8389
35	37-42	1	0.2105	200	13388
36	39-42	3	0.2030	200	12934
37	40-42	1	0.0932	270	6268
38	38-42	3	0.0907	270	6116
39	32-43	1	0.0309	1400	35957
40	42-44	1	0.1206	270	7934
41	44-45	1	0.1864	200	11924
42	19-32	1	0.0195	1800	23423
43	46-19	1	0.0222	1800	26365
44	46-16	1	0.0203	1800	24319
45	18-19	1	0.0125	600	8178
46	20-21	1	0.0125	600	8178
47	42-43	1	0.0125	600	8178
48	02-04	0	0.0882	270	5965
49	14-15	0	0.0374	270	2884
50	46-10	0	0.0081	2000	10889
51	04-11	0	0.2246	240	14247
52	05-11	0	0.0915	270	6167

Características das Linhas - Continuação

Nº	Linha	Linhas existentes	Reatância (pu)	Capacidade (MW)	Custo 10^3 dol.
53	46-06	0	0.0128	2000	16005
54	46-03	0	0.0203	1800	24319
55	16-28	0	0.0222	1800	26365
56	16-32	0	0.0311	1400	36213
57	17-32	0	0.0232	1700	27516
58	19-25	0	0.0325	1400	37748
59	21-25	0	0.0174	2000	21121
60	25-32	0	0.0319	1400	37109
61	31-32	0	0.0046	2000	7052
62	28-31	0	0.0053	2000	7819
63	28-30	0	0.0058	2000	8331
64	27-29	0	0.0998	270	6672
65	26-29	0	0.0541	270	3894
66	28-41	0	0.0339	1300	39283
67	28-43	0	0.0406	1200	46701
68	31-41	0	0.0278	1500	32632
69	32-41	0	0.0309	1400	35957
70	41-43	0	0.0139	2000	17284
71	40-45	0	0.2205	180	13994
72	15-16	0	0.0125	600	8178
73	46-11	0	0.0125	600	8178
74	24-25	0	0.0125	600	8178
75	29-30	0	0.0125	600	8178
76	40-41	0	0.0125	600	8178
77	02-03	0	0.0125	600	8178
78	05-06	0	0.0125	600	8178
79	09-10	0	0.0125	600	8178