



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**

## **A INSTABILIDADE NA EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA SOLAR**

**Considerações sobre o Tempo de Instabilidade e a Formação  
Dinâmica do Cinturão de Kuiper**

**Rafael Ribeiro de Sousa**

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto

Co-Orientador: Prof. Dr. Rodney da Silva Gomes

Co-Orientador: Prof. Dr. Alessandro Morbidelli

UNESP  
Guaratinguetá  
2019





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

## A INSTABILIDADE NA EVOLUÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA SOLAR

**Rafael Ribeiro de Sousa**

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto

Co-Orientador: Prof. Dr. Rodney da Silva Gomes

Co-Orientador: Prof. Dr. Alessandro Morbidelli

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Física, orientada pelo(a) Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto, aprovada em 05 de Setembro de 2019.

UNESP  
Guaratinguetá  
2019





S725i Sousa, Rafael Ribeiro de  
A Instabilidade na evolução dinâmica do sistema solar: considerações sobre o tempo de instabilidade e a formação dinâmica do cinturão de Kuiper / Rafael Ribeiro de Sousa – Guaratinguetá, 2019  
346 f. : il.  
Bibliografia: f. 181-198

Tese (doutorado-Física) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019.  
Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto  
Coorientador: Prof. Dr. Rodney da Silva Gomes

1. Sistema solar. 2. Planetas. 3. Astronomia. I. Título.

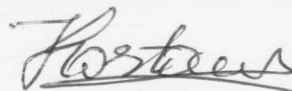
CDU 523(043)

**RAFAEL RIBEIRO DE SOUSA**

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
“DOUTOR EM FÍSICA”

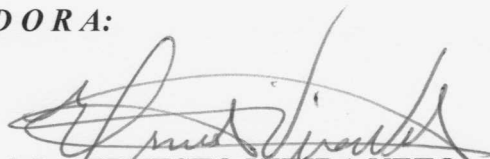
PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

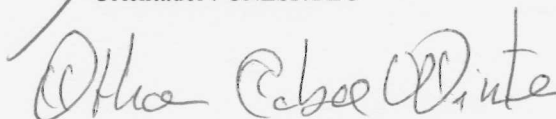


Prof. Dr. Konstatin Georgiev Kostov  
Coordenador

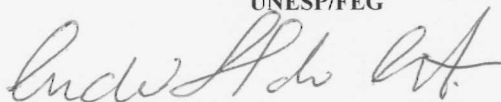
**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO  
Orientador / UNESP/FEG



Prof. Dr. OTHON CABO WINTER  
UNESP/FEG



Prof. Dr. ANDRÉ IZIDORO FERREIRA DA COSTA  
UNESP/FEG

*Participou por video conferência*

Prof. Dr. TADASHI YOKOYAMA  
UNESP/IGCE/Rio Claro (SP)

*Participa por video conferência*

Prof. Dr. FERNANDO VIRGILIO ROIG  
Observatório Nacional/ RJ

Setembro de 2019



*In memoriam de minha querida avó **Minervina**  
**Mercês Ribeiro***



## AGRADECIMENTOS

Eu agradeço a minha mãe Nair Ribeiro por todo o amor incondicional e dedicação dado ao seu filho para alcançar o mundo e seus sonhos.

“Mãe, eu sai do seu colo não há muito tempo atrás, Nós caminhamos juntos, naquele caminho escolhido por ti para manter meus pés mais leves, em direção ao amor, a vida e aos sonhos. Mãe, estou sempre perto de você, estarei acenando toda vez que eu partir, Eu sou você, O cuidado, amor e as memórias, nós somos a história de um, Você estará sempre em mim.”<sup>1</sup>

Eu agradeço ao meu Pai José Nilson por toda a dedicação, respeito e amor para a minha vida.

“Pai, Nossa caminhada foi sublime, um passeio crescente, uma ligação suave e distante, O senhor tem um coração de um verdadeiro amigo !”<sup>2</sup>

Eu agradeço aos meus familiares pelo apoio e pelo amor que recebi em toda a minha vida.

À Simone que está sempre ao meu lado, por compartilhar uma vida comigo, com seu carinho e dedicação para o melhor a cada dia.

Ao meu orientador Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto que sempre depositou muita confiança no meu trabalho, pela amizade e pelos conselhos para a vida profissional.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Rodney Gomes, uma fonte de inspiração para a minha carreira científica, um brilhante pesquisador com suas ideias geniais que me inspiram profundamente nas muitas escritas sobre a história do Sistema Solar. Obrigado pelo apoio e confiança no meu trabalho, pelas discussões e pela motivação durante estes anos.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Alessandro Morbidelli pela oportunidade e pelo meu enorme aprendizado durante minha estadia na França. Agradeço a sua dedica-

---

<sup>1</sup><http://nightwish.com/en/lyrics/endless-forms-most-beautiful/our-decades-in-the-sun>

<sup>2</sup><http://nightwish.com/en/lyrics/endless-forms-most-beautiful/our-decades-in-the-sun>

ção para explicar-me com uma genialidade excepcional os muitos ensinamentos não apenas de ordem técnica mas sobre a vida em geral. Agradeço pela hospitalidade do Observatório de Nice na França. Aos meus muitos amigos que conheci na França.

Ao meu amigo e professor Dr. Antônio Delson Conceição de Jesus que foi um amigo verdadeiro e semeou em meu coração muitos ensinamentos para a vida cristã sobre integridade e família. Agradeço por ser um pai para mim, em muitos sentidos, inclusive na vida acadêmica ensinando os meus primeiros passos para a vida científica.

Agradeço a todos os meus professores e pela oportunidade das suas amizades para a minha vida toda. Agradeço aos meus amigos e colegas do grupo de pós graduação em Física da Unesp. Todos em especial pela amizade, carinho, pela ajuda e muitas conversas e discussões.

Nós agradecemos pelo suporte da FAPESP<sup>3</sup> através dos processos 2017/09919-8, 2016/24561-0 e 2015/15588-9.

---

<sup>3</sup><http://www.fapesp.br/>

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES) - código de financiamento 001 e da FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) – números dos processos: 2017/09919-8, 2016/24561-0 e 2015/15588-9.



## RESUMO

O estudo da formação e evolução do Sistema Solar é uma fonte de informação para entender sob quais condições a vida poderia surgir e evoluir. Nós apresentamos, nesta Tese de doutorado, um estudo numérico da fase final de acreção dos planetas gigantes do Sistema Solar durante e após a fase do disco de gás protoplanetário. Em nossas simulações, utilizamos um modelo recente e confiável para a formação de Urano e Netuno para esculpir as propriedades do disco trans-Netuniano original (Izidoro et al., 2015a). Nós fizemos este estudo de uma maneira autoconsistente considerando os efeitos do gás e da evolução dos embriões planetários que formam Urano e Netuno por colisões gigantescas. Consideramos diferentes histórias de migração de Júpiter, devido a incerteza de como Júpiter migrou, durante a fase de gás. As nossas simulações permitiram obter pela primeira vez as propriedades orbitais do disco trans-Netuniano original. Então, calculamos o tempo de instabilidade dos planetas gigantes a partir de sistemas planetários que formam similares Urano e Netuno. Nossos resultados indicam fortemente que a instabilidade dos planetas gigantes acontecem cedo em até 500 milhões de anos e mais provável ainda ter acontecido em 136 milhões de anos após a dissipação do gás. Nós também realizamos simulações para discutir alguns efeitos dinâmicos que acontecem na região do cinturão de Kuiper. Estes efeitos acontecem quando Netuno esteve em alta excentricidade durante a instabilidade planetária. Para este problema, usamos as simulações realizadas por Gomes et al. (2018) que investigaram a compatibilidade da formação do cinturão frio de Kuiper, no referencial mais recente do modelo de *Nice*. A produção da população fria acontece *in situ* em Gomes et al. (2018) com o disco de planetesimais estendido até 45 ua. As simulações de Gomes et al. (2018) apresentaram bons resultados mas algumas evoluções de Netuno são muito drásticas para obter excentricidades baixas compatíveis as quais estão presentes no atual cinturão de Kuiper. Nós realizamos simulações para a produção da população fria diante de uma fase que é mais prejudicial para a retenção dessa população: a fase excêntrica de Netuno ( $e > 0.2$ ) e a precessão lenta da longitude do periélio deste planeta (Batygin et al., 2011). Refizemos estas simulações considerando agora a interação mútua de objetos com tamanho de alguns plutões, ou menores, embutidos no cinturão de Kuiper. Com estes resultados, podemos verificar se a dispersão causada pela autogravidade é capaz de produzir objetos com excentricidade mais baixas durante a fase violenta de Netuno. Nós também aplicamos a teoria secular para explicar os nossos resultados. Obtermos excentricidades baixas com a autogravidade dos planetesimais mas considerando um disco mais massivo do que é observado no cinturão frio de Kuiper. Portanto, concluímos que o ingrediente principal para a retenção da população fria, quando Netuno estava em alta excentricidade, é um sincronismo entre a duração dos ciclos seculares e o fim da fase de precessão lenta de Netuno.

Palavras-chave: Formação do Sistema Solar. Instabilidade planetária. Cinturão de Kuiper. Dinâmica Secular. Disco de planetesimais.



# THE INSTABILITY IN THE EVOLUTION OF THE SOLAR SYSTEM: CONSIDERATIONS ABOUT THE TIME OF INSTABILITY AND FORMATION OF THE KUIPER BELT

## ABSTRACT

A study of formation and evolution of the Solar System is a source of information for an understanding of what conditions life could arise and evolve. We present a numerical study of the final stage of accretion of the giant planets of the Solar System during and after the protoplanetary gas disc phase. In our simulations, we use a recent and reliable model for the formation of Uranus and Neptune to sculpt the properties of the original trans-Neptunian disk (Izidoro et al., 2015a). We have done this study in a self-consistent way considering the effects of gas and the evolution of planetary embryos which form Uranus and Neptune by mutual giant collisions. We considered different Jupiter migration stories due to the uncertainty of how Jupiter’s migration was during the gas phase. Our simulations provide for the first time to obtain the orbital properties of the original trans-Neptunian disk. We then calculate the instability time of the giant planets from planetary systems which form similar Uranus and Neptune. Our results strongly indicate that the instability of the giant planets occurs early within 500 million years and even more likely to happen at 136 million years after gas dissipation. We also perform simulations to discuss some dynamical effects that happen in the Kuiper belt region. These effects happen when Neptune was in high eccentricity during planetary instability. For this problem, we use the simulations performed by Gomes et al. (2018) who investigated the compatibility of the Kuiper cold belt formation in the latest *Nice* model framework. Cold population production takes place *in situ* in Gomes et al. (2018) with planetesimal disc extended to 45 AU. The simulations of Gomes et al. (2018) have shown good results but some Neptune evolutions are too drastic to obtain low eccentricities which are present in the current Kuiper belt. We perform simulations for the production of the cold population in the face of a phase that is most drastic for the cold population’s retention: the eccentric phase of Neptune ( $e > 0.2$ ) and the slow precession of the perihelion longitude of this planet (Batygin et al., 2011). We performed new simulations but considering the mutual interaction of objects (self-gravity) with the size of a few pluto, or smaller, embedded in the Kuiper belt. With these results, we can see if the dispersion caused by the self-gravity is capable of producing lower eccentricity objects during the violent phase of Neptune. We also apply secular theory to explain our results. The planetesimals reach low eccentricities with the self-gravity but considering a more massive disk than the observed Kuiper belt. Therefore, we conclude that the ideal for Neptune’s evolution to produce the cold population even at high eccentricity is the synchronism between the secular cycles of the planetesimals and the duration of Neptune’s eccentric and slow precession phase.

Keywords: Solar System formation. Kuiper Belt. giant planet instability. Planetesimal disk. Secular dynamics.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Discos de gás protoplanetários . . . . .	2
1.2 Distribuição de explanetas . . . . .	3
1.3 Estágios do crescimento planetário . . . . .	4
2.1 Modelo de <i>Nice</i> Clássico . . . . .	16
3.1 Painel (a): Fotografia de alguns pedaços das rochas <i>FANs</i> a partir da rocha <i>Breccia 67215c, 6236, 60025 e 67016c</i> colhidas pela missão Apollo. Painel (b) mostra a composição de isótopos Sm-Nd para esses pedaços de rochas <i>FANs</i> (pontos brancos). As rochas <i>FANs</i> mostram uma composição de isótopos concentrada entre 0,10 e 0,17 o que representa idades de cerca de 4.46 bilhões de anos. Os pontos em preto representam outros tipos de minerais que também compõem uma fração da rocha. Estes minerais contém ferro ou titânio e são segregados em direção ao núcleo da Lua. . . . .	26
3.2 Painel (a): Números de impactores da Lua em função do tempo. A curva em azul reflete um decaimento suave no número de impactores (asteroides ou cometas) que é o resultado esperado pela dinâmica da acreção planetária. No entanto, ao redor de 3,9 bilhões de anos atrás, ocorreu um cataclisma na Lua caracterizado pelo pico de impactores (curva em vermelho). O fim deste pico é aproximadamente próximo a primeira evidência da vida na Terra. Painel (b): A soma de probabilidade em função da distribuição de idades de meteoritos do asteroide Vesta (curva em preto), asteroides com alta concentração de metais pesados do cinturão principal de asteroides (curva em azul), meteoritos da missão Apollo 16 e a curva em verde meteoritos lunares colhidos após missão Apollo. . . .	28

3.3	Painel (a) superior mostra a vida dinâmica dos planetesimais em função da localização inicial em semi eixo maior (au). As linhas verticais representam os valores da vida dinâmica dos planetesimais. Os triângulos representam a posição de Júpiter, Saturno, Urano e Netuno da esquerda para a direita respectivamente. A linha tracejada representa o tempo de vida do gás (3 milhões de anos). Painel (a) inferior, nós temos o tempo de cruzamento da ressonância de movimento 2:1 entre Júpiter e Saturno em função da localização da borda interna do disco de planetesimais. Painel (b) superior mostra a evolução do afélio (Q) e pericentro (q) dos planetas gigantes em função do tempo. O painel (b) inferior mostra a cumulativa massa de impactores da Lua em função do tempo. Veja no texto para mais detalhes. . . . .	30
3.4	Painel (a): Representação do modelo de regolitos de Hartmann (1975): as rochas mais jovens são evaporadas lentamente com novos impactos resultando em uma distribuição de rochas mais jovens na parte mais alta da Lua. Mas existe uma distribuição de idades de rochas de impacto entre 4.5 e 3.9 bilhões de anos espalhadas na crosta da Lua. . . . .	32
3.5	Os painéis mostram a densidade de crateras com diâmetro maior que 1 km como função da idade da superfície da Lua. Os pontos são datações das crateras obtidas por (Neukum et al., 2001) (pontos em verde), (Marchi et al., 2013) (pontos em vermelho) e Robbins (2014, pontos em azul). A curva em preto são as densidades de crateras gerada por a distribuição de asteroides do modelo dinâmico de Nesvorny et al. (2017). A curva em verde representa as crateras produzidas por cometas em evolução do modelo de <i>Nice</i> durante a instabilidade planetária. A curva em azul claro representa as crateras produzidas pela acreção planetária. (a) Modelo de Morbidelli et al. (2012) e (b) modelo de Morbidelli et al. (2018). Veja o texto para mais detalhes. . . . .	35
3.6	Intervalo de tempo para crescimento de um embrião planetário de 10 massas da Terra em função da distância heliocêntrica. Três crescimentos são colocados em comparação: o crescimento por planetesimais (linha cinza), fragmentos (linhas tracejadas), e por Pebbles (linha em preto). A região de linhas vermelhas representam o tempo de vida do gás do disco protoplanetário. . . . .	40
3.7	Obliquidade dos planetas gigantes do Sistema Solar. A obliquidade é o ângulo definido entre o eixo de rotação (representado em azul) e a sua respectiva normal orbital. . . . .	41

3.8	Distribuição de inclinações após a fase de gás de Urano e Netuno em função da obliquidade. A linha tracejada mostra o mínimo de inclinação para atingir uma distribuição de obliquidades compatíveis com a de Urano e Netuno. . . . .	45
4.1	O perfil do disco protoplanetário em $t = 0$ a partir de simulações hidrodinâmicas de Izidoro et al. (2015a). O painel esquerdo mostra a densidade de gás volumétrica e o painel direito mostra a densidade superficial do disco. . . . .	58
4.2	Um resumo da ação do arrasto gasoso nos elementos orbitais dos planetesimais. A linha vermelha sólida mostra a primeira partícula com excentricidade e inclinação inicial igual 0 e 10 graus respectivamente. A linha azul mostra a segunda partícula com excentricidade inicial de 0.2 em órbita planar. Indo no sentido horário a partir do lado superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e inclinação mostradas em função do tempo. . . . .	60
4.3	Um resumo do efeito do arrasto de fricção dinâmica na partícula com massa de $10^{22}$ kg com diferentes excentricidades iniciais. As órbitas iniciam em 1 ua e elas estão em órbitas planares. Indo em sentido horário a partir do painel superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, o número de Mach e o fator I mostrados em função do tempo. . . . .	61
4.4	O resumo da ação do arrasto aerodinâmico e de fricção dinâmica em elementos orbitais de um planetesimal. Nesta simulação, nós usamos a densidade superficial apresentadas em Figura 4.1 assumindo um decaimento uniforme de 3 milhões de anos, o gás finaliza em 3 milhões de anos. Indo em sentido horário a partir da parte superior esquerda os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e a inclinação mostradas em função do tempo. . . . .	62
4.5	Os Painéis (a) e (b) são dois retratos que representam a excentricidade com uma função do semieixo maior do sistema com Júpiter, Saturno e uma coleção de embriões planetários (inicial (a) e final (b)) da simulação de Izidoro et al. (2015a). Observe que 3 planetas são produzidos ao redor de Saturno, mas apenas um deles será ejetado durante a instabilidade planetária (Nesvorný; Morbidelli, 2012). O painel (c) representa uma evolução completa em pericentro (q), semieixo maior (a), e o apocentro (Q) da mesma simulação. . . . .	63

4.6	A evolução orbital do semieixo maior (a), excentricidade (b), inclinação (c), longitudes do periélio, $\varpi$ , (d), nodo $\Omega$ (e) e média ( $\lambda$ ) (f) de Júpiter. As curvas em vermelho mostram os resultados da nossa interpolação usando funções cúbicas enquanto as curvas sólidas são oriundas da simulação de Izidoro et al. (2015a). . . . .	65
4.7	Perfis de densidade superficial do disco de gás protoplanetário escalados em $\Sigma(r/R)/R^2$ . As diferentes cores das curvas representam tempos diferentes (0, 4,5 e 7,9 milhões de anos). Ela corresponde ao caso em que Júpiter migra internamente de 10 para 5 UA. . . . .	66
4.8	Excentricidade em função do semieixo maior retratando a evolução dinâmica do caso <b>Jup_static</b> (Tabela 4.1). O painel (a) representa a evolução dinâmica da co-adição de planetesimais com tamanhos de 1 e 10 km. O painel (b) mostra a evolução dinâmica mas agora para uma co-adição de planetesimais com tamanho de 100 e 1000 km. A caixa de cores representa a massa dos corpos, exceto para Júpiter e Saturno (nós usamos o tamanho de cada ponto para representar a massa de Júpiter, Saturno e dos planetesimais). . . . .	69
4.9	Inclinação em função do semieixo maior retratando a evolução dinâmica do caso <b>Jup_static</b> (Tabela 4.1). O painel (a) representa a evolução dinâmica da co-adição de planetesimais com tamanhos de 1 e 10 km. O painel (b) mostra a evolução dinâmica mas agora para uma co-adição de planetesimais com tamanho de 100 e 1000 km. A caixa de cores representa a massa dos corpos, exceto para Júpiter e Saturno (nós usamos o tamanho de cada ponto para representar a massa de Júpiter, Saturno e dos planetesimais). . . . .	70
4.10	Distribuições cumulativas do semieixo maior (painel (a)) e do periélio (painel (b)) do disco de planetesimais no momento em que o gás foi disperso na simulação <b>Jup_static</b> (Veja tabela 4.1). As curvas coloridas vermelha, verde, azul e magenta representam as distribuições cumulativas para diferentes tamanhos de planetesimais 1 km, 10 km, 100 km, 1000 km respectivamente. Nós definimos a borda do disco de planetesimais no final da nossa simulação com o valor de $a$ de forma que $N(< a) = 0.05$ and $N(< q) = 0.05$ (os menores painéis (a) e (b)). Nós usamos estas distribuições cumulativas para calcular a distância entre a borda interna do disco e Netuno. Note que Netuno é definido como o mais distante gigante de gelo com semieixo maior de 12.58 ua e periélio de 12.46 ua. . .	71

4.11	O mesmo que a Figura 4.8, mas desta vez para a simulação <b>Jup_-outward</b> (veja na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido para migrar externamente de 2 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 3.7 milhões de anos. . . . .	73
4.12	O mesmo que a Figura 4.9, mas desta vez para a simulação <b>Jup_-outward</b> (veja na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido para migrar externamente de 2 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 3.7 milhões de anos. . . . .	74
4.13	O mesmo caso da Figura 4.10, mas para a simulação <b>Jup_outward</b> (veja na tabela 4.1). . . . .	75
4.14	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_10AU_in</b> (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 10 para 5 ua. A duração total da simulação é 7.9 milhões de anos. . . . .	76
4.15	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_10AU_in</b> (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 10 para 5 ua. A duração total da simulação é 7.9 milhões de anos. . . . .	77
4.16	O mesmo que a Figura 4.10, mas para simulação <b>Jup_10AU_in</b> (na tabela 4.1). . . . .	78
4.17	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_15AU_in</b> (na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido a migrar internamente de 15 para 5 ua. A duração total da simulação é 11 milhões de anos. . . . .	79
4.18	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_15AU_in</b> (na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido a migrar internamente de 15 para 5 ua. A duração total da simulação é 11 milhões de anos. . . . .	80
4.19	O mesmo que a Figura 4.10, mas para a simulação <b>Jup_15AU_in</b> (veja na tabela 4.1). . . . .	81
4.20	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_20AU_in</b> (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 20 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 14.9 milhões de anos. . . . .	82
4.21	O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação <b>Jup_20AU_in</b> (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 20 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 14.9 milhões de anos. . . . .	83
4.22	O mesmo que a Figura 4.10, mas para a simulação <b>Jup_20AU_in</b> (veja na tabela 4.1). . . . .	84

4.23	Distribuição cumulativa de inclinação ( $N(< I)$ ) dos planetesimais com diâmetro de 100 km presentes na população fria local do cinturão de Kuiper, 40 – 50 ua, no final das nossas cinco simulações ( <b>Jup_static</b> , <b>Jup_outward</b> , <b>Jup_10AU_in</b> , <b>Jup_15AU_in</b> e <b>Jup_20AU_in</b> ). Note que os casos com Júpiter migrando de 10 ou mais além tem uma dispersão de inclinação de 10 graus. Enquanto, os outros casos tem uma inclinação final menor que 5 graus. . . . .	86
4.24	Painel (a) mostra a evolução do periélio, semieixo maior, afélio de Júpiter (curva em vermelho), Saturno (curva em verde) e os gigantes de gelo (curvas em azul, rosa e cinza). Este resultado não contém nenhum disco de planetesimais. Portanto, os encontros próximos entre os planetas e as perturbações geram a instabilidade em 2 milhões de anos. Painel (b) mostra a evolução da razão do período de car par de planetas. . . . .	88
4.25	A evolução nas excentricidades dos planetas gigantes durante um amortecimento em excentricidades. Note que o amortecimento reduz a excentricidade do Ice1 (curva em azul) por um fator de $\sim (3/5)^2$ . Este fator corresponde ao quadrado do aspecto do disco de gás que nós assumimos na simulação. . . . .	89
4.26	A evolução dos planetas gigantes depois da fase de gás sem nenhuma influência do disco de planetesimais. O Painel (a) mostra a evolução do periélio (q), do semieixo maior (a) e do afélio Q de Júpiter (curva em vermelho), Saturno (curva em verde), Ice1 (curva em azul), Ice2 (curva em rosa) e Ice3 (curva em preto) durante 1 bilhão de anos. Painel (b): a razão de períodos entre dois pares consecutivos de planetas. Painel (c) : mostra a evolução do ângulo ressonante 3:2 MMR de Júpiter e Saturno durante 1 bilhão de anos. A mesma evolução de Júpiter e Saturno no espaço $h = e_J \cos(\sigma_{3:2})$ , $k = e_J \sin(\sigma_{3:2})$ space. . . . .	90
4.27	O painel mostra a distribuição cumulativa do tempo de instabilidade calculada durante nossas simulações após a dispersão do gás sem a presença de um disco de planetesimais. . . . .	91
4.28	Painel (a): Uma compilação da evolução em semieixo maior de todos os sistemas planetários que nós simulamos. Não há influência do disco de planetesimais nestas simulações. Júpiter e Saturno estão representados em curvas em vermelho e verde, respectivamente. Os planetas gigantes de gelo estão representados em curvas em preto. Painel (b): O tempo de instabilidade em função do número inicial de planetas. . . . .	92

4.29	Duas fotografias das nossas simulações com os planeta gigantes interagindo com o disco de planetesimais, começando do estado final da nossa simulação com Júpiter migrando de 10 para 5 ua (4.14). A barra de cores representa a massa das super-partículas em unidades da massa de Plutão.	97
4.30	Evolução do pericentro dos planetas e planetesimais em função do semi-eixo maior. A produção de clones acontece ao redor da linha de pericentro de Netuno (linha em cinza). Painel (a) representa o instante inicial da simulação, painel (b) a evolução em 10 mil anos, painel (c) a evolução em 1 milhão de anos, painel (d) a evolução em 1.45 milhões de anos	99
4.31	O painel (a) mostra as distribuições dos tempos de instabilidades para os casos calculados durante nossas simulações após a dispersão do gás usando os discos de planetesimais para os casos <b>Jup_static</b> , <b>Jup_outward</b> , <b>Jup_10AU_in</b> e <b>Jup_15AU_in</b> , em rosa, azul, cinza e verde respectivamente. O painel (b) mostra uma compilação da evolução do semieixo maior de todos os sistemas planetários que nós utilizamos.	100
4.32	Retratos da evolução dinâmica de um dos nossos sistemas planetários que tem uma instabilidade em apenas 1.6 milhões de anos. As linhas em cinza e em vermelho representam o pericentro e o apocentro iniciais de Netuno. O painel (a) representa o momento inicial, o painel (b) representa a evolução em 1 milhão de anos, o painel © representa a evolução em 1,6 milhões de anos e o painel (d) representa a evolução em 1,65 milhões de anos.	101
5.1	Painel (a): Diagrama de excentricidade e semieixo maior dos objetos observados do cinturão de Kuiper; Painel (b): A inclinação em função do semi eixo maior dos objetos observados no cinturão de Kuiper. Os objetos do cinturão clássico estão representados com pontos em vermelho e em rosa, os objetos da população ressonante são apresentados em azul, a população espalhada é representada em verde, os pontos em preto representam a população fossilizada; e os pontos em laranja são os objetos centauros da qual Chiron faz parte.	109
5.2	Mapa dinâmico nos elementos próprios de excentricidade (painel (a)) e inclinação (painel (b)). Os pontos em preto são as condições iniciais. Os pontos em vermelho são as configurações das partículas após 10 milhões de anos. As curvas em preto representam as partículas com pericentro entre 30 e 40 ua.	112

5.3	Mapa de frequências fundamentais de excentricidade em função do semi-eixo maior (Painel (a)) e frequências fundamentais das inclinações (Painel (b)). Note que alguns objetos têm frequências fundamentais iguais a de Netuno $\mu_{18}$ e $\nu_8$ . Estas frequências estão representadas nas linhas em azul, assim como as frequências de Júpiter e Urano ( $\nu_5$ e $\nu_7$ , $\mu_{17}$ ) . . . . .	114
5.4	O mesmo que a 5.2 mas agora localizando as partículas que têm as mesmas frequências seculares que Júpiter, Urano e Netuno. Em pontos em azul claro estão representados os objetos do cinturão de Kuiper. As estrelas em azul, verde, rosa e amarelo representam os objetos que têm aproximadamente a mesma frequência $\nu_8$ , $\nu_5$ , $\nu_7$ e $\mu_{18}$ (consulte o texto para mais detalhes). . . . .	115
5.5	Painel (a): Distribuição de tamanhos gerado pelo modelo clássico de coagulação colisional. A linha pontilhada representa a condição inicial. As linhas abertas e fechadas representam três simulações com os melhores parâmetros do modelo de coagulação de Kenyon e Bromley (2004). A linha vermelha indica a distribuição atual de tamanhos do cinturão de Kuiper mas aumentada 1000 vezes. Painel (b): A curva em vinho representa a distribuição de tamanhos geradas pelo método de SI (Johansen et al. (2015)). Essa distribuição de tamanhos segue sua evolução por 3 milhões de anos combinada por colisões e acreção de pebbles. . . . .	120
5.6	Mapa de sobrevivência de Lykawka e Mukai (2005) para a região do cinturão clássico de Kuiper. Veja mais detalhes no texto. . . . .	129
5.7	Evaporação dos elementos voláteis em função da distância heliocêntrica e do tamanho dos objetos. Veja mais detalhes no texto. . . . .	131
5.8	O rompimento de binários do tipo largo durante a instabilidade planetária no modelo de Nice. Veja mais detalhes no texto. . . . .	133
5.9	O mecanismo de Gomes para a formação da população quente . . . . .	136
5.10	Efeito da precessão lenta de Netuno nas excentricidades . . . . .	140
5.11	Evolução da longitude do periélio de Netuno no modelo de Nice. . . . .	141

- 6.1 A distribuição de excentricidade (elementos osculadores) dos objetos do cinturão de Kuiper catalogados a partir do Minor Planet Center (MPC). Nós usamos a classificação dos KBOs de Dawson e Murray-Clay (2012). Os pontos em vermelho, azul e roxo tem  $i < 2^\circ$ ,  $i > 6^\circ$  and  $2^\circ \leq i \leq 6^\circ$ , respectivamente. Nós podemos ver objetos em ressonâncias de movimento médio com Netuno (população ressonante) que estão distribuídos ao longo de linhas verticais. Outros objetos são espalhados por Netuno e são distribuídos em uma banda de linhas de periélios com  $q = 35$  ua e  $q = 38$  ua (população espalhada). As populações quente e frio são duas populações desacopladas de ressonâncias e não sofrem encontros próximos com Netuno. Efetivamente, estas populações são confinadas dentro de  $a < 48$  ua. . . . . 147
- 6.2 A evolução orbital do semieixo maior, afélio, e distância do periélio dos planetas para uma das simulações bem sucedidas do Modelo de Nice de Gomes et al. (2018). O sistema planetário inicia com uma configuração multi-ressonante ( 3:2, 3:2, 4:3 and 5:4) e evolui um período de instabilidade quando o quinto gigante (cinza) é ejetado por um encontro próximo com Júpiter (vermelho). Netuno (azul) evolui por um período curto de alta excentricidade e após seu encontro com Saturno (verde) e Urano (rosa). O sistema finalmente evolui em direção aos atuais semieixo maiores e excentricidades dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar. 152
- 6.3 A excentricidade (painel superior) e as longitudes do periélio (painel inferior) como uma função do semieixo maior para os objetos de disco de planetesimais em 33 milhões de simulação com os planetas gigantes mostrados na Figura 6.2. Os objetos em vermelho, azul e roxo tem inclinações de  $i < 2^\circ$ ,  $i > 6^\circ$  e  $2^\circ \leq i \leq 6^\circ$ , respectivamente. Os pontos em preto mostram os objetos cinturão de Kuiper que foram observados. O disco de planetesimais já mostram uma estrutura primitiva do cinturão de Kuiper, com as populações espalhada, ressonante, fria e quente. No entanto, a população fria está aglomerada em longitudes de periélio e tem um déficit de órbitas com  $e < 0.05$  comparadas com a população observada. 153

6.4	A evolução orbital dos planetas gigantes durante a fase com Netuno em alta excentricidade. Os pontos representam os elementos orbitais de Júpiter (vermelho), Saturno (verde), Netuno (azul) e Urano (rosa) gravados das saídas das simulações da Figura 6.2 considerando o intervalo de 33 para 36.6 milhões de anos. As curvas representam a evolução dinâmica sintética dos planetas gigantes produzido por interpolação usando splines. Netuno diminui sua excentricidade de 0.27 para 0.20 durante 0.6 milhões de anos de evolução. O semieixo maior de Netuno não muda muito durante este curto período de tempo e a longitude do periélio tem uma lenta precessão. . . . .	155
6.5	Painel (a): Diagrama da excentricidade em função do semi eixo maior dos planetas gigantes e das partículas do disco de planetesimais presente no cinturão de Kuiper. Painel (b): Diagrama da inclinação em função do Semieixo maior. Júpiter e Saturno são os objetos em esferas de cor preta. Urano e Netuno tem a mesma massa e são representados por esferas em cor laranja. As partículas do disco são divididas em duas partes: a população fria (pontos em azul) sem massa e a população quente (pontos em vermelho) com 1 massa de Plutão. A linha em cinza representa o pericentro de Netuno. . . . .	159
6.6	Os painéis mostram a distribuição final de excentricidades (em 33 milhões de anos) da população fria dentro das simulações com diferente massas de planetesimais. O painel (a) refere a simulações de controle sem autogravidade. O painel (b) é para os planetesimais com massas individuais de 4 massas de Plutão, o painel (c) tem planetesimais com 1 massa de Plutão e o painel (d) os planetesimais tem massas individuais de 0.01 massas de Plutão. A simulação da influência de 1 massa de Plutão para a população quente enquanto a população fria se mantém sem massa é mostrado no painel (e). A simulação com a autogravidade apenas entre as partículas da população fria (cada uma com massa de 1 Plutão) é mostrada no painel (f). Para estes plots, nós removemos as partículas com excentricidade maior que 0.1 e inclinações maiores que 4 graus. Os pontos em vermelho representam os objetos da distribuição observada da população fria e os pontos em azul são os objetos das nossas simulações. . . . .	160
6.7	A evolução das partículas no espaço $h = e \cos(\varpi - \varpi_N)$ e $k = e \sin(\varpi - \varpi_N)$ . As bares de cores representam o tempo. Os pontos em azul e cyan representam a distribuição inicial e final das partículas no plano h-k. . . . .	162

6.8	Painel (a): Diagrama da excentricidade em função do semi eixo maior dos planetas gigantes e das partículas do disco de planetesimais presente no cinturão de Kuiper. Painel (b): Diagrama da inclinação em função do Semieixo maior. Júpiter e Saturno são os objetos em esferas de cor preta. Urano e Netuno tem a mesma massa e são representados por esferas em cor laranja. As partículas do disco são divididas em duas partes: a população fria (pontos em azul) sem massa e a população quente (pontos em vermelho) com 1 massa de Plutão. A linha em cinza representa o pericentro de Netuno. . . . .	164
6.9	Modelo de Nice 1. . . . .	166
6.10	Modelo de Nice 1. . . . .	167
6.11	Modelo de Nice 1. . . . .	168
6.12	Modelo de Nice 1. . . . .	169
A.1	O movimento kepleriano: Definição da forma e dos ângulos de uma elipse	202
A.2	Movimento kepleriano: representação geométrica dos ângulos que orientam a elipse no espaço: a longitude do nodo ( $\Omega$ ), a inclinação ( $i$ ) e o argumento do pericentro ( $\omega$ ). . . . .	204
A.3	Painel (a): Evolução das excentricidades de Júpiter e Saturno Painel (b) A evolução temporal do ângulo crítico $\sigma_{3:2}$ para Júpiter e Saturno. Veja texto para mais detalhes. . . . .	210
A.4	Painel (a): Amplitude em função do período do espectro de Fourier da série na excentricidade de Júpiter (b) Amplitude em função do período do espectro de Fourier na série na excentricidade de Saturno. Veja texto para mais detalhes. . . . .	211
A.5	Relações geométricas entre os elementos livres e forçados para o caso em que $e_{for} > e_{free}$ . . . . .	217
C.1	Semi eixo maior, excentricidade, inclinação, longitude do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ) de Júpiter com a interpolação em spline (linhas vermelhas) e a evolução original (pontos em vermelho). . . . .	250

C.2	As histórias orbitais da simulação MN1 com cinco planetas gigantes. Os cinco planetas gigantes iniciam em uma configuração em uma cadeia de ressonância de movimento médio do tipo (3:2, 4:3, 3:2, 4:3). Painel superior (a) mostra o semieixo, periélio e afélio da órbita de cada planeta. As cores em vermelho e verde mostram os casos de Júpiter e Saturno, respectivamente, enquanto que as cores em azul, rosa e cinza mostram as órbitas dos planetas gigantes de gelo Ice1, Ice2 e Ice3. A linha tracejada, em preto, mostra o valor do semieixo maior de cada planeta gigante do nosso presente Sistema Solar. Painel inferior (a) mostra a razão de períodos orbitais entre Júpiter e Saturno, a atual razão de período é 2.49 mostrada na linha preta tracejada. A região sombreada em cinza mostra a região onde as ressonâncias seculares ocorrem no Sistema Solar interno. Os painéis inferior e superior (b) mostram a inclinação e a excentricidade de Júpiter, respectivamente. A linhas tracejadas mostram a excentricidade e inclinação médias de Júpiter. . . . .	252
C.3	Modelo de Nice 1. . . . .	254
C.4	Retratos dinâmicos dos planetas gigantes e do disco de planetesimais para a simulação MN1, antes da instabilidade. As dimensões e as massas dos corpos são apresentadas pelo tamanho dos pontos no gráfico. Os círculos em preto representam Júpiter e Saturno, os círculos em laranja representam os três planetas gigantes de gelo (Ice1, Ice2 e Ice3). O disco de planetesimais (círculos em azul) tem inicialmente 4000 planetesimais com massas iguais e tem uma massa total de 35 massas da Terra. O Painel (a) mostra diversos retratos entre 0 e 20 milhões de anos do diagrama de excentricidade e semieixo maior. O Painel (b) mostra o diagrama de inclinação e semieixo maior para os mesmos instantes de tempo. . . . .	258
C.5	Retratos dinâmicos dos planetas gigantes e do disco de planetesimais para a simulação MN1, o mesmo que é a Figura C.4 mas após a instabilidade.	259
C.6	Distribuição cumulativa das excentricidades e das inclinações para dois discos de planetesimais produzidos pela simulação original (pontos em verde) e pela simulação com interpolação (pontos em roxo) de uma evolução típica do ?Jumping Jupiter? antes da instabilidade planetária. . . .	260
C.7	Distribuição cumulativa das excentricidades e das inclinações para dois discos de planetesimais produzidos pela simulação original (pontos em verde) e pela simulação com interpolação (pontos em roxo) de uma evolução típica do ?Jumping Jupiter? depois da instabilidade planetária. . . .	260

D.1	Perturbações na densidade para o regime subsônico segundo a teoria linear para os valores de $M=0.1, 0.5, 0.75, 0.9$ . As linhas de contorno mostram as superfícies de comum densidade. A densidade aumenta em relação ao perturbador. O sinal de mais indica a posição inicial do perturbador. Veja mais detalhes em Ostriker (1999). . . . .	274
D.2	Perturbações na densidade para o regime subsônico segundo a teoria linear para os valores de $M=1.01, 1.5, 2, 10$ . As linhas de contorno mostram as superfícies de comum densidade. A densidade aumenta em relação ao perturbador. O sinal de mais indica a posição inicial do perturbador dentro do eixo do cone de Mack. Veja mais detalhes em Ostriker (1999). . .	275
D.3	As linhas solidas representam a força de fricção dinâmica em um meio de gás como uma função do número de Mach. Veja mais detalhes em Ostriker (1999). . . . .	276
D.4	Modelo de Nice 1. . . . .	277
D.5	Um resumo da ação do arrasto gasoso nos elementos orbitais dos planetesimais. A linha vermelha sólida mostra a primeira partícula com excentricidade e inclinação inicial igual 0 e 10 graus respectivamente. A linha azul mostra a segunda partícula com excentricidade inicial de 0.2 em órbita planar. Indo no sentido horário a partir do lado superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e inclinação mostradas em função do tempo. . . . .	278
D.6	Modelo de Nice 1. . . . .	279
D.7	Modelo de Nice 1. . . . .	280
D.8	Modelo de Nice 1. . . . .	281
D.9	Um resumo do efeito do arrasto de fricção dinâmica na partícula com massa de $10^{22}$ kg com diferentes excentricidades iniciais. As órbitas iniciam em 1 AU e elas estão em órbitas planares. Indo em sentido horário a partir do painel superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, o número de Mach e o fator I mostrados em função do tempo. . . . .	282
D.10	Modelo de Nice 1. . . . .	283
D.11	Modelo de Nice 1. . . . .	284
D.12	Modelo de Nice 1. . . . .	285
E.1	Evolução do semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes . . . .	291
E.2	Distribuição dos tempos de processamento de cpu e variação de passo de integração durante uma integração com o IAS15 . . . . .	291
E.3	Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o WHFAST . . . . .	292

E.4	Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o MERCURIUS . . . . .	293
E.5	Diagrama de semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes e um disco de planetesimais . . . . .	294
E.6	Evolução do semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes com a presença de um disco de planetesimais . . . . .	295
E.7	Distribuição dos tempos de processamento de cpu e variação de passo de integração durante uma integração com o IAS15 com o disco de planetesimais . . . . .	296
E.8	Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o WHFAST com o disco de planetesimais . . . . .	297
E.9	Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o HERMES e o MERCURIUS com o disco de planetesimais . . . . .	298
E.10	Número de corpos em função do tempo nas simulações com o disco de planetesimais . . . . .	299
E.11	Estas grandezas foram calculadas durante a simulação de um sistema planetário com um disco de planetesimais com 3500 partículas. Relação do tempo de processamento <i>cpu time</i> em função do tempo de integração. Os pontos em vermelho, azul, azul claro, verde, rosa e amarelo correspondem a diferentes precisões do $\epsilon$ entre $10^{-4}$ e $10^{-9}$ . Todas as simulações são realizadas pelo integrador IAS15. A simulação se mostra muito barata computacionalmente, ao utilizar o parâmetro $\epsilon = 10^{-4}$ , chegando em média de 10 minutos para escrever 27 mil orbitas da Terra. . . . .	301
E.12	Desempenho da integração de um sistema planetário . . . . .	302
E.13	Estas grandezas foram calculadas durante a simulação de um sistema planetário com um disco de planetesimais com 3500 partículas. O erro relativo na energia em função das precisões do controle de passo do IAS15, $\epsilon$ . O maior erro relativo na energia foi da ordem de $10^{-7}$ e portanto, podemos escolher o parâmetro que tem o melhor desempenho de tempo computacional. . . . .	303

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Conjunto de simulações . . . . .	67
C.1 Simulação MN1: Condições iniciais dos planetas gigantes . . . . .	249
E.1 Condições iniciais dos planetas gigantes . . . . .	289
E.2 Desempenho dos integradores . . . . .	292
E.3 Desempenho dos integradores em simulações com o disco . . . . .	296



## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Formação planetária . . . . .	2
1.2 Apresentação do Trabalho . . . . .	7
1.3 Objetivos . . . . .	8
1.4 Metodologia . . . . .	9
1.5 Organização do Trabalho . . . . .	10
<b>2 O MODELO DE NICE</b> . . . . .	<b>13</b>
2.1 O modelo do Júpiter Saltitante . . . . .	17
2.1.1 Os planetas gigantes do Sistema Solar na fase de gás . . . . .	17
2.1.2 A instabilidade planetária e o Sistema Solar Interno . . . . .	18
2.2 O modelo de <i>Nice</i> atual . . . . .	20
2.2.1 Critérios para a evolução do nosso Sistema Solar . . . . .	20
2.2.2 Contribuições do modelo de <i>Nice</i> . . . . .	22
<b>3 O TEMPO DE INSTABILIDADE DO SISTEMA SOLAR</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1 A explicação do bombardeio tardio da Lua . . . . .	25
3.1.1 O cataclisma Lunar . . . . .	27
3.1.2 Cenário do quase-final da acreção planetária . . . . .	31
3.2 Formação de Urano e Netuno . . . . .	36
3.2.1 O modelo de Levison et al. (2010a) . . . . .	37
3.2.2 O modelo da acreção de <i>Pebbles</i> . . . . .	39
3.2.3 O problema da obliquidade de Urano e Netuno . . . . .	41
3.2.4 O modelo de Izidoro et al. (2015) . . . . .	43
3.3 Motivação de estudo . . . . .	46
<b>4 EVIDÊNCIAS DINÂMICAS PARA A INSTABILIDADE PRE- COCE</b> . . . . .	<b>49</b>
4.1 Introdução . . . . .	50
4.2 O disco de planetesimais durante a formação de Urano e Netuno . . . . .	54
4.2.1 Métodos . . . . .	55
4.2.1.1 Interações dos planetesimais com o disco de gás protoplanetário . . . . .	56
4.2.1.2 Interpolação da acreção de Urano e Netuno . . . . .	61

4.2.2	Resultados . . . . .	66
4.2.2.1	Júpiter em órbita não-migrante . . . . .	68
4.2.2.2	Júpiter migrando externamente . . . . .	71
4.2.2.3	Júpiter migrando internamente . . . . .	72
4.2.3	Quais discos de planetesimais são consistentes com o cinturão de Kuiper primordial? . . . . .	85
4.3	Vinculando o tempo de instabilidade dos planetas gigantes . . . . .	87
4.3.1	Instabilidade iniciadas pelos próprios planetas . . . . .	87
4.3.2	Instabilidades dirigidas por planetesimais . . . . .	93
4.3.2.1	Massa dos discos de planetesimais . . . . .	93
4.3.2.2	Análise estatística para uma instabilidade provocada pelo disco de Planetesimais . . . . .	98
4.4	Discussão . . . . .	101
4.4.1	Vínculos empíricos . . . . .	102
4.4.2	Limitações do nosso trabalho . . . . .	104
4.5	Conclusões . . . . .	104
<b>5</b>	<b>CINTURÃO DE KUIPER: FORMAÇÃO E EVOLUÇÃO . . . . .</b>	<b>107</b>
5.1	A dinâmica do cinturão de Kuiper atual . . . . .	110
5.2	Distribuição de tamanhos dos objetos do Cinturão de Kuiper . . . . .	118
5.2.1	Evolução colisional do disco trans-Netuniano . . . . .	121
5.3	Critérios do cinturão de Kuiper para a formação do Sistema Solar . . . . .	122
5.4	Evolução primordial do cinturão de Kuiper . . . . .	123
5.4.0.1	A natureza da migração dirigida por planetesimais . . . . .	124
5.4.1	O modelo de Levison et al. (2008) . . . . .	127
5.5	Evidências para uma população fria formada <i>in situ</i> . . . . .	128
5.5.1	Diferentes distribuições de excentricidades . . . . .	128
5.5.2	Diferentes cores de objetos da população fria . . . . .	130
5.5.2.1	População de binários do cinturão frio de Kuiper . . . . .	132
5.5.3	O modelo de Nesvorny (2015) . . . . .	134
5.5.4	Efeito da precessão lenta de Netuno . . . . .	138
5.5.5	O modelo de Gomes et al. (2018) . . . . .	141
5.6	Motivação de estudo . . . . .	142
<b>6</b>	<b>EFEITOS DINÂMICOS DO CINTURÃO DE KUIPER COM NETUNO EXCITADO . . . . .</b>	<b>145</b>
6.1	Introdução . . . . .	145
6.2	Evolução do Netuno-excitado . . . . .	151

6.3	Resultados . . . . .	156
6.3.1	Análise dos efeitos seculares . . . . .	158
6.3.2	Efeitos da precessão de Netuno . . . . .	163
6.4	Discussão e Conclusão . . . . .	170
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>173</b>
<b>8</b>	<b>PROJETOS FUTUROS . . . . .</b>	<b>179</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>181</b>
	<b>APÊNDICE A - Formulação teórica do Problema de N corpos. . . . .</b>	<b>199</b>
A.1	Dinâmica Gravitacional de N-corpos . . . . .	199
A.1.1	O problema gravitacional de 2 corpos . . . . .	200
A.1.2	Elementos Orbitais . . . . .	201
A.1.3	Formulação Hamiltoniana de N corpos . . . . .	205
A.1.4	Teoria da Perturbação . . . . .	208
A.1.5	Teoria Secular . . . . .	212
	<b>APÊNDICE B - Integrador REBOUND . . . . .</b>	<b>219</b>
B.1	O pacote de integração REBOUND . . . . .	220
B.1.1	Instalação e uma execução simples no REBOUND . . . . .	221
B.1.2	Tipos de partículas no REBOUND . . . . .	223
B.1.3	O integrador WHFAST . . . . .	224
B.1.3.1	Integradores simpléticos . . . . .	225
B.1.3.2	Hamiltoniano em coordenadas Jacobianas . . . . .	227
B.1.3.3	O mapa de Wisdom e o uso de corretores simpléticos . . . . .	230
B.1.4	O integrador IAS15 . . . . .	232
B.2	Integradores híbridos do REBOUND . . . . .	234
B.2.1	Integrador HERMES . . . . .	234
B.2.2	Integrador MERCURIUS . . . . .	236
	<b>APÊNDICE C - Interpolação numérica para o Problema de N-</b>	
	<b>corpos . . . . .</b>	<b>241</b>
C.1	Formulação teórica da interpolação . . . . .	241
C.2	Adaptação do REBOUND para a interpolação . . . . .	242
C.2.0.1	Algoritmo . . . . .	243
C.3	Limitações da interpolação . . . . .	247
C.3.1	Aplicações e testes da interpolação . . . . .	248

C.4	Interpolação do modelo do Júpiter-Saltitante . . . . .	248
C.4.1	Planetas gigantes . . . . .	248
C.4.2	Disco de planetesimais . . . . .	253
C.4.3	Comparação entre a original e a interpolação . . . . .	256

**APÊNDICE D - Dinâmica e evolução em um disco de gás protoplanetário . . . . . 261**

D.1	Propriedades do disco de gás protoplanetário . . . . .	261
D.2	Interação entre Planetas e o Disco . . . . .	265
D.2.1	Migração Tipo I . . . . .	267
D.2.2	Migração Tipo II . . . . .	268
D.2.3	Outras mudanças orbitais dos planetas pelo disco de gás . . . . .	269
D.3	Planetesimais em um disco de gás protoplanetário . . . . .	270
D.3.1	Arrasto Aerodinâmico . . . . .	271
D.3.2	Arrasto de Fricção Dinâmica do Gás . . . . .	272
D.3.3	Implementação dos efeitos dinâmicos do gás nos planetesimais . . . . .	276
D.3.3.1	Efeitos orbitais provocados pelo Arrasto Aerodinâmico . . . . .	277
D.3.3.2	Efeitos orbitais provocados pelo Arrasto de Fricção Dinâmica . . . . .	281
D.3.3.3	Efeitos de ambos os arrastos nas órbitas de planetesimais . . . . .	283

**APÊNDICE E - Testes dos integradores . . . . . 287**

E.0.1	Parâmetros de performance e precisão . . . . .	287
E.0.2	Simulações de desempenho . . . . .	288
E.0.3	Condições iniciais e evolução do Sistema . . . . .	289
E.1	Teste do parâmetro de controle de passo do IAS15 . . . . .	295
E.2	Conclusões . . . . .	300

**ANEXO A - Publicações . . . . . 305**

**Manuscrito 1 . . . . . 307**

**Manuscrito 2 . . . . . 309**

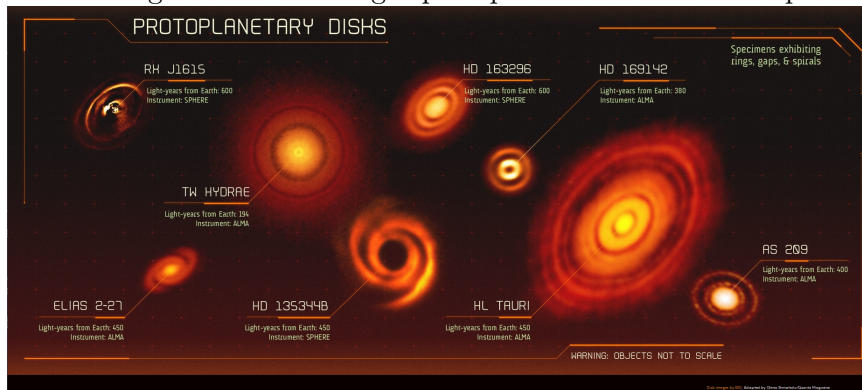
# 1 INTRODUÇÃO

Os processos da formação e evolução do Sistema Solar ainda não possuem um entendimento completo. Por quase um século, a teoria de formação e da evolução primordial dos planetas foi desenvolvida pela química, física e a astronomia. O avanço nas técnicas de observação e das missões espaciais permitiram observar e analisar com detalhes os planetas e a população de pequenos corpos do nosso Sistema Solar. Até mesmo, as regiões em que as estrelas estão envolvidas por discos de gás e poeira. Como consequência deste avanço na descrição do nosso Sistema Solar, nós podemos criar e testar novas teorias sobre a formação do Sistema Solar.

Até agora, é um consenso supor que as estrelas nascem a partir do colapso gravitacional de uma nuvem molecular gigante. Esta teoria foi formulada pela primeira vez, no final do século XVIII, por Immanuel Kant e Laplace (Woolfson, 2000). Uma nuvem molecular é capaz de se colapsar pela sua própria gravidade, quando há diferentes regiões mais densas que outras e a temperatura é mantida suficientemente baixa. Estas nuvens possuem uma rotação inicial e por conservação do momento angular elas formam a protoestrela e um disco ao seu redor. Esse disco é conhecido como disco de gás protoplanetário. As primeiras evidências desta teoria foram retiradas da simples observação de que os planetas do nosso Sistema Solar estão em órbitas quase circulares e coplanares. E portanto, era razoável supor que os planetas são formados a partir de um disco de gás e poeira. As observações reforçam esta teoria mas ela foi sendo bastante modificada ao longo dos séculos. A Figura 1.1 mostra imagens de discos protoplanetários obtidas pela Agência Espacial Europeia pelo telescópio ALMA, elas mostram os discos protoplanetários ao redor de estrelas jovens. Estas observações revelam detalhes sobre os discos que não poderiam ter sido vistos antes. A resolução é tão fantástica que é possível até ver o caminho dos planetas nas partes mais escuras no interior do disco.

Com o avanço das técnicas das observações uma nova coleção de planetas extra solares foram descobertos nos últimos anos. Hoje, 4294 exoplanetas foram descobertos, com uma alta diversidade de propriedades orbitais, que são muito diferentes da estrutura do nosso Sistema Solar. Nós mostramos na Figura 1.2 (a) a massa dos exoplanetas maiores que Júpiter observados e confirmados em função do semieixo maior. Nós observamos que existem planetas como Júpiter em distâncias menores que Mercúrio e muitos planetas com massas de 20 vezes a massa de Júpiter. Além disso, na Figura 1.2 (b), nós exibimos as excentricidades orbitais em função do semieixo maior destes exoplanetas (aqueles que estão ligados com suas estrelas). Note

Figura 1.1 - Imagem de discos de gás protoplanetários observados pelo ALMA.



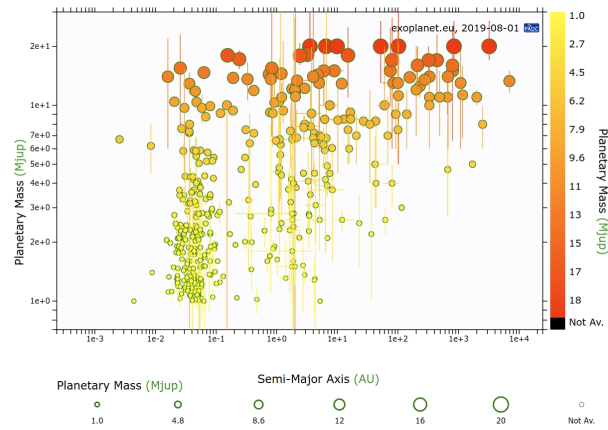
Fonte: ESA: <https://www.eso.org/public/images/>

que a grande maioria destes exoplanetas estão em excentricidade abaixo de 0,3, mas existem planetas com a massa de alguns júpiteres e bastante excêntricos com excentricidades próximas de 1. Toda essa diversidade coloca o nosso Sistema Solar como uma raridade. Ao longo destes últimos anos, os astrônomos ficaram realmente em dúvida se ao explicar o nosso Sistema Solar eles também podem explicar os sistemas extrasolares. O surgimento de tantos planetas também aumenta a chance de encontrar vida fora do nosso planeta Terra. A previsibilidade da existência de vida em outras condições, além das quais conhecemos, pela ciência é alta e é possível estarmos cada vez mais perto de encontrá-la. Entender os detalhes sobre a formação do nosso Sistema Solar podem fornecer receitas para explicar a origem da vida na Terra. Parafraseando o ilustre Richard Dawkins, nós estamos cercados de vida brilhante em cores e em um planeta tão formoso. Por que não suar as nossas poucas décadas ao redor do Sol para entender o Universo e porque nós viemos a acordar nele? É para um melhor entendimento sobre a formação do Sistema Solar que nós queremos contribuir com esta Tese de doutorado. Um contribuição do tamanho de um grão de poeira diante do que nós não conhecemos sobre o Universo. Mas que como qualquer trabalho científico tem um valor inestimável.

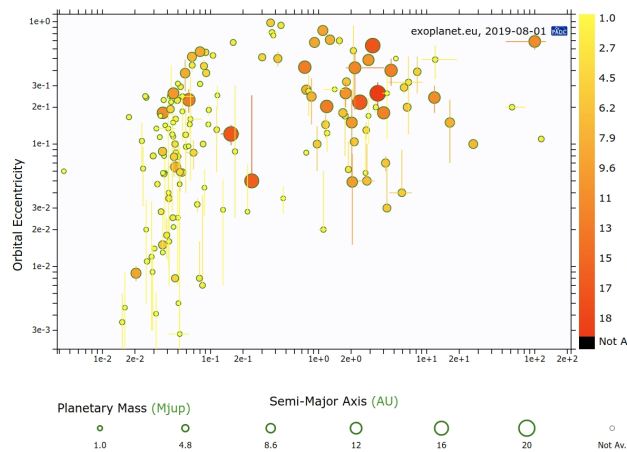
## 1.1 Formação planetária

Os processos de formação planetária foram evoluindo ao longo do tempo. O paradigma atual é que os planetas e pequenos corpos foram formados a partir de um disco de gás e poeira. O conteúdo de gás ocupa 99 por cento do disco e apenas o 1 por cento restante é poeira. Essa poeira foi formada pelos ciclos de estrelas mais velhas. Os primeiros sólidos que se condensam no disco protoplanetário tem como componentes o cálcio e o alumínio. Estes sólidos são chamados de *CAIs* (*do inglês*

Figura 1.2 - Painel (a): Massa dos exoplanetas em função do semieixo maior destes planetas. Painel (b): Distribuição de excentricidades e semieixo maior dos exoplanetas. Apenas os exoplanetas confirmados com a massa de pelo menos um Júpiter.



(a)



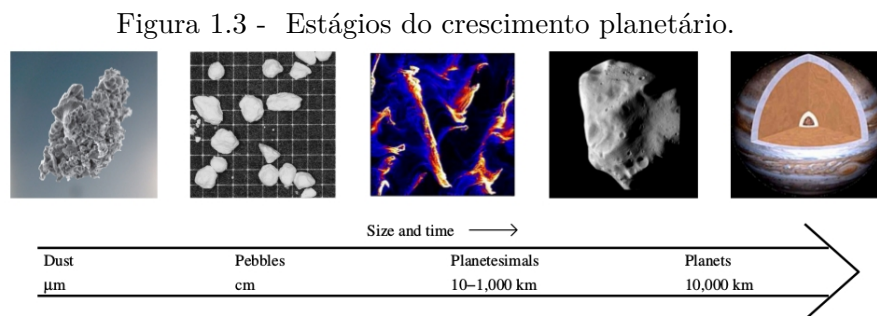
(b)

Fonte: [exoplanet.eu](http://exoplanet.eu)

*Calcium Aluminium rich-inclusions*), eles foram encontrados em ricas inclusões em meteoritos e as suas idades são estimadas de 4,568 bilhões de anos atrás (BOUVIER; WADHWA, 2010). A observação de diversas estrelas jovens em clusters localizados como berços de formação planetária tem aproximadamente a mesma idade entre 1 e 10 milhões de anos (Haisch JR. et al., 2001; Mamajek, 2009). Portanto, diante dessas evidências, todos os processos de acreção e formação dos planetas gasosos (como Júpiter e Saturno) e que possuem algum envelope gasoso (como Urano e Netuno) devem ocorrer dentro do disco de gás protoplanetário em escalas temporais máximas entre 1 e 10 milhões de anos. A formação dos planetas rochosos (como a Terra)

ainda não tem uma definição se ela ocorreu antes e depois da vida do disco de gás protoplanetário. Os pequenos corpos do Sistema Solar (poeira, cometas, asteroides, satélites, planetas anões entre outros objetos) são resultado do resto da formação dos planetas e eles evoluem dinamicamente e fisicamente antes e depois da fase de gás por processos como interação com o gás, colisões, capturas gravitacionais e outros fenômenos da interação gravitacional com os planetas.

Dentro do ambiente de gás e poeira, o processo de formação planetária é bastante complexo. Geralmente, por viabilidade operacional, nós dividimos a fase de crescimento planetário em diversas fases. Estas fases são classificadas conforme os processos físicos dominantes em diferentes escalas de crescimentos destes objetos no disco protoplanetário. Na Figura 1.3, nós apresentamos diferentes estágios de crescimento a partir da poeira com micrômetro de tamanho  $10^{-6}$  m até atingir tamanhos de planetas gasosos como Júpiter, ou até mesmo maiores adaptados de [Johansen e Lambrechts \(2017\)](#).



Fonte: [Johansen e Lambrechts \(2017\)](#)

A primeira fase descreve o crescimento de partículas com micrômetros de tamanho até a formação dos planetesimais. Os planetesimais tem raios entre 10 e 1000 km. As partículas microscópicas sofrem um forte arrasto aerodinâmico provocado pelo disco de gás e são depositadas no plano médio do disco. Estas partículas crescem por meio de forças de adesão e por colisões em ambientes de baixíssimas velocidades relativas ( $< 1$  m/s) ([Blum; Wurm, 2000](#)). As partículas microscópicas crescem até atingirem tamanhos de cm que são pequenas pedrinhas chamadas de *Pebbles*. Existe uma grande evidência de grãos de poeira de cm em discos protoplanetário de muitas estrelas jovens. As técnicas mais recentes de observação produzidas pelo *VLA* (*Very Large Array*) permitiu obter uma boa resolução, nas observações de estrelas da *T*

*Tauri*, com excesso de radiação infravermelha de partículas com tamanho de 7 mm até cm de tamanho (Rodmann et al., 2006). Portanto, é uma evidência de que existem *Pebbles* em discos protoplanetários que podem por exemplo se estender até 300 ua. Além disso, as observações parecem indicar que a formação desses *Pebbles* no disco acontecem ao redor 1 milhão de anos (Rodmann et al., 2006). Quando há poeira e *Pebbles* no disco o arrasto aerodinâmico aplicado nestas partícula pelo gás é muito intenso. Como resultado, as partículas podem espiralar para a estrela em apenas alguns poucos milhares de anos com velocidades entre 50 e 100 m/s com um pico de velocidade para partículas em torno de 1 *m*. Em pouco tempo, todos os *Pebbles* iriam ser lançados para a estrela. Este problema ficou bastante conhecido com barreira de um metro. No entanto, recentes estudos indicaram que a presença de *Pebbles* no disco podem causar variações na velocidade relativa entre o gás e uma região muito densa de *Pebbles*. Estas variações de velocidade são suficientes para desacelerar o arrasto do gás e causar um aumento de densidade de *Pebbles* em regiões específicas do disco protoplanetário. Se a densidade de material concentrada é suficiente para que ocorra o colapso gravitacional, devido a sua própria gravidade, é possível formar os planetesimais. Este modelo é conhecido como *SI* (*Streaming Instability*) (Youdin; Goodman, 2005). Uma das marcas deste modelo é que os planetesimais podem ser formados grandes com uma distribuição de tamanhos de alguns poucos Ceres.

Um novo estágio é formado e é conhecido como *Runaway* (Kokubo; Ida, 1996). Uma vez que os planetesimais são formados já grandes a gravidade destes objetos já passa a ser importante para o seu crescimento. Esta fase de crescimento é chamada de crescimento oligárquico e os objetos maiores tem uma preferência para o crescimento. Além disso, se houver uma densidade de *Pebbles* suficiente no disco, a captura de *Pebbles* por estes planetesimais é mais eficiente do que as colisões e capturas de partículas geradas por fragmentação. Ainda mais que os *Pebbles* são agregados de poeira e eles podem se romper em encontros próximos com os planetesimais e a efetividade de captura destes fragmentos é bastante alta pelos planetesimais. Neste estágio, os objetos grandes crescem até atingir tamanhos de embriões planetários, com raio maior que 1000 km. As massas desses objetos são da ordem da Lua e Marte. Os planetesimais que não cresceram o suficiente para se tornar embriões planetários podem ser acretados por colisões com os embriões, ou então lançados em órbitas estáveis ou instáveis em uma maior escala de tempo. Os planetesimais que sobram no disco são os precursores dos asteroides, cometas, ou seja, os pequenos corpos que nós observamos hoje no Sistema Solar. A acreção em *Pebbles* revolucionou a escala de tempo de crescimento dos embriões planetários e hoje é possível por simulações numéricas a formação de embriões planetários com 10 massas da Terra dentro da

vida do disco de gás (entre 1 e 10 milhões de anos). E essa taxa de crescimento pode acontecer em qualquer parte do disco, por exemplo, até 100 ua.

Os embriões que atingirem massa de algumas super-Terras (entre 3-10 massas da Terra) começam a causar perturbações no disco de gás e sofrem os efeitos da teoria linear da migração tipo I (Veja Apêndice para mais detalhes). Estes embriões então começam a migrar em direção a estrela devido a reação das ondas no disco de gás e das espirais causadas pela gravidade dessas super-Terras. Os embriões que atingem cerca de 10 massas da Terra e ainda na fase de gás começam a acretar o gás e se inicia o processo de formação dos planetas gigantes gasosos. Planetas com a massa de Júpiter e Saturno podem abrir *gaps* (espaços vazios) no disco e sofrer os efeitos da migração tipo II. Com o modelo de acreção em *Pebbles*, Urano e Netuno têm o potencial de se formar *in situ* logo na fase final do gás porque eles têm apenas um pequeno envelope de gás em suas atmosferas (porém, não é possível que eles se formem apenas por acreção de *Pebbles*, veja Capítulo 3 para uma explicação). Uma recente trilogia de trabalhos (Lambrechts et al., 2019; Izidoro et al., 2019; Bitsch et al., 2019) mostraram que é possível explicar a distribuição orbital e a formação dos planetas extrasolares e do nosso Sistema Solar considerando dois processos elementares: a acreção de *Pebbles* e a migração planetária.

Após estes estágios de formação pode-se formar planetas gigantes, rochosos, gelados, cometas, asteroides e todos os outros corpos de um sistema planetário. A fase final depende agora da interação gravitacional desses objetos após a fase de gás. Dois destinos são possíveis para estes sistemas planetários ou eles são estáveis ou instáveis após a fase do disco de gás. Muitas evidências reforçam este modelo e vamos discutir ao longo dos Capítulos desta Tese. Se os planetas emergirem após a fase de gás fora de cadeias de ressonância de movimento médio eles podem passar por uma fase instável levando a ejeções e encontros próximos com planetas até alcançar uma estabilidade. Muitos dos sistemas extrasolares observados pelo telescópio Kepler podem ser explicados por uma combinação de planetas instáveis e estáveis (Izidoro et al., 2014).

Em sistemas planetários tipo Sistema Solar, estudos recentes mostraram que é possível que Júpiter e Saturno e os planetas gigantes estejam presos em cadeias de multi-ressonâncias de movimento médio. Estas cadeias de ressonância previnem a migração tipo II e acontecem com planetas com a razão de massa de Júpiter e Saturno (Morbidelli; Crida, 2007). Em 2005, foi formulado um modelo conhecido como modelo de *Nice* (Tsiganis et al., 2005; Morbidelli et al., 2005; Gomes et al., 2005). Neste mo-

delo a quebra da estabilidade planetária pode acontecer devido a interação com um massivo disco de planetesimais, ou seja, o material que restou da acreção durante a formação planetária. Segundo este modelo, o nosso Sistema Solar exibiu no passado uma fase caótica com encontros violentos entre planetas gigantes e planetesimais. No entanto, o tempo que ocorreu esta instabilidade ainda não é uma questão respondida. O tempo de instabilidade do Sistema Solar foi por muito tempo vinculado com a datação das crateras da Lua. Mas as incertezas e novos modelos sobre estas datações colocam em dúvida quando ocorreu o tempo de instabilidade. Uma das provas que a evolução do nosso Sistema Solar passou por uma fase de instabilidade é uma das mais interessantes configurações orbitais de pequenos corpos: o cinturão de Kuiper. Muitas das órbitas dos objetos do cinturão de Kuiper é explicada pela migração e evolução da órbita de Netuno. Porém, a formação de uma população de asteroides dentro do cinturão de Kuiper ainda não é bem respondida pelos modelos de migração de Netuno gerados pelo modelo de *Nice*.

## 1.2 Apresentação do Trabalho

Tendo em vista a importância de todos estes tópicos, nós apresentamos nesta Tese um estudo numérico da fase final de acreção dos planetas gigantes do Sistema Solar, e também da evolução dos planetas gigantes após a fase do disco de gás. Em nossas simulações, utilizamos um modelo recente e confiável para a formação de Urano e Netuno (Izidoro et al., 2015a) durante a fase de gás para esculpir as propriedades do disco trans-Netuniano original. Nós estamos chamando de disco trans-Netuniano original o disco de planetesimais formado após a fase de gás e após a órbita de Netuno (definido como o último gigante de gelo). Nós fizemos isso de uma maneira autoconsistente considerando os efeitos do gás e da evolução dos embriões planetários que formam Urano e Netuno por colisões gigantescas. Estas colisões gigantescas podem explicar a obliquidade destes planetas. Nós também consideramos diferentes histórias de migração de Júpiter devido a incerteza de como Júpiter migrou durante a fase de gás. Nós incluímos uma história compatível com o Grand Track (Walsh et al., 2011). Às nossas simulações permitiram obter pela primeira vez as propriedades orbitais do disco trans-Netuniano considerando os modelos mais recentes para a formação dos planetas gigantes. Com as propriedades do disco trans-Netuniano original, nós verificamos se há uma significativa distância entre a borda interna do disco e Netuno que é responsável pela definição do tempo de instabilidade (Gomes et al., 2005; Levison et al., 2011; Deienno et al., 2017). Nós então calculamos o tempo de instabilidade dos planetas gigantes e de todos os sistema que formaram similares planetas como Urano e Netuno e outros possíveis gigantes de gelo.

Nós também realizamos simulações para discutir efeitos dinâmicos que acontecem na região do cinturão de Kuiper durante a evolução primordial de Netuno. Estes efeitos ocorrem quando Netuno esteve em alta excentricidade durante a instabilidade planetária. Para este problema, nós usamos as simulações realizadas por [Gomes et al. \(2018\)](#) que investigaram a compatibilidade da formação do cinturão frio de Kuiper durante o mais recente modelo de *Nice*, com cinco planetas gigantes e partindo de uma condição inicial mais compacta, com Júpiter e Saturno em uma ressonância de movimento médio do tipo 3:2. A produção da população fria acontece *in situ* em [Gomes et al. \(2018\)](#) com o disco de planetesimais estendido até 45 ua. As simulações de [Gomes et al. \(2018\)](#) apresentaram bons resultados mas algumas evoluções de Netuno são muito drásticas para obter excentricidades baixas as quais nós observamos no cinturão de Kuiper atual. Nós então realizamos simulações para a produção da população fria diante a uma fase que é mais prejudicial para a retenção dessa população: a fase excêntrica de Netuno ( $e_N > 0.2$ ) combinada com a precessão lenta da longitude do periélio deste planeta ([Batygin et al., 2011](#)). Nós refizemos esta simulação considerando agora a interação mútua de objetos com tamanho de Plutão embutidos no cinturão de Kuiper. Com estes resultados, nós podemos verificar se a dispersão causada pela autogravidade é capaz de produzir objetos com excentricidade mais baixas durante a fase violenta de Netuno. Nós também aplicamos a teoria secular para explicar os nossos resultados e propor como produzir objetos frios mesmo em uma fase em que Netuno tem uma precessão lenta.

Embora nosso estudo seja numérico, nós contextualizamos os nossos resultados com os mais diversos vínculos observacionais ou aqueles sugeridos por outras simulações numéricas. As técnicas numéricas de integração foram se aperfeiçoando ao longo dos anos, a partir de melhores modelos físicos-matemáticos ou computadores mais sofisticados. Como consequência deste avanço, nos estamos mais próximos de construir a história evolutiva do nosso Sistema Solar explicando um número maior de restrições observacionais dos diversos ramos dinâmicos, físicos e químicos.

### 1.3 Objetivos

Este trabalho foi desenvolvido com o intuito de apresentar um estudo sobre a formação e a evolução do Sistema Solar. Nós temos três objetivos específicos principais: i) Apresentar um cenário para a estrutura orbital do disco trans-Netuniano original produzida pelo o esculpimento do disco de planetesimais durante a formação e migração dos planetas gigantes; ii) Apresentar evidências de ordem dinâmica para vincular o tempo de instabilidade dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar;

iii) Reter objetos com excentricidades baixas e compatíveis com a população fria do cinturão de Kuiper, através de efeitos dinâmicos que ocorrem nos planetesimais localizados na região clássica do cinturão de Kuiper, no momento em que Netuno estava em alta excentricidade e com uma precessão lenta em longitude do periélio. E também estudar os efeitos da autogravidade de alguns planetesimais com a massa de Plutão durante esta fase em que Netuno estava em alta excentricidade.

Entre muitos dos objetivos secundários estão uma apresentação sobre a estrutura do pacote de integração REBOUND (Rein; Tremaine, 2011; Rein; Liu, 2012; Rein; Spiegel, 2015; Rein; Tamayo, 2015; Rein; Tamayo, 2016; Rein; Tamayo, 2017) e explicar algumas informações sobre os integradores. Nós também queremos fazer uma descrição introdutória sobre a dinâmica secular, o problema de N corpos e os efeitos do gás em planetas e planetesimais. Nós também nos preocupamos em contextualizar os problemas que foram colocados nesta Tese com os trabalhos mais recentes da literatura até o momento.

#### 1.4 Metodologia

Como nós vimos, a evolução e a formação do Sistema Solar leva em conta muitos processos conectados e sensíveis às condições iniciais. Como por exemplo, os processos de crescimento planetária dependem da densidade e da massa do disco de gás protoplanetário, das suas mudanças locais e globais de temperatura, dos campos magnéticos produzidos por plasmas em movimento, dos efeitos de radiação eletromagnética de estrelas, das perturbações gravitacionais dos planetas, das estrelas, do disco de gás, do disco de planetesimais, entre muitos outros processos. Embora seja desejável, não existem formas puramente analíticas e numéricas capazes de incluir todos os processos envolvidos na formação do nosso Sistema Solar. Portanto, nós compartilhamos uma metodologia bastante comum que se baseia em dividir a evolução do Sistema Solar em diversas fases compostas pelos efeitos físicos mais significativos em cada uma delas.

O nosso estudo, envolve uma das últimas fases da evolução do nosso Sistema Solar. Nesta fase, alguns planetas do Sistema Solar já são formados ou quase formados em sua totalidade. Podem existir além de algum conteúdo de gás protosolar, os pequenos corpos que são oriundos do resto de acreção dos planetas ou da poeira presente no disco de gás protoplanetário. Para modelar esta fase, precisamos consultar os vínculos teóricos, numéricos e observacionais da literatura que se referem às fases preliminares ou posteriores a fase que estudamos. Um bom modelo dinâmico deve reproduzir todos os vínculos observacionais ou ao menos utilizá-los na sua construção.

Focando em uma fase singular na evolução do Sistema Solar, reduzimos o número de parâmetros livres, o que permite obter resultados confiáveis e em tempo hábil para a conclusão do projeto. O limite desta metodologia, porém, está em diversas aproximações que são realizadas. Portanto, nós apresentamos uma solução aproximada da realidade. Mas esta metodologia responde ao que podemos fazer enquanto não tivermos uma boa oportunidade de estudar todos os processos físicos envolvidos na formação planetária.

A abordagem deste trabalho é quase em sua totalidade numérica. No entanto, nós realizamos um estudo cuidadoso do problema gravitacional de  $N$  corpos para entender como são construídos os integradores numéricos. Estes integradores numéricos são capazes de resolver as equações diferenciais do movimento destes corpos. Para realizar as integrações numéricas nós usamos como ferramenta principal o pacote de integração REBOUND (Rein; Tremaine, 2011; Rein; Liu, 2012; Rein; Spiegel, 2015; Rein; Tamayo, 2015; Rein; Tamayo, 2016; Rein; Tamayo, 2017). Neste pacote de integração estão presentes diversos integradores capazes de resolver o problema gravitacional de  $N$ -corpos com uma alta precisão. Mais ainda, é possível adaptar o código para acrescentar forças não gravitacionais o que faremos para adicionar o disco de gás protoplanetário. O código possui diversas ferramentas e uma alta adaptabilidade para sistemas que envolvem gravidade e outros efeitos físicos como colisões, fragmentação, difusão, efeitos da radiação solar, da irregularidade dos corpos, entre outros. Mais informações sobre o código REBOUND pode ser encontrado em <https://rebound.readthedocs.io/en/latest/> ou no Apêndice .

## 1.5 Organização do Trabalho

A Tese foi organizada na seguinte sequência de capítulos. No Capítulo 2, nós apresentamos o modelo de *Nice* e como ocorreu a evolução deste modelo ao longo dos últimos anos. Também apresentamos os critérios atuais para um modelo dinâmico da evolução do nosso Sistema Solar e as evidências que suportam o modelo de *Nice*.

No Capítulo 3, nós apresentamos uma contextualização do problema do tempo de instabilidade dos planetas gigantes, sob o ponto de vista da explicação do bombardeamento tardio da Lua e das datações da petrologia lunar. Nós detalhamos também neste Capítulo alguns dos modelos da literatura que nós utilizamos para a construção do nosso cenário do esculpimento do disco de planetesimais original. Portanto, nós acrescentamos a este Capítulo a contextualização do problema da formação de Urano e Netuno. No fim deste Capítulo, nós apresentamos a nossa motivação de estudo para localizar nossa proposta no contexto mais moderno dos recentes trabalhos

sobre a evolução do Sistema Solar.

No Capítulo 4, nós apresentamos uma breve introdução sobre o nosso cenário, os métodos específicos para a realização das simulações e exibimos nossos resultados. Neste Capítulo, os nossos resultados foram divididos em duas partes principais: A primeira parte diz respeito a fase em que os planetas gigantes, embriões precursores dos planetas gigantes de gelo e o disco de planetesimais estão embutidos no disco de gás. Ainda na primeira parte, nós simulamos diferentes histórias de migração de Júpiter, Saturno e dos embriões planetários. Apresentamos uma comparação dos nossos discos com os objetos do cinturão de Kuiper, também nesta primeira parte. Na segunda parte, nós apresentamos os cálculos do tempo de instabilidade considerando duas possibilidades: a instabilidade causada pelos próprios planetas e a instabilidade causada pelos discos de planetesimais que nós produzimos. Nesta segunda parte, nós realizamos muitas simulações e fizemos uma estatística com muito sistemas planetários para calcular o tempo de instabilidade dos planetas gigantes. Também realizamos uma discussão dos vínculos observacionais que reforçam os nossos resultados, apresentamos a limitação do nosso trabalho e as conclusões.

No Capítulo 5, nós apresentamos uma revisão dos processos de formação e evolução do cinturão de Kuiper levando em conta os planetas atuais e a evolução dos planetas durante uma evolução tipo modelo de *Nice*. Neste Capítulo, nós também apresentamos os critérios do cinturão de Kuiper para evolução do Sistema Solar, os cenários mais atuais para a formação da estrutura dinâmica do cinturão de Kuiper. E um estudo preliminar do efeito da precessão lenta de Netuno segundo alguns modelos da literatura. Nós apresentamos uma motivação do nosso estudo em que nós contextualizamos o nosso problema com estes modelos recentes da literatura sobre a formação do cinturão de Kuiper.

No Capítulo 6, nós apresentamos a nossa proposta do estudo de efeitos dinâmicos que ocorrem durante a produção fria em uma evolução planetária tipo modelo de *Nice*. Nós começamos com uma breve introdução, reunindo as informações mais importantes da literatura que contextualizam o nosso problema. Nos então apresentamos o nosso modelo para a evolução de Netuno que nós chamamos de modelo de Netuno-excitado. Finalmente, nós apresentamos nossos resultados. Na primeira parte dos resultados, nós apresentamos nossa metodologia da interpolação do modelo de Netuno-excitado. Estes resultados foram divididos em duas partes: a primeira parte trata da inclusão da autogravidade e da investigação dos seus efeitos na produção da população fria. A segunda parte envolve o estudo em torno dos efeitos

seculares de Netuno em que nós analisamos a fase lenta e rápida da precessão de Netuno. Nós introduzimos um mecanismo para produzir a população fria do cinturão de Kuiper através do sincronismo entre o ciclo secular de Netuno e o fim da precessão lenta de Netuno. Finalmente, nós apresentamos uma discussão e nossas conclusões.

No Capítulo 7, nós apresentamos nossas considerações finais sobre o nosso estudo. No Capítulo 8, nós apresentamos os nossos projetos para o futuro da nossa pesquisa.

Nós apresentamos nos Apêndices os capítulos que são alicerces básicos que pode ajudar o leitor a uma revisão sobre alguns tópicos básicos da mecânica celeste, como por exemplo o problema de  $N$  corpos. E também apresentamos alguns métodos de integração para a solução do problema numérico de  $N$  corpos. No Apêndice A, nós apresentamos uma formulação teórica do problema de  $N$  corpos. No Apêndice B, nós apresentamos uma revisão bibliográfica e a física matemática de alguns dos principais integradores do REBOUND, incluindo aqueles que nós utilizamos neste trabalho. No Apêndice C, nós apresentamos o método de interpolação numérica para o problema de  $N$  corpos que nós utilizamos. Nós também apresentamos a adaptação da interpolação no integrador REBOUND e alguns testes da interpolação. O Apêndice D trata sobre a dinâmica de planetas e pequenos corpos embutidos no disco de gás protoplanetário. Nós apresentamos algumas simulações comparando os efeitos do arrasto de gás nestes objetos. No Apêndice E, nós mostramos alguns testes de integração utilizando o REBOUND com algumas informações importantes sobre o desempenho dos integradores deste REBOUND.

Em anexo estão as capas dos dois artigos gerados nesta Tese. Um dos manuscritos foi aceito pela a revista ICARUS, enquanto que o outro está em processo de revisão até esta presente data.

Nós estruturamos a Tese de tal forma que cada capítulo esteja autocontido para que o leitor possa entender o problema independente de outras leituras.

## 2 O MODELO DE NICE

Os planetas gigantes foram formados em órbitas circulares e coplanares a partir do disco de gás protoplanetário. Diferente das teorias clássicas, que diziam que os planetas se formam em suas órbitas atuais, as teorias de formação planetária mais recentes apontam a migração planetária é um fenômeno fundamental na formação dos planetas gigantes. A interação entre o disco de gás e os planetas são as principais causas de migração planetária (Goldreich; Tremaine, 1982; Goldreich; Tremaine, 1980), veja mais detalhes no Apêndice (). Diferente dos sistemas extrasolares, o nosso Sistema Solar tem um riqueza de detalhes que permitem conhecer a estrutura dinâmica dos pequenos corpos do Sistema Solar (pequenos corpos são objetos menores que os planetas como asteroides, satélites, cometas, poeira e fragmentos). Diante disso, além da migração planetária pela interação com o gás, um outro processo de migração é importante para explicar as configurações orbitais atuais dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar: a migração dirigida por planetesimais (Fernandez; Ip, 1984). Planetesimais são os pequenos corpos do nosso Sistema Solar mas que foram distribuídos, durante a formação dos planetas, como um material que não foi acretaado por nenhum deles. Após a fase de gás, o nosso Sistema Solar primordial externo continha os planetas gigantes e um disco de planetesimais.

O modelo de *Nice* clássico mostra que a evolução de diversos sistemas planetários com um disco massivo de planetesimais passam em geral por uma cadeia de eventos dinâmicos gravitacionais: ressonância de movimento médio, troca de momento angular, efeitos seculares, encontros próximos, colisões, fricção dinâmica e caos, que modificam o sistema planetário, e a longo prazo, estatisticamente, reproduzem os elementos keplerianos atuais. Com configuração kepleriana, queremos dizer que o modelo reproduz os três dos seis elementos keplerianos dos planetas gigantes: semi eixo maior, excentricidade e inclinação próprias (veja a definição desses elementos no Apêndice ). A migração dos planetas por encontro com planetesimais caracteriza uma fase de migração lenta. Portanto, nesta fase os períodos orbitais dos gigantes se modificaram e provavelmente ocorreriam ressonâncias de movimento médio *MMR* (*Mean Motion Resonances*). Estas ressonâncias de movimento médio acontecem quando a razão entre os períodos de dois planetas é igual a razão de números inteiros. O mecanismo dinâmico de instabilidade do Sistema Solar externo, no modelo de *Nice*, ocorre devido ao fato de que após a fase de migração de Júpiter e Saturno, estes planetas entraram em uma ressonância de movimento médio do tipo 2:1, em que Júpiter completaria dois períodos inteiros de volta e Saturno apenas um. Isto geraria uma série de conjunções entre Júpiter e Saturno que geram for-

ças tangenciais gravitacionais que secularmente excitaram o semieixo maior e as excentricidades destes gigantes (MURRAY; DERMOTT, 2000).

Dentro do período de ressonância de movimento médio entre Júpiter e Saturno, as perturbações seculares dos gigantes gasosos que agem em Netuno e Urano também excitam as suas excentricidades. Estas excitações são proporcionais às massas e semi eixo maior de todos os planetas. Inicia-se então uma nova fase caótica, com um número alto de encontros próximos, no sistema planetário do Sistema Solar primitivo. Esta fase é marcada por encontros próximos entre os gigantes gasosos. Estes encontros próximos podem excitar as inclinações dos planetas gigantes e até mesmo a migração de alguns destes gigantes em direção ao disco de planetesimais. Esta fase é conhecida como migração abrupta e ela tem seu ápice quando um dos gigantes de gelo é ejetado em direção ao disco de planetesimais. O disco de planetesimais é espalhado tanto em direção aos planetas terrestres quanto para fora do Sistema Solar. O espalhamento aumenta a taxa de migração dos planetas gigantes e termina apenas quando o disco de planetesimais estiver completamente ejetado. Durante o período de espalhamento de planetesimais, principalmente por Júpiter e Saturno, ocorre a última fase do processo, conhecida como fricção dinâmica. Na fricção dinâmica as excentricidades e as inclinações dos planetas são decrescentes até o sistema se estabilizar completamente (Saslaw, 1985). Para uma grande parte dos experimentos dinâmicos do Modelo de *Nice*, esta estabilidade tende a ocorrer quando o semieixo maior, a inclinação e a excentricidade do Sistema Solar externo são estatisticamente similares às observadas atualmente no Sistema Solar.

No modelo de *Nice* clássico, o Sistema Solar externo (parte do Sistema Solar além da órbita de Júpiter), após a dissipação do disco de gás protoplanetário, continha Júpiter, Saturno, Urano e Netuno e um disco de planetesimais, e foi formado em uma das configurações iniciais (Tsiganis et al., 2005):

- a) Os semi eixos maiores de Júpiter e Saturno estão a poucas dezenas de unidades astronômicas (ua) das suas ressonância de movimento médio 2:1. O centro dessa ressonância de movimento médio, aplicando a terceira lei de Kepler, é localizado em 8,65 ua; Os semieixos maiores iniciais de Urano e Netuno estariam na faixa entre 11 à 13 ua e 13,5 à 17 ua. Em todos os casos, a separação entre os gigantes de gelo é mantida de 2 ua. Como há casos em que os gigantes de gelo trocam de posição durante suas evoluções, Urano e Netuno é a princípio identificado como Gigante de Gelo I e II. Todas as órbitas dos gigantes são quase circulares e coplanares (excentricidades,  $e$ ,

e o seno das inclinações mútuas,  $i$ , iguais a  $10^{-3}$ );

- b) Além dos planetas, há uma inclusão de um disco massivo de planetesimais com massas totais entre 30 e 50 massas da Terra. Os planetesimais foram distribuídos na forma de uma função do tipo  $\rho \propto r^{-1}$ , em que  $r$  é a distância do planetesimal ao Sol, desta forma mais partículas estão localizadas na sua borda interna. O disco de planetesimais contém um total entre 1.000 e 5.000 partículas de massas iguais e sem considerar as suas interações gravitacionais mútuas. Este disco pode ser do tipo dinâmico quente (excentricidades,  $e$ , e inclinações próprias,  $\sin i$ , iguais a 0,05), ou dinamicamente frio (excentricidades,  $e$ , e inclinações próprias,  $\sin i$ , iguais a 0,01);

Durante as simulações do trabalho original do Modelo de *Nice* foram estudados um total de 43 sistemas planetários em integradores como o MERCURY (Chambers, 1999) e o SyMBA (Duncan et al., 1998). O passo de integração utilizado estava entre 0,25-0,5 anos. Um experimento dinâmico típico do Modelo de *Nice* I é exibido no trabalho de Tsiganis et al. (2005) e exibida na sua forma adaptada na Figura 2.1.

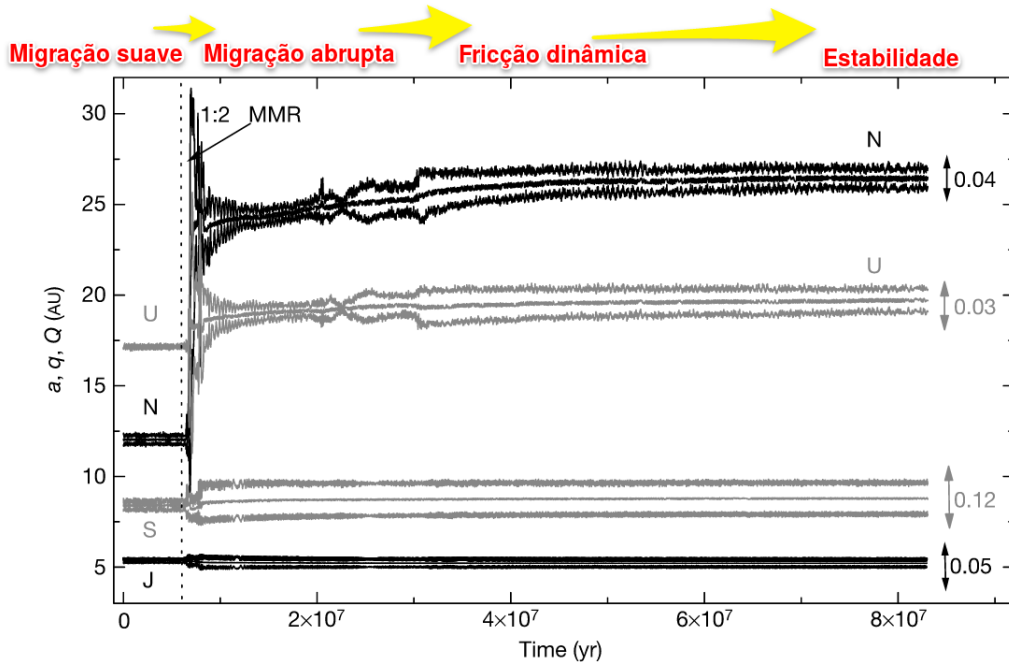


Figura 2.1 - Evolução dos quatro planetas gigantes do Sistema Solar com a interação de um disco de planetesimais. Esta simulação foi realizada pelo integrador SyMBA de N-corpos e apresenta os quatro planetas gigantes do Sistema Solar. Estes quatro planetas estão interagindo com um disco de planetesimais massivo com 35 vezes a massa da Terra e composto de 3.500 partículas. O disco de planetesimais é do tipo dinâmico quente. A esquerda da linha vertical é o momento da migração suave e lenta com a troca de momento angular entre o disco de planetesimais e os gigantes do Sistema Solar. O marco da linha vertical, em cerca de 6.6 milhões de anos, Júpiter e Saturno cruzaram a ressonância de movimento médio 2:1. A direita da linha vertical ocorre a fase de migração abrupta e Netuno alcança a órbita do disco de planetesimais e a taxa de migração aumenta, em pouco tempo a fase de fricção dinâmica vai estabilizando o sistema na sua configuração atual. Fonte: (Tsiganis et al., 2005)

Note que no momento da elaboração deste modelo não houve uma preocupação em restringir as condições iniciais de formação dos planetas gigantes durante a fase de gás. Também pouca informação era acessível para vincular a massa total do disco de planetesimais original. O que caracterizou uma ampla análise de diversas simulações com configurações orbitais iniciais do tipo *ad hoc*. Mesmo assim, a teoria deu suporte a muitas explicações das configurações orbitais dos pequenos corpos do nosso Sistema Solar (veja na subseção 2.2.2). Mais ainda o modelo é capaz de obter as excentricidades, inclinações e posições orbitais dos planetas gigantes. No entanto, o modelo foi se aperfeiçoando e se adequando a diversos vínculos observacionais e de outras simulações numéricas. Dois novos modelos surgiram a partir do modelo de

*Nice* clássico: o modelo do Júpiter Saltitante (oriundo do inglês *Jumping Jupiter*) e o modelo de *Nice* atual. Nós apresentamos estes modelos nas próximas seções 2.1 e 2.2, respectivamente.

## 2.1 O modelo do Júpiter Saltitante

Como nós vimos, a versão original do modelo de *Nice* apresenta as configurações iniciais dos planetas e do disco de planetesimais de uma maneira *ad hoc*. Os trabalhos de Morbidelli e Crida (2007), Morbidelli et al. (2007a), Morbidelli et al. (2009), Brasser et al. (2009a), Levison et al. (2011), entre outros, introduziram o que chamamos do modelo do Júpiter Saltitante. Como veremos nesta seção, eles apresentam estudos para tornar mais realistas as condições iniciais dos planetas e do disco de planetesimais. Além disso, eles testaram a compatibilidade com a dinâmica dos planetas terrestres e do cinturão principal de asteroides. Vamos começar a nossa discussão sobre o estudo que ajudou a restringir as órbitas dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar a partir de simulações hidrodinâmicas durante a fase de gás do disco protoplanetário.

### 2.1.1 Os planetas gigantes do Sistema Solar na fase de gás

Em relação a configuração inicial dos planetas, Morbidelli et al. (2007a) realizaram uma série de simulações hidrodinâmicas da evolução dos planetas gigantes ainda embutidos no disco de gás (veja alguns detalhes da dinâmica de planetas em discos de gás no Apêndice ). A importância do trabalho de Morbidelli et al. (2007a) é a descoberta que os quatro planetas gigantes param de migrar para o interior, em direção ao Sol, dentro de uma múltipla configuração de ressonância de movimento médio. O significado de uma configuração multi ressonante é que os planetas estão em ressonância de movimento médio com seu vizinho mais próximo. Esta configuração multi ressonante é estável, mesmo sem o disco de planetesimais, por bilhões de anos. Essa configuração multi ressonante tem como preferência Júpiter e Saturno presos em ressonância de movimento médio do tipo 3:2, com Júpiter em 5.4 ua, Saturno e Urano estariam em uma ressonância do tipo 3:2 e Urano e Netuno em uma ressonância do tipo 4:3. Eles concluíram que as configurações multi ressonantes podem evoluir conforme Tsiganis et al. (2005) mas a instabilidade é causada apenas quando Júpiter e Saturno cruzam a 2:1. Portanto, até aqui está mantido o gatilho da ressonância do tipo 2:1.

Utilizando estas configurações multi ressonantes encontradas por Morbidelli e Crida (2007), Morbidelli et al. (2007a) e Levison et al. (2011) investigaram se a instabi-

lidade dos planetas gigantes, nestas configurações multi-ressonantes, também acontecem no período do bombardeio tardio da Lua (Gomes et al., 2005). A principal preocupação é que, quando o sistema de planetas gigantes estão em uma ressonância de movimento médio um com o outro, eles destroem o mecanismo principal do modelo de *Nice* clássico. Dentro de ressonâncias de movimento médio, com o passar dos anos, as excentricidades dos planetas podem diminuir mesmo com a interação do disco de planetesimais deixando seus semi-eixos quase fixos. E portanto, nestes sistemas a instabilidade pode de fato nunca acontecer. Levison et al. (2011) introduziram uma outra característica importante para o disco de planetesimais. Devido a presença de muitos planetesimais com a massa de Plutão, os planetesimais interagem entre si. Considerando a autogravidade do disco de planetesimais, eles encontram que a viscosidade do disco de planetesimais causa uma troca de energia irreversível entre o disco e os planetas gigantes, mesmo na ausência de encontros próximos entre estes objetos. Este processo afeta geralmente o planeta mais excêntrico e com isso o sistema pode cruzar muitas mas fracas ressonância seculares que pode romper as ressonâncias de movimento médio e gerar a instabilidade. Mesmo reproduzindo as configurações atuais do Sistema Solar externo, ainda é possível obter diversas evoluções dos planetas gigantes que podem explicar as órbitas dos planetas gigantes no modelo de *Nice*. Mais restrições podem ser encontradas, se investigamos as consequências dos outros componentes do Sistema Solar, como por exemplo, as configurações dinâmicas dos planetas terrestres.

### 2.1.2 A instabilidade planetária e o Sistema Solar Interno

Brasser et al. (2009a) investigaram a influência da instabilidade dos planetas gigantes, partindo da suposição que os planetas terrestres já estavam formados (veja Clement et al. (2018b) para uma outra possibilidade). Brasser et al. (2009a) mostraram que a migração divergente de Júpiter e Saturno faz com que a autofrequência secular  $g_5$ , associada a Júpiter (Veja mais detalhes no Apêndice ), cruzasse as ressonâncias associadas a excitação secular dos planetas terrestres ( $g_4, g_3, g_2, g_1$ ). Como uma principal consequência, há uma excitação excessiva nas excentricidades dos planetas terrestres. Isso acontece se a amplitude do modo secular  $g_5$  for semelhante a atual de Júpiter. A órbita de Mercúrio é completamente desestabilizada, quando há um cruzamento entre a  $g_5 = g_1$ , mesmo em uma passagem rápida de Júpiter e Saturno na ressonância de movimento médio 2:1. Por outro lado, Roig et al. (2016) mostram que essa excitação pode explicar a órbita de Mercúrio se os planetas terrestres fossem formados em órbitas circulares.

Brasser et al. (2009a) ofereceram duas soluções para este problema:

- a) ao passar pela ressonância secular, existe uma chance de ocorrer um amortecimento nas amplitudes dos modos de Fourier, se ela é grande originalmente (essa chance é de aproximadamente 8 por cento para amortecer a  $g_2$ , diante de uma passagem entre a  $g_5 = g_1$ );
- b) a segunda solução envolve a criação de novo modelo: o modelo do Júpiter Saltitante. Este modelo sugere que Júpiter teve ao menos um encontro próximo com um planeta gigante de gelo, que geralmente ejeta o planeta gigante, levando assim Júpiter a migrar bem mais distante que Saturno do que uma migração dirigida por planetesimais. Dessa forma, as ressonâncias seculares mais danosas para os planetas terrestres ( $g_5 = g_2$  e  $g_5 = g_1$  podem ser saltadas ou duravam muito pouco. Neste caso, os planetas terrestres preservam suas configurações dinâmicas atuais.

As simulações numéricas desta evolução, considerando o encontro entre Júpiter e um planeta gigante de gelo e a compatibilidade com arquitetura do Sistema Solar externo, mostraram que a probabilidade é de apenas 6 por cento. Como veremos, na seção 2.2, esta probabilidade aumenta para um caso com 5 planetas gigantes (Nesvorný; Morbidelli, 2012).

Uma outra distribuição mas agora de pequenos corpos que reforça a necessidade de um modelo como o Júpiter Saltitante é a distribuição dos objetos do cinturão principal de asteroides. Morbidelli et al. (2010) investigaram evidências a partir do cinturão principal de asteroides de uma evolução violenta de Júpiter. Para isso, eles utilizaram a distribuição de objetos com diâmetros maiores que 50 km para encontrar mais restrições para a evolução dos planetas gigantes. A migração dirigida por planetesimais dos planetas gigantes têm um tempo de escala típico de 5 milhões de anos ou maior. Quando esta migração é aplicada aos objetos do cinturão principal de asteroides o resultado é uma distribuição de objetos grandes incompatível com a distribuição atual. Os encontros próximos entre os planetas gigantes podem acelerar abruptamente o tempo de escala de migração dos planetas gigantes. Como foi proposto por Brasser et al. (2009), Morbidelli et al. (2010) mostrou que o modelo do Júpiter Saltitante preserva a massa total e a excitação dinâmica do cinturão principal de asteroides se esse for formado exatamente como observamos antes da migração. Particularmente, este modelo propõe que a razão entre os períodos de Júpiter e Saturno tem evoluído de forma descontínua entre 2.1 para 2.3 (o valor atual é

de cerca de 2.9). Para isso acontecer, Júpiter e Saturno encontram um outro planeta (Urano, ou Netuno). Como veremos, no Capítulo 4, mesmo se a instabilidade ocorreu antes da formação dos planetas terrestres e o vínculo de  $g_5$  não se aplica mais (veja mais detalhes em [Kaib e Chambers \(2016\)](#)), o cinturão principal de asteroides precisa ser considerado ainda um vínculo válido para a necessidade de um salto em semieixo maior de Júpiter.

Na próxima seção, vamos mostrar os estudos mais atuais que constituem o modelo de *Nice* atual. Estes estudos se basearam na adição de um planeta gigante de gelo extra ao Sistema Solar externo primordial e também nas propriedades dinâmicas do cinturão de Kuiper.

## 2.2 O modelo de *Nice* atual

Encontros próximos de Júpiter e Saturno com um planeta gigante de gelo geram tipicamente órbitas hiperbólicas para este último. Simulações de [Nesvorný \(2011\)](#) e [Batygin et al. \(2012\)](#) mostraram que as chances são mais altas para obter uma evolução do modelo Júpiter Saltitante se adicionado mais um planeta gigante de gelo. Um das justificativas é que existem planetas extrassolares que são ejetados do seu sistema estelar original e são planetas flutuantes no espaço. E assim seria um possível destino do gigante de gelo ejetado no nosso Sistema Solar. Então, o modelo de *Nice* mais atual inicia-se com um extra gigante de gelo com a massa de Netuno, também preso em uma configuração multi-ressonante com os outros planetas gigantes.

### 2.2.1 Critérios para a evolução do nosso Sistema Solar

Um estudo detalhado deste novo cenário foi feito no trabalho de [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#), em que eles consideram várias condições iniciais dos planetas gigantes, em configurações multi ressonantes e com um extra gigante de gelo. Portanto, [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#) realizaram um estudo estatístico da instabilidade do Sistema Solar primordial considerando quatro, cinco e seis planetas gigantes. Realizando cerca de 10 mil simulações, uma distribuição de centenas de condições iniciais, eles encontraram que a evolução dinâmica é tipicamente instável e extremamente violenta, se Júpiter e Saturno estão inicialmente presos na ressonância de movimento médio do tipo 3:2. A consequência dessa violenta evolução é que leva à ejeção de pelo menos um gigante de gelo. Isso levou [Gomes et al. \(2018\)](#) a considerar violentas evoluções de Netuno (com geralmente alta excentricidades) para a produção das configurações orbitais dos objetos frios do cinturão de Kuiper. Essa ejeção pode ser evitada, se o disco de planetesimais é muito massivo com uma massa total maior

que 50 massas terrestres. Mas por outro lado, há um excessivo amortecimento em excentricidade, se considerado um disco tão massivo, o que poderia levar a uma migração suave que é incompatível com a estrutura dinâmica dos planetas terrestres. Os melhores resultados foram obtidos a partir de configurações com cinco planetas gigantes e quando os sistemas planetários estavam inicialmente em ressonâncias do tipo 3:2 e 4:3 com Saturno. Nestes melhores casos, a massa total do disco é de aproximadamente 20 massas da Terra. O trabalho de [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#) reuniu os critérios necessários para uma boa evolução planetária seja do tipo Sistema Solar. Estes critérios são:

- Critério A: Todos os sistemas finais planetários devem ter quatro planetas gigantes.
- Critério B: As órbitas destes quatro planetas gigantes devem ser compatíveis com as suas órbitas atuais. Por compatível se entende que o semieixo maior médio e final de cada planeta deve estar dentro de 20 por cento do seu presente valor. As excentricidades e inclinações finais não devem ser maiores que 0.11 e 2 graus, respectivamente. As evoluções dos modos seculares dos planetas gigantes durante os encontros próximos e a sua estrutura final dos quatro planetas gigantes também foram investigadas. Em particular, a evolução dos modos  $g_5$ ,  $g_6$  e  $s_6$ . Como nós já vimos, a estrutura secular dos planetas gigantes, durante o encontro, devem explicar as populações observacionais das luas irregulares de cada planeta e a preservação do Sistema Solar interno.
- Critério C: É importante que durante os encontros próximos entre Júpiter e um planeta gigante excite a amplitude do modo  $e_{55}$ . E portanto, o último critério é que durante o encontro próximo este valor seja de pelo menos maior que 0.022 (metade do valor atual).
- Critério D: Os modos  $g_5$ ,  $g_6$  e  $s_6$  são principalmente em função da separação orbital entre Júpiter e Saturno e os vínculos para preservar o Sistema Solar interno pode ser traduzido em termos da razão de períodos entre Júpiter e Saturno. Essa razão de períodos precisa evoluir entre menor que 2.1 para maior que 2.3 em menos de 1 milhão de anos. Também é importante analisar que a razão final de Júpiter e Saturno atual é de 2.49.

Os resultados estatísticos, considerando todos estes critérios, mostraram que o Sistema Solar não é um resultado típico. E por isso tem apenas uma probabilidade

apenas 5 por cento. Em todos os outros casos, as simulações são finalizadas falhando em pelo menos um dos critérios acima. Apesar do resultado estatístico ser negativo, ele é considerado uma luz positiva para entender a evolução dinâmica do nosso Sistema Solar (Nesvorný; Morbidelli, 2012). Além disso, nenhum outro modelo é capaz de explicar tantas linhas do nosso Sistema Solar como o modelo de Nice.

### 2.2.2 Contribuições do modelo de *Nice*

Como nós dissemos, o modelo de *Nice* é uma luz positiva para explicar muitos fatos do nosso Sistema Solar. Um bom modelo dinâmico deve ser compatível com os vínculos observacionais. No nosso Sistema Solar, nós temos acesso aos pequenos corpos diretamente e indiretamente através de observações e missões espaciais. Muito dos vínculos dinâmicos do nosso Sistema Solar são oriundos destas observações dos pequenos corpos. Do grupo de pequenos corpos, existem o cinturão de asteroides, o cinturão de Kuiper, a nuvem de Oort, os troianos de Júpiter e os satélites irregulares.

Antes do modelo de *Nice*, por exemplo, a hipótese para explicar os troianos de Júpiter, objetos que estão na mesma órbita de Júpiter mas defasados do planeta por uma distância angular de 60 graus, era que estes planetesimais foram formados próximo a Júpiter onde foram capturados em sua órbita enquanto Júpiter estava crescendo com a ajuda do gás e de colisões (Yoder, 1979; Peale, 1993; Kary; Lissauer, 1995). No entanto, a distribuição de inclinação dos Troianos de Júpiter (cerca de 40 graus) não poderia ser explicada por estes modelos. A proposta dada pelo modelo de *Nice* clássico é que os Troianos de Júpiter poderiam ter sido formados em regiões mais distantes, como as regiões trans-Netunianas, e foram capturados em movimento co-orbital com Júpiter, durante o tempo em que os planetas gigantes migravam por migração dirigida pelos planetesimais (Morbidelli et al., 2005). Morbidelli et al. (2005) mostraram que a captura foi possível, durante uma janela de tempo de curto período, logo após Júpiter cruzar a ressonância de movimento médio 1:2 com Saturno. Apesar dessa ressonância eliminar qualquer Troiano que estava presente anteriormente, Morbidelli et al. (2005) propuseram que como a evolução dinâmica de um sistema gravitacional é reversível, se os objetos locais são removidos das regiões dos Troianos outros objetos podem entrar na mesma região e serem capturados. Este modelo pode explicar a distribuição orbital e a massa total dos Troianos de Júpiter.

Uma outra contribuição do modelo de *Nice* clássico está na explicação da captura dos satélites irregulares dos planetas Jovianos. Mais que 90 satélites irregulares têm sido descobertos ao redor dos planetas Jovianos (Sheppard et al., 2003). Estes satélites irregulares são caracterizados por órbitas ao redor de planetas em grandes distância

relativas, inclinadas e excêntricas. Os modelos padrões para explicar os satélites regulares, a partir da acreção dentro do disco de gás protoplanetário, não podem ser usados para explicar as características orbitais dos satélites irregulares. Muitos dos satélites irregulares, por exemplo, têm órbitas retrógradas e não podem ser formados no mesmo disco prógrado que formaram os satélites regulares. [Nesvorný et al. \(2007\)](#) mostraram que os satélites irregulares observados podem ter sido capturados a partir de órbitas heliocêntricas, durante o tempo quando os planetas externos estão completamente formados e aos poucos eliminam o disco de planetesimais. Simulações mostram que os planetesimais mais próximos podem ser capturados em órbitas ligadas aos planetas. A eficiência deste processo de captura é grande o suficiente para produzir a população de satélites irregulares observadas em Saturno, Urano e Netuno. No entanto, Júpiter não apresenta muitos encontros próximos com outros planetas nas evoluções típicas do modelo de *Nice*. E a explicação para os satélites irregulares de Júpiter são produzidos por outro mecanismo. [Nesvorný et al. \(2007\)](#) também fornecem uma explicação plausível para a origem da lua de Netuno chamada de Tritão.

[Deienno et al. \(2011\)](#) mostraram uma ausência de satélites regulares, além da órbita de Oberon, de Netuno usando a evolução clássica do modelo de *Nice*. Como nós dissemos antes, a dinâmica atual dos satélites dos planetas gigantes foi mostrada como resultados de ambas condições iniciais e da história de migração destes planetas. [Deienno et al. \(2011\)](#) estudaram também os efeitos da migração planetária nos satélites primordiais de Urano. Nos períodos de encontros próximos, que ocorrem tipicamente nas evoluções do modelo de *Nice*, Oberon é capaz de resistir a estes encontros próximos e durante a migração. Esta contribuição é importante porque limita a formação de satélites regulares de Urano para regiões com até 27 raios deste planeta. Os processos de capturas de satélites também foi observado nas simulações de [Deienno et al. \(2011\)](#) mesmo considerando os efeitos do achatamento do planeta e do Sol.

Com o modelo de *Nice* atual, as simulações bem sucedidas de [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#) foram utilizadas para verificar ou re-verificar as populações de pequenos objetos como a população de Troianos de Júpiter ([Nesvorný et al., 2013](#)), a captura irregular de Satélites de Júpiter ([Nesvorný et al., 2014](#)) e a evolução dinâmica do cinturão principal de asteroides e suas famílias colisionais ([Roig; Nesvorný, 2015](#); [Brasil et al., 2016](#); [Deienno et al., 2016](#)). Existem mais algumas contribuições importantes que vamos abordar com mais detalhes nos próximos capítulos. Entre eles estão a explicação do bombardeio tardio da Lua e a formação e evolução dinâmica do cinturão

de Kuiper. Neste trabalho de Tese, nós queremos contribuir com estes dois assuntos em particular e eles são descritos em detalhes nos próximos capítulos.

### 3 O TEMPO DE INSTABILIDADE DO SISTEMA SOLAR

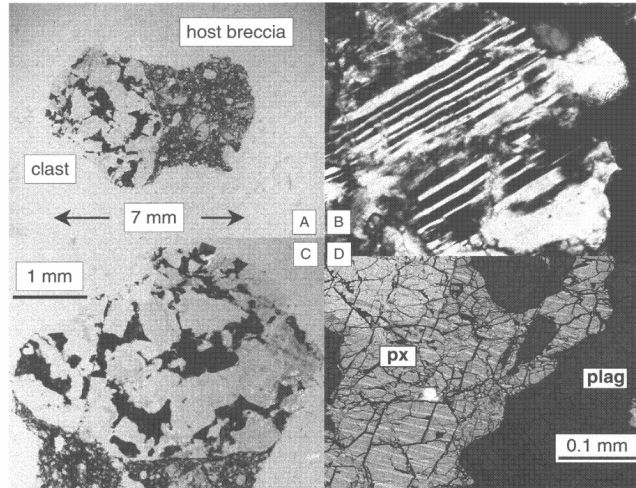
Neste Capítulo, nós apresentamos uma discussão sobre quando ocorreu o tempo de instabilidade do modelo de *Nice*. O tempo de instabilidade foi ligado, por mais que uma década, à uma explicação da datação das crateras das rochas lunares (Gomes et al., 2005). Porém, vamos ver com mais detalhes na seção 3.1 que isso não é mais necessário. A nossa Tese propõe algumas evidências que podem responder quando ocorreu o tempo de instabilidade do nosso Sistema Solar. Neste Capítulo, também revisamos alguns modelos para a formação de Urano e Netuno (Seção 3.2) que foram importantes para a construção do nosso trabalho. Nós apresentamos a nossa motivação para o nosso estudo na Seção 3.3. Os nossos resultados são apresentados no Capítulo 4.

#### 3.1 A explicação do bombardeio tardio da Lua

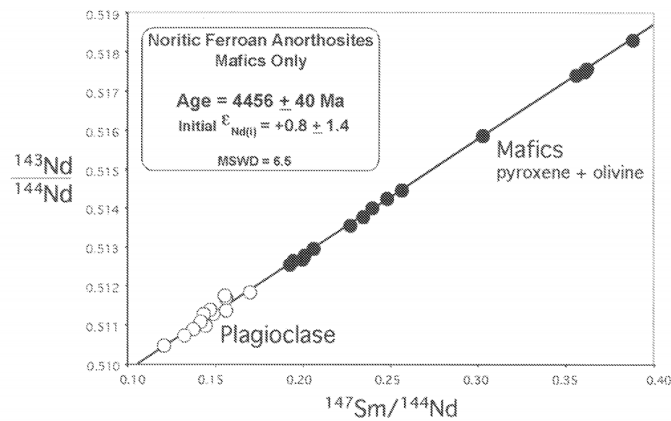
As diversas missões *Apollo* à Lua forneceram a possibilidade de coletar material da Lua e conhecer melhor a datação das rochas lunares (veja uma revisão em Crawford e Joy (2014)). Considerando os aspectos geológicos da Lua, nós podemos destacar dois tipos de rochas lunares: as rochas *FANs* (*Ferroan Anorthosites*) e as rochas de impacto *IMB* (*Impact Melt Breccias*). As rochas *FANs* (Figura 3.1 (a)) são compostas de alguns minerais que possuem quatro elementos principais: cálcio, alumínio, silício e oxigênio. Norman et al. (2003) utilizando o método isotópico dos raros elementos químicos **Nd** (Neodímio) e **Sm** (Samário) investigaram os processos da cristalização do manto da Lua, a partir de amostras da missão *Apollo*. Esse método consiste no decaimento radioativo do isótopo  $^{17}\text{Sm}$  em  $^{13}\text{Nd}$  e a liberação de uma partícula  $\alpha$ , e é um dos processos mais precisos e comuns para a determinação de idades das rochas Lunares (GIOIA; PIMENTEL, 2000; BORG et al., 2015). Norman et al. (2003) tiveram acesso a diversos pedaços de rochas do tipo *FANs* e determinaram as idades destas rochas concluindo que elas têm 4,456 bilhões de anos (Figura 3.1 (b)). Portanto, na etapa de diferenciação da Lua, após o impacto gigante, a Lua era basicamente composta de um núcleo não derretido e por um oceano de magma. Como nós vimos, os minerais que compõem as rochas *FANs* não contém ferro ou titânio em sua composição e portanto estes minerais foram segregados do núcleo da Lua e flutuam no oceano de magma em direção a superfície da Lua. Na superfície da Lua as rochas *FANs* formam as bases mais velhas da Lua porque foram as primeiras rochas a se acumular ao redor da cristalização do manto lunar.

As rochas *IMB* são formadas por grandes impactos na Lua e representam a maior quantidade de rochas adquiridas pela missão *Apollo* em regiões mais altas da Lua.

Figura 3.1 - Painel (a): Fotografia de alguns pedaços das rochas *FANs* a partir da rocha *Breccia 67215c, 6236, 60025 e 67016c* colhidas pela missão Apollo. Painel (b) mostra a composição de isótopos Sm-Nd para esses pedaços de rochas *FANs* (pontos brancos). As rochas *FANs* mostram uma composição de isótopos concentrada entre 0,10 e 0,17 o que representa idades de cerca de 4.46 bilhões de anos. Os pontos em preto representam outros tipos de minerais que também compõem uma fração da rocha. Estes minerais contêm ferro ou titânio e são segregados em direção ao núcleo da Lua.



(a)



(b)

Fonte: Norman et al. (2003)

A presença de materiais isótopos de argônio podem ser traduzidos para indicar o calor e a ejeção de gases que foram formadas por impactos. D essa forma, eles apresentam uma medida para confirmar quais bases da Lua podem ser formadas

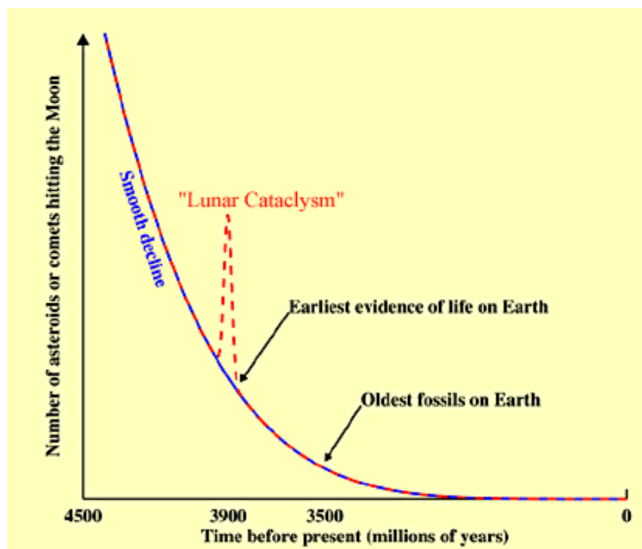
por impactos. Tera et al. (1974) utilizando dois métodos de isótopos do  $^{40}\text{Ar} - ^{39}\text{Ar}$  e  $\text{U-Pb}$  determinaram que a idade destas rochas foi de cerca de 3,9 bilhões de anos. Portanto, estas rochas formam as bases mais jovens da Lua e a sua alta ocorrência mostra que a Lua sofreu impactos intensos na antiga crosta da Lua. Estes impactos refizeram quase 80% da crosta da Lua (Tera et al., 1974; Ryder, 1990; Ryder, 2002). A partir destas evidências é possível afirmar que a Lua experimentou um período intenso de bombardeio que ocorreu tarde na história do Sistema Solar, cerca de 600 milhões de anos após a formação dos planetas. Esse período é conhecido como Bombardeio Tardio da Lua ou do inglês *Late Heavy Bombardment* (LHB). Se esse intenso bombardeio ocorreu na Lua é muito provável então que ele tenha ocorrido em todo o Sistema Solar interno.

Mas o que explicaria um intenso bombardeio do sistema solar interno após a formação da Lua ? Existe um intenso debate entre a comunidade científica sobre a linha do tempo do bombardeamento lunar. A razão disso é que apesar de existir rochas antigas como as *FANs* e as rochas jovens como as *IBM* as outras bases na superfície da Lua poderiam ser formadas com ainda uma idade não precisa (Morbidelli et al., 2018). Existem dois cenários possíveis para explicar o *LHB* por causa duas distintas interpretações sobre as datações das rochas lunares: o cataclisma lunar e o cenário do quase-final da acreção planetária.

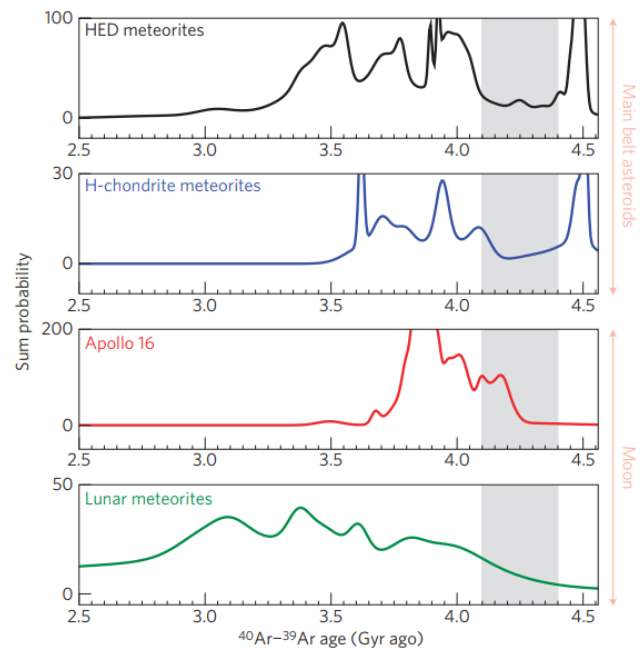
### 3.1.1 O cataclisma Lunar

Este cenário foi introduzido por Tera et al. (1974) para indicar que as idades das rochas *IBM* são uma consequência de um pico na taxa de impactos na superfície da Lua (Figura 3.2 (a)). Esse cataclisma é pensado em afetar todo o Sistema Solar interno e uma das maneiras de comprovar isso é analisar o material de asteroides para encontrar traços de colisões de alta velocidade (Marchi et al., 2013). Marchi et al. (2013) mostraram as distribuições de idades, a partir das medidas dos isótopos  $^{40}\text{Ar} - ^{39}\text{Ar}$ , de duas classes de meteoritos: os meteoritos da classe *HDE* que foram gerados pelo asteroide Vesta e o meteorito com alta concentração de metais ou meteorito tipo *H*. Na Figura 3.2 (b) de Marchi et al. (2013), podemos mostrar que ambas classes de meteoritos experimentaram um distribuição similar de idades. Mas com duas importantes características: um pico rápido e intenso em 4.5 bilhões de anos que pode representar colisões durante o início da acreção planetária, formando as bases mais velhas dos meteoritos, e outros picos entre 3.5-4.0 bilhões de anos atrás que mostram idades de impactos compatíveis com as idades das rochas *IBM* colhidas pelas missões *Apollo*.

Figura 3.2 - Painel (a): Números de impactores da Lua em função do tempo. A curva em azul reflete um decaimento suave no número de impactores (asteroides ou cometas) que é o resultado esperado pela dinâmica da acreção planetária. No entanto, ao redor de 3,9 bilhões de anos atrás, ocorreu um cataclisma na Lua caracterizado pelo pico de impactores (curva em vermelho). O fim deste pico é aproximadamente próximo a primeira evidência da vida na Terra. Painel (b): A soma de probabilidade em função da distribuição de idades de meteoritos do asteroide Vesta (curva em preto), asteroides com alta concentração de metais pesados do cinturão principal de asteroides (curva em azul), meteoritos da missão Apollo 16 e a curva em verde meteoritos lunares colhidos após missão Apollo.



(a)



(b)

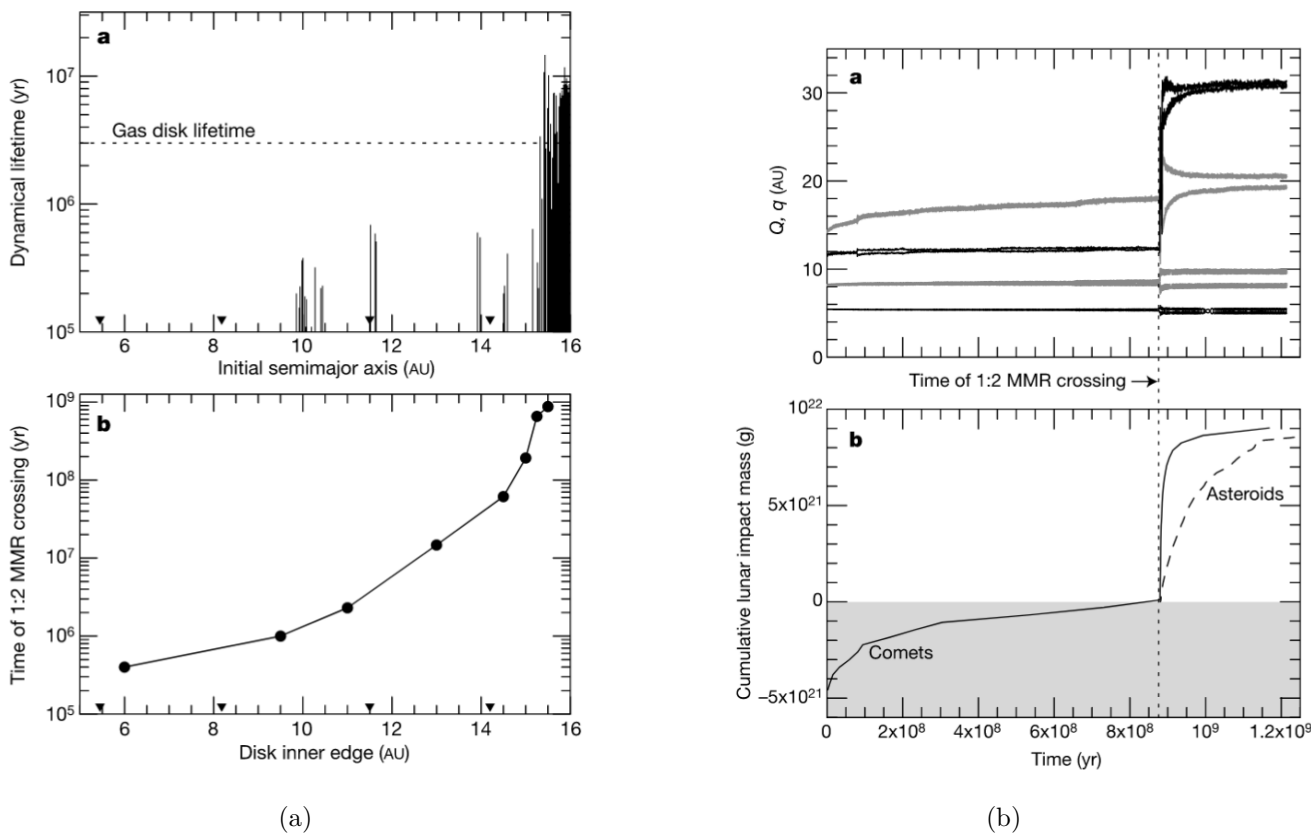
Fonte: Marchi et al. (2013)

Gomes et al. (2005) usando o modelo de *Nice* clássico mostrou que é possível conciliar o *LHB* com a evolução do nosso Sistema Solar. A proposta foi que o *LHB* foi iniciado por uma rápida migração dos planetas gigantes, após um longo período de estabilidade. Na fase de migração, o disco de planetesimais é desestabilizado de tal forma que causa a entrega de um cluster de planetesimais massivos para o Sistema Solar interno. O cinturão de asteroides também foi fortemente perturbado fornecendo uma fração significativa de impactores para explicar o *LHB*. Portanto, a mesma evolução planetária de Tsiganis et al. (2005) pode explicar o *LHB* desde que Júpiter e Saturno cruzem a ressonância de movimento médio 2:1 após cerca 700 milhões de anos do

fim da fase de gás. O mecanismo proposto para atrasar o mecanismo genérico de migração é a questão chave do trabalho de [Gomes et al. \(2005\)](#). Eles mostraram que a distância entre a borda interna do disco de planetesimais e os planetas é esta chave para atrasar o mecanismo genérico de migração planetária. Em geral, o tempo para Júpiter e Saturno cruzarem a ressonância de movimento médio 1:2 depende de três fatores: i) as localizações iniciais de Júpiter e Saturno a partir da localização da ressonância de movimento médio; ii) da densidade superficial do disco dentro da sua borda interna e iii) a distância relativa da borda interna do disco e do gigante de gelo mais exterior definido como Netuno.

[Gomes et al. \(2005\)](#) mostraram que há uma forte relação entre a localização da borda interna do disco e o tempo para o cruzamento da ressonância de movimento médio 1:2. A Figura 3.3 (a) superior mostra essa relação entre o tempo de vida dinâmico dos planetesimais em relação a sua posição em semieixo maior inicial. A vida dinâmica é o intervalo de tempo para que um planetesimal seja ejetado do Sistema Solar por encontros próximos ou colisões com Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, localizados inicialmente nos pontos triangulares. Como podemos notar, os planetesimais que sobrevivem mais de 10 milhões de anos estão localizados a partir de 15,5 ua. Estes planetesimais poderiam sobreviver mais tempo que a vida do gás e portanto são mais prováveis de estar presentes nestas regiões após a dissipação do gás contribuindo para a instabilidade planetária. A Figura 3.3 (a) inferior mostra a forte dependência da localização da borda interna com o tempo de Júpiter e Saturno para cruzar a ressonância de movimento médio 2:1. Colocando a borda interna na região que mais sobrevivem os planetesimais, e se a instabilidade planetária for iniciada pela ressonância de movimento médio 2:1 entre Júpiter e Saturno, o tempo de cruzamento desta ressonância é compatível com o tempo do cataclisma lunar. Embora, existe uma sensibilidade muito grande entre a distância da borda interna e os tempos da ressonância 2:1, em 1 ua, os tempos de instabilidade podem variar de centenas de milhares de anos para 1 bilhão de anos ([Levison et al., 2011](#)). Com estes resultados, na Figura 3.3 (b) superior, adaptada de [Gomes et al. \(2005\)](#), mostra uma evolução de *Nice* em que a instabilidade planetária acontece ao redor de 830 milhões de anos. A instabilidade entrega uma massiva contribuição de cometas (objetos oriundos do disco de planetesimais trans-Netuniano) e asteróides (objetos primordiais do cinturão principal de asteroides) que impactam a Lua fornecendo uma massa cumulativa de impacto de  $9 \times 10^{21}$  gramas equivalente a estimada pelos impactos presentes na Lua. Este número é exatamente a mesma estimada pelos elementos siderófilos dos impactos da Lua e isso é um ponto muito forte deste modelo.

Figura 3.3 - Painel (a) superior mostra a vida dinâmica dos planetesimais em função da localização inicial em semi eixo maior (au). As linhas verticais representam os valores da vida dinâmica dos planetesimais. Os triângulos representam a posição de Júpiter, Saturno, Urano e Netuno da esquerda para a direita respectivamente. A linha tracejada representa o tempo de vida do gás (3 milhões de anos). Painel (a) inferior, nós temos o tempo de cruzamento da ressonância de movimento 2:1 entre Júpiter e Saturno em função da localização da borda interna do disco de planetesimais. Painel (b) superior mostra a evolução do afélio (Q) e pericentro (q) dos planetas gigantes em função do tempo. O painel (b) inferior mostra a cumulativa massa de impactores da Lua em função do tempo. Veja no texto para mais detalhes.



Fonte: Gomes et al. (2005)

Deienno et al. (2017) baseados em modelos recentes para a migração de Netuno, que explicam a estrutura orbital do cinturão de Kuiper, utilizaram diversas configurações com 5 planetas para investigar, se uma evolução específica de Netuno é possível e se a instabilidade planetária poderia acontecer a tempos muito longos compatíveis com o *LHB*. Eles mostraram que uma instabilidade tardia é possível para uma específica distância entre a borda interna do disco e Netuno, mas em alguns casos o tempo

de instabilidade é dependente da resolução do disco de planetesimais (massa e o número de planetesimais).

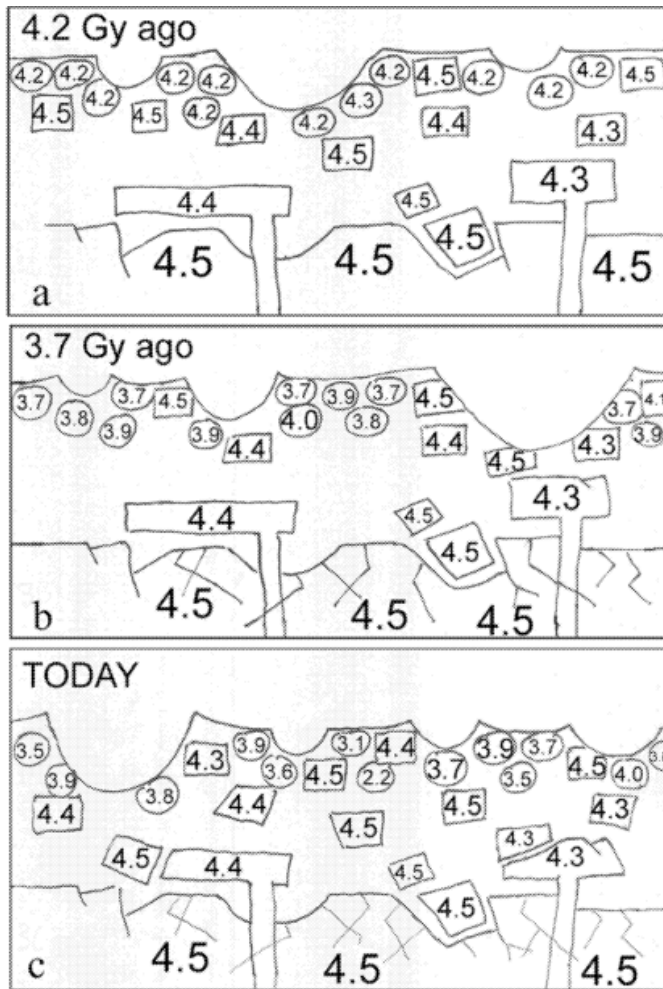
Durante algumas dezenas de anos, os modelos sobre a formação dinâmica do Sistema Solar tem sido dirigidos a associar a instabilidade tardia dos planetas gigantes com o cataclisma lunar. O modelo de *Nice* pode explicar o cataclisma lunar desde que o tempo de instabilidade dos planetas gigantes sejam 700 milhões de anos após a dissipação do gás do disco protoplanetário. Na próxima seção, porém, vamos ver que isso não é mais necessário.

### 3.1.2 Cenário do quase-final da acreção planetária

O cenário oposto ao cataclisma termal lunar é o cenário do quase-final da acreção planetária. Nesta hipótese, não há nenhum pico na taxa de impactos da Lua e portanto o bombardeamento lunar decai de forma suave, desde o tempo da formação dos planetas terrestres (cerca de 4.5 bilhões de anos atrás). Segundo a história da acreção planetária, é de esperar que houvesse um declínio na taxa de impactos com a Lua, nas primeiras fases da evolução do nosso Sistema Solar. A razão disso é que os planetesimais que restam da acreção planetária vão sendo removidos gradualmente por efeitos dinâmicos e colisionais (Morbidelli et al., 2012). Mas então o que seriam a concentração de idades das rochas IBM ao redor de 3.9 bilhões de anos ? Na Figura 3.2 (b) na seção anterior 3.1.1 revela que a datação dos meteoritos lunares não mostram nenhum pico de idades ao redor de 3.9 bilhões de anos. E a distribuição de idades dos meteoritos de asteroides do Cinturão Principal de Asteroides mostram uma distribuição de picos entre 3,5 e 4,2 bilhões de anos. Estes dados sugerem que apenas as amostras da Apollo marcam um pico na distribuição de idades para as rochas IBM. Segundo Hartmann (1975), a falta de rochas mais jovens não necessariamente prova o episódio do cataclisma lunar.

O questionamento está na premissa de que a ausência de rochas IBM implicava que não haveria impactos anteriores. Modelos como a evolução de regolitos (camadas soltas de material heterogêneo e superficial que cobre uma rocha sólida) sugerem que rochas do tipo IBM mais jovens são ausentes não porque não houveram impactos anteriores mas porque uma taxa alta de impactos anteriores levaram estas rochas a pulverização (Hartmann, 2003). Os modelos de formação planetária, com o lento espalhamento de planetesimais no espaço interestelar, implicam que há um alto fluxo de impactos que se inicia ao redor de 4,5 bilhões de anos e vai caindo ao redor de 4,0 bilhões e anos. Entre este intervalo de tempo, a maturação dos regolitos acontecem em profundidade de centenas de metros, em menos que 100 milhões

Figura 3.4 - Painel (a): Representação do modelo de regolitos de [Hartmann \(1975\)](#): as rochas mais jovens são evaporadas lentamente com novos impactos resultando em uma distribuição de rochas mais jovens na parte mais alta da Lua. Mas existe uma distribuição de idades de rochas de impacto entre 4.5 e 3.9 bilhões de anos espalhadas na crosta da Lua.



Fonte: [Hartmann \(1975\)](#)

de anos, significando que as rochas colocadas nas camadas perto da superfície são rapidamente pulverizadas em poeira, em escalas de tempo menores que 100 milhões de anos. Uma representação da evolução de regolitos pode ser encontrada na Figura 3.4 adaptada de [Hartmann \(2003\)](#). Um outra possibilidade surge do fato que a maior parte da evidência da hipótese do cataclisma lunar é baseada em datação de  $^{40}\text{Ar}$  -  $^{39}\text{Ar}$ , mas as ações do magma da Lua e as marcas dos eventos sucessivos a era do cataclisma lunar podem ter causado erros ou vieses observacionais nas amostras gerando uma interpretação errada dos dados colhidos na missão Apollo ([Boehnke;](#)

Harrison, 2016).

Diante dessas possibilidades, nenhum modelo de datação das crateras da Lua é capaz de distinguir entre estas duas visões para o bombardeio tardio da Lua (Morbidelli et al., 2018). O cenário do quase-final da acreção para ser mais condizente com o que esperam os modelos de acreção planetária, já que os planetesimais são removidos lentamente por uma combinação de colisões e efeitos dinâmicos. Mas como nós vimos o pico de impactos na Lua pode ser explicado sobre especial condições pelo modelo de *Nice*. A mais especial condição está no tempo de instabilidade dos planetas gigantes que dependem da estrutura original do disco de planetesimais. Morbidelli et al. (2012) tentaram vincular o tempo de instabilidade planetária ao reconciliar o *LHB* com a massa total acretada pela Lua desde a sua formação. Esta estimativa pode ser feita utilizando a abundância de materiais do tipo altamente siderófilos (HSE), a partir de rochas presentes no manto da Lua (Day et al., 2007; Walker, 2009; Day; Walker, 2015). Os elementos siderófilos são aqueles elementos que ocorrem nas fases metálicas de meteoritos e por inferência estão ligados aos núcleos metálicos dos planetas. Estes elementos (geralmente, **Ru, Rh, Pd, Os, Ir, Au, Re**) têm uma preferência a se ligar a fases metálicas e oferece uma oportunidade de estudar os processos de acreção e diferenciação planetária. No entanto, a massa total da Lua não poderia ser estimada, a partir da quantidade de elementos siderófilos, porque estes materiais só podem ser removidos do núcleo para o manto por um processo chamado segregação metálica que acontece apenas na formação do núcleo.

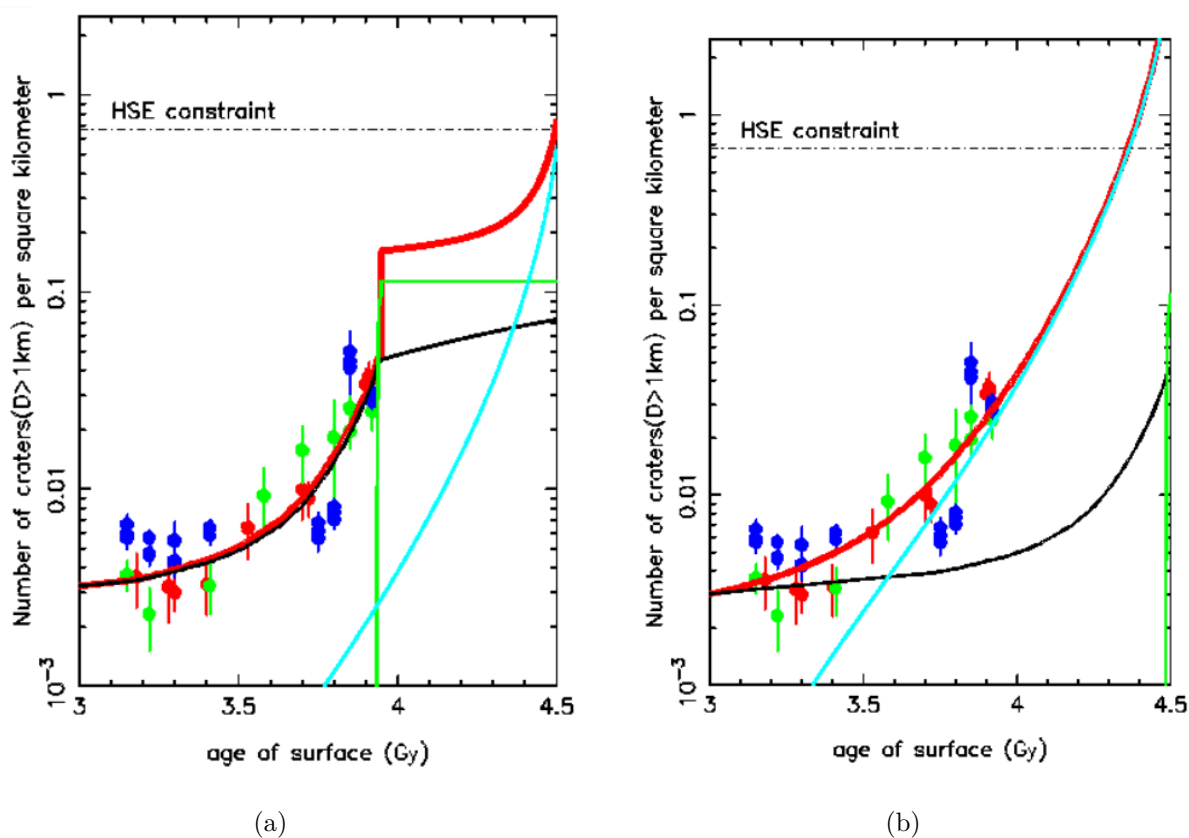
O processo de formação do núcleo e a formação da Lua é esperado acontecer em apenas um momento no passado. A quantidade de *HSE* no manto da Lua apenas contém a informação do material de asteroides metálicos que impactaram a Lua, depois de sua formação. O manto da Lua é depletado de material *HSE* e isso implica que a massa total acretada pela Lua é apenas de  $2.5 \times 10^{-6}$  massas da Terra. Esse vínculo pode ser atribuído a um limite superior da população de planetesimais mas ele é inconsistente com a taxa de impactores da Lua no período do *LHB* (Morbidelli et al., 2012). Portanto, é necessário uma ejeção de material extra trazido pelos planetesimais da região trans-Netuniana pela instabilidade planetária. Tudo então apontaria para a hipótese do cataclisma lunar que aconteceria cerca de 4,1 bilhões de anos atrás. Porém, uma nova descoberta sobre a incorporação de material siderófilo no manto da Lua ofereceu uma nova alternativa para explicar o vínculo da abundância de *HSE* das rochas lunares.

Rubie et al. (2015) mostrou que o sequestro do material *HSE*, no núcleo de um corpo planetário, acontece durante toda a etapa de cristalização do magma por causa da presença de líquido FeS. Então o vínculo da abundância de HSE mostra apenas a quantidade de materiais metálicos acretados pela Lua oriundo dos asteroides mas apenas após a cristalização do magma da Lua. Essa é uma diferença significativa porque a cristalização do magma da Lua é suposta de acontecer em cerca de 200 milhões de anos, após a formação da Lua (Elkins-Tanton et al., 2011). Portanto, a total massa de impactores da Lua pode ter sido muito maior que a mostrada anteriormente de cerca de  $2.5 \times 10^{-6}$  massas da Terra. Morbidelli et al. (2018) utilizaram esta nova condição e também um modelo mais robusto do fluxo de asteroides do cinturão principal de asteroides antes e depois da instabilidade produzido por Nesvorný et al. (2017). Os resultados encontrados por Morbidelli et al. (2018) são mostrados na Figura 3.5 abaixo.

A Figura 3.5 reporta a densidade de crateras (número de crateras por  $km^2$ ) com diâmetro maior que 1 km como uma função da idade da superfície da Lua. Os pontos representam as datações das crateras, obtidas por Neukum e Ivanov (1984, pontos em verde), Marchi et al. (2009, pontos em vermelho) e Robbins (2014, pontos em azul). A curva em preto representa as densidades de crateras que são geradas pelos asteroides no cinturão principal de asteroides, produzidas por Nesvorný et al. (2017). A curva em verde representa as crateras produzidas por cometas (objetos que estão na região trans-Netuniana) que foram lançados pela instabilidade planetária dos planetas gigantes. Estas curvas podem se mover porque não sabemos o tempo de instabilidade dos planetas gigantes. A curva em azul claro representa as crateras produzidas pelo resto de acreção planetária, que tem uma queda suave prevista pela a depleção destes objetos diante de colisões e efeitos dinâmicos. A curva vermelha é uma soma de todas as contribuições dos impactos de asteroides, cometas e planetesimais na distribuição cumulativa.

A Figura 3.5 (a) representa o melhor resultado de Morbidelli et al. (2018) para satisfazer o canônico valor do material HSE e que também satisfaz o modelo do cataclisma lunar. Como podemos observar, a contribuição relativa aos planetesimais (restos de acreção) tem um limite superior que é equivalente ao vínculo dos elementos HSE. Portanto, a queda na produção de crateras, devido aos planetesimais, é uma curva fixa e as outras curvas devem fitar uma contribuição cumulativa que não ultrapasse o vínculo dos elementos HSE. Neste caso, a instabilidade planetária acontece ao redor de 3.9 bilhões de anos e há um pico na contribuição da densidade de crateras, que não é tão acentuado como o observado em Tera et al. (1974) mas que é

Figura 3.5 - Os painéis mostram a densidade de crateras com diâmetro maior que 1 km como função da idade da superfície da Lua. Os pontos são datações das crateras obtidas por (Neukum et al., 2001) (pontos em verde), (Marchi et al., 2013) (pontos em vermelho) e Robbins (2014, pontos em azul). A curva em preto são as densidades de crateras gerada por a distribuição de asteroides do modelo dinâmico de Nesvorny et al. (2017). A curva em verde representa as crateras produzidas por cometas em evolução do modelo de *Nice* durante a instabilidade planetária. A curva em azul claro representa as crateras produzidas pela acreção planetária. (a) Modelo de Morbidelli et al. (2012) e (b) modelo de Morbidelli et al. (2018). Veja o texto para mais detalhes.



Fonte: Morbidelli et al. (2018)

necessário para satisfazer a constante do material acretado HSE acretado no manto da Lua. Movimentando as curvas em preto e em verde, o que significaria outros tempos de instabilidade só piora a possibilidade de satisfazer o vínculo HSE. Portanto, Morbidelli et al. (2018) concluíram que uma instabilidade planetária tardia é necessária para satisfazer o vínculo canônico do HSE.

Como nós dissemos antes, houve uma mudança na quantidade de massa marcada

pelo vínculo HSE, porque esta quantidade agora só marca a massa total depois da cristalização do manto da Lua. Essa cristalização ocorre em um tempo maior que 200 milhões de anos, e portanto poderiam ter mais contribuições dos planetesimais para a criação de crateras de densidade maior que 1 km mas antes da cristalização. A Figura 3.5 (b) mostra o melhor resultado que se ajusta muito bem ao cenário do quase-final da acreção planetária ( ou do inglês tail accretion scenario). Desta vez não há nenhum pico e sim um decaimento suave que é somente causado pelos planetesimais da era da formação dos planetas terrestres. A instabilidade planetária acontece ao redor de 4.45 bilhões de anos e a contribuição de cometas não é necessária para explicar a distribuição de densidades de crateras da Lua.

Ambas hipóteses para a explicação do LHB são possíveis e voltamos ao dilema entre o cataclisma lunar e o cenário da quase-final acreção. E a solução deste dilema pode ser realizada através de bases dinâmicas conhecendo a estrutura dinâmica do original disco de planetesimais trans-Netuniano. A estrutura original do disco de planetesimais pode ser obtida pela evolução e crescimento dos planetas gigantes do Sistema Solar e principalmente a formação de Urano e Netuno que são os planetas que podem influenciar as propriedades orbitais do disco de planetesimais. Por este motivo, vamos revisar os modelos atuais para a formação de Urano e Netuno na seção 3.2. No Capítulo 4, nós vamos propor um estudo para conhecer as propriedades dinâmicas do disco trans-Netuniano original e definir o tempo de instabilidade com evidências dinâmicas com base no modelo de formação de Urano e Netuno que mais explica as propriedades orbitais destes planetas como a massa e a obliquidade.

### 3.2 Formação de Urano e Netuno

O esculpimento do disco original trans-Netuniano depende das interações entre os planetesimais e os planetas gigantes e o gás do disco protoplanetário. Por isso, nós precisamos conhecer bem como ocorreu a formação dos planetas gigantes e em particular a formação de Urano e Netuno. A acreção de Urano e Netuno é uma questão em aberto por muitas décadas e um desafio para os modelos de formação. A primeira dificuldade foi em relação ao modelo de crescimento *in situ* de Urano e Netuno, porque nas regiões em que estes planetas estão as velocidades de escape dos embriões planetários são praticamente as mesmas que as velocidades orbitais. E as evidências mostraram que existe uma atmosfera de hidrogênio, embora não tão massiva como Júpiter e Saturno, e portanto a formação desses planetas gigantes começa ainda na fase de gás e termina um pouco depois da evaporação deste gás. Mas ela deve ocorrer bem depois da formação de Júpiter e Saturno (CRUIKSHANK et al., 1995). O

crescimento de Urano e Netuno era suposto acontecer a partir da formação de objetos de 10 km de diâmetro e por crescimento oligárquico esses objetos se tornaram massivos embriões planetários e a união destes embriões formariam os planetas com os tamanhos de Urano e Netuno (Fernandez; Ip, 1984). Os cálculos de Fernandez e Ip (1984) mostraram que encontros próximos sucessivos e colisões realizadas por um método Monte Carlo (e a aproximação de Opik para a interação entre dois corpos (Opik, 1951) a partir de planetesimais com o tamanho da Terra, no ambiente orbital além de Saturno, Urano e Netuno são formados em alguns poucos bilhões de anos. Levison e Stewart (2001) encontraram, porém, por simulações de N corpos, que os planetas gigantes não poderiam sequer ser formados porque a acreção quase não ocorre quando os embriões são bastante excitados pelos efeitos gravitacionais de Júpiter e Saturno. Mesmo que bilhões de anos de formação de Urano e Netuno seja possível, os crescimentos de Urano e Netuno ocorrem com tempos de vida bem mais longos que o tempo de vida do disco de gás protoplanetário (entre 1 e 10 milhões de anos para a dissipação do gás (Haisch JR. et al., 2001)). Como consequência deste vínculo a formação de Urano e Netuno deve ocorrer entre 1 e 10 milhões de anos.

### 3.2.1 O modelo de Levison et al. (2010a)

Em 2010, o modelo mais utilizado para o crescimento dos planetas gigantes é o modelo de acreção de núcleo. Este modelo consiste em um grande embrião planetário (núcleo) embutido em um disco de gás e o fazendo crescer. Levison et al. (2010a) aplicaram o modelo de acreção de núcleo para uma população de embriões planetários, mergulhados em uma coleção de planetesimais, para explicar a formação dos planetas gigantes. Os embriões planetários foram distribuídos em regiões mais próximas do Sol, o que favoreciam a formação de Urano e Netuno ao redor de 10 à 15 unidades astronômicas. A massa total do disco foi de 200 massas terrestres, espalhado inicialmente entre 4 à 16 unidades astronômicas. Em seu modelo, eles consideraram uma diversidade de efeitos que ajudam a enriquecer o crescimento: o arrasto aerodinâmico, amortecimento colisional para os planetesimais dirigido por migração, enriquecimento da seção de choque devido as suas atmosferas, fragmentação dos planetesimais e migração dirigida por planetesimais. Eles encontraram que a interação gravitacional entre os embriões e o disco de planetesimais levam a regiões com nenhum material e muitas regiões vazias são abertas (gaps) perto dos embriões planetários. A única exceção são as regiões em que se localizam os pontos lagrangianos dos embriões planetários.

Nas simulações de Levison et al. (2010a), eles encontraram que 90 % dos casos, sem

fragmentação, não conseguem formar embriões com 10 massas terrestres no tempo de vida de um gás de 3 milhões de anos. O que eles observaram foi um disco extremamente massivo de planetesimais em duas regiões adjacentes a região dos embriões. Portanto, há um desacoplamento entre os embriões e os planetesimais por efeitos principalmente do arrasto aerodinâmico. Os outros 10 % das simulações apresentaram migração exterior dos embriões planetários e são os melhores resultados. Essa migração exterior dos embriões planetários foi tão intensa (migração acima de 6 ua) e suficiente para produzir embriões com massas de até 30 massas da Terra. No entanto, este resultado ainda carece de cálculos precisos porque a distribuição de massa dos embriões planetários não foi considerada ser realista. E se os embriões planetários foram mais massivos que algumas massas da Terra, a migração dirigida pode ser afetada pelo esvaziamento dos planetesimais entre o pericentro e apocentro destes objetos.

A esperança que os fragmentos possam enriquecer o crescimento dos embriões planetários, considerando que o gás é forte o suficiente para amortecer as inclinações destes fragmentos, funciona apenas para uma configuração particular de parâmetros. Os fragmentos, menores que 3 metros, são todos eles lançados em direção ao Sistema Solar interno, com uma velocidade tão grande que não há tempo dos embriões adquirirem estes fragmentos. Os fragmentos maiores que 30 metros são capturados em ressonância de movimento médio com os embriões e podem levar estes últimos ao Sistema Solar interno. Apenas os fragmentos de 10 metros são capazes de ajudar significativamente no crescimento dos embriões planetários. O maior problema é então a alta possibilidade dos fragmentos capturados, em ressonância de movimento médio com os embriões planetários puxarem eles para o Sistema Solar interno. Isso porque [Levison et al. \(2010a\)](#) mostraram que os planetesimais de gelo quebram muito facilmente entre 30 m e até 1 km e estes resultados podem ser suportados por duas evidências dinâmicas: mais de 50 famílias de asteroides não tem asteroides com a mesma composição de cometas e de fato apenas 10 por cento dos asteroides conhecidos são do tipo P/D e as crateras dos satélites Galileanos que mostram uma concentração de crateras entre 30 e 1 km dos impactos primários que estes objetos receberam. Outras tentativas como condensação dos planetesimais na linha do gelo foram também testadas mas tudo isso se tornou um ineficiente processo.

No entanto, recentes trabalhos de [Deienno et al. \(2019, em revisão\)](#) mostraram que os resultados do [Levison et al. \(2010a\)](#) podem estar incompletos. Os fragmentos presos nas ressonâncias de movimento médio são quebrados por colisões entre estes objetos e não causam o efeito de migração e destruição do Sistema Solar interno

como previsto em [Levison et al. \(2010a\)](#) (Deienno, comunicação privada).

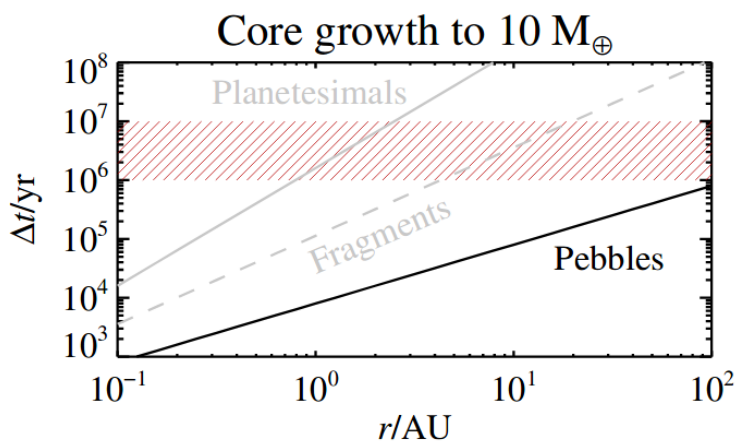
### 3.2.2 O modelo da acreção de *Pebbles*

Uma alternativa para a acreção dos planetas gigantes *in situ*, bem acolhida atualmente, é a acreção de pedras (ou *Pebbles*) de mm para cm de tamanho. Este modelo de acreção é conhecido como acreção de *Pebbles* e foi introduzido por [Lambrechts e Johansen \(2012\)](#) e [Lambrechts e Johansen \(2014\)](#). As evidências mais fortes para o modelo de acreção dos *Pebbles*, vem das observações contínuas de poeira dos discos de gás protoplanetários jovens, ao redor de estrelas que são bem menos massivas que o Sol mas que seguem a sequência principal. Estas observações mostram que há um crescimento efetivo de partículas de poeira de mm para cm, dentro de apenas 1 milhão de anos. Mas como é obtido essa informação ? Como nós dissemos antes, as análises estatísticas mostram que o excesso de infravermelho do disco de aglomerados de estrelas desaparecem em poucos milhões de anos. As observações de poeira de tamanhos de sub-mm até mm parecem sugerir que a quantidade também diminui após essa fase ([Carpenter et al. \(2005\)](#)). Portanto, o desaparecimento da emissão de poeira pode ser por dois principais motivos: a dissipação do disco de gás e ou também pelo crescimento das partículas que mudam a sua opacidade. É importante notar que o estudo da evolução do disco é marcado pela evolução da poeira do disco, a evolução do gás por sua vez é pouquíssimo entendido.

As recentes técnicas de observação produzidas no *VLA* (*Very Large Array*) permitiu resolução de 7 mm para observar discos de poeira ao redor de estrelas *T Tauri*. [Rodmann et al. \(2006\)](#) investigaram 14 estrelas na região de formação estelar Taurus-Auriga, observadas durante entre Março e Maio de 2003. [Rodmann et al. \(2006\)](#) encontraram que todas as estrelas apresentam uma emissão contínua de poeira com 7 mm. A emissão da poeira de tamanho de cm foram observadas nas cinco fontes utilizadas. O índice de opacidade é um indicativo do tamanho da partícula de poeira radiando. Os índices de opacidade medidos por [Rodmann et al. \(2006\)](#) foram entre 0.5-1.6, mais da metade dos discos que são resolvidos espacialmente mostram a presença de poeira de mm e cm de tamanho. Os outros discos não requerem a formação de grandes agregados de poeira e portanto são consistentes com a emissão de radiação de poeira de tamanhos menores que milímetros. Os discos dessa região de formação têm idades muito próximas e os resultados de [Rodmann et al. \(2006\)](#) parece indicar que o crescimento de poeira de mm para cm, entre os discos resolvidos espacialmente e os não resolvidos espacialmente, é de cerca de 1 milhão de anos. Considerando fluxos de *Pebbles* razoável, isto é, compatíveis com os grandes grãos

de poeira dos discos de gás protoplanetários que foram observados, ou então a alta metalicidade do disco de gás e poeira, é possível formar embriões planetários entre 10 a 20 massas da Terra dentro do tempo de vida do gás (Lambrechts; Johansen, 2014) (Figura 3.6).

Figura 3.6 - Intervalo de tempo para crescimento de um embrião planetário de 10 massas da Terra em função da distância heliocêntrica. Três crescimentos são colocados em comparação: o crescimento por planetesimais (linha cinza), fragmentos (linhas tracejadas), e por Pebbles (linha em preto). A região de linhas vermelhas representam o tempo de vida do gás do disco protoplanetário.



(a)

Fonte: Lambrechts e Johansen (2014)

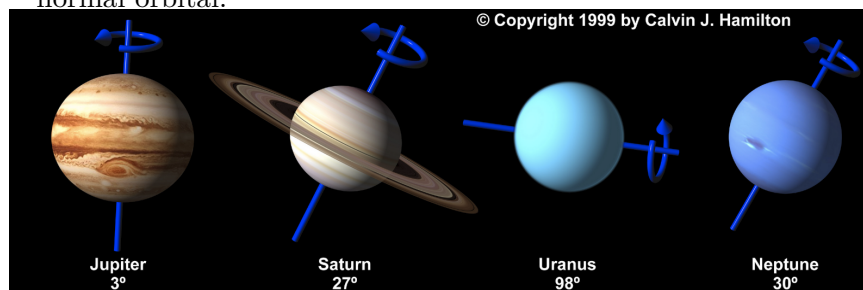
Os planetesimais que se formam por colapso gravitacional e por acumulação dos primeiros *Pebbles*, podem então crescer rapidamente pela acreção dos *Pebbles* restantes no disco. E isso é possível mesmo quando as interações entre os protoplanetas e o disco de gás é considerado. Muitas simulações da acreção de *Pebbles*, aplicado no Sistema Solar, mostraram que podem ser produzidos milhares de embriões planetários com a massa da Terra. E isso portanto, pode ser inconsistente com a estrutura atual do Sistema Solar. Levison et al. (2015a) mostraram no entanto que se os *Pebbles* se formam lentamente, o suficiente para que as interações gravitacionais entre os planetesimais e os *Pebbles* sejam significativas a ponto de espalhar estes últimos, pode se evitar o crescimento excessivo de diversos embriões planetários da massa da Terra. Portanto, os embriões planetários podem crescer muito rapidamente e de forma compatível com o nosso Sistema Solar, se a quantidade de *Pebbles* for crescendo lentamente durante o crescimento dos planetas gigantes. O mais interessante

neste resultado é que pode indicar que Júpiter e Saturno formam primeiro no disco de gás protoplanetário e Urano e Netuno é suposto de formar depois a partir de embriões menos massivos. A acreção de *Pebbles* parece então resolver o problema da lenta acreção de Urano e Netuno, de uma forma mais completa que o modelo de acreção por núcleo de Levison et al. (2010). O fato mais preocupante é que a acreção por *Pebbles* não formam planetas com alguma obliquidade considerável (Johansen; Lacerda, 2010). Mas Urano e Netuno tem uma obliquidade de respectivamente 98 e 30 graus. Isso configura um mais novo problema para a formação de Urano e Netuno que é o problema da obliquidade de Netuno.

### 3.2.3 O problema da obliquidade de Urano e Netuno

A obliquidade de um planeta é definida pelo ângulo entre o eixo de spin do planeta e sua respectiva órbita normal (veja Figura 3.7). A obliquidade de 3 graus de Júpiter e 26 graus de Saturno podem ser explicadas por ressonâncias do tipo spin-órbita com Urano e Netuno, respectivamente (Ward; Hamilton, 2004; Hamilton; Ward, 2004; Boué; LASKAR, 2010; Vokrouhlický; Nesvorný, 2015; Brassier; Lee, 2015). Mas nenhuma ressonância pode explicar as obliquidades de Urano e Netuno de 98 e 30 graus, respectivamente.

Figura 3.7 - Obliquidade dos planetas gigantes do Sistema Solar. A obliquidade é o ângulo definido entre o eixo de rotação (representado em azul) e a sua respectiva normal orbital.



Fonte: Calvin J. Hamilton (1999)

Safronov (1969) encontrou uma relação bastante interessante entre a obliquidade do planeta e o tamanho do maior corpo possível a colidir com um planeta. Segundo Safronov (1969), quando os corpos colidem com planetas, eles importam momento rotacional de duas diferentes naturezas: uma componente regular, ou seja, a transferência de rotação para o sistema como um todo e uma componente aleatória devido a direção também aleatória da velocidade do corpo que colide em relação ao planeta.

Esta última componente rotacional reflete mudanças na obliquidade dos planetas. As rotações de um planeta podem ser escritas em duas componentes: o momento angular  $\vec{H}_0$ , que é perpendicular ao plano central do sistema planetário, caracterizando a rotação direta e a componente  $\vec{S}_1$  que é componente aleatória diretamente associada a obliquidade dos planetas. O momento angular total do planeta é  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{S}_1$ . Suponha que o ângulo entre  $\vec{H}_0$  e  $\vec{S}_1$  é igual a  $\sigma_r$  e o ângulo entre o vetor  $\vec{H}_0$  e o momento angular  $\vec{H}$  é  $\epsilon$ , ou seja, a obliquidade. Então a componente do momento angular  $\vec{H}_o$  é igual a (Safronov, 1969):

$$S_1 \sin \sigma_r = H \sin \epsilon \quad (3.1)$$

Para o lado direito da equação 3.1, nós podemos associar com o que é observado dos planetas. No entanto, o lado esquerdo tem uma dependência com os parâmetros do corpo impactor como a massa e o raio. O ângulo  $\sigma_r$  pode assumir qualquer valor entre 0 e  $\pi$ . Utilizando estas relações, Safronov (1969) mostrou que a razão de massa entre um planeta de massa  $m$  e um planeta colisor de massa  $m_i$  que gera uma obliquidade  $\epsilon$  pode ser escrita como:

$$\frac{m_i}{m} = Q(\theta) \left( \frac{8\mu \sin \epsilon v_r}{5\pi v_c} \right)^2 \quad (3.2)$$

Em que  $\theta$  é um parâmetro que é aproximadamente 1 e  $Q(\theta)$  é uma função que depende da distribuição de tamanhos físicos dos objetos (veja mais detalhes em Safranov (1969)). As velocidades  $v_r$  e  $v_c$  são as velocidades no equador do planeta e a velocidade kepleriana na superfície. Safranov (1969) então determinou que o máximo corpo que pode colidir na Terra, para gerar a sua obliquidade, teria cerca de 1 milésimo da massa da Terra. Para explicar a obliquidade de Urano, por exemplo, o valor da colisão tem que ser com um planeta com 0.05 da sua massa. Com estes resultados, é suposto que ambos gigantes de gelo tem sido empurrados por colisões gigantescas durante a sua formação.

De fato as colisões com Urano não explicariam apenas suas obliquidades. Os impactos podem explicar as diferenças entre os satélites naturais de Urano e Netuno (Morbidelli et al. (2012)), a falta de um aquecimento no interior de Netuno (NETTELMANN et al., 2016), e o campo magnético de Urano que é altamente assimétrico

(NESS et al., 1986). Neste caso, Urano e Netuno não poderia ter formado apenas por acreção de *Pebbles*. Um dos nossos principais objetivos da Tese é encontrar as propriedades do disco original trans-Netuniano durante a formação de Urano e Netuno. Como nós vimos até aqui Urano e Netuno devem ter sofridos colisões gigantescas durante a sua formação. O modelo que melhor aplica os conhecimentos de formação planetária, se preocupando com o fato das gigantes colisões para a formação de Urano e Netuno, é o de Izidoro et al. (2015). Vamos mostrar como Izidoro et al. (2015) modelou a formação de Urano e Netuno na próxima seção.

### 3.2.4 O modelo de Izidoro et al. (2015)

As super-Terras são bastante comuns nos sistemas extrasolares Mayor et al. (2011), no entanto, existe uma ausência de super-Terras, embriões com massas entre 1 e 20 massas da Terra, no nosso Sistema Solar. Izidoro et al., 2015 (b) propôs que Júpiter foi formado primeiro a partir do embrião planetário mais interno através da formação por *Pebbles*. A consequência para a formação de Júpiter mais cedo é que a evolução dinâmica do Sistema Solar muda drasticamente. O primeiro ponto, a formação de Júpiter abriu um *gap* no disco de gás protoplanetário (Veja mais detalhes no Apêndice ) e sofre os efeitos da migração tipo II que é mais lenta que a migração tipo I. As super-Terras sofrem os efeitos da migração tipo I. No caso específico do nosso Sistema Solar, existem duas maneiras de parar a migração de Júpiter para o interior da estrela. A primeira é que o embrião planetário depois da órbita de Júpiter poderia crescer até se tornar Saturno. Neste caso, Júpiter e Saturno são presos em uma configuração ressonante de movimento médio e interrompe a migração interna de Júpiter (Morbidelli e Crida, 2007). A outra possibilidade, é o que já foi observado ser bastante comum para qualquer disco de gás protoplanetário, a fotoevaporação esvazia o disco de dentro para fora e não há mais gás para causar a migração de Júpiter (Alexander e Pascucci, 2012). Uma outra mudança é que toda a super-Terra, que se forma além de Júpiter e sofre os efeitos de migração tipo I, são bloqueados pela presença de Júpiter e eles se aglomeram em ressonâncias de movimento médio em órbitas além de Júpiter e Saturno. Portanto, as super-Terras não formariam no Sistema Solar interno porque a possibilidade de ter super-Terras atravessando este bloqueio é muito pequena ou em condições especiais como discos extremamente densos e com muitos embriões planetários.

Os modelos de formação planetária dizem que as regiões preferenciais para o crescimento de um embrião planetário é onde os *Pebbles* e os pequenos planetesimais sofrem um desvio radial lento e uma destas regiões está próximo a linha do gelo.

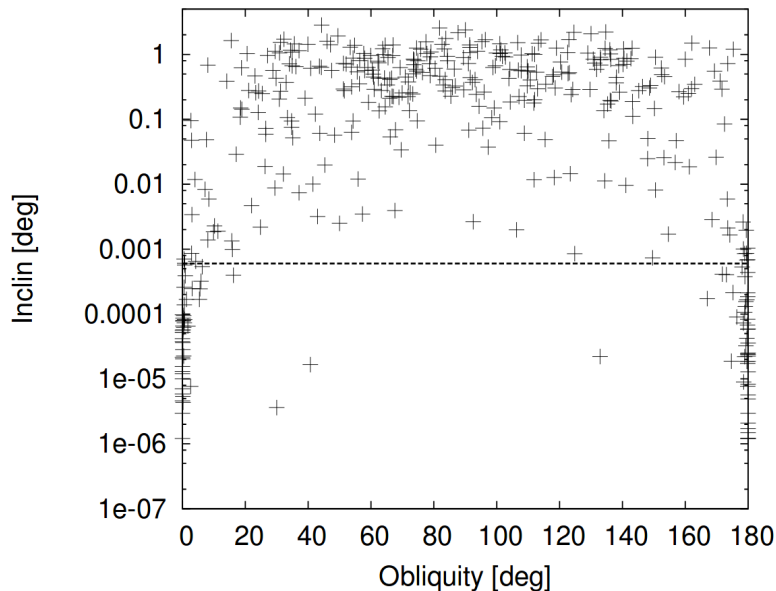
Portanto, se o embrião, mais interno estiver próximo a região da linha do gelo, a sua taxa de crescimento é acelerada pela quantidade de material presente nesta região. Este material é suficiente para a formação de Júpiter, por exemplo. Outra evidência forte, para o crescimento precoce de Júpiter, está na solução de um problema já consolidado por décadas chamado de grande dicotomia do Sistema Solar: Por que temos planetas terrestres de pouca massa no Sistema Solar interno e planetas gigantes na parte externa do Sistema Solar ? Morbidelli et al. (2015) investigaram que o processo de crescimento de *Pebbles* pode explicar essa dicotomia sob algumas condições. Primeiro, quando os *Pebbles* passam pela linha do gelo, o gelo sofre sublimação e o fluxo de massa total cai por um fator de 2 e ao mesmo tempo libera um fluxo grande de silicatos mas com tamanhos de aproximadamente 1 mm. Com essa suposição, há pouco material de *Pebbles* sendo entregues para o Sistema Solar interno e um embrião cresce para o tamanho de Marte nesta região. Além da linha do gelo, porém, um embrião de 20 massas da Terra pode ser obtido. A condição para isso ocorrer é portanto considerar fortes turbulências no disco e por exemplo, maior que  $10^{-4}$  para a prescrição de Shakura e Sunyaev (1973). Esse mecanismo, porém, só funcionaria no nosso Sistema Solar se Júpiter fosse o primeiro a se formar e congelasse a linha do gelo e impedisse que as super-Terras penetrassem no Sistema Solar interno.

Foi então que Izidoro et al. (2015) (a) investigaram a possibilidade de Júpiter e Saturno inicialmente formados a partir de uma coleção de super-Terras sofrendo o bloqueio de migração dos planetas gigantes ainda na fase de gás gerassem planetas similares a Urano e Netuno. Júpiter e Saturno funcionam como uma barreira de migração para estes protoplanetas (Izidoro et al., 2015b). Os protoplanetas ficam presos em ressonâncias de movimento médio com Saturno, e os sucessivos protoplanetas formam uma cadeia de ressonância de movimento médio. Como mais protoplanetas migram internamente, as cadeias ressonantes se desestabilizam levando a colisões gigantescas (geradoras de obliquidades) e outra fase de migração em cadeias de ressonantes. (Izidoro et al., 2015a) mostrou que este processo tipicamente produz 2-3 gigantes de gelo com massas comparadas às de Urano e Netuno em cadeias ressonantes que incluem também Júpiter e Saturno. O mecanismo pode ser visto com mais detalhes no Capítulo 4 mas aqui vamos nos concentrar na obliquidade gerada por estas colisões.

Para a obliquidade dos planetas, Izidoro et al. (2015) calcularam o momento angular de spin e a obliquidade dos embriões planetários nas colisões. Eles assumiram que não há nenhum momento angular de spin para os embriões planetários no início das

simulações. Assumindo também que todos os embriões planetários sofrem colisões puramente inelásticas e a perturbação do Sol pode ser desconsiderada durante a máxima aproximação dos corpos durante a colisão, Izidoro et al (2015) (a) exibiram a distribuição de obliquidades dos planetas gigantes de gelo formados no final da simulação. Nós mostramos esta distribuição na Figura 3.8. A distribuição mostra que há um aglomerado de obliquidades em 0 e 180 graus que é naturalmente esperada pelas baixas inclinações produzidas pelo efeito do gás do disco protoplanetário.

Figura 3.8 - Distribuição de inclinações após a fase de gás de Urano e Netuno em função da obliquidade. A linha tracejada mostra o mínimo de inclinação para atingir uma distribuição de obliquidades compatíveis com a de Urano e Netuno.



Fonte: Izidoro et al. (2015)

No entanto, há uma interessante distribuição aleatória de obliquidades entre 0 e 180 graus. Para uma colisão fazer um planeta alvo tombar é preciso que o projétil atinja uma região próxima ao polo do alvo. A condição para que isso ocorra é que o produto entre o semieixo maior e a inclinação seja maior que o raio do planeta alvo. Esta condição é válida assumindo que ambos têm baixas inclinações e baixas excentricidades. As colisões que existem no modelo de Izidoro et al. (2015) exige então que para um significativo tombamento de Urano e Netuno a inclinação deve ser acima de  $6 \times 10^{-4}$  graus (veja na Figura 3.8). Para gerar estas inclinações é preciso supor que o amortecimento em inclinação do disco de gás não seja tão eficiente. Portanto, as colisões poderiam ter acontecido por exemplo quando o disco era velho ou insuficiente massivo, por o sistema era dotado de muitos protoplanetas e portanto

não há muito tempo para o amortecimento em inclinação seja eficiente, ou o disco era turbulento e as inclinações baixas não deveriam existir (Nelson, 2018). A hipótese da turbulência seria portanto a mais adequada porque a intensidade desta turbulência apenas precisa ser suficiente para manter embriões planetários em regiões de 10 au com inclinação maior que  $6 \times 10^{-4}$  graus. Diante dessas evidências, nós podemos assegurar que o modelo de Izidoro et al. (2015) é o mais confiável para explicar a formação de Urano e Netuno que nós conhecemos até o momento. Mais detalhes particulares sobre o modelo de Izidoro et al. (2015) (a) para a formação de Urano e Netuno são mostrados no próximo Capítulo.

### 3.3 Motivação de estudo

Como nós vimos no Capítulo 2, existem vínculos ou critérios que devem ser fortemente obedecidos para explicar a estrutura atual do nosso Sistema Solar. Os critérios A e B são os mais fortes porque eles tratam das órbitas atuais e quantidade dos planetas gigantes do Sistema Solar. O critério C é restritivo porque a excitação do modo de amplitude de Júpiter não poderia ter sido excitado por nenhum outro mecanismo a não ser de um encontro próximo com um planeta gigante. O critério D não é tão rigoroso porque a formação dos planetas terrestres pode ter acontecido antes e depois da instabilidade planetária. Uma das maneiras de aliviar estes critérios, principalmente o critério D, é respondendo quando ocorreu a instabilidade no modelo de *Nice*. A datação da Lua pode ser explicada tanto por uma estabilidade antes e depois da formação dos planetas terrestres. E até o momento, nenhum dos modelos geológicos que tratam a formação da Lua e da Terra foram capazes de determinar quando ocorreu a instabilidade planetária. Nós precisamos retornar a Lua para colher uma amostra mais abrangente das diversas partes da Lua para caracterizar uma distribuição de idades das rochas lunares. Essa missão poderia definir se houve ou não um momento de pico de impacto Lunar e determinar a sua idade. Além disso, a missão New Horizons se lançou ao cinturão de Kuiper frio e poderia por uma contagem de crateras também vincular o tempo de instabilidade. Mas enquanto não tivermos estes resultados destas missões, nós nos motivamos a estudar a dinâmica para definir o tempo de instabilidade dos planetas gigantes.

Como nós vimos, Gomes et al (2005), Levison et al. (2011) e Deienno et al. (2017) mostraram que o tempo de instabilidade depende da estrutura dinâmica do disco original de planetesimais trans-Netuniano. As propriedades dinâmicas desse disco de planetesimais deve ser obtido a partir das evoluções dos planetas gigantes durante a fase em que eles ainda estão embutidos no disco de gás protoplanetário. Até o

momento, todos os modelos apresentados pelo modelo de *Nice*, apresentam um disco original de planetesimais em baixas excentricidades e inclinações que são colocados inicialmente sem nenhum vínculo específico com a formação dos planetas gigantes. Portanto, nós nos motivamos a estudar a formação da estrutura dinâmica do disco original de planetesimais trans-Netuniano baseados em um modelo confiável para a formação dos planetas gigantes. Dessa forma, podemos garantir um estudo que viabiliza a formação de Urano e Netuno e ao mesmo tempo do disco original trans-Netuniano de planetesimais. O modelo que nós escolhemos para esculpir esse disco foi o de Izidoro et al. (2015). Até aqui, o modelo de Izidoro et al. (2015) é o mais confiável para explicar a estrutura e formação do Sistema Solar externo e principalmente explicar as obliquidades de Urano e Netuno.

Com a estrutura dinâmica do disco original de planetesimais trans-Netuniano, nós podemos determinar o tempo de instabilidade dos planetas gigantes do Sistema Solar. Ao mesmo tempo, nós podemos apresentar evidências dinâmicas para definir qual dos dois cenários podem explicar o bombardeio tardio da Lua. Se a instabilidade for provada acontecer antes ou durante a formação dos planetas terrestres, ou mais precisamente, antes da formação da Terra e da Lua, nós podemos aliviar os critérios da evolução dos planetas gigantes e eliminar ou apoiar alguns cenários que existem hoje que dependem da informação do tempo de instabilidade. No Capítulo 4, nós vamos apresentar todos os detalhes deste estudo, a nossa metodologia, os nossos resultados e algumas discussões com respeito a alguns cenários que dependem da informação do tempo de instabilidade e nossas conclusões.



## 4 EVIDÊNCIAS DINÂMICAS PARA A INSTABILIDADE PRECOCE

Como nós vimos no Capítulo 2, a estrutura dinâmica do Sistema Solar pode ser explicada por um período de instabilidade orbital experimentada pelos planetas gigantes. Enquanto a instabilidade tardia era originalmente proposta para explicar o bombardeio tardio da Lua, trabalhos mais recentes sugerem que a instabilidade precoce pode explicar as observações (Veja no Capítulo 3 na Seção 3.1). Neste Capítulo, nós vamos modelar a evolução primordial do Sistema Solar externo e de uma forma consistente restringir o tempo de instabilidade mais provável. Nós primeiro simulamos a dinâmica de esculpimento do disco de planetesimais primordial durante a acreção de Urano e Netuno, a partir de migração planetária com embriões durante a fase do disco de gás protoplanetário. Nós então determinamos a separação entre Netuno e a borda interna do disco de planetesimais, e com muitas simulações numéricas medimos estatisticamente quando estes sistemas se tornam instáveis. Nós realizamos diversas simulações com uma faixa de migração (interior e exterior ao Sistema Solar) de Júpiter.

Este Capítulo é organizado da seguinte maneira: Uma introdução na Seção 4.1, em que nós organizamos as ideias detalhadas no Capítulo 3. Na Seção 4.2, nós discutimos como simulamos a evolução do disco de planetesimais primordial durante o crescimento de Urano e Netuno e durante a fase do disco de gás. Nós também mostramos como usamos diferentes histórias de migração para Júpiter. Nós apresentamos estruturas geradas do disco de planetesimais original trans-Netuniano em diferentes cenários de migrações de Júpiter. Com a estrutura do disco de planetesimais original, nós focamos na posição da borda interna do disco como um parâmetro crítico que configura o tempo de instabilidade.

Após uma análise da estrutura orbital do cinturão de Kuiper, nós obtemos alguns vínculos capazes de desconsiderar algumas histórias de migração de Júpiter. Na Seção 4.3, nós simulamos a instabilidade dos planetas gigantes sobre duas diferentes suposições. Nós primeiro mostramos que os planetas gigantes, dentro dos casos bem sucedidos das simulações de [Izidoro et al. \(2015a\)](#), frequentemente não são estáveis depois da dissipação do disco de gás. Nós discutimos fatores do disco de gás que podem, no entanto, tornar estes sistemas estáveis novamente. Depois, nós mostramos que a instabilidade é causada rapidamente pelos sistemas planetários, que seriam estáveis a longo prazo se deixados sem influência do disco de planetesimais. Este resultado é mantido para todas as migrações de Júpiter, pelas quais elas migram internamente por menos que 10 unidades astronômicas. Na Seção 4.4, nós discutimos

as características do nosso estudo com alguns dos vínculos dinâmicos e geoquímicos observados. Nós apresentamos nossas conclusões na Seção 4.5.

## 4.1 Introdução

A evolução orbital dos planetas gigantes têm um papel importante na formação da estrutura dinâmica do Sistema Solar atual. O tão conhecido modelo de Nice invoca uma instabilidade dinâmica entre os planetas gigantes que foi provocada por interações com um disco de planetesimais externo (Tsiganis et al., 2005; Levison et al., 2011; Nesvorný; Morbidelli, 2012). Existem um número de linhas de evidências circunstanciais que suportam este modelo. A instabilidade dos planetas gigantes pode explicar a captura de troianos de Júpiter e Netuno (Morbidelli et al., 2005; Nesvorný et al., 2013; Gomes; Nesvorný, 2016) os satélites irregulares dos planetas gigantes (Nesvorný et al., 2014) e a estrutura atual do cinturão de Kuiper (Nesvorný, 2015a; Nesvorný, 2015b; Nesvorný; Vokrouhlický, 2016; Gomes et al., 2018) veja também Nesvorny e Morbidelli (2018) para um revisão e o Capítulo 1 e 5 desta Tese.

A instabilidade dos planetas gigantes causou o bombardeamento de cometas no Sistema Solar interno (Gomes et al., 2005). De acordo com o cenário do modelo de Nice, após a dissipação do gás as interações gravitacionais de Júpiter, Saturno, Urano e Netuno com um massivo disco de planetesimais externo eventualmente dirigem eles para uma configuração instável. Durante a instabilidade dos planetas gigantes, o disco externo de planetesimais foi quase totalmente desestabilizado. O cinturão de asteróides foi também fortemente perturbado, removendo  $\sim 90\%$  dos asteroides originais (Nesvorný et al., 2017; Deienno et al., 2018). Como uma consequência, um grande número de planetesimais (asteroides e cometas) foi entregue dentro do Sistema Solar interno, causando um bombardeamento dos planetas terrestres e da Lua assumindo que a Lua seja formada neste período (Gomes et al., 2005). Se isto aconteceu tarde, a instabilidade poderia ter tido uma alta probabilidade de romper as órbitas dos planetas terrestres (Kaib; Chambers, 2016) ou ao menos super excitar suas órbitas (Roig et al., 2016). Entretanto, uma instabilidade *durante a formação dos planetas terrestres* poderia ter excitado os blocos de construção dos planetas terrestres— por instância removendo a massa da zona de alimentação de Marte e não da Terra — e neste caso, as simulações da formação do planetas terrestres na presença de uma instabilidade precoce fornecem uma boa solução para o Sistema Solar (Clement et al., 2018b).

As datações da cratera da Lua sugerem uma época de intenso bombardeio da sua superfície ao redor de 3,9 bilhões de anos atrás, quando impactos criaram as bases

jovens da Lua. Estes impactos ocorreram tarde na linha de tempo da formação do nosso Sistema Solar, grosseiramente 500 à 700 milhões de anos depois da formação dos planetas; este período é conhecido como bombardeamento pesado e tardio (ou do inglês *Late Heavy Bombardment*, LHB). Portanto, duas hipóteses têm sido sugeridas para explicar a origem do LHB. A primeira clama que o LHB foi devido a um pico na taxa de bombardeamento (Tera et al., 1974; Ryder, 1990; Ryder, 2002). Isto pode ser explicado por uma desestabilização do cinturão de asteroides e do disco trans-Netuniano devido a uma suficiente e tarde instabilidade dos planetas gigantes (Gomes et al., 2005). Nesta linha de raciocínio, a instabilidade poderia ter ocorrido  $\sim 500\text{--}700$  milhões de anos depois dos planetas foram formados. A segunda hipótese é que o LHB foi no quase-fim da acreção dos planetas terrestres, presumivelmente devido aos restos da principal fase de formação planetária (Hartmann, 1975; Neukum et al., 2001; Hartmann, 2003). Morbidelli et al. (2012) mostrou, que dentro desta hipótese, a Lua poderia ter acrecido a massa que é da ordem de magnitude maior que a deduzida pela abundância de elementos altamente siderófilos (do inglês *highly siderophile elements*, HSE) em seu manto (Walker, 2009; Day et al., 2007; Day; Walker, 2015). Mas Morbidelli et al. (2018) mostrou que o HSE lunar poderia ter sido sequestrado dentro do núcleo lunar durante a cristalização do magma lunar oceânico (do inglês *Lunar Magma Ocean*, LMO). A quantidade de HSE do manto lunar poderia então representar apenas a quantidade de material acrecido após a cristalização do LMO. Se a cristalização ocorreu tarde, como foi argumentado por Elkins-Tanton et al. (2011), a pequena quantidade de HSE no manto lunar pode ser explicada também pela hipótese do quase fim de acreção. Então, ambas instabilidades precoce ou tarde poderiam ser consistentes com a datação das crateras e das propriedades geoquímicas da Lua.

Até o momento, tem sido universalmente assumido que a instabilidade dos planetas gigantes foi engatilhada por interações gravitacionais entre os planetas gigantes e o disco de planetesimais trans-Netuniano (Tsiganis et al., 2005; Morbidelli et al., 2007b; Levison et al., 2011). No entanto, esta não precisa necessariamente ser mais o caso. A instabilidade pode, na verdade, ter sido provocada pelos próprios planetas. Após a dissipação dos seus discos de formação planetária, planetas gigantes emergem em órbitas marginalmente estáveis configurações (e frequentemente se tornam instáveis muito rapidamente) (Moeckel et al., 2008; Matsumura et al., 2010). Um grande número de estudos tem simulado instabilidades iniciada pelos próprios planetas, principalmente no contexto da explicação da distribuição de excentricidades dos exoplanetas (Davies et al., 2014). Instabilidades são oriundas de *empurrões gravitacionais* entre planetas causando que suas órbitas intersectam umas às outras, levando uma fase de

encontros próximos (frequentemente chamadas de espalhamento planeta-planeta), pelos quais tipicamente levam a ejeção de um ou mais planetas no espaço interestelar (Rasio; Ford, 1996; Weidenschilling; Marzari, 1996; Lin; Ida, 1997; Adams; Laughlin, 2003). Simulações de instabilidade iniciada pelos próprios planetas encontraram que 1) muitas configurações de planetas compactos geralmente se tornam instáveis em pequenas escalas de tempo (Chambers et al., 1996; Marzari; Weidenschilling, 2002; Chatterjee et al., 2008) e 2) sistemas planetários marginalmente estáveis com discos de planetesimais externo se tornam instáveis tendem a serem assim muito rapidamente, com uma instabilidade mediana de  $10^5$  anos mas pode se estender para alguns milhões de anos (Raymond et al., 2010; Raymond et al., 2011).

Interações com o disco de planetesimais permanecem um possível gatilho para a instabilidade se os planetas gigantes emergem a partir do gás disco em órbitas estáveis de longo prazo. O tempo pela qual uma instabilidade é configurada é medida pela distância entre o planeta mais externo (presumidamente Netuno) e a borda interna do disco de planetesimais trans-Netuniano primordial (Gomes et al., 2005; Levison et al., 2011). Gomes et al. (2005) argumentou que o disco de planetesimal deve apenas conter partículas com vidas dinâmicas (tempo requerido para uma partícula encontrar um planeta) maior que o tempo de vida de um disco de gás (Haisch JR. et al., 2001; Pascucci et al., 2009). Planetesimais com tempo de vida curto deveriam têm sido removido com um pequeno efeito da evolução dinâmica dos planetas porque as interações planeta-gás dominam sobre as interações planeta-planetesimais (Capobianco et al., 2011).

(Gomes et al., 2005) então argumentou que uma distância de 1 ua, entre a primordial órbita de Netuno e a borda interna do disco de planetesimais, e encontrou que a instabilidade do planetas gigantes ocorreu neste caso entre 200 e 1 bilhão de anos após a dissipação do gás, aproximadamente no tempo do LHB. Ainda que o disco de planetesimais primordial foi esculpido pelo crescimento e migração dos planetas gigantes. Se os planetas gigantes e seus precursores migraram internamente de uma posição mais longe do Sol, a distância do disco de planetesimais poderia presumivelmente está mais distante. Por outro lado, planetesimais excitados para órbitas excêntricas pela formação e migração dos planetas podem ter suas órbitas re-circularizadas em distância de periélio pelo efeito do arrasto de gás (Raymond; Izidoro, 2017), estreitando o vazio entre a borda interna do disco e Netuno.

O objetivo deste trabalho é de vincular o tempo da instabilidade dos planetas gigantes simulando interações entre os planetas gigantes e um consistente e esculpido

disco de planetesimais original e trans-Netuniano. Para realizar isso, nós precisamos de um modelo confiável de crescimento e evolução primordial para as órbitas dos planetas gigantes, em particular para os planetas gigantes de gelo. De fato, entender a acreção de Urano e Netuno foi um problema bem estabelecido na formação do Sistema Solar. Estudos anteriores mostraram que seus crescimentos por acreção de planetesimais levam mais tempo que a vida do disco de gás (Levison; Stewart, 2001; Thommes; Lissauer, 2003), mesmo em 10-15 unidades astronômicas (Levison et al., 2010b). A acreção de mm para cm tamanhos de "pebbles" aerodinamicamente espiralando através do disco tem sido uma forma de acelerar o crescimento de núcleos planetários LambrechtsJohansen2012,LambrechtsJohansen2014. Para um razoável fluxo de pebbles núcleos de 10 a 20 massas da Terra podem ser formados dentro do tempo de vida do disco de gás Lambrechtsetal2014 mesmo quando as interações gravitacionais entre os protoplanetas em crescimento são consideradas (Levison et al., 2015b). No entanto, acreção por pebbles deveriam produzir protoplanetas com obliquidade nula (Dones; Tremaine, 1993; Johansen; Lacerda, 2010). A obliquidade de 3 graus de Júpiter e 26 graus de Saturno podem ser explicadas por ressonâncias do tipo spin-órbita com Urano e Netuno, respectivamente (Ward; Hamilton, 2004; Hamilton; Ward, 2004; Boué et al., 2009; Vokrouhlický; Nesvorný, 2015; Brasser; Lee, 2015). Mas nenhuma ressonância pode explicar as obliquidades de Urano e Netuno de 98 e 30 graus, respectivamente. Portanto, é pensado que ambos gigantes de gelo tem sido empurrados por colisões gigantescas durante sua formação (Slattery et al., 1992; Boué; LASKAR, 2010; Morbidelli et al., 2012; Kegerreis et al., 2018). Neste caso, Urano e Netuno não poderia ter formado apenas por acreção de pebbles.

Izidoro et al. (2015a) propôs que os planetas gigantes de gelo são formados em dois passos. Pelo tempo em que Júpiter e Saturno tem evoluído rapidamente por acreção de gás para se tornar gigantes gasosos, a acreção de pebbles produziu um sistema de protoplanetas com aproximadamente cinco massas da Terra cada um, massas comparadas com maioria das super-Terras (Mayor et al., 2011; Batalha et al., 2013; Marcy et al., 2014; Wolfgang et al., 2016). Estes protoplanetas migraram internamente por migração tipo I (Goldreich; Tremaine, 1980; Ward, 1986; Tanaka et al., 2002). Enquanto que não é claro se Júpiter e Saturno neste ponto poderiam ter migrado internamente, externamente ou estiveram em quase-estacionárias órbitas (Masset; Snellgrove, 2001; Morbidelli; Crida, 2007; Pierens; Nelson, 2008; Pierens; Raymond, 2011; Raymond; Morbidelli, 2014; Pierens et al., 2014a), a migração dos planetas gigantes gasosos foi certamente mais lenta que aquelas dos protoplanetas. Os protoplanetas não puderam migrar em direção as órbitas de Júpiter e Saturno, porque os gigantes gasosos atuam com uma barreira de migração para estes protoplanetas (Izidoro et al., 2015b). Os pro-

toplanetas ficam presos em ressonâncias de movimento médio com Saturno, e os sucessivos protoplanetas formam uma cadeia de ressonância de movimento médio. Como mais protoplanetas migram internamente, as cadeias ressonantes se desestabilizam levando a colisões gigantes (geradoras de obliquidades) e outra fase de migração em cadeias de ressonantes. Izidoro et al. (2015a) mostrou que este processo tipicamente produz 2-3 gigantes de gelo com massas comparadas àquelas de Urano e Netuno em cadeias ressonantes que incluem também Júpiter e Saturno.

Nós decidimos apresentar o nosso trabalho sobre a instabilidade planetária em duas partes principais: Nós primeiro esculpimos o disco de planetesimais primordiais durante a formação de Urano e Netuno. Essa parte está contida na Seção 4.2. Ainda na Seção 4.2, nós apresentamos os nossos métodos, os efeitos do gás do disco protoplanetário, e como nós escalamos um sistema planetário para cada evolução distinta de Júpiter. Finalmente, nós apresentamos os resultados de diferentes evoluções para o disco de planetesimais em diferentes migrações de Júpiter e Saturno. Com todos estes diferentes discos de planetesimais, nós comparamos com o cinturão de Kuiper e filtramos os melhores discos.

A segunda parte do nosso trabalho foi voltada ao cálculo do tempo de instabilidade. Nós realizamos muitas simulações numéricas, utilizando dois possíveis gatilhos para a instabilidade. Essa parte é mostrada na Seção 4.3. Na Seção 4.3.1, nós apresentamos os resultados das simulações que são do tipo provocadas pelos próprios planetas e sem nenhuma influência dos discos produzidos nas nossas simulações. Essa parte é totalmente nova, no contexto da evolução do Sistema Solar. Na Seção 4.3.2, vamos considerar os discos produzidos por nossas simulações da primeira parte deste trabalho para o cálculo do tempo de instabilidade. Para realizar todas estas simulações, nós usamos os sistemas planetários que foram produzidos por Izidoro et al. (2015). Estes sistemas planetários foram escolhidos por dois critérios: i) a massa dos planetas gigantes de gelo devem ser compatíveis com as massas de Urano e Netuno; ii) O número de planetas devem ser maior que 4. Finalmente, nós iremos apresentar nossas discussões e conclusões sobre o nosso modelo e incluir uma discussão sobre a sua validade.

## **4.2 O disco de planetesimais durante a formação de Urano e Netuno**

O esculpimento do disco de planetesimais durante a formação de Urano e Netuno é apresentado nesta seção. Na Subseção 4.2, vamos apresentar a nossa metodologia. Na Subseção , vamos apresentar os detalhes da interação entre os planetesimais e o disco de gás protoplanetário. Ainda nesta seção, vamos explicar como nós realizamos

as diferentes histórias de migração de Júpiter. Os resultados desta primeira parte são apresentados na Subseção (4.2.2). Finalmente, nós analisamos qual dos discos de planetesimais são compatíveis com a estrutura atual do cinturão de Kuiper na Subseção 4.2.3.

#### 4.2.1 Métodos

Nós usamos simulações de N corpos (veja no Apêndice detalhes sobre os métodos de integração) mas conduzidas no referencial de um estudo da formação de Urano e Netuno de (Izidoro et al., 2015a). Nós focamos na melhor simulação de Izidoro et al. (2015a) em que três planetas com a massa de Netuno formam e nenhum protoplaneta também formado foi deixado para trás. O resultado final é consistente com a mais moderna versão do modelo de Nice (Nesvorný; Morbidelli, 2012), pela qual drasticamente aumenta a taxa de sucesso na reprodução do Sistema Solar externo invocando a existência de um planeta adicional primordial com a massa de Netuno. Nós iremos discutir esta simulação na 4.5. Neste trabalho, o gigante de gelo é definido como um planeta da massa de Netuno.

Nós interpolamos os elementos orbitais de todos os corpos massivos (Júpiter, Saturno e os embriões planetários de gelo), a partir da melhor simulação de Izidoro et al. (2015a), usando funções splines (Veja detalhes da interpolação no Apêndice ). Nós então, usamos está forças sintéticas para serem as forças perturbadoras dos corpos massivos durante a evolução dos planetesimais. Em adição aos perturbadores, nós incluímos também os efeitos do disco protoplanetário de gás nos planetesimais (arrasto gasoso e fricção dinâmica). Para ser consistente, nós adotamos a densidade superficial para o gás também utilizada em Izidoro et al. (2015a) para calcular a migração e as taxas de amortecimento dos embriões planetários de gelo.

As simulações de Izidoro et al. (2015a) assumiram Júpiter e Saturno em órbitas fixas em 3.5 ua e 4.58 ua, respectivamente. Estas órbitas são motivadas pelas condições iniciais do modelo Grand Tack (Walsh et al., 2011). Mas a atual história de migração de Júpiter e Saturno não é tão bem conhecida. Portanto, nós entendemos que Júpiter é o controlador da migração dos protoplanetas precursores de Urano e Netuno, e portanto a migração de Júpiter deve fazer um papel importante na evolução do disco de planetesimais e na sua estrutura final. Então, nós escalamos a evolução dos protoplanetas da simulação de Izidoro et al. (2015a) relativamente a evolução do semieixo maior de Júpiter. Nós adotamos diferentes histórias de migração de Júpiter e para os outros planetas e avaliamos estes efeitos na evolução do disco de planetesimais. Nas nossas simulações Saturno também migra, assim como todos os

outros embriões planetários, mas por simplicidade toda vez que estamos nos referindo a migração de Júpiter estaremos falando de todo este conjunto. Durante a migração, o tempo também deve ser escalado como uma função do raio orbital de Júpiter, de tal forma que os períodos orbitais de todos os corpos seguem obedecendo a lei de Kepler do movimento planetário.

Nós consideramos três casos de migração interior (em direção ao Sol) de Júpiter a partir de 20 ua, 15 ua e 10 ua para 5 ua. Apenas um caso de migração externa de 2 ua para 5 ua e apenas um caso onde a órbita de Júpiter é fixa em 5 ua ao longo de toda a evolução. A interpolação da evolução orbital dos embriões planetários deve ser escalada para estas diferentes histórias de migração e mais detalhes podem ser encontrados na seção 4.2.1.2, como também a adaptação das propriedades do gás. Este procedimento tem o mérito de cada simulação implementa a exata mesma evolução dos embriões (o que não seria o caso se nós tivéssemos simulados as condições iniciais de Izidoro et al. (2015a) para cada tipo de migração de Júpiter), o que teria de importante porque teremos a final estrutura do disco de planetesimal que depende da faixa de migração dos planetas removendo os efeitos estatísticos.

Nós então rodamos 4 vezes cada simulação com diferentes tamanhos de planetesimais de 1 km, 10 km, 100 km e 1000 km, cada um com densidade de  $3.0 \text{ g/cm}^3$  em um total de 4 mil planetesimais. Os planetesimais são inicialmente distribuídos além das órbitas dos planetas gigantes, mas passando pela região ocupada pelos protoplanetas até acima de 60 unidades astronômicas. Então, o semieixo maior inicial dos planetesimais dependem da posição inicial de Júpiter. As excentricidades e inclinações do disco de planetesimais são inicialmente escolhidas como  $10^{-3}$ . Seus argumentos do pericentro e as longitudes do nodo ascendente são aleatoriamente selecionadas entre 0 e 360 graus.

Nós usamos o código REBOUND (Rein; Liu, 2012; Rein; Spiegel, 2015; Rein; Tamayo, 2015) para realizar as simulações de N corpos dos planetesimais interagindo com o Sol, Júpiter, Saturno e os embriões planetários a partir das saídas da simulação do Izidoro et al. (2015a) e com o gás do disco protoplanetário. Detalhes sobre a integração numérica do REBOUND e a interpolação podem ser encontrados nos Apêndices e respectivamente.

#### 4.2.1.1 Interações dos planetesimais com o disco de gás protoplanetário

Como explicado em Izidoro et al. (2015a) embora simulações hidrodinâmicas reais poderiam ser o ideal para estudar o problema elas poderiam ser impraticáveis dados

as longas escalas temporais de múltiplos milhões de anos e o número de corpos envolvidos. Então, a densidade de gás é usada para computar as forças sintéticas atuando nos planetesimais e, portanto, podemos integrar a evolução do sistema em um código de N corpos. A partir da simulação de Izidoro et al. (2015a), nós temos a densidade superficial do disco  $\Sigma(r, t)$ , que leva em conta os *gaps* abertos por Júpiter e Saturno no disco assim como uma parcial depleção da borda interna do disco (Veja detalhes da interação destes planetas com o gás no Apêndice ). Este perfil tem sido calculado a partir de simulações hidrodinâmicas iniciando a partir de um disco com uma superfície inicial de densidade  $\Sigma(r) = 1,000(ua/r)g/cm^2$ , (veja o painel direito da Figura 4.1) e assumindo um decaimento uniforme sobre o tempo com uma função exponencial  $\exp(-t/\tau_{gas})$ . Nós também adotamos a partir de Izidoro et al. (2015a) a taxa de aspecto do disco:

$$h = \frac{H(r)}{r} = 0.033r^{0.25} , \quad (4.1)$$

Onde  $H(r)$  é a altura de escala de pressão no raio  $r$ . Então, a densidade do gás tem um distribuição na componente  $z$  dada pela equação:

$$\rho(r, z, t) = \frac{\Sigma(r, t)}{\sqrt{2\pi}H(r)} \exp\left\{\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)\right\} , \quad (4.2)$$

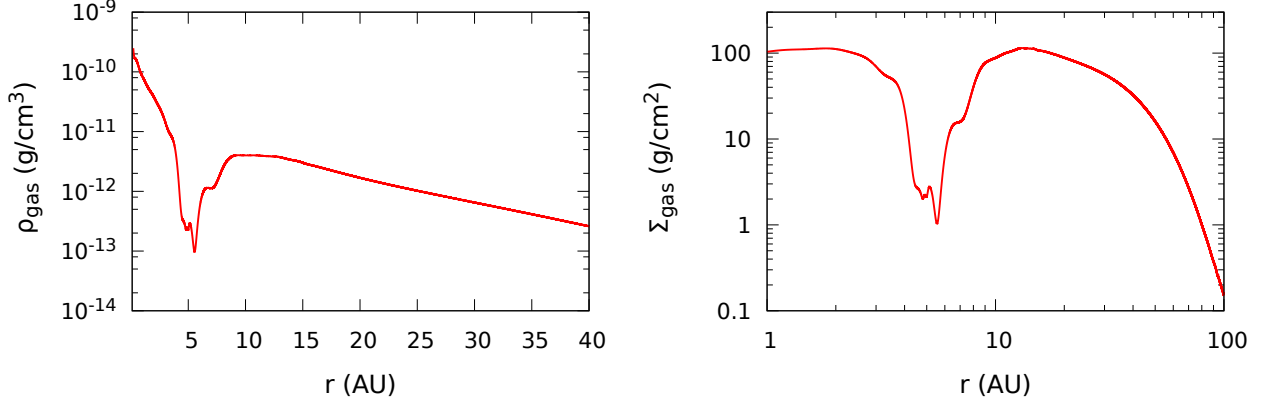
que nós mostramos no lado esquerdo da Figura 4.1. Dentro das simulações hidrodinâmicas, a viscosidade do disco foi modelada usando o padrão da  $\alpha$ -prescrição (Shakura and Sunyaev, 1937). A viscosidade é portanto:

$$\nu = \alpha c_s H \quad (4.3)$$

em que  $c_s$  é a velocidade do som isotérmica no disco de gás protoplanetário e o valor de  $\alpha$  é 0.002. A velocidade sub-kepleriana do gás, no plano médio solar, também é lida a partir de simulações hidrodinâmicas. A velocidade sub-kepleriana inclui o efeito de gradiente de pressão, consistente com os perfis de  $\Sigma(r)$  e  $H(r)$ . Na seção 4.2.1.2, nós iremos discutir como todas estas quantidades são re-escaladas quando Júpiter é assumido está em órbita com diferentes semieixo maiores.

Com esta informação, nós temos todas as quantidades necessárias para calcular os efeitos do arrasto gasoso em planetesimais. O arrasto aerodinâmico em uma partícula em movimento e em um ambiente de gás é expresso em função da sua forma, tamanho, velocidade e condições do gás. No caso particular de um corpo esférico com raio  $R$ , a força de arrasto está na direção oposta a velocidade da partícula e

Figura 4.1 - O perfil do disco protoplanetário em  $t = 0$  a partir de simulações hidrodinâmicas de Izidoro et al. (2015a). O painel esquerdo mostra a densidade de gás volumétrica e o painel direito mostra a densidade superficial do disco.



fonte: Produção do Próprio Autor.

pode ser expressa como:

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2}C_D\pi R^2\rho_g v_{rel}\vec{v}_{rel}, \quad (4.4)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arrasto e  $\vec{v}_{rel}$  é o vetor de velocidade relativa entre o gás e o planetesimal. O coeficiente de arrasto para um objeto esférico é uma função do número de Reynolds ( $R_e$ ), a medida da turbulência do gás dentro de um onda do planetesimal, o número de Mach ( $M$ ) e o número de Knudsen ( $K$ ). Para calcular o coeficiente de arrasto, nós usamos a abordagem de [Brasser et al. \(2007\)](#) onde eles estimaram os valores de  $M$ ,  $K$  e  $R_e$  como uma função dos tamanhos e velocidades dos planetesimais.

[Grishin e Perets \(2015\)](#) mostrou que para os planetesimais dentro da faixa de massa de  $m \sim 10^{19} - 10^{25}$  g (massas aproximadamente entre a Lua de Júpiter (Calisto) e a Lua) há uma outra interação entre o gás e os planetesimais, possivelmente dominando o arrasto gasoso. A força é conhecida como fricção dinâmica do gás e considerando a mesma abordagem de [Grishin e Perets \(2015\)](#), a força é dada por:

$$\vec{F}_{GDF} = -\frac{4\pi G^2 m^2 \rho_g}{v_{rel}^3} \vec{v}_{rel} I(M), \quad (4.5)$$

$I(M)$  é um parâmetro sem dimensão que depende do número de Mach e ele é dada por:

- Se  $M < 1$  então:

$$I(M) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+M}{1-M} \right) - M \quad (4.6)$$

- Se  $M > 1$  então:

$$I(M) = \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{M^2} \right) + \ln \left( \frac{v_{rel} t}{R} \right) \quad (4.7)$$

Nós mostramos na Figura 4.2 os resultados dos efeitos do arrasto gasoso aerodinâmico na evolução de duas partículas testes de raios de 2 km. Para esta simulação, nós usamos o perfil de gás de Grishin e Perets (2015) para comparação com seu trabalho. A primeira partícula tem órbita inicial de 10 graus de inclinação e excentricidade igual a 0. A segunda partícula tem uma órbita inicial com excentricidade igual a 0.2 mas uma órbita planar (azul). A partícula excêntrica se move mais rápida que o gás local, quando ela está em seu pericentro. Como consequência, o arrasto diminui o apocentro da partícula. No apocentro, a partícula se move muito lentamente que o gás local e o arrasto gasoso aumenta sua distância do pericentro. A órbita irá circularizar em uma distância entre os dois extremos que depende do perfil radial de gás. O perfil de gás é que governa quanto arrasto a partícula sofre próximo ao periélio e o afélio. Nós podemos ver que o  $q$  diminui para uma partícula com órbita inicial circular e inclinada mas o  $q$  aumenta quando a órbita tem uma certa excentricidade inicial e é plana. O gás portanto reflete o pericentro das partículas por uma quantidade que depende da densidade do gás ou das suas configurações orbitais (veja também em Brasser et al. (2007)).

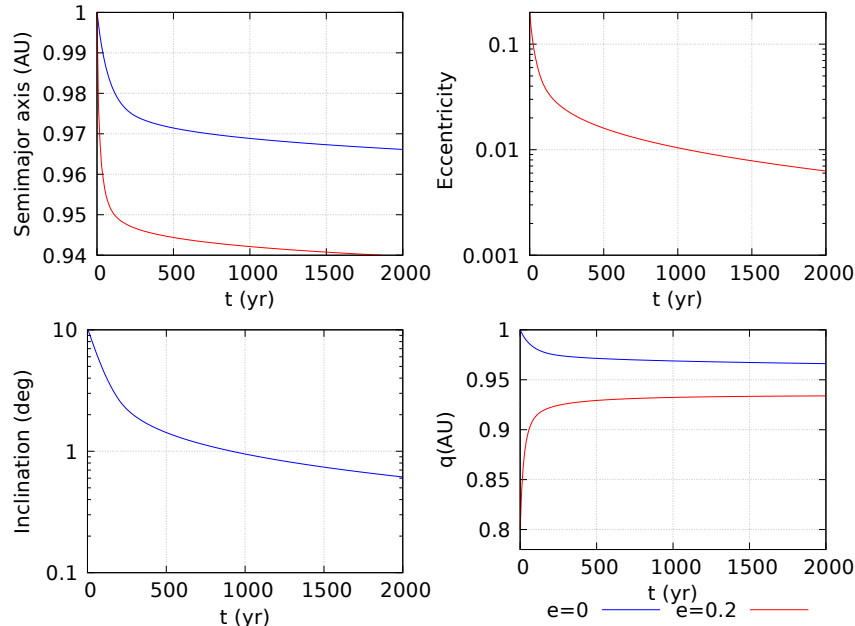
Nós mostramos, na Figura 4.3, os efeitos da fricção dinâmica do gás nas partículas com massa de  $10^{22}$  kg e com diferente excentricidades. Nós encontramos o mesmos resultados de Grishin e Perets (2015), quando nós negligenciamos o efeito do arrasto aerodinâmico. As partículas com baixas excentricidades iniciais circularizam muito mais rápido que partículas com alta excentricidade. Existem dois regimes para o deslocamento radial que dependem das excentricidades: um fator exponencial em semieixo maior antes da circularização da órbita e um decaimento linear quando as órbitas das partículas são circulares <sup>1</sup>.

Na Figura 4.4, nós mostramos os resultados de uma simulação com um conjunto de partículas, com diferentes tamanhos, sobre os efeitos do arrasto aerodinâmico e do arrasto de fricção dinâmica. Para esta simulação, nós usamos a densidade superfi-

---

<sup>1</sup>Embora Grishin e Perets (2015) encontrou um decaimento exponencial quando as órbitas das partículas são circulares, isto parece ser devido a um erro em seus cálculos da velocidade do som do gás (Grishin and Perets, comunicação privada)

Figura 4.2 - Um resumo da ação do arrasto gasoso nos elementos orbitais dos planetesimais. A linha vermelha sólida mostra a primeira partícula com excentricidade e inclinação inicial igual 0 e 10 graus respectivamente. A linha azul mostra a segunda partícula com excentricidade inicial de 0.2 em órbita planar. Indo no sentido horário a partir do lado superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e inclinação mostradas em função do tempo.

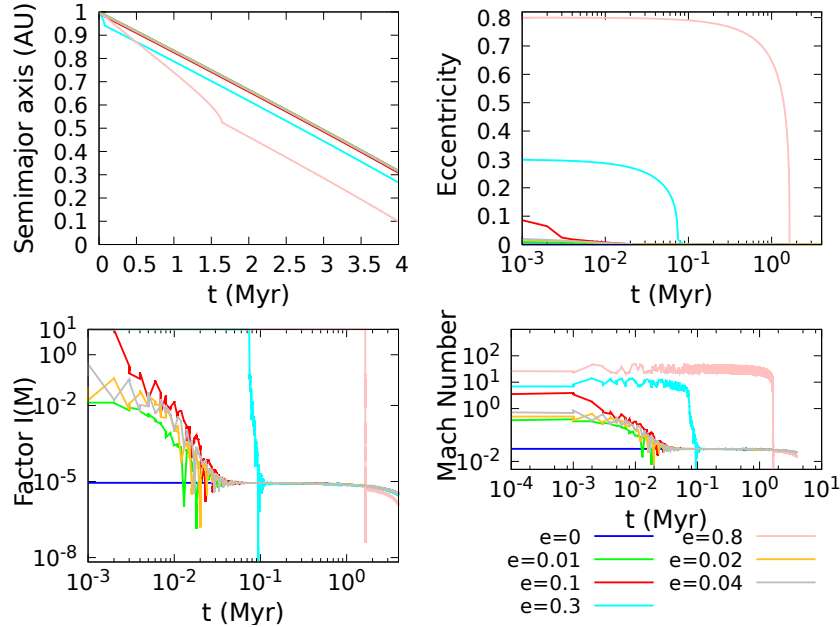


fonte: Produção do Próprio Autor.

cial do disco apresentada na Figura 4.1. A densidade das partículas é  $3 \text{ g/cm}^3$  e o menor raio das partículas ( $R_p$ ) é 1km (curvas em preto) enquanto o máximo raio da partícula é 500 km (curvas em violeta). As órbitas das partículas tem uma excentricidade inicial de 0.8, semieixo maior de 40 ua e inclinação inicial de 8.6 graus. Nós observamos que os planetesimais de quilômetros de tamanho apresentam um mais significante deslocamento radial, e amortecimento de excentricidade e inclinação que os planetesimais com 100 km de tamanho. Ele mostra que os efeitos do gás aerodinâmico são mais pronunciados que os efeitos de fricção dinâmica. Nós iremos mostrar dentro da seção 4.2.2, que o estado dinâmico final do disco de planetesimais primordial sobre a influência de Júpiter, Saturno e os embriões planetários e o arrasto gasoso é dependente do tamanho do planetesimal. Com o arrasto aerodinâmico dominante, há um forte amortecimento das excentricidades e das inclinações que favorecem partículas com tamanhos de poucos quilômetros. No final as partículas com raio menores que 10 km são basicamente frias.

Note que nós não precisamos implementar as forças de maré do disco de gás nos

Figura 4.3 - Um resumo do efeito do arrasto de fricção dinâmica na partícula com massa de  $10^{22}$  kg com diferentes excentricidades iniciais. As órbitas iniciam em 1 ua e elas estão em órbitas planares. Indo em sentido horário a partir do painel superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, o número de Mach e o fator I mostrados em função do tempo.



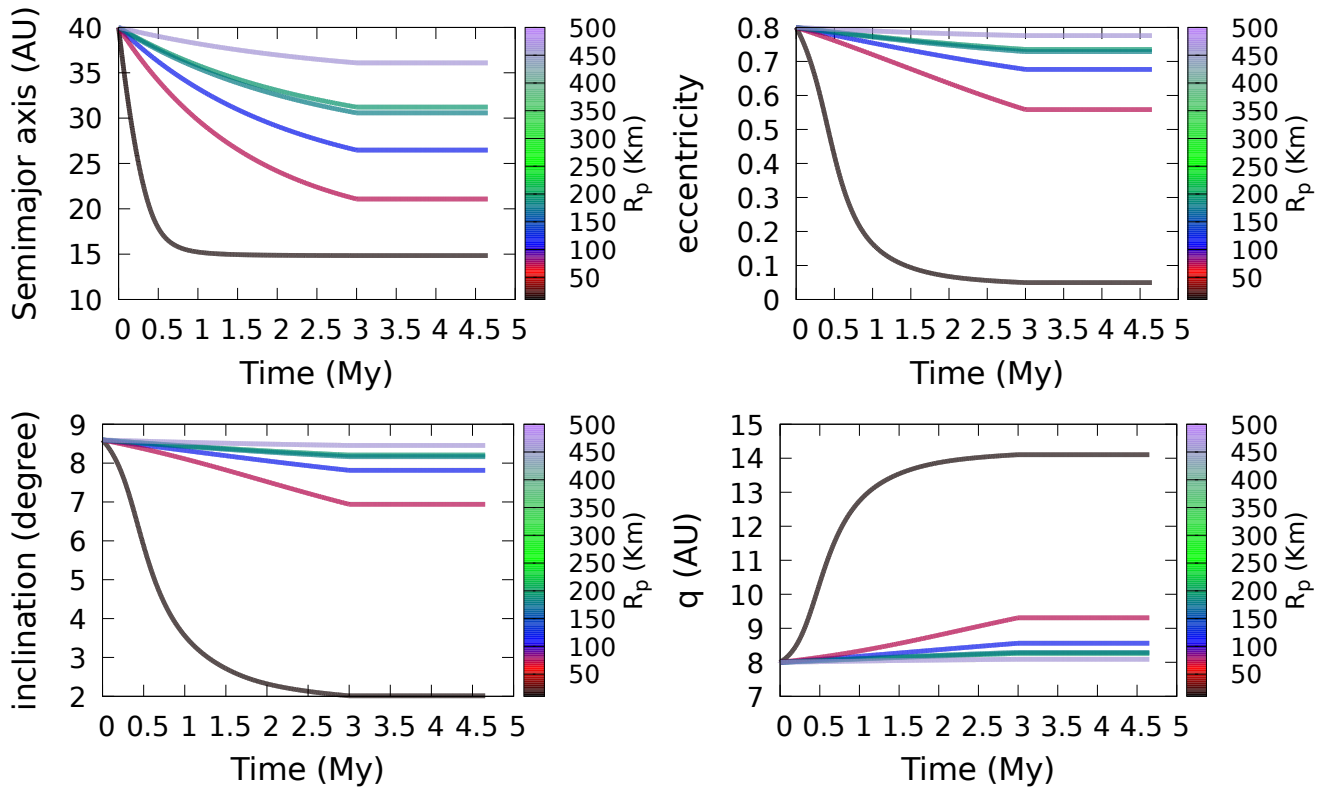
fonte: Produção do Próprio Autor.

protoplanetas, porque nós tomamos suas evoluções das saídas da simulação de Izidoro et al. (2015a), que já está implementada estas forças. Para mais detalhes dos efeitos e da implementação das forças de maré do disco de gás protoplanetário veja no Apêndice.

#### 4.2.1.2 Interpolação da acreção de Urano e Netuno

Dentro desta seção, nós apresentamos os resultados de nossa interpolação, a partir de uma das simulações bem sucedidas de Izidoro et al. (2015a) a qual nós a tomamos como referência. A simulação de Izidoro et al. (2015a) é mostrada na Figura 4.5. No painel (a) da Figura 4.5, nós mostramos o semieixo maior e a excentricidade do sistema planetário que contém Júpiter (em 3.5 ua), Saturno (em 4.58 ua) e uma coleção de 11 embriões planetários de gelo distribuídos com semieixo maior na faixa de 6 para 26 ua com massas entre 3 e 9 massas da Terra. Todos os corpos iniciam em órbitas circulares. No painel (b) da Figura 4.5, nós mostramos o semieixo e a excentricidade final de Júpiter, Saturno, Netuno e um quinto planeta com uma massa comparada a Netuno, no final da simulação após 3 milhões de anos de vida

Figura 4.4 - O resumo da ação do arrasto aerodinâmico e de fricção dinâmica em elementos orbitais de um planetesimal. Nesta simulação, nós usamos a densidade superficial apresentadas em Figura 4.1 assumindo um decaimento uniforme de 3 milhões de anos, o gás finaliza em 3 milhões de anos. Indo em sentido horário a partir da parte superior esquerda os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e a inclinação mostradas em função do tempo.

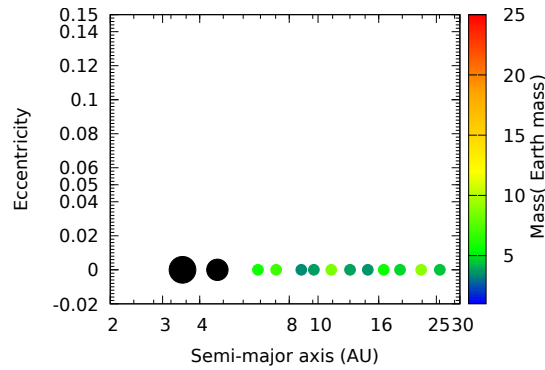


fonte: Produção do Próprio Autor.

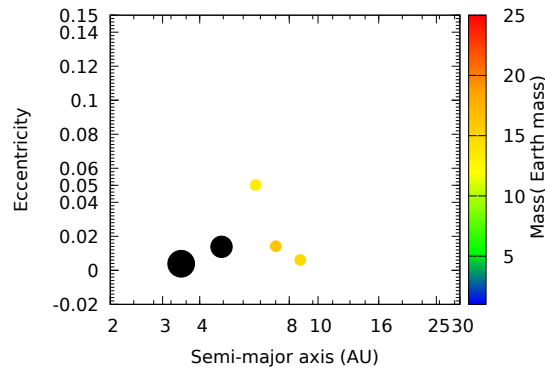
do disco de gás protoplanetário. Esta simulação reproduz as massas atuais de Urano e Netuno (ao redor de 15 massas da Terra).

A evolução dinâmica deste sistema planetário é mostrado na Figura 4.5 (c). Os embriões planetários migram internamente por causa da presença do gás e foram capturados em ressonâncias de movimento médio com os planetas gigantes. A interação gravitacional mútua entre os embriões planetários, eventualmente, quebram as cadeias ressonantes e o sistema se torna instável dinamicamente. Durante esta fase, os embriões planetários foram espalhados por encontros próximos mútuos e encontros com planetas gigantes. Alguns objetos foram ejetados do Sistema Solar, enquanto outros embriões planetários forneceram os impactos gigantes para construir os três planetas de gelo masivos. As colisões gigantes entre estes objetos podem dar origem as obliquidades observadas de Urano e Netuno.

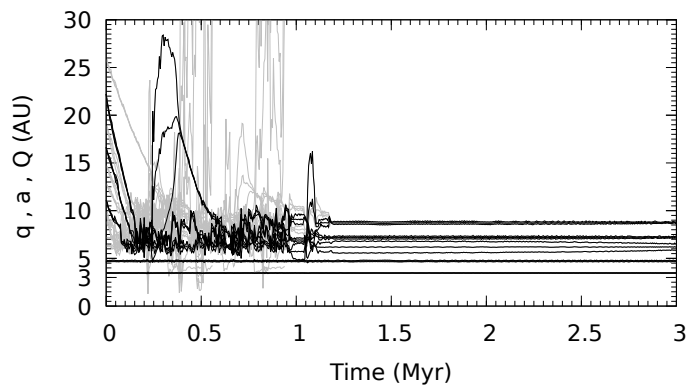
Figura 4.5 - Os Painéis (a) e (b) são dois retratos que representam a excentricidade com uma função do semieixo maior do sistema com Júpiter, Saturno e uma coleção de embriões planetários (inicial (a) e final (b)) da simulação de Izidoro et al. (2015a). Observe que 3 planetas são produzidos ao redor de Saturno, mas apenas um deles será ejetado durante a instabilidade planetária (Nesvorný; Morbidelli, 2012). O painel (c) representa uma evolução completa em pericentro (q), semieixo maior (a), e o apocentro (Q) da mesma simulação.



(a)



(b)



(c)

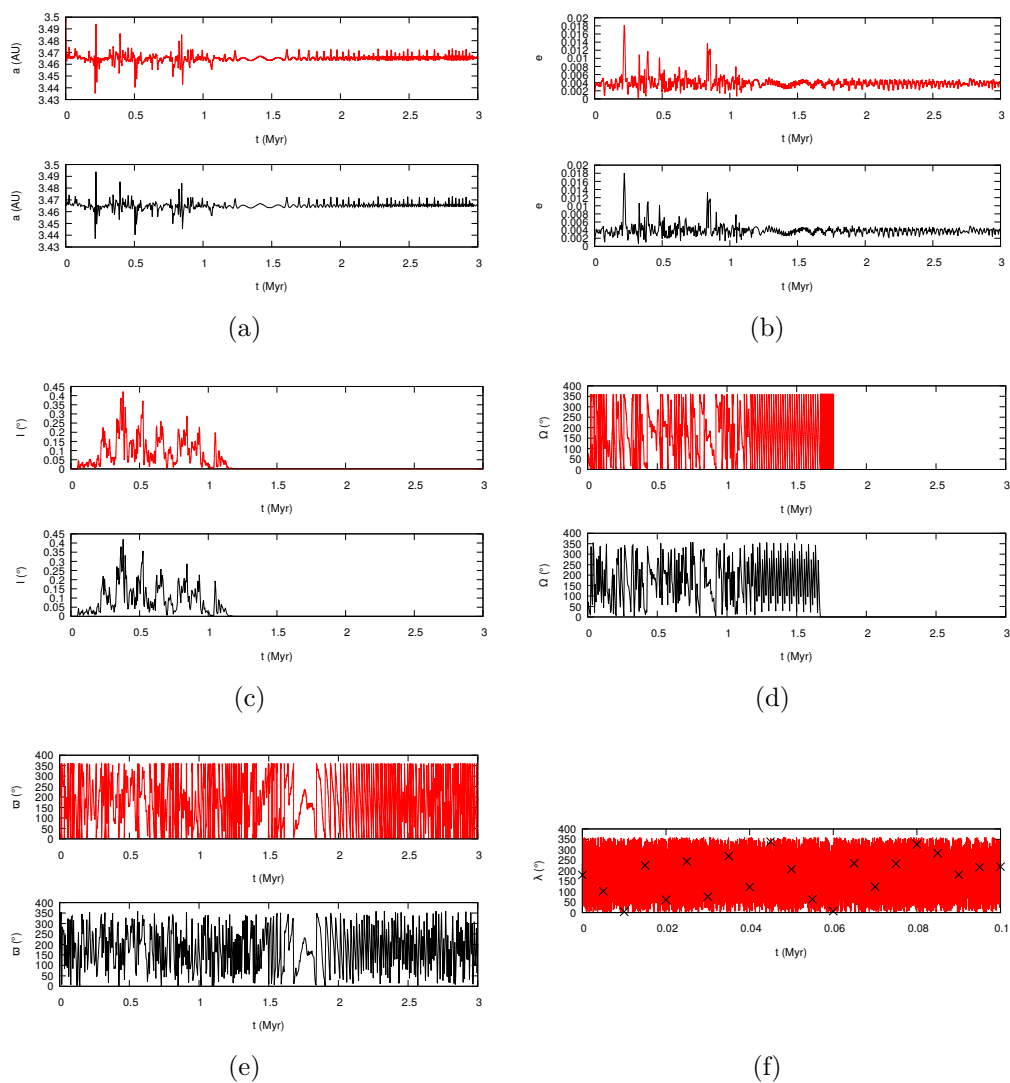
Para a interpolação, nós usamos funções cúbicas chamadas splines (para mais detalhes veja o Apêndice ). Nós interpolamos todos os elementos orbitais entre duas sucessivas saídas. A resolução temporal das saídas da simulação de Izidoro et al. (2015a) é 5,000 anos. Porque isso excede o período orbital dos corpos, nós calculamos o número de órbitas entre duas saídas sucessivas usando a informação da frequência orbital (movimento médio,  $n$ ) para obter o período orbital médio, que é então ligeiramente ajustado para que a posição dos corpos no final da simulação de 5 mil anos esteja em concordância com a simulação original. O período orbital médio é então utilizado para calcular a variação rápida da longitude média dentro de um passo de tempo. Nossa interpolação lida com eventos de colisões (merge) e ejeção dos protoplanetas, no exato momento em que estes eventos acontecem. Nós eliminamos os protoplanetas quando eles são ejetados do Sistema Solar ( $e > 1$ ). Quando uma colisão ocorre, o remanescente protoplaneta pega uma massa maior igual a soma das sua massa com os dois corpos envolvidos no evento. Nós colocamos zero a massa do protoplaneta eliminado durante o merge, então ele não terá nenhuma influência dinâmica nos planetesimais.

As evoluções interpoladas do semi eixo maior, excentricidade, inclinação, longitudes do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ) de Júpiter são mostradas na Figura 4.6, as curvas representam os resultados da nossa interpolação, enquanto que os pontos vem das simulações originais de Izidoro et al. (2015a), mostrando que nossa interpolação reproduz com fidelidade a evolução original do sistema.

Quando nós interpolamos a evolução dos corpos massivos, nós re-escalamos seu semieixo maior de acordo com a desejada localização de Júpiter no tempo  $t$ , dado um padrão de migração imposto por  $a_{jup}(t)$ . Em outras palavras, se  $a^I(t)$  é o semieixo maior de um corpo  $I$  no tempo  $t$  na saída de Izidoro et al. (2015a) (ou o valor interpolado da saída) e  $a_{jup}^I$  é o semieixo maior de Júpiter, nós convertemos  $a^I$  dentro da função  $a(t) = a^I(t)R(t)$  onde  $R(t) = a_{jup}(t)/a_{jup}^I(t)$ . Todos os outros elementos orbitais foram mantidos sem mudanças. Então, os elementos orbitais são convertidos em posições, pelas quais usamos no código de N corpos para calcular as forças que os corpos massivos exercem nos planetesimais.

Para preservar os períodos orbitais, o comprimento do passo de integração  $dt^I$  das simulações de Izidoro et al. (2015a) é escalado como  $dt = dt^I [a_{jup}(t)/a_{jup}^I(t)]^{3/2}$ . O tempo de simulação é incrementado por  $dt$  ( e não por  $dt^I$ ). Fazendo isso, a duração total da simulação aumenta, se Júpiter é mais distante que o original 3.5 ua (por exemplo a simulação ilustrada na Figura 4.8 onde Júpiter é mantido em 5 ua é de

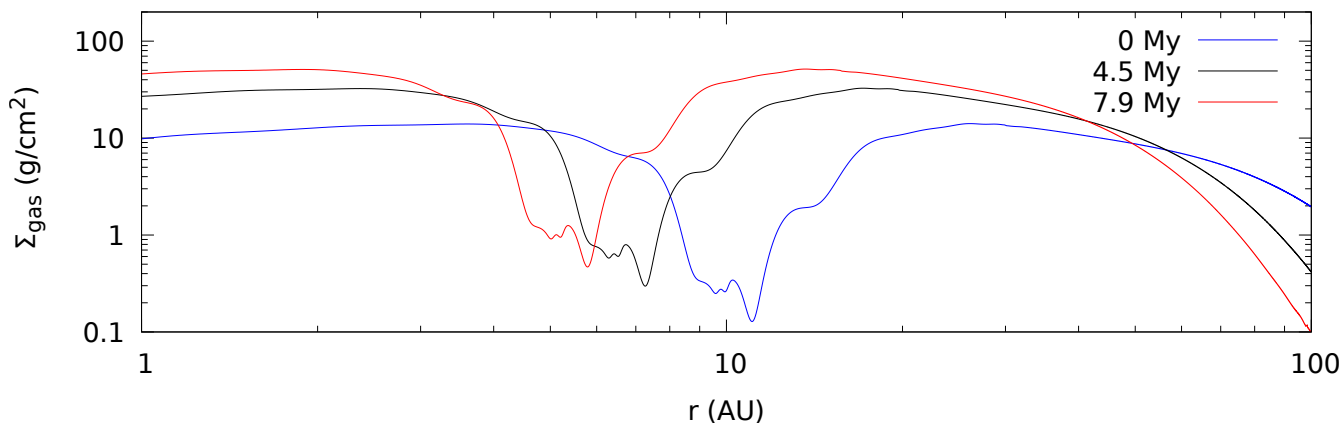
Figura 4.6 - A evolução orbital do semieixo maior (a), excentricidade (b), inclinação (c), longitudes do periélio,  $\varpi$ , (d), nodo  $\Omega$  (e) e média ( $\lambda$ ) (f) de Júpiter. As curvas em vermelho mostram os resultados da nossa interpolação usando funções cúbicas enquanto as curvas sólidas são oriundas da simulação de Izidoro et al. (2015a).



5.12 milhões de anos ao invés do original 3 milhões de anos). Com respeito ao gás, dado o fator de escala  $R$  no semieixo maior, a densidade superficial na distância heliocêntrica  $r$  é calculada como  $\Sigma(r/R)/R^2$ , onde  $\Sigma$  é a densidade superficial de gás na simulação de Izidoro et al. (2015a).

Como para a velocidade do gás na direção azimutal, ela é escalada como  $v_\theta(r/R)/\sqrt{R}$ . As quantidades do gás escaladas são usadas para calcular as forças devido ao arrasto de gás e da fricção dinâmica dos planetesimais. O aspect ratio do disco é  $h(r/R)$ . Como nós podemos ver em Crida e Bitsch (2017), Júpiter pode migrar mas o *gap* aperto por ele não poderia ser afetado pela migração. A migração planetária parece atuar como uma *escavadeira de neve* que puxa o gás de dentro da sua órbita e leva a uma pequena depleção do disco externo. Como nós podemos ver, a localização do padrão da densidade superficial do gás muda durante o tempo nas nossas simulações com a migração de Júpiter (Figura 4.7).

Figura 4.7 - Perfis de densidade superficial do disco de gás protoplanetário escalados em  $\Sigma(r/R)/R^2$ . As diferentes cores das curvas representam tempos diferentes (0, 4,5 e 7,9 milhões de anos). Ela corresponde ao caso em que Júpiter migra internamente de 10 para 5 UA.



fonte: Produção do Próprio Autor.

#### 4.2.2 Resultados

Nesta seção, nós apresentamos os resultados das nossas simulações numéricas considerando o disco de planetesimais interagindo gravitacionalmente com o Sol, com os planetas gigantes, os protoplanetas (descritos na seção 4.2.1.2) e com o gás usando o disco protoplanetário. O objetivo é determinar o estado dinâmico do disco de planetesimal depois da fase de gás, e particularmente acessar a distância entre Ne-

tuno e a borda interna do disco de planetesimais. Nós realizamos cinco simulações usando o pacote de integração REBOUND (Rein; Liu, 2012) com o integrador *IAS15* (Rein; Spiegel, 2015) (veja detalhes dos integradores no Apêndice ). Cada simulação representa um migração orbital imposta para Júpiter. Nós também escalamos todos os outros corpos massivos escalados de acordo com as simulações de Izidoro et al. (2015a) como explicado na subseção anterior. O semieixo maior de Júpiter evolui como uma função:

$$a_J(t) = a'_J + a' \exp(-t/\lambda), \quad (4.8)$$

onde  $a'_J$  é o semieixo final de Júpiter e  $a'$  é configurado de tal forma que  $a'_J + a'$  é a posição inicial de Júpiter. Nós adotamos escalas temporais em que  $\lambda = 1$  milhão e anos para todas as simulações. No entanto, nós também escalamos o tempo de migração a medida que Júpiter se move radialmente para satisfazer as equações de *Kepler*.

A Tabela 4.1 mostra nosso conjunto de simulações. Nós realizamos uma simulação considerando os planetas gigantes em órbitas fixas (seção 4.2.2.1), com Júpiter e Saturno em 5 e 6,8 unidades astronômicas, e uma simulação considerando Júpiter e Saturno migrando para fora (seção 4.2.2.2) de acordo com o cenário do Grand Tack (Walsh et al., 2011; Brasser et al., 2016). Mas, por causa das incertezas sobre as migrações de Júpiter e Saturno, que depende de forma sensível da escala e viscosidade do disco (Morbidelli; Crida, 2007), nós também realizamos simulações com Júpiter migrando internamente de 10 para 5 ua, de 15 para 5 ua e a partir de 20 para 5 ua (na seção 4.2.2.3). Para cada migração imposta, nós usamos quatro simulações independentes usando diferentes tamanhos de planetesimais, com diâmetros de 1 km, 10 km, 100 km e 1000 km. O tamanho do planetesimal importa por causa dos efeitos do arrasto gasoso e de fricção dinâmica. Todas as simulações começam com os planetas gigantes, múltiplos embriões planetários e um disco de planetesimais com 4 mil planetesimais com excentricidades e inclinações de 0.01 e estendido de 10 até mais que 60 unidades astronômicas.

Tabela 4.1 - Conjunto de simulações

Nome da simulação	Migração de Júpiter	Dispersão do gás
<b>Jup_static</b>	Júpiter em órbitas fixas em 5 ua	5.2 Myr
<b>Jup_outward</b>	Júpiter migrando externamente de 2 para 5 ua	3.7 Myr
<b>Jup_10AU_in</b>	Júpiter migrando internamente de 10 para 5 ua	7.9 Myr
<b>Jup_15AU_in</b>	Júpiter migrando internamente de 15 para 5 ua	11 Myr
<b>Jup_20AU_in</b>	Júpiter migrando internamente de 20 para 5 ua	14.9 Myr

fonte: Produção do Próprio Autor.

#### 4.2.2.1 Júpiter em órbita não-migrante

As Figuras 4.8 e 4.9 mostram a evolução do semieixo maior, da excentricidade e da inclinação para a simulação **Jup\_static**. O tempo de vida do gás (o mesmo que a duração da simulação) nesta simulação é configurado por 5,12 milhões de anos. Note que quanto menor são os planetesimais, mais frio o disco final é. A razão disso é pelo forte efeito do gás aerodinâmico e uma não apreciável fricção dinâmica do gás (veja em Figura 4.4). Durante a evolução dinâmica dos embriões planetários e dos planetas gigantes mostrados na Figura 4.8 e descritos na seção 4.2.1.2, o disco de planetesimais é depletado por encontros próximos e colisões com os embriões planetários ou por Júpiter e Saturno.

No final da nossa simulação, nós definimos a borda interna do disco de planetesimais em semieixo maior ( $a_{edge}$ ) e distância em periélio ( $q_{edge}$ ) tal que suas funções de distribuição cumulativa normalizadas tem valores de  $N(a < a_{edge}) = 0.05$  e  $N(q < q_{edge}) = 0.05$  respectivamente (melhor que arbitrária mas isto é feito de tal forma que os pequenos semieixo maiores e periélio não definem a borda interna do disco; em outras palavras, nós aceitamos que 5% dos planetesimais são outliers, dentro da borda definida do disco (observe por exemplo nas Figuras 4.10 (a) e (b)). Netuno é definido como o planeta mais externo no final da simulação e ele tem o semieixo maior de 12,58 ua e periélio de 12,46 ua. Nós vimos que a borda interna do disco no final é bastante próxima da órbita de Netuno e é dependente do tamanho dos planetesimais. Embora, os protoplanetas foram inicialmente distribuídas acima de 40 unidades astronômicas, eles migraram para fora da região compreendida entre 20 – 40 unidades astronômicas rapidamente. Então eles poderiam ter excitado dinamicamente a população de planetesimais naquela região, mas sem depredar ela significamente. Mais ainda, o arrasto gasoso parcialmente amortecem as excentricidades e inclinações dos planetesimais uma vez que os protoplanetas deixam a sua região natal. Então a separação final do semieixo maior entre Netuno e o disco de planetesimais é 5.09 ua para tamanhos de planetesimais de alguns quilômetros e 8.16 ua para os planetesimais com diâmetros de 1,000 km. A separação é ainda menor para pequenos planetesimais porque o arrasto gasoso tende a circularizar os objetos excitados próximos a suas distâncias do peréneo. Se nós considerarmos a distância em periélio, no entanto, a separação diminui para 5.07 ua e 0.55 ua respectivamente. A grande diferença entre  $a_{edge}$  e  $q_{edge}$  para os planetesimais com diâmetro de 1000 km é devido a excentricidade não nulas do último.

A distância a partir de Netuno se tornar um parâmetro cada vez menos importante

Figura 4.8 - Excentricidade em função do semieixo maior retratando a evolução dinâmica do caso **Jup\_static** (Tabela 4.1). O painel (a) representa a evolução dinâmica da co-adição de planetesimais com tamanhos de 1 e 10 km. O painel (b) mostra a evolução dinâmica mas agora para uma co-adição de planetesimais com tamanho de 100 e 1000 km. A caixa de cores representa a massa dos corpos, exceto para Júpiter e Saturno (nós usamos o tamanho de cada ponto para representar a massa de Júpiter, Saturno e dos planetesimais).

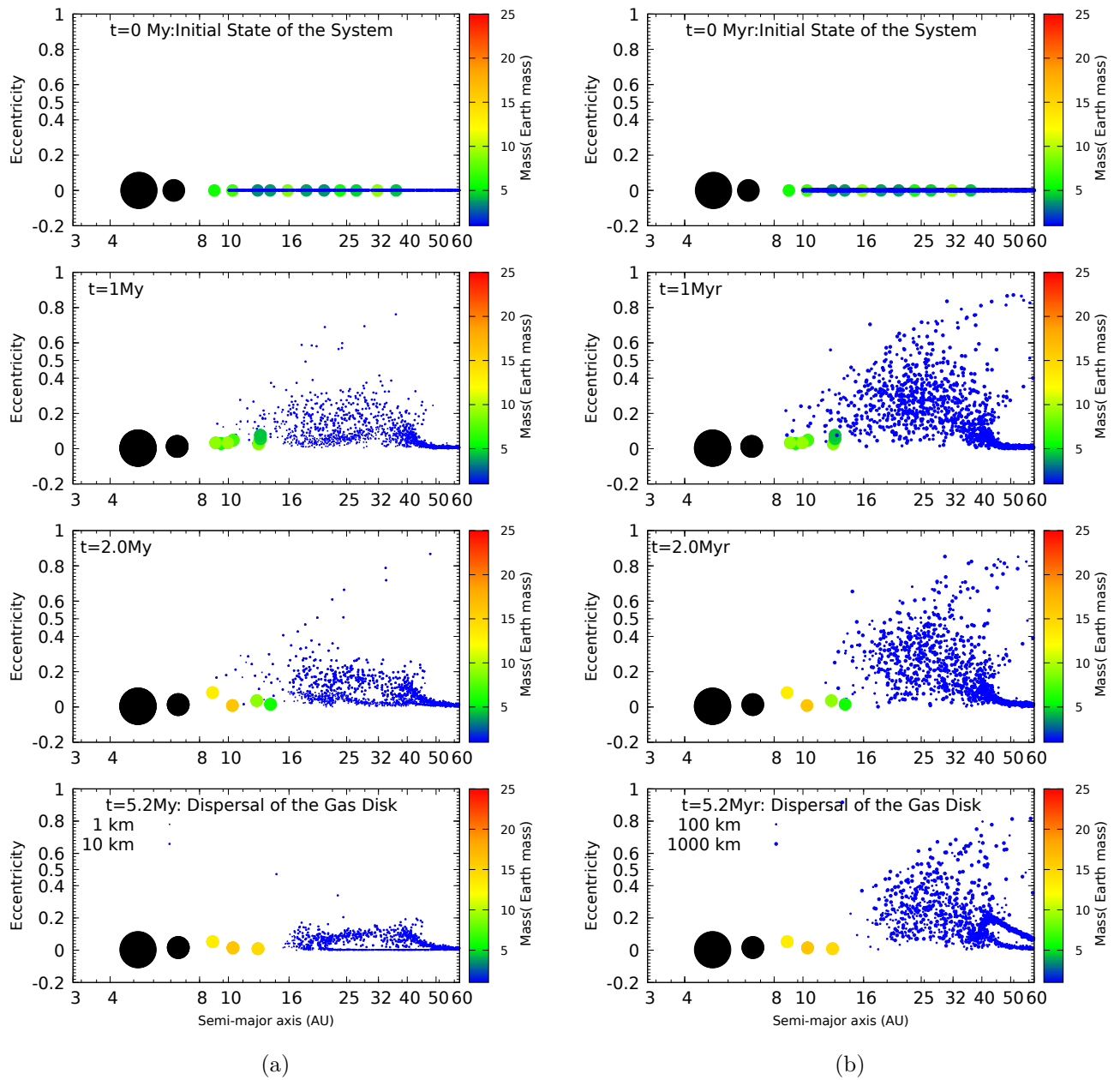


Figura 4.9 - Inclinação em função do semieixo maior retratando a evolução dinâmica do caso **Jup\_static** (Tabela 4.1). O painel (a) representa a evolução dinâmica da co-adição de planetesimais com tamanhos de 1 e 10 km. O painel (b) mostra a evolução dinâmica mas agora para uma co-adição de planetesimais com tamanho de 100 e 1000 km. A caixa de cores representa a massa dos corpos, exceto para Júpiter e Saturno (nós usamos o tamanho de cada ponto para representar a massa de Júpiter, Saturno e dos planetesimais).

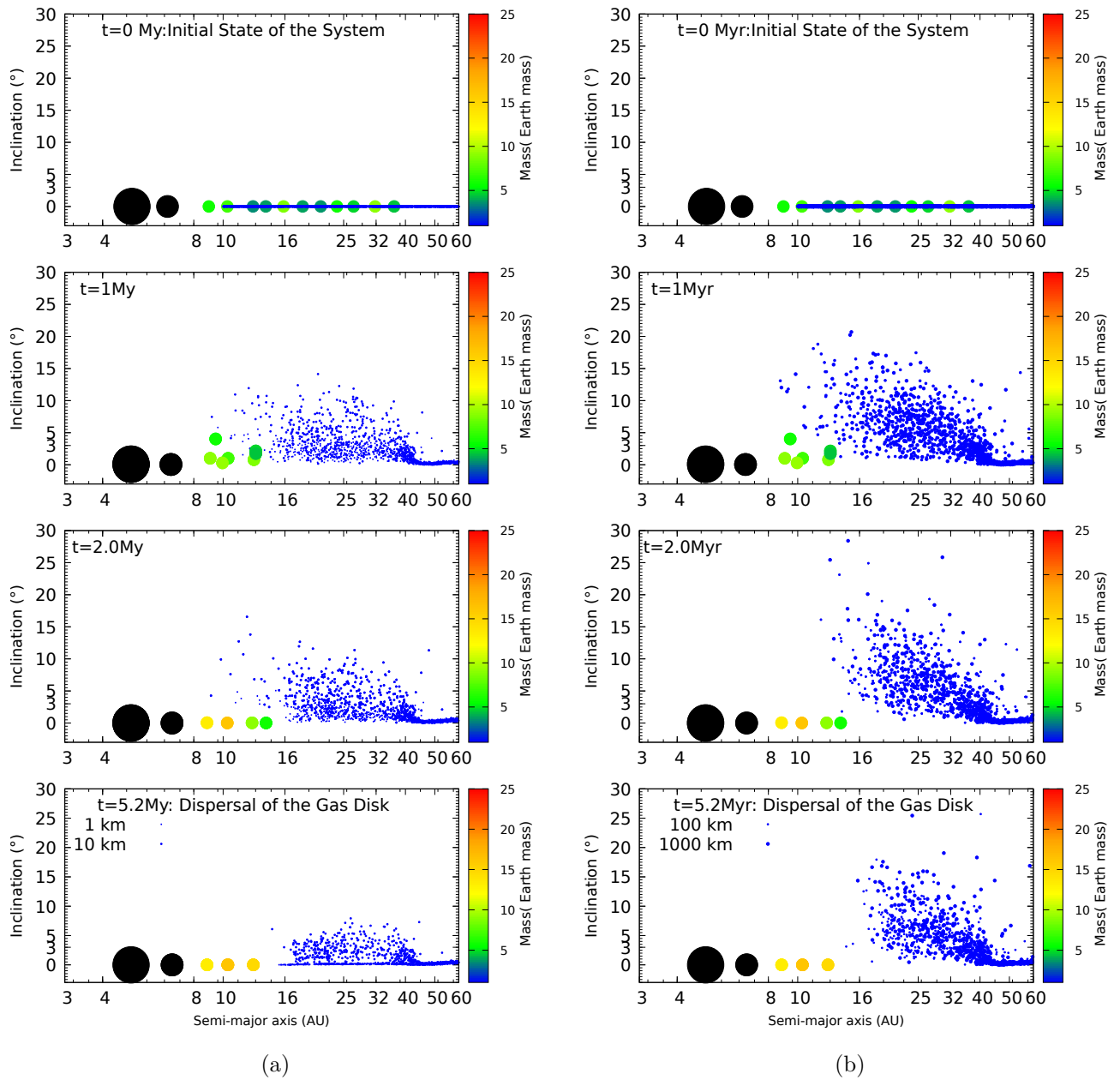
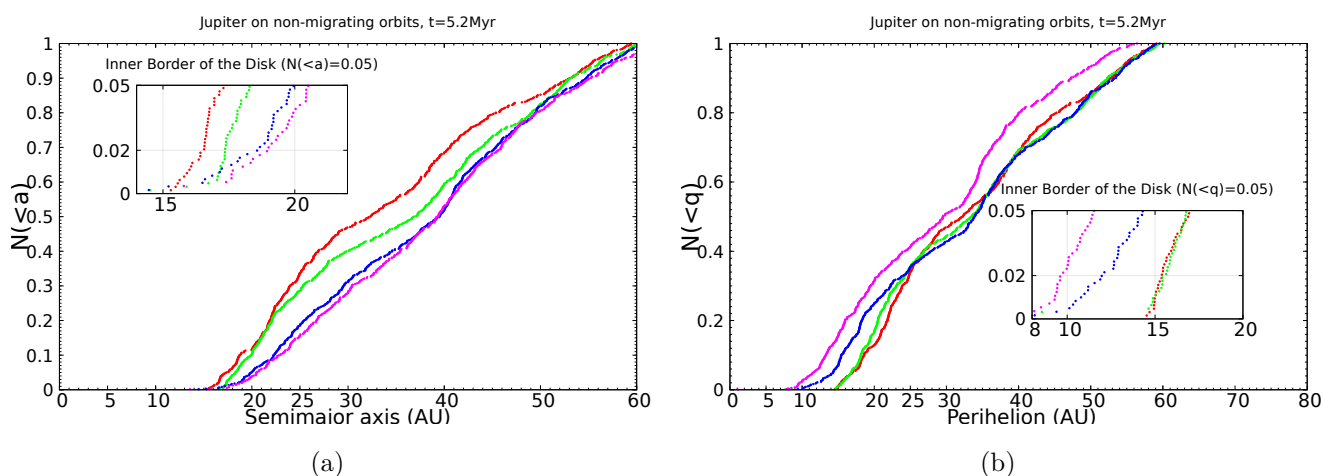


Figura 4.10 - Distribuições cumulativas do semieixo maior (painel (a)) e do periélio (painel (b)) do disco de planetesimais no momento em que o gás foi disperso na simulação **Jup\_static** (Veja tabela 4.1). As curvas coloridas vermelha, verde, azul e magenta representam as distribuições cumulativas para diferentes tamanhos de planetesimais 1 km, 10 km, 100 km, 1000 km respectivamente. Nós definimos a borda do disco de planetesimais no final da nossa simulação com o valor de tão forma que  $N(< a) = 0.05$  and  $N(< q) = 0.05$  (os menores painéis (a) e (b)). Nós usamos estas distribuições cumulativas para calcular a distância entre a borda interna do disco e Netuno. Note que Netuno é definido como o mais distante gigante de gelo com semieixo maior de 12.58 ua e periélio de 12.46 ua.



se as distâncias entre os periélios se tornam menores. Neste caso, Netuno está em contato ou perto suficiente do disco de planetesimais. Deienno et al. (2017) pontuou que embora há uma resolução dependente com a massa e o número de partículas do disco de planetesimais, nestes casos de máximo contato entre o disco e Netuno, as instabilidades acontecem em menos que 400 milhões de anos. Levison et al. (2010) teve similares resultados para o disco de planetesimais. Nós veremos que a pequena separação entre estes objetos irá levar a uma mais provável estabilidade precoce dos planetas gigantes, como iremos testar na seção 4.3.

#### 4.2.2.2 Júpiter migrando externamente

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram a evolução do semi eixo maior, da excentricidade e da inclinação para a simulação **Jup\_outward**. Dentro desta simulação, Júpiter está migrando externamente de 2 para 5 unidades astronômicas e a evolução de Saturno e os embriões planetários seguem a migração externa de Júpiter. A simulação inicia com o disco de planetesimais estendido de 10 para 60 unidades astronômicas (pontos

em azul). A duração do gás nesta simulação se torna 3.7 milhões de anos. A separação entre Netuno e a borda interna do disco de planetesimais é então menor que o caso anterior de migração de Júpiter: 2.63 ua para planetesimais de poucos quilômetros de diâmetro e 6.91 ua para planetesimais com diâmetro de 1000 km em semieixo maior (Figura 4.13 (a)) e 1.99 ua para planetesimais de poucos quilômetros e 0.46 ua para planetesimais de 1000 km em distância de periélio (Figura 4.13 (b)). Isto é devido ao fato de que planetas se movem em direção ao disco de planetesimais e então em média a distância dos planetas em crescimento de um planetesimal foi maior que a distância média da simulação anterior. Outro importante efeito é o pastoreio de ressonância, que transporta planetesimais ao longo da direção da migração dos planetas com uma dependência com o tamanho dos planetesimais (Raymond et al., 2006).

#### 4.2.2.3 Júpiter migrando internamente

Os casos de migração interna de Júpiter, **Jup\_10AU\_in**, **Jup\_15AU\_in** and **Jup\_20AU\_in**, são apresentados nas Figuras 4.14 à 4.22, respectivamente. As simulações iniciam com um disco de planetesimais estendido de 20 para 60 ua (pontos em azul). Nós observamos que quanto mais larga é a migração de Júpiter, maior ainda é a separação final entre a posição de Netuno e a borda interna do disco de planetesimais. Nestas circunstâncias, para planetesimais com diâmetro de mil quilômetros, a separação em periélio aumenta de 0.66 ua, para o caso **Jup\_10AU\_in**, veja na Figura 4.16), para 11.95 ua para o caso **Jup\_20AU\_in**, veja na Figura 4.22). A razão dos protoplanetas iniciaram mais distante dentro do disco pode remover mais eficiente a população de planetesimais entre 20 – 30 unidades astronômicas por espalhamento ou acreção. Então, para uma migração interna de Júpiter mais larga poderia existir a possibilidade que a instabilidade dos planetas gigantes ocorra em um longo período de tempo. Nós iremos testar essa situação na seção 4.3. Observe, no entanto, se Júpiter migrou de 10 para além, as inclinações finais do disco além de 40 ua para planetesimais de 100 km ou maiores excedem significativamente aquelas observadas na população fria do cinturão de Kuiper, como nós discutimos na próxima seção.

Figura 4.11 - O mesmo que a Figura 4.8, mas desta vez para a simulação **Jup\_outward** (veja na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido para migrar externamente de 2 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 3.7 milhões de anos.

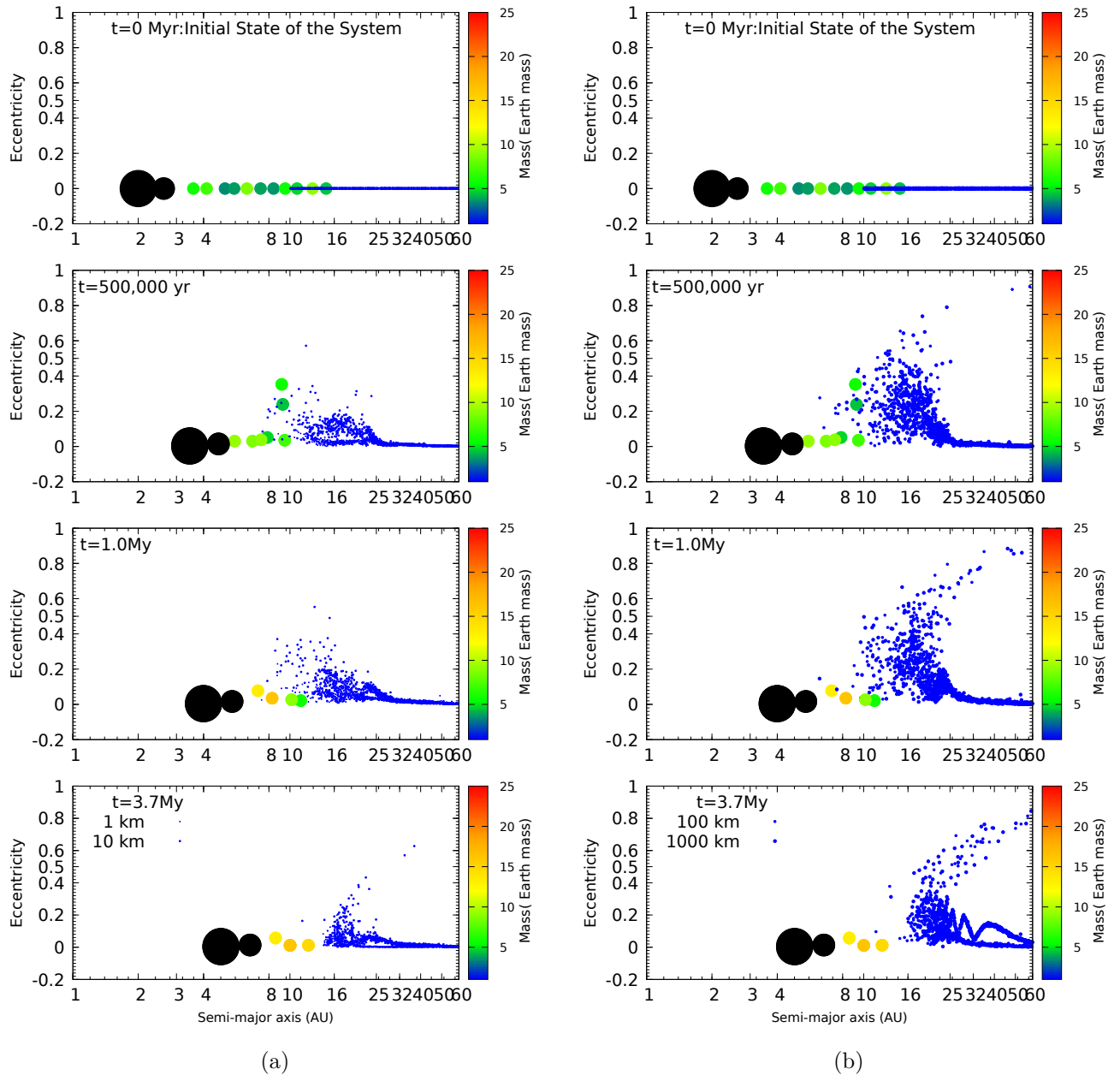


Figura 4.12 - O mesmo que a Figura 4.9, mas desta vez para a simulação **Jup\_outward** (veja na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido para migrar externamente de 2 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 3.7 milhões de anos.

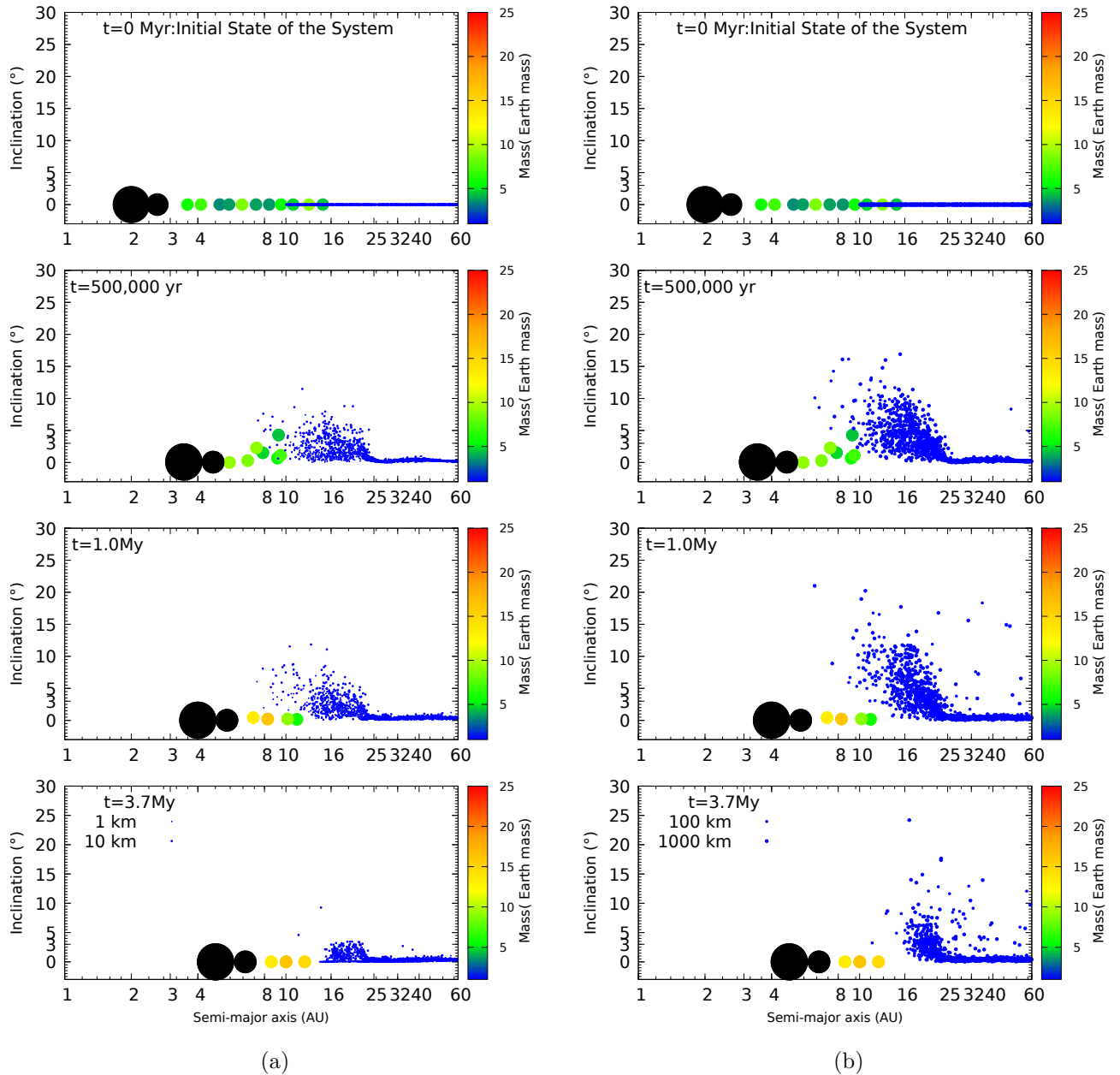


Figura 4.13 - O mesmo caso da Figura 4.10, mas para a simulação **Jup\_outward** (veja na tabela 4.1).

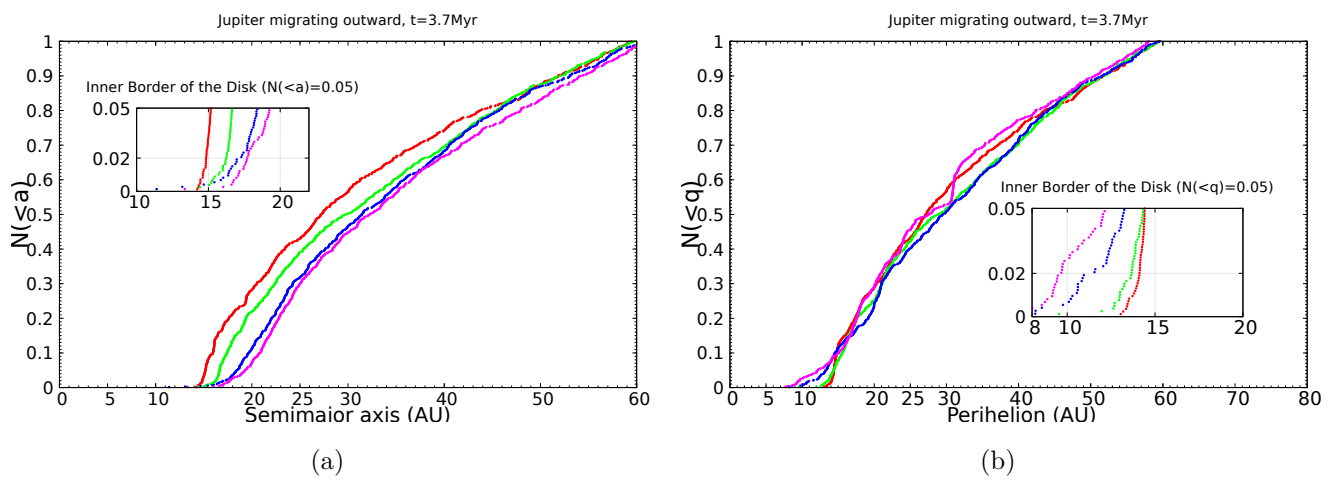


Figura 4.14 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_10AU\_in** (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 10 para 5 ua. A duração total da simulação é 7.9 milhões de anos.

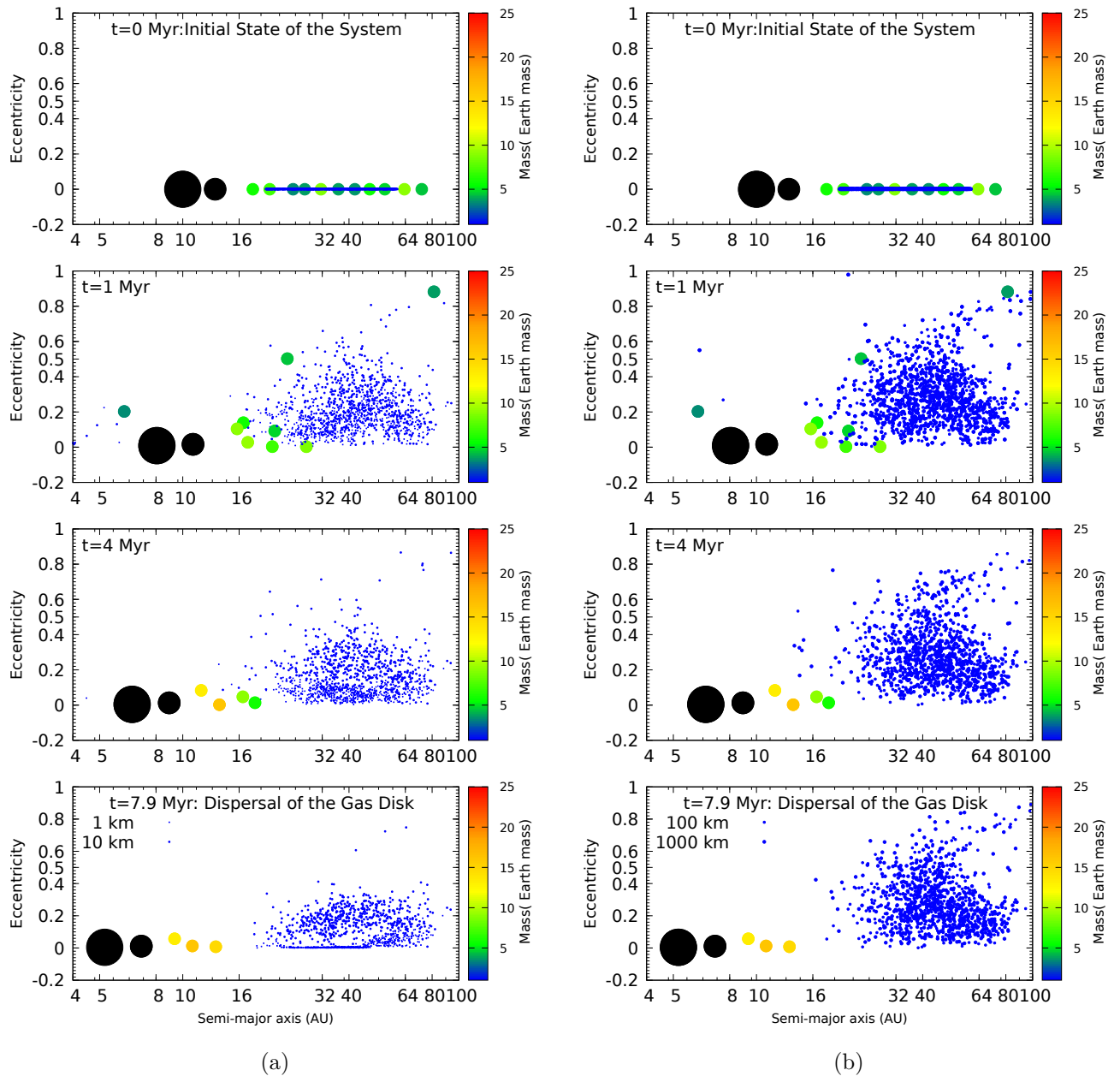


Figura 4.15 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_10AU\_in** (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 10 para 5 ua. A duração total da simulação é 7.9 milhões de anos.

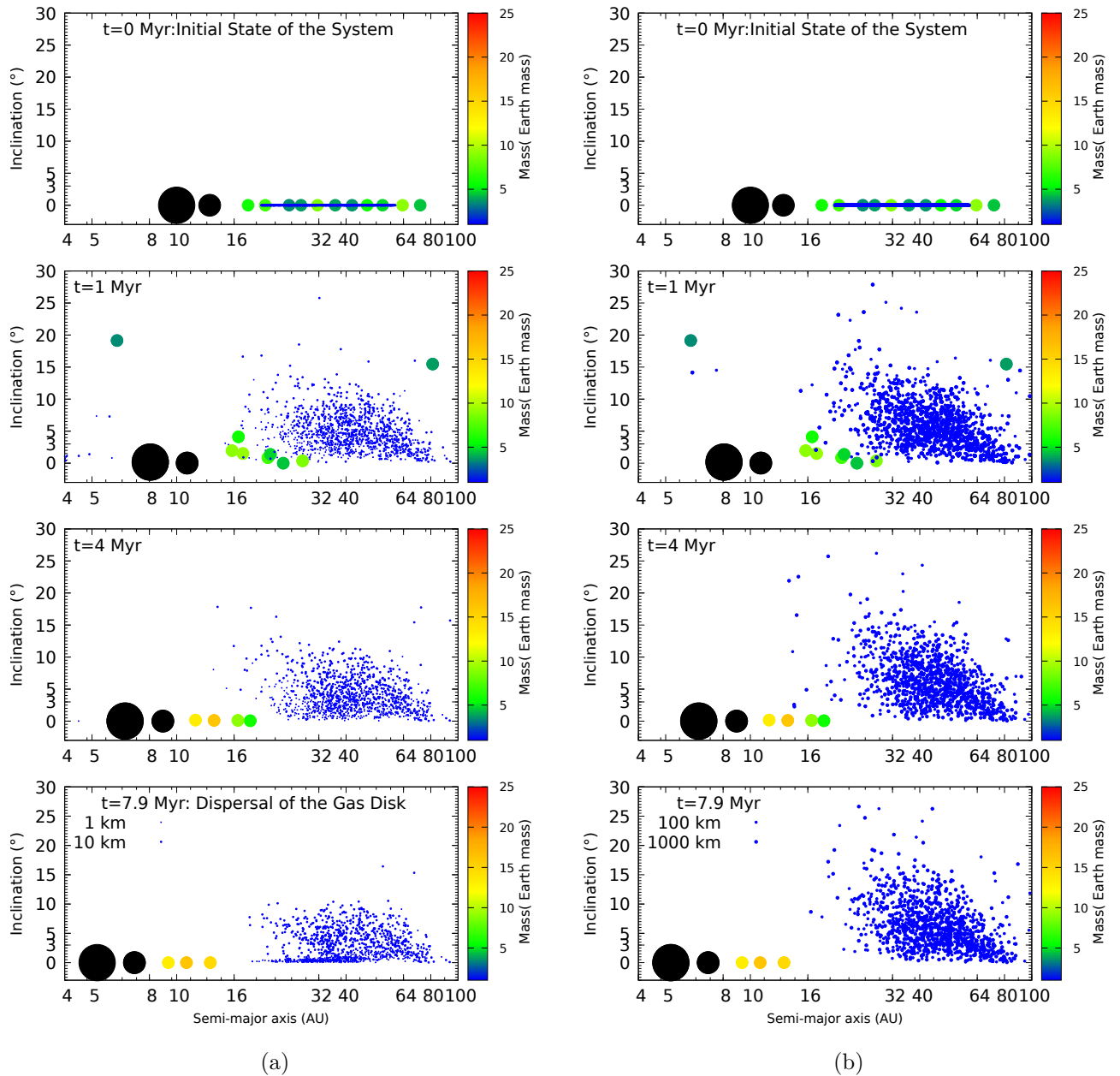


Figura 4.16 - O mesmo que a Figura 4.10, mas para simulação **Jup\_10AU\_in** (na tabela 4.1).

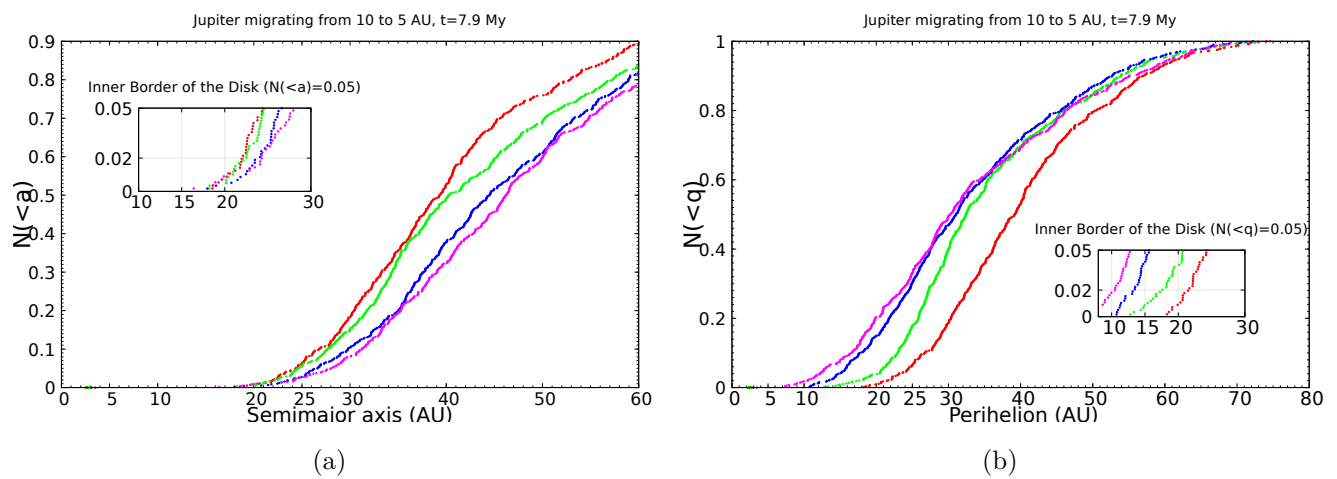


Figura 4.17 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_15AU\_in** (na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido a migrar internamente de 15 para 5 ua. A duração total da simulação é 11 milhões de anos.

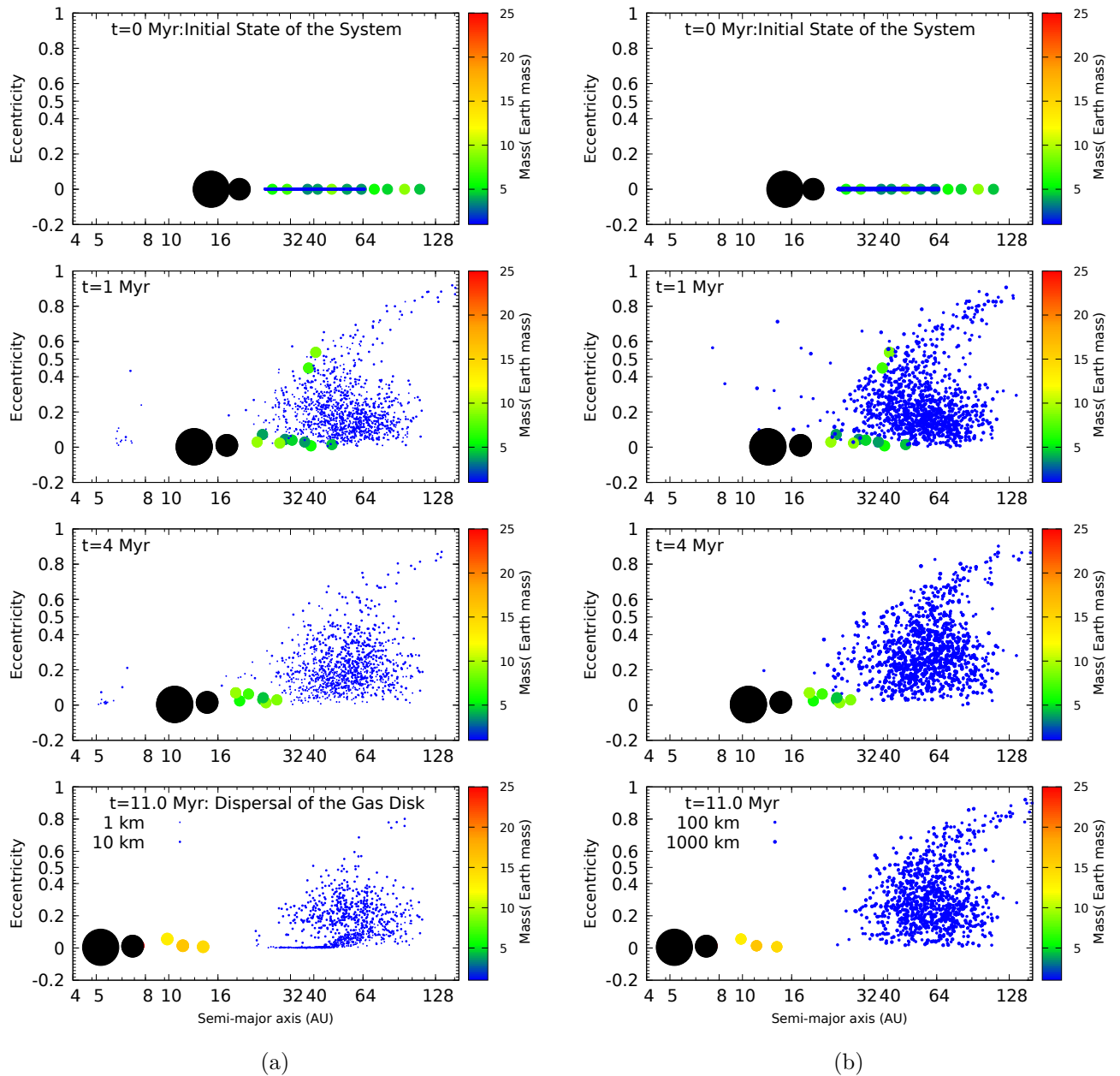


Figura 4.18 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_15AU\_in** (na tabela 4.1) onde Júpiter é assumido a migrar internamente de 15 para 5 ua. A duração total da simulação é 11 milhões de anos.

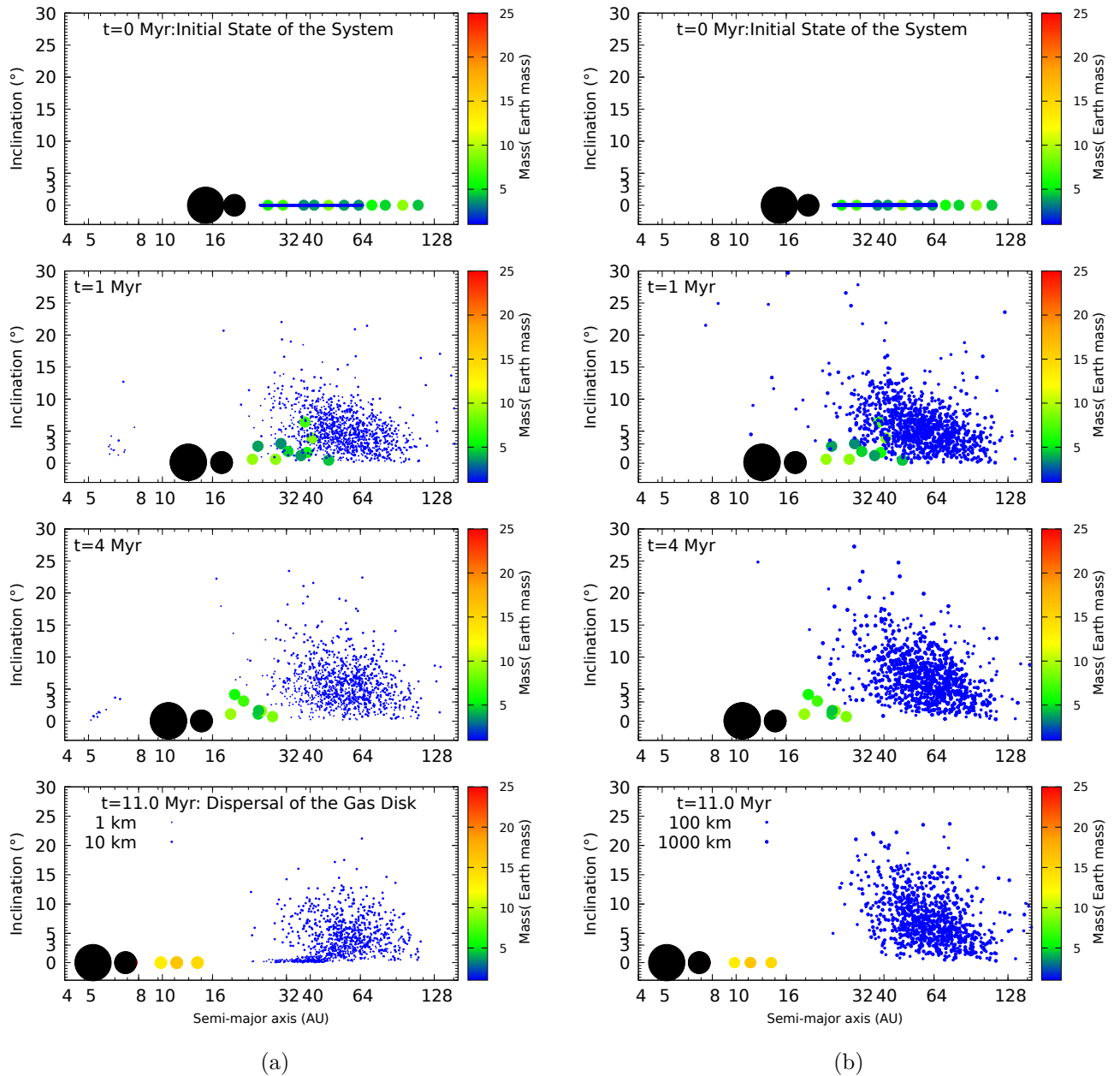
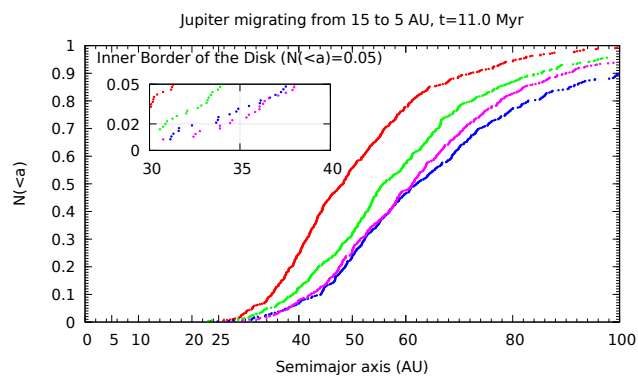
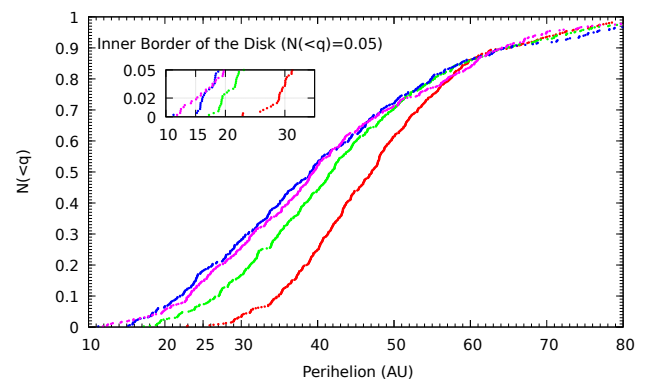


Figura 4.19 - O mesmo que a Figura 4.10, mas para a simulação **Jup\_15AU\_in** (veja na tabela 4.1).



(a)



(b)

Figura 4.20 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_20AU\_in** (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 20 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 14.9 milhões de anos.

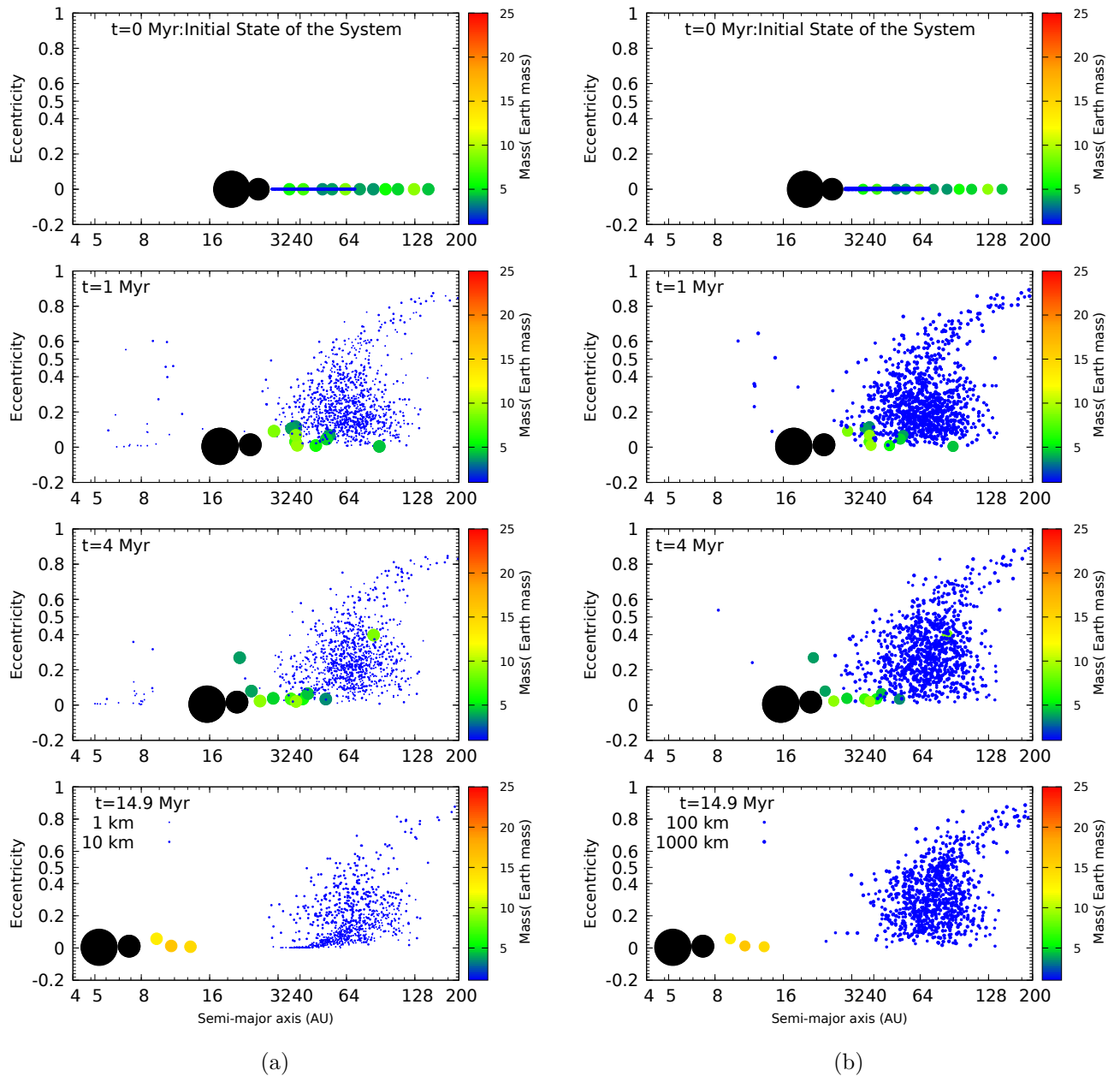


Figura 4.21 - O mesmo que a Figura 4.8, mas para a simulação **Jup\_20AU\_in** (veja tabela 4.1) onde Júpiter é assumido migrar de 20 para 5 unidades astronômicas. A duração total da simulação é 14.9 milhões de anos.

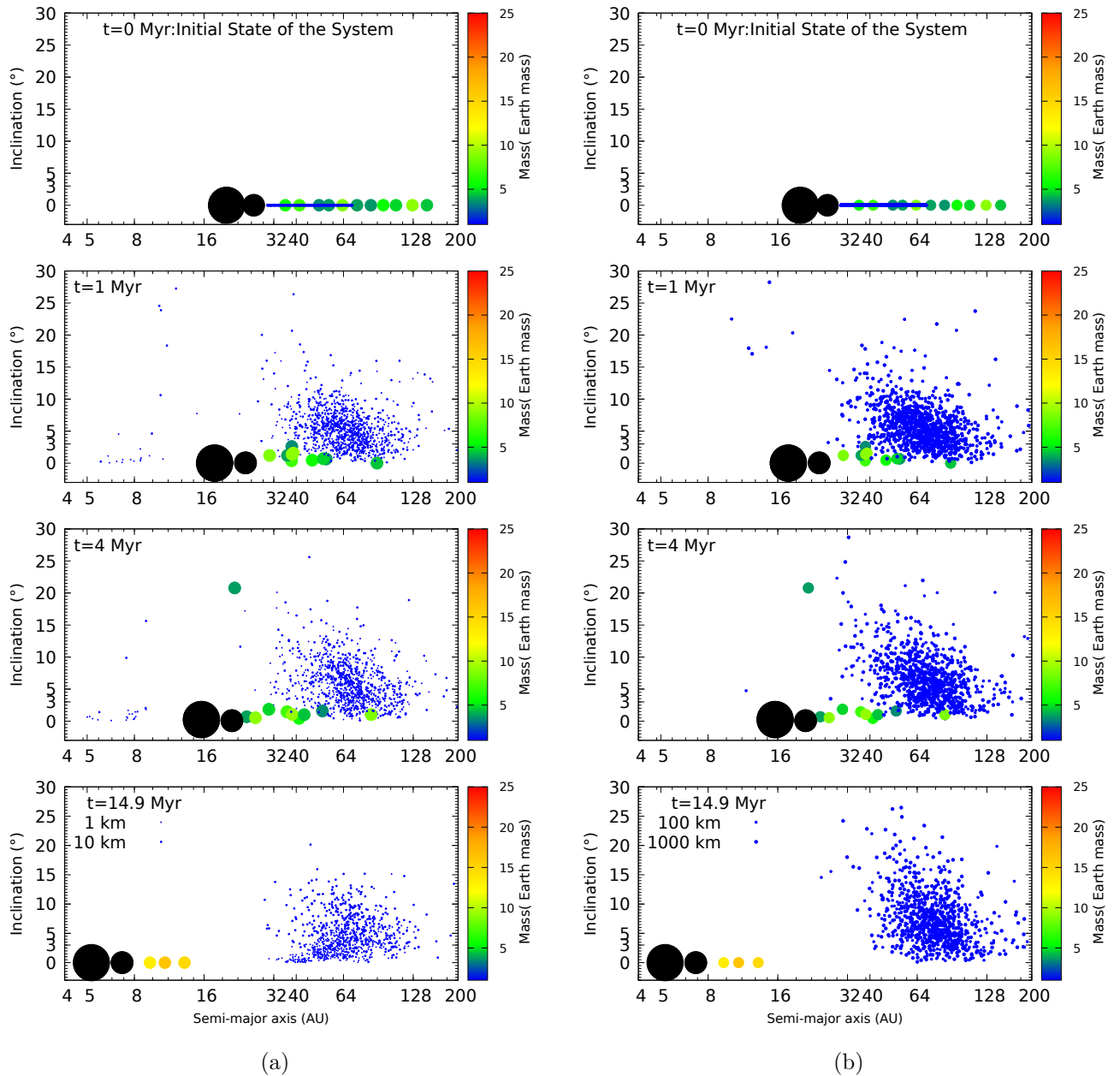
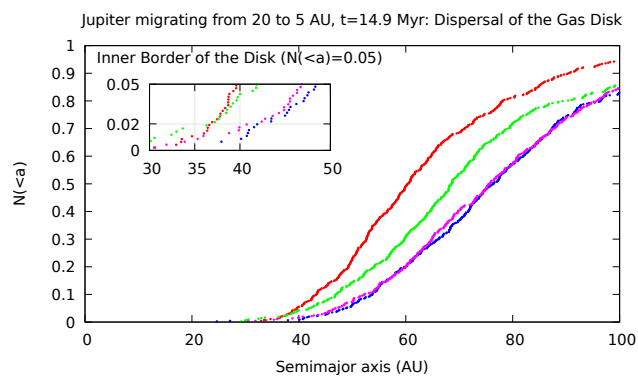
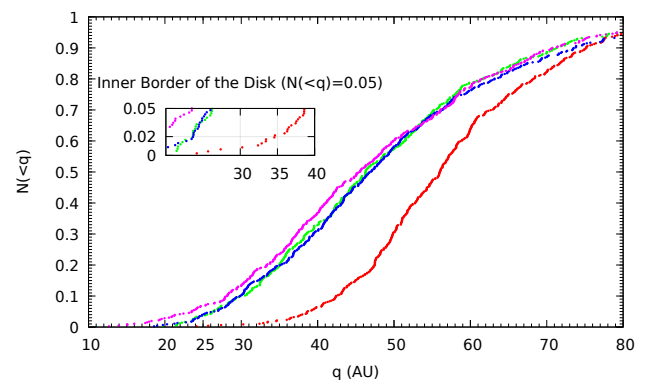


Figura 4.22 - O mesmo que a Figura 4.10, mas para a simulação **Jup\_20AU\_in** (veja na tabela 4.1).



(a)

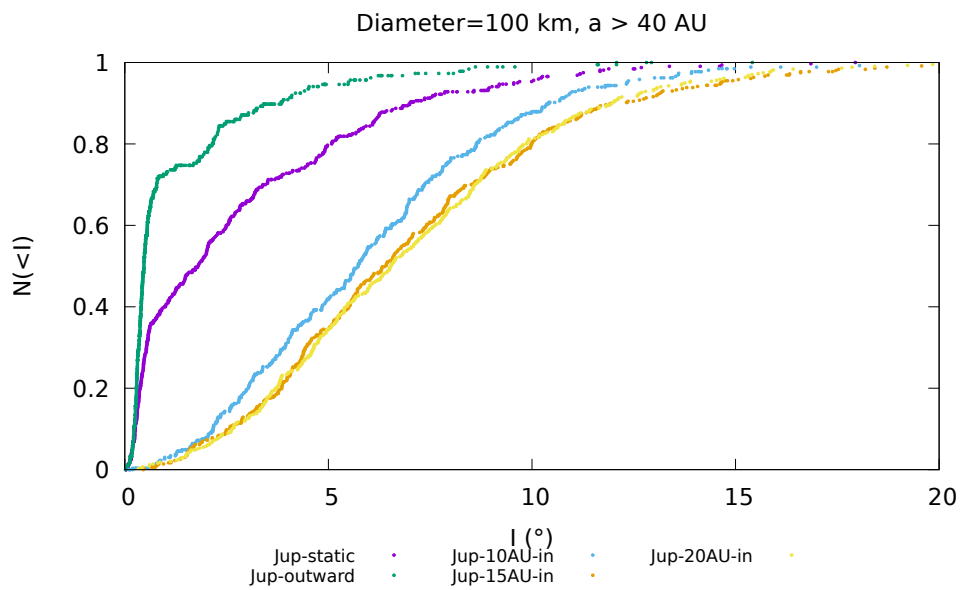


(b)

### 4.2.3 Quais discos de planetesimais são consistentes com o cinturão de Kuiper primordial?

A população do cinturão de Kuiper fria é muito baixa em excentricidade e inclinação e é notavelmente confinada em 4 graus a partir do plano invariante (Veja mais detalhes no Capítulo 5). Nós podemos usar este vínculo em nosso disco de planetesimais, porque não é claro o mecanismo para amortecer as excentricidades e inclinações dos planetesimais após a dissipação do disco de gás. A Figura 4.23 mostra as distribuições cumulativas de inclinação para planetesimais com 100 km de diâmetro em todos os nossos discos de planetesimais. Os discos de planetesimais em que Júpiter migrou de 10 ua e mais além tem uma tendência a deixar a população local 40 – 50 ua muito excitada em comparação ao cinturão de Kuiper frio. Por exemplo, a simulação com Júpiter migrando a partir de 10 ua, a dispersão final de inclinação nesta mesma região é de 10 graus (para objetos com 100 km de diâmetro) (curva azul na Figura 4.23). A razão disso é que os embriões planetários precursores de Urano e Netuno estão localizados além da órbita de Júpiter e Saturno e então se Júpiter é originalmente além de 10 ua, alguns dos embriões planetários são inicialmente residentes na região do cinturão de Kuiper. Os embriões migram além da sua original localização, mas fazendo isso, eles agitam a população local de planetesimais. O arrasto gasoso é fraco para objetos de 100 km em tamanho ou maiores, e então esta excitação permanece mesmo durante a ação do disco de gás. Portanto, essas inclinações são um contraste perante as pequenas inclinações observadas na população do cinturão frio de Kuiper. Nós notamos que as simulações com Júpiter ou em órbita fixa, ou a migração externa de Júpiter, fornecem uma excitação de inclinação na região entre 40 – 50 ( curvas em roxo e em verde na Figura 4.23) que não excede a excitação de inclinações do cinturão frio de Kuiper.

Figura 4.23 - Distribuição cumulativa de inclinação ( $N(< I)$ ) dos planetesimais com diâmetro de 100 km presentes na população fria local do cinturão de Kuiper, 40 – 50 ua, no final das nossas cinco simulações (**Jup\_static**, **Jup\_outward**, **Jup\_10AU\_in**, **Jup\_15AU\_in** e **Jup\_20AU\_in**). Note que os casos com Júpiter migrando de 10 ou mais além tem uma dispersão de inclinação de 10 graus. Enquanto, os outros casos tem uma inclinação final menor que 5 graus.



### 4.3 Vinculando o tempo de instabilidade dos planetas gigantes

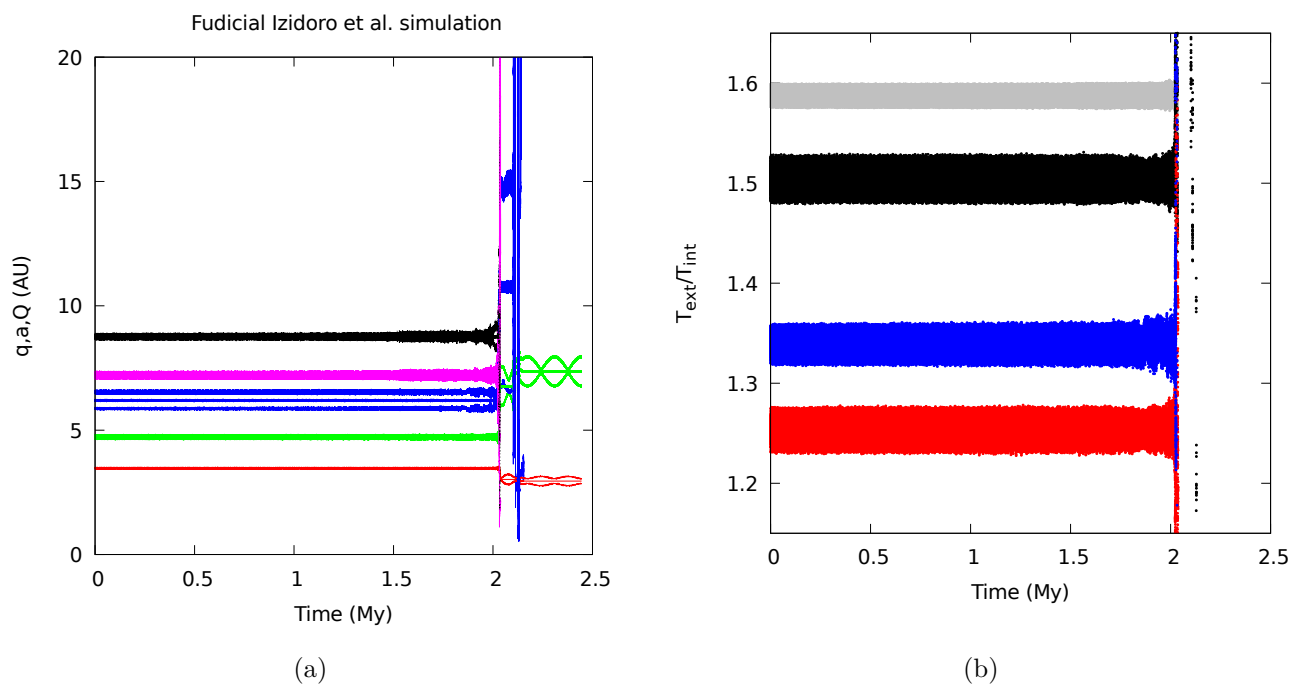
Na segunda parte deste trabalho, nós agora vamos nos dirigir a encontrar o tempo de instabilidade dos planetas gigantes. Por razões estatísticas, nós fazemos o uso de todas as simulações de Izidoro et al. (2015a) que produziram bons resultados para o Sistema Solar externo, ou seja, as simulações formaram pelo menos dois gigantes de gelo com massas iguais a de gigantes de gelo. Isto constitui uma grande e suficiente amostra para fazer uma análise estatística. Nós primeiro testamos a estabilidade dos sistemas de planetas gigantes sem a presença de nenhum disco de planetesimais para testar as instabilidades iniciadas pelos próprios planetas (Subseção 4.3.1). Depois, nós testamos a estabilidade dos mesmos sistemas planetários mas agora incluindo os discos de planetesimais produzidos em nossas simulações anteriores (veja na Subseção 4.3.2). Aqui nós definimos o tempo zero como final da fase de gás, i.e. no final das simulações apresentadas na Seção 4.2.2. Nós medimos o tempo da instabilidade dos planetas gigantes relativamente a este tempo. A instabilidade é definida ao iniciar a fase de encontros próximos entre os planetas. Ela acontece quando os planetas gigantes quebram as suas cadeias de ressonâncias.

#### 4.3.1 Instabilidade iniciadas pelos próprios planetas

Izidoro et al. (2015a) não testaram se seus sistemas finais de planetas gigantes permaneceram estáveis, depois da fase do disco de gás. Muito destes sistemas se tornaram instáveis muito rapidamente. Como por exemplo, o único sistema planetário que nós utilizamos, para gerar as estruturas dinâmicas do disco de planetesimais, é instável em alguns poucos milhões de anos (veja na Figura 4.24). Nesta simulação não consideramos os discos de planetesimais. Como predito em Morbidelli et al. (2007b), o sistemas planetários formados nas simulações de Izidoro et al (2015) estão presos em uma cadeia de ressonância de movimento médio. Mais especificamente, no final da simulação, Júpiter e Saturno estão na ressonância de movimento médio 3:2, Saturno e o gigante de gelo mais interno (Ice1) também está preso na ressonância de movimento médio 3:2, o Ice1 e o planeta mais excêntrico (Ice2) estão em 4:3 e o gigante de gelo mais externo (Ice3) e o Ice2 estão em 5:4. Note que na Figura 4.24 (b), a instabilidade planetária acontece quando a razão entre os períodos não é mais constante. Portanto, nós consideramos uma instabilidade quando há um quebra na cadeia de ressonâncias de movimento médio de cada par de planetas. Este é o nosso critério para medir o tempo de instabilidade sem e com o disco de planetesimais.

A instabilidade planetária mostrada na Figura 4.24 é curta. A razão para uma tão curta instabilidade é que os planetas gigantes estão muito excêntricos para uma

Figura 4.24 - Painel (a) mostra a evolução do periélio, semieixo maior, afélio de Júpiter (curva em vermelho), Saturno (curva em verde) e os gigantes de gelo (curvas em azul, rosa e cinza). Este resultado não contém nenhum disco de planetesimais. Portanto, os encontros próximos entre os planetas e as perturbações geram a instabilidade em 2 milhões de anos. Painel (b) mostra a evolução da razão do período de car par de planetas.



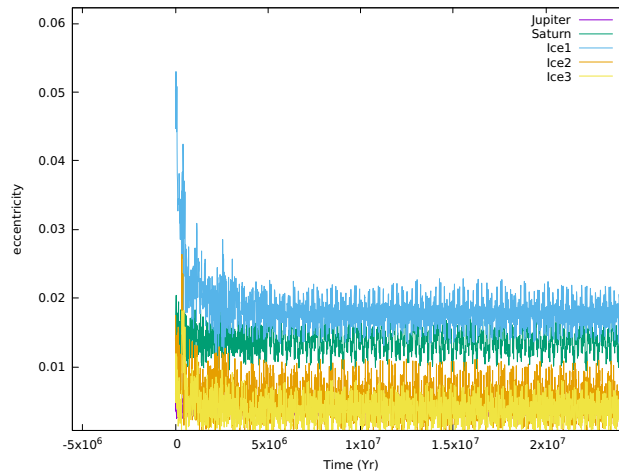
estabilidade de longo prazo. A excentricidade de equilíbrio, dentro de uma configuração ressonante e produzida pela migração tipo I, é proporcional ao aspecto do disco  $h$ . Nas simulações de Izidoro et al. (2015) o gás foi assumido muito grosso, levando a excentricidades maiores para os planetas gigantes quando o gás se dissipa. Nós podemos mostrar este efeito alterando o aspecto do disco de gás. Para isso, nós realizamos uma nova simulação da evolução dos planetas gigantes por 5 milhões de anos, onde nós aplicamos a mesma migração e forma de amortecimento da migração tipo I de Izidoro et al. (2015a). No entanto, nós utilizamos  $h = 3\%$  ao invés de  $5\%$  em  $5 \text{ ua}^2$ .

Um outra coisa importante é que estas mudanças não prejudicam a geração da configuração planetária dos gigantes de gelo de Izidoro et al. (2015). Porque as ex-

<sup>2</sup> Note que nós refizemos as simulações dos gigantes de gelo com  $h/R = 0.03$  com o objetivo de mostrar que é possível obter um sistema estável. Para isso é preciso apenas modificar um pouco as propriedades do gás. Mas a ideia de que os planetas podem eles mesmos gerar a instabilidade, sem nenhum disco de planetesimais, também é possível para o nosso Sistema Solar

centricidades de equilíbrio dependem de  $h^2$  e não da densidade superficial do gás  $\Sigma$ . Na Figura 4.25, nós mostramos a evolução das excentricidades dos planetas gigantes durante esta simulação. A excentricidade do Ice1 evolui de 5% para 2%, como esperado pela redução de  $h$ . Com este procedimento, nós podemos obter menores excentricidades que os obtidos na simulação de Izidoro et al. (2015a). Este mesmo resultado poderia ser obtido se Izidoro et al. (2015) colocasse um disco mais fino.

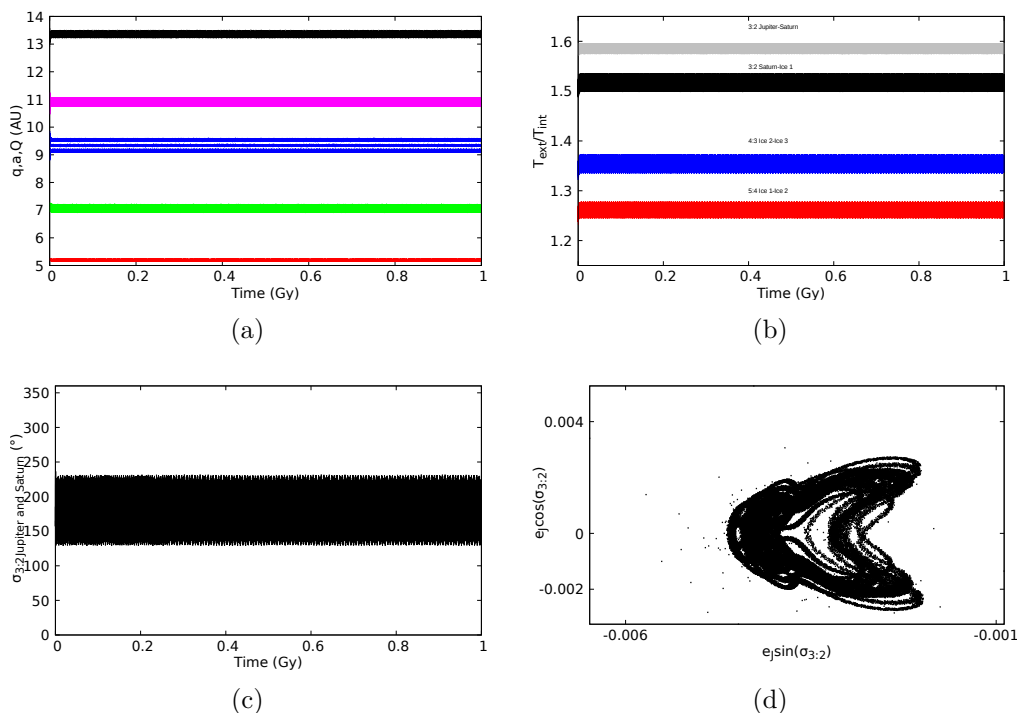
Figura 4.25 - A evolução nas excentricidades dos planetas gigantes durante um amortecimento em excentricidades. Note que o amortecimento reduz a excentricidade do Ice1 (curva em azul) por um fator de  $\sim (3/5)^2$ . Este fator corresponde ao quadrado do aspecto do disco de gás que nós assumimos na simulação.



Após a aplicação deste amortecimento em excentricidade, o novo sistema é estável por pelo menos 1 bilhão de anos (Figura 4.26). Mais uma vez, não há disco nestas simulações. Estes sistemas estáveis são bons candidatos para que o disco quebre a instabilidade. Além disso, eles são preferíveis para uma instabilidade compatível com LHB e nas próximas seções nós vamos medir o tempo de instabilidade destes sistemas com o disco de planetesimais.

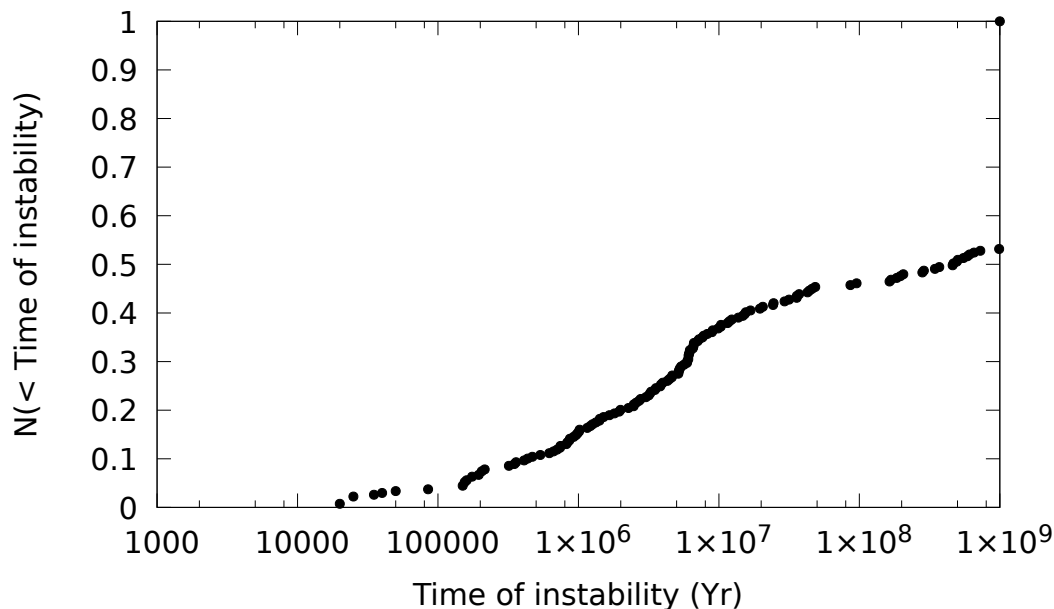
Na Figura 4.26 (a), nós mostramos a evolução do periélio, do semi eixo maior e do afélio dos planetas gigantes durante 1 bilhão de anos. Na Figura 4.26 (b), nós mostramos a evolução da taxa de período entre dois planetas vizinhos,  $T_{ext}$  sendo o período externo do planeta daquele par e  $T_{int}$  o período do planeta interno do mesmo par. Nós também mostramos o ângulo ressonante  $\sigma_{3:2}$  da ressonância de movimento médio entre Júpiter e Saturno 3:2, que exibe pequenas librações em torno de 180 graus (painéis inferiores das Figuras 4.26 (c) e (d)).

Figura 4.26 - A evolução dos planetas gigantes depois da fase de gás sem nenhuma influência do disco de planetesimais. O Painel (a) mostra a evolução do periélio ( $q$ ), do semieixo maior ( $a$ ) e do afélio  $Q$  de Júpiter (curva em vermelho), Saturno (curva em verde), Ice1 (curva em azul), Ice2 (curva em rosa) e Ice3 (curva em preto) durante 1 bilhão de anos. Painel (b): a razão de períodos entre dois pares consecutivos de planetas. Painel (c) : mostra a evolução do ângulo ressonante 3:2 MMR de Júpiter e Saturno durante 1 bilhão de anos. A mesma evolução de Júpiter e Saturno no espaço  $h = e_J \cos(\sigma_{3:2})$ ,  $k = e_J \sin(\sigma_{3:2})$  space.



Nós estatisticamente estudamos a estabilidade de 27 sistemas planetários produzidos nas simulações de Izidoro et al. (2015a). Cada um desses sistemas contém ao menos dois planetas gigantes de gelo, com uma massa similar a Urano e Netuno, e muitos contém um ou mais planetas adicionais (com massa de um gigante de gelo ou menor). Para cada um desses sistemas, nós escalamos o semieixo maior de todos os planetas com Júpiter em 5 ua (veja na seção 4.2.1.2). Então, nós integramos cada sistema até 1 bilhão de anos para determinar se os sistemas permaneceram estáveis ou evoluíram para uma estabilidade iniciada pelos próprios planetas. Nossas condições iniciais foram os elementos órbitas dos planetas no final da fase do disco de gás. Desde que as instabilidades são tão sensíveis às condições iniciais, nós realizamos 10 simulações de cada sistema para gerar uma distribuição de resultados. Para cada simulação nós fizemos pequenas mudanças nas condições iniciais dos planetas: poucos graus dos ângulos orbitais dos planetas incluindo as inclinações mútuas. Nós integramos cada

Figura 4.27 - O painel mostra a distribuição cumulativa do tempo de instabilidade calculada durante nossas simulações após a dispersão do gás sem a presença de um disco de planetesimais.

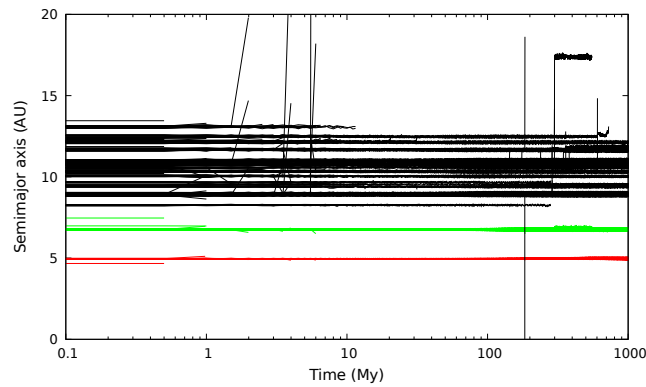


sistema por 1 bilhão de anos usando um passo de tempo de 0.5 anos. A Figura 4.27 mostra os resultados dessas simulações. Alguns sistemas foram instáveis muito rapidamente e outros permaneceram estáveis por 1 bilhão de anos. Apenas um pouco abaixo da metade dos sistemas (48%) permaneceram estáveis por 1 bilhão de anos. A vasta maioria ( $\sim 80\%$ ) dos sistemas instáveis dentro de 10 milhões a maioria deles a instabilidade dos planetas gigantes aconteceram entre 1 e 10 milhões de anos.

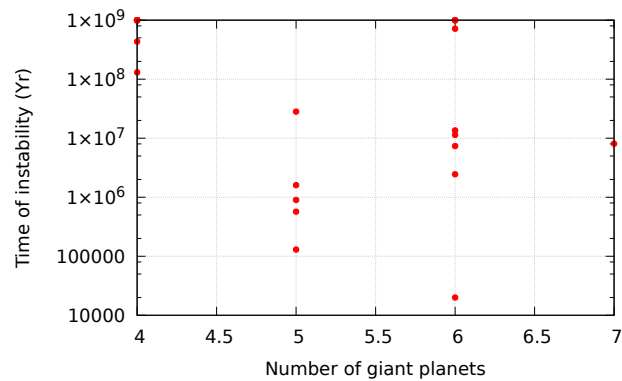
Uma compilação da evolução do semieixo maior de todos os sistemas planetários é exibida na Figura 4.28 (a). As ramificações nas curvas de semieixo maior representam os saltos dos planetas gigantes nas instabilidade planetárias. Fora das ramificações, representa os sistemas planetários que ficavam estáveis. Nós também exibimos na Figura 4.28 (b) o tempo de instabilidade em função do número de planetas que nós utilizamos. Nós notamos que os sistemas planetários estáveis por 1 bilhão de anos tem inicialmente 4 e 6 planetas. Os sistemas planetários com 6 planetas são interessantes porque eles representam sistemas com planetas gigantes co-orbitais. Os casos com 5 e 7 planetas não são estáveis por tanto tempo. Apesar, de que isto pareça indicar uma relação direta, isto na verdade depende das características do aspecto do disco de gás. Com nós vimos, um disco não tão fino quanto o usado por Izidoro et al. (2015) pode fazer com que todos estes sistemas sejam estáveis.

No modelo de Nice, nós sabemos que os modelos recentes apontam para 5 planetas. No entanto, o sistema com 4 planetas não estão completamente descartáveis. Os nossos sistemas com 4 planetas são estáveis o suficiente para que possa existir uma instabilidade na época do LHB. A presença de um disco de planetesimais pode ter um significativo efeito na estabilidade dos sistemas de planetas gigantes, em particular quando a massa do planeta mais externo é comparável com a massa do disco (Raymond et al., 2010). Então, na próxima seção (§4.3.2), nós testamos como a estabilidade dos planetas gigantes mudam quando nós incluímos o disco de planetesimais que nós encontramos na seção 4.2.2.

Figura 4.28 - Painel (a): Uma compilação da evolução em semieixo maior de todos os sistemas planetários que nós simulamos. Não há influência do disco de planetesimais nestas simulações. Júpiter e Saturno estão representados em curvas em vermelho e verde, respectivamente. Os planetas gigantes de gelo estão representados em curvas em preto. Painel (b): O tempo de instabilidade em função do número inicial de planetas.



(a)



(b)

### 4.3.2 Instabilidades dirigidas por planetesimais

Nós agora mostramos as simulações para determinar o tempo de instabilidade provocado pela interação com o disco de planetesimais, fazendo o uso dos discos de planetesimais produzidos na Seção 4.2.2. As simulações apresentadas na Seção 4.2.2 trataram os planetesimais como partículas testes. Nós adotamos 4 tamanhos de planetesimais para calcular os efeitos do arrasto de gás na distribuição final orbital dessas partículas. Agora, se nós queremos investigar os efeitos do disco de planetesimais nos planetas, nós precisamos combinar a distribuição orbital dessas 4 categorias de partículas e colocar massas a elas. Nós explicamos como fazemos isso na subseção 4.3.2.1 abaixo.

#### 4.3.2.1 Massa dos discos de planetesimais

A massa total do disco de planetesimais primordial é esperada ser de 20 massas da Terra (Nesvorný; Morbidelli, 2012; Nesvorný; Vokrouhlický, 2016). Sua distribuição original de tamanhos foi reconstruída por Nesvorný e Vokrouhlický (2016) usando muitos vínculos. O primeiro vínculo é que a migração de Netuno deveria ter sido granular (Veja no Capítulo 5 para mais detalhes) para explicar porque a fração da população do cinturão de Kuiper em ressonâncias é relativamente pequena. Esta migração granular requer encontros próximos de Netuno com planetesimais pertencentes às classes de Plutão. Então, Nesvorný e Vokrouhlický (2016) argumentou que o disco de planetesimais continha entre 1000 – 4000 objetos do tamanho de Plutão. Para os tamanhos intermediários ( $10 < D < 500$  km) Nesvorný e Vokrouhlický (2016) adotou a distribuição de tamanhos das observações do cinturão de Kuiper e dos troianos de Júpiter estimadas por Fraser et al. (2014). Esta distribuição tem um joelho em  $D \sim 100$  km. Outros vínculos vem da distribuição de tamanhos de cometas e o requerimento que a massa do disco é finita. Em resumo, o modelo da distribuição cumulativa  $N(> D)$  de Nesvorný e Vokrouhlický (2016) é uma lei de potência do tipo:

$$N(> D) \propto D^{-q}, \quad (4.9)$$

com  $q = 1$  para  $D > 500$  km,  $q = 5$  para  $100 < D < 500$ km,  $q = 2$  para  $10 < D < 100$ km,  $q = 3$  para  $1 < D < 10$ km e  $q = 2$  para  $D < 1$  km. Sejam  $N(> 1000\text{km})$ ,  $N(> 500\text{km})$ ,  $N(> 100\text{km})$ ,  $N(> 10\text{km})$ ,  $N(> 1\text{km})$  e  $N(> 0.1\text{km})$  o número de objetos com diâmetro maiores que 1000, 500, 100, 1 e 0.1 km respectivamente. O número de objetos com diâmetro maiores que 500 km foram impostos por nós como uma constante a ser determinada pela a massa total do disco de planetesimais (cerca de 24 massas da Terra). Com isso, nós podemos utilizar a distribuição cumulativa

da Equação 4.9 para relacionar estas quantidades:

$$N(> 500km) = N(> 1000km) \left( \frac{1000km}{500km} \right)^q, q = 1 \quad (4.10)$$

$$N(> 100km) = N(> 500km) \left( \frac{500km}{100km} \right)^q, q = 5, \quad (4.11)$$

$$N(> 10km) = N(> 100km) \left( \frac{100km}{10km} \right)^q, q = 2, \quad (4.12)$$

$$N(> 1km) = N(> 10km) \left( \frac{10km}{1km} \right)^q, q = 3, \quad (4.13)$$

$$N(> 0.1km) = N(> 1km) \left( \frac{1km}{0.1km} \right)^q, q = 2. \quad (4.14)$$

Nós podemos utilizar estas quantidades para encontrar a constante de proporcionalidade ( $\gamma$ ) da diferencial da Equação 4.9 definida como:

$$dN(> D) = \gamma D^{-q-1} dD, \quad (4.15)$$

Nós podemos encontrar a constante de proporcionalidade para cada região definida entre os diâmetros maiores que  $D_1$  e  $D_2$ : calculando a integral:

$$N(> D_1) - N(> D_2) = \int_{D_1}^{D_2} \gamma D^{-q-1} dD. \quad (4.16)$$

Em especial para a região de objetos de diâmetros maiores que 500 km, nós temos que considerar que  $N_0$  representa todos os objetos maiores que 500 km. E este valor será encontrado em função da massa total do disco de planetesimais.

$$N_0 = N(> 500km) = \int_{500}^{+\infty} \gamma_0 D^{-q-1} dD, q = 1 \quad (4.17)$$

Resolvendo esta integral nós temos:

$$\gamma_0 = 500N_0 \quad (4.18)$$

Nós podemos calcular as outras constantes de proporcionalidades, como por exemplo da região entre 100 e 500 km, com  $q = 5$ , nós temos:

$$N(> 100) - N(> 500) = \int_{100}^{500} \gamma_1 D^{-q-1} dD. \quad (4.19)$$

Nós podemos então calcular a massa  $M$  contida nas regiões de partículas com tamanhos maiores que  $D_1$  e  $D_2$ . Os planetesimais aqui são corpos esféricos que tem uma densidade volumétrica uniforme ( $\rho$ ), portanto:

$$M = \int_{D_1}^{D_2} \frac{4}{3} \pi \rho \left(\frac{D}{2}\right)^3 dN(> D) = \int_{D_1}^{D_2} \frac{4}{3} \pi \rho \left(\frac{D}{2}\right)^3 \gamma D^{-q-1} dD = \int_{D_1}^{D_2} \frac{4}{3} \pi \rho \left(\frac{1}{2}\right)^3 \gamma D^{-q+2} dD. \quad (4.20)$$

Nós assumimos que nossas partículas testes com  $D = 1,000$  km representa todos os planetesimais com tamanhos maiores que 500 km. As partículas cuja a distribuição foi calculada assumindo  $D = 100$  km representa os planetesimais entre 30 e 500 km, aquelas com os quais os diâmetros têm  $D = 10$  km representam os planetesimais entre 3 e 30 km e aquelas com  $D = 1$  km representam partículas com  $D < 3$  km. Definindo  $N_o$  o número de planetesimais com  $D > 500$  km, a distribuição de tamanhos reportada acima define o número de planetesimais em cada intervalo de tamanho. A distribuição cumulativa é então convertida em uma distribuição incremental e a massa total é calculada assumindo uma densidade de  $3 \text{ g/cm}^3$ . Com este procedimento, a massa que nós encontramos é proporcional a  $N_o$ , o número de planetesimais maiores que 500 km. Portanto, a soma total do disco é a soma das massas  $M$  (Eq. 4.20) para todas as regiões com diâmetros que nós consideramos. O valor de  $N_o$  é então encontrado utilizando uma massa total de 24 massas da Terra para o disco. Os números resultantes para  $N_o$ ,  $N(> 100\text{km})$ ,  $N(> 10\text{km})$  and  $N(> 1\text{km})$  são: 6200,  $1.5872 \times 10^7$ ,  $1.5872 \times 10^9$ ,  $1.5872 \times 10^{12}$ , em bom argumento com a Fig. 15 de Nesvorný e Vokrouhlický (2016).

O número total de partículas que nós temos em cada tamanho no final da simulações mostradas nas seções anteriores é claro muito menor que o número real de planetesimais no disco. Em um dos casos por exemplo, nós temos 564, 605, 629, 637 partículas com diâmetro de 1000, 100, 10 e 1 km respectivamente. Então, nós criamos super-partículas, com a massa igual a massa total que consideramos no nosso intervalo de tamanho, dividida pelo número de partículas que sobreviveram no final das nossas simulações. Com a massa do disco de planetesimais em nossas mãos, o próximo passo é realizar as simulações da evolução do sistema planetário sobre os efeitos dos diferentes discos de planetesimais apresentados na Seção 4.2.2.

No entanto, para uma transição suave das simulações realizadas anteriormente (o procedimento dos planetas e das partículas testes) nós crescemos as massas das partículas de 0 para suas finais massas ( $M_f$ ) através da função:

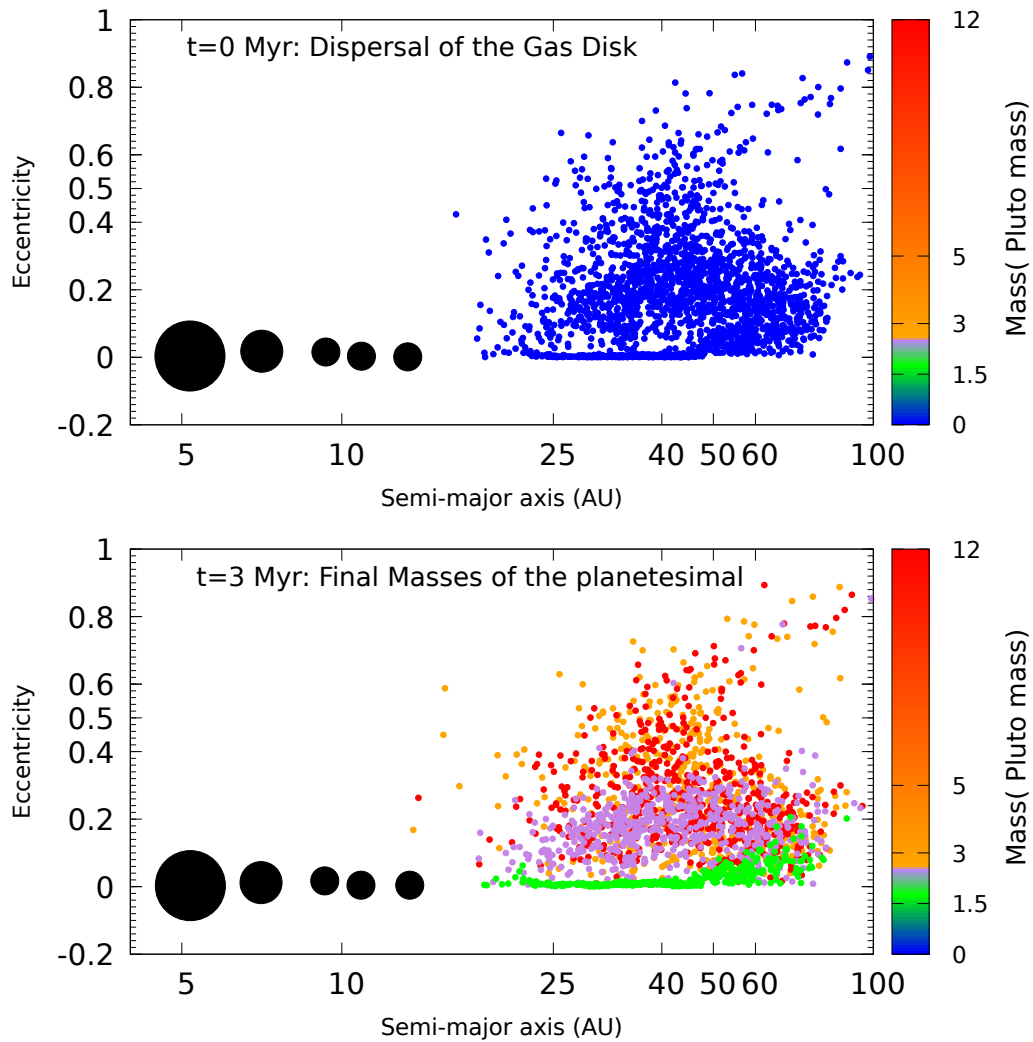
$$M(t) = M_f(1 - \exp(-t/3My)). \quad (4.21)$$

Desta maneira, os planetesimais estão crescendo suas massas lentamente e suavemente até alcançar a massa final das super-partículas depois de 3 milhões de anos de simulação. Este procedimento foi realizado para evitar qualquer transição abrupta de um disco sem massa para um disco massivo que poderia causar instabilidades artificiais. Na Figura 4.29, nós mostramos dois retratos de uma das nossas simulações (aquela em que o estado final foi gerado pela migração interna de Júpiter de 10 para 5 unidades astronômicas) onde os planetas interagem com o disco de planetesimais. A caixa de cores representa as massas das super partículas em massas de Plutão. No tempo de 3 milhões de anos as partículas atingem suas massas finais (Fig. 4.29 b). Observe que a maioria das massivas super-partículas (em vermelho) correspondem às partículas testes com diâmetros de 100 km. Isto acontece porque a maioria da massa na distribuição de Nesvorný e Vokrouhlický (2016) cai no regime de  $30 < D < 500$  km, aquela representada pelas nossas partículas de 100 km de diâmetro. O grupo de partículas mais dinamicamente excitado (laranja) corresponde às partículas com 3 massas de Plutão e diâmetro de 1000 km. As partículas em verde corresponde às partículas com diâmetro de 1 km, e foram fortemente amortecidas pelo arrasto gasoso durante a fase de migração e formação planetária. As partículas em preto representam as super-partículas com 10 km de diâmetros com ao redor de 2.4 massas de Plutão.

Pela razão das nossas partículas sejam bastante massivas (muitas unidades da massa de Plutão), quando elas encontram os planetas elas podem forçar os últimos a ter grandes saltos em semieixo maior, a favor de uma rápida instabilidade. Por esta razão, seguindo Gomes et al. (2005) quando as super-partículas chegam próximo suficiente da órbita de Netuno (isto é, suas distâncias de periélio está dentro de 2.85 raios de Hill a partir da distância do afélio), as super-partículas são clonadas 18, 30 e 150 vezes dependendo do tamanho dessas partículas. Os clones foram todos criados com as mesmas posições com mudanças bem singelas nas velocidades.

Netuno é definido sempre o gigante de gelo mais externo em nossos sistemas planetários. Seja  $q_N$  o pericentro de Netuno e  $q_p$  o pericentro de um planetesimal. Seja  $\delta = \frac{5}{30}q_{Netuno}$ , nós clonamos os planetesimais quando  $q_N - q_p \leq \delta$ . Nesta condição,

Figura 4.29 - Duas fotografias das nossas simulações com os planeta gigantes interagindo com o disco de planetesimais, começando do estado final da nossa simulação com Júpiter migrando de 10 para 5 ua (4.14). A barra de cores representa a massa das super-partículas em unidades da massa de Plutão.



um novo planetesimal é criado com pequenos desvios na velocidade da partícula  $v_p$  a ser clonada:

$$v_p = \sqrt{\frac{2G(M_{Sol} + m_p)}{r}}, \quad (4.22)$$

nós então realizamos o cálculo do desvio em velocidade aplicando:

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2G(M_{Sol} + m_p)}{r + r_{max}}}. \quad (4.23)$$

Em que  $r_{max}$  é o raio máximo de variação para a velocidade, nós utilizamos 0.1 ua. Dessa forma, nós clonamos de forma aleatória no espaço das velocidades com valores entre  $(v_i - \Delta_v)$  e  $(v_i + \Delta_v)$  cada componente cartesiana da velocidade  $i$ . As posições foram mantidas fixas. Na Figura 4.30, nós mostramos a produção dos clones em quatro retratos de uma das nossas simulações com o disco de planetesimais. Estes retratos representam o pericentro dos planetas e dos planetesimais em função do semieixo maior. Logo no início da simulação, em  $t=0$  milhões de anos, os planetesimais já estão em contato em pericentro com Netuno e portanto eles são imediatamente clonados. Os clones aparecem aglomerados em torno da linha do pericentro de Netuno (linha em cinza) e em torno das partículas originais. Em 1 e 1.45 milhões de anos (Painel (c) e (d)), os clones estão já espalhados em torno do pericentro dos outros planetas.

Desta maneira, Netuno tem encontros próximos apenas com partículas com massas de 10 por cento a massa de Plutão, evitando saltos artificiais. É importante dizer que este procedimento foi realizado para evitar o máximo a instabilidade precoce, uma vez que Netuno deveria ter sofrido encontros próximos com objetos do tamanho de Plutão. Se nós obtemos uma instabilidade precoce dentro destas condições, ou seja, durante encontros próximos com objetos com apenas 10 por cento da massa de Plutão, a situação só seria pior para instabilidade tardia durante encontros próximos com objetos do tamanho de Plutão.

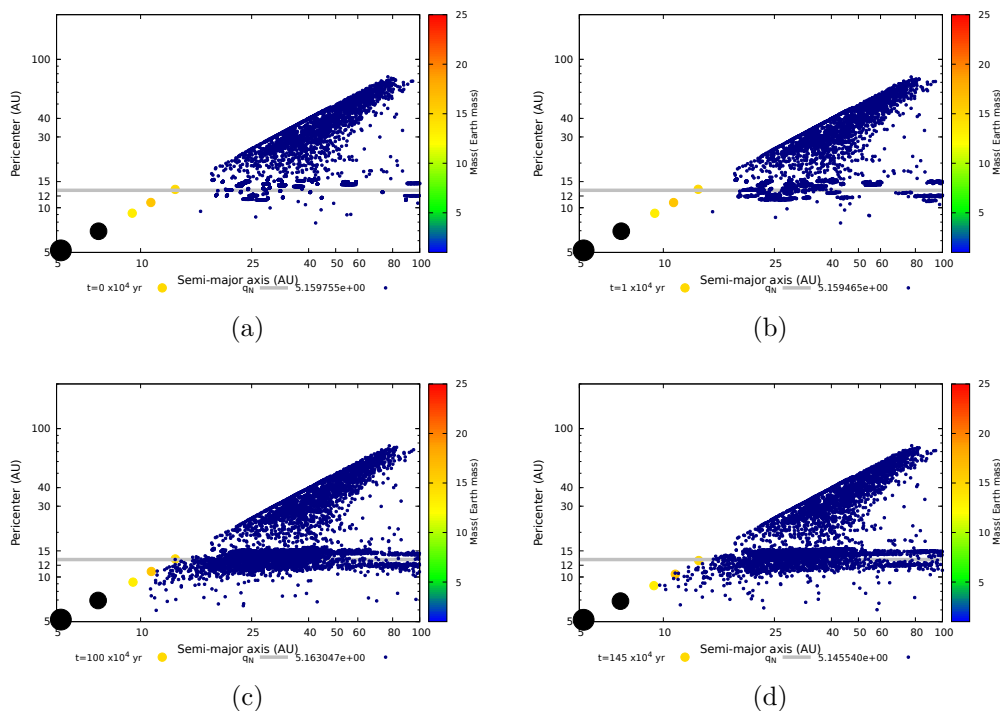
#### 4.3.2.2 Análise estatística para uma instabilidade provocada pelo disco de Planetesimais

Nós estudamos, estatisticamente, a estabilidade dos mesmos 27 sistemas planetários das simulações de Izidoro et al. (2015a) mas agora fazendo o uso dos discos de planetesimais produzidos pelos casos de migração de Júpiter <sup>3</sup>. É importante dizer que nós

---

<sup>3</sup>Nós não realizamos as simulações para o caso **Jup\_20AU\_in** por causa dos recursos computacionais e pelo motivo de ser inconsistente com o cinturão de Kuiper primordial (veja na Seção 4.2.3)

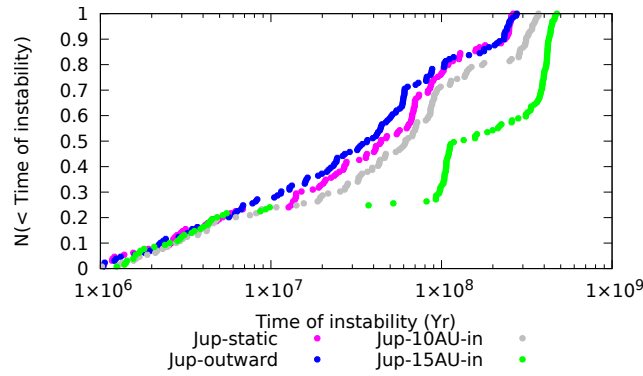
Figura 4.30 - Evolução do pericentro dos planetas e planetesimais em função do semieixo maior. A produção de clones acontece ao redor da linha de pericentro de Netuno (linha em cinza). Painel (a) representa o instante inicial da simulação, painel (b) a evolução em 10 mil anos, painel (c) a evolução em 1 milhão de anos, painel (d) a evolução em 1.45 milhões de anos



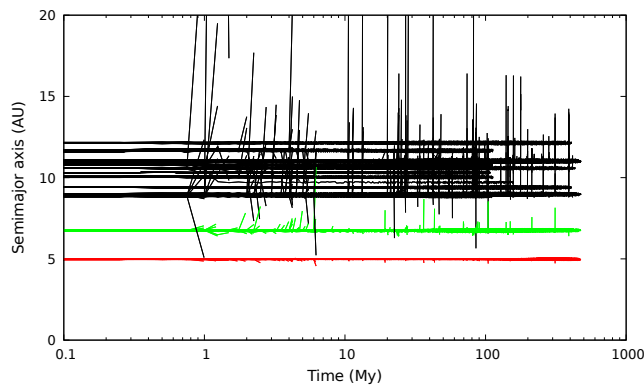
usamos os mesmos discos de planetesimais, a partir de diferentes histórias de migração para Júpiter, para todos os 27 sistemas planetários. No entanto, todos os discos de planetesimais são produzidos a partir de um único caso da formação de Urano e Netuno. Para manter o mesmo semieixo maior relativo ao mais externo gigante de gelo, nós escalamos as órbitas dos planetesimais para cada sistema planetário. Para gerar a distribuição de resultados, nós realizamos 10 simulações para cada um dos 27 casos inicializando os ângulos orbitais dos planetesimais de forma aleatória. Nós realizamos um total de 1080 simulações. O resultado dessas simulações é mostrado na Figura 4.31. Para a comparação com os resultados da Seção 4.3.1 enquanto 48 por cento das simulações sem o disco de planetesimais foram estáveis por 1 bilhão de anos, todas as simulações com o disco foram instáveis dentro de 500 milhões de anos. A escala de tempo mediana da instabilidade da para todos os quatro discos é 135 milhões de anos. A fração de sistemas instáveis em menos de 10 milhões de anos é 25 por cento, enquanto que 60% destes sistemas são instáveis em menos que 70 milhões de anos.

Como nós esperamos, a fração de sistemas estáveis dependem da distância inicial entre Netuno e a borda interna do disco. Por exemplo, no caso com Júpiter em órbita fixa em 5 ua os resultados indicaram uma instabilidade mediana de 44.39 milhões de anos, enquanto no caso onde Júpiter migra de 15 para 5 ua, os resultados indicam uma mais larga separação entre Netuno e a borda interna do disco, resulta em uma instabilidade mediana de 134.70 My.

Figura 4.31 - O painel (a) mostra as distribuições dos tempos de instabilidades para os casos calculados durante nossas simulações após a dispersão do gás usando os discos de planetesimais para os casos **Jup\_static**, **Jup\_outward**, **Jup\_10AU\_in** e **Jup\_15AU\_in**, em rosa, azul, cinza e verde respectivamente. O painel (b) mostra uma compilação da evolução do semieixo maior de todos os sistemas planetários que nós utilizamos.



(a)



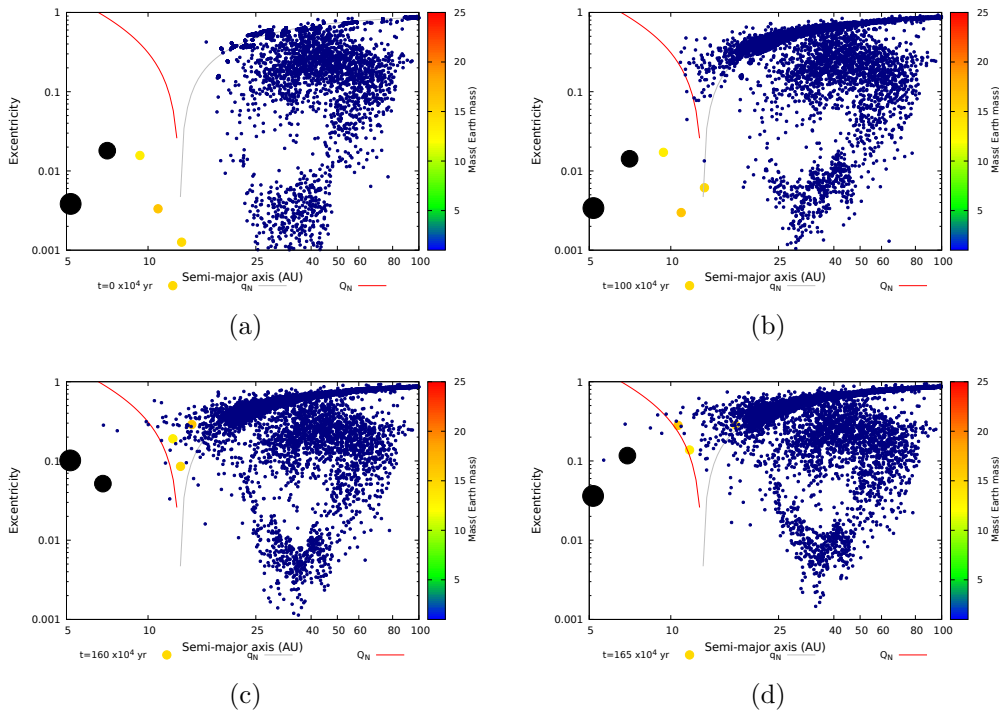
(b)

Embora, nós temos visto na Figura 4.23 que o caso com Júpiter migrando de 10 para 5 ua super excita o cinturão frio de Kuiper, a Figura 4.31 mostra que a distribuição de tempos de instabilidade é similar aos casos em que Júpiter não migra. Portanto, nós retemos esta distribuição como a máximo limite superior dos tempos de instabilidade

aceitos para os casos de migração interna. Então nós concluímos que a instabilidade mediana dos sistemas planetários acontecem no intervalo entre 36.7 – 61.5 milhões de anos, com 75% das instabilidades ocorrendo dentro de 136 milhões de anos.

Um exemplo de evolução de um sistema planetário que contém Júpiter, Saturno, e os três gigantes de gelo que tem uma instabilidade curta é mostrada na Figura 4.32. Note que a instabilidade acontece em 1,6 milhões de anos (painel (c)).

Figura 4.32 - Retratos da evolução dinâmica de um dos nossos sistemas planetários que tem uma instabilidade em apenas 1.6 milhões de anos. As linhas em cinza e em vermelho representam o pericentro e o apocentro iniciais de Netuno. O painel (a) representa o momento inicial, o painel (b) representa a evolução em 1 milhão de anos, o painel (c) representa a evolução em 1,6 milhões de anos e o painel (d) representa a evolução em 1,65 milhões de anos.



#### 4.4 Discussão

Nossos resultados fortemente favorecem uma instabilidade precoce dos planetas gigantes. Como por exemplo para todas as simulações bem sucedidas de Izidoro et al. (2015a), a instabilidade provocada pelos próprios planetas acontece dentro de 10 milhões após a dissipação do gás (Seção 4.3.1). Se os planetas surgissem em órbitas estáveis após a fase do disco de gás, as interações com o disco de planetesimais

provocam uma instabilidade dentro de 500 milhões de anos. Se nós descartamos os casos em que Júpiter migrou em direção ao Sol, a partir de 5 ua ou mais, o que causaria uma excitação excessiva no cinturão de Kuiper fio (Figura 4.31), os tempos de instabilidade estão dentro de 200 milhões de anos, dos quais 70 por cento são dentro de 70 milhões de anos. Nesta seção, nós discutimos como nossos resultados satisfazem um contexto ainda maior. Primeiro, nós comparamos o referencial de tempo dinâmico com os vínculos empíricos para a instabilidade dos planetas gigantes (§4.4.1). Finalmente, nós apresentamos a limitação das nossas simulações (§4.4.2) para motivar um trabalho futuro que poderiam melhorar os resultados.

#### 4.4.1 Vínculos empíricos

A divisão entre uma instabilidade precoce e tardia ainda permanece não clara. É essencial então encaixar o que é cedo ou tarde na linha de tempo da evolução do Sistema Solar. Nesta circunstância, o disco de gás do Sol foi dissipado entre 3 e 5 milhões de anos após os *CAIs*, foram provavelmente os primeiros sólidos a se condensar no disco natal do Sol), julgando a partir das escalas temporais para o desaparecimento do disco ao redor das estrelas jovens (Haisch JR. et al., 2001; Pascucci et al., 2009). O crescimento de Marte foi completo em uma escala de tempo similar entre 5 e 10 milhões de anos (Nimmo; Kleine, 2007; Dauphas; Pourmand, 2011), enquanto o impacto de formação da Lua não ocorreu antes de 50-100 Myr depois da formação de Marte (Kleine et al., 2009).

Morbidelli et al. (2018) mostrou que a datação das crateras lunares e a abundância de elementos do tipo HSE da Terra e Lua são compatíveis com uma instabilidade nas primeiras centenas de milhares de anos da história do Sistema Solar. Como nós vimos, esta possibilidade é possível porque os elementos HSE podem ser removidos a partir do manto lunar, durante a cristalização do magma da Lua. Uma outra análise das datações das crateras feitas recentemente, ainda usando amostras da missão Apollo, também pontuou uma instabilidade precoce mas sem conter firmes vínculos para o tempo em que ela ocorreu (Boehnke; Harrison, 2016; Zellner, 2017).

Algumas análises dinâmicas têm derivado mais quantidades estimativas. Para uma instabilidade, dentro dos 100 milhões de anos depois dos *CAIs*, por exemplo, é requerida para explicar a sobrevivência do troiano de Júpiter, o objeto binário *Patroclus-Menoetius*, assumindo ele formado no cinturão primordial de Kuiper e capturado dinamicamente durante a instabilidade (Nesvorný et al., 2018). Nesvorný (2015a) encontrou que uma instabilidade poderia ter ocorrido não mais cedo que  $\sim 10$  Myr argumentando que a migração lenta de Netuno deveria ocorrer antes da instabilidade

para excitar as inclinações dos objetos do cinturão de Kuiper. Morbidelli e Nesvorný, revisão (2019) encontraram que a distribuição atual de tamanho dos objetos do cinturão de Kuiper pode ser obtida começando de uma distribuição de tamanhos oriundas dos modelos de *streaming-instability*. Para isso o disco de planetesimais não foi disperso antes de  $\sim 50$  milhões de anos. Por outro lado, uma estabilidade muito mais cedo, ocorrendo antes da completa acreção dos planetas terrestres, poderia solucionar o problema da fragilidade dinâmica dos planetas terrestres (Brasser et al., 2009b; Agnor; Lin, 2012; Kaib; Chambers, 2016). Mais ainda, tal instabilidade precoce poderia ter removida mais material, a partir da região de formação de Marte, explicando a pequena massa de Marte e sua pequena escala de acreção (Clement et al., 2018a). Ele também poderia ter contribuído para a depredação e excitação dinâmica dos asteroides (Morbidelli et al., 2010; Nesvorný et al., 2017; Deienno et al., 2018; Clement et al., 2019). Estas considerações parecem ser a favor da instabilidade dentro dos primeiros 10 milhões de anos e possivelmente menos. No entanto, uma instabilidade antes da formação do impacto da Lua, geralmente pensada ser antes do impacto gigante no sistema Solar interno, deveria ter deixado alguma assinatura química no interior da Terra que não é observada. De fato, as assinaturas de isotópicos da atmosfera e do manto, o elemento Xenon, são diferentes (Caracausi et al., 2016). Marty et al. (2017) usou a isotópica assinatura do cometa 67P medida pela ROSETTA para argumentar que aproximadamente 20 por cento da atual atmosfera conteúdo de Xenon é de origem cometária. Esta novidade sugere que o bombardeamento comentário (necessariamente associado a instabilidade dos planetas gigantes) ocorreu depois da formação da crosta Terrestre, o que poderia implicar a uma instabilidade dos planetas gigantes mais tarde que a formação da Lua por um grande impacto, não cedo que 50-100 milhões de anos depois dos *CAIs* (Kleine et al., 2009).

No entanto, se a entrada de Xenon no magma de silicato foi ineficiente, o Xenon comentário pode não ter penetrado no manto terrestre durante a fase de magma oceânico que precede o impacto gigante. É também conhecido que uma fração grande da atmosfera da proto-Terra poderia ter sobrevivido o impacto dos gigantes, particularmente se não houvesse oceano na superfície naquele momento. Então, poderia ser possível que o bombardeamento comentário foi antes do evento da formação da Lua, embora isto ainda requer mais investigações. Em conclusão, não é possível concluir a partir de firmes vínculos quando a instabilidade dos planetas gigantes ocorreu dentro dos primeiro 100 milhões de anos. Infelizmente, nosso presente estudo, apresenta uma instabilidade mediada entre 36.78-61.5 milhões de anos e 75% dos tempos de instabilidade de 136 milhões de anos não ajudam a dizer que é o tempo mais provável.

#### 4.4.2 Limitações do nosso trabalho

Como dentro de algum estudo numérico, nossas simulações são simplificadas e idealizadas versões da realidade. Uma principal limitação é que nossos resultados são baseados em pequenos números de resultados das simulações de Izidoro et al. (2015). No entanto, estas simulações representam, considerando o nosso conhecimento, o único modelo que é quantitativamente capaz de explicar a origem de Urano e Netuno. Nosso estudo da estabilidade nas simulações, engatilhadas pelos próprios planetas e instabilidades dirigidas por planetesimais, incluem um total de mais de 1080 simulações, enquanto que nosso disco de planetesimais auto-consistente foi gerado a partir de uma única simulação da formação de Urano e Netuno. Dados que nossas simulações são construídas a partir de Izidoro et al. (2015a), nós nos limitamos aquele estudo. Por exemplo, como discutido acima, nosso modelo para o gás é plausível mas não certo. Em adição, nós não incluímos processos importantes tais como fragmentação colisional (Leinhardt; Stewart, 2012; Genda et al., 2012) e acreção de pebbles (Johansen; Lambrechts, 2017). Nossas simulações também iniciam com um já formado Júpiter e Saturno se os seus crescimentos dramaticamente modificam o sistema Solar externo então nossas condições iniciais deveriam ter que ser repensadas.

#### 4.5 Conclusões

Neste artigo, nós vinculamos o tempo de instabilidade dos planetas gigantes usando as simulações da evolução primordial do Sistema Solar externo. Nós iniciamos a partir das melhores simulações de Izidoro et al. (2015a) do crescimento dos planetas gigantes, durante a fase do disco de gás, via migração interna de núcleos planetários de 5 massas da Terra e que foram bloqueados por um recém formado Júpiter e Saturno. Nós geramos discos de planetesimais que foram dinamicamente esculpido por um processo auto consistente durante o processo de formação, levando em conta ambas tamanho dependências e o arrasto aerodinâmico na faixa de possíveis histórias de migração para Júpiter e Saturno (Pierens et al., 2014b). Nós determinamos que uma fração grande ( $\sim 50\%$ ) de configuração de planetas gigantes, geradas por Izidoro et al. (2015a), se tornaram instáveis dentro de 10 milhões de anos da dissipação do disco de gás. Levando a possibilidade que a instabilidade dos planetas gigantes foi auto engatilhada pelos próprios planetas, que é um novo contexto para a história do Sistema Solar mas um bem conhecido processo em um contexto mais geral (Chambers et al., 1996; Marzari; Weidenschilling, 2002; Ford; Rasio, 2008).

Quando nós introduzimos os diferentes discos de planetesimais, as configurações dos planetas gigantes que teria permanecido estáveis, se eles estivessem sem o disco de

planetesimais, se tornam instáveis dentro de 500 milhões de anos, e geralmente mais rápido. A mediana de tempos de instabilidade é 36.78-61.5 milhões de anos. Se nós excluirmos o disco de planetesimais, durante as migrações internas de Júpiter mais longas, as quais são inconsistentes com a pequena excitação dinâmica do cinturão de Kuiper frio, o tempo de instabilidade está dentro dos 136 milhões de anos em 75 por cento dos casos, que é consistente com as conclusões de [Nesvorný et al. \(2018\)](#) para a sobrevivência do troiano Patroclus como um binário primordial do cinturão de Kuiper. Infelizmente, dado as nossas estatísticas e os vínculos disponíveis, é difícil concluir quando a instabilidade acontece dentro dos primeiros 100 milhões de anos. Em particular é difícil ter acesso se a instabilidade dos planetas gigantes é antes do evento que deu origem a formação da Lua.



## 5 CINTURÃO DE KUIPER: FORMAÇÃO E EVOLUÇÃO

O cinturão de Kuiper é uma coleção de asteroides de gelo que orbitam o nosso Sistema Solar além de Netuno. O objeto *1992 Q B<sub>1</sub>* foi o primeiro asteroide do cinturão de Kuiper que foi observado, e sua observação foi realizada em 30 de agosto de 1992 por David Jewitt e Jane Luu, na Universidade do Havaí nos Estados Unidos (Jewitt; Luu, 1993). Antes dessa descoberta, se pensava que não existiria nada para ser descoberto no Sistema Solar externo, além dos nove planetas (incluindo o atual planeta anão Plutão) no Sistema Solar, do cinturão principal de asteroides, dos satélites dos planetas, alguns cometas, e a descoberta de um objeto interplanetário chamado de Chiron (KOWAL, 1989). Hoje, nós sabemos que *Chiron* é um objeto que orbita em torno e sofre encontros próximos com planetas gigantes, possui anéis (Braga-Ribas et al., 2014; ARAUJO et al., 2018) e é classificado como um centauro.

Os astrodinâmicos pensavam que a razão principal para o vazio do Sistema Solar externo era a presença das grandes perturbações dos planetas gigantes, que lançava qualquer pequeno corpo em uma órbita além de Netuno, ou em direção ao Sol ou em direção aos próprios planetas. No entanto, não haviam computadores potentes o suficiente ou técnicas de integração para realizar as simulações de longo prazo e verificar se haveria regiões estáveis além de Netuno. Outra possibilidade, que impossibilitou a descoberta de algum objeto do cinturão de Kuiper, foi o fato de que o brilho de um objeto varia com o inverso da quarta potência com a distância deste objeto ao Sol. Hoje existem mais de 1300 (para o número total consulte <https://minorplanetcenter.net/data>) asteroides orbitando além de Netuno e eles são nomeados em homenagem a dois astrônomos Kuiper e Edgeworth (Kuiper, 1951; Edgeworth, 1943). Veja uma discussão sobre o nome desta coleção de objetos em <http://www2.ess.ucla.edu/~jewitt/kb/gerard.html>. Estes astrônomos foram os primeiros a perceber que não era razoável supor que o disco de gás protoplanetário tivesse um fim abrupto na órbita de Netuno, e portanto existiria um número grande de objetos que seriam restos de acreção planetária e alguns se tornariam cometas.

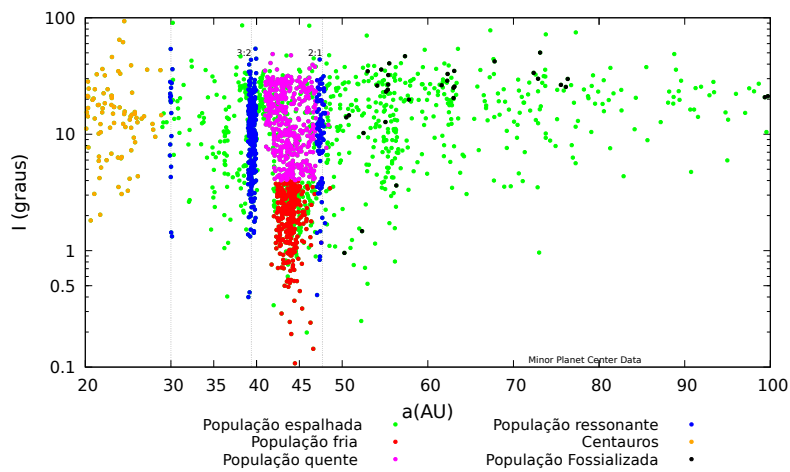
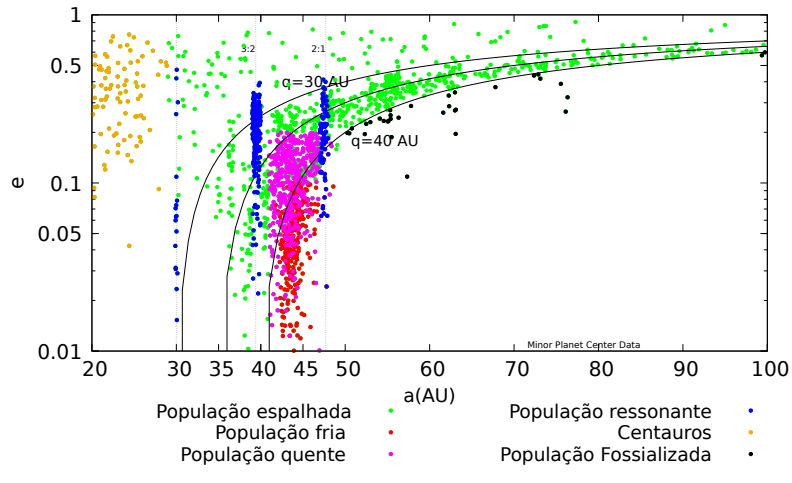
A descoberta do cinturão de Kuiper iniciou uma revolução em tudo que entendemos sobre o Sistema Solar. A primeira dica veio da estrutura dinâmica do cinturão de Kuiper que impressiona em variedade orbital. As observação das órbitas do cinturão de Kuiper são divididos em diferentes tipos ou grupos, cuja a existência destes grupos podem reconstruir os processos da evolução do nosso Sistema Solar. Os objetos são classificados em (veja mais detalhes em Gladman et al. (2008)): i) população

ressonante: objetos que estão dentro de ressonâncias de movimento médio com Netuno; ii) população espalhada: objetos cuja órbitas estão repetidamente perturbadas por encontros próximos com Netuno; iii) população clássica fria: objetos com baixas excentricidades e inclinações; iv) população clássica quente: objetos que tem moderadas excentricidades mas com grandes inclinações e v) objetos fossilizados: objetos com alta excentricidade orbital que foram presumidamente espalhadas por Netuno no passado, mas tiveram suas distâncias em periélio aumentadas por ressonâncias com Netuno e não tem encontros próximos com Netuno atualmente. As populações de objetos observados estão representados na Figura 5.1.

O objeto *1992 Q B<sub>1</sub>* faz parte da população clássica de Kuiper. Essa coleção de diferentes propriedades orbitais, e o fato de que estes corpos de gelo sejam considerados como remanescentes do disco de planetesimais externo, podem fornecer vínculos, ou informação essencial, para os processos físicos e químicos que dominam no disco de gás proto-solar e de alguns sistemas planetários. O cinturão de Kuiper faz parte de uma população maior que é chamada de população trans-Netuniana. A descoberta destes objetos aumentaram a nossa percepção sobre as grandes distâncias do nosso Sistema Solar e fez Plutão se tornar parte de uma população grande de objetos. A resolução da União Astronômica Internacional (agosto, 2006) definiu uma nova categoria de objetos chamado de planetas anões e Plutão é um protótipo deste grupo. Nós estudamos esta população porque ela carrega as cicatrizes dos processos de acreção e evolução dos planetas do Sistema Solar.

As duas mais importantes características da população trans-Netuniana para revelar a história do nosso Sistema Solar pela qual nós estamos interessados nesta Tese são: a distribuição de tamanho e a distribuição orbital destes objetos. Neste Capítulo, vamos discutir sobre a estrutura dinâmica do cinturão de Kuiper, considerando as órbitas dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar atual (Seção 5.1). Também nesta seção, vamos introduzir alguns dos modelos para a evolução primordial dos objetos do cinturão de Kuiper, principalmente ligada com a história orbital de Netuno. Vamos introduzir algumas evidências das propriedades físicas e químicas provenientes de observações dos objetos do cinturão de Kuiper. Algumas destas evidências suportam os principais modelos dinâmicos para explicar a população clássica de Kuiper por exemplo. Vamos introduzir o que nós conhecemos, até o momento, sobre a distribuição de tamanhos dos objetos do cinturão de Kuiper e a compatibilidade com os modelos de acreção planetária. Tudo isso pode ajudar a contextualizar o problema da formação dinâmica do cinturão frio de Kuiper pelo qual nos debruçamos a estudar nesta Tese no Capítulo 6.

Figura 5.1 - Painel (a): Diagrama de excentricidade e semieixo maior dos objetos observados do cinturão de Kuiper; Painel (b): A inclinação em função do semi eixo maior dos objetos observados no cinturão de Kuiper. Os objetos do cinturão clássico estão representados com pontos em vermelho e em rosa, os objetos da população rressonante são apresentados em azul, a população espalhada é representada em verde, os pontos em preto representam a população fossilizada; e os pontos em laranja são os objetos centauros da qual Chiron faz parte.



Fonte: *Minor Planet Center* , <https://minorplanetcenter.net/data>

## 5.1 A dinâmica do cinturão de Kuiper atual

Para entendermos quais das propriedades dinâmicas do cinturão de Kuiper não podem ser explicadas pela evolução de Netuno, nós precisamos estudar as características dinâmicas que o cinturão de Kuiper atual nos mostra. A dinâmica do cinturão de Kuiper tem uma estrutura dinâmica bastante complexa. Uma das formas de estudar algumas tendências dinâmicas e as classificá-las em certos grupos é o uso de mapas dinâmicos. Um mapa dinâmico para o cinturão de Kuiper é geralmente constituído pela simulação de uma evolução de objetos testes (desconsiderando a massa desses objetos), a partir de diversas condições iniciais. Estes objetos sofrem a perturbação dos quatro planetas gigantes em suas configurações atuais. Cada partícula é seguida na simulação até realizar um encontro próximo com Netuno. A dinâmica de objetos, tão afastados do Sol, mostram que os elementos osciladores sofrem com oscilações de curto período, que são consequência das perturbações dos planetas gigantes. Em uma atenção especial, os principais efeitos que estes objetos sofrem são as ressonâncias de movimento médio, os ciclos ou ressonâncias de Kozai e encontros próximos (Barucci et al., 2008). Em geral, a dinâmica destes objetos podem ser divididos em duas partes principais: uma evolução estocástica dirigida por encontros próximos e uma evolução regular ou próxima do regular dirigida pelas perturbações dos planetas, ou até mesmo quase a ausência desta perturbação.

Objetos que sofrem encontros próximos com Netuno evoluem e constituem a população do disco espalhado. No disco espalhado boa parte da dinâmica é estocástica. No cinturão de Kuiper este efeito é comum em duas regiões:  $q < 35$  ua ou  $37 < q < 38$  ua para as regiões  $a < 40$  ua e  $42 < a < 50$  ua (Barucci et al., 2008), respectivamente. Em termos do problema circular de três corpos (MURRAY; DERMOTT, 2000), em encontros próximos que acontecem em poucas unidades astronômicas de Netuno, as partículas têm que conservar o parâmetro de Tisserand (Barucci et al., 2008):

$$T = \frac{a_N}{a} + 2\sqrt{\frac{a}{a_N}(1 - e^2) \cos i}. \quad (5.1)$$

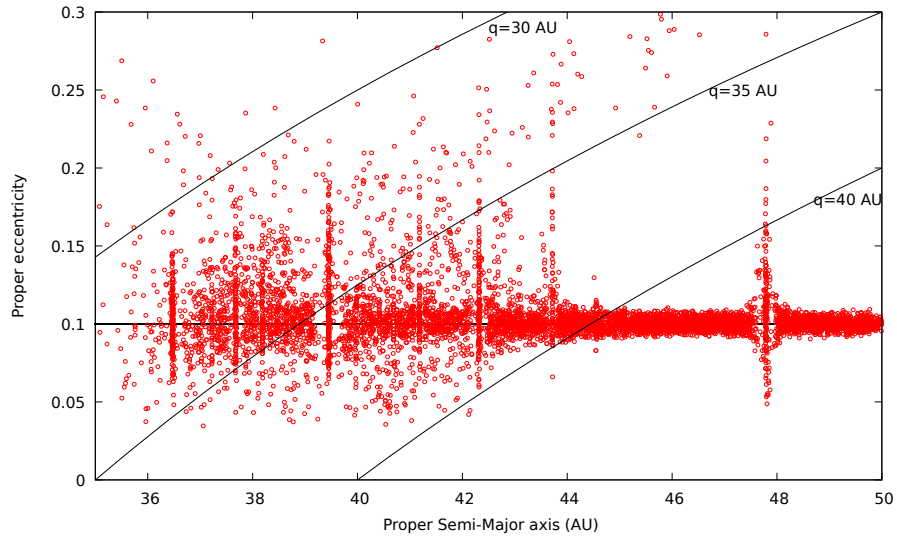
No entanto, a evolução irá seguir estatisticamente com uma caminhada aleatória no espaço da energia do sistema que mantém seu pericentro próximo a órbita de Netuno. Porém, para longos periélios, os objetos geralmente quebram a constante de movimento de Tisserand porque as perturbações dos planetas gigantes são significativas. Estas perturbações são suficientes por exemplo para encaminhar o objeto em sentido interior a órbita de Netuno.

O movimento regular, por outro lado, pode ser dividido em duas partes: a dinâmica secular e as ressonâncias de movimento médio (*MMR*). Em um resumo, a dinâmica secular é dominante quando termos de longo período aparecem nas equações da dinâmica planetária dos objetos trans-Netunianos ([MURRAY; DERMOTT, 2000](#)) (veja Apêndice ?? para mais detalhes). Diante, destas perturbações seculares os elementos orbitais destes objetos sofrem pequenas mudanças. As ressonâncias de movimento médio são presentes para particulares valores de semieixo-maior. Nestas ressonâncias de movimento médio, as longitudes médias combinadas entre o planeta e a partícula apresentam oscilações de pequenas amplitudes que são chamadas de librações ([MURRAY; DERMOTT, 2000](#)).

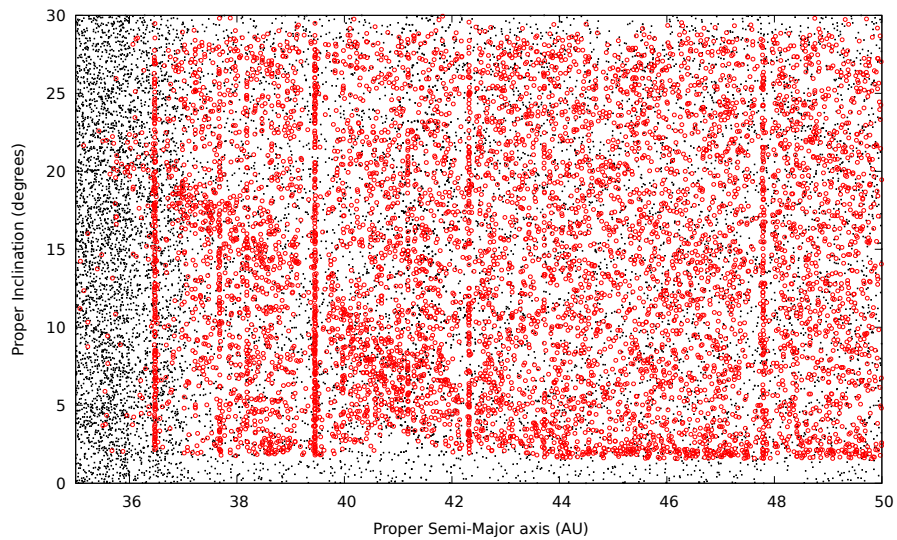
Na dinâmica secular, as mudanças nas órbitas destes objetos podem acontecer também devido a um fenômeno chamado de ressonância secular. É comum, que longe de qualquer encontro próximo ou ressonância de movimento médio, as longitudes do periélio e do nodo das partículas sofrem circulações. As frequências da circulação destes dois elementos são chamadas de frequências seculares. Existem portanto, frequências seculares fundamentais para os planetas no plano invariante do Sistema Solar. As frequências seculares dos planetas gigantes são maiores que as dos objetos do cinturão de Kuiper ([Barucci et al., 2008](#)). No entanto, determinadas regiões do cinturão de Kuiper clássico ( $40 < a < 42$  ua) as frequências seculares de Netuno ( $\nu_8$  e  $\mu_{18}$ ) são iguais às frequências seculares dos objetos do cinturão de Kuiper ([KNEAË¾EVIÄ et al., 1991](#)), caracterizando o que chamamos de ressonância secular. A ressonância secular promove significativas mudanças nas excentricidades e nas inclinações dos objetos.

Para ilustrar este efeito, nós simulamos 7500 partículas testes (partículas em que a influência gravitacional pode ser desprezada) em uma distribuição aleatória na região entre 35 à 50 ua. As excentricidades foram mantidas iguais a 0,1 mas as inclinações foram distribuídas aleatoriamente entre 0 e 30 graus. Nós integramos por 10 milhões de anos incluindo a perturbação dos planetas gigantes do Sistema Solar: Júpiter, Saturno, Urano e Netuno em suas configurações atuais. As excentricidades próprias em função do semieixo maior destas partículas foram calculadas após 10 milhões de anos e elas são mostradas em pontos em vermelho na Figura 5.2 (a). Nós também mostramos na Figura 5.2 (b) o seno da inclinação própria das partículas em função do semieixo maior. Note que muitas partículas estão em ressonância de movimento médio com Netuno. Algumas partículas sofrem encontros próximos com Netuno e estão seguindo algumas linhas com pericentro próximos aos planetas gigantes.

Figura 5.2 - Mapa dinâmico nos elementos próprios de excentricidade (painel (a)) e inclinação (painel (b)). Os pontos em preto são as condições iniciais. Os pontos em vermelho são as configurações das partículas após 10 milhões de anos. As curvas em preto representam as partículas com pericentro entre 30 e 40 ua.



(a)



(b)

Fonte: Dados da Pesquisa

As nossas condições iniciais foram inspiradas nos mapas de ressonância da teoria de (KNEÄ $\frac{3}{4}$ EVIÄ et al., 1991). Portanto, nós calculamos as frequências fundamentais das excentricidades e inclinações das partículas, de Netuno, Urano e Júpiter aplicando

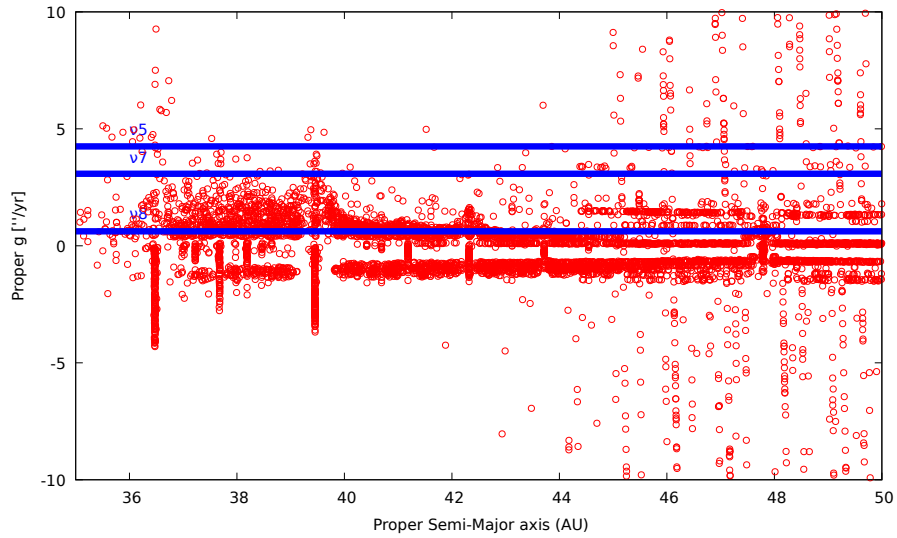
a técnica de análise de Fourier. Para esta análise, nós aplicamos o método de transformada de Fourier (Laskar, 1999) que adaptamos do código original fornecido por David Nesvorny livremente através da <https://www.boulder.swri.edu/~davidn/fmft/fmft.html>. Os nossos resultados são exibidos na Figura 5.3. Note que existem objetos com frequências iguais a dos planetas gigantes que podem ser identificados pela interseção entre as retas (em azul) e os pontos (em vermelho) nas Figuras 5.3 (a) e (b).

Na Figure 5.4, nós identificamos os objetos em ressonância secular com os planetas gigantes no espaço de elementos próprios. Para localizar as ressonâncias, nós consideramos que a diferença absoluta das frequências das partículas e dos planetas é menor que  $10^{-3}$ . Quando as partículas têm uma frequência secular  $g$  próxima a frequência de Netuno  $\nu_8$ , nós a marcamos com estrelas em azul. As partículas também podem ter frequências  $g$  próximas a de Urano e Júpiter e nós a destacamos com estrelas em rosa e verde, respectivamente. Em estrelas amarelas nós marcamos as partículas que têm ressonância secular em inclinação com a  $\mu_{18}$ . Para comparação com a população observada do cinturão de Kuiper, nós plotamos esta população em pontos em azul claro. Note que a região do cinturão clássico de Kuiper, região entre 45 e 47 ua e com excentricidades menores que 0.1, não podem ser reproduzidas utilizando as configurações atuais dos planetas se elas tiverem uma excitação de excentricidade inicial de 10 por cento. Além disso, elas estão afastadas das regiões em que a frequência secular  $\mu_{18}$  provocaria as ressonâncias seculares em inclinação. Mais uma indicação que a população clássica precisaria de um mecanismo de transporte diferenciado para ser entregue na sua original região. Alguns objetos da população ressonante podem ser reproduzidas a partir desta estrutura do disco e considerando as configurações atuais dos planetas gigantes.

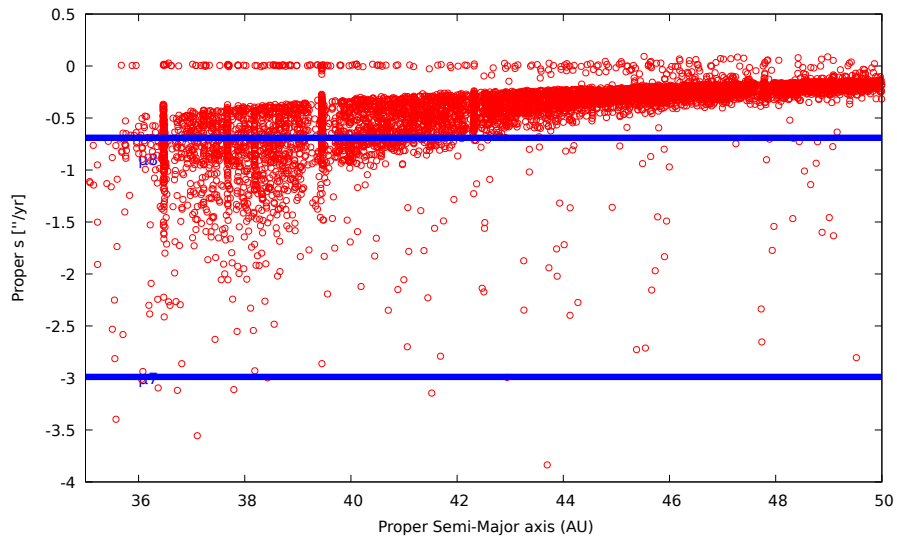
Na ausência de encontros próximos e ressonâncias seculares as mudanças significativas nos elementos orbitais, das outras classes de objetos do cinturão de Kuiper, só podem acontecer pelos efeitos da ressonância de Kozai (Kozai, 1962). Mas isso só ocorre com inclinações maiores que 50 graus (Thomas; Morbidelli, 1996; Gallardo, 2006). Portanto, uma boa parte de objetos com inclinação baixa e distantes periélios ( $q > 36$  ua) mostram uma evolução estável no tempo com quase-constantes (a, e, i) fora das ressonâncias de movimento médio.

Simulações numéricas mostraram que alguns objetos do cinturão de Kuiper podem experimentar capturas em ressonância de movimento médio com Netuno (Duncan e Levison, 1997; Gladman et al. (2012); Gomes, 2003, Fernandez et al. (2004); Gomes

Figura 5.3 - Mapa de frequências fundamentais de excentricidade em função do semieixo maior (Painel (a)) e frequências fundamentais das inclinações (Painel (b)). Note que alguns objetos têm frequências fundamentais iguais a de Netuno  $\mu_{18}$  e  $\nu_8$ . Estas frequências estão representadas nas linhas em azul, assim como as frequências de Júpiter e Urano ( $\nu_5$  e  $\nu_7$ ,  $\mu_{17}$ )



(a)

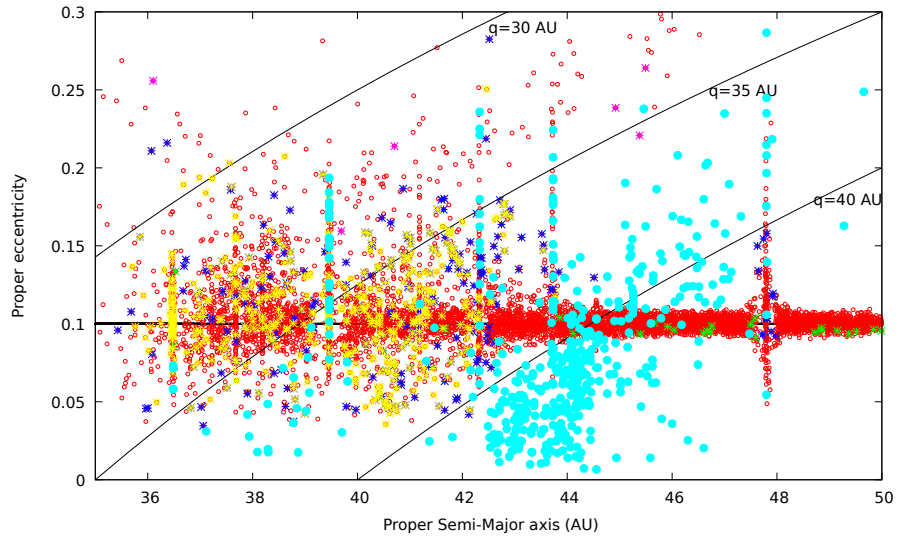


(b)

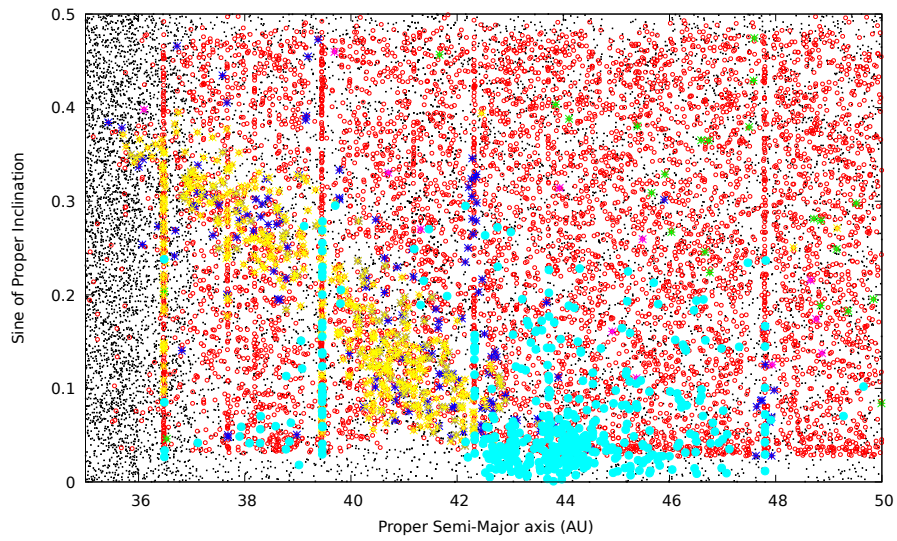
Fonte: Dados da Pesquisa

et al. (2015b)). A localização de uma ressonância de movimento médio do tipo  $(p + q) : p$  é dada em função do semieixo maior do baricentro como (Barucci et al.,

Figura 5.4 - O mesmo que a 5.2 mas agora localizando as partículas que têm as mesmas frequências seculares que Júpiter, Urano e Netuno. Em pontos em azul claro estão representados os objetos do cinturão de Kuiper. As estrelas em azul, verde, rosa e amarelo representam os objetos que têm aproximadamente a mesma frequência  $\nu_8$ ,  $\nu_5$ ,  $\nu_7$  e  $\mu_{18}$  (consulte o texto para mais detalhes).



(a)



(b)

Fonte: Dados da Pesquisa

2008):

$$a = \frac{a_N}{(1 + M_N)^{1/3}} \left( \frac{p}{p + q} \right)^{2/3}, \quad (5.2)$$

Em que  $a_N$  é o semieixo maior de Netuno e  $M_N$  é a massa de Netuno em massas solares. Os números inteiros  $p$  e  $q$  são chamados de comensurabilidade do movimento médio entre Netuno e a partícula. Note que na Figura 5.2 nós mostramos que alguns objetos são capturados em diversas ressonâncias de movimento que podem ser localizadas usando a Eq. 5.2. Assim,  $q$  é a ordem da ressonância e  $p$  é o grau da ressonância que pode ser negativo para ressonâncias interiores e positivo para ressonâncias exteriores. Gallardo (2006) mostrou que é possível associar a força da ressonância com os elementos orbitais das partículas. As ressonâncias são mais fortes para órbitas excêntricas e podem se sobrepor criando regiões caóticas que são dominadas por essas superposições de ressonâncias de movimento médio (Robutel e Laskar (2001)). As ressonâncias também são mais fortes para alta inclinação. A teoria orbital da ressonância (Murray e Dermot, 1999) de movimento médio mostra que durante a ressonância de movimento médio (isolada) os objetos sofrem pequenas oscilações (librações) em inclinação e excentricidade mas oscilações evidentes em semieixo maior. O ângulo crítico  $\sigma$  vibra com a mesma frequências que as librações dos elementos orbitais destas partículas. Este ângulo pode ser escrito como (Barucci et al., 2008):

$$\sigma = (p + q)\lambda_N - p\lambda - q\varpi. \quad (5.3)$$

Gladman et al. (2002) e Lykawka e Mukai (2007) mostraram um curioso e importante mecanismo para objetos com a inclinação de Plutão, ou os chamados objetos do tipo Plutão (ou Plutinos). O nome deste mecanismo é ressonância *sticking* ou colando em português. A superposição de ressonâncias de movimento médio faz com que estes objetos migrem de uma ressonância para outra, mas em uma lenta escala temporal aproximadamente o tempo de vida do nosso Sistema Solar. Os plutinos são portanto dominados por este mecanismo e são confinados em semieixo maior por muito tempo. É bastante comum alguns objetos serem capturados por ressonâncias de movimento médio pela evolução estocástica sofrida por encontros próximos com Netuno. As ressonâncias de movimento médio são chamadas também de um mecanismo protetor porque impede muitas vezes que encontros próximos com Netuno causarem uma desestabilização orbital. Por exemplo, o plutino Plutão nunca chega a uma distância menor que 18 AU porque ele é capturado em ressonância de movimento médio com Netuno do tipo 2:3 (Gomes et al. (2008)) prevenindo saltos de energia durante seu encontro próximo com Netuno.

Para entender como as ressonâncias de movimento médio podem prevenir encontros

próximos, podemos utilizar um pouco de álgebra como foi feito em [Morbidelli et al. \(2008\)](#). O ângulo crítico  $\sigma$  tem uma derivada temporal igual a zero em média, e portanto há um ponto de equilíbrio  $\sigma_{stab}$ .  $\sigma_{stab} = 180$  graus é o mais típico valor para as ressonâncias de movimento médio, embora para as ressonâncias do tipo  $1 : p$  o valor de libração é  $\sigma_{stab} = 180 \pm \delta$  graus,  $\delta = 60$  graus, para órbitas com excentricidades não tão pequenas. A distância radial de um corpo com o planeta diminui quando os objetos passam perto do periélio. A passagem pelo periélio é encontrada fazendo a distância angular  $\lambda = \varpi$ . Para isto ocorrer a Eq. 5.3, a distância angular entre a partícula e o planeta deve ser:

$$\lambda_N - \lambda = \frac{\sigma}{p + q}. \quad (5.4)$$

Para pequenas librações,  $\sigma = \sigma_{stab}$  é muito distante de zero e portanto nenhum encontro próximo pode ocorrer entre Netuno e um objeto do cinturão de Kuiper mergulhado em ressonância de movimento médio com o planeta. Observe na Figura 5.2 (a) alguns objetos em que o pericentro está próximo ao de Netuno não são jogados para a porção espalhada do disco e permanecem em ressonância de movimento médio. No entanto, [Levison e Duncan \(1997\)](#) mostraram que em alguns objetos em ressonância de movimento médio podem apresentar significativas variações em inclinação e em excentricidade. Este resultado não pode ser explicado apenas com a teoria ressonante, ou seja, não pode ser explicado apenas pelo mecanismo da ressonância de movimento médio. Um mecanismo mais completo para explicar estas variações em excentricidade e inclinação é o acoplamento entre as ressonâncias de movimento médio e a ressonância de Kozai ([Gallardo, 2006b](#)).

Nos mapas dinâmicos de [Duncan et al. \(1995\)](#) e [Morbidelli et al. \(2008\)](#) apareciam interessantes traços de órbitas que permaneciam estáveis por bilhões de anos e só depois deste longo período encontrariam Netuno. A natureza desta fraca instabilidade foi respondida por [Nesvorný e Roig \(2001\)](#) quando foi associada a altas ordens das ressonâncias de movimento médio com Netuno e a ressonâncias de três corpos com Urano e Netuno. Estas ressonâncias de três corpos acontecem quando o ângulo crítico é derivado da equação dinâmica que envolve também as longitudes do periélio de Urano ([Morbidelli et al., 2008](#)):

$$k\dot{\lambda} + k_N\dot{\lambda}_N + k_U\dot{\lambda}_U = 0. \quad (5.5)$$

Dentro dessas ressonâncias de movimento, a dinâmica dos objetos do cinturão de Kuiper é caótica, e um novo mecanismo foi identificado e chamado de difusão caó-

tica. Nesvorný e Roig (2001) mostraram que dentro deste mecanismo o semieixo maior dos objetos é congelado no valor da ressonância de movimento médio, mas a excentricidade evolui muito lentamente em ordens de bilhões de anos. Eventualmente, as excentricidade levam as partículas na zona de espalhamento de Netuno e devido a fraca intensidade da ressonância os encontros próximos acontecem e retiram estas partículas e elas se tornam instáveis. Esse mecanismo é considerado um dos únicos mecanismo de transporte considerando a estrutura atual do nosso Sistema Solar. Mas é importante dizer que ele não acontece em todas as ressonâncias de movimento médio mas apenas a um particular grupo (Morbidelli et al., 2008).

Não existe portanto um mecanismo eficiente de difusão para transportar esses objetos para as excentricidades e inclinações da população do cinturão de Kuiper que nós observamos hoje. Estes objetos até o momento só podem ser explicados pela evolução primordial de ambos planetas e planetesimais na região clássica do cinturão de Kuiper. Veremos mais detalhes desta dinâmica na Seção 5.4. Mas antes vamos discutir sobre os modelos de acreção que são capazes de responder pela distribuição de tamanhos dos objetos do cinturão de Kuiper na Seção 5.2.

## 5.2 Distribuição de tamanhos dos objetos do Cinturão de Kuiper

A outra importante característica para descrever a população trans-Netuniana, e pode dizer muito sobre a formação do nosso Sistema Solar, é a distribuição de tamanhos destes objetos. O que chamamos de tamanho é o raio físico dos objetos. A distribuição de tamanhos remete também aos modelos de acreção. Na última década, era acreditado que os grandes objetos do cinturão de Kuiper foram formados por uma progressiva e colisional coagulação de objetos primordiais, de tamanhos de sub-km que não tem uma origem clara (KENYON et al., 2007); (??); (Morbidelli; Nesvorny, 2019). O resultado de apenas coagulação colisional difere, portanto, da distribuição de tamanhos atuais do cinturão de Kuiper, como é mostrado na Figura 5.5 (a).

A distribuição atual de tamanhos do cinturão de Kuiper (linha vermelha na Figura 5.5 (a)) tem um joelho, ao redor de corpos com tamanho de 50 km, que volta a ser estreito para tamanhos maiores que 50 km e menores que 300 km de raio. A partir de 300-400 km de tamanho, a distribuição de tamanhos tem um calcanhar e volta a se tornar uma queda estreita em raios maiores que 400 km. Os objetos da população fria, no entanto, não contém objetos maiores que o calcanhar da distribuição de tamanhos. Os modelos de coagulação não conseguem reproduzir o número original de objetos trans-Netunianos. As evidências dinâmicas mostraram que devem existir

por exemplo cerca de 1000 a 4000 objetos do tamanho da massa de Plutão (Stern, 1991; Nesvorný; Vokrouhlický, 2016)

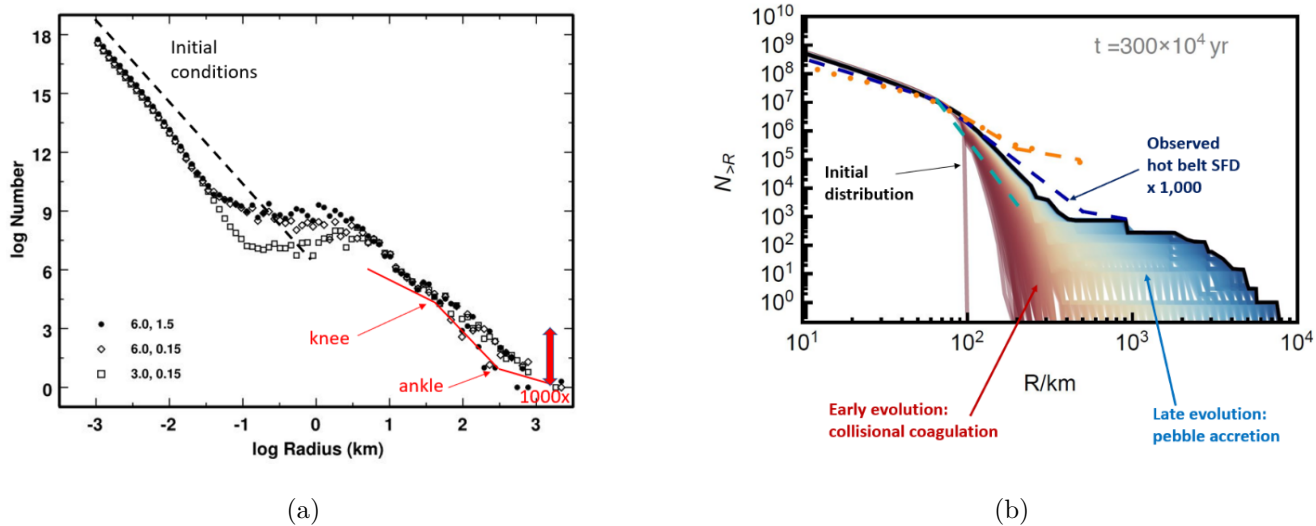
Diante desta dificuldade com o clássico modelo de acreção na explicação da distribuição de tamanhos do cinturão de Kuiper, um novo modelo foi proposto para explicar a construção de corpos grandes, mas agora a partir de agregados de poeira (*Pebbles*) por um método chamado de *Streaming Instability (SI)* (Youdin; Goodman, 2005). No regime linear, a chave para *SI* é a diferença entre a velocidade do gás e das partículas considerando a reação do gás nessas partículas. No entanto, a fricção (muitas vezes chamada de reação traiçoeira do gás) das partículas no gás acelera o gás e diminui sua diferença original sub-kepleriana para a kepleriana (a mesma velocidade das partículas). Consequentemente, se houver uma densidade grande de partículas, em uma região pequena, a velocidade do gás é bem menor que em qualquer outro lugar, e portanto as partículas se movem lentamente em direção a estrela. As outras partículas do disco, que estão mais distantes, se movem muito mais rápido em direção a estrela e se acumulam na região de alta densidade. Esse enriquecimento reduz ainda mais o arrasto e aglomera muitas partículas levando a instabilidade gravitacional. Estes aglomerados então crescem o suficiente para atingir densidades que a autogravidade é importante formando os planetesimais (Morbidelli; Nesvorný, 2019).

Os processos de *SI* formam objetos de diversos de tamanho e os mais massivos são aqueles de 100 km. Portanto, em certas regiões os planetesimais já se formam grandes. A evidência do *SI* está associada ao joelho da distribuição atual de objetos do cinturão de Kuiper (Morbidelli; Nesvorný, 2019). O joelho mostra uma preferência para objetos com tamanho de 100 km. Lambrechts e Morbidelli (2006) mostraram que o calcanhar da distribuição de tamanhos pode também ser explicado pelo modelo *SI*. Para isto, é preciso iniciar com uma distribuição de objetos com 100 km e após um tempo de crescimento por coagulação os objetos crescem para tamanhos de 300 e 400 km. A partir destes tamanhos, a eficiência de captura dos pebbles crescem e o calcanhar é formado (veja na Figura 5.5 (b)). O modelo de acreção de *Pebbles* é muito eficiente para criar objetos grandes e em maior número que os outros métodos tradicionais. Com isso, o número de objetos também é facilmente reproduzido neste modelo. Este número é cerca de 1000 vezes maior que o número de objetos atual do cinturão de Kuiper. Estas conquistas do modelo de *Pebbles* porém são conseguidas para alguns parâmetros do disco de gás que garantem o melhor ajuste (Morbidelli e Nesvorný (2019)).

Na Figura 5.5 (b), retirada de Morbidelli e Nesvorný (2019), mostra a evolução da

distribuição de tamanhos do disco trans-Netuniano. A evolução está centrada em torno de 25 ua e é estendida por 3 milhões de anos. Os parâmetros do disco tem um aspecto de 5 por cento, e seu fator de turbulência  $\alpha$  é igual a  $10^{-5}$ . O tamanho dos pebbles é de 0.4 mm. Com estas condições, são formados o número de objetos do cinturão de Kuiper.

Figura 5.5 - Painel (a): Distribuição de tamanhos gerado pelo modelo clássico de coagulação colisional. A linha pontilhada representa a condição inicial. As linhas abertas e fechadas representam três simulações com os melhores parâmetros do modelo de coagulação de Kenyon e Bromley (2004). A linha vermelha indica a distribuição atual de tamanhos do cinturão de Kuiper mas aumentada 1000 vezes. Painel (b): A curva em vinho representa a distribuição de tamanhos geradas pelo método de SI (Johansen et al. (2015)). Essa distribuição de tamanhos segue sua evolução por 3 milhões de anos combinada por colisões e acreção de pebbles.



Fonte: Morbidelli e Nesvorny (2019)

A mais forte evidência do SI vem da população de binários do cinturão de Kuiper. Baseado na evidências de que binários do tipo largo (a fração entre o seu semieixo maior e o raio de hill é maior que 0.05) são separados por colisões é possível que todos os binários deste tipo sejam formados na população fria de Kuiper (Petit e Mousis 2004; Nesvorny et al. (2011), Fraser etl a., (2017)). Nesvorny et al. (2010) mostrou portanto que a formação de binários é uma consequência natural dos modelos de SI desde que o momento angular do aglomerado inicial seja grande e as cores são uma consequência da formação de binários com o mesmo material (Benecchi et al.

(2009)). A distribuição da orientação espacial das órbitas dos binários é também reproduzida pelo modelo de SI (Nesvorný et al. (2019)).

### 5.2.1 Evolução colisional do disco trans-Netuniano

A evolução colisional dos objetos do cinturão de Kuiper é dividida em duas partes principais (Morbidelli; Nesvorný, 2019). A primeira parte acontece quando o disco é bem massivo, sofrendo uma moderada excitação dinâmica. A segunda parte acontece quando o disco é disperso pela instabilidade planetária e alguns objetos são implantados nas estruturas dinâmicas do cinturão de Kuiper.

Durante a primeira parte, a evolução colisional é altamente intensa, uma vez que há 1000 vezes mais objetos que o cinturão de Kuiper atual. As velocidades colisionais estimadas por Morbidelli, A. e Rickman, H. (2015) são da ordem de 0,25-1 km/s devido a excitação de Netuno e um agitação interno pela autogravidade de objetos com tamanho de Plutão. Nesta faixa, as colisões são consideradas erosivas para objetos pequenos. No entanto, a duração desta primeira fase ainda não é bem compreendida. Ela depende do conhecimento do tempo de instabilidade dos planetas gigantes. Nesvorný et al. (2018) defende uma instabilidade em torno de 100 milhões de anos. A existência do binário Patroclus-Menoetius, o maior troiano de Júpiter, foi supostamente formado no cinturão de Kuiper e capturado na região co-orbital de Júpiter. A probabilidade deste binário sobreviver, a encontros próximos com os planetas gigantes, é de 70 por cento, mas a evolução colisional do disco massivo, onde este objeto poderia ser formado, reduz essa probabilidade para apenas 10 por cento em 100 milhões de anos. Os nossos resultados do Capítulo anterior mostraram que é bem mais provável a instabilidade dentro de 30-160 milhões de anos mas o tempo exato ainda é incerto. Portanto, a evolução colisional dos objetos do cinturão de Kuiper, antes da instabilidade, não pode ter nenhuma conclusão enquanto não soubermos o tempo da instabilidade dos planetas gigantes. A missão da New Horizons à Plutão, estendida para região do cinturão de Kuiper, pode portanto, trazer evidências mais diretas nos próximos anos. Para isso a missão propõe vincular a distribuição de tamanhos dos objetos do cinturão de Kuiper a partir da contagem de crateras (Morbidelli e Nesvorný (2019)). Veja o Capítulo anterior em que nós mostramos que a instabilidade com grande força aconteceu cedo e é compatível com o que é proposto por Nesvorný et al. (2018).

A segunda parte, foi investigada por Jutzi, M. et al. (2017) em que eles mostraram que durante a dispersão do disco trans-Netuniano os efeitos da colisão são bastantes moderados. Os corpos maiores com 10 km resistem e são praticamente não afetados.

Portanto, os objetos maiores que 10 km são considerados primordiais. Os cometas que tem sido originados, com tamanhos de poucos km, no cinturão de Kuiper sofrem diversas colisões e não são considerados primordiais. Nós agora entendemos que a distribuição de tamanhos do cinturão de Kuiper pode ser reproduzido pelos modelos de acreção de *Pebbles*. Também sabemos que durante a instabilidade planetária há uma dispersão do disco trans-Netuniano, e que a evolução colisional permite a existência de objetos maiores que 10 km primordiais. Precisamos agora, conhecer os critérios para um bom modelo dinâmica da evolução orbital dos planetas gigantes. Na Seção 5.3, vamos mostrar alguns dos principais critérios do cinturão de Kuiper que um bom modelo dinâmico da evolução do Sistema Solar precisa explicar.

### 5.3 Critérios do cinturão de Kuiper para a formação do Sistema Solar

Como nós vimos, a estrutura atual dos planetas e dos objetos do cinturão de Kuiper não podem explicar a formação de todas as populações do cinturão de Kuiper. Aqui, nós vamos exibir alguns dos principais vínculos observacionais para serem satisfeitos pelos modelos dinâmicos que clamam explicar a produção dos objetos do cinturão de Kuiper. Estes vínculos são portanto (Morbidelli et al., 2008):

- KB1: A existência da população ressonante com Netuno. Como nós vimos, estas ressonâncias com Netuno são geralmente estáveis mas não é possível explicar como estes objetos atingiram esta configuração.
- KB2: A distinta distribuição de excentricidades na população clássica de objetos do cinturão de Kuiper. Apesar de a média de excentricidade ser de 0.07, existem duas distintas distribuições de excentricidades, que está abaixo e acima do limite de estabilidade na configuração atual de Netuno. É estimado que a população original não poderia ter obtido essas excentricidades, e portanto como aconteceu estas excitações em excentricidade depende do contexto da evolução primordial. Esta é uma questão chave para o nosso estudo realizado no próximo capítulo.
- KB3: A distribuição bimodal de inclinações do cinturão clássico de Kuiper. As observações mostraram que existe um aglomerado de objetos com inclinações menores que 4 graus. No entanto, existe uma parcela de objetos com inclinação acima de 30 graus. De fato, nenhum mecanismo poderia explicar essa distribuição considerando a configuração atual do Sistema Solar. Embora, o nosso modelo apresentado no Capítulo 4 pode oferecer uma possibilidade porque os embriões planetários para a formação de

Urano e Netuno podem ter excitado a inclinação dos objetos primordiais no cinturão de Kuiper.

- KB4: A borda externa do cinturão clássico de Kuiper. A borda externa do cinturão de Kuiper parece estar localizado próximo a ressonância de movimento médio com Netuno de 1:2. Além da borda externa do cinturão de Kuiper apenas objetos com maior excentricidade ou da população fossilizada estão presentes. A falta de objetos com excentricidades não pode ser explicada por erros observacionais (Trujillo e Brown, 2001) e por ser uma região estável a população original deveria ter permanecido lá.
- KB5: As correlações entre as propriedades físicas e a distribuição orbital. Levison e Stern (2001) mostraram que para baixas inclinações desaparecem no espectro visível, com absoluta magnitude de  $H < 6$ . Essa informação pode ser traduzida e indicar que a população fria do cinturão de Kuiper não apresenta brilho. Mas a população quente apresenta albedos mais altos que a população fria e portanto são maiores que estes últimos objetos.
- KB6: A preservação de binários do tipo largo no cinturão de Kuiper. Binários deste tipo não podem sobreviver a encontros próximos com Netuno.
- KB7: O déficit de massa do cinturão de Kuiper. A massa atual do cinturão de Kuiper é bem pequena e as estimativas são entre 0.01- 0.1 massas da Terra (Bernstein et al., 2004); (Gladman et al. (2001)). No entanto, os modelos de acreção *in situ* mostram que para tempos entre 10 e 100 milhões de anos o cinturão de Kuiper deveria conter 10 a 30 massas da Terra.

Na Seção 5.4, nós vamos apresentar alguns dos principais modelos para a explicação destes critérios. Vamos focar nos modelos que clamam em explicar a população fria mas que carecem de algumas respostas.

#### 5.4 Evolução primordial do cinturão de Kuiper

Em geral, é aceito pela comunidade científica que os planetas gigantes migram a partir das suas localizações iniciais, após a dissipação do gás proto-solar, devido às suas interações com o disco de planetesimais remanescente (Fernandez; Ip, 1984). Outro importante acordo é que o disco original trans-Netuniano foi inicialmente muito mais massivo (mais que 20 massas da Terra) que a população atual do cinturão de Kuiper e foi substancialmente depletado e esculpido pela a evolução de Netuno. Vamos abordar um pouco nesta seção sobre a natureza da migração dirigida por

planetesimais. É fantástico saber que os pequenos corpos quando juntos e formando um disco de partículas massivo pode dirigir planetas a migração.

#### 5.4.0.1 A natureza da migração dirigida por planetesimais

A migração dirigida por planetesimais tem em geral uma tendência. A medida que os planetesimais vão sendo espalhados para fora pelos planetas gigantes, os planetas têm que migrar para conservar momento angular. Júpiter é o principal ejetor de planetesimais e migra internamente (em direção ao Sol), enquanto Urano e Netuno têm dificuldade para ejetar os planetesimais em órbitas hiperbólicas. Em média, os planetesimais vão em direção a Júpiter e a Saturno. A tendência da migração dirigida por planetesimais em função da resolução do disco de planetesimais (massa e localização espacial) é muito bem descrita em [Gomes et al. \(2004\)](#). Um modelo simples para o processo de migração é descrito abaixo conforme [Gomes et al. \(2004\)](#): A teoria desenvolvida em ([Opik, 1951](#)) chamada de aproximação impulsiva pode ser utilizada para descrever a física dos encontros próximos entre dois corpos que orbitam uma estrela. Nesta aproximação, o efeito destes encontros próximos é uma rotação instantânea nas velocidades vetoriais dos corpos baseada no espalhamento de Rutherford. [Gomes et al. \(2004\)](#) utilizaram esta aproximação e concluíram que a média de todos os parâmetros de impacto e da orientação relativa tem um padrão. A migração dirigida para fora do Sistema Solar ocorre quando os planetesimais tem a componente  $z$  ( $H$ ) do momento angular maior que o momento angular do planeta ( $H_p$ ):

$$H = \sqrt{a(1 - e^2)} \cos i > H_p. \quad (5.6)$$

O oposto também é verdadeiro. A razão disso é que as velocidades dos planetesimais, na direção tangencial da órbita do planeta, é maior que a velocidade orbital do planeta e isso acelera o planeta ([Gomes et al., 2004](#)). Este resultado porém é válido para um planeta com uma moderada excentricidade. A direção de migração de um planeta é então determinada pelo número de planetesimais que cruzam as regiões com  $H > H_p$  e  $H < H_p$ . [Gomes et al. \(2004\)](#) mostram a tendência na migração dos planetas pode ser modificada a depender da existência de falhas na distribuição do disco de planetesimais como gaps, abismos, ou grupos muito denso de planetesimais.

Um planeta então pode mudar a sua direção de migração encontrando estas discontinuidades na distribuição espacial e de massa do disco de planetesimais. A migração do planeta pode ser medida pela taxa de variação do semieixo maior que é proporcional a ([Gomes et al., 2004](#)): i) a razão de material que cruza a órbita do planeta

( $M(t)$ ) e a massa do planeta  $M_p$  ; ii) a função de distribuição das órbitas dos planetesimais que cruzam os planetas  $k$ ; iii) e o tempo de escala entre encontros próximos entre os planetesimais e o planeta (proporcional ao inverso do período de um planeta). Segundo Gomes et al. (2004) a equação da taxa temporal do semi eixo maior de um planeta é dada por:

$$\frac{da_p}{dt} = \frac{k}{2\pi} \frac{M(t)}{M_p} \frac{1}{\sqrt{a_p}}. \quad (5.7)$$

A evolução do material que cruza a órbita dos planetas ( $M(t)$ ) depende do decaimento de massa da população de planetesimais pelo tempo finito tempo de vida dinâmico e do próprio espalhamento dos planetesimais pelo planeta. Com estes termos, Gomes et al. (2004) mostraram que a variação temporal do material que cruza as órbitas dos planetas pode ser escrito por:

$$\dot{M}(t) = (-\tau^{-1} + |k| \frac{\sqrt{a_p} \sigma(a_p)}{M_p}) M(t), \quad (5.8)$$

em que  $\tau$  é o tempo de decaimento da massa que cruza as órbitas dos planetas e  $\sigma(a_p)$  é a densidade superficial da região não espalhada dos planetesimais no semi-eixo maior  $a_p$ . Se o parâmetro  $\alpha = -\tau^{-1} + |k| \frac{\sqrt{a_p} \sigma(a_p)}{M_p}$  não muda muito, a solução para a variação de material é uma função exponencial com o fator  $\alpha$ . Se  $\alpha < 0$  (migração amortecida), a massa decai exponencialmente no tempo para 0, e o planeta para a migração. Se  $\alpha > 0$ , o planeta acelera a migração (migração forçada). Estas equações são usadas para mostrar a natureza da migração dirigida por planetesimais. A presença de um disco de planetesimais massivo indica que Netuno pode ter experimentando estes dois tipos de migração: i) a migração amortecida, em que Netuno migra apenas poucas unidades astronômicas, e a migração forçada, onde Netuno é acelerado para migrar e frequentemente essa migração o dirige para a borda externa do disco.

A migração de Netuno pode ser responsável por uma eliminação da massa original do disco de planetesimais. Considerando que Netuno se formou mais próximo ao Sol, ao redor de menos de 20 ua, o disco estendendo entre 20 até 50 ua poderia ter até 45 massas da Terra e a migração forçada foi portanto a dominante neste processo. Como Netuno hoje tem um semieixo maior de 30 ua, a migração deve ter sido amortecida ao redor de 30 ua. Este fato pode indicar que o disco original além de 30 UA deveria ter sua massa preservada. E como já vimos a massa atual medida na região do cinturão de Kuiper é entre 0.1- 0.01 massas da Terra. Estas evidências parecem indicar que a massa original do disco de planetesimais nunca

foi maior que 0.1 massas da Terra, ou a massa do cinturão de Kuiper foi eliminada mas sem uma modificação da posição final de Netuno. Porém, [Gomes et al. \(2004\)](#) mostraram que não é possível remover suficiente a massa da região do cinturão de Kuiper, sem uma migração além dos 30 ua. Baseado nisso, eles concluíram que o disco protoplanetário foi truncado perto de 30 ua antes da migração de Netuno. No entanto, este truncamento não explica as propriedades do cinturão frio de Kuiper e iremos retornar este assunto um pouco mais tarde neste texto.

Um outro importante efeito da migração de Netuno para o exterior é que durante a migração as ressonâncias de movimento médio também migram com o planeta ([Malhotra, 1993](#); [Malhotra, 1995](#)). As ressonâncias de movimento médio varrem o disco de planetesimais desde a posição inicial de Netuno até a sua posição final. Os planetesimais que são varridos pela ressonância de movimento médio podem, portanto, serem capturados pela a ressonância de movimento médio. Durante a captura em ressonância, as inclinações dos objetos podem ganhar um incremento a depender da ordem da ressonância, do semi eixo maior do objeto e do planeta ([Morbidelli et al. \(2008\)](#)). Este modelo pode explicar a captura da população ressonante (3:2) com Netuno e sua distribuição de grandes excentricidades explicando o critério KB1. Embora, existe um número excessivo de objetos capturados em ressonância com Netuno. Além disso este modelo exige que Netuno migre com excentricidade quase 0. Uma excentricidade maior que zero para Netuno poderia excitar a população ressonante o suficiente para criar uma difusão destes objetos. A partir de então, a migração de Netuno em órbita quase-circular foi chamada de migração suave e pode explicar muitas propriedades do cinturão de Kuiper.

A partir do critério KB5, os objetos da população quente (os maiores objetos) são sugeridos terem formados em regiões mais próximas ao Sol e foram entregues na região clássica por um mecanismo dinâmico. Este mecanismo deveria atuar no estágio final da formação planetária. [Gomes \(2003\)](#) mostrou que a migração suave de Netuno pode explicar esse transporte da população quente para a região clássica. A chave para o transporte estaria na produção de uma população espalhada de objetos. Eventualmente uma pequena fração dessa população seria capturada em ressonância de movimento médio com Netuno. Os processos envolvidos pela ressonância de movimento médio e efeitos seculares podem diminuir a excentricidade destes objetos. A reversibilidade destes ciclos ressonantes e seculares são quebrados pela migração de Netuno. Os objetos que escapam dessa ressonância são presos na região do cinturão de Kuiper. Um dos mecanismos para diminuir a excentricidade das partículas é a ressonância de Kozai. Como nós dissemos antes, estas ressonâncias de Kozai podem

ocorrer com inclinações bem menores dentro das ressonâncias de movimento médio. A população local é quase não excitada formando a população fria e a população implantada é portanto excitada em inclinação. A excitação da inclinação é uma consequência dos encontros próximos com os planetas gigantes que ocorreram antes da implantação. O mecanismo de migração suave pode explicar quase todos os critérios do cinturão de Kuiper (KB1-KB7) mas não pode explicar as atuais órbitas dos planetas gigantes que possuem moderadas excentricidades e inclinações. Por isso um novo modelo foi proposto com base no modelo de Nice que explica as órbitas dos planetas gigantes: o modelo de Levison et al. (2008).

#### 5.4.1 O modelo de Levison et al. (2008)

Baseado em Gomes et al. (2004), Levison et al. (2008) propuseram portanto que o cinturão de Kuiper é uma região primordialmente vazia. O disco de planetesimais tem um fim abrupto em 30 ua. Portanto, todos os objetos primordiais do cinturão de Kuiper foram oriundos de menores distâncias heliocêntricas e implantados na região entre 30 e 50 AU por algum mecanismo de transporte. Levison et al. (2008) utilizaram como referência o modelo clássico de Nice (Tsiganis et al. (2005)) que implica em uma instabilidade dinâmica na evolução dos planetas gigantes do Sistema Solar (Veja mais detalhes no Capítulo 1). O novo mecanismo de transporte apresentando em Levison et al. (2008) propõe que objetos podem ser transferidos para maiores distâncias heliocêntricas através do mecanismo de *sticking*. As partículas vão entrando em ressonância de movimento médio com Netuno, eventualmente, as ressonâncias protegem as partículas de encontros próximos e dirigem as partículas a baixas excentricidades. As partículas podem então desacoplar de Netuno durante a migração deste planeta.

Durante a instabilidade dos planetas gigantes, Netuno pode atingir órbitas excêntricas com excentricidades maiores que 10 por cento, tipicamente após o último encontro com Netuno. Neste caso, o retrato do mecanismo *sticking* pode ser completamente diferente porque as excentricidades mais altas de Netuno forçam as partículas a intensas oscilações nas excentricidades. Estas intensas excitações permitem as partículas atingirem excentricidades circulares em alguma localização. Pode até acontecer uma excitação devido aos efeitos seculares mas eles acontecem em escalas temporais de mais de 2 milhões de anos. Uma outra razão, é que quando os planetas estão em alta excentricidade, o comprimento das suas ressonâncias de movimento médio aumentam e elas podem sobrepor umas outras. A superposição então cria um mar caótico da região entre a órbita de Netuno e a ressonância 1:2 com Netuno e as

partículas percorrem uma caminhada aleatória e podem ser presas nesta região por bilhões de anos. A população fria é portanto formada também pela população espalhada mas que atingem baixas excentricidades por causa do mar caótico formado por Netuno em alta excentricidade.

O mecanismo proposto por Levison et al. (2008) pode explicar a população quente com o mecanismo similar ao apresentado por Gomes (2003). Este modelo pode explicar a população ressonante como os objetos que não foram desacoplados das ressonâncias de movimento médio pelos efeitos seculares de Netuno. Além de muitos dos critérios que nós discutimos na Seção 5.3. No entanto, as excentricidades produzidas são muito grandes comparada as excentricidades do cinturão frio de Kuiper. A média de excentricidades obtidas pelo modelo de Levison et al. (2008) estavam entre 0.10-0.13 enquanto a média de excentricidade do cinturão clássico de Kuiper é de 0.07. Com base nisso, o modelo de Levison et al. (2008) parece descartar a possibilidade de que o cinturão de Kuiper era primordialmente vazio. Embora, a evidência dinâmica de Gomes et al (2004) parece apontar para uma borda externa de 30 AU, muitas outras evidências observacionais apontam para existência de uma população local pré-existente no cinturão de Kuiper. Vamos analisar estas evidências e apontar os dois modelos mais recentes para a explicação da população fria do cinturão de Kuiper.

Uma das motivações principais da nossa Tese é exatamente a busca por uma solução para a produção de objetos frios o suficiente. Com a instabilidade planetária é tipicamente comum obter evoluções mais excêntricas para Netuno. As evidências apresentadas a seguir reforçam que a população fria tinha que se formado *in situ*.

## 5.5 Evidências para uma população fria formada *in situ*

Nesta Seção, vamos mostrar algumas evidências que reforçam a hipótese que o cinturão de Kuiper frio é uma população original que foi formada localmente pelo disco de planetesimais que esteve na região clássica desde o início da formação do Sistema Solar.

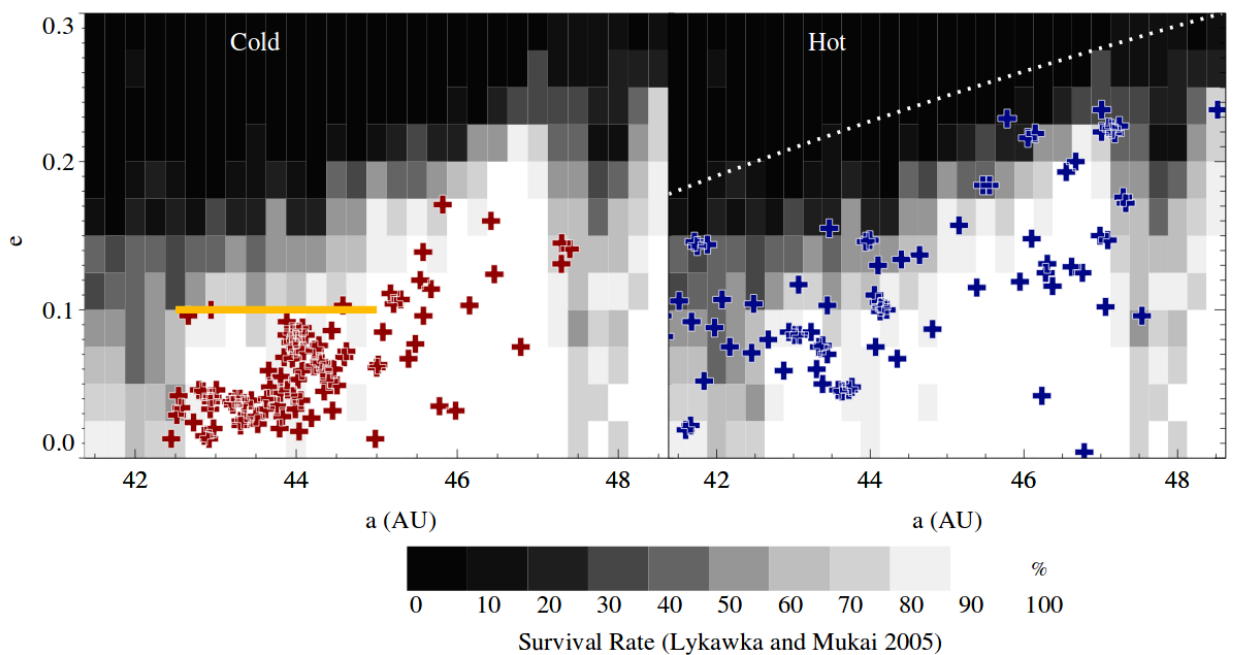
### 5.5.1 Diferentes distribuições de excentricidades

Uma construção bem detalhada das propriedades dinâmicas e físicas do cinturão de Kuiper clássico pode ser visto em Dawson e Murray-Clay (2012). A primeira evidência para uma formação *in situ* da população fria é a diferença entre as excentricidades da população fria e quente que aparece no mapa de sobrevivência de

Lykawka e Mukai (2005).

O mapa de sobrevivência de Lykawka e Mukai (2005) é construído a partir de condições iniciais cúbicas ( $a$ ,  $e$ ,  $i$ ) de partículas teste. Estas partículas são colocadas na região clássica com excentricidade de até 0.3 e inclinação de até 30 graus. Depois, estas partículas são integradas por 4 bilhões de anos, considerando os quatro planetas gigantes em suas órbitas atuais. A partir desta integração, é possível calcular a taxa de sobrevivência destas partículas testes em caixas de ( $a$ ,  $e$ ) e ( $a$ ,  $i$ ). Este mapa de sobrevivência em excentricidade é mostrado na Figura 5.6 adaptada de Dawson e Murray-Clay (2012).

Figura 5.6 - Mapa de sobrevivência de Lykawka e Mukai (2005) para a região do cinturão clássico de Kuiper. Veja mais detalhes no texto.



Fonte: Dawson e Murray-Clay (2012)

A população fria e quente é colocada juntamente com o plot da Figura 5.6. A partir das observações deste mapa é possível ver que a população fria é confinada com excentricidades menores que 0.1, na região com semieixo maior entre 42.5 e 44.5 ua. A população fria é então localizada em uma região em que a fração de sobrevivência é de quase na totalidade de 100 por cento. Existe também uma coleção de objetos concentrados em baixíssimas inclinações, ao redor de 44 ua, com comprimento de

0.5-1 ua e excentricidade de 0.05. Este aglomerado de partículas frias é chamada de *Kernel* da população fria (Petit et al., 2011). A população quente por outro lado parece está distribuída no limite superior da região de sobrevivência, com excentricidade maior que 0.1 e próximo ao pericentro  $q > 34$  ua. A localização da população quente, neste limite superior, parece indicar que estes objetos foram implantados na região clássica conforme algum mecanismo, como proposto por Gomes (2003) e Levison et al. (2008), a partir da população espalhada, com pericentro maior que 34 ua, em algum momento no passado. A população fria portanto parece indicar que foi sempre presente na região de sobrevivência do mapa e nunca foi excitada por nenhum mecanismo.

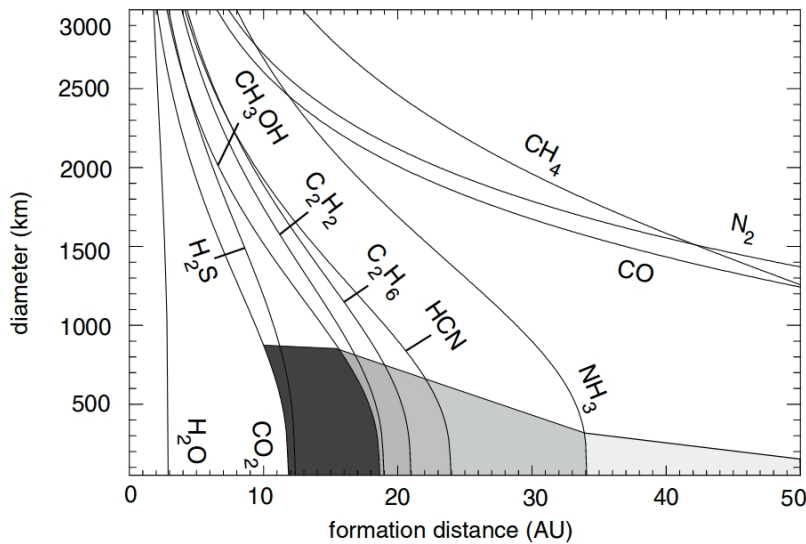
### 5.5.2 Diferentes cores de objetos da população fria

Uma outra característica, que exige uma formação local da população fria, é a diversidade de cores presentes na região do cinturão de Kuiper. Brown et al. (2011) propuseram um modelo que unifica um processo dinâmico e químico para explicar as cores observadas na superfície dos objetos do cinturão de Kuiper. A composição total dos cometas pode ser bastante diversa, mas é sabido que o que observamos na superfície dos cometas é resultado de um acoplamento entre a radiação ultravioleta e a irradiação das partículas que define a cor destes objetos. A composição da superfície é formada apenas pela evaporação dos elementos voláteis, logo após a formação dos objetos. Segundo as observações, as outras regiões do cinturão de Kuiper aparentam ser compostos de uma mistura muito parecida entre objetos cor em cinza e objetos em cor vermelha. Porém, a população fria do cinturão de Kuiper tem uma composição homogênea com cores muito mais avermelhadas que a população quente (Morbidelli e Brown (2005); Doressoundiram et al. (2008)).

Brown et al. (2011) consideraram a possibilidade de que as cores dos objetos do cinturão de Kuiper são formados de uma mistura de material de cometas. Mas estes materiais só são expostos a luz do Sol quando a poeira e o gás desaparecem. A exposição a luz do Sol começam a modificar a superfície desses objetos. A depender do equilíbrio térmico de temperatura, algumas moléculas podem evaporar e serem perdidas no espaço. Por intuição, as superfícies mais longes do Sol podem reter mais elementos voláteis do que os mais próximos ao Sol. O modelo de Nice portanto diz que os objetos são espalhados em direção exterior ao Sistema Solar e suas temperaturas diminuem e a evaporação dos elementos voláteis podem cesar. A exposição a radiação de longo prazo fornece as cores que nós vemos, a partir do material químico que restou na superfície desses objetos. A evaporação em função do tamanho dos

objetos e da distância heliocêntrica pode ser encontrada em Brown et al. (2011) ou adaptada na Figura 5.7.

Figura 5.7 - Evaporação dos elementos voláteis em função da distância heliocêntrica e do tamanho dos objetos. Veja mais detalhes no texto.



Fonte: Brown et al. (2011)

Para obter essa distribuição, Brown et al. (2011) utilizaram um mecanismo mais lento para a perda de espécies moleculares (o escape de Jeans) através do disco de planetesimais primordial. Na Figura 5.7, nós vemos a que particular distância e a que tamanho de planetesimal o elemento volátil pode ser depletado. Existem portanto três grandes zonas de evaporação dos voláteis, no cinturão de Kuiper primordial, que dão origem a diversidade de cores destes objetos. A região sombreada na Figura 5.7 mostra três regiões principais. A parte interna (região escura) do cinturão de Kuiper apenas pode sobreviver água e CO<sub>2</sub> na superfície, e a irradiação destas moléculas causam as cores cinzas ou escuras. Na parte intermediária do cinturão de Kuiper, o destaque presente na superfície é a molécula CH<sub>3</sub>OH levando a um alto albedo e cores vermelhas. A região local do cinturão de Kuiper permite a acreção de amônia NH<sub>3</sub>. A acreção desta substância leva a características únicas na superfície desses objetos e responsável pelas cores mais avermelhadas do cinturão frio. Portanto mais uma evidência da formação *in situ* da população fria de Kuiper.

### 5.5.2.1 População de binários do cinturão frio de Kuiper

Como nós dissemos antes, a população de binários tem uma concentração maior na região do cinturão frio de Kuiper. Noll et al. (2008) realizaram uma busca por objetos da região clássica trans-Netuniana (cerca de 101 objetos) por companheiros de um sistema binário utilizando o telescópio Hubble. Eles encontraram cerca de 21 binários que estão distribuídos em uma forte relação com a inclinação. Há uma concentração de cerca de 17 binários em inclinações menores que 5.5 graus e todos eles têm semelhante brilho. Para inclinações maiores que 5 graus apenas 4 objetos tem um satélite como companheiro, e apenas 1 deles tem um brilho similar. Noll et al. (2008) concluíram então que esta aparente dicotomia realmente impulsiona a ideia de que a população fria e quente se formaram em locais diferentes do disco de planetesimais primordiais.

Além da evidência observacional, existe a evidência dinâmica relacionada ao transporte de binários de regiões mais internas do Sistema Solar para as regiões que compõem o cinturão clássico de Kuiper. Os binários presentes no cinturão de Kuiper frio tem suas componentes relativamente distantes em uma classificação que chamamos de binários largos. Um maneira de caracterizar quando o binário é largo é através da razão entre o semieixo maior mútuo do sistema binário e o raio de Hill que pode ser escrita por (Parker e Kavelaars (2010)):

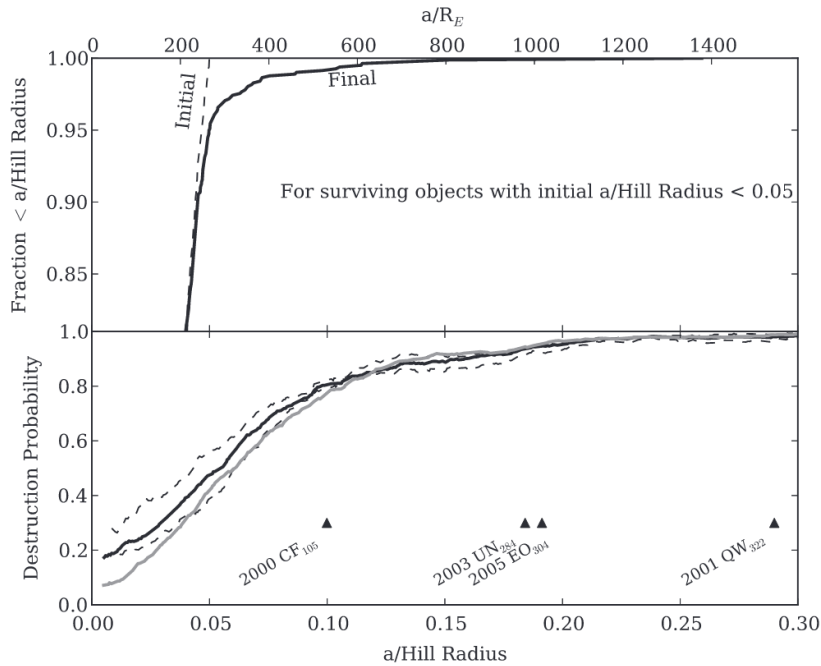
$$\frac{a}{R_H} = a_{out} \left( \frac{3M_{Sol}}{M_{c1} + M_{c2}} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.9)$$

em que o semieixo maior em órbita heliocêntrica é representado por  $a_{out}$  e  $M_{c1}$  e  $M_{c2}$  são as massas dos componentes do binário. Utilizando esta medida por exemplo o binário 2001  $QW_{322}$  tem uma razão  $\frac{a}{R_H} = 0.32$  (Petit et al. (2008)).

Parker e Kavelaars (2010) realizando um conjunto significativo de simulações, com base no modelo de Levison et al. (2008), para avaliar se era possível transportar estes binários para a região do cinturão clássico de Kuiper. As simulações se iniciaram por um aglomerado de binários entre 20 e 34 AU e Netuno estava em 28 AU com uma excentricidade de 0.3. A partir da história de encontros e transporte para a população fria foi estudado se estes objetos podem sobreviver aos encontros próximos com Netuno. Os critérios para a destruição dos binários foram: a total energia do sistema é maior que zero, a separação mútua é maior que 1 raio de Hill ou as componentes do binário colidem entre si. Uma amostra de diversas razões  $\frac{a}{R_H}$  foram utilizadas desde 0.005 até 0.3. A conclusão que eles chegaram foi que binários do tipo largo

$\frac{a}{R_H} > 0.05$  são eficientemente destruídos por encontros próximos com Netuno, como mostrado na Figura 5.8.

Figura 5.8 - O rompimento de binários do tipo largo durante a instabilidade planetária no modelo de Nice. Veja mais detalhes no texto.



Fonte: Parker e Kavelaars (2010)

Como nós podemos notar a probabilidade de distribuição dos binários é de cerca de 50 por cento para  $\frac{a}{R_H} = 0.05$  e aumenta para 80 por cento para  $\frac{a}{R_H} = 0.1$ . Mais ainda, a 5.8 superior mostra a evolução de binários próximos inicialmente  $\frac{a}{R_H} < 0.05$  mas que evoluíram para binários mais largos, após os encontros próximos com Netuno. Porém, apenas uma fração de 5 por cento se tornaram binários largos e apenas uma fração de 2 por cento se tornaram binários com  $\frac{a}{R_H} = 0.075$ . Estes resultados parecem indicar que o mecanismo de transporte de Levison et al. (2010) não produz o número grande de binários observado na população fria do cinturão de Kuiper. Eles são facilmente rompidos por encontros próximos com Netuno durante a sua evolução primordial. Portanto, a única maneira de preservar os binários na região clássica fria do cinturão de Kuiper é que estes objetos foram criados localmente. As evidências da acreção de pebbles parecem supor a criação de binários localmente, como nós vimos nas seções anteriores.

Estas são algumas das principais evidências que indicam que a população fria é formada *in situ* e tem propriedades físicas e químicas únicas em todo o nosso Sistema Solar. Como nós vimos, a distribuição de tamanhos da população fria também é reproduzida pelo modelo de acreção em pebbles através da ST. Diante destas evidências, dois modelos atuais mostraram ser compatíveis com a estrutura do cinturão de Kuiper atual e principalmente da população fria: o modelo de Netuno-excitado (Gomes et al. (2018)) e a migração quase-suave de Nesvorny (Nesvorný, 2015a; Nesvorný, 2015b).

### 5.5.3 O modelo de Nesvorny (2015)

O primeiro artigo que apresenta o modelo de migração quase-suave de Netuno foi proposto por Nesvorny em 2015. Este modelo explica a distribuição bimodal dos objetos do cinturão de Kuiper. A distribuição de inclinação das várias populações do cinturão de Kuiper pode ser escrita através da função (Nesvorny (2015) a):

$$N(i)di = \sin(i)e^{\frac{-i^2}{2\sigma_i^2}} di, \quad (5.10)$$

em que  $\sigma_i$  é o parâmetro para uma determinada população do cinturão de Kuiper. Por exemplo, para o cinturão clássico de Kuiper a população fria tem o valor de  $\sigma_i = 2$  graus e entre  $\sigma_i = 8 - 17$  graus para a população quente.

A população fria formada localmente nunca poderia ter sido excitada significativamente, para obter inclinações maiores que 2 graus, mas a população quente precisa portanto ser excitada pelos mecanismos propostos por Gomes (2003). Como nós dissemos as inclinações dos planetesimais, localizados em distâncias menores que 30 AU, que formaram a população quente, devem ter experimentado muitos encontros próximos com Netuno ou sofreram os ciclos de Kozai dentro das ressonâncias de movimento médio. Para mostrar como estes processos operaram na evolução primordial do cinturão de Kuiper, Nesvorny (2015a) realizou um conjunto grande de simulações numéricas em que o foco foi os objetos do cinturão de Kuiper em ressonância 3:2 com Netuno, os chamados Plutinos. Os Plutinos tem a vantagem de não serem objetos com uma bimodal distribuição de inclinação e também são bem caracterizadas orbitalmente.

Nesvorny (2015a) realizou simulações com Netuno em diversas órbitas iniciais: semieixo maior de 22, 24, 26 e 28 AU, excentricidades 0, 0.1 e 0.3 e inclinação de 0 e 5 graus. Eles também aplicaram forças fictícias que mimizam a migração radial de Netuno e o amortecimento em excentricidade e inclinação. As taxas amortecimento

e migração foram colocadas como sendo um único parâmetro em que eles consideram ter valores de 1, 3, 10, 30 e 100 milhões de anos. Netuno então migra até atingir seu valor atual de semi eixo maior e excentricidade. As simulações realizadas por Nesvorny (2015a) consideraram uma resolução alta do disco de 1 milhão de partículas até 30 AU. O grande número de partículas é importante porque a probabilidade de captura em diferentes partes do disco de planetesimais é esperada ser menor que  $10^{-3}$ . As partículas são consideradas como partículas testes e portanto elas não interferem na órbita dos planetas. Essa aproximação é importante e iremos discutir ela ao longo deste trabalho. As frequências de precessão da órbita de Netuno não variam ao longo da sua evolução mas isto é tipicamente comum nas órbitas dos planetas no modelo de Nice. A precessão de Netuno é um dos maiores problemas para a preservação de objetos frios no cinturão de Kuiper clássico (Batygin et al. (2001)). As simulações foram então realizadas por 1 bilhão de anos. O mecanismo de implantação de objetos foi analisado através da história orbital dos objetos do disco de planetesimais. Eles encontraram que a implantação de objetos a partir de distâncias  $< 30AU$  é em geral em três passos:

- Passo 1: Os planetesimais são espalhados por Netuno em regiões  $> 30$  AU oriundos de uma região de fonte definida como:

$$q \leq Q_N(t) = a_N(1 + e_N) \quad (5.11)$$

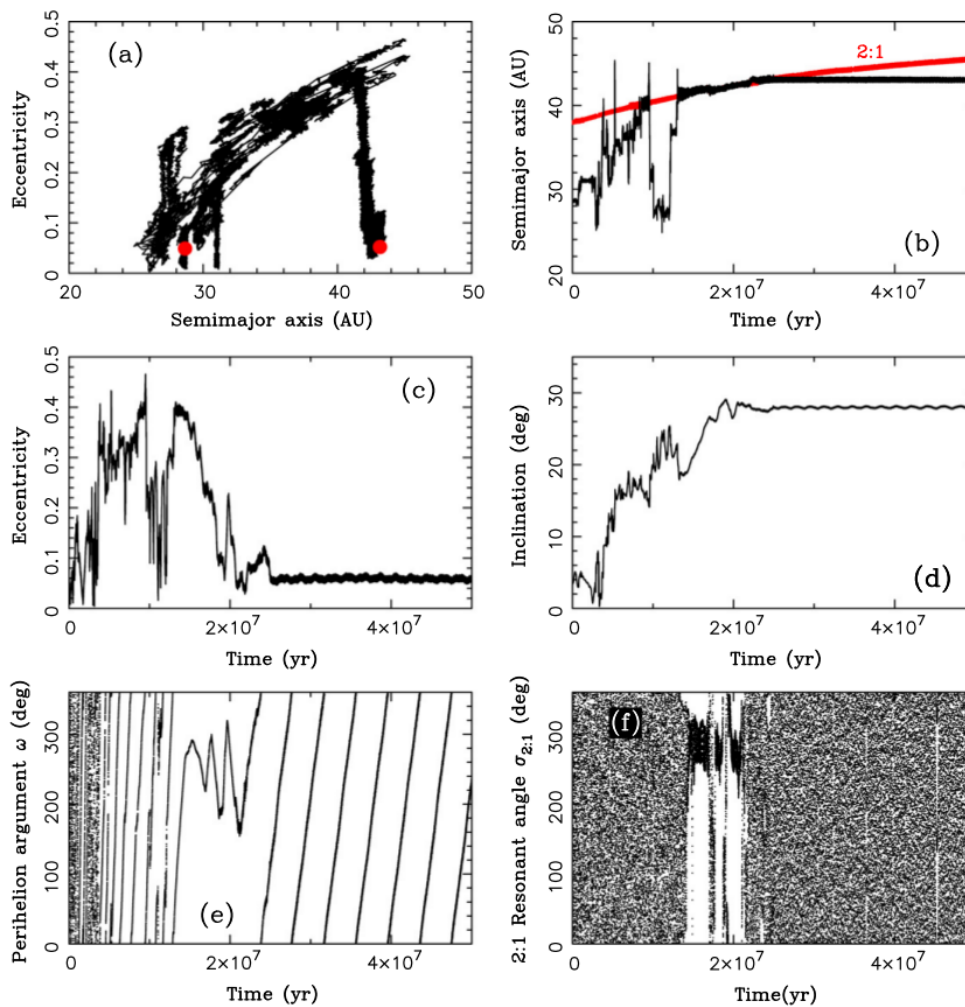
e semieixo maior entre 40 e 47 AU. Dentro desta região os objetos geralmente evoluem para suas órbitas atuais no cinturão principal clássico de Kuiper.

- Passo 2: A população espalhada sofre os efeitos de ressonâncias de movimento médio com altas amplitudes e os fortes efeitos seculares são os mesmos descritos no mecanismo de Levison et al. (2008) e que são presentes na dinâmica atual do cinturão de Kuiper. Os efeitos diminuem a excentricidade dos objetos que são retirados dos encontros próximos com Netuno mas em escalas temporais bem lentas (cerca de 1 milhão de anos).
- Passo 3: Mais uma vez a migração de Netuno quebra a reversibilidade dos ciclos seculares dos planetesimais e estes são lançados para fazer parte da população fria ou são deixados em órbitas ressonantes.

Até o momento o mecanismo de Nesvorny(2015,a) não é nada diferente do mecanismo de Gomes (2003) que já descrevemos neste Capítulo. Um exemplo retirado de

Nesvorny(2015a), para ilustrar como o mecanismo de Gomes funciona, é mostrado na Figura 5.9. A órbita desta partícula é inicialmente espalhada por Netuno e evolui até encontrar a ressonância do tipo 2:1. Dentro desta ressonância, este objeto tem uma inclinação típicas de um plutino e os ciclos de Kozai podem acontecer já com estas inclinações. As inclinações sofrem um aumento enquanto as excentricidades decrescem dentro do ciclo de Kozai. No final a partícula termina em baixa excentricidade e em uma inclinação de 30 graus. Este planetesimal é então um bom candidato para fazer parte do cinturão quente de Kuiper.

Figura 5.9 - O mecanismo de Gomes para a formação da população quente



Fonte: Nesvorny (2015a)

Diferente do modelo de Gomes (2003), além da migração ser suave, segundo as

simulações numéricas de Nesvorny (2015a) para os ciclos de Kozai (ou outros efeitos mais complexos) ter efeitos para aumentar a inclinação dos objetos a migração suave deve ocorrer em uma escala de 10 milhões de anos. Desta forma, a distribuição de objetos com alta inclinação do cinturão de Kuiper pode ser bem reproduzida. O modelo de migração suave de Nesvorny (2015a) não explica as fortes evidências que implicam que a população fria seja formada in situ porque seu modelo se baseia em um truncamento do disco de planetesimais em 30 AU.

Olhando os modelos mais recentes para a instabilidade planetária do modelo de Nice, Nesvorny propôs porém que os vínculos para a órbita de Netuno devem ser: i) as excentricidades e inclinações de Netuno não poderiam ser menores que 0.1 e 2 graus. ii) a borda externa do disco de planetesimais deve ser menor que 30 AU e a massa total do disco é de 15-20 massas da Terra. iii) A migração de Netuno deve ter algumas mudanças descontínuas em 28 AU como resultado de encontros próximos com planetas gigantes e iv) o quinto planeta gigante deve ter uma passagem muito breve no cinturão de Kuiper. Este são critérios para que o modelo de Nice funcione no aspecto da reprodução das inclinações do cinturão de Kuiper.

Como nós dissemos, a migração suave proposta por Nesvorny2015(a) não explica a população de Kernel do cinturão frio de Kuiper e suas propriedades físicas e químicas. A razão é que o modelo de Nesvorny o disco é truncado em 30 AU. Portanto, Nesvorny2015(b) mostrou uma alternativa para explicar a estrutura do cinturão frio de Kuiper. Nesvorny (2015)(b) considera a possibilidade de que o Kernel seja uma coleção de objetos que foram capturados em ressonância de movimento 2:1 com Netuno mas foi desacoplada destas ressonância. Para analisar esta possibilidade, eles utilizaram uma das evoluções do modelo de Nice em que Netuno tem uma migração muito rápida nos primeiros milhões de anos. Netuno então atinge 28 AU e a instabilidade planetária acontece com uma fase muito curta de encontros próximos e em seguida uma migração lenta e suave até Netuno atingir 30 AU.

O disco nas simulações de Nesvorny (2015b) agora se estende entre 30 e 50 AU e a população original ao redor de 40 AU pode ser capturada em ressonância de movimento médio durante o primeiro estágio de migração de Netuno, antes da instabilidade planetária. A posição da ressonância de movimento médio 2:1 está em 44 AU, quando Netuno chega finalmente em 28 AU. Durante a instabilidade planetária, Netuno pode sofrer saltos descontínuos em semieixo maior, devido a encontros próximos com os planetas gigantes. Estes saltos em semieixo maior transladam a posição da ressonância de movimento médio 2:1 além do comprimento desta ressonância e

os corpos são soltos com excentricidades menores que 0.1 formando população de *Kernel*? do cinturão de Kuiper frio.

Nesvorny e Vokroulicky (2016) resolveram um outro problema para os modelos de migração de Netuno. Os modelos propostos até aqui criam uma excessiva população de objetos em ressonância de movimento médio em relação a população observada. Para resolver esta incoerência, eles propuseram a migração granular de Netuno. A migração granular de Netuno é uma migração que é esperada a partir de encontros próximos de Netuno com planetesimais com massas de pelo menos 1 Plutão. Nesvorny e Vokroulicky (2016) utilizaram um método analítico para mimicar os efeitos das mudanças no semieixo maior de Netuno. As mudanças são baseadas nos encontros próximos com objetos do tamanho de Plutão. A migração suave na órbita de Netuno é alterada para uma nova história de migração com pequenos saltos devido aos encontros próximos com objetos com a massa de um Plutão. Os melhores resultados são para discos entre 1 e 4 mil objetos da massa de Plutão localizados em distâncias iniciais menores que 30 AU. A massa total destes objetos é entre 2 e 8 massas da Terra e a massa total do disco é 20 massas da Terra.

É importante notar, que todas as simulações realizadas do cenário de migração quasi-suave são realizadas por migrações fictícias de Netuno. A maior aproximação é em relação a precessão de Netuno, não é incluído no modelo as variações de precessão que poderiam ser comum diante a encontros próximos com as partículas do disco e outro planetas durante o passado de Netuno. Estas variações são bastante comuns durante a instabilidade planetária no modelo de Nice. Portanto, o modelo de Gomes et al. (2018) se propõe a modelar a estrutura dinâmica do cinturão de Kuiper utilizando a evolução completa dos planetas gigantes do Sistema Solar. Nestas evoluções é típico que ocorra a precessão lenta de Netuno e isso não está sendo colocado no modelo de Nesvorny. Portanto, nós vamos discutir ao longo deste trabalho que a precessão de Netuno é um problema para a produção da população fria.

#### **5.5.4 Efeito da precessão lenta de Netuno**

Batygin et al. (2011) mostraram que a formação da população fria é consistente com o modelo de instabilidade planetária. Para isso eles se basearam em efeitos dinâmicos de Netuno na população local fria do cinturão de Kuiper. Eles apresentaram um modelo secular que explica a excessiva excitação dos objetos primordiais frios do cinturão de Kuiper, com bases na precessão de Netuno. O modelo secular de Batygin et al. (2011) descreve as interações de longo prazo entre Netuno e uma população inicialmente fria do cinturão de Kuiper mas que apenas residem entre as ressonâncias

3:2 e 2:1. Netuno está preso em uma fase de alta excentricidade, que é resultado da instabilidade planetária, e é fase mais agressiva para manter as excentricidades baixas no cinturão de Kuiper.

O período de instabilidade é geralmente mais curto (ao redor de 1 milhão de anos) e a aquisição de semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes, geralmente é menor que o tempo de escala da precessão de Netuno. No entanto, fortes modulações de excentricidades e inclinações podem acontecer, no contexto da dinâmica secular, quando Netuno tem uma excentricidade e inclinação altas. Batygin et al. (2011) dividiram então os efeitos seculares em duas partes: o que é respectivo ao planeta Netuno e o que é respectivo aos objetos do cinturão de Kuiper.

Considerando que a população local fria não tem massa. Os outros planetas e as partes massivas do disco do cinturão de Kuiper causam dois efeitos principais em Netuno: o efeito da precessão apsidal e nodal representados por  $g = \langle \dot{\varpi}_N \rangle$  e  $f = \langle \dot{\Omega}_N \rangle$ . O modelo leva apenas em consideração a média destas últimas duas grandezas. A fricção dinâmica que o planeta sofre também pode ser incluída por funções exponenciais em que o tempo de escala ( $\tau_e \approx \tau_i$ ) é da ordem de 10 milhões de anos. Mas é considerado apenas os elementos livres rejeitando modulações nas excentricidades e inclinações provocados pelos outros planetas. Isso é uma aproximação importante do modelo porque a inicial modulação das excentricidades e inclinações é importante para o efeito secular na região do cinturão de Kuiper. Utilizando as variáveis complexas de Poincaré:  $x_n = e_n \exp\{i(l\varpi)\}$ ;  $y_n = i_n \exp\{i(l\Omega)\}$  e aplicando as equações de primeira ordem de Lagrange para Netuno nós temos:

$$\frac{dx_n}{dt} = lgx_n - \frac{x_n}{\tau_e}, \quad (5.12)$$

$$\frac{dy_n}{dt} = lfy_n - \frac{y_n}{\tau_i}. \quad (5.13)$$

Em que as soluções podem ser encontradas:

$$x_n = e_n^0 \exp\left\{\left(lg - \frac{1}{\tau_e}\right)t\right\}, y_n = i_n^0 \exp\left\{\left(lf - \frac{1}{\tau_i}\right)t\right\}. \quad (5.14)$$

As excentricidades  $e_n^0$  e inclinações  $i_n^0$  são as iniciais e as máximas possíveis para a evolução de Netuno. As excentricidades e inclinações utilizadas por Batygin et al. (2011) são respectivamente 0.25 e 10 graus. Para a excitação secular da inclinação e da excentricidade dos objetos do cinturão de Kuiper foram utilizadas a teoria secular

de Laplace-Lagrange que apenas tem termos de segunda ordem na excentricidade e inclinação da função perturbadora para os objetos do cinturão de Kuiper. Portanto, segundo Batygin et al. (2011) podemos escrever para a evolução das excentricidades (a evolução das inclinações remete um procedimento bem análogo):

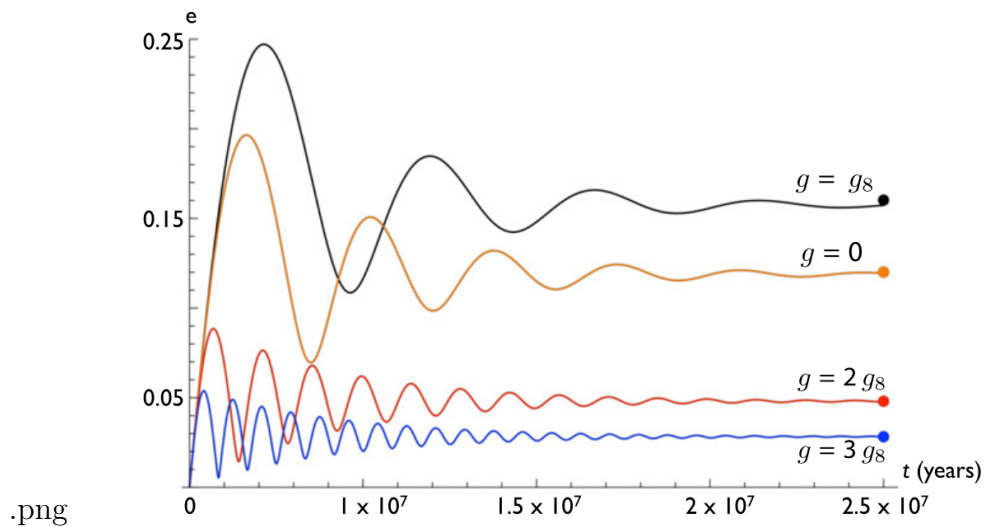
$$\frac{dx_{KBO}}{dt} = lAx_{KBO} + lA_n x_n. \quad (5.15)$$

A solução para as excentricidades é portanto:

$$x_{KBO} = \frac{e_n^0 \tau_e A_n \left( \exp\{(lAt)\} - \exp\left\{\left(lg - \frac{1}{\tau_e}\right)t\right\}\right)}{A\tau_e - g\tau_e - l}. \quad (5.16)$$

Observe na Eq. 5.16 que o parâmetro de controle é a precessão de Netuno  $g$ . Batygin et al. (2011) portanto mostraram diferentes casos em que  $g$  é menor ou maior que a precessão natural de Netuno  $g_8 = 0''.65$  anos. Nós adaptamos de Batygin et al. (2011), a solução para quatro valores de diferentes precessões de Netuno como mostrado na 5.10. Este gráfico representa a evolução secular de objetos da região do cinturão de Kuiper para objetos em 45 AU. Nós observamos que precessões mais rápidas de Netuno, isto é  $g > 2g_8$  não apresentam oscilações em excentricidades maiores que 0.06 mas as lentas precessões de Netuno  $g < 2g_8$  causam uma excessiva excitação na população de objetos do cinturão frio de Kuiper (excentricidades podem ser maiores que 0.20).

Figura 5.10 - Efeito da precessão lenta de Netuno nas excentricidades

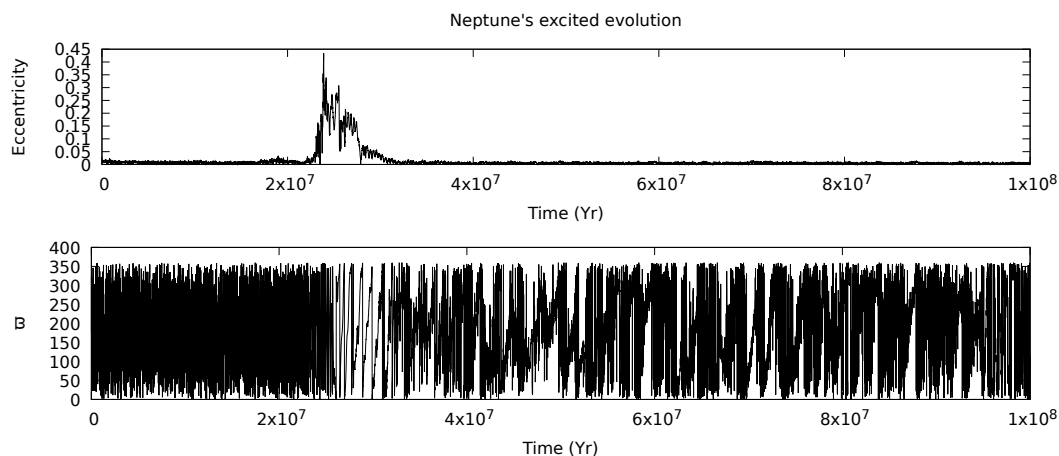


Fonte: Batygin et al. (2011)

Portanto, Batygin et al. (2011) mostraram que para manter objetos com excentricidade menores que 0.1 e inclinações menores que 5 graus, a precessão nodal e apsidal de Netuno deve ter excedido  $3g_8$ . A precessão de Netuno é uma consequência da sua interação com outros planetas durante a fase de espalhamento dos planetesimais. Nesta fase, Urano e Netuno podem ficar próximos o suficiente para modificar a precessão destes objetos. A massa contida no cinturão de Kuiper também pode exercer influência na precessão de Netuno.

No modelo de Nice, no entanto, existem fases em que a precessão de Netuno é lenta e parece ser bastante comum. Esta fase aparece durante a instabilidade dos planetas gigantes do Sistema Solar. Nós podemos mostrar em um dos casos de Gomes et al. (2018) em que há momentos em que a precessão de Netuno fica mais lenta. Isso é mostrado na Figura 5.11. Este estudo da duração e a causa da precessão lenta de Netuno ainda carece de explicações e pode ser um potencial para explorado para um projeto futuro. No próximo Capítulo, nós vamos mostrar que os ciclos seculares dos objetos no cinturão de Kuiper podem também oferecer uma outra solução para a retenção do cinturão frio de Kuiper.

Figura 5.11 - Evolução da longitude do periélio de Netuno no modelo de Nice.



Fonte: Dados da Pesquisa

### 5.5.5 O modelo de Gomes et al. (2018)

O modelo do Netuno-excitado é uma nova versão do modelo de Levison et al. (2008) mas agora com a população fria formada in situ, com inicialmente pouca massa e na

região clássica do cinturão de Kuiper. Uma novidade neste modelo é que Gomes et al. (2018) inclui a estrutura do modelo de Nice atual com 5 planetas gigantes, em uma inicial configuração multi-ressonante em que Júpiter e Saturno estão inicialmente em 3:2 MMR. Como nós dissemos antes, esta configuração é tão compacta resultando em uma instabilidade muito violenta. O resultado é sempre planetas gigantes de gelo em órbitas altamente excêntricas. Portanto, Netuno também passa por uma fase de alta excentricidade e é por isso que nós chamamos este modelo de Netuno excitado. Os detalhes deste modelo serão explicados no próximo Capítulo. Apesar de que estatisticamente os resultados de Gomes et al. (2018) tenham bons resultados, com a compatibilidade da população fria, em muitos casos os resultados finais mostram poucos objetos com excentricidade suficientes para explicar o cinturão frio de Kuiper.

## 5.6 Motivação de estudo

Os modelos sugeridos até aqui ainda não foram capazes de explicar a formação do cinturão frio de Kuiper. As evoluções do modelo de Nice são geralmente muito violentas para a produção local do cinturão de Kuiper frio. É comum a instabilidade planetária deixar Netuno em órbitas excêntricas, ao menos temporárias, que podem influenciar secularmente a região fria do cinturão de Kuiper e causar excessiva excitação em excentricidade. Os modelos de Nesvorny (2015) apresentam bons resultados mas especificam a evolução de Netuno. Além disso, o modelo de Nesvorny apresenta uma importante aproximação para as órbitas de Netuno. As órbitas de Netuno não são permitidas de ter variações nos ângulos de precessão orbital (longitude do periélio e do nodo) mas que são comuns nos modelos de instabilidade planetária. Com isso, o modelo de Gomes et al. (2018) torna-se mais próximo de conter os efeitos da instabilidade planetária para a órbita de Netuno e apresenta bons resultados para a produção da população fria. No entanto, em muitos casos, a população fria é produzida com uma excessiva excitação. Diante desse quadro, nós nos motivamos a estudar os efeitos dinâmicos que acontecem na região do cinturão frio de Kuiper, no momento em que Netuno tem uma excentricidade alta e com uma precessão lenta. Segundo Batygin et al. (2011), estes períodos são os mais drásticos para a retenção da população fria. Nós também investigamos outra possibilidade que não foi investigada nestes modelos: as interações mútuas entre os planetesimais. Nós sugerimos a possibilidade das interações mútuas (autogravidade) entre os objetos primordiais do cinturão de Kuiper causarem um efeito de difusão e entregar objetos em uma região de baixa excentricidade no cinturão de Kuiper. A motivação de incluir a autogravidade é de ele ser um mecanismo em potencial que possa deixar as evoluções de Netuno mais livres. Uma vez que autogravidade é causada pelas

próprias partículas do disco. As muitas restrições das evoluções orbitais de Netuno, fornecidas pelos modelos de Nesvorny, começam a promover uma dificuldade ainda maior para obter bons resultados do modelo de Nice. Bons resultados no sentido de produção de sistemas planetários tipos Sistema Solar. Assim, nós consideramos que um mecanismo do cinturão de Kuiper como a autogravidade poderia aliviar estas restrições orbitais de Netuno e fornecer uma melhor solução para a formação da população fria do cinturão de Kuiper. Nós apresentamos este estudo e os nossos resultados no próximo Capítulo.



## 6 EFEITOS DINÂMICOS DO CINTURÃO DE KUIPER COM NETUNO EXCITADO

Neste Capítulo, nós apresentamos um estudo sobre a formação da população fria do cinturão de Kuiper. O propósito deste estudo é discutir os efeitos dinâmicos na região do cinturão de Kuiper na fase do Netuno-Excitado, isto é, quando Netuno adquiriu uma excentricidade maior que 0.1 durante a instabilidade dos planetas gigantes. Este estudo é feito através da análise da evolução dinâmica do disco de planetesimais que é localizado além da órbita de Netuno. A evolução dinâmica deste disco é uma consequência da evolução orbital de Netuno. Portanto, nós focamos em um período de tempo, de cerca de 600 mil anos, que é caracterizado por uma alta excentricidade de Netuno, uma migração suave e uma lenta precessão do periélio de Netuno. Esta fase foi observada durante uma evolução completa dos planetas gigantes do modelo de Nice em [Gomes et al. \(2018\)](#) logo após Netuno sofrer o seu último salto em semieixo maior devido a um encontro com outro planeta. Nós mostramos que se a autogravidade é considerada no disco, a taxa de precessão das partículas em longitude do periélio  $\varpi$  diminuiu e acelera o ciclo de  $\varpi_N - \varpi$  (o subscrito  $_N$  se refere a Netuno), associada a evolução das excentricidades das partículas. Combinado com o efeito mútuo de espalhamento através das partículas do disco, cujo efeito espalha todos os elementos orbitais, permitem que alguns objetos do disco de planetesimais retornem a baixas excentricidades. Mostramos também que se o disco de planetesimais tem originalmente uma baixa quantidade de massa este efeito é negligenciável. Então, nós concluimos que as únicas possibilidades de manter as baixas excentricidades da população fria do cinturão de Kuiper durante a fase de alta excentricidade de Netuno são: i) A precessão de Netuno foi sempre rápida, como sugerido em [Batygin et al. \(2011\)](#) ou ii) A precessão de Netuno foi lenta suficiente para permitir que algumas partículas experimentem um completo círculo secular de  $\varpi - \varpi_N$ .

### 6.1 Introdução

Os objetos do cinturão de Kuiper (KBOs, do inglês *Kuiper Belt Objects*) são uma coleção de corpos de gelo localizados além da órbita de Netuno. Eles são classificados em cinco classes dinâmicas (para mais detalhes veja em [Gladman et al. \(2008\)](#)): i) população ressonante: objetos que estão dentro de ressonâncias de movimento médio com Netuno; ii) população espalhada: objetos cuja órbitas estão repetidamente perturbadas por encontros próximos com Netuno; iii) população clássica fria: objetos com baixas excentricidades e inclinações; iv) população clássica quente: objetos que

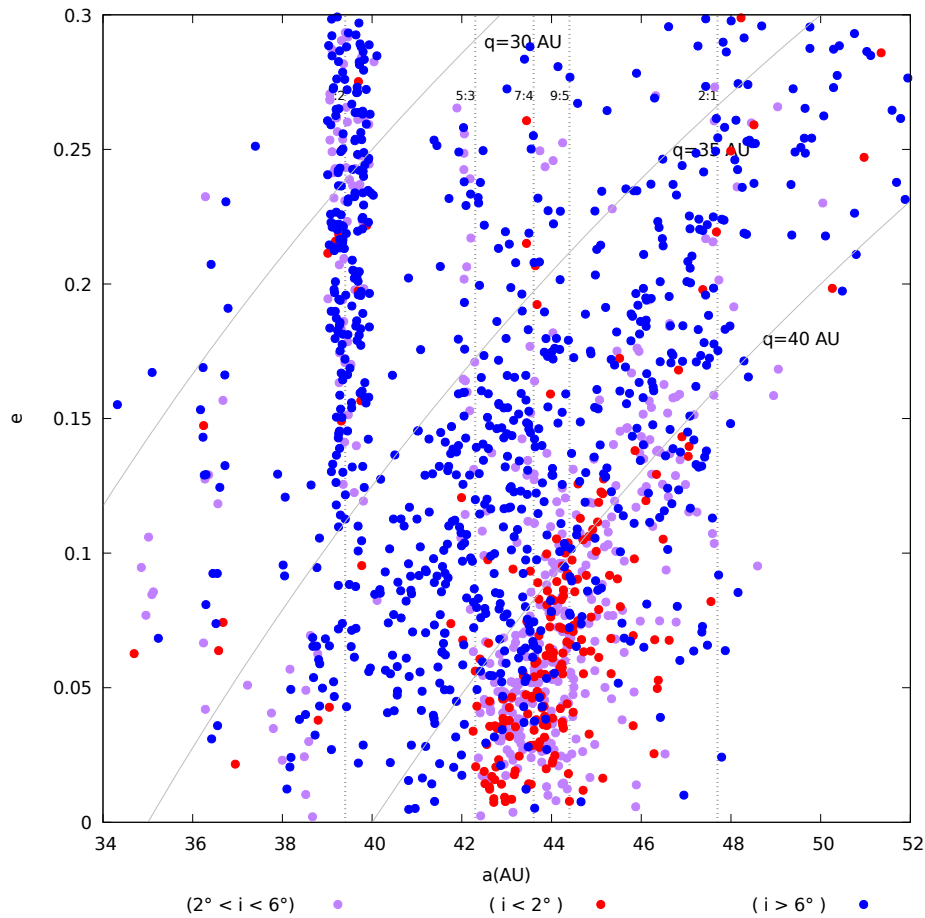
tem moderadas excentricidades mas com grandes inclinações e v) objetos fossilizados: objetos com alta excentricidade orbital que foram presumidamente espalhadas por Netuno no passado, mas tiveram suas distâncias em periélio aumentadas por ressonâncias com Netuno e não tem encontros próximos com Netuno atualmente.

A excentricidade orbital e inclinação dos objetos catalogados do cinturão de Kuiper pelo *Minor Planet Center* (MPC) é mostrado na Figura 6.1. O mais interessante é que as cinco classes são presumidamente formadas pela influência gravitacional dos quatro maiores planetas do Sistema Solar durante suas fases de migrações. Netuno é o mais externo planeta e é particularmente uma importante influência para esculpir a região trans-Netuniana pela qual os objetos do cinturão de Kuiper foram formados. Portanto, a história dinâmica de Netuno é o principal ingrediente para explicar a formação da estrutura dinâmica do Cinturão de Kuiper que observamos.

As populações de objetos frios e quentes da região clássica do cinturão de Kuiper são populações muito interessantes. Elas estão localizadas entre 3:2 e 2:1 ressonâncias de movimento médio com Netuno, isto é, dentro de uma faixa de semieixo maior a partir de 39.5 para 47.8 unidades astronômicas com excentricidades menores que 0.24. Os objetos clássicos satisfazem duas importantes e genéricas características dinâmicas: Elas não possuem órbitas ressonantes e seus periélios estão longe o suficiente de Netuno para evitar espalhamento por este planeta. Apesar dessas similaridades, a população quente e fria tem duas diferentes distribuição de inclinações [Brown \(2001\)](#). Nós separamos a população fria e quente usando a abordagem de [Dawson e Murray-Clay \(2012\)](#), que evita um única classificação de inclinação que poderia resultar em uma perda na classificação de objetos frios e quentes. Eles sugerem a seguinte classificação de inclinação: a população fria com inclinação  $i < 2^\circ$ , a população quente com inclinação  $i > 6^\circ$  e uma população ambígua com inclinações entre ( $2^\circ < i < 6^\circ$ ).

[Dawson e Murray-Clay \(2012\)](#) mostraram que a população fria não preenche toda a região que é mostrada ser estável no mapa dinâmica de [Lykawka e Mukai \(2005\)](#). Em particular, a população fria é confinada com excentricidades  $e < 0.1$ , na região de semieixo maior entre 42.5 para 44.5 unidades astronômicas, embora a estabilidade seja também possível de alguma forma para excentricidades maiores. O aglomerado destes objetos nesta região é bem conhecida como Kernel [Petit et al. \(2011\)](#). Em contraste, a população quente parece preencher toda a região estável. A partir destas observações, nós sugerimos que, enquanto a população quente foi provavelmente implantada dentro do cinturão de Kuiper a partir de pequenas distâncias heliocêntri-

Figura 6.1 - A distribuição de excentricidade (elementos osculadores) dos objetos do cinturão de Kuiper catalogados a partir do Minor Planet Center (MPC). Nós usamos a classificação dos KBOs de Dawson e Murray-Clay (2012). Os pontos em vermelho, azul e roxo tem  $i < 2^\circ$ ,  $i > 6^\circ$  and  $2^\circ \leq i \leq 6^\circ$ , respectivamente. Nós podemos ver objetos em ressonâncias de movimento médio com Netuno (população ressonante) que estão distribuídos ao longo de linhas verticais. Outros objetos são espalhados por Netuno e são distribuídos em uma banda de linhas de periélios com  $q = 35$  ua e  $q = 38$  ua (população espalhada). As populações quente e frio são duas populações desacopladas de ressonâncias e não sofrem encontros próximos com Netuno. Efetivamente, estas populações são confinadas dentro de  $a < 48$  ua.



Fonte: Produção do Próprio Autor.

cas, a população fria é local e nunca foi substancialmente excitada em excentricidade e inclinação orbital (por outro lado veja Morbidelli et al. (2014) para uma explicação alternativa). Em adição a estas diferenças de excentricidade e inclinação, as populações frias e quentes tem também propriedades físicas diferentes. A população clássica fria tem cores mais avermelhadas que a população quente, presumidamente devido a superfície desses objetos serem ricos em gelos do tipo amônia (Brown et al.,

2011; Nesvorný, 2015a). Além disso, seus albedos geralmente são maiores que aqueles da população quente (Brucker et al., 2009). A população fria tem uma distribuição de tamanhos com uma íngreme picos para objetos com diâmetros maiores que 100 km e também não possuem objetos muito grandes (Bernstein et al., 2004; Fraser et al., 2014; Levison; Stern, 2001). Curiosamente, a população quente tem cores, albedo e distribuição de tamanhos similares para aqueles de outras classes dinâmicas (como as populações ressonantes, espalhadas e fossilizadas).

A descoberta do Cinturão de Kuiper têm fornecido novos vínculos para os modelos de formação do Sistema Solar. Em geral, é bem aceito pela comunidade científica que os planetas gigantes migraram a partir das suas localizações iniciais após a dissipação do gás, devido às suas interações com o disco de planetesimais remanescente (Fernandez; Ip, 1984). Outro importante consenso é que o disco original trans-Netuniano foi muito mais massivo que a atual população de KBOs e foi substancialmente depletado e esculpido pela a evolução de Netuno. A única exceção seria representada pela a população fria que foi formada em local (ou em situ) e foi nunca substancialmente esculpida pela evolução de Netuno. Os asteroides binários do tipo largo, pelos quais são comuns na população fria, não teriam sido efetivamente destruídos pelo espalhamento causado por Netuno. Isto significa que a população fria deveria ter formado *in situ* (??). A formação *in situ* da população fria poderia também explicar as diferenças físicas com outras classes do cinturão de Kuiper, as outras classes portanto, seriam feitas de objetos que foram transportados para suas órbitas atuais a partir de menores distâncias heliocêntricas durante a evolução da órbita de Netuno.

A primeira dica para uma grande mudança na órbita de Netuno veio a partir da descoberta da população ressonante. Malhotra (1993) e Malhotra (1995) sugeriram que Netuno migrou no sentido oposto ao do Sol mantendo sua órbita quase circular. Como consequência desta migração as localizações das ressonâncias se movem vagarosamente com Netuno, capturando então objetos a partir do disco trans-Netuniano. A migração radial de Netuno em uma órbita circular também explicaria a origem da população quente, como uma coleção de objetos espalhados por Netuno e então presos em órbitas com um alto periélio (veja em Gomes (2003)). No entanto, muitas outras características do Sistema Solar (como por exemplo as não negligenciáveis excentricidades dos planetas) sugerem que a evolução orbital dos planetas foi não apenas uma simples migração radial suave.

Tsiganis et al. (2005), Gomes et al. (2005) e Morbidelli et al. (2005) introduziram

o tão conhecido como modelo de Nice. O Modelo de Nice é um cenário que pretende reproduzir a arquitetura global do atual Sistema Solar acoplando a migração dirigida por planetesimais com uma fase de instabilidade dinâmica dos planetas. A mais recente versão do modelo de Nice inicia com cinco planetas gigantes e um disco trans-Netuniano de planetesimais massivo. O sistema planetário foi originalmente preso em uma compacta e ressonante configuração. Esta configuração é consistente com a fase de migração radial dos planetas no disco de gás protoplanetário (Morbidei et al., 2007a). Após a remoção do gás, sobre os efeitos dos planetesimais, os planetas escapam da sua multi-ressonante configuração e se tornam instáveis. A evolução dinâmica dos planetas então foi precedida devido a uma combinação de mútuos encontros próximos e migração dirigida por planetesimais, até alcançarem suas órbitas atuais (Nesvorný; Morbidelli, 2012).

Atualmente, dois tipos de evolução dinâmica de Netuno tem sido sugerida para explicar o cinturão de Kuiper: a evolução excitada de Netuno e a migração quase-suave de Netuno. Na evolução excitada de Netuno, Netuno sofreu um encontro próximo com outros planetas e atingiu uma fase transiente com uma excentricidade orbital maior que 0.1. A alta fase de excentricidade gerou então um mar de caos entre as ressonâncias de movimento médio 3:2 e 2:1 permitindo alguns planetesimais serem capturados nesta região (Levison et al., 2008). No entanto, Dawson e Murray Clay (2012) investigaram as propriedades do mar caótico na região clássica e concluíram que a existência da região caótica depende dos detalhes da interação entre Netuno com Urano. O modelo de Netuno excitado pode explicar as populações quente, ressonante e espalhada. Simulações recentes feitas por Gomes et al. (2018) mostraram que a evolução de Netuno excitada é também consistente com a existência de uma população fria em termos da distribuição de inclinação, se a última foi formada em situ. Simulações mais antigas de Barucci et al. (2008) e Batygin et al. (2011) também demonstraram a sobrevivência da local gerada população fria do cinturão de Kuiper no modelo de Netuno com alta excentricidade.

O modelo de migração quase-suave foi proposto por Nesvorný (2015a), Nesvorný (2015b) para explicar duas características do cinturão de Kuiper: a distribuição de inclinação observada da população quente e o kernel da população fria. Nesvorný (2015a) argumentou que a migração de Netuno através do disco ocorreu em uma escala exponencial com uma escala de tempo  $\tau \geq 10$  milhões de anos antes dos planetas gigantes se tornarem instáveis. Com a migração suave de Netuno foi tempo suficiente para os processos dinâmicos crescerem as inclinações dos planetesimais e reproduzir quantitativamente as distribuições de inclinação dos objetos clássicos

quentes e objetos ressonantes. A migração suave de Netuno foi interrompida com uma mudança descontínua no semieixo de Netuno quando os planetas gigantes se tornaram instáveis. Se isso acontece quando Netuno estava em 28 unidades astronômicas, o kernel poderia ser explicado por uma coleção de objetos capturados dentro da ressonância de movimento 2:1 com Netuno e transportado para fora durante a migração suave de Netuno, então solto dessa ressonância durante o salto de Júpiter em semieixo maior (Nesvorný, 2015b). Durante a instabilidade, Netuno tem uma excentricidade não negligenciável o que distinguiria este modelo do modelo de migração suave proposta por Malhotra (1993), Malhotra (1995) onde Netuno de fato nunca retém uma excentricidade diferente de zero. Embora, o cenário do Netuno excitado é capaz de reproduzir alguns casos a distribuição de excentricidades da população fria, existem muitos casos em que há uma falta de objetos em baixa excentricidade (Gomes et al., 2018). Batygin et al. (2011) mostrou que a precessão lenta de Netuno durante sua fase excêntrica é responsável por excitar as excentricidades do cinturão frio de Kuiper. Eles mostraram utilizando um modelo simples e analítico que se a fase de Netuno em alta excentricidade tem sido caracterizada por uma rápida precessão do periélio, a população fria poderia ter preservado um estado não excitado em excentricidade. Infelizmente, no entanto, a precessão lenta de Netuno tipicamente ocorre, e é ao menos temporária durante a fase dos planetas em alta excentricidade.

O propósito deste trabalho é discutir os efeitos dinâmicos que acontecem na região clássica durante a fase de Netuno excitado. Nós nos concentramos em um curto período de tempo, de cerca de alguns milhares de anos, que é caracterizado por uma precessão lenta de Netuno, uma alta excentricidade e uma suave migração de Netuno. Esta fase foi observada em uma simulação completa do modelo de Nice logo após o último salto na órbita de Netuno devido a um encontro próximo com outro planeta. Essa fase é descrita na Seção 6.2. Porque a excentricidade adquirida pela órbita de Netuno durante o último salto, a população fria já tinha sido excitada em excentricidade antes do começo desta fase. Na Seção 6.3, nós mostramos que, se as interações mútuas entre os planetesimais forem tomadas em conta (autogravidade) e há uma perda substancial de massa no disco de planetesimais, a precessão do periélio relativo a Netuno (isto é o ângulo  $\varpi - \varpi_N$ ) se tornar mais rápida e então uma fase correspondente de baixa excentricidades podem ser alcançadas. Em adição, o espalhamento mútuo das partículas espalham a distribuição de excentricidades, também ajudando alguns objetos a alcançar baixos valores de excentricidades. Nós também estudamos um caso mais realista onde o disco de planetesimais massivo finaliza entre 30-35 unidades astronômicas e a população fria tem massa desprezível desde o começo. Na seção 6.4, nós resumimos os nossos resultados e concluímos

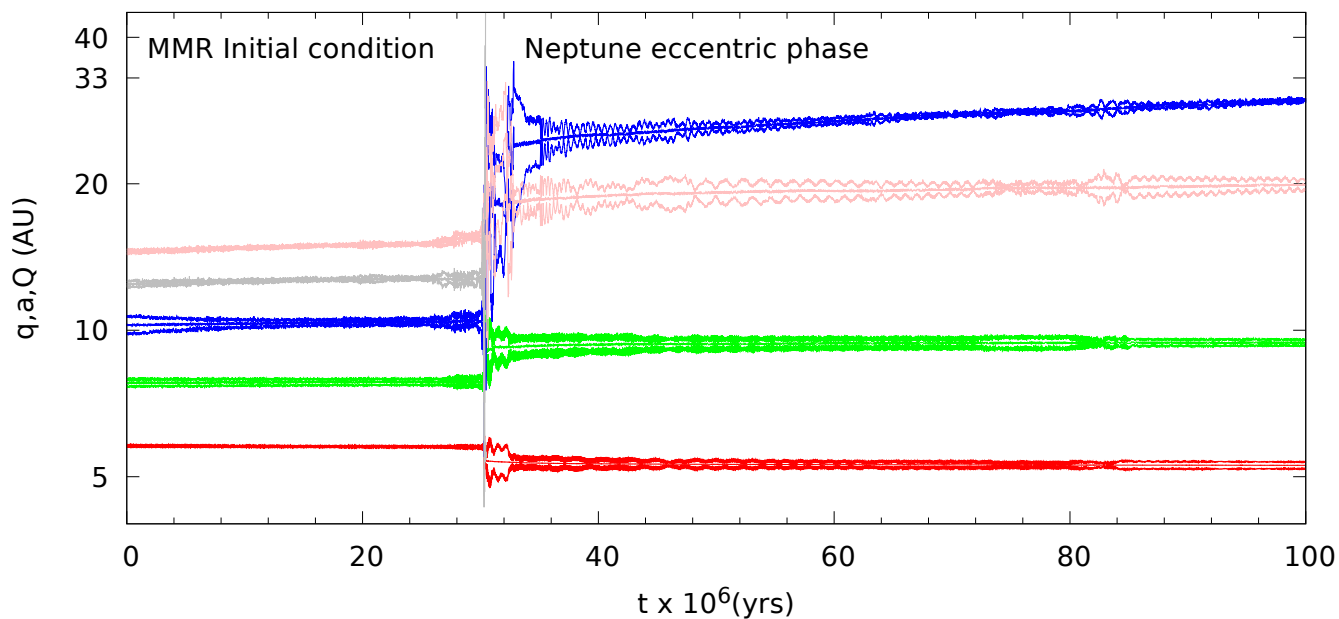
discutindo os cenários que poderiam levar os objetos de baixa excentricidade para a população fria apesar da excêntrica fase de Netuno. O objetivo aqui não é reproduzir quantitativamente a estrutura do cinturão de Kuiper mas fornecer uma prova que conceitualmente a evolução de Netuno excitado, sobre algumas circunstâncias pode ser consistente com as pequenas excentricidades na população fria do cinturão de Kuiper.

## 6.2 Evolução do Netuno-excitado

A evolução das órbitas dos planetas gigantes foram retiradas das simulações do modelo de Nice realizadas por Gomes et al. (2018). Esta simulação satisfaz os critérios de sucesso descritos em Nesvorný e Morbidelli (2012). Ela inicia com cinco planetas gigantes (Júpiter, Saturno e três planetas com a massa de Netuno) todas presas em ressonâncias de movimento médio um com o outro, como esperado da migração dos planetas gigantes no disco de gás protoplanetário (Morbidelli et al., 2007a). Diferente de Nesvorný (2015b), Gomes et al. (2018) escolheu uma compacta configuração multi-ressonante (3:2, 3:2, 4:3 e 5:4) e então eles obtiveram uma mais violenta instabilidade (Figura 6.2). Os três mais externos planetas gigantes têm  $4.5 \times 10^{-5}$  massas solares e Netuno é definido como o planeta mais externo no final da integração e o quinto planeta é aquele que é ejetado. Em adição aos planetas, o sistema é comprimido por um disco de planetesimais, localizado entre a localização inicial do mais externo planeta gigante e 45 unidades astronômicas. A densidade superficial inicial do disco é  $\Sigma(r) \propto 1/a$  e o disco é modelado como uma coleção de 4,000 corpos de massas iguais. Como a massa total do disco foi escolhida como sendo  $M_{disk} = 35M_{Terra}$ , então cada planetesimal tem 4 massas de Plutão. As excentricidades foram escolhidas de forma aleatória entre 0 e 0.002. As inclinações foram inicialmente nulas e os outros ângulos orbitais foram escolhidos aleatoriamente entre 0 e 360 graus. As inclinações mútuas das partículas foram escolhidas serem nulas inicialmente. Na simulação em que Netuno teve um salto em semieixo maior a partir da sua localização inicial de formação para 24 unidades astronômicas foi uma consequência dos encontros próximos com outros planetas. Com o último salto aproximadamente antes de 33 milhões de anos, Netuno adquire uma excentricidade de  $\sim 0.27$ . Então, as excentricidades dos planetas diminuem devido a fricção dinâmica com o disco de planetesimais e a migração lenta e suave se inicia. Esta fase final continua até que o sistema planetário alcança principalmente os seus atuais semieixos maiores, excentricidades e inclinações.

O estado do disco de planetesimais, no instante de 33 milhões de anos, é mostrado

Figura 6.2 - A evolução orbital do semieixo maior, afélio, e distância do periélio dos planetas para uma das simulações bem sucedidas do Modelo de Nice de Gomes et al. (2018). O sistema planetário inicia com uma configuração multi-ressonante ( 3:2, 3:2, 4:3 and 5:4) e evolui um período de instabilidade quando o quinto gigante (cinza) é ejetado por um encontro próximo com Júpiter (vermelho). Netuno (azul) evolui por um período curto de alta excentricidade e após seu encontro com Saturno (verde) e Urano (rosa). O sistema finalmente evolui em direção aos atuais semieixos maiores e excentricidades dos planetas gigantes do nosso Sistema Solar.

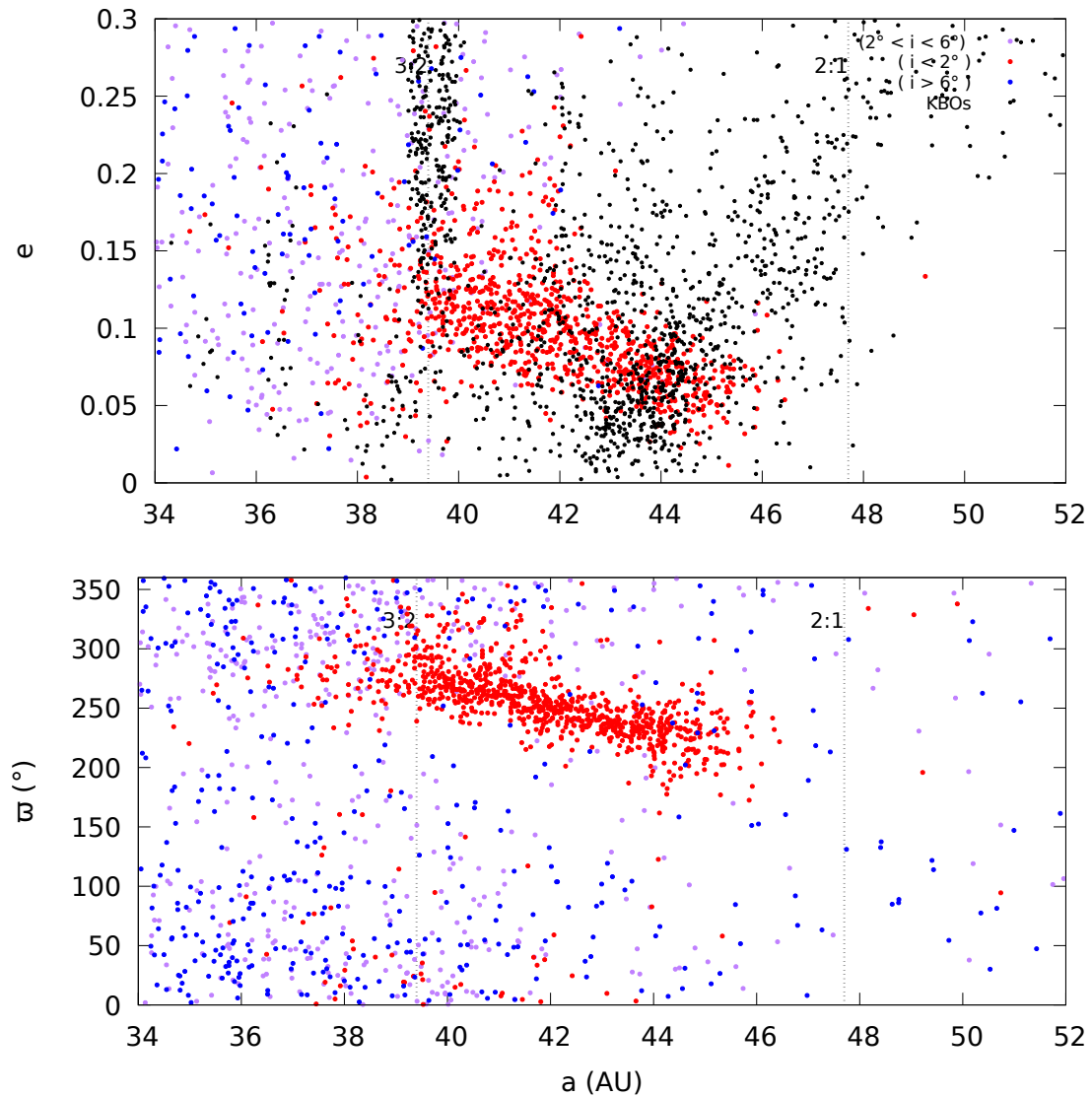


fonte: Produção do Próprio Autor.

na Figura 6.3. Como na Figura 6.1, os pontos em azul, rosa e vermelho representam as partículas com  $i > 6^\circ$ ,  $2^\circ \leq i \leq 6^\circ$  and  $i < 2^\circ$  respectivamente. Os pontos em preto mostram os reais membros da população fria. Como nós podemos notar a partir do painel superior da figura, já no começo da fase em que Netuno está em alta excentricidade, a população sintética fria (pontos vermelhos) está muito excitada em excentricidade comparada com a população real. A excitação ocorreu durante uma fase de encontro com Netuno. Então, há uma clara falta de objetos com excentricidades melhores que 0.05.

O objetivo deste estudo é saber como este resultado pode mudar, se algumas partículas poderiam retornar, ou se manter em órbitas quase-circulares, quando a autogravidade do disco de planetesimais forem tomadas em conta. Para este objetivo, nós precisamos iniciar as simulações sem negligenciar as interações gravitacionais

Figura 6.3 - A excentricidade (painel superior) e as longitudes do periélio (painel inferior) como uma função do semieixo maior para os objetos de disco de planetesimais em 33 milhões de simulação com os planetas gigantes mostrados na Figura 6.2. Os objetos em vermelho, azul e roxo tem inclinações de  $i < 2^\circ$ ,  $i > 6^\circ$  e  $2^\circ \leq i \leq 6^\circ$ , respectivamente. Os pontos em preto mostram os objetos cinturão de Kuiper que foram observados. O disco de planetesimais já mostram uma estrutura primitiva do cinturão de Kuiper, com as populações espalhada, ressonante, fria e quente. No entanto, a população fria está aglomerada em longitudes de periélio e tem um déficit de órbitas com  $e < 0.05$  comparadas com a população observada.



fonte: Produção do Próprio Autor.

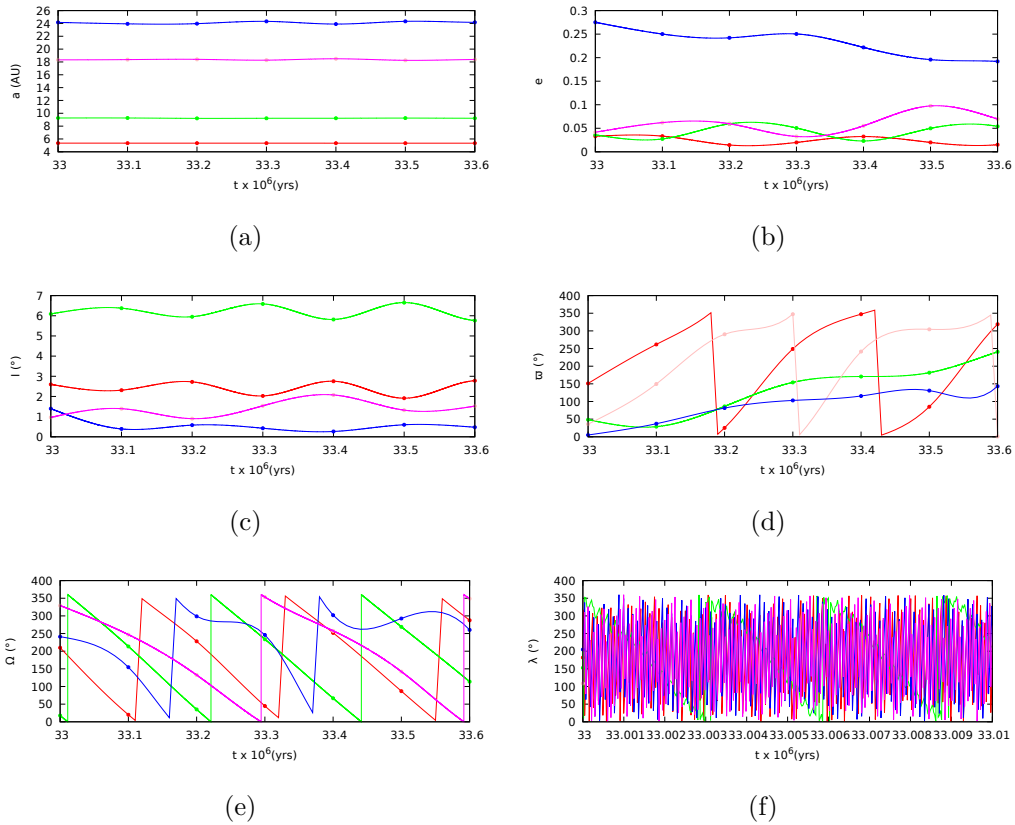
entre as partículas. No entanto, porque o sistema é fortemente caótico, cada simulação poderia produzir uma evolução planetária radicalmente diferente, na maioria

dos casos incompatível com o estado atual do Sistema Solar. De fato, de cerca de 2 mil simulações realizadas em Gomes et al. (2018) apenas 53 foram resultados bons em termos das finais órbitas dos planetas gigantes. Para evitar este problema, nós fixamos a evolução planetária que foi mostrada na Figura 6.2 para investigar as evoluções dos planetesimais sempre com a mesma perturbação planetária de referência. Isto foi feito interpolando os elementos orbitais dos planetas a partir da saída das simulações de Gomes et al. (2018). Esta estratégia foi já realizada em estudos anteriores na literatura (Morbidelli et al., 2009; Brasser et al., 2009a; Nesvorný, 2011)).

As evoluções interpoladas do semi eixo maior, excentricidade, inclinações, longitudes do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ) dos planetas são mostrados na Figura 6.4. Para interpolação, nós usamos splines cúbicas. Nós interpolamos todos os elementos orbitais entre duas sucessivas saída de dados. A resolução de tempo das saídas de Gomes et al. (2018) foi de 100 mil anos. Esta resolução excede o período de um corpo, portanto, nós calculamos o número de órbitas entre duas sucessivas saídas para obter a informação do período orbital médio (a partir do semieixo maior médio) e então ajustamos a frequência de tal forma que o valor de  $\lambda$  no final de cada passo coincide com o que foi gravado na simulação (observe na Figura 6.4). Batygin et al. (2011) definiram a rápida e lenta precessão do periélio de Netuno em termos da frequência secular  $g_8$  (a atual frequência de periélio para Netuno). Nós focamos na fase entre 33 e 33.6 milhões de anos porque a excentricidade de Netuno é grande (de 0.27 para 0.20) e a precessão de sua longitude do periélio é lenta ( $g_{Neptune} < g_8$ ). É importante notar que a precessão lenta, a alta excentricidade fase é supostamente a mais perigosa para a excitação da população fria. Então, se nós somos capazes de obter partículas em baixa excentricidades durante esta fase é mais provável que a população fria pode ser preservado em toda a evolução. É importante também estressar que as simulações com autogravidade são muito lentas e então não é possível cobrir toda a evolução da Figura 6.2. Então, nós precisamos selecionar a mais interessante fase (e a priori a mais desfavorável para a formação do cinturão frio de Kuiper) e restringir a análise numérica neste intervalo. Nós adaptamos o pacote de integração *REBOUND* (Rein; Spiegel, 2015) para ler as evoluções interpoladas dos planetas mostradas na Figura 6.4 ao invés de resolver o movimento planetária autoconsistente. A evolução das partículas é calculada a partir das forças gravitacionais exercidas das posições interpoladas.

É importante notar (panel inferior da Figura 6.3) que os planetesimais com inclinações menores que 2 graus e  $a > 42$  ua (pontos em vermelho), tem as suas longitudes de periélio aglomeradas, enquanto que as partículas com inclinações mais altas (pon-

Figura 6.4 - A evolução orbital dos planetas gigantes durante a fase com Netuno em alta excentricidade. Os pontos representam os elementos orbitais de Júpiter (vermelho), Saturno (verde), Netuno (azul) e Urano (rosa) gravados das saídas das simulações da Figura 6.2 considerando o intervalo de 33 para 36.6 milhões de anos. As curvas representam a evolução dinâmica sintética dos planetas gigantes produzido por interpolação usando splines. Netuno diminui sua excentricidade de 0.27 para 0.20 durante 0.6 milhões de anos de evolução. O semieixo maior de Netuno não muda muito durante este curto período de tempo e a longitude do periélio tem uma lenta precessão.



tos em azul) tem longitudes de periélio aleatórias. Isto sugere que a população fria, que foi originalmente formada em situ em  $e \sim 0$  órbitas, tem sido excitada por perturbações seculares de Netuno (então todas aquelas partículas tem uma evolução coerente no plano  $e, \varpi$ ), enquanto que os objetos da população quente, oriundas de semieixo maiores menores têm sofridos encontros próximos com o planeta e ou presas em ressonâncias de movimento médio, que são responsáveis pela dispersão nas longitudes de periélio.

### 6.3 Resultados

Nesta seção, nós investigamos se a autogravidade entre os planetesimais poderia produzir objetos com excentricidades tão pequenas como aquelas da população fria atual. Para este objetivo, nós adotamos a evolução planetária presente na seção anterior e realizamos simulações de N corpos das evoluções das partículas, mas levando em conta a autogravidade do disco de planetesimais. Nós lembramos o leitor que a fase da evolução de Netuno que nós focamos (lenta precessão de Netuno e uma órbita muito excêntrica) é a priori a menos favorável para obter partículas em pequenas excentricidades orbitais.

Objetivando medir para que massas de planetesimais o efeito da autogravidade é importante, nós realizamos três simulações pelas quais os planetesimais individualmente teve 4, 1 e 0.01 massas de Plutão, respectivamente. Porque o número total de planetesimais do disco é dado (4 mil planetesimais na simulação original de [Gomes et al. \(2018\)](#)), a menor massa individual do planetesimal corresponde a menor massa total do disco. A massa do cinturão de Kuiper estimada por [Fraser et al. \(2014\)](#) e CFEPOSS são  $3 \times 10^{-4}$  e 0.01 massas da Terra. Nossa simulação inicia em 33 milhões de anos, com 706 objetos dentro da população fria ( $a > 42$  ua,  $i < 2$  graus and  $e < 0.1$ ), considerando uma massa individual de um planetesimal como sendo 4, 1 e 0.01 massas de Plutão, de tal forma que a massa total da população fria é aproximadamente 6, 1.5 e 0,015 massas da Terra, respectivamente. No final da simulação em 33.6 milhões de anos, o número de objetos na população fria, para os casos com 4,1 e 0,01 massas de Plutão, são 339 objetos, 344 objetos e 246 objetos, respectivamente. Isto corresponde a massas finais de 2.85, 0.72 e 0.005 massas da Terra para cada caso de nossas simulações.

Como antecipado na seção anterior, nossas simulações iniciaram a partir do estado do sistema observado nas simulações de [Gomes et al. \(2018\)](#), em 33 milhões de anos e cobriram 0.6 milhões de anos de simulações (antes que a precessão de Netuno se torne rápida). No primeiro conjunto de simulações, nós consideramos massivas

apenas os planetesimais localizados na região com semi eixo maior de 30 para 60 AU, em 33 milhões de anos. Esta região inclui a população fria, a população quente e uma parte do disco espalhado. Este conjunto de simulações é interessante para entender o papel da autogravidade em geral mas, como antecipado na introdução e com mais detalhes abaixo, não é realista porque a população fria foi presumidamente não conter uma massa substancial. No segundo conjunto de simulações, nós iremos simular os efeitos do disco massivo espalhado em uma população fria sem massa.

A Figura 6.6 mostra as excentricidades como uma função do semi eixo maior dos planetesimais no final da nossa simulação. Os casos sem e com autogravidade e massa dos planetesimais de 4 massas de Plutão são mostrados nas Figuras 6.6 (a) e (b), respectivamente. Os pontos em azul são as partículas do disco de planetesimais, e os pontos em vermelho representam os objetos observados do cinturão de Kuiper. Comparando ambos os casos, nós observamos que a autogravidade entre objetos os planetesimais com 4 massas de Plutão podem produzir um número significativo de objetos com excentricidades menores que 0.1. Estes objetos são compatíveis com a população observada do cinturão de Kuiper frio.

Os casos de autogravidade com planetesimais de massas de 1 e 0.01 são mostrados nas Figuras 6.6 (c) e (d), respectivamente. Planetesimais com a massa de 1 Plutão sofrem um dispersão de excentricidades como as observadas para planetesimais com 4 massas de Plutão. No entanto, a autogravidade de planetesimais com a massa de 1 Plutão tem poucos objetos com excentricidades menos que 0.1. A dispersão em excentricidade decresce dramaticamente para o caso com objetos menores que 0.01 massas de Plutão. Neste caso, os resultados voltam a serem similares com o caso sem autogravidade.

É bem conhecido que a população fria do cinturão de Kuiper atual é muito pequena (Fraser et al., 2014; ??). A simulação de Gomes et al. (2018), como aquelas de Nesvorný (2015a), Nesvorný (2015b) mostram que esta população tem perdido menos que 90 por cento de seus corpos durante a migração e a fase de instabilidade dos planetas gigantes. Isto implica que o disco localizado entre 40 ua teve nunca massa significativa (provavelmente menos que uma massa de Marte no total). Improvável para a população fria, a população quente foi implantada a partir do interior de 30-35 AU e representa apenas uma pequena porção ( $\sim 0.1\%$ ) da população original daquela parte do disco (Gomes, 2003; Nesvorný, 2015a). Isto é consistente com a massa do disco no interior de 30 AU com 20-30 massas da Terra, também requerida para guiar a evolução dinâmica do modelo de Nice.

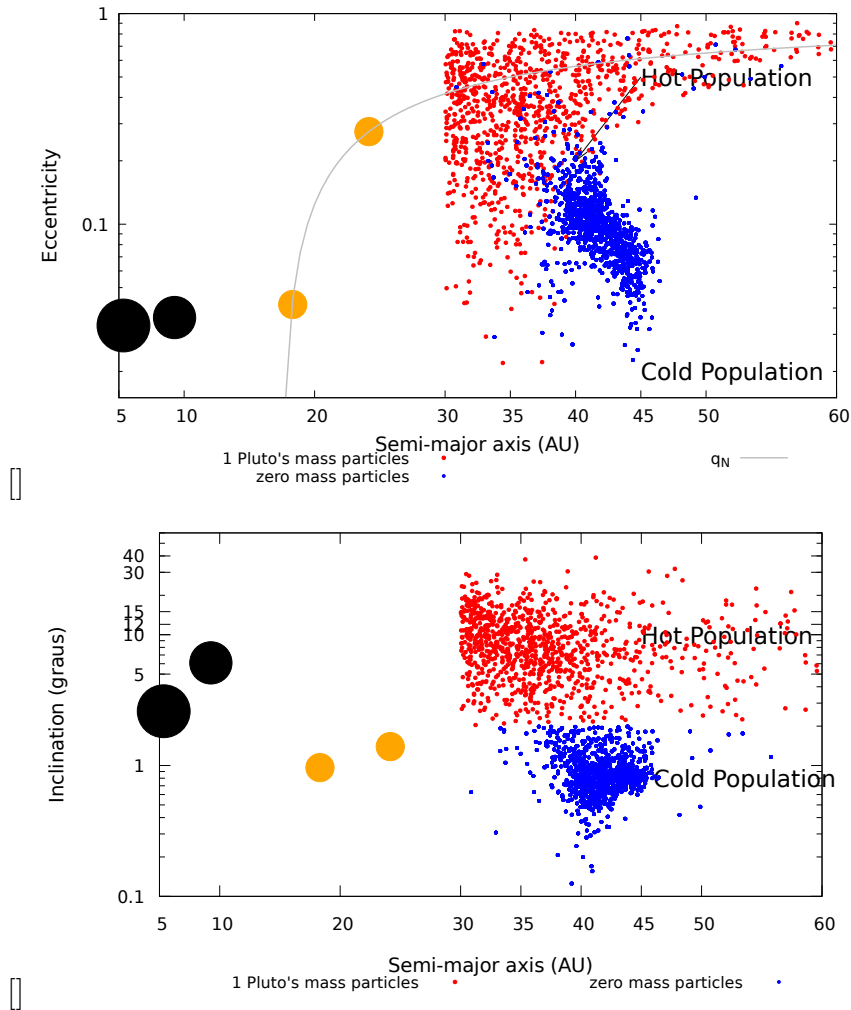
Dadas estas considerações, nós investigamos se a influência da gravidade coletiva dos planetesimais vinda do disco interior a 30 AU poderia gerar as órbitas com baixas excentricidades, em uma população fria formada mas sem massas significativas. Para cumprir este objetivo, nós refizemos as simulações com disco de planetesimais dividido em duas partes: as partículas com inclinação menor que 5 graus em 33 milhões de anos foram consideradas ser parte da população fria e tratadas como massas nulas. As populações quentes e espalhadas, por outro lado, tem massas de 1 Plutão. Nós analisamos a possibilidade de obter a dispersão em excentricidades apenas usando a autogravidade dos planetesimais do disco interno e espalhado. A Figura 6.5 mostra como nós dividimos a população fria e quente do disco em excentricidade e inclinação. O resultado desta simulação é mostrada na Figura 6.6 (e). Nós observamos quase nenhum efeito de dispersão, na distribuição de excentricidade da população fria, obtendo um resultado bastante similar àqueles obtidos na situação sem autogravidade.

Nós podemos inferir destes resultados que a perturbação que a população fria sofre, devido a população quente e espalhada, não é capaz de produzir objetos com baixas excentricidades. Nós então pensamos que apenas as perturbações entre os planetesimais da população fria é que fornecem a dispersão para baixas excentricidades. Para confirmar esta hipótese, nós assumimos que a população quente e espalhada (pontos vermelho na Figura 6.5) agora tem massa nula e a população fria tem objetos com massa de 1 Plutão. Neste experimento, nós assumimos que as populações quente e espalhada tem massas nulas e a população fria tem objetos com 1 massa de Plutão. O resultado desta simulação é mostrado na Figura 6.6 (f). Como esperado, nós observamos a dispersão para baixa excentricidades da população fria, que produz uma melhor população observada. No entanto, o número de objetos alcançando baixas excentricidades é muito menor que aqueles casos ilustrados na Figura 6.6 (c), onde ambas populações fria e quente as partículas foram assumidas igual a 1 massa de Plutão.

### 6.3.1 Análise dos efeitos seculares

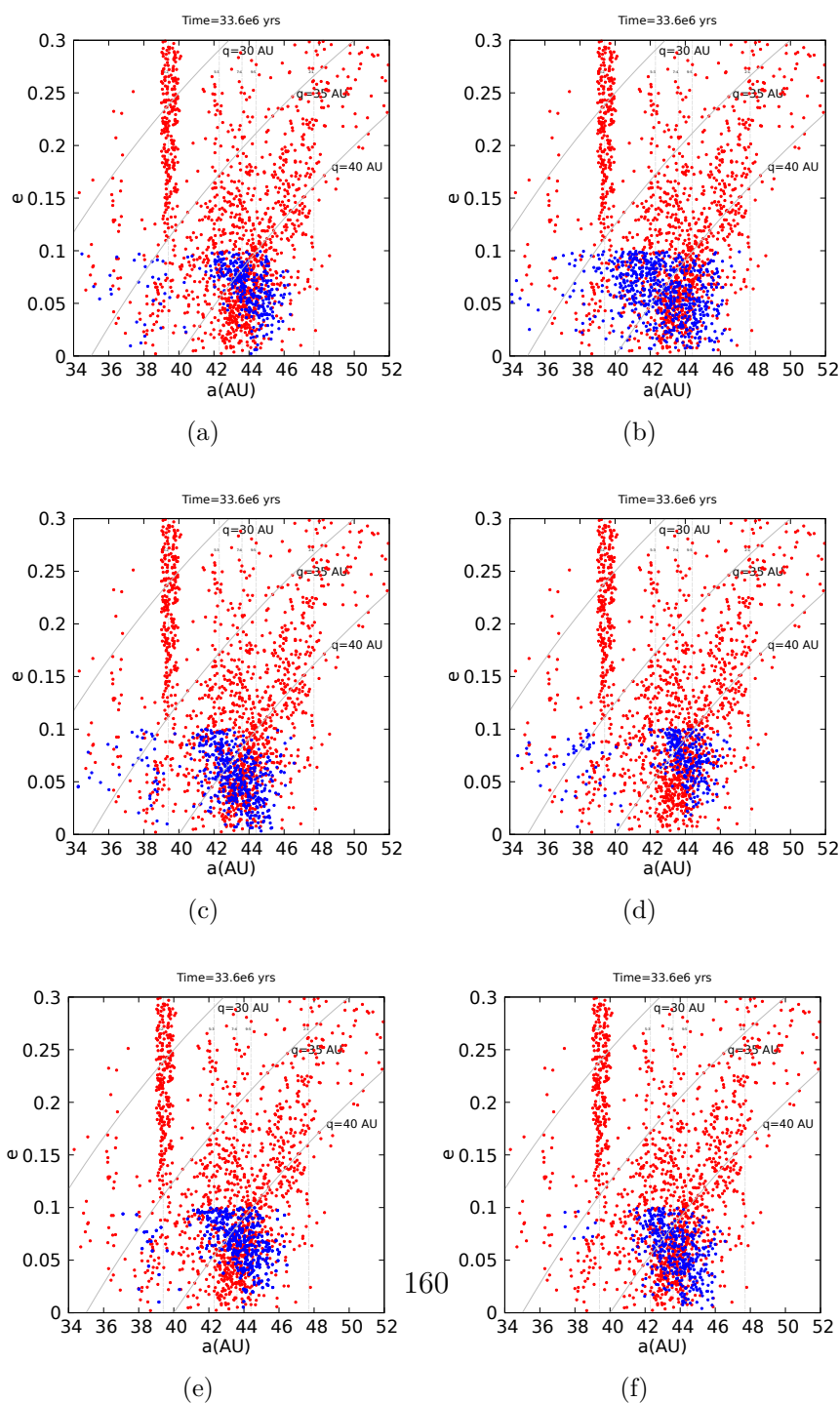
Nós agora procedemos para analisar e explicar os resultados apresentados acima. Nossa análise é feita no referencial da teoria de perturbação secular dos elementos forçados e livres (MURRAY; DERMOTT, 2000). Na Figura C.4, nós plotamos a evolução das partículas no plano  $h = e \cos(\varpi - \varpi_N)$  versus  $k = e \sin(\varpi - \varpi_N)$ , para cada caso simulado nesta seção. As cores indicam o tempo em que as partículas são plotadas, seguindo a escala mostrada no lado direito de cada figura. A evolução das

Figura 6.5 - Painel (a): Diagrama da excentricidade em função do semi eixo maior dos planetas gigantes e das partículas do disco de planetesimais presente no cinturão de Kuiper. Painel (b): Diagrama da inclinação em função do Semieixo maior. Júpiter e Saturno são os objetos em esferas de cor preta. Urano e Netuno tem a mesma massa e são representados por esferas em cor laranja. As partículas do disco são divididas em duas partes: a população fria (pontos em azul) sem massa e a população quente (pontos em vermelho) com 1 massa de Plutão. A linha em cinza representa o pericentro de Netuno.



partículas inicia-se nas cores em preto ( $t = 33.0$  milhões de anos) até as cores em vermelho ( $t = 36.0$  milhões de anos). Os pontos em azul e ciano representam a distribuição inicial e final das partículas no plano h-k. No caso sem autogravidade (Figura C.4 (a)), nós observamos que a evolução traça arcos de círculos no sentido horário no plano de h-k e o centro destes arcos é aproximadamente  $(-0.025, 0)$ . Este ponto corresponde ao vetor excentricidade forçado induzido por um Netuno excêntrico. Ele mostra que a evolução das partículas é dominada pela interação secular com Netuno. Dado que a fase inicial  $\varpi - \varpi_N \sim 120^\circ$ , as partículas alcançam  $\varpi - \varpi_N \sim 180^\circ$  no

Figura 6.6 - Os painéis mostram a distribuição final de excentricidades (em 33 milhões de anos) da população fria dentro das simulações com diferente massas de planetesimais. O painel (a) refere a simulações de controle sem autogravidade. O painel (b) é para os planetesimais com massas individuais de 4 massas de Plutão, o painel (c) tem planetesimais com 1 massa de Plutão e o painel (d) os planetesimais tem massas individuais de 0.01 massas de Plutão. A simulação da influência de 1 massa de Plutão para a população quente enquanto a população fria se mantém sem massa é mostrado no painel (e). A simulação com a autogravidade apenas entre as partículas da população fria (cada uma com massa de 1 Plutão) é mostrada no painel (f). Para estes plots, nós removemos as partículas com excentricidade maior que 0.1 e inclinações maiores que 4 graus. Os pontos em vermelho representam os objetos da distribuição observada da população fria e os pontos em azul são os objetos das nossas simulações.



final da simulação, i.e o máximo de sua excentricidade forçadas em um ciclo.

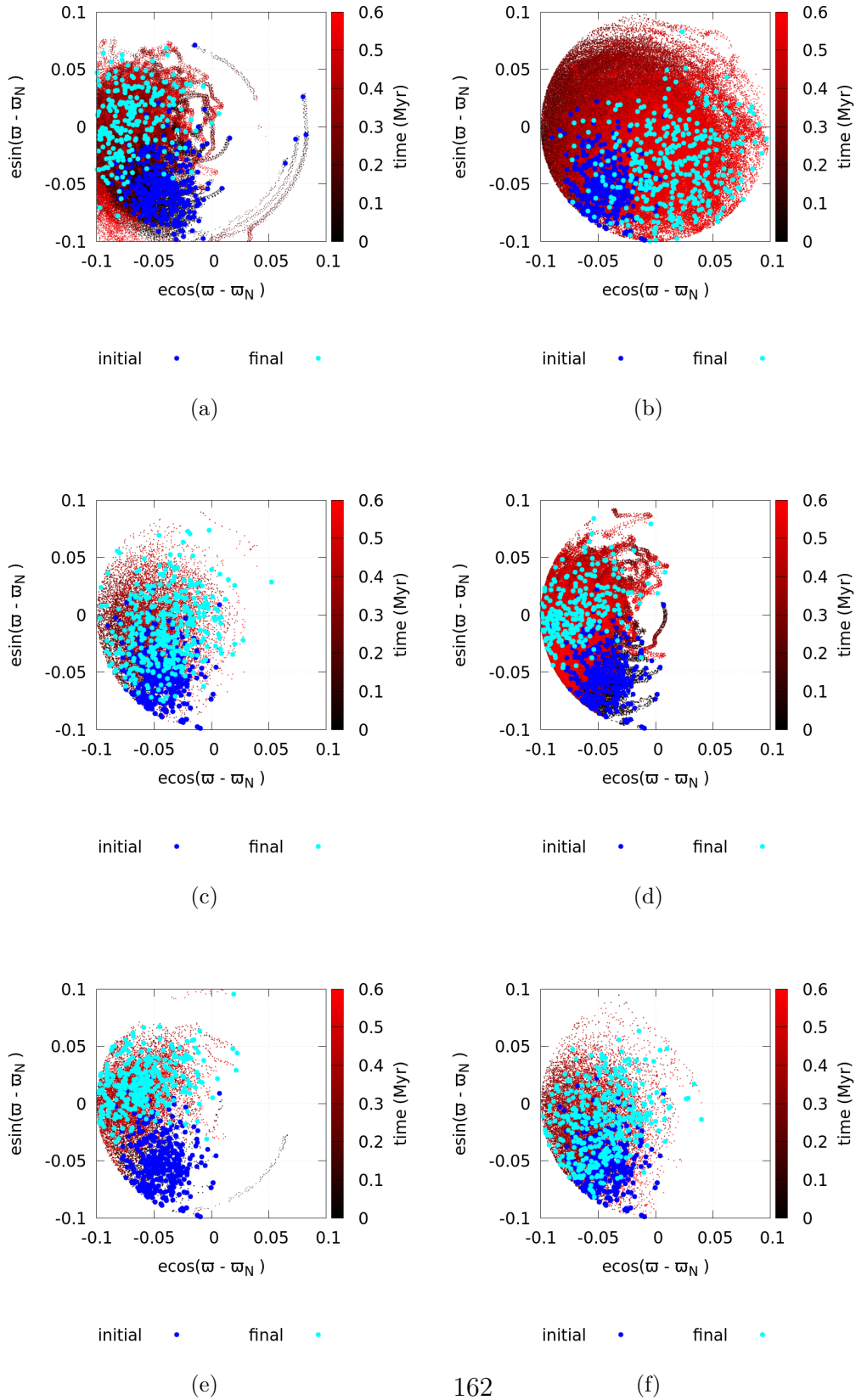
No entanto, para o caso com autogravidade completo (isto é o disco inteiro é autogravidade) com 4 e 1 massas de Plutão (Figuras C.4 (b) e (c)) nós observamos dois efeitos. Primeiro, é bem conhecido que o efeito da autogravidade no disco diminui a frequência de precessão de  $\varpi$  (Binneyand e Tremaine (2008)). Conseqüentemente,  $\varpi - \varpi_N$  precessa no sentido horário mais rápido<sup>1</sup>. De fato, nós notamos na Figura C.4 (b) que as partículas alcançam em média  $\varpi - \varpi_N = -45^\circ$ . Isto torna as partículas em direção ao mínimo de seu círculo de excentricidade, que acontece quando  $\varpi - \varpi_N = 0^\circ$ . Segundo, partículas têm encontros próximos umas com as outras, o que força todos os elementos orbitais a difundir. Então, as partículas espalham no plano  $(h, k)$ , o que ajuda algumas partículas alcançarem a proximidade da origem no tempo final. Fig. C.4 (c) o processo de difusão é dominado pelo processo de precessão, enquanto que o painel (b) ocorre o oposto.

Os casos com 0.01 massa de Plutão (Figura C.4 (d)) e com partículas da massa de Plutão apenas no disco quente (Figura C.4 (e)) mostram que a população fria evolui em  $\varpi - \varpi_N$  apenas por  $45^\circ$ . Então, nós temos que grosseiramente os mesmos ciclos dinâmicos do caso sem autogravidade. Isto porque as partículas são muito pequenas ou porque a população fria não está mergulhada na parte massiva do disco e os encontros próximos com a população quente são ineficientes devido às altas velocidades relativas. O caso (Figura C.4 (f)) com os planetesimais massivos apenas na população fria tem uma evolução muito similar ao caso com 1 massa de Plutão (painel (c)).

---

<sup>1</sup>Embora  $\varpi - \varpi_N$  se torna um ângulo mais rápido, a evolução não pode ser confundida com a proposta por [Batygin et al. \(2011\)](#). No cenário de [Batygin et al. \(2011\)](#),  $\varpi - \varpi_N$  tem que circular tão rápido que a excentricidade forçada sentida pelas partículas é muito pequena. Em nosso caso,  $\varpi - \varpi_N$  não circula suficientemente rápido para este comportamento. Então, a excentricidade forçada sentida pelas partículas é ainda muito grande. Mas  $\varpi - \varpi_N$  é agora acelerada suficientemente que, durante a janela de tempo da precessão lenta de Netuno, as partículas podem experimentar uma circulação completa, vindo de volta aos valores de excentricidades iniciais ( $e \sim 0$ ).

Figura 6.7 - A evolução das partículas no espaço  $h = e \cos(\varpi - \varpi_N)$  e  $k = e \sin(\varpi - \varpi_N)$ . As barras de cores representam o tempo. Os pontos em azul e ciano representam a distribuição inicial e final das partículas no plano h-k.



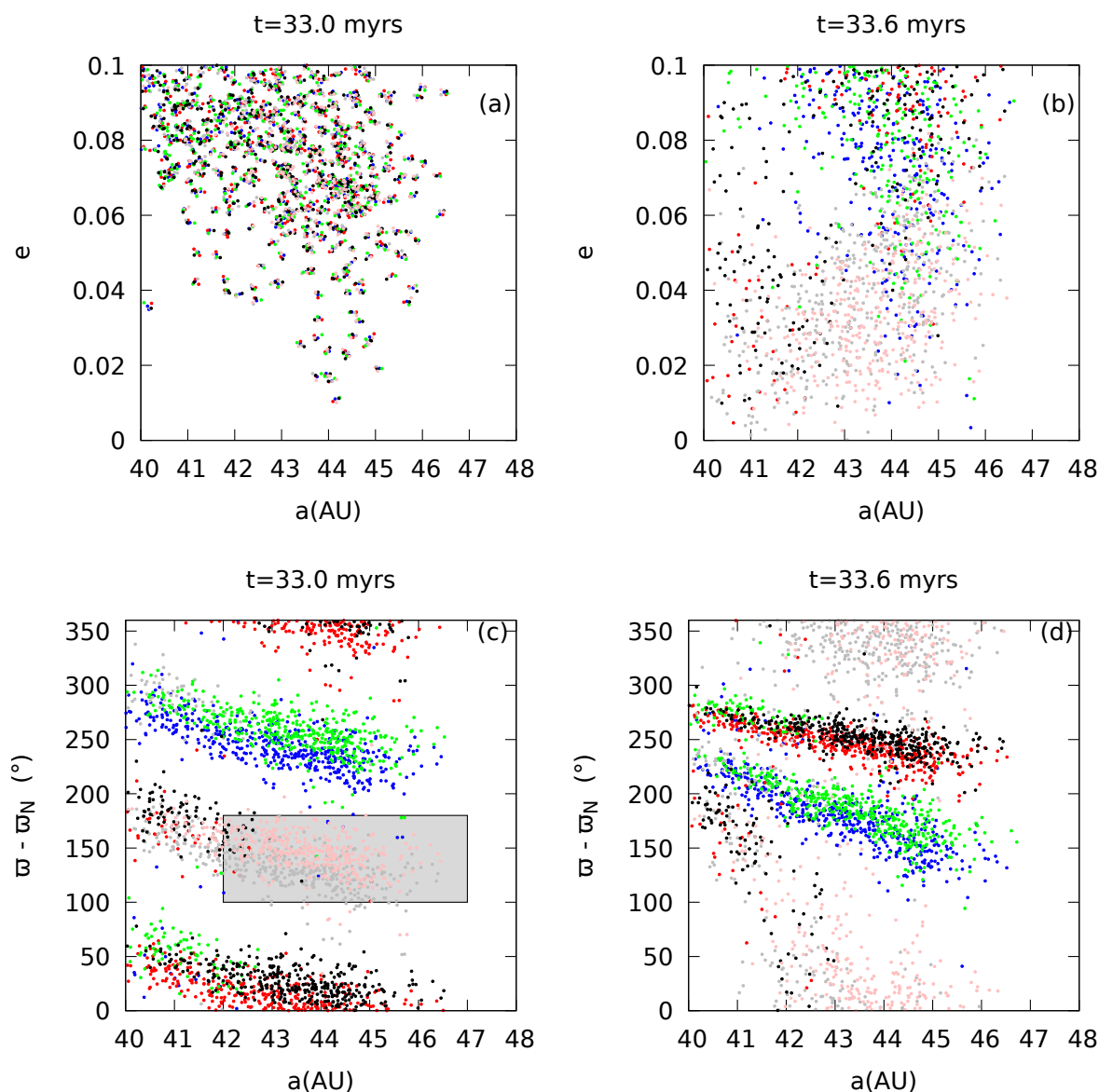
### 6.3.2 Efeitos da precessão de Netuno

Nesta seção, nós vamos investigar os efeitos da precessão lenta de Netuno utilizando as nossas simulações. Estes efeitos ocorrem na evolução da longitude do periélio e na excentricidade dos planetesimais presentes na região clássica do cinturão de Kuiper. Nós criamos novas partículas (partícula clones) com elementos keplerianos similares aos dos objetos presentes da região do cinturão de Kuiper, em 33 milhões de anos. Nós clonamos em 5 vezes os planetesimais que estão dentro da região entre 40 e 48 AU e com excentricidades menores que 0.1. Nós clonamos estes objetos considerando diferentes fases da longitude do periélio. O nosso objetivo é varrer as diferentes regiões em longitude do periélio na região clássica. Cada configuração de clones é representada por uma cor, as cores em azul representam as partículas originais. Nós preservamos a distribuição original de periélios, que foram criados pela excitação secular de Netuno durante os anteriores 33 milhões de anos. Porém, nós adicionamos uma fase extra para o periélio de cada partícula. A distribuição inicial dos clones estão representados nas Figuras 6.8 (a) e (c). Note que estes clones tem praticamente as mesmas excentricidades mas diferentes fases de longitudes de periélio ( $\varpi - \varpi_N$ ). Lembrando que  $\varpi_N = 0$  em 33 milhões de anos.

Nós podemos comparar a evolução dinâmica da população de clones em termos das suas excentricidades. Na Figura 6.8 (b), nós vemos claramente que após 0.6 milhões de anos as cores em cinza e rosa (as cores claras) são transportadas para baixas excentricidades. Estas cores claras preenchem a região em torno de 150 graus da longitude do periélio, em 33 milhões de anos (Figura 6.8 (c)). Em 33,6 milhões, no entanto, estas partículas passam a ter longitudes do periélio alinhados com a longitude do periélio de Netuno, ou seja,  $\varpi - \varpi_N = 0$  graus. Por outro lado, as cores escuras que incluem as partículas originais (pontos em azul) aumentam suas excentricidades para valores maiores que 0.1. Este é um interessante efeito porque mostra que partículas que se aliam com a longitude do periélio de Netuno apresentam uma excentricidade mais baixa na evolução do seus círculos seculares. As partículas originais, em cor azul, não sofrem alinhamento com a longitude do pericentro e são jogadas para excentricidades maiores. A diferença entre os clones e as partículas é inicialmente a fase das suas longitudes do periélio produzida artificialmente. Portanto, precisamos que algum mecanismo seja capaz de espalhar as longitudes do periélio para as regiões espaciais para a produção de partículas frias.

Uma outra alternativa é em relação a duração da precessão lenta de Netuno. Nós mostramos a evolução das partículas plotando os valores de  $h = e \cos(\varpi - \varpi_N)$

Figura 6.8 - Painel (a): Diagrama da excentricidade em função do semi eixo maior dos planetas gigantes e das partículas do disco de planetesimais presente no cinturão de Kuiper. Painel (b): Diagrama da inclinação em função do Semieixo maior. Júpiter e Saturno são os objetos em esferas de cor preta. Urano e Netuno tem a mesma massa e são representados por esferas em cor laranja. As partículas do disco são divididas em duas partes: a população fria (pontos em azul) sem massa e a população quente (pontos em vermelho) com 1 massa de Plutão. A linha em cinza representa o pericentro de Netuno.



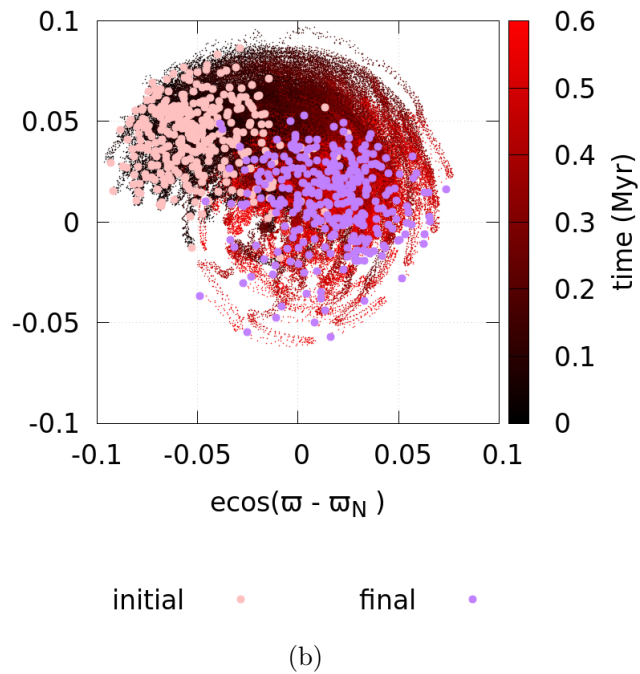
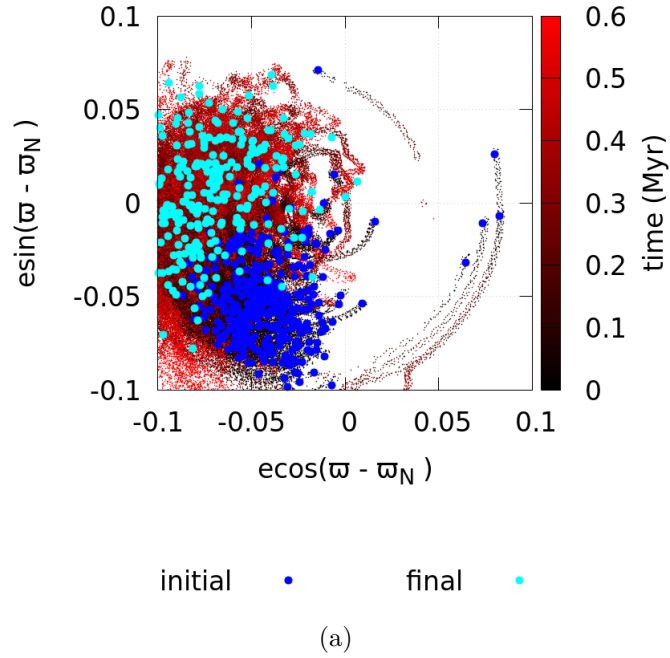
em função de  $k = e \cos(\varpi - \varpi_N)$  para as partículas originais e os clones em rosa (Fig. 6.9). A barra de cores representa o tempo, a evolução das partículas se inicia em preto (33 milhões de anos) e vai até a cor vermelha (33.6 milhões de anos). Os

pontos em azul e azul claro mostram a posição inicial e final das partículas originais, enquanto que os pontos em rosa claro e violeta mostram a posição inicial e final das partículas clones. Nós observamos que as posições finais das partículas originais (pontos em azul claro) estão próximas as posições das partículas clones (pontos em rosa) durante sua evolução no círculo secular de Netuno. Ou seja, se a evolução de Netuno em longitude do periélio durasse mais um pouco, estas partículas em azul provavelmente seriam entregues para as regiões de baixas excentricidades como as partículas clones.

Portanto, com estas observações, nós sugerimos que para produzir a população fria é preciso que o ciclo secular de Netuno se complete ou que algum mecanismo disperse estes objetos em longitude do periélio. Para a nossa simulação, considerando a autogravidade entre os planetesimais com massas iguais a 4 massas de Plutão, há uma dispersão em longitude do periélio causada pela autogravidade. Na Figura 6.10, nós mostramos seis painéis da evolução das partículas com 4 massas de Plutão no espaço de  $h$  e  $k$ . Estes painéis são retratos da evolução retirados em uma distância regular no tempo, cada um com 0.1 milhões de anos. Nós iniciamos de  $t=0.1$  milhões de anos porque  $t=0.0$  milhões de anos é o mesmo estado das partículas em azul na Figura 6.9. A barra de cores representa a evolução do semi eixo maior das partículas. As partículas representadas em pontos em vermelho tem semieixo maior menor que 44 ua e as partículas representadas em pontos em verde tem semieixo maior maior que 44 ua.

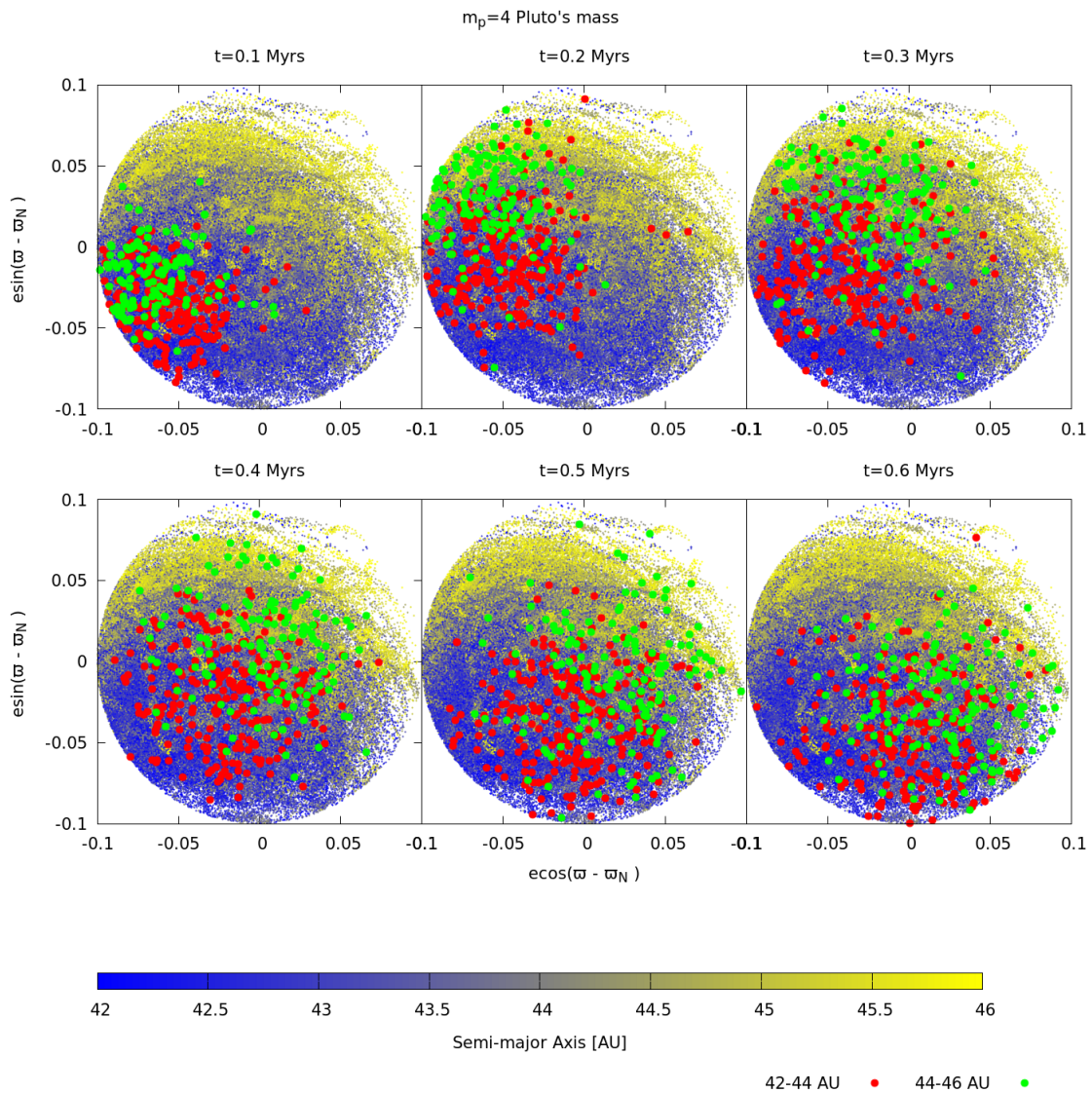
Nós observamos que diferente do caso sem autogravidade (Fig. 6.9 (a)) há uma difusão das partículas em diversas regiões do espaço  $h$ - $k$ . Ambas as partículas em vermelho e amarelo estão se movendo em sentido horário muito rapidamente que no caso sem autogravidade. Em apenas 200 mil anos, as partículas já alcançam a região do espaço  $h$ - $k$  que no entanto as partículas sem autogravidade demoraram 600 mil anos. Em 200 mil anos, as partículas em verde e vermelho tomam caminhos diferentes. As partículas em verde seguem sobre a região amarela enquanto as partículas em vermelho segue em direção ao centro do círculo. Cem mil anos depois, as partículas estão ocupando o centro do círculo e os encontros próximos dispersam as partículas em todas as direções do seu círculo secular. A partir de 400 mil anos, a maioria das partículas estão no centro do círculo e alcançam excentricidades menores que 0.05. Portanto, apesar de haver encontros próximos entre as partículas que ajudam a espalhar as excentricidades a perturbação secular de Netuno também ajuda a produzir objetos frios.

Figura 6.9 - A evolução das partículas originais e dos clones no espaço h e k. Veja mais detalhes no texto.



A autogravidade diminui a precessão da longitude do periélio e pode até reverter o seu sentido. Isto faz com o que a rotação de  $\varpi - \varpi_N$  no sentido horário seja muito

Figura 6.10 - Os seis painéis representam a evolução das partículas no plano h,k em distâncias temporais regulares de 100 mil anos. A barra de cores representam a evolução do semi eixo maior das partículas entre 42 e 46 unidades astronômicas. Pontos em vermelho representam as partículas com semieixo maior menor que 44 AU, os pontos em verde representam os objetos com semieixo maior maior que 44 AU. Os encontros próximos ajudam a espalhar as partículas mas o efeito secular de Netuno tenta ordenar estas partículas em torno do centro.

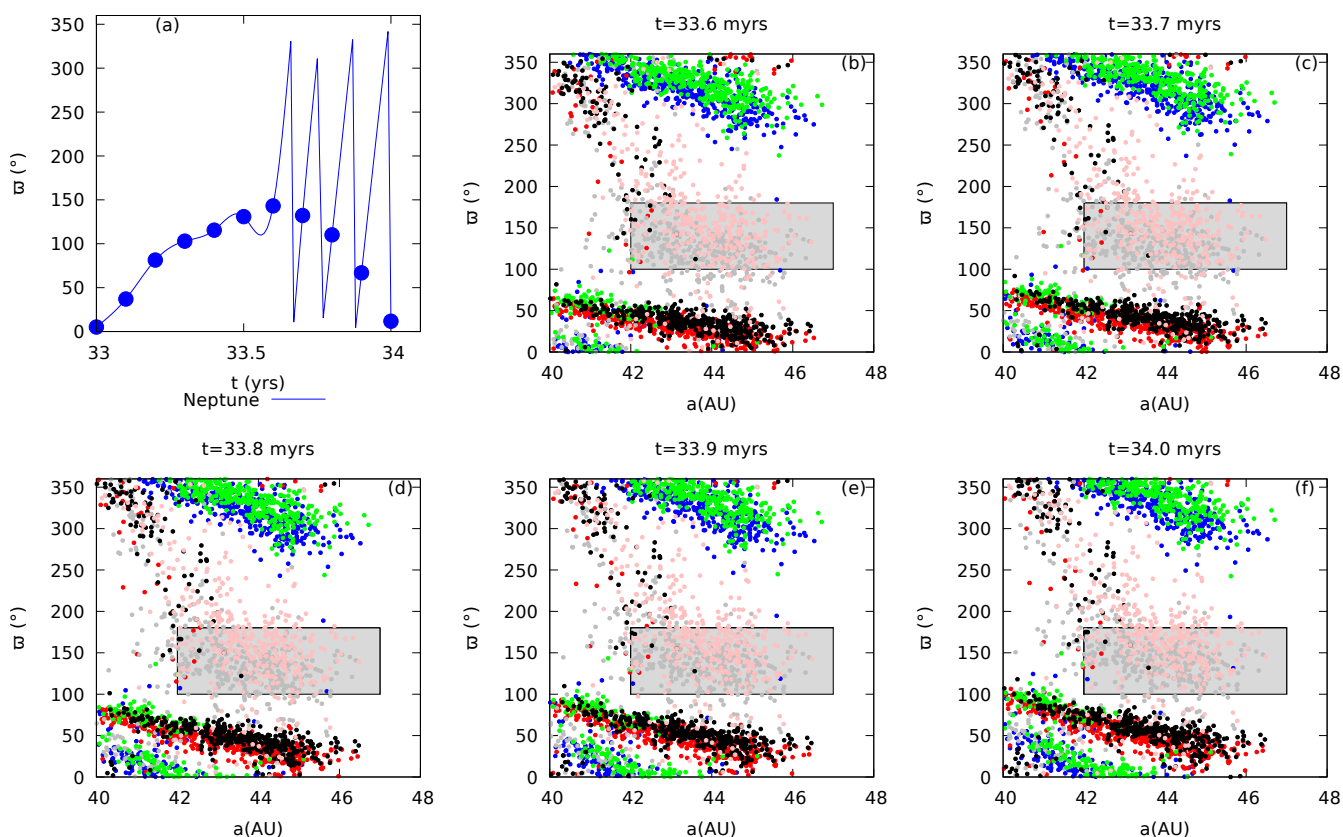


mais rápida. No mesmo tempo, os encontros próximos espalham as partículas no espaço h-k também. Então dois efeitos estão ajudando algumas partículas a obter pequenas excentricidades. O primeiro é compatível com o mecanismo artificial, que nós mostramos nas simulações com os clones. Ou seja, a precessão da longitude do periélio relativa a Netuno se torna mais rápida e algumas das partículas atingem as

regiões preferenciais para o alinhamento com Netuno.

Mas o que acontece durante a precessão mais rápida de Netuno? Nós alteramos a precessão de Netuno para rápida após 33.6 milhões de anos para avaliar o efeito das partículas (Figura 6.11 (a)). Nós então continuamos a evolução das nossas partículas originais e clonadas, mas agora no intervalo de tempo entre 33.6 e 34 milhões caracterizado pela precessão rápida de Netuno. Nas Figuras 6.11 (b)-(f), nós mostramos a evolução da longitude do periélio das partículas. Nós observamos que não há significativa mudança nas longitudes do periélio das partículas.

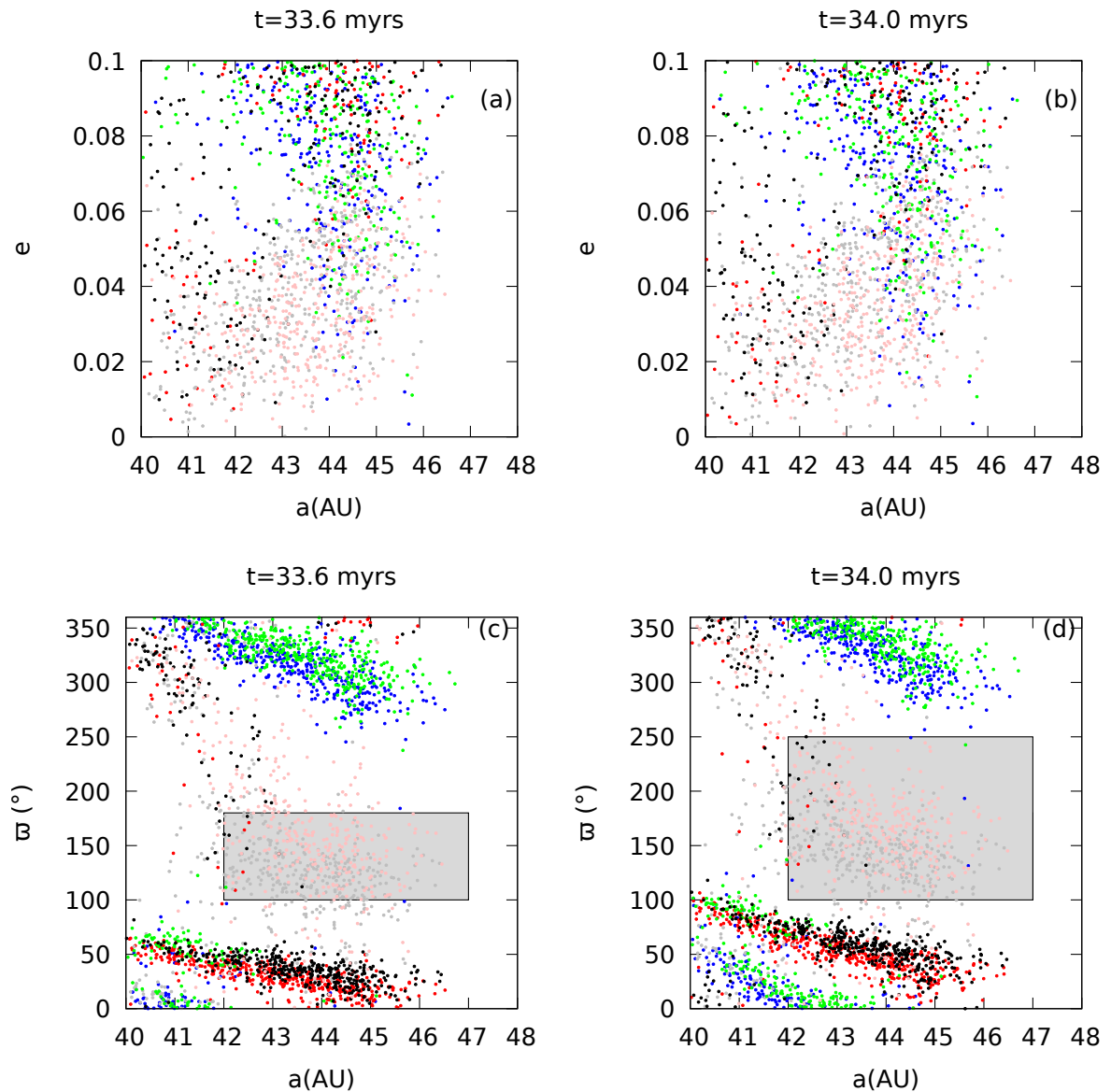
Figura 6.11 - Painel (a): a evolução da longitude do periélio de Netuno. Os pontos em azul representam a original evolução e as curvas representam a evolução sintética. O período entre 33.6 e 34 milhões de anos apresenta uma precessão rápida sintética de Netuno. Os Painéis (b)-(f) são retratos que representam a evolução dinâmica das longitudes do periélio das partículas (originais em pontos em azul e clones) durante o período da precessão rápida de Netuno.



E como esperado da teoria secular também não mudanças significativas nas excentricidades das partículas (veja Fig. 6.12). Portanto, a precessão rápida de Netuno

não causa diferença significativa nas excentricidades das partículas mesmo quando Netuno é excêntrico. Isso já foi demonstrado por Batygin et al. (2011) com seu modelo secular, nós agora mostramos também através de simulações numéricas.

Figura 6.12 - Painel (a) Configuração em  $t=33.6$  milhões de anos para as partículas clones e originais. Painel (b): O estado das partículas em excentricidade no final da precessão rápida de Netuno. Painel (c) : Distribuição das longitudes do periélio das partículas originais em  $t=33.6$  milhões de anos. Painel (d): Distribuição das longitudes do periélio em 34 milhões de anos.



## 6.4 Discussão e Conclusão

Este trabalho se preocupa em efeitos dinâmicos dentro da região clássica do cinturão de Kuiper durante a evolução primordial de Netuno. Nós escolhemos uma evolução específica de Netuno no referencial do modelo de Nice realizadas por [Gomes et al. \(2018\)](#). Nesta evolução cinco planetas gigantes, inicialmente presos em uma configuração multi-ressonante, evoluem para a instabilidade após um encontro violento entre um planeta com a massa de Netuno e Júpiter. Este encontro próximo resulta em uma ejeção de um dos planetas gigantes de gelo. Durante a instabilidade, Netuno é levado a um momento breve em que sua órbita tem uma alta excentricidade. Este momento breve induz mudanças no disco de planetesimais.

O período de uma fase em que Netuno é excêntrico gera um mar caótico permitindo a população quente ser captura na região clássica do cinturão de Kuiper. A população fria, assumida ter sido formada *in situ*, é parcialmente depredada e excitada em excentricidade. Geralmente, no final das simulações deste modelo, a população fria produzida nas simulações (isto é partículas que mantêm suas inclinações menores que 4 graus) não tem excentricidades baixas suficientes com as observadas na população fria do cinturão de Kuiper. Nós observamos que a fase em que Netuno é excêntrico e tem uma precessão lenta permite a excitação das excentricidades das partículas na região clássica, de acordo com os resultados do modelo de [Batygin et al. \(2011\)](#).

Nós investigamos como a autogravidade do disco de planetesimais poderia mudar este retrato. Para este estudo, nós interpolamos as órbitas dos planetas gigantes, durante um breve período de alta excentricidade e precessão lenta de Netuno, a partir de 33 para 33.6 milhões de anos, usando o algoritmo de funções splines. Nós iniciamos nossa simulação da distribuição orbital do disco de planetesimais observadas em 33 milhões de anos. Esta distribuição é caracterizada por um aglomerado de longitude de periélios da população sintética (definida como partículas com  $i < 2^\circ$  e  $a > 42$  AU), revelando que esta população sofreu uma perturbação secular de Netuno. A consequência do efeito secular de Netuno é uma evolução coerente no plano h-k ( $h = e \cos(\varpi - \varpi_N)$ ,  $k = e \sin(\varpi - \varpi_N)$ ) permitindo mudanças correlacionadas das excentricidades e das longitudes do periélio. Se Netuno tem uma excentricidade orbital grande e uma precessão lenta, o disco de planetesimais recebe uma excitação excessiva da dinâmica secular e não pode preservar suficiente as órbitas com baixas excentricidades comparadas com a população fria observada.

Seguindo a teoria secular, nós mostramos que a evolução das partículas frias clássicas no espaço h-k segue arcos de círculos em sentido horário deslocados de aproxima-

damente 0.025 unidades a partir da origem. Ao longo destes arcos, as partículas evoluem em direção a maiores ou menores excentricidades dependendo das suas fases iniciais de  $\varpi - \varpi_N$  e a amplitude da evolução de  $\varpi - \varpi_N$  (isto é do comprimento do arco). Sem a autogravidade, as partículas evoluem para o máximo dos seus ciclos seculares de excentricidade, alcançando em sua maioria excentricidades maiores que 0.05. Por outro lado, se as alta excêntrica fase de Netuno e a precessão de Netuno levam muito tempo as excentricidades poderiam evoluir novamente para suas baixas excentricidades, seguindo é claro os círculos seculares. Portanto, o caso ideal para a evolução de Netuno na produção da população fria sem nenhum outro mecanismo é o sincronismo entre os círculos seculares dos planetesimais e a duração da fase em que Netuno é excêntrico e possui uma lenta precessão. No caso da autogravidade do disco, a precessão de  $\varpi$  é desacelerada e então a taxa de excursão de  $\varpi - \varpi_N$  é acelerada no sentido horário. Então, planetesimais podem alcançar valores de  $\varpi - \varpi_N$  perto de 0 graus correspondendo ao mínimo do ciclo de excentricidade.

Em adição, encontros próximos entre as partículas, espalham elas no plano h-k. Como uma combinação destes dois efeitos, alguma partículas podem ser encontradas em uma baixa excentricidade no final, comparada com as pequenas excentricidades da população fria observada. Em nossas simulações, nós verificamos que este processo funciona se o disco fosse composto por objetos grandes, com ambas 4 ou 1 massa de Plutão. Para pequenas massas individuais de planetesimais, 0.01 massa de Plutão, os efeitos da autogravidade são negligenciáveis. É possível que um grande número de pequenos planetesimais, carregando uma massa total, poderia fornecer efeitos similares aqueles fornecidos por uma população de 4 mil objetos com 4 massas de Plutão, mas nós não poderíamos testar esta possibilidade porque é muito caro computacionalmente.

É em geral aceito que o disco original trans-Netuniano contendo milhares de objetos do tamanho de Plutão (Stern, 2001). Mas estes objetos são esperados ter sido inicialmente oriundos da parte interna do disco, dentro de 30 unidades astronômicas e não dentro da região da população fria. Também, enquanto o disco com 30 unidades astronômicas é suposto conter 20 para 30 massas de Terra para dirigir a dinâmica do modelo de Nice (Nesvorný; Morbidelli, 2012). Esse disco é uma suficiente fonte da população quente (Gomes, 2003; Nesvorný, 2015a; Nesvorný, 2015b), do disco espalhado e a da nuvem de Oort (Brasser; Morbidelli, 2013; Nesvorný, 2015a; Nesvorný, 2015b).

A população fria é suposta ter formada in situ e ter retido ao menos 10 por cento da sua massa inicial. Dado que a massa atual da população fria é muito pequena

(Fraser et al., 2014), é provável que a população fria nunca havia contido mais que 0.1 massas da Terra considerando sua totalidade. Então, nós temos testado se a autogravidade das partículas dispersadas da parte interna do disco poderiam afetar a população fria, similar aqueles casos onde o disco completo é massivo e autogravitante. Infelizmente, o resultado é negativo. Este resultado é devido ao fato de que a população fria não é completamente mergulhada na população quente, e então a modificação da taxa de precessão de  $\varpi$  da população fria é mínima. Como para o espalhamento e a difusão do plano h-k, os encontros próximos entre os membros da população quente com aqueles da população fria tem uma alta velocidade relativa e então tem efeitos limitados.

Na luz destes resultados, nós deveríamos concluir que as pequenas excentricidades observadas na população fria observada demonstra que Netuno nunca experimentou uma fase de alta excentricidade em uma duração significativa durante a instabilidade dos planetas gigantes ? Provavelmente não. Como é mostrada por Batygin et al. (2011), se a alta excentricidade de Netuno é acompanhada por uma rápida taxa de precessão, as excentricidades pequenas da população fria podem ser preservadas por causa do vetor excentricidade forçada que domina a evolução secular é pequeno. Além disso, nós estamos demonstrando neste trabalho, mesmo que a precessão de Netuno é pequena e o vetor excentricidade forçada é não negligenciável, as excentricidade dos objetos poderiam evoluir para baixos valores seguindo o círculo secular, se a fase de alta excentricidade precessão lenta de Netuno dura tempo suficiente. Portanto, o caso ideal para a evolução de Netuno para produzir a população fria sem nenhum mecanismo adicional é o sincronismo entre os ciclos seculares dos planetesimais e a duração da excentricidade de Netuno e da precessão lenta de Netuno. O quão provável que tal sincronismo ocorra permanece a ser calculado mas é esperado não ser muito grande. Então nós concluimos ambas possibilidades: ou Netuno experiência uma moderada fase em alta excentricidade durante sua migração (Gomes et al., 2018) ou experimentou uma migração quase-suave com um salto em 28 AU como proposto em Nesvorný (2015a), Nesvorný (2015b).

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desta Tese, nós apresentamos um estudo sobre uma fase da formação e a evolução do Sistema Solar. Nós apresentamos alguns aspectos da geologia, da química, da física dos planetas e dos pequenos corpos do Sistema Solar sobre esta fase. Estes aspectos foram trazidos por uma revisão bibliográfica da literatura científica e são alicerces para a sustentação para a nossa proposta. Neste Capítulo vamos discutir os nossos resultados no contexto do Sistema Solar como um todo.

Começamos nossa análise com respeito às nossas simulações da produção do disco trans-Netuniano original produzido durante a formação de Urano e Netuno. O nosso principal objetivo para a produção destes discos é vincular o tempo de instabilidade dos planetas gigantes. Nós utilizamos as melhores simulações de [Izidoro et al. \(2015a\)](#) para o crescimento dos planetas gigantes gigantes. A simulação do cenário de [Izidoro et al. \(2015a\)](#) revela um contexto muito maior para a formação do nosso Sistema Solar. Este contexto parte da ideia de que Júpiter é o primeiro planeta gigante a formar no nosso Sistema Solar, a partir do embrião planetário mais interno, devido a uma provável maior concentração de *Pebbles* próximo a linha do gelo. O fato de Júpiter se formar primeiro no disco de gás protoplanetário é um detalhe que muda toda a história evolutiva do nosso Sistema Solar. Primeiro esta proposta resolve a dicotomia do Sistema Solar. Júpiter bloqueia o fluxo de *Pebbles* que iriam para o interior do Sistema Solar diminuindo a concentração de *Pebbles*. Essa concentração menor de *Pebbles* no Sistema Solar interno produz apenas embriões entre as massas de algumas Luas e Marte. Isto explica que porque não produzimos planetas gigantes na região interna do nosso Sistema Solar. Júpiter também ao se formar primeiro funciona como um bloqueador de super-Terras. O embrião posterior a órbita de Júpiter cresce também rápido e forma Saturno. Devido a pequenas diferenças na velocidade de migração por tipo II destes planetas gigantes, eles acabam presos em ressonâncias de movimento médio e podem parar de migrar. Quando os outros embriões planetários do tamanho de super-Terras são formados e migram por tipo I eles são bloqueados pela influência dinâmica de Júpiter e Saturno. Como consequências os embriões ficam retidos além da órbita de Júpiter e Saturno e podem desestabilizar e provocar colisões gigantes que geram Urano e Netuno. Portanto, não há super-Terras na região interna do Sistema Solar.

Nós então geramos discos de planetesimais que foram dinamicamente esculpidos durante o processo de formação de Urano e Netuno com Júpiter e Saturno formando primeiro no disco de gás protoplanetário. Nas nossas simulações, nós aplicamos as

forças de arrasto aerodinâmico e de fricção dinâmica que são responsáveis por uma deflexão no periélio dos planetesimais. Nós também aplicamos diferentes histórias de migração de Júpiter e Saturno porque não é ainda tão definido como estes objetos migraram no disco de gás protoplanetário. Uma das possibilidades é a hipótese do *Grand Tack* (Walsh et al., 2011) que propõe que Júpiter se formou em 3.5 AU e migrou em direção a estrela até alcançar 1.5 AU e voltou capturando Saturno em ressonância orbital de movimento médio. Dessa forma, Júpiter trunca o disco de planetesimais até 1 AU impedindo que tenha abundância de material disponível para a formação de Marte. Portanto, esta teoria resolve o problema da formação de Marte. Além disso, este modelo permite que Júpiter cruze a região do cinturão de asteroides duas vezes e remova a massa do cinturão de asteroides criando a população original. Nós realizamos uma simulação de Júpiter que é compatível com este modelo. No entanto, existem outros modelos capazes de explicar a formação de Marte e do cinturão principal de asteroides sem a necessidade de uma migração de Júpiter. Por isso, nós investigamos além da migração como a do modelo de Grand Tack mais quatro histórias de migração de Júpiter. A migração de Júpiter de distâncias maiores que 5 AU colocam os embriões planetários imersos na região trans-Netuniana. Por este motivo, a migração de Júpiter é um processo importante para o esculpimento dinâmico do disco de planetesimais.

As propriedades do disco protoplanetário que nós utilizamos foi derivado de simulações hidrodinâmicas em que Júpiter e Saturno estão embutidos no disco de gás. A densidade superficial de gás é retirada no momento em que é aberto um profundo gap ao redor da órbita desses planetas gigantes. Para os efeitos da migração tipo I dos embriões planetários, Izidoro et al. (2015) calculou as escalas temporais desta migração considerando os torques de co-rotação e de Lindblad que os embriões sofrem devido ao disco de gás. Para uma compatibilidade com o modelo de Izidoro et al. (2015), nós utilizamos as mesmas propriedades do gás do seu trabalho. Nós consideramos que o gás é isotérmico mas que sofre um de um gradiente de pressão em que reduz a velocidade do gás a sub-kepleriana. O aspecto do disco é fino e tem um valor de 3 por cento em 5 AU. A viscosidade do disco é retirada por observações de discos ao redor de estrelas jovens segundo a prescrição  $\alpha$  de Shakura e Sunyaev (1937). Nesta prescrição a viscosidade é uma função proporcional do aspecto do disco e a velocidade do som no gás. Nós utilizamos o mesmo valor que Izidoro et al. (2015) que é de  $\alpha=0.002$ . Nós também tomamos cuidado para escalar o disco de gás diante das diferentes histórias de migração de Júpiter. Nós sabemos a partir do trabalho de Crida e Bitsch (2017) que Júpiter pode migrar de tal forma que o 'gap' aberto no disco não é afetado durante a migração. O efeito de migração planetária puxa o gás

de dentro da órbita de Júpiter e joga ele para fora levando a uma pequena depleção do disco externo. Nós então escalamos o disco de gás mantendo o gap aberto para as diferentes migração de Júpiter. Portanto, nós vinculamos as propriedades do disco de gás com alguns trabalhos recentes da literatura.

Nós então dentro destas condições obtemos diversos discos de planetesimais que podem representar o disco trans-Netuniano original. Nós comparamos as propriedades orbitais destes discos obtidos em nossas simulações com os objetos do cinturão frio de Kuiper. Nós encontramos que as migrações de Júpiter além de 5 AU não podem acontecer porque elas produzem objetos bem mais inclinados do que encontramos no cinturão de Kuiper. E não é claro como estes objetos diminuem as suas inclinações depois da interação com o gás. Por outro lado, nossos resultados apontam que os objetos de 10 km podem já apresentar uma certa excitação em inclinação. Isto pode aliviar a necessidade de que Netuno possa produzir a inclinação destes objetos a partir de efeitos seculares. Portanto, diante das nossas limitações nós podemos sugerir que Júpiter se formou localmente ou migrou conforme o Grand Tack.

Após esta primeira análise, nós queríamos cumprir o outro objetivo de calcular o tempo de instabilidade dos planetas gigantes. Para isso nós consideramos uma outra possibilidade nova no contexto do Sistema Solar. A possibilidade dos planetas se tornarem instáveis sem a presença de qualquer disco de planetesimais. Nós então utilizamos as simulações bem sucedidas de [Izidoro et al. \(2015a\)](#) de sistemas planetários com quatro à sete planetas gigantes com características semelhantes a Urano e Netuno, e que podem ter sido formados no nosso Sistema Solar. Alguns deles são co-orbitais. Nós realizamos muitas simulações numéricas da evolução destes sistemas planetários sem a influência do disco de planetesimais. Nossos resultados apontaram para uma instabilidade provocada pelos próprios planetas dentro de 10 milhões de anos após a fase de gás. Mas ainda obtemos uma fração de sistemas estáveis considerável (mais de 40 por cento) por pelo menos 1 bilhão de anos. Todos os sistemas planetários estáveis estão presos em cadeias de ressonância de movimento médio com excentricidades de equilíbrio que dependem da razão do aspecto do disco ao quadrado. Por este motivo, nós mostramos que se o disco não fosse tão fino como proposto por [Izidoro et al. \(2015\)](#) é possível obter sistemas estáveis. Portanto, a instabilidade engatilhada pelos próprios planetas pode não ser possível para discos mais grossos do que utilizado nas simulações de [Izidoro et al. \(2015\)](#). O resultado seria sistemas estáveis em configuração multi-ressonante. Mas esta é uma investigação que precisa ser feita mais profundamente.

O que é importante é existe uma fração considerável de sistemas planetários estáveis por pelo menos 1 bilhão de anos sem a presença de qualquer disco de planetesimais. Portanto, a interação com os nossos discos de planetesimais, gerados durante esculpição pela formação de Urano e Netuno, é importante para provocar a instabilidade destes sistemas estáveis. Se os planetas surgissem em órbitas estáveis após a fase do disco de gás, nós mostramos que as interações com este disco provocaria uma instabilidade dentro de 500 milhões de anos. Se nós não considerarmos os discos incompatíveis com o cinturão de Kuiper atual, os tempo de instabilidade estão dentro de 200 milhões de anos, dentro dos quais 70 por cento são instáveis em 70 milhões de anos. O tempo de instabilidade está dentro de 136 milhões de anos em 75 por cento dos casos, que é consistente com as conclusões da sobrevivência do troiano Pátroclos como um objeto primordial do cinturão de Kuiper (Nesvorny et al. (2018)). Dados as nossas estatísticas e os vínculos que existem é difícil dizer se a instabilidade acontece nos primeiros 100 milhões de anos ou antes da formação da Lua.

Embora nosso objetivo fosse definir um tempo de instabilidade com uma faixa mais estreita de tempos de instabilidade, ou seja, que estatisticamente produzimos um resultado esperado para o tempo de instabilidade, isso não foi possível. Porém, precisamos de mais evidências geológicas para definir o tempo de instabilidade. Talvez nas futuras missões espaciais à Lua para uma nova datação das crateras da Lua possamos ter mais uma precisa estimativa. Uma evidência mais perto de chegar de um resultado sobre o tempo de instabilidade pode ser obtida através da missão *New Horizons* que foi estendida para a região fria do cinturão de Kuiper. Neste prolongamento de missão esperasse que a contagem das crateras dos asteroides do cinturão de Kuiper possam obter informação de como foi a evolução colisional destes objetos. Com esta informação, nós podemos saber quanto tempo levou o processo colisional da população fria. E como esta população foi assumida ser primordial sem sofrer os efeitos dinâmicos da instabilidade, o tempo da evolução colisional é basicamente o tempo de instabilidade dos planetas gigantes.

Um outro objetivo do nosso trabalho foi o estudo de efeitos dinâmicos que acontecem durante a formação do cinturão de Kuiper mas após Netuno sofrer seu último encontro próximo com um dos planetas gigantes durante a instabilidade planetária. Segundo as simulações realizadas por Gomes et al. (2018), Netuno é lançado em alta excentricidade ( $e > 0.2$ ) e com uma variação lenta em longitude do periélio. Este período foi destacado por Batygin et al. (2011) como o período mais nocivo para a retenção da população fria do cinturão de Kuiper. Muitos aspectos físicos e

dinâmicos mostram que a população fria é formada *in situ* e deve ter sido preservada durante a instabilidade dos planetas gigantes. Essa população é uma relíquia do nosso Sistema Solar. Portanto de alguma forma ela não deve ter sofrido nenhum processo secular intenso ou encontros próximos. No entanto, em alguma simulações de Gomes et al. (2018), a população fria que foi assumida ter sido formada *in situ*?, geralmente a população fria é produzida e não tem excentricidades baixas o suficiente como aquelas observadas na real população fria. Nós então investigamos como a autogravidade do disco de planetesimais poderia mudar este retrato. Nós então reproduzimos as simulações de Gomes et al. (2018) estudamos a dinâmica por 600 mil anos. Durante este pequeno intervalo de tempo, Netuno se apresentava nocivo para a retenção da população fria. Nós investigamos como a autogravidade do disco de planetesimais poderia mudar este retrato.

Seguindo a teoria secular, nós mostramos que a evolução das partículas frias clássicas no espaço h-k segue arcos de círculos em sentido horário. Sem a autogravidade das partículas elas evoluem nestes ciclos seculares alcançando excentricidades maiores que 0.05. O que é mais interessante é que descobrimos que se a fase em alta excentricidade e precessão lenta de Netuno durar mais um pouco estas excentricidades podem voltar para baixas excentricidades. Portanto, ideal para a evolução de Netuno na produção da população fria sem nenhum outro mecanismo é o sincronismo entre os círculos seculares dos planetesimais e a duração da fase em que Netuno é excêntrico e possui uma lenta precessão. No caso da autogravidade do disco, a precessão de  $\varpi$  é desacelerada e então a taxa de excursão de  $\varpi - \varpi_N$  é acelerada no sentido horário. Então, planetesimais podem alcançar valores de  $\varpi - \varpi_N$  perto de 0 graus correspondendo ao mínimo do ciclo de excentricidade. Em adição, encontros próximos entre as partículas, espalham elas no plano h-k. Como uma combinação destes dois efeitos, alguma partículas podem ser encontradas em uma baixa excentricidade no final, comparada com as pequenas excentricidades da população fria observada.

No entanto, este mecanismo só funciona se tivéssemos planetesimais com a massa de Plutão no cinturão de Kuiper. Mas não encontramos estes objetos no cinturão de Kuiper frio. E infelizmente para as massas mais próximas do cinturão de Kuiper este efeito de autogravidade é nulo. No entanto é possível que um grande número de pequenos planetesimais, carregando uma massa total, poderia fornecer efeitos similares mas não podemos testar esta hipótese porque ela é cara computacionalmente. Portanto, na luz destes resultados nós não podemos definir se a evolução de Netuno em alta excentricidade possa ser completamente descartada porque ela ainda pro-

duz alguns bons resultados em poucos casos. Além disso, se a alta excentricidade de Netuno é acompanhada por uma rápida precessão é possível reter objetos em baixas excentricidades. Adicionando a isso, nós mostramos que se a duração da fase em que Netuno está em alta excentricidade e lenta precessão for maior, de tal forma que os ciclos seculares se completem, nós podemos produzir objetos frios o suficiente. O quão provável que tal sincronismo ocorra permanece a ser calculado. Então ambas possibilidades dos cenários mais atuais para a formação e evolução do cinturão de Kuiper ainda são viáveis: ou Netuno experimenta uma moderada fase em alta excentricidade durante sua migração (Gomes et al., 2018) ou experimentou uma migração quase-suave com um salto em 28 AU como proposto em Nesvorný (2015a), Nesvorný (2015b).

Enfim, nós contribuimos um pouco com as teorias de evolução e formação do nosso Sistema Solar nesta Tese de doutorado. No entanto, diante de respostas mais perguntas surgem e requerem mais investigação. Portanto, nós precisamos caminhar no desenvolvimento de mais pesquisa sobre o Sistema Solar e com mais exploração espacial. O fato mais incompreensível do nosso Universo é o fato de ele ser compreensível.

## 8 PROJETOS FUTUROS

Como todo estudo numérico nossas simulações são simplificadas versões da realidade. Um limitação que pode ser superada nos projetos futuros é que apenas usamos uma simulação de Izidoro et al. (2015) para gerar os discos de planetesimais. Embora, este é o único modelo para a formação de Urano e Netuno que apresenta uma coleção de bons resultados. O próprio modelo pode ser refinado diante dos últimos resultados da migração tipo I considerando discos não isotérmicos, com turbulência, e com autogravidade. Nós sabemos, portanto, que uma turbulência é necessária no disco para manter as inclinações mais altas depois das colisões gigantes da formação de Urano e Netuno. Essas inclinações são fundamentais para refinar a distribuição de obliquidades obtidas por Izidoro et al. (2015). Nossas simulações também não contêm os efeitos do crescimento de Júpiter e Saturno e também não utilizamos fragmentação colisional e acreção de pebbles. Nós queremos incluir estes efeitos no futuro porque é importante obter uma estrutura orbital mais precisa para o disco original trans-Netuniano. A estrutura orbital deste disco não é somente necessária para configurar o tempo de instabilidade mas ela pode ser usada para a produção do cinturão de Kuiper.

Um outro projeto que pode ser derivado dos nossos estudos é que sabemos que o tempo de instabilidade dos planetas gigantes é provável de acontecer cedo. A instabilidade portanto pode acontecer no período da formação da Lua e ela pode ser responsável pelo gatilho que gerou a instabilidade dos planetas terrestres. Portanto, deixamos para o futuro avaliar se isso é estatisticamente viável. Outra alternativa de projeto é a formação de Ceres. Ceres é um objeto do cinturão de asteroides que tem um diâmetro de 1000 km. Ele é possivelmente capturado a partir do disco trans-Netuniano intacto. Nós podemos então supor que ele poderia ter sido capturado durante o período de formação de Urano e Netuno.

Nós podemos ainda continuar a estudar os efeitos da autogravidade para a produção do cinturão frio de Kuiper. Mas agora considerando um número muito maior de partículas com densidades parecidas às encontradas em anéis planetários. Com estas densidades os processos de agitação viscosa produzido pela autogravidade pode causar uma dispersão nas órbitas dos objetos. Mesmo que a massa total do disco seja compatível às encontradas no cinturão de Kuiper. No entanto, nós vamos investigar isso com o esquema de árvore do REBOUND que foi aperfeiçoado nos últimos anos. Ou a implementação deste integrador em placas gráficas com a linguagem de programação CUDA que acelera muito os cálculos.

Um outra possibilidade de investigação futura é conhecer os processos dinâmicos para gerar a precessão lenta de Netuno durante os encontros próximos com os planetas gigantes. Este modelo poderia incluir a dinâmica de corpo rígido destes corpos para uma evolução mais completa e próxima da realidade. Este resultados podem ser importantes porque podem ajudar a definir que tipos de órbitas e encontros próximos entre os planetas gigantes podem evitar a fase lenta na precessão de Netuno. Este estudo ajudaria na preservação dos objetos frios no modelo de Gomes et al. (2018).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, F. C.; Laughlin, G. Migration and dynamical relaxation in crowded systems of giant planets. **Icarus**, v. 163, p. 290–306, jun. 2003. 52
- Agnor, C. B.; Lin, D. N. C. On the Migration of Jupiter and Saturn: Constraints from Linear Models of Secular Resonant Coupling with the Terrestrial Planets. , v. 745, p. 143, fev. 2012. 103
- ARAÚJO, R. A. N.; WINTER, O. C.; SFAIR, R. Rings under close encounters with the giant planets: Chariklo versus Chiron. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 479, n. 4, p. 4770–4777, 07 2018. ISSN 0035-8711. Disponível em: <<https://doi.org/10.1093/mnras/sty1770>>. 107
- Barucci, M. A.; Boehnhardt, H.; Cruikshank, D. P.; Morbidelli, A. The Solar System Beyond Neptune: Overview and Perspectives. p. 3–10, 2008. 110, 111, 115, 116, 149
- Batalha, N. M.; Rowe, J. F.; Bryson, S. T.; Barclay, T.; Burke, C. J.; Caldwell, D. A.; Christiansen, J. L.; Mullally, F.; Thompson, S. E.; Brown, T. M.; Dupree, A. K.; Fabrycky, D. C.; Ford, E. B.; Fortney, J. J.; Gilliland, R. L.; Isaacson, H.; Latham, D. W.; Marcy, G. W.; Quinn, S. N.; Ragozzine, D.; Shporer, A.; Borucki, W. J.; Ciardi, D. R.; Gautier III, T. N.; Haas, M. R.; Jenkins, J. M.; Koch, D. G.; Lissauer, J. J.; Rapin, W.; Basri, G. S.; Boss, A. P.; Buchhave, L. A.; Carter, J. A.; Charbonneau, D.; Christensen-Dalsgaard, J.; Clarke, B. D.; Cochran, W. D.; Demory, B.-O.; Desert, J.-M.; Devore, E.; Doyle, L. R.; Esquerdo, G. A.; Everett, M.; Fressin, F.; Geary, J. C.; Girouard, F. R.; Gould, A.; Hall, J. R.; Holman, M. J.; Howard, A. W.; Howell, S. B.; Ibrahim, K. A.; Kinemuchi, K.; Kjeldsen, H.; Klaus, T. C.; Li, J.; Lucas, P. W.; Meibom, S.; Morris, R. L.; Prša, A.; Quintana, E.; Sanderfer, D. T.; Sasselov, D.; Seader, S. E.; Smith, J. C.; Steffen, J. H.; Still, M.; Stumpe, M. C.; Tarter, J. C.; Tenenbaum, P.; Torres, G.; Twicken, J. D.; Uddin, K.; Van Cleve, J.; Walkowicz, L.; Welsh, W. F. Planetary Candidates Observed by Kepler. III. Analysis of the First 16 Months of Data. , v. 204, p. 24, fev. 2013. 53
- Batygin, K.; Brown, M. E.; Betts, H. Instability-driven Dynamical Evolution Model of a Primordially Five-planet Outer Solar System. , v. 744, p. L3, jan. 2012. 20

Batygin, K.; Brown, M. E.; Fraser, W. C. Retention of a Primordial Cold Classical Kuiper Belt in an Instability-Driven Model of Solar System Formation. , v. 738, p. 13, set. 2011. xi, xiii, 8, 145, 149, 150, 154, 161, 170, 172

Bernstein, G. M.; Trilling, D. E.; Allen, R. L.; Brown, M. E.; Holman, M.; Malhotra, R. The Size Distribution of Trans-Neptunian Bodies. , v. 128, p. 1364–1390, set. 2004. 123, 148

Bitsch, B.; Raymond, S. N.; Izidoro, A. Rocky super-Earths or waterworlds: the interplay of planet migration, pebble accretion, and disc evolution. , v. 624, p. A109, Apr 2019. 6

Blum, J.; Wurm, G. Experiments on Sticking, Restructuring, and Fragmentation of Preplanetary Dust Aggregates. , v. 143, p. 138–146, jan. 2000. 4

Boehnke, P.; Harrison, T. M. Illusory Late Heavy Bombardments. **Proceedings of the National Academy of Science**, v. 113, p. 10802–10806, set. 2016. 33, 102

BORG, L. E.; GAFFNEY, A. M.; SHEARER, C. K. A review of lunar chronology revealing a preponderance of 4.34–4.37 Ga ages. **Meteoritics & Planetary Science**, v. 50, n. 4, p. 715–732, 2015. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/maps.12373>>. 25

Boué, G.; LASKAR, J. A collisionless scenario for uranus tilting. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 712, n. 1, p. L44, 2010. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/2041-8205/712/i=1/a=L44>>. 41, 53

Boué, G.; Laskar, J.; Kuchynka, P. Speed Limit on Neptune Migration Imposed by Saturn Tilting. , v. 702, p. L19–L22, set. 2009. 53

BOUVIER, A.; WADHWA, M. The age of the solar system redefined by the oldest pb–pb age of a meteoritic inclusion. **Nature Geoscience**, v. 3, 08 2010. 3

Braga-Ribas, F.; Sicardy, B.; Ortiz, J. L.; Snodgrass, C.; Roques, F.; Vieira-Martins, R.; Camargo, J. I. B.; Assafin, M.; Duffard, R.; Jehin, E.; Pollock, J.; Leiva, R.; Emilio, M.; Machado, D. I.; Colazo, C.; Lellouch, E.; Skottfelt, J.; Gillon, M.; Ligier, N.; Maquet, L.; Benedetti-Rossi, G.; Gomes, A. R.; Kervella, P.; Monteiro, H.; Sfair, R.; El Moutamid, M.; Tancredi, G.; Spagnotto, J.; Maury, A.; Morales, N.; Gil-Hutton, R.; Roland, S.; Ceretta, A.; Gu, S.-H.; Wang, X.-B.; Harpsøe, K.; Rabus, M.; Manfroid, J.; Opatom, C.; Vanzi, L.; Mehret, L.; Lorenzini, L.; Schneider, E. M.; Melia, R.; Lecacheux, J.; Colas, F.; Vachier, F.; Widemann, T.; Almenares, L.; Sandness, R. G.; Char, F.; Perez, V.; Lemos, P.; Martinez, N.;

Jørgensen, U. G.; Dominik, M.; Roig, F.; Reichart, D. E.; Lacluyze, A. P.; Haislip, J. B.; Ivarsen, K. M.; Moore, J. P.; Frank, N. R.; Lambas, D. G. A ring system detected around the Centaur (10199) Chariklo. , v. 508, p. 72–75, abr. 2014. [107](#)

Brasil, P. I. O.; Roig, F.; Nesvorný, D.; Carruba, V.; Aljbaae, S.; Huaman, M. E. Dynamical dispersal of primordial asteroid families. , v. 266, p. 142–151, mar. 2016. [23](#)

Brasser, R.; Duncan, M. J.; Levison, H. F. Embedded star clusters and the formation of the Oort cloud. II. The effect of the primordial solar nebula. , v. 191, p. 413–433, nov. 2007. [58](#), [59](#), [272](#)

Brasser, R.; Lee, M. H. Tilting Saturn without Tilting Jupiter: Constraints on Giant Planet Migration. , v. 150, p. 157, nov. 2015. [41](#), [53](#)

Brasser, R.; Matsumura, S.; Ida, S.; Mojzsis, S. J.; Werner, S. C. Analysis of Terrestrial Planet Formation by the Grand Tack Model: System Architecture and Tack Location. , v. 821, p. 75, abr. 2016. [67](#)

Brasser, R.; Morbidelli, A. Oort cloud and Scattered Disc formation during a late dynamical instability in the Solar System. , v. 225, p. 40–49, jul. 2013. [171](#)

Brasser, R.; Morbidelli, A.; Gomes, R.; Tsiganis, K.; Levison, H. F. Constructing the secular architecture of the solar system II: the terrestrial planets. , v. 507, p. 1053–1065, nov. 2009. [17](#), [18](#), [19](#), [154](#)

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. , v. 507, p. 1053–1065, nov. 2009. [103](#)

Brown, M. E. The Inclination Distribution of the Kuiper Belt. , v. 121, p. 2804–2814, maio 2001. [146](#)

Brown, M. E.; Schaller, E. L.; Fraser, W. C. A Hypothesis for the Color Diversity of the Kuiper Belt. , v. 739, p. L60, out. 2011. [130](#), [131](#), [148](#)

Brucker, M. J.; Grundy, W. M.; Stansberry, J. A.; Spencer, J. R.; Sheppard, S. S.; Chiang, E. I.; Buie, M. W. High albedos of low inclination Classical Kuiper belt objects. , v. 201, p. 284–294, maio 2009. [148](#)

Capobianco, C. C.; Duncan, M.; Levison, H. F. Planetesimal-driven planet migration in the presence of a gas disk. , v. 211, p. 819–831, jan. 2011. [52](#)

Caracausi, A.; Avice, G.; Bernard, P.; Furi, E.; Marty, B. Chondritic Xenon in the Earth's mantle: new constrains on a mantle plume below central Europe. In: **EGU**

**General Assembly Conference Abstracts.** [S.l.: s.n.], 2016. (EGU General Assembly Conference Abstracts, v. 18), p. EPSC2016–16723. 103

Chambers, J. E. A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. , v. 304, p. 793–799, abr. 1999. 15, 220, 223

Chambers, J. E.; Wetherill, G. W.; Boss, A. P. The Stability of Multi-Planet Systems. **Icarus**, v. 119, p. 261–268, fev. 1996. 52, 104

Chatterjee, S.; Ford, E. B.; Matsumura, S.; Rasio, F. A. Dynamical Outcomes of Planet-Planet Scattering. , v. 686, p. 580–602, out. 2008. 52

Clement, M. S.; Kaib, N. A.; Raymond, S. N.; Chambers, J. E.; Walsh, K. J. . **ArXiv e-prints**, abr. 2018. 103

Clement, M. S.; Kaib, N. A.; Raymond, S. N.; Walsh, K. J. Mars' growth stunted by an early giant planet instability. , v. 311, p. 340–356, set. 2018. 18, 50

Clement, M. S.; Raymond, S. N.; Kaib, N. A. Excitation and Depletion of the Asteroid Belt in the Early Instability Scenario. , v. 157, n. 1, p. 38, Jan 2019. 103

Crawford, I. A.; Joy, K. H. Lunar Exploration: Opening a Window into the History and Evolution of the Inner Solar System. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A**, v. 372, p. 20130315, Aug 2014. 25

CRIDA, A.; BITSCH, B. Runaway gas accretion and gap opening versus type A migration. **Icarus**, v. 285, p. 145 – 154, 2017. ISSN 0019-1035. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103516306686>>. 66

CRUIKSHANK, D.; MATTHEWS, M.; SCHUMANN, A. **Neptune and Triton**. University of Arizona Press, 1995. (Space science series 1996, cop.1995). ISBN 9780816515257. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=My8JOG3R1-4C>>. 36

Dauphas, N.; Pourmand, A. Hf-W-Th evidence for rapid growth of Mars and its status as a planetary embryo. , v. 473, p. 489–492, maio 2011. 102

Davies, M. B.; Adams, F. C.; Armitage, P.; Chambers, J.; Ford, E.; Morbidelli, A.; Raymond, S. N.; Veras, D. The Long-Term Dynamical Evolution of Planetary Systems. **Protostars and Planets VI**, p. 787–808, 2014. 51

- Dawson, R. I.; Murray-Clay, R. Neptune's Wild Days: Constraints from the Eccentricity Distribution of the Classical Kuiper Belt. , v. 750, p. 43, maio 2012. [xxiii](#), [128](#), [129](#), [146](#), [147](#)
- Day, J. M. D.; Pearson, D. G.; Taylor, L. A. Highly Siderophile Element Constraints on Accretion and Differentiation of the Earth-Moon System. **Science**, v. 315, p. 217, jan. 2007. [33](#), [51](#)
- Day, J. M. D.; Walker, R. J. Highly siderophile element depletion in the Moon. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 423, p. 114–124, ago. 2015. [33](#), [51](#)
- Deienno, R.; Gomes, R. S.; Walsh, K. J.; Morbidelli, A.; Nesvorný, D. Is the Grand Tack model compatible with the orbital distribution of main belt asteroids? , v. 272, p. 114–124, jul. 2016. [23](#)
- Deienno, R.; Izidoro, A.; Morbidelli, A.; Gomes, R. S.; Nesvorný, D.; Raymond, S. N. Excitation of a Primordial Cold Asteroid Belt as an Outcome of Planetary Instability. , v. 864, p. 50, set. 2018. [50](#), [103](#)
- Deienno, R.; Morbidelli, A.; Gomes, R. S.; Nesvorný, D. Constraining the Giant Planets Initial Configuration from Their Evolution: Implications for the Timing of the Planetary Instability. , v. 153, p. 153, abr. 2017. [7](#), [30](#)
- Deienno, R.; Yokoyama, T.; Nogueira, E. C.; Callegari, N.; Santos, M. T. Effects of the planetary migration on some primordial satellites of the outer planets. I. Uranus' case. , v. 536, p. A57, Dec 2011. [23](#)
- Dones, L.; Tremaine, S. On the origin of planetary spins. , v. 103, p. 67–92, maio 1993. [53](#)
- Duncan, M. J.; Levison, H. F.; Lee, M. H. A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters. , v. 116, p. 2067–2077, out. 1998. [15](#), [220](#)
- Edgeworth, K. E. The evolution of our planetary system. **Journal of the British Astronomical Association**, v. 53, p. 181–188, jul. 1943. [107](#)
- Elkins-Tanton, L. T.; Burgess, S.; Yin, Q.-Z. The lunar magma ocean: Reconciling the solidification process with lunar petrology and geochronology. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 304, p. 326–336, abr. 2011. [34](#), [51](#)

- Fernandez, J. A.; Ip, W.-H. Some dynamical aspects of the accretion of Uranus and Neptune - The exchange of orbital angular momentum with planetesimals. , v. 58, p. 109–120, abr. 1984. [13](#), [37](#), [123](#), [148](#)
- Ford, E. B.; Rasio, F. A. Origins of Eccentric Extrasolar Planets: Testing the Planet-Planet Scattering Model. , v. 686, p. 621–636, out. 2008. [104](#)
- Fraser, W. C.; Brown, M. E.; Morbidelli, A.; Parker, A.; Batygin, K. The Absolute Magnitude Distribution of Kuiper Belt Objects. , v. 782, p. 100, fev. 2014. [93](#), [148](#), [156](#), [157](#), [172](#)
- Gallardo, T. The occurrence of high-order resonances and Kozai mechanism in the scattered disk. , v. 181, n. 1, p. 205–217, Mar 2006. [113](#), [116](#)
- Genda, H.; Kokubo, E.; Ida, S. Merging Criteria for Giant Impacts of Protoplanets. , v. 744, p. 137, jan. 2012. [104](#)
- GIOIA, S.; PIMENTEL, M. The sm-nd isotopic method in the geochronology laboratory of the university of brasília. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 72, p. 219–245, 07 2000. [25](#)
- GLADMAN, B.; HOLMAN, M.; GRAV, T.; KAVELAARS, J.; NICHOLSON, P.; AKSNES, K.; PETIT, J.-M. Evidence for an extended scattered disk. **Icarus**, v. 157, n. 2, p. 269 – 279, 2002. ISSN 0019-1035. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103502968600>>. [116](#)
- Gladman, B.; Marsden, B. G.; Vanlaerhoven, C. Nomenclature in the Outer Solar System. p. 43–57, 2008. [107](#), [145](#)
- Goldreich, P.; Tremaine, S. Disk-satellite interactions. , v. 241, p. 425–441, out. 1980. [13](#), [53](#)
- \_\_\_\_\_. The dynamics of planetary rings. , v. 20, p. 249–283, 1982. [13](#)
- Gomes, R.; Levison, H. F.; Tsiganis, K.; Morbidelli, A. Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. , v. 435, p. 466–469, maio 2005. [6](#), [7](#), [18](#), [25](#), [28](#), [29](#), [30](#), [50](#), [51](#), [52](#), [96](#), [148](#)
- Gomes, R.; Nesvorný, D. Neptune trojan formation during planetary instability and migration. , v. 592, p. A146, ago. 2016. [50](#)
- Gomes, R.; Nesvorný, D.; Morbidelli, A.; Deienno, R.; Nogueira, E. Checking the compatibility of the cold Kuiper belt with a planetary instability migration model.

, v. 306, p. 319–327, maio 2018. xi, xiii, xxiii, 8, 20, 50, 145, 149, 150, 151, 152, 154, 156, 157, 170, 172, 178

Gomes, R. S. The origin of the Kuiper Belt high-inclination population. , v. 161, p. 404–418, fev. 2003. 126, 148, 157, 171

Gomes, R. S.; Morbidelli, A.; Levison, H. F. Planetary migration in a planetesimal disk: why did Neptune stop at 30 AU? , v. 170, p. 492–507, ago. 2004. 124, 125, 126

Grishin, E.; Perets, H. B. Application of Gas Dynamical Friction for Planetesimals. I. Evolution of Single Planetesimals. , v. 811, p. 54, set. 2015. 58, 59, 271, 272, 274, 281

Haisch JR., K. E.; Lada, E. A.; Lada, C. J. Disk Frequencies and Lifetimes in Young Clusters. , v. 553, p. L153–L156, jun. 2001. 3, 37, 52, 102

Hamilton, D. P.; Ward, W. R. Tilting Saturn. II. Numerical Model. , v. 128, p. 2510–2517, nov. 2004. 41, 53

Hartmann, W. K. Lunar 'cataclysm' - A misconception. , v. 24, p. 181–187, fev. 1975. xvi, 31, 32, 51

\_\_\_\_\_. Megaregolith evolution and cratering cataclysm models–Lunar cataclysm as a misconception (28 years later). **Meteoritics and Planetary Science**, v. 38, p. 579–593, abr. 2003. 31, 32, 51

Izidoro, A.; Bitsch, B.; Raymond, S. N.; Johansen, A.; Morbidelli, A.; Lambrechts, M.; Jacobson, S. A. Formation of planetary systems by pebble accretion and migration: Hot super-Earth systems from breaking compact resonant chains. **arXiv e-prints**, p. arXiv:1902.08772, Feb 2019. 6

Izidoro, A.; Morbidelli, A.; Raymond, S. N. Terrestrial Planet Formation in the Presence of Migrating Super-Earths. , v. 794, p. 11, out. 2014. 6

Izidoro, A.; Morbidelli, A.; Raymond, S. N.; Hersant, F.; Pierens, A. Accretion of Uranus and Neptune from inward-migrating planetary embryos blocked by Jupiter and Saturn. , v. 582, p. A99, out. 2015. xi, xiii, xvii, xviii, 7, 49, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 61, 63, 64, 65, 66, 67, 87, 88, 89, 90, 98, 101, 104, 173, 175

Izidoro, A.; Raymond, S. N.; Morbidelli, A.; Hersant, F.; Pierens, A. Gas Giant Planets as Dynamical Barriers to Inward-Migrating Super-Earths. , v. 800, p. L22, fev. 2015. 53

- Jewitt, D.; Luu, J. Discovery of the candidate Kuiper belt object 1992 QB1. , v. 362, p. 730–732, abr. 1993. 107
- Johansen, A.; Lacerda, P. Prograde rotation of protoplanets by accretion of pebbles in a gaseous environment. , v. 404, p. 475–485, maio 2010. 41, 53
- Johansen, A.; Lambrechts, M. Forming Planets via Pebble Accretion. **Annual Review of Earth and Planetary Sciences**, v. 45, p. 359–387, ago. 2017. 4, 104
- Jutzi, M.; Benz, W.; Toliou, A.; Morbidelli, A.; Brasser, R. How primordial is the structure of comet 67p? - combined collisional and dynamical models suggest a late formation. **A&A**, v. 597, p. A61, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201628963>>. 121
- Kaib, N. A.; Chambers, J. E. The fragility of the terrestrial planets during a giant-planet instability. , v. 455, p. 3561–3569, fev. 2016. 20, 50, 103
- Kary, D. M.; Lissauer, J. J. Nebular gas drag and planetary accretion. II. Planet on an eccentric orbit. , v. 117, n. 1, p. 1–24, Sep 1995. 22
- Kegerreis, J. A.; Teodoro, L. F. A.; Eke, V. R.; Massey, R. J.; Catling, D. C.; Fryer, C. L.; Korycansky, D. G.; Warren, M. S.; Zahnle, K. J. Consequences of Giant Impacts on Early Uranus for Rotation, Internal Structure, Debris, and Atmospheric Erosion. , v. 861, p. 52, jul. 2018. 53
- KENYON, S.; BROMLEY, B.; O'BRIEN, D. P.; DAVIS, D. R. Formation and collisional evolution of kuiper belt objects. **The Solar System beyond Neptune**, 05 2007. 118
- Kleine, T.; Touboul, M.; Bourdon, B.; Nimmo, F.; Mezger, K.; Palme, H.; Jacobsen, S. B.; Yin, Q.-Z.; Halliday, A. N. Hf-W chronology of the accretion and early evolution of asteroids and terrestrial planets. , v. 73, p. 5150–5188, set. 2009. 102, 103
- KNEÅ $\frac{3}{4}$ EVIÄ, Z.; MILANI, A.; FARINELLA, P.; FROESCHLE, C.; FROESCHLE, C. Secular resonances from 2 to 50 au. **Icarus**, v. 93, n. 2, p. 316 – 330, 1991. ISSN 0019-1035. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/001910359190215F>>. 111, 112
- Kokubo, E.; Ida, S. On Runaway Growth of Planetesimals. , v. 123, n. 1, p. 180–191, Sep 1996. 5

- KOWAL, C. T. A solar system survey. **Icarus**, v. 77, n. 1, p. 118 – 123, 1989.  
ISSN 0019-1035. Disponível em:  
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0019103589900110>>.  
107
- Kozai, Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity.  
, v. 67, p. 591, Nov 1962. 113
- Kuiper, G. P. On the Origin of the Solar System. **Proceedings of the National Academy of Science**, v. 37, p. 1–14, jan. 1951. 107
- Lambrechts, M.; Johansen, A. Rapid growth of gas-giant cores by pebble accretion.  
, v. 544, p. A32, ago. 2012. 39
- \_\_\_\_\_. Forming the cores of giant planets from the radial pebble flux in  
protoplanetary discs. , v. 572, p. A107, dez. 2014. 39, 40
- Lambrechts, M.; Morbidelli, A.; Jacobson, S. A.; Johansen, A.; Bitsch, B.; Izidoro,  
A.; Raymond, S. N. Formation of planetary systems by pebble accretion and  
migration. How the radial pebble flux determines a terrestrial-planet or  
super-Earth growth mode. , v. 627, p. A83, Jul 2019. 6
- Leinhardt, Z. M.; Stewart, S. T. Collisions between Gravity-dominated Bodies. I.  
Outcome Regimes and Scaling Laws. , v. 745, p. 79, jan. 2012. 104
- Levison, H. F.; Duncan, M. J. From the Kuiper Belt to Jupiter-Family Comets:  
The Spatial Distribution of Ecliptic Comets. , v. 127, p. 13–32, maio 1997. 117
- Levison, H. F.; Kretke, K. A.; Duncan, M. J. Growing the gas-giant planets by the  
gradual accumulation of pebbles. , v. 524, n. 7565, p. 322–324, Aug 2015. 40
- \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. , v. 524, p. 322–324, ago. 2015. 53
- Levison, H. F.; Morbidelli, A.; Tsiganis, K.; Nesvorný, D.; Gomes, R. Late Orbital  
Instabilities in the Outer Planets Induced by Interaction with a Self-gravitating  
Planetesimal Disk. , v. 142, p. 152, nov. 2011. 7, 17, 18, 29, 50, 51, 52
- Levison, H. F.; Morbidelli, A.; Van Laerhoven, C.; Gomes, R.; Tsiganis, K. Origin  
of the structure of the Kuiper belt during a dynamical instability in the orbits of  
Uranus and Neptune. , v. 196, p. 258–273, jul. 2008. xxxii, 127, 149
- Levison, H. F.; Stern, S. A. On the Size Dependence of the Inclination Distribution  
of the Main Kuiper Belt. , v. 121, p. 1730–1735, mar. 2001. 148

Levison, H. F.; Stewart, G. R. Remarks on Modeling the Formation of Uranus and Neptune. , v. 153, p. 224–228, set. 2001. 37, 53

Levison, H. F.; Thommes, E.; Duncan, M. J. Modeling the Formation of Giant Planet Cores. I. Evaluating Key Processes. , v. 139, p. 1297–1314, abr. 2010. xxxi, 37, 38, 39

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. , v. 139, p. 1297–1314, abr. 2010. 53

Lin, D. N. C.; Ida, S. On the Origin of Massive Eccentric Planets. , v. 477, p. 781–+, mar. 1997. 52

Lykawka, P. S.; Mukai, T. Long term dynamical evolution and classification of classical TNOs. **Earth Moon and Planets**, v. 97, p. 107–126, out. 2005. xxii, 129, 146

LYKAWKA, P. S.; MUKAI, T. Resonance sticking in the scattered disk. **Icarus**, v. 192, n. 1, p. 238 – 247, 2007. ISSN 0019-1035. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103507002746>>. 116

Malhotra, R. The origin of Pluto's peculiar orbit. , v. 365, p. 819–821, out. 1993. 126, 148, 150

\_\_\_\_\_. The Origin of Pluto's Orbit: Implications for the Solar System Beyond Neptune. , v. 110, p. 420, jul. 1995. 126, 148, 150

Mamajek, E. E. Initial Conditions of Planet Formation: Lifetimes of Primordial Disks. In: Usuda, T.; Tamura, M.; Ishii, M. (Ed.). **American Institute of Physics Conference Series**. [S.l.: s.n.], 2009. (American Institute of Physics Conference Series, v. 1158), p. 3–10. 3

Marchi, S.; Bottke, W. F.; Cohen, B. A.; Wünnemann, K.; Kring, D. A.; McSween, H. Y.; de Sanctis, M. C.; O'Brien, D. P.; Schenk, P.; Raymond, C. A.; Russell, C. T. High-velocity collisions from the lunar cataclysm recorded in asteroidal meteorites. **Nature Geoscience**, v. 6, n. 5, p. 411, May 2013. xvi, 27, 28, 35

Marcy, G. W.; Isaacson, H.; Howard, A. W.; Rowe, J. F.; Jenkins, J. M.; Bryson, S. T.; Latham, D. W.; Howell, S. B.; Gautier III, T. N.; Batalha, N. M.; Rogers, L.; Ciardi, D.; Fischer, D. A.; Gilliland, R. L.; Kjeldsen, H.; Christensen-Dalsgaard, J.; Huber, D.; Chaplin, W. J.; Basu, S.; Buchhave, L. A.; Quinn, S. N.; Borucki, W. J.; Koch, D. G.; Hunter, R.; Caldwell, D. A.; Van Cleve, J.; Kolbl, R.; Weiss, L. M.; Petigura, E.; Seager, S.; Morton, T.; Johnson, J. A.;

Ballard, S.; Burke, C.; Cochran, W. D.; Endl, M.; MacQueen, P.; Everett, M. E.; Lissauer, J. J.; Ford, E. B.; Torres, G.; Fressin, F.; Brown, T. M.; Steffen, J. H.; Charbonneau, D.; Basri, G. S.; Sasselov, D. D.; Winn, J.; Sanchis-Ojeda, R.; Christiansen, J.; Adams, E.; Henze, C.; Dupree, A.; Fabrycky, D. C.; Fortney, J. J.; Tarter, J.; Holman, M. J.; Tenenbaum, P.; Shporer, A.; Lucas, P. W.; Welsh, W. F.; Orosz, J. A.; Bedding, T. R.; Campante, T. L.; Davies, G. R.; Elsworth, Y.; Handberg, R.; Hekker, S.; Karoff, C.; Kawaler, S. D.; Lund, M. N.; Lundkvist, M.; Metcalfe, T. S.; Miglio, A.; Silva Aguirre, V.; Stello, D.; White, T. R.; Boss, A.; Devore, E.; Gould, A.; Prsa, A.; Agol, E.; Barclay, T.; Coughlin, J.; Brugamyer, E.; Mullally, F.; Quintana, E. V.; Still, M.; Thompson, S. E.; Morrison, D.; Twicken, J. D.; Désert, J.-M.; Carter, J.; Crepp, J. R.; Hébrard, G.; Santerne, A.; Moutou, C.; Sobeck, C.; Hudgins, D.; Haas, M. R.; Robertson, P.; Lillo-Box, J.; Barrado, D. Masses, Radii, and Orbits of Small Kepler Planets: The Transition from Gaseous to Rocky Planets. , v. 210, p. 20, fev. 2014. [53](#)

Marty, B.; Altwegg, K.; Balsiger, H.; Bar-Nun, A.; Bekaert, D. V.; Berthelier, J.-J.; Bieler, A.; Briois, C.; Calmonte, U.; Combi, M.; De Keyser, J.; Fiethe, B.; Fuselier, S. A.; Gasc, S.; Gombosi, T. I.; Hansen, K. C.; Hässig, M.; Jäckel, A.; Kopp, E.; Korth, A.; Le Roy, L.; Mall, U.; Mousis, O.; Owen, T.; Rème, H.; Rubin, M.; Sémon, T.; Tzou, C.-Y.; Waite, J. H.; Wurz, P. Xenon isotopes in 67P/Churyumov-Gerasimenko show that comets contributed to Earth's atmosphere. **Science**, v. 356, p. 1069–1072, jun. 2017. [103](#)

Marzari, F.; Weidenschilling, S. J. Eccentric Extrasolar Planets: The Jumping Jupiter Model. **Icarus**, v. 156, p. 570–579, abr. 2002. [52](#), [104](#)

Masset, F.; Snellgrove, M. Reversing type II migration: resonance trapping of a lighter giant protoplanet. , v. 320, p. L55–L59, fev. 2001. [53](#)

Matsumura, S.; Thommes, E. W.; Chatterjee, S.; Rasio, F. A. Unstable Planetary Systems Emerging Out of Gas Disks. , v. 714, p. 194–206, maio 2010. [51](#)

Mayor, M.; Marmier, M.; Lovis, C.; Udry, S.; Ségransan, D.; Pepe, F.; Benz, W.; Bertaux, J. ; Bouchy, F.; Dumusque, X.; Lo Curto, G.; Mordasini, C.; Queloz, D.; Santos, N. C. The HARPS search for southern extra-solar planets XXXIV. Occurrence, mass distribution and orbital properties of super-Earths and Neptune-mass planets. **arXiv:1109.2497**, set. 2011. [43](#), [53](#)

Moeckel, N.; Raymond, S. N.; Armitage, P. J. Extrasolar Planet Eccentricities from Scattering in the Presence Of Residual Gas Disks. , v. 688, p. 1361–1367, dez. 2008. [51](#)

Morbidelli, A.; Brasser, R.; Gomes, R.; Levison, H. F.; Tsiganis, K. Evidence from the Asteroid Belt for a Violent Past Evolution of Jupiter's Orbit. , v. 140, p. 1391–1401, nov. 2010. [19](#), [103](#)

Morbidelli, A.; Brasser, R.; Tsiganis, K.; Gomes, R.; Levison, H. F. Constructing the secular architecture of the solar system. I. The giant planets. , v. 507, p. 1041–1052, nov. 2009. [17](#), [154](#)

Morbidelli, A.; Crida, A. The dynamics of Jupiter and Saturn in the gaseous protoplanetary disk. , v. 191, p. 158–171, nov. 2007. [6](#), [17](#), [53](#), [67](#)

Morbidelli, A.; Gaspar, H. S.; Nesvornyy, D. Origin of the peculiar eccentricity distribution of the inner cold Kuiper belt. , v. 232, p. 81–87, abr. 2014. [147](#)

Morbidelli, A.; Levison, H. F.; Gomes, R. The Dynamical Structure of the Kuiper Belt and Its Primordial Origin. In: \_\_\_\_\_. **The Solar System Beyond Neptune**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 275–292. [117](#), [118](#), [122](#)

Morbidelli, A.; Levison, H. F.; Tsiganis, K.; Gomes, R. Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early Solar System. , v. 435, p. 462–465, maio 2005. [6](#), [22](#), [50](#), [148](#)

Morbidelli, A.; Marchi, S.; Bottke, W. F.; Kring, D. A. A sawtooth-like timeline for the first billion years of lunar bombardment. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 355, p. 144–151, nov. 2012. [31](#), [33](#), [51](#)

Morbidelli, A.; Nesvornyy, D. Kuiper belt: formation and evolution. **arXiv e-prints**, p. arXiv:1904.02980, Apr 2019. [118](#), [119](#), [120](#), [121](#)

Morbidelli, A.; Nesvornyy, D.; Laurenz, V.; Marchi, S.; Rubie, D. C.; Elkins-Tanton, L.; Wicczorek, M.; Jacobson, S. The timeline of the lunar bombardment: Revisited. , v. 305, p. 262–276, maio 2018. [27](#), [33](#), [34](#), [35](#), [51](#), [102](#)

Morbidelli, A.; Rickman, H. Comets as collisional fragments of a primordial planetesimal disk. **A&A**, v. 583, p. A43, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/0004-6361/201526116>>. [121](#)

Morbidelli, A.; Tsiganis, K.; Batygin, K.; Crida, A.; Gomes, R. Explaining why the uranian satellites have equatorial prograde orbits despite the large planetary obliquity. **Icarus**, v. 219, p. 737–740, jun. 2012. [53](#)

Morbidelli, A.; Tsiganis, K.; Crida, A.; Levison, H. F.; Gomes, R. Dynamics of the Giant Planets of the Solar System in the Gaseous Protoplanetary Disk and Their

Relationship to the Current Orbital Architecture. , v. 134, p. 1790–1798, nov. 2007. 17, 149, 151

\_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. , v. 134, p. 1790–1798, nov. 2007. 51

MURRAY, C.; DERMOTT, S. **Solar System Dynamics**. Cambridge University Press, 2000. ISBN 9781139936156. Disponível em:

<[https://books.google.com.br/books?id=I\\_8LBAAAQBAJ](https://books.google.com.br/books?id=I_8LBAAAQBAJ)>. 14, 110, 111, 158

Nelson, R. P. Planetary Migration in Protoplanetary Disks. In: \_\_\_\_\_. **Handbook of Exoplanets**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 139. 46

NESS, N. F.; ACUÑA, M. H.; BEHANNON, K. W.; BURLAGA, L. F.; CONNERNEY, J. E. P.; LEPPING, R. P.; NEUBAUER, F. M. Magnetic fields at uranus. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 233, n. 4759, p. 85–89, 1986. ISSN 0036-8075. Disponível em:

<<https://science.sciencemag.org/content/233/4759/85>>. 43

Nesvorný, D. Young Solar System's Fifth Giant Planet? , v. 742, p. L22, dez. 2011. 20, 154

\_\_\_\_\_. Evidence for Slow Migration of Neptune from the Inclination Distribution of Kuiper Belt Objects. , v. 150, p. 73, set. 2015. 50, 102, 148, 149, 157, 171, 172, 178

\_\_\_\_\_. Jumping Neptune Can Explain the Kuiper Belt Kernel. , v. 150, p. 68, set. 2015. 50, 149, 150, 151, 157, 171, 172, 178

Nesvorný, D.; Morbidelli, A. Statistical Study of the Early Solar System's Instability with Four, Five, and Six Giant Planets. , v. 144, p. 117, out. 2012. xvii, 19, 20, 21, 22, 23, 50, 55, 63, 93, 149, 151, 171

Nesvorný, D.; Roig, F. Mean Motion Resonances in the Transneptunian Region. Part II: The 1 : 2, 3 : 4, and Weaker Resonances. , v. 150, p. 104–123, mar. 2001. 117, 118

Nesvorný, D.; Roig, F.; Bottke, W. F. Modeling the Historical Flux of Planetary Impactors. , v. 153, p. 103, mar. 2017. 34, 50, 103

Nesvorný, D.; Vokrouhlický, D. Neptune's Orbital Migration Was Grainy, Not Smooth. , v. 825, p. 94, jul. 2016. 50, 93, 95, 96, 119

Nesvorný, D.; Vokrouhlický, D.; Bottke, W. F.; Levison, H. F. Evidence for very early migration of the Solar System planets from the Patroclus-Menoetius binary Jupiter Trojan. **Nature Astronomy**, set. 2018. 102, 105, 121

Nesvorný, D.; Vokrouhlický, D.; Deienno, R. Capture of Irregular Satellites at Jupiter. , v. 784, p. 22, mar. 2014. 23, 50

Nesvorný, D.; Vokrouhlický, D.; Morbidelli, A. Capture of Irregular Satellites during Planetary Encounters. , v. 133, p. 1962–1976, maio 2007. 23

\_\_\_\_\_. Capture of Trojans by Jumping Jupiter. , v. 768, p. 45, maio 2013. 23, 50

NETTELMANN, N.; WANG, K.; FORTNEY, J.; HAMEL, S.; YELLAMILI, S.; BETHKENHAGEN, M.; REDMER, R. Uranus evolution models with simple thermal boundary layers. **Icarus**, v. 275, p. 107 – 116, 2016. ISSN 0019-1035.

Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103516300537>>. 42

\_\_\_\_\_. 42

Neukum, G.; Ivanov, B. A.; Hartmann, W. K. Cratering Records in the Inner Solar System in Relation to the Lunar Reference System. , v. 96, p. 55–86, abr. 2001. xvi, 35, 51

Nimmo, F.; Kleine, T. How rapidly did Mars accrete? Uncertainties in the Hf W timing of core formation. **Icarus**, v. 191, p. 497–504, nov. 2007. 102

Norman, M. D.; Borg, L. E.; Nyquist, L. E.; Bogard, D. D. Chronology, geochemistry, and petrology of a ferroan noritic anorthosite clast from Descartes breccia 67215: Clues to the age, origin, structure, and impact history of the lunar crust. **Meteoritics and Planetary Science**, v. 38, n. 4, p. 645–661, Apr 2003. 25, 26

Opik, E. J. Collision probability with the planets and the distribution of planetary matter. **Proc. R. Irish Acad. Sect. A**, v. 54, p. 165–199, Jan 1951. 37, 124

Pascucci, I.; Apai, D.; Luhman, K.; Henning, T.; Bouwman, J.; Meyer, M. R.; Lahuis, F.; Natta, A. The Different Evolution of Gas and Dust in Disks around Sun-Like and Cool Stars. , v. 696, p. 143–159, maio 2009. 52, 102

Peale, S. J. The Effect of the Nebula on the Trojan Precursors. , v. 106, n. 1, p. 308–322, Nov 1993. 22

Petit, J.-M.; Gladman, B.; Kavelaars, J. J.; Jones, R. L.; Parker, J. Reality and origin of the Kernel of the classical Kuiper Belt. p. 722, out. 2011. 130, 146

- Pierens, A.; Nelson, R. P. Constraints on resonant-trapping for two planets embedded in a protoplanetary disc. , v. 482, p. 333–340, abr. 2008. [53](#)
- Pierens, A.; Raymond, S. N. Two phase, inward-then-outward migration of Jupiter and Saturn in the gaseous solar nebula. , v. 533, p. A131, set. 2011. [53](#)
- Pierens, A.; Raymond, S. N.; Nesvorný, D.; Morbidelli, A. Outward Migration of Jupiter and Saturn in 3:2 or 2:1 Resonance in Radiative Disks: Implications for the Grand Tack and Nice models. , v. 795, p. L11, nov. 2014. [53](#)
- \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. , v. 795, p. L11, nov. 2014. [104](#)
- Rasio, F. A.; Ford, E. B. Dynamical instabilities and the formation of extrasolar planetary systems. **Science**, v. 274, p. 954–956, nov. 1996. [52](#)
- Raymond, S. N.; Armitage, P. J.; Gorelick, N. Planet-Planet Scattering in Planetesimal Disks. II. Predictions for Outer Extrasolar Planetary Systems. , v. 711, p. 772–795, mar. 2010. [52](#), [92](#)
- Raymond, S. N.; Armitage, P. J.; Moro-Martín, A.; Booth, M.; Wyatt, M. C.; Armstrong, J. C.; Mandell, A. M.; Selsis, F.; West, A. A. Debris disks as signposts of terrestrial planet formation. , v. 530, p. A62, jun. 2011. [52](#)
- Raymond, S. N.; Izidoro, A. Origin of water in the inner Solar System: Planetesimals scattered inward during Jupiter and Saturn’s rapid gas accretion. **Icarus**, v. 297, p. 134–148, nov. 2017. [52](#)
- Raymond, S. N.; Mandell, A. M.; Sigurdsson, S. Exotic Earths: Forming Habitable Worlds with Giant Planet Migration. **Science**, v. 313, p. 1413–1416, set. 2006. [72](#)
- Raymond, S. N.; Morbidelli, A. The Grand Tack model: a critical review. In: **Complex Planetary Systems, Proceedings of the International Astronomical Union**. [S.l.: s.n.], 2014. (IAU Symposium, v. 310), p. 194–203. [53](#)
- Rein, H.; Liu, S.-F. REBOUND: an open-source multi-purpose N-body code for collisional dynamics. , v. 537, p. A128, jan. 2012. [9](#), [10](#), [56](#), [67](#), [220](#), [223](#), [224](#)
- Rein, H.; Spiegel, D. S. IAS15: a fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. , v. 446, p. 1424–1437, jan. 2015. [9](#), [10](#), [56](#), [67](#), [154](#), [220](#), [221](#)
- Rein, H.; Tamayo, D. WHFAST: a fast and unbiased implementation of a symplectic Wisdom-Holman integrator for long-term gravitational simulations. , v. 452, p. 376–388, set. 2015. [9](#), [10](#), [56](#), [220](#), [221](#), [224](#)

- \_\_\_\_\_. Second-order variational equations for N-body simulations. , v. 459, p. 2275–2285, jul. 2016. [9](#), [10](#), [220](#)
- \_\_\_\_\_. A new paradigm for reproducing and analyzing N-body simulations of planetary systems. , v. 467, p. 2377–2383, maio 2017. [9](#), [10](#), [220](#)
- Rein, H.; Tremaine, S. Symplectic integrators in the shearing sheet. , v. 415, p. 3168–3176, ago. 2011. [9](#), [10](#), [220](#), [221](#)
- Rodmann, J.; Henning, T.; Chandler, C. J.; Mundy, L. G.; Wilner, D. J. Large dust particles in disks around T Tauri stars. , v. 446, p. 211–221, jan. 2006. [5](#), [39](#)
- Roig, F.; Nesvorný, D. The Evolution of Asteroids in the Jumping-Jupiter Migration Model. , v. 150, p. 186, dez. 2015. [23](#)
- Roig, F.; Nesvorný, D.; DeSouza, S. R. Jumping Jupiter Can Explain Mercurys Orbit. , v. 820, p. L30, abr. 2016. [18](#), [50](#)
- Rubie, D. C.; Jacobson, S. A.; Morbidelli, A.; O’Brien, D. P.; Young, E. D.; de Vries, J.; Nimmo, F.; Palme, H.; Frost, D. J. Accretion and differentiation of the terrestrial planets with implications for the compositions of early-formed Solar System bodies and accretion of water. , v. 248, p. 89–108, mar. 2015. [34](#)
- Ryder, G. Lunar samples, lunar accretion and the early bombardment of the moon. **EOS Transactions**, v. 71, p. 313, mar. 1990. [27](#), [51](#)
- \_\_\_\_\_. Mass flux in the ancient Earth-Moon system and benign implications for the origin of life on Earth. **Journal of Geophysical Research (Planets)**, v. 107, p. 5022, abr. 2002. [27](#), [51](#)
- Safronov, V. S. **Evoliutsiia doplanetnogo oblaka**. [S.l.: s.n.], 1969. [41](#), [42](#)
- Saslaw, W. C. Thermodynamics and galaxy clustering - Relaxation of N-body experiments. , v. 297, p. 49–60, out. 1985. [14](#)
- Sheppard, S. S.; Gladman, B.; Marsden, B. G. Satellites of Jupiter and Saturn. , v. 8116, p. 1, Apr 2003. [22](#)
- Slattery, W. L.; Benz, W.; Cameron, A. G. W. Giant impacts on a primitive Uranus. , v. 99, p. 167–174, set. 1992. [53](#)
- Stern, S. A. On the number of planets in the outer solar system: Evidence of a substantial population of 1000-km bodies. , v. 90, n. 2, p. 271–281, Apr 1991. [119](#)

\_\_\_\_\_. Evidence for A Statistical Correlation Between KBO Colors and Mean Random Impact Speeds. In: **AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #33**. [S.l.: s.n.], 2001. (Bulletin of the American Astronomical Society, v. 33), p. 1033. [171](#)

Tanaka, H.; Takeuchi, T.; Ward, W. R. Three-Dimensional Interaction between a Planet and an Isothermal Gaseous Disk. I. Corotation and Lindblad Torques and Planet Migration. , v. 565, p. 1257–1274, fev. 2002. [53](#)

Tera, F.; Papanastassiou, D. A.; Wasserburg, G. J. Isotopic evidence for a terminal lunar cataclysm. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 22, p. 1–21, abr. 1974. [27](#), [51](#)

Thomas, F.; Morbidelli, A. The Kozai Resonance in the Outer Solar System and the Dynamics of Long-Period Comets. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 64, n. 3, p. 209–229, Sep 1996. [113](#)

Thommes, E. W.; Lissauer, J. J. Resonant Inclination Excitation of Migrating Giant Planets. , v. 597, p. 566–580, nov. 2003. [53](#)

Tsiganis, K.; Gomes, R.; Morbidelli, A.; Levison, H. F. Origin of the orbital architecture of the giant planets of the Solar System. , v. 435, p. 459–461, maio 2005. [6](#), [14](#), [15](#), [16](#), [17](#), [28](#), [50](#), [51](#), [148](#)

Vokrouhlický, D.; Nesvorný, D. Tilting Jupiter (a bit) and Saturn (a lot) during Planetary Migration. , v. 806, p. 143, jun. 2015. [41](#), [53](#)

Walker, R. J. Highly siderophile elements in the Earth, Moon and Mars: Update and implications for planetary accretion and differentiation. **Chemie der Erde / Geochemistry**, v. 69, p. 101–125, jun. 2009. [33](#), [51](#)

Walsh, K. J.; Morbidelli, A.; Raymond, S. N.; O’Brien, D. P.; Mandell, A. M. A low mass for Mars from Jupiter’s early gas-driven migration. , v. 475, p. 206–209, jul. 2011. [7](#), [55](#), [67](#), [174](#)

Ward, W. R. Density waves in the solar nebula - Differential Lindblad torque. **Icarus**, v. 67, p. 164–180, jul. 1986. [53](#)

Ward, W. R.; Hamilton, D. P. Tilting Saturn. I. Analytic Model. , v. 128, p. 2501–2509, nov. 2004. [41](#), [53](#)

Weidenschilling, S. J.; Marzari, F. Gravitational scattering as a possible origin for giant planets at small stellar distances. , v. 384, p. 619–621, dez. 1996. [52](#)

Wolfgang, A.; Rogers, L. A.; Ford, E. B. Probabilistic Mass-Radius Relationship for Sub-Neptune-Sized Planets. , v. 825, p. 19, jul. 2016. [53](#)

Woolfson, M. The origin and evolution of the solar system. **Astronomy and Geophysics**, v. 41, n. 1, p. 12, fev. 2000. [1](#)

Yoder, C. F. Notes on the origin of the Trojan asteroids. , v. 40, n. 3, p. 341–344, Dec 1979. [22](#)

Youdin, A. N.; Goodman, J. Streaming Instabilities in Protoplanetary Disks. , v. 620, n. 1, p. 459–469, Feb 2005. [5](#), [119](#)

Zellner, N. E. B. Cataclysm No More: New Views on the Timing and Delivery of Lunar Impactors. **Origins of Life and Evolution of the Biosphere**, v. 47, p. 261–280, set. 2017. [102](#)

## APÊNDICE A - Formulação teórica do Problema de N corpos

### A.1 Dinâmica Gravitacional de N-corpos

De todas as quatro interações fundamentais, a gravidade é de longe a mais fraca. No entanto, ela é a única que atua em todas as escalas dimensionais do Universo, devido ao fato de ela ser uma força sempre atrativa. Os sistemas astrofísicos típicos em que a gravitacional é a interação mais importante incluem o Sol e os oito planetas do seu sistema, aglomerados ou clusters estelares, as galáxias e até mesmo todo o universo considerando as escalas cosmológicas. No campo da dinâmica é sempre necessário encontrar as causas do movimento e portanto, as mais importantes causas da dinâmica da Astrofísica é a integração gravitacional de Newton, as forças escritas em termos de potências externos e também as forças dissipativas. Para um sistema de  $N$  corpos as forças aplicada em um única partícula  $i$  de massa  $m_i$  pode ser escrita como:

$$\vec{F}_i = - \sum_{j \neq i}^N \frac{G m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) - \vec{\nabla} \Phi_{ext}(\vec{r}_i) + \vec{F}_{dis}, \quad (\text{A.1})$$

$G$  é a constante gravitacional universal, cujo valor é  $G = 6,67300 \times 10^{-11} m^3 k_g^{-1} s^{-2}$ , e  $\Phi_{ext}$  é o potencial externo.  $\vec{F}_{dis}$  são as forças consideradas dissipativas (que não podem ser escritas como o gradiente de uma função escalar) e que também podem atuar no contexto da astrofísica, como por exemplo, as forças que envolvem a interação com discos, nuvens moleculares e as forças de maré. A Equação A.1, na sua forma mais elementar, é uma equação diferencial de segunda ordem e não linear que é relacionada com as posições relativas das partículas determinadas pelos vetores  $(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ . Além disso, na teoria de sistemas dinâmicos, estas equações satisfazem o problema do valor inicial que consiste em um dado conjunto de condições iniciais, como posição e velocidade, especificam uma solução única (Nivaldo, 2012). Embora, para um sistema com mais de duas partículas existe o caos determinístico em que duas soluções podem divergir para condições iniciais infinitesimalmente próximas. A solução analítica é possível para dois corpos e na ausência de forças externas ou dissipativas (veja na seção A.1.1) e constitui o nível mais elementar da dinâmica de sistemas planetários. Na ausência de um potencial externo, ou qualquer forças dissipativas, existem dez integrais do movimento: a integral da energia ( $E$ ), a integral do centro de massa ( $\vec{R}$ ), a integral do momento linear ( $\vec{P}$ ) e a integral do momento

angular ( $\vec{J}$ ). Por exemplo, a integral da energia pode ser escrita por:

$$E = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{Gm_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}. \quad (\text{A.2})$$

O Sistema Solar é o nosso objeto de estudo e a nossa abordagem caminha em direção ao estudo das soluções numéricas do problema gravitacional de N corpos. No entanto, não descartamos o estudo analítico e semi-analítico consolidado, como a teoria da perturbação e a teoria secular, que permite explicar a fenomenologia numérica por uma construção sofisticada e elegante de aproximações matemáticas. Neste Capítulo, nós vamos nos concentrar em alguns pontos da teoria da perturbação e da teoria secular e entender o porque a solução do problema de dois corpos é considerada a teoria canônica do movimento planetário. Um ponto forte da solução numérica é que temos a chance de experimentar, em um laboratório computacional, as condições da formação planetária e a evolução a longo prazo de sistemas planetários. Isso seria impossível de ser feito em qualquer outro laboratório. E a compatibilidade entre as soluções numéricas e analíticas são uma forma de complementar um ao outro em termos de confiabilidade. Além disso, a repetição destes experimentos podem ser realizadas em qualquer parte do mundo. Essa confiabilidade gera novas descobertas e por conseqüências novos efeitos dinâmicos são descobertos. Na Subseção A.1.1, vamos introduzir o problema de dois corpos na sua forma mais simples. Na Subseção A.1.2, vamos definir os elementos geométricos ou orbitais que caracterizam uma órbita de um corpo.

### A.1.1 O problema gravitacional de 2 corpos

O vetor centro de massa de um sistema contendo apenas dois corpos de massa  $m_1$  e  $m_2$ , isolados e esfericamente simétricos, é estacionário ou se move com velocidade constante. O que permite aplicar a segunda lei de Newton em termos do centro de massa considerando o movimento relativo,  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ , em que os vetores posição  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  são tomados de uma referência inercial no sistema de coordenadas baricêntrico, são dadas por:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = - \frac{G(m_1 + m_2)}{|\vec{r}|^3} \vec{r}. \quad (\text{A.3})$$

A solução detalhada da Equação A.3 pode ser encontrada em diversos livros de introdução a mecânica celeste (Danby (1956), Murray (1999)). Mas nós podemos adiantar que essa solução é uma das cônicas: um círculo, uma elipse, uma parábola

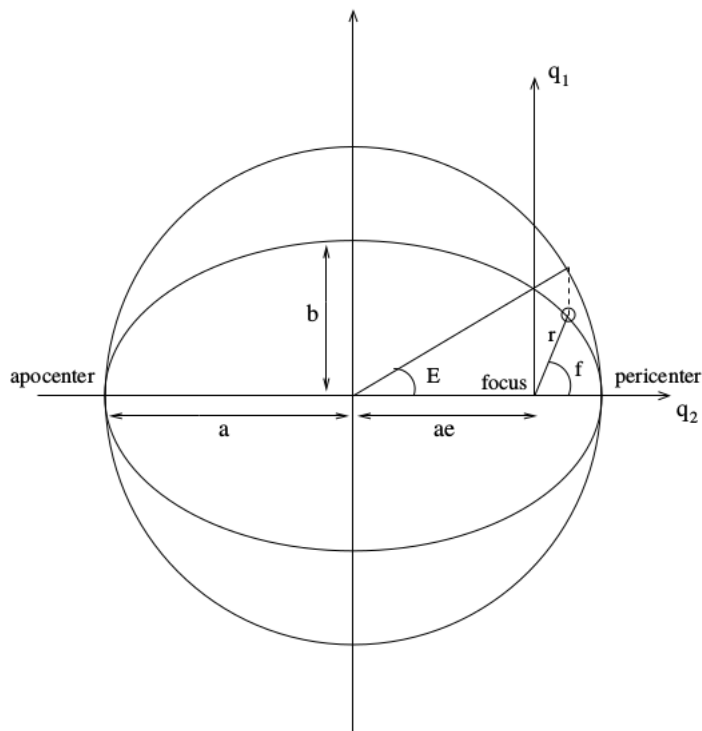
e uma hipérbole. No caso de um planeta ao redor do Sol, as órbitas são elípticas como uma consequência da lei do inverso do quadrado da força gravitacional elas são fechadas ou muitas vezes chamadas de estados ligados. O Sol ocupa um dos focos desta elipse e o outro foco é vazio. Pequenos corpos do Sistema Solar possuem uma diversidade de órbitas previstas pelas cônicas mas a sua maioria têm órbitas elípticas, alguns asteroides ou cometas são lançados em órbitas hiperbólicas ou parabólicas que podem ser de origem externa ao nosso Sistema Solar. Esta solução consolidou a teoria da gravitação de Newton porque explicou as leis empíricas de Kepler oriundas das observações do planeta Marte. As leis de Kepler dizem principalmente que cada planeta do Sistema Solar se move, relativamente ao Sol, em uma órbita elíptica. Portanto, é conveniente traduzir este movimento relativo de dois corpos em propriedades geométricas da elipse e também da sua posição instantânea na sua órbita. Estas quantidades definem o que chamamos de elementos orbitais.

### A.1.2 Elementos Orbitais

A geometria da elipse se constitui do semieixo maior  $a$  e da excentricidade  $e$  (A.1) que são as quantidades principais para definir a forma de uma elipse. A excentricidade é a razão entre a distância do foco da elipse, a partir do centro da elipse, com o semieixo maior de elipse. A excentricidade pode nos dizer quanto a elipse se afasta da órbita circular e portanto para órbitas circulares a excentricidade é considerada nula. Uma órbita parabólica é definida quando o semieixo maior é infinito e a excentricidade é igual a 1, enquanto que, por consenso, a órbita hiperbólica é definida quando o semieixo maior é menor que zero e a excentricidade maior que 1. Quando a órbita é chamada de elíptica significa que o movimento é ligado e o ponto mais próximo do corpo central é chamado pericentro (no caso do corpo central ser o Sol, este ponto é chamado de periélio),  $q = a(1 - e)$ . O ponto mais afastado do corpo central por sua vez é chamado de apocentro,  $Q = a(1 + e)$ .

É bastante conveniente utilizar um sistema de referência ortogonal  $(x, y)$  cuja a origem é o foco da elipse e centrado no corpo principal. Orientando o eixo  $x$  em direção ao pericentro da órbita, podemos definir as coordenadas polares  $(r, f)$  em que  $f$  é a anomalia verdadeira da órbita elíptica. Definindo um ângulo complementar conhecido como anomalia excêntrica ( $E$ ) como sendo o ângulo a partir do centro da elipse com a projeção da posição do corpo em um círculo de raio igual ao semi eixo maior  $a$  e que tangencia a elipse no pericentro e no apocentro. A maior vantagem deste procedimento geométrico é que a posição do corpo em sua órbita pode ser expressa em termos do semieixo maior, da excentricidade e da anomalia excêntrica. Con-

Figura A.1 - O movimento kepleriano: Definição da forma e dos ângulos de uma elipse



fonte: Morbidelli, 2011.

sequentemente, para encontrar a posição do corpo secundário em sua órbita basta calcular um conjunto de equações transcendentais (veja mais detalhes em Morbidelli (2011)). A posição que conseguimos determinar até o momento é aquela medida a partir das propriedades geométricas da elipse mas precisamos de mais elementos para calcular a posição instantânea do corpo. As relações geométricas são derivadas das equações do movimento relativo (Equação A.3) (veja mais detalhes em Danby (1956)). A equação de Kepler relaciona a anomalia excêntrica, a excentricidade e movimento médio ( $n$ ) do corpo em sua órbita. Essa equação é tão importante que gostaríamos de dar o destaque escrevendo:

$$E - e \sin E = n(t - t_0) = M, \quad (\text{A.4})$$

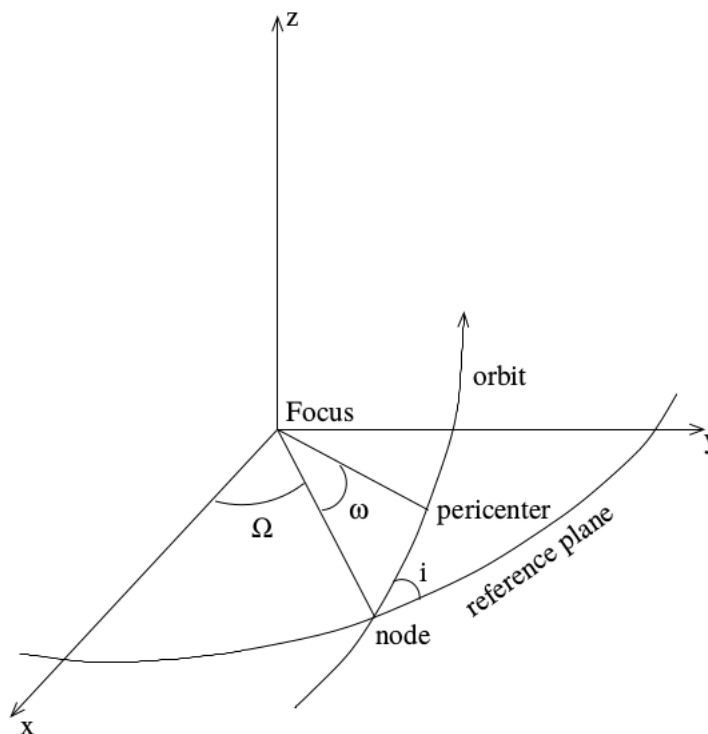
$t$  é o tempo e  $t_0$  é o instante de tempo que o corpo passa pelo pericentro da órbita.  $M$  é um ângulo introduzido e conhecido como anomalia média ( $M$ ). O movimento médio é compatível com uma das leis de Kepler e é dado por:

$$n = \sqrt{G(m_0 + m_1)a^{-\frac{3}{2}}}, \quad (\text{A.5})$$

A anomalia média não é necessariamente um ângulo e portanto não possui definição geométrica mas é relacionado com a anomalia excêntrica que por sua vez tem uma definição clara geométrica. A evolução da anomalia média pode dizer muito na dinâmica de um corpo. No problema de dois corpos,  $M$  cresce linearmente com o tempo mas na presença de um perturbador ou de algumas ressonâncias vamos ver que este ângulo tem um movimento peculiar. A partir da equação da elipse podemos definir uma outra importante constante do problema de dois corpos: a longitude do pericentro ( $\varpi$ ) que é um ângulo usado de forma conveniente para se referir a coordenada angular do pericentro. Quando há uma perturbação, em alguns casos, a longitude do pericentro pode sofrer variações no tempo. Um outro ângulo que tem uma importância é chamado de longitude média ( $\lambda$ ) e pode ser escrito como uma soma da anomalia média e da longitude do pericentro. A orientação espacial da elipse é realizado em termos do plano invariante do corpo central. Para realizar esta orientação precisamos definir primeiro o que chamamos de inclinação ( $i$ ) do plano orbital que contém a elipse com respeito ao plano invariante. Assim, quando a órbita não é planar, ela tem uma inclinação não nula e naturalmente ela intercepta o plano invariante em uma linha conhecida como linha dos nodos. Ao conhecer a posição angular do nodo ascendente (quando o corpo tem direção em  $z$  negativa para a positiva), a partir do eixo  $x$  é possível determinar a orientação do plano orbital. A este ângulo é dado o nome de longitude do nodo ascendente ( $\Omega$ ). O argumento do pericentro ( $\omega$ ) é último ângulo que precisa ser determinado e ele define a orientação da elipse em seu próprio plano. A definição do argumento do pericentro é simplesmente a posição angular do pericentro medida no plano orbital relativa a linha que conecta o corpo centro do nodo ascendente. Os três ângulos capazes de orientar a elipse no espaço são ilustrados na [A.2](#).

Uma outra importância da definição da longitude do pericentro e da longitude média está no fato da não definição dos ângulos do argumento do pericentro e da anomalia média quando a inclinação é nula. Neste caso, a posição do nodo ascendente não é conhecida (Morbidelli, 2011). Portanto, até o momento, nós temos diversos elementos orbitais para orientar a posição de um corpo em uma elipse no espaço e conhecer a sua posição instantânea. Em resumo, estes elementos orbitais são:  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$ ,  $M$ ,  $E$ ,  $\varpi$ ,  $\lambda$ . Para definir a posição e a velocidade de um corpo que orbita um corpo central precisamos obter pelo menos seis elementos orbitais,  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$  e  $M$  que são os elementos keplerianos. O novo conjunto de elementos keplerianos,  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\varpi$ ,  $\Omega$  e  $\lambda$ , também definem as posição e a velocidade do segundo corpo. Embora outras combinações são possíveis o que pode ser muitas vezes determinante para estudar algum tipo de fenômeno. Por exemplo, para o estudo de ressonâncias seculares seria

Figura A.2 - Movimento kepleriano: representação geométrica dos ângulos que orientam a elipse no espaço: a longitude do nodo ( $\Omega$ ), a inclinação ( $i$ ) e o argumento do pericentro ( $\omega$ ).



fonte: Morbidelli, 2011.

interessante talvez uma combinação que contenha a longitude do pericentro para detectar uma peculiar evolução que indique este tipo de ressonância. Basicamente, a integração numérica de  $N$  corpos é realizada no referencial de coordenadas cartesianas e portanto precisamos converter estas coordenadas em termos dos elementos geométricos da elipse. Felizmente, existe uma transformação de coordenadas do tipo bijetora que conecta de um para um as transformações entre estes dois sistemas de coordenadas (Veja mais detalhes em Murray (1999), Morbidelli (2011)).

Estes elementos orbitais são constantes do movimento orbital mas para o problema de dois corpos. No caso do Sistema Solar, o Sol é o corpo central e é o mais massivo e a cada par Sol-planeta por exemplo é uma aproximação de dois corpos. No entanto, um sistema composto pelo Sol e por outros planetas já é bem mais complexo e muitas aproximações são realizadas de tal forma que possamos tirar informações de natureza analítica. Surgiram portanto, outras ramificações como o problema restrito em que cada planeta está sendo perturbado pelo outro a medida que eles se movem em suas respectivas elipses. De uma maneira geral, o movimento de dois corpos

é perturbado e como foi proposto por Lagrange os elementos orbitais vão sofrer variações temporais, do tipo (Morbidelli (2011)):

$$\frac{d\alpha}{dt} = O(m_j/m_{Sol}), \quad (\text{A.6})$$

em que  $\alpha$  é qualquer elemento kepleriano e a função  $O(m_j/m_{Sol})$  cujo os termos são tão pequenos quanto menor a massa  $m_j$  dos planetas em unidades da massa do Sol ( $m_{Sol}$ ). O mais interessante é que a anomalia média  $M$  também é perturbada do seu comportamento linear com sua taxa de variação,  $\frac{dM}{dt} = n + O(m_j/m_{Sol})$ . Nós então caracterizamos os planetas e pequenos corpos do Sistema Solar usando elementos orbitais, mas é importante notar que em muitos casos estes elementos sofrem pequenas mudanças em escalas equivalentes a vida humana, mas podem sofrer mudanças mais bruscas em tempos equivalentes ao do nosso Sistema Solar. É por isso que iremos encontrar diversos casos em que os elementos orbitais dos planetas mudam ao longo da nossa simulação. Os elementos orbitais também são chamados de osculadores, justamente porque eles representam apenas a órbita instantânea se de repente todas as outras perturbações desaparecerem.

### A.1.3 Formulação Hamiltoniana de N corpos

Para algumas abordagens numéricas, como por exemplo para a teoria de um integrador simplético, é interessante escrever a formulação Hamiltoniana de um sistema de N corpos. Nesta Subseção, vamos descrever apenas algumas ideias sem a formalidade matemática necessária, por isso recomendamos que para um busca mais formal consulte algum livro sobre Mecânica Analítica. Uma função dinâmica pode ser caracterizada por um conjunto de coordenadas no espaço de fase que incluem o momento linear e a posição. Dessa forma, uma função  $\psi(\vec{r}, \vec{p})$  é uma função dinâmica com  $2n$  variáveis, denotadas por  $\psi(r_1, \dots, r_n; p_1, \dots, p_n)$  e sua evolução temporal pode ser escrita em função a de um operador  $h$ , o chamado operador hamiltoniano. Essa relação é escrita como:

$$\frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{p})}{\partial t} = h\psi, \quad (\text{A.7})$$

O operador hamiltoniano é uma relação entre derivadas parciais temporais da função Hamiltoniana do sistema  $H$ , como podemos escrever:

$$h = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_i} \right). \quad (\text{A.8})$$

A função  $H$  que representa o Hamiltoniano é bastante útil em problemas conservativos da física e ela apresenta uma característica bastante versátil que chamamos de invariância. Significa que ela pode assumir formas diferentes a depender das transformações de coordenadas que nós utilizamos. Uma destas transformações por exemplo são chamadas de simpléticas e trazem o Hamiltoniano em formas bastantes simples com o uso de funções geradoras. Mas as equações de Hamilton não são invariantes o que traz a vantagem de encontrar a evolução de uma determinada coordenada generalizada conservando as formas da equação de Hamilton. Geralmente, alguns sistemas que conservam uma quantidade, que pode ser a energia por exemplo, pelos quais as variáveis  $r$  and  $\dot{r}$  podem ser escritas como a soma da energia cinética  $T(r, \dot{r})$  e a energia potencial  $U(r)$  admitem a forma Hamiltoniana. No caso de um sistema gravitacional de  $N$  corpos, a função Hamiltoniana  $H(\vec{r}, \vec{p})$  pode ser escrita como uma soma entre a energia cinética e a energia potencial como por exemplo:

$$H(\vec{r}, \vec{p}) = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{Gm_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \quad (\text{A.9})$$

Na teoria por trás da construção de alguns integradores, vamos ver no Capítulo XX, esse procedimento é bastante útil porque podemos dividir o Hamiltoniano em partes que podem atuar em algumas escalas e simplificar os cálculos com a construção dos operados. Assim, a evolução temporal do sistema pode ser encontrado utilizando a Eq. A.7.

Podemos retirar alguma informação sobre as perturbações de outros corpos no problema de dois corpos usando a abordagem hamiltoniana. Com por exemplo, considere agora um sistema isolado contendo, o Sol, e  $N$  planetas com massas respectivamente de  $m_0$  e  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_N$ . A posição dos planetas é dada em relação ao Sol, de uma forma que o vetor posição do planeta  $i$  é dado por  $\vec{r}_i = \vec{u}_i - \vec{u}_0$ , as equações do movimento de um planeta  $i$ . Agora nós temos a interação de  $N$  corpos mas a equação possui um termo que representa a interação gravitacional com Sol e outro termo que contém as interações entre os planetas. Se nós acrescentarmos um pequeno corpo do Sistema Solar, com uma massa desprezível e posição  $\vec{r}$  em relação ao Sol ou a qualquer outro planeta, nós agora temos  $N$  corpos mais 1 e as equações do movimento do pequeno corpo é escrita como:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{m_0}{|\vec{r}|^3} \vec{r} + \sum_{j=1}^N G m_j \left( \frac{\vec{r}_j - \vec{r}}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right). \quad (\text{A.10})$$

Claramente podemos notar que existe a interação gravitacional com o Sol e a inte-

ração dos planetas com a partícula de massa desprezível. O potencial gravitacional deste problema conhecido como problema restrito de N+1 corpos é dado por:

$$U(\vec{r}) = -G\frac{m_0}{|\vec{r}|} - \sum_{j=1}^N Gm_j \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right). \quad (\text{A.11})$$

Dessa forma, como o problema é conservativo, nós podemos adicionar a energia cinética e montar uma Hamiltoniana dividida em duas partes: O Hamiltoniano kepleriano ( $H_k$ ) que diz respeito a interação apenas com o Sol; e o Hamiltoniano que faz o papel de uma perturbação oriundo pelos outros planetas na partícula de massa desprezível. Portanto,

$$H = H_k + H_p = \frac{\dot{\vec{r}}^2}{2} - G\frac{m_0}{|\vec{r}|} - \sum_{j=1}^N Gm_j \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right). \quad (\text{A.12})$$

Uma outra propriedade do Hamiltoniano é de estender seu espaço de fase e incluir o tempo criando uma nova grandeza conservativa. É necessário notar que no caso de órbitas elípticas para os planetas os vetores posições do planeta apresentaram uma dependência temporal e o Hamiltoniano é dependente do tempo. Portanto, uma nova coordenada pode ser introduzida *tau* (chamada de frequência) de momento conjugado  $\Gamma$  para cada planeta. A função Hamiltoniana ganha uma nova cara que depende portanto de diversas frequências temporais e é periódica oferecendo a oportunidade de uma expansão em séries de Fourier. A nova Hamiltoniana pode ser escrita portanto:

$$H' = \Gamma + H(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_j) \quad (\text{A.13})$$

A possibilidade de expansão em séries de Fourier do Hamiltoniano é muito importante para os métodos de integração que constituem os chamados mapas simpléticos. A partir, desta abordagem é possível filtrar determinadas frequências que são mais importantes ou dominantes no movimento de uma determinada partícula. Além disso, em uma evolução de longo prazo de um sistema planetário pode existir frequências que são mais rápidas e outras que são mais lentas e uma média no Hamiltoniano pode ser realizada para simplificação dos cálculos. Estas simplificações permitem tirar muitas informações sobre a dinâmica orbital do Sistema por meio da Teoria da Perturbação que nós vamos descrever brevemente na próxima Subseção.

### A.1.4 Teoria da Perturbação

Nós vimos na subseção anterior que para o problema restrito de  $N + 1$  corpos é possível construir uma função potencial  $U(r)$  (Eq. A.11) em que seu gradiente representam as acelerações do movimento da partícula de massa desprezível geradas pelo Sol e pelos outros  $N$  planetas. Nós podemos decompor a função potencial  $U(r)$  em duas partes: a função potencial da interação do Sol e a função perturbadora  $R_j$  que representa somente a perturbação de um planeta de índice  $j$ . A função perturbadora pode ser portanto escrita como:

$$R_j = Gm_j \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_j|} - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right). \quad (\text{A.14})$$

Considerando que a razão entre as posições do planeta e da partícula seja do tipo  $\frac{r}{r_j} \ll 1$ <sup>1</sup> uma expansão da função perturbadora pode ser realizada em termos de polinômios de Legendre ( $P_l(\cos \phi)$ ). Note que esta condição de expansão apenas limita que a partícula esteja próxima ao planeta perturbador. Quando as distâncias entre estes objetos são muito próximas estamos em casos em que pode haver pelo menos três possibilidades: um encontro próximo, uma colisão ou uma captura gravitacional. Estes eventos acontecem portanto a depender de muitos outros fatores como a posição relativa entre o planeta e a partícula, a velocidade relativa e a variação da energia total do sistema. Fora de qualquer encontro próximos, ou outros destes eventos, a expansão de Legendre pode ser realizado com uma boa aproximação. Neste caso, a função perturbadora  $R_i$  pode ser escrita como:

$$R_j = Gm_j \sum_{l=0}^{\infty} \left( \frac{r}{r_j} \right)^l P_l(\cos \phi). \quad (\text{A.15})$$

Os primeiros termos da expansão de Legendre não são importantes porque não dependem da posição relativa  $r$  e quando atuarmos o gradiente em termos de  $r$  estes termos irão desaparecer. Portanto, basta agora relacionar a função perturbadora com um conjunto de elementos keplerianos que pode ser, por exemplo,  $a, e, i, \varpi, \Omega$  e  $\lambda$ . As expansões infelizmente são muito grandes e como fugirá muito do escopo da Tese e estas expansões podem ser encontradas em Murray e Dermott (1999), nós vamos apenas indicar como elas podem ser feitas. A primeira relação com os elementos keplerianos pode ser feita através do ângulo  $\phi = (f + \varpi) - (f +)$  que é a diferença entre as longitudes verdadeiras dos dois corpos. Essa é uma aproximação que é válida apenas para inclinações nulas. A partir desta relação inicial podemos

---

<sup>1</sup>Note que esta aproximação pode ser realizada quando o planeta está em uma órbita interna ou externa a órbita da partícula.

escrever as funções cosseno e seno desses ângulos e realizar expansões que envolvem as excentricidades dos perturbadores (os nossos planetas). Portanto, como podemos encontrar em Murray e Dermott (1999), a forma final da função perturbadora pode ser algo como uma função  $S$  dos elementos keplerianos da partícula de massa desprezível (corpo perturbado) e do perturbador que é o planeta  $j$ :

$$R_j = Gm_j \sum S(a, a_j, e, e_j, i, i_j) \cos \Theta. \quad (\text{A.16})$$

O ângulo  $\Theta = k_1\lambda + k_2\lambda_j + k_3\varpi + k_4\varpi_j + k_5\Omega + k_6\Omega_j$  em que os  $k_i$  são números inteiros e sua soma total é nula. O objetivo da teoria da perturbação é portanto determinar a forma explícita da função  $S$  e as combinações lineares dos ângulos dentro de  $\Theta$  para classificar quais são os termos que apresentam contribuição significativa para a equação do movimento do corpo perturbado. E quais aqueles que podem ser desprezíveis. É claro que a escolha e o uso da função perturbadora depende do tipo do sistema e a escala temporal de sua evolução. Existem infinitos termos na expansão da função perturbadora mas alguns deles não contribuem nada para a evolução de longo período. Estes termos são considerados de baixo períodos ou altas frequências e em média não terão importância nenhuma, segundo o princípio da média, para a evolução dinâmica do sistema planetário por muitos períodos relativos a estes termos. Existem muitas instruções de uso da função perturbadora em Murray e Dermott (1999) que pode ser consultado na seção 6.7 do seu livro.

Uma das formas explícitas para escrever a dependência dos elementos keplerianos com a função perturbadora são as equações planetárias de Lagrange. Estas equações portanto podem indicar que as constantes do movimento não perturbado, ou alguns dos elementos keplerianos, vão variar no tempo com uma determinada frequência ou período. A escolha dos argumentos da função perturbadora pode ser feita observando o comportamento das frequências de variação destes elementos keplerianos. Em geral, a escolha dos argumentos dependem do semieixo maior da órbita perturbada. Mas por exemplo, a variação da longitude média, como já vimos, tem um comportamento linear no tempo, enquanto que todos os outros eram constantes do movimento não perturbado. Portanto, a variação da longitude média é bem rápida enquanto os outros ângulos tem uma frequência menor de variação. O maior cuidado que nós temos que assumir é que existem certas condições que o conjunto presente no argumento geral da função perturbadora  $\Theta$  pode fazer que combinações destes ângulos a priori rápidos se tornem de longo período. Como por exemplo, dentro de ressonâncias de movimento médio que acontece quando o semieixo maior tem uma

forma:

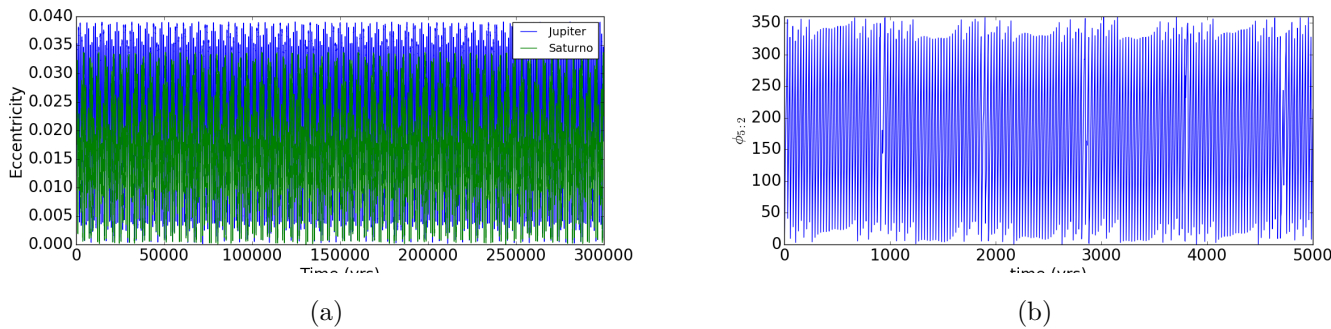
$$a = \frac{|k1|}{|k2|}^{\frac{2}{3}} a_j \quad (\text{A.17})$$

Nestes casos,  $k_1\lambda_j + k_2\lambda = \text{constante}$  e portanto a combinação destes termos faz com que a variação da longitude média do conjunto seja lenta e não mais rápida quando longe das ressonâncias de movimento médio. Para ilustrar este efeito, Júpiter e Saturno estão próximos da ressonância de movimento médio 3:2. Portanto, nós integramos as órbitas de Júpiter e Saturno por 300 mil anos e calculamos o ângulo crítico da ressonância de movimento médio 3:2. As órbitas de Júpiter e Saturno são inicialmente iguais a suas atuais. O ângulo crítico é calculado conforme abaixo:

$$\sigma_{3:2} = 5\lambda_S - 2\lambda_J - 3\varpi_J \quad (\text{A.18})$$

Em que  $\lambda_S$  e  $\lambda_J$  são as longitudes médias de Saturno e Júpiter respectivamente e  $\varpi_J$  é a longitude do pericentro de Júpiter. A evolução das excentricidades de Júpiter e Saturno são mostradas na A.3 (a) e nós exibimos a variação do ângulo crítico  $\sigma_{3:2}$  para Júpiter e Saturno por 5000 anos na A.3 (b). Note que em torno de 1000 anos há uma libração de  $\sigma_{3:2}$  em torno de 180 graus seguidas de circulação e depois uma libração.

Figura A.3 - Painel (a): Evolução das excentricidades de Júpiter e Saturno Painel (b) A evolução temporal do ângulo crítico  $\sigma_{3:2}$  para Júpiter e Saturno. Veja texto para mais detalhes.

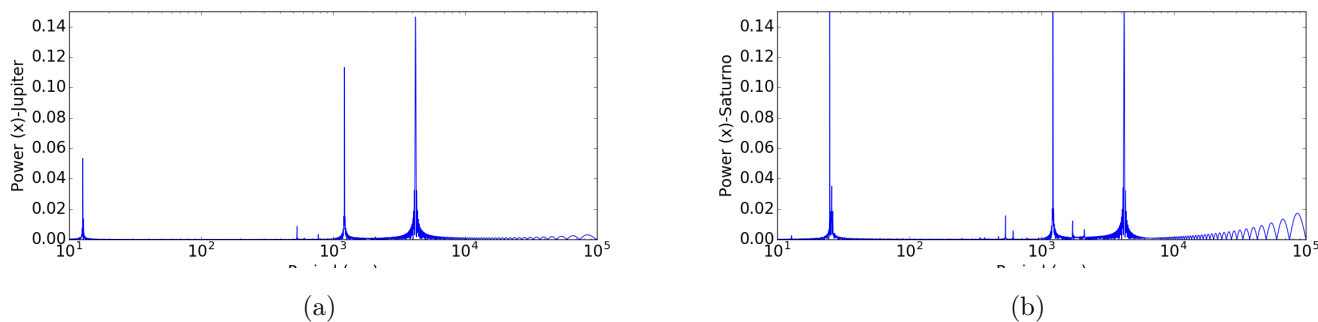


Fonte: Dados da Pesquisa

Se nós realizamos uma análise discreta de Fourier nas excentricidades de Júpiter e Saturno, nós podemos notar que existem termos de curtíssimo período e outros de

longo período que influenciam na amplitude das séries de Fourier das excentricidades destes planetas. A análise de Fourier do espectro de excentricidades de Júpiter e Saturno são mostrados na A.4. Notamos que existe um termo de curto período que aparece com uma amplitude de 5 por cento para Júpiter e mais de 15 por cento para Saturno. O período é de apenas 20 anos que pode representar momentos em que estes objetos estão mais próximos.

Figura A.4 - Paineis (a) e (b): Amplitude em função do período do espectro de Fourier da série na excentricidade de Júpiter (a) e Saturno (b). Veja texto para mais detalhes.



Fonte: Dados da Pesquisa

Notamos que existem termos de alto período que contribuem na amplitude da série de Fourier das excentricidades. Em torno de um período de 1000 anos, Júpiter tem um pico de cerca de 11 por cento na amplitude, enquanto para Saturno a contribuição é maior que 15 por cento. A maior contribuição para Júpiter aparece de um tempo com período de 5000 anos que também aparece em Saturno. Observe que como Júpiter é mais massivo as amplitudes do espectro da excentricidade são relativamente menores do que Saturno. Com o passar do tempo aparecem os termos de período maior que 10 mil anos que são mais significativos para as amplitudes de Saturno.

Nos casos em que a longitude do pericentro é um termo de longo período, em geral para o movimento planetário, as variações nos elementos keplerianos que envolvem a longitude do periélio são chamadas de variações seculares. Por exemplo, a variação na excentricidade e na inclinação depende explicitamente das derivadas parciais da função perturbadora com a longitude do periélio e é de esperar por variações destes

dois elementos orbitais do corpo perturbado.

A média da função perturbadora pode eliminar os termos de curto período dando origem a uma função nova que tem apenas os termos considerado de longo período ou seculares. Longe de qualquer ressonância de movimento médio, os termos seculares não possuem longitudes médias. Considerando que a excentricidade do corpo perturbado é maior que a excentricidade do perturbador e um movimento planar, os efeitos dinâmicos seculares em geral pode ser caracterizado por nenhuma mudança no semieixo maior, oscilações na excentricidade, e um aumento linear nas longitudes do periélio e do nodo (Murray e Dermott, 1999). O movimento prógrado da longitude do pericentro ou do nodo é chamado de precessão ou recessão. As expansões se mostraram compatíveis com as soluções numéricas até um aspecto razoável mas ainda não é idêntico por causa da desconsideração dos infinitos termos durante as expansões da função perturbadora. Um asteroide sendo perturbado por exemplo por Júpiter e o Sol em uma vizinhança de uma ressonância de movimento médio do tipo 2:1 apresenta uma outra estrutura dinâmica. As longitudes do periélio agora são ângulos de longo período e contribuem em média para a função perturbadora. Como resultado, o asteroide sofre fortes variações senoidais em semi eixo maior, excentricidade e longitude do periélio. Na próxima seção, vamos introduzir a chamada Teoria Secular para o Sistema Solar. O estudo é riquíssimo do ponto de vista de variedades orbitais que os nossos planetas e pequenos corpos apresentam. Na evolução a longo prazo, desde a sua formação, o Sistema Solar foi se construindo considerando os mares de ressonância de movimento médio, ressonâncias seculares e a dinâmica secular.

#### **A.1.5 Teoria Secular**

A função perturbadora  $R_j$  pode ser expandida em termos de infinitas séries que podemos classificar como ressonantes, de curto período ou seculares. A classificação é claro dependente do tipo de sistema físico. A teoria secular é uma linha de estudo que considera, na sua forma mais elementar, efeitos de termos puramente seculares ou de longo período. A teoria secular ela é semianalítica e por algumas proposições e aproximações nós podemos ter uma solução para o problema de  $N$  corpos. A aplicação da teoria secular varia desde o movimento de sistemas planetários até o estudo de pequenos corpos do Sistema Solar que foram alvos da nossa análise desta Tese.

Por simplicidade, vamos considerar a dinâmica secular de dois planetas ao redor de uma estrela. Vamos considerar que o movimento destes dois planetas estejam

longe de qualquer ressonância. Dessa forma, as perturbações seculares são obtidas isolando os termos da função perturbadora que não são dependentes da longitude média. Podemos também aplicar as equações de Lagrange para argumentar que não há variação do semi eixo maior e desconsiderar estes termos. A função perturbadora então depende da ordem da excentricidade e da inclinação e da razão de cada par de semieixo maior, e da razão de massa entre os corpos. Usando uma série de relações com os coeficientes de Laplace e também considerando expansões de até segunda ordem nas excentricidades e nas inclinações dos planetas e a primeira ordem das massas, a função perturbadora pode se truncada na forma abaixo (Murray e Dermott, 1999):

$$R_j = n_j a_j^2 \left( \frac{1}{2} A_{jj} e_j^2 + A_{jk} e_1 e_2 \cos(\varpi_1 - \varpi_2) + \frac{1}{2} B_{jj} I_j^2 + B_{jk} I_1 I_2 \cos(\Omega_1 - \Omega_2) \right). \quad (\text{A.19})$$

Em que  $j=1, 2$ ;  $k=2, 1$ , ( $j$ ) e os coeficientes podem ser escritos em geral:

$$A = A(n_j, m_j, m_k, M_{star}, \alpha_{12}, b_{\frac{3}{2}}^{1;2}); B = B(n_j, m_j, m_k, M_{sol}, \alpha_{12}, b_{\frac{3}{2}}^{1;2}), \quad (\text{A.20})$$

Em que  $m_j, m_k$  são as massas do planeta  $j$  e  $k$ ,  $M_{star}$  é a massa do Sol,  $\alpha_{12}$  é a razão do semieixo maior entre os planetas e  $b_{\frac{3}{2}}^{1;2}$  é o coeficiente de Laplace (veja em Murray e Dermott, (1999) as formas explícitas de todos estes coeficientes). Então todos estes elementos contidos nas funções dos coeficientes A e B são uma função das massas e dos semi eixos maiores dos planetas. Note que estas funções são escritas em termos dos elementos osculadores da órbita, ou seja, aqueles derivados diretamente dos valores de posição e velocidade instantâneos do movimento não perturbado. Para encontrar como os elementos keplerianos variam no tempo as equações de Lagrange podem agora ser aplicadas com a forma da função perturbadora  $R_j$  (Eq. A.20). No entanto, existem singularidades do tipo  $\frac{1}{e}$  e  $\frac{1}{I}$  para baixas excentricidades e inclinações. Para contornar estas singularidades podem ser feitas algumas transformações de variáveis. Uma das possibilidades é a definição de vetores  $(h_j, k_j)$  e  $(p_j, q_j)$  que definem um espaço vetorial de componentes (Murray e Dermott, 1999):

$$h_j = e_j \sin \varpi_j; k_j = e_j \cos \varpi_j \quad (\text{A.21})$$

e

$$p_j = I_j \sin \Omega_j; q_j = I_j \cos \Omega_j. \quad (\text{A.22})$$

A função perturbadora e as equações de Lagrange podem ser escritas em função destas novas variáveis e se constituem um conjunto de equações diferenciais lineares com coeficiente constantes. O problema da teoria secular se constitui em um problema de autovalor e autovetor em que as soluções são (Murray e Dermot, 1999):

$$h_j = \sum_{i=0}^2 e_{ji} \sin(g_i t + \beta_i); k_j = \sum_{i=0}^2 e_{ji} \cos(g_i t + \beta_i) \quad (\text{A.23})$$

e

$$p_j = \sum_{i=0}^2 I_{ji} \sin(f_i t + \gamma_i); q_j = \sum_{i=0}^2 I_{ji} \cos(f_i t + \gamma_i) \quad (\text{A.24})$$

Esta elegante solução é chamada solução clássica das equações de Laplace e Lagrange. As frequências  $g_i$  são os autovalores da matriz A (Eq. A.20) enquanto que as frequências  $f_j$  são as correspondentes da matriz B (Eq. A.20). Estas são as chamadas frequências seculares enquanto que  $\gamma_i$  e  $\beta_i$  são as fases e que juntamente com as amplitudes seculares  $e_{ji}$  e  $I_{ji}$  são determinadas pelas condições iniciais. Essa abordagem pode ser estendida para N corpos como uma primeira aproximação. No entanto, os limites da sua aplicação devem ser respeitados. Estes limites são: i) longe de qualquer ressonância de movimento médio; ii) os vetores posições relativos entre os planetas devem ser grandes (afastamento entre os planetas); iii) as excentricidades e inclinações devem ser pequenas o suficiente para a segunda-ordem da expansão da função perturbadora. A evolução secular mostra que há oscilações em excentricidades e inclinações no movimento dos planetas com uma determinada frequência e amplitude determinada pelos relações do espaço de vetores  $h, k, p, q$ . No entanto, esse procedimento leva em conta as longitudes médias e não somos capazes de localizar o corpo no espaço. A evolução das excentricidades e das inclinações podem ser grandes o suficiente para que os planetas se tornem próximos entre si ou que a segunda ordem da expansão da função perturbadora não seja mais considerada correta ou precisa.

Para um caso do nosso Sistema Solar interno, como uma primeira aproximação, nós podemos utilizar as equações de Laplace e Lagrange para tratar a dinâmica secular dos planetas e as equações das excentricidades são (Brasser et al. (2009)):

$$e_i \cos \varpi_i = \sum_{k=0}^8 e_{ik} \cos(g_k t + \beta_k) \quad (\text{A.25})$$

$$e_i \sin \varpi_i = \sum_{k=0}^8 e_{ik} \sin(g_k t + \beta_k) \quad (\text{A.26})$$

O índice  $i$  corresponde aos planetas e as frequências seculares próprias  $g_k$  que podem ser de 1 a 8 representando as frequências seculares dos planetas: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. A separação destas frequências podem ser realizadas utilizando técnicas de Fourier (Laskar (1990) e Morbidelli (2002)) através da simulação numérica destes planetas por um longo período. Na região dos planetas terrestre, a frequência de Júpiter é grande o suficiente para causar efeitos seculares ( $g_5 = 4.26 \text{ yr}^{-1}$ ), a frequência própria de Mercúrio por exemplo é  $g_1 = 5.60 \text{ yr}^{-1}$  mas as frequências da Terra e Marte são aproximadamente  $17 - 18 \text{ yr}^{-1}$ . Laskar (1990) mostrou que existe um caos na região dos planetas terrestres e com isso as frequências seculares próprias destes planetas podem não ser constantes. Como as frequências seculares de Júpiter são próximas das de Mercúrio e Vênus é esperado que durante a evolução primordial do Sistema Solar que as mudanças que Júpiter sofreram podem ter aumentado a frequência secular para atingir os valores das frequências de Mercúrio e de Vênus. Os valores iguais de frequência caracterizam a ressonância secular e pode portanto destruir as órbitas de Mercúrio e de Vênus. Esse problema é a raiz da sugestão para o modelo de Júpiter Saltitante proposto por Brassier et al. (2009). Uma outra aplicação desta teoria que também fortalece a ideia do modelo de Júpiter Saltitante é o fato da amplitude de Júpiter ser muito difícil de excitar por migração ou ressonâncias seculares, A única possibilidade é um encontro próximo violento entre Júpiter e um planeta gigante de gelo.

Nós também podemos usar essa teoria para estudar o movimento de um corpo adicional sofrendo a perturbação de planetas. Sob as mesmas condições e com um procedimento análogo aos realizados anteriormente mas agora utilizando a função perturbadora que inclui um outro corpo de massa  $m$  e elementos órbitas  $a, e, n, i, \varpi$  e  $\Omega$ . A função perturbadora agora vai depender das variáveis  $h, k, p$  e  $q$  e também das variáveis  $h_j, k_j, p_j$  e  $q_j$  para cada um dos planetas (os perturbadores). Por simplicidade, para apenas dois planetas as soluções da dinâmica secular de um corpo teste pode ser escrita por um conjunto de quatro equações diferenciais desacopladas na forma para excentricidades e inclinações. Aqui para fins de discussão, nós apenas introduzimos as duas equações diferenciais para os vetores  $h$  e  $k$  que representam a evolução das excentricidades (Murray e Dermott, 1999):

$$\ddot{h} = -A^2 h - \sum_{i=1}^2 \nu_i (A + g_i) \sin(g_i t + \beta_i) \quad (\text{A.27})$$

e

$$\ddot{k} = -A^2 k - \sum_{i=1}^2 \nu_i (A + g_i) \cos(g_i t + \beta_i). \quad (\text{A.28})$$

Em que:

$$\nu_i = \sum_{j=1}^2 A_j e_{ji}. \quad (\text{A.29})$$

Note que as equações A.28 e A.29 representam equações de segunda ordem linear não homogêneas e de um oscilador harmônico forçado pelas forças perturbativas dos planetas. A solução é bastante conhecida e é dividida em duas partes principais: a solução homogênea sem a perturbação dos planetas terrestres e uma solução forçada que inclui essas perturbações. Nós podemos escrever as soluções das equações acima como:

$$h = e_{livre} \sin(At + \beta) + h_0(t); k = e_{livre} \cos(At + \beta) + k_0(t) \quad (\text{A.30})$$

A parte não homogênea das equações diferenciais são determinadas portanto:

$$h_0(t) = - \sum_{i=1}^2 \frac{\nu_i}{(A - g_i)} \sin(g_i t + \beta_i) \quad (\text{A.31})$$

$$k_0(t) = - \sum_{i=1}^2 \frac{\nu_i}{(A - g_i)} \cos(g_i t + \beta_i) \quad (\text{A.32})$$

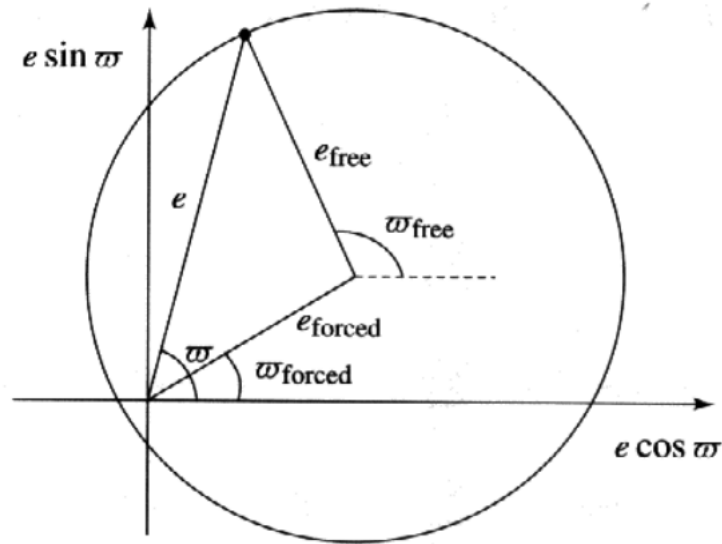
As equações completas que incluem as inclinações são análogas e podem ser encontradas em Murray e Dermott (1999). A excentricidade livre representada por  $e_{livre}$  apresenta um movimento não perturbado como consequência de apenas o seu movimento sem considerar o termo não homogêneo das equações diferenciais. Uma geometria bastante útil pode ser retirada a partir destas soluções. Nós podemos definir o que chamamos de excentricidade forçada como:

$$e_{for} = \sqrt{h_o^2 + k_o^2} \quad (\text{A.33})$$

A A.5 foi adaptada de Murray e Dermoot (1999) e ela mostra um círculo secular no espaço de coordenadas definido por  $h = e \cos \varpi$  e  $k = e \sin \varpi$ . O vetor excentricidade sai da origem até a borda do círculo e faz um ângulo  $\varpi$  com o eixo k. O vetor

excentricidade pode ser pensado como uma soma vetorial de dois outros vetores: o vetor excentricidade livre e o vetor excentricidade forçada. O vetor excentricidade forçada faz um ângulo  $\varpi_{for}$  com o eixo  $k$  e sua orientação parte da origem até o vetor  $(h_0, k_0)$  e o segundo vetor (a excentricidade livre) continua deste ponto até a borda do círculo  $(h, k)$  mas faz um ângulo  $\varpi_{free} = At + \beta$ . O movimento de uma partícula pode ser decomposto em duas partes: Um movimento circular ao redor do centro do círculo mas com uma taxa constante da variação temporal do  $\varpi_{free}$  representada pela quantidade  $A$ .

Figura A.5 - Relações geométricas entre os elementos livres e forçados para o caso em que  $e_{for} > e_{free}$ .



fonte: Murray e Dermott (1999)

O segundo movimento é do ponto  $(h, k)$  que determina a excentricidade total da partícula. Mas este movimento depende do conhecimento da evolução temporal das variáveis  $h_t, k(t)$  que depende da solução secular completa dos corpos. As quantidades livres são chamadas de excentricidades e longitudes próprias porque elas dependem apenas das condições de contorno e representam os parâmetros fundamentais das partículas. Portanto, essas quantidades são usualmente utilizadas para definir os elementos orbitais canônicos das partículas porque ela não depende da evolução secular ou das perturbações envolvidas no sistema. Na ausência de perturbação estes parâmetros seriam fixos como no problema de dois corpos. Com efeitos seculares muito fracos de tal forma que as quantidades forçadas sejam nulas, as partículas completariam círculos de evolução com o centro constante localizado na

origem. Neste caso, a excentricidade total é igual a excentricidade própria da partícula. Com um efeito secular mais forte, o círculo pode ser deslocado com o tempo para qualquer direção. Lembrando que todo este procedimento é uma aproximação que vale para a dinâmica longe de qualquer ressonância. Esse procedimento foi utilizado no Capítulo 6 para estudar os efeitos dinâmicos de Netuno no cinturão de Kuiper.

No próximo Capítulo, nós vamos descrever os principais métodos de integração e característica do integrador REBOUND que nós utilizamos para ter uma solução completa numérica para o problema gravitacional de  $N$  corpos.

## APÊNDICE B - Integrador REBOUND

A maioria dos sistemas gravitacionais podem ser bem aproximados por um conjunto de massas pontuais movendo sobre as suas interações gravitacionais mútuas. Este tipo de interações ocorrem nas escalas que incluem os sistemas planetários, clusters estelares, galáxias, clusters de galáxias e o universo como o todo. Apesar desses sistemas apresentarem um número grande de corpos, os sistemas dominados por forças de longo alcance, como a gravitacional, não são bem tratadas por métodos estatísticos. A razão disso é que a energia não é extensiva, os ensembles micro canônicos e canônicos não existem, e a capacidade térmica é negativa (Binney e Tremaine, Galactic dynamics 2 end). Mais ainda, os encontros gravitacionais são ineficientes para a re-distribuição de energia cinética, desde que muitos encontros são requeridos para a relaxação, isto é para a equipartição da energia cinética. Toda a coleção destes estudos apontam que o estudo numérico é necessário para a solução do problema de  $N$  corpos gravitacional e portanto é eficiente para estudar a dinâmica dos sistemas planetários.

As simulações numéricas de sistemas de  $N$ -corpos tem uma longa história. Com os primeiros cálculos de computadores realizados por von Hoerner (1960) que alcançou o estudo de 16 corpos. Em 1963, Arseth (1993) mostrou um cálculo com  $N = 100$  corpos. A partir de então, o número de corpos tem dobrado a cada dois anos (Dehnen e Read, 2011). A mais recente simulação considerando sistemas com um alta frequência de colisões entre as partículas alcançou 1 milhão de partículas (Harfst et al. (2007)). Outros sistemas que não são considerados colisionais, tem um número bem maior de partículas e foi realizado por Springel et al. (2005) com mais de 1 bilhão de partículas. Nos últimos 50 anos, as técnicas numéricas foram aprofundadas e melhoradas para a solução do problema gravitacional de  $N$  corpos o que está fazendo todo este cenário evoluir drasticamente para melhores hardwares, algoritmos e desempenho em computação em paralelo (Dehnen e Read, 2011). Hoje, podemos simular massivos clusters estelares, galáxias, sistemas planetários em formação em um disco de gás protoplanetário em simulações da magnetohidrodinâmica (FARGO3D) com alta precisão.

Neste Capítulo, nós vamos apresentar o pacote de integração REBOUND que utilizamos nas simulações numéricas de  $N$  corpos desta Tese. Também vamos apresentar alguns dos principais integradores presentes no REBOUND incluindo um pouco das suas construções físicas e matemáticas.

## B.1 O pacote de integração REBOUND

A mecânica de planetas e pequenos corpos em torno do Sol tem sido alvo de investigação científica desde os dias de Newton e de Kepler. Com o advento dos computadores, o principal foco foi a produção de métodos que sejam capazes de realizar os cálculos da dinâmica orbital com mais precisão e mais velocidade. O desafio das integrações numéricas é o dilema da preservação das características dinâmicas globais de um sistema e ao mesmo tempo realizar cálculos rápidos. As últimas décadas o sincronismo entre os métodos de integração e o avanço dos computadores permitiram o estudo das diversas eras da formação e da evolução do Sistema Solar. Nos dias de hoje, é disponibilizado na forma de pacote livre (Open-Source Code) diversos códigos computacionais que resolvem as equações diferenciais gravitacionais para um número alto de corpos e por escalas temporais compatíveis com a idade do nosso Sistema Solar, ou seja por alguns bilhões de anos. Estes pacotes livres são chamados muitas vezes de integradores <sup>1</sup> ou pacotes de integração e entre eles estão os integradores clássicos Mercury (Chambers, 1999) e o *Symba* (Duncan et al., 1998). Em nossa proposta nós utilizamos o integrador REBOUND, um pacote de integração mais atual e que contém todas as características dos pacotes de integração clássicos mas possui em muitas situações mais precisão e velocidade nos cálculos (Rein; Tremaine, 2011; Rein; Liu, 2012; Rein; Spiegel, 2015; Rein; Tamayo, 2015; Rein; Tamayo, 2016; Rein; Tamayo, 2017).

O REBOUND é o pacote de integração mais usado para os estudos da dinâmica de anéis e formação planetária, acumulando um total de mais de 277 citações (Fonte: ADS) desde a sua publicação em 2012. Este resultado foi obtido por uma combinação de vários códigos escritos em C com uma alta flexibilidade para a adaptação a qualquer problema gravitacional. Além de manter uma relação amigável com o usuário. O REBOUND é considerado uma API (*Application Programming Interface*) e fornece diversos integradores para a solução do problema gravitacional de N-corpos. Ele permite integrar as equações do movimento de partículas sobre o efeito da gravidade. Estas partículas podem ser planetas, anéis planetários, discos de planetesimais, discos de poeira, luas e estrelas. A flexibilidade do código permite adaptar para um conjunto de problemas da astrofísica. A primeira versão do REBOUND foi publicada por Rein e Liu (2012) com o objetivo de tratar a dinâmica colisional de

---

<sup>1</sup>Embora sejam chamados de integradores, muitos deles não são de fato integradores. Eles são códigos computacionais, ou pacotes de integração, que apresentam internamente os métodos numéricos de integração oriundos do cálculo numérico. Por exemplo, no pacote de integração REBOUND o Gauss-Radau (Everhart, 1985) é o método de integração que está implementado dentro destes pacotes

anéis de partículas. O *REBOUND* possui os integradores clássicos, como o mapa simplético de Wisdom-Holman (Wisdom e Holman (1991)), o integrador Leap-Frog (Saha e Tremaine (1992)), o integrador simplético SEI (Symplectic Epicycle Integrator) (Rein; Tremaine, 2011). Além destes integradores, o REBOUND pode calcular a interação gravitacional como uma aplicação direta da lei gravitacional de Newton, ou utilizar a árvore de Barnes-Hut (Barnes e Hut (1986)) para diminuir o tempo de computação drasticamente em problemas com muitas partículas em que a interação gravitacional entre todas as partículas são importantes.

Em 2015, Rein, Spiegel e Tamayo publicaram trabalhos com duas versões melhores de integradores clássicos: o WHFAST e o IAS15 (Rein; Tamayo, 2015; Rein; Spiegel, 2015). O WHFAST é uma implementação mais precisa do mapa simplético de Wisdom e Holman para simulações gravitacionais de longo período. O WHFAST faz uso de corretores simpléticos para remover alguns dos termos de alta frequência que aparecem na hamiltoniana do sistema, estes termos só são significativos a longo prazo segundo a teoria da perturbação Wisdom et al. (1986). Uma outra poderosa ferramenta que está presente da implementação do WHFAST é o indicador de caos MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby orbits). Este indicador é uma função escalar do tempo e indica estruturas de ressonância, caos e instabilidade (Cincotta et al. (2003)). Além disso, existe uma relação entre o MEGNO e o expoente de Lyapunov que caracteriza o quanto duas trajetórias próximas divergem indicando o caos e sua escala de tempo.

O integrador IAS15 é um aprimoramento do integrador Gauss-Radau (Everhart 1985), uma implementação com passo adaptativo de integração e alta ordem e que atinge a precisão da máquina (com uma precisão na ordem de  $10^{-16}$ ) para integrações de bilhões de órbitas de sistemas planetários. O integrador IAS15 pode ser utilizado também para forças não conservativas e é essencial para o estudo do efeito do gás protosolar nos planetas e planetesimais deste trabalho. Nas próximas seções, nós vamos mostrar como ocorre a instalação do REBOUND com algumas observações que foram importantes na minha experiência no integrador. Vamos detalhar o formalismo físico-matemático das equações do movimento gravitacional realizados pelos integradores IAS15, WHFAST e os integradores híbridos HERMES e MERCURIUS.

### **B.1.1 Instalação e uma execução simples no REBOUND**

O designer do código é feito especialmente por Hanno Rein do departamento de física e ciências ambientais da Universidade de Toronto e foi escrito em linguagem C

com uma versão em Python. As partes que são mais caras computacionalmente são escritas em linguagem C e portanto mesmo utilizando a versão escrita em Python a rapidez dos processamentos podem ainda serem preservados. Uma lista completa dos módulos do REBOUND está sempre sendo atualizada no site oficial do desenvolvedor <https://rebound.readthedocs.io/en/latest/> cujo apresenta uma série de instruções para a instalação e a utilização. É importante dizer que o REBOUND só tem suporte para a instalação em sistemas Unix, Linux mas é possível instalar na plataforma do Windows uma vez que instalado um subsistema Linux dentre dele, embora não é aconselhável. Todo o suporte pode ser encontrado na plataforma *GitHub*<sup>2</sup> no link <https://github.com/hannorein/rebound> em que o usuário tem acesso ao código fonte e também pode discutir possíveis erros e dúvidas diretamente com os contribuidores do REBOUND. Também pode ser encontrado uma lista de exemplos resolvidos e testes dos integradores.

A instalação do pacote de integração do REBOUND é simplesmente a clonagem do repositório. Após abrir o terminal do Linux, digite os comandos:

```
sudo apt-get install git // instalação do git
git clone http://github.com/hannorein/rebound
```

A versão mais atual será portanto instalada em sua pasta raiz. Note que a clonagem do REBOUND é local e não é necessária nenhuma autorização do administrador. Para compilar e executar a estrutura tudo que é preciso é adaptar o arquivo Makefile que utiliza a estrutura make. O objetivo de um Makefile é definir regras para de compilação para projetos de software. A ideia de um arquivo Makefile é uma prática boa na computação porque não é preciso compilar manualmente os códigos fontes presente no diretório REBOUND. Sendo assim uma opção segura e flexível para a compilação de códigos do usuário presentes em outros diretórios. Para compilar e executar este exemplo nenhuma biblioteca adicional é necessária. No entanto, existe um módulo OpenGL do REBOUND que é para a visualização em tempo real. Este módulo é chamado de OpenGL e exige a instalação das bibliotecas OpenGL/glfw3 mas este módulo pode ser desabilitado dentro do Makefile. Para desabilitar este módulo basta alterar a primeira linha do Makefile inicializando a variável OPENGL como nula:

```
export OPENGL=0
...
```

---

<sup>2</sup>Um mecanismo de controle de versões.

A compilação e a execução do exemplo resolvido é feita através dos comandos:

```
make && ./rebound
```

### B.1.2 Tipos de partículas no REBOUND

A aceleração gravitacional que partícula  $i$  sofre devido as  $N$  partículas é:

$$\vec{a}_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{Gm_j}{(r_{ji}^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{r}_{ji}, \quad (\text{B.1})$$

$G$  é a constante gravitacional,  $m_j$  é a massa da partícula  $j$  e  $\vec{r}_{ji}$  a distância relativa entre as partículas  $j$  e  $i$ . O parâmetro  $d$  é o raio médio das partículas do sistema. A necessidade do parâmetro  $d$  ocorre para evitar a divergência da aceleração gravitacional nos eventos de colisão entre as partículas. É importante lembrar que o fato de não estar tratando as colisões entre as partículas é uma aproximação que pode levar a erros severos para sistemas quando a frequência de colisões é muito alta. A aceleração na equação A.1 está presente no módulo de gravidade do REBOUND (Rein; Liu, 2012). As  $N$  partículas podem ser do tipo ativas ou não ativas gravitacionalmente. Isto significa que podemos escolher quais as partículas são massivas, caso em que deve ser considerado a sua aceleração gravitacional na partícula  $i$ , e quais partículas são de teste, com massa desprezíveis e que não irão influenciar a partícula  $i$ . A variável para o controle desta escolha é chamada de  $N_{active}$ . As partículas com índice maiores que  $N_{active}$  serão tratadas como partículas de teste. Para integrar a dinâmica do Sistema Solar externo primordial por exemplo, conforme o modelo de Nice, as partículas testes são os planetesimais e as partículas ativas são o Sol, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Simulações mostraram porém que durante a interação de um planetesimal e um planeta há uma troca de momento angular entre eles. No REBOUND, podemos escolher um atributo chamado *testparticle\_type* em que podemos fazer com que partículas testes interajam com as partículas ativas mas não interajam entre si. Esta classificação de partículas testes é chamada de partículas do tipo *small* no MERCURY (Chambers, 1999).

Em alguns casos, é necessário que todas as partículas sejam consideradas como ativas. São casos mais realistas, porque mesmo alguns planetesimais tem a massa de Plutão. Porém, o custo computacional é da ordem  $O(N_{active}^2)$  e portanto cresce como uma função quadrática do número de partículas ativas do sistema (Rein; Liu, 2012). Para estes casos, existe uma alternativa, também encontrada no pacote de integração do REBOUND, é utilizar o conceito da árvore de Barnes e Hut. A árvore é um conjunto de células cúbicas, de comprimento  $w$ , em que são armazenadas

todas as partículas do sistema. A ideia da árvore é agrupar as partículas com uma hierarquia de proximidade e utilizar o fato de que partículas distantes da partícula  $i$  estão contribuindo menos para sua aceleração gravitacional. Além, disso a aceleração gravitacional das partículas distantes podem ser aproximadas como expansões de monopolo e de quadripolo do seu centro de massa.

Para definir um critério de proximidade entre as partículas armazenada na árvore é definido um ângulo de abertura  $\theta = w/R$ , em que  $R$  é a distância do centro de massa da célula a partícula  $i$ . A precisão da força gravitacional calculada depende do valor do ângulo de abertura  $\theta$ . O erro relativo da aceleração em valor absolutos é exibido em função do ângulo de abertura da árvore no trabalho de Rein e Liu (2012). A escolha do ângulo de abertura deve ser cuidadosa para se atingir a precisão necessária da aceleração. No entanto, a árvore diminui de forma drástica o custo computacional para uma função da ordem de  $O(N \ln N)$ .

Nós fizemos muitos testes para a implementação da técnica numérica da árvore nas simulações com autogravidade apresentadas no Capítulo 6. No entanto, nós não podíamos garantir a precisão dos encontros próximos usando esta técnica porque ela só funcionaria no integrador com o esquema do Leap-Frog. A técnica do Leap-Frog utiliza uma técnica melhorada do integrador de Euler em que se baseia nas primeira ordens de soluções polinomiais para a evolução das velocidades e posições das partículas. Nós realizamos testes também com a utilização do integrador IAS15 mas a integração simplesmente é exageradamente lenta. Nós pensamos que o esquema de árvore ao atualizar as acelerações para uma aproximação de partículas, o Integrador IAS15 com seu passo adaptativo muda drasticamente seu passo de integração para quase 0 e a simulação não pode mais ser realizada. Portanto, nós não decimos usar o esquema da árvore para garantir as precisões das nossas simulações. Mas nós recomendamos que em um projeto futuro de estudo seja realizado para adaptar um integrador de passo adaptativo para o REBOUND. Como dito anteriormente, os principais integradores escolhidos para esta pesquisa são os integradores IAS15, WHFAST, HERMES e MERCURIUS. Estes integradores estão presentes no pacote de integração do REBOUND, e serão brevemente descritos aqui.

### **B.1.3 O integrador WHFAST**

Como dito anteriormente, o WHFAST é uma implementação muito melhorada do integrador simplético de Wisdom-Holman ReinTamayo2015. No trabalho de Rein e Tamayo (2015) são executadas simulações de longo período de sistemas planetários. Nas simulações foi provado que o integrador WHFAST é mais rápido e mais preciso

que o integrador clássico de Wisdom e Holman, Isto tudo foi devido às melhorias feitas na estabilidade das transformações de coordenadas e na solução da equação de Kepler para cada partícula. O integrador WHFAST é um integrador simplético, ou seja, um integrador que utiliza o formalismo hamiltoniano. Desta forma, o integrador WHFAST geralmente conserva energia e momento angular melhor que os outros integradores. Antes de abordar as propriedades do integrador WHFAST, vamos entender melhor o que são integradores simpléticos com alguns detalhes na Subseção B.1.3.1.

### B.1.3.1 Integradores simpléticos

De forma tradicional, as integrações de longo prazo para os sistemas Hamiltonianos que lidam com a dinâmica orbital gravitacional tem sido preferencialmente realizadas em integradores simpléticos (Vogelaere 1956, Ruth 1983, Feng, 1985). Os métodos usuais de integração são caracterizados pela acurácia de um único passo de integração no tempo,  $h$ . Portanto, se  $\tau$  é pequeno a integração é realizada com uma precisão de  $\tau^n$  e o método de integração é denominado de n-ésima ordem de integração. Para uma classe especial de equações de movimento derivadas por uma função hamiltoniana  $H(q, p, t)$  suas soluções exatas podem ser obtidas através de um mapeamento simplético a partir de suas condições iniciais até o presente estado do sistema. Os mapas simpléticos são conhecidos pela sua capacidade de preservar o volume do espaço de fase. Considere a taxa de uma quantidade dinâmica  $\psi(\vec{r}, \vec{p})$  definida na equação A.7 e relacione com o operador h (Equação A.8), temos então:

$$\frac{\partial \psi(\vec{r}, \vec{p})}{\partial t} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial H}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial H}{\partial \vec{r}_i} \right) \psi, \quad (\text{B.2})$$

quando o hamiltoniano H é do tipo integrável<sup>3</sup> o sistema permite uma solução geral que pode ser escrita formalmente:

$$\psi(\vec{r}, \vec{p}, t + \tau) = e^{\tau h} \psi(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad (\text{B.3})$$

---

<sup>3</sup> Não é nada fácil mostrar que um hamiltoniano é analiticamente integrável. Uma possível ajuda vem do conhecido Teorema de Liouville (Morbidelli, 2008) que exige que um hamiltoniano com n graus de liberdade é integrável se admitir n independentes constantes do movimento  $(\phi_1, \dots, \phi_n)$  tais que  $\{\phi_i, \phi_j\} = 0$ , uma operação com parênteses de Poisson (Nivaldo, 1999) para  $i \neq j$ .

Considerando o passo de integração  $\tau$  com o valor pequeno suficiente, nós podemos expandir a função ( $e^{\tau h}$ ) em séries de Taylor e reescrever a Eq. B.9 na forma:

$$\psi(\vec{r}, \vec{p}, t + \tau) = \left( 1 + \tau h + \frac{\tau^2 h^2}{2} + \dots \right) \psi(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad (\text{B.4})$$

Em alguns casos o Hamiltoniano  $H$  é decomposto em partes que são integráveis analiticamente. Então vamos definir dois novos operadores que dependem apenas da energia cinética  $T$  em função momento  $\vec{p}$  e energia potência  $U$  uma função da posição  $\vec{r}$ . Aplicando as equações que definem um operador hamiltoniano operador mas agora para estas energias, nós temos:

$$\Gamma = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial T(\vec{p})}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial T(\vec{p})}{\partial \vec{r}_i} \right) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial T(\vec{p})}{\partial \vec{p}_i} \right), \quad (\text{B.5})$$

$$\Lambda = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \vec{p}_i} - \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \vec{r}_i} \right) = - \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \vec{r}_i} \right). \quad (\text{B.6})$$

O operador hamiltoniano  $h$  pode ser então escrito em termos destes dois novos operadores simplesmente como uma soma linear:

$$h = \Gamma + \Lambda. \quad (\text{B.7})$$

A vantagem em redefinir o hamiltoniano é que estes dois novos operadores podem ser aplicados de forma individual. A operação  $e^{\tau \Lambda}$  por exemplo atua na posição das partículas mantendo os momentos constantes na evolução temporal. Por outro lado, a operação  $e^{\tau \Gamma}$  atua sobre os momentos mantendo as posições constantes. Além disso, podemos escrever a atuação em uma expansão em taylor que depende do passo de integração  $\tau$  na forma:

$$e^{\tau(\Gamma+\Lambda)} = \left( 1 + \tau(\Gamma + \Lambda) + \frac{\tau^2(\Gamma^2 + \Gamma\Lambda + \Lambda\Gamma + \Lambda^2)}{2} + \dots \right). \quad (\text{B.8})$$

A ordem da integração é definida em termos da ordem da expansão em Taylor no passo de integração. Por exemplo, para um mapa de primeira ordem a solução geral de uma função dinâmica pode ser escrita como:

$$\psi(\vec{r}, \vec{p}, t + \tau) = e^{\tau \Gamma} e^{\tau \Lambda} \psi(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad (\text{B.9})$$

Para encontrar a evolução temporal de uma função dinâmica então se resume a dois passos: i) Avançar o sistema em função do operador energia potencial; ii) O resultado da operação com o potencial é agora aplicado com o apenas o operador cinético. O erro relacionado a cada passo de integração pode ser expresso em termos dos operadores pelos quais podemos dividir o hamiltoniano. Digamos que o Hamiltoniano pode ser dividido em duas partes quaisquer  $H_A$  e  $H_B$  tais que os operadores são A e B. Se B for uma pequena quantidade de A, como por exemplo se  $B = \epsilon A$ , o erro de cada passo de integração é proporcional a pequena quantidade  $\epsilon$  (Chambers1999). Por isso é muito importante separar o Hamiltoniano em uma parte dominante e uma parte que representa uma perturbação quando possível. Para o nosso Sistema Solar por exemplo, podemos pensar em separar o hamiltoniano em uma parte que cada corpo se move em órbitas keplerianas ao redor do Sol e uma segunda parte em que cada órbita permanece fixa enquanto elas são aceleradas devido a perturbação dos outros corpos. Existem é claro muitas maneiras de dividir o Hamiltoniano H para o problema gravitacional de N corpos. Os detalhes para a construção do Hamiltoniano depende é claro das variáveis que nós escolhemos. As coordenadas baricêntricas permitem  $H_A \gg H_B$  para todos os corpos mas não para o Sol. No mapa de Wisdom e Holman (1991) são utilizadas as variáveis de Jacobi (seção B.1.3.2). Na maioria dos simpléticos por exemplo são utilizadas as coordenadas democráticas heliocêntricas que consistem em uma mistura de coordenadas heliocêntricas com velocidades bari-cêntricas que também satisfazem as equações de Hamilton (para mais detalhes veja Duncan et al. 1998 e Morbidelli, 2008).

### B.1.3.2 Hamiltoniano em coordenadas Jacobianas

Como vimos, o hamiltoniano de N corpos (Equação A.9) pode ser escrito como uma soma da energia cinética e potencial fazendo o uso das coordenadas cartesianas. No entanto, a divisão do hamiltoniano em uma parte relativa ao hamiltoniano de Kepler e o hamiltoniano que lida com a perturbação produz muitos termos cruzados (isto é com uma algebra muito complicada). Em uma forma alternativa, Jacobi desenvolveu uma maneira eficiente de transformar as coordenadas de tal forma que a energia cinética permaneça como uma soma dos quadrados do momento. Rein e Siegel (2015) mostraram que a acurácia do integrador depende muito da maneira como a transformação de coordenadas cartesianas são transformadas em coordenadas Jacobianas.

As coordenadas Jacobianas são medidas em relação ao centro de massa de todos os corpos com mais baixos índices. Rein e Siegel (2015) descrevem a notação das

coordenadas Jacobianas de uma forma mais simples considerando um sistema com  $N$  partículas de massas  $m_i$ , em que  $i = 0, \dots, N-1$ . Seja  $\vec{r}_i$  o vetor posição da  $i$ -ésima partícula com respeito a um sistema inercial. Nós então fixamos uma restrição de tal forma que o índice  $i = 0$  seja o corpo central, e o índice  $i = 1$  o corpo mais interno que orbita o corpo central e assim por diante. Esta restrição não destrói a arquitetura do integrador mas é possível que a ordem mude durante a integração. As coordenadas Jacobianas da  $i$ -ésima partícula é dada abaixo (Rein e Siegel (2015)):

$$\vec{r}'_i = \vec{r}_i - \vec{R}_{i-1}, \quad (\text{B.10})$$

$\vec{R}_{i-1}$  é a posição relativa ao centro de massa das partículas interiores a partícula  $i$ . O Hamiltoniano pode ser escritos em termos dos momentos conjugados de Jacobi na forma (Rein e Siegel (2015)):

$$H = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\vec{p}'_i{}^2}{2m'_i} - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N-1} \frac{Gm_i m_j}{|\vec{r}'_i - \vec{r}'_j|}. \quad (\text{B.11})$$

Em que os momentos conjugados de Jacobi e as massas reduzidas de Jacobi são dadas por:

$$\vec{p}'_i = m'_i \vec{v}'_i, \quad (\text{B.12})$$

$$m'_i = m_i \frac{M_{i-1}}{M_i}. \quad (\text{B.13})$$

O Hamiltoniano pode ser decomposto em uma parte cinética e uma potencial de tal forma que não há termos cruzados, aplicando as coordenadas de Jacobi temos (Rein e Siegel, 2015):

$$H = H_0 + H_{Kepler} + H_{Int}, \quad (\text{B.14})$$

Em que:

$$H_0 = \frac{\vec{p}'_0{}^2}{2m'_0}, \quad (\text{B.15})$$

$$H_{Kepler} = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\vec{p}'_i{}^2}{2m'_i} - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{Gm'_i M_i}{|\vec{r}'_i|}, \quad (\text{B.16})$$

$$H_{Int} = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{Gm'_i M_i}{|\vec{r}'_i|} - \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N-1} \frac{Gm_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}. \quad (\text{B.17})$$

e:

$$\vec{r}'_0 = \vec{R}_{N-1}, \quad (\text{B.18})$$

$$m'_0 = M_{N-1}, \quad (\text{B.19})$$

$$\vec{p}'_0 = \sum_{j=0}^{N-1} \vec{p}_j. \quad (\text{B.20})$$

O termo  $H_0$  é responsável por descrever o movimento do centro de massa ao redor de  $\vec{r}'_0$  mas Rein e Siegel (2015) decidiram manter este termo na elaboração do integrador WHFAST para que não haja nenhuma restrição. O termo  $H_{Kepler}$  descreve o movimento kepleriano das partículas ao redor do centro de massa de todas as partículas interiores. Rein e Siegel (2015) notaram que há uma diferença entre o termo  $H_{\pm} = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{Gm'_i M_i}{|\vec{r}'_i|}$  no integrador WHFAST e o integrador original de Wisdom e Holman (1991) mas não encontraram diferenças entre estes integradores nos testes conduzidos.

Como nós vimos na seção anterior (seção B.1.3.1) para encontrar as equações do movimento em uma forma simplética uma das maneiras é dividir o Hamiltoniano em diversas partes. A introdução das equações de Jacobi permitiram dividir o Hamiltoniano em duas partes que permitem soluções analíticas e uma delas apenas solução numérica. A solução de  $H_0$  é um movimento em linha reta enquanto que a solução de  $H_{Int}$  é uma rápido passo em que as velocidades mudam devido às acelerações das partículas interiores enquanto a posição permanece constante. E a solução do Hamiltoniano de Kepler  $H_{Kepler}$  são as órbitas de dois corpos, que pode ser resolvida numericamente por algum algoritmo (veja mais detalhes em Rein and Tamayo, 2015).

Portanto, semelhante o que fizemos na seção B.1.3.1 anterior, para definir os três operadores  $h_0$ ,  $h_{Int}$  e  $h_{Kepler}$  basta utilizar a Equação A.8 para cada um deles separadamente. A evolução temporal do sistema é realizada seguindo três passos:

- Drift: Evoluir o sistema com o operador  $h_{Kepler}$  e  $h_0$

- Kick: Evoluir o sistema com o operador  $h_{Int}$
- Drift: Evoluir o sistema com o operador  $h_{Kepler}$  e  $h_0$

Para ilustrar esta operação e realizar uma comparação com a seção anterior podemos escrever a evolução temporal da função dinâmica:

$$\psi(\vec{r}, \vec{p}, t + \tau) = e^{\frac{\tau}{2}h_{Kepler}} e^{\frac{\tau}{2}h_0} e^{\tau h_{Int}} e^{\frac{\tau}{2}h_{Kepler}} e^{\frac{\tau}{2}h_0} \psi(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad (\text{B.21})$$

O uso destes operadores simpléticos ainda guardam consigo os termos de alta frequência no Hamiltoniano. Mas como nós vimos no Capítulo anterior, a teoria da perturbação e o princípio da média permitem retirar os termos de alta frequência sem grandes prejuízos para a evolução dinâmica como um todo. Então surgiram os corretores simpléticos que são utilizados justamente para filtrar as frequências do Hamiltoniano e vamos ver na Subseção B.1.3.3.

### B.1.3.3 O mapa de Wisdom e o uso de corretores simpléticos

A utilização dos corretores simpléticos foram realizadas originalmente por Tittlemore e Wisdom (1989) e Wisdom et al. 1996. Devido a utilização das chamadas coordenadas de mapeamento este método também foi chamado de mapa de Wisdom e Holman WisdomHolman1991. A grande ideia destes trabalho de WisdomHolman1991 foi aplicar a teoria da perturbação e dividir a função hamiltoniana total em duas partes: a hamiltoniana de Kepler e a Hamiltoniana das perturbações. A função hamiltoniana de Kepler está associada à interação gravitacional do planeta com a estrela principal. No entanto, a função hamiltoniana perturbada representa a soma das interações gravitacionais entre os planetas. O mapa clássico de Wisdom e Holman é baseado fortemente no princípio da média. Neste princípio é observado que os termos que oscilam rapidamente tem uma tendência a serem anulados em média, enquanto que os termos seculares ou ressonantes, que variam mais lentamente, tem contribuição significativa na hamiltoniana (Arnold, 1974). Por meio de uma escolha adequada, por uma função de Dirac, podemos filtrar os termos de alta frequência que está presente na parte perturbada da hamiltoniana e anulá-los aplicando o princípio da média. O hamiltoniana é primeiramente separado dentro de partes que atuam em escalas de tempo diferente:

$$H = H_{Kepler} + 2\pi\delta(\Omega t)_{2\pi} \epsilon H_{int}. \quad (\text{B.22})$$

A hamiltoniana de Kepler  $H_{Kepler}$ , é a interação de cada corpo com a massa central, como em um sistema de dois corpos isolados. A hamiltoniana de interação  $H_{int}$  representa a interação entre os corpos do sistema. Essa última hamiltoniana possui os termos de alta frequência, ou seja os termos de ressonância de movimento médio ou seculares.  $\epsilon$  é a ordem da perturbação ou seja a razão de massa que representa a magnitude relativa entre os hamiltonianos. A função  $\delta(\Omega t)$  é uma delta de Dirac definida por:

$$\delta(\Omega t)_{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \cos n\Omega t, \quad (\text{B.23})$$

onde  $\Omega$  é a frequência do mapa, que é da mesma ordem das frequências dos elementos orbitais. Na atuação da função delta, durante alguns intervalos de tempos, apenas os termos seculares e os keplerianos da hamiltoniana são processados. Uma derivação completa dos métodos de corretores simpléticos podem ser encontrados em Wisdom et al. (1996). No integrador WHFAST estão implementados simpléticos corretores de até décima primeira ordem que é implementada como opção padrão. Não há custos de velocidade utilizando um corretor simplético de mais alta ordem. O erro associado ao integrador é aquele devido ao fato de não resolver as equações diferenciais do movimento para o Hamiltoniano. Se a razão de massa entre os planetas e a estrela é dado por  $\epsilon$  o erro de um integrador simplético é dado por  $O(\epsilon\tau^2)$  para aqueles sem corretores simpléticos. Ao adicionar os corretores simpléticos teremos um erro da ordem  $O(\epsilon\tau^k) + O(\epsilon^2\tau^2)$ . Note que o erro é independente do tempo.

É importante observar que nos encontros próximos alguns hamiltonianos perturbativos podem se tornarem dominantes e o erro por passo de integração aumentar substancialmente. Convencionalmente alguns integradores reduzem o passo de integração durante um encontro próximo para minimizar os erros numéricos. Mas cada vez que mudamos o passo de integração o Hamiltoniano do sistema também muda e o nível de energia é trocado. Em sistemas com muitos encontros próximos o erro cresce ainda mais e destrói o caráter simplético do integrador. Por esta razão o integrador WHFAST não pode ser utilizado quando há encontros próximos. Para contornar este problema foram desenvolvidos os chamados integradores híbridos. Estes integradores híbridos são geralmente constituídos de uma parte totalmente simplética e um outro integrador não-simplético que é capaz de tratar os encontros próximos separadamente. O IAS15 é um exemplo de integrador não simplético e juntamente como o WHFAST formam um dos integradores híbridos do REBOUND, o integrador HERMES.

### B.1.4 O integrador IAS15

O IAS15 é apresentado como um integrador de décima quinta ordem, baseado na quadratura de Gauss-Radau e que pode lidar com forças conservativas e forças não conservativas ReinSpiegel2015. O especial deste integrador é que ele não é um integrador simplético. A maioria dos integradores de longo período, que integram por bilhões de órbitas do tempo de escala do sistema solar, utiliza o formalismo hamiltoniano para os sistemas planetários. A vantagem de utilizar este formalismo é que podemos dividir a hamiltoniana em partes seculares, ressonantes e keplerianas e diminuir o tempo computacional selecionando as partes da hamiltoniana que são importantes. A desvantagem de integradores simpléticos são:

- A maioria dos integradores simpléticos utiliza o sistema heliocêntrico, limitando o seu uso a sistemas que possuem um corpo relativamente mais massivo e central. Um sistema planetário contido em um sistema binário de estrelas não pode ser integrado com integradores simpléticos.
- O próprio formalismo hamiltoniano limita o uso para apenas sistemas conservativos, com atuação de forças centrais, ou escritas por um potencial. O caso de arrasto atmosférico ou pressão de radiação solar não podem ser integrados com integradores simpléticos.
- Mudanças muito rápidas nas acelerações das partículas como encontros próximos não são detectados em integradores simpléticos.

O nosso maior interesse no integrador IAS15 é que além de poder adicionar os efeitos de forças não conservativas, o integrador IAS15 tem passo adaptativo de integração. A implementação do controle de passo de integração no REBOUND é ótimo e portanto a variação no passo é em função de preservar ou otimizar a precisão da integração. Contudo, os encontros próximos entre as partículas do sistema são detectados corretamente resultando em um passo de integração menor para cada encontro.

A implementação do IAS15 no REBOUND é feita seguindo os passos do integrador Gauss-Radau do Everhart1985. O algoritmo pode ser resumido com os seguintes passos: A aceleração de um sistema dinâmico pode ser representado por uma função  $F$  que depende da velocidade  $y'$ , da posição  $y$  e do tempo  $t$ . Esta função pode ser

expandida em uma série truncada:

$$y'' = F(y', y, t) = y''_o + a_0 t + a_1 t^2 + \dots + a_6 t^7 \quad (\text{B.24})$$

Expandindo a aceleração, em termos das quadraturas de Gauss-Radau, definindo o conjunto  $h_n = (0.0562, 0.1802, 0.3526, 0.5471, 0.7342, 0.8853, 0.9775)$ ,  $h = t/dt$ ,  $dt$  é o passo de tempo de integração, e os coeficientes  $g_k$  com unidades de aceleração, temos:

$$y''[h] = y''_o + g_1 h + g_2 h(h - h_1) + g_3 h(h - h_1)(h - h_2) + \dots + g_8 h(h - h_1) \dots (h - h_7). \quad (\text{B.25})$$

O conjunto  $h_i$  são os subpassos de integração e a vantagem de usá-los é que podemos obter as acelerações  $g_k$  em cada subpasso. Por exemplo, para  $h = h_1$  o coeficiente  $g_1 = (y''[h_1] - y''[h_0])/h_1$  e assim continua a cada subpasso. Estimando  $g_k$  em cada subpasso do espaço do Gauss-Radau, podemos convertê-los nos coeficientes  $b_k = a_k dt^{k+1}$  que depende da força em todos os subpassos. E assim, calcular as posições e velocidades que podem ser escritos em função dos coeficientes  $b_k$ . A relação entre os coeficientes  $b_k$  e  $g_k$  é um sistema implícito. Isto significa que as forças dependem de posições e velocidades desconhecidas. Para solucionar este problema a implementação do IAS15 é feita com o método do tipo preditor-corretor. Assim, na primeira interação  $b_k$  são todos nulos, as partículas se movem com aceleração nula, e nas próximas interações, a força do sistema é usada para estimar as posições e velocidades mais precisas.

Uma das melhorias que o REBOUND apresenta em relação ao integrador original do Everhart1985 é a convergência do método preditor e corretor. Enquanto o Everhart se baseou em apenas experiências o trabalho de ReinSpiegel2015 calcula a convergência baseada na comparação do último coeficiente  $b_k$  da série com a aceleração total. Quando a convergência é obtida, ela é traduzida com a insignificância do maior valor de  $b_k$  em relação a aceleração total  $y''$ .

A grande inovação do integrador IAS15, em relação ao integrador original, esta na escolha automática do passo de integração. O passo de integração é controlado para manter a suavidade da aceleração dentro daquele passo de integração. Toda a análise é feita comparando o último e maior coeficiente  $b_k$  dentre todas as partículas, com a máxima aceleração dentre todas as partículas. Com esta comparação, a escolha do passo de integração é controlado por um parâmetro sem dimensão  $\epsilon \ll 1$ . A escolha do parâmetro de controle de passo  $\epsilon$ , é chamado dentro do REBOUND

de parâmetro de precisão do IAS15. O valor padrão de  $\epsilon$  do REBOUND é  $10^{-9}$  e garante uma precisão da ordem de  $10^{-16}$  na energia de alguns sistemas planetários ReinSpiegel2015. É preciso analisar com cuidado a escolha deste parâmetro de precisão porque ele está relacionado com o tempo de computacional, e um estudo foi realizado para saber qual é o melhor valor deste parâmetro para ter maior velocidade de computação e ao mesmo tempo confiabilidade nos resultados. Além disso, uma comparação do IAS15 com os integradores de Wisdom-Holman (Wisdom e Holman, 1991), Bulirsch-Stoer (Bulirsch e Stoer, 1966), o RADAU (Everhart, 1985) e o integrador de Wisdom-Holman com corretores simpléticos mostrou que o IAS15 é mais rápido e mais preciso.

## B.2 Integradores híbridos do REBOUND

Os integradores híbridos são utilizados largamente na simulação de muitos problemas dinâmicos de sistemas planetários. Os mais famosos integradores híbridos são o SyMBA (Duncan et al. (1998)) e o MERCURY (Chambers 1999). Estes integradores combinam dois diferentes integradores, em geral, um integrador altamente preciso ao lidar com os encontros próximos com outro integrador baseado nos esquemas do mapa de Wisdom-Holman. Desta forma estes integradores otimizam ambas velocidade e a precisão dos cálculos do problema de N corpos. O pacote REBOUND tem dois integradores híbridos: O integrador HERMES (Silburt et al. (2016)) e o integrador Mercurius (Rein et al. (2019)).

### B.2.1 Integrador HERMES

O integrador HERMES (Silburt et al. (2016)) é um integrador híbrido desenvolvido para simulações a longo prazo de sistemas planetários que exigem encontros próximos precisos e também pode ser utilizado para migração planetária dirigida por planetesimais. A evolução das partículas é feita principalmente usando a arquitetura do integrador WHFAST mas não no tratamento dos encontros próximos. As partículas que sofrem os encontros próximos são enviadas para um subconjunto para serem tratadas utilizando o integrador IAS15. As condições de contorno são adaptadas a cada encontro próximo e assim pode-se obter uma melhor acurácia. Essa adaptação é feita constantemente mesmo quando os encontros próximos acontecem ao longo da adaptação. Como foi dito, as coordenadas Jacobianas foram utilizadas para decompor o hamiltoniano em diversas partes mas a precisão destas coordenadas perdem a precisão quando as órbitas podem se cruzar (Silburt et al. (2016)). Em sistemas em que os encontros próximos podem ser comuns é necessário utilizar as coordenadas heliocêntricas no desenvolvimento do integrador WHFAST (veja mais detalhes em

Chambers (1999)). Por esta razão, o pacote de integração do REBOUND vem com uma versão do WHFAST modificada com esta finalidade chamada WHFastHelio.

O HERMES é dividido em dois subconjuntos de simulações: i) A simulação global: que contém todas as partículas (ativas, semi-ativas e as partículas testes) e são integradas utilizando o WHFasthelio. ii) e o conjunto simulação minimizada: contém as partículas que serão integradas com o IAS15. A estratégia utilizada por Silburt et al. (2016) é que em um encontro próximo todas as partículas são copiadas para a simulação minimizada. Integra-se às partículas da simulação global em um passo de tempo  $dt$  com o WHFasthelio. Para os encontros próximos que são identificados em acontecer em  $dt$  a simulação minimizada é integrada com o IAS15. O último passo é integrar a simulação global e atualizar no caso da ativação da simulação minimizada. E como ocorre a identificação de cada encontro próximo? Defini-se o parâmetro  $f_H$  que é chamado de fator de troca de Hill (Silburt et al. (2016)). Uma superfície esférica é construída para cada partícula utilizando o raio de Hill  $r_H$  e o parâmetro de troca de Hill. Este parâmetro é definido para todas as partículas com exceção do corpo central. Para o corpo central é considerado apenas o raio físico definido por  $f_\Theta$  em Silburt et al. (2016). A definição de um encontro próximo é quando duas superfícies esféricas se sobrepõem. Porém, os encontros próximos entre as partículas semi-ativas e não ativas não podem acontecer porque elas não enxergam uma às outras na simulação. Uma das aproximações realizadas pelo HERMES é que na simulação minimizada existem forças sintéticas que simulam os respectivos efeitos que estas partículas sentiriam na simulação global. Esse procedimento é realizado por interpolação linear das forças de todas as partículas que usam o valor inicial e final da simulação global.

O integrador HERMES possui um controle de erros que depende do passo de integração e do fator de troca de Hill da partícula. Se uma partícula se move a uma distância  $d = f_H dt$  existe uma chance de a partícula perder algum dos encontros próximos. O algoritmo para contornar este erro é baseado na escolha de um valor adaptativo do fator de troca  $f_H$  (veja mais detalhes em Silburt et al. (2013)):

$$f_H = 4 \max \frac{\Delta v_{i,j,max} dt}{r_{H,i} + r_{H,j}}. \quad (\text{B.26})$$

Para obter este valor do fator de troca de Hill é preciso desenhar um trajetória das partículas no espaço de fase considerando a longitude do pericentro variando entre  $(0, 2\pi)$  e ignorando a inclinação. O anel é formado e ele tem um raio interno e

um raio externo em relação ao corpo central. O encontro próximo é redefinido na coração entre os seus raios interno e externo dos anéis individuais das partículas  $i$  e  $j$ . A velocidade relativa máxima ( $\Delta v_{i,j,max}$ ) entre a partícula  $i$  e  $j$  é calculada considerando apenas o semieixo maior e a excentricidade das partículas. Esta grandeza então é comparada com a soma dos raios de Hill das partículas  $i$  e  $j$ ,  $r_{H,i}$  e  $r_{H,j}$  respectivamente. Para evitar que o valor de  $f_H$  seja muito pequeno ele tem um valor igual a 3 na configuração padrão do HERMES e um estudo preliminar deve ser realizado para ligar o fator de troca adaptativo.

## B.2.2 Integrador MERCURIUS

O integrador MERCURIUS é uma integrador híbrido e simplético implementado no REBOUND. Estes tipos de integradores são largamente utilizados para tratar a dinâmica planetária com colisões e acreção de massa. Um dos mais famosos integradores é o MERCURY. Um integrador híbrido também simplético que atinge altas precisões, mesmo durante os encontros próximos, porque utiliza um esquema de integração em alta ordem para tratar estes encontros. Fora dos encontros próximos, apenas o padrão mapa de Wisdom e Holman é utilizado fazendo assim uma execução mais simples e mais precisa. O integrador MERCURIUS é na verdade uma adaptação do MERCURY mas com algumas modificações importantes, principalmente no que diz respeito a original função polinomial de troca utilizada no integrador clássico do MERCURY pela qual foi descoberta incorreta (Rein et al. (2019)). A divisão do Hamiltoniano pode ser realizada nas seguintes partes (Rein et al. (2019)):

$$H = H_0 + H_k + H_I + H_J. \quad (\text{B.27})$$

Em que:

$$H_0 = \frac{P_0^2}{2M}, \quad (\text{B.28})$$

$$H_K = \sum_{i=1}^N \left( \frac{P_i^2}{2m_i} - \frac{Gm_0m_i}{Q_i} \right) - G \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{Q_{ij}} (1 - K(Q_{ij})), \quad (\text{B.29})$$

$$H_I = -G \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N \frac{m_i m_j}{Q_{ij}} K(Q_{ij}), \quad (\text{B.30})$$

e

$$H_J = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{P}_i^2}{2m_0}. \quad (\text{B.31})$$

Em que uma função  $K(r)$  depende apenas da distância entre cada par de partículas e será cancelada quando aplicada a Equação B.27 deixando a evolução do sistema inalterada. A função  $K$  é chamada de função de separação do Hamiltoniano. Mais uma vez  $H_0$  descreve o movimento do centro de massa,  $H_K$  descreve o movimento Kepleriano dos planetas,  $H_I$  é o termo que leva em conta as interações entre os planetas e o termo  $H_J$  é responsável pelo movimento baricêntrico da estrela. Para resolver as equações do movimento é utilizado o esquema simplético que nós vimos acima usando o operador hamiltoniano. Portanto, a construção dos operadores pode ser representado conforme Yoshida (1990) de forma arbitrária. O MERCURY por exemplo utiliza a seguinte operação:

$$h_{WH}(dt) = h_I(dt/2) \circ h_j(dt/2) \circ h_I(dt/2) \circ h_0(dt) \circ h_k(dt) \circ h_j(dt/2) \circ h_I(dt/2). \quad (\text{B.32})$$

Para retornar o mapa de Wisdom e Holman é preciso colocar  $K = 1$ . Note que o mapa de Wisdom-Holman não realiza integrações com precisão durante encontros próximos porque os comutadores do hamiltoniano são grandes e geram erros também enormes. Chambers (1999) sugeriu então usar uma função não constante para  $K$  que pode ter mais precisão para encontros próximos, e esta escolha é a base do integrador MERCURY. A ideia é que escolhendo uma função  $K$  adequada pode-se manter o Hamiltoniano de interação relativamente pequeno durante os encontros próximos entre os planetas. Ao derivar as equações de Hamilton para o movimento característico do Hamiltoniano  $H_K$ , temos (Rein et al. 2019):

$$\vec{Q}_i = \vec{V}_i, \quad (\text{B.33})$$

$$\dot{\vec{V}}_i = -\frac{Gm_0}{Q_i^3} \vec{Q}_i - G \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{Q_{ij}^3} (1 - K(Q_{ij}) - Q_{ij} K'(Q_{ij})) \vec{Q}_{ij}. \quad (\text{B.34})$$

As Equações B.33 e B.34 foram obtidas levando em consideração restrições no gradiente de  $K(Q_{ij})$  (veja detalhes em Rein et al. (2019)). Rein et al. (2019) notaram que de forma surpreendente que os termos da função  $K'(Q_{ij})$  não estão presentes no código do MERCURY. O MERCURY então está resolvendo uma equação com

uma função do tipo:

$$\dot{\vec{V}}_i = -\frac{Gm_0}{Q_i^3} \vec{Q}_i - G \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{m_j}{Q_{ij}^3} (1 - L(Q_{ij})) \vec{Q}_{ij}. \quad (\text{B.35})$$

Em que  $L(r)$  é uma função do tipo:

$$L(r) = K(r) + rK'(r). \quad (\text{B.36})$$

Para portanto recuperar exatamente o esquema de integração do MERCURY é preciso utilizar uma função polinomial  $L(r) = L_{MERC}(y)$  dada por:

$$L_{MERC}(y) = 0, y \ll 0 \quad (\text{B.37})$$

$$L_{MERC}(y) = 10y^3 - 15y^4 + 6y^5, 0 < y < 1 \quad (\text{B.38})$$

$$L_{MERC}(y) = 1, y \gg 1. \quad (\text{B.39})$$

Em que  $y$  é uma função que depende do raio relativo de dois corpos e de alguns múltiplos do raio de Hill <sup>4</sup> que é chamado de raio crítico de troca ( $r_{cri}$ ), a função  $y$  é portanto:

$$y = \frac{r - 0.1r_{cri}}{0.9r_{cri}}. \quad (\text{B.40})$$

Isto significa que a função  $L$  é ajustada por uma função polinomial toda vez que a posição relativa entre duas partículas estiver em menor que  $r_{cri} < 1$ . Rein et al. (2019) propuseram que para investigar a qual correspondente Hamiltoniano o original código do Mercury está integrando, é preciso resolver a equação diferencial mostrada na Equação B.36. Resolvendo esta equação diferencial Rein et al. (2019) mostraram que a função  $K$  não é exatamente nula em  $r = 0.1r_{cri}$ , o que significa que há uma contribuição finita da interação do Hamiltoniano de interação para qualquer escolha  $r > 0$ . Portanto, a função  $K$  escolhida pelo MERCURY não despreza totalmente a interação dos outros corpos durante os encontros próximos como esperado na formulação original de Chambers 1999. Além disso, em algum regime intermediário ( $r = 0.8r_{cri}$ ) existe alguma força repulsiva não física entre as partículas. É importante dizer que apesar dessa inconsistência na derivação das equações do movimento, o algoritmo do MERCURY está resolvendo o sistema Hamiltoniano original mas no limite em que o passo de integração tende a zero.

Para corrigir estas inconsistências, Rein et al. (2019) propuseram chamar  $L(r)$  como

---

<sup>4</sup>O valor de  $r_{cri}$  também depende do sistema adotado

a função de troca. Assim, a função de troca correspondente ao Hamiltoniano, ou seja,  $K(r)$  pode sempre ser calculada a partir da Equação B.36. Portanto na nova formulação do MERCURY, pela a equipe do Rein et al. (2019), chamada de MERCURIUS, foi realizado uma busca por funções de troca que correspondem a alta precisão. A motivação foi corrigir a interpretação heurística aplicada no código original do MERCURY. Os testes foram realizados para encontros próximos entre dois planetas gigantes. Eles mostraram que a função degrau é uma boa candidata a função de troca. Esta função traz boas propriedades se os valores da função de troca não mudam durante o passo de integração. A introdução desta função fornece uma mesma precisão em encontros próximos realizados pelo MERCURY mas com simulações mais rápidas.



## APÊNDICE C - Interpolação numérica para o Problema de N-corpos

Nós utilizamos a interpolação numérica do tipo splines (veja Wolber (1988) para uma revisão completa) para reproduzir com exatidão algumas das evoluções dinâmicas de planetas gigantes realizadas por Gomes et al. (2018). Nós optamos por interpolar os elementos keplerianos de cada planeta, entre eles estão o semieixo maior, a excentricidade e os ângulos orbitais que definem a órbita no espaço, inclinação, a longitude do periélio, a longitude do nodo e a longitude média. Entre estes ângulos, a longitude média é geralmente um ângulo que varia muito rápido e portanto um método diferenciado deve ser realizado para aproximar a dinâmica sintética da interpolação com a dinâmica real. Com todos os elementos keplerianos interpolados, decidimos então convertê-los em coordenadas heliocêntricas e calcular a força gravitacional newtoniana que cada planeta exerce nos outros objetos da nossa simulação. Nesta seção, vamos apresentar a formulação teórica das splines e também a nossa aplicação para interpolar os elementos keplerianos de um banco de dados uniforme com uma determinada resolução temporal.

### C.1 Formulação teórica da interpolação

O propósito desta seção é apresentar a fundamentação teórica da interpolação cúbica conhecida como splines. Toda vez que lidamos com uma interpolação do tipo splines alguns critérios devem ser satisfeitos para garantir que estas funções cúbicas passem através dos pontos de um banco de dados qualquer. Estes critérios, na verdade, estabelecem uma conexão entre os pontos de um banco de dados que conhecemos (por exemplo os elementos orbitais de cada planeta) e os coeficientes desconhecidos que definem a spline. Estes coeficientes são dados em função das primeiras e das segundas derivadas. Uma vez que estes coeficientes são expressos em funções das primeiras e segundas derivadas eles podem ser determinados. A interpolação pode ser utilizada para dados que são uniformes ou não uniformes. A definição de um função spline pode ser encontrada em Wolberg (1988) e pode ser escrita na forma:

**Definição .1** (Função spline). *Seja  $f(x)$  uma função spline que interpola um intervalo discreto do tipo  $x_0 < x_1 < \dots < x_k$  tal que  $f(x_k) = y_k$ . A função  $f(x)$  consiste de  $n - 1$  polinômios de ordem 3 ( $f_k$ ) definida para cada subintervalo  $[x_k, x_{k+1}]$  e cada curva polinomial  $k$  tem a forma:*

$$f_k(x) = A_k (x - x_k)^3 + B_k (x - x_k)^2 + C_k (x - x_k) + D_k. \quad (\text{C.1})$$

Os coeficientes  $A_k$ ,  $B_k$ ,  $C_k$  e  $D_k$  são escritos em função das derivadas e dos subin-

tervalos  $\Delta y_k = y_{k+1} - y_k$ ;  $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ , de tal forma que:

$$A_k = \frac{1}{\Delta x_k^2} \left( -2 \frac{\Delta y_k}{\Delta x_k} + y'_k + y'_{k+1} \right) \quad (\text{C.2})$$

$$B_k = \frac{1}{\Delta x_k} \left( 3 \frac{\Delta y_k}{\Delta x_k} - 2y'_k - y'_{k+1} \right) \quad (\text{C.3})$$

$$c_k = y'_k \quad (\text{C.4})$$

$$d_k = y_k \quad (\text{C.5})$$

Estes coeficientes são encontrados impondo os vínculos de continuidade da função  $y_k$  e suas derivadas de primeira e segunda ordem.

Como nós vimos na Definição 1, as funções cúbicas são dadas em termos das derivadas e dos pontos do nosso banco de dados. Quando as derivadas não são conhecidas elas podem ser calculadas utilizando por meio de uma matriz tridiagonal que relaciona as derivadas não conhecidas com os pontos posição dados no nosso banco de dados. Essas derivadas podem ser encontradas em Wolberg (1988).

## C.2 Adaptação do REBOUND para a interpolação

É bem conhecido que a evolução dinâmica de dois sistemas planetários quase-identicos (ou seja, a configuração orbital inicial de um sistema é infinitesimalmente diferente da do outro sistema planetário) e com mais de dois corpos podem apresentar evoluções bem distintas por causa do fator de caos. Mas por diversas razões, é desejável estudar um sistema de N-corpos sobre a influência gravitacional e/ou perturbação de outros corpos que reproduzem uma mesma evolução dinâmica. Como mesma evolução dinâmica queremos dizer que a função temporal de qualquer elemento orbital durante a integração siga exatamente uma função pré-determinada ou presente em um banco de dados. Por exemplo, a função temporal do semi eixo maior de um corpo,  $a(t)$ , deve ter o mesmo ou aproximado comportamento de uma função semieixo maior  $A(t)$  do mesmo corpo mas já determinado em um banco de dados. Uma das estratégias para realizar este estudo é aplicar a definição 1 da interpolação por splines e encontrar as funções polinomiais que se ajustam as funções de um banco de dados com as órbitas destes corpos. Para aplicar esta estratégia, em um integrador de N-corpos, nós vamos aproveitar a vantagem da praticidade do integrador REBOUND de adicionar forças gravitacionais e não gravitacionais e adaptar esse código para a cada passo de integração ler o banco de dados da órbita de um corpo, calcular os coeficientes da Eq. c2-c5 e traçar as splines Eq.c1, e calcular

a aceleração gravitacional desse corpo nas outras partículas que são adicionadas de forma usual no integrador.

A precisão do procedimento de interpolação depende da resolução temporal do banco de dados das órbitas dos corpos que são interpoladas. A resolução temporal é o espaçamento  $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ , se os dados foram igualmente espaçados no tempo a resolução temporal é um valor constante. Quanto menor a resolução temporal melhor é o ajuste dos coeficientes porque maior é a quantidade de pontos mas no entanto a leitura pode ser computacionalmente custosa. Portanto, a resolução dos dados depende da precisão que é desejada para um sistema específico. Para realizar este procedimento de interpolação no caso de órbitas, devemos ter um procedimento alternativo para o caso de ângulos orbitais que variam muito mais rápido que a resolução temporal. Nós explicaremos este procedimento alternativo ainda nesta seção. Nesta seção, também vamos apresentar o algoritmo que nós usamos para adicionar o interpolador no REBOUND e também apresentar algumas aplicações com discussões sobre a resolução e a precisão do nosso interpolador para estudar a dinâmica do disco de planetesimais no modelo de Nice.

### C.2.0.1 Algoritmo

O nosso banco de dados foi dividido em diversos blocos de arquivos e cada bloco individual representa um corpo (planeta, embrião planetário, planetesimal, ou qualquer outro corpo). Cada corpo é tratado como um objeto que possui os seguintes atributos: massa, semi eixo maior, excentricidade, inclinação, longitude do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ). Nós chamamos o objeto corpo de *Bodies* nas linhas de código. Nós criamos mais duas estruturas a *C\_Bodies* e a *event*, estas estruturas são responsáveis por localizar eventos como colisões que resultaram em acreção e ejeção de um corpo. O objeto *event* tem dois atributos que são o tempo de ocorrência da ejeção ou colisão com acreção e o índice do corpo que sofreu este evento e deve ser eliminado. A estrutura *C\_Bodies* tem apenas um atributo que é o *C\_elimination* e ele é uma flag para que seja acionada caso o corpo seja ejetado ou não recebendo os valores 0 e 1 respectivamente. Portanto, a fase de leitura e de inicialização dos blocos de arquivos com os planetas e eventos são demonstrados abaixo em um código de linguagem em C:

```
Type_Var  **Bodies [NBODIES];
Type_Const C_Bodies [NBODIES];

int main(int argc, char* argv [])
```

```

{

for (int i=0;i<NBODIES;i++)
{
    Bodies [ i ] = sintetico ( argv [ i + 1 ], i );
    C_Bodies [ i ]. C_elimination = 1;

}
    event = read_evento ( argv [ NBODIES + 1 ] );
    ....

    r->additional_forces = interpol_force;

}
...

```

Note que existe uma função chamada `sintético` que absorve os parâmetros dos arquivos e o índice do corpo. A função `sintético` tem três objetivos principais: O primeiro é ler os atributos do objeto `Bodies` e organizá-los em matrizes de estruturas. O segundo objetivo é calcular a matriz tridiagonal das derivadas necessárias utilizando o banco de dados com os atributos dos corpos. Note que até o momento, estes procedimentos podem ser feitos antes da integração porque só dependem dos dados de cada planeta. A terceiro objetivo da função “`sintético`” é feito durante o tempo real da integração, ou seja, em cada passo de integração. Durante a integração, a função `sintético` calcula os coeficientes mostrados nas equações de c2-c5 e a função spline da Eq. c1. As linhas de código da rotina `sintético` cumprindo esse objetivo é mostrado abaixo:

```

Type_Orb look ( double t , Type_Var line [ ] , int Max , double mi , int parti )
{
    ...
    if ( t == line [ Max - 1 ]. T ) i = Max - 2;
        dt = line [ i + 1 ]. T - line [ i ]. T;
        mi = mi * ( planet_mass [ 0 ] + ( line [ i ]. Mass * planet_mass [ 0 ] ) );
        x.Mass = line [ i ]. Mass; // (kg)
        for ( j = 0; j < 6; j ++ )
        {
            a = ( line [ i + 1 ]. s [ j ] - line [ i ]. s [ j ] ) / ( 6 * dt );

```

```

    b=line [ i ]. s [ j ]/2;
    c=(line [ i +1].x [ j ]-
    line [ i ]. x [ j ])/ dt -(2*dt*line [ i ]. s [ j ]+line [ i +1].s [ j ]* dt )/6;
    d=line [ i ]. x [ j ];
    y [ j ]=a*pow (( t-line [ i ]. T ),3)+b*pow (( t-line [ i ]. T ),2)
    +c*(t-line [ i ]. T)+d;
}
...
}

```

A terceira etapa da função “sintético” portanto deve ser chamada dentro da função “additional\_forces”. Essa função é chamada na função principal e ela pode adicionar as acelerações gravitacionais dos corpos inicializados no REBOUND acelerações extras. Vamos usar dessa possibilidade para calcular as acelerações gravitacionais dos corpos interpolados nas outras partículas que foram inicializadas dentro do integrador REBOUND. Um trecho dessa função pode ser visualizada abaixo:

```

void interpol_force(struct reb_simulation* r)
{
    ...

    Type_Orb Corpos[NBODIES];
    Type_Var_pos_vel xv_Bodies[NBODIES];
    for (cevent=0;cevent<event [0].Max;cevent++)
    {
        deltat=fabs ( event [ cevent ]. time-time );
        if ( deltat<step)
            C_Bodies [ event [ cevent ]. num ]. C_elimination=0;
    }

    for (k=0;k<NBODIES;k++)
    {
        Corpos [k]=
        look ( time , Bodies [ k ] , C_Bodies [ k ]. Max , r->G , k );
        // change => mi to r->G warning !!
        C_Bodies [ k ]. mi=r->
        G*( planet_mass [ 0 ] +

```

```

( Corpos[k].Mass*planet_mass[0] );
xv_Bodies[k]=sin_convert(Corpos[k],3,C_Bodies[k].mi);
...

for(int i=1;i<r->N;i++)
{
    dxl = particles[i].x - xv_Bodies[k].pos[0];
    dyl = particles[i].y - xv_Bodies[k].pos[1];
    dzl = particles[i].z - xv_Bodies[k].pos[2];
    _r = sqrt(dxl*dxl + dyl*dyl + dzl*dzl);
    if(_r<=C_Bodies[k].soft) success =
    reb_remove(r, i, keepSorted);

    // Remove the particles
    prefact = -G*Corpos[k].Mass/(_r*_r*_r);
    prefact=prefact*C_Bodies[k].C_elimination;
    particles[i].ax += prefact*dxl;
    particles[i].ay += prefact*dyl;
    particles[i].az += prefact*dzl;

}
}
}

```

Note que durante a chamada da função “additional\_forces”, a função procura se houve algum evento de ejeção ou merge e se sim o flag do corpo  $k = event[cevent].num$  associado por “C\_Bodies[].C\_elimination” é zero. Essa estratégia foi adotada porque durante o merge geralmente os dois blocos de arquivo que representam os corpos envolvidos neste evento passam a exibir os mesmos elementos keplerianos depois do merge. Então um desses corpos recebe “C\_Bodies[].C\_elimination” igual a zero e a interpolação ainda é feita mas esse corpo não contribui mas com as acelerações gravitacionais. Nós removemos as partículas que colidem com os planetas interpolados utilizando os seus raios físicos representados pela variável “C\_Bodies[k].soft”

Em especial, a longitude média é um ângulo que geralmente varia muito rapidamente dentro de um período orbital de um corpo. E para uma resolução temporal que supera alguns períodos orbitais precisamos utilizar um método complementar e

diferenciado para interpolar a longitude média. Nós calculamos o número de órbitas entre duas sucessivas saídas, usando a frequência orbital (ou movimento médio,  $n$ ) para obter o período orbital médio que é ligeiramente ajustado para concordar com a posição original do corpo presente no banco de dados. O período orbital médio é usado para calcular a variação rápida da longitude média em um passo de tempo. As linhas de código que implementam essa estratégia são mostradas abaixo:

```

M=QCK(y[5]-y[4]);
  n=sqrt(mi/y[0]/y[0]/y[0]); //n in rad/yr
  t1=TWOPI/n;
  norb = (line[i+1].T-line[i].T)/t1;
  t1 = (line[i+1].T-line[i].T)/(norb+1);
  p=(t-line[i].T)/(line[i+1].T-line[i].T);
  norb=p*(norb+1);
  t0=line[i].T+t1*norb;
  Tau=t0-M/n; // tau in yr
  t1=(t-Tau); // t in yr
  M = QCK(n*t1); // M=n(t-tau)
  x.y[5] = QCK(M + y[4]); // lambda = M + varpi

```

### C.3 Limitações da interpolação

A interpolação de algum elemento orbital de um corpo é uma aproximação que depende da resolução temporal do elemento orbital. No entanto, as órbitas interpoladas não são modificadas pelos outros corpos do sistema. E portanto, isso violaria a terceira lei de Newton e as aplicações dessa estratégia devem ser usadas com muito cuidado. Essa estratégia é em geral uma boa aproximação em sistemas gravitacionais em que pequenos corpos sofrem a influência de corpos mais massivos interpolados. Como por exemplo, o estudo dinâmico da perturbação de um disco de planetesimais sobre a influência de planetas gigantes do Sistema Solar. Mesmo neste caso, nós perdemos alguns efeitos, em interações a longo prazo, porque secularmente o número grande de encontros próximos com planetesimais, de algumas poucas massas de Plutão, podem causar alterações orbitais significativas nos deslocamentos radiais, nas excentricidades e inclinações dos planetas gigantes e nos planetesimais (Fernandez 1999). Estes deslocamentos radiais podem acontecer de diversas formas devido a baixa possibilidade de repetidos encontros próximos acontecerem da mesma forma. Com a interpolação, nós mantemos a evolução idêntica e em casos de sistemas tipo o Sistema Solar, e como a evolução é uma consequência de encontros próximos, nós estamos dizendo que os encontros próximos são sempre os mesmos. Existe uma pro-

babilidade muito baixa de isso acontecer embora não nula. Em alguns casos, para evitar um número grande ou mesmo impraticável de simulações para obter uma determinada evolução dinâmica a interpolação é uma estratégia para diminuir os gastos computacionais.

### **C.3.1 Aplicações e testes da interpolação**

Esse método de interpolação foi aplicado em todos os sistemas planetários que estudamos nesta Tese. Essas aplicações foram feitas por exemplo para o estudo da formação do cinturão frio de Kuiper (Capítulo 6), para a obter a estrutura dinâmica do disco de planetesimais original, para a reprodução de propriedades do gás protoplanetário (Capítulo 4) e o esculpimento do disco de planetesimais primordial. Portanto, realizamos alguns testes para comparar a dinâmica de sistemas planetários interpolados com o seu original.

## **C.4 Interpolação do modelo do Júpiter-Saltitante**

Nesta seção, mostramos três evoluções dinâmicas do modelo de Nice atual e analisamos os efeitos dinâmicos dos planetas gigantes do Sistema Solar no disco de planetesimais, durante a instabilidade dos planetas gigantes. As integrações foram realizadas interpolando as órbitas planetárias de uma evolução dinâmica do modelo de Nice realizada por Gomes et al. (2018). A interpolação das órbitas é lida no integrador de N-corpos do REBOUND e então são calculadas as forças gravitacionais que atuam em cada partícula do disco de planetesimais devido aos planetas gigantes.

### **C.4.1 Planetas gigantes**

O sistema planetário que nós escolhemos para analisar os efeitos dinâmicos do modelo de Nice possuem inicialmente cinco planetas gigantes: Júpiter, Saturno e três planetas gigantes de gelo (Ice1, Ice2 e Ice3) com massas iguais a de Netuno. Os planetas estão inicialmente em três configurações multi ressonantes diferentes. Mas todas elas têm em comum o fato de Júpiter e Saturno estarem em uma ressonância de movimento médio do tipo 3:2. Essa configuração geralmente leva a uma evolução mais violenta resultando na ejeção de pelo menos um dos planetas gigantes e também em condições mais excêntricas para os planetas gigantes de gelo durante a instabilidade planetária (Nesvorny e Morbidelli, 2012). Nós definimos Netuno como o planeta gigante de gelo que sobreviveu a instabilidade planetária mas que possui a órbita mais distante em relação ao Sol. A simulação é chamada de MN1 e os elementos orbitais estão apresentados na Tabela c.1. Esses elementos orbitais e os outros

ângulos orbitais, como por exemplo, a longitude média, foram obtidos por uma fase preliminar com a presença de um disco de gás em simulações hidrodinâmicas. Esse procedimento foi realizado para obter as órbitas compactas e multi-ressonantes dos planetas gigantes. As massas de Júpiter e Saturno foram tomadas como suas massas atuais e as massas dos três planetas gigantes de gelo são inicialmente de  $4.5 \times 10^{-3}$  massas solares. Como não é nosso objetivo realizar simulações compatíveis com o LHB e também para evitar custos computacionais, nós usamos os casos que são instáveis em torno de 20-30 milhões de anos. As condições iniciais dos planetas gigantes, que caracterizam a simulação MN1, são mostradas na Tabela C.1.

Tabela C.1 - Simulação MN1: Condições iniciais dos planetas gigantes

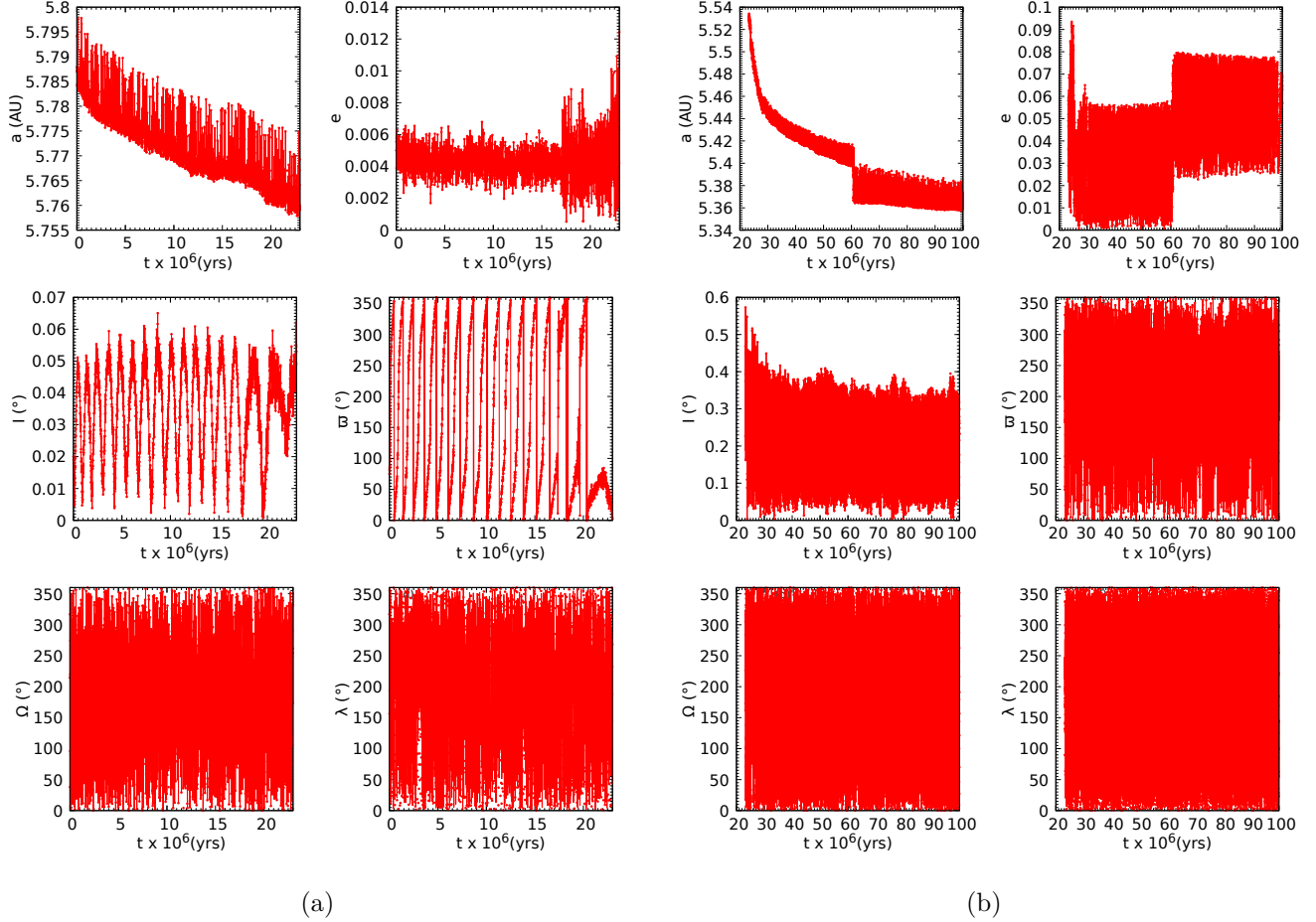
Corpos	Semieixo maior (UA)	Excentricidade	Inclinação (°)
Jupiter	5.718	0.017	0.157
Saturno	7.521	0.062	0.336
Ice1	9.952	0.017	0.632
Ice2	11.264	0.008	0.984
Ice3	12.623	0.009	0.221

fonte: Produção do Próprio Autor.

Na Figura C.1, nós usamos mostramos a interpolação da órbita de Júpiter definida pelos seis elementos keplerianos : semi eixo maior, excentricidade, inclinação, longitude do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ). A interpolação foi realizada por um banco de dados que continha a evolução de cinco planetas gigantes e um disco de planetesimais dentro o que chamamos de modelo ?Jumping Jupiter? (Brasser et al. (2019)). A resolução temporal do nosso banco de dados que contém as órbitas é de 10 mil anos. O painel da Figura C.1 (a) mostra a evolução de Júpiter, antes do seu salto em semieixo maior ou antes da instabilidade planetária e da ejeção de um gigante de gelo. O painel (b) da Figura C.1 mostra a evolução de Júpiter depois da instabilidade planetária. Os pontos em vermelho são os pontos originais da evolução retirada no nosso banco de dados enquanto que a curva em vermelho é a evolução interpolada. Observe que as ambas as evoluções são quase indistinguíveis.

A Figura C.2 (a) painel superior mostra as evoluções do periélio ( $q$ ), semieixo maior ( $a$ ), e afélio ( $Q$ ) como uma função do tempo para os cinco planetas gigantes. Os cinco planetas são quase-estáveis, por cerca de 20 milhões de anos, enquanto eles estão presos em uma cadeia de ressonância de movimento médio do tipo (3:2,4:3,3:2,4:3). A evolução é marcada por algumas fases principais: a migração suave dirigida por planetesimais, a instabilidade planetária, a migração abrupta causada por encon-

Figura C.1 - Semi eixo maior, excentricidade, inclinação, longitude do periélio ( $\varpi$ ), nodo ( $\Omega$ ) e média ( $\lambda$ ) de Júpiter com a interpolação em spline (linhas vermelhas) e a evolução original (pontos em vermelho).

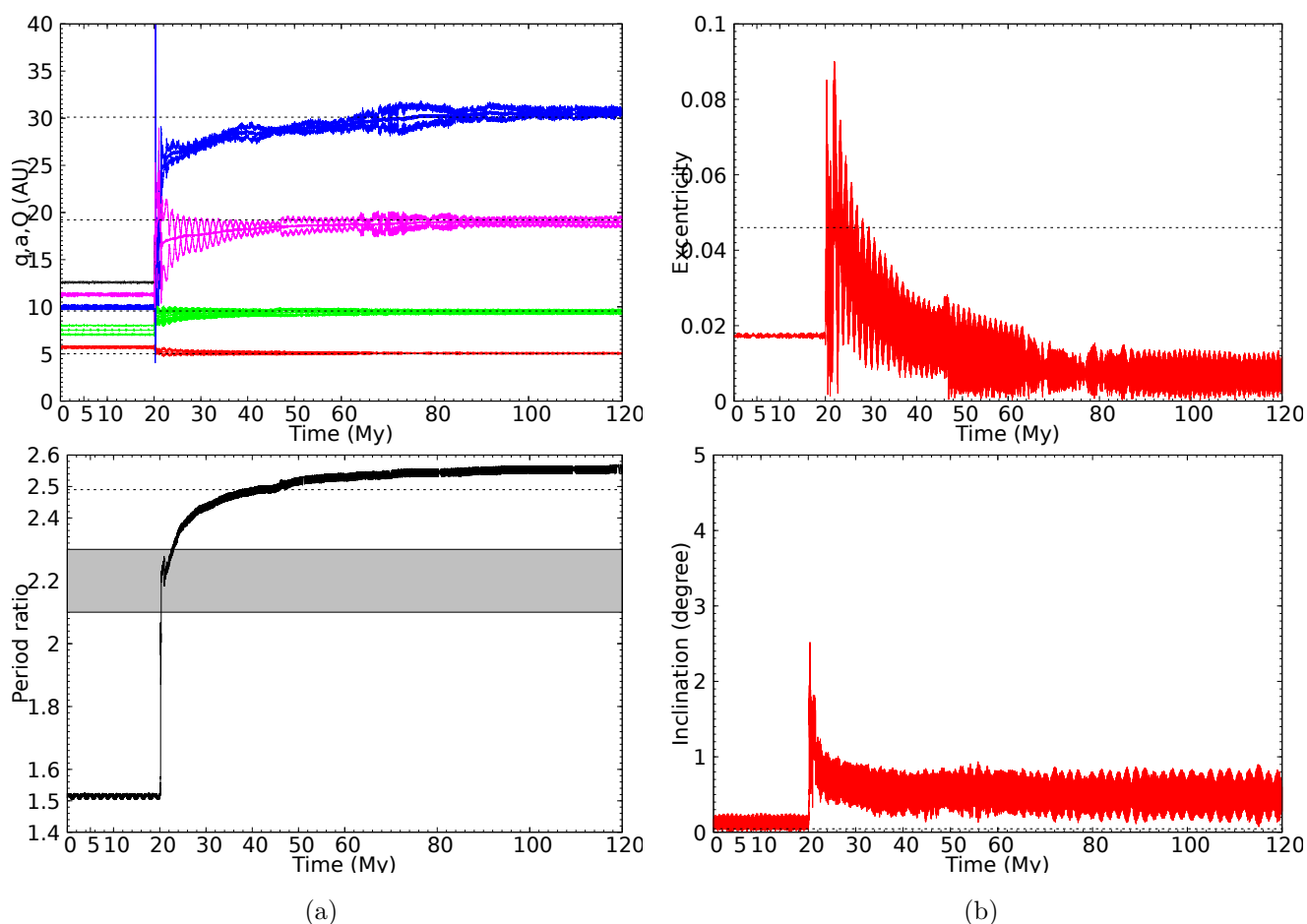


tros próximos entre os planetas gigantes, a fase de fricção dinâmica entre o disco de planetesimais e os planetas e a fase final de estabilidade. A fase de migração suave acontece durante os primeiros 20 milhões de anos da evolução dos planetas gigantes. A evolução do disco de planetesimais, que deu origem a evolução dinâmica do caso MN1, para esta fase de migração suave é mostrado na Figura C.2 (a). A migração suave é causada pela troca de momento angular entre os planetas gigantes com os planetesimais como resultado dos encontros próximos e ejeções. Como nós dissemos antes, segundo Levison et al. (2011) quando os planetas estão presos em cadeias de ressonância de movimento médio, há uma resistência a migração dirigida por planetesimais e migração pode não ser suficiente para quebrar as cadeias de ressonância. No entanto, em alguns casos de sistemas bem mais compactos, como nesta simulação, os encontros próximos planetas-planetesimais e as perturbações seculares foram

suficiente para causar ligeiros deslocamentos radiais e mudanças nas órbitas destes entes. As mudanças em excentricidades foram suficientes para que os planetas se aproximem um dos outros dando origem a uma fase de migração abrupta dirigida por encontros próximos planeta-planeta.

Na nossa simulação, a migração abrupta inicia-se em cerca de 20 milhões de anos, momento que define-se o tempo de instabilidade planetária. Logo no início dessa fase, há um encontro entre o terceiro gigante de gelo (cinza na Fig. C.2, painel superior) e Júpiter ocasionando a ejeção do gigante de gelo e o salto de Júpiter conforme o modelo de Jumping Jupiter. Na Figura C.2 (a) inferior, mostramos a razão de período entre Júpiter e Saturno. Inicialmente a razão de período entre Júpiter e Saturno é 1.5, o que corresponde a ressonância de movimento médio 3:2 entre estes planetas. Logo, após a ejeção do gigante de gelo 3 (Ice3), essa razão passa a ser aproximadamente 2.28 e está na região em cinza (região da Figura C.2 (a) inferior, definida entre as razões de período 2.1 e 2.3) que representa as ressonâncias seculares mais danosas para os planetas terrestres. Segundo, o modelo de Jumping Jupiter, essa razão deve sair da região em cinza em menos de 1 milhão de anos para que a estabilidade dos planetas terrestres não seja afetada. A fase de fricção dinâmica é presente em toda a evolução mas com uma maior ênfase quando os planetas estão afastados um dos outros e o disco de planetesimais exerce uma maior influência. A fricção dinâmica é uma fase em que há troca de energia mais frequente entre os planetas e o disco e em média as excentricidades dos planetas sofrem um decréscimo. Aos 25 milhões de anos, Netuno está ao redor de 25 AU e o sistema entra em uma fase de migração dirigida por planetesimais, mas agora livre das cadeias ressonantes. Netuno apresenta uma migração mais significativa porque está mais perto do disco de planetesimais e atinge 30 AU em torno de 60 milhões de anos. A migração dirigida por planetesimais geram planetas mais afastados um dos outros e junto com a fricção dinâmica levam os planetas a estabilidade atingindo as suas configurações atuais de semieixo maior. A simulação é interrompida em 120 milhões de anos. Na Figura C.2 superior e inferior mostramos a excentricidade e inclinação de Júpiter durante a evolução com os planetas gigantes e do disco de planetesimais. Observe que há uma excitação da amplitude de oscilação de Júpiter no momento da instabilidade mas há um amortecimento depois de 10 milhões de anos devido a fricção dinâmica do disco e dos planetas. Portanto, neste caso a órbita de Júpiter não foi excitada o suficiente para oscilar em torno de seu valor médio de excentricidade. O caso de inclinação é similar ao de excentricidade mas neste caso a inclinação não sofreu um amortecimento suficiente para oscilar em torno do seu valor atual.

Figura C.2 - As histórias orbitais da simulação MN1 com cinco planetas gigantes. Os cinco planetas gigantes iniciam em uma configuração em uma cadeia de ressonância de movimento médio do tipo (3:2, 4:3, 3:2, 4:3). Painel superior (a) mostra o semieixo, periélio e afélio da órbita de cada planeta. As cores em vermelho e verde mostram os casos de Júpiter e Saturno, respectivamente, enquanto que as cores em azul, rosa e cinza mostram as órbitas dos planetas gigantes de gelo Ice1, Ice2 e Ice3. A linha tracejada, em preto, mostra o valor do semieixo maior de cada planeta gigante do nosso presente Sistema Solar. Painel inferior (a) mostra a razão de períodos orbitais entre Júpiter e Saturno, a atual razão de período é 2.49 mostrada na linha preta tracejada. A região sombreada em cinza mostra a região onde as ressonâncias seculares ocorrem no Sistema Solar interno. Os painéis inferior e superior (b) mostram a inclinação e a excentricidade de Júpiter, respectivamente. As linhas tracejadas mostram a excentricidade e inclinação médias de Júpiter.



## C.4.2 Disco de planetesimais

O disco de planetesimais está localizado entre a localização inicial do mais externo planeta gigante e 45 unidades astronômicas. A densidade superficial inicial do disco é  $\Sigma(r) \propto 1/r$  e o disco é modelado como uma coleção de 4,000 corpos de massas iguais. Como a massa total do disco foi escolhida como sendo  $M_{disk} = 35M_{Terra}$ , então cada planetesimal tem cerca de 4 massas de Plutão. As excentricidades foram escolhidas de forma aleatória entre 0 e 0.002. As inclinações foram inicialmente nulas e os outros ângulos orbitais foram escolhidos aleatoriamente entre 0 e 360 graus. As inclinações mútuas das partículas foram escolhidas serem nulas inicialmente. As simulações originais do modelo de Nice exigem que os planetesimais sejam do tipo small. Os planetesimais do tipo small não interagem entre si mas são capazes de interagir e causar influências a longo prazo com os planetas gigantes. No entanto, como nós estamos utilizando a interpolação numérica para fixar a evolução dos planetas gigantes não é necessário que os planetesimais sejam partículas do tipo small. Portanto, nós consideramos que os planetesimais sejam partículas testes e não influenciam os planetas. Embora este procedimento possa causar algumas diferenças entre os elementos orbitais dos planetesimais é uma aproximação bem razoável ao ponto que os planetas já sofreram os efeitos de um disco de planetesimais. O disco foi distribuído radialmente com uma densidade do tipo  $\rho \propto r^{-1}$ . Portanto, há muito mais partículas na borda interior do disco de planetesimais em comparação com a borda exterior. A posição das partículas do disco de planetesimais é aleatória e precisamos encontrar uma função de distribuição que obedece a densidade  $\rho$  proposta. A distribuição radial em torno de  $[r_{min}, r_{max}]$  pode ser normalizada conforme a integral:

$$\int_{r_{min}}^{r_{max}} C \frac{1}{r} dr = 1. \quad (C.6)$$

Em que  $r_{min}$  e  $r_{max}$  são as posições radiais, em relação ao Sol, da borda interior e exterior do disco de planetesimais. A constante de normalização é dada por:

$$C = \frac{1}{\ln\left(\frac{r_{max}}{r_{min}}\right)}. \quad (C.7)$$

Dada uma distribuição uniforme de números aleatórios  $y \in [0 : 1]$ . Queremos que a distribuição uniforme aleatória dada obedeça a distribuição radial com densidade

$\rho = Cr^{-1}$ . Assim:

$$y = \int_{r_{min}}^r C \frac{1}{r} dr. \quad (C.8)$$

A solução é:

$$r = r_{min} \left( \frac{r_{max}}{r_{min}} \right)^y. \quad (C.9)$$

Na Figura C.3, podemos verificar que a função de distribuição radial tem um comportamento de uma lei de potência do tipo  $\rho = Cr^{-1}$ . Observe que há mais partículas na borda interior, em 15 unidades astronômicas, e quando a distância radial é maior o ambiente é menos povoado de planetesimais.

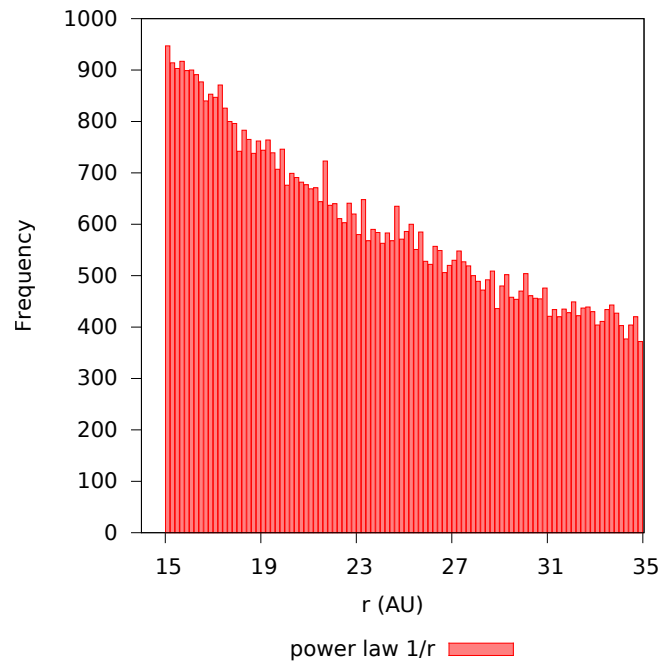


Figura C.3 - Distribuição radial das partículas do disco. Frequência das partículas em função das suas posições radiais em relação ao Sol. Um total de 60 mil partículas.

A evolução do disco de planetesimais pode ser visualizado nas Figuras C.4 e C.5. Nós separamos em duas fases principais para analisar o disco de planetesimais: antes e depois da instabilidade planetária dos planetas gigantes. A Figura C.4 mostra diversos retratos dos planetas gigantes e do disco de planetesimais, nos instantes com o tempo  $t = 0, 1, 5, 10$  e  $t = 20$  milhões de anos, nos diagramas de semieixo

maior e excentricidade (a) e semieixo maior e inclinação (b). Inicialmente nós temos um disco de planetesimais dinamicamente frio estendido de 16 até 45 AU. A região retangular em vermelho mostra a região do cinturão de Kuiper clássico (32.6-45 AU) estendido até 0.3 em excentricidade. Nesta figura, nós mostramos a evolução do disco antes da instabilidade planetária. Após 1 milhão de anos, nós podemos ver que algumas órbitas de planetesimais, localizados nas posições de ressonância de movimento médio com os gigantes de gelo, começam a sofrer oscilações de excentricidades atingindo excentricidades de até 0.15. Em 5 milhões de anos, algumas órbitas dos planetesimais atingem o periélio dos planetas gigantes de gelo e são espalhados por encontros próximos com eles atingindo excentricidades mais altas e ganhando novos valores de semieixo maior.

A reação que os planetas sofrem é muito pequena por causa da extrema dificuldade de retirar os planetas de sua ressonância de movimento médio. Apenas em 20 milhões de anos, quando há uma quantidade de objetos significativa na linha de espalhamento do Ice3, é que notamos uma perda de excentricidade do gigante de gelo 1. A perda de excentricidade é uma consequência do número alto de encontros próximos que causa uma fricção dinâmica no gigante de gelo 1 que é inicialmente o mais excêntrico. Apesar de ser um mecanismo totalmente diferente para engatilhar a instabilidade nossos resultados concordam com Levison et al . (2011) no sentido de a desestabilização do gigante de gelo mais excêntrico tem como consequência a instabilidade de uma cadeia ressonante <sup>1</sup>. Observe que durante toda a dinâmica, antes da instabilidade planetária, nenhum efeito secular ocorreu na região do cinturão de Kuiper preservando os objetos frios localizados inicialmente na região clássica entre 35-45 AU. Para as inclinações dos objetos, observe na Figura C.4 (b), a dinâmica do disco de planetesimais é similar as excentricidades mas com amplitudes diferenciadas. Em 20 milhões de anos de integração, alguns raros encontros próximos violentos entre os planetesimais e os planetas geram cerca de 5 partículas mais inclinadas em relação ao plano invariante. Uma delas chegou até 30 graus de integração.

A Figura C.5 mostra a evolução dinâmica do disco de planetesimais após a instabilidade que ocorre aproximadamente em 20.4 milhões de anos. Neste instante de tempo de início da instabilidade, podemos observar que os planetas gigantes de gelo (Ice2 e Ice3) sofrem encontros próximos bem violentos e seguem direções opostas nas suas evoluções. Um dos planetas gigantes de gelo é ejetado por um encontro

---

<sup>1</sup>Mas é importante deixar claro que a desestabilização do gigante de gelo mais excêntrico, no caso do Levison et al. (2011), era devido a uma troca de energia entre o disco de planetesimais e os planetas, quando o disco era autogravitante e localizado bem afastado dos planetas.

próximos com Júpiter e o que foi preservado é mergulhado diretamente no disco de planetesimais. Como consequência, o disco começa a ser espalhado em diversas direções em excentricidade, semieixo maior e inclinação. Os planetesimais começam ter distribuições de excentricidades entre 0.01 e 0.8 ao longo de diversas regiões em semieixo maior. As inclinações chegam a atingir 60 graus nas regiões entre os gigantes de gelo. Como mostrado em Gomes (2013), a quantidade de planetesimais entre o periélio e afélio de um planeta determina a direção de migração desse planeta. Em 25 milhões de anos, a distribuição de planetesimais entre o periélio e o afélio de Netuno (gigante de gelo mais externo) tem uma densidade quase homogênea entre estas duas regiões. O que previne uma migração significativa deste planeta durante os instantes de 25 até 30 milhões e anos. Finalmente a região entre os planetas gigantes de gelo é praticamente esvaziada e Netuno tem uma densidade maior de planetesimais em direção ao seu periélio. Com isso, Netuno migra em direção a 31 AU até a densidade de planetesimais for bem menor na região do periélio deste planeta. Essa observação levou Gomes (2013) a propor que Netuno chegou a 30 AU porque a borda externa do disco de planetesimais coincide com essa posição de Netuno. Isso acontece, em torno de 100 milhões de anos, com apenas poucos objetos capturados na região do cinturão de Kuiper. A pouca presença de planetesimais na região do cinturão de Kuiper é compatível com a pouca massa observada nesta região (dizer a massa). No entanto, a presença de planetesimais com excentricidade e inclinações baixas é um problema porque na região clássica do cinturão de Kuiper é observado centenas desses asteroides com excentricidades menores que 0.05. Na Figura C.5, painel (b), em 100 milhões de anos mostra que há também poucos objetos com inclinações menores que 30 graus na região clássica de Kuiper.

### C.4.3 Comparação entre a original e a interpolação

Nós também comparamos a excitação em excentricidade e inclinação do disco de planetesimais produzido pelas interações gravitacionais das órbitas interpoladas com o disco de planetesimais produzido pelas simulações originais. As condições iniciais da nossa simulação com a interpolação são idênticas às originais. Realizamos essa comparação antes e depois da instabilidade planetária. A Figura C.6 mostra a distribuição cumulativa de excentricidade e de inclinação,  $N(< e)$  e  $N(< I)$  respectivamente, no instante de 23 milhões de anos, antes da instabilidade planetária de uma evolução do Jumping Júpiter.. Nós mostramos para dois discos de planetesimais que sofreram a mesma evolução dos planetas gigantes mas um disco é o original (pontos em verde) e o outro disco foi gerado pela evolução interpolada (pontos em roxo). Comparando as distribuições dos dois discos vemos que eles apresentam uma

similar excitação em excentricidade (entre 0.0001 e 0.1) e em inclinação (entre 0.001 e 40 graus). No entanto, o disco gerado pela interpolação tem menos partículas com excentricidades mais altas do que o disco gerado pela simulação original. O oposto acontece com a inclinação, o disco gerado por interpolação tem mais planetesimais com inclinações mais altas que o disco gerado pela simulação original. Mas as diferenças são pequenas e podem estar associadas com o caos do próprio sistema. O que é mais importante é que o disco apresenta semelhante excitação em ambos os discos.

A mesma comparação também foi feita aos 34 milhões de anos entre os dois discos de planetesimais na Figura C.7. Mais uma vez, a excitação dos dois discos de planetesimais em inclinação e excentricidades foram semelhantes. O disco original um pouco mais excitado em excentricidade e o oposto para o disco gerado pela interpolação.

Portanto, não se perde os efeitos dinâmicos gerais do disco de planetesimais quando nós utilizamos a interpolação com uma resolução de 10 mil anos. Embora se apresente com pequenas diferenças entre as excitações em excentricidade e inclinação dos discos de planetesimais.

Figura C.4 - Retratos dinâmicos dos planetas gigantes e do disco de planetesimais para a simulação MN1, antes da instabilidade. As dimensões e as massas dos corpos são apresentadas pelo tamanho dos pontos no gráfico. Os círculos em preto representam Júpiter e Saturno, os círculos em laranja representam os três planetas gigantes de gelo (Ice1, Ice2 e Ice3). O disco de planetesimais (círculos em azul) tem inicialmente 4000 planetesimais com massas iguais e tem uma massa total de 35 massas da Terra. O Painel (a) mostra diversos retratos entre 0 e 20 milhões de anos do diagrama de excentricidade e semieixo maior. O Painel (b) mostra o diagrama de inclinação e semieixo maior para os mesmos instantes de tempo.

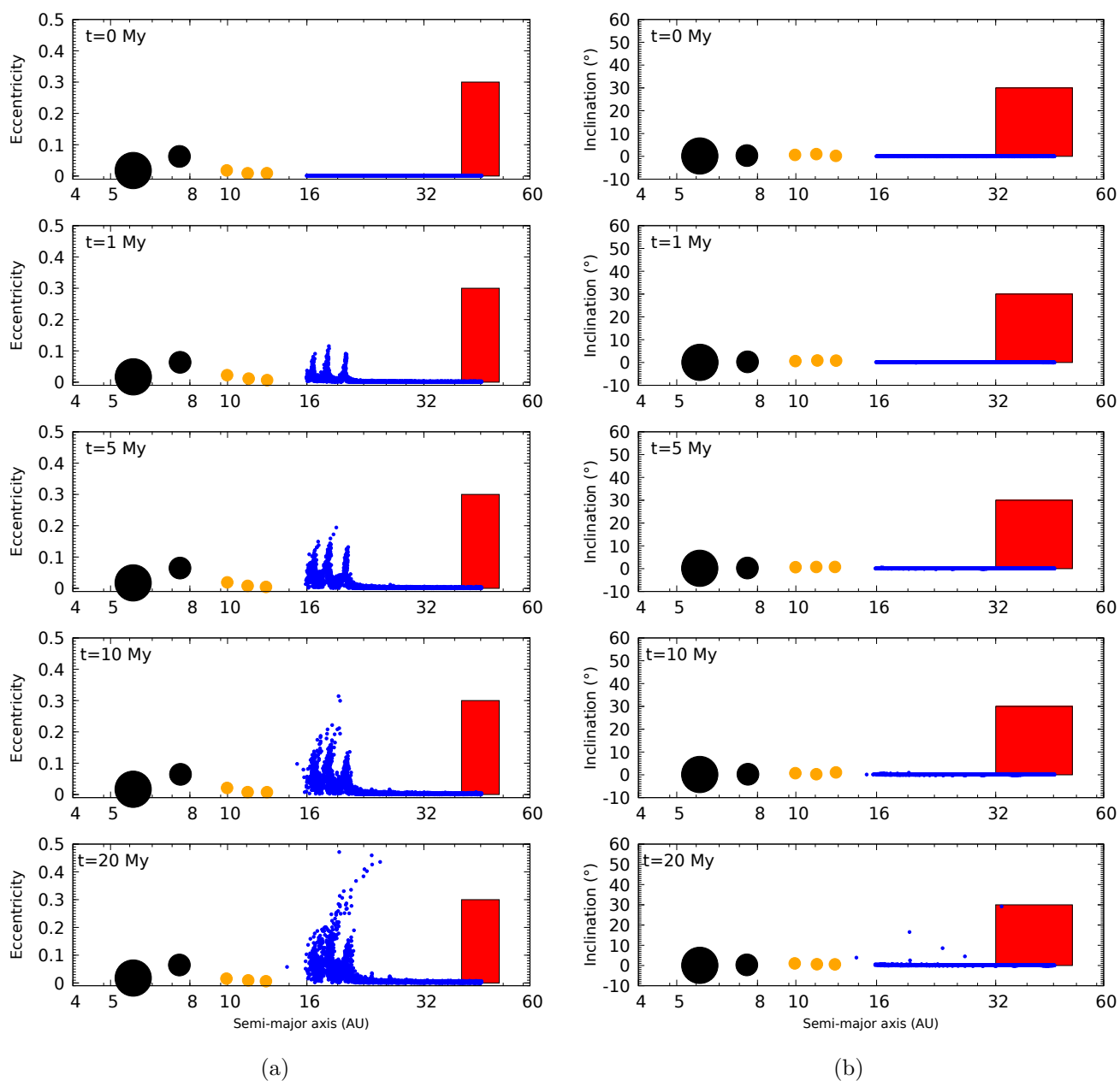


Figura C.5 - Retratos dinâmicos dos planetas gigantes e do disco de planetesimais para a simulação MN1, o mesmo que é a Figura C.4 mas após a instabilidade.

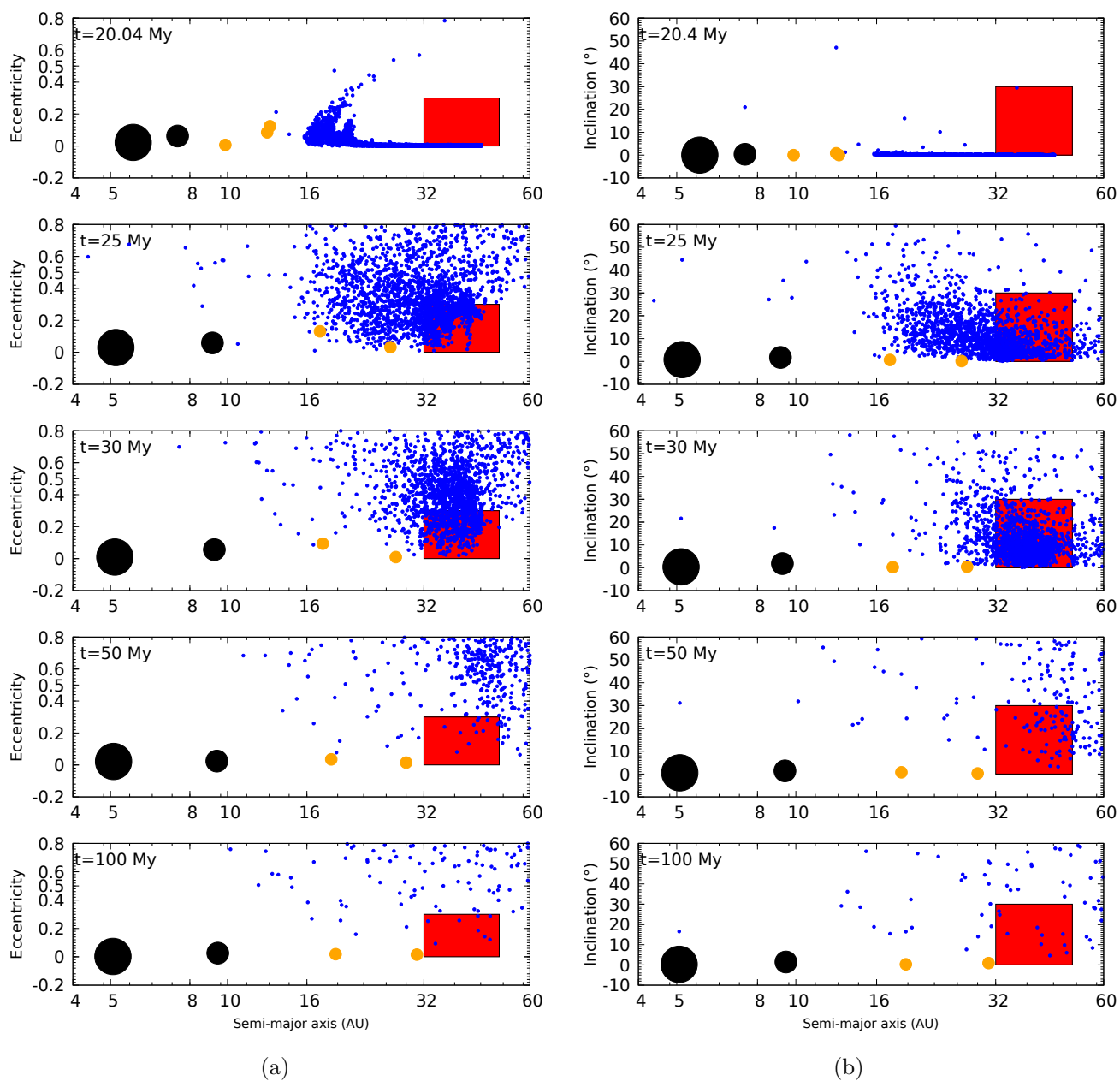


Figura C.6 - Distribuição cumulativa das excentricidades e das inclinações para dois discos de planetesimais produzidos pela simulação original (pontos em verde) e pela simulação com interpolação (pontos em roxo) de uma evolução típica do ?Jumping Jupiter? antes da instabilidade planetária.

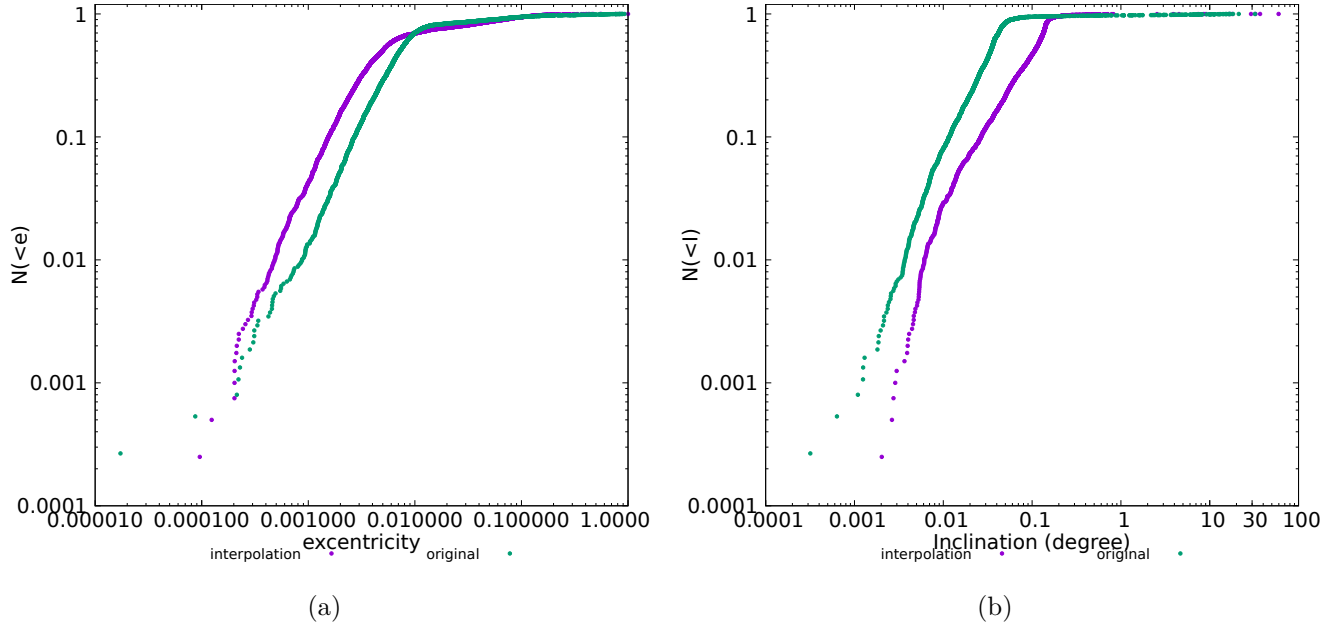
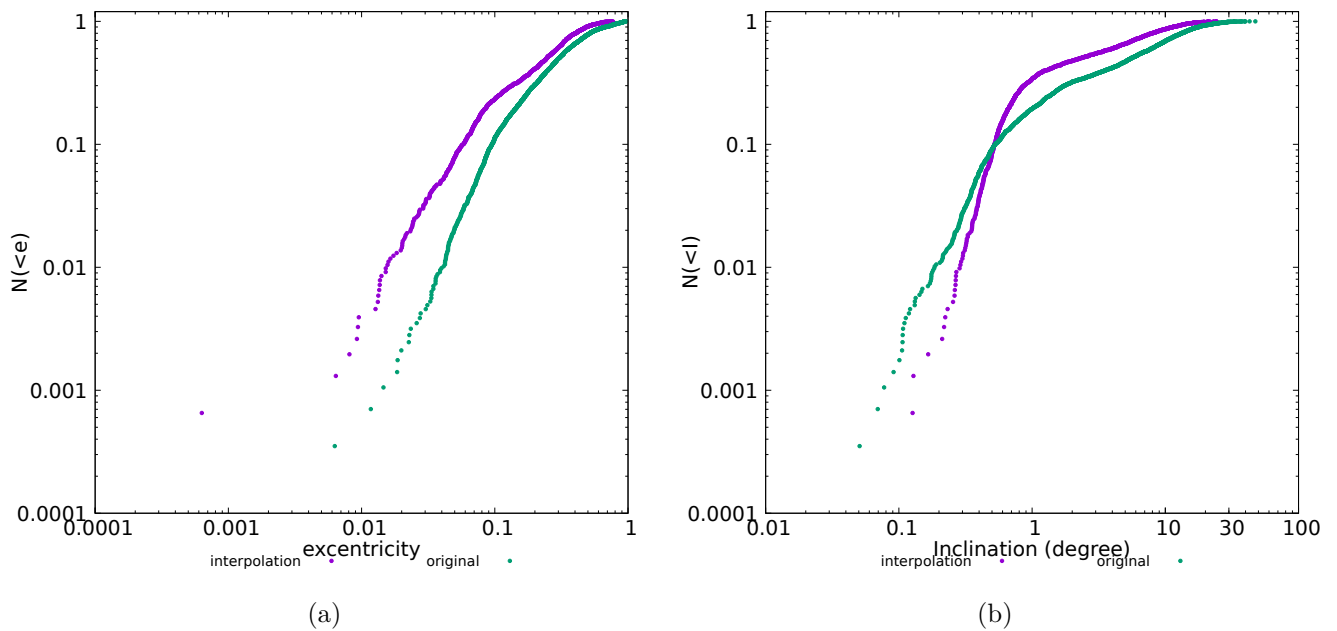


Figura C.7 - Distribuição cumulativa das excentricidades e das inclinações para dois discos de planetesimais produzidos pela simulação original (pontos em verde) e pela simulação com interpolação (pontos em roxo) de uma evolução típica do ?Jumping Jupiter? depois da instabilidade planetária.



## APÊNDICE D - Dinâmica e evolução em um disco de gás protoplanetário

Estrelas formam em nuvens maciças feitas de moléculas de hidrogênio. A formação de uma estrela produz um disco de gás protoplanetário ao redor de uma estrela jovem. Os planetas do Sistema Solar são supostamente formados dentro desse disco de gás e poeira. A rotação, a densidade e a temperatura de um disco protoplanetário são os parâmetros mais importantes para a formação planetária. Elas são as condições iniciais e de fronteira para a dinâmica de formação dos planetas e pequenos corpos. Como queremos estudar a dinâmica do Sistema Solar primordial e dos pequenos corpos envolvidos ainda durante a fase de gás é importante definir a estrutura e as propriedades do disco de gás protoplanetário. Portanto, neste capítulo vamos apresentar as nossas considerações a respeito do modelo que utilizamos para definir as propriedades do gás. Essas propriedades são os ingredientes para cálculo das forças de arrasto aerodinâmico e de fricção dinâmica que incorporamos às nossas simulações.

### D.1 Propriedades do disco de gás protoplanetário

O modelo que nós usamos para o disco de gás protoplanetário é baseado na teoria da mínima massa de nebulosa solar (Weidenschilling 1977, Hayashi 1981). A ideia básica desta teoria é derivar a estrutura do disco de gás protoplanetário a partir do que observamos no Sistema Solar. Presumimos que o nosso Sistema Solar foi formado de um gás que tem uma composição típica solar, assim, para obter a massa mínima precisamos recompor as composições dos planetas para que eles reflitam a abundância solar. O ingrediente central desta análise é a razão de poeira e gás ( $\sigma$ ) multiplicada pelo material com alto valor de prótons ou chamada de metalicidade. Como nem todos os materiais condensam nas temperaturas da nebulosa solar, a razão de poeira e gás é uma função da temperatura e como consequência da sua distância à estrela. Próximo a estrela apenas os materiais como silicatos ou ferro permanecem sólidos mas em regiões mais afastadas da estrelas, ou seja em regiões mais frias, apenas os elementos do tipo refratários e voláteis (o gelo e metano por exemplo) são condensados. Em nosso Sistema Solar, a linha que divide estes dois regimes de condensação está localizada a uma distância de 2.7 AU da estrela. É muito interessante que esta linha está na região entre as órbitas de Marte e de Júpiter e portanto divide o Sistema Solar em duas partes: região terrestres e região dos planetas gigantes. A temperatura da linha do gelo é de 270 K no nosso Sistema Solar mas no entanto durante a formação do Sistema Solar a linha gelo se move com o tempo e é função da acreção planetária. Segundo então a teoria da mínima massa

solar a massa mínima é de 0.016 massas solares. Portanto, a razão  $\sigma$  é de 1.16 por cento, levando a uma eficiência de quase 100 por cento para que durante a formação planetária essa massa seja acretada pelos planetas ou na formação de planetesimais. Com essa aproximação as propriedades do disco mais importantes devem ser devidos aos efeitos do disco de gás.

Nesta teoria a estrutura do disco de gás protoplanetário é determinada pelas equações hidrodinâmica de um equilíbrio quase-estático. A estrutura vertical do disco obedece um equilíbrio hidrostático que ocorre quando as forças externas são balanceadas por uma força de gradiente de pressão. O disco de gás é também assimétrico e tem uma simetria cilíndrica dadas pelas coordenadas  $r$ ,  $\phi$  e  $z$ . Na presença de uma força externa gravitacional, gerada por uma estrela de massa  $M_*$ , a componente vertical do disco (na direção  $z$ ) tem como gradiente de pressão  $P$  escrito como na equação D.1 (Kley, 1999):

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = -\frac{GM_* z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = -\Omega^2 z. \quad (\text{D.1})$$

Em que,  $r$  é a distância de um ponto em relação a estrela,  $z$  é a altura deste ponto, e  $G$  é a constante gravitacional universal.  $\rho$  é a densidade do gás e  $\Omega$  é a velocidade angular kepleriana e é dada por:

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}}. \quad (\text{D.2})$$

Nós temos assumido que a massa de gás é muito inferior à massa da estrela e um disco do tipo fino ( $z \ll r$ ). A estimativa da espessura  $H$  do disco é dada considerando uma relação entre a pressão e a temperatura e o equilíbrio hidrostático. A pressão pode ser escrita em função da temperatura ( $T$ ), no caso de um disco isotérmico, da seguinte forma:

$$P = \frac{kT}{\mu m_H} \rho. \quad (\text{D.3})$$

Neste caso a espessura de um disco é dada por:

$$H(r) = \frac{C_s}{\Omega}, \quad (\text{D.4})$$

em que  $C_s$  é a velocidade do som no meio do gás, definida por:

$$C_s = \sqrt{\frac{kT}{\mu m_H}}. \quad (\text{D.5})$$

Escalando por um fator de  $r$  a Eq. D.6, sabemos que uma aproximação para o *aspect ratio* ( $h$ ) do disco é dado por:

$$H(r)/r = \frac{C_s}{v_{rot}}. \quad (\text{D.6})$$

Em que  $v_{rot}$  é a velocidade rotacional do gás no ponto localizado a distância  $r$  da estrela. O *aspect ratio* dos discos protoplanetários observados sugerem que essa razão é muito menor que 1 por cento. E portanto, o disco é praticamente não rotacional e ele é chamado de disco frio. Portanto, o movimento do gás não é turbulento e não permite circulações de grande escala. Relacionando as equações D.1 e D.3, nós podemos obter o perfil de densidade volumétrica do disco de gás protoplanetário ( $\rho$ ):

$$\rho = \rho_0(r) \exp\left\{\left(\frac{-z^2}{2H^2}\right)\right\}. \quad (\text{D.7})$$

Como o disco de gás protoplanetário é fino, toda a densidade volumétrica de gás vai está praticamente concentrada como uma densidade superficial ( $\Sigma$ ):

$$\Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0(r) \exp\left\{\left(\frac{-z^2}{2H^2}\right)\right\} dz. \quad (\text{D.8})$$

Portanto, podemos relacionar a densidade volumétrica inicial de gás pela relação:

$$\rho_0(r) = \frac{\Sigma}{\sqrt{2\pi}H}. \quad (\text{D.9})$$

Os valor típico da densidade volumétrica inicial de gás, aplicando a teoria da mínima massa solar, é de  $10^{-9} \frac{g}{cm^3}$  em 1 AU. A estrutura radial do disco de gás pode ser encontrada pela a solução da conservação do momento (Eq. 3).

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \Phi. \quad (\text{D.10})$$

Portanto, na direção radial a força gravitacional da estrela é apenas equibridade

pela ação de um gradiente de pressão e de uma força centrífuga:

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{GM^*}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \quad (\text{D.11})$$

A velocidade do gás é quase-kepleriana e pode ser escrita como:

$$v_\phi = v_k \sqrt{1 - \eta}, \quad (\text{D.12})$$

$\eta$  é o gradiente de pressão que pode ser escrito como:

$$\eta = - \frac{d \ln P}{d \ln r} \left( \frac{H(r)}{r} \right)^2. \quad (\text{D.13})$$

Como o gradiente de pressão varia ao redor do disco, e geralmente a pressão diminui na direção oposta a estrela, a velocidade do gás pode girar mais lenta ao redor da estrela que a poeira ou planeta contido no disco. Em outras palavras, a velocidade do gás é sub-kepleriana. A diferença entre a velocidade dos sólidos e a velocidade do gás tem importantes implicações para o arrasto aerodinâmico na nebulosa solar. Com estas equações, nós definimos as condições iniciais e de fronteira para o disco de gás. A partir destas condições, os efeitos do disco de gás podem ser incorporados nas equações do movimento dos planetas e da poeira e temos a base para estudar a formação planetária. Goldreich e Chiang (1997) mostraram que a partir de observações dos discos protoplanetários pode-se inferir leis de potências para as propriedades do disco de gás, como a temperatura por exemplo. A partir destas leis de potências podemos quantizar a estrutura do disco protoplanetário. Como por exemplo, as leis de potência para um gás que obedece a mínima massa nebulosa solar podem ser escritas:

- O perfil da densidade superficial do gás é:

$$\Sigma = \Sigma_0 \left( \frac{r}{r_o} \right)^{-3/2}. \quad (\text{D.14})$$

A densidade superficial em  $r_o = 1$  AU é  $\Sigma_0 = 1.7 \times 10^3 g/cm^2$ .

- A temperatura do disco é localmente isotérmica e seu perfil é expresso como:

$$T = T_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-1/2}. \quad (\text{D.15})$$

A temperatura do disco em 1 AU é  $T_0 = 280K$ .

- A densidade do gás é expressa por:

$$\rho(r, z) = \frac{\Sigma}{\sqrt{2\pi}H} \exp\left\{\frac{-z^2}{2H^2}\right\}. \quad (\text{D.16})$$

- A espessura do disco de gás é expressa por:

$$H(r) = H_0 \left(\frac{r}{r_o}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (\text{D.17})$$

Em 1 AU, o valor de  $H_0$  é 0.033 AU.

- A velocidade do som pode ser expressa por:

$$C_s(r) = 9.99 \times 10^4 \left(\frac{2.34T}{\mu 280K}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ cm.s}^{-1}. \quad (\text{D.18})$$

## D.2 Interação entre Planetas e o Disco

As interações entre os planetas e o disco de gás protoplanetário produzem um importante papel para direcionar a evolução orbital em planetas em formação. É amplamente aceito que o crescimento de um corpo dentro de um disco protoplanetário é dirigido pelas equações da magneto hidrodinâmica que envolve turbulências (Kley e Nelson, 2012). No entanto, resolver estas equações numericamente é um processo ainda muito complexo. Os meios mais comuns de realizar estas simulações é utilizando a prescrição de Shakura e Sunyaev (1973) em que o parâmetro de viscosidade  $\alpha$  é determinado para satisfazer as observações da evolução temporal e da acreção em discos.

Um planeta que tem massa suficiente para perturbar a estrutura do disco de gás protoplanetário cria duas estruturas principais. A região co-orbital e que produz uma divisão entre uma parte interna e externa no disco de gás protoplanetário. As ondas geradas pelos planetas se propagam no sentido radial ao longo de todo o disco. Mas na região co-orbital estas ondas são separadas por causa da diferença de velocidade kepleriana na região em que o planeta está presente (Kley e Nelson, 2012). Portanto, uma nova estrutura aparece no disco como uma consequência da separação das ondas: a estrutura de espirais. As formas de espirais não são simétricas com a respeito a linha que liga o planeta a estrela. A assimetria dos braços de espiral e a perturbação do planeta dentro da região geram mudanças na sua evolução orbital. Os torques gerados pelos braços de uma espiral são chamados de torques de Lindblad (Kley e Nelson, (2012)). Estes torques podem causar ambas as migrações

em direção a estrela ou oposta a ela (migração interior e exterior). O braço da espiral interno puxa o planeta em direção ao interior da estrela e o planeta ganha momento angular e o planeta migra para o exterior. O oposto é verdadeiro. O equilíbrio dos torques de Lindblad dependem de forma sensível das propriedades do disco de gás protoplanetário e por exemplo para discos isotérmicos, a perturbação na estrutura da densidade do disco depende apenas da razão entre a massa do planeta e da estrela.

Um planeta que está em órbita circular em um disco de gás protoplanetário mas com massa relativamente pequena (cerca de 10 massas da Terra) troca momento angular com o disco por uma aproximação quase-linear. Para derivar esta expressão de um maneira mais simples, Kley e Nelson (2012) utilizaram a expansão de séries de Fourier do potencial periódico de um planeta em órbita circular que pode ser escrita como:

$$\Psi_p(r, \Phi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_m(r) \cos[m(\Phi(t) - \Phi_p(t))]. \quad (\text{D.19})$$

em que  $\Phi_p(t)$  é o ângulo azimutal do planeta ( $\dot{\Phi}_p(t) = \Omega_p t$ ) e  $\Phi(t)$  é o ângulo azimutal do disco ( $\dot{\Phi}(t) = \Omega(r)t$ ) e  $\Omega$  é a velocidade kepleriana do disco. O torque total pode ser a soma total ao longo do disco dos torques infinitesimais em um elemento de superfície  $df$  localizado a uma distância  $\vec{r}$  da estrela. A força específica  $\vec{F}$  neste elemento de superfície é a gravitacional e ela pode ser traduzida em termos do gradiente do potencial periódico da Eq. D.19 como (Kley e Nelson (2012)):

$$\Gamma_{total} = - \int_{disco} \Sigma (\vec{r} \times \vec{F}) df = \int_{disco} \Sigma \frac{\partial \Psi_p}{\partial \Phi} df. \quad (\text{D.20})$$

$\Sigma$  é a densidade superficial do disco. O produto vetorial  $(\vec{r} \times \vec{F})$  determina que as únicas componentes que contribuem para o torque são as componentes azimutais. Desta forma, as frequências individuais do potencial periódico  $\Psi_p$  são as mais importantes para a dinâmica do planeta neste caso particular de um planeta relativamente pouca massa. Estes ângulos geralmente variam muito rapidamente e neste caso podemos notar que ele tem um comportamento linear no tempo. Portanto, os torques mais efetivos são aqueles gerados pelas ressonâncias entre os ângulos azimutais. Desconsiderando a pressão e autogravidade no disco de gás, as ressonâncias podem ser de dois tipos:  $w = m(\Omega - \Omega_p) = 0$  ou  $\pm\kappa$  que é a frequência de epíclis no disco. O torque total é então calculado a partir dessas nossas ressonâncias e eles são chamados de: torque de Lindblad e torque de co-rotação (veja mais detalhes em Kley e Nelson (2012)). As ondas de espiral são perturbadas pelo planeta em ressonâncias do tipo Lindblad e carregam momento angular em direção ao disco a

partir das posições desta ressonâncias. Como existem dois braços de espiral no disco o sinal e a magnitude do torque é um efeito combinado destes dois braços. Em geral, o torque total relacionado às ressonâncias de Lindblad é negativo, dirigindo o planeta a migração na direção interior do seu sistema (Goldreich e Tremaine (1979)). A razão disso é que as linhas da ressonância de Lindblad interiores são mais afastadas do planeta que as linhas exteriores. O gradiente de pressão modifica a velocidade do gás e ela passa a ser sub-kepleriana e modifica a localização das ressonâncias (Papaloizou et al. (2007)). Os torques gerados pela região da co-rotação são uma consequência do material dentro da região de ferradura que tem a mesma velocidade do planeta e pelo menos em média é co-rotacional a ele. Para uma revisão dos cálculos nos indicamos Goldreich e Tremaine (1979).

### D.2.1 Migração Tipo I

Como dissemos antes, planetas com até 10 massas da Terra não alteram significativamente o perfil do disco de gás protoplanetário. Um teoria linear pode ser aplicada a estes casos para discretizar as expressões dos torques de Lindblad e de co-rotação. Essa teoria é chamada de migração do tipo I (Kley e Nelson, 2012). As expressões que o Tanaka, Takeuchi e Ward (2002) para os torques de co-rotação ( $\Gamma^C$ ) e o de Lindblad ( $\Gamma^L$ ) para discos considerados isotérmicos podem ser escritos (Kley e Nelson, 2012):

$$\Gamma^L = -(2.34 - 0.1\beta_\Sigma)\Gamma_0 \quad (\text{D.21})$$

e

$$\Gamma^C = 0.64 \left( \frac{3}{2} - \beta_\Sigma \right) \Gamma_0. \quad (\text{D.22})$$

Se a densidade superficial for considerada uma lei de potência, o torque de normalização ( $\Gamma_0$ ) é dado por:

$$\Gamma_0 = \left( \frac{m_p}{M_*} \right)^2 \left( \frac{H}{r_p} \right)^{-2} \Sigma r_p^4 \Omega_p^2. \quad (\text{D.23})$$

O torque total é uma soma dos torques de Lindblad e de co-rotação. A magnitude do torque total depende inversamente do quadrado da espessura do disco ou é inversamente proporcional a temperatura do disco, e é linearmente dependente da massa do disco de gás protoplanetário. Este modelo linear foi testado em diversos códigos numéricos para as soluções das equações de Navier-Stokes que são não lineares

incluindo uma certa viscosidade. Os códigos numéricos são baseados em grades de soluções das equações hidrodinâmicas e existem muitos códigos livres disponíveis (veja uma revisão em Val-Borro et al. (2006)). Os torques que atuam no planeta causam mudanças no momento angular de um planeta. Em órbitas circulares, o momento angular depende apenas do semieixo maior e a expressão pode ser escrita como (Kley e Nelson, 2012):

$$\tau_{mig} = \frac{a_p}{\dot{a}_p} = \frac{1}{2} \frac{J}{\Gamma_T}. \quad (\text{D.24})$$

A escala de migração para planetas com poucas massas terrestres ao redor de uma estrela do tipo Sol, em 1 AU, com o gás isotermico da mínima massa solar é muito curta  $10^5$  anos que está sendo um desafio para a formação planetária (Goldreich e Tremaine, 1980; Kley e Nelson (2012)). Como preservar os sistemas planetários que migram tão rápido para a estrela durante uma fase tão relativamente longa para a dissipação do gás (poucos milhões de anos) ?

### D.2.2 Migração Tipo II

Os efeitos não lineares surgem quando a densidade do disco é modificada pelas interações gravitacionais entre o disco e um planeta. Este regime não linear é chamado de migração do tipo II e vamos explicar alguns detalhes sobre esta teoria. Quando um planeta com a massa de Júpiter é mergulhado no disco de gás provoca forças gravitacionais tão altas que os meios dissipativos como ondas de choque ou viscosidade não são mais suficientes para remover toda a energia. A energia contida em momento angular fica depositada nas regiões dentro ou fora da região co-orbital do disco. O material do disco interior a região co-orbital, por exemplo, é capaz de perder momento angular e se afasta do planeta. O mesmo acontece com material do disco fora da região co-orbital. Um espaço vazio é criado resultado da migração do disco para regiões opostas a do planeta. A este espaço vazio no disco é chamado de "gap" do disco. As propriedades do gás e a massa do planeta é que fornecem o comprimento e a profundidade radial do "gap" do disco. A viscosidade e a pressão do gás são características para a definição do "gap" no disco (Kley e Nelson (2012)). Lin e Papaloizou (1986b) calculou a taxa de momento angular transferida do planeta para o disco e ela pode ser escrita como (Kley e Nelso (2012)):

$$\dot{J}_{disco} = f_{tid} Q^2 \Sigma_p a_p^2 \Omega_p^2 \left( \frac{a_p}{\Delta} \right)^3. \quad (\text{D.25})$$

$q$  é a razão entre as massas do planeta e da estrela,  $f_{tid}$  é um fator de escala que tem valor de 0.23 e  $\Delta$  é o parâmetro de impacto entre uma trajetória não perturbada do fluido. O fluido aqui é tratado como uma partícula. O mais interessante nesta teoria é que a viscosidade é um meio de dissipação e ela se opõe a abertura do gap. O gap é aberto se os torques gravitacionais ou de maré superam os torques produzidos pela viscosidade. Os efeitos da pressão também se opõem a abertura do gap. Os efeitos combinados da pressão e da viscosidade foram analisados por Crida, Morbidelli e Masset (2006), e o critério para a formação do gap é portanto:

$$\frac{3}{4} \frac{H}{R_H} + \frac{50\nu}{qa_p^2\Omega_p} < 1 \quad (\text{D.26})$$

Em que  $R_H$  é o raio de Hill ( $R_H = \left(\frac{q}{3}\right)^{1/3} a_p$ ). Em condições da teoria da mínima nebulosa solar, um planeta com a massa de Saturno já abre um gap visível no disco. Mas afinal qual a consequência da abertura contínua de um gap no disco para os torques que atuam no planeta? Primeiro, não há mais material na região de co-rotação com o planeta e os torques de co-rotação não são importantes. Os torques de Lindblad não são mais tão significativos e a velocidade da migração é reduzida. E como esperado, a viscosidade atua como uma grandeza inversamente proporcional ao tempo de escala de migração ( $\tau_{mig} \propto \frac{r_p^2}{\nu}$ ).

Para algumas condições ainda existem um outro tipo de migração: a migração tipo III. Esta migração pode ser explicada pela transição entre os regimes de migração tipo I e II (veja mais detalhes em Kley e Nelson (2012)).

### D.2.3 Outras mudanças orbitais dos planetas pelo disco de gás

Além da migração planetária, o efeito da interação entre o disco de gás e um planeta pode modificar a excentricidade e inclinação da órbita deste planeta. As forças que atuam no planeta podem ser decompostas nas equações de Gauss que relacionam as forças tangenciais, radiais e normal em termos das variações dos elementos keplerianos. No entanto, como há migração, as regiões em que o planeta está se modificam conforme o planeta se move em semieixo maior e os efeitos seculares oriundo da interação com o gás também se modificam. Para planeta com baixas excentricidades iniciais, as mudanças em suas excentricidades podem ser calculadas com base na teoria linear. Estas análises indicam uma exponencial queda na excentricidade em escalas de tempo proporcionais ao quadrado do “aspect ratio” do disco e multiplicada pela escala de migração do planeta (Tanaka e Ward 2004). Para excentricidades iniciais maiores que o “aspect ratio” do disco, o comportamento é

de um amortecimento em excentricidade é do tipo (Papaloizou e Larwood (2000)):

$$\frac{de_p}{dt} \propto -e_p^2 \quad (\text{D.27})$$

A modificação de excentricidade depende do balanço das contribuições dos torques de co-rotação de ressonâncias de Lindblad que são aplicados no planeta pelo disco. Uma vez que há a formação do gap, a região de co-rotação próxima ao planeta é esvaziada e os torques de co-rotação não são mais aplicados. Portanto, no caso de uma formação de gap é determinado pelo balanço entre agora externas ressonâncias de Lindblad e de co-rotação. Os torques externos podem ser completamente saturados. A saturação destes torques podem impedir o amortecimento de excentricidade mas nos casos parcialmente saturados o crescimento em excentricidade pode acontecer (Moorhead e Adams (2008)). Bitsch e Kley (2010) mostraram no entanto que planetas com uma massa maior que a de Júpiter as excentricidades são amortecidas e são compatíveis as excentricidades encontradas em sistemas planetários ressonantes (Lee e Peale 2002). Outros efeitos como ganho de excentricidade do disco externo mesmo se um planeta com poucas massas de Júpiter e estiver em órbita circular também são relacionados com o balanço de torques de ressonância em condições em que o gap é extremamente largo e profundo no disco (Papaloizou, Nelson e Masset (2001)). A mudança na inclinação de um planeta também tem sido estudada aplicando a teoria linear para inclinações menores que o "aspect ratio" do disco. Neste caso, o amortecimento das inclinações decaem exponencialmente com o tempo em escalas temporais que dependem do quadrado do "aspect ratio". Para inclinações maiores que o "aspect ratio" do disco tem o mesmo comportamento da excentricidade na Eq. D.27.

### D.3 Planetesimais em um disco de gás protoplanetário

Os planetas se formam a partir de pequenas partículas de poeira no disco. Essas partículas então crescem desde tamanhos de micrometros até milhares de km que caracterizam os núcleos de planeta completamente formados. Esse processo é tão complexo que passa por 12 ordens de magnitude e processos diferentes dominam em diferentes escalas. Por exemplo, o crescimento de partículas no regime de sub-micrômetros para centímetros é realizado por um processo conhecido como adesão. Planetesimais são objetos maiores que 10 km que podem ser uma rocha ou gelo e que são formados devido a encontros gravitacionais próximos e a taxa de crescimento é

determinada pelo ambiente de velocidades relativas entre estes corpos. A faixa de massas que os planetesimais varia de  $10^{18}$  g até  $10^{25}$  g. Os planetesimais pequenos têm massas entre  $10^{18}$  até  $10^{22}$  g, os planetesimais intermediários são definidos como objetos de massas entre  $10^{21}$  g até  $10^{25}$  g. Os planetesimais maiores que  $10^{26}$  g são considerados embriões planetários ou planetas. Como nós já vimos, os embriões planetários, planetas com massas maiores que 10 massas terrestres têm uma interação com o disco descritos pela teoria da migração planetário do tipo I e II. Os planetesimais pequenos e intermediários sofrem dois tipos de arrasto devido a interação com o disco de gás protoplanetário ((Grishin; Perets, 2015)): o arrasto aerodinâmico (Adachi et al. (1976)) e o arrasto de fricção dinâmica do gás ((Grishin; Perets, 2015)). Nesta seção iremos descrever a teoria básica e os efeitos destes dois tipos de interações para os planetesimais.

### D.3.1 Arrasto Aerodinâmico

A força de arrasto aerodinâmico aplicada a um planetesimal é resultado da interação entre o planetesimal e as moléculas de gás do disco protoplanetário. O gás flui ao redor de um planetesimal. Nós podemos pensar que o arrasto aerodinâmico como uma fricção, e uma das componentes do arrasto é a fricção de contato entre as moléculas do gás e superfície de um sólido. Essa fricção de contato é uma interação que depende das propriedades dos sólidos e do gás. Para os sólidos que são polidos e tem uma superfície lisa e suave estes produzem menos fricção relativamente a sólidos em que a superfície é porosa e com elevações. Para o gás, a fricção depende da viscosidade do gás, e da magnitude relativa das forças de viscosidades do movimento do fluido que é expresso pelo número de Reynolds (Adachi et al. (1976)). Localmente, a velocidade e pressão do gás são modificadas de uma maneira que depende da forma do corpo. A pressão é uma medida do momento linear das moléculas do gás e a mudança no momento gera uma força, a força que será atuada no corpo depende da distribuição de pressão que varia ao redor deste corpo. Uma das maneiras de encontrar a força que atua no corpo é integrar a pressão local com a área de superfície ao redor de todo o corpo. A componente da força aerodinâmica que é oposta ao movimento do corpo é o arrasto aerodinâmico. O arrasto aerodinâmico em uma partícula em movimento em um ambiente de gás é expressada em função da sua forma, tamanho, velocidade e condições do gás (Adachi et al. 1976). No caso particular de um corpo esférico com raio  $R_p$ , a força de arrasto está na direção oposta a velocidade da partícula e pode ser expressa como:

$$\vec{F}_D = -\frac{1}{2}C_D\pi R^2\rho_g v_{rel}\vec{v}_{rel}, \quad (\text{D.28})$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arrasto e  $\vec{v}_{rel}$  é o vetor de velocidade relativa entre o gás e o planetesimal. O coeficiente de arrasto para um objeto esférico é uma função do número de Reynolds ( $R_e = \frac{2R_p v_{rel}}{\nu_m}$ ) que é a medida da turbulência do gás dentro de um onda do planetesimal, o número de Mach ( $M = \frac{v_{rel}}{C_s}$ ) e o número de Knudsen ( $K = \frac{\lambda}{R_p}$ ). A parâmetro  $\lambda = \frac{1}{n_{gas}\sigma}$  representa o caminho livre médio das moléculas do gás,  $\sigma$  é a seção de choque das moléculas de gás em colisão com elas e  $\nu_m = (1/2v_m\lambda)$  é a viscosidade molecular do gás que depende da velocidade média termal das moléculas do gás ( $v_m$ ). Essa velocidade média termal depende da distribuição de moléculas do gás ((Grishin; Perets, 2015)). Para calcular o coeficiente de arrasto, nós usamos a abordagem de (Brasser et al., 2007) onde eles estimaram os valores de  $M$ ,  $K$  e  $R_e$  como uma função dos tamanhos e velocidades dos planetesimais.

- Considerando  $K < 1$ :
- Quando  $M \gg 1$ ,  $C_d$  é independente do número de Reynolds e  $C_d = 2$
- Quando  $M < 1$  e  $R_e > 10^3$  então  $C_d = 0.44 + 1.56M^2$
- Quando  $R_e < 10^3$  e para pequenos valores do número de Mach  $C_D = 2M^2 + (1 - M^2)[24(1 + 0.15R_e^{0.687}/R_e)]$
- Quando  $K > 1$  a densidade do gás é zero.

Em geral, o arrasto aerodinâmico é efetivo para os planetesimais pequenos e seus efeitos são de manter as velocidades relativas baixas aumentando o crescimento destes planetesimais e passa portanto a ser não efetivo para planetesimais grandes.

### D.3.2 Arrasto de Fricção Dinâmica do Gás

Grishin e Perets (2015) mostraram que para os planetesimais dentro da faixa de massa de  $m \sim 10^{21} - 10^{25}$  g há uma outra interação entre o gás e os planetesimais, possivelmente dominando o arrasto gasoso. O processo de arrasto de fricção dinâmica é em geral um processo de perda de momento angular de um objeto massivo (perturbador) devido a interação gravitacional com seu próprio rastro induzido pela sua própria gravidade em um ambiente de gás. Considere um planetesimal como um perturbador de massa  $m_p$  que se move em uma linha reta com uma velocidade relativa local  $v_{rel}$  em um meio de gás uniforme. O planetesimal então gera um rastro no disco que ao voltar afeta o perturbador. Ostriker (1999) aplicou a teoria linear de perturbação dependente do tempo para calcular a transferência de momento linear que o perturbador sofre sobre a influência deste rastro.

Partindo da teoria linear, supondo que o gás sofre uma perturbação na densidade e na velocidade que são descritas pelas funções:  $\rho = \rho_o (1 + \alpha(\vec{x}, t))$  e  $\vec{v} = C_s \beta(\vec{x}, t)$ . Se essa perturbação foi gerada por um potencial externo gravitacional  $\phi_{ext}$  ao aplicar as equações da continuidade e da conservação do momento na dinâmica de fluidos (Ostriker, 1999):

$$\frac{1}{C_s} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \beta = 0 \quad (\text{D.29})$$

e

$$\frac{1}{C_s} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \nabla \alpha = -\frac{1}{C_s^2} \nabla \phi_{ext}. \quad (\text{D.30})$$

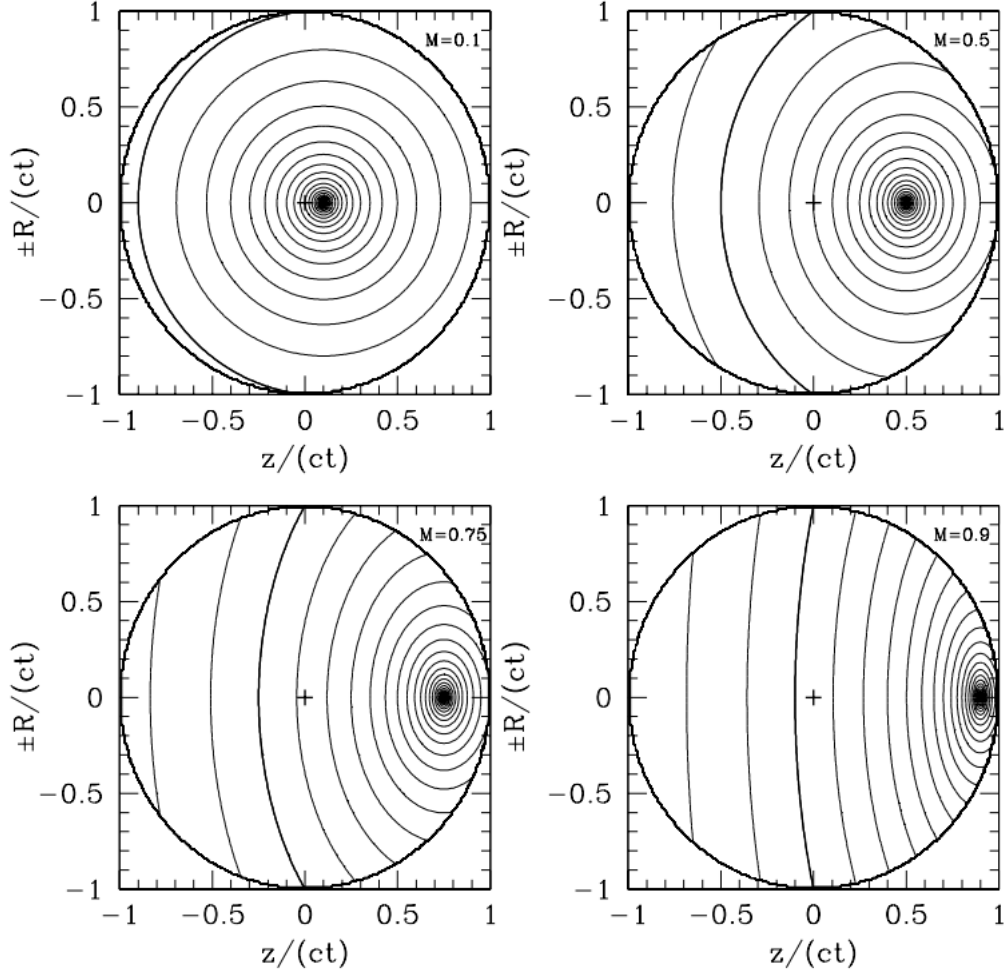
Substituindo o divergente da Eq. D.29 na Eq. D.30, nós obtemos uma equação de onda não-homogênea (Ostriker, 1999):

$$\nabla^2 \alpha(x, t) - \frac{1}{C_s^2} \frac{\partial^2 \alpha(x, t)}{\partial t^2} = -\frac{1}{C_s^2} \nabla \phi_{ext}. \quad (\text{D.31})$$

Portanto, o rastro no disco se propaga como uma onda com velocidade de propagação  $C_s$ . A solução da Eq. D.30 depende principalmente do número de Mach que relaciona a velocidade de propagação da onda  $C_s$  com a velocidade relativa do corpo perturbador. Ostriker (1999) mostrou que se um corpo de massa  $m_p$  se move em linha reta na direção  $v\hat{z}$ , a onda se propaga de forma diferente em dois regimes principais: o regime subsônico ( $M < 1$ ) e o regime supersônico ( $M > 1$ ). As Figuras D.1 e D.2 retiradas de Ostriker (1999) mostram as distribuições de densidades perturbadas nestes dois regimes. Seja  $s = z - vt$  a distância ao longo da linha de movimento relativo do perturbador e  $R$  é o raio cilíndrico, no regime subsônico uma distribuição de densidade é gerada e centrada no perturbador ( $s = 0$ ), com contornos de densidade constante que correspondem a elipses no plano  $s$ - $R$  com excentricidade igual a  $e = M$ . No regime supersônico, a distribuição de densidade atinge apenas um cone com ângulo de abertura igual a  $\theta = \frac{1}{M}$  definido por  $\frac{s}{R} < -(M^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$  e as superfícies constantes de densidade corresponde a hipérbolas com excentricidade  $e = M$ .

A força de fricção dinâmica é uma força de volume gravitacional e é portanto diferente da força de arrasto aerodinâmico que depende da geometria do perturbador. Então os cálculos de Ostriker que são realizados considerando um perturbador como um ponto de massa são válidas (Veja mais detalhes da confirmação em Kim e Kim (2007)). Segundo Ostriker (1999), a força de fricção dinâmica aplicada no pertur-

Figura D.1 - Perturbações na densidade para o regime subsônico segundo a teoria linear para os valores de  $M=0.1, 0.5, 0.75, 0.9$ . As linhas de contorno mostram as superfícies de comum densidade. A densidade aumenta em relação ao perturbador. O sinal de mais indica a posição inicial do perturbador. Veja mais detalhes em Ostriker (1999).



fonte: Ostriker (1999).

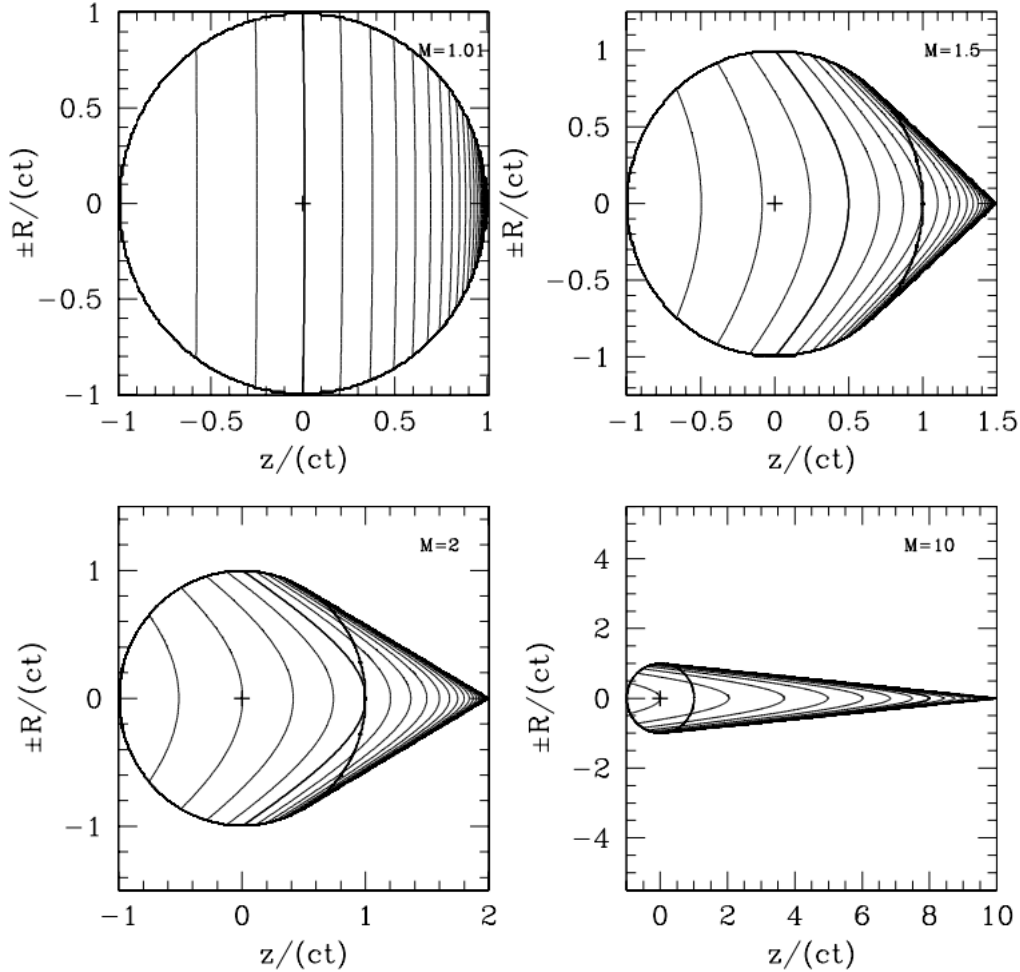
bador depende da força gravitacional entre o perturbador e seu rastro e pode ser escrita como a integral:

$$F_{DF} = 2\pi GM_p \rho_o \iint ds dR R \frac{\alpha(t)s}{(s^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (D.32)$$

Considerando a mesma abordagem de (Grishin; Perets, 2015), a força é dada por:

$$\vec{F}_{GDF} = -\frac{4\pi G^2 m^2 \rho_g}{v_{rel}^3} \vec{v}_{rel} I(M), \quad (D.33)$$

Figura D.2 - Perturbações na densidade para o regime subsônico segundo a teoria linear para os valores de  $M=1.01, 1.5, 2, 10$ . As linhas de contorno mostram as superfícies de comum densidade. A densidade aumenta em relação ao perturbador. O sinal de mais indica a posição inicial do perturbador dentro do eixo do cone de Mack. Veja mais detalhes em Ostriker (1999).



fonte: Ostriker (1999).

$I(M)$  é um parâmetro sem dimensão que depende do número de Mach e ele é dada por:

- Se  $M < 1$  então:

$$I(M) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+M}{1-M} \right) - M \quad (D.34)$$

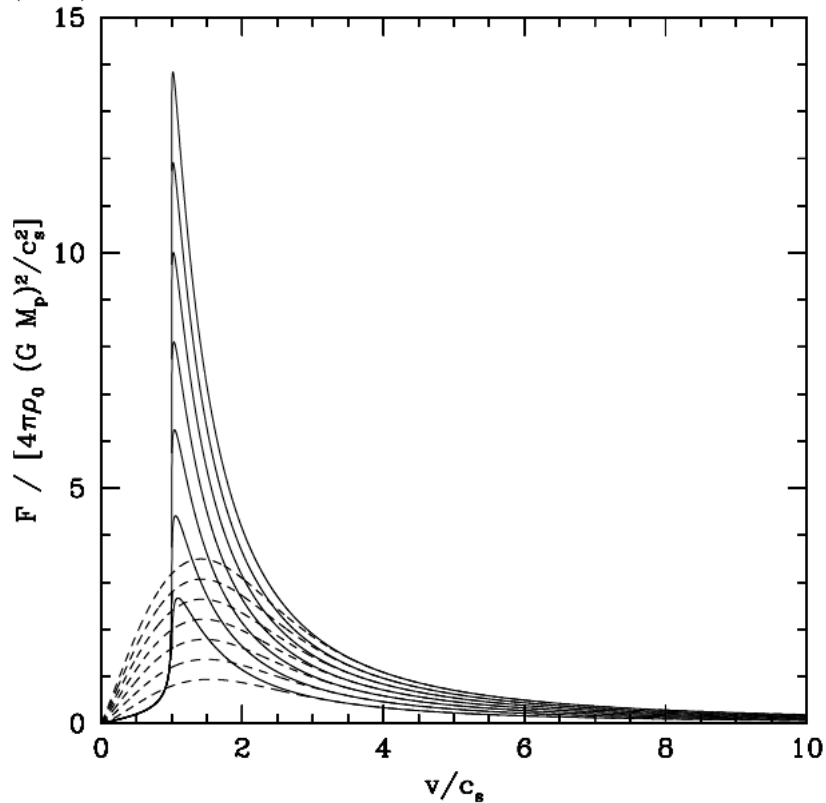
- Se  $M > 1$  então:

$$I(M) = \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{1}{M^2} \right) + \ln \left( \frac{v_{rel} t}{R_{min}} \right) \quad (D.35)$$

A Figura D.3 mostra que a força é mais significativa no regime subsônico ( $M < 1$ )

tem um pico em torno de  $v = C_s$  e decai rapidamente no regime supersônico. O  $R_{min}$  representa um termo para evitar a divergência do potencial gravitacional e é usualmente o raio físico ou o raio de acreção do corpo perturbador ( $\frac{GM_p}{v_r e l^2}$ ).

Figura D.3 - As linhas solidas representam a força de fricção dinâmica em um meio de gás como uma função do número de Mach. Veja mais detalhes em Ostriker (1999).



fonte: Ostriker (1999).

### D.3.3 Implementação dos efeitos dinâmicos do gás nos planetesimais

Nós implementamos as forças que reproduzem os efeitos do arrasto aerodinâmico e de fricção dinâmica no integrador de N-corpos IAS15 presente no REBOUND. O perfil do disco de gás é similar ao adotado por Perets e Murray-Clay (2011) e as propriedades do gás em função do semieixo maior podem ser encontradas na Figura D.4

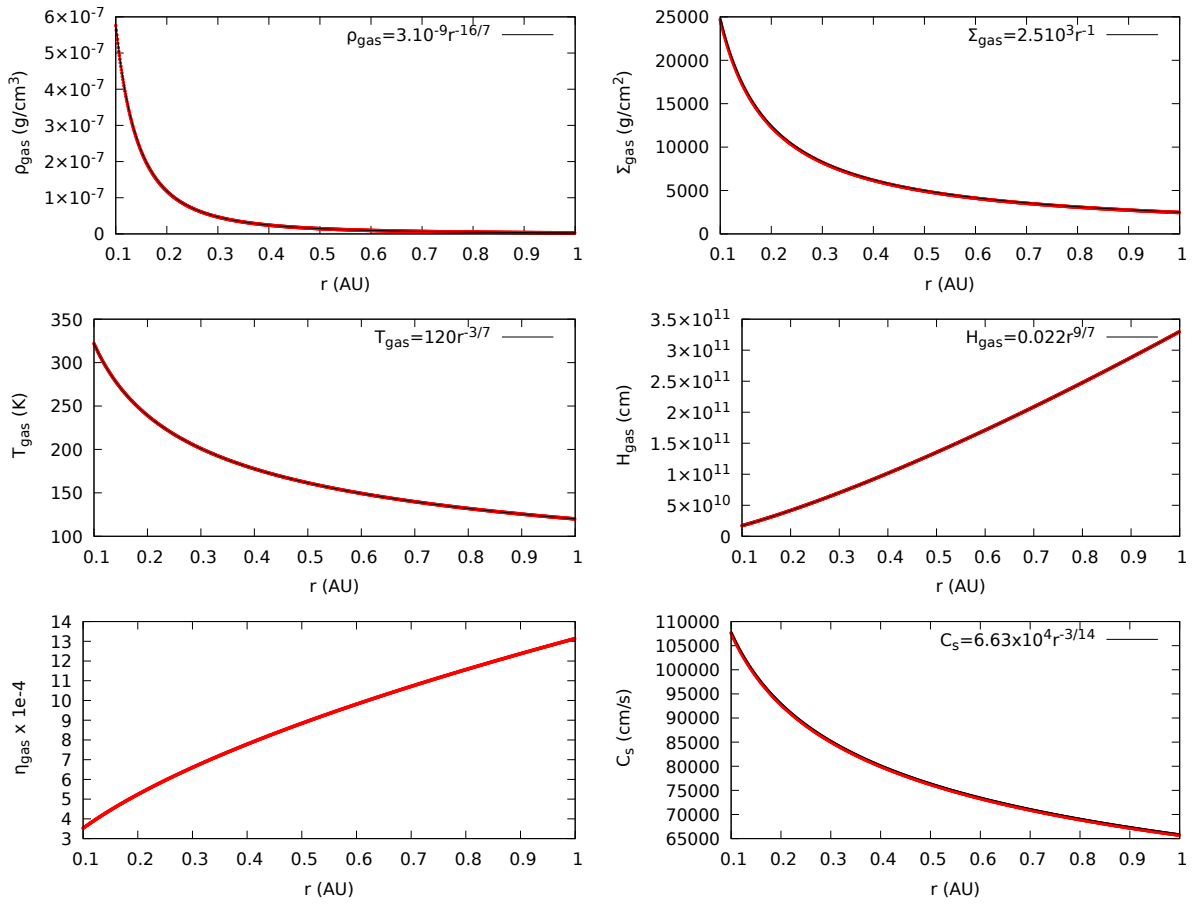
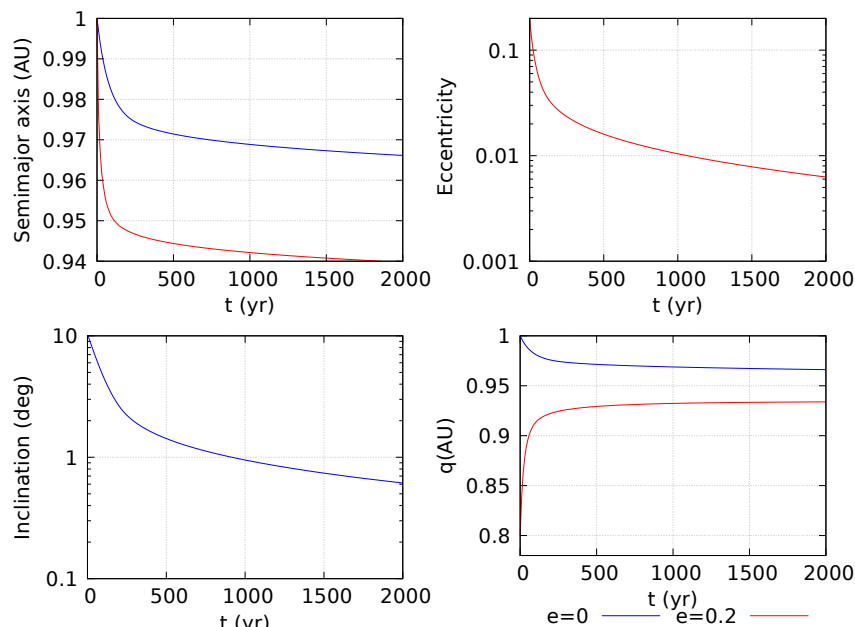


Figura D.4 - The protoplanetary disk profile.

### D.3.3.1 Efeitos orbitais provocados pelo Arrasto Aerodinâmico

Nós mostramos na Figura D.5 os resultados dos efeitos do arrasto gasoso aerodinâmico dentro da evolução de duas partículas testes com raios de 2 km usando o perfil de gás de Perets e Murray-Clay (2011), para comparação com aquele trabalho. A primeira partícula tem 10 graus de inclinação e excentricidade igual a 0. A segunda partícula tem excentricidade igual a 0.2 e ele tem um órbita planar (azul). A partícula excêntrica se move mais rápida que o gás local quando ela está em seu pericentro. Como consequência, o arrasto diminui o apocentro da partícula. No apocentro, a partícula se move muito lentamente que o gás local e o arrasto gasoso aumenta sua distância do pericentro. A órbita irá circularizar em uma distância entre os dois extremos, que depende do perfil radial de gás desde que este último governa quanto arrasto ocorre próximo ao periélio e o afélio. Nós podemos ver que  $q$  diminui com o tempo para uma órbita circular inicial e inclinada, quando ela aumenta a sua inicial excentricidade e plana (veja também em Brasseretal2007).

Figura D.5 - Um resumo da ação do arrasto gasoso nos elementos orbitais dos planetesimais. A linha vermelha sólida mostra a primeira partícula com excentricidade e inclinação inicial igual 0 e 10 graus respectivamente. A linha azul mostra a segunda partícula com excentricidade inicial de 0.2 em órbita planar. Indo no sentido horário a partir do lado superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, periélio e inclinação mostradas em função do tempo.



fonte: Produção do Próprio Autor.

Na Figura D.6, nós mostramos o comportamento de planetesimais com o tamanho intermediário ( $R_p = 1000$  km) com massa de  $10^{22}$  Kg sofrendo a perturbação do arrasto de gás aerodinâmico de um disco de gás representado pela D.4. As excentricidades iniciais dessas partículas são 0, 0.01, 0.02, 0.04, 0.1, 0.3 e 0.8 e a inclinação inicial dos planetesimais são nulas. A integração foi realizada por 1 milhão de anos. O semieixo maior inicial de todas as partículas é de 1 AU. As partículas inicialmente mais excêntricas (0.8 e 0.3) modificam seu pericentro mais rapidamente que as partículas em órbitas menos excêntricas.

Portanto, os planetesimais mais excêntricos tem um deslocamento radial mais significativo como por exemplo para uma excentricidade de 0.8 um planetesimal de tamanho intermediário é capaz de perder 60 por cento do seu semi eixo inicial em apenas mil anos de interação com o gás. No entanto, para excentricidades iniciais menores que 0.1 por cento há apenas pequenos desvios radiais. Os planetesimais com uma maior excentricidade se encontram no regime supersônico ( $M > 1$ ) e o coeficiente de arrasto  $C_d$  tem um valor constante e implica um arrasto aerodinâmico

mais significativo. A dinâmica muda quando a excentricidade decai devido ao rápido semieixo maior e pelo fato de a velocidade da partícula é maior no pericentro do que a velocidade do gás.

A dinâmica gravitacional com o arrasto atmosférico de planetesimais com uma excentricidade inicial de 0.8 e inclinação de 10 graus inclinação mas de diferentes tamanhos ( $R_p$ ) 2, 100, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 km e com densidade volumétrica  $\rho_p = 2g/cm^3$  é mostrada na Fig. D.6.

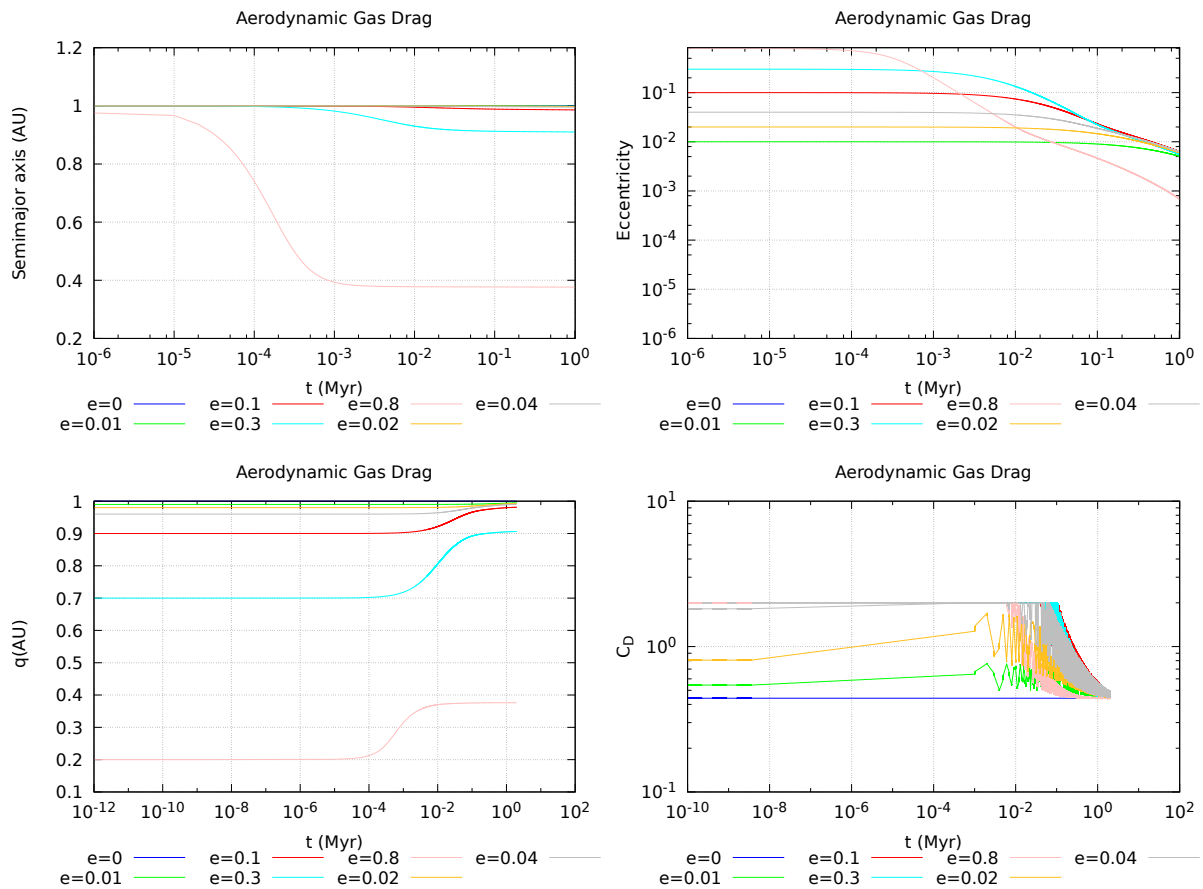


Figura D.6 - Evolução temporal do semi eixo maior, excentricidade, pericentro e coeficiente de arrasto  $C_D$  de um planetesimal com raio de 1000 km ou massa de  $10^{22}$  Kg sofrendo a perturbação do arrasto por 1 milhão de anos.

Sabemos que planetesimais maiores que 1000 km de raio são considerados embriões planetários ou planetas e os efeitos de perturbação no gás são consideráveis e não podemos aplicar apenas o arrasto aerodinâmico. No entanto, nós apenas ilustramos essas situações para estudar os efeitos dinâmicos do arrasto aerodinâmicos em

corpos tão grande e excêntricos inicialmente. Como é esperado, o efeito do arrasto aerodinâmico é mais forte para os planetesimais com tamanhos menores que 100 km. Este comportamento é esperado porque a massa aumenta com o  $R_p^3$  e a força é escalada por  $R_p^2$  e portanto a aceleração (Eq. é proporcional a  $R_p^{-1}$ ). O tempo para o decaimento do semi eixo maior, da excentricidade e da inclinação também é diferente para cada tamanho. Por exemplo, para os planetesimais com tamanho de 2 km (curva azul) a partícula perde 60 por cento em algumas dezenas de anos enquanto que para 10 mil km de raio essas partículas perdem essa mesma quantidade de semieixo em cerca de 500 mil anos. O comportamento do coeficiente de arrasto, do número de Mach e o número de Knudsen são mostrados na Fig. D.8.

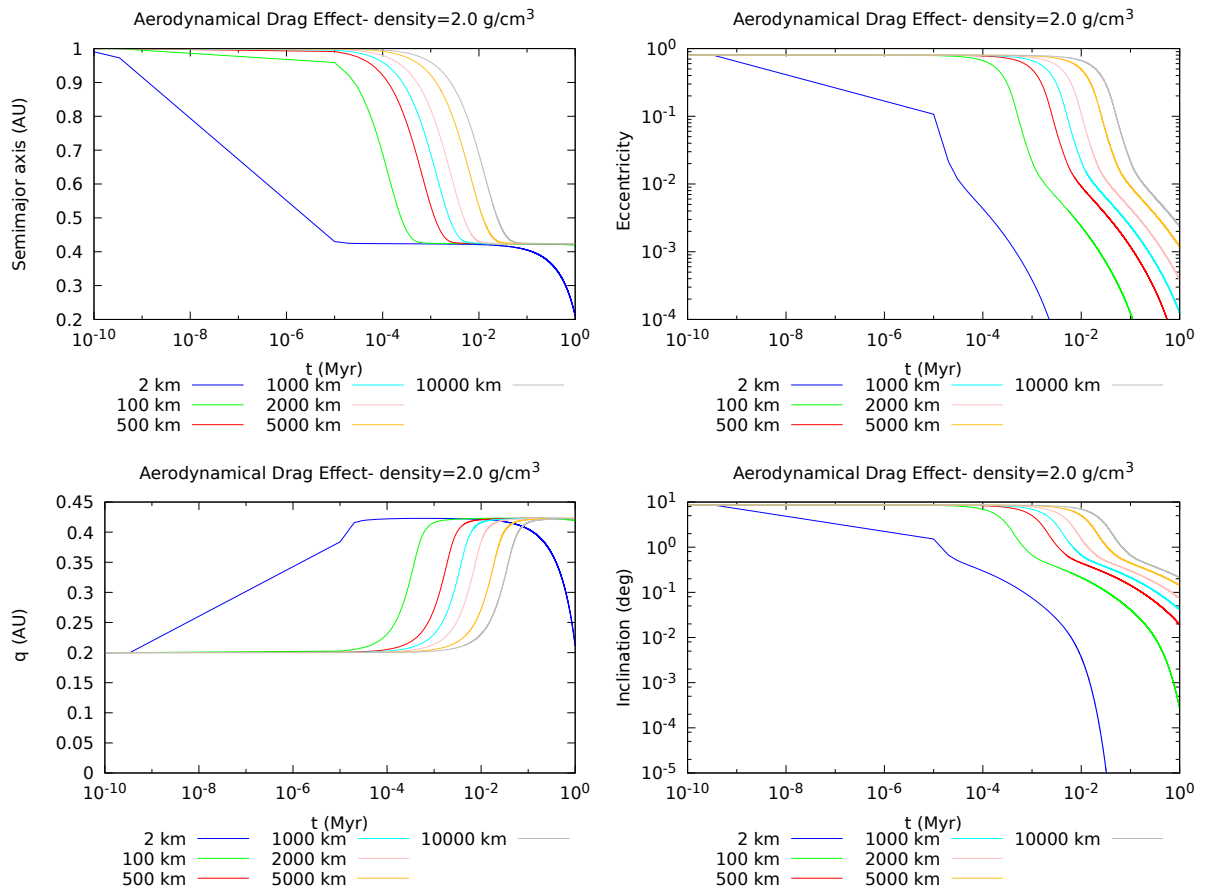


Figura D.7 - A ação do arrasto de gás aerodinâmico para corpos com excentricidade inicial de 0.8 e inclinação inicial de 10 graus mas considerando diversos tamanhos ( $R_p$ ) 2, 100, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 km e densidade de  $\rho_p = 2g/cm^3$ .

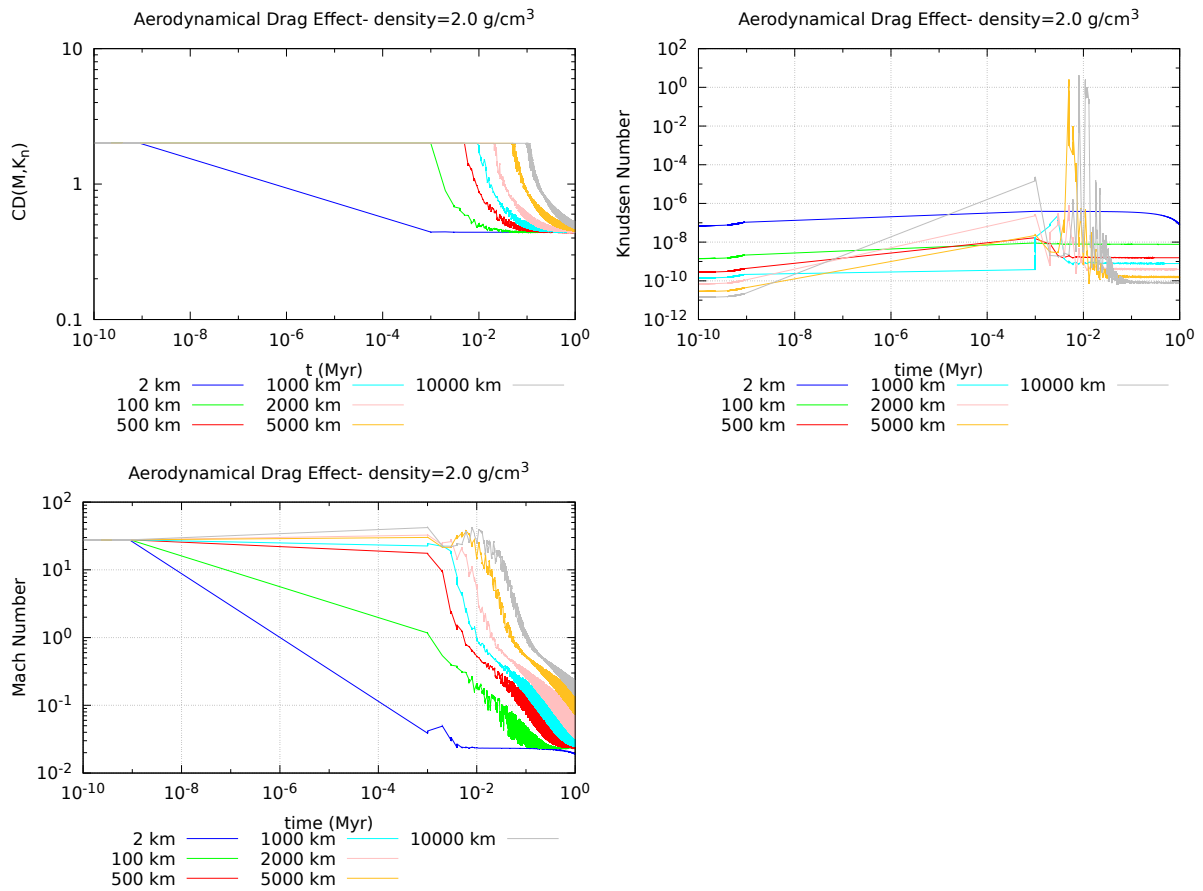


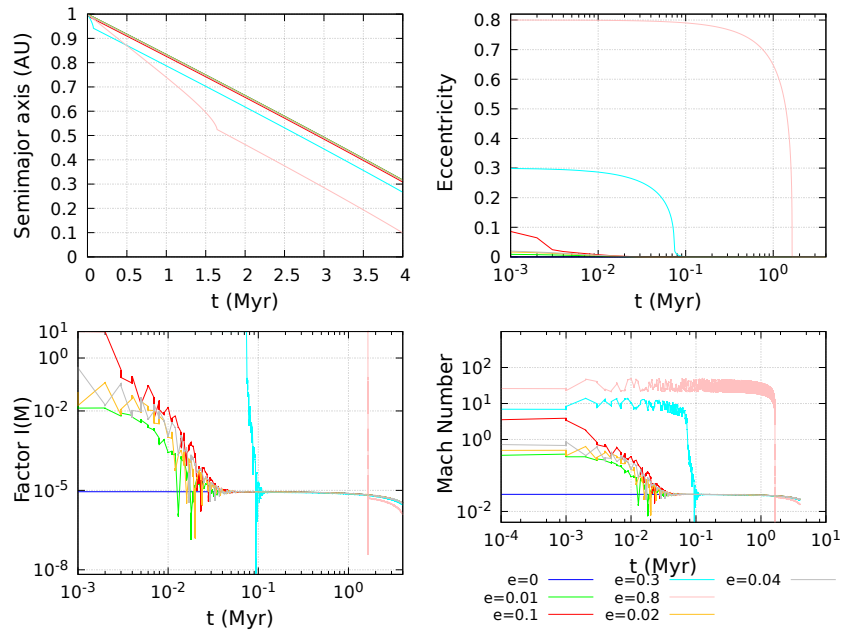
Figura D.8 - O mesmo que a Figura 24 mas aqui nós mostramos a evolução temporal do coeficiente de arrasto, do número de Mach e de Knudsem

### D.3.3.2 Efeitos orbitais provocados pelo Arrasto de Fricção Dinâmica

Nós mostramos na Figura D.9 os efeitos da fricção dinâmica do gás nas partículas com massa de  $10^{22}$  kg e com diferente excentricidades. Nós integramos os planetesimais com tamanho intermediário por 4 milhões de anos sob o efeito do arrasto de fricção dinâmica do gás. Nós encontramos o mesmos resultados de (Grishin; Perets, 2015) (o arrasto aerodinâmica é negligenciado nestes testes): partículas com baixas excentricidades iniciais circularizam muito mais rápido que partículas com alta excentricidade. Existem dois regimes para o deslocamento radial que dependem das excentricidades: um fator exponencial em semieixo maior antes da circularização da órbita e um decaimento linear quando as órbitas das partículas são circulares.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Embora (Grishin; Perets, 2015) tem encontrado um decaimento exponencial quando as órbitas das partículas são circulares, isto parece ser devido a um erro em seus cálculos da velocidade do som do gás (Grishin and Perets, comunicação privada)

Figura D.9 - Um resumo do efeito do arrasto de fricção dinâmica na partícula com massa de  $10^{22}$  kg com diferentes excentricidades iniciais. As órbitas iniciam em 1 AU e elas estão em órbitas planares. Indo em sentido horário a partir do painel superior esquerdo os elementos orbitais são o semieixo maior, excentricidade, o número de Mach e o fator I mostrados em função do tempo.



fonte: Produção do Próprio Autor.

Na Figura D.10, nós mostramos planetesimais intermediários com órbitas inclinadas com até 8.6 graus e com excentricidades de até 0.8. Nós também obtemos resultados semelhantes ao do trabalho do Grishin e Perets (2015). Em média, a densidade de gás que é alcançada por objetos com inclinações maiores é menor que aqueles objetos com inclinações iniciais mais baixas. Para inclinações baixas e órbitas mais circulares a órbita perde sua inclinação rapidamente diminuindo seu valor em 50 por cento em poucos milhares de anos. E órbitas com uma maior inclinação decaem muito mais devagar.

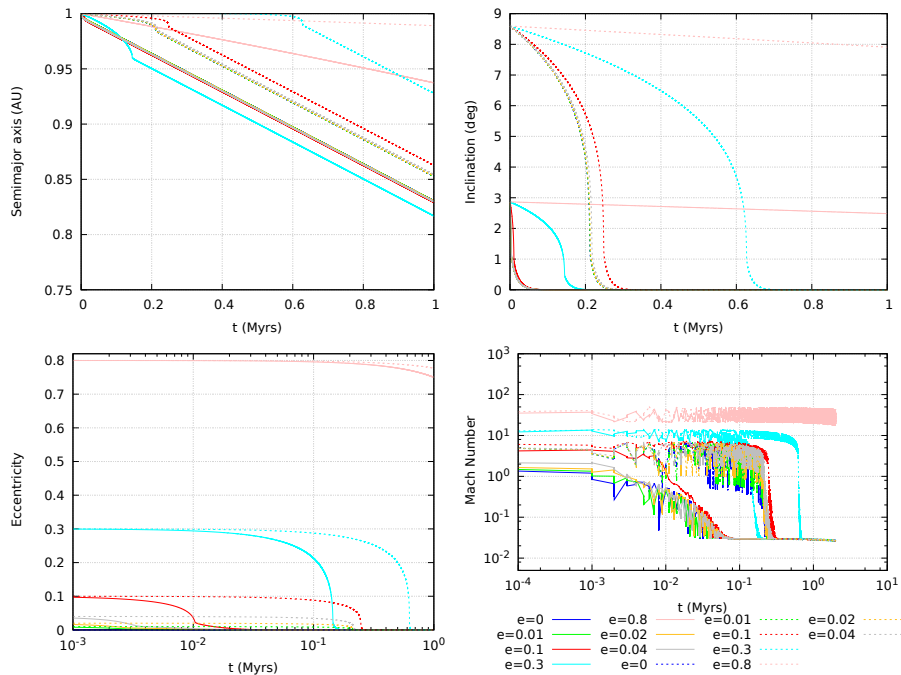


Figura D.10 - O efeito do arrasto de fricção dinâmica para um planetesimal com tamanho intermediário de  $10^{22}$  kg para diferentes excentricidades e inclinações.

### D.3.3.3 Efeitos de ambos os arrastos nas órbitas de planetesimais

Na Figura ??, nós mostramos a evolução dos elementos orbitais com diversos corpos de 2 km até 10000 km de raio e uma densidade volumétrica de  $\rho_p = 2g/cm^3$  considerando ambos os arrastos de gás: o arrasto aerodinâmico e o arrasto de fricção dinâmica. As excentricidades e inclinações iniciais destes corpos são de 0.8 e 10 graus. Para uma comparação direta nós também colocamos a evolução dos elementos orbitais considerando apenas o arrasto aerodinâmico (linhas tracejadas) e com apenas o arrasto de fricção dinâmica (linhas preenchidas).

Nós integramos por 1 milhão de anos e para objetos com raio de até 100 km (linha azul e verde) não há efeito considerado do arrasto de fricção dinâmica e a evolução segue exatamente como se apenas houvesse o arrasto aerodinâmico (linha tracejada azul e verde). Para corpos maiores que 100 km, no entanto, há uma superposição de efeitos dos dois arrastos impostos a estes corpos. Para estes últimos objetos, as excentricidades e inclinações decaem mais rapidamente quando apenas consideramos o efeito dos arrastos isoladamente. Quando os objetos maiores atingem órbitas coplanares, diferente do que vimos da solução com apenas o arrasto aerodinâmico, o efeito do arrasto de fricção dinâmica faz o semieixo maior diminuir linearmente e há uma

deflexão no pericentro desses corpos. Estes objetos atingem portanto pericentros menores do que nas situações em que apenas temos os dois arrastos separadamente.

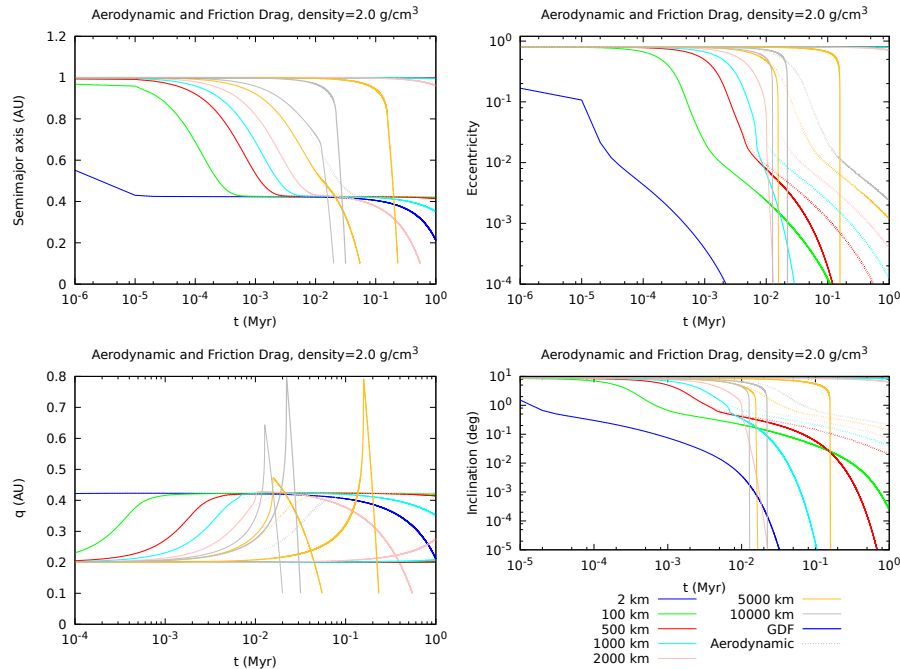


Figura D.11 - Evolução do semieixo maior, excentricidade, pericentro e inclinação de objetos com tamanhos de 2 até 10000 km quando é considerado o arrasto aerodinâmico e o de fricção dinâmica. Para efeito de comparação a evolução destes mesmos elementos mas para simulações com estes arrastos de forma independente também foram colocados neste gráfico: o arrasto aerodinâmico (linhas tracejadas) e o arrasto de fricção (linhas largas preenchidas).

Na Figura D.12, nós utilizamos uma distribuição uniforme de tamanhos de 1 à 10000 km e aplicamos ambos os efeitos de arrasto aerodinâmico e da fricção dinâmica mas considerando uma densidade de  $3 \text{ g/cm}^3$ . Nós integramos até as partículas pequenas cair de 1 km chegar próximo ao Sol (cerca de 23 mil anos). Nós distribuimos os objetos inicialmente em órbitas com excentricidade igual a 0.9 e inclinação de 10 graus. Nós observamos que há um interessante comportamento nas excentricidades finais em relação ao tamanho dos objetos. No regime entre 0 e 1000 km há uma parábola invertida em relação às excentricidades finais. A medida que os objetos vão ficando maior o arrasto aerodinâmico vai perdendo seu efeito de diminuir a excentricidade mas o arrasto de fricção dinâmica é mais dominante para objetos maiores que 500 km e complementa a queda na excentricidade. Para objetos maiores que 1000 km, o arrasto aerodinâmico não mais causa efeito e as excentricidades são

apenas amortecidas por causa do arrasto de fricção dinâmica. O arrasto de fricção dinâmica é mais eficiente para diminuir a excentricidade para objetos maiores que 1000 km que o arrasto aerodinâmico. Pelos diagramas diagramas do número de Mach e o número de Reynolds, nós mostramos como a partir de grandes números e a partir do regime supersônico o estado final das partículas alcançam números bem menores de Reynolds e um regime subsônico.

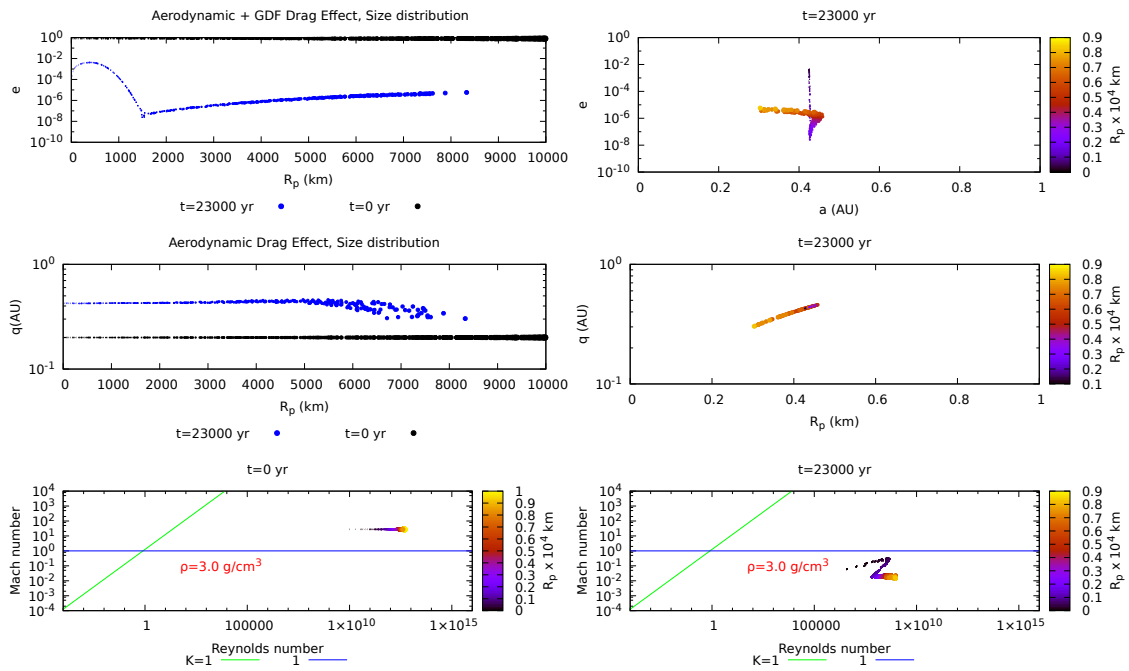


Figura D.12 - Nós usamos uma distribuição uniforme de tamanho de 1 até 10000 km e aplicamos ambos os arrastos aerodinâmicos e o de fricção dinâmica. A excentricidade e a inclinação inicial das partículas é de 0.9 e 10 graus e o semieixo inicial é de 1 AU.

Nós observamos que ao considerar os dois efeitos de arrasto, existem uma distribuição de tamanhos em que o arrasto de fricção dinâmica domina sob o efeito do arrasto aerodinâmico. Mas para tamanhos de planetesimais no regime de 0 até 1000 km, os dois efeitos são significativos para a quantidade de gás que utilizamos. Uma quantidade menor de gás, como por exemplo a quantidade de gás que nós utilizamos no Capítulo 4, mostrou que o arrasto aerodinâmico domina o arrasto de fricção dinâmica.



## APÊNDICE E - Testes dos integradores

Simulações de longo prazo precisam ter integradores rápidos e bem adaptados aos sistemas que desejamos simular. Por esta razão, realizamos testes de desempenho e precisão para os integradores WHFAST, IAS15, HERMES e MERCURIUS. Para realizar esta avaliação e validação do pacote de integração do REBOUND escolhemos um sistema planetário compacto com quatro corpos que é estável por 1 bilhão de anos sem a presença de um disco de planetesimais. O objetivo é então obter valores para os parâmetros de performance e precisão do integrador REBOUND quando este sistema é perturbado por um disco de planetesimais com uma massa total de 24 massas da Terra durante 1 milhão de anos. O nosso objetivo é avaliar o desempenho dos integradores e estimar o tempo de processamento para simulações típicas do modelo de Nice (ao menos 700 milhões de anos nos modelos de instabilidade tardia). Dessa forma, podemos avaliar qual é o integrador é mais indicado em termos de custo computacional e precisão.

### E.0.1 Parâmetros de performance e precisão

Como a única interação desses sistemas é a gravitacional, os sistemas são conservativos e deveriam conservar a energia total do sistema. No entanto, os erros numéricos durante a integração gera erros no cálculo da energia e a energia não é conservada. Um integrador preciso é aquele que mantém a energia total do sistema aproximadamente constante em função do tempo. Uma maneira de avaliar a precisão então é calcular o erro relativo da energia  $E_r$ , definido pela razão:

$$E_r = \frac{\Delta E}{E_o}, \quad (\text{E.1})$$

em que  $\Delta E$  é a diferença entre a energia total calculada no final da integração com a calculada no momento inicial ( $E_o$ ). Para o caso ideal, totalmente conservativo, o erro relativo na energia é nulo e o  $\Delta E$  também é zero. Quanto menos erros numéricos na integração o erro relativo então deve se aproximar de zero.

Um importante fator é o tempo de processamento da cpu ( $t_p$ ) para realizar um passo de integração  $\tau$ . A cada integração teremos uma distribuição de  $t_p$  que depende do esquema de integração e também dos efeitos dinâmicos do sistema planetário teste. Este parâmetro pode ser utilizado para estimar o tempo total médio de uma simulação ( $\langle T_{sim} \rangle$ ) que dura um tempo máximo  $T_{max}$ . Para isso nós utilizamos a

equação:

$$\langle T_{sim} \rangle = \frac{T_{max}}{\tau} \langle t_p \rangle, \quad (\text{E.2})$$

Para o integrador IAS15, nós também avaliamos o tempo de processamento para cada vez que o integrador mudar o seu passo de integração. Esta relação é importante para avaliar o parâmetro  $\epsilon$  de controle de passo, algumas integrações podem levar muito tempo caso a escolha desse parâmetro seja mantida como o valor padrão de  $\epsilon = 10^{-9}$ . Portanto, é necessário um estudo sobre a relação deste parâmetro com a precisão da energia relativa  $E_r$  e o tempo de computação (veja este estudo no Apêndice A).

### E.0.2 Simulações de desempenho

Sistemas planetários compactos são estáveis por bilhões de anos quando cada planeta está preso em uma configuração de ressonância média um com o outro. No caso do nosso Sistema Solar, foi mostrado que após a fase do gás, a configuração mais provável para Júpiter, Saturno e os outros planetas gigantes de gelo (Urano e Netuno) é uma configuração multi ressonante estável por bilhões de anos (Morbidelli et al. (2007)). Estes sistemas estáveis na presença de um disco de planetesimais podem sofrer perturbações que quebram estas cadeias multiresonantes e são responsáveis por uma instabilidade planetária. Estes sistemas apresentam evoluções descritas como típicas no modelo de Nice (Tsiganis et al. (2005)). Durante a passagem de uma instabilidade, os integradores recebem um desafio imenso. Porque agora ele deve ser capaz de lidar com encontros próximos, colisões e ejeções de planetas e planetesimais, capturas de ressonância de movimento médio, movimento das linhas de ressonância de movimento médio, entre outros efeitos. Diante deste quadro vamos realizar uma simulação numérica de um sistema que é estável mas sofre uma perturbação de um disco de planetesimais massivo com 1100 corpos. Além disso, vamos apresentar a nossa implementação da função principal do REBOUND deste sistemas planetários.

Para observar os efeitos dinâmicos que estes sistemas planetários apresentam convidamos o leitor a ler a seção Modelo de Nice, em que investigamos os efeitos dinâmicos como: migração planetária, estabilidade dentro de uma configuração multiresonantes, encontros próximos, colisões e instabilidades.

### E.0.3 Condições iniciais e evolução do Sistema

O sistema planetário que nós escolhemos para realizar os testes de performance (sistema planetário de teste) possui quatro planetas gigantes: Júpiter, Saturno, Urano e Netuno que foram formados em uma configuração mais compacta e mais perto do Sol que atualmente (Veja Tabela E.1). Esta configuração é estável porque o sistema atingiu uma configuração multirresonante no final de uma fase em que existia gás no sistema. Nós testamos esta estabilidade utilizando os quatro integradores REBOUND, o IAS15, o WHFAST, HERMES e o MERCURIUS.

Tabela E.1 - Condições iniciais dos planetas gigantes

Corpos	Semieixo maior (UA)	Excentricidade	Inclinação (°)
Jupiter	4,967	0,004	0
Saturno	6,736	0,014	0
Urano	8,953	0,012	0
Netuno	11,003	0,000	0

fonte: Produção do Próprio Autor.

Apenas o integrador HERMES não passou no teste da estabilidade de um sistema compacto apresentando uma instabilidade em poucos milhões de anos. Na Figura E.1, mostramos a evolução do semieixo maior ( $a$ ) e da excentricidade ( $e$ ) para cada um dos quatro planetas gigantes por 1 bilhão de anos. As curvas em vermelho são as evoluções apresentadas pelo integrador HERMES. Note que em sistemas compactos este integrador diverge bastante dos resultados dos outros integradores (curva em preto). Também testamos outros sistemas planetários compactos que são estáveis nos três integradores exceto o HERMES. Sistema planetários não compactos, por outro lado, apresentaram resultados semelhantes entre o HERMES e os outros integradores. Uma possível causa de uma não estabilidade em sistemas compactos pode está no esquema de integração minimizada em que há forças sintéticas para simular a influência dos outros planetas gigantes quando há encontros próximos. Uma vez em que em sistemas compactos os encontros próximos são entre partículas do tipo ativo. No entanto, nós não investigamos esta causa nem sugerimos nenhuma correção. O integrador HERMES também apresentou uma baixa precisão na conservação da energia com um valor do erro relativo de  $E_r = 6.87786410^{-3}$ . Por este motivo não apresentamos os resultados de desempenho das simulações com o HERMES e não consideramos este integrador confiável para os tipos de sistemas que iremos trabalhar. De fato, este integrador é considerado experimental nas versões do REBOUND

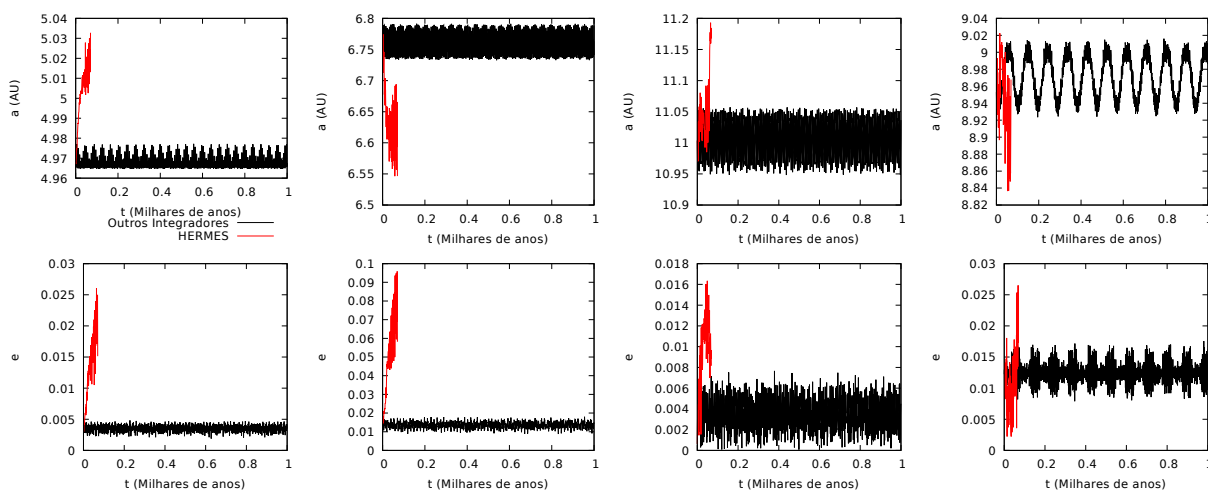
utilizadas neste trabalho.

A integração IAS15 foi feita utilizando o parâmetro de controle de passo  $\epsilon = 10^{-5}$  (veja no apêndice A porque escolhemos o valor deste parâmetro). Na Fig. E.2 estão representados a distribuição de passos de integração  $dt$  escolhidos automaticamente pelo esquema de integração do REBOUND. Também calculamos a distribuição cumulativa de passos de integração  $DT(< dt)$  em que podemos pontuar um passo de integração médio de 1.5 anos para a integração por 1 bilhão de anos. Como o controle de passo do IAS15 é feito de tal forma que a precisão seja mantida esta é uma boa alternativa para escolher um passo ideal de integração para os outros integradores que exigem o passo de integração fixo (como os integradores WHFAST, HERMES e o MERCURIUS). A distribuição de tempos de processamento de cpu ( $t_p$ ), a cada  $\tau = 1000$  anos, para o integrador IAS15 também é mostrado na Fig. E.2. A distribuição cumulativa desses tempos de processamento de cpu  $D(< t_{cpu})$  é também mostrado na Fig. E.2. Podemos notar que 90 por cento do tempo de processamento para escrever 1000 anos de integração é menor que 0.05 segundos, alcançando uma média de 0.025 segundos para integrar mil anos.

Nas Figuras E.3 e E.4 são mostrados os resultados para a integração com WHFAST e MERCURIUS respectivamente. O esquema de integração exige um passo fixo de integração fixo pelo qual escolhemos o valor de  $dt = 0.5$  anos. Mostramos que mais de 90 por cento dos tempos de processamento de cpu para escrever mil anos de integração foi menor que 0.005 segundos para o WHFAST. Ainda mais rápido, o integrador MERCURIUS em que para a mesma percentagem dos tempos de processamento de cpu utilizou cerca da metade do tempo do WHFAST, cerca de 0.0025 segundos. Em termos de precisão, os erros relativos para as integrações realizadas com o IAS15, o WHFAST e o MERCURIUS são respectivamente:  $E_r = 4.25723310^{-9}$ ,  $E_r = 1.44776510^{-8}$  e  $E_r = 1.44776510^{-6}$  (veja também na tabela E.3). O integrador que se mostrou ser mais rápido foi o MERCURIUS e o mais preciso em termos de conservação de energia foi o integrador IAS15. Na tabela E.3 estimamos o tempo médio para realizar 1 bilhão de anos de integração para os três integradores IAS15, WHFAST e o MERCURIUS.

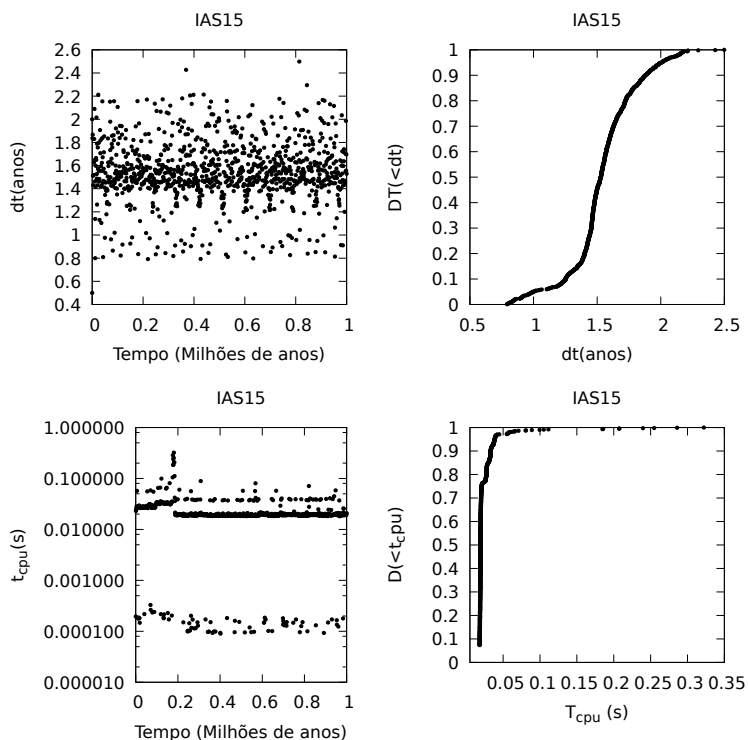
Nós também testamos o desempenho dos integradores em um simulação com os planetas da Tabela 1 sofrendo efeitos de um disco de planetesimais. O disco de planetesimais se estende a partir de 12 AU até 80 AU e tem duas configurações dinâmicas: um disco de planetesimais é aproximadamente frio com excentricidades próximas a zero e uma outra parte do disco de planetesimais dinamicamente quente

Figura E.1 - Evolução do semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes



fonte: dados do autor.

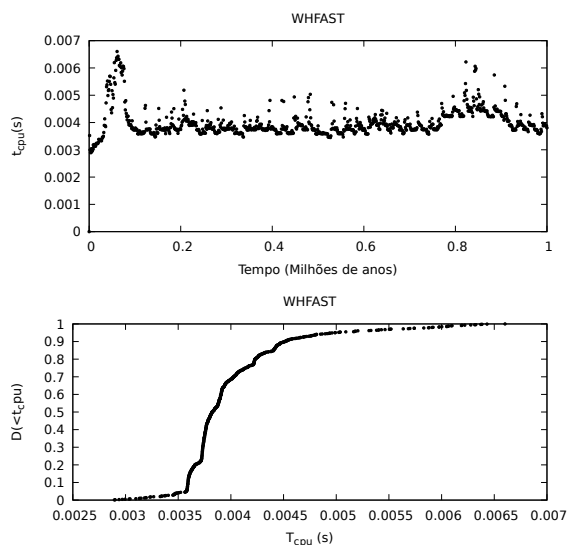
Figura E.2 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu e variação de passo de integração durante uma integração com o IAS15



fonte: dados do autor.

com excentricidades entre 0.1 e 0.9. Esse disco foi uma consequência das histórias de formação de Urano e Netuno que iremos explicar no Capítulo 3. Para fazer

Figura E.3 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o WHFAST



fonte: dados do autor.

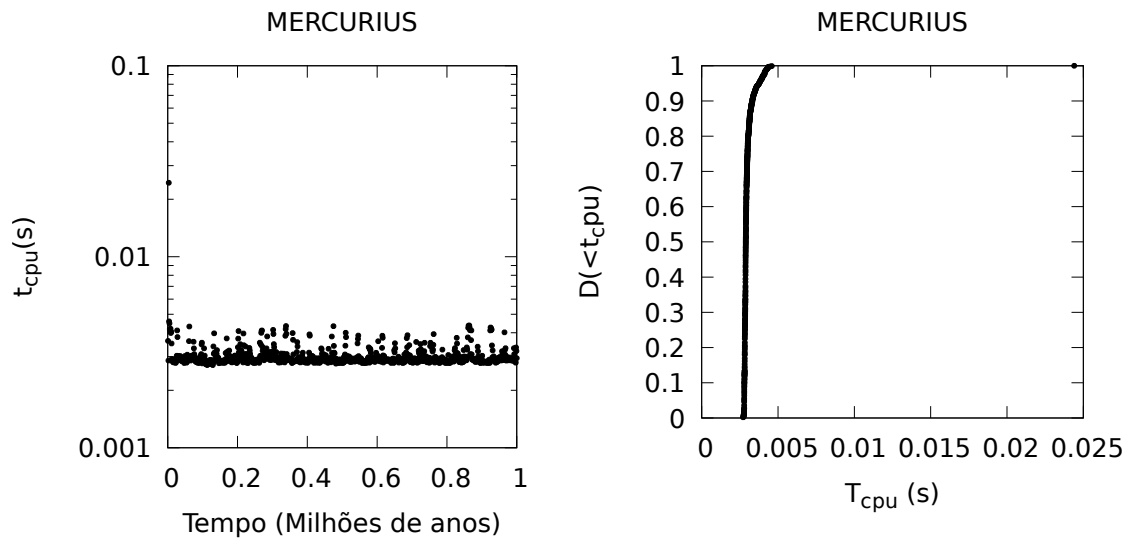
Tabela E.2 - Desempenho dos integradores

Integrador	Tempo médio de processamento (minutos)	Erro relativo na Energia
IAS15	42	$4.25723310^{-9}$
WHFAST	8.3	$1.44776510^{-8}$
HERMES	-	$6.87786410^{-3}$
MERCURIUS	4.1	$1.44776510^{-6}$

fonte: Produção do Próprio Autor.

nossas estimativas realizamos uma integração curta de apenas 1 milhão de anos. Esse disco é mais adequado para medir o desempenho dos integradores porque a parte dinamicamente quente do disco tem pericentro próximos aos planetas gigantes e portanto teremos contados alguns encontros próximos durante a integração por 1 milhão de anos. Nesta simulação, nós removemos todas as partículas que entram no sistema solar interno ( $a < 5$  AU) ou que escaparam do sistema solar ( $a > 100$  au). Nós tratamos cada colisão utilizando o modo merge do REBOUND que significa que durante uma colisão a partícula de maior massa absorve a de menor massa. As partículas do disco têm massas individuais de algumas massas de Plutão e são chamadas de super partículas. Portanto, a cada encontro próximo com um planeta nós quebramos uma super partícula em diversas outras partículas com massas de apenas 10 por cento da massa de Plutão. Esse procedimento é bastante útil para evitar instabilidades não realistas e também evita custos desnecessário de simular

Figura E.4 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o MERCURIUS



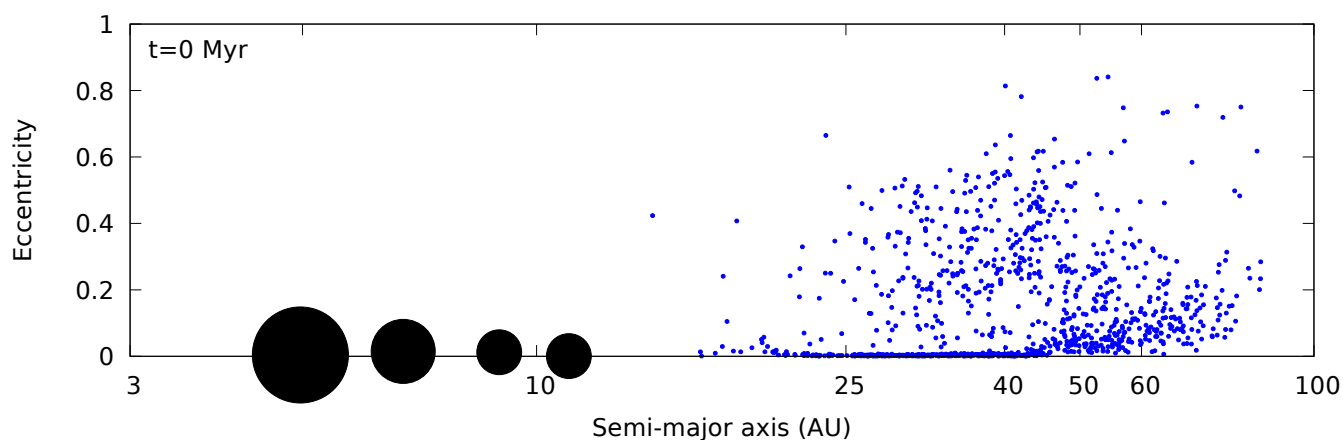
fonte: dados do autor.

muitas partículas. No entanto, todos estes procedimentos vão trazer consequências na conservação da energia deste sistema. O fato de eliminar e criar partículas já aumenta o erro relativo na energia do sistema.

Na Fig. E.10, mostramos um diagrama da excentricidade em função do semieixo maior inicial das corpos do sistema planetário teste.

Na Fig. E.6, mostramos a evolução dos elementos  $a$ ,  $e$  e  $i$  dos planetas gigantes que sofrem a perturbação do disco de planetesimais. Na Fig. E.6, podemos mostrar que

Figura E.5 - Diagrama de semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes e um disco de planetesimais



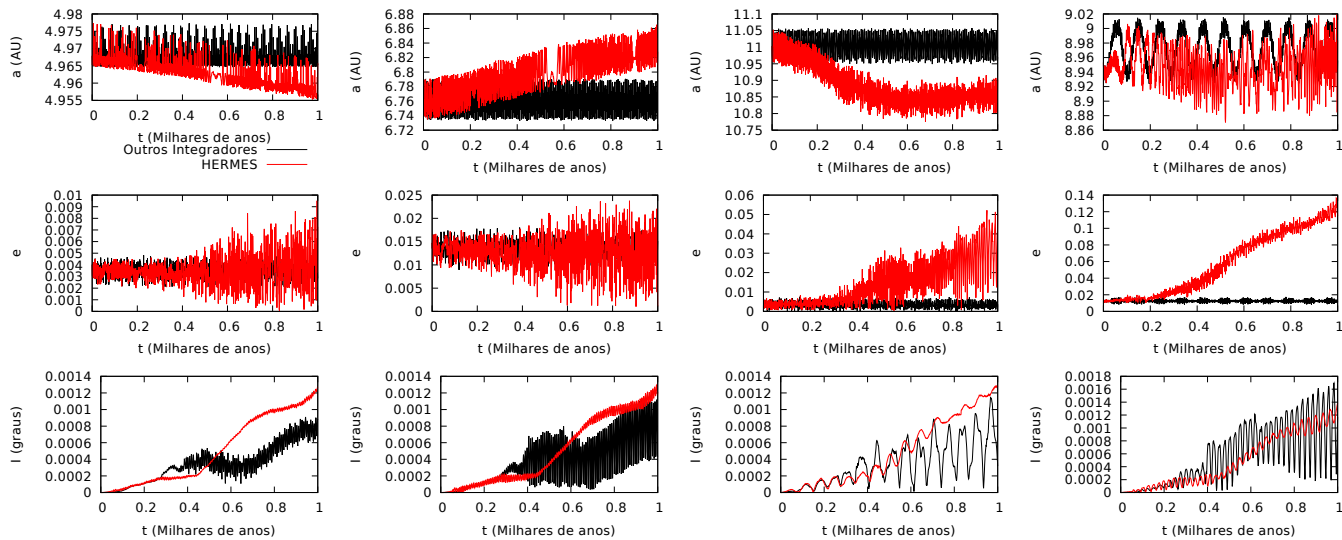
fonte: Produção do Próprio Autor.

novamente que a integração com o HERMES não se mostrou similar as integrações com IAS15, WHFAST e o MERCURIUS. Na integração com o HERMES, os planetas apresentam um número maior de encontros próximos com os planetesimais que os outros integradores. Além disso, observando a evolução dos semi eixos maiores dos planetas, notamos que há uma excessiva taxa de migração que acompanha uma excessiva excitação em excentricidade em relação aos outros integradores. Note que devido aos encontros próximos com os planetesimais as inclinações dos planetas gigantes são ligeiramente excitadas.

As distribuições de tempos de processamento de cpu e de controle de passo da simulação feita com o integrador IAS15 é mostrada na Figura 10. A integração foi feita com o passo de integração médio de 1.5 anos e um tempo de processamento médio de cerca de 10 segundos para escrever 1000 anos de evolução. A integração com o WHFAST é mostrado na Figura 11. Nós utilizamos um passo fixo de 0.5 anos e o tempo de processamento médio foi de 7 segundos para processar 1000 anos de evolução. Os resultados da integração com os integradores híbridos MERCURIUS e HERMES é mostrado na Figura 12. O integrador MERCURIUS apresentou um tempo de processamento médio de apenas 1 segundo para completar 1000 anos de integração. A simulação com o integrador HERMES levou o dobro do tempo de processamento médio do MERCURIUS ou seja apenas 2 segundos para completar 1000 anos de integração. O erro relativo apresentado para o IAS15, o WHFAST, o HERMES e o MERCURIUS são respectivamente da ordem de  $10^{-3}$  (veja tabela 3

para os valores exatos). Como nós dissemos antes, a eliminação e a criação de partículas afeta a conservação da energia. Na Figura 13, mostramos como o número de partículas varia com o tempo de simulação nas integrações feitas com o HERMES (em vermelho) e o MERCURIUS (em preto). Em alguns encontros próximos algumas partículas são criadas e outras são removidas do sistema. Todos os integradores apresentaram valores similares da energia relativa e portanto não há uma contribuição grande para o erro relativo oriundo do esquema de integração. Olhando por este ponto, nós podemos escolher o integrador mais rápido para este tipo de sistema. Pelas nossas medições o MERCURIUS mostrou ser o mais rápido e igualmente preciso que os outros integradores. E mais uma vez, o HERMES não apresentou uma evolução similar e apesar de ser também um integrador rápido, nós decidimos não utilizá-lo nas simulações deste trabalho. O tempo médio de um simulação de 1 bilhão de anos para os integradores IAS15, WHFAST, HERMES E MERCURIUS respectivamente são: 11,57 dias, 8,10 dias, 2,30 dias e 1,15 dias. Lembrando que este tempo pode aumentar com a criação de mais partículas ao longo da integração.

Figura E.6 - Evolução do semieixo maior e excentricidade dos planetas gigantes com a presença de um disco de planetesimais

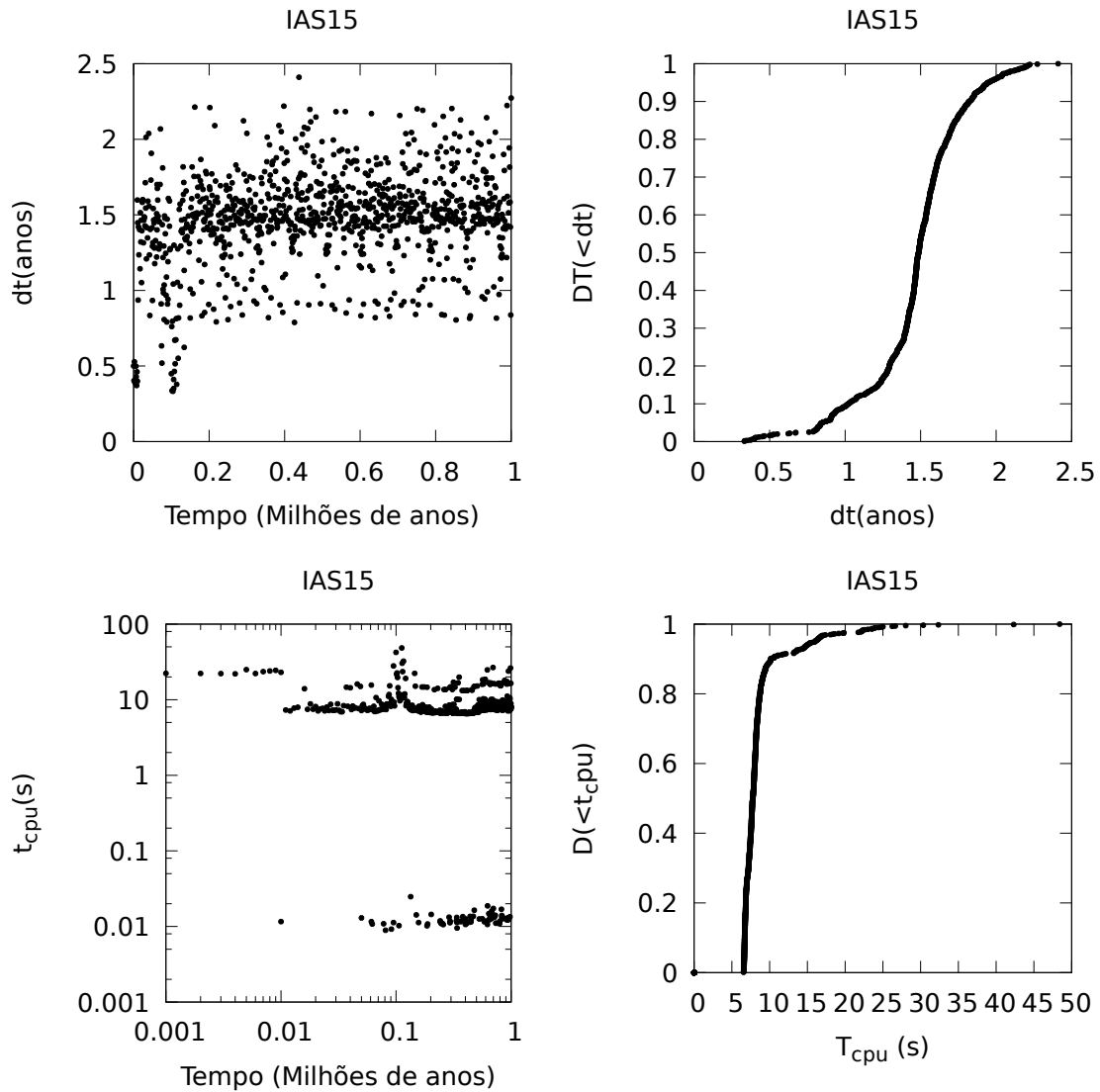


fonte: Produção do Próprio Autor.

## E.1 Teste do parâmetro de controle de passo do IAS15

O integrador IAS15 possui um precisão de controle de passo padrão de  $\epsilon = 10^{-9}$ . Antes de realizar, a integração de um sistema planetário com o disco de planetesi-

Figura E.7 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu e variação de passo de integração durante uma integração com o IAS15 com o disco de planetesimais



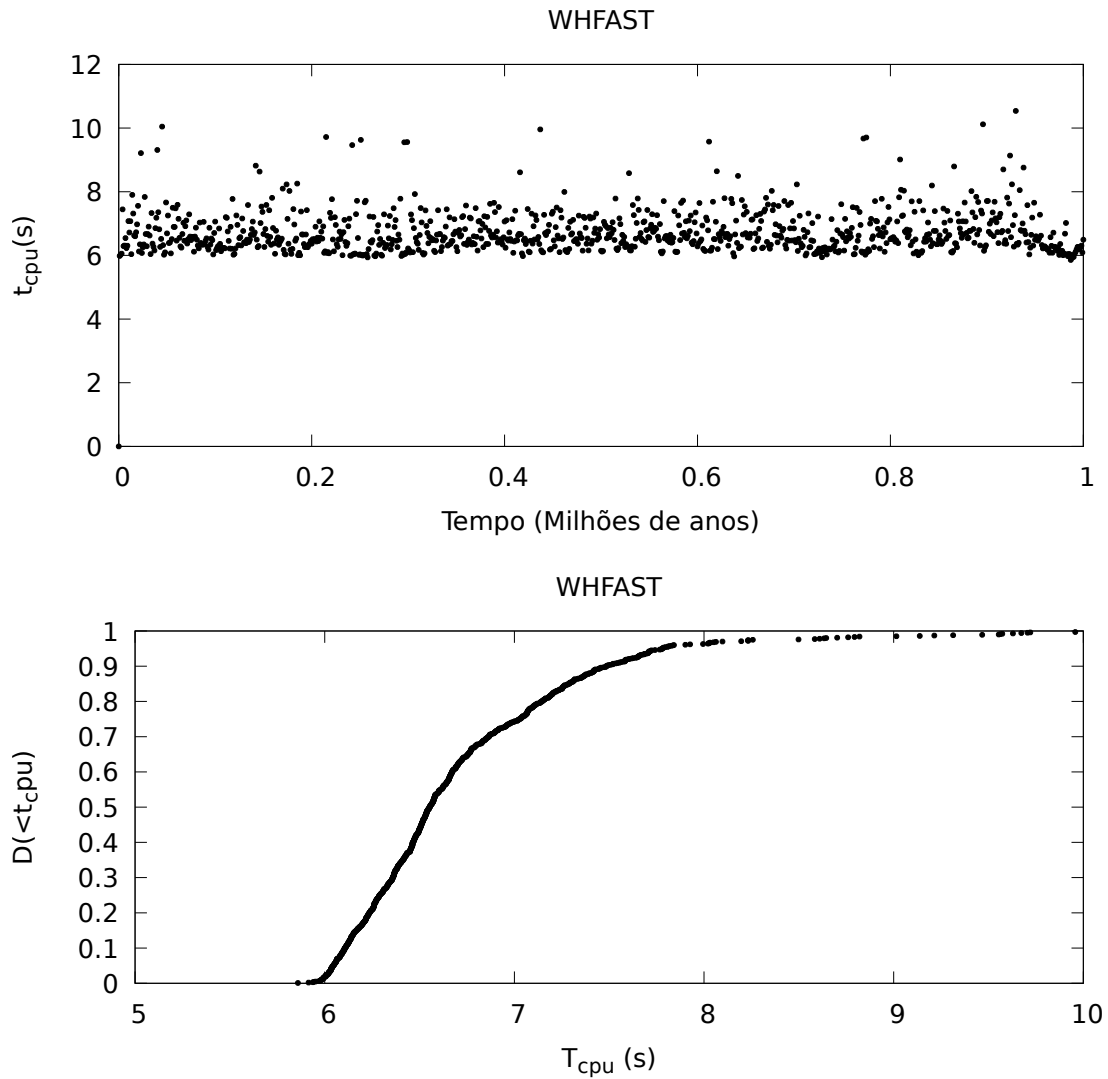
fonte: Produção do Próprio Autor.

Tabela E.3 - Desempenho dos integradores em simulações com o disco

Integrador	Tempo médio de processamento (dias)	Erro relativo na Energia
IAS15	11,57	$6,8605^{-3}$
WHFAST	8,10	$6,8551^{-3}$
HERMES	2,30	$6,8778^{-3}$
MERCURIUS	1,15	$6,858810^{-3}$

fonte: Produção do Próprio Autor.

Figura E.8 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o WHFAST com o disco de planetesimais

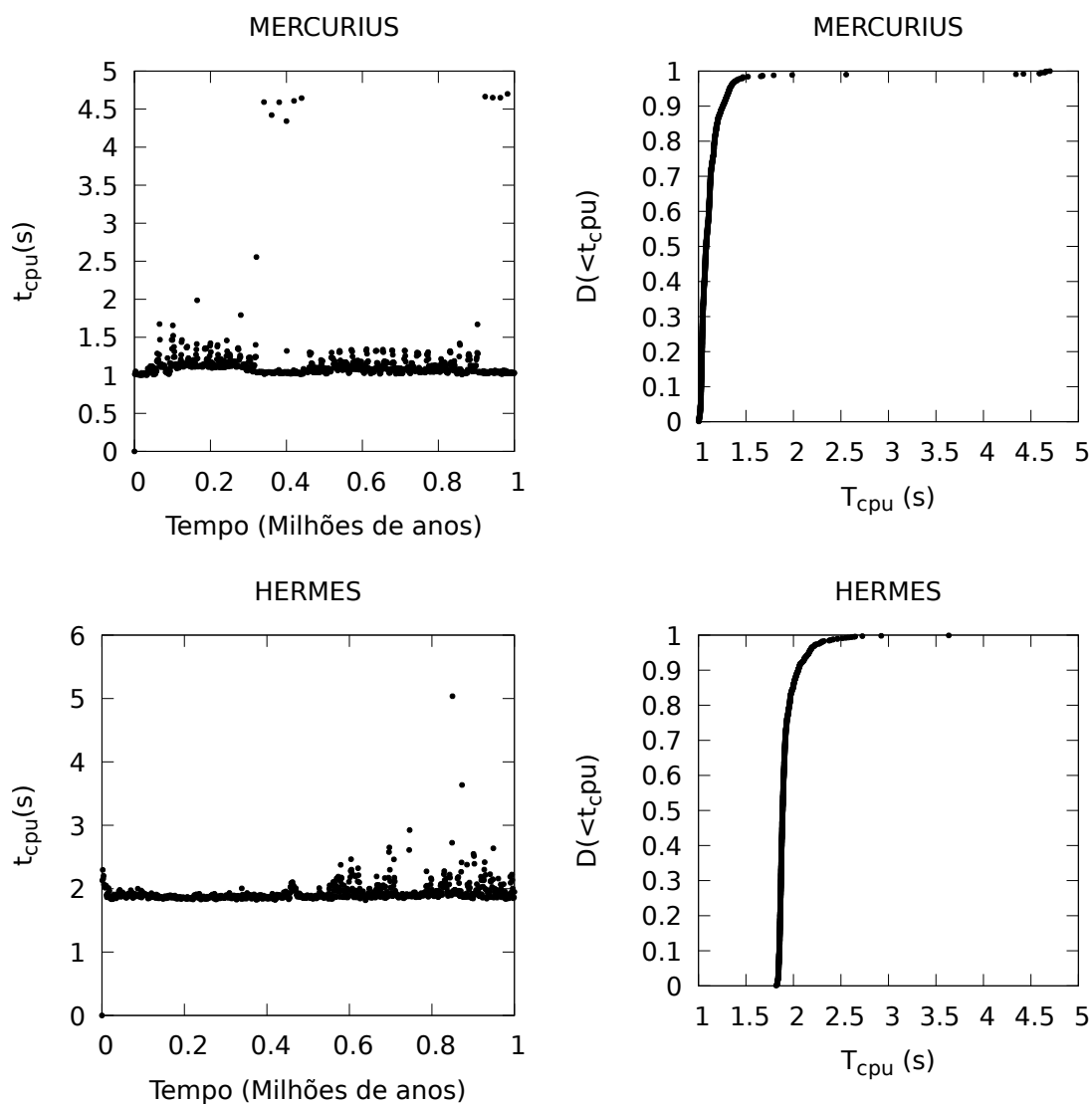


fonte: Produção do Próprio Autor.

mais apresentados nas Figuras XX. Decidimos realizar alguns testes para avaliar o desempenho do parâmetro  $\epsilon$ , isso foi motivado por demora excessiva na integração do IAS15 nas integrações do sistema apresentado na Tabela XX. Portanto, decidimos integrar um sistema com um disco agora frio, (configuração do disco), com 3500 partículas e avaliar o tempo de processamento para realizar 27 mil orbitas da Terra.

A Figura E.11 mostra o tempo de processamento real *cpu time* em função do tempo de integração. É com esta grandeza que vamos avaliar o custo computacional das

Figura E.9 - Distribuição dos tempos de processamento de cpu durante uma integração com o HERMES e o MERCURIUS com o disco de planetesimais

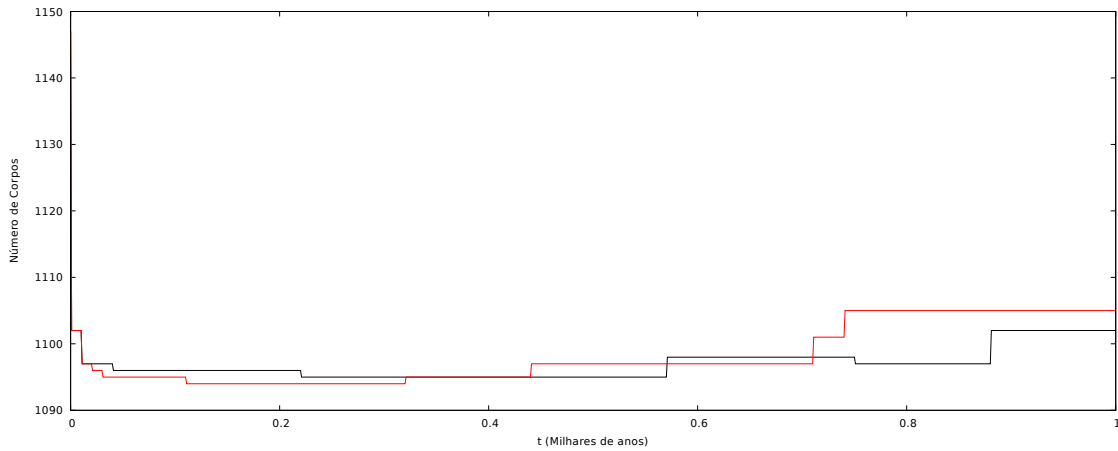


fonte: Produção do Próprio Autor.

integrações. O tempo de processamento real mede o tempo de computação da integração, juntamente com o tempo de escrita das órbitas das partículas. Fixamos um tempo constante de 27 mil órbitas da Terra para diagnosticar o valor da *cpu time*. Cada ponto do gráfico corresponde a uma integração completa de 27 mil órbitas da Terra. A integral sobre estas curvas é o tempo total de processamento da integração,  $t_{total}$ .

A razão deste alto custo computacional estava associada com a maneira de fazer os

Figura E.10 - Número de corpos em função do tempo nas simulações com o disco de planetesimais



fonte: Produção do Próprio Autor.

experimentos numéricos e pela precisão do integrador IAS15. O parâmetro  $\epsilon$ , parâmetro de precisão de controle de passo do integrador IAS15 estava com o valor muito baixo para este tipo de simulação. Esse valor padrão era de  $10^{-9}$ . O sistema utilizado por Rein e Spiegel, em 2015, foi mais simples em relação as simulações planetárias com um disco massivo do que o que estamos estudando. Contudo, modificamos o parâmetro  $\epsilon$  de  $10^{-4}$  até  $10^{-9}$  e integramos o sistema planetário com 3500 partículas no disco de planetesimais, durante 1 milhão de anos, apresentados na Figura E.11. Mostramos que os resultados são muito mais baratos computacionalmente do que obtivemos nos primeiros experimentos numéricos apresentados no relatório anterior.

Na Figura E.11, temos o tempo de processamento real em função do tempo de integração. Os pontos em vermelho ( $10^{-4}$ ), azul ( $10^{-5}$ ), azul claro ( $10^{-6}$ ), verde ( $10^{-7}$ ), rosa ( $10^{-8}$ ) e amarelo ( $10^{-9}$ ) correspondem respectivamente aos valores diferentes de precisão do controle do passo que varia de  $10^{-4}$  até  $10^{-9}$ . Podemos notar que há um problema com a escolha de  $\epsilon$  igual a  $10^{-9}$  (amarelo). É o único valor de precisão do IAS15 que leva quase 2000 minutos, ou 33 horas para escrever 27 mil órbitas da Terra, mantendo as estimativas anteriores em relação ao tempo total. Os outros parâmetros de precisão estão bem abaixo dos 100 minutos, ou 1,6 horas. Em média, todos os outros parâmetros de precisão, tem seu tempo de processamento oscilando entre 9 e 10 minutos.

O passo de integração é de 80 dias e é o mesmo para todas as precisões utilizadas. Na Figura E.12, exibimos o passo de integração em dias em função do tempo total

de integração, depois do primeiro passo de integração. O passo de integração é modificado devido aos encontros próximos entre as partículas, conforme o integrador IAS15 propõe em sua formulação. Podemos ver, que os passos de integração são bem pequenos para a precisão  $\epsilon$  igual a  $10^{-9}$ . Quanto menor o passo de integração maior o tempo de processamento da integração.

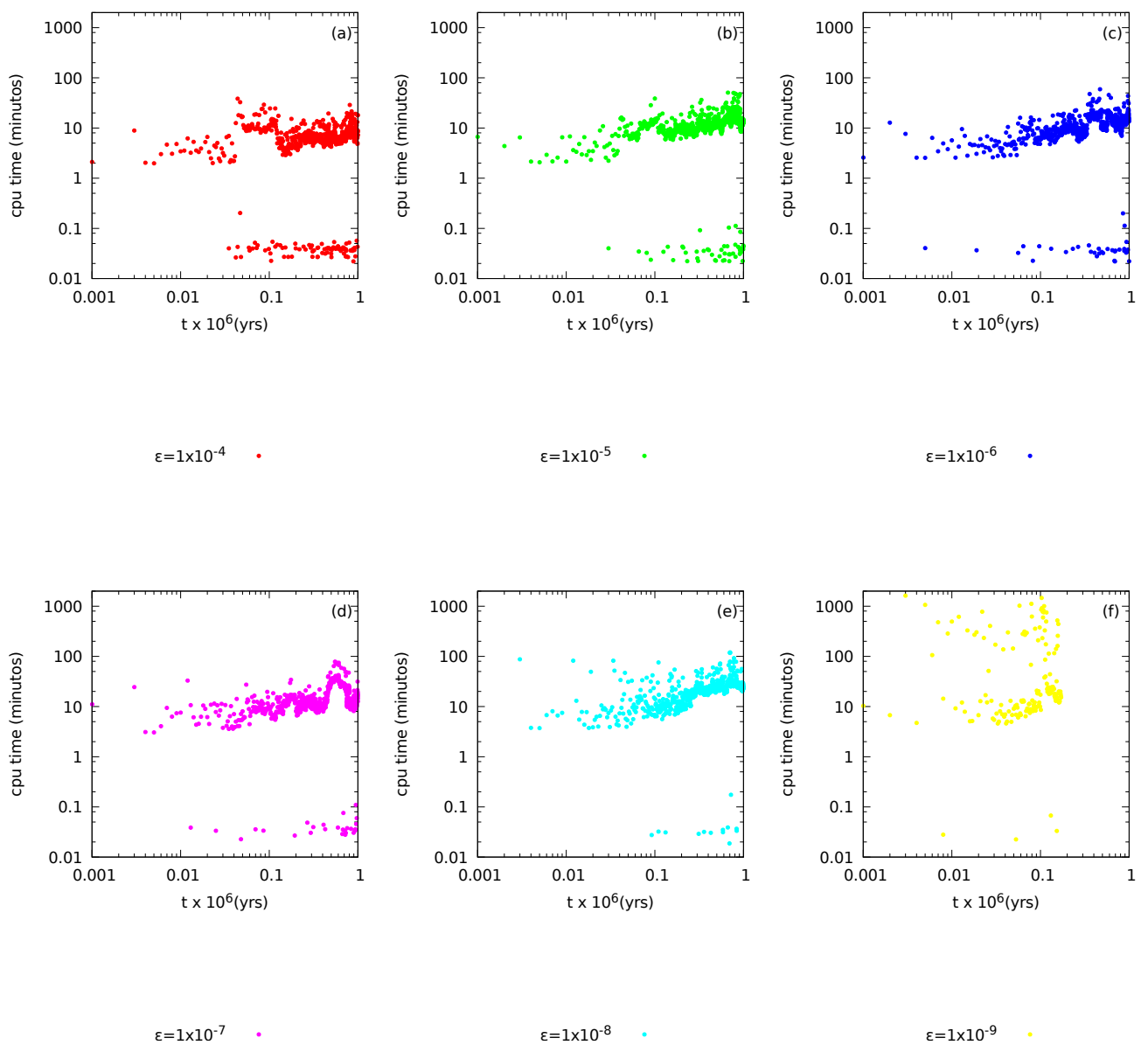
Na Fig. E.13, mostramos o erro relativo na energia em função do parâmetro de precisão do IAS15.

Para a nossa surpresa, o erro relativo na energia foram todos da ordem de grandeza entre  $10^{-6}$  e  $10^{-7}$ , e portanto decidimos escolher o parâmetro de controle de passo como sendo  $\epsilon = 10^{-5}$ . Dessa forma superamos a lentidão apresentada com o valor padrão de  $\epsilon$  igual a  $10^{-9}$  obtendo uma precisão razoável para as nossas integrações. Como o integrador HERMES também é escrito em termos do IAS15 nós também modificamos o parâmetro de controle de passo deste integrador. Não exibimos o valor da energia relativa para o valor de  $\epsilon$  igual a  $10^{-9}$  porque a integração é muito custosa para terminá-la.

## E.2 Conclusões

As simulações de longo período de sistemas planetários, usando o pacote de integração REBOUND, foram realizadas com tempos satisfatórios para o término deste projeto de pesquisa. Ao modificar o parâmetro de precisão do integrador IAS15 que se mostrou mais rápido dentro de uma precisão aceitável. Modificando a precisão, o erro relativo na energia foi da ordem de  $10^{-7}$  à  $10^{-8}$  para os diferentes parâmetros de controle de passo,  $\epsilon$ . Por se tratar de uma simulação de longo período, consideramos o erro relativo na energia satisfatório pois temos um sistema caótico, com muitos encontros próximos, com efeitos de ressonância e com muitas partículas. Retirando as partículas espúrias do problema e modificando a precisão do integrador conseguindo estabilizar ainda mais o tempo de processamento para 10 minutos. Assim, uma simulação de 27 milhões de anos foi estimada para terminar em aproximadamente uma semana, com o disco de 3500 partículas interagindo gravitacionalmente com os planetas gigantes. Com este integrador, podemos tratar os encontros próximos e incluir forças dissipativas. Diante desse quadro, o integrador IAS15 parece ser a melhor escolha para as nossas simulações.

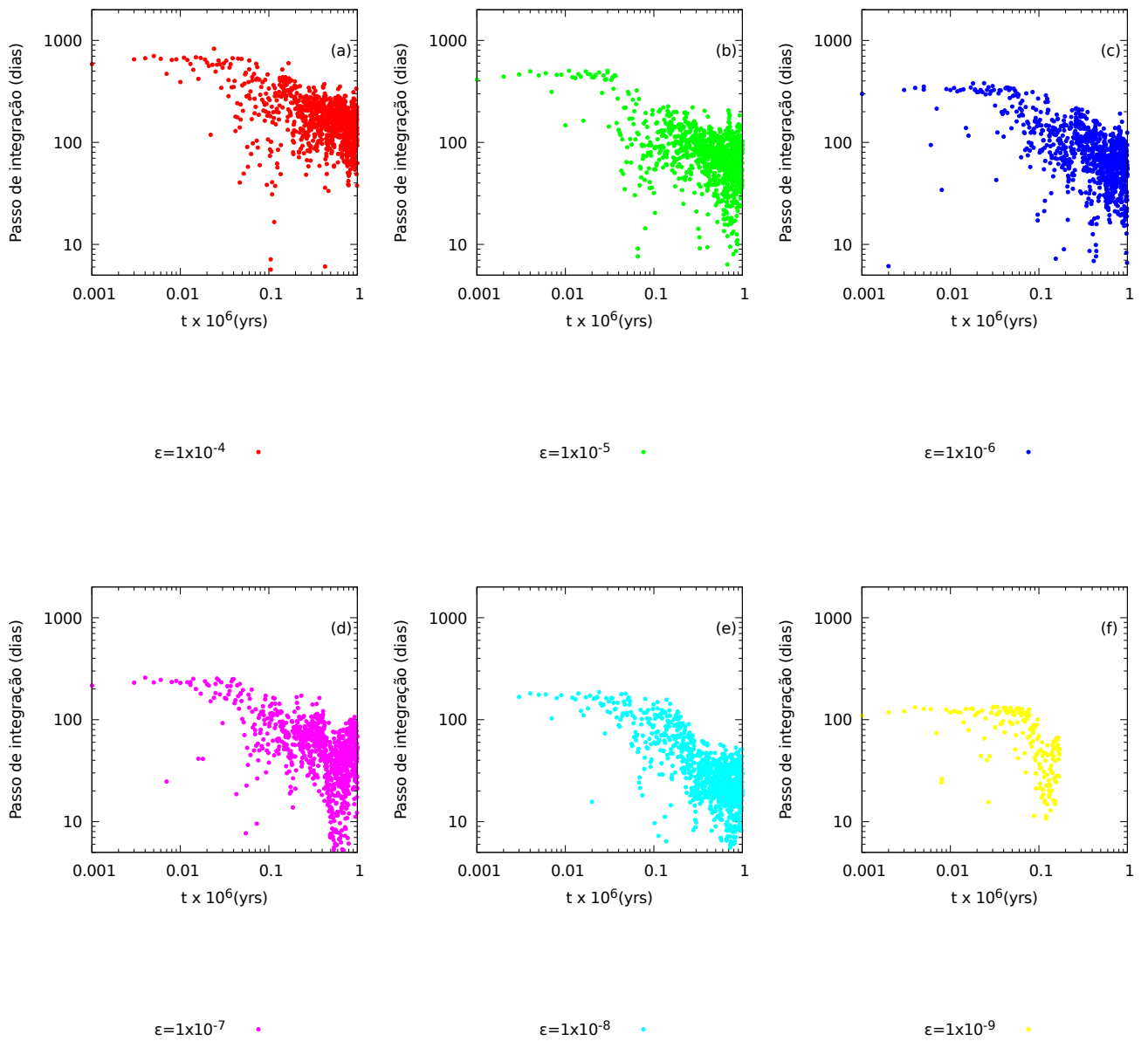
Figura E.11 - Estas grandezas foram calculadas durante a simulação de um sistema planetário com um disco de planetesimais com 3500 partículas. Relação do tempo de processamento *cpu time* em função do tempo de integração. Os pontos em vermelho, azul, azul claro, verde, rosa e amarelo correspondem a diferentes precisões do  $\epsilon$  entre  $10^{-4}$  e  $10^{-9}$ . Todas as simulações são realizadas pelo integrador IAS15. A simulação se mostra muito barata computacionalmente, ao utilizar o parâmetro  $\epsilon = 10^{-4}$ , chegando em média de 10 minutos para escrever 27 mil orbitas da Terra.



fonte: Dehnen e Read, 2011.

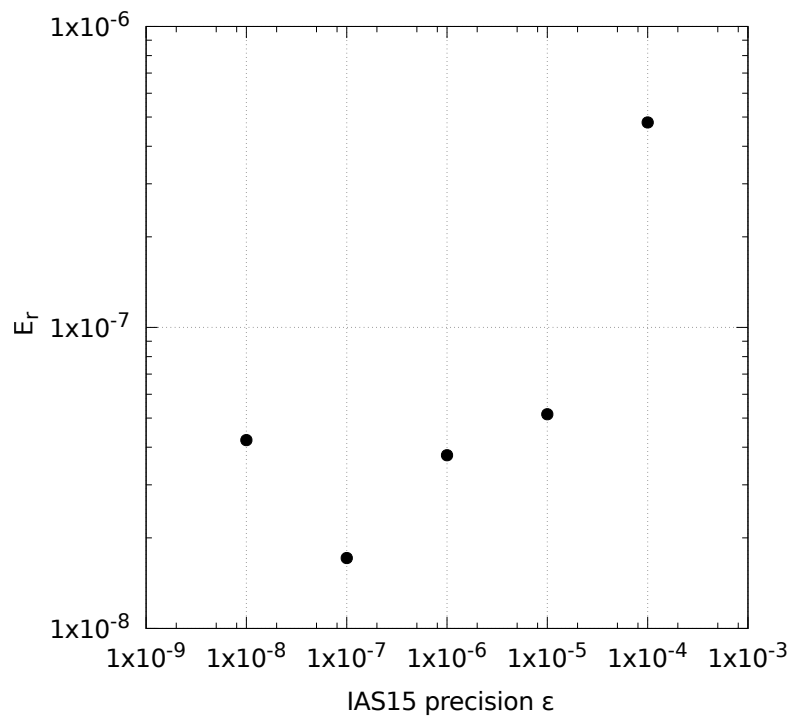
Figura E.12 - Desempenho da integração de um sistema planetário

. Estas grandezas foram calculadas durante a simulação de um sistema planetário com um disco de planetesimais com 3500 partículas. A relação entre o passo de integração e o tempo de integração. Os pontos em vermelho ( $10^{-4}$ ) revelam que o passo da integração é maior em média do que 100 dias, próximo ao passo inicial da integração e que seria a escolha ideal. No entanto, os pontos em amarelo ( $10^{-9}$ ) tem o passo de integração bem menor em média que os 100 dias e portanto a integração se torna bastante custosa com esta precisão, sendo uma escolha não adequada.



fonte: Dehnen e Read, 2011.

Figura E.13 - Estas grandezas foram calculadas durante a simulação de um sistema planetário com um disco de planetesimais com 3500 partículas. O erro relativo na energia em função das precisões do controle de passo do IAS15,  $\epsilon$ . O maior erro relativo na energia foi da ordem de  $10^{-7}$  e portanto, podemos escolher o parâmetro que tem o melhor desempenho de tempo computacional.



fonte: Dehnen e Read, 2011.



## ANEXO A - Publicações



## Manuscrito 1



ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Icarus

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/icarus](http://www.elsevier.com/locate/icarus)

## Dynamical effects on the classical Kuiper belt during the excited-Neptune model

Rafael Ribeiro de Sousa<sup>\*,a,b</sup>, Rodney Gomes<sup>c</sup>, Alessandro Morbidelli<sup>b</sup>, Ernesto Vieira Neto<sup>a</sup>

<sup>a</sup> São Paulo State University, UNESP, Campus of Guaratinguetá, Av. Dr. Arriberto Pereira da Cunha, 333 - Pedregulho, Guaratinguetá, SP 12516-410, Brazil

<sup>b</sup> Laboratoire Lagrange, UMR7293, Université Côte d'Azur, CNRS, Observatoire de la Côte d'Azur, Boulevard de l'Observatoire, 06304 Nice Cedex 4, France

<sup>c</sup> Observatório Nacional, Rua General José Cristino 77, Rio de Janeiro, RJ CEP 20921-400, Brazil

### ARTICLE INFO

#### Keywords:

Kuiper belt  
Solar system formation  
Self-gravity

### ABSTRACT

The link between the dynamical evolution of the giant planets and the Kuiper Belt orbital structure can provide clues and insight about the dynamical history of the Solar System. The classical region of the Kuiper Belt has two populations (the cold and hot populations) with completely different physical and dynamical properties. These properties have been explained in the framework of a sub-set of the simulations of the *Nice Model*, in which Neptune remained on a low-eccentricity orbit (Neptune's eccentricity is never larger than 0.1) throughout the giant planet instability (Nesvorný 2015a,b). However, recent simulations (Gomes et al., 2018) have showed that the remaining *Nice model* simulations, in which Neptune temporarily acquires a large-eccentricity orbit (larger than 0.1), are also consistent with the preservation of the cold population (inclination smaller than 4°), if the latter formed in situ. However, the resulting a cold population showed in many of the simulations eccentricities larger than those observed for the real population. The purpose of this work is to discuss the dynamical effects on the Kuiper belt region due to an excited Neptune phase. We focus on a short period of time, of about six hundred thousand years, which is characterized by Neptune's large eccentricity and smooth migration with a slow precession of Neptune's perihelion. This phase was observed during a full simulation of the *Nice Model* (Gomes et al., 2018) just after the last jump of Neptune's orbit due to an encounter with another planet. We show that if self-gravity is considered in the disk, the precession rate of the particles longitude of perihelion  $\varpi$  is slowed down, which in turn speeds up the cycle of  $\varpi_N - \varpi$  (the subscript  $N$  referring to Neptune), associated to the particles eccentricity evolution. This, combined with the effect of mutual scattering among the bodies, which spreads all orbital elements, allows some objects to return to low eccentricities. However, we show that if the cold population originally had a small total mass, this effect is negligible. Thus, we conclude that the only possibilities to keep at low eccentricity some cold-population objects during a high-eccentricity phase of Neptune are that (i) either Neptune's precession was rapid, as suggested by Batygin et al. (2011) or (ii) Neptune's slow precession phase was long enough to allow some particles to experience a full secular cycle of  $\varpi - \varpi_N$ .

### 1. Introduction

The Kuiper Belt Objects (KBOs) are a collection of icy bodies located beyond Neptune's orbit. They are classified into five dynamical classes (more details in Gladman et al. (2008)): (i) resonant populations: objects inside Neptune's mean motion resonances; (ii) scattering population: objects whose orbits are repeatedly perturbed by close encounters with Neptune; (iii) classical cold population: objects on fairly eccentric orbits and low inclinations; (iv) classical hot population: objects have moderately eccentric orbits but with larger inclinations and (v) detached population: objects on high-eccentricity orbits that were presumably scattered by Neptune in the past, but had their perihelion

increased by resonances with Neptune and presently have no close encounters with Neptune.

The orbital eccentricity and inclination distribution of the observed Kuiper Belt Objects is plotted in Fig. 1. The five dynamical classes presumably formed due to the gravitational influence of the four major planets during their migration phase. Neptune, being the outermost planet, had a particularly important influence on the sculpting of the trans-Neptunian region. Thus, the dynamical history of Neptune is an essential ingredient to explain the formation of the observed structure of the Kuiper Belt.

The classical cold and hot objects are very interesting populations of the Kuiper Belt. They are located between the 3:2 and 2:1 mean motion

\* Corresponding author.

E-mail addresses: [ribeiro@oac.eu](mailto:ribeiro@oac.eu) (R. Ribeiro de Sousa), [rodney@on.br](mailto:rodney@on.br) (R. Gomes).

<https://doi.org/10.1016/j.icarus.2018.08.008>

Received 22 April 2018; Received in revised form 23 July 2018; Accepted 3 August 2018

0019-1035/ © 2018 Elsevier Inc. All rights reserved.

Manuscrito 2

1

2

DRAFT VERSION AUGUST 28, 2019  
Typeset using L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X **manuscript** style in AASTeX62

Dynamical evidence for an early giant planet instability\*

3

RAFAEL RIBEIRO DE SOUSA,<sup>1,2</sup> ALESSANDRO MORBIDELLI,<sup>2</sup> SEAN N. RAYMOND,<sup>3</sup> ANDRE IZIDORO,<sup>1</sup>  
RODNEY GOMES,<sup>4</sup> AND ERNESTO VIEIRA NETO<sup>1</sup>

4

5

<sup>1</sup>*São Paulo State University, UNESP, Campus of Guaratinguetá, Av. Dr. Ariberto Pereira da Cunha, 333 -  
Pedregulho, Guaratinguetá - SP, 12516-410, Brazil*

6

7

<sup>2</sup>*Laboratoire Lagrange, UMR7293, Université Côte d’Azur, CNRS, Observatoire de la Côte d’Azur, Boulevard de  
l’Observatoire, 06304 Nice Cedex 4, France*

8

9

<sup>3</sup>*Laboratoire d’Astrophysique de Bordeaux, Univ. Bordeaux, CNRS, B18N, alle Geoffroy Saint-Hilaire, 33615 Pessac,  
France*

10

11

<sup>4</sup>*Observatório Nacional, Rua General José Cristino 77, CEP 20921-400, Rio de Janeiro, RJ, Brazil*

12

Submitted to Icarus

13

ABSTRACT

14

The dynamical structure of the Solar System can be explained by a period of orbital instability  
experienced by the giant planets. While a late instability was originally proposed to explain the Late  
Heavy Bombardment, recent work suggests that an early instability can match the observational con-  
straints. Here we model the early dynamical evolution of the outer Solar System to self-consistently  
constrain the most likely timing of the instability. We first simulate the dynamical sculpting of the  
primordial outer planetesimal disk during the accretion of Uranus and Neptune from migrating plan-  
etary embryos during the gas disk phase, and determine the separation between Neptune and the

15

16

17

18

19

20

Corresponding author: Rafael Ribeiro de Sousa  
rafanw72@gmail.com, rribeiro@oac.eu

rodney@on.br

\* Released on February, 22th, 2019