

IFT

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

144

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.003/00

OK

Estudo dos efeitos da estatística não-extensiva de Tsallis em interferometria de
píons.

Sérgio M. Antunes

Orientadora

Dr^a. Sandra dos Santos Padula



Abril de 2000

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, à minha orientadora, Dr^a. Sandra dos Santos Padula.

Ao Dr. Gastão Krein pelas discussões elucidativas a respeito do meu trabalho.

Aos amigos Alexandre, Guilherme e Vitor pelo companheirismo demonstrado ao longo destes anos.

Agradeço a todo o pessoal da área administrativa do Instituto de Física Teórica pela inestimável colaboração.

À minha família pelo fantástico apoio dado nestes meus anos de estudo.

Agradeço, enfim, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro.

Resumo

Analizamos o comportamento da função de correlação de duas partículas idênticas no contexto da estatística generalizada de Tsallis e comparamos com os resultados fornecidos pela utilização da estatística padrão de Gibbs-Boltzmann. No contexto do modelo considerado na presente análise, verificamos que os resultados são fortemente dependentes dos valores adotados para a temperatura (T) e velocidade (v) de expansão da fonte. Para um pequeno desvio em relação à estatística de Gibbs-Boltzmann, correspondente a um índice entrópico $q_{ts} = 1.015$, diferenças nítidas são observadas tanto a baixas energias (BEVALAC/LBNL), quanto a energias do SPS/CERN para um conjunto particular de T e v extraído dos dados experimentais. Entretanto, para um desvio de 10% em relação à estatística usual, o efeito sobre a função de correlação de dois píons idênticos é mais substancial, podendo ser observado experimentalmente a energias do SPS.

Palavras Chaves: correlações de Bose-Einstein; estatística não-extensiva; colisões de íons pesados, interferometria.

Áreas do conhecimento: mecânica quântica; teoria de campos; física nuclear; mecânica estatística.

Abstract

We analyze the behavior of the two identical particle correlation function in the context of the generalized statistics of Tsallis and compare with the results corresponding to the use of the standard Gibbs-Boltzmann statistics. Within the context of the model considered in the present analysis, we observe that the results are strongly dependent on the values adopted for the temperature (T) and for the source expansion velocity (v). For a small deviation with respect to the Gibbs-Boltzmann statistics, corresponding to an entropic index $q_t = 1.015$, clear differences are seen at low energies (BEVALAC/LBNL), as well as at SPS/CERN energies for a particular set a values (T) and (v) extracted from the experimental data. Nevertheless, for a deviation of about 10% with respect to the usual statistics, the effect on the the two-pion correlation function is more substancial, and could be experimentally observable at SPS energies.

1.1	Introdução	11
2.1.1	Sondas Eletromagnéticas	12
2.1.2	Supernova 1998	13
2.1.3	Produção de Fótons nos Estrelas	14
2.1.4	Interferência de Ondas Idênticas	14
3	Interferência de Intensidade	15
3.1	Estatística de Bose-Einstein e Fermi-Dirac	15
3.2	Função de Correlação	16
3.2.1	Função de Correlação	17
3.2.2	Função de Correlação	17
3.2.3	Função de Correlação de Wigner - Dufour	25
3.3	Função de Correlação	26
4	Aplicação numérica da Função de Correlação	24
4.1	Condições gerais	24
4.2	Função e aplicações da estatística de Tsallis	26
5	Wigner de Tsallis e Interferência	27
5.1	Função de Correlação de Correlação	29
5.1.1	Abundância dos resultados obtidos	31
6	Cálculo do espectro de uma partícula	32

Índice

1	Introdução	1
2	Aspectos Gerais do Trabalho	3
2.1	Cromodinâmica Quântica - QCD	3
2.1.1	Aspectos Gerais da QCD	4
2.1.2	Aspectos Formais da QCD	6
2.1.3	O Plasma de Quarks e Gluons - QGP	9
2.2	Sinais de formação de um plasma de quarks e gluons	10
2.2.1	Distribuição de Momento Transversal	11
2.2.2	Sondas Eletromagnéticas	12
2.2.3	Supressão J/Ψ	13
2.2.4	Produção de Partículas Estranhas	13
2.2.5	Interferometria de Bósons Idênticos	14
3	Interferometria de Intensidade	15
3.1	Efeito Hanbury-Brown e Twiss	15
3.2	Função de Correlação	16
3.2.1	Fontes Caóticas	17
3.2.2	Fontes Coerentes	25
3.2.3	Função Distribuição de Wigner - Definição.	29
3.3	Modelo de Pratt	30
4	Estatística não-extensiva de Tsallis.	34
4.1	Considerações gerais.	34
4.2	Efeitos e aplicações da estatística não-extensiva.	36
5	Estatística de Tsallis e Interferometria	39
5.1	Cálculo da Função de Correlação	39
5.1.1	Análise dos resultados obtidos	43
6	Cálculo do espectro de uma partícula.	63

7 Conclusões	67
A	70
A.1 Princípio de Gauge	70
A.2 Eletrodinâmica Quântica	70
B Demonstração da equação (3.8)	74
Referências	77

Capítulo 1

Introdução

O assunto que abordaremos nesta dissertação será o estudo de possíveis efeitos gerados em correlações entre píons idênticos pela aplicação de uma nova estatística. Tal estatística possui como característica fundamental a propriedade de não-extensividade. Esse fato representa uma generalização da Estatística de Gibbs-Boltzmann, sendo capaz de descrever satisfatoriamente sistemas para os quais as interações microscópicas efetivas não sejam de curto alcance (i.e., conexões espaciais distantes) e se a memória microscópica efetiva também não for de curto alcance (i.e., conexões temporais distantes).

A motivação para tal estudo é o fato de que pesquisas recentes evidenciaram a existência de desvios em espectros de uma partícula em relação à estatística padrão de Gibbs-Boltzmann. Estes puderam ser explicados com um pequeno aumento do índice entrópico q_t , em relação à unidade ($q_t = 1$ corresponde à estatística de Gibbs-Boltzmann).

O principal objetivo do nosso trabalho reside na comparação dos cálculos que efetuaremos para diversas quantidades, dentro do quadro da estatística padrão (extensiva) e generalizada (não-extensiva).

Para situar a dissertação na área, começaremos fazendo uma introdução à Cromodinâmica Quântica que é a teoria que descreve as interações fortes. A seguir, discutimos brevemente um dos mais excitantes temas da física atual, que é a possibilidade da existência de um novo estado da matéria, o que se convencionou chamar de Plasma de Quarks e Gluons (QGP). Dentro desse quadro insere-se a possibilidade da aplicação de estatísticas não-extensivas devido à existência de interações de cor de longo alcance, as quais poderão afetar o processo de hadronização do plasma e, posteriormente, os hadrons emitidos. No entanto, a hipótese de formação do QGP entra no contexto do trabalho apenas como motivação para a origem dos efeitos de longo alcance. Isto porque consideramos em nosso estudo a influência da estatística não-extensiva em interferometria de píons produzidos em colisões entre íons pesados

a altas energias, sem supor a formação do plasma.

Introduzimos a seguir a interferometria de píons. Faremos uma extensa discussão a respeito desse tema, mostrando os principais problemas teóricos e experimentais encontrados. Analisaremos alguns modelos de interferometria e, por fim, derivaremos o modelo básico que utilizaremos em todos os nossos cálculos.

Introduziremos, sucintamente, as propriedades básicas da estatística não-extensiva proposto por C. Tsallis e, em seguida, efetuaremos os diversos cálculos e faremos a comparação dos resultados nos dois quadros propostos.

Assim, no capítulo 2 vamos descrever sucintamente a Cromodinâmica Quântica (QCD) que é a teoria que descreve as interações fortes. Discutiremos a possibilidade do surgimento do plasma de quarks e gluons (QGP) e os possíveis sinais de sua existência.

No capítulo 3 fazemos uma introdução à interferometria, discutindo os principais aspectos desse modelo. Derivamos as equações básicas que serão utilizadas nesse nosso trabalho.

No capítulo 4 discutimos a estatística não-extensiva de Tsallis e algumas aplicações em física nuclear.

No capítulo 5 mostramos os diversos cálculos efetuados no âmbito da interferometria de píons, comparando resultados baseados na estatística não-extensiva com os obtidos com a estatística de Gibbs-Boltzmann.

No capítulo 6 calculamos o espectro de uma partícula dentro do modelo que adotamos.

Finalmente, no capítulo 7, fazemos uma discussão geral sobre esse nosso trabalho.

Capítulo 2

Aspectos Gerais do Trabalho

Nesta seção apresentaremos uma breve introdução à área geral na qual se insere o assunto abordado nesta dissertação. Apresentaremos as motivações para o uso de interferometria no contexto da Cromodinâmica Quântica (“Quantum Chromodynamics - QCD”), ou seja, a busca por um novo estado da matéria nuclear que se denomina Plasma de Quarks e Gluons. Começaremos com uma breve descrição dessa teoria das interações fortes e finalizaremos a seção mostrando a utilidade de métodos interferométricos na análise da possível existência dessa nova fase da matéria, discutindo também as possibilidades da existência de efeitos de interações de longo alcance em tais ambientes, o que motivaria a aplicação de estatísticas não-extensivas.

2.1 Cromodinâmica Quântica - QCD

A natureza pode ser descrita por quatro interações fundamentais: a interação gravitacional, responsável pela coesão de grandes aglomerados de matéria, como por exemplo as estrelas, o planeta em que vivemos ou mesmo os grandes aglomerados de galáxias; a interação eletromagnética, que, basicamente, mantém unida toda a estrutura atômica; a interação fraca, responsável pelo decaimento de partículas e, finalmente, a interação forte que é a responsável pela força que mantém unidos os nucleons dentro dos núcleos atômicos. Dentro do quadro da física teórica, estas interações são descritas por teorias distintas. A interação gravitacional, por exemplo, é descrita pela Teoria da Relatividade Geral, formulada no início do século por Albert Einstein. As interações fraca e eletromagnética são descritas por uma teoria unificada denominada Teoria Eletrofraca. Esta teoria descreve num só corpo teórico duas das interações fundamentais e foi o primeiro sucesso real na busca de uma teoria unificada. Este é o Santo Graal dos físicos teóricos, ou seja, uma grande teoria, que englobe num único esquema, todas as interações fundamentais da natureza. Avanços neste sentido possivelmente encontrarão resultados mais promissores na denominada

Teoria de Supercordas, que tenta realizar esta difícil tarefa de unificar os campos. Finalmente a Cromodinâmica Quântica (QCD), que é a teoria responsável pela descrição das interações fortes.

2.1.1 Aspectos Gerais da QCD

No atual estágio de desenvolvimento das teorias físicas existem fortíssimas evidências que sugerem que a Cromodinâmica Quântica seja a teoria fundamental das interações fortes. O que é QCD? A partir de experimentos de espalhamento em altíssimas energias de léptons (elétrons, múons ou neutrinos) em hádrons, i.e., em partículas que interagem fortemente (por exemplo uma colisão elétron-próton) aprendemos que estas partículas (os hádrons) devem possuir constituintes fundamentais. Ou seja, prótons e nêutrons, por exemplo, não podem mais ser consideradas partículas indivisíveis, mas sim partículas compostas de outras partículas, consideradas como os blocos fundamentais, a partir dos quais são formados todos os elementos da natureza. Estes constituintes são denominados quarks e gluons. Estas partículas (quarks) foram, primeiramente postuladas independentemente pelos físicos M. Gell-Mann e S. Zweig para poder fazer uma classificação de hádrons de acordo com a representação do grupo de simetria SU(3). A partir de análises de experimentos de espalhamento lépton-hádron pôde-se descobrir que estas partículas possuem spin $\frac{1}{2}$, i.e., são partículas que obedecem à equação de Dirac. Hoje em dia são conhecidos seis tipos (ou sabores) de quarks denominados u(up), d(down), s(strange), c(charm), b(bottom) e t(top), este último, recentemente descoberto experimentalmente.

Os quarks devem possuir carga elétrica e, por mais curioso que possa parecer, estas cargas elétricas devem ser frações da carga elétrica elementar do elétron e do próton, pois como sabemos, estes devem possuir ± 1 unidade de carga elétrica, respectivamente. Assim, considerando o próton, por exemplo, partícula que deve ser composta por uma determinada combinação de quarks, esta combinação deve levar em conta que a soma das cargas elétricas dos constituintes deve ser $+1e$ (e = unidade de carga elétrica). As cargas elétricas dos quarks são $+\frac{2}{3}e$ para os quarks u, c e t e $-\frac{1}{3}e$ para d, s e b. Como o próton é um bárion ele deve ser formado por uma combinação de três quarks, ou seja, uma combinação de quarks do tipo uud, nesse caso. Caso estivessemos considerando um méson teríamos uma combinação de quark e antiquark e, levando em consideração a carga elétrica deste méson, podemos fazer as combinações possíveis para determinar o seu conteúdo de quarks.

Outra característica importante deste tipo de partícula é que ela deve carregar um novo tipo de número quântico, denominado cor. A necessidade deste novo

número quântico surge do fato de que quarks devem obedecer à estatística de Fermi-Dirac e, portanto, obedecer ao princípio de exclusão de Pauli. Este novo número quântico teve que ser postulado para explicar a existência de partículas como Δ^{++} cujo conteúdo de quarks é (uuu), ou da partícula $\Delta^- = (ddd)$. Vemos que estas partículas, com três quarks idênticos, devem possuir spins paralelos em estados de onda S mas, pelo princípio de Pauli, elas devem estar em estados quânticos diferentes. Não restam mais graus de liberdade para colocar estes quarks em estados diferentes. Como explicar esta aparente infração ao princípio de Pauli? Várias maneiras foram tentadas, como com a criação de para-estatísticas [1, 2], mas a mais simples foi simplesmente postular a existência de um novo número quântico, ou seja um novo grau de liberdade para esta partícula. Este número quântico foi denominado número quântico de cor, podendo aparecer em três estados diferentes: red, green ou blue (obviamente, não podemos associar este tipo de nomenclatura às cores que conhecemos usualmente). Agora surge um novo tipo de problema: nunca foi observado, na natureza, nada que pudesse ser ligado **diretamente** a estes estados coloridos. A explicação mais plausível para este fenômeno foi que, partículas observadas em experimentos, exibem-se em combinações de quarks de tal forma que o estado quântico de cor associado à este estado ligado de quarks (hádrons) seja descolorido, ou seja, o número quântico de cor da combinação de quarks é zero. Esta característica aponta para mais um dos fenômenos não triviais exibidos pelos quarks: eles não podem ser observados isoladamente. Na verdade nunca observou-se um quark livre na natureza. As observações, que indicam a existência dessa partícula, são feitas de forma indireta, como nos experimentos de espalhamento inelástico profundo. No entanto, dado o grau de sofisticação e eficiência dos experimentos atuais, a existência dos quarks é inequívoca.

O fato de quarks não poderem ser observados isoladamente apresenta um novo fenômeno - **confinamento**. Tentativas de obter este resultado (a não existência de quarks livres) a partir dos princípios fundamentais da QCD têm sido fonte de intensa pesquisa mas, ainda, sem resultados conclusivos. No entanto, cálculos de QCD na rede indicam o confinamento dos quarks e gluons.

Outro aspecto da QCD é que, como uma teoria quântica, deve existir uma partícula que seja a responsável pela interação forte. A pergunta pode ser colocada nestes termos: se os quarks sentem a força forte * qual é a partícula mediadora deste tipo de interação? Como veremos na próxima seção, esta é uma característica essencialmente técnica da teoria, pois exige-se que tal teoria exiba tanto invariância

*Na verdade os quarks também interagem mediante a força fraca, eletromagnética e gravitacional.

de gauge como invariância de Lorentz, pelo fato de ser uma teoria relativística. Assim deve existir uma partícula com spin 1 que seja a responsável por esta interação. Na QCD esta partícula é o glúon, nome este dado numa alusão à força da interação que cola, literalmente, os quarks. Estes glúons foram observados indiretamente pela existência de eventos de três jatos e através de experiências de espalhamento inelástico profundo lépton-hadron.

2.1.2 Aspectos Formais da QCD

Nesta seção discutiremos mais formalmente a Cromodinâmica Quântica como teoria de gauge[3]. No apêndice A fazemos uma discussão sobre o princípio de gauge e sua aplicação à Eletrodinâmica Quântica (QED) que é o melhor exemplo de uma teoria física que incorpora tanto invariância de gauge como invariância de Lorentz. A QCD é construída de forma semelhante, como poderemos ver a seguir.

QCD como teoria de gauge

Para construirmos uma teoria de gauge para as interações fortes devemos levar em consideração os aspectos fundamentais deste tipo de interação. Como vimos na seção 2.1 o grupo de simetria utilizado para descrever os hádrons dentro de um modelo a quarks é o grupo de simetria $SU(3)$ [4] e não o grupo $U(1)$, como no caso do eletromagnetismo

Este modelo é baseado na invariância por transformações locais no espaço de cor (como vimos foi necessário introduzir um novo número quântico para preservarmos o princípio de exclusão Pauli) da lagrangeana das interações fortes. O grupo de simetria de gauge que é gerado por estas transformações é o grupo de Lie não abeliano $SU(3)_c$. Aqui c refere-se às cores e 3 aos três possíveis estados de cor que os quarks podem assumir. Os glúons são as partículas associadas à simetria de gauge, ou seja, são os bósons de gauge responsáveis pela interação. O número de glúons existentes é oito que corresponde ao número de geradores do grupo $SU(3)$, ou seja, teremos oito partículas responsáveis pela interação forte, diferentemente do caso da QED onde temos uma partícula, o fóton. No caso da QCD teremos oito glúons que serão os mediadores da interação. Genericamente os quarks e os glúons são denotados por:

$$\underline{quarks} : q_i, i = 1, 2, 3; \quad (2.1)$$

$$\underline{gluons} : g_\alpha, \alpha = 1, \dots, 8. \quad (2.2)$$

A construção da lagrangeana invariante da QCD é feita seguindo os mesmos

passos do caso da QED. Em particular, aplicamos o princípio de gauge às particularidades do grupo não abeliano $SU(3)$. Assim a simetria global de $SU(3)$ da lagrangeana das interações fortes é promovida a uma simetria local trocando a derivada dos campos que representam os quarks pela derivada covariante, que no caso da QCD é dada por

$$D_\mu \psi_q \equiv (\partial_\mu - ig_s(\frac{\lambda_\alpha}{2})A_\mu^\alpha)\psi_q, \quad (2.3)$$

onde

$$\psi_i^q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

ψ_i^q = campos dos quarks; $i = 1, 2, 3$;

g_s = constante de acoplamento das interações fortes;

$\frac{\lambda_\alpha}{2}$ = geradores do grupo $SU(3)$;

A_μ^α = campo dos gluons; $\alpha = 1, \dots, 8$.

A lagrangeana da QCD é escrita em termos dos campos dos quarks e de suas derivadas covariantes, contendo ainda o termo cinético para os campos dos gluons. Escrevemos esta lagrangeana na forma:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \bar{\psi}_q(x)(iD_\mu \gamma^\mu - m_q)\psi_q(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha(x)F_{\alpha}^\mu{}_\nu(x). \quad (2.5)$$

O campo dos gluons é dado por:

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha + g_s f^{\alpha\beta\gamma} A_{\mu\beta} A_{\nu\gamma}. \quad (2.6)$$

e contém um termo bilinear no campo gluônico que corresponde à uma teoria de gauge não abeliana com constantes de estrutura $f^{\alpha\beta\gamma}$ ($\alpha\beta\gamma = 1, \dots, 8$). Pode ser mostrado que a lagrangeana acima é invariante sob as seguintes transformações de gauge do grupo $SU(3)$:

$$\psi_q(x) \rightarrow e^{i\theta_\alpha(x)\frac{\lambda_\alpha}{2}} \psi(x), \quad (2.7)$$

$$D_\mu \psi_q(x) \rightarrow e^{i\theta_\alpha(x)\frac{\lambda_\alpha}{2}} D_\mu \psi(x), \quad (2.8)$$

$$A_\mu^\alpha(x) \rightarrow A_\mu^\alpha(x) - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \theta^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\gamma} \theta^\beta(x) A_{\mu\gamma}(x), \quad (2.9)$$

onde $\theta_\alpha(x)$, $\alpha = 1, \dots, 8$, são os parâmetros da transformação.

Similarmente à Eletrodinâmica Quântica, as interações de gauge entre quarks e gluons estão contidas no termo $\bar{\psi}_q i D_\mu \gamma^\mu \psi_q$,

$$\bar{\psi}_q g_s \frac{\lambda_\alpha}{2} A_\mu^\alpha \gamma^\mu \psi_q. \quad (2.10)$$

Existe, entretanto, uma importante diferença em relação ao caso da QED. O termo cinético do gluon, $F_{\mu\nu}^\alpha F_{\alpha}^{\mu\nu}$, mostra que existe interação entre os próprios gluons, fato esse fácil de ser visto considerando a expressão completa para $F_{\mu\nu}^\alpha$ dada anteriormente. O termo de interação aparece como $g_s f^{\alpha\beta\gamma} A_{\mu\beta} A_{\nu\gamma}$, que são as interações de vértices dos gluons, características essas fundamentais em teorias não abelianas.

Construímos, então, seguindo os mesmos passos utilizados na construção da QED, uma lagrangeana, ou seja, uma teoria que descreve a interação forte. Já obtivemos diferenças importantes em relação à QED, pois aqui temos uma teoria descrita por um grupo de simetria mais complexo, o $SU(3)$, que entre tantas particularidades, nos mostra que as partículas mediadoras da interação forte, os gluons, interagem entre si, pois possuem cor, que pode ser considerada uma espécie de carga, análoga ao caso do eletromagnetismo, como se, por exemplo, fótons possuissem carga elétrica e interagissem entre si (que, como sabemos, não acontece).

O próximo passo, seguindo o tratamento dado na QED, seria empregar métodos perturbativos [1] para obtermos resultados físicos. No entanto, no caso da QCD, temos um problema, pois a constante de acoplamento g_s em escalas de baixas energias, possui um valor que, em termos de unidades naturais, é aproximadamente a unidade, não sendo possível, então, o tratamento perturbativo nesse regime de energias. A única possibilidade de um tratamento perturbativo da teoria é considerar o regime de altíssimas energias pois da constante de acoplamento, dada por:

$$g_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)}, \quad (2.11)$$

onde N_f é o número de sabores de quarks envolvidos e Λ o parâmetro de escala ($\Lambda = 0.2 \pm 0.1 \text{ GeV}$), é fácil ver que g_s diminui com o aumento do momento transferido. Assim, para altas energias, podemos fazer um tratamento perturbativo da teoria via diagramas de Feynman, etc.

A expressão para g_s acima ainda mostra que a altíssimas energias, isto é, para distâncias pequenas entre os quarks, esta constante é aproximadamente nula, ou seja, nesse regime estes quarks praticamente não sentem a interação forte. Este fato é conhecido como Liberdade Assintótica, outra das características peculiares da QCD.

Mostramos, acima, como construir uma teoria de gauge para as interações fortes. Hoje, existem várias evidências que demonstram que a QCD é, realmente, a teoria que descreve este tipo de interação. No entanto ainda resta uma lacuna a ser preenchida, pois da QCD conseguimos obter diretamente todos os fenômenos listados acima com a exceção de um: o confinamento. Como dissemos anteriormente

não foi possível até agora explicar, a partir dos fundamentos da QCD, porque quarks e gluons não são encontrados livres na natureza, embora resultados de QCD na rede indiquem a existência do confinamento.

Na próxima seção vamos analisar um novo cenário que surge da teoria das interações fortes, que acabamos de descrever. Vamos falar sucintamente sobre um novo estado da matéria, que se denomina Plasma de Quarks e Gluons (QGP), outra das possibilidades oriundas da Cromodinâmica Quântica.

2.1.3 O Plasma de Quarks e Gluons - QGP

Como vimos então a QCD é a teoria que descreve as interações fortes. Vimos também que esta teoria descreve uma série de características importantes. A primeira delas é o fato de que para curtas distâncias ou grandes valores de momento transferido q , a constante de acoplamento efetivo $g_s(q)$ decresce logaritmicamente. Esse fato mostra que, neste cenário, os quarks e gluons acoplam-se muito fracamente. A segunda característica importante aparece quando consideramos o cenário oposto, ou seja, para longas distâncias ou baixos valores de q . Nesse caso o acoplamento efetivo torna-se forte o que resulta nos fenômenos denominados quebra de simetria quiral[†] e confinamento[‡]. Por fim, o terceiro fato importante a ser citado é que, no regime de baixas energias, o vácuo da QCD é caracterizado por valores esperados não-nulos de certos operadores, usualmente chamados de “condensados”, que caracterizam as propriedades físicas não-perturbativas desse vácuo da QCD. Para a nossa discussão podemos destacar os seguintes valores esperados não-nulos [5]:

- O condensado de quarks $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \approx (235 \text{ MeV})^3$ e,
- O condensado de gluons $\langle g_s G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \rangle \approx (500 \text{ MeV})^4$.

O condensado de quarks descreve a densidade de pares quark-antiquark encontrados no vácuo da QCD e expressa a quebra de simetria quiral. Já o condensado de gluons mede a densidade de pares gluônicos nesse mesmo vácuo de QCD e representa a manifestação da quebra de invariância de escala da QCD causada por efeitos quânticos.

[†]A “quebra de simetria quiral” expressa o fato de que os quarks confinados em hadrons não aparecem como constituintes não massivos mas sim preenchidos com uma massa gerada dinamicamente.

[‡]O “confinamento” de quarks é o termo técnico que descreve o fato de que quarks não aparecem isolados na natureza mas somente como estados ligados de matéria hadrônica como os mésons e os bárions.

É um fato muito comum na natureza que quebras espontâneas de simetria sejam restauradas no regime de altas temperaturas por transições de fase da matéria. Exemplos conhecidos desse fato são o ferromagnetismo, a supercondutividade e a conhecida transição de fase do sólido para o líquido. Para citar um exemplo mais próximo do assunto que estamos tratando podemos considerar a matéria nuclear no regime de baixas temperaturas. Nesse cenário a matéria nuclear está numa densa fase líquida. Aumentando a temperatura para $T > 5 \text{ MeV}$ essa matéria irá passar para uma fase representada por um gás diluído. Evidências para esta transição de fase foram mostradas em colisões nucleares em energias intermediárias [6].

No caso da QCD, quando a temperatura aumenta, as interações entre os quanta a distâncias cada vez mais próximas tornar-se-ão cada vez menores, enquanto que as interações fortes de longo alcance serão dinamicamente suprimidas. Este cenário pode ser descrito por uma teoria de perturbações à temperatura finita, mostrando que a constante de acoplamento efetivo, $g_s(q)$, decresce logarithmicamente com o aumento da temperatura e também por argumentos mais gerais [7, 8]. Como consequência desse fato, a matéria nuclear não exibirá nem confinamento nem quebra de simetria quiral. Esta nova fase da QCD é que chamamos de Plasma de Quarks e Gluons (QGP).

Como existem parâmetros como os condensados de quarks, por exemplo, que se anulam a altas temperaturas, esperamos que a QCD exiba uma transição de fase. Acredita-se que a ordem da transição de fase quiral seja muito sensível aos sabores dos quarks. Utilizando argumentos gerais [9, 10] prediz-se uma transição de fase de segunda ordem para três sabores de quarks não-massivos. Simulações numéricas da teoria de gauge na rede estabeleceram uma temperatura de transição da ordem de $150 \pm 10 \text{ MeV}$ para uma densidade líquida de quarks próximas do zero.

Vimos assim que a existência dessa nova fase da matéria hadrônica surge naturalmente na QCD. Em vista da existência do confinamento, os estados observados experimentalmente correspondem a hadrons usuais. Assim, mesmo que o QGP seja formado, esperamos que ele seja convertido em hadrons usuais antes que possamos observá-los diretamente. Resta-nos, então, procurar obter evidências experimentais a respeito desse QGP. Quais os sinais que poderiam nos evidenciar, então, a existência deste plasma? Este será o assunto da nossa próxima seção, onde discutiremos alguns destes possíveis sinais de QGP.

2.2 Sinais de formação de um plasma de quarks e gluons

Até aqui discutimos os aspectos teóricos do Plasma de Quarks e Gluons. Precisamos, no entanto, de evidências experimentais para podermos comprovar a sua

existência e estudarmos as suas propriedades. Nesta seção discutiremos sucintamente alguns possíveis sinais que podem comprovar a existência desta nova fase da matéria hadrônica.

2.2.1 Distribuição de Momento Transversal

Os graus de liberdade de um sistema de quarks e gluons, quando limitamos o número de sabores dos primeiros a dois, são dados por:

- Gluons: $N_g = 2(\text{spin}) \times 8(\text{cor}) = 16$
- Quarks: $N_q = 2(\text{spin}) \times 2(\text{sabor}) \times 3(\text{cor}) = 12$

Consideremos a formação de partículas após uma colisão de núcleos pesados como, por exemplo, píons formados numa colisão $Pb - Pb$. Como estes possuem spin 0 e como só existem três tipos diferentes de píons, o número de graus de liberdade correspondente será três. Assim quando observamos um rápido aumento de graus de liberdade do sistema, como expressado pelas taxas $\frac{\epsilon}{T^4}$ e $\frac{p}{T^3}$ sob um pequeno domínio de temperatura poderemos observar num gráfico de $\frac{\epsilon}{T^4} \times T$, uma descontinuidade do tipo degrau, caso a transição de fase seja de primeira ordem. A figura 2.1 resulta de cálculos de QCD na rede para dois sabores de quarks, mostrando a descontinuidade[11].

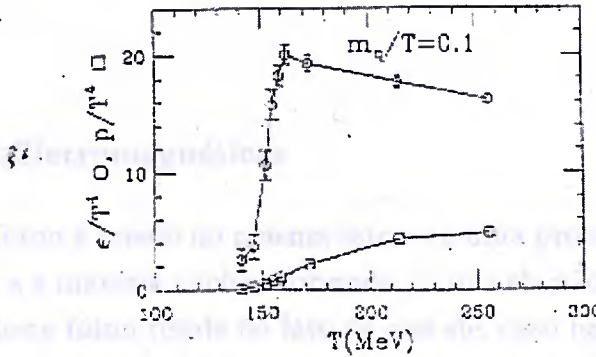


Figura 2.1: Densidade de energia ϵ (curva superior) e pressão p (curva inferior) de cálculos numéricos de QCD na rede com dois sabores de quarks leves. O gráfico exhibe a descontinuidade devido ao aumento do número de graus de liberdade do sistema[11], correspondente à uma transição de fase de primeira ordem.

Devemos, porém, procurar sinais que demonstrem experimentalmente a existência do plasma motivados, portanto, pelos cálculos de QCD na rede. A temperatura e a

densidade de energia do sistema podem ser medidas através da distribuição do momento transversal médio $\langle p_T \rangle$ e da distribuição de rapidez dos hádrons produzidos na colisão, $\frac{dN}{dy}$. Estas quantidades podem ser teoricamente relacionadas às variáveis T , s e ϵ . Ocorrendo uma rápida variação no número de graus de liberdade, como no caso do surgimento do QGP, poderemos observar uma curva em forma de S quando fizermos um gráfico de $\langle p_T \rangle \times \frac{dN}{dy}$. Este gráfico serve como um diagrama de fase fenomenológico e expressa o simples fato de que deverão existir muitos hádrons num decaimento do QGP e estes deverão possuir altos valores para $\langle p_T \rangle$ devido às altas temperaturas envolvidas (Fig. 2.2).

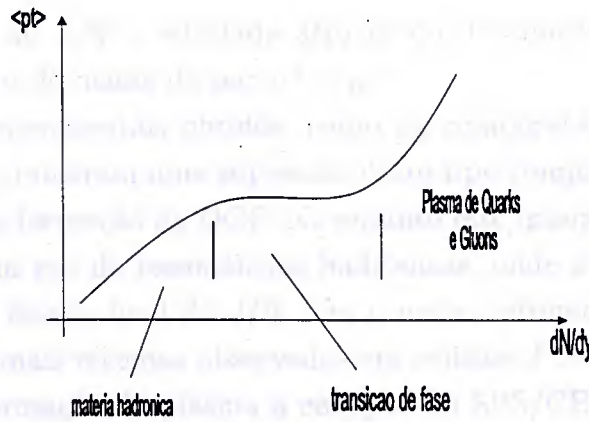


Figura 2.2: Gráfico esquemático do comportamento esperado para o momento transversal médio como função da densidade de partículas no espaço de rapidez.

2.2.2 Sondas Eletromagnéticas

Quando um fóton é criado no plasma este terá uma probabilidade muito pequena de interagir com a matéria nuclear formada, já que ele não interage fortemente [11]. A importância deste fóton reside no fato de que ele, caso haja termalização, poderia trazer informações indiretas da temperatura do meio onde foi criado, em vários estágios de sua evolução.

O problema com estes sinais é que um gás formado por hádrons e um QGP emitirão fótons de espectros aproximadamente semelhantes, em intensidade e forma, próximos à temperatura de transição T_c [12]. Agora, se o QGP estiver em temperaturas iniciais muito maiores do que T_c deveremos ter uma diferença sensível para tais espectros em relação à fase hadrônica, o que possibilitaria a diferenciação entre as duas fases [13].

2.2.3 Supressão J/Ψ

Este outro sinal da formação do QGP está relacionado ao fato de que a altas densidades o “screening” (blindagem) de Debye no QGP reduz o alcance da força atrativa entre quarks e antiquarks pesados e, acima de certa densidade crítica, impede a formação de estados ligados $c\bar{c}$ (Ref.[14]), cujo tempo de formação é da ordem de 1 fm . Mas se este par ($c\bar{c}$) conseguir escapar da região de alta temperatura e densidade terá grande probabilidade de sobreviver antes que seja separado à uma distância superior àquela do seu estado ligado. Este fato ocorre em duas situações: se o plasma se resfriar rapidamente ou se o momento transversal de J/Ψ for grande o suficiente[11].

A sobrevivência do J/Ψ é estudada através do decaimento $J/\Psi \rightarrow \mu^+ + \mu^-$, analisando o espectro de massa do par $\mu^+ + \mu^-$.

Os resultados experimentais obtidos, como na colaboração NA38 do CERN e sua sucessora NA50, mostram uma supressão deste tipo compatível com a esperada dentro do cenário de formação do QGP. No entanto este mesmo efeito pode ocorrer pela formação de um gás de ressonâncias hadrônicas, onde a supressão ocorre devido à interação no estado final do J/Ψ com o meio hadrônico na vizinhança. No entanto, resultados mais recentes observados em colisões $Pb + Pb$, parecem favorecer a hipótese de formação do plasma à energias do SPS/CERN [14], embora tais resultados não sejam ainda completamente inequívocos.

2.2.4 Produção de Partículas Estranhas

Em reações nucleares comuns não esperamos a criação de hádrons contendo quarks estranhos. Um motivo muito simples relacionado à este fato é que estes quarks não estão presentes como quarks de valência nas partículas (íons pesados) no processo de colisão. Quando o QGP é formado, a produção de hádrons contendo quarks s é esperada devido à produção de pares $s\bar{s}$ através da interação de dois gluons ($g\bar{g} + s\bar{s}$) ou de pares $q\bar{q}$. Esperamos assim um grande aumento da produção de bárions e antibárions estranhos quando houver a formação do QGP.

No entanto muitos modelos [15, 16] mostram que partículas estranhas podem ser produzidas em reações hadrônicas apesar de que tais modelos não expliquem o aumento da produção de partículas Λ observados em colisões de íons pesados a 200 GeV/núcleon . Apesar disso não podemos concluir, ainda, que o QGP foi formado. Cálculos, baseados na suposição da existência do QGP, usam a suposição de que interações no estado final, na fase de decaimento do QGP, não modificam a produção de hadrons enquanto que existem fortes razões para acreditar que hadrons com conteúdo de estranheza interagem fortemente. Portanto estas interações de

estado final podem apagar os sinais da formação do QGP.

2.2.5 Interferometria de Bósons Idênticos

Este método sonda a geometria espaço-temporal da região de desacoplamento como também a dinâmica das colisões de núcleos através do estudo da função de correlação de duas ou mais partículas idênticas. Assim podemos, em tese, obter informações geométricas e dinâmicas da região de interação. Tais informações podem, obviamente, sinalizar a possível formação do QGP onde dimensões espaciais grandes seriam esperadas bem como tempos médios de emissão longos, principalmente no caso de haver uma transição de fase de primeira ordem. Esta seria uma das motivações mais fortes para a utilização de interferometria de intensidade no contexto da física nuclear, ou seja, como um dos possíveis sinais para a formação do QGP.

Dentro dessa linha o nosso trabalho estará voltado para a análise de colisões de íons pesados. Vamos estudar como a estatística não-extensiva afeta as funções de correlação de dois píons idênticos, onde esta estaria expressando indiretamente possíveis efeitos de memória no processo de criação das partículas a partir da região de interação. Dessa forma, consideramos os efeitos da estatística não-extensiva sobre um sistema de píons produzidos em colisões núcleo-núcleo, sem supor a formação inicial do Plasma. O QGP ficaria apenas como uma motivação da origem das possíveis correlações de longo alcance já que tais efeitos poderiam surgir justamente quando temos a criação de um QGP, devido às interações cromoeletricas das partículas no processo de hadronização nesse meio.

Na próxima seção, então, vamos analisar detalhadamente os aspectos fundamentais da interferometria de intensidade.

Capítulo 3

Interferometria de Intensidade

Nesta seção vamos analisar detalhadamente os aspectos teóricos e formais relativos ao efeito conhecido como Hanbury-Brown e Twiss (HBT). Vamos mostrar a motivação inicial, relativa ao estudo de fontes astronômicas de radiação. Mostraremos, em seguida, como estas mesmas técnicas foram usadas para estudar a geometria de colisões de partículas elementares e, finalizando o capítulo, discutiremos os problemas relacionados a este efeito quando consideramos efeitos dinâmicos e aspectos experimentais, ou seja, quando consideramos outros efeitos que possam mascarar as possíveis correlações entre bósons idênticos.

3.1 Efeito Hanbury-Brown e Twiss

A tecnologia de radar desenvolvida na segunda guerra mundial abriu o campo de pesquisa denominado “Radio Astronomia” a partir da descoberta de várias fontes de rádio providas do espaço. Estas fontes de rádio foram logo associadas à estrelas que emitiam radiação, no comprimento de onda apropriados para a detecção por aparelhos deste tipo. Embora se conseguissem estas informações de objetos irradiando do espaço inicialmente não se tinha idéia da grandeza de tais objetos. A técnica padrão utilizada era a interferometria de Michelson em que são comparadas as amplitudes da luz chegando em dois pontos diferentes. Em seguida estes sinais são enviados para um mesmo ponto, onde devem surgir figuras de difração e, a partir da estrutura destes padrões de difração (numa escala $\frac{\lambda}{\theta}$), podemos determinar o tamanho angular da fonte emissora. Utilizando esta técnica Michelson mediu o tamanho angular do sistema formado por Júpiter e suas luas. Em 1895 K. Schwarzschild foi o primeiro a medir o diâmetro angular de um sistema de estrelas binárias utilizando este mesmo método.

A resolução por este tipo de interferometria de amplitude, num dado comprimento de onda, é limitada pelo tamanho da separação dos detetores. Assim, por

exemplo, para fontes de rádio de grande tamanho angular precisamos que os detectores fiquem separados por pequenas distâncias e, se as fontes são pequenas, precisamos de uma grande separação entre estes detectores. Obviamente, dependendo do tipo de objeto a ser medido, esse método imporá grandes barreiras técnicas pois, por exemplo, poderão aparecer situações onde deveremos colocar dois diferentes detectores, um em cada lado do oceano Atlântico, para obtermos a resolução desejada. Este problema foi atacado pelos rádio astrônomos Robert Hanbury-Brown e R.Q. Twiss [17]. A suposição básica deles era a de que “se a radiação recebida em dois lugares diferentes forem mutuamente coerentes, então a flutuação na intensidade dos sinais recebidos nestes dois lugares deverá ser, também, correlacionada”.

Interferometria de intensidades ou correlações de Bose-Einstein ou efeito HBT são termos comumente usados para referir-se à este mesmo método proposto em meados dos anos 50 por Hanbury-Brown e Twiss [17]. Esta é uma técnica que permite que as dimensões geométricas da fonte emissora sejam inferidas a partir da largura da função de correlação de segunda ordem (i.e., interferência de intensidades). Em 1960, Goldhaber et.al. [18], observaram um efeito análogo entre píons produzidos em colisões $p\bar{p}$. A este efeito foi dado o nome de efeito GGLP, numa alusão óbvia aos autores da descoberta.

Uma das potencialidades deste método é a de sondar a possível existência de um novo estado da matéria, denominado Plasma de Quarks e Gluons (QGP) como previsto pela Cromodinâmica Quântica (QCD). Este novo estado da matéria pode surgir em condições de temperatura e pressão extremas, como no caso do núcleo de estrelas de nêutrons, no ambiente de colisões nucleares no regime de altíssimas energias ou em flutuações de alta multiplicidade que surgem em colisões $p\bar{p}$. Assim, este método mostra-se particularmente útil para sondar as grandes dimensões esperadas de um sistema formado por este plasma em relação ao tamanho de sistemas formados por hadrons usuais.

Na próxima seção vamos estudar os aspectos formais dessa interferometria de intensidades derivando a função de correlação de duas partículas.

3.2 Função de Correlação

Podemos definir a função de correlação da seguinte forma:

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P_1(k_1)P_1(k_2)}, \quad (3.1)$$

onde $P_2(k_1, k_2)$ é a probabilidade de detecção em conjunto de 2 píons e $P_1(k_i)$ é a probabilidade de detecção, em separado, de cada pión.

Classicamente o valor dessa função de correlação será sempre a unidade porque podemos escrever simplesmente $P_2(k_1; k_2) = P_1(k_1)P_1(k_2)$ dado que as funções de probabilidade são separáveis e não temos o efeito do conceito de partículas idênticas como no caso quântico que estaremos analisando. Iremos estudar o comportamento desta função de correlação e mostraremos que a correlação de segunda ordem observada nas funções que descrevem as partículas detectadas são originadas não somente pela utilização de uma estatística quântica adequada mas estão também associadas à aleatoriedade da emissão das partículas na fonte.

3.2.1 Fontes Caóticas

Por que existe correlação de momentum na detecção de dois píons idênticos emitidos por fontes caóticas? Para entender a origem desta correlação, precisamos de uma descrição do estado dos píons no momento de sua produção, em determinado ponto da fonte, e de sua propagação até os detectores. Como a correlação de momento de duas partículas idênticas envolve a detecção destas em coincidência, precisamos considerar a simetria de troca destas partículas quando escrevermos a função de onda para um sistema composto por duas partículas idênticas [19]. Podemos afirmar que esta simetria de troca é a origem da correlação de momentum quando tratamos com **fontes caóticas** (como mostraremos, para fontes coerentes, como o laser, não existirá correlação)[14].

Vamos, então, considerar uma fonte extensa de píons e estudar, num primeiro momento, a detecção de um pión com 4-momentum $k = (k^0, \vec{k})$ num ponto do espaço tempo $x' = (t', \vec{x}')$ como mostrado na figura (3.1) abaixo [14].

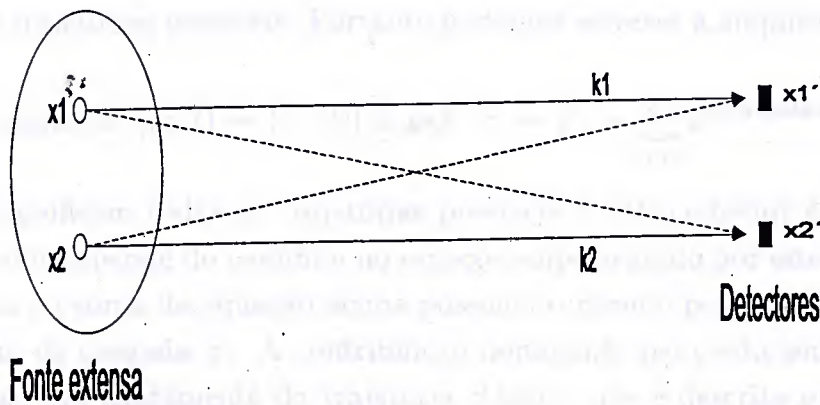


Figura 3.1: Representação das duas possibilidades de detecção de dois píons emitidos pela fonte extensa.

Um ponto desta fonte extensa é especificado por uma coordenada de espaço-tempo dada por $x = (t, \vec{x})$. Por conveniência utilizaremos o sistema de centro de

massa (CM) da fonte como o referencial para medir todos os momentos e coordenadas de espaço-tempo. Este é o sistema de coordenadas natural para colisões envolvendo dois núcleos iguais em experimentos de realizados em “colliders”. Entretanto, em colisões de altas energias, a alvo fixo, os detectores estão em movimento em relação às fontes.

Primeiramente vamos considerar o 4-momentum k do pión que será detectado no ponto x' . As medidas de k e x' não devem possuir boa resolução para determinar exatamente o ponto de origem do pión na fonte, sabemos apenas que este pión provém de uma fonte extensa. Nesta fonte existirão muitos pontos fonte onde um pión de 4-momentum k pode ser originado e este deve satisfazer à relação aproximada da trajetória clássica quando sai da fonte,

$$\vec{x}' - \vec{x} \approx \left(\frac{\vec{k}}{k_0}\right)(t - t'), \quad (3.2)$$

onde $\vec{k}/k_0 = d\vec{x}/dt$ é a velocidade do pión.

Vamos focalizar a nossa atenção numa fonte puntual típica x como mostrada na figura anterior. Precisamos determinar, ao menos aproximadamente, a amplitude de probabilidade para a propagação do pión de x até x' . Para obter esta amplitude vamos utilizar o método da integral de trajetória de Feynman. Assim a amplitude de probabilidade para um pión sair de x e chegar em x' é dada pela somatória do fator de fase,

$$e^{iS(\text{trajetoria})}$$

sob todas as trajetórias possíveis. Portanto podemos escrever a amplitude na forma:

$$\text{Amplitude } [(\vec{x}, t) \rightarrow (\vec{x}', t')] \equiv \psi(k : x \rightarrow x') = \sum_{(t,j)} e^{iS(\text{trajetoria})}, \quad (3.3)$$

onde (t,j) significam todas as trajetórias possíveis e $S(\text{trajetoria})$ é a ação para pión, cujo valor depende do caminho no espaço-tempo seguido por este pión. Todas as trajetórias na soma da equação acima possuem o mesmo ponto de partida x e o mesmo ponto de chegada x' . A contribuição dominante para esta soma sob todas as trajetórias vem exatamente da trajetória clássica, que é descrita por uma linha reta como mostrada na equação (3.2). As contribuições diferentes da trajetória clássica tendem a se cancelar mutuamente. Portanto podemos escrever a amplitude de probabilidade, utilizando esta aproximação:

$$\psi(k : x \rightarrow x') \simeq e^{iS_{CL}(\text{trajetoria})} \quad (3.4)$$

Assumimos, na equação acima que o pión se propague de uma fonte puntual x até a sua detecção em x' sem absorção ou atenuação, de tal forma que a magnitude da amplitude de probabilidade seja a unidade.

A ação clássica $\mathcal{S}$ é dada por *

$$\begin{aligned} S_{CL}(\text{traj.clas.} : K : x \rightarrow x') &\approx k \cdot (x - x') \\ &= k^0(t - t') - \vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}'). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Vamos então, a partir da ação acima obter a amplitude de probabilidade para um pión ser criado no ponto x e chegar ao ponto x' . A fase $\mathcal{S}$ fornece a amplitude de probabilidade de uma partícula se propagar do ponto x ao ponto x' . Precisamos ainda levar em conta a probabilidade de uma partícula ser criada no ponto x , porque precisamos descrever o estado do pión no momento de sua criação numa fonte puntual x . Vamos caracterizar a “amplitude de probabilidade de produção” para um pión com 4-momentum k , produzido no ponto x , pela magnitude $A(k, x)$ e uma fase $\phi(x)$. Sem perda de generalidade podemos assumir $A(k, x)$ como sendo uma função real e positivo definida. Ela depende da natureza do processo de produção. Vamos chamar $\phi(x)$ de fase de produção para diferenciá-la da fase de propagação $\{ik \cdot (x - x')\}$. O comportamento da fase de produção, $\phi(x)$, em diferentes fontes puntuais descreve o grau de coerência ou caoticidade dos processos de produção de píons. Por exemplo, uma fonte caótica pode ser representada por uma fase de produção aleatória enquanto que, para o caso de uma fonte coerente, esta fase pode ser representada por uma função bem comportada (i.e., não aleatória) da coordenada x . Vamos, agora, desenvolver a estrutura formal para estudar a distribuição de momentum de uma e duas partículas para o caso de fontes caóticas.

Começemos com o caso de uma partícula. Vamos examinar, primeiro, a distribuição de momentum $P(k)$. A amplitude de probabilidade completa, incluindo a amplitude de produção para este caso é dada por:

$$\Psi(k : x \rightarrow x') = A(k, x)e^{i\phi(x)}\psi(k : x \rightarrow x') \quad (3.6)$$

Como estaremos considerando uma fonte extensa, o pión poderá ser criado de qualquer ponto desta fonte portanto, considerando todos os pontos desta fonte a expressão para a amplitude de probabilidade será:

$$\Psi(k : x \rightarrow x') = \sum_x A(k, x)e^{i\phi(x)}\psi(k : x \rightarrow x') \simeq \sum_x A(k, x)e^{i\phi(x)}e^{ik \cdot (x - x')} \quad (3.7)$$

*Estamos adotando um sistemas de unidades em que $c = \frac{\hbar}{2\pi} = 1$.

utilizando as Eq. (3.4) e (3.5).

No limite do contínuo necessitamos da especificação da densidade volumétrica $\rho(x)$. Com esta especificação a somatória $\sum_x$ pode ser transcrita como uma integral sob x ,

$$\sum_x \rightarrow \int dx \rho(x).$$

A distribuição de momentum para uma partícula simples $P(k)$, que é a probabilidade para um pión com 4-momento k em uma fonte extensa ser produzido no ponto x e detectado no ponto x' , será o quadrado absoluto da amplitude de probabilidade, ou seja:

$$\begin{aligned} P(k) &= |\Psi(k : \{\sum_x \rightarrow x'\})|^2 = |\sum_x A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot (x-x')}|^2 \\ &= |\sum_x A(k, x) e^{i\phi(x)} e^{ik \cdot x}|^2, \end{aligned} \quad (3.8)$$

pois $|e^{-ik \cdot x'}|^2 = 1$ e a soma se dá sob x , mostrando assim que $P(k)$ não depende de x' , a coordenada do detector.

A expressão (3.8) acima é absolutamente geral considerando uma fonte extensa, tanto para o caso caótico como para o coerente. Vamos, agora, utilizar o fato de estarmos tratando com uma fonte caótica e tirar algumas vantagens disto. Expandindo o lado direito desta última equação em termos que dependem e outros que não dependem da fase, ou seja,

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x) + \sum_{x,y} A(k, x) A(k, y) e^{i\phi(x)} e^{-i\phi(y)} e^{ik \cdot (x-y)}, \quad (3.9)$$

onde, no segundo termo à direita da equação acima estamos somando para valores $x \neq y$.

Quando levamos em conta a aleatoriedade das fases de produção $\phi(x)$ para pontos diferentes da fonte este termo de soma em x e y deve dar uma contribuição nula justamente por causa da rápida variação destas fases de produção[†]. Então esta equação torna-se simplesmente

$$P(k) = \sum_x A^2(k, x). \quad (3.10)$$

Utilizando a prescrição da passagem da somatória para a integral podemos escrever a equação (3.10) na forma:

[†]Veja o apêndice B.

$$P(k) = \int dx \rho(x) A^2(k, x). \quad (3.11)$$

Podemos comparar esta equação com a propriedade das funções de distribuição no espaço de fase. Como é bem conhecido, a integral da função de distribuição sob coordenadas espaciais fornece a distribuição de momentum

$$P(k) = \int dx f(k, x).$$

Assim, para fontes caóticas, a função de distribuição $f(k, x)$ está relacionada à magnitude de produção $A(k, x)$ por

$$f(k, x) = A^2(k, x) \rho(x),$$

O que nos permite obter a relação inversa:

$$A(k, x) = \sqrt{\frac{f(k, x)}{\rho(x)}} \quad (3.12)$$

que utilizaremos posteriormente.

Terminando a nossa discussão, vamos escrever a função de distribuição de momentum para o caso da criação, propagação e detecção de duas partículas.

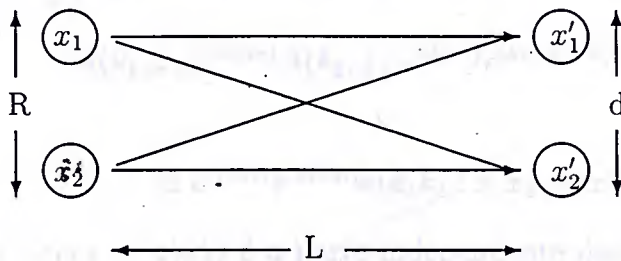


Figura 3.2.1: Representação da detecção simultânea de dois quanta idênticos.

Para este caso temos que considerar duas hipóteses. Na primeira a partícula 1(2) é criada no ponto $x_1(x_2)$ e detectada em $x'_1(x'_2)$. Na segunda hipótese a partícula 1(2) é criada no ponto $x_1(x_2)$ e detectada em $x'_2(x'_1)$, como mostra a figura acima (supomos também que $L \gg R, d$).

Vamos, primeiramente, considerar o caso da partícula 1(2) com 4-momentum $k_1(k_2)$ partindo do ponto $x_1(x_2)$ sendo detectada em $x'_1(x'_2)$. Podemos escrever a amplitude para esta ocorrência conjunta na forma:

$$\psi(k : x_1 \rightarrow x'_1) \psi(k : x_2 \rightarrow x'_2).$$

Analogamente ao caso de uma única partícula devemos incluir as amplitudes e fase de produção e, utilizando as Eq. (3.4) e (3.5) podemos escrever,

$$A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_1 \cdot (x_1 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)}.$$

Nas relações acima os índices das coordenadas distinguem, efetivamente, as partículas. Como sabemos, devemos escrever uma função de onda que não possibilite esta distinção já que as partículas são idênticas. Consideramos então a possibilidade demonstrada pelas linhas cruzadas na figura acima. Ou seja, somamos a seguinte amplitude de duas partículas

$$A(k_1, x_2) e^{i\phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)}$$

à amplitude anterior, o que nos possibilita escrever uma função de onda (amplitude de probabilidade) simétrica pela troca dos índices 1 e 2. Vamos nos limitar a considerar que estas partículas sejam bósons, caso em que a amplitude para o processo deve ser a soma das amplitudes anteriores (para o caso de férmions teríamos uma diferença entre estas amplitudes). Teremos então a seguinte expressão:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \{ A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_1 \cdot (x_1 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)} \\ + A(k_1, x_2) e^{i\phi(x_2)} A(k_2, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)} \}$$

$$\equiv e^{i\phi(x_1)} e^{i\phi(x_2)} \Phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2),$$

onde $\Phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)$ é a parte independente das fases de produção, sendo dado por

$$\Phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ A(k_1, x_1) A(k_2, x_2) e^{ik_1 \cdot (x_1 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_2 - x'_2)} \\ + A(k_1, x_2) A(k_2, x_1) e^{ik_1 \cdot (x_2 - x'_1)} e^{ik_2 \cdot (x_1 - x'_2)} \}. \quad (3.13)$$

Além de se originarem dos pontos x_1 e x_2 as partículas podem ser criadas em qualquer ponto da fonte extensa, portanto precisamos somar sob todos os pontos possíveis da fonte. Assim a amplitude de probabilidade, neste caso poderá ser escrita na forma:

$$\Psi(k_1 k_2 : (\sum_x) \rightarrow x'_1 x'_2) = \sum_x e^{i\phi(x_1)} e^{i\phi(x_2)} \Phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2). \quad (3.14)$$

E, como anteriormente, a distribuição de momentum $P(k_1, k_2)$, definida como sendo a distribuição de probabilidades para dois píons de momentum k_1 e k_2 que, sendo produzidos em qualquer ponto da fonte extensa para chegar em seus respectivos pontos de detecção x'_1 e x'_2 será dada por:

$$P(k_1, k_2) = \frac{1}{2!} |\Psi(k_1 k_2 : (\sum_x) \rightarrow x'_1 x'_2)|^2. \quad (3.15)$$

Novamente enfatizamos que este resultado é geral, valendo tanto para fontes caóticas como para fontes coerentes. Vamos nos beneficiar do fato de estarmos tratando com o primeiro tipo de fontes citadas acima. Assim, como no caso de uma partícula, vamos escrever a soma acima em termo dependentes e independentes de $\phi(x)$:

$$\begin{aligned} P(k_1, k_2) = & \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2} \{ \phi^*(k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) |_{y_1(y_2)=x_1(x_2)} \phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \\ & + \phi^*(k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) |_{y_2(y_1)=x_1(x_2)} \phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{x_1, x_2, y_1, y_2} \{ e^{i\phi(x_1)+i\phi(x_2)-i\phi(y_1)-i\phi(y_2)} \times \phi^*(k_1 k_2 : y_1 y_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \\ & \times \phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2) \}_{(x_1 x_2 \neq y_1 y_2)}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Os dois termos na primeira somatória do lado direito da equação acima são iguais devido à simetria de troca. Para fontes caóticas o último termo desta equação (3.16) deverá ser nulo porque a contribuição de um grande número de termos com magnitudes similares nas fases aleatórias cancelam-se mutuamente, de forma análoga ao que está demonstrado no Apêndice B para o caso de uma partícula. Portanto podemos escrever a última equação da seguinte forma:

$$P(k_1, k_2) = \sum_{x_1, x_2} |\phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)|^2. \quad (3.17)$$

onde $\phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)$ é dado em (3.13).

Convertendo esta soma numa integral com a prescrição citada anteriormente, podemos escrever a probabilidade total como uma integral dupla sob as coordenadas das fontes pontuais:

$$P(k_1, k_2) = \int dx_1 dx_2 \rho(x_1) \rho(x_2) |\phi(k_1 k_2 : x_1 x_2 \rightarrow x'_1 x'_2)|^2 \quad (3.18)$$

Utilizando a equação (3.13) obteremos:

$$\begin{aligned} P(k_1, k_2) &= \int dx_1 \rho(x_1) A^2(k_1, x_1) \int dx_2 \rho(x_2) A^2(k_2, x_2) \\ &+ \left\{ \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) A(k_2, x_1) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x_1} \right. \\ &\times \left. \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) A(k_1, x_2) e^{i(k_2 - k_1) \cdot x_2} \right\}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Utilizando a equação (3.11) podemos escrever a equação acima como:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) + \left| \int dx \rho(x) e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} A(k_1, x) A(k_2, x) \right|^2. \quad (3.20)$$

Definindo a “função de densidade efetiva” $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ na forma:

$$\rho_{eff}(x, k_1, k_2) = \frac{\rho(x) A(k_1, x) A(k_2, x)}{\sqrt{P(k_1)P(k_2)}}, \quad (3.21)$$

poderemos escrever a equação (3.20) na seguinte forma:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) \left(1 + \left| \int dx e^{i(k_1 - k_2) \cdot x} \rho_{eff}(x, k_1, k_2) \right|^2 \right). \quad (3.22)$$

Agora, a transformada de Fourier de $\rho_{eff}(x, k_1, k_2)$ é definida como

$$\bar{\rho}_{eff}(q, k_1, k_2) = \int dx e^{iq \cdot x} \rho_{eff}(x, k_1, k_2),$$

onde $q = k_1 - k_2$. Podemos então escrever a equação (3.19) na forma:

$$P(k_1, k_2) = P(k_1)P(k_2) \left(1 + |\bar{\rho}_{eff}(q, k_1, k_2)|^2 \right). \quad (3.23)$$

Observamos, novamente, que a equação acima representa o caso bosônico (para o caso fermiônico teríamos o sinal relativo negativo). A função de correlação $C_2(k_1, k_2)$ é definida, como já vimos anteriormente, como a taxa em que a probabilidade para observarmos píons com momento k_1 e k_2 em coincidência relativa à observação destes separadamente:

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P(k_1)P(k_2)}. \quad (3.24)$$

Portanto, de (3.23) e (3.24), a função de correlação será dada por:

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + |\bar{\rho}_{eff}(q, k_1, k_2)|^2. \quad (3.25)$$

Assim, para fontes extensas e caóticas, a função de correlação para dois píons está diretamente ligada à transformada de Fourier da “densidade efetiva”, como dada na equação (3.25). Esta função de correlação para dois píons pode ser utilizada como uma espécie de sonda da configuração do espaço de fase para o instante de emissão dos píons. Este fato nos possibilitaria, em tese, obter informações a respeito do tamanho da região de emissão dos píons via função de correlação, o que nos possibilitaria investigar a existência do QGP.

3.2.2 Fontes Coerentes

Vamos mostrar agora o que ocorre quando consideramos o caso onde a fonte de partículas exibe coerência total. A fase de produção $\phi(x)$ de uma fonte coerente extensa será uma função bem comportada da variável x . As fases $\phi(x_1)$ e $\phi(x_2)$ de dois pontos distintos x_1 e x_2 da fonte estarão correlacionadas. Um exemplo simples de fonte coerente é aquele em que a fase de produção $\phi(x)$ é uma constante sendo, portanto, a mesma para todos os pontos da fonte. As somatórias sob x_1 e x_2 poderão ser feitas, então, de forma independente, ou seja podemos escrever a (3.14) na forma:

$$\begin{aligned} \Psi(k_1 k_2 : (\sum_x) \rightarrow x'_1 x'_2) \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x_1} A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1(x_1-x'_1)} \sum_{x_2} A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_2(x_2-x'_2)} \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x_2} A(k_1, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_1(x_2-x'_1)} \sum_{x_1} A(k_2, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_2(x_1-x'_2)}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

que pode ser colocada, seguindo a prescrição de soma para integral, na forma:

$$\begin{aligned} \Psi(k_1 k_2 : (\sum_x) \rightarrow x'_1 x'_2) \\ = \sqrt{2} \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1(x_1-x'_1)} \\ \times \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_2(x_2-x'_2)}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} P(k_1, k_2) = \left| \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1(x_1-x'_1)} \right. \\ \left. \times \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_2(x_2-x'_2)} \right|^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$P(k_1, k_2) = \left| \int dx_1 \rho(x_1) A(k_1, x_1) e^{i\phi(x_1)} e^{ik_1 x_1} \right|^2 \\ \times \left| \int dx_2 \rho(x_2) A(k_2, x_2) e^{i\phi(x_2)} e^{ik_2 x_2} \right|^2. \quad (3.29)$$

Ou seja,

$$P(k_1, k_2) = P(k_1) P(k_2). \quad (3.30)$$

Portanto

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P(k_1, k_2)}{P(k_1) P(k_2)} = 1, \quad (3.31)$$

ou seja, para fontes coerentes, não observamos correlações nas medidas efetuadas para dois píons ou dois bósons idênticos. Este fato está intimamente ligado a poder efetuar a soma em (3.26) de forma independente nas variáveis x_1 e x_2 , o que é possível quando a fase de produção $\phi(x)$ é uma função bem comportada na variável x .

Vimos assim um fato básico da interferometria de intensidade, ou seja, o fato de que a correlação de duas partículas não é originada simplesmente devida à estatística empregada, mas sim devido à combinação de estatística mais o fato de a emissão das partículas ser totalmente aleatória. Cada partícula é emitida sem sentir nenhuma influência devido à emissão da outra partícula. Esse fato mais a simetrização quântica nos leva às correlações observadas no momento da detecção.

Obviamente, mostramos dois casos absolutamente limites dos processos de correlação de duas partículas. O caso totalmente caótico que é exemplificado, por exemplo, pela emissão de luz do Sol. Dado o tamanho da fonte teremos uma alta probabilidade de que dois fótons emitidos não exibam nenhuma relação nas fases de emissão o que nos forneceria uma correlação máxima $C_2(k_1 = k_2) = 2$. Vimos também o caso coerente, que pode ser exemplificado por dispositivos de lasers, que exibirão coerência total na fonte o que impossibilitaria a observação de efeitos de correlação de intensidades no momento da detecção, ou seja, teríamos $C_2(k_1, k_2) = 1$.

Estes processos são relevantes em estudos interferométricos e não simples idealizações. No entanto, no ambiente de colisões de íons pesados (que é o motivo deste nosso estudo) dificilmente encontram-se ambientes como esse. As causas para esta diferença é que a região de interação não é estática, como no caso de uma estrela por exemplo, mas sim dinâmica pois essa região deve evoluir com o tempo. A descrição do processo que ocorre é muito simples: temos dois feixes de íons que se chocam e criam o que se denomina “bola de fogo”. Essa bola de fogo é, basicamente,

constituída por um caldo de matéria nuclear. É justamente nessa fase que poderia entrar a hipótese da existência de um plasma formado por quarks e glúons (e suas respectivas antipartículas) dada as energias extremas obtidas em ambientes desse tipo, como discutidos no capítulo 2. Supõe-se então que esta bola-de-fogo se expanda devido às interações, extendendo-se a expansão até o limite em que as interações cessam e ocorra a emissão de partículas posteriormente observadas nas detecções.

O modelo interferométrico derivado anteriormente mostra uma correspondência simples entre o momento relativo q e as dimensões da fonte. No entanto devemos enfatizar que a equação (3.25) só é válida no limite semiclássico e quando as variáveis de momentum e as variáveis espaciais são completamente descorrelacionadas, i.e., a distribuição das partículas no espaço de fase pode ser escrita de forma separável $h(\vec{x}, \vec{p}) = f(\vec{x})g(\vec{p})$. Entretanto em muitos casos de real interesse (como nos casos em que a região de interação evolui com o tempo) a dinâmica envolvida no processo irá introduzir fortes correlações no espaço de fase, (x^μ, p^μ) , que poderá causar fortes distorções na função de correlação $C_2(k_1, k_2)$, dificultando a interpretação espaço-temporal convencional da relação entre o momento relativo q e as dimensões da fonte. Como ilustração podemos observar que no modelo de cascata Inside-Outside de Bjorken [21] existe uma forte correlação entre a coordenada longitudinal z e a componente do momento longitudinal p_z como pode ser visto nas Refs. [20, 21, 22].

Um sintoma característico dessa quebra de validade da descrição ideal é que a função de correlação $C_2(k_1, k_2)$ deverá exibir uma dependência no momento médio do par de partículas, $K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ [20, 22], além da conhecida dependência no momento relativo $q = (k_1 - k_2)$. Isto reflete o fato de que o espaço de fase não se desacopla, i.e., $h(\vec{x}, \vec{p}) \neq f(\vec{x})g(\vec{p})$.

Precisamos então de um formalismo que descreva essa dependência funcional da função de correlação. Esse é um fato extremamente relevante em estudos de interferometria por possibilitar o conhecimento de efeitos dinâmicos presentes na região de interação [23]. Não devemos nos esquecer também de considerar efeitos quânticos no processo. Para isso deveríamos escrever um formalismo que levasse em conta o princípio de incerteza. Um bom exemplo de um formalismo desse tipo é dado em [24], onde os autores escrevem uma função de correlação que obedece tanto ao princípio de incerteza quanto às exigências de invariância relativística. Nessa referência [24] é ainda demonstrada a equivalência do formalismo do Ensemble de Corrente [25] pseudo-térmico com a formulação de Wigner [24] utilizando pacotes gaussianos mínimos.

Um outro problema com a fórmula que derivamos para a função de correlação (Eq.3.25) é que medidas experimentais nunca forneciam o valor teórico para valores

nulos das variáveis sob as quais a função de correlação estava sendo considerada, ou seja, $C_2(k_1 = k_2) = 2$ pois, para isso seria necessário dispor de uma estatística infinita. Pensando neste problema Deutschmann et al. [26] introduziu um novo parâmetro no modelo, λ , para reduzir erros sistemáticos na comparação dos resultados experimentais com as curvas teóricas (este parâmetro multiplica o módulo quadrado da transformada de Fourier da distribuição efetiva da fonte). Depois, esta sugestão foi interpretada da seguinte forma: fontes completamente caóticas deveriam sempre resultar num valor máximo de 1 para este parâmetro e, no limite inverso, num valor de 0 para fontes totalmente coerentes. No intervalo $0 < \lambda < 1$ teríamos o caso de fontes parcialmente coerentes (ou parcialmente caóticas). Assim este parâmetro mediria o quanto os bósons estariam correlacionados no momento de sua emissão. † Um dos desafios dos vários modelos estudados em interferometria é obter uma forma funcional para este parâmetro λ o que nos possibilitaria uma compreensão ainda maior do processo de colisão. Na Ref. [24] é estudado o reflexo em λ causado pelos tamanhos dos bins (intervalos) experimentais.

Vimos então que estes modelos mais simplificados não exibem a dependência da função de correlação em relação ao momento médio $K = \frac{1}{2}[k_1 + k_2]$ e portanto são inadequados para descrever processos de colisões de íons pesados. É necessário então um formalismo mais geral para obtermos a dependência desejada da função de correlação. Uma tal formulação será discutida a seguir baseada no formalismo de Wigner. Este surgiu da idéia de representar a mecânica quântica no espaço de fase. Como sabemos, na mecânica quântica usual, descrevemos estados quânticos como vetores num determinado espaço de funções, o espaço de Hilbert. A cada estado do sistema corresponde um vetor de estado e a cada grandeza física associamos o valor esperado de um determinado operador. Na representação da mecânica quântica no espaço de fase, a transformada de Weyl é associada aos operadores do espaço de Hilbert e a distribuição, ou função de Wigner, aos vetores de estado. Vamos então, por completeza, obter estas funções de Wigner e assim observarmos a utilidade deste formalismo no problema que estamos estudando.

†Pode-se obter valores menores que 2 para a função de correlação sem que tal fato implique o caso de uma fonte parcialmente coerente ($\lambda < 1$). Isso pode ocorrer por limitações estatísticas na análise dos dados. Como exemplo podemos citar um caso: em muitas situações experimentais a função de correlação é escrita em termos das variáveis de Kopylov [27], $C(q_T, q_L)$. Como temos uma estatística limitada de eventos, ao medirmos $C(q_T, q_L)$ em função de q_T devemos considerar q_L em um intervalo finito. Esse fato, por si só, já é suficiente para fazer $C(q_T = 0) < 2$ mesmo para fontes completamente caóticas.

3.2.3 Função Distribuição de Wigner - Definição.

Na Mecânica Quântica o operador densidade descreve o estado de um determinado sistema quântico. Considerando apenas estados puros, podemos definir este operador da seguinte forma:

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|, \quad (3.32)$$

onde $|\psi(t)\rangle$ é um vetor no espaço de Hilbert [19].

O valor médio esperado de um operador no estado $\psi(t)$ é dado por

$$\overline{A}(t) = \langle\psi(t)|A|\psi(t)\rangle = \text{Tr}[A\rho(t)] = \text{Tr}[\rho(t)A], \quad (3.33)$$

pela propriedade cíclica do traço.

Podemos escrever a transformada de Weyl do operador densidade. A transformada de Weil de um operador A é definida como

$$\int_{-\infty}^{\infty} du e^{iqu} \langle p + \frac{1}{2}u | A | p - \frac{1}{2}u \rangle = a(p, q). \quad (3.34)$$

Podemos então, utilizando esta definição, obter a transformada de Weyl do operador densidade:

$$\begin{aligned} 2\pi \rho(p, q; t) &= \int_{-\infty}^{\infty} du e^{iqu} \langle p + \frac{1}{2}u | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | p - \frac{1}{2}u \rangle = \\ &= \langle \psi(t) | \int_{-\infty}^{\infty} du | p - \frac{1}{2}u \rangle e^{iqu} \langle p + \frac{1}{2}u | \psi(t) \rangle = \\ &= \langle \psi(t) | \Delta(p, q) | \psi(t) \rangle = \text{Tr}[\rho(t)\Delta(p, q)], \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde

$$\Delta(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} du | p - \frac{1}{2}u \rangle \langle p + \frac{1}{2}u | e^{iqu}. \quad (3.36)$$

Pode-se escrever o traço da seguinte maneira:

$$\text{Tr}[AB] = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dq a(p, q) b(p, q) = \text{Tr}[BA]. \quad (3.37)$$

Logo, podemos escrever

$$\text{Tr}[A\rho(t)] = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dq 2\pi \rho(p, q; t) a(p, q). \quad (3.38)$$

Teremos, então, em (3.38),

$$\overline{A}(t) = \text{Tr}[A\rho(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_{-\infty}^{\infty} dq \rho(p, q, t) a(p, q) = \overline{a}(t). \quad (3.39)$$

Então, considerando (3.35), obteremos a seguinte expressão:

$$\text{Tr}[\rho(t)\Delta(p, q)] = 2\pi\rho(p, q, t). \quad (3.40)$$

Considerando agora as Eqs. (3.32), (3.34) e (3.40) obteremos a seguinte relação:

$$\begin{aligned} 2\pi\rho(p, q, t) \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{q} \int_{-\infty}^{\infty} du e^{ipu} \langle \bar{q} | \psi(t) \rangle \langle \psi(t) | q + \frac{1}{2}u \rangle \langle q - \frac{1}{2}u | \bar{q} \rangle = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} du e^{ipu} \psi(q - \frac{1}{2}u; t) \psi^*(q + \frac{1}{2}u; t). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Portanto, da Eq.(3.41) acima, obtemos:

$$\rho(p, q, t) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} du e^{ipu} \psi(q - \frac{1}{2}u; t) \psi^*(q + \frac{1}{2}u; t). \quad (3.42)$$

A função $\rho(p, q, t)$ que aparece em (3.42) é, por definição, a Função de Wigner, i.e., é a transformada de Weyl do operador densidade.

Mostramos então, de maneira sucinta, um pouco do formalismo de Wigner. Nossa intenção foi mostrar a dependência funcional das funções que aparecem na definição da densidade de Wigner. Fica claro agora a utilidade deste formalismo para as nossas análises interferométricas em colisões de íons pesados. Temos uma maneira de escrever as distribuições no espaço de fase que consideram a soma e a diferença das coordenadas envolvidas como sugere o formalismo necessário à análise de correlações de píons idênticos para fontes em expansão. Na próxima seção vamos derivar uma nova fórmula para a função de correlação considerando o formalismo de Wigner.

3.3 Modelo de Pratt

Nesta seção vamos introduzir o modelo básico adotado nesta dissertação para os variados cálculos efetuados.

Como já vimos, a função de correlação é definida pela razão

$$C(k_1, k_2) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P_1(k_1)P_1(k_2)}, \quad (3.43)$$

sendo que $P_2(k_1, k_2)$ representa a probabilidade da observação conjunta de 2 píons, todos no mesmo evento e $P_1(k_i)$ a probabilidade de observação isolada do pión com momento k_i . Classicamente temos que $C(k_1 = k_2) = 1$ independentemente da caoticidade da fonte e, na teoria quântica, obtemos $C(k_1 = k_2) = 2^{\S}$ para fontes

^{\S}Lembramos que estamos considerando apenas o caso bosônico. Para o caso fermiônico teríamos $C(k_1 = k_2) = 0$

caóticas, devido à simetrização de Bose-Einstein da função de onda. A largura da função de correlação está relacionada com o inverso do tamanho R da fonte. No modelo que adotamos [28] é derivada uma fórmula para a função de correlação que é válida para uma fonte de partículas absolutamente caótica. Na sequência aplicamos esta fórmula a um novo modelo que exhibe expansão coletiva à temperatura finita.

Para derivarmos a fórmula da função de correlação consideramos um estado criado por uma fonte caótica de píons como sendo descrito por

$$|\eta\rangle = \exp \left[\int d^4x \eta(x) \gamma(t) \psi^\dagger(x) \right] |0\rangle = \exp \left[\int d^3k dt \eta(\vec{k}, t) \gamma(t) \exp(iE_k t) c^\dagger(\vec{k}) \right] |0\rangle, \quad (3.44)$$

onde $\psi^\dagger(x)$ é um operador de criação na representação de Heisenberg e $\gamma(t)$ é um fator de fase aleatório que assegura que os píons emitidos sejam todos descorrelacionados:

$$\langle \gamma^*(t) \gamma(t') \rangle = \delta(t - t'). \quad (3.45)$$

Adotando, então, a normalização acima para $\gamma(t)$ teremos que $|\eta(x)|^2$ será a probabilidade de emissão de um pión de um ponto do espaço-tempo x e $|\eta(\vec{k}, t)|^2$ será a probabilidade de emissão por unidade de tempo de um pión com momento $\vec{k}$ e energia E_k , sendo $\eta(\vec{k}, t)$ a transformada de Fourier de $\eta(x)$. Estes estados, denominados coerentes, são auto-estados do operador de destruição na representação de Schrödinger, $c(\vec{k})$, e possuem a propriedade de que a remoção de um único pión não altera a estrutura do estado. Este fato nos mostra que o número de píons não é conservado. Assim podemos escrever a função de correlação da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} C(k_1, k_2) &= \frac{\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c^\dagger(\vec{k}_2) c(\vec{k}_2) c(\vec{k}_1) | \eta \rangle}{\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c(\vec{k}_1) | \eta \rangle \langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_2) c(\vec{k}_2) | \eta \rangle} \\ &= 1 + \frac{|\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c(\vec{k}_2) | \eta \rangle|^2}{\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c(\vec{k}_1) | \eta \rangle \langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_2) c(\vec{k}_2) | \eta \rangle}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Podemos calcular os elementos de matrix individuais lembrando que os estados $|\eta\rangle$ são auto-estados do operador de destruição $c(\vec{k})$,

$$c(\vec{k}) | \eta \rangle = \int dt \exp(iE_k t) \eta(\vec{k}, t) \gamma(t) | \eta \rangle. \quad (3.47)$$

Utilizando a equação (3.45), obtemos

$$\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c(\vec{k}_2) | \eta \rangle = \int dt \exp[i(E_{k_2} - E_{k_1})t] \eta^*(\vec{k}_1, t) \eta(\vec{k}_2, t). \quad (3.48)$$

Em analogia com as funções de Wigner [23] podemos definir a seguinte função

$$g(x, \vec{k}) = \int d^3x' \eta^*(\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{x}', t) \eta(\vec{x} - \frac{1}{2}\vec{x}', t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}'} = \int d^3k' \eta^*(\vec{k} + \frac{1}{2}\vec{k}', t) \eta(\vec{k} - \frac{1}{2}\vec{k}', t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}'}. \quad (3.49)$$

Invertendo a transformada de Fourier e inserindo este resultado na equação (3.48) obteremos

$$\langle \eta | c^\dagger(\vec{k}_1) c(\vec{k}_2) | \eta \rangle = \int d^4x \exp[i(k_2 - k_1) \cdot x] g(x, (k_1 + k_2)/2). \quad (3.50)$$

Agora, colocando $k_1 = k_2 = k_i$ vemos que $g(x, \vec{k})$ poderá ser identificada com a probabilidade de emissão de um pión de momento k_i de um ponto x do espaço-tempo. Assim, inserindo a Eq. (3.50) na Eq. (3.46) obteremos a seguinte forma para a função de correlação:

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) = 1 + \frac{\int d^4x d^4x' g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) g(x', \frac{1}{2}\vec{K}) \exp[iq \cdot (x - x')]}{\int d^4x d^4x' g(x, k_1) g(x', k_2)} \quad (3.51)$$

e, para $|\vec{K}|^2 \gg |\vec{q}|^2$ podemos utilizar a seguinte aproximação:

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) \simeq 1 + \frac{\int d^4x d^4x' g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) g(x', \frac{1}{2}\vec{K}) \exp[iq \cdot (x - x')]}{|\int d^4x g(x, \frac{1}{2}\vec{K})|^2}. \quad (3.52)$$

onde $\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ e $q = (E_{k_1} - E_{k_2}, \vec{k}_1 - \vec{k}_2)$.

Esta fórmula é uma boa aproximação para análise do colisões de íons pesados, devido às grandes energias envolvidas. Nelas, o tamanho do sistema R no “freeze-out” (desacoplamento) deve ser grande o bastante para que R^{-1} seja muito menor que a dispersão na distribuição de momento g . Nesse caso a largura da função de correlação é pequena, i.e., o sinal de correlação localiza-se na região de pequenos q tal que $|\vec{q}| \ll |\vec{K}|$ o que nos possibilita aproximar $\vec{k}_1 \approx \vec{k}_2 \approx \vec{K}$.

O exemplo que é adotado na Ref. [28] e que utilizamos em nossos cálculos é um caso simplificado que exhibe tanto expansão coletiva quanto excitação térmica. Vamos considerar uma casca esférica de raio R . Neste modelo os píons serão emitidos da superfície, segundo uma distribuição de Boltzmann centrada na velocidade de expansão radial $u^\mu = \gamma(1, v\hat{r})$ ($c = 1$). Supomos ainda que a dependência temporal

exiba uma forma gaussiana com largura τ . Escrevemos então a seguinte distribuição para os momenta das partículas:

$$g(x, \vec{p}) = \delta(r - R) \exp(-t^2/\tau^2) \exp[-E'(\vec{p}, \hat{r})/T], \quad (3.53)$$

onde $E'(\vec{p}, \hat{r}) = p^\mu u_\mu = (E_p - v\hat{r} \cdot \vec{p})(1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$ é a energia de um pión no ponto $R\hat{r}$ em um determinado referencial, o qual se move com velocidade $v\hat{r}$ (onde $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$), sendo T a temperatura.

Com esta parametrização (essencialmente a suposição de que os píons emitidos da casca esférica estejam termalizados seguindo uma distribuição de Boltzmann) podemos resolver analiticamente a equação (3.52) utilizando a equação (3.53) acima. O resultado, produzido pela integração, Ref. [28], é dado por:

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) = 1 + \frac{1}{2Q^2} \exp\left[-\frac{1}{2}(E_{k_1} - E_{k_2})^2 \tau^2\right] \times \\ \times \frac{\cosh(2y^2 - 2q^2 R^2 + 2Q^2)^{1/2} - \cos(2q^2 R^2 - 2y^2 + 2Q^2)^{1/2}}{(\sinh y/y)^2}. \quad (3.54)$$

onde $Q^2 \equiv [(y^2 - q^2 R^2)^2 + 4(\vec{y} \cdot \vec{q})^2 R^2]^{1/2}$, $\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{K}\gamma v/T$ e $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$.

Este é o modelo que adotaremos em nossas análises posteriores, onde parametrizaremos a distribuição térmica em (3.53) por uma distribuição de Tsallis que analisaremos posteriormente. A expressão (3.54) servirá de referência por corresponder aos resultados que são obtidos quando consideramos a estatística usual de Gibbs-Boltzmann. No próximo capítulo faremos uma breve discussão da estatística generalizada conhecida como estatística não-extensiva de Tsallis [29] antes de analisarmos o seu efeito sobre a função de correlação e o espectro no caso do modelo particular de Pratt discutido acima.

Capítulo 4

Estatística não-extensiva de Tsallis.

4.1 Considerações gerais.

Nesta seção vamos descrever, de maneira sucinta, os postulados básicos dessa nova estatística postulada na Ref. [29].

A estatística generalizada de Tsallis está baseada nos dois postulados que se seguem:

- Seja p_k a probabilidade em quaisquer W microestados k ; então a entropia de um determinado sistema é definida como

$$S_{q_{ts}} = \frac{1}{q_{ts} - 1} \sum_{i=1}^W p_k (1 - p_k^{q_{ts}-1}), \quad (4.1)$$

sendo W o número total de possibilidades microscópicas do sistema e q_{ts} um parâmetro real denominado índice entrópico. Esta nova representação para a entropia preserva todas as características importantes da entropia padrão, como por exemplo, a positividade, a concavidade, a equiprobabilidade, a irreversibilidade e, no limite $q_{ts} \rightarrow 1$, a entropia de Gibbs-Boltzmann é recuperada, ou seja: $\lim_{q \rightarrow 1} S_{q_{ts}} = - \sum_{k=1}^W p_k \ln p_k$.

- O valor médio de um observável O cujo valor no microestado k é O_k , é definido como

$$\langle O \rangle_{q_{ts}} = \sum_{k=1}^W p_k^{q_{ts}} O_k. \quad (4.2)$$

O fato básico mais importante para esta definição é que tal entropia representada por (4.1) é não-extensiva. Isto é, a entropia de um sistema formado por dois subsistemas A e B independentes (i.e, a probabilidade para o sistema composto se fatoriza na forma $p_{A+B}(u_A, u_B) = p_A(u_A)p_B(u_B)$) ao contrário da estatística de

Boltzmann-Gibbs, não é mais a simples soma das entropias dos subsistemas A e B , mas sim dada por:

$$S_{q_{ts}}(A + B) = S_{q_{ts}}(A) + S_{q_{ts}}(B) + (1 - q_{ts})S_{q_{ts}}(A)S_{q_{ts}}(B) \quad (4.3)$$

Dessa forma, este parâmetro q_{ts} mede o grau de não-extensividade do sistema considerado. Este grau de não-extensividade pode refletir, por exemplo, efeitos de memória ou interações de longo alcance no ambiente de interação.

A partir dessa nova definição de entropia dada pela fórmula (4.1) podemos obter, em princípio, as distribuições quânticas generalizadas [30]. Tais distribuições, porém, assumirão formas muito complexas. Uma aproximação para estas distribuições em forma analítica foi obtida em [30], onde os autores derivaram a seguinte expressão para o número de ocupação médio para q_{ts} , assumindo que este não seja muito distante da unidade:

$$\langle n \rangle_{q_{ts}} = \frac{1}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta(E - \mu)]^{1/(q_{ts}-1)} \pm 1}, \quad (4.4)$$

onde $\beta = 1/T$ é o inverso da temperatura, μ é o potencial químico e ± 1 representa o caso fermiônico (+) e o caso bosônico (-). Obviamente no limite $q \rightarrow 1$ recobramos as conhecidas distribuições de Fermi-Dirac e Bose-Einstein, respectivamente.

Como vemos da equação acima se considerarmos o caso de uma distribuição clássica (i.e. sem o fator ± 1), podemos considerar uma fórmula do tipo potência [31]

$$G_{q_{ts}}(x) = C_{q_{ts}} \left[1 - (1 - q_{ts}) \frac{x}{\lambda} \right]^{\frac{1}{1-q_{ts}}}, \quad (4.5)$$

que é apenas uma generalização paramétrica da fórmula exponencial de Gibbs-Boltzmann. Quando $G_{q_{ts}}(x)$ é considerado como uma distribuição de probabilidades (uma distribuição de Lévy) das variáveis $x \in (0, \infty)$, o parâmetro q_{ts} deve ser limitado a $1 \leq q_{ts} < 2$. Para $q_{ts} < 1$ a distribuição $G_{q_{ts}}(x)$ é definida apenas para x dentro do intervalo $0 < x < \lambda/(1 - q_{ts})$. Para $q_{ts} > 1$ o limite superior irá surgir da condição de normalização (à unidade) para $G_{q_{ts}}(x)$ e da exigência de positividade da constante de normalização resultante $C_{q_{ts}}$. Entretanto, se ainda exigirmos que o valor médio de $G_{q_{ts}}(x)$ seja bem definido, i.e., que $\langle x \rangle = \lambda/(3 - 2q_{ts}) < \infty$ para $x \in (0, \infty)$, então q_{ts} deverá estar dentro do intervalo $1 \leq q_{ts} < 1.5$ apenas. Assim, na Ref. [31], associando o parâmetro de não-extensividade ($q_{ts} > 1$) ao índice da distribuição de Lévy, os autores dão uma nova dimensão às suas potencialidades e delimitam melhor o intervalo de aplicabilidade da relação (4.4).

Como mostrado nas Ref. [32] e [33], o espectro de uma partícula é sensível aos efeitos provocados pelo parâmetro q_{ts} . A pergunta natural que surge é: Será que

podemos observar estes mesmos efeitos através do comportamento da função de correlação de duas partículas? Este é um dos tópicos que iremos analisar mais a fundo no próximo capítulo. Consideraremos o modelo discutido no capítulo anterior, desenvolvido no contexto da conhecida estatística padrão de Gibbs-Boltzmann e vamos comparar com os resultados produzidos pela aplicação da estatística generalizada de Tsallis dentro deste mesmo modelo.

4.2 Efeitos e aplicações da estatística não-extensiva.

Vamos analisar nessa seção alguns efeitos da estatística não-extensiva de Tsallis em física nuclear.

Análises recentes (evento-por-evento) de colisões Pb+Pb a 158 A GeV (Colaboração NA49) mostrou forte supressão nas flutuações da distribuição de momento transversal dos píons emitidos quando comparadas àquelas obtidas em colisões p+p. Uma redução desse tipo parece razoável devido à efeitos de re-espalhamentos meson-baron e meson-meson. No entanto o tamanho dessa supressão não pôde ser compreendido.

M.Gázdicki e St. Mrówczyński [34] introduziram uma definição de flutuações de momento transversal em análises de evento-por-evento que é independente da multiplicidade das partículas:

$$\Phi_{p_{\perp}} = \sqrt{\frac{\langle Z_{p_{\perp}}^2 \rangle}{\langle N \rangle}} - \sqrt{z_{p_{\perp}}^2}, \quad (4.6)$$

onde $z_{p_{\perp}} = p_{\perp} - \overline{p_{\perp}}$ representa a medida do desvio, para partículas de momento transversal $p_{\perp}$ em relação ao seu valor médio e $Z_{p_{\perp}} = \sum_{i=1}^N (p_{\perp i} - \overline{p_{\perp}})$ a contribuição total correspondente (N sendo o número de partículas no evento).

Num artigo recente [35] esta medida de correlação $\Phi_{p_{\perp}}$ foi calculada para um gás de píons em equilíbrio global dentro da formulação padrão da termodinâmica estatística (Bose-Einstein). O resultado obtido, $\Phi_{p_{\perp}} = 6.5 \text{ MeV}$ para $T = 120 \text{ MeV}$, mostrou-se sensivelmente maior do que o valor experimental medido para esta grandeza, i.e., $\Phi_{p_{\perp}} = 0.7 \pm 0.5 \text{ MeV}$ para $T = 120 \text{ MeV}$, correspondente a dados obtidos em colisões centrais Pb+Pb pela colaboração NA49 [36].

Nesse contexto como uma diferença dessa ordem de grandeza, entre os resultados teórico e experimental, pode ser explicado?

O resultado teórico foi obtido dentro da estrutura convencional da mecânica estatística quântica, ou seja, para píons, os quais obedecem à distribuição de Bose-Einstein. No entanto em um ambiente de condições extremas, como ocorre em colisões ultra-relativísticas de íons pesados efeitos de memória ou interações de cor

de longo alcance devem afetar o processo de termalização. De fato, se supusermos que nos estágios iniciais da colisão possa ocorrer a formação do QGP, deverão surgir fortes campos cromoeletricos (campos de cor). Na Ref. [37] é mostrada uma conexão entre campos fortes desse tipo e processos não markovianos na equação cinética, fato esse que exigiria o emprego de estatísticas não-extensivas na análise desse tipo de processo.

Assim surge um ótimo ambiente para a utilização da estatística não-extensiva [29]. Na Ref. [33] os autores estimam as flutuações no momento transversal utilizando a estatística de Tsallis. Eles consideram um gás de píons, fixando a temperatura de desacoplamento (freeze-out) de $T = 120 \text{ Mev}$. O resultado experimental ($\Phi_{p_{\perp}} = 0.7 \pm 0.5 \text{ MeV}$) é reproduzido utilizando o valor de $q_{ts} = 1.015$ para o parâmetro entrópico. Assim vemos que um pequeno desvio na estatística padrão ($q - 1 = 0.015$) foi suficiente para eliminar a discrepância entre os resultados teórico e experimental, apenas considerando a estatística generalizada.

Um outro exemplo do emprego da estatística de Tsallis pode ser encontrado na Ref. [32], onde o autor mostra a concordância do cálculo do espectro utilizando a estatística de Tsallis parametrizada por $q_{ts} = 1.015$ com a curva experimental para altos valores do momento transversal p_t , conforme a figura abaixo mostra.

Existem outros exemplos do emprego da estatística de Tsallis como por exemplo no cálculo de fluxos de neutrinos solares e outros que mostram a absoluta relevância de análises dos efeitos provocados por pequenos desvios em relação à estatística padrão (Gibbs-Boltzmann, Fermi-Dirac e Bose-Einstein).

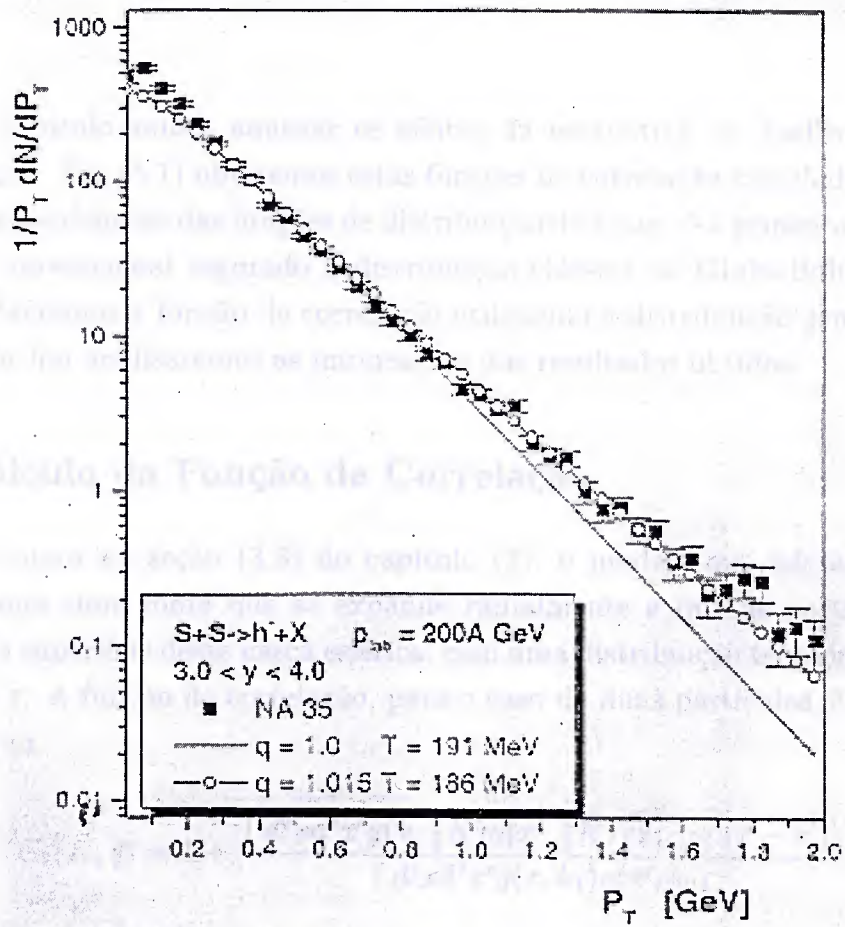


Figura 4,1: Espectro de uma partícula, Ref.[32].

Capítulo 5

Estatística de Tsallis e Interferometria

Neste capítulo vamos analisar os efeitos da estatística de Tsallis em funções de correlação. Em (5.1) obteremos estas funções de correlação calculadas para diferentes parametrizações das funções de distribuição de fonte. Na primeira, calculamos da forma convencional seguindo a distribuição clássica de Gibbs-Boltzmann e na segunda obteremos a função de correlação utilizando a distribuição generalizada de Tsallis. Por fim analisaremos as implicações dos resultados obtidos.

5.1 Cálculo da Função de Correlação

Como vimos na seção (3.3) do capítulo (3), o modelo que adotamos assume que tenhamos uma fonte que se expande radialmente e que as partículas sejam emitidas da superfície desta casca esférica, com uma distribuição temporal gaussiana de largura τ . A função de correlação, para o caso de duas partículas, é dada, como já vimos, por

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) = 1 + \frac{\int d^4x d^4x' g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) g(x', \frac{1}{2}\vec{K}) \exp[iq \cdot (x - x')]}{\int d^4x d^4x' g(x, k_1) g(x', k_2)}, \quad (5.1)$$

e, para $|\vec{K}|^2 \gg |\vec{q}|^2$ utilizamos a aproximação:

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) \simeq 1 + \frac{\int d^4x d^4x' g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) g(x', \frac{1}{2}\vec{K}) \exp[iq \cdot (x - x')]}{|\int d^4x g(x, \frac{1}{2}\vec{K})|^2}, \quad (5.2)$$

onde $\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ e $q = (E_{k_1} - E_{k_2}, \vec{k}_1 - \vec{k}_2)$.

Parametrizando [28] a função de distribuição $g(x, \vec{p})$ por

$$g(x, \vec{p}) = \delta(r - R) \exp(-t^2/\tau^2) \exp[-E'(\vec{p}, \hat{r})/T], \quad (5.3)$$

vimos que podemos obter uma solução analítica,

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) = 1 + \frac{1}{2Q^2} \exp\left[-\frac{1}{2}(E_{k_1} - E_{k_2})^2 \tau^2\right] \times \\ \times \frac{\cosh(2y^2 - 2q^2 R^2 + 2Q^2)^{1/2} - \cos(2q^2 R^2 - 2y^2 + 2Q^2)^{1/2}}{(\sinh y/y)^2}. \quad (5.4)$$

onde $Q^2 \equiv [(y^2 - q^2 R^2)^2 + 4(\vec{y} \cdot \vec{q})^2 R^2]^{1/2}$, $\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{K}\gamma v/T$, $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ e $E'(\vec{p}, \vec{r}) = p^\mu u_\mu = \gamma(E_p - v\hat{r} \cdot \vec{p})$.

Como discutimos no capítulo anterior, existem evidências para a utilização de uma estatística não-extensiva, o que refletiria efeitos de memória ou interações de longo alcance, em física de altas energias (Refs. [32, 33]). Vimos também que, no espectro de píons produzidos a energias do CERN/SPS, um pequeno desvio da estatística usual, correspondente à $q_{ts} = 1.015$, proporcionava um melhor acordo com os dados experimentais. A nossa intenção aqui será analisar os possíveis efeitos dessa estatística de Tsallis em análises interferométricas. Tal estudo nos possibilitará inferir a respeito de possíveis efeitos do equilíbrio térmico associado à estatística de Gibbs-Boltzmann da fonte, no momento da emissão dos píons. Obviamente nossos resultados são fortemente dependentes do modelo adotado. Esse fato nos mostra que resultados absolutamente conclusivos só poderão ser obtidos após a análise deste efeito da estatística para diferentes modelos interferométricos. Nesse trabalho verificamos estes possíveis efeitos no modelo de Pratt descrito acima.

Então, para testar a sensibilidade da função de correlação de duas partículas ao parâmetro q_{ts} , podemos fazer o mesmo cálculo para o modelo de Pratt utilizando a distribuição dada em (4.4) sem o fator ± 1 , refletindo uma distribuição de Gibbs-Boltzmann generalizada.

Parametrizamos, então, a distribuição $g(x, \vec{p})$ por:

$$g(x, \vec{p}) = \frac{\delta(r - R) \exp(-t^2/\tau^2)}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta(\overline{E}(\vec{p}, \hat{r}) - \mu)]^{1/(q_{ts}-1)}}, \quad (5.5)$$

sendo $\overline{E}(\vec{p}, \hat{r}) = (E_p - v\hat{r} \cdot \vec{p})(1 - v^2)^{-\frac{1}{2}}$ como anteriormente, limitando a considerar o caso em que o potencial químico μ é nulo (vamos considerar apenas píons). Então, partindo da parametrização acima, calculamos as integrais dadas em (3.52),

$$\int d^4x d^4x' g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) g(x', \frac{1}{2}\vec{K}) \exp[iq \cdot (x - x')] = \\ \int d^4x d^4x' \frac{\delta(r - R) \exp[-t^2/\tau^2]}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta\overline{E}(\frac{1}{2}\vec{K}, \hat{r})]^{1/(q_{ts}-1)}} \times \\ \times \frac{\delta(r' - R) \exp[-t'^2/\tau^2]}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta\overline{E}(\frac{1}{2}\vec{K}, \hat{r}')]^{1/(q_{ts}-1)}} \exp[iq \cdot (x - x')],$$

para o numerador e

$$\int d^4x g(x, \frac{1}{2}\vec{K}) = \int d^4x \frac{\delta(r - R) \exp[-t^2/\tau^2]}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta\bar{E}(\frac{1}{2}\vec{K}, \hat{r})]^{1/(q_{ts}-1)}},$$

para o denominador de (3.52), o que nos levou à seguinte fórmula para a função de correlação:

$$C_2(\vec{K}, \vec{q}) = 1 + \exp\left[-\frac{1}{2}(E_{k_1} - E_{k_2})^2\tau^2\right] \frac{\left|\int_0^\pi \frac{\sin\theta J_0(|\vec{q}|R \sin\theta \sin\bar{\theta}) \exp\{i|\vec{q}|R \cos\theta \cos\bar{\theta}\} d\theta}{[1 + (q_{ts} - 1)(\beta\gamma E_{\vec{K}/2} - y \cos\theta)]^{1/(q_{ts}-1)}} d\theta\right|^2}{\left(\int_{-1}^{+1} d\xi [1 + (q_{ts} - 1)(\beta\gamma E_{\vec{K}/2} - y\xi)]^{1/(1-q_{ts})}\right)^2} \quad (5.6)$$

onde $E_{\frac{1}{2}\vec{K}} = \sqrt{(\frac{\vec{K}}{2})^2 + m_\pi^2}$, $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ e $J_0(x)$ é a função de Bessel de ordem zero. Em (5.6), θ é o ângulo polar entre os vetores $\vec{K}$ e $\vec{x}$, $\bar{\theta}$ é o ângulo entre $\vec{K}$ e $\vec{q}$, de forma que o ângulo entre $\vec{q}$ e $\vec{x}$, α , pôde ser determinado pela relação: $\cos\alpha = \cos\theta\cos\bar{\theta} + \sin\theta\sin\bar{\theta}\cos(\phi - \bar{\phi})$, sendo ϕ e $\bar{\phi}$ os correspondentes ângulos azimutais. Vemos dessa forma que a expressão acima não possui solução analítica. Portanto a análise dos resultados parte da integração numérica das funções dadas pela Eq. (5.6). Para efetuarmos estas integrações fizemos algumas escolhas convenientes de modo a facilitar a manipulação numérica da função de correlação, utilizando a simetria esférica do problema. Como $\vec{K}$ e $\vec{q}$ formam um plano, escolhemos uma orientação destes vetores de tal forma que $\bar{\phi} = 0$. Assim, colocando $\vec{K}$ na direção do eixo z , integramos (5.6) considerando dois valores de $\bar{\theta}$, i.e., $\bar{\theta} = 0$ e $\bar{\theta} = 90^\circ$, correspondendo à situação em que $\vec{q} \parallel \vec{K}$ e $\vec{q} \perp \vec{K}$, respectivamente (Fig. 5.1).

A seguir, vamos descrever sinteticamente os conjuntos de parâmetros empregados em nossa análise e resumir brevemente o que foi feito. Posteriormente discutiremos os resultados obtidos com mais detalhes.

Para a verificação dos efeitos do parâmetro q_{ts} na função de correlação escolhemos dois intervalos de energia. O primeiro, corresponde às energias do CERN/SPS. Inicialmente fixamos $\tau = 0$ nas Eqs. (5.4) e (5.6) e fizemos os gráficos destas funções assumindo o seguinte conjunto de parametrizações: $T = 130 \text{ MeV}$, $\langle v \rangle \approx 0.35$ [38] e $T = 100 \text{ MeV}$, $\langle v \rangle \approx 0.55$ [39] de tal forma que $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$ e $T/\gamma v = 152 \text{ MeV}$, respectivamente. Em (5.6) utilizamos inicialmente o valor de $q_{ts} = 1.015$ para o parâmetro de Tsallis de modo a manter o mesmo valor do parâmetro que

*Note que nesse modelo não é utilizado o momento médio $\vec{K} = \frac{1}{2}(\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$ mas sim a soma dos momentos $\vec{K} = (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$. Uma pequena diferença em relação à notação usualmente adotada.

†Lembrando que $\vec{q} = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$.

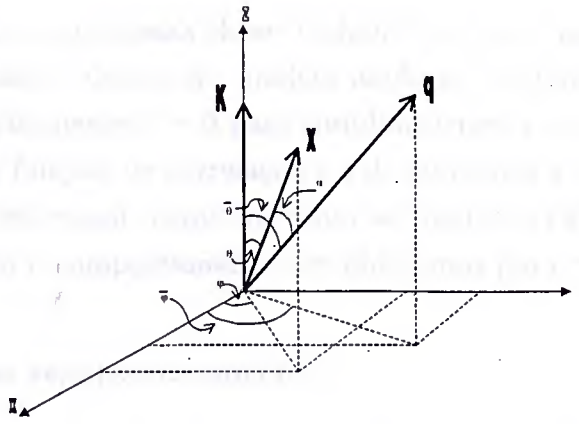


Figura 5.1: Sistema de coordenadas.

reproduziu o comportamento do espectro como mostrado nas Refs. [32] e [33]. Posteriormente recalculamos as funções de correlação correspondentes a $q_{t_s} = 1.1$ e $q_{t_s} = 1.2$, utilizando $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$, para podermos analisar o comportamento da função de correlação nesse regime de energias em função do parâmetro entrópico q_{t_s} . Por completeza calculamos também, com este mesmo conjunto de parametrizações, a função de correlação para $\tau = 3 \text{ fm}$ e $\tau = 10 \text{ fm}$ (no entanto aqui utilizamos $q_{t_s} = 1.015$ apenas para o índice entrópico). Os resultados obtidos para $\tau = 0$ são dados nas figuras 5.2 a 5.12. Para $\tau = 3 \text{ fm}$, nas figuras 5.13 a 5.14 e para $\tau = 10 \text{ fm}$, nas figuras 5.15 a 5.16. Todos estes gráficos correspondem à parametrização $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$. A Fig.(5.12) mostra os cálculos feitos utilizando os valores de $q_{t_s} = 1, 1.015, 1.1, 1.2$ para um valor fixo do módulo do momento $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$.

As figuras 5.17 a 5.22 representam os cálculos da função de correlação no modelo de Pratt e de Tsallis utilizando $q_{t_s} = 1.015$ com a parametrização $T/\gamma v = 152 \text{ MeV}$. Notamos uma pequena diferença entre as funções de correlação para altos valores de $|\vec{K}|$, para o caso $\vec{K} \parallel \vec{q}$, o que torna a análise essencialmente igual ao caso anterior onde utilizamos a parametrização $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$. A figura 5.23 mostra uma comparação entre os cálculos da função de correlação para $q_{t_s} = 1.0$, $q_{t_s} = 1.015$ e $q_{t_s} = 1.10$.

Para a segunda região, correspondente às energias do LBNL/BEVALAC, adotamos $T = 44 \text{ MeV}$ e $\langle v \rangle \approx 0.37$ de forma que $T/\gamma v = 109.45 \text{ MeV}$ conforme a Ref. [40]. Novamente calculamos a função de correlação para $\tau = 0$, adotando os mesmos valores anteriores para os parâmetros restantes. Os resultados são mostrados nas figuras 5.24 a 5.29. Nestes cálculos adotamos sempre $q_{t_s} = 1.015$.

Uma observação importante que devemos ressaltar foi a fixação do valor de $\tau = 0 \text{ fm}$ para a variável temporal em nosso procedimento de cálculo. O caso em que a emissão ocorra durante um certo intervalo de tempo Δt , porém, pode ser mais

realista. No entanto, a proposta desse trabalho foi a de estudar a sensibilidade da função de correlação, dentro do modelo adotado, ao parâmetro q_t . Por isso, decidimos fixar simplesmente $\tau = 0$ para simplificarmos o estudo dado que o efeito deste parâmetro nas funções de correlação é o de aumentar a velocidade com que as funções calculadas decrescem, como mostram as figuras 5.13 a 5.16, sem afetar de maneira fundamental o comportamento que obtivemos para $\tau = 0$.

5.1.1 Análise dos resultados obtidos

Começaremos por analisar nossos resultados considerando a região de energias mais altas. Analisando os gráficos das funções de correlação para esta região (CERN/SPS) não observamos nenhuma diferença significativa para as funções de correlação calculadas com base na estatística de Gibbs-Boltzmann em relação àquelas onde empregamos a estatística de Tsallis parametrizada com um valor de $q_t = 1.015$. Como mostram as figuras 5.2 a 5.5, para a parametrização $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$, os cálculos com as duas estatísticas não apresentam diferenças importantes. Notamos nestes gráficos o efeito dinâmico causado pelos diferentes valores do módulo do momento $|\vec{K}|$ utilizados, quando consideramos o caso em que $\vec{K} \parallel \vec{q}$. Estes efeitos mostram que a região efetiva sondada pela interferometria diminui com o aumento do momento $|\vec{K}|$, pois as curvas de correlação tornam-se mais largas. O caso $\vec{K} \perp \vec{q}$ (Figs. 5.3 e 5.5) não mostra essa mesma sensibilidade à variação de $|\vec{K}|$. Esta menor sensibilidade para o caso perpendicular surge, possivelmente, devido aos efeitos da expansão da região de emissão. Uma possível explicação para esse fato seria a de que para uma expansão radial da fonte [28] teríamos maior probabilidade de emissão naquelas direções onde o ângulo entre os vetores k_i das partículas e a direção da expansão fossem menores. Imaginemos que, em coordenadas cartesianas, fixemos a direção do momento do par $\vec{K}$ segundo o eixo z , teríamos maiores contribuições para a função de correlação daquelas partículas que fossem emitidas em ângulos menores em relação ao eixo z , ou seja, para $\vec{k}_i \parallel \hat{z}$. Assim somente uma pequena região de emissão em torno desse eixo contribui significativamente com as correlações medidas ao longo da direção de $\vec{K}$. Outras regiões com ângulos maiores em relação à $\vec{K}$ seriam menos acessíveis, diminuindo, assim, as suas contribuições, o que faria com que uma região menor fosse acessada através da interferometria. É justamente isso que mostram as figuras, pois notamos que as larguras das funções de correlação aumentam em função de $|\vec{K}|$, para o caso $\vec{K} \parallel \vec{q}$, o que indica uma região efetiva de emissão menor.

Nas figuras 5.6 a 5.12 são mostrados os comportamentos das funções de correlação para valores de q_t mais elevados ($q_t = 1.1$ nas figuras 5.6, 5.7 e 5.12 e $q_t = 1.2$

nas figuras 5.8 e 5.9). A figura 5.12 mostra a diferença mínima para os cálculos da função de correlação nesse domínio de energias para valores do parâmetro entrópico dados por $q_{ts} = 1.0, 1.015, 1.1$. Estas figuras mostram o mesmo efeito dinâmico discutido anteriormente, para o caso $\vec{K} \parallel \vec{q}$, causado pelo aumento do valor do módulo do momento do par $|\vec{K}|$. Notadamente estes efeitos são mais sensíveis, em relação ao parâmetro q_{ts} , para valores mais elevados de $|\vec{K}|$. Notamos, como mostrado na figura 5.11, que o efeito de parâmetro q_{ts} é o de diminuir a largura da função de correlação, ou seja, o de aumentar a região sondada acessível. Vemos também, conforme discutido acima, que o caso $\vec{K} \perp \vec{q}$ apresenta menor sensibilidade à variações de $|\vec{K}|$.

Apesar de encontrarmos valores de q_{ts} para os quais as funções de correlação mostram sensibilidade em relação à estatística padrão é importante frisar, no entanto, que não é possível uma escolha arbitrária para o parâmetro q_{ts} . Como mostrado em [33], a derivação feita na Ref. [30] da distribuição estatística generalizada, dada na Eq.(4.4), parte da suposição de que $q_{ts} \sim 1$, mas não sabemos o quanto q_{ts} pode se desviar deste valor unitário! Uma análise de funções de correlação para valores de q_{ts} muito diferentes da unidade (como p.ex.: $q_{ts} = 1.2, 1.3, 1.4, \dots$) deverá ser amparada numa derivação absolutamente rigorosa para as estatísticas generalizadas baseadas na entropia de Tsallis, observando-se os limites de validade das expressões obtidas. No entanto, associando q_{ts} ao parâmetro de uma distribuição de Lévy [32], vimos que podemos utilizar valores para q_{ts} no intervalo $1 \leq q_{ts} \leq 1.5$.

Ainda dentro dessa região de energias efetuamos os cálculos para a função de correlação utilizando $T/\gamma v = 152 \text{ MeV}$ ($T = 100 \text{ MeV}$ e $\langle v \rangle \approx 0.35$). Como mostram as figuras 5.17 a 5.19, diferenças perceptíveis surgem no cálculo das funções de correlação para o caso $q_{ts} = 1.015$ para altos valores do momento do par $|\vec{K}|$ para o caso $\vec{K} \parallel \vec{q}$ (o caso $\vec{K} \perp \vec{q}$ apresenta diferenças muito pequenas, quase imperceptíveis, como mostram as Figs. 5.20 a 5.22). A figura 5.23 mostra uma comparação para os casos em que $q_{ts} = 1, 1.015, 1.1$ onde notamos uma forte queda da função de correlação com o aumento de q_{ts} , o mesmo comportamento observado anteriormente.

Esse fato nos mostra que podemos buscar efeitos de q_{ts} sobre a função de correlação em regimes de energias mais baixos, ao menos dentro do modelo que adotamos.

Assim, observando os gráficos (5.24) a (5.29), que são originados de nossa análise da segunda região de energia escolhida (LBNL/BEVALAC), notamos uma diferença sensível nas funções de correlação para altos valores de momento $\vec{K}$, onde consideramos o caso onde $\vec{K} \parallel \vec{q}$. Como mostrado nos gráficos as diferenças vão desaparecendo para baixos valores de $|\vec{K}|$. Vemos também que para $\vec{K} \perp \vec{q}$ as diferenças são

pequenas para $|\vec{K}| = 600 \text{ MeV}$ e tende ao anulamento conforme diminuimos os valores para $|\vec{K}|$, conforme mostram as figuras (5.27) a (5.29)). Esse resultado é muito significativo por mostrar uma região de energia e também uma região cinemática onde tais efeitos provocados por desvios na estatística padrão poderiam ser mais facilmente encontrados. Ainda assim os efeitos são relativamente pequenos, o que nos obriga à uma análise mais cuidadosa para determinado modelo que se adote em tais cálculos. Vemos, nestes gráficos, o mesmo efeito de redução da largura da função de correlação pelo emprego de um pequeno desvio à estatística padrão de Gibbs-Boltzmann. Na verdade esse efeito é esperado devido à forma dada para a distribuição $g(x, \vec{p})$ no contexto da estatística de Tsallis (Eq.(5.5)). Logo, para valores mais elevados de q_t , vamos ter, obviamente, funções de correlação com larguras cada vez menores o que refletiria, em tese, a sondagem de regiões cada vez maiores.

Estes nossos resultados demonstram que devemos procurar os possíveis efeitos de não-extensividade em correlações de píons idênticos em um regime de energias mais baixas. Lembrando que na Ref. [33] é feita uma menção à possibilidade de existência de processos não markovianos no ambiente de colisões de íons pesados supondo a existência do QGP, vemos que nossos resultados caminham no sentido contrário. Como vimos, encontramos maiores efeitos de não-extensividade empregando a temperatura de $T = 0.044 \text{ GeV}$, muito menor que a temperatura mínima de transição de fase para o QGP que é de cerca de $T = 0.130 \text{ GeV}$. Isto porque, motivados pelos resultados das referências [32, 33], estaríamos considerando como razoáveis valores de $q_t \simeq 1.015$. Contudo, se o plasma for formado, hadronizando-se à $T \sim 130 \text{ MeV}$, caso a velocidade de “flow” fosse muito grande, poderíamos ter um parâmetro $T/\gamma v$ de mesma ordem que aquele aqui usado a energias do BEVALAC (digamos, $T \simeq 130 \text{ MeV}$ para a temperatura de “freeze-out”, $v \sim 0.8$ e $T/\gamma v \simeq 100 \text{ MeV}$) e poderíamos procurar pelos efeitos mais acentuados na função de correlação comparando Tsallis versus Boltzmann. Além disso, no caso de formação de QGP, a análise do espectro semelhante à da Ref. [32] talvez venha a revelar que q_t deveria ser maior do que o valor $q_t = 1.015$, considerado para análise de espectro à energias do SPS/CERN.

Nossos cálculos, com esta temperatura mostraram que a função de correlação é muito pouco sensível a valores de $q_t \simeq 1$. No entanto esse fato logicamente não invalida as conclusões dadas em [33]. O que mostramos é que, dentro do modelo que adotamos, interferometria de intensidade não é um bom instrumento para analisar processos não-extensivos neste regime de energias, sendo mais proveitoso, como instrumento de análise, em um regime de energias mais baixas. Finalizamos aqui a análise dos resultados do estudo teórico feito com o emprego da estatística

não-extensiva de Tsallis em interferometria. No próximo capítulo vamos estudar os efeitos de não-extensividade no cálculo do espectro de uma partícula. Essa análise tem por finalidade testar o modelo que utilizamos [28] para os cálculos que efetuamos e verificar a sensibilidade da distribuição $g(x, \vec{k})$ dada por este modelo ao parâmetro q_{t_s} . Um dos motivos para esta nossa análise reside no fato de que não observamos nenhum efeito relevante em nossos cálculos para a função de correlação na primeira região de energias (CERN/SPS). A inexistência de efeitos em cálculos do espectro, empregando o modelo que adotamos, poderia indicar erros em nossos procedimentos de cálculo numérico das expressões para as funções de correlação.

Para verificarmos então a veracidade dos resultados obtidos neste estudo podemos calcular o espectro $\frac{d^3n}{d^3p}$. Um cálculo deste tipo é feito na Ref.: [32], onde obtêm-se a descrição dos dados experimentais da colaboração NA49[†] pela aplicação da estatística não extensiva parametrizada por $q_{t_s} = 1.015$. Queremos, ao menos, obter um comportamento semelhante pela utilização do nosso modelo. Isso é o que faremos no próximo capítulo, onde analisaremos o espectro de uma partícula.

31

[†]Veja a seção 4.2 do capítulo 4.

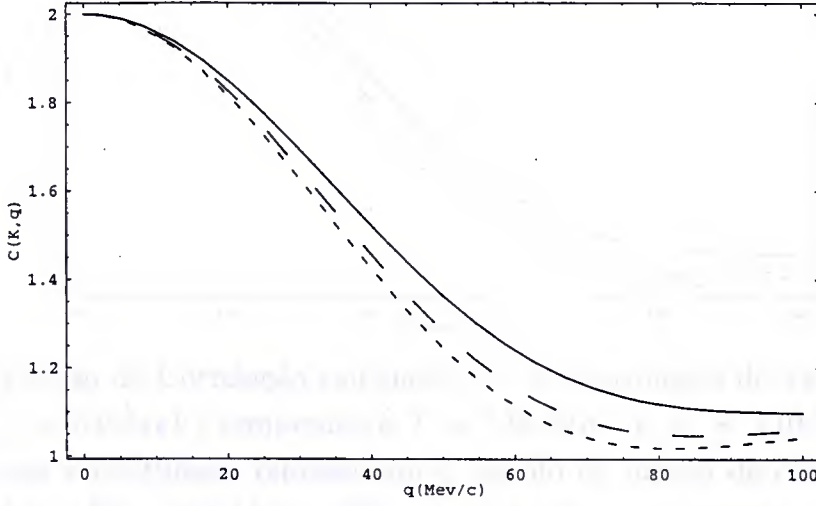


Figura 5.2: Função de Correlação calculada no modelo de Pratt para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

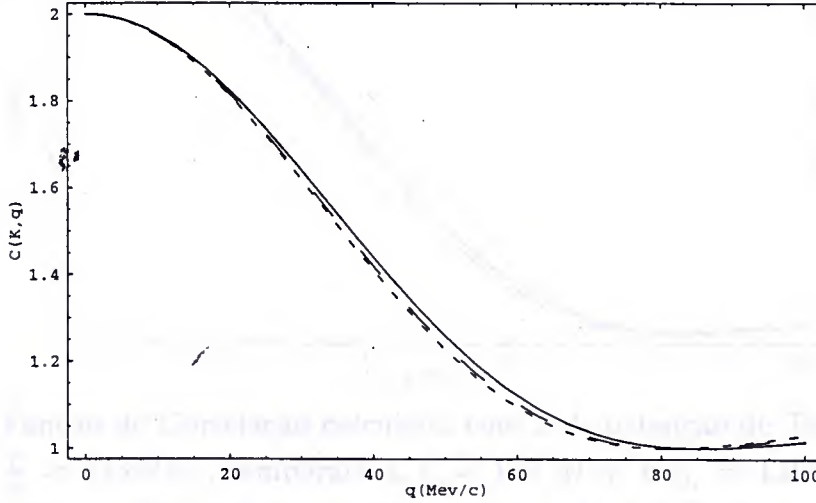


Figura 5.3: Função de Correlação calculada no modelo de Pratt para $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

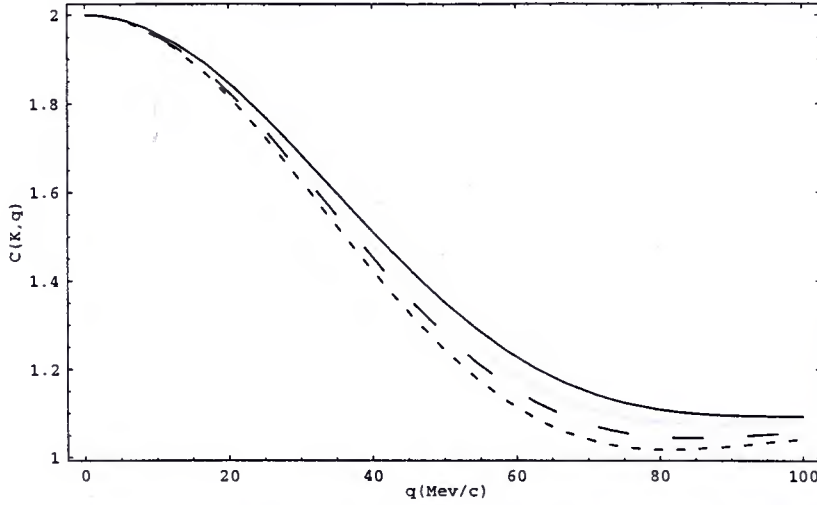


Figura 5.4: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.015$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

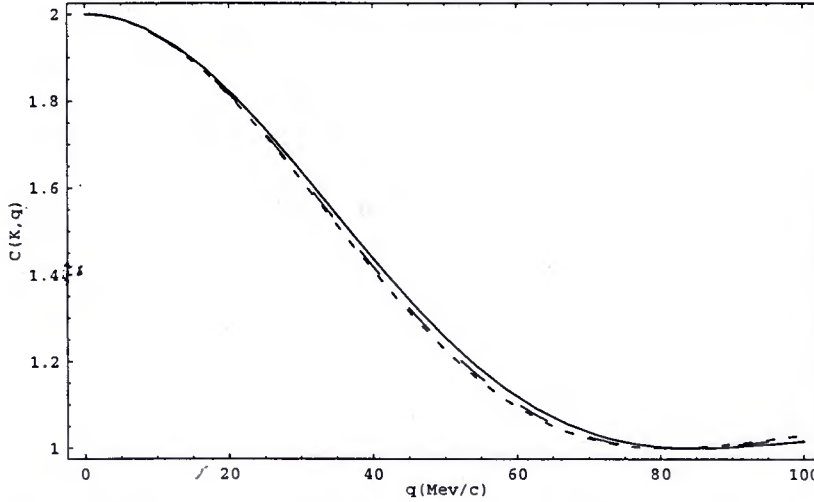


Figura 5.5: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.015$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

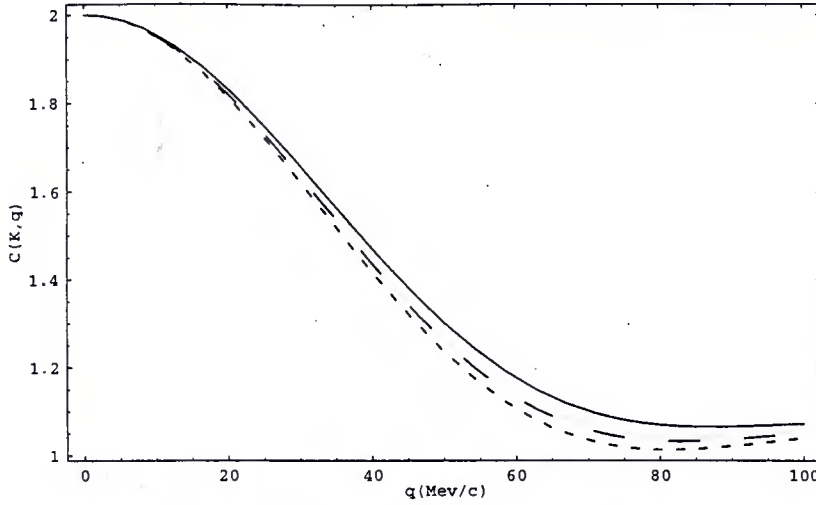


Figura 5.6: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.1$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

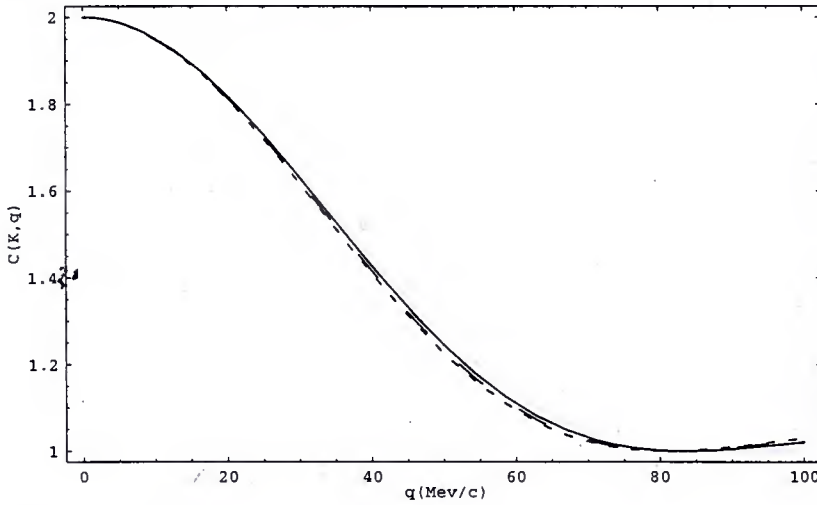


Figura 5.7: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.1$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

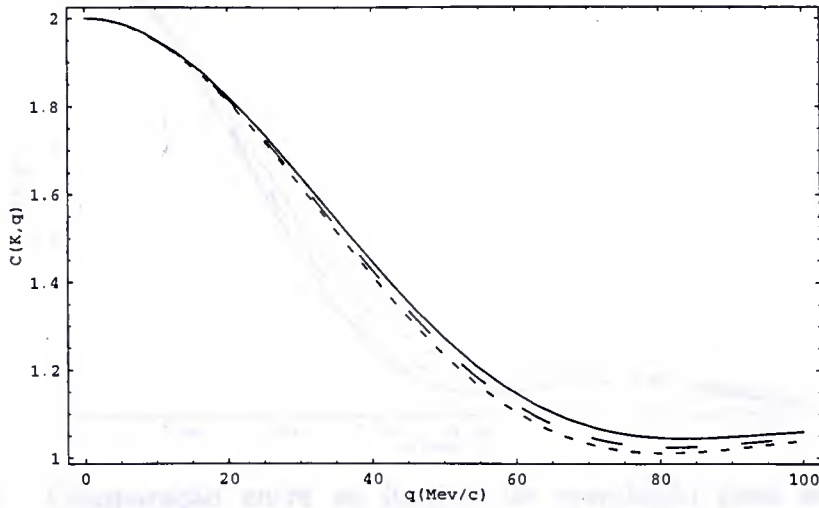


Figura 5.8: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.2$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

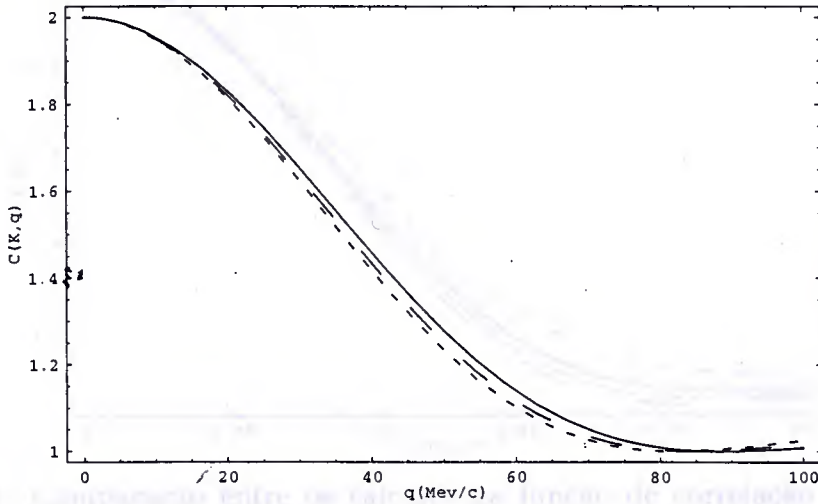


Figura 5.9: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $q_{ts} = 1.2$. As linhas cheia, tracejada e pontilhada representam o cálculo da função de correlação para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$ e $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$ respectivamente. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

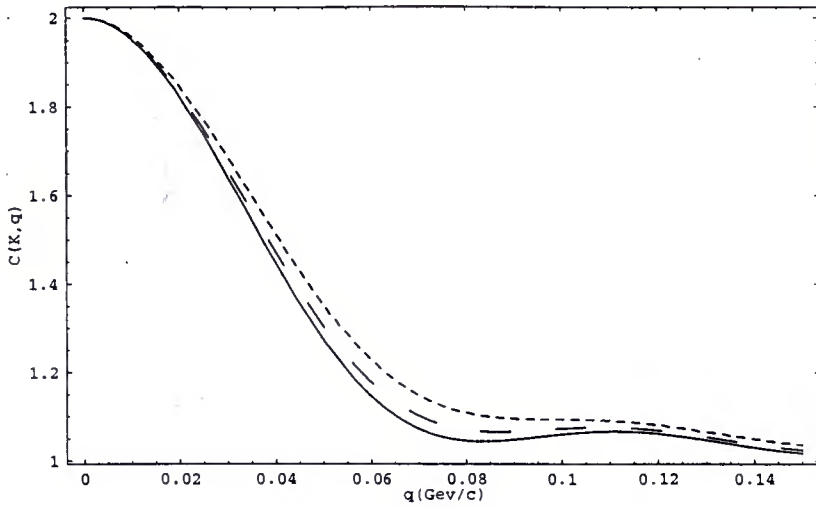


Figura 5.10: Comparação entre as funções de correlação para os valores de $q_{t_s} = 1.0, 1.015, 1.10$ e 1.20 (linhas de traço menor, traço maior e linha cheia, respectivamente). Aqui a linha de traço menor representa tanto o caso $q_{t_s} = 1.0$ quanto o caso $q_{t_s} = 1.015$. Os gráficos são calculados para $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$, para $\vec{K} \parallel \vec{q}$ e $T/\gamma v = 0.348 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

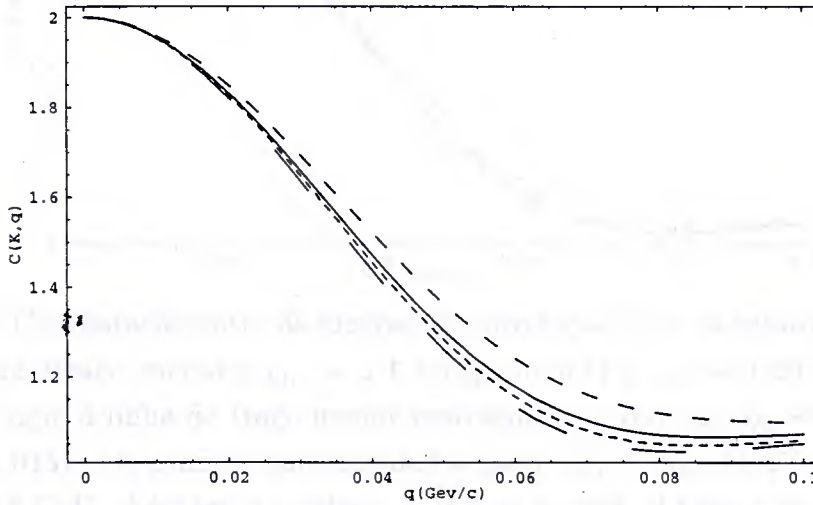


Figura 5.11: Comparação entre os cálculos da função de correlação para valores $q_{t_s} = 1.0$ e $q_{t_s} = 1.2$. As linhas cheia e de traço maior representam as funções de correlação para $q_{t_s} = 1.2$, para $|\vec{K}| = 0.80$ e $|\vec{K}| = 0.50 \text{ GeV}$, parametrizado em $T/\gamma v = 0.348 \text{ GeV}$. As outras duas linhas (traço médio e traço pequeno) representam as funções de correlação para os mesmos intervalos anteriores para o caso onde $q_{t_s} = 1.0$. Observa-se claramente o mesmo efeito dinâmico para os dois casos de q_{t_s} . Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

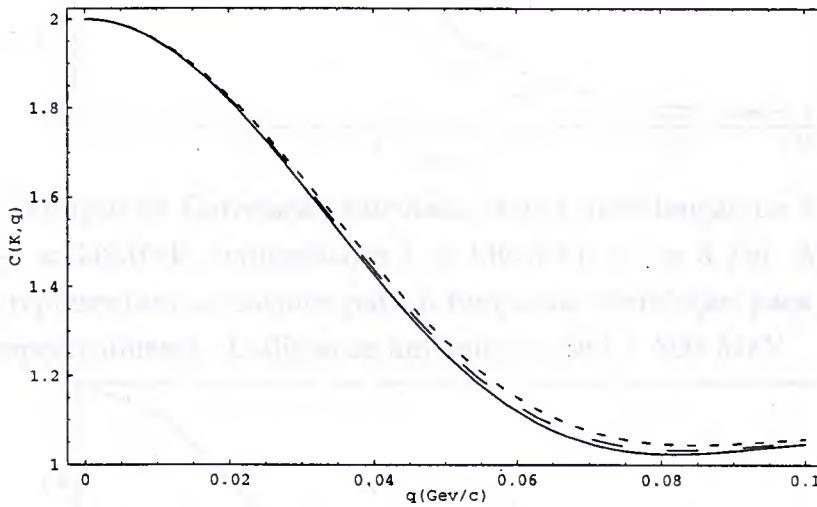


Figura 5.12: Comparação entre as funções de correlação para os valores de $q_{ts} = 1.0$ e $q_{ts} = 1.015$ (traço menor); $q_{ts} = 1.1$ (traço maior) e $q_{ts} = 1.20$ (linha cheia) (Lembre-se: aqui a linha de traço menor representa tanto o caso $q_{ts} = 1.0$ quanto o caso $q_{ts} = 1.015$). Os gráficos são calculados para $|\vec{K}| = 500 \text{ MeV}$, para $\vec{K} \parallel \vec{q}$ e $T/\gamma v = 0.348 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

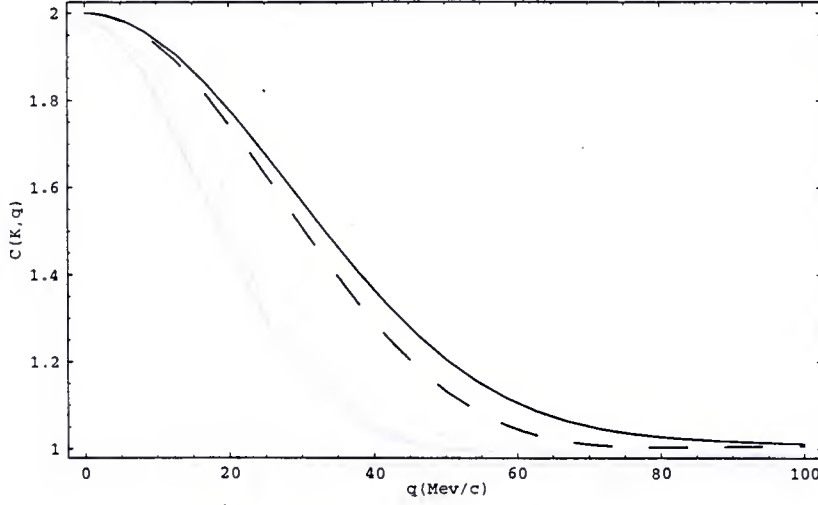


Figura 5.13: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $\tau = 3 \text{ fm}$. As linhas cheia e tracejada representam os cálculos para a função de correlação para $q_{t_s} = 1.015$ e $q_{t_s} = 1.2$, respectivamente. Utilizou-se um valor de $|\vec{K}| = 800 \text{ MeV}$.

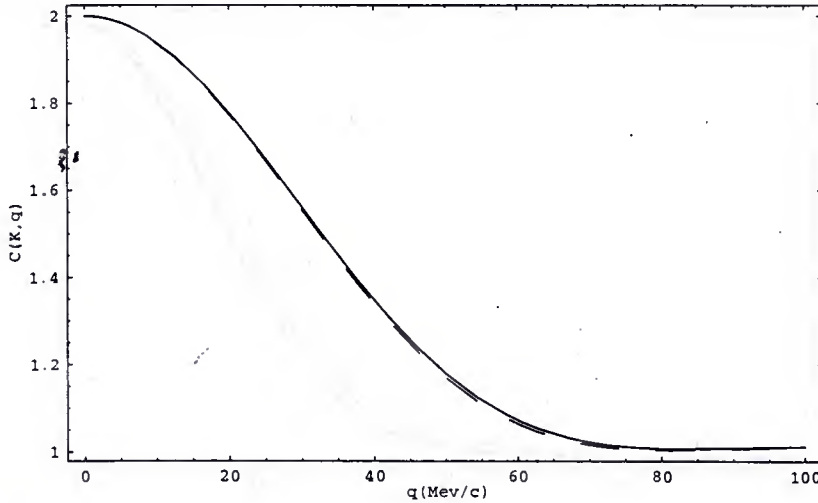


Figura 5.14: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $\tau = 3 \text{ fm}$. As linhas cheia e tracejada representam os cálculos para a função de correlação para $q_{t_s} = 1.015$ e $q_{t_s} = 1.2$, respectivamente. Utilizou-se um valor de $|\vec{K}| = 300 \text{ MeV}$.

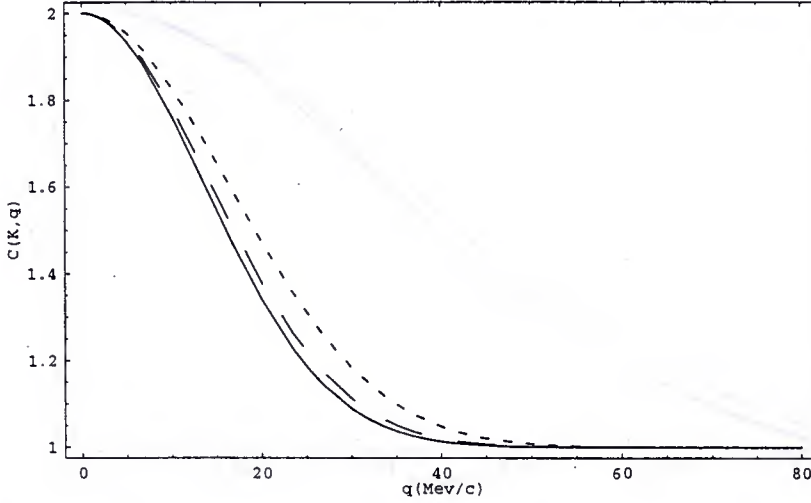


Figura 5.15: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$ e $\tau = 10 \text{ fm}$. As linhas de traço menor, traço maior e cheia correspondem aos cálculos fixando-se $|\vec{K}| = 800, 500, 300 \text{ MeV}$, respectivamente.

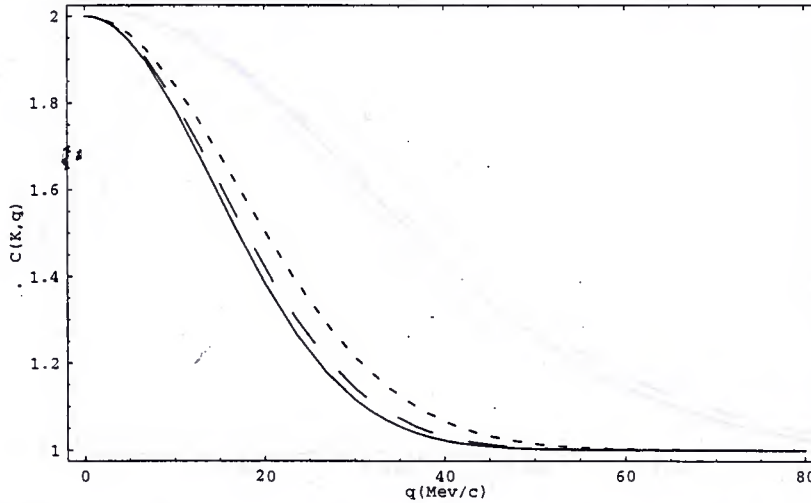


Figura 5.16: Função de Correlação calculada com a distribuição de Tsallis para $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 348 \text{ MeV}$, temperatura $T = 130 \text{ MeV}$, $q_{ts} = 1.015$ e $\tau = 10 \text{ fm}$. As linhas de traço menor, traço maior e cheia correspondem aos cálculos fixando-se $|\vec{K}| = 800, 500, 300 \text{ MeV}$, respectivamente.

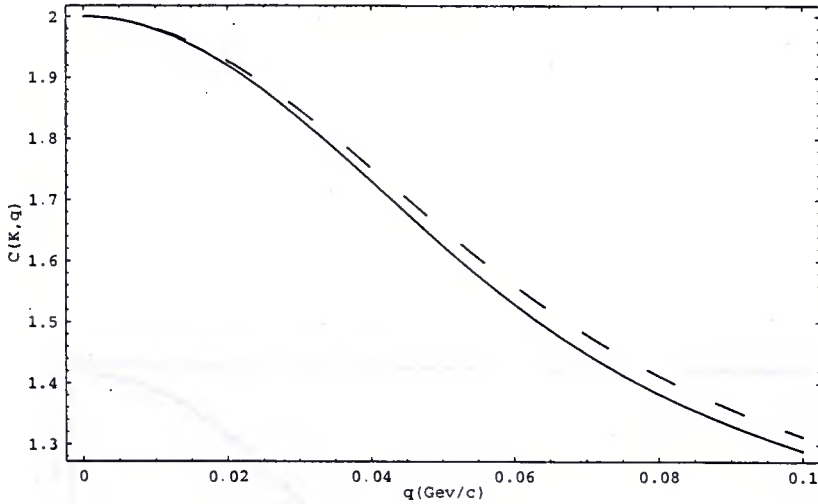


Figura 5.17: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 GeV$, temperatura $T = 0.100 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.800 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

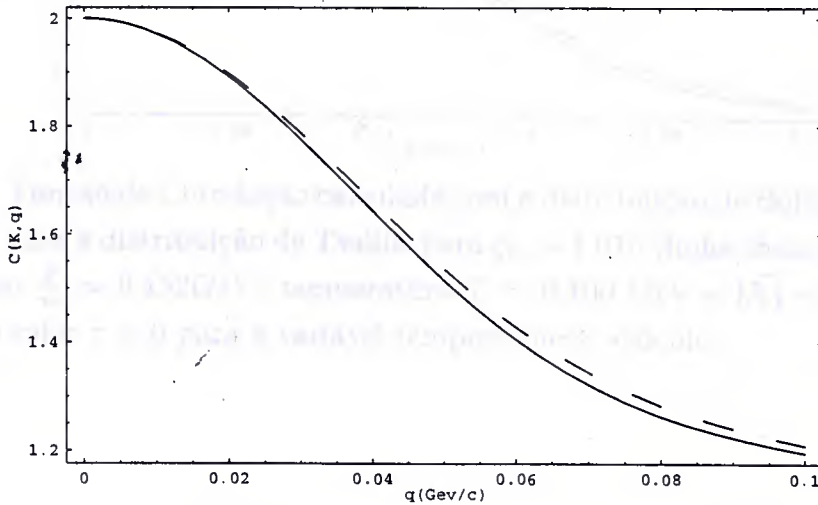


Figura 5.18: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 GeV$, temperatura $T = 0.100 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.600 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

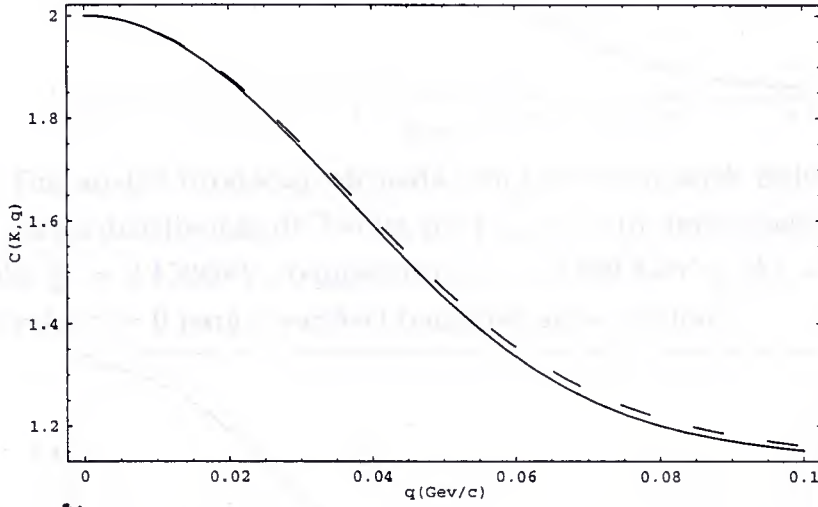


Figura 5.19: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 GeV$, temperatura $T = 0.100 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.500 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

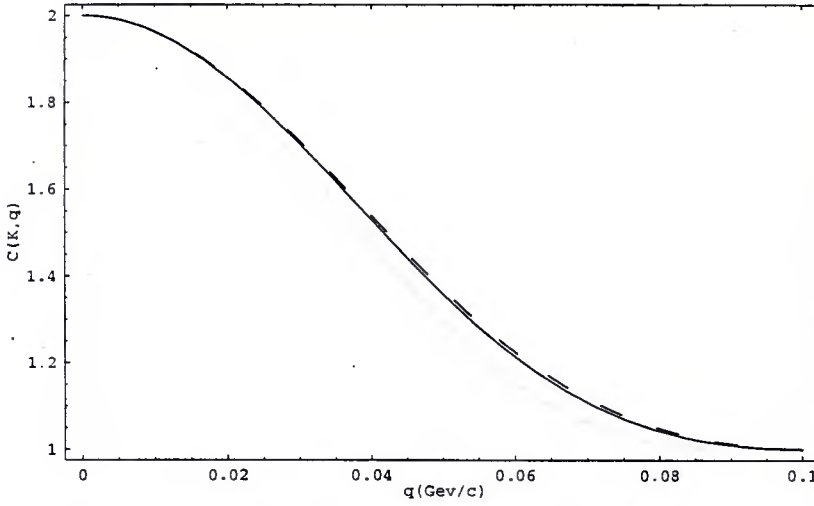


Figura 5.20: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 GeV$, temperatura $T = 0.100 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.800 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

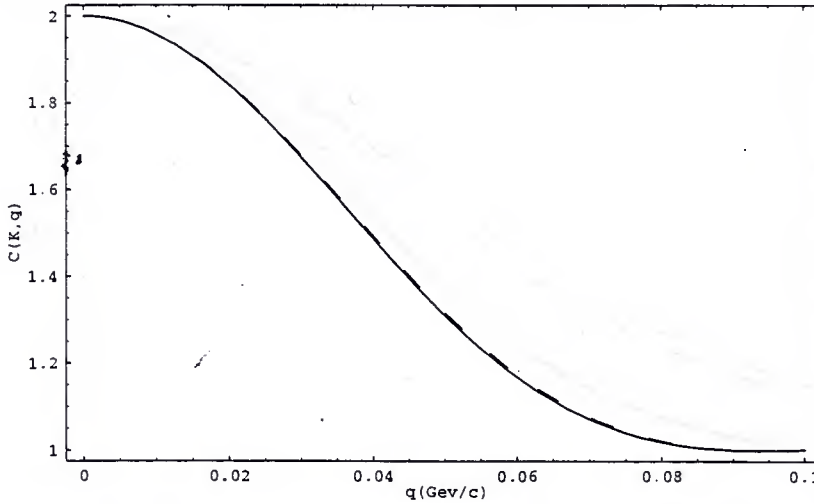


Figura 5.21: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 GeV$, temperatura $T = 0.100 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.600 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

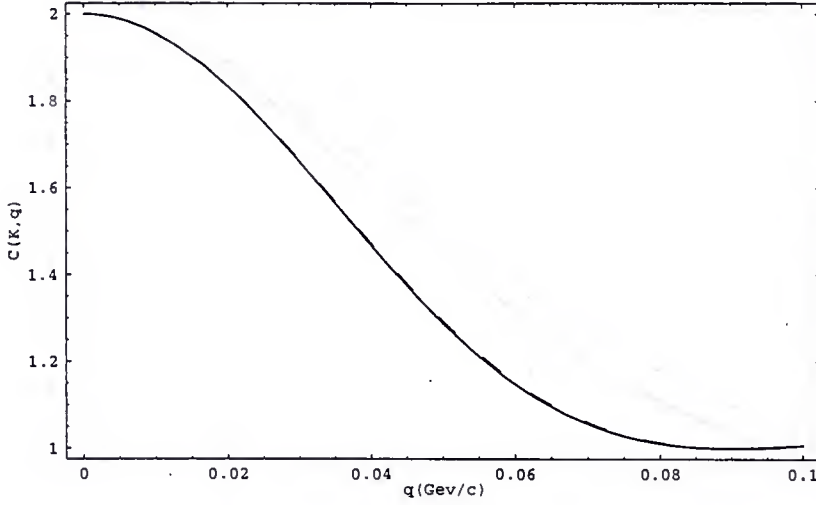


Figura 5.22: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.152 \text{ GeV}$, temperatura $T = 0.100 \text{ GeV}$ e $|\vec{K}| = 0.500 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

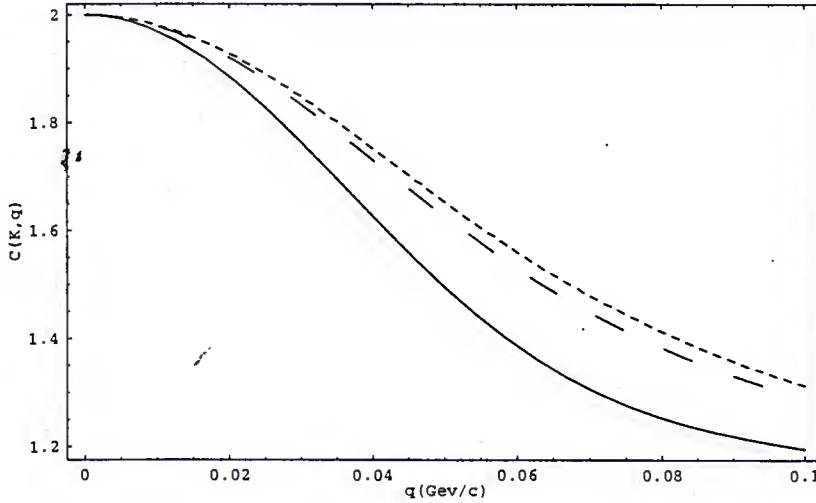


Figura 5.23: Comparação entre as funções de correlação para os valores de $q_{ts} = 1.0$ (traço menor), $q_{ts} = 1.015$ (traço maior) e $q_{ts} = 1.10$ (linha cheia). Os gráficos são calculados para $|\vec{K}| = 0.800 \text{ GeV}$, para $\vec{K} \parallel \vec{q}$ e $T/\gamma v = 0.152 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

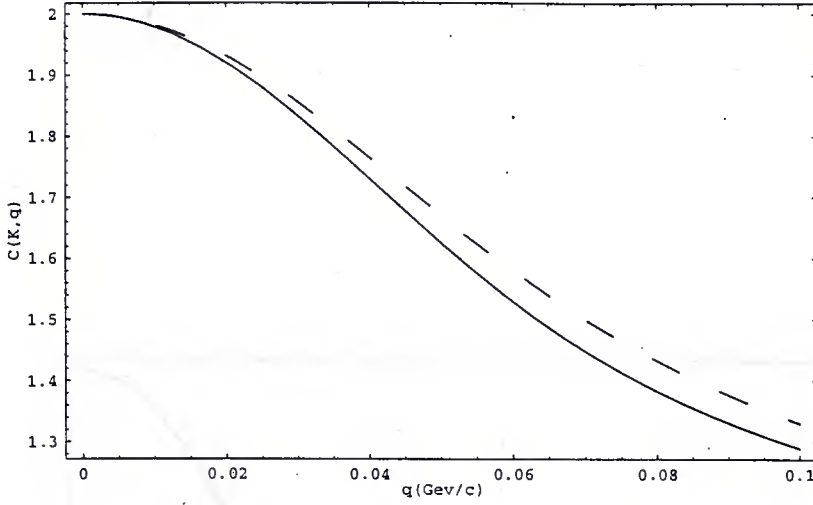


Figura 5.24: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 \text{ GeV}$, temperatura $T = 0.044 \text{ GeV}$ e $|\vec{K}| = 0.600 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

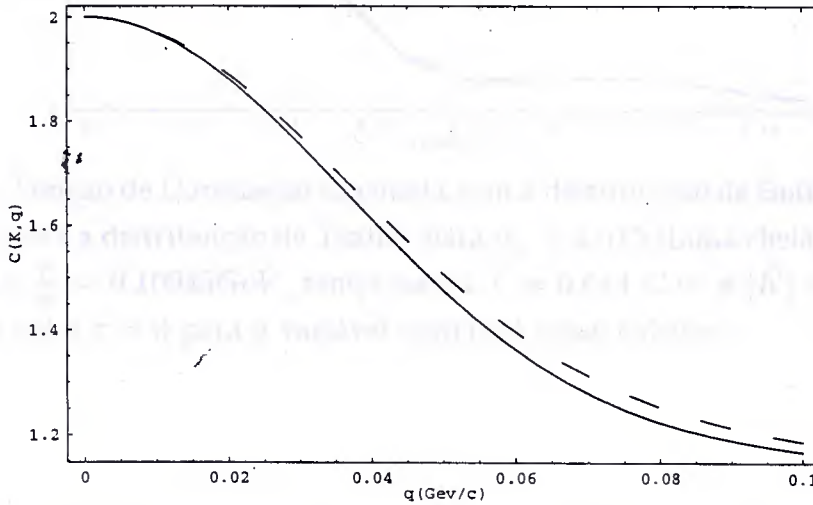


Figura 5.25: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 \text{ GeV}$, temperatura $T = 0.044 \text{ GeV}$ e $|\vec{K}| = 0.400 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

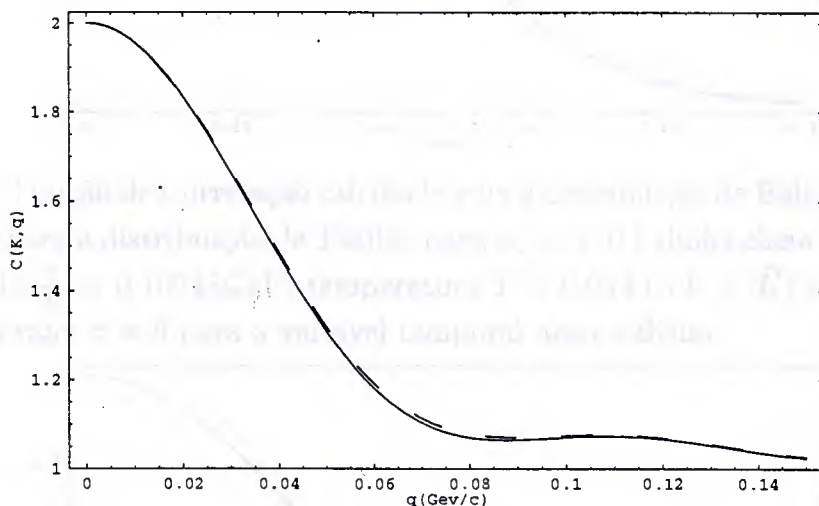


Figura 5.26: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \parallel \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 GeV$, temperatura $T = 0.044 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.200 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

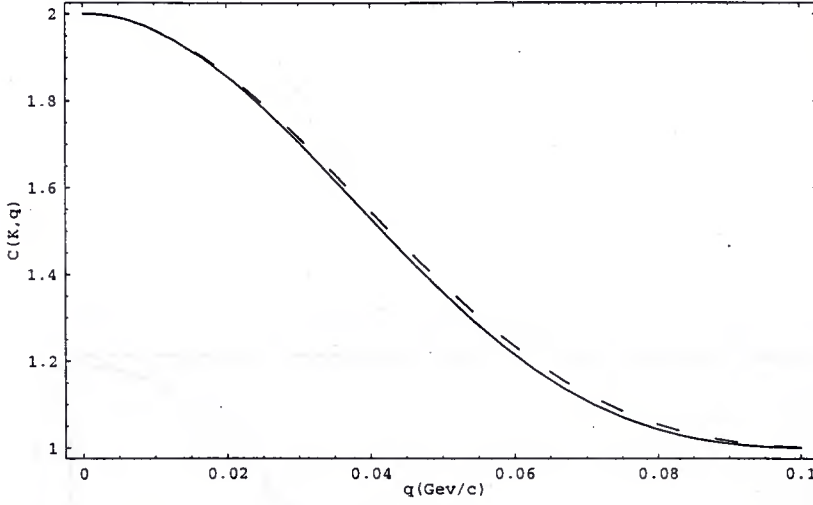


Figura 5.27: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 GeV$, temperatura $T = 0.044 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.600 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

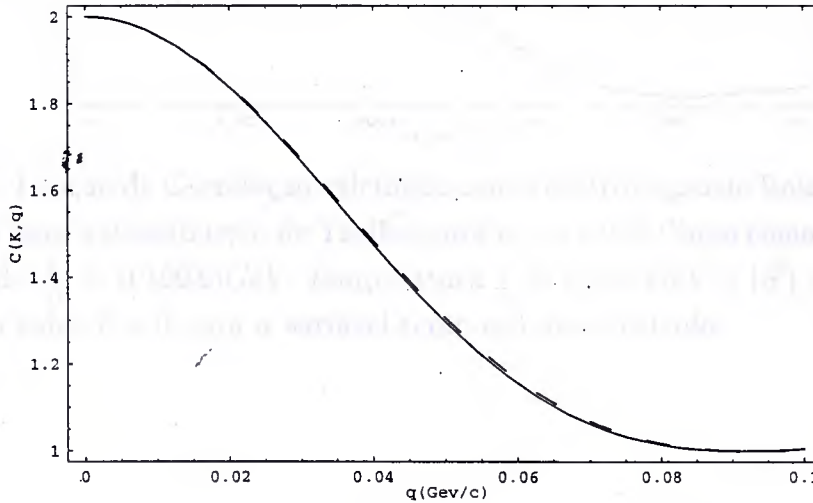


Figura 5.28: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_{ts} = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 GeV$, temperatura $T = 0.044 GeV$ e $|\vec{K}| = 0.400 GeV$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

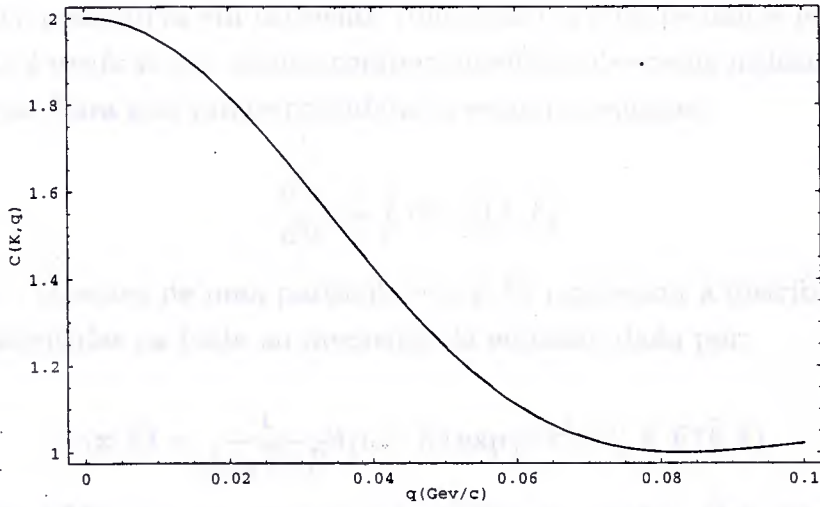


Figura 5.29: Função de Correlação calculada com a distribuição de Boltzmann (linha tracejada) e para a distribuição de Tsallis, para $q_t = 1.015$ (linha cheia). Utilizamos $\vec{K} \perp \vec{q}$, sendo $\frac{T}{\gamma v} = 0.10945 \text{ GeV}$, temperatura $T = 0.044 \text{ GeV}$ e $|\vec{K}| = 0.200 \text{ GeV}$. Adotamos o valor $\tau = 0$ para a variável temporal nesse cálculo.

Capítulo 6

Cálculo do espectro de uma partícula.

Nesta seção vamos calcular os espectros de uma partícula $\frac{d^3n}{d^3k}$ para as diferentes regiões de energia escolhidas para os cálculos das funções de correlação do capítulo anterior. A motivação para estes cálculos é tentar reproduzir o resultado obtido na Ref. [32], onde, pela variação da estatística padrão, representada pelo parâmetro q_{ts} , pode-se obter uma curva em excelente concordância com os dados experimentais. Nosso intuito é verificar se o mesmo comportamento é observado utilizando o modelo que adotamos. Para isso vamos considerar a seguinte equação,

$$\frac{d^3n}{d^3k} = \int d^4x g(\vec{x}, \vec{k}) \quad (6.1)$$

que fornece o espectro de uma partícula e $g(x, \vec{k})$ representa a distribuição normalizada das partículas na fonte no momento da emissão, dada por:

$$g(x, \vec{k}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\pi}\tau R} \delta(r - R) \exp[-t^2/\tau^2] \times F(\vec{k}, \hat{r}). \quad (6.2)$$

Para reproduzirmos o comportamento verificado na Ref. [32], calculamos o espectro para os casos já considerados, onde utilizamos a estatística padrão e a generalizada. Utilizamos o valor de $q_{ts} = 1.015$ nos cálculos com a estatística de Tsallis, seguindo o tratamento dado em [32]. Utilizamos a função de distribuição dada na Eq. (6.2) acima, sendo que

$$F_{GB}(\vec{k}, \hat{r}) = \exp[-E'(\vec{k}, \hat{r})/T], \quad (6.3)$$

para o caso da estatística padrão de Gibbs-Boltzmann e

$$F_{q_{ts}}(\vec{k}, \hat{r}) = \frac{1}{[1 + (q_{ts} - 1)\beta(E'(\vec{k}, \hat{r}) - \mu)]^{1/(q_{ts}-1)}}, \quad (6.4)$$

para a estatística generalizada de Tsallis, onde:

$$E'(\vec{k}, \hat{r}) = (E_k - v\hat{r} \cdot \vec{k})(1 - v^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (6.5)$$

Utilizamos os mesmos tipos de parametrizações utilizadas nos cálculos das funções de correlação, ou seja, $T/\gamma v = 152 \text{ MeV}$ e $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$ para as temperaturas $T = 100 \text{ MeV}$ e $T = 130$, respectivamente, um raio de $R = 7.75 \text{ fm}$ para a fonte de partículas e $\mu = 0$ para o potencial químico.

Os resultados são apresentados nos gráficos das figuras (6.1) e (6.2) a seguir.

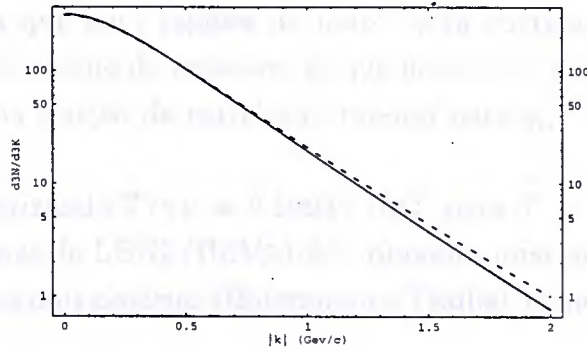


Figura 6.1: Espectro de partículas, em unidades arbitrárias, calculado para as distribuições de Gibbs-Boltzmann (linha cheia) e de Tsallis para $q_{ts} = 1.015$ (linha tracejada), sendo $T/\gamma v = 0.348 \text{ GeV}$ e temperatura $T = 0.130 \text{ GeV}$.

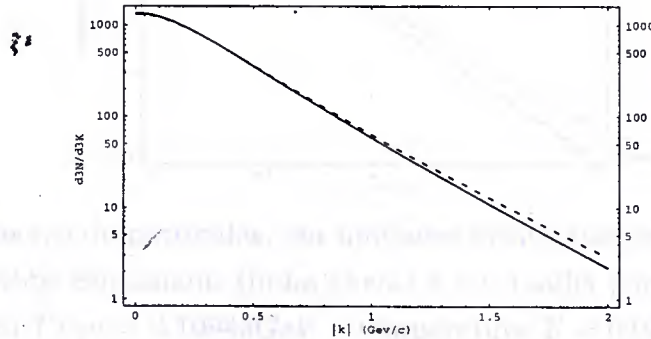


Figura 6.2: Espectro de partículas, em unidades arbitrárias, calculado para as distribuições de Gibbs-Boltzmann (linha cheia) e de Tsallis para $q_{ts} = 1.015$ (linha tracejada), sendo $T/\gamma v = 0.152 \text{ GeV}$ e temperatura $T = 0.100 \text{ GeV}$.

Como podemos notar pela análise dos gráficos acima conseguimos obter um comportamento semelhante para as curvas do espectro àqueles obtidos na Ref. [32], ou seja, o espectro cai mais lentamente no caso de $q_{ts} = 1.015$ do que no caso de Gibbs-Boltzmann refletindo a dependência com uma lei de potência da Eq.(6.5) frente à exponencial da Eq.(6.4). Isso nos mostra que, apesar dos resultados praticamente nulos obtidos para a função de correlação no caso em que $T/\gamma v = 348 \text{ MeV}$ e pequenos para $T/\gamma v = 152 \text{ MeV}$, o pequeno desvio em relação à estatística padrão mostra seu efeito no espectro nos cálculos efetuados com o modelo que adotamos. Esse fato pode nos indicar que a função de correlação realmente possa não sentir o efeito de desvios relativamente pequenos em relação à estatística convencional. Porém, para concluir que essa insensibilidade à pequenos desvios de q_{ts} em relação à unidade seja independente do modelo de interferometria que se adote, para determinadas regiões de energias mais elevadas, é necessária uma análise mais pormenorizada, utilizando outros modelos.

Esperamos ainda que para regiões de mais baixa energia possamos encontrar maiores diferenças no cálculo do espectro, já que nesse caso uma diferença significativa pôde ser vista na função de correlação mesmo para $q_{ts} = 1.015$ (Figs. 5.24 e 5.25).

De fato, parametrizando $T/\gamma v = 0.10945 \text{ GeV}$ para $T = 0.044 \text{ GeV}$ [40], que corresponde às energias do LBNL/BEVALAC, obtemos uma maior diferença nos espectros calculados nos dois cenários (Boltzmann e Tsallis), como mostram os gráficos a seguir.

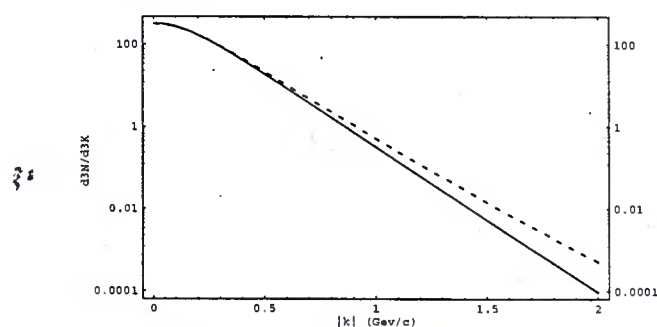


Figura 6.3: Espectro de partículas, em unidades arbitrárias, calculado para as distribuições de Gibbs-Boltzmann (linha cheia) e de Tsallis para $q_{ts} = 1.015$ (linha tracejada), sendo $T/\gamma v = 0.10945 \text{ GeV}$ e temperatura $T = 0.044 \text{ GeV}$.

Esse comportamento está muito próximo daquele obtido em [32]. No entanto devemos enfatizar que nosso modelo é diferente. Por isso, nossos resultados, apesar de mostrarem um comportamento semelhante para o espectro como função do parâmetro q_{ts} , não podem ser diretamente comparados aos dados em [32]. Nestes cálculos [32] utilizou-se as temperaturas de $T = 0.186 \text{ GeV}$ para o espectro calcu-

lado com a estatística de Tsallis ($q_{ts} = 1.015$) e $T = 0.191 \text{ GeV}$ para o espectro utilizando estatística padrão de Gibbs-Boltzmann. No nosso caso encontramos maiores diferenças para um regime de temperaturas e energias mais baixas ($T = 0.044 \text{ GeV}$ e $T/\gamma v = 0.10945 \text{ GeV}$ respectivamente) para o cálculo do espectro.

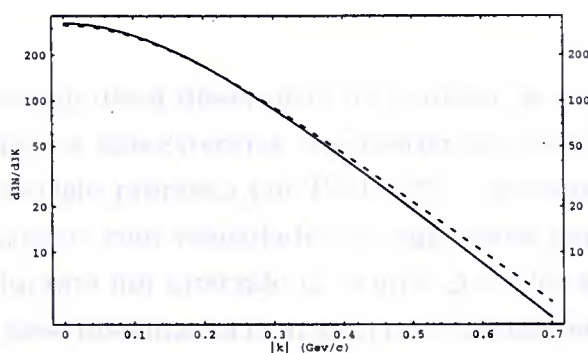


Figura 6.4: Espectro de partículas, em unidades arbitrárias, calculado para as distribuições de Gibbs-Boltzmann (linha cheia) e de Tsallis para $q_{ts} = 1.015$ (linha tracejada), sendo $T/\gamma v = 0.10945 \text{ GeV}$ e temperatura $T = 0.044 \text{ GeV}$. Esta figura mostra mais detalhadamente a região onde os gráficos se cruzam.

Capítulo 7

Conclusões

A principal motivação dessa dissertação foi verificar os possíveis efeitos da utilização de uma estatística não-extensiva em interferometria de píons. Esse estudo foi feito através do modelo proposto por Pratt [28], correspondente a um sistema expandindo-se radialmente com velocidade v , o qual emite partículas de uma casca esférica de raio R , durante um intervalo de tempo $\Delta\tau$. Por simplicidade, consideramos que a emissão fosse instantânea na maioria dos cálculos efetuados, uma vez que que um intervalo $\Delta\tau$ não alterava as conclusões referentes aos efeitos do parâmetro entrópico q_{ts} . A influência de intervalos finitos foi, mesmo assim, ilustrada nas Figuras 5.13 a 5.16.

A não-extensividade da estatística de Tsallis foi introduzida pela substituição do fator de Gibbs-Boltzmann, $e^{u^\mu p_\mu} = e^{\frac{\gamma}{T}(E_p - v\hat{r}\cdot\vec{p})}$, pelo fator correspondente da estatística de Tsallis, isto é, $[1 + (q_{ts} - 1)\beta p^\mu u_\mu]^{-1/(q_{ts}-1)}$, onde consideramos que o potencial químico fosse nulo ($\mu = 0$). Notamos que a transmissão dos efeitos da estatística de Tsallis à região espacial efetivamente sondada por intermédio da interferometria de píons, dá-se através da forte conexão existente no espaço de fase, isto é, entre o momento dos píons e seus pontos de emissão, presente no fator $u^\mu p_\mu = \frac{\gamma}{T}(E_p - v\hat{r}\cdot\vec{p})$, refletindo a expansão radial da fonte. Esta conexão fica mais evidente quando analisamos as duas regiões cinemáticas, $\vec{K} \parallel \vec{q}$ e $\vec{K} \perp \vec{q}$. Nesse último caso, a análise mostrou-se pouco conclusiva, pois os cálculos revelaram baixa sensibilidade aos parâmetros estudados (q_{ts} e $\vec{K}$), refletindo a pouca influência da expansão. Já no caso em que $\vec{K} \parallel \vec{q}$, tais efeitos são maximizados, sendo esta configuração, dentro do modelo adotado, a mais favorável para estudar os efeitos da estatística não-extensiva de Tsallis sobre a função de correlação.

Os resultados que obtivemos, analisados no capítulo 5, mostram que tais efeitos são fortemente dependentes do fator $T/(\gamma v)$ considerado. Este, por sua vez, reflete os parâmetros de temperatura T e velocidade de expansão v , os quais foram extraídos de dados experimentais de espectro e interferometria em duas escalas de energia.

A energias do SPS/CERN, consideramos dois conjuntos de valores, $T = 130$ MeV, $v \approx 0.35$ e $T = 100$ MeV, $v \approx 0.55$, os quais resultavam, respectivamente, em $T/(\gamma v) = 348$ MeV e $T/(\gamma v) = 152$ MeV. No primeiro, caso obtivemos um efeito nulo da estatística generalizada sobre a função de correlação para $q_{ts} = 1.015$ e um pequeno efeito para $q_{ts} = 1.1 - 1.2$, conforme as figuras 5.10, 5.11 e 5.12. No caso do segundo conjunto de parâmetros, porém, já para $q_{ts} = 1.015$ o efeito da estatística torna-se visível, especialmente para grandes valores do momento K do par de píons, conforme as figuras 5.17 e 5.18. Em particular ao considerar $q_{ts} = 1.1$ (Figura 5.23), observamos uma diferença substancial da função de correlação correspondente, em relação àquela referente a $q_{ts} = 1.0$ (Gibbs-Boltzmann). Podemos notar que, sob influência da nova estatística, a função de correlação torna-se mais estreita, evidenciando um aumento da região na qual os píons emitidos sentem o efeito da correlação estatística.

Vimos ainda que uma diferença mais evidente, entre os efeitos da estatística de Gibbs-Boltzmann ($q_{ts} = 1.0$) e de Tsallis para $q_{ts} = 1.015$ sobre a função de correlação, podia ser observada no regime de baixas energias, isto é, do BEVALAC/LBNL. Novamente, porém as diferenças são dependentes dos valores do momento $|\vec{K}| = |\vec{k}_1 + \vec{k}_2|$. Vimos que, para baixos valores de $|\vec{K}|$, as diferenças diminuem significativamente, como mostram as figuras 5.24-5.26.

No capítulo 6 fizemos cálculos de espectro de partícula única utilizando o mesmo modelo de Pratt e comparando resultados baseados na estatística de Gibbs-Boltzmann com aqueles baseados na de Tsallis. Vimos que, tanto para o regime de altas energias (SPS/CERN) quanto para o de baixas energias (BEVALAC/LBNL), uma sensível diferença para grandes valores do momento podia ser observada considerando $q_{ts} = 1.015$. Dado que na Ref. [32] tal valor para o parâmetro entrópico parece descrever bem os dados de espectro a energias do SPS/CERN, parece-nos que, caso o fator $T/(\gamma v) = 348$ MeV obtido com dados a essas energias seja confirmado, não seria de esperar que o efeito da estatística fosse aí observado, de acordo com os nossos resultados. Devemos nos lembrar, porém, que outro conjunto de parâmetros obtidos também a energias do SPS/CERN, levam a um fator $T/(\gamma v) = 152$ MeV. Conforme vimos no capítulo 5, diferenças evidentes poderiam ser aí observadas. Além disso, conforme dito nesse mesmo capítulo, pode ser que, se o Plasma de Quarks e Gluons for formado no Relativistic Heavy Ion Collider (R.H.I.C), os parâmetros de temperatura e expansão transversal levem a um fator $T/(\gamma v)$ que venha a favorecer as diferenças. Além disso, pode ser que, a essas energias, a análise do espectro de partícula única venha a evidenciar um valor maior que $q_{ts} = 1.015$ para o parâmetro entrópico, acentuando as diferenças na função de correlação, conforme vimos no capítulo 5.

Devemos observar, porém, que a escolha de valores $q_{ts} = 1.1 - 1.2$ deve ser encarada com certa reserva uma vez que partimos da expressão dada na Eq. (4.4) para a distribuição da estatística generalizada $\langle n \rangle$. Isto porque o intervalo de q_{ts} em que esta expressão é uma boa aproximação não está rigorosamente demonstrado. Por outro lado, porém, se associarmos o índice entrópico ao contexto de uma distribuição de Lévy, seu domínio de validade fica garantido até $q_{ts} < 1.5$, o qual envolve com segurança os valores que adotamos em nossa análise.

De qualquer modo, devemos nos lembrar que estas conclusões são parciais, pois nossa análise pode refletir uma forte dependência no modelo de Pratt aqui adotado. Em particular, devemos lembrar que as funções de Wigner são a base deste modelo interferométrico. No caso de duas partículas, porém, poderíamos procurar uma extensão para a definição destas funções que refletissem melhor as características não-extensivas da estatística. Entretanto, tal análise está além da proposta dessa dissertação.

Apêndice A

A.1 Princípio de Gauge

Consideremos um campo Ψ cuja dinâmica é descrita pela lagrangeana $\mathcal{L}$ que é invariante por uma transformação de simetria global $\mathcal{G}$:

$$\Psi \rightarrow e^{i\alpha}\Psi. \quad (\text{A.1})$$

Aqui α é um parâmetro que não depende das coordenadas do espaço tempo. Este tipo de transformação nos fornece uma teoria livre, sem interação. Consideremos, então, uma transformação do tipo

$$\Psi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\Psi. \quad (\text{A.2})$$

Por esta mudança de parâmetros, $\alpha \rightarrow \alpha(x)$, nossa teoria livre original torna-se uma teoria interagente, como mostraremos a seguir. O procedimento exigido para que esta teoria seja invariante por uma transformação local, que é o tipo de transformação descrito na última equação, é introduzir um campo vetorial bosônico, ou seja um campo, de spin 1, denominado **Campo de Gauge**, que irá interagir com o campo Ψ de uma maneira invariante por transformações de gauge. O número dos campos de gauge e a forma particular destas interações invariantes de gauge dependem das particularidades do grupo de simetria $\mathcal{G}$ [4]. Mais especificamente, o número de campos de gauge associados é igual ao número de geradores do grupo de simetria $\mathcal{G}$. Por exemplo a eletrodinâmica quântica (QED) é representada pelo grupo de simetria unitário $U(1)$ que possui um único gerador que, fisicamente, associamos ao fóton, que é a partícula responsável pelas interações eletromagnéticas.

A.2 Eletrodinâmica Quântica

A Eletrodinâmica Quântica é a melhor Teoria de Gauge existente na física e a que fornece os melhores resultados quando comparados aos dados experimentais

com um nível de precisão extremamente alto. Vamos mostrar aqui um excelente exemplo da aplicação do princípio de gauge e suas implicações físicas.

Começamos com o seguinte sistema físico: um campo de Dirac Ψ com spin $\frac{1}{2}$, massa m e carga elétrica Qe .

A lagrangeana correspondente será dada por

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi}(x)(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi(x) \quad (A.3)$$

e a equação de movimento correspondente à essa lagrangeana é a equação de Dirac:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu - m)\psi(x) = 0. \quad (A.4)$$

É imediato mostrar a invariância da lagrangeana acima sob transformações globais pelo grupo de simetria $U(1)$ que atuam nos campos e em suas derivadas

$$\Psi \rightarrow e^{iQ\theta}\Psi, \quad (A.5)$$

$$\bar{\Psi} \rightarrow e^{-iQ\theta}\bar{\Psi}, \quad (A.6)$$

$$\partial_\mu\psi \rightarrow e^{iQ\theta}\partial_\mu\psi, \quad (A.7)$$

sendo aqui o fator de fase global $Q\theta$ e o parâmetro contínuo θ . Pelo teorema de Noether, esta invariância global $U(1)$ da lagrangeana $\mathcal{L}$ implica na conservação da corrente eletromagnética J_μ e da carga eletromagnética eQ ,

$$J_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu eQ\psi, \quad (A.8)$$

$$\partial_\mu J^\mu = 0, \quad (A.9)$$

$$eQ = \int d^3x J_0(x). \quad (A.10)$$

Agora se considerarmos transformações locais ($\theta = \theta(x)$) as transformações correspondentes para os campos e suas derivadas serão dadas por:

$$\psi \rightarrow e^{iQ\theta(x)}\psi, \quad (A.11)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow e^{-iQ\theta(x)}\bar{\psi}, \quad (A.12)$$

$$\partial_\mu\psi \rightarrow e^{iQ\theta(x)}\partial_\mu\psi + iQ(\partial_\mu\theta(x))e^{iQ\theta(x)}\psi. \quad (A.13)$$

Podemos mostrar que a lagrangeana escrita acima não é, ainda, invariante sob transformações de fase locais. O que é fácil de se concluir observando a última equação (A.13). A solução para este problema é fornecido pelo Princípio de Gauge.

Podemos introduzir um campo de gauge, o campo do fóton $A_\mu(x)$, que interage com o campo ψ e que se transforma de acordo com o grupo de simetria $U(1)$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x). \quad (\text{A.14})$$

Esta transformação é um tipo de transformação que denominamos transformação própria. Este tipo de transformação compensa o termo extra introduzido pelo fator $\partial_\mu \theta(x) \neq 0$ de tal forma que a lagrangeana seja, finalmente, invariante por transformações de gauge. A maneira mais eficaz de se construir uma lagrangeana invariante é simplesmente trocar a derivada comum, ∂_μ , pela denominada derivada covariante, D_μ ,

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ieQ A_\mu) \psi, \quad (\text{A.15})$$

que se transforma covariantemente, isto é, transforma o campo ψ nele mesmo a menos de um fator de fase, ou seja

$$D_\mu \psi \rightarrow e^{iQ\theta(x)} D_\mu \psi. \quad (\text{A.16})$$

Finalmente para podermos incluir a propagação do campo fotônico podemos adicionar o denominado termo cinético, que também deve ser invariante de gauge e que é dado pelo tensor do campo eletromagnético

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (\text{A.17})$$

Podemos escrever, finalmente, uma lagrangeana que atende os requisitos básicos de invariância de Lorentz e invariância de Gauge:

$$L_{qed} = \bar{\psi}(x)(iD_\mu \gamma^\mu - m)\psi(x) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x). \quad (\text{A.18})$$

Esta é a lagrangeana da Eletrodinâmica Quântica. Note que ela contém o termo de interação dentro do termo $\bar{\psi} i D_\mu \gamma^\mu \psi$

$$\bar{\psi} e Q A_\mu \gamma^\mu \psi \quad (\text{A.19})$$

Vemos então que o grupo de Gauge correspondente ao eletromagnetismo é o grupo de simetria $U(1)_{EM}$ que possui um gerador Q e um parâmetro θ que depende das coordenadas do espaço tempo (x^μ) .

A partir da lagrangeana acima, poderíamos, em tese, escrever as equações de movimento via equações de Euler-Lagrange. No entanto estas equações nos levam à dificuldades técnicas muito grandes pois as equações de movimento obtidas são não lineares. Os métodos empregados para obtenção de resultados práticos, a partir da Lagrangeana acima, são métodos perturbativos. A expansão da série perturbativa

é feita no parâmetro $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \sim \frac{1}{137}$, que é a constante de acoplamento da interação eletromagnética. Os detalhes envolvidos neste tipo de procedimento estão além dos objetivos desta dissertação podendo ser encontrados na literatura onde o assunto foi exaustivamente tratado [1].

Vimos, assim, como construir uma teoria observando as exigências de invariância de Lorentz e de Gauge. A teoria acima descreve, com altíssima precisão, os fenômenos eletromagnéticos observados.

Demonstração da equação (4.8)

Para demonstrar a equação (4.8) vamos considerar a seguinte expressão para o operador de evolução temporal $U(t, t_0)$ em termos de uma série de potências em α :

$$U(t, t_0) = 1 - i\alpha \int_{t_0}^t dt H_{int}(t) + \frac{(-i\alpha)^2}{2!} \int_{t_0}^t dt \int_{t_0}^t dt' H_{int}(t) H_{int}(t') + \dots \quad (A.1)$$

Como sabemos que para cada termo da série a expressão $H_{int}(t)$ pode ser escrita em termos de operadores de criação e aniquilação $a^\dagger$ e a temos que podemos escrever a equação (A.1) como:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'})(t - t_0)} \\ & \times \left(\sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{p}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{p}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{p}} + \omega_{\mathbf{p}'})(t' - t_0)} \right) \\ & \times \left(\sum_{\mathbf{q}} \sum_{\mathbf{q}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{q}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{q}} + \omega_{\mathbf{q}'})(t - t')} \right) \\ & \times \left(\sum_{\mathbf{r}} \sum_{\mathbf{r}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{r}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{r}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{r}} + \omega_{\mathbf{r}'})(t' - t)} \right) \end{aligned}$$

onde cada um dos termos de $\mathbf{k}$ e $\mathbf{k}'$ são dados por:

Para cada um dos termos de $\mathbf{k}$ e $\mathbf{k}'$ temos a expressão:

onde $\phi(\mathbf{z})$ representa a função de onda da partícula.

$$\begin{aligned} & \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'})(t - t_0)} \\ & \times \left(\sum_{\mathbf{p}} \sum_{\mathbf{p}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{p}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{p}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{p}} + \omega_{\mathbf{p}'})(t' - t_0)} \right) \end{aligned}$$

onde $\phi(\mathbf{z})$ representa a função de onda da partícula.

$\sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \left(\frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}}} + \frac{1}{2\omega_{\mathbf{k}'}} \right) e^{i(\omega_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{k}'})(t - t_0)} \phi(\mathbf{z}) \phi(\mathbf{z}')$

Apêndice B

Demonstração da equação (3.8)

Para obtermos a forma fechada para distribuição de momentum como visto em (3.10), devemos mostrar que o último termo da Eq. (3.9) anula-se. O segundo termo da equação (3.9) é dado por

$$\sum_{x,y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik.(x-y)}. \quad (\text{B.1})$$

Vamos mostrar que para uma lenta variação das amplitudes $A(k,x)$ mas para uma violenta oscilação nas fases $\phi(x)$ este termo é desprezível.

Podemos escrever este termo acima da seguinte forma,

$$\begin{aligned} & \sum_{x,y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik.(x-y)} = \\ & = \frac{1}{2} \left[\sum_{x,y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik.(x-y)} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{x,y} A(k,y)A(k,x)e^{i\phi(y)}e^{-i\phi(x)}e^{ik.(y-x)} \right], \\ & = \frac{1}{2} \sum_{x,y} A(k,x)A(k,y) \cos [(k.x + \phi(x)) - (k.y + \phi(y))], \end{aligned}$$

para todo os valores de x e y tal que $x \neq y$.

Temos assim a adição de uma fase $k.x$ de variação relativamente lenta com uma fase aleatória, $\phi(x)$, de rápida variação. Podemos escrever então,

$$\begin{aligned} & \sum_{x,y|x \neq y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik.(x-y)} = \\ & = \sum_{x,y|x \neq y} A(k,x)A(k,y) \cos [\Phi(x) - \Phi(y)], \end{aligned}$$

onde $\Phi(x)$ representa a soma das fases. Teremos assim,

$$\sum_{x,y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik.(x-y)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{x,y|x \neq y} A(k,x)A(k,y)(\cos [\Phi(x)] \cos [\Phi(y)] + \sin [\Phi(x)] \sin [\Phi(y)]), \\
 &= \sum_x A(k,x) \cos [\Phi(x)] \sum_{y|y \neq x} A(k,y) \cos [\Phi(y)] \\
 &\quad + \sum_x A(k,x) \sin [\Phi(x)] \sum_{y|y \neq x} A(k,y) \sin [\Phi(y)]
 \end{aligned}$$

Agora como estamos considerando um conjunto de fases aleatórias $\phi(y)$ podemos escrever a seguinte igualdade:

$$\begin{aligned}
 \sum_{y|y \neq x} A(k,y) \cos [\Phi(x)] &= \frac{N-1}{N} \sum_y A(k,y) \cos [\Phi(x)] \\
 &\sim \sum_y A(k,y) \cos [\Phi(x)]
 \end{aligned}$$

onde N é o número de fontes puntuais. Assim, a equação (B.1) poderá ser escrita na seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \sum_{x,y|x \neq y} A(k,x)A(k,y)e^{i\phi(x)}e^{-i\phi(y)}e^{ik \cdot (x-y)} &\sim \left| \sum_x A(k,x) \cos [\Phi(x)] \right|^2 + \\
 &+ \left| \sum_y A(k,y) \cos [\Phi(y)] \right|^2.
 \end{aligned}$$

Nas equações acima a coordenada x é um quadri-vetor $(\vec{x}, t)$. Assim podemos escrever uma soma destas na seguinte forma:

$$\sum_x A(k,x) \cos [\Phi(x)] = \sum_{\vec{x}} \left[\sum_t A(k,\vec{x},t) \cos [\Phi(\vec{x},t)] \right].$$

A equação acima nos mostra que para diferentes pontos do espaço $\vec{x}$ existe uma soma para todos os valores da coordenada temporal t . Vamos considerar aquelas situações onde a amplitude $A(k,\vec{x},t)$ varie lentamente em relação à fase aleatória $\Phi(\vec{x},t)$ que, por suposição, varia rapidamente no tempo. Neste caso, considerando um único período de oscilação T da fase Φ no tempo T_0 , podemos escrever,

$$\begin{aligned}
 \sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} A(k,\vec{x},t) \cos [\Phi(\vec{x},t)] &\sim A(k,\vec{x},T_0) \sum_{T_0 - \frac{T}{2} \leq t \leq T_0 + \frac{T}{2}} \cos [\Phi(\vec{x},t)] \\
 &\sim 0.
 \end{aligned}$$

Assim, para a soma para todo t teremos simplesmente,

$$\sum_t A(k,\vec{x},t) \cos [\Phi(\vec{x},t)] \sim 0,$$

da mesma forma,

$$\sum_t A(k, \vec{x}, t) \sin[\Phi(\vec{x}, t)] \sim 0.$$

Portanto, o termo dado em (B.1)

$$\sum_{x,y} A(k, x) A(k, y) e^{i\phi(x)} e^{-i\phi(y)} e^{ik \cdot (x-y)}$$

é aproximadamente zero para fases aleatórias $\phi(x)$ que possuem rápida oscilação em relação à fase $k \cdot x$, como queríamos demonstrar.

Referências

- [1] M.E.Peskin e D.V.Schroeder, "An Introduction to Quantum Field Theory" pub. by Addison-Wesley Press (1997).
- [2] A.Pich, hep-ph/0001118.
- [3] M.Herrero, hep-ph/9812242.
- [4] S.Sternberg, "Group Theory and Physics" pub. by Cambridge University Press (1995).
- [5] Shifman M.A. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **33** (1983) 199.
- [6] Pochodzalla J., et al. Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 1040.
- [7] Collins J.C., Perry M. Phys. Lett. **34** (1975) 1353.
- [8] Polyakov A.M., Phys. Lett. **72B** (1977) 224.
- [9] Pisarsky R.D., Wilczek F.. Phys. Rev. **D29** (1984) 338.
- [10] Rajagopal K., Wilczek F.. Nucl. Phys. **B399** (1993) 395.
- [11] J.W. Harris, Ann.Rev.Nucl.Part. Sci.**46** (1996) 71.
- [12] J.Kapusta, P.Lichard e D.Seibert, Phys.Rev. **D44**, (1991) 2744; Nucl.Phys. **A544**, (1992) 485C; Phys.Rev. **D47** (1993) 4171E.
- [13] M.T.Strickland, Phys.Lett. **331B**, (1994) 245.
- [14] C.Y.Wong, "An Introduction to High Energy Heavy-Ion Collisions" pub. by World Scientific Pub. (1996).
- [15] M.Gaździcki e S.Mrówczyński, Z.Phys. **C49**, (1991) 546.
- [16] R.Lietava, Z.Phys. **C50**, (1991) 107.

- [17] R. Hanbury-Brown e R.Q. Twiss, *Phil.Mag.* **45** (1954) 663; *Nature* **177** (1956) 27; *ibidem* **178** (1956) 1447.
- [18] Goldhaber, et.al., *Phys.Rev.* **120** (1960) 300.
- [19] Sakurai J.J., "Modern Quantum Mechanics", Add.Wesl.Pub. (1994).
- [20] Y.Hama e S.S.Padula, *Phys.Rev.* **D37** 1988 3237.
- [21] J.D.Bjorken, *Phys.Rev.* **D27** (1980) 140.
- [22] S.Pratt, *Phys.Rev.* **D33** (1986) 1314.
- [23] M.Gyulassy, S.K. Kauffmann e L.Wilson, *Phys.Rev.*, **C 20**, (1979), 2267.
- [24] M.Gyulassy, S.S.Padula, *Nucl. Phys.*, **B 329**, (1990), 357 e *Nucl. Phys.*, **B 339**, (1990), 378.
- [25] K.Kolehmainen, M.Gyulassy, *Phys. Lett.* **180B** (1986) 203.
- [26] M.Deutschmann et al., CERN/EP/PHYS 78-1 (Jan.1978).
- [27] G.I.Kopylov, *Phys. Lett.* **50B**, 574 (1974); G.I.Kopylov e M.J.Podgoretsky, *Yad.Fiz.* **18**, 656 (1973) [*Sov.J.Nucl.Phys.* **18**, 336, (1974)].
- [28] S.Pratt, *Phys.Rev.Lett.* **53** (1984) 1219.
- [29] C.Tsallis, *J.Stat.Phys.* **52** (1988) 479.
- [30] F.Büyükkili, D.Dermirhan, A.Güle, *Phys.Rev.* **A197** (1995)209; U.Tirnakli, F.Büyükkili, D.Dermirhan, *Phys. Lett A* **245**, (1998) 62 Q.A.Wang e A.Le Méhauté, *Phys.Lett, A* **235**, (1997) 222.
- [31] G.Wilk, Z.Wlodarczyk, *J.Phys.* **G26** (2000) L39.
- [32] O.V.Utyuzh, G.Wilk, Z.Wlodarczyk, hep-ph/9906500.
- [33] G.Kaniadakis, A.Lavagno, M.Lissia e P.Quarati, nucl-th/9812033.
- [34] M.Gázdicki e St. Mrówczyński, *Z.Phys.* **C 54** (1992) 127.
- [35] St. Mrówczyński, *Phys. Lett. B* **439**, (1998) 6.
- [36] G.Roland (Colab. NA49.), Proc.Workshop QCD Phase Transitions, Janeiro de 1997, Hirschegg, Austria.
- [37] J.Rau, *Phys.Rev. D* **50**, (1994) 6911.

- [38] U.A.Wiedemann e U.Heinz, Phys.Rept, **319** (1999) 145.
- [39] U.Heinz e B.V. Jacak, Ann.Rev.Nucl.Part. **49** (1999) 529.
- [40] P.J. Siemens e J. Rasmussen, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 880.

