UNESP Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO DA MADEIRA DE *Eucalyptus citriodora* ATRAVÉS DO ENSAIO "OFF-AXIS".

Guaratinguetá 2010 PRISCILA ROEL

COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO DA MADEIRA DE Eucalyptus citriodora ATRAVÉS DO ENSAIO "OFF-AXIS".

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Materiais Lignocelulósicos.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Tadeu Tibúrcio Gonçalves Co-orientador: Prof. Dr. Claudio De Conti

> Guaratinguetá 2010

Roel, Priscila R714c Roel, Priscila Comportamento ao cisalhamento da madeira de *Eucalyptus Citriodora* através do ensaio "OFF-AXIS". / Priscila Roel – Guaratinguetá : [s.n], 2010. 86 f. : il. Bibliografia: f. 83-86 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2010. Orientador: Prof. Dr. Marcos Tadeu Tibúrcio Gonçalves Co-orientador: Prof. Dr. Claudio De Conti 1. Cisalhamento 2. I. Título



ÅREA: MATERIAIS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Marcelo dos Santos Pereira Coordenador

Start mer.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. CLAUDIO DE CONTI Orientador / Unesp-Itapeya

6

Prof. Dr. IVALDO DE DOMENICO VALARELLI Unesp-Bauru

SPERICE

Prof. Dr. MARCELO DOS SANTOS PEREIRA Unesp-Feg

Junho de 2010

DADOS CURRICULARES

PRISCILA ROEL

| NASCIMENTO | 01.10.1984 – ITAPEVA / SP |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| FILIAÇÃO | Luiz Francisco Roel Elsa dos Santos Rosário Roel |
| 2002/2005 | Curso de Graduação em Química -Instituto Manchester Paulista de Ensino Superior. |
| 2007/2010 | Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista. |

de modo especial, à meus pais Luiz e Etsa, que sempre foram meus companheiros e grande incentivadores nos estudos e sonhos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, autor da minha vida. Agradeço por minha saúde, inteligência e capacidade.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Marcos Tadeu Tibúrcio Gonçalves pela colaboração,

Ao Co-orientador *Prof. Dr. Cláudio De Conti* que me incentivou sempre. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

Aos meus pais *Luiz e Elsa*, e meus irmãos *Ronney*, *Robson* e *Luiz* que sempre me incentivaram nos estudos.

Ao meu noivo Cristian Fabio de Deus pela paciência, compreensão e companheirismo.

Ao colega Luciano Bilesky que tanto colaborou com esta pesquisa.

Aos amigos *Fabrício, Andrei, Marcela, Dani, Nádia, Vanessa, Fernanda* e *Romulo*, incentivadores que participaram comigo desta fase e hoje se alegram com minha alegria,

À funcionária Valderez da Biblioteca UNESP – Campus de Itapeva pela dedicação,

Aos secretários da pós-graduação *Paulo, Regina, Elisa, Adriano, Sidney* e *André* pela dedicação no atendimento,

Aos funcionários da serraria da UNESP – Campus de Itapeva pela presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

"Só erra ou acerta quem faz." São Paulo Apóstolo ROEL, P. Comportamento ao Cisalhamento da Madeira de *Eucalyptus citriodora* através do ensaio "off-axis". 2010. Monografia para Título de Mestrado em Engenharia Mecânica – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

RESUMO

O ensaio de tração fora do eixo de simetria, conhecido como ensaio off-axis, trata-se de um método utilizado para identificação do comportamento ao cisalhamento de um determinado material. Neste ensaio os eixos de simetria do material fazem um ângulo com os eixos do corpo de prova. Este ensaio foi proposto com o intuito de extrair o efeito não uniforme da distribuição de tensões que ocorrem no centro do corpo de prova, que naturalmente estão presentes nos ensaios normalizados para o cisalhamento. Os ensaios normalizados consideram a hipótese das tensões serem distribuídas uniformemente, porém desde que o material começa a cisalhar e até a ruptura esta situação não ocorre nestas condições. A proposta deste trabalho é investigar o comportamento ao cisalhamento da madeira de Eucalyptus citriodora através do ensaio off-axis. Com o método dos elementos finitos e o programa comercial ANSYS 9.0 ED[®], foi possível fazer uma simulação numérica do ensaio off-axis para a madeira de *Eucalyptus citriodora*, que trata-se de uma madeira com alta densidade, e com isso avaliar a aplicação deste ensaio para esta espécie de madeira também, pois na literatura encontram-se aplicações deste ensaio somente para madeiras com baixas densidades. Finalmente, com base nos resultados obtido desta simulação, que trata-se de uma abordagem não destrutiva, foi possível realizar o ensaio offaxis para esta espécie de madeira para obter o seu módulo de cisalhamento. Os resultados obtidos com a simulação mostraram que a distribuição das tensões e deformações são homogêneas no centro do corpo de prova e o valor de módulo de cisalhamento obtido é coerente com o resultado obtido na literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Eucalyptus citriodora, cisalhamento, ensaio off-axis.

ROEL, P. **Behavior in shear of wood** *Eucalyptus citriodora* **through "off-axis" test.** 2010. Monografia para Título de Mestrado em Engenharia Mecânica – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2010.

ABSTRACT

The test off-axis of symmetry, known as test off-axis, it is a method used to identify the shear behavior of the determined material. This test the axis of symmetry of the material make an angle with the axis of the specimen. This test was proposed in order extract the effect is nouniform the stress distribution occurring in center of specimen, that naturally appear standardized tests of the shear. The standardized tests consider the hypothesis tension to be distributed evenly, however the shear until failure doesn't occur under these conditions, due coupling of stress different. The purpose of this study is to investigate the shear behavior of Eucalyptus citriodora through testing off-axis. With the finite element method and the commercial program ANSYS 9.0 ED ®, it was possible to test numerical simulation of off-axis for the timber of Eucalyptus, that it is a timber with high density, and thus evaluate the implementation of this test for this species of wood, too, because in the literature are applications of this test only for woods with low densities. Finally, based on results obtained from this simulation that it is a non-destructive, it was possible to perform the test off-axis for this species of wood to get its shear modulus. The results obtained with the simulation showed that the distribution of stresses and strains are homogeneous at the center of the specimen and the value of shear modulus obtained is consistent with the result obtained in the literature.

KEYWORDS: Eucalyptus citriodora, shear, test off-axis.

LISTA DE FIGURAS

| FIGURA 2.1 – Representação esquemática Tensão x Deformação | |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 2.2 – Esquema do ensaio shear block test | |
| FIGURA 2.3 – Corpo de prova ASTM | |
| FIGURA 2.4 – Ensaio de cisalhamento da EN-408 (2002) | |
| FIGURA 2.5 – Ensaio de flexão em 3 pontos | |
| FIGURA 2.6 – Ensaio de cisalhamento da NBR 7190 (1997) | |
| FIGURA 2.7 – Influência das garras da máquina no corpo de prova | 41 |
| FIGURA 2.8 – Corpo de prova | |
| FIGURA 2.9 – Orientação da serragem | |
| FIGURA 2.10 – Ponte de Wheatstone | |
| FIGURA 2.11 – Eixos do extensômetro | |
| FIGURA 2.12 – Roseta de 3 elementos | |
| FIGURA 3.1 – Malha de elementos finitos para os corpos de prova | 55 |
| FIGURA 3.2 – Tábua de <i>E. citriodora</i> no plano LT | 57 |
| FIGURA 3.3 – Corpo de prova LT | |
| FIGURA 3.4 – Deformação máxima do Eucalyptus citriodora | |
| FIGURA 3.5 – Corpo de prova com placas | |
| FIGURA 3.6 – Preparação do extensômetro | |
| FIGURA 3.7 – Aplicação da cola | |
| FIGURA 3.8 – Secagem da cola | 60 |
| FIGURA 3.9 – Aplicação do terminal | 61 |
| FIGURA 3.10 – Solda dos fios | 61 |
| FIGURA 3.11 – Multímetro | |
| FIGURA 3.12 – Dimensões do corpo de prova | |
| FIGURA 3.13 – Extensômetro roseta de 3 elementos | 63 |
| FIGURA 3.14 – Ponte de Wheatstone | 64 |
| FIGURA 3.15 – Sistema de aquisição de dados | 64 |
| FIGURA 3.16 – Ensaio de tração off-axis do corpo de prova LT | |
| FIGURA 4.1 – Campos de deslocamentos u _X LT | 67 |
| FIGURA 4.2 – Campos de deslocamentos em u _y LT | 67 |

| FIGURA 4.3 – Campo de distribuição de tensões σ_x LT | 68 |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| FIGURA 4.4 – Campo de distribuição de tensões $\sigma_y LT$ | 68 |
| FIGURA 4.5 – Campo de distribuição de tensões $\sigma_{xy}LT_{}$ | 68 |
| FIGURA 4.6 – Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de | |
| prova LT | 69 |
| FIGURA 4.7 – Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de | |
| prova LT | 69 |
| FIGURA 4.8 – Campos de deslocamentos em ux LR | 70 |
| FIGURA 4.9 – Campos de deslocamentos u _Y LR | 71 |
| FIGURA 4.10 – Campo de distribuição de tensões σ_x LR | 71 |
| FIGURA 4.11 – Campo de distribuição de tensões $\sigma_y LR$ | 72 |
| FIGURA 4.12 – Campo de distribuição de tensões σ_{xy} LR | 72 |
| FIGURA 4.13 – Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de | |
| prova LR | 73 |
| FIGURA 4.14 – Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de | |
| prova LR | 73 |
| FIGURA 4.15 – Campos de deslocamentos em u _x RT | 74 |
| FIGURA 4.16 – Campos de deslocamentos u _Y RT | 75 |
| FIGURA 4.17 – Campo de distribuição de tensões $\sigma_x RT$ | 75 |
| FIGURA 4.18 – Campo de distribuição de tensões $\sigma_y RT$ | 75 |
| FIGURA 4.19 – Campo de distribuição de tensões σ_{xy} RT | 76 |
| FIGURA 4.20 – Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de | |
| prova RT | 76 |
| FIGURA 4.21 – Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de | |
| prova RT | 77 |
| FIGURA 4.22 – Resultados experimentais do ensaio off-axis | 78 |
| FIGURA 4.23 – Curvas de Tensão x Deformação ao cisalhamento | 79 |
| FIGURA 4.24 – Variação da densidade e Módulo de cisalhamento | 80 |

LISTA DE TABELAS

| TABELA 3.1 – Propriedades mecânicas do Eucalyptus citriodora | |
|--------------------------------------------------------------|--|
| TABELA 3.2 – Propriedades elásticas do Eucalyptus citriodora | |
| TABELA 4.1 – Módulo de cisalhamento plano LT | |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| ABNT | - Associação Brasileira de Normas Técnicas |
|------------|--------------------------------------------------------|
| ASTM | - American Society for Testing and Materials |
| EN | - Norma Européia |
| NBR | - Norma Brasileira |
| ANSYS | - Software de simulação matemática |
| SCILAB | - Software de manipulação matemática |
| L | Direção Longitudinal |
| R | Direção Radial |
| Т | Direção Tangencial |
| S 1 | Primeira porção da Camada secundária da parede celular |
| S2 | Segunda porção da Camada secundária da parede celular |
| S 3 | Terceira porção da Camada secundária da parede celular |
| | |

LISTA DE SÍMBOLOS

- $\sum P_{x}$ Somatória do ponto nas coordenadas xi
- \overline{A}^{T} Matriz de Transformação Transposta
- *C_{ij}* Matriz de Rigidez
- E_L Módulo de Elasticidade na direção Longitudinal

 $\overline{F_{max}}$ Força Máxima

- G Módulo de cisalhamento
- *G_{ij}* Módulo de cisalhamento
- S^a Resistência ao cisalhamento
- S_{ii} Matriz de flexibilidade
- u_x Deslocamento em x
- u_y Deslocamento em y
- x_i Referencial cartesiano na direção i
- γ_{ii} Deformação nas direções i e j
- ε_6 Deformação média
- v_{ij} Efeito de Poisson nas direções i e j
- ξ_i Deslocamento no referencial cartesiano x
- $\bar{\sigma}$ Tensão no referencial rodado
- σ_6 Tensão média
- σ_{ij} Tensão em duas direções
- h Altura
- u Deslocamento
- α Ângulo referente a direção das fibras
- β Ângulo referente a direção das placas
- θ Ângulo

| 1 INTRODUÇÃO | 16 |
|---------------------------------------------------------|-----|
| 1.1 OBJETIVO | 18 |
| 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 20 |
| 2.1 ANATOMIA DA MADEIRA | 20 |
| 2.1.1 A Madeira | 20 |
| 2.1.2 Estrutura Macroscópica da Madeira | 21 |
| 2.1.3 Classificação Vegetal | 23 |
| 2.1.4 Gimnospermas | 24 |
| 2.1.5 Angiospemas | 24 |
| 2.1.6 Parede Celular | 25 |
| 2.1.7 Variabilidade | |
| 2.1.8 Espécie Eucalyptus sp | 27 |
| 2.2 COMPORTAMENTO ELÁSTICO DA MADEIRA | |
| 2.2.1 Tensão, Deformação e Transformação | 30 |
| 2.2.2 Tensão | 30 |
| 2.2.3 Deformação | 31 |
| 2.2.4 Lei de Hooke para Materiais Ortotrópicos | 32 |
| 2.2.5 Matriz de Transformação | |
| 2.3 CISALHAMENTO | 34 |
| 2.3.1 Ensaios Normalizados para Cisalhamento da Madeira | 35 |
| 2.3.2 O ensaio off-axis | |
| 2.4 O ENSAIO OFF-AXIS | 42 |
| 2.4.1 Corpo de Prova | 44 |
| 2.4.2 Determinação do ângulo α | 46 |
| 2.4.3 Determinação do ângulo β | 47 |
| 2.4.4 Medida do Módulo de Cisalhamento | 47 |
| 2.5 EXTENSOMETRIA | 49 |
| 2.5.1 Ponte de Wheatstone | 51 |
| 2.5.2 Roseta de 3 Elementos | 52 |
| 3 MATERIAIS E MÉTODOS | 54 |
| 3.1 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS | 54 |
| 3.1.1 Análise dos campos de Tensões e Deslocamentos | 55 |
| 3.2 COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO ATRAVÉS DO ENSA | 4IO |
| "OFF-AXIS" | 56 |
| 3.2.1 Preparação do Corpo de Prova | 56 |
| 3.2.2 Colagem do Extensômetro | 59 |
| 3.2.3 Ensaio Mecânico | 62 |
| 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES | 66 |
| 4.1 CAMPOS DE TENSÕES E DESLOCAMENTOS | 66 |
| 4.1.1 Plano LT | 66 |
| 4.1.2 Plano LR | 70 |
| 4.1.3 Plano RT | 74 |
| 4.2 COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO Plano LT | 77 |
| 5 CONCLUSÃO | 82 |
| REFERÊNCIAS | 83 |

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A madeira é o material mais utilizado pelo homem, devido suas características e disponibilidade, comenta Fonte (2004). Por sua constituição biológica é de fácil trabalhabilidade e também bastante versátil, podendo ser empregada em produtos que exijam alta resistência ou para produtos que considerem somente a estética.

Segundo Rodrigues (2002) é um material de alta resistência e relativamente leve, por isso é matéria prima para uma diversidade de produtos a base de madeira serrada e também de produtos que tenham em sua composição a madeira. Por isso a indústria madeireira atua em várias áreas, tais como: móveis, construção civil, arquitetura, papel, navios, instrumentos musicais, etc.

Com o aumento da demanda industrial, aumentou também o interesse deste material para construção de diversos produtos, com isso se torna fundamental o conhecimento de suas características físicas e mecânicas, visando garantir a segurança e a durabilidade de produtos de madeira e a base de madeira. Para tanto, Liu (1996) cita em seu trabalho que a investigação experimental proposta pelas normas existentes apresenta alguns problemas ainda por se resolver, devido à variabilidade, heterogeneidade e anisotropia presentes neste material. Uma das dificuldades está nos ensaios normalizados para determinação do comportamento ao cisalhamento, pois apresentam problemas devido ao desenvolvimento de rachaduras e sobreposição de tensões que podem mascarar os resultados.

Em Bodig e Jayne (1993) para efeitos de modelagem a madeira é considerada como um material ortotrópico, ou seja, suas propriedades variam semelhantemente ao longo de diferentes eixos do material, embora trata-se de um material anisotrópico. Nicolas (2006) também confirma que a estrutura anatômica da madeira é definida pela direção de crescimento das células, ou seja, pela direção longitudinal às fibras, pela direção das células de raios, que é radial a direção das fibras e pela direção que tangencia os anéis de crescimento.

Para realizar os ensaios normalizados de cisalhamento da madeira, considera-se o referencial de simetria do material, no qual é utilizada a hipótese

das tensões serem distribuídas uniformemente, o que não ocorre na realidade. Os cálculos estruturais são baseados no comportamento linear e elástico da madeira, porém um estudo mais realista mostrado por Liu (1996) demonstra que a madeira exibe um comportamento mecânico não linear.

Segundo Garrido (2004) os ensaios para determinação do cisalhamento baseados nas normas ASTM D143 (1994) e EN 408 (1995) para determinação de tensões de ruptura por cisalhamento paralelo às fibras apresentam limitações, pois a ruptura não ocorre num estado de tensão homogêneo nem de cisalhamento puro.

Deste modo, com o intuito de obter um ensaio que permita a determinação dos módulos de cisalhamentos através de um estado de tensão homogêneo, Chamis e Sinclair (1977) propuseram o ensaio de tração fora do eixo de simetria do material, chamado de ensaio **off-axis**, originalmente para estudar o comportamento ao cisalhamento de materiais compósitos de fibra de vidro. Recentemente este ensaio tem sido aplicado à madeira, pois sua grande vantagem é que a distribuição das tensões no centro do corpo de prova é uniforme, permitindo assim uma leitura real das tensões de resistência ao cisalhamento paralelo às fibras e consequentemente a determinação dos módulos de cisalhamento paralelos às fibras.

O problema encontrado no ensaio **off-axis** é ocasionado pela garra da máquina de ensaio que esmaga as extremidades do corpo de prova, modificando a distribuição das tensões no corpo de prova tracionado. Para resolver este problema Sun e Berreth (1988) propuseram a colagem de placas nas extremidades dos corpos de prova. Sun e Chung (1993) também investigaram o efeito das placas coladas nas extremidades dos corpos de prova, e obtiveram que placas oblíquas exibem uma distribuição de tensão uniforme no centro da peça.

Trabalhos como o de Chamis e Sinclair (1977), Sun e Berreth (1988) e Mujika e Mondragon (2003), investigaram o ensaio **off-axis** para compósitos artificiais, no entanto especificamente para madeira há poucos trabalhos publicados. Baseado nisto, estudou-se no Capítulo 2 na seção 2.1 a anatomia da madeira que trata-se de um tema extremamente importante para compreensão das propriedades físicas e mecânicas deste material. Neste segundo capítulo tratou-se de algumas particularidades da madeira de *Eucalyptus citriodora*. Em seguida, na seção 2.2 baseado na mecânica de um sólido contínuo obteve-se o comportamento elástico linear da mesma, suas equações constitutivas e de equilíbrio mecânico, que tratam-se de ferramentas essenciais para a modelagem do comportamento mecânico de qualquer material. Para tanto considerou-se neste trabalho que a madeira trata-se de um material ortotrópico.

Em seguida, na seção 2.3 realizou-se um estudo dos diferentes ensaios que existem na literatura para obter as propriedades ao cisalhamento da madeira, visando o ensaio de tração **off-axis**. Na seção 2.4 é apresentado a revisão bibliográfica do ensaio de tração **off-axis** para identificação do comportamento ao cisalhamento da madeira de *Eucalyptus citriodora*. Na seção 2.5 foi fundamentado os princípios da extensometria para assim apresentar a leitura das deformações através de sinais elétricos.

No Capítulo 3 seção 3.1, através do método dos elementos finitos e o programa comercial ANSYS 9.0 ED ®, foi feito uma simulação numérica do ensaio de tração **off-axis** para obter o comportamento da madeira de *Eucalyptus citriodora*, que trata-se de uma madeira com alta densidade e, com isso, avaliar a aplicação deste ensaio para esta espécie de madeira também, já que na literatura encontram-se aplicações deste ensaio somente para madeiras com baixas densidades. A simulação numérica demonstrou que a distribuição das tensões uniforme, para a madeira de *Eucalyptus citriodora*, é consistente com os resultados obtidos na literatura para madeiras com densidades menores. Isto indica que este ensaio pode ser aplicado para esta espécie de madeira também. Com base nestes resultados realizou-se o ensaio **off-axis** para esta espécie de madeira e obteve-se o seu módulo de cisalhamento no plano LT.

E por fim na seção 3.2 é foi realizada de forma experimental do ensaio **offaxis.** Inicialmente foi feita a construção do corpo de prova, com as propriedades mecânicas obtidas da literatura para a madeira de *E. citriodora*. Foram determinados os valores para os ângulos α e β obtidos para esta madeira. Além disso, foi realizado o ensaio experimental para obter a curva tensão deformação para assim determinar o módulo de cisalhamento.

Para finalizar, no Capítulo 4 é descrita discussões dos resultados obtidos na realização da simulação por elementos finitos e do ensaio **off-axis** para obtenção do Módulo de cisalhamento com a madeira de *Eucalyptus citriodora*.

1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento ao cisalhamento da madeira de *Eucalyptus citriodora* através do ensaio **off-axis**. Para tanto, será feito inicialmente uma simulação numérica deste ensaio para esta espécie de madeira, com o intuito de avaliar a aplicação deste ensaio para esta tipo de madeira também, visto que este ensaio é aplicado para espécies de madeira com densidades menores. Com os resultados desta simulação será feito o ensaio **off-axis** numa máquina universal de ensaios mecânicos para a madeira de *Eucalyptus citriodora*, com o intuito de obter o módulo de cisalhamento desta espécie de madeira.

2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

2.1 ANATOMIA DA MADEIRA

A estrutura anatômica da madeira tem influência direta em seu comportamento mecânico, pois a forma de crescimento deste material é determinante na formação estrutural e consequentemente em suas propriedades de resistência e rigidez. Por ser um material natural, apresenta elevada variabilidade, ou seja, não se encontram duas árvores idênticas dentro de uma mesma espécie. Além disso, ocorre numa mesma árvore uma heterogeneidade acentuada, devido a presença de células com diferentes funções vitais, ou seja, as células se diferenciam de acordo com sua função resultando num conjunto denominado madeira.

Para se estudar a madeira, faz-se a avaliação do seu comportamento ao longo de três direções principais, que seguem à orientação de suas células, cujas direções formam o referencial de simetria do material. Este referencial é definido em cada ponto pela direção longitudinal das fibras (L), pela direção radial dos anéis de crescimento (R) e pela direção tangencial aos anéis de crescimento (T), ele também é conhecido como referencial LRT. Como suas propriedades variam de forma diferente ao longo destas três direções a madeira trata-se de um material anisotrópico.

2.1.1 A Madeira

A madeira apresenta uma grande resistência, sabe-se que as propriedades mecânicas da madeira são dependentes de características como densidade básica, porcentagem de madeira juvenil, largura dos anéis, ângulo das microfibrilas, inclinação da grã, quantidade de extrativos, teor de umidade, suscetibilidade a organismos, localização do plantio e quantidade de nós, dentre outros fatores.

A madeira é um material natural e como mencionado anteriormente possui uma grande variabilidade estrutural, pois durante seu crescimento está condicionada a um grande número de fatores, dentre eles: o local de plantio; condições climáticas, entre outros fatores silviculturais.

Portanto, para que haja o uso adequado da madeira, o conhecimento sobre sua estrutura e seu comportamento mecânico são fundamentais. Para tanto, são necessários vários tipos de testes com esse material, nos quais possibilitam um maior número de informações a respeito de suas propriedades mecânicas.

2.1.2 Estrutura Macroscópica da Madeira

Esau (2003) comenta que o crescimento das árvores nas direções radial e em altura, ocorre da medula para a casca mais externa e de baixo para cima. Primeiro o crescimento ocorre em altura, através da medula formando as células meristemáticas apicais. Estas células se dividem em outras para formar os vasos, traqueídes, fibras, conforme a necessidade anatômica da árvore. Nesta direção, o crescimento é dado a partir da medula para as folhas, na qual as camadas de crescimento se dispõem em arranjos concêntricos. Em seguida, ocorre a formação das camadas radiais, ou seja, o crescimento em diâmetro no qual crescem os meristemas laterais, onde se formam as células de câmbio e iniciais fusiformes. As células de câmbio, iniciais de raio e fusiformes também sofrem divisão para formação de novas células, aumentando o diâmetro para manter os anéis da árvore. Quando se dividem, formam células interiores que é a própria madeira e para o exterior formam a casca. Daí a divisão tangencial e radial, o que aumenta o diâmetro e também a circunferência da árvore.

Esau (2003) ainda explica que a formação do caule no sentido longitudinal e transversal formará a estrutura anatômica responsável pelo suporte, condução de água, sais minerais e fotossintatos, levados para os ramos e folhas onde então acontece a fotossíntese, respiração e transpiração.

O desenvolvimento da árvore ocorre em função das estações, de modo diferente ao longo do ano. A disponibilidade de luz, calor e água sofrem variações devido as condições climáticas, ocasionando duas porções distintas de anéis de crescimento denominadas lenho inicial e tardio. O lenho inicial cresce nas estações quentes, apresenta cor clara, fibras mais curtas e espessura fina, porosa e com baixo teor de celulose em relação a lignina e extrativos. A celulose apresenta ligações químicas primárias, difíceis de romper, por isso o lenho inicial é menos resistente. O lenho tardio cresce nas estações com condições menos favoráveis de luz, calor e água, apresenta cor mais escura, fibras longas e menos largas com paredes mais espessas, é menos poroso, apresenta maior teor de celulose e baixo teor de lignina e extrativos, com isso se torna mais resistente.

A formação das camadas no crescimento na direção transversal forma duas porções distintas de madeira denominadas cerne e alburno. O cerne formado pelas camadas internas tendem a armazenar resinas, taninos e extrativos, possui menor teor de celulose e maior teor de lignina, tornando-se assim uma camada escura e com maior resistência à ataque biológicos. Com fibras mais curtas e menos espessas, não necessariamente apresenta densidade maior. Já as camadas mais externas e mais jovens denominadas alburno são responsáveis pela condução da água e nutrientes desde a raiz até os ramos e folhas. São camadas menos resistentes à ataques biológicos, com fibras longas e mais espessas, com coloração clara e aceita a aplicação de tratamentos preservativos.

Ainda no lenho existe o câmbio, camada microscópica de tecido meristemático, onde ocorre a origem das células. Entre o câmbio e a casca localiza-se o floema, onde ocorre o armazenamento e transporte da água e sais minerais e fotossintatos, após algum tempo as células mais externas morrem e passam a fazer parte da casca.

O xilema é a camada central da árvore interna ao câmbio, onde está presente o lenho com o alburno e cerne, com a função de transporte, armazenamento e sustentação do caule. Revestindo todo o lenho encontra-se a casca com a função de proteção.

O conhecimento sobre as propriedades anatômicas da madeira é de grande importância, pois através deste estudo é possível entender as propriedades físicas e mecânica deste material. A disposição das células e a estrutura interna complexa conduzem a um comportamento específico.

2.1.3 Classificação Vegetal

A árvore é composta por vários órgãos que desempenham diferentes funções. O câmbio localizado no lenho é responsável pelo crescimento radial a partir da divisão e diferenciação de células, ou seja, a reprodução faz com que uma massa de células se divida e se transforme em tecido permanente, assim acarretará no crescimento em altura e largura, regenerando a casca e formando a madeira. Desta maneira, cada tecido desempenhará sua função de acordo com a necessidade da árvore.

Segundo Esau (2003) as árvores são classificadas taxonomicamente de acordo com seu grupo vegetal, elas pertencem à divisão espermatófitos, ou seja, a divisão das plantas que apresentam sementes. Subdivididas em Gimnospermas e Angiospermas, onde a formação microscópica difere-se em cada classe.

As Gimnospermas também conhecidas como coníferas, possuem folhas cônicas e menor complexidade anatômica. Possui em sua estrutura celular traqueídes, tais fibras constituem 90- 95% do seu volume, já as células radiais constituem o restante da árvore. No geral, apresentam estrutura com baixa densidade e menor resistência, são resinosas e com ausência de vasos.

As angiospermas denominadas dicotiledôneas, são folhosas e possuem estrutura anatômica mais complexa, pois em sua estrutura compõe as fibras, vasos entre outras células, nas quais cada célula constitui cerca de 15% ou mais do volume da madeira.

No geral, apresenta estrutura com alta densidade e maior resistência devido sua alta concentração de celulose e hemiceluloses e baixa concentração de lignina.

Nesta classificação vegetal, os dois tipos de grupos de plantas apresentam diferenças básicas de estrutura anatômica, porém não se classificam necessariamente pelas diferenças na densidade e dureza.

2.1.4 Gimnospermas

Gimnospermas são plantas que possuem as sementes expostas e folhas cônicas, por isso são chamadas de coníferas. Seu crescimento é monopodial, pois crescem com menor quantidade de ramos, como cita Morey (1981).

Típicas de um clima frio-temperado apresentam uma cor clara, onde seus anéis de crescimento são mais visíveis, também possuem células resinosas, nas quais podem ser aproveitadas antes do abate.

Não há complexidade anatômica o que o torna simples e regular, assim compõe em sua estrutura celular o elemento anatômico traqueídes, células alongadas, mais largas e mais espessas, que constituem a maior parte seu volume, com função de transporte de nutrientes e sustentação da árvore, também deposita substância no cerne e é responsável pela resistência do tronco. Por outro lado, as células radiais constituem 10% da madeira com função de armazenamento e condução de água e nutrientes. Estas são células alongadas e achatadas colocadas transversalmente no tronco.

Gimnospermas tem estrutura homogênea com predominância de fibras alongadas e retas, devido ao menor teor de celulose e hemiceluloses apresenta menor densidade.

No aspecto geral, a composição química de uma resinosa é composta por um alto teor de lignina e extrativos e um baixo teor de celulose e hemiceluloses. Não há presença de poros, somente canais de resina por seus elementos anatômicos. Sendo que este tipo de madeira apresenta menor densidade.

2.1.5 Angiospermas

Angiospermas são chamadas de folhosas e possuem sementes protegidas por frutos. Possuem estrutura anatômica mais complexa, pois as células se diferenciam uma das outras por sua função fisiológica ou mecânica, citado em Morey (1981). Angiospermas são compostas por fibras curtas e menos espessas, vasos (poros) entre outras células com funções respectivas de sustentação, condução e armazenamento. Os vasos são células redondas e vazadas, compõem 50% da madeira, suas extremidades celulares comunicam entre si fazendo o transporte de água e nutrientes enquanto deposita substâncias no cerne. As fibras são curtas e com espessuras menores, compõem 50% da madeira e são responsáveis pela resistência mecânica.

Essas madeiras se aclimatam melhor em regiões quentes, tendo crescimento simpodial, ou seja, com várias ramificações. Apresenta estrutura com alta concentração de celulose e hemiceluloses, quantidades relativamente baixas de lignina e extrativos, assim se torna mais resistente, porém são mais densas devido a sua complexidade anatômica.

2.1.6 Parede Celular

Burguer e Richter (1991) citam que os elementos presentes na parede celular são a hemicelulose, lignina e as microfibrilas de celulose. O elemento estrutural fundamental são as microfibrilas, que por sua vez são formadas por grupos de fibrilas elementares constituídos exclusivamente por cadeias de celulose.

A celulose é um polímero linear formado por unidades de glicose, ligados por ligações covalentes, também ocorrem ligações e interações laterais como ligações de hidrogênio e ligações dipolares permanentes. As hemiceluloses são moléculas amorfas ramificadas, ligadas por várias unidades de sacarídeos. A lignina é um material polimérico muito complexo com ligações cruzadas formadas por unidades fenólicas.

As microfibrilas são formadas por um núcleo de celulose envolto de hemiceluloses e lignina, que aumenta a rigidez das mesmas. A disposição das microfibrilas garantem a resistência da madeira, pois em cada camada há diferentes arranjos direcionais, formando um entrelaçado de microfibrilas.

Morey (1981) cita que no período de crescimento da árvore a parede celular começa a ser formada, a camada intercelular que separa as fibras uma das outras denominada lamela média é constituída de alta concentração de lignina, pouca hemicelulose e celulose.

Em seguida, começa a formação da parede primária que cresce nas direções transversal e longitudinal, sendo constituída principalmente de lignina, pouca hemicelulose e ausência de celulose.

Para Burguer e Richter (1991) a parede secundária é dividida em três camadas distintas designadas S1, S2 e S3. A espessura da parede secundária é maior e varia em relação a espécie. A camada S1 é composta quimicamente de celulose e hemicelulose em quantidades maiores que lignina, porém é a camada mais lignificada. Suas microfibrilas são orientadas de maneira transversal, formando um ângulo de 50° a 90° com o eixo longitudinal da célula. Na camada S3 também ocorre a mesma inclinação suave. A camada S2 é bastante espessa e quase que exclusivamente constituída de celulose, suas microfibrilas fazem um ângulo de 10° a 30° com o eixo da célula. Devido a sua maior espessura sua resistência predomina sobre as outras camadas.

2.1.7 Variabilidade

Por sua origem natural, a madeira exibe diversas características decorrentes do crescimento de um ser vivo, no qual relaciona fatores como clima, solo, água e nutrientes disponíveis. Deste modo apresenta uma variabilidade, que deve ser considerada ao se tratar de propriedades mecânicas, como cita Morey (1981).

A formação da madeira é composta pela atividade de um conjunto de células que se integram desde a raiz até as folhas. Este processo inclui fases de formação, nas quais as células se dividem, formam outros tipos de células como elemento de vaso, fibras, traqueídes e permanecem nesta nova função. Por sua vez, estes são fatores que colaboram com a variação, tais como: função, quantidade, composição química, tamanho e forma da estrutura física.

2.1.8 Espécie Eucalyptus sp

O gênero *Eucalyptus* sp foi introduzido no Brasil no início do século XIX, quando algumas árvores foram plantadas no Jardim Botânico do Rio de Janeiro em 1825. Até o início deste século, o *Eucalyptus* sp tinha finalidade ornamental por sua facilidade de crescimento. Fonte (2004) cita que com o implantação da lei de incentivo fiscal para reflorestamento, o plantio de *Eucalyptus* sp cresce e aumenta o interesse das indústrias para vários fins, tais como: produção de celulose, moveleira, caixarias e serrarias em geral.

Atualmente o *Eucalyptus* sp tem sido uma boa alternativa, por ser uma espécie de crescimento rápido, com capacidade produtiva e adaptabilidade em diversos ambientes. Suas características físico-mecânicas se apresentam como viável substituição de produtos a base de madeira que utilizam espécies nativas proibidas.

A redução na disponibilidade de madeira proveniente de florestas naturais, bem como o aumento da oferta de madeira de *Eucalyptus* sp proveniente de reflorestamentos da região sul e sudeste do Brasil, faz com que se fortaleça o interesse pelo uso desta espécie.

Para Fonte (2004) a utilização do *Eucalyptus* sp se restringe basicamente em papel e celulose, carvão vegetal, lenha e chapas de composição, devido sua difícil trabalhabilidade no processamento, também pelo aparecimento de alguns defeitos que ocasionam perdas de matéria-prima consideráveis e conseqüentemente perdas econômicas. Já Rodrigues (2006) comenta a baixa tradição do uso deste gênero como madeira sólida em nosso país está relacionada com as tensões de crescimento e devido a sua alta retratibilidade, secagem lenta e o alto gradiente de umidade causando colapso na secagem.

Apesar da maior parte das florestas estarem comprometidas com usos tradicionais, espera-se que uma parcela possa ser destinada a outras aplicações madeireiras. Para atender tais demandas, necessita-se aprofundar os conhecimentos físico-mecânicos do *Eucalyptus* sp.

Para este trabalho a espécie de *Eucalyptus* escolhida foi o *E. citriodora*, na qual será descrita a seguir suas principais características. A espécie de *Eucalyptus citriodora* é muito utilizada na engenharia civil, e para construção de diversos produtos tais como, caixarias, postes, dormentes, mourões, lenha e carvão. É adequada para tais fins pelas suas características de resistência mecânica, durabilidade natural e menor tendência ao rachamento, além de sua densidade alta.

2.2 COMPORTAMENTO ELÁSTICO DA MADEIRA

Na Figura 3.1 está representada a aplicação de uma força crescente sobre um corpo de prova, no qual se observa as deformações até a ruptura completa do material, a tensão aplicada em função da deformação sofrida pelo corpo. No primeiro trecho a curva mostrada na Figura 3.1.comporta-se como uma linha reta, demonstrando um comportamento elástico linear, onde as tensões são diretamente proporcionais as deformações. Se a força de carregamento for retirada dentro deste limite as deformações regridem até ao mesmo ponto inicial. No outro extremo desta linha existe um ponto limite entre a linha reta e a linha com uma concavidade, após este ponto limite, a madeira passa a apresentar outro comportamento, denominado comportamento plástico, no qual as deformações não se anulam ao retirar as tensões externas, assim o material não é capaz de retornar ao seu estágio inicial, é possível observar este comportamento na Figura 2.1.



Deformação

Figura 2.1 – Representação esquemática Tensão x Deformação.

Bismack – Nars (1993) utiliza a notação matricial onde os índices itálicos nestes elementos de matrizes correm de 1 a 3. Além disso, índices repetidos em diferentes elementos de matrizes denotam um somatório correndo de 1 a 3 neste índice, tal como na expressão: $dx_i. dx_i = dx_1. dx_1 + dx_2. dx_2 + dx_3. dx_3$. A expressão como δ_{ii} denota δ_{11} , ou δ_{22} ou δ_{33} , e não um somatório, pois trata-se de um elemento de matriz com índice repetido.

Segundo Bismack-Nasr (1993) qualquer parte deste sólido, por menor que seja, corresponde às mesmas propriedades físicas do volume total do material. Nessas condições as propriedades físicas do material são identificadas com pontos geométricos do contínuo. Com essa consideração as forças que atuam sobre o sólido são submetidas a uma equação de equilíbrio do material e quando somadas essas forças atuantes se anulam.

Num corpo deformável de volume V delimitado sobre uma superfície S, onde age uma tensão T sobre a sua superfície e uma força F dentro do volume do corpo. Se o corpo está em equilíbrio as forças irão se anular, como descrito na Equação (2.1):

$$\int_{S} T_{i} dS + \int_{V} F_{i} dV = 0$$
(2.1)

2.2.1 Tensão, Deformação e Transformação

Para estudar a rigidez da madeira Bodig e Jayne (1993) diz que é necessário obter as relações tensão-deformação para diferentes tipos de carga, tais como: tensão uniaxial, compressão uniaxial e cisalhamento. Como se encontra num regime elástico linear obtem-se as relações tensão-deformação uniaxiais através da Lei de Hooke. Nesta equação as tensões são diretamente proporcionais as deformações e as constantes de proporcionalidade formam a matriz de rigidez da madeira. Esta equação é conhecida como equação constitutiva do material.

Segundo Bodig e Jayne (1993) o comportamento mecânico e elástico no plano de materiais ortotrópicos são caracterizados através do módulo de rigidez ou módulo de Young, efeito de Poisson e módulo de cisalhamento. O módulo de elasticidade (E) é a proporção das tensões aplicadas e deformação. Quanto maior esse módulo maior a tensão necessária para o mesmo grau de deformação, portanto mais rígido é o material. O efeito de Poisson (v_{12}) é a função que relaciona a deformação transversal e a deformação longitudinal. A deformação na direção da força é denominada deformação ativa, enquanto a que ocorre na direção normal da força é chamada deformação passiva. O módulo de cisalhamento (G_{12}) é obtido quando um conjunto de forças tangenciais, de mesmo módulo e sentidos diferentes é aplicado no plano do material, fazendo com que uma camada do material deslize sobre outra de modo a produzir um deslizamento no material.

2.2.2 Tensão

Considerando a madeira como um sólido contínuo em equilíbrio é possível se obter informações sobre a ação de uma força externa sobre este sólido tomando um pedaço cúbico deste material. A tensão é definida com força aplicada por área.

$$\sigma = \frac{\Delta P}{\Delta A} \tag{2.2}$$

Quando se aplica uma tensão em uma das faces do cubo pode-se decompôla em três direções ortogonais x_1 , x_2 e x_3 .

Para especificar o estado de tensão do cubo, pode-se fazer através de dezoito componentes que correspondem a 3 componentes em cada uma das 6 faces do cubo, porém apenas nove são independentes, pois se admite que duas tensões $\sigma_{12} e \sigma_{21}$, que correspondem respectivamente a tensão na face 1 na direção 2 e tensão na face 2 na direção 1, tendem a rotacionar na mesma direção x₃, uma na direção horária e a outra na direção anti-horária. Como o cubo se encontra em equilíbrio uma tende a cancelar a outra. Assim para que o cubo esteja em equilíbrio deve-se ter $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Como resultado da simetria de σ_{ij} , somente seis das nove componentes de tensão são independentes: três são tensões normais (σ_{11} , σ_{22} e σ_{33}) e três tensões de cisalhamento (σ_{12} , σ_{13} e σ_{23}). Essa tensão pode ser reduzida a um ponto e então pode-se especificar o estado de tensão de todo o sólido de madeira através do tensor tensão representado pela seguinte matriz,

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$
(3.3)

2.2.3 Deformação

O estado de deformação de um corpo sólido pode ser obtido através da diferença entre o comprimento de dois pontos vizinhos, antes e depois da deformação, como citado em Bodig e Jayne (1993). Então é possível, assim como foi feito no caso da tensão, especificar a deformação do sólido através de um tensor, ou seja, tensor deformação, dado por:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$
(2.4)

2.2.4 Lei de Hooke para Materiais Ortotrópicos

A forma tensorial da lei de Hooke é uma formulação matemática que liga as nove componentes de tensão, σ_{ij} , com nove componentes de deformação ε_{ij} , conforme descrito em Bodig e Jayne (1993). Desta forma torna-se possível identificar 81 coeficientes de rigidez e 81 coeficientes de deformação. As propriedades elásticas podem ser definidas por

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}$$
(2.5)

onde C_{ijkl} é o tensor das constantes elásticas, ou seja, a matriz de rigidez e S_{ijkl} é a matriz de flexibilidade. As equações acima podem ser expressas na forma matricial como:

$$[\sigma_{ij}] = [C_{ij}][\varepsilon_{ij}] e [\varepsilon_{ij}] = [S_{ij}][\sigma_{ij}]$$
(2.6)

A inversa da matriz de rigidez é a matriz de flexibilidade. Como a matriz de flexibilidade é simétrica é possível reescrever (2.6) como

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$
(2.7)

onde agora as deformações físicas são representadas por γ_{ij} , a relação entre as deformações $\varepsilon_{ij} \in \gamma_{ij}$ pode ser encontrada em Bodig e Jayne (1993). Um material ortotrópico é caracterizado pelos módulos de elasticidade E_i , módulos de cisalhamento G_{ij} dados por

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\gamma_i},\tag{2.8}$$

$$G_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\gamma_{ij}},\tag{2.9}$$

e seis coeficientes de Poisson. Contudo, quando se considera o módulo de elasticidade E_1 , E_2 ou E_3 apenas três são independentes. Para o efeito de Poisson temos,

$$-\nu_{ij} = \frac{\gamma_j}{\gamma_i} \tag{2.10}$$

Usando as expressões acima, todos os coeficientes de deformações podem ser expressos em termos dos parâmetros de elasticidade de engenharia, e assim a lei de Hooke pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1} \\ \gamma_{2} \\ \gamma_{3} \\ \cdots \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{1}} & -\frac{V_{21}}{E_{2}} & -\frac{V_{31}}{E_{3}} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{V_{12}}{E_{1}} & \frac{1}{E_{2}} & -\frac{\gamma_{32}}{E_{3}} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\gamma_{13}}{E_{1}} & -\frac{V_{23}}{E_{2}} & \frac{1}{E_{3}} & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \cdots \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

$$(2.11)$$

2.2.5 Matriz de Transformação

Nesta seção pretende-se obter como a equação constitutiva do material se modifica ao rodar de um determinado ângulo. Assim é preciso distinguir as direções de simetria da madeira, as direções L, R e T, com as direções do corpo de prova, as direções 1, 2 e 3, que estarão rodados de um determinado ângulo. Conseqüentemente, nesta situação espera-se que a matriz de elasticidade proposta anteriormente sofra uma rotação.

Para introduzir esta rotação aplica-se a lei de transformação de matrizes conforme Bodig e Jayne (1993). Esta correspondência possibilita a transformação dos coeficientes elásticos dos compósitos de um sistema de referência para outro, ou seja, o estado da tensão pode ser transformado de um sistema de coordenadas para outro através da seguinte transformação,

$$\bar{\sigma} = A\sigma A^T \tag{2.12}$$

onde σ é a matriz de tensão no sistema de coordenadas 1, 2 e 3 e representa as tensões neste sistema. Ressaltando que dois sistemas de coordenadas estão relacionados através de uma matriz de transformação A e sua transposta A^T. O mesmo ocorre para deformação:

$$\bar{\varepsilon} = A\varepsilon A^T \tag{2.13}$$

Para se fazer uma rotação de um ângulo θ de um sistema de coordenadas para outro no plano utiliza-se a seguinte matriz de rotação,

$$[Q] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix}$$
(2.14)

No espaço tem-se,

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$
(2.15)

A partir destas matrizes é possível obter as tensões ou deformações no sistema de coordenadas de simetria do material ou no sistema de coordenadas do material.

2.3 CISALHAMENTO

Cisalhamento é o efeito provocado a um sólido pela aplicação de um conjunto de forças de mesmo módulo e sentidos contrários que tangenciam o plano deste sólido, ocasionando deformações das fibras deste material. A força aplicada tangencialmente ao eixo longitudinal responsável pelo cisalhamento provoca uma resposta do material que desenvolve em cada um dos pontos de sua seção transversal uma reação chamada resistência ao cisalhamento, como cita Bodig e Jayne (1993).

Esta força aplicada é denominada força de cisalhamento e a deformação correspondente é chamada deformação de cisalhamento. O estudo do cisalhamento é de grande importância para a caracterização das propriedades mecânicas da madeira, pois conhecer tais propriedades possibilita o emprego adequado deste material na suas diversas aplicações, aumentando sua durabilidade e segurança.

2.3.1 Ensaios Normalizados para Cisalhamento da Madeira

Para determinação das tensões de ruptura por cisalhamento o ensaio *Shear block test* é adotado pela ASTM D143-94 (1994). Esse ensaio consiste num corpo de prova cúbico com um degrau elevado no topo em uma das extremidades, como demonstrado na Figura 2.2. Para realizar este ensaio com a madeira utiliza-se uma base metálica que apoia o corpo de prova durante a aplicação de uma força através de um êmbolo metálico que irá pressionar a extremidade rebaixada do corpo de prova. Essa pressão acarretará em deformações de cisalhamento na seção onde se encontra o degrau do corpo de prova, como é possível visualisar na Figura 2.3.



Figura 2.2 - Esquema do ensaio shear block test. (Fonte: ASTM D143-94 -1994).


Figura 2.3 – Corpo de prova conforme ASTM D143-94 (1994).

No trabalho de Liu (1996) a realização deste ensaio mostra a dificuldade em se produzir um estado de tensão de cisalhamento uniforme na seção que apresenta o degrau da peça. No ensaio o corpo de prova na parte do degrau elevado repousa sobre um suporte fixo e a outra parte será cisalhada fora por um êmbolo. Na adição da força cisalhante, o êmbolo introduz uma tensão normal perpendicular sobre a superfície do cisalhamento. Estas tensões não têm comportamento uniforme e influenciam de maneira muito forte a ruptura, Liu (1996) cita valores subestimados em 30% comparados aos valores de cisalhamento já encontrados na norma EN 408 (2002).

Na Norma Européia EN 408 (2002) o ensaio adotado para determinação da resistência ao cisalhamento da madeira serrada é composta pelo corpo de prova em paralelepípedo com duas chapas de aço coladas, como mostra a Figura 2.4. O ensaio é realizado em uma máquina universal, a qual aplica força de compressão no corpo de prova que deve ter um ângulo de 14° em relação à direção vertical da máquina. Utiliza-se a seguinte equação para determinar a resistência ao cisalhamento aparente:

$$S^a = \frac{F_{max} \cos 14^\circ}{bh} \tag{2.16}$$

onde S^a é a resistência ao cisalhamento aparente, F_{max} é a força máxima aplicada considerando o ângulo de 14° em relação a vertical da máquina, *bh* é a área da seção transversal do corpo de prova.



Figura 2.4 - Ensaio de determinação da resistência ao cisalhamento da EN-408 (2002)

Para identificar o módulo de cisalhamento paralelo as fibras nas Normas ASTM D198 (1994) e EN 408 (2002) utiliza-se o ensaio de flexão em três pontos ilustrado na Figura 2.5. Em Garrido (2004) é descrito a utilização da Teoria das Vigas de Timoshenko para minimizar efeitos de cisalhamento e através do qual se obtêm diretamente o módulo de elasticidade longitudinal e o módulo de cisalhamento da madeira, pelo método denominado vão variável e com a equação:

$$\frac{1}{E_L^a} = \frac{1}{E_L} + \frac{1}{G_{L(R \text{ ou } T)}} J\left(\frac{h}{L}\right)^2$$
(2.17)

onde E_L é o módulo de elasticidade longitudinal e E_L^a é o módulo de elasticidade aparente, *G* é o módulo de cisalhamento para o plano LR ou LT, *h* é a espessura, *L* é a distância entre os apoios e *J* é o coeficiente de cisalhamento. Esse ensaio trabalha na região elástica da madeira. A EN 408 (2002) recomenda o uso de placas entre o corpo de prova e o cabeçote para evitar o esmagamento do corpo de prova pela garra da máquina universal.



Figura 2.5 - Ensaio de flexão em 3 pontos.

Yoshihara (1998) constatou que o valor do módulo de cisalhamento tem uma ordem de grandeza inferior comparado aos valores obtidos em outros tipos de ensaios. Garrido (2004) também aponta para outra limitação do método do vão variável, na qual a seção longitudinal do corpo de prova é significativamente maior que as outras, impossibilitando a identificação do módulo de cisalhamento no plano RT.

A NBR 7190 (1997) também apresenta um corpo de prova retangular com um degrau elevado em uma das extremidades onde um êmbolo metálico irá forçar o cisalhamento, podendo ser observada na Figura 2.6. O êmbolo ocasiona uma pressão na seção rebaixada do corpo de prova no qual provoca deformações de cisalhamento, porém esse ensaio apresenta sobreposição de tensões e a uniformidade da tensão do cisalhamento pode não ocorrer devido a estas sobreposições de tensões.



Figura 2.6 - Ensaio de cisalhamento da NBR 7190 (1997).

Ao realizar o ensaio normalizado **shear block test** para o cisalhamento da madeira, Liu (1996) confirmou que a hipótese utilizada, de que as tensões são distribuídas uniformemente no centro do corpo de prova não ocorre, devido à sobreposição de tensões provocadas pela geometria do mesmo e pelas garras da máquina de ensaios.

2.3.2 Proposta do ensaio off-axis

O ensaio de tração **off-axis** foi proposto originalmente para estudar o comportamento ao cisalhamento de materiais compósitos. Recentemente este ensaio tem sido aplicado a madeira, devido a grande vantagem de que a distribuição das tensões no centro do corpo de prova é uniforme. O ensaio consiste num corpo de prova com formato de um paralelepípedo, onde a direção de simetria do material faz um ângulo com a direção longitudinal das fibras da madeira. O ângulo proposto pela primeira vez por Chamis e Sinclair (1977) foi

de 10°, porém esta orientação pode ser previamente calculada a partir da máxima deformação de cisalhamento de cada material.

Os dados medidos neste tipo de ensaio são a força de tração aplicada pela máquina de ensaio e as deformações medidas através de um extensômetro eletrônico colado no centro do corpo de prova. A partir dessas informações obtêm-se as componentes do estado de tensão no referencial de simetria do material, dadas por:

$$\sigma_6 = \frac{F}{A} \sin \alpha \cos \alpha \tag{2.18}$$

As componentes do estado de deformações no referencial de simetria do material são determinadas a partir das leituras dos extensômetros, utilizando a lei de transformações.

Segundo Garrido (2004), o ensaio de tração **off-axis** permite a identificação das relações tensão-deformação de cisalhamento, mas para isso o estado de tensão no centro do corpo de prova deve estar homogêneo. O corpo de prova é preso nas garras da máquina de ensaios e submetidos a uma força de tração. Assim a extremidade do corpo de prova sofre esmagamento devido à ação das garras da máquina. No trabalho de Sun e Berreth (1988) confirma-se que ocorre este efeito, se as extremidades do corpo de prova são esmagadas para permanecerem imóveis, haverão influencias de forças cisalhantes e momento fletor, o que produz um estado de tensão não uniforme, não permitindo a medição satisfatória das reais propriedades cisalhantes do material.

Para sofrer cisalhamento a extremidade do corpo de prova deveria formar um ângulo obliquo como ilustra a Figura 2.7, porém para minimizar este efeito Sun e Chung (1993) propuseram o uso de placas obliquas nas extremidades através de um ângulo. Este ângulo é dado da inclinação das placas em relação ao eixo longitudinal do material é denominado β e calculado baseado nos elementos da matriz de flexibilidade em relação às coordenadas do corpo de prova, dadas por:

$$\cot\beta = -\frac{\overline{S_{16}}}{\overline{S_{11}}} \tag{2.19}$$



Figura 2.7 – Influência das garras da máquina no corpo de prova.

A principal vantagem do ensaio de tração **off-axis** para obtenção do comportamento ao cisalhamento da madeira em relação aos demais é que neste tipo de ensaio, minimizado o efeito de esmagamento imposto pelas garras da máquina, a distribuição das tensões no centro do corpo de prova são uniformes, logo as medidas do módulo de cisalhamento neste tipo de ensaio não incluem os indesejáveis efeitos que ocorrem nos demais métodos.

2.4 O ENSAIO OFF-AXIS

O ensaio de tração **off-axis** foi proposto por Chamis e Sinclair (1977) para materiais compósitos artificiais e recentemente tem sido aplicado à madeira.

Yoshihara e Ohta (2000) realizaram o estudo da estimativa da resistência ao cisalhamento da madeira através deste ensaio. Nesse estudo foi realizada a comparação entre o ensaio **off-axis** e o ensaio de torção para as espécies Sitka spruce (*Picea sitchensis* Carr.) *e* katsura (*Cercidiphyllurn japonicurn* Sieb.e Zucc.). Para o ensaio **off-axis**, foram utilizadas cinco amostras com o mesmo

ângulo entre a direção das fibras e a direção longitudinal do corpo de prova, variando de 0° a 30° com intervalos de 5° de um para o outro e de 30° a 90° com intervalos de 15° de um para o outro. Nas extremidades do corpo de prova foram coladas placas feitas de Kamba (Japanese birch, *Betula sp.*) para evitar a concentração de tensões devido ao esmagamento imposto pelas garras do equipamento de ensaio. A velocidade da carga aplicada foi de 1mm/min.

Os valores da resistência de cisalhamento com o ensaio **off-axis** são próximas aos valores encontrados no ensaio de torção, quando os ângulos entre a direção das fibras e a direção longitudinal do corpo de prova estão entre10°e 30° para *spruce* e entre 15°e 30° para *katsura*. Esses valores são maiores do que os valores utilizados e sugeridos por Chamis e Sinclair (1977) para analisar materiais compósitos, à saber 10°.

Yoshihara e Ohta (2000) concluíram que a tensão de tração perpendicular as fibras pode ter uma grande influência na resistência ao cisalhamento. O valor da resistência ao cisalhamento obtida com ensaios de tensão uniaxial deve ser tratado como aproximado e, portanto outros métodos devem ser adotados para a determinação do módulo de resistência do cisalhamento da madeira.

Posteriormente Liu (2001) conclui que o trabalho realizado por Yoshihara e Ohta (2000) é inconclusivo devido ao pequeno número de amostras e, ainda não seguiu todos os critérios necessários para a realização do ensaio **off-axis**. No artigo de Liu (2001) realizou-se a análise detalhada do cisalhamento, com os dados obtidos por Yoshihara e Ohta (2000) para avaliar os efeitos da relação de Poisson e o coeficiente de cisalhamento acoplado na distribuição da tensão, aplicando o critério de ruptura de Tsai-Hill, sendo esse um critério interativo, adotou-se que cada componente de tensão interage com outras direções de simetria do material.

Garrido (2003) realizou estudo para determinação do comportamento ao cisalhamento da madeira de *Pinus pinaster* Ait, usando o ensaio **off-axis**. Neste trabalho Garrido simulou o ensaio **off-axis** com o método dos elementos finitos. Considerando a madeira como um material ortotrópico e com um comportamento linear e elástico, utilizou-se de constantes da engenharia obtidos por Pereira

(2003). Garrido concluiu que, o ensaio de tração **off-axis** com placas inclinadas, é um ensaio adequado para a identificação direta do módulo de corte G_{LR} da madeira de *Pinus pinaster* Ait. Porém, como não existe um estado de tensão de cisalhamento puro, a resistência ao corte no plano LR só pode ser obtida indiretamente recorrendo a um critério de ruptura para materiais ortotrópicos.

Em Garrido (2003) o ensaio **off-axis** foi realizado com um ângulo de 15° entre a direção das fibras e a direção longitudinal do corpo de prova e 34° para as a inclinação das placas coladas nas extremidades do corpo de prova. Neste trabalho Garrido concluiu que o ensaio **off-axis** é um ensaio adequado para a identificação direta dos módulos de cisalhamento das madeiras de pinho nos planos de simetria natural LR (G_{LR}) e LT (G_{LT}), ainda sendo questionável a utilização deste ensaio para o plano de simetria RT devido a distribuição de tensões ao longo do corpo de prova que não se apresentou uniforme. O autor comparou seus resultado com o ensaio de Arcan realizado em Oliveira (2004) e de Iosipescu realizado em Xavier (2003). Por não existir um estado de tensão de cisalhamento puro no referencial de simetria natural, o ensaio **off-axis** não permite a identificação direta das resistências ao cisalhamento S_{LR} e S_{LT} , sendo necessário recorrer a um critério de ruptura adequado para determinação dessas propriedades, no qual utilizou-se o critério de ruptura de Tsai-Hill, obtendo-se uma boa estimativa das propriedades com o ângulo proposto de 15°.

No final do seu trabalho, Garrido (2004) coloca algumas perspectivas de trabalhos futuros para complementar seu estudo, tais como: incluir curvas de tensão/deformação de cisalhamento através de uma lei constitutiva não linear; empregar métodos mais precisos para a medição das deformações, para minimizar os custos associados à instrumentação do ensaio; obter uma versão, que permita a identificação do comportamento da madeira limpa no plano de simetria RT; analisar a aplicabilidade do ensaio de tração **off-axis** às folhosas.

No trabalho desenvolvido por De Conti (2006), é realizada uma simulação numérica com esse ensaio e o método de números finitos implementado com o interpretador de comandos SCILAB. Obteve-se a identificação do comportamento de cisalhamento da madeira *Pinus Pinaster* Ait.

De Conti (2006) cita a importância da madeira em vários setores industriais desde móveis a papel, lembrando que se trata de um recurso renovável além de um material resistente. Porém para utilizar esse material de forma competitiva é preciso conhecer suas propriedades físico-mecânicas.

Desenvolvido por De Conti (2006) o trabalho com elementos finitos demonstrou ser uma ferramenta útil para caracterização de propriedades mecânicas da madeira. Comparando os resultados com Garrido (2003) percebese que os dados reproduzem o mesmo comportamento ao cisalhamento.

Nicolas (2006) desenvolveu um estudo dos critérios de resistência para materiais ortotrópicos com o objetivo de obter propriedades mecânicas da madeira que apresentou bom desempenho, podendo ser utilizado em outras pesquisas. Também numa investigação de compressão, Yoshihara (2009) examinou as madeiras *Agathis* sp e katsura (*Cercidiphyllum japonicum* Sieb. et Zucc) para várias orientações da fibra, comparou as relações tensão x deformação e tratou os resultados matematicamente, obtendo resultados satisfatórios.

Todeschini (2009) investigou ensaios biaxiais e uniaxiais, para melhor compreensão do comportamento mecânico de materiais com direções principais. Utilizou o ensaio de compressão para a madeira de *Goupia glaba* e *Pinus eliotti*, no qual obteve resultados satisfatórios com pequenas inconsistências devido à heterogeneidade da mesma.

Ainda numa investigação de cargas de compressão aplicadas na madeira *Goupia glaba* em direções inclinadas em relação à grã, Mascia, Nicolas e Todeschini (2009) perceberam a grande redução da força da carga aplicada, o que confirma a anisotropia desse material.

2.4.1 Corpo de prova

Para realizar o ensaio **off-axis** foi necessário inicialmente preparar os corpos de prova. Nesta seção se descreve os passos para este procedimento.

No trabalho de Garrido (2004) a preparação do corpo de prova para o ensaio de tração **off-axis** consistiu primeiramente na escolha da árvore de tronco

mais homogêneo e sem defeitos aparentes. Em seguida foi cortada transversalmente em peças relativamente pequenas e com espessuras menores, a fim de facilitar a construção deste procedimento.

Em seguida procedeu-se a secagem adequada das peças, que ocorre geralmente por três dias numa estufa até alcançar um teor de umidade de 12%. Isso ocorre em duas etapas; primeiramente a madeira é colocada no laboratório para ambientação, posteriormente passa por uma secagem mais grosseira para finalmente serem retiradas as peças para o corpo de prova.

Os corpos de prova são retirados da peça central do local mais centralizado e homogêneo possível. Considera-se um afastamento relativo à zona medular para que não haja influência de variabilidade, devido às diferenças anatômicas estruturais entre a casca e a medula.

As primeiras peças selecionadas são novamente divididas em pedaços ainda menores, de onde será retirada a prancha central. Essas não devem apresentar defeitos aparentes, tais como: nós, bolsas de resinas, rachaduras além de serem anatomicamente bem orientadas de acordo com seus eixos, nos quais serão escolhidas as mais semelhantes entre si. Após as operações de seleção da prancha, corte da peça e pedaços, são obtidas as dimensões finais e assim se prossegue para as seleções de orientação e direção.

Por não ser um ensaio normalizado não existe uma especificação para as dimensões do corpo de prova para o ensaio de tração **off-axis**. As dimensões propostas por Sun e Chung (1993) para madeira são: 200 mm de comprimento, 20 mm de altura e 4 mm de espessura. O tamanho precisa ser alongado para que as tensões sejam distribuídas homogeneamente e evitar acoplamento de tensões provocadas pelas garras do equipamento.

Os corpos de prova são preparados em formato de um paralelepípedo, sendo que o plano de simetria do material deve fazer um ângulo com a direção longitudinal do corpo de prova e está ilustrado na Figura 2.8. Este ângulo conhecido na literatura como ângulo α , foi descrito no trabalho de Chamis e Sinclair (1977).



Figura 2.8 – Corpo de prova.

Os corpos de prova devem ser serrados numa distância mínima possível e seguindo a mesma orientação das fibras como ilustra a Figura 2.9 a seguir.



Figura 2.9 – Orientação de serragem.

2.4.2 Determinação do ângulo α

A determinação do ângulo α é obtido maximizando a razão entre a deformação de cisalhamento no referencial de simetria do material (ε_{12}) e a deformação linear na direção axial do corpo de prova (ε_x):

$$\frac{\varepsilon_6}{\varepsilon_{\chi}} = \frac{S_{66}sen\alpha.cos\alpha}{S_{11}cos^4\alpha + 2\left(S_{11} + \frac{1}{2}S_{66}\right)cos^2\alpha.sen^2\alpha + S_{22}sen^4\alpha}$$
(2.20)

Onde S_{ij} são os coeficientes de flexibilidade da madeira no referencial de ortotropia;

$$S_{ij} = \frac{1}{E_i}, \quad S_{ij} = \frac{v_{ij}}{E_i} = \frac{v_{ji}}{E_j}, \qquad S_{ij} = \frac{1}{E_i}, \qquad S_{ij} = \frac{1}{G_{ij}}$$
 (2.21)

e E₁, E₂, $v_{12} e G_{12}$ são as propriedades mecânicas do material.

Para realizar o ensaio **off-axis** é necessário tracionar as extremidades do corpo de prova, porém quando submetido à carga as extremidades do material são esmagados e então aparece o acoplamento de tensões causadas pela garra da

máquina de ensaios e as tensões de cisalhamento. As extremidades são esmagadas pelas garras, provocando forças cisalhantes e momento fletor, consequentemente campos de deformações não uniformes, no qual são gerados no centro do corpo de prova e isto não é satisfatório para medição das propriedades básicas do material. Então foi sugerido por Sun e Berreth (1988) o uso de placas de materiais rígidos nas extremidades para diminuir o efeito destas forças no centro da peça.

2.4.3 Determinação do ângulo β

Para que ocorra cisalhamento a extremidade do material deveria se formar um ângulo oblíquo, mas a garra não permite, então Sun e Chung (1993) sugerem o uso de placas coladas formando um ângulo, para que essa acomode o acoplamento de tensões obtendo leituras reais. Esse ângulo é conhecido na literatura como ângulo β e sua obtenção é dada pela expressão abaixo:

$$\cot\beta = -\frac{2(S_{11}\cos^{2}\alpha - S_{22}\sin^{2}\alpha)sen\alpha.\cos\alpha + (2S_{12} + S_{66})sen\alpha.\cos\alpha(\cos^{2}\alpha - sen^{2}\alpha)}{S_{11}\cos^{2}\alpha + 2(S_{12} - \frac{1}{2}S_{66})sen^{2}\alpha.\cos^{2}\alpha + S_{22}sen^{4}\alpha}$$
(2.22)

Seu valor é determinado pela equação acima que relaciona os elementos da matriz de flexibilidade em relação ao sistema de coordenadas do corpo de prova. Em seu trabalho Garrido (2004) fez um estudo com as espécies de Pinho citadas no Forest Products Laboratory (1999), pois este ângulo é influenciado pelas propriedades elásticas do material.

2.4.4 Medida do Módulo de Cisalhamento

Conforme a lei de Hooke, para caracterizar o comportamento elástico de materiais ortotrópicos, utilizou as constantes elásticas já citadas neste trabalho $(S_{ij}, E_1, E_2, v_{12} \in G_{12})$. Deste modo, é possível calcular o módulo de cisalhamento do material. Para determinar a tensão é necessário utilizar a força

medida na célula de carga da máquina de ensaio (F) e a área do corpo de prova (A), ou seja,

$$\sigma_1 = \frac{F}{A}\cos^2\alpha, \ \sigma_2 = \frac{F}{A}\sin^2\alpha, \ \sigma_6 = \frac{F}{A}\sin\alpha.\cos\alpha$$
(2.23)

A deformação é determinada a partir de leituras obtidas pelo extensômetro elétrico, colado no centro do corpo de prova, relativa ao referencial de simetria do material, então faz-se uso da lei da transformação para mudá-las para o referencial do material. As grandezas obtidas diretamente no ensaio de tração **off-axis**, também são utilizadas para encontrar as deformações no referencial do corpo de prova. A força *F* e as deformações medidas pelo extensômetro, ε_a , ε_b e ε_c , nos dá:

$$\varepsilon_{6} = (\varepsilon_{a} - 2\varepsilon_{b} + \varepsilon_{c})sen\alpha + (\varepsilon_{a} - \varepsilon_{c})cos\alpha \qquad (2.24)$$

Fazendo isso é possível construir uma relação da tensão de cisalhamento σ_6 e a deformação de cisalhamento ε_6 no referencial do corpo de prova, assim se obtêm a curva $\sigma_6 x \varepsilon_6$. O módulo de cisalhamento (*G*) é obtido através da seguinte equação:

$$G = \left. \frac{d\sigma_6}{d\varepsilon_6} \right|_{\varepsilon=0} \tag{2.25}$$

Esta equação descreve o declive inicial da curva do gráfico de tensão por deformação, pois o módulo de cisalhamento (*G*) somente é obtido se o campo de deformações no centro do corpo de prova for homogêneo. Assim com a curva tensão x deformação e através do método dos mínimos quadrados obtêm-se a equação de uma curva aproximada, para o plano LR, por exemplo, tem-se o polinômio ($\sigma_{LR} = a\varepsilon_{LR}^2 + b\varepsilon_{LR} + c$). Enfim obtêm-se o módulo de cisalhamento com a equação (2.25). Para este exemplo, ao se aplicar (2.25), obtêm para o caso da deformação indo a zero, o valor do módulo de cisalhamento dado pela constante *a*.

2.5 EXTENSOMETRIA

Para determinar as deformações locais sofridas por um material ao se aplicar uma determinada tensão pode-se utilizar extensômetros elétricos. As deformações são medidas indiretamente através das variações da resistência elétrica do extensômetro colado no material.

No trabalho de Andolfato, Camacho e Brito (2004) são descritos diferentes métodos de investigação não destrutivas. A análise de tensões é feita com extensômetros elétricos, também conhecidos como Strain Gages. As precisões das medidas, facilidades de manuseio e custos são algumas das vantagens de se utilizar estes dispositivos.

Os Strain Gages são feitos de metais básicos que, quando colados na superfície de qualquer material, tendem a sofrer a mesma deformação, provocando uma variação na resistência elétrica. Quando isso ocorre aumenta a resistência, porém se ela diminui a resistência também diminui, isso ocorre devido a variação dimensional do Strain Gages e a resistividade.

Sabe-se da segunda lei de Ohm que resistência elétrica de um fio de comprimento L, área da seção transversal A e resistividade p, é dado por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$
(2.26)

onde a resistência elétrica é uma função das variáveis L, A e ρ. Fazendo as variações em cada uma das variáveis independentes, o diferencial da resistência elétrica, dividido por ela pode ser escrito como:

$$\frac{\mathrm{dR}}{\mathrm{R}} = \frac{\mathrm{d\rho}}{\mathrm{\rho}} + \frac{\mathrm{dL}}{\mathrm{L}} - \frac{\mathrm{dA}}{\mathrm{A}} \tag{2.27}$$

Considerando que:

$$\varepsilon_{\text{axial}} = \frac{dL}{L}$$
 $\varepsilon_{\text{radial}} = \frac{dD}{D}$ $\varepsilon_{\text{Radial}} = -\nu \varepsilon_{\text{axial}}$ (2.28)

onde para um extensômetro cilíndrico considera-se que $A = \pi \frac{D^2}{4}$, ou $\frac{dA}{A} = 2 \frac{dD}{D}$ (os resultados não mudam para o caso de um extensômetro retangular) e substituindo na Equação (2.27) obtém-se:

$$\frac{\mathrm{dR}}{\mathrm{R}} = \frac{\mathrm{d\rho}}{\mathrm{\rho}} + \frac{\mathrm{dL}}{\mathrm{L}} \left(1 + 2\,\nu\right) \tag{2.29}$$

Segundo a Lei de Bridgmann, a mudança da resistividade ρ ocorre proporcionalmente à mudança volumétrica do material, ou seja:

$$\frac{d\rho}{\rho} = m \frac{dV}{V} \tag{2.30}$$

onde m representa uma constante de proporcionalidade, determinada experimentalmente para cada material específico. Para um extensômetro o metal mais utilizado é uma liga a base de níquel-cobre chamado comercialmente de "Constantan", com uma constante de proporcionalidade m igual a um.

Seguindo o mesmo raciocínio da mudança de resistividade é possível obter o valor de $\frac{dV}{v}$, pois admitindo que V = $\frac{\pi}{4}$ LD² tem-se :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}}{\mathrm{v}} = (1 - 2\nu)\frac{\mathrm{d}\mathbf{L}}{\mathrm{L}} \tag{2.31}$$

Com (2.31) em (2.30) obtêm-se que:

$$\frac{d\rho}{\rho} = m(1 - 2\nu)\frac{dL}{L}$$
(2.32)

Substituindo o valor da constante de proporcionalidade m e dividindo a equação por $\frac{dL}{L}$, obtêm-se a sensibilidade da liga metálica do extensômetro, denominada por fator de Gage K, ou seja, fator do extensômetro. Este fator é fornecido pelo fabricante.

$$\frac{\frac{\Delta R}{R}}{\varepsilon} = (2\nu + 1) + [m(1 - 2\nu)] = 1 + m + 2\nu(1 - m)$$
(2.33)

A constante de proporcionalidade m é determinada experimentalmente, porém o material mais utilizado são ligas de cobre ou níquel, assim o valor de m é aproximadamente igual à unidade. Substituindo a Equação (2.33) obtêm-se a sensibilidade da liga metálica aproximadamente igual a dois:

$$\frac{\mathrm{dR}_{\mathrm{R}}}{\mathrm{dL}/\mathrm{L}} \cong 2 \tag{2.34}$$

A sensibilidade do extensômetro, denominada por fator de Gage K, ou seja, fator do extensômetro é fornecido pelo fabricante:

$$K = \frac{dR_{/R}}{dL/L}$$
(2.35)

Como $\varepsilon_{axial} = \frac{dL}{L}$, conclui-se:

$$\varepsilon = \frac{1}{K} \cdot \frac{\mathrm{dR}}{\mathrm{R}} \tag{2.36}$$

Andolfato, Camacho e Brito (2004) descrevem ainda que as deformações sofridas pelo material podem ser obtidas através da Equação (2.34), ou seja, ela depende da resistência elétrica, da variação da resistência elétrica e da constante característica do extensômetro colado no material.

2.5.1 Ponte de Wheatstone

Como descrito na seção anterior, através do Strain Gage é possível medir a deformação pela variação de resistência do mesmo, para tanto utiliza-se um circuito elétrico específico chamado de Ponte de Wheatstone, representada na Figura 2.10. Este circuito é o mais empregado pois apresenta maior precisão para medidas de pequenas variações de resistência, como citado em Andolfato, Camacho e Brito (2004).



Figura 2.10 - Ponte de Wheatstone

A função do circuito em ponte é de converter uma pequena mudança na resistência em uma voltagem elétrica. Na Figura 2.10, pode ser visto que o circuito é formado por uma fonte de alimentação representada por E, por quatro resistores R1, R2, R3 e R4 e uma tensão de saída E_0 . Quando o circuito é

alimentado por uma tensão constante E, com a leis das malhas de Kirchhoff é possível obter a tensão de voltagem de saída entre os pontos 2 e 4, dada por:

$$E_0 = \frac{(R_1 \cdot R_3) - (R_2 \cdot R_4)}{(R_1 + R_4) \cdot (R_2 + R_3)} E$$
(2.37)

Quando R_1 . R_3 for igual a R_2 . R_4 , a ponte se encontra em equilíbrio, e então $E_0 = 0$. Por outro lado, suponha que exista uma variação em cada braço da ponte devido a uma deformação e que a ponte estava balanceada com resistências de valores iguais a R, assim a resistência em cada braço da ponte será dada por:

$$R_n = R + \Delta R_n \tag{2.38}$$

sendo n = 1, 2, 3 e 4, nas quais $\Delta R > 0$, são deformações de tração e $\Delta R < 0$ deformações de compressão. Substituindo a Equação (2.38) em (2.37), usando a Equação (2.34) e admitindo que R^2 possui um valor muito grande e que $\Delta R_n \Delta R_m$ possui um valor muito pequeno a Equação (2.35) pode ser escrita como:

$$E_0 = \frac{\varepsilon}{4} = K. \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4\right) \tag{2.39}$$

Para eliminar os efeitos de temperatura, é comum a utilização de ponte inteira ou meia ponte nos extensômentros. A meia ponte é montada com um dos extensômetros inativos, como compensador de temperatura, ou seja, colado num material idêntico, porém não é submetido a deformações. Qualquer variação de temperatura será compensada por simetria, pois os dois extensômetros estão ligados na ponte.

2.5.2 Roseta de Três Elementos

A roseta de três elementos é um tipo de extensômentro triplo, utilizado quando se desconhece as direções principais de deformações e tensões do corpo de prova, como mostra a Figura 7.3. As deformações ε_a , ε_b e ε_c sofridas por cada extensômetro estão relacionadas com os eixos transversais e longitudinais do material, através dos ângulos que cada eixo faz com a direção longitudinal do material, ou seja, com os ângulos θ_a , θ_b e θ_c como mostra a Figura 2.11.



Figura 2.11 – Eixos longitudinal x e transversal y do material e eixo a, b e c de cada extensômetro.

Para encontrar as deformações nos eixos cartesianos x e y, utiliza-se as equações abaixo, que relacionam os ângulos com as deformações dos três extensômetros ε_a , ε_b e ε_c .

$$\varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \cos \theta_a \sin \theta_a$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \cos \theta_b \sin \theta_b$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2\theta_c + \varepsilon_y \sin^2\theta_c + \gamma_{xy} \cos\theta_c \sin\theta_c \tag{2.40}$$

As deformações são medidas na direção de extensômetro. Para realização do ensaio **off-axis** foram utilizados rosetas de três elementos coladas no centro do corpo de prova. Os detalhes de como o corpo de prova foi construído e como a roseta foi colada e preparada para fazer as medidas das correspondentes deformações estão na próxima seção.



Figura 2.12 – Roseta de três elementos.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Nesta dissertação a madeira em estudo foi tratado como um material elástico linear, e assim será desprezado os comportamentos envolvendo não linearidade, plasticidade, efeitos térmicos, viscoelasticidade e viscoplasticidade.

O ensaio **off-axis** para a madeira de *Eucalyptus citriodora* foi realizado numericamente através do método de elementos finitos com o código ANSYS 9.0 ED[®]. A malha foi construída seguindo os dados do trabalho realizado por Garrido (2004), ou seja, a madeira é tratada como um material homogêneo ortotrópico, com comportamento linear elástico. O elemento utilizado faz parte da biblioteca de elementos do programa ANSYS, a saber, o elemento isoparamétrico quadrilátero PLANE 182 de quatro nós. Como já citado neste trabalho o corpo de prova foi construído com placas inclinadas coladas em suas extremidades, pois com elas foram obtidos melhores resultados para a distribuição de tensões. Sua geometria e dimensões foram baseadas na determinação dos ângulos $\alpha \in \beta$, e a malha foi obtida após uma análise de convergência obtida por Bilesky (2010) e compõem 2232 nós e 2130 elementos, como ilustrado na Figura 3.1.

As propriedades de elasticidade e resistência da madeira estudada foram retiradas do trabalho realizado por Ballarin e Nogueira (2003) e Fonte (2004), cujos estudos foram focados na caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora* a partir de um modelo ortotrópico, avaliando-se suas principais constantes elásticas. Essas propriedades foram obtidas fazendo-se a medida de algumas delas e estimando-se outras seguindo as prescrições da NBR 7190 (1997).



Figura 3.1- Malha de elementos finitos para os corpos de prova.

3.1.1 Análise dos campos de Tensões e Deslocamentos

As propriedades mecânicas do *Eucalyptus citriodora* obtidas na Tabela 3.1 são os coeficientes de flexibilidade que serão utilizados na simulação numérica a ser feita com o código comercial ANSYS[®]. As dimensões e a geometria do corpo de prova e das placas de amortecimento são as mesmas propostas por Sun e Chung (1993).

Com a simulação numérica é possível visualizar como as tensões e deslocamentos se distribuem ao longo do corpo de prova. Deste modo, é possível observar se há homogeneidade nos campos de deslocamentos ao longo do eixo–x e do eixo–y para os diferentes planos de simetria do corpo de prova, ou seja, para os planos de simetria LT, LR e RT. Para avaliar como as tensões variam nas direções longitudinal e transversal do corpo de prova e como estas quantidades variam significativamente, será construído a variação destas quantidades ao longo destas direções, dividido pelo respectivo valor da quantidade média. A partir desta relação, é possível observar se para cada direção os valores das tensões se desviam muito da tensão média, indicando se a influência de outras tensões ou sobreposições de tensões na região central do corpo de prova.

| EL | E _R | E _T | V _{LR} | v _{LT} | v _{RT} | G _{LR} | G _{LT} |
|--------|----------------|----------------|-----------------|------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (MPa) | (Mpa) | (Mpa) | | | | (MPa) | (MPa) |
| 16,981 | 1,825 | 1,116 | 0,23 | 0,48 | 0,70 | 861 | 783 |

Tabela 3.1 – Propriedades elásticas do Eucalyptus citriodora.

A obtenção da homogeneidade da distribuição das tensões e dos deslocamentos na região central do corpo de prova, nas direções longitudinal e transversal, indicam que o ensaio de tração **off-axis** se aplica para a madeira de *Eucalyptus citriodora*.

3.2 COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO ATRAVÉS DO ENSAIO "OFF-AXIS"

Nesta seção será feita a descrição de como o corpo de prova foi construído para realização do ensaio **off-axis** com a madeira de *Eucalyptus citriodora*. Em seguida a preparação e a colagem da roseta de três elementos. Finalmente a realização do ensaio e a determinação da resistência ao cisalhamento de *E. citriodora*, no plano de simetria LT. Os planos de simetria LR e RT não foram construídos por não obter quantidade de madeira disponível para a construção do corpo de prova.

3.2.1 Preparação do Corpo de Prova

Para realizar o ensaio de tração **off-axis** os corpos de prova foram confeccionados a partir de uma tábua de *E. citriodora* com dimensões de 1190 x 140 x 25 mm, seca a 12%, retirada de uma tora no plano longitudinal tangencial (LT) como representada na Figura 3.2. A tábua permaneceu em ambiente controlado por alguns dias e não apresentou qualquer instabilidade quanto à sua umidade.

A localização da retirada dos corpos de prova respeitou o afastamento relativo à zona medular para que não houvesse influência de variabilidade, devido às diferenças anatômicas estruturais entre a casca e a medula.

Com as dimensões propostas por Chamis e Sinclair (1977), para o corpo de prova, foi possível para esta tábua a retirada de outras duas tábuas com espessura aproximada de 125 mm. Em seguida os corpos de prova foram preparados em formato de um paralelepípedo, com dimensões de 200 mm de comprimento, 20 mm de altura e 4 mm de espessura, no qual a direção das fibras do material faz um ângulo com a direção longitudinal do corpo de prova, conforme está ilustrado na Figura 3.3.



Figura 3.2 – Tábua de *E. citriodora* no plano LT.



Figura 3.3 – Corpo de prova LT.

Para o *Eucalyptus citriodora* as características mecânicas foram retiradas de Ballarin e Nogueira (2003) conforme a Tabela 3.2 citada abaixo:

| Tabela 3. 2 – Propriedades mecânicas do Eucalyptus citriodora. (Ballarin e Nogueira- 2003). | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------------|-------------------------|--|--|--|--|
| E.citrodora | | | | | | | |
| \mathbf{E}_L | 16981 MPa | S ₁₁ | 0,058.10 ⁻¹² | | | | |
| E _R | 1825 MPa | S ₁₂ | 0,014.10 ⁻¹² | | | | |
| V_{LR} | 0,23 | S ₂₂ | 0,548.10 ⁻¹² | | | | |
| G _{LR} | 861 MPa | S ₆₆ | 1,161.10 ⁻¹² | | | | |

onde E_L e E_R são os valores para o módulo de elasticidade na direção longitudinal e radial, respectivamente. v_{LR} representa o valor do Efeito de Poisson no plano longitudinal – radial e por fim G_{LR} que é o módulo de cisalhamento no plano longitudinal – radial. Os coeficientes de flexibilidade são representados por S_{11} , S_{12} , S_{22} e S_{66} , nos quais se referem aos planos indicados pelos respectivos números.

Na Figura 3.4 tem-se a representação gráfica da máxima razão entre a deformação de cisalhamento no referencial de simetria do material e deformação linear na direção longitudinal do corpo de prova em função do ângulo α . O pico que aparece neste gráfico nos dá o valor do ângulo α necessário para construir os corpos de prova.



Figura 3.4 – Deformação máxima do Eucalyptus citriodora

Este ângulo foi calculado baseado nas constantes elásticas: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e módulo de cisalhamento da espécie de *E. citriodora* retiradas do trabalho de Ballarin e Nogueira (2003). O valor do ângulo α obtido para esta madeira foi de 12,88°, assim baseado neste valor de ângulo

foram retirados das tábuas dos diversos corpos de prova. Aqueles que apresentavam qualquer defeito foram descartados.

Para eliminar o efeito das garras da máquina de ensaio foram construídas placas de amortecimento com o mesmo material utilizado para fazer o corpo de prova. As placas foram feitas conforme a equação que relaciona os coeficientes de flexibilidade, com espessura de 2 mm e um ângulo $\beta = 26,69^{\circ}$ com a direção longitudinal do corpo de prova, como sugerido por Sun e Chung (1993). Em seguida elas foram coladas nos corpos de prova como mostrado na Figura 3.5.



Figura 3.5 – Corpo de prova com placas.

3.2.2 Colagem do Extensômetro

A colagem do extensômetro foi feita de modo a não influenciar a umidade dos corpos de prova. O primeiro passo foi lixar e higienizar a superfície do corpo de prova. Em seguida para evitar o contato direto com o extensômetro e para não danificá-lo, ele foi fixado com uma fita adesiva em uma superfície de silicone e seus fios condutores foram aparados adequadamente para colagem e montagem no corpo de prova, como ilustra a Figura 3.6.



Figura 3.6 - Preparação do extensômetro.

Como já citado para colar o extensômetro ele foi manuseado e posicionado na superfície do corpo de prova através da fita adesiva. Em seguida levantou-se uma das extremidades da fita e aplicou-se a cola Super Bonder Loctite entre as superfícies dos dois materiais, como pode ser observado na Figura 8.6. Imediatamente, e como mostra a Figura 3.7, a colagem foi feita pressionando o extensometro contra o corpo de prova com uma borracha por dois minutos, provocando uma homogeneização na distribuição da cola e a superfície de contato entre os materiais e também elimina a presença de ar entre ambos.



Figura 3.7 – Aplicação da cola.



Figura 3.8 – Secagem da cola.

Após o tempo adequado para cura, levantou-se o filme plástico e retirou-se com cuidado a fita adesiva e inspecionou-se visualmente o extensômetro e seus terminais elétricos. A fita foi retirada puxando-a horizontalmente para não danificar a colagem entre o extensômetro e o corpo de prova.

Depois desta colagem o mesmo procedimento foi feito para colagem dos terminais auxiliares, como mostra a Figura 3.9.



Figura 3.9 – Aplicação do terminal.

A Figura 3.10 mostra o resultado da soldagem manual entre os terminais do extensômetro e os terminais auxiliares e a soldagem entre estes últimos com os fios que serão conectados com o sistema de aquisição de dados. Realizada a solda, a superfície foi limpa de todo e qualquer resíduo de soldagem, pois tais resíduos podem ser corrosivos e deteriorarem a qualidade da união. Após a limpeza, a soldagem foi inspecionada visualmente e eletricamente, conectando os fios a um multímetro e medindo o valor da resistência elétrica de cada extênsometro da roseta, para verificar se os valores são aqueles especificados pelo fabricante, como mostra a Figura 3.11.



Figura 3.10 – Solda dos fios.



Figura 3.11 – Multímetro.

Posteriormente à checagem da resistência elétrica de cada extensômetro da roseta, os corpos de prova foram acoplados na máquina de ensaio e os terminais de suas rosetas foram conectados ao sistema de aquisição de dados SPIDER 8 HBM através de uma Ponte de Wheatstone, como descrito anteriormente.

3.2.3 Ensaio Mecânico

Os corpos de prova foram preparados seguindo o ângulo determinado e construídos seguindo esta orientação. Todos os ensaios realizados aqui foram feitos com madeira de *Eucalyptus citriodora* no seu plano de simetria LT, sem defeitos aparentes e anatomicamente bem orientados. Dos trinta e dois corpos de prova preparados, foram separados vinte mais semelhantes entre si, com direção das fibras distribuída mais homogeneamente.

Nas suas extremidades foram coladas placas de 2 mm de espessura, confeccionadas de *Eucalyptus citriodora* e orientadas com um ângulo $\beta = 26,69^{\circ}$, já para o ângulo entre a orientação das fibras do material e o eixo longitudinal do corpo de prova foi utilizado o valor $\alpha = 12,88^{\circ}$ conforme mostra a Figura 3.12. A utilização dessas placas diminui o efeito de sobreposição de tensões imposto pelas garras da máquina.



Figura 3.12 – Dimensões do corpo de prova.

Na seção anterior foi descrito como o corpo de prova foi construído e como os extensômetros foram colados neles. Após a etapa de preparação do corpo de prova e colagem das placas de amortecimento, os corpos de prova foram armazenados no laboratório durante alguns dias para estabilização do teor de umidade, segundo a NBR 7190 (1997). Na etapa seguinte os extensômetros foram colados numa das faces do corpo de prova. Neste trabalho foram utilizadas rosetas de três elementos EXCEL PA-06-125RB-120 LEN, como ilustrado na Figura 3.13.



Figura 3.13 – Roseta de três elementos.

Todos os sinais gerado pela roseta foram medidos pelo sistema de aquisição de dados SPIDER 8 da HBM com compensação de temperatura. As leituras das deformações foram condicionadas pela Ponte de Wheatstone, ilustrado na Figura 3.14 e 3.15.



Figura 3.14 – Ponte de Wheatstone.



Figura 3.15 – Sistema de aquisição de dados.

O ensaio mecânico de tração foi realizado numa máquina universal de ensaios SHIMADZU AG-X, instrumentado com uma célula de carga de 50kN, velocidade da carga de 0,5 mm/min e com garras de cunhas deslizantes para fazer o acoplamento entre a máquina e corpo de prova.

O corpo de prova foi acoplado a máquina e posicionado com os devidos cuidados, a fim de garantir a mesma direção do eixo de carregamento com o eixo da roseta. Feita a estabilização das leituras pelo zero eletrônico, o corpo de prova foi conduzido a três ciclos de carga até uma força de 1600N (pré-estabelecida diante um teste de ruptura de um dos corpos de prova) conforme orienta a NBR

7190 (1997), desta forma foi eliminado qualquer folga em relação às garras da máquina de ensaio.

Em seguida, foram ensaiados 8 corpos de prova no plano LT seguindo a mesma orientação, como mostra a Figura 3.16.



Figura 3.16 – Ensaio de tração off-axis corpo de prova LT.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 CAMPOS DE TENSÕES E DESLOCAMENTOS

4.1.1 Plano LT

Foram realizadas análises numéricas para o corpo de prova no plano LT com placas coladas nas extremidades. Os resultados calculados foram extraídos do centro do corpo de prova, onde no ensaio experimental foram feitas as medidas das deformações pelos extensômetros elétricos.

Os campos de deslocamentos u_x e u_y , demonstrados na Figura 4.1 apresentam deslocamentos na direção longitudinal do corpo de prova. Pode-se perceber que estes deslocamentos possuem tamanhos relativamente iguais e inclinação muito próxima a inclinação β . Isto acontece por causa da amarração do corpo de prova que possui suas extremidades presas. A deformação ideal e que indica homogeneidade deve ocorrer em "S". Na Figura 4.2 têm-se os deslocamentos perpendiculares a direção longitudinal do corpo de prova. É possível perceber que os deslocamentos são paralelos entre si e que no centro do corpo de prova há regiões de grande homogeneidade. As deformações ao longo de todo corpo de prova apresentam um comportamento típico encontrado na literatura, a deformação em forma "S".

Os resultados obtidos nesta investigação para madeira de *E. citriodora* demonstram coerência quando comparados aos resultados para *Pinus pinaster* ait no trabalho realizado por Garrido (2004). A homogeneidade da distribuição dos deslocamentos confirmam que é possível realizar o ensaio de tração **off-axis** para a madeira em estudo.



Figura 4.1 – campos de deslocamentos em u_x .



Figura 4.2 – campos de deslocamentos em u_v.

Os campos de tensões σ_x , $\sigma_y \in \sigma_{xy}$, representados nas Figuras 4.3, 4.4 e 4.5, respectivamente, apresentam homogeneidade axial na distribuição das tensões próximo a região central do corpo de prova e as variações ocorrem nas regiões próximas as placas coladas na extremidade do material. Isto comprova a existência de deformação nas direção axiais e transversais, ou seja, deformações provocadas pelo efeito de Poisson.







Figura 4.5 - Campo de distribuição de tensões σ_{xy}

A razão das tensões σ_x , $\sigma_y \in \sigma_{xy}$ pela tensão média resulta na distribuição das tensões ao longo dos eixos longitudinal e transversal do corpo de prova. A partir desta relação observam-se as tensões, o quanto se desviam da tensão média, concluindo se ocorre influência de outras tensões ou sobreposições de tensões na região central do corpo de prova.

As Figuras 4.6 e 4.7 mostram que as distribuições das tensões de σ_x , σ_y e σ_{xy} na região central do corpo de prova são homogêneas e sem grandes oscilações. Isto demonstra novamente o uso do ensaio de tração **off-axis** para obter o comportamento ao cisalhamento da madeira estudada aqui, no plano LT.



Figura 4.6 – Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de prova.



Figura 4.7 – Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de prova.

4.1.2 Plano LR

A mesma análise feita anteriormente para o plano LT também foi feita para o plano LR. A Figura 4.8 apresenta o campo de deslocamento u_x . Percebe-se novamente uma homogeneidade e também deslocamentos paralelos, com tamanhos relativamente iguais e inclinação muito próximos a inclinação β . Na Figura 4.9 têm-se o deslocamento na direção do eixo-y e do mesmo modo que para o plano LT, têm-se deslocamentos paralelos entre si. No centro do corpo de prova há regiões de grande homogeneidade formando um deslocamento em "S".



Figura 4.8 – campos de deslocamentos em u_x.



Figura 4.9 – campos de deslocamentos em u_y .

Os campos de tensões σ_x , σ_y e σ_{xy} , representados nas Figuras 4.10, 4.11 e 4.12, respectivamente, apresentam grande homogeneidade na distribuição das tensões próximos a região central do corpo de prova, ocorrendo grande variações nas regiões próximas as placas coladas na extremidade do material.



Figura 4.10- Campos de distribuição de tensões σ_x .


Figura 4.11- Campos de distribuição de tensões σ_{y} .



Figura 4.12 - Campos de distribuição de tensões $\sigma_{xy.}$

Analogamente o que fora feito para o plano LT, as Figuras 4.13 e 4.14 apresentam as distribuições das tensões no plano LR. É possível perceber como as distribuições das tensões de σ_x , σ_y e σ_{xy} são homogêneas, na região central do corpo de prova, o que comprova uma distribuição linear das tensões na região central do corpo de prova.



Figura 4.13 – Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de prova.



Figura 4.14 - Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de prova.

4.1.3 Plano RT

A Figura 4.15 apresenta os deslocamentos na direção do eixo-x para o plano RT. É possível observar nesta Figura as irregularidades nas inclinações apresentadas na distribuição destes deslocamentos, diferente do que ocorre com os planos LT e LR. Na Figura 4.16 observam-se os deslocamentos na direção do eixo-y para o plano RT. O comportamento para este deslocamento é muito parecido com aqueles dos planos LT e LR, pois apresenta os típicos deslocamentos em forma de "S".

Os campos de deformações σ_x , $\sigma_y \in \sigma_{xy}$ no corpo de prova, ilustrados nas Figuras 4.17, 4.18 e 4.19, respectivamente, mostram uma possível homogeneidade, porém ao observar os gráficos nas Figuras 4.20 e 4.21 é possível perceber valores que não se distribuem homogeneamente na região central, diferente de LR e LT, indicando a sobreposição de tensões para este tipo de configuração.



Figura 4.15 – campos de deslocamentos em u_x .



Figura 4.16 – campos de deslocamentos em u_y .



Figura 4.17- Campos de distribuição de tensões σ_x .



Figura 4.18 - Campos de distribuição de tensões $\sigma_{y\cdot.}$



Figura 4.19 - Campos de distribuição de tensões $\sigma_{xy.}$



Figura 4.20 - Distribuição das tensões ao longo de x no centro do corpo de prova.



Figura 4.21 – Distribuição das tensões ao longo de y no centro do corpo de prova.

Com os resultados apresentados aqui, é possível concluir que uma homogeneidade significativa na distribuição das tensões no centro dos corpos de prova é alcançada para os planos LT e LR, o que demonstra que as rupturas ocorrerão homogeneamente nessa região, o mesmo não acontece com o plano RT. Esses resultados são comentados em Roel (2010). Os resultados obtidos aqui são comparáveis aqueles obtidos em Garrido (2004) para uma madeira de densidade mais baixa, a saber, o *Pinus pinaster* Ait. Assim, concluí-se que é possível realizar o ensaio de tração **off-axis** para madeira de *E. citriodora* nos planos LT e LR, pois produzem campos de tensões uniformes, no entanto, para o plano RT, isso não ocorre.

4.2 COMPORTAMENTO AO CISALHAMENTO NO PLANO LT.

Na Figura 4.22 tem-se as deformações sofridas em função das forças de tração imposta pela máquina, para cada extensômetro da roseta de um determinado corpo de prova, para o ensaio de tração **off-axis** para o corpo de

prova no plano LT. Esta curva mostra que o comportamento ao cisalhamento desta madeira no plano LT apresenta um trecho de não linearidade.

Com base nestes dados e com as equações de obtenção de tensão e de deformação, também com as relações de extensometria pode-se construir as curvas de tensão x deformação, $\sigma_{LT} \ge \varepsilon_{LT}$ para cada corpo de prova ensaiado, os resultados obtidos estão representadas na Figura 4.23. Os valores para o módulo de cisalhamento G_{LT} estão na Tabela 4.1. Estes resultados foram obtidos a partir da derivada de um polinômio de segundo grau que lineariza estas curvas.



Figura 4.22 - Resultados experimentais do ensaio off-axis.



Figura 4.23 - Curvas de tensão x deformação ao cisalhamento.

Por se tratar de um material natural e de alta variabilidade, é normal que ocorra dispersões nos módulos de cisalhamento, ver Tabela 4.1. Na Figura 4.24, tem-se a variação do módulo de cisalhamento com a densidade de cada amostra ensaiada. Nesta figura pode ser visto que não existe nenhuma correlação significativa entre estas duas quantidades. Além disso, o desvio padrão da média para a densidade das amostras apresenta um valor relativamente baixo, cerca de 3,6 %. Isto demonstra que as amostras ensaiadas são homogêneas, validando o processo de seleção dos corpos de prova. Este comportamento é da mesma qualidade daqueles obtidos por Garrido (2004) para a madeira de *Pinus Pinaster* Ait.



Figura 4.24 - Variação da densidade e Módulo de cisalhamento.

| Corpo de | Densidade | G _{LT} |
|----------|-----------------|-----------------|
| Prova | (g/cm^3) | (GPa) |
| 1 | $1,12.\ 10^6$ | 1,18 |
| 2 | $1,08.\ 10^6$ | 0,88 |
| 3 | $1,20.\ 10^6$ | 1,02 |
| 4 | $1,11.\ 10^{6}$ | 1,11 |
| 5 | $1,10.\ 10^6$ | 0,98 |
| 6 | $1,10.\ 10^{6}$ | 1,35 |
| 7 | $1,18.\ 10^{6}$ | 1,19 |
| 8 | $1,12.\ 10^6$ | 1,02 |
| Média | $1.12.10^{6}$ | 1,11 |
| IC | ±0,04 | ±0,02 |
| CV | 3,62% | 2,09% |

Tabela 4.1 – Módulo de cisalhamento plano LT.

O resultado obtido para o módulo de cisalhamento no plano LT para a madeira de *E. citriodora* com o ensaio **off-axis** é superior quando comparado aos valores encontrados por Ballarin e Nogueira (2003) e Fonte (2004). Em Garrido (2004) os resultados obtidos para módulo de cisalhamento nos planos LT e LR com o ensaio **off-axis** para a madeira de *Pinus pinaster* Ait., também são inferiores aos encontrados na literatura para esta madeira. Para este autor a razão para esta discrepância não é clara, no entanto ele acredita que isto pode estar ocorrendo devido a madeira não ser eventualmente um material ortotrópico.

5 CONCLUSÃO

Os valores obtidos para os ângulos α e β são respectivamente 12,88° e 26,69°, esses valores são compatíveis aos encontrados por Garrido (2004) para a madeira *de Pinus pinnaster*.

Com a simulação numérica do ensaio **off-axis** para a madeira *Eucalyptus citriodora*, os resultados demonstraram que é possível obter para uma madeira com alta densidade, uma distribuição de tensões uniforme no centro do corpo de prova, pelo menos para os planos de simetria LT e LR, no entanto o mesmo não ocorre para os corpos de prova no plano RT. Isto acontece devido a baixa razão largura/comprimento e também pela presença da curvatura dos anéis de crescimento, atrapalhando a obtenção de um estado de tensões homogêneo. Portanto, com este estudo preliminar pode-se concluir que o ensaio **off-axis** nos planos de simetria LT e LR.

O valor de 1,11 GPa obtido para o módulo de cisalhamento com ensaio **offaxis** realizado neste trabalho demonstrou ser maior que os valores encontrados na literatura. Em Garrido (2004) os resultados obtidos para módulo de cisalhamento nos planos LT e LR com o ensaio **off-axis** para a madeira de *Pinus Pinaster* Ait., também são diferentes, a saber inferiores, aos encontrados na literatura para esta madeira. Para este autor a razão desta discrepância não é clara, no entanto ele acredita que isto pode estar ocorrendo devido a madeira não ser eventualmente um material ortotrópico.

Para o futuro pretende-se estender o estudo feito aqui para os planos de simetria LR e RT desta mesma espécie de madeira.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **D143-94- Standard methods of testing small clear specimens of timber**. ASTM, Philadelphia, PA, USA, 1994.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **D198-94 - Standard methods of static tests of lumber in structural sizes.** ASTM, Philadelphia, PA, USA, 1994.

ANDOLFATO, R. P., CAMACHO, J. S. e BRITO, G. A. **Extensometria básica**. Núcleo de Ensino e Pesquisa da Alvenaria Estrutural – Nepae/Unesp. Ilha Solteira, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **7190 - Projeto de estruturas de madeira**. NBR. Rio de Janeiro, 1997. 107 p

BALLARIN, A. W. e NOGUEIRA, M. Caracterização Elástica da Madeira de Eucalyptus citriodora. **CERNE**, v9, n.1, p.066-080, 2003.

BILESKY, L. R. Estudo da geometria das bolachas oblíquas no corpo de prova "Off-axis" da madeira *Eucaliptus Citriodora*. In: XII EBRAMEM, Lavras. (Trabalho aceito para ser apresentado no 12° EBRAMEM em Lavras - MG, 2010).

BISMARCK-NASR, M. N. **Finite elements in applied mechanics.** São José dos Campos, SP. Abaeté, São Paulo, 1993.9.

BODIG, J.; JAYNE, B.A. Mechanics of wood and wood composites. 2. ed., Florida. Krieger Publishing Company, 1993, 712p.

BURGER, L. M. e RICHTER, H. G. Anatomia da madeira: química da madeira. São Paulo: Nobel, 1991, 154p.

Catalog 500 – Precision Strain Gages. MEASUREMENTS GROUP. Raleigh, 1996.

CHAMIS, C. C. e SINCLAIR, J. H.. **Ten-deg off-axis test for shear properties in fiber composites**. Experimental Mechanics, 17(9):339-346, 1977.

DE CONTI, C. **Simulação Numérica Off Axis**. In: 10 EBRAMEM, São Pedro. Anais do 10° EBRAMEM. São Carlos : São Carlos, 2006.

ESAU, K. Anatomia das plantas com sementes. São Paulo: Edgard Blucher, 2003, 293 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 408 - Timber structures - Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties. Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg, 2002.

FONTE, T. F. **Pontes protendidas de Eucalipto Citriodora**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

FOREST PRODUCTS LABORATORY, **Wood Handbook-Wood as an Engineering Material**, Gen.Tech. Rep. FPL-GTR-113, U.S. Department of Agriculture, Madison, 1999, cap. 4.

GARRIDO, N., XAVIER, J. e MORAIS, J. **Determinação do comportamento ao corte da madeira de pinus pinaster Ait, usando o ensaio off-axis: Análise por elementos finitos.** Departamento de Engenharia de Madeiras da Escola Superior de Tecnologia de Viseu - Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2003.

GARRIDO, N. **Identificação do comportamento ao corte da madeira, através do ensaio de tracção for a dos eixos de simetria material.** Portugal, Vila Real. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia de Madeiras da Escola Superior de Tecnologia de Viseu - Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2004.

LIU, J.Y. Analysis of off-axis tension test of wood specimens. Wood and Fiber Science, 34(2):205-211, 2002.

LIU, J.Y. Effects of shear coupling on shear properties of wood. Wood and Fiber Science, 32(4):458-465, 2001.

LIU, J.Y., ROSS, R.J. e RAMMER, D.R. **Improved arcan shear test for wood. Proceedings of the International Wood Engineering Conference**, Ed. Gopu Vijaya A., 28-31 de Outubro, New Orleans, Vol.2: 85-90, 1996.

MASCIA, N. T.; NICOLAS, E. A.; TODESCHINI, R. Evaluation of the Tsai-Wu failure criterion of off-axis wood compression strength. III Jornadas Chilenas de Estructuras de Madera, 2009.

MOREY, P. R. O crescimento das árvores. Coleção temas de biologia (São Paulo), 1980, v.12.

MUJIKA, F. e MONDRAGON, I. On the Displacement Field for Unidirectional Off-Axis Composites in 3-Point Flexure -- Part 1: Analytical Approach. Journal of Composite Materials, June 1; 37(12): 1041 – 1066; 2003.

NICOLAS, E. A. **Estudo de Critérios de Resistência de Materiais Anisotrópicos Aplicados à Madeira**. Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. 238 p. Tese (Doutorado), 2006.

OLIVEIRA, J. M. Caracterização do comportamento ao corte da madeira usando o ensaio de Arcan. Dissertação de Mestrado, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal, Vila Real, 2004.

PEREIRA, L.P., XAVIER, J., MORAIS, J. Estudo por elementos finitos dum método para a determinação das propriedades mecânicas da madeira de Pinus Pinaster Ait nas direções perpendiculares ao grão. ESTV, Departamento de Madeiras, Viseu, Portugal, 2003.

RODRIGUES, R. A. D. Variabilidade das propriedades físico mecânicas dos lotes de madeira serrada de Eucalipto para a construção civil. Dissertação (Mestrado) –Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, 2002.

ROEL, P. Comportamento ao Cisalhamento da Madeira de *Eucalyptus* citriodora através do ensaio "off-axis". In: XII EBRAMEM, Lavras.

(Trabalho aceito para ser apresentado no 12° EBRAMEM em Lavras - MG, 2010).

Strain gages: A complete lineup of high performance strain gages and accessories. Tokyo, KYOWA. Cat n° 101E- U1.

SUN, C.T. e BERRETH, S.P. A new end tab design for off-axis tension test of composite materials. Journal of Composite Materials, 22:766-779, 1988.

SUN, C.T. e CHUNG, I. An oblique end-tab design for testing off-axis composite specimens. Journal of Composites Materials, 24(8):619-623, 1993.

TODESCHINI, R. Ensaios uniaxiais e biaxiais para avaliação de critério de resistência de materiais anisotrópicos aplicado à madeira. Campinas: Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo – UNICAMP, 2009. 143p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, UNICAMP, 2009.

XAVIER, J.C. Caracterização ao corte da madeira usando o ensaio de Iosipescu. Portugal, Vila Real. Dissertação de Mestrado - Universidade de Trásos-Montes e Alto Douro, 2003.

YOSHIHARA, H. e FUKUDA, A. Influence of loading point on the static bending test of wood. Journal of Wood Science, 44:473-481, 1998.

YOSHIHARA, H. e Ohta, M. Estimation of the shear strength of wood by uniaxial-tension tests of off-axis specimens. Journal of Wood Science, 46(2):159-163, 2000.

YOSHIHARA, H. Prediction of the off-axis stress-strain relation of wood under compression loading. Eur. J. Wood Prod. 67: 183–188, 2009.