



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Botucatu



ANA PAULA RUSSO SCHIMIDT JEFERY

**MODELO DE TRANSFORMAÇÃO DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO
ÁGUA-CULTURA**

**Botucatu
2018**

ANA PAULA RUSSO SCHIMIDT JEFERY

**MODELO DE TRANSFORMAÇÃO DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO
ÁGUA-CULTURA**

Tese apresentada à Faculdade de
Ciências Agronômicas da Unesp
Câmpus de Botucatu, para obtenção
do título de Doutor em Agronomia
(Irrigação e Drenagem)

Orientador: Professor Dr. João Carlos
Cury Saad
Coorientadora: Professora Dr^a. Camila
Pires Cremasco Gabriel

Botucatu

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉCNICA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - DIRETORIA TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - UNESP
- FCA - LAGEADO - BOTUCATU (SP)

Jefery, Ana Paula Russo Schimidt, 1987-

J45m Modelo de transformação de funções de produção água-cultura / Ana Paula Russo Schimidt Jefery. - Botucatu: [s.n.], 2018
66 p.: ils. color., grafs. color., tabs.

Tese (Doutorado)- Universidade Estadual Paulista Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu, 2018

Orientador: João Carlos Cury Saad

Coorientador: Camila Pires Cremasco Gabriel

Inclui bibliografia

1. Irrigação agrícola. 2. Feijão comum. 3. Milho doce. 4. Recursos hídricos. 5. Hidrologia. I. Saad, João Carlos Cury. II. Gabriel, Camila Pires Cremasco. III. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Câmpus de Botucatu). Faculdade de Ciências Agrônômicas. IV. Título.

Elaborada por Ana Lucia G. Kempinas - CRB-8:7310

"Permitida a cópia total ou parcial deste documento, desde que citada a fonte"

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

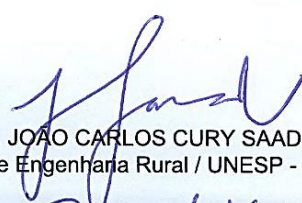
TÍTULO DA TESE: MODELO DE TRANSFORMAÇÃO DE FUNÇÕES DE PRODUÇÃO ÁGUA-CULTURA

AUTORA: ANA PAULA RUSSO SCHIMIDT JEFERY

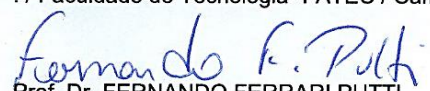
ORIENTADOR: JOÃO CARLOS CURY SAAD

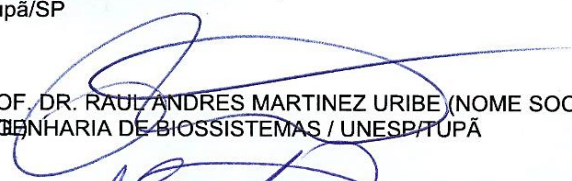
COORIENTADORA: CAMILA PIRES CREMASCO GABRIEL

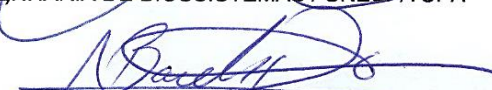
Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Doutora em AGRONOMIA (IRRIGAÇÃO E DRENAGEM), pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. JOÃO CARLOS CURY SAAD
Depto de Engenharia Rural / UNESP - Faculdade de Ciências Agrônômicas de Botucatu


Prof. Dr. DANIEL DOS SANTOS VIAIS NETO
./ Faculdade de Tecnologia- FATEC / Câmpus de Presidente Prudente


Prof. Dr. FERNANDO FERRARI PUTTI
Coordenadoria do Curso de Engenharia de Biossistemas / Faculdade de Ciências e Engenharia - FCE - UNESP - Tupã/SP


PROF. DR. RAUL ANDRES MARTINEZ URIBE (NOME SOCIAL) / RAÚL ANDRES MARTINEZ URIBE (NOME
ENGENHARIA DE BIOSISTEMAS / UNESP/TUPÃ


Prof. Dr. ALEXANDRE BARCELLOS DALRI
Departamento de Engenharia Rural / FCAV / UNESP - Jaboticabal

Botucatu, 15 de janeiro de 2018

AGRADECIMENTOS

À Deus.

Aos meus amados pais, irmão e marido pelo apoio incondicional.

Ao estimado Professor Dr. João Carlos Cury Saad, pela orientação, ensinamentos, paciência e exemplo de profissional e ser humano.

A Professora Dr^a. Camila Pires Cremasco Gabriel e ao Professor Doutor Luis Roberto Gabriel Filho pela coorientação, ensinamentos, paciência e amizade.

Aos amigos Flávia Mota, Marcio Lanza, Franciana, Débora Latorre, Fernando Ferrari Putti, Raimundo Monteiro, Josué Ferreira, Ilca Puertas, Tatiane Bortoleto que estiveram sempre presentes me apoiando.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de doutorado.

À Faculdade de Ciências Agronômicas da Unesp Campus de Botucatu e ao Departamento de Engenharia Rural e todos os colaboradores que de forma direta e indireta contribuíram com este trabalho.

RESUMO

O setor agrícola é o maior usuário dos recursos hídricos uma vez que a água é um elemento essencial para o cultivo de qualquer espécie vegetal. A necessidade crescente de produção de alimentos, fibras e energia tem fortalecido o uso das técnicas de irrigação no Brasil e no mundo. Para que se possa usufruir dos vários benefícios que a irrigação pode proporcionar, é importante o conhecimento da relação entre a quantidade de água aplicada aos cultivos e a produção obtida. Essa relação pode ser expressa através uma função matemática denominada função de produção, que é uma importante ferramenta de análise e tomada de decisão, mas a obtenção das funções de produção envolve experimentos de campo, caracterizando-se por ser um processo demorado e oneroso. O objetivo deste trabalho foi elaborar um modelo de transformação de funções de produção água-cultura obtidas em condições experimentais para determinada cultura e local, para ser utilizada pela mesma cultura em outra região com condições distintas da região original, desde que se conheça a lâmina de água correspondente a 100% da evapotranspiração da cultura, e a respectiva produtividade. O modelo de transformação desenvolvido e as funções de produção obtidas na literatura foram aplicados a dados coletados de lâmina total aplicada e produtividade em localidades no estado de São Paulo para as culturas de feijão e milho visando a avaliação do ajuste fornecido. Concluiu-se que as funções de produção da literatura tenderam a superestimar as estimativas, enquanto as funções transformadas minimizaram a variação dos dados, fornecendo ajuste adequado com os dados reais em praticamente todas os locais avaliados, tanto para a cultura do feijão como para a cultura do milho.

Palavras-chave: Agricultura irrigada. *Phaseolus vulgaris*. *Zea mays*. Recursos hídricos. Gestão da água.

ABSTRACT

Agriculture is the main user of water resources because water is essential for any crop growing. The demand for food, fiber and energy production is increasing and has strengthened the use of irrigation techniques in Brazil and worldwide. In order to be able to take advantage of the benefits that irrigation can provide, it is worth to know the relationship between the water depth applied to the crops and the yield obtained. This relationship can be expressed through a mathematical function called production function, being an important tool of analysis and decision making. Obtaining the production functions involve field experiments, characterized as a time-consuming and costly process. The objective was to elaborate a mathematical model to generate a water-culture production functions obtained under experimental conditions for a given crop and place, to be used by the same crop in another region with different conditions of the original region, provided that at least one pair of water blade data corresponding to 100% crop evapotranspiration and productivity. The transformation model developed and production functions obtained in the literature were applied to data collected from productivity / total blade applied in some farms of São Paulo State, for bean and corn crops. We concluded that the production functions of the literature tended to overestimate the values, whereas the transformed functions minimized the variation of the data, providing adequate adjustment with the real data in practically all evaluated farms, both for the bean and corn crops.

Keywords: Irrigated agriculture. *Phaseolus vulgaris*. *Zea mays*. Water resources. Water management.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Curva geral da função de produção da literatura e ponto coletado.....	36
Figura 2 - Ícones e suas ações.	43
Figura 3 - Tela inicial do software.....	43
Figura 4 - Tela de inserção dos dados da função de produção adotada da literatura e os dados reais de lâmina e produtividade.	44
Figura 5 - Detalhe da tela de inserção dos dados.	44
Figura 6 - Detalhe da tela inicial com os dados informados e os coeficientes ajustados.	45
Figura 7 - Comparação entre lâminas e produtividade estimada pela função da literatura e pela função ajustada em um intervalo de 0 a 125% da evapotranspiração da cultura.....	45
Figura 8 - Gráfico gerado pelo software mostrando as curvas da função da literatura e da função ajustada.	46
Figura 9 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF1 e AF1.....	51
Figura 10 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF2 e AF2.....	52
Figura 11 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF3 e AF3.....	52
Figura 12 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF4 e AF4.....	53
Figura 13 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2013, segundo as funções LM1 e AM1.	58
Figura 14 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2014, segundo as funções LM1 e AM1.	58
Figura 15 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LM1 e AM1.	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Funções de produção água-cultura adotadas da literatura.	29
Tabela 2 - Temperaturas anuais máximas, mínimas, médias e as precipitações médias anuais dos municípios onde estão localizadas as propriedades.	30
Tabela 3 - Dados coletados na propriedade 1 em três safras da cultura do feijão....	32
Tabela 4 - Dados coletados na propriedade 2 em uma safra da cultura do feijão.....	33
Tabela 5 - Dados coletados na propriedade 3 em uma safra da cultura do feijão....	33
Tabela 6 - Dados coletados na propriedade 4 em uma safra da cultura do feijão.....	34
Tabela 7 - Dados coletados na propriedade 5 para uma safra da cultura do feijão. .	34
Tabela 8 - Dados coletados na propriedade 1 para uma safra da cultura do milho. .	35
Tabela 9 -Dados coletados na propriedade 4 para uma safra da cultura do milho. .	35
Tabela 10 – Valores locais de produtividade e de lâmina média aplicada (precipitação efetiva + irrigação), caracterizados por município, ano da safra e variedade utilizada, para a cultura do feijão.	47
Tabela 11 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF1, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF1.	48
Tabela 12 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF2, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF2.	48
Tabela 13 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF3, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF3.	48
Tabela 14 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF4, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF4.	48
Tabela 15 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 1, nas safras 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016.	50
Tabela 16 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 2, na safra 2014/2015.	53
Tabela 17 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 3, na safra 2013/2014	54
Tabela 18 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 4, na safra 2013/2014.	54
Tabela 19 - Média, desvio-padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 5, na safra 2013/2014.	55

Tabela 20 - Identificação da propriedade, município, ano da safra, variedade utilizada, lâmina média aplicada (precipitação efetiva + irrigação), em mm, e a produtividade média em kg ha ⁻¹ para a cultura do milho.	56
Tabela 21 - Funções de produção água-cultura ajustadas (AM1) para cada propriedade/safra.....	56
Tabela 22 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 1, nas safras 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016.....	57
Tabela 23 - Médias, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades médias para a propriedade 4, na safra 2013/2014.	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1	Irrigação no Brasil	19
2.2	Demanda hídrica para irrigação e funções de produção	21
2.3	A cultura do feijão	24
2.4	A cultura do milho	26
3.1	Funções de produção adotadas da literatura	29
3.2	Coleta de dados	29
3.2.1	Propriedades	30
3.3	Precipitação efetiva	31
3.4	Obtenção do modelo matemático de transformação de funções de produção água-cultura	36
3.5	Validação	42
3.6	Software	42
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	47
4.1	Aplicação do modelo de transformação de funções de produção água-cultura para a cultura do feijão	47
4.2	Aplicação do modelo de transformação em funções de produção água-cultura adotadas da literatura para a cultura do milho	55
5	CONCLUSÕES	60
	REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO

Os processos fisiológicos que resultam na produção vegetal estão relacionados com a quantidade de água disponível para as plantas. A água é um fator indispensável na produção de qualquer vegetal, sendo que sua falta ou excesso afeta diretamente os processos fisiológicos e compromete o desenvolvimento das culturas. O conhecimento da relação água-cultura é fundamental para que se estabeleça um manejo racional, capaz de maximizar a rentabilidade do empreendimento agrícola de forma a preservar os recursos naturais, além de proporcionar a geração de empregos.

A relação entre a quantidade de água aplicada aos cultivos e a produção obtida pode ser expressa por uma função matemática denominada função de produção, definida como sendo uma relação física entre as quantidades empregadas de certo insumo com as quantidades máximas obtidas do produto, para uma determinada tecnologia conhecida (FRIZZONE E ANDRADE JUNIOR, 2005; BERNARDO 2006).

Uma função de produção pode tratar exclusivamente da variação de um único fator, como por exemplo, a água aplicada quando se trata de irrigação, contanto que os demais fatores de produção permaneçam fixos, em níveis ótimos.

Limitando-se a água como único fator de produção, tem-se a função de produção água-cultura, onde a variável dependente é a produtividade agrícola comercial (ou seus subprodutos) e a variável independente pode ser a transpiração, a evapotranspiração, a lâmina de água aplicada durante o ciclo da cultura ou o estado da água no solo.

Em regiões em que a disponibilidade de água é fator limitante à produção, faz-se necessário a otimização dos recursos hídricos disponíveis tendo em vista a maximização da receita líquida por unidade de volume de água aplicada. Nestes casos, a utilização de irrigação com déficit proporciona um maior retorno econômico do que a irrigação plena (ANDRADE JÚNIOR et al., 2001).

O conhecimento das funções de produção ou superfícies de resposta é um importante instrumento de análise e tomada de decisão das empresas agrícolas, pois permite determinar as interações entre a quantidade de produto gerado e seus fatores de produção possibilitando a escolha das soluções mais condizentes com a realidade local, visando o manejo racional da irrigação em bases técnica e econômica (VASCONCELLOS, 2007; MARTINS, 1998).

Apesar de sua importância para tomada de decisão em áreas irrigadas, a obtenção da função de produção para o fator água é um processo demorado e oneroso, uma vez que resulta de experimentos controlados a campo, por meio dos quais se derivam ou se estimam as relações desejadas. A realização destes experimentos exige mão-de-obra especializada, aporte de recursos naturais e financeiros durante um período de tempo relativamente longo (desde a instalação até a análise dos dados), o que inviabiliza obter experimentalmente dados para estimativa de funções de produção para todas as combinações de cultura, local e sistema produtivo existentes no país.

Por outro lado, a extrapolação de resultados de uma função de produção obtida em determinada região ou determinada condição para outra distinta, sem qualquer critério, pode trazer estimativas pouco confiáveis.

O problema de pesquisa tratado nesta tese foi: numa determinada região produtora, conhecendo-se pelo menos a lâmina total aplicada durante o ciclo da cultura de interesse e a respectiva produtividade, como gerar uma função de produção local aproximada a partir de uma função de produção obtida na literatura ?

A hipótese desta pesquisa é: uma função de produção água-cultura obtida em condições experimentais para determinada cultura e local pode ser ajustada para ser utilizada pela mesma cultura em outra região com condições distintas da região original, desde que se conheça a lâmina de água correspondente a 100% da evapotranspiração da cultura e sua respectiva produtividade.

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e validar uma metodologia de transformação de uma função de produção água-cultura obtida em determinado local, para que possa ser aplicada em outra condição, desde que se conheça ao menos a lâmina total aplicada e a produtividade correspondente.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Irrigação no Brasil

Denomina-se irrigação o conjunto de técnicas destinadas a aplicação artificial de água com o objetivo de viabilizar os cultivos em áreas onde a má distribuição de chuvas ou a escassez de água limita a atividade agrícola.

A utilização da irrigação na agricultura brasileira se deu a partir de 1900 para a produção de arroz no Rio Grande do Sul e somente nas décadas de 1950 e 1980 é que ocorreu uma expressiva intensificação da atividade em outras regiões do país (BRASIL, 2016). De acordo com FAO (2012), o Brasil possui a nona maior área irrigada do mundo, atrás de Tailândia, México, Indonésia, Irã, Paquistão, Estados Unidos da América, Índia e China.

Conforme Bernardo et al. (2006), pela irrigação é possível fornecer água às culturas atendendo às exigências hídricas durante todo seu ciclo, possibilitando altas produtividades e produtos de boa qualidade.

A água pode ser fornecida às plantas de várias maneiras e os métodos de irrigação são classificados de acordo com a forma de aplicação da água, destacando-se quatro métodos principais: superfície, subterrânea, aspersão e localizada. Além disso dentro de cada método tem-se os sistemas de irrigação, que são o conjunto de equipamentos, acessórios, formas de operação e manejo que de forma organizada realizará o ato de irrigar as culturas.

Pelo método de irrigação por superfície, a água é distribuída por gravidade através de canais abertos no solo; pelo método de irrigação por aspersão, o fornecimento de água é feito por meio de tubulações pressurizadas e aspersores que simulam uma chuva. A irrigação localizada se assemelha a aspersão na utilização de tubulações pressurizadas, porém faz uso de dispositivos denominados emissores que aplicam a água em pequena intensidade e alta frequência, diretamente sobre a região radicular das plantas. Finalmente, o método da irrigação subterrânea, e o que conduz água para a zona radicular das plantas pela elevação de nível do lençol freático (AGRIBUSINESS WORLDWIDE, 1989).

Segundo o Censo Agropecuário de 2006, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia (IBGE, 2009), os métodos de inundação e de aspersão foram predominantes, representando 25,7% e 54,7% da área total irrigada no Brasil,

respectivamente. O método de aspersão foi subdividido em pivô central (19,6%) e outros sistemas de aspersão (35,1%).

Ainda, tem-se destacado a expansão da irrigação localizada e da irrigação por aspersão, especialmente o sistema de aspersão por pivô central. Segundo dados da Câmara Setorial de Equipamentos de Irrigação da Associação Brasileira da Indústria de Máquinas e Equipamentos (CSEI/ABIMAQ, 2015), verifica-se que, desde a operação censitária de 2006, os sistemas localizados e por pivô central representaram 69,4% do incremento de área irrigada no país (31,4% localizado e 38,0% pivôs). Outros sistemas de aspersão responderam por 30,4% do incremento, com destaque para os carretéis enroladores que representam 15,7%.

Regionalmente verifica-se a concentração da inundação na região Sul; dos pivôs centrais no Centro-Oeste, Sudeste e Nordeste; e dos outros métodos de aspersão nas regiões Sudeste e Nordeste (IBGE, 2009). Minas Gerais, Goiás, Bahia e São Paulo concentram cerca de 80% da área ocupada por pivôs centrais.

A escolha do método a ser utilizado deve ser feita de maneira bastante criteriosa, pois não existe um método que seja adequado para todas as culturas, situações de terreno, objetivos do usuário e condições socioeconômicas (EVANS; WU; SMAJSTRALA, 2007). Cada caso deve ser analisado sob aspectos econômicos, agrônômicos, ambientais e sociais antes da tomada de decisão sobre qual método e sistema investir.

Uma vez selecionado o método e o sistema mais adequado para a situação de interesse, a eficiência do uso da água passa a ser em função do correto dimensionamento e constante manutenção do sistema juntamente com o manejo adequado da cultura, dos equipamentos e dos recursos naturais (ANA, 2014).

Dados periódicos dos Censos Agropecuários realizados pelo IBGE (1960-2006) e da ANA (2014), mostram que a agricultura irrigada no Brasil tem crescido sempre a taxas superiores às do crescimento da área plantada total. Partindo de 462 mil hectares equipados para irrigação em 1960, ultrapassando a marca de 1 milhão de hectares na década de 1970 e de 3 milhões de hectares na década de 1990. Estima-se que em 2014 foi superada a marca de 6,1 milhões de hectares irrigados.

Em 2014, a Agência Nacional de Água (ANA) e a Embrapa Milho e Sorgo realizaram um mapeamento das áreas de irrigação equipadas com pivô central no país, verificando a existência de 19.892 equipamentos, ocupando 1,275 milhão de

hectares – acréscimo de 32% em relação ao dado levantado no Censo Agropecuário de 2006.

Na divisão hidrográfica nacional, destacam-se maiores áreas ocupadas por pivôs nas regiões do Tocantins-Araguaia e São Francisco e na bacia dos rios Grande, Paranapanema e Paranaíba (na região hidrográfica do Paraná). No estado de São Paulo destacam-se os municípios de Buri, Casa Branca, Guaíra, Itaí, Itapeva, Itaberá, Miguelópolis e Paranapanema (ANA, 2016).

Como benefícios da irrigação pode-se destacar um aumento significativo da produtividade das culturas e do valor da produção agrícola, diminuindo a necessidade de expansão em áreas ocupadas por outros usos e coberturas. Dados mostram que as lavouras irrigadas correspondem a 21% de toda a área agrícola do planeta, sendo responsáveis por mais de 40% de toda a produção de alimentos no mundo (BORGHETTI et al., 2017). Se utilizada de forma racional e eficiente sob os aspectos técnicos, ambientais e econômicos a irrigação pode contribuir substancialmente para o desenvolvimento do agronegócio nacional.

2.2 Demanda hídrica para irrigação e funções de produção

A demanda hídrica é classificada como consuntiva ou não-consuntiva. Demanda consuntiva é aquela em que um volume de água é retirado de um corpo d'água em determinado intervalo de tempo para atender diferentes usos como o abastecimento público urbano ou rural, a indústria, a irrigação ou a dessedentação animal. A demanda não consuntiva atende por sua vez os usos da água para geração hidrelétrica, navegação ou lazer. Para os usos consuntivos, uma parte da vazão retirada retorna ao ambiente após o uso e é denominada de vazão de retorno. (ANA, 2016).

A água não devolvida, ou seja, a diferença entre a vazão de retirada e a vazão de retorno representa a vazão de consumo. Em 2015 a demanda consuntiva total estimada para o Brasil foi de $2.275,07 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, sendo que a vazão retirada pelo setor de irrigação foi responsável pela maior parcela (55% do total), seguida das vazões de retirada para fins de abastecimento humano urbano (ANA, 2016). O perfil brasileiro de uso da água é semelhante ao perfil mundial, em que cerca de 70% da água retirada de mananciais é destinada para o uso no setor agropecuário (BORGHETTI et al., 2017).

A adoção de manejos que possibilitem maior eficiência no uso da água, evitando ou reduzindo o seu desperdício, é de primordial importância para a sustentabilidade da agropecuária diante da crescente demanda por alimentos, pela preservação dos recursos naturais (solo e água) e pela geração de renda (GUIMARÃES E LANDAU, 2014). A melhoria da eficiência do uso da água evitando o desperdício, atendendo à demanda por alimentos e provendo benefícios econômicos à cadeia produtiva pode ser alcançada diante da execução de projetos que considerem fatores como: minimização do custo operacional e de instalação do sistema; adoção de práticas conservacionistas do solo e da água; determinação de lâminas que atendam às necessidades das culturas, que maximizem os lucros e otimizem o uso recursos disponíveis (terra, água, fertilizantes, mão-de-obra etc.) (FRIZZONE, 1995; DANTAS NETO et al., 1996; CURI et al., 1997, ANDRADE, 2002; CURI e GOMES, 1996; ZOCOLER, 2004; FRIZZONE e SAAD, 1996; BARBOSA, et al., 2001; SAAD, 2002).

Em situações nas quais a tomada de decisão está relacionada à alocação de recursos escassos, existem softwares que, pelo uso de modelos matemáticos e de diversos algoritmos que auxiliam o planejador no processo decisório, são capazes de quantificar de maneira ótima o uso dos recursos limitados (terra, água, capital, mão-de-obra, equipamentos, tempo, etc.), maximizando índices de desempenho ou minimizando custos (FRIZZONE, 1995).

Para utilizar modelos matemáticos de otimização de recursos no planejamento da agricultura irrigada e estimar os benefícios econômicos da irrigação é necessário quantificar o aumento esperado na produtividade em função do incremento de água aplicada (e demais fatores em seus níveis ótimos). A representação gráfica ou matemática desta relação é denominada função de produção água-cultura.

As variáveis de uma função de produção água-cultura podem ser expressas de diferentes maneiras. A variável independente água pode ser representada pela transpiração da cultura, pela evapotranspiração ou pela lâmina de água total aplicada durante o ciclo; a variável dependente refere-se à produtividade comercial de grãos, matéria fresca ou matéria seca.

Embora a evapotranspiração seja o parâmetro hídrico mais diretamente associada à produção agrícola, aos irrigantes, economistas, técnicos e engenheiros, é mais interessante utilizar a lâmina de água total aplicada, pois é a variável independente que permite estabelecer o consumo ótimo de água durante o ciclo da cultura (STEWART e HAGAN, 1973).

Segundo Howell et al. (1992), os primeiros relatos de estudos para relacionar a resposta das culturas à precipitação e/ou irrigação datam do final do século 17 e somente a partir do início do século 20 iniciaram-se os estudos das relações água-produtividade e consumo de água pelas culturas.

As funções de produção água-cultura são, em sua maioria, representadas por um tipo de curva selecionada por análise de regressão de dados obtidos em experimentos de campo. Segundo Bernardo (2006) os modelos matemáticos mais empregados para representar a função de produção água-cultura são modelos lineares, potenciais e exponenciais. No entanto, quando de forma experimental se trabalha com lâmina total aplicada, a relação entre o rendimento das culturas e a lâmina de água aplicada têm sido melhores representados por funções polinomiais de segundo grau (DANTAS NETO, 1994).

Em geral, as funções de produção água-cultura do tipo polinomial de segundo grau apresentam duas tendências: uma ascendente, em que o aumento da quantidade de água aplicada gera um rendimento crescente até um limite máximo, o que corresponde ao ponto máximo da curva; e a outra parte descendente, na qual o rendimento diminui com a quantidade crescente de água aplicada. A medida em que a quantidade de água aplicada se aproxima desse limite máximo a irrigação torna-se menos eficiente, ou seja, não se verifica aumento na produtividade, o que permite avaliar que a máxima produtividade biológica em geral, não corresponde ao ponto ótimo econômico (FRIZZONE, 1998).

As aplicações práticas das funções de produção água-cultura são frequentemente criticadas, por oferecerem poucas possibilidades de explicar as relações que influenciam o processo de produção das culturas já que são resultados de aproximações empíricas e específicas de um local (FRIZZONE, 1998). No entanto sua utilização justifica-se pela necessidade de encontrar indicadores de natureza agroeconômica, sem necessidade de recorrer a modelos complexos de difícil operacionalidade. São necessárias para estimar, sob determinadas condições de clima, cultivo e manejo, as produtividades físicas marginais da água a serem utilizadas em análises econômicas. Nesse aspecto, as funções de produção para quantidade de água aplicada são de grande importância teórica e prática (FRIZZONE e ANDRADE JUNIOR, 2005; HOWELL et al., 1992; VAUX e PRUITT, 1983)

2.3 A cultura do feijão

No Brasil, a cultura do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) desempenha uma função essencial devido sua presença na alimentação do brasileiro, sendo consumido em todos os estados brasileiro e com maior destaque para região Nordeste (SILVA et al., 2008). Possui em sua composição todos os aminoácidos essenciais; que são aqueles com teores elevados de lisina; e alguns aminoácidos sulfurados; como a cisteína e metionina (FONSECA MARQUES e BORA, 2000; PIRES et al., 2006; CARVALHO et al., 2012). Presume-se que o feijão ocupe o terceiro lugar em relação ao consumo de energia pela população brasileira, sendo responsável por aproximadamente 11% das calorias consumidas diariamente (SOARES, 1996).

Apenas sete países respondem por cerca de 3/4 da produção mundial de feijão. O Brasil assumiu o posto de maior produtor até meados de 2009, período em que foi superado pela produção da Índia e de Myanmar. Entre os maiores produtores surgiram China, EUA e México (CONAB, 2014).

No território brasileiro o grão tipo carioca representa em torno de 70% da demanda pelos consumidores (DEL PELOSO e MELO, 2005; PEREIRA et al., 2009). De acordo com Wander e Chavez,(2011), o consumo anual de feijão pela população brasileira entre 2008 e 2010 foi em torno de 17 kg per capita.

A distribuição de áreas produtoras no território brasileiro é esparsa, porém há uma concentração da produção nos estados do Paraná, Minas Gerais, Mato Grosso e Bahia, que fomentam aproximadamente 63% da produção nacional. Demais estados como, Ceará, Goiás, São Paulo e Santa Catarina, são responsáveis por 19,2% da produção nacional; totalizando oito estados com 82,0% da produção nacional. O feijão, assim como arroz, tem sua produção determinada pelo consumo, em virtude do mesmo fazer parte da cesta básica dos brasileiros. De acordo com pesquisas realizadas é uma tendência que deve se manter nos próximos anos e as importações são para suprir uma pequena diferença entre produção e consumo As importações repondem por 100 a 300 mil toneladas por ano, em contrapartida do consumo que gira em torno de 3,5 milhões de toneladas por ano (MAPA, 2015 e CONAB, 2014).

Para o cultivo do feijoeiro são consideradas três épocas de cultivo: safra das águas, safra das secas e safra de inverno. Cada safra corresponde a uma parcela da produção, porém é no inverno que ocorre o investimento em sistemas de irrigação

onde é possível se equivaler e/ou ultrapassar a produção das outras safras. A produção na safra de inverno chega a atingir uma produção de três a cinco vezes superior as demais safras. (SILVEIRA et al. 2001).

A produtividade média nacional é considerada baixa, cerca de 600 kg ha⁻¹, reflexo da grande diversidade de sistemas de cultivo e do grau de investimento na cultura. O feijão é uma cultura que se adapta tanto em sistemas agrícolas intensivos irrigados, altamente tecnificados, até em sistemas com baixo uso tecnológico, principalmente de subsistência. Na safra de 2015/2016, considerando as três épocas de plantio, a área total de feijão foi de 2.837,5 mil hectares e a produtividade média nacional de 887 kg ha⁻¹ (CONAB, 2016; IBGE, 1996).

Dentre os fatores climáticos, a temperatura e a precipitação são as que mais influenciam o desenvolvimento da cultura no campo. A temperatura média mensal ótima durante o ciclo vegetativo do feijão varia de 17,5 a 25°C, sendo que na fase de floração a temperatura considerada ideal é de 21°C (VIEIRA et al., 2006).

Para expressar todo seu potencial produtivo, a cultura necessita de uma quantidade de água disponível no solo que seja suficiente para suprir as diferentes taxas de evapotranspiração durante todas os estádios de desenvolvimento, sobretudo nas etapas mais fundamentais como germinação, emergência, floração e enchimento de grãos. O déficit hídrico é iniciado quando a taxa de evapotranspiração é maior do que a taxa de absorção de água pelas raízes e os efeitos negativos podem ser verificados pela redução na área foliar, aumento da resistência estomática, redução na altura da planta, no tamanho das vagens e no número de sementes por vagem e conseqüentemente pelo decréscimo no rendimento da cultura (FAGERIA et al., 1991). O feijoeiro é considerado uma planta sensível ao déficit hídrico devido à sua baixa capacidade de recuperação e sistema radicular pouco desenvolvido (GUIMARÃES, 1996).

Por outro lado, o excesso de água disponível também pode causar prejuízos à cultura. Em condições de drenagem deficiente ou fornecimento de lâminas excessivas pode causar danos de embebição nas fases iniciais da germinação, a deficiência de oxigênio nos solos saturados também prejudica o desenvolvimento do sistema radicular e o estabelecimento da cultura, além de favorecer a incidência de determinados patógenos e pragas, no período de maturação da planta o excesso de água prolonga o ciclo podendo atrasar a colheita e causar germinação precoce dos

grãos o que afeta diretamente a quantidade de grãos em condições de venda e/ou produção de sementes (VIEIRA et al., 2006).

Estudos que relacionam quantidade de água aplicada e produtividade do feijoeiro são de grande importância nas análises técnicas e econômicas de planejamento, implantação e manejo de sistemas de irrigação.

Cruz et al. (2012) avaliaram quatro cultivares de feijão comum, Pérola, Alvorada, Majestoso e Madre Pérola. Aplicaram quatro níveis de reposição de água no solo (70%, 100%, 130% e 160% da evapotranspiração da cultura). As lâminas de irrigação (evapotranspiração da cultura) foram definidas com base nos valores de evapotranspiração de referência (ET_o), obtidas por meio do tanque Classe A e dos coeficientes da cultura (K_c), recomendados por Santana (2007). A partir dos resultados obtiveram a função de produção (água-cultura), através da análise de regressão entre a variável dependente (produção) e a variável independente (lâmina de água). O modelo empregado foi o polinomial do segundo grau. As funções de produção do feijoeiro obtidas por estes autores são dada por:

$$Y = -0,0254W^2 + 25,652W - 1212,6 \quad \text{para a cultivar Pérola} \quad (1)$$

$$Y = -0,0158W^2 + 10,88W - 2085,5 \quad \text{para a cultivar Alvorada} \quad (2)$$

$$Y = -0,0314W^2 + 31,696W - 3745,3 \quad \text{para a cultivar Majestoso} \quad (3)$$

$$Y = -0,0447W^2 + 40,625W - 4684,1 \quad \text{para a cultivar Madre Perola} \quad (4)$$

em que: Y = produtividade em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada (irrigação + precipitação efetiva), em mm. As lâminas que proporcionaram máxima produtividade para as cultivares Pérola, Alvorada, Majestoso e Madre Pérola foram, respectivamente, de 451,61 mm, 344,30 mm, 504,71 mm e 454,41 mm.

2.4 A cultura do milho

O milho (*Zea mays* L.), originário do México, ocupa o segundo lugar na produção mundial de cereal, posteriormente a cultura do trigo e seguido pela cultura do arroz, economicamente está relacionado as várias cadeias de produção, tais como, da alimentação animal, da alimentação humana e de matéria-prima indispensável em vários complexos agroindustriais e indústrias de alta tecnologia. No Brasil maior parte do consumo provém da alimentação animal, onde é consumido em grão, e representa de 70% a 90% da produção total. Embora a alimentação humana tenha um percental não tão expressivo quando comparada ao total de produção, ainda

assim, é um cereal de grande relevância, principalmente para a população de baixa renda. Possui também importância social pela geração de emprego no setor primário (CRUZ et al, 2011; FANCELLI e DOURADO NETO, 2000).

A escolha da semente é um fator significativo, visto que é a principal matéria-prima/insumo de uma lavoura. Para se obter êxito na produção faz-se necessário considerar alguns fatores na escolha da semente, dentre eles, o potencial produtivo, resistência a doenças e pragas, adequação ao sistema de produção em que será utilizado e às condições edafoclimáticas da região. Para a safra de 2013/14 foram disponibilizadas 467 cultivares, sendo 253 transgênicas e 214 convencionais (CRUZ et al., 2013).

De acordo com dados da CONAB de 2017, a safra nacional do milho 2016/2017 atingiu uma produtividade média de de 5,56 Mg ha⁻¹, oriundos de 17,5 milhões de hectares e, nos últimos anos, observou-se expressivos incrementos na produtividade de grãos dessa cultura (HÖRBE et al., 2013). Isso deve-se ao fato do emprego de novas tecnologias destinadas ao melhoramento genético, a mecanização agrícola, aos sistemas de irrigação bem como o aperfeiçoamento de técnicas de gestão dos recursos agrícolas.

A disponibilidade hídrica é um fator determinante para alcançar uma alta produtividade na cultura do milho. Alternâncias nas safras das principais regiões produtoras no Brasil estão relacionadas à disponibilidade hídrica (BERGONCI et al., 2001; BERGAMASCHI et al., 2006).

De acordo com Fancelli e Dourado Neto (2000), a cultura do milho necessita de 300 a 350 mm de água para alcançar uma produção considerada satisfatória sem uso de técnicas de irrigação mas dependendo da duração do ciclo a necessidade pode aumentar. Doorenbos e Kassan (1979) afirmam que uma cultivar de milho de ciclo médio necessita de 500 a 800 mm de água durante o ciclo, dependendo do clima. Regiões onde as precipitações variam de 300 a 500 mm anuais estão apropriadas para o plantio.

Em relação ao aspecto agrônômico de tolerância à seca, a cultura do milho é considerada relativamente sensível ao déficit hídrico, sobretudo se o estresse hídrico ocorrer durante os 3º e 5º estádios, ou seja, período de prefloração com 85 a 90% da área foliar e floração, estágio de enchimento dos grãos (FANCELLI e DOURADO NETO, 2004).

O milho irrigado pode ser uma alternativa viável principalmente no período da entre safra, com aumento de produtividade de 30 a 40% em relação à área de sequeiro (BORGES, 2003). Silva et al. (1992) trabalharam com cinco níveis diferentes de lâmina de água na cultura do milho, com lâminas totais (precipitação + lâmina média aplicada) variando de 109 até 753 mm para o ciclo total, obtendo-se rendimentos de 1.638,3 até 8.543,2 kg ha⁻¹.

Pegorare (2005) avaliou diferentes lâminas para irrigação suplementar de milho (híbrido triplo DG 501) safrinha em Dourados-MS e obteve uma relação quadrática entre lâmina aplicada e produtividade, dada por:

$$Y = -0,02W^2 + 24,24W - 429 \quad (5)$$

O ponto máximo de produtividade foi de 6975 kg ha⁻¹, com lâmina total aplicada de 608 mm.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Para a execução deste trabalho a metodologia foi dividida em quatro partes. Na primeira parte foi realizada uma busca na literatura de curvas de produtividade em função da quantidade de água aplicada (chuva + irrigação) para as culturas de interesse deste estudo. Na segunda parte foram coletados dados de produtividade e quantidade de água aplicada em propriedades rurais localizadas no interior do estado de São Paulo, compreendendo os municípios de Itapetininga, Itapeva, Paranapanema, Sarutaiá e Taquarivaí. A terceira parte constituiu-se no desenvolvimento do modelo matemático, sua aplicação e validação. A quarta parte tratou do desenvolvimento de um software para aplicação da metodologia proposta.

3.1 Funções de produção adotadas da literatura

Neste trabalho foram utilizadas funções de produção das culturas para a lâmina de água aplicada, já publicadas na literatura. Também foram selecionadas apenas funções do tipo polinomial de segundo grau, desenvolvidas no país a partir da lâmina de água total aplicada (precipitação efetiva + lâmina de irrigação) durante o ciclo das culturas do feijão e do milho, as quais foram identificadas como LF1, LF2, LF3, LF4 e LM1 (Tabela 1).

Tabela 1 - Funções de produção água-cultura adotadas da literatura.

Cultura	Função	Local	Cultivar	Autor/ano	Nomenclatura
Feijão	$Y = -0,0254W^2 + 25,652W - 1212,6$	MG	Pérola	Cruz et al. (2012)	LF1
	$Y = -0,0158W^2 + 10,88W + 2085,5$	MG	Alvorada	Cruz et al. (2012)	LF2
	$Y = -0,0314W^2 + 31,696W - 3745,3$	MG	Majestoso	Cruz et al. (2012)	LF3
	$Y = -0,0447W^2 + 40,625W - 4684,1$	MG	M. Pérola	Cruz et al. (2012)	LF4
Milho	$Y = -0,02W^2 + 24,24W - 429$	MS	DG 501	Pegorare (2005)	LM1

Y = produtividade, em kg.ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm.

3.2 Coleta de dados

Para aplicar a metodologia proposta é necessário coletar a campo as seguintes informações: lâmina total aplicada (lâmina de irrigação + precipitação efetiva) durante o ciclo da cultura correspondente a 100% da evapotranspiração da cultura e sua

respectiva produtividade, em kg ha⁻¹. Recomenda-se também conhecer a cultivar/variedade que será adotada e a localização da propriedade, pois no caso de haver mais de uma função de produção tais informações auxiliarão na escolha de qual utilizar.

Para este trabalho foram utilizados dados coletados a partir de entrevistas com o proprietário ou responsável de algumas fazendas do interior do estado de São Paulo. Os dados coletados estão apresentados na tabela 3, tabela 4, tabela 5, tabela 6, tabela 7, tabela 8 e tabela 9.

3.2.1 Propriedades

As propriedades visitadas para coleta dos dados estão designadas neste trabalho por P1, P2, P3, P4 e P5. A propriedade 1 (P1) está localizada no distrito de Campos de Holambra II pertencente ao município de Paranapanema – SP, a P2 no município de Sarutaiá, P3, P4 e P5 localizam-se nos municípios de Taquarivaí, Itapeva e Itapetininga respectivamente.

Segundo a classificação climática de Köppen-Geiger, baseada em dados mensais pluviométricos e termométricos, o clima nestes municípios é do tipo Cwa, caracterizado como clima temperado úmido, apresentando inverno seco, e chuvas no verão. As temperaturas anuais máximas, mínimas, médias e as precipitações médias anuais da cada localidade estão apresentadas na tabela 2.

Tabela 2 - Temperaturas anuais máximas, mínimas, médias e as precipitações médias anuais dos municípios onde estão localizadas as propriedades.

Município	Altitude (m)	Temperatura anual			Precipitação anual (mm)
		Mínima (°C)	Máxima (°C)	Média (°C)	
Itapetininga	660	14,4	26,8	20,6	1310,6
Itapeva	700	14,0	26,2	20,2	1278,4
Paranapanema	600	14,8	27,4	21,1	1407,9
Sarutaiá	770	13,9	26,2	20,1	1364,4
Taquarivaí	640	14,4	26,7	20,5	1165,7

Fonte: Adaptado de Cepagri – Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas à Agricultura. Disponível em: <https://orion.cpa.unicamp.br/outras-informacoes/clima-dos-municipios-paulistas.html>

Todas as propriedades cultivam cereais, adotam o sistema de plantio direto e fazem irrigação via pivô central; possuem assistência técnica especializada em irrigação ou um engenheiro agrônomo responsável pelas atividades.

A partir dos dados coletados (lâmina de água correspondente a 100% da evapotranspiração da cultura e sua respectiva produtividade) referentes a cada pivô central obteve-se os dados médios de cada propriedade (a lâmina média aplicada durante o ciclo da cultura e a respectiva produtividade média) para cada safra os quais foram utilizados na aplicação do modelo de transformação proposto neste trabalho.

3.3 Precipitação efetiva

Com os dados de precipitação durante os ciclos das culturas foram calculadas as precipitações efetivas pelo método proposto pelo USDA (Soil Conservation Service - USDA-SCS) (CLARKE, 1998 apud BARBOSA et al., 2005), utilizando as equações:

$$Pe = \frac{P(125-0,2P)}{125} \quad \text{para } P < 250 \text{ mm} \quad (6)$$

$$Pe = 125 + 0,1P \quad \text{para } P \geq 250 \text{ mm} \quad (7)$$

em que:

Pe = a precipitação média efetiva (mm ciclo⁻¹);

P = a precipitação média mensal (mm ciclo⁻¹).

Tabela 3 - Dados coletados na propriedade 1 em três safras da cultura do feijão.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (ha)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P1	2015	Pv 01	146,0	Dama	208,7	85	293,7	348,2	3132,0	3060,0	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 02	63,0		222,6	110	332,6		3462,0				
		Pv 03	128,0		212,7	125	337,7		3426,0				
		Pv 06	24,5		215,7	145	360,7		2586,0				
		Pv 07	24,5		215,7	177	392,7		2586,0				
		Pv 08	61,0		233,6	138	371,6		3168,0				
	2014	Pv 01	146,0	Dama	189,7	180	369,7	378,9	3192,0	3672,8	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 04	20,0		207,7	214	421,7		2994,0				
		Pv 05	44,0		212,7	263	475,7		3816,0				
		Pv 06	24,5		182,7	160	342,7		3994,8				
		Pv 07	24,5		183,7	136	319,7		4020,0				
		Pv 08	61,0		181,7	162	343,7		4020,0				
	2013	Pv 01	146,0	Bola Cheia	221,6	180,0	401,6	408,5	4212,0	3293,0	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 02	63,0		221,6	226,0	447,6		2328,0				
		Pv 03	128,0		221,6	176,0	397,6		3180,0				
		Pv 04	20,0		221,6	201,0	422,6		3186,0				
		Pv 05	44,0		221,6	243,0	464,6		3168,0				
		Pv 08	61,0		221,6	95,0	316,6		3684,0				

Tabela 4 - Dados coletados na propriedade 2 em uma safra da cultura do feijão.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (há)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P2	2014	Pv 01	16,0	Stilo	152,9	205,8	358,6		1260,0		Argiloso		
		Pv 02	24,0	Campos Gerais	152,9	198,1	350,9	351,7	1740,0	2048,7	Argiloso	Plantio Direto	Milho, feijão, sorgo e soja
		Pv 03	32,3	Tangara	154,8	203,4	358,2		2220,0		Argiloso		
		Pv 04	32,3	Tangara	157,1	182,0	339,1		2974,8		Franco Argiloso		

Tabela 5 - Dados coletados na propriedade 3 em uma safra da cultura do feijão.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (ha)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P3	2014	Pv 02	33,9	Perola	165,7	169,5	335,2		3360,0				
		Pv 04	72,0	Campos Gerais	164,7	166,2	330,9		3960,0				
		Pv 06	26,6	Campos Gerais	165,3	172,8	338,1		3480,0				
		Pv 07	21,8	Campos Gerais	165,3	167,3	332,6	331,0	3540,0	3555,0	Franco Argiloso	Plantio Direto	Soja, milho, feijão e trigo
		Pv 09	46,6	Campos Gerais	164,5	172,9	337,4		3720,0				
		Pv 12	35,0	Campos Gerais	166,7	120,5	287,2		3420,0				
		Pv 13	26,6	Campos Gerais	164,5	160,7	325,2		3720,0				
		Pv 19	70,0	Perola	165,2	196,6	361,8		3240,0				

Tabela 6 - Dados coletados na propriedade 4 em uma safra da cultura do feijão.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (ha)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P4	2014	Pv 05	66,0	Campos Gerais	158,2	115,8	274,0		3576,0	3240,0	Franco Argiloso	Plantio Direto	Soja, milho, feijão e trigo
		Pv 06	84,0		157,1	118,6	275,6	274,8	3624,0				
		Pv 07	55,0										
					158,3	116,6	274,9		2520,0				

Tabela 7 - Dados coletados na propriedade 5 para uma safra da cultura do feijão.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (ha)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P5	2013	Pv 02	24,9	Tangara	154,8	84,0	238,8		2778	2167,5	Franco Argiloso	Plantio Direto	Soja, milho, feijão e trigo
		Pv M	50,0		158,2	220,9	379,1	325,7	1044				
		Pv B	51,2		161,0	203,6	364,6		2502				
		Pv 01	59,0		160,7	159,4	320,1		2346				

Tabela 8 - Dados coletados na propriedade 1 para uma safra da cultura do milho.

Propriedade	Safra	Parcela	Área ha	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P1	2015	Pv 01	146,0	Morgan 30A37	198,5	126,0	324,5	379,9	9319,2	9787,4	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 04	20,0		194,2	228,0	422,2		9243,0				
		Pv 05	44,0		201,0	192,0	393,0		10800,0				
	2014	Pv 02	63,0	Morgan 30A37	198,0	99,0	297,0	273,3	9504,0	9606,0	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 03	128,0		205,2	72,0	277,2		9912,0				
		Pv 06	24,5		194,5	70,0	264,5		9504,0				
		Pv 07	24,5		195,4	59,0	254,4		9504,0				
	2013	Pv 06	24,5	Morgan 30A37	165,5	62,0	227,5	250,2	10214,4	10261,6	Argiloso	Plantio direto	Algodão, milho, feijão e soja
		Pv 07	24,5		165,5	89,0	254,5		10214,4				
		Pv 08	61,0		163,5	105,0	268,5		10356,0				

Tabela 9 -Dados coletados na propriedade 4 para uma safra da cultura do milho.

Propriedade	Safra	Parcela	Área (ha)	Variedade	Precipitação efetiva (mm)	Irrigação (mm)	Lâmina Total (mm)	Lâmina média (mm)	Produtividade (kg ha ⁻¹)	Produtividade Média (kg ha ⁻¹)	Textura do solo	Sistema Cultivo	Rotação Culturas
P4	2013	Pv 01	43	DKB 240	163,4	163,5	326,9	362,5	8820,0	11031,4	Franco Argiloso	Plantio Direto	Soja, milho e trigo
		Pv 03	55,7		173,4	216,2	389,6		11760,0				
		Pv 04	56,1		156,8	198,2	355,0		10920,0				
		Pv 05	66		165,3	152,4	317,7		10920,0				
		Pv 09 A	80		153,2	219,2	372,4		10920,0				
		Pv 09 B	38,8		153,2	228,2	381,4		10920,0				
		Pv 10	32,5		173,3	221,2	394,5		12960,0				

3.4 Obtenção do modelo matemático de transformação de funções de produção água-cultura

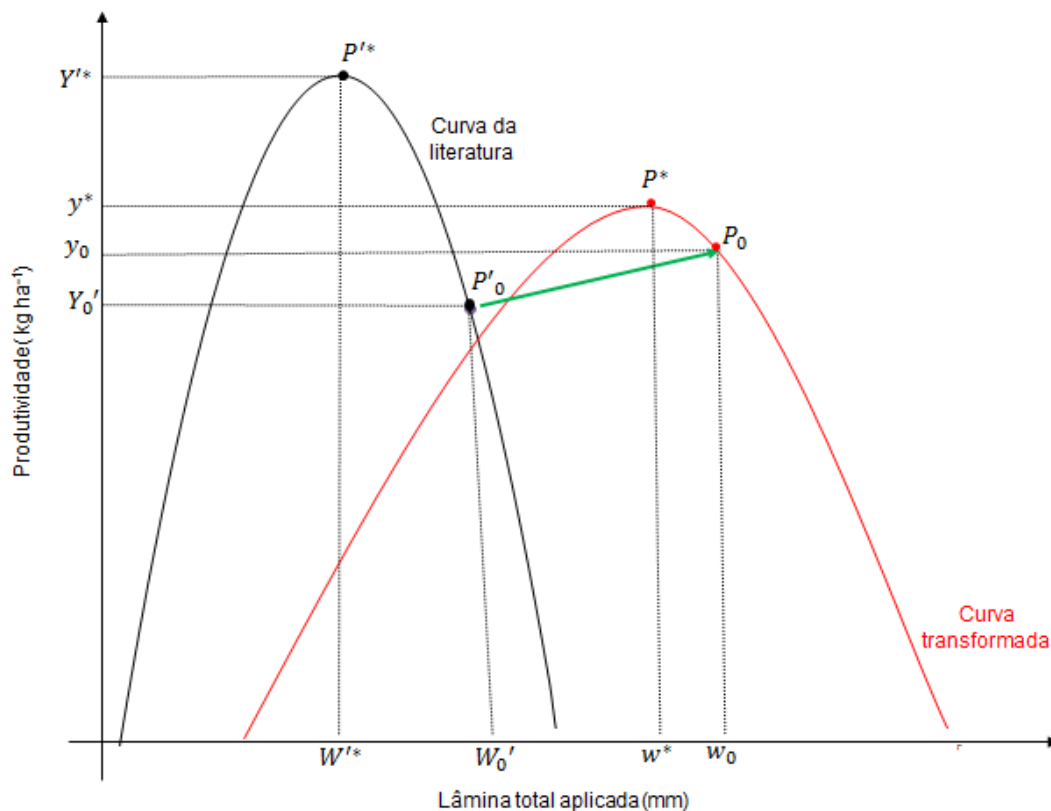
A metodologia desenvolvida fundamenta-se em funções de produção obtidas a campo e disponíveis na literatura e também na obtenção da lâmina total aplicada correspondente a 100% da ETc, e a respectiva produtividade oriundos da região para qual se tem interesse em obter a nova curva de função de produção.

As curvas da literatura abrangeram apenas regiões do Brasil e foram selecionadas aquelas que eram representadas matematicamente por uma função de segundo grau, apresentadas na forma de um conjunto de pares ordenados $\{(w, y) = (lâmina, produtividade)\}$.

$$F: R \rightarrow R$$

$$aw^2 + bw + c = y \quad (8)$$

Figura 1 - Curva geral da função de produção da literatura e ponto coletado.



Foram considerados os seguintes fatores para a construção da curva ajuste:

$P_0 = (w_0, y_0)$: ponto com produtividade correspondente a 100% da ET_c , obtido na região de interesse;

$P'_0 = (w'_0, y'_0)$: ponto com produtividade correspondente a 100% da ET_c , obtido a partir da função de produção da literatura;

$P^* = (w^*, y^*)$: ponto vértice da curva ajustada ao ponto coletado;

$P'^* = (w'^*, y'^*)$: ponto vértice da curva da literatura;

w_0 = variável independente lâmina de água (mm) coletada;

w'_0 = variável independente lâmina de água (mm) correspondente a 100% ET_c , obtida na função de produção da literatura;

w^* = abcissa do vértice da lâmina de água (mm) da curva da ajustada;

w'^* = abcissa do vértice da lâmina de água (mm) da curva da literatura a ser avaliada;

y_0 = ordenada do ponto produtividade coletado (kg ha^{-1});

y'_0 = ordenada do ponto produtividade da curva da literatura (kg ha^{-1});

y^* = ordenada do vértice da produtividade da curva da ajustada (kg ha^{-1});

y'^* = ordenada do vértice da produtividade da curva da literatura (kg ha^{-1}).

O método para o estabelecimento do ajuste consistiu primeiramente na determinação explícita de dois pontos da curva gerada pela função de produção da cultura, à saber: ponto de máximo $P'^* = (w'^*, y'^*)$ e ponto $P'_0 = (w'_0, y'_0)$ referente à produção com irrigação à taxa de reposição de 100% da evapotranspiração da cultura (ET_c).

Para a função de produção $y = aw^2 + bw + c$ dada pela literatura, o primeiro ponto (ponto de máximo) foi obtido por métodos analíticos, enquanto que o segundo ponto foi obtido substituindo-se a lâmina aplicada correspondente a 100% da ET_c , obtida a campo na localidade de interesse, na citada função de produção. Tais pontos são passíveis de serem obtidos numericamente.

Para a nova função de produção $Y = Aw^2 + Bw + C$ (ajustada para o novo local), somente será conhecido numericamente o ponto $P_0 = (w_0, y_0)$ referente à produção com irrigação à taxa de reposição de 100% da evapotranspiração da cultura (ET_c). O ponto de máximo $P^* = (w^*, y^*)$ desta nova função ajustada será escrito em função de A, B e C . No fim da aplicação do presente processo metodológico, objetivou-se determinar tais parâmetros A, B e C , obter tal ponto de máximo e evidentemente a própria função de produção ajustada, objeto principal do presente método.

Sendo assim, buscou-se fazer equivalências entre os pontos P'^* e P'_0 da curva da função de produção da literatura e os pontos P^* e P_0 da curva da função de produção ajustada, respectivamente.

A função que transformou os pontos da curva da literatura na curva ajustada foi denotada por $F: R^2 \rightarrow R^2$, com $F(P'_0) = P_0$ e $F(P'^*) = P^*$.

Como eram efetivamente conhecidos numericamente em ambas curvas (da literatura e ajustada) somente os pontos referentes à produção à 100% da ET_c (P'_0 e P_0), então:

$$F(P'_0) = P_0 \Rightarrow F(w'_0, y'_0) = (w_0, y_0) \quad (9)$$

Assim, para o ponto $(w, y) = (w'_0, y'_0)$, vale a relação:

$$F(w, y) = \left(\frac{w_0}{w'_0} w, \frac{y_0}{y'_0} y \right) \quad (10)$$

Assumindo que tal relação valha também para o ponto P'^* , ou seja, $(w, y) = (w'^*, y'^*)$, tem-se que

$$F(w'^*, y'^*) = \left(\frac{w_0}{w'_0} w'^*, \frac{y_0}{y'_0} y'^* \right) \quad (11)$$

Mas como $F(P'^*) = P^*$, tem-se que:

$$\begin{aligned} F(P'^*) = P^* &\Rightarrow F(w'^*, y'^*) = P^* \Rightarrow \left(\frac{w_0}{w'_0} w'^*, \frac{y_0}{y'_0} y'^* \right) = P^* \Rightarrow \\ P^* &= \left(\frac{w_0}{w'_0} w'^*, \frac{y_0}{y'_0} y'^* \right) \end{aligned} \quad (12)$$

E como $P^* = (w^*, y^*)$, tem-se:

$$w^* = \frac{w_0}{w'_0} w'^* \quad \text{e} \quad y^* = \frac{y_0}{y'_0} y'^* \quad (13)$$

O ponto máximo da curva da função produtividade dada pela literatura, denotada pela equação de segundo grau:

$$y = aw^2 + bw + c, \quad (14)$$

é o vértice da parábola, sendo dado por:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right) \quad (15)$$

Em que: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Logo,

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) \quad (16)$$

Vale ressaltar que os valores de a , b e c foram obtidos numericamente na literatura.

Segundo a notação adotada, o ponto máximo da função produtividade dada pela literatura é dado por $P'^* = (w'^*, y'^*)$. Logo,

$$P'^* = (w'^*, y'^*) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right), \quad (17)$$

ou ainda

$$w'^* = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y'^* = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \quad (18)$$

Já o ponto $P'_0 = (w'_0, y'_0)$ refere-se à situação em que ocorre a produção com irrigação à taxa de reposição de 100% da evapotranspiração da cultura (ET_c), da função produção da cultura investigada. Tal ponto é obtido numericamente na função de produção original.

Uma vez que a nova função de produção ajustada para o novo local objeto do experimento é denotada por $y = Aw^2 + Bw + C$, o ponto máximo de tal função (vértice da parábola) será dado por:

$$P^* = (w^*, y^*) = \left(\frac{-B}{2A}, \frac{-B^2 + 4AC}{4A} \right), \quad (19)$$

e assim,

$$w^* = \frac{-B}{2A} \quad \text{e} \quad y^* = \frac{-B^2 + 4AC}{4A} \quad (20)$$

Substituindo (18) e (20) em (13) tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{-B}{2A} &= \frac{w_0}{w'_0} \left(\frac{-b}{2a} \right) \Rightarrow \\ \left(\frac{-w_0 b}{w'_0 a} \right) A + B &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{-B^2 + 4AC}{4A} &= \frac{y_0}{y'_0} \left(\frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) \Rightarrow -B^2 + 4AC = \frac{y_0(-b^2 + 4ac)}{y'_0 a} A \Rightarrow \\ B^2 + (-4)AC &+ \left(\frac{-y_0 b^2 + 4y_0 ac}{y'_0 a} \right) A = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Por fim, uma vez que o ponto $P_0 = (w_0, y_0)$ pertence à curva ajustada para o novo local objeto do experimento regida pela função $y = Aw^2 + Bw + C$, tem-se que:

$$y_0 = Aw_0^2 + Bw_0 + C \Rightarrow (w_0^2)A + (w_0)B + C + (-y_0) = 0 \quad (23)$$

As equações (21), (22) e (23) formam o sistema com variáveis A , B e C :

$$\begin{cases} \left(\frac{-w_0b}{w_0'a}\right)A + B = 0 \\ B^2 + (-4)AC + \left(\frac{-y_0b^2 + 4y_0ac}{y_0'a}\right)A = 0 \\ (w_0^2)A + (w_0)B + C + (-y_0) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

De (21), tem-se que:

$$\left(\frac{-w_0b}{w_0'a}\right)A + B = 0 \Rightarrow B = \left(\frac{w_0b}{w_0'a}\right)A$$

e então:

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} B^2 + (-4)AC + \left(\frac{-y_0b^2 + 4y_0ac}{y_0'a}\right)A = 0 \\ (w_0^2)A + (w_0)B + C + (-y_0) = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{w_0^2b^2}{w_0'^2a^2}\right)A^2 + (-4)AC + \left(\frac{-y_0b^2 + 4y_0ac}{y_0'a}\right)A = 0 \\ (w_0^2)A + \left(\frac{w_0^2b}{w_0'a}\right)A + C + (-y_0) = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} A \left[\left(\frac{w_0^2b^2}{w_0'^2a^2}\right)A - 4C + \left(\frac{-y_0b^2 + 4y_0ac}{y_0'a}\right) \right] = 0 \\ (w_0^2)A + \left(\frac{w_0^2b}{w_0'a}\right)A = y_0 - C \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} A = 0 \text{ ou } \left[\left(\frac{w_0^2b^2}{w_0'^2a^2}\right)A - 4C + \left(\frac{-y_0b^2 + 4y_0ac}{y_0'a}\right) \right] = 0 \\ A \left[w_0^2 + \frac{w_0^2b}{w_0'a} \right] = y_0 - C \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} A = 0 \text{ ou } \left(\frac{w_0^2b^2}{w_0'^2a^2}\right)A = 4C + \left(\frac{y_0b^2 - 4y_0ac}{y_0'a}\right) \\ A = \frac{y_0 - C}{w_0^2 + \frac{w_0^2b}{w_0'a}} \end{cases} \end{aligned}$$

Para $A \neq 0$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{w_0^2 b^2}{w_0'^2 a^2}\right) A &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{w_0^2 b^2}{w_0'^2 a^2}\right) \frac{y_0 - C}{\left(w_0'^2 + \frac{w_0^2 b}{w_0' a}\right)} &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{w_0^2 b^2}{w_0'^2 a^2}\right) \frac{y_0 - C}{w_0'^2 \left(1 + \frac{b}{w_0' a}\right)} &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0'^2 a^2}\right) \frac{y_0 - C}{\left(1 + \frac{b}{w_0' a}\right)} &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0'^2 a^2}\right) \frac{y_0 - C}{\left(\frac{w_0' a + b}{w_0' a}\right)} &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0'^2 a^2}\right) \left(\frac{w_0' a}{w_0' a + b}\right) (y_0 - C) &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0' a}\right) \left(\frac{1}{w_0' a + b}\right) (y_0 - C) &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) (y_0 - C) &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) y_0 - \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) C &= 4C + \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) y_0 - \left(\frac{y_0 b^2 - 4y_0 a c}{y_0' a}\right) &= 4C + \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) C \\
\Rightarrow C \left[4 + \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right)\right] &= \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) y_0 + \left(\frac{-y_0 b^2 + 4y_0 a c}{y_0' a}\right) \\
\Rightarrow C &= \frac{\left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right) y_0 + \left(\frac{-y_0 b^2 + 4y_0 a c}{y_0' a}\right)}{4 + \left(\frac{b^2}{w_0' a (w_0' a + b)}\right)}
\end{aligned}$$

Desta forma, a solução do sistema (24) é dada por:

$$A = \frac{y_0 w_0' (y_0' - y^{*'})}{w_0 y_0' (w_0'^* - w_0')^2} \quad (25)$$

$$B = \frac{2w_0'^* y_0 (y^{*'} - y_0')}{y_0' (w_0'^* - w_0')^2} \quad (26)$$

$$C = \frac{((w^*)^2 y_0 - 2 w^* y^* w_0 + y^* (w_0)^2)}{(w^* - w_0)^2} \quad (27)$$

3.5 Validação

A validação da metodologia foi feita a partir das funções de produção adotadas da literatura denominadas LF1, LF2, LF3, LF4 e LM1 (Tabela 1) e das informações coletadas em cinco propriedades distintas identificadas neste trabalho por 1, 2, 3, 4 e 5. Todas as propriedades visitadas são tradicionalmente produtoras de cereais (feijão, milho, soja, trigo, dentre outros), realizam o plantio na palha, seguem os princípios conservacionistas do solo e da água (utilização de terraços, cobertura morta e adubação verde), recebem assistência técnica privada especializada em irrigação e o sistema de irrigação utilizado é o pivô central. A propriedade 1 forneceu dados de três safras consecutivas (2013, 2014 e 2015) as demais forneceram dados referentes a um ano agrícola.

Os dados que foram coletados nas propriedades foram lâmina aplicada em cada pivô ao longo do ciclo, precipitação ao longo do ciclo, identificação do pivô, data de plantio e de colheita, variedade utilizada e produtividade obtida em cada pivô. A partir dos dados brutos calculou-se a precipitação efetiva e a lâmina total aplicada (lâmina de irrigação + precipitação efetiva) para cada pivô.

Para a cultura do feijão foram utilizadas as funções LF1, LF2, LF3 e LF4 as quais foram transformadas segundo a metodologia proposta com base nas lâminas e produtividades médias (considerou-se cada pivô uma repetição) para cada safra, portanto, para cada propriedade e em cada safra obteve-se quatro funções ajustadas identificadas por AF1, AF2, AF3 e AF4.

Para a cultura do milho utilizou-se a função LM1 e os dados das propriedades 1 e 4 resultando em uma função ajustada AM1 para cada propriedade/safra.

As produtividades médias obtidas com as funções transformadas foram validadas comparando com os valores obtidos a campo na região de interesse, por meio de análise de variância e teste de médias de Tukey, a 5% de confiança.

3.6 Software

Para facilitar o uso da metodologia proposta nesta tese, um software foi desenvolvido na linguagem Delphi.

Primeiramente o usuário deve inserir ou importar os dados que deseja transformar; para isso basta utilizar o atalho Ctrl+I ou clicar no ícone “inserir” (Figura 2) na tela inicial (Figura 3).

Figura 2 - Ícones e suas ações.

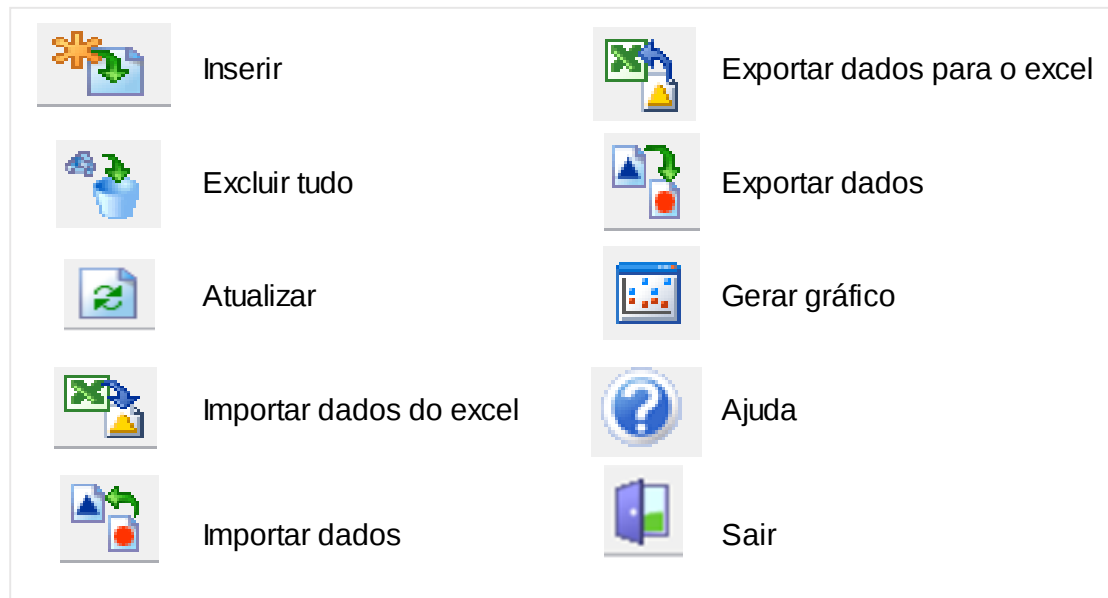


Figura 3 - Tela inicial do software.

Sistema gerador dos coeficientes de cálculo da produtividade

Cadastro Ajuda Sair

Coef. lit. a	Coef. lit. b	Coef. lit. c	ETO 100% lit. w ^x	ETO 100% colet. w ^x	ETO 100% colet. y ^x	Coef. ajust. a	Coef. ajust. b	Coef. ajust. c

Percentual: 100

Informações com base na literatura		Informações com base no ajuste	
Qtde. Água Literatura	Produção Literatura	Qtde. Água Ajustada	Produção Ajustada

Após clicar em “inserir” o software abre automaticamente a janela em que o usuário deve informar os coeficientes da função quadrática escolhida da literatura (coeficiente a, coeficiente b e coeficiente c), a lâmina referente a 100% da evapotranspiração informada na literatura, a produtividade média real da propriedade

e a lâmina referente a 100% da evapotranspiração usada na propriedade de interesse (Figuras 4 e 5).

Figura 4 - Tela de inserção dos dados da função de produção adotada da literatura e os dados reais de lâmina e produtividade.

Figura 5 - Detalhe da tela de inserção dos dados.

O programa gera automaticamente os coeficientes da nova função de produção água-cultura (Figura 6). É possível o usuário inserir quantos funções desejar e assim gerar várias funções transformadas podendo analisar qual é a mais interessante para seu estudo.

Figura 6 - Detalhe da tela inicial com os dados informados e os coeficientes ajustados.

Sistema gerador dos coeficientes de cálculo da produtividade

Cadastro Ajuda Sair

Coef. lit. a	Coef. lit. b	Coef. lit. c	ETO 100% lit. w*	ETO 100% colet. w*	ETO 100% colet. y*	Coef. ajust. a	Coef. ajust. b	Coef. ajust. c
-0.0254	25.652	-1212.6	433.5	580.84	3060	-0.0084321369	11.4101821208	-722.697119871

Percentual: 100

Informações com base na literatura		Informações com base no ajuste	
Qtde. Água Literatura	Produção Literatura	Qtde. Água Ajustada	Produção Ajustada
433.5000	5.134.3169	580.8400	3.060.0000

Na parte inferior da tela o software mostra as informações de lâmina (percentuais da evapotranspiração de referência), as produtividades estimadas com base na função da literatura e com base na função ajustada, possibilitando a comparação em um intervalo de lâmina de 0 a 125% da evapotranspiração da cultura (Figura 7).

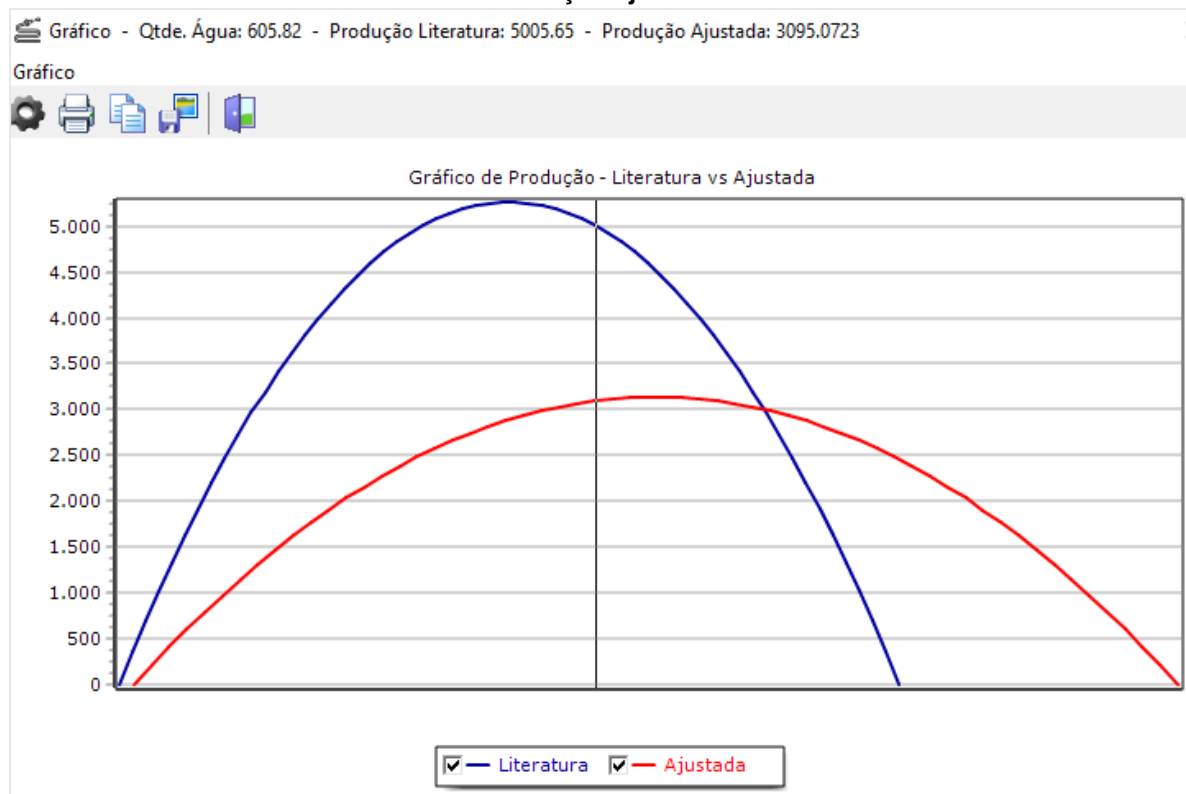
Figura 7 - Comparação entre lâminas e produtividade estimada pela função da literatura e pela função ajustada em um intervalo de 0 a 125% da evapotranspiração da cultura.

Percentual: 96

Informações com base na literatura		Informações com base no ajuste	
Qtde. Água Literatura	Produção Literatura	Qtde. Água Ajustada	Produção Ajustada
416.1600	5.063.7320	557.6064	3.017.9322

O software também possibilita ao usuário analisar os dados através das curvas das respectivas funções. Clicando no ícone “gerar gráfico” o software retorna uma tela com ambas as curvas (Figura 8). No gráfico existe uma linha vertical preta que serve como cursor, ou seja, o usuário consegue movimentá-la pelo gráfico e, conforme sua localização, é informado na parte superior da tela o par ordenado (produção estimada em kg ha^{-1} ; lâmina aplicada em mm).

Figura 8 - Gráfico gerado pelo software mostrando as curvas da função da literatura e da função ajustada.



4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Aplicação do modelo de transformação de funções de produção água-cultura para a cultura do feijão

Na Tabela 10 são apresentadas informações das variedades utilizadas, produtividade média em kg ha⁻¹ e lâminas médias (média das lâminas de irrigação totais utilizadas em cada pivô durante o ciclo da cultura somada à precipitação efetiva, em mm), nas localidades em que se deseja obter uma nova função de produção a partir daquela existente na literatura.

Tabela 10 – Valores locais de produtividade e de lâmina média aplicada (precipitação efetiva + irrigação), caracterizados por município, ano da safra e variedade utilizada, para a cultura do feijão.

Propriedade	Município	Safra	Variedade	Lâmina média (mm)	Produtividade média (kg ha ⁻¹)
P1	Paranapanema	2015	Dama	580,84	3060,00
		2014	Dama	378,86	3672,80
		2013	Bola Cheia	408,48	3293,00
P2	Sarutaiá	2014	Stilo e Tangará	351,69	2049,00
P3	Taquarivaí	2014	Perola e Campos	331,03	3555,00
P4	Itapeva	2014	Campos Gerais	274,83	3240,00
P5	Itapetininga	2013	Tangara	325,67	2168,00

A proposta desta tese consiste em associar uma função de produção para o fator água da literatura com um par de valores de produtividade/safra do feijoeiro obtidos a campo no local de interesse e aplicando a metodologia desenvolvida, gerar uma função de produção estimada para este local.

Desta forma, para a cultura do feijão, visando aplicar e avaliar a eficácia da metodologia proposta foram obtidos a campo 7 pares de valores de produtividade/lâmina de água aplicada (Tabela 10). Foram apresentadas na Tabela 1, quatro funções de produção para a cultura do feijão obtidas na literatura. Portanto, para cada uma das setes combinações localidade/safra da Tabela 3 será associada às 4 funções de produção da literatura (LF1, LF2, LF3 e LF4), gerando 4 funções ajustadas locais, identificadas por AF1, AF2, AF3 e AF4.

As Tabelas 11, 12, 13 e 14 apresentam as funções de produção água-cultura ajustadas a partir de LF1, LF2, LF3 e LF4, respectivamente.

Tabela 11 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF1, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF1.

Propriedade	Safra	Função produção água-cultura ajustada
P1	2015	$Y = -0,0105W^2 + 12,8W - 811,84$
P1	2014	$Y = -0,028W^2 + 23,58W - 974,20$
P1	2013	$Y = -0,023W^2 + 19,6134W - 873,65$
P2	2014	$Y = -0,0193W^2 + 14,17W - 543,61$
P3	2014	$Y = -0,0378W^2 + 26,12W - 943,16$
P4	2014	$Y = -0,05W^2 + 28,68W - 859,59$
P5	2013	$Y = -0,238W^2 + 16,19W - 575,18$

Y = produtividade, em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm

Tabela 12 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF2, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF2.

Propriedade	Safra	Função produção água-cultura ajustada
P1	2015	$Y = -0,007W^2 + 6,48W + 1665,00$
P1	2014	$Y = -0,0198W^2 + 11,92W - 1998,43$
P1	2013	$Y = -0,052W^2 + 9,92W - 1971,78$
P2	2014	$Y = -0,0128W^2 + 7,16W + 1114,89$
P3	2014	$Y = -0,0251W^2 + 13,12W - 1924,33$
P4	2014	$Y = -0,0332W^2 + 14,5W - 1762,94$
P5	2013	$Y = -0,0158W^2 + 8,19W - 1179,64$

Y = produtividade, em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm

Tabela 13 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF3, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF3.

Propriedade	Safra	Função produção água-cultura ajustada
P1	2015	$Y = -0,013W^2 + 17,68W - 2799,26$
P1	2014	$Y = -0,368W^2 + 32,53W - 3359,84$
P1	2013	$Y = -0,0284W^2 + 27,055W - 3012,4$
P2	2014	$Y = -0,0084W^2 + 6,91W + 662,43$
P3	2014	$Y = -0,165W^2 + 12,73W - 1149,31$
P4	2014	$Y = -0,0618W^2 + 39,56W - 2963,92$
P5	2013	$Y = -0,0104W^2 + 7,89W - 700,9$

Y = produtividade, em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm

Tabela 14 - Funções de produção água-cultura ajustadas, AF4, para cada propriedade/safra, obtidas a partir da função de produção da literatura, LF4.

Propriedade	Safra	Função produção água-cultura ajustada
P1	2015	$Y = -0,0168W^2 + 20,49W - 3166,39$
P1	2014	$Y = -0,0474W^2 + 37,71W - 3800,49$
P1	2013	$Y = -0,0366W^2 + 31,363W - 3407,4$
P2	2014	$Y = -0,307W^2 + 22,66W + 20120,24$
P3	2014	$Y = -0,06W^2 + 41,87W - 3178,6$
P4	2014	$Y = -0,0796W^2 + 45,86W - 3351,64$
P5	2013	$Y = -0,379W^2 + 25,89W - 2243,37$

Y = produtividade, em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm

Os resultados da análise de variância e do teste de Tukey a 5% de confiança para a propriedade 1 nas safras 2013, 2014 e 2015 mostram que houve diferença

significativa entre os tratamentos nas três safras avaliadas (Tabela 15). Em todas as safras observou-se que as produtividades médias estimadas pelas funções de produção ajustadas (AF1, AF2, AF3 e AF4) foram estatisticamente iguais às produtividades médias reais da propriedade, indicando ajuste adequado.

Com relação ao desempenho das funções obtidas na literatura, apenas a função LF2 nas safras 2013/2014, 2014/15 e 2015/16, e as funções LF3 e LF4 na safra 2014/2015 apresentaram resultados semelhantes à produtividade obtida no campo.

De forma geral, pode-se afirmar que as funções da literatura superestimaram as produtividades, diferentemente das funções ajustadas que retornaram produtividades mais próximas da produtividade real e apresentaram menor desvio padrão. Visto que as funções de produção são informações indispensáveis em estudos de alocação de recursos, estudos de viabilidade econômica de sistemas irrigados entre outros, o desvio padrão pode ser utilizado como um referencial para a escolha da função de produção a ser adotada.

Tabela 15 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 1, nas safras 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016.

Propriedade 1												
	Safrá											
	2013/2014				2014/2015				2015/2016			
Produtividade Real		3293	ab ± 572		3672	ab ± 459			3060	a ± 390		
AF1		3248	a ± 107		3595	a ± 73			3071	a ± 28		
AF2		3273	a ± 106		3615	a ± 233			3057	a ± 67		
AF3		3236	a ± 268		3576	a ± 208			3066	a ± 106		
AF4		3214	a ± 177		3545	a ± 115			3044	a ± 45		
LF1		4463	d ± 199		4347	c ± 190			4066	b ± 298		
LF2		3857	bc ± 82		3894	abc ± 108			3052	a ± 303		
LF3		3892	c ± 387		3665	ab ± 399			4028	b ± 196		
LF4		4351	cd ± 326		4161	ac ± 313			3770	b ± 459		
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor	GL	SQ	QM	P-valor	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	8	12276433	1534554	0,000*	8	9282621	1160328	0,000*	8	19360795	242009	0,000*
Resíduo	45	4111473	91366		45	5926335	131696		45	3449678	76660	
Total	53	16387906			53	15208955			53	22810473		

As curvas das funções de produção da literatura e as ajustadas para a cultura do feijão da propriedade 1, na safra 2015, estão representadas nas figuras 9,10, 11 e 12. Nota-se que as curvas das funções transformadas foram deslocadas para baixo em relação a curva da literatura pois foram ajustadas considerando os dados coletados a campo. A nova curva não foi simetricamente deslocada, como seria a tendência natural caso o procedimento fosse feito sem um critério matemático.

Os pares de valores em destaque nas Figuras 9,10, 11 e 12 correspondem à lâmina aplicada obtida no levantamento a campo (dado real) e as respectivas estimativas de produtividade utilizando a função de produção da literatura (L_i) e a função de produção ajustada pela metodologia proposta nesta tese (A_i). Em todas as situações, a estimativa de produtividade esteve muito próxima do valor real obtido a campo, que foi de 3060 kg.ha⁻¹ para a lâmina total de 580,84mm (Tabela 3).

Figura 9 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF1 e AF1.

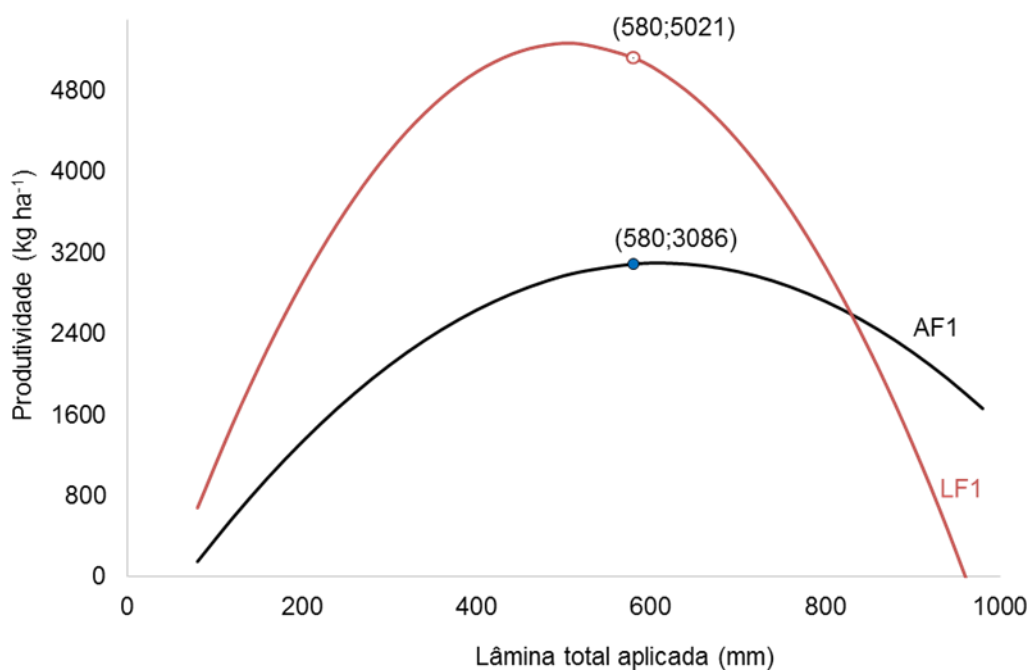


Figura 10 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF2 e AF2.

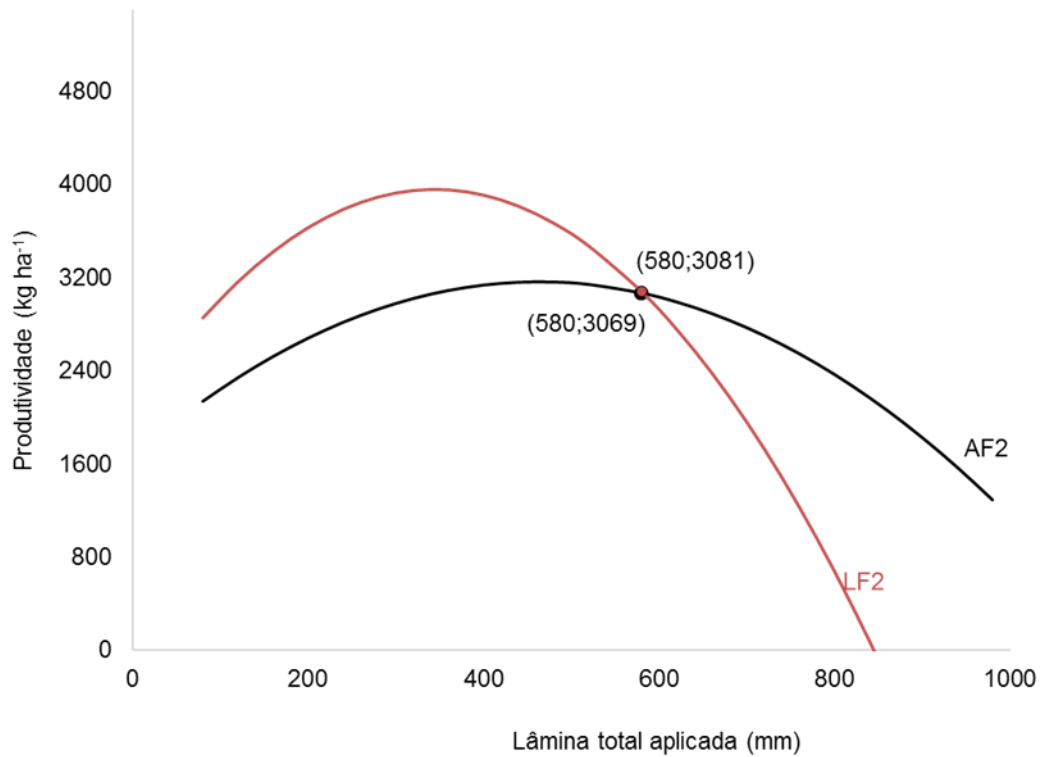


Figura 11 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF3 e AF3.

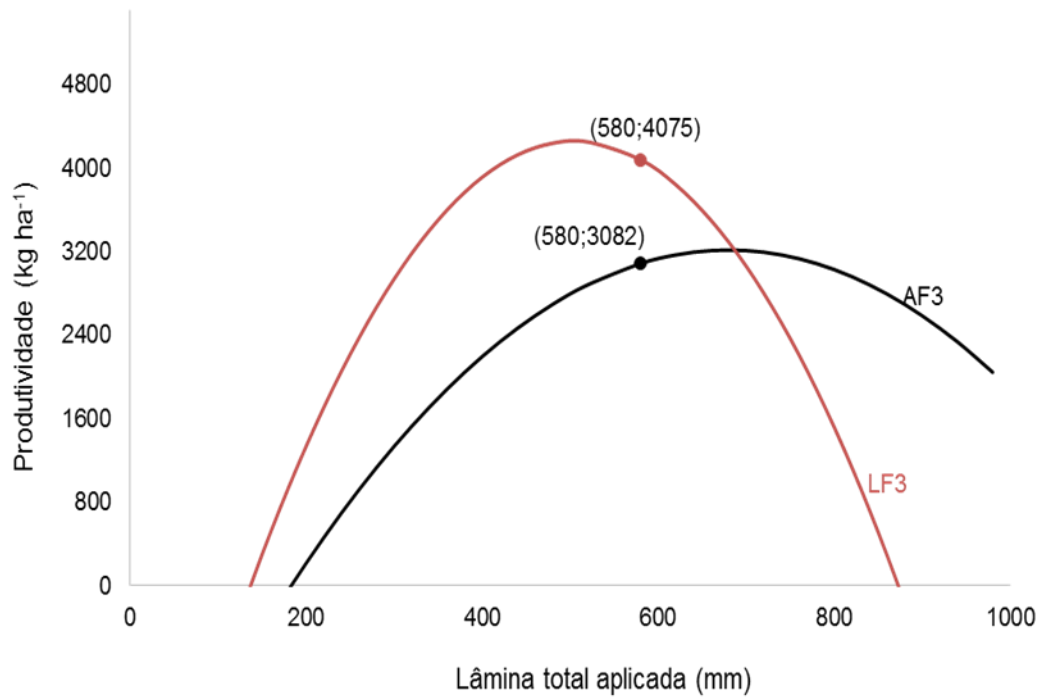
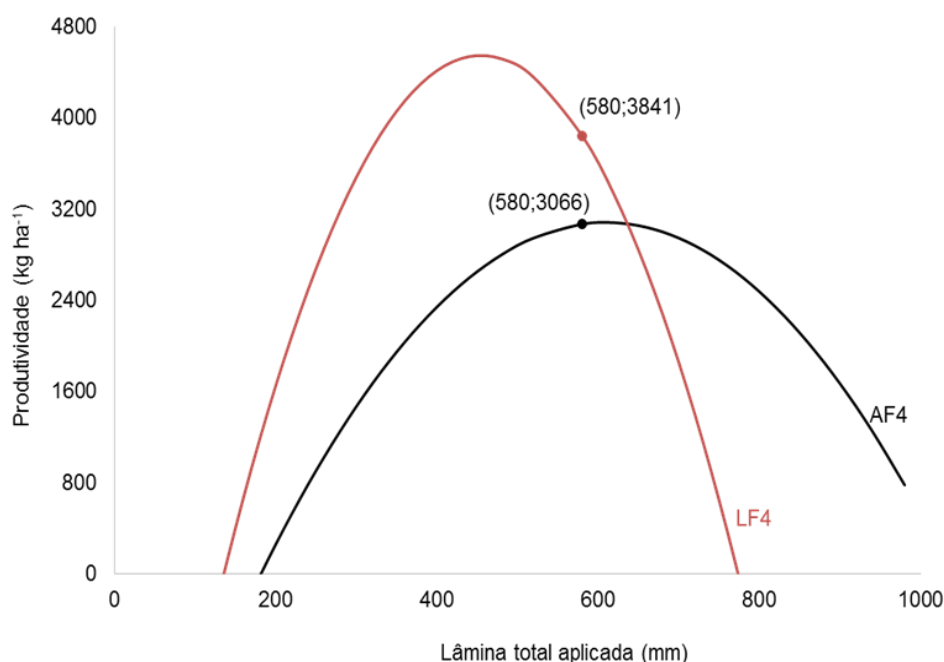


Figura 12 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LF4 e AF4.



De maneira geral, as funções transformadas (AF1, AF2, AF3 e AF4) para a cultura do feijão a partir dos dados das propriedades 2, 3, 4 e 5 (Tabelas 16, 17, 18 e 19) apresentaram ajuste adequado da produtividade média em relação à produtividade real. Por sua vez, as funções da literatura (LF1, LF2, LF3 E LF4) superestimaram as produtividades médias.

Tabela 16 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 2, na safra 2014/2015.

Propriedade 2				
Safra				
2014/2015				
Produtividade Real		2048	c ± 731	
AF1		1499	c ± 72	
AF2		2049	c ± 16	
AF3		2053	c ± 10	
AF4		2049	c ± 11	
LF1		4294	a ± 53	
LF2		3956	ab ± 1	
LF3		3516	b ± 89	
LF4		4071	ab ± 86	
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	8	38518674	4814834	0,000*
Resíduo	27	1675677	62062	
Total	35	40194352		

Tabela 17 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 3, na safra 2013/2014 .

Propriedade 3				
Safra				
2013/2014				
Produtividade Real		3555	c ± 233	
AF1		3546	c ± 43	
AF2		3547	c ± 63	
AF3		3549	c ± 45	
AF4		3584	c ± 76	
LF1		4156	a ± 154	
LF2		3949	ab ± 17	
LF3		3294	d ± 239	
LF4		3848	b ± 247	
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	8	4425376	553172	0,000*
Resíduo	63	1470015	23333	
Total	71			

Tabela 18 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 4, na safra 2013/2014.

Propriedade 4				
Safra				
2013/2014				
Produtividade Real		3240	b ± 624	
AF1		3245	b ± 1	
AF2		3240	b ± 3	
AF3		3240	b ± 5	
AF4		3238	b ± 2	
LF1		3692	ab ± 8	
LF2		3882	a ± 2	
LF3		2594	c ± 12	
LF4		3104	bc ± 13	
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	8	3124049	390506	0,000*
Resíduo	18	779565	43309	
Total	26	3903614		

Tabela 19 - Média, desvio-padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 5, na safra 2013/2014.

Propriedade 5				
		Safra		
		2013/2014		
Produtividade Real		2167	b ± 770	
A1		2102	b ± 113	
A2		2123	b ± 102	
A3		2136	b ± 98	
A4		2055	b ± 186	
L1		4044	a ± 522	
L2		3905	a ± 82	
L3		3553	ab ± 786	
L4		3671	a ± 837	
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	8	23970902	2996362	0,000*
Resíduo	27	6771484	250795	
Total	35	30742386		

4.2 Aplicação do modelo de transformação em funções de produção água-cultura adotadas da literatura para a cultura do milho

As informações referentes ao cultivo do milho nas propriedades 1 e 4 (mesmas propriedades adotadas na cultura do feijão) são apresentadas na Tabela 20 e referem-se aos anos agrícolas de 2013 a 2015, nos quais a propriedade 1 cultivou a variedade Morgan 30A37 com lâmina total média (irrigação + precipitação efetiva) de 301 mm, obtendo produtividade média nas três safras de 9884 kg ha⁻¹. A propriedade 4 localizada no município de Itapeva, SP, produziu 11031 kg ha⁻¹ da variedade Dekalb 240 utilizando uma lâmina média de 362 mm na safra de 2013.

Tabela 20 - Identificação da propriedade, município, ano da safra, variedade utilizada, lâmina média aplicada (precipitação efetiva + irrigação), em mm, e a produtividade média em kg ha⁻¹ para a cultura do milho.

Propriedade	Município	Safra	Variedade	Lâmina média (mm)	Produtividade média (kg ha ⁻¹)
1	Paranapanema	2015	Morgan 30A37	380	9787
		2014	Morgan 30A37	273	9606
		2013	Morgan 30A37	250	10261
4	Itapeva	2013	DKB 240	362	11031

A partir da função de produção água-cultura estimada por Pegorare, 2005 (Tabela 1) e com as informações de lâmina total média e produtividade média de cada propriedade obteve-se as funções ajustadas (AM_i) para cada propriedade/safra (Tabela 21).

Tabela 21 - Funções de produção água-cultura ajustadas (AM₁) para cada propriedade/safra.

Propriedade	Safra	Função resposta água-cultura ajustada
1	2015	$Y = -0,0725W^2 + 54,92W - 607,67$
	2014	$Y = -0,13W^2 + 74,94W - 596,41$
	2013	$Y = -0,1754W^2 + 87,45W - 637,12$
4	2013	$Y = -0,0898W^2 + 64,88W - 684,91$

Y = produtividade, em kg ha⁻¹; W = lâmina total aplicada, em mm

Para a cultura do milho a aplicação do modelo de transformação originou funções de produção que estimaram produtividades estatisticamente iguais às produtividades médias reais da propriedade 1 (Tabela 22), com exceção da safra 2014/2015 na qual estatisticamente todas as médias diferiram entre si, porém a função transformada apesar de ter superestimado a produtividade, compreendendo um intervalo entre 10.076,00 kg ha⁻¹ e 10.206,00 kg ha⁻¹, ainda assim aproximou-se mais da real (9.606,00 ± 204 kg ha⁻¹), em comparação com a função adotada da literatura que apresentou um intervalo de valores de produtividade entre 4.451,00 e 4.935,00 kg ha⁻¹.

Tabela 22 - Média, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades para a propriedade 1, nas safras 2013/2014, 2014/2015 e 2015/2016.

Propriedade 1												
	Safra											
	2013/2014				2014/2015				2015/2016			
	Produtividade Real											
	AM1											
LM1												
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor	GL	SQ	QM	P-valor	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	3	68723738	34361869	0,000*	2	72127197	36063598	0,000*	2	30026344	15013172	0,000*
Resíduo	6	195592	32598		9	313126	34791		6	2006253	334375	
Total	8	68919330			11	72440324			8	32032598		

Figura 13 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2013, segundo as funções LM1 e AM1.

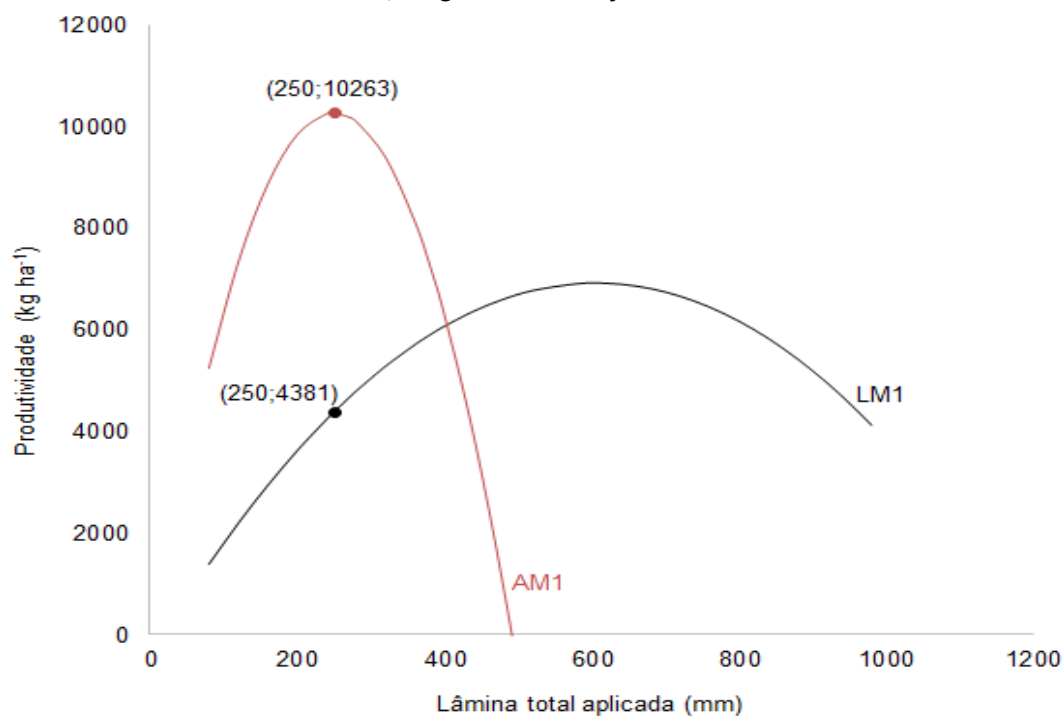


Figura 14 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2014, segundo as funções LM1 e AM1.

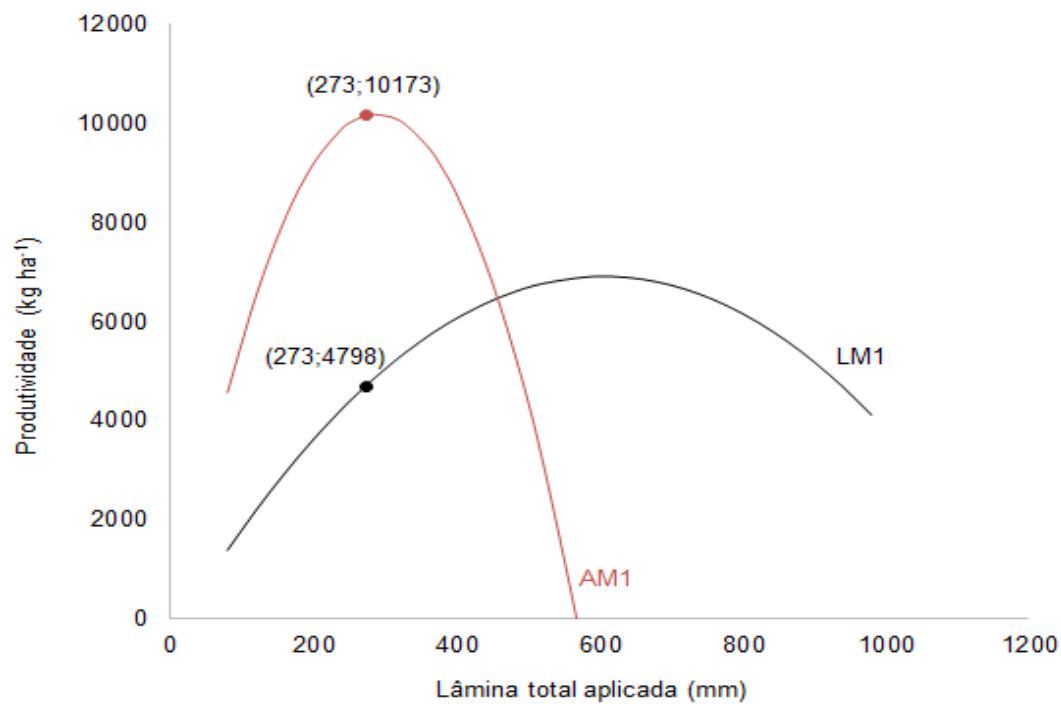
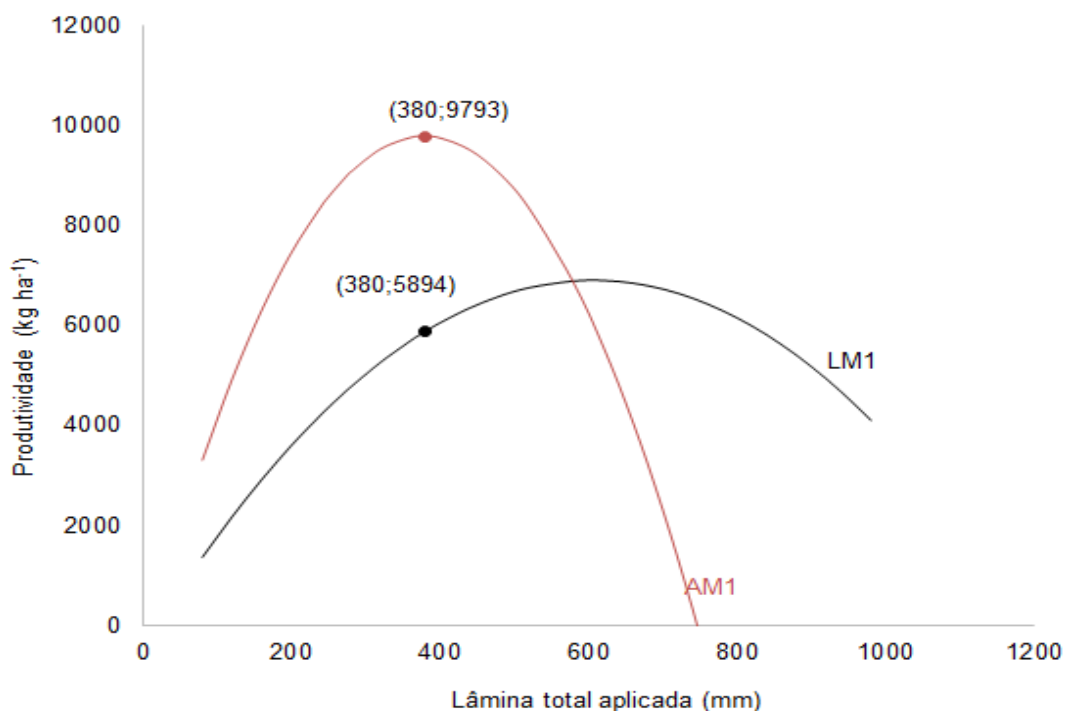


Figura 15 - Curvas de produtividade em função da lâmina total aplicada para a propriedade 1, safra 2015, segundo as funções LM1 e AM1.



Na propriedade 4 a produtividade média transformada para a cultura do milho seguiu o mesmo comportamento apresentado para a cultura do feijão, sendo estatisticamente semelhantes à produtividade média real (Tabela 23).

Tabela 23 - Médias, desvio padrão e resumo da análise de variância das produtividades médias para a propriedade 4, na safra 2013/2014.

Propriedade 4				
Safr				
2013/2014				
Produtividade Real		11031	a ± 1237	
AM1		10962	a ± 60	
LM1		5710	b ± 304	
Causas da variação	GL	SQ	QM	P-valor
Tratamento	2	130449312	65224656	0,000*
Resíduo	18	9767608	542644	
Total	20	140216920		

5 CONCLUSÕES

Ao comparar os dados coletados de produtividade/lâmina total aplicada para as culturas de feijão e milho, para diversas localidades no estado de São Paulo, com as funções de produção obtidas na literatura e aquelas geradas pela metodologia proposta nesta tese, verificou-se que:

- a) As funções de produção da literatura tenderam a superestimar as produtividades coletadas a campo para a cultura do feijão;
- b) As funções transformadas minimizaram a variação dos dados, fornecendo ajuste adequado com os dados de produtividade a campo em praticamente todas as localidades avaliadas, tanto para a cultura do feijão como para a cultura do milho;
- c) a hipótese formulada foi confirmada, ou seja, é possível transformar uma função de produção água-cultura obtida em condições experimentais para determinada cultura e local para ser utilizada em outra região com condições distintas da região original, conhecendo-se dados de produtividade e lâmina de água aplicada, correspondente a 100% da evapotranspiração da cultura.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (Brasil). **Levantamento da agricultura irrigada por pivôs centrais no Brasil - ano 2014**. 2016. Disponível em: <<http://www.ana.gov.br/metadados/>>. Acesso em: 11 jan. 2016.

AGRIBUSINESS WORLDWIDE, **Irrigation systems for every application**: Iowa (U.S.A) v. 11, n. 6, p. 20-30, 1989. Tradução Fernando Braz Tangerino Hernandez. Ilha Solteira, UNESP. Disponível em: <<http://www.agr.feis.unesp.br/sistemas>> Acesso em: 7 ago. 2017.

ANDRADE JÚNIOR, A. S.; MELO, F. B.; BASTOS, E. A. Zoneamento de risco climático para o feijão caupi no Piauí. In: REUNIÃO NACIONAL DE PESQUISA DE CAUPI, 5., 2001, Teresina. **Anais...** Teresina: Embrapa Meio-Norte, 2001. p. 3-7. (Embrapa Meio-Norte. Documentos, 56).

ANDRADE, P. R. G. S., CURI, W. F., CURI, R. C. ORNAP na Otimização da receita de três perímetros irrigados abastecidos por dois reservatórios conectados em série. **Revista Engenharia Agrícola**, v.22, n.1, p.22-32, 2002

BARBOSA, D. L., CURI, R. C., CURI, W. F. Um estudo de caso da operação integrada ótima de três reservatórios em paralelo com usos múltiplos. **Anais** do XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa. Aracajú – SE, 2001.

BARBOSA, F. C.; TEIXEIRA, A. dos S.; GONDIM, R. S. Espacialização da evapotranspiração de referência e precipitação efetiva para estimativa das necessidades de irrigação na região do Baixo Jaguaribe-CE. *Revista Ciência Agronômica*, v.36, n.1, p.24-33, 2005.

BERGAMASCHI, H.; DALMAGO, G.A.; COMIRAN, F.; BERGONCI, J.I.; MULLER, A.G.; FRANÇA, S.; SANTOS, A.O.; RADIN, B.; BIANCHI, C.A.M.; PEREIRA, P.G. **Déficit hídrico e produtividade na cultura do milho**. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, Brasília, v.41, n.2, 2006. p.243-249.

BERGONCI, J.I.; BERGAMASCHI, H.; SANTOS, A.O.; FRANÇA, S.; RADIN, B. Eficiência da irrigação em rendimento de grãos e matéria seca de milho. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.36, p.949-956, 2001.

BERNARDO, S. **Manejo da irrigação na cana-de-açúcar**. Palestra no XVI CONIRD. Goiânia-GO. 2006. 11p. Disponível em <http://www.agencia.cnptia.embrapa.br/gestor/cana-de-acucar/catalogo/REC000fizvd3t102wyiv802hvm3j4z22bhb.html>. Acesso em: 01 de abr, 2016.

BERNARDO, S.; SOARES, A. A.; MANTOVANI, E. C. **Manual de irrigação**. 8. ed. Viçosa: UFV, 2006. 625 p.

BORDIN, D. **Plataforma computacional fuzzy para avaliação nos estágios do tomateiro dos efeitos da irrigação salinidade da água**. 60 p. Dissertação (Mestrado em Agronegócio e Desenvolvimento) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Tupã, 2016.

BORGES, I.D. **Avaliação de épocas de aplicação da cobertura nitrogenada, fontes de nitrogênio e de espaçamento entre fileiras na cultura do milho**. 2003. p.73. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

BORGHETTI, J. R. et al. **Agricultura Irrigada Sustentável no Brasil: Identificação de Áreas Prioritárias**. Brasília: Organização das Nações Unidas Para a Alimentação e a Agricultura, 2017. 243 p. Disponível em: <<http://www.fao.org/3/a-i7251o.pdf>>. Acesso em: 02 out. 2017.

BRASIL. **Agência Nacional de Águas. Levantamento da agricultura irrigada por pivôs centrais no Brasil - 2014: relatório síntese**. Brasília: Ana, 2016. 33 p. Disponível em <http://www.ana.gov.br/AcoesAdministrativas/CDOC/CatalogoPublicacoes_2016.asp>. Acesso em: 25 set. 2016.

BRASIL. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. **Visão 2014-2034: o futuro do desenvolvimento tecnológico da agricultura brasileira**. Brasília: Embrapa, 2014b. 194 p.

CARVALHO, A. V.; BASSINELLO, P. Z.; MATTIETTO, R. A.; CARVALHO, R. N.; RIOS, A. O.; SECCADIO, L. L. Processamento e caracterização de snack extrudado a partir de farinhas de quirera de arroz e de bandinha de feijão. **Brazilian Journal of Food Technology**. vol. 15, n. 1, p. 72-83. 2012.

CASTRO, N. Apostila de Irrigação. Rio Grande do Sul: Instituto de Pesquisas Hidráulicas, 56 p. Apostila. 2003. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAA4MAAG/apostila-irrigacao>>. Acesso em: 12 jan. 2017.

CONAB - Companhia Nacional de Abastecimento. **Acompanhamento safra brasileira de grãos**. v. 4, safra 2016/2017, n 12 – Décimo segundo levantamento, p. 97-108, set. 2017. Disponível em: http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/17_09_12_10_14_36_boletim_graos_setembro_2017.pdf Acesso em 12 de nov de 2016.

CONAB - Companhia Nacional de Abastecimento. **Perspectivas para a agropecuária**. Perspec. agropec., Brasília, v.2, p. 1-155, set. 2014. Disponível em: <http://www.conab.gov.br>. Acesso em 12 de março de 2016.

CRUZ, J. C.; PEREIRA FILHO, I. A.; PIMENTEL, M. A. G.; COELHO, A. M.; KARAM, D.; CRUZ, I.; GARCIA, J. C.; MOREIRA, J. A. A.; OLIVEIRA, M. F. de; GONTIJO NETO, M. M.; ALBUQUERQUE, P. E. P. de; VIANA, P. A.; MENDES, S. M.; COSTA, R. V. da; ALVARENGA, R. C.; MATRANGOLO, W. J. R. **Produção de milho na agricultura familiar**. Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo, 2011. 45 p

Cultura do Milho no Brasil (PDF Download Available). Available from: https://www.researchgate.net/publication/291425590_Cultura_do_Milho_no_Brasil [accessed Mar 23 2018].

CRUZ, J. C.; PEREIRA FILHO, I. A.; QUEIROZ, L. R. **Milho – Cultivares para 2013/2014**. Embrapa Milho e Sorgo, Sete Lagoas, 2013. Disponível em: <http://www.cnpms.embrapa.br/milho/cultivares/>. Acesso em 23 de março de 2016.

CRUZ, O. C. da; SANTANA, M. J. de; BORGES, R. D.; CAMPOS, T. M.; SOUZA, S. S. de; SILVA, F. M. da. Eficiência do uso de ‘água para quatro cultivares de feijão na região de Uberaba-MG. **Anais...** INOVAGRI Internacional Meeting & IV Winotec, Fortaleza, 2012.

CSEI/ABIMAQ – Câmara Setorial de Equipamentos de Irrigação da Associação Brasileira da Indústria de Máquinas e Equipamentos. Evolução das Áreas com Irrigação Mecanizada no Brasil (2000-2014). **item**, n. 103. ABID, 2015, 86 p.

CURI, W. F., CURI, R. C. e BATISTA, A. C. Alocação ótima da água do reservatório Engenheiro Arco Verde para irrigação via Programação Não-Linear. **Anais** do XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Vitória-ES, 1997.

CURI, W.F., GOMES, H. P. Um dimensionamento ótimo para redes de distribuição de água para irrigação. **Anais** do III Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, ABRH. p.171- 177, 1996.

CURI, R. C.; CURI, W. F.; OLIVEIRA M. B. A. Análise de alterações na receita líquida de um perímetro irrigado no semi-árido sob condições de variações hídricas e econômicas. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, São Paulo, v. 9, n. 3, p. 39-53, 2005.

DANTAS NETO, J. **Modelos de decisão para otimização do padrão de cultivo, em áreas irrigadas, baseados nas funções de resposta das culturas à água**. 125 p. Tese (Doutorado em Irrigação e Drenagem) – Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Botucatu, 1994.

DANTAS NETO, J., AZEVEDO, C. A. V., FRIZZONE, J. A. Uso de programação linear para estimar a demanda de água e o padrão de cultura no perímetro irrigado Nilo Coelho. **Anais** do XXV CONBEA p. 507, 1996.

DEL PELOSO, M.J.; MELO, L.C. **Potencial de rendimento da cultura do feijoeiro comum**. Santo Antônio de Goiás: Embrapa Arroz e Feijão, 2005. 131p.

DOORENBOS, J.; KASSAM, A. H. **Yield response to water**. Rome: FAO, 1979. 193p. (FAO, Irrigation and Drainage Paper, 33).

EVANS, R.G.; WU, I-P.; SMAJSTRALA, A.G. Microirrigation systems. In: HOFFMAN, G.J.; EVANS, R.G.; JENSEN. M.E.; MARTIN, D.L.; ELLIOTT, R.L. **Design and**

operation of farm irrigation systems. St. Joseph: ASABE, 2007. cap.17, p.632-683.

FAGERIA, N.K.; BALIGAR, V.C.; JONES, C.A. Common bean and cowpea. In: FAGERIA, N.K.; BALIGAR, V.C.; JONES, C.A. (Ed.). **Growth and mineral nutrition of field crops.** New York : M. Dekker, 1991. p.280-318.

FANCELLI, A.L.; DOURADO NETO, D. **Produção de milho.** 2.ed. Guaíba: Agropecuária, 2004. 360p.

FONSECA MARQUES, M. F.; BORA, P. S. Composición química y análisis de aminoácidos de alubias. **Ciencia y Tecnología Alimentaria**, Madrid, v. 2, p. 248-252, 2000.

FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION (FAO). **Information System on Water and Agriculture - AQUASTAT**, 2012.

FRIZZONE, J. A, SAAD, J. C. C. Modelo de programação não-linear para o dimensionamento e operação de sistemas de irrigação localizada, **Anais** do XXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola. p. 271, 1996.

FRIZZONE, J. A. Programação matemática aplicada a projetos hidroagrícolas. **Anais** do XXIV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, Viçosa - MG. p.29, 1995.

FRIZZONE, J. A.; ANDRADE JUNIOR, A. S. Planejamento de Irrigação: Análise de decisão de investimento. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2005, 626 p.

FRIZZONE, J.A. Função de produção. In: Faria, M.A.; Silva. E.L.; Vilella, L.A.A.; Silva, A.M. (Ed.). **Manejo da irrigação.** Lavras: UFLA, Sociedade Brasileira de Engenharia Agrícola, 1998. p.86-116.

GUIMARÃES, D. P.; LANDAU, E. C. **Concentração de áreas irrigadas por pivôs centrais no Estado de São Paulo - Brasil.** Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo, 2014. 40 p. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/1008950/levantamento-da-agricultura-irrigada-por-pivos-centrais-no-brasil-em-2013>>. Acesso em: 23 nov. 2015.

GUIMARÃES, C.M.; STONE, L.F.; BRUNINI, O. Adaptação do feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) à seca. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 31, n. 7, p. 481-488, 1996

HÖRBE, T.A.N. et al. Optimization of corn plant population according to management zones in Southern Brazil. **Precision Agriculture**, v.14, n.4, p.450-465, 2013.

HOWELL, T. A.; CUENCA, R. H.; SOLOMON, K. H. Crop yield response. In: HOFFMAN, G. J.; HOWELL, T. A.; SOLOMON, K. H. (Ed.). **Management of farm irrigation systems.** St. Joseph: American Society of Agricultural Engineers, p. 93-122. 1992.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Censo Agropecuário** 2006. Rio de Janeiro: IBGE, 2009.

MAPA - Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. 2015. **Relatório de Projeções do Agronegócio: Brasil 2014/15 a 2024/25 projeções de longo prazo**. Disponível em: http://www.agricultura.gov.br/arq_editor/PROJECoes_DO_AGRONEGOCIO_2025_WEB.pdf. Acesso em 17 de junho de 2016.

MAPA - Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. 2015. **Relatório de Projeções do Agronegócio: Brasil 2014/15 a 2024/25 projeções de longo prazo**. Disponível em: http://www.agricultura.gov.br/arq_editor/PROJECoes_DO_AGRONEGOCIO_2025_WEB.pdf. Acesso em 17 de junho de 2016.

MARTINS, D. P. Resposta do maracujazeiro amarelo (*Passiflora edulis Sims* var. *flavicarpa* Deg.) a Lâminas de Irrigação e Doses de Nitrogênio e de Potássio. 1998. **Tese** (Doutorado em Produção Vegetal) Programa de pós-graduação em Produção Vegetal UENF, 1998, Rio de Janeiro, 1998.

MOREIRA, J.A.A.; SILVEIRA, P.M.; STONE, L.F. Irrigação. In: ARAÚJO, R.S.; RAVA, C.A.; STONE, L.F.; ZIMMERMANN, M.J.O. (Ed.). **Cultura do feijoeiro comum no Brasil**. Piracicaba: Potafos, 1996. p.465-522

OLITTA, A. F. L. Os métodos de irrigação. São Paulo: NOBEL, 1978. 267 p.
PEREIRA, H.S.; MELO, L.C.; FARIA, L.C. de; DEL PELOSO, M.J.; COSTA, J.G.C.; RAVA, C.A.; WENDLAND, A. Adaptabilidade e estabilidade de genótipos de feijoeiro-comum com grãos tipo carioca na Região Central do Brasil. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília DF, v. 44, p. 29-37, 2009.

PEGORARE, A. B. **Efeito de lâminas de água aplicadas como irrigação suplementar no ciclo do milho safrinha sob plantio direto na região de Dourados-MS**. 68 p. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Dourados, 2005

PIRES, C. V.; OLIVEIRA M. G. A.; ROSA, J. C.; COSTA, N. M. B. Qualidade nutricional e escore químico de aminoácidos de diferentes fontes protéicas. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, Campinas, v.26, p.179-187, 2006.

SAAD, J.C.C. **Modelos de programação linear e não linear para otimização do dimensionamento e operação de sistemas de irrigação localizada**. 2002. 129f. Tese (Livre-docência) - UNESP, Botucatu, 2002.

SANTANA, M.J. de. **Resposta do feijoeiro comum a lâminas e épocas de suspensão da irrigação**. 2007. 102 p. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) - Universidade Federal de Lavras. UFLA.

SILVA, W. P. da; CAVALCANTI-MATA, M. E. R. M.; SILVA, C. D. P. S. e; GUEDES, M. A.; LIMA, A. G. B. de. Determinação da difusividade e da energia de ativação

para feijão macassar (*Vigna unguiculata* (L) Walp), variedade sempre verde, com base no comportamento da secagem. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v. 28, p. 325-333, 2008.

SILVEIRA, P. M.; SILVA O.; STONE, L. F.; SILVA J. G. Efeitos do preparo do solo, plantio direto e de rotações de culturas sobre o rendimento e a economicidade do feijoeiro irrigado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 36, n. 2, p. 257-263, fev. 2001.

SOARES, A. G. Consumo e qualidade nutritiva. In: REUNIÃO NACIONAL DE PESQUISA DE FEIJÃO, 5., 1996, Goiânia. **Anais**. Goiânia: UFGO, v. 2, p. 73-79

STEWART, J.I. and R.M. HAGAN. Functions to predict effects of crop water deficits. **Journal of the Irrigation and Drainage Division, American Society of Civil Engineers** v. 99, p.421-439, 1973.

VASCONCELLOS, M. A. S. de. **Fundamentos de economia**. 2 ed. São Paulo: Saraiva, 2007. 246p

VAUX, H. J.; PRUITT, W. O. Crop-water production functions. In: HILLEL, D. (Ed.) **Advances in irrigation**. New York: Academic Press. v.2, p. 61-97, 1983.

VIEIRA, C.; JÚNIOR, T. J. P.; BORÉM, A. **Feijão**. 2 ed. Viçosa: UFV - Universidade Federal de Viçosa, 2006. 600p.

WANDER, A. E.; CHAVES, M. O. Consumo per capita de feijão no Brasil de 1998 a 2010: Uma comparação entre consumo aparente e consumo domiciliar. In: CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA DE FEIJÃO, 10., Goiânia. **Anais...** Goiânia: Embrapa Arroz e Feijão, 2011.

ZOCOLER, J.L.; BAGGIO FILHO, F.C.; OLIVEIRA, L.A.F.; HERNANDEZ, F.B.T. Modelo para determinação do diâmetro e velocidade de escoamento econômico em sistemas elevatórios de água. **Anais** do 3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC. Ilha Solteira, 2004.