

GABRIEL GERALDINO CARDOSO

Explorando conceitos algébricos com apoio do software SuperLogo

Gabriel Geraldino Cardoso

Explorando conceitos algébricos com apoio do software SuperLogo

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador (a): Prof^a. Dr^a. Elisangela Pavanelo

C268e	Cardoso, Gabriel Geraldino Explorando conceitos algébricos com apoio do software SuperLogo / Gabriel Geraldino Cardoso – Guaratinguetá, 2021. 48 f. : il. Bibliografia: f. 46-48 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021. Orientadora: Profª Drª Elizangela Pavanelo 1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática construtiva. 3. Jogos em Educação Matemática. I. Título. CDU 51
-------	---

GABRIEL GERALDINO CARDOSO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prof^ª. Dr^ª. SILVIA GIULIATTI WINTER
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof^ª. Dr^ª. ELISANGELA PAVANELO
Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. CRISTIANO NATAL TONÉIS
Membro Externo



Prof^ª. Ms. RAISSA SAMARA SAMPAIO
Membro Externo

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e gratidão. Agradeço pela minha vida, minha sabedoria, minha família e meus amigos;

À minha orientadora, *Prof.^a Dr.^a Elisangela Pavanelo* por todas as conversas inspiradoras, por todas as aulas, pela paciência, por todas as oportunidades que me proporcionou. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível;

Aos meus pais *Simone e Elisandro*, que sempre fizeram o possível e o impossível para que eu pudesse me dedicar aos estudos. Isso tudo sempre será por vocês e para vocês.

Aos professores da graduação, em especial aos professores *Antonio Carlos, Rosa e Vanessa*, por todos os ensinamentos e conselhos.

Aos amigos da “van do Evaldo” por tornarem as viagens entre Taubaté e Guaratinguetá mais divertidas. Aos que permanecem, cuidem bem do Val.

Aos amigos da graduação por todos os momentos de risadas, desespero e companheirismo.

Aos amigos do grupo do discord por todos os anos de produtivas conversas e os momentos de lazer.

Aos funcionários da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar;

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

“Maybe I shouldn't try to be perfect
I confess, I'm obsessed with the surface
In the end, if I fall or if I get it all
I just hope that it's worth it”

The Neighbourhood

RESUMO

Nesta pesquisa tivemos o objetivo de investigar as potencialidades do SuperLogo como software de ensino de Matemática, com ênfase no estudo de conceitos algébricos. Para tal, o trabalho é orientado pela seguinte questão: “como o SuperLogo pode contribuir para compreensão de propriedades algébricas?”. Dessa forma, realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo na qual optamos pelo estudo de caso como abordagem metodológica. Então, desenvolvemos a proposta de trabalho com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, campus Guaratinguetá. Os dados foram recolhidos com o auxílio de duas ferramentas do ambiente virtual moodle: a pesquisa de opinião e o fórum de discussão; e da gravação das aulas. A partir da análise desses dados, entendemos que o Superlogo pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, pois permite o desenvolvimento de um ambiente de explorações e discussões de conceitos que podem ser de difícil compreensão quando discutidos apenas de maneira teórica.

PALAVRAS-CHAVE: Educação matemática. Tecnologias digitais. Construcionismo. SuperLogo.

ABSTRACT

In this study we aimed to investigate the potential of SuperLogo as a mathematics educational software, focused on the study of algebraic concepts. This work is, therefore, oriented by the following question: "how can SuperLogo contribute to the understanding of algebraic properties?". We then made a qualitative research in which we opted to do a case study as the methodological approach. We developed this work with Bachelor of Education Degree in Mathematics students at Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Guaratinguetá campus. From the collected data obtained by using two Moodle's virtual tools: survey research and discussion forum; and recording of classes, we can then comprehend, utilising data analysis, that SuperLogo can assist in the teaching and learning process, because it allows the development of an environment filled with exploration and discussion of concepts that can be hard to grasp when discussed only in a theoretical manner.

KEYWORDS: Mathematical education. Digital technologies. Contructionism. Superlogo.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	ESTUDO TEÓRICO	10
2.1	SOBRE O INSTRUCCIONISMO	10
2.2	SOBRE O CONSTRUCIONISMO	12
3	O SUPERLOGO	15
3.1	APRESENTAÇÃO	15
3.2	AMBIENTE LOGO	16
3.3	PRINCIPAIS COMANDOS	17
3.4	TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	21
4	METODOLOGIA DE PESQUISA	26
4.1	A PESQUISA CIENTÍFICA	26
4.2	PESQUISA QUALITATIVA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	26
4.3	ESTUDO DE CASO	28
5	PROPOSTA DE TRABALHO	31
5.1	PRINCIPAIS IDEIAS RELACIONADAS AO CONCEITO DE CONGRUÊNCIA NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS	31
5.2	ATIVIDADE PROPOSTA	32
6	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	36
6.1	DESCREVENDO OS SUJEITOS DA PESQUISA E O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE PROPOSTA	36
6.2	DISCUTINDO DOIS CASOS QUE SE DESTACARAM NO FÓRUM DE DISCUSSÃO	37
6.3	ANALISANDO A EXPERIÊNCIA VIVIDA	41
6.4	PESQUISA DE OPINIÃO	43
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

Voltando ao ano de 2018. Foi nesse período, através de um projeto de Iniciação Científica, que tivemos o primeiro contato com a linguagem LOGO. Nesse projeto, estudamos alguns conceitos algébricos através de sua analogia com a geometria, tais como o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC). As atividades desenvolvidas durante a pesquisa, então, foram apresentadas em um minicurso durante o XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) que ocorreu na cidade de Cuiabá – Mato Grosso, no ano de 2019.

Em decorrência disso, publicamos um capítulo no livro “Série Educar: Matemática”, intitulado como “O logo no processo de aprendizagem em Matemática”. Nesse capítulo, apresentamos as propostas que foram trabalhadas no minicurso e analisamos um breve questionário que foi respondido pelos participantes. Esses, destacaram os seguintes pontos em relação ao que foi apresentado:

- 1) a sintaxe dos comandos do SLOGO que proporcionam possibilidades de relação entre os comandos de outros softwares de ensino de matemática;
- 2) muitos dos participantes, mesmo entre os que conheciam o software, não tinham tido contato com atividades que proporcionassem uma discussão geométrica com tecnologia, sobre MMC e MDC entre dois números inteiros;
- 3) a interessante relação entre a álgebra, a geometria com um trabalho envolvendo tecnologia;
- 4) a autonomia dos alunos na programação do software, que pode ser desenvolvida de diferentes maneiras para se obter o resultado gráfico esperado;
- 5) a oportunidade que se proporciona do aluno pensar sobre os movimentos da tartaruga e a geometria. (CARDOSO E PAVANELO, 2020, p. 135)

O resultado do minicurso nos levou à outra Iniciação Científica na qual trabalharíamos as atividades desenvolvidas durante a pesquisa anterior em uma oficina com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental II. Entretanto, em virtude da pandemia, a realização desse projeto não foi possível. Assim, a pesquisa passou por algumas adaptações de modo que fosse possível sua realização.

Assim, a pesquisa que será apresentada no decorrer do texto tem por objetivo investigar as potencialidades do software SuperLogo para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Dessa forma, tomamos como ponto de partida a seguinte questão orientadora: “Como o SuperLogo pode contribuir para a compreensão de propriedades algébricas?”. Para isso, elaboramos uma aula online na qual foi apresentada e desenvolvida uma proposta de atividade, de maneira síncrona, com os alunos da Licenciatura em Matemática da

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, campus Guaratinguetá, durante a disciplina de Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática.

Nessa aula, trabalhamos algumas ideias relacionadas ao conceito de congruência no conjunto dos números inteiros através de analogias geométricas. Ademais, contamos com o auxílio do ambiente Moodle para discussão do que foi apresentado e coletar a opinião dos alunos em relação à essa experiência com o software. Também, percebeu-se a necessidade da realização de mais uma aula para apresentar as principais discussões do fórum e esclarecer algumas questões que ainda geravam dúvidas. Esses instrumentos foram nossos principais meios para coleta de dados. Assim, a presente trabalho se caracteriza como uma pesquisa qualitativa.

Em relação ao texto, inicialmente apresentamos um estudo do referencial teórico do trabalho realizado. Nesse segundo capítulo apresentaremos a ideias de Papert, principal desenvolvedor da linguagem LOGO, e a teoria construcionista que a embasa.

No capítulo 3 apresentamos um estudo específico sobre o software LOGO, seus principais comandos e a forma de trabalhar com ele.

Na sequência, quarto capítulo, expomos o sentido da pesquisa qualitativa em educação matemática, assim como a opção metodológica assumida.

Já no quinto capítulo apresentamos a nossa proposta de trabalho com o software LOGO na qual discutimos uma ideia para o estudo de congruência nos números inteiros. Por fim, descrevemos os sujeitos da pesquisa e como foi o desenvolvimento da aula realizada. Desenvolvemos também uma discussão relacionada aos dados obtidos.

E, no último capítulo trazemos as conclusões do trabalho, onde destacamos que o trabalho com tecnologias digitais, nos processos de ensino e de aprendizagem em matemática, tem se mostrado eficiente, uma vez que permite aos professores e alunos explorar situações que dificilmente se conseguiria apenas por meio de mídias tradicionais.

2 ESTUDO TEÓRICO

Este capítulo versará a respeito das ideias discutidas por Seymour Papert que culminaram na criação do software SuperLogo: o instrucionismo e o construcionismo. Essas teorias possuem grande importância para o trabalho, visto que foi a partir delas que a atividade que será apresentada foi desenvolvida. Contudo, primeiramente é válido conhecermos um pouco sobre matemático aqui citado.

Seymour Aubrey Papert foi um professor e matemático nascido em 29 de fevereiro de 1928, em Pretória, África do Sul. Antes de obter o título de Doutor em Matemática pela Universidade de Witwatersrand, em 1952, ele concluiu um bacharelado em Filosofia pela mesma universidade no ano de 1949. Em 1959, conseguiu outro doutorado em Matemática, dessa vez pela Universidade de Cambridge. Nesse mesmo ano, passou a trabalhar com o psicólogo Jean Piaget, na Universidade de Genebra, onde pesquisou sobre matemática e a educação infantil. Esse período teve grande influência no pensamento de Papert sobre crianças e aprendizagem.

Papert, ingressou para o corpo docente do Massachusetts Institute of Technology (MIT) em 1963, onde foi co-autor do livro *Perceptrons: Uma Introdução à Geometria Computacional* (1969) e um dos fundadores do Laboratório de Inteligência Artificial do MIT. Pioneiro no estudo sobre o trabalho com computadores na educação, escreveu livros como *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas* (1980), *The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer* (1993) e *The Connected Family: Bridging the Digital Generation Gap* (1996).

Papert conseguiu sintetizar a forma como pensa aprendizagem e o uso de computadores na educação em duas teorias: o instrucionismo e o construcionismo. É sobre essas teorias que falaremos à seguir.

2.1 SOBRE O INSTRUCIONISMO

É inegável as incontáveis mudanças que ocorreram na sociedade após as revoluções industriais. As tecnologias passaram a fazer parte do cotidiano da população. No âmbito educacional, mesmo que discretamente, não poderia ser diferente. Podemos citar nomes como os de Sidney Pressey que, em meados de 1924, concebeu uma máquina para corrigir testes de múltipla escolha; e, Burrhus Frederic Skinner o qual propôs a máquina de ensinar que toma como base a instrução programada, em 1950. Modelo esse que esteve em alta entre as décadas

de 50 e 60.

Dentre esses nomes, Papert também teve destaque; entretanto, suas concepções acerca da integração dos computadores na educação eram diferentes das que estavam em evidência naquele momento. Segundo Papert (1994), os computadores deveriam ser usados “[...] como instrumentos para trabalhar e pensar, como meios de realizar projetos, como fonte de conceitos para pensar novas ideias” (PAPERT, 1994, p. 158) e não como uma ferramenta de instrução automatizada.

Esse método de replicar os meios tradicionais de ensino através do uso do computador foi tratado como instrucionismo, conforme evidenciado por Valente (1993). De acordo com o autor, no instrucionismo “[...] o computador no processo educacional funciona como um suporte, reforço ou complementação ao que acontece na sala de aula” (VALENTE, 1993, apud LIMA, 2009, p. 31)¹.

No livro *The Connected Family: Bridging the Digital Generation Gap* (1996), Papert explica a abordagem instrucionista a partir da metáfora do fabricante de softwares.

Na abordagem instrucionista, o fabricante procura fazer um jogo que ensine. É o típico da aprendizagem escolar tradicional. O instrutor ensina o caminho das pedras, por etapas. “Grande parte dos programas virados para a transmissão de conhecimentos parecem jogos que empurram a criança para um papel reactivo. A máquina coloca uma pergunta, a criança responde” (PAPERT, 1997 apud SILVEIRA, 2012, p. 123)²

Lima (2009), enfatiza que o processo instrucionista de ensino ocorre da seguinte maneira:

[...] Em um primeiro momento, o computador é provido das informações que serão ministradas ao aluno. Essa ação de municiar o computador com as atividades programadas para o ensino é realizada por meio da instalação de um *software* do tipo CAI (*Computer Aided Instruction*)³. O processo de transmissão de conteúdos programados se perpetua quando um aluno faz uso do computador e, através dele, recebe o “pacote de informações” previamente programado. O aluno é o espectador para um volume de conhecimentos pré-determinados, pois, na maioria dos *softwares* de CAI, a interação existente entre o discente e o computador limita-se ao fornecimento de respostas a exercícios e a avanços ou retrocessos no conteúdo. (LIMA, 2009, p. 31).

¹ VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. In: **Computadorese conhecimento: repensando a educação**. 1ª ed. Campinas, NIED-Unicamp, 1993 apud LIMA, M. R. D. **Construcionismo de papert e ensino-aprendizagemde programação de computadoresno ensino superior**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São João Del-rei, Minas Gerais.

² PAPERT, Seymour. **A família em rede: ultrapassando a barreira digital entre gerações**. Trad. Fernando José Silva Nunes e Fernando Augusto Bensabat Lacerda e Melo. Lisboa: Relógio d'Água, 1997 apud SILVEIRA, J. D. A. Construcionismo e inovação pedagógica: uma visão crítica das concepções de papert sobre o uso da tecnologia computacional na aprendizagem da criança. **Themes**, v. 10, p. 119-138, 2012.

³ Grifos do Autor. CAI diz respeito à instrução auxiliada por computador.

Podemos citar como exemplos dessa abordagem, segundo Valente (1993), a maneira como são concebidos alguns jogos educacionais e simuladores, softwares de tutoriais, de exercícios e de práticas, etc. Conforme já mencionado, Papert possuía uma visão diferente sobre a forma como os computadores deveriam ser usados na educação. Assim, surge a teoria construcionista sobre qual falaremos na sequência.

2.2 SOBRE O CONSTRUCIONISMO

Foi a partir dessa concepção que os computadores começaram a serem inseridos ao ambiente escolar, possibilitando refletir sobre o seu uso e desenvolver novas possibilidades de trabalho. Assim, o computador surge como uma ferramenta educacional, com o intuito de superar a automatização da transmissão de conteúdos programáticos (Lima, 2009). Nesse sentido, para Valente (1993, p. 12), “[...] o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, a aprendizagem ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por meio do computador”.

Papert (1985) enfatiza que o computador deve ser utilizado como máquina de produção de conhecimento. Segundo o autor, a criança é quem deve programar o computador e não o contrário. Com isso, ela desenvolve um sentimento de domínio sobre o computador e estabelece um contato mais próximo com algumas ideias da ciência, matemática e outras áreas do conhecimento. Percebe-se, então, que essa abordagem se configura de modo antagônico ao instrucionismo; e a ela, Papert (1986) atribui o termo construcionismo.

A teoria de Papert é baseada na teoria epistemológica de Jean Piaget, o construtivismo. Essa, busca explicar o que é o conhecimento e como ele é desenvolvido pelas pessoas em diferentes etapas de suas vidas. Segundo Piaget, “[...] as pessoas *constroem* conhecimento na medida em que agem sobre o objeto de conhecimento [...] e sofrem uma ação deste objeto.” (MALTEMPI, 2005, p. 2).

Maltempi (2005) afirma que o fato de Papert utilizar uma teoria epistemológica para elaborar uma teoria educacional é válido, pois

[...] pensar sobre educação depende das concepções que se tem sobre conhecimento. (Assim)⁴ [...] assumindo que o conhecimento é ativamente construído pelas pessoas, Papert (1986) propõe que educar consiste em criar situações para que os aprendizes se engajem em atividades que alimentem este processo construtivo (MALTEMPI, 2005, p. 2).

⁴ Grifos do Autor.

Retomando à metáfora do fabricante de softwares “[...] na abordagem construcionista, o fabricante recomenda: faça você mesmo o jogo. As crianças aprendem os pormenores técnicos do game, ao programarem o computador. O mais importante dentro dessa visão, é que as crianças vão desenvolver uma percepção do seu eu e um senso de controle.” (SILVEIRA, 2012, p. 123).

Papert (2008), valeu-se de um provérbio africano sobre o melhor meio de ajudar uma pessoa com fome – uma hipótese será dar-lhe um peixe, mas a hipótese redentora seria dar-lhe uma cana e ensiná-lo a pescar – para exemplificar como deve ser a abordagem de acordo com o construcionismo

A educação tradicional codifica o que pensa que os cidadãos precisam saber e parte para alimentar as crianças com esse “peixe”. O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo (“pescando”) por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal poderá ajudar mais se certificar-se de que elas estarão sendo apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços. O tipo de conhecimento que as crianças mais precisam é o que as ajudará a obter mais conhecimento. É por isso que precisamos desenvolver a *matética*⁵ (Papert, 2008, p. 135).

O autor complementa:

O construcionismo também possui a conotação de “conjunto de peças para construção”, iniciando com conjuntos no sentido literal, como o Lego, e ampliando-se para incluir linguagens de programação consideradas como “conjuntos” a partir dos quais programas podem ser feitos, até cozinhas como “conjuntos” com os quais são construídas não apenas tortas, mas receitas e formas de matemática-em-uso. Um dos meus princípios *matéticos* centrais é que a construção que ocorre “na cabeça” ocorre com frequência de modo especialmente prazeroso quando é apoiada por um tipo de construção mais pública, “no mundo” – um castelo de areia ou uma torta, uma casa Lego ou uma empresa, um programa de computador, um poema ou uma teoria do universo. Parte do que tenciono dizer com “no mundo” é que o produto pode ser mostrado, discutido, examinado, sondado e admirado. Ele está lá fora. (PAPERT, 2008, p. 137)

Segundo Valente (1993) o termo construcionismo foi utilizado para mostrar “[...] a construção do conhecimento que acontece quando o aluno elabora um objeto de seu interesse, como uma obra de arte, um relato de experiência ou um programa de computador” (VALENTE, 1993, p.40). Maltempi (2005), reitera ao dizer que nessa abordagem

[...] o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um *produto* de significado pessoal (por exemplo, um poema, uma maquete ou um *website*), que possa ser mostrado a outras pessoas. Portanto, ao conceito de que se aprende melhor fazendo, o Construcionismo acrescenta: aprende-se melhor

⁵ Papert sugere o termo *matética* (*mathetics*) para se referir à arte da aprendizagem.

ainda quando se gosta, pensa e conversa sobre o que se faz. (MALTEMPI, 2005, p. 3)

Maltempi (2005) complementa afirmando que dois tipos de construção ocorrem ao se trabalhar segundo as ideias construcionistas: quando o aprendiz constrói um produto no mundo, ele está construindo conhecimento em sua cabeça, de maneira síncrona. “[...] Este novo conhecimento o possibilita a construir produtos mais sofisticados, que o levam a novos conhecimentos, e assim por diante” (MALTEMPI, 2005, p. 3).

Influenciado por essas ideias, Papert desenvolveu a linguagem de programação chamada LOGO “[...] a qual possibilita ao aprendiz usar a Matemática como um material para criar figuras, animações, jogos e simulações no computador, entre outras coisas. O computador torna-se, então, uma ferramenta viabilizadora de ambientes de aprendizagem, no qual as ideias construcionistas podem ser amplamente exploradas.” (MALTEMPI, 2005, p. 4).

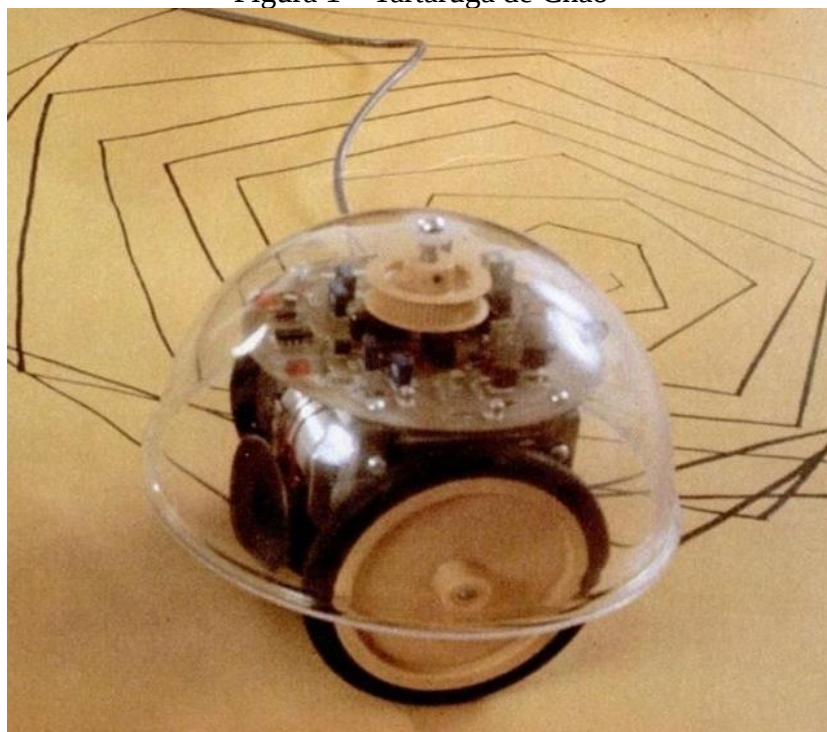
3 O SUPERLOGO

Neste capítulo apresentaremos brevemente a história da criação do software SuperLogo assim como o seu layout, ferramentas e os principais comandos a serem utilizados. Com isso, objetivamos conhecer com mais detalhes o funcionamento do software e sua linguagem. Ademais, também evidenciaremos algumas leituras realizadas sobre alguns trabalhos envolvendo as tecnologias digitais no ensino de matemática.

3.1 APRESENTAÇÃO

A linguagem LOGO foi concebida no fim dos anos 60, por um grupo de pesquisadores do MIT – Massachusetts Institute of Technology, na cidade de Boston – Estados Unidos, sob a liderança de Seymour Papert, em parceria com Marvin Minsky. Inicialmente, a linguagem utilizava um robô como fonte de visualização, que se movia sobre o chão, ou uma mesa, demarcando o caminho percorrido com traços de caneta, a chamada “tartaruga de chão”.

Figura 1 – Tartaruga de Chão



Fonte: Cyberneticzoo (2010).

Em meados do ano de 1970, a linguagem passou a ser desenvolvida por meio de softwares. Conforme evidenciado por Souza (2011), foi através do projeto “An Evaluative

Study of Modern Technology in Education”, no ano de 1977, que o software foi utilizado pela primeira vez com um grupo de 16 alunos da 6ª série, de uma escola pública na cidade de Brookline – Estados Unidos. Ademais, o autor cita Da Silva (2007) para afirmar que ele foi divulgado no Brasil em 1982, objetivando-se trabalhar com crianças e adolescentes, pelo Núcleo de Informática Aplicada a Educação (NIED), na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Desde a sua criação, o LOGO passou por diversas mudanças e atualizações, sendo o SuperLogo 3.0 a versão mais atual. Segundo Papert, “as versões mais recentes do Logo são muito mais intuitivas para o usuário, flexíveis e fáceis de usar” (PAPERT, 2008, p. 66).

Para Papert (1985), o papel central da Tartaruga não deveria ser visto inocentemente, como uma resposta para todos os problemas educacionais. Mas sim como um instrumento educacional válido, com a principal função de servir como modelo para outros objetos, ainda a serem inventados. O interesse do autor “[...]está no processo de invenção desses ‘objetos-de-pensar-com’, objetos em que há uma interseção de presença cultural, conhecimento implícito, e a possibilidade de identificação pessoal.”. (PAPERT, 1985, p. 26). Dessa forma, considera-se a Tartaruga como o “objeto-de-pensar-com” da linguagem Logo.

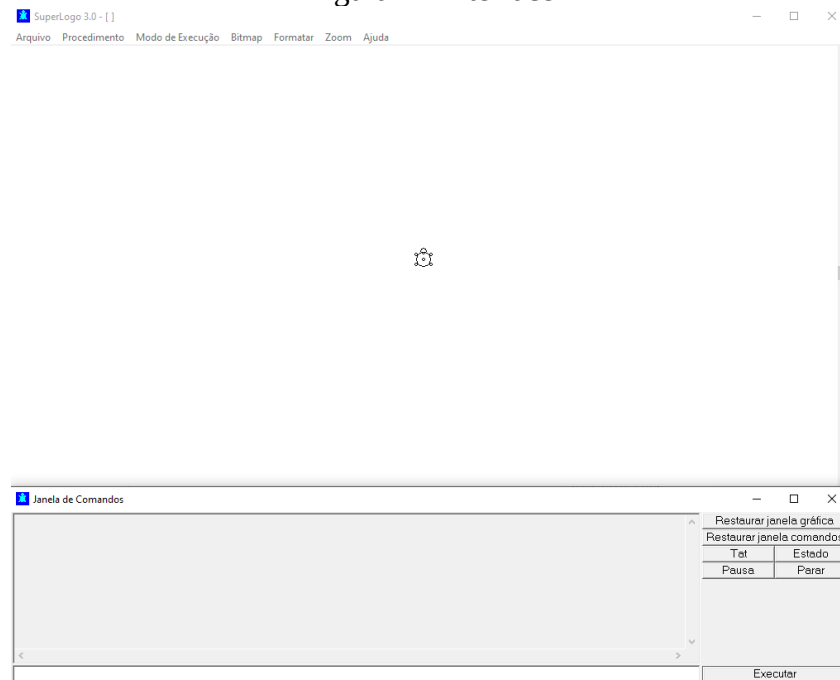
LOGO é uma linguagem de programação, um meio de comunicação entre o computador e a pessoa que irá utilizá-lo. A principal diferença entre ele e outras linguagens de programação, está no fato de que foi desenvolvida para ser usada por crianças. É, então, uma linguagem simples e poderosa. Simples, porque é de fácil aprendizagem, e poderosa, pois possui recursos sofisticados que atendem às exigências de programadores experientes. Apesar de ser uma linguagem acessível às crianças, não é uma linguagem infantil, pois, por meio dela, torna-se possível trabalhar até mesmo robótica com crianças.

Além disso, é uma linguagem de programação interpretada, em que cada linha é lida pelo interpretador que a executa. Esse processo é de execução lenta, mas tem a vantagem de não exigir a compilação completa para cada mudança feita em seu código. Entende-se que isso é o ideal em ambiente de aprendizagem, numa perspectiva piagetiana.

3.2 AMBIENTE LOGO

Antes de iniciarmos os trabalhos com o software, é necessário conhecermos sua interface ou ambiente LOGO. A figura 2 mostra a tela inicial do Superlogo 3.0.

Figura 2 - Interface



Fonte: Autor.

O ambiente LOGO está dividido em duas partes. A parte superior da Figura 2, onde está localizada a tartaruga (cursor gráfico), é a janela gráfica, na qual a tartaruga realiza seus movimentos. Na parte inferior está a janela de comandos, na qual escrevemos e executamos os comandos. Nela, também há a presença de alguns botões de comandos, são eles:

Estado: mostra informações referentes à posição da tartaruga;

Tat: apaga a janela gráfica;

Parar: interrompe a execução de um procedimento;

Pausa: interrompe temporariamente a execução de um procedimento;

Executar: executa a instrução digitada na linha de comandos;

Restaurar janela gráfica: apaga o desenho realizado, restaurando as condições iniciais do programa;

Restaurar janela de comandos: apaga os comandos digitados.

3.3 PRINCIPAIS COMANDOS

Inicialmente é importante conhecer e compreender os comandos. Os primeiros desses comandos são referentes à posição e orientação da tartaruga que, por sua vez, assemelha-se ao ponto na Geometria Euclidiana, visto que “[...] ocupa um lugar na tela do computador” (posição); entretanto, difere-se desse ao “[...] voltar-se para uma direção” (Matte, 2011/2, p.

13). São eles: “PARAFRENTE”, “PARATRÁS”, “PARADIREITA” e “PARAESQUERDA”.

Para a execução desses quatro comandos precisamos nos atentar a alguns detalhes. Primeiramente é necessário darmos parâmetros a eles. Em “PARAFRENTE” e “PARATRÁS”, esses parâmetros definirão a quantidade de passos que será dado pela tartaruga. Já no caso do “PARADIREITA” e “PARAESQUERDA”, definirão a quantidade, em graus, que a tartaruga irá virar.

Outro detalhe importante, refere-se a sintaxe do comando que pode ser executado tanto por extenso quanto na forma abreviada.

Tabela 1 – Comandos de direção e orientação

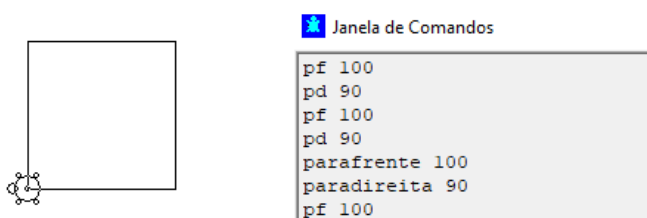
Comando	Sintaxe	Exemplo
Andar para frente	parafrente <número> ou pf <número>	parafrente 100 ou pf 100
Andar para trás	paratrás <número> ou pt <número>	paratrás 100 ou pt 100
Virar para direita	paradireita <número> ou pd <número>	paradireita 60 ou pd 60
Virar para esquerda	paraesquerda <número> ou pe <número>	paraesquerda 60 ou pe 60

Fonte: Autor.

O número de passos dados pela tartaruga é contado em pixels, ou seja, a cada um passo que é dado a tartaruga andar um pixel. Então cada um centímetro equivale a 50 passos.

Na figura 3, utilizamos esses primeiros comandos para construir um quadrado, que na maioria dos casos, ao se iniciar os trabalhos com o SuperLogo, é uma das primeiras construções feitas.

Figura 3 – Quadrado



Fonte: Autor.

Uma das características importantes da linguagem LOGO que já podemos identificar está no fato de que ele te dá um feedback imediato do que você está pensando. Por exemplo, você tem um problema. Então formula em sua mente a solução para esse problema e dá os

comandos para o software. A tartaruga imediatamente irá se movimentar da forma como você pensou e então você pode depurar o procedimento realizado inicialmente, quando o resultado é diferente da sua intenção original.

Papert (1980, p. 176) afirma que “[...] a finalidade de trabalhar no problema não é ‘chegar a uma resposta correta’, mas captar, com sensibilidade, o conflito entre diferentes modos de pensar, ou entre a análise intuitiva e formal. Quando se reconhecer o conflito, o próximo passo é elaborá-lo até se sentir mais confortável”.

Segundo Hoffman (2006),

[...] ensiná-la (*tartaruga*)⁶ a agir e, até mesmo a “pensar” possibilita a reflexão sobre nossas próprias ações e pensamentos. É comum ver as pessoas em interação com o SLOGO movimentando-se na cadeira, girando o pescoço, indicando com as mãos a direção a virar, como se estivessem se colocando no lugar da Tartaruga. (HOFFMAN, 2006, p. 92)

Ainda, de acordo com Valente (1995),

[...] quando o aluno interage com o computador através do SLOGO, ele programa o computador ou “ensina” a Tartaruga como produzir um gráfico na tela. Isso implica na descrição da solução do problema através dos comandos do SLOGO (procedimentos SLOGO). O computador, por sua vez, executa esses procedimentos e a Tartaruga apresenta na tela um resultado na forma de um gráfico. O aluno olha para a figura que está sendo construída na tela e para o desenho final e faz uma reflexão sobre essas informações. (VALENTE, 1995, p. 11)

Para Valente (1995) o modelo da descrição-reflexão-depuração permite entender que a grande contribuição do computador é o fato de o aluno poder executar suas ideias numa máquina que fornece um resultado fiel e preciso sobre o que o aluno realizou. O que o computador fornece não é provido de nenhum outro componente intelectual ou emocional que podem intervir no resultado. Se algo não saiu como era esperado, esse resultado é fruto somente do que o aluno forneceu. O que pode contribuir para mostrar o seu entendimento, ou não, sobre o assunto estudado.

Ponte e Canavarro (1997) afirmam que este é um excelente ambiente de aprendizagem matemática, pois a geometria desenvolvida no software constitui um ambiente estimulante. Este ambiente incentiva os alunos a desenvolver procedimentos para ensinar a tartaruga na construção de figuras simples ou complexas, podendo ser utilizado como parte importante nos conteúdos que exigem abstração, como é o caso de vários conceitos algébricos.

Os outros comandos básicos do SuperLogo, segundo Schneider (2011 apud SOUZA,

⁶ Grifos do autor.

2011)⁷ são os comandos “USELÁPIS”, “USEBORRACHA” e “USENADA”. Além deles, mais alguns comandos foram utilizados durante as aulas. Todos eles estão descritos na tabela 2.

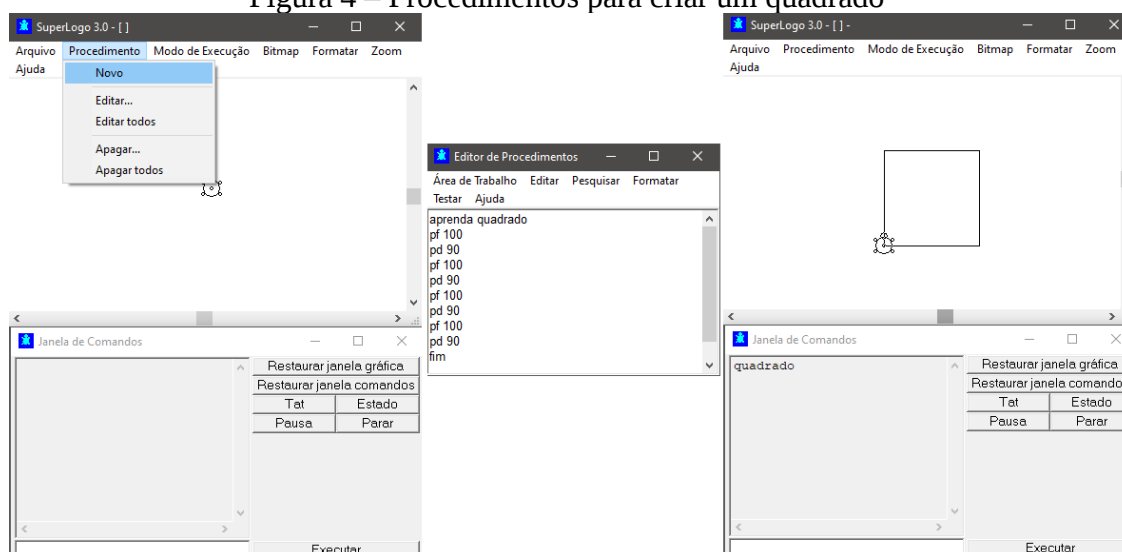
Quadro 2 – Outros comandos básicos		
Comando	Sintaxe	Exemplo
Usar lápis enquanto a tartaruga se movimenta	uselápis ou ul	ul pf 100
Usar borracha enquanto a tartaruga se movimenta, apagando os traçados por onde ela passa	useborracha ou ub	ub pt 50
Andar com a tartaruga sem deixar traçado ou apagar traçados já existentes	usenada ou un	un pf 100
Repetir um determinado número/sequência de comandos	repita <número de repetições> [<comandos a serem repetidos>]	repita 4 [pf 100 pd 90]
Desenhar um arco	arco <ângulo> <raio>	arco 360 50
Desenhar uma circunferência	circunferência <raio>	circunferência 100
Retornar ao centro	paracentro ou pc	un pc
Mudar cor do lápis	mudecl <número da cor>	mudecl 1
Mudar cor do pincel	mudecp <número da cor>	mudecp 1
Mudar cor do fundo	mudecf <número da cor>	mudecf 1
Pintar	pinte	un pf 100 ul pinte

Fonte: Autor.

Ademais, a partir dessa gama de comandos citados, o software permite ao seu usuário criar novos procedimentos, através da janela Procedimento ou através do comando “APRENDA”. Esses possuem um funcionamento parecido, no qual adiciona-se uma lista de movimentos da Tartaruga de modo a sintetizá-los a um único comando. A figura abaixo ilustra sua utilização e execução.

⁷ SCHNEIDER, B. D. O. Projeto wxLOGO. Computação Gráfica e Realidade Virtual. Departamento de Ciências da Computação (DCC). Universidade Federal de Lavras (UFLA), 2011 apud SOUZA, O. D. **Uso e aplicação do programa logo como ferramenta facilitadora no processo ensino-aprendizagem**. Monografia de Especialização – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Foz do Iguaçu, 2011.

Figura 4 – Procedimentos para criar um quadrado



Fonte: Autor.

A esse conjunto de recursos, Abelson e Disessa (1981) propuseram o termo Geometria da Tartaruga.

3.4 TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Nesta seção apresentaremos algumas leituras que tiveram importância fundamental no entendimento do trabalho com Tecnologias Digitais. Esses textos englobam alguns softwares além do SuperLogo.

a. Linguagem SLOGO: explorando conceitos matemáticos

O artigo escrito por Vanderlei Rodrigues Gregolin, em 2001, professor doutor da Unesp/Araraquara, diz respeito ao trabalho com o SLOGO e sua metodologia. Ele traz uma breve introdução sobre o funcionamento do SLOGO – explicando os comandos básicos como “Para Frente”, “Para Trás”; o comando “Aprenda” e o Sistema de Referências – e fala sobre a importância do software na aprendizagem de conceitos matemáticos, mostrando isso através de como se constrói um quadrado. Visto o foco do trabalho foi o de explicar conceitos matemáticos abstratos através do software, o artigo lido traz, também, uma ideia de como trabalhar números decimais a partir deste quadrado que desenhamos. Isso pode ser explorado através de um simples questionamento: “Qual é o maior número de passos que a tartaruga anda na diagonal do quadrado sem atingir o vértice oposto?”.

Gregolin (2001) concluiu com este trabalho que a tartaruga do SLOGO pode ser capaz

de despertar o interesse e o prazer dos alunos em realizar explorações matemáticas, isso se deve ao fato da comunicação do aluno com a tartaruga ser simples. Ainda, conclui que o aluno, ao se colocar no lugar da tartaruga, o possibilitaria explicitar a forma como ele se desloca no espaço, e levá-lo a compreender conceitos matemáticos que normalmente possuiria dificuldades em uma aula tradicional.

b. Integrando Álgebra, Arte e Geometria com o Software Graphequation

O artigo escrito por Eleni Bisognin, Maria do Carmo Barbosa Trevisan e Vanilde Bisognin (2010), trata de um trabalho realizado com o software Graphequation. Através dele, fica evidente a importância das Tecnologias Digitais(TD) para a aprendizagem de conceitos matemáticos abstratos. O artigo, também, atribui o problema do aluno muitas vezes não entender determinado conceito, à forma como este conceito é apresentado a ele, que como já dito anteriormente, são apresentados de maneira abstrata aos alunos.

Na escolha do software de trabalho, segundo o artigo, deve-se levar em conta a criação de um ambiente em que o aluno será posto no papel de ativo aprendiz.

Tendo essa ideia e o conceito que iriam trabalhar, funções, foi escolhido o Graphequation. O artigo também aponta sugestões de como desenvolver um trabalho utilizando as TD: a introdução aos conceitos básicos do software e principais comandos e funções deste, realização de atividades mais simples com o professor acompanhando os alunos passo a passo, indução ao aluno compreender e realizar algumas atividades de maneira autônoma, realização de atividades mais elaboradas e que instigue o aluno a pensar e a discussão/reflexão com os alunos do que foi realizado e aprendido. Em todo o trabalho, os alunos saíram da posição de apenas ouvintes e foram levados à prática, o que resultou na criação de um ambiente interativo entre alunos, professor e o conhecimento.

c. Aprendizagem da geometria em b-learning no Ensino Básico

O artigo escrito por Maria José de Oliveira Rodrigues Carvalho e António Manuel Valente de Andrade, em 2012, traz à tona que a geometria é o conteúdo do ensino básico que os alunos mais têm dificuldade. Visto isso, perceberam que era necessário promover mudanças no ensino de geometria, explorando a utilização da informática. Foi escolhido o software C.a.R. (Compass and Ruler) para como apoio para conseguir este objetivo.

Os autores afirmam que estimular uma maior autonomia no aluno é fundamental para a construção do aprendizado, e essa autonomia vai ao encontro da “concessão construtiva do aprendizado”, isto é, o aluno é o maior responsável pelo seu aprendizado. Os alunos tendo um

papel mais ativo, exigem do professor uma atitude de "mediador" e, também, sua própria capacidade de formalizar e concretizar mentalmente os conceitos e discussões que surgem durante esse processo de aprendizagem.

A experiência tratada no artigo foi realizada com alunos divididos em grupos. Através destes, foram capazes de desenvolver seu conhecimento. Trabalhou-se, então, simultaneamente o conhecimento matemático e o manuseio de ferramentas, o que ajudou a acelerar o processo de partilha e construção do site (carmate). Os próprios alunos procuraram os conhecimentos já adquiridos e também novos para auxiliar no desenvolvimento da atividade. O professor teve, neste processo, o papel de orientador. Tudo isso, possibilitou o grau crescimento do “site” e valorizou-se cada aluno individualmente.

Como consequência, o professor, fora de sala de aula, passou a ter um papel maior de suporte aos alunos, sendo o maior influenciador na motivação de cada um deles, contribuindo para estimular situações que contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento. Em sala de aula, o professor atuou como orientador do trabalho colaborativo, estimulando os alunos a dialogarem e participarem.

Já as sessões foram divididas como presenciais (15 aulas) e não presenciais (8 aulas). Esta segunda fase dependia mais da autonomia e do trabalho individual do aluno, que fora desenvolvido durante as sessões.

Para a caracterização da experiência e do desempenho dos alunos, os autores destacam que foram utilizados os registos escritos, anotações, os documentos produzidos pelos alunos, um questionário final sobre a experiência e uma entrevista realizada às professoras para complementar algumas informações. Além da coleta de informações no início e final do trabalho.

Em relação aos resultados obtidos, os alunos precisaram de duas aulas para compreender a ideia do trabalho. Até mesmo os alunos que apresentavam maiores dificuldades inicialmente surpreenderam de maneira positiva. Vale apresentar que o trabalho fora de sala de aula é o que gerou mais dificuldade nos alunos, quase metade deles não conseguiam realizar as tarefas ou realizavam de forma incompleta. E o número de alunos que não realizaram pelo menos uma tarefa foi relativamente baixo, cerca de 12% dos alunos envolvidos. Em relação aos testes nacionais, os resultados obtidos pelos alunos foram gradualmente melhorando ao longo da implementação da experiência.

Apesar da versatilidade exigida aos alunos, ao longo da experiência, na articulação dos conhecimentos informáticos, matemáticos e geométricos, com a utilização dos instrumentos de medida e de desenho, os alunos conseguiram melhorar os seus resultados. Com a

implementação deste estudo, considera-se ter contribuído para o desenvolvimento de algumas capacidades consideradas importantes, já que os alunos compreenderam mais facilmente conceitos, reconheceram e relacionaram propriedades e estabeleceram conjecturas. No entanto, mantiveram certa dificuldade em constituir raciocínios lógicos e em expressá-los oralmente ou por escrito. Julga-se, com esta ação, ter contribuído para que os alunos adotassem uma atitude mais dinâmica e autónoma.

d. O ambiente LOGO a serviço da aprendizagem: um micromundo para aplicações de conceitos de Matemática

O texto de autoria de Flávia de Ávila Pereira (2013) apresenta alguns relatos das experiências da autora enquanto docente e algumas relatadas nos livros de Papert. Vale destacar, então, a possibilidade de utilização do SuperLogo na criação de ambientes animados, para discussão, por exemplo, de assuntos relacionados à Física.

Nesse sentido, o primeiro relato da professora diz respeito à um tutorial, elaborado para estudantes de Licenciatura em Matemática, sobre a construção de um ventilador (ou cata-vento) animado no ambiente LOGO. Segundo a própria, com a ideia por trás dos procedimentos para a criação do ventilador, é possível imergir ao mundo dos fractais. Pereira (2013, p. 5) alega, ainda, que “[...] A curiosidade e o desejo de fazê-lo podem romper com a barreira do desafio. Isso aproximaria os estudantes não apenas do “ser matemático” como da ciência como um todo.”.

Em seu segundo relato, a autora menciona o período que trabalhou como professora substituta na UFRGS, afirmando que lecionou uma disciplina na qual se utilizava o SuperLogo. Então, como trabalho final do semestre, seus alunos tiveram que apresentar alguns projetos que consistiram em elaborar os procedimentos que simulassem um jogo ou objeto de aprendizagem digital com o uso do software em questão. Dentre as variadas ideias, Pereira (2013) destacou um projeto que mostrava a animação do lançamento de projéteis (assunto corriqueiro em Física), enunciando, então, o funcionamento e o processo de construção desse.

Para finalizar suas ideias, a autora afirma que a linguagem LOGO pode proporcionar aos alunos uma oportunidade de pensar em Matemática. Ainda, aponta para a dificuldade de alguns estudantes com essa disciplina, alegando que não podemos afirmar que os mesmos não possuem aptidão para ela, uma vez que essa dificuldade pode não ser evidente quando proporcionamos ao aluno o contato com um ambiente de construção do pensamento matemático. Ademais, segundo Pereira (2013, p. 9) “[...] por (LOGO) possuir comandos

simples e baseados no raciocínio lógico, demonstra ser uma opção muito rica para auxiliar o ensino e a aprendizagem de temas abrangidos ou não pelas disciplinas do currículo escolar, tendo estudantes como pensadores e geradores de programações a serem inseridas para a resolução de um problema real.”.

A leitura dos artigos citados foi de grande importância para o desenvolvimento desta pesquisa, pois proporcionou o contato inicial com o software, mostrando o quanto ele pode contribuir para trabalho com conceitos matemáticos em sala de aula. Ademais, os trabalhos apresentaram diversas formas de como trabalhar com as tecnologias digitais, suas limitações e suas potencialidades.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos o sentido da pesquisa qualitativa em Educação Matemática, assim como a opção pela abordagem metodológica do tipo Estudo de Caso.

4.1 A PESQUISA CIENTÍFICA

Muito se fala sobre o conhecimento: o que seria? Como o alcançamos? De onde ele vem? Talvez, possamos entender sua origem como sendo algo “[...] fruto da curiosidade, inquietação e atividade investigativa dos indivíduos” (GOMES, 2001, p. 8).

O dicionário online Michaelis (2020) traz duas definições para o termo: “1. Buscar cuidadosamente” e “2. Obter informações acerca de”, o que nos leva a entender que se trata de um meio de buscarmos adquirir esse conhecimento. Em moldes científicos, podemos entender como “[...] a realização concreta de uma investigação planejada, desenvolvida e redigida de acordo com as normas da metodologia consagradas pela ciência”, conforme afirma Ruiz (1985 apud NAVES, 1998, p. 16)⁸.

Bicudo (1993, p. 18) traz uma nota do professor Joel Martins, da PUC – SP, a qual afirma que pesquisar é “[...] ter uma interrogação e andar em torno dela em todos os sentidos, sempre buscando todas as suas dimensões e andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões e outra vez...”. Assim, “pesquisar configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita” (BICUDO, 1993, p. 18).

Tais pesquisas podem ser conduzidas de modos distintos. Este trabalho terá como foco a pesquisa qualitativa, especificamente, em Educação Matemática.

4.2 PESQUISA QUALITATIVA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Entendemos a pesquisa qualitativa como sendo um método que se desprende de parâmetros fixos, sem a segurança dos tratamentos numéricos. É uma forma de investigar que exige a interação com o objeto pesquisado e, à medida que é realizada, as informações e os caminhos a serem percorridos se alteram, conforme afirma Garnica (2001). Ainda, Lüdke e

⁸ RUIZ, J.A. Metodologia científica: guia para eficiência nos estudos. São Paulo: Atlas, 1985.170p apud NAVES, M. M. V. Introdução à pesquisa e informação científica aplicada à nutrição. **Revista de Nutrição**, Campinas, v. 11, n. 1, p. 15-36, 1998.

André (1986 apud GARNICA, 2001)⁹, estabelecem características básicas de uma investigação qualitativa:

(i) ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que ‘os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. (LÜDKE E ANDRÉ, 1986 apud GARNICA, 2001, p 39).

Segundo Bicudo (2012) a pesquisa dada como qualitativa difere-se da postura cartesiana ou positivista justamente por essas características. Garnica (2001) ainda aponta para a necessidade de uma questão geradora que possa orientar a pesquisa. Para esclarecer isso, Bicudo (2012) afirma que o ato de pesquisar se dá ao perseguir uma interrogação e que essa interrogação é o plano de fundo na qual se encontram as perguntas do pesquisador, assim,

a interrogação é diferente da pergunta, que indaga, solicitando esclarecimentos e explicitações; do problema, que explicita a pergunta, problematizando uma situação de maneira mais discursiva ou colocando as variáveis já determinadas que o constitua sob a forma de uma equação algébrica; da hipótese colocada sob suspeita, cuja confirmação ou negação fica por conta da pesquisa efetuada. Compreendemos que a interrogação subjaz a essas modalidades e que formular problemas, hipóteses e perguntas são maneiras de assumir perspectivas a partir das quais a interrogação será perseguida. (BICUDO, 2012, p. 21).

No âmbito da Educação Matemática a maioria das pesquisas mostra-se realizada nos moldes qualitativos. Sendo uma área de grandes dimensões, possibilita um grande leque de temas. Entre eles estão a busca por compreender os modos pelos quais os alunos constroem suas aprendizagens, as atividades de ensino, a realidade escolar, os textos mediadores ao ensino, dentre outros como salienta Bicudo (2012).

Segundo Bicudo (2005), a Educação Matemática aborda

[...] reflexões sobre modos de conceber a Matemática e a Educação. Ela não se restringe à produção do conhecimento matemático. Por sua vez, não basta adentrar pelas questões da Educação, tanto postas em termos ontológicos, quanto epistemológicos, axiológicos e culturais para definir procedimentos de pesquisa. É preciso, sim, considerar esses aspectos, porém à luz de concepções da Matemática e sua realidade, modos de conhecer seus objetos e de trabalhar com eles (BICUDO, 2005, p. 15)

⁹ LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986 apud GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis*, Bauru, v. 22, n. 1, p. 3548, 2001.

Em suma, a Educação e a Matemática não podem ser tratadas isoladamente nessa área de pesquisa.

Assim, considerando as características enunciadas até então, o presente trabalho enquadra-se como uma pesquisa qualitativa, uma vez que o nosso interesse está nos dados oriundos da interação com o objeto pesquisado, isto é, na qualidade desse objeto de estudo.

4.3 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso propõe-se compreender à fundo o “como” e os “porquês” de uma entidade bem definida, buscando evidenciar sua identidade e características próprias, norteadas pela interrogação do pesquisador. Essa entidade a ser estudada (conhecida) pode ser desde uma pessoa ou grupos de pessoas pertencentes a um local específico, de sujeitos com características ou atividades em comum, até um curso, disciplina, instituição ou sistema educativo, etc (Ponte, 2006).

Dessa forma,

[...] É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse. (PONTE, 2006, p. 2)

Pode, então, funcionar como um exemplo “negativo”, quando mostra aspectos subversivos de uma realidade diferente da que se acreditava; em suma, um contraexemplo. “Positivo” quando mostra que uma certa realidade inédita pode existir mediante a certas condições ou quando uma determinada situação é bem sucedida. “Neutro” quando o exemplo não é nem positivo nem negativo, revelando algo novo e surpreendente, relativo ao que é pesquisado. Ainda, pode ser considerado “excepcional”, dado sua raridade, possibilitando-nos o conhecimento de casos mais comuns (Ponte, 2006).

Em qualquer das situações, um caso constitui uma entidade bem definida, necessariamente inserida num certo contexto. O que explica que o caso seja como é são sempre as *determinantes internas*, a sua história, a sua natureza, as suas propriedades próprias, bem como as *influências externas*, próximas e distantes, directas e indirectas que recebe do seu contexto. Por isso, no estudo de um caso, seja ele qual for, é sempre preciso dar atenção à sua *história* (o modo como se desenvolveu) e ao seu *contexto* (os elementos exteriores, quer da realidade local, quer de natureza social e sistémica que mais o influenciaram). (PONTE, 2006, p. 5)

Ademais, apoiado pelo trabalho de Yin (1984), Ponte (2006) afirma que os estudos de

casos podem possuir diversos propósitos. Assim, podem ser exploratórios, à medida que busca obter informações preliminares sobre o objeto de estudo; descritivos, ao passo que propõe expor o que foi observado; e analíticos, ao problematizar o objeto de estudo ou construir, desenvolver ou confrontar uma teoria já existente.

Uma característica dessa abordagem apresenta-se no fato de ser uma investigação de natureza empírica, a qual se baseia em um trabalho de campo ou, até mesmo, em uma análise documental. Contudo, “apesar da importância da sua base empírica, os estudos de caso podem ter uma orientação teórica bem vinculada, que sirva de suporte à formulação das respectivas questões e selecção de instrumentos de recolha de dados e constitua um guia na análise dos resultados.” (Ponte, 2006, p. 12).

Além de se tratar de um tipo de pesquisa que possui um forte cunho descritivo, busca estudar uma entidade em seu contexto real, a partir de entrevistas, observações, documentos, artefatos, etc (Ponte, 2006). Também, trata-se de uma abordagem não experimental, na qual o investigador não possui o intuito de modificar uma situação, mas sim compreendê-la e estudá-la como ela é.

Segundo Erickson (1986), em um estudo de caso procura-se encontrar algo mais ecumênico em algo mais particular, portanto, produz um conhecimento de tipo particularístico. Além disso, Ponte (2006) afirma que essa investigação pode seguir uma perspectiva interpretativa, na qual procura-se compreender o mundo do ponto de vista dos participantes ou uma perspectiva pragmática, na qual leva-se em consideração o ponto de vista do investigador em relação ao objeto de estudo.

Ponte (2006) suportado por Bogdan e Biklen (1994), alega que a ideia principal da perspectiva interpretativa “[...] é de que a atividade humana é fundamentalmente uma experiência social em que cada um vai constantemente elaborando significado” (p. 14), assim “[...] formas múltiplas de interpretar as experiências estão ao nosso alcance através da nossa interação com os outros” (p. 14).

Em suma, o objetivo fundamental em um estudo de caso é compreender mais a fundo um caso em específico e auxiliar a formular hipóteses de trabalho sobre a entidade de estudo. Ademais, de acordo com Yin (1984) e Merriam (1988), essa será uma abordagem adequada quando:

- Não se pergunta “o quê?”, “quantas?”, mas sim “como?”, “porquê?”;
- A situação é de tal modo complexa que não permite a identificação das variáveis eventualmente relevantes;
- Se pretende descobrir interações entre fatores significativos especificamente característicos dessa entidade;

- Se pretende uma descrição ou uma análise profunda e global de um fenómeno a que se tem acesso direto;
- Se quer compreender melhor a dinâmica de um dado programa ou processo. (PONTE, 2006, p. 16)

Por esses motivos optamos pelo estudo de caso, pois trabalhamos especificamente com uma turma da disciplina de Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP, campus Guaratinguetá. Dessa forma, tomamos como ponto de partida a seguinte questão: *“Como o SuperLogo pode contribuir para a compreensão de propriedades algébricas?”*.

5 PROPOSTA DE TRABALHO

Neste capítulo iremos discutir pontos importantes relacionados ao conceito de congruência necessários para o decorrer do trabalho, pois nossa proposta de atividade envolve trabalhar essas ideias a partir da geometria disposta no software SuperLogo.

5.1 PRINCIPAIS IDEIAS RELACIONADAS AO CONCEITO DE CONGRUÊNCIA NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O conceito de congruência módulo m pode ser utilizada para a resolução de diferentes problemas, como por exemplo: a solução de equações e a determinação de restos de divisões impossíveis de se resolver manualmente, etc. Essa ideia foi desenvolvida por Gauss (1777 – 1855) em um livro publicado em 1801 (Disquisitiones Arithmeticae), quando ele tinha apenas 24 anos de idade. Segundo Ore (1988 apud CAMPOS, 2009, p. 29)¹⁰, esse trabalho foi considerado essencial para a Teoria dos Números, além de ser considerado um de seus maiores trabalhos.

Uma das ideias interessante de ser trabalhada nesse contexto é a de divisibilidade, ou seja, se temos a, b inteiros. Dizemos que a divide b (notação: $a \mid b$) se existir um inteiro c tal que $b = ac$. Ou seja, dizer que a divide b significa dizer que a divisão de b por a dá exata, ou que o resto é zero. Vale lembrar que na divisão entre dois números, temos, a partir do Algoritmo da Divisão ou de Euclides:

$$\begin{array}{r} b \mid a \\ \hline q \rightarrow \text{quociente} \\ r \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

$$(b = aq + r)$$

Figura 5

No nosso caso:

$$\begin{array}{r} b \mid a \\ \hline c \\ 0 \end{array}$$

$$(b = ac)$$

Fonte: LIMA (2017).

Por exemplo, 5 divide 15, pois $15 = 3 \times 5$; 9 divide 45, pois $45 = 5 \times 9$.

Então, a congruência parte da seguinte ideia:

[...] quando nos deparamos com um problema que relacione divisões, potenciações,

¹⁰ ORE, O. **Number Theory and its History**. Dover, New York, 1988. apud CAMPOS, E. D. **A noção de congruência algébrica no Curso de Matemática: uma análise das respostas dos estudantes**. 2009. 207 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

etc., por que não trabalhamos com os restos das divisões ao invés dos próprios números? Quer dizer, por que não nos esquecemos dos números e ficamos apenas com os restos? Uma vez que esses restos são menores do que os números, é de se esperar que isso simplifique a solução desses problemas, o que de fato ocorre! (LIMA, 2017, p. 1)

Gauss (1986 apud CAMPOS, 2009, p. 29)¹¹ define a congruência módulo m da seguinte maneira: “Se um número divide a diferença de dois números b e c , b e c são chamados congruentes relativos a a , [...] O número a é chamado modulus. Se b e c são congruentes, cada um é chamado resíduo do outro. [...] Designaremos congruência pelo símbolo $\equiv$ e colocaremos em parênteses o modulus [...]”. Tais definições e notações ainda são usadas atualmente, diferenciando-se apenas na linguagem utilizada.

Conforme consta em Milies e Coelho (2003, p. 104), temos: “Seja $m \neq 0$ um inteiro fixo. Dois inteiros a e b dizem-se congruentes módulo m se m divide a diferença $a - b$ ”, ou seja, $m \mid a - b$. Lima (2017, p. 1) complementa: “Dizer que a é congruente a b módulo m , significa que a e b deixam o mesmo resto quando divididos por m ”. Denotaremos essa situação por: $a \equiv b \pmod{m}$. Lê-se como “ a e b são congruentes módulo m ”.

Por exemplo, $38 \equiv 2 \pmod{12}$, pois $38 - 2 = 36$, que é múltiplo de 12 ou $12 \mid 38 - 2$. Isto é, 38 dividido por 12 resulta em certo valor que me sobre 2 de resto.

Com o objetivo de discutir essa ideia algébrica, apresentamos a seguinte proposta de atividade a ser desenvolvida com o software SuperLogo. Essa, terá como base sempre o conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ e os números inteiros $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

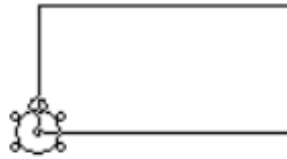
5.2 ATIVIDADE PROPOSTA

Nesse momento apresentaremos uma atividade que envolve a ideia de congruência e a sua visualização no software SuperLogo, a partir de comandos elementares do software.

- a) Criar um Retângulo: comandos: PF 50 PD 90 PF 100 PD 90 PF 50 PD 90 PF 100 PD 90;

¹¹ GAUSS, C. F. *Disquisitiones Arithmeticae*, Trad. Arthur A. Clarke; Springer-Verlag, New York, 1986 apud CAMPOS, E. D. *A noção de congruência algébrica no Curso de Matemática: uma análise das respostas dos estudantes*. 2009. 207 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

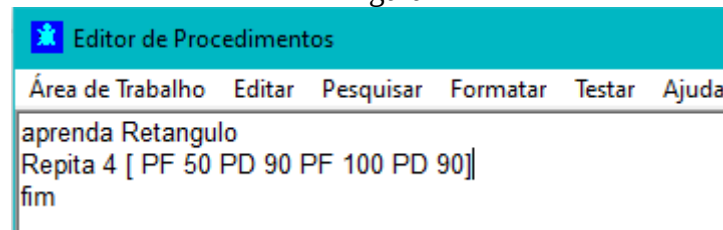
Figura 6



Fonte: Autor.

- b) Criar um retângulo usando o comando repita: comandos: Repita 4 [PF 50 PD 90 PF 100 PD 90];
- c) Criar um retângulo usando o comando “Aprenda” para criar o procedimento “retângulo”;

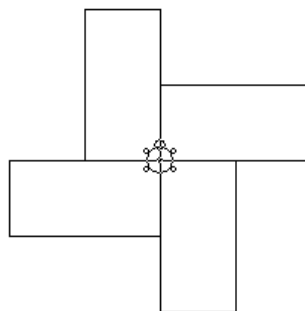
Figura 7



Fonte: Autor.

- d) Fazer o retângulo girar 90°, para esquerda (ou para direita) 4 vezes.

Figura 8



Fonte: Autor.

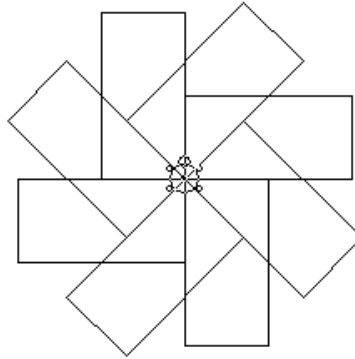
Questionamentos propostos relacionados às atividades desenvolvidas:

- 1) Quantas imagens do retângulo serão exibidas na tela ao se girar o retângulo 5 vezes? *R: 4 imagens.*
- 2) Qual a diferença na imagem final exibida na tela ao se repetir o procedimento de girar o retângulo 4 e 5 vezes? *R: Nenhuma.*

3) Qual o motivo deste fato? R: $360 \equiv 0 \pmod{90}$.

4) E se fizermos o retângulo girar 45° ? Repita o procedimento 8 vezes.

Figura 9



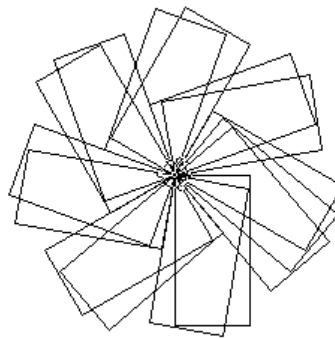
Fonte: Autor.

5) Qual a diferença na imagem final exibida na tela ao se repetir o procedimento de girar o retângulo 8 e 9 vezes? R: *Nenhuma*.

6) Como fica a relação de congruência nesse caso? R: $360 \equiv 0 \pmod{45}$

7) Utilizando o mesmo retângulo, gire-o a um ângulo de sua escolha.

Figura 10



Fonte: Autor.

8) Como fica a relação de congruência nesse caso? R: $360 \equiv 10 \pmod{50}$

9) Como você relaciona a visualização geométrica e a relação de congruência?

A ideia de discussão na resposta a esta questão “9” é que os alunos visualizem que quando dividimos o resultado da divisão dos 360 graus da circunferência por um valor de ângulo que resulta em uma divisão exata (ou seja o resto da divisão é zero) os retângulos irão se sobrepor, não importando o número de vezes que você rotaciona a figura, depois de ‘fechar’ a circunferência. Instigando o aluno a uma discussão, que o direcione a concluir sobre

uma propriedade da congruência do módulo zero para números inteiros.

Em suma, quando a divisão de 360° pelo ângulo proposto resulta em resto zero, significa que depois de n passos de rotação, a próxima figura $n + 1$ vai sobrepor a primeira figura, $n + 2$ sobrepor a segunda e assim sucessivamente. Se 360° não for divisível pelo ângulo rotacionado, ou seja, nessa divisão sobrar um resto diferente de zero, significa que a figura $n + 1$ não irá sobrepor a primeira figura.

Podemos inferir que essa não sobreposição ocorrerá até que o ângulo total rotacionado seja um múltiplo de 360° e o ângulo proposto. Ou seja, se observamos o exemplo visualizado na figura 10, podemos discutir que a não sobreposição apresentada na figura, ocorrerá até que seja totalizado um giro de 1800 graus, pois temos um resto 10, $360 \equiv 10 \pmod{50}$, desse modo 1800 é o mínimo múltiplo comum entre 50 e 360.

Dessa forma é possível por meio do cálculo do módulo inferir uma característica geométrica dessas figuras, ou seja, podemos discutir se a figura terá uma sobreposição em relação à rotação ou não, antes mesmo de fazermos o desenho gráfico, apenas calculando o módulo. Podemos também pensar o contrário, isto é, utilizar a visualização geométrica como meio de compreensão do módulo. Quando o resultado for módulo zero, podemos entender que a divisão de 360° e ângulo proposto é exata, o que significa que 360° é múltiplo do valor proposto do ângulo, associando uma visualização de rotação para o conceito de módulo zero.

6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste último capítulo destacaremos algumas situações interessantes derivadas da proposta de atividade apresentada e faremos algumas discussões a respeito delas.

6.1 DESCREVENDO OS SUJEITOS DA PESQUISA E O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE PROPOSTA

A proposta de atividade apresentada anteriormente foi desenvolvida, então, com alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP do campus de Guaratinguetá, durante a disciplina de Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática. A turma contava com um total de 24 alunos, sendo eles 14 correspondentes ao quarto ano e 10 ao segundo ano do curso.

A apresentação e discussão da proposta foi realizada por meio de uma aula, com duração de 100 minutos, síncrona na ferramenta Google Meet¹². Inicialmente, discorremos sobre Seymour Papert, suas teorias e a criação do SuperLogo. Posteriormente apresentamos o software, expondo suas características e os comandos (procedimentos) que seriam utilizados durante a aula. Por fim, trabalhamos o conceito de congruência no conjunto dos números inteiros por meio da atividade elaborada, apresentada no capítulo anterior. A cada passo, os participantes foram questionados e instigados a pensar sobre o que estavam visualizando no software.

Então, os slides e o vídeo da apresentação realizada foram disponibilizados, juntamente com outras duas propostas de atividades no ambiente virtual da disciplina, o Moodle¹³. Esse ambiente conta com dois tipos de recursos para o desenvolvimento de atividades, os materiais estáticos e materiais dinâmicos. O primeiro, diz respeito às páginas de textos e outros meios para exposição de conteúdos e aulas. O segundo conta com ferramentas destinadas diretamente às atividades, como chats, diários, fórum, lições, questionários, etc. Para essas duas novas propostas trabalhadas nesse ambiente virtual, utilizamos as ferramentas de Pesquisa de Opinião e o Fórum de Discussão.

A seguir, evidenciaremos e discutiremos alguns casos de destaque provenientes desse segundo momento da pesquisa.

¹² Google Meet é um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google.

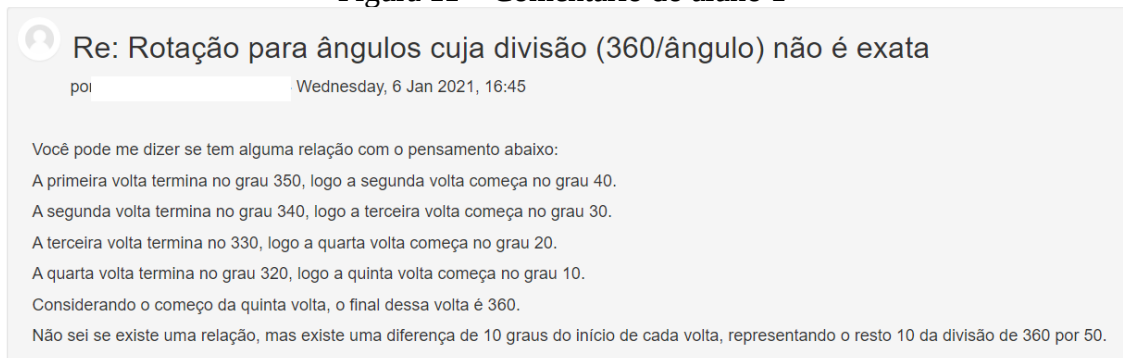
¹³ Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) é um software de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual, utilizado em um contexto de e-learning. O programa permite a criação de cursos "on-line", páginas de disciplinas, grupos de trabalho e comunidades de aprendizagem.

6.2 DISCUTINDO DOIS CASOS QUE SE DESTACARAM NO FÓRUM

Após a aula do Google Meet, foi aberto um fórum, com intuito de discutir dúvidas e ideias sobre as atividades discutidas e propostas na aula. Assim, os alunos da turma ficaram livres para apresentar suas ideias, propor questões relacionadas aos que viram sobre o LOGO.

Dentre os tópicos criados no Fórum de Discussão, gostaríamos de dar destaque a dois deles. Esses dizem respeito ao questionamento deixado ao final da aula com o intuito de fomentar a discussão sobre o assunto da relação de congruência no conjunto dos inteiros: “Como você pensaria a relação entre a visualização geométrica no LOGO, como os exemplos mostrados, e a ideia de congruência?”. Então, os alunos foram instruídos a realizar novamente as atividades propostas em aula de modo a refletir sobre esse questionamento.

Figura 11 – Comentário do aluno 1



Fonte: Autor.

Figura 12 – Comentário do aluno 2

 Uma tentativa de explicação

por [nome] 04

A partir da questão: Como você pensaria a relação entre a visualização geométrica no LOGO, como os exemplos mostrados, e a ideia de congruência?

Vejo que o Logo exemplifica a congruência modular, mas ainda não consegui ligar muito bem uma coisa a outra, então gostaria pedir a ajuda de você para conseguir encaixar o que encontrei com o mod.

Após alguns testes (não consegui provar a proposição, mas funcionou para mais de 10 valores, então acredito que estou no caminho...) conclui que: O número de retângulos necessários para que a tartaruga retorne ao ponto inicial é igual ao menor número da decomposição por fatores iguais de 360 e o ângulo que quisermos. Obs: É o menor número da decomposição do 360 e não do ângulo.

Exemplo:

Para o ângulo de 35° é necessário 72 retângulos, já que:

```
360 , 35 | 5
72 , 7 | 1
```

Como não é mais possível dividir ambos fatores, concluímos que o 72 é o número de retângulos.

```
360 , 90 | 2
180 , 45 | 3
60 , 15 | 3
20 , 5 | 5
4 , 1 | 1
```

Logo, o número de retângulos necessários é 4.

Já para números primos, como o 137 que utilizamos na aula seriam necessários 360 retângulos, já que 360 e 137 não podem ser divididos por um mesmo número, sem deixar resto.

Fonte: Autor.

Para discussão desses tópicos, consideraremos $p_0 = (0,0)$ a posição inicial da tartaruga no centro da tela; d um ângulo inteiro qualquer tal que $0 < d < 360$; e, uma interação da tartaruga definida como o movimento de desenho de um retângulo acrescido de uma rotação do ângulo d para direita. Então, temos os seguintes casos abaixo.

Caso 1: 360 é divisível por d .

Seja $k = \frac{360}{d}$. Se $360 \equiv 0 \pmod{d}$, então:

1. a) Os movimentos consecutivos da tartaruga exibirão no máximo k retângulos na tela.
1. b) A interação $k + 1$ sobrepõe o retângulo gerado pela interação 1.
1. c) Após k interações, a tartaruga estará posicionada na coordenada p_0 .

Caso 2: 360 não é divisível por k .

Sejam $\text{mmc}(a,b)$ o mínimo múltiplo comum entre a e b ; $\text{mdc}(a,b)$ o máximo divisor comum de a e b ; e $l = \frac{1}{d} \text{mmc}(360,d)$. Se 360 e 0 não dão congruentes módulo d , então:

2. a) Os movimentos consecutivos da tartaruga exibirão no máximo l retângulos na tela.
2. b) A interação $l + 1$ sobrepõe o retângulo gerado pela interação 1.

2. c) Partindo da coordenada p_0 , a tartaruga estará posicionada na mesma coordenada p_0 após l interações.

Justificativa:

Vamos representar a congruente a b módulo m por $a \equiv b \pmod{m}$. Sejam $a = 360$, $b = 0$ e $m = d$. Se $360 \equiv 0 \pmod{d}$, então o caso 1 ocorre (figura 8). Caso contrário, existe um resto inteiro $r > 0$ tal que $360 - r \equiv 0 \pmod{d}$.

$$\Rightarrow mmc(d, 360) = M \Rightarrow M = l * d \text{ e } M = j * 360 \Rightarrow l = \frac{M}{d} \text{ e } j = \frac{M}{360}$$

$\Rightarrow$ O ângulo M corresponde a j voltas no ciclo trigonométrico $\Rightarrow$ O ângulo M é divisível por 360 $\Rightarrow$ Após percorrer o ângulo M a tartaruga estará posicionada em p_0 .

$\Rightarrow$ Após realizar l interações, o ângulo resultante $M = l * d$ é divisível por 360 $\Rightarrow$ A tartaruga estará posicionada em p_0 .

Mostrando a partir dos exemplos:

a) Para $d = 90^\circ$, temos que 360 é divisível por 90. Então:

$$k = \frac{360}{d} \Rightarrow k = \frac{360}{90} \Rightarrow k = 4 \Rightarrow 360 \equiv 0 \pmod{90}$$

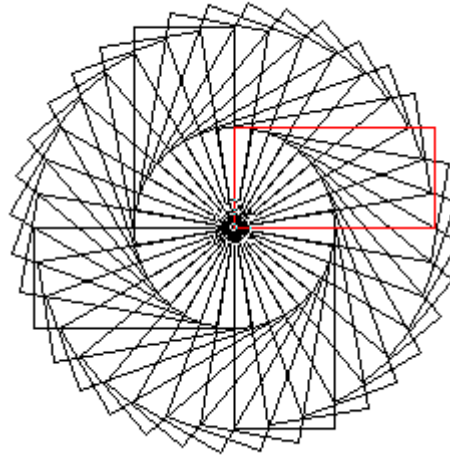
Portanto, a interação $k + 1$, ou seja, o retângulo número 5 irá se sobrepor ao retângulo gerado pela interação 1 (figura 8).

b) Para $d = 50^\circ$, temos que 360 não é divisível por 50. Então:

$$mmc(50, 360) = 1800 \Rightarrow 1800 = l * 50 \Rightarrow l = \frac{1800}{50} \Rightarrow l = 36.$$

Portanto, serão exibidos no máximo 36 retângulos na tela. Então, a interação $l + 1$, correspondente ao retângulo de número 37 irá se sobrepor ao retângulo gerado pela interação 1.

Figura 13



Fonte: Autor.

Ademais, considerando j o número de voltas no círculo trigonométrico, temos:

$$j = \frac{M}{360} \Rightarrow j = \frac{1800}{360} \Rightarrow j = 5$$

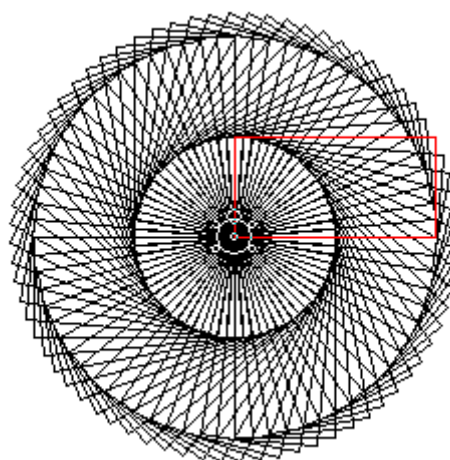
Portanto, para um ângulo $d = 50^\circ$, a tartaruga dará 5 voltas no círculo trigonométrico para traçar o número máximo de interações (retângulos). Isso, corresponde ao tópico levantado pelo aluno 1 (figura 11).

c) Para $d = 35^\circ$, temos que 360 não é divisível por 35. Então:

$$mmc(35, 360) = 2520 \Rightarrow 2520 = l * 35 \Rightarrow l = \frac{2520}{35} \Rightarrow l = 72$$

Portanto, serão exibidos no máximo 72 retângulos na tela. Então, a interação $l + 1$, correspondente ao retângulo de número 73 irá se sobrepor ao retângulo gerado pela interação 1. Isso, corresponde ao tópico levantado pelo aluno 2 (figura 12).

Figura 14



Fonte: Autor.

Ademais, temos:

$$j = \frac{M}{360} \Rightarrow j = \frac{2520}{360} \Rightarrow j = 7$$

Portanto, para um ângulo $d = 35^\circ$, a tartaruga dará 7 voltas no círculo trigonométrico para traçar o número máximo de interações (retângulos).

6.3 ANALISANDO A EXPERIÊNCIA VIVIDA

Além das ideias discutidas na seção anterior, outros comentários no fórum chamaram nossa atenção.

A relação da visualização geométrica e de congruência quando o resto é zero é bem clara e objetiva, algo que facilita muito o entendimento e fica até bonito de se ver, mas quando o resto não é zero fica bem complexo de difícil compreensão. (Aluno 3)

Achei muito legal essa visualização geométrica do logo, principalmente quando temos divisões exatas conseguimos ver perfeitamente onde "acaba" a imagem. Acho que o único problema do software é quando trabalhamos com cálculos não exatos, que aí a visualização começa a ficar um pouco poluída pelo número de voltas. [...] (Aluno 4)

Eu gostei muito da ideia do uso do LOGO mas tive muito receio quando vi que começava a formar figuras e pra mim passou a ser difícil enxergar o que tava realmente acontecendo, depois de um tempo eu percebi que a ideia era fechar os 360 graus. Eu não sei se eu utilizaria o LOGO de primeira (Não me senti confiante em utilizar) Acho que poderia buscar pra ver se no Geogebra tem alguma funcionalidade parecida mas eu gostei muito do modo que foi apresentada no LOGO. (Aluno 5)

Analisando as discussões do fórum e as respostas ao questionário, sentimos a necessidade de nos debruçar novamente sobre a teoria e realizar um novo encontro de modo a dar um fechamento e um sentido à essas discussões, visto que uma parte dos alunos aparentavam compreender a visualização e a relação com o conteúdo quando a congruência resultava em um resto zero, mas demonstraram dificuldades quando a divisão entre os ângulos envolvidos não era exata, conforme afirmam os alunos 3 e 4. A partir de então, pudemos pensar em como se deu o trabalho com a turma em questão e como o SuperLogo pode contribuir para a compreensão de propriedades algébricas.

A ideia de trazer o SuperLogo para explorar um certo conteúdo é interessante, no sentido de que para explicar ao aluno o que está acontecendo visualmente (procedimentos no software), precisamos começar a discutir a teoria com ele. O aluno sente a necessidade de começar a questionar, a colocar e testar hipóteses, como fizeram os alunos 1 e 2 (figuras 11 e 12). Desse modo, entendemos que a proposta de trabalho é válida, pois fomentou discussões e instigou os alunos a pensar sobre a teoria para compreender o que estava acontecendo visualmente. É a partir disso que o aprendizado ocorre, conforme evidenciado por Papert (1980), Valente (1995), Ponte e Canavarro (1997), Hoffmann (2006) e Maltempi (2005). Ainda no fórum de discussão, uma aluna deu atenção a esses fatos.

Os questionamentos propostos durante o encontro nos fazem pensar nas características das figuras geométricas envolvidas e em outros conceitos, como o de congruência módulo m , ao experimentar e testar hipóteses no LOGO conseguimos uma visualização mais ampla, conforme os exemplos mostrados. (Aluno 6)

Ademais, após o segundo encontro, os alunos expressaram suas opiniões em relação ao que foi trabalhado e discutido. Fato que evidencia a importância que esse último encontro teve para a compreensão das atividades. Como, por exemplo, o Aluno 5.

Pra falar a verdade, eu gosto muito desse negócio de você ir entendendo aos poucos. Porque, depois você olha de novo e entende diferente, você vai vendo várias esferas da mesma coisa. Mas esclareceu bastante, eu espero rever essa atividade novamente [...] eu acho que como foi uma perspectiva bem diferente sobre um conteúdo que era bem algébrico, bem... abstrato, foi um pouco difícil de entender, mas quanto mais você vê essas outras representações ajuda mais. Num primeiro momento até entendi bem, para um choque assim 'nossa!', mas com o tempo a gente compreende mais as coisas. (Aluno 5).

O aluno 1 também afirma que a segunda aula auxiliou a entender a relação da congruência com estava sendo visualizado no software. Ainda, alega que a situação proposta o lembrou de alguns exercícios que costumava resolver cujo objetivo “[...] é questionar sobre

repetições em ciclo, como o que ocorre com o alinhamento dos planetas no espaço, ou remédios que você começa a tomar em dias diferentes, qual o dia que será igual e esses tipos de coisas” (Aluno 1).

É importante mencionar, também, o papel do professor (ou pesquisador) durante o processo. Esse passou a atuar mais como um orientador (mediador), buscando influenciar a motivações e promover momentos de diálogos e participação dos alunos, fato também notado no trabalho de Carvalho e Andrade (2012).

Por fim, em relação a forma como a aula foi ministrada, entendemos que o fato de os participantes não estarem realizando as construções (os passos pedidos na atividade) e testando suas hipóteses na hora, ou seja, estarem apenas observando o que estava sendo feito, pode ter contribuído para gerar dúvidas e dificuldades em compreender o assunto, isso em virtude de os tópicos destacados nas figuras 11 e 12 terem surgido após os alunos, em um segundo momento, instalarem o software e testarem suas ideias. Acreditamos que a com realização da atividade em um ambiente presencial e com os alunos reunidos em grupos, as discussões teriam um potencial de serem mais esclarecedoras; entretanto, esse momento ficará para um próximo trabalho.

6.4 PESQUISA DE OPINIÃO

A Pesquisa de Opinião é uma das ferramentas disponibilizadas pelo ambiente virtual Moodle. Nela, foi disponibilizado um questionário com 4 perguntas. Essas tiveram o foco de compreender as concepções dos estudantes, participantes da pesquisa, em relação ao software SuperLogo. Entretanto, não foram todos os alunos que responderam ao questionário: dos 24 estudantes matriculados na disciplina, apenas 16 participaram da pesquisa de opinião. Vamos, então, discutir brevemente a respeito das respostas à cada uma das perguntas.

Você já conhecia o LOGO? Se já conhecia relate qual sua experiência com esse software. Se não conhecia, relate qual sua opinião em relação a esse primeiro contato com ele. Dos participantes da pesquisa de opinião, 9 já conheciam o software e outros 7 nunca tiveram nenhum contato. Em relação aos que já tiveram contato com o software, em sua maioria absoluta, conheceram-no em minicursos. Já aqueles que tiveram o primeiro contato neste trabalho, consideraram a experiência positiva, pois o Superlogo possui uma linguagem simples de entender.

Quanto ao que foi apresentado nesta aula. Você considera que o LOGO auxiliou na compreensão sobre a relação de congruência no conjunto dos números inteiros? Seja sua

resposta afirmativa ou negativa, tente evidenciar os pontos que facilitaram ou dificultaram. 15 alunos afirmaram que o uso do Superlogo auxiliou a compreender algumas das propriedades da congruência módulo m . Esses, apontaram como principais pontos facilitadores o uso da geometria e a possibilidade de testar hipóteses e observar o que está sendo construído. O aluno que afirmou que o software não auxiliou nessa compreensão, alegou que as construções ficaram confusas.

Destaque três pontos que lhe chamaram a atenção em relação ao software LOGO, apontando os motivos que o levaram a esses destaques. Os principais pontos mencionados pelos alunos dizem respeito à facilidade e simplicidade dos comandos do software; à possibilidade de lidar com algumas questões da lógica de programação e a possibilidade de se trabalhar conteúdos variados. Vale também destacar a questão do feedback imediato que permite testar e visualizar hipóteses quase que instantaneamente e simplicidade do layout do software.

Você percebe possibilidades de trabalho com o LOGO com alunos da Educação Básica ou Ensino Superior? Justifique sua resposta. A maioria dos participantes afirmaram ver possibilidades de se utilizar o Superlogo com alunos, tanto da Educação Básica, quanto do Ensino Superior. Entre os principais motivos que foram citados, podemos destacar o fato de ser possível introduzir e discutir um pouco a respeito da lógica de programação e a possibilidade de se trabalhar diversas competências e habilidades com ênfase a geometria. Apenas um dos alunos respondeu negativamente, alegando que há outros softwares mais adequados.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo investigar as potencialidades do SuperLogo como software de ensino de matemática. De modo mais específico, buscamos entender como ele pode contribuir para a compreensão do conceito de congruência no conjunto dos números inteiros. Para isso, inicialmente, focamos em compreender os pensamentos de Seymour Papert a respeito do uso dos computadores na educação e que foram plano de fundo para criação da linguagem LOGO. Ademais, buscamos referências teóricas que nortegassem nossa pesquisa em relação aos meios de conduzir um trabalho envolvendo as Tecnologias Digitais. Com base, também em pesquisas bibliográficas tivemos o primeiro contato com o software utilizado e suas principais características. A partir disso, compreendemos o seu funcionamento e exploramos seus comandos, que se mostraram eficientes para a proposta que tínhamos.

As atividades então elaboradas buscaram operar com todas essas informações e utilizar desde os comandos mais simples, até alguns um pouco mais complexos, que exigem uma atenção maior na hora do seu desenvolvimento. Trabalhando, assim, a lógica matemática de comandos do SuperLogo que nos permite realizar tais operações e a representação geométrica que nos propõem a visualização de propriedades algébricas dos números. No caso apresentado, a relação de congruência dos números inteiros.

A partir das aulas realizadas e das discussões que surgiram no fórum do moodle, entendemos que a visualização geométrica propiciada pelo software pode servir como uma alternativa para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem em matemática, uma vez que possibilita o desenvolvimento de um ambiente de exploração e visualização de conceitos que muitas vezes são de difícil compreensão quando discutidos apenas de maneira tradicional.

Na atividade proposta, os alunos buscaram levantar hipóteses e testá-las de forma a compreender o que estava em questionamento. Mesmo que matematicamente não conseguiram explicar suas ideias, o SuperLogo mostrou-os um caminho que aparentemente estava correto. É nesse momento que o papel do professor como um orientador fica evidente, pois é necessário que ele promova diálogos e instigue a participação dos alunos de modo a promover uma conclusão lógica para essas hipóteses.

Entendemos, a partir pontos destacados pelos participantes, que cumprimos nosso objetivo de mostrar as contribuições que o software SuperLogo pode proporcionar aos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, estimulando o pensamento abstrato pela analogia entre álgebra, geometria e tecnologia, instigando os participantes a propor soluções alternativas a tradicionais problemas matemáticos.

REFERÊNCIAS

- ABELSON, H.; DISESSA, A. **Turtle geometry**: the computer as a medium for exploring mathematics. Cambridge, MA: MIT Press, 1981.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 18-23, 1993.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 15-26, 2012.
- BICUDO, M.A.V. Pesquisa qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa**, São Paulo, ano 1, n.1, p. 7-26, 2005.
- BISOGNIN, E.; TREVISAN, M. D. C. B.; BISOGNIN, V. Integrando álgebra, arte e geometria com o software graphequation. **Renote**, Rio Grande do Sul, v. 8, n. 3, 2010. 2010.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- CARDOSO, G. G.; PAVANELO, E. **O logo no processo de aprendizagem em Matemática**. Belo Horizonte: Poisson, 2020. v. 27, cap. 17. p. 129-136. (Série educar: Matemática).
- CARVALHO, M. J. D. O. R.; ANDRADE, A. M. V. D. Aprendizagem da geometria em b-learning no ensino básico. **Educação, Formação & Tecnologias**, v. 5, n. 1, p. 62-71, 2012.
- CYBERNETICZOO. **1969**: the logo turtle: seymour papert et al (Sth African/American). 2010. Disponível em: <http://cyberneticzoo.com/cyberneticanimals/1969-the-logo-turtle-seymour-papert-marvin-minsky-et-al-american/> . Acesso em: 03 jan. 2021.
- ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: WITTROCK, M. C. (ed.). **Handbook of research on teaching**. New York: Macmillan, 1986. p. 119-161.
- GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.
- GREGOLIN, V. R. **Linguagem logo**: explorando conceitos matemáticos. Araraquara: UNESP, 2001.
- GOMES, A. A. Considerações sobre a pesquisa científica: em busca de caminhos para a pesquisa científica. **Intertemas**, Presidente Prudente, v. 5, p. 1-16, 2001.
- HOFFMANN, D. **Aprender Matemática**: tornar-se sujeito da sociedade em rede. 2006. Dissertação (Mestrado em Psicologia Social e Institucional) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional, Instituto de Psicologia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

LIMA, M. R. D. **Construcionismo de papert e ensino-aprendizagem de programação de computadores no ensino superior**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São João Del-rei, São João Del-Rei, 2009.

LIMA, Y. G. **Congruências**. 2017. Disponível em:
<https://www.obm.org.br/content/uploads/2017/01/congru-3.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2020.

MALTEMPI, M. V. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. *In*: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CIBEM, 5., 2005, Porto. **Anais [...]**. Porto: Associação de Professores de Matemática, 2005.

MATTE, M. L. **A linguagem logo como possibilidade de aprendizagem matemática**. 2011/2. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011/2.

MERRIAM, S. **Case study research in education: a qualitative approach**. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1988.

MILIES, C. P.; COELHO, S. P. **Números: uma introdução à Matemática**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

MICHAELIS, H. **Michaelis dicionário brasileiro da língua portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, 2020.

PAPERT, S. **A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PAPERT, S. **Mindstorms: children, computers and powerful ideas**. New York: Basic Books Inc, 1980.

PAPERT, S. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985.

PAPERT, S. **Constructionism: a new opportunity for elementary science education**. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, Epistemology and Learning Group, 1986.

PAPERT, S. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PEREIRA, F. D. A. O ambiente logo a serviço da aprendizagem: um micromundo para aplicações de conceitos de matemática. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 7., 2013, Rio Grande do Sul. **Anais [...]**. Rio Grande do Sul: ULBRA, 2013.

PONTE, J. P.; CANAVARRO, P. **Matemática e novas tecnologias**. Lisboa: Universidade Aberta, 1997.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006.

SILVEIRA, J. D. A. Construcionismo e inovação pedagógica: uma visão crítica das concepções de papert sobre o uso da tecnologia computacional na aprendizagem da criança. **Themes**, Ceará, v. 10, p. 119-138, 2012.

SOUZA, O. D. **Uso e aplicação do programa logo como ferramenta facilitadora no processo ensino-aprendizagem**. 2011. Monografia (Especialização na Pós Graduação em Ensino de Ciências) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Foz do Iguaçu, 2011.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na educação. *In*: VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: NIED-Unicamp, 1993. p. 1-27.

VALENTE, J. A. **O professor no ambiente Logo: atuação e formação**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1995.

YIN, R. **Case study research: design and methods**. Newbury Park, CA: Sage, 1984.