

MARISA MONTEIRO FONTOURA DE LIMA AREZO E SILVA

**A IMPORTÂNCIA DO PLANEJAMENTO FINANCEIRO:
UMA ABORDAGEM DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO
MÉDIO COM O USO DO EXCEL**

Guaratinguetá
2012

MARISA MONTEIRO FONTOURA DE LIMA AREZO E SILVA

**A IMPORTÂNCIA DO PLANEJAMENTO FINANCEIRO:
UMA ABORDAGEM DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO
MÉDIO COM O USO DO EXCEL**

Trabalho de Graduação apresentado ao
Conselho de Curso de Graduação em
Licenciatura em Matemática da Faculdade de
Engenharia do Campus de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista, como parte
dos requisitos para obtenção do diploma de
Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Galeno José de Sena

Guaratinguetá
2012

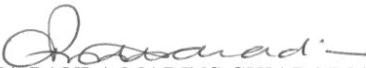
S586i	Silva, Marisa Monteiro Fontoura de Lima <u>Arezo e</u> A importância do planejamento financeiro: uma abordagem de matemática financeira para o ensino médio com o uso do excel / Marisa Monteiro Fontoura de Lima <u>Arezo e</u> Silva – <u>Guaratinguetá</u> : [s.n], 2012. 64 f. Bibliografia: f. 63 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012. Orientador: Prof. Dr. Galeno José de Sena 1. <u>Matemática financeira</u> 2. Excel (Programa de computador) I. Título <u>CDU 336.51</u>
-------	---

**A IMPORTÂNCIA DO PLANEJAMENTO FINANCEIRO: UMA
ABORDAGEM DE MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA O ENSINO MÉDIO
COM O USO DO Excel**

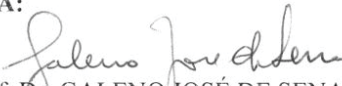
Marisa Monteiro Fontoura de Lima Arezo e Silva

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"

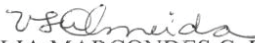
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA


Prof.^a. Dr.^a. ANA PAULA MARINS CHIARADIA
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. GALENO JOSÉ DE SENA
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. JÚLIO SANTANA ANTUNES
UNESP-FEG


Prof.^a. Dr.^a VERA LIA MARCONDES C. DE ALMEIDA
UNESP-FEG

Guaratinguetá
2012

Dedico este trabalho a Deus, ao meu marido Marcos e aos meus filhos Bianca e Davi, pelo tempo que deixei de estar com eles.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus que sempre me ajudou em tudo na minha vida, ao meu orientador, *Prof. Dr. Galeno José de Sena* pela sua paciência e confiança, a minha mãe *Beatris*, minha tia *Helena*, a minha sogra *Ana*, que cuidaram dos meus filhos com carinho durante os meus estudos,

aos professores *Emanuel* (em memória) e *Marco* que cederam suas aulas para que eu aplicasse este trabalho e me ajudaram em tudo que precisei.

SILVA, M. M. F. L. A.. **A importância do planejamento financeiro:** Uma abordagem de matemática financeira para o ensino médio com o uso do Excel. 2012. 89 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

RESUMO

A saúde financeira de uma família é uma das principais geradoras de qualidade de vida e isso só é possível através de planejamento financeiro, o que nada mais é do que economizar e analisar, antes de contrair dívidas. Para isso, os alunos deverão ter noções de Matemática Financeira, principalmente daquela utilizada pelos bancos nos juros do cheque especial, nos investimentos e nos empréstimos de curto e longo prazo, ou seja, juros compostos, taxas equivalentes, sistemas de amortização e outros. Partindo do conhecimento de progressões aritméticas e geométricas e, com base em situações reais que possibilitem a aplicação do conteúdo aprendido, objetiva-se desenvolver atividades aplicáveis no ensino médio. Partir de situações reais é uma das principais linhas de pensamento da metodologia de Resolução de Problemas, em que o aluno é agente ativo na construção de seu saber.

Como é ressaltado nos Parâmetros Curriculares Nacionais, a prática na utilização de computadores é imprescindível para a conquista de uma vaga no mercado de trabalho. Por isso, este trabalho propõe uma atividade onde possam ser praticados os conhecimentos de Matemática Financeira, associados ao uso da planilha eletrônica Microsoft Excel.

PALAVRAS-CHAVE: Planejamento financeiro. Matemática Financeira. Resolução de Problemas. Tecnologias de Informação. Planilha Eletrônica Microsoft® Excel. Qualidade de vida.

SILVA, M. M. F. L. A.. **The importance of financial planning:** an approach to mathematical finance using Excel. 2012. 89 f. Dissertation (Graduation in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

ABSTRACT

The financial health of a family is one of the main generators of quality of life, and this is only possible through financial planning, which is nothing more than save and analyze before contracting debts. To do this, students must have notion of financial mathematics, especially of that used by the banks on overdraft interest, in investments and in the short-term and long-term loans, that is, compound interest, equivalent rates, depreciation and others. Starting from the knowledge of arithmetic and geometric progressions and, based on real situations which allow the application of the content learned, one intends to develop activities applied to high education. To start from real situations is one of the main lines of thought of the Problem Solving Methodology, in which the student is the active agent in the construction of his or her knowledge.

As the National Curricular Parameters point out, the practice in the use of computers is essential for gaining a job. Therefore, this project proposes an activity where knowledge of Financial Mathematics can to be practiced, associated with the use of Microsoft Excel® spreadsheet.

KEYWORDS: Financial planning. Financial Mathematics. Problem Solving. Information Technologies. Microsoft Excel Spreadsheet. Quality of life.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
CAPÍTULO 1 FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	12
1.1 Introdução.....	12
1.2 Juros Simples e Compostos.....	12
1.3 Taxas equivalentes a juros compostos.....	14
1.4 Sequências de Pagamentos Uniformes.....	15
1.5 Principais tipos de Sistemas de Amortização.....	17
CAPÍTULO 2 PORQUE UTILIZAR A DIDÁTICA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	22
2.1 Objetivos e princípios da resolução de problemas.....	22
2.2 Os tipos de problema e como resolvê-los.....	23
2.3 Problemas relacionados à Matemática Financeira.....	24
2.4 Uso das Tecnologias de Informação no ensino de Matemática.....	25
2.5 Noções básicas sobre a Planilha Eletrônica Microsoft Excel.....	26
2.5.1 Introdução.....	26
2.5.2 Elementos básicos da planilha Microsoft Excel 2007.....	27
2.5.3 Modos de seleção de células e Alças de Preenchimento.....	31
2.5.4 Dados em planilhas.....	32
2.5.5. Utilizando fórmulas simples.....	33
2.5.6 Utilização de referências relativas e absolutas.....	35
2.5.7 Utilizando funções matemáticas.....	36
2.5.8 Inserindo gráficos no Excel.....	38
CAPÍTULO 3 APLICAÇÕES DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS..	42
3.1 Introdução.....	42
3.2 Expressões de cálculo de PA e PG.....	42
3.3 Tabelas de capitalização em juros simples e compostos.....	46
CAPÍTULO 4 RESOLUÇÃO DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA ENVOLVENDO JUROS COMPOSTOS E SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO.....	53
4.1 Introdução.....	53
4.2 O Problema.....	53

4.2.1 Objetivo do problema.....	54
4.2.2 Análise da primeira opção.....	54
4.2.3 Análise da primeira opção com a utilização da planilha eletrônica Microsoft® Excel...	56
4.2.4 Análise da segunda opção.....	61
4.2.5 Análise da terceira opção.....	64
4.3 Aplicação em sala de aula.....	66
4.3.1 Aplicação no Ensino de Jovens e Adultos.....	66
4.3.2 Aplicação no Ensino Médio Regular.....	68
Conclusão.....	71
Referências.....	73
ANEXO A – Amostragem de Questionário Aplicado em Sala de Ensino de Jovens e Adultos.....	75
ANEXO B – Amostragem de Opiniões de Alunos do Ensino de Jovens e Adultos sobre as aulas na sala de informática.....	79
ANEXO C – Amostragem de Questionário Aplicado em Sala do Ensino Médio Regular.....	81
ANEXO D – Amostragem de Questionários com Opiniões de Alunos do Ensino Médio Regular sobre as aulas na sala de informática.....	85

INTRODUÇÃO

O estudo de finanças, assim como qualquer outra área de conhecimento evoluiu a partir das necessidades da humanidade.

Na Idade Antiga a noção de finanças surgiu naturalmente quando, na troca de bens, um era mais valorizado que outro devido a sua escassez ou maior dificuldade de confecção. Depois, com a adoção de moedas, foram estabelecidos os preços também de acordo com a valoração das mercadorias. E, com a moeda, surgiu o empréstimo e a cobrança de juros.

Segundo Eves (2004), foram encontradas cerca de 400 tábulas babilônicas datadas de aproximadamente 2100 a.C. com contratos, faturas, recibos, notas promissórias, juros simples e compostos, hipotecas e escrituras, mostrando que os sumérios antigos estavam familiarizados com operações financeiras.

Matias e Freitas (2010) afirmam que nem todos os povos viam com “bons olhos” a atividade comercial porque os religiosos acreditavam que o acúmulo de bens subvertia a moral das pessoas e aumentava a divisão social.

Esse pensamento também foi constante na Idade Média, mas já na Idade Moderna, com os avanços tecnológicos, houve o desenvolvimento do comércio internacional.

Segundo Matias e Freitas (2010), com o aparecimento de grandes monarquias, o Estado assumiu a função social da Igreja e passou a implantar políticas nacionalistas e intervencionistas que provocaram transformações na atividade financeira.

Porém, a evolução mais significativa no ramo do conhecimento de finanças, segundo Bruni e Famá (2003) ocorreu no século XX com a Primeira Guerra Mundial, que acabou com conceitos de estabilidade e foi possível que se desenvolvesse noções sobre risco e sua administração.

Matias e Freitas (2010) mostram com clareza as mudanças que ocorreram no século XX no campo de finanças:

- Nos anos 20 as empresas preocupavam-se com a falência, mas foi nesta década que surgiram as grandes indústrias, por isso, tornou-se mais frequente o planejamento e controle financeiros;

- Após a crise de 1929, houve uma série de falências, o que fez com que as empresas se voltassem para sua administração financeira interna;

- Nos anos 40, todas as atividades eram para se obter recursos para a II Guerra Mundial, e após, para conseguir financiamento para capital de giro, o que fez a área de finanças concentrar-se na avaliação de empresas;

- Nos anos 50, com a evolução tecnológica, houve maior competição por recursos, o que fez surgir novas teorias no campo financeiro;

- Na década de 70, os países exportadores de petróleo aplicaram recursos em bancos europeus e americanos que fizeram empréstimos aos países em desenvolvimento. Entretanto, no início da década de 80, alguns desses países declararam moratória. Neste ínterim, surgiram empresas prestadoras de serviços financeiros que faziam análises utilizando planilhas eletrônicas, enfatizando a globalização;

- Nos anos 90 passou a existir a preocupação quanto à decisão de investimento e de financiamento e eficiência de mercado.

Estas mudanças não afetam apenas o governo e as empresas como também o cidadão comum na compra de um bem, na assinatura de um empréstimo ou na realização de um investimento.

Por isso, é necessário que o conhecimento financeiro seja divulgado, para que todos tomem decisões conscientes ao realizar um negócio e, principalmente, que se divulgue a prática do planejamento financeiro para melhoria da qualidade de vida do cidadão, sendo a escola o melhor meio de divulgação deste conhecimento.

A educação financeira, porém, não deve ser privilégio da minoria abastada, porque é com menores recursos que há maior necessidade de boa administração.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1997) são citados os objetivos educacionais em Matemática e Ciências: “Representação e Comunicação; Investigação e Compreensão; e Contextualização Sociocultural.” O conhecimento de finanças está relacionado com a competência de comunicação, já que “o domínio de linguagens, (...) sua nomenclatura, símbolos, códigos, designações de grandezas e unidades, (...) integram um instrumental necessário para *atividades econômicas* e para o *pensamento social*.” (PCNs, 1997).

Neste sentido, é necessário: “Ler e interpretar diferentes tipos de textos com informações apresentadas em linguagem matemática, desde livros didáticos até *artigos de conteúdo econômico*, (...) contratos comerciais, *folhetos com propostas de vendas* (...).” (PCNs, 1997).

Esta proposta também está relacionada com a competência de compreensão, pois consiste na capacidade de “analisar e *julgar cálculos efetuados, dados econômicos ou*

sociais, propagandas de vendas a prazo, probabilidades de receber determinado prêmio em sorteios ou loterias, etc.” (PCNs, 1997).

Além disso, na competência de contextualização sociocultural, “as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais.” (PCNs, 1997).

Também, como são citados neste documento, os resultados obtidos com a diversificação do material didático é notada através da melhor participação e motivação dos alunos, sendo que o uso dos computadores mostra um universo de informações através da internet.

Com isso, este trabalho pretende estimular o ensino da Matemática Financeira nas escolas públicas, com a ajuda da tecnologia da informação, e propor uma forma de abordagem para que todos os estudantes aprendam a administrar melhor o seu dinheiro, evitando dívidas e proporcionando a melhoria da qualidade de vida.

Para isso, é feita uma pesquisa exploratória que, segundo Gil ¹(2002, apud Teixeira, 2010) apud Teixeira, tem o objetivo de proporcionar maior familiaridade com o problema com o intuito de torná-lo mais claro através de pesquisa bibliográfica e aplicação em sala de aula. Quanto à classificação mais abrangente, segundo Gil (2002, apud Teixeira, 2010), esta pesquisa é qualitativa, pois parte do subjetivo para atingir o objetivo, buscando profundidade, através de uma amostra pequena (uma turma de Ensino de Jovens e Adultos e uma turma de Ensino Médio Regular), trabalhando com o pressuposto e partindo do todo para o particular. Também pode ser notado que esta pesquisa é qualitativa porque nela todas as variáveis são importantes e porque são consideradas opiniões e atitudes dos alunos.

¹ GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002. 176 p. Disponível em:<http://www.proppi.uff.br/turismo/sites/default/files/como_elaborar_projeto_de_pesquisa_oco_antnio_carlos_gil.pdf>. Acesso em 13 dez 2012 apud TEIXEIRA A. P. C. **Matéria de Metodologia da Pesquisa Científica** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <man06114@feg.unesp.br> em [2010].

CAPÍTULO 1 FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

1.1 Introdução

Como este trabalho tem por objetivo abordar conceitos de Matemática Financeira, relacionando-os com os já estudados, e trabalhar a sua contextualização, é necessário ter noções de alguns tópicos, como juros e amortizações, que são vistos neste capítulo.

De acordo com o Caderno do Professor (2009), material didático fornecido pelo Governo do Estado de São Paulo, o assunto “Juros Simples e Compostos” deve ser abordado como aplicações na Matemática Financeira de Progressões Aritméticas e Geométricas na primeira série do Ensino Médio.

Este trabalho, porém, além desses assuntos, propõe que sejam abordadas também Sequências de Pagamento, Taxas Equivalentes e Sistemas de Amortização, porque estas operações estão presentes no cotidiano das pessoas. Por exemplo, quando é feita uma compra a prazo, quando é contraído um empréstimo ou realizado um financiamento, as lojas ou bancos utilizam-se dessas transações.

1.2 Juros Simples e Compostos

Segundo Gimenes (2009) as operações financeiras são baseadas em duas formas de capitalização: a simples e a composta. A aplicação da primeira ocorre em apenas um período, por exemplo, o juro do cheque especial cobrado em um mês ou o desconto de um cheque pré-datado. Já da segunda, em períodos maiores, como é o caso de financiamentos imobiliários e empréstimos como os CDCs (Créditos Diretos ao Consumidor).

Como pode ser visto em Samanez (2010), no regime de capitalização simples os juros incidem apenas sobre o capital, não gerando capitalização de juros, ou seja, não é cobrado juro sobre juro. Isso faz com que a evolução da dívida, ou montante, seja linear.

Já no regime de capitalização composta, os juros são incorporados ao capital no final de cada período, o que faz com que o montante cresça exponencialmente. E, nesse caso, os juros são capitalizados, ou seja, é cobrado juro sobre juro.

Segundo Gimenes (2009), a fórmula de juros simples pode ser deduzida de forma intuitiva, por exemplo:

Em um empréstimo de R\$ 1000,00 com prazo para pagamento de seis meses e juros de 1% ao mês, qual o valor dos juros a serem pagos?

Pelo raciocínio intuitivo, os juros cobrados serão 6% (o número de meses multiplicado pelo juro mensal). Também utilizando o mesmo raciocínio, percebe-se que é necessário multiplicar o valor emprestado pela porcentagem calculada para descobrir quanto será cobrado de juros. Com isso, chega-se à fórmula (1):

$$\mathbf{J = C.i.t} \quad (1)$$

Onde:

J = juros cobrados no final do empréstimo;

C = Capital, ou seja, o valor emprestado;

i = taxa de juros cobrada;

t = tempo para o pagamento do capital mais juros.

Como o total a ser pago é a soma dos juros mais o capital, têm-se:

$$M = C + C.i.t$$

Onde M é o Montante, ou seja, o total a ser pago.

Para simplificar pode-se colocar o Capital em evidência, então:

$$\mathbf{M = C (1 + i.t)} \quad (2)$$

Já a dedução da fórmula dos juros compostos dá-se da seguinte maneira:

No primeiro período, pode-se calcular o montante (M_1) através da aplicação direta da fórmula (1):

$$M_1 = C (1 + i)$$

Para calcular o valor devido (M_2) ao término do segundo mês², basta reaplicar a fórmula (1) sobre o resultado M_1 .

$$M_2 = M_1 (1 + i) = [C (1 + i)] . (1 + i) = C . (1 + i.)^2$$

Portanto:

² As expressões apresentadas neste trabalho são válidas para “períodos” que podem ser dias, meses ou anos (com taxas ajustadas apropriadamente: ao dia, ao mês ou ao ano). No entanto, por ser comum nas aplicações de Matemática Financeira os cálculos terem periodicidade mensal, neste trabalho, em várias ocasiões, período se refere a mês.

$$M_2 = C (1 + i)^2$$

Para calcular o valor devido (M_3) ao término do terceiro mês, basta reaplicar a fórmula (1) sobre o resultado M_2 :

$$M_3 = M_2 (1 + i) = C (1 + i)^2 (1 + i) = C (1 + i)^3$$

Portanto:

$$M_3 = C (1 + i)^3$$

e assim sucessivamente:

$$M_4 = C (1 + i)^4$$

$$M_5 = C (1 + i)^5$$

De modo que a fórmula geral para o montante após n meses (M_n) será:

$$M_n = C (1 + i)^n \quad (3)$$

1.3 Taxas equivalentes a juros compostos

Segundo Samanez (2010), duas taxas são equivalentes quando produzem montantes iguais incidindo sobre um mesmo capital durante certo prazo. Portanto, considerando-se o ano comercial (360 dias), podem-se relacionar algumas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_s)^2 = (1 + i_t)^4 = (1 + i_m)^{12} = (1 + i_d)^{360} \quad (4)$$

Onde:

i_a = taxa efetiva anual;

i_s = taxa efetiva semestral;

i_t = taxa efetiva trimestral;

i_b = taxa efetiva bimestral;

i_m = taxa efetiva mensal;

i_d = taxa efetiva diária.

Quando da conversão de uma taxa menor para uma maior, deve-se elevar a taxa de juros pelo número de períodos correspondentes. E, de uma taxa maior para uma menor, deve-se elevar ao inverso do período.

Por exemplo:

$$\text{de meses para anos: } i_a = (1 + i_m)^{12} - 1$$

de anos para meses : $i_m = (1 + i_a)^{\frac{1}{12}} - 1$

1.4 Sequências de Pagamentos Uniformes

Para compreensão de como são calculados os valores fixos das parcelas de financiamentos é necessário entender como funcionam as sequências de pagamentos uniformes:

De acordo com Gimenes (2009) sequências de pagamentos uniformes ocorrem quando um empréstimo é pago em períodos uniformes, com parcelas iguais e consecutivas.

Gimenes (2009) define dois tipos básicos de sequências de pagamentos uniformes: a de pagamento postecipado³, em que o primeiro pagamento ocorre somente ao final do primeiro período e a de pagamento antecipado, que se refere a uma situação em que o primeiro pagamento/recebimento é feito no instante inicial (no início do período).

Existe também um terceiro tipo de sequência de pagamento uniforme: a diferida, que, segundo Samanez (2010), é caracterizada por um período de carência, constituído de um prazo que separa o início da operação do período de pagamento da primeira parcela. Quando o pagamento ocorre no início do primeiro período após o término da carência, temos uma sequência diferida antecipada; quando ocorre no final, temos uma sequência diferida postecipada.

A seguir, segue a dedução das fórmulas para obtenção do valor das prestações nas sequências uniformes postecipadas e antecipadas, respectivamente, que serão necessárias neste trabalho.

A fórmula básica utilizada será a fórmula (3), porém, aqui será utilizada a terminologia “Valor Futuro (F)” ao invés de montante e “Valor Presente (P)” ao invés de Capital.

Portanto:

$$P = F_n / (1+i)^n$$

Onde F_n corresponde ao valor futuro em n meses.

Como cada parcela é um Valor Futuro em relação à origem, têm-se:

$$P = \frac{PMT}{(1+i)^1} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \frac{PMT}{(1+i)^3} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^n}$$

Onde PMT corresponde ao valor das prestações ou parcelas fixas postecipadas.

³ Designação que se dá ao “Pagamento de juros executado no final do período de contagem dos mesmos” (disponível em: <http://wiki.advfn.com/pt/Juros_postecipado> Acesso em: 22 fev. 2012).

Colocando PMT em evidência têm-se:

$$P = \text{PMT} \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

A fórmula acima é uma PG (Progressão Geométrica) com razão igual a $1/(1+i)$.

Como a fórmula do somatório de uma PG é:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{(q - 1)}$$

Observação: A dedução desta fórmula será vista do capítulo três.

Então:

$$P = \text{PMT} \cdot \left[\frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \right]$$

Substituindo, têm-se:

$$P = \text{PMT} \cdot \left[\frac{\frac{1}{(1+i)} \left(\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right)}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \right]$$

E, depois de algumas operações algébricas, têm-se:

$$P = \text{PMT} \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad (5)$$

Para as sequências antecipadas, utiliza-se o mesmo procedimento, porém, com o primeiro pagamento no ato:

$$P = \text{PMT}_0 + \frac{\text{PMT}_1}{(1+i)^1} + \frac{\text{PMT}_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{\text{PMT}_n}{(1+i)^n}$$

Colocando-se PMT em evidência:

$$P = \text{PMT} \cdot \left[1 + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

Substituindo na fórmula do somatório de uma Progressão Geométrica, têm-se:

$$P = \text{PMT} \cdot \left\{ \frac{1 \cdot \left[\frac{1}{(1+i)^n} - 1 \right]}{\frac{1}{(1+i)} - 1} \right\}$$

E, fazendo operações algébricas, chega-se a seguinte fórmula:

$$P = \text{PMT} \cdot \left\{ \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1 - i}{i(1+i)^n} \right] \right\} \quad (6)$$

1.5 Principais tipos de Sistemas de Amortização

Como a aquisição de um imóvel é o principal investimento de uma família, é importante conhecer os principais tipos de sistemas de amortização disponíveis no mercado e que são utilizados em financiamentos imobiliários.

Segundo Samanez (2010), amortização é uma operação financeira caracterizada pelo pagamento progressivo de parcelas em um empréstimo ou financiamento, de forma que, ao final do prazo, a dívida seja quitada. As parcelas ou prestações são compostas de amortização e de juros.

E Gimenes (2009), além da definição dada por Samanez, apresenta um segundo conceito de que “o juro incide sobre o saldo devedor do período anterior”.

Em Samanez (2010) são explicados como funcionam os Sistemas de Amortização Francês (também chamado de Tabela Price), o de Amortização Constante (chamado SAC), o de Amortização Misto ou Sistema de Amortização Crescente (conhecido por SAM ou Sacre) e o Sistema de Amortização Americano. Já em Gimenes, além do SAC, Sacre e da Tabela Price, também é estudado o Sistema de Amortização Convencional (plano *liore*).

Neste trabalho são abordados a Tabela Price e o SAC, que são os mais utilizados no mercado.

Pereira⁴ (2010 apud MELO, 2012) menciona que a designação “Tabela Price” só é utilizada no Brasil. Em outros países esta operação é denominada “Sistema Francês de Amortização” porque teve sua primeira aplicação na França no século XIX, apesar de ter sido criado pelo filósofo, teólogo e matemático inglês Richard Price no século XVIII.

A Tabela Price nada mais é do que uma tábua de fatores através dos quais se calculava, através de operações simples de multiplicação, os valores das prestações do Sistema Francês de Amortização.

No decorrer deste trabalho é utilizada a denominação “Tabela Price” para o Sistema Francês de Amortização, que, apesar de incorreta, é mais conhecida no Brasil.

⁴ PEREIRA, M. G. **Plano Básico de Autorização pelo Sistema Francês e Respectivo Fator de Conversão**. 1966. Tese (Doutorado em Contabilidade) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1966. Disponível em: < www.fea.usp.br/media/fck/File/Doutcontnovo.doc > Acesso em 29 nov. 2012 apud MELO, G. **Tabela Price: juros simples ou compostos?** [S.l.: s.n.]: [20-?]. Disponível em: <<http://gilbertomelo.com.br/tabela-price/artigo>> Acesso em: 23 maio 2012.

Samanez (2010) define Tabela Price como um sistema de amortização cujos pagamentos são efetuados através de prestações “iguais, periódicas e sucessivas”; enquanto Gimenez (2009) acrescenta que, neste sistema, os juros são nominais.

Como “nominal” Samanez (2010) esclarece como sendo uma taxa de referência, quando os juros são incorporados ao capital mais de uma vez, ou seja, é calculada sobre o valor nominal da operação.

Para melhor entendimento Gimenez (2009) dá um exemplo de um financiamento imobiliário em que o contrato informa uma taxa “nominal” de 12% ao ano e, para cálculo das parcelas, ela seria de 1% ao mês, o que equivale à taxa “efetiva” de 12,68% ao ano.

Para o cálculo da taxa anual equivalente iguala-se os dois montantes:

$$C(1+i_a) = C(1+i_m)^{12}$$

Excluindo-se os Capitais e substituindo o valor da taxa mensal de 1%, têm-se:

$$(1+i_a) = (1,01)^{12} \rightarrow (1+i_a) = 1,1268 \rightarrow i_a = 1,1268 - 1$$

Obtendo-se assim a taxa equivalente ao ano:

$$i_a = 12,68 \%$$

Segundo Gimenez (2009), o Price é o sistema mais claro para todas as pessoas, e é aplicado em financiamentos de carro, eletrodomésticos, imóveis, computadores, equipamentos eletrônicos, ou seja, crediários com parcelas fixas em geral. Porém, quanto maior o período de financiamento, mais juros se pagam.

Para cálculo das parcelas a serem pagas na Tabela Price, será utilizada a fórmula (5), já que este sistema fundamenta-se em sequências uniformes de pagamentos e cujas prestações são constantes.

Já o Sistema de Amortização Constante é utilizado em períodos mais longos e, de acordo com os autores Samanez (2010) e Gimenez (2009), é um sistema amplamente utilizado no Brasil nos bancos comerciais em seus financiamentos imobiliários e também, em certos casos, em empréstimos a empresas privadas, por meio de entidades governamentais.

Samanez (2010) define o SAC como um sistema em que a amortização é calculada dividindo-se o valor do principal pelo número de períodos de pagamento, ou seja, o valor da amortização é constante.

$$A = SD_0/n \tag{7}$$

Dessa forma, diferentemente da Tabela Price, em que as prestações são iguais, no SAC elas são decrescentes.

Segundo Gimenes (2009), os juros no primeiro mês são obtidos multiplicando-se o saldo devedor inicial (SD_0) pela taxa cobrada:

$$J_1 = SD_0 \cdot i$$

E os juros cobrados no segundo mês são calculados multiplicando-se o saldo devedor referente ao primeiro mês pela taxa cobrada:

$$J_2 = SD_1 \cdot i$$

E os juros cobrados no terceiro mês são obtidos de analogamente:

$$J_3 = SD_2 \cdot i$$

Dessa forma pode ser deduzida a fórmula geral dos juros em função do período n :

$$J_n = SD_{(n-1)} \cdot i \quad (8)$$

Também segundo Gimenes (2009), as prestações são compostas pela soma do valor correspondente às Amortizações mais os Juros, ou seja:

$$PMT_n = A + J_n \quad (9)$$

Para melhor entendimento desses sistemas de amortização, segundo Bruni e Famá (2003), pode ser considerado o exemplo de um empréstimo de R\$ 400,00 em 3 parcelas, com juros de 20% ao mês.

Considerando a Tabela Price, obtêm-se a prestação (R\$ 189, 99) com aplicação da fórmula (5), de sequências de pagamentos uniformes postecipados, conforme Tabela 1:

Tabela 1 - Prestações do Sistema de Amortização Francês ou Tabela Price (BRUNI e FAMÁ, 2003).

Período (N)	Saldo Inicial	Pagamento			Saldo Final
		Juros	Amortização	Total	
1	400,00			189,89	
2				189,89	
3				189,89	

Para obter os juros no período 1 (J_1) multiplica-se o Saldo Inicial por 20% ($R\$ 400,00 \times 20\% = R\$ 80,00$).

Já a amortização no período 1 é calculada da seguinte maneira:

$$A_1 = 189,89 - 80,00 = 109,89.$$

Onde $R\$ 189,89$ é a prestação e $R\$ 80,00$ são os juros cobrados no período.

Assim, o Saldo Devedor no período 1 será o valor do Saldo Inicial, ou Capital Inicial, menos o valor da Amortização do período ($SD_1 = 400 - 109,89 = 290,11$).

Para obter-se os demais Juros, Amortizações e Saldos Finais, é necessário proceder de forma análoga, obtendo assim os valores contidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Juros, Amortizações, Total (Prestações) e Saldo Final do exemplo, utilizando Tabela Price (BRUNI e FAMÁ, 2003).

Período (N)	Saldo Inicial	Pagamento			Saldo Final
		Juros	Amortização	Total	
1	400,00	80,00	109,89	189,89	290,11
2	290,11	58,02	131,87	189,89	158,24
3	158,24	31,65	158,24	189,99	0,00

Somando-se os valores dos pagamentos obtêm-se o total de $R\$ 569,67$.

E, para o cálculo das prestações pagas no Sistema de Amortização Crescente, utiliza-se a fórmula (7): $A = SD_0/n \rightarrow A = 400/3 = 133,33$.

Para calcular os juros no período 1 utiliza-se a fórmula (8): $J_n = SD_{(n-1)} \cdot i \rightarrow J_1 = 400 \times 20\% = 80$. E, para calcular as prestações, soma-se o valor dos Juros e da Amortização, conforme Tabela 3.

Tabela 3 – Juros, Amortizações, Total (Prestações) e Saldo Final do exemplo, utilizando o Sistema de Amortização Constante (BRUNI e FAMÁ, 2003).

Período (N)	Saldo Inicial	Pagamento			Saldo Final
		Juros	Amortização	Total	
1	400,00	80,00	133,33	213,33	266,67
2	266,67	53,33	133,33	186,66	133,34
3	133,34	26,67	133,33	160,00	0,01

Somando-se as prestações da Tabela 3, obtêm-se o valor de R\$ 599,99.

Com isso, verifica-se que, apesar da prestação inicial no Sistema de Amortização Constante ser maior do que a da Tabela Price, o valor total pago (de prestações) é menor.

Enfim, é necessário que os alunos tenham noções de Matemática Financeira para que este trabalho seja aplicado, e este capítulo apresenta os principais conteúdos a serem abordados na atividade proposta.

No capítulo seguinte será mostrada a didática a ser utilizada no desenvolvimento destas atividades e serão apresentadas noções básicas sobre a planilha eletrônica Microsoft® Excel 2007, que será usada como ferramenta para a aplicação dos conhecimentos aprendidos.

CAPÍTULO 2 PORQUE UTILIZAR A DIDÁTICA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

2.1 Objetivos e princípios da resolução de problemas

Este trabalho utiliza a didática de Resolução de Problemas para o desenvolvimento de alguns itens de Matemática Financeira, tendo como ferramentas importantes as Tecnologias de Informação. Deste modo, este capítulo objetiva apresentar conceitos básicos desta didática e destacar a importância do uso de Tecnologias de Informação como facilitadoras no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1997), essa didática é um caminho para se ensinar partindo inicialmente de um problema.

Para reforçar a importância do uso de Resolução de Problemas, os PCNs (1997) lembram que o conhecimento matemático desenvolveu-se, na maioria das vezes, para resolver alguns problemas práticos, como a divisão de terras, por exemplo. Dessa maneira, esta didática deveria continuar sendo utilizada porque proporcionou o desenvolvimento da Matemática e das Ciências em geral, porém, é um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados em sala de aula, segundo Dante (2003). Um exemplo citado pelo autor é que os alunos conseguem resolver exercícios de aplicação direta de certos algoritmos, porém, o mesmo não ocorre quando são apresentados através de situações-problema.

Segundo os PCNs (1997), a prática frequente para o ensino de Matemática é a apresentação de um conceito, seguida de exemplos e uma série de exercícios de fixação, onde o aluno aplica o conhecimento adquirido. Nesta prática o professor posiciona-se como “transmissor” do conhecimento e o aluno como “receptor” passivo. Além de que, parte do princípio de que o aluno aprende por reprodução, porém, a verdade é que ele aprende quando faz conexões da matéria com seus próprios conceitos e sua realidade.

A Resolução de Problemas, porém, faz com que o professor seja mais um organizador, mediador e incentivador, o que está de acordo com a proposta contida nos PCNs (1997). Com isso, o aluno torna-se agente ativo em sua aprendizagem.

No entanto, ao contrário do que possa parecer, o professor terá mais trabalho no preparo da aula, na escolha do problema que possibilite a construção dos conceitos e procedimentos.

Este esforço, porém, será compensado quando da mudança de visão da Matemática como ciência imutável para uma matéria dinâmica, viva e próxima da realidade.

Dante (2003) define os objetivos da utilização de Resolução de Problemas como: fazer com que o aluno pense de maneira produtiva, apresentando situações que o desafiem e motivem; desenvolver a sua capacidade de raciocinar utilizando os recursos disponíveis; ensiná-lo a preparar-se para mudanças através de iniciativa, exploração, criatividade e independência; envolvê-lo nas aplicações; e, dentre outras, tornar as aulas mais interessantes, fazendo com que ele trabalhe de maneira ativa.

Já os princípios desta didática, de acordo com os PCNs (1997), são: utilizar o problema como ponto de partida para a aprendizagem; ensinar a interpretar e estruturar a situação e não agir de forma mecânica; induzir os alunos a obterem os conceitos através de experiências e aproximações e; dentre outros; orientá-los a apreender esses conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

2.2 Os tipos de problema e como resolvê-los

Dante (2003) apresenta vários tipos de problemas como: exercícios de reconhecimento, que têm por objetivo fazer os alunos reconhecerem os conceitos, definições, etc.; exercícios de algoritmos, que treinam os alunos e reforçam conhecimentos; problemas-padrão, que envolvem aplicação direta de algoritmos, onde a solução está contida no enunciado; problemas-heurísticos, que exigem uma estratégia para que a solução seja alcançada; problemas de aplicação, também chamados de situações-problema, envolvem situações reais que exigem pesquisa e levantamento de dados, além de ser necessária a utilização de conhecimentos de outras matérias, para que sejam resolvidos; e problemas quebra-cabeça, normalmente utilizados para recreação.

A didática de Resolução de Problemas baseia-se na aplicação de situações-problema para construção do conhecimento matemático do aluno. Para isso, o professor deve deixar os alunos buscarem a solução do problema através de hipóteses, simulações e tentativas, comparando os resultados no final.

Neste processo o professor deve discutir os vários “caminhos” utilizados para chegar ao resultado e os erros cometidos. É importante valorizar o esforço dos alunos e explicar que, muitas vezes, o erro traz o melhor aprendizado.

Quanto à resolução do problema, Polya⁵ (1977 apud Dante, 2003) lista quatro passos: entendê-lo, elaborar um plano para resolução, executá-lo e verificar o resultado.

Para entender o problema é necessário saber quais são os dados e, se possível, fazer um desenho ou esquema para melhor visualização.

Ao elaborar o plano, se for o caso, é melhor organizar os dados em tabelas ou gráficos e dividir o problema em partes para facilitar a resolução.

Quando da execução do plano, o aluno precisa efetuar os cálculos seguindo as estratégias elaboradas.

A última fase, de verificação do resultado, é importante porque possibilita a correção dos erros, porém, muitas vezes é esquecida pelos alunos.

2.3 Problemas relacionados à Matemática Financeira

Temas como Progressões Aritméticas e Geométricas podem parecer um pouco abstratos aos alunos. Neste sentido, a matemática financeira traz esses temas à realidade através de aplicações em operações de empréstimos, financiamentos e investimentos.

Como a matemática financeira está presente em problemas do dia a dia das pessoas, nada mais natural que esta matéria seja abordada através de resolução de situações-problema.

Segundo Dante (2003), para o problema ser bom é necessário que interesse ao aluno, envolva-o, parta de uma situação real e tenha um nível adequado para seu público-alvo.

Neste trabalho será sugerido um problema que parte de uma situação real e que, de maneira geral, interessa a todos: o financiamento imobiliário. A casa própria é o sonho da maioria das pessoas porque representa segurança e garantia de uma vida mais tranquila, mas nem todos têm dinheiro para comprar um imóvel à vista, por isso o interesse em saber como funciona um financiamento.

Este problema tem por objetivo envolver os alunos e gerar expectativa porque inicialmente eles não sabem qual é a melhor, dentre várias propostas de planejamento financeiro sugeridas no problema de aplicação (como efetuar empréstimos, poupar, etc.), somente no final da resolução, quando são comparados os resultados.

Os conteúdos necessários para resolução da situação-problema são progressões aritméticas e geométricas e juros simples e compostos que fazem parte do currículo do

⁵ POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1977 apud DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. Ed. São Paulo: Editora Ática, 2003. 176p.

primeiro ano do ensino médio. Como este trabalho será aplicado no terceiro ano, espera-se que o nível de conhecimento inicial dos alunos esteja adequado (não obstante, algumas atividades de revisão serão programadas). Este conhecimento anterior servirá de base para a resolução de problemas relativos a sequências e amortizações, que serão aplicados a esses alunos.

2.4 Uso das Tecnologias de Informação no ensino de Matemática

Um dos objetivos principais da Educação é o de formar cidadãos. Com esse intuito, os PCNs (1997) destacam a importância de ensinar matemática construindo cidadania. Um dos sentidos de cidadania buscado através do ensino é o de formar indivíduos preparados para o mercado de trabalho. Tendo em vista as mudanças tecnológicas ocorridas neste século, é fundamental que o profissional esteja familiarizado com as Tecnologias de Informação.

Segundo Follador (2007), entende-se “tecnologias” como todos os instrumentos criados pelo homem para facilitar o desenvolvimento de suas atividades. A máquina de lavar, por exemplo, é uma tecnologia criada para facilitar o trabalho de cuidar das roupas.

Já “informação”, de acordo com Bueno (2000), significa esclarecimento, explicação, instrução, comunicação, fornecimento de dados, argumentos, etc.

Então, Tecnologias de Informação são todos os instrumentos criados pelo homem para facilitar a comunicação e instrução.

Neste sentido, o giz e a lousa são Tecnologias de Informação. Mas, como foi mencionado acima, é necessário incorporar as “novas” tecnologias no ensino da matemática para formar cidadãos.

As calculadoras e computadores fazem parte destas “novas” tecnologias. Segundo Follador (2007), apesar da maioria dos estabelecimentos comerciais possuírem calculadoras simples, a maioria dos alunos não conhece todos os seus recursos disponíveis. É importante mudar este cenário e, para isso, os PCNs (1997) sugerem que as calculadoras possam ser usadas no ensino de matemática em atividades exploratórias.

Os PCNs (1997) também ressaltam a importância dos computadores como ferramentas de apoio ao ensino, possibilitando uma maior facilidade de visualização, e como instrumentos para desenvolvimento de habilidades.

Com relação às planilhas eletrônicas, segundo Follador (2007), elas são amplamente usadas no mundo todo e têm por objetivo facilitar a confecção de tabelas e gráficos. Nas aulas

de matemática podem contribuir para a exploração de vários conteúdos, inclusive seu formato de linhas e colunas “remete à ideia de matriz”.

Neste trabalho será proposta uma atividade envolvendo a planilha eletrônica Microsoft® Excel, que possibilitará uma melhor visualização de como funcionam os sistemas de amortização de empréstimos.

2.5 Noções básicas sobre a Planilha Eletrônica Microsoft® Excel

2.5.1 Introdução

Segundo Basso⁶ ([20-?] apud Follador, 2007) a forma de ensinar Matemática hoje é muito parecida com a da Idade Média, sem levar em consideração a evolução tecnológica. Porém, hoje estão disponíveis vários recursos, como programas e planilhas eletrônicas que podem ser usados no ensino. Dentre eles, destaca-se a planilha eletrônica Microsoft® Excel que, segundo pesquisas, como a de Botelho⁷ (1998 apud Follador, 2007) e a de Alvarenga⁸ (1997 apud Follador, 2007) apresentam vários recursos que podem ser utilizados para ensinar conceitos de Matemática.

Além disso, pode-se observar que existem computadores na maioria dos locais de trabalho e, portanto, são necessários profissionais que estejam capacitados a manuseá-los com certa facilidade.

Planilhas eletrônicas são amplamente utilizadas no mercado, segundo Bruni e Paixão (2008), devido à facilidade na execução de cálculos e análises em geral. Na área administrativa são utilizadas em folhas de pagamento, controle de compras, etc.; em finanças, no controle de contas a pagar e a receber, simulação de custos e outros; na produção, em

⁶ BASSO, M. V. A. ET al. **Educação tecnológica e/na Educação Matemática: aplicações da Matemática elementar na sala de aula ou “focinho de porco não é tomada”**. [S.l.: s.n.]: [20-?]. Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/oea/pub/art/tecono_ed_matematica.pdf> Acesso em: 20 set. 2007 apud FOLLADOR, D. **Metodologia de Ensino de Matemática e Física**. 20. ed. Curitiba: Editora IBPEX, 2007. 138 p.

⁷ BOTELHO, C. **Estudo de sequências numéricas através da resolução de situação problema e do uso de planilha eletrônica: investigação com professores**. 1998. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998 apud FOLLADOR, D. **Metodologia de Ensino de Matemática e Física**. 20. ed. Curitiba: Editora IBPEX, 2007. 138 p.

⁸ ALVARENGA, M. A. P. **Planilhas eletrônicas no ensino-aprendizado de Matemática aplicada**. 1977. 113f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Escolar) – Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 1977 apud FOLLADOR, D. **Metodologia de Ensino de Matemática e Física**. 20. ed. Curitiba: Editora IBPEX, 2007. 138 p.

otimização de sistemas, controle de estoque etc.; e na área comercial, no controle de notas fiscais, confecção de lista de preços; etc.

E, como uma das finalidades da escola é formar cidadãos que estejam preparados para o trabalho, segundo os PCNs (1997), torna-se necessário apresentar atividades que familiarizem os alunos com estes programas.

Dessa maneira, utilizando planilhas eletrônicas em sala de aula, é possível dar a oportunidade aos alunos de conhecerem o programa e utilizar sua potencialidade na aprendizagem de alguns tópicos de matemática.

Porém, como o objetivo deste trabalho não é estudar o programa e sim, estudar Matemática com o auxílio do programa, são abordadas apenas as operações necessárias para o desenvolvimento da atividade que é proposta.

2.5.2 Elementos básicos da planilha Microsoft® Excel 2007

De acordo com Bruni e Paixão (2008)⁹, este programa comporta uma organização em pastas, planilhas e células. Uma pasta pode conter inúmeras planilhas e estas são compostas de células. Cada planilha suporta 1.048.576 linhas e 16.384 colunas.

Cada “retângulo” da planilha é denominado célula, que é identificada pela coluna e linha à qual pertence. Por exemplo, a célula D5 está na coluna D e na linha 5, conforme pode ser visto na Figura 1.

⁹ O título deste livro é “Excel Aplicado à Gestão Empresarial”, porém, neste trabalho serão abordados apenas os tópicos referentes ao programa sem entrar-se no mérito de Gestão Empresarial.

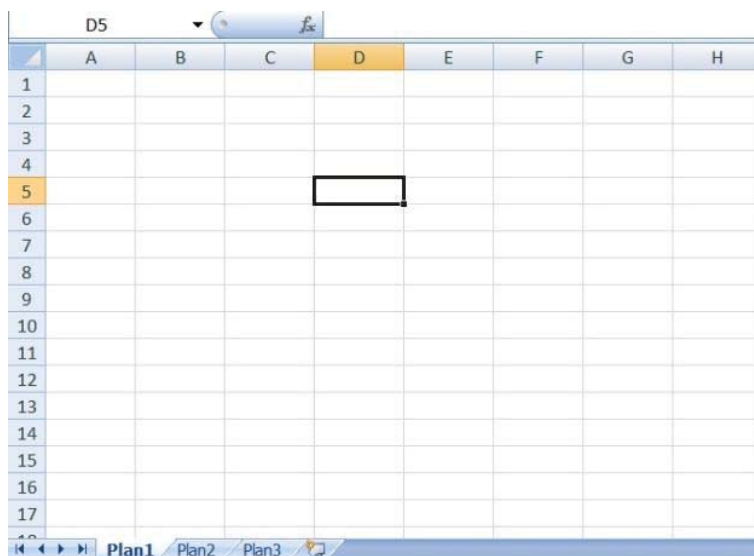


Figura 1 – Identificação de uma célula (SILVA, 2012)¹⁰.

A célula selecionada é identificada por um contorno mais grosso, conforme pode ser visto na Figura 1.

Para passar de uma planilha para outra é necessário usar as “abas” contidas na parte inferior do programa, conforme Figura 2 a seguir.

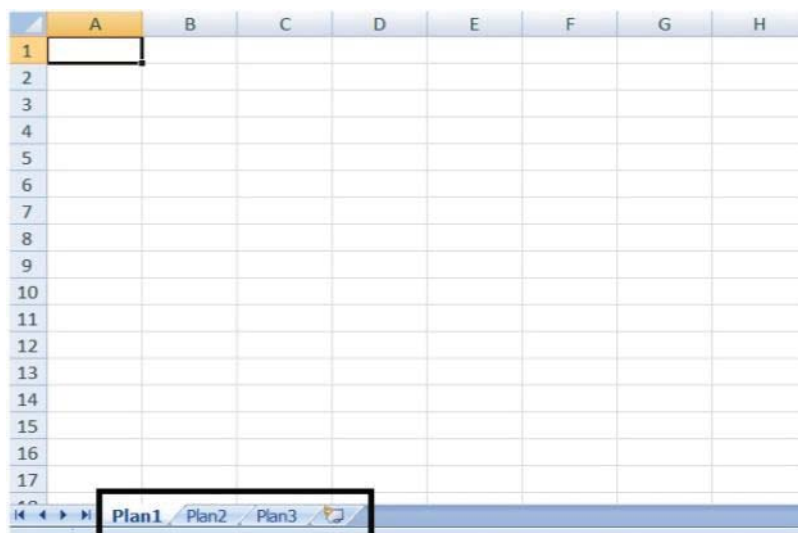


Figura 2 – Identificação de Planilhas (SILVA, 2012).

¹⁰ Segundo: Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá. Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação. Diretrizes para apresentação de trabalhos acadêmicos da FEG/UNESP / Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. STBD – Guaratinguetá : [s.n.], 2011.104 f.Disponível em < <http://www2.feg.unesp.br/Home/Biblioteca21/diretrizes-trabalho-2011.pdf>> Acesso em 13 dez. 2012; a indicação da fonte em figuras é obrigatória mesmo que seja produção do próprio autor.

Também é possível nomear as planilhas de acordo com o assunto: basta clicar¹¹ duas vezes como o *mouse*¹² na “aba” da planilha desejada e digitar o nome adequado. Também é possível criar mais planilhas clicando na “aba” ao lado de “Plan 3”.

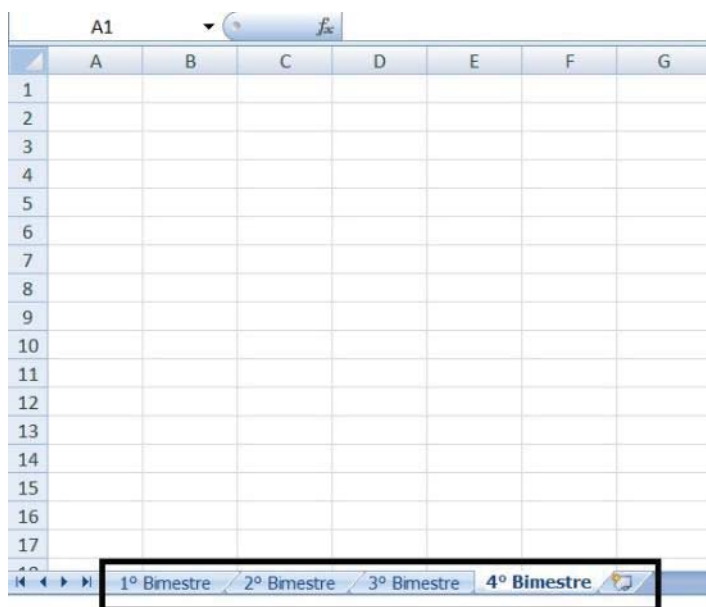


Figura 3 – Criando e Nomeando Planilhas (SILVA, 2012).

Segundo Follador (2007), para fazer referência a uma célula de uma determinada planilha é necessário digitar o nome da planilha e a referência da célula, separados por um ponto de exclamação. Por exemplo, para fazer referência à célula destacada na Figura 4 em outra planilha é necessário digitar 1º Bimestre!B3.

¹¹ Significa “gerar um clique (estalido), acionar qualquer controle de maquinário (botão, chave seletora, etc.) que geralmente produza clique(s) e, em informática, significa apertar o botão do mouse” (disponível em <http://pt.wiktionary.org/wiki/clicar>, acessado em 01/07/2012).

¹² O *mouse* (estrangueirismo, empréstimo do inglês “*mouse*”, que significa “camundongo”) tem como função movimentar o cursor (apontador) pela tela do computador (disponível em [http://pt.wikipedia.org/wiki/Rato_\(inform%C3%A1tica\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Rato_(inform%C3%A1tica)), acessado em 01/07/2012).

	B3	f _x	5,5				
	A	B	C	D	E	F	G
1	Alunos	Notas					
2	Amanda	6,50					
3	Bernardo	5,50					
4	Carlos	7,00					
5	Daniela	10,00					
6	Evandro	4,00					
7	Fernanda	9,50					
8	Gabriela	7,00					
9	José	3,00					
10	Kátia	1,50					
11	Lucas	8,50					
12	Marcos	10,00					
13	Natália	6,00					
14	Paula	9,00					
15	Rodrigo	4,50					
16	Valéria	8,00					

Figura 4 – Fazendo referência a uma célula (SILVA, 2012).

Também podem ser visualizados na tela inicial do Microsoft® Excel, conforme a Figura5: a barra de título, onde é exibido o nome do aplicativo e do arquivo; a barra de *menus*, que contém as opções para manipulação de documentos e outros recursos; e a barra de fórmulas, onde é possível visualizar e modificar o conteúdo das células.

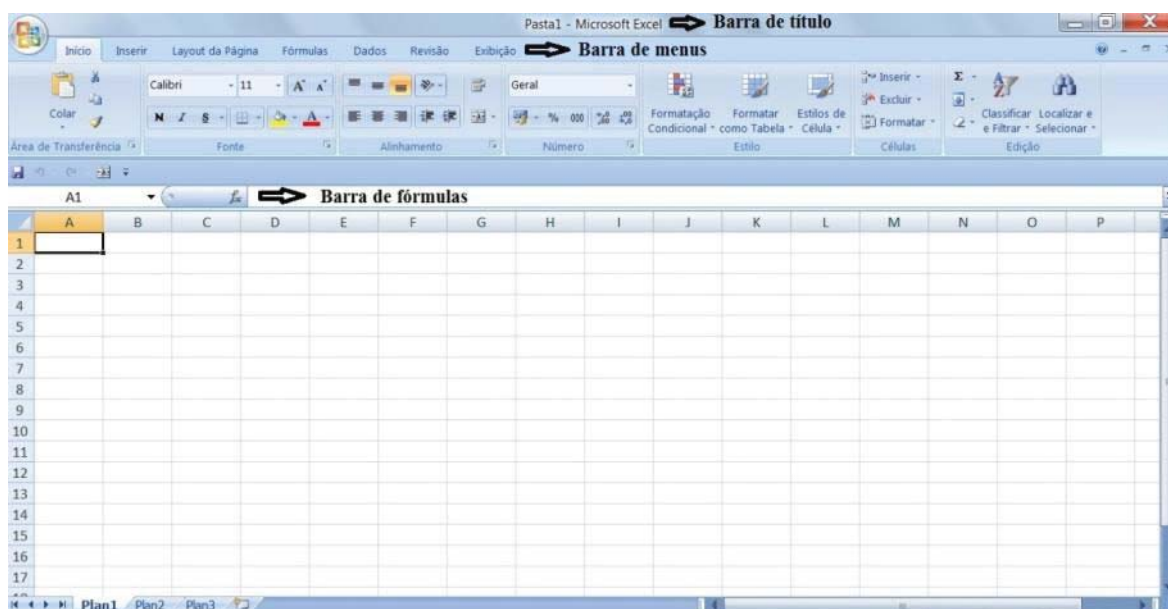


Figura 5 – Barras de título, *menus* e fórmulas (SILVA, 2012).

2.5.3 Modos de seleção de células e Alças de Preenchimento

Conforme Moraz (2010) é possível observar que, ao passar o mouse sobre a planilha, o seu apontador apresenta a forma de cruz, que é chamado de “seletor”. E, para inserir dados na célula, é necessário clicar duas vezes sobre ela. Neste momento, o apontador do *mouse* recebe a forma de uma barra I e, para sair desse modo de edição, basta clicar em outra célula.

Para selecionar mais de uma célula é necessário posicionar o apontador sobre a primeira célula e, mantendo o *mouse* pressionado, arrastar o cursor até a última célula a ser selecionada, liberando-o em seguida. Quando se deseja selecionar células não adjacentes, basta clicar sobre a primeira célula e, mantendo pressionada a tecla “Ctrl”, clicar sobre as outras células desejadas. Percebe-se que as células selecionadas apresentarão tonalidade mais escura.

Se for necessário selecionar uma coluna inteira, basta clicar sobre a letra, ou rótulo, da coluna desejada. Neste momento, nota-se que o apontador do mouse transforma-se em uma seta apontada para baixo. A seleção de várias colunas também pode ser realizada utilizando a tecla “Ctrl”. Da mesma maneira deverá ser o procedimento para selecionar uma linha ou várias linhas, clicando sobre o número, ou rótulo, da linha e utilizando a tecla “Ctrl” quando necessário.

Também pode ser notado, segundo Moraz (2010), e como pode ser visto na Figura 6, que, na moldura de seleção de células, existe um pequeno quadrado na parte inferior esquerda, que é denominada “alça de preenchimento”.

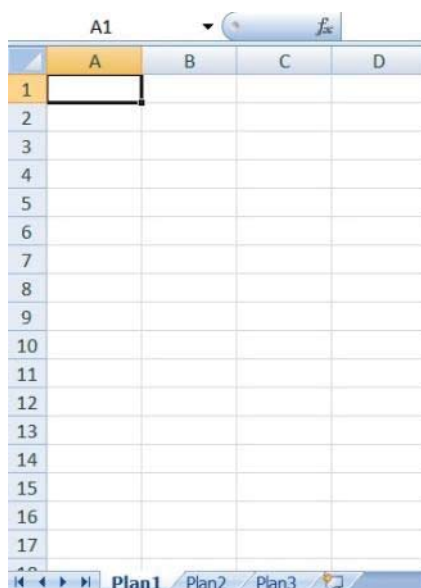


Figura 6 – Alça de Preenchimento (SILVA, 2012).

A Alça de Preenchimento ou de Seleção permite que seja copiado o conteúdo de uma célula para outra, ou outras, células adjacentes, além de criar automaticamente listas sequenciais como de números, dias da semana ou meses.

Para criar uma sequência automática de meses, por exemplo, basta digitar na célula desejada “Janeiro”, clicar na Alça de Seleção e arrastar até a última célula desejada, como pode ser visto na Figura 7.



	A1			
	A	B	C	D
1	Janeiro			
2	Fevereiro			
3	Março			
4	Abril			
5	Mai			
6	Junho			
7	Julho			
8	Agosto			
9	Setembro			
10	Outubro			
11	Novembro			
12	Dezembro			
13				

Figura 7 – Preenchimento automático de meses (SILVA, 2012).

2.5.4 Dados em planilhas

Segundo Moraz (2010), o Excel “entende” basicamente três tipos de dados: números, datas e textos.

Para que o Excel considere um número como texto, por exemplo, é necessário inserir um apóstrofo no início da digitação, ou separá-lo com um hífen. Isto pode ser necessário quando se deseja inserir um número de telefone que começa com zero, já que o programa o elimina automaticamente.

Os números não devem aparecer seguidos de texto na mesma célula quando se deseja realizar operações matemáticas. Os números, por *default*¹³, são alinhados à direita, já os textos são alinhados à esquerda, conforme Figura 8.

¹³ A expressão por *default* significa padrão, segundo definição disponível em <<http://www2.feg.unesp.br/Home/Biblioteca21/diretrizes-trabalho-2011.pdf>> Acesso em 13 dez. 2012.

	A1		
	A	B	C
1	Mercadorias em estoque		
2	cadernos	10	
3	caixas de lápis	3	
4	caixas de canetas	4	
5	caixas de borracha	2	
6	corretivos	9	
7	resmas de folhas de sulfite	10	
8	pacotes de folhas de almoço	11	
9			

Figura 8 – Alinhamento de textos e dados numéricos (SILVA, 2010).

Para que o título seja preenchido em duas ou mais células (conforme a Figura 8) seleciona-se a primeira célula e, com o botão do *mouse* pressionado, “arrasta-se” seu apontador para as demais células desejadas. Feito isso, clica-se no botão “Mesclar e Centralizar” situado na barra de *menus* “Início”, conforme Figura 9.

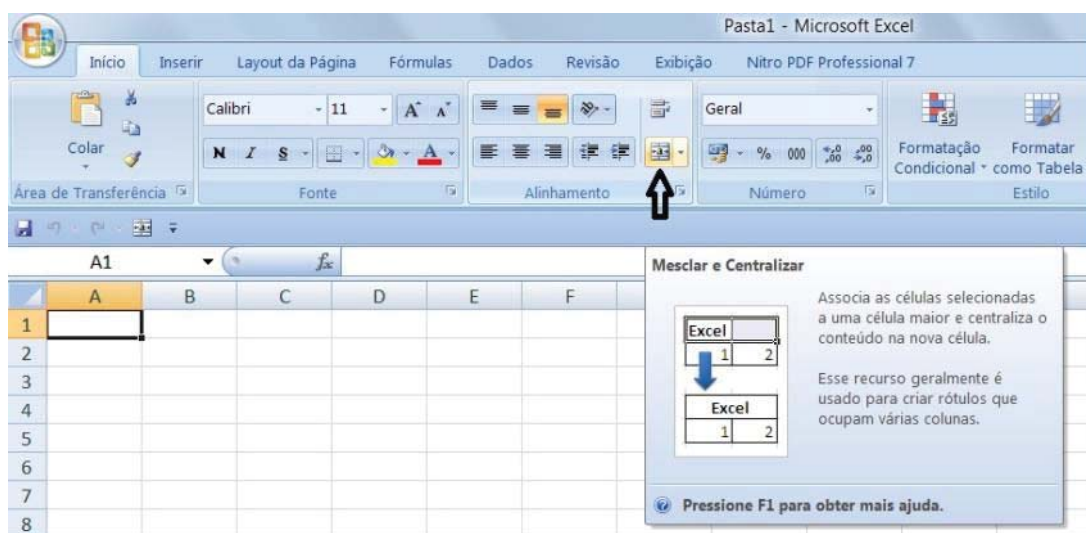


Figura 9 – Botão “Mesclar e Centralizar” (SILVA, 2012).

O formato de data brasileiro DD/MM/AA ou DD/MM/AAAA é interpretado corretamente, apesar do Excel considerar como formato de data padrão o do idioma inglês MM/DD/AA ou MM/DD/AAAA.

2.5.5 Utilizando fórmulas simples

Segundo Moraz (2010), apesar de ser possível digitar textos no Excel, ele é um software especialmente desenvolvido para a manipulação de dados numéricos, através de cálculos dos

mais simples aos mais complicados, que “são executados através de sintaxes específicas digitadas na barra de fórmulas”.

Bruni e Paixão (2008) definem uma fórmula como uma “equação que analisa dados em uma planilha”. Ela efetua operações, tais como adição, divisão e também comparam e combinam valores de uma ou mais planilhas.

Já sintaxe de fórmulas, segundo Bruni e Paixão (2008), é a estrutura dos componentes da fórmula. O Excel utiliza uma sintaxe onde o sinal de igual (=) precede os operandos e os operadores.

O Excel possui quatro tipos de operadores: aritméticos, de comparação, de texto e de referência. Estes operadores são apresentados nos Quadros 1, 2, 3 e 4 a seguir.

Quadro 1 – Operadores aritméticos do Excel (BRUNI e PAIXÃO, 2008).

Operador aritmético	Significado	Exemplo
+	Adição	3 + 3
-	Subtração Negação	3-1 -1
*	Multiplicação	3 * 3
/	Divisão	3/3
%	Porcentagem	20 %
^	Exponenciação	3 ^ 2 (igual a 3 * 3)

Quadro 2 – Operadores de comparação (BRUNI e PAIXÃO, 2008).

Operador de comparação	Significado	Exemplo
=	Igual a	A1=B1
>	Maior que	A1>B1
<	Menor que	A1< B1
>=	Maior ou igual a	A1>=B1
<=	Menor ou igual a	A1<=B1
< >	Diferente	A1< >B1

Quadro 3 – Operador de texto (BRUNI e PAIXÃO, 2008).

Operador de texto	Significado	Exemplo
& (e comercial)	Conecta ou concatena dois valores para produzir um valor de texto contínuo	“Aluno” & “aprovado” produz “Aluno aprovado”

Quadro 4 – Operadores de referência (BRUNI e PAIXÃO, 2008).

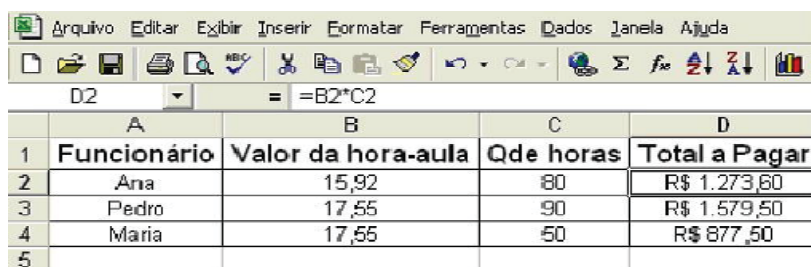
Operador de referência	Significado	Exemplo
:	Operador de intervalo, que produz uma referência a todas as células entre duas referências, incluindo as duas referências.	=SOMA(A1:A5) Neste exemplo, todo o conteúdo das células A1, A2, A3, A4 e A5 será somado.
;	Operador de união, que combina diversas referências em uma referência.	=SOMA(A1;A5) Neste exemplo, apenas os conteúdos de A1 e A5 serão somados.

2.5.6 Utilização de referências relativas e absolutas

Segundo Bruni e Paixão (2008), ao utilizar fórmulas ou funções no Excel os recursos “copiar e colar” facilitam o trabalho. Existem diversas maneiras de realizar esta tarefa, provavelmente a mais simples já foi citada no item 2.5.3, chamada de alça de preenchimento.

Porém, o Excel possui diferentes formas de copiar e colar, geralmente expressas através de referências relativas e absolutas.

Nas relativas, as referências das células são movidas quando são copiadas, conforme mostrado na Figura 10.



	A	B	C	D
1	Funcionário	Valor da hora-aula	Qde horas	Total a Pagar
2	Ana	15,92	80	R\$ 1.273,60
3	Pedro	17,55	90	R\$ 1.579,50
4	Maria	17,55	50	R\$ 877,50
5				

Figura 10 – Copiando células destravadas (SILVA, 2012).

Conforme pode ser visto na barra de fórmulas, na célula D2 está inserida a seguinte fórmula: =B2*C2. E, ao “arrastar” a alça de preenchimento, a fórmula que será inserida em D3 será a seguinte: =B3*C3. Em D4 será: =B4*C4.

Portanto, neste caso, o Excel considerou as referências de linhas e colunas como relativas e as alterou conforme “as regiões a serem totalizadas no final de cada coluna”, ou seja, considerou, para o cálculo, os dados da próxima linha.

Mas existem casos em que é necessário que determinados dados permaneçam inalterados, como no caso da Figura 11.

	A	B	C	D	E	F
1	N	SD	A	J	P	Economias
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 1.250,00
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00	R\$ 411,13	R\$ 711,13	R\$ 538,88
4	2	R\$ 89.400,00	R\$ 300,00	R\$ 409,75	R\$ 709,75	R\$ 540,25

Figura 11 – Copiando células travadas (SILVA, 2012).

Conforme pode ser visto na barra de fórmulas da Figura 11, a célula F2 foi inserida da seguinte maneira \$F\$2, significando que está travada. Desta forma, ao utilizar a alça de preenchimento, em D4 aparecerá a seguinte fórmula: =\$F\$2-E4.

Neste caso, o valor a ser subtraído dos valores da coluna P será sempre R\$ 1250,00 (célula F2).

Quando for inserido o símbolo cifrão (\$) somente antes da letra correspondente à coluna, significa que apenas a referência à coluna não será alterada. E no caso deste símbolo ser inserido antes do número correspondente à linha, significa que apenas a referência à linha não será alterada.

2.5.7 Utilizando funções matemáticas

Segundo Bruni e Paixão (2008), as funções são fórmulas que efetuam cálculos utilizando valores, denominados argumentos, em uma ordem, denominada sintaxe.

O Excel possui várias funções pré-elaboradas que simplificam a utilização da planilha. As principais categorias dessas funções são: estatísticas; financeiras; de data e hora; matemáticas e trigonométricas; lógicas; etc.

Alguns exemplos de funções:

- a função SOMA adiciona os argumentos retornando o somatório das células selecionadas. Sua sintaxe é `=soma(primeira célula selecionada:última célula selecionada)`;

- a função SOMASE obtém a soma das células selecionadas se determinado critério for observado;

- a função CONT.SE calcula o número de células não vazias em um intervalo que segue determinado critério;

- a função ARRED: arredonda um número até a quantidade de dígitos estipulada e sua sintaxe corresponde a: `arred(número; número de dígitos)`.

E além destes exemplos existem inúmeras outras funções, algumas das quais estão apresentadas no Quadro 5.

Quadro 5 – Outros exemplos de funções (BRUNI e PAIXÃO, 2008).

Função	Descrição
ABS	Retorna o valor absoluto do número digitado
COS	Retorna o cosseno de um número
EXP	Retorna o valor de e elevado a um determinado número
FATORIAL	Retorna o fatorial desejado
GRAUS	Converte radianos em graus
LCM	Retorna o mínimo múltiplo comum
LN	Retorna o logaritmo neperiano de um número
LOG	Retorna o logaritmo de um número na base especificada
LOG10	Retorna o logaritmo de base 10 de determinado número
PI	Retorna o valor de π

QUOCIENTE	Retorna a parte inteira de uma divisão
RADIANOS	Converte graus em radianos
RAIZ	Retorna a raiz quadrada positiva
RESTO	Retorna o resto de uma divisão
ROMANO	Faz a conversão de um numeral arábico em números romanos, como texto
SEN	Retorna o seno de um ângulo dado
TG	Retorna a tangente de um número

2.5.8 Inserindo gráficos no Excel

Depois de inseridos e selecionados os dados, para inserir gráficos deve ser utilizado o recurso “Gráficos”, do *menu* “Inserir”. Por exemplo, considere-se a tabela a seguir, referente a dados de evolução do Montante em função do Tempo.

Tempo	Montante
0	R\$ 1.000,00
1	R\$ 1.006,00
2	R\$ 1.012,04
3	R\$ 1.018,11
4	R\$ 1.024,22
5	R\$ 1.030,36
6	R\$ 1.036,54
7	R\$ 1.042,76
8	R\$ 1.049,02
9	R\$ 1.055,31
10	R\$ 1.061,65
11	R\$ 1.068,02
12	R\$ 1.074,42

Figura 12– Tabela Montante em função do Tempo (SILVA, 2012)

Após a inserção destes dados no Excel, para obter o gráfico da evolução do Montante em função do Tempo é necessário, primeiramente selecioná-los, depois escolher a opção “Gráficos” na Barra de *Menus* “Inserir”.

Dentre os tipos de gráfico existentes este é o “Dispersão com Linhas Suaves e Marcadores”, depois exclui-se a legenda “Montante” clicando com o botão direito do mouse e em seguida apertando o botão “Delete” do teclado. A legenda está selecionada na Figura 13 abaixo:

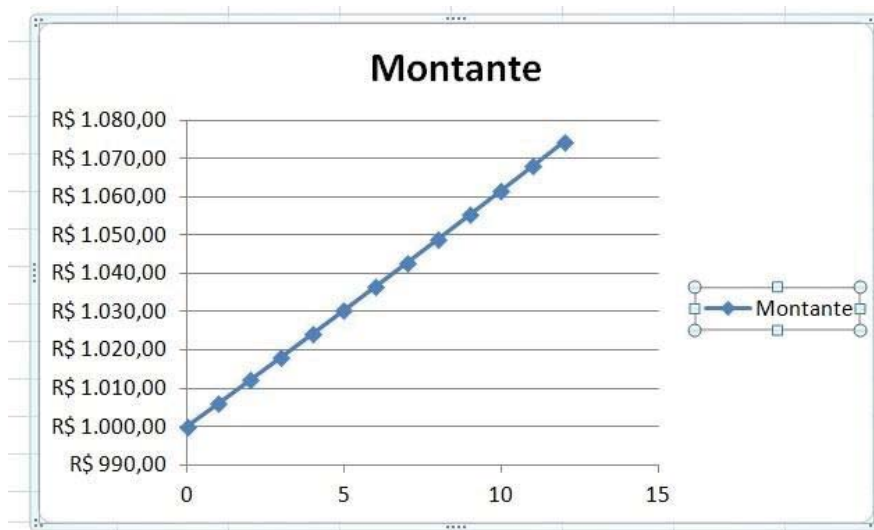


Figura 13 – Apagando a Legenda do Gráfico (SILVA, 2012).

Com isso, obteve-se o gráfico da Figura 14.

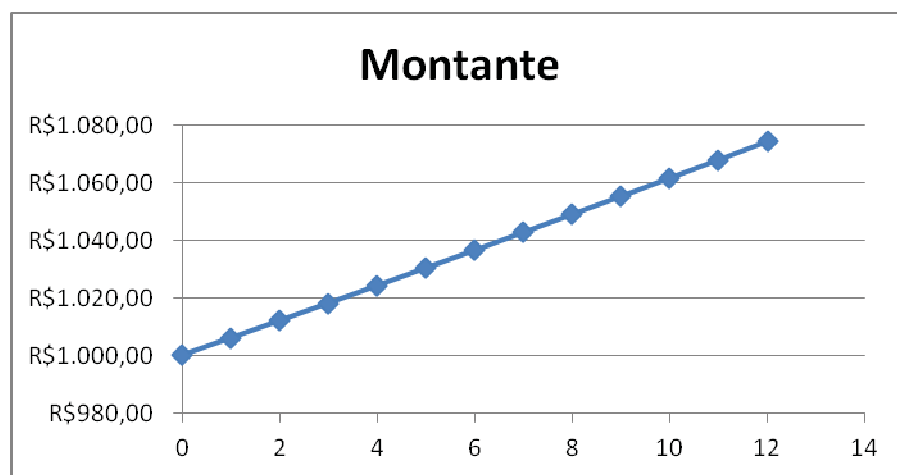


Figura 14 – Gráfico do Montante em função do Tempo (SILVA, 2012).

O exemplo a seguir ilustra a utilização de outro tipo de gráfico. O exemplo se refere a vendas de veículos por cidade, tendo como base os dados da Figura 15.



Figura 15 – Vendas de veículos por cidade (SILVA, 2012).

Depois de inseridos e selecionados os dados, para incluir o gráfico, é necessário utilizar o recurso “Gráficos” na barra de menus “Inserir”. Um dos gráficos que pode ser usado neste exemplo é o de colunas 2D, como mostrado na Figura 16.

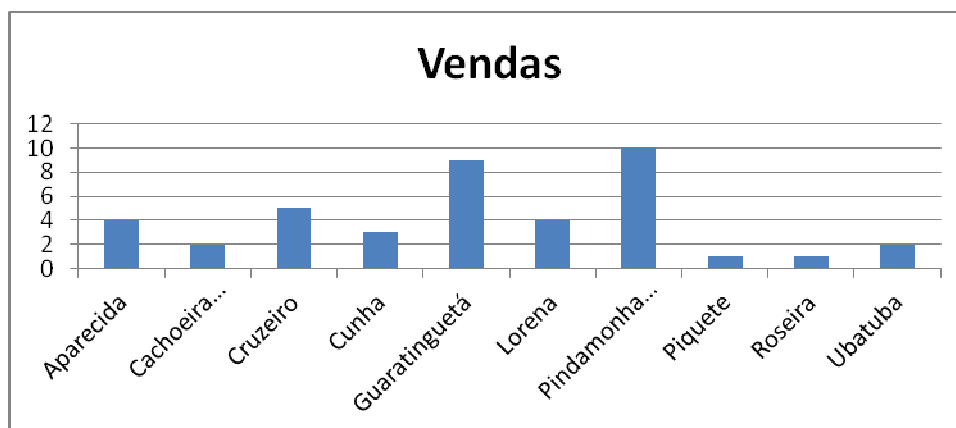


Figura 16 – Gráfico de Vendas de veículos por cidade (SILVA, 2012).

Segundo Bruni e Paixão (2008), para formatar um gráfico utilizam-se três menus na opção “Ferramentas de Gráfico”: *design*, *layout* e *formatar*.

O menu *design* é dividido em: *Tipo*, *Dados*, *Layout de Gráfico* e *Local*.

A opção *Tipo* altera o tipo de gráfico; a opção *Dados* altera a Linha/Coluna selecionada; *Layout de Gráfico* permite inserir um layout automático ao gráfico já criado; e *Local* altera a posição em que o gráfico foi inserido.

O menu *layout* divide-se nas opções: *Seleção Atual*, *Inserir*, *Rótulos*, *Eixos*, *Plano de Fundo*, *Análise e Propriedades*.

A opção *Seleção Atual* permite que seja formatada uma parte do gráfico; *Inserir* possibilita a inclusão de formas, imagens ou caixas de texto; *Rótulos* permite inserir títulos e legendas; *Eixos* permite formatar os eixos vertical e horizontal; *Análise* identifica tendências para realizar regressões lineares; e *Propriedades* possibilita alterar o nome do gráfico.

E o menu *formatar* divide-se em: *Seleção Atual*, *Estilos de Forma*, *Estilos de WordArt*, *Organizar* e *Tamanho*.

A opção *Seleção Atual* já foi citada anteriormente; *Estilos de Forma* permite alterar o formato externo do gráfico; *Estilo de WordArt* permite a alteração do formato das fontes (letras); *Organizar* possibilita ajustar a sua posição como objeto; e *Tamanho* possibilita a alteração de seu tamanho.

Com relação aos tipos de gráfico no Excel, os mais utilizados são os seguintes:

- **Colunas:** para comparação de fatores em um único período;
- **Linhas:** normalmente usados para ilustrar a evolução de algum fator ao longo de determinado período;
- **Pizza:** este tipo de gráfico é utilizado para demonstrar porcentagens de um total;
- **Dispersão:** são usados para analisar duas variáveis;

Existem também os de **barras**, **área**, **rosca**, **radar**, **superfície**, **bolhas**, **ações** e **de Pareto**, que são utilizados em casos mais específicos.

Enfim, neste capítulo são apresentadas as metodologias que serão utilizadas na atividade proposta neste trabalho. As noções sobre a planilha eletrônica Microsoft® Excel 2007 aqui mostradas, porém, são apenas referentes aos temas que serão abordados, sendo que, em alguns deles foi apenas feita sua definição sem um aprofundamento sobre o assunto. Isso ocorreu porque a finalidade deste trabalho não é a apresentação de todas as características desta planilha, mas a confecção uma atividade sobre Matemática Financeira onde ela seja uma ferramenta para melhor compreensão do tema.

E, no capítulo 3, os assuntos juros simples e compostos serão apresentados como aplicações de progressões aritméticas e geométricas, como sugerido no Caderno do Professor (2009).

CAPÍTULO 3 APLICAÇÕES DE PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS

3.1 Introdução

A Progressão Aritmética (PA), segundo Gimenes (2009), é uma sequência de números que pode ser finita ou infinita, onde cada termo (a partir do segundo) é a soma do anterior e de um valor fixo, chamado razão (r). E a Progressão Geométrica (PG) também é uma sequência numérica (com termos diferentes de zero), onde cada termo (a partir do segundo) é igual à multiplicação do anterior por um valor fixo, também chamado razão, porém, simbolizada por “ q ”.

No Caderno do Professor (2009) é sugerido que, no ensino do cálculo do termo geral de PA e PG sejam priorizados os conteúdos e a apresentação de situações-problema ao invés de aplicação de fórmulas “decoradas”. E no ensino do cálculo da soma dessas progressões o Caderno do Professor (2009) sugere que o professor retome e aprofunde a noção de algoritmo.

Em seguida, o Caderno do Professor apresenta os Juros Simples como aplicação de Progressões Aritméticas (porque uma sequência de pagamentos em um empréstimo pode ter a mesma evolução que uma PA) e Juros Compostos como aplicação de Progressões Geométricas (da mesma forma que em uma PA, uma sequência de pagamentos em um empréstimo pode ter a mesma evolução que uma PG).

Como neste trabalho pretende-se incorporar as Tecnologias de Informação no ensino da matemática, sugere-se que estes conceitos sejam aplicados na sala de informática da escola com a utilização da planilha eletrônica Microsoft® Excel.

3.2 Expressões de cálculo de PA e PG

O Caderno do Professor (2009) sugere um roteiro para o ensino de progressões aritméticas e geométricas e da expressão do termo geral da PA e da PG de forma que os alunos reconheçam a regularidade destas sequências e utilizem a linguagem matemática para expressá-las. Para isso, o Caderno do Professor (2009) prioriza a apresentação de situações-problema para que sejam verificadas estas regularidades e assim possam ser generalizadas de forma intuitiva as expressões dos termos gerais.

Como Problema 1, é apresentada uma PA onde o professor deverá perguntar à classe qual é o número seguinte da sequência e como os alunos chegaram a esta conclusão. A resposta que deverá surgir é que sempre se soma um número constante ao termo anterior. Com esta resposta, o Caderno do Professor (2009) apresenta alguns exercícios preparatórios para que o aluno compreenda o significado de Progressão Aritmética. Neste momento o professor deverá formalizar esta aprendizagem apresentando as denominações dos números da progressão como “termos” e o número constante que é somado ao termo anterior como “razão”.

Com isso, os alunos deverão ser capazes de, a partir do primeiro termo, encontrar a expressão do segundo e assim por diante. Desta forma:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2.r$$

$$a_4 = a_1 + 3.r$$

Onde a_1 representa o primeiro termo, a_2 o segundo, a_3 o terceiro, a_4 o quarto e r a “razão”. E assim sucessivamente. Este raciocínio fará com que os alunos “construam” a fórmula do termo geral da PA:

$$\mathbf{a_n = a_1 + (n-1).r} \quad (10)$$

Onde a_n representa o n ésimo termo da progressão.

E, de forma análoga, será apresentada uma PG, de forma que os alunos compreendam que é possível encontrar qualquer termo da sequência tendo-se o primeiro termo e a razão:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3$$

Onde a_1 é o primeiro termo da progressão, a_2 é o segundo, a_3 é o terceiro, a_4 é o quarto e q é a “razão”.

E assim sucessivamente, de maneira que o aluno generalize e encontre a fórmula do termo geral de uma PG, que é:

$$\mathbf{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}} \quad (11)$$

Onde a_n representa o n ésimo termo da progressão.

Já para encontrar a fórmula da soma dos termos de uma PA, o Caderno do Professor (2009) sugere que seja utilizada a propriedade da equidistância dos extremos, ou seja:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2}$$

E assim sucessivamente.

No exemplo da soma dos primeiros dez números naturais, observando que esta série representa uma PA, o professor poderá pedir aos alunos que façam o seguinte cálculo:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

Donde se obtêm o resultado 55.

Depois disto, poderá ser sugerido que se comprove a propriedade da equidistância dos extremos nesta série da seguinte maneira:

$$1 + 10 = 2 + 9 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6 = 11.$$

Com isso, os alunos poderão ser auxiliados a observar que foram obtidas cinco somas iguais a 11 e que a multiplicação destes números é igual ao resultado encontrado inicialmente.

Para melhor entendimento, pode-se representar essa soma desta forma:

$$S_{10} = \frac{10 \cdot 11}{2}$$

Onde S_{10} é a soma dos dez primeiros números naturais.

Neste momento o professor poderá mostrar aos alunos que $10/2$ representa o número de somas obtidas e que o número 11 representa a soma dos extremos.

Na mesma linha de raciocínio, pode-se utilizar essa lógica para a soma de um número ímpar de termos, dessa forma, se forem somados os nove primeiros números naturais chegar-se-á ao seguinte resultado:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

E, somando-se os extremos obtêm-se:

$$1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6 = 10$$

Dessa maneira obtêm-se quatro somas iguais a 10 e “sobra” o número 5. Assim, pode-se representar este resultado da seguinte maneira:

$$S_9 = 4 \cdot 10 + 5 = \frac{8 \cdot 10}{2} + \frac{10}{2} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$

Onde pode ser observado que o número 9 é o número de termos e o número 10 é o resultado das somas.

Seguindo estes passos, os alunos deverão ser capazes de generalizar esta estratégia e “encontrar” a fórmula da soma dos termos de uma PA, obtendo-se a expressão:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \quad (12)$$

Onde S_n representa a soma dos termos da PA, a_1 o primeiro termo, a_n o último termo e n a quantidade de termos a serem somados.

E, para a fórmula da soma dos termos de uma PG, o Caderno do Professor (2009) sugere o procedimento de apresentar uma PG simples e com poucos termos, pedindo aos alunos que encontrem sua razão.

Por exemplo, considerando a seguinte PG:

PG = 2, 4, 8, 16, 32

Os alunos encontrarão facilmente a razão “q” que é igual a 2.

O professor deverá pedir também que seja calculada a soma dos termos desta PG:

$$S = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 62$$

Após este cálculo o professor poderá pedir aos alunos que multipliquem esta expressão pela razão “q” da seguinte maneira:

$$2 \cdot S = 4 + 8 + 16 + 32 + 64$$

Isso feito, poderá ser pedido que seja feita a subtração destas duas expressões, assim:

$$\begin{array}{r} S = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 - \\ 2 \cdot S = 4 + 8 + 16 + 32 + 64 \\ \hline - S = 2 - 64 \\ S = 62 \end{array}$$

Com isso, poderá ser verificado que o resultado encontrado é o mesmo. Então, seguindo os mesmos passos, os alunos poderão generalizar este procedimento e “construir” uma fórmula para encontrar a soma dos termos de qualquer PG.

Com o auxílio do professor, deverão considerar uma PG da forma:

$$PG = (a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n)$$

A soma desta PG será:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \quad (I)$$

Onde S_n representa a soma de todos os termos da PG e a_n o enésimo termo.

Multiplicando-se esta soma (I) pela razão “q” obtêm-se:

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q \quad (II)$$

E, subtraindo-se (II) de (I) têm-se:

$$\begin{array}{r}
 S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \text{ (I)} - \\
 q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q \text{ (II)} \\
 \hline
 S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_n \cdot q
 \end{array}$$

Isto por que:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Por fim, isolando-se S_n têm-se:

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1} \quad (13)$$

Mais tarde, o professor poderá mostrar outra forma de escrever esta expressão:

$$\begin{aligned}
 S_n - q \cdot S_n &= a_1 - a_n \cdot q \\
 \rightarrow S_n - q \cdot S_n &= a_1 - a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q \\
 \rightarrow S_n - q \cdot S_n &= a_1 - a_1 \cdot q^n \\
 \rightarrow S_n (1 - q) &= a_1 (1 - q^n) \\
 \rightarrow S_n &= a_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{1 - q} \\
 \rightarrow S_n &= a_1 \cdot \frac{(q^n - 1)}{q - 1} \quad (14)
 \end{aligned}$$

Esta expressão, que permite obter a soma de uma PG em função da razão e do número de termos, é a que foi utilizada no Capítulo 1 deste trabalho.

3.3 Tabelas de capitalização em juros simples e compostos

Após a revisão sobre Progressões Aritméticas e Geométricas, sugerida no tópico anterior deste trabalho, pode-se abordar Juros Simples e Compostos como aplicações destes assuntos.

Segundo o Caderno do Professor, o assunto “Juros Simples e Juros Compostos” pertence ao currículo do Primeiro Ano do Ensino Médio, porém, como este trabalho é aplicado a alunos do Terceiro Ano, convém que sejam recordados tais conceitos.

Neste momento poderá ser revisada a definição do regime de capitalização simples como uma operação financeira onde os juros, segundo Bruni e Famá (2003), incidem apenas sobre o valor aplicado ou emprestado. O crescimento deste Capital, segundo o Caderno do Professor (2009), pode ser comparado com uma Progressão Aritmética.

Já o regime de capitalização composta pode ser definido como uma operação financeira onde a incidência dos juros, de acordo com os autores citados acima, ocorre de “forma cumulativa”, ou seja, os juros incidem sempre sobre o Montante do período anterior. E o crescimento do Capital comporta-se como uma Progressão Geométrica.

Para melhor visualização, sugere-se no Caderno do Professor (2009) que sejam montadas tabelas de capitalização com um exemplo de aplicação. Será considerada a seguir uma aplicação mensal no valor de quinhentos reais, durante cinco meses, a juros de dois por cento ao mês, utilizando capitalização simples e composta.

E, utilizando seus conhecimentos sobre PA e PG, os alunos chegarão ao saldo final da aplicação nos dois casos. Como este cálculo é trabalhoso, propõe-se no Caderno do Professor (2009) que sejam utilizadas calculadoras, mas com o intuito de incorporar as Tecnologias de Informação no ensino de matemática, neste trabalho é usado o software Microsoft® Excel.

Segue a tabela do exemplo no caso de Juros Simples:

Tabela 4 - Capital Aplicado a Juros Simples (Caderno do Professor, 2009)¹⁴.

	Mês	1º	2º	3º	4º	5º	Final
Capital aplicado a Juros Simples		500	510	520	530	540	550
			500	510	520	530	540
				500	510	520	530
					500	510	520
						500	510

¹⁴ O valor do primeiro termo da PA é 510, que é o saldo da aplicação no final do primeiro período, o valor do segundo termo é 520, que corresponde ao saldo no final do segundo período e assim sucessivamente.

Neste ponto, poderão ser revistas as terminologias e a dedução das fórmulas utilizadas no Regime de Capitalização Simples, conforme Capítulo 1 deste trabalho.

Feito isso, os alunos poderão obter os valores desta tabela encontrando o Montante a cada mês. Para isso, deverão multiplicar o Capital Inicial pelos Juros e pelo período (ou Tempo) e, obtendo este resultado, deverão somar ao valor do Capital Inicial, conforme a fórmula 2 encontrada no Capítulo 1.

Uma observação importante a ser feita é que a evolução do Capital, conforme a primeira linha da tabela comporta-se como uma PA e que a soma dos termos da coluna “Final” poderá ser obtida utilizando-se a fórmula 12. Portanto, o saldo final desta aplicação poderá ser encontrado na seguinte maneira:

$$\text{Saldo Final} = \frac{(510+550).5}{2} = 2650$$

E, para melhor visualização da evolução do Capital aplicado a Juros Simples, os alunos poderão ser auxiliados na construção de um gráfico com esta tabela no software Microsoft® Excel.

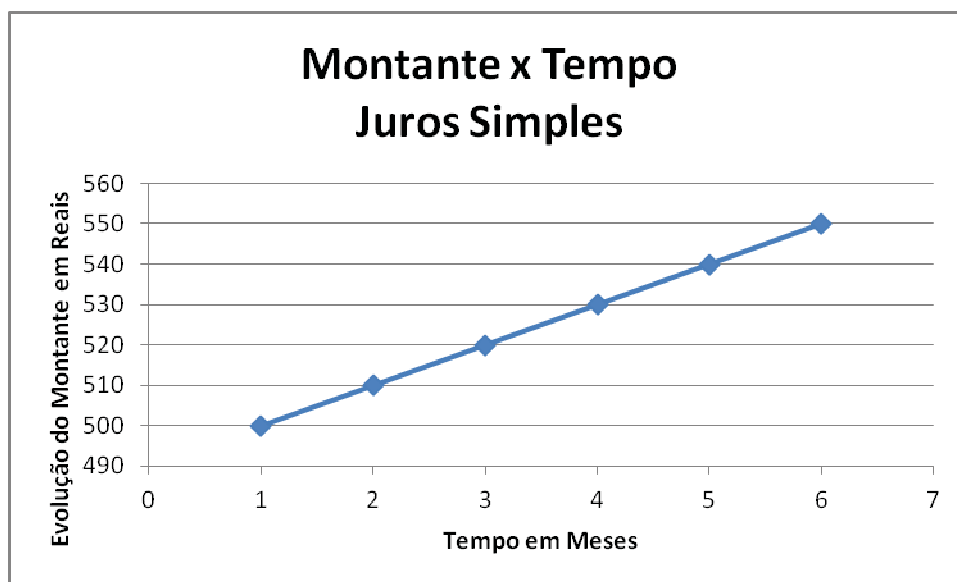


Figura 17 – Montante em Reais x Tempo em Meses (SILVA, 2012).

Poderão notar que o crescimento do Montante pode ser representado por uma reta, o que caracteriza o comportamento de uma função linear (primeiro grau). Por isso, os juros simples também são chamados “lineares”.

Também pode ser mostrado no Excel a maior “facilidade” no cálculo da soma dos termos da PA, utilizando a fórmula =soma (G2:G6) , como foi visto no item 2.5.8. Com isso, o professor poderá apresentar o programa e mostrar alguns recursos que ele oferece para facilitar cálculos aparentemente complicados.

Como é sugerido no Caderno do Professor (2009), poderá ser comentado que este problema é de fácil resolução por tratar-se de aplicação de juros simples, porém, os casos reais de empréstimos e aplicações envolvem juros compostos.

Utilizando o mesmo exemplo de uma aplicação mensal no valor de quinhentos reais, durante cinco meses, a juros compostos de dois por cento ao mês, obtêm-se a tabela 5:

Tabela 5 - Capital Aplicado a Juros Compostos (Caderno do Professor, 2009).

Mês	1º	2º	3º	4º	5º	Final
Capital aplicado a Juros Compostos	500	$500 \cdot 1,02$	$500 \cdot 1,02^2$	$500 \cdot 1,02^3$	$500 \cdot 1,02^4$	$500 \cdot 1,02^5$
		500	$500 \cdot 1,02$	$500 \cdot 1,02^2$	$500 \cdot 1,02^3$	$500 \cdot 1,02^4$
			500	$500 \cdot 1,02$	$500 \cdot 1,02^2$	$500 \cdot 1,02^3$
				500	$500 \cdot 1,02$	$500 \cdot 1,02^2$
					500	$500 \cdot 1,02$

Como pode ser observado, para o cálculo do Montante ao longo dos meses, foi utilizada a Fórmula 3 mostrada no Capítulo 1:

$$M_n = C (1 + i)^n$$

Onde M_n representa o Montante no período desejado, C é o Capital Inicial, i é a Taxa a ser aplicada e n representa os Meses decorridos.

Portanto, para calcular o Montante após um Mês de aplicação, é necessário multiplicar o Capital Inicial (R\$ 500,00) por 1,02, que é o resultado da expressão: $(1 + i)^n$

Onde,

$$i = 2\% = 2/100 = 0,02$$

Logo,

$$(1 + i)^n = (1 + 0,02)^n = (1,02)^n$$

E, como n representa o número de meses decorridos, para 1 mês temos:

$$(1,02)^n = (1,02)^1 = 1,02$$

Portanto, o resultado do montante será: $500 \times 1,02$.

Como está representado após um mês de aplicação na Figura 18.

Pode ser notado, segundo o Caderno do Professor (2009), que a soma dos valores da última coluna da Figura 18 (S) fornece o total capitalizado e, observando melhor, verifica-se que os termos desta soma representam os termos de uma progressão geométrica, tendo como razão 1,02:

$$S = 500.1,02 + 500.1,02^2 + 500.1,02^3 + 500.1,02^4 + 500.1,02^5$$

Que é equivalente a:

$$S = 510 + 520,20 + 530,60 + 541,22 + 552,04$$

Nesta expressão, S representa a soma dos termos da PG.

Portanto, utilizando a fórmula 13 do item 3.2:

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$$

Têm-se,

$$S_5 = \frac{a_5 \cdot 1,02 - 510}{1,02 - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{552,04 \cdot 1,02 - 510}{0,02}$$

Sendo S_5 a soma dos cinco termos da PG, 1,02 a razão, 510 o primeiro termo e 552,04 o último termo.

E, resolvendo, chega-se ao resultado igual a R\$ 2654,06.

Para comparação do resultado sugere-se que esta tabela seja no Excel da seguinte maneira:

C3		=I\$3*(\$H\$3^C2)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Tempo						Razão	Capital
2		0	1	2	3	4	5		
3	Capital aplicado a Juros Compostos	R\$ 500,00	R\$ 510,00	R\$ 520,20	R\$ 530,60	R\$ 541,22	R\$ 552,04	1,02	R\$ 500,00
4			R\$ 500,00	R\$ 510,00	R\$ 520,20	R\$ 530,60	R\$ 541,22		
5				R\$ 500,00	R\$ 510,00	R\$ 520,20	R\$ 530,60		
6					R\$ 500,00	R\$ 510,00	R\$ 520,20		
7						R\$ 500,00	R\$ 510,00		
8							R\$ 2.654,06		

Figura 18 – Evolução do Montante a Juros Compostos no Excel (SILVA, 2012).

Como pode ser observado na fórmula inserida na célula C3, para calcular o montante multiplicou-se o capital pela razão elevada ao tempo. Sendo que a razão e o capital foram “travados” conforme mostrado no item 2.5.7 deste trabalho.

E, para preenchimento das células à direita, foi utilizada a alça de preenchimento, também vista no item 2.5.3. As linhas abaixo foram completadas de forma análoga.

Da mesma maneira que foi feita no exemplo com juros simples, esta soma pode ser calculada no Excel utilizando-se a fórmula =soma (G3 : G7) e os alunos poderão comparar os resultados.

Para melhor visualização da evolução do Montante a Juros Compostos pode ser sugerido que seja confeccionado o gráfico do Montante em função do Tempo, como na Figura 19.

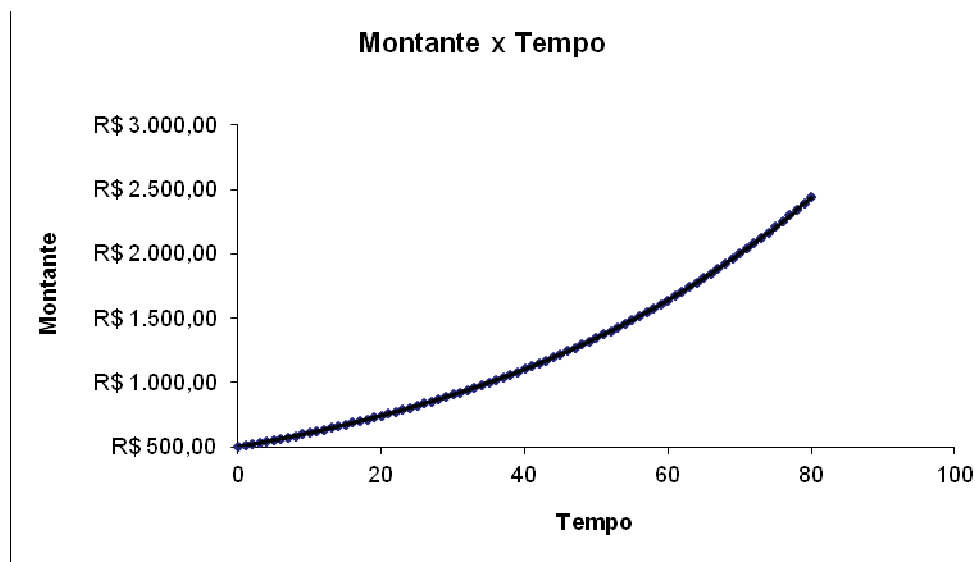


Figura 19 – Evolução do Montante capitalizado a Juros Compostos em função do Tempo (SILVA, 2012).

Foi aumentado o prazo de capitalização neste gráfico para que possa ser analisado o seu “comportamento”. E, como pôde ser verificado, a curva correspondente é uma exponencial, o que pode ser conferido adicionando-se a linha de tendência exponencial que sobrepõe os

pontos deste gráfico. (Para incluir linha de tendência, basta clicar com o botão direito do mouse sobre os pontos e selecionar a opção **Formatar Linha de Tendência, Tipo, Exponencial**).

Depois dos exemplos de Capitalização Simples e Composta, pode ser feita a comparação dos Montantes após o prazo de 5 meses, verificando-se que o Montante capitalizado a juros simples (R\$ 2650,00) é menor que o Montante capitalizado a juros compostos (R\$ 2654,06).

Com este capítulo encerram-se os assuntos de revisão e introdução do tema Matemática Financeira e, no capítulo seguinte é sugerida a resolução de um problema envolvendo amortizações.

CAPÍTULO 4 RESOLUÇÃO DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA ENVOLVENDO JUROS COMPOSTOS E SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

4.1 Introdução

Como é mostrado no Capítulo 2 deste trabalho, segundo Dante (2003), situações-problema envolvem situações reais que exigem pesquisa e levantamento de dados, além de ser necessária a utilização de conhecimentos de outras matérias, para que sejam resolvidas.

Também comenta-se que este tipo de metodologia é recomendada porque induz o aluno a pensar de maneira produtiva, apresentando situações que o desafiem e motivem, desenvolvendo sua capacidade de raciocinar utilizando os recursos disponíveis e preparando-o para mudanças, além de tornar sua participação mais ativa.

E, procurando encaixar situações reais envolvendo aplicações financeiras e amortizações, é apresentado o problema descrito no próximo item deste capítulo.

4.2 O Problema

João conheceu Maria há um ano e, agora, passou em um concurso público onde receberá R\$ 1800,00 mais vale alimentação no valor de R\$ 500,00. Maria trabalha em uma empresa particular e recebe um salário de R\$ 700,00. Eles desejam se casar, por isso, querem comprar uma casa. Pela previsão deles, os dois conseguem economizar, para esta finalidade, 50% do salário de cada um por mês. Os dois têm 25 anos e Maria quer se casar no máximo aos 27 porque deseja ter um filho até os 30.

Eles pesquisaram e encontraram uma casa no valor de R\$ 100.000,00 e souberam que os imóveis da região valorizam, em média, 20% a.a..

Este mesmo imóvel pode ser alugado por R\$ 500,00 por mês com um contrato de um ano, e o corretor informou que na renovação, os contratos aumentam em média 10%.

Qual é a melhor opção?

1ª) Financiar 100% do imóvel e, mais tarde, quitá-lo com suas economias;

2ª) Guardar as economias em uma poupança para dar entrada quando se casarem, financiando o restante;

3ª) Pagar aluguel até economizar o suficiente para pagar o imóvel a vista.

4.2.1 Objetivo do problema

O objetivo principal da apresentação deste problema é a conscientização da necessidade de economizar e analisar um empréstimo antes de contraí-lo. Com esta atividade pretende-se, também, que os alunos se familiarizem com as Tecnologias de Informação utilizadas no mercado de trabalho, neste caso, computadores. São desenvolvidas aulas de matemática na sala de informática da escola com a finalidade de que os alunos manipulem programas largamente comercializados e utilizados na maioria das empresas, especificamente, a planilha eletrônica Microsoft® Excel, apresentada no Capítulo 2 deste trabalho.

Outro objetivo deste problema é aplicar conhecimentos sobre Juros Compostos e Amortizações.

4.2.2 Análise da primeira opção

Começando com a primeira opção, deve-se lembrar do Capítulo 1 que, segundo Samanez (2010), amortização é uma operação financeira caracterizada pelo pagamento progressivo de parcelas de um financiamento, de forma que, ao final do prazo, a dívida seja quitada. As prestações são compostas de amortização e de juros.

O sistema utilizado pelos bancos atualmente, para financiamento de imóveis, segundo Gimenes (2009), é o SAC (Sistema de Amortização Constante), já estudado no Capítulo 1. Como neste sistema o valor da amortização é constante, segundo o autor, deve-se dividir o saldo devedor inicial pelo número de períodos envolvidos no financiamento: $A = SD_0/n$.

Sendo A o valor da parcela de amortização; SD_0 , o valor financiado; e n, o número de períodos.

O próximo passo, portanto, é dividir o valor a ser financiado pelo prazo do financiamento.

Como acontece numa situação real, todas as informações não estão contidas no problema. É necessário que os alunos façam uma pesquisa na internet para descobrir o valor máximo a ser financiado naquela faixa de renda e o prazo máximo do financiamento.

Tendo como referência as informações contidas no *site*¹⁵ da Caixa Econômica Federal¹⁶, o valor máximo a ser financiado, neste caso, é de 90% do valor do imóvel e o prazo máximo de financiamento, também neste caso, é de 300 meses. Já a porcentagem de juros cobrada é de 5,5% (cinco vírgula cinco por cento) ao ano mais T.R.¹⁷. Para obter a taxa mensal, basta utilizar a fórmula 4:

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow (1 + 0,055) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow 1 + i_m = \sqrt[12]{1,055} \rightarrow i_m = 1,00447 - 1 \rightarrow i_m = 0,447\%$$

Portanto, a taxa mensal equivale a aproximadamente 0,447% a.m..

Através de uma simulação por este *site*, pode-se obter uma indicação do prazo de financiamento, que no caso deverá ser de 300 meses. Esta simulação leva em conta a restrição de que o percentual máximo de comprometimento da renda bruta do casal não pode ultrapassar 30%, ou seja, R\$ 750,00. Na resolução do problema com o Excel, será verificado o cumprimento dessa restrição.

Também através dessa pesquisa, pode-se concluir que o saldo Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS)¹⁸ do casal pode ser usado como entrada no financiamento, pois, nenhum dos dois possui imóvel em seu nome.

Com fins didáticos, considera-se que o saldo do FGTS do casal atinja o valor de 10% do valor do imóvel. Sendo assim, o financiamento será de R\$ 90.000,00 que correspondem a 90% do valor do imóvel, que custa R\$ 100.000,00.

Divide-se, então, R\$ 90.000,00 por 300, que representa os meses do financiamento, obtém-se o valor R\$ 300,00, que corresponde ao valor da parcela de amortização.

¹⁵ Um website ou site é um conjunto de páginas web, isto é, de hipertextos acessíveis geralmente pelo protocolo http na Internet, definição disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Site>> Acesso em 14 dez. 2012.

¹⁶ Informação obtida no simulador de financiamento habitacional, disponível em: <<http://www8.caixa.gov.br/siopiinternet/simulaOperacaoInternet.do?method=inicializarCasoUso>> Acesso em 14 dez. 2012.

¹⁷ A TR significa Taxa Referencial e foi criada no Plano Collor II. Atualmente é utilizada no cálculo do rendimento de vários investimentos, tais como títulos públicos e cadernetas de poupança. Calculando a média da T.R. dos últimos 12 anos (valores disponíveis em <http://www.portalbrasil.net/tr_mensal.htm> , acessado em 28/05/2012) obteve-se o índice de aproximadamente 1,98% a.a.

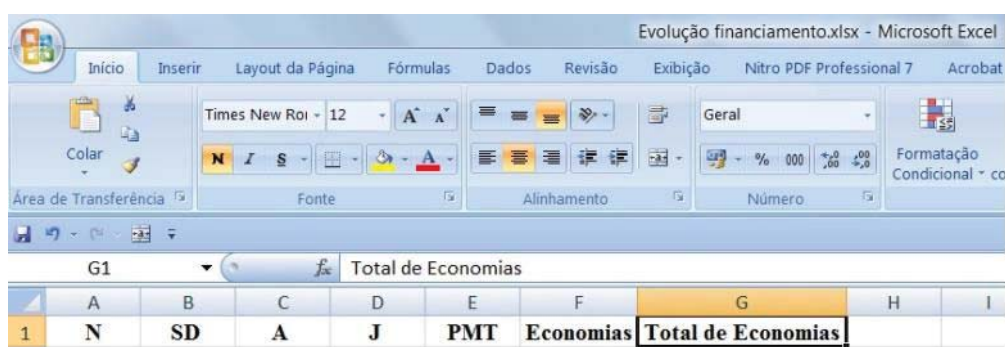
¹⁸ O Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS) foi criado em 1967 pelo Governo Federal para proteger o trabalhador demitido sem justa causa. O FGTS é constituído de contas vinculadas, abertas em nome de cada trabalhador. O saldo da conta vinculada é formado pelos depósitos mensais efetivados pelo empregador, equivalentes a 8,0% do salário pago ao empregado, acrescido de atualização monetária e juros. (definição disponível em <<http://www.fgts.gov.br/trabalhador/index.asp>>, acessado em 17/11/2012).

Também com fins didáticos, na montagem da tabela não é considerada a T.R. (taxa referencial) e considera-se que as economias do casal permanecerão constantes mesmo após reajustes salariais.

Sugere-se que, neste momento, sejam especificados os procedimentos detalhados para a confecção desta planilha no Excel, para facilitar o acompanhamento dos alunos.

4.2.3 Análise da primeira opção com a utilização da planilha eletrônica Microsoft® Excel

Para montar a tabela no Excel é necessário que sejam digitados os títulos referentes às colunas nas células A1, B1, C1, D1, E1, F1 e G1, que correspondem à **N** (tempo), **SD** (Saldo Devedor), **A** (Amortização), **J** (Juros), **PMT** (Prestações), **Economias** e **Total de Economias**, respectivamente, o que é ilustrado através da Figura 20.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	N	SD	A	J	PMT	Economias	Total de Economias		

Figura 20 – Títulos da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

Depois é necessário que seja preenchida a coluna A com o tempo correspondente ao financiamento (de 0 a 300 meses) utilizando a alça de preenchimento explicada no item 2.5.3 do Capítulo 2 deste trabalho.

Também com fins didáticos, considera-se que o casal já possui economias suficientes para as despesas iniciais de cartório, prefeitura e taxas bancárias. E, além destas despesas, possui as economias para o mês 0 (zero).

Desta maneira as células B2, C2, D2, E2, F2 e G2 serão preenchidas de acordo com a Figura 21.

G2		fx		=F2			
	A	B	C	D	E	F	G
1	N	SD	A	J	PMT	Economias	Total de Economias
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 1.250,00	R\$ 1.250,00
3	1						
4	2						
5	3						

Figura 21 – Preenchimento da linha 2 da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

Como a Amortização é constante neste sistema e é obtida através da fórmula SD_0/n , então neste caso:

$$90.000/300 = 300$$

Portanto, o valor a ser completado na coluna C será 300 a partir do tempo 1 (C3).

Para obter o Saldo Devedor ao longo dos períodos, basta subtrair o saldo devedor do período anterior do valor da amortização paga. Por exemplo, para obter o valor do Saldo Devedor no tempo 1, é necessário subtrair o Saldo Devedor no tempo 0 (B2) pela Amortização paga no tempo 1 (C3), conforme Figura 22.

B3		fx		=B2-C3	
	A	B	C		
1	N	SD	A		
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -		
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00		
4	2		R\$ 300,00		
5	3		R\$ 300,00		
6	4		R\$ 300,00		

Figura 22 – Preenchimento da Coluna B (SD) da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

E, utilizando a alça de preenchimento, observa-se que o saldo devedor no tempo 300 será 0.

Para preenchimento da coluna referente aos Juros precisa-se da fórmula (7) apresentada no item 1.4 do Capítulo 1:

$$J_n = SD_{(n-1)} \cdot i$$

Portanto, na coluna D utilizar-se-á a seguinte fórmula $=B3 * (0,447\%)$, completando as demais células através da Alça de Preenchimento, conforme Figura 23.

D3		f _x =B3*0,447%		
	A	B	C	D
1	N	SD	A	J
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00	R\$ 400,96
4	2	R\$ 89.400,00	R\$ 300,00	R\$ 399,62
5	3	R\$ 89.100,00	R\$ 300,00	R\$ 398,28
6	4	R\$ 88.800,00	R\$ 300,00	R\$ 396,94
7	5	R\$ 88.500,00	R\$ 300,00	R\$ 395,60
8	6	R\$ 88.200,00	R\$ 300,00	R\$ 394,25
9	7	R\$ 87.900,00	R\$ 300,00	R\$ 392,91
10	8	R\$ 87.600,00	R\$ 300,00	R\$ 391,57

Figura 23 – Inserindo valores na coluna D (J) na tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

E, como as prestações são compostas de juros e amortização, conforme a equação (8) do item 1.4 do Capítulo 1 ($PMT_n = A + J_n$), então, para encontrar os valores da coluna E, é necessário somar as células das colunas C e D, e utilizar a alça de preenchimento, como é feito na Figura 24.

E3		f _x =C3+D3			
	A	B	C	D	E
1	N	SD	A	J	PMT
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -	R\$ -
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00	R\$ 400,96	R\$ 700,96
4	2	R\$ 89.400,00	R\$ 300,00	R\$ 399,62	R\$ 699,62
5	3	R\$ 89.100,00	R\$ 300,00	R\$ 398,28	R\$ 698,28
6	4	R\$ 88.800,00	R\$ 300,00	R\$ 396,94	R\$ 696,94
7	5	R\$ 88.500,00	R\$ 300,00	R\$ 395,60	R\$ 695,60
8	6	R\$ 88.200,00	R\$ 300,00	R\$ 394,25	R\$ 694,25
9	7	R\$ 87.900,00	R\$ 300,00	R\$ 392,91	R\$ 692,91
10	8	R\$ 87.600,00	R\$ 300,00	R\$ 391,57	R\$ 691,57
11	9	R\$ 87.300,00	R\$ 300,00	R\$ 390,23	R\$ 690,23
12	10	R\$ 87.000,00	R\$ 300,00	R\$ 388,89	R\$ 688,89

Figura 24 – Cálculo dos valores da coluna E (PMT), da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

Neste ponto, pode-se observar porque este prazo foi escolhido, já que a prestação não pode ultrapassar o valor de R\$ 750,00 e a primeira prestação é de R\$ 700,96. Também pode ser observado que as prestações são decrescentes e que, a última prestação terá o valor de R\$ 300,00.

Nota-se também que, até agora só foram efetuados cálculos referentes ao Sistema de Amortização Crescente (SAC). A solução do problema proposto começa a partir daqui.

Na coluna F, referente às economias do casal, no período zero foi preenchido o valor total das economias feitas naquele mês. A partir do segundo mês as economias serão as mesmas, porém, este valor deverá ser separado em duas partes, sendo uma para o pagamento da prestação e outra correspondente ao valor a ser guardado para a quitação do financiamento.

Também com fins didáticos, considera-se que este valor a ser economizado efetivamente, ou seja, a diferença entre as economias do casal e o pagamento das prestações, não será aplicado em nenhum tipo de investimento, será depositado apenas em conta corrente que não gera nenhum juro.

Portanto, o valor a ser guardado, para posterior quitação do financiamento, será a diferença entre o valor que eles economizam por mês, ou seja, R\$ 1.250,00 e o valor a ser pago no financiamento.

Então, na célula F3 será preenchida a seguinte fórmula $=\$F\$2-E3$. Lembrando que foi fixada a célula F2 porque o valor a ser economizado pelo casal não muda ao longo dos períodos, o que não ocorre nas células da coluna E, que equivalem ao valor da prestação, que muda ao longo dos períodos.

Após inserir esta fórmula na célula F3, deverá ser utilizada a alça de preenchimento para completar a coluna, conforme Figura 25.

F3 $=\$F\$2-E3$

	A	B	C	D	E	F
1	N	SD	A	J	PMT	Economias
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 1.250,00
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00	R\$ 400,96	R\$ 700,96	R\$ 549,04
4	2	R\$ 89.400,00	R\$ 300,00	R\$ 399,62	R\$ 699,62	R\$ 550,38
5	3	R\$ 89.100,00	R\$ 300,00	R\$ 398,28	R\$ 698,28	R\$ 551,72
6	4	R\$ 88.800,00	R\$ 300,00	R\$ 396,94	R\$ 696,94	R\$ 553,06
7	5	R\$ 88.500,00	R\$ 300,00	R\$ 395,60	R\$ 695,60	R\$ 554,41
8	6	R\$ 88.200,00	R\$ 300,00	R\$ 394,25	R\$ 694,25	R\$ 555,75
9	7	R\$ 87.900,00	R\$ 300,00	R\$ 392,91	R\$ 692,91	R\$ 557,09
10	8	R\$ 87.600,00	R\$ 300,00	R\$ 391,57	R\$ 691,57	R\$ 558,43

Figura 25 – Preenchimento da coluna F da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

A última coluna desta tabela (coluna F) contém o resultado da primeira opção do problema proposto. Em quanto tempo o valor guardado pelo casal será suficiente para quitar o financiamento?

A figura 26 mostra que a coluna G contém os valores acumulados a cada mês das Economias do casal. Por exemplo, a célula G3 corresponde ao valor guardado no mês 0 mais o valor guardado no mês 1, o que representa a seguinte fórmula: =G2+F3.

G3		=G2+F3					
	A	B	C	D	E	F	G
1	N	SD	A	J	PMT	Economias	Total de Economias
2	0	R\$ 90.000,00	R\$ -	R\$ -	R\$ -	R\$ 1.250,00	R\$ 1.250,00
3	1	R\$ 89.700,00	R\$ 300,00	R\$ 400,96	R\$ 700,96	R\$ 549,04	R\$ 1.799,04
4	2	R\$ 89.400,00	R\$ 300,00	R\$ 399,62	R\$ 699,62	R\$ 550,38	R\$ 2.349,42
5	3	R\$ 89.100,00	R\$ 300,00	R\$ 398,28	R\$ 698,28	R\$ 551,72	R\$ 2.901,15
6	4	R\$ 88.800,00	R\$ 300,00	R\$ 396,94	R\$ 696,94	R\$ 553,06	R\$ 3.454,21
7	5	R\$ 88.500,00	R\$ 300,00	R\$ 395,60	R\$ 695,60	R\$ 554,41	R\$ 4.008,62
8	6	R\$ 88.200,00	R\$ 300,00	R\$ 394,25	R\$ 694,25	R\$ 555,75	R\$ 4.564,36
9	7	R\$ 87.900,00	R\$ 300,00	R\$ 392,91	R\$ 692,91	R\$ 557,09	R\$ 5.121,45
10	8	R\$ 87.600,00	R\$ 300,00	R\$ 391,57	R\$ 691,57	R\$ 558,43	R\$ 5.679,88

Figura 26 – Preenchimento da coluna G da tabela referente à primeira opção (SILVA, 2012).

E, utilizando a alça de preenchimento, descobre-se que o valor guardado será suficiente para quitar o saldo devedor na prestação 98, conforme Figura 27.

G100		=G99+F100					
	A	B	C	D	E	F	G
90	88	R\$ 63.600,00	R\$ 300,00	R\$ 284,29	R\$ 584,29	R\$ 665,71	R\$ 54.698,96
91	89	R\$ 63.300,00	R\$ 300,00	R\$ 282,95	R\$ 582,95	R\$ 667,05	R\$ 55.366,01
92	90	R\$ 63.000,00	R\$ 300,00	R\$ 281,61	R\$ 581,61	R\$ 668,39	R\$ 56.034,40
93	91	R\$ 62.700,00	R\$ 300,00	R\$ 280,27	R\$ 580,27	R\$ 669,73	R\$ 56.704,13
94	92	R\$ 62.400,00	R\$ 300,00	R\$ 278,93	R\$ 578,93	R\$ 671,07	R\$ 57.375,20
95	93	R\$ 62.100,00	R\$ 300,00	R\$ 277,59	R\$ 577,59	R\$ 672,41	R\$ 58.047,61
96	94	R\$ 61.800,00	R\$ 300,00	R\$ 276,25	R\$ 576,25	R\$ 673,75	R\$ 58.721,37
97	95	R\$ 61.500,00	R\$ 300,00	R\$ 274,91	R\$ 574,91	R\$ 675,10	R\$ 59.396,46
98	96	R\$ 61.200,00	R\$ 300,00	R\$ 273,56	R\$ 573,56	R\$ 676,44	R\$ 60.072,90
99	97	R\$ 60.900,00	R\$ 300,00	R\$ 272,22	R\$ 572,22	R\$ 677,78	R\$ 60.750,67
100	98	R\$ 60.600,00	R\$ 300,00	R\$ 270,88	R\$ 570,88	R\$ 679,12	R\$ 61.429,79
101	99	R\$ 60.300,00	R\$ 300,00	R\$ 269,54	R\$ 569,54	R\$ 680,46	R\$ 62.110,25
102	100	R\$ 60.000,00	R\$ 300,00	R\$ 268,20	R\$ 568,20	R\$ 681,80	R\$ 62.792,05
103	101	R\$ 59.700,00	R\$ 300,00	R\$ 266,86	R\$ 566,86	R\$ 683,14	R\$ 63.475,19

Figura 27 – Prazo em que o Total de Economias supera o Saldo Devedor (SILVA, 2012).

Como o intuito desta atividade também é mostrar alguns recursos disponíveis na planilha eletrônica Microsoft® Excel, propõe-se que seja confeccionado um gráfico da evolução das prestações para que os alunos pratiquem o manuseio do programa e também visualizem o decrescimento das prestações.

Seguindo os passos citados no item 2.5.9 do Capítulo 2, obtém-se o gráfico da Figura 28 abaixo.

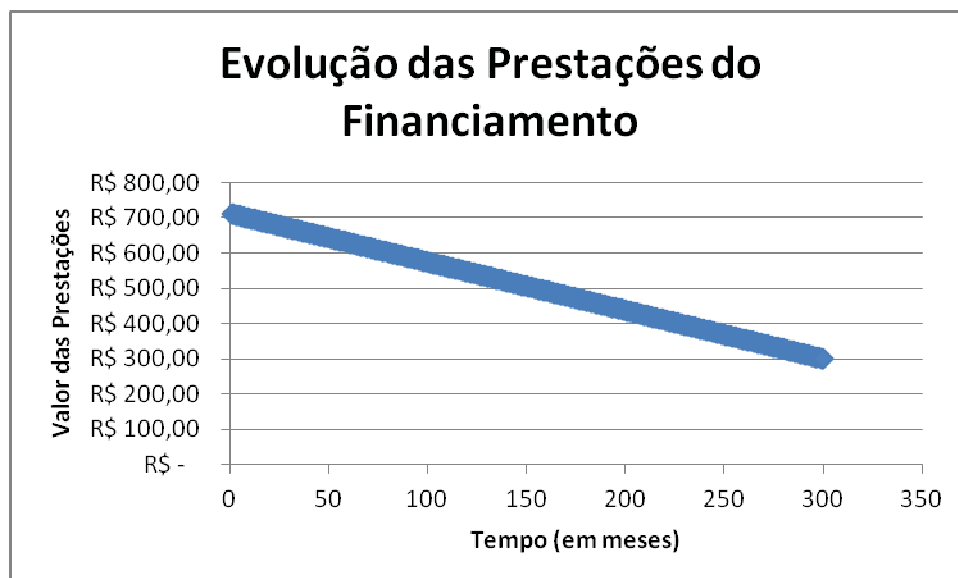


Figura 28 – Evolução das Prestações do Financiamento (SILVA, 2012).

4.2.4 Análise da segunda opção

A segunda opção é guardar as economias em uma poupança para dar entrada em um financiamento quando se casarem. Como os dois têm 25 anos e Maria quer se casar aos 27, o tempo de economia em poupança será de dois anos.

Com estes dados pode-se começar a montar a tabela, iniciando com os títulos das colunas: **Tempo**, **Economias**, **Poupança**, **Saldo do FGTS**, **Financiamento**, **Amortização**, **Juros** e **Prestação**, conforme apresentado na Figura 29.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Tempo	Economias	Poupança	Saldo do FGTS	Financiamento	Amortização	Juros	Prestação
2								
3								

Figura 29 – Títulos da Tabela Referente à segunda opção (SILVA, 2012).

Na coluna **Tempo**, para facilitar a inserção dos dados, pode-se utilizar a alça de preenchimento descrita no item 2.5.3 deste trabalho. Na coluna **Economias**, como o casal economizará R\$ 1250,00 por mês durante dois anos, é necessário preencher este valor do mês 0 até o 24. O preenchimento (parcial) destas colunas pode ser visualizado na Figura 30.

		B2
	A	B
1	Tempo	Economias
2	0	R\$ 1.250,00
3	1	R\$ 1.250,00
4	2	R\$ 1.250,00
5	3	R\$ 1.250,00
6	4	R\$ 1.250,00
7	5	R\$ 1.250,00
8	6	R\$ 1.250,00
9	7	R\$ 1.250,00
10	8	R\$ 1.250,00
11	9	R\$ 1.250,00
12	10	R\$ 1.250,00

Figura 30 – Preenchimento Parcial das Colunas Tempo e Economias (SILVA, 2012).

Na célula C2 deverá ser copiado o valor de R\$ 1250,00 e na célula C3 deverá ser preenchida a seguinte fórmula $=C2+C2*0,005+C2*0,08\%+B2$. Onde 0,005 é a remuneração fixa da poupança e 0,08% é a renda variável, constituída pela T.R.. O valor C2 corresponde ao valor economizado no mês anterior e B2 representa o valor a ser aplicado no mês atual. Após digitar a fórmula na célula C3, é recomendado utilizar a alça de preenchimento para inserção dos dados da coluna C até terminados os 24 meses de investimento na poupança.

Para encontrar a T.R. mensal é necessário utilizar novamente a fórmula (4):

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow (1 + 0,0098) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow 1 + i_m = \sqrt[12]{1,0098} \rightarrow i_m = 1,000818021 - 1 \rightarrow i_m \approx 0,08\%$$

Conclui-se, portanto, que o saldo da poupança no final de 24 meses será R\$ 33.524,88, conforme figura 31.

		C26		f_x	$=C25+C25*0,005+C25*0,08\%+B25$
	A	B	C	D	E
12	10	R\$ 1.250,00	R\$ 14.155,77		
13	11	R\$ 1.250,00	R\$ 15.487,87		
14	12	R\$ 1.250,00	R\$ 16.827,70		
15	13	R\$ 1.250,00	R\$ 18.175,30		
16	14	R\$ 1.250,00	R\$ 19.530,72		
17	15	R\$ 1.250,00	R\$ 20.894,00		
18	16	R\$ 1.250,00	R\$ 22.265,18		
19	17	R\$ 1.250,00	R\$ 23.644,32		
20	18	R\$ 1.250,00	R\$ 25.031,46		
21	19	R\$ 1.250,00	R\$ 26.426,64		
22	20	R\$ 1.250,00	R\$ 27.829,92		
23	21	R\$ 1.250,00	R\$ 29.241,33		
24	22	R\$ 1.250,00	R\$ 30.660,93		
25	23	R\$ 1.250,00	R\$ 32.088,76		
26	24	R\$ 1.250,00	R\$ 33.524,88		

Figura 31 – Saldo da poupança após 24 meses (SILVA, 2012).

Como os imóveis da região valorizam em média 20% a.a., no fim de dois anos este imóvel valerá R\$ 144.000,00. Porque o valor de R\$ 100.000,00 no primeiro ano, com um acréscimo de 20%, será atualizado para R\$ 120.000,00, que será então o valor do imóvel ao final do primeiro ano. Assim, este imóvel, ao final do segundo ano, com um acréscimo de 20%, valerá R\$ 144.000,00.

De acordo com consulta ao *site* da Caixa Econômica Federal¹⁹, o saldo do Fundo de Garantia por Tempo de Serviço tem um rendimento de 3% ao ano mais T.R.. Considerando a média da T.R., calculada no item 4.2.2 deste trabalho, de 1,98% ao ano, obtêm-se a média do rendimento do FGTS (3%+1,98% = 4,98%).

Para encontrar a taxa equivalente ao mês utiliza-se a fórmula 4:

$$(1 + i_a) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow (1 + 0,0498) = (1 + i_m)^{12} \rightarrow 1 + i_m = \sqrt[12]{1,0498} \rightarrow i_m = 1,004058185 - 1 \rightarrow i_m = 0,4058185\%$$

Onde i_a representa a taxa de juros anual, i_m a taxa mensal.

Desta maneira encontramos a taxa equivalente ao mês:

$$i_m \approx 0,4058\%$$

Lembrando que o saldo do FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) do casal no início era no valor de R\$ 10.000,00, no final de dois anos será de R\$ 16071,98. Para chegar-se a esse resultado na célula D2 preenche-se o saldo inicial do FGTS do casal que é R\$ 10.000,00, e na célula D3 digita-se a seguinte fórmula: $= (D2+200) * 0,4058\% + D2+200$. Onde D2 representa o saldo anterior do FGTS, 0,4058% é a média do rendimento do saldo do FGTS e 200 é o valor depositado mensalmente na conta vinculada do FGTS que corresponde a 8% do salário do casal ($2500 \times 8\% = 200$). Esta discussão pode ser melhor entendida com a observação da Figura 32.

¹⁹ Informação disponível em <http://www.caixa.gov.br/fgts/perguntas_frequentes.asp#> ,acesso em 14 dez. 2012.

D26		f _{sc}		=((D25+200)*0,4058%)+D25+200	
	A	B	C	D	
12	10	R\$ 1.250,00	R\$ 14.155,77	R\$ 12.458,48	
13	11	R\$ 1.250,00	R\$ 15.487,87	R\$ 12.709,85	
14	12	R\$ 1.250,00	R\$ 16.827,70	R\$ 12.962,23	
15	13	R\$ 1.250,00	R\$ 18.175,30	R\$ 13.215,65	
16	14	R\$ 1.250,00	R\$ 19.530,72	R\$ 13.470,09	
17	15	R\$ 1.250,00	R\$ 20.894,00	R\$ 13.725,56	
18	16	R\$ 1.250,00	R\$ 22.265,18	R\$ 13.982,07	
19	17	R\$ 1.250,00	R\$ 23.644,32	R\$ 14.239,62	
20	18	R\$ 1.250,00	R\$ 25.031,46	R\$ 14.498,22	
21	19	R\$ 1.250,00	R\$ 26.426,64	R\$ 14.757,86	
22	20	R\$ 1.250,00	R\$ 27.829,92	R\$ 15.018,56	
23	21	R\$ 1.250,00	R\$ 29.241,33	R\$ 15.280,32	
24	22	R\$ 1.250,00	R\$ 30.660,93	R\$ 15.543,14	
25	23	R\$ 1.250,00	R\$ 32.088,76	R\$ 15.807,02	
26	24	R\$ 1.250,00	R\$ 33.524,88	R\$ 16.071,98	

Figura 32 – Saldo do FGTS do casal após 24 meses (SILVA, 2012).

Para obter o valor a ser financiado, basta subtrair o valor atualizado do imóvel (R\$ 144.000,00) pelo saldo final da poupança e do FGTS ($144.000,00 - 33.524,88 - 16.071,98 = 94.403,14$).

Como o saldo a ser financiado é maior do que o referente à opção anterior (primeira opção), chega-se à conclusão que o casal irá demorar mais para quitar o financiamento desta forma do que na anterior.

4.2.5 Análise da terceira opção

A terceira opção consiste em pagar aluguel até economizar o suficiente para pagar o imóvel à vista. O valor do aluguel é de R\$ 500,00 (quinhentos reais) por mês e, sofre reajuste de 10% ao ano.

Neste caso precisa-se encontrar o mês em que o valor das economias será igual ao valor do imóvel. Para isso, sugere-se construir uma tabela no Excel com os títulos: **Tempo**, **Aluguel** e **Economias**. E preencher a coluna **Tempo** de 0 a 300, utilizando a alça de preenchimento, conforme Figura 33.

A1			f _x	Tempo
	A	B	C	D
1	Tempo	Aluguel	Economias	
2	1			
3	2			
4	3			
5	4			
6	5			
7	6			
8	7			
9	8			

Figura 33 – Títulos e Coluna Tempo da tabela referente à terceira opção (SILVA, 2012).

Em seguida, na coluna **Aluguel**, é necessário preencher o valor do aluguel pago em cada mês, lembrando que este valor é reajustado a cada ano. Portanto, do mês 13 ao mês 24, o valor do aluguel será de quinhentos e cinquenta reais ($500 \times 10\% + 500$), do mês 25 ao mês 36 será de seiscentos e cinco reais ($550 \times 10\% + 550$) e assim por diante.

A coluna **Economias** constitui-se do valor das economias do casal menos o aluguel a ser pago, portanto, na célula C2 deverá ser preenchido o valor de R\$ 1.250,00 e na célula C3 a seguinte fórmula: $=1250-B3+C2$. Onde 1250 representa o total de economias do casal, B3 o valor do aluguel e C2 o saldo anterior das Economias. Para completar a coluna, pode-se empregar a alça de preenchimento para facilitar o trabalho, conforme mostrado na Figura 34.

C3			f _x	=1250-B3+C2
	A	B	C	D
1	Tempo	Aluguel	Economias	
2	0	R\$ -	R\$ 1.250,00	
3	1	R\$ 500,00	R\$ 2.000,00	
4	2	R\$ 500,00	R\$ 2.750,00	
5	3	R\$ 500,00	R\$ 3.500,00	
6	4	R\$ 500,00	R\$ 4.250,00	
7	5	R\$ 500,00	R\$ 5.000,00	
8	6	R\$ 500,00	R\$ 5.750,00	
9	7	R\$ 500,00	R\$ 6.500,00	
10	8	R\$ 500,00	R\$ 7.250,00	

Figura 34 – Preenchimento da Coluna Economias da tabela referente à terceira opção (SILVA, 2012).

Com isso, descobre-se que no mês 121 (cento e vinte e um) o valor do aluguel supera o as economias, e neste prazo, as economias totalizarão o valor de R\$ 55.578,58, conforme pode ser verificado na Figura 35.

C123		f _x		=1250-B123+C122
	A	B	C	D
114	112	R\$ 1.178,97	R\$ 55.057,24	
115	113	R\$ 1.178,97	R\$ 55.128,27	
116	114	R\$ 1.178,97	R\$ 55.199,30	
117	115	R\$ 1.178,97	R\$ 55.270,32	
118	116	R\$ 1.178,97	R\$ 55.341,35	
119	117	R\$ 1.178,97	R\$ 55.412,37	
120	118	R\$ 1.178,97	R\$ 55.483,40	
121	119	R\$ 1.178,97	R\$ 55.554,43	
122	120	R\$ 1.178,97	R\$ 55.625,45	
123	121	R\$ 1.296,87	R\$ 55.578,58	
124	122	R\$ 1.296,87	R\$ 55.531,71	
125	123	R\$ 1.296,87	R\$ 55.484,84	
126	124	R\$ 1.296,87	R\$ 55.437,97	

Figura 35 – Prazo em que o valor do Aluguel supera o valor das Economias (SILVA, 2012).

Portanto, esta opção é inviável, pois o casal não conseguirá economizar mais, e o valor economizado não é suficiente para pagar o imóvel.

Com essas análises, pode-se chegar à conclusão de que a opção mais adequada para o casal é a primeira opção, ou seja, o casal deverá fazer o financiamento de imediato e utilizar as economias para quitá-lo, o que ocorre em aproximadamente um terço do período estipulado para o financiamento.

4.3 Aplicação em sala de aula

4.3.1 Aplicação no Ensino de Jovens e Adultos

A primeira aula referente à matéria proposta neste trabalho foi dada no ano de 2010 em uma sala do Ensino de Jovens e Adultos, com o acompanhamento do professor supervisor de estágio.

Esta sala era muito heterogênea, pois agrupava desde alunos de dezessete anos, até alunos de quarenta e cinco anos, com expectativas de ensino e de futuro muito diferentes.

Foi aplicado um questionário (Anexo A) com o intuito de conhecer as noções que eles traziam, tanto na habilidade de manusear computadores, quanto do programa a ser utilizado: a planilha eletrônica Microsoft® Excel.

De acordo com este questionário, oitenta por cento da sala possuía o hábito de utilizar computadores, sendo que trinta e três por cento deles fazia uso diariamente e quarenta por cento usavam de duas a três vezes por semana. Sessenta e sete por cento deles possuía correio eletrônico e oitenta por cento responderam que estavam familiarizados com algum tipo de

programa. Porém, ao analisar as respostas que alguns deram a respeito de quais programas gostaria de conhecer, nota-se que não estão tão familiarizados assim. Por exemplo, dois responderam que gostariam de conhecer o programa Power Point porque “é um programa muito interessante para criar desenhos”, porém, a finalidade principal deste programa é fazer apresentações de palestras, trabalhos, etc.

Após este questionário, estes alunos tiveram aulas teóricas sobre Matemática Financeira: Juros Simples, Compostos e Amortizações. E, em seguida, foram dadas aulas na sala de informática, onde eles puderam entender melhor a matéria, praticando o uso de computadores e do Excel.

Porém, como a sala era muito heterogênea (enquanto alguns já conheciam o programa, outros não sabiam manusear o *mouse*) houve dificuldades em dar prosseguimento ao conteúdo e, só foram abordados Juros Simples e Compostos.

No final da atividade, a sala respondeu a uma pesquisa de opinião (Anexo B), em que foi perguntada a opinião deles com relação às aulas na sala de informática (pois a maioria dos professores não a utiliza com frequência, principalmente no Ensino de Jovens e Adultos) e o que poderia ser melhorado.

Os pontos negativos levantados foram o tempo curto para apresentação do programa, a falta de tempo para utilizar a *internet*²⁰, a falta de manutenção dos computadores (porque alguns apresentaram defeito) e o fato dos professores interromperem a aula para atendimento individual muitas vezes.

A sugestão apresentada por alguns alunos foi de que o uso individual e não em duplas, como foi feito, aumentaria o rendimento. Porém, isso não está ao alcance dos professores, pois não há computadores suficientes.

Outra sugestão apresentada pelo professor orientador foi que a atividade fosse estruturada passo-a-passo, para que os alunos que estivessem adiantados pudessem prosseguir. Esta sugestão foi seguida na aplicação desta atividade em outra sala, o que melhorou muito o rendimento dos alunos.

E os pontos fortes levantados pelos alunos foram que puderam aprender porcentagem, juros simples, compostos e ter uma noção sobre o Excel, elaborando tabelas e gráficos.

²⁰ A Internet é o maior conglomerado de redes de comunicações em escala mundial e dispõe milhões de computadores interligados e permite o acesso a informações e todo tipo de transferência de dados. Definição disponível em <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Internet>> Acesso em 14 dez. 2012.

4.3.2 Aplicação no Ensino Médio Regular

A segunda aula referente a essa matéria, com as modificações sugeridas pelo professor supervisor da escola, foi dada no ano de 2012, para alunos do Ensino Médio Regular.

A diferença entre esta sala e a anterior é que esta era mais homogênea, com alunos de 17 a 23 anos, que estavam mais familiarizados com o uso de computadores. De acordo com o questionário aplicado (Anexo C), 94% dos alunos da sala tinham o hábito de utilizar computadores, sendo que 50% usavam diariamente, 88% possuíam correio eletrônico e 56% possuíam conhecimento sobre a planilha eletrônica Microsoft® Excel.

A aplicação da atividade na sala de informática foi mais fácil do que na turma anterior porque os alunos já tinham certa habilidade com o computador: por exemplo, sabiam manusear o *mouse*, digitavam as fórmulas com facilidade, e sabiam abrir arquivos e salvá-los. O que ajudou bastante foi ter o detalhamento da atividade impresso para que os alunos que estivessem adiantados pudessem continuar a atividade sem ter que esperar o restante da sala concluí-la. Este detalhamento impresso, montado da mesma forma que foi feito no Capítulo 4 deste trabalho, também foi útil para que os alunos que tivessem dúvidas pudessem consulta-lo a qualquer momento.

O interesse dos alunos foi maior, eles não ficaram conversando durante a atividade, foram participativos e todos concluíram a atividade.



Figura 36 – Alunos na sala de informática (SILVA, 2012).

Concluída a atividade também foi aplicado um questionário final (Anexo D) para medir o aprendizado e saber opiniões da turma sobre a aula.

Todos gostaram da aula ter sido aplicada na sala de informática, alguns pelo fato de estarem em um ambiente diferente, tornando a aula mais interessante, outros porque entenderam melhor a matéria. Alguns sugeriram que houvesse mais aulas desse tipo.

Foi perguntado se os alunos conheciam o programa utilizado e 50% responderam que sim.

Quando perguntados sobre quais as principais utilidades da planilha eletrônica Microsoft Excel, responderam que era útil para resolver problemas efetuando cálculos, montar tabelas, fazer gráficos e efetuar planejamento financeiro.

Outra pergunta feita foi se a planilha facilitou a resolução do problema e todos responderam que sim, porque, sabendo a fórmula, os cálculos são efetuados automaticamente.

Também foi perguntado se eles utilizariam os conhecimentos em sua profissão ou futura profissão e todos responderam que sim, para organizar suas contas e economias e fazer cálculos e gráficos.

Os alunos também acharam importante economizar e planejar os gastos antes de fazer dívidas, porque observaram nesta atividade que, com planejamento, paga-se menos juros, com isto evitando-se preocupações relativas a dívidas.

Enfim, a aplicação da atividade nessa sala foi muito proveitosa porque os alunos entenderam o objetivo da aula e a utilidade da planilha.

Conclusão

Como foi visto neste trabalho, o conhecimento financeiro não é algo novo: em 2100 a. C. os sumérios antigos já realizavam operações financeiras, tendo sido encontradas tábulas babilônicas que continham contratos, recibos e operações com juros simples e compostos.

Ao longo da história, principalmente com o capitalismo, este conhecimento desenvolveu-se, principalmente por parte dos detentores de dinheiro e poder. À população em geral cabe o consumismo, do que pode resultar um acúmulo de dívidas.

Com isso, a importância do conhecimento de noções básicas de Matemática Financeira torna-se mais relevante no ensino médio público, pois é nas classes com menor poder aquisitivo que há maior necessidade de boa administração de recursos.

Este trabalho partiu de noções de juros simples e compostos, associados ao conhecimento de progressões aritméticas e geométricas e propôs uma atividade baseada em Resolução de Problemas. Essa metodologia, como foi vista ao longo do trabalho, consiste em utilizar uma situação real em que o aluno possa aplicar o conteúdo aprendido, partindo do conhecimento da realidade que traz com ele. Utiliza como ponto de partida uma situação-problema e, assim como em um problema real, todos os dados não estão na pergunta. É necessário pesquisar, fazer conexão da matemática com outras matérias. Com isso, o aluno torna-se agente ativo em sua aprendizagem e o professor, ao invés de transmissor do conhecimento, torna-se um mediador e organizador das atividades desenvolvidas em sala. O objetivo dessa metodologia é fazer com que o aluno tenha iniciativa, espírito de exploração, criatividade e independência, habilidades valorizadas no mercado de trabalho atual.

Além disso, esta atividade propôs que o aluno aprendesse Matemática Financeira e, ao mesmo tempo, praticasse habilidades no uso de computadores.

A casa própria é o maior investimento feito por um casal, e todos pretendem conquistá-la um dia. Porém, pelo seu custo elevado é difícil adquiri-la a vista. Por isso, esta atividade foi montada tendo como base um financiamento imobiliário. Por gerar dúvidas de como funciona este financiamento, esperava-se que a atividade despertasse o interesse da sala, o que foi conseguido.

Ao longo da atividade foi explorado o conhecimento de juros simples e compostos, remetendo à ideia de progressões aritméticas e geométricas. E foram inseridos novos conceitos como: taxas equivalentes, sequência de pagamentos uniformes e sistemas de

amortização. Também foi explicado de forma sucinta como funciona a Tabela Price, utilizada em empréstimos a curto prazo.

Além de aplicar os conhecimentos adquiridos, a atividade tinha também como objetivos conscientizar os alunos da importância de planejar gastos antes de fazer dívidas e da necessidade de desenvolver o hábito de economizar. Estes objetivos, de acordo com o questionário aplicado, foram atingidos.

Enfim, esta atividade foi motivadora tanto para a sala quanto para os professores envolvidos porque mostrou que é possível fazer uma aula diferente e ao mesmo tempo proveitosa. Onde foi possível associar realidade e tecnologias de informação, que são ferramentas que auxiliam no desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos.

O mundo mudou com a *internet*, a velocidade com que as informações são recebidas, e o desenvolvimento tecnológico, dentre outros fatores. E a escola tem que acompanhar essas mudanças. Por isso, é necessário incluir novas tecnologias no ensino e essa atividade propõe um caminho para que isso aconteça.

Referências

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126 p.

BRUNI, A. L., FAMÁ, R. **Matemática Financeira com HP 12C e Excel**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003. 488 p.

BRUNI, A. L., PAIXÃO, R. B. **Excel Aplicado à Gestão Empresarial**. São Paulo: Editora Atlas, 2008. 215 p.

BUENO, S. **Minidicionário da Língua Portuguesa**. 1 ed. São Paulo: FTD, 2000. 830 p.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 12. Ed. São Paulo: Editora Ática, 2003. 176p.

EVES, R. **Introdução à História da Matemática**. 2. Ed. Campinas: Editora Unicamp, 2004. 843 p.

FOLLADOR, D. **Metodologia de Ensino de Matemática e Física**. 20. ed. Curitiba: Editora IBPEX, 2007. 138 p.

GIMENES, C. M. **Matemática Financeira com HP 12C e EXCEL: Uma Abordagem Descomplicada**. 2. Ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall, 2009. 298 p.

MATIAS, A. B.; FREITAS, Z. C. **A Evolução do Pensamento Financeiro: Uma Investigação sobre a Teoria Financeira desde o Início das Civilizações até a Atualidade**. [S.l.: s.n.]. Disponível em: <http://www.cepefin.com.br/publicados_pde/evolucao_pensamento_financeiro> Acesso em: 12 Out. 2010.

MORAZ, E. **Entendendo o Excel 2010**. São Paulo: Editora Digerati Books, 2010. 160p.

SAMANEZ, C. P. **Matemática Financeira**. 5. Ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall, 2010. 274 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: matemática, ensino médio – 1ª série**. 2009. 61 p.

SOARES, M. T. C.; PINTO N. B. **Metodologia da Resolução de Problemas**. [S.l.: s.n.]. Disponível em: <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf> Acesso em 23 maio 2012.

TEIXEIRA A. P. C. **Matéria de Metodologia da Pesquisa Científica** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <man06114@feg.unesp.br> em [2010].

ANEXO A – Amostragem de Questionário Aplicado em Sala de Ensino de Jovens e Adultos

Idade: 22 anos

Série: 3º G

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☐ Casa ☒ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☒ MSN ☒ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☐ Excel ☐ Power Point ☒ Outros _____ ☐ Nenhum

Internet

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Digitacao, Power Point, Excel um
curso Básico de informática para
capacitação de todos os alunos.

Idade: 40

Série: 3º Ano E (EJA)

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☒ Outros (especifique) curso

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☐ MSN ☒ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☒ Excel ☐ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Power Point → para aprender a desenhar

Idade: 18 anos

Série: 3º ano EJA

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☒ MSN ☒ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☒ Excel ☒ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

PHOTOSHOP ⇒ para aperfeiçoar meu curso
de informática e futuramente usar como
ponto de lucro.

Idade: 18 anos

Série: 3ª E

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☒ Outros (especifique) Casa
de amigos

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☐ 2 a 3 vezes ☒ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☒ MSN ☒ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☒ Excel ☒ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Nenhum

**ANEXO B – Amostragem de Opiniões de Alunos do Ensino de Jovens e Adultos
sobre as aulas na sala de informática**

Qual é a opinião de vocês sobre as aulas de informática?

Na minha opinião foi muito bom além de aprender a trabalhar com jogos simples e jogos compostos eu particularmente aprendi a trabalhar também um pouco com o ~~excel~~ excel.

O que poderia melhorar?

Teremos mais aulas na sala de informática, para podermos desenvolver mais, principalmente na parte dos gráficos.

Qual é a opinião de vocês sobre as aulas na Sala de informática?
De sugestões

Na minha opinião eu achei interessante bem explicativo, mas como eu não sei informática fiquei meio em dúvidas.

Qual é a opinião de voc^{os} sobre as aulas na sala de informática.

R: Muito importante pois acabamos tendo noções de Excel

O que poderia melhorar?

R: 1 aluno por computador

* Qual é a opinião de voc^{os} sobre as aulas na sala de informática?

- O que poderia melhorar?

- De sugestões...

R: Foi ótimo pouco tempo que tiremos de casa para ter noções sobre %, eu particularmente aprendi muito. Agora minha sugestão é ter mais tempo sobre porcentagens e eu queria que tivesse pelo menos uma vez por semana aulas de porcentagens que hoje mercado exige muito de uma pessoa sabe lidar com esses assuntos.

ANEXO C – Amostragem de Questionário Aplicado em Sala do Ensino Médio Regular

Idade: 23
Série: 3º B

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☒ MSN ☒ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☐ Word ☐ Excel ☐ Power Point ☐ Outros _____ ☒ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Conhecer outros programas mais avançados
e ter uma palestra de programas mais
usados.

Idade: 17 Anos

Série: 3º ano do ensino médio

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☐ MSN ☐ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☒ Outros

5) Você tem e-mail?

☐ Sim ☒ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☐ Excel ☐ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Outros programas, mais também seria muito
importante fazer uma reciclagem de todos
os programas e até mesmo os mais atuais,
seria muito interessante.
Para a nossa escola...

Idade: 17 anos

Série: 3º B

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☐ 2 a 3 vezes ☒ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequenta?

☒ MSN ☐ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☐ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☒ Excel ☒ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Excel, pois eu o básico e na área
que pretendo trabalhar e é necessário.

Idade: 19 anos

Série: 3º B

1) Você tem o hábito de usar computador?

☒ Sim ☐ Não

2) Onde você usa?

☒ Casa ☐ "Lan House" ☐ Escolas ☐ Outros (especifique) _____

3) Quantas vezes por semana você usa computador?

☐ Não Uso ☐ Uma vez ☒ 2 a 3 vezes ☐ Todos os dias

4) Quando você acessa a internet quais são os sites que você mais frequênta?

☐ MSN ☐ Orkut ☐ Jogos ☒ Google ☒ Outros

5) Você tem e-mail?

☒ Sim ☐ Não

6) Selecione abaixo quais programas você está familiarizado? Se utiliza outro programa, selecione "Outros" e escreva qual.

☒ Word ☒ Excel ☒ Power Point ☐ Outros _____ ☐ Nenhum

7) Se você tivesse a oportunidade de conhecer algum programa na escola, qual você gostaria e porque?

Word, pois já tem utilizado

ANEXO D – Amostragem de Questionários com Opiniões de Alunos do Ensino Médio Regular sobre as aulas na sala de informática

Questionário:

1) O que você achou destas aulas de matemática na sala de informática?

Muito bom me ensinaram muitas coisas e creio que vou usar para a minha vida.

2) Você já tinha algum conhecimento anterior sobre a planilha eletrônica Microsoft Excel? Qual?

Sim, fiz curso de informática já sei o excel, Word e Power Point.

3) Quais são as principais utilidades desta planilha?

Fazer cálculos e organizar tudo.

4) Você acha que esta planilha facilitou a resolução do problema proposto? Por quê?

Sim, bem mais fácil do que ter de obter a fórmula que o curso já fez pronto.

5) Você trabalha? Em caso afirmativo, qual a sua profissão? Em caso contrário, qual profissão você gostaria de exercer e por quê?

Não, Advocacia ou Juiz.

6) Você acha que irá utilizar os conhecimentos adquiridos nestas aulas em sua profissão? Por quê?

Se eu for me formar em direito não precisarei sim pois em caso de pensão alimentícia.

7) Você acha importante economizar e planejar os gastos antes de fazer dívidas? Por quê?

Economizar, precisa sim, planejar também, pois se a cada mês fizermos contas e mais contas onde vamos pagar, devemos economizar e procurar manter nossa cabeça no lugar sem fazer muitas contas e sem ficar devendo muito.

Questionário:

1) O que você achou destas aulas de matemática na sala de informática?

Eu gostei, poderia ter mais aulas assim na escola

2) Você já tinha algum conhecimento anterior sobre a planilha eletrônica Microsoft Excel? Qual?

não

3) Quais são as principais utilidades desta planilha?

Ajudar a organizar o quanto ganha, o quanto vai precisar, e o que vai fazer com o dinheiro

4) Você acha que esta planilha facilitou a resolução do problema proposto? Por quê?

5) Você trabalha? Em caso afirmativo, qual a sua profissão? Em caso contrário, qual profissão você gostaria de exercer e por quê?

Eu gostaria de ser professora, acho muito legal ter que eu vou ensinar e ajudar muitas pessoas

6) Você acha que irá utilizar os conhecimentos adquiridos nestas aulas em sua profissão? Por quê?

Sim, pois se trabalhar em uma empresa, vai poder realizar o seu planejamento financeiro

7) Você acha importante economizar e planejar os gastos antes de fazer dívidas? Por quê?

Sim, pois assim o dinheiro vai render e não vai ficar com dívidas, ao tanto que, mesmo que conseguir economizar e planejar, é melhor

Questionário:

1) O que você achou destas aulas de matemática na sala de informática?

Muito bom, pelo fato de estar num ambiente diferente, isto tornou as aulas mais interessantes.

2) Você já tinha algum conhecimento anterior sobre a planilha eletrônica Microsoft Excel? Qual?

Não.

3) Quais são as principais utilidades desta planilha?

Para saber calcular os lucros e gastos...

4) Você acha que esta planilha facilitou a resolução do problema proposto? Por quê?

Sim! pelo fato que é automático a resolução das contas, muito facilissimo.

5) Você trabalha? Em caso afirmativo, qual a sua profissão? Em caso contrário, qual profissão você gostaria de exercer e por quê?

Não, quero seguir a carreira de militar EEAR.

6) Você acha que irá utilizar os conhecimentos adquiridos nestas aulas em sua profissão? Por quê?

Sim! Por que tudo hoje em dia tem uma planilha eletrônica.

7) Você acha importante economizar e planejar os gastos antes de fazer dívidas? Por quê?

Sim! pelo fato de não ficarmos endividados e ter um controle do dinheiro e saber usá-lo.

Questionário:

1) O que você achou destas aulas de matemática na sala de informática?

INTERESSANTE

2) Você já tinha algum conhecimento anterior sobre a planilha eletrônica Microsoft Excel? Qual?

Sim, o BÁSICO

3) Quais são as principais utilidades desta planilha?

EXIBIR OS VALORES CORRETOS.

4) Você acha que esta planilha facilitou a resolução do problema proposto? Por quê?

Sim, e só você calcular e já está resolvido.

5) Você trabalha? Em caso afirmativo, qual a sua profissão? Em caso contrário, qual profissão você gostaria de exercer e por quê?

Sim, Auxiliar de escritório

6) Você acha que irá utilizar os conhecimentos adquiridos nestas aulas em sua profissão? Por quê?

Sim, pois trabalho com contabilidade e deu pra ter uma ideia de como é calculado esses coisas.

7) Você acha importante economizar e planejar os gastos antes de fazer dívidas? Por quê?

Sim, pois ajuda NA NOSSA vida pessoal e economizar.