unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

DAYANA FONSECA GALDINO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: O USO DE RECURSOS MANIPULATIVOS EM SALA DE AULA

GUARATINGUETÁ

2015

DAYANA FONSECA GALDINO

ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: O USO DE RECURSOS MANIPULATIVOS NA SALA DE AULA

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Rosa Monteiro Paulo

Guaratinguetá
2015

	Galdino, Dayana Fonseca
G149e	Ensino e aprendizagem de matemática: o uso de recursos manipulativos em sala de aula / Dayana Fonseca Galdino– Guaratinguetá, 2015. 103 f : il. Bibliografia: f. 53-54 Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2015. Orientador: Prof. Dr. Rosa Monteiro Paulo 1. Matemática – Estudo e ensino 2. Ábaco 3. Ensino – meios auxiliares I. Título
	CDU 51:371.3

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

Dayana Fonseca Galdino

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE **"GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA"**

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Vivian Gomes

Prof^a. Dr^a. Viviam Martins Gomes
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Prof^a. Dr^a. ROSA MONTEIRO PAULO
Orientadora/UNESP-FEG

Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
UNESP-FEG

Prof. Dr. JOSÉ RICARDO DE REZENDE ZENI
UNESP-FEG

Dezembro de 2015

A meus pais, por me formar, educar
e orientar, desde os meus primeiros passos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, pelo dom da vida, por cada conquista e por todas as pessoas que estiveram ao meu lado ao longo desses anos, contribuindo para que eu chegasse até aqui.

À minha Orientadora, Profª. Drª. Rosa Monteiro Paulo, pela atenção dedicada para que eu pudesse concluir este trabalho.

À minha família, por acreditar em mim, me dando apoio para prosseguir meus estudos.

À direção da E.E. Bairro da Barra da cidade de Cunha – SP, na pessoa da diretora Joana Márcia da Silva Leite Meireles, pela confiança em abrir as portas da escola para a aplicação deste projeto.

A todos professores que me formaram ao longo destes anos, de modo especial a cada professor desta faculdade pelos valorosos ensinamentos.

Por fim agradeço aos meus amigos e ao meu namorado, pela paciência, companheirismo e apoio.

"Foi o tempo que dedicastes a tua rosa

que a fez tão importante."

O Pequeno Príncipe.

GALDINO, D. F. **Ensino e Aprendizagem de Matemática: O uso de recursos manipulativos em sala de aula.** 2015. 103 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

Neste trabalho temos como objetivo compreender a importância do uso de recursos manipulativos para a aprendizagem matemática. Para tanto desenvolvemos uma pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica. Realizando um estudo de caso com nove alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, utilizamos o ábaco dos inteiros para analisar em que sentido "O Uso do Ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos". A escolha do material se deu em função do foco da pesquisa, a compreensão da regra de sinais. No procedimento de análise e interpretação dos dados destacamos das falas dos alunos, sujeitos da pesquisa, unidades de significado que nos permitem dizer que o material utilizando despertou interesse nos alunos que participaram ativamente da pesquisa e, possibilitou-lhes a compreensão da regra de sinais, ao operarem com números inteiros.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Materiais Manipulativos. Ábaco. Números Inteiros.

GALDINO, D. F. **Teaching and learning of Mathematics: the use of manipulative resources in the classroom.** 2015. 103 f. Graduate work (Major in Mathematics) – Faculdade de Engenharia do Campus do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

In this work, we understand the importance of the use of manipulative resources for learning mathematics. For both we developed a qualitative phenomenological approach. Performing a case study with nine 7th grade students of the Elementary School, we used the abacus of the integers to examine in what way “the use of Abacus contributes to students learning”. The choice of material was made according to the focus of research, understanding the signs rule. In the analysis and interpretation of data, highlight lines of students, subject of the research, units of meaning that allow us to say that the material using awakened interest in students Who actively participated in the research and enabled them to understand the rule of signs, to operate with integers enabled them to understand the rule of signs, to operate with integers.

Keywords: Mathematics Education. Manipulative Materials. Abacus. Integers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ábaco dos Inteiros.. 19
Figura 2 – Representação do número 62 no ábaco.. 20
Figura 3 – Representação do zero no ábaco dos inteiros.. 21
Figura 4 – Subtração no ábaco dos inteiros.. 23
Figura 5 – Multiplicação no ábaco dos inteiros.. 24
Figura 6 – Multiplicação no ábaco dos inteiros.. 25
Figura 7 – Alunos resolvendo a lista de exercícios finais.. 26

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO **10**

CAPÍTULO 2. METODOLOGIA DE PESQUISA **12**

2.1. A PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA ... 13

2.2. O ESTUDO DE CASO **14**

2.3. PESQUISA DE CAMPO **16**

2.3.1. O Material **16**

2.3.2. O Ábaco de Inteiros **18**

CAPÍTULO 3. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA **20**

3.1. OBSERVAÇÕES DA PESQUISADORA 20

3.2. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS 26

3.3. DAS CATEGORIAS ABERTAS 44

3.4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS 46

3.4.1. Recurso para a Investigação 46

3.4.2. Recurso à motivação 47

3.4.3. Recurso à Análise 48

CAPÍTULO 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS **50**

REFERÊNCIAS **53**

ANEXO A - Tarefas de Adição **55**

ANEXO B - Tarefas de Multiplicação **62**

APÊNDICE A - Transcrição das Filmagens **69**

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

Atualmente as dificuldades relacionadas a aprendizagem da Matemática são diversas. Nos deparamos com um cenário preocupante em que professores e alunos estão desestimulados. Porém, os recursos utilizados nas aulas são sempre os mesmos: lousa, giz, livro didático e caderno do aluno, material disponibilizado pelo governo estadual aos alunos e professores da rede pública. Neste cenário, muitas vezes, vê-se aulas monótonas e um fazer mecânico que, cada vez mais, afasta os alunos da responsabilidade de aprender chegando ao Ensino Médio sem domínio dos conteúdos básicos do Ensino Fundamental. Fagundes (1977) discute essa ideia em seu trabalho nos levando a pensar que as mudanças sociais não produziram mudanças nas práticas docentes em sala de aula:

> As informações abstratas são transmitidas verbalmente, e "logicamente" pelo professor, com o auxílio do giz e quadro-verde. Folhas de papel mimeografado, com definições e exercícios, quando são utilizadas, são consideradas como grande conquista. (FAGUNDES, 1977, p. 4).

O cenário descrito pelo autor e a experiência vivida no contexto da escola pública nos leva à pesquisa que aqui se apresenta. Questionamos as possibilidades que se abrem ao inserir, na sala de aula, novas abordagens que favoreçam o ensino e a aprendizagem matemática. Trata-se, portanto, de uma proposta alternativa a metodologia tradicional comumente utilizada pelos professores, ou ao ensino expositivo descrito por autores visitados nos estudos iniciais. Tais estudos apontam a importância da utilização de materiais manipulativos para o ensino de conteúdos matemáticos. Sua relevância dá-se em virtude de tais recursos favorecerem a visualização dos objetos matemáticos que, normalmente, são considerados abstratos. Porém, a utilização desses recursos (manipulativos) se constitue uma prática trabalhosa ao professor, pois requer domínio do conteúdo explorado uma vez que compete ao professor explorar o recurso utilizado de modo que seja favorecida a compreensão da ideia matemática. Ou seja, é preciso que nas situações de sala de aula os alunos possam “sair” do recurso material utilizado para as relações matemáticas. Reconhece-se que o uso de recursos manipulativos permite que os alunos sejam mais ativos, explorando situações variadas, levantando hipóteses e procurando argumentos para validar o feito. Esse é, sem dúvida, um modo de produzir conhecimento e, sendo assim, nos incentivou a utilizar o recurso do ábaco de pinos para explorar as regras de sinais quando se trabalha as operações com números inteiros com os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental.

A escolha do tema se deu em função da participação nas aulas de Didática Especial da Matemática, disciplina cursada no 3º ano do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. As aulas aconteciam no LEM (Laboratório de Ensino de Matemática) e ministradas pela Profª. Drª. Rosa Monteiro Paulo. Durante as aulas tivemos a oportunidade de explorar diversos recursos manipulativos, entre eles: o Ábaco, Material Cuisenaire, Tangram e Material Dourado, com os quais eu nunca havia tido contato no Ensino Fundamental ou Médio. Estando na escola noto que este cenário se repete ainda hoje, seja por indisponibilidade desses recursos, despreparo do professor ou mesmo falta de interesse. A intenção era, portanto, escolher um recurso manipulativo e trabalhar com os alunos para compreender como as ações possibilitavam uma aprendizagem matemática. Optamos pelo ábaco de pinos após conversar com a professora da turma com a qual trabalhamos que nos propôs trabalhar com os números inteiros. A partir das leituras feitas na disciplina de Didática Especial da Matemática e no decorrer da pesquisa compreendemos o sentido do uso de recursos manipulativos para o ensino e questionamos se o uso do ábaco de pinos poderia contribuir para a aprendizagem matemática de alunos do sétimo ano. Interessava-nos, além do uso do recurso, analisar se de fato esta abordagem seria significativa levando o aluno a compreender a regra de sinais ao sair do material.

Seguindo uma abordagem fenomenológica realizamos um estudo de caso com nove alunos do sétimo ano de uma escola estadual situada na zona rural da cidade de Cunha – SP. O estudo de caso nos permite estar inseridos no contexto dos sujeitos dessa pesquisa, recorrendo a filmagem como forma de registro do ocorrido. Na transcrição dos vídeos procuramos extrair os aspectos relevantes que contribuíssem para a interpretação do sentido do uso do ábaco para auxiliar a aprendizagem matemática em sala de aula.

Trazemos, portanto, neste texto a pesquisa desenvolvida organizando-o em quatro capítulos, incluindo esta introdução. No capítulo 2 apresentamos a opção metodológica e a os procedimentos da pesquisa. No capítulo 3 trazemos a análise dos dados produzidos no estudo de caso. No capítulo 4 trazemos as considerações finais acerca do problema estudado. Na sequência apresentamos as referências bibliográficas. Por fim trazemos os anexos nos quais são apresentadas as atividades de adição e multiplicação realizadas na terceira e quarta aulas da pesquisa e há, ainda, um apêndice constituído pela transcrição da filmagem das atividades realizadas com os alunos.

CAPÍTULO 2. METODOLOGIA DE PESQUISA

Este trabalho foi desenvolvido na abordagem de pesquisa qualitativa com orientação fenomenológica. A opção metodológica se dá em função do tipo de problema estudado.

Na pesquisa qualitativa é fundamental o envolvimento do pesquisador com o objeto de estudo para que este seja capaz de compreender o comportamento do sujeito; deve partir de observações mais livres, deixando que as zonas de interesse possam ir aparecendo durante a investigação; a intervenção do pesquisador deve ser mínima, levando o sujeito a agir e pensar livremente.

O pesquisador qualitativo lança um questionamento e é levado a persegui-lo em diversas perspectivas buscando compreender e dar sentido ao que na pesquisa vai se mostrando, explicitando o modo e a direção em que esta vai sendo conduzida. Bicudo (1994) discute que a investigação não é feita com o objetivo de responder a uma determinada questão ou chegar a determinados resultados, mas, na pesquisa qualitativa privilegiam-se, essencialmente, o processo percorrido, ou seja, a compreensão do pesquisador em relação à investigação. Desse modo, pode-se dizer que o ponto crucial da pesquisa é a interrogação e seu esclarecimento.

Bicudo (1994) salienta que a pesquisa em Educação Matemática vai além do relato de experiências, uma vez que o pesquisador procura compreender a matemática e o fazer matemática, o domínio do conteúdo e estar atento aos modos pelos quais o sujeito compreende seu significado.

Os investigadores qualitativos assumem que o indivíduo é um ser influenciado pelo contexto no qual está inserido. Sendo assim, os dados da pesquisa qualitativa são obtidos pelo contato direto entre pesquisador e sujeito e situam-se numa região de inquérito que envolve a experiência vivida desses indivíduos, sujeitos da pesquisa. A fonte dos dados é, portanto, o ambiente natural, isto é, aquele no qual os sujeitos da pesquisa estão inseridos. Deve-se estar atento à perspectiva dos participantes, analisar o ambiente, perceber os fenômenos e culminar com a descrição do percebido, ponto crucial deste tipo de abordagem exigindo uma maneira detalhada de ser feita preservando o quanto possível a originalidade do discurso. O objetivo é descrever o percebido acerca dos fenômenos em toda sua complexidade atribuindo significado as interações sociais. Ao final do processo cabe ao investigador analisar os dados por meio de processo indutivo, certo de que não haverá conclusões prontas, mas, antes uma construção de resultados mediante o compreendido. Não é possível generalizar os resultados, pois o pesquisador deve admitir que em cada contexto o indivíduo se comporta de determinada maneira e outras interpretações podem ser sugeridas, discutidas e aceitas e esse é o diferencial da pesquisa qualitativa. A intenção, na pesquisa, é olhar para o que se mostra, compreendendo isso que se mostra e descrevendo o percebido. O percebido é interpretado à luz do referencial teórico assumido, mas visa expor a compreensão do pesquisador acerca do interrogado.

2.1. A PESQUISA QUALITATIVA DE ABORDAGEM FENOMENOLÓGICA

Segundo Bicudo (1994), a palavra fenomenologia é composta por fenômeno, de origem grega *"fainomenos",* que significa "o que se mostra, o que se manifesta", e, "*logos"* significando *"*o que reúne, unificante" (BICUDO, 1999, p. 14). Desse modo, podemos entender a fenomenologia como o estudo do fenômeno, sendo este, delimitado pelo pesquisador através de uma pergunta que irá definir a trajetória de sua pesquisa. Essa pergunta ao ser analisada e explicitada para expor a intenção da pesquisa se torna uma interrogação. A interrogação é fundamentada em algum objeto de estudo que não esteja ainda bem concebido para o pesquisador, mas que ele queira conhecer com profundidade.

O papel do pesquisador, na abordagem fenomenológica, é o de levar o sujeito de sua pesquisa a agir e pensar livremente não devendo, por exemplo, recorrer ao uso de formulários prontos para realizar entrevistas, uma vez que estes podem induzir o depoente ou limitá-los em suas ações durante a pesquisa. No caso de a pesquisa requerer uma entrevista ela deve ser feita por meio de questões abertas que permitam ao pesquisador falar livremente sobre o tema.

A abordagem fenomenológica tem como caraterística principal a inserção do pesquisador no ambiente da pesquisa, e, consequentemente, seu envolvimento com o fenômeno interrogado. O pesquisador deve dedicar-se ao que se mostra na investigação sem intervir nas ações do sujeito e deve, também, de forma detalhada, fazer a descrição do obtido, preservando o quanto for possível a excentricidade do discurso do sujeito. Fini (1994) destaca quatro momentos na análise da descrição dos dados: num primeiro momento o pesquisador faz a leitura das descrições com o intuito de chegar ao sentido mais geral, em seguida lê novamente o texto destacando as Unidades de Significado de acordo com a questão que o orienta na pesquisa, ou seja, o fenômeno interrogado. Feito isso o pesquisador deve preocupar-se em atribuir significados ao que é visto sem, no entanto, atribuir ideias ou concepções próprias para explicar o que vê. Por fim, deve reunir em uma síntese compreensiva as unidades de significado procurando expor a essência do fenômeno ou aquilo que considera essencial para dizer do interrogado. A isso que considera essencial, denomina-se categoria aberta. Finalmente, o pesquisador fenomenólogo segue com a análise e interpretação das categorias abertas. Ressaltamos, ainda, que a pesquisa de abordagem fenomenológica, mesmo que expresse o compreendido, segue aberta a novas interpretações, pois o fenômeno mostra-se em perspectivas e pode ser interpretado de modo distinto por outros pesquisadores.

Vale destacar que na pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica o pesquisador atribui significados à medida que a descrição faça sentido para ele. Não se trata de chegar a algum paradigma ou confirmar teorias, mas, uma construção de resultados, pois a única preocupação é levar o leitor a compreender a experiência relatada e interpretada à luz da interrogação. Não existem conclusões, uma vez que as interpretações são de situações vividas pelo pesquisador, e havendo outros fatores ou com outros sujeitos, a mesma pesquisa pode apresentar resultados diferentes. Embora não haja conclusões, há resultados gerais que expressam o compreendido e interpretado acerca de uma situação vivida. É, portanto, na pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, explicitada a postura assumida, os procedimentos de produção e análise de dados e a interpretação construída pelo pesquisador visando ao esclarecimento da pergunta orientadora, da interrogação.

2.2. O ESTUDO DE CASO

Entende-se que, nesta pesquisa, o trabalho de campo desenvolvido para a produção de dados é um estudo de caso. O objetivo do estudo de caso é produzir dados com a finalidade de descrever e explicitar o vivenciado.

Coutinho e Chaves (2002) advertem que, ao desenvolvermos um estudo de caso, devemos estar atentos às seguintes características: primeiramente o pesquisador deve delimitar o caso que se propõe a estudar, identificando o foco da pesquisa e a relevância do estudo; deve identificar o ambiente e o contexto em que transcorre o caso e determinar as unidades de análise preservando o quanto possível a originalidade do caso. Para tanto é importante definir os procedimentos de recolha de dados e determinar quais os pressupostos teóricos que lhe possibilitam compreender a região de inquérito, isto é, o horizonte que envolve o que deseja estudar. Como assumimos a postura fenomenológica vale ressaltar que esse horizonte no qual se situa o investigado, a região de inquérito, é conhecido pelas leituras realizadas. Porém, a análise dos dados produzidos não é orientada por esse referencial. Ele contribui para conhecimento da região de inquérito e discussão das categorias de análise.

Optamos pelo Estudo de Caso, pois ele é reconhecido como um método de pesquisa rigoroso e exigente, uma vez que o pesquisador deve ter aptidão para levantar hipóteses, mas, também, ser flexível às novas situações que poderão surgir ao longo do estudo, não se deixando levar por suas ideologias e concepções.

O pesquisador deve estar inserido no contexto de estudo, pois o Estudo de Caso valoriza o Trabalho de Campo. Sempre que necessário deve recorrer às fontes de registro tais como vídeos, observações, entrevistas, documentos, entre outros, a fim de que esses registros contribuam para as interpretações do pesquisador.

Também, no Estudo de Caso, não se pode universalizar os resultados obtidos, pois, como afirma Coutinho (2002), cada caso estudado tem suas particularidades. Tal qual a concepção fenomenológica, isso não indica que não se possam ter aspectos comuns a casos distintos ou que se construam interpretações gerais acerca do investigado.

Em nosso caso, o Estudo de Caso será desenvolvido em uma escola estadual localizada na zona rural do município de Cunha, estado de São Paulo.

A escola situada a 22 km do centro da cidade atende a comunidade local e bairros próximos com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. À época da realização da pesquisa (em 2015) havia, na escola, um total de 131 alunos e 13 docentes em exercício, dos quais nove eram efetivos. Os alunos são, em sua maioria, de nível socioeconômico baixo. O transporte dos alunos para a escola é fornecido pela prefeitura do município. A escola possui cinco salas de aulas amplas e funciona em dois turnos: manhã e tarde.

Os sujeitos participantes do nosso Estudo são os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. A turma é composta por nove alunos na faixa etária de 10 a 12 anos. Devido a problemas de transporte não foi possível que todos os alunos estivessem presentes em todas as aulas no decorrer da pesquisa. A escolha da turma se deu em função do conteúdo a ser tratado: os números inteiros. A proposta foi desenvolver algumas tarefas que envolvessem as operações básicas (adição, subtração e multiplicação) utilizando o Ábaco dos Inteiros. O Ábaco dos Inteiros é um recurso manipulativo que possibilita o trabalho com essas operações no conjunto dos números inteiros (Z) permitindo aos alunos uma atitude investigativa que os leve a compreensão do sentido das regras de sinais. Com essa proposta de ensino fomos, ao longo da pesquisa e no estar com os alunos na realização das tarefas, compreendendo em que sentido "*O Uso do Ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos*". Esse interesse se deu devido às leituras que realizamos nas quais os autores defendem a valorização do uso do ábaco de pinos para atribuição de significados. Logo, na pesquisa, buscamos compreender a importância das atividades investigativas possibilitadas pelo recurso ao ábaco de pinos para a aprendizagem matemática.

2.3. PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo discutimos, segundo alguns autores lidos e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, BRASIL, 1998), a importância do trabalho com materiais manipulativos para a aprendizagem matemática. Apresentamos o recurso utilizado na pesquisa de campo: o ábaco dos inteiros e trazemos as tarefas desenvolvidas com os alunos.

2.3.1 O Material

John Locke (1632 – 1704)[1] defende que todo o conhecimento provém da experiência. Para ele, "*a mente é uma Tábula Rasa*", ou seja, a mente é como uma folha de papel em branco desde o nascimento e nada existe nela que não estivesse antes nos sentidos. Para Locke o saber é determinado pelas impressões resultantes da sensação.. Segundo a teoria piagetiana as crianças só conseguiriam criar relações quando, a partir de suas experiências concretas, fossem capazes de criar representações mentais, o que seria a interiorização do conhecimento. Nesse contexto, a utilização de materiais manipulativos no ensino de Matemática favorece a aprendizagem, já que a criança aprende a partir das experiências concretas com o material que lhe foi apresentado e interioriza o experenciado que se torna conhecimento.

No entanto, o quadro que atualmente se vê na grande maioria das escolas, revela uma grande preocupação com os resultados obtidos e pouca preocupação com o percurso. O aluno, em sala de aula, é um agente passivo que aprende pela memorização do que lhe é transmitido pelo professor.

Porém, autores como Nacarato (2005) defendem que o uso de materiais manipuláveis pode trazer uma mudança para esse cenário fazendo com que os alunos se tornem agentes ativos na produção do conhecimento, privilegiando o processo mais do que os resultados.

Os PCN também incentivam o uso de diversos recursos didáticos para o ensino de Matemática.

---

[1] John Locke (1632 – 1704) Filósofo Inglês principal representante do Positivismo.

> Os /.../ recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadora, computadores, jogos e outros materiais, têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e reflexão. (BRASIL, 1998, p. 57).

Podemos notar que, apenas o uso de recursos manipulativos, ou materiais didáticos, não garante a aprendizagem do aluno. É preciso, segundo o que entendemos, uma organização por parte do professor para planejar as tarefas que permitam aos alunos investigar situações, problematizar, levantar hipóteses e construir argumentos válidos.

Entretanto, devido a inúmeros fatores, muitos professores não conhecem a relevância do uso e as limitações desses recursos e acabam criando expectativas errôneas acerca deles. Embora todo recurso tenha limitações, o uso de recursos variados nas escolas pode ser significativo à aprendizagem uma vez que eles dinamizam o ensino e exigem uma estratégia de ensino diferenciada que poderá ser capaz de motivar o aluno.

Nacarato (2005) destaca que a utilização de recursos diferenciados na aula requer, além do planejamento por parte do professor, domínio do conteúdo a ser ensinado e clareza dos objetivos que se pretende alcançar. Alerta que, embora consista numa prática trabalhosa, a utilização de materiais manipulativos por si só não garante o aprendizado, conforme destacam os PCN. A autora recomenda que é imprescindível o papel do professor como facilitador no processo de aprendizagem, pois ele poderá estimular , pela manipulação do objeto, os alunos a refletirem sobre suas ações e analisar possibilidades criando meios para que, ao sair do material, o aluno seja capaz de associar a manipulação do objeto com os conteúdos estudados de modo que o material não se torne somente um brinquedo para os alunos.

Corroborando essa ideia Carvalho (1990) defende que a ênfase não deve estar no recurso que o professor utiliza em sala de aula, mas na potencialidade de operações que podem ser desencadeadas por ele, no modo como o aluno manuseia o recurso.

> Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. (CARVALHO, 1990, p. 107).

Para que o recurso escolhido potencialize a produção de conhecimento pelo aluno, que, contrariamente ao que pensava Locke não é uma tábula rasa, o professor deve escolher qual o material que melhor se adequa ao conteúdo que deseja explorar, além de definir, a duração do desenvolvimento das tarefas e a forma de avaliação. Os recursos manipuláveis só se tornam concretos, conforme diz Nacarato (2005), à medida que favorecem a aprendizagem ou a produção de conhecimento pelo aluno.

2.3.2 O Ábaco de Inteiros

A opção pelo recurso a ser usado em nossa pesquisa se deu pela compreensão que tivemos acerca do uso de recursos manipulativos para a aprendizagem e ao diálogo com a professora da turma com a qual trabalhamos que sugeriu o trabalho com os números negativos. Conforme salienta D'Ambrósio (1990),

> Uma das coisas mais notáveis com relação à atualização e ao aprimoramento de métodos é que não há uma receita. Tudo o que se passa na sala de aula vai depender dos alunos e do professor, de seus conhecimentos matemáticos e, principalmente, do interesse do aluno. (D'AMBRÓSIO, 1990, p. 95).

Isso nos fez buscar um recurso que pudesse atender a demanda da turma, indicada pela professora. Segundo Davis (1993) o ábaco é o dispositivo de efetuar cálculo aritmético mais antigo que se tenha conhecimento e se tornou a principal máquina de calcular do ocidente, seu nome é derivado da palavra grega *abax* ou *abakion,* que significa tábua de areia. O ábaco é um material estruturado para se trabalhar o sistema posicional da numeração decimal. Com ele podemos trabalhar a adição, subtração e a multiplicação como soma de parcelas iguais. Nele o sentido das trocas pode ser explorado bem como a leitura do número. Em nossa pesquisa o ábaco não foi o tradicional que tem vários pinos para trabalhar a ordem de grandeza do número. O Ábaco construído para essa pesquisa continha três pinos, e foi adaptado para que pudéssemos utilizar apenas dois deles: o positivo e o negativo. Nesse recurso nos dispusemos a trabalhar com a regra de sinais na multiplicação dos números inteiros.

Os PCN de Matemática incentivam o uso do Ábaco dos Inteiros para o ensino dos Números Inteiros. Segundo os PCN, na abordagem desse conteúdo é dada ênfase à memorização e os alunos não são capazes de compreender as regras de sinais e aplicá-las corretamente. O recurso possibilita explorar com os alunos a visualização de quantidades positivas e negativas e das situações associadas ao zero. Ou seja, a ideia do zero como resultado de operações entre números opostos (por exemplo, +2 e -2 somando resulta 0).

Utilizamos tampinhas de garrafa pet, inicialmente coloridas, e posteriormente tingidas nas cores pretas e vermelhas, para representar as quantidades positivas e negativas respectivamente, que seriam colocadas nos pinos para registro da quantidade (Figura 1). A manipulação das tampinhas no ábaco é dada por meio de uma regra explicitado pela pesquisadora que indica o modo pelo qual a operação pode ser feita. Ao manusear o recurso e resolver as situações propostas os alunos vão se familiarizando com o material e compreendendo as operações.

Figura 1 – ábaco dos inteiros

Fonte: (Arquivo da Pesquisadora).

Coelho (2005) desenvolveu, em sua tese intitulada "*A multiplicação de números inteiros relativos no 'Ábaco dos Inteiros': Uma investigação com alunos do 7° ano de escolaridade*"[2] na cidade de Braga, Portugal, uma sequência de atividades percorrendo a seguinte interrogação: "Será efetiva uma abordagem de ensino para a multiplicação de inteiros relativos no 7° ano usando o ábaco de inteiros?". A autora concluiu que tal abordagem se tornou de fato efetiva, pois permitiu aos alunos uma experiência física e concreta além de propiciar um maior dinamismo nas aulas.

Baseando-nos no trabalho de Coelho (2005) elaboramos tarefas para serem desenvolvidas com os alunos do sétimo ano, sujeitos de nossa pesquisa.

O objetivo no trabalho com os alunos foi realizar tarefas que os levassem a compreender o sentido da 'Regra de Sinais' para a operação multiplicação de números inteiros de modo que eles se tornassem capazes de utilizar essa ideia na resolução de situações problemas. A sequência de atividades teve duração de quatro aulas de 50 minutos cada, cedidas pela professora da turma, em diferentes dias da semana. Na aula 1 apresentamos o material aos alunos, trabalhamos a representação dos números no ábaco e operações de adição, levando os sujeitos a se familiarizarem com o material. Na aula 2 trabalhamos a representação do zero e dos números negativos no ábaco. Para aula 3 preparamos uma ficha de tarefas (anexo A) que continham operações de soma e subtração no conjunto dos números inteiros (Z) e na aula 4, preparamos outra ficha de tarefas (anexo B), com operações de multiplicação envolvendo os inteiros. As aulas foram filmadas para que fosse possível a produção dos dados.

---

[2] Nos trabalhos de Coelho (2005) encontramos uma referência de como manipular o Ábaco dos Inteiros e efetuar as operações de Adição, Subtração e Multiplicação com os números Inteiros.

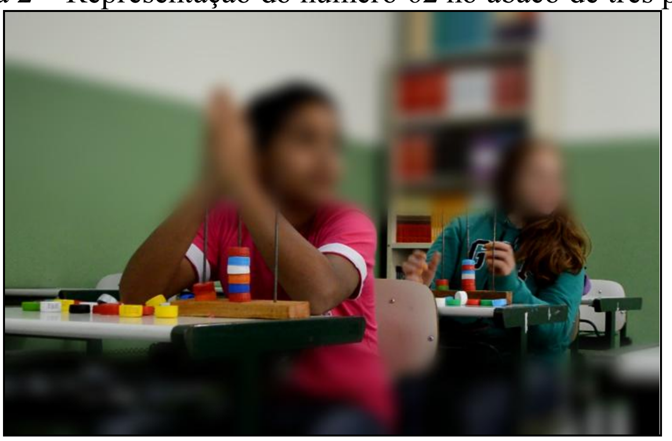
CAPÍTULO 3. ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos a análise dos dados produzidos para a pesquisa. Transcrevemos as aulas gravadas em vídeo e nos valemos de anotações do caderno de campo da pesquisadora.

3.1. OBSERVAÇÕES DA PESQUISADORA

Na primeira aula, cujo objetivo era apresentar o material, estavam presentes sete alunos, os ábacos foram distribuídos aos alunos para que pudessem manuseá-los. Destacamos que o conhecimento e manuseio do material são importantes à aprendizagem uma vez que se exploram modos de manuseá-lo e investigam-se possibilidades, como por exemplo, registro de quantidades. Nessa primeira aula o ábaco utilizado continha três pinos para se trabalhar o sistema posicional: unidade, dezena e centena. Notamos o entusiasmo dos alunos com o material, já que todos relataram nunca ter tido contato com um Ábaco, embora já o tivessem visto. Pedimos, em seguida, que representassem alguns números. Para isso fomos orientando-os. Sugerimos, por exemplo, a representação do número 62 (sessenta e dois). Os alunos identificaram e disseram que tal valor seria representado no ábaco por seis dezenas e duas unidades (Figura 2). Realizamos, também, algumas operações de adição. Ou seja, o manuseio inicial do ábaco consistiu de tarefas dirigidas com o objetivo de familiarizar os alunos com o recurso. Essa sequência de tarefas dirigidas teve duração de apenas uma aula (de 50 minutos). Notamos que algumas vezes os alunos se mostraram surpresos com os resultados obtidos, com expressões do tipo: "*nossa, que 'daora', vai dar o resultado.",* e consideraram o ábaco um material interessante.

Figura 2 – Representação do número 62 no ábaco de três pinos.



Fonte: (Arquivo da pesquisadora).

Na segunda aula estavam presentes oito alunos, dissemos a eles que iríamos trabalhar com os Números Inteiros. Para que fosse possível realizar as tarefas propostas foi preciso, primeiramente, definir números simétricos. Usamos o ábaco dos inteiros para registrar vários números simétricos e, com isso, compreender a representação do zero. Por exemplo, o número (-1) é simétrico do (+1). Quando os colocamos no ábaco dos inteiros e somamos obtemos o resultado zero: (1) + (-1) = 0. Ou seja, nossa intenção era que os alunos compreendessem que, no ábaco dos inteiros quando temos a mesma quantidade de tampinhas no pino negativo e no pino positivo isso irá representar a quantidade 0 (zero), pois a soma de um número com seu oposto (ou simétrico) resulta zero. Compreendido isso, propusemos aos alunos que representassem o zero no ábaco de diversas formas, com quantas unidades desejassem. Os alunos rapidamente compreenderam a representação do zero no ábaco como a soma de números opostos e que existem diversas formas de representa-lo utilizando o ábaco dos inteiros.

Figura 3 – Representação do zero no ábaco dos inteiros

Fonte: (Arquivo da pesquisadora)

Em seguida, os alunos representaram também alguns números positivos e negativos, por exemplo, três positivo (+3), cinco negativo (-5). Pedimos aos alunos que representassem o dois positivo (+2) e, sem tirar as tampinhas representassem o três negativo (-3). Nossa intenção não era mais que os alunos colocassem quantidade nos pinos positivos e negativos, mas que iniciassem as operações. Ou seja, o objetivo era ver se o aluno compreendia que para representar o três negativo (-3), como havia duas unidades no positivo, ele deveria colocar cinco unidades no pino negativo. Feito isso, pedimos aos alunos que representassem o número três negativo (-3) de diversas formas levando-os a compreender que no ábaco existem diversas possibilidades de representar certa quantidade já que isso será muito importante para a realização das atividades.

Prosseguindo, começaremos a efetuar as operações de adição, envolvendo os números inteiros, lembrando que este ábaco é limitado e devemos realizar operações com números pequenos. O recurso servia apenas para que os alunos entendessem a ideia ou o conceito matemático. Logo, as adições foram propostas de modo aleatório e, a medida que a pesquisadora falava a operação, os alunos a realizavam no ábaco e diziam o resultado obtido.

A primeira adição proposta foi $(-5)+(+4)=?$. Para resolvê-la os alunos deveriam colocar cinco tampinhas no pino negativo e, então, adicionar quatro tampinhas no pino positivo. Pedimos aos alunos que dissessem qual o resultado obtido e todos responderam -1. Quando questionados sobre o porquê desse resultado responderam que dava -1 porque havia sobrado uma tampinha no pino negativo. Em seguida, propusemos mais uma série de adições utilizando o ábaco. Percebemos que a aula se tornou dinâmica, e todos os alunos se envolviam na execução das atividades dizendo os resultados obtidos e explicavam, utilizando o ábaco, como havia chegada àquele resultado, embora os cálculos fossem simples e pudessem ser resolvidos até mesmo mentalmente, todos os alunos optavam por resolvê-los utilizando o ábaco e compreendiam que somar quantidades positivas resultaria num valor positivo, pois todas as peça se localizavam nesse pino (+) + (+) = +, e a soma de números positivos e negativos, poderia resultar num número positivo, negativo ou zero, e os alunos observavam isso analisando qual pino havia maior número de tampinhas.

Na sequência das atividades apresentamos aos alunos situações para trabalhar com a operação de subtração. A primeira subtração proposta foi $(-5)-(+3)=?$. Inicialmente nenhum aluno conseguiu efetuar a operação de forma correta no ábaco. Isso porque, para que essa operação fosse possível, eles deveriam, primeiramente, representar no ábaco o zero. Explicamos aos alunos que o sinal de menos indicava que deveríamos retirar peças do ábaco e, nesse caso, teríamos que retirar três tampinhas do pino positivo. Usando o ábaco questionamos os alunos sobre como se poderiam retirar três tampinhas do pino positivo sendo que ele estava vazio? A princípio os alunos não associaram a questão com a representação do zero. Foi preciso dizer a eles que seria necessário, para este caso, representar o número zero com determinada quantidade de tampinhas para que fosse possível realizar a operação. Feito isso, todos foram capazes de obter o resultado esperado (-8).

Figura 4 – subtração no ábaco dos inteiros

Fonte: (Arquivo da pesquisadora)

Na terceira aula, estavam presentes sete alunos, e, para dinamizar o trabalho, levamos uma lista de exercícios[3] contendo as operações que deveriam ser realizadas. As operações de adição, como já haviam compreendido a ideia, os alunos realizaram sem dificuldades. Novamente, para as operações de subtração relembramos que o sinal de menos equivale a retirar peças do ábaco e, para tanto, é importante pensar na representação do zero que não pode ser o ábaco vazio. Com isso os alunos prosseguiram efetuando as operações, sempre interagindo com a pesquisadora para expressar o resultado obtido e para eliminar eventuais dúvidas. Notamos que os próprios alunos se encarregavam de auxiliar os colegas com maiores dificuldades na execução das tarefas. Os alunos já realizavam as operações de adição e subtração sem dificuldade, compreendendo a ideia e o uso do ábaco dos inteiros e, portanto, podíamos iniciar a multiplicação, que era nosso objetivo.

Na quarta aula estavam presentes sete alunos e nessa aula iniciamos as operações de Multiplicação. Começamos perguntando aos alunos o que significava a operação 2x3=?. Eles prontamente responderam que se tratava de somar duas vezes o número 3, ou seja, era 3 + 3. Não questionamos essa ideia ou apresentamos outra, pois, para o que nos interessava, era importante que eles entendessem a multiplicação como uma soma de parcelas iguais já que no ábaco a multiplicação se efetua por repetidas adições. Pedimos que os alunos novamente olhassem para a operação escrita no quadro e lhe chamamos a atenção para a identificação do primeiro fator, chamado multiplicador, esse seria o termo que iria nos indicar quantas vezes deveríamos somar ou subtrair o próximo termo, chamado multiplicando. Fizemos a leitura de algumas operações. Por exemplo: 2 x 3 indicaria que iríamos somar a quantidade 3 duas vezes; 3 x 5 indicava que deveríamos somar a quantidade 5 três vezes. Eles compreenderam

[3] A lista de exercício de adição encontra-se no anexo A.

com facilidade a ideia e, então, distribuímos entre eles a segunda lista de exercícios[4] e um ábaco para cada aluno. Lembramos mais uma vez que o ábaco era um material limitado, portanto os cálculos nele efetuados são simples e o objetivo é leva-los a compreender a ideia. No primeiro momento da aula realizamos, coletivamente, algumas multiplicações de números inteiros usando o ábaco. Por exemplo, trabalhando a operação $(+2)x(+3) = ?$. Questionamos os alunos como deveria ser efetuada essa operação no ábaco e eles prontamente responderam que deveria ser colocado duas vezes o número três no pino positivo e o resultado obtido seria seis positivo (+6). Questionando–os novamente, perguntamos: e se fosse $(+2)x(-3) = ?$, e responderam: deve-se colocar duas vezes as três tampinhas no pino negativo. Enquanto era apresentado cada um dos casos aos alunos pedia-se para que eles acompanhassem efetuando as operações no ábaco para confirmarem suas respostas. Esses primeiros cálculos também foram efetuados pelos alunos sem maiores dificuldades. Tínhamos a preocupação de interagir com os alunos durante a resolução de algumas atividades, para exemplificar de modo que fosse possível a eles compreender a ideia.

Figura 5 – Multiplicação no ábaco dos inteiros.

Fonte: (Arquivo da pesquisadora)

Quando passamos para o caso do multiplicador negativo, ou seja, $(-2)x(+3) = ?$, os alunos ficaram confusos. Solicitamos-lhes que pensassem em como resolver essa operação utilizando o ábaco e um dos alunos levantou a mão e disse: “será preciso representar o zero”. Os demais, então, lembraram que o fator (-2) indicava que deveríamos retirar duas vezes a quantidade três do pino positivo. Para isso era necessário a representação do zero no ábaco que não fosse vazio, ou seja, que permitisse retirar a quantidade 6. Com isso fizeram a operação no ábaco dos inteiros.

[4] A lista de exercícios de multiplicação encontra-se no anexo B

O último caso da multiplicação que deveria ser trabalhado com os alunos era com ambos os fatores negativos, por exemplo, $(-2)x(-3) = ?$. Ao escrever a sentença no quadro, rapidamente alguns alunos responderam que se tratava de retirar duas vezes o número três do pino negativo e efetuando no ábaco chegaram ao resultado esperado, +6.

Figura 6 – multiplicação no ábaco dos inteiros

Fonte: (Arquivo da pesquisadora)

Nos demais exemplos propostos, pudemos ver que os alunos haviam compreendido a ideia de multiplicação dos Inteiros utilizando o Ábaco de pinos. Resolveram a lista que lhes havia sido proposta e, nessa altura, os deixamos livres para resolver as tarefas propostas como julgassem melhor (utilizando ou não o ábaco).

Notamos que três alunos optaram por não usar o ábaco e resolveram as tarefas rapidamente. Entretanto, vimos que um destes alunos recorria a regra de sinais que estava anexada à sua folha de tabuada, fornecida pelo professor da turma para que utilizassem em aula e como consulta na prova. Sugerimos a ele que não olhasse a folha, mas fizesse as operações no ábaco de modo a compreender a regra de sinais. Ele aceitou a sugestão e à medida que ia realizando as operações no ábaco se surpreendia com os resultados obtidos. Vimos que a surpresa vinha porque o aluno procurava conferir os resultados obtidos no ábaco com a regra de sinais de sua folhinha. O questionamos sobre porque era preciso conferir e ele disse que era apenas para ver se estava certo. Também quando perguntávamos a alguns alunos sobre a multiplicação de sinais diferentes, eles normalmente se confundiam dizendo: $(-)x(+) = (+)$ e outras vezes era igual a (-). Vimos que, a medida que utilizavam o ábaco para operar, iam compreendendo a ideia e respondiam corretamente as perguntas. Analisando as respostas dos alunos (oralmente e nas tarefas feitas) vimos que algumas operações estavam feitas de modo incorreto. Os alunos que optaram por realizar as tarefas sem o uso do ábaco erravam, na maioria das vezes, já nas operações de adição e subtração.

Percebemos que os alunos que a professora da turma havia classificado como aqueles que tinham mais dificuldade em Matemática, utilizaram o ábaco para a resolução de todos os exercícios propostos, chegando aos resultados esperados. Quando questionados sobre o que haviam compreendido ou como haviam feito, davam as respostas sem hesitar, revelando segurança em relação ao que estavam fazendo no ábaco.

Figura 7 – alunos resolvendo a lista de exercícios finais

Fonte: (Arquivo da pesquisadora)

3.2. ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

Os dados produzidos foram analisados conforme proposto por Fini (1994) e discutido no capítulo 2 desta pesquisa. Procuramos destacar as unidades de significado das falas dos alunos, lembrando que são trechos significativos para compreendermos o interrogado na pesquisa, ou seja, são expressões dos alunos que favorecem a compreensão do sentido que o ábaco de pinos tem para a aprendizagem da regra de sinais. Para expor esse movimento de análise e interpretação dos dados produzidos elaboramos um quadro, conforme segue.

Na primeira coluna apresentamos os códigos atribuídos para localização da fala do sujeito ao longo do discurso, por exemplo, o código 1.1 indica a aula 1, 1ª Unidade Significativa, o código 2.9 indica a 2ª aula e Unidade Significativa número 9 (nove) daquela aula e assim por diante. Na segunda coluna trazemos as unidades significativas, extraídas das falas dos sujeitos, mantendo a sua fala sem alterações para que não haja mudança nas ideias expressas pelos mesmos. Os sujeitos são representados pela sigla inicial de cada nome. Na terceira coluna desse quadro apresentamos as asserções articuladas que são afirmações da pesquisadora apoiadas no discurso do sujeito e que têm a intenção de esclarecer o percebido no contexto. Por fim apresentamos as ideias nucleares, onde procuramos interpretar o dito pelos sujeitos mediante as asserções articuladas. Salientamos que este é o movimento empreendido na busca da compreensão para o interrogado, ou seja, para dizer dos modos pelo quais "*O uso do ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos?*".

Quadro 1: Análise Ideográfica

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
1.1	Todos levantaram a mão/.../ disseram nunca tê-lo utilizado.	Ao serem questionados se conheciam o ábaco todos os alunos disseram sim. No entanto, quando lhes foi mostrado um pela pesquisadora eles disseram que nunca o haviam usado.	Manuseio e identificação do ábaco
1.2	**LC:** lá na escola tinha uns quadradinhos de "pauzinhos" que a gente usava.	O aluno afirma que já havia trabalhado com a ideia de unidade, dezena e centena usando pauzinhos.	Reconhecimento do sistema posicional
1.3	**MC:** 23 eu coloco 2 na dezena e 3 na unidade.	O aluno afirma que reconhece a representação do número 23 no ábaco como sendo 2 tampinhas no pino da dezena e 3 no da unidade.	Reconhecimento do valor posicional no ábaco
Pesquisadora: Vamos iniciar com um cálculo bem simples. Quero que vocês façam no ábaco: 23 + 15. Como eu faço uma operação no Ábaco? Os alunos sugerem representar o 23 e questiono o que deve ser feito em seguida.			
1.4	**B:** Representar o 15?	O aluno responde inseguro que deve ser representado o número15.	
1.5	**LC:** Nossa que 'da hora', vai dar o resultado.	O aluno mostra-se surpreso ao perceber o resultado da operação no	Surpreende-se com o resultado

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
		ábaco.	
1.6	**DI**: Nossa, vou querer usar esse "negócio" na aula de Matemática agora.	O aluno diz que considerou o ábaco interessante e quer usá-lo nas aulas de matemática.	Considera o ábaco interessante
1.7	**DI:** Eu coloquei na dezena 3 tampinhas e na unidade eu coloquei 8, mas primeiro eu coloquei 2 tampinhas na dezena e 3 na unidade e depois eu coloquei 1 tampinha na dezena e mais 5 na unidade e deu esse resultado.	Procurando explicar o processo o aluno diz qual foi o procedimento de registro e mostra no ábaco o resultado.	Lê o resultado no ábaco
Pesquisadora: Agora vamos fazer uma operação um pouco maior 127 + 342.			
1.8	**MC:** Dá 469.	A aluna diz o resultado encontrado no ábaco.	Lê o resultado no ábaco
1.9	**LC:** Nossa que da hora. 469.	O aluno volta a se surpreender com o ábaco e diz qual foi o resultado encontrado.	Surpreende-se com o ábaco
Pesquisadora: vamos lá, 27 + 35. E agora V quanto que deu o seu resultado?			
1.10	**V**: 512.	Não tendo realizado as trocas o aluno responde 512, pois tem 5 tampinhas na dezena e 12 na unidade.	Não faz as trocas

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
Pesquisadora: será? E o seu MC, deu quanto?			
1.11	**MC:** 512.	A aluna utiliza o mesmo procedimento e também responde 512.	Não faz as trocas
1.12	**A:** o meu deu 62.	O aluno percebeu a necessidade das trocas e respondeu 62, embora ainda mantivesse as 12 tampinhas na unidade.	Identifica a necessidade de trocas
1.13	**DI**: 62**.** Tem que fazer a troca. Tinha 12 tampinhas na unidade, ai eu tirei 10 e coloquei 1 na dezena, ai ficaram 6 dezenas e 2 unidades.	O aluno responde corretamente o resultado e ao ser questionado explica como procedeu as trocas.	Realiza as trocas corretamente
Pesquisadora: Agora vamos fazer mais uma operação: 39 + 41.			
1.14	**DI:** 8 dezenas. 1 + 9 dá 10, aí você tira os 10 e passa 1 pra cá.	O Aluno faz a conta no ábaco e dá a resposta 8 dezenas. Ao ser questionado explica o procedimento usado.	Realiza as trocas corretamente
1.15	**MC**: Bom o meu tinha dado 89, mas ai eu lembrei que tinha que tirar os 10 daqui (pino da unidade) pra passar um pra lá (pino da dezena), ai ficou 80.	A aluna faz a operação e percebendo o erro corrigi e mostra como fez para chegar ao resultado.	Realiza as trocas corretamente
Pesquisadora: vamos fazer mais uma: 512 + 619. OBS: Ao realizarem essa tarefa, na montagem dos números no ábaco,			

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
percebíamos que os alunos não iniciavam colocando as tampinhas da unidade. Por exemplo, para montar o 512 alguns iniciavam colocando 5 tampinhas na centena outros 1 na dezena e assim por diante.			
1.16	**LC**: como eu vou fazer agora? Daqui (pino da dezena) também passa pra cá (pino da centena)?	O aluno pergunta se para fazer as trocas das dezenas deve usar o mesmo procedimento que havia feito para as unidades.	Compreende o sentido das trocas
1.17	**DI**: O meu deu 1131. **LC**: 1131.	Os alunos identificam o resultado mesmo que o ábaco usado tivesse apenas 3 pinos.	Compreende o sentido das trocas
1.18	**MC:** quantos você tem aqui (pino da unidade)? **D:** 11 **MC:** então você tira 10 e põe 1 ai no meio (pino da dezena).	A aluna auxilia a colega ao notar que a mesma está com dificuldade para realizar as trocas e efetuar a operação utilizando o ábaco.	Mostra a necessidade das trocas
Nessa aula o objetivo era trabalhar a representação do zero no ábaco dos inteiros. **Pesquisadora:** Agora pensando lá na reta numérica, que vocês já estudaram, nós temos os números opostos, qual o oposto do numero (+1)?			
2.1	**LC:** (-1).	O aluno responde corretamente identificando o oposto do número positivo (+1).	Identifica o oposto

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
Pesquisadora: No ábaco nós vamos trabalhar com a ideia de números opostos, então se eu tenho (+1) e tenho (-1), os 'opostos se anulam', se eu tenho (+1) + (-1) quanto eu tenho?			
2.2	**LC:** 2 menos. Igual a 1 menos. Sinais diferentes dá o que mesmo? **DI:** (+ 1)+(– 1) dá 0.	O aluno se confunde utilizando a regra de sinais. O Colega interfere e dá o resultado correto.	Equívoco no uso das regras de sinais
Pesquisadora: Agora quero que vocês representem no Ábaco o número -3. Qual o oposto de -3?			
2.3	**V:** +3 **LC:** +3	Os alunos respondem corretamente o oposto do número -3.	Identifica o oposto
Pesquisadora: O que significa eu ter zero no ábaco?			
2.4	**DI:** O zero? É eu ter a mesma quantidade em cada um?	O aluno identifica que representar o zero no ábaco é o mesmo que deixá-lo em equilíbrio, ou seja, colocar a mesma quantidade de tampinhas em cada pino.	Reconhece o zero como adição de opostos
Pesquisadora: se eu tenho 2 no pino negativo e quero representar o zero o que eu preciso fazer?			
2.5	**B:** Colocar 2 no pino positivo?	A aluna responde corretamente, mas ainda um pouco insegura, mas identifica que colocar o oposto do número (-2) é o	Representa números opostos no ábaco

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
		(+2) e, dessa forma, é possível deixar o ábaco em equilíbrio.	
2.6	**LC:** Porque 2 tira 2. **B:** Porque o zero fica no meio de cada um. **LC:** Porque os sinais deles são diferentes.	Quando questionados sobre o porquê (-2) + (+2) resultar em 0 os alunos respondem corretamente. A primeira se lembra da reta numérica, relatando que os números são opostos e a soma deles resulta em zero. O segundo responde que os sinais são diferentes, e quando somamos os dois resulta em zero.	Reconhece números opostos Identifica sinais opostos
Pesquisadora: Agora eu quero que vocês representem o número 5 positivo (+5). Para resolver a questão proposta o aluno A, que havia percebido que existem diversas maneiras de representar um número utilizando o ábaco, colocou 7 tampinhas no pino positivo e 2 no pino negativo. Isso desencadeou as discussões.			
2.7	**LC:** Não entendi o que ele fez ai? Ele colocou 07?	O aluno não compreendeu que o seu colega havia primeiramente representado o zero, utilizando 2 tampinhas, e depois acresceu 5 tampinhas no pino positivo representando então o	

<table>
<tr><th>Código</th><th>Unidade/Cenas Significativa</th><th>Asserção articulada</th><th>Ideia nuclear</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>número +5.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Pesquisadora: Agora sem tirar o 5 eu quero que vocês representem o -1.</td><td></td></tr>
<tr><td>2.8</td><td>DI: /.../ eu já tinha 5 no pino positivo, coloquei mais 5 no menos, e aí eu coloquei mais uma tampinha no menos.</td><td>Percebemos que o aluno entende a importância da representação do zero, deixando primeiramente o ábaco em equilíbrio para depois representar o (-1).</td><td>Representa o zero no ábaco</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pesquisadora: Agora vamos representar o 3 positivo.</td><td></td></tr>
<tr><td>2.9</td><td>Pesquisadora: V tem quantas tampinhas no negativo?
V: 2
Pesquisadora: e quantos no positivo?
V: 4
LC: Coloca 2 no pino negativo e 5 no positivo.
LC: Eu coloquei 6 tampinhas no mais e 3 no menos.</td><td>O primeiro aluno representa de maneira errada o +3 no ábaco, o colega interfere e mostra que existem diversas possibilidades de representar o mesmo número no ábaco.</td><td>Representa quantidades no ábaco</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pesquisadora: Agora façam no ábaco: (-5)+(+4)</td><td></td></tr>
<tr><td>3.1</td><td>DI: o resultado é -1.
MC: Sobro 1 no negativo.</td><td>Os alunos compreenderam que o resultado era obtido a partir da ideia de sobra. Analisando o ábaco verificavam em qual pino</td><td>Identifica o resultado no ábaco</td></tr>
</table>

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
		havia mais peças, neste caso sobrou uma peça no pino negativo (-1).	
3.2	**V:** Porque eu coloquei 5 no menos e 4 no mais e sobrou 1 tampinha no menos. **DI:** Porque lá pede 5 tampinhas no menos, aí eu coloquei, e pede mais 4 tampinhas no mais, e daí quando eu tenho a mesma quantidade de tampinhas aqui dá zero, e sobra só uma no menos.	Quando questionados pela pesquisadora os alunos relatam o procedimento efetuado e destacam a representação do zero como sendo o equilíbrio no ábaco, identificam o resultado correto pela ideia de sobra.	Representa o zero no ábaco Identifica (Lê) o resultado no ábaco
Pesquisadora: Vamos fazer mais uma operação (+3) + (-2) = ?			
3.3	**V:** Mas se fizer a conta ali dá esquisito, presta atenção nas minhas explicações. Sinais iguais dá mais, sinais diferentes é menos, daí dá menos 1. **Pesquisadora:** Mas olha só, aí você tem 3 positivo e tem 2 negativo. Ficam quantos? **V:** +1 **Pesquisadora:** e no ábaco deu quantos?	O aluno analisa a operação, a efetua, e atribui o sinal errado pois, despreza o ábaco e utiliza a regra de sinais. Diz que sinais diferentes dá menos sem se atentar a operação. Faz no ábaco e percebe o conflito.	Equívoco no uso das regras de sinais

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	V: +1.		
3.4	**LC**: Olha aqui V, sinais diferentes dá menos. **V:** Mas tem que dar mais. **LC:** Mas sinais diferentes dá o que? **V**: menos. Sinais iguais dá mais, sinais diferentes dá menos.	Os dois alunos discutem acerca dos resultados obtidos ainda confusos, pois estavam utilizando a regra de sinais da multiplicação na operação adição.	Equívoco no uso das regras de sinais
Pesquisadora: Agora vamos fazer uma conta de menos: (-5) – (+3) =			
3.5	**DI:** -2. **B:** -2 **V:** eu coloquei 3 tampinhas no mais e 5 no menos, e sobrou menos 2.	Os alunos não conseguem efetuar a operação no ábaco.	Despreza o sinal
Pesquisadora: /.../ (+5) + (+2) = /.../ e vai dar quanto?			
3.6	**LC:** +7 **LC**: Porque sinais iguais dá mais. **A:** Porque não tem nada no negativo.	Nota-se que o aluno LC recorre durante toda atividade à utilização da regra de sinais. O aluno A efetua a operação corretamente no ábaco e compreende que o resultado é positivo pois o pino negativo estava vazio.	Equívoco na regra de sinais Uso correto do ábaco
3.7	**LC**: (+6) + (-6)?	O aluno relata ter duvida	

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	LC: 0	na operação, mas quando orientado pela pesquisadora a ilustrar utilizando o ábaco percebe que tendo colocado a mesma quantidade de peças nos dois pinos o resultado obtido é zero.	Identifica o zero no ábaco
3.8	**LC**: MC cadê a regra? **Pesquisadora**: /.../ Vamos fazer no ábaco. /.../ (+6) + (-9). Em qual pino tem mais tampinhas? **LC**: nesse (pino negativo). **LC:** -3	O Aluno novamente não consegue efetuar a operação e solicita o uso da folha com a regra de sinais, quando desafiado pela pesquisadora a fazê-lo utilizando o ábaco obtêm o resultado corretamente.	Realiza corretamente a operação no ábaco
Pesquisadora: então pode agora fazer essa: (-5) + (+8). Qual pino tem mais peças?			
3.9	**D:** o positivo. **Pesquisadora:** isso, quantas a mais? **D:** 3 **Pesquisadora:** Positivo ou negativo? **D:** não sei **Pesquisadora:** qual pino tem mais? Então o resultado é?	A aluna apresentou dificuldades durante a realização da atividade. Quando questionada pela pesquisadora sobre o sinal da operação respondeu não saber, mas logo compreendeu quando visualizou o resultado no ábaco.	Faz corretamente a operação no ábaco

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	D: tem mais no positivo, então é 3 positivo.		
3.10	**MC:** E agora, como eu faço essa (+6)+(-6)? **MC**: ah, dá 0. **A:** não entendi essa (+6) + (-6). **A**: 0	Os alunos apresentaram dificuldades na resolução da operação, mas quando colocaram as peças no ábaco e lembraram que os números são opostos chegaram ao resultado correto.	Faz corretamente a operação no ábaco
3.11	**MC**: /.../ essa letra c (+8)-(-2) dá 10 positivo? /.../ Mas por quê? Não é assim, 8 - 2? /.../ Ah, então vai dar 10 positivo.	A Aluna escuta o resultado obtido pelo colega e questiona, pois fica confusa quanto a regra de sinais. No diálogo com o colega e a pesquisadora a aluna efetua a operação no ábaco e compreende o resultado.	Faz corretamente a operação no ábaco
3.12	**A**: /.../ essa conta eu não entendi. /.../ Eu representei o zero com 3 tampinhas, ai eu coloquei +4 aqui. /.../ é, -4. **Pesquisadora:** Certo, aí agora eu vou tirar +5. Mas você não colocou o numero de peças suficiente para tirar. Como eu vou tirar 5 se aqui só tem 3?	O aluno fica com dúvida na operação, pois havia representado o zero com poucas unidades, mas com o auxílio da pesquisadora percebe que deverá representar o zero com mais unidades.	Modifica a representação do zero no ábaco Realiza corretamente a operação no

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	/.../ **A**: é com cinco que dá né?		ábaco
3.13	**A:** /.../ esta aqui também não consegui fazer (-1)-(-4)=. **Pesquisadora:** Já representou o zero com bastante casas? **A:** com 6, dá? /.../, coloco -1 aqui (pino negativo) e agora? **Pesquisadora:** Precisa tirar, de onde? **A:** do negativo? /.../ Então, sobrou 3 aqui no positivo.	O aluno fica inseguro para resolver a operação, pede o auxílio da pesquisadora e então efetua de forma correta a operação chegando ao resultado esperado.	Realiza corretamente a operação no ábaco
3.14	**LC**:/.../ mas sinais diferentes dá o que mesmo? Não dá menos?	O aluno novamente se mostra inseguro na hora de colocar o sinal ao fim da operação.	Não compreende a regra de sinais
Pesquisadora: Pessoal, agora vamos iniciar a parte da multiplicação. O que significa, por exemplo, eu fazer 2x3?/.../			
4.1	**B**: Você vai fazer conta de mais, por exemplo, fazer 2 + 2+2, 3 vezes.	A aluna reconhece a multiplicação como uma adição sucessiva	Associa a multiplicação á adição
Pesquisadora: e se eu falar assim: 2x5. O que significa?			
4.2	**A:** 2 vezes o 5. (5+5) **LC:** ou 5 vezes o 2. (2+2+2+2+2)	Os alunos reconhecem a multiplicação como soma sucessiva e afirmam que a ordem dos fatores não	Associa a multiplicação à adição

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
		altera o resultado.	
Pesquisadora: (+2)x(+3) como eu poderia fazer essa operação no ábaco?			
4.3	**A**: Colocar duas vezes o 3 no mais, no positivo. **LC**: Colocar 3+3.	Os alunos respondem de forma correta como efetuar a operação no ábaco, reconhecem que se trata de transformar a multiplicação em uma adição sucessiva dos fatores.	Efetuam corretamente a operação no ábaco
Pesquisadora: /.../ E como eu faria (+2)x(-3) no ábaco?			
4.4	**B:** Colocaria duas vezes o três no negativo?	A aluna responde, ainda insegura, que para efetuar a operação bastava colocar dois grupos de 3 tampinhas no pino negativo.	Identifica o procedimento a ser realizado no ábaco
4.5	**M**: -6. Porque eu coloquei duas vezes o 3 aqui no negativo, ai deu 6. Menos 6.	O aluno realiza a operação no ábaco e diz o resultado obtido, e explica qual o processo realizado.	Realiza corretamente a operação no ábaco
Pesquisadora: E como eu faria no ábaco, essa conta: (-2)x(+3).			
4.6	**LC:** Ah, essa vai dar a mesma coisa.	O aluno realiza a operação mentalmente e reconhece que o resultado obtido será o mesmo da operação anterior.	Identifica a igualdade nos resultados

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
4.7	**A:** primeiro precisa representar o zero.	O aluno reconhece a necessidade que o primeiro passo da operação é representar o zero no ábaco.	Identifica o zero no ábaco
4.8	**LC:** Ah, coloca três no mais e três no menos. Ah, mas dai vai dar zero.	O aluno não consegue identificar como deve ser realizada essa operação no ábaco.	Há equívoco na montagem da operação no ábaco
Pesquisadora: Agora essa aqui, vamos acompanhar e fazer junto comigo, (+2)x(-3)=, o que o (+2) indica pra mim?			
4.9	**B:** que você tem que somar o três negativo duas vezes.	Quando perguntado sobre o que significa o primeiro fator da multiplicação no ábaco a aluna responde que se tratava de adicionar duas vezes o três negativo.	Reconhece o significado do fator no ábaco
4.10	**LC:** Mas precisa fazer regra de sinais aqui?	O aluno não reconhece sozinho em quais operações é necessário utilizar a regra de sinais.	Não reconhece a regra de sinais
4.11	**LC:** 0x10 é 10. Não, 0x10 é 0 não é? Gente cadê a tabuada.	O aluno não consegue realizar a operação, fica confuso e quer recorrer a tabuada.	Não realiza corretamente a operação multiplicação e recorre a tabuada
4.12	**A:** /.../ aqui tem que representa	O aluno reconhece que	Reconhece a

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	o zero né?	precisa representar o zero para efetuar algumas operações de multiplicação.	necessidade do zero no ábaco
4.13	**A**: eu não entendi essa: 0x(+10) **A:** o zero não dá para colocar. O resultado é 0.	O aluno não entende a operação, mas quando a pesquisadora pede ao aluno que faça a operação no ábaco diz que não é possível representar no ábaco e conclui que o resultado da operação é zero.	Não é capaz de realizar a operação
4.14	**LC:** olha /.../ aprendi a fazer essas contas que a professora estava ensinando e nós não aprendíamos.	O aluno diz ter aprendido a fazer as operações que já haviam sido ensinadas pelo professor, mas que ainda não tinha aprendido corretamente.	Reconhece, pelo ábaco, o significado da regra de sinais
4.15	**A:** Agora é 6x0. Dá zero né?	O aluno, ainda inseguro, lembra da explicação da pesquisadora na operação anterior e solicita confirmação da resposta.	Pede auxílio na realização da tarefa
4.16	**D**: ah, vou fazer no ábaco. **D:** Pra começar eu vou colocar bastante tampinhas para representar o zero.	A pesquisadora pede a aluna que faça as demais operações, e a aluna opta por utilizar o ábaco, e compreende a necessidade de representar o zero para	Identifica a necessidade da representação do zero.

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
		efetuar as operações.	
4.17	**A:** /.../ (-2)x(-3)? **Pesquisadora:** O que o menos 2 nos indica mesmo? Que devemos tirar 2 vezes alguma coisa do pino negativo, mas para isso eu preciso, o que? **A:** Representar o zero. **Pesquisadora:** O que eu preciso fazer? Tirar duas vezes o três do pino negativo. E vai dar quanto? **A:** 6 positivo.	O aluno não consegue realizar a operação, pois não compreende o significado do termo (-2), mas com o auxílio da pesquisadora entende a necessidade de representar o zero e efetua a operação chegando ao resultado esperado.	Reconhece a necessidade de representar o zero para realizar a operação
4.18	**A:** /.../ eu tentei fazer essa, mas não deu certo, preciso colocar mais tampinha pra representar o zero não é?	O aluno não consegue fazer a operação no ábaco e percebe que havia representado o zero com poucas unidades.	Percebe a insuficiência do zero representado no ábaco
Pesquisadora: /.../ agora faça uma sem o ábaco e a outra utilizando o ábaco. (-2)x(-6)x(-1)			
4.19	**D:** essa vai dar 12. Positivo. Porque sinais iguais dá mais.	A aluna realiza a operação sem utilizar o ábaco e erra o sinal, afirmando que o resultado é positivo pois os sinais são iguais.	Há equívoco no uso da regra de sinais

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
4.20	**Pesquisadora:** Agora vamos tentar fazer essa no ábaco. Vamos representar o zero primeiro? /.../ Agora o próximo passo nos indica que devemos retirar 2 vezes o -6 do ábaco. Logo, vou tirar 2 vezes dois grupinhos de 6 aqui do pino negativo. **D:** ai ficou 12 no positivo. **Pesquisadora:** agora vou fazer doze vezes o -1. **D:** Ah, então vai dar -12.	Com o auxílio da pesquisadora a aluna refaz a operação utilizando o ábaco e chega ao resultado correto, percebendo que havia errado o sinal anteriormente.	Utiliza o ábaco para verificar o resultado da operação
4.21	**Pesquisadora:** LC resolva na lousa aquela conta (-3)x(+4)x(-1)x(+2). **LC:** MC empresta aquela regra de sinais para mim.	A pesquisadora solicita ao aluno que resolva uma operação no quadro. O aluno se sente inseguro, sem levar o ábaco e solicita a colega a folha com a regra de sinais.	Demonstra insegurança para realizar a operação sem o ábaco
4.22	**MC:** Não precisa usar regra, eu fiz todas sem usar a regra, usando o ábaco.	A aluna afirma não ter precisado recorrer a regra de sinais, pois havia utilizado o ábaco para resolver as operações.	Resolve corretamente a operação com uso do ábaco
4.23	**LC:** sinais diferentes dá o que? Sinais diferentes dá menos? sinais diferentes é menos. 3x4 dá 12. Agora, sinais iguais dá	O aluno resolve a operação utilizando a regra de sinais e chega ao resultado esperado, embora confuso.	Utiliza a regra de sinais corretamente

Código	Unidade/Cenas Significativa	Asserção articulada	Ideia nuclear
	mais. então vai dar + 24. Tá certo?	Não abandona a regra de sinais.	

O quadro construído, conforme dissemos, possibilita destacar as unidades significativas à compreensão do interrogado, isto é, identificar como, para cada um dos sujeitos o uso do ábaco contribui para a Aprendizagem Matemática. Porém, o sentido que tem para cada um dos sujeitos traz, na intepretação da pesquisadora, uma ideia nuclear. Tais ideias nucleares, por sua vez, no movimento interpretativo, permite-nos trazer convergências de sentido. Passamos, desse modo, de um nível de compreensão individual para os aspectos gerais. A esses aspectos gerais, a pesquisa de abordagem fenomenológica, denomina *categorias abertas*.

As categorias abertas são, portanto, regiões de generalidades para as quais convergem ideias nucleares. Ao serem nomeadas pela pesquisadora visam expressar o sentido do compreendido acerca do investigado. Ou seja, ao buscar, na pesquisa, os modos pelos quais "*O uso do ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos*" as generalidades nos permitem discutir a contribuição do ábaco dos Inteiros para a Aprendizagem Matemática.

Trazemos, a seguir, as categorias abertas emergentes em nossa pesquisa que revela, no movimento de compreensão e interpretação dos dados, que o ábaco de pinos é um recurso que contribui para a aprendizagem dos alunos possibilitando a *investigação*, a *motivação* e a *análise*.

Para esclarecer o movimento de convergência percebido, explicitamos abaixo as ideias nucleares em cada uma das categorias, exemplificando o efetuado.

3.3. DAS CATEGORIAS ABERTAS

Apresentamos, a seguir, as categorias abertas constituídas que serão interpretadas.

Quadro 2: Categorias Abertas

Código	Ideias Nucleares	Categoria Aberta
1.2; 1.3; 1.7; 1.8; 1.12; 1.13; 1.14; 1.15; 1.16; 1.17; 2.5; 2.8; 3.1; 3.2; 3.7; 3.8; 3.9; 3.10; 3.11; 3.12; 3.13; 4.3; 4.4; 4.5; 4.7; 4.9; 4.12; 4.14; 4.16; 4.17; 4.18; 4.20; 4.22	Reconhecimento do valor posicional;	**Recurso para a Investigação**
	Lê o resultado no ábaco;	
	Identifica a necessidade de trocas;	
	Realiza trocas corretamente;	
	Compreende o sentido das trocas;	
	Representa o zero no ábaco;	
	Representa números opostos no ábaco;	
	Representa adições no ábaco;	
	Identifica (lê) resultados no ábaco;	
	Realiza corretamente as operações no ábaco;	
	Identifica corretamente o procedimento a ser realizado no ábaco;	
	Reconhece o significado do fator no ábaco;	
	Reconhece a necessidade do zero no ábaco;	
	Percebe a insuficiência do zero representado no ábaco para realizar a operação;	
	Reconhece pelo ábaco o significado da regra de sinais;	
	Utiliza o ábaco para verificar o resultado.	
1.5; 1.9; 1.6; 4.15.	Surpreende-se com resultado;	**Recurso à motivação**
	Considera o ábaco interessante;	
	Pede auxílio para realização da tarefa.	
2.1; 2.2; 2.3; 2.6; 3.3; 3.4; 3.5; 3.6; 3.14; 4.1; 4.2; 4.10; 4.13; 4.19; 4.21; 4.23	Identifica o oposto;	**Recurso à análise**
	Equívoco no uso da regra de sinais;	
	Identifica sinais opostos;	
	Despreza sinais;	
	Não compreende a regra de sinais;	
	Associa a multiplicação a adição;	
	Demonstra insegurança para realizar a operação sem o ábaco;	
	Utiliza a regra de sinais corretamente.	

3.4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS CATEGORIAS

3.4.1. Recurso para a Investigação

A análise das ideias nucleares que emergem no movimento interpretativo das falas dos sujeitos da pesquisa nos permite constituir a categoria aberta *Recurso para a Investigação.*

As tarefas desenvolvidas possibilitaram que o aluno se tornasse sujeito ativo na construção do conhecimento, na medida em que favorecem a exploração das possibilidades matemáticas. Segundo Oliveira, Segurado e Ponte (1999) as investigações matemáticas caracterizam-se pela capacidade de fornecer ao aluno meios para justificar suas afirmações utilizando argumentos matemáticos que sejam considerados válidos.

Teodoro e Beline (2013) definem as tarefas investigavas como abertas, pois permitem ao aluno seguir por caminhos diferentes para resolução de uma mesma situação problema. Nesta pesquisa foi proposta uma tarefa investigativa aos alunos, ressaltando a importância do envolvimento do aluno no processo de aprendizagem.

No decorrer das atividades percebemos como a utilização do ábaco para resolução dos exercícios propostos se constituiu em uma atividade de investigação. Quando questionados sobre as respostas obtidas, os alunos recorriam ao recurso utilizado para justificar seus resultados, por exemplo:

Pesquisadora: *Agora façam pra mim no ábaco: -5+(+4) =*

Di: *o resultado é -1.*

M C*: Sobro 1 no negativo.*

Pesquisadora*: Por quê?*

V: *Porque eu coloquei 5 no menos e 4 no mais e sobrou 1 tampinha no menos.*

Di: *Porque lá pede 5 tampinhas no menos, aí eu coloquei, e pede mais 4 tampinhas no mais, e daí quando eu tenho a mesma quantidade de tampinhas aqui dá zero, e sobra só uma no menos.*

Em várias situações desse tipo pode-se ver que o papel da pesquisadora era o de levar os sujeitos a analisarem suas ações atuando, portanto, como mediadora entre o sujeito e o conhecimento, levando-os a perceber que poderiam resolver a mesma tarefa de diversas maneiras, valorizando o processo de construção dos resultados. Conforme destaca Teodoro e Beline (2013):

> Refletir as estratégias e os resultados alcançados possibilita ao aluno perceber o objetivo da atividade, que não está tão somente em chegar a um resultado, mas aprender a investigar matematicamente sobre e com ele, não cabendo ao professor dizer se "esta certo" ou "errado", apenas motivar a pensar matematicamente. (TEODORO E BELINE 2013, P. 5).

Isso permite que interpretemos que o ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos à medida que lhes possibilita a investigação e os põem para analisar as possibilidades, construindo argumentos para expressar o que foi feito, debatendo com os colegas e analisando as diferentes estratégias utilizadas.

3.4.2. Recurso à motivação

Também pela convergência de ideias nucleares a categoria aberta Recurso à motivação foi sendo percebida e explicitada. Nesta discussão vamos dizer o sentido que tal categoria tem em nossa pesquisa. Iniciamos questionando "o que significa motivar"?

Motivar é despertar o interesse ou a curiosidade; tornar interessante, induzir, incitar, estimular (BORBA, 2012. p. 943). Diante disso, percebemos que a tarefa proposta com o Ábaco se tornou um Recurso que motivou os alunos a medida que lhes despertava o interesse para a aula e para a execução da tarefa proposta, tornando interessante o processo de investigação que lhe possibilitava atribuir significado à Matemática.

Os PCN destacam a importância de despertar a motivação no aluno, sendo papel do professor investir em práticas didáticas que possibilitem atingir esse objetivo.

> O papel do professor nesse processo é, portanto, crucial, pois a ele cabe apresentar os conteúdos e atividades de aprendizagem de forma que os alunos compreendam o porquê e o para que do que aprendem, e assim desenvolvam expectativas positivas em relação à aprendizagem e sintam-se motivados para o trabalho escolar (BRASIL, 1988, p.48)

Quando apresentamos o ábaco aos alunos e lhes permitimos o primeiro contato com o material, ou mesmo quando lhes propusemos a realização das primeiras operações, percebemos que o material lhes causava surpresa, além de ter despertado nos alunos o estímulo a sua utilização nas aulas de Matemática.

***LC:** Nossa que 'da hora', vai dar o resultado.*

***DI**: Nossa, vou querer usar esse "negócio" na aula de matemática agora.*

O dinamismo que o recurso confere às aulas pôde ser percebido pela participação dos alunos, que realizavam as tarefas propostas pela pesquisadora, discutiam com os colegas e se desafiavam mutuamente.

Nota-se, em algumas de suas expressões, o desejo que fazer uso desse recurso nas aulas de Matemática. Ou seja, o sentido que estava sendo produzido pela manipulação do recurso motivava os alunos a olharem para as suas potencialidades a ponto deles reconhecerem o seu alcance e ver que, nas aulas de Matemática, seria um potencial recurso à investigação.

3.4.3. Recurso à análise

É importante desenvolver no aluno a capacidade de análise das suas ações em sala de aula. Muitos alunos criam uma rejeição à Matemática por não compreenderem seu sentido, o que os fazem atribuir a disciplina Matemática adjetivos que a caracterizem como "chata" ou "abstrata".

É comum ouvir-se, quase como um jargão, que a preocupação do professor deve estar no processo de aprendizagem e não nos resultados, dar importância a criação do saber e não simplesmente ao saber. O uso do Ábaco mostrou-nos que esse recurso serviu aos alunos como potencializador de análise levando-os a relacionar e comparar seus resultados – obtidos por meio das técnicas já adquiridas nas aulas - com aqueles oriundos da utilização do ábaco. Eventuais dúvidas eram discutidas com a pesquisadora ou mesmo com os colegas de modo que o material possibilitava-lhes compreender o sentido das operações. Muitas vezes esse recurso foi explorado pela própria pesquisadora para esclarecer as dúvidas dos alunos, sujeitos dessa pesquisa,

Pesquisadora: *Vamos fazer mais uma operação (+3) + (-2)*

DI: *dá +1*

V: *Mas se fizer a conta ali dá esquisito, presta atenção na minhas explicações.*

V: *Sinais iguais dá mais, sinal diferente é menos, daí dá menos 1.*

Pesquisadora: *Mas olha só, aí você tem 3 positivo e tem 2 negativo. Ficam quantos?*

V: *+1*

Pesquisadora: *e no ábaco deu quantos?*

V: *+1*

Nessa situação, bem como em outras de mesma natureza, o ábaco é usado como um recurso para a análise. O processo vai se mostrando no ato de investigação. O sentido vai se fazendo para o aluno que, não aceita o dito passivamente, mas se envolve no processo investigativo. Nesse sentido, mesmo que o aluno se equivoque ao utilizar as regra de sinais, e não concorde com o resultado obtido pelo colega, o que se instaura não é uma lacuna, um vazio que é preenchido pela palavra final do professor. Instaura-se um conflito que, por meio da investigação, é dissipado.

É nesse movimento que entendemos o ábaco como uma contribuição à análise do fazer Matemática que faz emergir não o resultado – sabe, não sabe, acerta, erra – mas o processo, processo de investigação, de análise que faz compreender, que permite crescer enquanto modos de se compreender Matemática.

CAPÍTULO 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Fagundes (1977) define a Aprendizagem Matemática como a capacidade do sujeito de aplicar conceitos matemáticos a situações do cotidiano. Oliveira, Segurado e Ponte (1999) afirmam que a aprendizagem matemática deve possibilitar o envolvimento dos alunos nas atividades, deixando de lado a concepção de matemática como ciência dedutiva e sistemática, valorizando seu processo de construção, especialmente em se tratando da Matemática praticada na sala de aula da Educação Básica.

Neste trabalho envolvemo-nos com o uso do recurso manipulativo – o ábaco de pinos – visando compreender como tal recurso poderia contribuir para a aprendizagem matemática dos alunos. Orientados pela interrogação: "o uso do ábaco contribui para a aprendizagem dos alunos?", nos envolvemos numa pesquisa qualitativa de abordagem fenomenológica, realizando um estudo de caso com alunos do 7º ano de uma escola da zona rural do município de Cunha - SP. A constituição dos dados se deu em um pequeno grupo de alunos que se dispôs a fazer matemática. Filmamos os encontros e transcrevemos o discurso dos sujeitos. Analisamos o dito, a luz do interrogado, destacando unidades de significado que convergiram para ideias nucleares que, visando aos aspectos gerais, possibilitou a constituição das Categorias Abertas. Essas categorias, ao serem discutidas, foram mostrando o sentido do recurso utilizado para a aprendizagem do aluno.

Nacarato (2005) defende a utilização dos materiais manipulativos como tendência pedagógica para trabalhar no contexto de significação matemática. Entretanto, o material só se torna concreto à medida que o professor conhece as limitações do recurso utilizado e sabe explorar suas possibilidades. Vimos que, em nossa pesquisa, esse material utilizado se tornou concreto aos alunos pois lhes permitiu a atribuição de significados a ordem de grandeza de um número, as regras do sistema de numeração decimal, as operações aritmética e, especialmente, as regras de sinais quando se opera no conjunto dos números inteiros.

O ábaco constituía-se em um recurso limitado e procuramos levar os alunos a compreender o sentido das operações matemáticas pelo envolvimento com as tarefas propostas, pela investigação e análise do obtido. Nosso objetivo estava em formar alunos capazes de interpretar e compreender o sentido das operações de modo que eles não as realizassem apenas de maneira mecanizada.

Nas operações com os números inteiros percebemos que os alunos já haviam desenvolvido uma ideia equivocada acerca da utilização da regra de sinais sem fazer distinção para a regra quando se tratava de adição ou multiplicação. Isso fez com que, a princípio, eles não fossem capazes de identificar o momento em que deveriam utilizar um ou outro modo, uma ou outra regra. E, a própria operação multiplicação de números negativos era algo que não fazia sentido aos alunos, "porque menos com menos dá mais?", "o que é multiplicar dois números negativos?", são questionamentos que comumente ouvimos no nosso convívio em sala de aula. Nesse contexto, tal qual pudemos compreender na investigação, o ábaco desempenhou um papel importante para que os alunos compreendessem o sentido da utilização da regra de sinais, visualizando o caminho percorrido para obtenção de resultados; puderam, também, compreender que não se trata de uma simples regra em que "menos com menos dá mais", ao tratar a multiplicação como uma soma (ou subtração) sucessiva de fatores, utilizando o ábaco o aspecto visual fez sentido e, literalmente, os alunos viram porque o resultado se mostrava daquela forma. Para a pesquisadora o ábaco representou um método acessível para explicar o sentido das regras de sinais, um recurso que tornava visível o feito.

A análise das Categorias Abertas nos permitiu ver que a utilização do ábaco deu dinamismo às aulas tornando-as atrativas para os alunos. Todos se sentiam convidados a participar e capazes de dizer algo sobre o feito. Envolvendo-se na resolução das tarefas propostas, interagiam com a pesquisadora e com os colegas justificando as respostas dadas baseados no recurso, contrariando o cenário atual da educação onde vemos alunos desmotivados, apáticos, que consideram a Matemática uma disciplina abstrata e incompreensível.

Consideramos, portanto, que o material se tornou de fato concreto para esses alunos. A fala do sujeito que declara "*olha /.../ aprendi a fazer essas contas que a professora estava ensinando e nós não aprendíamos*." se tornou significativa para a pesquisadora e incentivou-nos a dizer que o objetivo proposto nesse estudo foi atingido. Os alunos que foram classificados pela professora como os 'piores' de Matemática realizaram de maneira satisfatória as atividades propostas, recorrendo em todas elas a utilização do ábaco. Notamos que este recurso passava segurança a esses alunos e, a medida que iam construindo as operações, expressavam surpresa e satisfação por estarem conseguindo dialogar com os colegas e com a pesquisadora. Percebemos que o uso do ábaco contribuiu para a aprendizagem desses alunos, servindo como um recurso alternativo ao utilizado pela professora que, embora seja um recurso limitado, pode contribuir de modo especial para a autoestima dos alunos, fazendo-os acreditar na possibilidade de compreender matemática.

As considerações sobre esta pesquisa, segundo o que entendemos, seguem abertas as novas interpretações uma vez que não existem generalizações dos dados obtidos, afinal investigar a aprendizagem exige olhar para o sujeito que aprende e a mudança dos sujeitos poderá acarretar mudanças de foco, de resultados, de discussões.

Porém, a realização dessa pesquisa nos proporcionou uma experiência enriquecedora, pois sentimo-nos contribuindo para a aprendizagem desses alunos que se constituíram sujeitos de nossa pesquisa.

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994, p.15-22.

BICUDO, M. A. V. Contribuição da fenomenologia à Educação. In; BICUDO, M. A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (Org.). **Fenomenologia:** uma visão abrangente da educação. 1 ed. São Paulo: Olho D'Água, 1999. p. 11-51.

BORBA, F. S. Motivar. In: **Dicionário Unesp do Português contemporâneo.** Curitibá: Piá, 2012. p. 943.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília (DF), 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em 15 de maio de 2015.

CARVALHO, D. L. de**: Metodologia do Ensino da Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Cortez,1990.

COELHO, M. P. F. **A multiplicação de números inteiros relativos no ábaco dos inteiros:** uma investigação com alunos do 7° ano de escolaridade**.** 2005. 151 f. Tese (Mestrado em educação matemática) – Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia, Braga, 2005. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/3496/1/Tese.pdf> Acesso em: 29 out. 2013.

COUTINHO, C. P.; CHAVES, J. H. O estudo de caso na investigação em Tecnologia Educativa em Portugal. **Revista Portuguesa de Educação**, Universidade do Minho, p. 221 – 243. 2002.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: ática, 1990.

DAVIS, H. T. – **História da Computação**. Trad. Hygino H. Domingues. Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1993.

FAGUNDES, L. C. materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos: período das operações concretas. In: SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE RECURSOS AUDIOVISUAIS NO ENSINO DE 1 O GRAU. **Anais ...** Brasília-DF: [s.n], 1977.

FINI, M. F. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M. A. V.; ESPÓSITO, V. H. C. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Unimep, 1994, p.23 - 33.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, 2005.

OLIVEIRA, H. M.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. da. Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**, p. 189-206, 1999.

TEODORO, F. P.; BELINE, W. Investigação matemática em sala de aula na educação básica: um Estudo com alunos do 3º ano do ensino médio. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTIFICA E TECNOLÓGICA, 7.,2013, Goioerê. **Anais ...** .. Goioerê: [s.n.], 2013.

ANEXO A - Tarefas de Adição

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:

a) (+5) + (+2) = 7
b) (-3) + (-2) = -5
c) (-5) + (-2) = -7
d) (-5) + (-4) = -9
e) (+5) + (-1) = 4
f) (-5) + (+8) = 3
g) (-7) + (+4) = -3
h) (+4) + (-10) = -6
i) (-6) + (+6) = 0
j) (+6) + (-9) = -3

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:

a) (+3) + (+4) + (+1) = 8
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = +2

Subtração de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:

a) (+8) – (+3) = 5
b) (+6) – (+2) = 4
c) (+8) – (-2) = 10
d) (+5) – (-3) = 8
e) (-3) – (+2) = -5
f) (-4) – (+5) = -9
g) (-1) – (-4) = 3
h) (+5) – (+7) = -2

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:

a) (+5) + (+2) = 7 Positivo
b) (-3) + (-2) = 5 negativo
c) (-5) + (-2) = 7 negativo
d) (-5) + (-4) = 9 negativo
e) (+5) + (-1) = 4 Positivo
f) (-5) + (+8) = 3 Positivo
g) (-7) + (+4) = 3 negativo
h) (+4) + (-10) = 6 negativo
i) (-6) + (+6) = 0
j) (+6) + (-9) = 3 negativo

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:

a) (+3) + (+4) + (+1) = 8 Positivo
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = 2 Positivo

Subtração de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:

a) (+8) – (+3) = 5 Positivo
b) (+6) – (+2) = 8 Positivo
c) (+8) – (-2) = 10 Positivo
d) (+5) – (-3) = 8 Positivo
e) (-3) – (+2) = 5 negativo
f) (-4) – (+5) = 9 negativo
g) (-1) – (-4) = 3 Positivo
h) (+5) – (+7) = 2 negativo

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:

a) (+5) + (+2) = +7
b) (-3) + (-2) = -5
c) (-5) + (-2) = -7
d) (-5) + (-4) = -1
e) (+5) + (-1) = +4
f) (-5) + (+8) = +3
g) (-7) + (+4) = -3
h) (+4) + (-10) = -6
i) (-6) + (+6) = 0
j) (+6) + (-9) = 3

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:

a) (+3) + (+4) + (+1) = +8
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = +2

Subtração de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:

a) (+8) – (+3) = +5
b) (+6) – (+2) = +4
c) (+8) – (-2) = +10
d) (+5) – (-3) = +8
e) (-3) – (+2) = -5
f) (-4) – (+5) = -9
g) (-1) – (-4) = +3
h) (+5) – (+7) = -2

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:
a) (+5) + (+2) = 7 positivo
b) (-3) + (-2) = 5 negativo.
c) (-5) + (-2) = 7 negativo.
d) (-5) + (-4) = 9 negativo
e) (+5) + (-1) = 6 negativo
f) (-5) + (+8) = 3 positivo.
g) (-7) + (+4) = 3 negativo.
h) (+4) + (-10) = 6 negativo
i) (-6) + (+6) = 0
j) (+6) + (-9) = 3 negativo.

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:
a) (+3) + (+4) + (+1) = 8 positivo
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = 2 positivo.

Subtração de números inteiros relativos
1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:
a) (+8) – (+3) = 5 positivo.
b) (+6) – (+2) = 4 positivo.
c) (+8) – (-2) = 10 positivo.
d) (+5) – (-3) = 8 positivo.
e) (-3) – (+2) = 5 negativo.
f) (-4) – (+5) = 7 negativo.
g) (-1) – (-4) = 4 negativo.
h) (+5) – (+7) = 3 positivo

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:

a) (+5) + (+2) = 7 Positivo
b) (-3) + (-2) = 5 negativo
c) (-5) + (-2) = 7 negativo
d) (-5) + (-4) = 9 negativo
e) (+5) + (-1) = 4 Positivo
f) (-5) + (+8) = 3 Positivo
g) (-7) + (+4) = 3 negativo
h) (+4) + (-10) = 6 negativo
i) (-6) + (+6) = 0
j) (+6) + (-9) = 3 negativo

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:

a) (+3) + (+4) + (+1) = 8 Positivo
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = 2 Positivo

Subtração de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:

a) (+8) – (+3) = 5 Positivo
b) (+6) – (+2) = 8 Positivo
c) (+8) – (-2) = 10 Positivo
d) (+5) – (-3) = 8 Positivo
e) (-3) – (+2) = 5 negativo
f) (-4) – (+5) = 9 negativo
g) (-1) – (-4) = 3 Positivo
h) (+5) – (+7) = 2 negativo

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:
a) (+5) + (+2) = 7 positivo
b) (-3) + (-2) = -5 negativo
c) (-5) + (-2) = -7 negativo
d) (-5) + (-4) = -9 negativo
e) (+5) + (-1) = 4 positivo
f) (-5) + (+8) = 3 positivo
g) (-7) + (+4) = -3 negativo
h) (+4) + (-10) = -6 negativo
i) (-6) + (+6) = 0 neutro
j) (+6) + (-9) = -3 negativo

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:
a) (+3) + (+4) + (+1) = 8 positivo
b) (-2) + (-2) + (+4) = 0 neutro
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = 2 positivo

Subtração de números inteiros relativos
1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:
a) (+8) – (+3) = 5 positivo
b) (+6) – (+2) = 4 positivo
c) (+8) – (-2) = 10 positivo
d) (+5) – (-3) = 8 positivo
e) (-3) – (+2) = -5 negativo
f) (-4) – (+5) = 1 positivo
g) (-1) – (-4) = -3 positivo
h) (+5) – (+7) = 12 positivo

Adição de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes adições:

a) (+5) + (+2) = +7
b) (-3) + (-2) = -1
c) (-5) + (-2) = -7
d) (-5) + (-4) = -9
e) (+5) + (-1) = -4
f) (-5) + (+8) = +3
g) (-7) + (+4) = -3
h) (+4) + (-10) = -6
i) (-6) + (+6) = +0
j) (+6) + (-9) = -3

Adição sucessiva

1. Efetue, no ábaco, as adições:

a) (+3) + (+4) + (+1) = +8
b) (-2) + (-2) + (+4) = -0
c) (+2) + (-3) + (+5) + (-2) = +2

Subtração de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as seguintes subtrações:

a) (+8) – (+3) = +5
b) (+6) – (+2) = -8
c) (+8) – (-2) = +10
d) (+5) – (-3) = +8
e) (-3) – (+2) = -5
f) (-4) – (+5) = -9
g) (-1) – (-4) = +3
h) (+5) – (+7) = -2

ANEXO B - Tarefas de Multiplicação

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = 12
c) (+2) x (+3) = 6
d) (+3) x (+4) = 12
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = 5
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) (+2) x (-3) = - 6
b) (+3) x (-4) = -12
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = -6
a) (-4) x (+3) = 12
b) (-2) x (+4) = -8
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = 4
a) (-2) x (-3) = 6
b) (-2) x (-4) = 8
c) (-2) x (-2) = 4
d) (-3) x (-1) = +3
e) (-1) x (-1) = 1

1. Calcule:

a) (-2) x (-6) x (-1) = - 12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = 24

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = 12
c) (+2) x (+3) = 6
d) (+3) x (+4) = 12
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = 5
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) (+2) x (-3) = 6 –
b) (+3) x (-4) = 12 –
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = 6 –
a) (-4) x (+3) = 12 –
b) (-2) x (+4) = 8 –
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = 4 –
a) (-2) x (-3) = 6 +
b) (-2) x (-4) = 8 +
c) (-2) x (-2) = 4 +
d) (-3) x (-1) = 3 +
e) (-1) x (-1) = 1 +

1. Calcule:

a) (-2) x (-6) x (-1) = -12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = 24

a) (-2) x (-6) x (-1)
12 + x (-1)
+12

b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2)
(-12) x (-2)
+24

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) 2 x 3 = 6 Positivo
b) 3 x 4 = 12 Positivo
c) (+2) x (+3) = 6 Positivo
d) (+3) x (+4) = 12 Positivo
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = 5 Positivo
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) (+2) x (-3) = -6
b) (+3) x (-4) = -12
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = -6
a) (-4) x (+3) = -12
b) (-2) x (+4) = -8
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = -4
a) (-2) x (-3) = +6
b) (-2) x (-4) = +8
c) (-2) x (-2) = +4
d) (-3) x (-1) = +3
e) (-1) x (-1) = +1

1. Calcule:
a) (-2) x (-6) x (-1) = -12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = 24

+12 x (-1) x (+2) =

12 x (+2) =

24

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = 12
c) (+2) x (+3) = +6
d) (+3) x (+4) = +12
e) 0 x (+10) = + 0
f) (+1) x (+5) = + 5
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) (+2) x (-3) = 6 -
b) (+3) x (-4) = 12 -
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = 6 -
a) (-4) x (+3) = 12 -
b) (-2) x (+4) = 8 -
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = 4 -
a) (-2) x (-3) = 6 -
b) (-2) x (-4) = 8 +
c) (-2) x (-2) = 4 +
d) (-3) x (-1) = 3 +
e) (-1) x (-1) = 1 +

1. Calcule:

a) (-2) x (-6) x (-1) = 12 +
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = 24 +

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = 12
c) (+2) x (+3) = +6
d) (+3) x (+4) = +12
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = +5
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:

a) (+2) x (-3) = -6
b) (+3) x (-4) = -12
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = -6
a) (-4) x (+3) = -12
b) (-2) x (+4) = -8
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = -4
a) (-2) x (-3) = +6
b) (-2) x (-4) = +8
c) (-2) x (-2) = +4
d) (-3) x (-1) = +4
e) (-1) x (-1) = +1

1. Calcule:

a) (-2) x (-6) x (-1) = -12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = +24

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = +12
c) (+2) x (+3) = 6
d) (+3) x (+4) = 12
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = 5
g) (+3) x 0 = 3

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) (+2) x (-3) = -6
b) (+3) x (-4) = -12
d) 0 x (-9) = -9
e) (+1) x (-6) = -6
a) (-4) x (+3) = -12
b) (-2) x (+4) = -8
d) (-6) x 0 = -0
e) (-4) x (+1) = -4
a) (-2) x (-3) = +6
b) (-2) x (-4) = +8
c) (-2) x (-2) = +4
d) (-3) x (-1) = +3
e) (-1) x (-1) = +1

1. Calcule:
a) (-2) x (-6) x (-1) = -12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = 24

Multiplicação de números inteiros relativos

1. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) 2 x 3 = 6
b) 3 x 4 = 12
c) (+2) x (+3) = +6
d) (+3) x (+4) = +12
e) 0 x (+10) = 0
f) (+1) x (+5) = +5
g) (+3) x 0 = 0

2. Efetue, no ábaco, as multiplicações:
a) (+2) x (-3) = -6
b) (+3) x (-4) = -12
d) 0 x (-9) = 0
e) (+1) x (-6) = -6
a) (-4) x (+3) = -12
b) (-2) x (+4) = -8
d) (-6) x 0 = 0
e) (-4) x (+1) = -4
a) (-2) x (-3) = +6
b) (-2) x (-4) = +8
c) (-2) x (-2) = +4
d) (-3) x (-1) = +3
e) (-1) x (-1) = +1

1. Calcule:
a) (-2) x (-6) x (-1) = +12
b) (-3) x (+4) x (-1) x (+2) = -24

APÊNDICE A – Transcrição das filmagens

Ao longo da transcrição das filmagens apresentamos os códigos atribuídos às falas dos sujeitos para construção do quadro 1: Análise Ideográfica desta pesquisa.

Aula 1 – Conhecendo o Ábaco

Inicialmente foi explicado aos alunos que se tratava de uma proposta de Trabalho de Conclusão de Curso cujo objetivo era trabalhar a regra de sinais utilizando o Ábaco de Inteiros.

Pesquisadora: Quem já viu um ábaco?

Todos levantaram a mão, mas quando lhes perguntei quem já tinha utilizado para fazer algum cálculo todos disseram nunca tê-lo utilizado. (1.1)

Iniciei com uma atividade a fim de que os alunos pudessem conhecer o material com o qual iriamos trabalhar, o Ábaco, já que todos os alunos relataram já ter visto, mas nunca o utilizaram, procuramos então nessa primeira atividade propiciar a eles o primeiro contato. Expliquei que aquele Ábaco havia sido construído por mim, utilizando de vergalhão, sarrafos de madeira e tampinhas de garrafa Pet, cada ábaco possui inicialmente apenas 3 pinos, distribuí então um ábaco para cada aluno e pedi que cada um ficasse com cerca de 30 tampinhas.

Pesquisadora: Nós vamos aprender, utilizando o Ábaco, a Regra de Sinais. O Ábaco é utilizado para fazer cálculos, e hoje nós vamos fazer uma atividade para que vocês possam conhecer esse material, faremos operações de adição, e vocês poderão manipular a vontade esse material, e, nas próximas aulas vamos trabalhar a representação do zero e dos números Inteiros no ábaco, e então podermos trabalhar a Regra de Sinais.

Pesquisadora: Eu quero que vocês representem no Ábaco para mim o número 23 (vinte e três). Mas primeiro, vamos explicar como funciona o Ábaco, no Ábaco a gente tem Unidade, Dezena e Centena, vocês lembram que vocês já estudaram isso lá no Primário, que cada 10 unidades equivalem a 1 dezena...

L C: lá na escola tinha uns quadradinhos de "pauzinhos" que a gente usava. (1.2)

Pesquisadora: Isso se chama Material dourado, que a cada dez pecinhas soltas equivalem a uma barrinha grande, cada dez dezenas uma centena, e no Ábaco também utilizamos esse principio, esse aqui, no ábaco temos, o primeiro pino que são as unidades, o segundo as dezenas e as centenas. Na Barrinha das unidades nunca posso ter mais de 10, sempre que tiver 10 tampinhas aqui eu vou trocar por uma no outro pino, a mesma coisa quando tiver + de 10 no pino das dezenas.

Pesquisadora: Agora então quero que vocês representem o numero 23 no ábaco.

Para facilitar a compreensão pedi que os alunos decompusessem o numero 23.

M C: 23 eu coloco 2 na dezena e 3 na unidade. (1.3)

Pesquisadora: Isso 23 é o mesmo que 2 dezenas e 3 unidades

Pesquisadora: Como vocês representaram o 23?

Questionei alguns alunos sobre qual seria o pino que eles estavam utilizando para representar a unidade e qual pino para representar a dezena, notei que alguns alunos estavam utilizando os pinos na ordem inversa, o que não foi preocupante, pois por enquanto não influenciava nos resultados.

Pesquisadora: Agora vamos representar o numero 189 (cento e oitenta e nove).

V: Não é fácil

Pesquisadora: 189 centenas dezena e unidade. Se eu for decompor esse numero como ficaria?

L C: 1 é unidade. Não é centena, 8 dezenas e 9 unidades.

Pesquisadora: Como ficou o ábaco de vocês. No pino da centena:

Todos: 1 (um)

Pesquisadora: Aqui na dezena

Todos: 8 (oito)

Pesquisadora: e no pino da unidade?

Todos: 9 (nove)

Pesquisadora: E assim poderia representar qualquer número que eu quisesse. Nos ábacos normalmente existem 5 pinos, que são para representar as unidades, dezenas, centenas, milhar e milhão, e assim eu posso representar o numero que eu quiser. Agora vamos começar a trabalhar as operações no Ábaco, agora eu já sei ler um numero no ábaco então já posso trabalhar a adição.

Pesquisadora: Vamos iniciar com um cálculo bem simples. Quero que vocês façam no ábaco: 23+ 15, como eu faço uma operação no Ábaco?

L C: Coloca duas tampinhas na dezena e três na unidade.

Pesquisadora: Muito bem! Então primeiro passo é representar o 23 no ábaco, então vamos fazer isso. Certo, B. e agora o que eu devo fazer, depois de representar o 23?

B: Representar o 15? (1.4)

Pesquisadora: Isso mesmo, agora sem tirar o 23 do ábaco eu vou representar o numero 15.

V: sem tirar?

Pesquisadora: sem tirar o 23.

L C: Nossa que ‘da hora’, vai dar o resultado. (1.5)

Di: Nossa, vou querer usa esse “negócio” na aula de matemática agora. (1.6)

Pesquisadora: M., quanto que deu o resultado?

M: 38 (trinta e oito)

Pesquisadora: Como eu sei isso?

M: não sei

Pesquisadora: Não sabe? Mas como você me disse o resultado certo então?

M: Eu coloquei primeiro o 23, depois coloquei o 15.

Pesquisadora: e como você soube que dava 38?

M: Porque 23 + 15 é 38.

Pesquisadora: e você DI.?

DI: Eu coloquei na dezena 3 tampinhas e na unidade eu coloquei 8, mas primeiro eu coloquei 2 tampinhas na dezena e 3 na unidade e depois eu coloquei 1 tampinha na dezena e mais 5 na unidades e deu esse resultado. (1.7)

Pesquisadora: Isso mesmo, eu representei o numero 23 depois o 15 e a resposta foi clara, 38.

Pesquisadora: Agora vamos fazer uma operação um pouco maior, 127 + 342.

Pesquisadora: Vamos lá D., qual é mesmo o primeiro passo?

D: Não sei

Pesquisadora: Vamos lembrar-nos da conta anterior, o que você fez primeiro?

D: coloquei 2 tampinhas na dezena e 3 na unidade.

Pesquisadora: Isso, você represento o primeiro numero 23, e Agora nessa conta qual numero você vai representar?

D: Colocar 1 tampinha na centena.

Pesquisadora: Isso vamos representar o 127.

Notei que esta aluna estava com muita dificuldade na execução dessas tarefas, e preciso da ajuda da colega durante toda atividade.

M C: Dá 469. (1.8)

L C: Nossa que da hora. (1.9)

Pesquisadora: Todos terminaram?

Todos: Não

Pesquisadora: Então podem terminar.

L C: 469 (1.9)

Di: 469

Pesquisadora: terminaram?

A: Terminei, deu 469.

Pesquisadora: Todos chegaram ao mesmo valor?

Todos: sim

Pesquisadora: Agora vamos fazer uma conta bem legal.

V: Vai ser difícil?

Pesquisadora: Não, são todas fáceis.

V: fácil é 1 + 1 que dá 2.

Pesquisadora: vamos lá, 27 + 35.

Pesquisadora: V. qual o primeiro passo?

V: Colocar 2 na dezena e 7 na unidade.

Pesquisadora: Representei o 27 e agora vamos somar o 35.

Pesquisadora: E agora V. quanto que deu o resultado seu?

V: 512 (1.10)

Pesquisadora: 512?

V: sei lá

Pesquisadora: será? E o seu MC, deu quanto?

M C: 512 (1.11)

Embora tenha falado no inicio que no pino da unidade nunca poderia ter mais de 10, que quando atingisse 10 eu teria de trocar por 1 na dezena, poucos se lembraram disso e acharam que o resultado daria 512, pois estavam com 12 tampinhas na unidade e 5 na dezena.

Pesquisadora: E o seu A.

A: o meu deu 62. (1.12)

D: o meu também deu 512.

B: Não sei

Di: 62 (1.13)

Pesquisadora: Quem que chegou ao resultado 62. A. Porque o seu deu 62?

A: Porque no pino da unidades tinha mais de 10, ai eu tirei uma tampinha e passei 1 tampinha pra dezena.

Percebi que esse aluno se lembrou da troca, porém não efetuou corretamente, ele tirou uma tampinha da unidade e passou para dezena, mas não retirou as demais tampinhas do pino da unidade, permanecendo com 11 tampinhas, mas respondeu corretamente.

Pesquisadora: e o seu V, porque você chegou ao resultado 512?

V: Ué, eu coloquei 27 e depois 35 ai fico 12 na unidade e 5 na dezena.

Pesquisadora: e Faz sentido dizer que 27+ 35 dá 512?

V: Não! Ah, sei lá então.

Di: Tem que fazer a troca. Tinha 12 tampinhas na unidade, ai eu tirei 10 e coloquei 1 na dezena, ai ficaram 6 dezenas e 2 unidades. (1.13)

Pesquisadora: Isso lembra que eu falei no começo? Nos pinos do Ábaco eu nunca posso ter mais de 10 tampinhas, quando passar de 10 eu tenho que tirar 10 tampinhas e trocar por 1 no pino vizinho da esquerda.

Pesquisadora: Agora vamos fazer mais uma conta: 39 + 41

Di: 8 dezenas. (1.14)

Pesquisadora: 8 dezenas é a mesma coisa que?

B: 8 dezenas? 80.

Di: 1 + 9 dá 10, aí você tira os 10 e passa 1 pra cá. (ele estava explicando ao LC como deveria resolver esta operação).

A: o meu deu 80.

Pesquisadora: não se esqueça de fazer a troca e tiras as tampinhas.

M C: o meu deu 89.

B: 89.

L C: o meu deu 80.

Pesquisadora: Porque deu 89 o seu B?

B: eu coloquei 9 aqui e com mais 1 ficou 10, e aqui 3 + 4, ai como aqui ficou 10 eu tirei uma e passei uma pra cá (pino da dezena) e aqui tinha 7 com mais 1 dá 8. Ai deu 89.

Pesquisadora: e você LC, como você fez?

L C: o meu deu 80. Coloquei 4 depois coloquei mais 3, e aqui (pino da unidade) coloquei 9 depois coloquei mais 1 e deu 10 ai eu tirei e passei pra cá.

Pesquisadora: Tirou o que?

L C: Tirei as 10 tampinhas e passei 1 pra cá (pino da dezena)

Pesquisadora: A.

A: aqui deu 10 (pino da unidade) aí eu tirei e passei 1 pra cá (pino da dezena).

Pesquisadora: Mas você continuou com as outas 9 tampinhas aí?

A: sim

Pesquisadora: Mas e como você lê esse numero ai?

A: 8 dezenas.

Pesquisadora: Mas e essas tampinhas que ficaram aí? (pino da unidade)

M C: dá 80.

Pesquisadora: e o seu V.?

V: o meu deu 89.

Pesquisadora: Por quê?

V: Porque deu 10 aqui (pino da unidade) aí eu tirei um e passei pra cá (pino da dezena).

Pesquisadora: e o seu MC?

MC: Bom o meu tinha dado 89, mas ai eu lembrei que tinha que tirar os 10 daqui (pino da unidade) pra passar um pra lá (pino da dezena), ai fico 80. 1.15

Percebi que os alunos estavam se confundindo no momento de proceder as trocas, e retiravam apenas uma tampinha da unidade para passar para o pino da dezena, onde o correto seria tirar as 10 tampinhas para efetuar as trocas corretamente, mas a medida que fazíamos as operações e com o auxílio do professor os alunos iam aprendendo a maneira correta de proceder.

Pesquisadora: Vamos pensar o seguinte, eu tinha 39 no meu ábaco certo?! Agora vou fazer mais 41, ai o que acontece, eu tenho 7 aqui e dez aqui, mas o que acontece? Vamos contar as unidades, tenho 10 unidades, lembra que eu falei que 10 unidades correspondem a 01 dezena, então o que eu tenho que fazer agora?! Tirar as 10 unidades e, 10 unidades equivalem a?

DI: 1 dezena

Pesquisadora: então eu devo tirar as 10 unidades e trocar por uma dezena.

Pesquisadora: então o meu resultado dá 80, então quando eu tiver 10, eu tiro os dez e troca por um na dezena. E se fosse 15?! Eu tiro 10 e troco por um na dezena, e vai sobrar 5. Eu não posso deixar ele aqui, eu tenho que tirar as unidades.

Enfatizei a questão das trocas, pois os alunos estavam se confundindo nesta etapa.

Pesquisadora: vamos fazer mais uma 512 + 619.

Na montagem dos números no ábaco percebíamos que os alunos não iniciavam colocando as tampinhas da unidade, por exemplo, para montar o 512 alguns iniciavam colocando 5 tampinhas na centena outros 1 na dezena e assim por diante.

LC: como eu vou fazer agora? Daqui (pino da dezena) também passa pra cá (pino da centena)? (1.16)

Pesquisadora: Isso, 10 unidades também equivalem a 1 centena.

Percebemos que os alunos montavam as operações de adição sem agrupar as tampinhas, com os dedos eles se preocupavam em separar o número já representado com ábaco daquele que iriam adicionar, por exemplo, representavam o 169, deixavam o 9 na unidade e adicionavam o um, deixando separado dos 9.

DI: O meu deu 1131. (1.17)

Pesquisadora: Nossa me esqueci que nosso ábaco tinha apenas 3 pinos, vai faltar um pra fazer a troca da centena pra milhar. Mas não tem problema, vamos fingir que existe mais uma barrinha aí.

L C: 1131. (1.17)

DI: o meu também, exatamente.

D: e agora o que eu vou fazer? (perguntou para M C)

MC: Isso que eu to pensando.

V: quanto deu o seu Diogo?

DI: 1131

Pesquisadora: M?

M: 1131

A: O meu também deu 1131

V: 1128

Pesquisadora: MC?

M C: espera ai.

Pesquisadora: B terminou?

B: sim deu 1031.

Pesquisadora: D?

D: ainda não.

M C: terminei.

MC: (explicando para D) quantos você tem aqui (pino da unidade)? (1.18)

D: 11

MC: então você tira 10 e põe 1 ai no meio (pino da dezena). (1.18)

A aluna D estava com dificuldades para realizar as atividades propostas, recorrendo ao auxílio da colega, a professora já havia relatado que esta era uma aluna com muita dificuldade de aprendizagem.

Pesquisadora: Vamos fazer de novo essa, lá do começo. Primeiro passo vamos representar o 512 no ábaco e depois vamos adicionar 619.

D: assim?

Pesquisadora: isso sem tirar o 512 nós vamos representar 0 619.

Pesquisadora: agora vamos olhar aqui (pino da unidade) passo de 10?

D: sim, tem 11.

Pesquisadora: então vou tirar 10. E esses 10 que eu tirei daqui eu vou substituir por 1 dezena, lembra: 10 unidades 1 dezena. E Aqui passo de dez (pino da centena)?

D: passo

Pesquisadora: então eu vou tirar 10 daí, ai eu teria que ter mais uma barrinha pra colocar, mas como não tenho eu vou por uma tampinha aqui (fora do ábaco) e Agora quanto deu esse numero?

Pesquisadora: aqui vale 1000.

D: 1131.

Pesquisadora: Agora vamos todo mundo conferir essa conta aqui (lousa).

Pesquisadora: vamos fazer mais um só pra encerrar. 327+ 289.

Pesquisadora: primeiro passo representar o 327.

Pesquisadora: deu quantos o seu?

A: preciso pensar agora.

M C: auxiliando a D: Isso coloca 07, agora tem que colocar mais 09.

B: terminei deu 515.

L C: o meu deu 500... 1106.

DI: 616.

DI: L C o seu tá totalmente errado, a dezena deu mais de 10 ai você, tem que fazer a troca de 10 dezenas para 1 centena.

MC: 616.

LC: aqui deu 1106, mas na verdade eu acho que vai dar 616.

A: 1596.

Pesquisadora: e o seu M.

M: eu já desmanchei, mas deu 616.

Aula 2 – Representando o Zero e os Números Inteiros no Ábaco

Pesquisadora: Hoje nós vamos iniciar nossos trabalhos com a multiplicação dos Inteiros Relativos, vamos começar a trabalhar com os números inteiros e as operações de soma, subtração, multiplicação. Por isso, agora as tampinhas estão divididas em 2 cores e nosso Ábaco agora serão utilizado apenas 2 pinos, que irão representar o pino negativo e o positivo, conforme marcado no Ábaco de vocês, as tampinhas pretas vão representar os números positivos e as vermelhas os números negativos, essas duas cores vão nos ajudar a identificar os números.

V: As tampinhas vermelhas são os números positivos?

Pesquisadora: Não, Vermelhas são os números negativos e o preto positivo. Elas vão ajudar a identificar os números na hora de colocarmos no Ábaco. Como vocês já devem ter trabalhado os números inteiros e as operações com números inteiros, a multiplicação, soma. Agora nós não vamos nos preocupar com nossa aula anterior, pois o objetivo dela era apenas para conhecermos o material que nos iriamos trabalhar nessas próximas aulas. Nós vamos nos deter apenas nesses 2 pinos do nosso ábaco, todos os ábacos que eu distribuí para vocês já estão marcados, o '+' e o ' – ', que é o pino positivo e o pino negativo, nós vamos trabalhar apenas com esses dois pinos. Então as tampinhas pretas eu vou colocar sempre no pino positivos e as vermelhos no pino negativo.

Agora pensando lá na reta numérica, que vocês já estudaram, nós temos os números opostos, qual o oposto do numero (+1)?

L C: (-1) (2.1)

Pesquisadora: Isso, e aqui no ábaco nós também vamos trabalhar com a ideia de números opostos, então se eu tenho (+1) e tenho (-1), os 'opostos se anulam', se eu tenho (+1) + (-1) eu tenho?

L C: 2 menos. (2.2)

Pesquisadora: (+1) + (-1)?

L C: Igual a 1 menos. Sinais diferentes dá o que mesmo? (2.2)

Pesquisadora: +1 – 1?

L C: -1.

B: eles são diferentes

Di: + 1 – 1 dá 0. (2.2)

Pesquisadora: Isso mesmo dá 0, porque eles são opostos.

Pesquisadora: Agora quero que vocês representem no Ábaco para mim o número -3.

V: D, mas aí eu preciso colocar no positivo também?

Pesquisadora: Não! Por enquanto nós vamos representar o -3, e esse numero que vocês representaram agora é o -3. Qual é o oposto de -3?

L C: -1

V: + 3. (2.3)

L C: +3 (2.3)

Pesquisadora: Então lembrando que essa ideia dos opostos continua valendo no meu ábaco. Agora podem tirar as tampinhas do ábaco. Vamos então representar o zero no ábaco, lembrando da ideia de opostos, então o que significa eu ter zero no ábaco?

Di: O zero? É eu ter a mesma quantidade em cada um? (2.4)

Pesquisadora: Então eu vou trabalhar a representação do zero, o zero é eu ter um equilíbrio, como ele disse, é eu ter a mesma quantidade de peças no pino positivo e no pino negativo. Quando eu tiver a mesma quantidade eu tenho zero, ou seja, o meu ábaco está em equilíbrio. Então vamos colocar ai 2 unidades no pino negativo, -2. Agora sem tirar o -2 do ábaco eu quero que vocês representem o zero.

Pesquisadora: se eu tenho 2 no pino negativo e quero representar o zero o que eu preciso fazer?

B: Colocar 2 no pino positivo? (2.5)

Pesquisadora: Isso mesmo. Colocar 2 no pino positivo. Se eu tenho 2 tampinhas no pino negativo e coloco duas no pino positivo eu vou ter?

L C: Zero.

Pesquisadora: Por quê?

L C: Porque 2 tira 2. (2.6)

B: Porque o zero fica no meio de cada um. (2.6)

L C: Porque os sinais deles são diferentes. (2.6)

Pesquisadora: Isso, Porque eles são opostos. Então sempre que eu tiver os números opostos no ábaco eu tenho zero. O que quer dizer então ter zero, é ter o ábaco em equilíbrio. Vocês estão vendo aqui que eu tenho a mesma quantidade aqui em cada pino, então isso representa o zero. Então agora eu quero que vocês representem pra mim o numero 5 positivo, (+5).

Di: Positivo é essa aqui?

Pesquisadora: Sim as peças pretas.

V: D, mas se tipo eu quiser representar o 5 eu não preciso colocar nenhuma tampinha antes pra formar o 5?

Pesquisadora: Como assim colocar tampinhas antes?

V: tipo pra formar 5, eu tenho que colocar uma tampinha antes pra dar zero, ou não?

Pesquisadora: Não, agora não precisa.

Percebi que o aluno A tinha percebido que existiam diversas formas de representar o numero 5, antes de abordar esse tópico ele já havia percebido que tendo 2 unidades no pino negativos seria possível representar o cinco colocando 7 tampinhas no pino positivo.

Pesquisadora: Olha só para vocês verem, ele já tem aqui outra forma de representar o 5, ele tinha 2 tampinhas no pino negativo, ai ele colocou mais 2 tampinhas no pino positivo, 2 positivos com 2 negativos dá zero, então ele colocou mais 5 tampinhas aqui estão vendo? Essa também é outra forma de representar o 5.

L C: Não entendi o que ele fez ai? Ele colocou 07? (2.7)

Pesquisadora: Tem 07, por quê?! Porque tem 7 aqui (pino positivo) e 2 aqui (pino negativo). Agora sem tirar o 5 eu quero que vocês representem o -1. Sem tirar o 5 do pino positivo.

L C: é tabaco o nome disso?

Pesquisadora: Ábaco. Tabaco é cigarro.

V: Pronto, já fiz.

Pesquisadora: E como vocês fizeram para representar o -1?

V: Eu coloquei 4 tampinhas no menos.

Di: Não, eu já tinha 5 no pino positivo, coloquei mais 5 no menos, e aí eu coloquei mais uma tampinha no menos. (2.8)

Percebemos aqui que o aluno entendeu a importância da representação do zero, de deixar o ábaco em equilíbrio.

Pesquisadora: Isso, muito bem DI. É isso mesmo!

V: Eu coloquei 4 tampinhas no menos e deixei as cinco no mais.

Pesquisadora: Mas em qual pino você tem mais tampinhas?

V: no mais?

Pesquisadora: Isso no mais.

V: tenho 1 tampinhas a mais no mais.

Pesquisadora: Então você tem quantos no ábaco?

L C: -1

Di: Ninguém entendeu o meu raciocínio.

V: Juntando todas?

Pesquisadora: Não! Você tem quantos no negativo?

V: 4

Pesquisadora: e no positivo?

V: 5

Pesquisadora: Isso representa quanto no ábaco?

V: 09

Pesquisadora: não! Vamos pensar assim, você tem 04 no negativo e 5 no positivo. (Mostrei para ele essa operação utilizando o ábaco)

V: Ah, é 1.

Pesquisadora: 1 o que?

V: 1 positivo.

Pesquisadora: E como você faria agora para representar 1 negativo?

L C: Coloca mais 2 tampinhas no pino negativo.

Pesquisadora: Vocês entenderam? Vamos pensar assim. Vamos todos olhar para o Ábaco da B. Qual pino tem mais tampinhas?

B: o positivo.

Pesquisadora: Positivo, isso mesmo. Agora olha aqui. 1 positivo e 1 negativo dá zero, certo? Agora quanto ficou a mais no positivo?

B: 4

P: então que numero tá sendo representado aqui no ábaco?

V: +4

Pesquisadora: então porque deu isso? Olha vocês tinham 5 tampinhas no pino positivo, e eu queria que vocês representassem o -1, então primeiro eu deveria representar o zero. (Fiz esse passo no ábaco) Com o zero representado no ábaco, agora eu posso representar o -1, colocando uma tampinha no pino negativo.

Di: Eu fui o único inteligente da sala.

Pesquisadora: Agora vamos representar o 3 positivo. Primeiro, tirem todas as tampinhas que estão no ábaco.

Pesquisadora: V no seu ábaco, tá representando o 3?

V: sim coloquei dois no menos e... Ah não, mentira...

L C: o que era pra representar crianças?

Pesquisadora: 3 positivo.

Pesquisadora: V tem quantas tampinhas no negativo?

V: 2

Pesquisadora: e quantos no positivo?

V: 4

L C: Coloca 2 no pino negativo e 5 no positivo. (2.9)

V: eu coloquei 2 aqui (negativo) e 2 aqui (positivo) e ai coloquei mais... (aqui ele percebeu que faltava 1 tampinha no positivo).

Pesquisadora: Isso V, agora sim. Muito bem. Agora quero que vocês representem o +3 de diversas formas no ábaco.

L C: Eu coloquei 6 tampinhas no mais e 3 no menos. (2.9)

Pesquisadora: Olha o do DI, 3 tampinhas no positivo. Do V: 2 tampinhas negativas e 5 positivas tenho 2 no positivo e dois no negativo dá zero, sobre 03 tampinhas no positivo.

Pesquisadora: o que significa o +3 no ábaco? É quando eu tenho 3 tampinhas a mais no pino positivo.

L C: ah ta, entendi D.

Pesquisadora: Agora quero que vocês representem o -3. Podem tirar todas as tampinhas que estão ai no ábaco. Vocês estão perceberam que eu tenho varias formas de representar o 3 no ábaco?! Agora representem o -3. Agora sem tirar -3 quero que vocês representem o +2.

Percebemos que os alunos se atentavam primeiramente para a representação do zero, primeiramente colocavam 3 tampinhas no +3 a fim de deixar o ábaco em equilíbrio, após esse passo acrescentam 2 no positivo para obter o +2, deixando ele separado no ábaco.

V: Não era pra tirar o -3 né?

Pesquisadora: não

L C: Ah esqueci.

Pesquisadora: todos já representaram o +2. Agora sem tirar as tampinhas quero que vocês representem pra mim o 0 no ábaco.

Pesquisadora: Agora a D e a G podem sentar em duplas com a M C e a B.

Pedi que elas formassem duplas, pois percebi que a D estava com muita dificuldade na execução das tarefas e a G tinha faltado nas atividades passadas.

Pesquisadora: Agora quero que vocês façam essas operações no ábaco. Lembrando que nosso ábaco é limitado, por isso só podemos fazer operações com números pequenos, apenas para entender a ideia.

Pesquisadora: Agora façam pra mim no ábaco: -5+(+4) =

Di: o resultado é -1. (3.1)

M C: Sobro 1 no negativo. (3.1)

Pesquisadora: L C quanto deu o seu?

L C: -1.

V: o meu deu -1

Pesquisadora: Por quê?

V: Porque eu coloquei 5 no menos e 4 no mais e sobrou 1 tampinha no menos.

Pesquisadora: A e o seu?

A: Não terminei ainda

Pesquisadora: Di e o seu?

Di: -1

Pesquisadora: Por quê?

Di: Porque lá pede 5 tampinhas no menos, aí eu coloquei, e pede mais 4 tampinhas no mais, e daí quando eu tenho a mesma quantidade de tampinhas aqui dá zero, e sobra só uma no menos. (3.2)

Esse aluno fez a operação destacando o resultado do zero, primeiro procurou estabelecer o equilíbrio no ábaco, isolando as tampinhas que sobraram para obter o resultado.

Pesquisadora: Vocês fizeram meninas?

Meninas: Sim!

Pesquisadora: Vamos fazer mais uma conta. (+3) + (-2) ==. Tirem todas as tampinhas do ábaco.

Di: dá +1

V: Mas se fizer a conta ali dá esquisito, presta atenção na minhas explicações. (3.3)

O Aluno foi ao quadro resolver a soma, utilizando a regra de sinais.

V: Sinais iguais dá mais, sinal diferente é menos, daí dá menos 1. (3.3)

Pesquisadora: Mas olha só, aí você tem 3 positivo e tem 2 negativo. Ficam quantos?

V: +1

Pesquisadora: e no ábaco deu quantos?

V: +1.

L C: Olha aqui V, sinais diferentes dá menos, e aqui sinais diferentes dá menos. (3.4)

Os alunos estavam aplicando a regra de sinais da multiplicação na soma, o que é muito comum ocorrer nessa fase da aprendizagem.

V: Mas tem que dar mais. (o Aluno sabia que devia dar mais pela explicação do professor, mas não conseguiu ver isso no calculo, devido à confusão da regra de sinais.) (3.4).

L C: Mas sinais diferentes dá o que? (3.4)

V: menos. Sinais iguais dá mais, sinais diferentes dá menos. (3.4)

Pesquisadora: Prestem atenção, vocês estão confundindo, vocês estão usando a regra de sinais da multiplicação para as operações de Adição. Vamos fazer mais uma conta:

V: Mas ali tinha que dar menos e vai dar mais.

Pesquisadora: Eu tenho 3 e devo 2... Você esta utilizando a regra da multiplicação. Não é assim que fazemos para adição e subtração.

V: Ah ta.

Pesquisadora: Vamos lá (-7) + (+3) =

Di: -4

L C: -4

Pesquisadora: mais uma, vamos lá (+5)+(-1), quer dizer: (+5) + (-6) =.

L C: mas você já falo a resposta.

Di: -1

Pesquisadora: Deu quanto?

L C: -1

Pesquisadora: mais uma conta, (-6) + (+2).

B: -4.

Como os cálculos eram simples os alunos estavam efetuando mentalmente, mas o realizavam também no ábaco para conferir.

V: -4

Di: -4

Pesquisadora: Meninas, vocês fizeram? Deu quantos o resultado?

M C: -4

B: -4

D: -4.

Pesquisadora: entenderam?

Alunos: Sim.

Pesquisadora: Agora vamos fazer uma conta de menos: (-5) – (+3) =

Di: -2. (3.5)

B: -2

V: eu coloquei 3 tampinhas no mais e 5 no menos, e sobrou menos 2.(3.5)

Pesquisadora: Mas olhando ali, tá certo essa conta?

V: Não, tinha que dar mais.

Pesquisadora: não, tinha que dar menos mesmo.

V: mas eu tenho 5 e tenho 3 como?

L C: Mas a ordem dos fatores não altera o produto.

Pesquisadora: Na operação de menos altera sim. Eu tenho (-5) e devo (+3). Olha o sinal de menos ali. Vamos pensar em como fazer essa operação.

L C: Mas D, olha só como eu fiz, ‘vem comigo’: coloquei 5 no mais e 7 no menos.

Pesquisadora: mas porque 7?

L C: (não soube responder)

M C: Olha eu fiz assim: no mais eu coloquei 3 e no menos eu coloquei mais 5.

Pesquisadora: Olha pessoal, falta um passo que vocês estão esquecendo de fazer, vamos prestar atenção naquele sinal de menos ali no meio, o que ele representa? Como eu faria essa operação, sem pensar no ábaco?

Pesquisadora: Vamos pensar todos juntos aqui nessa conta. Primeiro passo que vocês fizeram foi representar o -5 certo? E Agora, o que eu tenho que fazer?

L C: menos..

Pesquisadora: o menos, o menos significa que eu devo tirar 3 do pino positivo. Mas como eu vou tirar 3 do pino positivo se eu não tenho nada no pino positivo?!

L C: Eu empresto.

Pesquisadora: Di pensa aqui comigo. Eu tenho que tirar 3 do pino positivo, mas eu não tenho nada no positivo, e ai o que eu tenho que fazer?

Di: Ah, dá mais um.

Pesquisadora: Eu tenho que tirar 3 tampinhas do pino positivo, mas se eu não tiver tampinhas no pino positivo não vai ter como eu tirar, então para que eu possa tirar então primeira coisa, eu tenho que representar o zero, porque para tirar alguma coisa, antes eu preciso ter alguma coisa, certo? Vamos representar o zero com 3 unidades. Então agora vamos representar o -5.

Quando eu represento o zero, colocando a mesma quantidade de tampinhas no pino positivo e no pino negativo eu não altero o valor da minha expressão.

Agora sim, eu posso tirar 3 unidades do pino positivo, e quanto vai dar o meu resultado?

Pesquisadora: (contando as tampinhas junto com a classe) 8 negativo ou positivo?

B: negativo

Pesquisadora: Isso, na próxima aula continuamos.

Aula 03 – TRABALHANDO A SOMA E SUBTRAÇÃO DOS INTEIROS

Pesquisadora: Pessoal, nesta aula nós vamos fazer uma revisão da Adição e vamos trabalhar também a subtração, que já iniciamos a ideia na ultima aula resolvendo um exercício. Então vocês receberam uma lista, com alguns exercícios de adição e subtração, eu quero que vocês façam alguns utilizando o Ábaco, pode ser da letra a até a letra e, e depois vocês podem resolver da forma que acharem melhor.

Aqui gostaria de deixá-los livres para realização da atividade, utilizando o método que considerassem melhor.

L C: Mas tem que usar a Regra de Sinais?

Pesquisadora: Sim

L C: A, sinais diferentes dá o que?

A: dá mais, não, sinais diferentes é menos e sinais iguais. Sinais diferentes dá menos.

Pesquisadora: Agora olhem aqui, o que o sinal de mais significa pra mim?

B: Somar.

Pesquisadora: Quando eu estou fazendo conta de adição o sinal de mais indica pra mim que eu vou somar, adicionar, colocar a mais, então é isso que o sinal de mais significa pra mim. Então mais é adicionar.

Mas e quando eu tiver o sinal de menos? O que significa o menos?

L C: que eu vou tirar.

Pesquisadora: Então essa é a 'Regra' que nós vamos utilizar hoje, quando eu tiver aqui o símbolo do mais indica que eu vou acrescentar alguma coisa e o símbolo do menos indicará que eu vou retirar alguma coisa. Lembrem-se disso.

Então podem fazer a primeira parte dos exercícios, façam até a letra e utilizando o ábaco, e podem ir anotando as respostas aí na própria folha, e coloquem o nome de vocês na folha que no final da aula eu vou recolhê-las. Façam então essa primeira Parte: Efetuem no ábaco as seguintes operações:

Lembrando que as tampinhas pretas indicam o positivo e as pretas indicam o negativo.

L C: sinais diferentes dá menos.

Pesquisadora: Utilize o ábaco para fazer as primeiras operações.

A primeira (+5) + (+2) = Então o que eu coloco primeiro no ábaco? +5, e o sinal de mais indica que eu vou somar +2, e vai dar quanto?

L C: +7 (3.6)

Pesquisadora: Por quê?

L C: Porque sinais iguais dá mais. (3.6)

Pesquisadora: A, olhando no ábaco, como você sabe que o resultado dá + 7?

A: Porque não tem nada no negativo. (3.6)

Pesquisadora: Isso mesmo, porque nós colocamos todas as tampinhas no pino positivo.

Pesquisadora: vamos ficar atento aos sinais, quando for mais, vamos colocar no pino positivo e quando for menos colocaremos no pino negativo.

L C: as contas estão fáceis.

Pesquisadora: Não precisa ficar olhando nessa regra de sinais, quero que você chega ao resultado usando ábaco, para que você compreenda o sinal que esta usando. Não apenas usar a folha.

Pesquisadora: vamos ver D, qual você está fazendo? (-3) + (-2). Isso, você colocar o -3, agora temos o sinal de mais que indica que eu vou somar -2 onde?

D: aqui, no pino negativo.

Pesquisadora: deu quantos?

D: 5

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

D: negativo

Pesquisadora: Isso A, vai anotando suas respostas ai.

Fui durante a realização das atividades percorrendo as carteiras dos alunos para verificar o desempenho de cada um utilizando o ábaco e corrigir ou ajudar em eventuais duvidas que possa surgir ao longo da resolução.

Percebi também que mesmo com o ábaco em mãos para efetuar os cálculos alguns alunos estavam utilizando a regra de sinais, que é fornecida pela professora de matemática, que os alunos utilizam assim como utilizam a tabuada, inclusive ambas estão na mesma folha, e os alunos podem utiliza-la também na hora da prova, percebi que talvez essa seja a maior dificuldade deles, por estarem tão presos a regra de sinais, e por isso confundem tanto a regra de sinais para adição, subtração e multiplicação, comum nessa fase querer aplicar a mesma regra para todas as operações.

Os alunos L C, B e M foram os únicos que quase não utilizaram o ábaco para efetuas as operações. Os demais recorreram a este recurso para resolver a todas as operações.

L C: é pra fazer até qual?

Pesquisadora: até a letra j

M: eu já fiz já

L C: Sinal igual dá o que mesmo?

Pesquisadora: não precisa usar a regra L C, se tá na duvida, vamos fazer no ábaco.

Qual a sua duvida?

L C: (+6) + (-6)? (3.7)

Pesquisadora: Se você tem seis tampinhas aqui (pino positivo) e seis aqui (pino negativo) o que isso representa?

L C: 0 (3.7)

Pesquisadora: isso mesmo, tá vendo que o ábaco tá em equilíbrio, que sempre que eu tiver a mesma quantidade de tampinhas no pino positivo e no pino negativo, isso representa 0, ou seja, são números opostos, a soma dos opostos dá zero.

M C: como que eu faço a ‘e’. Quanto vai dar?

Pesquisadora: (+5) + (-1). Em qual pino você tem mais peças?

M C: positivo

Pesquisadora: quantas a mais?

M C: 4

Pesquisadora: então qual o resultado?

M C: +4

L C: M cadê a regra? (3.8)

O aluno L C recorria sempre a utilização da regra de sinais, assim como a utilização da tabuada.

Pesquisadora: não precisa da Regra, vamos fazer no ábaco. Aqui tem 6 e aqui 9. (pino positivo e negativo, respectivamente). (+6) + (-9).

L C: Não, não é isso, só quero saber qual o sinal, sinal igual é o que?

Pesquisadora: Então, vamos fazer no ábaco pra ver qual sinal. Vamos colocando aqui: (+6) + (-9). Qual o pino tem mais tampinhas?

L C: nesse (pino negativo). (3.8)

Pesquisadora: quantas tampinhas a mais?

L C: 2 não 3.

Pesquisadora: então qual o resultado?

L C: -3 (3.8)

A: D olha essa aqui, deu -13 né?

Pesquisadora: Olha aqui, (-5) + (+8), -5 no negativo e o +8 no positivo, olha aí.

D: D, quando passa de 10 tem que trocar?

Pesquisadora: não, agora não tem problema, no ábaco dos inteiros não tem problema.

Pesquisadora: você tá fazendo qual?

D: essa

Pesquisadora: tá, mas olha aqui no ábaco o resultado está dando -5 e você escreveu só 5, é cinco o que?

D: Ah, é mesmo.

A aluna D demonstrou maior eficiência na resolução das atividades propostas nessas aulas, conseguiu resolver a maior parte dos exercícios sozinha, porém na hora da anotação dos resultados estava com problema na escrita dos números, ao invés de utilizar o símbolo – ou + para representar um numero, ela escrevia ao final do numero o termo positivo/ negativo, como falamos comumente, outros alunos também utilizou essa mesma notação. Não questionei esse fato, pois nessa fase das operações a preocupação estava em saber efetuar as operações.

Pesquisadora: então pode agora fazer essa: (-5) + (+8).

A: D.

O aluno me mostrou o ábaco para que o auxiliasse a obter o resultado.

Pesquisadora: Onde você tem mais tampinhas?

A: esse (pino positivo)

Pesquisadora: Isso, quantas a mais?

A: 3

Pesquisadora: Isso, 3 positivo ou negativo?

A: positivo

D: é assim?

Pesquisadora: Isso mesmo, já colocou o 8 né? Agora, qual pino tem mais?

D: o positivo.

Pesquisadora: isso, quantas a mais?

D: 3

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

D: não sei

Pesquisadora: qual pino tem mais? Então o resultado é?

D: tem mais no positivo, então é 3 positivo. (3.9)

Pesquisadora: Isso +3.

M C: E agora, como eu faço essa?

Pesquisadora: (+6) + (-6), quando eu tenho a mesma quantia de peças nos pinos o que acontece?

M C: ah, dá 0. (3.10)

A: D olha essa é essa daqui. (Falou isso me mostrando no ábaco qual operação ele estava fazendo)

Pesquisadora: tá, e isso vai dar quanto?

A: 3

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

A: negativo.

A: terminei D essa aqui.

Pesquisadora: e deu quanto?

A: -6

L C: A, - com + dá quanto?

Pesquisadora: L C faça no Ábaco.

L C: Primeiro eu tenho que fazer as regras.

Pesquisadora: Quando você tiver na duvida, utilize o ábaco, no ábaco você consegue ‘descobrir’ o sinal sem precisar ver a regra.

A: D, não entendi essa (+6) + (-6).

Pesquisadora: tá olha aqui, você colocou 6 tampinhas aqui e 6 aqui (pino positivo e negativo respectivamente), então você tem a mesma quantidade de peças certo? Então o que tá acontecendo com o meu ábaco? Ele tá em equilíbrio certo? Como eu tenho a mesma quantidade de peças, então eu sei que eles são opostos. Então (+6) + (-6)?

A: 0 (3.10)

Pesquisadora: B faça essa aqui de novo.

Para efetuar as operações, vi que alguns alunos estavam se preocupando primeiramente em separar o ábaco, representando o zero e separando as tampinhas excedentes para então chegar ao resultado.

A: olha D, essa deu -3.

B: D, não entendi essa aqui.

Pesquisadora: então vamos lá, (-2) + (-2), estou somando menos 2 então vou colocar 2 tampinhas no negativo.

A: D, essa aqui deu 2 positivo.

M: , mas quando dá zero, é positivo ou negativo?

Pesquisadora: O zero não tem sinal né, ele é neutro.

A: D, já posso fazer esse aqui?

Enquanto dedicava o tempo aos alunos que estavam efetuando o calculo no ábaco, os 3 alunos que haviam feito sem utilizar o ábaco ficaram ociosos, mas não atrapalharam a classe devido a classe ser pequena e ser mais fácil ter certo controle sobre eles.

Pesquisadora: Agora vamos olhar para as negativas, subtração. Então relembrando o que eu disse no inicio da aula, o sinal de menos indica que eu vou tirar alguma coisa, porém em alguns situações eu vou chegar numa situação que eu não tenho nada pra tirar, vamos supor, (+2) – (-3), mas como eu vou tirar 3 do menos se eu não tenho nada, nenhuma tampinha no menos?! Então o que preciso fazer quando eu tiver essa situação?

Se eu preciso retirar tampinhas é necessário que eu tenha peças para retirar certo?! Por isso, é importante que quando eu vou fazer as operações de subtração eu antes faça a representação do zero, com bastante peças, ou seja, deixar o ábaco em equilíbrio, a mesma quantidade de peças que eu colocar no negativo eu tenho que colocar no positivo também, por exemplo, vou representar o zero com seis casas, vou colocar seis tampinhas aqui no positivo e seis tampinhas aqui no negativo, ai então, a partir da representação do zero eu posso iniciar a minha operação. Vamos supor aqui agora que eu queira fazer (+2) – (-1). Eu vou colocar 2 no positivo e tirar 1 do negativo. Onde ficou mais peças?

Todos: Positivo

Pesquisadora: Quantas a mais?

Todos: 3

B: 3 positivo.

Pesquisadora: Isso mesmo, então na subtração é sempre muito importante que eu represente o zero, porque na hora de tirar, o sinal de menos indica tirar, eu não posso tirar se eu não tiver peças, então é importante que sempre antes de iniciarem vocês representem o zero. Ai sigo a mesma ideia, vejo em qual pino ficou mais tampinhas e ai chego ao resultado. Agora com isso vocês já podem fazer os próximos exercícios, se alguém tiver duvida é só me chamar. Entenderam a ideia?

L C: (+8) – (-3)

Pesquisadora: Só lembrando que o primeiro fator é sempre o primeiro que eu devo colocar no meu ábaco, vamos supor (+5) – (-2), olhem aqui primeiro, é o que eu tenho. E o segundo termo que aparecer é que eu vou tirar ai no caso eu vou tirar 2 peças do pino negativo. Se fosse assim: (+2) – (-4), eu tenho 2 e vou tirar 4 peças do pino negativo, e sempre vou partir dessa ideia.

A: (a respeito do primeiro calculo) O meu deu 11.

Pesquisadora: então vamos olhar isso. Olha só: (+8) tiro (+3), você tem 8 certo, aí você precisa tirar 3 de onde? Do positivo.

A: a b deu 4 positivo.

Pesquisadora: você tem +6 tira (+2) é isso mesmo.

Pesquisadora: Olha você tá vendo que agora eu vou precisar tirar do negativo, mas se eu não tiver nada não tenho como tirar, então o que eu preciso fazer? Que eu acabei de falar? Eu preciso representar o zero com varias unidades tá?! Representar o zero é colocar a mesma quantidade de peças em cada pino tá.

A: D posso representar o zero com 8 tampinhas? (3.10)

Pesquisadora: pode.

Pesquisadora: D, tá vendo o que aconteceu aqui você precisa tirar, mas eu não posso tirar algo que eu não tenha, por isso precisamos antes representar o zero no ábaco. E aí sim você começa a efetuar os cálculos.

Pesquisadora: G olha só, é isso mesmo que você fez não subtração eu não posso tirar o que eu não tenho, por isso precisamos representar o zero, mas está vendo que representar o zero com 1 tampinha só não foi suficiente, vamos tentar representar com mais tampinhas, 3, por exemplo. Agora nós podemos efetuar os cálculos, devo colocar (+8)-(-2) =, (enquanto a aluno efetuava o calculo no ábaco).

Pesquisadora: em qual pino temos mais peças?

G: Positivo

Pesquisadora: Quantas a mais?

G: 10

Pesquisadora: Isso mesmo, muito bem.

Acompanhei os alunos que estavam com maiores dificuldades para efetuar as operações.

Pesquisadora: D, não tá certo essa aqui, vamos ver o que você errou. Você representou o zero né, muito bem, Aqui (pino positivo) tem que ter 8 peças, ah, mas está faltando peça aqui.

D: é que eu já tirei 2.

Pesquisadora: Bom então vamos olhar para essa operação (+8)-(-2) =, tá vendo, - (-2) então eu tenho que tirar o 2 do pino negativo, entendeu. Agora, quantas tampinhas eu tenho a mais aqui?

D: 10.

Pesquisadora: então D, qual o resultado dessa operação?

D: 10

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

D: positivo.

A: D olha o meu deu igual aqui, agora eu tiro 2, fico com zero.

Pesquisadora: Não, depois que você representar o zero que você vai iniciar a operação.

A: ah tá, vou tirar aqui e começar de novo então.

B: D, (+8) – (+3)= como eu faço para tirar do positivo aqui.

Pesquisadora: Então, você tem 8 no positivo, aí você quer tirar 3 do positivo. Como você já tem 8 no positivo e você quer tirar 3 do positivo, basta agora você tirar. E Vai dar quanto?

B: 5 positivo.

M C: D, essa letra c dá 10 positivo? (3.11)

Pesquisadora: Isso mesmo.

M C: mas por quê? Não é assim, 8 -2? (3.11)

Pesquisadora: olha só, vamos fazer o seguinte, vamos refazer. Antes de iniciar nós temos que representar o zero certo? Vamos representar o zero com 3 unidades? Agora a partir do zero eu posso iniciar a operação, o que eu preciso fazer, vamos colocar 8 no positivo. Continua ai a operação.

M C: -2 aqui,

Pesquisadora: não MC, olha aqui, agora você não vai colocar, lembra o menos significa que eu vou tirar, vai tirar quantas peças?

M C: 2

M C: do positivo. Ah não, do negativo.

M C: então vai dar 10 positivo. (3.11)

Pesquisadora: (+8)-(-2), sinais iguais dá?

M C: mais.

Pesquisadora: isso, então vai ficar 8+2 =10

A: D terminei essa aqui, agora vou tirar 2 do menos.

Pesquisadora: certo, mas onde ficou com mais peças?

A: O resultado deu 10 positivo.

A: no positivo

Pesquisadora: quantas a mais?

A: vai dar 10 positivo.

Pesquisadora: D, vamos refazer essa para ver se está certo? Já representou o zero certo?

D: sim

Pesquisadora: então vamos lá, vamos colocar 5 no positivo. Agora tenho que tirar de onde?

D: daqui (indicando o pino.).

Pesquisadora: Isso mesmo.

D: ah deu 8.

Enquanto os alunos realizavam as operações, eu caminhava pela sala verificando os resultados obtidos e pedindo para que eles conferissem aqueles que percebia que estava errada.

Pesquisadora: M olha só vamos verificar essa. Primeiro passo vamos representar o zero.

Pesquisadora: B, vamos verificar se esta está correta.

A: D olha aqui, eu representei o zero com 03 unidades, depois coloquei mais 5 no positivo.

Pesquisadora: Isso, agora você vai ter que tirar de onde?

A: tirar 3 do pino negativo.

Pesquisadora: e o resultado?

A: aqui fico zero. Ah não, mais o resultado é 8 positivo.

Pesquisadora: M tem que representar o zero primeiro, lembra que eu te falei.

A: D, mas nessa também preciso representar o zero?

Pesquisadora: Olha A, lembra que eu te falei que sempre para efetuar uma operação preciso começar do zero, que indica uma situação de equilíbrio, e nas operações de subtração é importante que sempre eu represente o zero com certo numero de unidades, para não ter problema.

Pesquisadora: M, muito bem, agora a partir da representação do zero podemos efetuar o nosso calculo.

M: Agora posso colocar 8 aqui (pino positivo)?

Pesquisadora: Isso pode colocar 8 tampinhas.

A: D eu representei o zero, agora eu tenho que tirar 3 tampinhas do negativo?

Pesquisadora: não. Depois que você representa o zero ai que você começa a operação. Agora você precisa colocar 3 no negativo.

A: ah ta.

A: Agora vou tirar 2 do positivo né?

Pesquisadora: Isso mesmo. E qual o resultado.

A: 5 positivo.

Pesquisadora: Muito bem M, agora depois de representar o zero o que você precisar fazer.

M: tirar

Pesquisadora: Tirar o que.

M: 2

Pesquisadora: de onde?

M: acho que do negativo.

Pesquisadora: você acha ou tem certeza?

M: não sei

Pesquisadora: Lê para mim essa equação

M: $(+8) – (-2)=$

Pesquisadora: então o menos indica que tenho que tirar 2 de onde?

M: negativo.

Pesquisadora: muito bem.

A: D, essa conta eu não entendi. (3.12)

Pesquisadora: Vamos verificar. O que você fez ai?

A: eu representei o zero com 3 tampinhas. Ai eu coloquei +4 aqui. (3.12)

Pesquisadora: -4

A: é, -4. 3.12

Pesquisadora: Certo, aí agora eu vou tirar +5. Mas você não colocou o numero de peças suficiente para tirar. Como eu vou tirar 5 se aqui só tem 3? (3.12)

A: Ah, é verdade.

Pesquisadora: é só você representar o zero com mais casas.

A: é com cinco que dá né. (3.12)

Pesquisadora: Isso, com cinco dá. Agora que você colocou 5 no positivo precisa colocar 5 aqui também no negativo, para deixar o ábaco em equilíbrio certo?

A: sim

Pesquisadora: Agora o resultado dá quanto?

A: sobro 1 aqui (pino positivo)

Pesquisadora: e isso significa que dá quanto?

A: 1 positivo.

A: D e essa aqui, também não consigo fazer (-1) – (-4) =.

Pesquisadora: Já representou o zero com bastante casas?

A: com 6 dá

Pesquisadora: Vamos verificar. Agora a partir do zero você pode começar a operação.

A: -1 aqui (pino negativo) e agora?

Pesquisadora: Precisa tirar, de onde?

A: do negativo?

Pesquisadora: Isso mesmo. Agora você tem que tirar 4 unidades do negativo. Quanto deu o resultado? (3.13)

A: sobrou 3 aqui no positivo.

Pesquisadora: Isso mesmo 3 positivo. Faz a ultima ai pra gente encerrar essa parte.

Pesquisadora: Pessoal, todos terminaram? Vamos conferir algumas operações?

Todos: vamos

Pesquisadora: Vamos conferir algumas ai da lista de vocês. Vamos começar pelas de adição, Vamos lá na letra c da primeira: (-5) + (-2), quanto deu o resultado de vocês:

Todos: -7

L C: D, mas sinais diferentes dá o que mesmo? Não dá menos?

Pesquisadora: LC, olha só, nós estamos trabalhando com operações de adição e subtração, eu uso a regra de sinais apenas para tirar a operação do parênteses, ai sim, sinais diferentes dá menos, ai eu fico com -5-2, que vai dar quanto?

L C: -7, hum tendi.

Pesquisadora: e a letra f, (-5)+(+8)?

A: +3

Pesquisadora: e a Letra i, que vocês ficaram com duvidas: (+6)+(-6)?

M C: Zero, porque os dois são opostos, e a soma deu zero.

Pesquisadora: e as operações de adição sucessiva, todos conseguiram fazer?

Todos: sim

Pesquisadora: então, quanto deu a primeira ai de vocês?

B: a minha deu 8 positivo.

M C: a minha também

Pesquisadora: E a segunda, G, quanto deu sua letra b?

G: 0

Pesquisadora: e a ultima?

B: deu +2.

Pesquisadora: então vamos lá para a próxima parte ai, a subtração: (+8) – (-2) =

Todos: 10 positivo

L C: +10

Pesquisadora: (+5)-(-3)=

Todos: 8 positivo

Pesquisadora: M e o seu, deu quanto?

M: 8 também

Pesquisadora: 8 o que?

M: 8 positivo.

Pesquisadora: Agora pra M C: M, (-3)-(+2)=.

M C: 5 negativo.

Pesquisadora: Pessoal, ela acertou ou errou?

Todos: acertou

Pesquisadora: A (-4) – (+5)=

A: -9

Pesquisadora: Muito bem.

Pesquisadora: (-1)-(-4) =

L C: +3

Nesta lista de exercícios deixei os alunos livres para responderem como achassem melhor, utilizando ou não o ábaco. O aluno A e a aluna D, utilizaram o recurso para responderem a todos os itens, o aluno A se mostrou insegura na resolução de alguns itens, recorrendo a mim para esclarecer algumas dúvidas a aluna D no início das atividades demonstrou grandes dificuldades com o ábaco, mas a medida que íamos fazendo as operações ela ia compreendendo e demonstrou um grande avanço, a aluno foi relatada professora como uma aluna com muita dificuldade em matemática.

Pesquisadora: Pessoal, agora vamos iniciar a parte da multiplicação. O que significa, por exemplo, eu fazer 2x3? M, o que significa eu dizer assim: 2x3?

B: Você vai fazer conta de mais, por exemplo, fazer 2 + 2+2, 3 vezes. (4.1)

L C: vai ser 2 vezes o 3.

Pesquisadora: que sinal eu uso aqui?

L C: Vezes

Pesquisadora: vezes?

L C: Não, mais.

Pesquisadora: que vai dar quanto?

L C: 6

Pesquisadora: e se eu falar assim: 2x5. O que significa?

L C: 2 vezes o 5.

A: 2 vezes o 5 (5+5).

L C: ou 5 vezes o 2 (2+2+2+2+2) (4.2)

Pesquisadora: ou 5 x 2. Certo. E quanto vai dar?

A: 10.

Pesquisadora: 10. Então o que é a multiplicação. A multiplicação nada mais é do que uma adição sucessiva. Esse primeiro fator indica quantas vezes eu vou somar esse fator aqui, 2 x 3 = 3+3 que é 6. 5x2 = 2+2+2+2+2 que dá 10. Então a multiplicação é uma soma sucessiva.

Esse fator que aparece primeiro, 2x3, 0 2 é o multiplicador, é ele que manda na minha multiplicação, ele indica quantas vezes o 2º termo vai repetir. Então o 2 é o multiplicador que comada a minha operação. E esse aqui, o 3 é o multiplicando. Na multiplicação eu dizer 2 x3 ou 3x2 é a mesma coisa, pois a ordem dos fatores não altera o produto, mas no ábaco nos vamos tentar manter essa ordem dos fatores, ok?

No ábaco a gente consegue trabalhar a regra de sinais igual a gente trabalhou a soma e a subtração com os inteiros relativos. Só que assim como na adição e na subtração, na multiplicação o nosso ábaco também é limitado, eu não consigo fazer cálculos com números grandes, por conta do numero de peças, então a gente se detém em fazer esses cálculos mais simples, só para a gente entender a ideia. Vamos agora pensar assim comigo:

2x3 como eu poderia fazer essa operação no ábaco?

A: Colocar duas vezes o 3 no mais, no positivo?

Pesquisadora: Isso.

L C: Colocar 3+3. (4.3)

Pesquisadora: Isso mesmo, colocar 2 vezes o 3 no positivo, porque os dois fatores são positivos. E como eu faria 2 vezes o -3 no ábaco?

B: Colocaria 2 vezes o 3 no negativo? (4.4)

Pesquisadora: Isso mesmo, 2 vezes o 3 no negativo. Façam aí, 2x(-3).

Pesquisadora: Fizeram aí, 2x(-3)? Deu quanto?

M: -6 4.5

Pesquisadora: Porque -6?

M: porque eu coloquei duas vezes o 3 aqui no negativo, ai deu 6. Menos 6. (4.5)

Pesquisadora: Isso, porque ficou 6 tampinhas no negativo. Então eu faço assim, menos três uma vez e menos 3 outras vez, e dá quanto, menos 6, pois eu tenho no total 6 tampinhas no pino negativo. E como eu faria no ábaco, essa conta: (-2)x(+3)?

L C: Ah, essa vai dar a mesma coisa. (4.6)

A: D, primeiro precisa representar o zero. (4.7)

Pesquisadora: Isso.

L C: Vai ser, por exemplo, 0. Mentira.

L C: 3x3=9. Vai dar 9.

Pesquisadora: 9?

L C: Não vai dar zero.

Pesquisadora: Zero? Por quê?

L C: ah não vai dar a mesma coisa.

Pesquisadora: como eu faria LC, no ábaco?

L C: Ah, coloca três no mais e três no menos. Ah, mas dai vai dar zero.

Pesquisadora: B, como eu poderia fazer essa operação utilizando o ábaco?

B: não sei.

Pesquisadora: M C? G? M, como eu faria essa conta no ábaco? L C, D, A. Então vai ter que ser você mesmo L C.

Pesquisadora: Vamos fazer sem utilizar o ábaco então, quanto daria aquela operação, (-2) x (+3)=.

L C: vai dar agora calma ai D, agora eu sei fazer vai dar -1.

Pesquisadora: -1 2x3 é quanto?

L C: 6

Pesquisadora: então quanto daria aquela conta, sem usar o ábaco, faça 2x(-3).

Pesquisadora: MC, quanto daria aquela conta 2x(-3).

M: 6

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

M: negativo.

Pesquisadora: Por quê? Sinais diferentes.

L C: dá menos.

Pesquisadora: Agora vamos pensar no ábaco, todo mundo consegue enxergar aqui, primeira coisa é representar o zero, com bastante casas decimais, eu vou representar aqui com 6 casas, agora nós já sabemos o resultado porque já fizemos o calculo, mas agora nos vamos fazer aqui no ábaco.

Pesquisadora: certo, representaram o zero. O que eu preciso fazer, a minha conta (-2)x(+3). Então o que eu vou fazer, eu preciso tirar duas vezes o 3 do positivo. Tirei uma vez e agora tirei duas vezes. Então quanto vai dar isso aqui?

L C: 6

Pesquisadora: Positivo ou negativo?

L C: Negativo

Pesquisadora: estão vendo como as respostas deram certinho. Então esse fator indica o que eu preciso fazer, vou passar 3 exemplos aqui, vamos fazer esses três casos para nos entendermos a multiplicação. Vocês vão perceber que vocês não precisarão recorrer a regra de sinais agora, vocês vão entender a regra.

Pesquisadora: (+2)x(+3)= vocês vão colocar duas vezes o mais três no positivo. Então vamos colocar duas vezes o mais três. E quanto vai dar essa?

B: 6 positivo.

Pesquisadora: L C presta atenção aqui.

Pesquisadora: Agora essa aqui, vamos acompanhar e fazer junto comigo, (+2)x(-3)=, mais dois, o que indica pra mim?

B: que você tem que somar o três negativo duas vezes. (4.9)

Pesquisadora: isso, então eu vou colocar duas vezes o três negativo. Faça ai L C.

L C: Aqui no ábaco.

B: vai dar 6 negativo.

L C: é isso mesmo.

Pesquisadora: e essa aqui, o que significa pra mim essa operação: (-2)x(+3)? Indica que eu vou tirar 2 vezes o três do positivo. Então aqui é importante representar o zero. Se eu quero tirar alguma coisa eu preciso ter, então agora para as operações de multiplicação eu preciso representar o zero com bastante unidades. Agora vou distribuir para vocês mais uma lista de multiplicação para vocês resolverem utilizando ou não o ábaco, vocês podem escolher.

A: já posso entregar essa?

Pesquisadora: depois eu recolho.

L C: mas precisa fazer regra de sinais aqui?

M: mas precisa fazer no ábaco essa aqui?

Pesquisadora: na primeira não, mas na segunda parte eu gostaria que vocês utilizassem o ábaco.

L C: 0x10 é 10?

Pesquisadora: pensa ai.

L C: 0x10 é 10. Não, 0x10 é 0 não é. Gente cadê a tabuada. (4.11)

Pesquisadora: não L C, sem usar a tabuada. Pense. Faça. 0x10

L C: zero. Não 10.

Pesquisadora: Por quê?

L C: Porque não multiplicou nada.

Pesquisadora: LC zero vezes alguma coisa?

L C: Zero. E como você esta me dizendo que dá 10?

L C: 3x0?

A: D, aqui tem que representa o zero né? (4.12)

Pesquisadora: Isso.

L C: essa ultima vou ter que fazer separado aqui, vou fazer tipo a professora.

Pesquisadora: e como ela faz?

L C: Ah, ela vai escolhendo o sinal mais forte. Sinais iguais dá? Ah, sinal igual dá mais.

A: eu não entendi essa: 0x(+10) (4.13)

Pesquisadora: coloca nenhuma vez o dezena ai no ábaco pra eu ver. Nenhuma vez.

A: o zero não da pra colocar. O resultado é 0. (4.13)

L C : olha D aprendi a fazer essas contas que a professora estava ensinando e nós não aprendíamos. (4.14)

Pesquisadora: mas agora você aprendeu?

L C: sim

B: terminei

M: também

Pesquisadora: agora tentem fazer algumas no ábaco para conferir.

L C: sinais diferentes é Menos.

Pesquisadora: quero ver você fazendo.

L C: Calma ai to vendo aqui se sinal igual dá mais. Dá mais, então dá 24.

A: D, essa aqui deu +5.

A: Agora é 6x0. Dá zero né D.

A: Posso fazer a dois?

Pesquisadora: pode

Pesquisadora: B faz algumas aqui dessa 2 no ábaco para ver se da certo.

L C: Olha D, deu certo. +24.

Pesquisadora: Ml olha essa (+2)x(-3), como você fez essa?

M: Coloquei 2 no mais e depois coloquei 3 no menos, ai deu -1. **Pesquisadora:** M é duas vezes o -3. 2x3?

M: 6

Pesquisadora: então como você está me dizendo que deu 1?

M: Ah é, é 6.

Pesquisadora: Vamos pensar aqui D, essas estão certas, mas vamos olhar para essa aqui: 0x10. Zero vezes alguma coisa?

D: não é nada. Ah, é mesmo, vai dar zero.

Pesquisadora: D, aqui a mesma coisa 3 vezes nada?

D: zero.

Pesquisadora: vou te dar 3 vezes nenhuma bala. Não vou é te dar nada.

Pesquisadora: Agora pode fazer essas outras operações aí.

D: ah, vou fazer no ábaco.

D: Pra começar eu vou colocar bastante tampinhas para representar o zero. (4.16)

A: D, eu não entendi essa aqui (+2)x(-3).

Pesquisadora: Vou colocar.

A: 2 no positivo?

Pesquisadora: não, duas vezes o?

A: três.

Pesquisadora: o menos três. Olha o primeiro fator indica o que eu vou fazer, aqui nesse caso eu vou colocar 2 vezes o três negativo no pino negativo.

A: da menos seis.

Pesquisadora: isso, e assim você pode ir fazendo as outras.

A: essa aqui vai dar menos 12.

Pesquisadora: isso mesmo.

A: D, zero vezes qualquer coisa dá sempre zero né?

Pesquisadora: isso mesmo.

B: Agora eu fiz e deu 8.

M: Professora olha aqui terminei.

Pesquisadora: 3x4?

M: 12.

Pesquisadora e porque você colocou 1?

M: fiz errado.

Pesquisadora: então faça ai no ábaco, coloque 3 grupinhos de 4 tampinhas pra ver quanto dá.

D: D, 6x0 vai dar zero?

Pesquisadora: isso.

A: D vem aqui, (-2)x(-3)?

Pesquisadora: O que o menos 2 nos indica mesmo? Que devemos tirar 2 vezes alguma coisa do pino negativo, mas para isso eu preciso? (4.17)

A: Representar o zero.

Pesquisadora: então primeiro represente o zero ai.

M: olha essa minha aqui?

Pesquisadora: qual que é essa? Ah ta, colocar três vezes o quatro no negativo. Aqui você colocou apenas uma vez, ainda precisa colocar mais 2 vezes grupinhos de quatro tampinhas aqui no negativo. Faça ai.

A: D, já representei o zero.

Pesquisadora: o que eu preciso fazer tirar 2 vezes o três do pino negativo. E vai dar quanto?

A: 6 positivo.

Pesquisadora: M, e o seu deu quanto?

M: 12

D: D, (-1)x(-1) dá zero não é?

Pesquisadora: Vamos pensar? Primeiro eu represento o zero certo, sempre começo assim. Agora (-1) x (-1). O que isso indica mesmo? Tirar 1 vez o 1 do pino negativo. Agora observa o ábaco onde temos mais peças?

D: aqui (pino positivo)

Pesquisadora: quantas a mais?

D: 5.

Pesquisadora: não, a mais.

D: 1 positivo.

A: olha aqui, eu tentei fazer essa, mas não deu certo, preciso colocar mais tampinha pra representar o zero não é? (4.18)

Pesquisadora: é, tá faltando tampinhas, porque você precisa tirar 2 vezes grupinho de 4.

A: então vou colocar 8.

Pesquisadora: D, agora faça uma sem o ábaco e a outra utilizando o ábaco.

D: essa vai dar 12.

Pesquisadora: positivo ou negativo?

D: positivo

Pesquisadora: Por quê?

D: Porque sinais iguais dá mais. (4.19)

A aluna fez o calculo errado, pois não era (-2)x(-6)x(-1) e não soube proceder corretamente a regra de sinais.

Pesquisadora: Agora vamos tentar fazer essa no ábaco. Vamos representar o zero primeiro?

A: D, aqui deu 8 positivo.

Pesquisadora: vamos fazer o seguinte, vamos essa outra aqui primeiro? Você já a resolveu, mas agora nós vamos conferir usando o ábaco.

Pesquisadora: primeiramente vamos representar o zero, agora o próximo passo nos indica que devemos retirar 2 vezes o -6 do ábaco. Logo, vou tirar 2 vezes dois grupinhos de 6 aqui do pino negativo. (4.20)

A: D, não entendi essa.

D: ai ficou 12 no positivo.

Pesquisadora: agora vou fazer doze vezes o -1.

D: Ah, então vai dar -12. (4.20)

Pesquisadora: Está vendo, porque na operação anterior você não fez a regra de sinais, olha só, vamos fazer junto aqui, separando a operação em grupos de 2. Faça a próxima ai agora então.

Pesquisadora: Olha A se você acha melhor e souber fazer pode fazê-lo sem utilizar o ábaco. Então vamos lá: (-2)x(-6) então primeiro temos que representar o zero.

A: Nossa, eu estava fazendo errado.

Pesquisadora: L C resolva pra mim na lousa aquela conta (-3)x(+4)x(-1)x(+2).

Como o aluno estava ocioso, pois havia terminado rapidamente as operações por não haver utilizado o ábaco pedi que ele realizasse uma operação no quadro.

Pesquisadora: A, depois de representar o zero o que eu vou precisar fazer? (-2)x(-6) tirar duas vezes o -6.

Pesquisadora: Isso, tirar 2 vezes o -6.

O Aluno L C foi ao quadro resolver a operação que lhe havia proposto. Ele agrupou em dois grupos a operação, conforme havia aprendido com a professora de matemática.

L C: M C empresta aquela regra de sinais pra mim.

Pesquisadora: mas L C tenta fazer sem olhar a Regra de Sinais.

L C: Mas assim eu não sei.

M C: Não precisa usar regra, eu fiz todas sem usar a Regra, usando o ábaco.

L C: sinais diferente dá o que? Sinais diferente dá menos?

L C: sinais diferentes é menos. 3x4 dá 12.

A: D, agora eu já tirei duas vezes o 6 daqui. Deu +12

L C: Agora, sinais iguais dá mais. Então vai dar 24. Tá certo?

Pesquisadora: Muito Bem.

Pesquisadora: Anailson, agora é (+12)x(-1).

A: tira -1

Pesquisadora: Não.

A: vou tirar o 12 daqui ne.

Pesquisadora: isso vou fazer doze vezes o menos um, tirar do positivo para representa-lo no negativo.

A: deu -12.

Pesquisadora: conforme vocês forem terminando podem me entregar os ábacos e as folhas.