



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
Faculdade de Engenharia – Câmpus de Bauru

**GUILHERME CASTILHO ENCINAS DA ROCHA**

**DESEMPENHO METROLÓGICO DE UM TORNO HORIZONTAL E QUALIDADE  
DE FABRICAÇÃO: ESTUDO SOBRE A SEPARAÇÃO DE ERROS COMO  
TÉCNICA DE CALIBRAÇÃO**

Bauru - SP

2024

**GUILHERME CASTILHO ENCINAS DA ROCHA**

**DESEMPENHO METROLÓGICO DE UM TORNO HORIZONTAL E QUALIDADE  
DE FABRICAÇÃO: ESTUDO SOBRE A SEPARAÇÃO DE ERROS COMO  
TÉCNICA DE CALIBRAÇÃO**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (Unesp), Faculdade de Engenharia, Câmpus de Bauru.

Orientador: Prof. Dr. César Augusto Galvão de Moraes

Bauru - SP

2024

R672d

Rocha, Guilherme Castilho Encinas da

Desempenho metrológico de um torno horizontal e qualidade de fabricação : estudo sobre a separação de erros como técnica de calibração / Guilherme Castilho Encinas da Rocha. -- , 2024  
146 f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP),  
Faculdade de Engenharia, Bauru,

Orientador: César Augusto Galvão de Moraes

1. Erros geométricos. 2. Máquinas ferramentas. 3. Separação de  
erros. 4. Calibração. 5. Erros cinemáticos. I. Título.

**ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE GUILHERME CASTILHO ENCINAS DA ROCHA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.**

Aos 29 dias do mês de novembro do ano de 2024, às 08:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de GUILHERME CASTILHO ENCINAS DA ROCHA, intitulada **DESEMPENHO METROLÓGICO DE UM TORNO HORIZONTAL E QUALIDADE DE FABRICAÇÃO: ESTUDO SOBRE A SEPARAÇÃO DE ERROS COMO TÉCNICA DE CALIBRAÇÃO**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. CÉSAR AUGUSTO GALVÃO DE MORAIS (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia / Instituto de Ciências e Engenharia do Campus de Itapeva da Unesp, Prof. Dr. ALESSANDRO ROGER RODRIGUES (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade de São Paulo / USP - São Carlos, Prof. Dr. RICARDO GHANTOUS CERVI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia / Instituto de Ciências e Engenharia do Campus de Itapeva da Unesp. Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final:       APROVADO      . Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. CÉSAR AUGUSTO GALVÃO DE MORAIS



Documento assinado digitalmente

CESAR AUGUSTO GALVAO DE MORAIS

Data: 16/12/2024 11:17:55-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dedico aos meus pais, Fausto e Sidnéia, ao meu irmão Gabriel e à minha namorada Yasmim pela compreensão, carinho e apoio imensurável ao longo de todo o percurso.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Dr. César Augusto Galvão de Moraes, pela orientação, pelos conhecimentos transmitidos que vão desde o início da minha graduação até a realização desta dissertação e pela amizade.

Ao corpo docente e técnico do Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia da UNESP de Bauru, pelos ensinamentos, oportunidades e auxílio fornecido ao longo do mestrado. Ao Instituto de Ciências e Engenharia da UNESP de Itapeva, pela disponibilização de laboratório e material necessários para a condução desta pesquisa, pela formação fornecida ao longo da minha graduação e pelas oportunidades.

Aos meus pais Fausto e Sidnéia pelo amor, pelo incentivo à educação que sempre disponibilizaram ao longo da minha trajetória e pelo apoio durante todo o período do Mestrado.

À minha namorada Yasmim, pelo amor, carinho, incentivo e companheirismo em todos os momentos.

A todos, muito obrigado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é demonstrar de maneira prática a aplicação de métodos que permitem a identificação dos erros geométricos que impactam a qualidade de processos de torneamento, atestando o desempenho metrológico da máquina ferramenta, e verificando a relação entre os erros geométricos e a qualidade de peças usinadas com diâmetros e comprimentos diferentes. Experimentos foram conduzidos em um torno mecânico horizontal, com medições realizadas por um apalpador indutivo, um artefato metálico e uma coluna de medição. Aplicou-se o método dos mínimos quadrados para corrigir o desalinhamento experimental e o método de reversão de artefato para separar o erro de retitude do torno mecânico. Análises estatísticas paramétricas e não paramétricas, com análises de variância e comparações múltiplas foram empregadas para avaliar a influência das diferentes posições dos carros de deslocamento da máquina sobre os erros medidos. Os resultados demonstraram que os erros geométricos variam de acordo com as diferentes posições longitudinais e transversais ao longo do espaço de trabalho da máquina. Os erros horizontais e verticais atingiram valores médios máximos de 11,16 e 15,49  $\mu\text{m}$ , respectivamente. A simulação da usinagem de peças com diferentes diâmetros constatou que o desvio geométrico diminui para peças com diâmetros maiores e permite estabelecer tolerâncias de projeto para peças cilíndricas. Por fim, destaca-se que o método de separação de erros proposto permitiu identificar de maneira eficaz o perfil dos erros geométricos do torno mecânico e apresenta grande potencial para aplicações em ambientes industriais e em diferentes tipos de máquinas.

Palavras-chave: erros geométricos; máquinas ferramentas; separação de erros; calibração; erros cinemáticos.

## ABSTRACT

The objective of this work is to demonstrate in a practical way the application of methods that allow the geometric error identification that impact turning processes, attesting the machine metrological performance and verifying the relationship between geometric errors and the quality of machined parts with different diameters and lengths. Experiments were conducted on a horizontal lathe, with data collected using an inductive probe, a metallic artifact and a measuring column. The least squares method was applied to correct the experimental misalignment and the straightedge reversal to separate the straightness error of the machine tool. Parametric and non-parametric statistical analyses, with the analysis of variance and multiple comparisons were employed to evaluate the influence of the machine displacement carriages different positions on the measured errors. The results demonstrate that geometric errors vary according to different longitudinal and transverse positions throughout the machine workspace. Horizontal and vertical errors got a maximum average value of 11.16  $\mu\text{m}$  and 15.49  $\mu\text{m}$  respectively. The simulation of machining parts with different diameters found that geometric deviation decreases for parts with larger diameters, with the establishment of design tolerances for cylindrical parts. Finally, it is highlighted that the proposed error separation method allowed to efficiently identify the lathe geometric error profile and has great potential for applications in industrial environments and in different machine types.

Keywords: geometric errors; machine tools; error separation; calibration; kinematic errors.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Operações possíveis envolvendo torneamento .....                                     | 21 |
| Figura 2 – Principais fontes de erros em máquinas ferramentas .....                             | 22 |
| Figura 3 – Diagrama de representação do valor dos erros geométricos .....                       | 24 |
| Figura 4 – Esquematisação dos erros cinemáticos em um eixo de movimentação linear .....         | 25 |
| Figura 5 – Deformações térmicas em máquinas ferramentas .....                                   | 27 |
| Figura 6 – Fatores que induzem deformações térmicas em máquinas ferramentas .....               | 28 |
| Figura 7 – Erro de medição devido à transgressão ao princípio de Abbe .....                     | 31 |
| Figura 8 – Esquematisação da relação entre metrologia para mapeamento de erros e a máquina..... | 32 |
| Figura 9 – Reversão de artefato aplicada em sistemas de guias lineares .....                    | 34 |
| Figura 10 – Estratégia de seleção de artigos .....                                              | 37 |
| Figura 11 – Número de publicações por país.....                                                 | 38 |
| Figura 12 – Análise da ocorrência de termos nos títulos e resumos pelo software VOSviewer ..... | 40 |
| Figura 13 – Tipos de máquinas ferramentas sob estudo .....                                      | 41 |
| Figura 14 – Instrumentos utilizados para medição de erros geométricos .....                     | 42 |
| Figura 15 – Torno mecânico horizontal Veker TVK-2060ECO .....                                   | 47 |
| Figura 16 – Representação esquemática da estrutura do torno mecânico horizontal .....           | 48 |
| Figura 17 – Detalhamento do sistema de movimentação e eixos do torno mecânico .....             | 49 |
| Figura 18 – Especificações técnicas do artefato metálico .....                                  | 50 |
| Figura 19 – Modelo tridimensional do artefato metálico .....                                    | 51 |
| Figura 20 – Fixação do artefato entre pontas no torno.....                                      | 51 |
| Figura 21 – Procedimento de montagem do sistema de medição.....                                 | 52 |
| Figura 22 – Instrumentação e equipamentos utilizados no sistema de medição.....                 | 52 |
| Figura 23 – Erros geométricos horizontais e verticais no espaço de trabalho da máquina .....    | 53 |
| Figura 24 – Pontos de coleta de dados na face do artefato metálico na horizontal ..             | 54 |

|                                                                                                                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 25 – Configurações experimentais com a barra orientada para medições do erro horizontal nas posições transversais de (a) 0 mm; (b) 100 mm; (c) 200 mm e (d) 300 mm. .... | 56 |
| Figura 26 – Configurações experimentais com a barra orientada para medições do erro vertical nas posições transversais de (a) 0 mm; (b) 100 mm; (c) 200 mm e (d) 300 mm. ....   | 56 |
| Figura 27 – Desalinhamento causado pela fixação do artefato entre pontas no torno .....                                                                                         | 58 |
| Figura 28 – Esquematização das etapas executadas e escolha de métodos estatísticos para as análises dos erros geométricos do torno mecânico.....                                | 70 |
| Figura 29 – Calibração do erro de retitude da face do artefato metálico pela Máquina de Medir por Coordenadas.....                                                              | 71 |
| Figura 30 – Incidência dos erros geométricos durante um processo de torneamento .....                                                                                           | 72 |
| Figura 31 – Incidência do erro horizontal na operação de torneamento .....                                                                                                      | 72 |
| Figura 32 – Incidência do erro vertical na operação torneamento.....                                                                                                            | 73 |
| Figura 33 – Perfil experimental e retas de ajuste para as posições transversais de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm nos experimentos do erro horizontal. ....      | 75 |
| Figura 34 – Perfil experimental e retas de ajuste para as posições transversais de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm nos experimentos do erro vertical .....        | 75 |
| Figura 35 – Perfil de retitude horizontal para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                                                     | 76 |
| Figura 36 – Perfil de retitude vertical para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                                                       | 77 |
| Figura 37 – Erro horizontal médio do carro principal do torno, para ida e volta nas posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                   | 78 |
| Figura 38 – Erro vertical médio do carro principal do torno, para ida e volta nas posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                     | 78 |
| Figura 39 – Distribuição do erro horizontal no espaço de trabalho do torno .....                                                                                                | 80 |
| Figura 40 – Distribuição do erro vertical no espaço de trabalho da máquina.....                                                                                                 | 81 |
| Figura 41 – Comportamento tridimensional do erro vertical no espaço de trabalho do torno na (a) Ida e (b) Volta .....                                                           | 82 |

|                                                                                                                                                                                                                                            |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 42 – Perfil de retitude do artefato metálico obtido com os experimentos horizontais para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                                                               | 83  |
| Figura 43 – Perfil de retitude do artefato metálico obtido com os experimentos verticais para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm .....                                                                 | 84  |
| Figura 44 – Comparação do perfil de retitude da face do artefato medido pela MMC e pela separação de erros nas quatro posições transversais, na ida e na volta, para os experimentos de medição do erro horizontal.....                    | 85  |
| Figura 45 – Variação obtida para o resultado do perfil de retitude do artefato pela separação de erros nas quatro posições transversais, na ida e na volta, entre os experimentos de medição do erro horizontal e o resultado da MMC ..... | 86  |
| Figura 46 – Comparação do perfil de retitude da face do artefato medido pela MMC e pela separação de erros nas quatro posições transversais, na ida e na volta, para os experimentos de medição do erro vertical.....                      | 87  |
| Figura 47 – Variação obtida para o resultado do perfil de retitude do artefato pela separação de erros nas quatro posições transversais, na ida e na volta, entre os experimentos de medição do erro vertical e o resultado da MMC.....    | 87  |
| Figura 48 – Agrupamento dos níveis do fator longitudinal nas configurações transversais de (a) 0mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm para os experimentos do erro horizontal .....                                                      | 91  |
| Figura 49 – Interação entre os níveis dos fatores posição longitudinal e sentido nas configurações transversais de (a) 0mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm para os experimentos do erro horizontal .....                              | 93  |
| Figura 50 – Agrupamento de médias dos níveis do fator longitudinal nas configurações transversais de (a) 0mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm para os experimentos do erro vertical .....                                              | 96  |
| Figura 51 – Interação entre os níveis dos fatores posição longitudinal e sentido nas configurações transversais de (a) 0mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm para o erro vertical na análise paramétrica .....                          | 98  |
| Figura 52 – Simulação do perfil obtido para uma peça cilíndrica usinada na configuração transversal de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm, considerando a influência do erro horizontal.....                                    | 101 |

Figura 53 – Simulação do perfil obtido para uma peça cilíndrica usinada na configuração transversal de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm, considerando a influência do erro vertical .....104

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 – Erros cinemáticos relacionados à movimentação no eixo X.....                                                                                                   | 26  |
| Tabela 2 – Número de publicações por periódico .....                                                                                                                      | 39  |
| Tabela 3 – Tecnologias e métodos empregados para a calibração de erros<br>geométricos.....                                                                                | 44  |
| Tabela 4 – Informações técnicas da máquina ferramenta sob estudo .....                                                                                                    | 49  |
| Tabela 5 – Condições consideradas para a execução dos experimentos.....                                                                                                   | 63  |
| Tabela 6 – Codificação dos fatores considerados nos experimentos.....                                                                                                     | 63  |
| Tabela 7 – Exemplo simplificado para aplicação do método ART.....                                                                                                         | 67  |
| Tabela 8 – Primeira etapa do método ART: cálculo dos resíduos.....                                                                                                        | 67  |
| Tabela 9 – Alinhamento e ranqueamento dos dados em relação aos efeitos<br>considerados pelo modelo.....                                                                   | 68  |
| Tabela 10 – Tabela de ANOVA para o exemplo com os dados fictícios de erro<br>geométrico.....                                                                              | 69  |
| Tabela 11 – Erro médio máximo obtido para as diferentes configurações de medição<br>.....                                                                                 | 79  |
| Tabela 12 – Análise de variância fatorial para configurações transversais T0, T100,<br>T200 e T300 com os valores do erro horizontal alinhados e ranqueados .....         | 89  |
| Tabela 13 – Comparações pareadas entre os níveis do fator sentido nas<br>configurações transversais T0, T100, T200 e T300 para os experimentos do erro<br>horizontal..... | 91  |
| Tabela 14 – Agrupamento dos níveis do fator sentido nas configurações transversais<br>T0, T100, T200 e T300 para os experimentos do erro horizontal.....                  | 92  |
| Tabela 15 – Análise de variância para as quatro configurações transversais<br>consideradas para o erro vertical .....                                                     | 95  |
| Tabela 16 – Comparação pareada entre médias dos níveis do fator sentido nas<br>configurações transversais T0, T100 e T200 para os experimentos do erro vertical           | 97  |
| Tabela 17 – Agrupamento de médias dos níveis do fator sentido nas configurações<br>transversais T0, T100 e T200 para os experimentos do erro vertical.....                | 97  |
| Tabela 18 – Cilindricidade obtida com a simulação da influência do erro horizontal no<br>torneamento .....                                                                | 102 |
| Tabela 19 – Cilindricidade obtida com a simulação da influência do erro vertical no<br>torneamento .....                                                                  | 105 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|       |                                                 |
|-------|-------------------------------------------------|
| CNC   | Controle Numérico Computadorizado               |
| MMC   | Máquina de Medir por Coordenadas                |
| LVDT  | <i>Linear Variable Differential Transformer</i> |
| PDGEs | Position Dependent Geometric Errors             |
| PIGEs | Position Independent Geometric Errors           |
| ISO   | International Organization for Standardization  |
| VIM   | Vocabulário Internacional de Metrologia         |
| DMS   | Diferença Mínima Significativa                  |
| HSD   | <i>Honestly Significant Difference</i>          |
| ART   | <i>Aligned Rank Transform</i>                   |
| ART-C | <i>Aligned Rank Transform - Contrasts</i>       |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                    |                                                                   |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------|
| $\Sigma$           | Somatório                                                         |
| $\partial$         | Derivada parcial                                                  |
| $\delta_x(X)$      | Erro de posição na direção X devido ao movimento no eixo X        |
| $\delta_y(X)$      | Erro de retitude na direção Y devido ao movimento no eixo X       |
| $\delta_z(X)$      | Erro de retitude na direção Z devido ao movimento no eixo X       |
| $\varepsilon_x(X)$ | Erro de <i>Roll</i>                                               |
| $\varepsilon_y(X)$ | Erro de <i>Pitch</i>                                              |
| $\varepsilon_z(X)$ | Erro de <i>Yaw</i>                                                |
| $\delta_H$         | Erro horizontal                                                   |
| $\delta_V$         | Erro vertical                                                     |
| $I_1$              | Indicação de leitura obtida na configuração inicial (1)           |
| $I_2$              | Indicação de leitura obtida após a reversão do artefato (2)       |
| $M(x)$             | Perfil da retitude do mecanismo de deslizamento do torno mecânico |
| $S(x)$             | Desvio de retitude do artefato metálico                           |
| $y'_i$             | Perfil dos dados experimentais                                    |
| $y_i$              | Reta de ajuste obtida pelos Mínimos Quadrados                     |
| $m$                | Coeficiente angular da reta de ajuste                             |
| $b$                | Coeficiente linear da reta                                        |
| $x_i$              | Deslocamento do carro longitudinal do torno para cada ponto i     |
| $\varepsilon$      | Erro de Abbe                                                      |
| $L$                | Distância entre o eixo do equipamento e o eixo do objeto medido   |
| $\theta$           | Desvio angular                                                    |
| $\Delta x$         | Erro de realocação do artefato em uma nova medição                |
| $\frac{d}{dx}$     | Derivada de uma função em relação à variável x                    |
| $l$                | Comprimento de um eixo sob teste                                  |
| $f_r$              | Taxa de avanço programada no controle numérico da máquina         |
| $n$                | Número de pontos alvos coletados em um ciclo de medição           |
| $dw$               | Tempo de permanência em cada posição de coleta                    |
| $a$                | Diferentes níveis de um fator                                     |

|                    |                                                                        |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $Y_{ij}$           | Resultado na $j$ -ésima observação e no $i$ -ésimo nível do fator      |
| $\mu_i$            | Valor média de cada nível $i$ do fator                                 |
| $\mu$              | Média global                                                           |
| $\varepsilon_{ij}$ | Componente aleatório de erro no nível $i$ e na observação $j$          |
| $\sigma^2$         | Variância                                                              |
| $H_0$              | Hipótese nula                                                          |
| $H_1$              | Hipótese alternativa                                                   |
| $SQ_T$             | Soma total dos quadrados no modelo de ANOVA                            |
| $SQ_{niveis}$      | Soma dos quadrados dos níveis de um fator no modelo de ANOVA           |
| $SQ_E$             | Soma dos quadrados do componente de erro no modelo de ANOVA            |
| $F_o$              | Estatística de teste do modelo de ANOVA                                |
| $\alpha$           | Nível de significância de um teste de hipóteses                        |
| $q$                | Nível de confiança da amplitude seguindo distribuição <i>t-student</i> |
| $s$                | Desvio-padrão amostral                                                 |
| SE                 | <i>Standard error</i>                                                  |
| GL                 | Graus de liberdade                                                     |

## SUMÁRIO

|          |                                                                          |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                  | <b>17</b> |
| <b>2</b> | <b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>                                       | <b>21</b> |
| 2.1      | REFERENCIAL TEÓRICO .....                                                | 21        |
| 2.1.1    | Torno mecânico.....                                                      | 21        |
| 2.1.2    | Fontes de erros em máquinas ferramentas.....                             | 22        |
| 2.1.2.1  | Erros geométricos e cinemáticos.....                                     | 23        |
| 2.1.2.2  | Erros termomecânicos.....                                                | 26        |
| 2.1.2.3  | Erros dinâmicos .....                                                    | 28        |
| 2.1.2.4  | Outras fontes de erro e incertezas.....                                  | 29        |
| 2.1.3    | Calibração de erros geométricos.....                                     | 32        |
| 2.1.4    | Métodos de separação de erros.....                                       | 33        |
| 2.2      | ESTADO DA ARTE .....                                                     | 36        |
| 2.2.1    | Estudo bibliométrico .....                                               | 36        |
| 2.2.2    | Desafios da calibração de erros geométricos em ambientes industriais ... | 45        |
| <b>3</b> | <b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>                                         | <b>47</b> |
| 3.1      | MONTAGEM DO SISTEMA DE MEDIÇÃO .....                                     | 47        |
| 3.2      | COLETA DOS DADOS EXPERIMENTAIS .....                                     | 53        |
| 3.3      | MÉTODO DA REVERSÃO DE ARTEFATO .....                                     | 55        |
| 3.4      | TRATAMENTO DOS DADOS COLETADOS.....                                      | 57        |
| 3.5      | MÉTODOS ESTATÍSTICOS.....                                                | 59        |
| 3.5.1    | Análise de Variância.....                                                | 60        |
| 3.5.2    | Teste de Tukey.....                                                      | 64        |
| 3.5.3    | Pressupostos para a aplicação da ANOVA.....                              | 64        |
| 3.5.4    | Testes não paramétricos.....                                             | 65        |

|                                                                               |            |
|-------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.6 VALIDAÇÃO DO MÉTODO DE CALIBRAÇÃO .....                                   | 70         |
| 3.7 DETERMINAÇÃO DO EFEITO DOS ERROS GEOMÉTRICOS NO<br>TORNEAMENTO .....      | 71         |
| <b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>                                         | <b>74</b>  |
| 4.1 REMOÇÃO DO DESALINHAMENTO.....                                            | 74         |
| 4.2 SEPARAÇÃO DE ERROS.....                                                   | 77         |
| 4.3 CALIBRAÇÃO DO ARTEFATO PELA MÁQUINA DE MEDIR POR<br>COORDENADAS.....      | 85         |
| 4.4 ANÁLISES ESTATÍSTICAS.....                                                | 88         |
| 4.4.1 Análise estatística do erro horizontal.....                             | 88         |
| 4.4.2 Análise estatística do erro vertical.....                               | 94         |
| 4.5 RELAÇÃO ENTRE OS ERROS GEOMÉTRICOS E AS OPERAÇÕES DE<br>TORNEAMENTO ..... | 99         |
| 4.5.1 Erro Horizontal .....                                                   | 100        |
| 4.5.2 Erro Vertical .....                                                     | 103        |
| <b>5 CONCLUSÕES.....</b>                                                      | <b>106</b> |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                       | <b>109</b> |
| <b>APÊNDICE A .....</b>                                                       | <b>118</b> |
| <b>APÊNDICE B .....</b>                                                       | <b>123</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Gradativamente, as indústrias se deparam com a necessidade de buscar diferenciação para se manterem competitivas em seu segmento de atuação. Para a manufatura de peças e componentes mecânicos, a qualidade geométrica e dimensional torna-se um fator crítico, estando fortemente ligada à qualidade dos processos de fabricação. Em todos os ramos de produção industrial, há cada vez mais demanda alocada em produtividade e qualidade, o que leva à necessidade de aumentar a eficiência produtiva (Blecha *et al.*, 2022).

Assim, devido à exigência crescente por uma qualidade superior de peças complexas usinadas, a importância de aumentar a precisão das máquinas empregadas nos processos de fabricação é reconhecida pelos setores de manufatura (Wu *et al.*, 2018). As máquinas utilizadas em processo de usinagem, chamadas de máquinas ferramentas, podem ser encontradas em vasta quantidade e em todas as áreas da produção moderna: da indústria automotiva à aeroespacial, da produção de bens de consumo a produtos médicos (Schwenke *et al.*, 2008).

Como exemplo, pode-se citar o estudo de Chen *et al.* (2024), que empregaram métodos de calibração em uma máquina ferramenta de seis eixos utilizada na indústria aeroespacial para a fabricação de lâminas do rotor de compressores de turbinas em aeronaves. A calibração proposta pelos autores seguida da posterior compensação, focando nos principais erros geométricos influentes no processo de usinagem, permitiu uma redução significativa de até 40% na magnitude do perfil de erros das lâminas.

Ding *et al.* (2023) avaliaram os desvios de engrenagens fabricadas pelo processo de fresamento promovido por uma máquina ferramenta CNC de cinco eixos. Ao propor um novo método de calibração, os autores conseguiram identificar e compensar os principais erros geométricos que afetam o processo, fornecendo recomendações sobre quais eixos são mais impactantes no valor do erro, além da definição de faixas de valores para os desvios de peças fabricadas de acordo com diferentes parâmetros do processo de fresamento.

Os avanços tecnológicos contínuos nas máquinas ferramentas têm possibilitado o atingimento de níveis crescentes de precisão e exatidão dos produtos. Notoriamente, a propagação das máquinas ferramentas multi-eixo representou um passo significativo para o desenvolvimento industrial, permitindo a produção de peças

com geometrias mais complexas (Rooker *et al.*, 2022). Outro destaque foi a consolidação e disseminação das máquinas de controle numérico computadorizado (CNC), as quais possibilitaram a realização de diversas operações tecnológicas em uma única máquina. Além disso, também se destacam as Máquinas de Medir por Coordenadas (MMC), que são regularmente calibradas e operadas em ambiente estável em termos metrológicos (Blecha *et al.*, 2022).

Todavia, por mais sofisticadas e avançadas que sejam, as máquinas ferramentas sempre estarão sujeitas a erros, provenientes de diferentes fontes, que podem provocar mudanças na geometria de seus componentes e prejudicar a exatidão do processo de usinagem (Schwenke *et al.*, 2008). As máquinas ferramentas multi-eixo possuem diversas vantagens em relação às máquinas ferramentas tradicionais, como uma maior taxa de remoção de material, menor tempo de corte, maior taxa de produção e menor número de *setups*. Contudo, a inserção de eixos rotativos adicionais faz com que as máquinas ferramentas multi-eixo possuam mais fontes de erros, levando a barreiras e dificuldades para a melhoria da eficácia das operações de usinagem (Wu *et al.*, 2018).

Os erros geométricos nos eixos das máquinas ferramentas são inevitáveis e podem prejudicar a exatidão de forma das peças usinadas (Maeng; Min, 2020). Porém, para atender ao expressivo desenvolvimento tecnológico industrial, é preciso produzir com o mínimo de erros e, para isso, é essencial que as máquinas que envolvem a usinagem desses produtos tenham seus erros conhecidos, analisados e controlados (Fan *et al.*, 2018; Maeng; Min, 2020). Sendo assim, a aplicação de técnicas de calibração de erros geométricos fornece evidências científicas que podem ser utilizadas como base para a prevenção de erros nas etapas de projeto e manufatura de produtos (Zhong *et al.*, 2019). A identificação e a separação de erros cinemáticos em máquinas ferramentas é de extrema importância para a melhoria da qualidade dos processos de usinagem.

Na literatura, observa-se uma vasta quantidade de estudos que abordam a calibração de erros geométricos em máquinas ferramentas CNC de 3 a 5 eixos (Huang *et al.*, 2020; Chen; Zhang; Yuan, 2022; Ding *et al.*, 2023; Chen *et al.*, 2024; Guo *et al.*, 2024). Porém, ainda existem limitações em relação à aplicabilidade dos métodos atuais em ambientes industriais, por fatores limitantes como o elevado tempo a realização de experimentos de calibração, falta de conhecimento técnico, complexidade dos métodos de medição e custo elevado para a aquisição de

instrumentação (Miller *et al.*, 2020; Xu *et al.*, 2020). Como alternativa a estas limitações, os métodos de separação de erros estão ganhando relevância em estudos recentes (Zimmermann e Ibaraki, 2020; Onishi *et al.*, 2023; Tang, Zhou & Kuang, 2024).

Com base no contexto apresentado, esta pesquisa teve o objetivo principal de determinar os erros geométricos que impactam a qualidade de processos de torneamento, atestando o desempenho metrológico da máquina por meio de técnicas de separação de erros e análises estatísticas para comparar o comportamento dos erros em diferentes posições dos carros de deslocamento do torno. A partir disso, são objetivos específicos do trabalho:

- Mensurar os erros geométricos do carro principal do torno mecânico;
- Determinar a influência das diferentes posições do carro de deslocamento sobre a magnitude do erro;
- Validar o método de calibração utilizado a partir da comparação dos valores obtidos com um método de referência;
- Simular a influência dos erros geométricos com a qualidade da usinagem de peças torneadas com diâmetros e comprimentos diferentes;

Na sequência, o trabalho está organizado em quatro capítulos. O capítulo 2 apresenta os conceitos primordiais para o entendimento das técnicas empregadas no estudo, seguido da exposição do estado da arte sobre a calibração de erros geométricos em máquinas ferramentas a partir de uma revisão sistemática da literatura. Em seguida, o capítulo 3 aborda a maneira pela qual os experimentos foram planejados e conduzidos, passando pelo método de montagem do sistema de medição e os materiais utilizados para promover a identificação dos erros geométricos na máquina, apresentando o método de separação de erros por reversão, bem como os métodos de coleta, tratamento e análise estatística dos dados. O capítulo 4 discorre sobre o resultado intermediário de remoção do efeito de desalinhamento nos dados, os resultados gerais obtidos com a aplicação do método de separação de erros, as análises estatísticas aplicadas e o resultado da validação do experimento pela medição da face do artefato em uma máquina de medir por coordenadas. O capítulo ainda apresenta a relação dos erros geométricos com a simulação de operações de torneamento de peças com comprimentos e diâmetros variados seguido por uma discussão sobre a viabilidade da aplicação e reprodutibilidade do método em ambientes industriais. Por fim, o capítulo 5 aborda as conclusões obtidas, juntamente

com as limitações de pesquisa, oportunidade de trabalhos futuros e as contribuições do trabalho tanto no âmbito acadêmico quanto as contribuições práticas para diferentes setores industriais.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

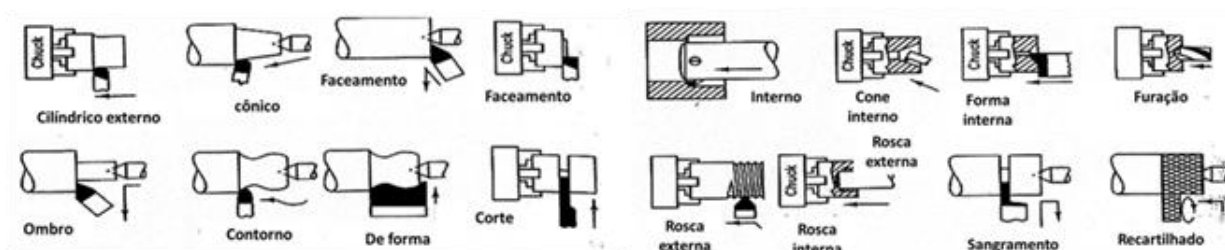
### 2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

#### 2.1.1 Torno mecânico

A ABIMAQ (2006) define as máquinas ferramentas modernas como máquinas estacionárias não portáteis, acionadas por fonte de energia externa, por mecanismos que não envolvam esforços humanos ou de animais, que modificam a forma de peças metálicas sólidas, ou de outros materiais, por deformação plástica ou por corte, envolvendo necessariamente a remoção de massa do material.

Dentre as máquinas ferramentas existentes, pode-se citar o torno mecânico como um exemplo de uma máquina ferramenta versátil e amplamente utilizada para a fabricação de peças de revolução. O torno é o equipamento básico utilizado para os diferentes tipos de operações de torneamento e operações similares (Groover, 2014). Na Figura 1, são apresentadas algumas operações de usinagem que podem ser realizadas por um torno horizontal.

Figura 1 – Operações possíveis envolvendo torneamento



Fonte: Adaptado de Coelho, Oliveira, Silva (2015)

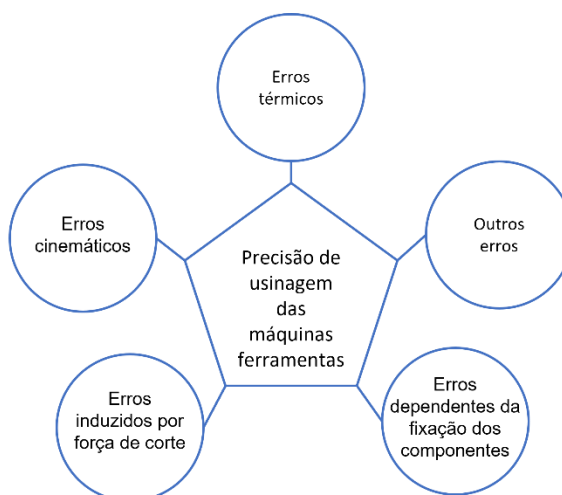
A Figura 1 evidencia a versatilidade de operações possibilitada pelo torneamento, motivo pelo qual é um dos processos de usinagem mais tradicionais, sendo amplamente utilizado em diversos ramos da indústria de transformação. De modo geral, o torneamento consiste na rotação da peça a ser usinada, enquanto um ponto da ferramenta de corte é movido longitudinalmente ou transversalmente em relação ao eixo de rotação da máquina. Com isso, a ferramenta realiza a retirada de material da superfície da peça e realiza seu acabamento, a fim de obter o tamanho e geometria desejados. (Modi *et al.*, 2019).

### 2.1.2 Fontes de erros em máquinas ferramentas

Ramesh, Mannan e Poo (2000a) classificam os erros, de maneira abrangente, em dois grandes grupos: os erros quase estáticos e os erros dinâmicos. Os erros quase estáticos são aqueles entre a ferramenta e a peça de trabalho que variam lentamente ao longo do tempo e estão relacionados à estrutura da máquina ferramenta, o que inclui os erros geométricos/cinemáticos, erros devidos ao peso próprio e erros induzidos por efeitos térmicos.

A partir desta classificação geral, Schwenke *et al.* (2008) indicam que as principais fontes de erros que afetam o desempenho das máquinas ferramentas ao realizarem operações de usinagem se dividem em erros cinemáticos, erros termomecânicos, erros devido ao próprio peso, erros dinâmicos e erros do software de controle do movimento. Fan *et al.* (2018) classificam os erros gerais de uma máquina em erros cinemáticos, erros térmicos, erros induzidos pelo corte, erros dependentes da fixação de componentes e outras fontes de erro, a partir da esquematização apresentada na Figura 2, representando o efeito dos diferentes erros citados.

Figura 2 – Principais fontes de erros em máquinas ferramentas



Fonte: Adaptado de Fan *et al.* (2018)

Corroborando com essa classificação, Zhang *et al.* (2019) destacam os erros geométricos, os erros térmicos, erros devido a cargas e ao desgaste da ferramenta como fatores que contribuem para os erros abrangentes das máquinas ferramentas, que por sua vez, afetam a confiabilidade da precisão de operações de usinagem.

Diversos estudos da literatura apontam que os erros quase estáticos, conjuntamente, são responsáveis por aproximadamente 70% do erro total em uma máquina ferramenta e, por esse motivo, são o foco principal de pesquisas nessa área (Ramesh; Mannan; Poo, 2000a; Jiang *et al.*, 2022; Zhang *et al.*, 2023). Dentre eles, os erros geométricos representam uma das maiores fontes de inexatidão nestas máquinas, correspondendo por cerca de 30% do erro total (Zhang *et al.*, 2019).

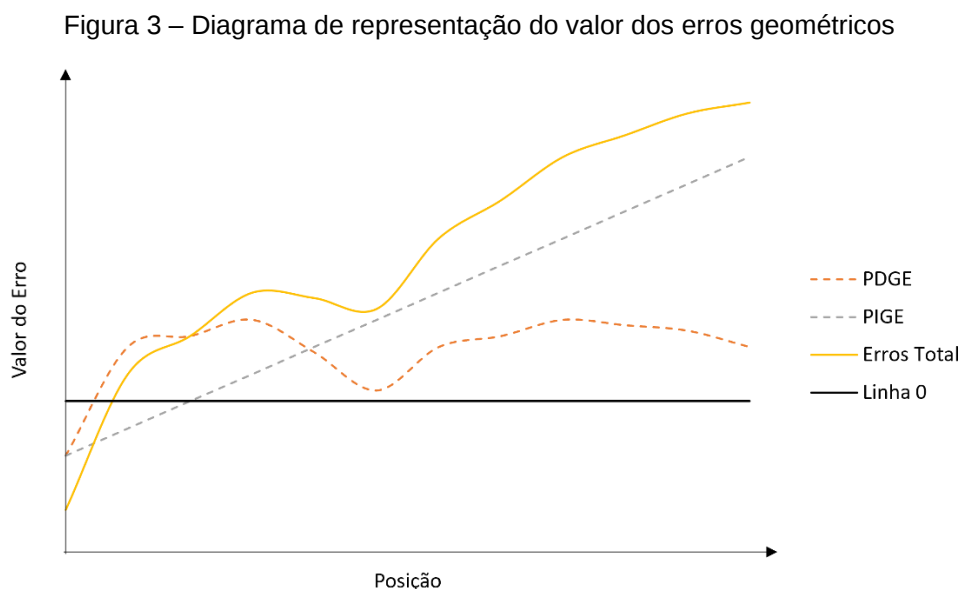
#### 2.1.2.1 Erros geométricos e cinemáticos

Os erros geométricos em máquinas ferramentas surgem primariamente de defeitos de fabricação ou de desalinhamentos na montagem dos eixos da máquina, e dos erros de posição e retitude de cada eixo. Estes erros não são constantes, ou seja, eles variam em diferentes posições da máquina (Cheng *et al.*, 2018). A partir da teoria da cinemática de corpos rígidos, os erros geométricos impactam na exatidão do movimento que os eixos desempenham, gerando imperfeições no processo de usinagem (Li *et al.*, 2018).

A precisão de usinagem de uma máquina ferramenta é frequentemente avaliada pelo erro volumétrico no ponto de corte. O erro volumétrico é definido como o desvio entre as posições real e ideal da ferramenta de corte em relação ao seu ponto funcional no espaço de trabalho da máquina. Esse erro afeta a qualidade de usinagem, impactando na posição e orientação da ferramenta de corte, constituindo-se de erros cinemáticos e erros geométricos vinculados à montagem (Zhong *et al.*, 2019). Os erros geométricos afetam o paralelismo, ortogonalidade, e alinhamento dos componentes e eixos de movimento da máquina, compondo uma grande parcela na proporção dos erros totais em máquinas ferramentas (Kvrgic *et al.*, 2022).

Os erros geométricos podem ser classificados em duas categorias: os erros geométricos independentes da posição, do inglês *position independent geometric errors* (PIGEs) e erros geométricos dependentes da posição, ou *position dependent geometric errors* (PDGEs). Os PIGEs são causados por imperfeições na montagem dos componentes da máquina ferramenta, o que leva à falta de ortogonalidade entre os eixos, e independem da posição dos componentes cinemáticos. Portanto, o valor destes erros permanece inalterado. Os PDGEs são induzidos por imperfeições geométricas dos componentes da máquina e variam de acordo com a posição dos eixos de movimento no espaço de trabalho, representando o desvio entre o

movimento real e o movimento ideal que o componente cinemático realiza no sistema de coordenadas (Liu *et al.*, 2019; Maeng; Min, 2020; Chen *et al.*, 2021; Jiang *et al.*, 2022). A Figura 3 ilustra a diferença teórica de comportamento entre PDGEs e PIGEs.



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2021)

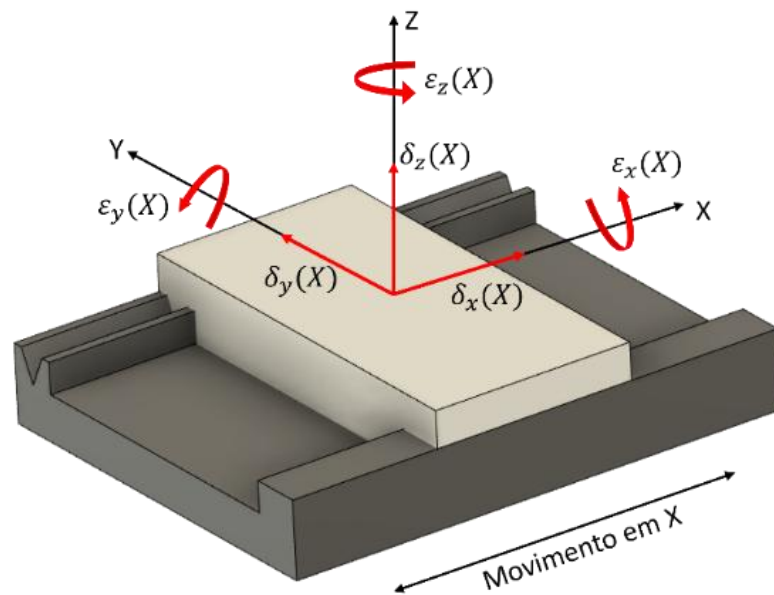
Na literatura, também é apresentado o conceito de erro cinemático. Os erros cinemáticos são erros geométricos que possuem comportamento sistemático e dependem da posição de movimentação dos eixos da máquina ferramenta. Estes erros surgem devido a imperfeições na geometria e nas dimensões dos componentes da máquina, levando em conta possíveis desalinhamentos dos eixos da própria máquina. Se a posição de um dos eixos influenciar na localização e nas componentes de erros dos demais, então estes erros podem ser descritos como funções do primeiro eixo analisado e são influenciados pelo mesmo (Schwenke *et al.*, 2008).

Baseado na teoria de movimentação de corpos rígidos, cada parte móvel de uma máquina ferramenta possui seis graus de liberdade no sistema cartesiano de coordenadas. Deste modo, cada eixo de movimento da máquina possui seis erros dependentes da posição, sendo três erros lineares e três erros angulares, além do erro de ortogonalidade entre cada eixo da máquina (Schwenke *et al.*, 2008; ISO 230-1, 2012; Zhong *et al.*, 2019).

A Figura 4 representa esquematicamente os erros cinemáticos de um eixo de deslocamento linear de uma máquina ferramenta, representados a partir da

movimentação hipotética na direção X. A movimentação no eixo X resultará em um erro de posição na própria direção preferencial do movimento,  $\delta_x(X)$ , e dois erros de retitude, sendo um na direção Y,  $\delta_y(X)$ , e outro na direção Z,  $\delta_z(X)$ . Estes são os três erros lineares relacionados ao movimento. Porém, também é necessário levar em consideração os erros angulares que surgem devido a rotações indesejadas nas três direções espaciais a partir da movimentação do eixo X. O deslocamento em X resulta em um desvio angular relacionado à rotação do próprio eixo na direção X, chamado erro de *roll* e representado por  $\varepsilon_x(X)$ . Já uma pequena rotação em torno do eixo da direção Y, devido à translação de X, é denominada de erro de *pitch* e representada por  $\varepsilon_y(X)$ . Por fim, um desvio que gera rotação na direção Z devido ao movimento em X é denominado erro de *yaw* e representado por  $\varepsilon_z(X)$  (ISO 230-1, 2012; Di Giacomo; Morais, 2015; Fan *et al.*, 2024; Li *et al.*, 2024).

Figura 4 – Esquematização dos erros cinemáticos em um eixo de movimentação linear



Fonte: Adaptado de Fan *et al.* (2018).

A Tabela 1 sintetiza todos os erros cinemáticos mencionados na Figura 4, considerando o eixo X como o eixo de movimentação principal.

Tabela 1 – Erros cinemáticos relacionados à movimentação no eixo X

|                       | Eixo x             |
|-----------------------|--------------------|
| Erro de posição       | $\delta_x(x)$      |
| Erro de retitude de y | $\delta_y(x)$      |
| Erro de retitude de z | $\delta_z(x)$      |
| Erro de Roll          | $\varepsilon_x(x)$ |
| Erro de Pitch         | $\varepsilon_y(x)$ |
| Erro de Yaw           | $\varepsilon_z(x)$ |

Fonte: (Fan *et al.*, 2018)

#### 2.1.2.2 Erros termomecânicos

O uso contínuo de uma máquina ferramenta gera calor nos componentes que promovem a movimentação da ferramenta de corte no espaço de trabalho. O calor gerado, por sua vez, causa a expansão de vários elementos estruturais, podendo levar à imprecisão no posicionamento da ferramenta de corte durante a operação de usinagem. O desvio relativo entre a peça e a ferramenta de corte devido às deformações e expansões dos elementos da máquina representa um erro que surge devido ao aumento da temperatura (Ramesh; Mannan; Poo, 2000b).

Schwenke *et al.* (2008) definem os erros termomecânicos, também apresentados na literatura como erros térmicos, como erros que surgem devido a variações de temperatura em determinadas partes de máquinas ferramentas e em seus componentes, impactando nas dimensões dos componentes da máquina. Estes erros são causados, por um lado, por influências ambientais externas como a temperatura no chão de fábrica e, por outro lado, por influências internas como o calor gerado pelo processo de usinagem (Groos *et al.*, 2020).

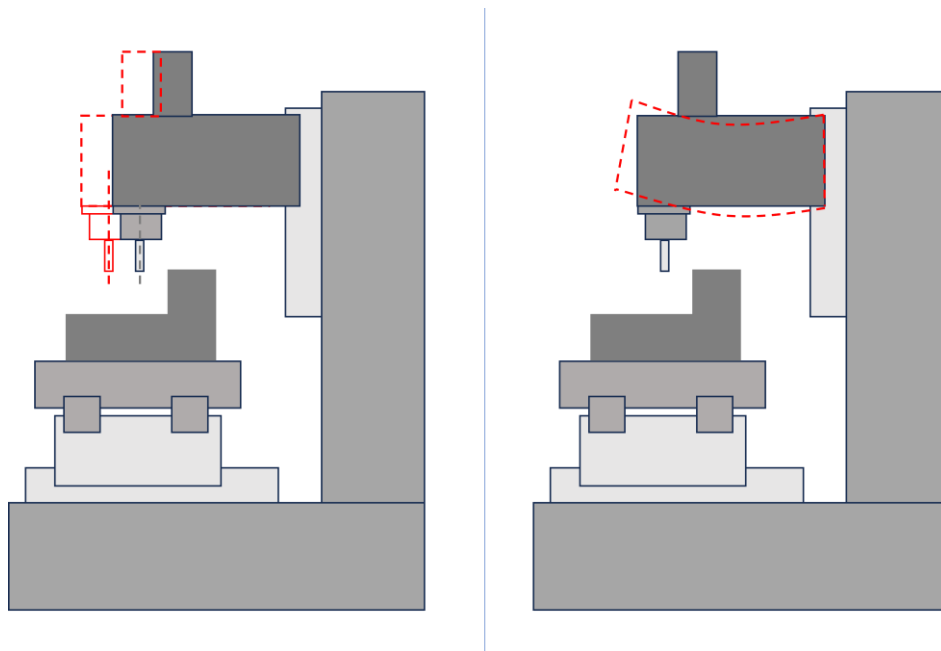
Os erros térmicos tendem a se anular quando a peça medida e a escala da máquina são compostas pelo mesmo material, pois uma expansão relativa entre ambas seria negligenciável (Morais, 2015). Porém, as diversas composições e tipos de materiais que constituem a máquina ferramenta implicam em diferentes coeficientes de expansão e dilatação térmica, podendo resultar em distorções na máquina, prejudicando a qualidade e precisão das operações que a máquina venha executar. Para amenizar os erros gerados por esse efeito é necessário que sejam estabelecidas as condições térmicas do ambiente, o que se refere aos fatores

externos, e condições adequadas inerentes do próprio processo de usinagem, que são os fatores internos (Schwenke *et al.*, 2008).

Além disso, os erros térmicos se associam aos erros geométricos e podem ser determinados pela medição do comportamento geométrico e cinemático da máquina, considerando o padrão de distribuição de temperatura ao longo de toda a estrutura do equipamento (Ramesh; Mannan; Poo, 2000b).

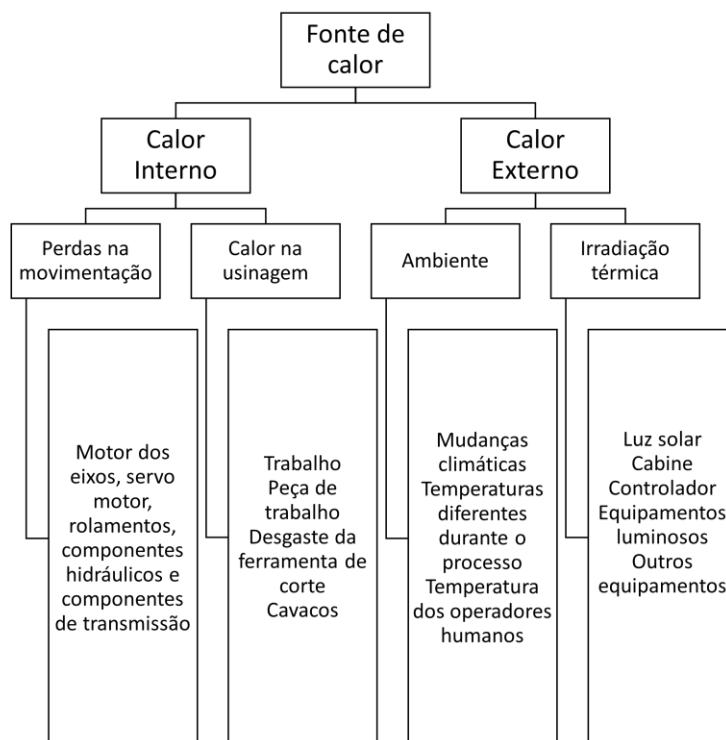
Chen *et al.* (2016) destacam as fontes de calor que causam deformações nos componentes de máquinas ferramentas, havendo uma deformação térmica no eixo rotativo e no fuso de esferas que provoca a expansão térmica dos componentes internos e consequentemente a deformação por flexão da estrutura da máquina. A Figura 5 ilustra o efeito da dilatação térmica e deformação nos componentes de uma máquina. A Figura 6 apresenta as diferentes fontes que podem induzir erros térmicos em máquinas ferramentas.

Figura 5 – Deformações térmicas em máquinas ferramentas



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2016)

Figura 6 – Fatores que induzem deformações térmicas em máquinas ferramentas



Fonte: Adaptado de Chen *et al.* (2016)

Recentemente, diversas pesquisas têm se voltado ao estudo do impacto dos efeitos térmicos sobre o resultado dos erros geométricos de máquinas ferramentas. Groos *et al.* (2020) investigaram a deformação geral na estrutura de uma máquina ferramenta com cinco eixos a partir da simulação de diferentes temperaturas no ambiente, chegando no resultado de que os erros de posição e ortogonalidade de eixos lineares são significativamente influenciados pela temperatura ambiente, enquanto erros de retitude e erros angulares são menos sensíveis aos efeitos de temperatura. Cheng *et al.* (2023) propuseram um experimento para identificar simultaneamente erros geométricos e térmicos em eixos rotativos de máquinas ferramentas com cinco eixos, no qual constataram que os erros térmicos influenciam mais fortemente o erro de posição do eixo de movimento da máquina, influenciando com menor intensidade os erros geométricos angulares.

### 2.1.2.3 Erros dinâmicos

A rigidez dos componentes de uma máquina ferramenta é responsável por erros gerados como resultado da ação de corte de material, fazendo com que a

posição da ferramenta em relação a peça a ser usinada varie, de acordo com a distorção causada pelas forças incidentes no processo. Este erro, causado pela própria operação de corte, juntamente com o erro causado pela aceleração do eixo de movimentação e os erros devido a cargas do próprio peso dos componentes são classificados como erros causados por forças de avanço e recuo (Ramesh; Mannan; Poo, 2000a). Na literatura, esses erros também são denominados de erros dinâmicos.

Schwenke *et al.* (2008) relatam que os erros dinâmicos se originam a partir da incidência de forças durante o funcionamento da máquina ferramenta em operações de usinagem, como a força de corte, a força gerada pelo avanço e recuo de um carro de deslocamento, a rotação do eixo árvore da máquina, que pode causar vibrações excessivas.

Em relação às vibrações, seu efeito pode causar deformações no laço estrutural da máquina e a compensação desse tipo de deformação pode ser dificultosa. Este fato contribui para o aumento de incertezas tanto em relação à posição de uma ferramenta de corte em um processamento, quanto da posição de um apalpador LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) ou sensor de medição em relação à mesa de trabalho, podendo prejudicar a usinagem e até mesmo as operações de calibração (SCHWENKE *et al.*, 2008).

#### 2.1.2.4 Outras fontes de erro e incertezas

Uma fonte de incerteza de grande relevância para a determinação de erros em máquinas ferramentas surge devido à transgressão ao princípio de Abbe. Bryan (1979) define que, um sistema de medição de deslocamento, seja em um instrumento de medição ou em máquinas, deve ser colinear com o ponto funcional do equipamento. Caso contrário, existirá um desvio angular que deve ser levado em consideração para o cálculo de desvios do sistema.

No caso de máquinas ferramentas, o princípio de Abbe pode ter influência na avaliação do erro volumétrico. Nessa avaliação, a posição real do ponto central da ferramenta de corte será levemente diferente da posição detectada. A diferença entre a posição real e detectada do ponto central da ferramenta na direção preferencial de movimento pode ser interpretada pelo princípio de Abbe, a partir da identificação do deslocamento (braço) de Abbe. Esta é a principal causa de erros de posição sistemáticos inerentes da máquina ferramenta (Huang *et al.*, 2020).

O princípio de Abbe, atualizado por Bryan (1979) indica que, se a reta de referência não é colinear com o eixo funcional, então é gerado um erro de movimento angular que deve ser compensado (Huang *et al.*, 2020). O erro de Abbe descreve a grandeza de um desvio angular que surge ao longo de um deslocamento (Miller *et al.*, 2020). A fórmula para calcular o efeito do erro de Abbe,  $\varepsilon$ , é dada pela Equação 1 (Liu *et al.*, 2018; Miller *et al.*, 2020).

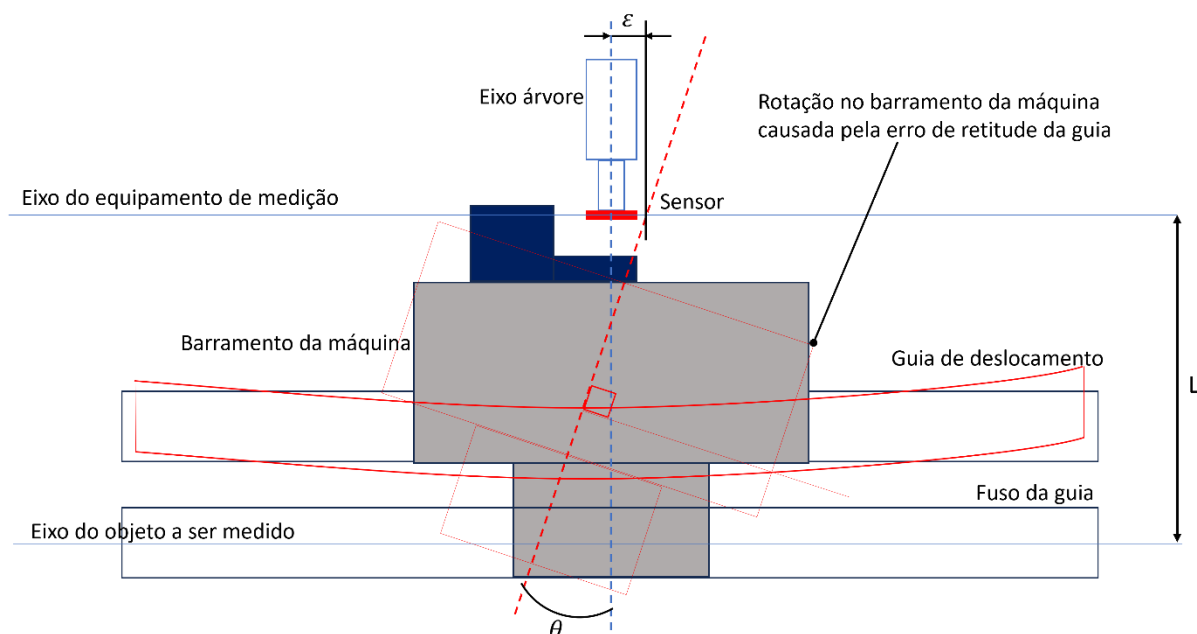
$$\varepsilon = L \operatorname{sen} \theta \quad \text{Equação 1}$$

Em que:

- $L$  é a distância entre o eixo do equipamento de medição e o eixo do objeto medido;
- $\theta$  é o desvio angular.

Liu *et al.* (2018) demonstraram o princípio de Abbe em uma máquina CNC. Durante o processo de usinagem em uma máquina com acionamento por controle numérico, a mesa de trabalho é movimentada linearmente a partir de um servo motor e um fuso de esferas. A linha de centro do fuso é definida como o eixo de referência. Ao medir os erros geométricos da guia de movimento de uma máquina ferramenta, um instrumento de medição é posicionado na mesa de trabalho. O eixo do equipamento de medição não é colinear ao eixo do objeto a ser medido. Durante a medição, o erro de retitude da guia resulta em um balanço da mesa de trabalho, com uma angulação  $\theta$  em relação à direção vertical. A Figura 7 representa este efeito na prática.

Figura 7 – Erro de medição devido à transgressão ao princípio de Abbe



Fonte: Adaptado de Liu *et al.* (2018)

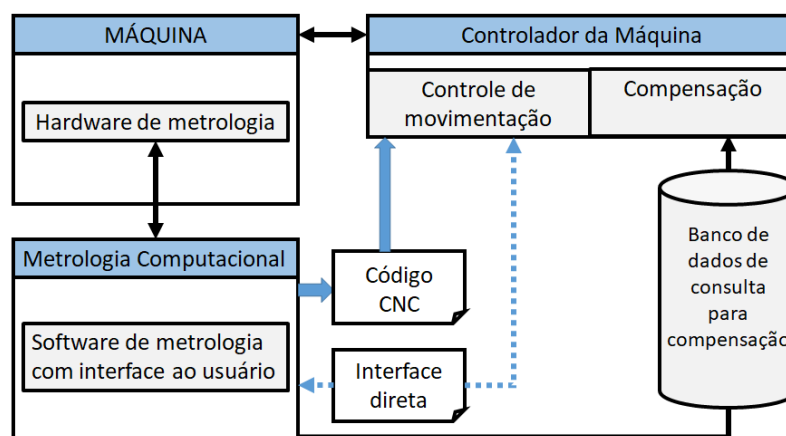
Outra fonte de erro a ser destacada surge durante a determinação dos erros cinemáticos. Comumente são utilizadas abordagens de calibração que focam na determinação de imperfeições geométricas nas guias de movimento, porém ignoram o impacto das folgas no sistema de movimentação da máquina, quando o sentido de movimentação é alterado, efeito conhecido como *backlash* e que pode ser considerado como um desvio inicial na posição dos componentes mecânicos da máquina (Wan et al., 2022). Este fenômeno faz com que exista uma diferença (histerese) no valor coletado quando o sentido de medição é modificado.

Schwenke et al. (2008) apontam ainda para outra fonte de erro que pode surgir em máquinas CNC, em que o acionamento é realizado por controle numérico. Os efeitos do software de controle impactam diretamente na identificação dos erros geométricos, podendo ser significativos e distinguidos de outras fontes de erros pela aplicação de diferentes velocidades de operação e/ou acelerações para o mesmo caminho de movimentação da máquina, causando indicações diferentes de posição espacial.

A identificação dos erros devido ao controle numérico pode ser feito através da troca de informações com o algoritmo controlador da máquina durante a aquisição de dados referentes a operação de medição. Com isso, é possível promover uma compensação do efeito indesejado nos dados coletados durante a medição. O ponto

crítico da realização do mapeamento desses erros é a geração de bancos de dados ou funções matemáticas de compensação (Schwenke *et al.*, 2008). A Figura 8 esquematiza a relação entre o software da máquina, a aquisição de dados de medição e a geração de banco de dados com os resultados experimentais e a compensação.

Figura 8 – Esquematização da relação entre metrologia para mapeamento de erros e a máquina



Fonte: Adaptado de Schwenke et al. (2008)

### 2.1.3 Calibração de erros geométricos

Segundo o Vocabulário Internacional de Metrologia, VIM (2012), a calibração representa o conhecimento e a determinação de incertezas. A identificação de erros geométricos por meio da calibração, que geralmente é composta por medições e modelagem, é a premissa para a posterior compensação dos erros geométricos (Liu *et al.*, 2019).

A operação de correção é definida como a compensação de um efeito sistemático. A compensação utiliza os dados da calibração para promover o ajuste de um sistema de medição, podendo ser feita a partir da adição de um valor ou a multiplicação do resultado por um fator. Em geral, a compensação de erros geométricos em máquinas CNC é feita através de compensação numérica no software da máquina (Fu *et al.*, 2019).

A calibração de erros geométricos em máquinas ferramentas pode ser conduzida de maneira direta ou indireta. Os métodos diretos são implementados a partir de medições do erro de movimentação de um único eixo enquanto os métodos indiretos requerem a movimentação simultânea de dois ou mais eixos da máquina sob

testes para estimar os erros geométricos totais superpostos (Tian *et al.*, 2018; Zhong *et al.*, 2019).

Tian *et al.* (2018) apontam que, uma desvantagem dos métodos de medição direta é a necessidade de tempo demasiadamente prolongado para concretizar a medição, o que dificulta a aceitação destes métodos em ambientes industriais. Song *et al.* (2022) também afirmam que, alguns erros são difíceis de se obter diretamente através da instrumentação de medição, trazendo complexidade a estes métodos. Nesta perspectiva, as medições indiretas possuem maior agilidade, pois analisam a movimentação em diversos eixos da máquina sob teste simultaneamente, o que é possível a partir da utilização de dispositivos e aparelhos específicos. Contudo, estes aparelhos avançados elevam o custo da medição e compensação, especialmente quando a exatidão exigida é alta (Tian *et al.*, 2018).

#### **2.1.4 Métodos de separação de erros**

Os métodos de separação de erros são aplicados com o objetivo de remover o erro de uma característica medida, sem o auxílio de calibração prévia de padrões. Este método também é conhecido como auto calibração, do inglês, *self-calibration* (Evans; Hocken; Estler, 1996). O diferencial dos procedimentos de separação de erros está no fato de fornecerem resultados de medição acurados sem a necessidade de utilizar artefatos calibrados externamente (Zimmermann; Ibaraki, 2020).

Para a separação de erros geométricos, pesquisadores frequentemente utilizam artefatos de teste cujas formas são obtidas por diferentes processos de usinagem de alta precisão, fazendo com que as características geométricas obtidas sejam sensíveis a apenas um ou poucos componentes de erros. Desta forma, os erros geométricos dos eixos de movimento de máquinas ferramentas podem ser obtidos pela comparação de suas dimensões com as dimensões da característica geométrica do artefato (Onishi *et al.*, 2023).

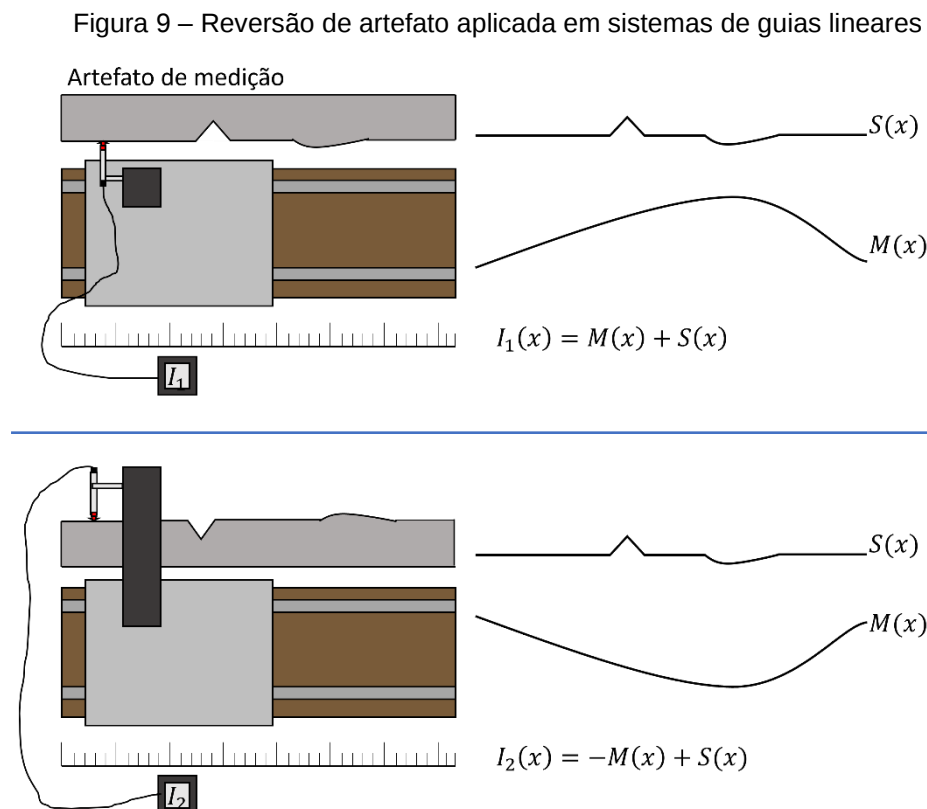
De acordo com Paziani (2005), os métodos de separação têm sua aplicação necessária em medições nas quais os erros provenientes do sistema de medição apresentam grandezas não negligenciáveis se comparado aos erros do mensurando. Um conceito utilizado para esta finalidade é a reversão. Essa técnica se caracteriza por uma configuração mecânica na montagem do sistema de medição que leva em consideração um grau de liberdade específico, que não seja a direção sensível do

indicador de medição, e alteram o sinal de um dos componentes do erro (Evans; Hocken; Estler, 1996).

Morais (2015) destaca que os métodos de reversão exigem pelo menos duas medições na mesma região da peça a ser medida, revertendo-a entre uma medição e outra. Desse modo, o erro da peça, devido a imperfeições em sua geometria, pode ser separado do erro cinemático do sistema de deslocamento do dispositivo de medição.

Dentre as reversões há o método aplicado em guias lineares, que consiste na realização de duas medições, ambas envolvendo a guia de movimentação linear de uma máquina e um artefato. Invertendo a posição do artefato e do apalpador entre uma medição e outra no espaço de trabalho da máquina é possível inverter o sinal do erro da guia, mantendo inalterado o perfil de erros do artefato. Com isso, é possível desacoplar o erro do artefato, separando-o dos resultados da medição (Paziani; Di Giacomo; Tsunaki, 2009).

A Figura 9 representa as montagens dos sistemas de medição para a reversão do artefato e o comportamento das saídas do indicador, com os perfis de erro de retitude da máquina e do artefato.



Fonte: Adaptado de Evans, Hocken e Estler (1996)

O perfil de retitude do mecanismo de deslizamento linear da máquina é dado por  $M(x)$  e o desvio do artefato é dado por  $S(x)$ . Assim, os indicadores de saída  $I_1$  (leitura do sensor na primeira posição) e  $I_2$  (leitura do sensor na segunda posição, revertida) para as duas posições de medição são descritos pelas Equações 2 e 3.

$$I_1(x) = M(x) + S(x) \quad \text{Equação 2}$$

$$I_2(x) = -M(x) + S(x) \quad \text{Equação 3}$$

Reagrupando os termos das Equações 2 e 3, pode-se isolar os erros de retitude do carro do torno e do artefato, chegando-se nas Equações 4 e 5:

$$M(x) = \frac{I_1(x) - I_2(x)}{2} \quad \text{Equação 4}$$

$$S(x) = \frac{I_1(x) + I_2(x)}{2} \quad \text{Equação 5}$$

Evans, Hocken e Estler (1996) também apontam possíveis fontes de incerteza que podem prejudicar a acurácia desse experimento, destacando que, na prática, a maior fonte de incerteza no resultado de um experimento de reversão de artefato surge de efeitos ambientais. Considerando que a execução do experimento seja realizada em ambientes com condições controladas em termos metrológicos, outras fontes de incerteza que devem ser consideradas surgem da realocação do artefato e do sensor em novas configurações de medição. Portanto, se um erro de realocação  $\Delta x$  ocorre durante a nova configuração da reversão, a Equação 3 pode ser reescrita, considerando este efeito, a partir da Equação 6.

$$I_2(x) = -M(x) + S(x + \Delta x) \quad \text{Equação 6}$$

A partir disso, o erro da guia de deslocamento da máquina pode ser calculado pela Equação 7.

$$M(x) - \delta_x = \frac{I_1(x) - I_2(x)}{2} \quad \text{Equação 7}$$

Em que o termo  $\delta_x$  é determinado pela Equação 8.

$$\delta_x = \frac{(S(x) - S(x + \Delta x))}{2} = -\frac{1}{2} \Delta x \frac{d}{dx} S(x) \quad \text{Equação 8}$$

## 2.2 ESTADO DA ARTE

Tendo em vista a necessidade de compreender as lacunas de pesquisa e os métodos atualmente empregados com o intuito de identificar erros geométricos em máquinas ferramentas foi conduzida uma revisão sistemática da literatura para que fosse possível sintetizar o conhecimento desenvolvido na atualidade sobre o tema.

### 2.2.1 Estudo bibliométrico

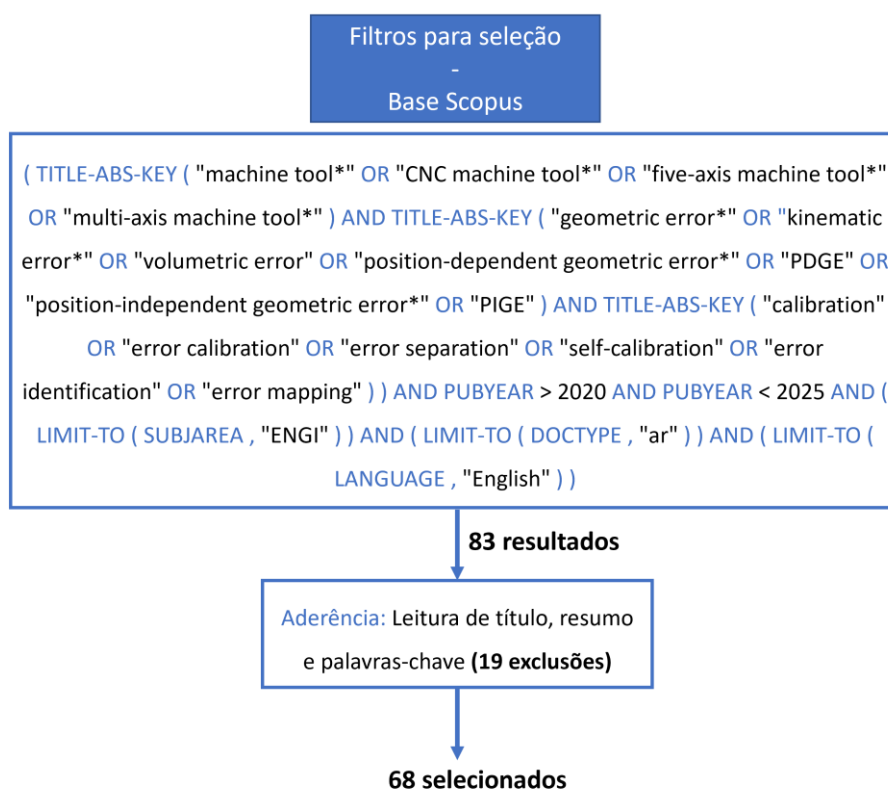
Para a realização da busca de artigos relevantes na temática proposta, foi utilizada a seguinte combinação de palavras-chave: ["*machine tool\**" OR "*CNC machine tool\**" OR "*five-axis machine tool\**" OR "*multi-axis machine tool\**"] **AND** "*geometric error\**" OR "*kinematic error\**" OR "*volumetric error*" OR "*position-dependent geometric error\**" OR "*PDGE*" OR "*position-independent geometric error\**" OR "*PIGE*" ] **AND** ["*calibration*" OR "*error calibration*" OR "*error separation*" OR "*self-calibration*" OR "*error identification*" OR "*error mapping*". Estes termos foram pesquisados na base de dados eletrônica Scopus, para assegurar que uma ampla quantidade de artigos relevantes fosse selecionada. A busca foi restringida temporalmente para selecionar artigos publicados nos últimos cinco anos, a partir de 2020 até o mês de agosto de 2024, para se ter uma visão geral das pesquisas atuais sobre o tema.

Na sequência, a busca foi restringida pelo tipo de documento, considerando apenas artigos publicados em revistas científicas, desconsiderando revisões, artigos de conferências e capítulos de livros. Também foi aplicado um filtro por área de conhecimento, para considerar especificamente a área de Engenharia. Além disso, foi

aplicado um filtro de idioma para restringir apenas aos artigos escritos na língua inglesa. Dessa forma, a busca resultou na seleção inicial de 83 artigos.

A partir desta seleção, foi feita a leitura de títulos, resumos e palavras-chave para verificar a aderência dos artigos encontrados com o tema de pesquisa. Os artigos que não direcionavam as análises dos erros geométricos especificamente para aplicações em máquinas ferramentas, mas sim a outros equipamentos, como máquinas de medir por coordenadas, braços robóticos, ou outras máquinas específicas que não se destinam a operações de usinagem foram desconsiderados. Artigos que não focavam suas análises aos erros geométricos, mas sim a outras fontes de erros (erros térmicos, erros induzidos por força de corte) também foram removidos da seleção inicial. Após este refinamento, foram selecionados 68 artigos que atenderam aos critérios de inclusão, abordando técnicas voltadas à calibração de erros geométricos em máquinas ferramentas. Na Figura 10, está esquematizada a estratégia utilizada para a seleção de artigos.

Figura 10 – Estratégia de seleção de artigos

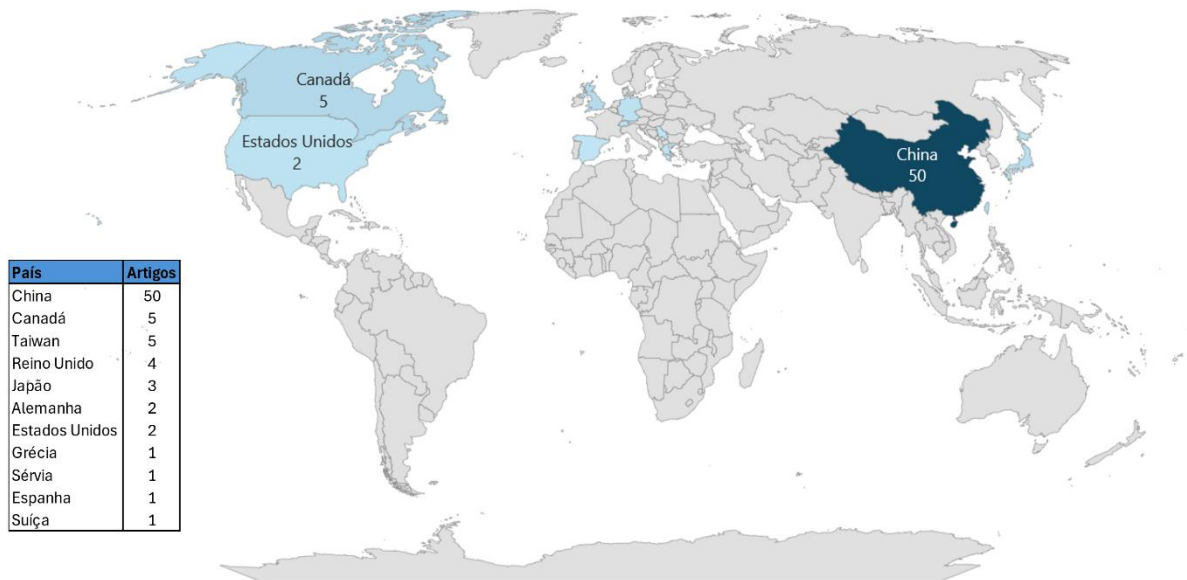


Fonte: Próprio autor

Após o refinamento e seleção final, foi realizada a leitura dos artigos, em busca de informações gerais sobre as técnicas de calibração de erros geométricos e os desafios de sua implementação, quais máquinas estão sendo mais estudadas na atualidade, qual instrumentação está sendo empregada nos sistemas de medição e quais tecnologias e métodos estão sendo aplicados em pesquisas na área.

A análise dos artigos considerados indica que a China possui uma participação acentuada na quantidade de artigos publicados, contribuindo com aproximadamente 65% do número total dos artigos considerados. A Figura 11 agrupa a quantidade de artigos publicados por cada país.

Figura 11 – Número de publicações por país



Fonte: Próprio autor

A análise aponta que três principais periódicos concentram aproximadamente 50% das publicações consideradas. A Tabela 2 mostra o número de publicações por periódicos. A principal fonte de publicações sobre erros geométricos em máquinas ferramentas é o *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, com 20 artigos selecionados. Na sequência, está o *Measurement*, com 8 artigos, seguido pelo *Precision Engineering*, com 5 artigos.

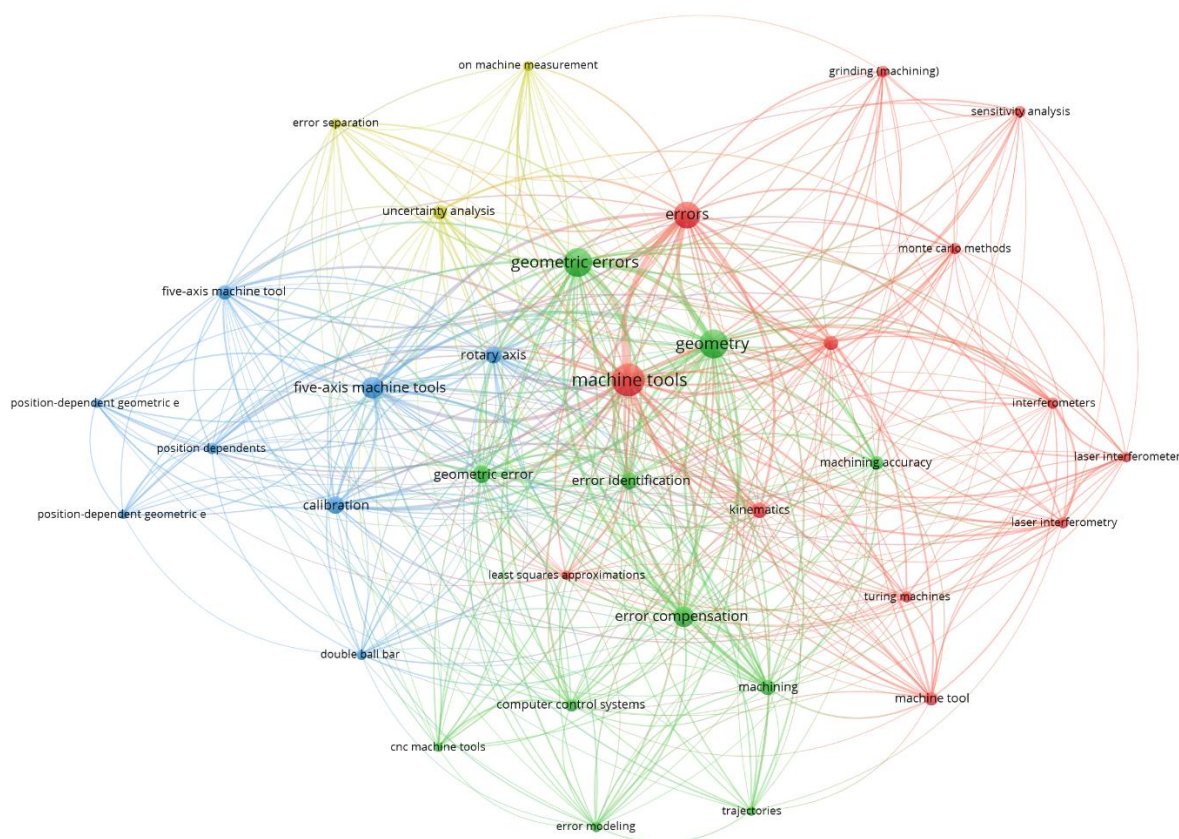
Tabela 2 – Número de publicações por periódico

| Periódico                                                                                          | Qualis Capes<br>2017 - 2020 | JIF -<br>2023 | Quantidade<br>de artigos | Percentual<br>do Total |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------|--------------------------|------------------------|
| International Journal of Advanced Manufacturing Technology                                         | A2                          | 2,9           | 20                       | 29%                    |
| Measurement: Journal of the International Measurement Confederation                                | A1                          | 5,2           | 8                        | 12%                    |
| Precision Engineering                                                                              | A1                          | 3,5           | 5                        | 7%                     |
| Machines                                                                                           | A4                          | 2,1           | 4                        | 6%                     |
| Journal of Manufacturing Processes                                                                 | A2                          | 6,1           | 4                        | 6%                     |
| International Journal of Machine Tools and Manufacture                                             | A1                          | 14,0          | 3                        | 4%                     |
| International Journal of Mechanical Sciences                                                       | A1                          | 7,1           | 3                        | 4%                     |
| International Journal of Precision Engineering and Manufacturing                                   | A3                          | 2,6           | 2                        | 3%                     |
| Measurement Science and Technology                                                                 | A2                          | 2,7           | 2                        | 3%                     |
| Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering                            | A4                          | 1,8           | 2                        | 3%                     |
| Applied Sciences (Switzerland)                                                                     | A3                          | 2,5           | 2                        | 3%                     |
| Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture | A2                          | 1,9           | 2                        | 3%                     |
| Mechanical Systems and Signal Processing                                                           | A1                          | 7,9           | 1                        | 1%                     |
| International Journal of Automation Technology                                                     | -                           | 0,9           | 1                        | 1%                     |
| CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology                                               | A1                          | 4,6           | 1                        | 1%                     |
| Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME                         | A2                          | 2,4           | 1                        | 1%                     |
| Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition)                                        | -                           | 4,6           | 1                        | 1%                     |
| Journal of Mechanical Science and Technology                                                       | A4                          | 1,5           | 1                        | 1%                     |
| Mechanism and Machine Theory                                                                       | A1                          | 4,5           | 1                        | 1%                     |
| International Journal of Mechatronics and Manufacturing Systems                                    | -                           | -             | 1                        | 1%                     |
| Australian Journal of Mechanical Engineering                                                       | -                           | 1,3           | 1                        | 1%                     |
| ISA Transactions                                                                                   | A1                          | 6,3           | 1                        | 1%                     |
| Journal of Manufacturing and Materials Processing                                                  | C                           | 3,3           | 1                        | 1%                     |
| Total Geral                                                                                        |                             |               | 68                       | 100%                   |

Fonte: Próprio autor

Para se obter uma análise geral do conteúdo dos artigos, foi realizado um mapa de co-ocorrência de palavras-chave, através do software VOSviewer, baseando-se nas palavras chaves indexadas dos artigos selecionados, conforme ilustrado na Figura 12. Esta análise evidencia quatro diferentes *clusters* de termos que frequentemente aparecem associados, com a forte relação que existe na pesquisa de erros geométricos em máquinas ferramentas e as diferentes categorias de erros geométricos PIGE e PDGE, independentes e dependentes da posição, respectivamente. Também ficam evidenciados os eixos da máquina que são estudados e os instrumentos de medição empregados com maior frequência, como o *double ballbar* e interferômetros a laser. Por fim, destaca-se a aparição de técnicas de calibração, como a separação de erros, medições *on-machine* e análise de incertezas, métodos de ajuste, como os mínimos quadrados, e simulações pelo método de Monte Carlo. Identifica-se que as técnicas de separação de erros estão ganhando notoriedade nos estudos mais recentes, evidenciando a relevância do método empregado no presente trabalho.

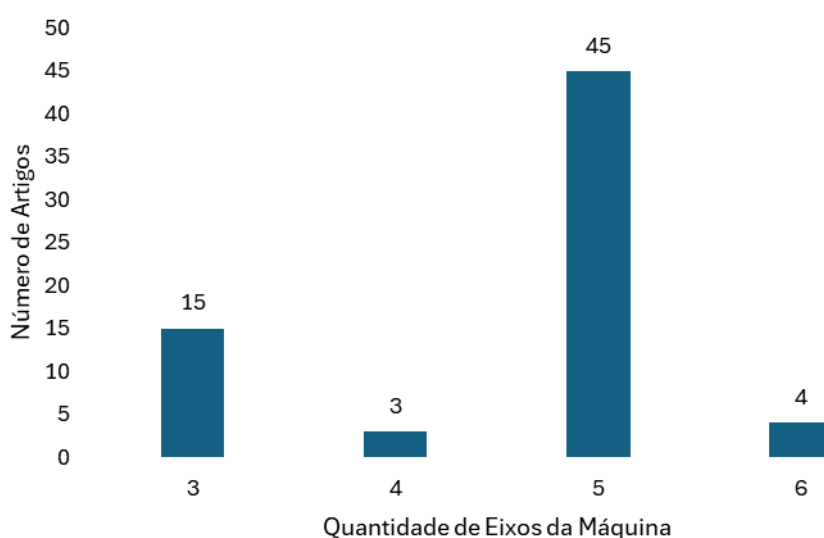
Figura 12 – Análise da ocorrência de termos nos títulos e resumos pelo software VOSviewer



Fonte: Próprio autor

O estudo de erros geométricos em máquinas ferramentas tem acompanhado as evoluções tecnológicas ocorridas nos ambientes industriais, com a adoção das máquinas ferramentas multi-eixo, empregadas na usinagem de peças com elevada complexidade geométrica. Na Figura 13, é possível constatar que os principais tipos de máquinas ferramentas estudadas na atualidade são as máquinas ferramentas CNC de cinco eixos (45 artigos) e as máquinas ferramentas CNC de três eixos (15 artigos).

Figura 13 – Tipos de máquinas ferramentas sob estudo



Fonte: Próprio autor

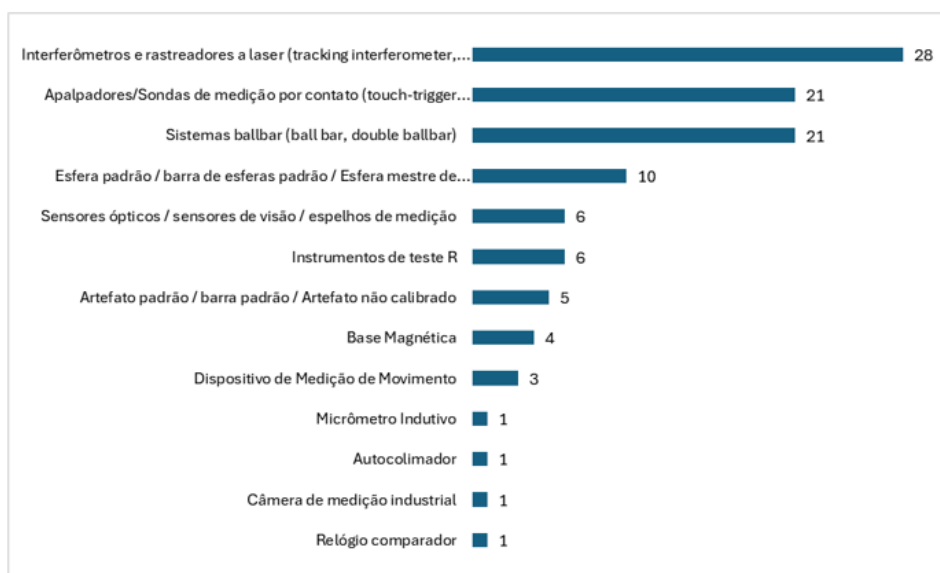
As máquinas ferramentas de cinco eixos possuem vantagens na usinagem de peças complexas de alta precisão, como uma maior taxa de remoção de material e uma melhor habilidade de posicionar e orientar a ferramenta de corte em relação à peça, além de menores custos de produção (Chen *et al.*, 2019), sendo uma alternativa frente ao desenvolvimento industrial e progresso científico.

O interesse acadêmico no estudo sobre erros geométricos nestas máquinas pode ser explicado pelo fato de que, apesar de suas notórias vantagens, as máquinas ferramentas multi-eixo atuais possuem desafios em relação à precisão de usinagem, devido à inserção de eixos rotativos que modificam a estrutura cinemática da máquina e introduzem mais fontes de erro (Wu *et al.*, 2018).

Para a montagem de sistemas de medição, são utilizados diversos instrumentos, conforme apresentado na Figura 14. O principal destaque é a ampla

utilização de dispositivos de interferometria a laser e de sistemas *ballbar*, seguidos pelos dispositivos de medição por contato.

Figura 14 – Instrumentos utilizados para medição de erros geométricos



Fonte: Próprio autor

De acordo com Tian *et al.* (2018), os métodos de medição a laser por interferômetros são os métodos de medição direta mais tradicionais para calibração de erros em eixos lineares. Apesar desta acentuada utilização, Liu *et al.* (2018) destacaram que, embora o laser interferômetro possa realizar medições de erros com elevada exatidão, o sistema de medição possui custo elevado e a configuração do sistema é demorada. A principal desvantagem deste método está no fato de que cada medição do interferômetro quantifica apenas um único erro geométrico, fazendo com que a eficiência deste tipo de medição seja baixa.

Já os sistemas *ballbar* promovem medições indiretas, com a movimentação em diversos eixos da máquina sob teste, geralmente empregados para calibração de erros nos eixos rotativos das máquinas ferramentas. Estes dispositivos ganharam notoriedade por serem mais econômicos do que outros aparelhos avançados e mais complexos que frequentemente são empregados medições indiretas, e ainda sim possibilitarem medições com grande exatidão (Tian *et al.*, 2018).

Outro destaque observado na instrumentação empregada em sistemas de medição é a utilização de apalpadores por contato. Estes dispositivos se diferem dos

sensores e interferômetros a laser por envolverem o contato direto com a peça, artefato ou componente da máquina sob análise. Um destaque na utilização de apalpadores está nas medições realizadas pelo método de medição em processo, conhecidos em inglês como *on-machine measurement*, na qual um sensor é instalado em um dos eixos da própria máquina ferramenta para realizar a medição. Esta técnica pode ser empregada em dois diferentes estágios do ciclo de produção: (1) medição pós-usinagem da peça fabricada para validação da exatidão geométrica e dimensional, e (2) medição pré-usinagem ou durante o processamento (Ibaraki *et al.*, 2018; Li *et al.*, 2024).

Além disso, a utilização de apalpadores por contato também é observada para a aplicação de métodos de separação de erros. Diversos dispositivos de monitoramento periódico de erros em eixos lineares de máquinas ferramentas são baseados em medição direta tridimensional dos erros geométricos, utilizando instrumentos de medição por contato e um artefato. Quando a geometria de um artefato é calibrada previamente, seus erros podem ser identificados no resultado da medição, e assim, as medições obtidas pelo apalpador fornecem os erros de posições tridimensionais da máquina ferramenta (Onishi *et al.*, 2023).

Onishi *et al.* (2022) destacaram que, uma questão crítica para métodos de calibração de erros com apalpador de contato é que eles requerem um artefato com geometria calibrada previamente ou então a calibração prévia dos erros cinemáticos dos outros eixos da máquina, que não o eixo sob teste. Existem diversas técnicas de separação de erros, e autocalibração em máquinas ferramentas, conforme destacado por Evans, Hocken e Estler (1996). Separações de erros podem ser aplicadas tanto para eixos lineares, com a utilização da reversão de artefato em guias lineares, quanto para erros de ortogonalidade entre eixos, além de erros em eixos angulares. Neste último caso, Onishi *et al.* (2022) apresentam esquemas de autocalibração que têm sido desenvolvidos para a separação de erros em medições de circularidade, a fim de separar os erros geométricos de um artefato e os erros radiais dos eixos angulares da máquina ferramenta. Dentre estes métodos, podem ser destacados a reversão de Donaldson, métodos multi-passos e métodos multi-sondas.

Considerando as vantagens na utilização dos métodos de separação de erros apresentadas por Evans, Hocken e Estler (1996), como a possibilidade de realizar calibrações sem a necessidade de padrões externamente calibrados, a revisão sistemática conduzida evidencia um aumento na utilização destes métodos ao longo

dos últimos anos. A Tabela 3 agrupa as tecnologias e métodos utilizados em medições de erros geométricos em máquinas ferramentas.

Tabela 3 – Tecnologias e métodos empregados para a calibração de erros geométricos

| Método utilizado                                                          | Nº | Autores                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Simulação / Otimização/ Métodos Matemáticos                               | 20 | (Hsieh et al., 2023); (Chen; Liu; Lin., 2024); (Tang, Y. et al, 2024); (Xu et al., 2024); (Hsieh et al., 2024); (Hou et al., 2024); (Tang, X. et al., 2024); (Fan et al., 2024); (Guo et al., 2024); (Zha; Zhang, 2024); (Wan et al., 2022); (Chen; Zhang; Yuan, 2022); (Ding; Song; Ding, 2022); (Wang, P. et al., 2022); (Song et al., 2022); (Iñigo et al., 2021); (Rooker et al., 2021); (Song et al., 2021); (Xu et al., 2020); (Xia et al., 2020) |
| Regressões / Ajustes Polinomiais / Mínimos Quadrados / Métodos Preditivos | 15 | (Lyu et al., 2024); (Zheng et al., 2024); (Zhao; Mao; Wei, 2024); (Fan et al., 2024); (Guo et al., 2024); (Lin et al., 2024); (Zha; Zhang, 2024); (Gui et al., 2023); (Koutsogiannis; Vosniakos, 2023); (Wu et al., 2023); (Wang, S. et al., 2022); (Guo et al., 2022); (Chen; Lee; Liu, 2022); (Wan et al., 2022); (Chen; Lin; Gu, 2021)                                                                                                               |
| Medição on-machine                                                        | 12 | (Tang, Y. et al, 2024); (Chen, K. et al., 2024); (Li et al., 2024); (Cheng et al., 2023); (Onishi et al., 2023); (Zhang et al., 2023); (Wu et al., 2022); (Chen et al., 2021); (Esmaeili et al., 2021); (Sepahi-Boroujeni; Mayer; Khameneifar, 2021); (Maeng; Min, 2020); (Zimmermann; Ibaraki, 2020)                                                                                                                                                   |
| Métodos novos / Métodos híbridos                                          | 11 | (Xu et al., 2024); (Zhao et al., 2024); (Ding et al., 2023); (Guo et al., 2022); (Pu et al., 2021); (Liu; Zeng; Chen, 2021); (Wang et al., 2021); (Wang, P. et al., 2022); (Song et al., 2021); (Li et al., 2020); (Wang; Cheng; Li, 2020)                                                                                                                                                                                                              |
| Separação de Erros (error separation / self-calibration)                  | 11 | (Tang; Zhou; Kuang, 2024); (Li et al., 2024); (Zha; Zhang, 2024); (Onishi et al., 2023); (Zhang et al., 2023); (Lin et al., 2023); (Onishi et al., 2022); (Chen, Q. et al., 2021); (Chen, Z. et al., 2021); (Zha et al., 2020); (Zimmermann; Ibaraki, 2020)                                                                                                                                                                                             |
| Monte Carlo                                                               | 10 | (Hsieh et al., 2023); (Tang, Y. et al, 2024); (Xu et al., 2024); (Hou et al., 2024); (Tang, X. et al., 2024); (Chen, S. et al., 2024); (Sepahi-Boroujeni; Mayer; Khameneifar, 2021); (Cong et al., 2020); (Deng et al., 2020); (Xia et al., 2020)                                                                                                                                                                                                       |
| Análise de Sensibilidade                                                  | 7  | (Zheng et al., 2024); (Chen, S. et al., 2024); (Lin et al., 2024); (Zhuang et al., 2023); (Li et al., 2023); (Jiang et al., 2022); (Xia et al., 2020)                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| Calibração Indireta                                                       | 5  | (Sanders et al., 2023); (Kvrgic et al., 2022); (Esmaeili et al., 2021); (Sepahi-Boroujeni; Mayer; Khameneifar, 2021); (Esmaeili; Mayer, 2020)                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Multilateração                                                            | 5  | (Hou et al., 2024); (Zhuang et al., 2023); (Chen, Z. et al., 2021); (Cong et al., 2020); (Deng et al., 2020);                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Quatérnios duais                                                          | 2  | (Wang; Jiang Li, 2023); (Wang; Jiang, 2022)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| Teste de usinagem                                                         | 2  | (Chen, K. et al., 2024); (Cheng et al., 2023)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| Medição visual por imagem                                                 | 2  | (Tang et al., 2023); (Chen et al., 2022)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Corpo na diagonal                                                         | 1  | (Wang, S. et al., 2022)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |

Tabela 3 – Continuação

| Método utilizado                | Nº | Autores                 |
|---------------------------------|----|-------------------------|
| LASSO                           | 1  | (Guo et al., 2021)      |
| Medição de velocidade constante | 1  | (Miller et al., 2020)   |
| SOBOL                           | 1  | (Chen, S. et al., 2024) |

Fonte: Próprio autor

Outra tendência, de acordo com as informações da Tabela 3, é o uso de modelos de simulação, otimização e métodos preditivos, com o uso de ferramentas estatísticas e matemáticas para identificar os erros geométricos em máquinas ferramentas. Assim como observado em outras áreas do conhecimento, na área de metrologia de máquinas ferramentas e calibração de erros geométricos também fica evidente o avanço de técnicas preditivas e uso de algoritmos de inteligência artificial para prever e estimar os erros geométricos.

### 2.2.2 Desafios da calibração de erros geométricos em ambientes industriais

De acordo com Miller *et al.* (2020), a quantia de tempo necessária para promover a medição unidirecional quase estática de um eixo pode ser aproximada utilizando a Equação 9.

$$t = \frac{l}{f_r} + n \times dw \quad \text{Equação 9}$$

Em que  $l$  é o comprimento do eixo sob teste,  $f_r$  é a taxa de avanço programada no controle numérico da máquina,  $n$  é o número de pontos alvos que serão coletados e  $dw$  é o tempo de permanência em cada posição de coleta.

Ademais, o intervalo de tempo para configurar o sistema de medição e repeti-lo para cada grau de liberdade pode tornar o processo demasiadamente demorado. Assim, fica evidente que o tempo é um dos motivos pelos quais as manufaturas relutam em implementar técnicas de calibração sofisticadas. Nesta perspectiva, métodos de calibração indireta podem ser uma alternativa viável, por permitirem a

identificação de diferentes componentes de erro simultaneamente, o que reduz o tempo de medição. Entretanto, o custo para aquisição de dispositivos capazes de realizar medições simultâneas é frequentemente maior do que os instrumentos empregados em sistemas de calibração direta, fato que deve também ser levado em consideração para avaliar sua viabilidade (Miller *et al.*, 2020).

As medições diretas, definidas pela medição separada de cada componente de erro, podem ter um problema de aceitação em indústrias, devido ao tempo necessário para completar a medição. Reduzir o tempo em que máquinas ferramentas não estão operando para fins de calibração tem caráter fundamental nas indústrias de manufatura. Atualmente, poucas máquinas são medidas e compensadas regularmente. Este fato se deve à falta de compreensão dos proprietários de maquinário sobre os benefícios da calibração ou pelo pensamento de que os benefícios não superariam os custos de calibração e, portanto, escolhem abordagens reativas para corrigir a performance das máquinas ferramentas (Miller *et al.*, 2020).

Guo *et al.* (2024) ainda destacam a velocidade de coleta e a quantidade de pontos de medição como fatores impactantes em experimentos de calibração de erros geométricos. Como principal resultado da pesquisa dos referidos autores, evidenciou-se que apenas aumentar o número de medições ou coletar mais pontos não eleva necessariamente a acurácia da identificação de erros geométricos. Assim, para otimizar o tempo e eficácia da calibração é preciso selecionar valores adequados para a quantidade de medições, velocidade e demais parâmetros que afetam o experimento.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 MONTAGEM DO SISTEMA DE MEDIÇÃO

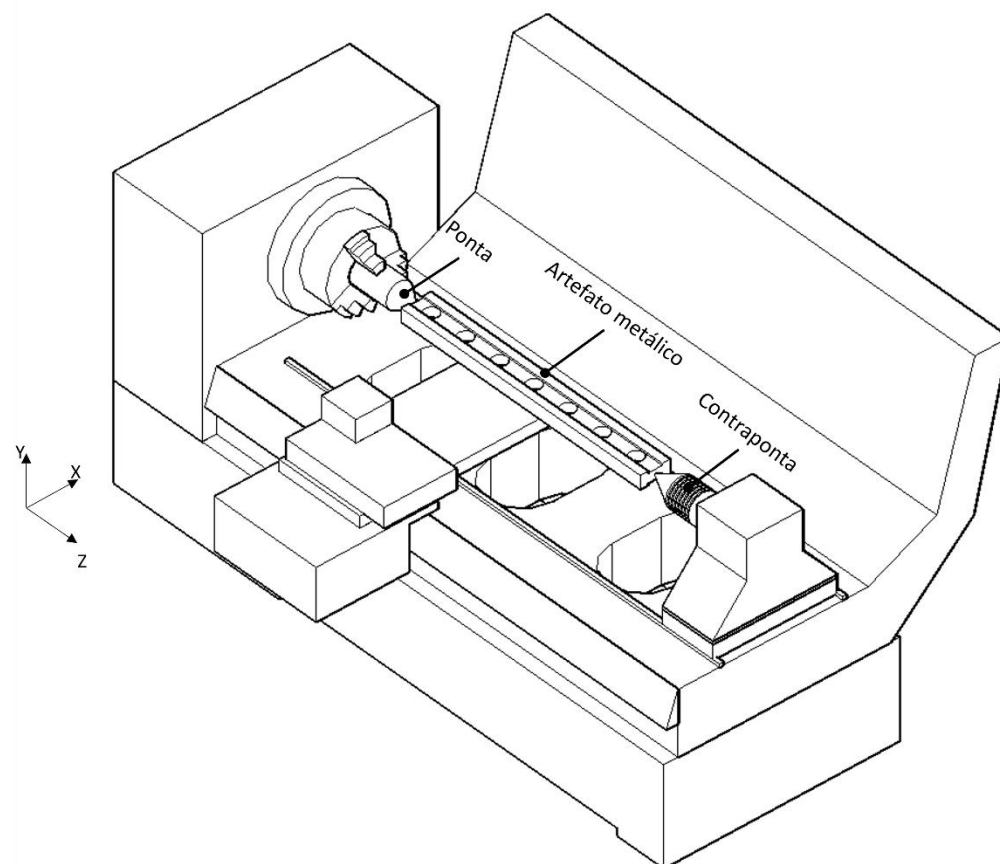
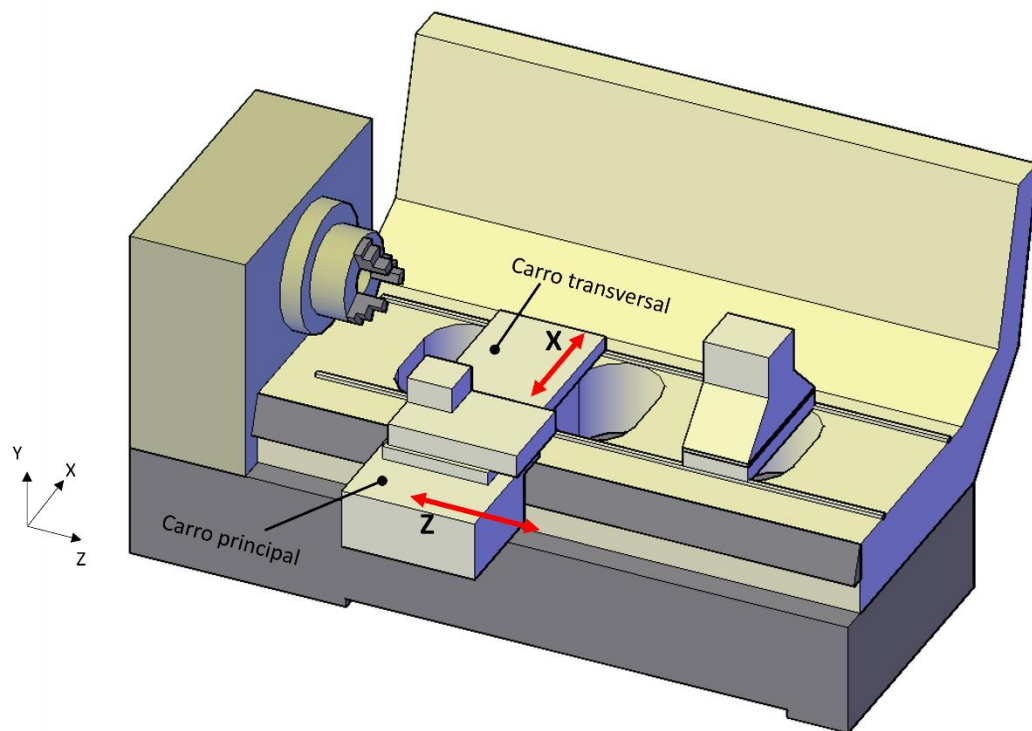
O experimento de calibração foi conduzido em um torno mecânico horizontal da fabricante Veker, modelo TVK-2060ECO, com barramento de 1,5 metros, localizado no Laboratório de Processamento de Metais da Unesp, Campus de Itapeva, conforme apresentado na Figura 15. A máquina ferramenta em questão possui dois eixos de movimentação pelos quais a ferramenta de corte é deslocada durante um processo de usinagem: o eixo Z, que se refere ao deslocamento longitudinal e o eixo X, representando o deslocamento transversal. Na Figura 16, segue um modelo tridimensional simplificado com destaque aos eixos de movimentação do torno mecânico horizontal. A Figura 17 ilustra o detalhamento dos componentes responsáveis pela movimentação no espaço de trabalho. Informações técnicas sobre o torno mecânico utilizado seguem apresentadas na Tabela 4.

Figura 15 – Torno mecânico horizontal Veker TVK-2060ECO



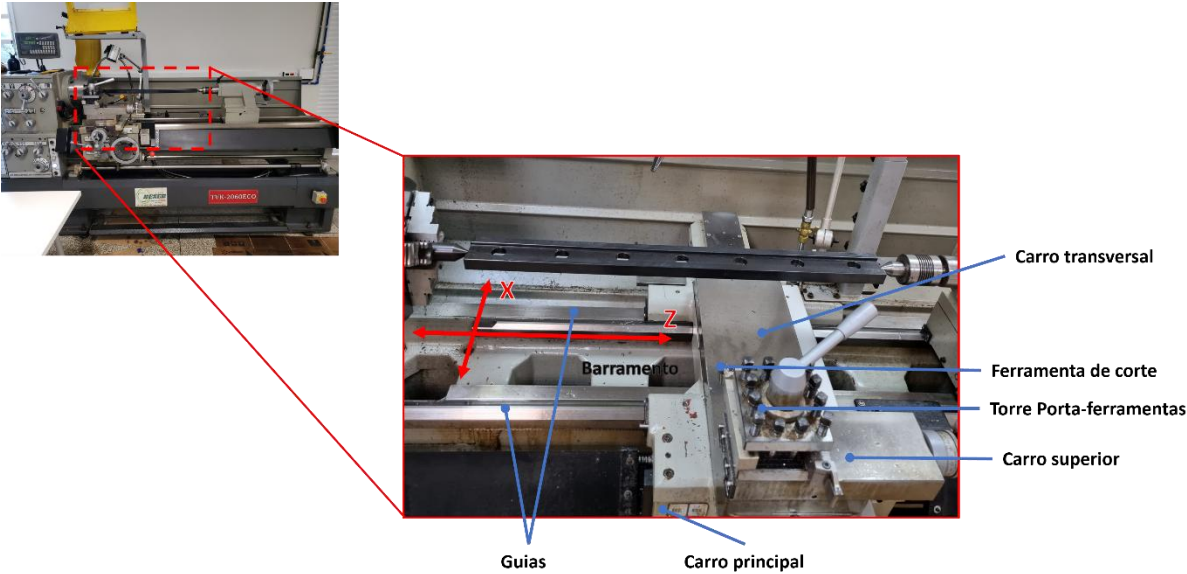
Fonte: Próprio autor

Figura 16 – Representação esquemática da estrutura do torno mecânico horizontal



Fonte: Próprio autor

Figura 17 – Detalhamento do sistema de movimentação e eixos do torno mecânico



Fonte: Próprio autor

Tabela 4 – Informações técnicas da máquina ferramenta sob estudo

| Torno Mecânico Universal                           | Modelo: TVK-2060 ECO |
|----------------------------------------------------|----------------------|
| Diâmetro admissível sobre o Barramento (mm)        | 510                  |
| Diâmetro admissível sobre o Carro Transversal (mm) | 305                  |
| Distância entre Pontas (mm)                        | 1500                 |
| Curso do Carro Transversal (mm)                    | 316                  |
| Curso do Carro Porta-Ferramentas (mm)              | 130                  |
| Gama de Velocidades (rpm)                          | 25 – 1.100           |
| Rosca Métrica (mm)                                 | 0,2 – 14             |
| Avanços Longitudinais (mm/rot)                     | 0,059 – 1,646        |
| Avanços Transversais (mm/rot)                      | 0,020 – 0,573        |
| Peso da Máquina (kg)                               | 2.160                |
| Comprimento (mm)                                   | 2.840                |
| Altura (mm)                                        | 1.430                |
| Largura (mm)                                       | 1.150                |
| Motor Principal (kW / HP)                          | 7,5 / 10             |

Fonte: Adaptado de Bener (2023)

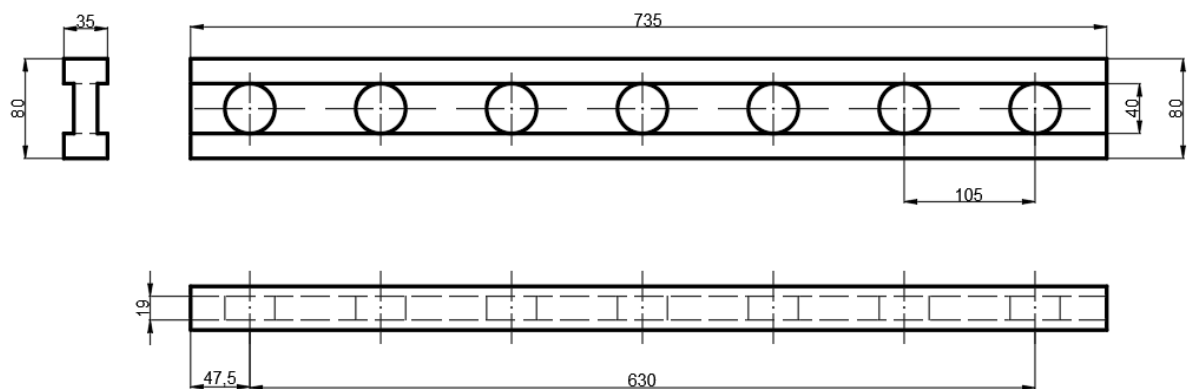
Os equipamentos utilizados para a condução do experimento e montagem do sistema de medição foram:

- Artefato metálico de aço AISI 1045, retificado e com oxidação negra superficial;

- Ponta e contra ponta;
- Indicador digital de posição de dois eixos (VEKER SDS6-2V);
- Suporte magnético com braço articulado (DIGIMESS);
- Apalpador indutivo LVDT com campo de medição de  $\pm 2$  mm (Mar | Millimar P2004);
- Coluna de medição com resolução de 0,0001 mm (Mar | Milimar 1840);
- Nível linear de precisão com resolução de 0,02 mm/m (DIGIMESS);
- Notebook para aquisição de dados;
- Software de metrologia MarCom Professional.

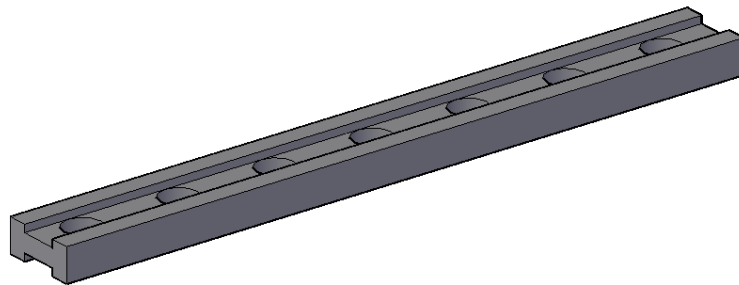
O artefato metálico utilizado para a aplicação do método de reversão trata-se de uma barra, com comprimento total de 735 mm e fabricada com furos equidistantes alinhados na região média, para a redução de peso visando a minimização dos efeitos de deformação durante a execução de experimentos de calibração, além de possuir rasgos na superfície superior e inferior para possibilitar sua fixação na máquina ferramenta. As dimensões da barra seguem especificadas na Figura 18 e seu modelo tridimensional segue apresentado na Figura 19.

Figura 18 – Especificações técnicas do artefato metálico



Fonte: Próprio autor

Figura 19 – Modelo tridimensional do artefato metálico



Fonte: Próprio autor

Para garantir a repetibilidade em diferentes configurações do sistema de medição, foi definido um fluxo de etapas a serem mantidas rigorosamente em todas as medições. Inicialmente, os equipamentos a serem utilizados foram organizados em uma bancada para garantir agilidade no processo. A primeira etapa realizada para a montagem do sistema de medição foi a fixação do artefato metálico no espaço de trabalho do torno mecânico. Para isso, a ponta foi posicionada entre as castanhas da placa do cabeçote fixo e a contra ponta foi anexada ao cabeçote móvel. Assim, a barra metálica foi fixada entre pontas. Além disso, o nível linear foi posicionado sobre a superfície do artefato para alinhá-lo horizontalmente. A fixação do artefato entre pontas pode ser visualizada na Figura 20.

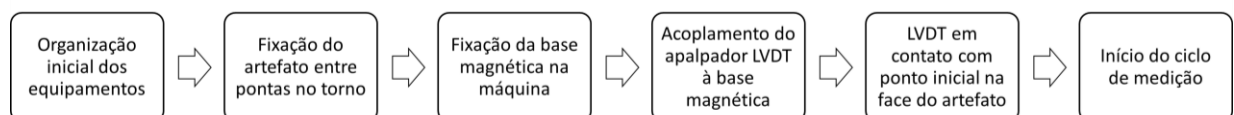
Figura 20 – Fixação do artefato entre pontas no torno



Fonte: Próprio autor

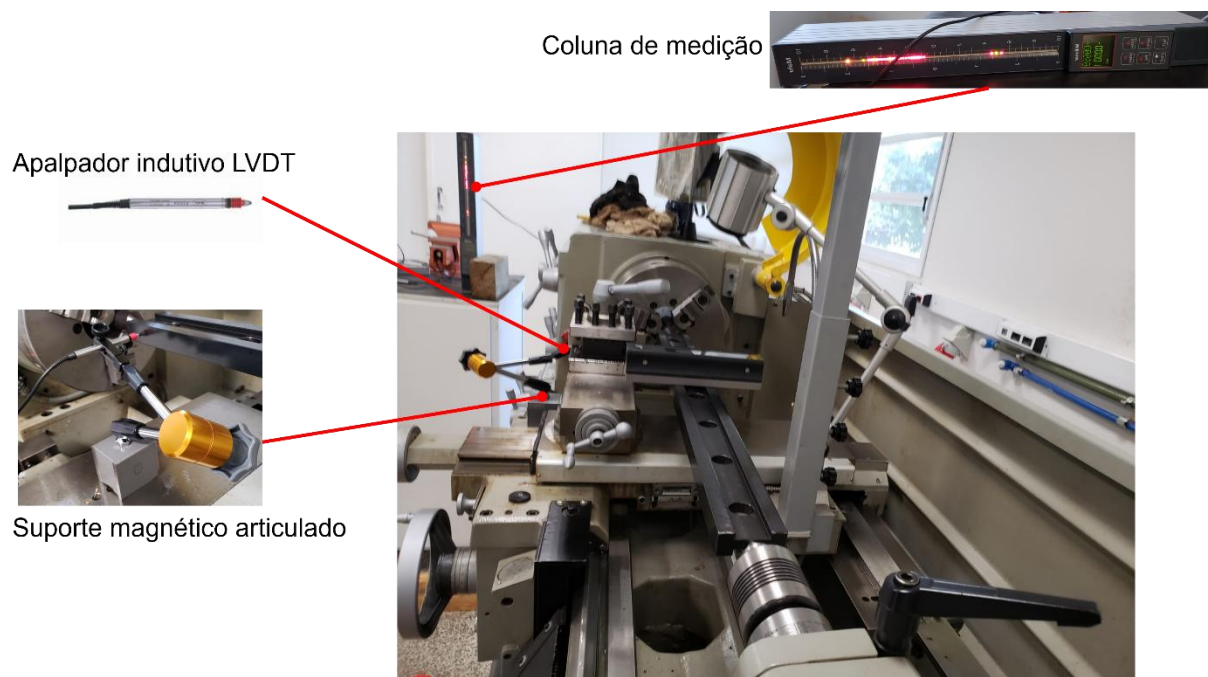
Na sequência, fixou-se o suporte magnético sobre o carro transversal. O posicionamento do suporte magnético foi feito de maneira a obter a menor extensão possível do braço articulado, visando a redução do erro de Abbe e por consequência, gerar menos influência dos erros de rotação *roll* e *yaw*. O apalpador indutivo LVDT foi acoplado ao braço articulado e ajustado para manter-se perpendicular em relação ao contato com o ponto inicial na superfície de uma das faces do artefato metálico. O sensor LVDT foi conectado à coluna de medição, que por sua vez, foi conectada ao notebook para a sincronização com o *software* de medição, promovendo o registro automático dos dados. O fluxo de etapas do procedimento de montagem do sistema de medição segue sintetizado na Figura 21. A Figura 22 ilustra a montagem final obtida com o procedimento empregado.

Figura 21 – Procedimento de montagem do sistema de medição



Fonte: Próprio autor

Figura 22 – Instrumentação e equipamentos utilizados no sistema de medição

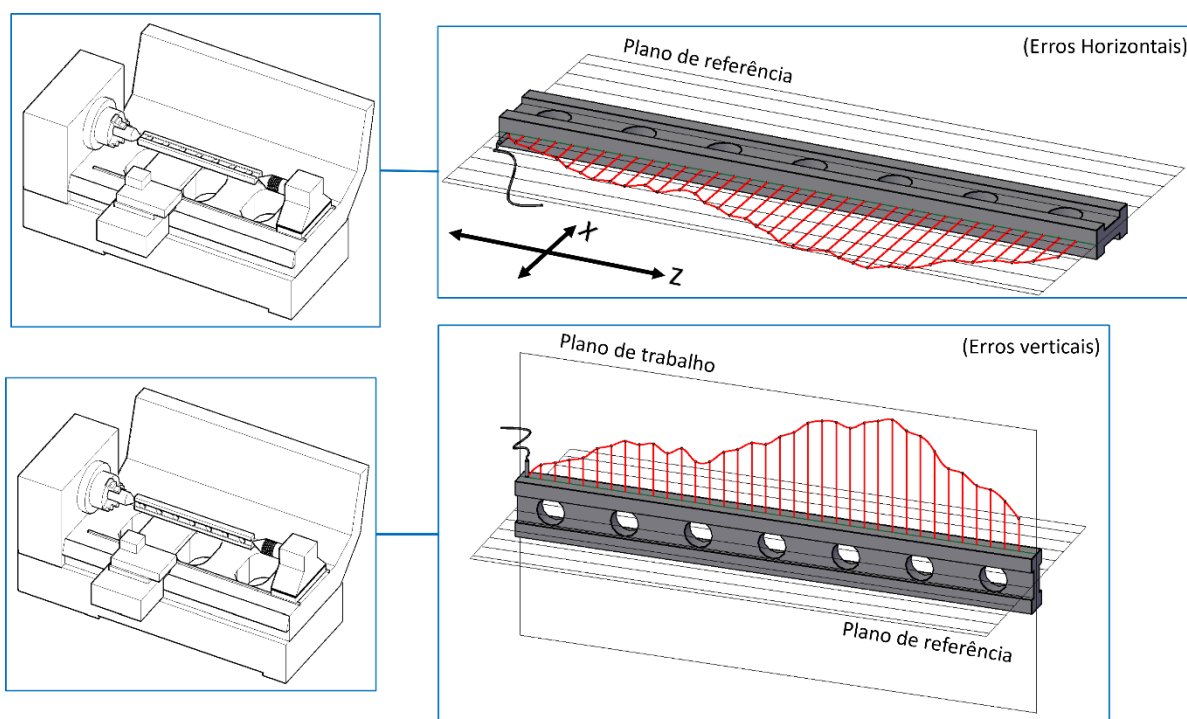


Fonte: próprio autor

### 3.2 COLETA DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Antes de dar início à calibração, regulou-se a temperatura ambiente no laboratório, mantendo a temperatura em  $21 \pm 1$  °C, a fim de minimizar os efeitos das deformações e dilatações nos componentes estruturais da máquina ferramenta provocados pela variação térmica (erros termomecânicos). Para avaliar o desempenho metrológico do torno, foram coletados pontos na face do artefato metálico, em diferentes geratrizes do plano de referência (plano horizontal) e do plano de trabalho da máquina (plano vertical) para identificar, respectivamente, os erros geométricos horizontais e verticais em relação ao barramento, conforme a Figura 23. O plano de referência e plano de trabalho foram definidos a partir da convenção de planos de ferramenta de corte.

Figura 23 – Erros geométricos horizontais e verticais no espaço de trabalho da máquina

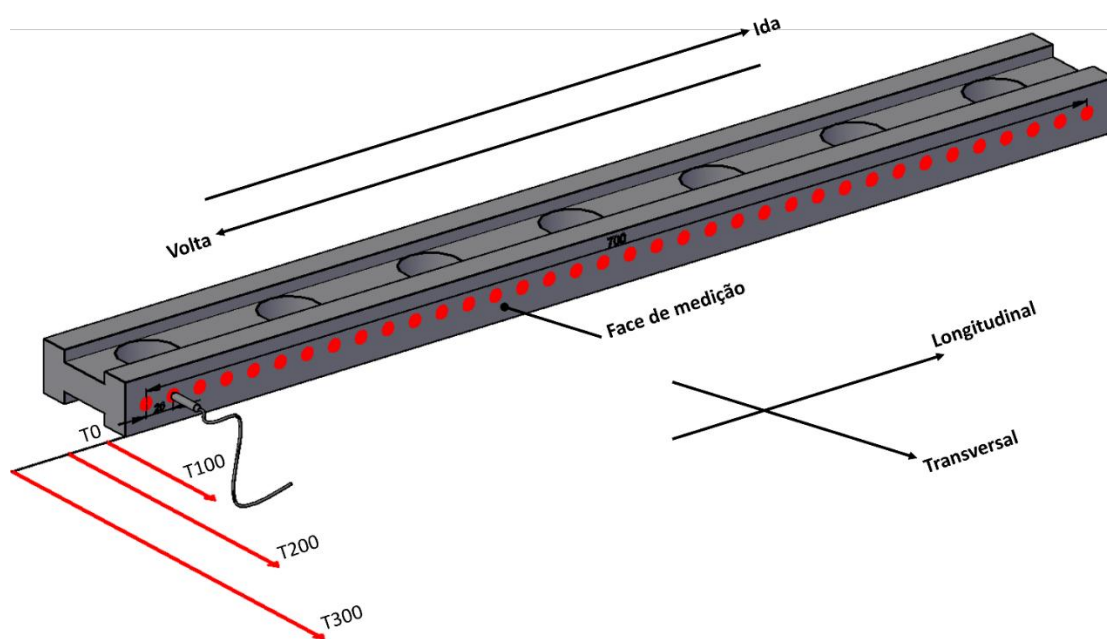


Fonte: Próprio autor

A coleta de dados foi realizada a partir de pontos contidos na superfície da barra metálica. Os pontos foram coletados em deslocamentos longitudinais sequenciais de 20 mm, a partir de um ponto inicial, conforme representado na Figura 24. Este procedimento foi feito até o deslocamento final de 700 mm, correspondente ao último

ponto coletado no sentido de movimentação à direita, denominado de ida. Na sequência, prosseguia-se realizando a coleta dos mesmos pontos no sentido contrário, de movimentação à esquerda, denominado de volta. Porém, antes de realizar a inversão do sentido de movimento, como tentativa de reduzir os efeitos provocados pelas folgas dos mecanismos de deslocamento dos eixos da máquina (*backlash*), deslocava-se 10 mm a mais em um sentido para então fazer a inversão e coletar os pontos novamente, até retornar ao ponto inicial. Além disso, foram adotadas quatro diferentes posições do carro transversal, denotadas por T0, T100, T200 e T300, referindo-se aos deslocamentos transversais de 0 mm, 100 mm, 200 mm e 300 mm, respectivamente, sendo a posição T0 a mais próxima da face da barra.

Figura 24 – Pontos de coleta de dados na face do artefato metálico na horizontal



Fonte: Próprio autor

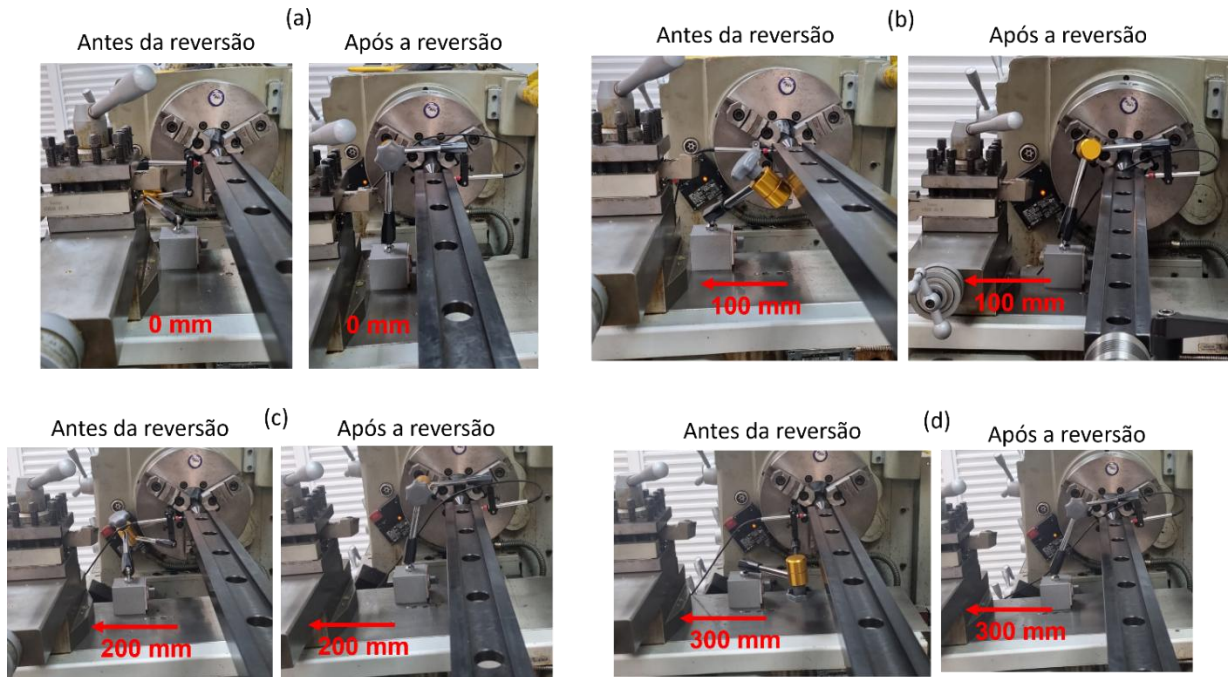
Todo esse procedimento de coleta caracteriza um ciclo de medição, que por sua vez, foi replicado dez vezes para cada ponto coletado, com o intuito de garantir uma maior confiabilidade nos dados e possibilitar posteriores análises estatísticas. As medições em diferentes posições longitudinais ao longo do comprimento do artefato metálico foram realizadas para determinar a influência do erro geométrico na usinagem de peças com comprimentos diferentes e as posições transversais foram

adotadas para identificar os erros geométricos em operações de usinagem de peças com diferentes diâmetros.

### 3.3 MÉTODO DA REVERSÃO DE ARTEFATO

Após finalizadas os 10 ciclos de medição de cada configuração experimental, o artefato era então rotacionado em 180 graus, em relação ao eixo longitudinal, para a aplicação do método de separação de erros por reversão, baseado em conceitos apresentados por Evans, Hocken e Estler (1996), Paziani, Di Giacomo e Tsunaki (2009), Liu *et al.* (2020), Onishi *et al.* (2023). Após a reversão da barra, o suporte magnético e o apalpador LVDT eram reposicionados para que continuassem medindo a mesma face do artefato. O procedimento de coleta dos dados após a reversão foi realizado seguindo o mesmo procedimento descrito previamente, com dez ciclos de medição para cada posição transversal em deslocamentos longitudinais gradativos de 20 mm. Além disso, toda a sistemática de coleta de dados foi replicada em dois experimentos diferentes: primeiramente com a barra orientada para medições horizontais no plano de referência XZ e posteriormente com a barra orientada para medições verticais. Essas diferentes orientações de medição foram conduzidas para verificar os erros horizontais e verticais no espaço de trabalho da máquina. A Figura 25 apresenta as diferentes configurações obtidas no sistema de medição, antes e após a reversão do artefato, com a barra orientada para os experimentos do erro horizontal. A Figura 26 ilustra as configurações obtidas para os experimentos realizados com a barra posicionada para as medições do erro vertical.

Figura 25 – Configurações experimentais com a barra orientada para medições do erro horizontal nas posições transversais de (a) 0 mm; (b) 100 mm; (c) 200 mm e (d) 300 mm.



Fonte: Próprio autor

Figura 26 – Configurações experimentais com a barra orientada para medições do erro vertical nas posições transversais de (a) 0 mm; (b) 100 mm; (c) 200 mm e (d) 300 mm.



Fonte: Próprio autor

Resumidamente, foram coletados 72 pontos (36 na ida e 36 na volta) em cada ciclo de medição, o qual foi replicado 10 vezes para cada uma das quatro posições transversais (0, 100, 200 e 300 mm) e em duas configurações do sistema de medição (antes e após a reversão do artefato), considerando os experimentos com a barra

orientada para medição do erro horizontal e posteriormente replicados para os experimentos com a barra orientada para medição do erro vertical, totalizando na coleta de 11.520 dados experimentais.

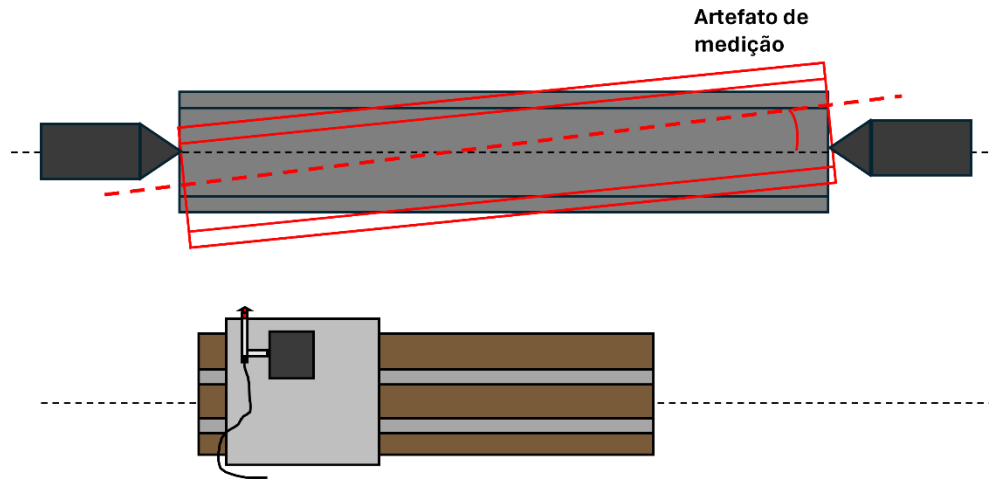
### 3.4 TRATAMENTO DOS DADOS COLETADOS

Conforme apresentado por Evans, Hocken e Estler (1996), o valor da saída indicado pelo sistema de medição  $I_n$  em um experimento de reversão de artefato para cada ciclo de medição  $n$  é determinado em função da posição de deslocamento do eixo da máquina. Fu *et al.* (2018) destacam que, a modelagem de erros geométricos dependentes da posição, a partir da coleta de dados em pontos discretos no eixo de movimento, pode ser feita através de polinômios, já que polinômios com uma ordem adequada podem aproximar as funções que determinam os erros geométricos. Supondo um deslocamento no eixo  $x$ , o valor indicado pela medição em diferentes posições é considerado como uma expansão polinomial, de acordo com a Equação 10:

$$I_n(x) = A_n + B_n x + C_n x^2 + \dots \quad \text{Equação 10}$$

O primeiro termo,  $A_n$ , se refere ao desvio inicial indicado pela medição no ponto zero de deslocamento do eixo  $x$ . O segundo termo,  $B_n$ , está relacionado com o desalinhamento entre a barra e a guia de movimentação do eixo da máquina. Visto que erros de retitude da guia não possuem termos lineares (Schwenke *et al.*, 2008), esses termos que surgem devido ao desalinhamento devem ser removidos para a determinação do erro geométrico da máquina. No procedimento experimental desse trabalho, o desalinhamento é causado principalmente pela fixação do artefato metálico entre pontas no torno, como pode ser observado na Figura 27. Antes de analisar os valores brutos coletados é necessário eliminar o efeito do desalinhamento, o que pode ser feito através de um ajuste por modelo de regressão (Evans; Hocken; Estler, 1996).

Figura 27 – Desalinhamento causado pela fixação do artefato entre pontas no torno



Fonte: Próprio autor

Devido à impossibilidade de alinhar perfeitamente o artefato no espaço de trabalho da máquina durante o experimento, foi utilizado o método dos mínimos quadrados para corrigir matematicamente o desalinhamento experimental, a partir de um modelo de regressão linear. Os mínimos quadrados consideram o desvio,  $W$ , entre o quadrado das diferenças dos valores coletados experimentalmente para cada ponto ( $y'_i$ ) e os valores calculados por uma reta de ajuste ( $y_i$ ). O desvio é dado pela Equação 11, em que  $m$  é o coeficiente angular da reta de ajuste,  $b$  é o coeficiente linear e  $x_i$  é o deslocamento do carro principal do torno para cada ponto  $i$ .

$$\sum_{i=1}^n (y'_i - mx_i - b)^2 = W$$

Equação 11

Para determinar os coeficientes angular e linear da reta, é preciso analisar as derivadas parciais de  $W$  em relação a cada coeficiente. Igualando as derivadas a zero, conforme Equação 12 e Equação 13, é possível estimar o valor dos coeficientes da reta que minimizam o desvio entre a função gerada pelo modelo de regressão e os valores medidos experimentalmente.

$$\frac{\partial W}{\partial m} = 0$$

Equação 12

$$\frac{\partial W}{\partial b} = 0 \quad \text{Equação 13}$$

Derivando  $W$  em relação aos coeficientes das Equações 12 e 13, chega-se nas Equações 14 e 15.

$$\sum_{i=1}^n x_i (y'_i - mx_i - b) = 0 \quad \text{Equação 14}$$

$$\sum_{i=1}^n (y'_i - mx_i - b) = 0 \quad \text{Equação 15}$$

Por fim, é possível isolar e determinar os coeficientes  $m$  e  $b$  pelas Equações 16 e 17.

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y'_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y'_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad \text{Equação 16}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y'_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y'_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad \text{Equação 17}$$

Através do cálculo dos coeficientes da reta, determina-se o modelo de regressão linear com o valor ajustado para cada ponto longitudinal  $i$ . Por fim, subtraindo o valor de ajuste do valor coletado durante o experimento é possível eliminar o efeito do desalinhamento nos resultados.

### 3.5 MÉTODOS ESTATÍSTICOS

As análises dos resultados obtidos para os erros geométricos, após a separação de erros, foram apoiadas pelo uso de técnicas estatísticas descritivas e inferenciais. A seguir, são apresentados os testes de hipóteses empregados para a investigação dos resultados, possibilitando constatar se as diferenças observadas nos

valores dos erros geométricos horizontal e vertical podem ser consideradas estatisticamente significativas, para promover o mapeamento das regiões no espaço de trabalho da máquina em que os erros geométricos de fato são diferentes. Assim, procura-se verificar os seguintes aspectos:

- Identificação das regiões no espaço de trabalho da máquina com valores mínimos para o erro;
- Identificação de posições em que os erros diferem estatisticamente a serem consideradas para a posterior compensação.

As análises estatísticas foram conduzidas por meio da linguagem R, versão 4.3.2 (R Core Team, 2023), por meio do software estatístico RStudio.

### 3.5.1 Análise de Variância

A análise de variância (ANOVA) foi utilizada para verificar a influência da posição do carro principal e o sentido de deslocamento sobre o valor dos erros geométricos, ou seja, para cada experimento em uma posição transversal fixa (0, 100, 200 e 300 mm) foi testada a variação do erro geométrico de acordo com o deslocamento longitudinal (de 20 a 700 mm) e o sentido em que esse deslocamento foi realizado (ida e volta). Vale mencionar que o ponto longitudinal 0 mm foi desconsiderado nas análises por ser a origem do sistema de medição, tendo o valor do erro sempre igual a zero. A análise de variância foi aplicada separadamente para avaliar os erros geométricos horizontais e os erros verticais.

A modelagem da ANOVA de um único fator com  $\alpha$  diferentes níveis em um experimento replicado  $n$  vezes pode ser obtida considerando-se a resposta como uma variável aleatória  $Y_{ij}$ , referente à  $j$ -ésima observação obtida no  $i$ -ésimo nível do fator, através da Equação 18.  $Y_{ij}$  é a soma de um valor médio  $\mu_i$  de cada nível  $i$  do fator (média global  $\mu$  do conjunto de dados somado a um efeito associado ao  $i$ -ésimo nível do fator), mais um componente aleatório de erro denotado por  $\varepsilon_{ij}$ , considerado normal e independentemente distribuído, com média zero e variância  $\sigma^2$  (Montgomery; Runger, 2023).

$$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} , \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad \text{Equação 18}$$

O interesse do método é testar se as médias dos níveis  $i$  do fator são iguais. Assim, define-se uma hipótese nula ( $H_0$ ) que é acatada quando todas as médias  $\mu_i$  são iguais e uma hipótese alternativa ( $H_1$ ) que permite a rejeição da hipótese nula quando pelo menos uma média em um nível  $i$  do fator for diferente das demais, conforme a Equação 19.

$$\begin{aligned} H_0: \mu_1 &= \mu_2 = \dots = \mu_a = \mu \\ H_1: \mu_i &\neq \mu \text{ para pelo menos um } i \end{aligned} \quad \text{Equação 19}$$

A variabilidade total nos dados pode ser entendida através da soma dos quadrados totais  $SQ_T$ , que é dividida na soma dos quadrados dos níveis do fator  $SQ_{\text{níveis}}$  e a soma dos quadrados do erro do modelo  $SQ_E$ , pela relação disposta na Equação 20. A relação entre a soma de quadrados dos níveis e a soma de quadrados do erro, juntamente com seus respectivos graus de liberdade é interpretada pelo cálculo da estatística  $F_o$  do teste, que segue uma distribuição  $F$  com  $a - 1$  e  $a(n - 1)$  graus de liberdade, conforme a Equação 21.

$$SQ_T = SQ_{\text{níveis}} + SQ_E \quad \text{Equação 20}$$

$$F_o = \frac{SQ_{\text{níveis}} / (a - 1)}{SQ_E / [a(n - 1)]} \quad \text{Equação 21}$$

Considerando a análise de um experimento com dois fatores, A e B, com  $a$  níveis do fator A e  $b$  níveis do fator B, e  $n$  réplicas contendo todas as  $ab$  combinações dos tratamentos, o modelo utilizado para obter a resposta  $Y_{ijk}$ , referente à  $ij$ -ésima observação na  $k$ -ésima réplica é descrito pela Equação 22.  $Y_{ijk}$  é a soma entre um efeito médio global  $\mu$ , o efeito  $\tau_i$  do  $i$ -ésimo nível do fator  $a$ , o efeito  $\beta_j$  do  $j$ -ésimo nível

do fator B, o efeito da interação  $(\tau\beta)_{ij}$  entre A e B e um componente aleatório de erro denotado por  $\varepsilon_{ijk}$ , considerado normal e independentemente distribuído, com média zero e variância  $\sigma^2$  (Montgomery; Runger, 2023).

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} , \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad \text{Equação 22}$$

O interesse do método é testar as hipóteses de nenhum efeito principal dos fatores A e B, além da hipótese de nenhum efeito da interação AB, sendo essas hipóteses testadas a partir da análise de variância, de maneira semelhante aos procedimentos apresentados para o caso de um único fator. A Equação 23 sintetiza todas as hipóteses testadas em uma ANOVA de dois fatores.

$$\begin{aligned} H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 & \quad \text{(efeito principal de A)} \\ H_1: \tau_i \neq 0 \text{ para pelo menos um } i & \\ H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0 & \quad \text{(efeito principal de B)} \\ H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para pelo menos um } j & \\ H_0: (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{ab} = 0 & \quad \text{(interação)} \\ H_1: (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \text{ para pelo menos um } ij & \end{aligned} \quad \text{Equação 23}$$

Para a aplicação da ANOVA nesse trabalho, considerou-se dois fatores para cada planejamento experimental:

- Fator posição longitudinal,  $L$ , com níveis de 20 a 700 mm;
- Fator sentido,  $S$ , com os níveis de ida e volta.

O nível de significância ( $\alpha$ ) considerado foi de 5%, tendo como hipóteses nulas ( $H_0$ ) a ausência de efeito principal da posição longitudinal, ausência de efeito principal do sentido e ausência do efeito da interação entre ambos no resultado dos erros geométricos do torno mecânico. Assim, o teste de hipóteses foi utilizado com o intuito de verificar se existe influência da posição do carro principal e sentido de deslocamento sobre o erro medido, ou seja, se a magnitude do erro varia significativamente para operações de usinagens de peças com comprimentos e diâmetros diferentes.

Conforme destacado na Seção 3.2, foram realizados quatro experimentos para os erros geométricos medidos, um para cada posição transversal adotada. A medição foi replicada 10 vezes para cada ponto coletado. A Tabela 5 sintetiza as diferenças entre os experimentos conduzidos. A codificação dos fatores considerados em cada experimento segue disposta na Tabela 6.

Tabela 5 – Condições consideradas para a execução dos experimentos

| Experimento | Replicações (n) | Posição Transversal (mm) | Posição Longitudinal (mm) | Sentido     | Erro geométrico medido       |
|-------------|-----------------|--------------------------|---------------------------|-------------|------------------------------|
| 1           | 10              | 0                        | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro horizontal - $\delta_H$ |
| 2           | 10              | 100                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro horizontal - $\delta_H$ |
| 3           | 10              | 200                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro horizontal - $\delta_H$ |
| 4           | 10              | 300                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro horizontal - $\delta_H$ |
| 5           | 10              | 0                        | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro vertical - $\delta_V$   |
| 6           | 10              | 100                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro vertical - $\delta_V$   |
| 7           | 10              | 200                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro vertical - $\delta_V$   |
| 8           | 10              | 300                      | 20, 40, ..., 700          | Ida e Volta | Erro vertical - $\delta_V$   |

Fonte: Próprio autor

Tabela 6 – Codificação dos fatores considerados nos experimentos

| Fator                     | Símbolo | Quantidade de níveis | Níveis               |
|---------------------------|---------|----------------------|----------------------|
| Posição Longitudinal (mm) | L       | 35                   | 20, 40, 60, ..., 700 |
| Sentido                   | S       | 2                    | Ida, Volta           |

Fonte: Próprio autor

### 3.5.2 Teste de Tukey

A rejeição da hipótese nula  $H_0$  na análise de variância implica que a média de pelo menos um dos níveis dos fatores difere das demais. No entanto, a ANOVA não indica especificamente qual (ou quais) média(s) são diferentes. Para identificar em quais níveis do fator ocorrem as diferenças, necessita-se empregar posteriormente à ANOVA um método de comparações múltiplas. Para a comparação entre duas médias, sabe-se que elas serão significativamente diferentes se a diferença das médias amostrais for superior a uma Diferença Mínima Significativa (DMS), calculada pela Equação 24, em que  $q$  é o nível de confiança da amplitude que segue uma distribuição *t-student*,  $s$  é a estimativa do desvio padrão amostral e  $n$  representa as observações  $i$  e  $j$  a serem comparadas.

$$DMS = \frac{q}{\sqrt{2}} s \sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}} \quad \text{Equação 24}$$

Dentre os procedimentos disponíveis para a comparação de médias, foi escolhido o teste de Tukey, também conhecido como Tukey HSD (*Honestly Significant Difference*). O teste de Tukey foi aplicado com o intuito de verificar em quais posições do plano de referência (XZ) do torno mecânico os erros geométricos de fato diferem estatisticamente, através do agrupamento de médias. Esta avaliação foi realizada em diferentes posições do carro principal para cada um dos experimentos em diferentes configurações transversais, para avaliar a influência do comprimento e diâmetro de peças usinadas sobre os valores dos erros geométricos.

### 3.5.3 Pressupostos para a aplicação da ANOVA

A aplicação da ANOVA pressupõe que as observações sigam uma distribuição normal e sejam independentemente distribuídas, com uma variância equivalente para todos os níveis do fator. Para verificar os pressupostos exigidos pelo modelo, analisou-se a hipótese de normalidade dos dados de cada configuração experimental, através de testes de Shapiro-Wilk e a homogeneidade de variâncias foi verificada por testes de Levene, ambos considerando um nível de significância ( $\alpha$ ) de

5%. Pela formulação dos testes, um p-valor superior ao nível de significância implica em considerar a hipótese de que os dados seguem aproximadamente uma distribuição normal e que as variâncias são homogêneas. No caso de falha em aproximar os dados pela distribuição normal, tentou-se empregar um procedimento de transformação de dados, para verificar se os dados transformados atenderiam aos pressupostos da ANOVA paramétrica. Contudo, em alguns experimentos, a transformação não foi capaz de normalizar os dados. Dessa forma, descartou-se a transformação e optou-se pela utilização de abordagens não paramétricas.

### 3.5.4 Testes não paramétricos

Os testes de hipóteses tradicionalmente empregados em experimentos de engenharia, denominados de métodos paramétricos, baseiam-se na suposição de que os dados analisados sejam provenientes de amostras aleatórias de populações que apresentam distribuições normais de probabilidade. Esses métodos dependem da suposição de normalidade, ao menos de maneira aproximada, embora sejam robustos a leves desvios em relação a essa distribuição (Montgomery e Runger, 2023).

Chou, Polansky e Mason (1998) ressaltam que, no controle estatístico de processos, se uma característica do processo sob análise não é normalmente distribuída, mas técnicas paramétricas baseadas na distribuição normal são utilizadas, podem surgir erros na interpretação dos resultados. Para contornar esse problema, podem ser empregadas técnicas de transformação de dados ou procedimentos livres de distribuição, também conhecidos como métodos não paramétricos, que por sua vez, não fazem suposições em relação à distribuição da população dos dados sob estudo. A única exigência é que essa distribuição seja contínua.

Na área da estatística existem diversos métodos não paramétricos que podem ser empregados para contornar a suposição de normalidade em diferentes aplicações. Todavia, os métodos mais comuns apresentam limitações, como a incapacidade de trabalhar com modelos com mais de um fator e termos de interação, além de não permitirem aplicação de análises de variância e testes de hipóteses tradicionais.

A fim de adequar o método de análise dos dados nessa pesquisa para os casos de não aceitação da suposição de normalidade, foi proposta a aplicação do método ART (*Aligned Rank Transform*), desenvolvido por Wobbrock *et al.* (2011). O método ART trata-se de um método não paramétrico que permite a análise de modelos com

mais de um fator e ainda permite a utilização dos procedimentos tradicionais da ANOVA (Wobbrock *et al.*, 2011).

A abordagem ART, apesar de não ser paramétrica, retém a familiaridade do teste F das análises de variância paramétricas. O ART se baseia na aplicação de etapas de alinhamento e ranqueamento nos dados antes de rodar os testes F das análises de variância. O ranqueamento é uma etapa comum em outros métodos não paramétricos, a grande diferença do ART é a consideração de uma etapa anterior de alinhamento dos dados e a generalização do modelo para aceitar mais de um fator, podendo ser utilizado em circunstâncias similares à ANOVA paramétrica, porém sem requerer a suposição de normalidade dos dados (Wobbrock *et al.*, 2011).

Considerando um experimento com dois fatores, para cada possível efeito principal ou interação, o procedimento ART primeiro alinha todos os valores da variável de resposta (Y), processo que retira de Y a parcela de todos os efeitos com exceção daquele para o qual o alinhamento está sendo conduzido. Dessa maneira, o modelo divide o resultado de Y em valores alinhados para cada efeito principal e interação. Posteriormente, esses valores alinhados são ranqueados, em ordem crescente, e no caso de empate são atribuídos ranks intermediários para níveis com os mesmos valores. Após essas etapas, a ANOVA pode ser aplicada, considerando os dados alinhados e ranqueados. Ao rodar a ANOVA em cada resposta alinhada e ranqueada, apenas o efeito para o qual Y foi alinhado e ranqueado é analisado no teste de hipóteses (Wobbrock *et al.*, 2011).

Wobbrock *et al.* (2011) resumem o método ART em 5 etapas:

1. Cálculo dos resíduos: diferença entre o valor bruto de Y e a média de todas as respostas cujos níveis dos fatores coincidem com aqueles da resposta Y que está sendo considerada para o cálculo do resíduo;
2. Cálculo dos efeitos estimados para todos os efeitos principais e interações;
3. Cálculo das respostas alinhadas como soma do resíduo mais o efeito estimado (soma das etapas 1 e 2);
4. Atribuição de ranks;
5. Aplicação da ANOVA.

Para exemplificar de maneira simplificada a aplicação do método ART, pode-se considerar o seguinte cenário: a medição do erro geométrico horizontal do torno mecânico em apenas duas posições longitudinais, nos sentidos de ida e volta, replicada duas vezes para cada ponto. Nesse exemplo considera-se dois fatores (L e

S), cada qual com dois níveis {L1, L2} e {S1, S2}. A Tabela 7 representa dados fictícios para o erro geométrico que poderiam ser obtidos por meio desse experimento.

Tabela 7 – Exemplo simplificado para aplicação do método ART

| Posição Longitudinal (L) | Sentido (S) | Y ( $\mu\text{m}$ ) | Média da célula |
|--------------------------|-------------|---------------------|-----------------|
| L1                       | S1          | 3                   | $(3 + 4) / 2$   |
| L2                       | S1          | 7                   | $(7 + 5) / 2$   |
| L2                       | S2          | 7                   | $(7 + 9) / 2$   |
| L1                       | S2          | 8                   | $(8 + 2) / 2$   |
| L1                       | S1          | 4                   | $(3 + 4) / 2$   |
| L2                       | S1          | 5                   | $(7 + 5) / 2$   |
| L2                       | S2          | 9                   | $(7 + 9) / 2$   |
| L1                       | S2          | 2                   | $(8 + 2) / 2$   |

Fonte: Adaptado de Wobbrock *et al.* (2011)

Na Tabela 7, a partir dos valores informados para a variável de resposta Y são calculadas as respostas médias para cada célula (valores de Y cujos níveis dos fatores L e S coincidem). A partir da média de cada célula, é possível calcular os resíduos, diferença entre a resposta e a média da célula, conforme a Tabela 8.

Tabela 8 – Primeira etapa do método ART: cálculo dos resíduos

| Posição Longitudinal (L) | Sentido (S) | Y ( $\mu\text{m}$ ) | Média da célula | Resíduo             |
|--------------------------|-------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| L1                       | S1          | 3                   | $(3 + 4) / 2$   | $[(3 + 4) / 2] - 3$ |
| L2                       | S1          | 7                   | $(7 + 5) / 2$   | $[(7 + 5) / 2] - 7$ |
| L2                       | S2          | 7                   | $(7 + 9) / 2$   | $[(7 + 9) / 2] - 7$ |
| L1                       | S2          | 8                   | $(8 + 2) / 2$   | $[(8 + 2) / 2] - 8$ |
| L1                       | S1          | 4                   | $(3 + 4) / 2$   | $[(3 + 4) / 2] - 4$ |
| L2                       | S1          | 5                   | $(7 + 5) / 2$   | $[(7 + 5) / 2] - 5$ |
| L2                       | S2          | 9                   | $(7 + 9) / 2$   | $[(7 + 9) / 2] - 9$ |
| L1                       | S2          | 2                   | $(8 + 2) / 2$   | $[(8 + 2) / 2] - 2$ |

Fonte: Próprio autor

O próximo passo é calcular o efeito estimado (segunda etapa). Sendo  $L_i$  a resposta média das linhas em que o fator L está no nível  $i$ ,  $S_j$  a resposta média das linhas em que o fator S está no nível  $j$ ,  $L_i S_j$  a resposta média das linhas em que o fator L está no nível  $i$  e o fator S está no nível  $j$  e  $\mu$  sendo a média geral de todas as linhas,

os efeitos principais podem ser estimados de acordo com a Equação 25 e o efeito de dois fatores pode ser determinado pela Equação 26.

$$\begin{aligned} \text{Efeito Estimado (L)} &= L_i - \mu \\ \text{Efeito Estimado (S)} &= S_j - \mu \end{aligned} \quad \text{Equação 25}$$

$$\text{Efeito Estimado (LxS)} = L_i S_j - L_i - S_j + \mu \quad \text{Equação 26}$$

Somando os efeitos estimados com os resíduos é possível obter os resultados alinhados  $Y'$  para cada efeito separadamente (terceira etapa). Na sequência, basta ranquear os dados alinhados, atribuindo ranks intermediários para cada valor, em ordem crescente (quarta etapa), de acordo com a Tabela 9. Com isso, obtém-se os valores alinhados e ranqueados  $Y''$  para cada efeito principal e interação do modelo.

Tabela 9 – Alinhamento e ranqueamento dos dados em relação aos efeitos considerados pelo modelo

|    |    | Etapa 1 | Etapa 2    |            |              | Etapa 3 (Resíduo + Efeito) |        |            | Etapa 4 (Ranqueamento) |         |             |
|----|----|---------|------------|------------|--------------|----------------------------|--------|------------|------------------------|---------|-------------|
| L  | S  | Resíduo | Efeito (L) | Efeito (S) | Efeito (L*S) | $Y'_L$                     | $Y'_S$ | $Y'_{L*S}$ | $Y''_L$                | $Y''_S$ | $Y''_{L*S}$ |
| L1 | S1 | -1,5    | -1,375     | -0,875     | 0,125        | -1,875                     | -1,375 | -0,375     | 2                      | 3       | 4           |
| L2 | S1 | -2,5    | 1,375      | -0,875     | -0,125       | 2,375                      | 0,125  | 0,875      | 7,5                    | 6       | 6           |
| L2 | S2 | 0       | 1,375      | 0,875      | 0,125        | 0,375                      | -0,125 | -0,875     | 4,5                    | 5       | 3           |
| L1 | S2 | -0,5    | -1,375     | 0,875      | -0,125       | 1,625                      | 3,875  | 2,875      | 6                      | 8       | 8           |
| L1 | S1 | 1,5     | -1,375     | -0,875     | 0,125        | -0,875                     | -0,375 | 0,625      | 3                      | 4       | 5           |
| L2 | S1 | 2,5     | 1,375      | -0,875     | -0,125       | 0,375                      | -1,875 | -1,125     | 4,5                    | 2       | 2           |
| L2 | S2 | 0       | 1,375      | 0,875      | 0,125        | 2,375                      | 1,875  | 1,125      | 7,5                    | 7       | 7           |
| L1 | S2 | 0,5     | -1,375     | 0,875      | -0,125       | -4,375                     | -2,125 | -3,125     | 1                      | 1       | 1           |

Fonte: Próprio autor

Por fim, ANOVAs podem ser conduzidas nos resultados alinhados e ranqueados para cada efeito principal e interação. No exemplo considerado, três ANOVAs seriam rodadas, uma com o resultado alinhado e ranqueado para o efeito L, outra com o resultado alinhado e ranqueado para o efeito S, e a última alinhada e ranqueada para a interação LS. A Tabela 10 exemplifica o resultado da ANOVA obtido com os dados do exemplo.

Tabela 10 – Tabela de ANOVA para o exemplo com os dados fictícios de erro geométrico

|       | GL | GL.res | F       | p-valor |
|-------|----|--------|---------|---------|
| L     | 1  | 4      | 3,27273 | 0,14470 |
| S     | 1  | 4      | 0,51429 | 0,51294 |
| L : S | 1  | 4      | 0,04878 | 0,83601 |

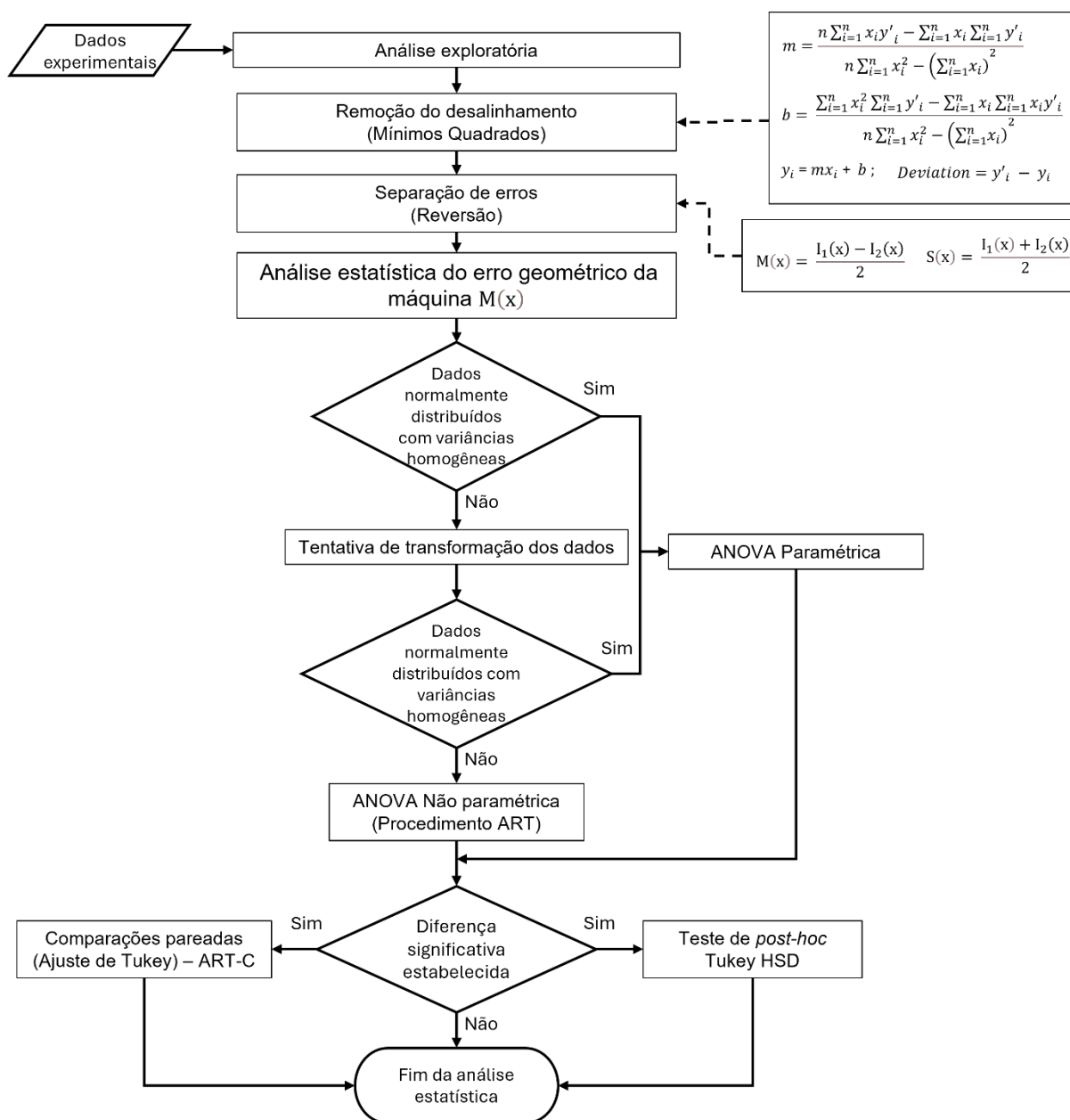
Fonte: Próprio autor

No exemplo, a análise de variância não retornou significância para os efeitos principais e interação ( $p\text{-valor} < 0,05$ ), assim estaria finalizada a análise estatística. No caso em que o  $p\text{-valor}$  foi maior que o nível de significância para algum dos efeitos, pode-se conduzir testes de *post hoc*. Para comparações múltiplas em sequência à ANOVA dentro da abordagem ART, Elkin *et al.* (2021) desenvolveram o procedimento ART-C, que permite comparações pareadas entre múltiplos fatores.

As respostas alinhadas e ranqueadas  $Y''$  pelo modelo ART não podem ser utilizadas para comparações pareadas pelo fato de inflarem taxas de erro Tipo-I nos testes. Para contornar este problema, o procedimento ART-C permite indicar quais fatores possuem os níveis que se deseja comparar, gerando respostas alinhadas e ranqueadas adicionais precisamente para essas comparações. Além disso, no caso de comparações entre múltiplos fatores, o modelo aceita correções de  $p\text{-valor}$  entre comparações, como o ajuste pelo método de Tukey (Elkin *et al.*, 2021).

A Figura 28 esquematiza resumidamente o fluxo dos processos e métodos utilizados para analisar os dados coletados nos experimentos de calibração dos erros geométricos do torno e as tomadas de decisões feitas sobre a utilização de métodos estatísticos para analisar os resultados.

Figura 28 – Esquematização das etapas executadas e escolha de métodos estatísticos para as análises dos erros geométricos do torno mecânico



Fonte: Próprio autor

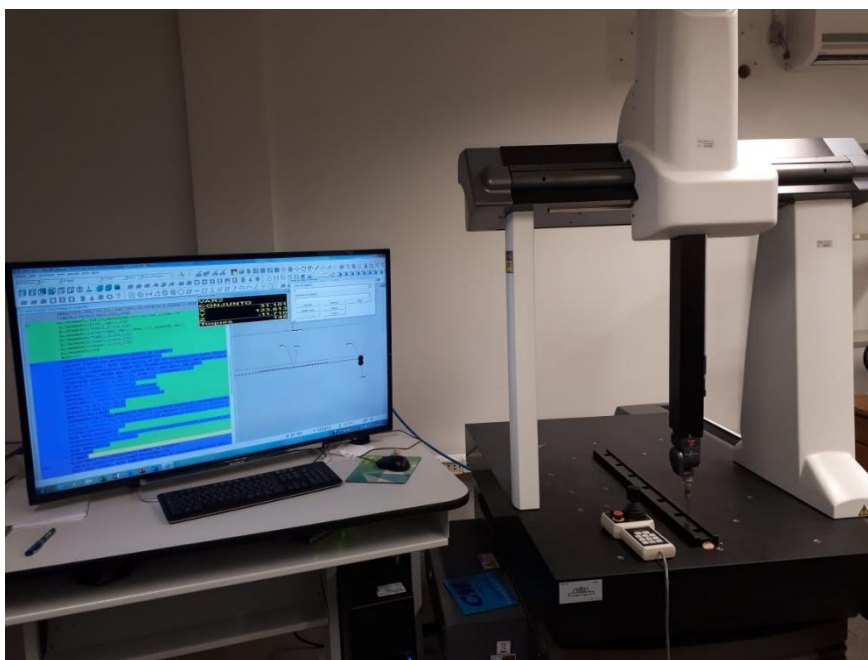
### 3.6 VALIDAÇÃO DO MÉTODO DE CALIBRAÇÃO

Para fins de validação do método de calibração utilizado na identificação dos erros geométricos do torno, foi promovida a comparação dos resultados do perfil de retitude do artefato obtido com o método de reversão pela separação de erros com resultados da medição do mesmo artefato metálico em uma Máquina de Medir por Coordenadas (MMC) do tipo ponte móvel, marca HEXAGON com resolução de 0,078

$\mu\text{m}$ , disponível no departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos, EESC – USP.

Pontos foram coletados com deslocamentos sucessivos em intervalos de 1 mm a partir de um ponto inicial, em toda extensão do artefato, considerando a mesma face de medição utilizada nos ensaios de calibração do torno. A medição com a MMC foi repetida três vezes e a coleta dos pontos foi feita de modo automático. A Figura 29 ilustra a maneira pela qual a medição do artefato com a MMC foi conduzida.

Figura 29 – Calibração do erro de retitude da face do artefato metálico pela Máquina de Medir por Coordenadas



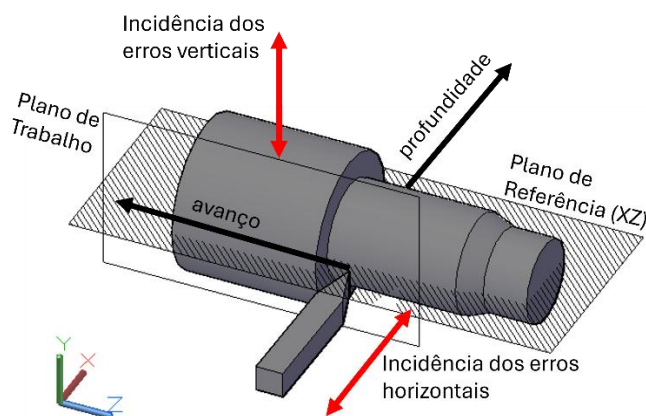
Fonte: Próprio autor

### 3.7 DETERMINAÇÃO DO EFEITO DOS ERROS GEOMÉTRICOS NO TORNEAMENTO

Conforme destacado na Seção 3.2, a metodologia experimental considerou a coleta de erros geométricos horizontais e verticais. O erro horizontal está contido no plano de referência XZ da máquina ferramenta, formado pelos eixos longitudinal e transversal. Durante um processo de torneamento, o erro horizontal exerce influência na mesma direção da profundidade da ferramenta em relação à peça de trabalho, sendo uma direção sensível à operação usinagem.

Já o erro vertical incide no plano de trabalho da máquina, sendo perpendicular ao plano de referência. Como sua direção não é sensível à operação de usinagem, a relação entre sua magnitude e o diâmetro final para a peça de trabalho não é direta como ocorre para o erro horizontal. A Figura 30 ilustra a diferença no efeito dos erros horizontais e verticais durante um processo convencional de torneamento cilíndrico externo.

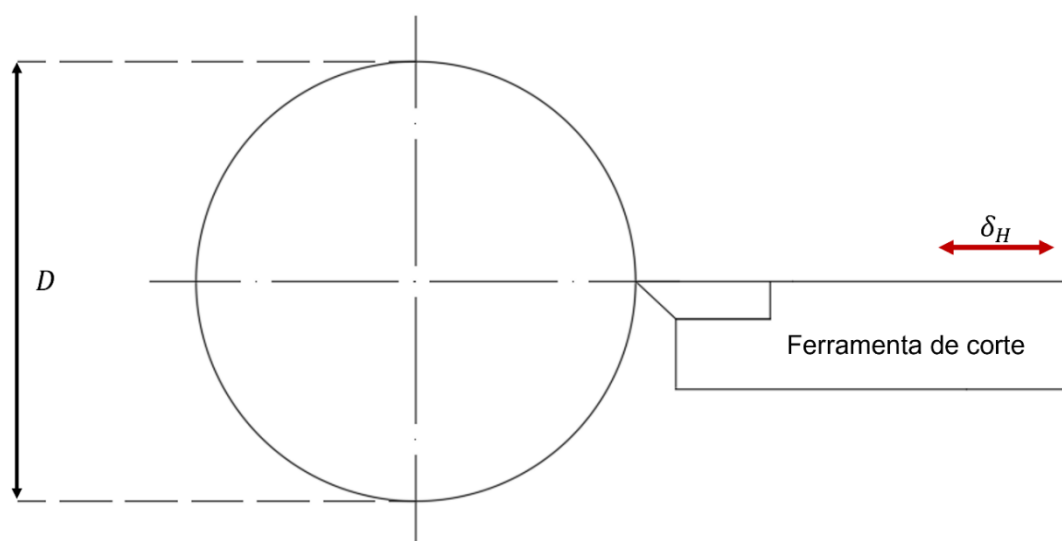
Figura 30 – Incidência dos erros geométricos durante um processo de torneamento



Fonte: Próprio autor

Desta forma, o diâmetro final obtido na usinagem, considerando apenas o efeito dos erros geométricos horizontais, é o diâmetro desejado,  $D$ , subtraído do valor obtido para o erro horizontal  $\delta_H$ , conforme Figura 31.

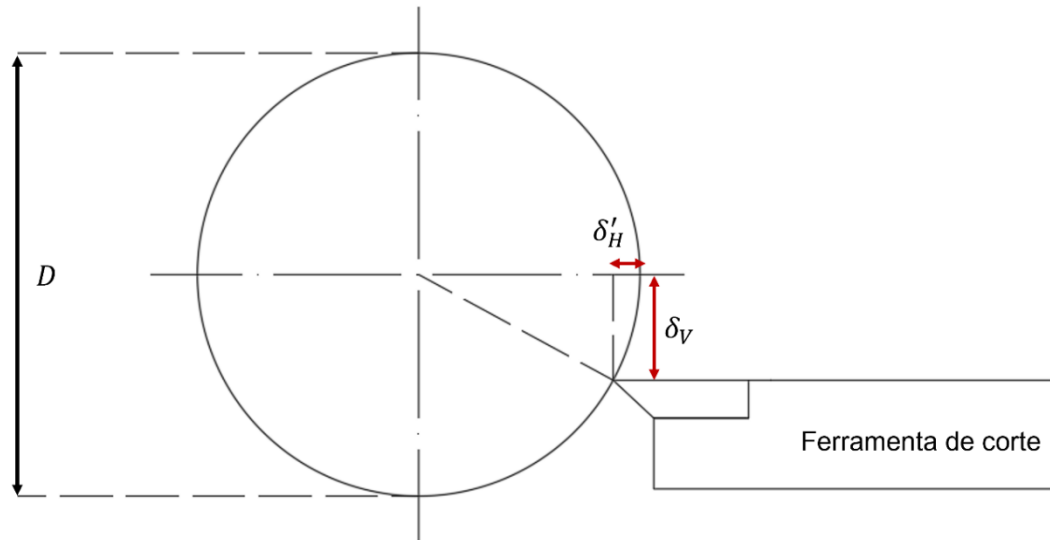
Figura 31 – Incidência do erro horizontal na operação de torneamento



Fonte: Próprio Autor

Já o efeito do erro geométrico vertical, deve ser decomposto em cada um dos eixos considerados na operação, conforme Figura 32.

Figura 32 – Incidência do erro vertical na operação torneamento



Fonte: Próprio Autor

A partir da Figura 32, observa-se o surgimento de um componente de erro,  $\delta'_H$ , com incidência na direção sensível ao torneamento, devido ao desvio  $\delta_V$  na direção vertical. Aplicando relações trigonométricas, conforme Equação 27, obtém-se a relação entre o desvio horizontal e o diâmetro da peça.

$$\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2} - \delta'_H\right)^2 + \delta_V^2 \quad \text{Equação 27}$$

Aplicando tratamentos algébricos, é possível obter o valor da parcela horizontal de variação, devido ao erro vertical, conforme Equação 28.

$$\delta'_H = \frac{D}{2} - \sqrt{\frac{D^2}{4} - \delta_V^2} \quad \text{Equação 28}$$

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

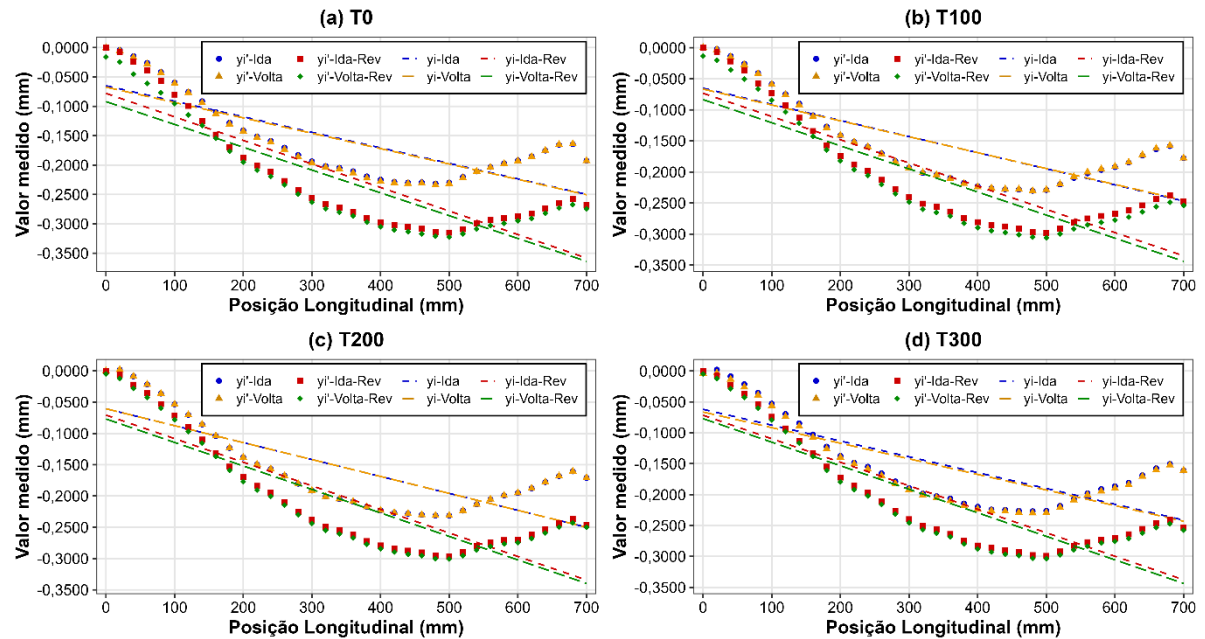
Os resultados do erro geométrico da máquina se dividem na apresentação do perfil dos seguintes erros:

- $\delta_{H_{i,j}}$  : erro geométrico horizontal do carro principal do torno na posição longitudinal  $i$  e com o carro transversal na posição  $j$ ;
- $\delta_{V_{i,j}}$  : erro geométrico vertical do carro principal do torno na posição longitudinal  $i$  e com o carro transversal na posição  $j$ ;
- $i = \{0, 20, 40, \dots, 700\}$  e  $j = \{0, 100, 200, 300\}$ .

### 4.1 REMOÇÃO DO DESALINHAMENTO

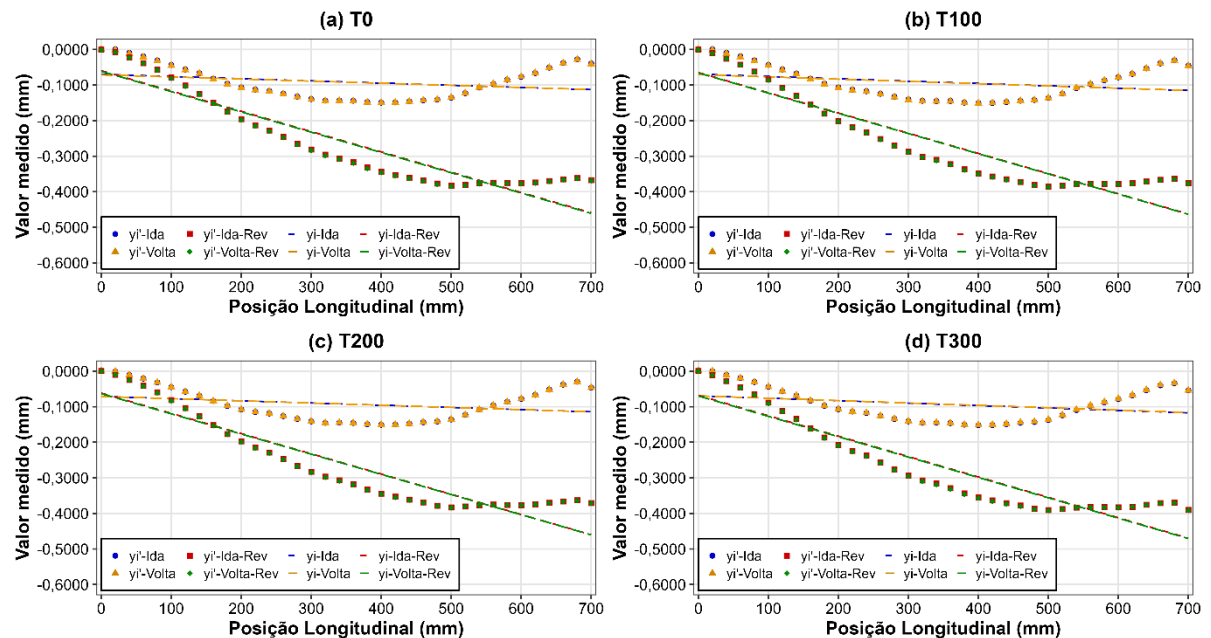
A partir dos dados obtidos pelo sistema de medição, foi possível traçar o perfil  $y'_i$  de comportamento do erro geométrico e, aplicando as equações do Método dos Mínimos Quadrados, obteve-se a reta de ajuste  $y_i$  para cada ponto longitudinal analisado. Os resultados obtidos e o perfil das retas de ajuste, em todas as posições transversais, antes e após a reversão, para os experimentos do erro horizontal seguem dispostos na Figura 33. Já a Figura 34 apresenta os perfis experimentais e retas de ajuste obtidos com os experimentos do erro vertical.

Figura 33 – Perfil experimental e retas de ajuste para as posições transversais de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm nos experimentos do erro horizontal



Fonte: Próprio autor

Figura 34 – Perfil experimental e retas de ajuste para as posições transversais de (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm nos experimentos do erro vertical

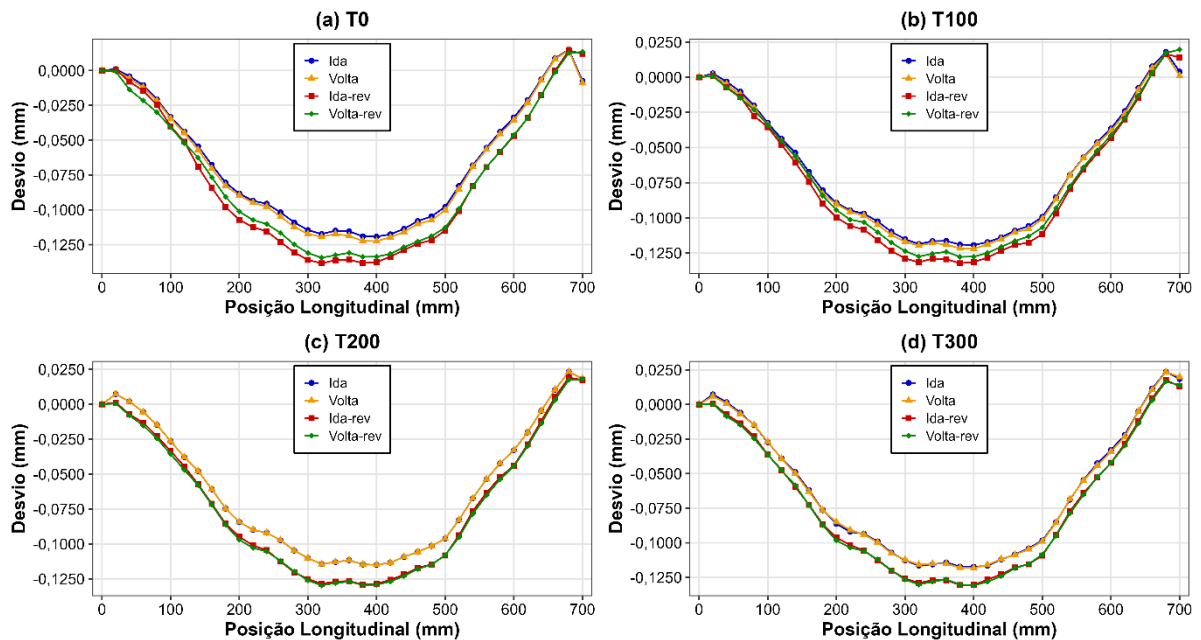


Fonte: Próprio autor

Pelas Figuras 33 e 34, pode-se observar que os valores nas medições de ida e volta apresentam variações. Além disso, os desalinhamentos foram diferentes antes

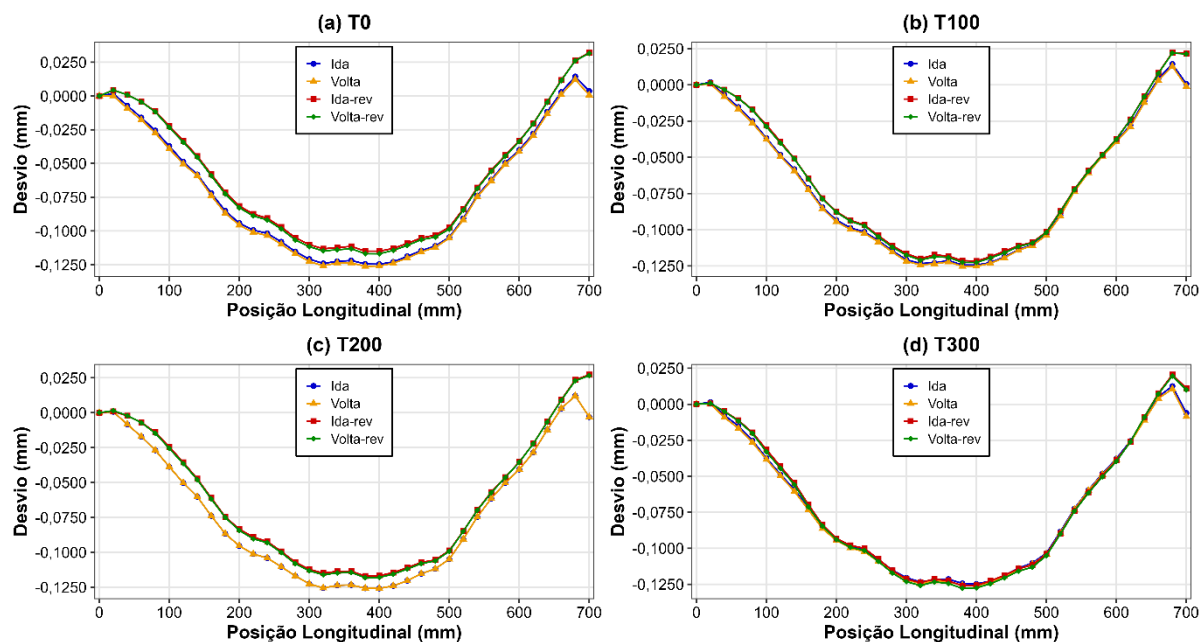
e após a reversão, o que é evidenciado pelas diferentes inclinações das retas de ajuste. Essa diferença pode ser explicada pela falta de paralelismo da face de medição com o centro de fixação do artefato, tendo sido corrigida matematicamente pelo método dos mínimos quadrados. Assim, o desalinhamento dos dados foi corrigido pela subtração entre os pontos de ambas as curvas ( $y'_i - y_i$ ), obtendo-se o perfil alinhado dos desvios. Dessa forma, foi possível obter o perfil de retitude dos dados medidos para o erro horizontal e vertical, conforme a Figura 35 e Figura 36, respectivamente.

Figura 35 – Perfil de retitude horizontal para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm



Fonte: Próprio autor

Figura 36 – Perfil de retitude vertical para as posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm



Fonte: Próprio autor

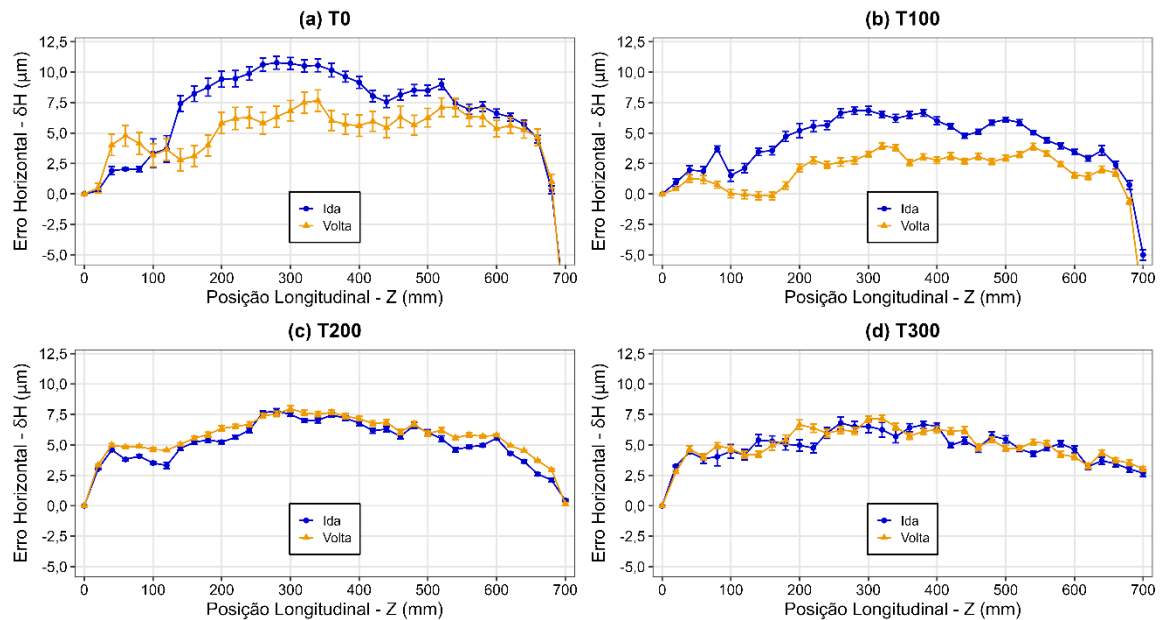
A partir da obtenção do perfil de erros sem a influência do desalinhamento de montagem experimental, percebe-se que os desvios em cada ponto são semelhantes tanto na ida quanto na volta, e que também são relativamente próximos tanto na configuração anterior à reversão quanto na configuração posterior à reversão. Contudo, os desvios de retitude representados até aqui não compõe puramente os erros geométricos da máquina, pois há uma superposição dos erros de retitude do artefato metálico com os erros de retitude da guia de movimentação carro principal do torno.

#### 4.2 SEPARAÇÃO DE ERROS

Após a aplicação do método dos mínimos quadrados para remoção do desalinhamento, pode-se prosseguir com a aplicação do método de separação de erros, a partir das Equações 2 e 3, que são as leituras das medições indicadas pela coluna de medição, antes e após a reversão do artefato, respectivamente. Assim, foi possível calcular o erro geométrico do carro principal do torno a partir da Equação 4, e separá-lo do erro de retitude do artefato metálico obtido pela Equação 5. Para o erro

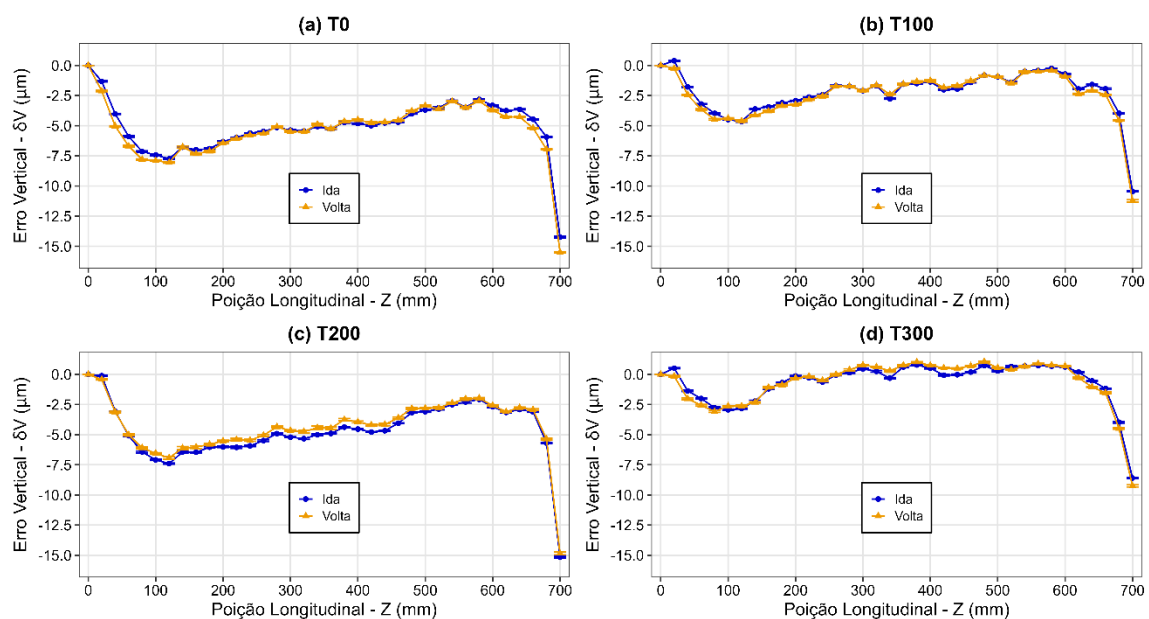
horizontal do carro principal, em  $\mu\text{m}$ , foram obtidos os resultados dispostos na Figura 37. Os resultados do erro vertical estão apresentados na Figura 38.

Figura 37 – Erro horizontal médio do carro principal do torno, para ida e volta nas posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm



Fonte: Próprio autor

Figura 38 – Erro vertical médio do carro principal do torno, para ida e volta nas posições transversais (a) 0 mm, (b) 100 mm, (c) 200 mm e (d) 300 mm



Fonte: Próprio autor

O perfil de erros separados da máquina mostra que os erro de retitude da guia de movimentação do carro principal do torno varia de acordo com a posição de deslocamento longitudinal. Também são observados comportamentos diferentes entre os erros horizontais e os erros verticais. Além disso, observa-se uma mudança brusca no comportamento do erro a partir do ponto longitudinal de 680 mm, que fica evidente nas configurações T0 e T100 no erro horizontal e em todas as configurações no erro vertical. Para as posições transversais analisadas, o comportamento da volta é semelhante ao da ida e os dados apresentam variabilidade amostral controlada. As diferenças entre os resultados de ida e volta, chamadas erro de histerese, podem ser explicadas pelo efeito de *backlash* em que as folgas dos mecanismos de movimentação da máquina impactam na medição quando se inverte o sentido de movimento.

A Tabela 11 resume a amplitude e os erros médios máximos, em módulo, obtidos para cada configuração transversal, tanto na ida quanto na volta.

Tabela 11 – Erro médio máximo obtido para as diferentes configurações de medição

| Configuração Transversal | Sentido | $\delta_H (\mu m)$ |           | $\delta_V (\mu m)$ |           |
|--------------------------|---------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
|                          |         | Erro médio máximo  | Amplitude | Erro médio máximo  | Amplitude |
| T0                       | Ida     | 10,77              | 20,57     | 14,24              | 12,91     |
|                          | Volta   | 11,16              | 18,83     | 15,49              | 13,37     |
| T100                     | Ida     | 6,85               | 11,86     | 10,45              | 10,84     |
|                          | Volta   | 9,34               | 13,28     | 11,23              | 10,98     |
| T200                     | Ida     | 7,79               | 7,34      | 15,17              | 15,05     |
|                          | Volta   | 7,98               | 7,82      | 14,84              | 14,42     |
| T300                     | Ida     | 6,81               | 4,12      | 8,60               | 9,38      |
|                          | Volta   | 7,18               | 4,41      | 9,25               | 10,30     |

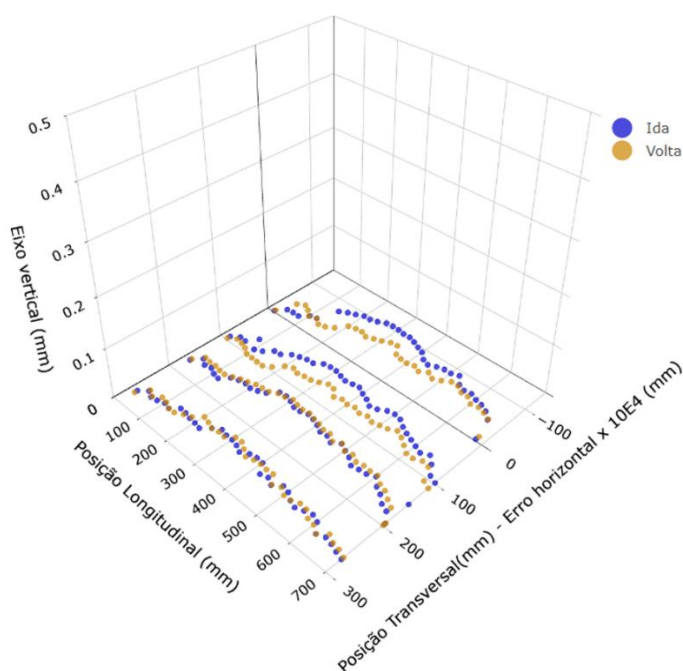
Fonte: Próprio autor.

Pela Tabela 11, pode-se constatar que para o erro horizontal, a magnitude é maior para a posição transversal T0, com um valor máximo de 11,16  $\mu m$  na volta. Ao analisar a amplitude, percebe-se uma tendência da diminuição do valor do erro para posições transversais mais afastadas, com menores amplitudes sendo observadas em T300, tanto na ida quanto na volta. Já para o erro vertical, percebe-se resultados menos discrepantes entre as configurações transversais. O erro máximo registrado

para o erro vertical foi identificado em T0, na volta, com um valor de 15,49  $\mu\text{m}$ . As amplitudes dos experimentos são próximas, ainda que exista uma amplitude maior para os resultados da configuração transversal T200.

Outra maneira de visualizar os erros obtidos é através da plotagem de gráficos tridimensionais, para ilustrar a variação do erro ao longo do espaço de trabalho da máquina ferramenta. A Figura 39 apresenta a variação do erro horizontal  $\delta_H$  em relação às diferentes posições longitudinais e transversais, tanto na ida quanto na volta, adotadas nos experimentos. Analogamente, a Figura 40 aborda a variação do erro vertical  $\delta_V$ .

Figura 39 – Distribuição do erro horizontal no espaço de trabalho do torno



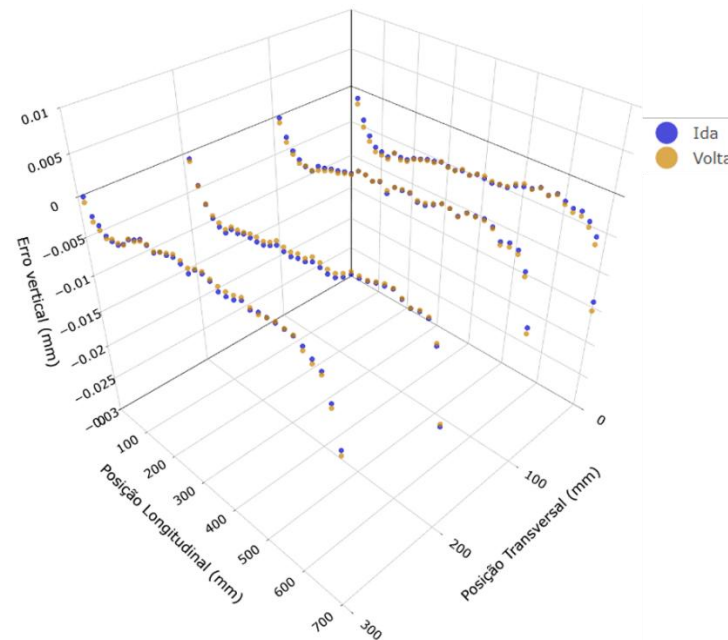
\*Erro horizontal em escala de (1:10000)

Fonte: Próprio autor

Como pode ser observado na Figura 39, o erro horizontal está contido no plano de referência XZ, formado pelos eixos longitudinal e transversal. O erro horizontal provoca uma movimentação transversal indesejada que será transmitida à ferramenta, afastando-a do valor alvo de deslocamento e impactando por sua vez no diâmetro removido da peça ao longo do seu comprimento. Assim, o erro obtido deve ser posteriormente compensado na máquina, ou considerado na definição de tolerâncias

de projeto, a depender do nível de qualidade desejado e das especificações do processo.

Figura 40 – Distribuição do erro vertical no espaço de trabalho da máquina



Fonte: Próprio autor

A partir da Figura 40, fica evidente a incidência do erro vertical no plano de trabalho da máquina. Como o erro vertical foi medido em diferentes posicionamentos do carro transversal e sua incidência é ortogonal ao plano de referência do torno, é possível analisar sua distribuição no espaço de trabalho da máquina, conforme apresentado na Figura 41.

















longitudinal, sentido e interação entre ambos sobre o erro geométrico horizontal do torno mecânico para todos os experimentos com as diferentes configurações transversais (**p-valor < 0,05**). Dessa forma, pode-se prosseguir com as comparações múltiplas a fim de verificar em que níveis dos fatores houve a diferença apontada pela ANOVA. As comparações foram analisadas a partir de modelos criados pelo procedimento ART-C, utilizando os dados do erro alinhado e ranqueado para cada fator, porém com a correção do modelo que permite trabalhar com contrastes.

Primeiramente, é possível aplicar comparações múltiplas utilizando o método de Tukey entre os níveis do fator longitudinal. Todavia, como existem 35 níveis longitudinais, as comparações múltiplas pareadas tornam-se excessivas. Assim, optou-se pela sintetização das comparações através das letras de agrupamento, método que designa letras diferentes para grupos significativamente diferentes. A Figura 48 ilustra o resultado das comparações entre os níveis do fator longitudinal para os experimentos com diferentes configurações transversais conduzidos para o erro horizontal. Tabelas mais detalhadas com as informações dos agrupamentos, com valores da mediana de cada grupo e intervalos de confiança seguem dispostas no Apêndice B (Seção B.1).



















diâmetro da peça foi feita a representação dos erros em escala ampliada com fator de (1000:1)  $\mu m$ .

#### **4.5.1 Erro Horizontal**

Na primeira configuração, com o carro transversal em 0 mm, obteve-se o perfil de variação do valor nominal do diâmetro da peça disposto na Figura 52 (a). Ao longo do comprimento de 700 mm, observa-se um diâmetro máximo de 80,0196 mm e um diâmetro mínimo de 79,9785 mm. Nesta configuração da máquina, obtém-se uma tolerância de cilíndricidade de 20,6  $\mu m$ . As variações de diâmetro para os demais experimentos seguem ilustradas na Figura 52, tanto na ida quanto na volta, para os experimentos subsequentes com o carro transversal em 100 mm, 200 mm e 300 mm, respectivamente. A Tabela 18 resume os resultados da simulação do comportamento dos erros horizontais em processos de torneamento cilíndrico externo, com os diâmetros máximos e mínimos que podem ser obtidos para as respectivas configurações da máquina, assim como o valor do toleranciamento que pode ser alcançado, consideração a superposição dos efeitos de componentes de erros na direção horizontal.





precisão não seja o suficiente, de acordo com as exigências necessárias para o componente mecânico, seria necessário empregar métodos de compensação de erros na máquina ferramenta, utilizando os dados coletados nesta pesquisa como *input* para então remover os erros na própria máquina, o que reduziria os desvios geométricos e consequentemente a variabilidade do processo de torneamento.

#### **4.5.2 Erro Vertical**

As simulações do efeito do erro vertical sobre eixos de diferentes diâmetros usinados foram conduzidas de maneira análoga às simulações do erro horizontal, porém levando em consideração a decomposição do erro vertical para considerar apenas a magnitude da componente que incide na direção sensível da operação de torneamento, conforme Equação 28. Dessa maneira, a Figura 53 representa o resultado do diâmetro final obtido para eixos usinados com as configurações transversais de 0, 100, 200 e 300 mm, respectivamente. Em ambos os casos, observa-se um comportamento semelhante, com valores do diâmetro controlados ao longo de todo o comprimento da peça, com um desvio mais acentuado no deslocamento longitudinal de 700 mm. A Tabela 19 sintetiza os resultados das simulações destacados para o erro vertical.









estudo mais aprofundado sobre a adequação das técnicas de calibração para ambientes industriais, com estudos aprofundados sobre a viabilidade da aplicação da separação de erros em diversos segmentos da manufatura, considerando tempo e custo demandados para a condução dos experimentos.

















ZHAO, Z.; MAO, J.; WEI, X. Geometric Error-Based Multi-Source Error Identification and Compensation Strategy for Five-Axis Side Milling. **Machines**, v. 12, n. 5, p. 340, 2024.

ZHENG, F. et al. Efficient Method for Identifying Key Errors Based on 21-Geometric-Error Measurement of Three Linear Axes of Machine Tools. **Applied Sciences**, v. 14, n. 7, p. 2982, 2024.

ZHONG, X. et al. Influence and error transfer in assembly process of geometric errors of a translational axis on volumetric error in machine tools. **Measurement**, v. 140, p. 450-461, 2019.

ZHUANG, Z. et al. Sensitivity analysis of inverse multilateration based on tracking interferometer measurement for a bi-rotary head five-axis machine tool. **Measurement**, v. 222, p. 113603, 2023.

ZIMMERMANN, N.; IBARAKI, S. Self-calibration of rotary axis and linear axes error motions by an automated on-machine probing test cycle. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 107, n. 5, p. 2107-2120, 2020.



Testes de Levene para avaliar a homogeneidade de variâncias dos dados do erro horizontal

| Configuração Transversal | Estatística do Teste - F | p -valor       |
|--------------------------|--------------------------|----------------|
| T0                       | 1,9392                   | <b>0,0000*</b> |
| T100                     | 0,6958                   | 0,9697         |
| T200                     | 0,5692                   | 0,9979         |
| T300                     | 1,145                    | 0,2073         |

**\* Experimento em que não foi constatada homogeneidade de variâncias (p-valor < 0,05)**



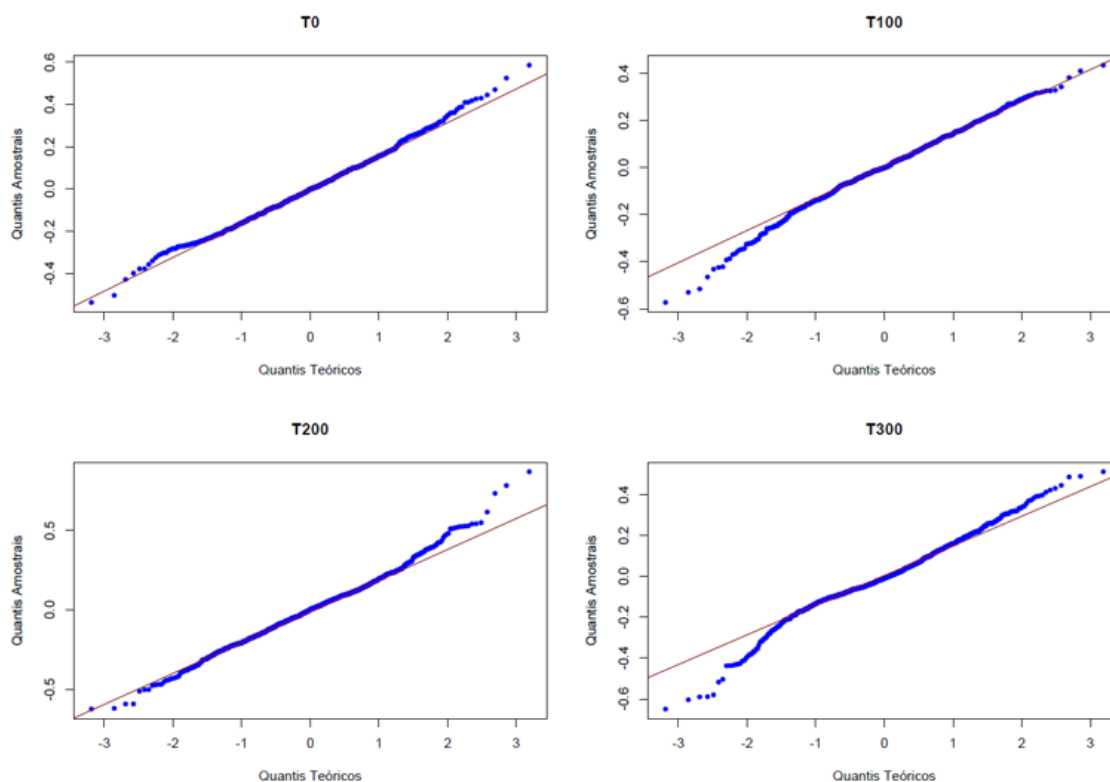
Testes de Levene para avaliar a homogeneidade de variâncias dos dados do erro vertical

| Configuração Transversal | Estatística do Teste - F | p -valor       |
|--------------------------|--------------------------|----------------|
| T0                       | 0,9008                   | 0,7004         |
| T100                     | 1,113                    | 0,2569         |
| T200                     | 1,7564                   | <b>0,0003*</b> |
| T300                     | 0,8136                   | 0,8576         |

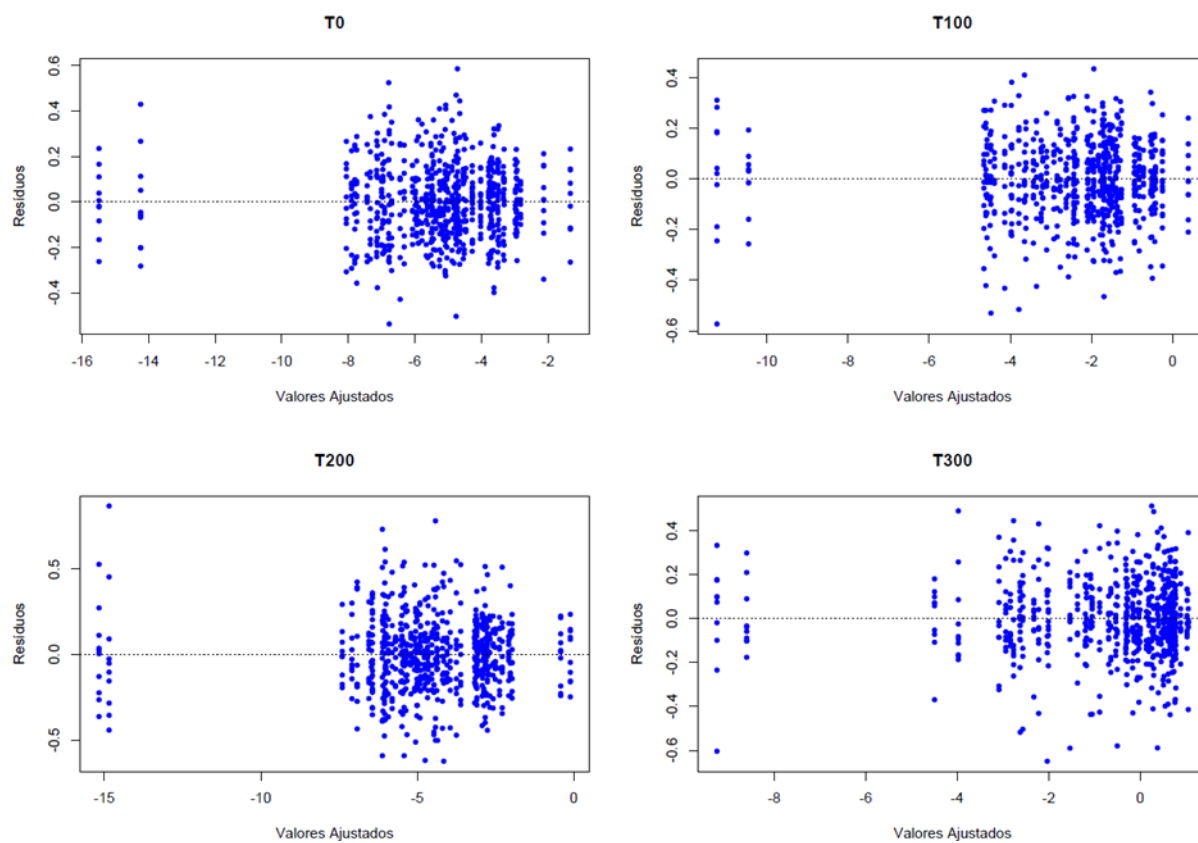
\* Experimento em que não foi constatada homogeneidade de variâncias (p-valor < 0,05)

### A.3 Análise dos pressupostos nos resíduos do modelo paramétrico de ANOVA para o erro vertical

Q-Q plot para avaliação da normalidade dos resíduos dos modelos em T0, T100, T200 e T300



Resíduos *versus* valores ajustados para análise da homogeneidade de variâncias dos resíduos dos modelos de ANOVA para o erro vertical em T0, T100, T200 e T300

















|            |                  |        |       |        |
|------------|------------------|--------|-------|--------|
| 460, Ida   | r w ABCD         | 5,31   | 4,4   | 5,54   |
| 460, Volta | k m o q stu xyz  | 2,77   | 2,65  | 3,04   |
| 480, Ida   | ABC              | 5,94   | 5,22  | 6,34   |
| 480, Volta | ijklm o st xyz   | 2,58   | 2,05  | 2,71   |
| 500, Ida   | AB               | 6,13   | 5,53  | 6,3    |
| 500, Volta | ijklm o q st xyz | 2,81   | 2,43  | 3,14   |
| 520, Ida   | ABCD             | 5,77   | 5,36  | 5,88   |
| 520, Volta | nopq stu xyz     | 3,04   | 2,74  | 3,28   |
| 540, Ida   | r vw ABCD        | 5      | 4,74  | 5,46   |
| 540, Volta | n pqrs uvw D     | 3,91   | 3,25  | 4,01   |
| 560, Ida   | n p r uvw BCD    | 4,4    | 3,83  | 4,68   |
| 560, Volta | nopq stuv xyz    | 3,27   | 2,75  | 3,37   |
| 580, Ida   | n pqrs uvw CD    | 4,08   | 3,21  | 4,41   |
| 580, Volta | cd hijklm xyz    | 2,31   | 2,08  | 2,48   |
| 600, Ida   | nopqrstuv x z    | 3,3    | 3,15  | 3,67   |
| 600, Volta | abcde hij        | 1,37   | 1,16  | 1,57   |
| 620, Ida   | klm o q stu xyz  | 2,79   | 2,55  | 3,17   |
| 620, Volta | abcde hi         | 1,33   | 0,826 | 1,6    |
| 640, Ida   | nopqrstuv z      | 3,29   | 2,89  | 3,54   |
| 640, Volta | abcd hijklm      | 1,79   | 1,58  | 2,04   |
| 660, Ida   | cd hijklm xyz    | 2,27   | 1,61  | 2,59   |
| 660, Volta | abcde hij lm     | 1,53   | 1,37  | 1,64   |
| 680, Ida   | abc efgh         | 0,433  | 0,09  | 1,1    |
| 680, Volta | efg              | -0,769 | -1,05 | -0,543 |
| 700, Ida   | fg               | -5,27  | -5,95 | -4,77  |
| 700, Volta | g                | -9,71  | -9,95 | -8,97  |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T200

| Grupo      | Letras de Agrupamento | Mediana | IC (95%)        |                 |
|------------|-----------------------|---------|-----------------|-----------------|
|            |                       |         | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | abcd                  | 3,04    | 2,92            | 3,1             |
| 20, Volta  | abcde                 | 3,36    | 3,07            | 3,55            |
| 40, Ida    | efghijkl              | 4,65    | 4,36            | 4,81            |
| 40, Volta  | fg i mnopqr           | 5,13    | 4,55            | 5,2             |
| 60, Ida    | abcde h jkl           | 3,83    | 3,52            | 3,87            |
| 60, Volta  | fghi k mno            | 4,83    | 4,49            | 5               |
| 80, Ida    | abc ef h jkl          | 4,01    | 3,8             | 4,22            |
| 80, Volta  | fghi mnop             | 4,85    | 4,56            | 5,05            |
| 100, Ida   | abcde j               | 3,63    | 3,42            | 3,77            |
| 100, Volta | fghijklm              | 4,64    | 4,19            | 4,72            |
| 120, Ida   | abcde j               | 3,38    | 2,92            | 3,71            |
| 120, Volta | efghijkl              | 4,56    | 4,29            | 4,7             |
| 140, Ida   | fghi klmn             | 4,83    | 4,33            | 4,89            |
| 140, Volta | g i mnopqr            | 5,04    | 4,58            | 5,21            |
| 160, Ida   | g mnopqrs             | 5,08    | 4,86            | 5,29            |
| 160, Volta | opqrstu               | 5,45    | 5,26            | 5,72            |
| 180, Ida   | mnopqrst              | 5,24    | 4,94            | 5,71            |
| 180, Volta | stuvwxy               | 5,82    | 5,54            | 6,09            |
| 200, Ida   | g mnopqrs             | 5,14    | 4,89            | 5,27            |
| 200, Volta | wxyzABCD              | 6,18    | 5,87            | 6,66            |
| 220, Ida   | qrstuv                | 5,49    | 5,26            | 5,9             |
| 220, Volta | wxyzABCDE             | 6,31    | 6,14            | 6,67            |
| 240, Ida   | tuvwxyzA C            | 6,08    | 5,72            | 6,56            |
| 240, Volta | w zABCDEFGF           | 6,57    | 6,15            | 6,63            |
| 260, Ida   | F HI                  | 7,71    | 7,16            | 7,79            |
| 260, Volta | EFGHI                 | 7,34    | 6,87            | 7,62            |
| 280, Ida   | HI                    | 7,69    | 7,41            | 7,98            |
| 280, Volta | EFGHI                 | 7,37    | 7,09            | 7,68            |
| 300, Ida   | FGHI                  | 7,38    | 7,13            | 7,91            |
| 300, Volta | H                     | 7,89    | 7,36            | 8,43            |
| 320, Ida   | z B DEFGHI            | 6,91    | 6,58            | 7,27            |
| 320, Volta | F HI                  | 7,45    | 7,1             | 7,68            |
| 340, Ida   | z B DEFGHI            | 6,92    | 6,54            | 7,23            |
| 340, Volta | EFGHI                 | 7,35    | 7,24            | 7,49            |
| 360, Ida   | EFGHI                 | 7,4     | 6,97            | 7,62            |
| 360, Volta | F HI                  | 7,56    | 7,26            | 7,79            |
| 380, Ida   | B DEFGHI              | 7,2     | 6,65            | 7,45            |
| 380, Volta | B EFGHI               | 7,2     | 6,86            | 7,53            |
| 400, Ida   | zABCDEFGHI            | 6,73    | 6,23            | 7,14            |
| 400, Volta | B DEFGHI              | 7,01    | 6,73            | 7,39            |
| 420, Ida   | tuvwxyzA C            | 6,38    | 5,56            | 6,67            |
| 420, Volta | zABCDEFGF I           | 6,66    | 6,23            | 7,09            |
| 440, Ida   | uvwxyzA CD            | 6,14    | 5,9             | 6,38            |
| 440, Volta | zAB DEFGHI            | 6,76    | 6,24            | 7,1             |

|            |             |       |        |       |
|------------|-------------|-------|--------|-------|
| 460, Ida   | q stuv      | 5,56  | 5,14   | 5,93  |
| 460, Volta | tuvwxyz A C | 6     | 5,48   | 6,26  |
| 480, Ida   | wx zABCDE G | 6,4   | 6,07   | 6,75  |
| 480, Volta | zABCDEFG    | 6,57  | 6,28   | 6,87  |
| 500, Ida   | tuvwxyz A C | 5,92  | 5,58   | 6,07  |
| 500, Volta | stuvwxyz C  | 5,8   | 5,41   | 6,01  |
| 520, Ida   | nopqrst     | 5,36  | 5,12   | 5,62  |
| 520, Volta | tuvwxyzA C  | 6,01  | 5,81   | 6,24  |
| 540, Ida   | efghijkl    | 4,5   | 4,08   | 4,75  |
| 540, Volta | pqrstuv     | 5,46  | 5,21   | 5,81  |
| 560, Ida   | fghi mnop   | 4,91  | 4,49   | 5,03  |
| 560, Volta | stuvwxyz    | 5,71  | 5,43   | 6,04  |
| 580, Ida   | fg i mnopqr | 5,1   | 4,61   | 5,25  |
| 580, Volta | q stuv y    | 5,78  | 5,32   | 5,86  |
| 600, Ida   | opqrstu     | 5,54  | 5,18   | 5,88  |
| 600, Volta | stuv xy     | 5,83  | 5,46   | 6,1   |
| 620, Ida   | ab ef hijkl | 4,34  | 3,95   | 4,45  |
| 620, Volta | fg i mnop r | 4,94  | 4,72   | 5,11  |
| 640, Ida   | abcde j l   | 3,69  | 3,29   | 3,97  |
| 640, Volta | a efghijkl  | 4,54  | 4,38   | 4,66  |
| 660, Ida   | bcd         | 2,6   | 2,31   | 2,83  |
| 660, Volta | abcde jkl   | 3,7   | 3,45   | 3,88  |
| 680, Ida   | bcd         | 2,3   | 1,59   | 2,46  |
| 680, Volta | abcd        | 2,95  | 2,66   | 3,21  |
| 700, Ida   | cd          | 0,457 | 0,204  | 0,584 |
| 700, Volta | d           | 0,109 | -0,185 | 0,398 |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T300

| Grupo      | Letras de Agrupamento | Mediana | IC (95%)        |                 |
|------------|-----------------------|---------|-----------------|-----------------|
|            |                       |         | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | abc                   | 3,27    | 3,09            | 3,41            |
| 20, Volta  | a                     | 2,92    | 2,39            | 2,99            |
| 40, Ida    | abcdefghijkl          | 4,46    | 4,3             | 4,49            |
| 40, Volta  | bcdefghijklmn         | 4,43    | 4,14            | 5,35            |
| 60, Ida    | abcd hijk             | 3,51    | 3,31            | 3,87            |
| 60, Volta  | abcde hijk            | 3,89    | 3,34            | 4,57            |
| 80, Ida    | abcdefghijkl          | 2,61    | 2,07            | 6,29            |
| 80, Volta  | defghijklmnopqrs      | 4,89    | 4,24            | 5,3             |
| 100, Ida   | bcdefghijklmno        | 4,32    | 3,22            | 6,05            |
| 100, Volta | bcdefghijklmno        | 4,73    | 3,98            | 4,91            |
| 120, Ida   | abcdefghijkl          | 4,45    | 3,21            | 4,86            |
| 120, Volta | abcdef hijk           | 4,07    | 3,49            | 4,69            |
| 140, Ida   | defgh lmnopqrst       | 5,09    | 4,39            | 5,52            |
| 140, Volta | abcdefghijk           | 4,25    | 3,45            | 4,87            |
| 160, Ida   | defgh lmnopqrst       | 5,31    | 4,34            | 5,47            |
| 160, Volta | defghijklmnopqr       | 4,93    | 4,04            | 5,1             |
| 180, Ida   | defghi klmnopqrst     | 4,99    | 4,31            | 5,13            |
| 180, Volta | defg lmnopqrstu       | 5,37    | 4,49            | 5,5             |
| 200, Ida   | defghijklmnopqr       | 4,8     | 3,9             | 5,64            |
| 200, Volta | p stu                 | 6,52    | 5,94            | 6,9             |
| 220, Ida   | b defghijklmno qr     | 4,78    | 3,43            | 5,37            |
| 220, Volta | pqrstu                | 6,1     | 5,56            | 6,64            |
| 240, Ida   | lmnopqrstu            | 5,71    | 5,32            | 6,16            |
| 240, Volta | mnopqrstu             | 5,78    | 5,13            | 6               |
| 260, Ida   | p stu                 | 6,69    | 5,88            | 7,01            |
| 260, Volta | m opqrstu             | 6,05    | 5,67            | 6,27            |
| 280, Ida   | pqrstu                | 6,44    | 5,45            | 6,88            |
| 280, Volta | mnopqrstu             | 5,93    | 5,49            | 6,02            |
| 300, Ida   | m opqrstu             | 6,31    | 5,22            | 7,14            |
| 300, Volta | u                     | 7,04    | 6,46            | 7,08            |
| 320, Ida   | mnopqrstu             | 6,13    | 4,83            | 6,4             |
| 320, Volta | u                     | 7,03    | 6,42            | 7,35            |
| 340, Ida   | efg lmnopqrstu        | 5,32    | 4,6             | 5,87            |
| 340, Volta | p stu                 | 6,24    | 5,87            | 6,72            |
| 360, Ida   | pq stu                | 6,42    | 5,44            | 7,03            |
| 360, Volta | g lmnopqrstu          | 5,52    | 4,94            | 5,97            |
| 380, Ida   | stu                   | 6,68    | 5,97            | 6,72            |
| 380, Volta | mnopqrstu             | 5,9     | 5,54            | 6,12            |
| 400, Ida   | tu                    | 6,47    | 6,15            | 7               |
| 400, Volta | opqrstu               | 5,98    | 5,73            | 6,55            |
| 420, Ida   | defghi klmnopqrst     | 5,08    | 4,4             | 5,5             |
| 420, Volta | m opqrstu             | 5,88    | 5,53            | 6,42            |
| 440, Ida   | defg lmnopqrstu       | 5,31    | 4,67            | 5,79            |
| 440, Volta | m opqrstu             | 5,97    | 5,5             | 6,25            |

|            |                   |      |      |      |
|------------|-------------------|------|------|------|
| 460, Ida   | b defghijklmno    | 4,65 | 3,83 | 5,24 |
| 460, Volta | b defghijklmno qr | 4,64 | 4,3  | 4,97 |
| 480, Ida   | fg lmnopqrstu     | 5,72 | 4,86 | 6,13 |
| 480, Volta | efg lmnopqrstu    | 5,2  | 4,94 | 5,55 |
| 500, Ida   | efg lmnopqrstu    | 5,42 | 4,94 | 5,73 |
| 500, Volta | bcdefghijklmn     | 4,46 | 4,27 | 4,87 |
| 520, Ida   | b defghijklmno    | 4,96 | 4,1  | 5,12 |
| 520, Volta | bcdefghijklmno    | 4,57 | 4,37 | 4,8  |
| 540, Ida   | abcdefghijk       | 4,19 | 3,77 | 4,52 |
| 540, Volta | defgh lmnopqrst   | 5,04 | 4,74 | 5,22 |
| 560, Ida   | b defghijklmno r  | 4,63 | 4,1  | 5,24 |
| 560, Volta | defgh lmnopqrst   | 4,82 | 4,6  | 5,45 |
| 580, Ida   | defghi lmnopqrst  | 5,1  | 4,52 | 5,4  |
| 580, Volta | abcdef hijk       | 4,1  | 3,55 | 4,62 |
| 600, Ida   | abcdefghijkl n    | 4,53 | 4,16 | 4,74 |
| 600, Volta | abcde hijk        | 4,13 | 3,4  | 4,35 |
| 620, Ida   | abc j             | 3,13 | 2,69 | 3,25 |
| 620, Volta | abc j             | 3,28 | 2,67 | 3,52 |
| 640, Ida   | abc hijk          | 3,48 | 2,93 | 4,7  |
| 640, Volta | abcdefghijkl      | 4,36 | 3,84 | 4,69 |
| 660, Ida   | abc jk            | 3,5  | 2,97 | 3,74 |
| 660, Volta | abc hijk          | 3,69 | 3,39 | 3,97 |
| 680, Ida   | abc               | 2,89 | 2,41 | 3,28 |
| 680, Volta | abc ijk           | 3,49 | 2,88 | 3,94 |
| 700, Ida   | a c               | 2,56 | 2,27 | 2,76 |
| 700, Volta | abc               | 3,03 | 2,36 | 3,5  |

## B.2 Erro vertical (Análise Paramétrica)

Informações de Agrupamento para os níveis do fator posição longitudinal para a configuração transversal T0

| Grupo | Letra de Agrupamento | Média | IC (95%)        |                 |
|-------|----------------------|-------|-----------------|-----------------|
|       |                      |       | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20    | a                    | -1,73 | -1,91           | -1,54           |
| 40    | b                    | -4,53 | -4,76           | -4,3            |
| 60    | c                    | -6,3  | -6,49           | -6,1            |
| 80    | d                    | -7,48 | -7,64           | -7,32           |
| 100   | d                    | -7,67 | -7,79           | -7,54           |
| 120   | e                    | -7,9  | -8              | -7,79           |
| 140   | f                    | -6,78 | -6,89           | -6,66           |
| 160   | g                    | -7,17 | -7,28           | -7,07           |
| 180   | g                    | -7,02 | -7,12           | -6,92           |
| 200   | c                    | -6,38 | -6,48           | -6,31           |
| 220   | h                    | -6,03 | -6,08           | -5,99           |
| 240   | i                    | -5,7  | -5,77           | -5,63           |
| 260   | ij                   | -5,57 | -5,64           | -5,5            |
| 280   | kl                   | -5,12 | -5,19           | -5,04           |
| 300   | j m                  | -5,43 | -5,49           | -5,36           |
| 320   | j                    | -5,48 | -5,55           | -5,39           |
| 340   | k n                  | -4,98 | -5,07           | -4,87           |
| 360   | lm                   | -5,25 | -5,32           | -5,18           |
| 380   | b op                 | -4,69 | -4,77           | -4,56           |
| 400   | b o                  | -4,67 | -4,76           | -4,57           |
| 420   | n p                  | -4,88 | -4,97           | -4,77           |
| 440   | b op                 | -4,73 | -4,8            | -4,67           |
| 460   | b o                  | -4,63 | -4,7            | -4,56           |
| 480   | q                    | -3,9  | -3,97           | -3,83           |
| 500   | r                    | -3,52 | -3,62           | -3,42           |
| 520   | r                    | -3,56 | -3,67           | -3,47           |
| 540   | s                    | -2,95 | -3,01           | -2,9            |
| 560   | r                    | -3,49 | -3,55           | -3,42           |
| 580   | s                    | -2,89 | -2,94           | -2,84           |
| 600   | r                    | -3,52 | -3,63           | -3,41           |
| 620   | q                    | -4,01 | -4,14           | -3,89           |
| 640   | q                    | -3,96 | -4,1            | -3,81           |
| 660   | nop                  | -4,83 | -5,01           | -4,66           |
| 680   | c                    | -6,45 | -6,68           | -6,23           |
| 700   | t                    | -14,9 | -15,2           | -14,6           |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator posição longitudinal para a configuração transversal T100

| Grupo | Letra de Agrupamento | Média  | IC (95%)        |                 |
|-------|----------------------|--------|-----------------|-----------------|
|       |                      |        | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20    | a                    | 0,0674 | -0,0872         | 0,22            |
| 40    | bc                   | -2,11  | -2,26           | -1,96           |
| 60    | d                    | -3,43  | -3,54           | -3,31           |
| 80    | e                    | -4,23  | -4,38           | -4,1            |
| 100   | fg                   | -4,45  | -4,51           | -4,38           |
| 120   | f                    | -4,63  | -4,72           | -4,55           |
| 140   | h                    | -3,88  | -4,02           | -3,75           |
| 160   | d                    | -3,61  | -3,74           | -3,51           |
| 180   | i                    | -3,23  | -3,34           | -3,15           |
| 200   | i                    | -3,08  | -3,18           | -3              |
| 220   | j                    | -2,74  | -2,81           | -2,67           |
| 240   | k                    | -2,5   | -2,6            | -2,41           |
| 260   | lm                   | -1,71  | -1,78           | -1,64           |
| 280   | lm                   | -1,73  | -1,78           | -1,66           |
| 300   | bc                   | -2,1   | -2,16           | -2,03           |
| 320   | lm                   | -1,67  | -1,72           | -1,62           |
| 340   | jk                   | -2,59  | -2,7            | -2,49           |
| 360   | l n                  | -1,55  | -1,62           | -1,49           |
| 380   | no                   | -1,42  | -1,5            | -1,34           |
| 400   | o                    | -1,31  | -1,38           | -1,23           |
| 420   | b p                  | -1,92  | -1,99           | -1,86           |
| 440   | m p                  | -1,82  | -1,93           | -1,73           |
| 460   | o                    | -1,35  | -1,43           | -1,27           |
| 480   | q                    | -0,825 | -0,879          | -0,786          |
| 500   | q                    | -0,94  | -0,992          | -0,898          |
| 520   | no                   | -1,44  | -1,51           | -1,37           |
| 540   | r                    | -0,52  | -0,603          | -0,443          |
| 560   | r                    | -0,468 | -0,52           | -0,427          |
| 580   | r                    | -0,348 | -0,418          | -0,287          |
| 600   | q                    | -0,813 | -0,88           | -0,76           |
| 620   | c                    | -2,16  | -2,26           | -2,06           |
| 640   | m p                  | -1,84  | -1,95           | -1,72           |
| 660   | c                    | -2,19  | -2,31           | -2,05           |
| 680   | e g                  | -4,27  | -4,42           | -4,12           |
| 700   | s                    | -10,8  | -11,1           | -10,7           |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator posição longitudinal para a configuração transversal T200

| Grupo | Letra de Agrupamento | Média | IC (95%)        |                 |
|-------|----------------------|-------|-----------------|-----------------|
|       |                      |       | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20    | a                    | -0,27 | -0,365          | -0,174          |
| 40    | bc                   | -3,09 | -3,16           | -3,04           |
| 60    | de                   | -5,05 | -5,12           | -4,96           |
| 80    | f                    | -6,27 | -6,4            | -6,14           |
| 100   | g                    | -6,82 | -6,96           | -6,69           |
| 120   | h                    | -7,16 | -7,29           | -7              |
| 140   | f                    | -6,28 | -6,42           | -6,1            |
| 160   | f                    | -6,25 | -6,37           | -6,07           |
| 180   | i                    | -5,92 | -6,03           | -5,8            |
| 200   | ij                   | -5,77 | -5,9            | -5,63           |
| 220   | ij                   | -5,74 | -5,92           | -5,54           |
| 240   | ij                   | -5,7  | -5,83           | -5,55           |
| 260   | d k                  | -5,27 | -5,41           | -5,15           |
| 280   | lm                   | -4,64 | -4,8            | -4,47           |
| 300   | e n                  | -4,93 | -5,06           | -4,79           |
| 320   | de                   | -5,04 | -5,21           | -4,87           |
| 340   | l n                  | -4,72 | -4,88           | -4,51           |
| 360   | lmn                  | -4,69 | -4,81           | -4,52           |
| 380   | op                   | -4,07 | -4,22           | -3,88           |
| 400   | o q                  | -4,24 | -4,39           | -4,08           |
| 420   | lm q                 | -4,49 | -4,63           | -4,33           |
| 440   | m q                  | -4,42 | -4,55           | -4,25           |
| 460   | p                    | -3,84 | -3,95           | -3,69           |
| 480   | bc r                 | -3    | -3,11           | -2,87           |
| 500   | bc r                 | -2,96 | -3,05           | -2,86           |
| 520   | rs                   | -2,82 | -2,92           | -2,72           |
| 540   | t                    | -2,44 | -2,51           | -2,37           |
| 560   | u                    | -2,16 | -2,27           | -2,05           |
| 580   | u                    | -2,03 | -2,09           | -1,96           |
| 600   | st                   | -2,63 | -2,72           | -2,56           |
| 620   | b                    | -3,13 | -3,19           | -3,06           |
| 640   | c rs                 | -2,84 | -2,9            | -2,77           |
| 660   | bc r                 | -3,02 | -3,11           | -2,93           |
| 680   | jk                   | -5,53 | -5,62           | -5,43           |
| 700   | v                    | -15   | -15,1           | -14,8           |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator posição longitudinal para a configuração transversal T300

| Grupo | MonoLetter | Média   | IC (95%)        |                 |
|-------|------------|---------|-----------------|-----------------|
|       |            |         | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20    | ab         | 0,174   | 0,00339         | 0,326           |
| 40    | c          | -1,7    | -1,9            | -1,54           |
| 60    | d          | -2,29   | -2,44           | -2,15           |
| 80    | e          | -2,93   | -3,04           | -2,8            |
| 100   | e          | -2,78   | -2,87           | -2,7            |
| 120   | e          | -2,73   | -2,82           | -2,65           |
| 140   | d          | -2,27   | -2,35           | -2,18           |
| 160   | f          | -1,14   | -1,22           | -1,07           |
| 180   | g          | -0,788  | -0,898          | -0,694          |
| 200   | h          | -0,221  | -0,276          | -0,158          |
| 220   | h          | -0,222  | -0,278          | -0,17           |
| 240   | i          | -0,572  | -0,676          | -0,472          |
| 260   | a h        | -0,0277 | -0,0968         | 0,0475          |
| 280   | b j        | 0,257   | 0,155           | 0,363           |
| 300   | klmno      | 0,611   | 0,511           | 0,712           |
| 320   | jk m       | 0,43    | 0,317           | 0,533           |
| 340   | a h        | -0,0101 | -0,159          | 0,156           |
| 360   | l n p      | 0,684   | 0,591           | 0,762           |
| 380   | q          | 0,901   | 0,807           | 0,979           |
| 400   | kl no      | 0,628   | 0,54            | 0,713           |
| 420   | b j        | 0,228   | 0,0866          | 0,371           |
| 440   | b j        | 0,234   | 0,094           | 0,364           |
| 460   | jk m o     | 0,441   | 0,318           | 0,565           |
| 480   | pq         | 0,886   | 0,784           | 0,991           |
| 500   | j m        | 0,413   | 0,305           | 0,507           |
| 520   | klm o      | 0,525   | 0,43            | 0,621           |
| 540   | l n p      | 0,674   | 0,593           | 0,727           |
| 560   | n pq       | 0,806   | 0,752           | 0,862           |
| 580   | l n pq     | 0,723   | 0,679           | 0,779           |
| 600   | l no       | 0,655   | 0,597           | 0,701           |
| 620   | h          | -0,0534 | -0,177          | 0,0535          |
| 640   | g          | -0,792  | -0,924          | -0,669          |
| 660   | f          | -1,35   | -1,49           | -1,26           |
| 680   | r          | -4,24   | -4,36           | -4,08           |
| 700   | s          | -8,93   | -9,11           | -8,77           |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T0

| Grupo      | Letras de Agrupamento | Média | IC (95%)        |                 |
|------------|-----------------------|-------|-----------------|-----------------|
|            |                       |       | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | a                     | -1,33 | -1,42           | -1,24           |
| 20, Volta  | bc                    | -2,13 | -2,24           | -2,05           |
| 40, Ida    | def                   | -4,02 | -4,09           | -3,94           |
| 40, Volta  | gh                    | -5,04 | -5,13           | -4,98           |
| 60, Ida    | gi                    | -5,89 | -5,98           | -5,75           |
| 60, Volta  | ij                    | -6,7  | -6,81           | -6,57           |
| 80, Ida    | k                     | -7,15 | -7,26           | -7,03           |
| 80, Volta  | hk                    | -7,81 | -7,92           | -7,7            |
| 100, Ida   | hk                    | -7,43 | -7,53           | -7,35           |
| 100, Volta | lm                    | -7,9  | -8,01           | -7,82           |
| 120, Ida   | d                     | -7,74 | -7,88           | -7,64           |
| 120, Volta | eno                   | -8,06 | -8,17           | -7,96           |
| 140, Ida   | nopq                  | -6,79 | -6,9            | -6,61           |
| 140, Volta | rstu                  | -6,77 | -6,96           | -6,6            |
| 160, Ida   | npqrs                 | -7    | -7,08           | -6,92           |
| 160, Volta | npqr                  | -7,34 | -7,44           | -7,2            |
| 180, Ida   | stuvw                 | -6,91 | -7,01           | -6,76           |
| 180, Volta | pqrst                 | -7,13 | -7,26           | -7,01           |
| 200, Ida   | xyzA                  | -6,32 | -6,42           | -6,23           |
| 200, Volta | vwxyz                 | -6,44 | -6,6            | -6,33           |
| 220, Ida   | tuvwx                 | -5,99 | -6,03           | -5,94           |
| 220, Volta | vxyzA                 | -6,07 | -6,15           | -6              |
| 240, Ida   | xyzA                  | -5,61 | -5,7            | -5,55           |
| 240, Volta | bc                    | -5,79 | -5,87           | -5,66           |
| 260, Ida   | B                     | -5,48 | -5,55           | -5,39           |
| 260, Volta | BCD                   | -5,66 | -5,74           | -5,56           |
| 280, Ida   | E                     | -5,14 | -5,22           | -5,06           |
| 280, Volta | BCD                   | -5,09 | -5,22           | -4,98           |
| 300, Ida   | E                     | -5,37 | -5,45           | -5,26           |
| 300, Volta | C                     | -5,49 | -5,59           | -5,42           |
| 320, Ida   | bB                    | -5,44 | -5,55           | -5,31           |
| 320, Volta | BD                    | -5,52 | -5,61           | -5,41           |
| 340, Ida   | AF                    | -5,07 | -5,2            | -4,9            |
| 340, Volta | df                    | -4,88 | -4,99           | -4,77           |
| 360, Ida   | G                     | -5,26 | -5,37           | -5,12           |
| 360, Volta | H                     | -5,25 | -5,32           | -5,17           |
| 380, Ida   | tuvw                  | -4,72 | -4,81           | -4,49           |
| 380, Volta | kl                    | -4,65 | -4,78           | -4,47           |
| 400, Ida   | j                     | -4,82 | -4,91           | -4,72           |
| 400, Volta | j                     | -4,52 | -4,62           | -4,41           |
| 420, Ida   | j                     | -5    | -5,06           | -4,93           |
| 420, Volta | k                     | -4,76 | -4,93           | -4,62           |
| 440, Ida   | g                     | -4,77 | -4,85           | -4,65           |
| 440, Volta | gh                    | -4,7  | -4,77           | -4,63           |

|            |       |       |       |       |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| 460, Ida   | ll    | -4,71 | -4,78 | -4,62 |
| 460, Volta | dm    | -4,55 | -4,64 | -4,47 |
| 480, Ida   | defo  | -4,02 | -4,07 | -3,96 |
| 480, Volta | efno  | -3,78 | -3,89 | -3,71 |
| 500, Ida   | stuw  | -3,7  | -3,78 | -3,61 |
| 500, Volta | nopq  | -3,34 | -3,43 | -3,27 |
| 520, Ida   | nop   | -3,51 | -3,62 | -3,39 |
| 520, Volta | uvwxy | -3,62 | -3,78 | -3,49 |
| 540, Ida   | pqrst | -2,93 | -3,02 | -2,86 |
| 540, Volta | yzA   | -2,98 | -3,03 | -2,9  |
| 560, Ida   | zAF   | -3,47 | -3,57 | -3,36 |
| 560, Volta | vxyzA | -3,51 | -3,59 | -3,44 |
| 580, Ida   | xyzA  | -2,82 | -2,86 | -2,78 |
| 580, Volta | zAF   | -2,95 | -3,01 | -2,87 |
| 600, Ida   | bB    | -3,32 | -3,41 | -3,23 |
| 600, Volta | CD    | -3,72 | -3,82 | -3,63 |
| 620, Ida   | BCD   | -3,75 | -3,84 | -3,69 |
| 620, Volta | E     | -4,27 | -4,34 | -4,19 |
| 640, Ida   | BCD   | -3,65 | -3,72 | -3,56 |
| 640, Volta | E     | -4,27 | -4,36 | -4,21 |
| 660, Ida   | bB    | -4,47 | -4,53 | -4,37 |
| 660, Volta | cF    | -5,2  | -5,28 | -5,09 |
| 680, Ida   | cF    | -5,94 | -6,01 | -5,85 |
| 680, Volta | qrstu | -6,96 | -7,06 | -6,89 |
| 700, Ida   | hk    | -14,2 | -14,4 | -14,1 |
| 700, Volta | J     | -15,5 | -15,6 | -15,4 |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T100

| Grupo      | Letra de Agrupamento | Média  | IC (95%)        |                 |
|------------|----------------------|--------|-----------------|-----------------|
|            |                      |        | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | a                    | 0,385  | 0,31            | 0,466           |
| 20, Volta  | bcde                 | -0,251 | -0,366          | -0,152          |
| 40, Ida    | fgh                  | -1,78  | -1,86           | -1,72           |
| 40, Volta  | ij                   | -2,44  | -2,51           | -2,36           |
| 60, Ida    | k                    | -3,2   | -3,24           | -3,15           |
| 60, Volta  | k                    | -3,65  | -3,73           | -3,51           |
| 80, Ida    | lmn                  | -3,98  | -4,07           | -3,88           |
| 80, Volta  | flm                  | -4,48  | -4,65           | -4,38           |
| 100, Ida   | gho                  | -4,5   | -4,59           | -4,42           |
| 100, Volta | gop                  | -4,39  | -4,49           | -4,3            |
| 120, Ida   | qr                   | -4,65  | -4,77           | -4,56           |
| 120, Volta | q                    | -4,6   | -4,74           | -4,5            |
| 140, Ida   | bcdst                | -3,62  | -3,73           | -3,52           |
| 140, Volta | bcdes                | -4,14  | -4,29           | -4,04           |
| 160, Ida   | uv                   | -3,43  | -3,52           | -3,37           |
| 160, Volta | bcdst                | -3,79  | -3,97           | -3,67           |
| 180, Ida   | pr                   | -3,11  | -3,2            | -3,02           |
| 180, Volta | bdstwxy              | -3,36  | -3,49           | -3,26           |
| 200, Ida   | bstwxyz              | -2,93  | -3,01           | -2,86           |
| 200, Volta | wxyz                 | -3,24  | -3,32           | -3,17           |
| 220, Ida   | eu                   | -2,63  | -2,67           | -2,57           |
| 220, Volta | ceu                  | -2,85  | -2,94           | -2,76           |
| 240, Ida   | twxyz                | -2,44  | -2,53           | -2,32           |
| 240, Volta | AB                   | -2,57  | -2,73           | -2,43           |
| 260, Ida   | A                    | -1,69  | -1,8            | -1,61           |
| 260, Volta | wxyz                 | -1,72  | -1,82           | -1,63           |
| 280, Ida   | CD                   | -1,72  | -1,81           | -1,6            |
| 280, Volta | C                    | -1,73  | -1,79           | -1,66           |
| 300, Ida   | C                    | -2,09  | -2,16           | -2,03           |
| 300, Volta | ABD                  | -2,11  | -2,21           | -1,98           |
| 320, Ida   | ceu                  | -1,69  | -1,75           | -1,65           |
| 320, Volta | bdstwx               | -1,64  | -1,74           | -1,57           |
| 340, Ida   | ceu                  | -2,77  | -2,89           | -2,69           |
| 340, Volta | ij                   | -2,41  | -2,52           | -2,35           |
| 360, Ida   | E                    | -1,56  | -1,64           | -1,47           |
| 360, Volta | C                    | -1,55  | -1,67           | -1,47           |
| 380, Ida   | q                    | -1,5   | -1,59           | -1,42           |
| 380, Volta | ln                   | -1,34  | -1,44           | -1,24           |
| 400, Ida   | k                    | -1,37  | -1,45           | -1,26           |
| 400, Volta | kF                   | -1,26  | -1,35           | -1,15           |
| 420, Ida   | k                    | -2,02  | -2,08           | -1,95           |
| 420, Volta | iF                   | -1,83  | -1,9            | -1,78           |
| 440, Ida   | jn                   | -1,96  | -2,07           | -1,87           |
| 440, Volta | fhm                  | -1,69  | -1,87           | -1,58           |

|            |          |        |        |        |
|------------|----------|--------|--------|--------|
| 460, Ida   | fh       | -1,41  | -1,48  | -1,34  |
| 460, Volta | opr      | -1,29  | -1,43  | -1,17  |
| 480, Ida   | qr       | -0,826 | -0,93  | -0,778 |
| 480, Volta | bcds     | -0,825 | -0,893 | -0,768 |
| 500, Ida   | bcdes    | -0,94  | -1,02  | -0,885 |
| 500, Volta | uv       | -0,94  | -1,03  | -0,879 |
| 520, Ida   | bdstw    | -1,39  | -1,52  | -1,29  |
| 520, Volta | q        | -1,48  | -1,56  | -1,4   |
| 540, Ida   | bdstwxzy | -0,499 | -0,623 | -0,405 |
| 540, Volta | xyz      | -0,541 | -0,661 | -0,419 |
| 560, Ida   | z        | -0,424 | -0,466 | -0,385 |
| 560, Volta | cdeu     | -0,512 | -0,591 | -0,449 |
| 580, Ida   | bcdst    | -0,254 | -0,32  | -0,198 |
| 580, Volta | yz       | -0,443 | -0,525 | -0,37  |
| 600, Ida   | AB       | -0,718 | -0,771 | -0,681 |
| 600, Volta | A        | -0,908 | -0,983 | -0,843 |
| 620, Ida   | stwxzy   | -1,95  | -2,01  | -1,91  |
| 620, Volta | BCD      | -2,36  | -2,45  | -2,27  |
| 640, Ida   | CD       | -1,59  | -1,64  | -1,52  |
| 640, Volta | CD       | -2,08  | -2,15  | -1,98  |
| 660, Ida   | A        | -1,94  | -2,05  | -1,8   |
| 660, Volta | Qv       | -2,44  | -2,49  | -2,37  |
| 680, Ida   | Uv       | -3,97  | -4,05  | -3,84  |
| 680, Volta | Q        | -4,58  | -4,66  | -4,51  |
| 700, Ida   | K        | -10,5  | -10,5  | -10,4  |
| 700, Volta | G        | -11,2  | -11,4  | -11,1  |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T200

| Grupo      | Letra de Agrupamento | Média  | IC (95%)        |                 |
|------------|----------------------|--------|-----------------|-----------------|
|            |                      |        | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | A                    | -0,115 | -0,216          | -0,0225         |
| 20, Volta  | Bc                   | -0,424 | -0,526          | -0,33           |
| 40, Ida    | Defghij              | -3,06  | -3,11           | -3              |
| 40, Volta  | Klm                  | -3,13  | -3,24           | -3,01           |
| 60, Ida    | No                   | -5,09  | -5,17           | -4,95           |
| 60, Volta  | N                    | -5,01  | -5,11           | -4,9            |
| 80, Ida    | Klm                  | -6,44  | -6,57           | -6,28           |
| 80, Volta  | Kl                   | -6,1   | -6,26           | -5,95           |
| 100, Ida   | Mpq                  | -7,09  | -7,18           | -6,98           |
| 100, Volta | Pq                   | -6,55  | -6,65           | -6,45           |
| 120, Ida   | Kmpq                 | -7,4   | -7,48           | -7,3            |
| 120, Volta | Pqr                  | -6,92  | -7,1            | -6,72           |
| 140, Ida   | Dstu                 | -6,44  | -6,58           | -6,29           |
| 140, Volta | Efgvw                | -6,12  | -6,34           | -5,85           |
| 160, Ida   | Defhij               | -6,47  | -6,53           | -6,36           |
| 160, Volta | Dehijst              | -6,03  | -6,2            | -5,79           |
| 180, Ida   | Efghiv               | -6,04  | -6,18           | -5,9            |
| 180, Volta | Fgvw                 | -5,81  | -5,95           | -5,62           |
| 200, Ida   | xyzA                 | -6,01  | -6,11           | -5,89           |
| 200, Volta | Wxyz                 | -5,53  | -5,66           | -5,41           |
| 220, Ida   | Gvwx                 | -6,05  | -6,23           | -5,9            |
| 220, Volta | Gvwxy                | -5,42  | -5,63           | -5,22           |
| 240, Ida   | ABC                  | -5,93  | -6,05           | -5,81           |
| 240, Volta | B                    | -5,47  | -5,59           | -5,3            |
| 260, Ida   | Bc                   | -5,49  | -5,64           | -5,37           |
| 260, Volta | bcDE                 | -5,06  | -5,23           | -4,94           |
| 280, Ida   | DFG                  | -4,92  | -5,05           | -4,79           |
| 280, Volta | FH                   | -4,36  | -4,52           | -4,22           |
| 300, Ida   | H                    | -5,21  | -5,29           | -5,16           |
| 300, Volta | cDEFG                | -4,66  | -4,75           | -4,52           |
| 320, Ida   | B                    | -5,33  | -5,49           | -5,23           |
| 320, Volta | bcDE                 | -4,75  | -4,95           | -4,59           |
| 340, Ida   | Bc                   | -5,01  | -5,16           | -4,88           |
| 340, Volta | Prtu                 | -4,42  | -4,64           | -4,14           |
| 360, Ida   | I                    | -4,9   | -4,99           | -4,82           |
| 360, Volta | A                    | -4,47  | -4,67           | -4,26           |
| 380, Ida   | B                    | -4,38  | -4,45           | -4,31           |
| 380, Volta | Efghv                | -3,76  | -3,91           | -3,57           |
| 400, Ida   | Kmpq                 | -4,54  | -4,62           | -4,47           |
| 400, Volta | IJ                   | -3,95  | -4,09           | -3,8            |
| 420, Ida   | oJ                   | -4,78  | -4,84           | -4,73           |
| 420, Volta | Kmq                  | -4,2   | -4,35           | -4,05           |
| 440, Ida   | Mpq                  | -4,68  | -4,76           | -4,61           |
| 440, Volta | Pqru                 | -4,16  | -4,36           | -3,99           |

|            |         |       |       |       |
|------------|---------|-------|-------|-------|
| 460, Ida   | Rstu    | -4,06 | -4,12 | -3,99 |
| 460, Volta | Dijstu  | -3,62 | -3,74 | -3,43 |
| 480, Ida   | Djstu   | -3,17 | -3,28 | -3,11 |
| 480, Volta | Efghijv | -2,84 | -2,98 | -2,66 |
| 500, Ida   | yzAB    | -3,1  | -3,18 | -2,98 |
| 500, Volta | Vwxy    | -2,81 | -2,91 | -2,72 |
| 520, Ida   | Gvwxy   | -2,88 | -3,01 | -2,73 |
| 520, Volta | xyzA    | -2,76 | -2,89 | -2,63 |
| 540, Ida   | Xyz     | -2,51 | -2,57 | -2,45 |
| 540, Volta | CK      | -2,38 | -2,48 | -2,29 |
| 560, Ida   | BCK     | -2,29 | -2,42 | -2,13 |
| 560, Volta | zAB     | -2,03 | -2,13 | -1,89 |
| 580, Ida   | zABC    | -2,08 | -2,16 | -2,02 |
| 580, Volta | K       | -1,98 | -2,08 | -1,88 |
| 600, Ida   | bcDE    | -2,69 | -2,8  | -2,59 |
| 600, Volta | bcDE    | -2,58 | -2,7  | -2,49 |
| 620, Ida   | bcDEG   | -3,15 | -3,23 | -3,07 |
| 620, Volta | FGH     | -3,1  | -3,21 | -3,02 |
| 640, Ida   | H       | -2,92 | -2,98 | -2,85 |
| 640, Volta | H       | -2,76 | -2,86 | -2,68 |
| 660, Ida   | DEFG    | -3,1  | -3,2  | -3,02 |
| 660, Volta | Bc      | -2,93 | -3,08 | -2,81 |
| 680, Ida   | bcDEG   | -5,7  | -5,78 | -5,64 |
| 680, Volta | bcE     | -5,37 | -5,49 | -5,26 |
| 700, Ida   | Dhijst  | -15,2 | -15,3 | -15   |
| 700, Volta | I       | -14,8 | -15   | -14,5 |

Informações de Agrupamento para os níveis do fator concatenado da interação entre posição longitudinal e sentido para a configuração transversal T300

| Grupo      | Letras de Agrupamento | Média    | IC (95%)        |                 |
|------------|-----------------------|----------|-----------------|-----------------|
|            |                       |          | Limite Inferior | Limite Superior |
| 20, Ida    | abcdefgh              | 0,509    | 0,409           | 0,577           |
| 20, Volta  | ij                    | -0,161   | -0,296          | -0,0605         |
| 40, Ida    | k                     | -1,37    | -1,47           | -1,28           |
| 40, Volta  | lmn                   | -2,03    | -2,27           | -1,91           |
| 60, Ida    | lm                    | -2,01    | -2,08           | -1,9            |
| 60, Volta  | lmn                   | -2,57    | -2,74           | -2,46           |
| 80, Ida    | k                     | -2,77    | -2,89           | -2,58           |
| 80, Volta  | io                    | -3,09    | -3,21           | -2,95           |
| 100, Ida   | pq                    | -2,94    | -3              | -2,84           |
| 100, Volta | rst                   | -2,63    | -2,7            | -2,57           |
| 120, Ida   | ru                    | -2,84    | -2,9            | -2,73           |
| 120, Volta | pqv                   | -2,62    | -2,8            | -2,53           |
| 140, Ida   | rstw                  | -2,22    | -2,36           | -2,08           |
| 140, Volta | stwx                  | -2,32    | -2,44           | -2,25           |
| 160, Ida   | abcdefghx             | -1,2     | -1,28           | -1,09           |
| 160, Volta | abcwxy                | -1,08    | -1,23           | -1              |
| 180, Ida   | ruv                   | -0,69    | -0,757          | -0,581          |
| 180, Volta | defghz                | -0,885   | -1,05           | -0,733          |
| 200, Ida   | dzAB                  | -0,136   | -0,198          | -0,0579         |
| 200, Volta | acdefgh               | -0,306   | -0,349          | -0,232          |
| 220, Ida   | rstw                  | -0,277   | -0,346          | -0,214          |
| 220, Volta | rstwy                 | -0,167   | -0,256          | -0,103          |
| 240, Ida   | abswxy                | -0,642   | -0,738          | -0,543          |
| 240, Volta | dgzA                  | -0,502   | -0,688          | -0,355          |
| 260, Ida   | abcexy                | -0,0527  | -0,154          | 0,0769          |
| 260, Volta | dfgz                  | -0,00275 | -0,0925         | 0,0885          |
| 280, Ida   | dfgz                  | 0,137    | 0,0506          | 0,24            |
| 280, Volta | dzAB                  | 0,377    | 0,172           | 0,512           |
| 300, Ida   | dfgz                  | 0,456    | 0,368           | 0,603           |
| 300, Volta | dfghz                 | 0,766    | 0,646           | 0,853           |
| 320, Ida   | bswxy                 | 0,251    | 0,145           | 0,423           |
| 320, Volta | puv                   | 0,61     | 0,524           | 0,672           |
| 340, Ida   | io                    | -0,315   | -0,403          | -0,204          |
| 340, Volta | C                     | 0,295    | 0,191           | 0,456           |
| 360, Ida   | D                     | 0,609    | 0,479           | 0,724           |
| 360, Volta | rt                    | 0,759    | 0,631           | 0,846           |
| 380, Ida   | k                     | 0,779    | 0,67            | 0,9             |
| 380, Volta | nE                    | 1,02     | 0,974           | 1,08            |
| 400, Ida   | l                     | 0,518    | 0,414           | 0,656           |
| 400, Volta | mnE                   | 0,738    | 0,659           | 0,81            |
| 420, Ida   | mnE                   | -0,0724  | -0,173          | 0,0302          |
| 420, Volta | kE                    | 0,527    | 0,457           | 0,631           |
| 440, Ida   | io                    | -0,028   | -0,152          | 0,0725          |
| 440, Volta | oq                    | 0,497    | 0,408           | 0,576           |

|            |           |        |        |        |
|------------|-----------|--------|--------|--------|
| 460, Ida   | ru        | 0,191  | 0,109  | 0,295  |
| 460, Volta | rt        | 0,691  | 0,626  | 0,793  |
| 480, Ida   | puv       | 0,721  | 0,626  | 0,813  |
| 480, Volta | rstwy     | 1,05   | 0,932  | 1,17   |
| 500, Ida   | abcefhx   | 0,28   | 0,145  | 0,396  |
| 500, Volta | dzAB      | 0,545  | 0,415  | 0,628  |
| 520, Ida   | dfghz     | 0,655  | 0,575  | 0,776  |
| 520, Volta | abcehxy   | 0,394  | 0,297  | 0,51   |
| 540, Ida   | dzAB      | 0,694  | 0,631  | 0,767  |
| 540, Volta | AB        | 0,654  | 0,495  | 0,734  |
| 560, Ida   | dzAB      | 0,728  | 0,664  | 0,779  |
| 560, Volta | cdefgh    | 0,883  | 0,821  | 0,955  |
| 580, Ida   | abcdefgh  | 0,678  | 0,625  | 0,752  |
| 580, Volta | dfgz      | 0,768  | 0,715  | 0,855  |
| 600, Ida   | B         | 0,617  | 0,523  | 0,692  |
| 600, Volta | cdefgh    | 0,692  | 0,605  | 0,734  |
| 620, Ida   | abcefg hx | 0,187  | 0,125  | 0,248  |
| 620, Volta | dfgz      | -0,293 | -0,414 | -0,208 |
| 640, Ida   | zAB       | -0,534 | -0,6   | -0,455 |
| 640, Volta | dzAB      | -1,05  | -1,21  | -0,989 |
| 660, Ida   | dfgz      | -1,17  | -1,25  | -1,1   |
| 660, Volta | ru        | -1,53  | -1,75  | -1,44  |
| 680, Ida   | io        | -3,98  | -4,08  | -3,81  |
| 680, Volta | j         | -4,5   | -4,63  | -4,43  |
| 700, Ida   | F         | -8,6   | -8,67  | -8,48  |
| 700, Volta | G         | -9,25  | -9,46  | -9,13  |