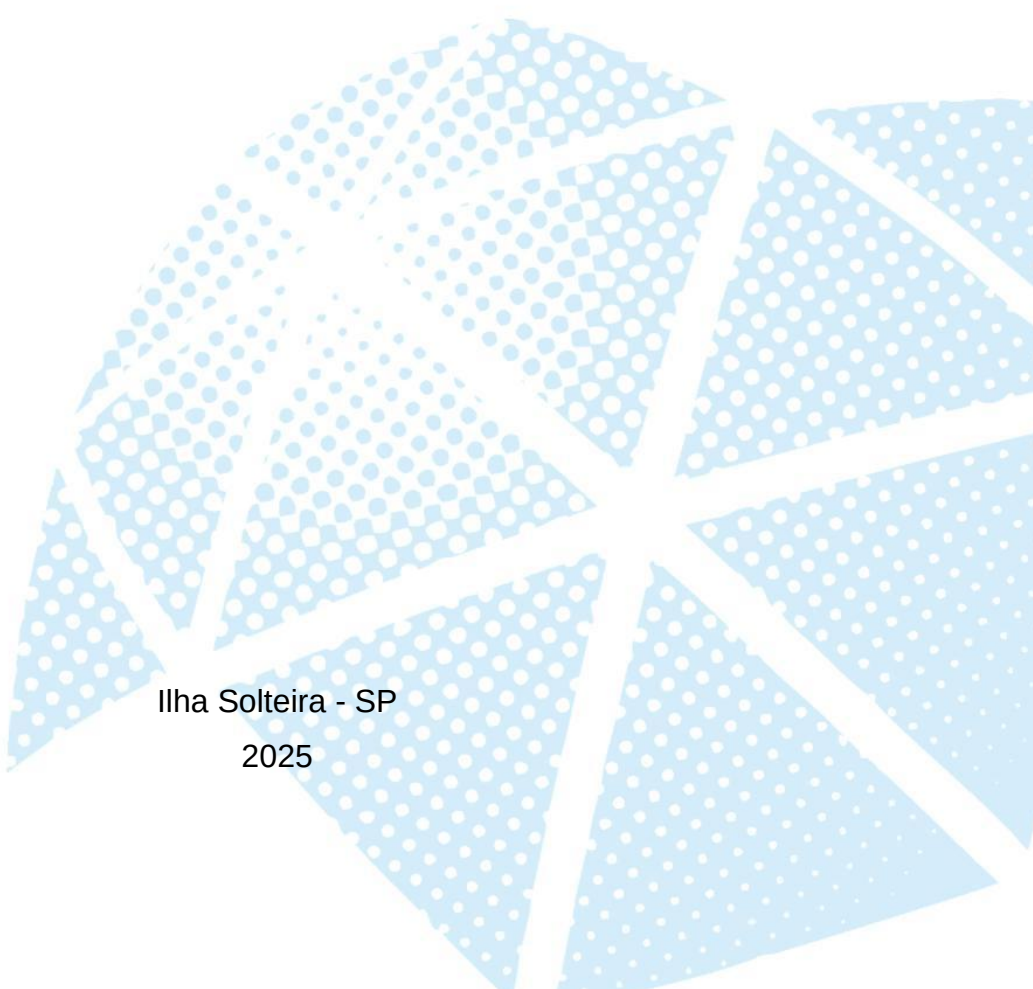


**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

JORDAN MAURICIO RINCÓN CONTRERAS

**ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA NA RECONFIGURAÇÃO
DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS**



Ilha Solteira - SP
2025

JORDAN MAURICIO RINCÓN CONTRERAS

**ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA NA RECONFIGURAÇÃO
DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS**

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Câmpus de Ilha Solteira, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Nome do curso.

Área de Concentração: Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo

Ilha Solteira - SP

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R579e Rincón Contreras, Jordan Mauricio.
Estratégias de redução do espaço de busca na reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais / Jordan Mauricio Rincón Contreras. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
81 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2024

Orientador: Ruben Augusto Romero Lázaro
Co-orientador: Leonardo Henrique Faria Macedo Possagnolo
Inclui bibliografia

1. Otimização. 2. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais. 3. Programação linear inteira mista. 4. Redução do espaço de busca.


Amanda Sertori dos Santos
Bibliotecária - C1318-9261
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao
Usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

A reconfiguração em redes de distribuição é essencial para garantir uma qualidade ótima de energia para todos os usuários. Além disso, desempenha um papel fundamental no planejamento e na operação dos sistemas de energia elétrica, servindo como um pilar crucial para a tomada de decisões que visam atender eletricamente toda a população.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

The reconfiguration of distribution networks is essential to ensure optimal energy quality for all users. Additionally, it plays a fundamental role in the planning and operation of electrical power systems, serving as a crucial pillar for decision-making aimed at electrically serving the entire population.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: ESTRATÉGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA NA RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

AUTOR: JORDAN MAURICIO RINCON CONTRERAS

ORIENTADOR: RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

COORIENTADOR: LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. LEONARDO HENRIQUE FARIA MACEDO POSSAGNOLO (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia de Energia / Faculdade de Engenharia e Ciências - UNESP

Prof. Dr. JONATAS BOAS LEITE (Participação Presencial)
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. CARLOS ROBERTO MENDONÇA DA ROCHA (Participação Virtual)
Centro de Engenharias e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE

Ilha Solteira, 17 de janeiro de 2025

AGRADECIMENTOS

Como centro da minha fé, quero agradecer a Deus pela oportunidade de pesquisar e descobrir a criação.

Desejo dedicar meus triunfos aos meus pais, Marco Tulio Rincón e Blanca Cecilia Contreras, que construíram e sustentaram meu ser.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Rubén Romero, pelo apoio e confiança depositada em mim. Também sou muito grato ao professor Dr. Leonardo Macedo por sua paciência e por transmitir conhecimento de maneira bondosa.

Agradeço à senhora Maria Inês da Silva pelo apoio e acolhimento durante minha estadia na cidade, me permitindo continuar com fortaleza. A todos os meus colegas de trabalho e de estudo do laboratório LAPSEE, seu acompanhamento me permitiu concluir com sucesso este processo acadêmico.

O presente trabalho foi realizado com apoio da coordenação de aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, do conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), processo 409062/2023-5 e bolsa de pesquisa chamada CNPq nº73/2022-Apoio à Pesquisa Científica, Tecnológica e de inovação: Bolsas de Mestrado e Doutorado – Ciclo 2023.

“As universidades serão o que são suas bibliotecas” (Gelfand, 1968, p. 19, tradução nossa).

“¿Pois, que adianta ao homem ganhar o mundo inteiro e perder a sua alma?”

(Marcos 8:36)

RESUMO

Nos sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE), encontrar a topologia radial ótima para reduzir perdas de energia, melhorar o perfil de tensão e a qualidade da energia, é essencial. Esta dissertação apresenta estratégias inovadoras para restringir o espaço de busca na reconfiguração de SDEE, incluindo a identificação de laços fundamentais e trechos conexos que não formam laços. A estratégia consiste em gerar restrições e/ou fixar o estado fechado de ramos para que o *sol/ver* usado resolva o modelo matemático do problema da reconfiguração em um tempo computacional menor. A estratégia de redução do espaço de busca é incorporada em dois modelos matemáticos, isto é, em um modelo de programação linear inteira mista e um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista para avaliar a redução do esforço computacional. Nos testes são usados dados de quatro sistemas elétricos típicos na literatura especializada e representam sistemas de complexidade variada. Dessa forma, a proposta oferece uma valiosa contribuição ao campo da reconfiguração de sistemas de distribuição elétrica, ao abordar um dos desafios associados ao espaço da busca.

Palavras-chave: otimização; reconfiguração de sistemas de distribuição radiais; programação linear inteira mista; redução do espaço de busca.

ABSTRACT

In electric power distribution systems (EPDS), finding the optimal radial topology to reduce energy losses, improve voltage profile, and enhance power quality is essential. This dissertation presents innovative strategies to restrict the search space in EPDS reconfiguration, including the identification of fundamental loops and connected segments that do not form loops. The strategy involves generating constraints and/or fixing the closed state of branches so that the solver used can solve the mathematical model of the reconfiguration problem in a shorter computational time. The search space reduction strategy is incorporated into two mathematical models: a mixed-integer linear programming model and a mixed-integer second-order cone programming model to assess the reduction in computational effort. The tests use data from four electrical systems widely used in the specialized literature and represent systems of varying complexity. Thus, the proposal offers a valuable contribution to the field of electric distribution system reconfiguration by addressing one of the challenges associated with the search space.

Keywords: graph theory; mixed-integer linear programming; optimization; reconfiguration of radial distribution systems; reduction of the search space.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Perdas elétricas de transporte e distribuição no Brasil em 2018.	19
Figura 2 - Perdas técnicas e não técnicas em distribuição no Brasil.....	32
Figura 3 - Processo do algoritmo de busca local.....	37
Figura 4 - Grafo com três laços fundamentais.....	41
Figura 5 - Diagrama de fluxo para encontrar o número máximo de topologias radiais através de laços fundamentais.....	43
Figura 6 - Sistema 84 nós com nós isolados em vermelho.	44
Figura 7 - Representação gráfica dos ramos selecionados	46
Figura 8 - Seleção de ramos com menor fluxo em um laço fundamental.....	47
Figura 9 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 33 nós.	51
Figura 10 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 84 nós.	52
Figura 11 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 136 nós.	52
Figura 12 - Sistema de 14 nós e a respectiva Matriz Laplaciana.....	60
Figura 13 - Sistema de 14 nós com alimentador principal fixo e Matriz Laplaciana ..	61
Figura 14 - Sistema de distribuição elétrica radial.....	63
Figura 15 - Sistema de distribuição com os ramos ordenados em camadas.	63
Figura 16 - Trecho de um sistema de distribuição radial.....	64
Figura 17 - Soma de correntes do método de varredura.....	66
Figura 18 - Sistema de distribuição fracamente malhado.	67
Figura 19 - Representação do <i>breakpoint</i>	68
Figura 20 - Equivalente Multiporta da rede visto pelos <i>breakpoints</i>	68
Figura 21 - Sistema de distribuição radial de três nós.....	71
Figura 22 - Representação gráfica de equação cônica não convexa e convexa.....	72
Figura 23 - Representação da linearização dos fluxos de potência ao quadrado.	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tamanho do espaço de busca para diferentes sistemas.	41
Tabela 2 - Resultados para o sistema de 33 nós.	48
Tabela 3 - Número de ramos fixos do sistema de 33 nós.	48
Tabela 4 - Resultado para o sistema de 84 nós.	49
Tabela 5 - Número de ramos fixos do sistema de 84 nós.	49
Tabela 6 - Resultado para o sistema de 136 nós.	50
Tabela 7 - Número de ramos fixos do sistema de 136 nós.	50
Tabela 8 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 33 nós.	75
Tabela 9 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 84 nós.	76
Tabela 10 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 136 nós.	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AMPL	<i>A Mathematical Programming Language.</i>
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica.
BIEE	Base de Informações de Eficiência Elétrica.
BVNS	<i>Basic Variable Neighborhood Search.</i>
CPLEX	<i>Computer Program for Linear EXc Programming (Simplex Algorithm).</i>
DISTOP	<i>Distribution Network Optimization.</i>
FC	Fluxo de Carga.
FO	Função Objetivo.
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure.</i>
GVNS	<i>General Variable Neighborhood Search.</i>
LF	Laço Fundamental.
PCSOIM	Programação Cônica de Segunda Ordem Inteiro misto.
PLIM	Programação Linear Inteiro Misto.
PNL	Programação Não Linear.
PNLIM	Programação Não Linear Inteiro Misto.
RSDEE	Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica.
RVNS	<i>Reduced Variable Neighborhood Search.</i>
RC	Restrições de Cerco.
RFx	Ramos Fixos.
SDEE	Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica.
TS	<i>Tabu Search.</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent.</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search.</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 2

v	Função objetivo.
Ω_b	Conjunto de barras.
Ω_l	Conjunto de linhas/ramos.
Ω_{bs}	Conjunto de barras tipo subestação.
P_{ij}	Fluxo de potência ativa no ramo ij .
Q_{ij}	Fluxo de potência reativa no ramo ij .
R_{ij}	Resistência do ramo ij .
X_{ij}	Reatância do ramo ij .
Z_{ij}^2	Impedância do ramo ij , ao quadrado.
I_{ij}^{sqr}	Magnitude de corrente no ramo ij , ao quadrado.
b_{ij}	Variável auxiliar.
y_{ij}	Estado da chave do ramo ij .
P_i^S	Potência ativa fornecida pela subestação na barra i .
Q_i^S	Potência reativa fornecida pela subestação na barra i .
P_i^D	Demanda de potência ativa na barra i .
Q_i^D	Demanda de potência reativa na barra i .
V_i^{qrd}	Magnitude da tensão na barra i , ao quadrado
$\underline{V}$	Limite inferior da magnitude da tensão.
$\overline{V}$	Limite superior da magnitude da tensão.
$m_{ij,w}^S$	Inclinação do w -ésimo bloco do fluxo de potência no ramo ij .
$\Delta_{ij,w}^P$	Valor do w -ésimo bloco de P_{ij} .
$\Delta_{ij,w}^Q$	Valor do w -ésimo bloco de Q_{ij} .
$\overline{\Delta}_{ij}^S$	Limite superior de cada bloco de linearização de fluxo de potência no ramo ij .
W	Número de linearizações dos fluxos de potência ativa e reativa ao quadrado

CAPÍTULO 3

nr	Número de ramos.
nb	Número de barras.
ntr	Número de topologias radiais.
nlf	Número de laços fundamentais /Número de ramos de ligação.

nr_{lf_r}	Número de ramos em cada LF
nrm_r	Número de ramos dentro do LF que não pertencem a outros laços fundamentais
num_{ij}	Número do ramo ij .
Ω_{Lr}	Conjunto dos números dos ramos pertencentes ao laço r .
Ω_f	Conjunto de ramos fixos.
T_r	conjunto dos números dos ramos pertencentes ao laço fundamental r e que não pertencem a nenhum outro laço fundamental.
Ω_{loop}	Conjunto de laços fundamentais.
$nivel_{atual}$	Percentil onde para o último ramo desligado.

ANEXO B

$ S $	Cardinalidade do espaço de soluções.
$[A]_{i,j}$	Matriz de adjacência do grafo.
$[D]_{i,j}$	Matriz de grau dos vértices do grafo.
L_{ij}	Matriz Laplaciana do grafo.

ANEXO C

V^{nom}	Tensão nominal do sistema.
$\dot{I}_{ij}$	Fasor da corrente do ramo ij .
$\dot{V}_i$	Fasor da tensão na barra i .
S_i^D	Potência complexa demandada na barra i .
$V_{ri}^{(k-1)}$	Parte real da tensão da barra i , na iteração $k - 1$.
$V_{mi}^{(k-1)}$	Parte imaginária da tensão da barra i , na iteração $k - 1$.
$I_{rij}^{(k)}$	Parte real da corrente do ramo ij , na iteração k .
$I_{mij}^{(k)}$	Parte imaginária da corrente do ramo ij , na iteração k .
$P_{loss_{ij}}^{(k)}$	Perdas ativas no ramo ij , na iteração k .
$Q_{loss_{ij}}^{(k)}$	Perdas reativas no ramo ij , na iteração k .
$P_{loss}^{(k)}$	Perdas ativas totais, na iteração k .
$Q_{loss}^{(k)}$	Perdas reativas totais na iteração k .
$\Delta I^{(k)}$	Variação do fasor da corrente na iteração k

$\mathbf{I}^{(k)}$	Vetor com as correntes injetadas, na iteração k
$\mathbf{V}^{(k)}$	Vetor com as tensões nodais, na iteração k
$\mathbf{Z}_{th}$	Matriz das impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos breakpoints.

ANEXO D

$\dot{V}_i$	Fasor da tensão na barra i .
$\dot{I}_{ij}$	Fasor da corrente no ramo ij .
θ_{ij}	Diferença angular entre as tensões das barras i e j .
$m_{ij,y}^s$	Inclinação do y -ésimo bloco do fluxo de potência no ramo ij .
$\Delta_{ij,y}^P$	Valor do y -ésimo bloco de P_{ij} .
$\Delta_{ij,y}^Q$	Valor do y -ésimo bloco de Q_{ij} .
$\bar{\Delta}_{ij}^s$	Limite superior de cada bloco de linearização de fluxo de potência no ramo ij .
Y	Número de linearizações dos fluxos de potência ativa e reativa ao quadrado.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	RELEVÂNCIA DO TEMA	18
1.2	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	20
1.3	OBJETIVOS	21
1.4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	21
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	22
1.6	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
1.6.1	Revisão dos estudos relacionados ao problema RSDEE	23
1.6.2	Revisão dos estudos relacionados com meta-heurísticas aplicados ao problema de RSDEE.....	28
1.6.3	Revisão dos estudos relacionados com math-heurísticas.....	31
2	O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO.....	32
2.1	MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE RSDEE	33
2.1.1	Modelo cônico	35
2.1.2	Modelo linear	36
2.2	PROBLEMA DE RSDEE COM META-HEURÍSTICAS.....	37
2.3	PROBLEMA DE RSDEE COM MATHEURÍSTICAS	39
3	ESTRATEGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA NO PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO	40
3.1	ESPAÇO DE BUSCA DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO	40
3.2	LAÇOS FUNDAMENTAIS	41
3.3	TRECHOS CONEXOS	44
3.4	TRECHOS ISOLADOS.....	44
3.5	HEURÍSTICAS PARA FIXAR RAMOS	45
3.5.1	Metodologia 1	45

3.5.2	Metodologia 2	46
4	RESULTADOS.....	48
4.1	SISTEMA 33 BARRAS	48
4.2	SISTEMA 84 BARRAS	49
4.3	SISTEMA 136 BARRAS	50
4.4	PROPOSTA MATHEURÍSTICA BUSCA TABU.....	51
4.5	TRABALHOS FUTUROS- APLICAÇÃO DAS MATHEURISTICAS PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO SIMILARES	52
5	CONCLUSÕES	53
	REFERÊNCIAS.....	54
	ANEXO A – TRABALHOS CORRELATOS.....	58
	ANEXO B – NÚMERO DE TOPOLOGIAS RADIAIS EM UM GRAFO	59
	ANEXO C – FLUXO FRACAMENTE MALHADO E RADIAL	62
	ANEXO D – DEDUÇÕES DAS EQUAÇÕES DO MODELO PNLIM, PCSOIM, E PLIM PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO.....	71
	ANEXO E – DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS	75

1 INTRODUÇÃO

A reconfiguração em sistemas de distribuição consiste em encontrar uma topologia radial ótima da rede através da abertura e fechamento de interruptores e seccionadores, com o objetivo de reduzir perdas de energia, melhorar a qualidade do serviço, evitar sobrecargas em linhas e transformadores, aumentar a confiabilidade do sistema e fornecer um guia para o planejamento da expansão da rede. Este processo permite otimizar a operação do sistema, assegurando maior eficiência, continuidade e qualidade no fornecimento de energia elétrica exposto em Macedo *et al.* (2018) e em Borges *et al.* (2014).

Para encontrar a configuração ótima, é necessário avaliar diversas combinações possíveis, o que se torna cada vez mais complexo à medida que aumenta o número de ramificações e nós no sistema. A redução do espaço de busca é essencial, pois permite acelerar os cálculos necessários para determinar a topologia radial mais eficiente. Essa abordagem não só aumenta a velocidade do processo de reconfiguração, mas também facilita a gestão e operação de sistemas de distribuição cada vez mais complexos, Macedo *et al.* (2018).

Utilizam-se diferentes métodos de otimização exatos e heurísticos para resolver o modelo matemático não linear que descreve o comportamento do sistema de distribuição elétrica. Entre eles, destaca-se a meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS), cuja eficiência nesse tipo de problemas a torna um método eficaz para qualquer tipo de sistema, incluindo os de grande porte, portanto, a visão do método VNS pode ser incluído dentro do modelo matemático exposto em Silveira *et al.* (2021). E a meta-heurística *Tabu Search*, que caracteriza-se como uma busca iterativa que está focada em uma busca local e procura fugir de ótimos locais utilizando uma estratégia de proibir certos movimentos. Todos os movimentos são armazenados em uma lista chamada Lista Tabu e que é usada para limitar os próximos movimentos conseguindo evitar a construção de ciclos, Alves (2023).

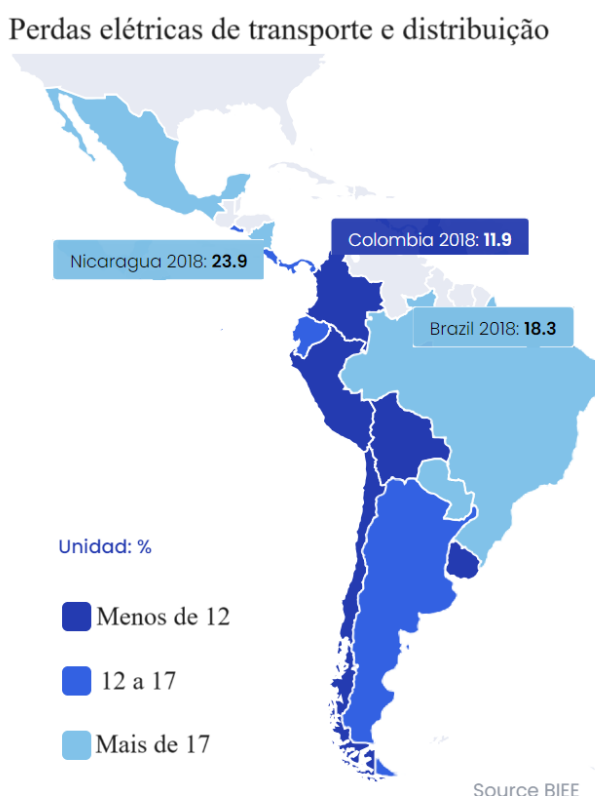
1.1 RELEVÂNCIA DO TEMA

As perdas nos sistemas de transmissão e distribuição de eletricidade se devem a ineficiências técnicas e não técnicas. As perdas técnicas ocorrem devido ao aquecimento de transformadores e condutores durante o transporte e distribuição de energia, e não podem ser eliminadas completamente devido ao segundo princípio da

termodinâmica, embora possam ser reduzidas com melhorias na rede. Essas perdas afetam a disponibilidade da capacidade instalada, podem aumentar as tarifas de eletricidade e os custos de manutenção da rede, Rebolledo Smitmans *et al.* (2023).

Para o ano de 2018, segundo a Base de Informações de Eficiência Energética (BIEE), o Brasil registrou 18% de perdas elétricas no transporte e na distribuição de energia elétrica (ENERDATA, 2018). Para o ano de 2022, no relatório da ANEEL, os sistemas de potência de energia elétrica registraram perdas de 17,5% de toda a sua geração, sendo que 4% ocorrem na transmissão e 13,5% na distribuição. As perdas técnicas compreendem 7,5% de toda a potência recebida da transmissão, e as perdas não técnicas correspondem a 6%, provenientes de fraude ou roubo de energia, (Agência Nacional de Energia Elétrica, 2024).

Figura 1 - Perdas elétricas de transporte e distribuição no Brasil em 2018.



Fonte: ENERDATA, (2018).

A reconfiguração em sistemas de distribuição permite ao planejamento da operação, melhorar diversos aspectos-chave do sistema elétrico. Entre esses objetivos estão a melhoria dos perfis de tensão, a redução de perdas de energia, a mitigação da sobrecarga nas linhas e a melhoria da qualidade de energia para o usuário final. Essas metas são fundamentais para garantir um funcionamento eficiente e confiável do sistema elétrico, o que, por sua vez, contribui para a satisfação dos usuários e para o desenvolvimento sustentável da infraestrutura energética como é mencionado em Macedo *et al.* (2018). Além disso, a reconfiguração também desempenha um papel importante no planejamento da expansão do sistema, permitindo o adiamento de investimentos em distribuição, transmissão e geração de energia, o que possibilita determinar o momento exato para a implementação de novas linhas ou trechos do sistema.

1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

A integração de geração elétrica renovável ao sistema e o crescimento da rede de distribuição transformaram a dinâmica elétrica para os operadores de rede. A qualidade, confiabilidade e estabilidade elétrica para os usuários sempre foram uma prioridade.

Encontrar a topologia ótima para sistemas elétricos de grande porte tem sido um desafio, por isso a comunidade científica busca métodos de otimização que permitam encontrar soluções no menor tempo possível, facilitando assim uma operação ágil e eficiente para os operadores de rede.

A visão da meta-heurística *TS*, aplicada ao modelo matemático, foi selecionada devido à sua fácil implementação e bom desempenho nesse tipo de problema, como é mencionado em Franco *et al.* (2012). Além disso, a redução do espaço de busca é fundamental para acelerar os cálculos necessários para determinar a topologia radial mais eficiente. Essa abordagem não só otimiza a velocidade do processo de reconfiguração, mas também facilita a gestão e operação de sistemas de distribuição cada vez mais complexos.

1.3 OBJETIVOS

São objetivos deste trabalho os seguintes:

- Desenvolver estratégias de redução do espaço de busca mediante o pré-processamento dos dados utilizando um fluxo de potência malhado, otimizando assim a eficiência do algoritmo de reconfiguração.
- Incorporar restrições ao modelo matemático que reduzam o processamento combinatório, melhorando assim o esforço computacional. Isso inclui a implementação de limites operacionais e condições específicas do sistema que permitam restringir o espaço de busca e acelerar a convergência para soluções ótimas sem comprometer a precisão e a efetividade do modelo.
- Proporcionar uma nova perspectiva sobre o número total de topologias radiais em um sistema malhado mediante a análise de laços fundamentais.
- Incorporar uma combinação de programação matemática com a meta-heurística *Tabu Search* para melhorar a busca local em sistemas de grande porte e obter soluções factíveis com uma eficiência computacional considerável.

1.4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

As principais contribuições são:

- Desenvolvimento de estratégias inovadoras para a redução do espaço de busca na reconfiguração de sistemas de distribuição elétrica através do pré-processamento e filtragem de dados para e melhorar a eficiência do processo de reconfiguração.
- Desenvolvimento de heurísticas para estabelecer ramificações ou trechos que devem permanecer conectados com o objetivo de acelerar o processo computacional.
- Elaboração de um método Matheurístico no problema de reconfiguração tomando em conta o comportamento da redução do espaço de busca através de adicionar restrições de cerco e da fixação dos ramos.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O trabalho está estruturado da seguinte forma:

A revisão sobre os estudos relacionados com o problema da reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE) e a implementação de meta-heurísticas ao problema da reconfiguração, estão registrados no Capítulo 1.

No Capítulo 2 é discutido profundamente o problema de RSDEE. São apresentados os modelos matemáticos que são aplicados ao estudo, com as respectivas restrições elétricas e topológicas para que o sistema seja coerente e convergente. Além disso, é apresentado o espaço da busca no problema da reconfiguração, suas limitantes e os desafios.

No Capítulo 3, são apresentadas as técnicas para a redução do espaço da busca, o pré-processamento dos dados e as heurísticas para melhorar o esforço computacional para sistemas de distribuição elétrica.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos pelas técnicas propostas para sistemas de 33, 84 e 136 nós, utilizando um modelo de programação linear inteira mista e um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista, incluindo uma análise da Math-heurística com visão no método *Tabu Search* dentro do modelo linear. Os resultados são comparados com os disponíveis na literatura especializada.

No Capítulo 5, são apresentadas as conclusões e os desafios para trabalhos futuros correspondentes ao problema de reconfiguração.

No Anexo A contém os trabalhos correlatos desenvolvidos no momento.

No Anexo B apresenta a numeração das árvores geradoras, e faz menção da criação da matriz Laplaciana, o respetivo determinante e a identificação das topologias radiais.

No Anexo C é apresentado um método para o cálculo do ponto de operação em regime permanente de sistemas de distribuição radiais. Também é apresentado um método de cálculo de fluxo de carga para sistemas fracamente malhados. Esses assuntos são fundamentais para o desenvolvimento da metodologia proposta, para o cálculo da função objetivo, verificação da factibilidade de uma proposta de solução e obtenção de fluxo de potência aparente inicial como método padrão das metodologias heurísticas propostas.

No Anexo D é apresentado as deduções das equações correspondentes ao modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM) e do modelo de programação linear inteira mista (PLIM). Os modelos são utilizados para

resolver o problema de RSDEE e verificar a utilidade e eficiência das estratégias de redução do espaço de busca.

No Anexo E, são apresentados os dados completos dos sistemas testados.

1.6 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, apresentam-se os trabalhos relacionados com o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição, abrangendo desde modelos matemáticos exatos e suas aproximações cônicas ou lineares até processos heurísticos clássicos e avançados para encontrar a topologia radial que minimize as perdas do sistema. Os estudos revisados incluem a incorporação de restrições ao modelo matemático, bem como a implementação de limites elétricos e/ou topológicos para restringir as possíveis soluções e melhorar o esforço computacional. Além disso, devido ao comportamento não linear dos sistemas elétricos e à explosão combinatória em sistemas de grande porte, têm sido implementadas diversas meta-heurísticas que permitem encontrar soluções ótimas globais em tempos significativamente menores do que os alcançados pelos modelos matemáticos exatos. Essas pesquisas destacam a evolução das técnicas de reconfiguração e seu impacto na eficiência e confiabilidade dos sistemas de distribuição elétrica.

1.6.1 Revisão dos estudos relacionados ao problema RSDEE

No estudo de Merlin e Back (1975), é apresentada uma das primeiras contribuições significativas na busca de uma topologia radial para reduzir as perdas de energia na rede de distribuição. Os autores empregam uma heurística que começa com uma configuração em malha, ou seja, com todas as chaves fechadas e em cada etapa, calcula-se o fluxo de carga para identificar e abrir a chave cujo ramo possui o menor valor de corrente, mantendo a rede conectada. Esse processo se repete até se obter uma configuração radial. Ao implementar o método e comparando as perdas de energia antes e depois, observa-se uma diminuição nas perdas de energia devido às mudanças das topologias. Os autores argumentam que a seleção da chave com o menor fluxo de corrente para ser aberta minimiza as perturbações nas distribuições de fluxo nos outros ramos do sistema. Também, utiliza-se o método de *Branch and Bound*, com um limite inferior representado pelas perdas com uma topologia malhada

e um limite superior pelas perdas na configuração radial obtida através da heurística mencionada.

O estudo liderado por Civanlar *et al.* (1988) propõe um método denominado "*Branch Exchange*", que muda as topologias dos alimentadores de distribuição mediante a troca do estado dos seccionadores e interruptores, reduzindo assim efetivamente as perdas. O documento descreve um método focado em estimar as mudanças nas perdas com esforços computacionais mínimos, sugerindo critérios para filtrar as opções de comutação que não resultem na redução de perdas. Isso ajuda a lidar com os problemas de dimensionalidade no processo de otimização. Os autores identificaram que uma redução das perdas pode ser alcançada somente se houver uma queda de tensão significativa em um ramo cuja chave está aberta e se a carga do lado com maior queda de tensão for transferida para outro lado.

No ano seguinte, o trabalho de Shirmohammadi e Hong (1989) propõe um algoritmo heurístico construtivo para o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição. Este algoritmo começa com uma rede em malha e, em cada etapa, calcula um fluxo de carga em configurações fracamente malhadas, desligando o ramo cujo fluxo de corrente é mínimo. A metodologia também define limites de tensão e corrente para encontrar uma topologia ótima que garanta a qualidade da energia na topologia radial final. Para o cálculo do fluxo de carga, é utilizado o software DISTOP (*Distribution Network Optimization*), desenvolvido pela *Pacific Gas and Electric Company*.

No documento de Baran e Wu (1989) consideram a redução das perdas e o balanceamento de cargas. Eles apresentam dois métodos aproximados para o cálculo do fluxo de carga. O primeiro método é baseado nas equações Distflow (*forward* e *backward*), utilizando a estimativa da redução das perdas devido à troca de ramos dentro do laço fundamental, uma metodologia chamada *Branch Exchange*. O segundo método faz uma atualização no passo *backward* e *forward*, sendo eficiente computacionalmente comparado com um fluxo de carga completo. O documento menciona uma nova formulação para calcular a variação das perdas resultantes de uma troca de ramos dentro de um laço fundamental, onde os fluxos de potência são incluídos. Essa fórmula além de ser conservadora permite ser usada em meta-heurísticas, para acelerar processos computacionais comparados com usar um fluxo de carga em cada proposta de solução. Também apresentam um mecanismo para reduzir os candidatos a participar das trocas de ramos. O estudo analisa uma troca de

um ramo aberto com os que estão fechados, se os ramos adjacentes a ele, leva a um aumento das perdas, as outras possíveis trocas de ramos no laço também levam a um aumento das perdas e, portanto, não precisam ser analisadas.

A pesquisa de Goswami e Basu (1992) propõe uma heurística para o problema de reconfiguração que visa minimizar as perdas formando apenas um laço fundamental por vez no sistema. Em vez de fechar todas as chaves da rede para formar um sistema malhado e abrir uma chave de cada vez para restaurar a configuração radial, o algoritmo fecha apenas uma chave por vez, criando uma malha no sistema e depois retorna à configuração radial abrindo a mesma ou outra chave no laço, conforme o resultado do padrão de fluxo ótimo. A proposta começa com um sistema radial, fecha um ramo para formar um único laço e então, aplica a heurística considerando três cenários: Primeiro, fecha-se o interruptor normalmente aberto através do qual a tensão é máxima, esperando que a maior diferença de tensão cause uma redução máxima na perda. Segundo, fecha-se o interruptor normalmente aberto através do qual a tensão é mínima, esperando que a menor diferença de tensão permita uma solução rápida. Terceiro, a seleção do interruptor é feita de maneira arbitrária, um após o outro. Os autores concluíram que a configuração final obtida é a mesma nos três esquemas.

Mantovani *et al.* (2000) usam um critério que está baseado na máxima queda de tensão permitida nos alimentadores e na definição de famílias e descendentes, para identificar topologias promissoras, considerando a redução de perdas sujeitas às restrições de operação. Os autores utilizam o conceito de famílias e descendentes, baseados na definição de blocos construtivos dentro dos algoritmos genéticos. Portanto, a configuração de uma família e todas as suas variantes são excluídas quando a tensão em algum alimentador do sistema tiver uma queda de tensão maior que o limite preestabelecido. Para o cálculo do fluxo de carga, utiliza-se o método *Forward Update DistFlow*, mencionado por Baran e Wu (1989), o qual usa um modelo de potência constante em que as correntes são corrigidas em função da variação de tensão.

Os autores Gomes *et al.* (2005) apresentam uma heurística para o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição elétrica, partindo com uma topologia malhada, que em cada passo, abre uma chave até alcançar uma configuração radial. Para escolher o ramo que deve ser desligado, são testados os possíveis ramos que mantêm o sistema conectado. Dentre todas as opções, abre-se aquela que resulta no

menor incremento da função objetivo (redução das perdas). A segunda etapa da heurística envolve o processo de *branch exchange*, utilizando os ramos identificados na primeira fase para tentar reduzir ainda mais as perdas obtidas pela fase construtiva.

Para o seguinte ano, os autores Gomes *et al.* (2006) modelam a operação dos ramos do sistema como funções contínuas e propõem um fluxo de potência ótimo para a minimização de perdas. Todos os ramos começam ligadas e, a partir do resultado do fluxo de carga, uma técnica heurística é utilizada para determinar o próximo ramo a ser desligado, até que se obtenha um sistema radial. Para resolver o problema de fluxo de potência ótimo, é utilizado um método de pontos interiores primal-dual.

Ababei e Kavasseri (2011) propõem um algoritmo heurístico eficiente para o problema de reconfiguração, focando na redução de perdas através de um procedimento de *branch exchange* fundamentado em problemas de fluxo máximo a custo mínimo (*minimum cost maximum flow*). Eles também introduzem uma metodologia para estimar perdas em sistemas radiais, utilizando uma técnica de caminhos aleatórios (*random walks*). A metodologia sugerida foi avaliada em diversos sistemas.

No trabalho dos autores, Jabr, Singh e Pal (2012) apresentam um modelo convexo de programação cônica de segunda ordem inteira mista e outro de programação linear inteira mista para abordar o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição radiais visando a redução das perdas. Também é possível representar as restrições de radialidade da rede por meio de uma abordagem baseada em laços, que estipula que cada laço na configuração malhada deve estar aberto. No entanto, isso requer um algoritmo para a enumeração dos laços da rede ou certas rotas antes de formar as restrições do problema. Portanto, os autores propõem uma alternativa à restrição de radialidade, que requer que cada nó tenha apenas uma linha de alimentação de energia, adicionando variáveis binárias para abranger os fluxos de energia inversos que podem ocorrer na presença de geração distribuída. Essa metodologia permite modificar as restrições de radialidade clássicas mencionadas com regularidade no ambiente científico.

Em Lavorato *et al.* (2012), o documento aborda a incorporação de restrições de radialidade em problemas de otimização em sistemas de distribuição radial, destacando que a configuração radial é benéfica para a coordenação de proteções e redução de curto-circuito. Os autores utilizam um modelo de programação não linear inteira mista com a incorporação de restrições de radialidade, com o objetivo de

apresentar suficiência na geração de topologias radiais e na redução do esforço computacional ao resolver o modelo matemático.

Borges *et al.* (2014) propõem um modelo não linear inteiro misto que inclui variações nas restrições, adicionando variáveis binárias para facilitar o processo de encontrar uma solução ótima. Além disso, implementam um modelo linear inteiro misto com restrições adicionais para o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição radiais com enfoque na minimização das perdas.

O autor Wang *et al.* (2020), contribui ao mencionar que a restrição clássica de radialidade, sem uma restrição de fluxo de balanço, pode ser insuficiente para garantir uma árvore ou uma topologia radial do sistema de distribuição. Portanto, utiliza restrições que denomina restrições de árvore, as quais, sob cenários específicos, asseguram uma topologia radial para o sistema elétrico de distribuição no contexto dos problemas de reconfiguração e restauração do serviço elétrico. Essas equações também são mencionadas no trabalho de Jabr *et al.* (2012).

Em 2021, o autor Mahdavi *et al.* (2021) revisita os modelos mencionados por Macedo e Borges para aplicá-los por meio do solver comercial AMPL em uma ampla variedade de testes apresentados na literatura, incluindo casos de grande porte. O autor confirma que as variáveis auxiliares que consideram a direção do fluxo de potência proporcionam uma leve melhoria no esforço computacional. No mesmo ano, Tabares *et al.* (2021) estuda as possibilidades de aumentar as capacidades de reconfiguração em redes de distribuição por meio da instalação ótima de ramos de reserva (planejamento), propondo um modelo de programação convexa sujeito a uma formulação de restrições lógicas lineares no processo de reconfiguração da rede após uma falha, com o objetivo de reduzir os custos de investimento.

Autores como Gallego *et al.* (2022) contribuem com a implementação de um modelo linear inteiro misto para resolver, de forma simultânea, a redução das perdas por meio da reconfiguração e a alocação ótima de bancos de capacitores, visando melhorar significativamente os perfis de tensão nos nós do sistema de distribuição. Os resultados foram comparados com simulações não lineares, obtendo resultados positivos na redução de perdas, nos níveis de tensão e na eficiência computacional.

Sun *et al.* (2023) propõe uma formulação inovadora para as restrições de radialidade que não se concentra na conexão detalhada entre ramos e nós, mas sim na propriedade global do grafo, utilizando um método baseado na densidade máxima, conceito proveniente da teoria dos grafos. Com essa abordagem, é possível reduzir a

quantidade de variáveis binárias e restrições envolvidas, melhorando o desempenho computacional dos problemas de otimização.

1.6.2 Revisão dos estudos relacionados com meta-heurísticas aplicados ao problema de RSDEE

Com o objetivo de melhorar o desempenho computacional e aproximar-se da solução ótima global, foram implementadas heurísticas modernas que permitem realizar operações básicas e iterativas para a solução do problema de reconfiguração em sistemas de distribuição elétrica. Algoritmos genéticos, GRASP, Busca Tabu, busca em vizinhança variável, otimização por enxame de partículas, são algumas das metodologias que foram publicadas no ambiente científico. A seguir, são mencionadas algumas referências que incorporaram esses métodos.

Zhu J.Z (2002), este artigo propõe um método aprimorado para estudar a reconfiguração de redes de distribuição, baseado em um algoritmo genético refinado, e para obter as perdas e correntes nos ramos é apresentado no estudo um método de fluxo de carga para redes de distribuição radial. O algoritmo genético refinado executa algumas melhorias na codificação de cromossomos, na função de aptidão e no padrão de mutação. A proposta de solução utiliza uma representação binária para cada ramo de ligação, e a função de aptidão é formada combinando a função objetivo e a função de penalização. Para a seleção, é utilizado o método de roleta, no qual cada cadeia ocupa uma área da roleta que é proporcional à sua quota da aptidão total.

Mendoza *et al.* (2006) propõem uma metodologia que otimiza a eficiência dos Algoritmos Genéticos aplicados ao problema de RSDEE. Esta pesquisa reduz o espaço de busca utilizando uma nova estratégia de codificação e operadores genéticos inovadores, chamados cruzamento acentuado e mutação dirigida. A pesquisa cria uma proposta de solução factível considerando os laços fundamentais do grafo correspondente ao sistema de distribuição, juntamente com operadores genéticos especializados em recombinação e mutação.

No trabalho de Wu e Tsai (2011), propõe-se uma abordagem eficaz baseada no PSO com codificação inteira para determinar os esquemas de operação de interruptores para a reconfiguração de alimentadores. A abordagem proposta é capaz de melhorar a eficiência de busca para problemas de reconfiguração de alimentadores ao considerar as soluções ótimas locais históricas ao gerar novas partículas. As

soluções ótimas locais encontradas durante o processo de evolução são utilizadas ao gerar novas partículas. O método proposto pode encontrar soluções para problemas de reconfiguração de alimentadores mais rapidamente do que outras abordagens, como a otimização por enxame de partículas discretas, a otimização por enxame de partículas binárias modificadas e o algoritmo genético.

Franco *et al.* (2012) apresentam uma implementação eficiente do algoritmo de Busca Tabu, para o problema de reconfiguração visando a minimização de perdas. A solução inicial é gerada aleatoriamente usando um algoritmo de PRIM, onde o custo de cada ramo é aleatório. A função objetivo das soluções vizinhas é estimada utilizando a fórmula aproximada de Baran e Wu (1989), metodologia eficiente que acelera o processo iterativo para obter a solução global.

Souza (2013) propõe um algoritmo GRASP para resolver o problema de reconfiguração com o objetivo da redução das perdas. O algoritmo inicia com todos os ramos desligados, e em cada passo, um ramo é ligado com base em um índice de sensibilidade derivado da solução de um Programa Não Linear (PNL), onde é relaxada a restrição de integralidade das variáveis binárias, que correspondem à operação dos ramos

Em Possagnolo (2015), o autor implementa um algoritmo VNS para a reconfiguração em sistemas de distribuição, adicionando demanda variável, encontrando uma topologia radial que garanta a redução de perdas, considerando a variação da carga em cada nível de demanda. O autor trabalha com variações do algoritmo VNS: BVNS, VND, RVNS e GVNS, realizando uma busca local através da aproximação da variação de perdas ao realizar uma troca de ramos dentro de um laço. O documento também aplica o algoritmo a um sistema de grande porte, mostrando resultados positivos na redução do esforço computacional ao encontrar uma solução ótima.

Macedo *et al.* (2018) contribuíram de forma relevante para o problema de reconfiguração ao identificar a quantidade máxima de topologias radiais em um sistema de distribuição. Isso é especialmente importante devido à explosão combinatória que ocorre ao aumentar o número de ramos e nós do sistema. Os autores afirmam que, por meio da matriz Laplaciana gerada pelo nível de ramos conectados a um nó, é possível identificar o número total de topologias radiais através do respectivo determinante. Esta descoberta permite trabalhar em um espaço de busca determinado, ignorando aquelas configurações que não pertencem à topologia

radial. Além disso, apresenta-se uma proposta de solução que pode ser implementada em métodos meta-heurísticos.

Em Silveira *et al.* (2021) são avaliados modelos clássicos junto com meta-heurísticas já aplicadas na literatura especializada, considerando as perdas relatadas e o esforço computacional. Para eliminar diferenças devido à implementação e ao equipamento os autores usam duas métricas propostas utilizando um fluxo de carga especializado de referência: 'tempo equivalente' e 'número equivalente de fluxos de carga'. Concluiu-se que os modelos de programação linear e cônica encontram a solução ótima para sistemas de pequeno e médio porte; além disso, o modelo linear requer um menor esforço computacional do que as formulações de programação cônica e não linear. Por outro lado, verificou-se que as meta-heurísticas necessitam de um menor esforço computacional e proporcionam melhores soluções para sistemas de grande porte em comparação com a otimização clássica.

Fathi *et al.* (2023) apresenta uma meta-heurística conhecida como algoritmo convencional de enxame de salpas para determinar a melhor localização de unidades fotovoltaicas, juntamente com a reconfiguração do sistema de distribuição, com o objetivo de reduzir as perdas elétricas no sistema. Além disso, para acelerar a convergência na busca pela solução ótima global, o autor utiliza um operador evolutivo diferencial, evitando a convergência para ótimos locais. O método é inspirado no comportamento social das salpas, que bombardeiam água através de seus corpos para melhorar seu desempenho, utilizando operadores de mutação.

Harsh and Das (2023) propõem um método heurístico baseado em duas etapas para a reconfiguração de sistemas de distribuição. Na etapa inicial da operação, todos os interruptores são fechados, e uma estratégia sequencial de abertura é utilizada para encontrar uma solução próxima à solução atual. Na segunda etapa, seleciona-se um par de chaves ligadas para alterar seu estado, utilizando a matriz de injeção de corrente nas barras. Os resultados obtidos são positivos, inclusive para sistemas de grande porte.

Em Yamamoto *et al.* (2024) os autores propõem uma nova abordagem para o algoritmo meta-heurístico Busca Tabu, mudando o conceito de lista proibida e critério de aspiração, mantendo sua capacidade de evitar ciclos ao retornar a soluções candidatas. Adicionalmente, sugerem uma estratégia para reiniciar a busca a partir da solução incumbente, evitando a geração de novos caminhos que não garantam

melhorias nas soluções potenciais. Para aprimorar a estratégia, incorporam o algoritmo de Prim para obter uma solução inicial de alta qualidade.

1.6.3 Revisão dos estudos relacionados com math-heurísticas

Boschetti (2009) Afirma que a principal vantagem de utilizar a programação matemática em conjunto com uma abordagem meta-heurística é a melhoria no processo de busca local. Esse conceito é explicado por meio de um fluxo de tráfego veicular, onde a programação matemática apresenta um comportamento não linear. Assim, o modelo é combinado com uma heurística de horizonte decrescente.

Outro estudo aplicado foi proposto por Lopes *et al.* (2015), que apresenta um modelo linear inteiro combinado com a heurística de busca local iterativa para resolver a realocação de máquinas em um ambiente real. Além disso, o trabalho inclui variações nos procedimentos clássicos de perturbação e busca local, baseados em vizinhanças do tipo deslocamento e troca. Os experimentos computacionais demonstraram que a matheurística é competitiva em relação às melhores heurísticas disponíveis na literatura.

Sanchez *et al.* (2018) apresenta uma análise comparativa de diferentes metodologias para resolver o problema binário de corte de materiais, utilizando um processo dividido em um problema mestre e um subproblema. O problema mestre é resolvido por meio de programação linear inteira clássica, enquanto o subproblema é tratado com algoritmos genéticos e otimização por enxame de partículas.

Boschetti and Maniezzo (2022) descreve a penetração das matheurísticas a partir da programação matemática, apresentando as ferramentas matemáticas disponíveis. Por exemplo, as técnicas de decomposição matemática têm sido utilizadas como ponto de partida para classes de algoritmos heurísticos, como a programação Lagrangiana, a decomposição de Dantzig-Wolfe e a decomposição de Benders, métodos que podem ser aplicados em problemas de programação linear mista.

No problema de reconfiguração de sistemas de distribuição, Alves (2023) utiliza um modelo matemático cônico de segunda ordem, linear, inteiro e misto, combinado com a matheurística Busca Tabu, para determinar a localização ótima de capacitores e geradores distribuídos, visando a redução das perdas elétricas.

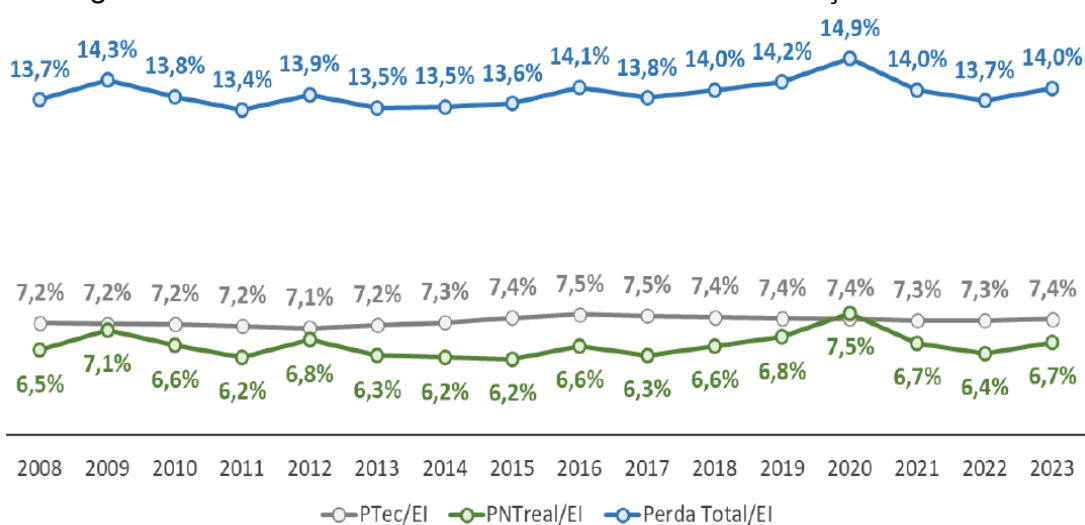
2 O PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

A reconfiguração é um problema combinatório complexo em que a topologia dos sistemas de distribuição é modificada através da abertura/fechamento dos interruptores com o objetivo de obter benefícios técnico-econômicos; por exemplo, minimização de perdas. Esta metodologia busca melhorar a qualidade do serviço, evitar sobrecarga de linhas e transformadores, melhorar a confiabilidade e traçar um guia para planejamento de expansão da rede.

Conforme mencionado no relatório da ANEEL para o ano de 2022, os sistemas de potência de energia elétrica registraram perdas de 17,5% de toda a sua geração, sendo que a maior porcentagem foi observada na distribuição. Portanto, os operadores de redes se dedicaram a aplicar métodos para reduzir as perdas, realizando recondução de cabos, manutenção preditiva e corretiva dos equipamentos, aplicação de normativas que reduzam a geração de energia reativa na rede, criando um plano de trabalho sistemático para redução de perdas no sistema. O benefício é bilateral, tanto para os operadores de redes quanto para os usuários, gerando alívios econômicos para ambas as partes.

Para visualizar o impacto na reconfiguração de sistemas de distribuição, pode-se revisar alguns valores simples de um relatório publicado pela ANEEL.

Figura 2 - Perdas técnicas e não técnicas em distribuição no Brasil.



Fonte: (Agência Nacional de Energia Elétrica, 2024)

Por exemplo, a porcentagem das perdas pode ser investida em atividades de manutenção da rede. É importante ressaltar que todas as considerações dos cálculos das perdas são mencionadas no Módulo 2: revisão tarifária periódica das concessionárias de distribuição, submódulo 2.6 - Perdas de energia, publicado pela ANEEL.

2.1 MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE RSDEE

Recentemente, foram propostos vários modelos matemáticos exatos para lidar com o problema de RSDEE. Esses modelos costumam oferecer soluções ótimas para sistemas de pequena e média complexidade quando são resolvidos por meio de solvers comerciais de otimização. Nesta seção são apresentados dois desses modelos matemáticos baseados no modelo PNLIM, descrito em Borges *et al.* (2014), que abrange as equações (1)-(15), e que adiciona restrições e variáveis binárias para melhorar o esforço computacional. Como foi mencionado, este trabalho propõe transformá-lo em um modelo de PCSOIM, conforme Hijazi e Thiébaux (2014) e um modelo de PLIM, que lineariza as restrições não lineares presentes no modelo base, conforme descrito em Borges *et al.* (2014). Portanto, o modelo não linear assume a seguinte forma:

$$\min v \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3)$$

$$V_i^{sqr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} - b_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_j^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (6)$$

$$I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

$$0 \leq P_{ij}^+ \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9)$$

$$0 \leq P_{ij}^- \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (10)$$

$$-\bar{V} \bar{I}_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \leq Q_{ij} \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (11)$$

$$|b_{ij}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) (1 - (y_{ij}^+ + y_{ij}^-)) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (12)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) = |\Omega_b| - 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13)$$

$$y_{ij}^+ + y_{ij}^- \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (14)$$

$$y_{ij}^+, y_{ij}^- \in \{0,1\} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (15)$$

Partindo da função objetivo (1), representa a minimização das perdas de potência ativa em um SDEE. A função objetivo está sujeita às restrições de fluxo de potência, capacidade de operação, e radialidade, onde Ω_b e Ω_l são conjuntos de nós e linhas, respectivamente. As equações (2) e (3) representam o balanço de potência ativa e reativa respectivamente, associado à primeira lei de Kirchoff, onde P_{ki} representa o fluxo de potência ativa através da linha ki que chega ao nó i , o fluxo de potência que sai do nó i até o nó j , é P_{ij} . As perdas de potência ativa na linha ij , estão representadas por $R_{ij}I_{ij}^{sqr}$. Enquanto no fluxo de potência reativa da linha ki e ij , é representado por Q_{ki} , Q_{ij} , e a potência reativa armazenada na linha ij , são estabelecidas por $X_{ij}I_{ij}^{sqr}$. A equação (4) representa a queda de tensão em cada ramo, considerando uma variável auxiliar b_{ij} que depende do estado dos interruptores. A variação da variável auxiliar b_{ij} é limitada por (12) da seguinte forma: se o interruptor está fechado, então $b_{ij} = 0$, caso contrário, b_{ij} é livre para variar no intervalo estabelecido por (12) para satisfazer (4). A equação (4) permite obter a tensão V_j em termos da tensão V_i , dos fluxos de potência ativa e reativa, magnitude da corrente e dos parâmetros do ramo ij . A equação não linear (5) representa o cálculo da corrente no ramo ij . Os limites de tensão e a capacidade de corrente são representados por (6) e (7), respectivamente. O fluxo de potência ativa (8), é representado usando duas variáveis auxiliares, com o objetivo de identificar o fluxo em direção direta P_{ij}^+ e reversa P_{ij}^- . As restrições (9) e (10) limitam o fluxo de potência ativa, enquanto (11) limita o fluxo de potência reativa nos ramos. A restrição (12) é o complemento na equação (4) e não permite que a restrição entre em conflito. (13) garante que toda solução deve ter $|\Omega_b| - 1$ ramos fechados, em que $|\Omega_b|$ é a cardinalidade do conjunto Ω_b , que em conjunto com a restrição (2) garante que toda solução deve ser conexa (existe um caminho entre cada nó de demanda e a subestação) e, portanto, essas restrições representam a garantia de que toda solução deve ser radial. Por outro lado, a restrição (14) garante que só uma variável binária está relacionada com a direção do fluxo de

potência nos ramos, por enquanto (15) estabelece a característica binária das variáveis y_{ij}^+ e y_{ij}^- . A restrição (15), atualiza as configurações iniciais do modelo de reconfiguração implementados em alguns trabalhos de pesquisa, por exemplo em Lavorato *et al.* (2012), onde só tinha uma variável binária y_{ij} .

O modelo proposto possui algumas variações: a restrição (13) de radialidade pode ser substituída por (16) e (17), e junto com a restrição (14) adicionada em Borges *et al.* (2014), o esforço computacional tem uma melhoria considerável, isso é evidenciado nos resultados dos testes para os sistemas propostos.

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \geq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, i \in \Omega_{bs} \quad (16)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) = 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, j \in \Omega_b \setminus \Omega_{bs} \quad (17)$$

As restrições (16) e (17) estão baseadas na proposta de Jabr *et al.* (2012) a pesquisa aproveita a natureza binária das variáveis associadas com o estado dos ramos y_{ij}^+ e y_{ij}^- , e afirma em (16), que para cada nó de subestação, pertencente ao conjunto Ω_{bs} , pode haver mais de um ramo conectado (nó parente). Por outro lado, para os nós que são do tipo carga (17), por definição, na solução final, apenas um ramo pode alimentá-los. O trabalho de Jabr *et al.* (2012) também ressalta que os ramos que chegam na subestação, de um nó parente, são fixos, com um valor igual a zero, fornecendo o processo computacional.

2.1.1 Modelo cônico

É possível observar que na equação (5) apresenta uma restrição quadrática que é uma versão relaxada da relação entre potência aparente, corrente e tensão em uma linha. Originalmente, essa relação é uma equação não linear em que a potência aparente é igual ao produto da tensão pela corrente, como é mencionado em Franco *et al.* (2012). A restrição não linear (5) apresenta um produto de duas variáveis no lado esquerdo e a soma de duas variáveis ao quadrado no lado direito. Portanto, para obter o modelo de PCSOIM, essa equação deve ser manipulada. Com base em Hijazi e Thiébaux (2014), é possível reescrever (5) como (18).

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (18)$$

Portanto, as equações (1)-(4), (6)-(12), (14)-(18), pertencem ao modelo PCSOIM executado neste trabalho.

2.1.2 Modelo linear

Os problemas não lineares são caracterizados por terem alta complexidade computacional, mesmo após a relaxação da não linearidade, o modelo PCSOIM apresentado anteriormente ainda requer um esforço computacional notável, especialmente para sistemas de grande porte. Portanto, é conveniente usar uma formulação PLIM eficiente.

Baseado no trabalho de Borges *et al.* (2014) a linearização de (5), assume a forma apresentada nas restrições (19)-(28),

$$V_j^{nom} I_{ij}^{sqr} = \sum_{w=1}^w m_{ij,w}^s (\Delta_{ij,w}^P + \Delta_{ij,w}^Q) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (19)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (20)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = \sum_{w=1}^w \Delta_{ij,w}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (21)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{w=1}^w \Delta_{ij,w}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (22)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,w}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots W \quad (23)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,w}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots W \quad (24)$$

$$0 \leq Q_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (25)$$

$$0 \leq Q_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (26)$$

$$m_{ij,w}^s = (2w - 1) \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots W \quad (27)$$

$$\bar{\Delta}_{ij}^S = \frac{\overline{VI_{ij}}}{W} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (28)$$

Em (19), o produto $V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr}$ é aproximado considerando a tensão nominal do sistema. Os termos $\sum_{w=1}^w m_{ij,w}^s \Delta_{ij,w}^P$ e $\sum_{w=1}^w m_{ij,w}^s \Delta_{ij,w}^Q$ são aproximações lineares de P_{ij}^2 e Q_{ij}^2 respectivamente. Q_{ij}^+ e Q_{ij}^- são variáveis auxiliares para obter a magnitude de Q_{ij} , mostrada na restrição (20). As restrições (21) e (22) estabelecem que as magnitudes da potência ativa e reativa são iguais à soma dos valores dos blocos de discretização, e as restrições (23) e (24) são os respectivos limites superior e inferior

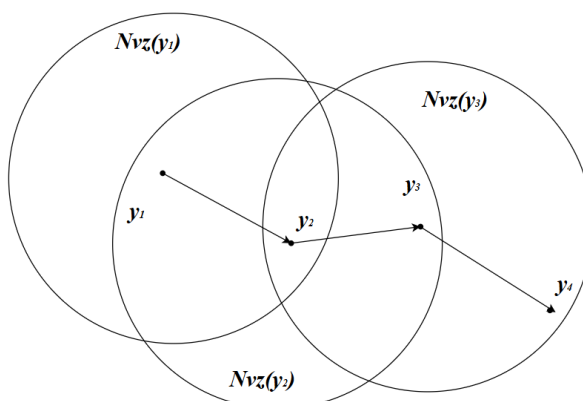
dos blocos e (25) e (26) garante valores positivos para a potência reativa. As restrições (27) e (28) são parâmetros constantes usados para complementar a linearização.

Portanto, as equações (1)-(4), (6)-(12), (14)-(17), (19)-(28) pertencem ao modelo PLIM executado neste trabalho.

2.2 PROBLEMA DE RSDEE COM META-HEURÍSTICAS

As metodologias de busca local para os problemas de otimização combinatória têm uma sequência de mudanças locais em uma solução inicial, melhorando o valor da função objetivo, até que um ótimo local seja encontrado. Portanto, em cada iteração, uma solução melhorada y' da vizinhança $N_{vz}(y)$ da solução corrente y é obtida, até que nenhum melhoramento possa ser obtido. Por exemplo, a Figura 3 ilustra o processo de busca de um algoritmo de busca em vizinhança. Partindo de um ponto inicial y_1 o algoritmo analisa toda a vizinhança de y_1 , $N_{vz}(y_1)$, encontrando uma solução de melhor qualidade y_2 . Portanto, continua analisando a vizinhança $N_{vz}(y_2)$, encontrando y_3 , o processo para quando não consegue obter uma solução de melhor qualidade exposto em Possagnolo (2015). A meta-heurística VNS é um algoritmo com busca local e a principal diferença em relação a outras meta-heurísticas está na estratégia utilizada para realizar as transições no espaço de busca. Essas transições são realizadas a partir de um ponto inicial no espaço de soluções como é mencionado em Possagnolo (2015).

Figura 3 - Processo do algoritmo de busca local.



Fonte: Elaboração do autor.

A metodologia proposta com **VNS** para resolver o problema de reconfiguração inicia com a idealização de uma forma de representar uma proposta de solução,

estabelecendo um vetor que contém os ramos que são desligados, mencionado em Mendoza *et al.* (2006). Também, procura-se uma solução inicial através de uma heurística simples, pode ser o algoritmo PRIM. Para ter o conhecimento da proposta radial de operação, deve-se resolver um problema de fluxo de carga para identificar as perdas, usando restrições ou penalizações para não superar os limites de corrente dos ramos e tensão nas barras, qualquer solução inviável é imediatamente descartada (Possagnolo e Lázaro 2014).

A estrutura da vizinhança inicia com a alteração do estado de um único ramo, passando de ligado para desligado $N_{vz} = 1$. A mudança continua avaliando duas ramas, que passam de um estado fechado para aberto, enquanto outros anteriormente abertos são fechados $N_{vz} = 2$ e assim sucessivamente. Depois é definido um critério de parada, para não ficar em um ciclo ou em soluções ótimas locais, exposto em Possagnolo (2015).

Também é usado o algoritmo *Tabu Search* para resolver o problema de reconfiguração em sistemas de distribuição, iniciando com uma proposta de solução e a identificação das vizinhanças, mas tem diferença na busca local, na formulação básica a estratégia para evitar voltar a uma solução previamente explorada é implementada de forma indireta. Portanto, o algoritmo registra certos atributos que geralmente contêm informações importantes para realizar as transições no espaço de busca. Esses atributos são designados como proibidos por um número determinado de iterações, portanto, com o objetivo de prevenir movimentos inversos e, conseqüentemente, evitar que uma solução previamente explorada seja revisitada, essas informações proibidas são organizadas em uma lista específica denominada lista de atributos proibidos (Franco *et al.* 2012).

Entretanto, podem surgir soluções promissoras durante a busca que não podem ser consideradas, pois compartilham um atributo proibido com alguma solução visitada recentemente. Para superar essa limitação, é introduzido o critério de aspiração, que é uma medida da qualidade de uma proposta de solução. Assim, se um vizinho com um atributo proibido satisfizer o critério de aspiração, a proibição correspondente é removida, permitindo a transição para essa solução. Depois, o número máximo de iterações depende da complexidade do sistema. Além disso, vale ressaltar que após k iterações, o tamanho da lista tabu com as soluções já visitadas é k , como é exposto em Yamamoto *et al.* (2024).

2.3 PROBLEMA DE RSDEE COM MATHEURÍSTICAS

Como é mencionado o autor Alves (2023) propõe uma estratégia que combina um modelo matemático integrado de PCSOIM com restrições de *local branching*, incorporado em uma heurística baseada em busca Tabu. Essa abordagem é utilizada para resolver o problema simultâneo de reconfiguração, alocação ótima de bancos de capacitores e geração distribuída em sistemas de distribuição elétrica, considerando a alocação de capacitores fixos e chaveados em diferentes níveis de demanda.

O modelo PCSOIM apresentado por Alves (2023), tem termos adicionais como a estratégia de penalização com corte de carga que garante que o modelo sempre forneça uma solução.

As restrições de ramificação local são adicionadas ao modelo para determinar e examinar a vizinhança, garantindo que a solução do modelo apresente no máximo N_{viz} chaves com estado diferente da solução corrente y_c

$$\sum_{ij \in \Omega_l | y_c = 0} y_{ij} \leq N_{viz} \quad (29)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l | y_c = 1} (1 - y_{ij}) \leq N_{viz} \quad (30)$$

Em cada iteração do problema, o modelo com restrições de *local branching* é resolvido, gerando (ou visitando) uma nova solução por meio da Busca Tabu. Todas as soluções visitadas são armazenadas numa lista. A seguinte restrição (31) garante que a solução do modelo seja distinta com pelo menos uma variável diferente de todas as soluções armazenadas na lista, até que o critério de parada seja alcançado.

$$\sum_{ij \in \Omega_l | y_{ij,k}^{ts} = 0} y_{ij} + \sum_{ij \in \Omega_l | y_{ij,k}^{ts} = 1} (1 - y_{ij}) \geq 1 \quad (31)$$

O termo $y_{ij,k}^{ts}$ representa a variável da k -ésima solução armazenada na lista tabu correspondente à reconfiguração, gerando o melhor resultado possível na vizinhança N_{viz} e que seja diferente de todas as soluções visitadas.

Portanto, neste trabalho, com o objetivo de analisar o comportamento do modelo linear para problemas de grande porte, pretende-se adicionar a Matheurística com a visão da busca tabu baseado no trabalho de Alves (2023).

3 ESTRATEGIAS DE REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA NO PROBLEMA DA RECONFIGURAÇÃO

Devido à complexidade computacional envolvida na reconfiguração de grandes sistemas de distribuição elétrica, onde cada ramo pode ser representado por uma chave, é necessário desenvolver métodos e estratégias que permitam selecionar um subconjunto reduzido de topologias. Essas configurações devem incluir a solução ótima do sistema, possibilitando a obtenção de resultados eficientes em tempos de processamento menores.

3.1 ESPAÇO DE BUSCA DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO

O espaço de busca do problema de RSDEE radiais consiste em todas as possíveis combinações de mudanças na topologia da rede elétrica que podem ser avaliadas para minimizar as perdas de energia, maximizar a confiabilidade do fornecimento ou otimizar os custos de operação. O espaço de busca do problema de RSDEE aumenta consideravelmente ao se aumentar o número de nós, ramos e laços de ligação do sistema. Em Macedo *et al.* (2018) e Harris *et al.* (2008), é apresentado um método para se calcular o número exato de topologias radiais em um grafo por meio do determinante da matriz Laplaciana. No anexo B, é apresentado o método mencionado, adicionando um exemplo de um sistema de 14 nós, proposto no documento de Civanlar *et al.* (1988).

A Tabela 1 apresenta diferentes formas de definir o espaço de busca para diferentes sistemas de distribuição trabalhados em pesquisas. Então, a terceira coluna da Tabela 1, 2^{nr} se refere a uma representação binária, onde todos os ramos do sistema nr são considerados como uma chave o ramo de ligação. É considerado como limite máximo de topologias, mas não todas são radiais ou coerentes, portanto, aparece a expressão da quarta coluna $C(nr, nb - 1)$, termo que substitui o anterior e que expressa o número de combinações entre o número de ramos da rede nr , e o número de barras da rede $nb - 1$. A quinta coluna apresenta o número de topologias radiais que podem ser formadas para cada um destes sistemas, através do cálculo do Teorema da Matriz-Árvore (Anexo B), conforme apresentado por Macedo *et al.* (2018). Este cálculo é baseado na teoria dos grafos, substituindo os métodos anteriores.

Tabela 1 - Tamanho do espaço de busca para diferentes sistemas.

Sistema	nr	2^{nr}	$C(nr, nb - 1)$	ntr
14 barras	16	65536	560	190
33 barras	37	$1,3744 \times 10^{11}$	435897	50751
84 barras	96	$7,9228 \times 10^{28}$	$4,0363 \times 10^{15}$	$3,5196 \times 10^{11}$
136 barras	156	$9,1344 \times 10^{46}$	$5,4351 \times 10^{25}$	$2,2686 \times 10^{18}$
415 barras	473	$2,4389 \times 10^{142}$	$1,0832 \times 10^{76}$	$9,3045 \times 10^{51}$

Fonte: Elaboração do autor

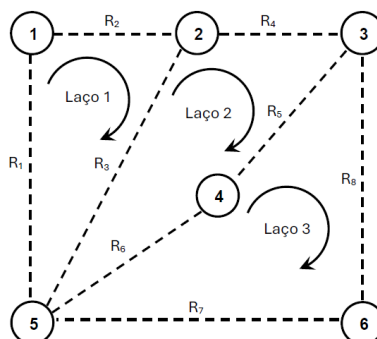
Usando uma análise gráfica, é possível criar uma topologia radial identificando os laços fechados fundamentais LF , baseados na visão dos autores em Mendoza *et al.* (2006).

3.2 LAÇOS FUNDAMENTAIS

Na teoria dos grafos, um laço é uma sequência de arestas que inicia e termina no mesmo vértice sem repetir arestas. Portanto um caminho fechado em um grafo é denominado laço. Os laços que contêm apenas um ramo de ligação são independentes e são chamados de laços básicos. Em Mendoza *et al.* (2006), o conceito é similar adicionando que um laço fundamental não contém outros laços dentro. O número de laços fundamentais que são formados em qualquer sistema malhado, é dado por (32), equação que também corresponde ao número de ramos de ligação de uma rede.

$$nlf = nr - nb + 1 \quad (32)$$

Figura 4 - Grafo com três laços fundamentais.



Fonte: Elaboração do autor.

No grafo da Figura 4, pode se formar 3 laços independentes ou fundamentais. O Laço 1, formado pelos ramos 1, 2 e 3, o Laço 2 formado pelos ramos 3, 4, 5, 6, e o Laço 3 formado pelos ramos 5, 6, 7 e 8. Portanto, para gerar uma topologia radial, é

crucial selecionar um ramo único de cada laço fechado, garantindo que não haja repetições, nem nós isolados. Caso contrário, não resultaria uma topologia radial, mas sim poderia ter um novo laço fechado, que não seria um LF. Assim as combinações entre esses elementos podem gerar as possíveis topologias radiais de um sistema malhado, mencionado em Mendoza *et al.* (2006).

O processo iterativo do algoritmo estabelece que, para gerar uma topologia radial, é necessário selecionar e desconectar um ramo de cada laço fundamental, assegurando duas condições essenciais:

- i. Que não se repitam ramos compartilhados entre laços fundamentais adjacentes.
- ii. Que a desconexão de ramos de laços fundamentais adjacentes não gere nós isolados.

A primeira condição pode ser verificada facilmente, pois existem ramos que compartilham laços adjacentes e, ao desconsiderar essa regra, novos ciclos fechados são gerados.

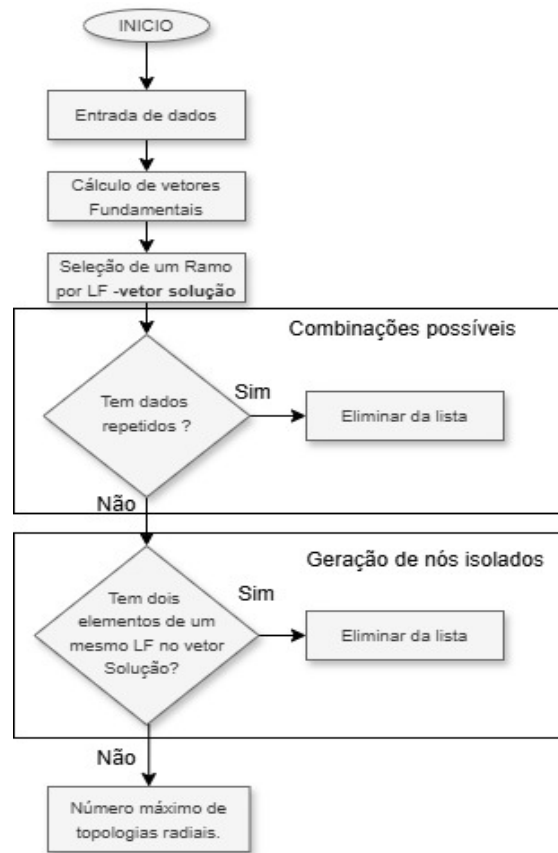
A segunda condição ocorre quando dois elementos de um mesmo LF estão presentes no vetor solução; ao violá-la, são gerados nós isolados. Na figura 5, é apresentado um diagrama de fluxo simples do algoritmo, que fornece uma visão clara do processo para encontrar o número máximo de topologias radiais. Assim, cria-se um vetor que, ao ser desconectado, gera um sistema radial.

Também, para conhecer o número máximo de combinações possíveis, tem-se a equação (33), onde k é o tamanho de cada vetor LF e nfl o número máximo de laços fundamentais.

Por exemplo:

$$\text{Combinações possíveis} = \prod_{i=1}^{nfl} k_i \quad (33)$$

Figura 5 - Diagrama de fluxo para encontrar o número máximo de topologias radiais através de laços fundamentais.



Fonte: elaboração do autor.

Portanto, devido a relevância dos laços fundamentais e a relação que se tem com o número total de topologias radiais, propõe-se adicionar cada LF como restrições dentro do modelo matemático com a equação (34) pretendendo reduzir o esforço computacional utilizando *solvers* de otimização comerciais.

$$\sum_{ij \in \Omega_l: num_{ij} \in \Omega_{Lr}} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \leq nrlf_r - 1 \quad \forall r \in \Omega_{loop} \quad (34)$$

A equação (34), estabelece que deve haver pelo menos um ramo desconectado no conjunto de ramos pertencente a cada laço fundamental, sendo $nrlf_r$ o número de ramos em cada LF . O parâmetro num_{ij} é o número do ramo ij , Ω_{loop} é o conjunto de laços fundamentais, e Lr é o conjunto dos números dos ramos pertencentes ao laço r .

3.3 TRECHOS CONEXOS

Dentro de cada LF , é possível encontrar segmentos consecutivos, ou seja, nós que estão conectados por apenas dois ramos adjacentes (trechos conexos). Portanto, para ramos consecutivos que não pertencem a outro laço fundamental, é possível adicionar a restrição (35).

$$\sum_{ij \in \Omega_l: num_{ij} \in T_r} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \geq nrm_r - 1 \quad \forall r \in \Omega_{loop} \quad (35)$$

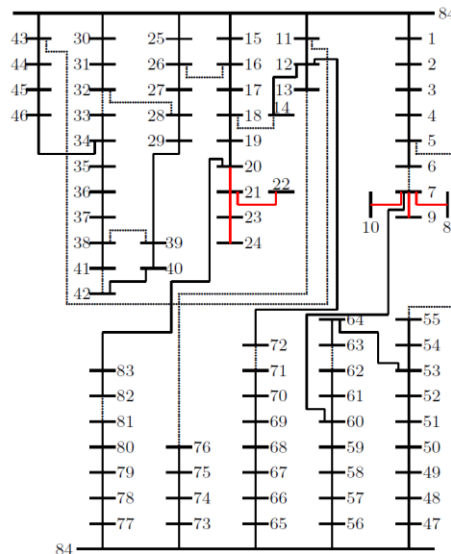
Em que nrm_r é o número de ramos dentro do LF que não pertencem a outros laços fundamentais, e T_r é o conjunto dos números dos ramos pertencentes ao laço fundamental r e que não pertencem a nenhum outro laço fundamental. A equação (35), estabelece que só um ramo pode ser desconectado dentro do conjunto de ramos consecutivos, caso contrário pode-se gerar nós isolados se for desligado mais de um ramo.

3.4 TRECHOS ISOLADOS

Nas redes de distribuição elétrica, é possível encontrar ramos que não pertencem a nenhum laço fundamental. Por exemplo, no sistema de 84 nós, ilustrado na Figura 6, esses ramos estão destacados em vermelho. Portanto, esses ramos devem ser mantidos conectados, pois desconectá-los resultaria em nós isolados. A restrição é representada por (36), em que Ω_f é o conjunto de ramos que não devem ser desconectados.

$$y_{ij}^+ + y_{ij}^- = 1 \quad \forall ij \in \Omega_f \quad (36)$$

Figura 6 - Sistema 84 nós com nós isolados em vermelho.



Fonte: Chiou et al. (2005).

3.5 HEURÍSTICAS PARA FIXAR RAMOS

Fixar ramos que fazem parte dos laços fundamentais permite uma redução significativa no espaço de busca. Em Teles *et al.* (2020), é possível observar o impacto na matriz Laplaciana ao fixar os ramos que estão dentro dos laços fundamentais. Portanto, propõe-se duas heurísticas, a primeira, baseada na abordagem de Merlin e Back (1975), considerando como indicador a potência aparente dos ramos. O primeiro passo consiste em resolver um problema de fluxo de potência para sistemas fracamente malhados, seguido pela seleção e remoção do ramo de menor fluxo, mantendo o grafo conectado. A proposta considera dividir em níveis, ou faixas, a lista dos fluxos nos ramos através de percentis. Propõe-se realizar a divisão em dez níveis. Seguindo a ordem da lista, cada ramo é removido desde que não gere nós isolados, até o número máximo de ramos de ligação (32). O último ramo desligado está localizado dentro de um determinado intervalo, portanto, as linhas que estão no intervalo superior podem ser fixas. Isso é feito no modelo por meio da restrição (36). Ou seja, a heurística determina os ramos que fazem parte do conjunto Ω_f . A seguir, descreve-se o algoritmo implementado.

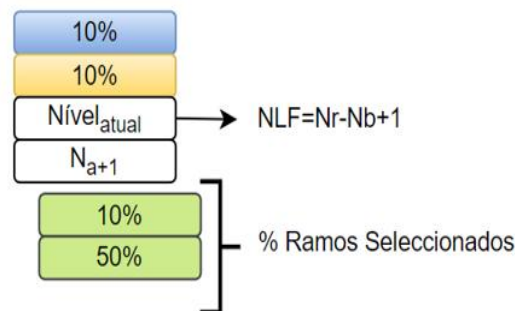
3.5.1 Metodologia 1

Dados iniciais: Ler a topologia da rede e os resultados do fluxo de potência para sistemas fracamente malhados.

- i. Ordenar os ramos de acordo com os valores dos fluxos de potência, do menor para o maior.
- ii. Através dos percentis dos valores, determinar os limites inferior e superior para cada nível (sugere-se implementar dez níveis).
- iii. Atribuir cada fluxo de potência ao respectivo nível (cada faixa do item anterior é um nível).
- iv. Retirar cada ramo com menor fluxo de potência e **verificar se o grafo gera nós isolados**.
- v. Se gera nós isolados, então não retirar o ramo i e continuar a iteração com $i + 1$.
- vi. Se não gera nós isolados, retirar o ramo e continuar a iteração com $i + 1$.

- vii. Parar o processo quando $nlf = nr - nb + 1$. Ou seja, quando todos os ramos de ligação foram retirados.
- viii. Determinar em que nível foi feita a última iteração $nivel_{atual}$
- ix. Selecionar os ramos que estejam em níveis maiores ou igual ao $nivel_{atual} + 2$. Esses ramos são considerados definitivamente fechados. Incorporá-los a Ω_f .

Figura 7 - Representação gráfica dos ramos selecionados



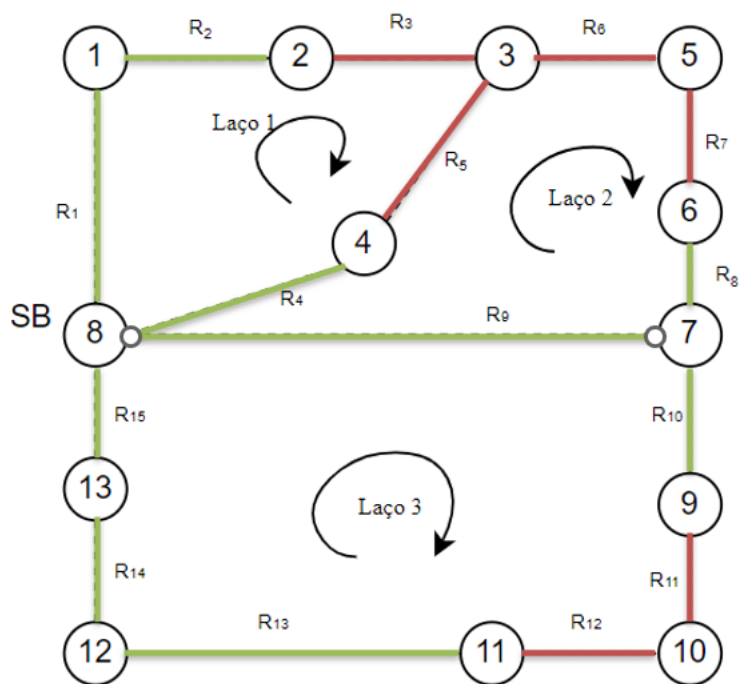
Fonte: Elaboração do autor.

3.5.2 Metodologia 2

Esta metodologia está baseada na importância dos laços fundamentais e nas contribuições de Mendoza *et al.* (2006) e Merlin e Back (1975). Onde o primeiro afirma que ao retirar um ramo de cada laço fundamental, garante-se uma topologia radial, seguindo as considerações mencionadas na Metodologia 1: não se devem repetir ramos e não deve haver nós isolados. Adicionalmente, segundo a visão de Merlin e Back (1975), onde os autores afirmam que a seleção da chave com o menor fluxo de corrente para ser aberta perturba minimamente as distribuições de fluxo nos demais ramos do sistema. Portanto, na segunda metodologia é possível selecionar uma quantidade mínima de ramos de cada laço fundamental com o menor fluxo de potência aparente para que façam parte do processo matemático. O restante dos ramos são fixados através da equação (36). É importante ressaltar que, quando os sistemas aumentam de tamanho, a seleção desses ramos deve ser incrementada para garantir que a solução ótima esteja incluída. Por exemplo, na presente pesquisa, para garantir que a solução ótima esteja incluída na seleção de ramos, comparou-se com trabalhos associados como o de Macedo *et al.* (2018), Franco *et al.* (2012). Portanto, para o sistema de 33 barras, bastou selecionar 3 ramos com o menor valor de fluxo de

potência por cada laço fundamental, enquanto para os sistemas de 84 e 136 barras, foi necessário selecionar 4 ramos.

Figura 8 - Seleção de ramos com menor fluxo em um laço fundamental.



Fonte: Elaboração do autor.

Dados iniciais: Ler a topologia da rede e os resultados do fluxo de potência para sistemas fracamente malhados.

- i. Identificar os laços fundamentais.
- ii. Iterar 3, 4, 5 ou n – vezes dentro de cada LF, selecionando o ramo com menor fluxo de potência aparente. O valor de n pode variar conforme o tamanho do sistema de distribuição.
- iii. O restante dos ramos que não foram selecionados vão estar fixos no modelo matemático, através da equação 32.

É possível identificar que em (iii), os ramos que estão fora dos laços fundamentais, vão pertencer dentro deste conjunto de ramos fixos Ω_f .

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados testes usando três sistemas elétricos usados na literatura especializada. Os modelos foram escritos em AMPL e resolvidos usando o *solver* CPLEX versão 22.1.1.0, em um computador com processador *Intel Core i7* – 8700, de 3,2GHz e 32 GB de RAM.

4.1 SISTEMA 33 BARRAS

Este sistema possui 33 nós e 37 ramos, portanto, tem 5 ramos de ligação. A tensão nominal é de 12,66 kV. O limite mínimo de tensão é 0,93 p.u. e o máximo é 1,00 p.u. A demanda ativa total é de 3.715kW e a demanda reativa total de 2.300kVAr. O número de ramos fixos pela heurística proposta é 12.

Tabela 2 - Resultados para o sistema de 33 nós.

Modelo	Sem RC [s]	Com RC [s]	RC e RFx [s]	Tempo [^] [%]	Circuitos Abertos	FO [kW]
PCSOIM*	2,60	1,40	0,69	74%	1,2,3,4,5,6	139,55
PCSOIM**	2,40	1,2	0,64	74%	1,2,3,4,5,6	139,55
% Tempo	8%	15%	8%			
PLIM*	0,50	0,32	0,18	64%	1,2,3,4,5,6	139,55
PLIM**	0,20	0,20	0,09	55%	1,2,3,4,5,6	139,55
% Tempo	60%	38%	50%			

Fonte: Elaboração do autor.

Radialidade * Lavorato *et al.* (2012) e ** Jabr *et al.* (2012). RC: restrições de cerca, RFx: ramos fixos, FO: função objetivo.

Tabela 3 - Número de ramos fixos do sistema de 33 nós.

	N. Ramos do sistema	N. Ramos Fixados	% Ramos
Metodologia 1	37	8	21,6%
Metodologia 2		12	32,4%

Fonte: Elaboração do autor.

Como apresentado na Tabela 2, para o sistema de 33 nós, é possível verificar que utilizando-se a restrição de radialidade proposta em Lavorato *et al.* (2012), a introdução de restrições substitutas demonstrou melhorar significativamente o esforço computacional. Além disso, observa-se que a proposta de Jabr *et al.* (2012) mostra performance superior tanto para o modelo de PCSOIM quanto para o de PLIM. Destaca-se, também, a eficiência da heurística proposta, que diminui

consideravelmente o tempo de resolução do problema, resultado de uma redução significativa do espaço de busca.

4.2 SISTEMA 84 BARRAS

Este sistema possui 84 nós e 96 ramos, portanto, tem 13 ramos de ligação. A tensão nominal é de 11,40 kV. O limite mínimo de tensão é 0,93 p.u. e o máximo é 1,00 p.u. A demanda ativa total é de 28.351 kW e a demanda reativa total de 20,700 kVar. O número de ramos fixos pela heurística proposta é 46.

Como apresentado na Tabela 4, para o sistema de 84 nós, a introdução de restrições substitutas melhora somente a performance do modelo de PLIM. Além disso, observa-se que a proposta de Jabr *et al.* (2012) para radialidade mostra melhor performance tanto para os modelos de PCSOIM quanto para PLIM. O modelo de PLIM tem um valor maior de função objetivo, devido às linearizações consideradas na Seção 2. Destaca-se, novamente, a eficiência da heurística proposta, que reduz consideravelmente o tempo de resolução do problema, resultado de uma redução significativa do espaço de busca.

Tabela 4 - Resultado para o sistema de 84 nós.

Modelo	Sem RC [s]	Com RC [s]	RC e RFx [s]	Tempo* [%]	Circuitos Abertos	FO [kW]
PCSOIM*	32,00	35,00	2,77	92%	7,13,34,39,42,55,63,72, 83,86,89,90,92	469,88
PCSOIM**	5,62	4,91	1,83	68%	7,13,34,39,42,55,63,72, 83,86,89,90,92	469,88
% Tempo	83%	86%	34%			
PLIM*	2,31	1,97	0,45	81%	7,13,34,39,42,55,63,72, 83,86,89,90,92	470,05
PLIM**	0,38	0,42	0,10	74%	7,13,34,39,42,55,63,72, 83,86,89,90,92	470,05
% Tempo	84%	79%	78%			

Fonte: Elaboração do autor.

Radialidade * Lavorato *et al.* (2012) e ** Jabr *et al.* (2012). RC: restrições de cerca, RFx: ramos fixos, FO: função objetivo.

Tabela 5 - Número de ramos fixos do sistema de 84 nós.

	N. Ramos do sistema	N. Ramos Fixados	% Ramos
Metodologia 1	96	29	30%
Metodologia 2		46	47%

Fonte: Elaboração do autor.

4.3 SISTEMA 136 BARRAS

Este sistema possui 136 nós e 156 ramos, portanto, tem 21 ramos de ligação. A tensão nominal é de 13,8 kV. Os limites de tensão são 0,93 p.u e 1,00 p.u. A demanda ativa total é de 18.313,81 kW e a demanda reativa total de 7.932,53 kVAr. O número de ramos fixos pela heurística proposta é 94.

Tabela 6 - Resultado para o sistema de 136 nós.

Modelo	Sem RC [s]	Com RC [s]	RC e RFX [s]	Tempo* [%]	Circuitos Abertos	FO [kW]
PCSOIM*	Nc				Nc	Nc
PCSOIM**	17,70	16,62	6,73	62%	7,35,51,90,96,106,118,1 26,135,137,138,141,142 ,144,145,146,147,148,1 50,151,155	280,19
% Tempo						
PLIM*	9,22	7,35	4,59	51%	7,35,51,90,96,106,118,1 26,135,137,138,141,142 ,144,145,146,147,148,1 50,151,155	281,19
PLIM**	4,08	3,19	1,56	62%	7,35,51,90,96,106,118,1 26,135,137,138,141,142 ,144,145,146,147,148,1 50,151,155	281,19
% Tempo	56%	57%	66%			

Fonte: Elaboração do autor.

Radialidade * Lavorato *et al.* (2012) e ** Jabar *et al.* (2012). RC: restrições de cerca, RFX: ramos fixos, FO: função objetivo, Nc: não convergiu

Tabela 7 - Número de ramos fixos do sistema de 136 nós.

	N. Ramos do sistema	N. Ramos Fixados	% Ramos
Metodologia 1	156	31	19%
Metodologia 2		94	60%

Fonte: Elaboração do autor.

Como apresentado na Tabela 6, para este sistema, o modelo de PCSOIM não convergiu quando foi considerada a proposta de radialidade de Lavorato *et al.* (2012). Portanto, a proposta de Jabr *et al.* (2012) mostra eficiência em reduzir o esforço computacional. O modelo de PLIM apresenta um valor ligeiramente mais alto de perdas. Destaca-se, também, que a heurística proposta reduz significativamente o tempo de processamento decorrente da redução do espaço de busca. Finalmente, cabe ressaltar que para todos os sistemas, as soluções obtidas pelos modelos de PCSOIM são as melhores conhecidas na literatura.

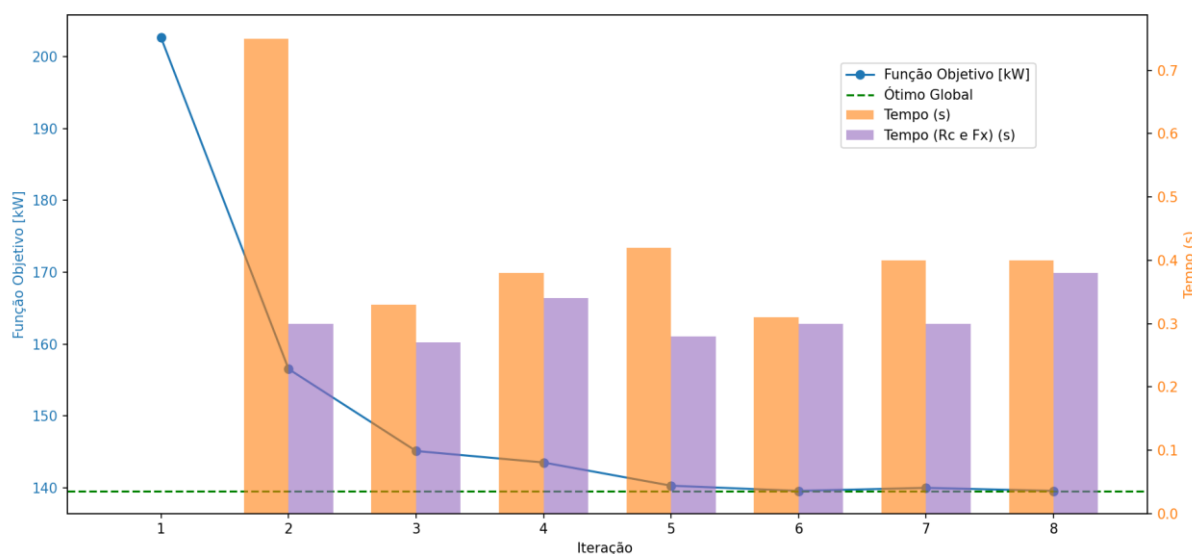
4.4 PROPOSTA MATHEURÍSTICA BUSCA TABU

Ao identificar uma leve melhoria com as estratégias de redução apresentadas no documento, é executada uma matheurística TS, que permite visualizar o comportamento do modelo matemático PLIM (por ter obtido bons resultados) ao incorporar as estratégias e a abordagem TS dentro da formulação matemática. Portanto, com base no trabalho de Alves (2023), são incluídas as restrições associadas à reconfiguração, apresentando os resultados nas figuras

Foi possível evidenciar a evolução da função objetivo para os sistemas de 33, 84 e 136 nós, juntamente com uma melhoria ao incorporar as restrições substitutas e os ramos que devem permanecer conectados, obtidos na metodologia 2 anteriormente mencionada.

Figura 9 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 33 nós.

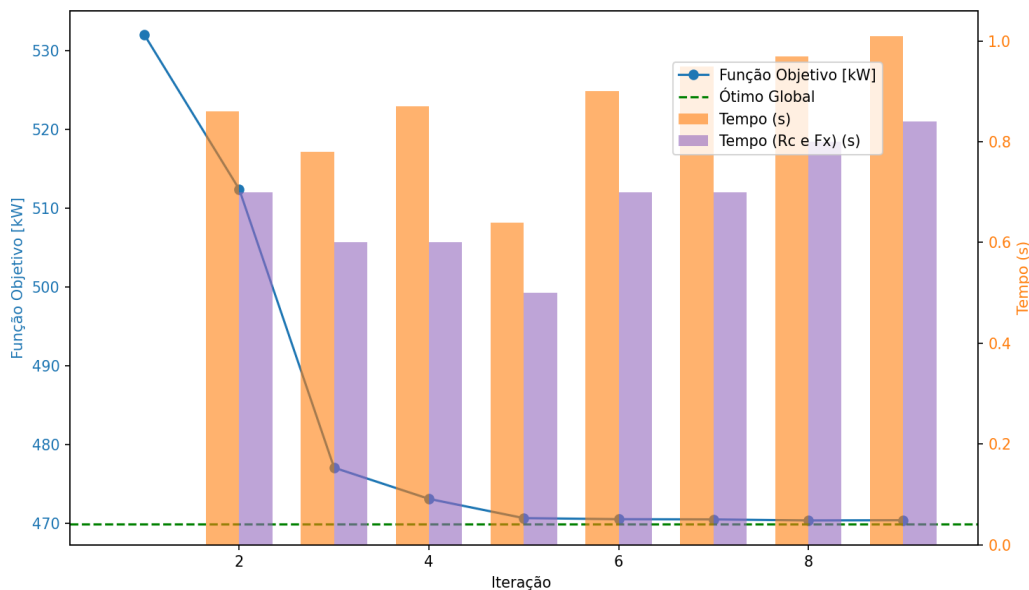
Evolução da função objetivo e tempo por iteração



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 10 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 84 nós.

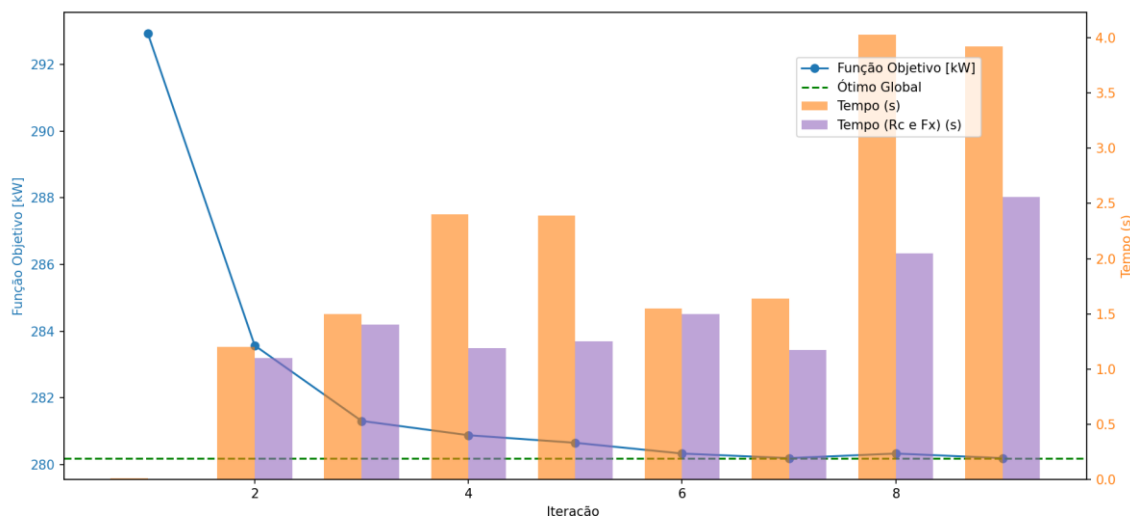
Evolução da função objetivo e tempo por iteração



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 11 - Evolução da FO -Matheurística TS sistema 136 nós.

Evolução da função objetivo e tempo por iteração



Fonte: Elaboração do autor.

4.5 TRABALHOS FUTUROS- APLICAÇÃO DAS MATHEURISTICAS

PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO SIMILARES

Para trabalhos futuros, sugere-se explorar meta-heurísticas usando as estratégias de redução do espaço de busca. Explorar a visão do VNS, dentro do modelo PLIM para sistemas de grande porte, utilizando as técnicas descritas neste estudo para reduzir a cardinalidade da vizinhança, aprimorando assim o esforço computacional. Adicionalmente incluir geração distribuída e demanda variável para simular sistemas mais realistas.

5 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foram desenvolvidas várias estratégias de redução do espaço de busca do problema da reconfiguração ótima de sistemas de distribuição com a pretensão de incluir essas estratégias, na forma de restrições matemáticas, nos modelos matemáticos do problema da reconfiguração para diminuir o tempo de processamento na solução desses problemas usando *solvers* comerciais como o CPLEX. A inclusão dessas restrições diminui o gap existente entre a solução ótima de um problema original e a solução do problema correspondente (onde as restrições de variáveis inteiras são relaxadas) que é o primeiro problema a ser resolvido pelo algoritmo *branch and bound* que *solver* como o CPLEX resolve. A diminuição desse gap permite que as estratégias de sondagem do algoritmo *branch and bound* se tornem mais eficientes e, portanto, o problema pode ser resolvido mais rapidamente.

Os resultados encontrados mostram que as diferentes estratégias de redução do espaço de busca apresentam desempenhos diferentes. Entretanto, os resultados também mostraram que as estratégias de redução do espaço de busca reduzem o tempo de processamento para resolver as instâncias consideradas usando o *solver* CPLEX como era esperado. Adicionalmente, é possível afirmar que existe uma estreita relação entre os laços fundamentais existentes no grafo do sistema elétrico e o número total de topologias radiais existentes, conforme apresentado na Seção 3 do documento. A redução do espaço de busca através da heurística proposta, utilizando os resultados de um problema de fluxo de potência para sistemas fracamente malhados é eficiente, garantindo que um percentual de ramos possa ser fixado sem excluir a solução ótima do sistema.

Adicionalmente, deve-se observar que o desempenho da estratégia aumenta quando aumenta o tamanho do sistema usado nos testes. Pesquisas futuras devem aprimorar essas estratégias de redução do espaço de busca para realizar testes com sistemas de maior porte e de maior complexidade. Para as instâncias analisadas, pode-se observar que os tempos de processamento são relativamente pequenos. Esses tempos de processamento pequenos são também uma consequência do desempenho cada vez melhor dos *solvers* comerciais tipo o CPLEX.

REFERÊNCIAS

- ABABEI, C.; KAVASSERI, R. Efficient network reconfiguration using minimum cost maximum flow-based branch exchanges and random walks-based loss estimations. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 26, n. 1, p. 30–37, 2011.
- ALVES, B. P. **Matheurística baseada em busca tabu aplicada ao problema de otimização da operação de sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2023. 92 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - Unesp, Ilha Solteira, 2023.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 2, 1989.
- BORGES, M. C. O.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg v. 25, n. 1, p. 103–111, 2014.
- BOSCHETTI, M. A.; MANIEZZO, V. **Matheuristics: using mathematics for heuristic design**. 4OR, Springer, Heidelberg, v. 20, n. 2, p. 173–208, 2022.
- CESPEDES, R. G. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 1, p. 391–396, 1990.
- CHIOU, J. P.; CHANG, C. F.; SU, C. T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 20, n. 2, 2005.
- CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; YIN, H.; LEE, S. S. H. Distribution Feeder Reconfiguration for Loss Reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 3, n. 3, 1988.
- ENERDATA. **Base de Indicadores de Eficiência Energética**: Perdas elétricas de transporte e distribuição. Grenoble: CEPAL, 2018. Disponível em: <https://biee-cepal.enerdata.net/es/datamapper/rate-of-electricity-t&d-losses.html>. Acesso em: 27 jun. 2024.
- FATHI, R.; TOUSI, B.; GALVANI, S. Allocation of renewable resources with radial distribution network reconfiguration using improved salp swarm algorithm. **Applied Soft Computing**, Amsterdam, v. 132, 2023.
- FRANCO, J.; LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. An efficient implementation of tabu search in feeder reconfiguration of distribution systems. *Em: IEEE Power And Energy Society General Meeting*, 2012, San Diego. **Anais...** San Diego: [s.n.], 2012.
- GALLEGO, L. A.; LOPEZ-LEZAMA, J. M.; CARMONA, O. G. A Mixed-Integer Linear Programming Model for Simultaneous Optimal Reconfiguration and Optimal

Placement of Capacitor Banks in Distribution Networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 10, p. 52655–52673, 2022.

GOMES, F. V.; CARNEIRO, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; DE ARAUJO, L. R. A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 21, n. 4, p. 1616–1623, 2006.

GOMES, F. V.; CARNEIRO, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; RAMOS, L. A. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 20, n. 3, p. 1373–1378, 2005.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, 1992.

HARRIS, J.; HIRST, J.; MOSSINGHOFF, M. **Combinatorics and Graph Theory**. 2nd ed. San Francisco: Springer, 2008

HARSH, P.; DAS, D. A Simple and Fast Heuristic Approach for the Reconfiguration of Radial Distribution Networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 38, n. 3, p. 2939–2942, 2023.

HIJAZI, H. L.; THIÉBAUX, S. Optimal AC Distribution Systems Reconfiguration. *Em: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE*, 2014 Wroclaw, Poland. **Anais...** Wroclaw: [s.n.], p. 1–7. 2014.

JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 27, n. 2, p. 1106–1115, 2012.

LAVORATO, M.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 27, n. 1, p. 172–180, 2012.

LOPES, R.; MORAIS, V. W. C.; NORONHA, T. F.; SOUZA, V. A. A. Heuristics and matheuristics for a real-life machine reassignment problem. **International Transactions in Operational Research**, Chichester, v. 22, n. 1, p. 77–95, 2015.

MACEDO, L. H.; FRANCO, J. F.; MAHDAVI, M.; ROMERO, R. A Contribution to the Optimization of the Reconfiguration Problem in Radial Distribution Systems. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 29, n. 6, p. 756–768, 2018.

MAHDAVI, M.; ALHELOU, H. H.; HATZIARGYRIOU, N. D.; AL-HINAI, A. An Efficient Mathematical Model for Distribution System Reconfiguration Using AMPL. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 9, p. 79961–79993, 2021.

MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. **SBA Controle and Automação**, [s.l.], v. 11, n. 3, p. 150-159, 2000.

MENDOZA, J.; LÓPEZ, R.; MORALES, D.; LÓPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 21, n. 2, 2006.

MERLIN, A.; BACK, H. Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system. *Em POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE*, 5., 1975, Cambridge. **Proceedings...** Zurich: PSCC, 1975. p. 1-18.

PERDAS DE ENERGIA — AGÊNCIA is NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. [S. l.: s. n.], [s. d.]. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/distribuicao/perdas-de-energia>. Acesso em: 27 jun. 2024.

POSSAGNOLO, L. H. F. M.; LÁZARO, R. A. R. Pesquisa Operacional na Gestão da Segurança Pública Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Através de uma Meta-Heurística de Busca em Vizinhança Variável. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL*, 46., 2014, Salvador. **Anais...** Salvador: [s.n.], 2014.

POSSAGNOLO, Leonardo Henrique Faria Macedo. **Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável**. 2015. 184 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia, 2015.

SANCHEZ, I. A. L.; VARGAS, J. M.; SANTOS, C. A.; MENDOZA, M. G.; MOCTEZUMA, C. J. M. Solving binary cutting stock with matheuristics using particle swarm optimization and simulated annealing. **Soft Computing**, [s. l.], v. 22, n. 18, p. 6111–6119, 2018.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 2, 1989.

SILVEIRA, C. L. B.; TABARES, A.; FARIA, L. T.; FRANCO, J. F. Mathematical optimization versus Metaheuristic techniques: A performance comparison for reconfiguration of distribution systems. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 196, 2021.

SOUZA, Simone Silva Frutuoso de. **Algoritmo GRASP especializado aplicado ao problema de reconfiguração de alimentadores em sistemas de distribuição radial**. 2013. 117 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2013.

SUN, S.; LI, G.; CHEN, C.; BIAN, Y.; BIE, Z. A Novel Formulation of Radiality Constraints for Resilient Reconfiguration of Distribution Systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, New York, v. 14, n. 2, p. 1337–1340, 2023.

TABARES, A.; PUERTA, G. F.; FRANCO, J. F.; ROMERO, R. A. Planning of Reserve Branches to Increase Reconfiguration Capability in Distribution Systems: A Scenario-Based Convex Programming Approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 9, p. 104707–104721, 2021.

TELES, V.; H. MACEDO, L.; ROMERO, R. Estratégia Heurística para a Reconfiguração de Sistemas de Distribuição. **SBA Controle and Automação**, Porto Alegre, v. 23, n. 3, 2020.

TINNEY, W. F. Compensation Methods for Network Solutions by Optimally Ordered Triangular Factorization. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. PAS-91, n. 1, p. 123–127, 1972.

WANG, Y.; XU, Y.; LI, J.; HE, J.; WANG, X. On the Radiality Constraints for Distribution System Restoration and Reconfiguration Problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 35, n. 4, p. 3294–3296, 2020.

WU, W. C.; TSAI, M. S. Application of enhanced integer coded particle swarm optimization for distribution system feeder reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 26, n. 3, p. 1591–1599, 2011.

YAMAMOTO, R. Y.; PINTO, T.; ROMERO, R.; MACEDO, L. H. Specialized tabu search algorithm applied to the reconfiguration of radial distribution systems. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Amsterdam, v. 162, 2024.

ZHU, J. Z. Optimal reconfiguration of electrical distribution network using the refined genetic algorithm. **Electric Power Systems Research**, Amsterdam, v. 62, n. 1, p. 37–42, 2002.

ANEXO A – TRABALHOS CORRELATOS

1. CONTRERAS, J. R.; MACEDO, L.H.; ROMERO, R. Estratégias de Redução do Espaço de Busca na Reconfiguração de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais. *In*: **CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA**, 2024, Rio de Janeiro: 2024.

ANEXO B – NÚMERO DE TOPOLOGIAS RADIAIS EM UM GRAFO

Neste projeto, o problema de Redes de Distribuição de Energia Elétrica (RSDEE) é resolvido por o modelo matemático PCSOIM e PLIM, com um controle básico da restrição do espaço de busca. Uma questão importante é o número de árvores geradoras que podem ser formadas a partir de um grafo conexo genérico, equivalente ao número de topologias radiais possíveis para um sistema de distribuição em que todos os ramos possuem chaves.

Para o problema de RSDEE, considerando uma rede de distribuição com c chaves, existem 2^c topologias possíveis. Se todos os ramos possuem chaves, o número de topologias (ou soluções) é dado por:

$$|S| = 2^{nr} \quad (37)$$

onde $|S|$ é a cardinalidade do espaço de soluções e nr é o número de ramos do sistema. A maioria dessas topologias são infactíveis, pois não são radiais, violam restrições ou apresentam valores elevados de função objetivo.

Pode-se empregar uma formulação mais elaborada, embora ainda não ideal, pois não assegura completamente a radialidade da rede. Assume-se novamente que todos os ramos possuem chaves. Assim, ao considerar apenas topologias com $nb - 1$ chaves fechadas, obtém-se o número de soluções possíveis mostrado em (38)

$$|S| = C(nr, nb - 1) = \frac{nr!}{(nb - 1)!(nr - nb + 1)} < 2^{nr} \quad (38)$$

Teorema da Matriz-Árvore, O Teorema demonstrado por Kirchhoff em 1847, permite calcular o número de árvores geradoras em um grafo em tempo polinomial. Esse número é obtido pelo determinante de uma matriz obtida a partir do grafo, chamada de matriz Laplaciana mencionada em Harris *et al.* (2008).

Para grafos não completos, o Teorema da Matriz-Árvore pode ser utilizado. Portanto, a matriz de adjacência A de um grafo G com vértices $v_1, v_2, \dots, v_n$ é definida como:

$$[A]_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } v_i \text{ e } v_j \text{ são adjacentes} \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (39)$$

A matriz de grau dos vértices D é definida como:

$$[D]_{i,j} = \begin{cases} \text{grau}(v_i), & \text{se } i = j \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (40)$$

A matriz Laplaciana L de um grafo G é apresentada como a diferença entre D e A :

$$L = D - A \quad (41)$$

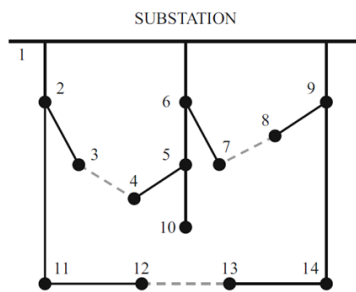
O Teorema da Matriz-Árvore afirma que o número de árvores geradoras de G é igual ao valor de qualquer cofator da matriz Laplaciana L . Para um grafo qualquer com nr ramos e nb nós, verifica-se que:

$$L_{ij} \leq \frac{nr!}{(nb-1)!(nr-nb+1)} < 2^{nr} \quad (42)$$

O teorema resulta em um polinômio homogêneo, este polinômio, quando simplificado, transforma-se em uma soma de monômios, onde cada monômio representa uma árvore geradora do grafo, como é mostrado na Figura 12. Dessa forma, utilizar uma estratégia que sempre gera uma solução factível em termos de radialidade reduz o espaço de busca do problema de reconfiguração em sistemas de distribuição elétrica, tornando a busca mais eficiente.

O teorema pode ser exemplificado com o sistema de 14 nós e usando uma técnica comum para acelerar o processo de busca de um sistema radial é fixar os ramos conectados à subestação, representados na cor vermelha em **B.1**, da Figura 12, e em **A**, da Figura 13. Segundo Teles *et al.* (2020), podemos modificar a matriz laplaciana ao fixar ramos, reduzindo o tamanho da matriz. Portanto, todos os nós em vermelho são representados por um nó equivalente.

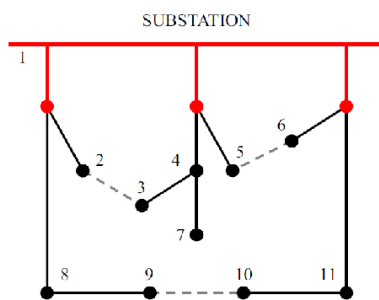
Figura 12 - Sistema de 14 nós e a respectiva Matriz Laplaciana



A.1) Sistema de 14 nós

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	-1					-1			-1				
2	-1	3	-1								-1			
3		-1	2	-1								-1		
4			-1	2	-1									
5				-1	3	-1				-1				
6	-1				-1	3	-1							
7						-1	2	-1						
8							-1	2	-1					
9	-1							-1	3					-1
10				-1						1				
11		-1									2	-1		
12											-1	2	-1	
13												-1	2	-1
14													-1	2

A.2) Matriz Laplaciana



B.1) Sistema de 14 nos

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	6	-1		-1	-1	-1		-1			-1
2	-1	2	-1								
3		-1	2	-1							
4	-1		-1	3			-1				
5	-1				2	-1					
6	-1				-1	2					
7				-1			1				
8	-1							2	-1		
9								-1	2	-1	
10									-1	2	-1
11	-1									-1	2

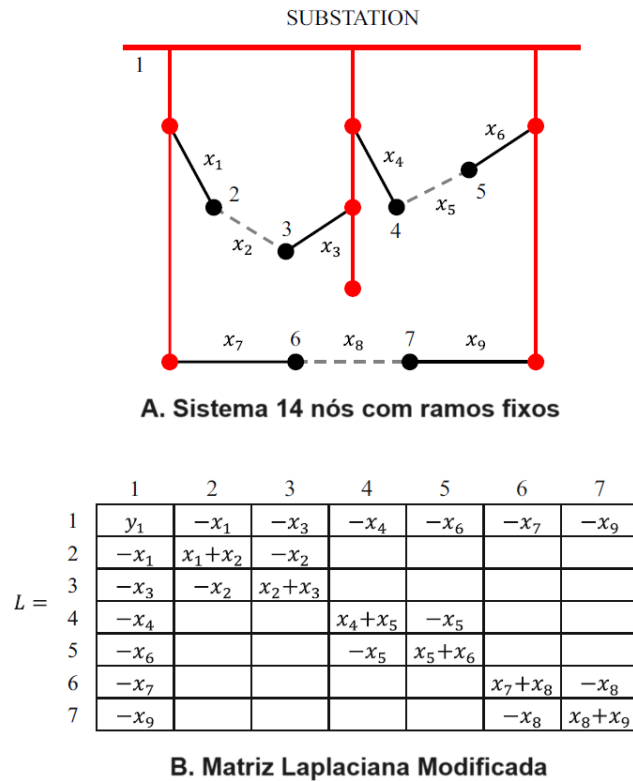
B.2) Matriz Laplaciana

Fonte: Macedo *et al.* (2018).

Na Figura 12, no item **A.1**, identificamos um sistema de 14 nós, muito comum nos documentos de pesquisa. À direita, no item **A.2**, é possível identificar a matriz laplaciana equivalente. Devido à obtenção de um nó equivalente, a matriz também é modificada, conforme mostrado no item **B.1**, e B.2. Na Figura 13, podemos identificar como cada ramo foi associado a uma variável e o equivalente da matriz laplaciana. Portanto, é possível encontrar um polinômio homogêneo ao calcular o respectivo determinante. Após simplificações, gera-se uma soma de um conjunto de monômios, onde cada monômio representa uma topologia radial.

$$\begin{aligned}
 \det(L) = & x_1 x_2 x_4 x_5 x_7 x_8 + x_1 x_2 x_4 x_5 x_7 x_9 + x_1 x_2 x_4 x_5 x_7 x_8 + x_1 x_2 x_4 x_6 x_7 x_8 \\
 & + x_1 x_2 x_4 x_5 x_8 x_9 + x_1 x_2 x_4 x_5 x_7 x_9 + x_1 x_2 x_5 x_6 x_7 x_8 \\
 & + x_1 x_3 x_4 x_5 x_7 x_9 + x_2 x_3 x_4 x_5 x_7 x_8 + x_1 x_2 x_4 x_6 x_8 x_9 \\
 & + x_1 x_2 x_5 x_6 x_7 x_9 + x_1 x_3 x_4 x_6 x_7 x_8 + x_1 x_3 x_4 x_5 x_8 x_9 \\
 & + x_1 x_3 x_4 x_6 x_7 x_9 + x_1 x_3 x_5 x_6 x_7 x_8 + x_2 x_3 x_4 x_5 x_7 x_9 \\
 & + x_2 x_3 x_4 x_6 x_7 x_8 + x_1 x_2 x_5 x_6 x_8 x_9 + x_1 x_3 x_4 x_6 x_8 x_9 \\
 & + x_1 x_3 x_5 x_6 x_7 x_9 + x_2 x_3 x_4 x_5 x_8 x_9 + x_2 x_3 x_4 x_6 x_7 x_9 \\
 & + x_2 x_3 x_5 x_6 x_7 x_8 + x_1 x_3 x_5 x_6 x_8 x_9 + x_2 x_3 x_4 x_6 x_8 x_9 \\
 & + x_2 x_3 x_5 x_6 x_7 x_9 + x_2 x_3 x_5 x_6 x_8 x_9.
 \end{aligned} \tag{43}$$

Figura 13 - Sistema de 14 nós com alimentador principal fixo e Matriz Laplaciana



Fonte: Macedo *et al.* (2018).

ANEXO C – FLUXO FRACAMENTE MALHADO E RADIAL

Para este trabalho, foi essencial implementar um algoritmo de fluxo de carga que fosse rápido e confiável para sistemas de distribuição radiais. O algoritmo foi empregado tanto no cálculo da função objetivo de uma proposta de solução, e também para a verificação das restrições de operação. Também foi necessário um algoritmo de FC para sistemas fracamente malhados para ser incorporado na heurística como um processo padrão das metodologias mencionadas neste trabalho.

Através do método iterativo de Newton é possível solucionar um fluxo de carga, representado por um sistema de equações algébricas não lineares. No entanto, devido às características específicas dos sistemas de distribuição, existem métodos mais rápidos e com melhor convergência, como o método mencionado pelos autores Shirmohammadi e Hong (1989). Uma das características dos sistemas de distribuição elétrica, é que apresentam alta relação R/X, e os circuitos têm comprimentos variados, o que pode causar problemas de convergência ao usar métodos convencionais de FC aplicados a sistemas de transmissão.

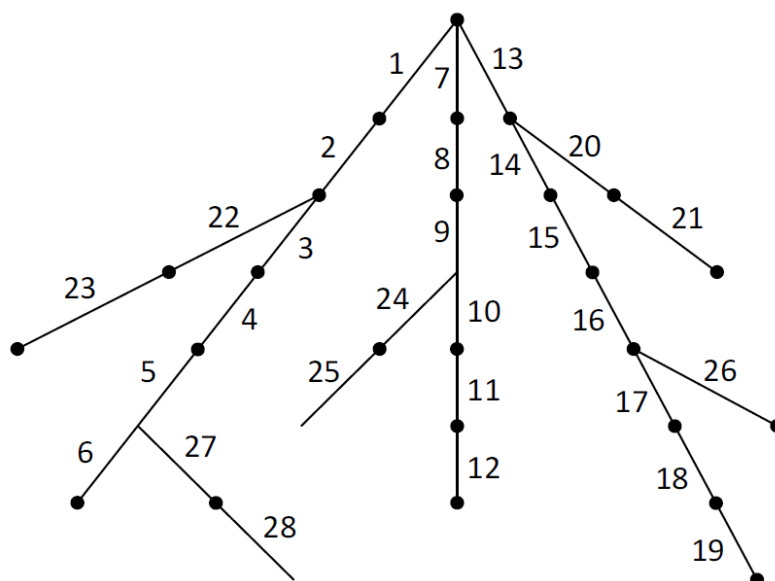
C.1. fluxo de carga em sistemas de distribuição radiais

Para um sistema de distribuição radial operando em regime permanente, consideram-se as seguintes hipóteses:

- As cargas têm demandas de potências ativa e reativa constantes.
- O sistema é balanceado e pode ser representado como um equivalente monofásico.

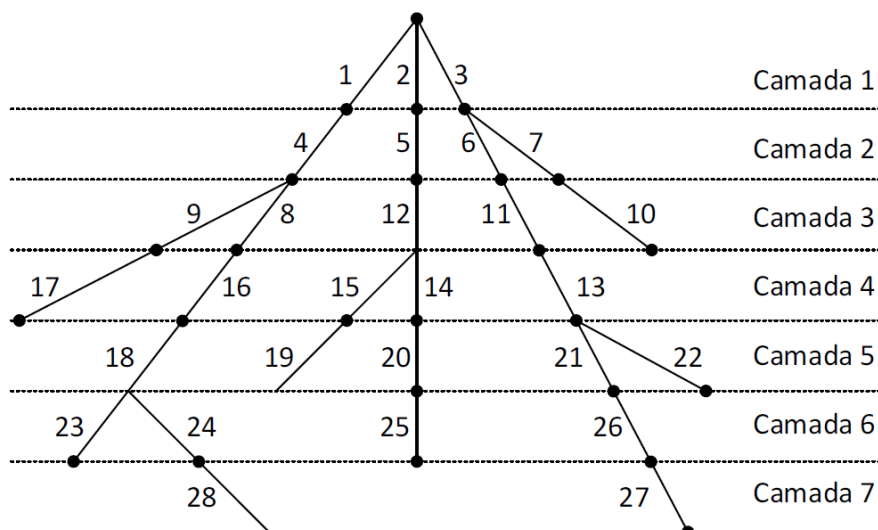
O método escolhido para resolver o problema de fluxo de carga em sistemas radiais neste estudo é o método de varredura, baseado em Shirmohammadi *et al.* (1988), e consiste em um processo iterativo que percorre as barras terminais até a barra de referência, e depois retorna. O primeiro passo é renumerar os ramos do sistema por camadas. Primeiro, renumeram-se todos os ramos da camada inicial, que são aqueles conectados à subestação. Em seguida, são renumerados os ramos conectados a esses, formando a próxima camada, e assim por diante. A Figura 14 mostra um sistema de distribuição radial com a numeração original dos ramos, enquanto a Figura 15 apresenta o mesmo sistema com a renumeração por camadas.

Figura 14 - Sistema de distribuição elétrica radial.



Fonte: Shirmohammadi *et al.* (1988).

Figura 15 - Sistema de distribuição com os ramos ordenados em camadas.



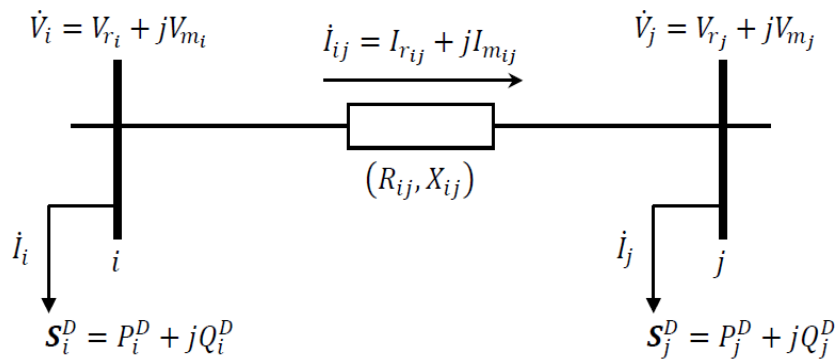
Fonte: Shirmohammadi *et al.* (1988).

O processo de resolução começa com a definição dos valores dos fasores de tensão nas barras. Normalmente, utiliza-se a mesma tensão da subestação, ou seja, para cada barra i do sistema, assume-se que $V_i^{(0)} = V^{nom}$, onde V^{nom} representa a magnitude da tensão na subestação. Com essas tensões estabelecidas, calcula-se a corrente de carga em todas as barras e as correntes em todos os ramos do sistema radial, em um processo conhecido como *backward*. Com as correntes nos ramos determinadas, é possível calcular as perdas do sistema de maneira aproximada.

Com as correntes nos ramos obtidas no processo *backward*, é possível determinar a corrente que sai da subestação. Utilizando essas correntes calculadas e partindo da subestação, os novos valores das tensões em todas as barras do sistema são calculados no processo denominado *forward*. Neste processo, as novas tensões nas barras são determinadas considerando as quedas de tensão ao longo dos ramos. Portanto, com esses novos valores de tensão, recalculam-se as correntes de carga nas barras e, conseqüentemente, as correntes em todos os ramos do sistema. Esses novos valores de corrente permitem recalcular as perdas no sistema e atualizar as tensões nas barras.

O critério de parada escolhido para o processo iterativo é a variação das perdas entre duas iterações consecutivas. O algoritmo de fluxo de carga radial termina quando a variação das perdas ativas entre duas iterações consecutivas, $|\Delta P_{ls}|$, é menor que uma tolerância especificada ε . Esse critério garante que o processo de iteração continue até que as perdas no sistema se estabilizem, assegurando uma solução precisa e eficiente.

Figura 16 - Trecho de um sistema de distribuição radial.



Fonte: Macedo *et al.* (2018).

Através da Figura 16, será explicado o processo para encontrar as equações necessárias para calcular a corrente e as perdas em cada ramo, bem como para determinar as tensões nodais. Portanto, R_{ij} , X_{ij} são, respectivamente, a resistência e a reatância do ramo ij . S_i^D é a potência complexa demandada na barra i , onde P_i^D , Q_i^D são as potências ativa e reativa demandadas na barra i respectivamente. A variável $\hat{V}_i$ é o fasor de tensão na barra i , sendo V_{ri} e V_{mi} as partes real e imaginária de $\hat{V}_i$ respectivamente. Também, $\hat{I}_i$ é o fasor da corrente absorvido pela carga na barra i .

$\dot{I}_{ij}$ é o fasor da corrente no ramo ij , sendo I_{rij} e I_{mij} as partes real e imaginária de $\dot{I}_{ij}$, respectivamente.

Para calcular as correntes nos ramos, utiliza-se o processo *backward* do método de varredura, que permite determinar as correntes absorvidas pelas cargas nas barras e as correntes nos ramos do sistema. Nesse contexto, são feitas deduções para obter as expressões das correntes nos ramos em coordenadas retangulares. Portanto, a potência complexa demandada na barra i , está dada pela equação (44)

$$\mathbf{S}_i^D = P_i^D + jQ_i^D \quad (44)$$

O fasor da tensão na barra i , na iteração $k - 1$, está definida por (45).

$$\dot{V}_i^{(k-1)} = V_{ri}^{(k-1)} + jV_{mi}^{(k-1)} \quad (45)$$

Portanto, a corrente absorvida pela carga na barra i , na iteração k , pode ser calculada por (46).

$$\dot{I}_i^{(k)} = \left(\frac{\mathbf{S}_i^D}{\dot{V}_i^{(k-1)}} \right)^* \quad (46)$$

Para obter a corrente em termos de tensão, potência ativa e reativa é dada, é possível substituir (44) e (45) em (46).

$$\dot{I}_i^{(k)} = \left(\frac{P_i^D + jQ_i^D}{V_{ri}^{(k-1)} + jV_{mi}^{(k-1)}} \right)^* = \left(\frac{P_i^D + jQ_i^D}{V_{ri}^{(k-1)} + jV_{mi}^{(k-1)}} * \frac{V_{ri}^{(k-1)} - jV_{mi}^{(k-1)}}{V_{ri}^{(k-1)} - jV_{mi}^{(k-1)}} \right)^* \quad (47)$$

Operando (47) é possível obter:

$$\dot{I}_i^{(k)} = \frac{(P_i^D V_{ri}^{(k-1)} + Q_i^D V_{mi}^{(k-1)}) + j(P_i^D V_{mi}^{(k-1)} - Q_i^D V_{ri}^{(k-1)})}{(V_{ri}^{(k-1)})^2 + (V_{mi}^{(k-1)})^2} \quad (48)$$

Agora é possível separar a parte real e imaginária, obtendo (49) e (50).

$$I_{ri}^{(k)} = \frac{(P_i^D V_{ri}^{(k-1)} + Q_i^D V_{mi}^{(k-1)})}{(V_{ri}^{(k-1)})^2 + (V_{mi}^{(k-1)})^2} \quad (49)$$

$$I_{mi}^{(k)} = \frac{(P_i^D V_{mi}^{(k-1)} - Q_i^D V_{ri}^{(k-1)})}{(V_{ri}^{(k-1)})^2 + (V_{mi}^{(k-1)})^2} \quad (50)$$

Portanto, o fasor da corrente no ramo ij , na iteração k é dado por (51).

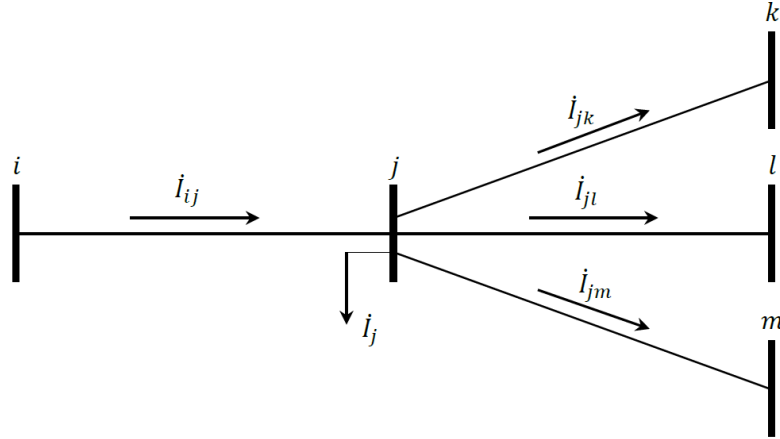
$$\dot{I}_{ij}^{(k)} = I_{rij}^{(k)} + jI_{mij}^{(k)} \quad (51)$$

A equação (52), permite calcular as correntes nos ramos.

$$\dot{I}_{ij}^{(k)} = \dot{I}_j^{(k)} + \sum_{jl \in \Omega_l} \dot{I}_{jl}^{(k)} \quad (52)$$

Sendo j a barra mais distante da subestação em cada ramo ij . O termo somatório corresponde aos fluxos de corrente em ramos ligados à barra j e pertencentes às camadas inferiores, na iteração k .

Figura 17 - Soma de correntes do método de varredura.



Fonte: Macedo *et al.* (2018).

Para o cálculo das correntes nos ramos, o processo *forward* do método de varredura, é usado para calcular as tensões nodais, portanto, é possível encontrar a tensão $\dot{V}_j^{(k)}$ a partir da tensão na barra i . As seguintes equações são apresentadas.

$$\dot{V}_i^{(k)} = V_{ri}^{(k)} + jV_{mi}^{(k)} = \dot{V}_j^{(k)} + (R_{ij} + jX_{ij})(I_{rij}^{(k)} + jI_{mij}^{(k)}) \quad (53)$$

$$V_{ri}^{(k)} + jV_{mi}^{(k)} = V_{rj}^{(k)} + jV_{mj}^{(k)} + (R_{ij}I_{rij}^{(k)} - X_{ij}I_{mij}^{(k)}) + j(R_{ij}I_{mij}^{(k)} + X_{ij}I_{rij}^{(k)}) \quad (54)$$

Portanto, separando a parte real e imaginária obtém-se:

$$V_{rj}^{(k)} = V_{ri}^{(k)} - R_{ij}I_{rij}^{(k)} + X_{ij}I_{mij}^{(k)} \quad (55)$$

$$V_{mj}^{(k)} = V_{mi}^{(k)} - R_{ij}I_{mij}^{(k)} - X_{ij}I_{rij}^{(k)} \quad (56)$$

No processo *forward*, (55) e (56), devem ser aplicadas da primeira para a última camada.

Para o **cálculo das perdas**, é possível obtê-las através das tensões e correntes antes calculadas, portanto, as perdas ativas e reativas na linha ij , é dada por (57) e (58). Para as perdas totais no sistema, na iteração k , são dadas por (59) e (60).

$$P_{loss_{ij}}^{(k)} = R_{ij}(I_{ij}^{(k)})^2 \quad (57)$$

$$Q_{loss_{ij}}^{(k)} = X_{ij}(I_{ij}^{(k)})^2 \quad (58)$$

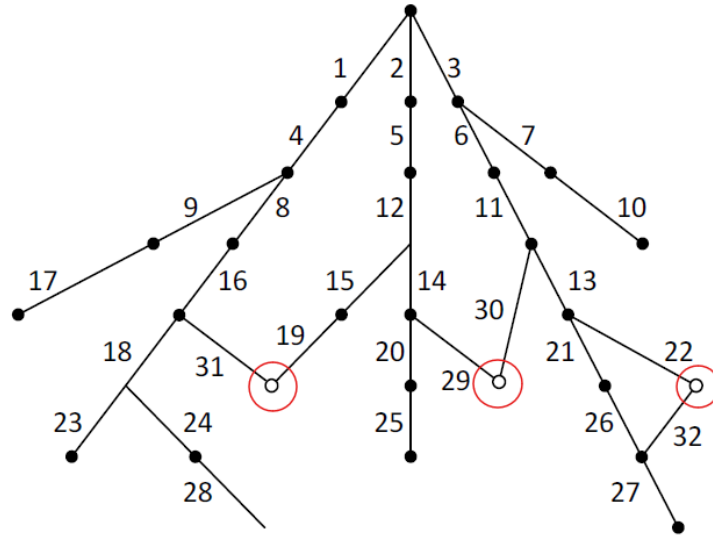
$$P_{loss}^{(k)} = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij}(I_{ij}^{(k)})^2 \quad (59)$$

$$Q_{loss}^{(k)} = \sum_{ij \in \Omega_l} X_{ij}(I_{ij}^{(k)})^2 \quad (60)$$

C.2. fluxo de carga em sistemas de distribuição fracamente malhados

A Figura 18 apresenta um exemplo de rede de distribuição fracamente malhada, contendo três laços, e o algoritmo de varredura não pode ser aplicado diretamente em sistemas malhados. No entanto, ao seccionar a rede em três pontos de interrupção (breakpoints), ela pode ser transformada em uma rede radial. As correntes nos ramos interrompidas pela criação dos breakpoints podem ser substituídas por injeções de correntes nos nós terminais, mantendo a condição de operação do sistema. A rede radial resultante pode então ser resolvida usando a técnica descrita anteriormente por Shirmohammadi *et al.* (1988).

Figura 18 - Sistema de distribuição fracamente malhado.



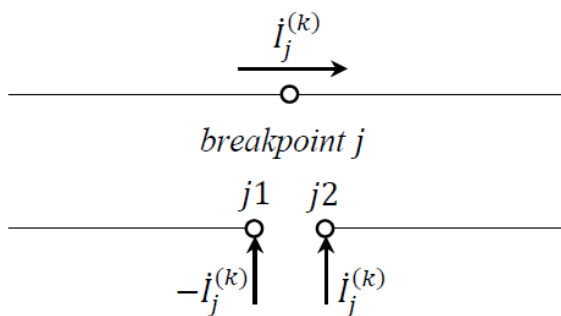
Fonte: Shirmohammadi *et al.* (1988).

Ao aplicar um algoritmo de FC para redes radiais, na iteração k , a corrente no breakpoint j ; $I_j^{(k)}$ deve ser injetada com polaridade oposta em ambos os nós terminais do breakpoint, a equação (61) e (62) é possível identificá-lo.

$$I_{j1}^{(k)} = -I_j^{(k)} \quad j = 1, 2, 3, \dots, p \quad (61)$$

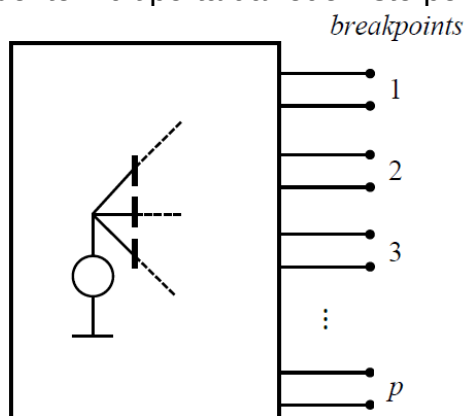
$$I_{j2}^{(k)} = I_j^{(k)} \quad j = 1, 2, 3, \dots, p \quad (62)$$

Onde $j1$ e $j2$ são dois nós terminais correspondentes ao breakpoint j . Também $I_{j1}^{(k)}$ e $I_{j2}^{(k)}$ são as injeções de correntes nodais nestes nós, na iteração k . $I_j^{(k)}$ é a corrente no breakpoint j , na iteração k , e o parâmetro p é o número de breakpoints. A Figura 19 ilustra o esquema deste processo. Após $I_{j1}^{(k)}$ e $I_{j2}^{(k)}$ serem atualizadas, os processos de backward e forward do método de varredura para redes radiais podem ser aplicados diretamente Shirmohammadi *et al.* (1988).

Figura 19 - Representação do *breakpoint*.

Fonte: Shirmohammadi *et al.* (1988).

Para o cálculo das correntes nos breakpoints é utilizado o método de compensação multiporta apresentado em Tinney (1972). A Figura 20 ilustra o conceito utilizado nesta abordagem. O sistema radial resultante da abertura dos breakpoints é mostrado como um circuito multiporta, com os nós dos breakpoints formando as portas do circuito. O cálculo das correntes nos breakpoints requer que o circuito equivalente multiporta para a rede radial, visto pelas portas dos breakpoints, seja montado Shirmohammadi *et al.* (1988).

Figura 20 - Equivalente Multiporta da rede visto pelos *breakpoints*

Fonte: Shirmohammadi *et al.* (1988).

Para uma rede linear, este equivalente multiporta é o circuito equivalente de Thévenin da rede radial vista pelos breakpoints. Neste circuito, a tensão de Thévenin V , é o vetor $p \times 1$ de tensões de circuito aberto nos breakpoints, obtido da solução do fluxo de carga no sistema radial. O parâmetro Z_{th} é a matriz $p \times p$, não esparsa, das impedâncias vistas pelos breakpoints e I é o vetor $p \times 1$ das correntes de breakpoint desejadas. Portanto, deve-se aplicar um método iterativo para obter as correntes nos *breakpoints*.

Para o cálculo da matriz de impedâncias equivalentes vista pelos breakpoints pode ser determinada por (63). Onde $\mathbf{Z}_{ij} = R_{ij} + jX_{ij}$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_j \\ \vdots \\ \dot{V}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \cdots & \mathbf{Z}_{1j} & \cdots & \mathbf{Z}_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{j1} & \cdots & \mathbf{Z}_{jj} & \cdots & \mathbf{Z}_{jp} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{p1} & \cdots & \mathbf{Z}_{pj} & \cdots & \mathbf{Z}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_j \\ \vdots \\ \dot{I}_p \end{bmatrix} \quad (63)$$

De acordo com (63), a coluna j da matriz de impedâncias vistas pelos breakpoints será igual ao vetor de tensões nos breakpoints para $\dot{I}_j = 1 + j0 \text{ pu}$. A variável $\dot{I}_i = 0$ com $i = 1, 2, 3, \dots, p$ e $i \neq j$. Isto corresponde a aplicar uma corrente de valor igual a 1 pu. no breakpoint j com as cargas e a fonte no nó raiz removidas, o que é equivalente a injetar correntes com magnitude de 1 pu. e polaridades opostas nos dois nós terminais do breakpoint j . Na ausência de cargas, a solução do problema de fluxo de carga para redes radiais pode ser alcançada em uma única iteração. Cada uma das tensões nos breakpoints pode ser determinada subtraindo-se as tensões nos dois terminais de cada *breakpoint*. Este processo deve ser repetido para todos os *breakpoints*, até que todas as colunas da matriz de impedâncias vistas pelos *breakpoints* estejam preenchidas.

O Processo iterativo de compensação, estabelecido por Shirmohammadi *et al.* (1988), para calcular as correntes nos breakpoints é apresentado a seguir:

- i. Monte a matriz de impedâncias equivalentes de Thévenin vistas pelos breakpoints, $\mathbf{Z}_{th}$ mantendo-a constante durante o processo de compensação.
- ii. Calcule a tensão equivalente de Thévenin (vetor de tensões nos breakpoints, $\mathbf{V}$) da rede radial através dos processos de *backward* e *forward*, incluindo as correntes nos breakpoints calculadas na iteração anterior do processo de compensação. O valor inicial das correntes nos breakpoints é zero.
- iii. Calcule a mudança incremental nas correntes dos breakpoints usando o circuito equivalente de Thévenin. Na iteração k do processo de compensação, a mudança incremental das correntes nos breakpoints é dada por (64).

$$\Delta \mathbf{I}^{(k)} = \mathbf{Z}_{th}^{-1} \mathbf{V}^{(k)} \quad (64)$$

- iv. Atualize as correntes nos breakpoints de acordo com (65).

$$\mathbf{I}^{(k)} = \mathbf{I}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{I}^{(k)} \quad (65)$$

- v. Repita os passos (ii), (iii) e (iv) até se obter a convergência desejada, sempre com a máxima tensão nos breakpoints, calculada no passo (ii), dentro do limite especificado: $\max |\Delta V^{(k)}| < \varepsilon$.

Para **selecionar os breakpoints**, deve-se escolher pontos que convertam a rede malhada em um sistema com configuração radial. Além disso, os breakpoints devem ser escolhidos de modo a garantir a convergência do processo de solução do algoritmo. Este último requisito é geralmente atendido concentrando-se nas partes da rede malhada onde os fluxos de potência são pequenos. No entanto, como os fluxos de potência são resultados finais do método de solução, eles são desconhecidos no momento da escolha dos breakpoints.

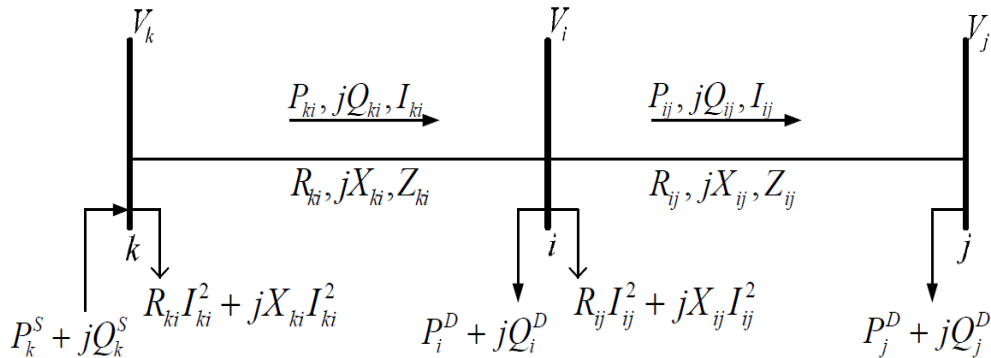
Em redes de distribuição fracamente malhadas, a escolha dos breakpoints não afeta significativamente a performance de convergência do método de solução Macedo *et al.* (2018). Portanto, neste trabalho, selecionam-se os breakpoints com o objetivo principal de eliminar os laços da rede. Sob estas circunstâncias, o algoritmo para identificação dos breakpoints é simples, incorporado no esquema de renumeração dos ramos, como descrito a seguir, (Shirmohammadi *et al.* 1988):

- i. Examinar todos os ramos e selecionar aqueles conectados ao nó raiz para formar a primeira camada.
- ii. Armazenar o número do nó mais distante do nó raiz dos ramos da camada formada. Para todos estes nós, sinalizar com uma flag que indica que estes nós já foram utilizados.
- iii. Examinar todos os ramos restantes e selecionar aqueles conectados a qualquer um dos nós mais distantes do nó raiz da camada formada e colocá-los na próxima camada.
- iv. Se o nó terminal do ramo numerado no passo (iii) já foi usado anteriormente (flag de identificação do passo (ii)), um laço foi formado e um breakpoint deve ser criado neste nó.
- v. Repetir os passos (ii)-(iv) até que todos os ramos sejam processados.

ANEXO D – DEDUÇÕES DAS EQUAÇÕES DO MODELO PNLM, PCSOIM, E PLIM PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO.

Com o objetivo de representar o funcionamento de um SDEE, as seguintes suposições são feitas: A demanda é representada por cargas de potência ativa e reativa constantes e o SDEE é balanceado representado por um equivalente monofásico. As perdas na linha ij são observadas a partir do nó de origem i .

Figura 21 - Sistema de distribuição radial de três nós.



Fonte: Borges *et al.* (2014).

Na Figura 21, a queda de tensão no circuito ij é dada por (66).

$$\dot{V}_i - \dot{V}_j = \dot{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (66)$$

$$\dot{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\dot{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (67)$$

$$(\dot{V}_i - \dot{V}_j)\dot{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (68)$$

Operando matematicamente e passando em retangulares tem-se:

$$V_i V_j (\cos\theta_{ij} - j\sin\theta_{ij}) - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (69)$$

Separando (69) em uma parte real e imaginária, obtém-se (70) e (71).

$$V_i V_j \cos\theta_{ij} = V_j^2 + R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (70)$$

$$V_i V_j \sin\theta_{ij} = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (71)$$

Os quadrados de (70) e (71) são somados, obtém-se (72), e segundo CESPEDDES, (1990) onde a diferença angular das tensões complexas entre as barras, são eliminadas.

$$V_i^2 - V_j^2 = 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (72)$$

A magnitude do fluxo de corrente nos ramos é dada por (73).

$$V_j^2 I_{ij}^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (73)$$

As equações para cumprir com a primeira lei de Kirchoff, para as potencias, são dadas por:

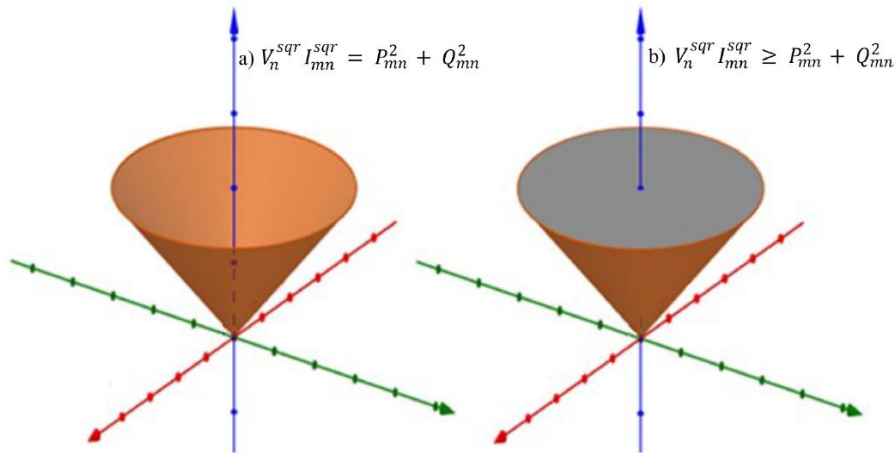
$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (74)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (75)$$

Portanto, a representação do sistema de distribuição elétrico radial em regime permanente está dada pelas equações (72)-(75).

O modelo apresentado possui um comportamento não linear devido à aplicação das restrições do problema de reconfiguração. Para resolver esse modelo, é necessário um uso computacional intensivo, especialmente em sistemas de médio e grande porte. Além disso, pode resultar em soluções que não convergem, conforme mostrado em Silveira *et al.* (2021). Para mitigar esses desafios, realiza-se uma aproximação cônica de segunda ordem na restrição (5). A Figura 22 ilustra esta abordagem. Com essa aproximação, a equação (5) é transformada em (18). Esta transformação permite uma redução significativa na carga computacional, facilitando a convergência do algoritmo em sistemas de maior complexidade

Figura 22 - Representação gráfica de equação cônica não convexa e convexa.



Fonte: Silveira *et al.* (2021).

O documento procura analisar o comportamento da inclusão das restrições, tanto em uma aproximação cônica quanto em um modelamento linear. Portanto, para a obtenção do modelo PLIM (Programação Linear Inteira Mista) para o problema de reconfiguração, é necessário realizar as seguintes modificações. Primeiro, deve-se adaptar as restrições não lineares para uma forma linear, mantendo a integridade do modelo original. Em seguida, as variáveis binárias que representam as operações de chaveamento precisam ser incorporadas de maneira a permitir a flexibilidade

necessária para o algoritmo. Por fim, é essencial validar a precisão do modelo linearizado comparando seus resultados com os obtidos através da aproximação cônica. Desta forma, é possível assegurar que o modelo PLIM seja eficiente e aplicável em diferentes cenários de reconfiguração.

Primeiramente, verifica-se que as variáveis das tensões nas barras e correntes nos ramos aparecem elevadas ao quadrado nas quatro restrições, logo podem ser feitas as trocas de variáveis indicadas em (76)-(79).

$$I_{ij}^{qrd} = I_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (76)$$

$$V_i^{qrd} = V_i^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (77)$$

$$I_{ij}^{sqr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (78)$$

$$V_i^{qrd} \geq 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (79)$$

Assim, as restrições (72), (74), (75) e a função objetivo passam a ser lineares. Entretanto, a equação para o cálculo da corrente (73) continua tendo uma aproximação cônica de segunda ordem, então, para obter a linearização o produto $I_{ij}^{qrd} V_j^{qrd}$ pode se realizar uma operação simples ao considerar a magnitude da tensão nominal constante, simplificação com um baixo erro de aproximação.

$$I_{ij}^{qrd} V_j^{qrd} \approx I_{ij}^{qrd} (V^{nom})^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (80)$$

Para o termo da direita, $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$, é possível linearizar-se como é mostrado nas equações (81)-(91).

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \approx \sum_{y=1}^Y m_{ij,y}^s (\Delta_{ij,y}^P + \Delta_{ij,y}^Q) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (81)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (82)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,y}^P \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (83)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (84)$$

$$Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \Delta_{ij,y}^Q \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (85)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,y}^P \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots Y \quad (86)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,y}^Q \leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots Y \quad (87)$$

$$P_{ij}^+, P_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (88)$$

$$Q_{ij}^+, Q_{ij}^- \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (89)$$

Considerando que:

$$m_{ij,y}^s = (2y - 1) \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_l; 1 \dots Y \quad (90)$$

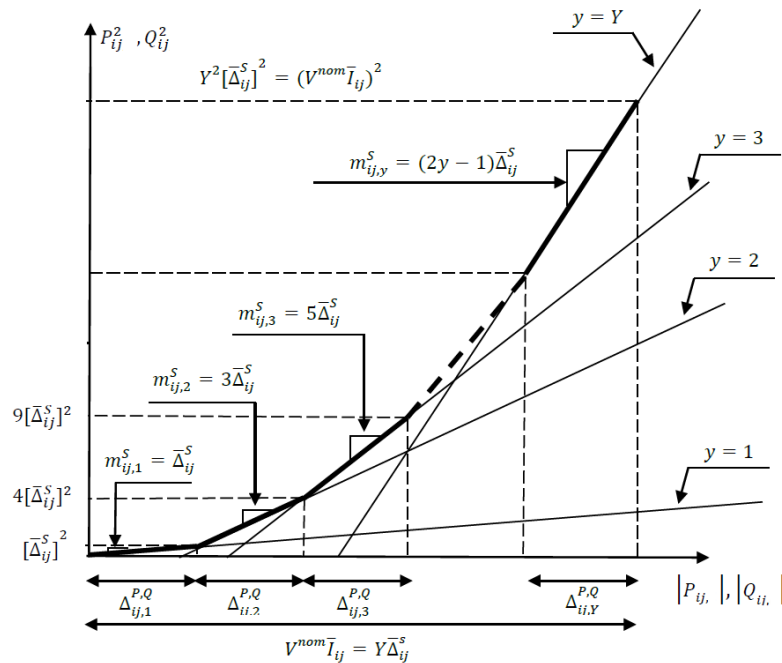
$$\bar{\Delta}_{ij}^S = \frac{\bar{I}_{ij} V^{nom}}{Y} \quad \forall ij \in \Omega_b \quad (91)$$

Os termos apresentados na equação (81) são aproximações lineares de P_{ij}^2 e Q_{ij}^2 . A **Figura 23** ilustra as linearizações dessas variáveis. As restrições (83) e (85), asseguram que $\Delta_{ij,y}^P$ e $\Delta_{ij,y}^Q$ sejam iguais à soma dos valores de cada bloco de discretização. As restrições (86) e (87) estabelecem os limites superiores e inferiores da contribuição de cada bloco de $\Delta_{ij,y}^P$ e $\Delta_{ij,y}^Q$. Adicionalmente, as restrições (88) e (89), garantem a condição de não negatividade das variáveis $P_{ij}^+, P_{ij}^-, Q_{ij}^+, Q_{ij}^-$.

Onde:

- $m_{ij,y}^S$ é a inclinação do y -ésimo bloco do fluxo no circuito i, j .
- $\bar{\Delta}_{ij}^S$ é o limite superior de cada bloco de linearização.
- Y é o número de linearizações.
- $\Delta_{ij,y}^P$ é o valor do y -ésimo bloco de P_{ij}
- $\Delta_{ij,y}^Q$ é o valor do y -ésimo bloco de Q_{ij}
- $\bar{I}_{ij}$ é o limite máximo da magnitude de corrente no circuito i, j .

Figura 23 - Representação da linearização dos fluxos de potência ao quadrado.



Fonte: Borges et al. (2014).

ANEXO E – DADOS DOS SISTEMAS TESTADOS

Tabela 8 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 33 nós.

DADOS DOS RAMOS					DADOS DAS BARRAS			
N.Do Ramo	Barra Inicial	Barra Final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	N.Da Barra	D.Ativa [kW]	D.Reativa [kVAr]	Tipo
1	2	1	0,0922	0,0470	1	0	0	1
2	3	2	0,4930	0,2511	2	100,0	60,0	0
3	4	3	0,3660	0,1864	3	90,0	40,0	0
4	5	4	0,3811	0,1941	4	120,0	80,0	0
5	6	5	0,8190	0,7070	5	60,0	30,0	0
6	7	6	0,1872	0,6188	6	60,0	20,0	0
7	8	7	0,7114	0,2351	7	200,0	100,0	0
8	9	8	1,0300	0,7400	8	200,0	100,0	0
9	10	9	1,0440	0,7400	9	60,0	20,0	0
10	11	10	0,1966	0,0650	10	60,0	20,0	0
11	12	11	0,3744	0,1238	11	45,0	30,0	0
12	13	12	1,4680	1,1550	12	60,0	35,0	0
13	14	13	0,5416	0,7129	13	60,0	35,0	0
14	15	14	0,5910	0,5260	14	120,0	80,0	0
15	16	15	0,7463	0,5450	15	60,0	10,0	0
16	17	16	1,2890	1,7210	16	60,0	20,0	0
17	18	17	0,7320	0,5740	17	60,0	20,0	0
2	19	18	0,1640	0,1565	18	90,0	40,0	0
19	20	19	1,5042	1,3554	19	90,0	40,0	0
20	21	20	0,4095	0,4784	20	90,0	40,0	0
21	22	21	0,7089	0,9373	21	90,0	40,0	0
3	23	22	0,4512	0,3083	22	90,0	40,0	0
23	24	23	0,8980	0,7091	23	90,0	50,0	0
24	25	24	0,8960	0,7011	24	420,0	200,0	0
6	26	25	0,2030	0,1034	25	420,0	200,0	0
26	27	26	0,2842	0,1447	26	60,0	25,0	0
27	28	27	1,0590	0,9337	27	60,0	25,0	0
28	29	28	0,8042	0,7006	28	60,0	20,0	0
29	30	29	0,5075	0,2585	29	120,0	70,0	0
30	31	30	0,9744	0,9630	30	200,0	600,0	0
31	32	31	0,3105	0,3619	31	150,0	70,0	0
32	33	32	0,3410	0,5302	32	210,0	100,0	0
8	21	33	2,0000	2,0000	33	60,0	40,0	0
9	15	34	2,0000	2,0000				
12	22	35	2,0000	2,0000				
18	33	36	0,5000	0,5000				
25	29	37	0,5000	0,5000				

Fonte: Baran e Wu (1989)

Tabela 9 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 84 nós.

DADOS DOS RAMOS					DADOS DAS BARRAS			
N.Do Ramo	Barra Inicial	Barra Final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	N.Da Barra	D.Ativa [kW]	D.Reativa [kVAr]	Tipo
1	1	84	0,1944	0,6624	1	0,0	0,0	0
2	1	2	0,2096	0,4304	2	100,0	50,0	0
3	2	3	0,2358	0,4842	3	300,0	200,0	0
4	3	4	0,0917	0,1883	4	350,0	250,0	0
5	4	5	0,2096	0,4304	5	220,0	100,0	0
6	5	6	0,0393	0,0807	6	1100,0	800,0	0
7	6	7	0,0405	0,1380	7	400,0	320,0	0
8	7	8	0,1048	0,2152	8	300,0	200,0	0
9	7	9	0,2358	0,4842	9	300,0	230,0	0
10	7	10	0,1048	0,2152	10	300,0	260,0	0
11	11	84	0,0786	0,1614	11	0,9	0,0	0
12	11	12	0,3406	0,6944	12	1200,0	800,0	0
13	12	13	0,0262	0,0538	13	800,0	600,0	0
14	12	14	0,0786	0,1614	14	700,0	500,0	0
15	15	84	0,1134	0,3864	15	0,0	0,0	0
16	15	16	0,0524	0,1076	16	300,0	150,0	0
17	16	17	0,0524	0,1076	17	500,0	350,0	0
18	17	18	0,1572	0,3228	18	700,0	400,0	0
19	18	19	0,0393	0,0807	19	1200,0	1000,0	0
20	19	20	0,1703	0,3497	20	300,0	300,0	0
21	20	21	0,2358	0,4842	21	400,0	350,0	0
22	21	22	0,1572	0,3228	22	50,0	20,0	0
23	21	23	0,1965	0,4035	23	50,0	20,0	0
24	23	24	0,1310	0,2690	24	50,0	10,0	0
25	25	84	0,0567	0,1932	25	50,0	30,0	0
26	25	26	0,1048	0,2152	26	100,0	60,0	0
27	26	27	0,2489	0,5111	27	100,0	70,0	0
28	27	28	0,0486	0,1656	28	1800,0	1300,0	0
29	28	29	0,1310	0,2690	29	200,0	120,0	0
30	30	84	0,1965	0,3960	30	0,0	0,0	0
31	30	31	0,1310	0,2690	31	1800,0	1600,0	0
32	31	32	0,1310	0,2690	32	200,0	150,0	0
33	32	33	0,0262	0,0538	33	200,0	100,0	0
34	33	34	0,1703	0,3497	34	800,0	600,0	0
35	34	35	0,0524	0,1076	35	100,0	60,0	0
36	35	36	0,4978	1,0222	36	100,0	60,0	0
37	36	37	0,0393	0,0807	37	20,0	10,0	0
38	37	38	0,0393	0,0807	38	20,0	10,0	0
39	38	39	0,0786	0,1614	39	20,0	10,0	0
40	39	40	0,2096	0,4304	40	20,0	10,0	0
41	38	41	0,1965	0,4035	41	200,0	160,0	0
42	41	42	0,2096	0,4304	42	50,0	30,0	0
43	43	84	0,0486	0,1656	43	0,0	0,0	0

44	43	44	0,0393	0,0807	44	30,0	20,0	0
45	44	45	0,1310	0,2690	45	800,0	700,0	0
46	45	46	0,2358	0,4842	46	200,0	150,0	0
47	47	84	0,2430	0,8280	47	0,0	0,0	0
48	47	48	0,0655	0,1345	48	0,0	0,0	0
49	48	49	0,0655	0,1345	49	0,0	0,0	0
50	49	50	0,0393	0,0807	50	200,0	160,0	0
51	50	51	0,0786	0,1614	51	800,0	600,0	0
52	51	52	0,0393	0,0807	52	500,0	300,0	0
53	52	53	0,0786	0,1614	53	500,0	350,0	0
54	53	54	0,0524	0,1076	54	500,0	300,0	0
55	54	55	0,1310	0,2690	55	200,0	80,0	0
56	56	84	0,2268	0,7728	56	0,0	0,0	0
57	56	57	0,5371	1,1029	57	30,0	20,0	0
58	57	58	0,0524	0,1076	58	600,0	420,0	0
59	58	59	0,0405	0,1380	59	0,0	0,0	0
60	59	60	0,0393	0,0807	60	20,0	10,0	0
61	60	61	0,0262	0,0538	61	20,0	10,0	0
62	61	62	0,1048	0,2152	62	200,0	130,0	0
63	62	63	0,2358	0,4842	63	300,0	240,0	0
64	63	64	0,0243	0,0828	64	300,0	200,0	0
65	65	84	0,0486	0,1656	65	0,0	0,0	0
66	65	66	0,1703	0,3497	66	50,0	30,0	0
67	66	67	0,1215	0,4140	67	0,0	0,0	0
68	67	68	0,2187	0,7452	68	400,0	360,0	0
69	68	69	0,0486	0,1656	69	0,0	0,0	0
70	69	70	0,0729	0,2484	70	0,0	0,0	0
71	70	71	0,0567	0,1932	71	2000,0	1500,0	0
72	71	72	0,0262	0,0528	72	200,0	150,0	0
73	73	84	0,3240	1,1040	73	0,0	0,0	0
74	73	74	0,0324	0,1104	74	0,0	0,0	0
75	74	75	0,0567	0,1932	75	1200,0	950,0	0
76	75	76	0,0486	0,1656	76	300,0	180,0	0
77	77	84	0,2511	0,8556	77	0,0	0,0	0
78	77	78	0,1296	0,4416	78	400,0	360,0	0
79	78	79	0,0486	0,1656	79	2000,0	1300,0	0
80	79	80	0,1310	0,2640	80	200,0	140,0	0
81	80	81	0,1310	0,2640	81	500,0	360,0	0
82	81	82	0,0917	0,1883	82	100,0	30,0	0
83	82	83	0,3144	0,6456	83	400,0	360,0	0
84	5	55	0,1310	0,2690	84	0,0	0,0	1
85	7	60	0,1310	0,2690				
86	11	43	0,1310	0,2690				
87	12	72	0,3406	0,6994				
88	13	76	0,4585	0,9415				
89	14	18	0,5371	1,0824				
90	16	26	0,0917	0,1883				
91	20	83	0,0786	0,1614				

92	28	32	0,0524	0,1076	
93	29	39	0,0786	0,1614	
94	34	46	0,0262	0,0538	
95	40	42	0,1965	0,4035	
96	53	64	0,0393	0,0807	

Fonte: Chiou *et al.* (2005).

Tabela 10 - Dados do sistema de distribuição elétrico de 136 nós.

DADOS DOS RAMOS					DADOS DAS BARRAS			
N.Do Ramo	Barra Inicial	Barra Final	Resistência [Ω]	Reatância [Ω]	N.Da Barra	D.Ativa [kW]	D.Reativa [kVAr]	Tipo
1	0	1	0,33205	0,76653	1	0,0	0,0	1
2	1	2	0,00188	0,00433	2	0,0	0,0	0
3	2	3	0,22324	0,51535	3	47,780	19,009	0
4	3	4	0,09943	0,22953	4	42,551	16,929	0
5	4	5	0,15571	0,35945	5	87,022	34,622	0
6	5	6	0,16321	0,37677	6	311,310	123,855	0
7	6	7	0,11444	0,26417	7	148,869	59,228	0
8	6	8	0,05675	0,05666	8	238,672	94,956	0
9	8	9	0,52124	0,27418	9	62,299	24,786	0
10	8	10	0,10877	0,10860	10	124,598	49,571	0
11	10	11	0,39803	0,20937	11	140,175	55,768	0
12	10	12	0,91744	0,31469	12	116,813	46,474	0
13	10	13	0,11823	0,11805	13	249,203	99,145	0
14	13	14	0,50228	0,26421	14	291,447	115,952	0
15	13	15	0,05675	0,05666	15	303,720	120,835	0
16	15	16	0,29379	0,15454	16	215,396	85,695	0
17	0	17	0,33205	0,76653	17	198,586	79,007	0
18	17	18	0,00188	0,00433	18	0,0	0,0	0
19	18	19	0,22324	0,51535	19	0,0	0,0	0
20	19	20	0,10881	0,25118	20	0,0	0,0	0
21	20	21	0,71078	0,37388	21	30,127	14,729	0
22	20	22	0,18197	0,42008	22	230,972	112,920	0
23	22	23	0,30326	0,15952	23	60,256	29,458	0
24	22	24	0,02439	0,05630	24	230,972	112,920	0
25	24	25	0,04502	0,10394	25	120,507	58,915	0
26	25	26	0,01876	0,04331	26	0,0	0,0	0
27	26	27	0,11823	0,11805	27	56,981	27,857	0
28	27	28	0,02365	0,02361	28	364,665	178,281	0
29	28	29	0,18954	0,09970	29	0,0	0,0	0
30	29	30	0,39803	0,20937	30	124,647	60,939	0
31	28	31	0,05675	0,05666	31	56,981	27,857	0
32	31	32	0,09477	0,04985	32	0,0	0,0	0
33	32	33	0,41699	0,21934	33	85,473	41,787	0
34	33	34	0,11372	0,05982	34	0,0	0,0	0
35	31	35	0,07566	0,07555	35	396,735	193,960	0

36	35	36	0,36960	0,19442	36	0,0	0,0	0
37	36	37	0,26536	0,13958	37	181,152	88,563	0
38	35	38	0,05675	0,05666	38	242,172	118,395	0
39	0	39	0,33205	0,76653	39	75,316	36,821	0
40	39	40	0,11819	0,27283	40	0,0	0,0	0
41	40	41	2,96288	1,01628	41	1,254	0,531	0
42	40	42	0,00188	0,00433	42	6,274	2,660	0
43	42	43	0,06941	0,16024	43	0,0	0,0	0
44	43	44	0,81502	0,42872	44	117,880	49,971	0
45	43	45	0,06378	0,14724	45	62,668	26,566	0
46	45	46	0,13132	0,30315	46	172,285	73,034	0
47	46	47	0,06191	0,14291	47	458,556	194,388	0
48	47	48	0,11444	0,26417	48	262,962	111,473	0
49	48	49	0,28374	0,28331	49	235,761	99,942	0
50	49	50	0,28374	0,28331	50	0,0	0,0	0
51	48	51	0,04502	0,10394	51	109,215	46,298	0
52	51	52	0,02626	0,06063	52	0,0	0,0	0
53	52	53	0,06003	0,13858	53	72,809	30,865	0
54	53	54	0,03002	0,06929	54	258,473	109,570	0
55	54	55	0,02064	0,04764	55	69,169	29,322	0
56	52	56	0,10881	0,25118	56	21,843	9,260	0
57	56	57	0,25588	0,13460	57	0,0	0,0	0
58	57	58	0,41699	0,21934	58	20,527	8,702	0
59	58	59	0,50228	0,26421	59	150,548	63,819	0
60	59	60	0,33170	0,17448	60	220,687	93,552	0
61	60	61	0,20849	0,10967	61	92,384	39,163	0
62	47	62	0,13882	0,32047	62	0,0	0,0	0
63	0	63	0,00750	0,01732	63	226,693	96,098	0
64	63	64	0,27014	0,62362	64	0,0	0,0	0
65	64	65	0,38270	0,88346	65	294,016	116,974	0
66	65	66	0,33018	0,76220	66	83,015	33,028	0
67	66	67	0,32830	0,75787	67	83,015	33,028	0
68	67	68	0,17072	0,39409	68	103,770	41,285	0
69	68	69	0,55914	0,29412	69	176,408	70,184	0
70	68	70	0,05816	0,13425	70	83,015	33,028	0
71	70	71	0,70130	0,36890	71	217,917	86,698	0
72	71	72	1,02352	0,53839	72	23,294	9,267	0
73	70	73	0,06754	0,15591	73	5,075	2,019	0
74	73	74	1,32352	0,45397	74	72,638	28,899	0
75	0	75	0,01126	0,02598	75	405,990	161,5235	0
76	75	76	0,72976	1,68464	76	0,0	0,0	0
77	76	77	0,22512	0,51968	77	100,182	42,468	0
78	77	78	0,20824	0,48071	78	142,523	60,417	0
79	78	79	0,04690	0,10827	79	96,042	40,713	0
80	79	80	0,61950	0,61857	80	300,454	127,366	0
81	80	81	0,34049	0,33998	81	141,238	59,873	0
82	81	82	0,56862	0,29911	82	279,847	118,631	0
83	81	83	0,10877	0,10860	83	87,312	37,013	0

84	83	84	0,56862	0,29911	84	243,849	103,371	0
85	0	85	0,01126	0,02598	85	247,750	105,025	0
86	85	86	0,41835	0,96575	86	0,0	0,0	0
87	86	87	0,10499	0,13641	87	89,878	38,101	0
88	86	88	0,43898	1,01338	88	1137,280	482,108	0
89	88	89	0,07520	0,02579	89	458,339	194,296	0
90	89	90	0,07692	0,17756	90	385,197	163,290	0
91	90	91	0,33205	0,76653	91	0,0	0,0	0
92	91	92	0,08442	0,19488	92	79,608	33,747	0
93	92	93	0,13320	0,30748	93	87,312	37,013	0
94	93	94	0,29320	0,29276	94	0,0	0,0	0
95	94	95	0,21753	0,21721	95	74,001	31,370	0
96	95	96	0,26482	0,26443	96	232,050	98,369	0
97	93	97	0,10318	0,23819	97	141,819	60,119	0
98	97	98	0,13507	0,31181	98	0,0	0,0	0
99	0	99	0,00938	0,02165	99	76,449	32,408	0
100	99	100	0,16884	0,38976	100	0,0	0,0	0
101	100	101	0,11819	0,27283	101	51,322	21,756	0
102	101	102	2,28608	0,78414	102	59,874	25,381	0
103	101	103	0,45587	1,05236	103	9,065	3,843	0
104	103	104	0,69600	1,60669	104	2,092	0,887	0
105	104	105	0,45774	1,05669	105	16,735	7,094	0
106	105	106	0,20298	0,26373	106	1506,522	638,634	0
107	106	107	0,21348	0,27737	107	313,023	132,694	0
108	107	108	0,54967	0,28914	108	79,831	33,842	0
109	108	109	0,54019	0,28415	109	51,322	21,756	0
110	107	110	0,04550	0,05911	110	0,0	0,0	0
111	110	111	0,47385	0,24926	111	202,435	85,815	0
112	111	112	0,86241	0,45364	112	60,823	25,784	0
113	112	113	0,56862	0,29911	113	45,618	19,338	0
114	108	114	0,77711	0,40878	114	0,0	0,0	0
115	114	115	1,08038	0,56830	115	157,070	66,584	0
116	109	116	1,09933	0,57827	116	0,0	0,0	0
117	116	117	0,47385	0,24926	117	250,148	106,041	0
118	104	118	0,32267	0,74488	118	0,0	0,0	0
119	118	119	0,14633	0,33779	119	69,809	29,593	0
120	119	120	0,12382	0,28583	120	32,072	13,596	0
121	0	121	0,01126	0,02598	121	61,084	25,894	0
122	121	122	0,64910	1,49842	122	0,0	0,0	0
123	122	123	0,04502	0,10394	123	94,622	46,260	0
124	123	124	0,52640	0,18056	124	49,858	24,375	0
125	123	125	0,02064	0,04764	125	123,164	60,214	0
126	125	126	0,53071	0,27917	126	78,350	38,304	0
127	125	127	0,09755	0,22520	127	145,475	71,121	0
128	127	128	0,11819	0,27283	128	21,369	10,447	0
129	127	129	0,13882	0,32047	129	74,789	36,564	0
130	129	130	0,04315	0,09961	130	227,926	111,431	0
131	130	131	0,09192	0,21220	131	35,614	17,411	0

132	131	132	0,16134	0,37244	132	249,295	121,877	0
133	132	133	0,37832	0,37775	133	316,722	154,842	0
134	133	134	0,39724	0,39664	134	333,817	163,199	0
135	134	135	0,29320	0,29276	135	249,295	121,877	0
136	7	73	0,13132	0,30315	136	0,0	0,0	0
137	9	24	0,26536	0,13958				
138	15	83	0,14187	0,14166				
139	38	135	0,08512	0,08499				
140	25	51	0,04502	0,10394				
141	50	96	0,14187	0,14166				
142	55	98	0,14187	0,14166				
143	62	120	0,03940	0,09094				
144	66	79	0,12944	0,29882				
145	79	131	0,01688	0,03898				
146	84	135	0,33170	0,17448				
147	91	104	0,14187	0,14166				
148	90	129	0,07692	0,17756				
149	90	103	0,07692	0,17756				
150	92	104	0,07692	0,17756				
151	92	132	0,07692	0,17756				
152	96	120	0,26482	0,26443				
153	110	47	0,49696	0,64567				
154	126	76	0,17059	0,08973				
155	128	77	0,05253	0,12126				
156	135	98	0,29320	0,29276				

Fonte: Mantovani *et al.* (2000).