

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
BACHARELADO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

LUCAS SILVA VIOTTO

ANÁLISE DE CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS E AERODINÂMICAS DE
PERFIS NACA 4 E 5 DÍGITOS DO PONTO DE VISTA DE MDO

SÃO JOÃO DA BOA VISTA

2021

LUCAS SILVA VIOTTO

ANÁLISE DE CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS E AERODINÂMICAS DE
PERFIS NACA 4 E 5 DÍGITOS DO PONTO DE VISTA DE MDO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita
Filho” como requisito para obtenção de título de
Bacharel em Engenharia Aeronáutica

Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

SÃO JOÃO DA BOA VISTA
2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

V799a Viotto, Lucas
ANÁLISE DE CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS E
AERODINÂMICAS DE PERFIS NACA 4 E 5 DÍGITOS DO PONTO DE
VISTA DE MDO / Lucas Viotto. -- São João da Boa Vista, 2021
88 p. : il., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia
Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Câmpus
Experimental de São João da Boa Vista, São João da Boa Vista
Orientador: Murilo Sartorato

1. Aeronaves. 2. Engenharia aeroespacial. 3. Alumínio Estruturas.
4. Algoritmos genéticos. 5. Otimização matemática. I. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
CÂMPUS EXPERIMENTAL DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ANÁLISE DE CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS E AERODINÂMICAS DE PERFIS
NACA 4 E 5 DÍGITOS DO PONTO DE VISTA DE MDO

Aluno: Lucas Silva Viotto

Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Luiz Augusto Camargo Aranha Schiavo (Examinador)
- Ricardo Afonso Angélico (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 055/2021)
--

São João da Boa Vista, 29 de junho de 2021

RESUMO

O presente trabalho se propõe a analisar comparativamente a influência da espessura e curvatura de aerofólios sobre os parâmetros estruturais e peso de seções de asas, comparando as mudanças na eficiência aerodinâmica que essas mudanças trazem para a eficiência estrutural de uma seção de asa de um determinado formato de aerofólio. Para isso, diferentes famílias de aerofólios NACA de 4 e 5 dígitos são utilizadas como forma básica para a caixa de torção de estruturas de asas metálicas semi-monocoque; então, os pesos dessas estruturas de asa são otimizados variando o número e a geometria dos reforçadores, usando T, Z, J, e seções transversais de chapéu predeterminadas, e a espessura de cada painel, limitada pelas tensões de flambagem máximas para essa geometria, usando um algoritmo genético pré-implementado nas bibliotecas *Python*. As tensões são retiradas da flexão e cisalhamento da estrutura da asa e são calculadas usando um modelo analítico clássico, automatizado em linguagem *Python*, para flexão assimétrica e fluxo de cisalhamento em vigas fechadas reforçadas de parede fina, com base nas cargas aerodinâmicas e inerciais calculadas para cada aerofólio usando XFOIL, os quais, equilibram as cargas inerciais da aeronave em situação crítica de voo em cruzeiro. Embora a eficiência aerodinâmica esteja diretamente ligada à espessura e curvatura dos aerofólios, esta análise visa comparar a influência do ganho de eficiência aerodinâmica sobre o peso, uma vez que a mudança do aerofólio influencia diretamente na posição do centro de cisalhamento e na distribuição de flexão e de cisalhamento, que podem levar a um ganho líquido neutro ou mesmo negativo na relação arrasto / peso. Em primeiro lugar, são apresentados os resultados relativos ao impacto de diferentes parâmetros e modelos de algoritmos genéticos, como mutação, cruzamento e razão de elitismo, sobre a convergência do modelo. Finalmente, foi realizada uma análise da influência da espessura e curvatura dos aerofólios por meio da comparação dos resultados para os diferentes membros das famílias NACA escolhidas, comparando diferentes métricas de desempenho com as métricas de eficiência estrutural da estrutura otimizada como peso, número e geometria de reforçadores.

Palavras-chave: Otimização. Estruturas de asas. Algoritmo genético.

ABSTRACT

The present work proposes to comparatively analyze the influence of thickness and curvature of airfoils on the structural parameters and weight of wing sections, comparing the changes on aerodynamic efficiency these changes bring to the structural efficiency of an optimal wing section of a given airfoil shape. For that, different families of 4- and 5-digit NACA airfoil are used as the basic shape for the torque box of semi-monocoque metallic wing structures; then these wing structures weights are optimized by varying the number and shape of stringers, using predetermined T, Z, J, K and hat cross sections, and the thickness of each panel, bounded by the maximum buckling stresses for that geometry, using a genetic-algorithm pre-implemented within Python libraries. The stresses are taken from the bending and shear of the wing structure and are calculated using a classic analytical model, automated in Python language, for asymmetric bending and shear flow in thin reinforced closed beams based on the aerodynamic and inertial loads calculated for each airfoil using XFOIL that balance the aircraft inertial loads during a critical maneuver flight case. Although the aerodynamic efficiency is directly linked to the thickness and curvature of the airfoils, this analysis aims to compare the influence of the aerodynamic efficiency gain on the weight, since the change of airfoil directly influences the position of the shear center and the distribution of bending and shear loads, which can lead to a neutral or even negative net gain in drag/weight ratio. First, results regarding the impact of different genetic algorithm parameters and models such as mutation, crossover and elitism ratio over the convergence of the model are shown. Finally, an analysis of the influence of thickness and curvature of the airfoils through comparing the results for the different members of the chosen NACA families by comparing different performance metrics to the structural efficiency metrics of the optimized structure like weight, number and shapes of stringers and maximum stresses.

Keywords: Optimization. Wing structures. Genetic algorithm.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Estrutura semimonocoque do tipo caixaão.....	15
Figura 2 - Corpo tridimensional deformável.....	17
Figura 3 - Planos e tensores de referência.....	19
Figura 4 - Corpo deformável submetido a cargas.....	20
Figura 5 - Referências para os estados de deformação.....	24
Figura 6 - Curva tensão e deformação para diferentes materiais.....	30
Figura 7 - Curvas para a obtenção de K_s	32
Figura 8 - Curvas para a obtenção de K_b	33
Figura 9 - Principais regiões de um aerofólio.....	36
Figura 10 - Diferentes perfis aerodinâmicos.....	36
Figura 11 - Representação do perfil NACA 2412.....	37
Figura 12 - Representação do perfil NACA 23112.....	38
Figura 13 - Forças atuantes em voo retilíneo não acelerado.....	39
Figura 14 - Distribuição de pressão e centro de pressão.....	40
Figura 15 - Acoplamento flexo-torcional.....	41
Figura 16 - Estruturas semimonocoque.....	43
Figura 17 - Plano e eixo neutro.....	44
Figura 18 - Viga de seção transversal assimétrica.....	45
Figura 19 - Elemento infinitesimal de espessura t	48
Figura 20 - Viga de seção aberta submetida a cisalhamento.....	49
Figura 21 - Viga de seção fechada submetida a cisalhamento.....	51
Figura 22 - Viga de seção fechada submetida a torção.....	52
Figura 23 - Equilíbrio na seção da viga submetida a torção.....	52
Figura 24 – Estrutura idealizada e seus componentes.....	53
Figura 25 – Representação do equilíbrio estrutural painel/reforçador.....	54
Figura 26 - Fluxograma algoritmo genético.....	58
Figura 27 - Recombinação de ponto único.....	60
Figura 28 - Espaço amostral dos parâmetros do modelo.....	62
Figura 29 - Seção gerada pelo <i>Script</i> elaborado pelo autor.....	63
Figura 30 - Fluxograma da função objetivo.....	64
Figura 31 - Diagrama de corpo livre de uma seção genérica.....	67
Figura 32 - Geometria da seção dos reforçadores utilizados.....	67

Figura 33 - Perfis aerodinâmicos NACA 4 dígitos utilizados.....	68
Figura 34 - Perfis aerodinâmicos NACA 5 dígitos utilizados.....	69
Figura 35 - Indivíduo representado por cada um de seus genes.....	70
Figura 36 - Representação gráfica do indivíduo	70
Figura 37 - Fluxograma resumido da metodologia adotada.....	72
Figura 38 - Curvas de convergência para estudo de hiperparâmetro.....	76
Figura 39 - Curva de convergência para diferentes números de iterações.....	76
Figura 40 – Distribuição da quantidade de reforçadores por região e por perfil	79
Figura 41 – Distribuição das geometria dos reforçadores por perfil.....	81
Figura 42 – Distribuição de espessura por região e por perfil.....	81
Figura 43 – Espessura por região e por perfil.....	82
Figura 44 - Arrasto/Peso por perfil.....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades mecânicas Al-7075	61
Tabela 2 - Propriedades relacionadas a condição de voo de cruzeiro	64
Tabela 3 – Parâmetros para estimativa do tempo de execução do algoritmo guloso.....	74
Tabela 4 - Parâmetros para estimativa do tempo de execução do algoritmo genético.....	74
Tabela 5 - Parâmetros para estimativa do tempo de execução total	74
Tabela 6 - Hiperparâmetros testados	75
Tabela 7 – Quantidade de reforçadores média para diferentes espessuras ..	77
Tabela 8 - Quantidade.de reforçadores médios para cada família de 4 dígitos	78
Tabela 9 - Quantidade.de reforçadores médios para cada família de 5 dígitos	78
Tabela 10 - Quantidade média de reforçadores por região	80
Tabela 11 - Espessura média dos painéis	80
Tabela 12 - Valores médios de arrasto/peso para diferentes espessuras	83

LISTA DE SÍMBOLOS

δ	Operador Variacional
t	Vetor de tensões de Cauchy
X_n	Propriedade X na direção n
X_{sn}	Propriedade X no plano sn
σ	Tensão normal
τ	Tensão cisalhante
$\lim$	Operador Limite
$\partial/\partial n$	Operador derivada parcial
$\int dx$	Operador integral
$\{$	Forma Matricial
$\}^T$	Operador Transposta Matricial
ϵ	Deformação Linear
γ	Deformação angular
G	Módulo de rigidez
E	Módulo de elasticidade
ν	Coeficiente de Poisson
I	Momento de inercia
K_s	Constante de tensão crítica de flambagem para carga de cisalhamento
K_b	Constante de tensão crítica de flambagem para carga de flexão

t	Espessura de seção
RBAC	Regulamento Brasileiro de Aviação Civil
ANAC	Agência Nacional de Aviação Civil
CFR	<i>Code of Federal Regulations</i>
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
MDO	<i>Multidisciplinary design optimization</i>
AoA	Ângulo de Ataque
W	Peso
T	Torque
V_n	Força cortante
L	Sustentação aerodinâmica
D	Arrasto aerodinâmico
M	Momento aerodinâmico
q	Fluxo de cisalhamento
CC	Centro de cisalhamento
CA	Centro aerodinâmico
Re	Número de Reynolds
c	Corda aerodinâmica
V	Velocidade relativa do escoamento
b	Envergadura

Sumário

1 INTRODUÇÃO	14
2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA ANÁLISE ESTRUTURAL	17
2.1 Tensão	17
2.1.1 Equações de equilíbrio	19
2.1.2 Estados de tensão	22
2.1.3 Condições de contorno	23
2.2 Deformação	23
2.2.1 Equações de compatibilidade	25
2.3 Relações entre tensão e deformação	27
2.4 Critérios de falha e instabilidade em materiais metálicos	30
2.4.1 Critério de falha de Von-Mises	31
2.4.2 Critérios de flambagem	31
2.4.3 Margens de segurança	33
3 SEÇÕES DE ASAS	35
3.1 Perfil aerodinâmico	35
3.1.1 Aerofólios NACA	37
3.2 Cargas	38
3.3 Estrutura das asas	41
3.4 Flexão em vigas de parede fina	43
3.5 Cisalhamento em vigas de parede fina	48
3.5.1 Cisalhamento em seções abertas	49
3.5.2 Cisalhamento em seções fechadas	50
3.6 Torção em vigas de parede fina	52
3.6.1 Torção em seções fechadas	52
3.7 Idealização estrutural	53
4 OTIMIZAÇÃO	55

4.1 Conceitos principais	55
4.2 Algoritmo genético.....	58
4.3 Algoritmo guloso.....	60
5 METODOLOGIA	61
5.1 Modelagem da seção da asa	62
5.1.1 Condição de carregamento	64
5.1.2 Geometria dos reforçadores	67
5.1.3 Perfis aerodinâmicos estudados.....	68
5.2 Otimização da seção	69
5.2.1 Estratégia de escolha das simulações realizadas	69
5.2.2 Escolha dos hiperparâmetros do algoritmo genético	73
5.2.3 Estimativa do tempo computacional	73
6 RESULTADOS E ANÁLISE	75
6.1 Curvas da escolha dos hiperparâmetros do algoritmo genético.....	75
6.2 Formas otimizadas	77
6.2.1 Modelos com painéis/reforçadores de espessura e forma fixa	77
6.2.2 Modelos com quantidade de reforçadores fixa	80
6.3 Estudo de famílias de aerofólios NACA	83
7 CONCLUSÃO	85
8 REFERÊNCIAS	87

1 INTRODUÇÃO

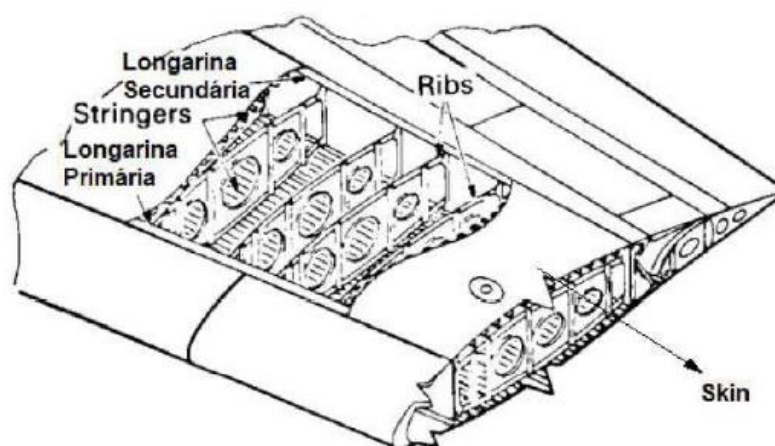
O desenvolvimento tecnológico obtido desde o final do século XIX possibilitou a evolução dos principais segmentos da indústria mundial. O aumento pela demanda da solução de problemas mais complexos, sem o comprometimento do aspecto econômico e ambiental, impulsionou a colaboração de diversas áreas do conhecimento para a viabilização da produção e operação de projetos que suprissem essas demandas. A indústria aeronáutica, assim como as indústrias aeroespacial, naval, petrolífera e ferroviária, podem ser enquadradas nesse contexto pelo fato de desenvolverem projetos de estruturas leves que cumprem diversos requisitos, como altos índices de segurança, eficiência e redundância estrutural (RAYMER, 2006). Para o projeto estrutural aeronáutico moderno, incorporam-se aspectos relacionados a outras áreas do projeto da aeronave como: formatos aerodinâmicos pré-estabelecidos, alojamento de sistemas aviônicos, hidráulicos, pneumáticos, elétricos e propulsivos e a distribuição de peso adequada de acordo com o projeto de estabilidade, conjuntamente garantindo a integridade estrutural em diversas condições ambientais durante sua vida útil, além de se provar economicamente viável (NIU, 1988).

A otimização estrutural acarreta em perfis com espessuras da ordem de grandeza de décimos de milímetros, assim estando sujeitos a fenômenos de fadiga e instabilidade estrutural não comuns em aplicações de outras engenharias, como por exemplo: fenômenos aeroelásticos (divergência e *flutter*), flambagens locais em reforçadores e painéis, flambagens ocasionadas por tensões semi-diagonais e *crippling*, os quais, são muito presentes nas estruturas da região das asas da aeronave (NIU, 1997).

O projeto de asas de aeronaves modernas utiliza um tipo de estrutura denominada de semimonocoque do tipo caixão, a qual projeta a asa a partir de uma estrutura de suporte básica primária chamada caixão (do inglês *torque box*), formado por painéis de acordo com o perfil aerodinâmico (do inglês *skins*) e suportados por vigas robustas em uma direção, chamadas longarinas (do inglês *spars*) e em outra direção por painéis que suportam a torção e deformação geométrica, chamados de nervuras (do inglês *ribs*). Além disso, na mesma direção das longarinas, são utilizadas vigas de suporte, denominadas reforçadores (do inglês *stringers*) (NIU, 1988). Uma

representação do modelo de asa semimonocoque do tipo caixão, bem como de seus principais componentes, está representado pela figura 1.

Figura 1 - Estrutura semimonocoque do tipo caixão



Fonte: adaptado de Niu (1988)

Diversas filosofias de projeto de aeronaves ainda utilizam em etapas de projeto conceitual uma abordagem de tentativa e erro, fundamentada em experiências de projetos passados e análises paramétricas para justificar a escolha dos posicionamentos e características estruturais dos componentes citados anteriormente, para que em uma fase posterior, essas características sejam de fato otimizadas, devido ao não conhecimento quantitativo da influência desses diversos parâmetros (ROSKAN, 2000). Dentre os principais aspectos estruturais a serem considerados, destacam-se: número de nervuras, longarinas e reforçadores, posicionamento e geometria de reforçadores e escolha de materiais de cada um desses componentes.

As características estruturais são impactadas diretamente pela escolha do perfilamento aerodinâmico da asa, o qual, na maioria das filosofias de projeto, costuma ocorrer em suas primeiras etapas devido aos requisitos básicos que uma aeronave deve cumprir. Dessa forma, a eficiência aerodinâmica, amplamente relacionada a curvatura e espessura dos perfis, altera significativamente a distribuição das cargas de flexão e cisalhamento suportadas pelo perfil, evidenciando a necessidade de se analisar comparativamente os benefícios da escolha de um perfil

tanto em relação às suas características aerodinâmicas quanto estruturais ainda na fase de projeto conceitual de uma aeronave (MANDORINO, 2021).

Esse tipo de análise de otimização estrutural de asas foi realizado em diversos contextos para projetos com diferentes enfoques como em Grossman (1988), Livne (1990), Dubreuil (2020) e Vankan (2021).

A motivação para o estudo e o desenvolvimento de uma metodologia que relaciona tais aspectos, consiste em sua direta aplicação no projeto aeronáutico, viabilizando o cumprimento dos requisitos de projeto a medida que torna mais clara a influência da escolha de cada parâmetro. Além disso, por se tratar de um problema de otimização, é possível abordá-lo de maneira multidisciplinar, utilizando algoritmos computacionais para modelar e solucionar o problema de forma mais eficiente.

O presente trabalho se propõe a analisar a influência no peso de uma seção estrutural de asa metálica semimonocoque do tipo caixão com dupla longarina, considerando a variação do número e geometria de reforçadores igualmente espaçados e a variação da espessura de cada painel presente na estrutura, bem como o estudo dessa análise em diferentes famílias de perfis aerodinâmicos NACA 4 e 5 dígitos, alterando os parâmetros de camber e espessura dos perfis, mantendo o mesmo nível de sustentação. A seção de asa será modelada quanto ao seu comportamento em flexão e cisalhamento analiticamente utilizando métodos clássicos.

O objetivo deste trabalho é de estudar o *trade-off* entre a eficiência aerodinâmica e a estrutural em relação ao peso desse tipo de estrutura de asa, utilizando algoritmos genéticos pré-implementados em bibliotecas junto à linguagem de programação *Python*, explorando seus diversos parâmetros como taxa de mutação, *crossover* e tamanho de população, e obter possíveis conclusões sobre o impacto dos parâmetros geométricos dos perfis aerodinâmicos no projeto estrutural de asas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 serão expostos os principais conceitos da análise estrutural de forma resumida. No capítulo seguinte, os aspectos relevantes a seções de asa no contexto do projeto aeronáutico serão apresentados, seguidos pelo capítulo que apresenta conceitos de otimização utilizados nas etapas posteriores. No capítulo 5 é apresentada a metodologia utilizada, seguida pela apresentação dos resultados, conclusão e as referências.

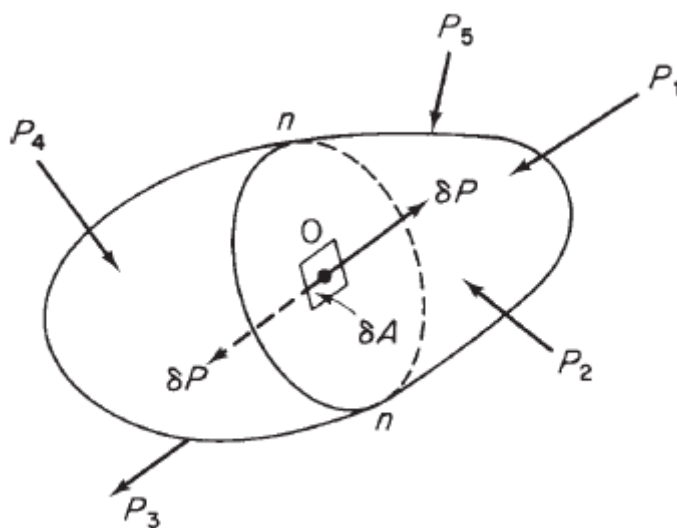
2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA ANÁLISE ESTRUTURAL

Para o entendimento do comportamento de componentes estruturais aeronáuticos, os quais serão abordados em capítulos posteriores, se faz necessário abordar conceitos fundamentais da mecânica dos sólidos e análise estrutural de estruturas leves.

2.1 Tensão

Considerando um corpo de geometria qualquer, tridimensional, contínuo e de material deformável, representado pela figura 2, que está em equilíbrio com as forças externas P . Num ponto arbitrário O , interior ao corpo, existe uma força resultante da interação entre todas as forças externas aplicadas ao corpo mais as forças de reação internas existentes entre o ponto O e todos os outros infinitos pontos contidos no corpo. Inicialmente essa força não pode ser calculada diretamente, a não ser que consideremos um plano de referência arbitrário passando por O . Considerando a resultante de forças aplicadas sobre um infinitesimal de área A nesse plano podemos defini-la como δP (JEAN-CLAUDE, 1997).

Figura 2 - Corpo tridimensional deformável



Fonte: MEGSON, 2016

O vetor de tensões de *Cauchy* t no ponto estudado é determinada pela relação (1) a seguir:

$$t = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P}{\delta A} \quad (1)$$

Dada a direção e magnitude da força δP , o plano de referência pode ser escolhido dentre qualquer um dos infinitos planos passando por O, determinando a magnitude das componentes da força nesse ponto. Dessa forma, é conveniente separar as componentes da força δP em suas componentes normais ao plano escolhido e componentes que atuam sobre próprio plano: P_n e P_s , respectivamente. Essas componentes são conhecidas como tensões normais e tensões de cisalhamento de Cauchy, definidas por:

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P_n}{\delta A} \quad (2)$$

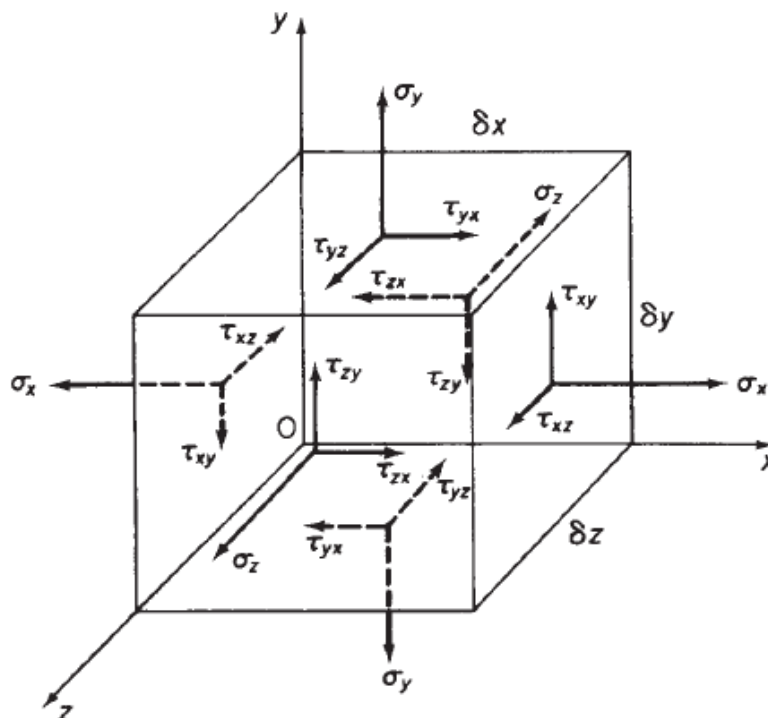
$$\tau = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta P_s}{\delta A} \quad (3)$$

Num espaço tridimensional, a tensão de cisalhamento de Cauchy τ pode ser novamente separada em duas componentes, relacionada a dois versores que geram o plano.

Podemos novamente, por conveniência, separar essas componentes de força entre componente sobre planos de referência que sejam base para o espaço tridimensional, tomando por exemplo os planos formados entre os eixos cartesianos como planos de referência. Fazendo isso obtemos uma grandeza tensorial que exprime a força interna resultante num ponto, desde que o plano de atuação dessa força seja dado.

Portanto, além da magnitude e direção, é necessário determinar em qual plano a tensão atua, sendo necessário tratá-la como uma grandeza tensorial. Essa grandeza tensorial possui dois tipos de componentes: as componentes de tensões normais, que atuam normais aos planos de referência, recebem uma nomenclatura de acordo com o plano em que essas se encontram; e as componentes cisalhantes, que atuam paralelas aos planos de referência, necessitam de dois índices para sua identificação, sendo o primeiro para especificar o plano em que se encontram e o segundo para indicar o sentido. A figura 3 exemplifica essa nomenclatura.

Figura 3 - Planos e tensores de referência



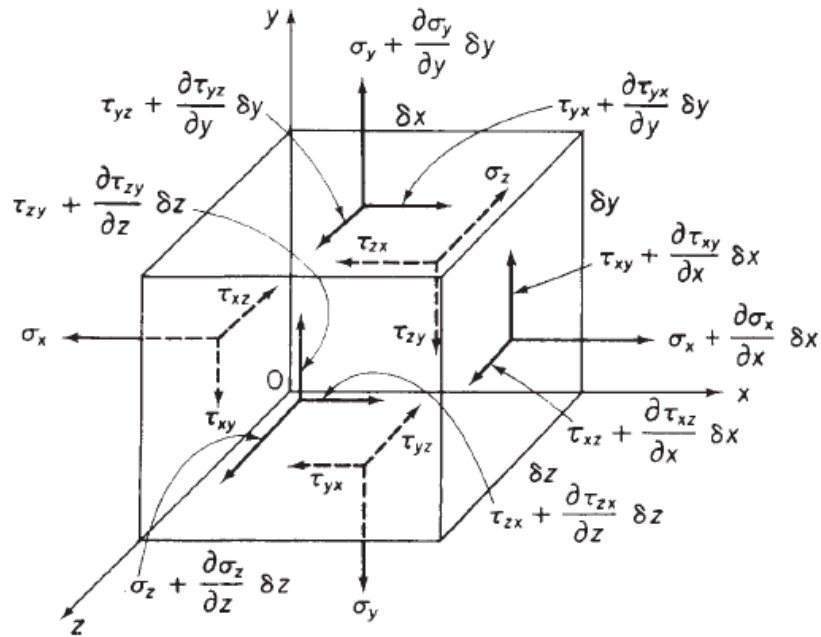
Fonte: MEGSON, 2016

2.1.1 Equações de equilíbrio

Utilizando a nomenclatura de tensões previamente descrita, a partir de um elemento de um corpo elástico qualquer submetido apenas a forças internas, representado pela figura 4, em que o cálculo do equilíbrio das forças internas é realizado pela nomenclatura descrita anteriormente.

Tomando-se um elemento volumétrico infinitesimal de um corpo, utilizando as definições de tensão dadas na seção anterior, é possível obter equações de equilíbrio impondo que todas as forças internas atuando sobre esse volume, ou seja, as tensões atuando nos diferentes planos do volume, estejam em equilíbrio entre si.

Figura 4 - Corpo deformável submetido a cargas



Fonte: MEGSON, 2016

Considerando que existe uma variação entre as tensões aplicadas em faces opostas, e realizando a somatória dos momentos em torno do eixo paralelo ao eixo z que passa pelo centro do elemento, obtemos:

$$\tau_{xy} \delta_y \delta_z \frac{\delta_x}{2} + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z \frac{\delta x}{2} - \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta y \right) \delta x \delta z \frac{\delta y}{2} = 0 \quad (4)$$

Simplificando:

$$\tau_{xy} \delta_y \delta_z \delta_x + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \delta y \delta z \frac{(\delta x)^2}{2} - \tau_{yx} \delta x \delta z \delta y - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta z \frac{(\delta y)^2}{2} = 0 \quad (5)$$

Tomando o limite conforme X e Y se aproximam de zero:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (6)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Portanto, a tensão cisalhante que atua num determinado plano, é sempre igual a tensão cisalhante que atua em um plano perpendicular a ele próprio no sentido contrário, caso o corpo esteja em equilíbrio (MEGSON, 2016).

Realizando uma análise similar, a partir da somatória das forças no eixo x, obtemos:

$$\begin{aligned} \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \delta x \right) \delta y \delta z - \sigma_x \delta y \delta z + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \delta y \right) \delta x \delta z - \tau_{xy} \delta x \delta z \\ + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y - \tau_{zx} \delta x \delta y + X \delta x \delta y \delta z = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Simplificando,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad (8)$$

Sendo X a força de corpo nessa direção, assim como Y e Z, obtemos as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + Z &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Na forma matricial, sendo $\{\sigma\}, \{f\}$ dado por:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{xy}\}^T \quad (10)$$

$$\{f\} = \{X \ Y \ Z\}^T \quad (11)$$

Portanto:

$$\nabla \cdot \sigma + f = 0 \quad (12)$$

2.1.2 Estados de tensão

Em grande parte das estruturas aeronáuticas com espessura de ordem menos significativa do que de outras dimensões, como em painéis ou chapas metálicas, negligenciam-se as tensões na direção da espessura, formando o estado plano de tensão. Essa simplificação ocasiona as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y &= 0\end{aligned}\quad (13)$$

O estado de tensão uniaxial e de cisalhamento puro são estados de tensão encontrados a partir da idealização da análise estrutural que será demonstrada em etapas posteriores deste trabalho. Com essa simplificação, alguns componentes como os reforçadores podem estar submetidos a um estado de tensão uniaxial, enquanto os painéis são submetidos a um estado de tensão puramente cisalhante (DONALDSON, 2008).

A representação matemática desses dois estados está a seguir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + X &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y &= 0\end{aligned}\quad (14)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y &= 0\end{aligned}\quad (15)$$

2.1.3 Condições de contorno

A equação 11 satisfaz as condições de equilíbrio em todos os pontos internos de um corpo elástico, contudo, são necessárias condições de contorno na superfície desses corpos. As duas principais condições de contorno conhecidas são chamadas de condições de contorno de Neumann, ou condição de contorno natural e condições de contorno de Dirichlet, ou condição de contorno essencial (JEAN-CLAUDE, 1997).

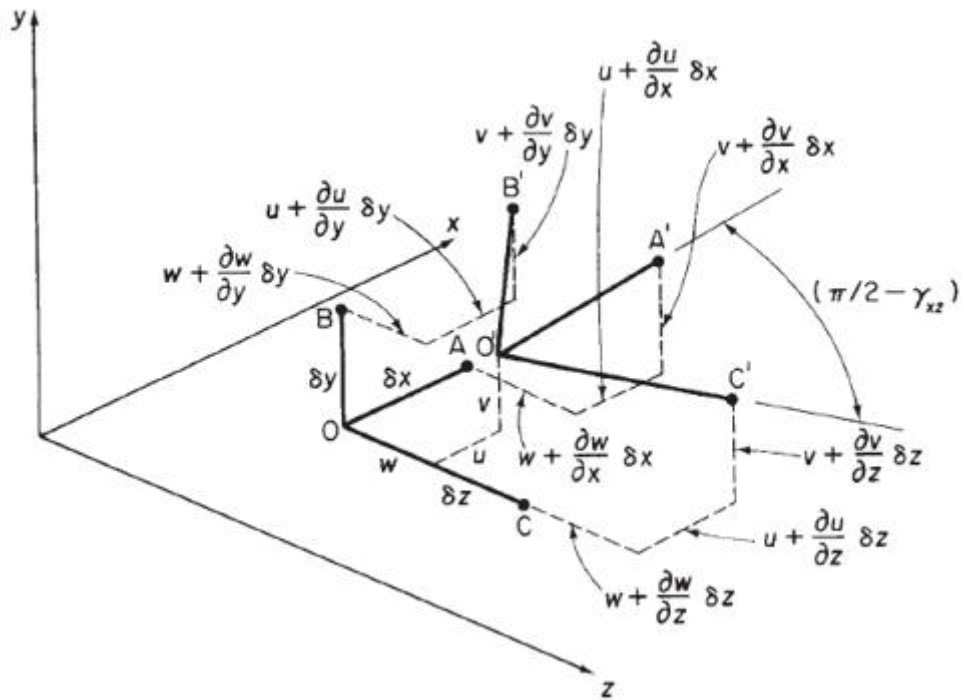
A primeira estabelece que a tensão na fronteira do domínio é conhecida enquanto a segunda estabelece como essa tensão na fronteira varia.

2.2 Deformação

Deformações são grandezas matemáticas que modelam a mudança de forma de um corpo deformável, quando aplicadas esforços externos, ponto a ponto. Essas deformações são definidas nos mesmos termos que as tensões, possuindo nomenclatura e simbologia similares. As relações desenvolvidas a seguir são válidas sob a hipótese de pequenos deslocamentos.

Considerando os três elementos lineares perpendiculares: OA, OB, OC em um corpo deformável. Seus comprimentos iniciais, antes da deformação, são definidos como: x , y e z , respectivamente. Ao ser submetido a um estado de tensões normais e cisalhantes aplicadas em O, os elementos de linha deformam até as posições O'A', O'B', O'C'. Sendo as coordenadas do ponto O, $(\delta x, \delta y, \delta z)$, e dos pontos A, B e C: $(x+\delta x, y, z)$, $(x, y+\delta y, z)$, $(x, y, z+\delta z)$, respectivamente. As componentes de deslocamento de O para O', paralelas aos eixos principais, são definidas como u , v e w , enquanto as componentes de deslocamento dos pontos A, B e C são definidas a partir da variação de (u,v,w) , causada pela variação de (x,y,z) . A figura 5 ilustra a nomenclatura e simbologia utilizada:

Figura 5 - Referências para os estados de deformação



Fonte: MEGSON, 2016

A diferença entre em comprimento do elemento OA é dado por $O'A' - OA$, de forma que a deformação na direção x é obtida por:

$$\epsilon_x = \frac{O'A' - OA}{OA} = \frac{O'A' - \delta x}{\delta x} \quad (16)$$

Se:

$$(O'A')^2 = (\delta x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \delta x - u)^2 + (v + \frac{\partial v}{\partial x} \delta x - v)^2 + (w + \frac{\partial w}{\partial x} \delta x - w)^2 \quad (17)$$

Simplificando e ignorando os termos de segunda ordem e aplicando expansão binomial:

$$O'A' = \delta x(1 + \frac{\partial u}{\partial x}) \quad (18)$$

Substituindo na equação (16), de forma geral encontramos:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned} \tag{19}$$

De maneira similar, para as deformações angulares encontramos as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\gamma_{xz} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}
\end{aligned} \tag{20}$$

Na forma matricial, sendo $\{\varepsilon\}$ e $\{U\}$ dado por:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}\} \tag{21}$$

$$\{U\} = \{u \ v \ w\}^T \tag{22}$$

Portanto:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla U + \nabla U^T) \tag{23}$$

2.2.1 Equações de compatibilidade

As equações de compatibilidade, qualitativamente representam as restrições de que um material contínuo e deformável deve seguir, sendo elas as propriedades de não deformar de maneira descontínua, gerando espaços sem material em seu domínio e que ao deformar não ocorra uma sobreposição de regiões de forma a ocupar um mesmo espaço.

As seis equações de deformação apresentadas anteriormente, derivadas a partir das três componentes de deslocamento, obedecem a hipótese da continuidade do material deformado, ou seja, o corpo deforma sem que apareçam regiões descontínuas em seu domínio. As equações que modelam as relações entre esses deslocamentos serão apresentadas a seguir e são conhecidas como equações de compatibilidade.

Diferenciando a equação 20 em relação a x e y:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \quad (24)$$

Desenvolvendo, dado que u e v são contínuas:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (25)$$

Substituindo pela equação 19, e fazendo de forma geral, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (26)$$

De maneira análoga, diferenciando γ_{xy} em relação a x e z, e adicionando a γ_{zx} , diferenciado em relação a y e x, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} \right) &= \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{\partial u}{\partial x} \end{aligned} \quad (27)$$

Substituindo as equações e rearranjando de maneira geral:

$$\begin{aligned}
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(- \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{28}$$

As equações 28 são as equações de compatibilidade das deformações e devem ser satisfeitas em problemas de elasticidade envolvendo corpos tridimensionais. Na forma matricial:

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{\varepsilon})^T = \mathbf{0} \tag{29}$$

2.3 Relações entre tensão e deformação

Na mecânica dos sólidos os materiais podem ser classificados segundo a distribuição de suas propriedades mecânicas e térmicas ao longo de seu domínio. Os materiais em que as propriedades são constantes em todo o material, são chamados de materiais isotrópicos e contém infinitos planos de simetria, tais como metais e vidros. Outros materiais possuem propriedades que variam de acordo com a direção escolhida, sendo chamados genericamente de anisotrópicos. O caso em que essa anisotropia não se observa em todas as direções é denominado de material ortotrópico, tendo propriedades diferentes em planos perpendiculares entre si, contendo apenas 3 eixos de simetria, como alguns tipos de compósitos e madeira. Em materiais com apenas um eixo de simetria a denominação é de materiais transversalmente isotrópicos (CALLISTER, 2020). O presente trabalho foca a análise em materiais metálicos, portanto, isotrópicos

Para o caso geral da deformação de um corpo tridimensional elástico são necessárias quinze equações abrangendo as seis componentes de tensão, seis componentes de deformação e três componentes de deslocamento. As equações 11

de equilíbrio e a 23 de deformação somam nove das quinze equações necessárias. As equações de compatibilidade são um resultado da hipótese da continuidade assumida antes da análise e por conta das definições de deslocamento de engenharia, são automaticamente atendidas (MEGSON, 2016).

As equações até aqui apresentadas não partem de nenhuma hipótese que relacione tensões e deformações, sendo válidas para qualquer corpo contínuo submetido a qualquer carregamento. Problemas em que são necessários apenas as equações de equilíbrio e condições de contorno para serem solucionados, são chamados de problemas estaticamente determinados. Casos em que as equações de deformação e tensão-deformação (que serão apresentadas) são necessárias, são chamados de estaticamente indeterminados (JEAN-CLAUDE, 1997).

De maneira empírica, é demonstrado que um carregamento uniaxial puramente normal induz deformações normais, obedecendo a seguinte relação:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (30)$$

A relação acima é conhecida como lei de Hooke e E é a constante de elasticidade de Young, geralmente chamada de módulo de Young.

Da mesma forma, as componentes de deformação linear em outras direções provenientes desse mesmo carregamento são dadas por uma fração da deformação que ocorreu na direção do carregamento:

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} \\ \varepsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} \end{aligned} \quad (31)$$

Onde ν é uma constante chamada de coeficiente de Poisson e relaciona as deformações em diferentes direções. O efeito físico e a existência do coeficiente de Poisson se relaciona a compressibilidade do material, e sua capacidade de alterar seu volume de maneira uniforme ou não-uniforme; matematicamente um material isotrópico pode existir desde que $[-1,0;0,5]$, porém na prática o coeficiente de Poisson é sempre positivo e menor que 0,5.

De maneira similar, considerando o princípio da superposição, em um corpo submetido a carregamentos normais nas três direções, obtemos:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_x \\
\sigma_y &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_y \\
\sigma_z &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_z
\end{aligned} \tag{32}$$

Em que:

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \tag{33}$$

Analogamente, para deformações angulares, temos as seguinte relações:

$$\begin{aligned}
\gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G} \\
\gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}
\end{aligned} \tag{34}$$

Em que G é chamado de módulo de rigidez e é dado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{35}$$

Na forma matricial, essas relações, para materiais isotrópicos, ficam representadas por:

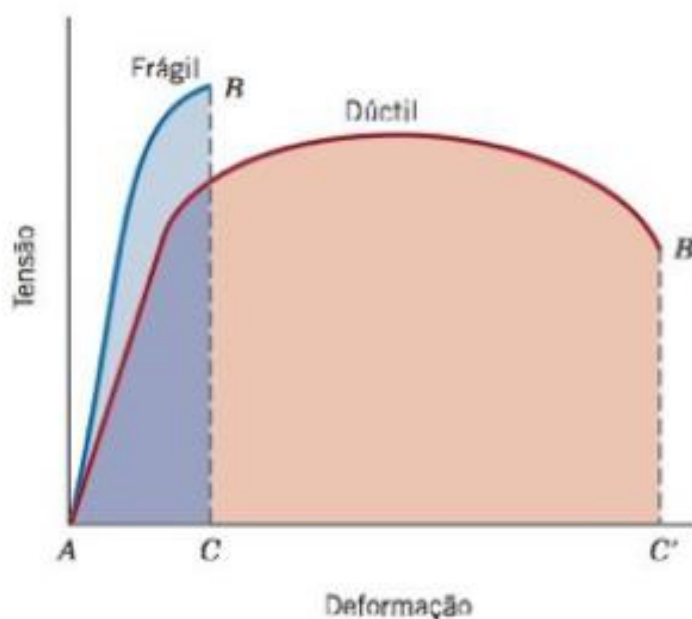
$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{36}$$

A relação matricial (36) forma as seis relações faltantes para solucionar o caso geral.

2.4 Critérios de falha e instabilidade em materiais metálicos

O cálculo do estado de tensão e deformação de um corpo submetido a carregamentos não é o suficiente para estabelecer se este estará apto ou não para desempenhar sua função. Em casos simples de carregamento, como carregamentos uniaxiais, as propriedades mecânicas do material, como limites de tensão de escoamento ou última, estabelecem critérios suficientemente adequados, contudo, em carregamentos multiaxiais são necessários outros critérios. Esses critérios dependem do comportamento mecânico do material, ou seja, se esse é considerado dúctil ou frágil. Majoritariamente encontrados em estruturas aeronáuticas metálicas, os materiais dúcteis são definidos como aqueles que suportam grandes deformações antes de romper e que as falhas ocorrem após a deformação permanente do material (plastificação), tal como apresentado na figura 6 abaixo (CALLISTER, 2020).

Figura 6 - Curva tensão e deformação para diferentes materiais



Fonte: CALLISTER, 2020.

Existem diversos critérios de falha de materiais dúcteis como: critério de Tresca, Mohr-Coulomb, Burzyński-Yang, Huber e Von Mises, sendo este último, um dos utilizados como critério de falha nesse trabalho.

2.4.1 Critério de falha de Von-Mises

O critério de Von-Mises, ou critério de máxima energia de distorção, associa a energia proveniente da mudança de forma do elemento com a possível falha. Dessa forma, anuncia que um elemento estrutural, dúctil, irá falhar se a energia associada à mudança de forma de um corpo, submetido a um carregamento multiaxial, ultrapassar a energia de distorção desse corpo submetido a um carregamento uniaxial. Esse critério costuma ser mais utilizado devido a resultados mais próximos a de ensaios mecânicos (CALLISTER, 2020).

Pela análise da energia de deformação para diferentes carregamentos é possível deduzir a seguinte relação:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 < 2\sigma_e^2 \quad (37)$$

2.4.2 Critérios de flambagem

Muitas das estruturas aeronáutica de painéis enquadados e reforçadores do tipo viga de parede finas com seções transversais são formadas por chapas com espessura reduzida, entre 0.5 e 5 mm. Esses elementos estruturais, por estarem comumente submetidos a flexão em diferentes sentidos, durante alguns trechos de uma missão devem suportar cargas significativas de compressão. Esses dois fatos fazem com que essas estruturas sejam submetidas a fenômenos de instabilidade como diferentes tipos de flambagem e *crippling*. Dessa forma, as tensões críticas de flambagem para essas estruturas são muito significativas para a análise de falha, uma vez que os valores de tensão crítica podem ser menores do que os limites de escoamento do material (NIU, 1997).

Segundo a teoria clássica de flambagem de colunas de Euler, a carga crítica de flambagem é dada pela relação abaixo:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2} \quad (38)$$

Onde l_e é o tamanho efetivo da coluna e que depende das condições de contorno do modelo. E é o módulo de elasticidade do material e I o segundo momento de área mínimo principal da seção transversal da coluna.

Para painéis e flambagem local de flanges de reforçadores de paredes finas, estende-se esta teoria de forma que as tensões críticas para cada um desses componentes é definida por:

$$\sigma_{cr, \text{painel}} = K_s \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (39)$$

$$\sigma_{cr, \text{reforçador}} = K_b \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Em ambas as equações K_s e K_b são constantes que dependem das condições de contorno e/ou carga (JEAN-CLAUDE, 1997), E é o módulo de Young do material, ν é o coeficiente de Poisson e t é a espessura do componente. Para o painel, l é seu comprimento, enquanto para o reforçador b é o comprimento da menor flange da seção transversal do reforçador. As figuras 7 e 8 apresentam as tabelas de referência para a estimação dessas constantes.

Figura 7 - Curvas para a obtenção de K_s

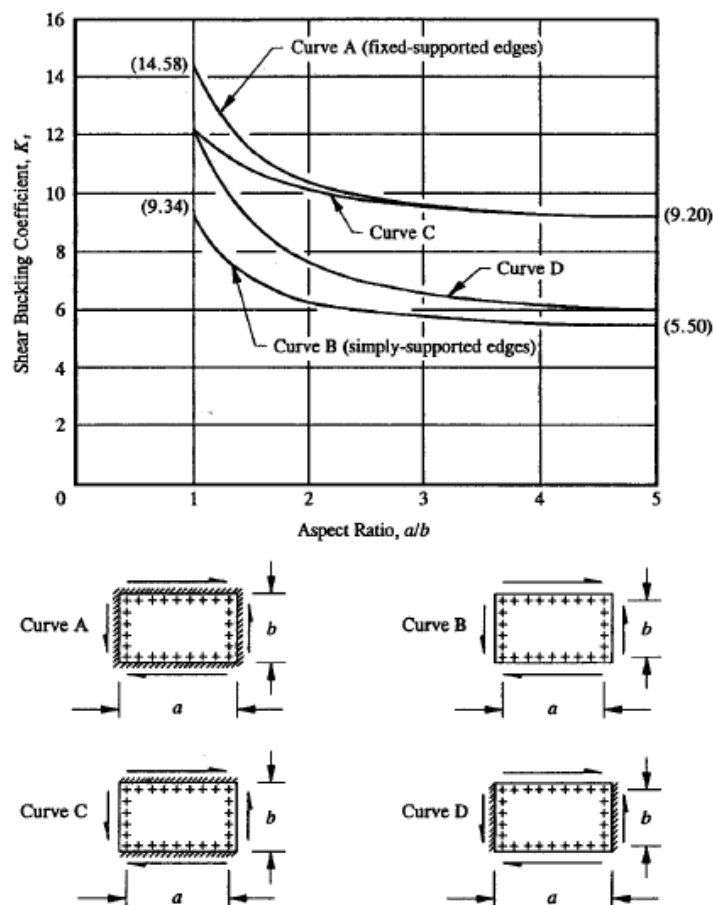
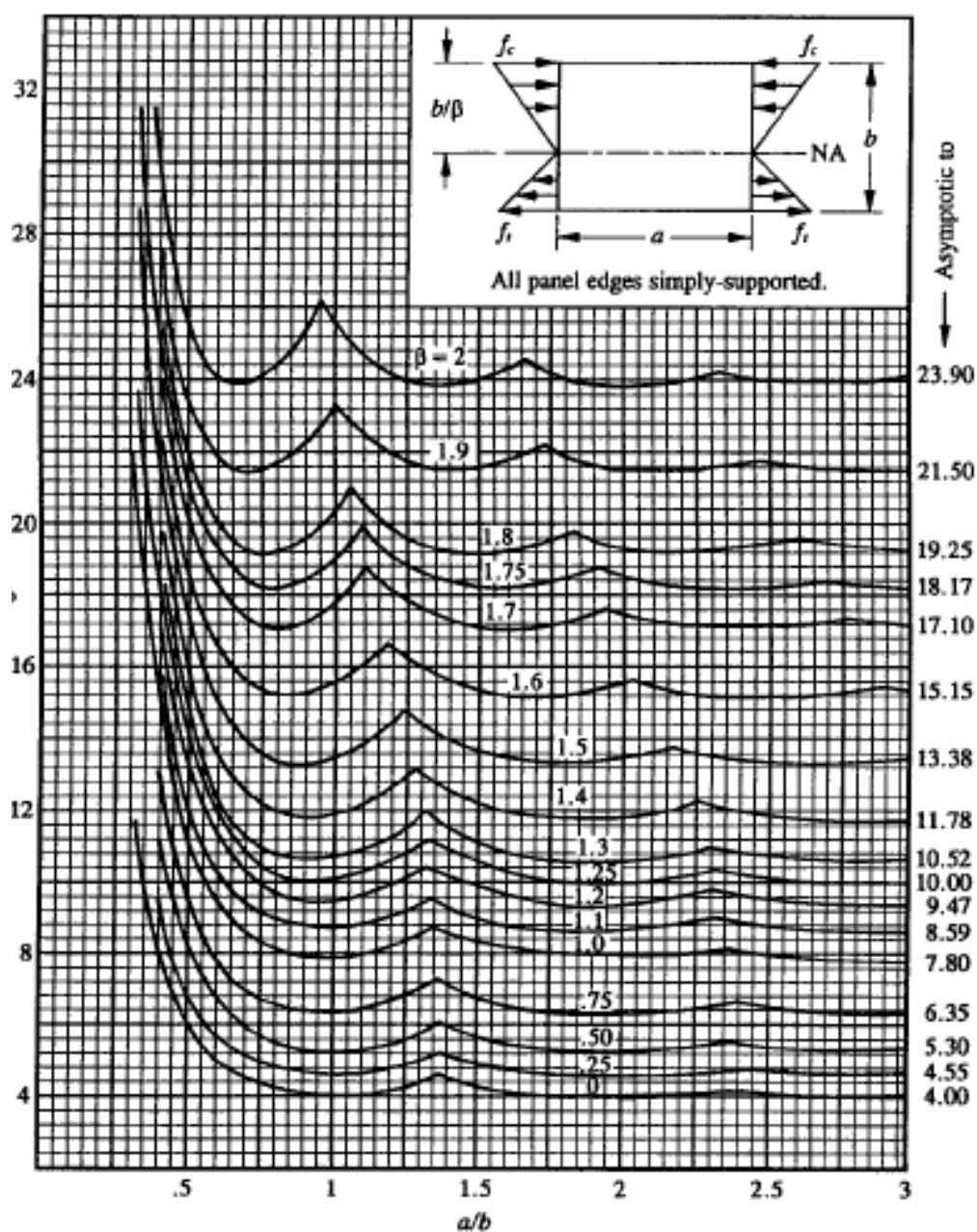


Figura 8 - Curvas para a obtenção de K_b 

Fonte: JEAN-CLAUDE, 1997

2.4.3 Margens de segurança

O propósito do uso de margens de segurança é tornar seguro e viável o projeto de estruturas, apesar de incertezas que não podem ser levadas em consideração analiticamente. Alguns exemplos dessas incertezas são: a estimativa de cargas que serão aplicadas ao longo da vida útil de um componente, combinações não usuais desses casos de cargas com diferentes temperaturas e condições de degradação

ambiental, tal como materiais com padrões de qualidade menores do que o esperado (ROSKAN, 2000).

A margem de segurança e sua relação com o fator de segurança é definida pelas seguintes relações:

$$\text{Fator de segurança} = \frac{\text{Tensão de falha}}{\text{Tensão de projeto}}$$

$$\text{Margem de segurança} = \text{Fator de segurança} - 1 \quad (40)$$

A margem de segurança positiva denota que a estrutura suporta uma quantidade de carga adicional antes de ser considerada uma situação de falha.

Na indústria aeroespacial é comum a utilização de termos como carga limite, definida como a máxima carga esperada durante a operação usual da aeronave e Carga última, definida como a carga limite, multiplicada por um fator de segurança de no mínimo 1.5 quando não especificado.

De forma geral, as estruturas não devem sofrer plastificação sob o efeito da carga limite e sob o carregamento da carga última podem plastificar, mas devem continuar desempenhando sua função sem falhar, definindo um conceito denominado do inglês *Fail Safe*.

Essas especificações são encontradas no regulamento brasileiro de aviação civil nº25 (RBAC nº25) elaborado pela Agência Nacional de Aviação Civil (baseado integralmente no regulamento americano 14 CFR PART 25) e citado a seguir:

§ 25.301 Loads

(a) Strength requirements are specified in terms of limit loads (the maximum loads to be expected in service) and ultimate loads (limit loads multiplied by prescribed factors of safety). Unless otherwise provided, prescribed loads are limit loads.[...]

§ 25.303 Factor of safety.

Unless otherwise specified, a factor of safety of 1.5 must be applied to the prescribed limit load which are considered external loads on the structure. When a loading condition is prescribed in terms of ultimate loads, a factor of safety need not be applied unless otherwise specified.

§ 25.305 Strength and deformation. (a) The structure must be able to support limit loads without detrimental permanent deformation. At any load up to limit loads, the deformation may not interfere with safe operation.[...] (ANAC. REGULAMENTO BRASILEIRO DA AVIAÇÃO CIVIL RBAC nº 25 EMENDA 136, Subparte C, 25.301 - 25.305..)

3 SEÇÕES DE ASAS

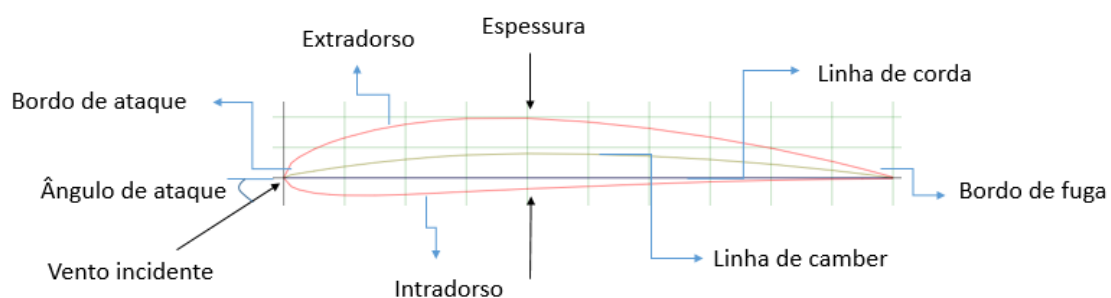
No início de um projeto aeronáutico, denominado projeto conceitual segundo filosofias clássicas de projeto, são tomadas decisões quanto às estimativas iniciais de dimensionamento básico dos principais componentes, como: posicionamento, razão de aspecto e área de asas, tamanho de cabine, tipo de sistema propulsivo, entre tantos outros, a fim de procurar satisfazer os requisitos de projetos recebidos, exemplificadamente, parâmetros básicos de desempenho de aeronaves da mesma categoria, número de passageiros e requisitos de certificação da categoria em que a aeronave será certificada. Dentre os fatores técnicos mais determinantes na superação desses requisitos está a influência do peso estrutural da aeronave, sendo ponderado em toda solução de projeto, assim como a influência no aumento do arrasto em que a aeronave será submetida pelas diferentes escolhas de projeto em sua concepção.

O projeto de asas, como a principal estrutura geradora de sustentação na aeronave, determina, juntamente com o sistema propulsor, as principais métricas de desempenho da aeronave, de maneira que numa gestão de projetos clássica, as estimativas iniciais aerodinâmicas são usadas como entrada para o projeto estrutural (GUDMUNDSON, 2014).

3.1 Perfil aerodinâmico

A figura 9 abaixo representa os principais parâmetros de um aerofólio. O bordo de ataque (do inglês *leading edge*) é representado como o ponto de origem do perfil, sendo o ponto mais distante do bordo de fuga (do inglês *trailing edge*), que por sua vez, é definido como o ponto médio da espessura final do perfil. A linha de corda é definida pela distância entre esses dois pontos e acompanha o eixo de referência do perfil. A linha média de curvatura (também chamada de *camber line*) é determinada pela linha equidistante entre o extradorso e intradorso do aerofólio e a denominada curvatura do perfil é a distância máxima entre a linha média de *Camber* e a linha de corda. O ângulo de ataque, ao qual o perfil é submetido, é o ângulo formado pela direção do vento relativo e a linha de corda. A espessura do perfil varia em função do seu tamanho de corda, sendo definido pela distância entre a linha do extradorso e intradorso (ANDERSON, 2009).

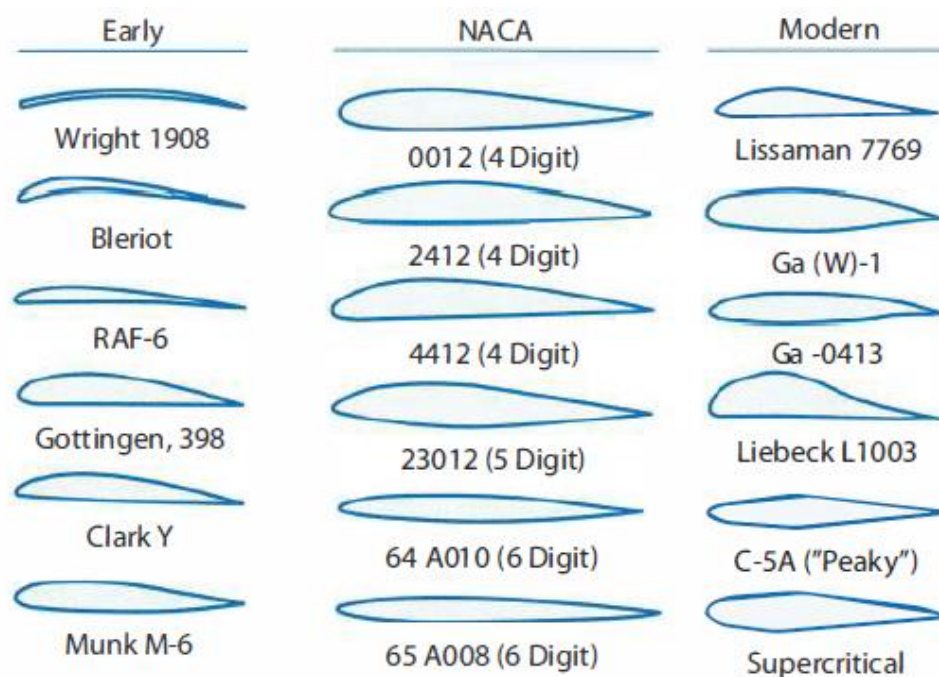
Figura 9 - Principais regiões de um aerofólio



Fonte: próprio autor

Cada um desses parâmetros pode ser alterado para influenciar na geração de sustentação e arrasto, como por exemplo, a curvatura, a qual permite ao aerofólio gerar sustentação em ângulo de ataque iguais a zero, ou a diminuição da espessura do perfil que influencia diretamente na diminuição do arrasto gerado por esse (RAYMER, 2000). A figura 10 apresenta diversos exemplos de aerofólios de diferentes tipos.

Figura 10 - Diferentes perfis aerodinâmicos



Fonte: RAYMER, 2000

3.1.1 Aerofólios NACA

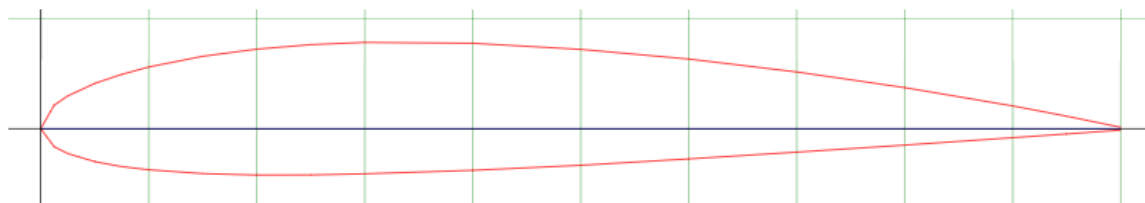
Alguns dos perfis mais utilizados em pesquisas e na indústria são os aerofólios nomeados pelo padrão NACA 4 e 5 dígitos. Por serem facilmente determinados a partir de suas formulações matemáticas, foram amplamente pesquisados, sendo possível a comparação de diversos estudos como base para seu comportamento em determinadas situações.

A lógica da nomenclatura dos aerofólios NACA 4 dígitos, ABTT, é dado a seguir:

- A: descreve a máxima curvatura em porcentagem de corda;
- B: representa a distância desse ponto de máxima curvatura em relação ao bordo de ataque em décimos de corda;
- TT: representa a máxima espessura do aerofólio em porcentagem de corda;

Por exemplo: NACA 2412, figura (11) - Curvatura máxima de 2%, localizado a 40% em relação ao bordo de ataque, com uma espessura máxima de 12%, sendo as porcentagens em relação à corda do perfil (ANDERSON, 2009).

Figura 11 - Representação do perfil NACA 2412



Fonte: próprio autor

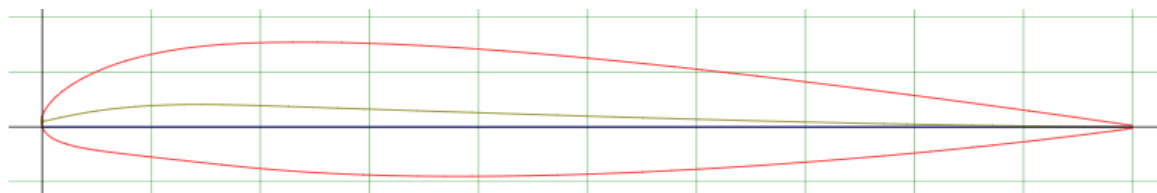
Para aerofólios NACA 5 dígitos a nomenclatura utilizada é a seguinte, LPSTT, sendo:

- L: indica o coeficiente de sustentação ótimo teórico em um ângulo de ataque ideal, sendo $CL_i = 0.15L$;
- P: representa a coordenada do ponto de máximo camber, sendo $x = 0.05P$;
- S: indica se a linha de camber é simples ou possui inflexão;
- TT: é a máxima espessura em porcentagem de corda;

Por exemplo: NACA 23112, figura (12) - Coeficiente de sustentação ótimo em um ângulo ideal de 0.3 (2×0.15), ponto de máxima curvatura igual a 15% (3×0.05),

linha de camber com inflexão e espessura máxima equivalente a 12% da corda (ANDERSON, 2009).

Figura 12 - Representação do perfil NACA 23112



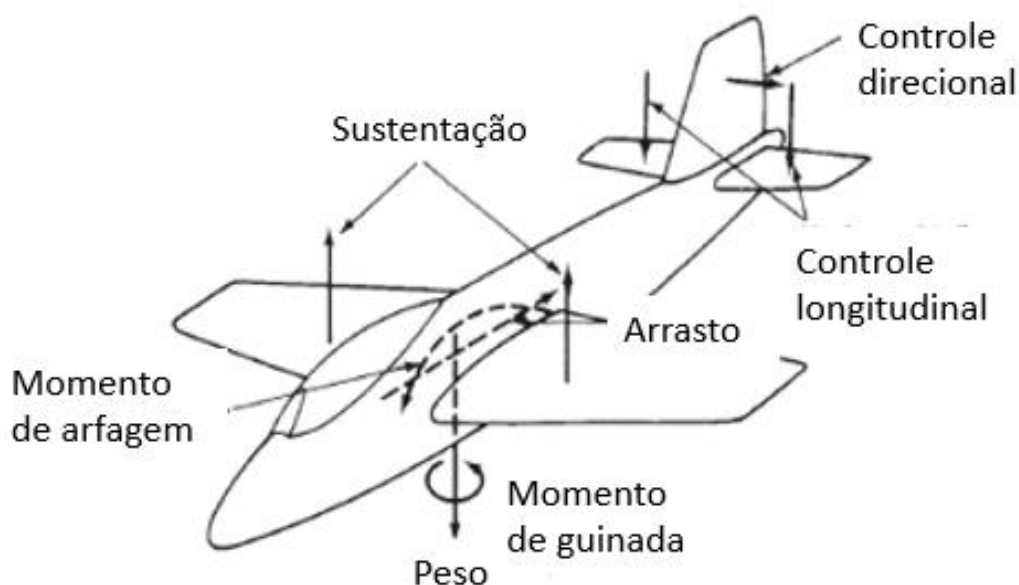
Fonte: próprio autor

3.2 Cargas

Os dois principais tipos de carregamento suportados pela estrutura de uma aeronave são as cargas de solo (taxiamento, corrida de decolagem e pouso, rebocamento e içamento) e cargas de voo (manobras, rajadas de vento, pressurização, deslocamento de combustível, carga paga, etc.). Esses dois tipos podem ainda ser divididos em outras duas categorias: forças de superfície e forças de corpo, sendo a primeira definida como forças atuantes na superfície da estrutura (forças aerodinâmicas) e a segunda definida como forças que atuam no volume da estrutura, produzidas por forças gravitacionais (LOMAX, 1996).

As cargas de voo são resultantes da distribuição de pressão ao longo dos painéis mais as cargas inerciais vindas do movimento da aeronave em todas as condições de voo (voo retilíneo, nivelado, ascendente ou descendente, manobras ou na presença de rajadas ou turbulência contínua), as quais, induzem tensões de cisalhamento, tensões normais e de torção em todos os componentes estruturais, além de cargas de pressão locais nos painéis. De forma geral, as asas são as maiores contribuidoras para a geração de sustentação na aeronave, enquanto a empenagem atua no controle direcional. Ambos, em conjunto com superfícies de controle como ailerons, profundores, lemes e superfícies hipersustentadores como *flaps* e *slats* e superfícies geradoras de arrasto como *spoilers* e geradores de vórtice, garantem a manobrabilidade estável durante sua operação. A figura 13 abaixo representa as principais forças atuantes numa aeronave em voo retilíneo não acelerado (MEGSON, 2016).

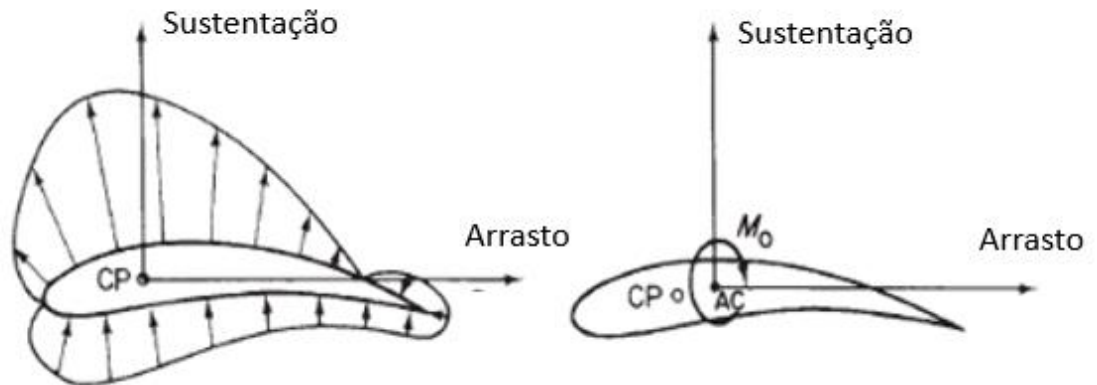
Figura 13 - Forças atuantes em voo retilíneo não acelerado



Fonte: adaptado de MEGSON, 2016

As forças aerodinâmicas resultam da interação da asa com o vento incidente, essa incidência gera um diferencial de pressão, que aumenta proporcionalmente ao ângulo de ataque pelo arqueamento do perfil. Essa distribuição de pressão, mostrada na figura abaixo, atua no centro de pressão do perfil por meio de suas resultantes verticais (sustentação) e horizontal (arrasto). A posição do centro de pressão (CP) depende da velocidade e do ângulo de ataque do perfil. Devido a sua variação em relação ao ângulo de ataque, por simplicidade, é definido o ponto denominado de centro aerodinâmico (CA). Esse ponto, em perfis aerodinâmicos subsônicos, se mantém aproximadamente constante com a variação do ângulo de ataque (normalmente localizado próximo a região de um quarto do comprimento da corda do perfil) e é definido como o ponto em que a somatória dos momentos gerados pela sustentação e arrasto é constante, como demonstrado pela figura 14 abaixo (MEGSON, 2016).

Figura 14 - Distribuição de pressão e centro de pressão



Fonte: adaptado de MEGSON, 2016

As componentes de sustentação, arrasto e momentos aerodinâmicos utilizados neste trabalho são modelados segundo os modelos clássicos, num comportamento anterior ao estol, seguindo as relações de sustentação e arrasto adimensional (C_L e C_D) por ângulo de ataque e a curva polar de arrasto, e são apresentados a seguir:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 c (c_{l0} + c_{L\alpha} \alpha) \quad (41)$$

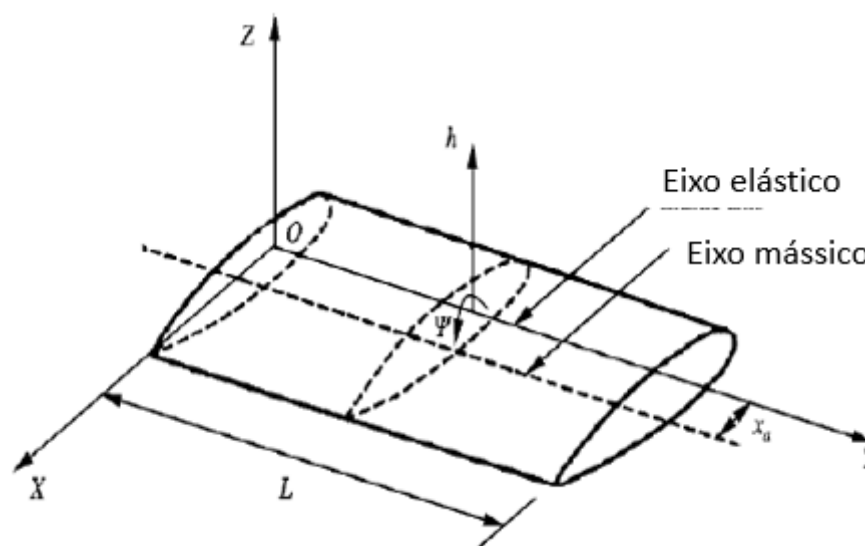
$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 c (\kappa_0 + \kappa_L (c_{L0} + c_{L\alpha} \alpha)^2) \quad (42)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho V^2 c^2 c_m \quad (43)$$

Dentre as possíveis modelagens de uma estrutura de asa, destaca-se a modelagem da asa como uma viga em balanço submetida a um carregamento que acopla flexão e torção. Esse carregamento se dá pela diferença entre o eixo elástico e o eixo de massa, os quais correspondem às posições do centro de cisalhamento (que será melhor explicado mais adiante) e do centro de massa da estrutura em cada seção. Dessa forma, é improvável observar um carregamento torcional desacoplado de um carregamento fletor, e vice-versa, a não ser que o carregamento seja aplicado

diretamente no centro de cisalhamento de uma seção. A figura 15 a seguir representa essa observação (HODGES, 2011).

Figura 15 - Acoplamento flexo-torcional



Fonte: adaptado de HODGES, 2011

Dessa forma, fuselagens, empenagens e asas devem ser projetadas para suportar diferentes combinações de carregamentos, ainda que diferentes condições de voo induzam os mesmos tipos de carregamento sob as estruturas, flexo-torções, variando apenas em formato da distribuição e magnitude.

3.3 Estrutura das asas

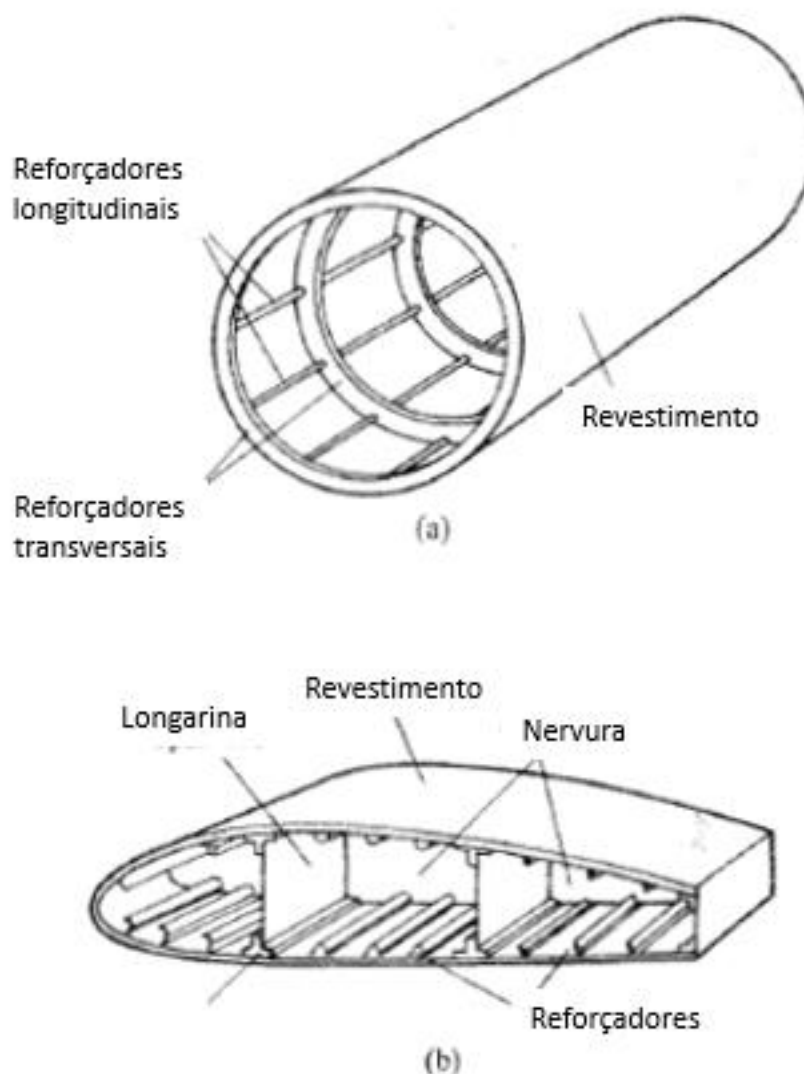
Essencialmente a asa de uma aeronave é uma viga, cuja a função é a de transmitir e suportar todo o carregamento aplicado pela escoamento diretamente na junção central com a fuselagem (NIU, 1998). Em estruturas aeronáuticas feitas de metal, os painéis, além de suportarem carregamentos, dão a forma estabelecida pelo projeto aerodinâmico. Esses componentes são eficientes em suportar carregamentos cisalhantes ou tensões presentes em seu plano, por isso, devem ser reforçados por componentes que resistem a esforços de compressão e cargas normais ao plano do painel. A utilização de painéis projetados para resistir todos os esforços presentes caracteriza a estrutura do tipo monocoque. Contudo, é necessário que a espessura desses painéis seja demasiadamente grande, agregando peso na estrutura. A

estrutura semimonocoque, portanto, possui reforçadores para suportar esses esforços em que a estrutura dos painéis se demonstra ineficiente (PEERY, 2011).

O formato da seção da asa é determinado por considerações aerodinâmicas e deve ser mantido em uma grande variedade de casos de cargas. O componente estrutural responsável por essa função é chamado de nervura, o qual, além de resistir às cargas aerodinâmicas distribuídas e às cargas concentradas (junção asa-fuselagem, cargas de trem de pouso, sistema motopropulsor e sistemas de comando) juntamente com os painéis, influencia diretamente no aumento da carga crítica de flambagem dos reforçadores e painéis ao atuar como apoio para esses. De forma similar, salvo casos específicos de resistir a cargas como resultantes da atuação do trem de pouso e sistema motopropulsor, os componentes das estruturas de empenagem horizontal e vertical possuem as mesmas atribuições. Assim como, analogamente, os principais componentes de estruturas de fuselagens possuem funções parecidas, ainda que as cargas suportadas por esse sejam provenientes das reações entre asa-fuselagem, empenagem-fuselagem, carga paga e pressurização, sendo de menor magnitude as forças aerodinâmicas (DONALDSON, 2008).

A figura 16 abaixo representam exemplos de estruturas de fuselagem e asa semimonocoque.

Figura 16 - Estruturas semimonocoque



Fonte: adaptado de DONALDSON, 2008

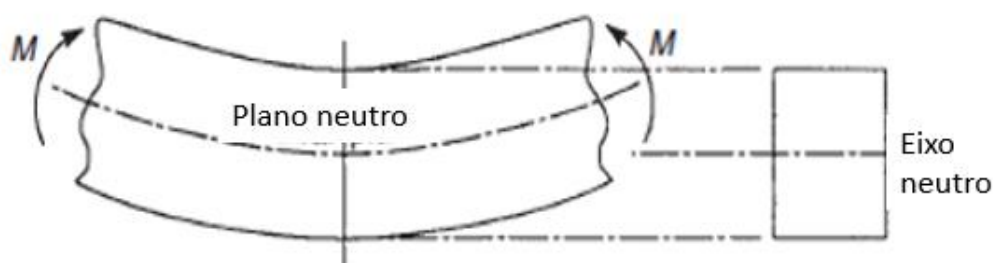
3.4 Flexão em vigas de parede fina

Os diversos componentes estruturais citados anteriormente formam, em conjunto, estruturas de parede fina reforçadas, podendo ser separadas em vigas de seção fechada (seções de asas e fuselagens), seção aberta (reforçadores), ou uma junção dos dois casos. Para todos os casos, essas estruturas suportam carregamentos axiais, torsionais, cisalhantes e flexionais (MEGSON, 2016).

O comportamento dessas estruturas submetidas a flexão pura não depende se a seção é aberta ou fechada e de forma geral a distribuição de tensões normais variam

linearmente de tensões de compressão a tensões de tração passando pelo plano neutro em que as tensões são nulas. Em vigas com um ou dois planos de simetria, ocorre um caso específico de flexão, conhecido como flexão simétrica, e que exemplifica o comportamento citado. Na figura 17 abaixo, é representada uma viga de seção transversal simétrica submetida a um momento flexor, sendo possível observar que as fibras acima do plano neutro estão submetidas a compressão, enquanto as fibras abaixo do plano neutro estão submetidas a tração. A determinação do estado de tensão permite o cálculo das deformações nessas estruturas (MEGSON, 2016).

Figura 17 - Plano e eixo neutro

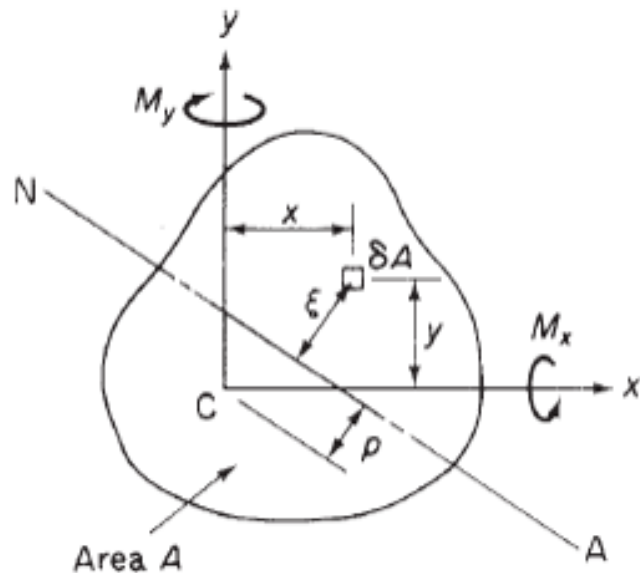


Fonte: adaptado de MEGSON, 2016

As suposições feitas nesse tipo de análise são as de que o plano longitudinal da viga permanece plano e normal às fibras longitudinais após a flexão e que o material que compõe a viga obedece a lei de Hooke e é homogêneo.

Para o caso geral assimétrico, uma viga submetida a um momento flexor pode ser analisada sob o efeito do carregamento de suas componentes M_x e M_y , sendo flexionada a partir de uma eixo neutro, como demonstrado pela figura 18 abaixo.

Figura 18 - Viga de seção transversal assimétrica



Fonte: MEGSON, 2016.

A origem do sistema coincide com o centróide da seção, de forma que o eixo neutro está a uma distância desse ponto. A tensão normal em um ponto de área infinitesimal A a uma distância do eixo neutro é dado pela lei de Hooke:

$$\sigma_z = E\epsilon_z \quad (44)$$

Com a hipótese de que as seções permanecem planas após a flexão e que o raio de curvatura é dado pela distância ρ , podemos escrever a deformação como:

$$\epsilon_z = \frac{\xi}{\rho} \quad (45)$$

Substituindo na equação anterior:

$$\sigma_z = \frac{E\xi}{\rho} \quad (46)$$

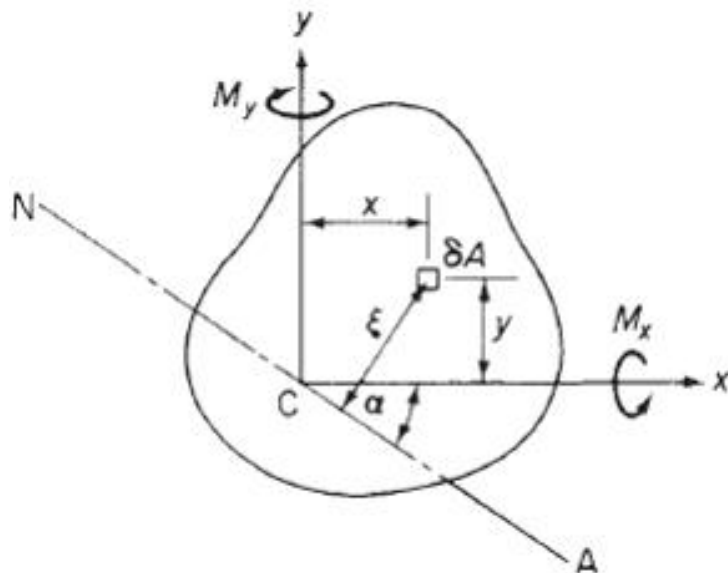
Como a viga está submetida a um momento flexor puro, a tensão axial em qualquer seção deve ser nula, portanto:

$$\int_A \sigma_z dA = 0 \quad (47)$$

$$\int_A \varepsilon dA = 0$$

Ou seja, o primeiro momento de inércia de área de uma viga em relação ao seu eixo neutro é nulo e o centróide da seção é transpassado por esse eixo, como apresentado na figura 19 abaixo:

Figura 19 - Eixo neutro e centroide da seção



Fonte: MEGSON, 2016

Supondo um ângulo alpha em relação ao eixo x de referência do sistema, temos:

$$\xi = x \operatorname{sena} + y \operatorname{cosa} \quad (48)$$

Substituindo na equação da tensão σ_z :

$$\sigma_z = \frac{E}{\rho}(x \operatorname{sena} + y \operatorname{cosa}) \quad (49)$$

Dessa forma, substituindo nessa equação as definições das resultantes e dos momentos de inércia de área da seção representados abaixo:

$$\left. \begin{aligned}
 M_x &= \int_A \sigma_z y dA \\
 M_y &= \int_A \sigma_z x dA \\
 I_{xx} &= \int_A y^2 dA \\
 I_{yy} &= \int_A x^2 dA \\
 I_{xy} &= \int_A xy dA
 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Obtemos em forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = \frac{E}{\rho} \begin{bmatrix} I_{xy} & I_{xx} \\ I_{yy} & I_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{Bmatrix} \quad (51)$$

ou ainda:

$$\frac{E}{\rho} \begin{Bmatrix} \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{Bmatrix} = \frac{1}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2} \begin{bmatrix} -I_{xy} & I_{xx} \\ I_{yy} & -I_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (52)$$

Portanto, substituindo pela definição da σ_z , obtemos a equação geral da tensão normal para vigas de seção fina:

$$\sigma_z = \frac{M_x(I_{yy}y - I_{xy}x)}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2} + \frac{M_y(I_{xx}x - I_{xy}y)}{I_{xx}I_{yy} - I_{xy}^2} \quad (53)$$

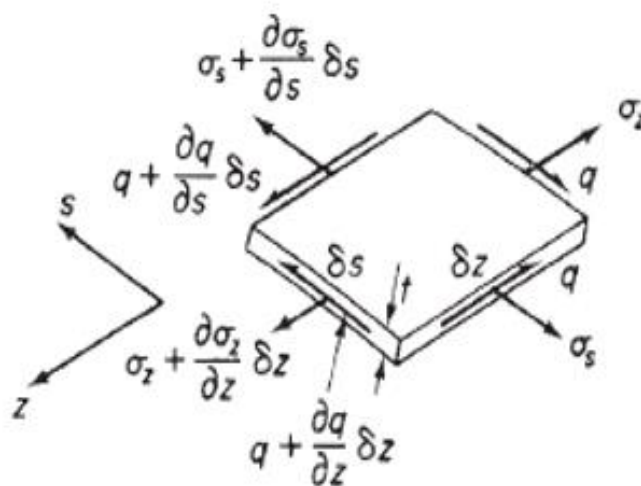
3.5 Cisalhamento em vigas de parede fina

As principais suposições normalmente feitas na análise do cisalhamento de vigas de parede fina são que as tensões cisalhantes possuem direções paralelas às bordas das paredes e que as distribuições de tensão são uniformes no sentido da espessura, sendo que ambas as suposições se baseiam na espessura delgada dessas vigas. Sendo assim, se torna conveniente analisar a partir da resultante da tensão cisalhante na espessura, conhecida como fluxo de cisalhamento (PROENÇA, 2009).

$$q = \tau t \quad (54)$$

Considerando o elemento infinitesimal de áreas, δz e δt , mantida em equilíbrio pelo sistema de forças normais e cisalhantes na figura abaixo:

Figura 19 - Elemento infinitesimal de espessura t



Fonte: MEGSON, 2016

Utilizando o equilíbrio das forças na direção z , obtemos a seguinte relação:

$$(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \partial z) t \delta s - \sigma_z t \delta s + (q + \frac{\partial q}{\partial s} \partial s) \delta z - q \delta z = 0 \quad (55)$$

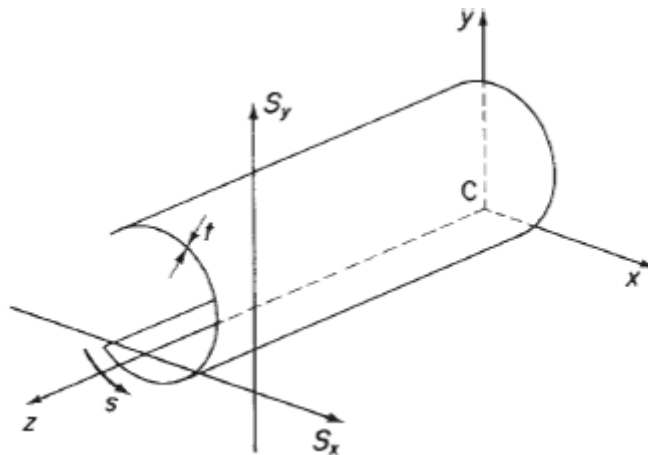
Simplificando, obtemos:

$$\frac{\partial q}{\partial s} + t \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (56)$$

3.5.1 Cisalhamento em seções abertas

Para que o cisalhamento puro ocorra em seções abertas, ou seja, para que não haja torção gerada pelas componentes das tensões cisalhantes, é necessário que essas componentes passem por um ponto específico no perfil, chamado de centro de cisalhamento (CC). Nesse ponto, de característica estritamente geométrica, a aplicação de uma força cortante não gera um momento torçor, além disso, é o centro de torção de vigas submetidas à torção. A figura 20 abaixo exemplifica uma viga de parede fina com seção aberta, submetida às componentes cisalhantes S_x e S_y .

Figura 20 - Viga de seção aberta submetida a cisalhamento



Fonte: MEGSON, 2016

Da equação de equilíbrio obtida anteriormente, substituindo o termo de tensão normal pela encontrada na análise de flexão de vigas de parede fina, encontramos a seguinte relação:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\left[\frac{\partial M_y}{\partial z} I_{xx} - \frac{\partial M_x}{\partial z} I_{xy} \right]}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} x + \frac{\left[\frac{\partial M_x}{\partial z} I_{yy} - \frac{\partial M_y}{\partial z} I_{xy} \right]}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} y \quad (57)$$

Da mesma forma, temos que:

$$S_y = \frac{\partial M_x}{\partial z} \quad (58)$$

Assim, substituindo na equação anterior, obtemos:

$$\frac{\partial q}{\partial s} = - \frac{(S_x I_{xx} - S_y I_{xy})}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} tx - \frac{[S_y I_{yy} - S_x I_{xy}]}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} ty \quad (59)$$

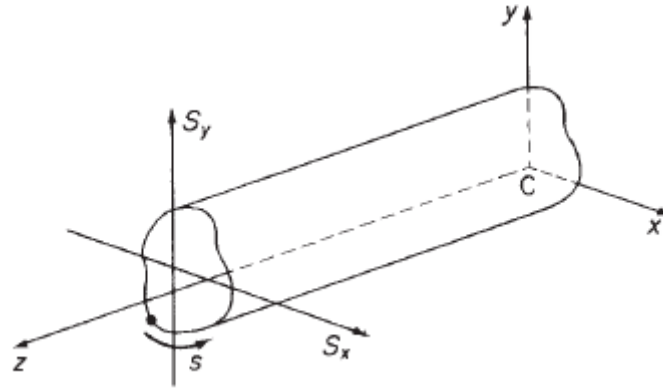
Integrando ambos os lados em função da variável s , obtemos a relação geral para o fluxo de cisalhamento:

$$q_s = - \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s tx ds - \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s ty ds \quad (60)$$

3.5.2 Cisalhamento em seções fechadas

Em perfis de seção fechada não é possível estabelecer condições de contorno conhecidas (fluxo de cisalhamento nula nas pontas das seções abertas) sendo necessário adotar algumas mudanças em relação ao cálculo do fluxo em seções abertas (MEGSON, 2016). Considerando a viga de paredes finas de seção fechada, suportando as resultando de cisalhamento S_x e S_y aplicadas em um ponto qualquer como na figura 21 abaixo:

Figura 21 - Viga de seção fechada submetida a cisalhamento



Fonte: MEGSON, 2016

A relação entre as tensões normais e cisalhantes presentes na estrutura é a mesma utilizada anteriormente pela equação (56), contudo, na etapa de integração, não temos o valor do fluxo de cisalhamento na origem do sistema:

$$q_s - q_{s,0} = - \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t x ds - \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t y ds \quad (61)$$

Isolando q_s :

$$q_s = - \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t x ds - \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t y ds + q_{s,0} \quad (62)$$

Dessa forma, o cálculo do fluxo em seções fechadas pode ser analisado pela soma do termo de fluxo de seção aberta, mais um termo do fluxo fechado:

$$q_s = q_b + q_{s,0} \quad (63)$$

Para a obtenção do termo q_b , é necessário supor uma 'abertura' num ponto qualquer da seção e proceder com o cálculo do fluxo numa seção aberta, enquanto para calcularmos o termo de seção fechada, usamos a seguinte relação:

$$0 = \oint p q_b ds + 2 A q_{s,0} \quad (64)$$

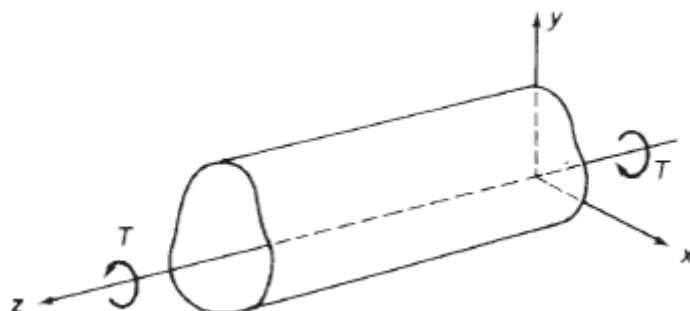
3.6 Torção em vigas de parede fina

Para o caso da torção de vigas, utilizamos a hipótese de que as seções rotacionam sem que ocorra distorção.

3.6.1 Torção em seções fechadas

Em vigas com seções fechadas submetidas a torção pura, como representado na imagem abaixo, não são desenvolvidas tensões normais (MEGSON, 2016).

Figura 22 - Viga de seção fechada submetida a torção



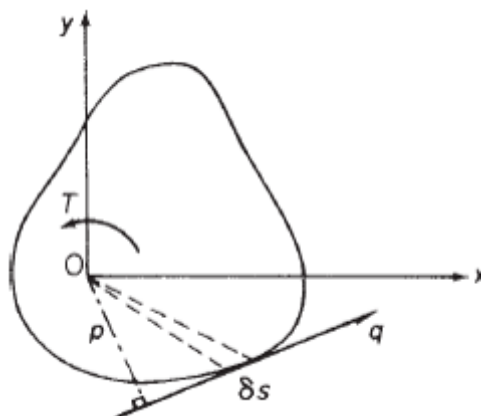
Fonte: MEGSON, 2016.

Reduzindo a equação (56) a:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (65)$$

A relação acima indica que o fluxo de cisalhamento deve ser constante, e calculando o equilíbrio no sistema indicado pela figura a seguir:

Figura 23 - Equilíbrio na seção da viga submetida a torção



Fonte: MEGSON, 2016

Obtemos a relação do fluxo com o torque aplicado:

$$T = \oint pqds$$

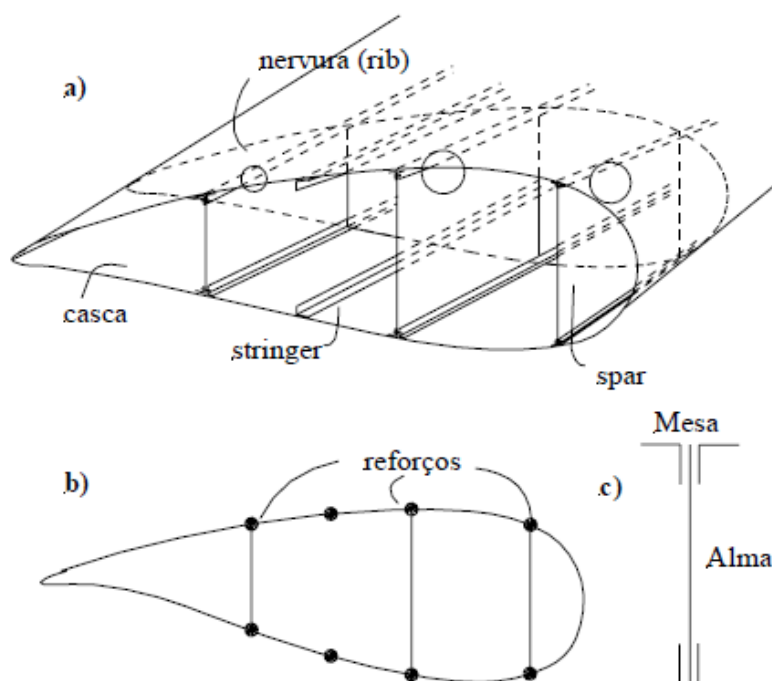
(66)

$$T = 2Aq$$

3.7 Idealização estrutural

A análise estrutural dos diversos componentes apresentados, devido ao seu grau de complexidade geométrica e de carregamentos pode se tornar de difícil resolução. A idealização estrutural permite o cálculo das tensões normais e cisalhantes de forma mais rápida, sem uma perda significativa da precisão dos resultados (PROENÇA, 2009). A figura 24 apresenta em a) uma seção de asa com seus componentes integralmente representados, longarinas, reforçadores, painéis e nervuras, enquanto em b) esses mesmos componentes são simplificados quanto a sua geometria e em c) é apresentada uma vista mais detalhada das estruturas que compõem um reforçador.

Figura 24 – Estrutura idealizada e seus componentes



Fonte: PROENÇA, 2009

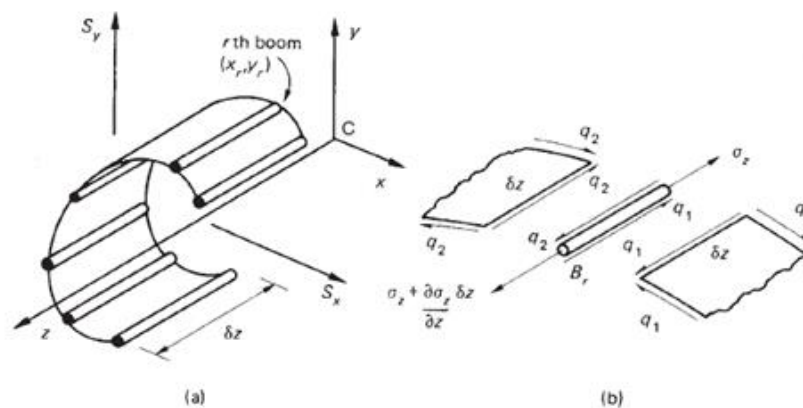
Os reforçadores e flanges das longarinas apresentam áreas muito menores do que a da seção transversal total, assim a variação de tensão em suas seções transversais é muito pequena e pode ser negligenciada e devido a distância do centróide dessas pequenas seções ser mínima, pode-se aproximar a geometria desses reforçadores a elementos de área localizados no plano central dos painéis em que estão contidos. Dessa forma, consideramos que as tensões normais nesses elementos são constantes e que todas as tensões normais são suportadas por esse tipo de elemento, enquanto as tensões cisalhantes são suportadas integralmente pelos painéis.

Para o caso de análise do cisalhamento das seções idealizadas, as equações desenvolvidas são similares, contudo, a espessura utilizada é especificamente do painel como apresentado abaixo:

$$q_s = - \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t_D x ds - \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} \int_0^s t_D y ds \quad (67)$$

Para considerar as descontinuidades no fluxo de cisalhamento causadas pelos reforçadores é necessário observar o equilíbrio representado pela figura 25 abaixo:

Figura 25 – Representação do equilíbrio estrutural painel/reforçador



Fonte: MEGSON, 2016

O fluxo de cisalhamento adjacente ao painel representado em b) é dado pela somatória de forças:

$$(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \delta z) B_r - \sigma_z B_r + q_2 \delta z = 0 \quad (68)$$

Simplificando:

$$q_2 - q_1 = - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} B_r \quad (69)$$

Substituindo na relação (59):

$$q_2 - q_1 = - \frac{S_x I_{xx} - S_y I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} B_r x_r - \frac{S_y I_{yy} - S_x I_{xy}}{I_{xx} I_{yy} - I_{xy}^2} B_r x_r \quad (70)$$

Essa diferença entre os valores do fluxo de cisalhamento entre dois painéis é causado pela presença dos reforçadores, fazendo com que a presença dos reforçadores diminua a carga atuante sobre os painéis.

4 OTIMIZAÇÃO

Segundo Rao (2019) a otimização é o ato de obter o melhor resultado dado alguma circunstância. No projeto de estruturas aeronáuticas, o objetivo é projetar estruturas que satisfaçam os requisitos de cargas, segurança, e de certificação, ao mesmo tempo em que minimizam o custo de operação (normalmente relacionado ao peso da estrutura e aos procedimentos de manutenção) e produção (relacionado ao material utilizado, as formas geométricas e ao processo de fabricação necessário). De maneira geral, a otimização computacional se refere a utilização de algoritmos para a avaliação de variáveis de *design* em um modelo computacional, no qual, estas são ajustadas para alcançar um objetivo e satisfazer as restrições.

Existem diversos algoritmos utilizados para solucionar diferentes problemas de otimização, ainda assim, alguns conceitos básicos são comuns a todos e serão apresentados a seguir.

4.1 Conceitos principais

Em problemas de otimização, as características que devem ser escolhidas para satisfazer um determinado objetivo são chamadas de variáveis de *design* ou de graus de liberdade de um modelo (RAO, 2019). Essas abrangem também o conceito de espaço de variáveis, no qual, todas as possíveis escolhas estão definidas em suas diferentes dimensões, formando um espaço vetorial. Como por exemplo em um problema com quatro variáveis de design, o qual possui um espaço de variáveis de quatro dimensões.

O conceito de modelagem do problema a ser solucionado é um dos primeiros a serem definidos nas etapas de solução de um problema de otimização. Dentre os

tipos de modelagem possíveis, três tipos destacam-se: modelos físicos, modelos experimentais e modelos que utilizam ambos os conceitos. Modelos físicos utilizam equações baseadas no comportamento físico do problema, podendo ser analíticos ou mesmo numéricos. Modelos experimentais, ou semi-empíricos, são baseados em dados experimentais associados para estabelecer algum tipo de relação que pode ser usada posteriormente (RAO, 2019).

Algumas outras considerações devem ser feitas para a determinação de um modelo apropriado, tal como a capacidade do modelo ser adequado a um conjunto de variáveis que produzem um resultado não significativo, tanto em relação a resultados relacionados a indefinições matemáticas, quanto a comportamentos físicos não adequados. Outros pontos importantes são a ordem de grandeza das variáveis e erros de aproximações numéricas nos modelos.

Os conceitos de função objetivo e restrições são definidos como a função representativa do problema que recebe as variáveis de decisão e retorna o resultado esperado, enquanto as restrições são os limites, os quais esses resultados devem satisfazer. Juntos, esses conceitos são chamados de funções de *design*.

Os problemas de otimização podem ser classificados pelos seguintes aspectos: existência de restrições, características das variáveis de *design*, comportamento físico do problema, natureza das equações, quantidade de equações envolvidas e de funções objetivo, dentre outras. As técnicas utilizadas na solução desses problemas, são classificadas, principalmente, quanto a dependência do cálculo de gradientes (métodos descendentes) ou não (DEB, 2012).

Os algoritmos descendentes em geral são mais utilizados e tendem a ter maiores fatores de convergência, levando a tempos computacionais menores, contudo, requerem funções diferenciáveis e contínuas, as quais podem ter um alto custo computacional e podem convergir apenas para mínimos ou máximos locais. Além disso, como mencionado anteriormente, cada técnica é indicada para um problema. Para problemas com restrições de igualdade, o método utilizado é o dos multiplicadores de Lagrange e para sistemas com restrições de inequação, utiliza-se o método de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), entretanto, estes métodos podem levar a um sistema de equações não lineares, com difícil resolução (DEB, 2012).

Os métodos não dependentes do cálculo de gradientes, por sua vez, são utilizados em problemas com variáveis não contínuas e discretas, tendo na maioria dos casos, fatores de convergência menores, que levam a tempos computacionais

maiores que métodos descendentes, mas com implementação mais simples. Alguns desses métodos se baseiam em teorias de sistemas da natureza, como a teoria da evolução genética e os algoritmos genéticos, ou o aspecto físico do recozimento de metais com o algoritmo de *Simulated-Annealing*, estes são chamados de métodos heurísticos (RAO, 2019).

Segundo a teoria da complexidade computacional, a complexidade de um problema é o tempo (como função da quantidade de variáveis) indispensável necessário para resolver esse problema. Os problemas de otimização são um dos diferentes tipos de problemas computacionais, assim como problemas de busca e de decisão. De forma geral, todo problema de otimização pode ter seu equivalente em forma de decisão, sendo que se existe uma solução para uma de suas formas, existe para a outra. Problemas solucionados por algoritmos que levam tempos de ordem polinomiais, são conhecidos como problemas de classe P, enquanto problemas solucionados com tempos não polinomiais, são conhecidos como NP (do inglês *non-deterministic polynomial time*). Problemas NP são conhecidos por possuir soluções complexas mas, uma vez estabelecido um conjunto de variáveis que satisfaçam as restrições, essas soluções são de fácil verificação se essas variáveis de fato satisfazem o problema (DU, 2012).

O desenvolvimento de estruturas é um problema com essa característica, em que, uma vez definidos o conjunto de parâmetros, como material, geometria e quantidade de componentes, basta verificar por soluções analíticas ou experimentais se a estrutura está de acordo com as restrições estabelecidas, contudo, seu desenvolvimento é tido como um problema de otimização combinatória, assim, se adequando a classe NP-Completa. Uma solução possível para esse tipo de problema seria a enumeração exaustiva, contudo, pela grande quantidade de variáveis, o tempo de execução de um algoritmo seria de uma ordem de grandeza não praticável. Uma das soluções plausíveis para esse tipo de problema é a utilização de algoritmos genéticos, os quais serão mais detalhados na próxima seção.

Além da complexidade proveniente da quantidade de possibilidades de configurações diferentes, existe a questão da complexidade computacional inerente aos métodos de resolução das equações que governam um problema. Para o problema a ser explorado nesse trabalho, soluções computacionais mais custosas e que consideram uma modelagem mais completa do problema, tal como a resolução por elementos finitos, tornaria a solução inviável do ponto de vista de otimização.

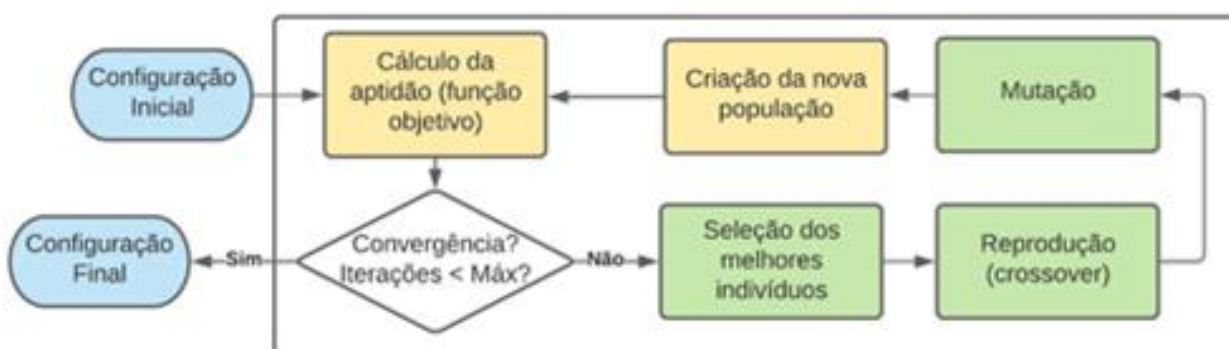
Dessa forma, o conceito de metamodelagem, assume a elaboração de um modelo com premissas simplificadas que tornam sua utilização mais viável para uma análise de otimização, tal qual foi realizado nesse trabalho com a utilização de das equações analíticas governantes e suas premissas simplificadoras (SPRINKLE, 2007).

O MDO (do inglês *multidisciplinary design optimization*), é um campo da engenharia que estuda a utilização de metodologias de otimização numéricas em sistemas que envolvem diferentes disciplinas e subsistemas. O principal objetivo desse tipo de análise é encontrar o design ótimo de um sistema multidisciplinar, a partir da premissa de que esse só pode ser obtido quando todas as interações entre os diferentes subsistemas são consideradas (MARTINS, 2013). A escolha dos modelos representativos dos subsistemas, as estratégias de solução e acoplamento das diferentes variáveis é denominada arquitetura de otimização de design multidisciplinar. A partir dessa, é possível estimar os tempos computacionais necessários à resolução de cada etapa do problema, bem como definir as funções objetivo, restrições e variáveis de interesse que serão utilizadas para solucionar o problema por completo.

4.2 Algoritmo genético

Algoritmos genéticos são baseados no conceito biológico de evolução proposto por Charles Darwin, sendo aplicados em problemas em que os métodos clássicos de otimização não são aplicáveis ou não são eficientes (MITCHELL, 1998). A figura 26 representa as principais etapas utilizadas no processo:

Figura 26 - Fluxograma algoritmo genético



Fonte: próprio autor

Primeiramente, uma população inicial de indivíduos é definida aleatoriamente com características a serem analisadas. Cada indivíduo é formado por um conjunto de genes, em que cada gene pode ser entendido como uma variável de *design*.

Os indivíduos dessa população inicial geram novos indivíduos a partir de um fenômeno de *crossover*, em que ocorre a mistura das características seguindo alguma estratégia dada. Além disso, os novos indivíduos formados podem sofrer mutações, ou seja, alterações randômicas em seus genes e a partir de uma função objetivo, cada indivíduo é quantificado quanto ao conjunto de suas características (MITCHELL, 1998).

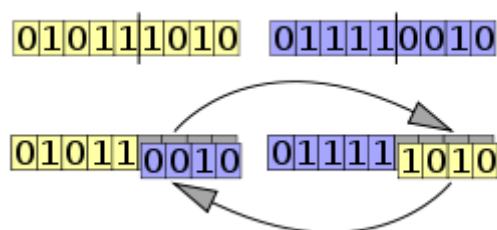
Seguindo uma estratégia de seleção, alguns indivíduos melhores classificados dentre a população segundo as funções objetivo são escolhidos para formar novos indivíduos e assim o processo ocorre até que uma condição de parada seja satisfeita, seja por tempo de execução, número total de populações ou populações sem melhora significativa por várias gerações (KRAMER, 2017).

Os indivíduos armazenam suas características em forma de genes, contudo, em alguns casos, essas características precisam estar ordenadas, de forma que a etapa do *crossover* deva respeitar essa ordenação para a geração de novos indivíduos.

Por exemplo: definindo dois indivíduos representativos de um sistema mecânico do tipo massa/mola, em que cada indivíduo possui dois genes, um para a constante elástica da mola e outro para a massa a ser deslocada. A função objetivo desse sistema retorna o valor do deslocamento máximo que cada modelo proporciona em determinadas condições de contorno. Para esse caso, uma recombinação (*crossover*) em que não fosse levado em consideração o ordenamento dos genes, poderia resultar em indivíduos com características que não representam um modelo real, podendo conter valores reservados para a massa do modelo preenchidos com valores de constante de rigidez.

Uma técnica de recombinação que pode ser utilizada para ambos os casos é a recombinação de ponto único. Nela, um único ponto de quebra é selecionado nos dois progenitores, dividindo o conjunto de genes em partes simétricas em relação aos dois indivíduos (KRAMER, 2017). Os novos indivíduos, então são formados a partir da junção dessas partes de cada progenitor, tal como é representado pela figura 27 abaixo para um exemplo de variáveis discretas.

Figura 27 - Recombinação de ponto único



Fonte: próprio autor

Para variáveis contínuas, é necessário realizar algum tipo de operação com os genes progenitores. Uma das possíveis metodologias de recombinação de variáveis contínuas é representado a seguir, onde a partir da determinação de um fator aleatório e da relação descrita se determina o novo valor que será utilizado pelo novo indivíduo.

$$P_{novo} = \beta p_{progenitor\ 1} + (1 - \beta) p_{progenitor\ 2} \quad (71)$$

Outras técnicas de recombinação amplamente utilizadas são: recombinação parcialmente combinada, recombinação cíclica, recombinação de operador sequencial construtivo e recombinação de operador baseado em posicionamento (KRAMER, 2017).

4.3 Algoritmo guloso

O algoritmo guloso (do inglês *greedy algorithm*) tenta resolver um problema de otimização escolhendo uma configuração localmente ótima, esperando encontrar a solução globalmente ótima.

De maneira geral, todo algoritmo desse tipo possui 5 etapas distintas (CORMEM, 2009):

1. Um conjunto candidato, a partir do qual é criada uma solução;
2. Uma função de seleção, que seleciona o melhor candidato para ser adicionado à solução;
3. Uma função de viabilidade, que é usada para determinar se um candidato pode ser utilizado para contribuir para uma solução;
4. Uma função objetivo, que atribui um valor a uma solução, ou uma solução parcial;

5. Uma função de solução, que irá indicar quando tivermos descoberto uma solução completa.

Dessa forma, esse tipo de metodologia nem sempre garante um resultado ótimo globalmente, contudo é de simples implementação. Sua eficiência computacional é difícil de ser definida, uma vez que depende de principalmente do custo computacional de cada etapa, e do tamanho do conjunto inicial necessário. Em geral, o tempo computacional da utilização do algoritmo guloso é proporcional ao tempo do cálculo do conjunto inicial somado do tempo necessário para identificação da solução.

5 METODOLOGIA

O presente trabalho utiliza a técnica de modelagem computacional por meio da programação de equações analíticas clássicas e algoritmos genéticos e gulosos, pela linguagem de programação *Python*, para representar o comportamento de uma seção transversal de uma asa submetida a uma condição de voo de cruzeiro e otimizar seus parâmetros estruturais quanto ao seu peso e sua influência aerodinâmica para diferentes famílias de aerofólios NACA.

A seção de asa é modelada quanto ao seu comportamento de flexão e cisalhamento por meio das hipóteses idealizadoras apresentadas na seção 3.7. A partir da escolha dos parâmetros de *design*, limites do espaço amostral e condições de carregamento e da aplicação desses nas equações analíticas que modelam essas estruturas, obtemos as tensões cisalhantes e de flexão atuantes. As condições de carregamento de cada seção dependem diretamente de suas características aerodinâmicas e acabam influenciando no *design* estrutural do modelo. Por conveniência, o material adotado em toda a estrutura foi o Alumínio 7075, cujas propriedades mecânicas estão listadas na tabela 1 abaixo.

Tabela 1 - Propriedades mecânicas Al-7075

Propriedades Al-7075	
Limite de Resistência a Tração	570 Mpa
Limite de Escoamento	502 MPa
Resistência ao Cisalhamento	330 Mpa
Módulo de Elasticidade	71 Gpa
Módulo de Cisalhamento	27 Gpa

Fonte: Informações retiradas de CALLISTER,2020.

Dessa forma, comparando essas tensões obtidas a critérios de falha estabelecidos, determinamos se as diferentes configurações suportam os carregamentos e pela aplicação dos algoritmos genéticos de otimização, é possível obter as configurações mais leves para diferentes famílias de aerofólios.

5.1 Modelagem da seção da asa

Para a modelagem da seção da asa, a qual foi utilizada pelo algoritmo genético como função objetivo, é necessário estabelecer as variáveis de design dos parâmetros estruturais. Estruturalmente, como explicado na seção 3, os parâmetros mais importantes escolhidos foram: quantidade de reforçadores e painéis, bem como a geometria desses reforçadores e a espessura desses painéis. A quantidade de reforçadores determina, também, a quantidade de painéis, uma vez que definem a fronteira entre um painel e outro, sendo que o posicionamento desses foi definido como igualmente espaçados. Por conveniência, foram determinadas regiões em que a quantidade de reforçadores é separada, sendo essas: intradorso, extradorso e bordo de ataque. O caixão estrutural de bi-longarina da seção modelada é formado por essas três regiões e é responsável por suportar todos os carregamentos internos da estrutura.

O quadro representado pela figura 28 abaixo apresenta o espaço amostral definido para cada um dos parâmetros de estudo escolhidos:

Figura 28 - Espaço amostral dos parâmetros do modelo

Parâmetros	Valores	Conjunto
Nº de Reforçadores*	$n \geq 1$	Números inteiros
Nº de Painéis*	$n \geq 2$	Números inteiros
Espessura dos Painéis [mm]	$n > 0$	Números reais
Geometria dos Reforçadores	$0 < n < 7$	Números inteiros

* Por região da seção

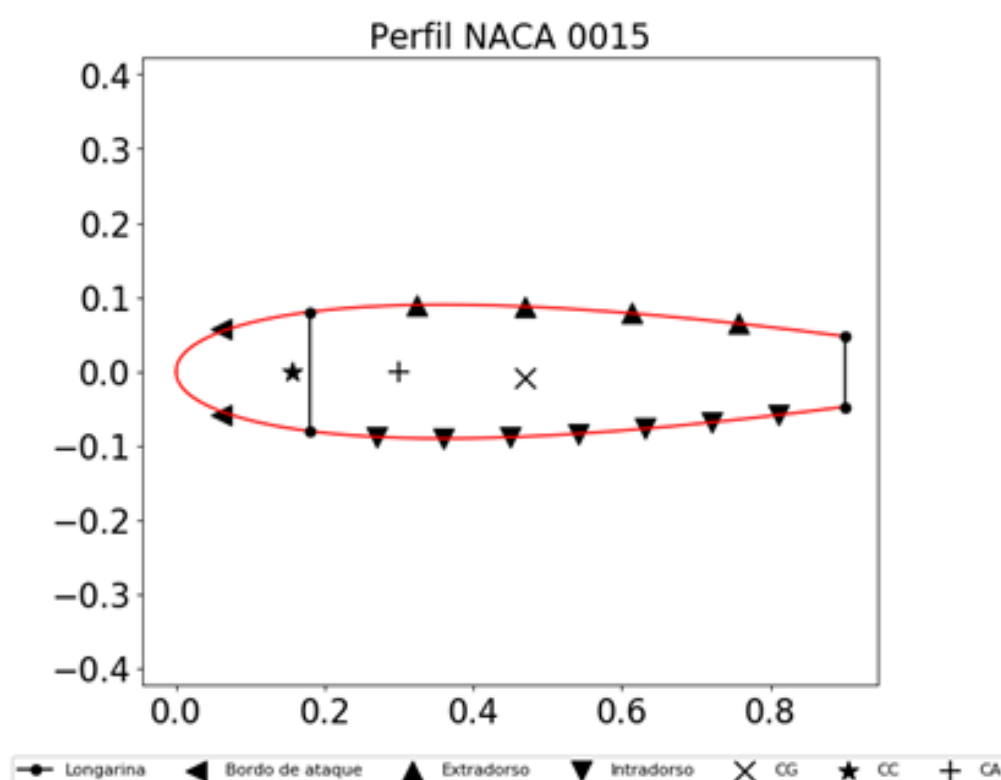
Fonte: próprio autor

O *script* desenvolvido na linguagem de programação *python* recebe como *input* essas variáveis, calcula as condições de carregamento a partir da aerodinâmica do perfil estudado e retorna os valores de tensão cisalhante nos painéis, de flexão nos

reforçadores. Além disso, analisa segundo os critérios de falha se o modelo suporta os carregamentos, além de retornar peso da estrutura. Dentre outras características geométricas e gráficas que auxiliam indiretamente na análise feita por esse trabalho.

A imagem 29 a seguir apresenta uma seção gerada por esse *script* com um número qualquer de reforçadores em cada região, bem como a posição de seu centroide, centro de cisalhamento e centro aerodinâmico. Devido a idealização estrutural da seção, considera-se que o centróide das seções dos reforçadores estão exatamente nos painéis em que estão localizados.

Figura 29 - Seção gerada pelo *Script* elaborado pelo autor



Fonte: próprio autor

Esse *script* pode ser dividido em algumas etapas de execução. Primeiramente, a partir das entradas recebidas, e de um gerador de aerofólios NACA, são calculadas as características geométricas do perfil, tais como: coordenadas dos pontos que formam o perfil, posicionamento dos reforçadores, tamanho dos painéis, cálculo dos momentos de inércia de cada painel, reforçador e perfil composto por esses e por fim seu peso.

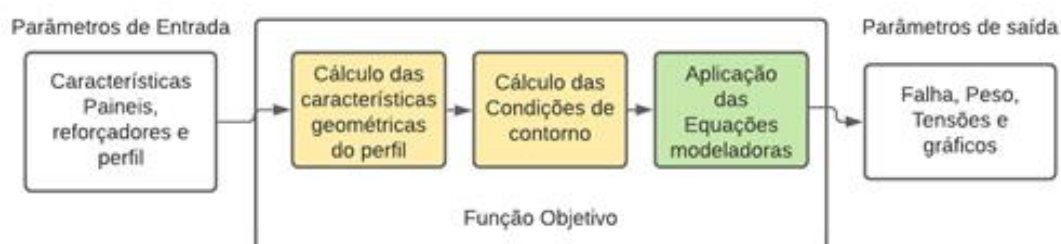
A partir do peso desse perfil e de considerações aerodinâmicas decorrentes da condição de voo assumida, a qual, será melhor detalhada mais à frente, são

calculados os componentes cortantes horizontais, verticais e de momento aplicados sobre centro de gravidade e sobre centro aerodinâmico do perfil.

Com os dados geométricos obtidos na primeira etapa do script e com os carregamentos, utilizando as equações analíticas 62, 63 e 64 abordadas na seção 3.5.2, é possível transformar o problema em um sistema linear, com o qual, após um tratamento dos dados obtidos, podemos determinar as tensões de cisalhamento dos painéis e de flexão nos reforçadores.

Por meio dessas tensões e das relações de critérios de falha para flambagem dos painéis e reforçadores, bem como uma comparação direta com os módulos de cisalhamento e flexão do alumínio utilizado, determinamos a possibilidade de falha da estrutura modelada. A figura 30 abaixo apresenta as etapas descritas anteriormente.

Figura 30 - Fluxograma da função objetivo



Fonte: próprio autor

5.1.1 Condição de carregamento

A condição de carregamento atuante em cada seção modelada depende do comportamento aerodinâmico de cada perfil e de seu peso estrutural, o qual, é função da quantidade, formato e espessura de cada componente. Sendo assim, definindo uma condição de voo de cruzeiro de uma aeronave genérica da categoria de aviação geral, obtemos as seguintes características na tabela 2:

Tabela 2 - Propriedades relacionadas a condição de voo de cruzeiro

Propriedades físicas da condição de voo escolhida	
Altitude	1200 m
Densidade	1.10 kg/m ³
Viscosidade cinemática	13.94 E-6
Temperatura	7.47°C
Velocidade de referência	120 m/s

Fonte: próprio autor

A partir dessas condições comuns a todos os perfis, calcula-se o número de Reynolds dado pela equação abaixo:

$$Re = \frac{Vc}{\nu} \quad (72)$$

Em que V é a velocidade de voo, c é a corda do perfil aerodinâmico da asa e ν é a viscosidade cinemática, dependente da temperatura do ar.

O valor de Re obtido é utilizado no programa XFOIL (DRELA, 2001) para a determinação das polares de arrasto, curvas cl_α e cm_α de cada perfil, considerando uma variação no AoA de -2° a 15° manualmente. O software utilizou o método dos painéis com correção de camada limite para os efeitos viscosos.

Considerando dados estatísticos do projeto de aeronaves dessa categoria encontrado em Janes (1969), foi utilizado um valor de 18% para a relação entre a massa do grupo estrutural da asa e do MTOW da aeronave. Dessa forma a partir do peso calculado da seção modelada, assumindo uma asa retangular de 10 metros de envergadura (b), foi possível calcular o peso estimado para a aeronave, como demonstrado abaixo:

$$\overline{Peso_{Estimado}} = \left(\frac{1}{\%Peso_{Asa}} \right) Peso_{perfil} b \quad (73)$$

O valor encontrado é multiplicado por um fator de 1.5 de forma a simbolizar um fator de segurança mínimo para possíveis fatores de carga decorrentes de rajadas, ainda que o detalhamento da condição de voo retratada seja mais complexo em termos operacionais, sendo aqui retratado apenas uma aproximação conceitual.

$$Peso_{Estimado} = \overline{Peso_{Estimado}} n \quad (74)$$

Assim, a partir do resultado da equação (73), devido a condição de voo, igualando-o a sustentação gerada pela asa, e isolando o AoA, utilizando os termos de Cl_α e Cl_0 encontrados na análise aerodinâmica:

$$\alpha = \frac{Peso_{Estimado}}{qcCl_\alpha} - \frac{Cl_0}{Cl_\alpha} \quad (75)$$

Substituindo o valor de α na equação clássica modeladora da força de arrasto, 43, e obtendo os parâmetros K_0 e K_1 de cada perfil aerodinâmico, a partir da interpolação da parábola obtida pela análise no software XFOIL, determinamos o arrasto gerado por cada perfil.

$$D = qc(\kappa_0 + \kappa_1(Cl_0 + Cl_\alpha\alpha)^2) \quad (76)$$

Com os dados do coeficiente de momento de cada perfil, bem como de α , de forma análoga ao cálculo do arrasto, o momento aerodinâmico atuante no perfil.

$$T = qc^2c_m\alpha \quad (77)$$

Dessa forma, utilizamos os valores de sustentação, arrasto e torção encontrados para o cálculo das componentes horizontal, vertical e de momento atuantes no perfil. As equações (78) e (79) relaciona as componentes horizontal e vertical considerando o ângulo de ataque calculado.

$$V_x = -L\sin(\alpha) + D\cos(\alpha) \quad (78)$$

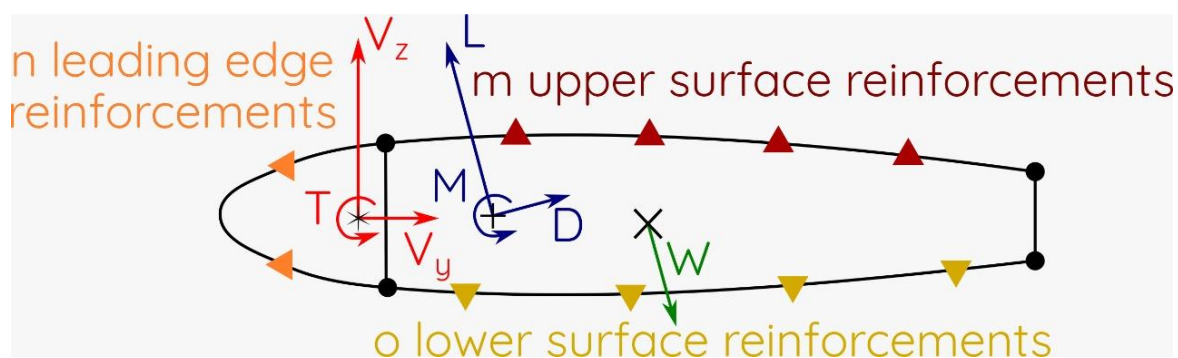
$$V_y = L\cos(\alpha) + D\sin(\alpha) \quad (79)$$

Para a componente de momento, aplicada ao centro de cisalhamento do perfil, considera-se a distância horizontal entre o centro aerodinâmico e o centro de cisalhamento para considerar a influência da componente vertical, de forma que:

$$M = T + V_y(CC - CA) \quad (80)$$

A figura 31 apresenta o diagrama de corpo livre com as forças e momentos descritos anteriormente.

Figura 31 - Diagrama de corpo livre de uma seção genérica

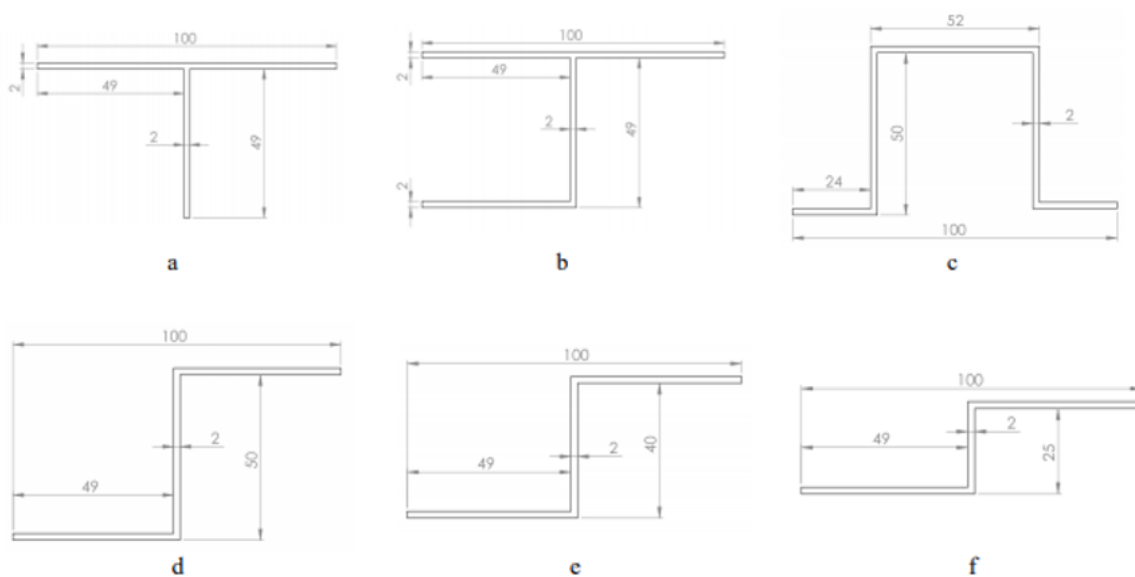


Fonte: próprio autor

5.1.2 Geometria dos reforçadores

As dimensões escolhidas para compor as seções transversais dos reforçadores estão representadas pela figura 32 a seguir. A espessura de todas as geometrias tem o valor de 2mm e foram utilizadas dimensões base de 100mm de largura e 50mm de comprimento. As numerações de 1 a 6 representam cada forma de maneira numérica para ser utilizada no algoritmo genético. Considera-se que o método de fabricação desses perfis é o comumente utilizado na aviação geral, ou seja, perfis extrudados.

Figura 32 - Geometria da seção dos reforçadores utilizados



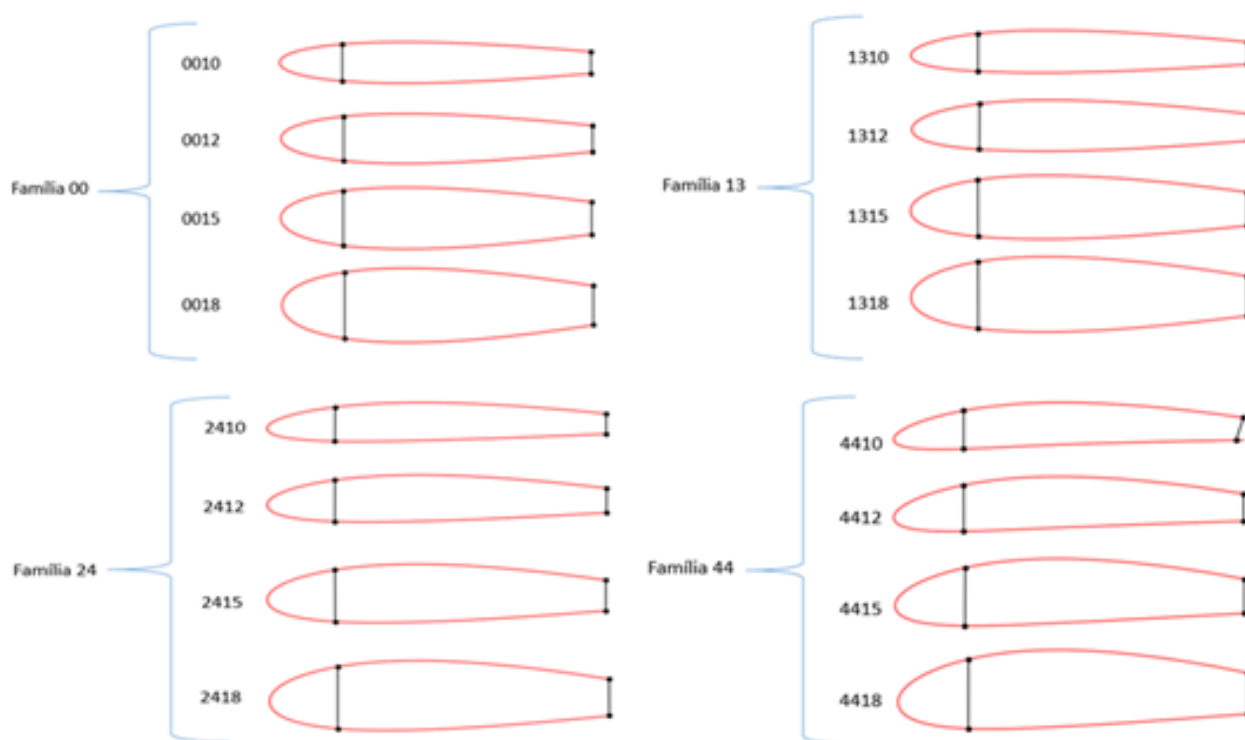
Fonte: próprio autor

5.1.3 Perfis aerodinâmicos estudados

Os perfis aerodinâmicos utilizados para compor a análise desse estudo foram escolhidos de forma a representar uma variedade de espessuras e curvaturas, passando por famílias NACA de 4 e 5 dígitos. Foram descartadas as regiões do bordo de fuga devido à pequena magnitude das tensões presentes nessa região quando comparadas às outras regiões. A região do bordo de ataque foi mantida devido a sua grande influência no cálculo do centro de cisalhamento da seção.

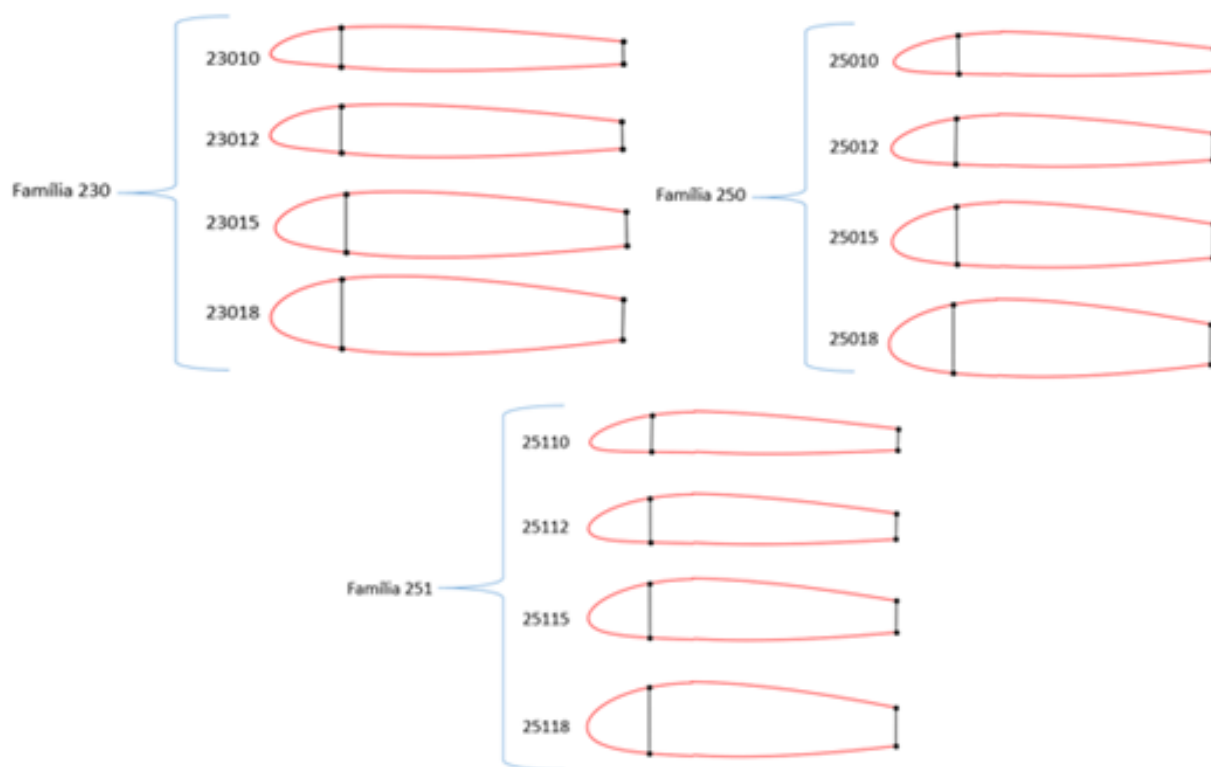
A seguir estão representados pelas figuras 33 e 34 os perfis utilizados.

Figura 33 - Perfis aerodinâmicos NACA 4 dígitos utilizados



Fonte: próprio autor

Figura 34 - Perfis aerodinâmicos NACA 5 dígitos utilizados



Fonte: próprio autor

5.2 Otimização da seção

A modelagem da asa descrita anteriormente, permite sua utilização como função objetivo de um algoritmo de otimização. Por se tratar de um problema em que as variáveis de *design* estão correlacionadas em quantidade, como por exemplo no caso em que a quantidade de reforçadores determina o número de painéis, foram realizadas análises diferentes para cada variável e posteriormente utilizadas em conjunto.

As seções a seguir detalham a estratégia escolhida para as simulações e a escolha dos hiperparâmetros dos algoritmos genéticos utilizados.

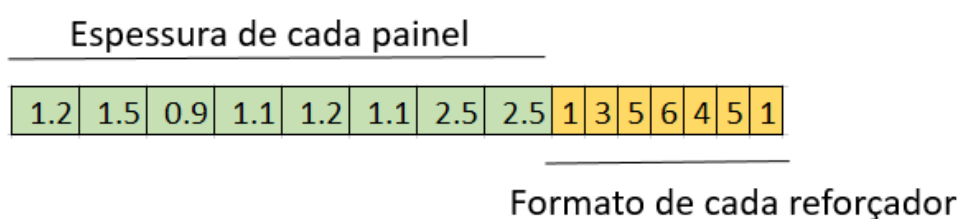
5.2.1 Estratégia de escolha das simulações realizadas

Como discutido anteriormente na seção 4.2, por se tratar de um problema em que a ordem dos genes de cada indivíduo é importante, e que o número de genes de cada indivíduo depende da quantidade de reforçadores, uma vez que este determina

o número de painéis, é necessário estabelecer uma quantidade de reforçadores fixa para que seja possível a utilização do algoritmo genético. Dessa forma, cada indivíduo possui uma quantidade fixa de genes que podem passar por recombinações sem que haja problemas quanto a ordem desses genes.

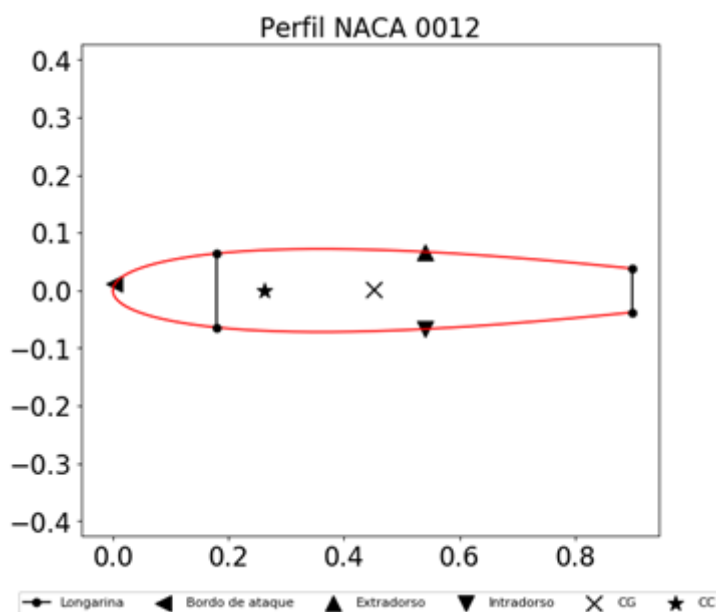
As figuras 35 e 36 a seguir ilustram um indivíduo com 1 reforçador na região do extradorso, intradorso e bordo de ataque e sua representação gráfica em um perfil NACA 0012.

Figura 35 - Indivíduo representado por cada um de seus genes



Fonte: próprio autor

Figura 36 - Representação gráfica do indivíduo



Fonte: próprio autor

A ordem do vetor de genes do indivíduo acompanha o sentido dos painéis a partir do painel superior à esquerda da longarina mais próxima ao bordo de fuga do perfil. A partir disso, passa pela região do bordo de ataque, intradorso e finaliza com os painéis representativos da primeira e segunda longarina, respectivamente. De maneira análoga a ordem é seguida para a geometria e posição dos reforçadores.

Como discutido na seção 5.1, os valores de espessura variam no conjunto dos Reais com limites estabelecidos e os valores inteiros representam os geometria dos reforçadores para as 6 geometrias apresentadas em 5.1.2. Vale ressaltar a questão de que a variável de espessura dos painéis na prática, para a aviação geral, poderia ter sido considerada como discreta, respeitando os valores de chapas de alumínio padronizadas. Contudo, optou-se pela utilização dessa como contínua para a verificação dos melhores resultados de acordo com o que se encontra em projetos reais e para manter a análise de otimização proposta.

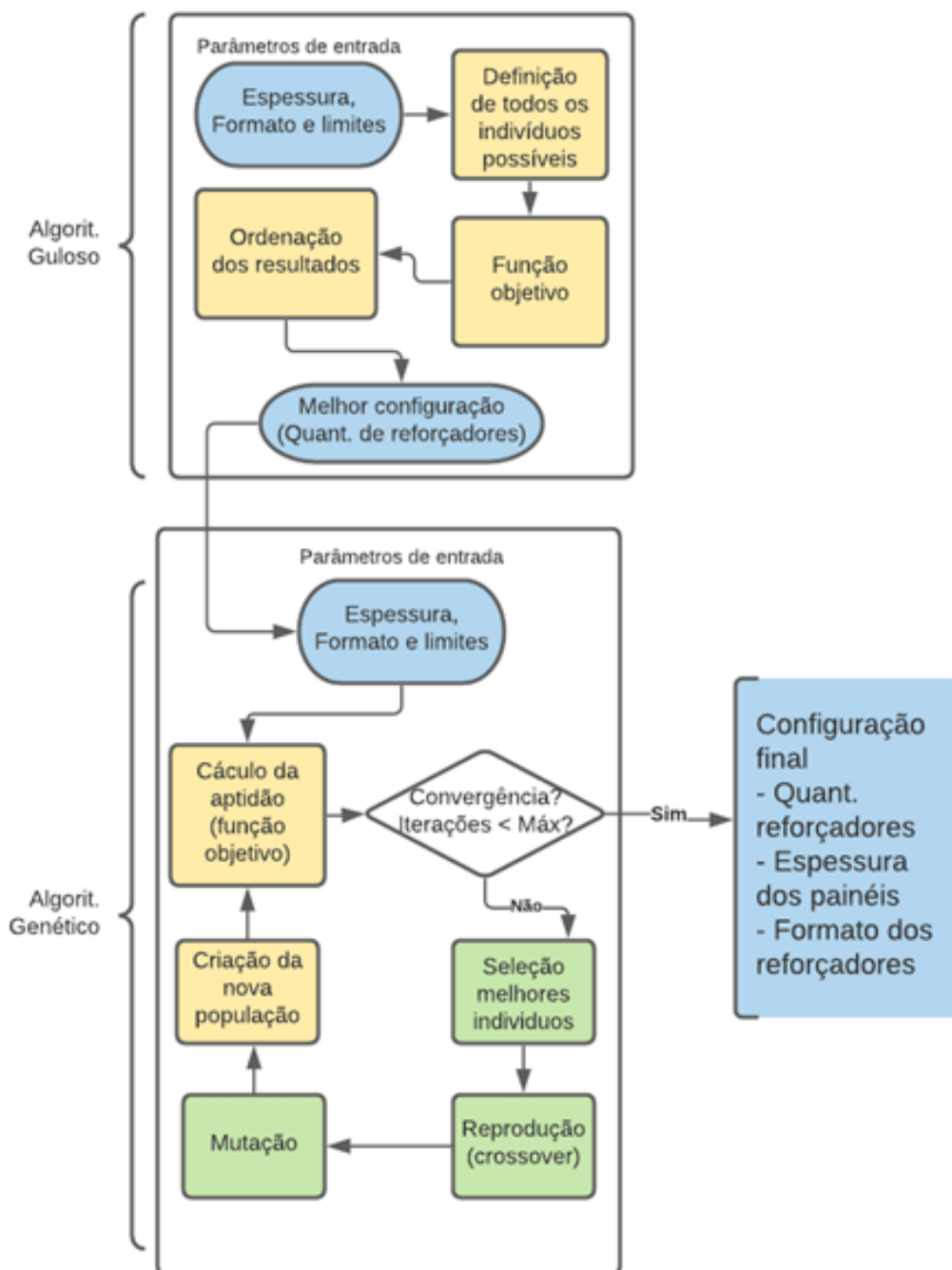
Considerando essas características do modelo, para a escolha da quantidade de reforçadores, foi utilizado um algoritmo conhecido como algoritmo guloso (do inglês, *greedy algorithm*), e que se limita o espaço amostral baseado em informações práticas, como distância viável entre painéis, avalia-se todas as configurações possíveis nesse espaço e por fim, após um ordenamento dos resultados, escolhe-se a melhor configuração, ou seja, a com menor peso e que não falha segundo os critérios da seção 3. Para essa análise, fixou-se os parâmetros de espessura dos painéis e a geometria dos reforçadores, mantendo-os no valor de 2mm de espessura e geometria em Z (altura da alma igual a 50mm). Essa análise permite determinar um número ideal de reforçadores nessas condições para cada aerofólio analisado, servindo como parâmetro de entrada para o algoritmo genético, cujo objetivo é de otimizar as espessuras dos painéis e a geometria dos reforçadores.

Para o algoritmo genético, foi utilizada a biblioteca *geneticalgorithm2* semi-implementada na linguagem de programação *Python* pelo repositório *Pypi* em <https://pypi.org/project/geneticalgorithm2/>.

Com a determinação do número de reforçadores médio de cada região do aerofólio, utiliza-se o algoritmo genético para cada tipo de aerofólio estudado, sendo possível encontrar a melhor configuração individualmente, para que posteriormente seja possível estabelecer correlações entre suas características aerodinâmicas, estruturais e geométricas.

A figura 37 representa as etapas da metodologia de obtenção dos resultados que serão analisados por esse trabalho.

Figura 37 - Fluxograma resumido da metodologia adotada



Fonte: próprio autor

5.2.2 Escolha dos hiperparâmetros do algoritmo genético

Nas etapas da metodologia em que o algoritmo genético foi utilizado foi necessário estabelecer um critério para a escolha dos parâmetros inerentes ao algoritmo (hiperparâmetros) que retornasse os resultados de forma eficiente.

Os hiperparâmetros estudados nessa análise foram: taxa de mutação, número de indivíduos por população, taxa de crossover e número de populações. A taxa de mutação, representa a probabilidade de um indivíduo sofrer algum tipo de alteração em uma de suas características e a taxa de crossover é a probabilidade de que novos indivíduos sejam gerados a partir da recombinação de características de indivíduos anteriores.

O número de indivíduos por geração e a quantidade de gerações são características que impactam diretamente na quantidade de vezes que a função objetivo será necessária, portanto, tem grande influência no tempo computacional do algoritmo. Em conjunto com os outros parâmetros, busca-se determinar a melhor maneira de combiná-los para obter um resultado satisfatório no menor tempo possível.

5.2.3 Estimativa do tempo computacional

O tempo de execução dos scripts elaborados na linguagem de programação Python 3.x deve ser estimado para que seja avaliado a quantidade de parâmetros que torna a análise viável.

O tempo computacional estimado para a obtenção de todos os resultados desejados depende principalmente do tempo de execução da função objetivo, a qual é requisitada toda a vez em que é necessário avaliar um indivíduo diferente.

Considerando que a metodologia de cálculo pode ser dividida em duas partes, o algoritmo guloso e o algoritmo genético e utilizando as equações a seguir, as quais relacionam as principais variáveis de cada algoritmo que foram utilizadas, é possível estimar o tempo computacional necessário para completar a análise.

$$t_{alg. genético} = t_{função objetivo} N^{\circ}_{indivíduos} N^{\circ}_{gerações} N^{\circ}_{perfis} \quad (81)$$

$$t_{alg. guloso} = t_{função objetivo} N^{\circ}_{reforç - intradorso} N^{\circ}_{reforç - extradorso} N^{\circ}_{reforç - bordo de ataque} N^{\circ}_{perfis} \quad (82)$$

$$T_{total} = t_{alg. guloso} + t_{alg. genético} \quad (83)$$

A tabela 3, considera os principais valores utilizados e a estimativa inicial do tempo computacional.

Tabela 3 – Parâmetros para estimativa do tempo de execução do algoritmo guloso

Estimativa de tempo de execução - algoritmo guloso	
Tempo Função objetivo [s]	1 - 1.5
Nº ref. Intra*	21
Nº ref. Extra**	21
Nº ref. B.A.***	5
Nº perfis	28
Total [h]	18 - 25

*Reforçadores do intradorso

**Reforçadores do extradorso

***Reforçadores do Bordo de Ataque

Fonte: próprio autor

Tabela 4 - Parâmetros para estimativa do tempo de execução do algoritmo genético

Estimativa de tempo de execução algoritmo genético	
Tempo Função objetivo [s]	1 - 1.5
Nº indivíduos	20
Nº gerações	500
Nº perfis	28
Total [h]	78 - 116

Fonte: próprio autor

Tabela 5 - Parâmetros para estimativa do tempo de execução total

Estimativa de tempo de execução total	
Algoritmo genético [h]	78 - 116
Algoritmo guloso [h]	18 - 25
Total [h]	96 - 141

Fonte: próprio autor

O processador utilizado nas simulações foi: Intel Core i5-6200U CPU @ 2.30GHz, com 2 núcleos e 4 *Threads*.

6 RESULTADOS E ANÁLISE

Por meio da utilização dos scripts desenvolvidos e das premissas da metodologia descrita anteriormente, serão apresentados a seguir os resultados encontrados.

6.1 Curvas da escolha dos hiperparâmetros do algoritmo genético

Seguindo a metodologia proposta na seção 4.2.2, foram geradas as curvas de convergência para cada uma das possíveis combinações de hiperparâmetros, baseando-se em valores comumente encontrados na literatura. A tabela 6 abaixo apresenta os valores utilizados para cada uma dessas variáveis. Através desta tabela uma matriz de experimentos computacionais pode ser realizada para um dos casos de otimização.

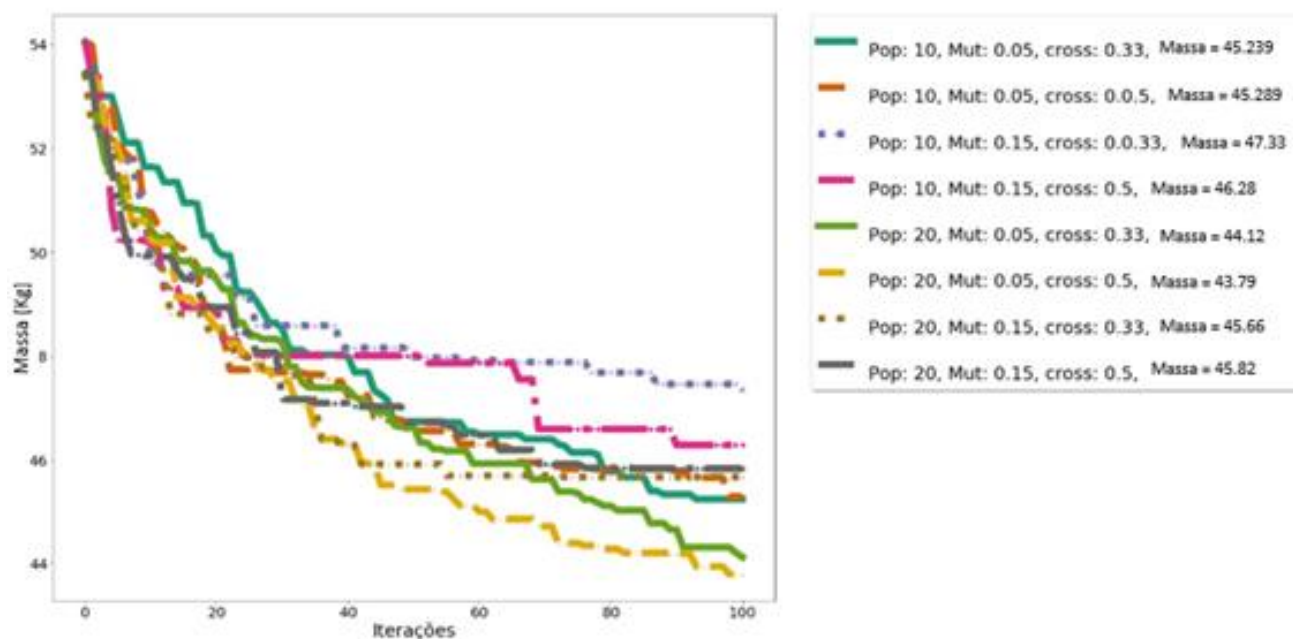
Tabela 6 - Hiperparâmetros testados

Variáveis utilizadas no estudo dos hiperparâmetros	
Nº de indivíduos	10 e 20
Taxa de mutação	5% e 15%
Taxa de recombinação	33% e 50%
Nº de gerações	500 e 1000

Fonte: próprio autor

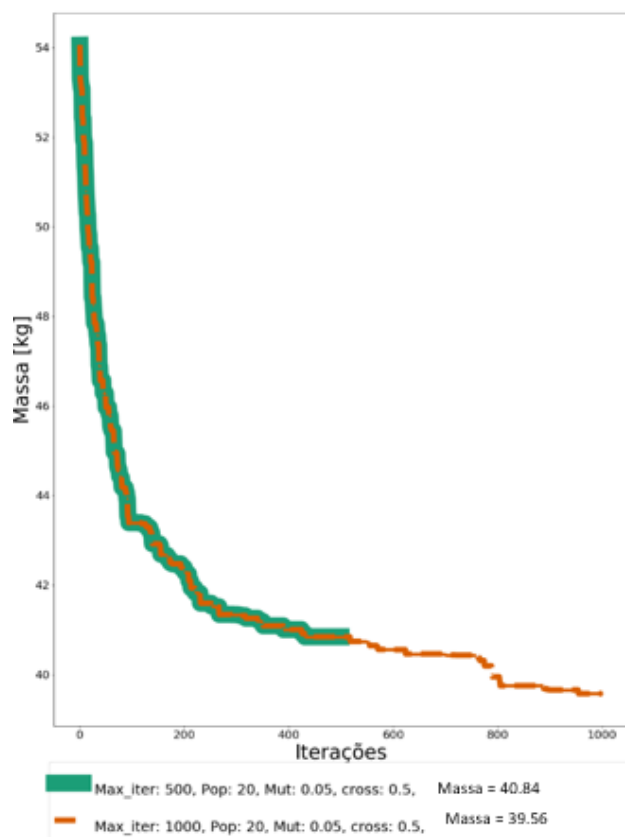
Dessa forma, estabelecendo um parâmetro igual de geração de números aleatórios em todos os casos permutáveis através da fixação do *seed* de geração das bibliotecas Python, foi possível gerar as curvas de convergência representadas pela figura 38. É possível observar que os parâmetros de 5% de mutação, 50% de crossover e 20 indivíduos por população, obteve o melhor resultado. O parâmetro número de iterações foi testado em seguida, utilizando o melhor resultado encontrado no primeiro teste, obtendo a figura 39. A diferença percentual proveniente do dobro de iterações foi de 3.2% no resultado final do peso, entretanto, o tempo computacional foi 2.3 vezes maior, não sendo conveniente para a quantidade de vezes que o algoritmo seria utilizado na metodologia.

Figura 38 - Curvas de convergência para estudo de hiperparâmetro



Fonte: próprio autor

Figura 39 - Curva de convergência para diferentes números de iterações



Fonte: próprio autor

6.2 Formas otimizadas

Seguindo a seção 5.2, foram realizadas as simulações utilizando os modelos com painéis de espessura fixa e posteriormente, utilizando os melhores resultados encontrados, foi feita a simulação considerando a quantidade de reforçadores fixa.

As formas finais otimizadas para cada caso estudado não são apresentadas graficamente nesse trabalho, devido a sua representação gráfica demasiadamente poluída. Contudo, os resultados são sumarizados nas tabelas e gráficos apresentados nas seções a seguir.

6.2.1 Modelos com painéis/reforçadores de espessura e forma fixa

O gráfico da figura 40 apresenta os resultados obtidos dos modelos com painéis de espessura fixa igual a 2mm e reforçadores com forma em Z, análogos aos representados na figura 33. A escolha desses parâmetros se baseou em dados históricos normalmente utilizados para esse tipo de projeto estrutural. A figura indica uma quantidade de reforçadores por região e por perfil aerodinâmico, sendo possível observar que em quase todos os perfis, a quantidade ideal encontrada no intradorso é ligeiramente maior do que no extradorso, tal qual descrito em (Niu, 2008). A quantidade de reforçadores na região do bordo de ataque se manteve constante.

Analisando a quantidade total de reforçadores de cada perfil dentro de sua família, na maioria dos casos, é possível observar um aumento na quantidade de reforçadores, com a exceção da família 13XX que obteve uma diminuição considerável na quantidade em relação a família 00XX, como indicado pelas tabelas 8 e 9. A tabela 7 indica a quantidade média de reforçadores por espessura e também acompanha a mesma tendência.

Tabela 7 – Quantidade de reforçadores média para diferentes espessuras

Quantidade de reforçadores por espessura de aerofólio	
Espessura	Média da quantidade total
xx10	18
xx12	18
xx15	25
xx18	36

Fonte: próprio autor

Tabela 8 - Quantidade.de reforçadores médios para cada família de 4 dígitos

Quantidade de reforçadores por Família de aerofólio 4 dígitos	
Espessura	Média da quatidade total
00XX	27.75
13XX	23.75
24XX	26.5
44XX	31.25

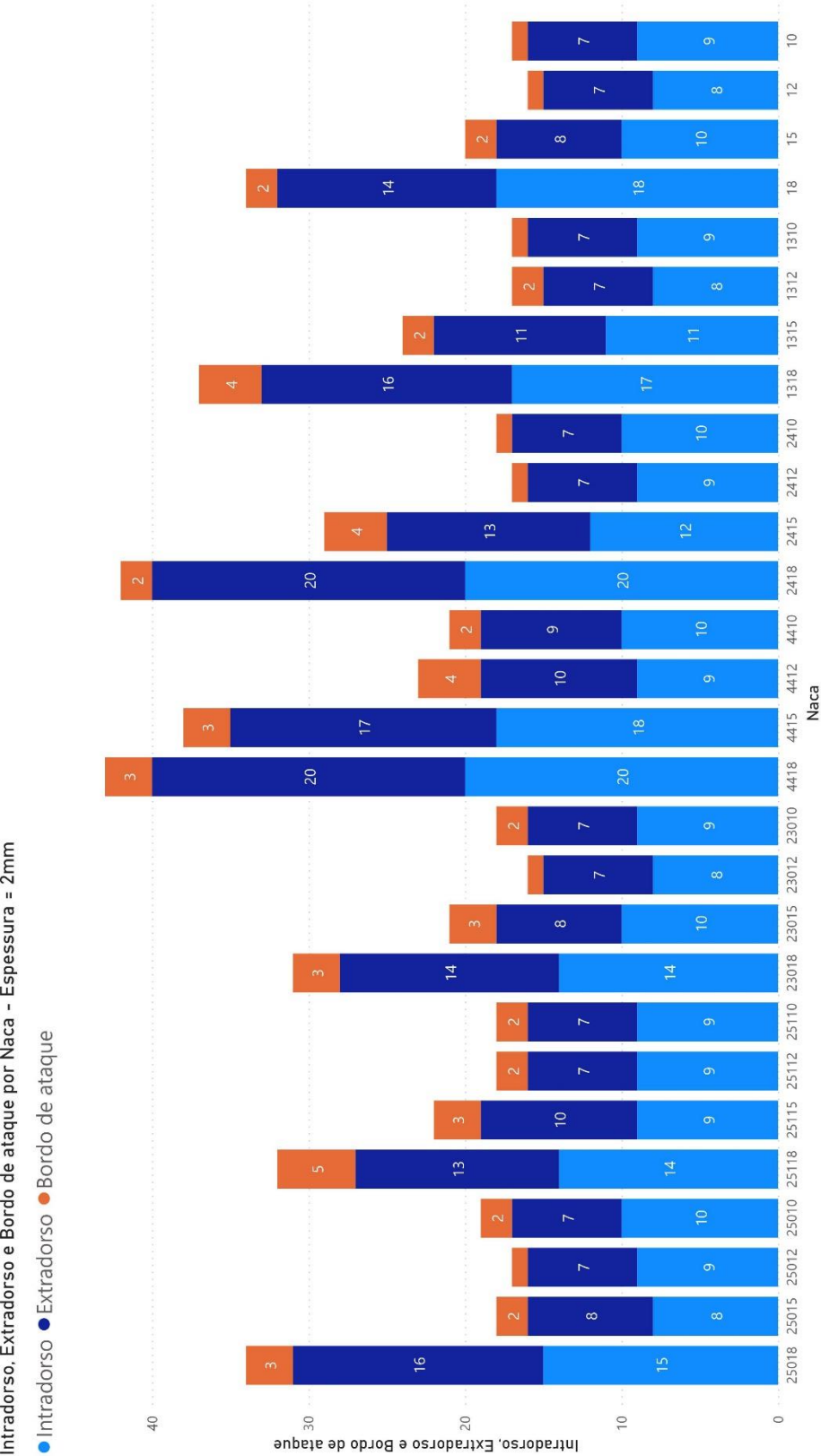
Fonte: próprio autor

Tabela 9 - Quantidade.de reforçadores médios para cada família de 5 dígitos

Quantidade de reforçadores por Família de aerofólio 5 dígitos	
Espessura	Média da quatidade total
230XX	21.5
250XX	22
251XX	22.5

Fonte: Próprio autor

Figura 40 – Distribuição da quantidade de reforçadores por região e por perfil



Fonte: próprio autor

6.2.2 Modelos com quantidade de reforçadores fixa

A partir das quantidades de reforçadores ideais encontradas na análise anterior, seguindo a seção 5.2.1, foram utilizados os valores médios da quantidade de reforçadores por região para realizar a análise dos modelos com espessura variável. As quantidades de reforçadores utilizados em cada região estão na tabela 10.

Tabela 10 - Quantidade média de reforçadores por região

Quantidade média de reforçadores resultantes da primeira análise por região	
Extradorso	10
Bordo de ataque	2
Intradorso	11

Fontes: próprio autor

A figura 43 apresenta as distribuições das espessuras encontradas para cada perfil em cada região separadamente, enquanto a figura 42 apresenta os valores médios de espessura de cada região para cada um dos perfis estudados. Observa-se que a espessura média para cada perfil foi menor do que a utilizada na análise anterior, indicando a importância da otimização dessa variável. Além disso, a espessura média da região do extradorso foi a maior encontrada, indicando uma maior solicitação dessa região, representada na tabela 11 dos valores médios de cada região em relação a todos os perfis.

Tabela 11 - Espessura média dos painéis

Espessura média [mm] dos painéis resultantes da segunda análise por região	
Extradorso	1.05
Bordo de ataque	1.01
Intradorso	1.07

Fonte: próprio autor

Em relação a geometria da seção transversal dos reforçadores, a figura 41, indica que a geometria mais adequado em todos os casos é o F6, representado pela geometria em Z, segundo a tabela da seção de geometria de reforçadores 5.1.2.

Figura 41 – Distribuição das geometria dos reforçadores por perfil

Perfil	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0010	0	1	0	0	2	24
0012	0	0	0	0	7	20
0015	1	0	0	0	7	19
0018	2	1	0	0	4	20
1310	1	1	0	0	3	22
1312	0	3	0	0	5	19
1315	1	2	0	0	3	21
1318	0	0	0	0	4	23
2410	1	0	0	0	6	20
2412	0	0	0	0	2	25
2415	0	3	0	0	6	18
2418	0	2	0	0	2	23
4410	0	0	0	0	5	22
4412	0	0	0	0	5	22
4415	0	0	0	0	5	22
4418	2	0	0	0	4	21
23010	0	5	0	0	5	17
23012	0	0	0	0	4	23
23015	0	1	0	0	4	22
23018	0	2	0	0	5	20
25110	0	2	0	0	2	23
25112	1	0	0	0	7	19
25115	0	0	0	0	5	22
25118	0	0	0	0	3	24
25010	0	1	0	0	3	23
25012	1	2	0	0	5	19
25015	1	4	0	0	5	17
25018	2	1	0	0	1	23

Fonte: próprio autor

Figura 42 – Distribuição de espessura por região e por perfil

Bordo de ataque										Intradorso																
Perfil	P11	P12	P13											Perfil	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24	P25
0010	1,01	0,91	1,14											0010	0,90	1,50	0,82	0,81	0,87	1,21	0,83	0,87	1,52	1,12	0,83	1,40
0012	0,89	1,09	0,81											0012	0,95	1,15	0,91	0,85	1,12	0,99	1,19	0,84	0,96	1,43	1,07	1,62
0015	1,13	1,29	1,24											0015	0,90	0,80	1,06	1,23	1,89	0,83	0,91	0,92	0,92	1,28	0,85	1,27
0018	0,87	0,91	1,08											0018	0,97	0,99	0,97	0,86	0,80	0,81	0,93	0,80	0,87	1,28	0,92	1,10
1310	1,02	1,18	1,04											1310	0,82	0,90	0,91	1,31	1,44	0,90	1,19	0,95	0,98	0,83	1,03	1,43
1312	1,02	0,97	1,17											1312	0,82	1,02	0,81	1,21	0,80	0,83	0,99	0,95	1,05	1,20	0,94	1,41
1315	0,84	0,99	0,93											1315	0,81	0,92	0,94	0,86	1,16	1,18	1,00	0,83	0,92	1,20	0,81	1,35
1318	1,38	0,91	0,82											1318	0,96	1,11	1,95	0,81	0,85	0,85	1,02	1,84	0,88	1,42	0,88	2,52
2410	0,94	1,16	0,94											2410	1,58	0,85	1,08	1,33	1,44	0,93	0,84	0,95	0,88	1,46	1,04	1,78
2412	1,08	0,95	0,84											2412	1,11	1,11	1,34	0,85	1,30	0,82	0,87	0,84	0,94	0,92	0,84	1,34
2415	1,15	1,09	0,86											2415	0,91	0,88	0,90	0,87	0,87	1,24	1,00	0,84	0,92	1,16	0,98	1,39
2418	0,91	0,95	0,86											2418	1,36	1,02	1,09	0,86	1,17	1,17	0,93	1,45	0,92	1,35	1,22	1,04
4410	1,21	0,97	0,97											4410	0,81	0,85	0,87	0,89	1,09	0,97	0,87	0,96	0,92	1,04	0,88	1,46
4412	0,91	0,89	0,83											4412	0,85	0,90	0,82	1,08	1,15	0,89	0,95	1,23	1,18	0,90	0,97	1,42
4415	1,11	0,93	0,86											4415	1,00	1,22	1,06	0,93	1,05	1,39	1,06	0,84	1,05	1,04	0,92	1,31
4418	0,81	1,14	0,86											4418	0,88	1,15	0,88	1,00	1,34	0,82	0,90	0,84	1,08	1,28	0,91	1,55
23010	1,24	0,89	0,90											23010	1,36	1,64	1,37	0,86	1,96	1,41	1,10	0,83	0,86	0,91	0,88	1,71
23012	0,89	0,83	1,02											23012	1,14	1,32	1,37	0,88	1,00	0,94	1,17	0,83	0,95	1,51	0,84	1,55
23015	1,01	1,07	1,31											23015	1,13	0,85	1,06	1,47	0,80	0,83	0,97	0,98	0,92	0,96	0,84	1,56
23018	0,89	0,92	0,86											23018	0,87	1,12	1,28	1,07	0,83	0,92	0,89	0,89	0,96	1,17	1,08	0,98
25110	0,81	0,93	1,26											25110	1,82	1,15	1,04	1,08	1,49	0,89	1,03	0,83	1,00	1,41	1,12	1,44
25112	1,17	0,85	0,94											25112	1,37	0,96	0,88	1,12	1,80	0,87	1,20	0,83	0,97	0,99	0,85	1,69
25115	1,08	1,12	0,83											25115	0,82	0,85	0,87	1,50	0,99	0,82	0,97	0,83	0,92	1,39	0,84	1,29
25118	0,89	1,10	0,91											25118	0,88	1,12	1,50	1,00	1,41	0,83	0,97	0,84	0,84	0,91	1,44	1,14
25010	1,59	1,65	0,82											25010	1,11	0,82	1,31	1,67	0,98	0,89	0,92	1,03	0,96	0,96	1,05	1,52
25012	1,28	0,85	0,94											25012	1,09	0,91	1,13	0,92	1,35	0,90	0,80	0,83	0,97	1,24	0,84	1,34
25015	1,59	0,99	1,10											25015	0,86	1,02	1,39	0,97	0,88	1,31	1,36	0,92	0,98	0,94	1,35	1,01
25018	0,93	0,93	0,95											25018	0,82	0,86	0,92	1,27	0,94	1,16	0,91	0,83	1,05	0,84	1,13	1,71

Fonte: próprio autor

Figura 43 – Espessura por região e por perfil



Fonte: próprio autor

6.3 Estudo de famílias de aerofólios NACA

O estudo em função das famílias foi realizado para estabelecer uma relação entre o peso final do aerofólio e do arrasto produzido por este. A figura 44 apresenta os resultados encontrados para esse tipo de análise, indicando o valor de peso\arrasto por perfil estudado.

Analisando as famílias de aerofólios separadamente, observa-se a para os perfis simétricos (família 00xx), o aumento na espessura do perfil acarretou em um aumento significativo do valor de peso/arrasto apenas para o maior valor de espessura estudado. Nas famílias de 4 dígitos não simétricas, com curvaturas menos elevadas (família 13xx e 24xx) e as famílias de 5 dígitos, o comportamento da variável de estudo decresceu com o aumento da espessura, enquanto, a família 44xx apresentou um comportamento mais similar aos perfis simétricos.

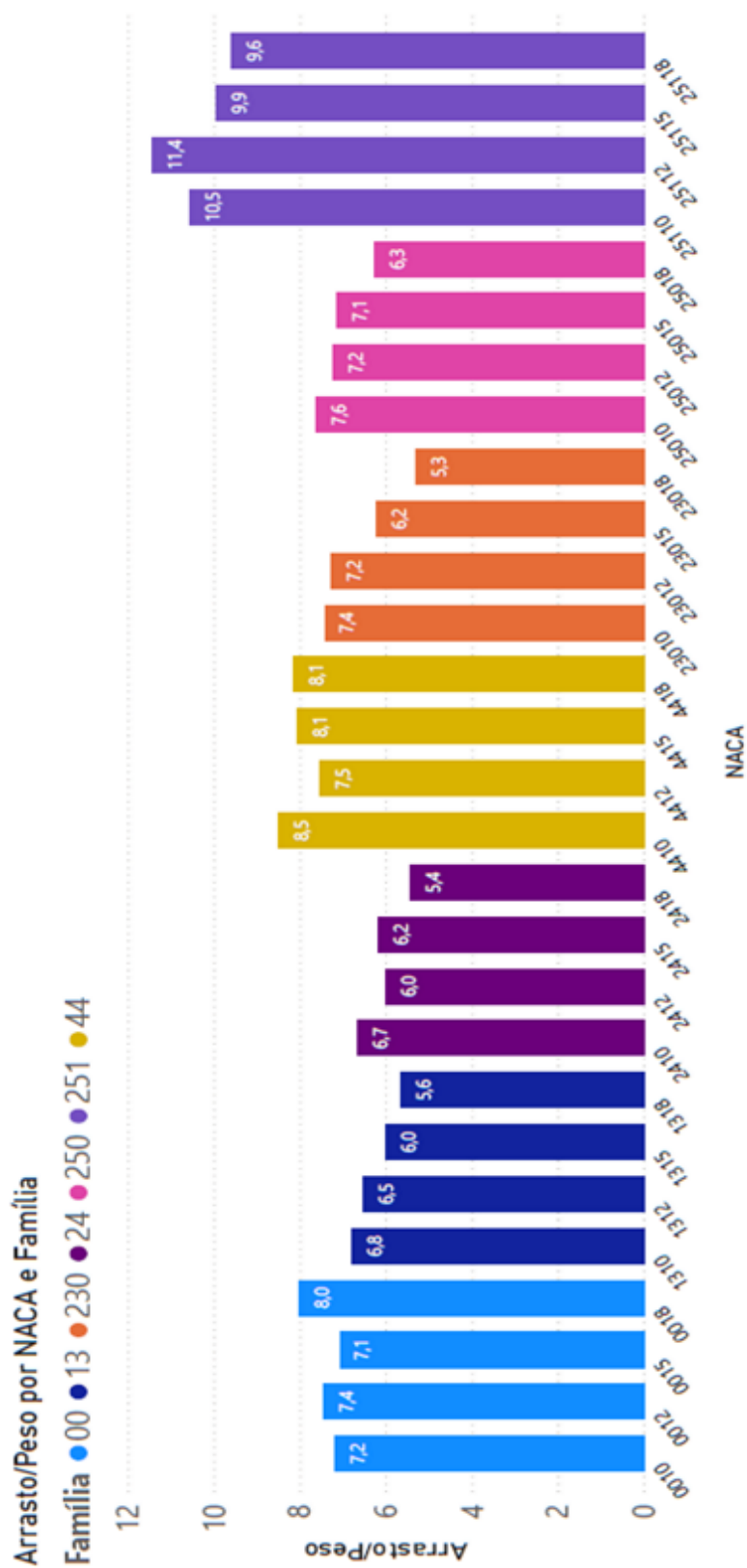
Analogamente à seção 6.1.1, analisando a variável de estudo em função da espessura dos perfis, observa-se essa mesma tendência de queda com o aumento da espessura para a análise isolada das famílias de 4 e 5 dígitos e para a média total do estudo, como indicado pela tabela 12.

Tabela 12 - Valores médios de arrasto/peso para diferentes espessuras

Arrasto/Peso médio para diferentes conjuntos de espessuras por famílias				
Espessura	XX10	xx12	xx15	xx18
Média 4 Dígitos	7.3	6.9	6.9	6.8
Média 5 Dígitos	8.5	8.6	7.7	7.1
Média total	7.8	7.6	7.2	6.9

Fonte: próprio autor

Figura 44 - Arrasto/Peso por perfil



Fonte: próprio autor

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como principal objetivo analisar a influência dos parâmetros estruturais e aerodinâmicos do *design* de asas sob o ponto de vista de MDO, de forma a considerar concomitantemente as variáveis que definem essas áreas de estudo em uma só análise. Especificamente, esse trabalho, se propôs a estudar o trade-off entre a eficiência aerodinâmica e a estrutural em relação ao peso desse tipo de estrutura, utilizando ferramentas computacionais de programação e formulações analíticas que modelam a física do problema.

Dessa forma, segundo os resultados apresentados na seção anterior, foi possível concluir que a metodologia desenvolvida cumpriu com esses objetivos propostos, uma vez que determinou etapas que permitiram a análise de inúmeros modelos de asa e a escolha das características mais otimizadas dentro do espaço amostral de variáveis, considerando um tempo computacional satisfatório e as restrições provenientes de ambas as áreas de estudo.

Portanto, quanto a utilização do algoritmo genético, conclui-se a necessidade de se estudar os diferentes hiperparâmetros do algoritmo a fim de se encontrar melhores resultados de maneira mais eficiente, tal qual realizado na seção 6.1. Contudo, a consideração de uma maior quantidade de variáveis teste para esse tipo de análise, bem como a execução repetida do algoritmo por mais vezes com o mesmo conjunto de hiperparâmetros, pode ajudar a garantir a convergência dos resultados obtidos. Neste trabalho, foram considerados um conjunto de hiperparâmetros suficientemente grande para representar a influência da análise dessa característica, ao mesmo tempo em que permitiu um tempo de execução computacional viável para o tipo de análise realizada.

Em relação a análise da quantidade de reforçadores, o resultado obtido reflete o esperado, de forma a demonstrar um aumento da quantidade de reforçadores conforme o aumento da espessura do perfil em todas as famílias de aerofólios. Outro aspecto dessa análise, foi o de que a quantidade de reforçadores por região de estudo refletiu uma quantidade adequada para esse tipo de asa, além de indicar uma maior necessidade na região do intradorso, fato também presente em observações de projetos reais.

Para a análise das espessuras e geometria, o resultado encontrado para a média das espessuras ótimas menor do que o valor utilizado no estudo da quantidade

de reforçadores, ressaltou a correlação dessa variável com a geometria do reforçador, assim, comprovando ser possível minimizar o peso total da estrutura com a escolha adequada das espessuras dos painéis e geometria dos reforçadores. De maneira similar a análise anterior, o valor médio da espessura foi ligeiramente maior para a região do intradorso, reiterando o argumento exposto.

A análise com enfoque na relação arrasto/peso em função de cada aerofólio demonstrou os principais aspectos da consideração dos subsistemas que compõem o *design* de uma asa, a partir do resultado de que a escolha do perfil aerodinâmico impactou diretamente nas variáveis estruturais. De maneira geral, sob a ótica do projeto de aeronaves, foi possível concluir que para a métrica escolhida, o aumento da espessura dos perfis acarreta numa tendência da diminuição do valor arrasto/peso para os aerofólios não simétricos, justificando a análise feita para quantificar essa diferença e ponderar junto a outros aspectos do projeto aeronáutico.

É importante ressaltar que a metodologia utilizada pode contemplar mais perfis aerodinâmicos e diferentes aspectos estruturais do projeto de asas, além da análise de outras métricas pertinentes do projeto aeronáutico. Para tanto, seria necessário a adaptação do equacionamento analítico que dita o comportamento estrutural e aerodinâmico do modelo. Dentre as alterações possíveis além das etapas de modelagem, destaca-se a possibilidade da utilização de outros métodos de otimização, tais como aprendizado de máquina e outros algoritmos heurísticos e a utilização de condições de restrição que reflitam o comportamento de voo de aeronaves com outro tipo de missão, como as da aviação comercial e militar.

8 REFERÊNCIAS

- ANAC. REGULAMENTO BRASILEIRO DA AVIAÇÃO CIVIL RBAC nº 25 EMENDA 136, Subparte C, 25.301 - 25.305.
- ANDERSON, John D. Fundamentals of aerodynamics. **McGraw**, 2009.
- CALLISTER JR, William D.; RETHWISCH, David G. **Callister's materials science and engineering**. John Wiley & Sons, 2020.
- CORMEN, Thomas H. et al. **Introduction to algorithms**. MIT press, 2009.
- DEB, Kalyanmoy. **Optimization for engineering design: Algorithms and examples**. PHI Learning Pvt. Ltd., 2012.
- DONALDSON, Bruce K. **Analysis of aircraft structures: an introduction**. Cambridge University Press, 2008.
- DRELA, M. Youngren, H. XFOIL 6.94. Software. MIT Aero & Astro (2001)
- DU, Ding-Zhu; KO, Ker-I. **Theory of computational complexity**. John Wiley & Sons, 2011.
- DUBREUIL, Sylvain et al. Towards an efficient global multidisciplinary *design* optimization algorithm. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, n. 4, p. 1739-1765, 2020.
- GROSSMAN, Bernard et al. Integrated aerodynamic/structural *design* of a sailplane wing. **Journal of Aircraft**, v. 25, n. 9, p. 855-860, 1988.
- GUDMUNDSSON, Snorri. **General aviation aircraft design: Applied Methods and Procedures**. Butterworth-Heinemann, 2013.
- HODGES, Dewey H.; PIERCE, G. Alvin. **Introduction to structural dynamics and aeroelasticity**. cambridge university press, 2011
- JANE, Frederick Thomas (Ed.). **Jane's All the World's Aircraft 1913**. David & Charles Reprints, 1969.
- JEAN-CLAUDE, Flabel. **Practical Stress Analysis for Design Engineers: Design and Analysis of Aerospace Vehicle Structures**. 1997.
- KRAMER, Oliver. Genetic algorithms. In: **Genetic algorithm essentials**. Springer, Cham, 2017.
- LIVNE, Eli; SCHMIT, L. A.; FRIEDMANN, P. P. Towards integrated multidisciplinary synthesis of actively controlled fiber composite wings. **Journal of Aircraft**, v. 27, n. 12, p. 979-992, 1990.
- LOMAX, Ted L. **Structural loads analysis for commercial transport aircraft: theory and practice**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- MANDORINO, M. **Automatic Aerostructural Analysis and Aerodynamic Optimization for Collaborative Aircraft Design Process**. 2021. Dissertação (Mestrado) - University of Naples, University of Naples, 2021.
- MARTINS, Joaquim RRA; LAMBE, Andrew B. Multidisciplinary *design* optimization: a survey of architectures. **AIAA journal**, v. 51, n. 9, p. 2049-2075, 2013.

MEGSON, Thomas Henry Gordon. **Aircraft structures for engineering students**. Butterworth-Heinemann, 2016.

MITCHELL, Melanie. **An introduction to genetic algorithms**. MIT press, 1998.

NIU, Chunyun; NIU, Michael C **Airframe stress analysis and sizing**. Conmilit Press, 1997.

NIU, Chunyun; NIU, Michael C. **Airframe structural *design*: practical *design* information and data on aircraft structures**. Conmilit Press, 1988.

PEERY, David J. **Aircraft structures**. Courier Corporation, 2011.

PROENÇA, Sergio Persival Baroncini et al. **Mecânica das estruturas aeronáuticas**. 2009.

RAO, Singiresu S. **Engineering optimization: theory and practice**. John Wiley & Sons, 2019.

RAYMER, Daniel. **Aircraft *design*: a conceptual approach**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2012.

ROSKAM, Jan. **Airplane *design***. DARcorporation, 2000.

SPRINKLE, Jonathan et al. Metamodelling: state of the art and research challenges. In: **Proceedings of the 2007 International Dagstuhl conference on Model-based engineering of embedded real-time systems**. 2007.

VANKAN, Jos; LAMMEN, Wim; BAALBERGEN, Erik. Multidisciplinary Modelling, Analysis and Optimisation for Aircraft and System Level *Design* and Validation. In: **14th WCCM-ECCOMAS Congress 2020**. 2021.