UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Sorocaba / São João da Boa Vista

JOÃO PEDRO SPADÃO

Controle de Transição para Veículo de Decolagem e Aterrissagem Vertical - VTOL

São João da Boa Vista
2024

João Pedro Spadão

Controle de Transição para Veículo de Decolagem e Aterrissagem Vertical - VTOL

Dissertação apresentada ao Conselho do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica , interunidades entre o Instituto de Ciência e Tecnologia de Sorocaba e a Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica .

Área de Concentração: Automação

Linha de Pesquisa: Sistemas Mecatrônicos

Financiadora: CAPES - DS

Orientador: Prof. Dr. Wilian Miranda dos Santos

São João da Boa Vista

2024

S732c

Spadão, João Pedro
Controle de Transição para Veículo de Decolagem e Aterrissagem Vertical - VTOL / João Pedro Spadão. -- São João da Boa Vista, 2024
105 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Wilian Miranda dos Santos

1. Métodos de simulação. 2. Piloto automático (Aviões). 3. Controle de voo. 4. Drone. 5. Modelos. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

Impacto potencial desta pesquisa

Neste trabalho desenvolveu-se uma metodologia de simulação de uma aeronave elétrica que une aspectos de dois tipos distintos de máquinas voadoras: aviões e drones. Em adição ao ambiente de simulação, foram propostas estratégias de controle específicas para cada fase de voo desta aeronave. Espera-se gerar impacto científico de forma que o ambiente de simulação aqui proposto, bem como as estratégias de controle propostas possam ser utilizadas por outras pesquisas e trabalhos de forma a alavancar o avanço tecnológico das máquinas voadoras sustentáveis, área tão emergente, promissora e necessária atualmente.

Potential impact of this research

This work developed a simulation methodology for an electric aircraft that combines aspects of two distinct types of flying machines: airplanes and drones. In addition to the simulation environment, specific control strategies were proposed for each flight phase of this aircraft. It is expected to generate scientific impact so that the simulation environment proposed here, as well as the proposed control strategies, can be used by other research and studies in order to leverage the technological advancement of sustainable flying machines, an emerging, promising and necessary area nowadays.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de São João da Boa Vista

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Controle de Transição para Veículo de Decolagem e Aterrissagem Vertical - VTOL

AUTOR: JOÃO PEDRO SPADÃO

ORIENTADOR: WILIAN MIRANDA DOS SANTOS

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, área: Automação pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. WILIAN MIRANDA DOS SANTOS (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Aeronautica / Faculdade de Engenharia de Sao Joao da Boa Vista UNESP

Prof. Dr. ROBERTO SANTOS INOUE (Participaçao Virtual)
Departamento de Computação / Universidade Federal de São Carlos

Prof. Dr. RUI MARCOS GROMBONE DE VASCONCELLOS (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Aeronáutica / Faculdade de Engenharia de São João da Boa Vista - UNESP

São João da Boa Vista, 29 de agosto de 2024

Verônica Liberali Messias
Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Graduação e Pós-Graduação

Assinado de forma digital por Veronica Liberali Messias:36823715839
Dados: 2024.08.30 16:29:30 -03'00'

AGRADECIMENTOS

Agradeço e dedico este trabalho à minha querida Sabrina, que sempre esteve ao meu lado, motivando-me dia e noite para que este texto fosse elaborado. Aos meus pais, por toda a instrução, educação e amor a mim dedicados. Ao meu Professor Wilian, por todo o apoio e conhecimento a mim ensinado. E a todos os amigos que de alguma forma contribuíram para que esse trabalho fosse concluído. Agradeço a UNESP, por todos os anos em que fui por ela acolhido e por todo o ensinamento e evolução a mim transmitidos. Por fim, Externo à CAPES o meu cordial agradecimento pelo apoio e financiamento fornecidos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

No contexto de veículos aéreos tripulados e não tripulados, o eVTOLs são aeronaves que vêm se destacando no século XXI, com projeções promissoras para o futuro. Com aplicabilidades desde o transporte de carga até o de pessoas, essas aeronaves unem a versatilidade de um helicóptero com a eficiência e autonomia de um asa fixa. Uma fase importante presente no voo dessas aeronaves é a transição da condição de voo pairado para o voo de cruzeiro, onde forças provenientes dos *lifters* e da asa fixa coexistem e geram desafios de controle para os sistemas de automatismo. Com o objetivo de estudar, desenvolver e aprimorar os conceitos de controle da fase de transição, o presente trabalho adaptou e modelou uma aeronave radio controlada eVTOL de pequeno porte. Controles de voo pairado e de voo asa fixa foram propostos para atuarem nas diferentes fases de voo. Para comandar a interação entre ambos, um sistema de *switch* foi proposto e estratégias diferentes de controle foram estudadas e testadas, como por exemplo a função sigmoide para o *switch* entre controladores. Verificou-se que dependendo dos parâmetros escolhidos, é facilmente provocado o fenômeno de estol durante a fase de transição, realçando a alta dependência nas forças de tração dos *lifters* para velocidades iguais ou ligeiramente superiores à velocidade de estol, de forma a proporcionar sucesso na transição. Os melhores resultados foram obtidos para configurações em que ainda havia pouca ou alguma força gerada pelos *Lifters* em velocidades até 10 % acima da velocidade de estol da aeronave.

PALAVRAS-CHAVE: métodos de simulação; piloto automático (aviões); controle de voo; drone; modelos.

ABSTRACT

In the context of manned and unmanned aerial vehicles, eVTOLs (Electric Vertical Takeoff and Landing) are aircraft that have been gaining prominence in the 21st century, with promising projections for the future. With applications ranging from cargo to passenger transport, these aircraft combine the versatility of a helicopter with the efficiency and autonomy of a fixed-wing aircraft. An important phase in the flight of these aircraft is the transition from a hovering condition to cruise flight, where forces from lifters and the fixed wing coexist, presenting control challenges for automation systems. In order to study, develop, and improve control concepts during the transition phase, the present work adapted and modeled a small-scale radio-controlled eVTOL aircraft. Controls for hovering flight and fixed-wing flight were proposed. To manage the interaction between the two, a switch system was proposed, and different control strategies were studied and tested, such as the sigmoid function for the switch between controllers. It was observed that depending on the chosen parameters, the stall phenomenon is easily triggered during the transition phase, highlighting the high dependence on lifters' forces for speeds equal to or slightly higher than the aircraft's stall speed, to ensure successful transition. The best results were obtained for configurations in which there was still little or some force generated by the lifters at speeds up to 10 % above the aircraft's stall speed.

KEYWORDS: simulation methods; autopilot (airplanes); flight control; drone; models.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplos de aeronaves eVTOL. 23
Figura 2 – Ciclo de voo de uma aeronave VTOL 24
Figura 3 – Contribuições de seções da aeronave para a estabilidade estática longitudinal. Percebe-se a asa e fuselagem como fatores desestabilizantes (retas com derivada positiva), bem como a ação da empenagem como fator estabiliante, chegando à curva final da aeronave com derivada negativa, indicando estabilidade. 26
Figura 4 – Critério de Estabilidade Direcional 27
Figura 5 – Critério de Estabilidade Lateral 28
Figura 6 – Modo Período Curto 30
Figura 7 – Resposta do Modo Fugóide 31
Figura 8 – Resposta Esperada do Modo *Roll* 32
Figura 9 – Resposta Esperada do Modo *Yaw* 32
Figura 10 – Modo Espiral 33
Figura 11 – Resposta esperada para o *Dutch Roll* 34
Figura 12 – Configuração *plus* e *cross* para um quadricóptero 35
Figura 13 – Esquemático de forças e torques para o movimento de um quadricóptero . . . 36
Figura 14 – Influência do Movimento Translacional na Tração Requerida para o Voo Pairado 37
Figura 15 – Pontos de trimagem para a fase de transição 38
Figura 16 – Aeronave Albatroz antes das atualizações 39
Figura 17 – Aeronave Albatroz após as atualizações 40
Figura 18 – Análises Aerodinâmicas para a Nova Asa. Na Figura (a) têm-se as curvas de C_L X α obtidas pelo método LLT, teoria da linha sustentadora. Na Figura (b) têm-se as curvas de eficiência aerodinâmica, obtidas pelo método VLM2 viscoso. 41
Figura 19 – Análise de força de sustentação gerada (a) e eficiência aerodinâmica (b). Comparam-se a asa original com duas variantes em geometria utilizando o aerofólio original e o novo aerofólio proposto 42
Figura 20 – Cm_{CG} x α para a Aeronave Completa 43
Figura 21 – Motor O.S. 46AX originalmente utilizado (a) e motor sunnysky X4120 elétrico como proposta de atualização (b). 44
Figura 22 – Hélice APC 14x10 44
Figura 23 – Sistema NED 46
Figura 24 – Curva de coeficiente de sustentação obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de sustentação modelada, em vermelho. 52
Figura 25 – Curva de coeficiente de arrasto obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de arrasto modelada, em vermelho. 53
Figura 26 – Curva de momento de arfagem obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de momento de arfagem modelada, em vermelho. 53

Figura 27 – Curvas de tração dinâmica do tractor para diferentes porcentagens da rotação máxima, com variação da velocidade do ar de zero a 45 m/s. Para valores superiores a 16 m/s utilizou-se extrapolação por meio de tendência, uma vez que a velocidade máxima deisponível nos ensaios práticos em túnel de vento era de 16 m/s. 54
Figura 28 – Curva de tração estática para o tractor 55
Figura 29 – Análise Estática para um *Lifter* 56
Figura 30 – Convenção adotada para os *lifters*, em configuração "X". 58
Figura 31 – Esquemático do conceito de *Closed Loops* 64
Figura 32 – *Outer Loop:* Controle de Proa 65
Figura 33 – *Inner Loop:* Controle de rolamento 65
Figura 34 – Controle de *sideslip* 66
Figura 35 – *Outer Loop*: Controle de altitude 66
Figura 36 – *Inner Loop*: Controle de arfagem 67
Figura 37 – Controle de velocidade 67
Figura 38 – Planta para Ajuste do ControleLongitudinal 71
Figura 39 – Planta para Ajuste do Controle de Velocidade 71
Figura 40 – Planta para Ajuste do Controle de Lateral - Direcional 72
Figura 41 – Planta para Ajuste do Controle de Derrapagem 72
Figura 42 – *Motor Mixing Algorithm* 73
Figura 43 – Controle de rolagem para os *lifters* 74
Figura 44 – Controle de guinada para os *lifters* 74
Figura 45 – Controle de altura para os *lifters* 75
Figura 46 – *Outer Loop*: Controle de Velocidade Solo por *lifters* 76
Figura 47 – *Inner Loop*: Controle de arfagem por *lifters* 76
Figura 48 – Diagrama geral do sistema de switch. É possível verificar o bloco switch sendo alimentado pelos comandos dos blocos de controle asa fixa e controle quadricóptero. A saída são os comandos para o bloco de simulação da aeronave. 77
Figura 49 – Função K 78
Figura 50 – Função Sigma. O fator K percorre a velocidade de estol de 0 a 120%. Composta à função K, há a função sigmoide, que resulta em uma curva específica a medida que o valor de K varia. 79
Figura 51 – Função sigma para o caso linear trivial 80
Figura 52 – Modo Período Curto 82
Figura 53 – Modo Fugóide 82
Figura 54 – Modo Roll 83
Figura 55 – Modo Yaw 83
Figura 56 – Modo Dutch Roll 84
Figura 57 – Modo Espiral 85
Figura 58 – Controle de altura para o método *Closed Loops* 86

Figura 59 – Controle longitudinal para o método *Closed Loops* 87
Figura 60 – Controle de curso para o método *Closed Loops* 87
Figura 61 – Controle de altura para os *lifters* 88
Figura 62 – Voo completo: controles *wingborne* 89
Figura 63 – Voo completo: controles dos *lifters* 90
Figura 64 – Voo completo: controles *wingborne* 91
Figura 65 – Voo completo: controles dos *lifters* 92
Figura 66 – Voo completo: controles *wingborne* 93
Figura 67 – Voo completo: controles dos *lifters* 94
Figura 68 – Voo completo: controles *wingborne* 95
Figura 69 – Voo completo: controles dos *lifters* 96

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP	Universidade Estadual Paulista
UAM	*Urban Air Mobility* (Mobilidade Aérea Urbana)
eVTOL	*Electric Vertical Takeoff and Landing* (Veículo Elétrico de Pouso e Decolagem Vertical)
SLC	*Sucessive Loop Closure*
LLT	Teoria da Linha Sustentadora (*Lifting Line Theory*)
VLM	*Vortex Lattice Method*
CG	Centro de Gravidade
ECEF	(*Earth Centered Earth Fixed*)
NED	(*North - East - Down*)

LISTA DE SÍMBOLOS

M	Massa da aeronave
S_W	Área da asa
g	Aceleração da gravidade terrestre ($g = 9.81$ [m/s²])
b_W	Envergadura da asa
c_{r_W}	Corda na raiz da asa
c_{t_W}	Corda na ponta da asa
λ_W	Razão de afilamento da asa
S_W	Área da asa
AR_W	Razão de aspecto da asa
c	Corda média aerodinâmica da asa
b_{EH}	Envergadura da empenagem horizontal
$c_{r_{EH}}$	Corda na raiz da empenagem horizontal
$c_{t_{EH}}$	Corda na ponta da empenagem horizontal
λ_{EH}	Razão de afilamento da empenagem horizontal
S_{EH}	Área da empenagem horizontal
AR_{EH}	Razão de aspecto da empenagem horizontal
c_{EH}	Corda média aerodinâmica da empenagem horizontal
b_{EV}	Envergadura da empenagem vertical
$c_{r_{EV}}$	Corda na raiz da empenagem vertical
$c_{t_{EV}}$	Corda na ponta da empenagem vertical
λ_{EV}	Razão de afilamento da empenagem vertical
S_{EV}	Área da empenagem vertical
AR_{EV}	Razão de aspecto da empenagem vertical
c_{EV}	Corda média aerodinâmica da empenagem vertical
L_{HT}	Altura do cone de cauda horizontal

L_{VT}	Altura do cone de cauda vertical
V_{HT}	Coeficiente do volume de cauda horizontal
V_{VT}	Coeficiente do volume de cauda vertical
τ_{eh}	Razão de áreas entre S_{EH} e área do profundor
τ_{ev}	Razão de áreas entre S_{EV} e área do leme
τ_w	Razão de áreas entre S_W e área do aileron
η	Fator de eficiência da empenagem
α	Ângulo de ataque
β	Ângulo de derrapagem (*sideslip*)
γ	Ângulo de Rumo
χ	Ângulo de Curso
ϕ	Ângulo de rolagem (*roll*)
θ	Ângulo de arfagem (*pitch*)
ψ	ângulo de guinada (*yaw*)
e	Fator de eficiência de Oswald
C_L	Coeficiente de sustentação para a asa finita
C_D	Coeficiente de arrasto para a asa finita
C_m	Coeficiente de momento de arfagem
α_0	Ângulo de ataque onde $C_L = 0$
C_{L_0}	Coeficiente de sustentação a $\alpha = 0$
C_{D_0}	Coeficiente de arrasto a $\alpha = 0$
p	Taxa de rolagem (velocidade angular em torno do eixo x^c)
q	Taxa de arfagem (velocidade angular em torno do eixo y^c)
r	Taxa de guinada (velocidade angular em torno do eixo z^c)
f_x	Força na direção do eixo x^c
f_y	Força na direção do eixo y^c
f_z	Força na direção do eixo z^c

l	Torque no eixo x^c
m	Torque no eixo y^c
n	Torque no eixo z^c
C_{D_p}	Coeficiente de arrasto parasita
C_{m_0}	Coeficiente de momento de arfagem para $\alpha = 0$
C_{L_α}	Coeficiente de momento de arfagem (coef. angular da curva C_L x α)
C_{D_α}	Coeficiente angular da curva C_D x α
C_{m_α}	Coeficiente angular da curva C_m x α
C_{L_q}	Coeficiente de sustentação devido à velocidade angular q
C_{D_q}	Coeficiente de arrasto devido à velocidade angular q
C_{m_q}	Coeficiente de momento de arfagem com relção à velocidade q
$C_{L_{\alpha_{eh}}}$	Coeficiente angular da curva C_L x α do estabilizador horizontal
τ_{eh}	Razão de áreas entre o profundor e o estabilizador horizontal
τ_{ev}	Razão de áreas entre o leme e o estabilizador vertical
τ_w	Razão de áreas entre os ailerons e a asa
η	Fator de eficiência da empenagem ($0.8 \leq \eta \leq 1.2$)
$C_{L_{\delta_e}}$	Coeficiente de sustentação gerado pela EH devido à deflexão do profundor
$C_{m_{\delta_e}}$	Coeficiente de eficiência do profundor para arfagem
C_{Y_0}	Coeficiente de força em y^c para $\beta = 0$
C_{l_0}	Coeficiente de momento de rolagem para $\alpha = 0$
C_{n_0}	Coeficiente de momento de rolagem para $\beta = 0$
C_{Y_β}	Coeficiente de variação de força em Y^c devido a β
C_{l_β}	Coeficiente de momento de rolagem para sideslip (coef. angular da curva C_l x β)
C_{n_β}	Coeficiente de momento de guinada para sideslip (coef. angular da curva C_n x β)
C_{Y_p}	Coef. de variação de força no eixo y^c devido à velocidade p
C_{l_p}	Coeficiente de momento de rolagem devido à velocidade angular p
C_{n_p}	Coef. de momento de guinada com relação à velocidade angular p

C_{Y_r}	Coeficiente de força no eixo y^c devido à velocidade angular r
C_{l_r}	Coeficiente de momento de rolagem devido à velocidade angular$r$
C_{n_r}	Coeficiente de momento de guinada devido à velocidade angular r
$C_{Y_{\delta_a}}$	Coeficiente de força no eixo y^c devido ao aileron
$C_{L_{\alpha ev}}$	Coeficiente angular da curva C_L x α do estab. vertical
$C_{l_{\delta_a}}$	Coeficiente de eficiência do aileron para rolagem
$C_{n_{\delta_a}}$	Coeficiente de eficiência do aileron para guinada
$C_{Y_{\delta_r}}$	Coeficiente de força no eixo y^c devido ao leme
$C_{l_{\delta_r}}$	Coeficiente de eficiência do leme para rolagem
$C_{n_{\delta_r}}$	Coeficiente de eficiência do leme para guinada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 21
1.1 – Motivação 22
1.2 – Objetivos 22
1.3 – Estrutura do trabalho 22

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 23
2.1 – Conceito de eVTOL 23
2.1.1 – Tipos de VTOL ***23***
2.1.2 – Ciclo de Voo ***24***
2.2 – Ângulos de Euler e Quatérnios 24
2.2.1 – Representação por Ângulos de Euler ***24***
2.2.2 – Representação por Quatérnios ***25***
2.3 – Conceitos de Estabilidade e Controle 26
2.3.1 – Estabilidade estática ***26***
2.3.1.1 – Caso Longitudinal ***26***
2.3.1.2 – Caso Látero-direcional ***27***
2.3.2 – Teoria das Pequenas Perturbações ***28***
2.3.3 – Estabilidade Dinâmica ***29***
2.3.3.1 – Período Curto e Fugóide ***30***
2.3.3.2 – Roll e Yaw puros ***31***
2.3.3.3 – Espiral ***32***
2.3.3.4 – Dutch Roll ***33***
2.4 – Estratégias de Controle 35
2.4.1 – Controle de Quadricópteros ***35***
2.4.1.1 – Influência do Escoamento nos Rotores ***36***
2.4.2 – Controle de Asa Fixa ***37***
2.4.2.1 – Sistema de Loops Sucessivos ***37***
2.4.3 – Controles de Transição ***37***

3 METODOLOGIA 39
3.1 – Atualização da Aeronave Albatroz 39
3.1.1 – Melhoria da Asa e Fuselagem ***40***
3.1.2 – Novo Grupo Motopropulsor ***43***
3.1.3 – Adição de Lifters ***44***
3.1.4 – Dimensionamento de Bateria ***45***
3.2 – Modelagem da Aeronave 46
3.2.1 – Sistemas de Coordenadas ***46***

3.2.1.1 – Sistema ECEF ***46***
3.2.1.2 – Sistema NED Local ($S^i = x^i, y^i, z^i$) ***46***
3.2.1.3 – Sistema do corpo fixo $(S^c = x^c, y^c, z^c)$ ***47***
3.2.1.4 – Sistema de estabilidade ($S^s = x^s, y^s, z^s$) ***47***
3.2.1.5 – Sistema de Coordenadas dos ventos ($S^v = x^v, y^v, z^v$) ***47***
3.2.2 – Atmosfera e Turbulência ***47***
3.2.3 – Variáveis de Estado ***49***
3.2.4 – Cinemática e Dinâmica ***49***
3.2.4.1 – Cinemática ***49***
3.2.4.2 – Dinâmica ***50***
3.2.5 – Forças e Momentos - Asa Fixa ***50***
3.2.5.1 – Reações Aerodinâmicas ***50***
3.2.5.1.1 – Curvas Modeladas de C_L, C_D e C_m ***51***
3.2.5.2 – Modelo Propulsivo* - Tractor** ***54
3.2.5.3 – Modelo Propulsivo* - Lifters** ***55
3.2.6 – Influência do Movimento de Translação nos rotores ***56***
3.2.7 – Forças e Momentos* - Lifters** ***57
3.3 – Equacionamento Final 59
3.4 – Linearização em Espaços de Estados 59
3.4.1 – Modelo Látero-direcional ***59***
3.4.2 – Modelo Longitudinal ***61***
3.5 – Controlador de Voo - *Wing-borne* 64
3.5.1 – Controle por* Closed Loops** ***64
3.5.1.1 – Controle Látero-direcional ***64***
3.5.1.2 – Controle Longitudinal ***66***
3.5.2 – Ajuste de Ganhos - Asa Fixa ***68***
3.5.2.1 – Gain Scheduling ***68***
3.5.2.2 – Funções de Transferência - Movimento Látero-Direcional ***68***
3.5.2.2.1 – Roll (ϕ) para Aileron (δ_a) ***68***
3.5.2.2.2 – Curso (χ) para Roll (ϕ) ***69***
3.5.2.2.3 – Sideslip (β) para Leme (δ_e) ***69***
3.5.2.3 – Funções de Transferência - Movimento Longitudinal ***69***
3.5.2.3.1 – Pitch (θ) para Profundor (δ_e) ***70***
3.5.2.4 – Altura (h) para Pitch (θ) ***70***
3.5.2.4.1 – Velocidade (V_a) para Motor (δ_t) ***70***
3.5.2.5 – Plantas para Ajuste dos Ganhos ***71***
3.6 – Controlador de Voo - *Lifters* 73
3.6.1 – Controles Lateral e Direcional ***74***
3.6.2 – Controle Longitudinal ***75***
3.6.2.1 – Controle de altura ***75***

3.6.2.2 – Controle de Velocidade Solo *75*
3.6.3 – Ajuste de Ganhos *76*
3.7 – Sistema de *Switch* 77
3.7.1 – Switch por Função Sigmoide *77*
3.7.2 – Switch por Função Linear *80*

4 RESULTADOS **81**
4.1 – Análises de Estabilidade Estática 81
4.1.1 – Caso Longitudinal *81*
4.1.2 – Caso Lateral - Direcional *81*
4.2 – Análises de Estabilidade Dinâmica 81
4.2.1 – Caso Longitudinal *82*
4.2.2 – Caso Lateral - Direcional *83*
4.3 – Controle para Asa Fixa 86
4.3.1 – Controle Longitudinal *86*
4.3.2 – Controle Látero-direcional *87*
4.4 – Controle para os *Lifters* 88
4.4.1 – Controle de altura *88*
4.5 – Controle de transição (*Switch*) 89
4.5.1 – Switch por Função Sigmoide - Translação por **Lifters** *89*
4.5.2 – Switch por Função Linear - Translação por **Lifters** *91*
4.5.3 – Switch por Função Sigmoide - Translação por **Tractor** *93*
4.5.4 – Switch por Função Linear - Translação por **Tractor** *95*

5 CONCLUSÕES **97**

REFERÊNCIAS **99**

APÊNDICE A – DADOS DA AERONAVE EVTOL **101**
A.1 – Parâmetros Gerais 101
A.2 – Parâmetros de Motor 102
A.3 – Coeficientes para as Curvas C_D e C_m Modeladas 102
A.4 – Ganhos dos Controladores 103
A.4.1 – Controlador Asa Fixa - Longitudinal *103*
A.4.2 – Controlador Asa Fixa - Velocidade *103*
A.4.3 – Controlador Asa Fixa - Lateral direcional *103*
A.4.4 – Controlador de Hover - Longitudinal *103*
A.4.5 – Controlador de Hover - Velocidade *103*
A.4.6 – Controlador de Hover - Lateral direcional *103*
A.5 – Parâmetros - *switch* 104
A.6 – Coeficientes de Estabilidade e Controle 104

A.7 – Funções de Transferência 105

1 INTRODUÇÃO

Almejando eficiência energética e na tentativa de diminuir a emissão de poluentes, o século XXI vive atualmente uma revolução nos sistemas de transporte. Conforme retrata Estadão (2021), fabricantes de veículos automotores estão em uma corrida desenfreada em busca da eletrificação de suas frotas. A substituição dos ineficientes motores ciclo Otto e ciclo Diesel está gradativamente sendo possível mediante ao avanço no desenvolvimento de baterias e sistemas de potência com maior capacidade energética.

Em meio a essa revolução, uma parcela específica de veículos está ganhando força, em especial, na área da mobilidade aérea urbana: os eVTOLs, sigla para veículos elétricos de decolagem e aterrisagem vertical. Segundo Eletrification (2023), unindo a praticidade de um pouso vertical de um helicóptero, com a eficiência, autonomia e rapidez de um avião, essas aeronaves entregam uma versatilidade que está sendo utilizada para revolucionar a mobilidade aérea, desde o transporte de carga, com pequenas aeronaves remotamente pilotadas ou semi autônomas, até a grandes e pesados veículos para o transporte de pessoas.

Fazendo uso do voo de cruzeiro sob asas e do voo pairado por meio de rotores (*lifters*), os eVTOLs possuem uma etapa particular em seu ciclo operacional, na qual os comportamentos físicos do voo pairado e do voo de cruzeiro coexistem e geram um grande desafio para os sistemas de automação de voo. Chamada de Fase de Transição, conforme explica Warwick (2022), esta etapa compõe a mudança do voo pairado (sob ação principal dos *lifters*) para o voo de cruzeiro (*wingborne*), em que a força de sustentação para o voo passa a ser da asa fixa.

Devido ao comportamento pouco conhecido e dos efeitos não lineares presentes no momento da transição, em caso de voo manualmente pilotado, corre-se o risco de se enfrentar situações que podem levar à perda de controle da aeronave. Para contornar o problema, estratégias de controle têm sido estudadas para automatizar a passagem de forma segura por essa fase. Gu, Lyu e Li (2017) propôs um algoritmo que atribui pesos às autoridades das leis de controle dos *lifters* (voo pairado) e das superfícies aerodinâmicas (ailerons, profundor e leme), para o voo à frente.

Objeto de interesse de estudo deste trabalho, um controle para a fase de transição foi proposto, modelado e simulado, com o objetivo de avaliar o comportamento de uma aeronave eVTOL na realização da fase de transição de forma automática e segura. Como plataforma de testes, utilizou-se uma adaptação da aeronave Albatroz, detalhada neste trabalho, para a qual foi proposta uma atualização para permitir o voo pairado e um controlador automático de voo para esta fase, assim como para a fase de cruzeiro. Para combinar a atuação dos dois controladores, foi proposto um sistema de *switch* de forma a realizar a manobra de transição. Ao final, foi simulado um ciclo de voo completo, composto por decolagem vertical, transição de pairado para cruzeiro, voo de cruzeiro, transição de cruzeiro para pairado, e por fim, pouso vertical.

1.1 MOTIVAÇÃO

Dada a projeção futura de crescimento dos eVTOLs, e a complexidade da fase de transição do voo dessas aeronaves, a motivação deste trabalho é contribuir com o avanço das técnicas de controle que permitam a passagem por essa fase de maneira eficiente e segura.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo deste estudo é modelar e simular um sistema de controle para a transição entre o voo pairado e o voo de cruzeiro, bem como a transição de volta do voo de cruzeiro para o pairado, especificamente para a aeronave Albatroz, levando em consideração suas atualizações.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

1. Introdução e descrição dos objetivos. Neste capítulo é contextualizado o conceito de eVTOL, sua importância no mercado da aviação moderna, e suas dificuldades oriundas das distintas fases de voo. Em adição, explicitam-se os objetivos do trabalho.

2. Revisão bibliográfica de conceitos pertinentes. Neste capítulo definem-se conceitos importantes relacionados ao estado da arte das estratégias de modelagem e controle, relacionadas às aeronaves eVTOL.

3. Metodologia do desenvolvimento das análises. Neste capítulo é descrita a modelagem da aeronave utilizada, bem como o desenvolvimento das estratégias de controle pertinentes ao trabalho, em especial a de transição.

4. Resultados e discussões. Nesta seção mostram-se os resultados da modelagem e da simulação dos controladores para a aeronave utilizada.

5. Conclusões. Neste capítulo faz-se uma visão geral do trabalho e dos objetivos atingidos. Também são listadas as atividades futuras a serem realizadas até a entrega final do trabalho.

6. Referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCEITO DE EVTOL

O eVTOL, conforme descrito em Siemens (2023), é definido como uma aeronave que utiliza a energia elétrica para decolar, pairar e pousar verticalmente. São veículos otimizados para o uso da propulsão elétrica por meio de baterias.

De acordo com a mesma Fonte, o propósito dessas aeronaves é proporcionar transporte de curto alcance de forma rápida e acessível, tanto para passageiros quanto para carga, a um custo comparável ao do atual transporte terrestre. Para atender à crescente demanda do mercado de mobilidade aérea urbana (UAM), o eVTOL deve apresentar características de ser mais acessível, seguro, veloz, silencioso, limpo e eficiente quando comparado a opções como helicópteros ou táxis convencionais.

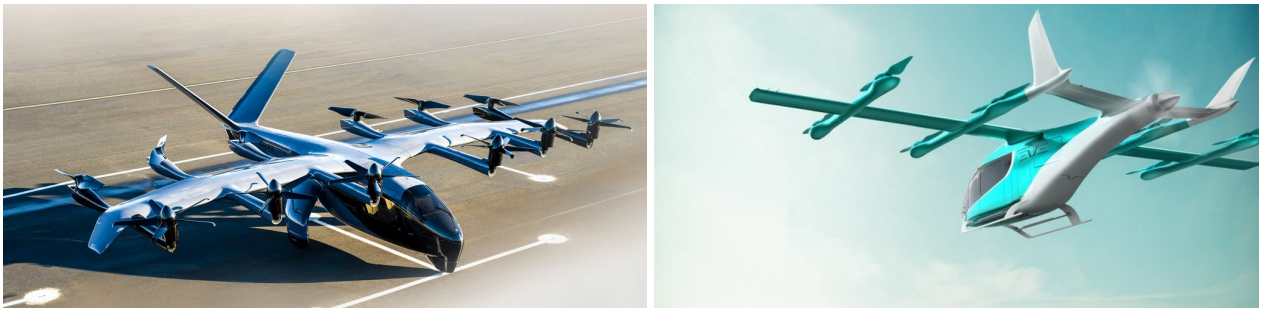
2.1.1 Tipos de VTOL

Uma das maneiras de classificar os eVTOLs é com relação aos seus dispositivos que proporcionam o voo. Segundo Society (2023), considerando a classificação pelos recursos que proporcionam o voo, listam-se os seguinte tipos de eVTOLs:

- *Vectored Thrust*
- *Lift + Cruise*
- *Wingless (Multicopter)*
- *Hover Bikes*
- *Personal Flying Devices*
- *Electric Helicopters*

A Figura 1 ilustra um exemplo de *Vectored Thrust (VT)* e de um *Lift + Cruise (L+C)*, pertencentes a empresas atualmente atuantes no mercado de UAM.

Figura 1 – Exemplos de aeronaves eVTOL.



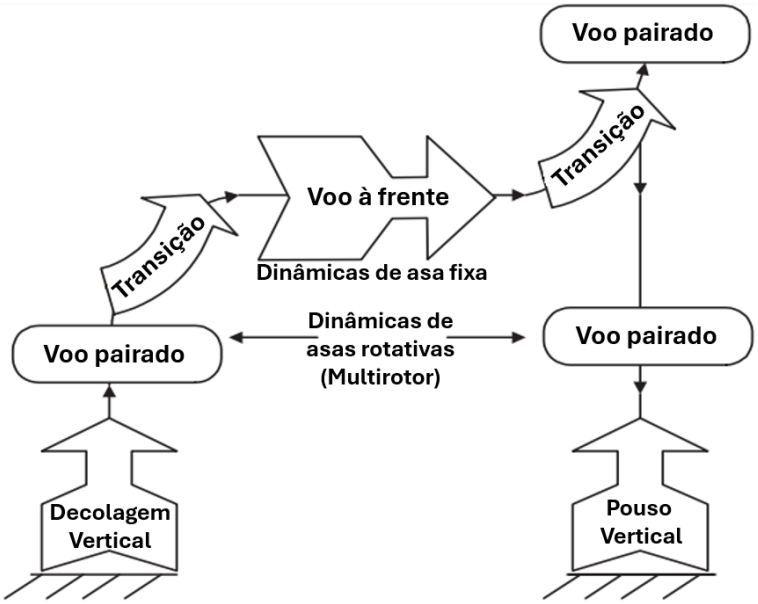
(a) eVTOL Archer - Midnight (*Vectored Thrust)* (b) eVTOL EVE (*Lift + Cruise*)

Fonte: Sites Archer e EVE (2023)

2.1.2 Ciclo de Voo

Um ciclo completo de um eVTOL consiste em cinco fases específicas: decolagem vertical, transição para o voo de cruzeiro, voo de cruzeiro, transição para o voo pairado, e por fim, pouso vertical. Escareno, Salazar e Lozano (2006) explicita o fato de que as dinâmicas de uma asa fixa estão presentes no voo de cruzeiro. Já as de asa rotativa estão presentes no voo pairado. Por fim, explicita a coexistência de ambas na fase de transição, conforme ilustrado na Figura 2.

Figura 2 – Ciclo de voo de uma aeronave VTOL



Fonte: (ESCARENO; SALAZAR; LOZANO, 2006).

2.2 ÂNGULOS DE EULER E QUATÉRNIOS

2.2.1 Representação por Ângulos de Euler

Uma das maneiras mais tradicionais de representar rotações é por meio dos ângulos de Euler. Para um eixo tridimensional, a posição angular de uma aeronave pode ser descrita conforme a seguir.

- Rolamento (*Roll*): ϕ
- Arfagem (*Pitch*): θ
- Guinada (*Yaw*): ψ

Para representar a rotação no plano tridimensional utilizam-se as matrizes DCM (Matrizes de Cossenos Diretores) no R_3. Cada matriz representa uma rotação em torno de um eixo de coordenadas. A multiplicação ordenada de três matrizes DCM nos três eixos compõe, portanto, uma rotação tridimensional do corpo. A ordem padrão considerada é rotação em Z-Y-X, porém, qualquer ordem pode ser empregada, bastando alterar a sequência da multiplicação. As Equações (2.1) a (2.3) definem as matrizes de rotação, sendo α, β e γ, ângulos aleatórios.

$$zR_0^1 = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & sin(\alpha) & 0 \\ -sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

$$yR_0^1 = \begin{bmatrix} cos(\beta) & 0 & -sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\beta) & 0 & cos(\beta) \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$xR_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\gamma) & sin(\gamma) \\ 0 & -sin(\gamma) & cos(\gamma) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

A exemplo, na Equação 2.1, lê-se rotação de "α" graus em torno do eixo Z, do estado inicial 0 ao estado final 1.

2.2.2 Representação por Quatérnios

Uma maneira alternativa de se representar a atitude de uma aeronave é utilizar a representação por quatérnios. Beard e McLain (2012) menciona um problema recorrente na representação por ângulos de Euler, o *Gimball Lock*, o qual é definido pela inconsistência gerada quando o ângulo de arfagem (θ) atinge o valor de 90 graus, tornando-o impossível de distinguir do ângulo de guinada (ψ). Nas equações de cinemática e dinâmica rotacional, esse fenômeno pode ocasionar problemas computacionais por gerar divisão por zero.

Phillips (2004) define os quatérnios como uma relação com o sistema de ângulos de Euler por meio de uma simples transformação de variáveis. As variáveis resultantes são chamadas de quatérnios e possuem vantagens em relação aos ângulos de Euler por serem menos custosos computacionalmente e não gerarem o efeito adverso do *Gimball Lock*. A Equação (2.4) descreve o conceito de quatérnio.

$$e = \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\frac{\Theta}{2}) \\ E_x sin(\frac{\Theta}{2}) \\ E_y sin(\frac{\Theta}{2}) \\ E_z sin(\frac{\Theta}{2}) \end{bmatrix}, \tag{2.4}$$

onde E é o vetor tridimensional unitário no eixo dos ângulos de Euler. Ademais, e_0, e_1, e_2, e_3 são escalares e, quando utilizados para representar rotação, Beard e McLain (2012) afirma que é necessário que e seja um quatérnio unitário, ou seja, |e| = 1. O quatérnio pode ser interpretado como uma única rotação ao redor de um eixo no espaço tridimensional, em um ângulo Θ. Por fim, considerando um quatérnio unitário, tem-se a Equação (2.5).

$${e_0}^2 + {e_x}^2 + {e_y}^2 + {e_z}^2 = 1 \tag{2.5}$$

2.3 CONCEITOS DE ESTABILIDADE E CONTROLE

Um dos pontos importantes de avaliação de uma aeronave são as suas características de estabilidade estática e dinâmica. Etkin e Reid (1959) e Cook (2012) afirmam que em um voo de transporte de pessoas, uma aeronave bem dimensionada em termos de estabilidade pode ser sinônimo de conforto em voo para os passageiros. Em contrapartida, para aeronaves remotamente pilotadas ou com sistemas de automação de voo, a estabilidade pode influenciar diretamente nas condições de voo e eficiência dos sistemas automáticos de controle utilizados.

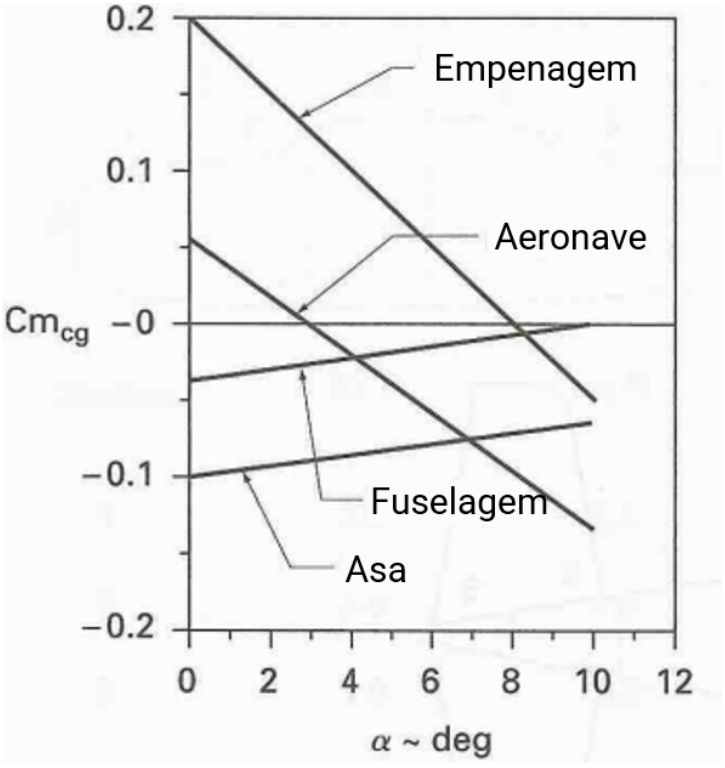
2.3.1 Estabilidade estática

Nelson (1989) define a estabilidade estática como a capacidade de uma aeronave de retornar ao seu ponto inicial de equilíbrio após uma perturbação. Portanto, uma aeronave pode ser estaticamente estável, instável ou indiferente.

2.3.1.1 Caso Longitudinal

São diferentes as contribuições dos componentes da aeronave para a sua estabilidade estática longitudinal. Nelson (1989) sumariza que a asa e fuselagem, são fatores naturalmente desestabilizantes. Desta forma, um estabilizador horizontal é adicionado na empenagem para contrabalancear esses efeitos manter a aeronave estável. A Figura 3 exemplifica a ideia.

Figura 3 – Contribuições de seções da aeronave para a estabilidade estática longitudinal. Percebe-se a asa e fuselagem como fatores desestabilizantes (retas com derivada positiva), bem como a ação da empenagem como fator estabiliante, chegando à curva final da aeronave com derivada negativa, indicando estabilidade.



Fonte: (NELSON, 1989).

Considerando a Figura 3 e, segundo Anderson (2015), os critérios para a estabilidade longitudinal são:

(1) Margem estática positiva ($ME = X_{CG} - X_{PN}$);

(2) Coeficiente angular da curva C_m x α negativo;

(3) C_{m_0} positivo.

2.3.1.2 Caso Látero-direcional

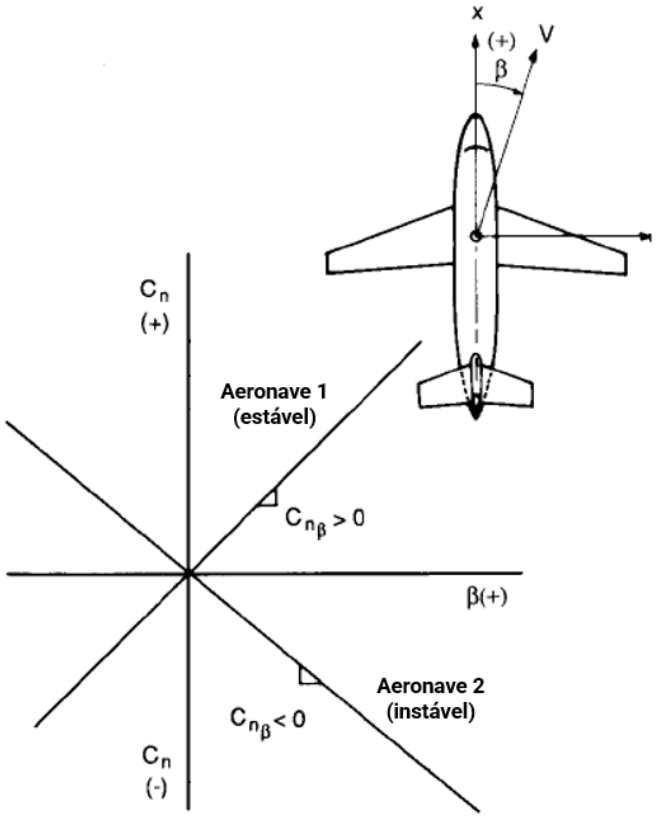
Para a estabilidade estática lateral, a aeronave deve desenvolver um momento contrário para uma perturbação no ângulo de rolagem (ϕ). Já para a estabilidade direcional, deve haver um momento contrário à uma perturbação no ângulo de guinada (ψ).

Segundo Nelson (1989), para apresentar estabilidade direcional, o critério a seguir deve ser obedecido:

- C_{n_β} positivo.

A Figura 4 ilustra o critério direcional.

Figura 4 – Critério de Estabilidade Direcional



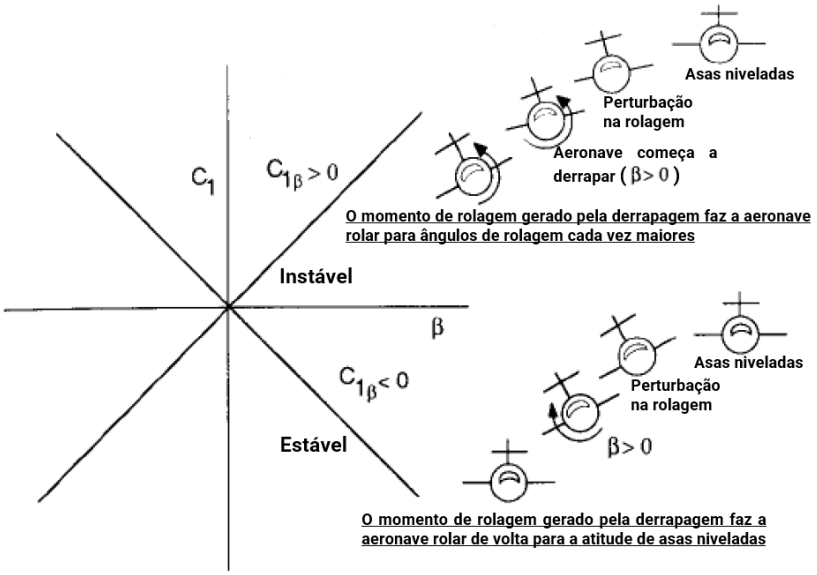
Fonte: Nelson (1989).

Já, para apresentar estabilidade lateral, é necessário atender o seguinte critério:

- C_{l_β} negativo.

A Figura 5 ilustra o critério lateral.

Figura 5 – Critério de Estabilidade Lateral



Fonte: Nelson (1989).

Outros fatores como diedro positivo e configuração asa alta são influenciadores positivos para a estabilidade estática lateral. Embora a aeronave em questão não possua diedro, ela é de configuração asa alta, o que contribui para sua estabilidade lateral.

2.3.2 Teoria das Pequenas Perturbações

Essa teoria pode ser utilizada para linearizar as equações de movimento de uma aeronave. Assume-se que a aeronave está em condição de equilíbrio (*trim*) e que ela está sujeita a perturbações que causam pequenas alterações com relação à condição inicial. Todas as variáveis das equações de movimento são substituídas por um valor inicial, adicionadas de uma perturbação (NELSON, 1989). Por exemplo:

$$X = X_0 + \Delta X. \tag{2.6}$$

Assume-se também que a condição de voo é simétrica e forças propulsivas são constantes. Desta forma, para um voo reto nivelado, pode-se dizer das condições iniciais que:

$$v_0 = w_0 = p_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0. \tag{2.7}$$

Aplica-se expansão em série de Taylor em termos das variáveis de pequenas perturbações e desprezando os termos de segunda ordem e superiores. Por exemplo, para a perturbação no eixo x, tem-se a relação:

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u}\Delta u + \frac{\partial X}{\partial w}\Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e}\Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_t}\Delta \delta_t, \tag{2.8}$$

na qual, as derivadas parciais são as derivadas de estabilidade (termos $\frac{\partial X}{\partial u}\Delta u$ e $\frac{\partial X}{\partial w}\Delta w$) e controle (termos $\frac{\partial X}{\partial \delta_e}\Delta\delta_e$ e $\frac{\partial X}{\partial \delta_t}\Delta\delta_t$), avaliadas na condição de voo considerada.

2.3.3 Estabilidade Dinâmica

Segundo Anderson (2015), a estabilidade dinâmica estuda o movimento do da aeronave em um período de tempo após a resposta inicial à sua estabilidade estática devido a uma perturbação imposta.

Após a linearização das equações de movimento da aeronave, pode-se conduzir uma análise de autovalores que corresponderão a diferentes respostas frente a inserção de perturbações ao sistema. Tomando a equação característica para a equação diferencial padrão de segunda ordem com coeficientes constantes, tem-se:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0. \tag{2.9}$$

Suas raízes são, portanto,

$$\begin{cases} \lambda_1 = \eta + j\omega \\ \lambda_2 = \eta - j\omega \end{cases}, \tag{2.10}$$

onde $\eta = -\zeta\omega_n$ é a parte real da raíz e rege o amortecimento da resposta do sistema. Já $\omega = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ é a parte imaginária e a frequência natural amortecida. ω_n é a distância radial da raiz no plano complexo e é chamada de frequência natural não amortecida. Por fim, ζ é o fator de amortecimento e é definido pelo cosseno do ângulo entre a raíz e o eixo real do plano complexo.

Nelson (1989) diz que é possível analisar o fator de amortecimento do sistema mantendo ω_n constante e variando ζ de $-\infty$ a $+\infty$, conforme exposto na Tabela 1.

Tabela 1 – Fatores de Amortecimento

FATOR AMORTECIMENTO	RAÍZ	RESPOSTA TEMPORAL
$\zeta < -1$	Duas raízes reais distintas	Exponencialmente crescente
$0 > \zeta > -1$	Raízes complexas com parte real positiva	Exponencialmente crescente (sinusoidal)
$\zeta = 0$	Raízes complexas com parte real nula	Movimento puramente harmônico
$0 < \zeta < 1$	Raízes complexas com parte real negativa	Subamortecido (decaimento sinusoidal)
$\zeta = 1$	Duas raízes reais iguais negativas	Criticamente amortecido (decaimento exponencial)
$\zeta > 1$	Duas raízes reais negativas distintas	Superamortecido (decaimento exponencial)

fonte: Adaptado de Nelson (1989).

É possível aplicar esta análise para as equações linearizadas dos movimentos principais da aeronave. Isto é, arfagem, rolagem e guinada.

Etkin e Reid (1995) e outras literaturas clássicas definem modos de estabilidade dinâmica como comportamentos específicos da aeronave em resposta à inserção de uma perturbação quando em condição de voo trimado. Para cada eixo da aeronave existem modos característicos. São eles:

- Período Curto (longitudinal)
- Fugóide (longitudinal)
- *Roll* puro (Lateral - direcional)
- *Yaw* puro (lateral - direcional)
- Espiral (lateral - direcional)
- Roll Holandês ou *Dutch Roll* (lateral - direcional)

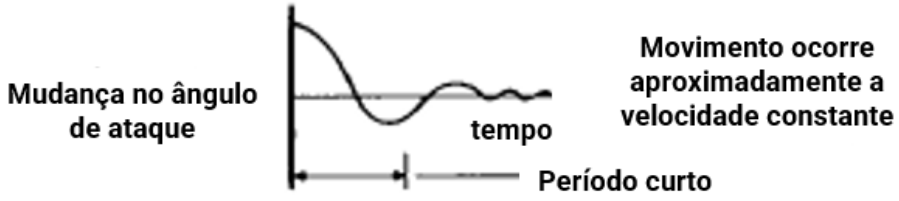
Calculando as autovalores da equação característica desses modos (Equação 2.10) para a aeronave é possível analisar o seu comportamento com relação à estabilidade dinâmica. A definição dos coeficientes para os cálculos dos autovalores está descrita no Capítulo 3.4 - Linearização em Espaços de Estados. Por fim, as discussões sobre a resposta dinâmica do eVTOL estão presentes no Capítulo 5 - Resultados e Discussões.

2.3.3.1 Período Curto e Fugóide

Trata-se de modos longitudinais. Por meio de uma excitação do tipo degrau no profundor, há como resposta um modo rapidamente amortecido, acompanhado de um segundo mais lentamente amortecido. O primeiro recebe o nome de período curto e tem como característica a rápida variação no ângulo de ataque e de arfagem. Já o segundo é chamado de fugóide e é caracterizado por uma variação longa na altitude e na velocidade da aeronave.

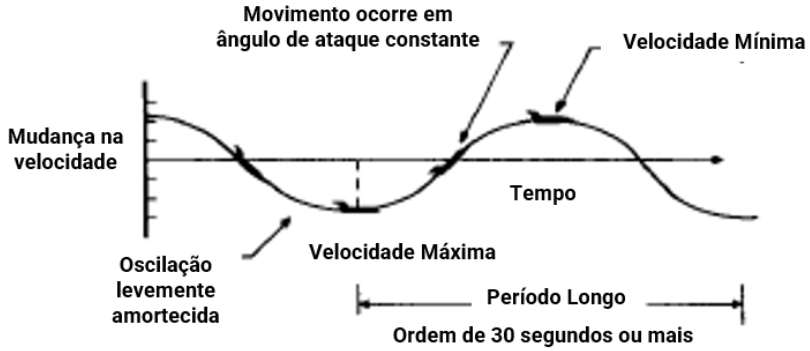
As respostas esperadas para o modo de curto período e para o fugóide são ilustradas na Figura 6 e na Figura 7.

Figura 6 – Modo Período Curto



fonte: Nelson (1989)

Figura 7 – Resposta do Modo Fugóide



fonte: Nelson (1989)

As raízes da equação característica para o modo período curto são dadas por:

$$\lambda_{cp} = \frac{Z_w + M_q}{2} \pm \sqrt{\frac{(Z_w + M_q)^2}{4} - M_q Z_w + M_w Z_q}. \tag{2.11}$$

Por fim, a Equação (2.12) descreve as raízes para o modo fugóide.

$$\lambda_{fug} = -\frac{Z_u X_q - X_u Z_q}{2Z_q} \pm \sqrt{\frac{(Z_u X_q + X_u Zq)^2}{4Z_q^2} + \frac{gZ_u}{Z_q}} \tag{2.12}$$

Os parâmetros relacionados a Z, M e X para o eVTOL estão definidos no capítulo 3.4 - Linearização em Espaço de Estados.

2.3.3.2 Roll *e* Yaw *puros*

São dois modos simples de seis graus de liberdade, sendo o *roll* um modo lateral puro e o *yaw*, um direcional puro. Aplicando uma excitação degrau no aileron tem-se o modo de *roll*. Já o modo de *yaw* é obtido por uma excitação degrau no leme. Como raíz para o modo de *roll* puro, tem-se:

$$\lambda_{roll} = L_p. \tag{2.13}$$

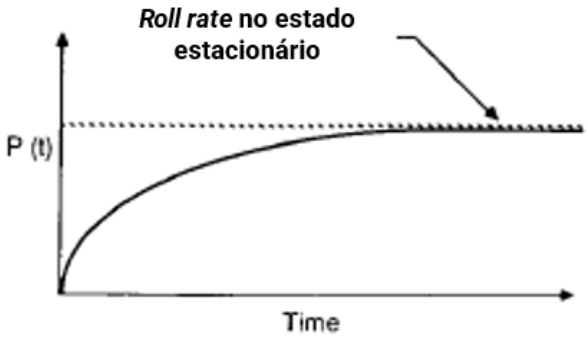
Já para o modo de *yaw* puro, tem-se:

$$\lambda_{yaw} = \frac{N_r}{2} \pm \frac{\sqrt{N_r^2 - 4N_\beta}}{2}. \tag{2.14}$$

Os parâmetros relacionados a N e L para o eVTOL estão definidos no capítulo 3.4 - Linearização em Espaço de Estados.

A resposta esperada para o modo *roll* é a diminuição na taxa de rolagem até que se atinja um ângulo ϕ constante, conforme Figura 8.

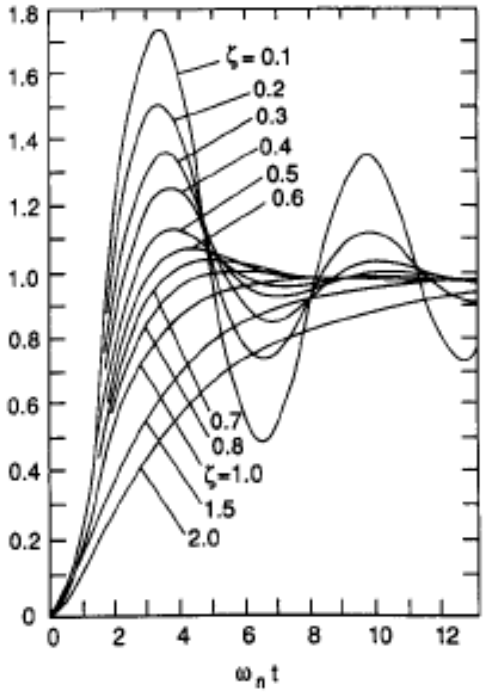
Figura 8 – Resposta Esperada do Modo *Roll*



fonte: Nelson (1989)

Para o modo *Yaw* puro, a resposta esperada são oscilações amortecidas no ângulo de derrapagem β, ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Resposta Esperada do Modo *Yaw*

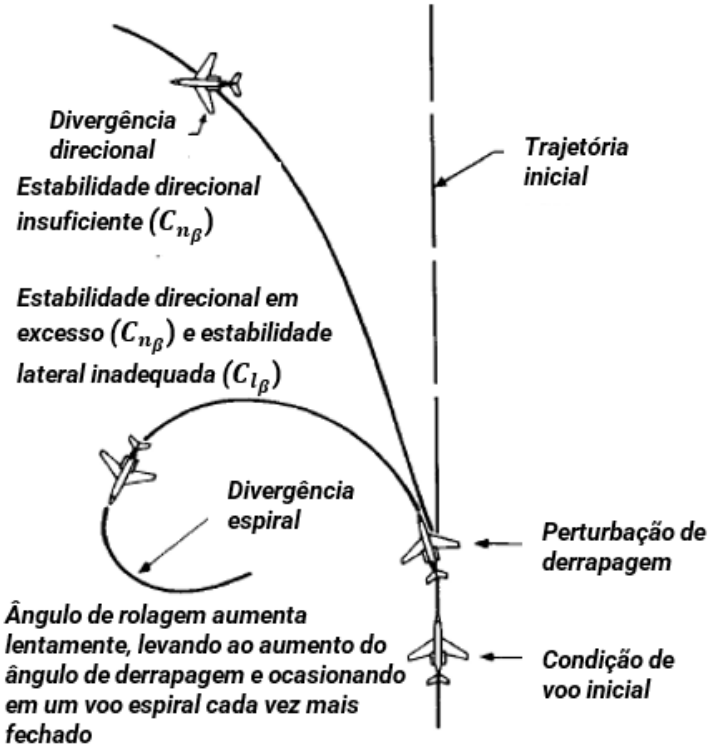


fonte: Nelson (1989)

2.3.3.3 Espiral

Trata-se de um modo látero-direcional acoplado geralmente instável. É caracterizado por mudanças no ângulo de rolagem e no ângulo de curso após uma perturbação no ângulo de derrapagem β. A figura Figura 10 ilustra o modo espiral.

Figura 10 – Modo Espiral



fonte: Nelson (1989)

Da equação característica, pode-se obter a raíz definida na Equação (2.15).

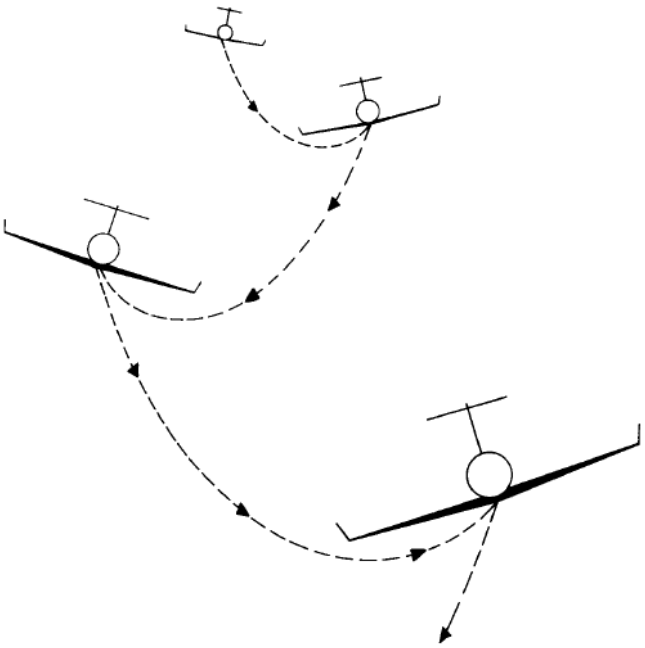
$$\lambda_{spiral} = \frac{N_r L_v - N_v L_r}{L_v} \tag{2.15}$$

Os parâmetros relacionados a N e L para o eVTOL estão definidos no capítulo 3.4 - Linearização em Espaço de Estados.

2.3.3.4 Dutch Roll

Trata-se de um modo que acopla os três graus de liberdade do movimento de atitude (ϕ, θ e ψ). Porém, para seu equacionamento, costuma-se negligenciar as oscilações de rolagem. O modo de *dutch roll* é assim chamado pois se assemelha ao movimento ondulatório de um esquiador (NELSON, 1989). Espera-se como resposta um movimento acoplado levemente amortecido, ou não amortecido, dependendo das características de estabilidade da aeronave. A Figura 11 ilustra o modo.

Figura 11 – Resposta esperada para o *Dutch Roll*



fonte: Nelson (1989)

Por fim, são descritas na Equação (2.16) as raízes da equação característica para o *Dutch Roll*.

$$\lambda_{dutch} = \frac{Y_v + N_r}{2} \pm \sqrt{(\frac{Y_v + N_r}{2})^2 - Y_v N_r + N_v Y_r} \tag{2.16}$$

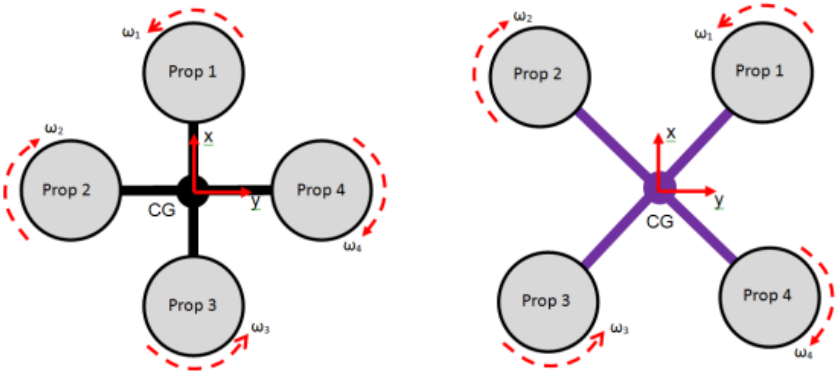
Os parâmetros relacionados a Y e N para o eVTOL estão definidos no capítulo 3.4 - Linearização em Espaço de Estados.

2.4 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

2.4.1 Controle de Quadricópteros

Segundo Zhong (2015), existem dois tipos de configuração possíveis para um quadricóptero: a configuração *plus* e *cross*. A Figura 12 ilustra os dois tipos de configuração.

Figura 12 – Configuração *plus* e *cross* para um quadricóptero



Fonte: (ZHONG, 2015).

Um sistema multi-rotor, é um sistema subatuado. Para um quadricóptero, de maneira simplificada consideram-se os seis graus de liberdade descritos na Tabela 2 a seguir.

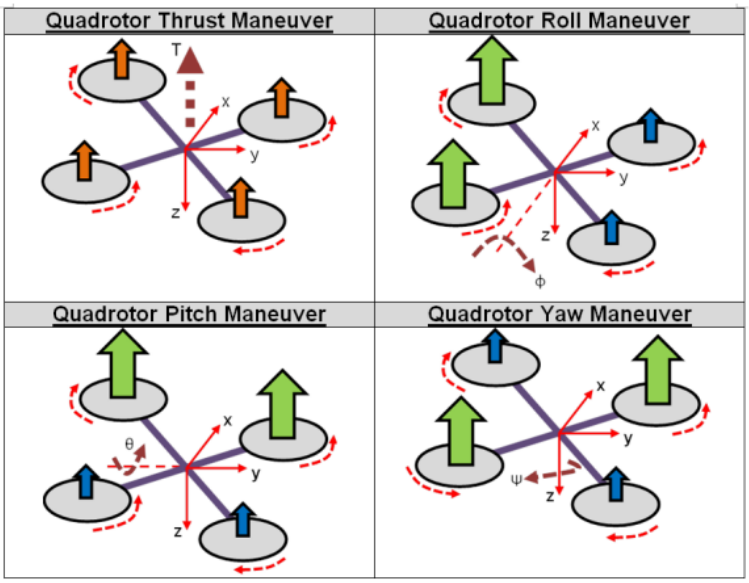
Tabela 2 – Graus de liberdade para um quadricóptero

Direção	**Tipo de Movimento**
Rotacional	Roll
	Pitch
	Yaw
Translacional	Para cima/baixo
	Para frente/trás
	Para a esquerda/direita

Fonte: O autor.

É possível perceber que o sistema não tem um número de atuadores equivalente ao número de graus de liberdade. Portanto, os alguns efeitos, como o translacional, são decorrentes do acoplamento entre movimentos. Zhong (2015) detalha os movimentos básicos de um quadrirotor na configuração *Cross*, conforme Figura 13.

Figura 13 – Esquemático de forças e torques para o movimento de um quadricóptero



Fonte: (ZHONG, 2015).

Segundo Ingrid (2016), para o movimento de subida e descida, os quatro rotores variam igualmente a sua rotação, de forma a aumentar ou diminuir a sustentação gerada igualmente nos quatro rotores. Para um movimento de *roll*, os dois rotores de um mesmo lado aumentam sua rotação, de forma a criar um diferencial de torque e proporcionar a rolagem. O movimento de *pitch* ocorre de forma análoga. Por fim, para o movimento de *Yaw*, faz-se uso da rotação oposta entre hélices de um mesmo braço. Aumentando a rotação de hélices do mesmo braço, e diminuindo na mesma proporção as do segundo braço, mantém-se uma diferença de tração final nula, ao mesmo tempo em que um torque no eixo z é gerado, causando o movimento de guinada.

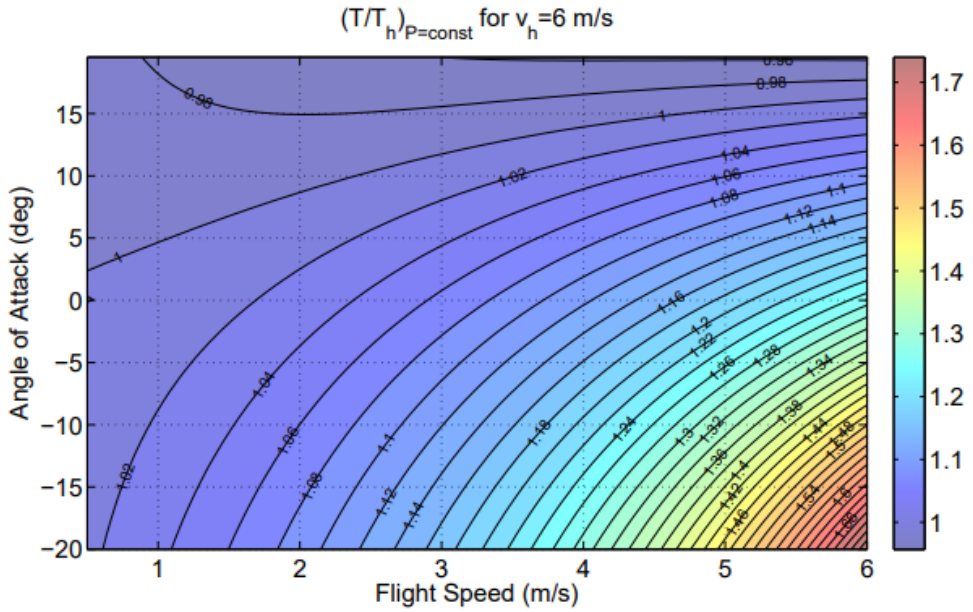
2.4.1.1 Influência do Escoamento nos Rotores

Segundo Hoffmann, Huang e Waslander (2007), conforme um quadricóptero translada para uma direção, começa a se fazer presente a influência do vento relativo nas pás dos rotores. Tal efeito tem como consequência a perda de eficiência em gerar sustentação para certas posições das hélices. Ademais, na configuração *cross*, existe a influência da esteira de turbulência dos rotores frontais nos rotores traseiros, de acordo com a atitude da aeronave.

Ainda segundo Hoffmann, Huang e Waslander (2007), existem três efeitos aerodinâmicos quantificáveis relacionados ao movimento da aeronave em relação ao fluxo livre de ar. O primeiro é o fato de que a tração total gerada pela hélice varia não só com relação à potência fornecida pelo motor, mas também com a velocidade do escoamento enxergado pela pá e seu ângulo de ataque. Este efeito pode ser perturbado ainda mais no caso de a aeronave entrar em um regime de voo chamado *Vortex Ring State*. Mais informações sobre esse regime de voo podem ser encontradas em ANACpedia (2023). O segundo efeito pode ser chamado de *blade flapping*, o qual é decorrente das diferentes velocidades enxergadas pelas pás na rotação, as quais no caso de uma hélice bipá, sempre encontrarão o escoamento uma a encontro e outra, de encontro. O resultado é a indução de um momento de arfagem no eixo do rotor e também na direção do vetor tração resultante.

Como exemplo, ilustra-se na Figura 14 a influência do deslocamento e do ângulo de ataque na tração necessária para um quadrirotor manter um voo nivelado enquanto em movimento de translação. Observa-se que para o quadrirotor estudado, em um voo a frente de 5m/s e um ângulo de ataque de -5°, a tração necessária para manter a mesma condição comparada com o voo pairado é 36% maior.

Figura 14 – Influência do Movimento Translacional na Tração Requerida para o Voo Pairado



Fonte: (HOFFMANN; HUANG; WASLANDER, 2007).

2.4.2 Controle de Asa Fixa

Existem diversas técnicas já consolidadas para o controle de asa fixa. As mais tradicionais contam com sistemas PID *Single In - Single Out* (SISO), como os *Loops* Sucessivos. Já, técnicas mais elaboradas proporcionam controladores *Multi In - Multi Out* (MIMO), como é o caso do Total Energy Control System (TECS).

2.4.2.1 Sistema de Loops Sucessivos

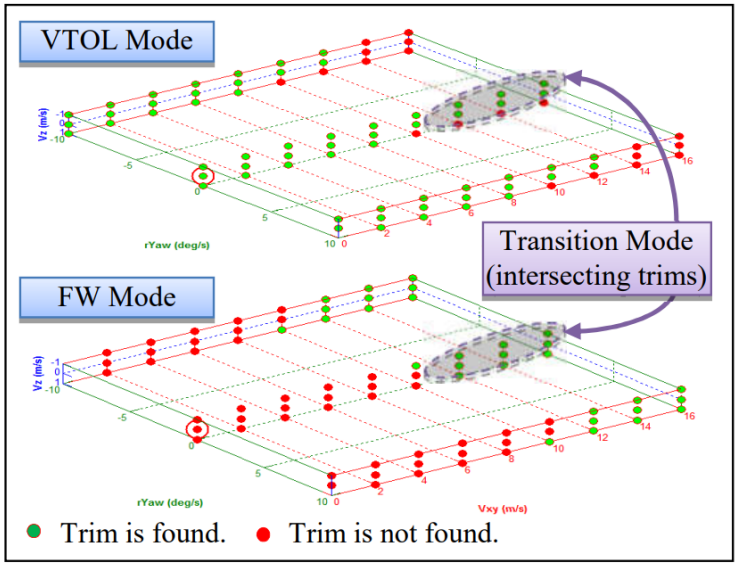
Trata-se de um método simples, mas eficiente de controlador. A ideia geral é realizar diversos *loops* de realimentação internos a um *loop* geral externo. Como regra para seu funcionamento correto, o *loop* mais interno deve conter a mais alta largura de banda, com os *loops* mais externos contendo larguras de banda menores a medida que se chega ao mais externo. Em termos de grandeza, em geral, cada *loop* sucessivo externo deve conter a sua largura de banda 5 a 10 vezes menor em relação ao seu interno (BEARD; MCLAIN, 2012).

2.4.3 Controles de Transição

Dada a não linearidade dos fenômenos presentes na fase de transição, algumas técnicas foram estudadas para contornar o problema. Çakici e Leblebicioğlu (2016) propôs um algoritmo que, primeiramente calcula os pontos de trimagem para a fase *wingborne*. Em seguida, faz o mesmo para a

fase pairada. Por fim, o algoritmo tenta buscar pontos onde a trimagem coexiste em ambas as fases, conforme ilustra a Figura 15. Estes pontos são traduzidos em comandos tanto para as superfícies de controle quanto para os *Lifters* e assim permanecem até o fim da transição.

Figura 15 – Pontos de trimagem para a fase de transição



Fonte: (ÇAKICI; LEBLEBICIOĞLU, 2016).

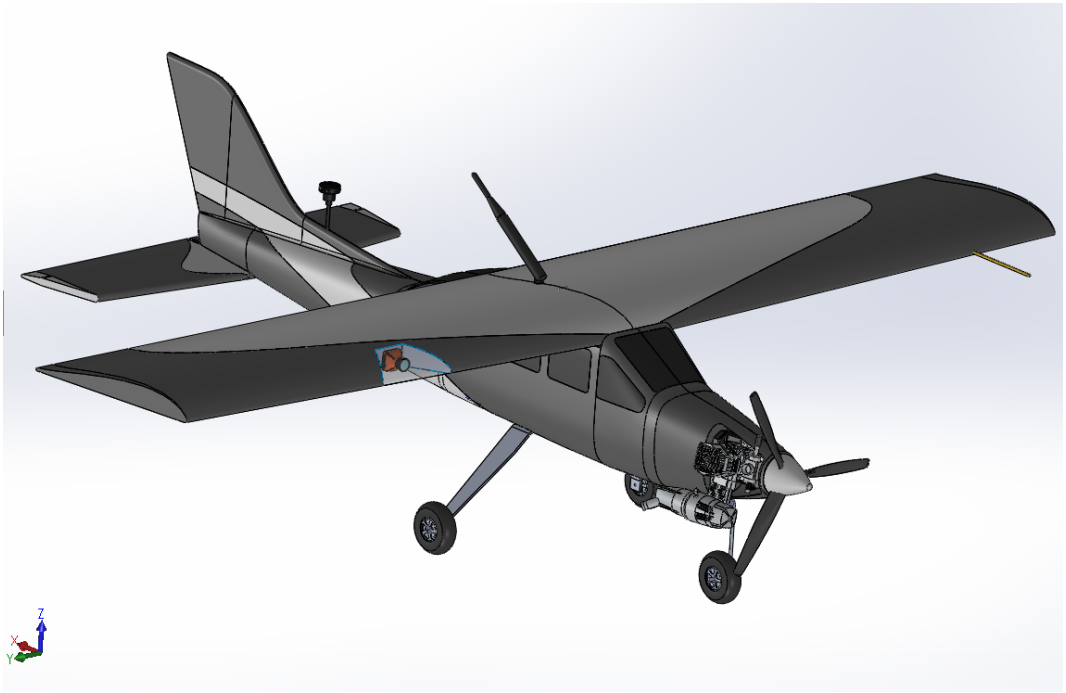
Outra técnica de controle de transição é simplesmente desenvolver duas leis de controle separadas para as fases voo à frente e pairado e, por fim, uma lógica de atribuição de autoridade entre ambas dosando a amplitude de comando permitida a cada uma das leis. Tal técnica é abordada por Gu, Lyu e Li (2017). Em seu desenvolvimento, Gu, Lyu e Li (2017) propõe um fator peso α à autoridade das superfícies de controle aerodinâmicas e aos *Lifters*. Tal fator varia de zero a um, dependendo da velocidade do ar e da condição do voo. Abordagem semelhante foi escolhida para o desenvolvimento do sistema para o eVTOL neste trabalho.

3 METODOLOGIA

3.1 ATUALIZAÇÃO DA AERONAVE ALBATROZ

O Albatroz é originalmente uma aeronave asa fixa rádio controlada, com trem de pouso triciclo e motor a combustão tipo Glow, e está ilustrada na Figura 16.

Figura 16 – Aeronave Albatroz antes das atualizações



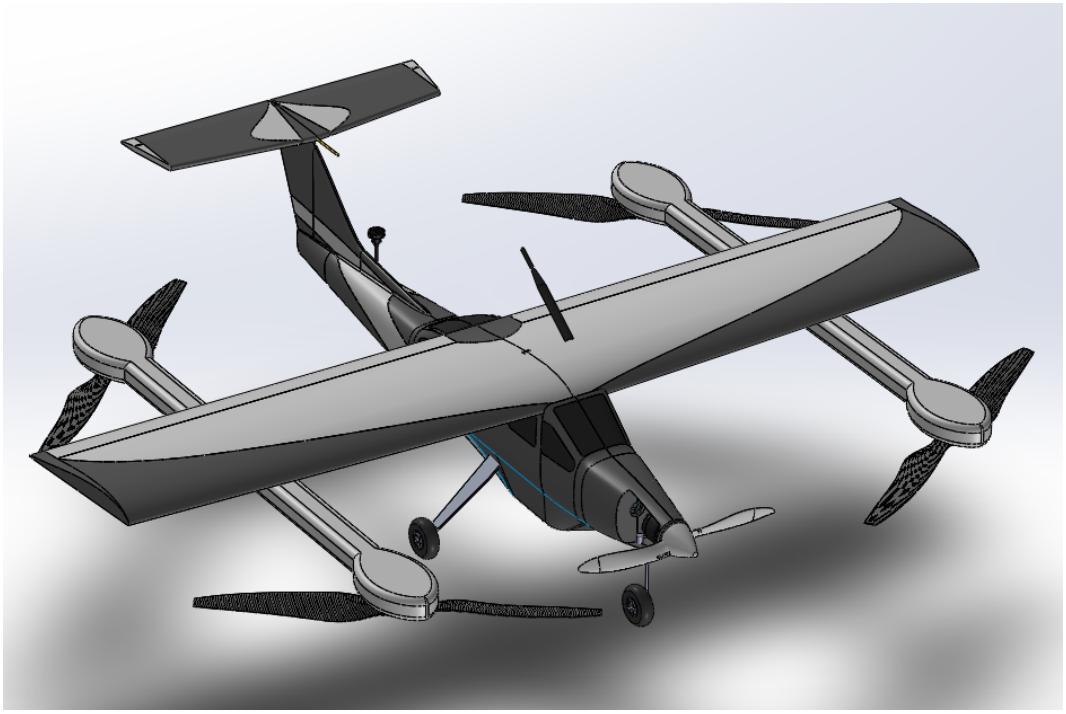
fonte: O autor.

Já utilizada em estudos anteriores, optou-se por aproveitar a já feita modelagem em CAD (*Computer Aided Design*) e com ela propor melhorias e adaptações para torná-la compatível com a aeronave objetivo deste trabalho: o eVTOL. A lista a seguir resume as modificações e os aprimoramentos realizados.

- Mudança de grupo moto propulsor com a adoção de motor elétrico;
- Reprojeto de asa e empenagem visando aumento da eficiência da aeronave;
- Reprojeto de fuselagem visando aumento de carga paga e autonomia;
- Conversão para a categoria *Lift + Cruise* com a instalação de quatro *Lifters* para a função de voo pairado.

A Figura 17 ilustra a aeronave após as atualizações.

Figura 17 – Aeronave Albatroz após as atualizações



Fonte: O autor.

3.1.1 Melhoria da Asa e Fuselagem

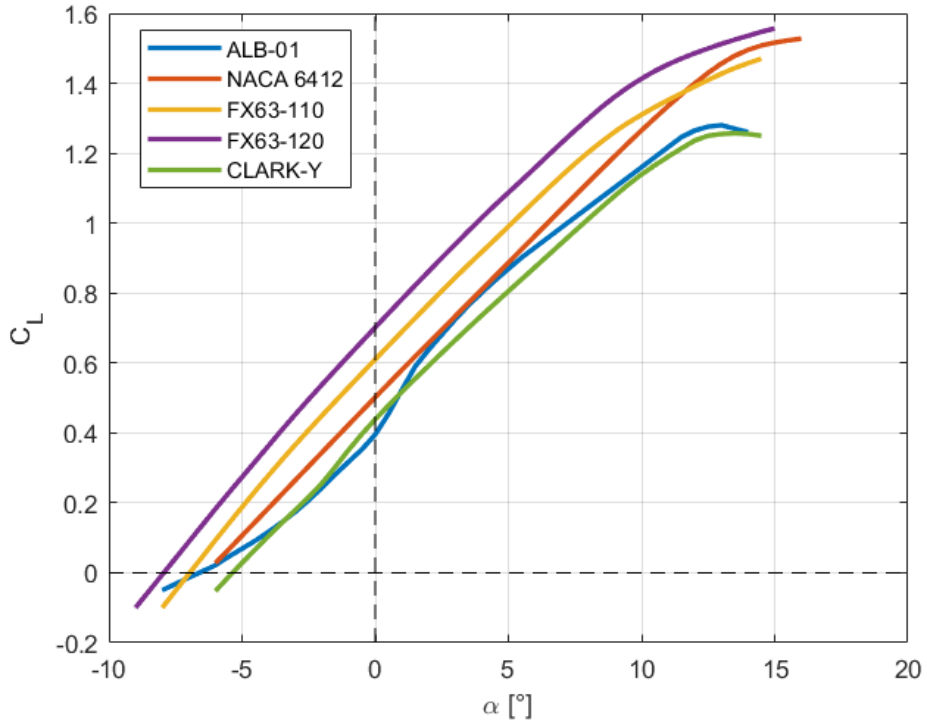
A adição dos *lifters* e toda a sua estrutura agregou peso à aeronave. Visando readequá-la para a nova realidade, foram redimensionadas a asa e fuselagem, com o objetivo de alcançar um maior peso máximo de decolagem e aprimorar a eficiência.

A asa passou por redimensionamento de aerofólio assim como de corda, envergadura e ângulos de torção. Em comparação com o aerofólio original (ALB-01), foram analisados em software AVL e XFLR5 outros quatro modelos de aerofólio, buscando principalmente o aumento da eficiência aerodinâmica. Isto é, a maior razão C_L x C_D possível no maior intervalo de ângulos de ataque. A razão do foco na melhoria de tal parâmetro vem do fato de a aeronave já possuir uma excelente tração disponível, o que a permite atingir um intervalo considerável de velocidades, dispensando a necessidade de foco na otimização do C_L máximo da asa, e possibilitando um foco maior na eficiência e autonomia.

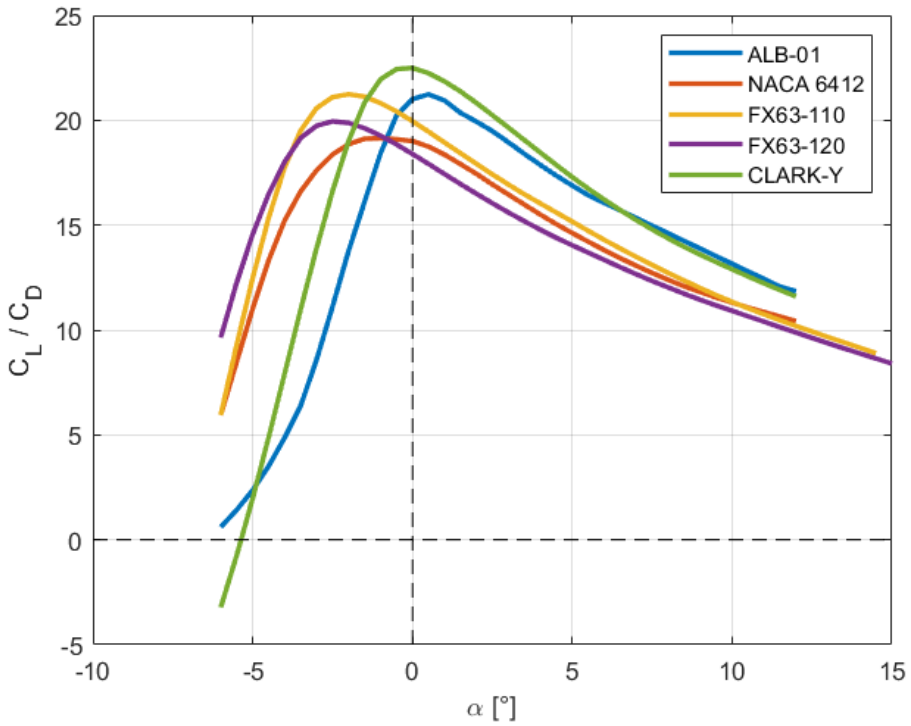
Os aerofólios analisados foram o NACA6412, Worthman FX63-110, Worthman FX63-120 e o CLARK-Y, sendo este último o selecionado, por apresentar a maior eficiência na faixa de Reynolds na qual a aeronave opera, em comparação com os outros quatro aerofólios. Vale ressaltar que embora os aerofólios Worthmann e NACA possuam maior coeficiente de sustentação em relação ao Clark-Y, suas regiões de alta eficiência aerodinâmica encontram-se fora do intervalo de angulo de ataque em que opera a aeronave. Ademais, o aerofólio Clark apresenta a maior eficiência aerodinâmica global em comparação com os outros aerofólios analisados.

A Figura 19 ilustra o comparativo da nova asa, atualizada para envergadura, corda e aerofólio, considerando a velocidade de cruzeiro de 20 m/s.

Figura 18 – Análises Aerodinâmicas para a Nova Asa. Na Figura (a) têm-se as curvas de C_L X α obtidas pelo método LLT, teoria da linha sustentadora. Na Figura (b) têm-se as curvas de eficiência aerodinâmica, obtidas pelo método VLM2 viscoso.



(a) C_L X α



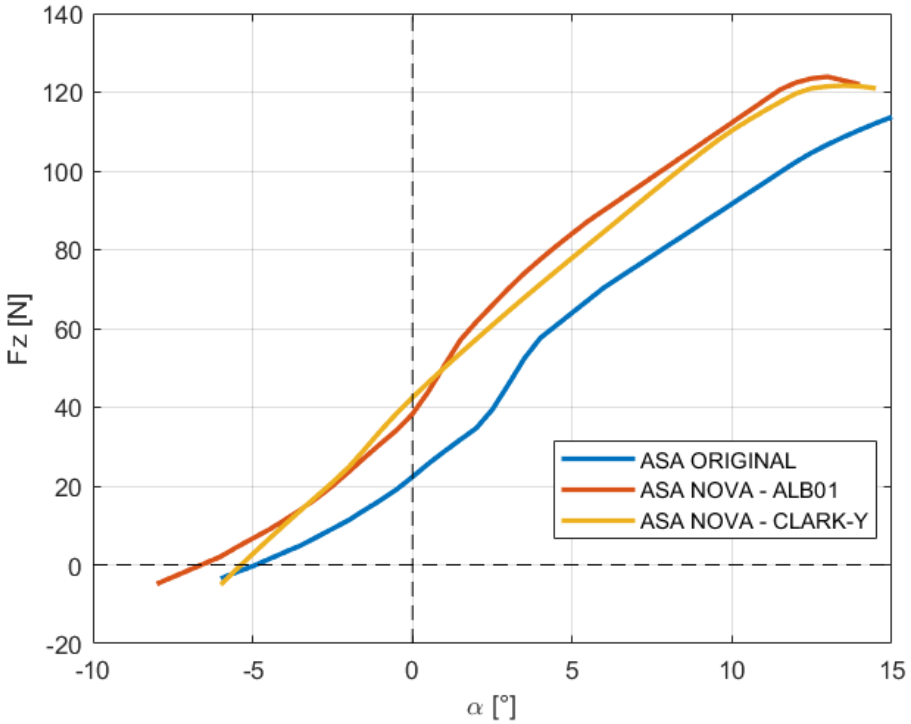
(b) C_L/C_D X α

Fonte: O autor.

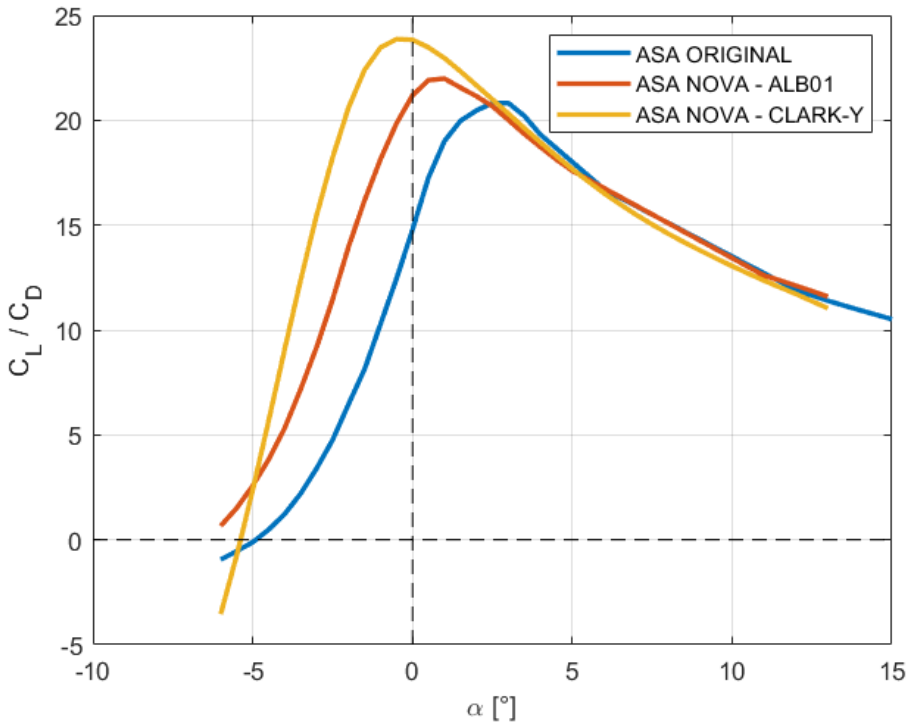
Por fim, nas Figuras 19a e 19b ilustram-se os comparativos das asas da aeronave Albatroz antes e

após as atualizações, para o novo aerofólio escolhido.

Figura 19 – Análise de força de sustentação gerada (a) e eficiência aerodinâmica (b). Comparam-se a asa original com duas variantes em geometria utilizando o aerofólio original e o novo aerofólio proposto



(a) Fz X α



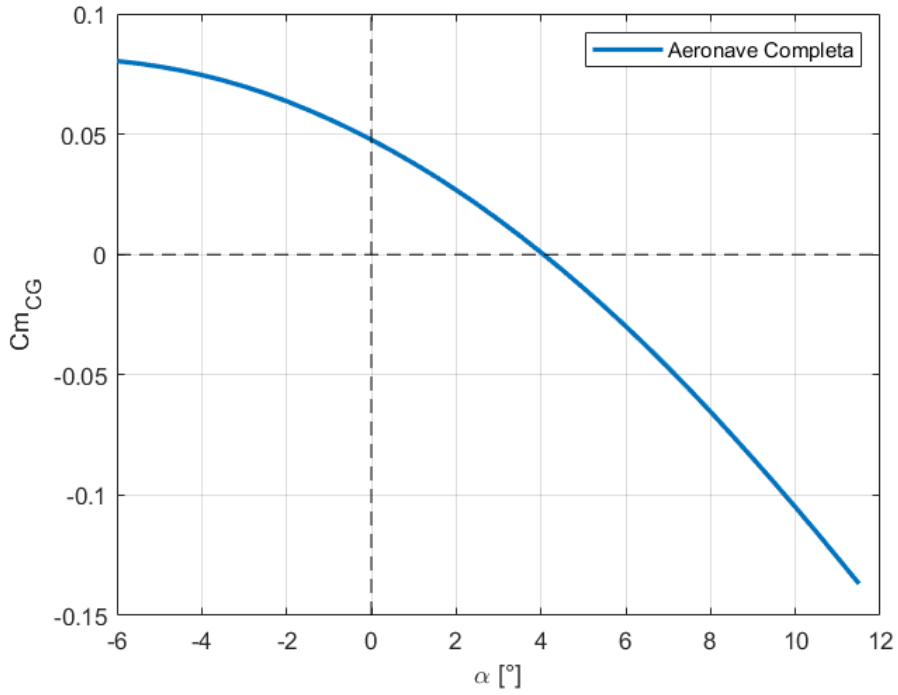
(b) C_L/C_D X α

Fonte: O autor.

Enquanto a aeronave original possuía uma massa de 3.36 kg, a aeronave atualizada sofreu um aumento para 7.90 kg. Observando novamente as Figuras 19a e 19b é possível perceber que a asa nova proporciona maiores valores de Fz quando comparada com a anterior, apresentando, contudo, eficiências aproximadamente semelhantes para o intervalo de ângulo de ataque de 3 a 10 graus. Portanto, neste intervalo, para uma mesma razão C_L/C_D, obteve-se um incremento de 35% na geração de sustentação.

A nova configuração também apresentou margens aceitáveis para passeio de CG, sendo escolhida uma configuração de CG mais recuado, por resultar em um ângulo de trimagem próximo ao ângulo de ataque para o voo de cruzeiro (α = 5°), conforme ilustrado na Figura 20. Reduz-se assim a demanda de profundor para trimar a aeronave longitudinalmente.

Figura 20 – Cm_{CG} x α para a Aeronave Completa



Fonte: O autor.

3.1.2 Novo Grupo Motopropulsor

O conjunto motopropulsor também sofreu alteração. Com o intuito de transformar a aeronave em 100 % elétrica, o motor Glow O.S. 46 AX foi substituído pelo Sunnysky X4120. A Figura 21a ilustra o motor antigo e, a Figura 21b, o novo motor.

Figura 21 – Motor O.S. 46AX originalmente utilizado (a) e motor sunnysky X4120 elétrico como proposta de atualização (b).



(a) OS MAX 46 AX (Glow) (b) Sunnysky x4120 - V3 (Elétrico)

Fonte: O.S. Engines e RC Sunnysky (2023)

Para se adequar aos novos parâmetros de desempenho, foi adotada uma nova hélice de 14 polegadas, conforme recomendações do fabricante. A Figura 22 ilustra a nova hélice escolhida.

Figura 22 – Hélice APC 14x10



Fonte: APC Propeller, 2023.

3.1.3 Adição de Lifters

Para a realização da fase de voo pairado, um sistema de quatro *lifters* foi adicionado à aeronave. Segundo Sunnysky (2023), para um bom dimensionamento de um multirotor, a relação total de tração/peso deve ser de 1.5 a 2. Portanto, foram escolhidos *lifters* (motor e hélice) que proporcionassem essa margem recomendada. O valor de tração [N] de cada lifter foi dimensionado conforme a Equação (3.1), na qual MTOW é o peso [N] máximo de decolagem, e $N_{lifters}$ é o número de *lifters* utilizado.

$$\frac{1.5[MTOW]}{N_{lifters}} \leq T_{lifter} \leq \frac{2[MTOW]}{N_{lifters}} \tag{3.1}$$

O conjunto motor e hélice para o *Lifter* é descrito pela Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Descritivo dos componentes do Lifter

Item	Descrição
Sunnysky-M8-V1-200kv	Motor elétrico 6S
EOLO - 24X8 Propeller	Hélice do fabricante do motor

Fonte: O autor.

Para estudo das características de desempenho do *lifter*, foram utilizados dados do fabricante em testes reais. Diferentemente do conjunto *tractor*, por aproximação, considerou-se somente o caso estático do *lifter*, uma vez que a velocidade enxergada pelas hélices é baixa em um voo vertical.

3.1.4 Dimensionamento de Bateria

Optou-se por dimensionar uma única bateria para alimentar ambos os sistemas de *lifters* e *tractor*. Em adição, visando o aumento de autonomia original do Albatroz de 15 minutos, estipulou-se o requisito de autonomia mínima de 45 minutos. Desta forma, para dimensionar uma bateria aplicável, foram utilizados os requisitos descritos a seguir.

- Autonomia mínima de 45 minutos, sendo 5 minutos dedicados às fases de voo pairado na decolagem e pouso. (Portanto, 0.0833h + 0.6667h);
- Taxa de descarga compatível com as demandas dos *lifters* e *tractor* em utilização simultânea;
- Massa dimensionada de forma a contribuir com no mínimo 2 kg de carga paga útil.

Na Tabela 4 é detalhado o dimensionamento simplificado da capacidade necessária da bateria.

Tabela 4 – Dimensionamento da Capacidade Necessária da Bateria

Item	QTD	Consumo Unitário de Corrente	Total	Capacidade Necessária [Ah]
Lifter	4	30A	120A	120A*0.0833h = 10Ah
Tractor	1	25A	25A	25A*0.6667h = 16Ah

Fonte: O Autor.

De acordo com a Tabela 4, a capacidade necessária para alimentar o *Tractor* e o *Lifter* no tempo exigido pelos requisitos, e considerando um consumo médio de corrente, é de 26Ah. Como fator de segurança, arredondou-se este valor para cima.

Desta forma, chegou-se às seguintes especificações para a bateria, conforme listado a seguir.

- Capacidade: 30000 mAh;
- Número de células: 6 (22.2 V);
- Taxa de descarga: 45 C;
- Massa total: 3 kg.

3.2 MODELAGEM DA AERONAVE

3.2.1 Sistemas de Coordenadas

Para a modelagem dos comportamentos dinâmicos da aeronave, diferentes sistemas de coordenadas são utilizados. A cinemática de um sistema de coordenadas é o que conecta os estados da aeronave e relaciona as suas forças e momentos atuantes em diferentes sistemas de coordenadas (VALAVANIS, 2015). Segundo Beard e McLain (2012), utilizam-se sistemas inerciais para contabilizar a translação no espaço tridimensional, ficando os sistemas restantes, não inerciais, responsáveis pela rotação.

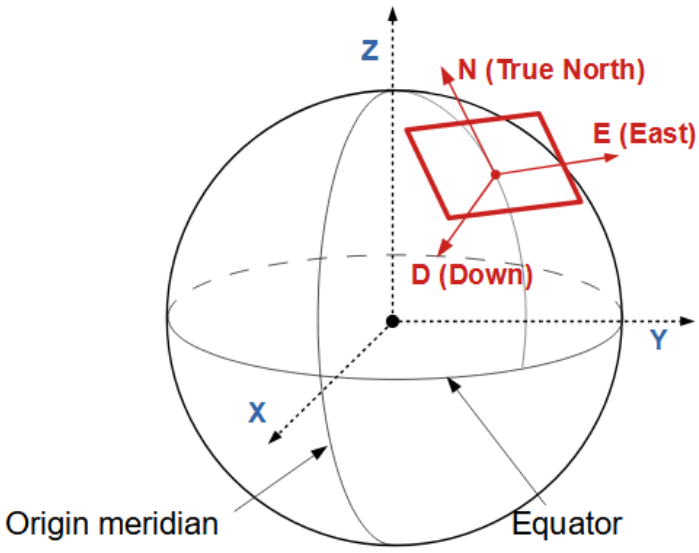
3.2.1.1 Sistema ECEF

Acrônimo para *Earch Centerd - Earth Fixed*, trata-se do sistema terrestre convencional de coordenadas. Possui origem no centro de massa da terra e é solidário ao seu movimento de rotação. Desta forma, seu eixo X, saindo da origem no centro de massa, passa pela intersecção entre o Equador e o Meridiano de referência (Greenwich). O eixo Y segue o mesmo princípio, porém, ortogonal a X. Por fim, o eixo Z cruza o polo norte.

3.2.1.2 Sistema NED Local ***($S^i = x^i, y^i, z^i$)***

Para pequenas distâncias percorridas, é razoável utilizar a aproximação da superfície plana da Terra. Adotando a origem em um ponto nesta superfície, é possível considerar o NED como um sistema inercial local. A sigla *NED* provém de *North - East - Down*, o que define as indicações dos eixos. Desta forma, tem sua origem num ponto fixo na superfície aproximada plana da Terra. Por este ponto, definem-se os eixos x^i e y^i. O eixo x^i aponta para o norte geográfico da Terra, o eixo y^i aponta para o leste e, por fim, completando a regra da mão direita, tem-se o eixo z^i apontando para o centro da Terra, conforme ilustrado na Figura 23.

Figura 23 – Sistema NED



Fonte: (CENTER, 2023).

3.2.1.3 Sistema do corpo fixo $(S^c = x^c, y^c, z^c)$

Trata-se do sistema de referência na aeronave, possuindo origem no centro de massa. O eixo x^c aponta na direção do nariz da fuselagem, paralelo ao eixo longitudinal. O eixo y^c aponta para a asa direita. Por fim, o eixo z^c aponta para baixo, saindo da parte ventral da fuselagem. Uma vez que sistema é fixo no corpo da aeronave, rotaciona e translada juntamente com o seu centro de massa.

3.2.1.4 Sistema de estabilidade ($S^s = x^s, y^s, z^s$*)*

Segundo Nelson (1989) define-se este sistema de coordenadas para interconectar as relações da aeronave com as interações aerodinâmicas. Neste sistema considera-se a influência do ângulo de ataque (α), uma vez que a as forças geradas em voo são dependentes, dentre outros fatores, da velocidade do ar (V_a) e do ângulo α. Transforma-se, portanto, o sistema do corpo fixo para o sistema de estabilidade aplicando a relação de rotação para o ângulo de ataque, conforme Equação (3.2).

$$T_b^s(\alpha) = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & 0 & sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

3.2.1.5 Sistema de Coordenadas dos ventos ($S^v = x^v, y^v, z^v$*)*

O ângulo de ataque (α) e o de derrapagem (β) são componentes cruciais neste referencial. Com relação direta com o referencial de estabilidade, o sistema de coordenadas dos ventos é obtido rotacionando em β graus o sistema de coordenadas de estabilidade em torno do eixo z^s. Desta forma, o eixo x^v aponta na direção do vetor da velocidade do ar, o eixo z^v permanece colinear ao eixo z^s. Finalmente, o eixo y^v também é angulado α graus em relação ao eixo y^s.

A Equação (3.3) descreve a transformação do referencial dos ventos para o referencial do corpo fixo.

$$T_v^c = \begin{bmatrix} cos(\beta)cos(\alpha) & -sin(\beta)cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ sin(\beta) & cos(\beta) & -sin(\beta)sin(\alpha) \\ cos(\beta)sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

3.2.2 Atmosfera e Turbulência

Considerando a instabilidade quase onipresente na atmosfera circundante à aeronave, levou-se a presença de mudanças repentinas na direção dos ventos e a presença de rajadas.

Para a modelagem, considerou-se o vetor velocidade do vento como a soma da parcela de vento calmo $\vec{V_{v_c}}$ com a parcela das rajadas $\vec{V_{v_r}}$. Portanto, de acordo com Beard e McLain (2012), tem-se:

$$\vec{V_v} = \vec{V_{v_c}} + \vec{V_{v_r}}. \tag{3.4}$$

O vento calmo é definido em relação ao referencial NED. Portanto:

$$\vec{V_{v_c}} = \begin{bmatrix} v_{n_c} \\ v_{e_c} \\ v_{d_c} \end{bmatrix}. \tag{3.5}$$

Já as rajadas são definidas no referencial do corpo fixo. Desta forma, tem-se:

$$\vec{V_{v_r}} = \begin{bmatrix} u_{v_r} \\ v_{v_r} \\ w_{v_r} \end{bmatrix}. \tag{3.6}$$

Beard e McLain (2012) propõe a modelagem das rajadas por meio da passagem de ruído branco por um filtro linear invariante no tempo, dado pelo espectro de turbulência de Von Karmen, definido em Stengel (2015). Beard e McLain (2012) também propõe que o modelo de Von Karman pode ser aproximado pelas funções de transferência de Dryden conforme exposto a seguir, no domínio de Laplace.

$$H_x = \sigma_x \sqrt{\frac{2V_a}{L_x}} \frac{1}{s + \frac{V_a}{Lx}} \tag{3.7}$$

$$H_y = \sigma_y \sqrt{\frac{3V_a}{L_y}} \frac{(s + \frac{V_a}{1.73L_y})}{(s + \frac{V_a}{Ly})^2} \tag{3.8}$$

$$H_z = \sigma_z \sqrt{\frac{3V_a}{L_z}} \frac{(s + \frac{V_a}{1.73L_z})}{(s + \frac{V_a}{Lz})^2} \tag{3.9}$$

Os parâmetros para os modelos de rajada de Dryden estão definidos em Moorgouse e Woodcock (1982). Os utilizados na modelagem estão descritos na Tabela 5 e consideram voo a baixa altitude e turbulência leve. Dos parâmetros, σ é a intensidade da turbulência nos eixos do referencial do corpo fixo da aeronave e L é definida como um comprimento de onda espacial.

Tabela 5 – Parâmetros para modelagem da atmosfera turbulenta

PARÂMETRO	VALOR	UNIDADE
L_x	200	[m]
L_y	200	[m]
L_z	50	[m]
σ_x	1.06	[m/s]
σ_y	1.06	[m/s]
σ_z	0.7	[m/s]

Fonte: O autor.

É conveniente expressar o vetor do vento $\vec{V_v}$ no referencial do corpo fixo. Portanto, considerando todos os componentes de vento (calmo e rajadas), tem-se:

$$\vec{V_v^c} = \begin{bmatrix} u_v \\ v_v \\ w_v \end{bmatrix} = T_v^c \begin{bmatrix} v_{n_c} \\ v_{e_c} \\ v_{d_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{v_r} \\ v_{v_r} \\ w_{v_r} \end{bmatrix}, \tag{3.10}$$

onde T_v^c é dado pela Equação (3.3).

3.2.3 Variáveis de Estado

A Tabela 6 contém as variáveis de estado que regem o movimento da aeronave no espaço tridimensional. Lembra-se que os ângulos de Euler foram substituídos pelos quatérnios.

Tabela 6 – Variáveis de estado

Variável de Estado	**Definição**
r_n	Posição norte (NED)
r_e	Posição leste (NED)
r_d	Posição baixo (NED)
u	Velocidade linear em x^c
v	Velocidade linear em y^c
w	Velocidade linear em z^c
e_0	Termo 0 quatérnio em R^4
e_1	Termo 1 quatérnio em R^4
e_2	Termo 2 quatérnio em R^4
e_3	Termo 3 quatérnio em R^4
p	Velocidade angular em torno de x^c
q	Velocidade angular em torno de y^c
r	Velocidade angular em torno de z^c

Fonte: O autor.

3.2.4 Cinemática e Dinâmica

3.2.4.1 Cinemática

A seguir, são descritas as Equações cinemáticas para o corpo rígido, utilizadas na modelagem, com o sistema de rotação em quatérnios.

Primeiramente escreve-se a relação da derivada da posição, desconsiderando forças e acelerações, dada pela Equação (3.11).

$$\begin{bmatrix} \dot{r_n} \\ \dot{r_e} \\ \dot{r_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_0^2 - e_2^2 - e_3^2 & 2(e_1e_2 - e_3e_2) & 2(e_1e_3 + e_2e_0) \\ 2(e_1e_2 + e_3e_0) & e_2^2 + e_0^2 - e_1^2 - e_3^2 & 2(e_2e_3 - e_1e_0) \\ 2(e_1e_3 - e_2e_0) & 2(e_2e_3 + e_1e_0)) & e_3^2 + e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Por fim, a última relação cinemática expressa a derivada das posições em termos dos quatérnios, Equação (3.12).

$$\begin{bmatrix} \dot{e_0} \\ \dot{e_1} \\ \dot{e_2} \\ \dot{e_3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

Beard e McLain (2012), contudo, ressalta a importância de se manter o quatérnio unitário. Isto é, $|e| = 1$. Caso contrário, a representação da rotação pode sofrer erros. Desta forma, propõe o método

da Ortogonalidade de Corbett-Wright: uma função de custo quadrática dada pela Equação (3.13), e utiliza o artifício do gradiente descendente para minimizá-la.

$$J = \frac{1}{8}(1 - |e|^2) \tag{3.13}$$

Portanto, a Equação (3.12) torna-se a Equação (3.14).

$$\begin{bmatrix} \dot{e_0} \\ \dot{e_1} \\ \dot{e_2} \\ \dot{e_3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \lambda(1-|e|^2) & -p & -q & -r \\ p & \lambda(1-|e|^2) & r & -q \\ q & -r & \lambda(1-|e|^2) & p \\ r & q & -p & \lambda(1-|e|^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

3.2.4.2 Dinâmica

De início, utilizando-se da segunda lei de Newton para translação, define-se a expressão da taxa de variação das velocidades lineares, Equação (3.15).

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Em seguida, define-se a Equação (3.16) para as rotações, aplicando a segunda lei de Newton para rotação. Faz-se necessário, portanto, a utilização dos momentos e produtos de inércia da aeronave.

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = I_{acft}^{-1} \begin{bmatrix} (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}pq + l \\ I_{xz}(p^2 + r^2) + pr(I_{zz} - I_{xx}) + m \\ (I_{xx} - I_{yy})pq - qrI_{xz} + n \end{bmatrix}, \tag{3.16}$$

onde I_{acft} é a matriz de inércia da aeronave.

A Equação (3.16) completa o conjunto de Equações de seis graus de liberdade, de treze estados, para a cinemática e dinâmica da aeronave. Enfatiza-se que as forças e momentos externos ainda não foram contabilizadas.

3.2.5 Forças e Momentos - Asa Fixa

Para o voo de cruzeiro, a aeronave comporta-se como um avião tradicional e, portanto, as forças principais atuantes são a gravidade, força propulsiva e as reações aerodinâmicas na asa, fuselagem e empenagem.

3.2.5.1 Reações Aerodinâmicas

As forças de sustentação, arrasto e momento, gerada pelas asas, empenagem e fuselagem estão diretamente ligadas à curvas de C_L x α, C_m x α, C_D x α, dentre outras. Desta forma é necessário modelar matematicamente estas curvas para inseri-las na modelagem da aeronave. O procedimento a dotado foi o do mapeamento polinomial das curvas oriundas das análises aerodinâmicas dos softwares XFLR5 e AVL.

3.2.5.1.1 Curvas Modeladas de C_L, C_D e C_m

A força de sustentação gerada pelas asas está diretamente ligada à curva C_L x α. Desta forma é necessário modelar matematicamente esta curva para inseri-la no equacionamento aerodinâmico do eVTOL. O procedimento adotado foi utilizar o equacionamento da curva C_L x α proposto por Beard e McLain (2012) e, por meio de adaptação dos coeficientes da equação, fazer a curva modelada corresponder ao máximo possível à curva obtida pelas análises via software. Utilizou-se uma relação linear combinada com a equação do C_L de uma placa plana, Equação (3.17), definida em Stengel (2015).

$$C_{L_{PP}} = 2sin^2(\alpha)cos(\alpha) \tag{3.17}$$

A modelagem utiliza o conceito da placa plana pois ele apresenta boa representação física do estol em altos ângulos de ataque. Combinando-a com uma relação linear, chega-se em uma curva genérica que se aproxima do comportamento de uma curva de C_L de um aerofólio. A Equação (3.18), definida por Beard e McLain (2012), representa a curva C_L x α de um aerofólio genérico e permite a inserção de parâmetros como C_{L_0} e C_{L_α} para maior aproximação com a curva real de um aerofólio desejado. Tem-se:

$$C_L(\alpha) = [1 - \sigma(\alpha)](C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha) + \sigma(\alpha)C_{L_{PP}}, \tag{3.18}$$

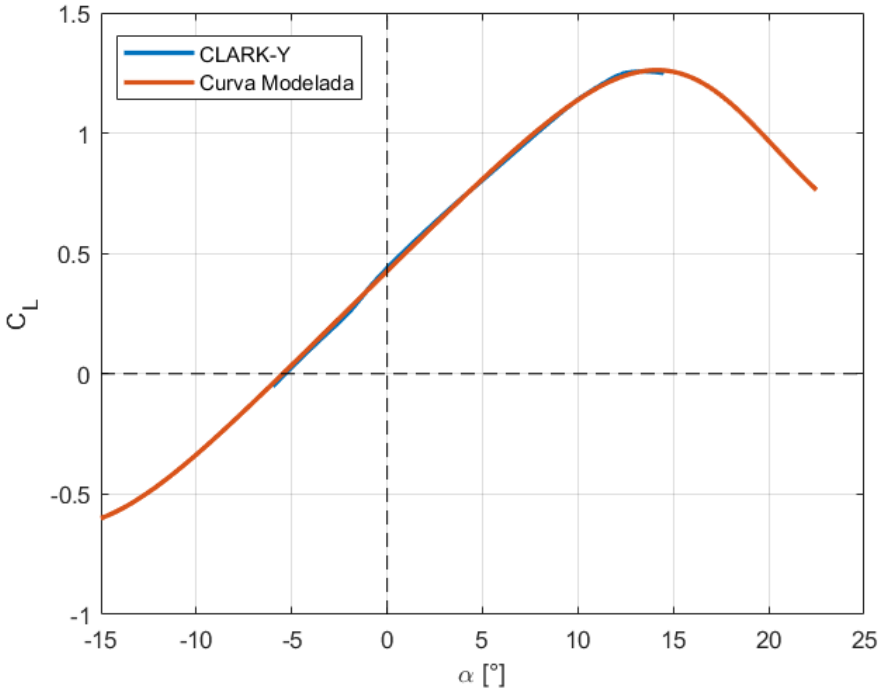
em que $\sigma(\alpha)$ é uma função sigmoide dada por:

$$\sigma(\alpha) = \frac{1 + e^{-R(\alpha-\alpha_0)} + e^{R(\alpha+\alpha_0)}}{(1 + e^{-R(\alpha-\alpha_0)})(1 + e^{R(\alpha+\alpha_0)})}, \tag{3.19}$$

na qual R e α_0 são parâmetros ajustáveis para alterar o formato da curva.

Ajustando os valores R, α_0 e, inserindo os dados dos coeficientes C_{L_α}, C_{L_0}, é possível forçar que a curva de C_L equacionada corresponda à curva obtida pelas análises em software. Na Figura 24 é ilustrado o comparativo entre a curva de C_L obtida via software e a curva modelada pela Equação (3.18).

Figura 24 – Curva de coeficiente de sustentação obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de sustentação modelada, em vermelho.



Fonte: O autor

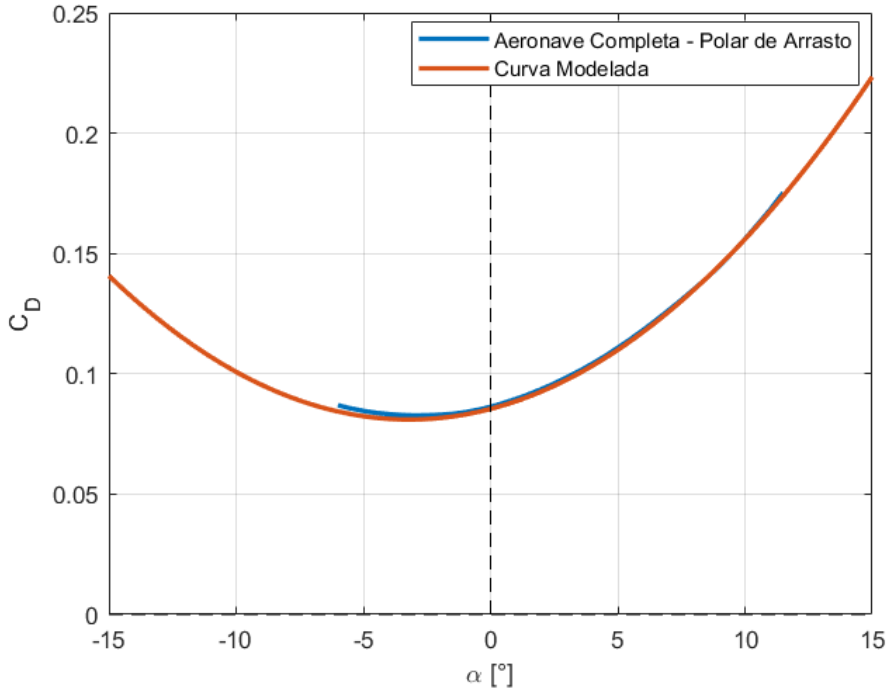
Para o coeficiente de arrasto (C_D) e momento de arfagem (C_m), considerando as curvas para os casos tridimensionais apresentadas no capítulo 3.1.1, foram encontrados os polinômios que as descrevem, apresentados nas Equações (3.20) e (3.21). Os coeficientes das Equações estão descritos no Apêndice A.

$$C_D(\alpha) = a_{C_D}\alpha^2 + b_{C_D}\alpha + c_{C_D} \tag{3.20}$$

$$Cm_{CG}(\alpha) = a_{C_m}\alpha^2 + b_{C_m}\alpha + c_{C_m} \tag{3.21}$$

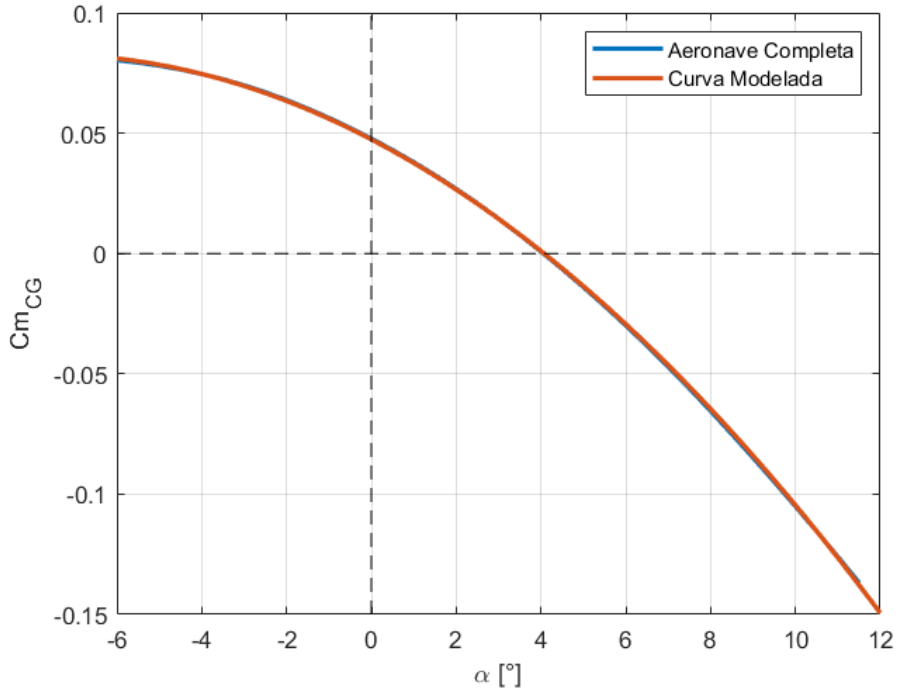
Por fim, a Figura 25 e Figura 26 ilustram os comparativos entre a curva real e e modelada para os coeficientes de arrasto (C_D) e momento de arfagem (C_m), respectivamente.

Figura 25 – Curva de coeficiente de arrasto obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de arrasto modelada, em vermelho.



Fonte: O autor

Figura 26 – Curva de momento de arfagem obtida pelas análises aerodinâmicas, em azul, e curva de coeficiente de momento de arfagem modelada, em vermelho.

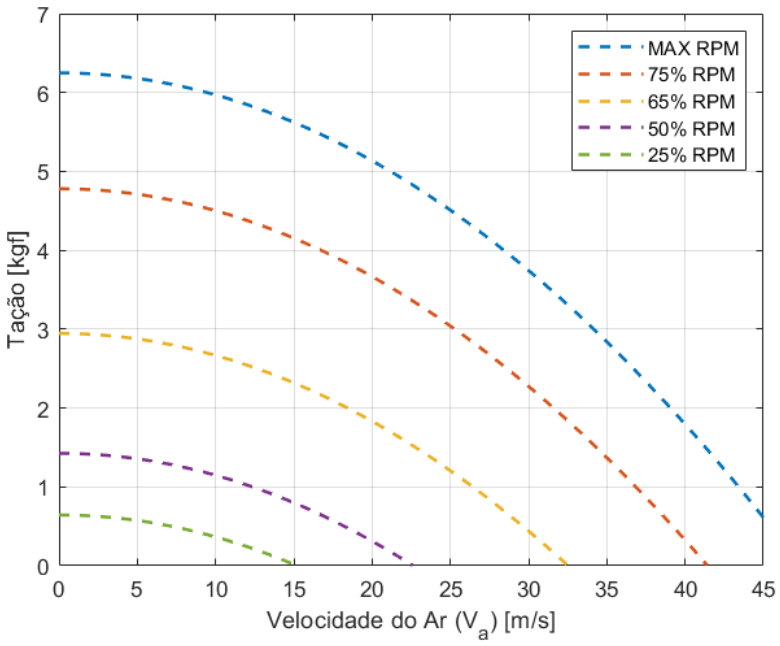


Fonte: O autor

3.2.5.2 Modelo Propulsivo - Tractor

Foram obtidas em túnel de vento as curvas de tração dinâmica para o grupo motopropulsor em função do RPM e velocidade do escoamento. Mantendo uma demanda de RPM constante para diferentes valores, realizaram-se pontos de medida para diferentes velocidades do escoamento, resultando em curvas de tração dinâmica para 100%, 75%, 50% e 25% de RPM, conforme ilustrado na Figura 27. Ressalta-se que, foram captados dados empíricos até o limite disponível de velocidade de escoamento (16 m/s). Para valores superiores foram utilizados dados de tendência da curva.

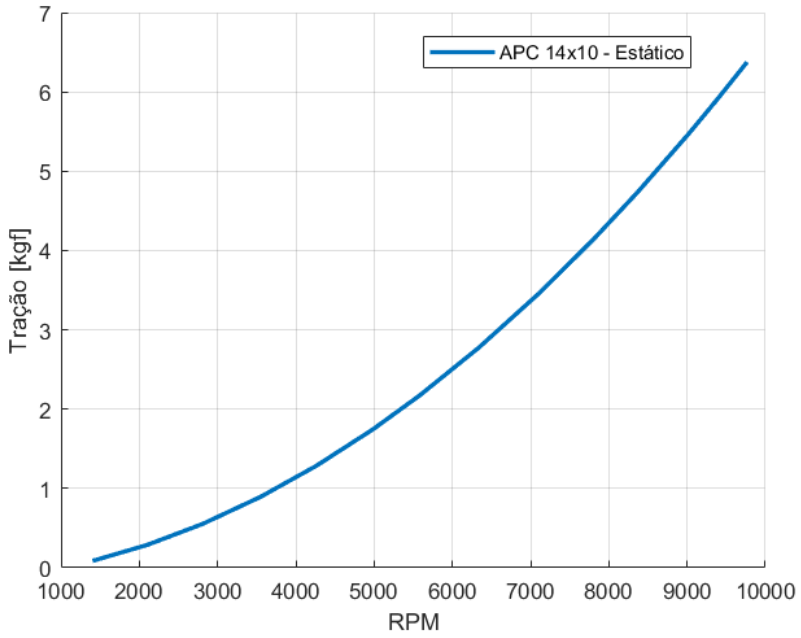
Figura 27 – Curvas de tração dinâmica do tractor para diferentes porcentagens da rotação máxima, com variação da velocidade do ar de zero a 45 m/s. Para valores superiores a 16 m/s utilizou-se extrapolação por meio de tendência, uma vez que a velocidade máxima deisponível nos ensaios práticos em túnel de vento era de 16 m/s.



Fonte: O autor.

Adicionalmente, também foi levantada a curva de tração estática em função do RPM, conforme Figura 28.

Figura 28 – Curva de tração estática para o tractor



Fonte: O autor.

Utilizando as curvas semiempíricas obtidas para o caso estático e dinâmico, propôs-se um equacionamento que pudesse realizar a interpolação das curvas de tração dinâmica, em função da velocidade do ar e da demanda de motor (δ_t).

Da curva de tração estática, é possível equacionar seu comportamento em função da demanda de motor e Tração correspondente, e relacioná-la a um fator K_{motor} que será utilizado para mapear as curvas de tração dinâmicas em função do RPM. Define-se o fator K_{motor} na Equação (3.22).

$$K_{motor}(\delta_t) = a_K^2 \delta_t + b_K \delta_t + c_K, \tag{3.22}$$

na qual δ_t é a o comando de motor ($0 \leq \delta_t \leq 1$).

Por fim, obtém-se a Equação (3.23), que corresponde à força de tração final gerada pelo GMP *tractor*.

$$F_{Tractor} = \frac{1}{2}\rho S_{prop}(K_{motor}\delta_t)^2 - C_R V_a^2, \tag{3.23}$$

na qual S_{prop} é a área do disco da hélice, V_a é a velocidade do escoamento e C_R é um parâmetro que contabiliza a perda de eficiência da hélice de acordo com a rotação do motor. Obtém-se este parâmetro analisando a perda de tração para as várias curvas de tração dinâmica em função do RPM.

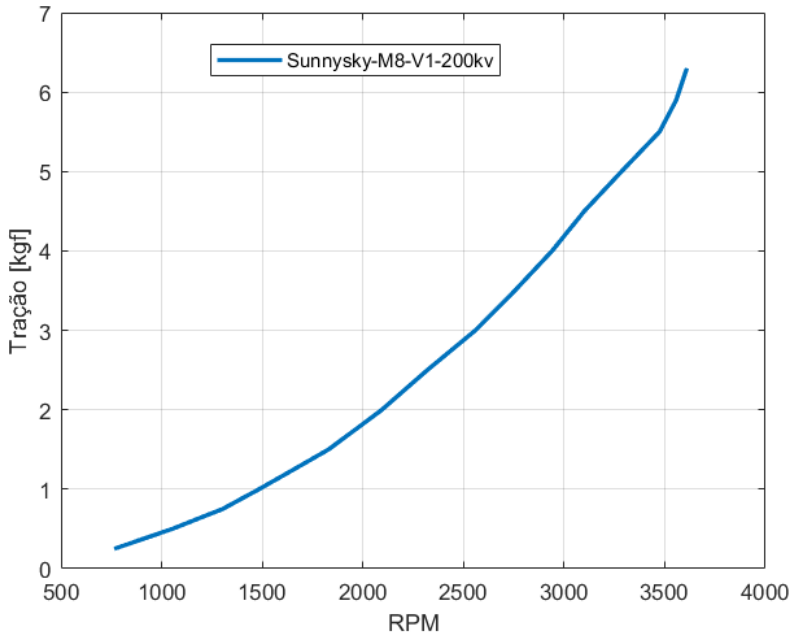
3.2.5.3 Modelo Propulsivo - Lifters

De mesmo modo como foi feito para o grupo motopropulsor, para os *lifters* utilizaram-se dados de testes empíricos do conjunto motor e hélice do fabricante.

Para o caso dos lifters, dada a baixa velocidade de escoamento a montante e jusante enxergada pelas pás, em um caso de subida ou descida vertical, considerou-se somente a análise estática, ilustrada

na Figura 29.

Figura 29 – Análise Estática para um *Lifter*



fonte: O autor.

Por fim, a Equação (3.24) representa o mapeamento polinomial para a curva de tração do *lifter*.

$$T_{S_{Lifter}}(\Omega) = a_{T_L}\Omega^2 + b_{T_L}\Omega + c_{T_L} \tag{3.24}$$

Por ter um comportamento de parábola, fez-se uso da aproximação do polinômio para a Equação (3.25) que descreve o comportamento da força de tração gerada.

$$T_{S_{Lifter}} = K_1\Omega^2_{Lifter}, \tag{3.25}$$

na qual K_1 é uma constante da curva e Ω_{Lifter} é a velocidade angular da hélice em RPM. Tal parâmetro será utilizado diretamente nas estratégias de controle do quadricóptero.

De forma análoga, tem-se a Equação para o torque ou momento gerado pelo *lifter*, conforme Equação (3.26).

$$\tau_{Lifter} = K_2\Omega^2_{Lifter}, \tag{3.26}$$

na qual K_2 é uma constante de torque.

3.2.6 Influência do Movimento de Translação nos rotores

Conforme abordado no Capítulo 2.4.1.1, Hoffmann, Huang e Waslander (2007) afirma que quando uma aeronave multirotor se desloca em um voo a frente, seus rotores passam a enxergar uma velocidade induzida, que afeta negativamente a tração por eles gerada. Como consequência, a quantidade de

tração demandada aumenta, à medida que a velocidade induzida aumenta. É modelar esta influência por meio do equacionamento da velocidade induzida no rotor, V_i.

Considerando T_h a Tração necessária do rotor para manter o voo pairado, tem-se a Equação (3.27), que define a velocidade do escoamento vertical nas pás do rotor.

$$V_h = \sqrt{\frac{T_h}{2\pi R_{rotor}^2}} \tag{3.27}$$

na qual R_{rotor} é o raio da pá do rotor.

Adicionando a velocidade do escoamento ao sistema (Va), assim como a influência do ângulo de ataque da aeronave (α), tem-se a Equação (3.28) que define a velocidade induzida (V_i) no rotor devido à translação.

$$V_i = \frac{V_h^2}{\sqrt{V_a^2 cos^2(\alpha) + (Va.sin(\alpha) + V_i)^2}} \tag{3.28}$$

Por fim, relaciona-se a influência da translação por meio de um fator λ dado pela razão entre a tração necessária para o voo pairado (T_h) e a tração sob a influência da velocidade induzida, (T_i), Equação (3.29) . Este fator que é multiplicado à tração final gerada pelo rotor.

$$\lambda = \frac{T_h}{T} = \frac{V_h}{V_a.sin(\alpha) + V_i} \tag{3.29}$$

3.2.7 Forças e Momentos - Lifters

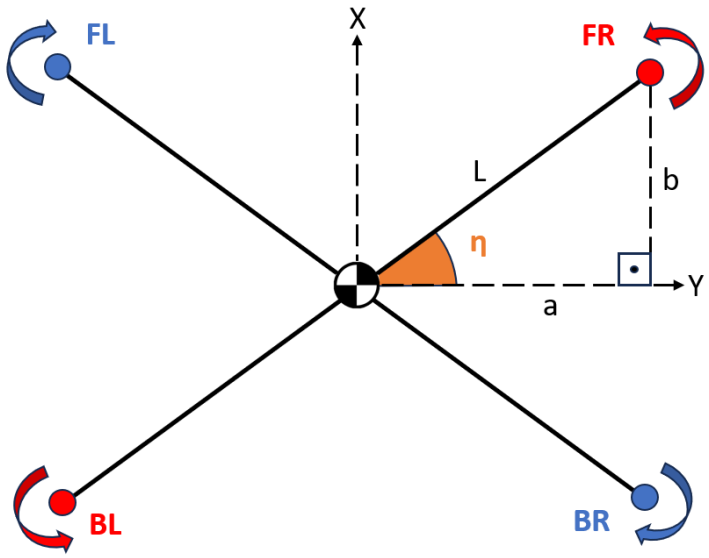
Para computar as forças e momentos, fez primeiramente necessária a adoção de referencial no corpo da aeronave. A Figura 30 ilustra as referências adotadas, na qual L é a distância entre os centros de massa do *lifter* e da aeronave, a e b são as decomposições e L em função do ângulo η. Adotou-se também a convenção de posicionamento dos motores e sentido de rotação conforme Tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – Posicionamento dos *lifters*

Lifter	**Sentido de Rotação**
Front Left (FL)	Clockwise (CW)
Front Right (FR)	Counter-clockwise (CCW)
Bottom Left (BL)	Counter-clockwise (CCW)
Bottom Right (BR)	Clockwise (CW)

Fonte: O autor.

Figura 30 – Convenção adotada para os *lifters*, em configuração "X".



Fonte: O autor.

A contabilização da força de tração gerada pelos quatro *lifters* é dada pela Equação (3.30).

$$F_{Lifters} = \lambda(F_{FL} + F_{FR} + F_{BL} + F_{BR}) \tag{3.30}$$

Para o momento total de arfagem, tem-se a Equação (3.31).

$$\tau_{\theta} = a\lambda(F_{BL} + F_{BR} - F_{FL} - F_{FR}) \tag{3.31}$$

De maneira análoga, para o momento total de rolagem, tem-se a Equação (3.32).

$$\tau_{\phi} = b\lambda(F_{FL} + F_{BL} - F_{FR} - F_{BR}) \tag{3.32}$$

Por fim, para o momento total de guinada, tem-se a soma de todos os momentos gerados pelos *lifters*, conforme ilustra a Equação (3.33).

$$\tau_{\psi} = \lambda(\tau_{FL} + \tau_{FR} + \tau_{BL} + \tau_{BR}) \tag{3.33}$$

Aplicando a Equação (3.25) para os termos de força das Equações (3.30) a (3.32) e, a Equação (3.26) para os termos de torque da Equação (3.32), chega-se na Equação matricial para forças e momentos gerados pelos lifters. Equação (3.34).

$$\begin{bmatrix} F_{total_{Lifters}} \\ \tau_{\phi_{Lifters}} \\ \tau_{\theta_{Lifters}} \\ \tau_{\psi_{Lifters}} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} K_1 & K_1 & K_1 & K_1 \\ aK_1 & -aK_1 & aK_1 & -aK_1 \\ bK_1 & bK_1 & -bK_1 & -bK_1 \\ K_2 & -K_2 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_{FL}^2 \\ \Omega_{FR}^2 \\ \Omega_{BL}^2 \\ \Omega_{BR}^2 \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

3.3 EQUACIONAMENTO FINAL

Finalmente resumem-se as relações de movimento acrescidas das influências da gravidade, reações aerodinâmicas, força de tração do grupo motopropulsor e da força e torque provenientes dos *lifters*.

$$\begin{cases} f_x = [-Mgsin(\theta)] + \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W[C_X + C_{X_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{X_{\delta_e}}\delta_e] + F_{Tractor} \\ f_y = [Mgcos(\theta)sin(\phi)] + \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W[C_{Y_0} + C_{Y_\beta}\beta + \frac{b}{2V_a}p + C_{Y_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r] \\ f_z = [Mgcos(\theta)cos(\phi)] + \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W[C_Z + C_{Z_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] - F_{Total_{Lifter}} \end{cases} . \tag{3.35}$$

$$\begin{cases} l = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b[C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\frac{b}{2V_a}p + C_{l_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r] + \tau_{\phi_{Lifters}} \\ m = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W c[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_q}\frac{c}{2V_a}q + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] + \tau_{\theta_{Lifters}} \\ n = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b[C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{b}{2V_a}p + C_{n_r}\frac{b}{2V_a}r + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r] + \tau_{\psi_{Lifters}} \end{cases} . \tag{3.36}$$

3.4 LINEARIZAÇÃO EM ESPAÇOS DE ESTADOS

Com o intuito facilitar e possibilitar o projeto dos controladores de voo de cruzeiro, voo pairado e transição automáticos, fez-se necessário realizar manipulações de linearização das Equações modeladas, de forma a torná-las desacopladas longitudinalmente e látero-direcionalmente. Considerou-se condições de voo trimado, isto é, voo reto nivelado, curva coordenada, subida ou descida com razão de *climb* constante. Por meio da teoria das pequenas perturbações, considerando perturbações em relação ao ponto de equilíbrio (*trim point*), chegou-se nos modelos lineares de espaços de estados para aeronave, dados pela Equação matricial (3.37).

$$\dot{\vec{x}} = f(x,u) = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}\vec{u} \tag{3.37}$$

onde $\vec{x}$ é o vetor de estado, $\vec{u}$ é o vetor de controle, $\mathbf{A}$ é a matriz de estados e $\mathbf{B}$ é a matriz de controle. Diz-se que o sistema está equilíbrio quando $\dot{\vec{x}} = 0$ para um valor específico de x e u (valor de *trim*).

3.4.1 Modelo Látero-direcional

Conforme a definição clássica da dinâmica de voo e, de acordo com Beard e McLain (2012), o vetor de estados para o caso látero-direcional é dado por:

$$\vec{x}_{lat} = \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} . \tag{3.38}$$

Como *inputs* consideram-se a deflexão de aileron δ_a e a deflexão de leme δ_r. Expressando as Equações (3.11), a (3.16), (3.35) e (3.36) em termos do vetor $\vec{x}_{lat}$ e aplicando jacobianos para x e u, tem-se a matriz de estados $\mathbf{A_{lat}}$ e de controle $\mathbf{B_{lat}}$, dadas pelas Equações (3.39) e (3.40). Observa-se que os ângulos de Euler ϕ, θ e ψ são os ângulos de trimagem.

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r & g.cos(\theta)cos(\phi) & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & cos(\phi)tan(\theta) & q.cos(\phi)tan(\theta) - r.sin(\phi)tan(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & cos(\phi)sec(\theta) & p.cos(\phi)sec(\theta) - r.sin(\phi)sec(\theta) & 0 \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

Em adição, os coeficientes dessas matrizes são obtidos por meio das Equações (3.41) a (3.56), as quais são padrão na dinâmica de voo e estão definidas em Cook (2012), Nelson (1989), Etkin e Reid (1959). No caso deste projeto, elas foram acrescidas de termos para receber o modelo propulsivo, conforme proposto por Beard e McLain (2012). Os termos de momento angular foram substituídos por Equações com os coeficientes de momento contribuintes.

$$Y_v = \frac{\rho S_W b v}{4 m V_a}[C_{Y_p} p + C_{Y_r} r] + \frac{\rho S_W v}{M}[C_{Y_0} + C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r] + \frac{\rho S_W C_{Y_\beta}}{2M}\sqrt{u^2 + w^2} \tag{3.41}$$

$$Y_p = w + \frac{\rho V_a S_W b C_{Y_p}}{4m} \tag{3.42}$$

$$Y_r = -u + \frac{\rho V_a S_W b C_{Y_r}}{4m} \tag{3.43}$$

$$Y_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Y_{\delta_a}}}{2M} \tag{3.44}$$

$$Y_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Y_{\delta_r}}}{2M} \tag{3.45}$$

$$L_v = \frac{\rho S_W b^2 v}{4 V_a}[C_{p_p} p + C_{p_r} r] + \rho S_W b v[C_{p_0} + C_{p_\beta}\beta + C_{p_{\delta_a}}\delta_a + C_{p_{\delta_r}}\delta_r] + \frac{\rho S_W b C_{p_\beta}}{2}\sqrt{u^2 + w^2} \tag{3.46}$$

$$L_p = \Gamma_1 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{p_p}}{4} \tag{3.47}$$

$$L_r = -\Gamma_2 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{p_r}}{4} \tag{3.48}$$

$$L_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_a}}}{2} \tag{3.49}$$

$$L_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_r}}}{2} \tag{3.50}$$

$$N_v = \frac{\rho S_W b^2 v}{4V_a}[C_{r_p} p + C_{r_r} r] + \rho S_W b v[C_{r_0} + C_{r_\beta}\beta + C_{r_{\delta_a}}\delta_a + C_{r_{\delta_r}}\delta_r] + \frac{\rho S_W b C_{r_\beta}}{2}\sqrt{u^2 + w^2} \tag{3.51}$$

$$N_p = \Gamma_7 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{r_p}}{4} \tag{3.52}$$

$$N_r = -\Gamma_7 q + \frac{\rho V_a S_W b^2 C_{r_r}}{4} \tag{3.53}$$

$$N_{\delta_a} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{r_{\delta_a}}}{2} \tag{3.54}$$

$$N_{\delta_r} = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{r_{\delta_r}}}{2} \tag{3.55}$$

$$N_\beta = \frac{\rho V_a^2 S_W b C_{n_\beta}}{2J_{zz}} \tag{3.56}$$

3.4.2 Modelo Longitudinal

Para o caso longitudinal, segue-se o mesmo procedimento do caso lateral. O vetor de estados longitudinais é dado pela Equação (3.57).

$$\vec{x}_{lon} = \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

Como *inputs* considera-se o comando de profundor δ_e e o comando de potência do motor δ_t. (Nota-se que h é a altura e é definida como $h = -r_d$).

Aplicando os Jacobianos para $\vec{x}_{lon}$, tem-se a matriz de estados A_{lon} e a matriz de controle B_{lon}, definidas nas Equações (3.58) e (3.59).

$$A_{lon} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & -g.cos(\theta) & 0 \\ Z_u & Z_w & Z_q & -g.sin(\theta) & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ sin(\theta) & -cos(\theta) & 0 & u.cos(\theta) + w.sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} \tag{3.58}$$

$$B_{lon} = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_t} \\ Z_{\delta_e} & 0 \\ M_{\delta_e} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.59}$$

Os coeficientes para essas matrizes são definidos nas Equações (3.60) a (3.72), relações padrão da dinâmica de voo. De igual modo ao caso lateral, elas foram acrescidas de termos para receber o modelo propulsivo e os termos de momento angular foram substituídos por Equações com os coeficientes de momento contribuintes.

$$X_u = \frac{u\rho S_W}{M}[C_{X_0} + C_{X_\alpha}\alpha + C_{X_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W w C_{X_\alpha}}{2M} + \frac{\rho S_W c C_{X_q} uq}{4mV_a} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{M} \tag{3.60}$$

$$X_w = -q + \frac{w\rho S_W}{M}[C_{X_0} + C_{X_\alpha}\alpha + C_{X_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W c C_{X_q} wq}{4MV_a} + \frac{\rho S_W c C_{X_\alpha} u}{2M} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{M} \tag{3.61}$$

$$X_q = -w + \frac{\rho V_a S_W C_{X_q} c}{4M} \tag{3.62}$$

$$X_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{X_{\delta_e}}}{2M} \tag{3.63}$$

$$X_{\delta_t} = \frac{\rho S_{prop} C_{prop} K_{motor}^2 \delta_t}{M} \tag{3.64}$$

$$Z_u = q + \frac{u\rho S_W}{M}[C_{Z_0} + C_{Z_\alpha}\alpha + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W w C_{Z_\alpha}}{2M} + \frac{\rho S_W c C_{z_q} uq}{4mV_a} \tag{3.65}$$

$$Z_w = \frac{w\rho S_W}{M}[C_{Z_0} + C_{Z_\alpha}\alpha + C_{Z_{\delta_e}}\delta_e] + \frac{\rho S_W C_{Z_\alpha} u}{2M} + \frac{\rho w S_W c C_{Z_q} q}{4mV_a} \tag{3.66}$$

$$Z_q = u + \frac{\rho V_a S_W C_{Z_q} c}{4M} \tag{3.67}$$

$$Z_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W C_{Z_{\delta_e}}}{2M} \tag{3.68}$$

$$M_u = \frac{u\rho S_W c}{I_{yy}}[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] - \frac{\rho S_W c w C_{m_\alpha}}{2I_{yy}} + \frac{\rho S_W c^2 C_{m_q} uq}{4I_{yy}V_a} \tag{3.69}$$

$$M_w = \frac{w\rho S_W c}{I_{yy}}[C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_e}}\delta_e] + \frac{\rho S_W c C_{m_\alpha} u}{2J_y} + \frac{\rho S_W c^2 C_{m_q} wq}{4I_{yy}V_a} \tag{3.70}$$

$$M_q = \frac{\rho V_a S_W c^2 C_{m_q} c}{4I_{yy}} \tag{3.71}$$

$$M_{\delta_e} = \frac{\rho V_a^2 S_W c C_{m_{\delta_e}}}{2I_{yy}} \tag{3.72}$$

3.5 CONTROLADOR DE VOO - *WING-BORNE*

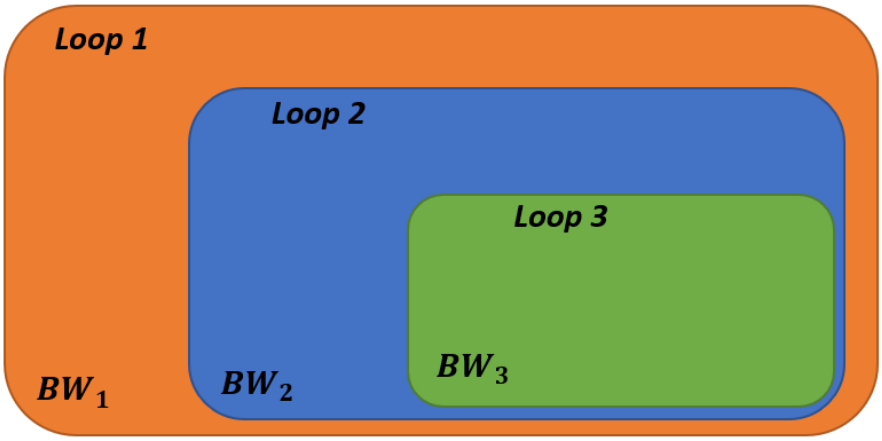
Para o controle automático no voo asa fixa, foi estudada a estratégia de controle por *Loops* fechados, caracterizada por ser do tipo SISO (*Single In - Single Out*). Tal característica implica em controles desacoplados para profundor e motor (caso longitudinal), principal ponto de desvantagem do método. A sua principal vantagem é o fato de já ser uma solução bastante consolidada e funcional.

3.5.1 Controle por Closed Loops

Trata-se de um método simples, mas eficiente de controlador. A ideia geral é realizar diversos *loops* de realimentação internos a um *loop* geral externo. Como regra para seu funcionamento correto, o *loop* mais interno deve conter a mais alta largura de banda, com os *loops* mais externos contendo larguras de banda menores a medida que se chega ao mais externo. Em termos de grandeza, em geral, cada *loop* sucessivo externo deve conter a sua largura de banda 5 a 10 vezes menor em relação ao seu interno (BEARD; MCLAIN, 2012).

A Figura 31 ilustra a ideia geral do método de *Closed Loops*, na qual, BW refere-se à largura de banda (*bandwidth*) e, segundo a regra, $BW_1 < BW_2 < BW_3$.

Figura 31 – Esquemático do conceito de *Closed Loops*



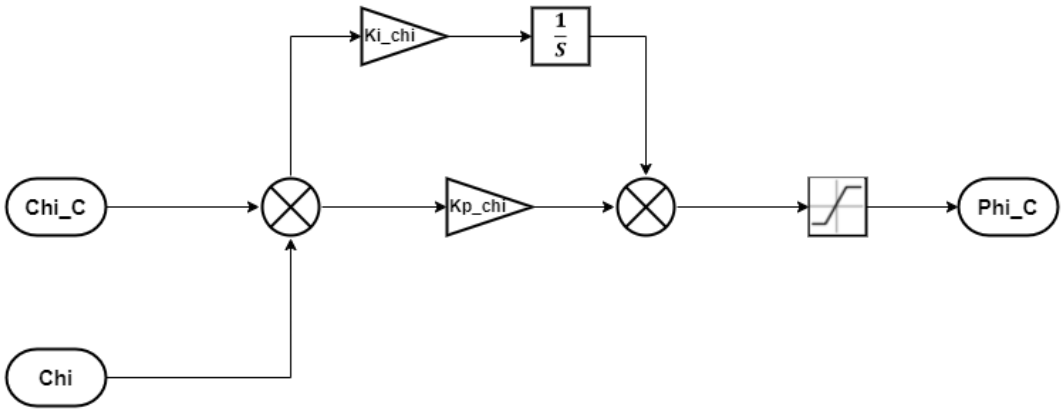
Fonte: O autor.

O sistema foi dividido em dois subsistemas que atuam desacoplados: Látero-direcional e Longitudinal. O controle é feito utilizando PID (proporcionais integrais derivativos).

3.5.1.1 Controle Látero-direcional

Para o controle látero-direcional, dois principais *Loops* são utilizados. O *loop* externo (*Outer loop*) realiza o controle de *Heading* ou a proa desejada que a aeronave busque no plano terrestre. Como *input* utiliza-se um valor de proa desejada, em graus, de zero a 359. Como *output*, tem-se um valor referência de rolamento (ϕ) que é alimentado no *loop* interno (*Inner Loop*). A Figura 32 ilustra a implementação do *outer loop*.

Figura 32 – *Outer Loop:* Controle de Proa



Fonte: O autor.

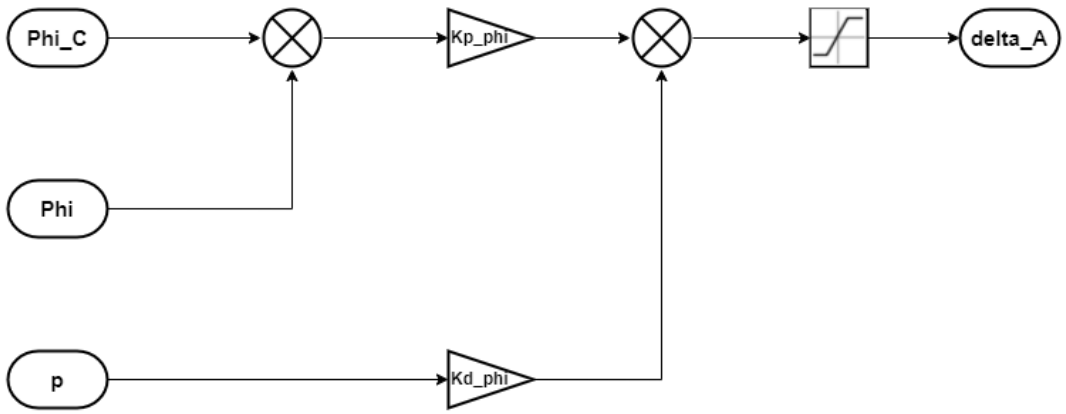
No *inner loop*, é computado um erro de rolamento, o qual se traduz em um comando de aileron que faz com que a aeronave mude sua proa até atingir a desejada.

A Equação de saída para rolamento é descrita pela Equação (3.73), na qual é possível verificar o uso do controle PD. k_{p_ϕ} e k_{d_ϕ} são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente.

$$\delta_a = k_{p_\phi}(\phi^C - \phi) - k_{d_\phi} p \tag{3.73}$$

A ausência do Integrador é uma decisão de projeto, uma vez que integradores agregam atrasos, algo não desejado para *loops* internos. A Figura 54 ilustra o *Inner Loop*.

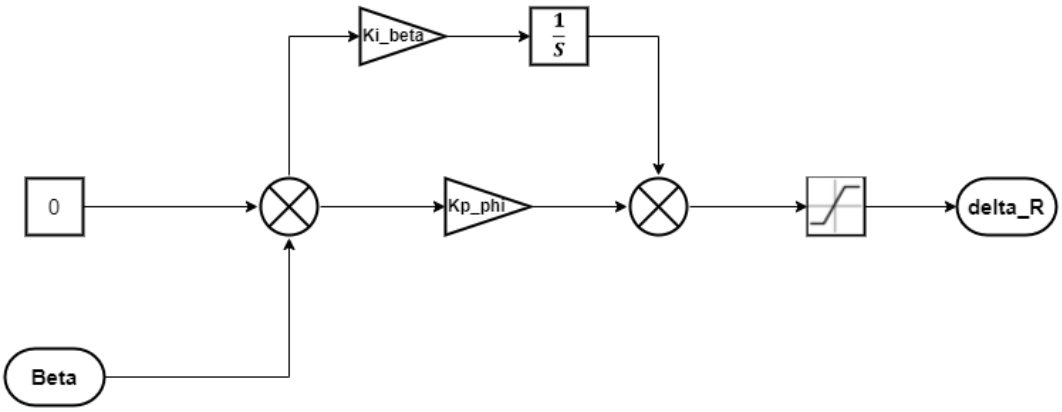
Figura 33 – *Inner Loop:* Controle de rolamento



Fonte: O autor.

Por fim, implementou-se como adicional um controle de derrapagem (*sideslip*), para forçar sempre a execução de curvas coordenadas. Como *output* deste controle tem-se o comando de leme, o qual busca sempre um ângulo de derrapagem (β) nulo. A Figura 34 ilustra a implementação para o controle de *sideslip*. Foi empregado o controlador PI.

Figura 34 – Controle de *sideslip*



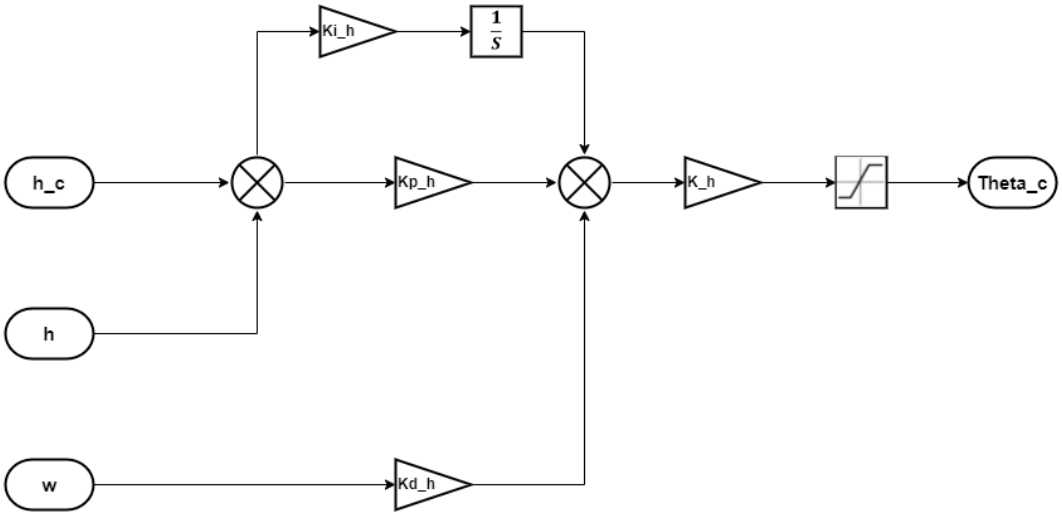
Fonte: O autor.

3.5.1.2 Controle Longitudinal

Um dos pontos cruciais no controle longitudinal é manter a aeronave longe da velocidade de estol. Pode-se fazer isso controlando a velocidade do ar V_a por meio da potência (δ_t) ou por meio do ângulo de arfagem (θ). A primeira opção tem vantagem em relação a segunda, pois controlar a velocidade pelo ângulo de arfagem pode levar a situações perigosas, principalmente em baixa altura, uma vez que para ganhar velocidade a aeronave tenderia a baixar o nariz, levando ao risco de colisão com o solo.

De maneira análoga ao controle látero-direcional, controle longitudinal, também é composto por *inner* e *outer loop*. Como variáveis de controle principais têm-se a altitude e a velocidade. No controle de altitude (*outer loop*) tem-se como *input* um valor de altitude desejada em metros e, como *output*, é gerado um valor de referência de arfagem (θ) que alimenta o *inner loop*. A Figura 35 ilustra o *outer loop*. Foi utilizado o controle PID.

Figura 35 – *Outer Loop*: Controle de altitude



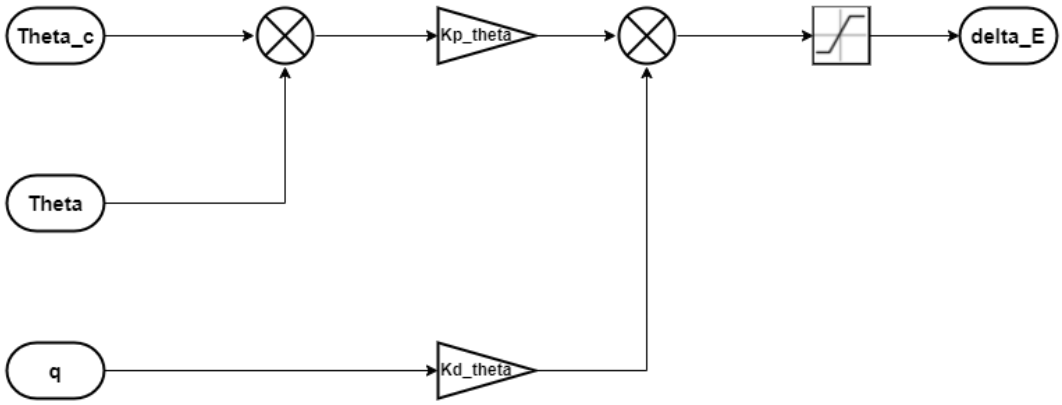
Fonte: O autor.

Já no *inner loop*, calcula-se um erro de arfagem, que resulta em um comando de deflexão de profundor. Desta forma, a Equação de saída é dada por:

$$\delta_e = k_{p_\theta}(\theta^C - \theta) - k_{d_\theta} q, \tag{3.74}$$

na qual k_{p_θ} e k_{d_θ} são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente. A Figura 36 ilustra o *inner loop*, com o emprego de controle PD.

Figura 36 – *Inner Loop*: Controle de arfagem



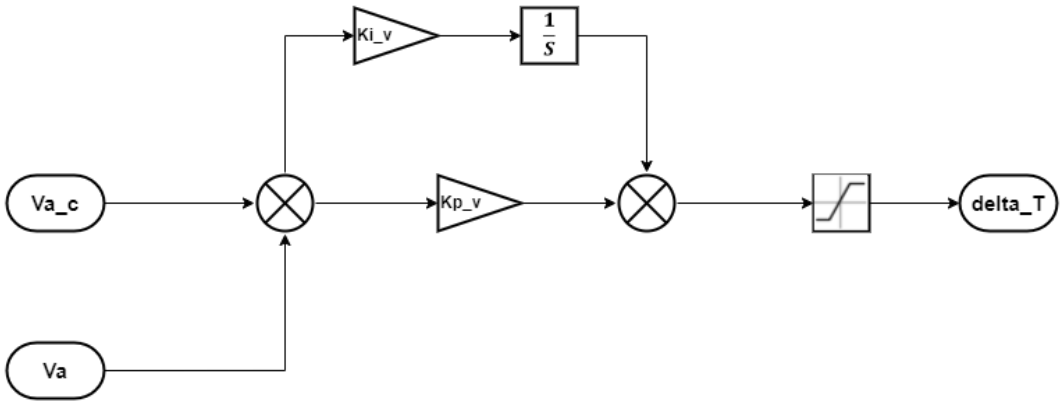
Fonte: O autor.

Por fim, para controlar a velocidade, utilizou-se controle por variaçao de tração. A lógica foi utilizar um valor de velocidade do ar (V_a) desejada como *input*, em metros por segundo. Dentro do *loop* gera-se então um erro de velocidade que é traduzido em comando de motor (δ_t), que resulta em uma tração comandada. A Equação de saída em função do motor é dada por:

$$\delta_t = k_{p_V}(V_a^C - V_a) + \frac{k_{i_V}}{s}(V_a^C - V_a), \tag{3.75}$$

na qual k_{p_V} e k_{i_V} são os ganhos proporcional e integral, respectivamente. A Figura 37 ilustra o *loop* de controle de velocidade.

Figura 37 – Controle de velocidade



Fonte: O autor.

3.5.2 Ajuste de Ganhos - Asa Fixa

Para o ajuste de ganhos do controlador, foram utilizadas as funções de transferência de malha aberta dos sistemas de interesse. Desta forma, foi possível tunar os ganhos PID de acordo com o desempenho desejado. Como regra, inicia-se ajustando o ganho do *Loop* interno, até chegar ao *Loop* mais externo.

3.5.2.1 Gain Scheduling

Uma aeronave, principalmente em regime de voo de cruzeiro, está sujeita a diferentes condições de velocidade e altura. Consequentemente, sua dinâmica de voo varia nessas diferentes situações. Tal fato tem influência direta na resposta do controlador. Portanto, para que o controlador tenha boa performance em todas as condições de voo, ganhos diferentes são necessários para a mesma planta de controle. Como solução, pode-se utilizar o artifício de *Gain Scheduling*, que consiste em mapear uma tabela de ganhos em função da variável de interesse.

Para a aeronave VTOL em questão, observou-se que a velocidade gerava grande influência na performance do controlador, sendo ela a variável de interesse para o *Gain Scheduling* tanto para o controlador longitudinal quanto para o lateral - direcional.

Conforme ilustrado nas funções de transferência, a velocidade é parâmetro existente no cálculo dos coeficientes destas funções. Portanto, para a obtenção dos ganhos, o procedimento utilizado foi obter as funções de transferência e ajustar o controlador de uma mesma planta para diferentes condições trimadas de velocidade. Os valores dos ganhos obtidos estão descritos no Apêndice A.

Ressalta-se que para a condição de voo pairado (*hover*) não se notou necessária a utilização do *Gain Scheduling*, uma vez que o controle atua em condições mais específicas e de menor velocidade, não gerando grandes influências na performance do controlador.

3.5.2.2 Funções de Transferência - Movimento Látero-Direcional

Para as funções de transferência látero-direcionais, foi utilizado o método detalhado em Blakelock (1991) e adaptado por Beard e McLain (2012). Refletindo a malha de controle criada, os pontos de interesse para para o caso lateral direcional são:

- Comando de *roll* (ϕ) para saída de aileron (δ_a);
- Comando de curso (χ) para saída comando de *roll* (ϕ);
- Comando de *sideslip* (β) para saída de leme (δ_r).

3.5.2.2.1 Roll (ϕ) para Aileron (δ_a)

A função de transferência em questão é dada pela Equação (3.12), no domínio de Laplace.

$$\phi(s) = \frac{a_{\phi_2}}{s(s + a_{\phi_1})} \left[\delta_a(s) + \frac{d_{\phi_2}(s)}{a_{\phi_2}} \right], \tag{3.76}$$

na qual,

$$a_{\phi_1} = -\frac{1}{4}\rho V_a^2 S_W C_{p_p} \frac{b^2}{V_a} \tag{3.77}$$

$$a_{\phi_2} = \frac{1}{2}\rho V_a^2 S_W b C_{p_{\delta_a}} \tag{3.78}$$

O termo d_{ϕ_2} é o distúrbio associado aos termos dinâmicos que foram desprezados no processo de linearização. É possível eliminá-lo posteriormente nas estratégias de controle.

3.5.2.2.2 Curso (χ) para Roll (ϕ)

Considerando-se a situação de equilíbrio de curva coordenada, a função de transferência em questão é dada pela Equação (3.12), no domínio de Laplace:

$$\chi(s) = \frac{g/V_a}{s}[\phi(s) + d_\chi(s)] \tag{3.79}$$

na qual, d_χ é o distúrbio associado.

3.5.2.2.3 Sideslip (β) para Leme (δ_e)

Considerando-se novamente a situação de equilíbrio de curva coordenada, a função de transferência em questão é dada pela Equação (3.80), no domínio de Laplace:

$$\beta(s) = \frac{a_{\beta_2}}{s + a_{\beta_1}}[\delta_r(s) + d_\beta(s)], \tag{3.80}$$

na qual,

$$a_{\beta_1} = -\frac{\rho V_a S_W}{2M} C_{Y_\beta} \tag{3.81}$$

$$a_{\beta_2} = \frac{\rho V_a S_W}{2M} C_{Y_{\delta_r}} \tag{3.82}$$

$$d_\beta = \frac{1}{V_a}(pw - ru + gcos(\theta)sin(\theta)) + \frac{\rho V_a S_W}{2M}[C_{Y_0} + C_{Y_p}\frac{bp}{2V_a} + C_{Y_r}\frac{br}{2V_a} + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a] \tag{3.83}$$

3.5.2.3 Funções de Transferência - Movimento Longitudinal

De igual modo à Seção 3.5.2.2 as funções de transferência longitudinais propostas utilizam o método detalhado em Blakelock (1991) e adaptado por Beard e McLain (2012). Refletindo a malha de controle criada, os pontos de interesse para para o caso longitudinal são:

- Comando de *pitch* (θ) para saída de profundor (δ_e);
- Comando de altura (h) para saída comando de *pitch* (θ);
- Comando de Velocidade para saída de motor δ_t

3.5.2.3.1 Pitch (θ) para Profundor (δ_e)

A função de transferência em questão é dada pela Equação (3.84), no domínio de Laplace.

$$\theta(s) = \left[\frac{a_{\theta_3}}{s^2 + a_{\theta_1}s + a_{\theta_2}}\right]\left[\delta_e(s) + \frac{d_{\theta_2}(s)}{a_{\theta_3}}\right] \tag{3.84}$$

na qual:

$$a_{\theta_1} = -\frac{\rho V_a^2 c^2 S_W C_{m_q}}{4V_a I_{yy}}, \tag{3.85}$$

$$a_{\theta_2} = -\frac{\rho V_a^2 c S_W C_{m_\alpha}}{2I_{yy}}, \tag{3.86}$$

$$a_{\theta_3} = \frac{\rho V_a^2 c S_W C_{m_{\delta_e}}}{2I_{yy}} \tag{3.87}$$

e d_{θ_2} é o distúrbio associado.

3.5.2.4 Altura (h) para Pitch (θ)

Descreve-se na Equação (3.88) a função de transferência do ângulo de *pitch* no controle da altitude. É de relevância lembrar que mantida a velocidade do ar V_a constante, o ângulo de arfagem influencia diretamente na taxa de subida ou descida e, por sua vez, na variação da altura.

No domínio de Laplace, tem-se:

$$h(s) = \frac{V_a}{s}\left[\theta + \frac{d_h}{V_a}\right] \tag{3.88}$$

na qual,

$$d_h = [u.sin(\theta) - V_a\theta] - v.sin(\phi)cos(\theta) - w.cos(\phi)cos(\theta). \tag{3.89}$$

3.5.2.4.1 Velocidade (V_a) para Motor (δ_t)

Por fim, descreve-se a função de transferência do ângulo de arfagem e da potência do motor para a velocidade do ar.

Em uma aeronave é possível regular a sua velocidade V_a através do ângulo de arfagem, ou através da variação da potência do motor ou, mesclando ambas as situações anteriores, o que se dá o nome de coordenação atitude potência. Desta forma, Beard e McLain (2012) afirma que a função de transferência é dada de modo que seja possível escolher qual estratégia de controle de velocidade adotar no projeto do controlador.

Nesta função de transferência Equação (3.90), é trabalhada a variação dos parâmetros em torno do valor de equilíbrio (*trim*). No domínio de Laplace, tem-se:

$$\bar{V_a}(s) = \frac{1}{s + a_{V_1}}[a_{V_2}\bar{\delta_t}(s) - a_{V_3}\bar{\theta}(s) + d_V(s)]. \tag{3.90}$$

Portanto, $\bar{V_a}$ é a variação da velocidade em relação à velocidade de equilíbrio, $\bar{\theta}$ é a variação do ângulo de aragem em torno do ângulo de equilíbrio e, $\bar{\delta_t}$ é a variação da demanda do motor em relação à demanda de equilíbrio. Em adição, tem-se que:

$$a_{V_1} = \frac{\rho V_a S_W}{M}[C_{D_0} + C_{D_\alpha}\alpha + C_{D_{\delta_e}}\delta_e] + \frac{\rho S_{prop} V_a}{M}, \tag{3.91}$$

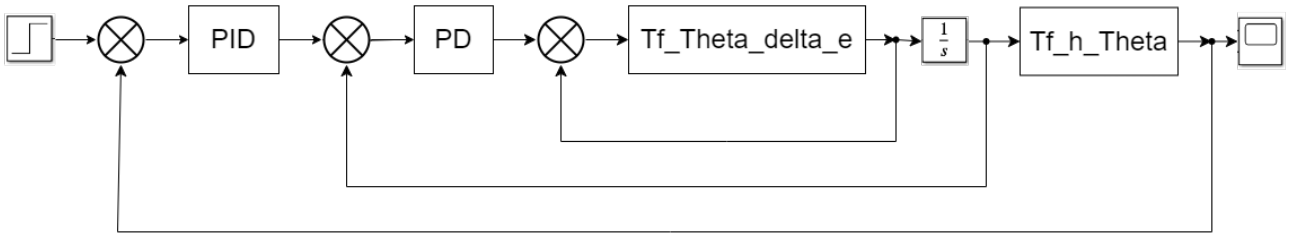
$$a_{V_2} = \frac{\rho S_{prop} K_{motor}^2 \delta_t}{M}, \tag{3.92}$$

$$a_{V_3} = gcos(\theta - \chi). \tag{3.93}$$

3.5.2.5 Plantas para Ajuste dos Ganhos

Obtidas as funções de transferência, é possível montar as plantas linearizadas para ajuste dos ganhos. Ressalta-se novamente que o ajuste é feito do *loop* mais interno para o mais externo. Pode-se fazer uso do método analítico, ou seja, cálculo das raízes do denominador da função de transferência e ajuste de acordo com a performance desejada. Outra forma é utilizar programas de ajuste, como o *Simulink Gain Tune*. A Figura 38 ilustra a planta para o caso longitudinal.

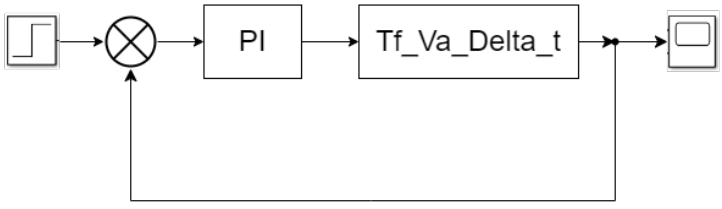
Figura 38 – Planta para Ajuste do ControleLongitudinal



Fonte: O autor.

Em seguida, tem-se na Figura 39 a planta para o ajuste do controle de velocidade.

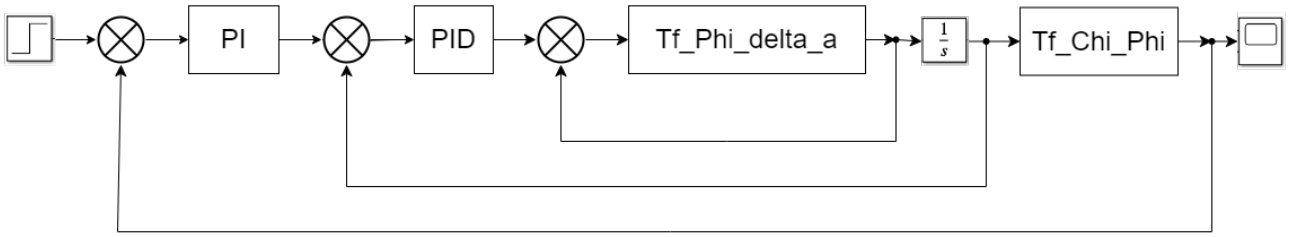
Figura 39 – Planta para Ajuste do Controle de Velocidade



Fonte: O autor.

Para o caso Lateral - direcional, tem-se na Figura 40 a planta para ajuste do controlador.

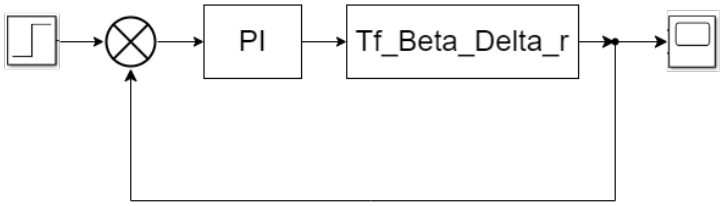
Figura 40 – Planta para Ajuste do Controle de Lateral - Direcional



Fonte: O autor.

Finalmente, ainda para o caso lateral-direcional, tem-se a planta para o ajuste do controlador de derrapagem (*sideslip*) ilustrada na Figura 41.

Figura 41 – Planta para Ajuste do Controle de Derrapagem



Fonte: O autor.

3.6 CONTROLADOR DE VOO - *LIFTERS*

A estratégia de controle dos *lifters* foi a de utilizar comandos de demanda motor, de maneira análoga ao que se é feito para o grupo motopropulsor *tractor*.

Uma vez que o equacionamento de forças e momentos, Equação (3.34), é dado em função das velocidades angulares das hélices dos *lifters*, é possível correlacionar o comando de motor com a rotação das hélices por meio da Equação (3.94)

$$\Omega_{Lifter} = \delta_L \Omega_{MAX_{lifter}}, \tag{3.94}$$

na qual δ_L é o comando de motor ($0 \leq \delta_L \leq 1$) e $\Omega_{MAX_{lifter}}$ é a rotação máxima atingida pelo *lifter*.

Resolvendo a Equação 3.34 para as rotações dos lifters (ω), tem-se a Equação (3.95).

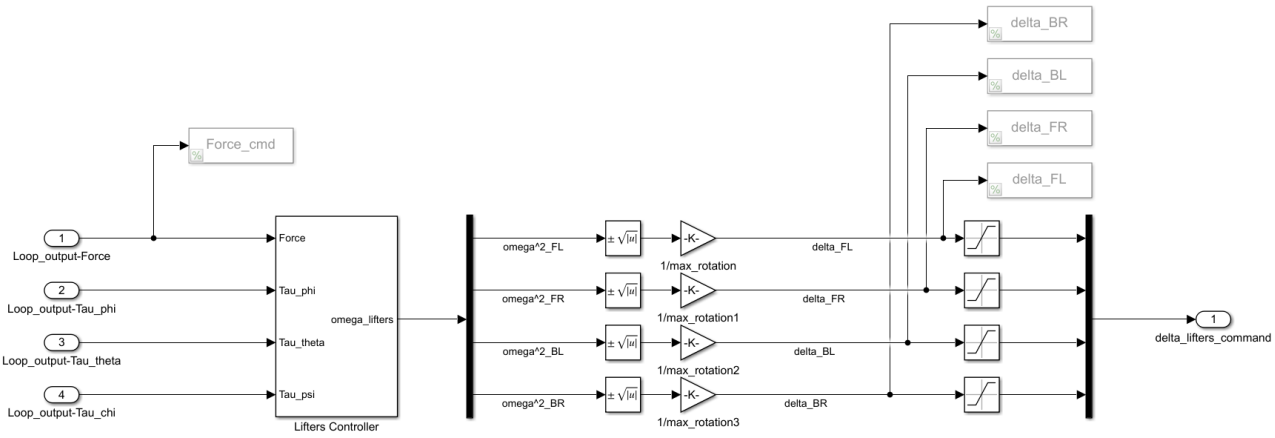
$$\begin{bmatrix} \Omega_{FL}^2 \\ \Omega_{FR}^2 \\ \Omega_{BL}^2 \\ \Omega_{BR}^2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} K_1 & K_1 & K_1 & K_1 \\ aK_1 & -aK_1 & aK_1 & -aK_1 \\ bK_1 & bK_1 & -bK_1 & -bK_1 \\ K_2 & -K_2 & -K_2 & K_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F_{total_{Lifters}} \\ \tau_{\phi_{Lifters}} \\ \tau_{\theta_{Lifters}} \\ \tau_{\psi_{Lifters}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} \tag{3.95}$$

Substituindo a Equação (3.94) na Equação (3.95) e resolvendo para os quatro *lifters* (δ_L), obtém-se a Equação de comando dos lifters, Equação (3.96).

$$\begin{bmatrix} \delta_{FL} \\ \delta_{FR} \\ \delta_{BL} \\ \delta_{BR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{X_1}}{\Omega_{MAX_{Lifter}}} \\ \frac{\sqrt{X_2}}{\Omega_{MAX_{Lifter}}} \\ \frac{\sqrt{X_3}}{\Omega_{MAX_{Lifter}}} \\ \frac{\sqrt{X_4}}{\Omega_{MAX_{Lifter}}} \end{bmatrix} \tag{3.96}$$

A esse equacionamento dá-se o nome *Motor Mixing Algorithm*, ou MMA. Desta forma, pode-se converter os outputs de torque provenientes dos *loops* de controle para demandas de δ_L dos quatro *lifters*. A Figura 42 ilustra o MMA implementado.

Figura 42 – *Motor Mixing Algorithm*

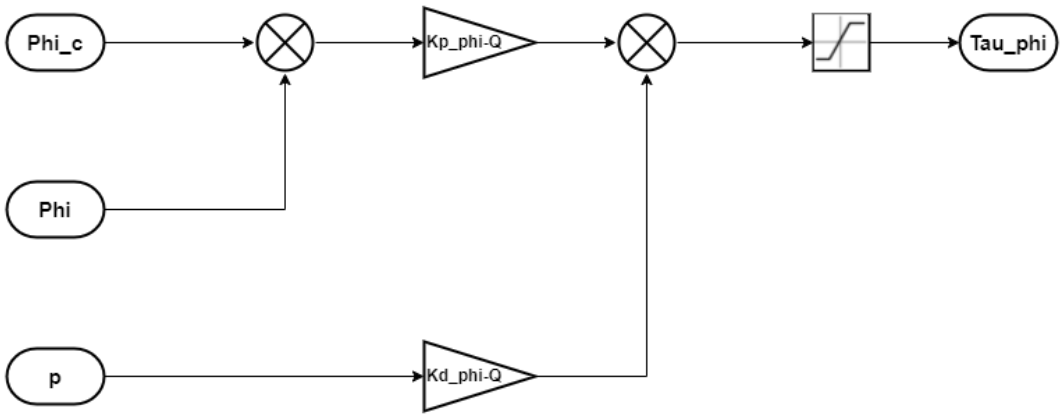


Fonte: O autor.

3.6.1 Controles Lateral e Direcional

Diferentemente do asa fixa, o quadricóptero não possui o seu movimento lateral acoplado com o direcional. Desta forma, dois *loops* de controle separados são necessários. Um para o comando de rolamento e o outro para o comando de guinada. Ambos são realizados por controladores PID, aos quais se insere o *input* de um ângulo de rolamento (ϕ) e um de guinada (ψ) desejados, respectivamente. Como *output* têm-se demandas de torque que são enviadas ao MMA. A Figura 43 ilustra o *loop* de controle para rolagem.

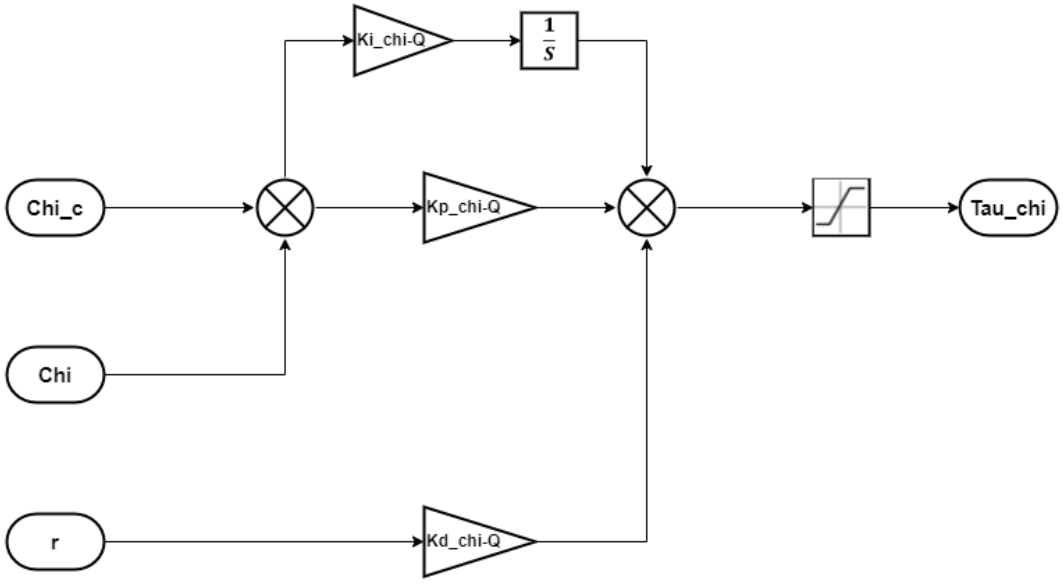
Figura 43 – Controle de rolagem para os *lifters*



Fonte: O autor.

Como o intuito é manter a aeronave estável durante a fase de transição, nela sempre está sendo considerado um comando de rolamento nulo. Desta forma os *lifters* estarão a todo momento tentando manter a aeronave em uma condição de asas niveladas. De maneira análoga, busca-se manter uma proa fixa durante a transição. A lógica sintoniza o valor da proa no momento da ativação do comando de transição ao input do *loop* de guinada, ilustrado na Figura 44.

Figura 44 – Controle de guinada para os *lifters*



Fonte: O autor.

3.6.2 Controle Longitudinal

A principal variável de controle longitudinal é a altura. Porém, movimento translacional também é possível de ser obtido indiretamente pela decomposição das forças dos *lifters*. Desta forma, induzindo um ângulo de arfagem por meio do diferencial de forças dos *lifters* e, compensando a força da gravidade, gera-se uma componente de força horizontal que movimenta a aeronave para frente. A altura e a velocidade solo foram as duas variáveis de interesse nesse sistema de controle longitudinal.

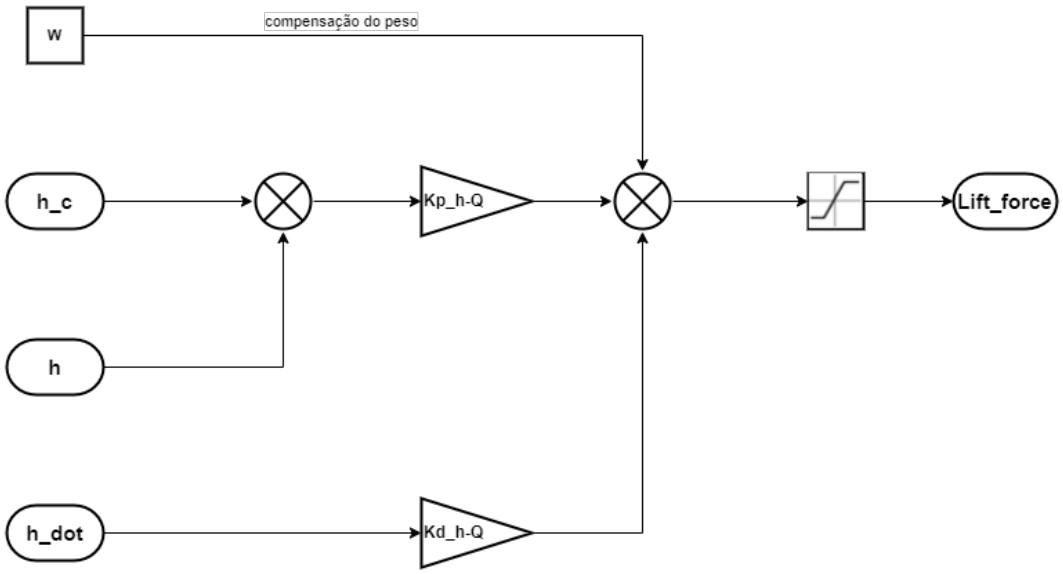
3.6.2.1 Controle de altura

Considerando a geração de sustentação somente pelos *lifters*, faz-se desde o princípio a anulação da força da gravidade. Desta forma, emprega-se um *feedfoward* no *loop* de forma a independentemente do *output* do controlador, sempre se fazer presente a parcela que cancela a força da gravidade.

Utiliza-se como *input* para o *loop* de controle de altura um valor referência de altura em metros. Desta forma, é computado um erro que se traduz em comando de força de sustentação para os *lifters*.

Para auxiliar na captura suave do valor comandado de altura, faz se uso de um controle derivativo em conjunto com o *input* de velocidade vertical. A Figura 45 ilustra o controle de altura.

Figura 45 – Controle de altura para os *lifters*

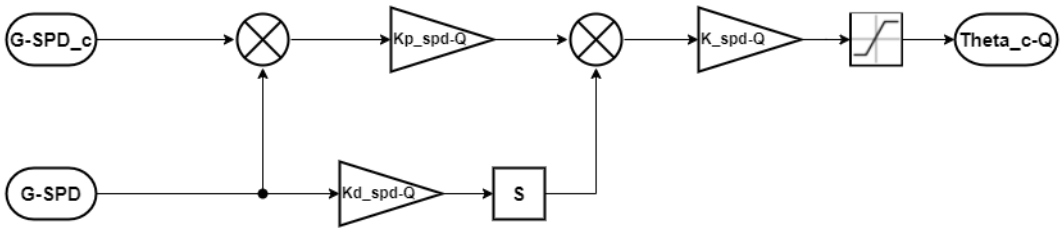


Fonte: O autor.

3.6.2.2 Controle de Velocidade Solo

Por meio da decomposição de forças dos *lifters* é possível gerar uma componente de tração horizontal que translada a aeronave para frente. Desta forma, faz se uso de um *outer loop* que tem como *input* um comando de velocidade solo desejada, que produz como output uma referência de arfagem (θ) ao *inner loop*. Este, por sua vez, gera um erro de ângulo de arfagem, que se traduz em demanda de torque ao MMA. A Figura 46 ilustra o *outer loop* para o comando de velocidade solo.

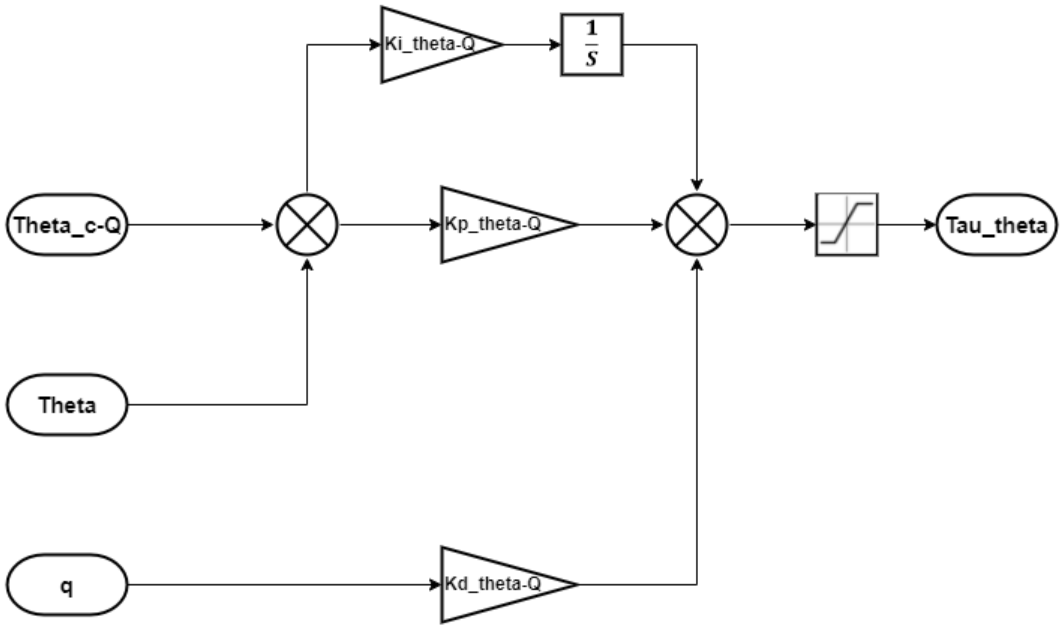
Figura 46 – *Outer Loop*: Controle de Velocidade Solo por *lifters*



Fonte: O autor.

Por fim, a Figura 47 ilustra o *inner loop* para o controle de velocidade solo. Faz se uso desta velocidade, pois na fase de voo pairado e transição, as medições de *airspeed* são imprecisas, necessitando de velocidades mais altas para uma boa precisão dos sensores. Já a velocidade solo pode ser obtida por meio de GPS, que apresenta valores razoavelmente precisos em baixas faixas de velocidade.

Figura 47 – *Inner Loop*: Controle de arfagem por *lifters*



Fonte: O autor.

3.6.3 Ajuste de Ganhos

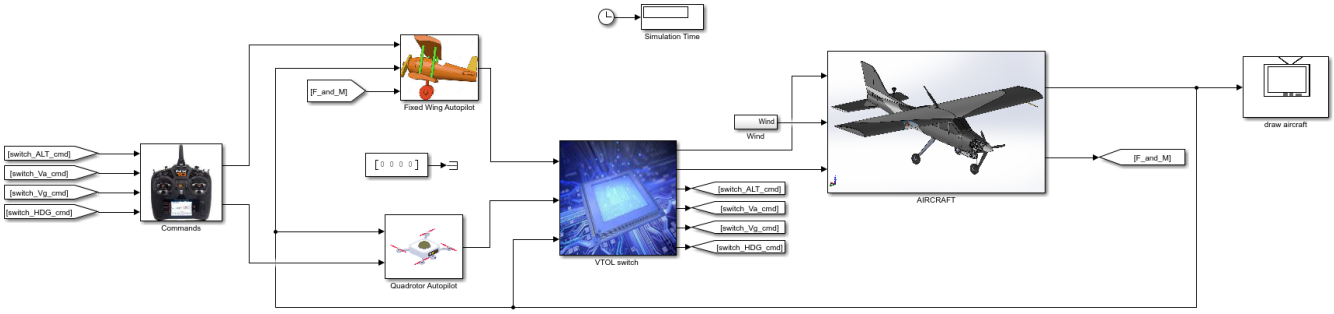
No controlador de *Hover* há o *Motor Mixing Algorithim* que, por possuir inversões de matrizes, dificulta a geração de funções de transferência semelhantes às geradas para o controlador Asa Fixa. Desta forma, foi utilizado o método empírico para o ajuste de ganhos do controlador de *Hover*. Por também ser uma planta de *Loops* sucessivos, utilizou-se novamente a regra de realizar tune dos ganhos *loop* interno para o externo.

Os valores dos ganhos obtidos estão detalhados no Apêndice A.

3.7 SISTEMA DE *SWITCH*

O sistema de switch tem como função atuar como um intermediador de autoridade entre os controles de asa fixa e os controles de quadricóptero. A Figura 48 a seguir ilustra uma visão geral do sistema controlado pelo switch.

Figura 48 – Diagrama geral do sistema de switch. É possível verificar o bloco switch sendo alimentado pelos comandos dos blocos de controle asa fixa e controle quadricóptero. A saída são os comandos para o bloco de simulação da aeronave.



Fonte: O autor.

Para implementar o sistema de transição, utilizou-se de lógica semelhante à descrita em Gu, Lyu e Li (2017), a qual propõe um sistema de *switch* linear que comanda a transição de comandos entre a lei de de controle dos *lifters* e a de asa fixa por meio da Equação 3.97.

$$\alpha = 1 - (0.6\frac{V_a}{V_T} + 0.2) \tag{3.97}$$

onde V_T é a velocidade mínima a ser atingida para permitir a transição. Contudo, foram estudadas diferentes abordagens para a lógica do switch, as quais são descritas nos itens a seguir.

1. Deslocamento a frente por ângulo de *pitch*, por meio dos lifters, com a ligação do posterior do tractor e *switch* por função sigmoide.

2. Deslocamento a frente por meio do tractor somente e *switch* por meio de função sigmoide.

3. Deslocamento a frente por meio de *pitch*, por meio dos lifters, com ligação posterior do tractor e *switch* por função linear.

4. Deslocamento a frente por meio do tractor somente e *switch* por função linear.

3.7.1 Switch *por Função Sigmoide*

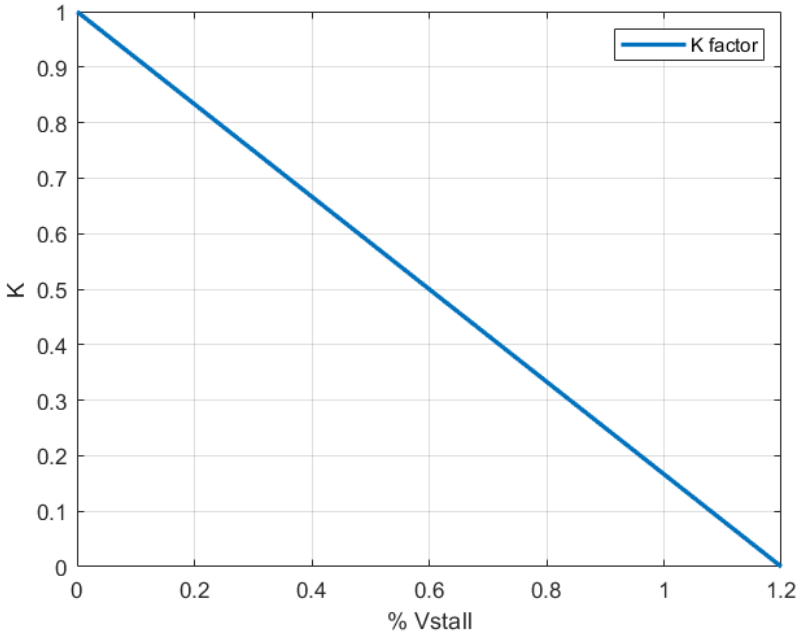
Para realizar a lógica de transição, foi definido um fator K, tal que $K = f(V_a)$. Trata-se de uma função linear que mapeia os arredores da velocidade de estol da aeronave, e decresce de conforme a

velocidade transita da região estolada para a não estolada em 120 % da velocidade de estol. K é dado pela Equação 3.98, e é a base para as estratégias de *switch*.

$$K = -\frac{1}{1.2V_{stall}}V_a + 1 \tag{3.98}$$

A Figura 49 ilustra a função K.

Figura 49 – Função K



Fonte: O autor.

À função K é possível acoplar uma outra função de modo a gerar uma função composta, na qual, enquanto o fator K transita entre zero e um, o subfator composto apresenta determinado comportamento que coordena a porcentagem de autoridade de comando entre as superfícies de controle (asa fixa) e os *lifters*. Para a presente estratégia, escolheu-se a função sigmoide. Portanto tem-se a função sigma, dada pela Equação.

$$\sigma = f(K) = f(f(Va)) \tag{3.99}$$

Fazendo sigma corresponder à função sigmoide, tem-se:

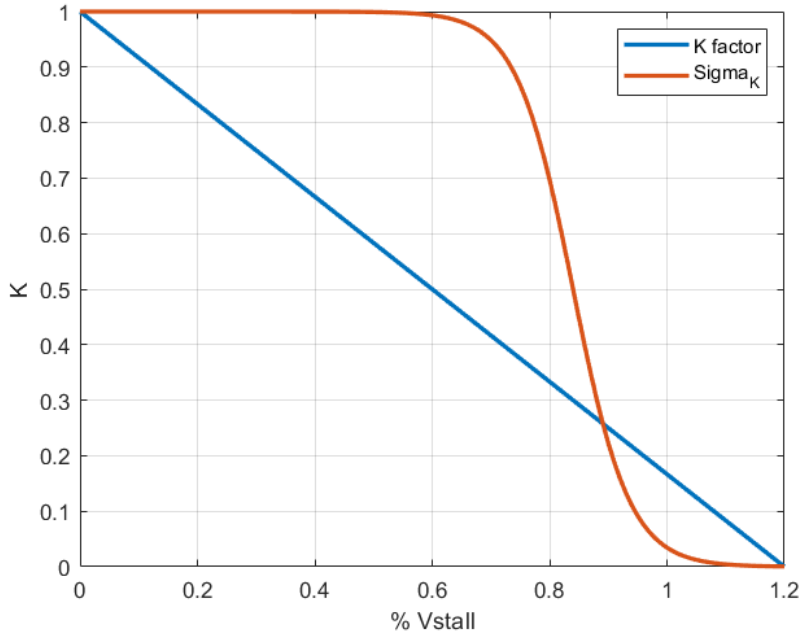
$$\sigma = f(K) = \frac{1}{1 + e^{-p_1(K+p_2)}}, \tag{3.100}$$

onde p_1 é uma constante que controla a inclinação da sigmoide, p_2 é uma constante de translação no eixo x, e K é dado pela Equação 3.98. A Figura 50 ilustra a função sigma para valores específicos de p_1 e p_2 e para o comportamento sigmoide.

Por fim, utiliza-se o fator σ como um atribuidor de autoridade às leis de controle dos *lifters* e dos comandos de asa fixa, dados os seus *outputs* (δ_{OUT}). Equações 3.101 e 3.102.

$$\delta_{OUT} = \delta_{FW}(1 - \sigma), \tag{3.101}$$

Figura 50 – Função Sigma. O fator K percorre a velocidade de estol de 0 a 120%. Composta à função K, há a função sigmoide, que resulta em uma curva específica a medida que o valor de K varia.



Fonte: O autor.

onde $\delta_{FW} = [\delta_e; \delta_a; \delta_r; \delta_t]$.

$$\delta_{OUT} = \delta_{lifters}.\sigma, \tag{3.102}$$

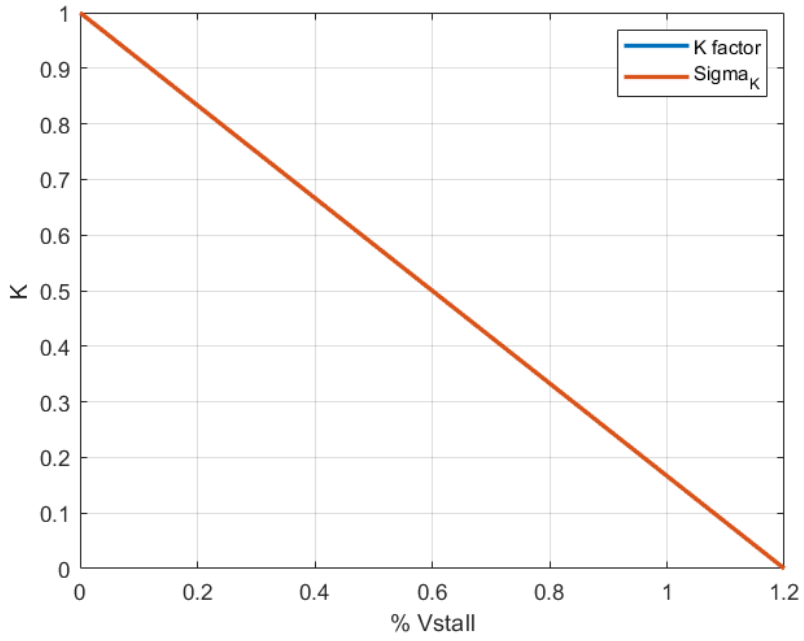
onde $\delta_{lifters} = [\delta_{FL}; \delta_{FR}; \delta_{BL}; \delta_{BR}]$.

Finalmente, a função sigma pode assumir o formato de qualquer outra função, de acordo com o desejo de projeto.

3.7.2 Switch *por Função Linear*

De forma análoga à função sigmoide, foi testada a transição por meio de uma função linear, onde a função sigma toma a forma de uma função definida por termos lineares. A Figura 51 ilustra o caso trivial onde sigma é igual à função K.

Figura 51 – Função sigma para o caso linear trivial



Fonte: O autor.

4 RESULTADOS

Primeiramente, foram realizadas as análises de estabilidade estática e dinâmica. Em seguida, testes isolados foram realizados para os controladores de asa fixa e *lifters*. Por fim, testou-se a atuação de ambos sob controle de transição para um ciclo de voo completo, composto por decolagem vertical, transição do voo pairado para o voo de asa fixa, subida em asa fixa, cruzeiro, descida, transição do voo de asa fixa para o voo pairado, e por fim, pouso vertical.

4.1 ANÁLISES DE ESTABILIDADE ESTÁTICA

4.1.1 Caso Longitudinal

Segundo os critérios de estabilidade estática longitudinal definidos por Nelson (1989), e considerando os dados da aeronave eVTOL disponíveis no apêndice A, tem-se na Tabela 8 o resultado para a análise de estabilidade estática.

Tabela 8 – Análise de Estabilidade Estática Longitudinal

Critério	**Valor obtido para a aeronave**	**Conclusão**
Margem Estática (ME) >0	48.2	Estaticamente Estável
C_m X α <0	-0.7814	Estaticamente Estável
C_{m_0} >0	0.032	Estaticamente Estável

Fonte: O Autor.

4.1.2 Caso Lateral - Direcional

Para o caso lateral-direcional, seguindo os critérios de estabilidade estática, tem-se o resultado da análise na Tabela 9 a seguir.

Tabela 9 – Análise de Estabilidade Estática Lateral-direcional

Critério	**Valor obtido para a aeronave**	**Conclusão**
C_{n_β} >0	0.0958	Estaticamente Estável
C_{l_β} <0	-0.0818	Estaticamente Estável

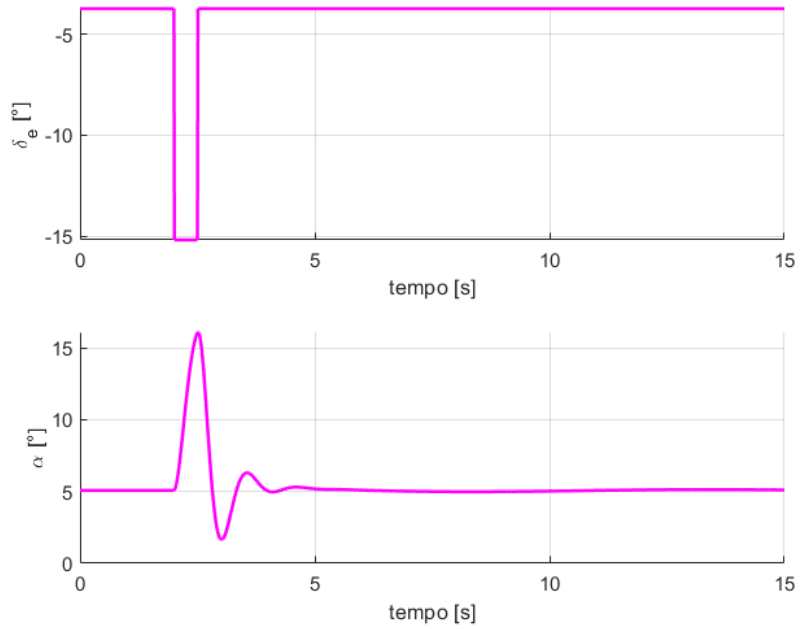
Fonte: O Autor.

4.2 ANÁLISES DE ESTABILIDADE DINÂMICA

Para a análise de estabilidade dinâmica, foram considerados os casos levantados no capítulo 2.2.3. Por meio da inserção de uma perturbação devidamente escolhida nas superfícies de comando, foi possível analisar o comportamento da aeronave após a sua retirada da condição trimada.

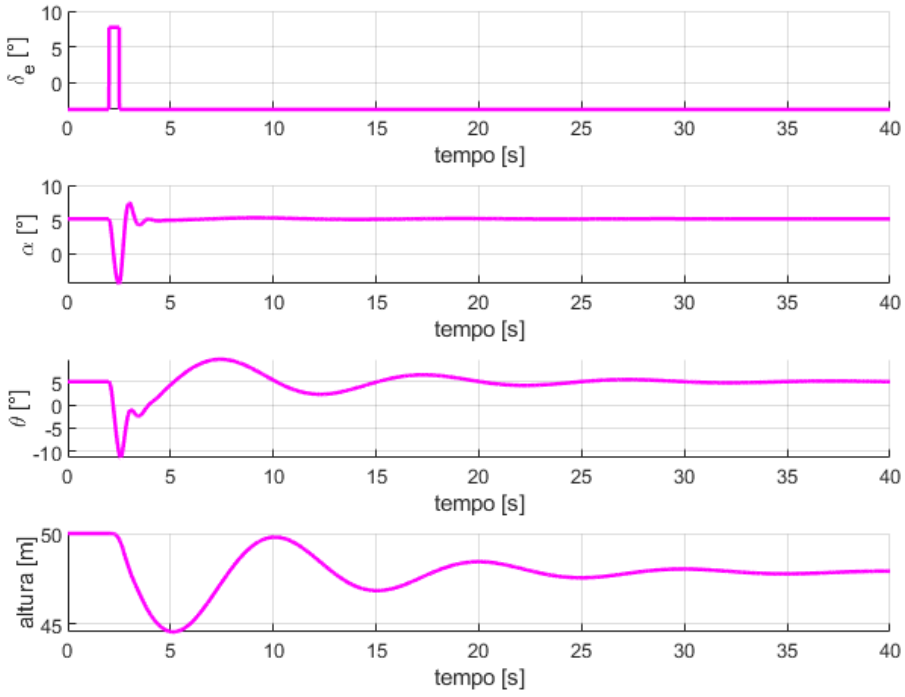
4.2.1 Caso Longitudinal

Figura 52 – Modo Período Curto



Fonte: O autor.

Figura 53 – Modo Fugóide



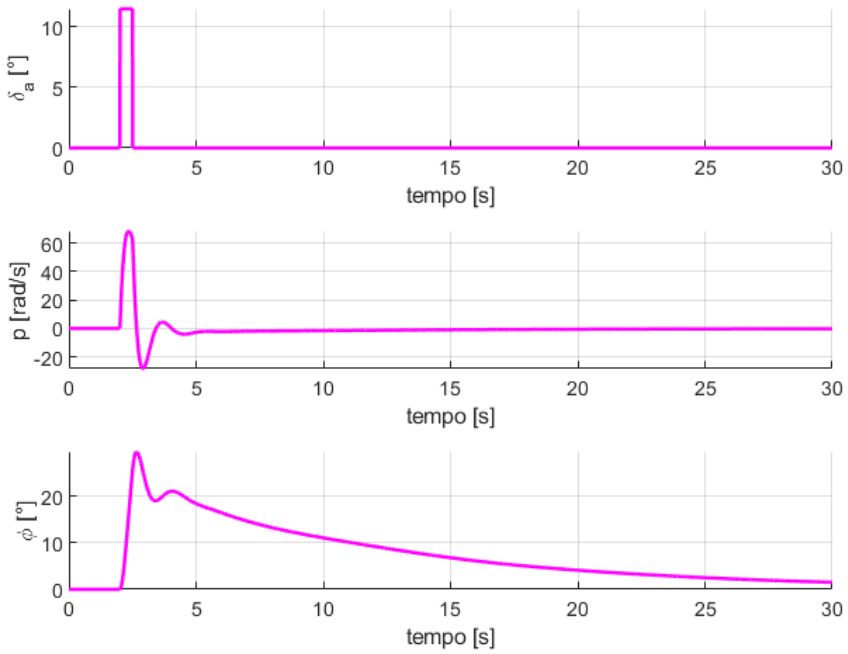
Fonte: O autor.

Para ambos os modos, observa-se um amortecimento da perturbação, podendo classificar a aeronave como dinamicamente estável longitudinalmente.

4.2.2 *Caso Lateral - Direcional*

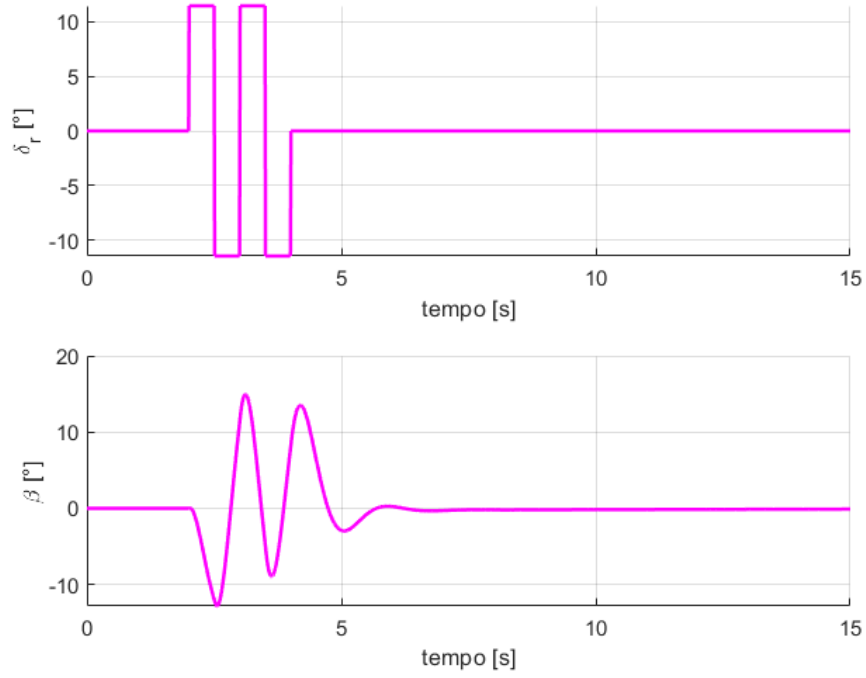
A Figura 54 e a Figura 55 ilustram os casos para o modo *roll* e *yaw*, respectivamente.

Figura 54 – Modo Roll



Fonte: O autor.

Figura 55 – Modo Yaw

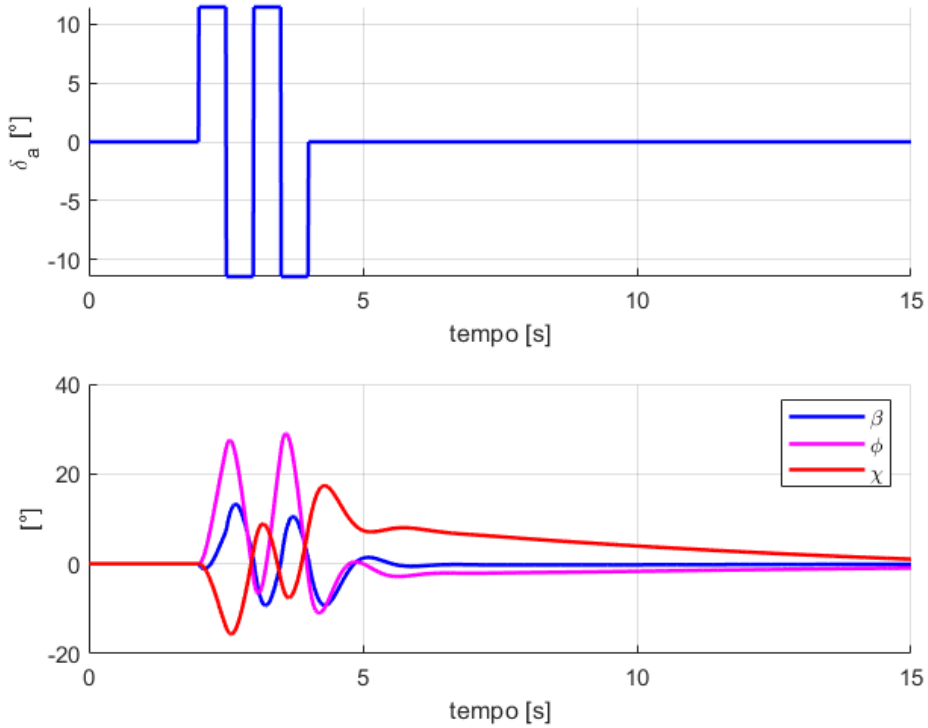


Fonte: O autor.

Para ambos os modos *Roll* e *Yaw*, observa-se um amortecimento na perturbação. Nota-se também que há uma diminuição do ângulo de rolagem à medida que o tempo avança, até o retorno à condição de asas niveladas. Tal fato pode ser explicado pela posição do centro de gravidade abaixo da posição das asas (efeito pêndulo), assim como a atuação da empenagem vertical e da própria fuselagem como fatores estabilizantes. Classifica-se a aeronave como estável para os modos *roll* e *yaw*

Para o modo *dutch roll*, observa-se o movimento antagônico da atitude de rolagem com a de guinada, acoplados com derrapagem. Movimento característico do modo, conforme ilustra a Figura 56.

Figura 56 – Modo Dutch Roll

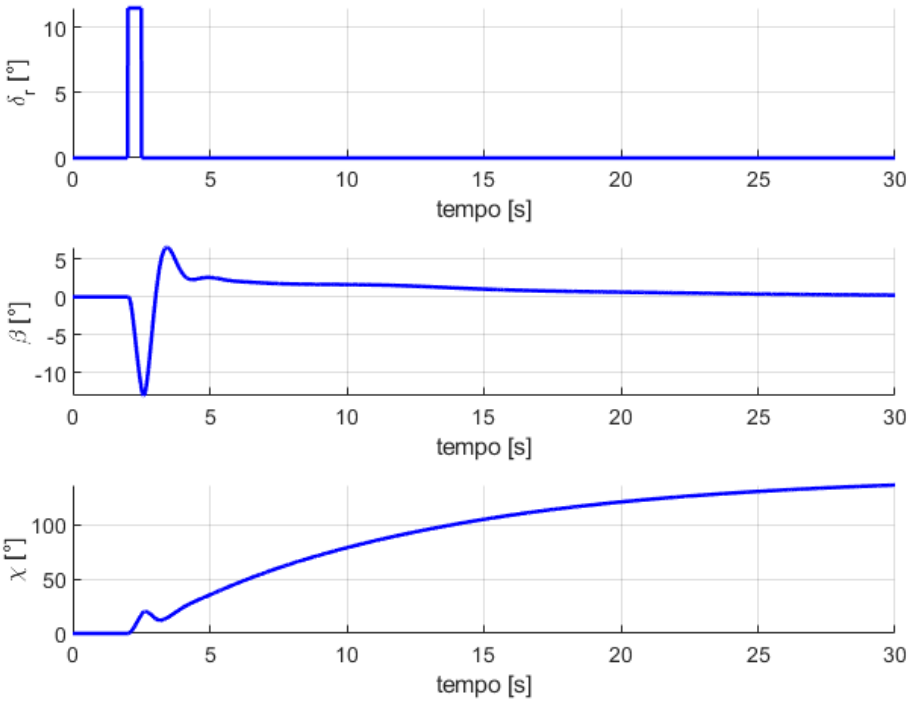


Fonte: O autor.

Contudo, observa-se um rápido amortecimento do movimento, podendo classificar a aeronave como estável para o *dutch roll*.

Finalmente, ilustra-se na Figura 57 o modo espiral.

Figura 57 – Modo Espiral



Fonte: O autor.

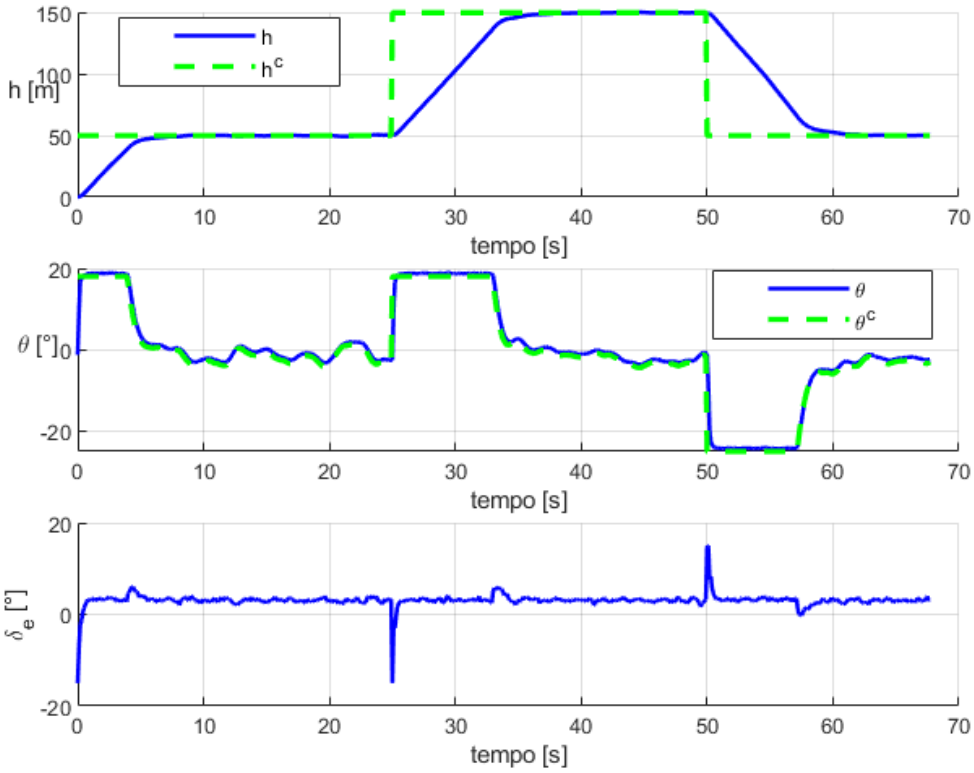
Observa-se um amortecimento na perturbação, porém, há uma divergência com relação à proa inicial. considera-se, portanto a aeronave instável para o modo espiral.

4.3 CONTROLE PARA ASA FIXA

4.3.1 Controle Longitudinal

A Figura 58 ilustra o teste realizado para o controle de altura por *Closed Loops*, em atmosfera turbulenta.

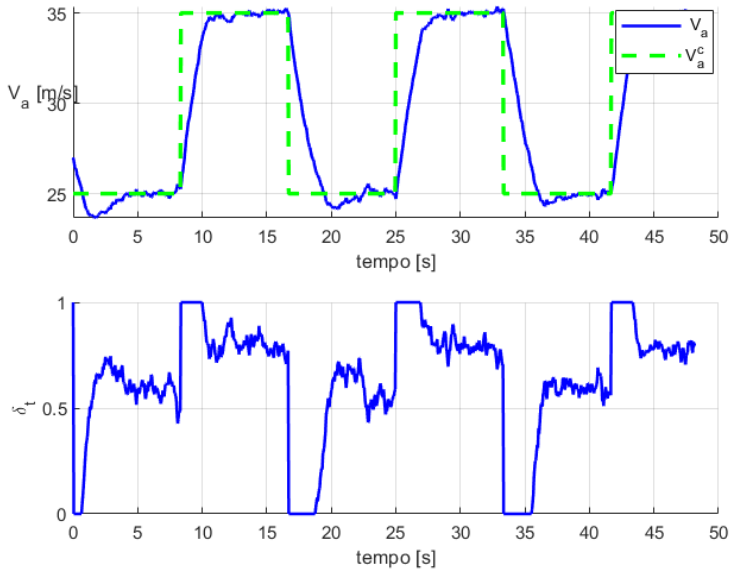
Figura 58 – Controle de altura para o método *Closed Loops*



Fonte: O autor.

Ainda no caso longitudinal, para o mesmo método de controle, na Figura 59 ilustra-se o resultado para a velocidade, em atmosfera turbulenta.

Figura 59 – Controle longitudinal para o método *Closed Loops*

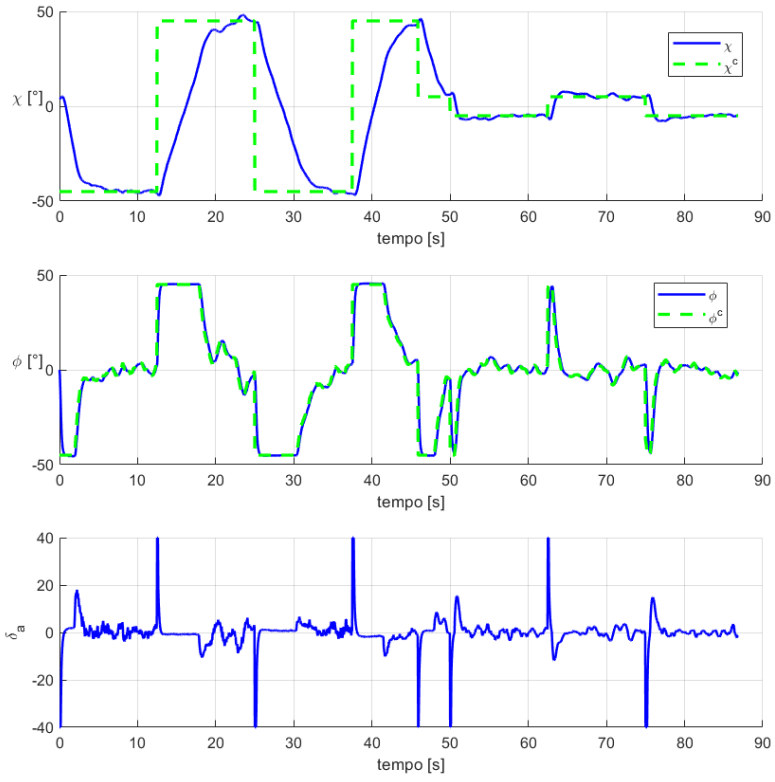


Fonte: O autor.

4.3.2 Controle Látero-direcional

A Figura 60 ilustra o teste realizado para o controle de Curso (ou proa) por *Closed Loops*.

Figura 60 – Controle de curso para o método *Closed Loops*



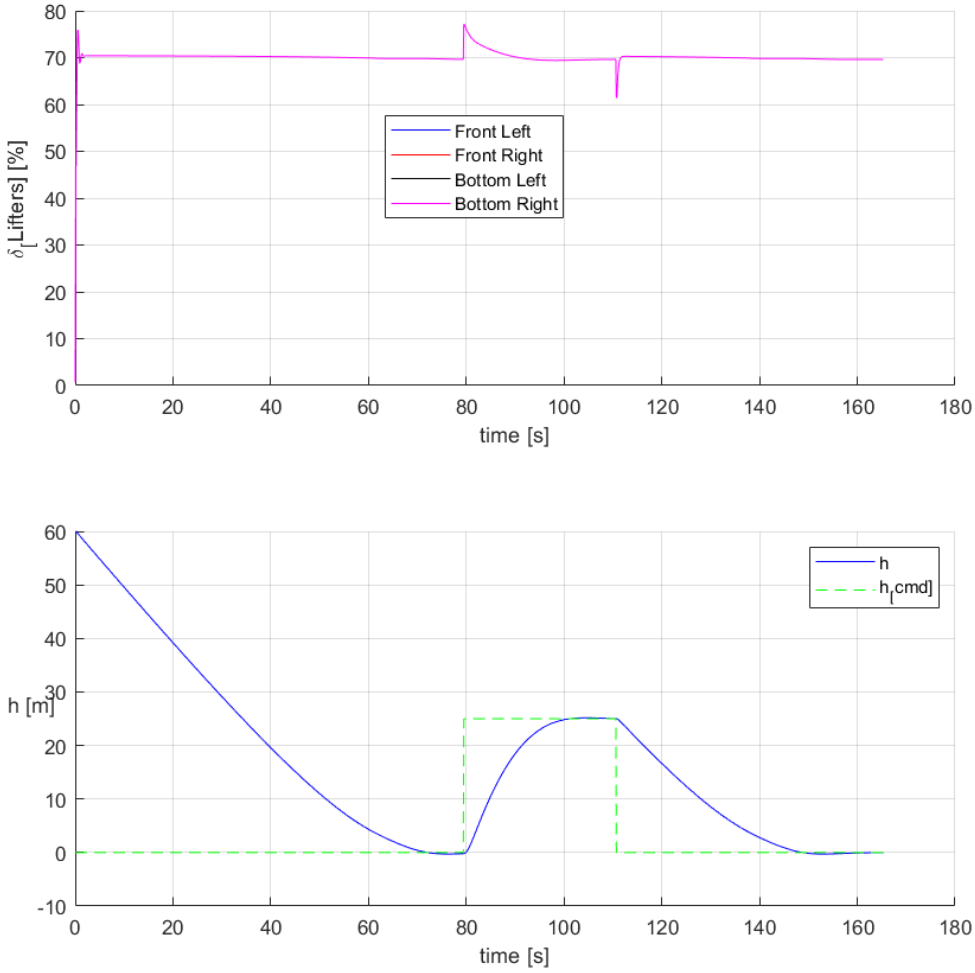
Fonte: O autor.

4.4 CONTROLE PARA OS *LIFTERS*

4.4.1 Controle de altura

A Figura 61 ilustra o resultado para um teste somente em voo pairado, com mudança de altura.

Figura 61 – Controle de altura para os *lifters*



Fonte: O autor.

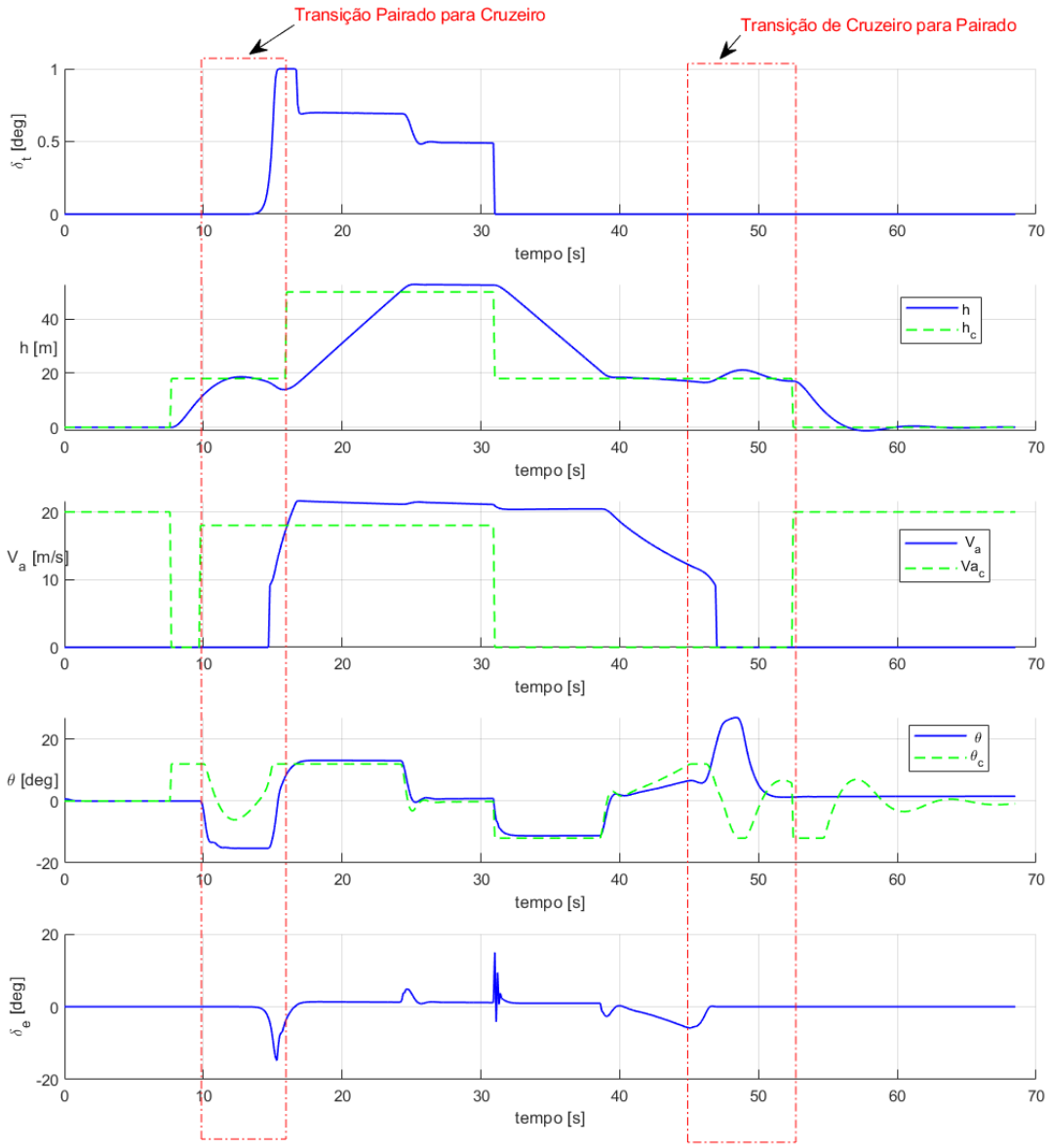
4.5 CONTROLE DE TRANSIÇÃO (*SWITCH*)

Nas Figuras a seguir é ilustrado um teste para voo completo utilizando a lógica de transição por função sigmoide e linear. Em adição, para ambos os casos foi comparada a utilização do deslocamento inicial à frente por meio dos *Lifters* (via variação de *pitch)* em relação ao uso do motor (*tractor*).

4.5.1 Switch por Função Sigmoide - Translação por Lifters

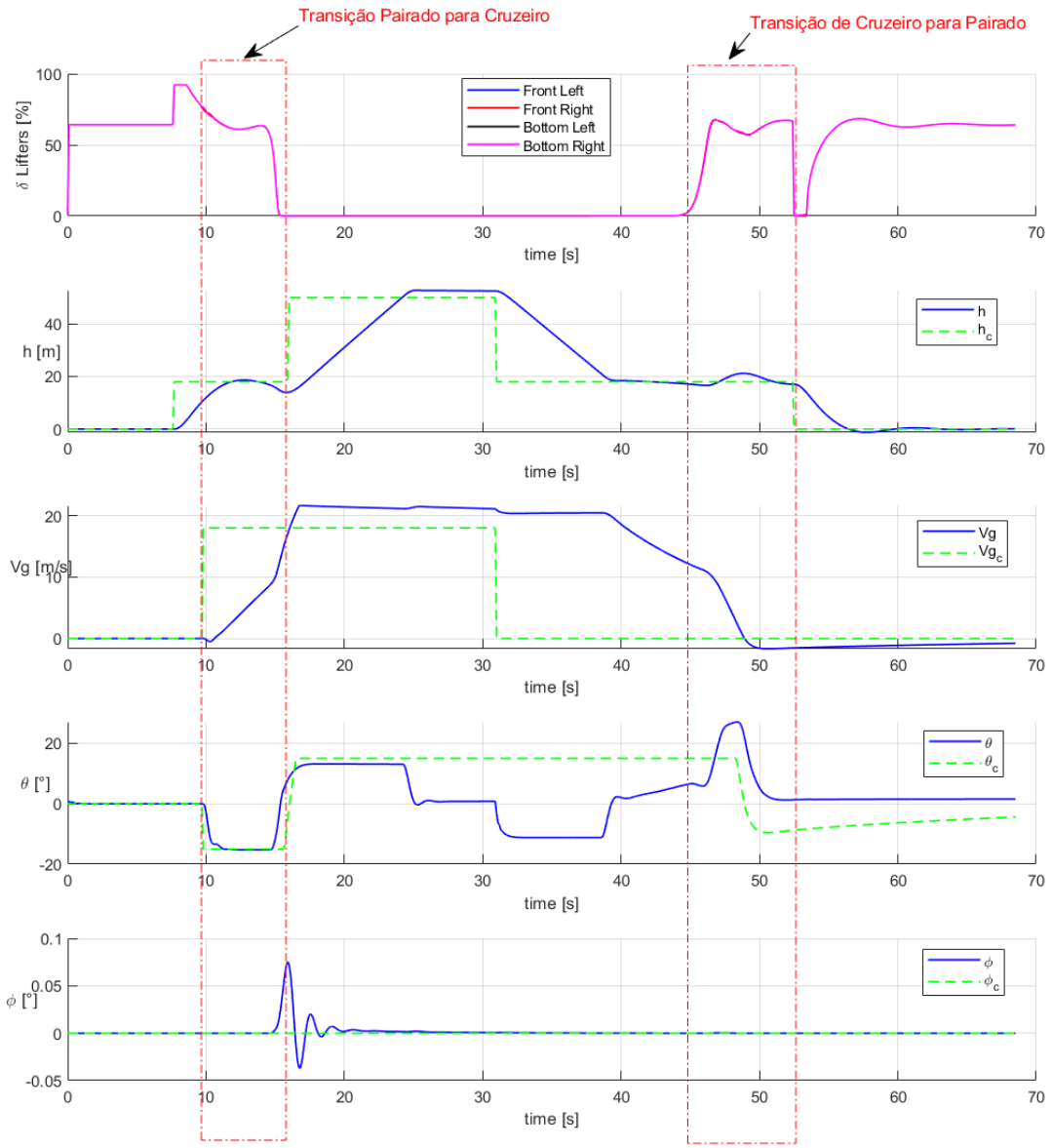
A Figura 62 retrata os parâmetros de asa fixa. Já a Figura 63, os parâmetros dos *lifters*. As variáveis com o subscrito C são os parâmetros comandados, *inputs* aos controladores.

Figura 62 – Voo completo: controles *wingborne*



Fonte: O autor.

Figura 63 – Voo completo: controles dos *lifters*



Fonte: O autor.

Da análise das Figuras, pode-se notar três fases distintas. A do voo pairado, onde há somente atuação dos *Lifters*, a fase de voo de cruzeiro onde os *Lifters* estão desligados e a aeronave voa somente por ação do motor *tractor* e das superfícies aerodinâmicas. Por fim, as fases de transição, onde os comandos coexistem. Nota-se também que ambas as leis de voo à frente e de voo pairado continuam sempre emitindo comandos em todas as fases do voo. Porém, de acordo com a fase de voo, observa-se a não correspondência da aeronave ao *output* comandado pelos controladores, evidenciando, portanto, a atuação do sistema de *switch*.

Para fins de exemplo, entre os instantes t = 30s e t = 40s, percebe-se um comando de *pitch* de 15 graus aos *lifters* (Figura 63). Porém, não há correspondência da aeronave, uma vez que a fase de voo neste momento é a de voo à frente, o que resulta em zero autoridade de comando aos *lifters*. De fato,

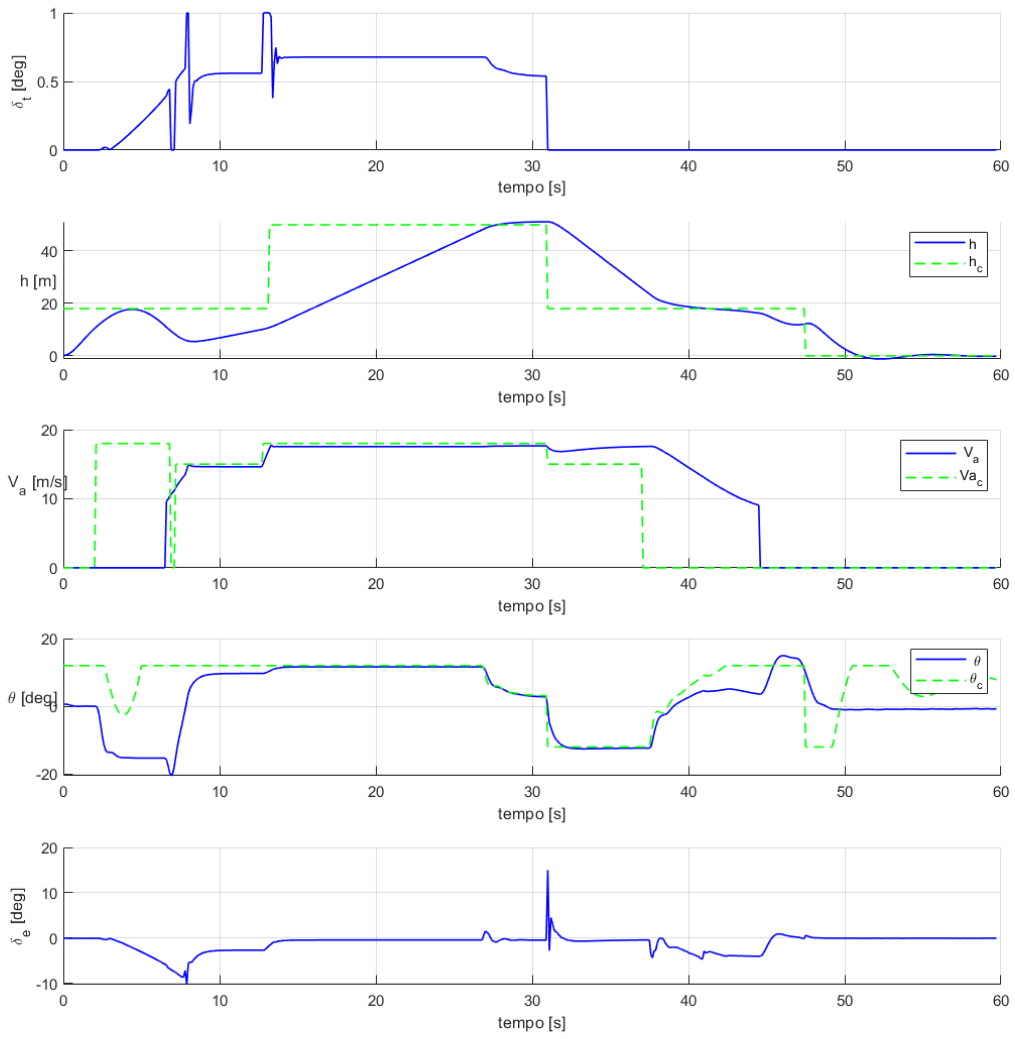
se for observada a Figura 62 neste mesmo intervalo de tempo, será possível verificar a correspondência da aeronave ao *output* comandado pela lei de asa fixa.

Por fim, considerando o momento da transição do voo pairado para o asa fixa, é possível notar que o deslocamento inicial é dado por um ângulo de arfagem, resultando em um movimento à frente, até que a partir do momento em que há velocidade aerodinâmica suficiente, desligam-se os *lifters* e o voo asa fixa é iniciado. Este modo de transição resultou em uma pequena perda de altura, verificada entre os instantes t = 10s a t = 16s.

4.5.2 Switch por Função Linear - Translação por Lifters

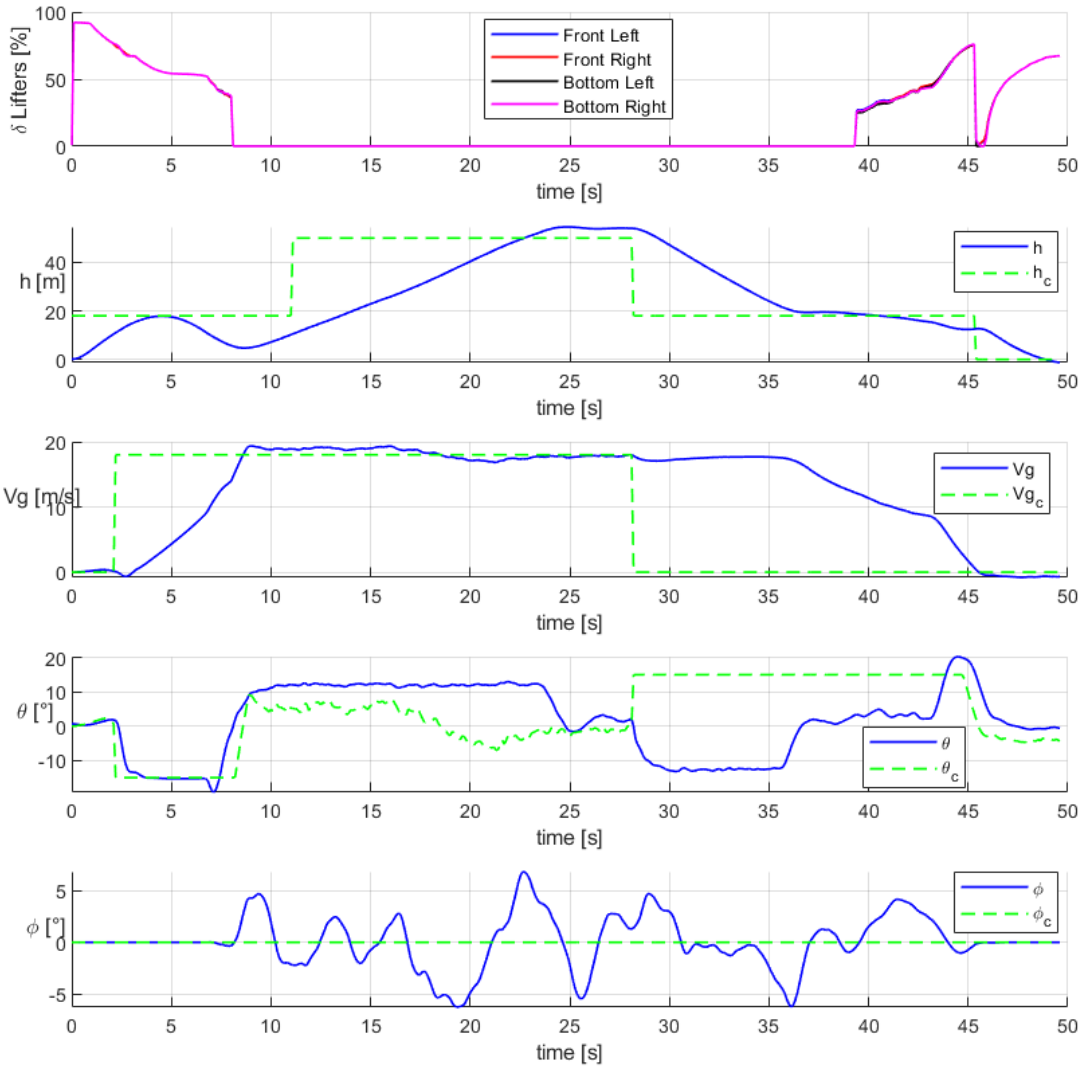
Para este caso, mudou-se a equação de transição da curva sigmoide para uma função linear. O comportamento da aeronave é descrito na Figura 64 com foco nos parâmetros do asa fixa e na Figura 65 com foco nos *lifters*.

Figura 64 – Voo completo: controles *wingborne*



Fonte: O autor.

Figura 65 – Voo completo: controles dos *lifters*



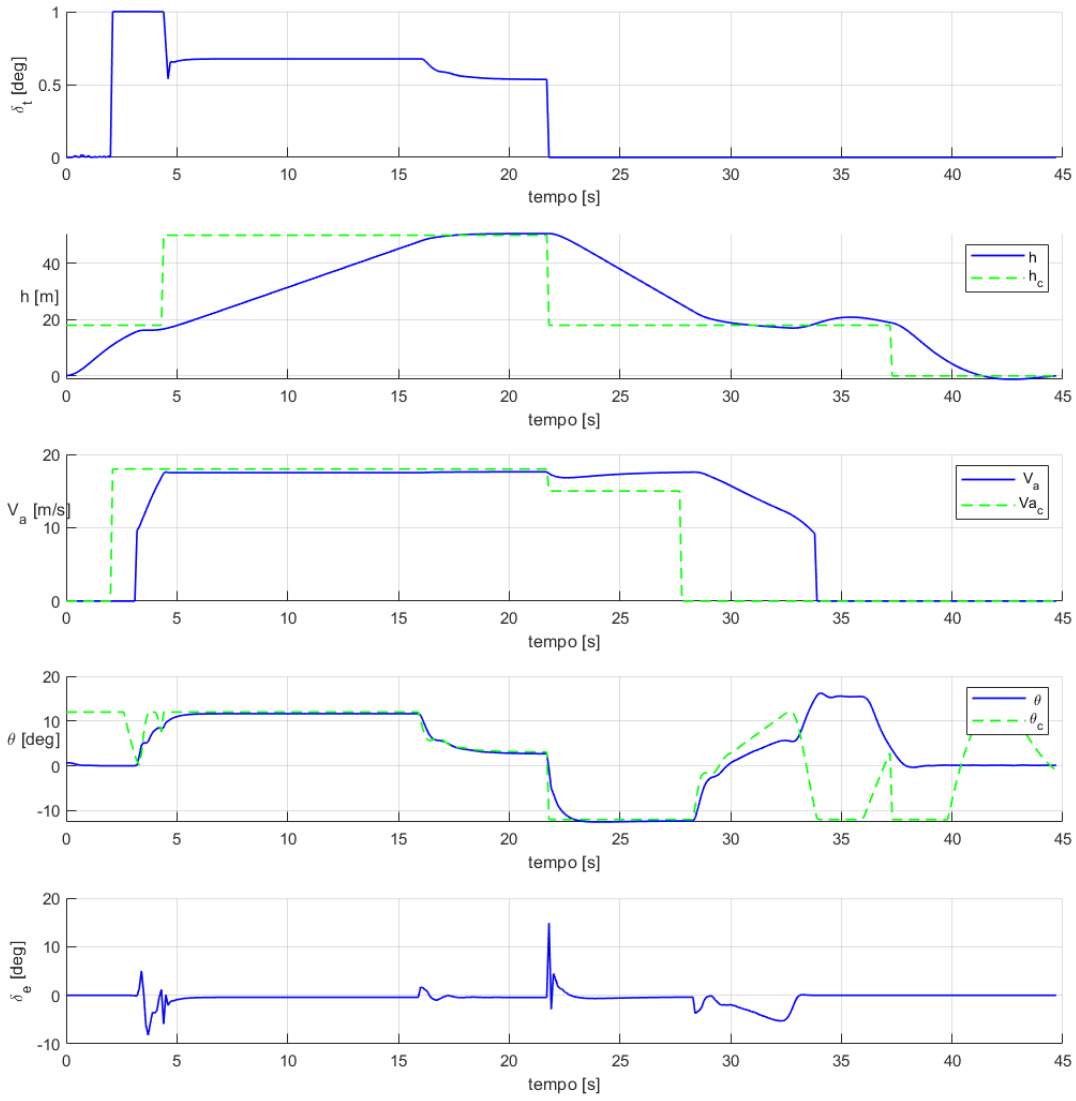
Fonte: O autor.

Ao utilizar uma função linear, impõe-se que os *lifters* fiquem ligados por mais tempo e com potência sendo reduzida à medida que a aeronave ganha velocidade. Adicionando esse comportamento ao modo de deslocamento à frente por variação de *ptich* enquanto em voo pairado, gera-se uma situação em que a aeronave tem dificuldades para realizar transição. Criam-se situações antagônicas para os controladores, uma vez que para ganhar velocidade à frente sem perda de altura, mais *pitch* é necessário e, em consequência, mais potência dos *lifters*. Em contrapartida, quanto maior é a velocidade atingida, menor é o comando de *lifters* entregue ao sistema devido à função linear do *switch*. O resultado é uma grande perda de altura no momento da transição

4.5.3 *Switch por Função Sigmoide - Translação por* Tractor

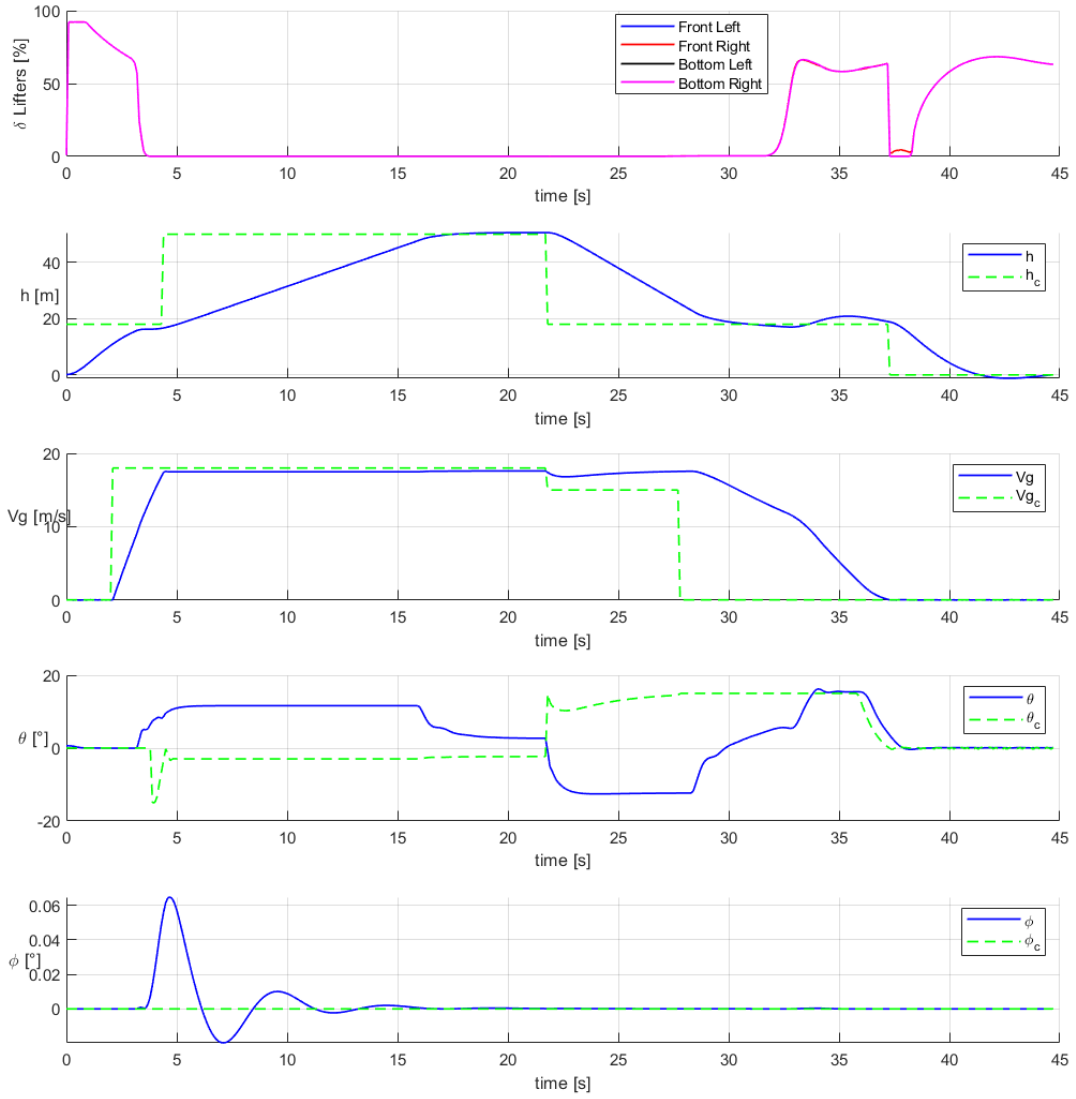
Para este caso, foi utilizada a função sigmoide para a transição, porém o sistema de deslocamento inicial foi substituído pela ação do motor *tractor*. Desta forma os *lifters* são comandados para manter a aeronave sempre em um ângulo de *pitch* (θ) nulo, ficando o deslocamento à frente a cargo da tração gerada pelo *tractor*. O comportamento da aeronave é descrito na Figura 66 com foco nos parâmetros do asa fixa e na Figura 67 com foco nos *lifters*.

Figura 66 – Voo completo: controles *wingborne*



Fonte: O autor.

Figura 67 – Voo completo: controles dos *lifters*



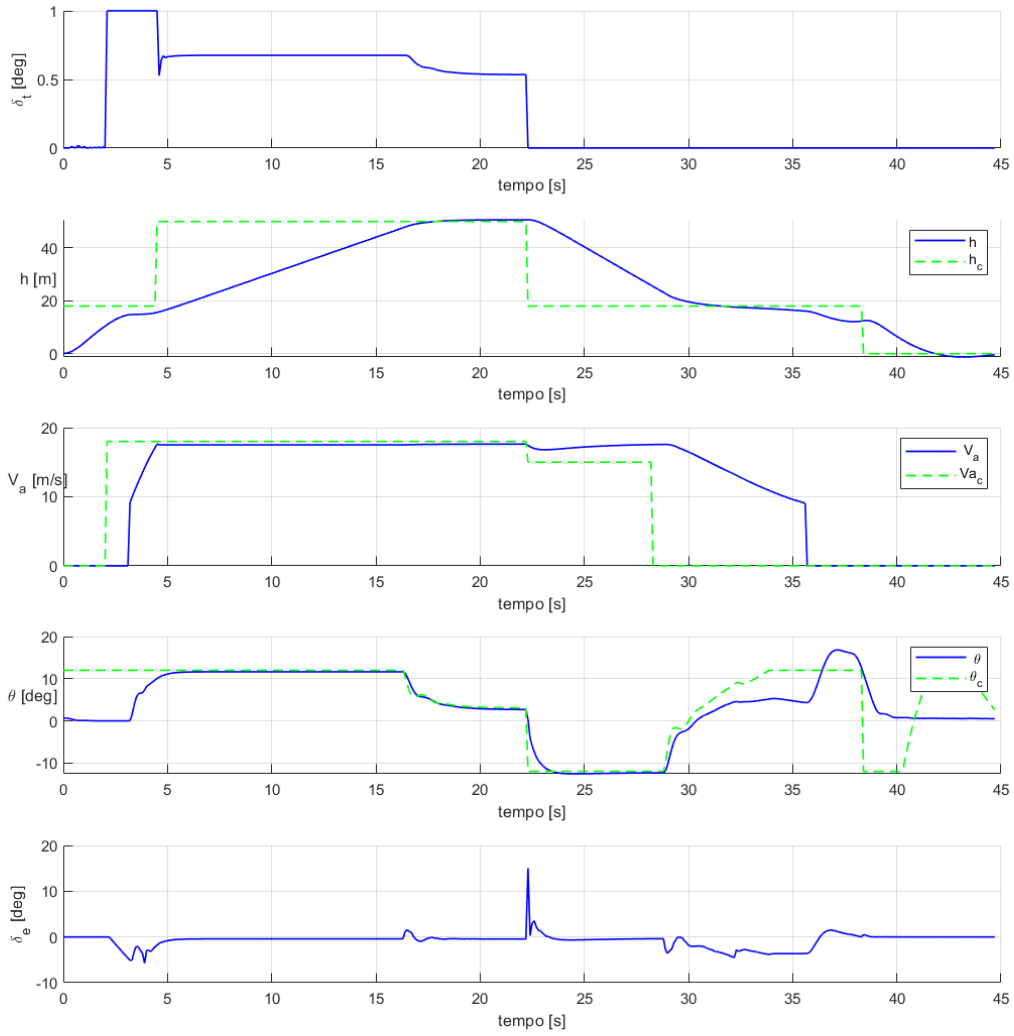
Fonte: O autor.

Analisando a transição, é possível notar uma interação mais harmônica entre os controladores voo a frente e voo pairado. Não há perda de altura durante a transição de ida, assim como o ganho de velocidade é maior. Observando a Figura 67, entre os instantes t = 3s e t = 5s, é possível visualizar o comportamento sigmoide na curva dos *lifters*. Diferentemente da função linear, na sigmoide há uma redução brusca e repentina da autoridade dos *lifters* e aumento da autoridade dos comandos de voo asa fixa. Colocando este ponto de mudança 20% acima da velocidade de estol contribui-se para que a aeronave não estole na transição, mas também não mantenha os *lifters* ligados com autoridade reduzida, conforme ocorre na função linear.

4.5.4 *Switch por Função Linear - Translação por* Tractor

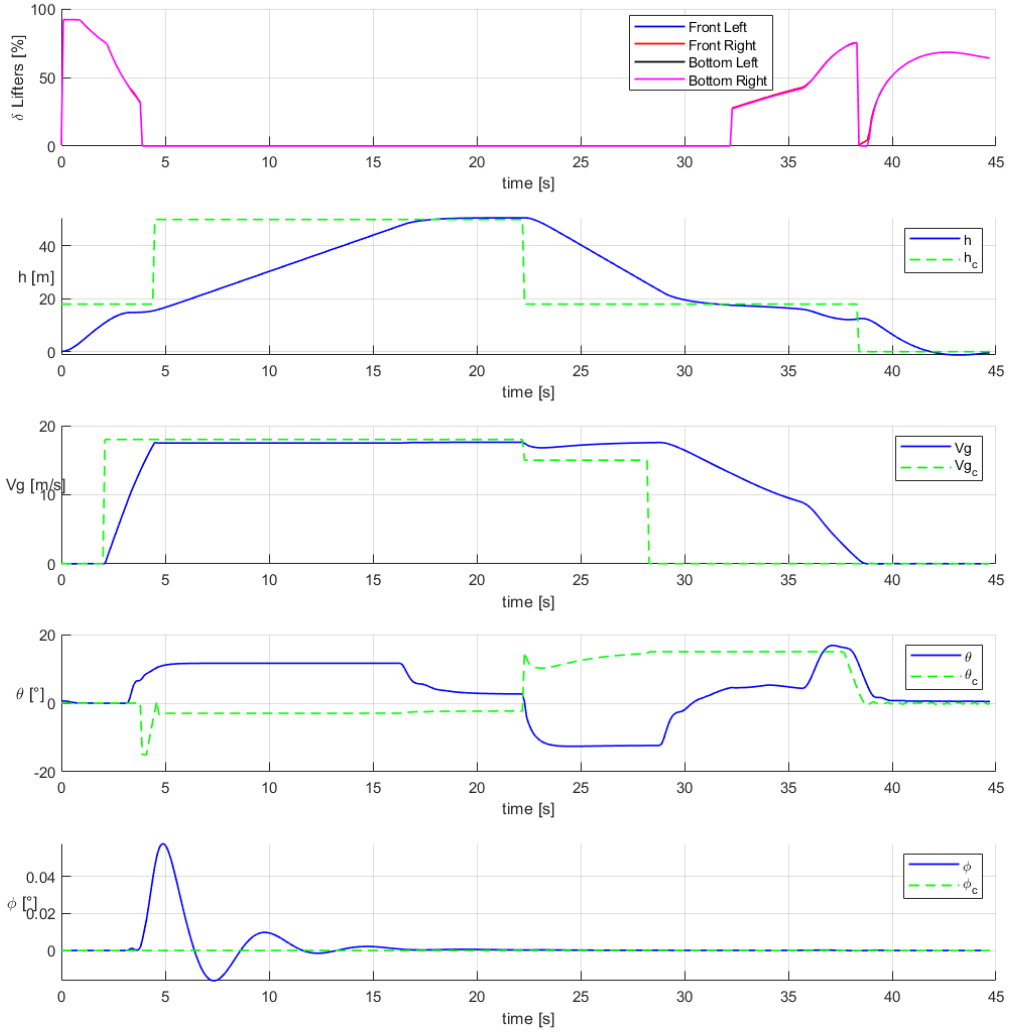
Por fim, foi utilizada a função de transição linear em conjunto com a translação por *tractor*, com os *lifters* mantendo a aeronave em ângulo de *pitch* nulo. O comportamento é descrito na Figura 68 com foco nos parâmetros do asa fixa e na Figura 69 com foco nos *lifters*.

Figura 68 – Voo completo: controles *wingborne*



Fonte: O autor.

Figura 69 – Voo completo: controles dos *lifters*



Fonte: O autor.

Analisando a transição, e comparando com o caso linear com translação inicial por *pitch*, é notória a melhoria de desempenho e harmonia entre a atuação em conjunto dos controles de voo pairado e voo à frente. Em comparação com o caso sigmoide com translação por *tractor*, observa-se um resultado semelhante, diferindo porém, na transição de volta (voo à frente para pairado), em que o caso sigmoide apresenta melhor capacidade de segurar a altura comandada (Figura 69 em t = 38s comparada à Figura 67 em t = 35s). Novamente interpreta-se como possível causa o comportamento negativo da função linear que reduz ou aumenta a autoridade do *lifter* gradualmente, levando a situações em que a tração fornecida é inferior à necessária para não haver perda de altura.

5 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi estudar lógicas de controle transição entre o voo pairado e o voo à frente. Para tanto, foram propostos controladores para asa aeronave asa fixa, que atuavam nas superfícies aerodinâmicas de comando e motor (*tractor*), e controladores para o voo pairado, atuantes nos *lifters* da aeronave. O controle de asa fixa apresentou bom comportamento em relação aos comandos inseridos. De igual forma, o controle para o voo pairado apresentou boa performance, sendo observada a característica de um controle altamente responsível. Como exemplo, em um comando de mudança de altura, quando em voo pairado, ocasionou o desligamento momentâneo dos *lifters* (Figura 63 em t = 53s). Tal fato pode ser explicado devido à dinâmica ágil de aeronaves multirotoras de pequeno porte, assim como um ajuste de ganhos com comportamento ágil no controlador.

Para a interação entre os controladores de asa fixa e de voo pairado, fase de transição, foi proposto o controle de *switch* por funções diversas, sendo a sigmoide e a linear as funções alvo de estudo deste trabalho. Em adição estudou-se o método de translação inicial por *pitch* e por *tractor*, e compararam-se as suas eficiências e influências na manobra de transição.

Resumem-se a seguir as quatro combinações de transição estudadas.

1. Função Linear com translação por *pitch*
2. Função Linear com translação por *tractor*
3. Função Sigmóide com translação por *pitch*
4. Função Sigmóide com translação por *tractor*

Em alguns testes para o caso 1, observou-se a ocorrência de estol, levando ao insucesso na realização da transição completa. O problema foi corrigido com a readequação dos parâmetros, forçando a ação dos *lifters* até velocidades iguais ou superiores às de estol, antes do seu completo desligamento. Porém, concluiu-se que não é possível evitar a existência de um comportamento desfavorável da função linear: a redução ou aumento gradual da autoridade dos *lifters*, deixando a aeronave suscetível à perda de altura ou mesmo ao estol durante a fase de transição. Este efeito é mais realçado no método de translação inicial por *pitch* (caso 1), sendo bastante reduzido, mas não extinguido, na configuração de translação por *tractor* (caso 2).

Analisando os métodos de transição por função sigmoide (casos 3 e 4), observou-se uma rápida troca entre autoridades dos controladores. Este fato previne o efeito negativo já comentado presente na função linear. Em adição, concluiu-se que a melhor posição para o ponto de inversão de autoridades na função sigmoide é de 20 a 30% acima da velocidade de estol da aeronave. Para valores superiores, inicia-se uma influência negativa dos *lifters* em termos de geração de arrasto.

Em termos de sucesso na execução da transição, todos os quatro casos possibilitaram a realização de uma missão completa, com transição de ida e de volta. Porém, os que mais se mostraram robustos e efetivos foram os em que o *tractor* foi utilizado. Uma vez que a aeronave possui elevada tração disponível no *tractor*, as transições utilizando essa configuração puderam ser mais rápidas, reduzindo

efeitos negativos como os apresentados na função linear, assim como aumentando a robustez da função sigmoide.

Ressalta-se também a importante influência da velocidade no sucesso ou insucesso dos métodos de transição. Durante a manobra de transição, Valores baixos de velocidade impediam o sucesso devido à corrência de estol e ineficiência dos controles aerodinâmicos. Para valores muito elevados, a geração excessiva de arrasto também diminuía a eficiência da manobra. Em adição, um ganho rápido de velocidade, por meio do método *tractor* de translação inicial permitiu que um caso com função linear (caso 2) tivesse desempenho superior em relação a um caso com função sigmoide (caso 1), enaltecendo novamente a influência da velocidade na eficiência da manobra de transição.

Finalmente, conclui-se que o método de *switch* é uma opção válida para abordar o problema da transição em um eVTOL. Os resultados obtidos mostraram que leis de controle atuantes em condições diferentes de voo (pairado e voo à frente) são capazes de interagirem de forma harmoniosa, mediante uma escolha adequada de parâmetros para a função *switch*. Dos quatro métodos de *switch* estudados, descreve-se a seguir a sua classificação, em termos de desempenho, do melhor para o pior, seguidos da sua avaliação por parte do autor.

1. Função Sigmoide com translação por *tractor*. (Excelente)
2. Função Linear com translação por *tractor*. (Ótimo)
3. Função Sigmoide com translação por *pitch*. (Bom)
4. Função Linear com translação por *pitch*. (Regular)

REFERÊNCIAS

ANACPEDIA. **Vortex Ring State**. 2023. Disponível em: <https://www2.anac.gov.br/anacpedia/ing-fra/tr430.htm>.

ANDERSON, J. D. **Fundamentos de engenharia aeronáutica**. Porto Alegre: AMGH, 2015.

BEARD, R. W.; MCLAIN, T. W. **Small unmanned aircraft**: theory and practice. Princeton: Princetown University Press, 2012.

BLAKELOCK, J. H. **Automatic control of aircraft and missiles**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1991.

ÇAKICI, F.; LEBLEBICIOĞLU, M. K. Control system design of a vertical take-off and landing fixed-wing uav. **IFAC-papersonline**, Elsevier, v. 49, n. 3, p. 267–272, 2016.

CENTER, S. S. **The NED frame (North East Down)**. 2023. <https://support.sbg-systems.com/sc/kb/latest/underlying-maths-conventions/reference-coordinate-frames>. Accessed: 2023-10-12.

COOK, M. V. **Flight dynamics principles**: a linear systems approach to aircraft stability and control. New York: Butterworth-Heinemann, 2012.

ELETRIFICATION, C. **eVTOL 101: Benefits of Eletric Aircraft**. 2023. <https://www.carpenterelectrification.com/blog/benefits-electric-aircrafts>. Accessed: 2023-10-12.

ESCARENO, J.; SALAZAR, S.; LOZANO, R. Modelling and control of a convertible vtol aircraft. In: IEEE. **Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.], 2006. p. 69–74.

ESTADãO, O. **TCarros elétricos ganham espaço nas frotas de várias empresas**. 2021. <https://mobilidade.estadao.com.br/inovacao/carros-eletricos-ganham-espaco-nas-frotas-de-varias-empresas/>. Accessed: 2023-10-12.

ETKIN, B.; REID, L. D. **Dynamics of flight**. New York: Wiley New York, 1959.

ETKIN, B.; REID, L. D. **Dynamics of flight: stability and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1995.

GU, H.; LYU, X.; LI, Z. Development and experimental verification of a hybrid vertical take-off and landing (vtol) unmanned aerial vehicle (uav). In: IEEE. **2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)**. [S.l.], 2017. p. 160–169.

HOFFMANN, G.; HUANG, H.; WASLANDER, S. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment. In: **AIAA guidance, navigation and control conference and exhibit**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 6461.

INGRID, K. Black-box modeling and attitude control of a quadcopter. **Master of Science Thesis in Electrical Engineering Department of Electrical Engineering, Linköping University**, p. 1–68, 2016.

MOORGOUSE, D.; WOODCOCK, R. Background information and user guide for mil-f-8785c: military specification-flying qualities of piloted airplanes [r]. **ADA119421, Flight Dynamic Laboratory**, 1982.

NELSON, R. C. **Flight stability and automatic control**. New York: McGraw-Hill, 1989.

PHILLIPS, W. F. **Mechanics of flight**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.

SIEMENS. **Electric vertical take-off and landing (eVTOL) aircraft: What is eVTOL aircraft?** 2023. <https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/our-story/glossary/what-is-evtol-aircraft/110896>. Accessed: 2023-10-12.

SOCIETY, T. V. F. **eVTOL Classifications**. 2023. <https://evtol.news/classifications>. Accessed: 2023-10-12.

STENGEL, R. F. **Flight dynamics**. Princeton: Princeton University Press, 2015.

SUNNYSKY, R. **Motor dimensioning**. 2023. <http://en.rcsunnysky.com/index.html>. Accessed: 2023-10-12.

VALAVANIS, G. J. V. K. P. **Handbook of unmanned uerial vehicles**. New York: Springer Reference, 2015.

WARWICK, G. **Transition Between Vertical, Forward Flight A Key Milestone For eVTOL**. 2022. <https://aviationweek.com/aerospace/emerging-technologies/transition-between-vertical-forward-flight-key-milestone-evtol>. Accessed: 2023-10-12.

ZHONG, F. W. Implementation of simulink controller design on iris+ quadrotor. **Naval Postgraduate School Thesis, Monterey, California**, 2015.

APÊNDICE A – DADOS DA AERONAVE EVTOL

A.1 PARÂMETROS GERAIS

Tabela 10 – Parâmetros Gerais - eVTOL

PARÂMETRO	VALOR
b_{wing}	0.250
Cma_{wing}	0.0211
S_{wing}	0.0225
AR_{wing}	0.032
L_{HT}	4.800
L_{VT}	4.800
V_{HT}	1.834
V_{VT}	1.834
L_{VT}	1.834
M	-0.850
ρ	7.255
e	0.920
b_{HT}	0.650
b_{VT}	0.550
S_{HT}	0.165
S_{VT}	0.082
X_{CG}	480.0 [mm]
Y_{CG}	0.000 [mm]
Z_{CG}	-4.765 [mm]
$A1$	0.045
$R1$	0.127
C_{taw_1}	40
$A2$	0.0995
$R2$	0.342
C_{taw_2}	50

Fonte: O Autor.

Matriz de Inércia. (Equação A.1)

$$I_{acft} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6253 & -0.0820 & 0.0022 \\ -0.0820 & 0.5279 & -0.0002 \\ 0.0022 & -0.0002 & 1.0870 \end{bmatrix} [kg * m^2] \tag{A.1}$$

A.2 PARÂMETROS DE MOTOR

Tabela 11 – Parâmetros Gerais - Lifters

PARÂMETRO	VALOR
$F_{L_{max}}$	20
$RPM_{L_{max}}$	9000
C_{tq}	0.0225
C_{mq}	0.032
η_{Lifter}	45
d_{Lifter}	0.8
R_{rotor}	1.834
a_{Lifter}	0.4
b_{Lifter}	0.4
a_{T_L}	0.0007
b_{T_L}	0.0001
c_{T_L}	0.0774

Fonte: O Autor.

Tabela 12 – Parâmetros Gerais - Tractor

PARÂMETRO	VALOR
K_{motor}	29.5
a_K	0.0211
b_K	0.0225
c_K	0.032
C_R	0.316
D_{prop}	0.3556
S_{prop}	0.0993

Fonte: O Autor.

A.3 COEFICIENTES PARA AS CURVAS C_D E C_m MODELADAS

Tabela 13 – Parâmetros das curvas modeladas

PARÂMETRO	VALOR
R	20
α_0	0.0211
a_{C_D}	0.0225
b_{C_D}	0.032
c_{C_D}	0.0480
a_{C_m}	-0.002
b_{C_m}	0.007
c_{C_m}	0.0566

Fonte: O Autor.

A.4 GANHOS DOS CONTROLADORES

A.4.1 Controlador Asa Fixa - Longitudinal

Tabela 14 – Ganhos - Controlador longitudinal

Velocidade (m/s)	**Kph**	**Kih**	**Kdh**	**Kptheta**	**kitheta**	**kdtheta**
15	0.165	0.001	0.135	0.3	0.042	0.07
20	0.12	0.0005	0.085	0.3	0.042	0.07
25	0.08	0.0005	0.0055	0.3	0.042	0.01
30	0.08	0.0005	0.03	0.3	0.042	0.01
35	0.06	0.0005	0.03	0.3	0.042	0.01

Fonte: O Autor.

A.4.2 Controlador Asa Fixa - Velocidade

Tabela 15 – Ganhos - Controlador de velocidade

Kpv	**Kiv**
0.165	0.001

Fonte: O Autor.

A.4.3 Controlador Asa Fixa - Lateral direcional

Tabela 16 – Ganhos - Controlador Lateral direcional

Kpv	**Kiv**
0.165	0.001

Fonte: O Autor.

A.4.4 Controlador de Hover - Longitudinal

Tabela 17 – Ganhos - Controlador Lateral direcional

Kpv	**Kiv**
0.165	0.001

Fonte: O Autor.

A.4.5 Controlador de Hover - Velocidade

Tabela 18 – Ganhos - Controlador Lateral direcional

Kpv	**Kiv**
0.165	0.001

Fonte: O Autor.

A.4.6 Controlador de Hover - Lateral direcional

Tabela 19 – Ganhos - Controlador Lateral direcional

Kpv	**Kiv**
0.165	0.001

Fonte: O Autor.

A.5 PARÂMETROS - *SWITCH*

Tabela 20 – Parâmetros para a função de switch

COEFICIENTE	VALOR
$p1$	50
$p2$	-0.1
K	$-\frac{1}{1.2V_{stall}}V_a + 1$

Fonte: O Autor.

A.6 COEFICIENTES DE ESTABILIDADE E CONTROLE

Tabela 21 – Coeficientes Aerodinâmicos da eVTOL

COEFICIENTE	VALOR
C_{L_0}	0.250
C_{D_0}	0.0211
C_{D_p}	0.0225
C_{m_0}	0.032
C_{L_α}	4.800
C_{D_α}	1.834
C_{m_α}	-0.850
C_{L_q}	7.255
C_{D_q}	0.000
C_{m_q}	-8.426
$C_{L_{\alpha_{eh}}}$	7.639
$C_{L_{\delta_e}}$	0.378
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.940
C_{Y_0}	0.000
C_{l_0}	0.000
C_{n_0}	0.000
C_{Y_β}	-0.143
C_{l_β}	-0.021
C_{n_β}	0.057
C_{Y_p}	0.017
C_{l_p}	-0.373
C_{n_p}	-0.003
C_{Y_r}	0.130
C_{l_r}	0.377
C_{n_r}	-0.615
$C_{Y_{\delta_a}}$	-0.005
$C_{L_{\alpha_{ev}}}$	7.243
$C_{l_{\delta_a}}$	0.0464
$C_{n_{\delta_a}}$	-0.005
$C_{Y_{\delta_r}}$	0.796
$C_{l_{\delta_r}}$	-0.005
$C_{n_{\delta_r}}$	0.041

Fonte: O Autor.

A.7 FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

$$Tf(\phi 2\delta_a) = \frac{2.746}{S^2 + 4.285S} \tag{A.2}$$

$$Tf(\chi 2\phi) = \frac{0.4905}{S} \tag{A.3}$$

$$Tf(\theta 2\delta_e) = \frac{28.92}{S^2 + 2.258S + 39.45} \tag{A.4}$$

$$Tf(h2\theta) = \frac{20}{S} \tag{A.5}$$

$$Tf(Va2\delta_t) = \frac{8.183}{S + 0.8481} \tag{A.6}$$

$$Tf(Va2\theta) = \frac{-9.81}{S + 0.8481} \tag{A.7}$$

$$Tf(Va2\delta_r) = \frac{9.759}{S + 0.3247} \tag{A.8}$$