

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA**

MARIANNA LOUREIRO PENTEADO

**AS ESTRUTURAS NECESSÁRIAS À TEORIA DA
RELATIVIDADE RESTRITA:
UM ESTUDO A PARTIR DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA**

MARÍLIA/SP

2018

MARIANNA LOUREIRO PENTEADO

**AS ESTRUTURAS NECESSÁRIAS À TEORIA DA
RELATIVIDADE RESTRITA:
UM ESTUDO A PARTIR DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA**

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES)-Código de Financiamento 001.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), para obtenção do título de Mestre em Filosofia, na área de concentração em Filosofia da Mente, Epistemologia e Lógica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pereira Tassinari

MARÍLIA/SP

2018

P419e	Penteado, Marianna Loureiro As Estruturas Necessárias à Teoria da Relatividade Restrita : Um Estudo a partir da Epistemologia Genética / Marianna Loureiro Penteado. -- Marília, 2018 97 p. : il. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Filosofia e Ciências, Marília Orientador: Ricardo Pereira Tassinari 1. Epistemologia Genética. 2. Psicologia Genética. 3. Estruturas epistêmico-psicológicas. 4. Teoria da Relatividade Restrita. I. Título.
-------	--

MARIANNA LOUREIRO PENTEADO

**AS ESTRUTURAS NECESSÁRIAS À TEORIA DA
RELATIVIDADE RESTRITA:**

UM ESTUDO A PARTIR DA EPISTEMOLOGIA GENÉTICA

Banca Examinadora (Qualificação)

Prof. Dr. Ricardo Pereira Tassinari (UNESP/Marília)

(Presidente e Orientador)

Prof. Dr. Osvaldo Frota Pessoa Jr. (USP)

(Primeiro Examinador)

Prof. Dr. Marcos Antonio Alves (UNESP/Marília)

(Segundo Examinador)

Ms. Alexandre Augusto Ferraz (Doutorado UNICAMP)

(Suplente)

Banca Examinadora (Defesa)

Prof. Dr. Ricardo Pereira Tassinari (UNESP/Marília)

(Presidente e Orientador)

Prof. Dr. Osvaldo Frota Pessoa Jr. (USP)

(Primeiro Examinador)

Prof. Dr. Marcelo Carbone Carneiro (UNESP/Bauru)

(Segundo Examinador)

Prof. Dr. Alfredo Pereira Jr. (UNESP/Marília)

(Primeiro Suplente)

Dr. Rafael dos Reis Ferreira (UFRB)

(Segundo Suplente)

MARÍLIA/SP

2018

RESUMO

Esta Pesquisa se insere na área de Epistemologia Genética. O objetivo geral desta Pesquisa é discutir as estruturas necessárias ao conhecimento da Teoria da Relatividade Restrita de Albert Einstein segundo o Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos (MoSEAOSS), um modelo baseado na Epistemologia Genética de Jean Piaget. Com vista a esse objetivo, são objetivos específicos desta Pesquisa: discutir os fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos consequentes dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita, assim como o Paradoxo dos Gêmeos, e, com base neles, analisar a noção de espaço-tempo que deles resultam; apresentar o MoSEAOSS, assim como os principais conceitos nele envolvidos, em especial, os conceitos de transfiguração e de transignação; aplicar o MoSEAOSS à Teoria da Relatividade Restrita e mostrar que a noção de espaço-tempo pode ser explicada por meio de operações que o sujeito realiza sobre símbolos e signos.

Palavras-chave: Epistemologia Genética; Psicologia Genética; Estruturas epistêmico-psicológicas; Teoria da Relatividade Restrita.

ABSTRACT

This research is in the area of Genetic Epistemology. The overall goal of this research is to discuss the necessary structures for knowing Albert Einstein's Special Theory of Relativity according to the Model of the System of Schemes of Actions and Operations on Symbols and Signs (MoSEAOSS), a model based on Jean Piaget's Genetic Epistemology. The specific objectives of this research are: to discuss the phenomena of Time Dilation and Length Contraction that follow the postulates of Special Theory of Relativity, as well as the Twin Paradox, and, based on them, to analyze the notion of space-time that results from them; to introduce the MoSEAOSS, as well as the key concepts involved in it, especially, the concepts of transfiguration and transignation; to apply the MoSEAOSS to Special Theory of Relativity and to show that the notion of space-time can be explained by means of operations that the subject performs on symbols and signs.

Keywords: Genetic Epistemology; Genetic Psychology; Epistemic-Psychological Structures; Special Theory of Relativity.

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 - Problemas de fronteira na física clássica</i>	17
<i>Figura 2 - Transformação de Galileu: velocidade da luz $c - v$</i>	20
<i>Figura 3 - Transformação de Galileu: velocidade da luz $c + v$</i>	20
<i>Figura 4 - Interferômetro de Michelson</i>	21
<i>Figura 5 - Dilatação dos tempos: Referencial S'</i>	26
<i>Figura 6 - Dilatação dos tempos: Referencial S</i>	26
<i>Figura 7 - Dilatação dos tempos: Δt</i>	27
<i>Figura 8 - Dilatação dos tempos: Gráfico de γ</i>	28
<i>Figura 9 - Exercício Dilatação dos tempos: Referencial S'</i>	29
<i>Figura 10 - Exercício Dilatação dos tempos: Referencial S</i>	30
<i>Figura 11 - Contração dos comprimentos: Referencial S</i>	32
<i>Figura 12 - Contração dos comprimentos: Referencial S'</i>	32
<i>Figura 13 - Exercício Contração dos comprimentos: Referencial S</i>	34
<i>Figura 14 - Exercício Contração dos comprimentos: Referencial S'</i>	34
<i>Figura 15 - Paradoxo dos Gêmeos</i>	36
<i>Figura 16 - Eventos no espaço</i>	44
<i>Figura 17 - Cone de luz</i>	47
<i>Figura 18 - Cone de luz: relação entre v e c</i>	47
<i>Figura 19 - Cones de luz futuro e passado</i>	48
<i>Figura 20 - Planos de simultaneidade</i>	49
<i>Figura 21 - Diagrama R para signos</i>	69
<i>Figura 22 - Representação por desenhos do experimento da dilatação dos tempos</i>	75
<i>Figura 23 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S'</i>	76
<i>Figura 24 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S</i>	76
<i>Figura 25 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S'</i>	76
<i>Figura 26 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S</i>	77
<i>Figura 27 - Representação do sistema de transfigurações dos estados nos Referenciais S' e S</i>	77
<i>Figura 28 - Representação por desenhos do experimento da contração dos comprimentos</i>	79
<i>Figura 29 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S</i>	80
<i>Figura 30 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S'</i>	80
<i>Figura 31 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S</i>	80
<i>Figura 32 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S'</i>	81
<i>Figura 33 - Representação do sistema de transfigurações dos estados nos Referenciais S e S'</i>	81
<i>Figura 34 - Representação por desenhos do experimento do paradoxo dos gêmeos</i>	83

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 1: A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA.....	16
1.1 Apresentação.....	16
1.2 O Contexto Histórico-Teórico Geral	17
1.3 Os Postulados da Teoria da Relatividade Restrita	22
1.4 O Experimento de Pensamento sobre a Dilatação dos Tempos.....	25
1.5 O Experimento de Pensamento sobre a Contração dos Comprimentos.....	31
1.6 O Paradoxo dos Gêmeos	35
1.7 A Transformação de Lorentz	38
1.8 A Mudança do Espaço e Tempo Absolutos para o Espaço-Tempo.....	40
1.9 O Espaço de Minkowski	42
1.10 Os Cones de Luz e os Planos de Simultaneidade	46
1.11 Algumas Considerações acerca da Noção de Espaço-Tempo da Relatividade Restrita.....	50
CAPÍTULO 2: A EPISTEMOLOGIA GENÉTICA E O MODELO DO SISTEMA DE ESQUEMA DE AÇÕES E OPERAÇÕES SOBRE SÍMBOLOS E SIGNOS	54
2.1 Apresentação.....	54
2.2 A Epistemologia Genética	54
2.3 O Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos	62
2.4 O Período Hipotético-Dedutivo e as Teorias Científicas.....	66
CAPÍTULO 3: AS ESTRUTURAS NECESSÁRIAS PARA COMPREENSÃO DA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA A PARTIR DO MoSEAOSS	72
3.1 Apresentação.....	72
3.2 A Noção de Tempo na Criança	73
3.3 Análise do Experimento da Dilatação dos Tempos	75
3.4 Análise do Experimento da Contração dos Comprimentos	79
3.5 Análise do Paradoxo dos Gêmeos	82
3.6 Ressignificação das Noções de Espaço e de Tempo.....	85

CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	89
REFERÊNCIAS	93

INTRODUÇÃO

Depois de dedicarmos-nos durante a graduação em Filosofia ao estudo da relação entre o tempo e o espaço em dois referenciais inerciais que se movem um em relação ao outro, segundo a Teoria da Relatividade de Albert Einstein (1879 – 1955), tendo sido tema de nosso Trabalho de Conclusão de Curso intitulado “Entendendo a Revolução Relativística”, sob a orientação do professor Ricardo Pereira Tassinari, surgiu a oportunidade de darmos continuidade aos nossos estudos, pesquisando quais estruturas mentais são necessárias ao sujeito do conhecimento para compreender essa teoria e seus conceitos.

Em especial, em suas aulas de graduação e pós-graduação, Tassinari já havia mostrado, em linhas gerais, como explicar a possibilidade das noções de espaço e tempo da Relatividade Restrita por meio do modelo, proposto por ele (2014), denominado de MoSEAOSS (tratado aqui no Capítulo 2), para sistematizar alguns dos principais resultados teóricos e experimentais da Epistemologia Genética de Jean Piaget. O aprofundamento na análise dessa possibilidade motivou o desenvolvido da pesquisa que culminou nesta dissertação de mestrado.

Nesse sentido, a escolha pela Epistemologia Genética de Jean Piaget (1896 – 1980) como referencial teórico para nossa pesquisa também se deu por diversos motivos, em especial: pelo amparo encontrado na literatura disponível que aponta a compatibilidade dessa epistemologia com as descobertas das ciências experimentais, como as noções que surgiram com a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica, e ao fato de Piaget ter comentado brevemente acerca da Teoria da Relatividade em sua obra “A noção de tempo na criança”.

De maneira sucinta, temos como questão central a ser desenvolvida por esta pesquisa a seguinte: quais são as estruturas mentais necessárias a um sujeito, segundo a abordagem proposta por Tassinari (2014) da Epistemologia Genética, para a compreensão da Teoria da Relatividade Restrita e como se dá sua construção?

Em “Entendendo a Revolução Relativística”, preocupamo-nos especificamente com os conceitos de espaço e tempo segundo a Teoria da Relatividade, realizando uma análise epistemológica destes, a fim de tornar esse aspecto da teoria acessível às pessoas com formação matemática do segundo grau; discutimos também as dificuldades e peculiaridades que envolvem a compreensão dessa teoria e apontamos suas comprovações experimentais e aplicações atuais.

Tomamos esse estudo prévio como base e focamo-nos agora, não apenas na análise dos conceitos dessa teoria física, mas no sujeito epistêmico, o sujeito do conhecimento, e suas capacidades cognitivas que tornam tal conhecimento possível, conforme o Modelo de Tassinari baseado na Epistemologia Genética.

Observamos na história da Filosofia que as questões referentes ao conhecimento, tais quais “o que é o conhecimento?”, “como é possível o conhecimento?”, “existem diferentes tipos de conhecimento?”, entre outras tantas, sempre se mantiveram atuais. As diferentes concepções filosóficas tentaram respondê-las, cada qual a seu modo. As epistemologias tradicionais, apesar de suas diferentes abordagens, como o Empirismo, o Apriorismo, o Racionalismo, consideram, em geral, , segundo Piaget (cf. e.g. 1970/1973, p. 8), o conhecimento como um estado, considerando-o terminado ou concluído, e não levam em conta as estruturas mentais a ele necessárias como estruturas em desenvolvimento.

Contemporaneamente, a análise histórico-crítica do desenvolvimento científico, a revisão de noções básicas das ciências, como, por exemplo, a revisão feita por Einstein das noções de espaço e de tempo absolutos da Mecânica Clássica, e outros fatores influenciaram uma nova perspectiva acerca do conhecimento: o conhecimento enquanto processo, enquanto uma sequência contínua de conhecimentos, seja em nível individual ou coletivo, e que se modificam, ampliam e complexificam. Nesse contexto, voltamo-nos à teoria de Piaget, que têm por cerne compreender esse processo evolutivo do conhecimento em curso.

Perspectivas construtivistas, como a Epistemologia Genética, têm sido citadas e comentadas em artigos na literatura, especialmente em relação ao progresso das ciências

empíricas. Tais comentários apontam para a fecundidade do caminho que escolhemos para esta pesquisa.

Por exemplo, Michael Lewis (2014) faz uma análise da relação do sujeito do conhecimento com o objeto do conhecimento, partindo do fato de que, desde as teorias de Einstein e da Mecânica Quântica de Planck e Bohr, “Não é mais possível pensar em cientistas ou sujeitos do conhecimento estudando um fenômeno sem considerar sua relação com o fenômeno. Não se acredita mais que o fenômeno possua propriedades absolutas, como os cientistas uma vez acreditaram.” (LEWIS, 2014, p. 153, tradução nossa¹)

Ou seja, as propriedades dos fenômenos, que por algumas concepções filosóficas são atribuídas exclusivamente aos objetos, são vistas pela perspectiva piagetiana como pertencentes à interação entre os objetos e o observador. Nas palavras de Piaget (1970/1973, p. 30):

A teoria do conhecimento é, sem dúvida, essencialmente, uma teoria da adaptação do pensamento à realidade, mesmo se essa adaptação revela, no final das contas, como aliás todas as adaptações, a existência de uma inextricável interação entre sujeito e objetos.

Logo, segundo Lewis (2014, p. 142, tradução nossa²), “[...] até mesmo o método científico não está livre da relação entre conhecedor e conhecimento e até nas mais altas formas de conhecimento, o papel do sujeito deve ser considerado”. E complementa: “[...] há pouca razão para pensar que o conhecimento constituído e seu curso de desenvolvimento deveriam diferir de forma acentuada daquela já explicada por Piaget e colaboradores” (LEWIS, 2014, p. 164, tradução nossa³).

Arthur Miller (1989, p. 181, tradução nossa⁴), buscando compreender o progresso científico, em especial a transição da Mecânica newtoniana à Teoria da Relatividade Restrita e, posteriormente, à Teoria da Relatividade Geral, encontra na

¹ Tradução nossa do original: “No longer could one think of either scientists or knowers studying a phenomenon without considering their relationship to the phenomenon. The phenomenon no longer was believed to possess absolute properties, as scientists once believed.”

² Tradução nossa do original: “[...] even the scientific method is not free of the knower-known relationship and that even in the higher forms of knowing the role of the knower must be considered.”

³ Tradução nossa do original: “[...] there is little reason to think that the knowledge formed and its developmental course should differ in any marked way from that already explicated by Piaget and others.”

⁴ Tradução nossa do original: “Piaget’s theory offers a framework for exploring the dynamics of thought processes as the scientist interacts with the environment, that is, with empirical data, data of the thought experimenter, philosophical and cultural input included. Genetic epistemology also offers a means to explore scientific progress by linking it with the dynamics of the construction of prescientific knowledge and creative thinking.”

teoria de Piaget os meios para discutir essa construção constante do conhecimento científico:

A teoria de Piaget oferece um referencial para explorar a dinâmica dos processos de pensamento do cientista que interage com o ambiente, ou seja, com dados empíricos, dados do experimentador de pensamento, incluindo dados filosóficos e culturais. A Epistemologia Genética também oferece um meio para explorar o progresso científico, conectando-o com a dinâmica da construção do conhecimento pré-científico e do pensamento criativo.

Na Introdução que escreveu para a tradução ao inglês do livro de Émile Meyerson intitulado “*The Relativistic Deduction: Epistemological Implications of the Theory of Relativity*”, Milič Čapek (1985) aponta a gênese do conceito de permanência do objeto da Epistemologia Genética como uma solução para pensar a noção de substância em Física a partir do desenvolvimento de teorias como a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica. Čapek (1985, p. I-li, tradução nossa⁵) ressalta:

Um caminho para a solução desse impasse, estou convencido, foi aberto pela teoria evolutiva, ou teoria genética do conhecimento, defendida por diferentes pensadores como Reichenbach, Bergson e Piaget. À luz desta teoria e, em particular, à luz das pesquisas de Piaget [...], o conceito do objeto que persiste no tempo é formado na mais tenra infância, sob a pressão da experiência macroscópica. É, pois, pouco surpreendente que tal conceito não se aplique fora do reino de dimensões intermediárias, no qual ele é não só útil, mas mesmo de vital importância [...]. Logo, o elétron não pode ser um micro-objeto diferindo apenas em suas dimensões dos corpos sólidos de nossa experiência sensorial; nem é o universo uma espécie de 'mega-objeto', como Piaget apontou. [...] Em outras palavras, o que Bergson chamou de 'lógica de corpos sólidos', que é um resultado da adaptação do nosso intelecto à zona das dimensões intermediárias, deixa de ser aplicável ao microcosmos, assim como ao megacosmos.

A teoria evolucionária do conhecimento implica a evolução da razão, no sentido de que novas formas de pensamento irreduzíveis às categorias tradicionais emergem sob a pressão de nova experiência.

As teorias físicas contemporâneas, que tratam de dimensões físicas de macro ou micro proporções em relação àquelas da vida cotidiana humana (a dimensão intermediária), têm por base o desenvolvimento de certas estruturas mentais específicas ligadas à possibilidade de seu conhecimento. Essas novas estruturas permitem ao sujeito

⁵ Tradução nossa do original: “*The way out of this impasse is, I am convinced, opened by the evolutionary or genetic theory of knowledge, advocated by otherwise different thinkers as Reichenbach, Bergson and Piaget. In the light of this theory and, in particular in the light of Piaget’s researches [...], the concept of the object persisting in the time is formed in very early childhood under the pressure of macroscopic experience. It is then hardly surprising that such a concept does not apply outside the realm of middle dimensions where it is not only useful, but even vitally important [...]. Thus the electron cannot be a micro-object differing only in its dimensions from the solid bodies of our sensory experience; nor is the universe a sort of ‘mega-object’, as Piaget pointed out. [...] In other words, what Bergson called the ‘logic of solid bodies’ which is a result of the adaptation of our intellect to the zone of the middle dimensions, ceases to be applicable to the microcosmos as well as to the megacosmos. The evolutionary theory of knowledge implies the evolution of reason in the sense that new forms of thought irreducible to the traditional categories do emerge under the pressure of new experience.*”

agir e compreender as especificidades físicas desses meios descortinados pelo progresso tecnológico.

Devemos esclarecer que não é objetivo da atual pesquisa analisar ou defender pontos de vista metafísicos ou ontológicos em relação aos conhecimentos científicos ou aos dados que o MoSEAOSS sistematiza. Com a análise que apresentamos aqui, realizada por meio do MoSEAOSS, deixamos a cargo do leitor preencher esta lacuna com suas próprias concepções filosóficas, uma vez que a utilização do modelo possibilita várias interpretações nesses sentidos.

Assim, a fim de respondermos à questão central a qual nos propomos, tornou-se nosso roteiro de pesquisa o seguinte.

No *Capítulo 1*, realizamos uma análise epistemológica sucinta dos conceitos de espaço e de tempo da Teoria da Relatividade Restrita. Para isso, apresentamos o contexto histórico que propiciou a formulação da Relatividade Restrita; examinamos seus postulados e apresentamos os experimentos de pensamento propostos por Einstein para a compreensão dos fenômenos que surgem como consequência deles; comentamos as noções de espaço absoluto e de tempo absoluto da Mecânica Clássica e a contrapomos com a nova noção de espaço-tempo.

No *Capítulo 2*, oferecemos um breve panorama da obra de Piaget, em especial a proposta geral da Epistemologia Genética, apresentando os principais conceitos a serem utilizados em nossa análise; apresentamos o Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos, formalização idealizada por Tassinari (2014); e comentamos acerca do Período Hipotético-Dedutivo, no qual o conhecimento científico se torna possível, como é o caso do objeto de nossa análise, a Teoria da Relatividade Restrita.

Por fim, no *Capítulo 3*, analisamos a Relatividade Restrita, em específico os experimentos de pensamento acerca dos fenômenos da dilatação dos tempos e contração dos comprimentos, a partir do MoSEAOSS; e mostramos que a noção de espaço-tempo da Teoria da Relatividade Restrita pode ser explicada por uma ressignificação por meio de operações que o sujeito do conhecimento realiza sobre símbolos e signos e que se coordenam com suas ações.

Acreditamos que a pesquisa aqui apresentada, realizada a partir do Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos — MoSEAOSS e da Epistemologia Genética, venha a contribuir para uma melhor compreensão da

ressignificação das noções de tempo e espaço possibilitada pela Teoria da Relatividade Restrita, que se contrapõe às noções intuitivas e de senso comum da Mecânica Clássica.

CAPÍTULO 1

A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

1.1 Apresentação

Nesse capítulo, realizamos uma análise epistemológica dos conceitos de espaço e de tempo da Teoria da Relatividade Restrita de Albert Einstein (1879 – 1955). Para isso, na *Seção 1.2*, apresentamos, de forma teórica e simplificada, o contexto histórico que propiciou a formulação da teoria; na *Seção 1.3*, examinamos os postulados da Teoria da Relatividade Restrita, o Princípio da Relatividade e o Princípio da Constância da Velocidade da Luz; na *Seção 1.4*, apresentamos o experimento de pensamento proposto por Einstein acerca do fenômeno da dilatação dos intervalos de tempo, assim como sua consequência; na *Seção 1.5*, apresentamos o experimento de pensamento acerca do fenômeno da contração dos intervalos de comprimento e também sua consequência; na *Seção 1.6*, apresentamos o experimento de pensamento sobre o paradoxo dos gêmeos; na *Seção 1.7*, comentamos sobre o conjunto de equações que relacionam as coordenadas de diferentes referenciais inerciais, denominado “transformação de Lorentz”; na *Seção 1.8*, contrapomos as noções de espaço e tempo da mecânica newtoniana e a noção de espaço-tempo, suscitada pela Relatividade Restrita; nas *Seções 1.9 e 1.10*, expomos a estrutura matemática por trás das noções de espaço-tempo e comentamos algumas de suas propriedades, respectivamente; e, por fim, na *Seção 1.11*, trazemos algumas considerações acerca da Teoria da Relatividade Restrita.

1.2 O Contexto Histórico-Teórico Geral

Ao observarmos a história da Física, encontramos, de tempos em tempos, impasses ou conflitos que surgem nos limites entre os seus diferentes campos: nessas áreas de toque alguns conceitos se justapõem, mas nem sempre estes se conciliam. Sobre essas incompatibilidades, nos elucida Renn (2005, p. 30):

A física clássica divide-se primordialmente em três áreas, cada qual com conceitos próprios: a mecânica, a teoria do calor e o eletromagnetismo. Nas fronteiras entre estas áreas encontravam-se aqueles problemas nos quais diferentes conceitos básicos se sobrepunham. Só através do estudo destes problemas de fronteira é que se poderia saber até que ponto os diferentes conceitos das três diferentes áreas eram coerentes entre si. Por outro lado, o descobrimento de incoerências conceituais quando associado a um problema concreto funciona, tipicamente, como motor de inovações científicas, pois toda tentativa de resolver um problema concreto obriga concomitantemente a que repensemos os conceitos envolvidos e pode, pela transformação destes conceitos ou de teorias inteiras, abrir novos horizontes.

As três áreas da física clássica e seus problemas de fronteira específicos mostram-se esquematizados a seguir (**Figura 1**):

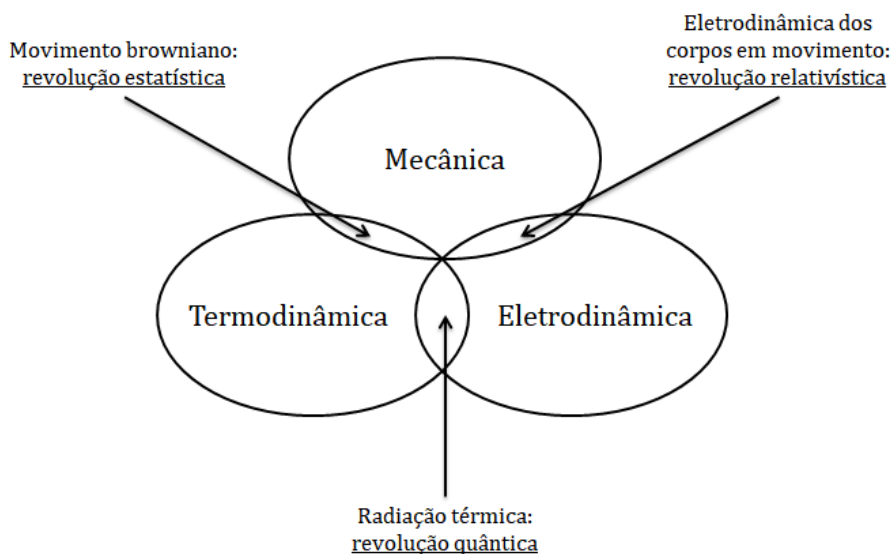


Figura 1 - Problemas de fronteira na física clássica
(RENN, 2005, p. 29)

À época em que Einstein publicou seus artigos sobre a Teoria da Relatividade, havia o seguinte impasse na Física, que hoje podemos expor simplificadamente na seguinte forma teórica⁶: a incompatibilidade entre o princípio da relatividade presente

⁶ Salientamos que tais princípios não eram propriamente princípios (postulados) de seus respectivos campos da Física, na época, e nem eram, nesses campos, apresentados de forma explícita, como fazemos aqui. Nomeamos assim tais princípios por analogia aos dois princípios que Einstein postula na Teoria da Relatividade Restrita. Nesse sentido, nomearemos nossos princípios com letras minúsculas e os princípios

na Mecânica Clássica e o princípio da constância da velocidade da luz da Eletrodinâmica.

Apesar dos princípios da relatividade e da constância da velocidade da luz mostrarem-se incompatíveis entre si numa visão global da Física naquele momento, as experiências realizadas indicavam que ambos os princípios eram válidos, cada qual em sua área.

O princípio da relatividade, como válido pela teoria de Newton, afirma que as leis da mecânica expressas num dado referencial serão expressas de forma idêntica em qualquer outro referencial em movimento retilíneo uniforme em relação ao primeiro. Nas palavras de Newton (1687/1846, p. 88-89, tradução nossa⁷), temos:

Corolário V. Os movimentos de corpos incluídos num determinado espaço são os mesmos entre si, quer o espaço esteja em repouso ou movimentando-se uniformemente em frente em uma linha reta sem nenhum movimento circular.

Assim, ao considerarmos um evento qualquer determinado pelas coordenadas x, y, z, t em um referencial S e pelas coordenadas x', y', z', t' em um referencial S' , sendo que esses dois sistemas de referência se movem entre si de maneira retilínea e uniforme na direção dos eixos x e x' com uma velocidade v , tornam-se necessárias algumas equações que relacionem tais coordenadas espaciais e temporal dos referenciais S e S' , a fim de preservar o princípio da relatividade, isto é, que as leis da mecânica expressas em ambos os referenciais sejam idênticas.

O conjunto de equações que estabelece as relações entre as coordenadas do referencial S e as coordenadas do referencial S' e que é compatível com as leis da mecânica clássica é conhecido como *transformação de Galileu*. Suas equações são as seguintes:

$$\begin{aligned}x &= x' + vt' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t'\end{aligned}$$

Sendo suas equações inversas:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\ y' &= y\end{aligned}$$

einsteinianos com letras iniciais maiúsculas. Eles expressam de forma simplificada e contemporânea as regularidades encontradas em seus respectivos campos. Em especial, o princípio da constância da velocidade da luz é um princípio einsteiniano e não propriamente da Eletrodinâmica, sendo uma das formas (mas não a única) de interpretar os resultados teóricos experimentais da época. A seguir se desenvolve o sentido de tais princípios.

⁷ Tradução nossa do original: “Corollary V. The motions of bodies included in a given space are the same among themselves, whether that space is at rest, or moves uniformly forwards in a right line without any circular motion.”

$$\begin{aligned} \mathbf{z}' &= \mathbf{z} \\ t' &= t \end{aligned}$$

Assim sendo, o que as equações da transformação de Galileu fazem é mostrar-nos como as coordenadas de um evento que ocorre no referencial $\mathcal{S}$ estão relacionadas com as coordenadas desse mesmo evento observado a partir do referencial $\mathcal{S}'$, que se move em relação ao primeiro com velocidade e direção constantes.

No caso do evento considerado envolver deslocamento, por exemplo, o lançamento de um projétil, temos que a velocidade desse deslocamento medida em um dado referencial é relativa a ele, assim como as coordenadas espaciais e temporal.

Portanto, considerando $\mathbf{u}$ como sendo a velocidade de deslocamento de um objeto que se move na mesma direção que os referenciais $\mathcal{S}$ e $\mathcal{S}'$ se movem entre si medida no referencial $\mathcal{S}$, $\mathbf{u}'$ a velocidade do mesmo objeto medida no referencial $\mathcal{S}'$ e $\mathbf{v}$ a velocidade medida entre os referenciais $\mathcal{S}$ e $\mathcal{S}'$, a relação entre essas velocidades é dada pela equação a seguir, conhecida como *teorema da adição das velocidades*:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v}$$

Imaginemos agora que o evento é a emissão de um fecho de luz. Quando consideramos a velocidade de propagação da luz numa situação como a descrita, na qual temos dois observadores, cada um em repouso em um referencial inercial, o teorema da adição das velocidades nos diz que estes medem valores diferentes, valores relativos a seu referencial.

Logo, se considerarmos a emissão de um fecho de luz movendo-se com velocidade $\mathbf{c}$ no referencial $\mathcal{S}$ na direção e sentido do eixo $\mathbf{x}$, a velocidade desse fecho de luz medida no referencial $\mathcal{S}'$, que se move em relação à $\mathcal{S}$ com velocidade $\mathbf{v}$ também na direção e sentido dos eixos $\mathbf{x}$ e $\mathbf{x}'$, é, segundo o teorema da adição das velocidades, igual a $\mathbf{c} - \mathbf{v}$ (*Figura 2*).

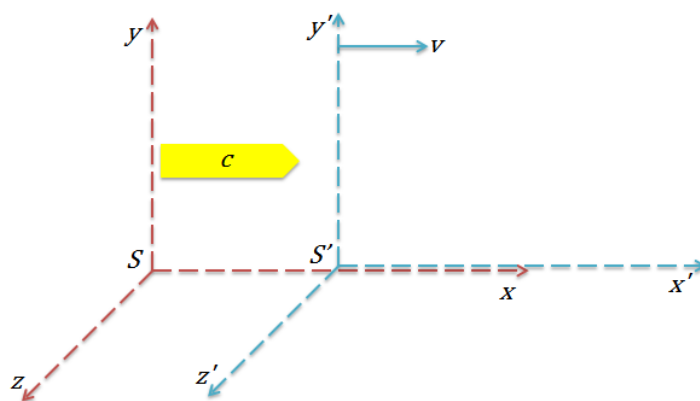


Figura 2 - Transformação de Galileu: velocidade da luz $c - v$
(figura nossa)

Porém, se considerarmos que o referencial S' se move com velocidade v na direção dos eixos x e x' , mas em sentido contrário, a velocidade do fecho de luz medida nesse referencial é igual a $c + v$ (**Figura 3**), também segundo o teorema da adição das velocidades.

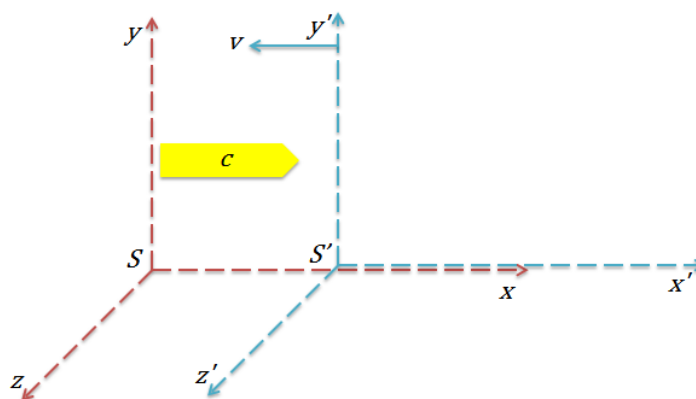


Figura 3 - Transformação de Galileu: velocidade da luz $c + v$
(figura nossa)

Contudo, algumas experiências realizadas na época mostravam que esses valores relativos da velocidade de propagação da luz $c - v$ e $c + v$, calculados por meio do teorema da adição das velocidades para cada observador em referenciais inerciais que se movem entre si, não eram observados. Pelo contrário: a velocidade da luz no vácuo mostrava-se constante.

Uma experiência que merece ser citada, apesar de apresentar um cenário diferente da argumentação que apresentamos até aqui por envolver medições em eixos perpendiculares, é a famosa *experiência de Michelson-Morley*.

Em 1881, por influência da teoria eletromagnética, o físico americano Albert Michelson construiu um novo tipo de *interferômetro*, cuja finalidade era provar a existência do éter luminífero. A particularidade desse éter — tendo em mente que houve várias definições para um suposto meio que preencheria o espaço, desde os gregos antigos até o final do século XIX — é que ele seria uma substância imóvel no espaço, servindo de referencial privilegiado em repouso absoluto e, portanto, compatível com a noção de espaço absoluto da teoria newtoniana. Porém, uma parte dele era arrastada pela superfície dos corpos em movimento, como, por exemplo, a Terra.

De maneira simplificada, o interferômetro de Michelson (**Figura 4**) funciona como a descrição a seguir:

A luz da fonte é parcialmente refletida e parcialmente transmitida pelo espelho A. O feixe transmitido vai até o espelho B e é refletido para A. O feixe refletido vai até o espelho C e retorna a A. Os dois se recombinaem e formam uma figura de interferência, observada em O. (TIPLER, 1976/1978, p. 676)

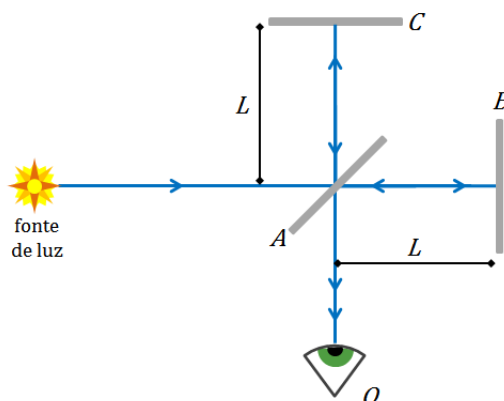


Figura 4 - Interferômetro de Michelson
(figura nossa)

Segundo a visão hegemônica no século XIX, a luz se propagaria como uma onda transversal no éter, com velocidade c . No caso do Universo preenchido pelo éter luminífero, a velocidade da luz c , ao ser medida no referencial da Terra que possui velocidade v em relação ao éter, seria medida, por meio do aparelho. Os resultados esperados não foram alcançados, uma vez que o interferômetro não media qualquer variação na velocidade de propagação da luz.

Em 1887, outro físico americano, Edward Morley, aperfeiçoou o interferômetro de Michelson, porém o resultado foi o mesmo de 1881. A experiência foi repetida ainda por outros físicos, variando as condições, entretanto o resultado manteve-se sempre o mesmo.

Russell (1925/1966, p. 34) comenta a importância dessas experiências:

[...] a experiência de Michelson-Morley (juntamente com outras) mostrou que, relativamente à Terra, a velocidade da luz é a mesma em todas as direções, e que tal fato é igualmente verídico em todas as épocas do ano, embora a direção do movimento da Terra esteja sempre mudando em sua órbita ao redor do Sol.

Os resultados alcançados pela experiência de Michelson-Morley conduziram a duas conclusões: a velocidade da luz é constante e independente em relação ao éter, e, por consequência, a noção de éter luminífero é dispensável, já que não mantém qualquer relação com a propagação da luz.

Sobre a ideia do éter luminífero, comenta Einstein (1907/2005, p. 37):

[...] o conceito de um éter luminal [luminífero] como transportador de forças elétricas e magnéticas não cabe na teoria descrita aqui, pois campos eletromagnéticos são descritos agora não como estados de alguma substância, mas como entes que existem independentemente [...].

A teoria a que Einstein se refere na citação acima é a Teoria da Relatividade, por meio da qual apresenta uma maneira de relacionar os princípios da Mecânica Clássica e do Eletromagnetismo a fim de solucionar o problema de fronteira entre essas duas áreas da física: conciliar o princípio da relatividade e o princípio da constância da velocidade da luz postulados e desvendar suas consequências.

Nas seções a seguir, comentaremos os dois postulados da Teoria da Relatividade Restrita e observaremos, por meio de experimentos de pensamento propostos por Einstein, as estranhas consequências diretamente relacionadas à diferença de medidas de intervalos de tempo e de espaço em diferentes referenciais inerciais, às quais tais postulados conduzem.

1.3 Os Postulados da Teoria da Relatividade Restrita

O ano de 1905 é conhecido como o *annus mirabilis* da vida científica de Albert Einstein, o ano miraculoso, pois nele foram publicados quatro artigos de sua autoria no *Annalen der Physik*, um antigo e renomado periódico alemão sobre física, matemática e áreas relacionadas. Entre esses artigos, estavam os dois primeiros a respeito da Teoria da Relatividade: “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” (“*Zur Elektrodynamik bewegter Körper*”), publicado em 26 de setembro, contendo uma primeira apresentação da Teoria da Relatividade Restrita, e “A inércia de um corpo depende de sua energia?” (“*Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt*”).

abhängig?”), publicado em 21 de novembro, no qual Einstein propõe a equivalência entre massa e energia, resultando na equação $E = mc^2$. Estes primeiros artigos sobre a Teoria da Relatividade foram seguidos por outros, nos quais a teoria foi revisada por Einstein e acrescidas de novos resultados.

Apesar da até então incompatibilidade entre o Princípio da Relatividade e o Princípio da Constância da Velocidade da Luz, no artigo “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”, Einstein decide tomá-los como postulados de uma nova teoria a fim de descobrir quais seriam as implicações decorrentes. Einstein (1905/1920, p. 2, tradução nossa⁸) comenta:

[...] não só na mecânica, mas também na eletrodinâmica, nenhuma propriedade de fatos observados corresponde ao conceito de repouso absoluto: mas para todos os sistemas de coordenadas para os quais as equações da mecânica são válidas, as equações equivalentes da eletrodinâmica e da ótica também se mantêm válidas [...].

Com isso, continua Einstein (1905/1920, p. 2, tradução nossa⁹):

[...] nós fazemos essas suposições (que posteriormente chamaremos de Princípio da Relatividade) e introduzimos a seguinte suposição, - uma suposição que a primeira vista é incompatível com a anterior - que a luz é propagada no espaço vazio, com uma velocidade c independente da natureza do movimento do corpo emissor.

Assim, partindo da hipótese que os dois princípios são compatíveis, Einstein funda a Teoria da Relatividade Restrita nos seguintes postulados, aqui reformulados:

- (1) *Princípio da Relatividade* — as leis da Física são idênticas para todos os referenciais inerciais;
- (2) *Princípio da Constância da Velocidade da Luz* — a velocidade da luz é uma constante universal e independe do movimento da fonte.

Sobre estes princípios, comenta Einstein (1907/2005, p. 39):

Sejam S e S' sistemas referenciais equivalentes, isto é, ambos possuem réguas de mesmo comprimento e relógios que avançam à mesma razão, quando esses são comparados entre si em um estado de repouso relativo. É óbvio, então, que todas as leis físicas válidas em relação a S serão válidas de mesmo modo em S' também, desde que S e S' estejam em repouso relativamente um ao outro. O princípio da relatividade requer também essa equivalência total se S' está em movimento de translação uniforme em relação a S . Portanto, especificamente, a

⁸ Tradução nossa do original: “[...] not only in mechanics, but also in electrodynamics, no properties of observed facts correspond to a concept of absolute rest: but that for all coordinate systems for which the mechanical equations hold, the equivalent electrodynamical and optical equations hold also [...]”

⁹ Tradução nossa do original: “[...] we make these assumptions (which we shall subsequently call the Principle of Relativity) and introduce the further assumption,—an assumption which is at the first sight quite irreconcilable with the former one—that light is propagated in vacant space, with a velocity c which is independent of the nature of motion of the emitting body.”

velocidade da luz no vácuo tem que ter o mesmo valor numérico em relação a ambos os sistemas.

Em outras palavras, o princípio da relatividade na Relatividade Restrita, de maneira semelhante ao princípio da relatividade na teoria newtoniana, afirma que

[...] as equações que expressam as leis da natureza são invariantes em relação às transformações de coordenadas e do tempo ao passar de um referencial inercial para outro. Isto significa que uma equação que descreve uma lei qualquer da natureza, ao ser expressa por meio de coordenadas e do tempo em diferentes referenciais inerciais, tem, em todos eles, a mesma forma. (LANDAU e LIFSHITZ, 1951/1980, p. 13)

A diferença é que o princípio da relatividade presente na teoria newtoniana, que como vimos é válido somente para as leis da mecânica, se estende às leis da Física em geral com a Relatividade Restrita, isto é, a todos os seus campos de estudo. Assim, temos que todas as equações que expressam as leis da Física por meio de coordenadas de espaço e de tempo devem ser idênticas para quaisquer referenciais inerciais, isto é, tais equações têm sempre a mesma forma.

Notemos que a extensão do princípio da relatividade foi uma mudança crucial da nova teoria de Einstein: essa mudança permitiu a compatibilidade entre os princípios da relatividade e da constância da velocidade da luz, uma vez que a velocidade da luz é considerada, na Relatividade Restrita, como uma das leis da natureza, e, portanto, é sempre igual.

Landau e Lifshitz (1951/1980, p. 16) comentam que a expansão do princípio da relatividade às leis gerais da natureza, somado à velocidade finita e invariante da luz,

[...] acarreta alterações fundamentais nos conceitos físicos básicos. As noções sobre o espaço e o tempo que adquirimos da experiência cotidiana são apenas aproximadas, ligadas ao fato de que na vida cotidiana nós somos levados a lidar apenas com velocidades muito pequenas em comparação com a velocidade da luz.

Ao considerarmos os resultados não-clássicos da Teoria da Relatividade, seja da Restrita ou da Geral, que tratam de situações como deslocamentos a velocidades próximas à velocidade da luz e distâncias de enormes proporções que não experimentamos em nossa vida cotidiana, precisamos nos valer de *experimentos de pensamento*. Foi através dos experimentos de pensamento (do alemão “*Gedankenexperiment*”) que Einstein pôde esquematizar de maneira minuciosa situações hipotéticas que o permitiram desenvolver as consequências em nível do puro pensamento envolvendo as peculiaridades dessas situações não cotidianas.

A possibilidade de Einstein recorrer aos experimentos de pensamento é comentada por Miller (1989, p. 172, tradução nossa¹⁰): “O experimento de pensamento combina os modos de pensamento visual e matemático abstrato de forma a permitir ao cientista ‘ver’ a estrutura de fundo em uma situação problema”.

Nas próximas seções, focar-nos-emos nas estranhas consequências relacionadas às medições de tempo e espaço em diferentes referenciais inerciais às quais os postulados da Relatividade Restrita conduzem, a saber, os fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos. Para essa finalidade, utilizar-nos-emos dos experimentos de pensamento propostos por Einstein.

1.4 O Experimento de Pensamento sobre a Dilatação dos Tempos

Uma vez que tomamos os princípios da relatividade e da constância da velocidade da luz como verdadeiros, encontramos algumas consequências relacionadas com as medições, tanto de tempo quanto de espaço, dos fenômenos físicos. Analisemos, pois, um dos experimentos de pensamento proposto por Einstein e relatado por Tipler (1976/1978, p. 679-680), que aponta as consequências dos postulados da Relatividade Restrita em relação às medições de tempo.

Consideremos o experimento de pensamento abaixo, sendo que este envolve dois referenciais: um sistema de coordenadas x', y', z' com origem em O' e referencial S' , considerado em repouso em relação a um vagão de trem, e um sistema de coordenadas x, y, z com origem em O e referencial S , considerado em movimento com velocidade constante v na direção do eixo x em relação ao referencial S' , e cujas origens coincidem no tempo $t = t' = 0$; sendo c a velocidade da luz.

- **Referencial S' (Figura 5):** Em um vagão de trem de enormes proporções, temos um observador A' em repouso no referencial S' a uma distância D de um espelho localizado acima dele. Este observador A' emite um pulso luminoso e mede o

¹⁰ Tradução nossa do original: “The thought experiment combines the visual and abstract mathematical modes of thinking in a manner that can permit the scientist to “see” the deep structure in a problem situation.”

intervalo de tempo $\Delta t'$ entre a emissão do pulso (evento e_1) e o instante que este retorna ao ponto inicial (evento e_2), após ser refletido pelo espelho.

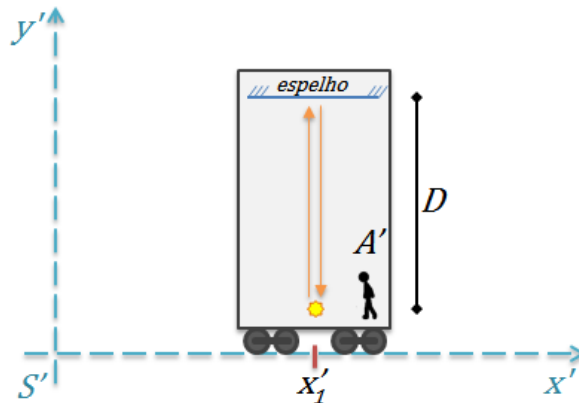


Figura 5 - Dilatação dos tempos: Referencial S'
(figura nossa)

O intervalo de tempo calculado pelo observador A' é:

$$\Delta t' = 2D/c$$

- **Referencial S (Figura 6):** Temos um observador A no referencial S que mede o intervalo de tempo Δt entre os dois eventos (emissão e retorno do pulso luminoso) da primeira situação exposta, mas para o qual o vagão, no qual estão o observador A' e o espelho, está em movimento no sentido do eixo x com velocidade v .

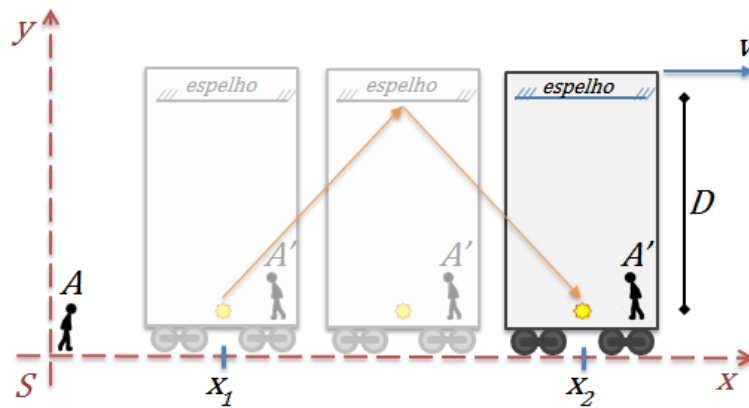


Figura 6 - Dilatação dos tempos: Referencial S
(figura nossa)

Como a velocidade da luz c é a mesma em ambos os referenciais, uma vez que a constância da velocidade da luz é um dos postulados da teoria, o intervalo de tempo calculado pelo observador A é diferente do calculado pelo observador A' , porque, para A , os dois eventos, a emissão do pulso luminoso e o instante em que este retorna ao

ponto inicial, se dão em diferentes pontos do espaço, em x_1 e x_2 no referencial S , já que o vagão avançou certa distância no eixo x .

A distância ΔE percorrida no eixo x pode ser calculada através do intervalo de tempo Δt e da velocidade v :

$$\Delta E = v\Delta t$$

Podemos calcular a relação entre as duas medidas Δt e $\Delta t'$ a partir do teorema de Pitágoras e do triângulo retângulo encontrado no referencial S (**Figura 7**):

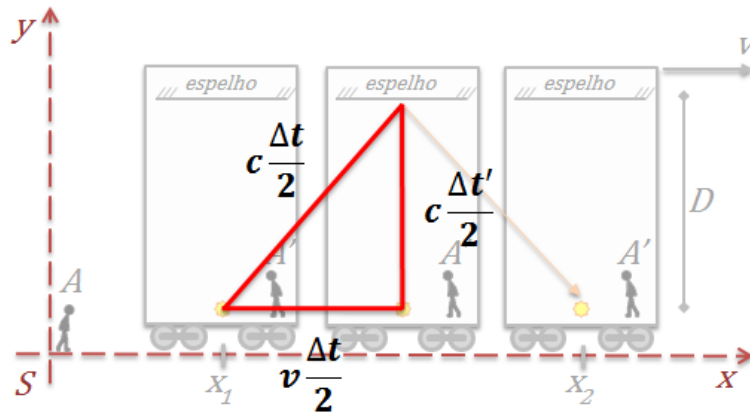


Figura 7 - Dilatação dos tempos: Δt
(figura nossa)

$$\begin{aligned} \left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 &= \left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 \\ \frac{c^2\Delta t^2}{4} &= \frac{c^2\Delta t'^2}{4} + \frac{v^2\Delta t^2}{4} \\ c^2\Delta t^2 - v^2\Delta t^2 &= c^2\Delta t'^2 \\ \Delta t^2(c^2 - v^2) &= (c\Delta t')^2 \\ \sqrt{\Delta t^2(c^2 - v^2)} &= \sqrt{(c\Delta t')^2} \\ \Delta t\sqrt{(c^2 - v^2)} &= c\Delta t' \\ \Delta t &= \frac{c\Delta t'}{\sqrt{(c^2 - v^2)}} = \frac{c\Delta t'}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \Delta t &= \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

pois

$$c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2 v^2}{c^2}} = \sqrt{c^2 - v^2}$$

Considerando que

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

então

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t'$$

Podemos representar os valores de γ através do seguinte gráfico (**Figura 8**):

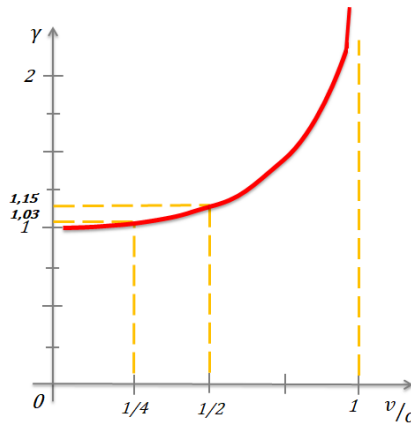


Figura 8 - Dilatação dos tempos: Gráfico de γ
(figura nossa)

Assim, dado que $\gamma \geq 1$, então

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \gamma \geq 1$$

$$\Delta t \geq \Delta t'$$

De forma geral, esta última equação mostra que o tempo medido no referencial S' , no qual os eventos e_1 e e_2 estão em repouso, o chamado *tempo próprio*, é sempre menor que o tempo medido no referencial S , no qual os eventos ocorrem em pontos diferentes do espaço. Ou seja, no referencial S , o tempo entre e_1 e e_2 passa mais devagar. Tal fenômeno é chamado de fenômeno da *dilatação dos intervalos de tempo*.

Para melhor compreensão do fenômeno da dilatação dos tempos, voltemos ao experimento de pensamento exposto, mas agora como um exercício, considerando os seguintes valores.

- **Referencial S' (Figura 9):** Em um vagão de trem de enormes proporções, temos um observador A' em repouso no referencial S' a uma distância $D = 6 \cdot 10^8 \text{m/s}$ de um espelho localizado acima dele.

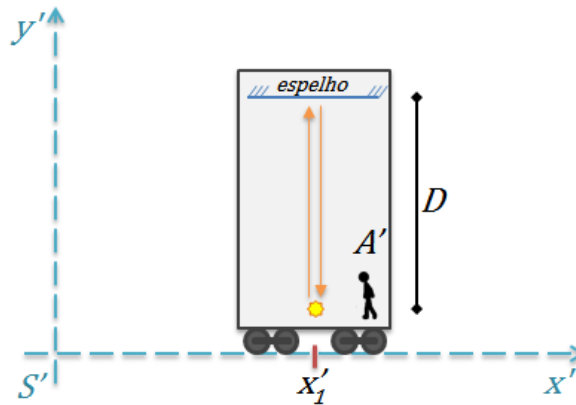


Figura 9 - Exercício Dilatação dos tempos: Referencial S'
(figura nossa)

Considerando a velocidade da luz $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, o intervalo de tempo $\Delta t'$ entre a emissão do pulso e o retorno deste ao ponto inicial após ser refletido pelo espelho para tal observador é:

$$\Delta t' = \frac{2D}{c}$$

$$\Delta t' = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8}$$

$$\Delta t' = 4 \text{s}$$

- **Referencial S (Figura 10):** Temos um observador A no referencial S , que em relação ao referencial S' está em movimento no sentido do eixo x com velocidade $v = 1.10^8 m/s$.

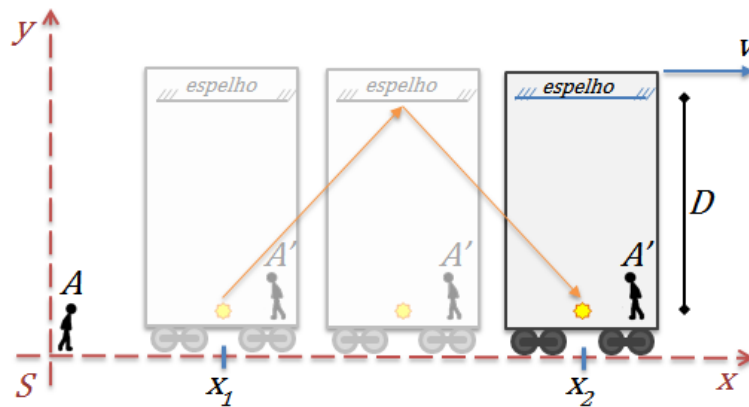


Figura 10 - Exercício Dilatação dos tempos: Referencial S (figura nossa)

O intervalo de tempo Δt entre a emissão do pulso e o retorno deste ao ponto inicial após ser refletido pelo espelho para tal observador é:

$$\Delta t = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

$$\Delta t = \frac{2.6.10^8}{\sqrt{((3.10^8)^2 - (1.10^8)^2)}}$$

$$\Delta t = \frac{12.10^8}{\sqrt{(9.10^{16} - 1.10^{16})}}$$

$$\Delta t = \frac{12.10^8}{\sqrt{8.10^{16}}}$$

$$\Delta t = \frac{1200000000}{282842712,5}$$

$$\Delta t \cong 4,24s$$

Notemos que o tempo medido entre a emissão e o retorno do pulso no referencial S (fora do vagão) é de **0,24s** a mais do que o tempo medido no referencial S' (dentro do vagão).

Podemos, então, calcular a relação entre Δt e $\Delta t'$:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = \frac{4,24}{4} \cong 1,06 = \gamma \geq 1$$

$$\Delta t \geq \Delta t'$$

Isto é, a medição de tempo realizada no referencial em repouso, o tempo próprio, é sempre menor que a medição realizada no referencial em movimento.

O fenômeno da dilatação dos tempos está atrelado a outro fenômeno, a *contração dos comprimentos*, como não poderia deixar de ser para que o princípio da invariância da velocidade da luz mantenha-se verdadeiro. É o que analisaremos na seção seguinte.

1.5 O Experimento de Pensamento sobre a Contração dos Comprimentos

Assim como temos o tempo próprio entre dois eventos, temos também o *comprimento próprio*, isto é, comprimento quando em repouso em um referencial. Quando os mesmos eventos são medidos a partir de outro referencial inercial que se movimenta com certa velocidade em relação ao seu, o comprimento medido (medição efetuada ao longo da direção do movimento entre os referenciais) é sempre menor que o comprimento próprio.

Consideremos o mesmo cenário do experimento de pensamento acerca da dilatação dos tempos para entendermos o fenômeno da contração dos comprimentos. Nesse novo experimento de pensamento, comentado por Tipler (1976/1978, p. 681-682), utilizaremos uma régua de comprimento próprio $L_0 = x_2 - x_1$ em repouso no referencial S . O comprimento da régua é dado pela diferença entre as coordenadas dos dois eventos envolvidos na medição das marcações correspondentes às posições das extremidades, que, no caso do referencial em que a régua está em repouso, são simultâneos.

- **Referencial S (Figura 11):** Temos um observador A em repouso que mede o comprimento da régua através da velocidade v e do intervalo de tempo Δt que o vagão, no qual se encontra o observador A' , leva para percorrer a extensão da régua.

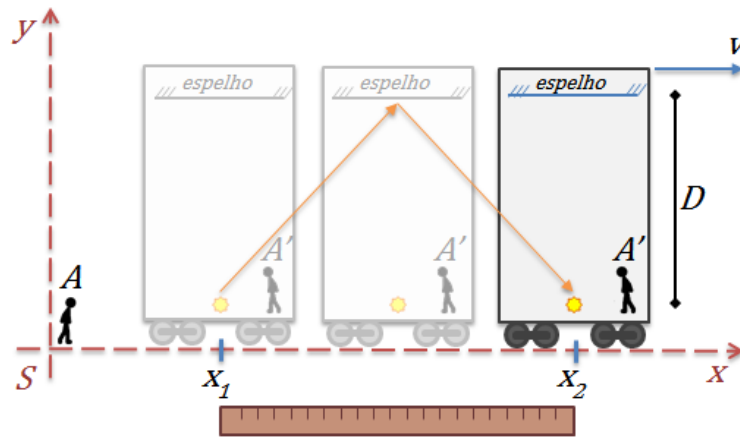


Figura 11 - Contração dos comprimentos: Referencial S
(figura nossa)

O comprimento da régua medido pelo observador A é:

$$L_0 = x_2 - x_1 = v\Delta t$$

- **Referencial S' (Figura 12):** Temos um observador A' , em repouso no referencial S' , que mede o comprimento L' da régua que passa por ele a uma velocidade v .

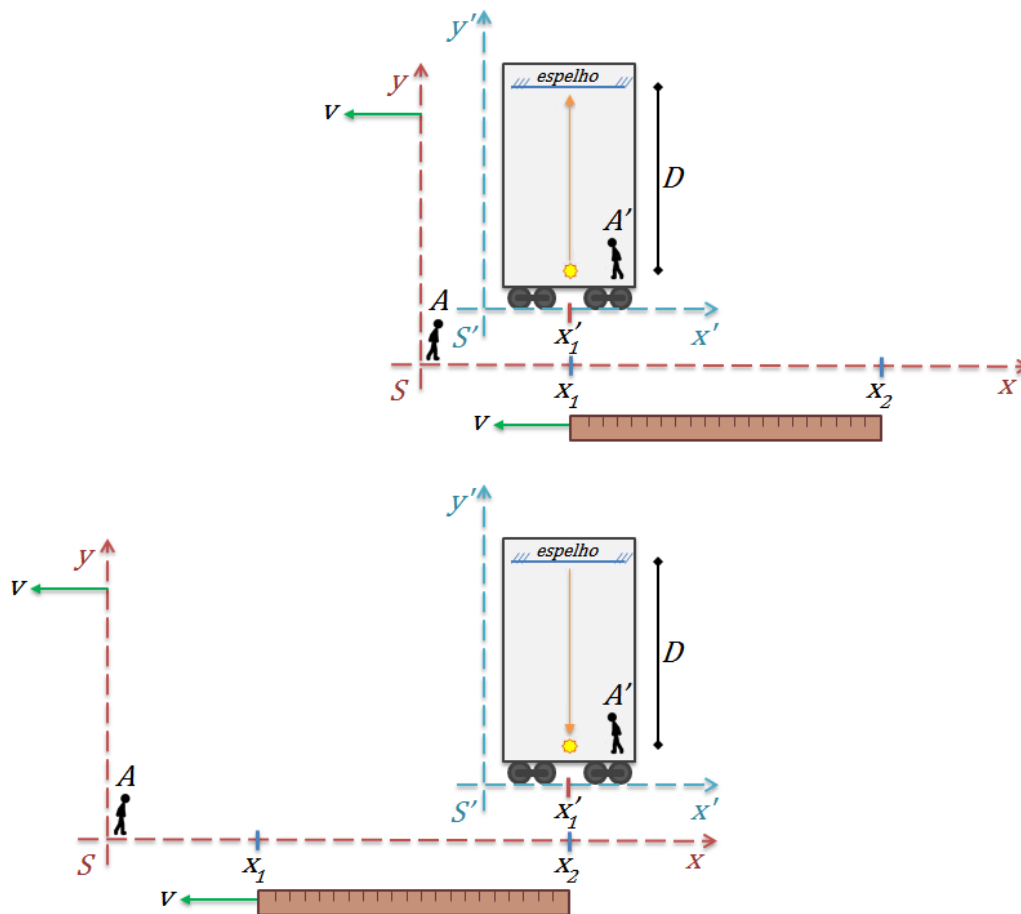


Figura 12 - Contração dos comprimentos: Referencial S'
(figura nossa)

O comprimento da régua medido pelo observador A' é:

$$L' = v\Delta t'$$

Como o intervalo $\Delta t'$ medido pelo observador A' é menor que o intervalo Δt medido pelo observador A (conforme o experimento da dilatação dos tempos, apresentado na Seção 1.4), o comprimento da régua L' também será menor que o comprimento L_0 . A relação entre L' e L_0 pode ser calculada como a seguir:

$$L' = v\Delta t'$$

$$L' = v \frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$L' = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$L' = \frac{L_0}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

$$L' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L_0$$

Já que

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \leq 1$$

então

$$L' \leq L_0$$

Essa última equação mostra que a medida do comprimento L_0 em repouso, ou o seu comprimento próprio, é maior do que o comprimento L' , medido quando está em movimento. Tal fenômeno é chamado de *contração dos comprimentos*.

Para melhor compreensão do fenômeno da contração dos comprimentos, voltemos ao experimento de pensamento exposto, considerando os seguintes valores.

- **Referencial S (Figura 13):** Temos um observador A em repouso no referencial S , que mede o comprimento da régua através da velocidade $v = 1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ e do

intervalo de tempo $\Delta t = 4,24s$ que o observador A' em movimento no referencial S leva para percorrer a extensão da régua.

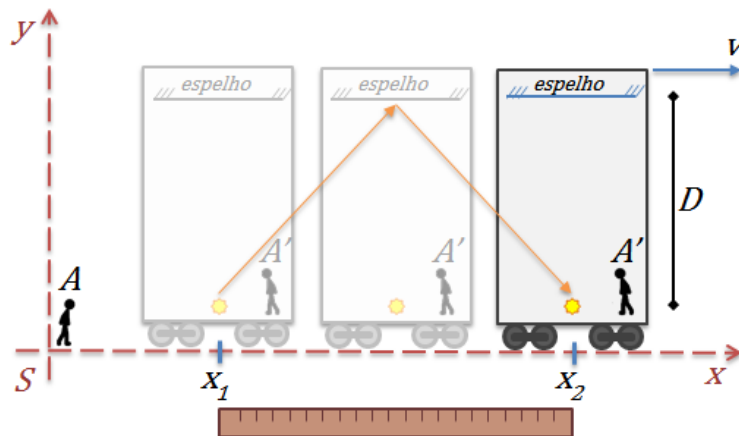


Figura 13 - Exercício Contração dos comprimentos: Referencial S (figura nossa)

O comprimento da régua para o observador A é:

$$L_0 = v \cdot \Delta t$$

$$L_0 = 1 \cdot 10^8 \cdot 4,24$$

$$L_0 = 4,24 \cdot 10^8 m$$

- **Referencial S' (Figura 14):** Temos um observador A' em repouso no referencial S' que mede o comprimento L' da régua que passa por ele a uma velocidade $v = 1 \cdot 10^8 m$, sendo $\Delta t' = 4s$.

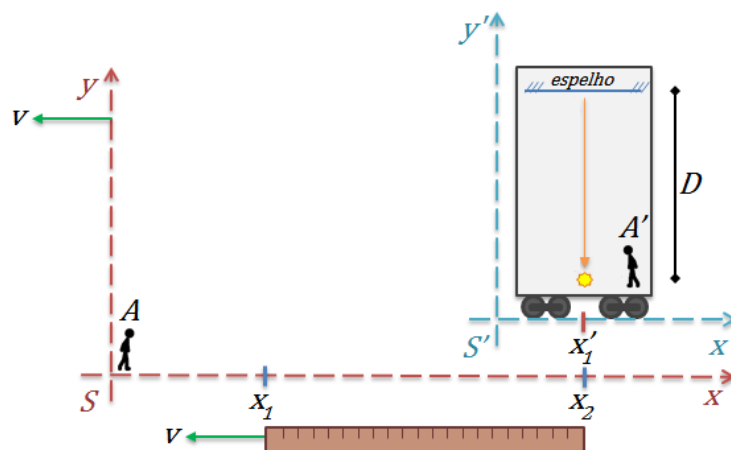


Figura 14 - Exercício Contração dos comprimentos: Referencial S' (figura nossa)

O comprimento da régua para o observador A' é:

$$L' = v \Delta t'$$

$$L' = 1 \cdot 10^8 \cdot 4$$

$$L' = 4.10^8 m$$

Temos que o comprimento da régua em movimento no referencial S' é menor que o comprimento da régua em repouso, no referencial S :

$$L' \leq L_0$$

Podemos, então, calcular a relação entre L_0 e L' :

$$L' = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$4.10^8 = \frac{4,24.10^8}{\gamma}$$

$$\gamma = 1,06$$

Cabe aqui uma observação: o coeficiente γ calculado aqui é o mesmo que aquele calculado para a dilatação dos tempos. Isso ocorre sempre que observamos dois referenciais no qual um deles se move com velocidade constante em relação ao outro, pois, segundo o princípio da relatividade, as leis da física são iguais para ambos referenciais. Dizemos, então, que há simetria entre os referenciais: os observadores localizados nestes referenciais medem a mesma velocidade relativa, a mesma dilatação dos intervalos de tempo e também a mesma contração dos comprimentos do outro referencial em relação ao seu próprio. Com isso, não temos como determinar qual dos dois referenciais considerados está em repouso e qual está em movimento.

O experimento de pensamento denominado Paradoxo dos Gêmeos expõe uma situação na qual a simetria entre referenciais não é válida, o que o torna um pseudo-paradoxo, e é esse experimento que apresentaremos na seção a seguir.

1.6 O Paradoxo dos Gêmeos

O Paradoxo dos Gêmeos é um experimento de pensamento envolvendo a dilatação dos tempos, que como vimos é resultante dos postulados da teoria de Einstein.

O experimento, também relatado por Tipler (1976/1978, p. 690-692), envolve dois gêmeos em referenciais distintos (**Figura 15**):

Em um referencial S temos a Terra e o planeta P fixos e separados pela distância L_0 . O gêmeo A permanece estacionário na Terra enquanto o gêmeo B , no referencial S' , viaja a bordo de uma espaçonave com velocidade v próxima à velocidade da luz no sentido do planeta P, retornando em seguida para a Terra.

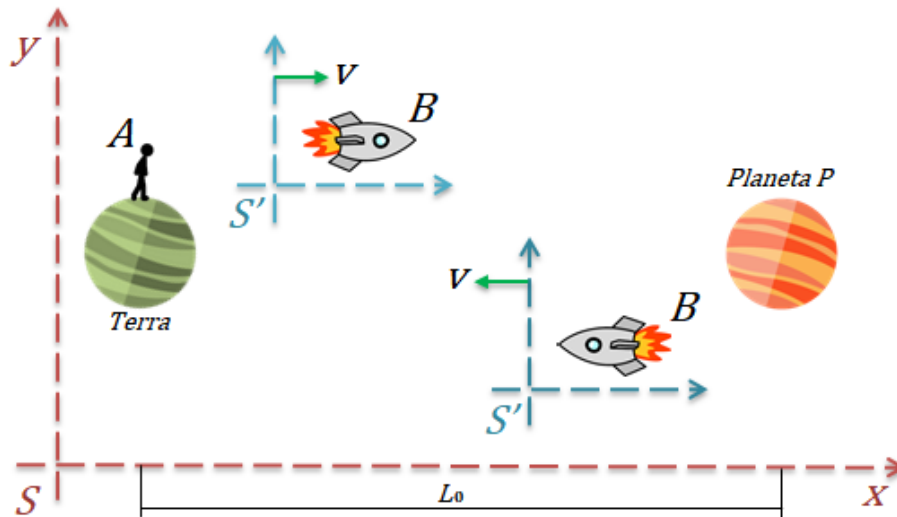


Figura 15 - Paradoxo dos Gêmeos
(figura nossa)

Devido ao efeito da dilatação dos tempos, sabemos que o tempo corre mais lentamente para o gêmeo que está em movimento do que para o gêmeo em repouso.

Considerando que a distância entre a Terra e o planeta P é $L_0 = 8 \text{ anos-luz}$ e a velocidade de deslocamento da espaçonave é $v = 0,8c$, podemos calcular o tempo que o gêmeo B demora a ir ao planeta P e retornar à Terra a partir do referencial S do gêmeo A .

- Referencial S :

$$\Delta t = \frac{2 \cdot L_0}{v}$$

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 8 \text{ anos-luz}}{0,8c}$$

$$\Delta t = 20 \text{ anos}$$

Para o gêmeo A , no referencial S , passam-se 20 anos para o gêmeo B ir ao planeta P e retornar à Terra.

- Referencial S' :

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$\Delta t' = \frac{20}{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

$$\Delta t' = 20 \sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}$$

$$\Delta t' = 20 \sqrt{1 - 0,64}$$

$$\Delta t' = 20 \cdot 0,6$$

$$\Delta t' = 12 \text{ anos}$$

Para o gêmeo **A**, passam-se 12 anos entre a partida e o retorno de seu gêmeo **B** no referencial **S'**. Logo, o gêmeo **B** terá 8 anos a menos que o gêmeo **A** quando retornar à Terra.

O Paradoxo dos Gêmeos surge, então, quando se considera que, do ponto de vista do gêmeo **B**, quem se afastou e depois retornou foi o gêmeo **A**.

Assim, se o gêmeo **B** considerar que ele estava em repouso e seu irmão em movimento, afastando-se e reaproximando-se dele, afirmará terem transcorridos 20 anos em seu referencial, enquanto o tempo atribuído ao seu irmão durante a viagem seria de 12 anos e, assim, para o gêmeo **B**, seu irmão é quem deveria ter 8 anos a menos que ele.

Esse paradoxo é um falso paradoxo, pois, segundo a Relatividade Restrita, a simetria entre referenciais só é válida quando os dois referenciais são inerciais, o que não é o caso desse experimento. Logo não há paradoxo algum.

No experimento de pensamento apresentado, somente o referencial **S** do gêmeo **A** é inercial em todos os momentos. O gêmeo **B**, ao partir da Terra, está em um referencial acelerado, passando do repouso à velocidade **v**, para só depois mantê-la durante a viagem. Ao chegar ao planeta P, o referencial também não é inercial, pois ocorre a desaceleração da espaçonave, para, na partida em direção a Terra, voltar a acelerar até alcançar a velocidade constante **v** durante a viagem, desacelerando novamente ao aproximar-se da Terra.

Assim sendo, podemos afirmar, que após o retorno da espaçonave, o gêmeo **A** estará mais velho que o gêmeo **B**.

Tendo-se em mente as diferenças nas medições de espaço e de tempo entre diferentes referenciais inerciais, como vimos nos experimentos de pensamento apresentados, surge a necessidade de substituir as equações da transformação de Galileu por outras que sejam compatíveis com os postulados dessa nova teoria. É o que analisaremos na seção a seguir.

1.7 A Transformação de Lorentz

Na Teoria da Relatividade Restrita, as equações da transformação de Galileu, que relacionam as coordenadas de dois referenciais inerciais na Mecânica Clássica, tornam-se inúteis, uma vez que não são compatíveis com o postulado da constância da velocidade da luz. Torna-se necessário, então, adotar um novo conjunto de equações para substituir a transformação de Galileu, e este é conhecido como *transformação de Lorentz*. Sob o conjunto de equações da transformação de Lorentz, as leis da Física mantêm a mesma forma quando consideramos referenciais inerciais, ou seja, o princípio da relatividade da Relatividade Restrita é válido.

Esse novo conjunto de equações, compatíveis com os postulados da Relatividade Restrita, relacionam as coordenadas x', y', z', t' de um dado evento no referencial S' a partir das coordenadas x, y, z, t do mesmo evento no referencial S , sendo ambos os referenciais inerciais se movendo um em relação ao outro na direção do eixo x com velocidade v . São essas equações as seguintes:

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + vt') \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)\end{aligned}$$

Assim como suas inversas:

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - vt) \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)\end{aligned}$$

O coeficiente γ que aparece nessas equações, e também nas equações envolvidas nos fenômenos da dilatação dos tempos e contração dos comprimentos, depende

exclusivamente da relação entre a velocidade da luz c e a velocidade v dos referenciais inerciais considerados, ou seja, o coeficiente γ independe das coordenadas do evento em qualquer referencial.

Precisamos atentar ao fato de que, quando consideradas velocidades muito inferiores que a de propagação da luz, ou seja, quando $v \ll c$, a Mecânica Relativista se reduz à Mecânica Clássica. Isso quer dizer que, ao considerarmos velocidades com as quais convivemos cotidianamente, a teoria de Newton é tão descritiva e preditiva quanto a teoria de Einstein, apesar de seus arcabouços teóricos serem distintos.

Assim sendo, para velocidades v muito menores que a da propagação da luz c , a equação $x = \gamma(x' + vt')$ da transformação de Lorentz deve se reduzir à equação $x = x' + vt'$ da transformação de Galileu, e, para que isso ocorra, o coeficiente γ deve tender a 1 quando v/c tender a zero.

Lorentz chegou, em 1904, a este conjunto de fórmulas a fim de simplificar os cálculos de fenômenos e salvar a noção do éter luminífero. Segundo Santos (2009, p. 5):

Lorentz expôs muito claramente quais eram as hipóteses com que estava a trabalhar, uma das quais era a de que uma partícula elementar em movimento relativamente ao éter sofreria uma contracção no sentido do movimento, contracção essa que seria exactamente do valor necessário para explicar o resultado da experiência de Michelson-Morley.

Por sua vez, Einstein não interpretava as equações da transformação de Lorentz, às quais também chegou independentemente de Lorentz, como exprimindo contrações da matéria em um espaço-tempo clássico, para explicar de maneira *ad hoc* os resultados de Michelson-Morley. Para Einstein, que as deduziu a partir dos postulados de sua teoria, elas exprimiriam alterações no próprio espaço e tempo, segundo os diferentes referenciais.

Sobre essa posição de Einstein, comenta Russell (1925/1966, p. 61):

[...] foi Einstein quem demonstrou que tudo era como se devia esperar, e não um conjunto de artifícios para justificar os surpreendentes resultados da experimentação. Não obstante, não se deve esquecer que os resultados experimentais deram o motivo original de toda a teoria e continuaram sendo o motivo de se empreenderem enormes reconstruções lógicas englobadas nas teorias de Einstein.

Portanto, com a expansão do princípio da relatividade a todas as leis físicas, somado à invariância da velocidade de propagação da luz, Einstein conseguiu fundamentar teoricamente alguns resultados alcançados em experimentações. Isso porque, uma vez aceitos os postulados da Relatividade Restrita, surge a necessidade de ressignificar várias noções básicas da Física: com a interrelação dos conceitos de espaço

e tempo surge a noção do *continuum* espaço-temporal da Relatividade Restrita; e, estendendo-se à Relatividade Geral, a noção de espaço-tempo curvo, a partir da adoção de uma nova geometria para o espaço-tempo, e a interrelação entre os conceitos de massa e energia, resultando na noção de matéria-energia.

Nas seções a seguir, focar-nos-emos na noção de espaço-tempo, a principal reconstrução englobada pela Relatividade Restrita, e em suas características lógicas, diferenciando-a das noções de espaço e de tempo absolutos da Mecânica Clássica.

1.8 A Mudança do Espaço e Tempo Absolutos para o Espaço-Tempo

Em sua obra publicada em 1687, Newton expõe um conjunto de três leis que fundamenta todos os fenômenos mecânicos. São elas: o Princípio da Inércia, o Princípio Fundamental da Dinâmica e o Princípio da Ação e Reação. Entretanto, essas três leis do movimento são válidas somente para os referenciais inerciais. Podemos, então, afirmar que a mecânica newtoniana distingue entre dois tipos de referenciais: os inerciais e os não inerciais. Sobre os diferentes referenciais comentam Porto e Porto (2008, p. 1603-2-1603-3):

De fato, se formos capazes de identificar um observador para quem as Leis de Newton constituem uma verdade física, todos aqueles que se movam com velocidade constante em relação a ele também serão inerciais, ao passo que aqueles que se moverem com aceleração não nula em relação ao primeiro serão não inerciais. Note-se, porém, que poderíamos inverter a afirmação anterior e legitimamente afirmar que é o primeiro observador que está acelerado em relação a esses últimos. No entanto, segundo a física newtoniana, aparentemente a Natureza possui um critério absoluto de distinção entre as duas afirmações, um caráter absoluto da aceleração dos corpos, não em relação uns aos outros, mas com referência a um suposto espaço absoluto. A existência completamente objetiva deste espaço absoluto se torna, portanto, um elemento fundamental à consistência lógica da teoria newtoniana do movimento.

A mecânica de Newton é dependente da noção de espaço absoluto, uma vez que este é o sistema de referência em repouso absoluto a partir do qual o repouso e o movimento dos referenciais inerciais e não inerciais podem ser determinados. Nessa teoria, o espaço absoluto é considerado o referencial privilegiado.

A noção de espaço absoluto está atrelada à noção de tempo absoluto que, não tendo nenhuma relação com o que lhe é externo, é, assim, imutável. Seguem abaixo as

noções de espaço absoluto e de tempo absoluto nas palavras de Newton (1687/1974, p. 14; 1687/1846, p. 77):

I. O tempo absoluto, verdadeiro e matemático flui sempre igual por si mesmo e por sua natureza, sem relação com qualquer coisa externa, chamando-se como outro nome “duração” [...]

II. O espaço absoluto, por sua natureza, sem nenhuma relação com algo externo, permanece sempre semelhante e imóvel.

Na concepção de espaço e tempo da Física Clássica há uma coordenada universal de tempo, e, para cada valor de tempo t , temos uma seção do espaço tridimensional euclidiano, no qual são necessárias três coordenadas x, y, z para delimitar um ponto. As coordenadas espaciais são independentes da coordenada temporal e vice-versa, tendo em vista que o espaço e o tempo são noções absolutas.

Todavia, as noções de espaço e tempo absolutos da Mecânica Clássica são incompatíveis com os postulados da Relatividade Restrita e suas consequências. Os princípios da relatividade e da constância da velocidade da luz determinam uma interdependência entre as coordenadas espaciais e a temporal, pois alterações nas medições do espaço estão relacionadas a alterações nas medições do tempo, e vice-versa.

Vimos no experimento de pensamento acerca do fenômeno da contração dos comprimentos que, uma vez aceito o princípio da constância da velocidade da luz, chegamos à conclusão de que dois observadores em referenciais inerciais que se movem entre si com certa velocidade medem diferentes comprimentos de um mesmo objeto. O caráter relativo das medições espaciais é contrário à existência do espaço absoluto¹¹.

A noção de tempo absoluto mostra-se igualmente incompatível com a Relatividade Restrita. No experimento de pensamento acerca da dilatação dos tempos vimos que observadores em referenciais inerciais que se movem entre si com certa velocidade medem diferentes valores de intervalos de tempo entre dois eventos, isto é, medem intervalos de tempo relativos ao seu referencial. Logo, da mesma maneira que o espaço absoluto, a noção de tempo absoluto deixa de ser válida na teoria einsteiniana.

A questão das diferentes medições de intervalos de tempo e de espaço por referenciais inerciais em movimento entre si traz à tona a necessidade de adotar outra entidade geométrica como espaço de eventos para a Relatividade Restrita. Esse novo espaço é necessariamente quadridimensional, já que é preciso quatro coordenadas

¹¹ Devemos lembrar, entretanto, que a versão de Lorentz conciliava as medições espaciais relativas com a existência do espaço absoluto.

dependentes entre si (x, y, z, t) para determinar a localização de um evento. E, devido à interdependência entre as coordenadas espaciais e a coordenada temporal, esse novo espaço de eventos é denominado *continuum espaço-tempo*.

Sobre a interdependência entre as coordenadas espaciais e a coordenada temporal, comenta Russell (1925/1966, p. 55):

Se você alterar a maneira de medir a posição de dois acontecimentos no espaço, poderá também alterar o intervalo de tempo entre os mesmos. Se você alterar a maneira de contar o tempo da ocorrência, de dois acontecimentos, poderá alterar também a distância, no espaço, entre eles. Assim, o tempo e o espaço não são mais independentes, como não o são as três dimensões do espaço. Ainda necessitamos de quatro quantidades para determinar a posição de um acontecimento, porém não mais podemos, como antes, separar uma das quatro como sendo independente das outras três.

Observamos, assim, uma alteração na estrutura matemática subjacente à Mecânica: a estrutura adotada pela Relatividade Restrita é um espaço-tempo quadridimensional, análogo à geometria euclidiana por ser considerado plano e compatível com as coordenadas cartesianas.

Minkowski foi o primeiro a propor e estudar o espaço quadridimensional, e que, por esse motivo, é denominado de Espaço de Minkowski. O Espaço de Minkowski é a estrutura geométrica associada ao *continuum* espaço-tempo próprio da Teoria da Relatividade Restrita.

Vejamos, na seção a seguir, as principais propriedades do espaço de Minkowski e a nova métrica que impõe à Relatividade Restrita.

1.9 O Espaço de Minkowski

Hermann Minkowski foi um matemático alemão que se dedicou à Teoria da Relatividade em seus dois últimos anos de vida. Quando de sua morte, tinha publicado apenas um artigo sobre a Relatividade intitulado “As equações fundamentais para os processos eletromagnéticos em corpos em movimento” (“*Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*”), datado de 1908, porém dois outros artigos de sua autoria acerca do tema foram publicados postumamente.

Segundo Santos (2009, p. 9), Minkowski tinha “[...] a capacidade de introduzir conceitos geométricos em áreas onde, até aí, estes pareciam não serem aplicáveis”. Foi

o caso do espaço de Minkowski, estrutura matemática que torna a Relatividade Restrita de mais fácil compreensão.

Sobre o espaço-tempo enquanto espaço quadrimensional, ressalta Bachelard (2006, p. 38):

Que belo exemplo o da fusão da matemática do espaço e do tempo! Tal união tem tudo contra si: a nossa imaginação, a nossa vida sensorial, as nossas representações; só vivemos o espaço suspendendo o curso do tempo. Mas o espaço-tempo tem por si a sua própria álgebra. Está em relação total e em relação pura.

Analisemos, então, o espaço de Minkowski, a estrutura matemática da Teoria da Relatividade Restrita.

No espaço de Minkowski, cada elemento básico é determinado por quatro coordenadas (x, y, z, t) e é chamado de *evento*. Um evento é um *ponto do universo* de algum fenômeno físico, e como estes se desenvolvem no tempo, é necessário considerarmos pelo menos dois eventos para cada processo, um evento inicial e um evento final, como por exemplo, a posição de uma partícula num certo momento e sua posição num momento posterior.

Entre dois eventos demarcados no espaço-tempo temos uma linha, esta é chamada de *linha de universo*. A linha de universo é formada por todos os *pontos do universo* do processo considerado. No caso da partícula, a linha de universo dela é a trajetória que ela tem no *continuum* espaço-temporal quadridimensional. No caso do processo apresentar eventos que se separam a uma velocidade constante, sua linha de universo é uma linha reta, como no caso de uma partícula com movimento retilíneo e uniforme.

Landau e Lifshitz (1951/1980, p. 17) nos esclarecem acerca desses conceitos e suas relações no exemplo de uma partícula sendo considerada:

Neste espaço um evento é representado por um ponto. Esses pontos são chamados pontos do universo. A qualquer partícula corresponde uma certa linha (linha de universo) neste espaço quadridimensional. Os pontos desta linha determinam as coordenadas da partícula em todos os momentos do tempo. A uma partícula material em movimento retilíneo uniforme corresponde uma linha do universo que é uma reta.

Entre dois eventos, ou dois pontos de uma linha de universo, temos um *intervalo* do espaço-tempo: “[...] o intervalo entre dois eventos pode ser considerado como a distância entre os dois pontos do universo correspondentes num sistema de coordenadas quadridimensional” (LANDAU e LIFSHITZ, 1951/1980, p. 24). Esse intervalo é

calculado através das coordenadas espaciais e temporal de cada um dos eventos delimitados no espaço-tempo.

O primeiro passo para calcularmos o intervalo entre dois eventos e_1 e e_2 é avaliar a distância espacial entre eles para um referencial, que denominamos de ΔR , através das coordenadas x, y, z e x', y', z' respectivamente. Para isso, observemos o exemplo da **Figura 16**.

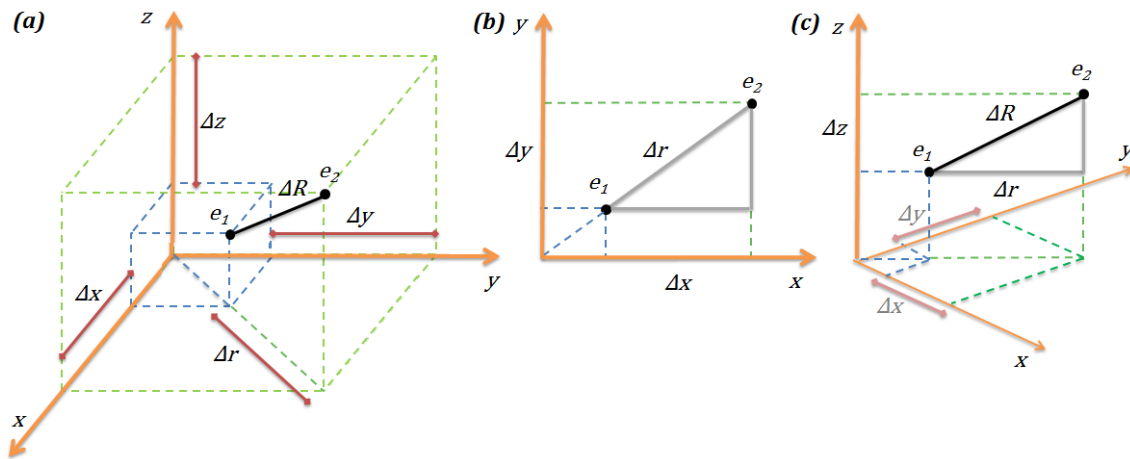


Figura 16 - Eventos no espaço
(figura nossa)

Nessa figura, temos: em **(a)**, a representação gráfica das três dimensões do espaço, com todos os intervalos necessários para calcularmos a distância ΔR entre os eventos e_1 e e_2 ; em **(b)**, três desses intervalos que podemos relacionar através do teorema de Pitágoras; e em **(c)**, outros três intervalos que também podemos relacionar através do teorema de Pitágoras. Assim, temos:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \Delta r^2 &= \Delta x^2 + \Delta y^2 && \text{a partir da figura (b)} \\
 (2) \quad \Delta R^2 &= \Delta r^2 + \Delta z^2 && \text{a partir da figura (c)} \\
 (3) \quad \Delta R^2 &= \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 && \text{substituindo (1) em (2)}
 \end{aligned}$$

Aqui trabalhamos isoladamente com as coordenadas espaciais. Mas precisamos colocar ao lado das coordenadas espaciais a coordenada temporal, e, para isso, ela precisa ser escrita na mesma unidade que as coordenadas espaciais. Sabemos da possibilidade de calcular intervalos de espaço através da relação entre velocidade e intervalo de tempo, assim podemos multiplicar o intervalo de tempo entre os dois eventos considerados pela velocidade de propagação de interações para acharmos a coordenada temporal. Na Relatividade Restrita, a velocidade limite de propagação de interações é constante e finita, tendo valor c , igual ao da velocidade da luz. Na

Mecânica Clássica, a interação tinha velocidade infinita, motivo pelo qual não havia duvida sobre a simultaneidade de eventos.

Denominamos o valor do intervalo de tempo em unidade de medida de espaço pelo termo τ . Logo $\tau = c\Delta t'$, sendo que $\Delta t'$ denomina o *tempo próprio*, como vimos no experimento de pensamento sobre a dilatação dos tempos.

Voltemos, então, ao resultado desse experimento. Na *Seção 1.4*, chegamos à relação entre tempo próprio $\Delta t'$ e o tempo medido em um referencial em movimento, Δt .

$$(c\Delta t)^2 - (v\Delta t)^2 = (c\Delta t')^2$$

Sabendo que

$$\Delta R = v\Delta t$$

$$\tau = c\Delta t'$$

$$\Delta R^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

podemos substituir na equação anterior:

$$(c\Delta t)^2 - (v\Delta t)^2 = (c\Delta t')^2$$

$$(c\Delta t)^2 - (\Delta R)^2 = \tau^2$$

$$\tau^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

Agora considerando

$$x_1 = c\Delta t$$

$$x_2 = x$$

$$x_3 = y$$

$$x_4 = z$$

a equação toma a seguinte forma:

$$\tau^2 = \Delta x_1^2 - \Delta x_2^2 - \Delta x_3^2 - \Delta x_4^2$$

Assim, para dois referenciais inerciais S e S' que se movem entre si, temos que:

$$\tau^2 = \Delta x_1^2 - \Delta x_2^2 - \Delta x_3^2 - \Delta x_4^2 = \Delta x_1'^2 - \Delta x_2'^2 - \Delta x_3'^2 - \Delta x_4'^2$$

As relações que estabelecem a distância entre dois pontos em um espaço de quaisquer dimensões chamam-se *métrica* do espaço. Essas equações que deduzimos são a métrica do espaço-tempo da Relatividade Restrita. Com essa estrutura matemática, os postulados da teoria mantêm-se verdadeiros.

Concluimos, então, que o intervalo entre dois eventos e_1 e e_2 no espaço-tempo é sempre calculado igual para todo e qualquer referencial inercial. Esse intervalo entre

dois eventos no espaço-tempo é assim um objeto físico ou uma invariante, no sentido de não depender das particularidades do observador.

Os valores relativos aos referenciais são encontrados somente quando tomamos as coordenadas espaciais e temporal separadamente, como no caso dos experimentos de pensamento apresentados, resultando nos fenômenos da dilatação dos tempos e contração dos comprimentos. Sobre esses valores relativos, comenta Ghins (1990/1991, p. 156):

Evidentemente, em cada referencial inercial é sempre possível efetuar uma divisão do espaço-tempo em um espaço tridimensional, conjunto dos lugares possíveis de acontecimentos simultâneos, e um feixe de “fibras” temporais unidimensionais. Mas esta divisão não tem valor universal, como era o caso da mecânica clássica.

Tendo seu espaço quadridimensional dado sustentação à Relatividade Restrita, Minkowski (1909, tradução nossa¹²) chega à conclusão de que “[...] daqui em diante, espaço por si próprio e tempo por si próprio estão condenados a desaparecer nas sombras, e somente uma espécie de união dos dois preservará ainda uma autonomia”.

O espaço-tempo da Relatividade Restrita, estruturado pelo espaço e métrica de Minkowski, apresenta propriedades específicas, e é isso que veremos na seção a seguir.

1.10 Os Cones de Luz e os Planos de Simultaneidade

O espaço-tempo da Teoria da Relatividade Restrita possui algumas propriedades interessantes: os *cones de luz* e os *planos de simultaneidade*.

Para entendermos os cones de luz, consideremos a seguinte situação: um pulso de luz que se propaga a partir de um ponto **P** do espaço-tempo. Conforme este sinal se expande, podemos representar a trajetória de suas ondas luminosas como uma esfera que aumenta de proporção à velocidade da luz. Este movimento de expansão das ondas luminosas a partir de um ponto forma em um diagrama espaço-temporal o que se denomina de cone de luz, como na **Figura 17**.

¹² Tradução nossa do original: “Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren”.

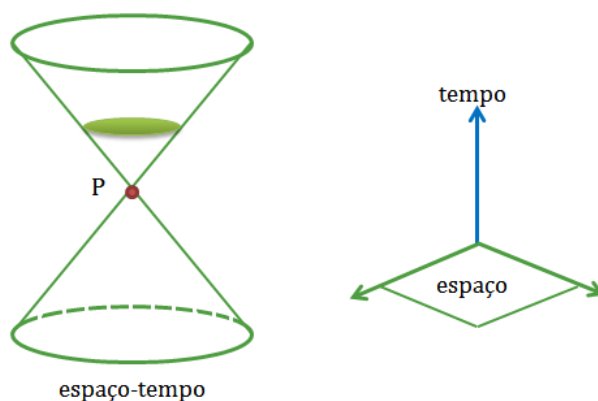


Figura 17 - Cone de luz
(PENROSE, 1997/1998, p. 17)

Neste diagrama, temos o tempo passando verticalmente e os planos horizontais referindo-se às coordenadas espaciais, representadas em apenas duas de suas três dimensões. O ponto **P** no centro do diagrama espaço-temporal representa o local e o momento onde ocorreu a emissão do pulso de luz, a origem do evento, e os planos horizontais circulares acima de **P** representam a trajetória das ondas luminosas que se expandem à velocidade da luz. O cone abaixo de **P** é a representação de raios de luz chegando a **P**.

Podemos, também, representar um cone de luz através de um diagrama bidimensional, no qual fica explícita a relação entre a velocidade v de um fenômeno físico e a velocidade da luz c (**Figura 18**).

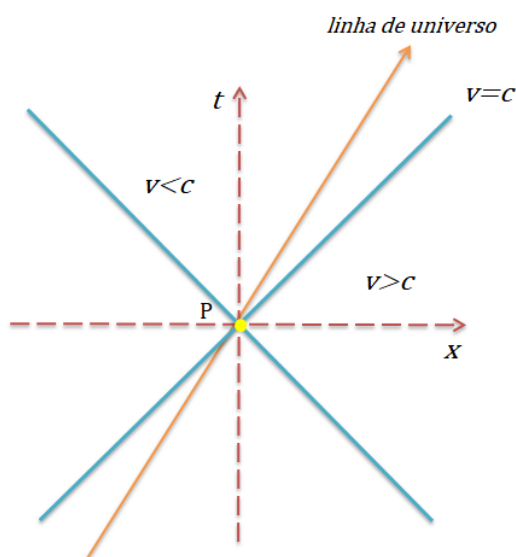


Figura 18 - Cone de luz: relação entre v e c

As linhas de universo que passam pela origem do cone de luz e seguem dentro dele, como o exemplo representado no gráfico, apresentam velocidade menor do que a da luz ($v < c$). As linhas de universo que passam pela origem do cone de luz e seguem no seu limite apresentam velocidade igual à da luz — é o caso dos fótons, as partículas da luz. Caso seja provada a existência de partículas que se movimentem com velocidade acima da velocidade da luz ($v > c$), sua linha de universo será representada por uma linha que passa pela origem do cone, mas segue fora dele.

Os cones de luz são divididos pelo presente (ponto **P**) em passado e futuro. Temos que o cone representado abaixo do ponto **P** é o cone de luz passado e o cone acima é o cone de luz futuro, como representado abaixo (**Figura 19**).

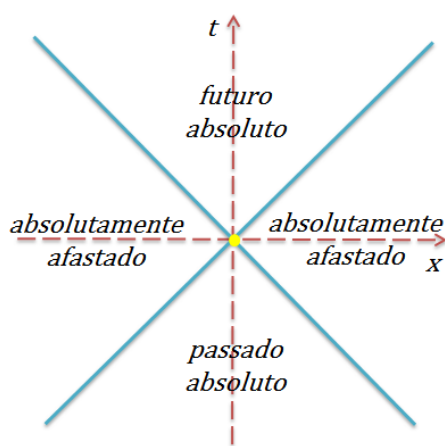


Figura 19 - Cones de luz futuro e passado
(LANDAU e LIFSHITZ, 1951/1980, p. 20)

Os limites do cone de luz mostram os limites da causalidade de um fenômeno no espaço-tempo, uma vez que a velocidade da luz é a velocidade limite de interações. O cone de luz futuro mostra os limites de atuação de um fenômeno a partir da origem em direção ao futuro, enquanto o cone de luz passado mostra os limites de tudo o que atuou sobre o fenômeno em determinado instante. Aquilo que está fora do cone de luz e, portanto, além dos limites de causalidade é chamado de “absolutamente afastado” ou “com separação tipo espaço” e não interage de qualquer forma com o fenômeno em questão.

Os cones de luz nos ajudam a compreender outra propriedade do espaço de Minkowski: os planos de simultaneidade.

Estipular a simultaneidade entre eventos na Mecânica Clássica não era um problema, pois a teoria afirmava a velocidade infinita de interação com o suporte do

tempo absoluto que, assim, determinava todos os planos de simultaneidade independentemente do movimento ou não dos observadores.

Entretanto, com a Teoria da Relatividade, sabemos que a velocidade de interação máxima é finita e igual a velocidade da luz. Nas palavras de Landau e Rumer (1959/2003, p. 40, *tradução nossa*¹³):

O princípio da relatividade mostra que a existência de uma velocidade limite intrínseca na natureza própria das coisas. [...]

A velocidade da luz desempenha um papel tão excepcional na natureza só porque essa velocidade é o limite para o movimento de qualquer coisa.

Logo, não há simultaneidade absoluta. Cada observador mede intervalos diferentes de tempo (tempos próprios) condizentes com o movimento de seu referencial, e, por isso, não contam com o suporte de coordenadas universais de tempo.

Para entendermos como se dá a simultaneidade na Teoria da Relatividade devemos imaginar dois observadores inerciais, sendo que um se move com velocidade constante em relação ao outro através do espaço-tempo, conforme a **Figura 20**.

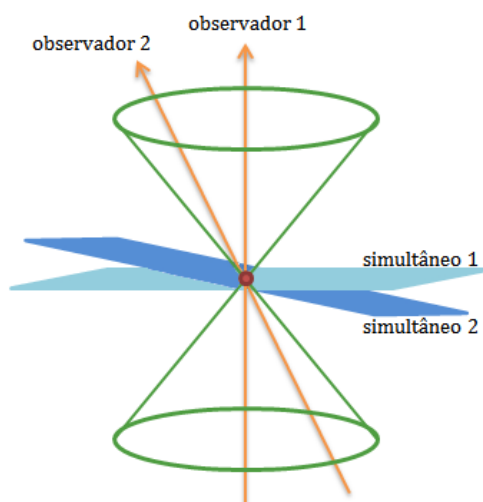


Figura 20 - Planos de simultaneidade
(PENROSE, 1997/1998, p. 18)

Cada observador, representado por sua linha de universo específica, traça os seus próprios planos de simultaneidade, pois os eventos que são percebidos simultaneamente por um observador dependem das condições de seu referencial, podendo estes eventos serem percebidos de maneira diferente por outros observadores. Temos, portanto, o cone de luz cortado por dois planos de simultaneidade no momento presente marcado

¹³ Tradução do original: “The principle of relativity shows that the existence of a limiting speed is intrinsic in the very nature of things. [...] The speed of light plays such an exceptional part in nature just because this speed is the limit for the movement of anything whatsoever.”

pelo ponto **P**, o plano de simultaneidade 1 compatível com as condições de movimento do observador 1 e o plano de simultaneidade 2 compatível com o observador 2.

Com os cones de luz e os planos de simultaneidade temos mais uma oportunidade de observar como a visão de mundo subjacente à Teoria da Relatividade Restrita é distinta daquela visão da Mecânica Clássica. Na próxima seção, seguem alguns comentários nesse sentido.

1.11 Algumas Considerações acerca da Noção de Espaço-Tempo da Relatividade Restrita

Na Relatividade Restrita, o Princípio da Relatividade estabelece a equivalência entre todos os referenciais inerciais e a simetria existente entre referenciais desse tipo impossibilita determinar qual deles encontra-se em repouso ou em movimento.

Apesar de estabelecer a equivalência entre os referenciais inerciais, estes têm um papel privilegiado dentro da teoria¹⁴: somente para os referenciais inerciais é que as equações que expressam as leis da natureza são idênticas. Assim sendo, não é possível afirmar a equivalência da formulação das leis gerais da natureza para todos os referenciais. Sobre isso comenta Falciano (2009, p. 4308-2):

[...] os referenciais inerciais ainda possuem um papel privilegiado. Existe uma distinção qualitativa entre referenciais inerciais e referenciais não-inerciais ou tidos como acelerado no sentido newtoniano. [...]

Esta não equivalência entre os referenciais inerciais e não-inerciais é manifestada na manutenção do caráter absoluto da estrutura espaço-temporal. [...]

Na relatividade restrita, [...] as noções separadamente de espaço absoluto e tempo absoluto devem ser abandonadas e no seu lugar é introduzida uma nova noção de espaço-tempo absoluto. Note que, embora tenhamos uma generalização para a noção de espaço-tempo, a teoria preserva a entidade absoluta que define a arena na qual os fenômenos físicos devem se desenrolar. [...]

É importante salientar que a “origem” da inércia dos corpos materiais está fundamentada na existência do espaço-tempo absoluto pois é com relação a este espaço que ela é definida.

¹⁴ O privilégio dos referenciais inerciais deixou de existir com a Relatividade Geral. Buscando conciliar a gravitação com a Relatividade Restrita, Einstein generalizou sua teoria a fim de abarcar também os referenciais não inerciais. O resultado foi a Teoria da Relatividade Geral, na qual o princípio da relatividade é aplicado à totalidade de referenciais, os inerciais e os não inerciais. Nosso trabalho, entretanto, não se estenderá à Relatividade Geral.

Assim, quando consideramos a totalidade de intervalos entre eventos no espaço-tempo, que, como vimos, são objetos físicos já que independem das particularidades dos observadores, podemos concluir a existência do *espaço-tempo absoluto*, essa “arena na qual os fenômenos físicos devem se desenrolar” da qual Falciano falou.

O maior erro ao se pensar a Teoria da Relatividade é acreditar que ela dá condição de relativo a tudo, sendo que, na verdade, a teoria de Einstein nos dá os parâmetros para diferenciarmos o que é relativo daquilo que é absoluto. Nas palavras de Russell (1925/1966, p. 176): “A teoria não diz que tudo é relativo; ao contrário, fornece uma técnica para distinguir o que é relativo do que pertence de direito a uma ocorrência física”.

Devemos concluir, portanto, que nem tudo é relativo na Teoria da Relatividade. Nas palavras de Cindra (1994, p. 31):

[...] a teoria da relatividade não concebe nenhum relativismo ontológico ou mesmo epistemológico. A teoria está longe de afirmar que “tudo é relativo”. Na realidade, esta teoria tem alguns elementos essencialmente absolutos: *continuum spatii et temporis est absolutum*.

A Teoria da Relatividade traz à tona uma modificação da forma de pensar das ciências. Segundo Bachelard (2006, p. 37):

[...] a novidade relativista não é na sua essência estática; não são as coisas que vêm surpreender-nos, mas é o espírito que constrói a sua própria surpresa e que se envolve no jogo das questões. A Relatividade é mais do que uma renovação definitiva na maneira de pensar o fenômeno físico, é um método de descoberta progressivo.

Isso porque a teoria de Einstein não aparece na história da Física como consequência imediata daquelas teorias que a antecederam, como normalmente é visto no progresso da história das ciências.

Não se pode, portanto, dizer corretamente que o mundo newtoniano prefigura em suas grandes linhas o mundo einsteiniano. É extemporaneamente, quando de improviso se está instalado no pensamento relativista, que se reencontram nos cálculos astronômicos da Relatividade – por mutilações e abandonos – os resultados numéricos fornecidos pela astronomia newtoniana. Não há pois transição entre o sistema de Newton e o sistema de Einstein. Não se vai do primeiro ao segundo acumulando conhecimentos, redobrando de cuidado nas medidas, retificando ligeiramente os princípios. Pelo contrário, é preciso um esforço de novidade total. (BACHELARD, 1934/1979, p. 111)

Com essa quebra proporcionada pela Teoria da Relatividade de Einstein no desenvolvimento da história da Física e com o surgimento de uma nova estrutura de mundo que dela resulta, podemos entender e até concordar com Bachelard (2006, p. 204), apesar das discussões entre os filósofos e historiadores da ciência:

Em suma, as mecânicas contemporâneas, a mecânica relativista, a mecânica quântica, a mecânica ondulatória, são as ciências sem antepassados. Os nossos

bisnetos desinteressar-se-ão, sem dúvida, da ciência dos nossos bisavós. Não verão nela mais do que um museu de pensamentos inativos ou, pelo menos, de pensamentos que só poderão servir como pretexto de uma reforma do ensino.

Entretanto, a visão de mundo da mecânica de Newton, com suas noções de espaço e tempo absolutos, se sustentou por tantos séculos que atualmente está impregnada em nosso imaginário como uma verdade estabelecida, criando uma resistência cultural à teoria de Einstein.

Nos lembram Landau e Rumer (1959/2003, p. 34, *tradução nossa*¹⁵) que:

[...] o “senso comum” do homem medieval resistiu a aceitar o fato de que a Terra gira em torno do sol. Toda a sua experiência diária, com maior segurança, persuadiu o homem medieval de que a Terra está em repouso e que o sol se move ao redor. [...]

O chamado senso comum não representa senão uma simples generalização das noções e hábitos que desenvolvemos em nossa vida diária. É um nível definido de compreensão que reflete um nível particular de experiência.

Para aceitarmos uma teoria revolucionária como a Teoria da Relatividade, com sua nova estrutura do mundo e suas consequências filosóficas, é necessário um esforço de reconstrução da nossa estrutura mental e, conseqüentemente de visão de mundo, para que ela venha a ser, um dia, senso comum. Isso porque as reconstruções mentais suscitadas pelas novas teorias vêm tornando-se cada vez mais distantes do mundo fenomênico usual, pois, como mostra a Teoria da Relatividade e as demais ciências contemporâneas, o que conhecemos sobre o mundo físico é muito mais abstrato do que poderíamos imaginar.

Ainda que fazendo a máxima concessão à Física, só podemos dizer que ela não nos diz nada sobre que coisa se altera e quais são os vários estágios da alteração; ela apenas nos diz que as coisas que se alteram seguem-se a outras periodicamente, ou se espalham com certa velocidade. Talvez nós provavelmente ainda não tenhamos chegado ao fim do processo de eliminação do que seja simplesmente imaginação, para chegarmos ao cerne do verdadeiro conhecimento científico. A Teoria da Relatividade realizou muito nesse sentido, e, ao fazê-lo, levou-nos cada vez mais perto da estrutura nua e crua [...]. Mas, por mais que tenhamos caminhado rumo à abstração, talvez ainda tenhamos de caminhar mais. (RUSSELL, 1966, pp. 181-182)

Com essa breve exposição da Teoria da Relatividade Restrita, podemos nos perguntar: o que é necessário para tais reconstruções? Ou, mais especificamente, retomamos a questão central a ser desenvolvida por esta pesquisa: quais são as

¹⁵ Tradução nossa do original: “[...] the ‘common sense’ of medieval man resisted accepting the fact that the Earth revolves around the sun. All his daily experience did, with greatest assurance, persuade medieval man that the Earth is at rest, and that the sun moves around it. [...] So-called common sense represents nothing but a simple generalization of the notions and habits that have grown up in our daily life. It is a definite level of understanding reflecting a particular level of experiment.”

estruturas mentais necessárias a um sujeito, segundo a Epistemologia Genética, para a compreensão da Relatividade Restrita e como se dá sua construção?

A fim de responder essa questão, no próximo capítulo, apresentamos o Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos (MoSEAOSS), proposto por Ricardo Tassinari (2014) e que sistematiza alguns dos principais resultados da Epistemologia Genética de Piaget.

CAPÍTULO 2

**A EPISTEMOLOGIA GENÉTICA
E O MODELO DO SISTEMA DE ESQUEMA DE AÇÕES
E OPERAÇÕES SOBRE SÍMBOLOS E SIGNOS**

2.1 Apresentação

Nesse capítulo, oferecemos um breve panorama da obra de Piaget, apresentando os conceitos imprescindíveis à nossa análise da Teoria da Relatividade Restrita. Com essa finalidade, na *Seção 2.2*, apresentamos, em linhas gerais, o objetivo da Epistemologia Genética, tendo por foco a noção de estrutura mental; na *Seção 2.3*, apresentamos uma formalização possível da Epistemologia Genética, o Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos, idealizado por Tassinari (2014). Finalizamos esse capítulo com a *Seção 2.4*, expondo algumas características do Período Hipotético-Dedutivo, ou Operatório Formal, no qual, segundo a Epistemologia Genética, o conhecimento científico torna-se possível por meio da construção de modelos e teorias científicas, como a Teoria da Relatividade Restrita.

2.2 A Epistemologia Genética

Pode-se dizer que a proposta geral da Epistemologia Genética de Jean Piaget (1896 – 1980) é compreender como se constroem as estruturas mentais necessárias ao

conhecimento. Nas palavras de Piaget (1970/1983, p. 3): “O que se propõe a epistemologia genética é pois pôr a descoberto as raízes das diversas variedades de conhecimento, desde as suas formas mais elementares, e seguir sua evolução até os níveis seguintes, até, inclusive, o pensamento científico”.

As estruturas mentais são para Piaget, segundo Ramozzi-Chiarittino (1972, p. 5 e 24), “[...] a estrutura biológica que seria responsável pela capacidade que o ser humano tem de adquirir conhecimento que implica uma lógica”, isto é, “[...] estruturas orgânicas como quaisquer outras do nosso organismo, mas específicas para o ato de estabelecer relações lógicas.”.

As estruturas mentais não são nem abstraídas diretamente da experiência e nem estão presentes no sujeito desde seu nascimento: são construídas na interação entre o sujeito e o meio. As relações lógicas estabelecidas pelas estruturas mentais dão origem às noções de espaço, tempo, número, causalidade, entre outras, e que são responsáveis pela organização dos dados da percepção. Para Piaget (1970/1983, p. 3):

[...] o conhecimento não poderia ser concebido como algo predeterminado nas estruturas internas do indivíduo, pois que estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nos caracteres preexistentes do objeto, pois que estes só são conhecidos graças à mediação necessária dessas estruturas; e estas estruturas os enriquecem e enquadram (pelo menos situando-os no conjunto dos possíveis).

Em outras palavras, todo conhecimento comporta um aspecto de elaboração nova, e o grande problema da epistemologia é o de conciliar esta criação de novidades com o duplo fato de que, no terreno formal, elas se acompanham de necessidade tão logo elaboradas e de que, no plano do real, elas permitem (e são mesmo as únicas a permitir) a conquista da objetividade.

A essa capacidade do sujeito em constituir-se a si mesmo enquanto sujeito e de construção do real para si, ou seja, a capacidade em modificar-se e modificar o meio no qual está inserido através das transformações em suas estruturas mentais, Piaget (1937/1975, p. 16) chama de adaptação: “[...] há adaptação quando o organismo se transforma em função do meio, e essa variação tem por efeito um incremento do intercâmbio entre o meio e aquele, favorável à sua conservação, isto é, à conservação do organismo”.

É na regularidade das transformações às quais as estruturas mentais estão submetidas que se encontra a inteligibilidade de desenvolvimento mental.

Segundo Piaget (1964/2002, p. 18, grifo nosso): “No recém-nascido, a vida mental se reduz ao exercício de aparelhos reflexos, isto é, às coordenações sensoriais e motoras de fundo hereditário que correspondem a tendências instintivas, como a nutrição”. Assim, para o sujeito do conhecimento, os reflexos hereditários e o meio no

qual o sujeito está inserido são as condições de partida para seu desenvolvimento cognitivo.

A partir dos reflexos e da interação com o meio, o sujeito constrói, através da adaptação, com seus polos de *assimilação* e *acomodação*, os primeiros *esquemas de ações*.

A definição de *esquema de ação*, segundo Piaget (1970/1973, p. 74), é: “[...] o que nelas [ações] é geral e se pode transpor de uma situação à outra [...] É o resultado direto da generalização das próprias ações e não de sua percepção e não é, como tal, absolutamente perceptível.”.

Ou seja, segundo Marçal (2009, p. 31), o esquema de ação é “[...] aquilo que, na ação, é transponível e generalizável, i.e., o que em cada ação pode ser universal e necessário, portanto condição *sine qua non* para o conhecimento.” E continua, “[...] o que é transponível e generalizável, portanto, universalizável, nas ações, são as estruturas das ações que lhe permitem as mesmas relações entre os objetos ou entre esses e seu corpo.” (MARÇAL, 2009, p. 31).

A fim de compreender a definição de esquema de ações, tenhamos em mente que a definição de ação, como dada por Tassinari (2012, p. 55-56):

A ação é entendida como um comportamento que depende das estruturas do sujeito-organismo como um todo e, assim, ela não é um simples movimento qualquer do sujeito-organismo descontextualizado de outros movimentos. Nesse sentido, a ação depende da estrutura mental do sujeito epistêmico, desde o nascimento até o fim de sua vida e, ao mesmo tempo, influencia a construção da estrutura mental.

A *assimilação* é atividade responsável pela inclusão de novos objetos a certo esquema de ação por meio da utilização desse objeto em uma ação com certo esquema; nesse sentido, a *assimilação* é responsável por atribuir significação aos objetos. A *acomodação*, por sua vez, é o processo de alteração de um ou mais esquemas de ação, realizada pelo sujeito, para melhor assimilar os objetos. *Assimilação* e *acomodação* são polos complementares do processo de adaptação.

Nas palavras de Ramozzi-Chiarittino: “[...] a *assimilação* consiste em uma incorporação dos objetos aos esquemas de ação do sujeito. Esses esquemas, que podem ou não aplicar-se aos objetos, são passíveis de modificação. Essa modificação é o que Piaget chama de ‘acomodação’.”.

E complementa:

Para Piaget, o conhecimento é inconcebível sem *assimilação* do real a uma estrutura do sujeito. Isso quer dizer que ele parte da aceitação de um sujeito epistêmico que desempenha um papel ativo no conhecimento sob a forma de

uma estruturação, não mais como na teoria de Kant, imposta a priori pelo sujeito a toda experiência, mas sob forma de uma construção progressiva conservando os caracteres de necessidade interna própria ao a priori, quer dizer, sob uma forma dinâmica e não mais estática. (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 1972, p. 75)

No início do Período Sensório-Motor, os esquemas de ações, construídos a partir dos reflexos, não se coordenam entre si, mantendo-se isolados. Em especial, o sujeito não possui uma noção de espaço objetivo, mas um conjunto de espaços práticos, espaços estes que são relativos aos esquemas de ações que o sujeito possui (espaço bucal, visual, tátil, etc.).

Posteriormente à aquisição desses esquemas, o sujeito torna-se capaz de coordenar de seus esquemas de ações, isto é, os esquemas de ações não se mostram mais isolados, mas relacionam-se entre si. Essas novas coordenações são possíveis por meio da *assimilação recíproca*, que permite ao sujeito assimilar um mesmo objeto ou situação a diferentes esquemas. Nas palavras de Piaget (1964/2002, p. 20):

[...] os “esquemas” de ação, construídos desde o nível do estágio precedente e multiplicados graças a essas novas condutas experimentais, tornam-se suscetíveis de se coordenarem entre si, por assimilação recíproca [...]. É natural, portanto, que estes diversos esquemas de ação se assimilem entre si, isto é, se coordenem de maneira que uns determinem fim à ação total, enquanto outros lhe sirvam de meios.

Assim, no exemplo do espaço, a assimilação recíproca permite ao sujeito a contínua coordenação de seus espaços práticos (bucal, tátil, etc.), que resultará em um espaço único e objetivo, ao final do Período Sensório-Motor. Nesse período do desenvolvimento, entretanto, a construção de relações espaciais entre os objetos, e seus deslocamentos, se dá exclusivamente no campo da ação prática do sujeito.

No período seguinte, o Período Pré-Operatório, o sujeito consolida sua capacidade de representação, aqui exclusivamente representações dos objetos concretos. Apesar do aparecimento e da consolidação da capacidade representativa, o sujeito somente intui corretamente acerca de representação de situações estáticas dos objetos, não conseguindo ainda representar adequadamente as situações dinâmicas, assim, nesse estágio observamos apenas o início de tal capacidade de representação de objetos concretos a ser alcançada no período seguinte, o Operatório Concreto.

No Período Operatório Concreto, as construções esboçadas no período anterior se completam, colocando o sujeito em um novo patamar de organização, no qual as operações concretas entram em vigor. Quanto a estas operações concretas, diz Piaget (1972/1983, p. 239-240):

Elas se assemelham todas, no plano lógico, ao que chamei de “agrupamento”, quer dizer que elas ainda não são “grupos” e também não são “redes” (são semi-redes, por falta de limites inferiores para umas ou limites superiores para outras): tais são as classificações, as seriações, as correspondências termo a termo, as correspondências simples ou seriais, as operações multiplicativas (matrizes), etc.

E completa Piaget (1964/2002, p. 46) que o sujeito desse período apresenta:

[...] um jogo de operações, coordenadas entre si em sistemas de conjuntos, e cuja propriedade mais notável, em oposição ao pensamento intuitivo da primeira infância, é a de serem reversíveis. [...] a significação verdadeira destas operações, cujo resultado é, portanto, corrigir a intuição perceptiva, vítima, sempre, das ilusões momentâneas [...], para transformar as relações imediatas em um sistema coerente de relações objetivas.

É o agrupamento de operações concretas que explica o comportamento dos sujeitos nesse período, e tem a si subjacente uma lógica própria de funcionamento:

Nessa etapa do desenvolvimento cognitivo, o sujeito do conhecimento precisa reconstruir no plano representativo tudo aquilo que sabe fazer no plano da ação (no plano prático), isto é, coordenar aos seus esquemas de ações as operações concretas. Para Piaget (1970/1983, p. 11):

[...] uma vez que o esquema não se constitui objeto de pensamento, mas reduz-se à estrutura interna das ações, ao passo que o conceito é manipulado pela representação e pela linguagem, segue-se que a interiorização das ações pressupõe sua reconstrução num plano superior e, em consequência, a elaboração de uma série de novidades irreduzíveis aos instrumentos do plano inferior.

Apesar de alcançar com a representação um novo patamar de liberdade em relação à ação sobre os objetos concretos, o sujeito desse período ainda está preso àquilo que a realidade o propõe de maneira imediata, uma vez que sua representação se apoia no concreto.

No Período Hipotético-Dedutivo, ou Operatório Formal, o quarto e último do desenvolvimento cognitivo, observa-se a constituição das operações formais, cuja característica é permitir ao sujeito representar qualquer coisa, real ou possível. Nesse período, segundo Piaget (1964/2002, p. 59):

[...] as operações lógicas começam a ser transpostas do plano da manipulação concreta para o das idéias, expressas em linguagem qualquer (a linguagem das palavras ou dos símbolos matemáticos etc.), mas sem o apoio da percepção, da experiência, nem mesmo da crença. [...] O pensamento formal é, portanto, “hipotético-dedutivo”, isto é, capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente de uma observação real. Suas conclusões são válidas, mesmo independentemente da realidade de fato, sendo por isso que esta forma de pensamento envolve uma dificuldade e um trabalho mental muito maiores que o pensamento concreto.

Sendo as operações formais aplicadas a hipóteses e proposições, constitui-se numa lógica das proposições.

Essas operações formais libertam o sujeito em relação ao real, permitindo a “livre atividade da reflexão espontânea” (PIAGET, 1964/2002, p. 60). Isto é, o pensamento formal determina a realidade objetiva num contexto de possibilidades. Segundo Piaget (1970/1983, p. 28): “É este poder de formar operações sobre operações que permite ao conhecimento ultrapassar o real e que lhe abre a via indefinida dos possíveis por meio da combinatória [...]”.

E diz, ainda, Piaget (1970/1983, p. 30):

[...] é na medida em que se interiorizam as operações lógico-matemáticas do sujeito graças às abstrações refletidoras que elaboram operações sobre outras operações e na medida em que é finalmente atingida esta extemporaneidade que caracteriza os conjuntos de transformações possíveis e não mais apenas reais que o mundo físico e seu dinamismo espaço-temporal, englobando o sujeito como uma parte ínfima entre as demais, começa a tornar-se acessível a uma observação objetiva de certas de suas leis e sobretudo a explicações causais que forçam o espírito a uma constante descentração na sua conquista dos objetos. Em outros termos, o duplice movimento de interiorização e exteriorização que começa desde o nascimento vem garantir esse acordo paradoxal de um pensamento que se liberta enfim da ação material e de um universo que engloba esta última mas a ultrapassa de todas as partes.

É essa descentração e livre atividade da reflexão humana que permite o desenvolvimento de teorias científicas como a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica, uma vez que o sujeito se abre às possibilidades, que apesar de não serem experienciadas objetivamente, podem ser imaginadas e teorizadas de maneira sistemática.

Nesse último período do desenvolvimento cognitivo, temos, portanto, a constituição final da estrutura formada pelos esquemas de ação, os esquemas de operações concretas e os esquemas de operações formais.

No exemplo da construção da noção de espaço, o espaço representativo dos objetos concretos do Período Operatório Concreto é reconstruído em novo patamar, o das operações formais, transformando-se num sistema de operações formais no Período Operatório Formal.

São essas sucessivas reconstruções das estruturas mentais, proporcionadas pelos mecanismos de assimilação e acomodação, que possibilitam a passagem de um estado de menor complexidade ou coordenação das estruturas mentais a um estado superior. Assim, temos que aquilo que era forma em um período do desenvolvimento cognitivo passa a ser conteúdo no período seguinte. Nas palavras de Piaget (1970/1983, p. 43):

[...] as estruturas sensório-motoras são formas em relação aos movimentos simples que elas coordenam, mas conteúdos em relação às ações subjetivadas e conceptualizadas do nível seguinte; as operações “concretas” são formas em relação a estas últimas ações, mas conteúdos em relação às operações já formais do nível 11 a 15 anos; estas não passam de conteúdo em relação às operações que sobre elas recaem nos níveis ulteriores.

Tais transformações, que ocorrem nas estruturas mentais durante todo o desenvolvimento do sujeito do conhecimento, ocorrem também numa escala coletiva, se refletirmos sobre a constituição dos conhecimentos científicos, e suas noções de espaço, tempo, número, causalidade, etc., como presentes na História das Ciências. Então, como não poderia deixar de ser, a Epistemologia Genética busca compreender também como se constroem as estruturas necessárias ao conhecimento em nível das ciências. Segundo Piaget e Garcia (1983/1987, p. 22-23), uma análise histórico-crítica é necessária à Epistemologia Genética porque:

Nestas condições de devir geral está implícito que um conhecimento não poderia estar dissociado de seu conteúdo histórico, e que, por consequência, a história de uma noção fornece alguma indicação sobre seu significado epistemológico [...] O problema central não é, com efeito, o da continuidade ou descontinuidade [...] mas mais propriamente o da existência das próprias etapas e sobretudo o do porquê da sua sucessão.

[...] A principal razão pela qual existe parentesco entre a epistemologia histórico-crítica e a epistemologia genética reside no facto de os dois tipos de análise conduzirem mais tarde ou mais cedo, e qualquer que seja a grande diferença entre os materiais utilizados, a encontrar, a todos os níveis, o problema dos instrumentos e dos mecanismos semelhantes (abstrações reflexivas), não apenas nas interações elementares entre sujeitos e objetos, mas sobretudo no modo como um nível anterior condiciona a formação do seguinte, o que significa [...] colocar os mesmos problemas gerais, comuns a todo o desenvolvimento epistémico.

Se o processo de construção das estruturas do conhecimento na História das Ciências se dá através da passagem constante, dentro de uma disciplina ou área de estudos, de um conhecimento científico determinado (considerado posteriormente inferior) a um conhecimento considerado então superior (uma vez que é mais bem elaborado, abarca maior extensão de fenômenos físicos e cuja previsão acerca destes é mais acertada), apresenta-se, também na análise histórico-crítica, os problemas referentes à natureza das relações entre sujeito e os objetos do conhecimento, sejam eles físicos ou lógico-matemáticos, e dos tipos de instrumentos que o sujeito se serve para resolver problemas. É em relação a estes problemas que é possível avistar um paralelo entre o desenvolvimento histórico-crítico e o psicogenético.

Como no desenvolvimento das estruturas mentais no sujeito do conhecimento, temos que, aqui também, não há saltos entre as etapas de desenvolvimento do conhecimento científico. Para Piaget e Garcia (1983/1987, p. 37):

[...] todo conhecimento, por mais novo que seja, nunca é um primeiro facto totalmente independente daqueles que o precederam. Ele não é senão reorganização de conhecimentos, ajustamentos, correcções, adjunções. Mesmo os dados experimentais desconhecidos, até um determinado momento, não se integram sem mais no conhecimento, é-lhe necessário um esforço de assimilação e de acomodação que condiciona a coerência interna do sujeito.

Ou seja, na História das Ciências, assim como na psicogênese, os fatores sempre presentes no desenvolvimento são também de natureza funcional, não apenas estrutural: “Caracterizam-se pela assimilação das novidades às estruturas precedentes e à acomodação destas às novas aquisições realizadas. [...] Por outras palavras, a transformação contínua dos conhecimentos procede por reorganizações e reequilibrações, passo a passo, sem preformação [...]” (PIAGET e GARCIA, 1983/1987, p. 37).

Sobre essas reestruturações presentes na História das Ciências, diz Piaget (1970/1983, p. 50):

Quando das revoluções científicas, das quais as ciências mais evoluídas da natureza não cessam de nos dar o espetáculo, a maioria das noções clássicas são abaladas e devem submeter-se a reestruturações: o tempo, o espaço físico, as conservações da massa e da energia, etc., com a teoria da relatividade; o contínuo, as relações entre os corpúsculos e as ondas, o próprio determinismo, etc., com a microfísica.

Vemos, então, como a colaboração entre análise histórico-crítica e análise psicogenética é imprescindível à Epistemologia Genética. Tal colaboração abre novas possibilidades de compreensão acerca do conhecimento humano, uma vez que os estudos realizados mostraram haver uma analogia entre o funcionamento que rege o desenvolvimento coletivo e o desenvolvimento do sujeito do conhecimento.

Conta-nos Piaget (1970/1973, p. 13) como:

[...] é impressionante verificar que as transformações mais espetaculares das noções ou estruturas, na evolução das ciências contemporâneas correspondem, quando se estuda a psicogênese dessas mesmas noções ou estruturas, a circunstâncias e características que explicam a possibilidade de suas transformações posteriores.

Uma vez que é na regularidade das transformações às quais as estruturas estão submetidas que se encontra a inteligibilidade de desenvolvimento mental, surge a possibilidade de formalização desse processo. Na seção a seguir, apresentaremos o Modelo do Sistema dos Esquemas de Ação e de Operações sobre Símbolos e Signos de Tassinari (2014), uma das formalizações possíveis dos aspectos mais gerais da construção das estruturas mentais, segundo a Epistemologia Genética.

2.3 O Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos

Algumas das grandes dificuldades em se compreender a Epistemologia e a Psicologia Genéticas são a grande extensão e a abrangência temática da obra de Piaget e seus colaboradores. Isso levou alguns estudiosos a buscarem sistematizações do pensamento piagetiano, a fim de possibilitar uma visão geral, porém precisa, dos conceitos essenciais, e suas concatenações, presentes nessas duas áreas de estudo.

Assim sendo, adotamos como referencial teórico para a pesquisa aqui desenvolvida uma dessas sistematizações: o *Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos*, idealizado por Ricardo P. Tassinari (2014, p. 7), que “[...] articula alguns dos principais resultados (teóricos e experimentais) a que chegaram Piaget e seus colaboradores, em uma visão sistêmica, sistemática e sintética”.

Segundo Ramozzi-Chiarottino (1972, p. 4-5), como salientado, a construção de um modelo da estrutura mental era objetivo de Piaget:

[...] Jean Piaget se propõe a tarefa de proceder diante do fenômeno “comportamento inteligente” como o físico diante dos fenômenos atômicos e eletrônicos. Não podendo observar o fenômeno senão em seus efeitos, lança-se à tarefa de explicá-lo através da criação de um modelo de sua estrutura.

Notemos que o MoSEAOSS já foi aplicado, com a ajuda de colaboradores, para mostrar como se desenvolvem noções lógicas de classes e relações (TASSINARI, 2011), o conhecimento matemático abstrato (FERRAZ e TASSINARI, 2015, e FERRAZ, 2014), a gênese da capacidade de predicação universal e da função proposicional (FERREIRA e TASSINARI, 2013, e FERREIRA, 2011), a noção de espaço (TASSINARI, 2014, p. 16, e MARÇAL e TASSINARI, 2013 e 2014), de tempo (LATANSIO, 2010, p. 86-94, e TASSINARI, 2014, p. 28-33), e processos de resignificação em Terapia Cognitiva (DANTAS, 2016).

Segundo Tassinari (2014, p. 9), o Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos, ou abreviadamente *MoSEAOSS*, foi elaborado

[...] com o espírito de buscar revelar, ainda que abstrata e simplificada, uma estrutura geral e seu funcionamento, o Sistema de Esquemas de Ações (externas e, posteriormente, interiorizadas), que fornece os elementos que possibilitam as diversas estruturas necessárias ao conhecimento do sujeito epistêmico e suas etapas de construção.

Num primeiro momento, Tassinari (2014, p. 10) introduz “[...] hipóteses e definições do MoSEAOSS relacionadas com as hipóteses piagetianas de existência e

construção das estruturas mentais biológicas necessárias aos atos de conhecimento do sujeito epistêmico”.

Devido à importância de certos conceitos dado pelo MoSEAOSS, faz-se interessante lembrá-los:

O esquema de ação é, como vimos na seção anterior, o que possibilita ao sujeito realizar ações de um mesmo tipo em diferentes situações, generalizando seus caracteres e permitindo que tais ações sejam aplicadas a outros objetos e em outras situações, ampliando as possibilidades de ação do sujeito. Assim, como indica Tassinari (2014, p. 11), “Do ponto de vista psicológico, ou seja, de análise das condutas, os esquemas de ação constituem estruturas-átomo do funcionamento do sujeito-organismo epistêmico e os diversos esquemas de ação se coordenam em uma totalidade, em um sistema”. Essa totalidade (ou sistema) formada pelos elementos (estruturas-átomo) esquemas de ação é denominado de *sistema de esquemas de ação*.

Vimos também que a ampliação das possibilidades de ação do sujeito se dá através de dois mecanismos complementares e indissociáveis: a assimilação e a acomodação. A assimilação é responsável pela inclusão de novos objetos no sistema de esquemas de ação por meio da utilização desse objeto em uma ação com certo esquema desse sistema; nesse sentido, a assimilação é responsável por atribuir significado aos objetos em termos de seu uso. A acomodação é o processo de alteração de um ou mais esquemas de ação, realizada pelo sujeito, para melhor assimilar os objetos.

O sistema formado pela coordenação dos esquemas de ações se desenvolve continuamente desde o nascimento. Nas palavras de Tassinari (2014, p. 12), “[...] do ponto de vista do comportamento do sujeito-organismo epistêmico, o seu sistema de esquemas de ações determina o conjunto das ações possíveis de serem realizadas pelo sujeito nas diversas situações, ou seja, imediatamente disponíveis ao sujeito”.

A capacidade do sujeito de agir sobre objetos, isto é, seu sistema de esquemas de ações, torna-se o ponto de partida para uma nova capacidade, a de representação. A capacidade de representação é alcançada através de abstrações reflexivas exercidas sobre as ações do sujeito, assim como sobre o sistema de esquema de ações, que leva à elaboração da função semiótica.

Segundo Piaget e Inhelder (1950/2003, p. 50), a *função semiótica* “[...] consiste em poder representar alguma coisa (um ‘significado’ qualquer: objeto, acontecimento, esquema conceitual, etc.) por meio de um ‘significante’ diferenciado e que só serve para essa representação”.

Piaget considera dois tipos de significantes: o *símbolo* e o *signo*. Cabe lembrar, aqui, estes significantes diferenciados dos significados, que implicam necessariamente em representações. Segundo Piaget (1936/1975, p. 185):

O “símbolo” e o “signo” são os significantes das significações abstratas, das que implicam uma representação. Um “símbolo” é uma imagem evocada mentalmente ou um objeto material escolhido intencionalmente para designar uma classe de ações ou objetos. [...] O símbolo pressupõe, portanto, a representação. [...] O “signo”, por outra parte, é um símbolo coletivo e por isso mesmo “arbitrário”. [...] símbolo e signo apenas são os dois pólos, individual e social, de uma mesma elaboração de significações.

Isto é, um símbolo é um significante que apresenta semelhanças com seu significado, enquanto o signo não apresenta. Por exemplo: o desenho de um gato é um símbolo, um significante que apresenta semelhanças com seu significado, o animal gato; já a palavra “gato” não tem qualquer semelhança com seu significado.

O sujeito age internamente e a essas ações interiorizadas, Piaget denomina *operação*. Segundo Piaget (PIAGET, 1957, p. 44-45):

Df. Nós chamaremos de interiorizada a uma ação executada em pensamento sobre os objetos simbólicos, seja pela representação de seu desenrolar possível e sua aplicação aos objetos reais evocados por imagens mental (tendo então a imagem o papel do símbolo), seja pela aplicação direta aos sistemas simbólicos (signos verbais, etc). Df. Nós nomearemos operações as ações interiorizadas ou interiorizáveis, reversíveis e coordenadas em estruturas totais.

Visando tornar mais claro o conceito de operação de Piaget, Tassinari propõe no MoSEAOSS, os conceitos de operações sobre símbolos e de operações sobre signos. São *operações sobre símbolos* as ações interiorizadas, e seus esquemas, exercidas sobre um estado inicial **a** e um estado final **b** representados por símbolos; e são *operações sobre signos*, por sua vez, as ações interiorizadas, e seus esquemas, exercidas sobre um estado inicial **a** e um estado final **b** representados por signos.

As operações sobre símbolos e signos se coordenam às ações sobre objetos, ampliando as possibilidades de ações do sujeito (ações que deixam de ser unicamente exteriores e passam a ser também interiorizadas), integrando-se ao sistema dos esquemas de ações constituído previamente, formando, assim, o *sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos*. O sistema mantém sempre o mesmo funcionamento, isto é, enriquecem-se por assimilações e acomodações, buscando sempre uma melhor equilíbrio.

Nas palavras de Tassinari (2014, p. 21),

[...] tem-se que as operações sobre símbolos e signos e suas coordenações têm uma forma análoga as das ações exteriores e suas coordenações [...], e que as operações sobre símbolos e signos se coordenam com as ações exteriores de forma a constituir um único sistema de esquemas de ações (exteriores e

interiorizadas) ou, mais explicitamente, um sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos [...]

Tassinari introduz, pois, uma representação para o sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, a ser explorada por meio da Lógica e da Matemática:

Uma ação (exterior ou interiorizada), isto é, a aplicação de um esquema s a um estado inicial a resultando em um estado final b , é representada como $a \xrightarrow{s} b$; e assim, argumenta Tassinari que uma ação pode ser caracterizada:

“(A1) como associada a um par ordenado (a, b) ” (TASSINARI, 2014, p. 14), o que “[...] possibilita considerar os digrafos como formas dos sistemas de esquemas de ação do sujeito-organismo epistêmico” (TASSINARI, 2014, p. 15), quando se determina que “Um *digrafo* D é constituído por um conjunto V_D de elementos quaisquer, chamados de *vértices de* D , e um conjunto A_D de pares ordenados de V_D , chamados de *setas (ou arestas) de* D .” (TASSINARI, 2014, p. 15). O que resulta na seguinte proposição:

Proposição 1. Todo sistema A de esquemas de ação constitui um digrafo D , no qual cada esquema de ação de A que modifica uma situação de um estado x para uma de estado y está associada a uma seta (x, y) de D e cada estado de situação (como os elementos x e y) que A relaciona é um vértice de D . (TASSINARI, 2014, p. 15)

e “(A2) como uma operação s (no sentido da Lógica e da Matemática) parcial que se aplica somente ao elemento a e resulta o elemento b .” (TASSINARI, 2014, p. 14).

Após uma comparação detalhada entre os conceitos de ação e de operação (enquanto ação interiorizada) como definidos por Piaget e a definição de operação em Lógica e Matemática, Tassinari (2014, p. 21) atesta podermos

[...] considerar as operações em sentido piagetiano como operações no sentido lógico e matemático, pois, em ambos os casos tratam-se de operações (no sentido lógico-matemático) parciais unitárias s tal que $s(a) = b$ [...]. Tais definições conciliam, pois, os dois usos do termo operação (no sentido piagetiano e no sentido da Lógica e da Matemática).

Isto é, podemos compreender as ações tanto como ações exteriores, ações sobre objetos, quanto como ações interiorizadas sobre representações, as operações sobre símbolos e signos; e ambas têm a forma de operações no sentido da Lógica e da Matemática.

Em relação às operações sobre símbolos e às operações sobre signos, Tassinari apresenta duas definições originais no MoSEAOSS: a *transfiguração* e a *transignação*.

Sobre a transfiguração, temos:

Denomina-se de *transfigurações* as operações sobre imagens mentais, isto é, ações interiorizadas exercidas sobre os estados [...] representados pelo sujeito por imagens mentais, ou ainda, operações sobre símbolos nos quais os símbolos são imagens mentais. (TASSINARI, 2014, p. 24)

Uma *transfiguração* é, por definição, uma ação virtual, reversível, realizável em pensamento (endogenamente) pelo sujeito, que permite comparar duas representações de objetos ou situações — tendo então a imagem mental o papel do símbolo que permite evocá-los — através da passagem de uma das representações (que chamaremos estado 1) a outra representação (estado 2), sem fundi-las em uma representação imagética única, ou seja, tendo consciência de que se trata de dois objetos ou situações diferentes que são ligados pela própria ação que os compara. (TASSINARI, 2014, p. 25)

E sobre a transsignação, temos: “Denomina-se de *transsignações* as operações sobre signos, isto é, ações interiorizadas exercidas sobre os estados [...] representados pelo sujeito por signos” (TASSINARI, 2014, p. 25).

Pode-se compreender a significação de um objeto, uma situação, uma ação e uma operação com base no MoSEAOSS: dar significação é dizer que esse objeto, situação, ação ou operação foi assimilado pelo sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos. Dessa forma, as contínuas ressignificações dos objetos, situações, ações e operações, para um sujeito, são resultado de alterações em seu sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, isto é, de acomodações a fim de permitir uma melhor assimilação de tais objetos, situações, ações e operações ao sistema.

As transformações, às quais o sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos está submetido, conduzem à aparição de estruturas específicas. Tais estruturas permitem explicar o comportamento característico do sujeito nos quatro grandes Períodos do desenvolvimento cognitivo, como veremos na seção seguinte, com especial atenção às principais características do Período Hipotético-Dedutivo, período do desenvolvimento em que o sistema dos esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos está constituído.

2.4 O Período Hipotético-Dedutivo e as Teorias Científicas

A construção das estruturas mentais específicas de cada estágio ocorre numa ordem de sucessão constante e sem grandes saltos, integrando as estruturas do estágio

anterior às novas estruturas enquanto subestruturas numa estrutura de conjunto, e, nesse sentido, “[...] cada estágio constitui então, pelas estruturas que o definem, uma forma particular de equilíbrio, efetuando-se a evolução mental no sentido de uma equilibração sempre mais completa” (PIAGET, 1964/2002, p. 15).

Os períodos que constituem os grandes estágios do desenvolvimento cognitivo, e suas características principais, são, segundo o MoSEAOSS, os seguintes.

- I. Período Sensório-Motor – constituição do sistema de esquemas de ação.
- II. Período Pré-Operatório – consolidação da capacidade de representação (mas sem operações sobre as representações).
- III. Período Operatório Concreto – constituição do sistema de esquemas de operações sobre representações figurativas de objetos concretos.
- IV. Período Operatório Formal ou Período Hipotético-Dedutivo – constituição do sistema de esquemas de operações sobre signos (que podem representar qualquer coisa). (TASSINARI, 2012, p. 59)

Pensando os períodos do desenvolvimento cognitivo em termos do MoSEAOSS, podemos entender que em cada momento de equilibração das estruturas mentais, temos a constituição de um novo sistema, composto por certos esquemas (de ação, de operações sobre símbolos e/ou signos), que define as características do período específico. Esse sistema torna-se, no próximo período do desenvolvimento, um subsistema do novo sistema formado, isto é, esse sistema é englobado por um sistema mais amplo.

Assim, o sistema de esquemas de ações, característico do Período Sensório-Motor, torna-se um subsistema (ou subestrutura) do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos, assim como este último torna-se subsistema daquele típico do Período Hipotético-Dedutivo.

No último período do desenvolvimento, o Operatório Formal ou Hipotético-Dedutivo, o sujeito tem constituído o sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, que coordena: (1) os esquemas de ações exteriores (construídos nos Períodos Sensório-Motor e Pré-Operatório), (2) as operações sobre símbolos – esquemas de transfigurações (constituídas no Período Operatório Concreto) e (3) as operações sobre signos – esquemas de transignaões (típicas do Período Operatório Formal ou Hipotético Dedutivo).

Uma vez que, segundo o MoSEAOSS, operações sobre símbolos (que têm a eles atrelados imagens mentais) são transfigurações, temos que é a capacidade de realizar transfigurações que caracteriza o Período Operatório Concreto, da mesma forma que a capacidade de realizar transignaões, operações sobre signos, caracteriza o Período

Hipotético-Dedutivo. Assim sendo, a coordenação dos esquemas de transfigurações aos esquemas de ações deve explicar todos os comportamentos do sujeito enquanto no Período Operatório Concreto, assim como a coordenação dos esquemas de transfigurações ao sistema anterior deve explicar todos os comportamentos do sujeito no Período Hipotético-Dedutivo.

A título de exemplo, Tassinari, na seção intitulada “Um Exemplo de Aplicação do MoSEAOSS: A Noção de Tempo” (2014, p. 28-33), explica como os resultados do experimento sobre a noção de tempo presente em “A noção de tempo na criança” (1946/2002, p. 18-60) de Piaget podem ser explicados pela capacidade do sujeito de realizar transfigurações no Período Operatório Concreto.

Uma consideração importante sobre a diferença da utilização de signos pelo sujeito nos Períodos Operatório Concreto e Operatório Formal é levantada por Tassinari (2014, p. 22):

É claro que, na medida em que o sujeito atribui nomes (signos) aos estados inicial e final de uma ação exterior ou de uma operação sobre símbolos e ele nos relata elas verbalmente, o observador poderia supor que o sujeito tem uma capacidade de operar sobre signos; entretanto, ao contrário, antes do Período Operatório Formal ou Hipotético Dedutivo, essa capacidade de operação tem necessariamente por base, de acordo com o MoSEAOSS, as ações exteriores e/ou as operações sobre símbolos, o que é atestado pela incapacidade da criança realizar raciocínios puramente verbais antes de tal período [...]; por isso, tal período foi caracterizado pela aquisição da capacidade de operar estritamente sobre signos.

Interessa-nos, em especial, o Período Hipotético-Dedutivo ou Operatório Formal, uma vez que a construção e a compreensão de teorias científicas somente são possíveis no último período do desenvolvimento da inteligência, como nos indica Piaget (1964/2002, p. 59):

Após os 11 ou 12 anos, o pensamento formal torna-se possível, isto é, as operações lógicas começam a ser transportadas do plano da manipulação concreta para o das ideias, expressas em linguagem qualquer (a linguagem das palavras ou dos símbolos matemáticos etc.), mas sem o apoio da percepção, da experiência, nem mesmo da crença. [...] O pensamento formal é, portanto, “hipotético-dedutivo”, isto é, capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de uma observação real. Suas conclusões são válidas, mesmo independentemente da realidade de fato, sendo por isto que esta forma de pensamento envolve uma dificuldade e um trabalho mental muito maiores que o pensamento concreto.

Parece-nos útil, ao pensarmos acerca do conhecimento científico, a proposta de Gilles-Gaston Granger (1920 – 2016). Granger (1993/1994, p. 70-71) define conhecimento científico como a seguir:

O conhecimento científico do que depende da experiência consiste sempre em construir esquemas ou modelos abstratos dessa experiência, em explorar por

meio da lógica e das matemáticas, as relações entre os elementos abstratos desses modelos, para finalmente deduzir daí propriedades que correspondam, com uma precisão suficiente, a propriedades empíricas diretamente observáveis.

E ainda citando Granger (1988/1989, p. 13):

As ciências definem os fatos de que tratam, com maior ou menor rigor, mas sempre de tal modo que seja possível pôr em dúvida, informar ou confirmar o que afirmam por meio de operações submetidas a um protocolo determinado de regras e usos.

Os modelos nas ciências são também estruturas, cujos elementos são representações por signos realizadas por meio de generalizações e abstrações de supostos mecanismos dos fenômenos da realidade. A manipulação e a exploração destes sistemas de signos, que são os modelos científicos, através da matemática e da lógica, expõem possibilidades de relações, operações e propriedades dos seus significantes na realidade.

O *Diagrama R para signos* (**Figura 21**), apresentado por Tassinari, mostra-se uma ferramenta útil para entendermos esquematicamente as relações entre significados e signos e suas operações, já que é compatível com as definições da Epistemologia Genética.

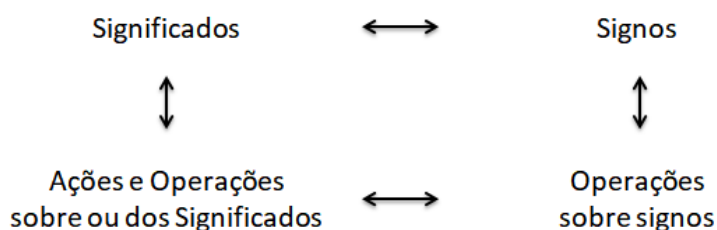


Figura 21 - Diagrama R para signos
(TASSINARI, 2012, p. 35)

No diagrama, temos que as setas na horizontal representam relações de designação. As operações sobre signos representam as possibilidades de manipulação destes signos através da matemática e, em especial, da lógica, e indicam possibilidades de relações, operações e propriedades dos seus significados na realidade.

Temos, então, à direita, a esfera da teoria científica com sua estrutura lógico-matemática: seus signos e as operações possíveis de serem realizadas sobre eles; e à esquerda temos a esfera da realidade: os objetos e fenômenos da experiência e as ações possíveis de serem realizadas sobre eles.

A relação entre os signos (e as operações realizadas sobre eles) e os significados (e as ações e operações sobre ou dos significados), isto é, a relação entre as abstrações

dos modelos científicos e a realidade, é estabelecida pela verificação. Sobre o papel da verificação, nos lembra Tassinari (2013, p. 396):

Notemos, de início, que existem inúmeras operações possíveis de serem realizadas sobre signos, como por exemplo, composições e decomposições; no entanto, no caso dos modelos, apenas algumas são admitidas (aquelas que representam as ações e operações possíveis dos significados, na experiência); a verificação é relativa então apenas a essas operações admitidas pelo modelo.

Logo, quanto mais operações sobre signos presentes num modelo científico puderem ser verificadas através da experiência, maior é o poder da teoria em descrever, interpretar e prever o comportamento de objetos ou fenômenos da realidade, que é a sua finalidade.

Podemos, pois, concluir que sem a verificação de um modelo científico, isto é, sem o confronto do modelo com a realidade, uma teoria não tem valor enquanto conhecimento científico. Sobre isso, comenta Einstein (1934, p. 165, *tradução nossa*¹⁶):

A razão dá a estrutura ao sistema; os dados da experiência e suas relações mútuas devem corresponder exatamente às consequências na teoria. Sobre a possibilidade sozinha de tal correspondência repousa o valor e a justificação de todo o sistema e, principalmente, de seus conceitos fundamentais e leis básicas.

Como vimos, a Epistemologia Genética afirma que a capacidade de compreender e construir os modelos utilizados nas ciências, deduzindo conclusões a partir de enunciados e hipóteses por meio da lógica das proposições e das matemáticas, só é alcançada no Período Hipotético-Dedutivo.

O pensamento formal, envolvido no conhecimento científico e suas teorias formais, não exige mais o apoio da percepção, libertando o pensamento da realidade, abrindo-o às possibilidades teóricas e técnicas do pensamento humano. Apesar de essa liberdade, alcançada em relação ao real no Período Hipotético-Dedutivo, parecer distanciar o sujeito do mundo, temos que, ao contrário, muitas vezes ela permite que o sujeito se aproxime cada vez mais dele, na medida em que possibilita ao sujeito conceber teorias que melhor explicam fenômenos do mundo. Sobre essa nova capacidade alcançada pelo sujeito no Período Hipotético-Dedutivo, nos diz Piaget (1970/1973, p. 48):

[...] tem-se frequentemente insistido nas previsões surpreendentes segundo as quais estruturas operatórias elaboradas dedutivamente sem qualquer preocupação de aplicação prática tenham vindo a servir com o tempo de instrumentos explicativos para fenômenos físicos descobertos bem mais tarde: a teoria da relatividade e a física nuclear disso fornecem inúmeros exemplos.

¹⁶ Tradução nossa do original: “Reason gives the structure to the system; the data of experience and their mutual relations are to correspond exactly to consequences in the theory. On the possibility alone of such a correspondence rests the value and the justification of the whole system, and especially of its fundamental concepts and basic laws.”

E complementa Tassinari (2014, p. 32):

[...] no período operatório formal, com a capacidade de operar sobre signos, o sujeito pode construir teorias físicas a respeito do tempo (como a Teoria Newtoniana do Tempo ou as Teorias da Relatividade de Einstein) construindo noções de tempo que dependem dos princípios dessas teorias mesmas: os esquemas das operações sobre signos (transignaões) se coordenam aos esquemas de ações e de operações sobre símbolos (transfiguraões) reordenando-os e possibilitando, pois, a existência de noções de tempo extremamente elaboradas e até mesmo, em alguns casos, contraintuitivas (inicialmente, pois, depois, tornam-se intuitivas para os teóricos que se acostumaram com elas).

Com a formalização do Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos e a caracterização da divisão do desenvolvimento cognitivo através do aparecimento de novas estruturas mentais, apresentamos, no próximo capítulo, a análise da Teoria da Relatividade Restrita, tendo por ferramenta o MoSEAOSS, a fim de apontarmos uma explicação possível de como se dá a resignificação dos conceitos de tempo e de espaço que dela resulta.

CAPÍTULO 3

**AS ESTRUTURAS NECESSÁRIAS PARA COMPREENSÃO
DA TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA
A PARTIR DO MoSEAOSS**

3.1 Apresentação

Nesse capítulo, analisaremos a Teoria da Relatividade Restrita tendo por referencial teórico o MoSEAOSS (Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos) com o objetivo de explicarmos a noção de espaço-tempo da Teoria da Relatividade Restrita como uma resignificação das noções de espaço e tempo da Mecânica Clássica.

Para isso, na *Seção 3.2*, comentaremos brevemente a obra “A noção de tempo na criança” de Piaget, assim como a crítica a ela dirigida por Sauer. Nas *Seções 3.3, 3.4 e 3.5* apresentaremos as análises realizadas, por meio do MoSEAOSS, dos experimentos de pensamento acerca dos fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos, assim como do experimento do paradoxo dos gêmeos. Enquanto na *Seção 3.6*, buscaremos argumentar, com base nas análises realizadas, que a noção de espaço-tempo da Teoria da Relatividade Restrita pode ser explicada por uma resignificação por meio de operações que o sujeito do conhecimento realiza sobre símbolos e signos e que se coordenam com suas ações.

3.2 A Noção de Tempo na Criança

Em 1946, Jean Piaget publicou o livro intitulado *A noção de tempo na criança* (1946/2002), no qual apresenta os resultados de uma análise dos conceitos temporais, em particular a ordem e a duração temporal, realizada por ele e outras quatro colaboradoras.

No Prefácio da obra, Piaget (1946/2002, p. 7) comenta a respeito da inspiração para essa pesquisa: “Esta obra nasceu de uma sugestão que Albert Einstein nos fez quando presidiu, há mais de quinze anos, os primeiros cursos internacionais de filosofia e de psicologia, em Davos”.

Em uma série de conferências na Columbia University no ano de 1968, Piaget, ao palestrar acerca da Epistemologia Genética e sua tentativa de explicar a gênese das estruturas necessárias ao conhecimento, torna a comentar a sugestão dada por Einstein.

[...] o próprio Einstein reconheceu a relevância dos fatores psicológicos, e quando eu tive o prazer de encontrá-lo pela primeira vez em 1928, ele me sugeriu que seria interessante estudar as origens das noções de tempo na criança e, em particular, das noções de simultaneidade. (PIAGET, 1968, tradução nossa)

Piaget dedica a primeira parte de “A noção de tempo na criança” à descrição e discussão sobre o experimento do transvasamento dos líquidos (cf. PIAGET, 1946/2002, p. 18-60; ver também LATANSIO, 2010, p. 86-88 e TASSINARI, 2014, p. 28-33), e à análise desse experimento é que se destinam as demais partes: a segunda, dedicada às operações construtivas do tempo físico, como a ordem, simultaneidade, etc., e a terceira, relativa ao “tempo vivido”, isto é, a noção de idade e duração psicológica.

Com os resultados alcançados com o experimento do transvasamento dos líquidos, Piaget pode afirmar, então, que o tempo, assim como o espaço, é uma construção cognitiva que se dá em estágios sucessivos de desenvolvimento e que se constitui com relação à noção de causalidade, tendo por base as ações do sujeito, sejam elas externas ou internas.

Sobre as noções de espaço e de tempo, Piaget afirma:

[...] o espaço é em primeiro lugar um sistema de operações concretas, inseparáveis da experiência que elas informam e transformam por suas determinações próprias. [...] estas mesmas operações podem tornar-se “formais” e é a este nível, em que a geometria se vê promovida à categoria de lógica pura, que o espaço aparece como um “continente” ou uma “forma”, independente do seu conteúdo.

Ora, é exatamente o que acontece com o tempo, e tanto isto é verdade que ele constitui com o espaço um todo indissociável. [...] o tempo é a coordenação dos movimentos: quer se trate dos deslocamentos físicos ou movimentos no

espaço, quer se trate destes movimentos internos que são as ações simplesmente esboçadas, antecipadas ou reconstruídas pela memória mas cujo desfecho e objetivo final é também espacial, o tempo desempenha a seu respeito o mesmo papel que o espaço em relação aos objetos imóveis. (PIAGET, 1946/2002, p. 12)

[...] existe um tempo operatório que consiste em relações de sucessão e de duração, fundadas em operações análogas às operações lógicas. (PIAGET, 1946/2002, p. 13)

Em seu artigo “*Piaget, Einstein, and the Concept of Time*”, Tilman Sauer (2014) recapitula a análise de Piaget sobre a noção de tempo presente em “A noção de tempo na criança”. Segundo Sauer (2014, p. 4, tradução nossa¹⁷), o experimento do transvasamento de líquidos:

[...] exemplifica a convicção de Piaget que tempo é uma construção cognitiva, um esquema dedutivo, não uma intuição ou forma da sensibilidade. [...] Enquanto que o fluxo real do tempo e o processo causal são irreversíveis, a concepção de tempo depende da capacidade mental de reverter, antecipar e interpolar processos causais.

Entretanto Sauer (2014, p. 5, tradução nossa¹⁸) afirma que “Permanece frustrantemente obscuro como Piaget teria aplicado sua análise à explicação genética da relatividade restrita”, e também que a interpretação de Piaget, em relação às suas bases genéticas como se encontram, é um referencial conceitual abstrato.

No sentido de buscar uma solução para o impasse apontado por Sauer acerca da possibilidade de uma explicação das noções de tempo e de espaço da Teoria da Relatividade Restrita a partir da Epistemologia Genética, acreditamos que uma análise realizada a partir da Epistemologia Genética e por meio do MoSEAOSS, introduzido por Tassinari (2014) e apresentado na Seção 2.3, virá a contribuir, na medida em que, como buscaremos mostrar, essas noções podem ser explicadas por uma ressignificação proporcionadas por uma mudança no sistema de esquemas de operações que o sujeito do conhecimento realiza sobre símbolos e signos e que se coordenam com suas ações.

Na Seção 1.3, “Os Postulados da Teoria da Relatividade Restrita”, comentamos acerca da utilização por Einstein das experiências de pensamento no caso das situações não cotidianas, nas quais estavam envolvidas situações como deslocamentos a velocidades próximas à velocidade da luz e distâncias de enormes proporções. Como veremos nas seções a seguir, o MoSEAOSS explica justamente a possibilidade destas

¹⁷ Tradução nossa do original: “[...] exemplifies Piaget's conviction that time is a cognitive construct, a deductive scheme, not an intuition or form of sensibility. [...] Whereas the actual flow of time and the causal processes are irreversible, the conception of time is dependent on the mental capacity to reverse, anticipate, and interpolate causal processes.”

¹⁸ Tradução nossa do original: “It remains frustratingly unclear how Piaget would have applied his analysis to the genetic explanation of special relativity.”

experiências de pensamento e como elas possibilitam ressignificar os dados perceptivos em função dos conceitos teóricos aplicados sobre a imaginação e a ação.

3.3 Análise do Experimento da Dilatação dos Tempos

No experimento de pensamento acerca do fenômeno da dilatação dos tempos, apresentado na *Seção 1.4*, podemos notar, inicialmente, a utilização de desenhos como suporte para a exposição do experimento. Para cada referencial proposto pelo experimento, temos a possibilidade de representá-lo através de um desenho, como podemos ver na abaixo (*Figura 22*).

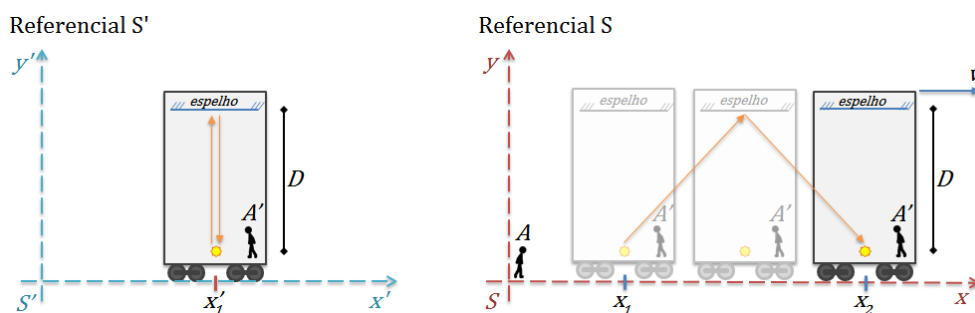


Figura 22 - Representação por desenhos do experimento da dilatação dos tempos

Segundo a Epistemologia Genética, o desenho é um símbolo externo, uma vez que

[...] supõe a evocação representativa de um objeto ou de um acontecimento ausente e envolve, por conseguinte, a construção ou o emprego de significantes diferenciados, visto que devem poder referir-se não só a elementos não atualmente perceptíveis mas também aos que se acham presentes. (PIAGET e INHELDER, 1950/2003, p. 51)

Segundo o MoSEAOSS (TASSINARI, 2014, p. 24), os desenhos estão associados a imagens mentais (símbolos internos), pois, para cada símbolo externo há pelo menos uma imagem mental correspondente.

Logo, cada desenho representando cada referencial apresenta um conjunto de estados, representando uma situação, e tem associadas a ele imagens mentais.

Em especial, temos a representação de pelo menos três estados, para cada um dos dois referenciais S e S' : (1) estado inicial (emissão do pulso de luz), (2) estado intermediário (reflexão no espelho) e (3) estado final (retorno ao ponto inicial).

Por exemplo, no Referencial S' (*Figura 23*):

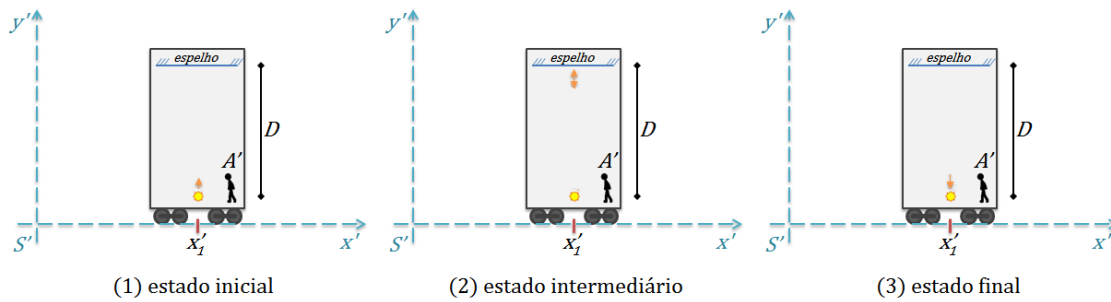


Figura 23 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S'

E no Referencial S (Figura 24):

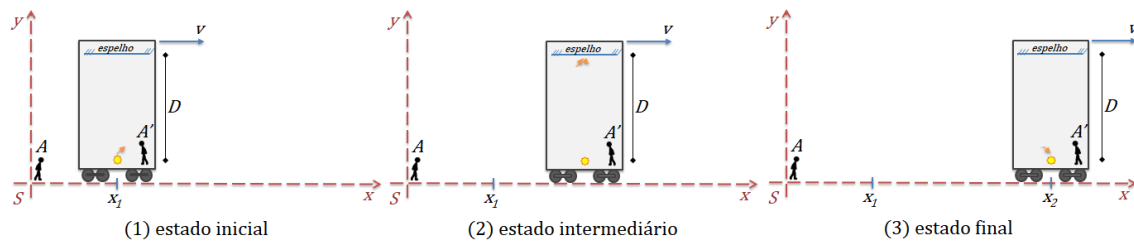


Figura 24 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S

Para compreender esse experimento de pensamento, o sujeito do conhecimento deve relacionar esses estados representados, em última análise, por imagens mentais. Nesse sentido, o sujeito realiza operações sobre símbolos, isto é, ações interiorizadas sobre as imagens mentais. Realiza, pois, transfigurações, que possibilitam relacionar as representações dos vários estados que devem ser considerados.

Assim, para que um sujeito seja capaz de compreender o experimento de pensamento do fenômeno da dilatação dos tempos é necessário que ele consiga coordenar as operações sobre imagens mentais referentes aos deslocamentos em jogo em cada referencial, bem como seja capaz de coordenar entre si os dois sistemas de operações sobre imagens mentais dos dois referenciais.

Logo, o sujeito necessita construir um sistema de transfigurações para o referencial S' , com seus estados inicial, intermediário e final, como na **Figura 25**.

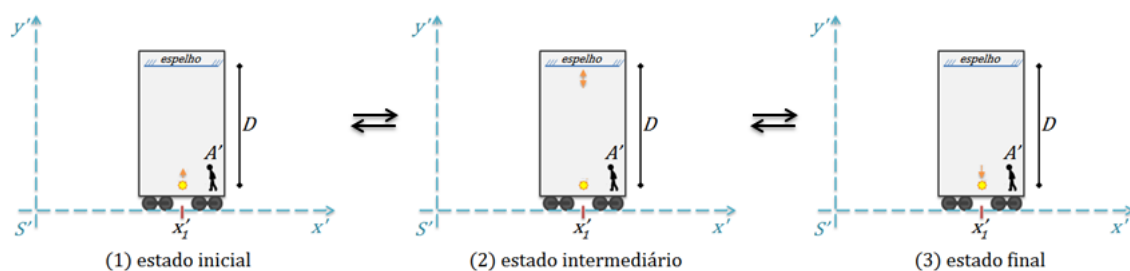


Figura 25 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S'

E, da mesma forma, necessita construir outro sistema de transfigurações para o referencial S , com seus estados inicial, intermediário e final, como na **Figura 26**.

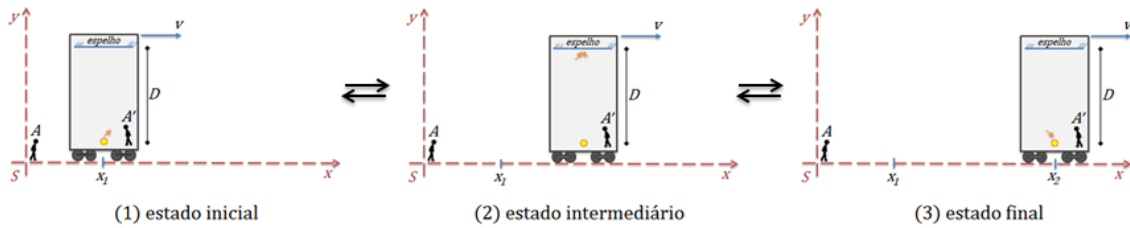


Figura 26 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S

Cada um desses sistemas de transfigurações permite ao sujeito comparar os estados através da passagem da representação entre os estados, compreendendo as transformações que ocorreram para isso.

Além disso, o sujeito necessita ainda coordenar entre si esses dois sistemas de esquemas em um único sistema de esquemas, que permita a ele comparar as transformações ocorridas nos referenciais S' e S (**Figura 27**).

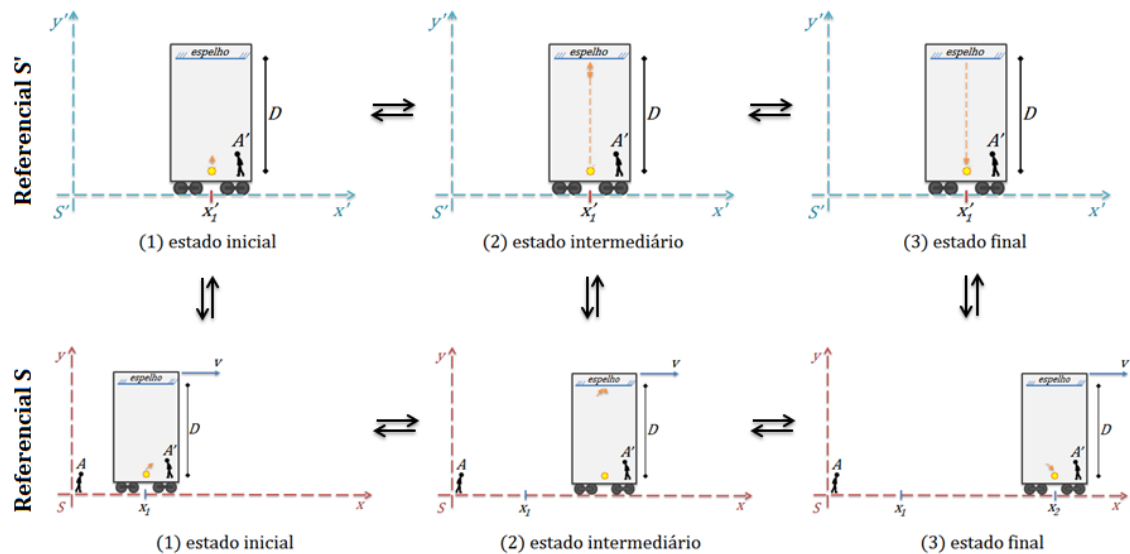


Figura 27 - Representação do sistema de transfigurações dos estados nos Referenciais S' e S

Para a compreensão do fenômeno da dilatação dos intervalos de tempo é necessário, pois, segundo o MoSEAOSS, a existência dessas próprias coordenações entre os diferentes elementos representados.

Vemos, pois, como pode se considerar a existência de um sistema de esquemas de transfigurações na compreensão do fenômeno da dilatação dos intervalos de tempo.

Em relação aos signos e as transfigurações, tem-se que, simultaneamente à coordenação dos sistemas de transfigurações para os dois referenciais, o sujeito atribui aos significados (objetos e situações presentes no experimento de pensamento) certos

significantes arbitrários e coletivos, isto é, signos. Por exemplo: Δt denota o intervalo de tempo medido no referencial S entre a emissão e a recepção do pulso luminoso e $\Delta t'$ denota o intervalo de tempo medido no referencial S' entre esses mesmos eventos.

Na medida em que, no Período Operatório Formal ou Hipotético-Dedutivo, está constituído todo o sistema de esquemas de operações sobre símbolos e signos, o sentido de tais signos está diretamente relacionado aos sistemas de esquemas de transignaões, de transfiguraões e de ações. Por exemplo, o signo Δt (bem como o signo $\Delta t'$) denota, por um lado, a possibilidade de ordenação de diversos estados simultâneos que ocorreriam em diferentes tempos (como no caso dos estados inicial, intermediário e final), bem como denota a possibilidade de coordenar eventos que ocorram no referencial S' (cf. TASSINARI, 2014, p. 28-33 e LATANSIO, 2010, p. 86-94).

Por fim, cada uma das situações imaginadas, por meio do sistema de esquemas de transfiguraões, representa um conjunto de ações possíveis para o sujeito, de forma que os signos têm um sentido expreso em termos do sistema de esquemas de transignaões, de transfiguraões e ações.

Logo, as operações sobre esses signos, por meio da Lógica e da Matemática, possibilitam ao sujeito encontrar novas relações e propriedades, estabelecendo para eles novos sentidos e significados.

Como vimos, tais operações realizadas sobre signos são denominadas de transignaões segundo o MoSEAOSS, e suas coordenaões formam sistemas de esquemas de transignaões.

Logo, em termos do MoSEAOSS, temos que, através de um sistema de esquemas de transignaões, podemos chegar à relação entre certos signos, e, portanto, à relação entre novos sentidos e significados. Por exemplo: no referencial S' , $\Delta t' = 2D/c$ representa a relação do intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso de luz com a distância percorrida e a velocidade do pulso de luz; no referencial S , $\Delta E = v\Delta t$ representa a relação entre a distância percorrida pelo vagão no eixo x com o intervalo de tempo entre a emissão e o retorno do pulso de luz e a velocidade de deslocamento do vagão; $\Delta t \geq \Delta t'$ representa a relação dos intervalos de tempo entre a emissão e o retorno do pulso de luz quando medidos no referencial S e no referencial S' .

Por fim, as próprias equações e inequações que representam certas relações entre signos são elas próprias signos. Logo, tem-se, pois, também, que as operações hipotético-dedutivas são transignaões, realizadas, por meio da lógica e da matemática,

para se chegar a novas equações que, novamente, podem ser traduzidas em termos dos esquemas de transições, transfigurações e ações.

Algo similar acontece com o experimento de pensamento acerca do fenômeno da contração dos comprimentos, como veremos na seção a seguir.

3.4 Análise do Experimento da Contração dos Comprimentos

No experimento de pensamento acerca do fenômeno da contração dos comprimentos, apresentado na *Seção 1.5*, assim como acontece com o experimento da dilatação dos tempos, podemos notar a utilização de desenhos como suporte para sua compreensão.

Para cada referencial proposto pelo experimento, temos a possibilidade de representá-lo através de desenhos (*Figura 28*):

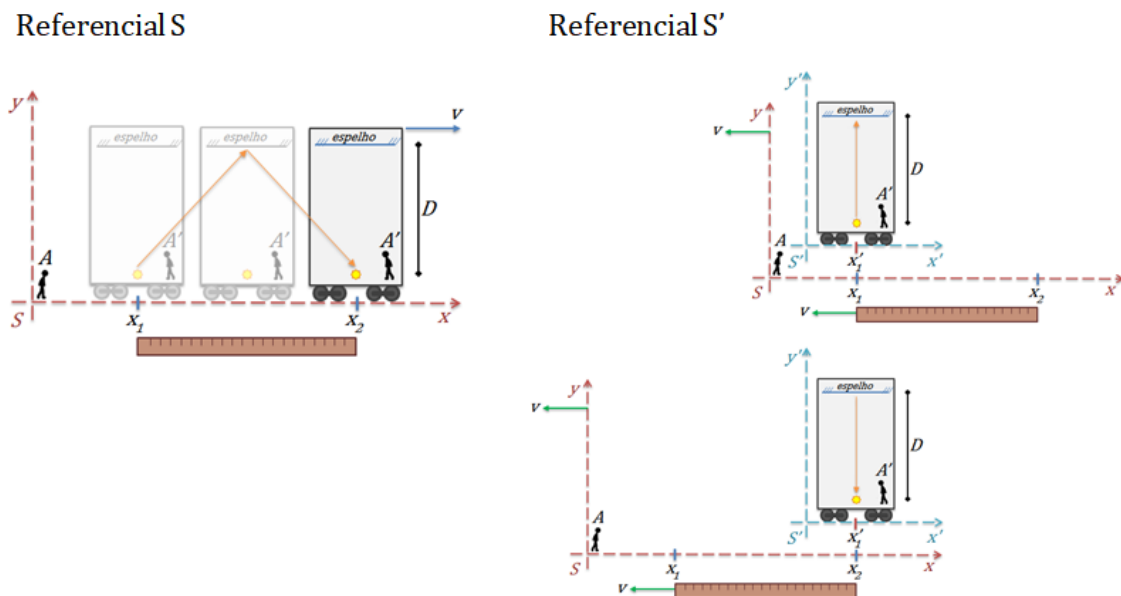


Figura 28 - Representação por desenhos do experimento da contração dos comprimentos

Os desenhos representando cada referencial apresentam um conjunto de estados e têm associadas a eles imagens mentais.

Nesses desenhos, temos, pelo menos, também a representação de três estados para cada um dos referenciais S e S' : (1) estado inicial (a extremidade esquerda da régua alinhada com o aparelho no momento da emissão do pulso de luz), (2) estado intermediário (o vagão passando pelo marco médio da régua no momento da reflexão do

pulso de luz no espelho) e (3) estado final (a extremidade direita da régua alinhada com o aparelho no momento de recepção do pulso de luz).

Por exemplo, no Referencial S (*Figura 29*):

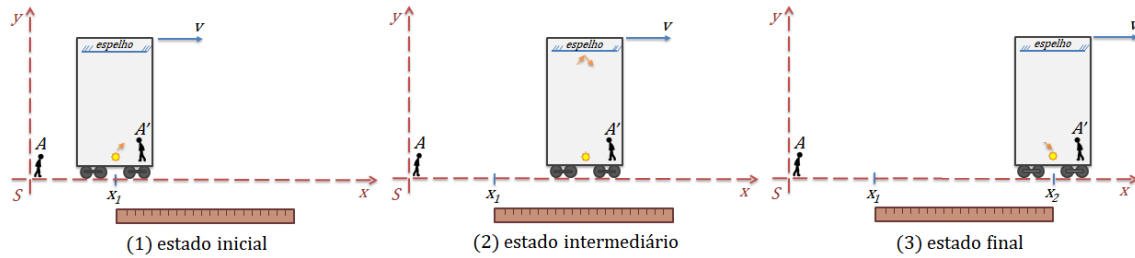


Figura 29 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S

E no Referencial S' (*Figura 30*):

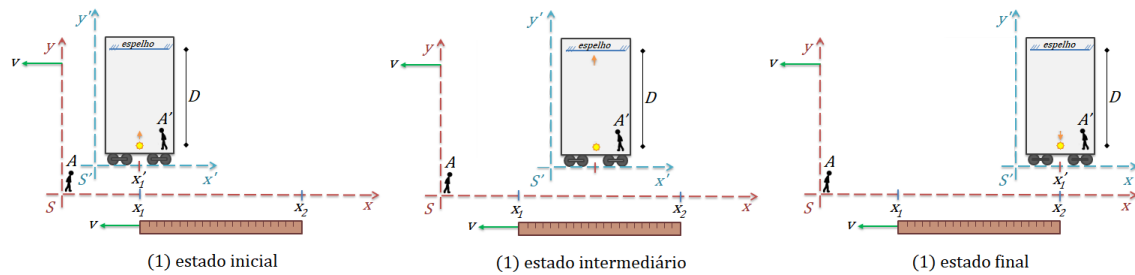


Figura 30 - Representação de estados por imagens mentais do referencial S'

Para compreender o experimento da contração dos comprimentos, assim como no caso do experimento da dilatação dos tempos, o sujeito precisa relacionar os estados representados por imagens mentais. Vimos que as ações interiorizadas sobre imagens mentais são operações sobre símbolos, ou transfigurações na terminologia utilizada pelo MoSEAOSS.

Assim, é necessário aqui também que o sujeito construa um sistema de transfigurações para o referencial S , com seus estados inicial, intermediário e final, como na *Figura 31*.

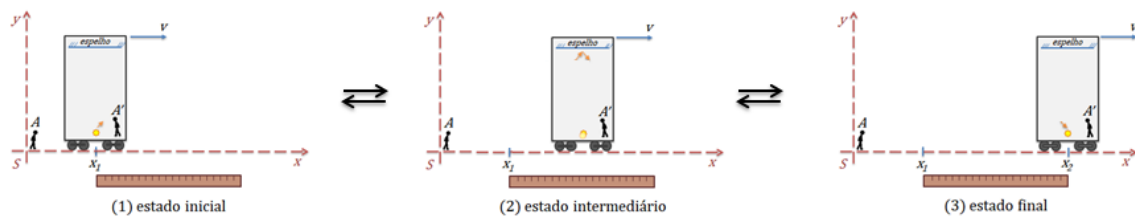


Figura 31 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S

E outro sistema de transfigurações para o referencial S' , também com seus estados inicial, intermediário e final, como na *Figura 32*.

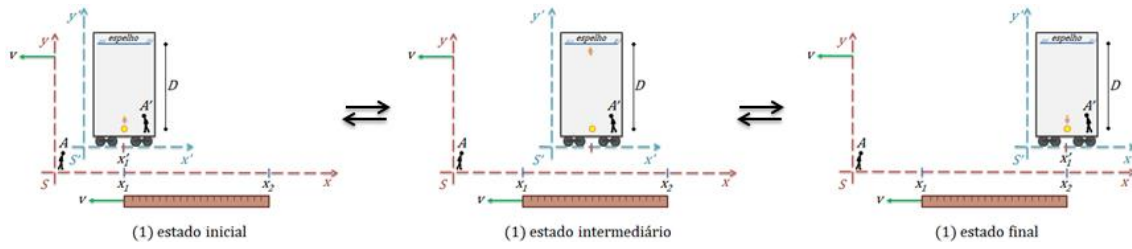


Figura 32 - Representação do sistema de transfigurações dos estados no Referencial S'

São esses sistemas de transfigurações que permitem ao sujeito compreender as transformações que ocorrem na passagem das representações de um estado para outro em cada referencial considerado, comparando-os.

Uma vez construído os sistemas de transfigurações para cada referencial, o sujeito precisa coordená-los entre si, o que o permite comparar as transformações ocorridas entre os dois referenciais (**Figura 33**).

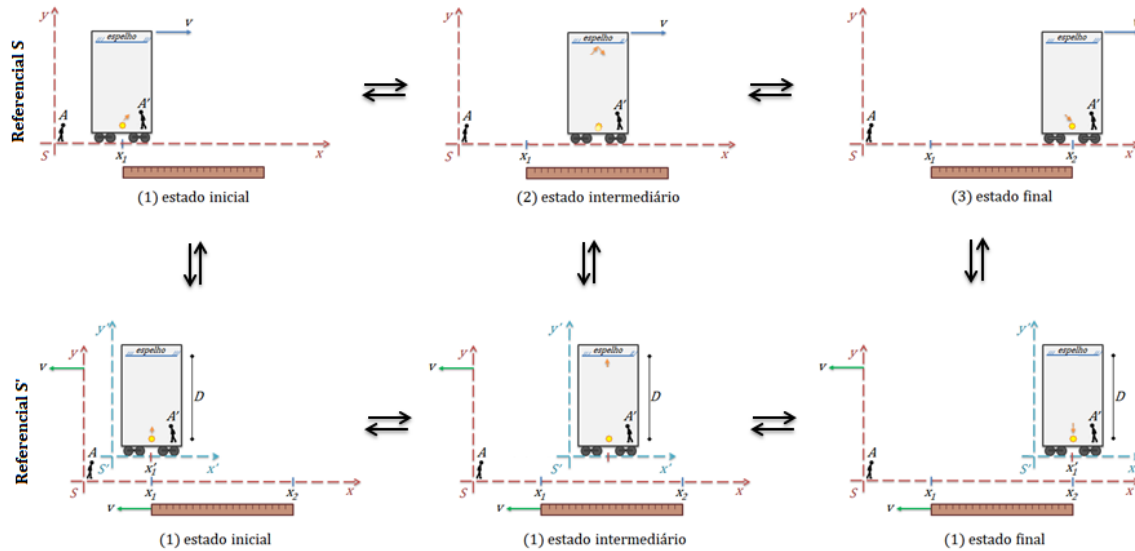


Figura 33 - Representação do sistema de transfigurações dos estados nos Referenciais S e S'

Simultaneamente à coordenação das imagens mentais em sistemas de transfigurações, é necessário que o sujeito do conhecimento consiga coordenar os signos, que, como vimos, são atribuídos aos significados, ou seja, realizar transignações. Por exemplo: L' , o comprimento da régua medido pelo observador A' no referencial S' ; v , a velocidade de deslocamento do vagão em relação ao observador A ; $\Delta t'$, o intervalo de tempo medido pelo observador A' entre a emissão e a recepção do pulso de luz.

Assim, aqui também, como no caso anterior, com a coordenação de um sistema de esquemas de transignações chega-se a relações entre certos signos, e, portanto, a relações entre certos sentidos e significados. Por exemplo: $L' = v\Delta t'$ representa a

relação entre a velocidade de deslocamento do vagão e o intervalo de tempo medido pelo observador A' .

E, por fim, também como no caso anterior, as próprias equações e inequações que representam certas relações entre signos são elas próprias signos. Logo, tem-se, pois, também, que as operações hipotético-dedutivas são transignaões, realizadas, por meio da lógica e da matemática, para se chegar a novas equações que, novamente, podem ser traduzidas em termos dos esquemas de transignaões, transfiguraões e ações.

Lembre-mos que, no Período Operatório Formal ou Hipotético-Dedutivo, o significado dos signos está relacionado diretamente aos sistemas de esquemas de transignaões, de transfiguraões e de ações. Assim, a compreensão do fenômeno da contração dos comprimentos exige, segundo o MoSEAOSS, a coordenação dos diferentes elementos envolvidos no experimento, sejam eles imagens mentais e sua coordenação em sistemas de transfiguraões, sejam signos, e sua coordenação em sistemas de transignaões.

O mesmo acontece com a compreensão do experimento de pensamento acerca do paradoxo dos gêmeos, como veremos a seguir.

3.5 Análise do Paradoxo dos Gêmeos

A coordenação entre os sistemas de ações, transfiguraões e transignaões, que ocorrem nos experimentos da dilatação dos tempos e contração dos comprimentos, é igualmente necessária para a compreensão do Paradoxo dos Gêmeos.

Notamos mais uma vez a utilização do desenho, que apresenta conjuntos de estados representados, e que tem associadas a ele imagens mentais. Na situação esquematizada no experimento (**Figura 34**), temos, para o referencial S' , pelo menos, os seguintes estados representados: na ida, (1) o lançamento da espaçonave na Terra (estado inicial), (2) a viagem até o planeta em velocidade constante (estado intermediário), (3) o pouso no planeta P (estado final); e na volta, (1) a partida do planeta P, (2) a viagem de volta a Terra em velocidade constante (estado intermediário), (3) o pouso na Terra (estado final).

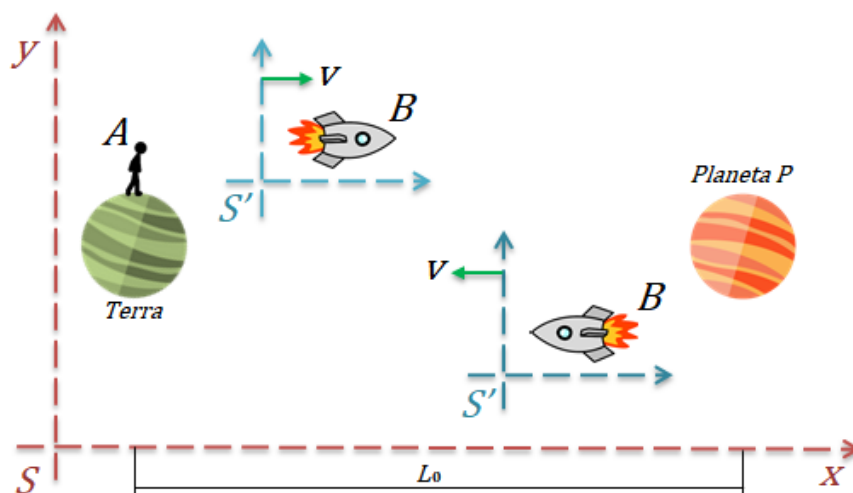


Figura 34 - Representação por desenhos do experimento do paradoxo dos gêmeos

Para compreender o experimento dos gêmeos, assim como nos demais experimentos apresentados, o sujeito do conhecimento precisa relacionar os estados representados por imagens mentais.

Neste experimento de pensamento, que apresenta um cenário no qual a simetria entre referenciais não é válida, torna-se ainda mais complexa a coordenação das operações sobre as imagens mentais, ou seja, a coordenação das transfigurações.

O sujeito precisa construir um sistema de transfigurações para o referencial S do gêmeo A , que é inercial em todos os momentos, com seus estados inicial, intermediário e final, e outro sistema de transfigurações para o referencial S' do gêmeo B , que passa por momentos de aceleração, também com seus estados inicial, intermediário e final.

Uma vez que o referencial S' do gêmeo B não é inercial, como o referencial de seu gêmeo A , torna-se necessário que o sistema de transfigurações construído pelo sujeito do conhecimento abarque os diferentes momentos de movimento acelerado e de movimento inercial pelo qual passa a espaçonave do gêmeo B . Assim, o sistema de transfigurações para o referencial S' conta com duas etapas: a viagem no sentido do planeta P com seus estados inicial (o lançamento da espaçonave na Terra, acelerado), intermediário (a viagem até o planeta em velocidade constante) e final (o pouso no planeta P , desacelerado); e a viagem no sentido da Terra, também com seus estados inicial (acelerado), intermediário (inercial) e final (acelerado).

Somente com a coordenação de um sistema de transfigurações que considere todos esses momentos de movimento acelerado e inercial pelo qual o referencial S' passa que é possível compreender o resultado do experimento de pensamento proposto,

isto é, que não existe um verdadeiro paradoxo (denominação pela qual ficou conhecido), já que a dilatação dos tempos só é verdadeira para o referencial inercial **S** do gêmeo **A**, e que, portanto, é possível afirmar que após o retorno da espaçonave o gêmeo **A** que estará mais velho que o gêmeo **B**.

É sempre a coordenação das transfigurações em sistemas que permite ao sujeito compreender as transformações envolvidas na passagem de um estado para outro em cada referencial isoladamente, e, em seguida, é a coordenação em um único dos sistemas de transfigurações construídos para cada referencial que permite ao sujeito comparar as transformações ocorridas entre os dois referenciais a serem considerados.

Junto à coordenação dos sistemas de transfigurações para os dois referenciais, o sujeito atribui aos significados certos signos, que através de sua coordenação em sistemas de transfigurações, por meio da Lógica e da Matemática, é possível chegar a certas relações entre sentidos e significados. Por exemplo: se L_0 é a distância entre a Terra e o planeta **P**, v a velocidade de deslocamento da espaçonave, e Δt é o intervalo de tempo medido no referencial **S**, $\Delta t = 2 \cdot L_0 / v$ significa que o intervalo de tempo medido no referencial **S** é o dobro da distância entre a Terra e o planeta **P** dividido pela velocidade de deslocamento da espaçonave.

A coordenação de todos os signos atribuídos aos significados envolvidos nos referenciais considerados no experimento de pensamento em um único sistema de transfigurações possibilita ao sujeito a ordenação de diversos estados simultâneos que ocorreriam em diferentes tempos (como no caso dos estados inicial, intermediário e final), bem como a coordenação de eventos que ocorram em cada referencial.

Na medida em que todo o sistema de esquemas de operações sobre símbolos e signos está constituído no Período Hipotético-Dedutivo ou Operatório Formal, o sentido de tais signos está diretamente relacionado aos sistemas de esquemas de transfigurações, de transfigurações e de ações. Isso porque, como vimos, cada uma das situações imaginadas, por meio do sistema de esquemas de transfigurações, representa um conjunto de ações possíveis para o sujeito, de forma que os signos têm um sentido expresso em termos do sistema de esquemas de transfigurações, de transfigurações e de ações.

Somente com a clara coordenação do sistema de ações, operações sobre símbolos e operações sobre signos torna-se possível a compreensão de que o paradoxo dos gêmeos é falso, uma vez que o fenômeno da dilatação dos tempos só é válida para o referencial **S** do gêmeo **A**.

São as contínuas coordenações de sistemas de ações, transfigurações e transignações que o sujeito do conhecimento realiza que o possibilita dar significação aos objetos e conceitos. É sobre essa possibilidade de compreendermos a significação, e consequentemente a ressignificação, em especial das noções de espaço e de tempo, a partir do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos que dedicamos a seção a seguir.

3.6 Ressignificação das Noções de Espaço e de Tempo

Piaget (1936/1975, p. 183) afirma que “Assimilar um quadro sensorial ou um objeto [...] é inseri-lo num sistema de esquemas ou, por outras palavras, atribuir-lhe uma ‘significação’.”. Além disso, Piaget também nos diz que “[...] assimilando assim os objetos, a ação e o pensamento são compelidos a se acomodarem a estes, isto é, a se reajustarem por ocasião de cada variação exterior.” (PIAGET, 1964/2002, p. 17).

Definiu-se, também, o conceito de significação tanto do ponto de vista do observador (que estuda o sujeito do conhecimento) como do próprio sujeito:

Def. 9: Do ponto de vista do observador, a significação de uma ação é o conjunto das ações que ela torna possíveis, e o conjunto daquelas que ela torna impossíveis. (APOSTEL *et al.*, 1957, p. 49 *apud* LATANSIO, 2010, p. 36)

Def.10: Do ponto de vista do sujeito S, a significação de uma ação é o conjunto das sub-ações com a qual o sujeito S a compõe e o conjunto das ações das quais o mesmo sujeito a torna sub-ação (as palavras ‘ação’ e “sub-ação” podendo ser substituídos respectivamente por “coordenação de ação” e “ações parciais ou coordenadas”). (APOSTEL *et al.*, 1957, p. 49 *apud* LATANSIO, 2010, p. 37)

A questão da significação na Epistemologia Genética fica mais clara se pensarmos em termos do MoSEAOSS. Segundo Tassinari (2012, p. 59):

Algo só tem significação para o sujeito epistêmico se for assimilado pelo seu sistema de esquemas de ações e operações. Ou seja, algo só terá significação para o sujeito epistêmico na medida em que o sujeito usar ou imaginar ou teorizar sobre esse algo ou sobre o que esse algo pode fazer em relação aos outros elementos.

Ou seja, segundo o MoSEAOSS, dar uma significação é dizer que um objeto, situação, ação ou operação foi assimilado pelo sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos.

Já a ressignificação de um objeto ou situação é vista, portanto, como uma acomodação, uma alteração do sistema de esquemas de ações e operações sobre

símbolos e signos, para melhor assimilar objetos, situações, ações e operações ao sistema, isto é, para o sujeito melhor se adaptar ao meio.

A exploração dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita através do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, passando pelos experimentos de pensamento acerca dos fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos, resulta necessariamente na ressignificação das noções de tempo e de espaço pela Teoria da Relatividade Restrita.

Isso porque, recapitulando as análises dos experimentos de pensamentos propostos pela Teoria da Relatividade Restrita, temos como necessário para sua compreensão:

- (1) A utilização de desenhos, que sendo símbolos externos, têm a eles associados imagens mentais. Cada desenho representa um referencial a ser considerado pelo experimento realizado. O desenho representando um dado referencial apresenta um conjunto de estados (pelo menos os estados inicial, intermediário e final).
- (2) A coordenação em um sistema das operações realizadas sobre símbolos (ações interiorizadas sobre imagens mentais), que representam os diferentes estados em cada referencial, isto é, coordenar as transfigurações referentes aos deslocamentos em jogo num dado referencial.
- (3) E a coordenação entre si dos dois sistemas de transfigurações, dos dois referenciais, que permite comparar as transformações ocorridas entre os dois referenciais.
- (4) E, simultaneamente à coordenação do sistema de transfigurações, a atribuição de certos significantes arbitrários e coletivos, isto é, signos, aos significados.
- (5) A representação das relações entre signos por outros signos (como as equações e inequações).
- (6) A manipulação desses signos, por meio da Lógica e da Matemática, construindo um sistema de transfigurações para cada referencial.
- (7) E a coordenação entre si dos dois sistemas de transfigurações, dos dois referenciais considerados, que permite encontrar novas relações e propriedades e estabelecendo novos sentidos e significados.

Assim, podemos dizer que uma das principais funções dos experimentos de pensamentos que a Teoria da Relatividade Restrita propõe é exatamente a possibilidade de dar significação à noção de espaço-tempo, uma vez que é através deles que o sujeito do conhecimento consegue agir, em nível de operações sobre símbolos (transfigurações) e signos (transignaões).

Isso porque, a compreensão desses experimentos de pensamentos é parte fundamental da ressignificação das noções de espaço e de tempo absolutos da Mecânica Clássica, pois eles permitem ao sujeito do conhecimento uma ação interna sobre representações, sejam elas símbolos ou signos, que enriquece o seu sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos prévio (aquele relativo às noções da Mecânica Clássica), coordenando aos esquemas que possuía novas operações sobre símbolos e signos referentes aos experimentos.

Esta ressignificação do espaço e tempo da Teoria da Relatividade Restrita é, portanto, uma acomodação, isto é, uma alteração do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, que permite ao sujeito melhor se adaptar ao meio.

A melhor adaptação do sujeito ao meio fica comprovada ao observarmos os avanços teóricos e tecnológicos aos quais conduziu a Teoria da Relatividade Restrita e Geral, generalização da Relatividade Restrita que abarca também os referenciais não inerciais, sendo o mais popular deles o GPS (*“Global Positioning System”*).

O GPS é um sistema de localização amplamente utilizado, e se compõe de três segmentos: o espacial, constituído por 24 satélites com relógios atômicos em órbitas circulares ao redor da Terra; o de controle, formado por estações terrestres que continuamente recebem informações dos satélites; e o do utilizador. No GPS, todas as informações devem ser levadas em conta: sinais dos relógios dos satélites, das estações de controle e dos utilizadores, as suas diferentes altitudes, a movimentação dos satélites e a rotação da Terra. Todo o sistema sofre os efeitos das Relatividades Restrita e Geral, e sem a consideração deles, o GPS não teria qualquer utilidade, por carecer de precisão. Por exemplo, sem a consideração dos atrasos sofridos pelos relógios a diferentes altitudes, o GPS teria um erro de localização de 13,7km por dia. Com os cálculos das Teorias da Relatividade Restrita e Relatividade Geral, esses números são corrigidos, tornando o sistema preciso. Segundo Crawford (2004):

Sem as correcções introduzidas pela teoria da relatividade na medição do tempo realizada por relógios atômicos, não seria possível definir com precisão a localização dos aviões, barcos ou automóveis que dispõem de um receptor GPS. Da próxima vez que o seu avião se aproximar de um aeroporto com mau tempo, agradeça a Einstein e à ciência fundamental que permitiu o

desenvolvimento tecnológico que está na origem do sistema GPS que o guiará numa aterragem segura.

Com isso, retomamos a questão central da nossa pesquisa: quais são as estruturas mentais necessárias a um sujeito, segundo a Epistemologia Genética, para a compreensão da Teoria da Relatividade Restrita e como se dá sua construção?

Em termos dos MoSEAOSS, para a compreensão da Teoria da Relatividade Restrita o sujeito precisa alterar seu sistema de esquemas de ação e operações sobre símbolos e signos, que engloba em si as estruturas mentais responsáveis pelos esquemas de ações exteriores (construídos nos Períodos Sensório-Motor e Pré-Operatório), pelas operações sobre símbolos (constituídas no Período Operatório Concreto) e pelas operações sobre signos (típicas do Período Operatório Formal ou Hipotético Dedutivo). Essa alteração do sistema de esquemas de ação e operações sobre símbolos e signos é uma acomodação

Isso quer dizer que, o sujeito só aprende algo novo, como, por exemplo, a Teoria da Relatividade Restrita, quando seu sistema de esquemas de ação e operações sobre símbolos e signos sofre acomodação.

Assim, quanto mais o sujeito utilizar a noção de espaço-tempo, através de experimentos (sejam de pensamento ou objetivos) ou da pura teorização (isto é, unicamente através de operações sobre signos) mais complexas serão as coordenações entre esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, e melhor conseguirá assimilar a realidade e estará adaptado a ela.

Note-se, por fim, que os sujeitos que somente memorizam os postulados e suas consequências, mas que não conseguem agir a partir deles, não têm a Relatividade Restrita como um conhecimento, pois é somente através do agir que se dá significação aos objetos e situações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise epistemológica da Teoria da Relatividade Restrita e Geral desenvolvida durante o curso de graduação suscitaram questionamentos acerca do sujeito do conhecimento, mais especificamente sobre as capacidades cognitivas que esse sujeito necessita ter desenvolvidas para que tal conhecimento seja possível.

Com a oportunidade de realizarmos uma pesquisa nesse sentido, delimitamos como questão central a ser discutida, tendo como referenciais teóricos a Epistemologia Genética e sua formalização com o Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos (MoSEAOSS), a seguinte: quais são as estruturas mentais necessárias a um sujeito, segundo a abordagem proposta pelo MoSEAOSS da Epistemologia Genética, para a compreensão da Teoria da Relatividade Restrita e como se dá sua construção?

A fim de respondermos essa questão, percorremos o seguinte roteiro:

No *Capítulo 1*, realizamos uma resumida análise epistemológica dos conceitos de espaço e de tempo da Teoria da Relatividade Restrita. Para isso, apresentamos, de forma teórica e simplificada, o contexto histórico que propiciou a formulação da teoria, e examinamos os seus postulados. Vimos que, ao lidarmos com seus resultados não-clássicos, evidentes em situações que envolvem deslocamentos a velocidades próximas à velocidade da luz e distâncias de enormes proporções, os experimentos de pensamentos mostram-se uma ferramenta valiosa, pois possibilitam desenvolver, em nível do puro pensamento, as consequências envolvendo as peculiaridades dessas situações não cotidianas. Assim sendo, apresentamos os experimentos de pensamento que nos permitem compreender os estranhos fenômenos relacionados às medições de

tempo e espaço em diferentes referenciais inercias às quais os postulados da Relatividade Restrita conduzem: a dilatação dos tempos e a contração dos comprimentos.

Considerando esses fenômenos, torna-se necessária uma modificação das noções de tempo e de espaço absolutos da Mecânica Clássica, uma vez que são incompatíveis com os postulados da Relatividade Restrita. Adota-se, então, uma nova estrutura, o espaço-tempo quadridimensional, ou espaço de Minkowski, análogo à geometria euclidiana por ser considerado plano e compatível com as coordenadas cartesianas. Neste novo espaço existe a interdependência entre as coordenadas espaciais e a temporal, já que alterações nas medições do espaço estão relacionadas a alterações nas medições do tempo, e vice-versa.

No *Capítulo 2*, após uma breve síntese da Epistemologia Genética, apresentamos o Modelo do Sistema de Esquemas de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos (MoSEAOSS), formalização idealizada por Tassinari (2014) que relaciona alguns dos principais resultados teóricos e experimentais da Epistemologia Genética.

Vimos que a progressiva coordenação do sistema de esquemas de ações e de operações sobre símbolos e signos, que se desenvolve continuamente desde o nascimento, é que determina as possibilidades de ações a serem realizadas pelo sujeito. E essa coordenação se dá através de dois mecanismos complementares e indissociáveis: a assimilação e a acomodação.

A construção do sistema de esquemas de ações e de operações sobre símbolos e signos pode ser dividida em quatro grandes períodos, que, como vimos, possuem características próprias, segundo Tassinari (2014): o Período Sensório-Motor, com a constituição do sistema de esquemas de ação; o Período Pré-Operatório, com a consolidação da capacidade de representação; o Período Operatório Concreto, com a constituição do sistema de esquemas de operações sobre representações figurativas de objetos concretos, ou sistema de transfigurações, na terminologia do MoSEOASS; e o Período Operatório Formal ou Período Hipotético-Dedutivo, com a constituição do sistema de esquemas de operações sobre signos, ou sistema de transginações, também segundo o MoSEOASS. Em cada um desses períodos temos a constituição de um novo sistema composto por certos esquemas, sejam de ação, de operações sobre símbolos e/ou sobre signos, e é este sistema que define as características do período específico.

É somente no Período Operatório Formal ou Hipotético-Dedutivo, com a constituição do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, que

o sujeito tem a capacidade de compreender e construir os modelos utilizados nas ciências, deduzindo conclusões a partir de enunciados e hipóteses por meio da lógica das proposições e das matemáticas. Vimos que esse último estágio do desenvolvimento cognitivo permite ao sujeito libertar-se em relação à realidade, uma vez que o pensamento formal não exige mais o apoio da percepção. Essa liberdade do pensamento em relação ao real é que possibilita os experimentos de pensamento propostos pela Teoria da Relatividade.

Uma vez que o MoSEAOSS explica justamente a possibilidade destas experiências de pensamento e como elas possibilitam a resignificação dos dados perceptivos em função dos conceitos teóricos aplicados sobre a imaginação e a ação, passamos ao *Capítulo 3*.

Neste capítulo, apresentamos a análise dos experimentos de pensamento sobre os fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos e do Paradoxo dos Gêmeos, que descrevem dois referenciais inerciais em movimento retilíneo uniforme um em relação ao outro. Argumentamos, então, que é necessário para a compreensão destes experimentos de pensamento o seguinte: (1) o suporte de desenhos, que têm a eles associados imagens mentais, representando estados (pelo menos os estados inicial, intermediário e final) dos dois referenciais nas situações não cotidianas consideradas; (2) a coordenação em um sistema das transfigurações referentes aos deslocamentos em jogo para cada referencial dado; (3) a coordenação entre si dos dois sistemas de transfigurações, permitindo a comparação entre as transformações ocorridas entre os dois referenciais; simultaneamente, (4) a atribuição de certos signos aos significados, assim como (5) a representação das relações entre esses signos por meio de outros signos e (6) a manipulação destes, por meio da Lógica e da Matemática, construindo um sistema de transfigurações para cada referencial; (7) além da coordenação entre si dos dois sistemas de transfigurações, dos dois referenciais considerados, o que permite encontrar novas relações e propriedades e estabelecendo novos sentidos e significados, isto é, possibilitando a significação e a resignificação.

Chegamos, então, a conclusão de que a exploração dos postulados da Teoria da Relatividade Restrita, passando pelos experimentos de pensamento acerca dos fenômenos da dilatação dos tempos e da contração dos comprimentos, através do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos do sujeito do conhecimento resulta necessariamente na resignificação das noções de tempo e de espaço. Isto é, a resignificação das noções de espaço e de tempo instituída pela Teoria

da Relatividade Restrita é vista, a partir da análise realizada por meio do MoSEAOSS, como uma alteração do sistema de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, ou seja, uma acomodação para melhor assimilar a realidade, resultando em uma melhor adaptação do sujeito ao meio.

Como dissemos anteriormente, para a compreensão de uma teoria revolucionária como a Teoria da Relatividade, que propõe uma estrutura do mundo com postulados tão distintos daqueles da Mecânica Clássica (a qual é senso comum, já que coordena perfeitamente a zona das dimensões intermediárias na qual vivemos: de baixas velocidades e pequenas distâncias), é necessário um esforço de reconstrução da nossa estrutura mental, de alteração dos nossos sistemas de esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos, isto é, de acomodação.

Portanto, reafirmamos que para compreender a Teoria da Relatividade Restrita é necessário que o sujeito utilize a noção de espaço-tempo, através de experimentos de pensamento (como os analisados aqui) ou objetivos, ou da pura teorização (exclusivamente através de operações sobre signos), pois somente assim as coordenações entre esquemas de ações e operações sobre símbolos e signos se tornarão mais complexa, permitindo ao sujeito melhor assimilação da realidade e melhor adaptação ao meio.

Com o caminho percorrido por esta pesquisa, esperamos ter apresentado uma possibilidade coerente de como “Piaget teria aplicado sua análise à explicação genética da relatividade restrita”, respondendo, então, à crítica de Sauer (2014, p. 5), além de testemunhar, junto aos trabalhos anteriormente desenvolvidos por Tassinari e colaboradores, as vantagens em utilizar o Modelo do Sistema de Esquemas de Ação e Operações sobre Símbolos e Signos em análises do processo de construção das estruturas mentais necessárias ao conhecimento.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, G. **O Novo Espírito Científico**. Tradução de R. F. Kuhnen. São Paulo: Abril S. A. Cultural e Industrial, 1934/1979. (Coleção Os Pensadores).

BACHELARD, G. **A Epistemologia**. Tradução de F. L. Godinho e M. C. Oliveira. Lisboa: Edições 70, 2006.

ČAPEK, M. Introduction. In: MEYERSON, É. **The Relativistic Deduction: Epistemological Implications of the Theory of Relativity**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1985.

CHAPMAN, M. Equilibration and the Dialectics of Organization. In: BEILIN, H.; PUFALL, P. B. **Piaget's theory: prospects and possibilities**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers, 1992. p. 39-60.

CINDRA, J. L. Esboço da Evolução Histórica do Princípio de Relatividade. **Revista Brasileira do Ensino de Física**, v. 16, n° (1-4), p. 26-32, 1994. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/vol16a03.pdf>. Acesso em: 06 jun. 2015.

CRAWFORD, P. A Teoria da Relatividade e o GPS, Lisboa, 2004. Disponível em: http://cosmo.fis.fc.ul.pt/~crawford/artigos/T%20R_GPS_intro.html. Acesso em: 22 nov. 2011.

DANTAS, L. C. V. **A Ressignificação na Terapia Cognitiva: Uma Análise a partir da Modelado Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos**. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Marília: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2016. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 14 set. 2016.

EINSTEIN, A. On the Electrodynamics of Moving Bodies. In: EINSTEIN, A.; MINKOWSKI, H. **The Principle of Relativity**. Tradução de M. N. Saha e S. N. Bose. Calcutta: University of Calcutta, 1905/1920. p. 1-34. Disponível em: <https://ia800205.us.archive.org/19/items/principleofrelat00eins/principleofrelat00eins.pdf>. Acesso em: 28 abril 2016.

EINSTEIN, A. Sobre o princípio da relatividade e suas implicações. Tradução de P. A. Schulz. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, p. 37-61, março 1907/2005. Disponível em:

http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172005000100005&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 29 maio 2015.

EINSTEIN, A. On the Method of Theoretical Physics. **Philosophy of Science**, v. 1, n° 2, p. 163-169, abril 1934. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/184387>. Acesso em: 05 maio 2008.

FALCIANO, F. T. Geometria, espaço-tempo e gravitação: conexão entre conceitos da relatividade geral. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 31, n. 4, p. 4308-1-4308-10, dez 2009. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172009000400010&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 29 maio 2015.

FERRAZ, A. A. **Como é Possível o Conhecimento Matemático: Uma Análise a Partir da Epistemologia Genética**. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Marília: Universidade Estadual Paulista, 2014. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br>. Acesso em: 14 set. 2016.

FERRAZ, A. A.; TASSINARI, R. P. **Como é Possível o Conhecimento Matemático: As Estruturas Lógico-Matemáticas a partir da Epistemologia Genética**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. Disponível em: http://www.culturaacademica.com.br/catalogodetalhe.asp?ctl_id=543. Acesso em: 14 set. 2016.

FERREIRA, R. R. **Sobre o uso da função proposicional e sua gênese segundo a Epistemologia Genética**. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Marília: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011.

FERREIRA, R. R.; TASSINARI, R. P. **Piaget e a Predicação Universal**. São Paulo: Cultura, 2013. Disponível em: http://www.culturaacademica.com.br/catalogodetalhe.asp?ctl_id=410. Acesso em: 14 set. 2016.

GHINS, M. **A inércia e o espaço-tempo absoluto: de Newton a Einstein**. Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência, 1990/1991.

GRANGER, G.-G. **Por um conhecimento filosófico**. Tradução de C. M. Cesar e L. M. Cesar. Campinas: Papyrus, 1988/1989.

GRANGER, G.-G. **A ciência e as ciências**. Tradução de R. L. Ferreira. São Paulo: Editora Unesp, 1993/1994.

LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Física Teórica: Teoria do Campo**. Moscou: Editora Mir, v. 2, 1951/1980.

LANDAU, L. D.; RUMER, G. B. **What is Relativity?** New York: Dover Publications, INC., 1959/2003.

LATANSIO, V. D. **A significação na epistemologia genética: contribuições para uma teoria do conhecimento**. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Marília: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2010. 108 p. Disponível em: http://www.marilia.unesp.br/Home/Pos-Graduacao/Filosofia/Dissertacoes/latansio_vd_me_mar.pdf. Acesso em: 13 jan. 2014.

LEWIS, M. Newton, Einstein, Piaget, and the Concept of Self: The Role of the Self in the Process of Knowing. In: LIBEN, L. S. **Piaget and the Foundations of Knowledge**. New York: Psychology Press, 2014. p. 141-178.

- MARÇAL, V. E. R. **O Esquema de Ação na Constituição do Sujeito Epistêmico: Contribuições da Epistemologia Genética à Teoria do Conhecimento**. Marília: Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2009. Disponível em: https://www.marilia.unesp.br/Home/Pos-Graduacao/Filosofia/Dissertacoes/marcal_ver_me_mar.pdf. Acesso em: 21 jan. 2017.
- MARÇAL, V. E. R.; TASSINARI, R. P. O Modelo Grupo Prático de Deslocamentos em Psicologia e Epistemologia Genéticas e sua Formalização. **Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, Marília [Online], v. 5, n. 1, p. 6-18, 2013. Disponível em: <http://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme>. Acesso em: 14 set. 2016.
- MARÇAL, V. E. R.; TASSINARI, R. P. O Caráter a priori das Estruturas Necessárias ao Conhecimento, Construídas segundo a Epistemologia Genética. **Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, Marília [Online], v. 6, n. Especial, p. 225-241, 2014. Disponível em: <http://revistas.marilia.unesp.br/index.php/scheme>. Acesso em: 14 set. 2016.
- MILLER, A. I. Imagery and Intuition in Creative Scientific Thinking: Albert Einstein's Invention of the Special Theory of Relativity. In: WALLACE, D. B.; GRUBER, H. E. **Creative People at Work**. New York: Oxford University Press, 1989. p. 171-188.
- NEWTON, S. I. **Newton's Principia: The Mathematical Principles of Natural Philosophy**. Tradução de A. Motte. New York: [s.n.], 1687/1846.
- NEWTON, S. I. **Princípios Matemáticos, O peso e o equilíbrio dos fluidos**. Tradução de C. L. Mattos e P. R. Mariconda. São Paulo: Abril S. A. Cultural e Industrial, 1687/1974. (Coleção Os Pensadores).
- PENROSE, R. **O grande, o pequeno e a mente humana**. Tradução de R. L. Ferreira. São Paulo: UNESP, 1997/1998.
- PIAGET, J. **O Nascimento da Inteligência na Criança**. Tradução de M. L. Lima. Brasília: Zahar, 1936/1975.
- PIAGET, J. **A Construção do Real na Criança**. Tradução de A. Cabral. 2ª. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1937/1975.
- PIAGET, J. **A Noção de Tempo na Criança**. Tradução de R. Fiúza. 2a. ed. Rio de Janeiro: Record, 1946/2002.
- PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. Tradução de M. A. M. Amorim e P. S. L. Silva. Rio de Janeiro: Forense, 1964/2002.
- PIAGET, J. **Genetic Epistemology, a series of lectures**. Tradução de Eleanor Duckworth. New York: Columbia University Press, 1968. Disponível em: <https://www.marxists.org/reference/subject/philosophy/works/fr/piaget.htm>. Acesso em: 15 mar. 2016.
- PIAGET, J. **O Estruturalismo**. Tradução de M. R. Amorim. São Paulo: Difel, 1968/2003.
- PIAGET, J. **Psicologia e Epistemologia: por uma teoria do conhecimento**. Tradução de A. Cretella. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1970/1973.
- PIAGET, J. **A Epistemologia Genética**. Tradução de N. C. Caixeiro. São Paulo: Abril Cultural, 1970/1983. (Coleção Os Pensadores).

PIAGET, J. **Problemas de Psicologia Genética**. Tradução de C. E. A. Di Piero. São Paulo: Abril Cultural, 1972/1983. (Coleção Os Pensadores).

PIAGET, J. **A Equilibração das Estruturas Cognitivas**: problema central do desenvolvimento. Tradução de A. Cabral. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975/1976.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A Psicologia da Criança**. Tradução de O. M. Cajado. 9a. ed. Rio de Janeiro: Difel/Bertrand Brasil, 1950/2003.

PORTO, C. M.; PORTO, M. B. D. S. M. Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 30, nº 1, p. 1603.1-1603.8, 2008. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000100017&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 29 mai. 2015.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Piaget**: Modelo e estrutura. Rio de Janeiro: José Olímpio, 1972.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Em busca do sentido da obra de Jean Piaget**. São Paulo: Editora Ática, 1984.

RENN, J. A física clássica de cabeça para baixo: como Einstein descobriu a teoria da relatividade especial. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 27, n. 1, p. 27-36, março 2005. Disponível em:.. Acesso em: 29 Mai. 2015.

RUSSELL, B. **ABC da Relatividade**. Tradução de G. Rebuá. 3a. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1925/1966.

SANTOS, J. C. Minkowski, Geometria e Relatividade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 9, nº 18, p. 115–131, 2009. Disponível em: <http://www.fc.up.pt/mp/jcsantos/PDF/artigos/Minkowski.pdf>. Acesso em: 09 out 2016.

SAUER, T. Piaget, Einstein, and the concept of time. In: RENN, J.; SCHEMMEL, M. **Culture and Cognition**: Essays in honor of Peter Damerow. Berlin: Edition Open Access, 2014. Disponível em: <http://philsci-archive.pitt.edu/10637/1/damerow.pdf>. Acesso em: 17 de março de 2015.

TASSINARI, R. P. Sobre uma Estrutura Fundamental para a Lógica Operatória Concreta. In: DONGO-MONTOYA, A. O. D., et al. **Jean Piaget no século XXI**: Escritos de Epistemologia e Psicologia Genéticas. Marília: Oficina Universitária; Cultura Acadêmica, 2011. p. 31-46. Disponível em: http://www.marilia.unesp.br/Home/Publicacoes/jean_piaget.pdf. Acesso em: 28 abr. 2015.

TASSINARI, R. P. **Lógica e Filosofia da Ciência**. São Paulo: Unesp, 2012.

TASSINARI, R. P. A ciência contemporânea e a noção de modelo. In: PRADO, L. L.; SCHLÜNZEN JUNIOR, K.; SCHLÜNZEN, E. T. M. **Filosofia [recurso eletrônico]**. São Paulo: Cultura Acadêmica - Universidade Estadual Paulista; Núcleo de Educação a Distância, 2013.

TASSINARI, R. P. O Modelo do Sistema de Esquema de Ações e Operações sobre Símbolos e Signos. **Schème - Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, Marília, v. 06, n. Edição Especial, p. 7-44, Novembro 2014. ISSN 1984-1655. Disponível em: <http://www.bjis.unesp.br/revistas/index.php/scheme/article/view/4272/3101>. Acesso em: 28 de abril de 2015.

TASSINARI, R. P.; FERRAZ, A. A.; PESSOA, K. B. C. Jean Piaget, Arauto da Auto-Organização, e Algumas de suas Contribuições ao Estudo da Auto-Organização. In: BRESCIANI FILHO, E., et al. **Auto-organização:** estudos interdisciplinares. Campinas: CLE/UNICAMP, 2014. p. 415-438. (Coleção CLE, v. 66).

TIPLER, P. A. **Física**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, v. 2, 1976/1978.