



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
Campus de São José do Rio Preto

Ana Beatriz Silva Zerati

# **Análise de Texturas em Imagens: um Estudo sobre Transformadas de Redes Complexas**

São José do Rio Preto

2025

Ana Beatriz Silva Zerati

## **Análise de Texturas em Imagens: um Estudo sobre Transformadas de Redes Complexas**

Monografia apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação, junto ao Departamento de Ciências de Computação e Estatística do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Brasil. Processos #2024/07241-8, #2024/16261-2 e #2023/04583-2.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - (UNESP)

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - (IBILCE)

Departamento de Ciências de Computação e Estatística

Bacharelado em Ciência da Computação

Orientador: Prof. Dr. Lucas Correia Ribas

São José do Rio Preto

2025

Z58a

Zerati, Ana Beatriz

Análise de Texturas em Imagens: um Estudo sobre Transformadas de Redes Complexas / Ana Beatriz Zerati. -- São José do Rio Preto, 2025  
75 p.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Ciência da Computação) -  
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e  
Ciências Exatas, São José do Rio Preto

Orientador: Lucas Correia Ribas

1. Análise de Texturas. 2. Redes Complexas. 3. Análise Multiescalar. 4.  
Extração de Características. 5. Aprendizado de Representações. I. Título.

Ana Beatriz Silva Zerati

## **Análise de Texturas em Imagens: um Estudo sobre Transformadas de Redes Complexas**

Monografia apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação, junto ao Departamento de Ciências de Computação e Estatística do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Câmpus de São José do Rio Preto.

Financiadora: Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Brasil. Processos #2024/07241-8, #2024/16261-2 e #2023/04583-2.

Banca Examinadora:

**Prof. Dr. Lucas Correia Ribas**

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas (IBILCE)

Orientador

**Prof. Dr. Diego Renan Bruno**

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - (IBILCE)

**Profa. Dra. Marilaine Colnago**

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP)

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas - (IBILCE)

São José do Rio Preto

17 de novembro de 2025

Dedico esta monografia aos meus pais, Renato e Ana Paula, que sob muito sol me fizeram chegar até aqui na sombra.

# Agradecimentos

Aos meus pais, que sempre lutaram para que eu pudesse me dedicar puramente ao estudo e à pesquisa, protegendo-me das dificuldades do mundo real e da vida adulta. Obrigada por acreditarem em mim em todos os momentos, por me mostrarem o amor por estudar e o amor pela tecnologia. Nada disso seria possível sem o apoio de vocês e cada conquista minha carrega um pedaço de seu esforço e carinho.

À minha irmã, Uli, por estar sempre ao meu lado, lendo meus trabalhos, ouvindo minhas reclamações, me tirando de casa para passear com as cachorras e me acompanhando em cada fase da vida.

Aos meus avós, que regaram em mim, desde cedo, a semente da curiosidade. À Tita e ao Saminho, por todo carinho, pelas idas e vindas da escola, pelos penteados no meu cabelo, pelos incontáveis livros e por cada gesto de cuidado. À Nia e ao Eládio, por cuidarem de mim desde o começo da minha vida, por me inspirarem com o prazer de ensinar e de compartilhar conhecimento.

Às minhas amigas/irmãs, Bianca e Maju, companheiras desde a escola, que dividiram comigo risadas, estudos, lágrimas e conquistas. A amizade de vocês atravessou o tempo e continua sendo um porto seguro.

Aos meus amigos e amigas, que caminharam comigo durante toda a graduação, me segurando quando os caminhos pareciam difíceis e tornando esses quatro anos muito melhores. Em especial, Gabriel, Kim e Luan, que sempre me acompanharam nas mais diferentes aventuras (e furadas) e compartilharam comigo tantos momentos de diversão e crescimento.

Ao meu namorado, William, que está ao meu lado desde o primeiro semestre da graduação, sempre me ensinando e me incentivando a buscar mais. Você quem me mostrou o amor pela pesquisa e o que significa se dedicar para alcançar o que quiser. Serei sempre grata pela mudança que você causou em mim.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Lucas Correia Ribas, cuja dedicação, paciência e incentivo constante foram fundamentais não apenas para a realização deste trabalho, mas também para o meu crescimento pessoal e acadêmico.

Agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo fomento ao projeto, por meio da bolsa de Iniciação Científica, processo nº 2024/07241-8.

Por fim, agradeço à Unesp pela oportunidade, aos professores e funcionários, e a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

*"We don't read and write poetry because it's cute. We read and write poetry because we are members of the human race. And the human race is filled with passion. And medicine, law, business, engineering, these are noble pursuits and necessary to sustain life. But poetry, beauty, romance, love, these are what we stay alive for."*  
(N.H. Kleinbaum, Dead Poets Society)

# Resumo

A classificação de texturas é uma tarefa central em visão computacional, com aplicações que vão desde o reconhecimento de materiais até a análise de imagens biomédicas. Métodos tradicionais frequentemente apresentam dificuldades em capturar padrões estruturais complexos, evidenciando a necessidade de representações mais robustas. Este trabalho apresenta a Transformada de Rede Complexa (CNT), uma abordagem inovadora que modela texturas por meio de redes complexas e gera imagens transformadas a partir de suas propriedades topológicas, capturando relações estruturais complementares em múltiplas escalas espaciais. A CNT foi avaliada como (i) módulo de pré-processamento para aprimorar descritores clássicos de textura, (ii) método de aprendizado de representações utilizando Redes Neurais Randomizadas e (iii) técnica de aumento de dados para Redes Neurais Convolucionais. Experimentos em quatro bases de dados de referência – Outex, USPTex, MBT e 1200Tex – demonstram que as informações complementares capturadas pelo CNT proporcionam ganhos significativos de desempenho. Dessa forma, os resultados indicam que a Transformada de Rede Complexa constitui uma ferramenta promissora para a análise de texturas, oferecendo um meio eficaz de integrar informações topológicas, estruturais e multiescalares na representação de padrões visuais.

**Palavras-chave:** Análise de Texturas, Redes Complexas, Análise Multiescalar, Extração de Características, Aprendizado de Representações.

# Abstract

*Texture classification is a key task in computer vision, with applications ranging from material recognition to biomedical image analysis. Traditional methods often struggle to capture complex structural patterns, highlighting the need for more robust representations. This work introduces the Complex Network Transform (CNT), a novel approach that models textures using complex networks and generates transformed images based on their topological properties, capturing complementary structural relationships across multiple spatial scales. CNT was evaluated as a (i) preprocessing module to enhance classical texture descriptors, (ii) method for representation learning using Randomized Neural Networks, and (iii) data augmentation technique for Convolutional Neural Networks. Experiments on four benchmark datasets — Outex, USPTex, MBT, and 1200Tex — demonstrate that the complementary information captured by CNT leads to significant performance gains. Thus, the results indicate that the Complex Network Transform is a promising tool for texture analysis, providing an effective means to integrate topological, structural, and multiscale information in the representation of visual patterns.*

**Keywords:** *Texture Analysis, Complex Networks, Multiscale Analysis, Feature Extraction, Representation Learning.*

# Sumário

|          |                                                          |           |
|----------|----------------------------------------------------------|-----------|
|          | <b>Lista de ilustrações</b>                              | <b>11</b> |
|          | <b>Lista de tabelas</b>                                  | <b>13</b> |
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                        | <b>16</b> |
| 1.1      | Motivação                                                | 17        |
| 1.2      | Objetivos                                                | 18        |
| 1.3      | Organização do Texto                                     | 18        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA</b>             | <b>19</b> |
| 2.1      | Extração de Características                              | 19        |
| 2.1.1    | Extração Manual de Características                       | 20        |
| 2.1.2    | Aprendizado de características                           | 21        |
| 2.2      | Redes Complexas                                          | 22        |
| 2.3      | Redes Neurais Artificiais                                | 23        |
| 2.3.1    | Redes Neurais Randomizadas (RNNs)                        | 25        |
| 2.3.2    | Redes Neurais Convolucionais (CNNs)                      | 27        |
| 2.4      | Trabalhos Relacionados                                   | 28        |
| 2.4.1    | Redes Complexas para Análise de Texturas                 | 28        |
| 2.4.2    | RNNs para análise de texturas                            | 31        |
| 2.4.3    | Síntese e a Lacuna na Literatura                         | 32        |
| <b>3</b> | <b>ABORDAGEM PROPOSTA</b>                                | <b>34</b> |
| 3.1      | Modelagem da Rede Complexa                               | 34        |
| 3.2      | Caracterização da Rede Complexa                          | 35        |
| 3.3      | Transformação da Rede Complexa                           | 36        |
| <b>4</b> | <b>METODOLOGIA</b>                                       | <b>38</b> |
| 4.1      | Aprimoramento de Extratores de Características Clássicos | 38        |
| 4.2      | Aprendizado de Características com RNNs                  | 40        |
| 4.3      | Aumento de Dados                                         | 42        |
| 4.4      | Avaliação e Comparação                                   | 43        |
| 4.4.1    | Bases de Dados                                           | 44        |
| 4.4.2    | Parâmetros da Técnica                                    | 46        |
| 4.4.3    | Descritores de Texturas                                  | 46        |
| 4.4.4    | Classificadores e Protocolos de Treinamento              | 48        |
| 4.4.5    | CrITÉrios de Avaliação                                   | 49        |

|            |                                                                           |           |
|------------|---------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.4.6      | Ferramentas e Plataformas Computacionais . . . . .                        | 49        |
| <b>5</b>   | <b>RESULTADOS . . . . .</b>                                               | <b>51</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Aprimoramento de Extratores de Características Clássicos . . . . .</b> | <b>51</b> |
| 5.1.1      | Avaliação dos Parâmetros . . . . .                                        | 51        |
| 5.1.2      | Comparação com Métodos da Literatura . . . . .                            | 54        |
| <b>5.2</b> | <b>Aprendizado de Características com RNNs . . . . .</b>                  | <b>56</b> |
| 5.2.1      | Avaliação dos Parâmetros . . . . .                                        | 56        |
| 5.2.2      | Comparação com Métodos da Literatura . . . . .                            | 59        |
| <b>5.3</b> | <b>Aumento de Dados . . . . .</b>                                         | <b>60</b> |
| <b>6</b>   | <b>CONCLUSÃO . . . . .</b>                                                | <b>64</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Limitações e Trabalhos Futuros . . . . .</b>                           | <b>64</b> |
| <b>6.2</b> | <b>Trabalhos Gerados e Eventos Científicos . . . . .</b>                  | <b>65</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>                                              | <b>67</b> |

# Lista de ilustrações

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Exemplo de cálculo da assinatura de uma vizinhança pelo método LBP                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 21 |
| Figura 2 – Esquema do modelo de neurônio perceptron proposto por (ROSENBLATT, 1957).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 24 |
| Figura 3 – Exemplificação da capacidade de separação de dados não lineares pelas RNAs de múltiplas camadas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 25 |
| Figura 4 – Ilustração de uma rede neural randomizada com uma camada oculta.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 26 |
| Figura 5 – Arquitetura de uma CNN aplicada à classificação de uma placa de trânsito. O processo se divide em extração de características e classificação. A fase de extração utiliza camadas convolucionais (C) para aprender uma hierarquia de representações, que vai de atributos simples (como bordas) a padrões complexos. As características extraídas são então processadas para a classificação da imagem. | 28 |
| Figura 6 – Exemplo de imagem de textura modelada como Rede Complexa.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 30 |
| Figura 7 – Método para construção dos vetores de entrada e rótulo para treinamento da RNN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 31 |
| Figura 8 – Ilustração do procedimento de Transformada de Rede Complexa (CNT).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 34 |
| Figura 9 – Transformadas de Rede Complexa geradas com diferentes métricas de representação e raios de modelagem.                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 37 |
| Figura 10 – Fluxo geral da metodologia adotada nesta monografia. O diagrama ilustra as três vertentes experimentais: aprimoramento de extratores de <i>features</i> , aprendizado de características e aumento de dados para treinamento. Cada etapa inclui a geração de imagens transformadas, extração de características e avaliação de desempenho por meio de classificadores.                                 | 38 |
| Figura 11 – Visão geral do processo de extração de características baseado em CNT.<br>(a) Geração de visões transformadas $I_r^T$ usando diferentes raios $r$ e métricas de rede $\tau$ ; (b) aplicação de um descritor de textura $d$ para extrair vetores de características $f_r^T$ ; (c) fusão de múltiplos vetores em uma única representação $\Gamma$ para classificação.                                    | 39 |
| Figura 12 – Ilustração do procedimento para obter a assinatura de uma imagem utilizando sua transformada e a RNN.                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 42 |
| Figura 13 – Amostras das bases de dados utilizadas.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 45 |
| Figura 14 – Ilustração da validação cruzada $K$ -folds com $K = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 49 |
| Figura 15 – Acurácias do vetor de características $\mathcal{F}_r$ concatenado a $f^{orig}$ considerando $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ e utilizando diferentes valores de $r$ em quatro bases de dados.                                                                                                                                                                                                       | 52 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 16 – Acurácias médias do vetor de características $\Gamma$ para diferentes valores de $r$ e suas combinações, considerando as métricas de força ( $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ ), para quatro bases de dados. . . . .                                                   | 54 |
| Figura 17 – Acurácias de cinco arquiteturas de CNNs profundas em quatro bases de dados. Cada linha no gráfico de radar representa a performance do modelo em uma configuração de aumento diferente, enquanto os vértices do polígono correspondem à acurácia em cada base de dados. . | 61 |
| Figura 18 – Curvas de acurácia de validação durante o treinamento dos diferentes modelos na base de dados Outex, comparando o desempenho obtido com o conjunto de dados original e com o conjunto aumentado pela técnica CNT (utilizando o melhor raio identificado). . . . .         | 63 |

# Lista de tabelas

|          |                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 | – Acurácias médias do vetor de características $\Gamma$ , utilizando diferentes valores de $r$ e suas combinações para as métricas de centralidade de força ( $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ ), em quatro bases de dados diferentes. . . . . | 53 |
| Tabela 2 | – Acurácias médias do vetor de características $\Gamma$ utilizando os raios otimizados com diferentes combinações de métricas de centralidade em quatro bases de dados. . . . .                                                                   | 53 |
| Tabela 3 | – Comparação das acurácias obtidas por diferentes técnicas de análise de texturas utilizando apenas a imagem original $f^{orig}$ e a representação $\Gamma$ obtida pela técnica CNT nas quatro bases de dados de texturas. . . . .                | 55 |
| Tabela 4 | – Acurácia média das assinaturas dado o número de neurônios $Q$ . . . . .                                                                                                                                                                         | 57 |
| Tabela 5 | – Acurácia média por métrica de modelagem utilizando $Q = 9$ . Em <b>negrito</b> , são destacados os melhores resultados por base de dados e <u>sublinhados</u> , os segundo melhores. . . . .                                                    | 58 |
| Tabela 6 | – Acurácia média por combinação de raios utilizando $Q = 9$ e $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ . . . . .                                                                                                                                       | 59 |
| Tabela 7 | – Comparação das acurácias obtidas para diferentes métodos de análise de texturas na base de dados outex . . . . .                                                                                                                                | 60 |

# Lista de algoritmos

|   |                                                                    |    |
|---|--------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Aumento de Dados Baseado em CNT para Treinamento de CNNs . . . . . | 44 |
|---|--------------------------------------------------------------------|----|

# Lista de abreviaturas e siglas

|       |                                                                    |
|-------|--------------------------------------------------------------------|
| CN    | <i>Complex Network – Redes Complexas</i>                           |
| CNT   | <i>Complex Network Transform – Transformada de Redes Complexas</i> |
| LDA   | <i>Linear Discriminant Analysis</i>                                |
| RNA   | <i>Redes Neurais Artificiais</i>                                   |
| RNN   | <i>Randomized Neural Network – Redes Neurais Randomizadas</i>      |
| CNN   | <i>Convolutional Neural Network – Redes Neurais Convolucionais</i> |
| SSL   | <i>Self Supervised Learning – Aprendizado Auto-Supervisionado</i>  |
| BoVW  | <i>Bag-of-Visual-Words</i>                                         |
| GLDM  | <i>Gray-Level Difference Method</i>                                |
| GLCM  | <i>Gray-Level Co-occurrence Matrix</i>                             |
| LBP   | <i>Local Binary Patterns</i>                                       |
| CLBP  | <i>Completed Local Binary Patterns</i>                             |
| LCP   | <i>Local Configuration Patterns</i>                                |
| AHP   | <i>Adaptive Hybrid Patterns</i>                                    |
| DTCWT | <i>Dual-Tree Complex Wavelet Transform</i>                         |
| CNTD  | <i>Complex Network Texture Descriptor</i>                          |
| ELM   | <i>Extreme Learning Machine</i>                                    |
| CNRNN | <i>Complex Network Randomized Neural Network</i>                   |
| REE   | <i>Randomized Encoding Ensemble</i>                                |

# 1 Introdução

A textura é uma propriedade visual fundamental presente em muitos objetos, sendo uma característica fundamental no reconhecimento de padrões. Apesar de sua importância, não existe um consenso na comunidade científica para uma definição formal e única de texturas, pois esta é motivada muitas vezes pela percepção individual ou problema estudado (RIBAS, 2018). Em uma imagem, porém, pode-se considerar a textura como a organização espacial dos pixels e suas relações com vizinhos (CHEN, 2015). Dessa maneira, ela captura atributos intrínsecos do objeto (GONZALEZ, 2009), como rugosidade, suavidade, grossura ou finura, e sua análise tem aplicação prática em várias disciplinas como medicina, ciência dos materiais e botânica.

Assim, a relevância da análise de texturas, bem como sua diversidade de definições e aplicações, resulta em uma literatura extensa e heterogênea de métodos, que exploram diferentes paradigmas e que são aplicados em diferentes contextos. Embora as imagens de textura possam apresentar padrões visuais relativamente simples em alguns casos, sua formação comumente envolve processos não lineares, que acrescentam uma camada de complexidade e tornam o seu reconhecimento desafiador. Esse aspecto exige técnicas avançadas para sucesso em aplicações do mundo real (FLORINDO, 2020).

Recentemente, métodos baseados em sistemas complexos têm se destacado na literatura de análise de texturas (PAKNIYAT et al., 2024; RIBAS et al., 2024; RIBAS et al., 2024b). Essas abordagens exploram conceitos como entropia, caminhadas determinísticas, fractais e Redes Complexas para avaliar a organização espacial e a interação entre os elementos presentes nas imagens. Devido à sua capacidade de descrever com alto grau de precisão a irregularidade ou homogeneidade dos arranjos de pixels, esses métodos se mostram promissores para aplicações de visão computacional e análise de texturas. Em particular, destacam-se as Redes Complexas, estruturas de grafos que modelam pixels e conexões baseadas em relações espaciais ou de intensidade (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013), extraindo padrões de imagens texturais (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2010) e, assim, permitindo sua análise através da extração de características topológicas.

Com base nos avanços recentes, esta monografia propõe a formulação da Transformada de Redes Complexas (CNT), uma técnica de representação de texturas e de geração de imagens fundamentada em Redes Complexas (CNs – *Complex Networks*). Nesse procedimento, uma imagem de textura é modelada como uma CN, que é então convertida em novas imagens capazes de capturar características da textura original, desde padrões locais até estruturas globais. Ao combinar essas transformadas com diversas técnicas de análise de imagens, como descritores manuais e Redes Neurais Artificiais (RNAs), esta monografia

investiga estratégias para aprimorar a extração e o aprendizado de características texturais.

## 1.1 Motivação

Como levantado por Liu (LIU et al., 2018), apesar de décadas de investigação, a maioria dos métodos de análise de texturas ainda não consegue lidar adequadamente com texturas do mundo real e apresenta alta complexidade computacional. Assim, um dos principais desafios na área consiste em equilibrar a qualidade dos descritores de textura com a eficiência computacional.

Além disso, um aspecto crítico na análise de texturas é a capacidade de capturar tanto propriedades locais quanto globais de uma imagem (WANG, 2022). Métodos locais focam em detalhes de grão fino, analisando pequenas vizinhanças e descrevendo padrões como bordas e microtexturas. Já os métodos globais extraem características que representam a estrutura geral da imagem ou padrões dominantes, oferecendo um contexto mais amplo. Essas duas perspectivas são complementares (GHALATI et al., 2022a), e sua integração pode melhorar significativamente o desempenho em tarefas relacionadas à análise de texturas, como o reconhecimento de imagens (WANG, 2022) e a análise de imagens médicas (AL-SHABI et al., 2019).

Apesar da diversidade de técnicas disponíveis na literatura, grande parte dos métodos de análise de texturas ainda apresenta limitações na captura simultânea de propriedades locais e globais, ou na obtenção de descritores de alta qualidade de forma eficiente. Também, muitos desses métodos dependem da extração manual de características, a qual possui capacidade limitada para representar estruturas complexas (LIU; PU; SUN, 2021).

Recentemente, as Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs) vêm sendo aplicadas amplamente em aplicações de visão computacional, incluindo análise de texturas. Isso se deve à sua grande capacidade de extrair características de imagens, resultante de aplicação de diferentes filtros (*kernels*) de convolução, que capturam características desde o baixo ao alto nível (LIU et al., 2019). Com isso, elas conseguem obter representações de alta qualidade de texturas. Em contrapartida, as CNNs exigem grandes quantidades de dados rotulados, alto poder computacional e apresentam dificuldades de interpretabilidade (LIU; PU; SUN, 2021). Esses fatores inviabilizam o seu uso em diversas aplicações e motivam a busca por abordagens alternativas, mais leves e interpretáveis.

Nesse contexto, as Redes Complexas se apresentam como uma alternativa promissora, pois modelam as interações espaciais e de intensidade entre pixels, representando as relações de textura, com baixo custo computacional (CHALUMEAU et al., 2006). Tradicionalmente, estudos que utilizam Redes Complexas para modelagem de texturas obtêm os descritores da imagem diretamente a partir de medidas topológicas extraídas dessas redes (BACKES; CASA-NOVA; BRUNO, 2013; RIBAS et al., 2022b). Diferentemente dessas abordagens, a proposta

deste trabalho parte da hipótese de que a conversão de Redes Complexas em novas imagens — por meio de transformadas que preservam e destacam diferentes aspectos estruturais da textura original — pode oferecer uma representação mais rica, interpretável e passível de ser integrada com outras técnicas, como descritores manuais e redes neurais. Espera-se que essa abordagem contribua para superar limitações dos métodos atuais, oferecendo representações mais informativas, interpretáveis e eficientes para tarefas de caracterização de texturas.

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal deste projeto é estudar e aplicar o conceito de Redes Complexas na formulação de Transformadas de Imagens que realcem propriedades texturais complexas. Subsequentemente, busca-se aprimorar a etapa de extração de características aplicando descritores de imagem serão aplicados sobre a imagem transformada. De maneira mais específica, os objetivos deste projeto podem ser resumidos como:

- Estudar e aprimorar técnicas existentes de modelagem de imagens usando Redes Complexas;
- Desenvolver a técnica de Transformada de Redes Complexas para gerar novas imagens com características texturais realçadas;
- Implementar e aplicar técnicas de extração e aprendizado de características nas imagens transformadas.

## 1.3 Organização do Texto

Esta monografia está dividida em seis capítulos. Neste capítulo, uma introdução ao projeto foi dada, contendo a motivação, objetivos e sua justificativa. No Capítulo 2, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre Redes Complexas e técnicas de extração de características de texturas, fornecendo a base teórica necessária.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento da Transformada de Redes Complexas, com enfoque tanto no embasamento teórico quanto em sua funcionalidade. Em seguida, o Capítulo 4 detalha a metodologia empregada, incluindo os experimentos desenvolvidos, ferramentas e materiais necessários.

No Capítulo 5, são apresentados e discutidos os testes e resultados de extração de características e classificação, avaliando a eficácia da metodologia proposta. Por fim, o Capítulo 6 conclui a monografia, destacando as principais descobertas e sugerindo perspectivas para trabalhos futuros.

## 2 Fundamentação e Revisão da Literatura

A análise de texturas é um campo crucial no processamento de imagens, com aplicações que vão do diagnóstico médico ao sensoriamento remoto. Para que essa análise seja eficaz, é necessário extrair características significativas que representem adequadamente as propriedades visuais da textura na imagem. Este capítulo estabelece a base teórica para o nosso estudo, partindo dos métodos tradicionais e evoluindo em direção às abordagens inovadoras que integram a Teoria das Redes Complexas.

Primeiramente, apresentamos as principais técnicas de extração manual de características e suas limitações. Em seguida, discutimos o paradigma do aprendizado de características, que busca superar essas limitações. Por fim, detalhamos a Teoria das Redes Complexas e sua aplicação na modelagem de texturas, culminando na revisão dos trabalhos mais relevantes na área para contextualizar e justificar a nossa proposta de pesquisa.

### 2.1 Extração de Características

A extração de características (*feature extraction*) consiste em transformar os dados brutos de uma imagem em uma representação de menor dimensionalidade e mais discriminativa (GHALATI et al., 2022b). Essa etapa é essencial em processos de análise de imagens e aprendizado de máquina, pois permite destacar as informações mais relevantes do conteúdo visual, reduzindo ruídos e redundâncias. Ao representar uma imagem por meio de características significativas, torna-se possível identificar semelhanças e diferenças entre amostras, facilitando tarefas como classificação, detecção de objetos e reconhecimento de padrões (SCHONBERGER et al., 2017).

Conforme proposto por Anne Humeau-Heurtier (HUMEAU-HEURTIER, 2019a), as técnicas de extração de características podem ser agrupadas em sete categorias: métodos estatísticos, estruturais, espectrais, baseados em modelos, baseados em grafos, baseados em entropia e baseados em aprendizado. Com exceção do último grupo, todos os demais são considerados métodos manuais (*handcrafted*), nos quais a definição das características depende diretamente do conhecimento prévio do pesquisador e de hipóteses sobre o comportamento da textura. Em contraste, os métodos baseados em aprendizado identificam automaticamente as características mais relevantes diretamente a partir dos dados, reduzindo a necessidade de intervenção humana e possibilitando representações mais adaptadas e robustas (BHARALI; ROY, 2025).

### 2.1.1 Extração Manual de Características

As abordagens manuais dominam o campo do processamento de imagens há décadas, com destaque para as técnicas estatísticas. Estas se baseiam na distribuição espacial dos pixels para computar medidas que formam a "assinatura" da textura.

Entre os métodos mais relevantes, pode-se citar o *Gray Level Co-occurrence Matrix* (GLCM), proposto por Haralick et al. em 1973 (HARALICK; SHANMUGAM; DINSTEN, 1973). O método utiliza uma matriz de coocorrência de níveis de cinza para descrever as relações de vizinhança entre pixels, a partir da qual podem ser extraídas diversas características, que quantificam propriedades estatísticas da textura. No artigo de proposição do método, 14 *features* são definidas: Segundo Momento Angular, Contraste, Correlação, Variância, Momento de Diferença Inverso, Entropia, Coeficiente de Correlação, entre outras.

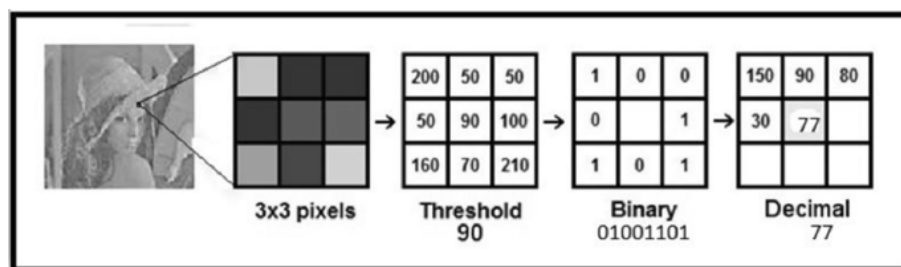
Ainda que um método manual e clássico, o GLCM ainda permanece muito relevante na análise de texturas, especialmente por sua capacidade de capturar características locais dos pixels. Ele é muito usado, por exemplo, em trabalhos de análise de imagens médicas (NARAYAN et al., 2023; RANGAIAH; Pradeep Kumar; AUGUSTINE, 2024) e de sensoriamento remoto (MOHAMMADPOUR; VIEGAS; VIEGAS, 2022).

Assim como a GLCM utiliza relações de segunda ordem para descrever texturas, também é possível empregar estatísticas de primeira ordem. Nesse contexto, Weska et al (WESZKA; DYER; ROSENFELD, 1976) propuseram, em 1976, as métricas de diferença de níveis de cinza (*Gray-Level Difference Metrics* - GLDM). O método baseia-se na análise das diferenças de intensidade entre pares de pixels, construindo uma distribuição dessas diferenças. A partir dessa distribuição, diversas medidas estatísticas podem ser calculadas para caracterizar a textura de maneira semelhante ao que é feito na GLCM.

Outra técnica estatística fundamental é a *Local Binary Pattern* (LBP) (OJALA; PIETIKÄINEN; HARWOOD, 1996), que descreve a textura por meio de comparações locais de intensidade. O método analisa cada pixel em relação aos seus vizinhos, atribuindo um código binário que representa o padrão de variação dos tons na vizinhança, como exemplificado na Figura 1. Em seguida, o histograma formado pela distribuição desses códigos em toda a imagem é utilizado como uma assinatura representativa da textura. Por sua simplicidade e eficácia, o LBP gerou diversas variações, como o CLBP (GUO; ZHANG; ZHANG, 2010a) e o LBPV (GUO; ZHANG; ZHANG, 2010b), técnicas de extração de *features* frequentemente utilizadas em problemas de análise de texturas (SONG et al., 2024; SOWJANYA; KRITHIGA, 2024).

As abordagens espectrais distinguem-se por analisarem a textura no domínio da frequência, em vez do domínio espacial. Inspiradas no funcionamento das células do sistema visual (FARES; RIBAS, 2024), essas abordagens se baseiam na ideia de que diferentes padrões texturais podem ser caracterizados por suas componentes de frequência e orientação.

Figura 1 – Exemplo de cálculo da assinatura de uma vizinhança pelo método LBP



Fonte: (ANSARI; SINGH, 2020)

Entre os principais representantes dessa categoria estão a Transformada de Fourier (WESZKA; DYER; ROSENFELD, 1976) e os Filtros de Gabor (KAMARAINEN; KYRKI; KALVIAINEN, 2006).

A Transformada de Fourier, por exemplo, realiza a conversão da imagem do domínio espacial para o domínio da frequência, decompondo-a em uma combinação de ondas senoidais. Essa transformação possibilita identificar padrões periódicos, orientações dominantes e texturas globais, a partir da análise da distribuição de energia nas diferentes frequências.

Além das abordagens estatísticas e espectrais, contribuem significativamente para a análise de texturas, com destaque, em nossa monografia, para as abordagens baseadas em grafos. Essas abordagens modelam a textura considerando as relações entre pixels ou regiões da imagem, permitindo representar topologias complexas e estruturas não lineares. Exemplos incluem descritores extraídos de grafos de vizinhança e de representações estruturadas em Redes Complexas (RIBAS et al., 2022c; BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013), que serão mais detalhadas na Seção 2.2.

Apesar de sua relevância, os métodos manuais apresentam uma limitação importante: a definição das características depende de hipóteses pré-concebidas sobre a textura. Em casos de texturas complexas, heterogêneas ou irregulares, essas abordagens podem não capturar toda a variabilidade presente nos dados (LIU; PU; SUN, 2021). Essa limitação motiva o desenvolvimento de técnicas alternativas, capazes de representar texturas complexas e aprender automaticamente as características mais relevantes diretamente a partir das imagens, como as Redes Neurais e as representações baseadas em Redes Complexas.

### 2.1.2 Aprendizado de características

Nos últimos anos, novos métodos de extração de características baseados em aprendizado tem sido propostos (HUMEAU-HEURTIER, 2019b). Esses métodos dispensam a necessidade de conhecimento prévio sobre as propriedades da textura e podem ser divididos em duas classes: que utilizam vocabulários e que utilizam Redes Neurais Artificiais (RNAs).

As abordagens baseadas em vocabulário, como o *Bag-of-Visual-Words* (BoVW) (YANG

et al., 2007), tratam a imagem como um conjunto de características locais que são quantificadas e agrupadas para formar um "dicionário". A imagem é então descrita por um histograma que representa a frequência de cada "palavra" nesse vocabulário. Embora eficazes, esses métodos ainda dependem de etapas de processamento e quantização que podem ser limitantes.

Em contrapartida, as RNAs são capazes de aprender hierarquias de características diretamente dos dados. Elas se destacam por sua capacidade de extrair representações complexas e de alto nível, superando a necessidade de qualquer engenharia de características manual. Esses métodos serão apresentados em mais detalhes na Seção 2.3.

Além disso, abordagens recentes de aprendizado auto-supervisionado (*Self-Supervised Learning* - SSL) têm ganhado destaque nesse contexto. Nelas, redes neurais aprendem representações a partir de dados sem a necessidade de rótulos explícitos (GUI et al., 2024). Para isso, são utilizadas as tarefas de pretexto: problemas artificiais, formulados a partir dos próprios dados, que o algoritmo deve resolver. Exemplos incluem reconstrução de imagens, previsão de regiões ausentes ou transformação de cores. Ao resolver essas tarefas, o modelo é incentivado a capturar padrões estruturais e semânticos subjacentes, que podem ser transferidos para tarefas subsequentes, como a classificação da textura.

## 2.2 Redes Complexas

A Teoria das Redes Complexas é uma área interdisciplinar que integra conceitos da teoria dos grafos com princípios da mecânica estatística para analisar e modelar sistemas complexos (COSTA et al., 2007). Esses sistemas são caracterizados por estruturas irregulares e dinâmicas, que não seguem padrões simples ou previsíveis. As Redes Complexas (CNs) são, portanto, modelos matemáticos baseados em grafos, onde entidades individuais são representadas como nós (ou vértices) e as interações entre elas como arestas (BARABÁSI; PÓSFAL, 2016). Essa abstração permite o estudo das propriedades estruturais e dos comportamentos dinâmicos de sistemas com inúmeros componentes interconectados.

Formalmente, uma rede é representada por um grafo  $G = (V, A)$ , onde  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  é um conjunto de  $N$  vértices e  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_M\}$  o conjunto de  $M$  arestas. As arestas podem ou não ser direcionadas e ter pesos associados a elas. A topologia da rede, ou seja, sua forma e estrutura, reflete a natureza do sistema modelado. A literatura caracteriza três tipos principais de topologias:

- **Grafos Aleatórios:** Nesses grafos, a probabilidade de dois nós estarem conectados independe dos demais nós do grafo. Embora conceitualmente importantes, são menos adequados para representar dados reais, pois raramente refletem a estrutura de sistemas complexos naturais.

- **Redes de Pequeno Mundo:** Caracterizam-se por um caminho curto entre quaisquer dois nós e um alto coeficiente de clusterização. Nelas, a maioria dos nós pode ser alcançada a partir de qualquer outro nó através de um pequeno número de etapas, como observado em redes sociais.
- **Redes de livre-escala:** Sua principal característica é seguir uma distribuição de graus que obedece a uma lei de potência. Isso significa que a maioria dos nós possui um grau baixo (poucas conexões), enquanto um pequeno número de nós, denominados *hubs*, exibe uma conectividade muito alta.

Para interpretar e analisar esses modelos, é essencial caracterizá-los por meio de sua topologia. Isso é feito com o uso de métricas topológicas que descrevem tanto a estrutura local (como grau médio e coeficiente de *clustering*) quanto a global (como diâmetro e assortatividade). Além disso, a análise de distribuições topológicas (distribuição de graus, de coeficientes, entre outros) e a utilização de medidas de heterogeneidade (entropia, energia e contraste) também fornece um entendimento profundo da complexidade e da variedade estrutural da rede.

A versatilidade das CNs em capturar padrões estruturais locais e globais as torna particularmente adequadas para modelar fenômenos nos quais as interações desempenham um papel central na determinação do comportamento do sistema. Por essa razão, as CNs têm sido amplamente aplicadas em áreas diversas como biologia, em redes de interação proteína-proteína (MOTTAGHI-DASTJERDI et al., 2023; PHAM; TRAN, 2024); ciências sociais, em redes de interação social (MENG; MOTEVALLI, 2024; BRITO; SILVA; AMANCIO, 2020); e tecnologia, em infraestruturas de comunicação (FARD; HOSSEINI, 2022; SCATÁ et al., 2024).

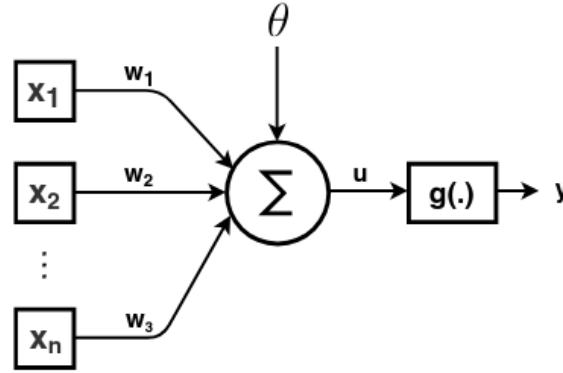
## 2.3 Redes Neurais Artificiais

O cérebro humano é um órgão altamente complexo, composto por diferentes regiões e 86 bilhões de neurônios (LENT et al., 2012), que colaboram para realizar diversas tarefas, como, por exemplo, o reconhecimento de padrões (HAYKIN, 1999). Inspiradas nos mecanismos cerebrais, as Redes Neurais Artificiais (RNAs) são modelos computacionais formados por centenas de neurônios (unidades de processamento) interconectados e que adquirem conhecimento baseado em experiência (dados rotulados previamente por especialistas).

O neurônio artificial, proposto por Rosenblatt em 1957 (ROSENBLATT, 1957) e denominado como Perceptron, serve como a unidade fundamental da rede. Ele recebe sinais de entrada  $x$  por meio de conexões, cada uma associada a um peso sináptico  $w$ , que determina a importância daquela conexão. O neurônio, então, processa esses dados, realizando uma soma ponderada  $\sum$  das entradas para obter o potencial de ativação  $u$ . Em seguida, uma função de ativação  $g$  é aplicada, limitando a amplitude do sinal de saída  $y$ , que é transmitido para outras

unidades da rede. Também é possível adicionar um viés (*bias*)  $\theta$  ao potencial de ativação, de forma que o viés atua como um deslocamento constante, influenciando diretamente a ativação do neurônio. A Figura 2 ilustra a estrutura do neurônio.

Figura 2 – Esquema do modelo de neurônio perceptron proposto por (ROSENBLATT, 1957).



Fonte: (RIBAS, 2022)

Formalmente, podemos definir a saída do neurônio  $y$  como:

$$y = g(u) \quad (1)$$

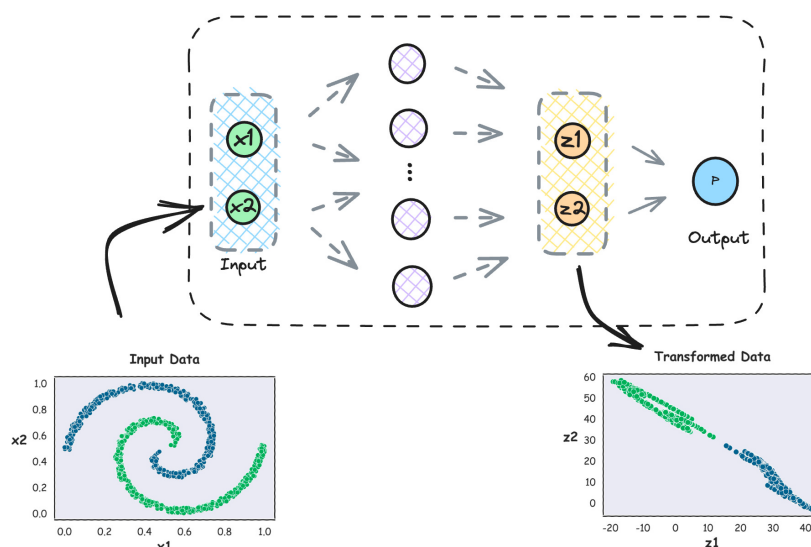
$$u = \left( \sum_{i=1}^n x_i w_i \right) - \theta \quad (2)$$

Apesar da proposta promissora, o Perceptron enfrentava uma grande limitação: a incapacidade de resolver problemas não lineares, como o clássico problema da porta lógica XOR (MINSKY; PAPERT, 2017). Isso ocorria porque o Perceptron de camada única só conseguia separar dados que pudessem ser divididos por uma única linha reta. A solução para essa limitação foi o desenvolvimento de redes com múltiplas camadas, que incluem uma ou mais camadas ocultas de neurônios entre a entrada e a saída. Essa nova arquitetura permite que a rede aprenda representações internas mais complexas dos dados, transformando o problema não linear em um problema linearmente separável em um espaço de maior dimensão, como ilustrado na Figura 3.

Entretanto, com o aumento da complexidade das redes, o ajuste dos seus pesos durante o treinamento tornou-se um desafio computacional. O algoritmo de Gradiente Descendente e Retropropagação (*backpropagation*) (LECUN et al., 1989) foi proposto para propagar o erro e ajustar os pesos de todas as camadas de forma eficiente, porém, ainda assim, ele exigia um volume de cálculos que extrapolava a capacidade do hardware da época. Esse gargalo tecnológico fez com que o uso prático das RNAs ficasse limitado por mais de uma década, apesar dos avanços teóricos na área.

A resolução deste gargalo foi impulsionada por avanços tecnológicos significativos, como o aumento exponencial do poder de processamento e a utilização de GPUs (*Graphics*

Figura 3 – Exemplificação da capacidade de separação de dados não lineares pelas RNAs de múltiplas camadas.



Fonte: Daily Dose of Data Science, 2023 <sup>1</sup>

*Processing Units*, Unidades de Processamento Gráfico) para processamento paralelo. Além do hardware, o desenvolvimento de algoritmos de otimização mais eficientes, em conjunto com a crescente disponibilidade de grandes volumes de dados, eliminou os últimos impedimentos para a aplicação das RNAs em larga escala.

Atualmente, diversos tipos de arquiteturas de RNAs têm sido propostas para diferentes problemas, incluindo a extração de características em imagens. Entre elas, destacam-se as Redes Neurais Randomizadas e Redes Neurais Convolucionais.

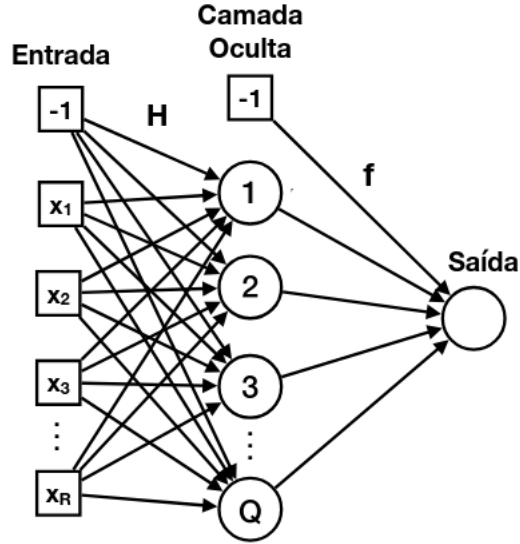
### 2.3.1 Redes Neurais Randomizadas (RNNs)

Na década de 1990, surgiram as as Redes Neurais Randomizadas (*Randomized Neural Networks* - RNNs) (SCHMIDT; KRAAIJVELD; DUIN, 1992), também conhecidas como *Random Vector Functional Link Neural Network* (PAO; TAKEFUJI, 1992; PAO; PARK; SOBAJIC, 1994) e *Extreme Learning Machines* (HUANG; ZHU; SIEW, 2006). Essas redes constituem uma classe distinta de Redes Neurais Artificiais, apresentando-se como uma alternativa promissora aos modelos tradicionais, em razão de sua simplicidade estrutural e eficiência computacional, especialmente útil em aplicações reais, em que o poder de processamento e quantidade de dados são limitados.

Em sua forma básica, a RNN possui uma única camada oculta *feedforward*, como ilustrado na Figura 4. Além disso, ela segue um princípio fundamentalmente diferente das demais RNAs: seus neurônios ocultos possuem pesos distribuídos aleatoriamente mantidos fixos, enquanto seus pesos de saída são calculados de forma analítica. Esse esquema permite

mapear os dados de entrada para um espaço de características aleatório, com a camada de saída ajustando os pesos via método dos mínimos quadrados.

Figura 4 – Ilustração de uma rede neural randomizada com uma camada oculta.



Fonte: (RIBAS, 2022)

O algoritmo de aprendizado da Rede Neural Randomizada pode ser formalmente descrito da seguinte forma. Seja  $X = [\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N]$  a matriz de vetores de entradas e  $D = [\vec{d}_1, \vec{d}_2, \dots, \vec{d}_N]$  a matriz correspondente com os vetores de saída desejada (alvos). Inicialmente, os pesos dos neurônios ocultos são amostrados aleatoriamente a partir de uma distribuição gaussiana e organizados na matriz  $W$ , na qual cada linha representa os pesos de um neurônio oculto  $q$ . Para acomodar o viés, adiciona-se o valor  $-1$  como o primeiro componente de cada vetor de entrada  $\vec{x}_i$ .

A saída de cada neurônio oculto é obtida pela aplicação da função de ativação  $\phi(WX)$ . Essas saídas formam a matriz  $Z = [\vec{z}_1, \vec{z}_2, \dots, \vec{z}_N]$  cujos vetores alimentam a camada de saída. Para considerar o viés na camada de saída, adiciona-se novamente  $-1$   $\vec{z}_i$ . Os pesos da camada de saída são organizados na matriz  $M$ , em que cada linha corresponde a um neurônio de saída. O aprendizado consiste em determinar  $M$  de modo que a seguinte relação seja satisfeita:

$$D = MZ \quad (3)$$

Para isso, utiliza-se a pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz  $Z$ , resultando na solução analítica:

$$M = DZ^T(ZZ^T)^{-1}. \quad (4)$$

Além disso, é comum em muitos problemas que a matriz  $ZZ^T$  se torne singular, portanto, não possa ser invertida, ou se torne quase singular, produzindo resultados instáveis. Para resolver este problema, é possível usar a regularização Tikhonov (CALVETTI et al., 2000), resultando na seguinte equação:

$$M = DZ^T(ZZ^T + \lambda I)^{-1} \quad (5)$$

em que  $\lambda > 0$  e  $I$  é a matriz identidade.

### 2.3.2 Redes Neurais Convolucionais (CNNs)

Na última década, as Redes Neurais Convolucionais (*Convolutional Neural Networks* - CNNs) se consolidaram como a abordagem de referência para o processamento de imagens. Essa classe de RNAs é fruto de décadas de pesquisa em neurociência e visão computacional, com objetivo de replicar a capacidade do sistema visual biológico de processar informações de forma hierárquica (LIU et al., 2019).

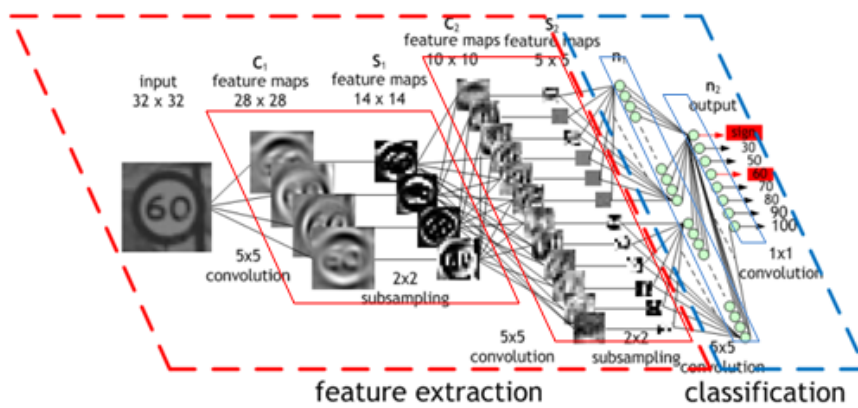
Em 1980, Kunihiko Fukushima propôs o Neocognitron (FUKUSHIMA; MIYAKE, 1982), o primeiro modelo a empregar os princípios de camadas convolucionais e de agrupamento (*pooling*), inspirados nos estudos de Hubel e Wiesel sobre o córtex visual (HUBEL; WIESEL, 1959). Em 1990, foi proposta a arquitetura LeNet-5 (LECUN et al., 1989; LECUN et al., 1998), a primeira CNN a ser treinada com o algoritmo de *backpropagation* e que demonstrou a viabilidade da abordagem, alcançando sucesso no reconhecimento de dígitos manuscritos. No entanto, as CNNs só se popularizaram em 2012, quando a arquitetura AlexNet venceu a competição de reconhecimento de imagens ImageNet (KRIZHEVSKY; SUTSKEVER; HINTON, 2012). Essa vitória demonstrou o potencial e a aplicabilidade das CNNs combinadas ao poder de processamento de GPUs e grandes volumes de dados, revolucionando a área de visão computacional e IA e contribuindo para o surgimento de arquiteturas cada vez maiores, complexas e poderosas (RIBAS, 2022).

As CNNs são concebidas para extrair características de dados com topologia de grade, como imagens, utilizando camadas convolucionais. Cada uma dessas camadas emprega um conjunto de filtros (ou *kernels*) que se aplicam de forma iterativa sobre a imagem de entrada, realizando uma operação de convolução para extrair características. O processo de treinamento permite que a rede aprenda de forma autônoma os parâmetros desses filtros, eliminando a necessidade de engenharia de características manual.

Esse processo resulta no aprendizado de uma hierarquia de representações, conforme ilustrado na Figura 5. Nas primeiras camadas, a rede captura atributos elementares, como bordas e texturas. As camadas mais profundas, por sua vez, combinam esses atributos para codificar representações cada vez mais abstratas e complexas (LECUN et al., 1998). Após a fase de convolução, as camadas de subamostragem (*pooling*) são tipicamente empregadas para

reduzir a dimensionalidade dos mapas de características, reduzindo o número de parâmetros da CNN e o custo computacional (KRIZHEVSKY; SUTSKEVER; HINTON, 2012). Finalmente, as características extraídas são processadas por uma ou mais camadas totalmente conectadas, que utilizam essas representações para realizar a tarefa final, como a classificação de imagens.

Figura 5 – Arquitetura de uma CNN aplicada à classificação de uma placa de trânsito. O processo se divide em extração de características e classificação. A fase de extração utiliza camadas convolucionais (C) para aprender uma hierarquia de representações, que vai de atributos simples (como bordas) a padrões complexos. As características extraídas são então processadas para a classificação da imagem.



Fonte: (DETTMETERS, 2022)

## 2.4 Trabalhos Relacionados

Esta seção revisa a literatura pertinente à análise de texturas, com foco na representação e extração de características por meio de Redes Complexas e Redes Neurais Randomizadas. O objetivo é posicionar a presente pesquisa em relação aos trabalhos existentes, destacando as principais lacunas que a nossa metodologia de Transformadas de Redes Complexas busca preencher.

### 2.4.1 Redes Complexas para Análise de Texturas

As Redes Complexas (CNs) têm sido exploradas como uma abordagem promissora em diversas tarefas de Visão Computacional e Reconhecimento de Padrões, incluindo segmentação de imagens (ZHENG; DAI; WANG, 2023; MOURCHID; HASSOUNI; CHERIFI, 2019), análise de texturas (BROASCĂ et al., 2022; RIBAS et al., 2020), e análise de contornos de formas (BARKOKY; CHARKARI, 2022; RIBAS; BRUNO, 2024). No contexto de análise de texturas, a utilização de Redes Complexas justifica-se pela sua capacidade de modelar e compreender as relações espaciais e estruturais entre pixels e suas respectivas vizinhanças (BACKES; CASA-

NOVA; BRUNO, 2010), aspecto fundamental para uma caracterização robusta e discriminativa de padrões texturais.

Essa abordagem foi iniciada por Chalumeau *et al.* (CHALUMEAU *et al.*, 2006), que propuseram uma abordagem para representação de texturas utilizando Redes Complexas. Nela, cada pixel da imagem é representado por um vértice, que se conecta a outros vértices dentro de uma região de determinado raio. As arestas são ponderadas com base na diferença de intensidade em escala de cinza entre os pixels conectados. Essa representação permite a extração de características topológicas, como o grau hierárquico, utilizadas na caracterização das texturas.

Posteriormente, Backes *et al.* (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013) introduziram um método robusto baseado na distribuição de graus para construir descritores de textura. Eles refinaram o processo de modelagem ao definir os pesos das arestas por uma combinação da distância euclidiana entre os pixels e a diferença de intensidade, incorporando informações espaciais e de cor na rede.

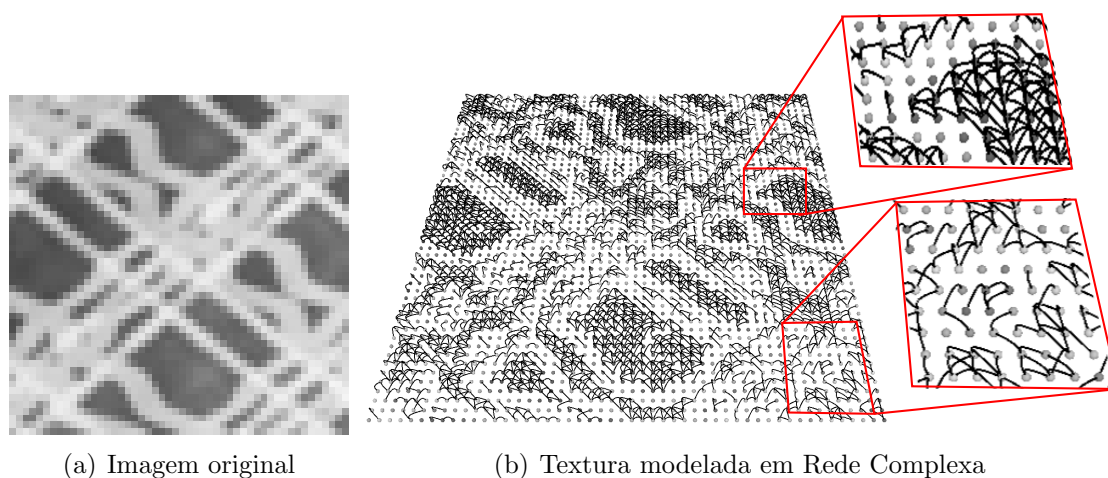
Desde então, diversas metodologias têm sido propostas para a análise de texturas por meio de Redes Complexas. De modo geral, tais abordagens seguem duas etapas principais: a modelagem da imagem em forma de grafo e a subsequente extração de métricas da Teoria das Redes para caracterização da topologia resultante. A modelagem é uma etapa fundamental, pois define a estrutura da rede e, conseqüentemente, as propriedades que podem ser analisadas.

Para construir a rede, é necessário definir três elementos fundamentais (CASANOVA, 2013): os vértices, que podem corresponder a pixels individuais ou a conjuntos de pixels; as arestas, que representam relações entre os vértices, como vizinhança espacial ou adjacência baseada em similaridade de cor; e a função de peso das arestas, que quantifica a intensidade da conexão.

Ao representar a textura da imagem como uma Rede Complexa, como ilustrado na Figura 6, torna-se possível caracterizá-la estruturalmente a partir de propriedades topológicas extraídas do grafo. Os métodos de caracterização variam desde métricas topológicas clássicas, como grau médio, centralidade e coeficiente de agrupamento (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2010; RIBAS *et al.*, 2022d; RIBAS; SCABINI; BRUNO, 2022), até abordagens baseadas em dinâmicas de exploração do grafo, como a caminhada do turista (MERENDA; TRAVIESO; BRUNO, 2025; RIBAS; BRUNO, 2020; MERENDA; BRUNO, 2023).

Ribas *et al.* (RIBAS *et al.*, 2022c) aplicaram essa modelagem de textura em Redes Complexas na tarefa de detecção precoce de osteoartrite. Imagens de raio-X foram modeladas em CNs, seguindo a modelagem de Backes *et al.* (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013), e métricas estatísticas, como média, entropia, variância e curtose, foram extraídas, sendo utilizadas para representar a textura. Os resultados obtidos mostram que essa modelagem foi eficiente, alcançando desempenho competitivo em relação a descritores de textura tradicio-

Figura 6 – Exemplo de imagem de textura modelada como Rede Complexa.



(a) Imagem original

(b) Textura modelada em Rede Complexa

Fonte: (RIBAS, 2022)

nais e a modelos de *deep learning*, configurando-se como uma alternativa promissora para a detecção precoce da doença.

Além disso, diversas variações na modelagem de Redes Complexas para análise de texturas e formas têm sido propostas, ampliando o espectro de aplicações dessa abordagem. Um exemplo é a construção de redes multicanal para representação de texturas coloridas, como em (SCABINI; RIBAS; BRUNO, 2020), em que cada canal de cor é modelado como uma rede independente e interconectada. Essa estratégia possibilita capturar simultaneamente as relações espaciais dentro de cada canal e os padrões espectrais entre canais, resultando em descritores mais expressivos e informativos para tarefas de classificação de texturas coloridas. Em outra direção, (RIBAS; SCABINI; BRUNO, 2022) introduziram uma mudança metodológica significativa ao modelar contornos de otólitos como Redes Complexas. Nesse caso, os autores propuseram o uso de descritores angulares extraídos das conexões entre os pontos do contorno, ao invés de usar métricas topológicas clássicas, evidenciando a flexibilidade do paradigma de Redes Complexas em incorporar descritores alternativos e específicos para os problemas.

Liu *et al* (LIU; QIAO, 2022) adaptam a modelagem clássica das Redes Complexas para texturas dinâmicas, propondo um algoritmo de limiar adaptativo para evolução multiescala da rede a fim de capturar padrões temporais. Isso é, cada *frame* de um vídeo é representado por uma rede, em que relações espaciais são representadas em arestas de uma mesma rede, enquanto relações temporais são capturadas por arestas entre diferentes redes (diferentes *frames*). A partir dessas redes, métricas como média, variância, energia e entropia são utilizadas para descrever a distribuição dos graus dos vértices de cada rede, e são combinadas entre si, formando vetores que descrevem a textura dinâmica.

Outra linha de pesquisa também explora a combinação de Redes Complexas com técnicas de aprendizado de máquina e aprendizado profundo. Nesse contexto, as características

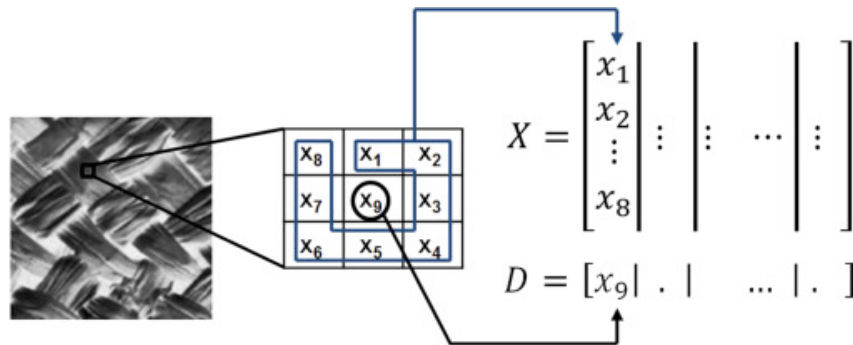
extraídas das CNs podem ser usadas como entradas para modelos, bem como podem ser utilizadas para aprender características da imagem que modelam (WANG; HUANG; WANG, 2024; RIBAS et al., 2020).

### 2.4.2 RNNs para análise de texturas

No contexto da análise de imagens, as Redes Neurais Randomizadas (RNNs) têm se consolidado como poderosos extratores de características. Sua camada oculta, composta por pesos e viés fixados aleatoriamente, projeta os dados de entrada em um espaço de maior dimensão de forma não linear, enquanto apenas a camada de saída é treinada. O vetor de pesos obtido nessa camada pode então ser utilizado como uma representação discriminativa da imagem. Essa capacidade de gerar *features* de forma eficiente, não supervisionada e sem a necessidade de longos e custosos processos de treinamento torna as RNNs uma alternativa robusta para análise de texturas.

O primeiro trabalho a aplicar RNNs para o aprendizado de características em texturas foi proposto por Junior e Backes (JUNIOR; BACKES, 2016). No método proposto, a imagem é dividida em pequenas janelas, de forma que os pixels da janela formam o vetor de entrada da rede e o pixel central define o rótulo, assim como apresentado na Figura 7. Os pesos aprendidos pela rede são utilizados como descritores e dados de entrada para classificadores.

Figura 7 – Método para construção dos vetores de entrada e rótulo para treinamento da RNN



Fonte: (JUNIOR; BACKES, 2016)

Esse trabalho forneceu uma metodologia base, utilizada para diversas extensões posteriores. Junior *et al* (JUNIOR; RIBAS; BRUNO, 2019) estendeu essa metodologia para texturas dinâmicas. Nesse caso, vídeos de texturas são decompostos em três planos ortogonais, de onde se extraem fatias bidimensionais. Cada fatia é representada por uma assinatura gerada por uma RNN, e a concatenação das assinaturas médias dos três planos constitui a representação final do vídeo. Seguindo a mesma linha, Fares *et al* (FARES; RIBAS, 2024) estenderam o uso de RNNs para informações de cor. As imagens são decompostas em seus canais RGB, e redes distintas são treinadas para modelar relações entre pares de canais, permitindo a construção de descritores que capturam interdependências cromáticas.

Outra linha de pesquisa foi iniciada por Ribas *et al* (RIBAS *et al.*, 2020), combinando RNNs e Redes Complexas para análise de texturas. Nesse trabalho, a modelagem de imagens como Redes Complexas fornece descritores estruturais que são posteriormente processados por RNNs, resultando em representações híbridas capazes de explorar, de maneira complementar, propriedades topológicas e espectrais das texturas.

A partir dessa ideia inicial, a linha de pesquisa foi expandida em diferentes direções. Em (RIBAS *et al.*, 2022a), os autores adaptaram a caracterização de texturas dinâmicas proposta em (JUNIOR; RIBAS; BRUNO, 2019), incorporando conceitos de Redes Complexas. Ao invés de representarem a textura dinâmica em janelas dos três planos ortogonais, um grafo temporal é utilizado, e características topológicas são usadas para treinar a RNN, obtendo resultados superiores em bases de referência. De forma análoga, em (RIBAS *et al.*, 2024a), os autores trataram a limitação da análise em imagens coloridas, propondo a integração entre Redes Complexas espaço-espectrais (SCABINI; RIBAS; BRUNO, 2020) e RNNs. Esses avanços evidenciam que a combinação entre Redes Complexas e RNNs constitui uma vertente promissora, que tem produzido resultados consistentes em diferentes cenários da análise de texturas.

### 2.4.3 Síntese e a Lacuna na Literatura

A Teoria de Redes Complexas se apresenta como uma abordagem promissora para a análise de imagens. No contexto da análise de texturas, diferentes trabalhos têm demonstrado seu potencial em aplicações diversas (ZHENG; DAI; WANG, 2023; BROASCă *et al.*, 2022; RIBAS *et al.*, 2022c; LIU; QIAO, 2022). Contudo, apesar de sua eficácia, essas técnicas fundamentam-se na utilização direta de métricas topológicas, como distribuições de grau, entropia, variância e coeficientes de agrupamento, para a construção dos vetores de características, restringindo a representação da imagem à dimensão estatística desses descritores.

Trabalhos recentes (RIBAS *et al.*, 2022a; RIBAS *et al.*, 2024a) avançaram nessa direção, combinando métricas topológicas dos grafos com Redes Neurais Randomizadas (RNNs). Nessa abordagem, os descritores topológicos deixam de ser usados apenas como assinatura da textura e passam a servir como entrada para a RNN, que aprende representações mais robustas e capazes de integrar de forma mais eficaz as informações topográficas da imagem.

Em contraste, a presente monografia propõe uma estratégia inovadora: em vez de empregar as métricas topológicas unicamente como atributos numéricos, estas são projetadas de volta ao domínio da imagem, originando múltiplas representações transformadas da mesma textura. Assim, cada métrica gera uma nova visão estruturada da imagem, capaz de realçar propriedades específicas. Nosso objetivo não se limita a quantificar a topologia da rede original, mas consiste em modificá-la de maneira sistemática, de modo a evidenciar e isolar características estruturais relevantes para a análise de texturas. Além disso, devido a geração de imagens, torna-se possível combinar métodos consagrados de visão computacional,

potencializando-os por meio das representações enriquecidas das transformadas.

O estudo de Wang *et al* (WANG; HUANG; WANG, 2024) também explora a transformação de Redes Complexas em imagens. Nesse caso, a transformação foi utilizada principalmente como uma etapa de pré-processamento da imagem, em que os pesos da Rede Complexa eram empregados para representar a textura. No entanto, a abordagem não contemplou a sistematização de um método capaz de consolidar múltiplas representações nem explorou diferentes métricas topológicas para caracterização textural. Além disso, sua aplicação foi limitada a um único cenário, restringindo a generalização e a exploração mais ampla do potencial das transformações baseadas em Redes Complexas.

Outro aspecto relevante no campo de análise de texturas refere-se à captura integrada de propriedades locais e globais da textura. Estudos como os de Wang *et al* (WANG, 2022) e Alshabi *et al* (AL-SHABI *et al.*, 2019) demonstraram ganhos de desempenho ao combinar informações de diferentes escalas em tarefas de reconhecimento de objetos e classificação de imagens médicas. Embora redes convolucionais (CNNs) consigam emular essa hierarquia de características, extraíndo padrões locais em camadas iniciais e estruturas mais globais em camadas profundas, sua natureza convolucional limita a captura de dependências globais mais amplas e implica em um elevado custo computacional. Dessa forma, a literatura apresenta oportunidades para o desenvolvimento de métodos que integrem múltiplas escalas e informações complementares de forma eficiente e aplicável a problemas reais.

Em síntese, apesar do potencial das Redes Complexas para a análise de texturas, a literatura concentra-se predominantemente na extração direta de métricas topológicas, sem explorar sistematicamente múltiplas representações. Nesse contexto, a presente monografia propõe uma abordagem que gera múltiplas visões transformadas a partir de diferentes métricas topológicas, permitindo uma caracterização mais completa da textura, integrando informações locais e globais complementares e ampliando a capacidade discriminativa para problemas reais.

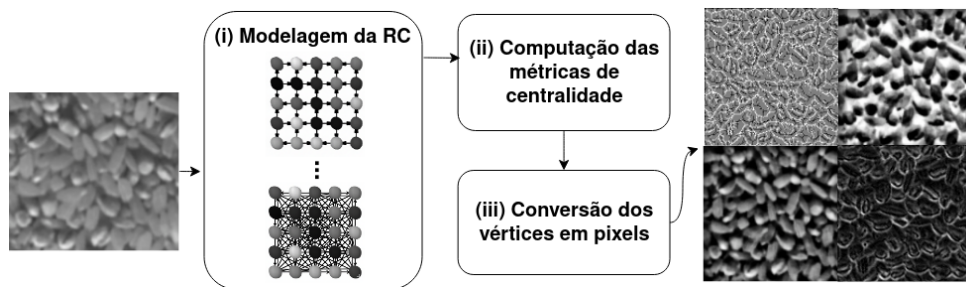
### 3 Abordagem Proposta

Esta seção apresenta a técnica proposta, denominada Transformada de Redes Complexas (*Complex Network Transform* - CNT). Baseando-se em trabalhos anteriores e nas lacunas identificadas na literatura, discutidas no Capítulo 2, propomos uma abordagem de transformação de imagens que projeta métricas de redes complexas de volta ao domínio da imagem, gerando novas representações. Esse procedimento visa enriquecer a caracterização das texturas, oferecendo uma descrição mais discriminativa e informativa para tarefas subsequentes de análise e classificação, que serão exploradas no Capítulo 4.

O procedimento da CNT pode ser separado em 3 etapas, apresentadas na Figura 8:

1. Modelagem da Rede Complexa: Primeiro, as relações entre pixels da imagem original são convertidas em uma Rede Complexa, considerando uma vizinhança de raio  $r$ ;
2. Caracterização da Rede Complexa: Depois, medidas específicas da rede são calculadas a partir da topologia gerada, a fim de caracterizá-la;
3. Transformação: Por fim, essas medidas são transformadas em novas imagens, cada uma oferecendo perspectivas complementares à imagem original.

Figura 8 – Ilustração do procedimento de Transformada de Rede Complexa (CNT).



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 3.1 Modelagem da Rede Complexa

A técnica CNT inicia convertendo a imagem de entrada em uma Rede Complexa dirigida e ponderada, seguindo o procedimento proposto por Ribas *et al* (RIBAS *et al.*, 2020). Nessa topologia, cada pixel é tratado como um vértice, e conexões dirigidas são estabelecidas dentro de uma vizinhança de raio  $r$ , capturando relações espaciais e de contraste fotométrico entre os pixels da imagem.

Seja  $I$  uma imagem em tons de cinza, cujos pixels são indexados por  $i = (x_i, y_i)$  e possuem intensidades  $I(i) \in [0, L]$ . Cada pixel é mapeado para um vértice  $v_i \in V$ . Para um raio de conectividade fixo  $r \in \mathbb{N}$ , dois vértices são ligados por uma aresta sempre que estiverem dentro da mesma vizinhança de raio  $r$ , sendo que a aresta segue o gradiente de intensidade local:

$$E = \{e_{v_i, v_j} \mid v_i, v_j \in V, d(v_i, v_j) < r^2, I(i) < I(j)\}, \quad d(v_i, v_j) = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$$

Assim, cada pixel ocupa o centro de uma janela deslizante de raio  $r$ , e as arestas são orientadas de pixels mais escuros para mais claros, codificando a direção do gradiente (RIBAS; SCABINI; JUNIOR, 2024).

Cada aresta  $e_{v_i, v_j}$  recebe um peso que equilibra contraste fotométrico e separação espacial:

$$w(e_{v_i, v_j}) = \begin{cases} \frac{|I(i) - I(j)|}{L}, & r = 1, \\ \frac{1}{2} \left[ \frac{d(v_i, v_j) - 1}{r - 1} + \frac{|I(i) - I(j)|}{L} \right], & r > 1 \end{cases}$$

O primeiro termo normaliza a distância euclidiana para o intervalo  $[0, 1]$ , enquanto o segundo normaliza a diferença de intensidade; a média dos dois garante que  $w(e_{v_i, v_j}) \in [0, 1]$  e que sinais espaciais e fotométricos contribuam igualmente para a força final da aresta.

## 3.2 Caracterização da Rede Complexa

Considerando que a estrutura de uma Rede Complexa reflete a interação dos processos dinâmicos que a moldaram ao longo do tempo (BOCCALETTI et al., 2006), a topologia da rede constitui uma representação direta do comportamento subjacente do sistema. No contexto da análise de imagens, essas interações correspondem às relações entre pixels, de forma que a topologia da rede captura padrões estruturais inerentes à textura. Dessa maneira, as métricas topológicas oferecem uma representação textural robusta e discriminativa da imagem para análises subsequentes.

Assim, uma vez que a rede é construída, uma variedade de métricas topológicas pode ser calculada, incluindo medidas em nível de nó, como centralidade e grau; métricas baseadas em caminhos, como o comprimento médio do caminho mais curto; bem como descritores globais, como modularidade, assortatividade e coeficiente de agrupamento. Nesta monografia, utilizamos medidas de centralidade baseadas em conexões e pesos das arestas: grau de entrada, grau de saída, força de entrada e força de saída. Essas medidas foram escolhidas devido a sua simplicidade e também por capturar informações estruturais locais dos vértices.

- **Grau de entrada** ( $k_{in}$ ): corresponde ao número de arestas direcionadas que chegam a

um vértice. Em termos de imagens, indica quantos outros pixels possuem relação com o pixel analisado.

$$k_{in}(v_i) = \sum_{v_j \in V} \begin{cases} 1, & \text{se } e_{v_j, v_i} \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- **Grau de saída ( $k_{out}$ ):** corresponde ao número de arestas direcionadas que saem de um vértice. Essa medida reflete quantos outros pixels são influenciados ou conectados a partir do pixel em questão.

$$k_{out}(v_i) = \sum_{v_j \in V} \begin{cases} 1, & \text{se } e_{v_i, v_j} \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- **Força de entrada ( $f_{in}$ ):** é definida como a soma dos pesos das arestas que chegam a um vértice. Diferentemente do grau, que apenas contabiliza o número de conexões, a força considera a intensidade dessas conexões, capturando relações mais sutis entre os pixels.

$$f_{in}(v_i) = \sum_{v_j \in V} \begin{cases} w(e_{v_j, v_i}), & \text{se } e_{v_j, v_i} \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- **Força de saída ( $f_{out}$ ):** representa a soma dos pesos das arestas que saem de um vértice. Essa medida quantifica a influência ponderada que o vértice exerce sobre os demais.

$$f_{out}(v_i) = \sum_{v_j \in V} \begin{cases} w(e_{v_i, v_j}), & \text{se } e_{v_i, v_j} \in E \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

### 3.3 Transformação da Rede Complexa

Após a caracterização da Rede Complexa, em que se calcula uma métrica topológica  $\tau(v_i)$  para cada vértice  $v_i$ , realizamos a transformação da rede. Nesse processo, os valores escalares obtidos são normalizados linearmente para o intervalo de tons de cinza  $[0, L]$  e projetados de volta no plano da imagem, de modo que cada pixel recebe o valor correspondente ao vértice associado.

Formalmente, dada uma imagem de entrada  $I$ , um raio de modelagem  $r$  e uma medida topológica  $\tau$ , a imagem transformada  $I_r^\tau$  é definida como:

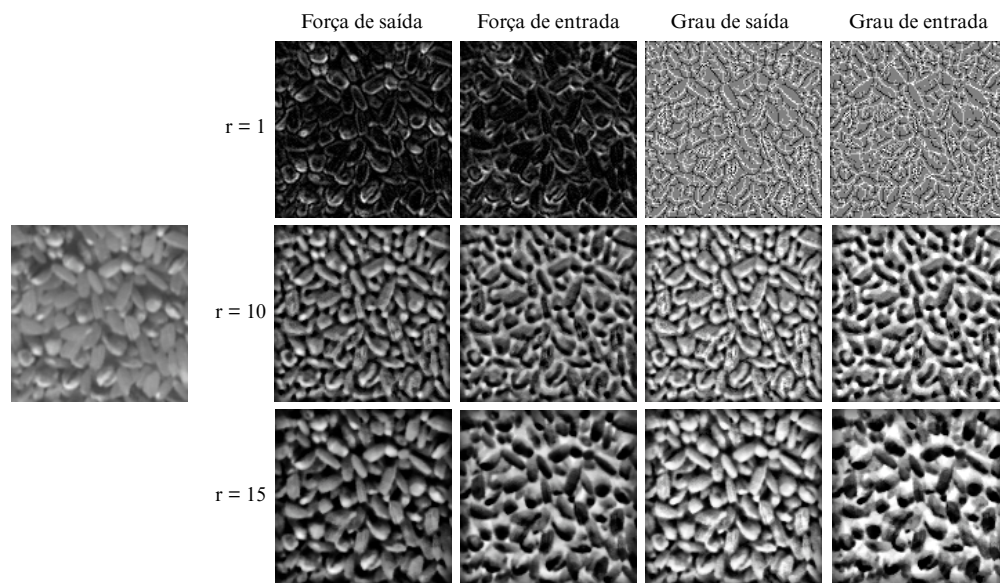
$$I_r^\tau(x_i, y_i) = L \times \frac{\tau(v_i) - \min(\tau)}{\max(\tau) - \min(\tau)}, \quad (6)$$

onde  $(x_i, y_i)$  representa a posição do pixel original associado ao vértice  $v_i$ , e  $\tau(v_i)$  é o valor da métrica calculado nesse nó. A função realiza uma normalização linear sobre o intervalo de valores de  $\tau$ , preservando contraste e garantindo comparabilidade entre diferentes medidas.

A transformação produz um conjunto de imagens que codificam distintos aspectos da textura original. Cada versão resulta da combinação do raio de modelagem  $r$  e da métrica topológica  $\tau$  selecionada e, variando esses parâmetros, a técnica CNT permite uma representação multiescala da textura capaz de capturar tanto padrões locais finos quanto estruturas globais mais amplas.

A Figura 9 ilustra imagens obtidas a partir de variações do raio  $r$  e das medidas de centralidade utilizadas. Observa-se que essas imagens, enriquecidas estruturalmente, oferecem perspectivas complementares para análise visual, realçando diferentes características da textura original e constituindo uma base discriminativa robusta para tarefas subsequentes, como extração de características e classificação de imagens.

Figura 9 – Transformadas de Rede Complexa geradas com diferentes métricas de representação e raios de modelagem.



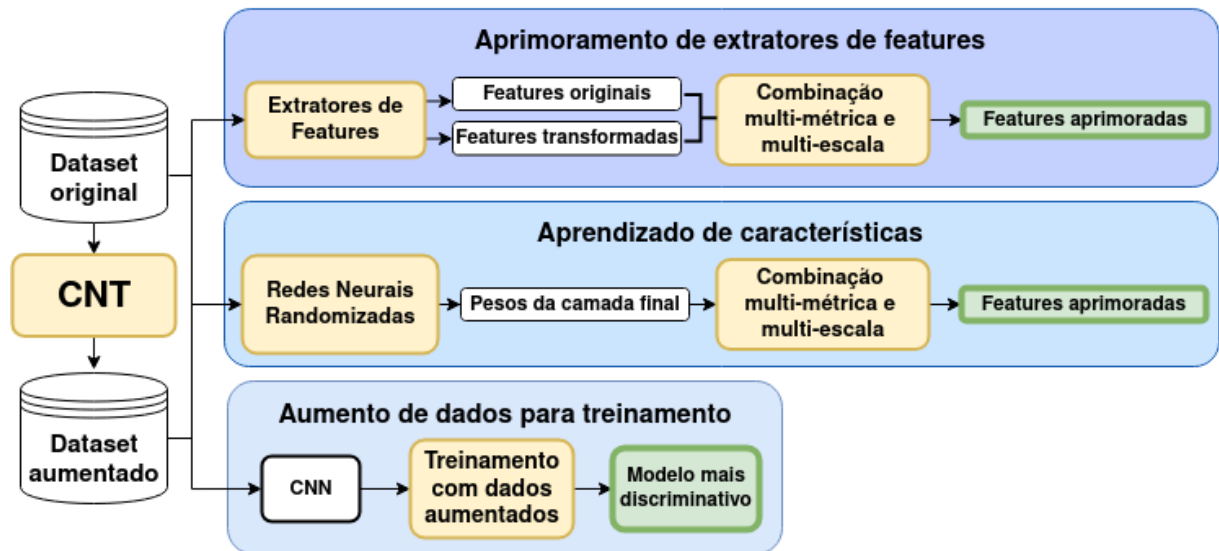
Fonte: Elaborada pelo autor.

## 4 Metodologia

Este capítulo descreve a metodologia adotada nesta monografia, detalhando o *pipeline* de desenvolvimento, os classificadores utilizados, a base de dados, as aplicações propostas, a análise de resultados e as ferramentas computacionais empregadas.

Para validar a técnica de Transformada de Redes Complexas (CNT) proposto, nossa metodologia é estruturada em três vertentes de experimentos complementares, ilustrados na Figura 10: validação da CNT como (i) módulo de pré-processamento para aprimoramento de extratores de características clássicos; (ii) ferramenta para aprendizado de representações de textura utilizando RNNs; e (iii) estratégia de *data augmentation* para redes neurais convolucionais (CNNs). Cada uma dessas vertentes será detalhada a seguir, incluindo procedimentos, parâmetros experimentais e critérios de avaliação.

Figura 10 – Fluxo geral da metodologia adotada nesta monografia. O diagrama ilustra as três vertentes experimentais: aprimoramento de extratores de *features*, aprendizado de características e aumento de dados para treinamento. Cada etapa inclui a geração de imagens transformadas, extração de características e avaliação de desempenho por meio de classificadores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

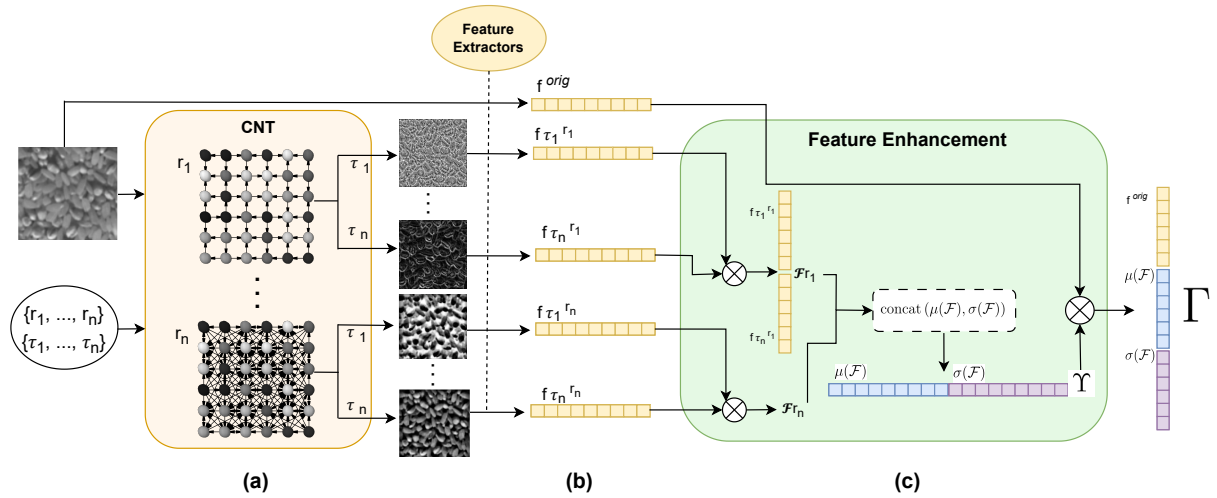
### 4.1 Aprimoramento de Extratores de Características Clássicos

A Transformada de Redes Complexas representa uma abordagem promissora para a representação e caracterização de texturas. Nesta seção, é descrita a estratégia proposta para utilizar essas transformações no aprimoramento de descritores de textura tradicionais, objeti-

vando avaliar se as imagens geradas contêm informações discriminativas e complementares à imagem original, e se podem, de fato, enriquecer descritores clássicos de características.

A abordagem consiste em aplicar técnicas de extração de características tradicionais, como *Local Binary Patterns* (LBP), descritores de Fourier e *Gray-Level Co-Occurrence Matrices* (GLCM), entre outras, às imagens transformadas. Em seguida, os vetores de características obtidos a partir das diferentes transformações de uma mesma imagem são combinados, gerando uma representação mais completa e informativa da textura original. A Figura 11 ilustra a sequência de etapas envolvidas no processo de extração de características a partir das imagens transformadas.

Figura 11 – Visão geral do processo de extração de características baseado em CNT. (a) Geração de visões transformadas  $I_r^\tau$  usando diferentes raios  $r$  e métricas de rede  $\tau$ ; (b) aplicação de um descriptor de textura  $d$  para extrair vetores de características  $f_r^\tau$ ; (c) fusão de múltiplos vetores em uma única representação  $\Gamma$  para classificação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dada uma imagem  $I$ , novas imagens (ou visões)  $I_r^\tau$  são geradas com um dado raio  $r$  de modelagem e métrica de centralidade de vértice  $\tau$ , conforme descrito na Seção 3 e apresentado na Figura 11(a). Como as visões são formadas pela aplicação de diferentes raios e métricas de rede, elas destacam diferentes padrões locais específicos da estrutura da imagem original.

Em seguida, um determinado descriptor  $d$  é aplicado à imagem transformada  $I_r^\tau$ , produzindo um vetor de características  $f_r^\tau \in \mathbb{R}^d$  (Figura 11(b)). Como cada métrica gera imagens transformadas com diferentes padrões realçados, podemos combinar os vetores de características advindos de diferentes transformadas, a fim de tornar o vetor original mais completo. Esse procedimento é ilustrado na Figura 11(c).

Primeiro, os vetores  $f_r^\tau$ , obtidos a partir das transformações com diferentes métricas

$\tau \in \mathcal{T}$ , são combinados por meio da operação de concatenação  $\oplus$ . O resultado é um vetor mais informativo  $\mathcal{F}_r$ , que incorpora características associadas a diferentes informações de conectividade e variações texturais:

$$\mathcal{F}_r = \bigoplus_{\tau \in \mathcal{T}} f_r^\tau. \quad (7)$$

As métricas de vértice que podem ser consideradas no conjunto  $\mathcal{T}$  incluem quatro medidas locais que serão investigadas experimentalmente: grau de entrada ( $k_{in}$ ), grau de saída ( $k_{out}$ ), força de entrada ( $f_{in}$ ) e força de saída ( $f_{out}$ ). Cada uma dessas métricas enfatiza diferentes aspectos da estrutura topológica da imagem modelada como rede complexa, como apresentado no Capítulo 3.

Da mesma forma, como as informações obtidas a partir de diferentes raios são complementares em termos de escala, múltiplos valores de raio podem ser considerados na descrição da imagem. Assim, os vetores  $\mathcal{F}_r$  obtidos para um conjunto de raios  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  são combinados usando medidas estatísticas de sumarização, resultando em um vetor unificado multi-escala para cada métrica:

$$\Upsilon = \text{concat}(\mu(\mathcal{F}), \sigma(\mathcal{F})) \quad (8)$$

onde  $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_r \mid r \in \{r_1, r_2, \dots, r_n\}\}$  representa o conjunto de vetores  $\mathcal{F}_r$  obtidos para diferentes valores de raio  $r$ . As funções  $\mu(\cdot)$  e  $\sigma(\cdot)$  correspondem, respectivamente, à média e ao desvio padrão calculados ponto a ponto sobre os vetores em  $\mathcal{F}$ . O operador  $\text{concat}$  denota a concatenação dos dois vetores resultantes.

Finalmente, para complementar o enriquecimento da representação da imagem, os vetores definidos anteriormente podem ser combinados com o vetor de características extraído diretamente da imagem original, denotado por  $f^{\text{orig}}$ . Os resultados experimentais indicam que a melhor combinação ocorre ao concatenar  $f^{\text{orig}}$  com o vetor multi-escala  $\Upsilon$ , resultando no vetor final:

$$\Gamma = \text{concat}(f^{\text{orig}}, \Upsilon) \quad (9)$$

Esse vetor  $\Gamma$  reúne informações da imagem original e das diferentes transformações baseadas em Redes Complexas, oferecendo uma representação rica e discriminativa para tarefas posteriores de análise e classificação.

## 4.2 Aprendizado de Características com RNNs

Nesta vertente, propomos o uso de Redes Neurais Randomizadas (RNNs) para aprender representações de textura a partir das transformadas CNT. Diferentemente de trabalhos

anteriores que utilizam medidas extraídas diretamente da imagem ou métricas topológicas de uma Rede Complexa (RIBAS et al., 2020; FARES et al., 2024a; RIBAS et al., 2024b), aqui a RNN recebe como entrada uma transformada da imagem e é treinada para reconstruir ou prever a imagem original, funcionando como uma tarefa auto supervisionada. Dessa forma, a rede é treinada para estabelecer a relação entre as transformadas e as imagens originais, possibilitando a ela aprender e extrair informações intrínsecas da textura de forma eficiente e robusta.

Para o treinamento da RNN, as matrizes de entrada  $X$  e de saída desejada  $D$  são construídas utilizando uma janela deslizante de  $3 \times 3$  pixels, que percorre cada pixel da imagem, assim como no trabalho de Fares *et al* (FARES; GUERRA; RIBAS, 2025). Esse passo garante que a RNN aprenda a relacionar as relações locais entre a imagem transformada e a original.

Depois disso, a matriz de pesos  $W$  deve ser inicializada. Geralmente, ela é atribuída aleatoriamente a cada novo treinamento, porém, no contexto de extração de características, é crucial que a assinatura seja reproduzível e consistente para uma dada amostra. Dessa forma, para garantir que os pesos sejam inicializados sempre da mesma maneira, empregamos o Gerador Congruente Linear (LCG) (LEHMER, 1951; PARK; MILLER, 1988), seguindo o procedimento detalhado em (Sá Junior; BACKES, 2016). O LCG gera uma sequência de números pseudoaleatórios uniformes  $V$ , conforme a equação:

$$V(n+1) = (a * V(n) + b) \bmod c, \quad (10)$$

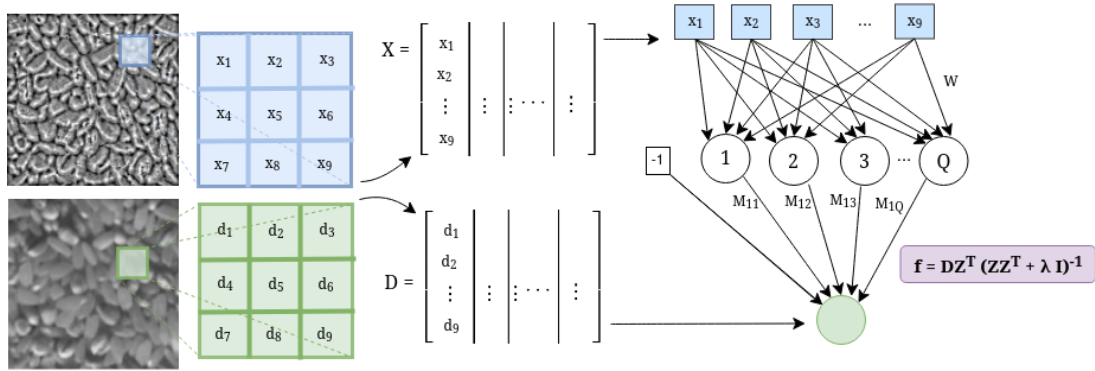
onde  $V$  é um vetor de comprimento  $L = Q(p+1)$ , sendo  $Q$  o número de neurônios da camada escondida e  $p$  o número de atributos da matriz de entrada. Os parâmetros são definidos como  $V(0) = L+1$ ,  $a = L+2$ ,  $b = L+3$  e  $c = L^2$ . Após a geração, esse vetor é remodelado para formar a matriz  $W$  de tamanho  $Q \times (p+1)$ , que é normalizada via Z-score.

Assim, dada uma imagem  $I$  e uma de suas transformadas  $I_r^\tau$ , a representação obtida pela RNN com  $Q$  neurônios ocultos ( $f_r^\tau(Q)$ ) é o achatamento da matriz aprendida  $M$ , resultante do treinamento, representado pela Equação 5. Esse procedimento é ilustrado na Figura 12.

Como cada imagem pode gerar diversas transformadas, correspondendo a diferentes métricas de centralidade e raios, as assinaturas das diferentes versões transformadas de uma mesma imagem podem ser combinadas. Isso resulta em uma representação mais robusta e rica em informações da imagem original, combinando diferentes padrões locais específicos da estrutura da imagem, capturados por cada parâmetro.

Primeiro, os vetores  $f_r^\tau(Q)$ , obtidos a partir do treinamento da RNN com transformações de diferentes métricas  $\tau \in \mathcal{T}$ , são combinados por meio da operação de concatenação  $\oplus$ . O resultado é um vetor mais informativo  $\mathcal{F}_r(Q)$ , que incorpora características associadas a diferentes informações de conectividade e variações texturais:

Figura 12 – Ilustração do procedimento para obter a assinatura de uma imagem utilizando sua transformada e a RNN.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\mathcal{F}_r(Q) = \bigoplus_{\tau \in \mathcal{T}} f_r^\tau(Q) \quad (11)$$

As métricas de vértice que podem ser consideradas no conjunto  $\mathcal{T}$  incluem quatro medidas locais que serão investigadas experimentalmente: grau de entrada ( $k_{in}$ ), grau de saída ( $k_{out}$ ), força de entrada ( $f_{in}$ ) e força de saída ( $f_{out}$ ). Cada uma dessas métricas enfatiza diferentes aspectos da estrutura topológica da imagem modelada como rede complexa.

Da mesma forma, como as informações obtidas a partir de diferentes raios são complementares em termos de escala, múltiplos valores de raio podem ser considerados na descrição da imagem. Assim, os vetores  $\mathcal{F}_r(Q)$  obtidos para um conjunto de raios  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  também são combinados por meio da concatenação, resultando em um vetor unificado multi-escala para cada métrica.

$$\Upsilon(Q) = \bigoplus_{r \in \{r_1, \dots, r_n\}} \mathcal{F}_r(Q) \quad (12)$$

Esse vetor  $\Upsilon(Q)$  reúne informações da imagem original e das diferentes transformações baseadas em Redes Complexas, oferecendo uma representação rica e discriminativa para tarefas posteriores de análise e classificação.

### 4.3 Aumento de Dados

Como visto no Capítulo 3, a CNT transforma cada imagem de entrada em múltiplas imagens derivadas, aplicando diversas métricas baseadas em grafos (por exemplo, medidas de centralidade) em diferentes escalas espaciais (por exemplo, raios distintos). Esse processo funciona efetivamente como uma técnica de aumento de dados, expandindo o conjunto original com representações estruturalmente diversas da mesma textura. As imagens transformadas

simulam variações plausíveis na aparência da textura, preservando as propriedades semânticas intrínsecas das amostras originais.

Essa capacidade é particularmente benéfica para aumentar a robustez de Redes Neurais Convolucionais (CNNs) profundas em tarefas de análise de texturas. As CNNs exigem conjuntos de dados grandes e variados para reduzir o sobreajuste (*overfitting*) e generalizar bem para dados não vistos. Diferentemente de aumentos convencionais ao nível de pixel, como rotação ou translação, o aumento baseado em CNT opera em um nível de abstração mais elevado, manipulando características derivadas da rede em vez de pixels brutos. Ao codificar propriedades distintas da rede, nosso método enriquece o espaço de características disponível para a CNN, permitindo que o modelo aprenda a partir de representações que capturam a estrutura topológica subjacente das texturas.

É importante ressaltar que as transformações CNT preservam a identidade semântica das texturas, enfatizando diferentes características estruturais ou escalas de organização interna críticas para uma classificação precisa. Isso garante que as amostras aumentadas permaneçam fiéis à sua classe de textura original, evitando a introdução de ruído artificial ou distorções irrelevantes que possam confundir o processo de aprendizado. Consequentemente, o conjunto expandido expõe o modelo a variações realistas que melhoram a capacidade de generalização em cenários práticos.

Formalmente, dado um conjunto de dados original de tamanho  $N$ , a CNT gera um conjunto aumentado de tamanho  $N + N \times m \times r$ , onde  $m$  representa o número de métricas de grafo distintas aplicadas e  $r$  corresponde ao número de escalas de raios consideradas. Por exemplo, aplicando duas métricas de grafo (como grau de entrada e grau de saída) em cinco raios distintos (por exemplo, 1 a 5), gera-se  $N \times 2 \times 5 = 10N$  novas imagens transformadas. Juntamente com as  $N$  imagens originais, obtém-se um conjunto de tamanho  $N + 10N = 11N$ , representando um aumento onze vezes maior no volume de dados.

O procedimento completo para gerar essas amostras aumentadas está formalizado no Algoritmo 1. Ao integrar as Transformadas de Redes Complexas no *pipeline* de treinamento, este método pode ser aplicado para mitigar o sobreajuste e aumentar a capacidade do modelo de generalizar em instâncias de textura heterogêneas.

## 4.4 Avaliação e Comparação

Nesta seção, apresentamos os procedimentos experimentais adotados para avaliar a eficácia da proposta. São descritos os conjuntos de dados, os descritores de textura utilizados para comparação, os classificadores adotados, os protocolos de treinamento, as métricas de avaliação e as ferramentas computacionais. A metodologia foi estruturada para garantir reprodutibilidade, comparabilidade e validade estatística, de modo a verificar o impacto das Transformações baseadas em Redes Complexas (CNT) em diferentes cenários de análise de

**Algoritmo 1** Aumento de Dados Baseado em CNT para Treinamento de CNNs

---

```

1: Entrada: Conjunto de dados original  $\mathcal{D} = \{I_1, \dots, I_N\}$ , métricas de grafo  $\mathcal{T} = \{\tau_1, \dots, \tau_m\}$ , conjunto de raios  $\mathcal{R} = \{r_1, \dots, r_n\}$ 
2: Saída: Conjunto aumentado  $\mathcal{D}_{\text{aug}}$ 
3: Inicialize  $\mathcal{D}_{\text{aug}} \leftarrow \mathcal{D}$ 
4: para imagem  $I \in \mathcal{D}$  faça
5:   para métrica  $\tau \in \mathcal{T}$  faça
6:     para raio  $r \in \mathcal{R}$  faça
7:       Calcule a imagem transformada  $I_r^\tau \leftarrow \text{CNT}(I, r, \tau)$ 
8:       Adicione  $I_r^\tau$  a  $\mathcal{D}_{\text{aug}}$ 
9:     fim para
10:   fim para
11: fim para
12: Retorne  $\mathcal{D}_{\text{aug}}$ 

```

---

textura.

De forma geral, o protocolo metodológico adotado pode ser resumido da seguinte forma:

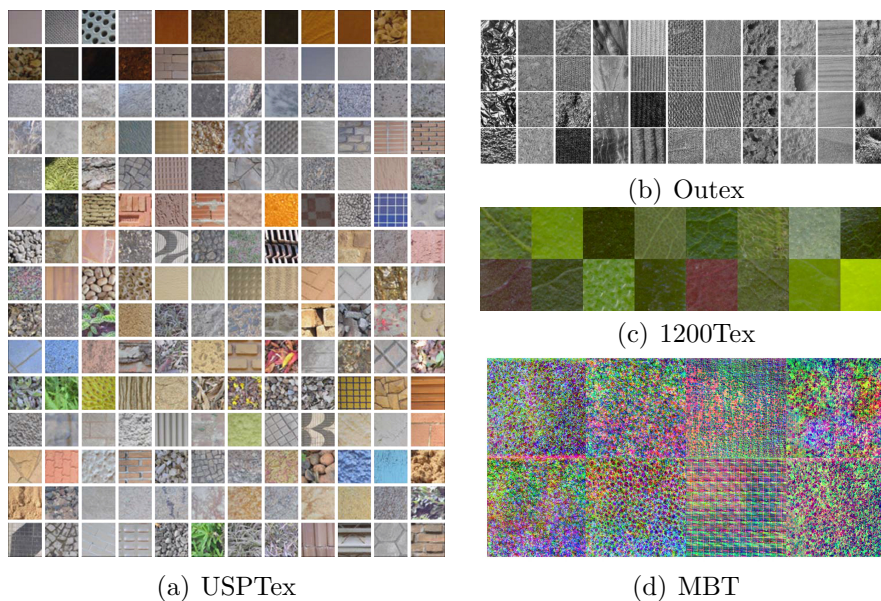
1. Definição dos conjuntos de dados e particionamento em treino, validação e teste.
2. Aplicação das transformações CNT, variando o raio de conexão e as métricas de conectividade.
3. Execução do procedimento experimental padronizado, de acordo com cada cenário:
  - a) Extração de características das imagens originais e transformadas, combinação multi-escala e multi-métrica, e treino do classificador;
  - b) Treinamento da RNN para relacionar as transformadas com a imagem original, extração das assinaturas, combinação multi-escala e multi-métrica, e treino do classificador;
  - c) Treinamento da CNN utilizando o conjunto de dados original e o conjunto aumentado com as transformadas.
4. Análise quantitativa e qualitativa dos resultados obtidos.

#### 4.4.1 Bases de Dados

Para a avaliação experimental, empregamos conjuntos de dados de texturas amplamente utilizados na literatura, com características complementares em termos de variabilidade intra/interclasse, resolução espacial e condições de aquisição. O uso dessas bases permite uma avaliação abrangente do poder discriminativo dos descritores, bem como da eficácia das estratégias de aumento de dados.

- **Outex** (OJALA et al., 2002): Seguindo o protocolo de (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013), as 68 imagens originais ( $746 \times 538$  pixels) do conjunto TC\_Outex\_00013 foram subdivididas em 20 *patches* não sobrepostos de  $128 \times 128$  pixels, totalizando 1.360 amostras de textura. O conjunto é amplamente adotado por apresentar variações sutis de iluminação e rotação.
- **USPTex** (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2012): Composto por 2.292 amostras de 191 classes de textura (12 imagens por classe), todas com resolução de  $128 \times 128$  pixels. Inclui texturas naturais, estocásticas e estruturais, representando um dos conjuntos mais desafiadores devido à alta diversidade interclasse.
- **1200Tex** (CASANOVA; JUNIOR; BRUNO, 2009): Conjunto formado por imagens de superfícies foliares de espécies de plantas brasileiras. São 20 classes com 20 amostras cada, redimensionadas para  $128 \times 128$  pixels. Esse conjunto traz padrões de textura moderadamente complexos relacionados a estruturas biológicas.
- **MBT** (ABDELMOUNAIME; DONG-CHEN, 2013): Contém 2.464 imagens ( $160 \times 160$  pixels) distribuídas em 154 classes (16 amostras cada). Esse conjunto introduz uma nova categoria de texturas, em que as informações texturais são a única fonte de discriminação entre classes. As informações espectrais, por sua vez, contribuem apenas para a formação da textura, não para a diferenciação entre padrões.

Figura 13 – Amostras das bases de dados utilizadas.



Fonte: (ABDELMOUNAIME; DONG-CHEN, 2013; NGUYEN; MANZANERA, 2014; SCG, 2023)

#### 4.4.2 Parâmetros da Técnica

A técnica proposta, CNT, que gera novas amostras de textura a partir de transformações baseadas em Redes Complexas, depende de dois hiperparâmetros principais: o raio máximo de conexão entre os pixels e a métrica de centralidade utilizada para representar a rede complexa. Nos experimentos, exploramos diferentes combinações desses parâmetros a fim de avaliar sua influência nas representações geradas pela CNT. Especificamente, variou-se o raio  $r \in R = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ , compreendendo diferentes escalas de textura desde o micro ao macro, e foram consideradas quatro métricas de centralidade: grau de entrada ( $k_{in}$ ), grau de saída ( $k_{out}$ ), força de entrada ( $f_{in}$ ) e força de saída ( $f_{out}$ ), que representam diversas perspectivas sobre a mesma textura.

Nos experimentos com Redes Neurais Randomizadas, foram considerados diferentes tamanhos para a camada oculta, a fim de avaliar a influência da dimensionalidade da representação aprendida. Em particular, foram analisados os números de neurônios ocultos  $Q \in \{4, 9, 14, 19\}$ , selecionados por gerarem assinaturas múltiplas de cinco.

#### 4.4.3 Descritores de Texturas

Para realizar uma comparação abrangente, os descritores de textura utilizados foram organizados em três categorias principais: estatísticos, espectrais e modelagem com Redes Complexas e RNNs. Essa classificação permite analisar a eficácia da técnica CNT em diferentes perspectivas de caracterização de textura.

##### Estatísticos

Estes métodos capturam relações de intensidade entre pixels da imagem:

- **Gray-Level Difference Method (GLDM)** (WESZKA; DYER; ROSENFELD, 1976): Mede diferenças de intensidade entre pixels em diferentes distâncias, capturando padrões de contraste e variação local.
- **Gray-Level Co-occurrence Matrix (GLCM)** (HARALICK; SHANMUGAM; DINS-TEIN, 1973): Analisa a frequência de pares de intensidades de pixels em direções específicas, extraindo medidas como contraste, homogeneidade e correlação.
- **Local Binary Patterns (LBP)** (OJALA; PIETIKAINEN; MAENPAA, 2002): Codifica padrões de vizinhança local como sequências binárias, capturando microtexturas.
- **Completed Local Binary Patterns (CLBP)** (GUO; ZHANG; ZHANG, 2010a): Extensão do LBP que incorpora informações de magnitude e sinal das diferenças locais, assim como a intensidade do pixel central., fornecendo uma descrição mais completa das texturas locais.

- **Local Configuration Patterns (LCP)** (GUO; ZHAO; PIETIKÄINEN, 2011): Descritor invariante à rotação que combina informações estruturais locais do LBP com padrões de configuração microscópica.
- **Adaptive Hybrid Patterns (AHP)** (ZHU et al., 2015): Descritor híbrido que combina informações de intensidade local com estatísticas adaptativas de quantização, integrando aspectos micro e macroestruturais da textura de forma robusta a variações de iluminação e ruído.

## Espectrais

Estes métodos exploram padrões de frequência na imagem:

- **Fourier** (WESZKA; DYER; ROSENFELD, 1976): Baseia-se na Transformada de Fourier para representar a imagem no domínio da frequência, permitindo a identificação de padrões periódicos e estruturas globais da textura, independentemente de variações espaciais locais.
- **Filtros de Gabor** (MANJUNATH; MA, 1996): Aplica uma família de filtros em múltiplas escalas e orientações para extrair informações locais de frequência e orientação, capturando simultaneamente detalhes espaciais e espectrais.
- **Dual-Tree Complex Wavelet Transform (DTCWT)** (SELESNICK; BARANIUK; KINGSBURY, 2005): Extensão complexa da *Dual Wavelet Transform* que oferece melhor seletividade direcional e quase invariância à translação, capturando texturas em múltiplas escalas e orientações.

## Redes Complexas e RNNs

Estes métodos utilizam a modelagem em Redes Complexas ou Redes Neurais Randomizadas para aprender representações de textura:

- **Complex Network Texture Descriptor (CNTD)** (BACKES; CASANOVA; BRUNO, 2013): Modela a textura como uma rede complexa e extrai histogramas de grau, que compõem descritores de textura robustos, capturando informações estruturais e espaciais da imagem.
- **Extreme Learning Machine (ELM)** (Sá Junior; BACKES, 2016): Utiliza uma Rede Neural Randomizada para aprender as características das imagens a partir de suas intensidades de nível de cinza.
- **Complex Network Randomized Neural Network (CNRNN)** (RIBAS et al., 2020): Modela uma imagem em uma Rede Complexa e utiliza uma Rede Neural Randomizada para aprender representações de textura.

- **Randomized Encoding Ensemble (REE)** (FARES et al., 2024b): Utiliza diferentes RNNs como *autoencoders* aleatorizados, formando um *ensemble*, para extrair representações de textura da imagem.

A organização desses métodos permite analisar a capacidade da CNT de enriquecer descrições locais e globais de textura, fornecendo informações complementares aos descritores tradicionais. Dessa forma, é possível avaliar o impacto das transformações em diferentes níveis de análise e a contribuição das representações aprendidas para tarefas de classificação.

#### 4.4.4 Classificadores e Protocolos de Treinamento

Para avaliar o poder discriminativo das características extraídas e aprendidas, obtidas por meio dos métodos descrito nas Seções 4.1 e 4.2, foi adotado o classificador *Linear Discriminant Analysis* (LDA) (FUKUNAGA, 2013). A escolha do LDA se deve à sua baixa complexidade computacional e facilidade de implementação. Como o LDA é um modelo linear que busca maximizar a separabilidade entre classes com base na projeção das amostras em um espaço discriminativo, seu desempenho depende fortemente da qualidade das características fornecidas. Dessa forma, seu uso permite isolar o impacto das representações extraídas, sem a interferência de modelos excessivamente complexos ou ajustáveis.

O protocolo de validação cruzada *K-fold* com  $K = 10$  foi empregado, garantindo avaliação robusta e imparcial. Nesse protocolo, a base de dados de tamanho  $N$  é dividida em  $K$  partições de tamanho  $N/K$ , de forma que  $K - 1$  partições são utilizadas para o treinamento do modelo e a partição restante é utilizada para teste. Esse processo é repetido  $K$  vezes, variando a partição de teste e reportando as médias de acurácia obtidas. A Figura 14 apresenta um exemplo de *K-folds* com  $K = 5$ .

Já nos experimentos de aprendizado profundo, descritos na Seção 4.3, foram utilizadas as arquiteturas de CNN InceptionV3 (SZEGEDY et al., 2016), ResNet50 e 101 (HE et al., 2016) e ConvNeXt Tiny e Base (LIU et al., 2022). Esses modelos representam diferentes gerações e paradigmas de redes convolucionais profundas, permitindo avaliar de forma ampla a generalidade da técnica proposta. Os modelos foram treinados por até 150 épocas, utilizando o otimizador Adam ( $lr = 10^{-4}$ ), *early stopping* e tamanho de lote de 32. Cada configuração experimental foi executada cinco vezes de forma independente, sendo reportadas médias e desvios-padrão para garantir robustez estatística.

O processo de aumento de dados foi controlado por dois hiperparâmetros principais: o raio máximo de conexão e o conjunto de métricas de centralidade utilizadas para gerar as novas amostras. Nestes experimentos, as quatro métricas de centralidade – grau e força de entrada e de saída – foram fixadas, enquanto a variação do raio máximo permitiu definir a quantidade de imagens transformadas geradas a partir de cada imagem original, influenciando diretamente o tamanho do conjunto aumentado.

Figura 14 – Ilustração da validação cruzada  $K$ -folds com  $K = 5$ 

Fonte: (HENDRAWAN et al., 2022)

Os conjuntos de dados foram divididos em treinamento (70%), validação (15%) e teste (15%): apenas o conjunto de treinamento recebeu o aumento CNT, evitando vazamento de dados. O conjunto de validação auxiliou na escolha de hiperparâmetros e monitoramento do treinamento, enquanto o conjunto de teste foi reservado para avaliação final, garantindo análise justa e reprodutível do desempenho.

#### 4.4.5 Critérios de Avaliação

Para a análise quantitativa dos resultados, a métrica utilizada foi a acurácia, definida como a proporção de previsões corretas em relação ao total de amostras avaliadas. Essa métrica permite quantificar de forma direta o desempenho do modelo nos diferentes experimentos.

Além disso, conduzimos uma análise qualitativa, comparando o desempenho dos modelos com e sem o uso da CNT, além de comparar os resultados com abordagens do estado da arte disponíveis na literatura, visando contextualizar os ganhos obtidos com a proposta deste trabalho. Complementarmente, consideramos a visualização das imagens transformadas geradas pela CNT, permitindo uma análise subjetiva da qualidade e diversidade das amostras aumentadas.

#### 4.4.6 Ferramentas e Plataformas Computacionais

O desenvolvimento experimental foi realizado principalmente com a linguagem de programação Python, utilizando um ecossistema consolidado de bibliotecas para processamento de imagem e aprendizado de máquina: OpenCV-Python foi utilizada para pré-processamento e manipulação de imagens, enquanto scikit-learn (PEDREGOSA et al., 2011) foi utilizado

para análise estatística e classificadores clássicos. Para o treinamento de Redes Neurais profundas, foi utilizado o *framework* PyTorch (PASZKE et al., 2019), com destaque para a biblioteca *timm* (WIGHTMAN, 2019), que fornece arquiteturas modernas de CNN pré-implementadas.

Adicionalmente, o procedimento de Transformada de Redes Complexas, incluindo a etapa de modelagem das imagens em grafos e a transformação em novas imagens, foi desenvolvido em linguagem C, a fim de garantir maior eficiência computacional em operações de baixo nível.

A execução dos experimentos foi realizada em uma estação de trabalho com as seguintes especificações: processador Intel i9-14900KF de 3.20GHz, 128 GB de memória RAM, placa de vídeo NVIDIA GeForce RTX 4090, e sistema operacional Ubuntu 22.04.3 LTS (x86\_64).

## 5 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos da técnica proposta de Transformada de Redes Complexas (CNT), bem como sua discussão. Nossa avaliação cobre três vertentes de aplicação: (i) o uso da CNT como um módulo de pré-processamento para aprimoramento de extratores de características clássicos; (ii) como ferramenta para aprendizado de representações de textura utilizando RNNs; e (iii) como estratégia de *data augmentation* para redes neurais convolucionais (CNNs), detalhados no Capítulo 4.

### 5.1 Aprimoramento de Extratores de Características Clássicos

#### 5.1.1 Avaliação dos Parâmetros

O método CNT possui dois parâmetros principais: o raio de conexão, que controla a escala da vizinhança considerada na transformação, e a métrica de representação utilizada para caracterizar a Rede Complexa gerada. Assim, para investigar a influência dos parâmetros da CNT na representação de texturas, foram avaliadas diferentes configurações do processo de transformação.

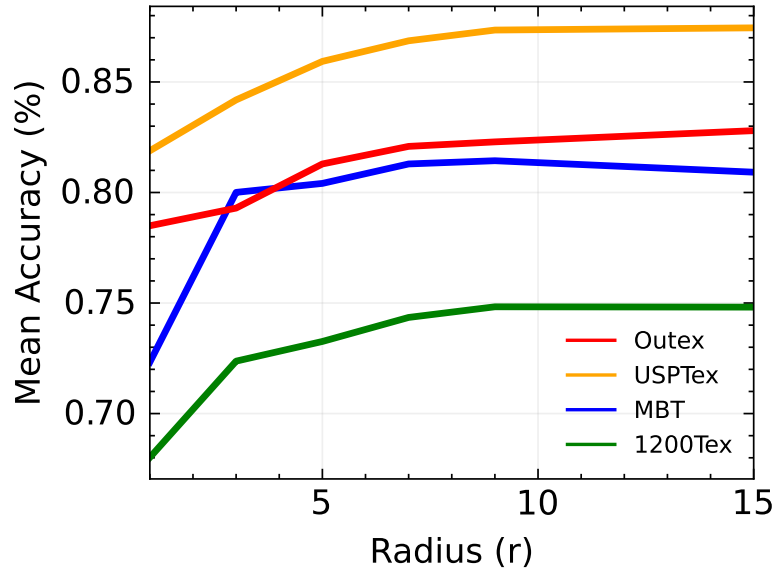
A Figura 15 apresenta as acurácias médias de classificação obtidas nos quatro conjuntos de dados, utilizando o vetor de características  $\mathcal{F}_r$  (Equação 7) concatenado ao vetor de descritor original  $f^{orig}$ . Nesta avaliação, a CNT utilizou duas métricas de centralidade: força de entrada e força de saída, representadas pelo conjunto  $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ .

Os resultados indicam que a variação do raio de conexão influencia diretamente a capacidade discriminativa dos descritores enriquecidos. Em valores menores de  $r$ , as redes geradas capturam padrões essencialmente locais, associados a micro-texturas. À medida que  $r$  aumenta, as transformadas passam a incorporar relações de maior alcance, integrando informações globais. Como mostrado na Figura 15, o desempenho de classificação geralmente melhora com o aumento de  $r$ , indicando um aprimoramento progressivo na captura de informações contextuais mais amplas e estruturas globais. Essa tendência se estabiliza em torno de  $r = 9$ , sugerindo que, a partir desse ponto, a inclusão de interações de longo alcance adicionais apresenta retornos decrescentes, ou seja, o contexto espacial capturado nessa escala já é suficiente para a maioria das tarefas de classificação nesses conjuntos.

Subsequentemente, avaliamos o vetor  $\Gamma$  (Equação 9), que integra características extraídas a partir de múltiplos raios de conexão. A Tabela 1 apresenta as acurácias de classificação obtidas pela combinação de pares de raios nos quatro conjuntos de dados.

Os resultados apresentados na Tabela 1, complementados pelos mapas de calor da

Figura 15 – Acurácias do vetor de características  $\mathcal{F}_r$  concatenado a  $f^{orig}$  considerando  $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$  e utilizando diferentes valores de  $r$  em quatro bases de dados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 16, evidenciam que os melhores desempenhos de classificação foram obtidos, em geral, pela combinação de raios com maior separação de escala. Essa tendência é visível nas regiões mais destacadas dos mapas de calor, onde as cores mais claras indicam ganhos significativos de acurácia quando escalas distantes são combinadas, enquanto a combinação de raios mais próximos resulta em regiões de cores mais escuras, refletindo desempenhos inferiores. Por exemplo, os pares  $\{01, 09\}$  e  $\{01, 15\}$  apresentaram consistentemente as maiores acurácias na base de dados Outex ( $84,63\% \pm 4,4$  e  $84,34\% \pm 4,1$ , respectivamente) e USPTex ( $89,76\% \pm 7,6$  e  $90,46\% \pm 7,8$ , respectivamente), enquanto  $\{03, 05\}$  e  $\{05, 07\}$  obtiveram os piores resultados. Já nos conjuntos MBT e 1200Tex, combinações como  $\{03, 15\}$  ( $81,90\% \pm 11,9$  e  $78,65\% \pm 5,8$ , respectivamente) e  $\{03, 09\}$  ( $81,76\% \pm 12,2$  e  $79,12\% \pm 4,8$ , respectivamente) resultaram em desempenho superior, sugerindo que a separação ótima de escalas depende das particularidades de cada base.

Assim, os resultados reforçam a importância da modelagem multiescala na análise de texturas: raios menores capturam detalhes locais mais finos, enquanto raios maiores enfatizam relações espaciais mais amplas e estruturas globais. A combinação de características provenientes dessas escalas complementares enriquece a representação, aumentando o poder discriminativo do método.

Em seguida, é analisada a influência das métricas de centralidade utilizadas no processo de transformação. A Tabela 2 apresenta as acurácias de classificação médias obtidas ao combinar características baseadas em grau e em força, utilizando os pares de raios de melhor desempenho previamente identificados para cada conjunto de dados. Essa avaliação teve como objetivo verificar a natureza complementar dos descritores topológicos.

Tabela 1 – Acurácias médias do vetor de características  $\Gamma$ , utilizando diferentes valores de  $r$  e suas combinações para as métricas de centralidade de força ( $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ ), em quatro bases de dados diferentes.

| $\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ | Outex                                | USPTex                               | 1200Tex                              | MBT                                   |
|----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| {01, 03}                   | 82.75% ( $\pm 4.0$ )                 | 85.42% ( $\pm 11.9$ )                | 75.83% ( $\pm 6.8$ )                 | 77.34% ( $\pm 16.3$ )                 |
| {01, 05}                   | 84.13% ( $\pm 3.8$ )                 | 87.37% ( $\pm 9.8$ )                 | 77.15% ( $\pm 9.2$ )                 | 79.81% ( $\pm 12.7$ )                 |
| {01, 07}                   | 84.12% ( $\pm 4.0$ )                 | 88.74% ( $\pm 8.8$ )                 | 77.06% ( $\pm 10.6$ )                | 80.95% ( $\pm 12.2$ )                 |
| {01, 09}                   | <b>84.63% (<math>\pm 4.4</math>)</b> | 89.76% ( $\pm 7.6$ )                 | 76.17% ( $\pm 13.3$ )                | 81.70% ( $\pm 11.2$ )                 |
| {01, 15}                   | 84.34% ( $\pm 4.1$ )                 | <b>90.46% (<math>\pm 7.8</math>)</b> | 74.99% ( $\pm 15.7$ )                | 74.38% ( $\pm 28.9$ )                 |
| {03, 05}                   | 80.42% ( $\pm 6.1$ )                 | 83.32% ( $\pm 13.3$ )                | 76.97% ( $\pm 5.6$ )                 | 79.46% ( $\pm 13.9$ )                 |
| {03, 07}                   | 82.04% ( $\pm 5.7$ )                 | 84.88% ( $\pm 12.6$ )                | 78.53% ( $\pm 5.0$ )                 | 80.90% ( $\pm 13.0$ )                 |
| {03, 09}                   | 82.76% ( $\pm 4.9$ )                 | 86.07% ( $\pm 11.4$ )                | <b>79.12% (<math>\pm 4.8</math>)</b> | 81.76% ( $\pm 12.2$ )                 |
| {03, 15}                   | 83.05% ( $\pm 4.7$ )                 | 86.71% ( $\pm 11.0$ )                | 78.65% ( $\pm 5.8$ )                 | <b>81.90% (<math>\pm 11.9</math>)</b> |
| {05, 07}                   | 80.96% ( $\pm 5.9$ )                 | 83.98% ( $\pm 12.1$ )                | 77.39% ( $\pm 5.7$ )                 | 80.04% ( $\pm 11.9$ )                 |
| {05, 09}                   | 81.94% ( $\pm 5.5$ )                 | 85.36% ( $\pm 11.1$ )                | 78.27% ( $\pm 5.5$ )                 | 81.38% ( $\pm 11.5$ )                 |
| {05, 15}                   | 82.95% ( $\pm 5.1$ )                 | 86.67% ( $\pm 9.8$ )                 | 78.19% ( $\pm 5.5$ )                 | 81.60% ( $\pm 10.5$ )                 |
| {07, 09}                   | 81.31% ( $\pm 5.4$ )                 | 84.32% ( $\pm 11.8$ )                | 76.82% ( $\pm 5.8$ )                 | 79.83% ( $\pm 11.7$ )                 |
| {07, 15}                   | 82.51% ( $\pm 5.2$ )                 | 85.86% ( $\pm 10.3$ )                | 78.26% ( $\pm 5.5$ )                 | 81.20% ( $\pm 11.0$ )                 |
| {09, 15}                   | 82.29% ( $\pm 5.6$ )                 | 85.06% ( $\pm 10.6$ )                | 77.79% ( $\pm 6.3$ )                 | 81.01% ( $\pm 10.8$ )                 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 2 – Acurácias médias do vetor de características  $\Gamma$  utilizando os raios otimizados com diferentes combinações de métricas de centralidade em quatro bases de dados.

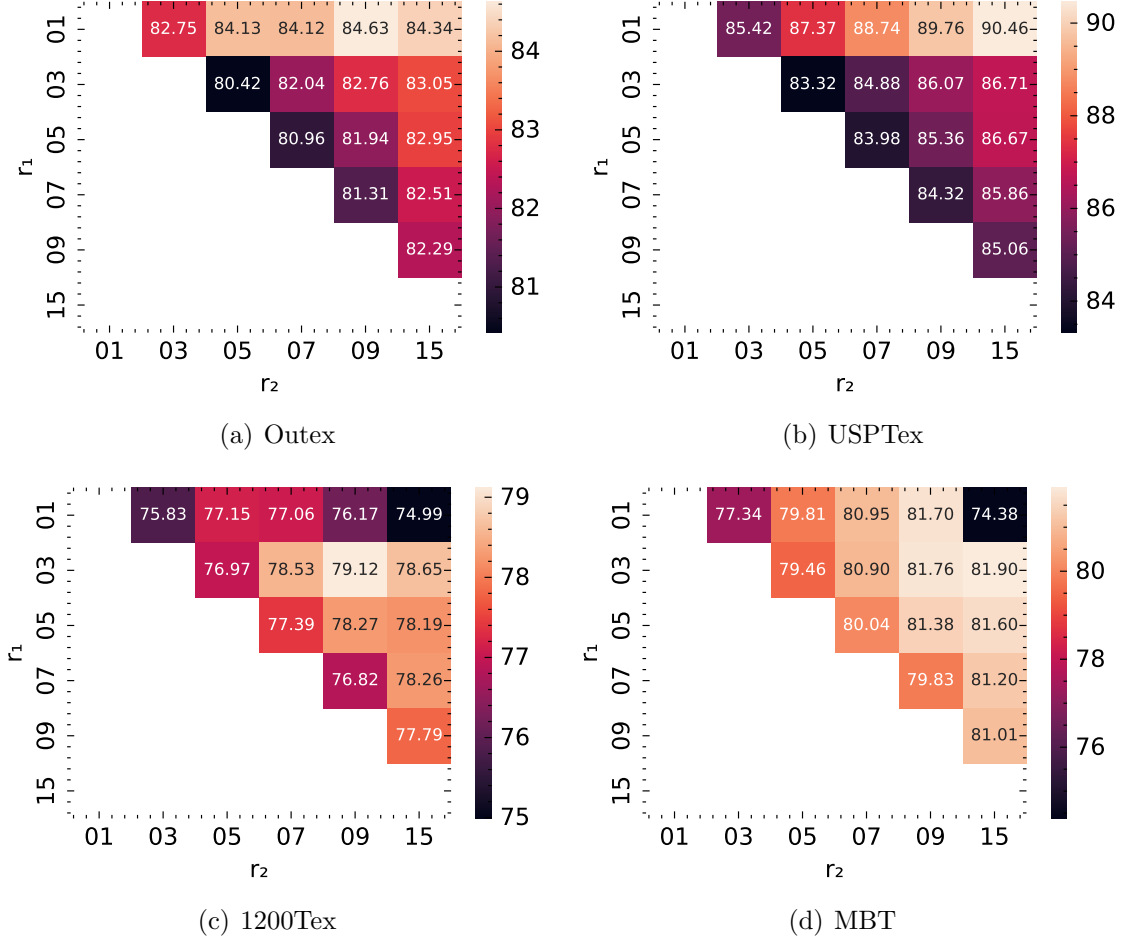
| Base de Dados | $\{r_1, r_2\}$ | $\{f_{in}, f_{out}\}$                 | $\{k_{in}, k_{out}\}$ | $\{f_{in}, k_{in}\}$  | $\{f_{out}, k_{out}\}$               |
|---------------|----------------|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| Outex         | {01, 09}       | <b>84.63% (<math>\pm 4.4</math>)</b>  | 83.15% ( $\pm 4.7$ )  | 84.29% ( $\pm 4.0$ )  | 84.07% ( $\pm 4.3$ )                 |
| USPTex        | {01, 15}       | <b>90.46% (<math>\pm 7.8</math>)</b>  | 82.47% ( $\pm 16.3$ ) | 89.29% ( $\pm 10.6$ ) | 89.15% ( $\pm 10.6$ )                |
| 1200Tex       | {03, 09}       | 79.12% ( $\pm 4.8$ )                  | 80.69% ( $\pm 4.7$ )  | 79.61% ( $\pm 5.0$ )  | <b>81.09% (<math>\pm 5.0</math>)</b> |
| MBT           | {03, 15}       | <b>81.90% (<math>\pm 11.9</math>)</b> | 81.77% ( $\pm 13.0$ ) | 81.48% ( $\pm 11.1$ ) | 81.69% ( $\pm 13.2$ )                |

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da Tabela 2, observa-se que métricas baseadas em força tendem a superar as configurações baseadas em grau na maioria dos cenários. Por exemplo, no conjunto Outex, a combinação  $\{f_{in}, f_{out}\}$  alcançou a maior acurácia, 84,63% ( $\pm 4,4$ ), superando a configuração baseada apenas em grau  $\{k_{in}, k_{out}\}$ , que obteve 83,15% ( $\pm 4,7$ ). Um padrão semelhante é observado no USPTex, onde métricas de força alcançaram 90,46% ( $\pm 7,8$ ), em comparação com 82,47% ( $\pm 16,3$ ) para grau. Esses resultados indicam que métricas baseadas em força oferecem uma representação mais rica, pois codificam variações de intensidade em tons de cinza e relações espaciais por meio de arestas ponderadas, permitindo capturar padrões sutis de textura que são frequentemente críticos para a classificação precisa.

Além disso, o bom desempenho de configurações híbridas, como  $\{f_{in}, k_{in}\}$  e  $\{f_{out}, k_{out}\}$ , reforça a natureza complementar desses descritores. Por exemplo, em Outex e USPTex, essas combinações atingiram acurácias de 84,29% e 89,29%, respectivamente, aproximando-se das

Figura 16 – Acurácias médias do vetor de características  $\Gamma$  para diferentes valores de  $r$  e suas combinações, considerando as métricas de força ( $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ ), para quatro bases de dados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

variantes baseadas apenas em força. Já no conjunto 1200Tex, caracterizado por alta variabilidade intraclasse e texturas complexas, a configuração híbrida  $\{f_{out}, k_{out}\}$  superou a opção baseada apenas em força ( $81,09\% \pm 5,0$  versus  $79,12\% \pm 4,8$ ), o que indica que, em cenários mais desafiadores, a combinação de métricas complementares pode proporcionar resultados melhores do que cada métrica isoladamente.

### 5.1.2 Comparação com Métodos da Literatura

Para avaliar o enriquecimento de descritores de textura, comparamos o desempenho de diversos métodos bem estabelecidos da literatura em dois cenários: (a) sua aplicação tradicional e isolada, e (b) sua versão enriquecida. As versões enriquecidas foram criadas combinando o vetor de características original do descritor ( $f^{orig}$ ) com o vetor de características derivadas da CNT, de múltiplas escalas e métricas ( $\Upsilon$ ), resultando na representação final  $\Gamma$  (conforme definido na Equação 9). Essa comparação quantifica o ganho de desempenho obtido ao complementar os descritores existentes com as informações estruturais fornecidas

pela CNT. As transformações da CNT empregaram as métricas de força e os conjuntos de raios otimizados identificados para cada base de dados:  $\{01, 09\}$  para Outex,  $\{01, 15\}$  para USPTex,  $\{03, 09\}$  para 1200Tex e  $\{03, 15\}$  para MBT.

A Tabela 3 resume as acurácias obtidas tanto para os descritores originais ( $f^{orig}$ ) quanto para suas versões enriquecidas pela CNT ( $\Gamma$ ) nas quatro bases de texturas.

Tabela 3 – Comparação das acurácias obtidas por diferentes técnicas de análise de texturas utilizando apenas a imagem original  $f^{orig}$  e a representação  $\Gamma$  obtida pela técnica CNT nas quatro bases de dados de texturas.

| Método  | Outex                |                      | USPTex               |                      |
|---------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|         | $f^{orig}$           | $\Gamma$             | $f^{orig}$           | $\Gamma$             |
| Fourier | 80.51% ( $\pm 4.5$ ) | 85.51% ( $\pm 3.0$ ) | 65.97% ( $\pm 3.7$ ) | 88.52% ( $\pm 1.6$ ) |
| GLDM    | 87.13% ( $\pm 2.4$ ) | 89.85% ( $\pm 2.0$ ) | 91.67% ( $\pm 1.4$ ) | 95.51% ( $\pm 1.2$ ) |
| LBP RIU | 71.91% ( $\pm 2.5$ ) | 82.65% ( $\pm 3.2$ ) | 73.12% ( $\pm 2.4$ ) | 88.26% ( $\pm 2.2$ ) |
| AHP     | 87.43% ( $\pm 1.7$ ) | 90.73% ( $\pm 2.3$ ) | 94.72% ( $\pm 1.1$ ) | 97.25% ( $\pm 1.0$ ) |
| LCP     | 86.25% ( $\pm 2.9$ ) | 89.12% ( $\pm 2.3$ ) | 90.84% ( $\pm 1.9$ ) | 94.98% ( $\pm 1.2$ ) |
| GLCM    | 81.91% ( $\pm 2.2$ ) | 89.85% ( $\pm 2.0$ ) | 83.42% ( $\pm 2.3$ ) | 95.37% ( $\pm 1.4$ ) |
| CLBP    | 81.03% ( $\pm 3.6$ ) | 81.91% ( $\pm 3.0$ ) | 85.08% ( $\pm 1.6$ ) | 81.72% ( $\pm 2.5$ ) |
| Gabor   | 81.1% ( $\pm 2.7$ )  | 86.76% ( $\pm 2.7$ ) | 87.17% ( $\pm 3.0$ ) | 96.47% ( $\pm 1.5$ ) |
| DTCWT   | 85.22% ( $\pm 2.3$ ) | 88.97% ( $\pm 2.3$ ) | 90.71% ( $\pm 0.9$ ) | 97.12% ( $\pm 1.3$ ) |
| CNRNN   | 91.32% ( $\pm 2.5$ ) | 88.75% ( $\pm 2.4$ ) | 96.29% ( $\pm 1.4$ ) | 97.12% ( $\pm 1.3$ ) |
| REE     | 92.5% ( $\pm 1.9$ )  | 90.88% ( $\pm 1.9$ ) | 97.73% ( $\pm 0.7$ ) | 89.18% ( $\pm 1.4$ ) |
| Método  | 1200Tex              |                      | MBT                  |                      |
|         | $f^{orig}$           | $\Gamma$             | $f^{orig}$           | $\Gamma$             |
| Fourier | 68.0% ( $\pm 3.9$ )  | 73.0% ( $\pm 3.9$ )  | 67.17% ( $\pm 4.4$ ) | 68.59% ( $\pm 1.2$ ) |
| GLDM    | 82.25% ( $\pm 2.9$ ) | 88.25% ( $\pm 3.9$ ) | 92.13% ( $\pm 1.7$ ) | 95.74% ( $\pm 0.7$ ) |
| LBP RIU | 68.42% ( $\pm 2.6$ ) | 78.75% ( $\pm 3.7$ ) | 65.95% ( $\pm 3.5$ ) | 78.89% ( $\pm 2.1$ ) |
| AHP     | 80.67% ( $\pm 2.8$ ) | 81.42% ( $\pm 3.0$ ) | 84.38% ( $\pm 2.3$ ) | 89.32% ( $\pm 1.7$ ) |
| LCP     | 77.92% ( $\pm 3.9$ ) | 84.67% ( $\pm 3.6$ ) | 83.32% ( $\pm 3.2$ ) | 87.34% ( $\pm 2.1$ ) |
| GLCM    | 70.5% ( $\pm 2.8$ )  | 84.92% ( $\pm 3.9$ ) | 85.71% ( $\pm 1.7$ ) | 86.85% ( $\pm 2.2$ ) |
| CLBP    | 64.0% ( $\pm 1.6$ )  | 81.75% ( $\pm 2.7$ ) | 78.49% ( $\pm 2.8$ ) | 73.58% ( $\pm 2.3$ ) |
| Gabor   | 78.34% ( $\pm 2.4$ ) | 85.25% ( $\pm 3.9$ ) | 88.96% ( $\pm 1.4$ ) | 91.64% ( $\pm 1.8$ ) |
| DTCWT   | 81.34% ( $\pm 1.4$ ) | 86.17% ( $\pm 3.8$ ) | 87.87% ( $\pm 2.4$ ) | 91.07% ( $\pm 2.4$ ) |
| CNRNN   | 87.92% ( $\pm 2.2$ ) | 85.6% ( $\pm 3.5$ )  | 93.10% ( $\pm 0.8$ ) | 91.35% ( $\pm 1.6$ ) |
| REE     | 88.25% ( $\pm 2.2$ ) | 89.33% ( $\pm 2.9$ ) | 93.1% ( $\pm 0.8$ )  | 89.85% ( $\pm 1.7$ ) |

A partir dos resultados obtidos, é possível observar uma tendência clara e consistente: a CNT melhora substancialmente o desempenho da maioria dos métodos de análise de textura em todas as bases de dados avaliadas. No conjunto Outex, por exemplo, o método LBP RIU passa de 71,91% ( $\pm 2,5$ ) para 82,65% ( $\pm 3,2$ ) quando enriquecido com as características da CNT. O GLCM também apresenta ganho significativo, aumentando de 81,91% ( $\pm 2,2$ ) para 89,85% ( $\pm 2,0$ ), enquanto o AHP alcança 90,73% ( $\pm 2,3$ ) em sua versão enriquecida. Melhorias semelhantes são observadas no USPTex, onde o método Fourier apresenta um aumento notável de 22,55 pontos percentuais, passando de 65,97% ( $\pm 3,7$ ) para 88,52% ( $\pm 1,6$ ), e tanto o AHP quanto o DTCWT alcançam acurácias de 97,25% ( $\pm 1,0$ ) e 97,12% ( $\pm 1,3$ ), respectivamente. No conjunto 1200Tex, o CLBP apresenta melhoria substancial, de 64,00% ( $\pm 1,6$ ) para 81,75% ( $\pm 2,7$ ), e no MBT, o GLDM atinge a maior acurácia de 95,74% ( $\pm 0,7$ ) com a representação CNT. Além disso, vários métodos apresentam redução nos desvios padrão em suas versões enriquecidas, indicando maior estabilidade e robustez nos resultados de classificação. Esse efeito é particularmente perceptível para descritores como Fourier, LBP RIU e GLCM.

Esse padrão geral de ganhos consistentes em bases de dados diversas ressalta a generalização da CNT. O GLDM, em particular, se destaca por apresentar ganhos significativos em todas as bases, incluindo um aumento de 82,25% ( $\pm 2,9$ ) para 88,25% ( $\pm 3,9$ ) no desafiador conjunto 1200Tex. A base USPTex, caracterizada por padrões de textura complexos, apresenta os maiores ganhos relativos, com métodos como DTCWT passando de 90,71% ( $\pm 2,7$ ) para 97,12% ( $\pm 1,2$ ) e o filtro de Gabor atingindo sua maior acurácia, 96,47% ( $\pm 1,5$ ), após o enriquecimento pela CNT. Vale também destacar que alguns métodos, como CLBP em USPTex e MBT, ou RAE-REE em Outex, apresentam ganhos marginais ou pequenas quedas, indicando que a efetividade da CNT depende do grau de complementaridade entre o descritor original e as características estruturais extraídas pela técnica.

Em resumo, esses resultados confirmam que a integração de informações estruturais locais e globais pela CNT fornece um mecanismo robusto de aprimoramento, particularmente vantajoso para bases de dados com texturas complexas e heterogêneas.

## 5.2 Aprendizado de Características com RNNs

### 5.2.1 Avaliação dos Parâmetros

No método proposto para aprendizado de características com RNNs utilizando a CNT, a assinatura depende de três hiper parâmetros:  $\mathcal{T}$ ,  $R$  e  $Q$ . Eles representam as métricas de centralidade e o conjunto de raios de modelagem, utilizados no procedimento de Transformada de Redes Complexas, e o número de neurônios da camada escondida da RNN, respectivamente. Foram avaliados os seguintes valores:  $\mathcal{T} = \{k_{in}, k_{out}, f_{in}, f_{out}\}$ ,  $R = \{1, 5, 9, 15\}$  e  $Q = \{4, 9, 14, 19\}$ .

Inicialmente, é investigada a influência do número de neurônios da camada oculta  $Q$ , que determina a capacidade de representação e a complexidade da RNN. Para isso, calculou-se a média das acurácias obtidas para cada valor de  $Q$ , considerando todas as combinações possíveis dos demais parâmetros. Os resultados estão apresentados na Tabela 4, bem como o tamanho do vetor de características  $|f_r^\tau(Q)|$ , que representa a dimensão da assinatura gerada para uma única combinação de raio ( $r$ ) e métrica de centralidade ( $\tau$ ).

Tabela 4 – Acurácia média das assinaturas dado o número de neurônios  $Q$ .

| $Q$ | $ f_r^\tau(Q) $ | Outex                              | USPTex                             | 1200Tex                            | MBT                                |
|-----|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 04  | 45              | $86.60 \pm 1.26$                   | $90.77 \pm 2.50$                   | $83.38 \pm 2.56$                   | $87.56 \pm 2.21$                   |
| 09  | 90              | <b><math>90.62 \pm 0.93</math></b> | <b><math>96.54 \pm 0.61</math></b> | <b><math>89.33 \pm 1.44</math></b> | <b><math>92.76 \pm 0.77</math></b> |
| 14  | 135             | $89.99 \pm 1.87$                   | $96.49 \pm 0.61$                   | $83.96 \pm 9.81$                   | $92.50 \pm 0.65$                   |
| 19  | 180             | $87.60 \pm 3.57$                   | $95.82 \pm 1.17$                   | $73.77 \pm 18.38$                  | $92.20 \pm 0.67$                   |

Fonte: Elaborada pelo autor.

O valor  $Q = 9$  apresentou o melhor desempenho médio nas quatro bases de dados *benchmark* avaliadas, produzindo assinaturas de tamanho moderado e que alcançaram as maiores acurácias e menores variabilidades entre execuções. Valores menores de  $Q$  (como  $Q = 4$ ) resultaram em acurácias inferiores, sugerindo uma capacidade insuficiente da rede para aprender as representações complexas das texturas. Por outro lado, valores maiores (como  $Q = 14$  e  $Q = 19$ ) não resultaram em ganhos de desempenho e, em alguns casos, levaram a uma piora significativa. Assim,  $Q = 9$  foi identificado como o ponto de equilíbrio ótimo entre a capacidade de representação do modelo e seu desempenho na classificação de texturas neste estudo.

A Tabela 5 apresenta a acurácia média obtida para diferentes combinações de métricas de centralidade  $\mathcal{T}$ , considerando  $Q = 9$  e o mesmo conjunto de raios  $R = \{1, 5, 9, 15\}$ . O objetivo dessa análise é avaliar o impacto de cada métrica, individualmente e em pares, na qualidade das assinaturas geradas pelo método proposto.

De modo geral, observa-se que a combinação de métricas tende a superar o uso isolado de uma única medida, indicando que diferentes centralidades capturam aspectos complementares da estrutura topológica da imagem modelada como rede. Essa complementaridade resulta em descrições mais ricas e discriminativas.

Entre as métricas individuais,  $f_{out}$  obteve os melhores resultados médios, destacando-se principalmente na base 1200Tex, em que atingiu a maior acurácia isolada (90.13%). Isso sugere que essa métrica, associada à força de saída dos vértices, é mais sensível às variações de textura que refletem direcionalidade e intensidade local. Já  $f_{in}$  apresentou desempenho competitivo, sendo o segundo melhor resultado em Outex, bem como as medidas de grau ( $k_{in}$  e  $k_{out}$ ) obtiveram desempenho sólido, mas ligeiramente inferior. Isso sugere que a informação ponderada das conexões (refletindo as diferenças de intensidade entre pixels) é mais discri-

Tabela 5 – Acurácia média por métrica de modelagem utilizando  $Q = 9$ . Em **negrito**, são destacados os melhores resultados por base de dados e sublinhados, os segundo melhores.

| $\mathcal{T}$      | Outex                              | USPTex                             | 1200Tex                            | MBT                                |
|--------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $k_{in}$           | $89.89 \pm 0.39$                   | $94.86 \pm 1.02$                   | $88.61 \pm 0.70$                   | $91.51 \pm 0.74$                   |
| $k_{out}$          | $89.99 \pm 0.76$                   | $95.59 \pm 0.87$                   | <u><math>90.06 \pm 0.56</math></u> | $92.57 \pm 0.39$                   |
| $f_{in}$           | <u><math>91.13 \pm 0.99</math></u> | $95.69 \pm 0.82$                   | $89.54 \pm 0.76$                   | $92.18 \pm 0.53$                   |
| $f_{out}$          | $90.60 \pm 0.96$                   | $95.81 \pm 0.84$                   | <b><math>90.13 \pm 1.13</math></b> | $93.02 \pm 0.57$                   |
| $k_{in}, k_{out}$  | $90.42 \pm 0.61$                   | $96.05 \pm 0.62$                   | $88.64 \pm 1.43$                   | $92.57 \pm 0.28$                   |
| $k_{in}, f_{in}$   | $90.66 \pm 0.78$                   | $96.09 \pm 0.75$                   | $88.45 \pm 1.42$                   | $92.68 \pm 0.67$                   |
| $k_{in}, f_{out}$  | $90.73 \pm 0.45$                   | $96.46 \pm 0.63$                   | $89.01 \pm 1.94$                   | $93.18 \pm 0.46$                   |
| $k_{out}, f_{in}$  | $91.11 \pm 0.7$                    | <b><math>96.61 \pm 0.54</math></b> | $90.02 \pm 1.68$                   | $93.15 \pm 0.50$                   |
| $k_{out}, f_{out}$ | $89.93 \pm 0.82$                   | $96.49 \pm 0.58$                   | $89.59 \pm 1.29$                   | <b><math>93.62 \pm 0.37</math></b> |
| $f_{in}, f_{out}$  | <b><math>91.72 \pm 0.74</math></b> | <u><math>96.64 \pm 0.60</math></u> | $89.29 \pm 1.88$                   | <u><math>93.16 \pm 0.43</math></u> |

Fonte: Elaborada pelo autor.

minativa para a representação textural do que a simples contagem de conexões (grau) nas aplicações analisadas.

Quando avaliadas em pares, as combinações envolvendo métricas de força novamente se destacam, com o par  $f_{in}, f_{out}$  obtendo o melhor resultado em Outex (91.72%) e o segundo melhor em USPTex e MBT. Também obtém bom desempenho as assinaturas baseadas na combinação entre das medidas de grau e força, sendo  $k_{out}, f_{in}$  o conjunto de melhor desempenho absoluto em USPTex (96.61%) e  $\{k_{out}, f_{out}\}$  em MBT. Essa consistência reforça a hipótese de que combinar centralidades de natureza distinta permite capturar características texturais de forma mais completa.

Por fim, com as configurações de métricas e o número de neurônios fixados, investigamos agora o impacto de diversas combinações de raios de modelagem, detalhados na Tabela 6. De modo geral, observa-se que as combinações que envolvem três raios produzem os melhores resultados. Isso sugere que a integração de múltiplas escalas enriquece a representação textural.

A combinação de raios  $\{01, 09, 15\}$ , que combina escalas fina, média e grossa, apresentou o desempenho mais consistente entre as quatro bases, alcançando a maior acurácia em Outex (93.01%) e MBT (93.87%), além de resultados competitivos nas demais. Essa configuração evidencia que a diversidade de escalas é mais benéfica do que o simples aumento do número de raios. Entre os pares, o mesmo padrão se repete: combinações de raios distantes (como  $\{01, 09\}$  e  $\{01, 15\}$ ) superam aquelas com raios próximos, sugerindo que o contraste entre regiões locais e globais torna as assinaturas mais discriminativas.

Tabela 6 – Acurácia média por combinação de raios utilizando  $Q = 9$  e  $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$ .

| $\{r_1, \dots, r_n\}$ | Outex                              | USPTex                             | 1200Tex                            | MBT                                |
|-----------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $\{01, 05\}$          | $91.47 \pm 2.26$                   | $97.51 \pm 1.17$                   | $90.83 \pm 2.33$                   | $92.69 \pm 1.66$                   |
| $\{01, 09\}$          | $92.35 \pm 2.31$                   | $97.21 \pm 1.17$                   | $90.25 \pm 2.04$                   | $93.34 \pm 1.29$                   |
| $\{01, 15\}$          | $92.35 \pm 2.08$                   | $97.03 \pm 0.99$                   | $90.17 \pm 2.83$                   | $92.86 \pm 1.32$                   |
| $\{05, 09\}$          | $90.59 \pm 2.54$                   | $96.68 \pm 1.11$                   | $89.17 \pm 1.94$                   | $93.26 \pm 1.52$                   |
| $\{05, 15\}$          | $91.62 \pm 2.59$                   | $96.95 \pm 1.01$                   | $89.58 \pm 2.21$                   | $92.49 \pm 1.33$                   |
| $\{09, 15\}$          | $90.51 \pm 2.22$                   | $96.2 \pm 1.09$                    | $88.17 \pm 1.78$                   | $92.74 \pm 0.90$                   |
| $\{01, 05, 09\}$      | $91.69 \pm 2.59$                   | $97.38 \pm 0.70$                   | <b><math>91.83 \pm 1.74</math></b> | $93.63 \pm 1.78$                   |
| $\{01, 05, 15\}$      | $92.13 \pm 2.08$                   | <b><math>97.69 \pm 0.83</math></b> | $91.33 \pm 1.91$                   | $93.22 \pm 1.41$                   |
| $\{01, 09, 15\}$      | <b><math>93.01 \pm 2.01</math></b> | $97.21 \pm 0.83$                   | $91.17 \pm 2.27$                   | <b><math>93.87 \pm 1.44</math></b> |
| $\{05, 09, 15\}$      | $91.10 \pm 2.45$                   | $96.38 \pm 0.98$                   | $88.42 \pm 2.12$                   | $92.98 \pm 1.50$                   |
| $\{01, 05, 09, 15\}$  | $91.54 \pm 2.81$                   | $92.13 \pm 2.18$                   | $90.5 \pm 1.72$                    | $93.71 \pm 1.37$                   |

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.2.2 Comparação com Métodos da Literatura

Para avaliar os resultados obtidos com o método proposto, seu desempenho é comparado com uma gama de métodos presentes na literatura, incluindo abordagens tradicionais de extração manual de características e outros métodos baseados em RNNs. Para o método proposto, é considerada a assinatura  $\Upsilon(9)$ , com as configurações otimizadas,  $\mathcal{T} = \{f_{in}, f_{out}\}$  e  $R = \{01, 09, 15\}$ .

A Tabela 7 sumariza o desempenho de acurácia de diversos métodos de análise de textura nas quatro bases de dados utilizada. Entre os métodos de extração manual, técnicas como AHP (ZHU et al., 2015) e GLDM (WESZKA; DYER; ROSENFELD, 1976) apresentaram resultados consistentes em todas as bases, porém foram sistematicamente superadas por abordagens baseadas em RNNs. Destacam-se os métodos REE (FARES et al., 2024b), que utiliza um *ensemble* de RNNs, e CNRNN (RIBAS et al., 2020), que combina Redes Complexas e RNNs, mostrando que a integração dessas técnicas já proporciona ganhos significativos na representação de texturas.

O método proposto,  $\Upsilon(9)$ , se destaca significativamente, se igualando ou superando tanto os descritores manuais quanto os baseados em RNNs. Nas bases Outex, 1200Tex e MBT,  $\Upsilon(9)$  obteve as maiores acurácias, 93.01%, 91.83% e 93.87%, respectivamente, enquanto em USPTex ele manteve desempenho competitivo, com 97.69%. Esses resultados evidenciam a eficácia das características aprendidas pela RNN, demonstrando que a utilização das Transformadas de Redes Complexas para reconstrução da imagem original permite o aprendizado de representações discriminativas de forma eficiente. Essa abordagem captura simultaneamente padrões locais e globais, fornecendo informações mais ricas e robustas do que métodos baseados apenas em Redes Complexas ou RNNs.

Tabela 7 – Comparação das acurácias obtidas para diferentes métodos de análise de texturas na base de dados outex

| Métodos                | Outex                              | USPTex                             | 1200Tex                            | MBT                                |
|------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| <b>Extração manual</b> |                                    |                                    |                                    |                                    |
| Fourier                | $80.51 \pm 4.52$                   | $65.97 \pm 3.69$                   | $60.68 \pm 3.93$                   | $67.17 \pm 4.44$                   |
| GLDM                   | $87.13 \pm 2.42$                   | $91.67 \pm 1.45$                   | $82.25 \pm 2.96$                   | $92.13 \pm 1.68$                   |
| LBP RIU                | $71.91 \pm 2.52$                   | $73.12 \pm 2.41$                   | $68.42 \pm 2.65$                   | $65.95 \pm 3.47$                   |
| AHP                    | $87.43 \pm 1.72$                   | $94.72 \pm 1.16$                   | $80.67 \pm 2.78$                   | $84.38 \pm 2.27$                   |
| LCP                    | $86.25 \pm 2.88$                   | $90.84 \pm 1.92$                   | $77.92 \pm 3.91$                   | $83.32 \pm 3.25$                   |
| GLCM                   | $81.91 \pm 2.19$                   | $83.42 \pm 2.28$                   | $70.50 \pm 2.82$                   | $85.71 \pm 1.76$                   |
| CLBP                   | $81.03 \pm 3.64$                   | $85.08 \pm 1.62$                   | $64.00 \pm 1.65$                   | $78.49 \pm 2.83$                   |
| Gabor                  | $81.10 \pm 2.75$                   | $87.17 \pm 3.00$                   | $78.33 \pm 2.39$                   | $88.96 \pm 1.44$                   |
| DTCWT                  | $85.22 \pm 2.36$                   | $90.71 \pm 0.97$                   | $81.33 \pm 1.45$                   | $87.87 \pm 2.42$                   |
| CNTD                   | $86.76 \pm 2.68$                   | $91.3 \pm 2.68$                    | $83.33 \pm 2.11$                   | $83.7 \pm 2.68$                    |
| <b>Baseados em RNN</b> |                                    |                                    |                                    |                                    |
| ELM                    | $89.71 \pm 2.39$                   | $95.11 \pm 2.68$                   | $84.33 \pm 1.79$                   | $89.01 \pm 1.19$                   |
| CNRNN                  | $91.32 \pm 2.46$                   | $96.60 \pm 0.88$                   | $87.92 \pm 3.54$                   | $90.10 \pm 1.82$                   |
| REE                    | $92.50 \pm 1.91$                   | <b><math>97.73 \pm 0.72</math></b> | $88.25 \pm 2.25$                   | $93.10 \pm 0.80$                   |
| <b>Método proposto</b> |                                    |                                    |                                    |                                    |
| $\Upsilon(9)$          | <b><math>93.01 \pm 2.01</math></b> | $97.69 \pm 0.83$                   | <b><math>91.83 \pm 1.74</math></b> | <b><math>93.87 \pm 1.44</math></b> |

Fonte: Elaborada pelo autor.

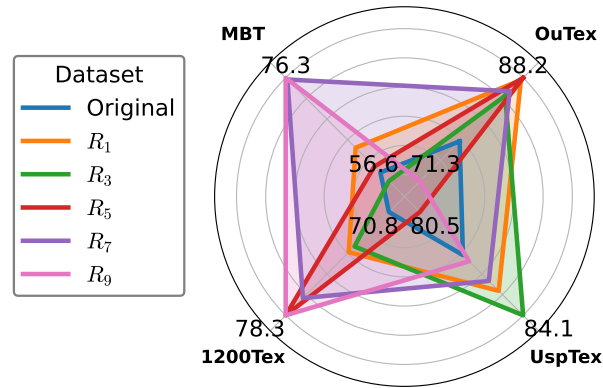
### 5.3 Aumento de Dados

Nesta seção, apresentamos e discutimos os resultados obtidos em nossos experimentos, que avaliam a eficácia do método proposto de Transformada de Redes Complexas (CNT) como uma ferramenta de aumento de dados para modelos de aprendizado profundo. Nossa análise baseia-se no desempenho de cinco arquiteturas de redes convolucionais profundas (CNNs) em quatro bases de dados de texturas distintas.

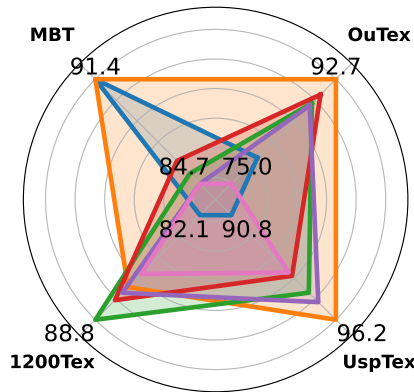
Investigamos sistematicamente o impacto do parâmetro de raio máximo, que controla a escala e a quantidade de dados gerados pelo aumento. Especificamente, testamos cinco conjuntos diferentes de raios, denominados  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_5$ ,  $R_7$  e  $R_9$ , sendo que o subscrito indica o maior raio presente no conjunto. Por exemplo,  $R_1$  representa o conjunto de raio  $\{1\}$ , enquanto  $R_9$  representa  $\{1, 2, \dots, 9\}$ . Essa abordagem permitiu analisar como a inclusão de informações multiescala influencia o desempenho dos modelos.

Os resultados são apresentados na Figura 17. Para uma compreensão detalhada do desempenho de cada modelo, utilizamos gráficos do tipo radar, sendo um gráfico dedicado a cada arquitetura de CNN. Esse método de visualização é especialmente eficaz para comparar simultaneamente a acurácia de um modelo em múltiplas bases de dados e sob diferentes estratégias de aumento. Cada eixo do gráfico corresponde a uma base de dados específica, e

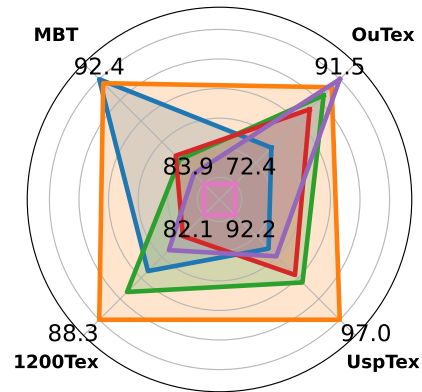
o desempenho obtido para cada fator de aumento (por exemplo,  $R_1$ ,  $R_3$ ) é representado por uma linha distinta.



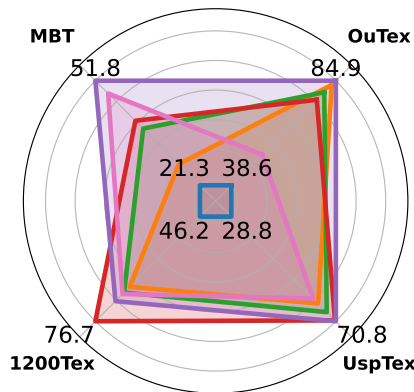
(a) Inception v3



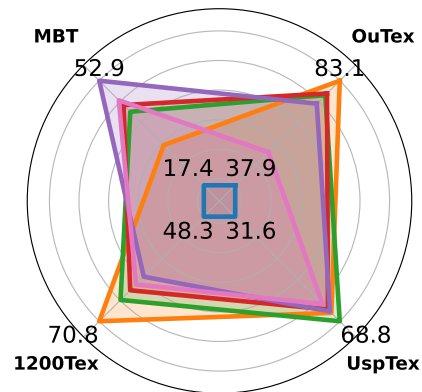
(b) Resnet50



(c) Resnet101



(d) ConvNeXt Tiny



(e) ConvNeXt Base

Figura 17 – Acurácias de cinco arquiteturas de CNNs profundas em quatro bases de dados. Cada linha no gráfico de radar representa a performance do modelo em uma configuração de aumento diferente, enquanto os vértices do polígono correspondem à acurácia em cada base de dados.

De modo geral, os resultados demonstram uma melhora significativa de desempenho em todos os modelos e bases de dados quando se utiliza a técnica de aumento de dados baseada em CNT. Essa tendência é visualmente confirmada pelos gráficos de radar da Figura 17,

nos quais os maiores polígonos (correspondentes às maiores acurácias) são consistentemente formados pelos modelos treinados com as imagens aumentadas. Esse ganho evidencia a capacidade da CNT em enriquecer os dados de treinamento com informações estruturais relevantes, auxiliando as redes convolucionais profundas (CNNs) a aprenderem características mais robustas e generalizáveis.

O aspecto mais notável é o aumento expressivo de acurácia nos modelos treinados com o aumento de dados baseado em CNT. Por exemplo, na base Outex, o desempenho dos modelos ConvNeXt (Figura 17(d) e (e)) aumenta drasticamente de cerca de 38% (modelo original) para mais de 83% com a aplicação da CNT (em  $R_1$ ). De forma semelhante, na base USPTex, a acurácia do ConvNeXt Tiny salta de 28,79% para um pico de 70,85% (em  $R_7$ ). As arquiteturas ResNet também apresentaram ganhos expressivos: a ResNet50 (Figura 17(b)) na base USPTex alcançou impressionantes 96,16% de acurácia com o aumento CNT ( $R_1$ ), em comparação com 90,75% no conjunto original. Esses resultados confirmam que o aumento de dados via CNT fornece um sinal de treinamento mais rico e discriminativo do que as imagens originais isoladamente, sendo particularmente vantajoso para arquiteturas como a ConvNeXt, que tendem a ser mais sensíveis à limitação de dados quando treinadas do zero.

Os resultados também revelam uma forte dependência em relação ao raio máximo de conexão utilizado para gerar as imagens aumentadas. Nas bases Outex e USPTex, observa-se que raios menores geralmente resultam nas maiores acurácias. Por exemplo, em Outex, a maioria dos modelos alcança seu melhor desempenho em  $R_1$ , com a acurácia tendendo a diminuir à medida que o raio aumenta até  $R_9$ . Isso sugere que, para essas bases, as informações texturais mais relevantes estão concentradas em detalhes locais e de pequena escala, que são capturados de forma mais eficiente por raios reduzidos. À medida que o raio cresce, as transformações de rede passam a capturar padrões mais amplos e globais. Já nas bases 1200Tex e MBT, o raio ótimo varia entre os modelos, com diversos alcançando desempenho máximo em  $R_5$  ou  $R_7$ , o que indica que, nesses casos, uma combinação de informações locais e globais tende a ser mais vantajosa.

As curvas de acurácia de validação apresentadas na Figura 18 fornecem uma compreensão detalhada da dinâmica de treinamento das cinco arquiteturas avaliadas na base de dados Outex. Cada gráfico compara o desempenho de um modelo treinado com o conjunto de dados original com aquele obtido a partir do conjunto de dados aumentado pela técnica CNT utilizando o raio que apresentou melhor desempenho, conforme indicado na Figura 17.

A análise dessas curvas evidencia uma tendência consistente: os modelos treinados com o aumento de dados baseado em CNT não apenas alcançam picos de acurácia significativamente mais altos, como também apresentam trajetórias de aprendizado mais estáveis e robustas. Por exemplo, a curva do modelo ResNet101 original (Figura 18(c)) demonstra uma progressão instável, indicando aprendizado inconsistente e estagnação antecipada. Em contraste, a curva do modelo ResNet101 treinado com o conjunto aumentado pela CNT é

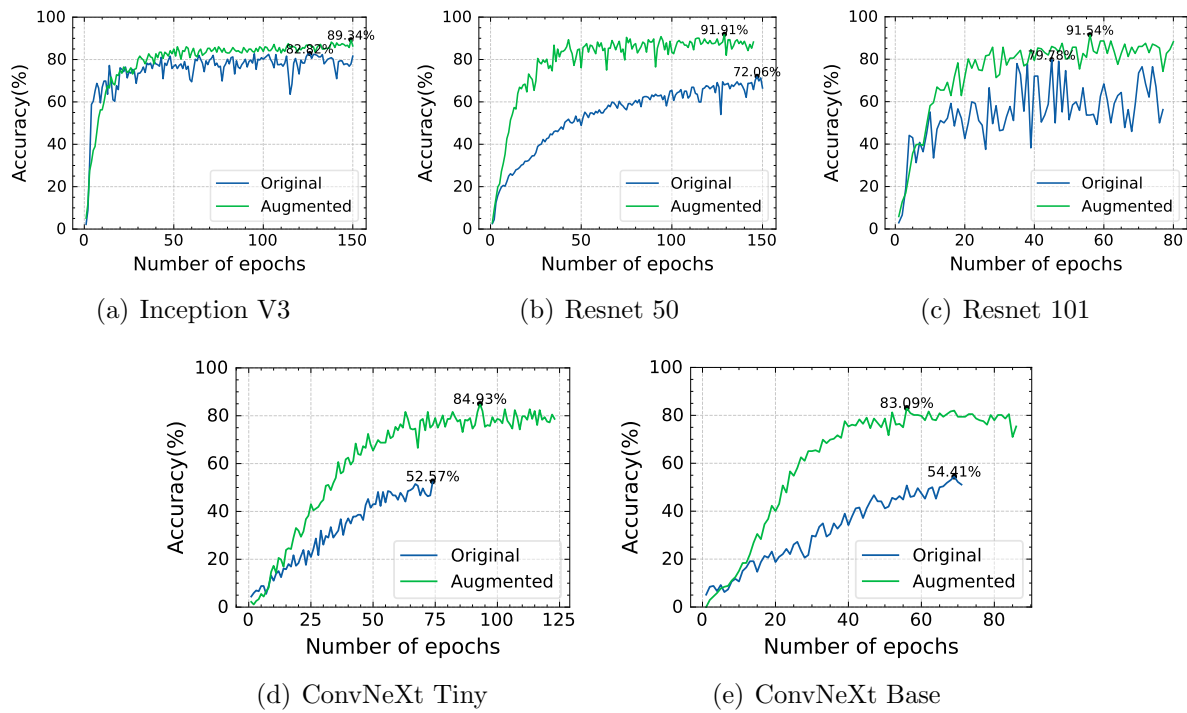


Figura 18 – Curvas de acurácia de validação durante o treinamento dos diferentes modelos na base de dados Outex, comparando o desempenho obtido com o conjunto de dados original e com o conjunto aumentado pela técnica CNT (utilizando o melhor raio identificado).

visivelmente mais suave e consistente, evidenciando que o modelo conseguiu continuar aprendendo de forma eficaz por um número maior de épocas.

## 6 Conclusão

Esta monografia apresenta a Transformada de Rede Complexa (*Complex Network Transform* - CNT), uma nova abordagem para representação de texturas fundamentada na Teoria das Redes Complexas. O método parte da concepção de que uma textura pode ser interpretada como um sistema complexo, no qual os pixels de uma imagem são modelados como nós de um grafo, e as arestas representam relações de similaridade entre eles. A partir dessa modelagem, métricas topológicas são extraídas e convertidas em novas imagens, que representam diferentes visões da mesma textura. Esse processo permite reinterpretar as relações espaciais da textura no domínio visual, de forma multiescalar, evidenciando tanto aspectos locais quanto globais da estrutura.

A CNT foi avaliada em três cenários de experimentos complementares: (i) como um módulo de pré-processamento para o aprimoramento de descritores manuais de textura, (ii) como um método para aprendizado de representações utilizando Redes Neurais Randomizadas e (iii) como uma técnica de aumento de dados (*data augmentation*) para o treinamento de redes convolucionais profundas. Os experimentos realizados em quatro bases públicas de dados demonstraram ganhos consistentes de acurácia, estabilidade e robustez em relação aos métodos tradicionais de análise de textura avaliados. A combinação das características originais com as extraídas pelas imagens transformadas elevou o poder discriminativo dos classificadores, e o uso da CNT para o aprendizado de representações com Redes Randomizadas superou diversos métodos consolidados. No contexto de aprendizado profundo, observou-se melhorias expressivas em todas as arquiteturas avaliadas, comprovando que as imagens geradas pela CNT enriquecem o aprendizado e tornam os modelos mais robustos e generalizáveis.

Dessa forma, a CNT se consolida como uma abordagem versátil e complementar, capaz de gerar imagens que preservam a estrutura espacial da textura e incorporam informações topológicas adicionais. Por serem compatíveis com os métodos convencionais de visão computacional, essas imagens podem ser facilmente integradas a descritores clássicos ou a redes neurais artificiais, enriquecendo o conjunto de dados de entrada e potencializando o desempenho em tarefas de classificação e reconhecimento de texturas.

### 6.1 Limitações e Trabalhos Futuros

Apesar dos resultados promissores, algumas limitações e oportunidades de aprimoramento foram identificadas. O método CNT depende de dois parâmetros principais: o raio máximo de conexão e as métricas utilizadas para representar a textura. A escolha ótima desses parâmetros ainda requer experimentação empírica, podendo variar de acordo com o tipo de textura e a base de dados analisada. Dessa forma, a necessidade de ajuste manual indica

espaço para futuras otimizações, especialmente no desenvolvimento de estratégias automatizadas para definição de limiares.

Além disso, este trabalho também aponta diversas direções para pesquisas futuras:

- **Aplicações práticas:** Investigar o uso do CNT em contextos reais, como análise de imagens biológicas e inspeção de superfícies em processos industriais. Esses cenários podem avaliar a capacidade do método de lidar com texturas complexas e condições de aquisição heterogêneas, validando sua viabilidade prática.
- **Métricas topológicas adicionais:** Explorar diferentes métricas de rede, como outras medidas baseadas em centralidade. A inclusão dessas métricas pode revelar propriedades ainda não exploradas e enriquecer as representações geradas pelo CNT, potencializando o poder discriminativo do método.
- **Extensão para imagens coloridas:** Adaptar o método para lidar com informações cromáticas, seja por meio de transformações independentes por canal, seja pela modelagem conjunta das relações entre cores. Essa expansão permitiria aplicar o CNT em um espectro mais amplo de tarefas visuais.
- **Diferentes tarefas de pretexto:** Avaliar novas tarefas de aprendizado auto-supervisionado com Redes Neurais Randomizadas, além da reconstrução da imagem original, como predição de transformações ou aprendizado por contraste, visando capturar diferentes aspectos estruturais e semânticos das texturas.

## 6.2 Trabalhos Gerados e Eventos Científicos

Ao longo do desenvolvimento do projeto, foram produzidos diversos trabalhos científicos e realizadas participações em eventos acadêmicos que contribuíram para a divulgação e o amadurecimento das ideias desenvolvidas.

A seguir, são listadas as principais produções e participações:

### Artigos e Publicações

- *SARS-CoV-2 Detection in Genosensor Images via Deep Learning and Data Augmentation.*  
**Autores:** Ana Beatriz S. Zerati; Luan B. Guerra; Osvaldo N. Oliveira Jr.; Lucas C. Ribas. **Status:** Aceito — *Revista de Informática Teórica e Aplicada (RITA)*.
- *Assessing deep hybrid representations for colorectal polyp classification in histopathology images.*

**Autores:** Luan B. Guerra, Ana Beatriz S. Zerati, Ana Catarina Vicentim, Lucas C. Ribas **Status:** Aceito — *Revista de Informática Teórica e Aplicada (RITA)*.

- *CNT: An Image Transform Based on Complex Networks for Enhanced Texture Characterization.*

**Autores:** Ana Beatriz S. Zerati; Luan B. Guerra; Leandro A. Neves; Lucas C. Ribas. **Status:** Em fase de revisão — *IEEE Access*.

- *Multi-Scale Representation Learning through Random Neural Networks and Complex Network Image Transforms.*

**Autores:** Ana Beatriz S. Zerati; Luan B. Guerra; Lucas C. Ribas. **Status:** Em redação.

## Participações em Eventos

- XXXVII CIC — Congresso de Iniciação Científica da UNESP: Apresentação oral dos resultados parciais do projeto, com destaque entre os trabalhos e classificação para a fase final de avaliação entre os melhores trabalhos do congresso.
- XX WVC — *Workshop* de Visão Computacional: Participação no evento com apresentação do artigo publicado.

# Referências

ABDELMOUNAIME, S.; DONG-CHEN, H. New brodatz-based image databases for grayscale color and multiband texture analysis. *International Scholarly Research Notices*, Hindawi, v. 2013, 2013.

AL-SHABI, M. et al. Lung nodule classification using deep Local–Global networks. *Int. J. Comput. Assist. Radiol. Surg.*, Springer Science and Business Media LLC, v. 14, n. 10, p. 1815–1819, out. 2019.

ANSARI, M. A.; SINGH, D. K. Human detection techniques for real time surveillance: a comprehensive survey. *Multimedia Tools and Applications*, Springer Science and Business Media LLC, v. 80, n. 6, p. 8759–8808, nov. 2020. ISSN 1573-7721. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11042-020-10103-4>.

BACKES, A.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. Texture analysis and classification: A complex network-based approach. *Information Sciences*, v. 219, p. 168–180, 2013.

BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. A complex network-based approach for texture analysis. In: BLOCH, I.; CESAR, R. M. (Ed.). *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010. p. 354–361. ISBN 978-3-642-16687-7.

BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. Color texture analysis based on fractal descriptors. *Pattern Recognition*, v. 45, n. 5, p. 1984–1992, 2012. ISSN 0031-3203. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320311004614>.

BACKES, A. R.; CASANOVA, D.; BRUNO, O. M. Texture analysis and classification: A complex network-based approach. *Information Sciences*, v. 219, n. 0, p. 168 – 180, 2013. ISSN 0020-0255. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025512004677>.

BARABÁSI, A.; PÓSFAL, M. *Network Science*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2016. ISBN 9781107076266.

BARKOKY, A.; CHARKARI, N. M. Complex network-based features extraction in rgb-d human action recognition. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, v. 82, p. 103371, 2022. ISSN 1047-3203. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1047320321002455>.

BHARALI, A.; ROY, S. Impact of handcrafted features and raw image data on neural network performance: Insights from the brodatz texture database. In: *2025 3rd International Conference on Advancement in Computation Computer Technologies (InCACCT)*. [S.l.: s.n.], 2025. p. 778–783.

BOCCALETTI, S. et al. Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, v. 424, n. 4, p. 175–308, 2006. ISSN 0370-1573.

BRITO, A. C. M.; SILVA, F. N.; AMANCIO, D. R. A complex network approach to political analysis: Application to the brazilian chamber of deputies. *PLoS One*, Public Library of Science (PLoS), v. 15, n. 3, p. e0229928, mar. 2020.

- BROASCĂ, L. et al. A novel method for lung image processing using complex networks. *Tomography*, v. 8, n. 4, p. 1928–1946, 2022. ISSN 2379-139X. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2379-139X/8/4/162>.
- CALVETTI, D. et al. Tikhonov regularization and the L-curve for large discrete ill-posed problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 123, n. 1, p. 423 – 446, 2000.
- CASANOVA, D. *Redes complexas em visão computacional com aplicações em bioinformática*. Tese (Doutorado em Física Aplicada) — Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos., 2013.
- CASANOVA, D.; JUNIOR, J. J. de M. S.; BRUNO, O. M. Plant leaf identification using gabor wavelets. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 19, n. 3, p. 236–243, 2009. ISSN 1098-1098.
- CHALUMEAU, T. et al. Texture discrimination using hierarchical complex networks. In: *INTERNATIONAL CONFERENCE ON SIGNAL IMAGE TECHNOLOGY AND INTERNET BASED SYSTEMS (SITIS)*. [S.l.]: Springer US, 2006. p. 543–550.
- CHEN, C. H. *Handbook of pattern recognition and computer vision*. [S.l.]: World scientific, 2015.
- COSTA, L. da F. et al. Characterization of complex networks: A survey of measurements. *Advances in Physics*, Taylor & Francis, v. 56, n. 1, p. 167–242, 2007.
- DETTMETERS, T. *Deep learning in a nutshell: Core concepts*. NVIDIA, 2022. Disponível em: <https://developer.nvidia.com/blog/deep-learning-nutshell-core-concepts/>.
- FARD, R. H.; HOSSEINI, S. Machine learning algorithms for prediction of energy consumption and iot modeling in complex networks. *Microprocessors and Microsystems*, Elsevier, v. 89, p. 104423, 2022.
- FARES, R.; GUERRA, L.; RIBAS, L. Exploring local graphs via random encoding for texture representation learning. In: *Proceedings of the 20th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications*. SCITEPRESS - Science and Technology Publications, 2025. p. 200–209. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5220/0013315500003912>.
- FARES, R. T.; RIBAS, L. C. A new approach to learn spatio-spectral texture representation with randomized networks: Application to brazilian plant species identification. In: ILIADIS, L. et al. (Ed.). *Engineering Applications of Neural Networks*. Cham: Springer Nature Switzerland, 2024. p. 435–449. ISBN 978-3-031-62495-7.
- FARES, R. T. et al. Randomized encoding ensemble: A new approach for texture representation. In: *2024 31st International Conference on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP)*. [S.l.: s.n.], 2024. p. 1–8.
- FARES, R. T. et al. Randomized encoding ensemble: A new approach for texture representation. In: *2024 31st International Conference on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP)*. [S.l.: s.n.], 2024. p. 1–8.
- FLORINDO, J. B. Dstnet: Successive applications of the discrete schroedinger transform for texture recognition. *Information Sciences*, Elsevier, v. 507, p. 356–364, 2020.

- FUKUNAGA, K. *Introduction to statistical pattern recognition*. [S.l.]: Elsevier, 2013.
- FUKUSHIMA, K.; MIYAKE, S. Neocognitron: A self-organizing neural network model for a mechanism of visual pattern recognition. In: *Competition and cooperation in neural nets*. [S.l.]: Springer, 1982. p. 267–285.
- GHALATI, M. K. et al. Texture analysis and its applications in biomedical imaging: A survey. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, v. 15, p. 222–246, 2022.
- GHALATI, M. K. et al. Texture analysis and its applications in biomedical imaging: A survey. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 15, p. 222–246, 2022. ISSN 1941-1189. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/rbme.2021.3115703>.
- GONZALEZ, R. C. *Digital image processing*. [S.l.]: Pearson education india, 2009.
- GUI, J. et al. A survey on self-supervised learning: Algorithms, applications, and future trends. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 46, n. 12, p. 9052–9071, 2024.
- GUO, Y.; ZHAO, G.; PIETIKÄINEN, M. Texture classification using a linear configuration model based descriptor. In: CITESEER. *BMVC*. [S.l.], 2011. p. 1–10.
- GUO, Z.; ZHANG, L.; ZHANG, D. A completed modeling of local binary pattern operator for texture classification. *IEEE Transactions on Image Processing*, IEEE, v. 19, n. 6, p. 1657–1663, 2010.
- GUO, Z.; ZHANG, L.; ZHANG, D. Rotation invariant texture classification using lbp variance (lbpv) with global matching. *Pattern recognition*, Elsevier, v. 43, n. 3, p. 706–719, 2010.
- HARALICK, R.; SHANMUGAM, K.; DINSTEN, I. Textural features for image classification. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, SMC-3, n. 6, p. 610–621, Nov 1973. ISSN 0018-9472.
- HAYKIN, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. 2nd. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1999.
- HE, K. et al. Deep residual learning for image recognition. In: *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 770–778.
- HENDRAWAN, I. et al. Classification of typhus and dengue fever using the pseudo nearest neighbor algorithm. *JELIKU (Jurnal Elektronik Ilmu Komputer Udayana)*, v. 11, p. 147, 07 2022.
- HUANG, G.-B.; ZHU, Q.-Y.; SIEW, C.-K. Extreme learning machine: theory and applications. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 70, n. 1-3, p. 489–501, 2006.
- HUBEL, D. H.; WIESEL, T. N. Receptive fields of single neurones in the cat's striate cortex. *The Journal of physiology*, Wiley Online Library, v. 148, n. 3, p. 574–591, 1959.
- HUMEAU-HEURTIER, A. Texture feature extraction methods: A survey. *IEEE Access*, v. 7, p. 8975–9000, 2019.
- HUMEAU-HEURTIER, A. Texture feature extraction methods: A survey. *IEEE Access*, IEEE, v. 7, p. 8975–9000, 2019.

- JUNIOR, J. J. d. M. S.; RIBAS, L. C.; BRUNO, O. M. Randomized neural network based signature for dynamic texture classification. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 135, p. 194–200, 2019.
- JUNIOR, J. J. M. S.; BACKES, A. R. ELM based signature for texture classification. *Pattern Recognition*, v. 51, p. 395–401, 2016.
- KAMARAINEN, J.-K.; KYRKI, V.; KALVIAINEN, H. Invariance properties of gabor filter-based features-overview and applications. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 15, n. 5, p. 1088–1099, 2006.
- KRIZHEVSKY, A.; SUTSKEVER, I.; HINTON, G. E. ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks. *Advances In Neural Information Processing Systems*, p. 1–9, 2012. ISSN 10495258.
- LECUN, Y. et al. Backpropagation applied to handwritten zip code recognition. *Neural computation*, MIT Press, v. 1, n. 4, p. 541–551, 1989.
- LECUN, Y. et al. Gradient-based learning applied to document recognition. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 86, n. 11, p. 2278–2324, 1998.
- LEHMER, D. H. Mathematical methods in large-scale computing units. *The Annals of the Computation Laboratory of Harvard University*, v. 26, p. 141–146, 1951.
- LENT, R. et al. How many neurons do you have? some dogmas of quantitative neuroscience under revision. *Eur. J. Neurosci.*, Wiley, v. 35, n. 1, p. 1–9, jan. 2012.
- LIU, L. et al. From BoW to CNN: Two decades of texture representation for texture classification. *International Journal of Computer Vision*, Springer Science and Business Media LLC, v. 127, n. 1, p. 74–109, nov. 2018.
- LIU, L. et al. From bow to cnn: Two decades of texture representation for texture classification. *International Journal of Computer Vision*, Springer, v. 127, n. 1, p. 74–109, 2019.
- LIU, Y.; PU, H.; SUN, D.-W. Efficient extraction of deep image features using convolutional neural network (cnn) for applications in detecting and analysing complex food matrices. *Trends in Food Science Technology*, v. 113, p. 193–204, 2021. ISSN 0924-2244. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924224421003022>.
- LIU, Z. et al. A convnet for the 2020s. In: *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 11976–11986.
- LIU, Z.; QIAO, Y. Adaptive evolution threshold for multiscale dynamic texture classification based on complex network. In: \_\_\_\_\_. *Advances in Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing*. Springer Nature Singapore, 2022. p. 203–213. ISBN 9789811910579. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/978-981-19-1057-9\\_20](http://dx.doi.org/10.1007/978-981-19-1057-9_20).
- MANJUNATH, B. S.; MA, W.-Y. Texture features for browsing and retrieval of image data. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, IEEE, v. 18, n. 8, p. 837–842, 1996.

- MENG, C.; MOTEVALLI, H. Link prediction in social networks using hyper-motif representation on hypergraph. *Multimed. Syst.*, Springer Science and Business Media LLC, v. 30, n. 3, jun. 2024.
- MERENDA, J. V.; BRUNO, O. M. Using deterministic self-avoiding walks as a small-world metric on watts–strogatz networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 621, p. 128713, 2023. ISSN 0378-4371. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437123002686〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437123002686).
- MERENDA, J. V.; TRAVIESO, G.; BRUNO, O. M. Pattern recognition on networks using bifurcated deterministic self-avoiding walks. *Chaos, Solitons Fractals*, v. 194, p. 116100, 2025. ISSN 0960-0779. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077925001134〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077925001134).
- MINSKY, M.; PAPERT, S. A. *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*. The MIT Press, 2017. ISBN 9780262343930. Disponível em: [〈http://dx.doi.org/10.7551/mitpress/11301.001.0001〉](http://dx.doi.org/10.7551/mitpress/11301.001.0001).
- MOHAMMADPOUR, P.; VIEGAS, D. X.; VIEGAS, C. Vegetation mapping with random forest using sentinel 2 and glcm texture feature—a case study for lousã region, portugal. *Remote Sensing*, MDPI AG, v. 14, n. 18, p. 4585, set. 2022. ISSN 2072-4292. Disponível em: [〈http://dx.doi.org/10.3390/rs14184585〉](http://dx.doi.org/10.3390/rs14184585).
- MOTTAGHI-DASTJERDI, N. et al. A systems biology approach to pathogenesis of gastric cancer: gene network modeling and pathway analysis. *BMC Gastroenterol.*, Springer Science and Business Media LLC, v. 23, n. 1, p. 248, jul. 2023.
- MOURCHID, Y.; HASSOUNI, M. E.; CHERIFI, H. A general framework for complex network-based image segmentation. *Multimed. Tools Appl.*, Springer Science and Business Media LLC, v. 78, n. 14, p. 20191–20216, jul. 2019.
- NARAYAN, V. et al. Fuzzynet: Medical image classification based on glcm texture feature. In: *2023 International Conference on Artificial Intelligence and Smart Communication (AISC)*. [S.l.: s.n.], 2023. p. 769–773.
- NGUYEN, P.; MANZANERA, A. Incorporating two first order moments into lbp-based operator for texture categorization. In: . [S.l.: s.n.], 2014. v. 9008. ISBN 978-3-319-16627-8.
- OJALA, T. et al. Outex-new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. In: *IEEE. 2002 International Conference on Pattern Recognition*. [S.l.], 2002. v. 1, p. 701–706.
- OJALA, T.; PIETIKAINEN, M.; MAENPAA, T. Multiresolution gray-scale and rotation invariant texture classification with local binary patterns. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 24, n. 7, p. 971–987, 2002.
- OJALA, T.; PIETIKÄINEN, M.; HARWOOD, D. A comparative study of texture measures with classification based on featured distributions. *Pattern Recognition*, v. 29, n. 1, p. 51–59, 1996. ISSN 0031-3203. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320395000674〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320395000674).
- PAKNIYAT, N. et al. Complexity-based analysis in biomedical image analysis: A review. *Fractals*, v. 32, n. 06, p. 2430002, 2024. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1142/S0218348X24300022〉](https://doi.org/10.1142/S0218348X24300022).

PAO, Y.-H.; PARK, G.-H.; SOBAJIC, D. J. Learning and generalization characteristics of the random vector functional-link net. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 6, n. 2, p. 163–180, 1994.

PAO, Y.-H.; TAKEFUJI, Y. Functional-link net computing: theory, system architecture, and functionalities. *Computer*, IEEE, v. 25, n. 5, p. 76–79, 1992.

PARK, S. K.; MILLER, K. W. Random number generators: good ones are hard to find. *Commun. ACM*, Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, v. 31, n. 10, p. 1192–1201, out. 1988. ISSN 0001-0782. Disponível em: [〈https://doi.org/10.1145/63039.63042〉](https://doi.org/10.1145/63039.63042).

PASZKE, A. et al. Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library. In: *Advances in Neural Information Processing Systems 32*. Curran Associates, Inc., 2019. p. 8024–8035. Disponível em: [〈http://papers.neurips.cc/paper/9015-pytorch-an-imperative-style-high-performance-deep-learning-library.pdf〉](http://papers.neurips.cc/paper/9015-pytorch-an-imperative-style-high-performance-deep-learning-library.pdf).

PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825–2830, 2011.

PHAM, D.-T.; TRAN, T.-D. Drivergene.net: A cytoscape app for the identification of driver nodes of large-scale complex networks and case studies in discovery of drug target genes. *Comput. Biol. Med.*, Elsevier BV, v. 179, n. 108888, p. 108888, set. 2024.

RANGAIAH, P. K.; Pradeep Kumar, B.; AUGUSTINE, R. Histopathology-driven prostate cancer identification: A vbir approach with clahe and glcm insights. *Computers in Biology and Medicine*, v. 182, p. 109213, 2024. ISSN 0010-4825. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010482524012988〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010482524012988).

RIBAS, L. C. *Análise de texturas dinâmicas baseada em sistemas complexos*. Tese (Doutorado), 2018.

RIBAS, L. C. *Aprendizado de representações e caracterização de redes complexas com aplicações em visão computacional*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Agência USP de Gestão da Informação Acadêmica (AGUIA), 2022. Disponível em: [〈http://dx.doi.org/10.11606/T.55.2021.tde-03032022-083354〉](http://dx.doi.org/10.11606/T.55.2021.tde-03032022-083354).

RIBAS, L. C.; BRUNO, O. M. Dynamic texture analysis using networks generated by deterministic partially self-avoiding walks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 541, p. 122105, 2020.

RIBAS, L. C.; BRUNO, O. M. Learning a complex network representation for shape classification. *Pattern Recognition*, v. 154, p. 110566, 2024. ISSN 0031-3203. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320324003170〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320324003170).

RIBAS, L. C. et al. Learning graph representation with randomized neural network for dynamic texture classification. *Applied Soft Computing*, Elsevier, v. 114, p. 108035, 2022.

RIBAS, L. C. et al. A complex network based approach for knee osteoarthritis detection: Data from the osteoarthritis initiative. *Biomedical Signal Processing and Control*, v. 71, p. 103133, 2022. ISSN 1746-8094. Disponível em: [〈https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1746809421007308〉](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1746809421007308).

- RIBAS, L. C. et al. A complex network based approach for knee osteoarthritis detection: Data from the osteoarthritis initiative. *Biomedical Signal Processing and Control*, Elsevier, v. 71, p. 103133, 2022.
- RIBAS, L. C. et al. A complex network based approach for knee osteoarthritis detection: Data from the osteoarthritis initiative. *Biomedical Signal Processing and Control*, Elsevier, v. 71, p. 103133, 2022.
- RIBAS, L. C.; SCABINI, L.; BRUNO, O. M. A complex network approach for fish species recognition based on otolith shape. In: *2022 Eleventh International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA)*. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–5.
- RIBAS, L. C. et al. Color-texture classification based on spatio-spectral complex network representations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 635, p. 129518, 2024.
- RIBAS, L. C. et al. Local complex features learned by randomized neural networks for texture analysis. *Pattern Analysis and Applications*, Springer, v. 27, n. 1, p. 1–12, 2024.
- RIBAS, L. C.; SCABINI, L. F. S.; JUNIOR, J. J. de M. S. Learning local complex features using randomized neural networks for texture analysis. *Pattern Anal Applic*, 2024.
- RIBAS, L. C. et al. Local complex features learned by randomized neural networks for texture analysis. *Pattern Anal. Appl.*, Springer Science and Business Media LLC, v. 27, n. 1, mar. 2024.
- RIBAS, L. C. et al. Fusion of complex networks and randomized neural networks for texture analysis. *Pattern Recognition*, v. 103, p. 107189, 2020. ISSN 0031-3203. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320319304893>.
- ROSENBLATT, F. *The perceptron, a perceiving and recognizing automaton Project Para*. [S.l.]: Cornell Aeronautical Laboratory, 1957.
- SCABINI, L. F.; RIBAS, L. C.; BRUNO, O. M. Spatio-spectral networks for color-texture analysis. *Information Sciences*, Elsevier, v. 515, p. 64–79, 2020.
- SCATÁ, M. et al. A complex network and evolutionary game theory framework for 6g function placement. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, v. 5, p. 2926–2941, 2024.
- SCG. *Scientific Computer Group - USP*. 2023. <http://scg.ifsc.usp.br/dataset/>. [Accessed 06-10-2025].
- SCHMIDT, W. F.; KRAAIJVELD, M. A.; DUIN, R. P. W. Feedforward neural networks with random weights. In: *Proceedings., 11th IAPR International Conference on Pattern Recognition. Vol.II. Conference B: Pattern Recognition Methodology and Systems*. [S.l.: s.n.], 1992. p. 1–4.
- SCHONBERGER, J. L. et al. Comparative evaluation of hand-crafted and learned local features. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. [S.l.: s.n.], 2017.
- SELESNICK, I.; BARANIUK, R.; KINGSBURY, N. The dual-tree complex wavelet transform. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 22, n. 6, p. 123–151, 2005.

- SONG, Y. et al. A comprehensively improved local binary pattern framework for texture classification. *Multimedia Tools and Applications*, Springer Science and Business Media LLC, v. 84, n. 20, p. 22043–22068, ago. 2024. ISSN 1573-7721. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s11042-024-19877-3>.
- SOWJANYA, U. L.; KRITHIGA, R. Decoding student emotions: An advanced cnn approach for behavior analysis application using uniform local binary pattern. *IEEE Access*, v. 12, p. 106273–106284, 2024.
- SZEGEDY, C. et al. Rethinking the inception architecture for computer vision. In: *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 2818–2826.
- Sá Junior, J. J. de M.; BACKES, A. R. Elm based signature for texture classification. *Pattern Recognition*, v. 51, p. 395–401, 2016. ISSN 0031-3203. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031320315003453>.
- WANG, J. Fusing global gabor feature and local binary pattern for texture image recognition. In: *Lecture Notes in Electrical Engineering*. Singapore: Springer Singapore, 2022, (Lecture notes in electrical engineering). p. 309–319.
- WANG, Y.; HUANG, G.; WANG, Z. Remote sensing image recognition and classification based on complex networks. *IEEE Access*, v. 12, p. 137112–137120, 2024.
- WESZKA, J. S.; DYER, C. R.; ROSENFELD, A. A comparative study of texture measures for terrain classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-6, n. 4, p. 269–285, 1976.
- WIGHTMAN, R. *PyTorch Image Models*. [S.l.]: GitHub, 2019. <https://github.com/rwightman/pytorch-image-models>.
- YANG, J. et al. Evaluating bag-of-visual-words representations in scene classification. In: *Proceedings of the International Workshop on Workshop on Multimedia Information Retrieval*. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2007. (MIR '07), p. 197–206. ISBN 9781595937780. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/1290082.1290111>.
- ZHENG, T.; DAI, F.; WANG, X. Image segmentation using attribute network. In: *2023 8th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP)*. [S.l.: s.n.], 2023. p. 186–190.
- ZHU, Z. et al. An adaptive hybrid pattern for noise-robust texture analysis. *Pattern Recognition*, v. 48, n. 8, p. 2592–2608, 2015. ISSN 0031-3203.