



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E SEUS
FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**POTENCIALIDADES DO USO DO CELULAR NA SALA
DE AULA: ATIVIDADES INVESTIGATIVAS PARA O
ENSINO DE FUNÇÃO**

Laís Aparecida Romanello

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

RIO CLARO

2016

LAÍS APARECIDA ROMANELLO

**POTENCIALIDADES DO USO DO CELULAR NA SALA DE AULA:
ATIVIDADES INVESTIGATIVAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientador: Marcus Vinicius Maltempi

Rio Claro – SP
2016

510.07 Romanello, Laís Aparecida
R758p Potencialidades do uso do celular na sala de aula:
atividades investigativas para o ensino de função / Laís
Aparecida Romanello. - Rio Claro, 2016
135 f. : il., figs., tabs., quadros, fots.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcus Vinicius Maltempi

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Celular inteligente.
3. Smartphone. 4. Construcionismo. 5. Investigação. 6.
Tecnologias Digitais. 7. Ensino fundamental. I. Título.

LAÍS APARECIDA ROMANELLO

**POTENCIALIDADES DO USO DO CELULAR NA SALA DE AULA:
ATIVIDADES INVESTIGATIVAS PARA O ENSINO DE FUNÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus Rio Claro, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempo – Orientador

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof. Dr. Rodrigo Della Vecchia

Rio Claro, SP 19 de Dezembro de 2016.

Resultado: APROVADA

À minha avó Nair (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus pela oportunidade e por ter me ajudado a conseguir chegar até aqui.

Ao meu pai Laudemir, a minha irmã Maísa e, principalmente, a minha mãe Penha pelo apoio emocional, afetivo, financeiro, pelas brincadeiras e momentos de distração. Agradecer por sempre estarem me incentivando, motivando e acreditando em mim.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi pelo carinho, amizade, atenção, incentivo, paciência e dedicação durante todo período de orientação para a realização deste trabalho. Agradeço também as sugestões e conversas durante as reuniões de orientação que vieram a consolidar esta pesquisa, bem como as inúmeras leituras de meus textos e cada contribuição, me fazendo aprender um pouco a cada dia.

Aos membros da Banca, Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, pela amizade, apoio em momentos difíceis, pelas danças, brincadeiras, conselhos, sugestões e contribuições. Ao Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia, pelo carinho, atenção, dedicação, pelas contribuições e conselhos no exame de qualificação.

Aos professores que fizeram parte da minha formação até o presente momento desde as séries iniciais, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior. Aos professores da UFSCar e do Programa de Pós Graduação da UNESP que contribuíram significativamente para minha formação pessoal, profissional e acadêmica.

Ao GPIMEM, como grupo de pesquisa, por todo aprendizado, suporte e crescimento. Foi com vocês que aprendi a ler atentamente, refletir sobre os textos, contribuir com os amigos e relembrar regras de português. Quero agradecer as contribuições do grupo para esta pesquisa, em especial, agradecer ao Alex, Niltinho, Gabriel, Helber e Hannah pelas leituras, correções de português, inglês e das referências nessa reta final da construção da dissertação. Agradecer em especial ao Tiago por abrir as portas da sua sala de aula e permitir que esta pesquisa fosse desenvolvida durante suas aulas.

Aos Maltempeiros, Ana, Dai, Idalise, Rejane, Ricardo, Douglas e Maltempi, pelas reuniões maravilhosas que tivemos. Aprendi muito com cada fala de vocês e cada experiência relatada. Obrigada por serem esses irmãos mais velhos maravilhosos que vou levar para sempre.

Às grandes amizades que esse Mestrado proporcionou, em especial, Vanessa, Regis, Sah, Gabriel, Alex, Sueli, Anderson, Filipe, Ana Claudia, Francisca, Jonson, Lahis, Luana, Bruno, Zé Milton, Maitê, Mazzi, Ana Mateucci. Sem dúvida a amizade de vocês foi fundamental nessa caminhada.

Aos que me cederam um espacinho em suas casas para que eu pudesse dormir em Rio Claro: Ana Carolina, Gabriela, Vanessa, Sah, Paty, Ana Mateucci, Bruna, Luana, Erica.

Aos parceiros Paty e Niltinho. Agradecer pelas conversas, risadas, noites de leituras, manhãs de *slackline*. Agradecer pela parceria nas “gordisses”, nas aventuras das viagens, por cuidarem de mim durante os momentos mais difíceis, inclusive enquanto estava com o pé quebrado e em fase de recuperação. Obrigada por todos os conselhos, por todas as vezes que afogamos as mágoas no brigadeiro, por me acalmarem nos momentos de desespero. Enfim, obrigada por proporcionarem os melhores momentos desses dois anos e que, com certeza, foram apenas o começo de uma longa amizade. Vocês são incríveis! Obrigada.

À minha prima Adriana e à minha irmã Maísa, pela leitura atenta, pela paciência e revisão do português.

Aos amigos de Descalvado, por compreenderem minhas angústias e ausências em encontros da turma. Em especial a Dre, Paty e Maicon pela força e apoio durante todo esse processo.

Ao Espaço Galhofas pelos momentos de distração nas aulas de dança e pela preocupação e apoio durante e depois da recuperação da fratura no pé.

À Fisioclin, em especial a Dre, o Fabinho e o Helton, pela atenção, dedicação, cuidado e carinho durante o processo de fisioterapia que foram fundamentais para minha recuperação.

Ao CNPq pelo financiamento desta pesquisa, permitindo minha dedicação exclusiva para a realização deste trabalho.

“Porque eu não sou da informática eu sou da invencinática.”

Manoel de Barros

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar o uso do aplicativo *Matemática* para celulares inteligentes no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula. Em decorrência disso, a pergunta que norteou a produção dos dados e o desenrolar desta pesquisa é: *Quais as potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, quando conceitos de função são trabalhados?* Buscando respostas para essa pergunta e alcançar o objetivo traçado, me guiei por ideias e procedimentos da metodologia de pesquisa qualitativa, baseados nos pressupostos do Construcionismo e de Atividades Investigativas. Elaborei atividades para serem desenvolvidas com o aplicativo *Matemática* por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola Estadual de Limeira (SP), visando à construção de conceitos de função por meio da exploração de gráficos de função afim e função quadrática. Essas atividades foram aplicadas em quatro encontros, totalizando oito aulas, sendo que em cada encontro havia uma atividade com um objetivo específico. As fontes de dados para esta pesquisa foram: gravações das aulas acompanhadas, respostas dos alunos a um questionário e entrevista realizada com o professor. Na análise desses dados busquei indícios das potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, a partir da identificação das dimensões do Construcionismo e de características da Atividade Investigativa. Foi possível identificar que, por meio do aplicativo, os alunos puderam explorar diversos gráficos, elaborando e testando suas conjecturas, o que auxiliou na generalização das propriedades de funções trabalhadas em aula. Também identifiquei que o papel do professor nas aulas foi de fundamental importância, por permitir que os alunos chegassem às suas próprias conclusões sem fornecer a resposta de imediato durante as investigações. Assim, no contexto desta pesquisa, evidencio potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, tais como: proporcionar discussões matemáticas referentes ao conteúdo função, dar voz à curiosidade dos alunos, possibilitar a generalização de resultados por meio da exploração de gráficos de funções e tabelas de valores, permitir que fossem trabalhados assuntos de anos posteriores e proporcionar a interação aluno-aluno e aluno-professor.

Palavras-chave: Smartphone. Construcionismo. Investigação. Tecnologias Digitais. Ensino Fundamental

ABSTRACT

The objective of this research is to investigate the use of *Matemática* app in smartphones through the study of concepts related to function in classrooms. Hence, the research question that guided the data production and the development of this research is: *What are the potentialities through the use of smartphones in classroom as function's concepts are studied?* Looking for answers to this question and to achieve the objective of this research, I utilized procedures from qualitative Methodology, based of Constructionism and Investigative Activities. I elaborated activities to be developed through *Matemática* app in ninth year of elementary education public school classroom in Limeira (SP), aiming the construction of function concepts through the exploration of graphics of linear function and quadratic function. Data source of this research were: classrooms audio record, questionnaire answers and interview carried out with one teacher. In data analysis, I tried to look at potentialities of smartphone use in classroom, through the identification of constructionism dimensions and characteristics of Investigative Activities. It was identified that, through the app, students were able to explore various graphics, elaborating and testing conjectures, what helped them to generalize properties of the functions studied in classroom. Besides, I identified that the role of the teacher in classroom was fundamental as the teacher allowed the students to get their conclusions not previously giving them the answer as the lesson was being carried out. Thus, in this research context, I evidence potentialities of smartphone use in classroom such as: in order to provide mathematical discussion toward the function's content, keep up with students' curiosity, enable the result's generalization through exploration of graphs of functions and tables of values, allow the study of previous years contents and to provide interaction between peers and between students and teachers.

Keywords: Smartphone. Constructionism. Investigation. Digital Technologies. Elementary Education.

Sumário

1. Celular na sala de aula: é possível?	11
1.1. Motivação da Pesquisa	11
1.2. Objetivos	13
1.3. Estrutura da Dissertação	15
2. O Conceito de Função	17
2.1. Contexto Histórico do Conceito de Função	17
2.2. Função no Currículo de Matemática	19
2.3. O Uso de Recursos Tecnológicos no Ensino de Função	24
3. Tecnologias Digitais: O Celular Inteligente na Educação	29
3.1. O Celular Inteligente nas Fases das Tecnologias Digitais	29
3.2. Avanço Tecnológico e suas Possibilidades	31
3.3. O Uso do Celular Inteligente	34
3.3.1. Estatísticas do Uso do Celular Inteligente	35
3.3.2. Aplicativos	37
4. Construção do Conhecimento e Investigação Matemática	41
4.1. A Visão da Matemática no Contexto Escolar	41
4.2. Construcionismo	43
4.2.1. Ambientes de Aprendizagem	44
4.3. Atividades Investigativas	46
4.3.1. O Papel do Professor Trabalhando com Atividades Investigativas	48
5. O Desenrolar da Pesquisa	51
5.1. Pesquisa Qualitativa	51
5.2. Produção dos Dados	52
5.2.1. Cenário da Pesquisa	53
5.2.2. O aplicativo <i>Matemática</i>	55
5.2.3. Os encontros	60

5.2.4. As Atividades.....	61
5.3. Procedimentos e Instrumentos da Produção dos Dados	64
5.3.1. Registro de Vídeo	64
5.3.2. Questionário aplicado aos alunos	64
5.3.3. Entrevista com o Professor.....	65
5.4. Procedimento de Análise de Dados	65
6. A Utilização do Celular na Sala de Aula: Análise dos Dados	67
6.1. Primeiro Encontro.....	67
6.2. Segundo Encontro.....	80
6.3. Terceiro Encontro	91
6.4. Quarto Encontro	104
6.5. Outras consideração levantadas pelo Professor	119
7. Celular na sala de aula: é possível!	123
REFERÊNCIAS	128
APÊNDICE A – Autorização.....	132
APÊNDICE B - ATIVIDADES	133
APÊNDICE C – ENTREVISTA	135

1. Celular na sala de aula: é possível?

Neste primeiro capítulo é abordada a trajetória da pesquisa e como ela se originou. Além disso, são apresentados a pergunta diretriz, os objetivos geral e específico do trabalho aqui descrito e a estrutura da dissertação, de modo a evidenciar como ela está organizada.

1.1. Motivação da Pesquisa

A motivação para a realização desta pesquisa se originou durante minha graduação na Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, ao ter contato com o uso do computador para o ensino de Matemática, na disciplina Informática Aplicada ao Ensino. Percebi que as discussões que emergiam sobre os conteúdos trabalhados e as potencialidades dessa tecnologia eram ricas no sentido de proporcionar que os alunos falassem sobre Matemática e explorassem o conteúdo abordado. Com isso, passei a me interessar pela inserção das tecnologias digitais na educação e fui em busca de um olhar teórico mais aprofundado.

De modo a obter esse aprofundamento em meio a leituras de pesquisas, deparei-me com trabalhos do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática – GPIMEM¹, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP campus Rio Claro. Interessei-me pelas temáticas estudadas envolvendo as tecnologias e o ensino, principalmente utilizando o computador.

Atualmente, em meio ao avanço tecnológico e a busca constante por mais comodidade e praticidade, percebe-se que os *smartphones*², ou em português, celulares inteligentes, como é tratado nesta pesquisa, já se tornaram comuns no dia a dia, inclusive no ambiente escolar (IBGE, 2015). Desse modo, questionei-me: Se os celulares nos ajudam tanto no dia a dia, será que também se tornam um facilitador, tanto para o professor como para o aluno em sala de aula, auxiliando no processo de construção do conhecimento?

Com isso, em relação ao uso dos computadores nas escolas, destaco duas pesquisas que julgo importante para justificar a escolha do celular para este trabalho, a saber: Silva, Medeiros e Morelatti (2014) e Paulo e Firme (2014). Tais pesquisas foram desenvolvidas no âmbito do projeto de pesquisa “Mapeamento do uso das tecnologias da informação nas aulas de Matemática do Estado de São Paulo”. Esse projeto tem como um dos objetivos, analisar como vêm sendo utilizadas as tecnologias da informação e comunicação nas aulas de

¹ <http://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem>

² Nesta pesquisa, o termo “celular”, refere-se ao *smartphone*, traduzido como celular inteligente.

Matemática na Educação Básica no Estado de São Paulo, sendo coordenado pela Prof^ª. Dr^ª. Sueli Liberatti Javaroni, membro do GPIMEM e professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM).

Silva, Medeiros e Morelatti (2014) tinham como foco de pesquisa indicar as condições físicas dos laboratórios de informática das escolas estaduais da região de Presidente Prudente. Os autores constataram que na maioria dos laboratórios há falta de manutenção nos equipamentos e de recursos como internet rápida, lousa digital e projetor. Por outro lado, as escolas cujos laboratórios estão bem equipados não estão sendo utilizados pelos professores e alunos. Os autores concluem que é necessária mais colaboração de técnicos para assistências de modo que os laboratórios possam ser mais proveitosos para o ensino.

Paulo e Firme (2014) também investigaram as condições dos laboratórios de informática, no entanto, realizaram suas investigações nas escolas vinculadas à Diretoria de Ensino de Guaratinguetá. O objetivo era compreender como professores e alunos estavam fazendo uso dos computadores nas aulas de Matemática. Os autores apontam, além da falta de manutenção dos laboratórios, o desconhecimento dos professores de como utilizá-los, no entanto, evidenciam que os professores entrevistados têm interesse em participar de cursos de formação continuada voltados a utilização das tecnologias na educação.

Desse modo, tendo em vista as condições dos laboratórios apresentados nas pesquisas e o fato de ter que deslocar os alunos da sala de aula para o laboratório, questionei-me sobre utilizar o celular. A pesquisa poderia ter sido desenvolvida com calculadoras gráficas que, assim como o celular, permitiriam o trabalho na própria sala de aula, no entanto, elas não têm a mesma popularidade e apelo do celular. Assim seria necessário fornecer calculadoras aos alunos ou sugerir que eles as adquirissem. Portanto, devido o celular já estar disponível aos alunos, ser prático de transportar e também de fácil manuseio, ele foi escolhido para o desenvolvimento dessa pesquisa.

Foi atrelando essas experiências com a busca pela praticidade, que surgiu o tema desta pesquisa com foco no uso do celular integrado ao ensino de Matemática, especificamente no conteúdo de funções.

O interesse nesse conteúdo se originou pelo fato de ser um assunto trabalhado desde o 9º ano do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio, além de estar presente em vários cursos de graduação, como Matemática e Engenharias, seja por sua aplicação no cotidiano, ou por ser um conteúdo importante para o entendimento de outras disciplinas, como o Cálculo.

De modo a associar os conceitos de função ao celular, foram trabalhadas atividades de caráter investigativo buscando proporcionar a construção dos conceitos pelo aluno através da exploração de gráficos de funções, norteados por uma folha de atividades. Através dessas explorações emergiram discussões internas aos grupos, bem como com o professor da turma ao final das aulas. Essas discussões com o professor permitiam que os alunos expressassem suas ideias inicialmente trabalhadas em grupos e levantassem outras questões sobre a atividade.

Para entender um pouco melhor sobre esta pesquisa, na seção seguinte são expostos os objetivos e a pergunta que norteou seu caminhar.

1.2. Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é investigar o uso do aplicativo *Matemática*³ para celulares inteligentes no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula.

Dessa forma, os objetivos específicos pautados são:

- Incentivar os alunos a exporem suas ideias durante as discussões com o professor;
- Analisar tais discussões entre os alunos e o professor sobre os conceitos de função que emergem durante as discussões em grupo.
- Investigar as potencialidades do aplicativo *Matemática* no ensino do conceito de função por meio da análise dos vídeos das aulas gravadas, das respostas dos alunos nos questionários e das respostas do professor na entrevista.

Em vista disso, buscando alcançar os objetivos traçados, a pergunta que norteou o desenvolvimento desta pesquisa passou por várias mudanças durante a elaboração deste trabalho. Segundo Araújo e Borba (2004), essas mudanças acontecem durante as idas e vindas da pesquisa, nas quais, ambas, pergunta e pesquisa, amadurecem e tomam forma.

Inicialmente, minha preocupação maior era evidenciar as discussões que emergiam ao final das aulas e, com isso, a pergunta de pesquisa consistia em: Quais as potencialidades que emergem nas discussões com o uso de *smartphones* na sala de aula, quando conceitos de função são desenvolvidos?

Buscando responder essa pergunta, desenvolvi atividades de caráter investigativo com o objetivo de proporcionar que os alunos, por meio da exploração com o uso do celular, construíssem o conceito de função. Desse modo, a produção dos dados se deu por meio de

³Aplicativo disponível para baixar em dispositivos que possuem o sistema Android e que possui diversos recursos para resolver problemas matemáticos.

gravações em vídeos dos encontros realizados, aplicação de um questionário aberto aos alunos, procurando identificar suas opiniões em relação à utilização do celular em sala de aula, e a realização de uma entrevista com o professor alguns dias após o final do acompanhamento das aulas, com o intuito de compreender como foi a experiência de utilizar o celular como um recurso didático-pedagógico para introduzir um conteúdo.

No entanto, durante a produção e a análise dos dados, pude perceber que havia dados interessantes envolvendo a utilização e as potencialidades do celular inteligente não só nas discussões, mas também nas respostas ao questionário pelos alunos e na entrevista com o professor da turma. Dessa maneira, de modo a abranger os demais dados produzidos, a pergunta de pesquisa se constituiu em: *Quais as potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, quando conceitos de função são trabalhados?*

Segundo Bicudo (1993), a pergunta é parte fundamental de uma pesquisa, em qualquer que seja a área, além do cuidado, rigor e sistematicidade, pois é ela que norteia a pesquisa, dando uma direção ao pesquisador. Ademais, a análise de dados produzidos de formas diferentes, segundo Alvez-Mazzotti (1998), contribui para dar credibilidade à pesquisa.

A análise dos dados foi realizada por encontros, mesclando falas dos alunos presentes no questionário e falas do professor na entrevista. A opção de analisar por encontro permite que o leitor se situe no contexto da aula e das discussões que estavam ocorrendo em determinados momentos. Além disso, as análises estão pautadas no Construcionismo de Seymour Papert (PAPERT, 1985, 1986, 1994), e nas Atividades Investigativas trabalhadas por Ponte (2000) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2013).

O Construcionismo evidencia as tecnologias digitais e as características de um ambiente permeado desses recursos. Nesse sentido, Papert (1994) acreditava que os computadores poderiam revolucionar o sistema educacional, no qual, os alunos construiriam o conhecimento a partir da interação com a máquina. As ideias do autor, não se restringem aos computadores, muito pelo contrário, se estendem aos demais recursos tecnológicos, como o celular, utilizado nesta pesquisa.

Desse modo, buscando proporcionar um ambiente construcionista como proposto por Papert (1986), visando que os alunos aprendessem sendo menos ensinados e incentivando a busca pelo saber, foram elaboradas atividades investigativas pautadas em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Isso porque, os autores afirmam que por meio da investigação os alunos podem explorar suas ideias e conjecturas, além de permitir que dialoguem sobre Matemática, o que ajuda na exposição do pensamento, auxiliando a formalização das ideias.

Sendo assim os dados produzidos foram analisados à luz das dimensões do Construcionismo de Papert (1986), também abordadas em Maltempi (2009), e das características de Atividades Investigativas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), em relação às atividades, dinâmica das aulas e papel do professor. Tais fundamentos são detalhados no Capítulo 4 desta pesquisa.

Na próxima seção, é apresentada a estrutura da pesquisa com um breve resumo do que cada capítulo irá abordar.

1.3. Estrutura da Dissertação

Essa dissertação está estruturada em sete capítulos, a saber: Introdução, Função, Tecnologias Digitais: O Celular Inteligente, Referencial Teórico, Metodologia da Pesquisa, Apresentação e Análise dos Dados e Considerações Finais.

Este Capítulo 1 apresenta a trajetória da pesquisa e da pesquisadora, a pergunta diretriz que norteou a pesquisa e a produção e análise dos dados, os objetivos gerais e específicos, bem como a justificativa do uso do celular e a organização da pesquisa.

O Capítulo 2 consiste na apresentação histórica do conteúdo de função, bem como sua incorporação no currículo escolar e uma revisão de literatura acerca das pesquisas envolvendo o uso de tecnologias para o ensino de função.

O Capítulo 3 evidencia uma revisão de literatura a respeito das tecnologias. Inicialmente é situado o celular nas fases das tecnologias digitais, em seguida é apresentado o avanço tecnológico desses dispositivos, incluindo o aumento de aplicativos. Além disso, o capítulo aborda o porquê da utilização do celular nessa pesquisa e algumas pesquisas que também tratam da utilização desses dispositivos.

O Capítulo 4 trata do referencial teórico que serviu de apoio para o desenvolvimento da pesquisa. Primeiramente, é apresentado o Construcionismo e suas particularidades. Em seguida, são abordadas as características de Investigação Matemática, visto que as atividades aplicadas foram de caráter investigativo em um ambiente de aprendizagem construcionista.

O Capítulo 5 refere à metodologia adotada para essa pesquisa, a saber, a qualitativa, apontando suas características. Além disso, é abordado como se deu a produção dos dados, apresentando o cenário da pesquisa, os encontros, e como foram elaboradas as atividades com o aplicativo *Matemática*. Ainda nesse capítulo, é exposto sobre os procedimentos e instrumentos adotados para a produção dos dados e o procedimento de análise desses.

O Capítulo 6 trata da apresentação e análise dos dados baseados nos autores abordados no Capítulo 4. Para isso, os dados são trazidos por encontros, de modo a preservar o contexto das falas e, dentro deles, apresento também as respostas do professor durante a entrevista e as dos alunos referentes ao questionário aplicado.

Por fim, no Capítulo 7, apresento as conclusões desta pesquisa e as ideias para futuras pesquisas relacionadas à temática aqui abordada.

2. O Conceito de Função

Neste capítulo apresento o contexto histórico no qual se originou o conceito de função. Ademais, abordo como esse conceito se incorporou ao currículo de Matemática e como está estruturado no Currículo Oficial do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012), apresentando exemplos de atividades do Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2014), que introduzem o tema aqui discutido. Por fim, destaco algumas pesquisas que trabalham o conceito de função utilizando recursos tecnológicos. Sendo assim, busco com este capítulo evidenciar o contexto histórico do conceito de função, visto que é uma das temáticas envolvidas na pesquisa, de maneira a explicitar também como tal conceito está incorporado no material didático do estado de São Paulo, que é trabalhado na escola onde foi o contexto da investigação, e pesquisas que desenvolvem esse conceito utilizando tecnologias digitais de modo a localizar minha pesquisa nesse cenário.

2.1. Contexto Histórico do Conceito de Função

O conceito de função, segundo Ponte (1990), é considerado um dos mais importantes da Matemática. Seu surgimento de forma claramente individualizado e como objeto de estudo se deu no final do Século XVII, sendo, portanto, recente na Matemática.

Caraça (1951) apresenta que esse conceito não surgiu por acaso na Matemática, mas sim, como um indispensável instrumento matemático para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, cujos estudos se iniciaram com Galileu (1564-1642) e Kepler (1571-1630).

O primeiro matemático a utilizar o termo “função” foi Leibniz (1646-1716) em 1673, para designar, em termos gerais, a dependência de uma “curva de quantidades geométricas como subtangentes e subnormais” (PONTE, 1990, p. 3). Com o desenvolvimento do estudo, tornou-se necessário o uso desse termo para representar a dependência de uma variável por meio de uma expressão analítica.

Em meio a estudos de outros matemáticos como Bernoulli (1667-1748), Euler (1707-1783) e Fourier (1768-1830), Dirichlet (1805-1859) formalizou o conceito de função, em 1837, referente à correspondência de termos arbitrários entre conjuntos numéricos. Para ele “uma função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis tais que a todo valor da variável independente se associa um a um só valor da variável dependente” (PONTE, 1990, p. 4). Já no Século XX, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos de Cantor

(1845-1918), a noção de função foi estendida de forma a incluir a correspondência de quaisquer conjuntos, sendo eles numéricos ou não.

Durante esses estudos, a Matemática e a Física estavam ligadas entre si, diferente da forma como são apresentadas hoje nas escolas, como disciplinas independentes, que, na maioria das vezes, não se relacionam. No entanto, nessa época, muitos dos conceitos matemáticos eram aplicados na Física e essa permitia o desenvolvimento desses conceitos. Sendo assim, o conceito de função, aqui destacado, foi desenvolvido por matemáticos que também eram grandes físicos, como Newton, Bernoulli e Euler.

As funções são instrumentos para estudar problemas de variação. Na Física, uma determinada grandeza pode variar de acordo com o tempo, espaço, outras grandezas e até mesmo em diversas dimensões. “Essa variação pode ser mais rápida ou mais lenta, pode desaparecer de todo, pode, em suma, obedecer às mais diversas leis ou constrangimentos” (PONTE, 1990, p. 5). Na maioria das vezes, essa relação entre espaço e tempo, por exemplo, não é interpretada pelos alunos como uma função devido a essa segregação das disciplinas, o que, na Física, constantemente resulta em simples fórmulas memorizadas pelo aluno, que não se relacionam com os conceitos de função trabalhados na Matemática.

Por consequência, a concepção de função está associada à sua origem na noção de lei natural. Ponte (1990) afirma que é possível considerar três elementos fundamentais na elaboração do conceito primitivo de função, a saber:

- (a) a notação algébrica, portadora de importantes factores como a simplicidade e o rigor, permitindo a manipulação de expressões analíticas condensando uma grande quantidade de informação;
- (b) a representação geométrica, proporcionando uma base intuitiva fundamental (de que é exemplo a associação das noções de tangente a uma curva e de derivada de uma função);
- (c) a ligação com os problemas concretos do mundo físico, associada à ideia de regularidade, que forneceu a motivação e o impulso fundamental do estudo (PONTE, 1990, p. 5).

No entanto, os matemáticos da época, começaram a considerar funções que correspondiam à expressão analítica, que não tinham relações com problemas do mundo físico. Sendo assim, a evolução desse conceito viveu seus momentos conturbados, mas teve como pano de fundo a procura da generalidade e coerência, estando sempre fortemente associado à Matemática em relação a estudos de questões significativas.

Em meio a essas evoluções do conceito, Caraça (1951) apresenta uma definição de função, que será adotada nesta pesquisa, a saber:

Definição: - Sejam x e y duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que y é função de x e escreve-se

$$y = f(x)$$

se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca a sentindo $x \rightarrow y$. A x chama-se variável independente, a y variável dependente (CARAÇA, 1951, p. 229, grifo do autor).

Na próxima seção, é apresentada a inserção do conceito de função no currículo escolar e como ele vem sendo proposto no Currículo Oficial do Estado de São Paulo.

2.2. Função no Currículo de Matemática

Há duas formas de compreender o estudo da álgebra elementar. Uma delas é dando prioridade às equações e expressões designatórias e a outra, é a noção de função e de sua representação gráfica. Ambas abordam a mesma matéria, no entanto, por caminhos distintos. Enquanto uma privilegia fatores de caráter simbólicos e formais, a outra aborda aspectos intuitivos e relacionais, respectivamente (PONTE, 1990).

Desde o início do Século XX, a importância do conceito de função nunca foi levada em consideração, no entanto, ele tem ocupado um papel moderado nos currículos de Matemática (PONTE, 1990). O autor aponta que o papel desse conceito no currículo pode ser apresentado levando em conta três aspectos essenciais, são eles: “(a) a natureza mais algébrica ou mais funcional da abordagem, (b) a generalidade do conceito, e (c) a sua ampliação a problemas e situações da vida real e de outras ciências” (PONTE, 1990, p. 6). Contudo, é possível observar no currículo a forma insistente com que se valoriza a ampla generalidade, deixando, muitas vezes, de lado os demais aspectos. Conteúdos como: injetividade, sobrejetividade e composição de funções são importantes, no entanto, na maioria das vezes, é abordado de forma imprópria de modo que os alunos ainda não têm amadurecimento suficiente para essa abstração. Ponte (1990) afirma que a preocupação em introduzir diversas terminologias abstratas que, na maioria das vezes, não são usadas, acontece com frequência nas escolas.

No Currículo Oficial do Estado de São Paulo é apresentado como proposta que o conceito de função deve, inicialmente, ser trabalhado no 9º ano do Ensino Fundamental com o intuito de que os alunos desenvolvam as habilidades descritas na Figura 1. Nesse primeiro contato com o conceito de função, são apresentados aos alunos gráficos de função de primeiro grau e segundo grau⁴, estudando suas propriedades e suas construções por meio de tabelas.

⁴ Entende-se por Função de Segundo Grau as Funções Quadráticas. Nesta dissertação será utilizado o termo Função de Segundo Grau, pois é dessa maneira que o Currículo Oficial do Estado de São Paulo aborda essa temática.

Figura 1: Conteúdo e Habilidades referentes ao 2º Bimestre do 9º Ano do Ensino Fundamental

8ª série/9º ano do Ensino Fundamental		
	Conteúdos	Habilidades
2º Bimestre	Números/Relações	<ul style="list-style-type: none"> Compreender a resolução de equações de 2º grau e saber utilizá-las em contextos práticos
	Álgebra <ul style="list-style-type: none"> Equações de 2º grau: resolução e problemas Funções <ul style="list-style-type: none"> Noções básicas sobre função A ideia de variação Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e de 2º graus 	<ul style="list-style-type: none"> Compreender a noção de função como relação de interdependência entre grandezas Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções de 1º grau Saber expressar e utilizar em contextos práticos as relações de proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra por meio de uma função de 2º grau Saber construir gráficos de funções de 1º e de 2º graus por meio de tabelas e da comparação com os gráficos das funções $y = x$ e $y = x^2$

Fonte: SÃO PAULO (2012)

Em seguida, retoma-se esse conteúdo no 2º Bimestre do 1º Ano do Ensino Médio, aprofundando esse conceito com novas propriedades, por exemplo, encontrar o vértice de uma parábola, além de estender para outras funções, como as trigonométricas (SÃO PAULO, 2012). Na Figura 2, é possível observar as habilidades compreendidas para o 1º Ano do Ensino Médio.

Figura 2: Conteúdo e Habilidades referentes ao 2º Bimestre do 1º Ano do Ensino Médio

1ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
2º Bimestre	Relações	<ul style="list-style-type: none"> Saber reconhecer relações de proporcionalidade direta, inversa, direta com o quadrado, entre outras, representando-as por meio de funções
	Funções <ul style="list-style-type: none"> Relação entre duas grandezas Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado Função de 1º grau Função de 2º grau 	<ul style="list-style-type: none"> Compreender a construção do gráfico de funções de 1º grau, sabendo caracterizar o crescimento, o decréscimo e a taxa de variação Compreender a construção do gráfico de funções de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decréscimo, os sinais da função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo) Saber utilizar em diferentes contextos as funções de 1º e de 2º graus, explorando especialmente problemas de máximos e mínimos

Fonte: SÃO PAULO (2012)

Com relação ao ensino de função, Ponte (1990) afirma que ele deve ser realizado de maneira a articular as três formas de representação: numérica, gráfica e algébrica. Atualmente, repensando essas formas de representação de função, é possível considerar a ideia da representação computacional, que permite interações e construções diversificadas e que auxilia na articulação das demais representações apontadas por Ponte (1990). Pensando nas três formas de representação, o autor destaca que

A interpretação de aspectos complexos dos gráficos deve ter igualmente um lugar bem estabelecido no currículo de Matemática. Ideias relacionadas com a variação (crescimento, decrescimento, constância, máximo e mínimo), e com a variação (variação rápida e lenta, taxa de variação, regularidade, continuidade), são melhor apreendidas a partir de representações gráficas. Os estudantes devem ser capazes de usar estes conceitos para fazer previsões, interpolar e extrapolar. Sobrepondo gráficos, devem ser capazes de relacionar diversas funções (PONTE, 1990, p. 7).

Uma vez introduzido o conceito de função, é importante que ele apareça constantemente no currículo de forma cíclica, de modo a permitir o enriquecimento progressivo e o aprofundamento do conceito, visto que é fundamental para demais conteúdos e também para a Física. Para isso, Ponte (1990) aponta que uma primeira abordagem para introduzir esse conceito seria utilizando funções do primeiro grau e funções quadráticas para, em seguida, tratar de casos mais complexos como: funções polinomiais, racionais, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.

O Caderno do Aluno, um material exclusivo para a rede estadual paulista, pautado nas especificações do Currículo Oficial do Estado de São Paulo, tem por objetivo auxiliar os alunos a desenvolverem competências e habilidades. Esse material julga apresentar como proposta para abordar os conteúdos, atividades que despertem o interesse dos alunos (SÃO PAULO, 2012). Essas atividades são compostas, na maioria das vezes, por situações que se assemelham a acontecimentos do cotidiano, como será possível observar na Figura 3, na qual o conceito de função está associado à venda de maçãs.

Nesse material é preconizado que os professores têm liberdade para, conforme a realidade da escola, ministrarem os conteúdos, no entanto, diretores e coordenadores das escolas exigem que os docentes sigam o material assim como vem colocado. Isso acontece devido às avaliações externas, como o SARESP⁵, que é aplicado aos alunos do 3º, 5º, 7º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º do Ensino Médio. Essa prova tem por objetivo diagnosticar a situação da escolaridade básica de acordo com os dados obtidos, de modo a orientar os gestores do ensino e buscar a melhoria da qualidade educacional. Além disso, os professores ganham uma bonificação salarial dependendo do rendimento de sua turma e a escola é

⁵ Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

classificada em um ranking estadual. Vejo esses benefícios à escola e aos professores como um meio do governo impor que os docentes utilizem o material didático produzido e fornecido pelo estado de São Paulo.

No Caderno do Aluno, o conceito de função é inicialmente abordado com a seguinte situação, apresentada na Figura 3.

Figura 3: Atividade para introduzir os conceitos de função no 9º Ano do Ensino Fundamental

1. Discuta com seus colegas a seguinte situação: Paulo foi à feira e encontrou ofertas de maçãs:



Em sua opinião, a oferta das 10 maçãs é vantajosa para Paulo? Justifique sua resposta.

Fonte:

SÃO PAULO (2014)

Em seguida, o material apresenta uma proposta para trabalhar com a relação entre números em tabelas, como mostra o exemplo de uma das tabelas da atividade na Figura 4.

Figura 4: Exemplo de atividade do Caderno do Aluno para o 9º Ano do Ensino Fundamental

2. A tabela a seguir indica como varia a grandeza y em função da grandeza x . Analise-a e, levando em conta os valores apresentados, diga se as grandezas envolvidas são diretamente ou inversamente proporcionais, ou se não são nem direta nem inversamente proporcionais. Em cada caso, escreva a expressão algébrica que relaciona x e y .

a)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	10	20	30	40	50	60	70

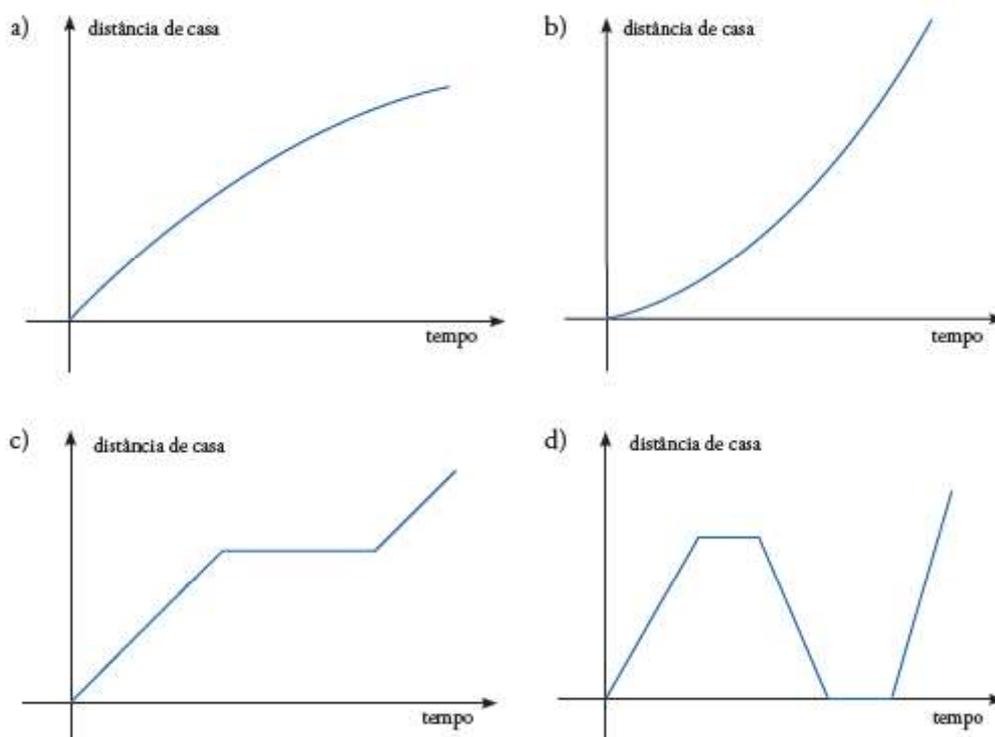
Fonte: SÃO PAULO (2014)

Dessas duas atividades para introduzir o conceito de função, é possível observar que a proposta não é que se apresente a definição desse conceito de imediato para os alunos, mas que eles explorem a primeira situação das maçãs e, em seguida, que aprimorem o que foi abordado na primeira atividade para o segundo. Na atividade seguinte é retomado o que foi visto sobre equação do primeiro grau partindo do pressuposto que os alunos lembram as relações direta e inversamente proporcionais. Em seguida, propõe aos alunos que escrevam a expressão algébrica que exprima a relação entre x e y , exigindo a abstração dos alunos.

A utilização e exploração de gráficos só aparecem no Caderno do Aluno mais a frente, com uma atividade em que o aluno tem que relacionar o gráfico com a sentença correta, de modo que a sentença indique o comportamento do gráfico, como mostra a Figura 5. Os casos mais complexos de função, como aponta Ponte (1990), vão aparecer nos cadernos referentes ao Ensino Médio. O autor ainda afirma que o estudo de função deve “surgir com base em atividades sistematicamente feitas a partir das representações numérica e gráfica” (PONTE, 1990, p. 7), procurando reforçar o que foi desenvolvido inicialmente e ressaltar aspectos de formalização que serão vistos adiante.

Figura 5: Exemplo de atividade do Caderno do Aluno para o 9º Ano do Ensino Fundamental

1. Considere as grandezas “distância de casa” e “tempo decorrido” nas situações a seguir e indique o gráfico que melhor corresponde a cada uma.
 - I. Paulo saiu de sua casa de automóvel para ir ao trabalho, mas o pneu furou. Depois de trocá-lo, ele continuou o trajeto. Gráfico _____
 - II. Ana saiu de casa para ir ao banco, mas precisou retornar para pegar sua bolsa. Em seguida, ela foi ao banco. Gráfico _____
 - III. Pedro saiu de casa devagar, mas aumentou cada vez mais sua velocidade para chegar mais rápido ao seu destino. Gráfico _____



Fonte: SÃO PAULO (2014)

Buscando aprimorar o ensino de Matemática, em particular o ensino de função, Ponte (1990) aponta que, em meio aos avanços tecnológicos, alguns instrumentos podem

proporcionar um papel fundamental para o ensino desse conteúdo. O autor afirma que a tecnologia pode auxiliar os alunos a desenvolver atividades mais elaboradas, facilitando a generalização, de maneira que eles possam resolver problemas mais difíceis. Ponte (1990, p. 9) destaca que

A tecnologia pode ser usada para realizar manipulações ou determinar soluções dentro dos modelos matemáticos, simplificando a parte rotineira do trabalho e proporcionando uma maior concentração naquilo que é verdadeiramente importante – a compreensão do significado dos conceitos, a elaboração do significado dos conceitos, a elaboração e implementação de estratégias para a resolução de problemas, e a sua análise crítica e discussão.

Da mesma forma, o Currículo também aponta, em relação ao uso das tecnologias, que instrumentos tecnológicos “podem e devem ser utilizados crescentemente, de modo crítico, aumentando a capacidade de cálculo e de expressão” (SÃO PAULO, 2012, p. 35), de maneira que os alunos se atentem ao que de fato é relevante e reflitam sobre o que está sendo feito.

Concordando com o que diz Ponte (1990) e São Paulo (2012), nesta pesquisa busco o que está evidenciado nos excertos destacados acima, ou seja, permitir que a tecnologia haja na sala de aula de modo a simplificar os procedimentos rotineiros e permitir a exploração de estratégias e discussões a respeito do conceito de função. Na próxima seção, apresento algumas pesquisas que também abordam o conteúdo função por meio da tecnologia.

2.3. O Uso de Recursos Tecnológicos no Ensino de Função

Realizando uma revisão de artigos, teses e dissertações acerca do uso das tecnologias digitais no ensino de função, para que pudesse compreender o que a literatura diz em relação a esse cenário, deparei-me com alguns trabalhos. Dentre eles, selecionei os que dispunham de uma temática semelhante à desta pesquisa, que são apresentados nesta seção, a fim de explorar o que já tem feito em relação a esse assunto. As pesquisas que estão aqui tratadas são Domingos (1994), Postal (2009), Benedetti (2003), Dazzi e Dullius (2013).

A dissertação de mestrado de Domingos (1994) é desenvolvida em Lisboa e teve como objetivo entender como estudantes do 10º ano (alunos com idade média de 16 anos) compreendem conceitos de função quando são ensinados utilizando ferramentas computacionais. O autor trabalhou com os alunos em grupo, no qual cada um possuía um computador com o programa “Funções”, instalado para que pudessem realizar as investigações. Desse modo, a partir das representações gráficas ele iria caracterizar o conceito de função e os processos que os alunos utilizaram durante a atividade, pautado em Janvier (1983) que diferencia representação e simbolismo/ilustração.

Com relação à dinâmica das aulas, o pesquisador entregava aos grupos fichas de trabalho de modo a nortear os alunos durante as atividades. Inicialmente as discussões das questões eram realizadas internamente em cada grupo e os alunos tinham liberdade de perguntar para o professor quando julgavam necessário, tendo certa autonomia nas aulas. Com relação a essa autonomia dos alunos, o autor destaca que “A utilização do computador com apoio de fichas de trabalho vem colocar o aluno no centro do processo de ensino-aprendizagem, onde ele estabelece as suas conjecturas e tem a oportunidade de desenvolver os processos de prova dessas conjecturas” (DOMINGOS, 1994, p. 212).

De acordo com suas experiências nesse trabalho, Domingos (1994) conclui que a utilização de softwares computacionais proporciona a exploração de um grande número de funções em um espaço curto de tempo. Devido a isso, os alunos exploraram funções que iam além das atividades propostas. Nesse sentido, o autor afirma que essas explorações e as falas dos alunos expressavam a curiosidade deles e com o software foi possível fazer tais explorações.

O trabalho de Postal (2009) também diz respeito a uma dissertação de mestrado na qual o estudo desenvolvido teve como objetivo principal verificar como ocorre a compreensão de funções bem como sua aprendizagem. Para isso, a autora utilizou a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel para fundamentar sua pesquisa, Modelagem Matemática como metodologia de ensino e também o computador como objeto de aprendizagem. A pesquisa foi desenvolvida com uma turma de 1º ano do Ensino Médio em uma Escola Estadual em Lajeado (RS).

O tema trabalhado foi “O uso da telefonia celular”, escolhido pelos alunos a partir de uma lista de opções fornecidas a eles. Posteriormente, a pesquisadora perguntou como é feito o uso da telefonia celular pelos estudantes, de modo a elaborar exercícios baseados nos dados obtidos. A proposta foi trabalhar a possibilidade de utilizá-los de maneira mais econômica em relação à sustentabilidade do planeta.

Para resolver as atividades propostas, os alunos tinham disponível um computador com acesso ao software “Graphmatica”, que foi utilizado para facilitar a construção dos gráficos e auxiliar nas interpretações e respostas das questões. Segundo Postal (2009), o software permitiu que o professor explorasse com os alunos alguns conceitos matemáticos, em particular, o conceito de função, na medida em que os estudantes foram, passo a passo, estabelecendo relações entre os conceitos. Em seguida, a autora conclui que a utilização da Modelagem Matemática atrelada ao uso do computador, como proposto em seu trabalho, “possibilita a conquista, pelos estudantes, de Aprendizagem Significativa, uma vez que

propicia a eles um maior envolvimento, por conseguirem perceber onde a Matemática é aplicada” (POSTAL, 2009, p. 83).

A pesquisa de mestrado de Benedetti (2003) teve como objetivo a construção do conhecimento do tema função em vista das potencialidades do software gráfico “Graphmatica”, utilizado para investigação dos alunos. As atividades foram desenvolvidas com alunos do 1º ano do Ensino Médio por ser quando o conteúdo função é trabalhado com maior intensidade e por uma impossibilidade do autor de trabalhar no 9º ano do Ensino Fundamental, que é quando o conteúdo é abordado inicialmente. O trabalho consistiu em um Experimento de Ensino desenvolvido com três duplas em uma escola particular no município de Itu (SP).

As atividades aplicadas trabalhavam a variação de parâmetros de funções afim e quadráticas, além de explorar funções polinomiais de outros graus e funções racionais e irracionais. Os questionamentos levantados eram de caráter aberto, de modo que os alunos pudessem discorrer livremente a respeito de suas observações. O autor acredita que o software proporcionou dinamicidade, pois permitiu a construção de inúmeras funções e tabelas de maneira rápida. Além disso, permitiu a experimentações instigando os alunos a levantar conjecturas e confirmar ou refutá-las através das explorações no software. O fato de trabalharem em dupla proporcionou que eles debatessem entre si colaborando para a construção de hipóteses e suas confirmações ou refutações. Desse modo, não foi um indivíduo que produziu matemática, mas um grupo, no qual o autor, com base em Pierre Lévy, denomina de coletivo pensante (BENEDETTI, 2003).

O autor conclui que os estudantes puderam explorar conceitos e propriedades percorrendo caminhos distintos, que muitas vezes não são possíveis com papel e caneta. Transitaram também por noções mais amplas de função como propriedades e representações. Benedetti (2003, p. 282) não propõe a “substituição do uso do caderno e do livro pelos softwares, mas defendo o uso das potencialidades que um ambiente com várias mídias pode proporcionar a estudantes e professores no estudo de funções”. Ele acredita que o fato do software apresentar o gráfico pronto não faz com que o aluno deixe de pensar, mas sim, faz com que ele passe a pensar com o gráfico.

No artigo de Dazzi e Dallius (2013) é abordado a importância da utilização de recursos computacionais de modo a propor investigar o conteúdo de funções polinomiais de grau maior que dois de uma maneira alternativa, utilizando o software “Graphmatica”. Os autores falam sobre a vantagem de se utilizar o software, pois economiza tempo para traçar os gráficos o que, conseqüentemente, aumenta o tempo para discussões e análise dos gráficos e das

respostas. Os autores acreditam que “esta abordagem pode ser facilitadora da aprendizagem dos estudantes” (p. 383).

Inicialmente foram enviados questionários para professores do Ensino Médio do município de Carazinho e Passo Fundo (MG), para saber como eles faziam para ensinar esse conteúdo, afim de obter um panorama da região. O estudo foi realizado com 150 alunos do 3º ano do Ensino Médio de três escolas particulares, nas quais o primeiro autor era professor. Os alunos eram guiados por folhas de atividades e digitavam as funções no computador e analisavam os gráficos plotados pelo “Graphmatica”. Posteriormente, foi aplicado um teste com questões de vestibular sobre o conteúdo, de modo a inferir a aprendizagem desses alunos. Esse teste foi aplicado sem o uso do computador com o intuito de retratar a realidade do vestibular, que, também, não permite o uso.

Os autores destacam que “na prática, o ambiente computacional criou vantagens e incentivos para que [os alunos] trabalhassem com disposição e interesse, demonstrados por meio de questionamentos criativos e relevantes ao conteúdo trabalhado” (DAZZI; DULLIUS, 2013, p. 392). Além disso, Dazzi e Dullius (2013, p. 397) concluem, a partir dessa experiência, que “planejar situações interessantes de trabalho em que os alunos participem de sua própria aprendizagem fez com que eles próprios, diante de dificuldades, tentem superá-las”.

Analisando as pesquisas apresentadas é possível perceber uma convergência de ideias e conclusões, por exemplo: as pesquisas de Domingos (1994), Benedetti (2003) e Dazzi e Dullius (2013) enfatizam que o recurso tecnológico utilizado proporcionou que os gráficos fossem traçados de forma mais rápida, ou seja, ocupando menos tempo da aula. Com isso, os autores destacam que esse tempo foi utilizado para discutir sobre as conjecturas levantadas pelos alunos e, somando a isso, permitiu avançar com o conteúdo além do que havia sido proposto na atividade, evidenciando a curiosidade do aluno na exploração (DOMINGOS, 1994, POSTAL, 2009, BENEDETTI, 2003, DAZZI; DULLIUS, 2013).

Dessa forma, concluo que a utilização de recursos tecnológicos, nessas pesquisas, juntamente com atividades previamente elaboradas, fomentaram discussões matemáticas acerca do conteúdo de função trabalhado, além de proporcionar que os alunos investigassem os gráficos que julgavam necessários, fazendo com que levantassem e testassem suas conjecturas. Buscando proporcionar discussões matemáticas, esta pesquisa também conta com atividades elaboradas para serem exploradas pelos alunos de modo que possam construir os conceitos de função. Além disso, diferente das pesquisas apresentadas, foi utilizado um recurso que a maioria dos alunos possui: o celular. Isso permitiu que o professor

desenvolvesse o conteúdo na própria sala de aula, não precisando deslocar os alunos para os laboratórios como nas pesquisas evidenciadas.

Nesse sentido, no capítulo seguinte, evidencio o uso do celular assim como o computador foi utilizado nas pesquisas supracitadas e apresento algumas pesquisas educacionais que utilizaram esse dispositivo.

3. Tecnologias Digitais: O Celular Inteligente na Educação

Neste capítulo será apresentado como os celulares estão ganhando espaço social e educacional cada vez mais rápido. Para tanto, inicialmente serão retratadas as fases das tecnologias digitais e em qual delas os dispositivos móveis, em particular, os celulares, encontram-se, além dos avanços tecnológicos em relação ao aperfeiçoamento de suas ferramentas. Em seguida, são apresentadas algumas pesquisas relacionadas ao uso desses dispositivos, abordando qual sua finalidade atualmente para a população e também, pesquisas educacionais voltadas à utilização desses recursos em sala de aula. Ainda, são expostos alguns aplicativos que podem potencializar o ensino de Matemática se forem explorados nas aulas.

3.1. O Celular Inteligente nas Fases das Tecnologias Digitais

Pesquisas sobre o uso do celular na educação só começaram a ser desenvolvidas recentemente. No entanto, como abordado em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), muitas outras tecnologias digitais já fizeram e fazem parte do cenário educacional, em particular nas aulas de Matemática.

Esses autores caracterizam as Tecnologias Digitais na Educação Matemática brasileira em quatro fases, que são marcadas pelos recursos utilizados para a realização de atividades matemáticas, pelas perspectivas teóricas e por outros aspectos que ajudam a identificar cada uma dessas fases. Ainda assim, é importante destacar que “o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.37), pelo contrário, elas se sobrepõem e vão interagindo.

A primeira fase inicia-se com o uso de calculadoras simples nos anos 1980, mas foi marcada pelo uso do software LOGO, por volta de 1985, que se caracteriza por ser uma linguagem de programação, desenvolvida por Seymour Papert e colaboradores. De início, o foco principal era preparar os professores para usarem essa nova tecnologia, tendo o computador o papel de catalisador das mudanças pedagógicas. A ideia central era que as possibilidades oferecidas pela tecnologia da informática permitiriam abordagens inovadoras para a educação, ajudando a formar cidadãos reflexivos que poderiam explorar a tecnologia na construção do conhecimento pessoal (HEALY; JAHN; FRANT, 2010).

O fato de Papert ser um dos pioneiros a utilizar o computador como recurso educacional não faz de suas ideias ultrapassadas, pois o que ele idealizava ainda não se concretizou.

Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), o Construcionismo de Papert (1980) é a principal perspectiva teórica relacionada ao uso pedagógico do LOGO afinal,

O design do LOGO permite, através da digitação de caracteres, o input de comandos de execução. A linguagem de programação é utilizada para a compreensão de significado de execução dos comandos em relação a sua representação como caracteres, bem como para formar sequências de comandos específicos que permitam uma execução sequencial do programa. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 18-19).

Além do que, os autores afirmam que foi nessa fase que surgiu a ideia de incluir laboratórios de informática nas escolas, e também houve a criação de projetos como o EDUCOM, que teve como foco a formação dos professores.

A segunda fase se inicia no começo dos anos 1990, com a popularização dos computadores pessoais, na qual estudantes, professores e pesquisadores exploram o papel dos computadores em suas vidas tanto pessoais como profissionais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Nessa fase, foram produzidos diversos softwares educacionais e os professores encontravam suporte nos cursos de formação continuada para a utilização dos computadores em suas aulas.

Dos softwares produzidos nessa fase, os autores destacam o Winplot e o Graphmatica como recursos utilizados para representar funções, e o Cabri Géomètre e o Geometricks, como sendo os de geometria dinâmica. Tais softwares possuem interfaces amigáveis e permitem dinamicidade nos conteúdos por possibilitarem que os alunos visualizem, manipulem e construam objetos virtualmente, proporcionando novos caminhos de investigação.

A terceira fase teve início por volta de 1999 e é marcada pela chegada da Internet, que na educação foi utilizada como fonte de informação e como meio de comunicação entre professores e alunos, além da realização de cursos de formação continuada a distância para professores, via *e-mail*, *chats* e fóruns de discussão.

Por fim, a quarta fase, que estamos vivendo atualmente, teve início em 2004. Ela é marcada pelo início da Internet rápida e possui como características centrais a mobilidade e a interatividade permitidas pelos dispositivos. Desse modo, “a qualidade de conexão, a quantidade e o tipo de recursos com acesso à internet têm sido aprimorado, transformando a comunicação online” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.35).

Nessa fase, tornou-se comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD), além disso, ela é caracterizada pelos seguintes aspectos: o software de geometria dinâmica GeoGebra, a multimodalidade, novos designs e interatividade (no sentido do aprimoramento de ambientes virtuais), tecnologias móveis, performance e performance matemática digital. Tais recursos

tornam a quarta fase “um cenário fértil ao desenvolvimento de investigação e à realização de pesquisas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p.37), pois permite maior interatividade, proporcionando um leque de opções para trabalhar atividades.

Em meio a esse cenário, observa-se que pesquisas envolvendo o uso de tecnologias no ensino, em particular no ensino de Matemática, são recorrentes na comunidade dos educadores. O celular inteligente, um dispositivo móvel com grande popularidade na atualidade e que vem a ser inserido na última fase das TD, também vem ganhando espaço nesse cenário. No entanto, quando a atenção é voltada a esse dispositivo, é possível perceber que as produções envolvendo esse recurso, como mediador no ensino, é um ramo que está começando a ser explorado e, com isso, foram encontradas poucas pesquisas envolvendo o uso dos celulares em sala de aula (GERSTBERGER, 2015; LADEIRA, 2015; NASCIMENTO, 2014; RIBAS, 2012). A próxima seção aborda os avanços tecnológicos desse recurso e aponta sua inserção nas salas de aula.

3.2. Avanço Tecnológico e suas Possibilidades

Atualmente é comum encontrar tecnologias digitais na maioria dos lugares frequentados. Isso porque, desde o tempo da pedra lascada, o ser humano busca construir ferramentas que auxilie e proporcione melhores condições para transformar a natureza e facilitar suas ações no cotidiano (FREDERICO; GIANOTO, 2015).

Além disso, havia a necessidade de comunicação entre os indivíduos de seu grupo e também de outros grupos. Com relação ao avanço dessa comunicação, Frederico e Gianoto (2015, p. 67) afirmam que:

As facilidades de comunicação e informação advindas dos avanços tecnológicos traduzem-se em mudanças irreversíveis nos comportamentos pessoais e sociais. Novas formas de pensar, de agir, de se relacionar comunicativamente são introduzidas como hábitos corriqueiros.

Essa mudança de comportamento pode ser observada no vídeo “E o celular?”⁶, que representa uma sátira de como está sendo a comunicação das pessoas hoje em dia. Nesse vídeo, está havendo interação social por meio das mídias e não pessoal, como seria o mais comum. Esse tipo de comportamento acontece muitas vezes em mesas de restaurante, por exemplo, na qual as pessoas podem não estar conversando entre si, mas com alguém via WhatsApp, Facebook, ou por algum outro recurso.

⁶ Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=p6d2jY9FYuQ>

Além da interação social, o celular hoje possibilita o *download*, edição e criação de arquivos, documentos, fotos, vídeos, entre outros recursos disponíveis. Dessa forma, é possível perceber que “é espantosa a grande quantidade de informação que podem ser processadas nos celulares, que, de certa forma, não deixam de ser minicomputadores” (FREDERICO; GIANOTO, 2015, p.67). É viável até mesmo questionar: até que ponto o celular pode influenciar nossa interação social?

O uso das tecnologias pode ser identificado como um facilitador nos diversos estabelecimentos e nas mais diferentes profissões, como nos caixas de supermercados e lojas, em restaurantes, postos de gasolina e nos bancos. No entanto, ao olhar para a escola, percebe-se, na maioria das vezes, que as tecnologias se restringem à secretaria, com fins administrativos, enquanto a profissão do professor ainda se limita ao uso de livros, giz e quadro-negro (FREDERICO; GIANOTO, 2015). Mas até quando a prática docente não será afetada pelas tecnologias?

Nos dias de hoje, grande parte dos alunos que frequentam as escolas brasileiras têm acesso às tecnologias digitais, incluindo os dispositivos móveis como os celulares inteligentes e tablets (IBGE, 2015). Dessa forma, tais dispositivos estão adentrando no ambiente escolar a ponto de, em 2008, o governo do estado de São Paulo ter criado um decreto no qual fica “proibido, durante o horário das aulas, o uso de telefone celular por alunos das escolas do sistema estadual de ensino”⁷. No entanto, no ano seguinte, foi publicado um documento sobre *normas gerais de conduta escolar* trazendo uma abertura, que ainda é desconhecida pela maioria dos professores, no sentido de permitir o uso dos celulares na sala de aula desde que essa utilização não perturbe o ambiente escolar e prejudique o aprendizado⁸. Ou seja, é permitido o uso para fins educacionais como destacado por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014). Ainda assim, há um grande atrito entre professores e alunos com relação à utilização dos celulares em sala. Diante dessa situação, é possível observar que a sala de aula já está sendo impactada pelas tecnologias.

A resistência quanto ao uso das tecnologias, segundo Carneiro (2002), vai sendo quebrada à medida que essas novas tecnologias vão se tornando cada vez mais familiares e acessíveis a ponto desses sentimentos de resistência e de idolatria serem substituídos por ações de reflexão crítica, necessária para os avanços dessas tecnologias na sala de aula. Além disso, a autora destaca a importância de se estabelecer um ambiente de sinergia durante a aula

⁷ <http://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/2008/decreto%20n.52.625,%20de%2015.01.2008.htm>.

⁸ http://www.educacao.sp.gov.br/spec/wp-content/uploads/2013/09/normas_gerais_conduta_web1.pdf.

entre o professor, os alunos e as tecnologias, de modo que compreendam a importância de se desprender da resistência. Já é perceptível que o cotidiano de muitos dos alunos está permeado de tecnologias, como é o caso dos celulares, e uma forma de diminuir essa diferença entre seu cotidiano e o ambiente escolar é, justamente, inseri-lo nas rotinas de atividades escolares.

Ribas (2012, p. 16), por exemplo, apresenta uma pesquisa envolvendo o ensino de Física, na qual buscou “estabelecer possibilidades de mediação pedagógica por meio do telefone celular e de suas funcionalidades” para esse ensino. O pesquisador explorou recursos como o MSN Messenger e o gravador de áudio. Ribas (2012) enfatiza a familiaridade que os estudantes têm com os recursos disponíveis no celular, no entanto, não os utilizam para fins educacionais. Com isso, o autor evidencia a importância da formação dos professores para com esse dispositivo para que eles possam usufruir das potencialidades oferecidas pelos telefones celulares como recurso educacional.

Em meio a isso, Ribas, Silva e Galvão (2012) apresentam um estado da arte, a fim de identificar produções com relação ao uso dos telefones celulares como mediador no ensino de Física, bem como ferramentas nas práticas de ensino. Por meio desse estudo, foi possível concluir que ainda é baixa a produção nacional com relação a essa abordagem. Como justificativa, os autores apontam “a má interpretação das leis estaduais e federais proibitivas quando ao uso do celular nas escolas” (RIBAS; SILVA; GALVÃO, 2012, p. 9), como supracitado. Além disso, destacam também a não familiarização com esse recurso por parte dos professores.

Já Gerstberger (2015) apresenta um recorte de sua dissertação ainda em andamento. O pesquisador tem como objetivo investigar as potencialidades da inserção do aparelho celular nos processos de ensino de Matemática em uma turma do nono ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual do município do Vale do Taquari, Rio Grande do Sul. Com isso, o pesquisador procura compreender a forma com que os alunos utilizam o celular em atividades escolares e não escolares. Após esse levantamento, é feita uma exploração com a turma em relação ao uso desse aparelho para, em seguida, verificar os conteúdos matemáticos que emergiram nessa prática. Gerstberger (2015) destaca a importância de se considerar o contexto social dos alunos e a Matemática que emerge nesses diversos contextos culturais.

A partir do momento em que o professor muda os processos de ensino, inserindo as tecnologias digitais em suas aulas, passa a haver a necessidade da aprendizagem contínua do professor, pois elas permitem uma nova abordagem dos conteúdos (PONTE, 2000). Desse modo, exige-se do docente não só o domínio da matéria a ser ministrada, mas também, das

tecnologias, uma vez que, quando se opta por recursos tecnológicos, o profissional se sujeita a diversas dúvidas e resultados inesperados que podem surgir de uma combinação de teclas (BORBA; PENTEADO, 2001). Isso faz com que o professor, assim como os alunos, tenha que estar sempre a aprender, fazendo com que ele se aproxime dos alunos. Assim, o professor, “Deixa de ser a autoridade incontestada do saber para passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe (o que está longe de constituir uma modificação menor do seu papel profissional)” (PONTE, 2000, p. 76).

Portanto, ao se apropriar da prática de utilizar tecnologias digitais nas aulas, em particular os celulares inteligentes, professor e aluno tornam-se atores colaborativos nos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, para que haja essa colaboração, é necessário mais do que apenas o uso desse artefato, é fundamental um preparo de atividades que proporcione uma dinâmica diferente na sala e nos papéis do professor e dos alunos. Essa colaboração, segundo Fiorentini (2013, p. 56), consiste em uma atividade na qual

todos trabalham conjuntamente (“co-laboram”) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não hierárquicas, havendo liderança compartilhada e “co-responsabilidade” pela condução das ações.

Ladeira (2015) traz sua análise sobre as possibilidades didático-pedagógicas dos celulares, abordando o conceito de função do primeiro grau para alunos do primeiro ano do Ensino Médio, com uma abordagem de ensino inovadora. Durante as atividades realizadas pela pesquisadora, os alunos utilizaram a internet, a câmera do celular para fotografar e gravar vídeos e também utilizaram a calculadora para auxiliar na resolução das atividades. Por fim, a pesquisadora afirma que é “fundamental conhecer e avaliar o potencial da aprendizagem móvel e identificar as novas maneiras em que a mobilidade pode contribuir para as experiências significativas de aprendizagem” (LADEIRA, 2015, p.217). Além disso, ela enfatiza que a utilização desse dispositivo não se limita a utilização de fórmulas, mas permite a análise das situações-problemas propostas, possibilita a representação e principalmente a visualização, além da comunicação entre os alunos, favorecendo o raciocínio.

Agora, ao invés do professor assumir o papel de transmissor e ter, praticamente, o controle da situação enquanto que os estudantes vivem o papel de receptores passivos, o professor passa a ser desafiado a criar situações de aprendizagem que motivem seus alunos, a fim de que participem da aula de modo a tornar esse processo diversificado (PONTE, 2000), assim como aponta a pesquisa de Ladeira (2015).

3.3. O Uso do Celular Inteligente

Quando o cenário educacional é observado, é possível perceber que as tecnologias estão cada vez mais disponíveis para serem utilizadas em salas de aulas, contudo, observa-se que ainda são poucos os professores que optam por utilizá-las em suas aulas. Borba e Penteado (2001) já afirmavam que a utilização das tecnologias digitais ocorre somente quando o professor se dispõe a inovar a sua aula. Dessa forma ele sai de sua “zona de conforto, em que tudo é conhecido, previsível e controlável” (BORBA; PENTEADO, 2001, p.54) e vai em direção à “zona de risco”. Assim, por sua vez, o professor está sujeito a ter que lidar com problemas técnicos, diversidade de caminhos e dúvidas, que muitas vezes não podem ser previstas, entre outras possibilidades.

Além disso, esses autores afirmam que ao desenvolver um trabalho envolvendo os processos de ensino de forma alternativa, nesse caso, por meio da exploração usando tecnologia digital, deve-se tomar o cuidado para que não se repitam as mesmas práticas pedagógicas que predominam no ensino tradicional. A mídia, nesse caso os celulares, não deve ser integrada de maneira que possa facilmente ser substituída ou até mesmo retirada, como dito por Borba e Penteado (2001) a respeito da domesticação das mídias, pois dessa forma, o ensino tradicional é mantido mesmo com o uso de tecnologias digitais, uma vez que, ao inseri-las, é preciso trabalhar de forma que a relação professor-aluno se modifique ao passo que o ensino também seja modificado.

Em consonância a essa mudança no ensino que a tecnologia pode proporcionar, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 76) afirmam que

o objetivo do professor é desenvolver uma prática pedagógica inovadora em matemática (exploratória, investigativa, problematizadora, crítica etc.) que seja mais eficaz possível do ponto de vista da educação/formação dos alunos.

No que se refere ao uso do celular como recurso pedagógico, são apresentados alguns dados estatísticos com relação à quantidade de celulares inteligentes no Brasil, a população que os possui e para que fins estão sendo utilizados. Além disso, são levantados alguns dados de pesquisas que mostram o uso dos celulares na sala de aula, bem como aplicativos que podem auxiliar no aprimoramento desse ambiente escolar, tornando mais dinâmica a relação professor-aluno.

3.3.1. Estatísticas do Uso do Celular Inteligente

É comum encontrar pessoas em todos os lugares utilizando um aparelho celular. Isso porque, segundo IBGE (2015), as estimativas da Pesquisa Nacional por Amostra de

Domicílios (PNAD) de 2013 indicaram que o número de pessoas de 10 anos ou mais de idade que possuíam um telefone móvel celular era de 130,2 milhões, correspondendo a 75,2% da população brasileira. Comparando esses dados de 2013 com os de 2005 e 2008, é possível perceber um forte aumento no crescimento da posse de telefone móvel celular, visto que “Em relação a 2005, esse contingente aumentou 131,4% (73,9 milhões de pessoas), enquanto em relação a 2008 o aumento foi de 49,4% (43,0 milhões de pessoas)” (IBGE, 2015, p. 43).

Com relação à faixa etária, se for restringido à idade escolar dos 10 aos 19 anos, é verificado que, no mínimo, cerca de 50% da população possui um aparelho celular (IBGE, 2015). Além disso, analisando apenas os casos dos estudantes “observa-se que a posse de telefone celular varia segundo a rede de ensino frequentada: enquanto, na rede privada, o percentual era de 92,8%, na rede pública, esta proporção era de 62,6% em 2013” (IBGE, 2015, p. 47). Nesse caso, por mais que haja uma diferença significativa com relação a essas duas redes de ensino, ainda é possível perceber que mais de 60% dos estudantes brasileiro possuem o telefone móvel celular.

Os celulares inteligentes hoje em dia são como microcomputadores, devido ao aprimoramento da interface, armazenamento e recursos. Segundo BRASIL (2014, p. 7) “o uso de aparelhos celulares como forma de acesso à internet já compete com o uso por meio de computadores e notebooks”. Os dados apresentam que o uso dos celulares para esse fim corresponde a 66%, enquanto que o uso dos computadores e notebooks chegam a 71%. Além disso, há uma pequena parcela, 7%, que utiliza tablets para esse tipo de navegação. Dessa forma, comparando esses dados com os de 2014, verifica-se uma diminuição no uso de computadores para o acesso a internet, que passou de 84% para 71%, e um aumento no uso do celular para esse fim, que passou de 40% para 66% (BRASIL, 2014).

Com esse aumento no uso dos celulares, principalmente pelos jovens, em particular os estudantes, temos, conseqüentemente, o aumento do uso dos celulares nas escolas e “então, em vez de coibir, o melhor caminho é tornar o celular um aliado. A decisão fará com que não haja mais frustração e nem desordem, além de empoderar o professor, que terá condições de determinar as regras e aplicações” (COMO TRANSFORMAR..., p. 5). No entanto, essa inserção para modificar a Educação, em âmbito estadual ou nacional, não é tão simples assim. Concordando com Axt (2002, p. 38),

pensar nas tecnologias para a Educação supõe um exercício de reflexão de um coletivo, um coletivo que possa cooperativamente potencializar a tomada de decisões, assumir posições, criar iniciativas, traçar planos, estabelecer políticas, definir pedagogias, definir pontos de partida, inventar novos percursos, novos trajetos, em síntese: na escola, reinventar a escola; potencializar a educação pela aposta na reflexividade.

Borba e Lacerda (2015) apontam alguns dos projetos e ações governamentais implantadas no Brasil, que visavam à inserção das tecnologias digitais nas escolas públicas do país. A partir desses projetos das políticas públicas brasileiras voltadas à inclusão digital nas escolas públicas, os autores, ao analisar o modo de implementação dessas políticas se questionam: “Como seria uma política pública de inclusão digital hoje?” (BORBA, LACERDA, 2015, p. 496). E assim, considerando que os celulares já invadiram o ambiente escolar, os autores apresentam um esboço do Projeto Um Celular por Aluno.

A proposta desse projeto, segundo Borba e Lacerda (2015, p. 500)

Não é apenas a utilização dos celulares nas salas de aula, mas a utilização da internet por meio dos celulares inteligentes. Dessa forma, possibilita-se o trabalho com o celular tanto no que diz respeito aos aplicativos disponíveis, que estão cada vez mais sendo desenvolvidos, quanto ao acesso a internet. A ideia de um celular por aluno é pensada pela facilidade de acesso do aluno a um dispositivo móvel, e a um acesso instantâneo.

Essa facilidade de acesso, que pode ser identificada também nos dados do IBGE (2015), apontam que não apenas os estudantes têm facilidade e familiaridade com esse recurso, mas também os professores. Esse fato se torna ainda mais importante para a adoção do celular em sala de aula, pois “Se as novidades antes eram restritas a uma geração mais jovem, agora, o smartphone rompeu essa regra e **igualou as condições**” (COMO TRANSFORMAR..., p. 6, grifo do autor).

Dessa forma, deve haver uma conscientização dos professores e dos alunos quanto ao uso dos celulares nas salas de aula, de modo que o dispositivo deve ser visto como “um aliado, um elemento que soma no aprendizado e deve ser avaliado como **material de ensino**. Não importa quais os recursos utilizados – vídeos, fotos, gravações, calculadora, apps -, todo o uso deve ter como objetivo o aprendizado” (COMO TRANSFORMAR..., p. 12). Assim, na seção seguinte será apresentado sobre o que são os aplicativos e também algumas opções desses recursos para serem utilizados nas aulas de Matemática.

3.3.2. Aplicativos

Os celulares inteligentes, por meio da internet e de suas próprias “lojas⁹”, oferecem aos usuários diversos aplicativos de modo a deixar o celular mais completo, de acordo com a necessidade de cada um. Os aplicativos nada mais são do que softwares interativos disponíveis para os sistemas Android, IOS e Windows phone. Tais recursos variam desde

⁹ *Play Store* para sistemas Android, *Apple Store* para sistemas IOS e *Loja* para Windows phone.

diversão e entretenimento, até conforto e praticidade, auxiliando os usuários a desempenhar diversas tarefas apenas com o celular.

Com todos os benefícios e facilidades que as tecnologias estão oferecendo, hoje em dia, a maioria das pessoas faz muitas de suas tarefas com os celulares. E como não utilizá-los em sala de aula, já que estão tão presentes? Mas, então, porque não mudar essa pergunta para: E como utilizá-los em sala de aula? Já que os celulares nos auxiliam nas tarefas do dia a dia, será que também podem contribuir como um recurso pedagógico nos processos de ensino em sala de aula?

Levando em conta essa inserção dos celulares, já foi constatado que o uso de aplicativos para estes estão ganhando força nas escolas e, com essa “disseminação dos *smartphones*, escolas, governos e demais instituições se voltam para potencializar essa tecnologia na melhoria do ensino e da aprendizagem” (SALDANA, 2015). Tendo isso em vista, Saldana (2015) salienta que fundações já estão se mobilizando para garantir que a escola não fique para trás e incorpore essa revolução tecnológica que a maior parte da sociedade já viveu, trazendo para dentro dela a realidade cotidiana.

Buscando a incorporação do celular, diversos aplicativos para fins educacionais já estão disponíveis para *download* e muitos deles são gratuitos e *off-line*, ou seja, só é preciso estar conectado a internet para baixa-los e depois não é mais necessário estar conectado. O fato dos aplicativos funcionarem sem o uso da internet é uma grande vantagem, pois, na maioria das vezes, a rede de acesso da escola não é liberada para o uso dos alunos, dificultando o acesso à internet na sala de aula. Então, basta o aluno chegar à aula com o aplicativo já instalado, tendo feito o *download* em sua própria casa ou em um local da escola onde ele tenha acesso a internet sem fio, por exemplo.

A maioria das disciplinas já são contempladas com aplicativos. Os professores podem explorar alguns deles para saber qual aborda determinado conteúdo da melhor maneira para auxiliar na sala de aula. Na Tabela 1, estão citados alguns aplicativos educacionais, voltados ao ensino de Matemática, que é foco deste trabalho.

Tabela 1: Aplicativos disponíveis para celular

	<p>My Script Calculator: Esse aplicativo permite escrever manualmente a expressão que se deseja obter a resposta e o aplicativo fornece o resultado imediatamente. É um ótimo aplicativo para conferir resultados, porém, ele não oferece o passo a passo da resolução.</p>
	<p>PhotoMath: Com esse aplicativo, basta posicionar a câmera do celular na operação que deseja saber o resultado e ele calcula instantaneamente. Sua vantagem é que oferece o passo a passo de como chegar ao resultado final.</p>
	<p>GeoGebra: Esse aplicativo é a versão para dispositivos móveis do software GeoGebra. Sua interface é igual a do software e permite o estudo de Geometria, Aritmética e Álgebra de forma dinâmica.</p>
	<p>FreeGeo: Aplicativo de geometria dinâmica que permite que você desenhe objetos matemáticos a mão livre, como por exemplo círculos, retas e triângulos, para reconhecimento do sistema. É um aplicativo muito semelhante ao GeoGebra e permite otimizar a interação da Geometria, Aritmética e Álgebra.</p>

Fonte: Elaborado pela autora

Todos esses aplicativos estão disponíveis para serem baixados gratuitamente em sistemas Android e IOS. Suas interfaces são lúdicas e coloridas, podendo atrair a atenção e despertar o interesse dos alunos. O aplicativo utilizado nesse trabalho é o *Matemática*, que será apresentado detalhadamente no Capítulo 5.

Os aplicativos voltados para as disciplinas escolares vão além de apenas buscas *online*, como é possível fazer na internet. Eles podem auxiliar inclusive o professor, como apontado no texto “Como transformar o celular em um aliado do professor no processo pedagógico”, afirmando que

hoje os aplicativos ajudam mais na preparação da aula, no complemento do conteúdo e na motivação em sala de aula. E não se restringem mais às ferramentas de busca. O aluno tem diversos dicionários, jogos educativos, tutoriais, simulados, entre outros exemplos de aplicativos que ajudam na formação (COMO TRANSFORMAR..., p. 7).

Em relação ao uso desse recurso, esta pesquisa buscou utilizar o celular e as vantagens do aplicativo *Matemática* de modo a trabalhar de forma integrada a introdução dos conceitos

de função, promovendo a interação do aluno com o dispositivo e proporcionando a reflexão acerca do conteúdo, auxiliando os alunos, por exemplo, na visualização dos gráficos.

Nascimento (2014) também fez uso de aplicativo para trabalhar os conceitos de função. Para isso, o pesquisador, em colaboração com mais sete professores do Colégio Flama, desenvolveu o aplicativo “Funcionalidade”. Esse aplicativo cria cenários de aprendizagem diferenciados, podendo vir a reestruturar novas práticas pedagógicas de modo a potencializar o ensino (NASCIMENTO, 2014). Após diversas discussões e ajustes no aplicativo, foi apresentado para alunos do Sistema Flama de Ensino, situado na cidade Duque de Caxias – RJ. A maior parte dos alunos, comparando com o modo como aprenderam função, caracterizaram o aplicativo como sendo melhor que os livros por proporcionar maior interação. Com relação aos professores, Nascimento (2014) destaca a resistência deles frente às tecnologias digitais, afirmando que “não pode[m] continuar fechando a porta para a inovação, deve[m] sim, assumir o papel de mediador e co-autor da informação junto aos seus alunos” (NASCIMENTO, 2014, p. 97).

Por fim, Ribas, Silva e Galvão (2012) ressaltam “a necessidade e importância do desenvolvimento de novas pesquisas sobre a utilização de um telefone celular como recurso didático instrucional para mediar práticas de ensino” (RIBAS; SILVA; GALVÃO, 2012, p.10), de modo a investigar as potencialidades desse recurso no espaço educativo. Afinal, “Não importa a professores e alunos apenas aprender a usar os novos meios tecnológicos na Educação; importa muito mais pensar as tecnologias para a Educação” (AXT, 2002, p. 38).

Buscando auxiliar nessa investigação das potencialidades dos celulares inteligentes, como foi proposto nesta pesquisa, e a fim de proporcionar ao leitor o entendimento dos conceitos utilizados para a elaboração das atividades desenvolvidas aqui associadas ao celular, no próximo capítulo são apresentadas as ideias do Construcionismo e as características das Atividades Investigativas, nas quais foram pautadas as análises dos dados produzidos neste trabalho.

4. Construção do Conhecimento e Investigação Matemática

Neste capítulo, apresento os aportes teóricos que fundamentam esta pesquisa e que embasam as discussões a respeito do ensino por meio do aplicativo *Matemática* para celulares inteligentes, além de terem pautado a construção das atividades e a organização da dinâmica adotada para a produção e análise dos dados. Inicialmente, faço a explanação de algumas ideias do Construcionismo apresentada por Papert (1985, 1994), além de desdobramentos dessas ideias discutidos por Valente (1999) e Maltempi (2009), abordando as Dimensões que consistem a base do Construcionismo. Em seguida, discuto sobre atividades Investigativas, apresentada por Ponte (2003) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), de modo a compreender o que tais atividades podem proporcionar ao ensino de Matemática e qual o papel esperado do professor perante essa investigação.

4.1. A Visão da Matemática no Contexto Escolar

A Matemática é vista como uma “disciplina de resultados precisos e procedimentos infalíveis, cujos elementos fundamentais são as operações aritméticas, procedimentos algébricos, definições e teoremas geométricos” (D’AMBROSIO, 1993, p.35). Essa visão permite que, muitas vezes, os alunos não vejam sentido naquilo que está sendo ensinado, e a Matemática passa a ser reduzida a memorizar e reproduzir, aceitando o que está sendo passado. Desse modo, eles são levados a acreditar que para aprendê-la é preciso apenas resolver muitos exercícios (PIMENTEL; PAULA, 2003). Para Battisti (2005, p.17), “[...] provar (convencer) e expor claramente (e ordenadamente) um conteúdo não são requisitos suficientes para a aprendizagem”, pelo contrário

[...] são elementos que podem prejudicar o processo de aprendizagem, não porque não sejam valores importantes à ciência, mas porque ofuscam os demais ou pressupõem a eliminação, pelo menos parcial, de outros. É por isso que a matemática, conforme nos é transmitida normalmente pelos textos (manuais), convence, mas não ensina (BATTISTI, 2005, p.17-18).

Ainda em relação a esse aprendizado, o autor acredita que aprender é retomar a descoberta da coisa a ser aprendida, vinculando o processo de aprender ao de descoberta e produção. Dessa maneira, o conhecimento não se dá a partir de coisas conhecidas, dos conhecimentos prévios, mas o novo conhecimento é produzido por meio da relação entre conhecimento e não-conhecimento. Desse modo, Battisti (2005) ainda afirma que reproduzir não é sinônimo de aprender, ao passo que descobrir é conhecer o novo, e conhecer é aprender. Buscando esse processo de aprender, Battisti (2005) estabelece, com relação ao ensino, que é

preciso se pautar nas mesmas características da produção de conhecimento, ou seja, o ensino deve ocorrer por meio da descoberta do aluno antes de deixá-lo se convencer pela prova, buscando proporcionar o aprender, descobrindo.

No entanto, quando o contexto escolar atual é observado, não é essa preocupação com a produção do conhecimento que permeia a maioria das salas de aula. Mas sim, um currículo segregado no qual o professor transmite o conteúdo aos alunos como propõe o currículo. Entretanto, Papert (1994) acredita que é possível, ao se envolver com uma área de conhecimento, aprendê-la sem seguir um currículo e sem segregação por faixa etária, argumentando, ainda, que os computadores podem auxiliar nesse processo de aprender. Dessa forma, o autor considera que é possível aprender melhor sendo menos ensinado.

Ensinar sem currículo não é deixar a criança por conta própria, mas auxiliá-la enquanto ela constrói suas estruturas intelectuais e descobre seu potencial de construção de modo a utilizá-lo no desenvolvimento de suas habilidades e adquirir novos conhecimentos (PAPERT, 1985). No entanto, para essa prática educacional vigorar é necessário mudar a cultura, ao invés de apenas mudar o currículo.

Essa mudança remete ao cenário educacional. Isso implica na postura do professor, que não deve apenas empurrar informação aos alunos, mas sim permitir que o aluno a “puxe” para si (VALENTE, 1999). Entretanto, a informação empurrada não é sinônimo de conhecimento, este “deverá ser fruto do processamento dessa informação, aplicação dessa informação processada na resolução de problemas significativos e reflexão sobre os resultados obtidos” (VALENTE, 1999, p. 31).

Freire (1987), ao falar da Educação, apresenta a educação “bancária”, que é vista, na maioria das vezes, no cenário educacional atual aqui descrito. Essa concepção diz respeito ao fato dos educandos apenas receberem os “depósitos” dos seus educadores, e assumirem o papel apenas de guardá-los e reproduzi-los. Ou seja, os que se julgam sábios doam “saber” aos que nada sabem. Diante dessa visão distorcida da educação, o autor afirma que, dessa forma, não existe criatividade, não existe transformação, tampouco saber. Freire (1987, p. 33) diz que “só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros”.

Para que haja essa busca abordada pelos autores, é fundamental que o aluno esteja em constante interesse em aprimorar suas ideias e habilidades, estando engajado com as situações que permitam esse aprimoramento. No entanto, o importante a ser levado em conta “não é o fracasso da Escola, mas o sucesso das pessoas que desenvolveram seus próprios métodos [...]” (PAPERT, 1994, p. 127). Dessa forma, o autor conclui a respeito dessa aprendizagem que

[...] não é que as pessoas conseguem, de qualquer modo, e então não precisam de ajuda, mas, que essa aprendizagem informal aponta para uma rica forma de aprendizagem natural que depõe contra a natureza do método da Escola e requer um tipo diferente de apoio. A questão para educadores é se podemos trabalhar com este processo de aprendizagem natural ao invés de contra ele – e para fazer isso precisamos saber mais sobre o que é este processo (PAPERT, 1994, p.127).

Essa é a mudança pedagógica que muitos almejam, na qual o ensino deixa de ser a transmissão do saber e passa a ser a construção do conhecimento pelo aluno (VALENTE, 1999). Buscando essa construção do conhecimento e a mudança do ensino, apresento na próxima seção o Construcionismo.

4.2. Construcionismo

O Construcionismo foi proposto por Seymour Papert em meados de 1970. Papert (1994) afirma que essa ideia é caracterizada por ser a sua reconstrução pessoal do Construtivismo de Jean Piaget, no qual “o conhecimento simplesmente não pode ser “transmitido” ou “transferido pronto” para uma outra pessoa” (PAPERT, 1994, p.127). Além disso, o autor vê os computadores como catalisadores de ideias que podem vir a revolucionar o sistema educacional. A partir de sua maneira de pensar a construção do conhecimento com o auxílio de computadores, criou o ambiente *Logo*.

Nesse ambiente, o aprendizado acontece por meio do processo da criança “ensinar” o computador, ao contrário do computador “ensinar” a criança (PAPERT, 1985). Desse modo, o computador deixa de ter a função de transferir informações e passa a ser um artefato que permite que a criança formalize seus conhecimentos intuitivos. No entanto, essas ideias incorporadas ao *Logo* não se restringem aos computadores, apenas se inicia com o uso deles e depois, por se tornar independente, é aplicável a outras diversas atividades. No caso desta pesquisa, ela será pautada em alguns aspectos do Construcionismo de modo a investigar as potencialidades do celular no ensino. Para isso, é preciso conhecer esse ambiente desenvolvido por Papert.

O Construcionismo,

É tanto uma teoria de aprendizado quanto uma estratégia para a educação, que compartilha a idéia construtivista de que o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais, no qual o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido do professor para o aluno. O aprendizado deve ser um processo ativo, em que os aprendizes “colocam a mão na massa” [...] (MALTEMPI, 2009, p. 265, grifo do autor).

Além disso, o Construcionismo apresenta como característica principal o fato de examinar ainda mais de perto “a idéia de construção mental” (PAPERT, 1994, p.128).

Evidencia, também, essa construção como um apoio para o que aconteceu na cabeça do aluno durante o raciocínio, podendo este ser mais de um tipo de construção. Dessa forma, permite que sejam formuladas perguntas com relação aos métodos e materiais usados. Ou seja, o aluno passa a ser instigado a trabalhar e a construir algo significativo e de seu interesse, deixando de ser puramente de sua mente e passando a ser algo concreto.

De acordo com Papert (1994), o Construcionismo tem como meta “ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (PAPERT, 1994, p. 125). Entretanto, o autor enfatiza que, para isso, não se deve apenas reduzir a quantidade de ensino enquanto tudo permanece inalterado. São necessárias mudanças que vão ao encontro do provérbio popular africano: “*Se um homem tem fome, você pode dar-lhe um peixe, mas é melhor dar-lhe uma vara e ensiná-lo a pescar*” (PAPERT, 1994, p. 125, grifo do autor). O autor ainda acrescenta que

A Educação Tradicional codifica o que ela pensa que os cidadãos precisam saber e parte para alimentar as crianças com este “peixe”. O Construcionismo é gerado sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo (“pescando”) por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal pode ajudar, principalmente, certificando-se de que elas sejam apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços (PAPERT, 1994, p. 125).

Dessa maneira, uma alternativa, segundo Papert (1994), para que o ensino deixe de ser a transmissão do conhecimento e passe a ser a busca e a construção pelos alunos, seria criar ambientes de aprendizagem que favoreçam a produção do conhecimento. Tais ambientes são abordados na próxima seção para melhor entendimento.

4.2.1. Ambientes de Aprendizagem

A ideia dos ambientes de aprendizagem é que eles sejam acolhedores, de modo a proporcionar motivação ao aprendiz, fazendo com que este queira continuar aprendendo. No entanto, a criação desses ambientes exige muito mais do que apenas o aprendiz e as tecnologias num mesmo espaço, o papel do professor tem um caráter fundamental. É preciso propor atividades que instiguem os alunos e que também seja incentivada a discussão e a construção (MALTEMPI, 2009). Como exemplo de um ambiente de aprendizagem, tem-se o *Logo*:

O ambiente Logo é apenas um dos materiais utilizados na construção de ambientes construcionistas. Mesmo essa ferramenta, dependendo da forma como for utilizada, pode levar a resultados completamente diferentes do esperado. Da mesma forma, diversas ferramentas computacionais existentes podem ser consideradas construcionistas se forem empregadas de maneira adequada (MALTEMPI, 2009, p. 266).

Para proporcionar esses ambientes, após anos de estudos realizados com o ambiente *Logo*, Papert estabeleceu cinco dimensões que formam a base do Construcionismo e que devem ser buscadas quando se pretende criar ambientes de aprendizagem baseados nessa teoria (PAPERT, 1986; MALTEMPI, 2009). A saber:

Dimensão pragmática: diz respeito à percepção de estar aprendendo algo que já pode lhe ser útil e não apenas em um futuro distante. Coloca os alunos em contato com novos conceitos, impulsionando a busca pelo saber. O ambiente promove a construção de algo concreto que permite levantar discussões imediatas que favoreçam a troca de ideias.

Dimensão sintônica: trata-se de dar voz ao aprendiz, permitindo que opine a respeito da construção, do conteúdo e do tema do projeto, aumentando a chance de aprendizado do conceito. Os computadores podem ser ferramentas fundamentais nesse processo, pois viabilizam o projeto que, muitas vezes, seria impossível colocar em prática no ambiente real devido a limitações materiais e do meio, o que já não ocorre quando se trata de algo virtual.

Dimensão sintática: refere-se à facilidade que o aprendiz tem de acessar os materiais que compõem o ambiente de aprendizagem sem que precisem de pré-requisitos; permitindo evoluir na manipulação desses instrumentos de acordo com suas necessidades e de seus desenvolvimentos cognitivos.

Dimensão semântica: corresponde à importância do aprendiz ter contato com o conteúdo através da manipulação de elementos que proporcionem a representatividade do assunto e não enfatizem apenas o formalismo e o símbolo, fazendo com que construam novos conceitos e ideias. Dessa forma, dá mais sentido a eles a respeito do que estão trabalhando quando existe uma relação entre seus significados pessoais e o ambiente de aprendizado.

Dimensão social: remete-se a utilização de materiais valorizados na cultura do aprendiz, integrando-o com as atividades e com a cultura do ambiente. O principal é utilizá-los de modo consciente visando a produtividade educacional. Nesse sentido, as tecnologias em geral podem representar bons materiais a serem explorados devido à expansão de seu acesso na sociedade.

Criar um ambiente de aprendizagem envolvendo todas as dimensões não é uma tarefa fácil, no entanto, todas elas podem nortear a criação ou até mesmo a escolha de ambientes construcionistas. Para Maltempi (2009), um ambiente com a maioria dessas dimensões facilita no processo de desenvolvimento de atividades que proporcionem a construção do conhecimento. Nessa pesquisa, foi possível identificar no ambiente de aprendizagem criado com o uso do celular, as dimensões citadas acima, que são explicitadas juntamente com os dados no Capítulo 6. Além disso, para a criação do ambiente de aprendizagem desta pesquisa,

foram utilizadas atividades investigativas, apoiadas no uso do aplicativo *Matemática*, cujas ideias são apresentadas na próxima seção.

4.3. Atividades Investigativas

Um ambiente de aprendizagem construcionista requer mudanças na sala de aula, nas atividades aplicadas, na postura do professor, para então, conseguir, também, que os alunos hajam de maneira diferente. Para esta pesquisa, buscando um ambiente que proporcionasse a exploração, a construção do conhecimento e despertasse a curiosidade dos alunos, optei por desenvolver atividades de caráter investigativo. Isso porque, o ato de investigar requer, como condição necessária, o envolvimento do aluno com a atividade e, ao “requerer a participação do aluno na formalização das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Investigar, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), não significa lidar com problemas muito sofisticados para os alunos, mas sim, formular questões que causem interesse, ou seja, que incentivem os alunos a buscar por soluções, e que não apresentem respostas imediatas e únicas. Desse modo, os autores enfatizam que investigar não representa trabalhar com problemas difíceis, pelo contrário, é “trabalhar com questões que nos interpelem e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 9).

Desse modo, ao propor atividades investigativas, deve-se ter claro o objetivo delas. Ou seja, se o objeto é que os alunos investiguem, o importante a ser analisado é como essas tarefas se diferenciam das que os alunos estão acostumados, por exemplo, exercícios e problemas (PONTE, 2003). Em relação às diferenças e semelhanças entre exercícios e problemas, o autor aponta que

Há uma característica comum aos exercícios e problemas – em ambos os casos o enunciado indica claramente o que é dado e o que é pedido, sem quaisquer ambiguidades. O professor sabe de antemão a solução e a resposta apresentada pelo aluno ou está certa ou está errada. Numa investigação é diferente. O ponto de partida é uma situação aberta, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua concretização. Sendo possível concretizar de vários modos os pontos de partida, os pontos de chegada, naturalmente são também diferentes. Ao requerer a participação activa do aluno na própria formulação das questões a estudar, favorecemos o seu envolvimento na aprendizagem (PONTE, 2003, p. 101).

Foi pautada nesses autores (PAPERT, 1985, 1994; PONTE, 2003 e PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013) que as atividades para esta pesquisa foram elaboradas, não contendo grau elevado de dificuldade, mas buscando o que Ponte (2003) aponta como

importante, ou seja, investigar é descobrir relações e padrões procurando identificar e comprovar as ideias levantadas pelo investigador. Além disso, o autor destaca a importância desse tipo de atividade ser desenvolvida em grupo, por contribuir para a construção do conhecimento, também abordado por Papert (1985), levando o aluno a experimentar e apresentar seus resultados reforçando a capacidade de comunicação oral e escrita. Em relação a colocar o aluno para experimentar, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.10) apontam que

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjecturas-teste-demonstração.

Diante dessa afirmação dos autores, destaco que as investigações matemáticas, convidam os alunos a agirem como matemáticos durante o processo de formulação de conjecturas, “na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Anterior a esse processo de discussões, os autores destacam a importância da escrita dos alunos, que é fundamental para o processo de discussão, podendo expressar mais facilmente o trabalho realizado pelo grupo. Nesta pesquisa, esse momento de escrita foi realizado na folha de atividade na qual, cada aluno escrevia em sua folha as respostas das questões. Além disso, o importante fato dos alunos se comunicarem matematicamente pode ser trabalhado de forma espontânea, ao passo que tais discussões dizem respeito a seus próprios pensamentos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Desse modo, os autores apontam que uma atividade de investigação pode ser desenvolvida em três fases. Na primeira fase o professor apresenta a proposta para os alunos, podendo ser de forma oral ou escrita, no caso desta pesquisa, foi feita de forma escrita, através da folha de atividade. A segunda fase representa a realização da investigação, que pode ser feita individualmente, aos pares ou, como no caso desta pesquisa, em grupo. E por fim, a terceira fase consiste na discussão dos resultados obtidos na segunda fase, que foi realizada ao final das aulas, de modo que cada discussão interna seja apresentada a todos. A respeito dessa última fase, os autores destacam que

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p. 41).

No entanto, nesse trajeto de investigação e discussão é indispensável refletir sobre a importância do papel do professor durante todo esse processo. Esse tema é abordado na seção seguinte.

4.3.1. O Papel do Professor Trabalhando com Atividades Investigativas

As aulas investigativas vão muito além de preparar atividades que instiguem os alunos. Se tais aulas não forem conduzidas de maneira a proporcionar interesse a eles e a atividade não for explorada a fundo, evidenciando suas características, a aula deixa de ser investigativa. Para esse processo de investigação, o professor deve exercer o papel de orientador da atividade. O andamento da aula depende muito das indicações fornecidas por ele com relação ao modo de trabalhar e o tipo de apoio prestado no desenvolvimento da investigação.

Ao longo da atividade, o professor deve evitar emitir opiniões concretas, ele deve manter uma atitude questionadora perante as solicitações dos alunos. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), o professor deve tentar manter o equilíbrio entre dois polos.

Por um lado, dar-lhes a autonomia que é necessária para não comprometer a sua autoria da investigação e, por outro lado, garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina de Matemática (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 47).

Sendo assim, os autores ainda apontam que o professor é convidado a desempenhar diversos papéis no decorrer desse processo. São eles: desafiar os alunos, avaliar o progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles.

Desafiar os alunos inicia-se já na elaboração das questões das atividades. Estas devem ser consideradas um desafio pelos alunos. Considerando a diversidade de interesses e aptidões, as questões abertas, que constituem uma atividade investigativa, aumentam a possibilidade de que os alunos se envolvam na atividade (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013). Essa fase inicial é fundamental para despertar nos alunos a criatividade de suas explorações, afinal, o mais comum em aulas de Matemática é a busca pela resposta certa, e não interrogar matematicamente.

Após esse ponto inicial, é necessário que o professor continue a desafiar os alunos durante as atividades. Nesse sentido, como ocorreu nesta pesquisa, é importante que o professor circule pela sala de modo a obter informações de como os alunos estão desenvolvendo o trabalho. Esse processo é denominado como o papel de *avaliar o progresso* da turma, verificando como os participantes se apropriam dessas atividades.

Além disso, ao acompanhar os grupos de perto,

[...] um dos seus objetivos é recolher informações sobre o desenrolar da investigação. Antes de mais nada, procura compreender o pensamento dos alunos, fazendo perguntas e pedindo explicações, evitando ajuizar apressadamente sobre o seu trabalho (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 49).

O professor deve ajudar os alunos a ultrapassarem eventuais dificuldades, dando algumas pistas para o grupo de modo a conduzir a investigações mais ricas. Nesse sentido, o aluno não recebe o conteúdo pronto, mas é convidado a construir novas relações entre os conceitos, levantando hipóteses e propondo novas questões.

Durante essas aulas, é impossível prever todas as explorações e as questões que podem ser levantadas, e é por isso que o professor deve estar predisposto a *raciocinar matematicamente* perante essas situações. Isso pode ocorrer quando os alunos formulam uma conjectura que o professor ainda não havia pensado e que, num primeiro momento, o professor possa ter dificuldade em compreender tais ideias apontadas, causando um desconforto para ele.

Em relação a esse desconforto, é possível se deparar com a zona de risco abordada por Borba e Penteadó (2001), mencionada no capítulo anterior. Em consonância com essa ideia, Skovsmose (2000, p. 86) afirma que

Qualquer cenário para investigação coloca desafios para o professor. A solução não é voltar para a zona de conforto do paradigma do exercício, mas ser hábil para atuar no novo ambiente. A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora.

Nesse sentido, quando o professor se depara com essa situação de desconforto, ele pode pensar em voz alta em conjunto com os alunos, buscando compreender melhor como eles raciocinaram e reorganizar seu modo de pensar (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013).

De modo a *apoiar o trabalho dos alunos*, o professor deve assumir, numa aula de investigação, uma postura interrogativa. É necessário que o professor questione os alunos para que eles “compreendam que aquilo que se pretende não é dizer se “está bem” ou se “está mal”, mas que reflitam sobre o professor investigativo, de forma a aprenderem com e sobre ele” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p. 53).

Em geral, a investigação pode ser entendida como uma perspectiva curricular que revela uma proposta interessante para o ensino de Matemática. Entretanto, “seu alcance como suporte para o desenvolvimento de conhecimentos e competências matemáticas está ainda por explorar, bem como as suas possibilidades de integração nas práticas de gestão curricular” (PONTE, 2003, p. 164).

Nesta pesquisa, busquei criar um ambiente de aprendizagem que atendesse a construção de conhecimento proposta por Papert (1985, 1994) bem como as dimensões do Construcionismo trazidas por Papert (1986) e Maltempi (2009) e a investigação abordada por Ponte (2003) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Isso porque, ao confrontar o Construcionismo com as características das atividades investigativas, nota-se que uma atividade investigativa motiva os alunos a explorar e investigar, assim como afirmado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Por meio dessa exploração, é possível que se obtenha um ambiente de aprendizagem construcionista, como apontado por Maltempi (2009), de modo que os alunos possam, através das fases da atividade investigativa e da condução da aula pelo professor, produzir conhecimento.

Sendo assim, no capítulo seguinte apresento o desenvolvimento da pesquisa e a produção de dados, situando o leitor de como ocorreram os encontros e como foram elaboradas e aplicadas as atividades investigativas, buscando oferecer aos alunos um ambiente de aprendizagem que instigasse a exploração. Além disso, retrato como analisei os dados à luz das ideias dos autores destacados nesse capítulo (PAPERT, 1985, 1986, 1994; PONTE, 2003; MALTEMPI, 2009; PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013) realçando essas ideias nas falas dos sujeitos da pesquisa. Desse modo evidencio o ambiente construcionista no qual se passou a produção de dados e, em relação as atividades aplicadas, busco fundamentar que, de fato, foram de caráter investigativo devido à postura dos alunos e do professor na participação das aulas, e a maneira como essas procederam.

5. O Desenrolar da Pesquisa

Esse capítulo tem o propósito de apresentar a metodologia de pesquisa adotada, bem como a justificativa dessa escolha. Além disso, explicitar o processo de produção dos dados, abordando o cenário da pesquisa, os objetivos das atividades elaboradas, o aplicativo *Matemática* e, por fim, a forma como foi realizada a análise dos dados.

5.1. Pesquisa Qualitativa

Pesquisas qualitativas, de acordo com Araújo e Borba (2013, p. 25), “nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”, o que a torna diferente das outras modalidades, por trazer essa subjetividade para os dados. Além disso, “[...] quando decidimos desenvolver uma pesquisa, partimos de uma inquietação inicial e, com algum planejamento, não muito rígido, desencadeamos um processo de busca” (ARAÚJO; BORBA, 2013, p.46-47). Segundo esses autores, o plano deve ser suficientemente flexível de modo a não sufocar a realidade, além disso, deve-se estar aberto caso o inesperado aconteça.

Esse planejamento consistiu em definir como seriam produzidos os dados tendo em vista a pergunta diretriz e sendo norteado pela abordagem qualitativa. A pesquisa qualitativa requer muito mais do que uma simples coleta de dados, exige a reflexão do pesquisador sobre seus dados. Mais do que isso, como dito por Denzin e Lincoln (2006):

[...] a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem naturalista, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem.[...] (p. 17).

Sendo assim, a partir das minhas inquietações defini o que seria pesquisado. Como já mencionado no Capítulo 1, diversas foram as mudanças na pergunta norteadora da pesquisa. Essas mudanças caracterizam o processo de construção da pesquisa e de tal pergunta que “na maioria das vezes, é um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos e retrocessos, até que, após certo período de amadurecimento, surge a pergunta” (ARAÚJO; BORBA, 2013, p.33). Sendo assim, a pergunta que norteia essa pesquisa é: *Quais as potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, quando conceitos de função são trabalhados?*

Bicudo (1993) enfatiza que o ato de pesquisar é o andar em torno da pergunta, e essa requer uma série de cuidados, pois deve abranger o objetivo da pesquisa. Além disso, a autora ressalta que pesquisar requer a busca pelas compreensões e interpretações significativas para uma pergunta e também a busca por explicações cada vez mais convincentes sobre tal questão. Ainda, segundo a autora, a pergunta é parte fundamental de uma pesquisa em qualquer que seja a área, além do cuidado, rigor e sistematicidade.

Tendo em mãos o problema a investigar, bastava determinar como trabalhar, afinal, “só se sabe o caminho quando se sabe aonde se quer chegar” (GOLDENBERG, 1997, p.14). Além disso, a autora afirma que

Partindo do princípio de que o ato de compreender está ligado ao universo existencial humano, as abordagens qualitativas não se preocupam em fixar leis para se produzir generalizações. Os dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social (GOLDENBERG, 1997, p. 49).

De modo a obter essa compreensão mencionada pela autora e completar o objetivo dessa pesquisa, que consiste em investigar o uso do aplicativo *Matemática* para celular no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula, os instrumentos a serem utilizados na produção dos dados são:

- i) as gravações das discussões em que os grupos de alunos expunham suas observações para o professor da turma, aprimorando, nessas discussões, os conceitos de função discutidos em grupos;
- ii) o questionário aberto aplicado aos alunos no decorrer das aulas acompanhadas, a fim de inferir as visões dos alunos a respeito da utilização do celular na sala de aula e;
- iii) a entrevista realizada com o professor ao final das aplicações das atividades.

Na próxima seção, realizo a descrição de como se deu a produção dos dados da pesquisa, apresentando o cenário na qual se passou essa produção, como foram os encontros, um pouco sobre a estrutura das atividades aplicadas em cada encontro e também sobre o aplicativo *Matemática* utilizado na realização das atividades. Na seção posterior, apresento cada instrumento da produção dos dados, juntamente com os procedimentos para sua utilização.

5.2. Produção dos Dados

Nesta seção, é apresentado o cenário no qual se constituiu a pesquisa, bem como uma visão geral de como foram os encontros e também o objetivo de cada atividade aplicada

durante as aulas observadas. De modo a compreender melhor as atividades, é apresentado, ao final dessa seção, o aplicativo que serviu como suporte para a pesquisa, o *Matemática*, e suas funcionalidades.

5.2.1. Cenário da Pesquisa

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola estadual de Educação Básica, localizada na cidade de Limeira. As atividades foram aplicadas em uma sala de 9º ano do Ensino Fundamental. A turma era composta por 36 alunos, sendo 19 meninos e 17 meninas. Em relação à faixa etária a sala era homogênea, composta por alunos com idades variando em 13 e 14 anos. O professor da turma estava em dia com o Caderno do Aluno e o próximo assunto a ser desenvolvido seria função. Desse modo, os alunos já haviam trabalhado durante aquele ano o Conjunto dos Números Reais, Potenciação e Radiciação, Notação Científica e Resolução de Equações do Segundo Grau.

A escolha desta escola e turma se deu ao expor minhas ideias de pesquisa para alguns membros do GPIMEM, pois tive conhecimento que um dos integrantes do grupo, o Tiago Giorgetti Chinellato, que autorizou o uso de seu nome nesta pesquisa, estava atuando como professor na rede estadual de ensino e já tinha afinidade com o uso de tecnologias digitais para o ensino de Matemática. Ademais, desenvolveu sua pesquisa de mestrado e ministrou minicursos em eventos também nessa área, o que mostra seu interesse por essa temática e uma bagagem de leituras que colaborou para o andamento das aulas. Além disso, ele já havia utilizado o celular nas suas aulas como um apoio para os alunos realizarem pesquisas, mas nunca havia utilizado com a finalidade de introduzir o conteúdo, como foi o caso desta pesquisa.

Conversando com o Tiago, que será identificado como professor neste trabalho, tive a oportunidade de expor minhas ideias em utilizar um aplicativo de celular para o ensino de função atrelado a atividades investigativas e o convidei para participar da minha pesquisa. Expliquei que gostaria que as aulas fossem conduzidas de modo que os alunos explorassem e tirassem conclusões e não apenas que o conteúdo fosse transmitido a eles, assim como recomendado por Papert (1994). O professor se interessou pela proposta, visto que já havia trabalhado com esses dispositivos em suas aulas de forma breve e gostaria de realizar um trabalho mais aprofundado. Prontificou-se a colaborar e a levar a proposta à coordenadora e à diretora da escola onde trabalhava, apresentando o convite que havia recebido e verificando a abertura e disponibilidade da escola em participar.

Aprovada a ideia, compareci à escola para conversar formalmente com a coordenadora, explicitando que o conteúdo que seria abordado com os alunos estava previsto no Currículo Oficial do Estado de São Paulo, de modo que nem eles, nem a escola seriam prejudicados nos resultados das provas externas, abordadas no Capítulo 2. Expliquei, também, o prazo de participação das aulas, que não seriam muitos dias e que, antes de começar a aplicação das atividades, entregaria uma autorização aos alunos para que tivessem o consentimento dos pais, visto que as aulas seriam gravadas.

Elaborada a autorização juntamente com o orientador desta pesquisa e o professor convidado, enviamos para a coordenadora para que fosse aprovada e, então, o professor a entregou aos alunos. Na autorização havia uma breve explicação sobre a pesquisa que seria desenvolvida, bem como duas opções a serem escolhidas sobre a aprovação ou negação do uso do nome e da imagem do aluno (Apêndice A). As observações só iniciaram após todos os alunos entregarem a autorização.

Ao entregar as autorizações, o professor explicou à turma que seriam realizadas atividades em grupo utilizando um aplicativo para celular e já pediu para que os alunos fizessem o download do *Matemática*, independente da resposta na autorização, afinal, a atividade seria aplicada para toda a sala. A maioria dos alunos chegou à aula no primeiro encontro com o aplicativo instalado. Aos que tiveram problema com a instalação, o professor liberou sua rede de internet para que os alunos pudessem fazer o download.

Além de se tratar de uma atividade investigativa, optamos por aplicá-la em grupo pensando na quantidade de celulares com o *Matemática* que tínhamos na sala de aula e para permitir que os alunos discutissem sobre a atividade entre eles, o que constitui uma característica predominante das atividades investigativas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013). Foram formados seis grupos com seis alunos em cada um. Nos grupos havia no mínimo quatro aparelhos com o *Matemática* instalado, o que facilitava as discussões nos grupos, pois havia no máximo dois alunos por dispositivos.

Dentre os alunos que receberam a autorização, a maioria permitiu o direito de imagem. Desse modo, para desenvolver a atividade com toda a sala, o professor fez a divisão dos alunos em grupos e os posicionou na sala de maneira estratégica, deixando os alunos que não tinham autorizado o direito do uso de imagem fora da área em que a filmadora alcançava.

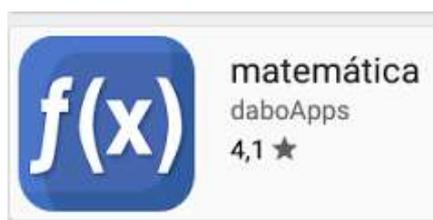
Foram acompanhados quatro dias, totalizando oito aulas de 50 minutos cada uma. Os encontros tinham sempre a mesma estrutura, o que diferenciava eram os objetivos das atividades propostas. Na próxima seção é apresentado o aplicativo *Matemática* usado como suporte para o desenvolvimento da pesquisa, bem como alguns dos recursos utilizados.

5.2.2. O aplicativo *Matemática*

O *Matemática*, ou *Mathematics*, é um aplicativo gratuito para celulares inteligentes, que possua o Android como sistema operacional. Para obter esse aplicativo, basta acessar a Play Store do dispositivo, digitar no campo de busca Google Play a palavra “Matemática”, localizar o aplicativo com o símbolo indicado na Figura 6 e instalar.

A escolha desse aplicativo se deu pelo fato de, além dele possibilitar a construção de gráficos de função, o *Matemática* apresenta alguns requisitos considerados, por Freire e Prado (1999), fundamentais para a utilização com fins pedagógicos, a saber: interface amigável, fácil interação, lúdico, apresenta *feedback* imediato. Além disso, ele possui como linguagem padrão o Português, o que facilitava ao ser utilizado com crianças.

Figura 6: Símbolo do aplicativo



Fonte: imagem do símbolo do aplicativo na Play Store

Ao fazer o download do aplicativo, ele é instalado no celular com o ícone do símbolo da Figura 6 e com o nome de *Mathematics*. Quando o aplicativo é aberto, sua primeira janela tem a interface parecida com as de calculadoras de celular (Figura 7a), permitindo realizar as operações básicas, adição, subtração, multiplicação e divisão, e também, algumas operações mais sofisticadas como raiz quadrada, logaritmo e elevar números a determinadas potências.

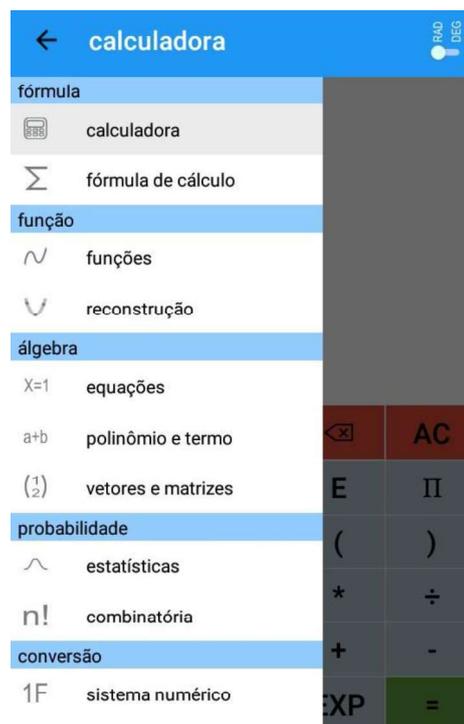
Quando tocamos no ícone representado por três barrinhas situadas no canto superior esquerdo da tela (é possível identificá-las na Figura 7a), o aplicativo abre uma lista com todas as suas funcionalidades separadas nos seguintes temas: “fórmula”, “função”, “álgebra”, “probabilidade”, “conversão”, “teoria dos números” e “Mathematics”, como mostra a Figura 7b. Além disso, esses temas são subdivididos em outras funcionalidades de modo que cada uma possui sua particularidade.

Figura 7a: Interface do aplicativo



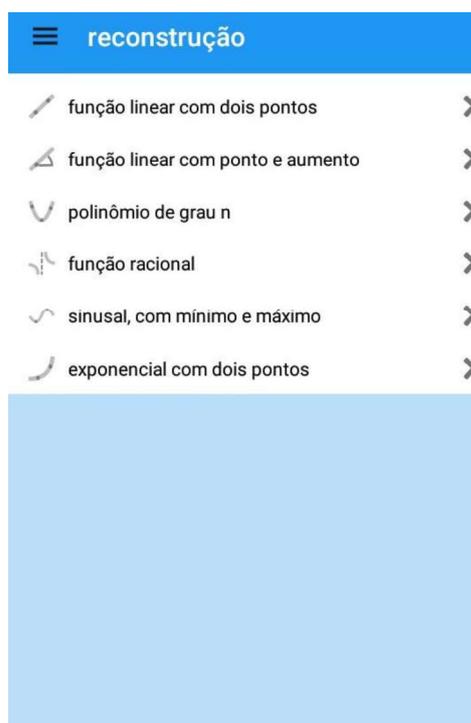
Fonte: *print screen* da tela inicial do aplicativo

Figura 7b: Temas oferecidos pelo aplicativo



Fonte: *print screen* das funcionalidades do aplicativo

Dentre os temas oferecidos pelo aplicativo, o que foi explorado nessa pesquisa foi “função”. Esse tema é subdividido nas funcionalidades “funções” e “reconstrução”. Em “reconstrução” encontramos a tela apresentada na Figura 8. Nela é possível construir gráficos de função afim, polinomial, racional, sinusal e exponencial fornecendo alguns pontos para o aplicativo, no entanto, essa funcionalidade não foi explorada nesta pesquisa.

Figura 8: Interface da funcionalidade “reconstrução”

Fonte: *print screen* das funcionalidades do item “reconstrução”

A funcionalidade utilizada nesta pesquisa foi “funções”. Ao abrir esse item pela primeira vez, nos deparamos com a interface apresentada na Figura 9a. Ao tocar sobre o ícone “+”, o aplicativo apresenta uma tela parecida com a da calculadora que ele abre inicialmente, só que com uma maior variedade de funcionalidades, relacionadas à função, como mostra a Figura 9b.

Nessa tela pode-se construir qualquer tipo de função, basta digitar. Como exemplo, após definir a função $f(x)=2x^2-2$, clicando no ícone que representa um “certo” no canto superior direito da tela (que pode ser visto na Figura 9b), o aplicativo traça o gráfico da função desejada, como é possível ver na Figura 10. Além disso, logo abaixo da onde está escrita a função, o aplicativo fornece algumas características do gráfico, nesse exemplo, o ponto no qual o gráfico intercepta o eixo y , ($f(0)=-2$), as raízes da função, ou seja, os pontos na qual $f(x)=0$ ($f(-1)=0$ e $f(1)=0$) e, também, o ponto de mínimo da função ($Min(0,-2)$), pois nesse exemplo o gráfico da função é uma parábola. Foi a partir dessas informações e observações que os alunos criaram todos os gráficos propostos nas atividades.

Figura 9a: Interface do tema "função"

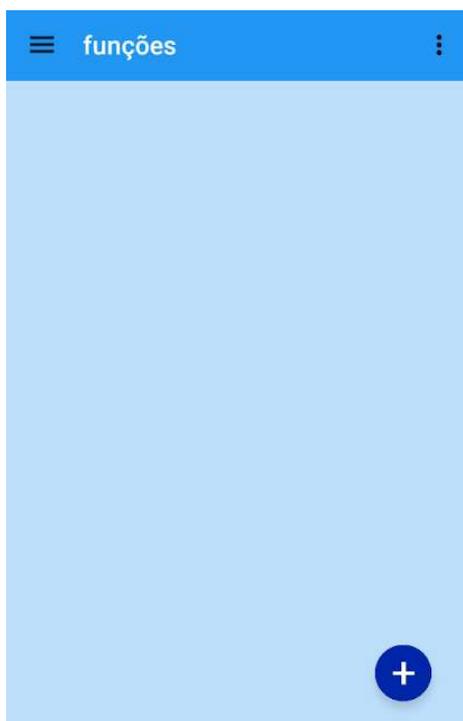
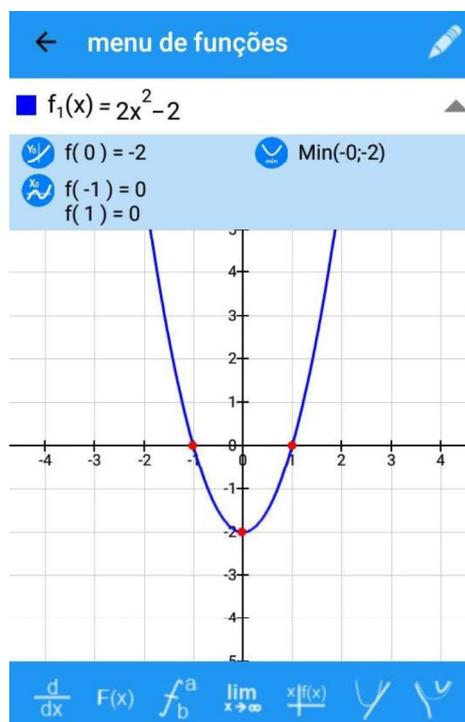


Figura 9b: Interface para digitar as funções



Fonte: *print screen* da tela para inserir função Fonte: *print screen* da tela para criar função

Figura 10: Exemplo de função



Fonte: Elaborado pela autora

Além disso, é possível observar na Figura 10 que há uma faixa abaixo do gráfico. Essa faixa também é composta por ferramentas para serem exploradas nos gráficos construídos. Algumas destas ferramentas são:

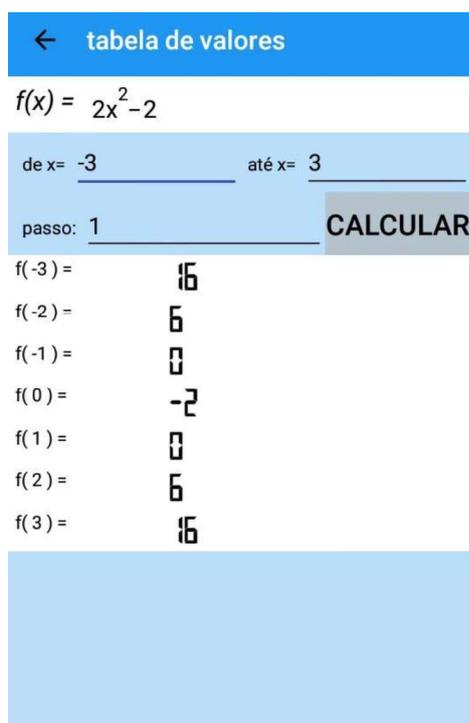
Quadro 1: Algumas funcionalidades do aplicativo *Matemática*

	Ícone	Funcionalidade
1º		Traça o gráfico da derivada da função dando sua equação e especificando seus pontos principais do gráfico traçado.
2º		Traça a primitiva da função dando sua expressão e especifica os pontos principais do gráfico traçado.
3º		Calcula a integral permitindo que você escolha o intervalo de integração e destaca no gráfico o que representa a integral.
4º		Calcula os limites da função tendendo a $-\infty$ e a $+\infty$, e além disso, permite que você escolha um ponto para que ele calcule o limite.
5º		Monta uma tabela de valores associando os valores de x aos valores de $f(x)$ correspondentes a função traçada e permite que você escolha o intervalo dos valores de x para ele fazer esses cálculos.
6º		Traça a reta tangente ao gráfico no ponto que você escolher.

Fonte: elaborado pela autora

Dentre essas ferramentas, a única utilizada nas atividades foi a 5ª. Nessa ferramenta, ao tocarmos sobre esse ícone aparece a tela mostrada na Figura 11, pedindo para definir o intervalo de x na qual você quer que o aplicativo monte a tabela. Após definir o intervalo, basta clicar em calcular que ele apresenta os resultados correspondentes a cada valor de x no intervalo definido, como mostra a Figura 11. Essa tabela corresponde a tabela de valores que foi mencionada nas atividades do primeiro e do segundo encontro.

Figura 11: Tabela de valores



Fonte: Elaborado pela autora

As demais funções não foram utilizadas, pois não condizia com o foco das atividades da pesquisa, tampouco com os conteúdos desenvolvidos na turma observada.

Na próxima seção, é apresentado como foram os encontros de um modo geral pautados no *Matemática* e nas atividades.

5.2.3. Os encontros

Antes de iniciar as aulas, o professor buscava a televisão fornecida pela escola e sempre fazia a chamada, enquanto isso eu posicionava a câmera, de modo a obter uma melhor imagem da sala. Em seguida, os alunos eram divididos em grupos, que se mantiveram desde o primeiro encontro até o último, e eu fazia a entrega da folha de atividade daquele dia para que pudessem começar a investigação.

Durante esse processo, o professor e eu circulávamos pela sala tirando as dúvidas que surgiam, em um processo investigativo, como apontado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), nunca dando a resposta, mas sim, levantando mais perguntas a partir de seus questionamentos. Além disso, observávamos como estavam explorando o aplicativo e a atividade, e também questionávamos sobre o porquê de algumas conclusões, favorecendo que pensassem e explorassem além do que estava sendo proposto. Essas são características

predominantes nos ambientes construcionistas (MALTEMPI, 2009), pois o fato do ambiente ser acolhedor favorecia o aluno a querer continuar aprendendo.

Após percebermos¹⁰ que os alunos já haviam finalizado as atividades, o professor projetava na televisão a interface do aplicativo e fazia a leitura de cada questão da atividade com os alunos. Nesse momento, os grupos expunham um pouco do que e como fizeram as atividades. Por meio dessas falas, o professor conduzia sua aula com perguntas aos alunos que os levassem a refletir sobre o que haviam realizado anteriormente ou, ainda, a respostas de seus próprios questionamentos. Tais discussões eram de fundamental importância, pois nesse momento os alunos expressavam o que haviam descoberto através do aplicativo e da atividade. Além disso, construíam novos conhecimentos na medida em que participavam das discussões com o professor, podendo formular melhores conclusões que haviam sido construídas durante a atividade, ou que estavam próximas de serem construídas.

À medida que aconteciam as discussões, os alunos anotavam no verso da folha de atividade, com suas próprias palavras, suas novas experiências e entendimentos, o que para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) é de suma importância em uma atividade investigativa.

Na próxima seção é feita uma explanação das atividades aplicadas em cada dia participado e o objetivo de cada uma delas.

5.2.4. As Atividades

Para a elaboração das atividades, o professor da turma e eu nos reunimos para decidir o que seria desenvolvido além dos conceitos de função. Dessa forma, levando em conta que os alunos já haviam trabalhado com equação do 1º e do 2º grau, resolvemos explorar como os parâmetros das funções do primeiro grau e das funções quadráticas interferem nos gráficos. O objetivo era que a partir de investigações, os alunos pudessem determinar o comportamento dos gráficos de acordo com as funções.

Após elencar o que seria trabalhado, comecei a desenvolver as atividades. Elas foram elaboradas considerando as ideias de Papert (1985, 1994), Maltempi (2009) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), visando proporcionar discussões em grupo e com o professor de modo a estimular os alunos a falar sobre Matemática. Além disso, houve a preocupação de que as atividades motivassem os alunos a investigar as questões propostas utilizando o aplicativo para poder testar todos os tipos de gráficos que julgassem necessário, sem o intermédio do professor, em harmonia com um ambiente construcionista.

¹⁰ Sempre que utilizar verbos na primeira pessoa do plural, estou me referindo ao professor e a mim.

À medida que as elaborava, enviava para o professor da turma e para o orientador dessa pesquisa para que pudessem dar suas contribuições e sugestões. Houve também uma reunião com o professor e o orientador de modo a finalizar as atividades para aplicação.

As atividades aplicadas para a produção dos dados (Apêndice B) buscavam a exploração de gráficos de funções de modo a proporcionar o entendimento do conceito de função e de algumas propriedades. Para isso, cada dia de participação tinha uma atividade específica e cada atividade tinha um objetivo.

No primeiro dia o objetivo era que os alunos compreendessem o conceito de função. Nesse caso, consideramos o conceito de função trazido por Caraça (1951) que consiste na correspondência entre dois conjuntos. Para isso, a atividade proposta para esse primeiro dia propunha que explorassem o gráfico da função $f(x)=x+2$. Essa exploração foi direcionada com as seguintes perguntas:

1) O que você pode dizer sobre o gráfico? 2) Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=2$ e $f(-2)=0$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?

Com essas perguntas, esperava-se que os alunos inicialmente explorassem o gráfico e se familiarizassem com as informações que o aplicativo *Matemática* fornece.

Ainda nesse dia, buscando alcançar nosso objetivo, foi pedido que os alunos explorassem a tabela de valores que o aplicativo fornece com relação à função traçada. Para isso, pedimos para que analisassem os números que apareceram na tela e respondessem se eles se relacionavam de alguma maneira e, se a resposta fosse sim, de que maneira se relacionavam. Além disso, o *Matemática* permite que você altere o intervalo da tabela de valores. Pedimos para que os alunos explorassem essa variação e, então, perguntamos o que eles puderam observar. Nesse momento, esperava-se que os alunos percebessem a relação dos valores de x com os da $f(x)$ e conseguissem relacionar com a função $f(x)=x+2$ que estava sendo explorada.

No segundo dia, a atividade foi semelhante à do primeiro dia, no entanto, a função a ser explorada agora era do segundo grau, $f(x)=x^2-4$. Inicialmente fizemos as mesmas perguntas do dia anterior, inclusive com a exploração da tabela de valores. Modificamos apenas a questão 2) pois como a função era do segundo grau, as informações fornecidas pelo aplicativo eram diferentes: *2) Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=-4$, $f(-2)=0$, $f(2)=0$ e $Min(0;-4)$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?*

Além dessas perguntas pedimos para que os estudantes construíssem uma função qualquer e explorassem suas propriedades assim como foi feito no primeiro dia com a função $f(x)=x+2$ e como estava sendo feito com a função $f(x)=x^2-4$. Essa questão dava liberdade aos alunos de explorar quantas funções queriam e quais queriam, não ficando limitados apenas à folha de atividade fornecida na aula, permitindo que explorassem livremente.

Ao final, ainda perguntamos: *A partir das observações feitas nos gráficos explorados, o que você pode dizer sobre x e $f(x)$? O que cada um deles representa? E nos gráficos?* Com essa pergunta, queríamos que os alunos formalizassem o conceito de função dito anteriormente através das explorações realizadas. Nesse momento, veríamos se os alunos compreenderam que os valores de $f(x)$ correspondem aos valores de y no gráfico e mais do que isso, que esses valores dependem do x atribuído à função.

Depois de formalizado o conceito de função, no terceiro e quarto dia exploramos vários gráficos com o intuito de fazer com que os alunos percebessem como cada parâmetro das funções interferia no gráfico. Então, no terceiro dia a folha de atividade continha seis funções do primeiro grau distintas e as perguntas eram:

- 1) *Após explorar as funções acima, o que você pode dizer sobre as diferenças e semelhanças entre os gráficos?*
- 2) *Como seria a forma adequada para escrever uma função afim de forma generalizada¹¹?*
- 3) *Explore outros gráficos de função afim e escreva suas observações.*

No quarto dia, foram apresentados oito tipos diferentes de função do segundo grau com as mesmas perguntas feitas no terceiro dia, a fim de explorar as diferenças entre os gráficos.

Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, não é possível prever e seguir rigorosamente um passo a passo para a realização da pesquisa. Durante a aplicação das atividades, por exemplo, percebemos que no primeiro e no segundo encontro os alunos foram além do que esperávamos e, então, as atividades do terceiro e quarto encontros sofreram alterações. Tais alterações são denominadas por Lincoln e Guba (1985) de *design emergente*, que consiste em realizar mudanças de acordo com o desenrolar, da produção de dados, da pesquisa. Essas mudanças, segundo os autores, são importantes, pois “[...] sinalizam um movimento para um

¹¹ Entendemos a lei de formação da função afim como sendo $f(x)=ax+b$ e de segundo grau como sendo $f(x)=ax^2+bx+c$. O termo "generalizado" foi adotado devido a familiaridade que os alunos tinham com a fórmula de Bhaskara e com termos como "generalização" e "fórmula geral" (a palavra generalizada possui como significado o “ato de aplicar um princípio ou conceito a um conjunto de casos”, como feito nessa atividade). De acordo com o professor, estes termos eram empregados no momento da formalização de uma conclusão geral de modo a descrever um comportamento por meio de incógnitas, tal qual podemos encontrar em atividades de Imenes e Lellis (2002).

nível de investigação sofisticado e que proporciona um maior *insight*” (LINCOLN; GUBA, 1985, p. 229).

A próxima seção apresenta, especificados, os dados produzidos, bem como os instrumentos utilizados para melhor analisá-los.

5.3. Procedimentos e Instrumentos da Produção dos Dados

Para a realização dessa pesquisa foram utilizados diversos procedimentos e instrumentos para a produção dos dados, com o intuito de obter o máximo de informações. A utilização desses diferentes procedimentos é denominada triangulação, que, segundo Araújo e Borba (2013), “consiste na utilização de vários e distintos procedimentos para obtenção dos dados”. Corroborando Alvez-Mazzotti (1998), o confronto de uma diversidade de dados contribui para a credibilidade da pesquisa. Dessa forma, nessa seção são apresentados tais processos e procedimentos, contextualizando-os com o decorrer da produção dos dados.

5.3.1. Registro de Vídeo

Todas as oito aulas foram registradas por meio de vídeos. Para isso, no início de todas as aulas, eu posicionava a câmera digital no canto direito em frente da sala, certificando-me que todos os alunos autorizados estavam aparecendo nas gravações.

A opção por gravar as aulas se deve ao fato de que quando o ambiente é gravado nada é perdido, nem falas, nem gestos. Segundo Powell, Francisco, Maher (2004) “a capacidade de gravar em vídeo o desvelar momento-a-momento de sons e imagens de um fenômeno tem se transformado numa ampla e poderosa ferramenta da comunidade de pesquisa em Educação Matemática” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 84).

Dessa forma, como o principal objetivo desta pesquisa é analisar as discussões que emergiram na sala de aula, a melhor forma para obter essas discussões foi realizando as gravações das aulas. Além disso, outro instrumento utilizado na produção dos dados foi a aplicação do questionário aberto, que é abordado na próxima seção.

5.3.2. Questionário aplicado aos alunos

Além das filmagens, ao final do segundo encontro de participação das aulas, foi aplicado aos alunos um questionário aberto com a seguinte questão: *Escreva suas conclusões*

e observações sobre as aulas levando em conta o conteúdo estudado e a utilização do aplicativo. A ideia dessa questão é compreender a visão dos alunos ao ter um primeiro contato com um conteúdo por meio do uso de um aplicativo para celular inteligente.

De modo a inferir não apenas as impressões dos alunos, mas também a do professor, a próxima seção aborda a entrevista realizada com o professor.

5.3.3. Entrevista com o Professor

Por fim, outra fonte de dados dessa pesquisa é a entrevista (Apêndice C) que foi realizada alguns dias posteriores ao final das observações. Tal entrevista foi gravada através de um gravador, no celular, para melhor captar as falas do professor para uma posterior análise.

Caracterizada por ser uma entrevista semiestruturada, que segundo Boni e Quaresma (2005) permite que o entrevistado discorra melhor sobre o tema proposto. A entrevista teve como objetivo inferir as impressões do professor a respeito do uso do *celular* na sala de aula, sobre sua experiência durante essas atividades e se essa utilização trouxe benefícios para as aulas posteriores.

Na próxima seção, é apresentado como esses diferentes dados serão analisados.

5.4. Procedimento de Análise de Dados

Como descrito neste capítulo, os dados desta pesquisa consistem nas gravações das aulas, o questionário aplicado com os alunos e a entrevista com o professor. Devido à diversidade dos dados, eles foram organizados tendo em vista a busca pela resposta da pergunta de pesquisa.

Para organizar os dados, primeiramente foram transcritas as gravações em vídeo e também a entrevista realizada com o professor, buscando identificar as principais falas. Em seguida, foram analisados os questionários dos alunos apresentando um panorama acerca das suas visões.

As análises foram baseadas na triangulação que “tem por objetivo abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo” (GOLDENBERG, 1997, p. 63). Além de ser, segundo Araújo e Borba (2013, p. 41), “[...] uma forma de aumentar a credibilidade de uma pesquisa que adota a abordagem qualitativa”.

Nesse processo de análise “o objectivo é o de estimular o pensamento crítico sobre aquilo que observa e o de se tornar em algo mais do que uma mera máquina de registro” (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 211). Para fazer as análises optei por apresentar os dados de acordo com os encontros, de modo a trazer as discussões que ocorreram durante as aulas para que o contexto das falas não fossem perdidos. Além disso, em paralelo aparecem dados do questionário aplicado com os alunos e da entrevista realizada com o professor, relacionado com as discussões de cada encontro.

Perante esses dados evidencio as dimensões do Construcionismo de Papert (1985), abordadas também por Maltempo (2009), e particularidades das Atividades Investigativas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), à medida que acontecimentos durante as aulas e trechos das falas dos alunos e do professor, me remetiam a características das ideias desses autores. Dessa forma, no próximo capítulo é apresentado como os dados foram analisados, abordados e confrontados.

6. A Utilização do Celular na Sala de Aula: Análise dos Dados

Esta pesquisa tem como objetivo investigar o uso do aplicativo *Matemática* para celular no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula. Em meio a isso, a pergunta que conduziu a produção dos dados e o desenrolar dessa pesquisa é: *Quais as potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, quando conceitos de função são trabalhados?* Buscando respostas para essa pergunta e alcançar o objetivo traçado, neste capítulo apresento os dados juntamente com algumas das ideias do referencial teórico adotado, exposto no Capítulo 4, para a análise. Os dados são apresentados por encontro, trazendo as discussões que ocorreram em sala de aula, presentes nas gravações em vídeo, para que o contexto das falas não seja perdido. Além disso, em paralelo, aparecem dados do questionário aplicado com os alunos e da entrevista com o professor, gravada em áudio, relacionados com as discussões de cada encontro.

6.1. Primeiro Encontro

No primeiro dia, o professor me apresentou aos alunos como a professora que auxiliaria nas aulas e retomou a explicação que havia dado a eles quando entregou as solicitações de autorização (Apêndice A), dizendo que as atividades que seriam desenvolvidas fariam parte dos dados da minha pesquisa. Em seguida, o professor organizou os alunos em grupos, Figura 12, e passei entregando a folha de atividades para cada aluno, representada na Figura 13. Importante lembrar que as atividades propostas para essa pesquisa tinham o objetivo de introduzir o conceito de função para a turma, visto que eles ainda não haviam trabalhado esse assunto.

Figura 12: Alunos trabalhando em grupo



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 13: Atividade aplicada no primeiro encontro

Vamos construir alguns gráficos com o aplicativo Matemática para explorarmos suas propriedades. Para isso siga os seguintes passos:

1. Abra o aplicativo e clique nas três barras no canto superior esquerdo da tela;
2. Em seguida clique em *função* e clique no ícone + no canto inferior direito da tela;
3. Irá aparecer $f(x)=$. Digite $x+2$ e clique no ícone que se parece com um *certo* no canto superior direito da tela para aparecer o gráfico.

Agora responda:

- a) O que você pode dizer sobre o gráfico?
- b) Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=2$ e $f(-2)=0$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?
4. Agora, clique no desenho  que está na faixa azul abaixo do gráfico, em seguida, clique em *calcular* e observe os números que apareceram.
- c) Eles se relacionam de alguma maneira? () Sim, () Não. Se você respondeu que sim, como eles se relacionam?
- d) Altere os valores de $x=$ ___ até $x=$ ___ para valores que você queira e escreva o que você observa.

Fonte: Elaborado pela autora

Antes dos alunos começarem as atividades, o professor conectou seu tablet na televisão, disponibilizada pela escola, de modo a projetar o aplicativo e apresentou brevemente alguns comandos que eles utilizariam na primeira atividade. Em relação à utilização da televisão o professor afirma, durante a entrevista, que “*a escola dá um suporte legal porque não é toda escola que tem uma TV como a que a gente levou para aplicar as atividades. Então, nesse cenário, a escola oferece um suporte razoável para o professor trabalhar. E não são todas as escolas que oferecem esses recursos*”. Ele, ainda, enfatiza que a escola em que havia trabalhado anteriormente não possuía uma televisão. Os professores tinham apenas um projetor multimídia disponível e era preciso reservar com bastante antecedência para conseguir utilizar na sala de aula.

Não foi necessária uma explicação sobre o *Matemática*, pois como a maioria dos alunos havia baixado o aplicativo em casa, eles exploraram um pouco antes mesmo de utilizar na aula. Isso evidencia a *Dimensão sintática* do Construcionismo, que trata justamente da “possibilidade de o aprendiz facilmente acessar os elementos básicos que compõem o ambiente de aprendizagem, e progredir na manipulação destes elementos de acordo com sua necessidade e desenvolvimento cognitivo” (MALTEMPI, 2009, p. 267). Essa característica presente nesse excerto pode ser entendida como uma potencialidade do uso do celular, pois

permite ao aluno a exploração do recurso de forma imediata, sem a necessidade de receber instruções prévias. Isso fez com que os alunos tivessem maior autonomia em relação à dinâmica da atividade, pois, segundo minhas observações durante os encontros, em momento algum eles pediram ajuda quanto a utilização do aplicativo.

Após essa breve apresentação do professor, os alunos discutiram a atividade em grupo e, nesse momento, alguns já levantaram algumas observações. O que ficou mais perceptível nesse primeiro encontro, foi a preocupação com o certo e o errado. O Grupo 3, por exemplo, se questionou sobre o item c). Eles queriam saber o que era para fazer, quais relações eram para eles identificarem. Perguntei se eles já haviam encontrado alguma e eles me disseram que haviam encontrado relações na coluna da direita e na da esquerda, nas quais os números da coluna da esquerda estavam alternando em pares e ímpares e que os da direita eram todos pares. Concordei com as relações que haviam estabelecido e eles, então, queriam saber qual delas estava certa para colocar na folha. Nesse momento, observei com os alunos as relações novamente, mostrando que ambas realmente estavam coerentes e as duas relações eram válidas para aquela tabela, não havendo erro. Ainda os questionei se não havia mais relações, e eles começaram a investigar a tabela novamente.

Além dessa observação com relação aos alunos, durante a entrevista com o professor ele também levantou essa questão do aluno esperar uma devolutiva referente ao que está fazendo, dizendo que:

As atividades foram interessantes, os alunos se mostraram interessados, só que a única coisa que eu observei, que me chamou muito a atenção, eu acho que é a necessidade do aluno saber se a resposta está certa. Por que eu falo isso? Porque infelizmente nossos alunos estão condicionados a copiar no caderno o que está na lousa e para ele é assim “Professor está certo?”, “Não, então arruma”, “Professor acertei?”, “Acertou” e beleza. Em nenhum momento o aluno é condicionado a pensar “está certo?”, “Por que você acha que isso está certo?”, ou “por que você acha que está errado?” Se você errou, como a gente pode fazer para mudar alguma coisa para ficar certo?”. E o que eu percebi durante a realização das atividades é que muitos alunos chamavam a gente e a primeira coisa que perguntavam eram “é isso aqui? Está certo?”. Eu vi que eles tinham essa necessidade, sendo que a pergunta não era uma pergunta fechada, e sim uma pergunta para colocar as observações deles.

Papert (1985) afirma que muitas crianças têm sua aprendizagem adiada por viverem apenas em um modelo na qual só existe o “acertou” e o “errou”. O autor afirma que em um ambiente que se utiliza recursos tecnológicos, é preciso refletir e discutir sobre as conclusões para ver se são viáveis. Além disso, as observações apresentadas corroboram as ideias de Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), que afirmam que o professor deve sempre indagar os alunos

e não apresentar se ele está certo ou errado. Ademais, os autores argumentam sobre essa necessidade dos alunos em ter um *feedback* do professor a respeito do que estão fazendo. No entanto, as atividades aplicadas não tinham o intuito de avaliar o certo ou errado, e sim, instigar os alunos a exploração, buscando evidenciar que o celular, atrelado às atividades investigativas, pode proporcionar discussões matemáticas em sala de aula. Em relação a essas ideias e a utilização de atividades de cunho investigativo o professor afirma, durante a entrevista, que:

Essa é uma metodologia que eu gosto bastante, porque você faz o aluno refletir, não é só “está certo” ou “está errado”. Então eu achei interessante isso. Acredito que o fato dos alunos precisarem dessa devolutiva não é por culpa deles, nem por culpa das atividades, acho que é o sistema que condicionou os alunos a esse “está certo”, “está errado”. Em nenhum momento o sistema faz ele refletir sobre o que ele está fazendo. E eu acho que essas atividades, essas perguntas, fizeram isso. Por isso que eles tiveram tanta dificuldade sentindo essa necessidade em perguntar para o professor “está certo”, “está errado”.

Nessa fala do professor, percebe-se sua preocupação em colocar o aluno para refletir e, segundo ele, as atividades proporcionaram essa reflexão que não é comum no dia a dia dos alunos, por isso causou estranheza. A respeito das atividades investigativas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.23) acreditam que o aluno aprende à medida que “mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” e foi isso que a atividade tentou proporcionar aos alunos e que é possível identificar na fala do professor. Desse modo, acredito que a fala do professor e os registros filmados dão indícios de que, atividades combinadas com o aplicativo *Matemática*, proporcionaram uma reflexão quanto às atividades, o conceito de função e a utilização do aplicativo, como será evidenciado novamente no decorrer do capítulo.

No momento da discussão final desse primeiro encontro, o professor construiu a função sugerida na atividade no *Matemática*, seguindo os passos 1 a 3, como constava na folha (Figura 13), e leu a primeira questão (a). Em seguida, perguntou à sala quem poderia falar um pouco sobre o gráfico.

Um dos alunos do Grupo 2 levantou a mão e disse que o gráfico era de uma função¹², em seguida, o professor perguntou se ela era do primeiro ou do segundo grau, e prontamente o

¹² Nota-se que os alunos confundiam os termos função e equação. Eles ainda não haviam estudado função, apenas equação, tanto do primeiro grau, como do segundo, no entanto, por utilizar a funcionalidade “função” no aplicativo, logo fizeram a associação do nome.

aluno respondeu que era do primeiro grau pois não estava “elevada a 2”. A aula, então, continuou com o seguinte diálogo:

Professor: Então se ela não está elevada a 2 ela está elevada a quanto? Quando não tem nada em cima do x é quanto?

Aluno do Grupo 4: É elevado a 1.

Professor: Quando não tem nada em cima do x é sempre 1, muito bem. Então, essa é uma informação importante que ele falou. Ele falou que é uma função do que?

Alunos: Do primeiro grau.

Professor: Função do primeiro grau. E essa função do primeiro grau aqui está fazendo qual desenho?

Aluno do Grupo 1: Uma reta.

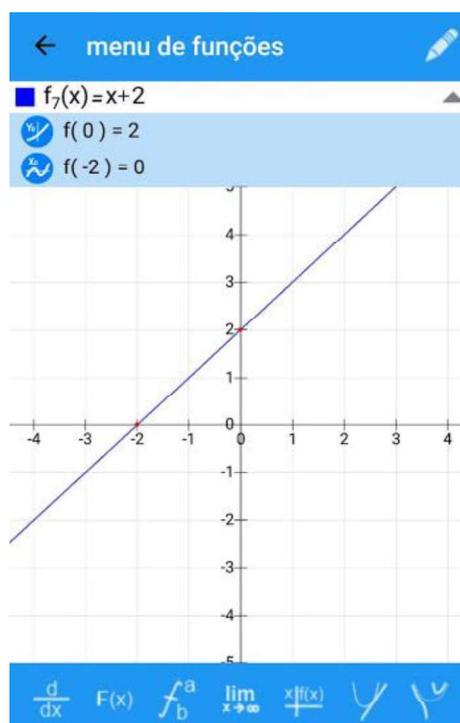
Professor: Uma reta. Então o que a gente pode observar, sobre uma função do primeiro grau?

Alunos: É sempre uma reta.

Professor: O gráfico de uma função do primeiro grau sempre é uma reta. Boa. O que mais vocês podem observar sobre o gráfico?

Neste diálogo é possível observar a primeira propriedade que os alunos encontraram por meio da exploração da atividade: toda função do primeiro grau tem como gráfico uma reta. A discussão continuou com os alunos comentando sobre as “bolinhas” apresentadas no gráfico, vistas na Figura 14. Um dos alunos diz que há valores destacados. Outro, completa que esses valores são o -2 e 2. O docente concorda com a observação e, tomando a postura de um professor em aula investigativa (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013), pergunta aos alunos o que mais eles observaram. Uma aluna do Grupo 3 afirma que esses resultados estão embaixo da função, apontando para a televisão. Ou seja, que os valores representados pelas “bolinhas”, são as informações que o aplicativo fornece ao colocar uma função. O professor confirma a afirmação mostrando para todos os alunos com o auxílio da televisão.

Figura 14: Gráfico traçado no primeiro encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Em seguida, um aluno do Grupo 5 pergunta ao professor “Qual é a reta x e a reta y ?” e o professor questiona se alguém da sala sabe dizer quais são essas retas. Um aluno do Grupo 3 responde que “A do x é a vertical e a do y é a horizontal” e imediatamente o aluno do Grupo 1 rebate dizendo “Não, a do x é a horizontal e a do y é a vertical”. O professor concorda com o aluno e repete a afirmação, mostrando no *Matemática*, para que toda a turma possa entender o que o aluno havia falado. Nesse momento, é possível ver o professor não dando a resposta de imediato e sim, levando a pergunta de um aluno à turma. Além disso, observa-se também a interação aluno-aluno nesse processo de responder ao professor, sendo também característica de atividade investigativa, tanto na postura do professor, por estimular os alunos a refletirem naquilo que estão trabalhando, e no processo de discussão que estimula o aluno a se comunicar matematicamente (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013), como na postura dos alunos, que mostram interesse, discutem com o professor e com os colegas sobre a atividade havendo sintonia no ambiente de aprendizagem (MATEMPI, 2009; PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013). Em relação à minha pergunta diretriz e ao objetivo da pesquisa, observo outra potencialidade do celular na investigação do conteúdo de função: a promoção de discussões e reflexões acerca do conteúdo trabalhado e o desenvolvimento desse conteúdo em conjunto e não apenas o professor transmitindo para a turma.

Logo após o diálogo do excerto supracitado, o professor pergunta se os alunos colocaram algo a mais, que ainda não havia sido comentado na questão e um dos alunos do Grupo 5 manifesta:

Aluno do Grupo 5: A reta está indo para o infinito. Quando a gente fica diminuindo o zoom, os valores das retas vão aumentando indo para o infinito, mas a reta nunca acaba.

Professor: O Aluno do Grupo 5 falou que se tirarmos o zoom assim ó [e faz no tablet] os números vão aumentando e a reta acaba em algum lugar?

Alunos: Não.

Professor: Então ela está indo para onde?

Alunos: Para o infinito.

Neste diálogo, a presença do celular se mostra fundamental, pois com papel e caneta essa observação não seria possível devido à característica desses recursos. Além disso, é possível destacar a importância da utilização desse aparelho nas aulas observadas também a partir das falas dos alunos, presentes no questionário, a respeito das aulas para eles. Dentre as respostas, destaco agora as que abordam o uso do celular.

“Eu achei a ideia muito interessante, porque hoje em dia estamos vidrados no celular, e de certa forma nos fez ficar mais atentos nas aulas.”

“Com o uso desse aplicativo a aula se torna bem mais interessante, pois todos gostam de dispositivos móveis. Nesta atividade eu concluí que o celular não serve somente para redes sociais ou bate papo com os amigos, ele também obtém ótimos apps interessantes como o que usamos na aula para realizar as contas sugeridas.”

“É um modo mais fácil de aprender, e todos os alunos colaboraram, acho que o celular deveria ser usado em sala de aula.”

“Foi muito bom, porque foi mais fácil de aprender porque usamos algo que gostamos. Foi bem fácil de entender usando o aplicativo.”

Perante essas falas, identifico o celular como um material importante a ser usado em sala de aula, evidenciando a presença de um artefato valorizado na sociedade em um ambiente de aprendizagem, como propõe a *Dimensão social* (MALTEMPI, 2009). O autor destaca que é importante utilizá-los de modo educacionalmente produtivo, como foi proposto nas atividades descritas anteriormente, isso faz com que os alunos tenham ciência de outras utilidades do celular, mostrando que ele não serve tão somente para acessar redes sociais, mas também para desenvolver Matemática.

Além disso, os termos destacados nas falas mostram que a utilização do aplicativo, para os alunos, tornou o conteúdo mais fácil de ser entendido e deixou a aula mais interessante.

Também em minhas observações, percebi que durante as discussões finais todos os alunos prestavam atenção no que estava sendo pontuado e participavam da discussão, o que caracteriza o fato deles estarem interessados na aula contribuindo para as discussões. Dessa forma, entrelaçando minhas observações e a primeira e segunda resposta dos alunos supracitada, destaco o aparente interesse dos alunos nas aulas como sendo uma potencialidade do uso do celular, por despertar a atenção dos estudantes.

O celular está presente na sociedade e se populariza mais a cada dia¹³, além de fornecer uma gama de recursos, tornando-o, gradativamente, semelhante ao computador. Desse modo, sua valorização na sociedade se expande progressivamente à medida que esses aparelhos se popularizam. Assim, como destacado na segunda fala trazida acima, foi possível apresentar aos alunos que o celular pode ir além da interação social, proporcionando mudanças no ensino como as que aconteceram no ambiente de aprendizagem onde se passou a produção dos dados.

Voltando às discussões da aula desse encontro, o aluno do Grupo 4 ainda observou, com relação as informações fornecidas pelo *Matemática*, que o -2 corresponde ao valor do x e o 2 ao valor do y . O professor compartilha essa afirmação com os alunos e, então, relembra todas as discussões levantadas no item a), como mostrado no diálogo abaixo:

Professor: Então, o que de importante a gente observou nessa letra a)? A reta x é a da horizontal e a da y é a vertical. Outra coisa que o Aluno do grupo 2 falou, essa é uma função do primeiro grau, e toda função do...

Alunos: primeiro grau.

Professor: seu gráfico é uma...

Alunos: reta.

Professor: Então, atentos com isso. Função do primeiro grau o gráfico é sempre uma reta. O Aluno do Grupo 4 falou que a reta vai para o infinito e falou que o -2 é o x e o 2 é o y .

Os alunos concordaram e, então, o professor passou para a letra b). Ao ler a questão ocorreu o seguinte diálogo:

Aluno do Grupo 2: eles representam o valor de x e y ?

Professor: eles representam o valor de x e y como Aluno do Grupo 5?

Aluno do Grupo 5: f entre parênteses 0, ($f(0)$) igual a 2 representa o valor do y e o $f(-2)=0$ representa o valor do x .

¹³ Recente pesquisa divulgada pelo IBGE indica que o acesso a Internet é feito principalmente por celular. Disponível em <http://www1.folha.uol.com.br/mercado/2016/04/1757972-celular-se-torna-principal-meio-de-acesso-a-internet-nos-lares-diz-ibge.shtml>. Consultado em abril/2016.

Professor: vocês ouviram o que o Aluno do Grupo 5 falou? Ele falou assim $f(0)$ é igual a 2 e representa o valor do y e depois ele falou assim também que $f(-2)=0$ representa o valor do x.

Aluno do Grupo 1: mas aí o que tinha que representar o valor não é a bolinha onde está demonstrando ali (se referindo as bolinhas que aparecem no gráfico). Ali o igual não era para ser 0, era para ser -2?

Professor: Olha a pergunta do Aluno do Grupo 1. Aqui no igual não era para estar -2 no lugar do 0. Vocês concordam com ele?

Aluno grupo 4: Não, porque se $x=-2$, $-2 + 2=0$.

Professor: Entenderam o que ele falou?

Aluna do Grupo 1: eu entendi. Porque você tira do outro 2 não é, seria isso (se referindo ao 2 da equação $x+2$).

Professor: Tira do -2 é isso?

Aluna do Grupo 1: Ah, não sei professor. Só estou tentando.

Professor: Pode falar, quero saber o que você está pensando. Tira de qual 2?

Aluna do Grupo 1: pega aquele 2 e tira do outro dois.

Professor: Você fala para pegar esse 2 e tirar desse 2? (mostrando o 2 e o -2 que aparecem lá em cima (Figura 14)). Por isso que dá zero?

Aluna do Grupo 1: É professor.

Outra aluna do Grupo 1: Seria assim, professor, por exemplo, você está devendo dois reais para a pessoa, aí você paga com os outros dois, seria isso?

Professor: Mas aí você tem -2 e paga com o dois da onde?

Aluna do Grupo 6: Daquele positivo lá

Aluno do Grupo 1: Da equação

Professor: Da onde vocês acham, da equação ou desse ponto aqui?

Alunos: Da equação.

Professor: Se eu tenho $-2 + o 2$ da equação $= 0$. E se eu pegar o outro ponto que é 0 e substituir na equação o que acontece?

Aluno do Grupo 1: Dá 2.

Professor: O que vocês estão observando com isso? O que significa esse número entre parênteses?

Aluno do Grupo 1: O valor do x.

Professor: E quando eu substituo o valor do x então eu encontro o que?

Alunos: O valor da equação.

Aluna do Grupo 3: O aplicativo já mostra quem é y e quem é x.

Professor: O principal é o que está entre parênteses que é o valor do x, ou seja, quando meu x, nesse caso é 0, então o resultado é $0+2=2$. E esse valor aqui, porque $-2+2=0$.

Este diálogo é importante, pois é possível identificar aspectos da *Dimensão semântica*, que se refere à importância dos alunos manipularem elementos que trazem significados, que fazem sentido aos alunos, ao invés de formalismos e símbolos. No caso dessas atividades, os alunos se apropriaram da investigação dos gráficos de modo que, a partir das discussões realizadas, puderam expor suas opiniões, buscando a formalização do conteúdo. Além disso, para que os aprendizes descubram novos conceitos, “é necessário que os materiais usados carreguem significados múltiplos” (MALTEMPI, 2009, p.268), como é o caso do

Matemática, que além de plotar gráficos de funções permite a exploração da tabela de valores, entre outras funcionalidades do aplicativo que não foram exploradas.

Ainda em relação a esse excerto, destaco a presença de características referentes à *Dimensão sintônica* e aspectos que caracterizam uma atividade investigativa, no que diz respeito à interação aluno-aluno e aluno-professor, discutindo sobre função e sobre as conjecturas matemáticas levantadas em um ambiente de aprendizagem mediado pelo celular, que proporciona sintonia nesse ambiente entre os alunos, o professor e o conteúdo desenvolvido, favorecendo aspectos de interação, relação e interesse que são fundamentais no Construcionismo.

Ademais, nesse diálogo estão presentes a postura do professor de interrogar e não fornecer a resposta de imediato para os alunos, a postura dos alunos de participar da discussão e argumentarem sobre suas ideias e a importância da discussão final, que são fatores relevantes para o desenvolvimento de atividades investigativas, conforme abordado no Capítulo 4. Além disso, neste momento é possível observar o desenvolvimento do conceito de função sendo construído, quando os alunos percebem a relação entre os valores da informação referentes à bolinha, com a expressão da função, condizendo ao objetivo dessa pesquisa. Isto é, os alunos perceberam que o valor que fica entre parênteses ($f(x)$) é o valor do x que será substituído na função para retornar o valor do y . Assim, percebo que os alunos estão compreendendo a estrutura de uma função do segundo grau ($f(x) = ax^2 + bx + c$) como definida por Caraça (1951). Ou seja, a exploração permitiu que os alunos chegassem às suas próprias conclusões, juntamente com as questões levantadas pelo professor, evidenciando características do Construcionismo em suas falas. A partir desses dados, destaco o potencial do aplicativo e das atividades no que diz respeito à promoção de um diálogo matemático envolvendo alunos e professor, no qual há indícios de que produziram conhecimento por meio da investigação.

Continuando a discussão acima, o professor levantou a questão de onde estaria o zero no gráfico, e os alunos responderam que estava no centro, levando o professor a questionar onde seria o centro do gráfico. A partir desse questionamento, os alunos disseram que se tratava da intercessão entre os eixos x e y . Concordando com os alunos, o professor dá um *zoom* no aplicativo de modo a mostrar para a sala onde se encontram os eixos, afirmando que aquele é o ponto $(0,0)$, como apresenta o *Matemática*, também conhecido como origem. O fato de poder dar esse *zoom* e permitir que o aluno veja que o ponto de encontro entre as retas realmente é o zero da reta do eixo x , com o zero da reta do eixo y é uma particularidade do

celular, mais especificamente do aplicativo, o que caracteriza um diferencial em relação ao lápis e papel.

Em seguida, o professor passa para a próxima questão, envolvendo a tabela de valores e suas relações, a questão de número 4. Uma das alunas diz que em ambos os lados os números aumentam de um em um. Além disso, observaram que do número que estava entre parênteses, da coluna da esquerda, para o número em frente, na coluna da direita, aumenta de dois em dois, como é possível observar na Figura 15.

Figura 15: Print screen da tabela de valores fornecida pelo *Matemática*

tabela de valores	
$f(x) = x+2$	
de x= -3	até x= 3
passo: 1	CALCULAR
f(-3) =	-1
f(-2) =	0
f(-1) =	1
f(0) =	2
f(1) =	3
f(2) =	4
f(3) =	5

Fonte: Elaborado pela autora

A turma também entendeu que os números -3 e 3, apresentados em cima da tabela, representam o intervalo na qual a tabela é gerada. Concluíram que à medida que os valores atribuídos a x aumentam, os valores da coluna da direita também aumentam.

Em seguida, um dos alunos diz que o resultado (se referindo aos valores da coluna da direita) sempre será dois números maiores do que os da coluna da esquerda porque a expressão soma 2. Nesse momento, o professor repete a fala do aluno para que toda a turma ouça. Além disso, ele mostra no aplicativo essa conclusão apontando para as duas colunas e pergunta novamente porque está aumentando sempre dois. Uma das alunas responde justamente porque a equação é $x+2$. Nesse momento podemos perceber o conceito de Caraça (1951) sendo discutido através da interpretação da tabela de valores fornecida pelo *Matemática*, pois os alunos relacionaram o fato dos números estarem aumentando de dois em dois com a expressão da função, fazendo com que percebessem que quando um valor de x é substituído na função ela retorna o valor de x adicionado dois. Ademais, temos a discussão

sobre o conceito de função que é característica da *Dimensão semântica*, na qual os alunos focavam no conteúdo trabalhado com o *Matemática*, ou seja, os alunos falavam explicitamente sobre a função e gráfico trabalhado.

Nesse diálogo evidencio na fala dos alunos que eles conseguiram estabelecer a relação, pontuada por Caraça (1951), entre as duas colunas de modo a obedecer a lei da função plotada no aplicativo, que corresponde ao objetivo traçado nesta pesquisa. Percebe-se, também, que eles não encontraram apenas a relação entre os dois conjuntos, mas estabeleceram outras relações para depois chegarem a essa e as associarem com a função que estavam trabalhando. Ou seja, há indícios de que o celular possibilitou que os alunos, a partir da exploração da tabela de valores, construíssem o conceito de função pautados em suas observações.

De modo a iniciar o processo de generalização desse conceito estabelecido entre as relações entre as colunas, o professor questiona os alunos sobre o que aconteceria se a função fosse $f(x)=x+3$. Eles respondem que os valores da coluna da direita em relação à coluna da esquerda, estariam aumentando de 3 em 3. Concordando com a turma, o professor, então, afirma que, como eles já haviam mencionado no item b), o valor que está entre parênteses é o valor do x , então, questiona os alunos se eles substituírem esses valores de x na equação, dará o resultado da outra coluna. Nesse momento, os alunos voltam os olhos para seus celulares e começam a pensar na fala do professor. Pouco tempo depois os alunos respondem concordando com a fala do professor.

Em seguida, um dos alunos questiona o professor se os números em preto, da coluna da direita, correspondiam ao valor de y . O professor elogia a pergunta e faz ela para os alunos. Alguns respondem que é o valor da equação, outro aluno fala que é o valor do y justificando que “o valor que está entre parênteses é o valor que a gente escolhe e quando a gente substitui esse valor na função o resultado é o y ”.

O professor, então, deixa os alunos discutirem suas opiniões e retoma o que já haviam concluído, ou seja, que todo gráfico de uma equação de primeiro grau é uma reta e que os valores da esquerda da tabela são os valores de x . Além disso, ele diz que:

Professor: Então quando temos $f(0)$, sabemos que 0 é o valor do x e quando eu substituo o 0 na função eu tenho $0+2=2$. Vamos supor que eu peguei o $f(-2)$. Vou substituir o -2 no?

Alunos: x.

Professor: $-2+2=0$. Vocês me disseram que o que está entre parênteses é o x , só que esse resultado 2 e 0 não está ali ó (mostrando na tabela). $f(-2)$ não está aqui ó, e $f(0)$ não está aqui ó?

O Aluno do Grupo 5 fala que esse valor é o de y , e o Aluno do Grupo 1 fala que é o resultado. Após isso, o Aluno do Grupo 5 fala que:

*Aluno do Grupo 5: eu acho que esse valor “preto” é o resultado e o y . O resultado é a mesma coisa do y .
Professor: vocês concordam?*

O Aluno do Grupo 1 ainda não concorda e começa a discutir com seu grupo, além disso, todos os grupos começam a discutir sobre isso entre si. O Aluno do Grupo 1, que estava confuso, a partir das observações no aplicativo, e na discussão que estava havendo, foi explicar sua opinião para seu grupo. Nesse momento, fazendo sua explicação, ele mesmo se deu conta, através da sua fala, de que o y era o valor da equação.

Nesse momento o professor, percebendo que todos entraram num consenso e que a aula já estava por terminar, encerra a aula dizendo que: “*Quando a gente tem a expressão, nós queremos encontrar o valor de y . Por que? Por exemplo, quando o meu $x=0$, quanto vale meu y ? Vale 2 (Mostrando a tabela e o gráfico). E quando eu tenho $f(-2)$? Vale 0. Ou seja, todo ponto que se encontra na reta x , o y vai ser sempre 0. Todo ponto que se encontra na reta y , o $x=0$ ”*. Os alunos fazem um movimento com a cabeça concordando com o professor e o sinal toca.

Durante essa discussão é possível observar aspectos da atividade investigativa, na qual o papel do professor, mais uma vez, merece destaque pela condução da discussão final, fazendo um apanhado de todas as ideias e apresentando a conclusão final. No entanto, os alunos já haviam conseguido entender que o que estavam chamando de “resultado da equação” era o y , faltava apenas organizar o pensamento. Entretanto, pelo fato da aula estar acabando, o professor fez um fechamento, ajudando nessa organização das ideias lembrando que retomaria isso na próxima aula.

Nesse primeiro encontro, é importante destacar que além das características das dimensões e das atividades investigativas evidenciadas durante o texto, o tempo todo está ocorrendo a *Dimensão sintônica*, visto que, em todos os diálogos é possível ver os alunos falando de Matemática e interagindo no andamento da aula expondo suas ideias a respeito do conteúdo, de modo a buscar a construção do conceito de função. Esses momentos de discussão final proporcionaram que os alunos expusessem suas ideias e, por meio das indagações feitas pelo professor, refletissem sobre elas e aprimorassem suas conjecturas. Dessa forma, novas perguntas surgiam, o que enriquecia ainda mais as discussões.

Na próxima seção é apresentado o segundo encontro, bem como dados da entrevista com o professor e do questionário, assim como foi feito nessa seção.

6.2. Segundo Encontro

Semelhante ao primeiro dia, a atividade aplicada no segundo encontro era referente a funções quadráticas, como é possível ver na Figura 16. Nessa atividade, os “procedimentos 2, 3 e 4”, se referem aos itens da atividade do primeiro encontro, visto que as folhas desse dia foram entregues aos alunos novamente com essa segunda atividade.

Figura 16: Atividade aplicada no segundo encontro

Agora clique na seta no canto superior esquerdo para voltar e repita os procedimentos 2, 3 e 4, mas agora digite x^2-4 em frente de $f(x)=$ e em seguida responda os itens a seguir.

- O que você pode dizer sobre o gráfico? Qual a diferença entre esse e o primeiro gráfico?
- Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=-4$, $f(-2)=0$, $f(2)=0$ e $\text{Min}(0;-4)$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?
- Agora siga o passo 4 novamente. Os números que aparecem se relacionam de alguma maneira? Qual?

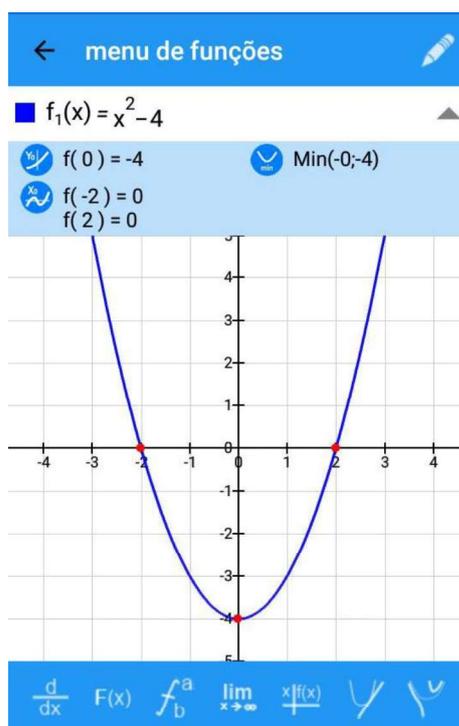
Clique na seta no canto superior esquerdo novamente até chegar na tela de *funções*. Clique no + no canto inferior direito e crie um gráfico no aplicativo seguindo os mesmos passos que você usou acima. Explore o gráfico que você criou se baseando também nas questões respondidas anteriormente.

A partir das observações feitas nos gráficos explorados, o que você pode dizer sobre x e $f(x)$? O que cada um deles representa? E nos gráficos?

Fonte: Elaborado pela autora

Após a exploração em grupo dessa atividade, o professor plotou o gráfico sugerido pela atividade no tablet, com o auxílio da televisão, que ficou com a aparência da Figura 17. Então, iniciou a discussão perguntando o que eles puderam observar a respeito do gráfico $f(x)=x^2-4$, questionando a respeito da diferença entre esse gráfico e o da atividade realizada no primeiro encontro. Os alunos prontamente responderam que o gráfico se tratava de uma parábola. Como descrito no Capítulo 5, os alunos já haviam estudado equações do segundo grau, com isso, já sabiam classificar um gráfico quanto reta ou parábola. Então, o professor questionou os alunos a respeito da concavidade da parábola.

Figura 17: Gráfico traçado no segundo encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Nesse momento, alguns dos alunos diziam que a concavidade estava para cima, outros, para baixo. Além disso, alguns mostravam com a mão, Figura 18, como a parábola estava posicionada no plano cartesiano. Quando o professor questionou os estudantes a respeito de suas respostas, uma aluna do Grupo 3 disse que estava para baixo porque a “curvinha” estava em baixo. Muitas vezes, quando professores estão explicando esse conteúdo e falam sobre a concavidade da parábola estar para cima ou para baixo, não sabem ao certo o que o aluno está entendendo por concavidade, podendo gerar essa dúvida, como aqui apresentada. Quando o professor, então, explicou sobre “olhar para a abertura da parábola”, a aluna logo se corrigiu respondendo, então, que ela estava para cima. Nesse trecho destaco a importância de dar voz ao aluno em sala de aula, na qual há o ganho de ambas as partes, do aluno que pode expor o modo como está entendendo o conteúdo que está sendo trabalhado e do professor que pode compreender como seus alunos estão interpretando a matéria e mudar o modo da explicação caso perceba uma confusão como essa descrita anteriormente.

Figura 18: Aluno mostrando a concavidade da parábola com as mãos



Fonte: Dados da pesquisa

Continuando com a discussão a respeito do posicionamento do gráfico, uma aluna do Grupo 6 afirma que a concavidade da parábola estava para cima porque marcava um ponto de mínimo, o -4 . O professor concorda com a afirmação e mostra para os alunos que o aplicativo fornece essa informação acima do gráfico, como é possível identificar na Figura 17, exibida anteriormente, e complementa dizendo que:

Professor: Uma informação importante é que esse bico é chamado vértice da parábola, e toda parábola dessa maneira aqui [com a concavidade para cima] vai ter um ponto de?

Alunos: Mínimo.

Questionando novamente os alunos sobre o porquê de a parábola estar com a concavidade voltada para cima, um dos alunos do Grupo 2 diz que é porque o número que acompanha o x^2 é negativo, -4 . Já uma das alunas do Grupo 6, discordando do colega, afirma, então, que a parábola tem a concavidade para cima porque o x^2 está positivo, e que se ele fosse negativo estaria para baixo. O professor repete o que a aluna disse para a sala toda poder ouvir sua ideia e em seguida faz o teste no aplicativo para a turma poder ver essa afirmação. O professor pergunta para a aluna qual função ela havia usado para chegar a essa conclusão, e então ela propõe $f(x)=-x^2-4$.

Enquanto o professor plota a função sugerida no seu aplicativo, alguns alunos vão fazendo também em seus próprios celulares e já afirmam que, realmente, a afirmação da aluna do Grupo 6 estava correta, ou seja, os alunos concluem que o gráfico da função $f(x)=-x^2-4$ tem a concavidade voltada para baixo, pois o número que acompanha o x^2 é negativo. Isso mostra o indicativo de uma potencialidade do uso do celular: certa independência dos alunos com relação ao professor, uma vez que eles não precisaram aguardar o professor construir o gráfico para verificar a afirmação da colega, cada um pôde fazer no seu dispositivo. Essa

praticidade de testar gráficos e conjecturas à medida que vão tendo curiosidade, também foi destacada na fala de um dos alunos no questionário:

“Eu achei a aula mais intuitiva e mais interessante, pois uma coisa que notei é que durante a hora de responder as perguntas há mais pessoas discutindo sobre a resposta e quando o professor fala que vai explicar, todos ficam quietos prestando atenção na explicação. Também, achei mais legal é que você acaba tendo mais liberdade na hora da curiosidade, pois no aplicativo nós podemos por números aleatórios e ver os resultados, ver como foi feito e isso é mais difícil no papel e caneta.”

Nessa fala, o aluno se refere a questões bastante relevantes para a Educação Matemática, tais como *curiosidade*, *intuição* e *discussão*, possíveis de serem associadas, respectivamente, ao interesse, a uma visão que vai além de enxergar a Matemática como *locus* no qual somente o certo ou o errado tomam parte, e ao pensar e se expressar em Matemática. Tais características também podem ser facilmente associadas às ideias construcionistas de Papert (1985), que enfatiza que o artefato tecnológico possibilita situações propícias e ricas para a construção do conhecimento, de modo que os alunos estejam engajados com o ambiente e com as atividades, levando-os ao teste de suas próprias conjecturas. Além disso, essa facilidade de utilizar o aplicativo sem precisar esperar o professor é característica da *Dimensão sintática* (MALTEMPI, 2009), aspecto que também pode ser considerado como uma potencialidade do celular, visto que essa autonomia com o recurso que está sendo utilizado não acontece na maioria dos softwares utilizados no computador. Uma vez que o celular está presente no dia a dia desses alunos e, também, pelo fato do *Matemática* possuir uma interface simples de manusear, sem que seja necessário combinações de teclas para habilitar determinada função, basta um toque.

Continuando a discussão desse segundo encontro apresentada nas gravações, o professor mostra que o vértice da parábola realmente ficou para baixo e sugere alterar o valor do número que acompanha a função, como sugerido por um aluno do Grupo 2 e do Grupo 4. Antes disso, o professor compara as duas funções e diz:

Professor: Olhem a diferença. A gente falou, então, que uma parábola que tem esse desenho [desenha uma parábola com concavidade para cima na lousa] tem ponto de?

Alunos: Mínimo.

Professor: Essa parábola, então [mostrando a nova parábola traçada no Matemática]. A outra tinha um ponto de mínimo e essa vai ter um ponto de que?

Alunos: Máximo.

Professor: E por que ela tem ponto de máximo?

Aluno 2: Porque ele é o ápice.

Aluno 1: Porque todo número para baixo dele é menor que ele.

O professor concorda com as respostas e afirma que realmente tem um ponto de máximo, porque todos os números abaixo são menores que ele, mostrando o ponto de máximo no gráfico. Um aluno do Grupo 2 pergunta por que a parábola está para baixo do eixo x . O professor explica, baseado no que a aluna do Grupo 6 havia dito:

Professor: Quando você tem uma parábola negativa, com o x^2 negativo, ela é voltada para baixo. Ela está para baixo do eixo x porque qual é o valor dela aqui [apontando para o -4 da função]? $-x^2-4$. Esse -4 não está passando aqui no valor do y [mostrando o vértice da parábola]?

Em seguida, o professor continua a explicação traçando outro gráfico, como sugerido pelo aluno do Grupo 2 e do Grupo 4, $f(x)=-x^2+4$ e pergunta para os alunos o que está acontecendo. Alguns alunos dizem que agora está cortando o eixo y mais para cima.

Professor: E onde está cortando o eixo y ?

Alunos: No 4.

Professor: Por que? Qual é esse valor aqui agora [apontando para o $+4$ da função]?

Alunos: $+4$.

Aluno do Grupo 2: Então agora está cortando para cima.

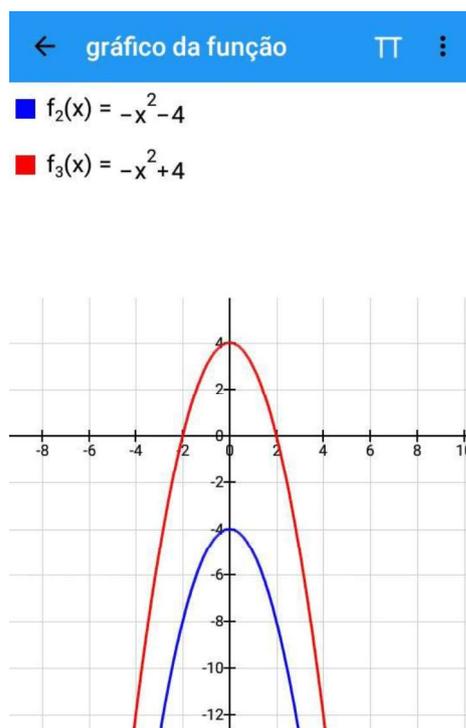
Professor: Agora está cortando para cima. E quem está determinando isso?

Aluno do Grupo 3: O 4.

Professor: O 4, muito bem.

Sugeri, então, que o professor traçasse os dois gráficos na mesma tela para que os alunos pudessem ver as conclusões que haviam tirado, de modo a obter os gráficos como na Figura 19.

Figura 19: Gráficos traçados no segundo encontro



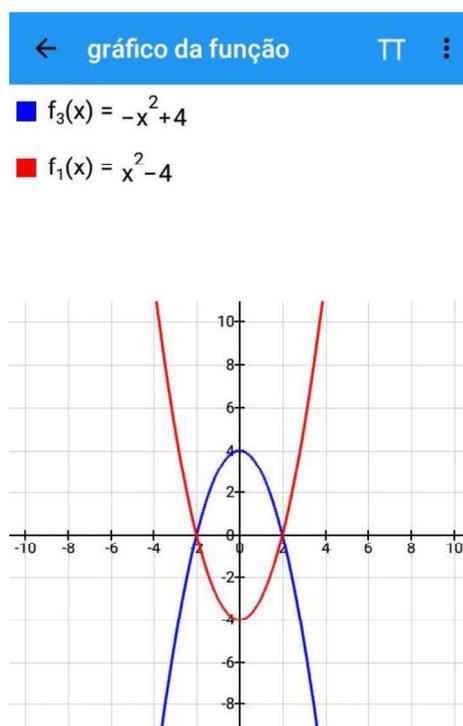
Fonte: Elaborado pela autora

Olhando para os dois gráficos, o professor pergunta onde está o vértice do gráfico vermelho e do gráfico azul, mostrando a correspondência com a equação das funções escritas acima. Em seguida um aluno conclui:

Aluno do Grupo 3: Então, quem determina o vértice da parábola é o 4 e quem determina se está para cima ou para baixo é o x^2 . Se está para cima o x é positivo, se está para baixo o x é negativo.

O professor elogia a fala do aluno e repete para que a sala toda possa ouvir. De modo a confirmar a fala do aluno e a discussão que ocorria, o professor plotou, na mesma tela, duas funções: uma com a concavidade para cima e uma com a concavidade para baixo, como mostra a Figura 20, para comparar e mostrar novamente aos alunos, enfatizando em sua fala quem determina a concavidade da parábola e quem determina onde o gráfico corta o eixo y .

Figura 20: Gráficos traçados no segundo encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 31) afirmam que “o surgimento de conjecturas leva à necessidade de fazer testes”, nesse caso, para ter certeza em relação ao comportamento do gráfico, foram traçados outros de modo a poder comparar as regularidades. À medida que foram testando suas conjecturas, outras novas foram aparecendo e, assim, outros gráficos foram construídos. Nesse sentido, a utilização do aplicativo *Matemática* contribuiu bastante, pois permitia traçar os gráficos em um mesmo plano e de maneira imediata, possibilitando que os alunos visualizassem suas hipóteses. Esse *feedback* imediato é uma particularidade do aplicativo sendo característica da *Dimensão social* (MALTEMPI, 2009), ou seja, a valorização desse recurso.

Ainda em relação a essa discussão supracitada é importante destacar a presença de características da Atividade Investigativa, na qual o professor instiga os alunos com questões, a interação aluno-aluno e aluno-professor, e também, bastante presente nesse encontro, o teste de conjecturas, que “é um aspecto do trabalho investigativo que os alunos, em geral, interiorizam com facilidade e que se funde, por vezes, com o próprio processo intuitivo” (PONTE, BROCARD; OLIVEIRA, 2013, p.33). Isso acontece, pois o aluno levantou as hipóteses e ele mesmo verificou sua validade com o aplicativo.

Além da fala do aluno a respeito da possibilidade de testar diversos valores no aplicativo à medida que é tomado pela curiosidade, é possível identificar na fala do professor

a questão da exploração de diferentes gráficos, no momento em que os alunos solicitavam, como no excerto abaixo:

O aplicativo é bom nisso. Você coloca vários valores, vários gráficos e conforme o aluno tem uma dúvida sobre um ou sobre outro o aplicativo permite fazer essa alteração e o aluno não fica com essa dúvida, porque na lousa, qualquer coisa que ele te pergunte você vai ter que parar e construir o gráfico. Se você quiser colocar seis gráficos na lousa é complicado, demanda tempo. Seria interessante também se você tivesse um giz colorido para cada gráfico e lá, automaticamente já sai colorido. Então, acho que o aplicativo foi muito bom.

Nesse trecho evidencio, também, características da *Dimensão social* (MALTEMPI, 2009) devido ao professor apontar a importância do celular, em particular do aplicativo *Matemática*, para traçar os gráficos. Desse modo, o celular foi fundamental, pois além de traçar rapidamente os gráficos, otimizando o tempo que seria gasto para construir na lousa, o *Matemática* automaticamente os traçava de cores diferentes, correspondendo às cores das funções identificadas acima, como é possível verificar nas Figuras 19 e 20. Em vista disso, ressalto como possíveis potencialidades do uso do celular na sala de aula as seguintes características discutidas em relação a esse excerto das filmagens: o teste de conjecturas levantadas pelos próprios alunos durante as aulas de forma rápida, devido o *feedback* imediato oferecido pelo aplicativo, e a otimização do tempo gasto para traçar diversos gráficos, em relação ao professor, caso ele fosse construir todos na lousa. Esse *feedback* permitiu a construção de todos os gráficos propostos pelos alunos em pouco tempo, ao contrário do que seria utilizando giz e lousa. Além disso, os gráficos eram plotados de cores diferentes, o que facilitava a identificação pelos alunos, da função correspondente.

Ainda durante a aula, uma das alunas do Grupo 3 perguntou para o professor porque aparece o i (número imaginário)¹⁴ dentre as informações acima do gráfico. O professor fala sobre a expressão daquela função ser de segundo grau, e questiona os alunos sobre como resolver e eles respondem que é por Bhaskara¹⁵. Nesse momento alguns alunos reclamam o fato de ter que fazer “essa coisa chata até aqui”, com o sentido de que com o celular estava mais interessante e não queriam voltar a fazer contas no caderno. O professor relembra os alunos que quando utilizamos a fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes de uma função é

¹⁴ O aplicativo sofreu atualizações automáticas. Na versão usada para gerar as figuras desta dissertação as informações relacionadas aos números imaginários não aparecem, por isso não constam nas imagens anteriores o i .

¹⁵ “A fórmula de Bhaskara é principalmente usada para resolver equações quadráticas de fórmula geral $ax^2+bx+c=0$, com coeficientes reais, com $a \neq 0$ e é dada por: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.”

possível obter três valores distintos para o delta (Δ), ou seja, maior do que zero ($\Delta > 0$), igual à zero ($\Delta = 0$) e menor do que zero ($\Delta < 0$). Em seguida, explica que quando temos $\Delta > 0$ a função possui duas raízes reais distintas, quando $\Delta = 0$ a função possui duas raízes reais iguais, ou seja, possui uma raiz e, aprofundou o caso $\Delta < 0$ dizendo que neste caso a função não possui raiz real, mas possui raízes complexas que são denotadas pela letra i que, também, aparece no aplicativo. O professor, ainda, afirma que o conjunto numérico dos complexos será estudado em anos posteriores.

Com relação a esse excerto, saliento, além da curiosidade em perguntar sobre outras informações que aparecem no aplicativo, a *Dimensão pragmática* (MALTEMPI, 2009), que evidencia a exploração de conteúdos que vão além dos que estavam propostos para serem trabalhados devido a constante busca pelo saber. Nesse sentido, observo traços de que o aplicativo permitiu que o professor abordasse, em sua aula de função, o conteúdo de números complexos que é estudado em anos posteriores, mas, devido essas atividades, puderam ter um contato antecipado com esse conteúdo, evidenciando outra potencialidade do recurso utilizado.

Continuando com a discussão, o professor recapitula o que foi discutido nessa primeira questão, como vemos abaixo:

Professor: Função do segundo grau o gráfico é sempre uma?

Alunos: Parábola.

Professor: A parábola vai ser com concavidade para cima se?

Alunos: O [coeficiente do] x^2 for positivo.

Professor: A concavidade é para baixo se?

Alunos? O [coeficiente do] x^2 for negativo.

Professor: Toda parábola com concavidade para cima vai ter ponto de máximo ou de mínimo?

Alunos: Mínimo.

Professor: E a concavidade para baixo?

Alunos: de máximo.

Esse diálogo representa um resumo de todo conteúdo explorado e discutido durante a aula, no qual é possível evidenciar as propriedades trabalhadas, a saber: todo gráfico de função quadrática é uma parábola, a concavidade é determinada pelo sinal do valor que acompanha o x^2 , toda parábola tem ponto de mínimo quando sua concavidade está voltada para cima e ponto de máximo quando está voltada para baixo. Esse diálogo sobre o conteúdo é característica da *Dimensão semântica* (MALTEMPI, 2009) que aborda exatamente a importância de conversar e manipular elementos matemáticos de modo que os alunos produzam significados.

Muito do que foi comentado nesse primeiro item relacionava-se com as perguntas seguintes. O item b), por exemplo, após o professor fazer a leitura e voltar seu aplicativo para o gráfico proposto, ele pergunta aos alunos o que eles colocaram. Os alunos afirmam, então, que o mínimo corresponde ao vértice da parábola. Em seguida, o professor pergunta por que $f(0)=-4$? Os alunos afirmam que é devido ao valor atribuído ao x , e complementam substituindo na função dizendo que “porque 0 vezes 0 é igual a 0, $-4 = -4$ ”. O professor repete para a turma o que o aluno do Grupo 1 falou para que todos entendam a fala do colega. Logo depois, ele substituiu também os pontos -2 e 2 como aparecem na informação do aplicativo mostrado anteriormente na Figura 17. Após fazer essas substituições oralmente, um dos alunos pede para ver essa informação. Nesse momento, o professor apresenta aos alunos essas substituições na lousa, mostrando que o delta realmente é positivo e que as duas raízes encontradas são -2 e 2. Os alunos vão falando as fórmulas e os valores de a , b e c , sempre auxiliando o professor com as contas.

O professor conclui com os alunos que para descobrir onde a parábola corta o x , basta aplicar Bhaskara e que para desenhar o gráfico é preciso encontrar as raízes, e depois ir substituindo valores. Nesse momento, os alunos vão falando valores para o professor e eles vão substituindo e, conjuntamente, verificam com o gráfico traçado pelo *Matemática*. Esses testes evidenciam, mais uma vez, características das Atividades Investigativas em relação à possibilidade de testar suas conjecturas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Além disso, ressalto a importância da utilização de não apenas uma tecnologia, mas de outras também disponíveis ao professor de modo a buscar enriquecer a aula e melhor atender aos alunos.

Nas respostas ao questionário aplicado aos alunos, foi possível identificar a associação da otimização do tempo em que o conteúdo foi abordado com a possibilidade de construir os gráficos rapidamente. Abaixo apresento algumas dessas falas:

“Com a utilização do aplicativo o gráfico das funções de primeiro e segundo grau ficaram mais claros, dando auxílio no momento de encontrar determinados valores em seus eixos x e y . Creio que o conteúdo foi ‘absorvido’ mais facilmente e em menor tempo”.

“O aplicativo mostra como resolver funções de um jeito mais prático, pois para fazer no papel pode demorar muito. Aprendi muito com esse aplicativo, pois quando temos uma função x^1 sempre teremos uma reta, e se for x^2 sempre forma uma parábola, Então usando esse aplicativo pudemos resolver funções mais rápido”.

Nesse contexto, destaco nas falas dos alunos que explorar e trabalhar os conceitos traz “uma sensação de praticidade e poder, incentivando cada vez mais a busca pelo saber” (MALTEMPI, 2009, p. 267). É possível observar isso durante o encontro quando os alunos exploravam os gráficos das funções. Como o aplicativo permitia que eles plotassem os gráficos de maneira instantânea, ao contrário do que se fosse desenhado no papel, para eles o conteúdo foi trabalhado de forma mais rápida por essa praticidade, assim como evidenciado nos termos destacados nas respostas dos alunos. Além disso, por proporcionar um *feedback* instantâneo, os alunos puderam explorar gráficos que iam além do que a atividade oferecia, enfatizando essa busca pelo saber apontada por Maltempi (2009). Com isso, o professor passa a ter mais tempo para deixar os alunos experimentarem e dialogarem entre si e com o professor, sendo que isso praticamente fica inviabilizado, atualmente, nas aulas tradicionais. É nesse momento em que o tempo passa a ser otimizado, levando-os a explorar além do que foi solicitado. Dessa forma, percebo nessas falas traços da *Dimensão pragmática*.

Ao final, após perceber que todo conceito havia sido abordado, o professor conclui dizendo que: “*Isso que é função, para cada valor de x , tenho um único correspondente em y* ”. Os alunos perguntam “*por que função é importante?*”. O professor, então, dá o exemplo de uma questão da prova do ano anterior que falava sobre o lucro máximo de uma empresa e que para resolver era necessário encontrar o ponto de máximo. Os alunos se interessam e querem saber como calcula o vértice de uma parábola.

Nesse momento, com a minha intervenção, relembro a fala de um aluno que disse que o vértice estava no meio, com relação a tabela de valores que eles haviam explorado. O professor concorda e mostra para os alunos que, então, basta calcular a média das raízes, que se obtém o vértice. Essa propriedade, de encontrar vértices da parábola, consta no currículo do 1º ano do Ensino Médio, mas foi possível trabalhar brevemente com os alunos devido ao interesse que eles tiveram e também pelo desenrolar das atividades, que proporcionou a visualização de diferentes gráficos, tendo clareza de como os dois pontos do gráfico se comportavam em relação ao vértice, despertou interesse nos alunos em querer saber mais sobre o assunto.

Mais uma vez destaco o contato dos alunos com um conteúdo que será trabalhado em anos posteriores nos levando a refletir sobre um potencial para proporcionar mudanças no currículo, assim como propõe Papert (1994), argumentando que é possível aprender um conteúdo sem seguir um currículo e sem segregação por faixa etária. Ainda, evidencia que o computador pode auxiliar nesse processo de aprendizado. Neste caso, o celular, assim como preconizado por Papert (1994), foi fundamental para que conteúdos além dos propostos nas

atividades fossem brevemente explorados, incluindo assuntos que serão trabalhados em anos seguintes da vida escolar dos alunos.

No final da aula, já com relação à última questão, os alunos responderam prontamente que $f(x)$ é o valor da equação, e x é o valor a ser substituído. Além disso, concluíram que o $f(x)$ é o valor de y como já haviam concluído no dia anterior. Isso evidencia que os alunos compreenderam o que foi discutido no primeiro encontro e conseguiram associar que o conceito obtido para funções de primeiro grau, também se aplica às funções quadráticas. Na próxima seção apresento o terceiro encontro e suas principais discussões.

6.3. Terceiro Encontro

No terceiro encontro a folha de atividade envolvia as seguintes questões para serem trabalhadas com os alunos (Figura 21):

Figura 21: Atividade aplicada no Terceiro Encontro

Explore os gráficos das seguintes funções:

- a) $f(x)=x+1$
- b) $f(x)=2x-4$
- c) $f(x)=-x+3$
- d) $f(x)=-4x-1$
- e) $f(x)=5x$
- f) $f(x)=x$

Funções dessa forma são chamadas de Função Afim.

- 1) Após explorar as funções acima, o que você pode dizer sobre as diferenças e semelhanças entre os gráficos?
- 2) Como seria a forma adequada para escrever uma função afim de forma generalizada?
- 3) Explore outros tipos de função afim e escreva suas observações.

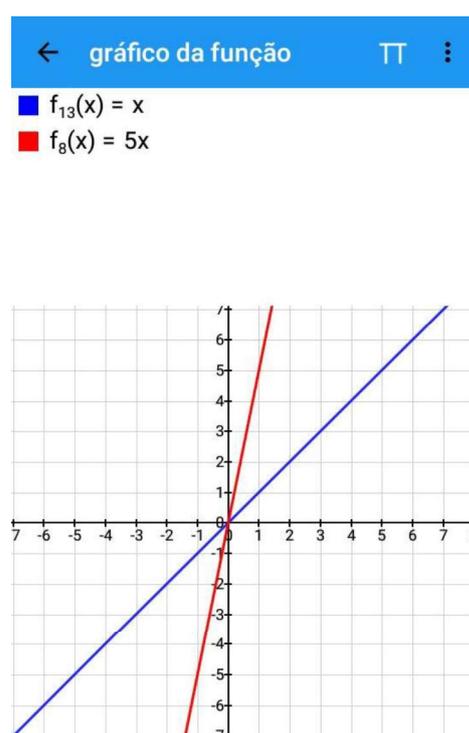
Fonte: Elaborada pela autora

Durante a exploração das atividades em grupo pude perceber, já no segundo encontro, que os alunos não chamaram o professor e eu com tanta frequência para tirar dúvidas relacionadas às questões. Nesse terceiro encontro, essa característica ficou ainda mais evidente, pois eles quase não nos chamaram. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) afirmam que isso é comum e mostra que os alunos foram percebendo que o papel do professor era de apoiar seus trabalhos e não apenas validá-los. Desse modo, as perguntas sobre estar certo ou errado foram diminuindo à medida que os alunos foram interiorizando seu papel e o do professor nessas aulas.

O professor iniciou a discussão construindo alguns dos gráficos no aplicativo de modo que todos pudessem visualizar na televisão. Em seguida, fez a primeira pergunta que estava na folha de atividades para os alunos, acerca da diferença e semelhança entre os gráficos. As respostas dadas foram: todas são funções do primeiro grau e todos os gráficos são uma reta. Sendo assim, noto que a partir da exploração dos diferentes gráficos, eles perceberam qual era a semelhança entre eles, logo, concluíram que Função Afim são funções de primeiro grau e que seu gráfico é sempre uma reta. Mais uma vez, como observado nos encontros anteriores, o aplicativo permitiu a exploração de diversos gráficos rapidamente de modo que os alunos puderam perceber um padrão nas construções. Essa característica evidencia a *Dimensão social* (MALTEMPI, 2009), visto que o instrumento utilizado foi o precursor dessas conclusões nas aulas.

Em relação à diferença entre os gráficos, um aluno do Grupo 1 apontou que os gráficos das letras e) e f) passam pela origem, como mostrando na Figura 22.

Figura 22: Gráficos traçados no terceiro encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Nesse momento, o professor os questiona e tem-se o seguinte diálogo:

Professor: E por que vocês acham que eles passam pela origem?

Aluno do Grupo 1: Porque só tem o b [se referindo ao valor que acompanha o x].

Aluno do Grupo 4: Porque não tem o valor [se referindo ao número sozinho da função (c)].

Professor: O c dela é quanto?

Aluno do Grupo 1: Zero!

Professor: Ou seja, quando você tem uma função do primeiro grau e o valor de c é zero, [um aluno do Grupo 3 responde no meio da fala que o gráfico vai passar na “original”, se referindo a origem] vai passar sempre onde?

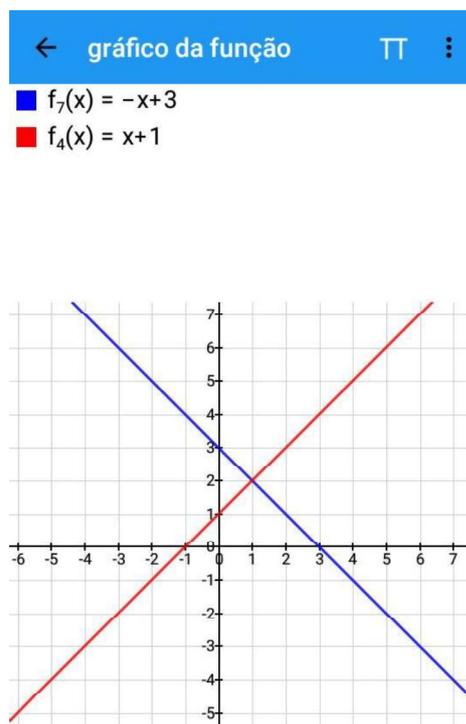
Alunos: Na origem.

Professor: Na origem, e não original. Quase isso! Então vai passar sempre na origem. Boa!

Com esse diálogo, é possível observar a importância da exploração de diferentes tipos de gráficos de funções de mesmo grau, pois os alunos conseguiram identificar através da visualização e comparação dos gráficos, que as únicas funções que não tinham um número somando ou subtraindo passavam pela origem, enquanto as outras não. Assim, evidencio a característica da Atividade Investigativa, assim como apontado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), na qual os alunos aceitam as conjecturas que eles encontram depois de terem verificado para um número pequeno de casos. Nessa atividade isso não foi problema, pois os alunos estavam corretos. No entanto, em outros casos, cabe ao professor instigar os alunos a testarem outros exemplos para estimulá-los a encontrar contraexemplos, caso haja (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013).

Além dessa diferença, a aluna do Grupo 6 apontou que: “*Quando o x é positivo, a reta é crescente e quando o x é negativo, a reta é decrescente*”. Quando a aluna fala “ x é positivo” ela está querendo dizer que o valor que acompanha o x é 1. E quando “ x é negativo”, o valor que acompanha o x é o -1. Para verificar o que foi falado pela aluna, o professor plota os gráficos das funções a) e c), assim como apresentado na Figura 23.

Figura 23: Gráficos traçados no terceiro encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Nesse momento o professor explica aos alunos como se deve fazer a leitura de um gráfico. Ele explica que a leitura do gráfico é feita da esquerda para a direita, assim como fazemos para ler textos e escrever. Ele ainda afirma que quando o gráfico está subindo, ou seja, quando o ângulo da inclinação da reta em relação ao eixo x é um ângulo agudo ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), temos uma função crescente e quando o gráfico está descendo, ou seja, quando o ângulo da inclinação da reta é um ângulo obtuso ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$), temos uma função decrescente. No diálogo abaixo destaco que o professor, mesmo explicando o conteúdo explorado, conta com a participação dos alunos.

Professor: Vocês estão olhando o gráfico e pensa nele da esquerda para a direita. Por exemplo, o vermelho [se referindo ao gráfico da Figura 23] é dessa daqui, $x+1$ [apontando para a função em cima do gráfico]. Se eu olhar da esquerda para a direita, o gráfico está subindo, está descendo, o que está acontecendo?

Alunos: Está subindo!

Professor: Está subindo, está crescendo. Então quando o gráfico está subindo ele é chamado de gráfico de função crescente. Olha o azul, se eu olhar o azul da esquerda para a direita, ele está subindo ou está descendo?

Alunos: Descendo!

Professor: O azul é essa aqui, $-x+3$ [apontando para a função a cima do gráfico] se o azul está descendo, essa função é chamada de crescente ou decrescente?

Alunos: Decrescente

Professor: E quem manda nisso aí?

Alunos: O x.

Professor: Então, quando o número que acompanha o x é positivo, a função é crescente e quando é negativo, a função é decrescente.

Desse modo, é possível evidenciar o estudo de algumas propriedades das funções afim, sendo elas: sempre que o c é zero temos que o gráfico da função passa pela origem; quem determina se a função é crescente ou decrescente é o sinal do coeficiente do x , sendo que, se esse valor for positivo a função é crescente e se for negativo é decrescente. Chamo atenção novamente para a importância do aplicativo nessa atividade, pois permitiu a exploração de diversos gráficos de forma rápida. Sendo assim, os alunos puderam testar suas conjecturas e fazer conclusões pertinentes sobre a relação entre a função e o gráfico correspondente, evidenciando indícios da potencialidade do celular para a construção de conhecimentos por meio do amadurecimento de ideias.

Ao perguntar se mais alguém gostaria de comentar alguma coisa sobre a questão, um aluno do Grupo 4 menciona que o valor de x no gráfico do item d) é um número decimal. O professor então plota o gráfico, como na Figura 24 e mostra para os demais alunos perguntando:

Professor: O que significa esse valor entre parênteses mesmo? [apontando para o -0,25 acima do gráfico].

Alunos: O x.

Professor: Isso! E o resultado é quem?

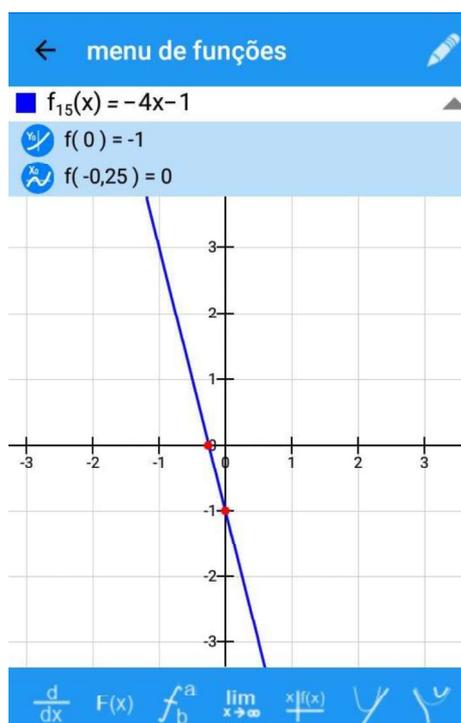
Alunos: O y.

Professor: Muito bem. Ou seja, vou aproximar aqui [dando zoom no aplicativo]. Quando x é -0,25, quanto vale o y?

Alunos: Zero.

Professor: Certo, então aqui [apontando para a interseção do gráfico com o eixo x], corta no -0,25. Isso aqui pessoal, nós estamos vendo no aplicativo, depois eu vou ensinar vocês a fazerem à mão. Pois pensa numa prova, vocês não vão poder usar o celular e o aplicativo. Então depois eu vou trabalhar com vocês esses gráficos para a gente poder fazer no caderno. Por isso nós resolvemos primeiro trabalhar primeiro no aplicativo para vocês verem as várias diferenças, certo? Eu acredito que vai ficar mais fácil para vocês entenderem quando eu for fazer na lousa.

Figura 24: Gráfico traçado no terceiro encontro



Fonte: Elaborado pela autora

O fato dos alunos precisarem saber construir os gráficos das funções no caderno, também foi abordado pelo professor durante a entrevista gravada, quando perguntei se as atividades e as discussões ajudaram a dar continuidade na matéria e o professor afirmou que:

Ajudaram, porque é como eu comentei com você, a gente fez as atividades no aplicativo, vimos função crescente, decrescente, reta, parábola, deslocamento, só que eles precisam saber fazer no caderno, porque, infelizmente numa prova, ou numa prova do governo eles não vão poder usar o aplicativo.

No que diz respeito às provas, esse tema é bastante discutido no âmbito da Educação, principalmente no estado de São Paulo, relacionado às provas externas, por exemplo, o SARESP, discutido no Capítulo 2. A importância dessa prova também foi perceptível na preocupação da coordenadora da escola onde foi desenvolvida esta pesquisa. Dessa forma, era necessário que os alunos soubessem construir os gráficos sem o auxílio do *Matemática*, pois durante a prova eles não teriam acesso a nenhum recurso que pudesse ajudar nesse processo.

Voltando à questão do uso do celular, o professor destaca também, durante a entrevista, que depois de trabalhar os gráficos no caderno ele deu uma Lista de Exercícios Avaliativos sobre gráficos, elaboradas a partir do Caderno do Aluno para que eles resolvessem em dupla e entregassem a ele valendo nota. O professor afirma que a primeira coisa que os alunos perguntavam era se podia utilizar o aplicativo. Nesse momento ele sugeriu aos alunos que tentassem fazer sem o uso do celular, efetuando as contas, encontrando os

valores de y após atribuir os valores de x e traçar o gráfico no caderno, mas incentivou que usassem posteriormente o *Matemática* para conferir o gráfico. Com relação a isso o professor comenta sobre a tabela de valores que o aplicativo fornece e como isso ajudou os alunos.

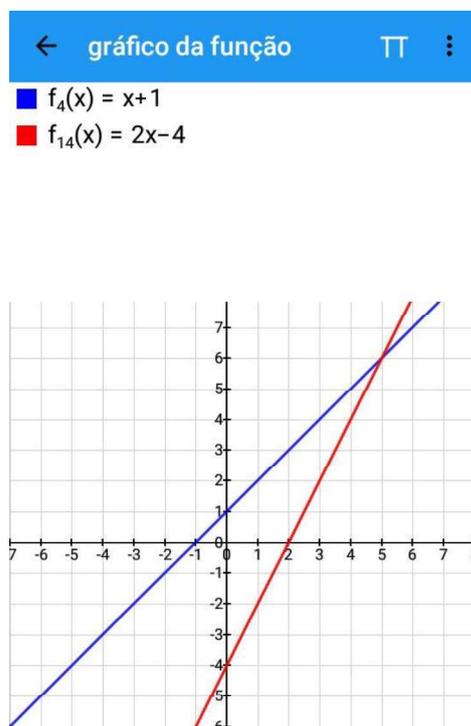
Porque outra coisa interessante no aplicativo é a tabela de valores. Então o que eu observei nessa atividade valendo nota é que às vezes os valores não batiam porque os alunos tinham dificuldade na realização da parte mais algébrica. Por exemplo $-3x^2$, quando ele vai fazer $(-2)^2$ ele ainda confunde o sinal. $(-2)^2$ vai ficar positivo, e muitos colocavam negativo; aí ele olhava para a tabela de valores do aplicativo e falava “mas porque deu esse valor?” eu falei, “ó vamos ver o que você errou ó, quanto é $(-2)^2$?”. “Ah é positivo”. Então isso é legal também, o aluno tem a tabela de valores para ele ver que não bateu com o resultado dele e ele tentar enxergar “o que eu errei?”, que aí é a parte mais matemática mesmo, de conta que eles precisam revisar. Mas eu achei que foi muito bom, muito proveitoso, a sequência das atividades. Eles mesmos perguntam “posso usar? Posso usar?” Achei que foi bem proveitoso nesse sentido.

Desse excerto realço o interesse dos alunos em continuar usando o aplicativo, o que mostra que eles gostaram de trabalhar utilizando o celular. Além disso, é relevante enfatizar a postura do professor frente a esse desejo dos alunos. Ele poderia negar a utilização do aplicativo, no entanto, utilizou desse recurso para que os alunos pudessem conferir suas resoluções e à medida que surgiam dúvidas, o professor era chamado. Assim, acredito que o celular auxiliou os alunos, que já puderam comparar suas respostas com as do *Matemática* de forma rápida e também se tornou um colaborador para o professor, que não precisou conferir as respostas de todas as duplas, mas sim, ajudar os alunos quando as respostas eram distintas. Além disso, ressalto o fato do aplicativo proporcionar que os alunos refletissem a respeito do que erraram e devido às funcionalidades do aplicativo, puderam encontrar exatamente onde estava o erro, característica da *Dimensão sintônica*, na qual evidencia o celular como fundamental para esse processo permitindo que o aluno estivesse em sintonia com o conteúdo (MALTEMPI, 2009).

Voltando ao diálogo desse terceiro encontro, o professor, então, questiona os alunos sobre o que acontece quando o c é diferente de zero e afirma, lembrando o que foi identificado nos gráficos anteriores, que os gráficos não passam pela origem. Para mostrar isso aos alunos ele plota os gráficos das funções a) e b), como mostra a Figura 25. Os alunos observam, então, que os gráficos não passam na origem, os dois se cruzam e, além disso, ressaltam que “*um está mais inclinado que o outro*” e que “*a inclinação das retas são diferentes*”. Elogiando as observações apontadas, o professor comenta que no 1º ano do Ensino Médio eles aprenderão como encontra a equação de uma reta e já adianta,

apresentando para os alunos a fórmula $(y - y_0) = m(x - x_0)$ que será usada mais para frente, nas quais o m é a inclinação da reta e o ponto de coordenada (x_0, y_0) é um ponto pertencente a ela. Além disso, explica brevemente como se encontra essa equação através dos gráficos.

Figura 25: Gráficos traçados no terceiro encontro



Fonte: Elaborado pela autora

Em relação ao que foi apresentado no parágrafo anterior, ressalto a discussão iniciada pelos alunos a respeito de um conteúdo que será estudado posteriormente, nesse caso a inclinação das retas, o que permitiu que o professor já apresentasse brevemente um pouco sobre esse assunto. Nesse sentido, apresento dados do questionário aplicado aos alunos, nos quais eles apresentam com suas próprias palavras o conteúdo trabalhado:

“O aplicativo ajudou bastante para compreender a função de 1º e 2º grau. Eu percebi que na função de 1º grau, a linha é reta e infinita. E na de 2º grau possui uma parábola que pode ser virada para cima ou para baixo. E o $f(x)$ representa o y . E se a fórmula for $f(x)=x+2$, a tabela seria: $f(-1)=1$, $f(0)=+2$ e $f(1)=3$.”

“Uma equação de 1º grau vai ser sempre uma reta e o resultado da equação vai ser o valor de y . Uma equação do 2º grau vai ser sempre assim \cap ou \cup [desenho da parábola com a concavidade para cima e para baixo], pois aqui mostra o ponto mínimo [desenho do aplicativo marcando o ponto de mínimo da parábola] e aqui o ponto de máximo [desenho do aplicativo marcando o ponto de máximo da parábola]. Quando o x for $-x$ vai ser sempre virado para baixo \cap e quando for positivo vai ser para cima \cup .”

Para Papert (1994), quando o aluno se envolve com uma área de conhecimento é possível que haja a produção de conhecimento sem seguir um currículo e sem segregação por faixa etária. Ademais, o autor acredita que a tecnologia pode auxiliar nesse processo, assim como observo nesse contexto, no qual a exploração da atividade com o aplicativo possibilitou a introdução de um conteúdo que será estudado apenas no 1º ano do Ensino Médio. Além disso, observo a presença de características da *Dimensão semântica*, que se refere à importância dos alunos manipularem elementos que trazem significados que fazem sentido aos alunos, ao invés de formalismos e símbolos permitindo que eles escrevam matematicamente no início do processo de construção de conhecimento com suas próprias palavras.

A segunda questão gerou um pouco de dificuldade aos alunos durante a discussão interna nos grupos, por não entenderem o significado de “forma generalizada”. O professor, então, retomou a fórmula de Bhaskara, já estudada pelos alunos, para poder fazer com que eles relembressem a forma geral de uma equação do segundo grau, que rapidamente foi dita pelos alunos. Então, o professor os questionou:

Professor: Então, qual é o valor do a na função do primeiro grau?

Alunos: Zero! Porque não tem x^2 .

Professor: Então a função do primeiro grau só tem quem?

Alunos: O b e o c.

Em seguida, os alunos falaram para o professor que a forma generalizada da função do primeiro grau é da forma $bx + c$. Nesse momento observo que o professor, por meio de conceitos já conhecidos pelos alunos, fez com que, através de questionamentos, chegassem à resposta da questão (BATTISTI, 2005). Foi preciso apenas indicar a forma generalizada da equação de segundo grau já conhecida por eles e rapidamente já puderam responder como seria a forma generalizada da função do primeiro grau. Isso remete a Papert (1994), quando aponta a importância de construir um conhecimento novo baseado nos conhecimentos prévios dos alunos.

A postura do professor de sempre tratar as questões dos alunos com outra questão faz com que o aluno reflita acerca do conteúdo das ideias que os cercam. Desse modo, retomando o que os alunos já conhecem, outros conhecimentos vão tomando forma nas falas dos alunos. Nessa direção, Battisti (2005) enfatiza que Descartes acreditava que aprender é retomar a descoberta da coisa a ser aprendida, vinculando o processo de aprender ao de descoberta e produção. Dessa maneira, o conhecimento não se dá a partir de coisas conhecidas, dos conhecimentos prévios, mas o novo conhecimento é produzido através da relação entre

conhecimento e não-conhecimento. Sendo assim, é adquirido sentido dentro de um contexto determinado, afinal, o que já é conhecido não pode revelar conhecimentos novos, pois não esconde mais nada (BATTISTI, 2005).

Após essa questão, o professor pergunta sobre as demais funções que os alunos exploraram, conforme solicitado na questão 3. Nesse momento, na medida em que um grupo fala a função que explorou, o professor os questiona sobre a função ser crescente ou decrescente, como o gráfico indica esse comportamento da função, como a expressão indica esse comportamento da função, se a função cruza ou não a origem e o que define esse comportamento, de modo a retomar tudo que foi visto na aula. Pude perceber, através das respostas corretas dos alunos, que mesmo não tendo parado para pensar inicialmente em todas essas relações exploradas na discussão com o professor, conseguiram responder rapidamente essas questões só observando como a função é dada e depois comparando com seu gráfico. Esse acontecimento evidencia a *Dimensão semântica* que se relaciona à importância dos alunos terem contato com um conceito por meio de elementos que proporcionem a representatividade do assunto e não formalismos e símbolos (MALTEMPI, 2009), sendo esses últimos, construídos pelos próprios alunos assim que a produção de conhecimento é estabelecida.

Além das questões apresentadas na atividade, o professor questionou os alunos sobre a coordenada do ponto que sempre aparecia sobre o eixo x estendendo-se para os demais pontos. Para isso, ele colocou na lousa algumas coordenadas de pontos como (2,2) e (3,5) e, com o gráfico da função $f(x)=x+4$ plotado no *Matemática*, perguntava aos alunos se o ponto pertencia ou não à reta ali traçada. Inicialmente o professor colocou coordenadas de pontos que eram facilmente identificados pelos alunos se pertenciam ou não à reta, pois estavam visíveis no gráfico. No entanto, quando o professor colocou um ponto de “coordenadas altas”, nesse caso o ponto era (32, -40), os alunos falaram que não pertencia à reta por conta da visualização do aplicativo. Mas, então, o professor diminui o *zoom* lembrando-os que a reta vai para o infinito. Os alunos riram por não saber o que fazer e começam a “chutar” a resposta.

Nesse momento o professor fala sobre a inviabilidade de desenhar um gráfico que vá até a coordenada 32. No entanto, os alunos sugerem que para desenhar basta mudar a escala. Alguns sugerem que a escala seja de 5 em 5, outros de 10 em 10. Um aluno, ainda, sugere tomar um valor próximo de 32 para saber se vai pertencer ou não à reta. Então, o professor os questiona se dessa forma eles terão certeza se o ponto vai estar ou não no gráfico e os alunos admitem que não terão certeza.

Sendo assim, o professor lembra os alunos que eles não possuem só o gráfico; possuem também como ferramenta a função, que nesse caso era $f(x)=-x+4$. E, assim, o professor relembra que “ $f(x)$ é a mesma coisa que o y , então, vamos substituir”. Dessa maneira, o professor fazendo a substituição do ponto que ele havia escolhido, mostra aos alunos que com certeza aquele ponto não pertence ao gráfico. Os alunos questionam, então, se isso poderia ser feito com os pontos iniciais também, como o (2,2) que foi facilmente identificado pelos alunos como um ponto que pertencia ao gráfico. Nesse momento o professor mostra que também é válido e afirma que a substituição sempre garante que o ponto pertence ou não ao gráfico.

Nesse sentido, destaco a fala do professor, durante a entrevista, referente à utilização do celular para potencializar a aula, além dos recursos já existente em sala de aula

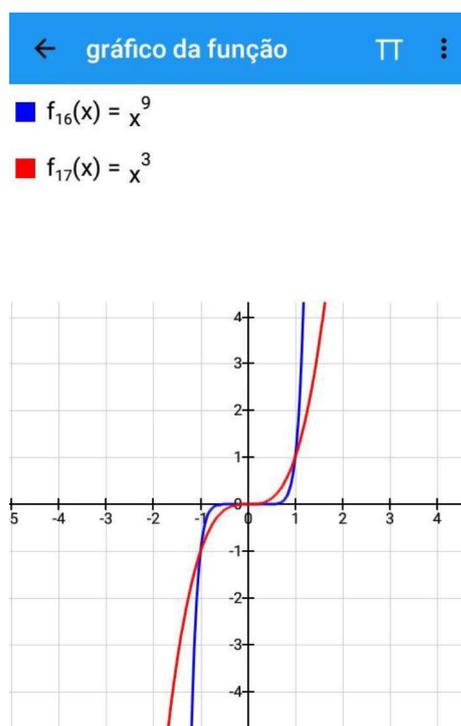
O smartphone, assim como o tablet e o computador, ele vem agregar a aula. O professor tem que integrar a tecnologia, ela tem que ser mais uma ferramenta disponível do arsenal que ele tem para utilizar. Então a partir do momento em que o professor consegue integrar essa tecnologia na sua aula, fazer o uso dessa ferramenta como um meio de ensinar, eu acho que é super vantajoso.

Analisando as discussões, percebo que o professor não se limitou ao que estava na folha de atividade. À medida que ele percebeu que já podia adiantar outro conteúdo, aproveitou os recursos oferecidos pelo *Matemática*, juntamente com o giz e lousa, e explorou com os alunos como identificar se um ponto pertence ou não a um gráfico. Nesse momento vemos a segurança do professor em apresentar outro conteúdo que não estava inicialmente planejado, ou seja, o professor não se intimidou frente à situação, pelo contrário, aproveitou a oportunidade (BORBA; ZULATTO, 2010). Isso porque ele percebeu que o aplicativo poderia ajudá-lo também nesse conteúdo que já podia ser abordado naquele momento, visto que os alunos estavam engajados e o tema permitia. Esse envolvimento dos alunos com a aula, com a atividade e com o aplicativo é característica da *Dimensão pragmática*, que se refere ao interesse dos alunos em relação a novos conceitos motivados pela busca do saber (MALTEMPI, 2009). Além disso, diz respeito à percepção dos alunos de estarem aprendendo algo que já pode lhes ser útil e que não precisa esperar um futuro distante para ser abordado, visto que já é de interesse dos alunos. Dessa forma, identifico que o aplicativo possibilitou que um novo conteúdo já pudesse ser adiantado para os alunos devido à curiosidade despertada neles durante a aula.

Finalizando a exploração da última questão desse encontro, um aluno do Grupo 2 pede para que o professor trace o gráfico da função x^9 e diz que o gráfico é igual a do x^3 . O

professor, surpreso com a intervenção do aluno, o elogia pela curiosidade e diz que, na verdade, os gráficos não são iguais, mas sim semelhantes. Para mostrar isso aos alunos, o professor plota os dois gráficos no aplicativo e, assim, os alunos podem ver a diferença. O professor mostra, então, que o gráfico da função de nono grau é mais “inclinado” do que o da função de terceiro grau em relação ao eixo x , como mostra a Figura 26.

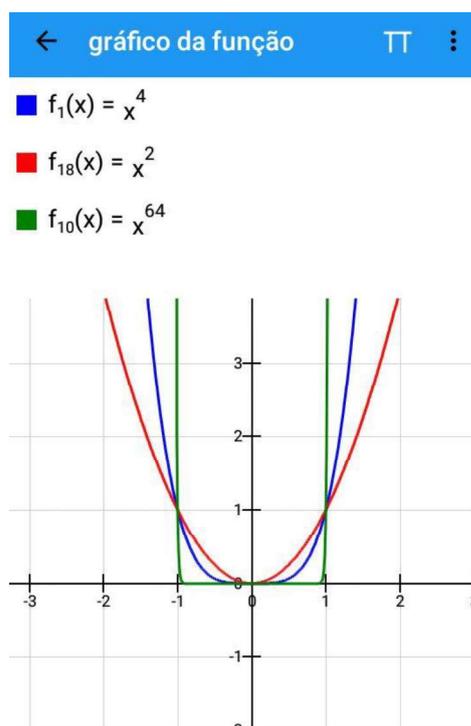
Figura 26: Gráficos traçados no terceiro encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Outro aluno do mesmo grupo, pede para que faça a função x^4 . Imediatamente um aluno do Grupo 5 afirma que o gráfico dessa função se assemelha ao de uma função do segundo grau. O professor, então, apresenta o gráfico das duas funções, x^4 e x^2 , para que vejam a diferença entre os gráficos. Nesse momento, um dos alunos do Grupo 2 conclui que: “*Quando a função tem grau par, ela fica parecida com uma parábola, e quando tem grau ímpar ela fica assim*” e faz um gesto com as mãos como se estivesse desenhando no ar a função de terceiro grau. Em seguida, um aluno também do Grupo 2, concordando com essa fala, comenta sobre o gráfico da função x^{64} , que se parece com uma parábola mas “*é mais ‘quadrada’*” (Figura 27).

Figura 27: Gráficos traçados no terceiro encontro



Fonte: Elaborada pela autora

É possível perceber na fala desses alunos que eles exploraram muito além do que foi solicitado na questão. Essas explorações foram permitidas pelas atividades investigativas e pela praticidade do *Matemática*. Nesse episódio, identifico as *Dimensões social, sintática e semântica*, pois verifico a importância do celular para essa exploração e o fato dele ser de fácil manuseio, permitindo que os alunos fossem muito além do que a atividade propunha e que expressassem sua criatividade durante a discussão. Além disso, devido a essa exploração, percebo o interesse pelo conteúdo e pelo aprofundamento expresso pela interação com o aplicativo e pela necessidade de expor ao professor e aos demais alunos o que haviam encontrado. Essa discussão dificilmente ocorreria em uma aula utilizando apenas lápis e papel, pois os alunos não teriam como explorar esses gráficos sozinhos. Dessa forma, destaco a liberdade dos alunos em explorar os gráficos em virtude do uso do celular.

Ademais, encerrando a aula, o professor elogia a exploração dos alunos e explica que os gráficos de função acima do terceiro grau não são explorados como os de primeiro e segundo grau no Ensino Fundamental e Médio, mas que é importante eles saberem reconhecer, apenas olhando os gráficos, qual poderia ser o grau da função representada em um gráfico. Esse tipo de discussão não estava previsto nem por mim nem pelo professor, no entanto, ao utilizar uma tecnologia digital é preciso estar aberto a situações inesperadas como essas. Em relação a esses momentos, o professor apontou durante a entrevista que “*Durante nossas aulas a gente viu, surgiam algumas respostas na qual a gente precisava parar, pensar e então vamos*

dialogar, vamos pensar juntos, vamos colocar aqui no aplicativo para ver o que acontece”. Isso é muito importante, pois nas Atividades Investigavas e com a utilização de tecnologias digitais, professor e aluno estão em constante aprendizado. Assim como apontam Borba e Zulatto (2010), refletir sobre os gráficos propostos pelos alunos gerou aprendizado para mim e para o professor, pois nos fez refletir sobre a situação de modo a poder argumentar.

Na próxima seção apresento os dados referentes ao quarto e último encontro.

6.4. Quarto Encontro

As atividades aplicadas no quarto encontro eram referentes à exploração de funções do segundo grau, como é possível de ser observado na Figura 28.

Figura 28: Atividade aplicada no Quarto Encontro

Explore os gráficos das seguintes funções:

- a) $f(x)=x^2+1$
- b) $f(x)=x^2$
- c) $f(x)=8x^2$
- d) $f(x)=2x^2-4$
- e) $f(x)=-(x^2)+3$
- f) $f(x)=-(x^2)+2x-1$
- g) $f(x)=x^2+x+1$
- h) $f(x)=x^2+3x$

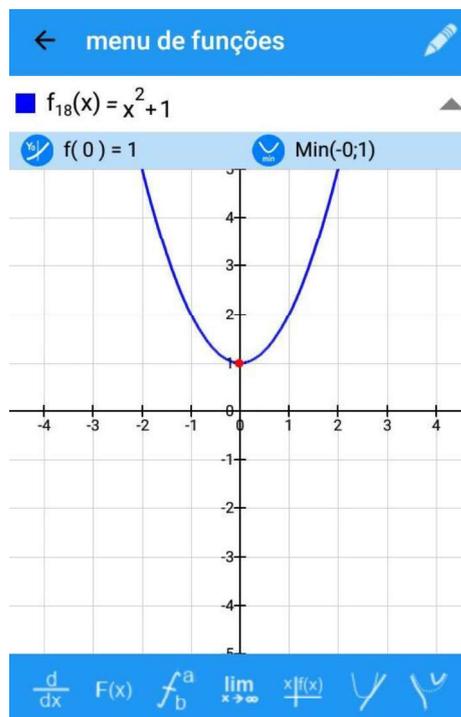
Funções dessa forma são chamadas de **Função Quadrática** ou **Função de Segundo Grau**.

- 4) Após explorar as funções acima, o que você pode dizer sobre as diferenças e semelhanças entre os gráficos?
- 5) Como seria a forma adequada para escrever uma função de segundo grau de forma generalizada?
- 6) Explore outros tipos de função de segundo grau e escreva suas observações.

Fonte: Elaborada pela autora

Após a exploração das atividades serem realizada em grupo pelos alunos, o professor iniciou a discussão. Para isso, ele leu a questão com os alunos e, em seguida, construiu o gráfico da primeira função, $f(x)=x^2+1$, e perguntou aos alunos o que eles observaram a respeito desse gráfico, apresentado na Figura 29.

Figura 29: Gráfico traçado no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

A Aluna do Grupo 3 respondeu que era uma parábola. O professor elogiou a respostas da aluna e perguntou para a sala o que significava o ponto que estava destacado no gráfico. Nesse momento a turma toda responde que esse ponto é o vértice da parábola e a aula continua com o seguinte diálogo:

Professor: Nesse caso o nosso vértice está onde?

Aluno do Grupo 3: No 1.

Professor: E esse 1 está em qual reta?

Alunos: No y.

Professor: Isso aí. Vamos fazer o gráfico da letra b) para vocês verem a diferença. [Nesse momento o professor coloca o gráfico da função $f(x)=x^2$ no aplicativo, como na Figura 30, e o diálogo continua].

Professor: Olha a diferença aí ó. O azul é o x^2 , o vermelho é x^2+1 . O que vocês estão observando de diferente aí?

Aluno do Grupo 5: O azul tem o vértice na origem.

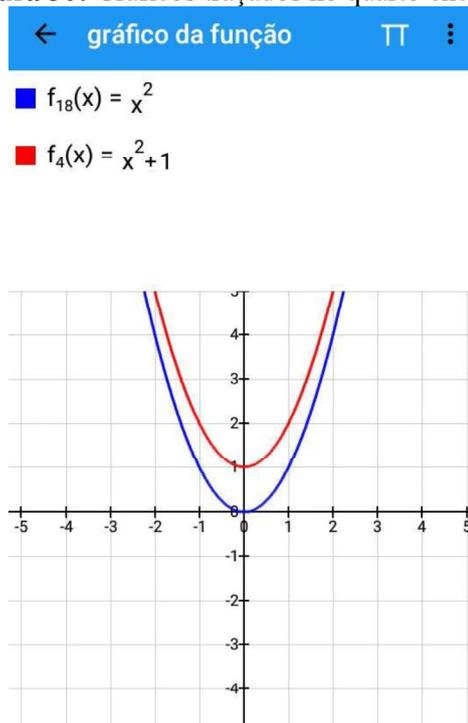
Professor: Muito bem, o azul tem o vértice na origem. Quando eu somei um, eu não somei um aqui no vermelho, x^2+1 ? O que aconteceu com o meu vértice?

Alunos do Grupo 3 e do Grupo 5: Subiu 1.

Professor: Subiu 1.

Aluno do Grupo 3: Se você colocar 2 vai subir para o 2?

Professor: Vamos ver o que vai acontecer. Vamos colocar x^2+2 então.

Figura 30: Gráficos traçados no quarto encontro

Fonte: Elaborada pela autora

Destaco desse diálogo a retomada de propriedades da parábola estudadas no segundo encontro, como: função de segundo grau apresenta como gráfico uma parábola e que o ponto marcado pelo aplicativo corresponde ao vértice dela. Essa retomada do conteúdo com os alunos respondendo às perguntas do professor dá indícios de que a turma produziu conhecimento no segundo encontro e esses estão sendo lembrados durante outras aulas. Além disso, nesse diálogo os alunos estão começando a perceber a relação entre o valor que acompanha o x^2 e como ele interfere no comportamento do gráfico. Ademais, a fala do Aluno do Grupo 3, perguntando se o gráfico subirá duas unidades se for somado dois na função, corresponde à curiosidade do aluno em querer testar sua conjectura a respeito da relação entre o número e o comportamento do gráfico (PONTE; BROCARD; OLIVERA, 2013), como expresso na continuação da aula.

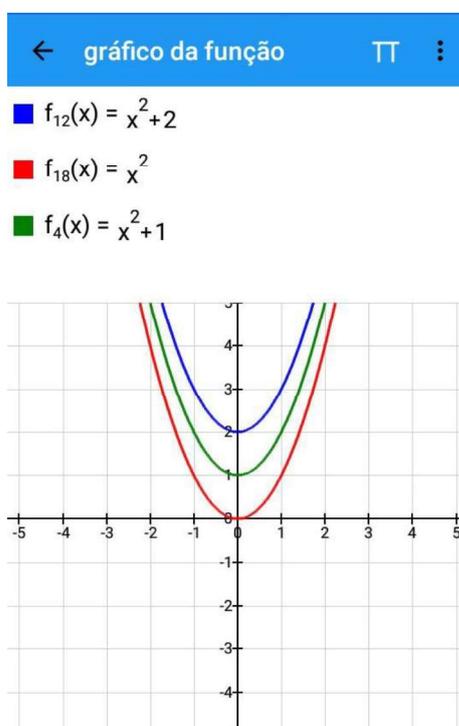
O professor plota os dois gráficos que estavam sendo explorados, junto com o gráfico sugerido pelo aluno, Figura 32, para que possam ver o que aconteceu com a parábola. No momento em que a imagem dos gráficos aparece na televisão, é possível observar que a fisionomia do Aluno do Grupo 3 muda quando percebe que, de fato, aconteceu o que ele havia previsto, Figura 31a e Figura 31b. Essa mudança de expressão caracteriza a surpresa do aluno ao ver que sua conjectura estava realmente certa e graças ao aplicativo foi rapidamente verificada sua veracidade.

Figura 31a: Gravação da aula do quarto encontro

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 31b: Reação do aluno do Grupo 3

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 32: Gráficos traçados no quarto encontro

Fonte: Elaborada pela autora

A aula, então, continua com o seguinte diálogo:

Professor: O que aconteceu?

Aluno do Grupo 3: Subiu 2.

Professor: Subiu 2! Ou seja, o que está significando eu somar um e somar dois?

Aluno do Grupo 3: A parábola vai subindo.

Professor: A parábola vai subindo. E se eu diminuir? Ao invés de colocar um, colocar menos um?

Aluno do Grupo 3: A parábola vai descendo?

Professor: Vai descer? [O Aluno do Grupo 3 faz sinal com as mãos de que não sabe se isso realmente vai acontecer] Será? Vamos fazer. Vou fazer x^2-1 e x^2-2 para vocês verem.

Aluno do Grupo 3: Eu acho que vai descer.

Professor: Vamos traçar para ver.

Assim que o gráfico aparece na televisão, Figura 33, mais uma vez o aluno se espanta e afirma “Não falei, desceu!” e o professor mostra que:

Professor: Olha aí pessoal, a [função] vermelha é x^2-1 , o que aconteceu?

Alunos: Desceu 1.

Professor: A [função] azul, x^2-2 , o que aconteceu?

Alunos: Desceu 2.

Professor: Se eu colocar, por exemplo, x^2-10 . Onde vai estar o meu vértice? Passando onde?

Alunos: No dez negativo.

Professor: No dez negativo, muito bem! E se eu colocar x^2+20 ? Esse vértice vai estar onde?

Alunos: No vinte positivo.

Professor: Isso! Ou seja, esse parâmetro que a gente está variando está fazendo a parábola subir e descer. Entenderam, então, essa questão desse parâmetro? [Os alunos confirmam com a cabeça].

Aluno do Grupo 4: Então se o valor de c for zero, [o gráfico] vai passar na origem?

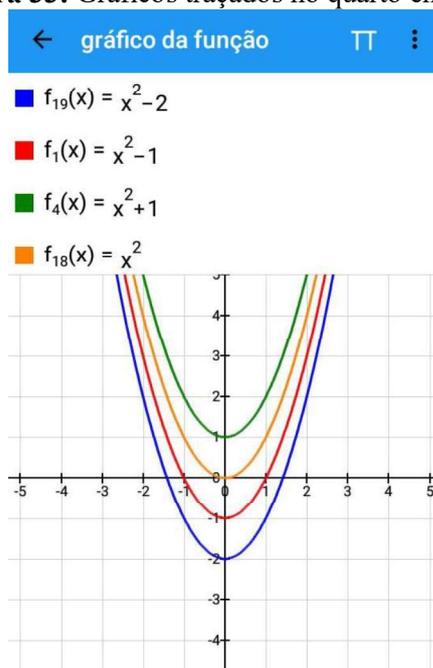
Professor: Isso aí! Olha aqui, x^2 , que é o gráfico laranja, aqui tem algum valor para o c ? [Alunos balançam a cabeça negativamente] O valor não é zero?

[Alunos balançam a cabeça positivamente] E está passando onde aqui?

Alunos: Na origem.

Professor: É isso aí! Na origem.

Figura 33: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

A partir do diálogo enunciado acima, observo indícios de que os alunos produziram conhecimento a respeito do comportamento do gráfico quando o valor independente (parâmetro c) da função é alterado. Os alunos perceberam que o valor do parâmetro c é exatamente onde a parábola cruza o eixo y (ponto $(0, c)$), além disso, concluíram que a alteração do valor desse parâmetro translada a parábola na vertical. Isso foi possível por meio da exploração de gráficos e o teste de conjecturas levantadas pelos próprios alunos, fator característico da Atividade Investigativa (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013) e também da *Dimensão social* (MALTEMPI, 2009), que possibilitou a construção de diversos gráficos de maneira imediata devido a utilização do *Matemática*. Assim, há indícios de que os alunos generalizaram a propriedade trabalhada, pois inferem como estará o gráfico apenas tendo conhecimento da função. Esse fato evidencia a *Dimensão semântica*, que consiste no aluno interiorizar o conteúdo trabalhado através da manipulação de algo que faça sentido para ele, gerando o conhecimento (MALTEMPI, 2009).

Além disso, destaco a expressividade do Aluno do Grupo 3, apresentado na Figura 31b. Esse aluno se mostrou participativo durante os encontros e foi se envolvendo cada vez mais com o passar dos dias. No final de uma das aulas, o professor havia me dito que esse aluno não participava das aulas de Matemática, não realizava as tarefas e não tinha um bom rendimento nas provas. Destacou sua surpresa ao ver como ele estava comprometido com as aulas e com as atividades, e também por estar levantando hipóteses, durante as aulas, bastante relevantes para as discussões. Isso mostra evidências de que o celular pode ter sido peça fundamental, junto com as atividades investigativas e a dinâmica com tecnologias adotada em sala de aula, para despertar a atenção desse aluno, motivando-o a participar mais das aulas e a fazer comentários pertinentes às situações.

De modo a generalizar e finalizar o que foi discutido nesse diálogo, o professor argumenta sobre a importância dessa propriedade para os próximos anos dos alunos dizendo:

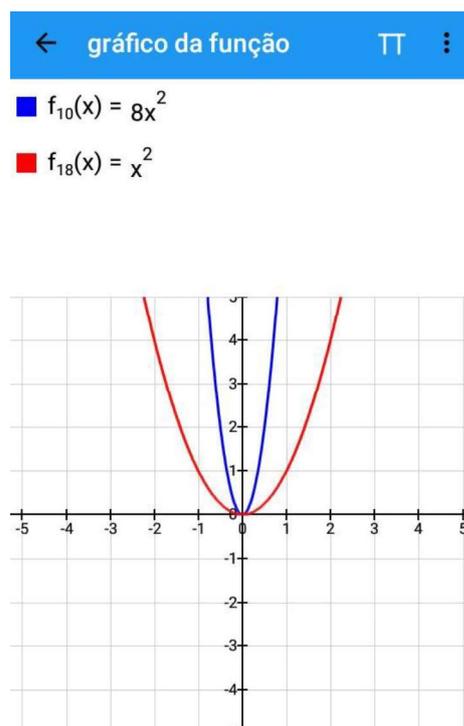
Professor: Isso pessoal... é muito importante porque ano que vem, quando vocês tiverem no 1º ano [do Ensino Médio], e eu der a parábola e vocês precisarem achar a equação da parábola, vocês têm que lembrar justamente isso: o ponto c é o ponto que corta o eixo? É o ponto da parábola que corta qual eixo, x ou y ?

Alunos: y !

Professor: Isso! O ponto c é sempre o valor da parábola onde ela corta o eixo y .

Concluída essa exploração, o professor questiona os alunos a respeito do gráfico da letra c), $f(x)=8x^2$, plota o gráfico dessa função no aplicativo e pergunta o que eles observaram nesse gráfico. Alguns alunos responderam que o gráfico “afinou”. Então o professor propõe comparar esse gráfico com o da função $f(x)=x^2$, como mostra a Figura 34. Nesse momento os alunos dizem que o gráfico de $f(x)=x^2$ é mais “aberto”. Um aluno do Grupo 2 afirma que: “quando eu aumento o valor que acompanha o x^2 , o gráfico vai afinando”.

Figura 34: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Após o comentário do Aluno do Grupo 2, o professor questiona a sala sobre como fazer para o gráfico “abrir” mais do que o da função $f(x)=x^2$. Esse mesmo aluno responde que é preciso diminuir o número que acompanha o x^2 e sugere colocar um número negativo. Imediatamente um Aluno do Grupo 1 replica dizendo que: “Se colocar negativo a parábola vai virar. Vai ficar com a concavidade para baixo”. O professor concorda com a resposta do aluno, lembrando para a sala que quando o valor é negativo, a concavidade da parábola fica voltada para baixo e pergunta mais uma vez aos alunos:

Professor: E aí. Eu quero uma parábola mais aberta que a desse gráfico vermelho. O que eu tenho que fazer?

Aluno do Grupo 2: Quando aumenta fica mais estreita, então talvez tenha que diminuir o número.

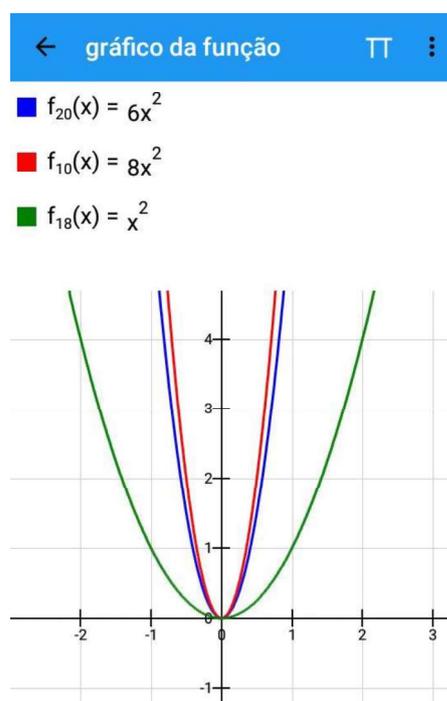
Professor: E qual número eu teria que colocar?

Aluno do Grupo 2: Ah, não sei. Ali é oito [se referindo ao $8x^2$], talvez colocar 7 ou 6.

Professor: Vamos testar. Vou fazer com o seis, pode ser? [o aluno concorda] Vou colocar $6x^2$ então.

Nesse momento, olhando para os gráficos como os da Figura 35, os alunos se manifestam dizendo que não seu certo. O Aluno do Grupo 2 afirma que o gráfico “abriu” um pouco em relação ao gráfico da função $f(x)=8x^2$. Um Aluno do Grupo 1 disse que não tem como abrir mais, porque vai chegar no gráfico da função $f(x)=x^2$, como se esse fosse o gráfico limite.

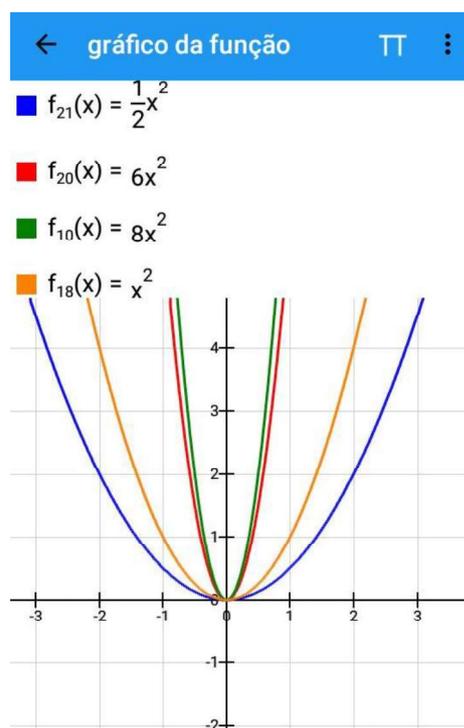
Figura 35: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Em seguida, um Aluno do Grupo 3 sugere colocar apenas o x , imediatamente o Aluno do Grupo 1 lembra que o gráfico seria uma reta e não uma parábola. Então, um Aluno do Grupo 4 propõe que fosse colocado um número decimal. O professor questiona o aluno a fim de saber qual número decimal e ele sugere 0,5. Traçando todos os gráficos na tela para poder comparar, foi obtida a imagem da Figura 36.

Figura 36: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Nesse momento alguns dos alunos já começam a dizer que deu certo. O professor, então, faz a leitura dos gráficos com os alunos:

Professor: Vamos conferir: a azul é $\frac{1}{2}x^2$, que é o 0,5 que o Aluno do Grupo 4 falou. A laranja é x^2 , a vermelha é $6x^2$ e a outra é $8x^2$.

Alunos [interferindo a fala do professor]: Deu certo professor. Abriu mais.

Professor: Então, quando você tem um número decimal o que acontece com a parábola? [Alunos: abre mais]. Ela vai abrindo mais. Não pode ser um número negativo, tem que ser um número menor que um. Então para gente deixar ela mais aberta ainda qual número a gente poderia colocar?

Aluno do Grupo 3: 0,1x.

Professor: Isso mesmo, vamos colocar para ver como fica.

Quando o professor coloca o gráfico da função $f(x)=0,1x^2$, comparando com os outros gráficos testados, os alunos se espantam ao ver quão aberto o gráfico ficou em relação aos outros. O professor conclui com a turma que quanto menor o número decimal, mais ela vai abrir. Nesse momento, os alunos, ainda tomados pela curiosidade perguntam:

Aluno do Grupo 1: E se eu colocar 0,001?

Aluno do Grupo 3: Nossa, vai ficar quase reto! Não vai ficar quase reto professor? [Nesse momento o professor simultaneamente com o diálogo, traça a sugestão do aluno].

Aluno do Grupo 1: Nossa, ficou quase uma reta!

Aluno do Grupo 3: Ficou uma reta!

Professor: Ficou uma reta? [O professor faz essa pergunta diminuindo o zoom no aplicativo para que os alunos verifiquem que não é uma reta].

Aluno do Grupo 3: Ah não. Não ficou.

Professor: Ela ficou bem aberta, mas continua uma parábola.

Nesse trecho chamo a atenção para a *Dimensão social* devido à importância do celular para essa discussão. Como é possível perceber no decorrer do diálogo, foram construídos diversos gráficos não solicitados na atividade. Devido à utilização do aplicativo todas as sugestões dos alunos puderam ser traçadas de forma muito rápida. Além disso, graças a interface do *Matemática* e a viabilidade em dar *zoom* na tela, foi possível esclarecer que por menor que seja o número decimal que acompanha o x^2 , o gráfico continuará sendo uma parábola. Esses gráficos decorreram do envolvimento dos alunos e de suas curiosidades buscando sempre responder às inquietações propostas pelo professor. Essas questões levantadas por ele caracterizam seu papel em uma Atividade Investigativa, pontuada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) como sendo primordial o professor instigar os alunos por meio de perguntas para que as discussões sejam cada vez mais completas matematicamente.

As discussões envolvendo aluno-aluno e aluno-professor são características da Atividade Investigativa e do ambiente construcionista no qual evidencio a *Dimensões sintônica* e a *Dimensão semântica*. A primeira é evidenciada na constante interação aluno-professor discutindo o conteúdo trabalhado quando os alunos expunham suas ideias, como apresentado no diálogo por meio das perguntas do professor e respostas dos alunos, e, também, a relação aluno-aluno, quando um aluno corrige a ideia do outro durante a aula. Já a *Dimensão semântica* está presente no fato desses diálogos serem voltados ao conteúdo trabalhado, ou seja, eles estão o tempo todo falando de Matemática. Dessa forma, há indícios de que o ambiente no qual se passou a produção de dados tinha características de um ambiente de aprendizagem construcionista utilizando o celular.

Esse episódio também foi lembrado pelo professor durante a entrevista como uma discussão que foi interessante.

Durante as aulas a gente percebeu que os alunos falavam “E se eu mudar o sinal, o que acontece?” Aí a gente fazia na hora, colocava dois ou três gráficos comparando. Um exemplo é o da parábola que era x^2 , $8x^2$, $2x^2$, que ela começa a fechar em direção ao eixo y. E quando nós questionamos os alunos em como faríamos para abrir essa parábola: “ x^2 , como que eu abro ela?”. Isso foi uma discussão legal porque eles ficaram se questionando que número que era. Sugeriram colocar negativo, aí a gente colocava negativo e a parábola ia para baixo, então eu questionava “mas não é isso que a gente

quer, queremos aumentar ela”, até que um aluno falou “Ah, põe 0,5, vamos ver”, e aí deu certo.

O ato de interrogar os alunos a respeito de como “abrir a parábola” é, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), característica fundamental do professor em aulas investigativas. Os autores afirmam que o professor deve ajudar os alunos a ultrapassarem eventuais dificuldades dando algumas pistas para o sujeito de modo a conduzir a investigações mais ricas. Nesse sentido, o aluno não recebe o conteúdo pronto, mas é convidado a construir novas relações entre os conceitos, levantando hipóteses e propondo novas questões.

Após a discussão acima, um Aluno do Grupo 5 faz a seguinte questão: “*Se o c varia o gráfico no eixo y então o b varia o gráfico no eixo x?*”. O professor propõe responder essa pergunta fazendo a análise do gráfico h) da atividade. Os alunos respondem, ao olhar o gráfico plotado, que ele deslocou para a esquerda. Em seguida, o professor traça o gráfico da letra d). A turma afirma que o gráfico deslocou para a direita. Então, ele coloca os dois gráficos no mesmo plano, como mostra a Figura 37, e pergunta o que os alunos estão observando com relação a esses gráficos, ocorrendo o seguinte diálogo:

Professor: Quando eu tenho $-4x$, para onde a parábola está indo?

Alunos: Para a direita.

Professor: A direita é positivo ou negativo?

Alunos: Positivo.

Alunos do Grupo 1: Mas é negativo.

Aluno do Grupo 3: Mas por que se é negativo? É -4 , por que está indo para o positivo?

Professor: Vamos olhar o outro. Olha o gráfico vermelho, ele está indo para qual lado?

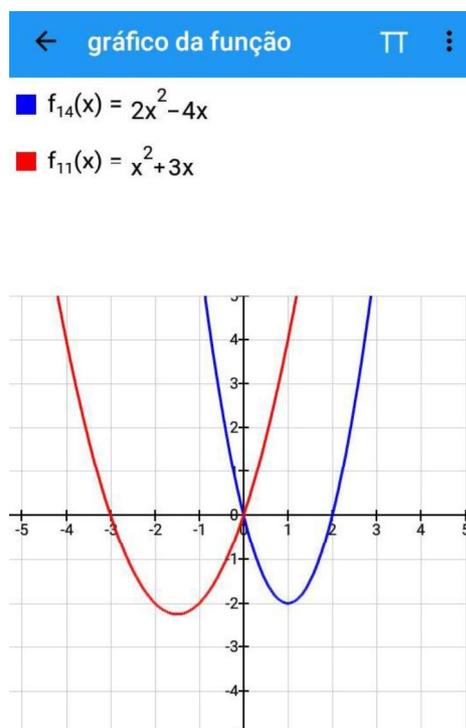
Alunos: Para esquerda?

Aluno do Grupo 3: Para o negativo.

Professor: Por quê?

O professor repete a perguntar retomando a análise feita desses gráficos, mas os alunos não falam nada a respeito. Então ele decide fazer a análise dos gráficos, um de cada vez, aprofundando.

Figura 37: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Para fazer essa análise, o professor inicia pelo gráfico da função $f(x) = 2x^2 - 4x$ e escreve ela na lousa. Em seguida, ele pergunta para os alunos o que pode ser feito com a função e os alunos respondem que eles podem substituir pontos nela. Para explicar a conjectura que estava sendo discutida pelos alunos, o professor relatou que o sinal do parâmetro b influencia para onde a parábola estará se deslocando. De início os alunos pensavam que se o b fosse menor que zero a parábola deslocaria para a parte negativa, porém isso não ocorre. Como forma de exemplificar, o professor tomou a parábola $2x^2 - 4x$ mostrando que essa parábola corta o eixo x nos pontos 0 e 2, logo, para se zerar essa função temos que substituir o x por 0 ou 2. De maneira análoga, o professor tomou a função $x^2 + 3x$, ou seja, uma função com $b > 0$ e que possui a raiz 0 em comum e a outra raiz sendo -3, mostrando aos alunos que para zerar a função em cada um dos casos utiliza-se um valor positivo de x , no caso do $b < 0$, e um valor negativo do x , no caso do $b > 0$. Desse modo eles concluem que: quando o valor do b é positivo, a parábola é deslocada para o lado esquerdo (para o negativo), quando o b é negativo, a parábola é deslocada para o lado direito (positivo).

Buscando ir um pouco mais além nessa generalização do parâmetro b , o professor sugere que explorem uma parábola com a concavidade para baixo e indica a função $f(x) = -x^2 + 5x$. A aula continua com o seguinte diálogo:

Professor: Antes de colocar essa parábola para vocês verem, ela não está aí na atividade. Então, antes de colocar ela para vocês verem, primeira pergunta: a parábola vai estar com a concavidade para cima ou para baixo?

Alunos: Para baixo.

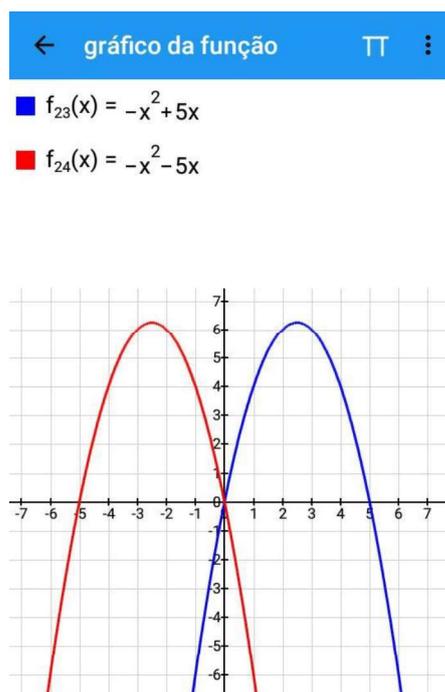
Professor: Por quê?

Alunos: Porque x^2 é negativo.

Professor: Beleza, porque x^2 é negativo, ok! Outra pergunta: essa parábola que está para baixo, vai ser deslocada para a esquerda que é o lado negativo, ou vai ser deslocada para a direita que é o lado positivo?

Nesse momento, alguns alunos falam para a direita e outros para a esquerda, não havendo um consenso. Então, o professor plota o gráfico no aplicativo para tirar a dúvida dos alunos e eles percebem que o gráfico foi deslocado para a direita. Após inferir as respostas no aplicativo, um Aluno do Grupo 3, que achava que a parábola deslocaria para a esquerda, questiona: “Mas o sinal do cinco é positivo! No outro gráfico, quando o número era positivo ia para o negativo e quando era negativo ia para o positivo”. De modo a tirar a dúvida desse aluno, a Aluna, também, do Grupo 3 diz que agora a parábola está ao contrário, por isso vai para o outro lado. Então, o professor afirma que: “É aí que está a diferença, é que a parábola agora é negativa então ela vai para lado ao contrário em relação à parábola positiva. Vamos fazer outro exemplo”. Quando o professor diz “parábola positiva” e “parábola negativa”, ele está se referindo ao sinal do parâmetro a . Para comprovar sua afirmação, o professor sugere traçar o gráfico da função $f(x) = -x^2 - 5x$, como mostra a Figura 38.

Figura 38: Gráficos traçados no quarto encontro



Fonte: Elaborada pela autora

Enquanto o professor plotava o novo gráfico os alunos já afirmavam que agora ela estaria deslocada para a esquerda. Após olharem o gráfico, ocorre o seguinte diálogo:

Professor: Olhem aí ó. Quando a parábola está para baixo o que acontece? Ó quando ela é $-5x$, ela está deslocada agora para o negativo, não é? Quando ela está com o $+5x$ ela está deslocada para onde?

Alunos: Para o positivo.

Aluno do Grupo 3: Quando a parábola está para baixo então ela vai para o lado certo.

Professor: Isso mesmo! Quando ela está para baixo, ela vai para o lado certo. Quando ela está para cima e é $-5x$ ela vai para o lado positivo, quando ela é $+5x$ ela vai para o lado negativo. Então, seguinte, quando a parábola está para baixo, se o b é negativo ela vai para o negativo, se o b é positivo, ela vai para o positivo.

Aluno do Grupo 2: E quando ela está para baixo ela vai para o lado certo?

Professor: Não que ela vai para o lado certo, mas se a parábola está para baixo e o b é positivo, ela vai para o lado positivo, e quando a parábola está para baixo e o b é negativo, ela vai para o negativo. O “lado certo” seria que ela vai para o mesmo lado do sinal do b .

Nesse momento o professor substituiu os pontos que são raízes das funções na lousa, assim como fez anteriormente, para os alunos verificarem essas conclusões sem utilizar o aplicativo.

Destaco em toda essa discussão sobre o comportamento do gráfico devido à variação do parâmetro b , o importante papel do professor na intervenção sobre a generalização do comportamento do gráfico em relação a esse parâmetro. Inicialmente, os alunos concluíram que: quando o b era positivo deslocava o gráfico para a esquerda e quando era negativo para a direita. No entanto, essa generalização só é válida para parábolas com a concavidade voltada para cima. Ao perceber tal conclusão, o professor questionou os alunos a respeito de uma parábola com a concavidade para baixo. Em relação a essas conclusões por meio de poucos testes, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) falam sobre a importância da intervenção do professor, pois para os alunos, poucos testes são o suficiente para confirmar suas hipóteses.

Para todos os casos estudados anteriormente nessas atividades, poucos testes poderiam levar a generalizações corretas. Já neste caso não, por isso, o papel do professor foi essencial por não deixar com que os alunos tirassem conclusões precipitadas, tomando isso como verdade para todos os casos de funções quadráticas. Além disso, o professor fez com que os alunos percebessem que não estavam totalmente corretos apontando um caso em que não dava certo para que eles pudessem melhorar a conjectura inicial a partir da exploração desse

contraexemplo. Em relação à possibilidade de construir diversos gráficos, rapidamente o professor apontou durante a entrevista que:

Eu acho que o aplicativo é muito bom porque dá uma dinamicidade legal de você mudar um parâmetro e já traçar o gráfico. Poder colocar dois, três, quatro gráficos no mesmo plano. Então, eu acho que facilita a visualização. Durante as aulas a gente percebeu que os alunos falavam “E se eu mudar o sinal, o que acontece?”.

Essa fala mostra que, para o professor, o aplicativo facilitou na visualização devido à possibilidade de poder traçar diversos gráficos em uma mesma tela de modo a comparar o comportamento deles de acordo com a mudança dos parâmetros. Além disso, evidencia a dinamicidade que ocorreram nas aulas e o interesse dos alunos em fazer perguntas em relação ao conteúdo.

Em seguida, após ter finalizado a exploração dos gráficos, o professor volta a ler a folha de atividade e pergunta aos alunos o que eles podem dizer sobre os gráficos das funções quadráticas, como consta na questão 4, e os alunos apontam as seguintes características: todas são funções de segundo grau, todos possuem parábolas como gráficos, a variação do parâmetro c move o gráfico no eixo y , a parábola fica “mais estreita” quanto maior o valor do parâmetro a e para deslocar a parábola no eixo x é preciso modificar o sinal do parâmetro b . Todas essas características pontuadas mostram indícios de que os alunos produziram conhecimento durante essa aula e compreenderam a influência de cada parâmetro da função do segundo grau no gráfico.

Em seguida o professor passa para a questão 5 e a sala toda responde “ ax^2+bx+c ”. O professor relembra que isso foi visto quando eles estudaram a fórmula de Bhaskara e continua com a explicação:

Professor: Quando a gente tem o Bhaskara, a gente calcula o delta e depois calcula os x_r s que são as raízes. Ai, a gente encontra o x_{r1} e o x_{r2} . Não é isso que a gente acha, dois valores? Esses dois valores são os pontos que?

Alunos do Grupo 5: Que cortam a reta x .

Professor: Muito bem. Então assim pessoal, quando a gente calcula Bhaskara. Se a gente fosse calcular o Bhaskara dessa função azul aqui ó [Figura 38], x_{r1} seria igual a zero e x_{r2} seria igual a 5. Esses pontos que a gente acha no Bhaskara justamente é onde a parábola corta o eixo?

Alunos: x .

Aluna do Grupo 6: Então, em uma prova eu preciso fazer o Bhaskara para encontrar os valores e traçar o gráfico?

Professor: Isso, vamos fazer um exemplo.

O professor supõe que em uma prova tenha a função $f(x)=-x^2+4x$ e algumas opções de gráficos. Para fazer essa simulação ele desenha alguns esboços de gráficos na lousa e diz que a questão pede para assinalar o gráfico que corresponde a função dada. De imediato, os alunos falam que não poderia ser o da letra a) e o da letra d), pois estão com a concavidade para cima e a função vai ter a parábola para baixo. Outro Aluno do Grupo 6 diz que não poderia ser o gráfico da letra c) pois o vértice está no eixo y e a parábola não está deslocada. As únicas opções que sobram são a letra b) e a letra e). A diferença dessas duas é que na alternativa b) o gráfico corta o eixo x no $(0,0)$ e no $(0,4)$ e a letra e) no $(0,0)$ e no $(0,2)$. Desse modo, o professor sugere que é necessário calcular os x_r s para ter certeza da alternativa correta e começa a fazer as contas na lousa com os alunos. Após encontrarem os x_r s os alunos encontram a resposta correta da suposta questão e um Aluno do Grupo 6 exclama: “*Ah, agora entendi o porquê de calcular Bhaskara!*”.

Nesse momento percebo características da *Dimensão pragmática*, que consiste no aluno estar envolvido com o conteúdo buscando conhecer cada vez mais o que está sendo trabalhado, o que dá indícios da motivação pela busca do saber. Nessa direção o professor afirma durante a entrevista que: “*Conseguimos também explorar até algumas coisas a mais, como a questão dos pontos de máximo e pontos de mínimo*”, o que confirma a exploração além do conteúdo proposto. Além disso, mostra o professor mesclando sua aula utilizando não só o aplicativo, mas também a lousa como recurso na sala de aula, de modo a já introduzir o próximo conteúdo que seria a construção dos gráficos no caderno.

Para finalizar a aula, o professor volta para a atividade e pergunta sobre a questão 6. Os alunos apresentam as funções que exploraram dizendo à sala as características dos gráficos traçados. Para que todos pudessem visualizar os gráficos, o professor traçava cada um deles em seu aplicativo de modo a mostrar à turma os gráficos explorados pelos grupos. Nessa discussão houve um apanhado de todos os conceitos que foram trabalhados durante esse encontro, incluindo pontos de máximo e pontos de mínimo das funções.

Na próxima seção, evidencio algumas falas do professor durante a entrevista, que não foram abordadas durante as discussões dos encontros.

6.5. Outras consideração levantadas pelo Professor

Durante a entrevista o professor relata, assim como foi discutido no Capítulo 3, a dificuldade em introduzir as tecnologias digitais na sala de aula de forma a quebrar a resistência com sua utilização. O professor acredita que a mudança dentro da sala “*depende*

primeiramente do professor conseguir dominar a tecnologia” para, então, se sentir apto a levá-la para a sala de aula.

Lógico, isso demanda tempo, se eu vou usar um aplicativo, eu preciso mexer antes, eu preciso saber como que funciona, eu preciso sair às vezes da minha zona de conforto, porque entra naquela assim “não quero entrar aí porque o aluno sabe mexer melhor do que eu no celular”, “eu vou ficar perdido”, “o aluno vai me fazer uma pergunta e eu não vou saber responder”, “como eu consigo lidar com essa questão?”. Mas isso a gente só vai saber fazendo. Não tem como a gente prever tudo. Durante o nosso curso [aulas] a gente viu, surgiam algumas respostas na qual a gente precisava parar, pensar e então vamos dialogar, vamos pensar juntos, vamos colocar aqui no aplicativo para ver o que acontece.

A partir do momento em que o professor muda os processos de ensino, inserindo as tecnologias em suas aulas, ele passa a ter a necessidade de uma aprendizagem contínua do professor, pois elas permitem uma nova abordagem dos conteúdos (PONTE, 2000). Desse modo, exige-se do docente não só o domínio da matéria a ser ministrada, mas também, das tecnologias, uma vez que, quando se opta por recursos tecnológicos, o profissional se sujeita a diversas dúvidas e resultados inesperados que podem surgir de uma combinação de teclas (BORBA; PENTEADO, 2001).

Além disso, a introdução de um conteúdo com o auxílio do celular também chamou a atenção do professor. Após a aplicação das atividades, ele deu continuidade no conteúdo ensinando os alunos a construir gráficos no caderno. Durante esse processo, o professor evidencia que as atividades ajudaram na continuidade do conteúdo.

[...] construir o conhecimento a partir do aplicativo foi uma coisa nova para mim e eu acho que deu muito certo. É uma vivência que eu estou tendo com eles a partir de agora. Estou traçando os gráficos no caderno e faço algumas perguntas que eles já sabem, por exemplo, essa semana eu comecei a falar sobre equação do segundo grau, para traçar a parábola no caderno e aí eu colocava a equação na lousa e já perguntava, “essa aqui é uma parábola o que?”, “Ah, é para cima por causa do x^2 positivo professor, lembra que a gente viu no aplicativo?” e faziam o sinal com a mão indicando que a concavidade da parábola era para cima, “e ela está em qual eixo?” “está cortando o eixo y no 1 que a gente viu no aplicativo que o c é onde corta o eixo y”. Então assim, eu achei que foi bem interessante nesse sentido.

Essa fala do professor confirma as análises dos encontros de que a construção e exploração de diferentes gráficos proporcionaram a compreensão dos parâmetros da função, evidenciando novos conhecimentos, pois, a partir de uma função colocada na lousa, os alunos

já sabiam como seria um esboço do gráfico, identificando o que cada parâmetro significava graficamente, facilitando a continuação dos conteúdos posteriores.

Em relação às atividades e o tempo na qual decorreram as intervenções, o professor afirma que

O tempo foi um tempo bom. Porque o que nós percebemos foi que, no último encontro já começou a haver um pouco de indisciplina. Então assim, é legal você usar, mas vai chegar um determinado momento que pode ser que o aluno canse de usar o aplicativo, assim como ele vai cansar de copiar, ou vai cansar de usar o computador, isso é normal. Então eu acho que o tempo foi um tempo legal. Acho que se a gente continuasse e prolongasse as atividades, pode ser que a gente ia se decepcionar no final do curso [aulas], justamente porque no último encontro a gente já teve um pouquinho de indisciplina, por questão de participação, o aluno já começa a se dispersar, mas é normal. Os alunos não estão acostumados com esse tipo de metodologia, nem estão acostumados a usar uma tecnologia na aula e a gente sabe que tecnologia é uma coisa muito fácil de manipular e se dispersar, na matemática, então, não é fácil.

Essa fala apresenta o aspecto do tempo de utilização de uma determinada tecnologia, seja ela qual for. Verifico que o “novo” é, na maioria das vezes, interessante, no entanto, quando o “novo” passa a cair na rotina, como foi o caso do celular nesta pesquisa, que foi trabalhado em uma sequência de oito aulas divididas em quatro dias, ele pode ficar desinteressado. Isso acontece, como o professor mesmo disse, com o fato de copiar matéria na lousa, que se torna uma coisa “chata” quando repetida muitas vezes. Nesse sentido, Borba e Penteado (2001) apontam justamente para o lápis e papel, assim como mencionado pelo professor o ato de copiar. O lápis e o papel também são tecnologias que estão na sociedade desde muito tempo e que hoje em dia passam despercebidas pela sociedade. Isso mostra que a história da humanidade está sempre impregnada por mídias (BORBA; PENTEADO, 2001). Ainda assim, evidencio da fala do professor que, para ele, o período que trabalhamos foi o ideal, pois ainda que ocorresse um pouco de indisciplina no último encontro em relação aos outros, não influenciou negativamente no andamento da aula e das discussões, como é possível perceber com os dados apresentados na seção anterior.

É relevante observar que o interesse dos alunos, a dinâmica das aulas, as discussões envolvendo professor e alunos, são particularidades da sala na qual essa pesquisa foi desenvolvida. O professor relata na entrevista que tentou aplicar as mesmas atividades nas outras turmas de 9º ano da mesma escola, no entanto, não obteve retorno dos alunos e suspendeu a aplicação, como é possível observar na fala a seguir.

Eu não sei se foi falta de interesse, ou se foi porque você não estava lá, então não tinha um professor a mais na sala. Tinha uma câmera. Eu senti as outras duas salas muito desinteressadas. Não sei se um dos motivos pode ter sido também que poucos alunos tinham o aplicativo no celular ou ainda tinham iphone e não conseguiram ter o aplicativo, então eu tive que fazer grupos grandes, por exemplo, teve sala que eu tive que fazer grupos com oito alunos e tinha um único celular com o aplicativo para eles utilizarem. Então, eu acho que isso pode ter dificultado um pouco também. E foi muito complicado porque eu não consegui desenvolver a aula, os alunos ficavam conversando, ficavam mais preocupados em conversar do que prestar atenção na exploração do aplicativo, mas eu vi que alguns que estavam com o celular e que mexeram, ficaram interessados, tanto que quando eu falei que não ia mais utilizar eles falaram “mas tira os outros da sala e deixa a gente utilizar” só que eu falei “não tem como eu tirar metade da sala e ficar com metade aqui e metade fora da sala, então não vou mais usar. O que a gente tinha acordado é que vocês iam colaborar, mas já que vocês não colaboraram eu não vou mais usar”. Então não deu certo nas outras duas salas que eu apliquei, infelizmente. Mas, não é porque não deu certo que eu vou desistir de usar.

Embora o foco desta pesquisa esteja nas potencialidades do uso do celular, acredito ser pertinente discutir essa fala do professor, na qual ele menciona as dificuldades em aplicar as atividades em outras salas, além da turma em que esta pesquisa foi desenvolvida. Neste caso, mesmo a maioria dos alunos tendo o celular em mãos, alguns não conseguiram baixar o aplicativo devido ao sistema operacional do celular. Além disso, esse dispositivo possui várias ferramentas mais interessantes para os alunos do que um aplicativo de Matemática, o que pode dispersar os alunos, como ocorreu nas outras salas. Também é importante destacar na fala do professor a influência desta pesquisa no ambiente da sala, como a minha presença nas aulas e a câmera. Esses fatos mudam a postura dos alunos e alteram o ambiente natural deles.

No próximo capítulo apresento as conclusões desta pesquisa, bem como minhas percepções e inquietações.

7. Celular na sala de aula: é possível!

Em meio aos avanços tecnológicos na sociedade, o celular inteligente merece destaque devido ao seu constante aprimoramento e por ter ganhado um espaço significativo na vida das pessoas. No entanto, nas escolas, principalmente dentro da sala de aula, há uma resistência muito grande ao uso desse dispositivo, havendo um constante atrito entre professor e aluno quanto ao uso do celular. Pensando nesses fatores, questiono: Celular na sala de aula: é possível? Esta pesquisa vem ao encontro dessa pergunta para dizer que: Sim, é possível!

Buscando subsidiar o debate e pesquisas sobre o uso do celular em sala de aula, esta pesquisa teve como objetivo geral investigar o uso do aplicativo *Matemática* para celulares inteligentes no desenvolvimento de conceitos de função em sala de aula. Para nortear este estudo, construí a questão diretriz *Quais as potencialidades do uso do celular inteligente na sala de aula, quando conceitos de função são trabalhados?*

Tendo tal propósito em mente, desenvolvi atividades investigativas pautadas no aplicativo *Matemática* de forma a trabalhar conceitos de função com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual na cidade de Limeira – SP, que ainda não haviam estudado função. A proposta consistiu na exploração de gráficos pelos alunos de modo a sistematizar tal conceito e, também, trabalhar com as propriedades dos gráficos de função do primeiro e segundo grau, discutindo como cada parâmetro das funções interfere no comportamento do gráfico.

Ao longo da análise dessas aulas busquei evidenciar as potencialidades do uso do celular, pautada nas dimensões do construcionismo (PAPERT, 1985, MALTEMPI, 2008b) e nas atividades investigativas (PONTE, 2003, PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Como resultado, identifiquei que o uso do celular tem as potencialidades de: proporcionar discussões matemáticas frente ao conteúdo estudado; dar voz a curiosidade dos alunos pelo fato de poderem explorar os gráficos que desejarem, podendo testar suas conjecturas; possibilitar a generalização de resultados, por meio da exploração e investigação; permitir a discussão de conteúdos de anos posteriores devido ao envolvimento e curiosidade dos alunos durante as aulas; proporcionar a interação aluno-professor e aluno-aluno no momento de discussão das atividades; e permitir que os alunos se expressassem matematicamente tanto na forma escrita como na forma oral.

Essas potencialidades identificadas na análise dos dados e reconhecidas pelo professor durante a entrevista, são fortes indícios de que o celular pode ser utilizado como recurso didático-pedagógico em sala de aula. Assim, concluo, a partir da experiência promovida com

os sujeitos desta pesquisa e da revisão de literatura pertinente nesse assunto, que utilizar aplicativos para celular na sala de aula pode contribuir para a produção de conhecimento de conceitos matemáticos, além de proporcionar interações semelhantes às oferecidas por softwares disponíveis para o computador. Devido à facilidade de manuseio, o aplicativo permite que os alunos testem suas conjecturas à medida que são tomados pela curiosidade, incentivando a busca pelo conhecimento durante a aula. O aplicativo instalado no celular dos alunos permite que eles façam explorações em qualquer lugar que estejam, pois não é necessário estar conectado à internet, basta estar com o celular.

Emergiram diversas conjecturas por parte dos alunos durante as aulas devido às explorações. Os testes dessas conjecturas aconteceram com frequência nesta pesquisa e promoveram discussões a respeito do comportamento dos gráficos das funções, permitindo que os alunos compreendessem e generalizassem o comportamento dos gráficos para as funções de primeiro e segundo grau de acordo com a variação dos parâmetros. Isso foi possível devido ao celular permitir uma interação imediata do aluno com o aplicativo, não sendo necessário que ele aprenda a utilizar softwares sofisticados. Neste caso, quando o aluno queria colocar x^2 , por exemplo, bastava tocar no ícone com esse símbolo, não sendo necessário, como em alguns softwares e calculadoras gráficas, colocar x^2 . Essa interface facilita o uso por parte dos estudantes, dando mais autonomia para aprenderem a manusear e testar suas conjecturas sem a ajuda do professor, o que favorece seu uso fora da sala de aula. Também faz com que o uso do aplicativo seja intuitivo aos alunos por estarem em constante interação com o aparelho utilizado.

Também, o *feedback* imediato oferecido pelo aplicativo faz com que professor e alunos explorem uma maior variedade de exemplos e em menor tempo do que se estivessem apenas utilizando a lousa. Além disso, as discussões que podem ocorrer durante essas explorações permitem que os alunos falem matematicamente e expressem suas ideias durante as aulas, formalizando os conceitos todos juntos, professor e alunos. Nessas discussões o professor é essencial para a condução da aula, pois é necessário instigar os alunos com perguntas para que se sintam motivados a buscar e explorar, permitindo que os alunos cheguem às suas próprias conclusões sem fornecer a resposta de imediato durante as investigações.

Ainda em relação ao professor e o contexto no qual essa pesquisa foi desenvolvida, é importante ressaltar a importância da utilização do material didático oferecido pelo Estado de São Paulo. Como comentado em capítulos anteriores, a gestão e coordenação das escolas incentivam a utilização do Caderno do Aluno para que os alunos tenham um bom

desempenho nas avaliações externas, de modo que a escola fique bem conceituada entre as outras.

Nessa pesquisa, quando fui conversar com a coordenadora a respeito das atividades que seriam aplicadas e do conteúdo que seria abordado, ela me perguntou se esse conteúdo estava presente no Caderno do Aluno e quanto tempo demoraria essa minha intervenção. Logo após essas perguntas, ela se justificou dizendo que a prova SARESP já estava por perto e ela gostaria que seus alunos estivessem preparados e que o material do estado não fosse abandonado, pois era necessário que os alunos estivessem em dia com ele para a realização da prova. Sendo assim, destaco a preocupação da escola quanto ao uso do material e o rendimento dos alunos. Além disso, devido à classificação das escolas, os diretores e coordenadores cobram dos professores o uso desses materiais por acreditarem que “seguindo à risca” o caderno do aluno, eles terão mais chance de obter um melhor resultado no SARESP. No entanto, isso pode limitar ou inviabilizar atividades como as aplicadas nesta pesquisa. Assim, cabem aos professores inovar para não ficarem presos no material do estado, visando a adaptação de suas atividades.

Em relação ao uso das tecnologias digitais nas escolas, a literatura aponta certa resistência e indica que esta acaba sendo quebrada na medida em que as tecnologias vão se tornando familiares e acessíveis, a ponto de que sentimentos de resistência e de idolatria sejam substituídos por ações de reflexão crítica necessária aos avanços dessas tecnologias na sala de aula. Borba e Penteadó (2001) já afirmavam que a utilização das tecnologias digitais ocorre somente quando o professor se dispõe a inovar a sua aula. Por sua vez, o professor está sujeito a ter que lidar com problemas técnicos, diversidade de caminhos, dúvidas que muitas vezes não podem ser previstas, entre outras possibilidades. Nesta pesquisa também houve situações inesperadas, por exemplo, quando os alunos comentaram e questionaram sobre funções de grau maior que dois. Diante disso, o professor e eu paramos e pensamos com os alunos, visando o entendimento do comportamento dessas funções.

Com o professor querendo ou não, o celular já está inserido na sala de aula e é possível observar facilidades, como a mobilidade. O fato de não precisar levar os alunos ao laboratório de informática para utilizar tecnologias digitais durante as aulas faz com que o professor não perca tempo fazendo essa mudança de ambiente, além de poder utilizar o espaço da sala como preferir, sem a limitação de movimentar aparelhos grandes e ter que se preocupar com os fios dessas máquinas.

No entanto, a utilização do celular não deve ser apenas “o uso pelo uso”, como afirmam os autores Borba e Penteadó (2001) em relação às tecnologias digitais, ou seja, o aplicativo

apresenta resultados prontos, cabendo à atividade, ao professor e ao interesse dos alunos explorar esses resultados de modo a investigar o conteúdo trabalhado. Nesta pesquisa, por exemplo, o aplicativo foi importante por permitir a dinamicidade na aula no sentido de poder explorar uma variedade de gráficos em pouco tempo, além de instigar a curiosidade dos alunos.

Em relação à escolha do aplicativo, cabe ao pesquisador ou professor investigar aplicativos que atendam a proposta da dinâmica da aula na qual se pretende utilizar. Nesta pesquisa, busquei evidenciar as potencialidades do celular para trabalhar a exploração de gráficos de modo que os alunos compreendessem o conceito de função, quais parâmetros interferem no comportamento do gráfico e como acontece essa interferência. Para isso, escolhi um aplicativo que plotava os gráficos e que permitia colocar mais de um gráfico em uma mesma tela, para facilitar a comparação entre os gráficos.

Atualmente, o software GeoGebra¹⁶, utilizado em diversas pesquisas, está disponível para dispositivos móveis. Em relação ao conceito de função, esse aplicativo permite variar os parâmetros de uma função por meio de um controle deslizante construído no aplicativo. Este tipo de interação se assemelha com as que foram feitas nesta pesquisa, no entanto, se diferencia pelo fato de ficar explícito como cada parâmetro interfere no comportamento do gráfico, evitando discussões como as que ocorreram no quarto encontro, referente a abrir a concavidade da parábola, o que é ruim se o objetivo da atividade for a investigação desses parâmetros a partir de testes de gráficos. Assim, ressalvo a importância de se ter em mente os objetivos da aula para encontrar um aplicativo que seja compatível com eles. Além disso, outro cuidado a ser tomado é com a turma na qual as atividades serão aplicadas, de modo a escolher um aplicativo com a linguagem condizente à dos alunos.

Por tanto, é possível observar que os dispositivos móveis, em particular o celular, merecem atenção voltada aos recursos que eles têm a oferecer para serem utilizados e não proibidos em sala de aula. Com base nas discussões desta pesquisa, visualizo algumas propostas de estudos, são elas: Investigar as influências do uso do aplicativo após a utilização em aula; Desenvolver aplicativos matemáticos para serem utilizados pelos professores como um recurso didático-pedagógico; Incentivar os alunos a pesquisarem aplicativos matemáticos para serem explorados.

Sendo assim, esta pesquisa mostrou a experiência de um professor, utilizando o celular como recurso pedagógico, juntamente com a lousa e giz, auxiliando na produção de

¹⁶ Disponível em <https://www.geogebra.org/home>

conhecimento dos alunos e também na condução das aulas posteriores. No entanto, o professor desta pesquisa possuía uma bagagem sobre o uso de tecnologias digitais. Mas e os professores que não possuem experiências quanto a essa temática? O que eles devem fazer? Como podem se preparar para minimizar as dificuldades? Quais dinâmicas devem adotar em sala de aula? Como preparar ou adaptar um material para usar em sala? A literatura mostra uma lacuna em pesquisas que orientem os professores sobre a forma de utilizar o celular como um recurso didático-pedagógico e qual deve ser o papel do professor em aulas envolvendo atividades investigativas. Acredito que pesquisas com essa finalidade possam auxiliar na prática do professor.

Assim, finalizo esta pesquisa com um trecho da fala de um dos alunos, que ressalta a importância que devemos dar às tecnologias digitais, em particular, ao celular inteligente:

“Estou certo de que essas tecnologias e aplicativos são o futuro da educação, e espero que as futuras gerações tenham acesso a esse tipo de aprendizagem para serem melhores do que seremos e garantirem um mundo melhor no futuro”.

REFERÊNCIAS

- ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2004. p. 109 – 188.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 31–51.
- AXT, M. A Escola frente às tecnologias - pensando a concepção ético-política. *Caderno Temático SMED: Multimeios e Informática Educativa*, Porto Alegre, p. 35-41, 2002.
- BATTISTI, C.A. Produção e aprendizagem do conhecimento. O que diria Descartes sobre a distinção entre pesquisa e ensino? *Revista Temas & Matizes*, v. N. 08, n. 8, Ano IV, p. 15 – 22, 2005.
- BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003. vi, 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2003.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. *Revista Pro-posições.*, v. 4, n. 1, p. 18-23, 1993. Disponível em: <<http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/10-artigos-bicudomav.pdf>>. Acesso em: 02 set. 2015.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1999.
- BONI, V.; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. *Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política*. Florianópolis: UFSC. v.2, n.1, 13p. 2005. Disponível em: <http://www.emtese.ufsc.br/3_art5.pdf>. Acesso em 10 fev. 2016>.
- BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G.P. *Informática e Educação Matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; LACERDA; H. D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. *Educação Matemática Pesquisa*, v.17, n. 3, p.490-507, 2015.
- BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em matemática. In: SKOVSMOSE, O. *A educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papyrus, 2001. p. 127 - 148. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).
- BORBA, M. C.; ZULATTO, R.B. A. Dialogical Education and Learning Mathematics Online from Teachers. In: Roza Leikin; Rina Zazkis. (Org.). *Learning through Teaching: Developing mathematics teachers' knowledge and expertise in practice*. 1ed. New York: Springer, 2010, v. 5, p. 111-126.

BRASIL. Presidência da República. Secretaria de Comunicação Social. *Pesquisa brasileira de mídia 2015: hábitos de consumo de mídia pela população brasileira*. – Brasília: Secom, 2014.

CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda, 1951. p. 1 – 82.

CARNEIRO, R. *Informática na educação: representações sociais no cotidiano*. São Paulo: Cortez, 2002.

Como transformar o celular em um aliado do professor no processo pedagógico. Disponível em <<http://materiais.approva.com.br/ebook-como-transformar-o-celular-em-um-aliado-do-processo-pedagogico>>. Acesso em: 18 fev. 2016.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pró-Posições*, v. 4, n 1 [10], p.35-41, 1993.

DAZZI, C. J.; DULLIUS, M. M. *Ensino de funções polinomiais de grau maior que dois através da análise de seus gráficos, com auxílio do software Graphmatica*. *Bolema* [online]. 2013, v. 27, n. 46, p.381-398. ISSN 1980-4415. <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-636X2013000300004>.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (orgs). *Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. 2. ed. Porto Alegre: ARTMED, 2006.

DOMINGOS, A. M. D. *A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações*. 1994. (Tese de Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 1994.

FIORENITNI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p.53-85.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREDERICO, F. T.; GIANOTO, D. E. P. Ensino de ciências e matemática: utilização da informática e formação de professores. *Zetetiké*. v.22, p. 63-88, 2014.

FREIRE, P. A concepção bancária da educação como instrumento da opressão. Seus pressupostos, sua crítica. In: FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987. p. 33 - 43.

FREIRE, F. M. P.; PRADO, M. E. B. B. Projeto Pedagógico: Pano de fundo para escolha de um software educacional. In: VALENTE, J. A. (Org.). *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas: NIED, 1999. p.111- 129.

GERSTBERGER, A. *Educação Matemática, Etnomatemática e Anos Finais: A utilização de aparelhos celulares como ferramenta nos processos de ensino de Matemática do Ensino Fundamental*. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIX., Juiz de Fora. *Anais...* Juiz de Fora: EBRAPEM, 2015.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 1997.

HEALY, L.; JAHN, A. P.; FRANT, J. B. Digital technologies and the challenge of constructing an inclusive school mathematics. *ZDM (Berlin. Print)*, v. 42, p. 393-404, 2010.

IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostras de Domicílio: Acesso à Internet e à Televisão e Posse de Telefone Móvel Celular para Uso Pessoal 2013*. Rio de Janeiro: IBGE, 2015.

IMENES, L. M; LELLIS, M. *Matemática para todos: 5ª série*. São Paulo: Scipione, 2002.

LADEIRA, V. P. *O Ensino de Funções em um Ambiente Tecnológico: uma investigação qualitativa baseada na teoria fundamentada sobre a utilização de dispositivos móveis em sala de aula como instrumentos*. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

LINCOLN, Y.; GUBA, E.; *Naturalistic Inquiry*. Londres: Sage Publications, 1985.

MALTEMPI, M. V. Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 264 – 282.

NASCIMENTO, H. J. *Construção do conceito de função matemática: um estudo colaborativo sobre a concepção e uso do aplicativo móvel Funcionalidade*. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Duque de Caxias, 2014.

PAPERT, S. *Logo: Computadores e educação*. São Paulo: Brasiliense s.a., 1985.

PAPERT, S. *A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAULO, R. M.; FIRME, I. C. O Programa ACESSA Escola: um Espaço para Atuação com as TIC. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DAS TIC NA EDUCAÇÃO, III., 2014, Lisboa/Portugal. *Anais...* Lisboa/Portugal: [s.n.], 2014. Disponível em: <http://ticeduca2014.ie.ul.pt/downloads/AtasDigitais/Atas_Digitais_ticEDUCA2014.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2015.

PIMENTEL, R. A.; PAULA M. J. de. A dinâmica dos processos de aprendizagem em uma atividade de investigação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX., 2003, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: ENEM, 2003. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC32716338604T.doc> Acesso em: 09 set. 2015.

PONTE, T. P. *O conceito de função no currículo de Matemática*. *Revista Educação e Matemática*, n. 15, p. 3-9, 1990.

PONTE, J. P. Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? *Revista Ibero-americana de Educação*, n. 24, p.63-90, 2000.

PONTE, J.P. Investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em educação*, v. 2, p. 93-169, 2003.

PONTE, J.P. Investigar, ensinar e aprender. In: *ACTAS do ROFMAT*. Lisboa: APM, p. 25-39, 2003.

PONTE, J. P. BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

POSTAL, R.F. *Atividades de Modelagem Matemática Visando a uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, fazendo o uso do Computador como ferramenta de Ensino*. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVAES, 2009.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C.A. Uma abordagem à Análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de Idéias e Raciocínios Matemáticos de Estudantes. *Bolema*, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004.

RIBAS, A. S. *Telefone celular como recurso didático: possibilidades para mediar práticas de ensino de Física*. 2012. 176 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

RIBAS, A. S.; SILVA, S. C. R.; GALVÃO, J. R. Possibilidades de usar o telefone celular como ferramenta educacional para mediar práticas do ensino de Física: uma revisão de literatura. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA III, 2012, Ponta Grossa. *Anais...* Ponta Grossa: SINECT, 2012. p. 1 – 12.

SALDANA, P. *Uso de aplicativos para celular ganha força na escola*. Disponível em: <<http://educacao.estadao.com.br/noticias/geral,uso-de-aplicativos-para-celular-ganha-forca-na-escola,1749345>> Acesso em: 12 jan. 2016.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. *Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação*. 1. ed. Atual. São Paulo: SE, 2012, 72 p.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria da Educação. *Material de apoio ao Currículo do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno – Matemática, Ensino Fundamental, 5ª série/6º ano, v. 2*. São Paulo: SE, 2014.

SILVA, E. C.; MEDEIROS, D. O.; MORELATTI, M. R. M. Avaliação dos laboratórios de informática das escolas estaduais de presidente prudente no contexto do programa acesse escola. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE OBSERVATÓRIOS DE EDUCAÇÃO E FORMAÇÃO, I, 2014, Porto. *Anais...* Porto - Portugal: [s.n.], 2014.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema*, Rio Claro, n.14, p. 66-91, 2000.

VALENTE, J. A. Mudanças na Sociedade, Mudanças na Educação: o fazer e o compreender, In: VALENTE, J. A. (org.) *O Computador na Sociedade do Conhecimento*. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999. p. 29 – 48.

APÊNDICE A – Autorização**CARTA DE AUTORIZAÇÃO**

Eu, _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____ da Escola Estadual Professor Antônio de Queiroz, concordo que ele(a) participe da pesquisa “Exploração dos conceitos de função por meio do uso de aplicativos para dispositivos móveis”, coordenada pela Profa. Laís Aparecida Romanello, mestranda da Universidade Estadual Paulista, UNESP de Rio Claro. O objetivo é investigar as possibilidades da utilização de aplicativos para *smartphones* para discutir o conceito de função, visando, a aprendizagem de conceitos matemáticos dos alunos por meio de uma abordagem diferenciada.

Os dados produzidos serão utilizados unicamente com finalidades acadêmicas. A utilização dos *smartphones* será de uso exclusivo do ensino de matemática e o(a) aluno(a) pode ter sua identidade preservada, caso assim desejar e abaixo se manifestar.

A pesquisa será desenvolvida no horário das aulas de matemática, junto com o professor da disciplina. Envolverá a observação dos alunos em sala de aula, entrevistas, gravação de áudio, fotografias e filmagens.

Não quero que o nome/imagem (identidade) do(a) aluno(a) seja divulgado

Não me importo que o nome/imagem (identidade) do(a) aluno(a) seja divulgado

_____, _____ de _____ de 2015.

(Responsável)

Favor devolver esta autorização até o dia 07/08.

APÊNDICE B - ATIVIDADES

Primeiro Encontro:

Vamos construir alguns gráficos com o aplicativo Mathematics para explorarmos suas propriedades. Para isso siga os seguintes passos:

1. Abra o aplicativo e clique nas três barras no canto superior esquerdo da tela;
2. Em seguida clique em *função* e clique no ícone + no canto inferior direito da tela;
3. Irá aparecer $f(x)=$. Digite $x+2$ e clique no ícone que se parece com um *certo* no canto superior direito da tela para aparecer o gráfico.

Agora responda:

- a) O que você pode dizer sobre o gráfico?
 - b) Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=2$ e $f(-2)=0$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?
4. Agora, clique no desenho  que está na faixa azul abaixo do gráfico, em seguida, clique em *calcular* e observe os números que apareceram.
- c) Eles se relacionam de alguma maneira? () Sim, () Não. Se você respondeu que sim, como eles se relacionam?
 - d) Altere os valores de $x=$ ___ até $x=$ ___ para valores que você queira e escreva o que você observa.

Segundo Encontro:

Agora clique na seta no canto superior esquerdo para voltar e repita os procedimentos 2, 3 e 4, mas agora digite x^2-4 em frente de $f(x)=$ e em seguida responda os itens a seguir.

- a) O que você pode dizer sobre o gráfico? Qual a diferença entre esse e o primeiro gráfico?
- b) Acima do gráfico aparecem também as seguintes informações: $f(0)=-4$, $f(-2)=0$, $f(2)=0$ e $\text{Min}(0;-4)$. O que você entende sobre essas informações? Elas aparecem no gráfico de que maneira?
- c) Agora siga o passo 4 novamente. Os números que aparecem se relacionam de alguma maneira? Qual?

Clique na seta no canto superior esquerdo novamente até chegar na tela de *funções*. Clique no + no canto inferior direito e crie um gráfico no

aplicativo seguindo os mesmos passos que você usou acima. Explore o gráfico que você criou se baseando também nas questões respondidas anteriormente.

A partir das observações feitas nos gráficos explorados, o que você pode dizer sobre x e $f(x)$? O que cada um deles representa? E nos gráficos?

Terceiro Encontro:

Explore os gráficos das seguintes funções:

- a) $f(x)=x+1$
- b) $f(x)=2x-4$
- c) $f(x)=-x+3$
- d) $f(x)=-4x-1$
- e) $f(x)=5x$
- f) $f(x)=x$

Funções dessa forma são chamadas de **Função Afim**.

- 1) Após explorar as funções acima, o que você pode dizer sobre as diferenças e semelhanças entre os gráficos?
- 2) Como seria a forma adequada para escrever uma função afim de forma generalizada?
- 3) Explore outros tipos de função afim e escreva suas observações.

Quarto Encontro:

Explore os gráficos das seguintes funções:

- a) $f(x)=x^2+1$
- b) $f(x)=x^2$
- c) $f(x)=8x^2$
- d) $f(x)=2x^2-4$
- e) $f(x)=-(x^2)+3$
- f) $f(x)=-(x^2)+2x-1$
- g) $f(x)=x^2+x+1$
- h) $f(x)=x^2+3x$

Funções dessa forma são chamadas de **Função Quadrática** ou **Função de Segundo Grau**.

- 4) Após explorar as funções acima, o que você pode dizer sobre as diferenças e semelhanças entre os gráficos?
- 5) Como seria a forma adequada para escrever uma função de segundo grau de forma generalizada?

- 6) Explore outros tipos de função de segundo grau e escreva suas observações.

APÊNDICE C – ENTREVISTA

Roteiro para entrevista com o professor

- 1) Pensando na realidade de sua escola e dos seus alunos, as atividades atenderam as suas expectativas? Por quê? Como você avalia essas atividades aplicadas e a participação dos alunos?
- 2) O aplicativo Matemática proporcionou a exploração dos conceitos de função?
- 3) A partir dessa experiência, a utilização de smartphones é viável em sala de aula?
- 4) Você sugeriria alterações nas atividades e/ou na condução das aulas?
- 5) O que você mais gostou ao longo das aulas?
- 6) Tem outras sugestões, críticas ou observações a fazer?
- 7) Como foi a experiência de trabalhar matemática atrelada ao uso do smartphone como recurso didático?
- 8) As atividades e as discussões ajudaram na continuidade do conteúdo?