

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

FELIPE DE MELO HEBLING

**ESTUDO E APLICAÇÃO DO MÉTODO PERIDINÂMICO EM UMA VIGA
METÁLICA BI-APOIADA DE COBRE SUBMETIDA À DEFORMAÇÃO**

**Ilha Solteira
2024**

FELIPE DE MELO HEBLING

**ESTUDO E APLICAÇÃO DO MÉTODO PERIDINÂMICO EM UMA VIGA
METÁLICA BI-APOIADA DO COBRE SUBMETIDA À DEFORMAÇÃO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado
à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira –
Unesp como parte dos requisitos para
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Nome do orientador

Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Hebling, Felipe de Melo.
H446e Estudo e aplicação do método peridinâmico em uma viga metálica bi-
 apoiada de cobre submetida à deformação / Felipe de Melo Hebling. -- Ilha
 Solteira: [s.n.], 2024
 27 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) -
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2024

Orientador: Marcio Antonio Bazani
Inclui bibliografia

1. Cobre. 2. MATLAB. 3. Materiais metálicos. 4. Peridinâmica. 5. Trinca.

Elaborada por Raiane da Silva Santos - CRB-8/9999

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

ATA DE DEFESA - TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: “ESTUDO E APLICAÇÃO DO MÉTODO PERIDINÂMICO EM UMA VIGA METÁLICA BI-APOIADA DE COBRE SUBMETIDA À DEFORMAÇÃO”

ALUNO: Felipe de Melo Hebling
Orientador: Prof. Dr. Marcio Antonio Bazani

RA: 171050959

Aprovado (x) - Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota: 7,0

Comissão Examinadora:

 Documento assinado digitalmente
MARCIO ANTONIO BAZANI
Data: 05/03/2024 16:34:24-0300
Verifique em <https://validar.jf.gov.br>

Orientador: Prof. Dr. Marcio Antonio Bazani

 Documento assinado digitalmente
EDUARDO PRETO
Data: 05/03/2024 18:00:09-0300
Verifique em <https://validar.jf.gov.br>

Me. Eduardo Preto

 Documento assinado digitalmente
LORENA VAZ DE MOURA OLIVEIRA
Data: 05/03/2024 22:32:14-0300
Verifique em <https://validar.jf.gov.br>

Eng. Lorena Vaz de Moura Oliveira

 Documento assinado digitalmente
FELIPE DE MELO HEBLING
Data: 04/03/2024 10:40:13-0300
Verifique em <https://validar.jf.gov.br>

Assinatura do Aluno

Ilha Solteira, 28/02/2024

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família, às pessoas que me ajudaram e participaram do meu desenvolvimento pessoal e profissional, como também à comunidade da Unesp pelo apoio.

AGRADECIMENTOS

Encarecidamente agradeço à todos que me ajudaram no desenvolvimento pessoal e profissional, aos familiares, amigos e comunidade da FEIS – Ilha Solteira, em especial ao orientador Prof. Dr. Márcio Antônio Bazani pelo apoio, paciência e orientação.

“A fraqueza da mente esconde o infinito de nós.”

James Douglas Morrison

RESUMO

O método peridinâmico é uma das áreas de estudo a respeito da mecânica da fratura, sendo o uso da teoria não-local do contínuo por meio da Segunda Lei de Newton, será empregada para analisar as descontinuidades e suas características. A proposta deste trabalho é utilizar o método peridinâmico através de um modelo numérico computacional por meio do software MATLAB, no qual será possível a simulação de uma trinca em um material. O material selecionado para estudo é o cobre em função dos resultados obtidos, da literatura e das análises experimentais. Com isso, o estudo consiste em introduzir a peridinâmica, na sequência há uma exposição sobre as características do material base do estudo e, finalmente a metodologia utilizada por meio do programa computacional. Consequentemente, os resultados serão discutidos a fim de analisar as características do Cobre em um modelo peridinâmico, visto que os materiais metálicos são comumente utilizado na indústria, portanto é estabelecido as contribuições do estudo acerca do material metálico.

Palavras-chave: Cobre; MATLAB; Materiais Metálicos; Peridinâmica; Trinca.

ABSTRACT

Peridynamics method it is one of the fracture mechanics's areas, using nonlocal theory of continuous by Newton's second law to analysis discontinuities and their characteristics. The purpose of this work, is using peridynamics methods as a numerical method by MATLAB, to simulate crack on material. The material studied was copper because the results obtained from literature and another experiments. Firstly, introduction presents peridynamics considerations, so presents material's characteristics and the methods used by numerical model. The results obtained will be discussed to understand the copper's characteristics on a peridynamics method, since, metallic materials are used in industry. Finally, this work establishes the contributions of the study regarding metallic materials

Keywords: Copper; Crack; MATLAB; Metallic Materials; Peridynamic.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. Considerações Gerais	11
1.2. Objetivo	13
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
3. METODOLOGIA	18
4. RESULTADOS.....	21
5. CONCLUSÃO	25
6. REFERÊNCIAS.....	26
7. APÊNDICE A – CÓDIGO DO PROGRAMA ORIGINAL.....	27

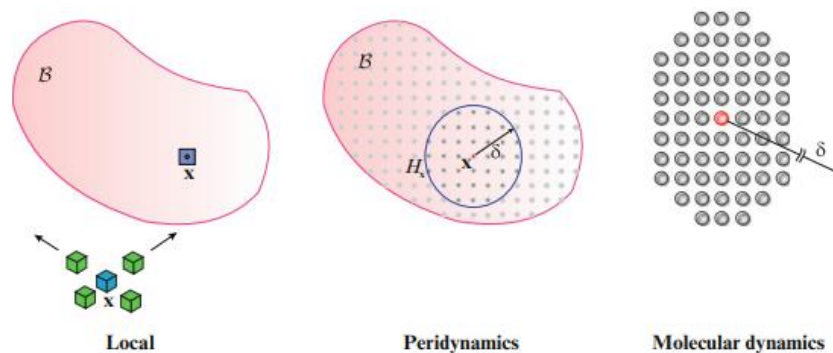
1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

No estudo acerca da mecânica da fratura, é comum a utilização da teoria local clássica do contínuo, amplamente aplicada em pesquisas a na indústria; tal como o Método dos Elementos Finitos (FEM), que é usado como uma ferramenta computacional para modelagem de problemas que podem ocorrer em estruturas, entretanto, este segundo método possui limitações quando há presença de descontinuidade no material.

Diversas teorias não-local do contínuo foram desenvolvidas, como, por exemplo, a proposta por Eringen e Edelen (1972), que diz respeito à dinâmica molecular: essa teoria foi aplicada por meio das leis de equilíbrio e da termodinâmica. Posteriormente, surge a teoria não-local do contínuo, Peridinâmica, proposta por Silling (2000) com aplicação através da segunda lei de Newton, conforme apresenta a figura 1.

Figura 1 – Comparação de modelos da teoria local e não-local do contínuo

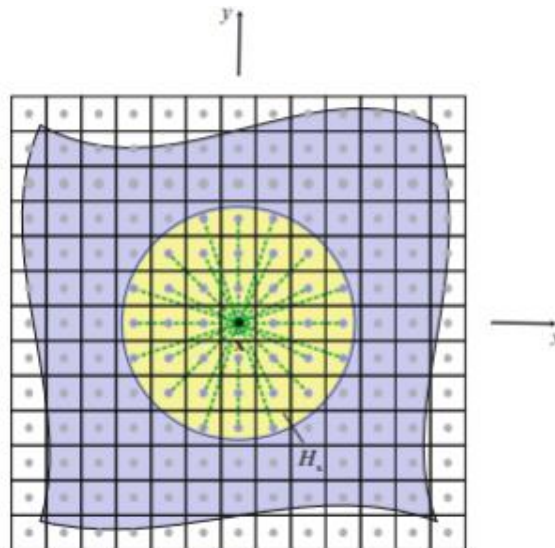


Fonte: Madenci (2014).

A peridinâmica considera a análise das descontinuidades e suas características, sendo capaz de incluir estudos em macro ou micro estrutura por meio de equações diferenciais, tal como a reação do material quando está sujeito a danos. Assim, a peridinâmica possibilita o uso de menores recursos computacionais comparada ao FEM (MADENCI; OTERKUS, 2014).

Na figura 2, nota-se que a interação dos pontos materiais depende da deformação e das propriedades constitutivas do material, com isso, o estado de um ponto material recebe influência dos outros pontos situados em uma determinada região, o horizonte.

Figura 2 – Interação de um ponto material em uma placa bi-dimensional



Fonte: Madenci (2014).

As soluções que a peridinâmica fornece, podem ser aplicadas por meio de modelos estáticos (quasi-static) baseados no uso da força aplicada, como também através dos movimentos de inércia e velocidade (dinamic-explicit). (MADENCI; OTERKUS, 2014). Esses modelos possuem diferentes parâmetros de compilação no programa, devido ao diferente uso do campo teórico aplicado no código fonte. O modelo de solver quasi-static é utilizado a situação no qual não envolve movimento, ou seja, não considera a cinética para a simulação.

Tendo em vista os conceitos da peridinâmica definidos, é importante entendermos de que forma que elas afetam no estudo proposto, para tanto, na fundamentação teórica discutimos a teoria a ser empregada no experimento.

1.2. Objetivo

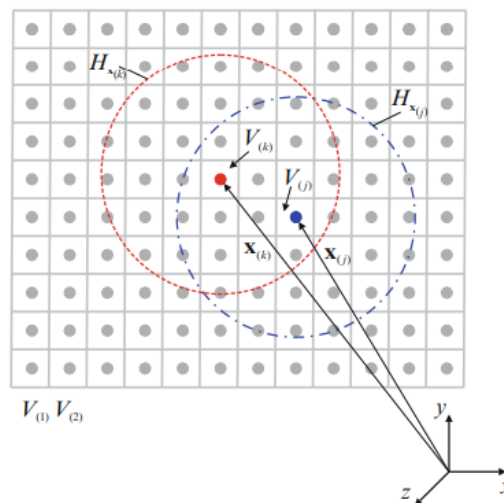
O propósito desse trabalho é comparar os resultados obtidos do cobre com o soda-lime glass (Patriota, 2018) na ferramenta computacional MATLAB através do método peridinâmico. Será realizado o estudo da mecânica da fratura em uma trinca de um material, por meio da equação da peridinâmica.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Um determinado corpo, independente do instante de tempo, em um estado sem deformação, pode ser dividido em infinitos pontos materiais ou partículas. Cada um desse ponto é definido como ponto material e pode ser indicado pela coordenada destas como, $x_{(k)} = (1, 2, 3, \dots, \infty)$, associando a um volume incremental $V_{(k)}$ e uma densidade $\rho(x_{(k)})$. Cada ponto material pode ser submetido a carregamentos, deslocamento ou velocidade, resultando em um certo movimento e deformação. Quando se ocorre um carregamento $u_{(k)}$, o ponto material $x_{(k)}$, é apresentado como um vetor $y_{(k)}$ em coordenadas cartesianas. O vetor de deslocamento como $u_{(k)}(x_{(k)}, t)$ e o vetor de carregamento $b_{(k)}(x_k, t)$ (MADENCI; OTERKUS, 2014).

A teoria da peridinâmica apresentada por Silling (2000), discretiza que o movimento de um corpo é analisado de acordo com a interação de um ponto material com outro, esse processo gera interações entre os pontos vizinhos. Desse ponto de vista, assume-se que a influência dos pontos materiais entre si está ocorrendo através de uma região definida por horizonte ($H_{x_{(k)}}$), podendo interagir com outra vizinhança, de horizonte ($H_{x_{(j)}}$). Se um ponto material estiver a uma certa distância sendo o raio do horizonte (δ) de interação do ponto material $x_{(k)}$, é definida por família (MADENCI; OTERKUS, 2014).

Figura 3 – Interação dos pontos materiais



Fonte: Madenci (2014).

É do interesse da peridinâmica, avaliar o estado de deformação (Y) e o estado da força (T). A posição relativa do vetores $(y_{(j)} - y_{(k)})$, pode ser obtida por meio da aplicação da deformação (Y) na posição relativa do vetor $(x_{(j)} - x_{(k)})$, assim:

$$(y_j - y_k) = T = Y(x_k, t)(x_j - x_k) \quad (1)$$

A diferença aparente entre o estado força (T) e o estado da deformação (Y), é porque o primeiro depende do segundo, assim, o estado da força do ponto material (T) depende do deslocamento relativo (S) entre dois pontos materiais dentro do horizonte. (MADENCI; OTERKUS, 2014).

Então, o deslocamento relativo (S) entre dois pontos materiais, pode ser expresso na equação 2. (VINHA, 2022)

$$S_{(k)(j)} = \frac{|y_j - y_k| - |x_j - x_k|}{|x_j - x_k|} \quad (2)$$

Portanto, como o estudo se baseia na análise infinitesimal, aplica-se a Segunda Lei de Newton para englobar a somatória de forças apresentadas na equação 3 e integra-se para resultar na equação da Peridinâmica (Equação 4).

$$\rho_{(k)} \ddot{u}_{(k)} = \sum_{j=1}^{\infty} [T(x_{(k)}, t)(x_{(j)} - x_{(k)}) - T(x_{(j)}, t)(x_{(k)} - x_{(j)})] V_{(j)} + b_{(k)} \quad (3)$$

$$\rho(x) \ddot{u}(x, t) = \int_H [T(x_{(k)}, t)(x_{(j)} - x_{(k)}) - T(x_{(j)}, t)(x_{(k)} - x_{(j)})] dH + b(x, t) \quad (4)$$

Os termos constituintes da integral, apresentam-se como as forças aplicadas no sistema, na qual é desenvolvida a deformação do material, forças externas, como também a discretização das forças internas, tal qual o intervalo de integração representa a região do horizonte, apresentada na figura 2 (MADENCI; OTERKUS, 2014).

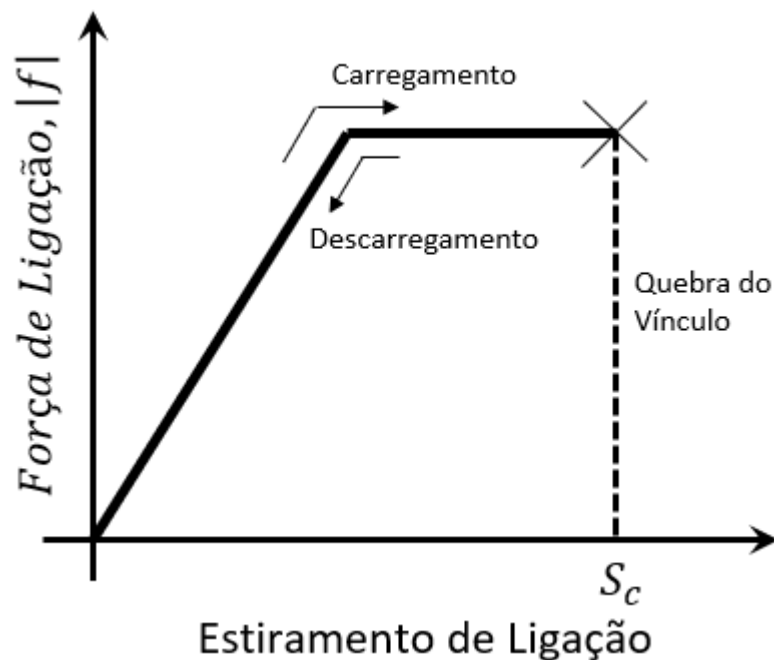
Faz-se necessário analisar cuidadosamente o comportamento da deformação, para tanto, utiliza-se a lei de Hooke, apresentada na equação 5, como um agente para

obter os resultados e características da deformação, apresentado na equação 5 (PATRIOTA, 2018).

$$f(\xi) = C(\xi)S(\xi) \quad (5)$$

Para além da equação, é importante considerar o comportamento isentrópico do material, análise das descontinuidades na região do horizonte, entre outros. O estudo para o dano introduzido por Silling (2000), através de um modelo escalar de força de um material microelástico frágil por estiramento de ligação, é apresentado na figura 4.

Figura 4 – Força escalar de um material frágil x estiramento de ligação



Fonte: Madenci (2014).

Considerando a figura 4, podemos observar que o estiramento de ligação ou valor crítico do estiramento (S_c) apresenta a linearidade do comportamento do material, conforme o alongamento aumenta, o material reage até a ruptura. Esse modelo apresentado é definido como PMB (PATRIOTA, 2018). Assim, é possível mensurar o estiramento por meio da energia crítica da fratura (G_0), módulo de elasticidade (E) e raio do horizonte (δ) através da equação 6 (VINHA, 2022).

$$S_c = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (6)$$

Após o entendimento sobre a fundamentação teórica a ser aplicada, é importante entender a metodologia pela qual a pesquisa se desenvolve. No tópico seguinte, os passos do experimento serão detalhados afim de que o processo seja compreendido com clareza.

3. METODOLOGIA

Este trabalho teve como base o estudo de livros, artigos, e teses sobre o tema. Utilizou-se do modelo computacional da peridinâmica em MATLAB desenvolvido por Patriota (2018). As condições e parâmetros de simulação foram os mesmos utilizados do programa original, as alterações subsequentes feitas no programa para realizar o experimento, dizem respeito à modificação das propriedades dos materiais utilizados.

O propósito inicial foi comparar os resultados da soda-lime glass (Patriota, 2018), com o aço SAE 1045. As propriedades relevantes que sofreram alteração, estão apresentadas nas tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Soda-Lime Glass

Propriedade do Material	Valor
Módulo de Young [GPa]	72
Densidade [Kg/m ³]	2240
Coeficiente de Poisson	0,3
Energia Crítica da Fratura [J/m ²]	3,8

Fonte: Patriota, 2018.

Tabela 2 – AÇO SAE 1045

Propriedade do Material	Valor
Módulo de Young [GPa]	190
Densidade [Kg/m ³]	7870
Coeficiente de Poisson	0,27
Energia Crítica da Fratura [J/m ²]	-

Fonte: Callister, 2007.

Por carência de fontes, não foi possível obter o valor exato da energia crítica da fratura do aço, desse modo, as características do cobre foram utilizadas como base do estudo, visto que, ambos são materiais metálicos apresentando maior tenacidade em relação à soda-lime glass e que o comportamento resultante de uma deformação são aceitáveis.

Um dos primeiros estudos sobre a energia crítica da fratura para trinca ou danos no material foi proposto por Griffith (1921), o estudo em questão foi realizado em vidro. Porém os mesmos experimentos realizados no aço foram anormais devido a diferença das propriedades dos dois materiais. Posteriormente, o estudo realizado no aço foi elaborado por Irwin (1953), no qual acrescentou na equação da energia crítica, o fator da deformação plástica ocorrida no aço. (Zhigang Suo, 2010)

$$\Gamma = 2\gamma + \omega_p \quad (7)$$

Nesta equação, temos que Γ é Energia da Fratura, 2γ a energia da superfície e ω_p o trabalho plástico. Assim, para obter resultados em meios de comparação entre o soda lime-glass e o aço, utilizou-se as propriedades do cobre, um material metálico semelhante, já que o estudo realizado por Harry Udin (1948-1951) atribuiu ao cobre o valor da energia crítica (tensão superficial) de $1,65 \text{ J/m}^2$ na condição de fusão, valor este a ser utilizado no estudo e na simulação.

A Tabela 3 apresenta os valores referentes ao cobre.

Tabela 3 – Cobre

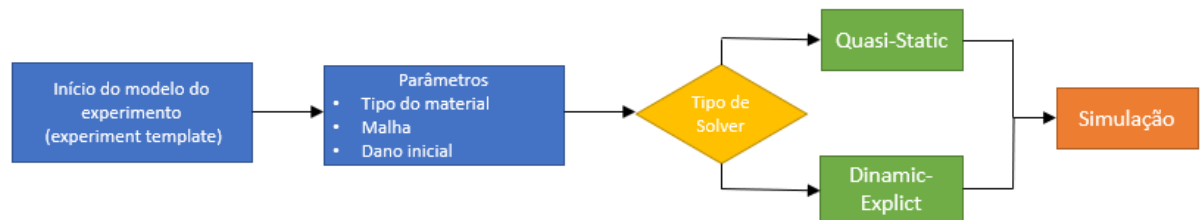
Propriedade do Material	Valor
Módulo de Young [GPa]	115
Densidade [Kg/m ³]	8940
Coefficiente de Poisson	0,34
Energia Crítica da Fratura [J/m ²]	1,65

Fonte: Callister, 2007.

O observando os critérios e comportamento da equação da peridinâmica propostos por Silling (2000), a fundamentação teórica do modelo estático (quasi-static) apresentada por Madenci; Ortekus (2014) e a orientação do Prof. Dr. Marcio Antonio Bazani, tendo como objetivo a obtenção das curvas de deslocamento, densidade de energia e deformação da malha, os resultados do estudo são apresentados no tópico seguinte.

A figura 5 apresenta um esboço do funcionamento do código, no qual utilizou o solver quasi-static conforme o programa original e conforme apresentado, alterou-se apenas as propriedades do material.

Figura 5 - Esboço de Funcionamento do Programa



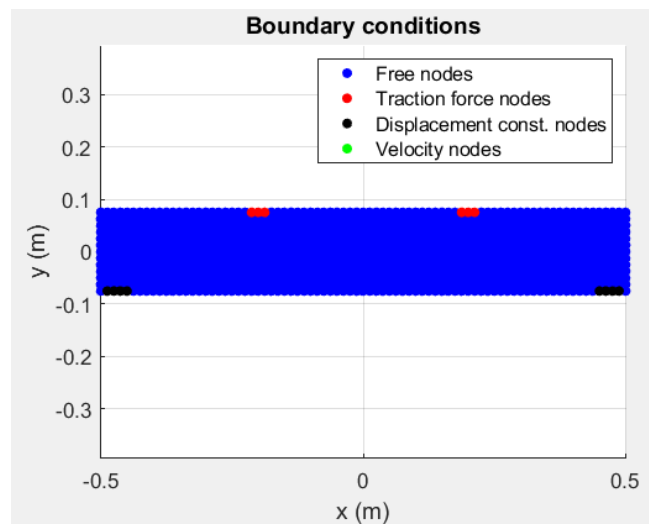
Fonte: Elaborado pelo autor.

4. RESULTADOS

Nas figuras 7 a 11 estão ilustradas as comparações das simulações feitas a partir da soda-lime glass (Patriota, 2018) e o Cobre. É interessante observar que os experimentos apresentam as mesmas condições de simulação e malha, sendo fator determinante dos resultados e variáveis únicas, as propriedades dos materiais.

A figura 6 apresenta as condições de contorno de ambos os experimentos, onde representa uma viga bi-apoiada em suas extremidades e a aplicação das forças.

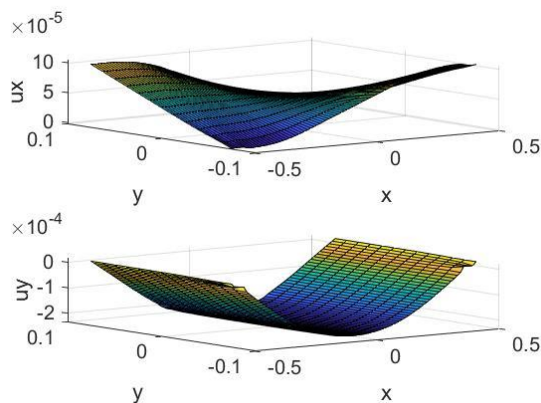
Figura 6 - Condições de Contorno



Fonte: Elaborado pelo autor.

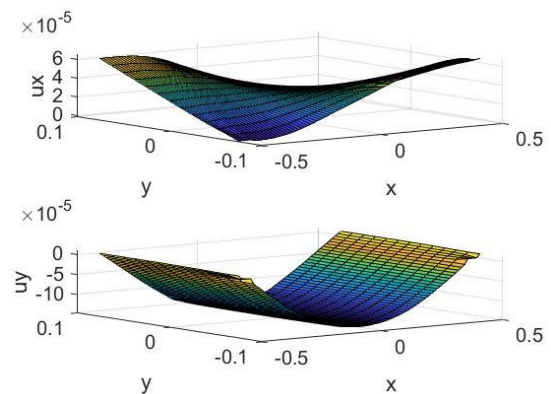
Figura 7 – Energia crítica da fratura nos eixos cartesianos

Figura 7 (a) – Soda-Lime Glass



Fonte: Patriota, 2018

Figura 7 (b) – Cobre

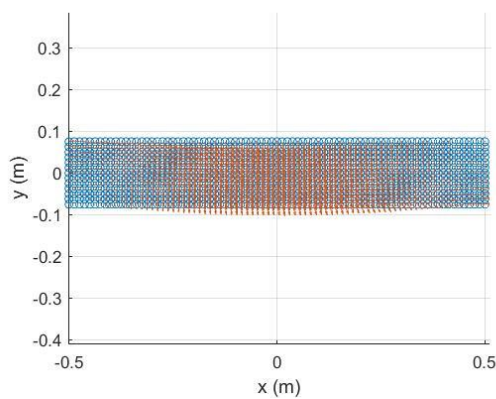


Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que os valores apresentados para o soda-lime glass mostraram uma deflexão maior que o cobre, uma vez que este sofreu um deslocamento maior por meio da mesma carga aplicada. Isso pode ser observado porque o módulo de Young e a densidade do cobre são superiores ao do outro material, permitindo que ele absorva mais energia.

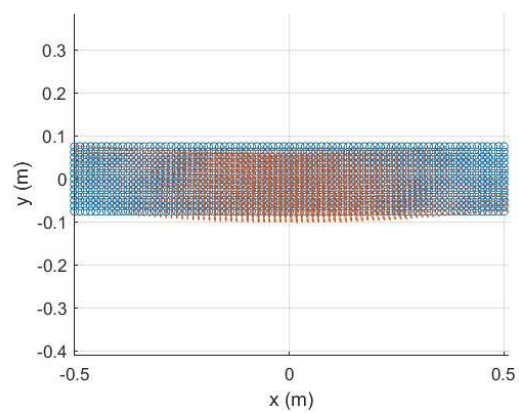
Figura 8 – Deslocamento da deformação devido à força aplicada

Figura 8 (a) - Soda-Lime Glass



Fonte: Patriota, 2018

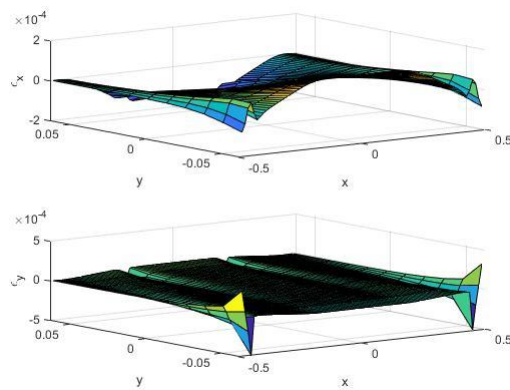
Figura 8 (b) – Cobre



Fonte: Elaborado pelo autor.

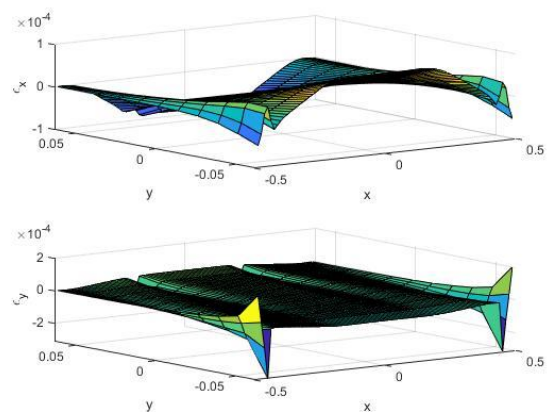
Figura 9 – Deformação da malha

Figura 9 (a) - Soda-Lime Glass



Fonte: Patriota, 2018

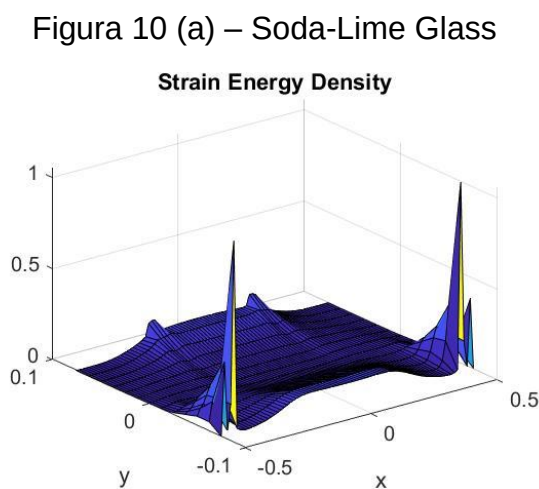
Figura 9 (b) – Cobre



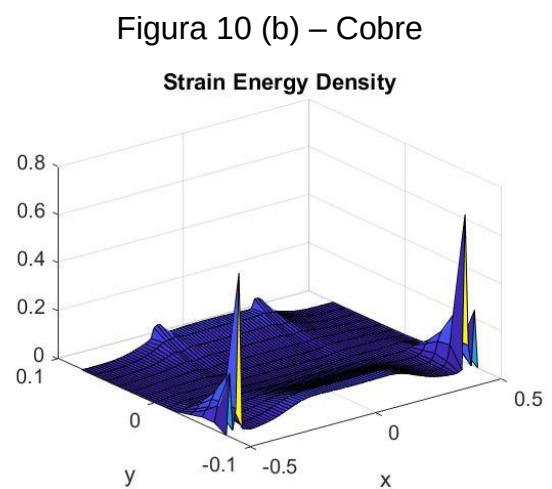
Fonte: Elaborado pelo autor.

Tendo em vista a equação 5, nota-se que o valor do módulo de Young da soda-lime glass será menor, por consequência da deformação da mesma apresentar valores maiores ao cobre (Figura 8 e 9). A deformação representa o deslocamento do material por meio da carga aplicada, sendo relacionado à tenacidade, logo, a tenacidade do cobre é maior, com isso, sendo um material metálico, absorve mais energia, consequentemente, não irá fraturar antes do soda-lime glass.

Figura 10 – Densidade da energia de deformação



Fonte: Patriota, 2018.

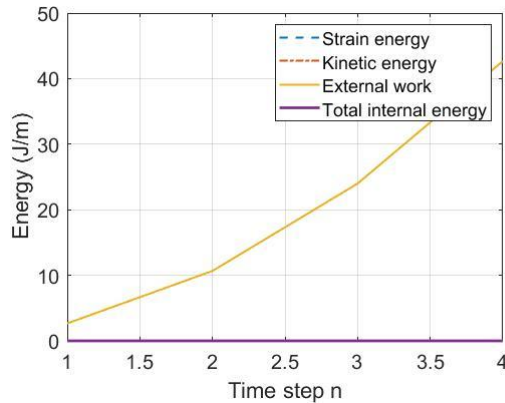


Fonte: Elaborado pelo autor.

A figura 10, mostra o grau de assimetria entre os dois tipos de materiais, apresentado como a densidade de energia de deformação em cada direção do material, esta, é relacionada ao coeficiente de Poisson que representa uma medida de isotropia, ou seja, a característica de possuir a mesma propriedade física em todas as direções.

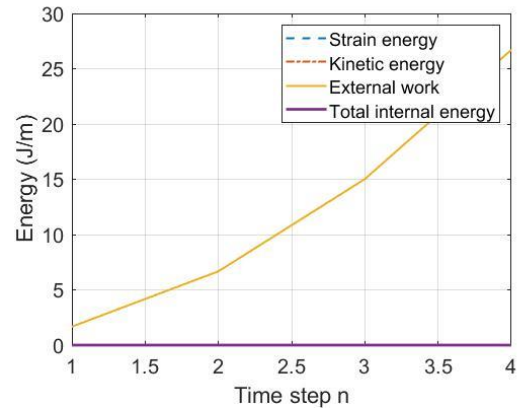
Figura 11 – Energia

Figura 11 (a) – Soda-Lime Glass



Fonte: Patriota, 2018.

Figura 11 (b) – Cobre



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tendo em vista o conceito de conservação de energia, podemos dizer que a energia que entra no sistema é igual a energia que sai do mesmo. Então, se houver variação de energia no sistema, ele absorve parte dessa energia. Assim, a energia total apresentada na figura 11 está associada à energia interna do material. Portanto, pode-se dizer que o cobre absorveu mais energia que o soda-lime glass, visto que, a energia apresentada no gráfico é menor.

A partir desses resultados, é possível chegar a uma série de afirmações que serão úteis tanto para o estudo de deformação do cobre, como para o estudo de outros materiais metálicos de interesse da indústria. Sendo assim, as considerações finais sobre o estudo são apresentadas no próximo tópico.

5. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos da propagação de uma trinca por meio da simulação numérica no MATLAB, contribuem para a análise do comportamento de um determinado material metálico na situação de dano. A comparação entre os resultados do soda-lime glass e do cobre, indica que o comportamento do material metálico na simulação é coerente com o esperado, mostrando a capacidade dos metais em absorver energia (figura 11). Além disso, nota-se que sua deformação percorre a região elástica e plástica, como também suas características como tenacidade e isotropia, como apresenta a figura 9 e 10.

Apesar da situação e das condições apresentadas serem excepcionais (visto que para a indústria, o cobre possui um alto valor financeiro e inviabilidade para o uso de uma viga bi-apoiada), as soluções apresentadas contribuem para o estudo no comportamento de materiais metálicos para o método peridinâmico na teoria não-local do contínuo. A importância do experimento não se restringe ao material cobre, uma vez que pode ser aplicado e modificado para outros materiais de interesse.

O experimento, possibilita a abrangência dos estudos acerca dos materiais metálicos na peridinâmica, visto que há diversas linhas de pesquisas no assunto. É importante destacar também que a carência de informações acerca dos materiais, dificulta e até mesmo impede a elaboração de novas pesquisas. Apesar disso, a peridinâmica torna-se uma ferramenta alternativa e promissora comparada ao FEM, visto que exige menos recursos computacionais.

Tendo em vista o estudo e as discussões apresentadas, seria interessante para novos estudos, a aplicação de outros tipos de materiais na simulação, a utilização de outras condições de contorno e a aplicação de soluções envolvendo velocidade e energia cinética (Dinâmica Explicit).

6. REFERÊNCIAS

CALLISTER, Jr., W.D. **Materials Science and Engineering**. 7^o ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2007

E. Madenci and E. Oterkus, **Peridynamic Theory and Its Applications**, Springer, New York, 2014.

G. R. Irwin. **Introductory Fracture Mechanics**, 1972. Disponível em: <<https://www.gruppofrattura.it/books/Irwin/files/assets/common/downloads/publication.pdf>>. Acesso em: 07 de Dezembro de 2023.

SILLING, S. A. **Reformulation of elasticity theory for discontinuities and longrange forces**. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 48, n. 1, p. 175–209, 2000.

S. Zhigang. **Engineering Sciences 247: Fracture Mechanics**, 2010. Disponível em: <<https://imechanica.org/node/7448f>>. Acesso em: 03 de Janeiro de 2024.

S. Zhigang. **Energy release rate. Fracture energy**, 2010. Disponível em: <https://imechanica.org/files/Energy%20release%20rate%202014%2002%2014_0.pdf>. Acesso em: 03 de Janeiro de 2024.

T. V. B. Patriota, **Numerical investigation of damage models in twodimensional peridynamics using MATLAB**. 2018. 174 f. Tese (Mestrado de ciências em Engenharia Mecânica) – Politecnico di Milano, School of Industrial and Information Engineering, 2018.

UDIN. H. **Grain Boundary Effect In Surface Tension Measurement** TRANSACTIONS AIME, VOL. 189, JANUARY 1951, JOURNAL OF METAL

VINHA, A. M. **ANÁLISE DO MÉTODO PERIDINÂMICO COMO POTENCIAL FERRAMENTA DE MANUTENÇÃO PREDITIVA**. Ilha Solteira: UNESP, 2022.

7. APÊNDICE A – CÓDIGO DO PROGRAMA ORIGINAL

O código original desenvolvido e disponibilizado pelo (PATRIOTA, 2018) na linguagem MATLAB, se encontra em:

<https://bitbucket.org/tulio_vbp/pdlab/src/master/>.