

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2002



1110000490



***“Modelagem e Análise de
Estrutura com Junta
Aparafusada - Análise Teórica
e Experimental”***

JOÃO ALBERTO DE OLIVEIRA

167



CARO LEITOR NÃO
RISQUE O LIVRO

**MODELAGEM E ANÁLISE DE ESTRUTURA COM JUNTA
APARAFUSADA - ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL**

JOÃO ALBERTO DE OLIVEIRA

Tese apresentada à Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá da
Universidade Estadual Paulista, para
a obtenção do título de Doutor em
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Araildo Lima da Silva

Co-orientador: Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva

Guaratinguetá
2002

FACULDADE DE ENGENHARIA
DE GUARATINGUETÁ

BIBLIOTECA

490
00490



Oliveira, João Alberto de
O48m Modelagem e análise de estrutura com junta aparafusada –
Análise teórica e experimental / João Alberto de Oliveira . -
Guaratinguetá : [s,n.], 2002
220f. : il.

Bibliografia: f. 192-195
Inclui apêndice
Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade
de Engenharia de Guaratinguetá, 2002
Orientador: Prof. Dr. Araildo Lima da Silva
Co-orientador : Prof Dr. Fernando de Azevedo Silva

1.Projeto de engenharia mecânica I. Título

CDU 62.001.63

**“MODELAGEM E ANÁLISE DE ESTRUTURA COM JUNTA APARAFUSADA -
ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL”**

JOÃO ALBERTO DE OLIVEIRA

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA”**

**ESPECIALIDADE: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PROJETOS E MATERIAIS**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. José Luz Silveira
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. ARAILDO LIMA DA SILVA
Orientador / Unesp-Feg



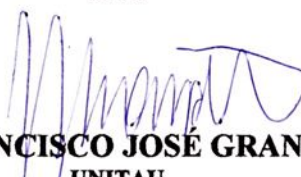
Prof. Dr. TAMOTSU HIRATA
Unesp-Feg



Prof. Dr. JOÃO ZANGRANDI FILHO
Unesp-Feg



Prof. Dr. JOSÉ CÉLIO DIAS
EFEI



Prof. Dr. FRANCISCO JOSÉ GRANDINETTI
UNITAU

Fevereiro de 2002

DADOS CURRICULARES

JOÃO ALBERTO DE OLIVEIRA

NASCIMENTO: 18.06.1948 – São Lourenço MG - BRASIL

FILIAÇÃO: Geraldo de Oliveira
Sebastiana Batista de Oliveira

1972/1980: Curso de Graduação de Engenharia Mecânica
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da
UNESP

1989/1994: Curso de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá da UNESP

1995/2002: Curso de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica, nível de Doutorado na Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá da UNESP



A Deus, fonte de luz e salvação.
Aos meus pais, carinho e gratidão.
À minha esposa, amor e inspiração.
Aos meus filhos, amizade e compreensão.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Araildo Lima da Silva, pela orientação recebida.

Aos técnicos do Departamento de Mecânica:

Pedro Antonio dos Santos, pela confecção da bancada;

Carlos Alberto Quirino, pela usinagem dos corpos de prova;

Sebastião Sávio da Silva, pela construção do dispositivo de fixação dos parafusos;

Urbano Gonçalves de Oliveira, pela usinagem das cabeças dos parafusos;

Walter Luiz Medeiros Tupinambá, pela colagem dos extensômetros elétricos, e das calibrações efetuadas na ponte de extensometria e do analisador de vibrações.

Aos técnicos do Departamento de Materiais Wilson Roberto Monteiro e Célio José de Souza, na operação da máquina de ensaio e tração.

Às funcionárias Rosilea Ribeiro de Matos e Lúcia Helena de Paula, pelo trabalho de digitação.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram para execução deste trabalho.



*Este trabalho contou com apoio da seção de Pós-Graduação da FEG-Unesp,
na confecção dos moldes e fundição dos corpos de prova*



*Feliz o homem que encontrou a sabedoria,
o homem que alcançou a prudência.*

(Provérbios 3,13)



SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

1	INTRODUÇÃO.....	32
1.1	Importância de juntas em projeto.....	32
1.2	Exemplos de aplicações de juntas aparafusadas.....	33
1.2.1	Indústria de máquinas- ferramentas.....	33
1.2.2	Indústria aeroespacial.....	35
1.3	Revisão bibliográfica.....	36
1.4	Objetivos do trabalho.....	39
1.5	Estrutura da tese.....	39
2	RIGIDEZ DE JUNTA EM CONEXÕES APARAFUSADAS.....	43
2.1	Introdução.....	43
2.2	Carga estática de tração aplicada numa junta aparafusada.....	46
2.2.1	Montagem da junta – força de aperto inicial (pré-carga).....	46
2.2.2	Junta submetida a uma carga externa de tração.....	48
2.2.2.1	Fração da carga externa absorvida pelo parafuso e membros da junta.....	50
2.2.2.2	Fator de carga Φ_k	50
2.2.2.3	Força resultante no parafuso (força de tração).....	51
2.2.2.4	Força resultante nos membros da junta (força de compressão).....	51
2.2.2.5	Carga crítica para separação dos membros da junta.....	51
2.2.3	Carga de tração aplicada na interface da junta.....	52

2.2.4	Planos de carregamentos.....	54
2.3	Carga dinâmica aplicada em uma junta aparafusada.....	55
2.3.1	Componente da tensão variável no parafuso.....	57
2.3.2	Componente da tensão média no parafuso.....	57
2.3.3	Redução da falha por fadiga de um parafuso numa junta aparafusada.....	58
2.4	Determinação de rigidez estática de parafuso	58
2.4.1	Através da área da seção transversal nominal (A_n).....	59
2.4.2	Através da equação de Bickford	59
2.5	Determinação da rigidez estática de membros de junta aparafusada..	61
2.5.1	Teorias propostas de obtenções de rigidezes de membros.....	63
2.5.1.1	Teoria de Röttscher.....	63
2.5.1.2	Bosch, Bach and Findeisen.....	63
2.5.1.3	Birger.....	64
2.5.1.4	Vitkup.....	64
2.5.1.5	Danilow.....	65
2.5.1.6	Fritsche.....	65
2.5.1.7	Weiss e Wallner.....	65
2.5.2	Método de Wileman.....	66
2.6	Comparações de rigidezes estáticas de membros e de fatores de carga de uma junta aparafusada.....	66
2.6.1	Comparações de rigidezes estáticas de membros e de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta.....	67
2.6.1.1	Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função da espessura L – membros e parafuso (aço).....	68
2.6.1.2	Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta-membros e parafuso (ferro fundido).....	71

2.6.2	Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p	74
2.6.2.1	Comparações de rigidezes e de fatores de carga em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (aço).....	75
2.6.2.2	Comparações de rigidezes e de fatores de carga em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).....	78
2.6.3	Comparações de fatores de carga em função da espessura L dos membros da junta (ferro fundido) e parafuso (aço).....	80
2.6.4	Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso – membros (ferro fundido) e parafuso (aço).....	81
3	VIBRAÇÃO TRANSVERSAL LIVRE DE VIGAS.....	83
3.1	Introdução.....	83
3.2	Vibração transversal livre sem amortecimento.....	84
3.2.1	Teoria elementar de barra	84
3.2.2	Equação diferencial parcial	86
3.2.3	Solução da equação diferencial do movimento transversal de barra..	89
3.2.4	Condições de contorno da barra ou viga com extremidades livres.....	92
3.2.4.1	Frequências naturais de vibração.....	93
3.2.4.2	Modos naturais de vibrações.....	94
3.3	Frequências naturais teóricas de vibração da viga contínua(ω_n).....	94
3.3.1	Viga contínua duplamente livre.....	95
3.3.2	Viga contínua cantilever.....	96
3.4	Vibração transversal livre de vigas com amortecimento.....	97
3.4.1	Materiais viscoelásticos.....	97
3.4.2	Modelo de Kelvin-Voigt.....	98
3.4.3	Vibração transversal livre com amortecimento.....	99
3.4.4	Amortecimento crítico c_{ic}	104
3.4.5	Movimento oscilatório.....	105

3.4.6	Picos ou deslocamentos máximos.....	106
3.4.7	Decremento logarítmico (δ).....	107
4	MODELAGENS E SIMULAÇÕES DAS VIGAS.....	110
4.1	Finalidades.....	110
4.2	Organização do programa ANSYS.....	110
4.2.1	Nível início (Begin).....	110
4.2.2	Nível processamento (processor).....	111
4.3	Modelagens das vigas (modelos).....	111
4.3.1	Modelo da viga continua.....	112
4.3.2	Modelo da viga com junta aparafusada.....	112
4.3.2.1	Modelos da subviga com extremidade flangeada.....	112
4.3.2.2	Modelos dos parafusos sextavados – M14.....	113
4.3.2.3	Modelos das porcas sextavadas-M14.....	114
4.3.2.4	Modelo da viga com junta aparafusada- conjunto.....	114
4.3.3	Modelo da viga com flange.....	115
4.4	Gerações das malhas.....	115
4.5	Análise modal.....	116
4.5.1	Análise modal da viga continua.....	117
4.5.1.1	Frequência naturais da viga continua (simulação).....	117
4.5.1.2	Modos de vibrações da viga continua (simulação).....	117
4.5.2	Análise modal da viga com flange.....	120
4.5.2.1	Frequências naturais de vibrações da viga com flange.....	120
4.5.2.2	Modos de vibrações da viga com flange.....	121
4.5.3	Análise modal da viga com junta aparafusada.....	122
4.5.3.1	Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada sem elementos de contato ($T=49\text{N.m}$).....	122
4.5.3.2	Modos de vibrações da viga com junta aparafusada.....	123
4.5.3.3	Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada com elemento de contato ($T=49\text{Nm}$).....	126

4.6	Comparações das frequências naturais obtidas por simulações para os modelos.....	126
4.7	Deflexões das vigas - rigidezes estáticas.....	127
4.7.1	Deflexões da viga contínua – rigidez estática.....	127
4.7.2	Deflexões da viga com flange – rigidez estática.....	128
4.8	Compressão dos membros da junta aparafusada (flanges) - rigidez estática.....	130
5	PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS.....	133
5.1	Introdução.....	133
5.2	Local de execução.....	133
5.3	Corpos de prova.....	133
5.3.1	Moldes de madeira.....	133
5.3.2	Modelos de vigas utilizados.....	135
5.3.3	Primeiro corpo de prova– viga contínua.....	135
5.3.4	Segundo corpo de prova– viga com junta aparafusada.....	136
5.3.5	Desenhos esquemáticos.....	137
5.3.5.1	Primeiro corpo de prova – viga contínua.....	137
5.3.5.2	Viga com extremidade flangeada.....	137
5.3.5.3	Segundo corpo de prova – viga com junta aparafusada (conjunto)....	137
5.3.6	Medidas de rugosidades das superfícies de contato dos flanges.....	138
5.4	Dados técnicos dos parafusos e porcas utilizados na viga com junta aparafusada (conjunto).....	139
5.4.1	Parafusos.....	139
5.4.2	Porcas.....	140
5.4.3	Extensômetros elétricos (STRAIN GAGES).....	140
5.5	Torque nos parafusos	141
5.6	Calibrações dos extensômetros elétricos.....	142
5.6.1	Finalidade.....	142

5.6.2	Colagem dos extensômetros elétricos.....	142
5.6.3	Dispositivo de fixação utilizado nos parafusos.....	143
5.6.4	Ensaio de calibrações dos extensômetros.....	144
5.6.5	Curvas de calibrações obtidas.....	148
5.6.5.1	Parafuso número 1.....	148
5.6.5.2	Parafuso número 2.....	149
5.6.5.3	Parafuso número 3.....	149
5.6.5.4	Parafuso número 4.....	150
5.7	Ensaio de tração do conjunto: parafuso e porca.....	150
5.8	Ensaio realizados nas vigas (corpos de prova).....	152
5.8.1	Tipos de ensaios realizados nas vigas e finalidades.....	152
5.8.1.1	Ensaio de dureza Brinell.....	154
5.8.1.2	Ensaio de flexão a cargas variáveis.....	154
5.8.1.3	Ensaio de vibração.....	158
5.8.1.3.1	Descrição do ensaio de vibração das vigas para determinar as suas frequências naturais.....	160
5.8.1.3.2	Descrição do ensaio de vibração da vigas contínua para determinar o seu amortecimento.....	161
5.9	Ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico.....	164
6	ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	165
6.1	Ensaio de flexão à cargas variáveis das vigas	165
6.1.1	Ensaio de flexão da viga contínua.....	165
6.1.1.1	Rigidez estática da viga contínua devido a flexão.....	166
6.1.1.2	Módulo de elasticidade da viga contínua (ferro fundido cinzento)....	167
6.1.2	Ensaio de flexão a três pontos da viga com junta aparafusada.....	168
6.2	Ensaio de vibração das vigas.....	170
6.2.1	Ensaio de vibração da viga contínua (cantilever) – amortecimento...	170
6.2.2	Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)- frequências naturais.....	172

6.2.3	Ensaio de vibração da viga com junta aparafusada (livre-livre).....	173
6.2.4	Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)-módulo de elasticidade.....	174
6.3	Força de aperto no parafuso em função do torque aplicado.....	176
6.3.1	Através da relação direta entre torque e força.....	176
6.3.2	Através das curvas de calibrações dos parafusos.....	177
6.3.3	Comparações entre as forças de aperto aplicadas no parafuso (Shigley x extensômetros).....	177
7	COMPARAÇÕES ENTRE OS RESULTADOS.....	179
7.1	Frequências naturais de vibrações das vigas.....	179
7.1.1	Viga contínua (teórica x experimental x simulação).....	179
7.1.2	Viga com junta aparafusada (experimental x simulação).....	180
7.2	Deflexões das vigas -rigidezes estáticas.....	181
7.3	Comparações de valores de rigidezes obtidos para os membros da junta.....	182
8	COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES.....	185
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	192
	APÊNDICES.....	196
A	PROGRAMAS PARA COMPUTAREM RIGIDEZES DE JUNTAS, RIGIDEZES DE PARAFUSOS E FATORES DE CARGAS.....	196
A.1	Programa para obtenções de rigidezes de membros, de parafusos e de fatores de cargas em em função da espessura L dos membros da junta.....	196
A.2	Programa para obtenções de rigidezes de membros, de parafusos e de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso.....	199

B	DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA PARTE EXPERIMENTAL.....	204
B.1	Usinagem dos flanges das vigas com extremidades flangeadas.....	204
B.2	Ensaio de flexão das vigas contínua e com junta aparafusada.....	204
B.3	Calibrações dos extensômetros elétricos embutidos nos parafusos....	205
B.4	Frequências experimentais de vibrações das vigas e amortecimento material.....	205
C	ENSAIO DE DUREZA DO FERRO FUNDIDO CINZENTO.....	206
C.1	Objetivo.....	206
C.2	Dureza Brinell.....	206
C.3	Ensaio de dureza.....	207
D	PROPRIEDADES TÍPICAS DO FERRO FUNDIDO CINZENTO..	209
D.1	Propriedades mecânicas: resistência x dureza.....	209
D.2	Módulo de elasticidade.....	210
E	CONSIDERAÇÕES SOBRE O FERRO FUNDIDO CONFORME CHIAVERINI (1998).....	211
E.1	Definição – ferro fundido.....	211
E.2	Definição – ferro fundido cinzento.....	211
E.3	Propriedades dos ferros fundidos cinzentos.....	212
E.3.1	Módulo de elasticidade.....	212
E.3.2	Resistência à tração e dureza.....	213
E.3.3	Efeito da espessura das peças.....	215
E.3.4	Capacidade de amortecimento.....	216
F	ENSAIO DE FLEXÃO.....	217
F.1	Definição.....	217
F.2	Módulo de elasticidade E.....	219

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1	- Rosqueadeira de machos – ROSSI (1970).....	33
FIGURA 1.2	- Desenho em seção do cabeçote da rosqueadeira– ROSSI (1970).....	34
FIGURA 1.3	- Veículo lançador de satélites – (VLS) SATO (1988).....	35
FIGURA 2.1	- Juntas aparafusadas.....	43
FIGURA 2.2	Junta aparafusada – parafuso Allen.....	44
FIGURA 2.3	- Comportamento elástico de uma junta aparafusada.....	45
FIGURA 2.4	- Junta aparafusada submetida a uma força de aperto inicial (pré-carga).....	46
FIGURA 2.5	- Diagrama de montagem da junta devido a uma pré-carga F_i	47
FIGURA 2.6	- Junta aparafusada submetida a uma força de tração.....	49
FIGURA 2.7	- Diagrama de montagem da junta devido a uma carga de tração P	49
FIGURA 2.8	- Diagrama de junta aparafusada submetida a uma carga crítica	52
FIGURA 2.9	- Carga de tração aplicada na interface da junta.....	52
FIGURA 2.10	- Diagrama de montagem da junta – carga externa aplicada na interface ($P \leq F_i$).....	53
FIGURA 2.11	- Diagrama de montagem da junta – carga externa aplicada na interface ($P > F_i$).....	53
FIGURA 2.12	- Planos de carregamento em uma junta aparafusada.....	55
FIGURA 2.13	- Diagrama de montagem da junta devido a uma carga	

dinâmica.....	56
FIGURA 2.14 - Seções de ruptura de parafusos com solicitação dinâmica: seção 1- (15%) ; seção 2- (20%) ; seção 3- (65%).....	56
FIGURA 2.15 - Montagem parafuso e porca.....	60
FIGURA 2.16 Modelos analíticos utilizados para obtenções de rigidezes de membros.....	62
FIGURA 2.17 - Modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes em função da espessura L dos membros	70
FIGURA 2.18 - Comparações de rigidezes em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).....	70
FIGURA 2.19 - Comparações de fatores de cargas em função da espessura L dos membros das juntas – membros e parafuso (aço).....	71
FIGURA 2.20 - Comparações de rigidezes em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido)...	72
FIGURA 2.21 - Comparações de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).....	74
FIGURA 2.22 - Modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p	75
FIGURA 2.23 Comparações de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (aço).....	76
FIGURA 2.24 Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (aço).....	77
FIGURA 2.25 Comparações de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).....	79
FIGURA 2.26 Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).....	80

FIGURA 3.1	- Teoria elementar de barra.....	84
FIGURA 3.2	- Momentos de flexão e forças de cisalhamento.....	87
FIGURA 3.3	- Modos de vibrações de uma viga com extremidades livres	94
FIGURA 3.4	- Modelo de Kelvin-Voigt - modelo de um sólido viscoelástico.....	98
FIGURA 3.5	- Definição de ângulo de fase ϕ	103
FIGURA 3.6	- Oscilação amortecida com $\xi < 1,0$	106
FIGURA 3.7	- Taxa de decréscimo da oscilação medida pelo decremento logarítmico.....	108
FIGURA 3.8	- Decremento logaritmico em função de ξ	109
FIGURA 4.1	- Modelo da viga contínua.....	112
FIGURA 4.2	- Modelo da subviga com extremidade flangeada.....	113
FIGURA 4.3	- Modelos dos parafusos sextavados - M14.....	113
FIGURA 4.4	- Modelos das porcas sextavadas - M14.....	114
FIGURA 4.5	- Modelos da viga com junta aparafusada - conjunto.....	114
FIGURA 4.6	- Modelo da viga com flange.....	115
FIGURA 4.7	- Elemento sólido estrutural- SOLID 73.....	116
FIGURA 4.8	- Elemento de contato - CONTAC 49.....	116
FIGURA 4.9	- Primeiro modo de vibração ($f_1 = 42,04$ Hz).....	118
FIGURA 4.10	- Segundo modo de vibração ($f_2 = 116,16$ Hz).....	118
FIGURA 4.11	- Terceiro modo de vibração ($f_3 = 227,72$ Hz).....	119
FIGURA 4.12	- Quarto modo de vibração ($f_4 = 381,27$ Hz).....	119
FIGURA 4.13	- Quinto modo de vibração ($f_5 = 571,94$ Hz).....	120
FIGURA 4.14	- Primeiro modo de vibração ($f_1 = 40,01$ Hz).....	121
FIGURA 4.15	- Segundo modo de vibração ($f_2 = 120,70$ Hz).....	122
FIGURA 4.16	- Primeiro modo de vibração ($f_1 = 40,10$ Hz).....	123

FIGURA 4.17 - Segundo modo de vibração ($f_2 = 121,48$ Hz).....	124
FIGURA 4.18 - Terceiro modo de vibração ($f_3 = 223,75$ Hz).....	124
FIGURA 4.19 - Quarto modo de vibração ($f_4 = 378,86$ Hz).....	125
FIGURA 4.20 - Quinto modo de vibração ($f_5 = 583,64$ Hz)	125
FIGURA 4.21 - Gráfico: carga (N) x deslocamento nodal (mm)-viga contínua.....	128
FIGURA 4.22 - Gráfico: carga (N) x deslocamento nodal (mm)-viga flangeada.....	129
FIGURA 4.23 - Modelo de viga com extremidade flangeada.....	130
FIGURA 4.24 - Malha de elementos finitos com as devidas restrições aplicadas nos três planos de simetria (YZ, XZ, XY).....	131
FIGURA 4.25 - Modelo deformado da viga com extremidade flangeada – translações nodais u_z	132
FIGURA 5.1 - Moldes de madeira utilizados na modelagem das vigas.....	134
FIGURA 5.2 - Modelos de vigas.....	135
FIGURA 5.3 - Primeiro corpo de prova - viga contínua.....	136
FIGURA 5.4 - Segundo corpo de prova – viga com junta aparafusada.....	136
FIGURA 5.5 - Viga contínua – detalhe.....	137
FIGURA 5.6 - Viga com extremidade flangeada – detalhe.....	137
FIGURA 5.7 - Viga com junta aparafusada – conjunto.....	138
FIGURA 5.8 - Torquímetro manual com haste de flexão.....	142
FIGURA 5.9 - Parafuso com extensômetro elétrico.....	143
FIGURA 5.10 - Dispositivo de fixação dos parafusos.....	143
FIGURA 5.11 - Montagem do conjunto parafuso e porca no dispositivo de fixação.....	144

FIGURA 5.12 - Equipamentos utilizados nos ensaios de tração dos parafusos (calibrações dos extensômetros elétricos).....	145
FIGURA 5.13 - Ensaio de tração do parafuso (calibração do extensômetro elétrico).....	145
FIGURA 5.14 - Curva de calibração para o parafuso nº 1.....	149
FIGURA 5.15 - Curva de calibração para o parafuso nº 2.....	149
FIGURA 5.16 - Curva de calibração para o parafuso nº 3.....	150
FIGURA 5.17 - Curva de calibração para o parafuso nº 4.....	150
FIGURA 5.18 - Ensaio de tração do conjunto parafuso e porca.....	151
FIGURA 5.19 - Conjunto parafuso e porca após ensaio de tração.....	152
FIGURA 5.20 - Máquina universal de ensaio de tração e flexão.....	155
FIGURA 5.21 - Ensaio de flexão em três pontos da viga contínua.....	155
FIGURA 5.22 - Ensaio de flexão em três pontos da viga com junta aparafusada.....	156
FIGURA 5.23 - Bancada experimental utilizada nos ensaios de vibrações das vigas.....	158
FIGURA 5.24 - Ensaio de vibração da viga contínua.....	159
FIGURA 5.25 - Bancada de instrumentação utilizada nos ensaios de vibrações das vigas.....	160
FIGURA 5.26 - Esquema de montagem da instrumentação utilizada na aquisição de sinais (deslocamentos).....	161
FIGURA 5.27 - Ensaio da viga contínua cantilever utilizada para determinar o amortecimento ξ	162
FIGURA 5.28 - Ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico KD-35.....	164
FIGURA 6.1 - Gráfico: carga (N) x deflexão (mm) - viga contínua.....	166

FIGURA 6.2	- Gráficos: cargas (N) x deflexões (mm) - viga com junta aparafusada.....	169
FIGURA 6.3	- Ensaio de vibração da viga contínua (cantilever).....	170
FIGURA 6.4	- Ensaio de vibração da viga contínua livre-livre.....	173
FIGURA 6.5	- Ensaio de vibração da viga com junta aparafusada (livre-livre).....	174
FIGURA 7.1	- Gráficos de deflexões das vigas (experimental x simulação).....	182
FIGURA C.1	Ensaio de dureza Brinell- representação esquemática.....	206
FIGURA E.1	Faixa aproximada de quantidade de carbono e silício nas ligas ferrosas.....	212
FIGURA E.2	Curvas tensão - deformação típica para três classes de ferro fundido cinzento.....	213
FIGURA E.3	Relações entre dureza e resistência à tração para o ferro fundido cinzento (relações de Mackenzie).....	214
FIGURA E.4	Efeito do carbono equivalente na resistência à tração do ferro fundido cinzento em função da espessura da seção....	215
FIGURA F.1	Ensaio de flexão em três pontos.....	217
FIGURA F.2	Ensaio de flexão em quatro pontos.....	218

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1	- Parâmetros de rigidez para materiais de engenharia.....	66
TABELA 2.2	- Valores de rigidezes obtidas em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).....	69
TABELA 2.3	- Valores de fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).....	70
TABELA 2.4	- Valores de rigidezes obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).....	72
TABELA 2.5	- Valores de fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).....	73
TABELA 2.6	- Valores de rigidezes obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (aço).....	76
TABELA 2.7	- Valores de fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (aço).....	77
TABELA 2.8	- Valores de rigidezes obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).....	78
TABELA 2.9	- Valores de fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (ferro fundido).....	79
TABELA 2.10	- Fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros (ferro fundido) e parafuso (aço).....	81
TABELA 2.11	- Fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p - membros (ferro fundido) e parafuso (aço).....	82
TABELA 3.1	- Frequências naturais teóricas da viga continua (livre-livre)..	96
TABELA 3.2	-Frequência natural teórica da viga contínua (cantilever).....	97

TABELA 4.1	- Frequências naturais de vibrações da viga contínua (simulação).....	117
TABELA 4.2	- Frequências naturais de vibrações da viga com flange (simulação).....	121
TABELA 4.3	- Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada sem elementos de contato (simulação).....	123
TABELA 4.4	- Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada com elementos de contato	126
TABELA 4.5	- Frequências naturais de vibrações obtidas para os modelos (simulações).....	126
TABELA 4.6	- Deslocamentos nodais da viga contínua (simulação).....	127
TABELA 4.7	- Deslocamentos nodais da viga com flange (simulação).....	129
TABELA 4.8	- Valores de rigidezes obtidos para os flanges – (simulação). 132	
TABELA 5.1	- Valores médios de rugosidades das superfícies de contato dos flanges 1 e 2.....	139
TABELA 5.2	- Valores médios das tensões de saída (mV) em função das cargas de tração aplicadas (N) nos parafusos.....	147
TABELA 6.1	- Deflexões obtidas para a viga contínua.....	165
TABELA 6.2	- Ensaio de flexão à cargas variáveis da viga contínua- módulo de elasticidade.....	167
TABELA 6.3	- Deflexões obtidas nos ensaios de flexão a três pontos da viga com junta aparafusada.....	168
TABELA 6.4	- Rigidez estática da viga com junta aparafusada em função do torque aplicado.....	169
TABELA 6.5	- Frequências experimentais da viga contínua.....	173
TABELA 6.6	- Frequências experimentais da viga com junta aparafusada em função do torque.....	174

TABELA 6.7	- Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)- módulo de elasticidade.....	175
TABELA 6.8	- Força de aperto estimado parafuso em função do torque aplicado-Shigley (1988).....	176
TABELA 6.9	- Forças de apertos nos parafusos em função das tensões de saída – curvas de calibrações.....	177
TABELA 6.10	- Comparações entre força de aperto - Shigley x parafuso no.1.....	178
TABELA 7.1	- Comparações das frequências naturais de vibrações da viga contínua - (teórica x experimental x simulação).....	180
TABELA 7.2	- Comparações das frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada - (experimental x simulação).....	181
TABELA 7.3	- Comparações de valores de rigidezes, obtidos para os membros da junta (flanges).....	183
TABELA A.1	- Tabela de dados (*) referentes a parafusos métricos, conforme Manfé et all.....	203
TABELA C.1	- Ensaio de dureza Brinell-diâmetros das impressões.....	208
TABELA D.1	- Propriedades mecânicas típicas do ferro fundido cinzento – (ASTM).....	209
TABELA D.2	- Módulo de elasticidade típico do ferro fundido cinzento.....	210

LISTA DE SÍMBOLOS

A	-	Área de seção transversal de viga, parafuso
A_i	-	Constantes a determinar em função de condições iniciais
$B1, B2$	-	Constantes a determinar
$C1, C2$	-	Constantes a determinar
c	-	Constantes de proporcionalidade
c_c	-	Constante de amortecimento crítico
C_i	-	Constante de amortecimento
$\cos (*)$	-	Cosseno de *
$\cosh(*)$	-	Cosseno hiperbólico de *
$D1, D2$	-	Constantes a determinar
d_p	-	Diâmetro nominal de parafuso
d_h	-	Diâmetro de furo passante
d_{equiv}	-	Diâmetro equivalente de um cilindro (modelo analítico)
E	-	Módulo de elasticidade longitudinal
F_i	-	Força de aperto inicial ou pré-carga
F_p	-	Força de tração no parafuso
F_m	-	Força de compressão dos membros de uma junta
f	-	Frequência, função de
G	-	Módulo de elasticidade transversal
G_i	-	Constante a determinar
I_x, I_y, I_z	-	Momento de inércia de área em relação aos eixos x,y,z.
k	-	Constante de mola ou de rigidez
k_p	-	Constante de rigidez de parafuso (tração)
k_m	-	Constante de rigidez de membros de junta (compressão)
L	-	Espessura das peças ou membros a serem unidos numa junta
l	-	Comprimento
$\ln$	-	Logaritmo natural
M	-	Momento de flexão
m	-	Massa

n	-	Fator plano de carregamento de uma junta, número de ciclos
P	-	Força ou carga externa de tração na junta
P_p	-	Fração da carga externa absorvida pelo parafuso numa junta
P_m	-	Fração da carga externa absorvida pelos membros numa junta
$P1, P2$	-	Constante a determinar
P_{cri}	-	Carga crítica externa de tração necessária para separar os membros de uma junta
Q	-	Carga de flexão aplicada nas vigas
q	-	Amplitude do deslocamento transversal
$q(t)$	-	Função deslocamento dependentes do tempo
$\dot{q}$	-	Derivada em relação ao tempo de q
q_i	-	Amplitude máxima do deslocamento transversal (pico)
R_a	-	Valor de rugosidade em μm
r	-	Raio de curvatura da barra, direção radial de um modelo analítico adotado para computar rigidez de membros
s	-	Diâmetro da superfície de contato da cabeça do parafuso, porca ou arruela
$\text{sen} (*)$	-	Seno de $*$
$\text{senh} (*)$	-	Seno hiperbólico de $*$
T	-	Torque de aperto aplicado no parafuso ou porca, período de vibração
t	-	tempo
t_i	-	Tempo correspondente a amplitude de deslocamento transversal máxima (q_i)
V	-	Força de cisalhamento
v	-	Deslocamento transversal de vigas
$\dot{v}$	-	Derivada em relação ao tempo de v
v'	-	Derivada em relação a posição de v
X	-	Amplitude de deslocamento
x	-	Deslocamento
$\dot{x}$	-	Derivada em relação ao tempo de x
y	-	Afastamento em relação a linha neutra
$\bar{y}$	-	Deflexão média obtida para ensaio de viga

z	-	Direção do eixo z , direção axial de um modelo analítico adotado para computar rigidez de membros
W	-	Carga uniformemente distribuída da viga
w	-	Massa específica

SÍMBOLOS GREGOS

α	-	Coefficiente a determinar, ângulo de conicidade
β	-	Coefficiente a determinar
δ	-	Deslocamento, decremento logarítmico
δ_x	-	Comprimento infinitesimal da barra na direção x
δ_p	-	Deslocamento do parafuso
δ_m	-	Deslocamento dos membros de junta
ε	-	Deformação
$\dot{\varepsilon}$	-	Derivada em relação ao tempo de ε
η	-	Constante
λ	-	Constante
ξ	-	Razão de amortecimento
ν	-	Coefficiente de Poisson
ρ	-	peso específico
ϕ	-	Componente modal dependente de posição, ângulo de fase
$\phi(x)$	-	Função deslocamento dependente de posição
ϕ_k	-	Fator de carga numa junta
ϕ_{kn}	-	Fator de carga dependente do plano de carregamento numa junta
π	-	Constante
σ	-	Tensão normal
τ	-	Tensão de cisalhamento
τ_d	-	Período de amortecimento
ω	-	Frequência natural de vibração

- ω_d - Frequência natural de vibração amortecida
- ω_n - Frequência natural de vibração não amortecida

OLIVEIRA, J. A. *Modelagem e Análise de Estrutura com Junta Aparafusada - Análise Teórica e Experimental*. Guaratinguetá, 2002. 220 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Campus de Guaratinguetá, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

O objetivo deste trabalho, é obter valores teóricos e experimentais de rigidezes estáticas de duas vigas de ferro fundido cinzento.

Através de um programa computacional, escrito em linguagem Fortran, estudos comparativos de rigidezes de membros e de fatores de cargas, em função da variação da espessura dos membros, e do diâmetro do parafuso de uma junta aparafusada foram realizados .

Utilizando um programa computacional específico, baseado no método dos elementos finitos, dois modelos de vigas foram desenvolvidos, e simulações estáticas e dinâmicas (análise modal) foram realizadas, e valores de frequências e de rigidezes estáticas, relativas à flexão e à compressão, foram obtidos.

As vigas analisadas, foram do tipo livre-livre, sendo uma viga contínua, e a outra, uma viga com junta aparafusada, composta de duas subvigas com extremidades flangeadas, a qual contém uma junta aparafusada de topo, com quatro parafusos, localizada no meio da viga.

PALAVRAS-CHAVE: viga, junta aparafusada, membros, parafuso, rigidez de membros, rigidez de parafuso, torque de aperto, rigidez estática, fator de carga, frequência natural e modo de vibração

OLIVEIRA, J. A. Modeling and Analyse of the Structure with Bolted Joint-Theoretical and Experimental Analyse. Guaratinguetá, 2002. 220 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Campus de Guaratinguetá, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

The aim of this work is to obtain theoretical and experimental values of static rigidity for two gray cast iron beams.

Using a computer program in Fortran language, comparative studies were performed for stiffness of the members and load factors as functions of the width variations of the members of a joint and of the bolt's diameter.

Also using an specific software, based in finite element method, two beams models were developed. Static and dynamic (modal analysis) simulations were performed and values of natural frequency and rigidity static, relative to the flexion and compression were obtained.

The analysed beams were of free-free type, one beam continuous, and the other with bolted joint. The last beam is composed by two sub-beams flanged tips and containing one butt bolted joint with four bolts located in the middle of the beam.

KEYWORDS: beam, bolted joint, members, bolt, stiffness of the members, stiffness of the bolt, bolt tightening torque, static rigidity, load factor, natural frequency and mode shape.



1 INTRODUÇÃO

1.1 *Importância de juntas em projeto*

No campo da engenharia mecânica, o projeto de juntas em fixações mecânicas, ainda é um dos assuntos em estudos e em desenvolvimento por parte de pesquisadores e projetistas de máquinas, tendo em vista o número de novas invenções que surgem na área de fixações, devido ao grande avanço científico e tecnológico ocorrido nestas últimas décadas, onde uma variedade enorme de dispositivos de uniões existem a disposição dos projetistas mecânicos, para serem aplicados nos diversos setores da indústria mecânica conforme atestam referências na área de fixação mecânica.

Na indústria aeronáutica por exemplo, os jatos comerciais utilizam uma quantidade enorme de uniões aparafusadas e rebitadas onde os engenheiros projetistas, constantemente estão sempre revendo os seus projetos de fixações mecânicas, com o intuito de reduzir custos de projetos e de montagens.

Na indústria de máquinas-ferramentas, a maioria dos projetos práticos para estruturas de máquinas, incorporam algumas formas de conexões, entre os seus elementos básicos, em face da complexidade de fabricação e de transporte das mesmas. Tais conexões podem ser classificadas como juntas aparafusadas ou fixas e juntas deslizantes (com guias de deslizamentos), onde exemplos típicos de juntas de máquinas-ferramentas são dados por Rossi (1970).

Os métodos de uniões de peças são extremamente importantes num projeto mecânico, sendo por isso necessário conhecer perfeitamente o desempenho e o comportamento das uniões e juntas sob todas as condições de uso, tanto estático quanto o dinâmico.

1.2 Exemplos de aplicações de juntas aparafusadas

1.2.1 Indústria de máquinas-ferramentas

A figura 1.1, ilustra uma rosqueadeira de machos para furos de até 18mm, a qual é muito parecida com uma furadeira de coluna, Rossi (1970). Esta rosqueadeira é constituída basicamente de três partes:

1-base; 2- junta aparafusada; 3- coluna; 4-- junta aparafusada, 5 - cabeçote da rosqueadeira

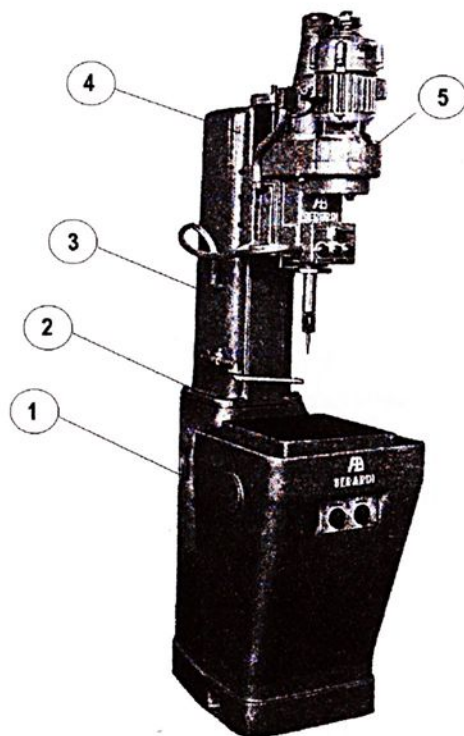


FIGURA 1.1 – Rosqueadeira de machos: 1-base; 2- junta aparafusada; 3- coluna; 4- junta aparafusada; 5- cabeçote da rosqueadeira – ROSSI (1970)

A união da coluna , item3, com a base, item 1, se faz através de uma junta aparafusada de topo, item 2, constituída por quatro parafusos não passantes (sem porca).

A união do cabeçote da rosqueadeira, item 5, com a coluna, item3, se faz através de uma junta aparafusada de topo, item 4, constituída por 8 parafusos, item 6, cuja área de contato é de $270 \times 210 \text{ mm}^2$, item7, conforme ilustra a figura 1.2.

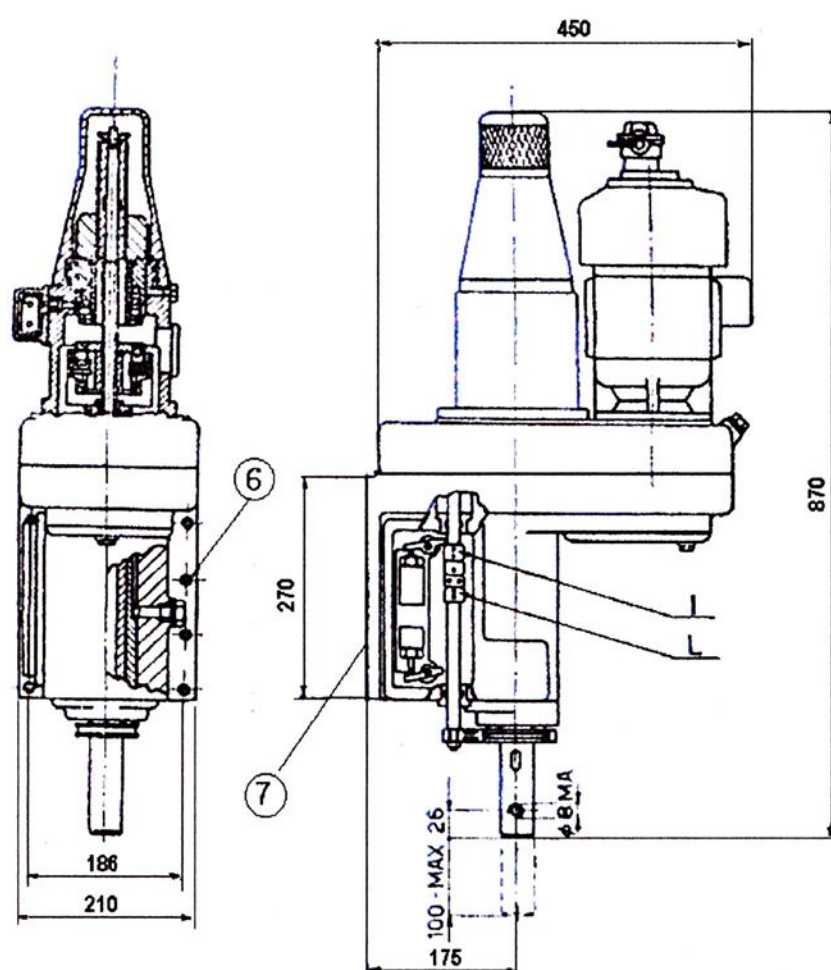


FIGURA 1.2- Desenho em seção do cabeçote da rosqueadeira: 6- parafusos com cabeças sextavadas(8); 7- superfície da junta aparafusada - ROSSI (1970)

1.2.2 Indústria aeroespacial

Segundo SATO (1988), para os veículos lançadores de satélites em questão, cujas dimensões típicas são 1 metro de diâmetro e aproximadamente 20 metros de comprimento, são utilizados diversos tipos de juntas para as montagens modulares.

A perda de rigidez e a ineficiência destas regiões são atribuídas à má distribuição e perturbação de carga, devida a descontinuidade existente nas interfaces.

A figura 1.3, apresenta o corpo central do VLS, sem os boosters, constituído de quatro módulos. Algumas das ligações ao longo do comprimento aparecem nesta figura.

A introdução de juntas, cujos efeitos não lineares verificados através dos ensaios afeta o desempenho do veículo sob os seguintes aspectos, entre outros:

- Aumenta o peso do veículo (diminuindo o desempenho)
- Diminui a frequência natural do veículo.

Os tipos de juntas aparecem nas saias interestágios do VLS.

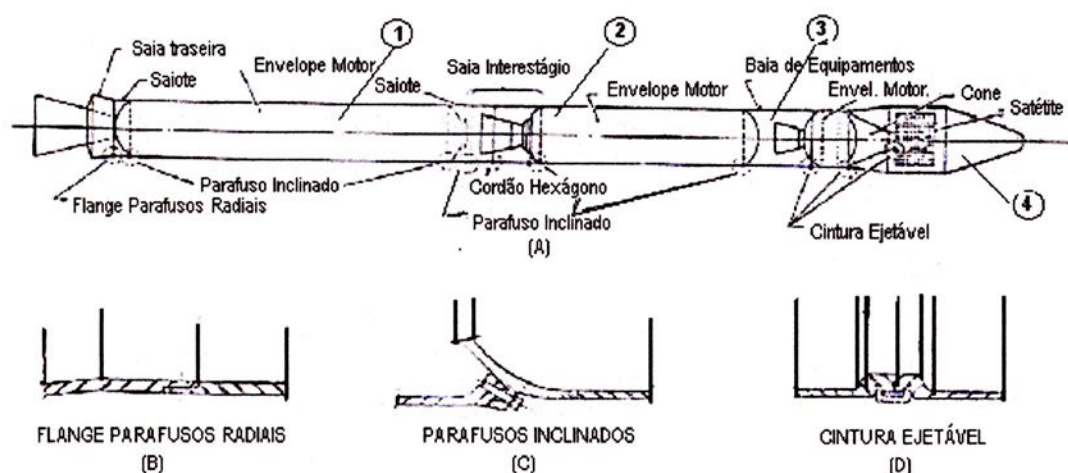


FIGURA 1.3 – Veículo lançador de satélites – (VLS) SATO (1988).

No próximo item, são mencionados alguns trabalhos de pesquisas na área de juntas envolvendo rigidez e amortecimento.

1.3 *Revisão bibliográfica*

Back et al. (1973), através de um trabalho de pesquisa sobre rigidez estática de juntas, mostrou que a deflexão total de juntas, é dependente tanto das elasticidades da superfície de contato, quanto dos componentes ao redor desta superfície, contrariando trabalhos anteriores, os quais consideram apenas elástico as superfícies de contato e os demais rígidos. Considerou também os fatores que afetam a rigidez normal de superfícies usinadas como o material, o acabamento superficial, a influência da dureza, o desvio de planicidade e o tamanho da superfície.

Posteriormente, Back et al. (1973), apresentaram um método para calcular a distribuição de pressão e as deformações em juntas de máquinas. Este método assume que os componentes da junta são conectados através de elementos finitos, os quais são definidos como uma função do acabamento superficial, material e pressão na área de contato. O sistema assim estabelecido é resolvido numa maneira iterativa, usando o método dos elementos finitos, obtendo como resultado final, a distribuição de pressão nas superfícies de contato dos componentes e as deformações ao redor do corpo.

Back & Arato Junior (1976), apresentaram um método de cálculo, utilizando elementos finitos, que permite a determinação da distribuição de pressão de contato, deformações de juntas aparafusadas em geral, levando em consideração a flexibilidade dos parafusos, dos componentes estruturais e das superfícies usinadas em contato.

Yoshimura (1977), desenvolveu um método iterativo para identificação de valores quantitativos de rigidez dinâmica e de amortecimento em juntas (aparafusada, soldada e com guias deslizantes), com o objetivo de

analisar e definir características dinâmicas de componentes estruturais, com o auxílio do computador. Verificou a consistência do seu método comparando a simulação teórica realizada pelo método dos elementos finitos com os resultados experimentais.

Shanker & Mital (1980), investigaram e analisaram o comportamento dinâmico de juntas aparafusadas, quanto a razão de amortecimento em função da pré-carga e do atrito entre as superfícies da junta, no primeiro modo de vibração. Verificou-se que a frequência natural de vibração do modelo contendo a junta não varia com o torque e o atrito entre as superfícies da junta, porém, a razão de amortecimento obtida pelo método de largura de banda, mostrou ser dependente destes dois fatores.

Tsai & Chou (1988), identificaram um método, conhecido como método do ajuste dos mínimos quadrados, onde as propriedades de rigidez dinâmica e de amortecimento de juntas aparafusadas são extraídas diretamente de funções respostas de frequências obtidas de sub-estruturas contendo juntas. Neste método podem ser usadas funções respostas de frequências em diferentes séries de frequências para extrair as correspondentes propriedades das juntas, concluindo que as propriedades identificadas da junta podem ter valores diferentes em diferentes séries de frequências, porque cada valor identificado representa as melhores propriedades dinâmica da junta na série de frequências na qual ela é extraída, todavia na sequência para obter bons resultados para estas propriedades identificadas, é aconselhável usá-las na série de frequências onde elas podem ser aplicadas. Os parâmetros identificados das juntas são limitados a poucos graus de liberdade e os processos requerem muito esforço computacional.

Wang & Sas (1990), desenvolveram um método para determinar experimentalmente as características de rigidez dinâmica e de amortecimento de juntas em sistemas mecânicos. Neste método um sistema de muitos graus de liberdade é transformado em vários sistemas simples usando autovetores selecionados. Este método tem como finalidade a identificação e a modelagem

dinâmica de partes mecânicas especiais tais como juntas aparafusadas, através de um processo iterativo, o qual converge muito rápido se o modo de vibração aplicado é selecionado apropriadamente.

Grosse & Mitchell (1990), apresentaram um estudo crítico da teoria de projeto corrente de juntas aparafusadas, a qual está baseada numa análise linear. Uma análise estática por elementos finitos não-linear de uma junta aparafusada foi realizada, cujos resultados revelaram que a rigidez axial estática da junta é altamente dependente da magnitude da carga externa aplicada na junta, contrário da rigidez constante da junta prevista pela teoria linear. Um número de estudos específicos foram desenvolvidos para determinar o efeito de vários parâmetros sobre a rigidez axial da junta. Os resultados revelaram que a flexão e rotação dos membros da junta, atrito das superfícies de contato, e o rosqueamento parafuso e porca influenciam de maneira significativa as características de rigidez axial da junta.

Arato Junior et al. (1991), estabeleceram uma metodologia que permite a obtenção da matriz de rigidez global do conjunto, levando em conta os efeitos da união aparafusada. Esta matriz foi utilizada na montagem das equações do movimento do conjunto, permitindo o cálculo das suas frequências naturais. A região de contato entre as peças foi modelada por elementos finitos especiais denominados elementos aspereza, que permitiram a avaliação da rigidez da montagem levando em conta a força de aperto aplicada pelos parafusos, e o grau de acabamento superficial de cada peça na região de contato. Os resultados obtidos, com a metodologia proposta, mostraram-se mais realistas na avaliação das frequências naturais da peça do que os resultados obtidos pela modelagem mais tradicional.

Gerbert & Basted (1993), analisaram o comportamento estático de dois modelos diferentes contendo juntas aparafusadas em função das cargas externas aplicadas respectivamente nos modelos. No primeiro modelo, a junta foi carregada centricamente e no segundo modelo, carregada excentricamente. Utilizando-se de dados teóricos obtidos por elementos finitos por Dreger

(1982), referente a fração de carga externa e por Jacobson (1986) e Wileman (1991), referentes a valores de rigidez de membros de juntas aparafusadas, verificou que a carga absorvida pelo parafuso na montagem em função da carga externa é menor do que a prevista pela VDI 2230 (Verein Deutscher Ingenieure, Committee on Bolted Joints), concluindo:

- a) que o fator de carga (razão de rigidez) baseado nas rigidezes de montagem do parafuso e dos membros, respectivamente, é apenas válido quando a carga externa é aplicada diretamente na cabeça do parafuso,
- b) em outros casos apenas uma fração dos fatores de cargas n ($0 \leq n \leq 1$) é efetivo.
- c) para um mesmo modelo, a fração do fator de carga n é razoavelmente independente da localização da carga externa e constante.
- d) para modelos diferentes as frações dos fatores de carga n , mostraram-se diferentes, quando comparados entre si.
- e) a rigidez do parafuso na montagem em função da carga externa comportou-se de maneira linear, contrariando a relação não linear obtida por Grosse e Mitchell (1990).

1.4 *Objetivos do trabalho*

Este trabalho, tem como objetivo, obter valores teóricos e experimentais de rigidezes estáticas, relativas à flexão e à compressão, de duas vigas de ferro fundido cinzento, sendo uma viga contínua, e a outra, uma viga com junta aparafusada.

1.5 *Estrutura da tese*



Esta tese, está estruturada em oito capítulos, referências bibliográficas e anexos.

No capítulo 1, referente à introdução, inicialmente é enfatizada a importância de juntas em projeto mecânico, com ilustrações de alguns exemplos de aplicações de juntas aparafusadas, na indústria de máquinas-ferramentas e no setor aeroespacial. Em seguida, uma revisão bibliográfica específica, envolvendo juntas aparafusadas é realizada, com relação aos parâmetros de rigidez e de amortecimento, mostrando-se com isso, o atual estado da arte nesta área.

No capítulo 2, referente a rigidez de junta, inicialmente é descrito o comportamento elástico de uma junta aparafusada, cujas relações de rigidezes (força- deflexão), são obtidas para parafusos e membros, através de um diagrama de montagem da junta, devido a uma pré-carga F_i , e que, por intermédio da lei de Hooke, a rigidez do parafuso k_p , é obtida diretamente através da sua geometria, e a rigidez dos membros da junta k_m , é mais difícil de determinar. Sob a influência da aplicação de uma carga externa de tração, tanto estática quanto dinâmica, numa junta pré-carregada, uma relação importante entre estas rigidezes é obtida, o fator de carga ϕ_k , o qual define a porção de carga de tração, absorvida pelo parafuso.

Devido a determinação correta da rigidez da junta, ser de extrema importância no projeto de conexões aparafusadas, algumas teorias propostas ou métodos de obtenções de rigidezes de membros, são explanados neste capítulo. Através de um programa computacional, escrito em linguagem Fortran, estudos comparativos de rigidezes de membros, e de fatores de cargas, em função da espessura dos membros, e do diâmetro do parafuso de uma junta aparafusada, são realizado.

No capítulo 3, com o auxílio da teoria sobre vibração transversal livre de barra (viga) sem amortecimento, e com as devidas aplicações das condições de contorno para uma viga duplamente livre, obtém-se as frequências naturais teóricas de vibrações, relativas aos cinco primeiros modos de vibrações,



freqüências estas que servirão de parâmetros de comparações com as freqüências experimentais obtidas para a viga contínua (corpo de prova) e por simulações (modelo).

Através da teoria sobre vibração transversal livre de barra com amortecimento, e de um modelo de sólido viscoelástico, conhecido como de Kelvin-Voigt, obtém-se as expressões matemáticas para os deslocamentos transversais de barras denotadas por $\phi(x)$ e $q(t)$, as quais são funções da posição x e do tempo t , cuja expressão $q(t)$, amplitudes de deslocamentos transversais, é utilizada para definir o decremento logarítmico δ , e o fator de amortecimento ξ , dado em função de δ , os quais serão utilizados posteriormente, para calcular o amortecimento da viga contínua (corpo de prova), relativo ao ferro fundido cinzento.

No capítulo 4, referente a modelagens e simulações das vigas, utiliza-se um programa computacional, aplicado na área de tecnologia de projeto, e na análise por elementos finitos, o programa ANSYS, com a finalidade de se fazer as devidas modelagens das vigas (modelos), as análises modais dos mesmos, para obterem as suas respectivas freqüências naturais, e finalmente as análises estáticas dos modelos, com o intuito de se obterem as suas respectivas rigidezes teóricas, relativas à flexão e à compressão.

No capítulo 5, inicialmente são descritos os corpos de provas (vigas), e em seguida os procedimentos experimentais, utilizados nos ensaios de calibrações dos extensômetros elétricos embutidos nos parafusos, dureza Brinell, flexão à cargas variáveis e de vibrações das vigas.

No capítulo 6, são apresentados os resultados experimentais das vigas, relativos à freqüências naturais e amortecimento (ensaios de vibrações), rigidezes estáticas (ensaios de flexão e vibração), e as forças de tração aplicadas nos parafusos (ensaios de calibrações dos extensômetros elétricos).

No capítulo 7, são realizadas as devidas comparações de resultados teóricos, experimentais e de simulações obtidos para as vigas, relativos a



freqüências naturais de vibrações, e de rigidezes estáticas, devidas à flexão e à compressão.

No capítulo 8, são realizado os devidos comentários e conclusões a respeito do trabalho.

Após o capítulo 8, são apresentados as referencias bibliográficas e os respectivos apêndices.



2 RIGIDEZ DE JUNTA EM CONEXÕES APARAFUSADAS

2.1 Introdução

Juntas aparafusadas é um dos meios mais populares de conexões de componentes de máquinas. Sua importância tem sido reconhecida, principalmente entre projetistas de máquinas-ferramentas, porque o comportamento geral de uma máquina-ferramenta é largamente influenciado por juntas aparafusadas.

Na construção de máquinas, onde se utilizam juntas aparafusadas, geralmente predominam os parafusos com cabeças e porcas sextavadas, que podem ser utilizados sob as formas de parafusos passantes (com cabeça e porca) e parafusos com cabeças não-passantes (sem porca) e ainda os parafusos prisioneiros (sem cabeça), conforme ilustra a figura 2.1, Manfé.

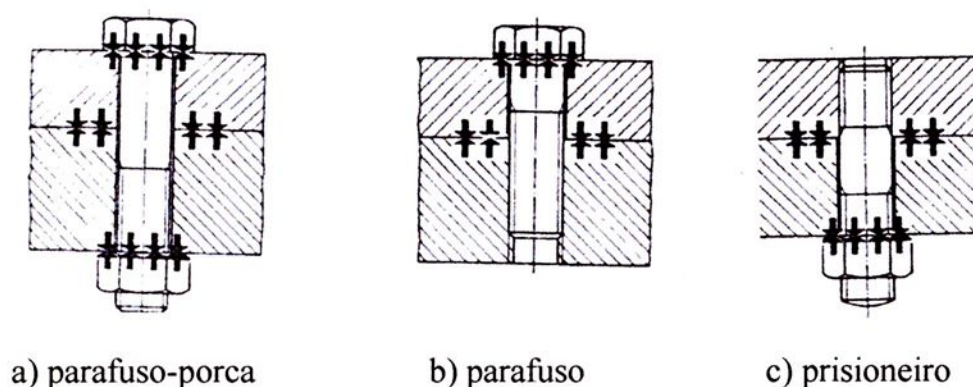


FIGURA 2.1 - Juntas aparafusadas

Para serem embutidos, existem os parafusos de cabeça cilíndrica com sextavado interno, os parafusos Allen, conforme ilustra a figura 2.2, Manfé.

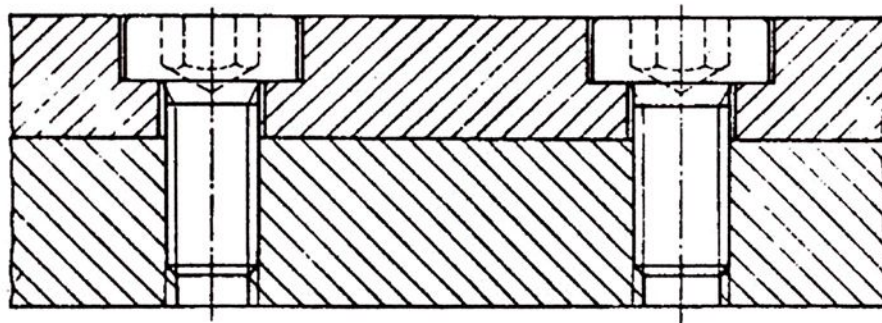


FIGURA 2.2 – Junta aparafusada – parafuso Allen

Segundo Bickford (1995), a finalidade de um parafuso ou de um grupo de parafusos, numa junta aparafusada, é criar e manter uma força de aperto, entre duas ou mais peças, as quais chamamos de membros da junta. A força de aperto na junta é inicialmente criada, quando a junta é montada e os parafusos são apertados. Este ato ou ação, cria uma tensão no parafuso sendo esta tensão usualmente chamada de pré-carga, neste estágio.

Esta tensão quando aplicada no parafuso, deve ser grande o suficiente para preveni-lo do auto-desparafusamento (afrouxamento), quando exposto a vibração, choque ou ciclos térmicos.

Em juntas sujeitas a esforços de tração, os parafusos devem apertar os membros da junta, com força suficiente para preveni-los de separação (leaking) e se sujeitas a esforços cisalhantes, os parafusos devem preveni-los do escorregamento ou deslizamento (slipping), agindo neste caso como pinos cisalhantes. Este deslizamento é evitado, restringindo-se o atrito entre os membros da junta.

Embora possa ocorrer alguma deformação plástica num dos filetes da rosca de um parafuso, quando solicitado numa junta, o parafuso e os membros da junta respondem elasticamente, onde os membros da junta sofrem uma pequena deformação por compressão e o parafuso uma maior deformação por

tração (alongamento), comportando-se como se fossem molas rígidas, uma sendo comprimida e a outra tracionada, como sugerido pela figura 2.3, Bickford (1995).

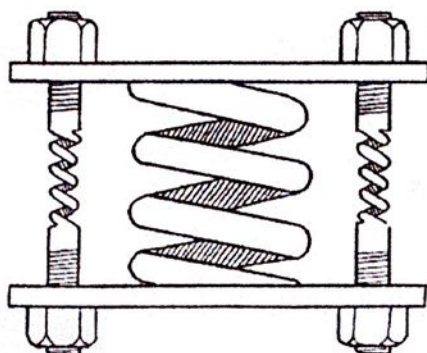


FIGURA 2.3 - Comportamento elástico de uma junta aparafusada

Se afrouxar o parafuso na junta, este e os membros da junta devem voltar às suas dimensões originais. A energia potencial armazenada no parafuso, proveniente da sua deformação por aperto, é que permite manter a força de aperto (pré-carga), tão importante entre os membros da junta. Cerca de 10% desta energia é armazenada na junta e parafuso, o resto é perdido como calor, graças ao atrito entre a porca e a superfície da junta (50%), e entre as roscas da porca e do parafuso (40%).

Alguma energia é utilizada para torcer e freqüentemente flexionar o parafuso um pouco.

Uma das razões do comportamento de uma junta aparafusada ser tão complexo, é que a resposta de uma junta em serviço quando solicitada por cargas externas, depende de um conjunto enorme de variáveis, tais como: a pré-carga, o material da junta, o acabamento das superfícies de contato, o atrito entre os membros da junta, o ambiente, etc. Por exemplo, rigidez de junta e tensão no parafuso, podem ser funções da magnitude das cargas aplicadas, bem como das dimensões da junta, tornando-se difícil definir matematicamente tal comportamento. Na prática o comportamento da maioria

das juntas tem sido determinado experimentalmente ou por sofisticada análise por elementos finitos.

Devido ser um assunto importante e complexo, conforme constata Bickford (1996), existem inúmeras pesquisas na área de juntas que abordam o comportamento estático e dinâmico de juntas, as quais tornam-se importantes para aplicações no projeto de juntas.

Geralmente o comportamento de juntas é analisado e expresso em função de duas características fundamentais: rigidez e amortecimento, as quais são importantes no comportamento geral de uma máquina.

2.2 Carga estática de tração aplicada numa junta aparafusada

2.2.1 Montagem da junta - força de aperto inicial (pré-carga)

A figura 2.4, ilustra uma junta aparafusada submetida a uma força de aperto F_i (pré-carga).

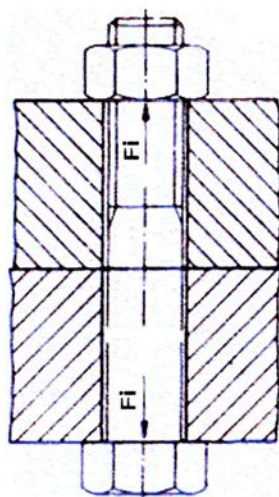


FIGURA 2.4 - Junta aparafusada submetida a uma força de aperto inicial (pré-carga)

Na montagem de uma junta, submetida a uma força de aperto inicial (pré-carga), o parafuso e as peças a serem unidas (membros da junta) respondem elasticamente, através das deflexões dadas pelo alongamento do parafuso (δ_p) e pela compressão dos membros da junta (δ_m), cuja relação força-deflexão é dada por um diagrama de montagem, conforme ilustra a figura 2.5.

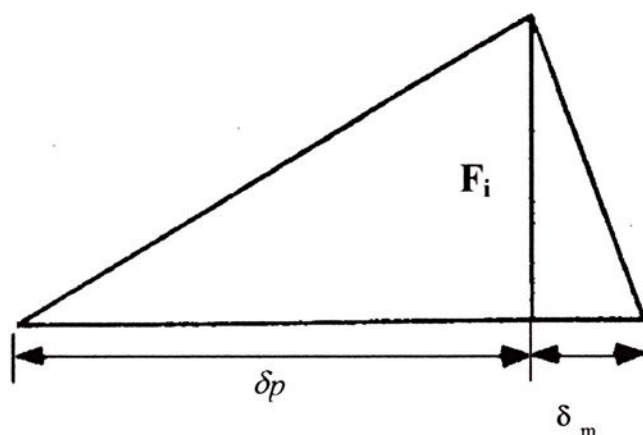


FIGURA 2.5 – Diagrama de montagem da junta devido a uma pré-carga F_i .

Da figura 2.5, obtém-se as seguintes relações:

a) rigidez do parafuso k_p

$$k_p = \frac{F_i}{\delta_p} \quad (2.1)$$

b) rigidez dos membros k_m

$$k_m = \frac{F_i}{\delta_m} \quad (2.2)$$

Da lei de Hooke:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.3)$$

ou:

$$\frac{F}{A} = E \delta / L$$

Obtém-se :

$$k = \frac{AE}{L} \quad (2.4)$$

Para uma junta aparafusada:

- A - área da seção transversal (parafuso, membros)
- E - módulo de elasticidade (parafuso, membros)
- L - espessura das peças a serem unidas

Numa junta aparafusada, a rigidez do parafuso é obtida através da sua geometria, porém a rigidez dos membros da junta é mais difícil de determinar.

A rigidez da junta poderia ser determinada exatamente quando as tensões e deformações na junta carregada, são calculadas, mas isto ainda não foi obtido analiticamente de um modo satisfatório. Freire (1988), através de uma técnica fotoelástica tridimensional de congelamento de tensões fez um estudo das distribuições de tensões que atuam ao longo das espessuras de placas unidas por parafuso.

2.2.2 Junta submetida a uma carga externa de tração

A figura 2.6, ilustra a junta aparafusada submetida a uma força de tração P .

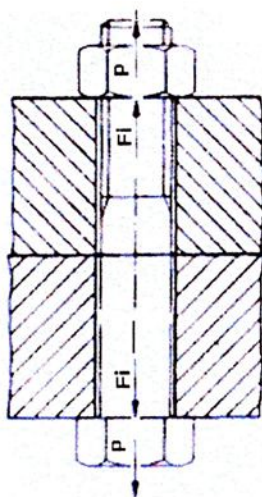


FIGURA 2.6 – Junta aparafusada submetida a uma força de tração

A figura 2.7, ilustra o diagrama de montagem da junta, para este tipo de carregamento.

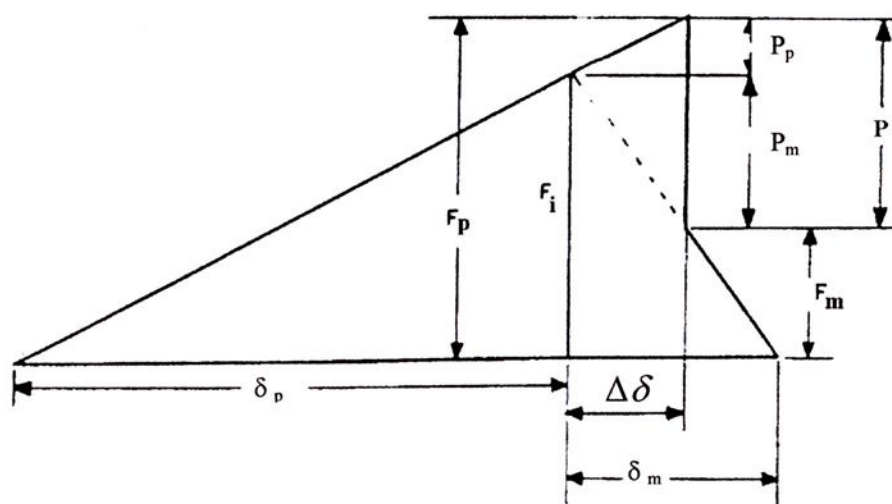


FIGURA 2.7 – Diagrama de montagem da junta devido a uma carga de tração P .

Deste diagrama, deduz-se:

2.2.2.1 Fração da carga externa absorvida pelo parafuso e membros da junta:

$$P = P_p + P_m \quad (2.5)$$

$$P_p = \left(\frac{k_p}{k_p + k_m} \right) \cdot P \quad (2.6)$$

$$P_m = \left(\frac{k_m}{k_p + k_m} \right) \cdot P \quad (2.7)$$

Onde:

P_p - fração da carga externa absorvida pelo parafuso

P_m - fração da carga externa absorvida pelos membros da junta

Como o parafuso e os membros da junta, geralmente apresentam rigidezes diferentes ($k_p \neq k_m$), para deformações iguais, ($\Delta\delta$) acarretam absorções de forças desiguais ($P_p \neq P_m$).

2.2.2.2 Fator de carga Φ_k

Define a porção da carga de tração externa absorvida pelo parafuso.

Da equação 2.6, obtém-se:

$$\Phi_k = \frac{P_p}{P} = \frac{k_p}{k_p + k_m} \quad (2.8)$$

O fator de carga, é um parâmetro importante no projeto de juntas, pois quanto menor a fração de carga absorvida pelo parafuso, menor o risco de falha da junta.

Esta condição é satisfeita quando $k_m \gg k_p$.

2.2.2.3 Força resultante no parafuso (força de tração)

$$F_p = F_i + P_p \quad (2.9)$$

2.2.2.4 Força resultante nos membros da junta (força de compressão)

$$F_m = F_p - P \quad (2.10)$$

ou

$$F_m = F_i - P_m \quad (2.11)$$

2.2.2.5 Carga crítica para separação dos membros da junta

Neste caso a força de compressão entre os membros da junta é nula, ($F_m=0$),

portanto:

$$P_{crit} = F_p \quad (2.12)$$

e

$$P_m = F_i \quad (2.13)$$

Quando ocorre a separação da junta ($F_m = 0$), o parafuso passa a absorver toda a carga externa aplicada na junta, conforme ilustra a figura 2.8.

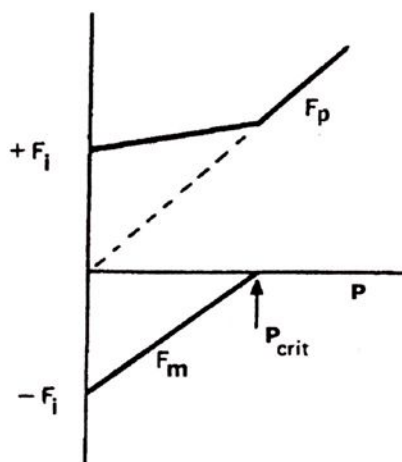


FIGURA 2.8 – Diagrama de uma junta aparafusada submetida a uma carga crítica

2.2.3 Carga de tração aplicada na interface da junta.

A figura 2.9 ilustra uma carga de tração aplicada na interface da junta.

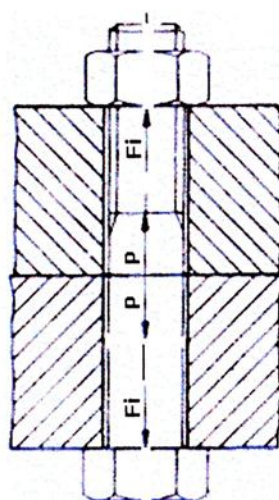


FIGURA 2.9 – Carga de tração aplicada na interface da junta

Para este caso de carregamento quando a carga externa P , for menor ou igual a pré-carga F_i ($P \leq F_i$), o diagrama de montagem da junta, é dado pela figura 2.10.

Neste caso a fração de carga externa absorvida pelo parafuso é nula ($P_p = 0$).

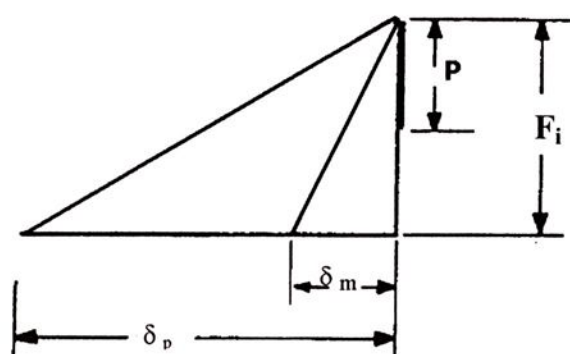


FIGURA 2.10 – Diagrama de montagem da junta – carga externa aplicada na interface ($P \leq F_i$)

A figura 2.11, ilustra o caso quando a carga externa P , excede o valor da pré-carga F_i ($P > F_i$)

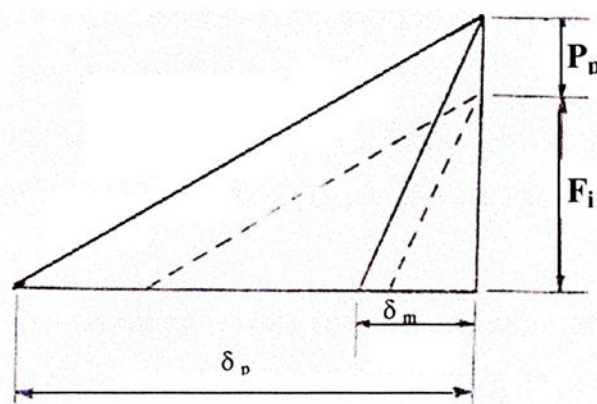


FIGURA 2.11 – Diagrama de montagem da junta – carga externa aplicada na interface ($P > F_i$)

Neste caso:

$$P_p = P - F_i \quad (2.14)$$

e a carga externa crítica para a separação da junta é.

$$P_{cri} = F_i \text{ (pré-carga)} \quad (2.15)$$

2.2.4 Planos de carregamentos

Quando cargas de tração são aplicadas na interface da junta, nenhuma variação de carga será absorvida pelo parafuso, até que a carga externa exceda a pré-carga original no parafuso.

Carregamento na interface, induz uma carga externa crítica (carga necessária para separação da junta) igual à pré-carga, porém menor do que a carga necessária para separação dos membros, quando a carga externa é aplicada na superfície da junta.

Portanto, pode-se deduzir que a capacidade de carga na interface da junta, é menor do que na superfície da junta.

Carga máxima no parafuso (F_p), fração de carga absorvida pelo parafuso (P_p) e carga externa crítica (P_{cri}), são fatores relevantes no projeto de junta.

O fator plano de carregamento (n), define a razão entre a espessura do material da junta sendo descarregado pela força externa e a espessura total das peças a serem unidas.

$$n = \frac{L_1}{L} \quad (2.16)$$



onde $0 \leq n \leq 1$

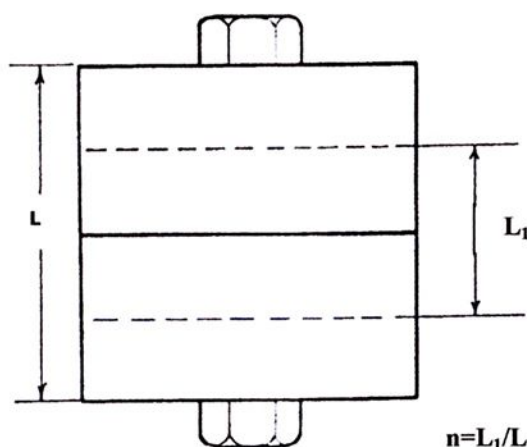


FIGURA 2.12 – Planos de carregamento em uma junta aparafusada

Dependendo da localização da carga externa na junta (planos de carregamento), tem-se:

$$\phi k_n = n \left(\frac{k_p}{k_p + k_m} \right) \quad (2.17)$$

$$P_p = n \left(\frac{k_p}{k_p + k_m} \right) P = \phi k_n P \quad (2.18)$$

$$P_m = (1 - \phi k_n) P \quad (2.19)$$

2.3 Carga dinâmica aplicada em uma junta aparafusada

Neste caso a carga externa oscila e as frações de cargas absorvidas pelo parafuso e pelos membros também oscilam, conforme ilustra a figura 2.13.

Se a carga dinâmica (oscilante) for igual ou maior do que a carga crítica, o parafuso pode sofrer falha por fadiga e a junta fica descarregada por um determinado período de tempo, ficando com isso susceptível a deslizamento (slip), fadiga e desgaste.

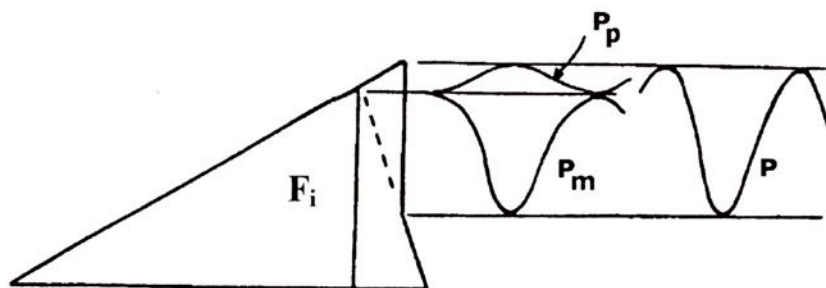


FIGURA 2.13 – Diagrama de montagem da junta devido a uma carga dinâmica

Segundo Niemann (1971), os parafusos sujeitos a solicitações dinâmicas fraturam, geralmente, na seção transversal do primeiro filete carregado, seção 3, as demais seções de fratura, 1 e 2, são seções de transição, em que as fraturas podem ser evitadas adotando-se raios de arredondamento convenientes ($0,1d$), conforme ilustra a figura 2.14.

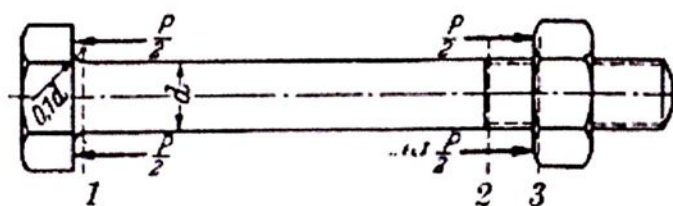


FIGURA 2.14 – Seções de ruptura de parafusos com solicitação dinâmica: seção 1- (15%) ; seção 2- (20%) ; seção 3- (65%).

Segundo Shigley (1988), uniões carregadas à tração e submetidas à fadiga devem ser cuidadosamente projetadas. Raramente um pré-carregamento

pode ser 90% da carga de prova a ser usada. Na realidade, um pré-carregamento assim tão alto conduz diretamente à falha por fadiga. Isto significa que o projetista deve ter responsabilidade especial para estar seguro de que suas recomendações não foram esquecidas durante a montagem.

A maioria dos carregamentos de fadiga encontrados na análise de juntas aparafusadas é do tipo em que a carga externa aplicada flutua entre zero e uma força máxima P , como ilustrado na figura 2.13.

2.3.1 Componente da tensão variável no parafuso

A componente da tensão variável no parafuso σ_a é dada por:

$$\sigma_a = \frac{F_{\text{máx}} - F_{\text{min}}}{2A_n} \quad (2.20)$$

onde:

$F_{\text{máx}}$ = $F_p = F_i + P_p$ Força máxima no parafuso

F_{min} = F_i Força mínima no parafuso

A_n Área da seção transversal nominal do parafuso

Portanto, a equação 2.20, pode ser rescrita como:

$$\sigma_a = \frac{P_p}{2A_n} = \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot \frac{P}{2A_n} \quad (2.21)$$

2.3.2 Componente da tensão média no parafuso

A componente da tensão média no parafuso σ_m , é dada por:

$$\sigma_a = \sigma_a + \sigma_{\min} = \frac{k_p}{k_p + k_m} \cdot \frac{P}{2A_n} + \frac{F_i}{A_n} \quad (2.22)$$

Estes dois componentes da tensão estão inteiramente dentro do diagrama de fadiga modificado de Goodman.

2.3.3 Redução da falha por fadiga de um parafuso numa junta aparafusada

Para reduzir o risco de falha por fadiga de um parafuso numa junta aparafusada, (submetida a uma carga dinâmica) geralmente utilizam-se as seguintes alternativas:

- a) reduzir a intensidade da pré-carga F_i , a qual não é a melhor solução, porque uma redução na pré-carga pode conduzir a um afrouxamento da porca.
- c) Projetar uma junta de maneira que o coeficiente de rigidez k_m/k_p seja muito grande, de modo que o termo $\frac{k_p}{k_p + k_m}$ seja pequeno, assim como σ_a .

Na maioria dos casos, esta é a melhor alternativa de se projetar uma junta.

- d) Utilizar maior quantidade de parafusos, desde que isto reduza a carga P que deve ser suportada por parafuso.

2.4 Determinação de rigidez estática de parafuso

A rigidez do corpo do parafuso é facilmente facilmente computada, tendo em vista que o corpo do mesmo é uma barra cilíndrica, composta de

uma parte rosqueada e uma não-rosqueada, a qual está submetida a uma tensão simples.

Segundo Sawa e Maruyama (1976) os efeitos da porca e da arruela, bem como da cabeça do parafuso, podem ser incluídos na rigidez dos membros, embora estes efeitos são freqüentemente negligenciados.

2.4.1 Através da área da seção transversal nominal (A_n)

A partir equação 2.4, obtém-se:

$$k_p = \frac{A_n E}{L} = \frac{\pi d^2 E}{4L} \quad (2.4)$$

Onde :

- d - diâmetro nominal do parafuso
- E - módulo de elasticidade do parafuso
- L - espessura das peças a serem unidas

2.4.2 Através da equação de Bickford

Segundo Bickford (1995), quando a espessura das peças a serem unidas L, numa junta aparafusada, for maior que o comprimento da parte não-rosqueada (roscada) do parafuso L_N , isto é, $L > L_N$, conforme ilustra a figura 2.15, então a rigidez do parafuso k_p , pode ser obtida através da equação 2.23, dada por:

$$\frac{1}{k_p} = \frac{L_1}{EA_n} + \frac{L_2}{EA_r} \quad (2.23)$$

Onde:

$$L_1 = L_N + \frac{C}{2} \quad (\text{comprimento efetivo do corpo}) \quad (2.24)$$

$$L_2 = L - L_N + \frac{P}{2} \quad (\text{comprimento efetivo rosqueado}) \quad (2.25)$$

Onde:

E - módulo de elasticidade do parafuso

A_n - área da seção nominal do parafuso

A_r - Área da seção rosqueada (resistente) do parafuso

A figura 2.15 ilustra a montagem parafuso e porca.

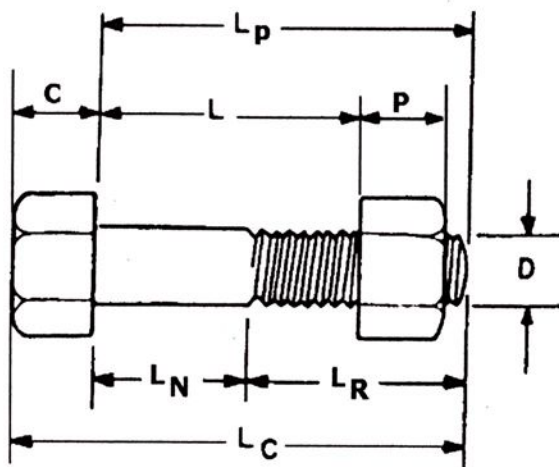


FIGURA 2.15 – Montagem parafuso e porca

Obs.:

1) Da figura 2.15, pode-se verificar:

L	- comprimento das peças a serem unidas
L_N	- comprimento nominal do parafuso
L_R	- comprimento rosqueado do parafuso
L_P	- comprimento útil do parafuso
L_C	- comprimento total do parafuso
D	- diâmetro nominal do parafuso
C	- altura da cabeça do parafuso
P	- Altura da porca

2) Através da equação 2.23, pode-se estimar a rigidez do parafuso (M14x80), utilizado na junta aparafusada (parte experimental)

Dados:

a) do parafuso M14x80:

$D=14\text{mm}$; $L_P=80\text{mm}$; $L_N=46\text{mm}$; $L_R=34\text{mm}$; $A_n=153,94\text{mm}^2$; $A_r=115\text{mm}^2$

$E=207 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ (aço)

b) da porca (M14):

$P=11\text{mm}$

c) da junta aparafusada:

$L=60\text{mm}$; $L_1=50,5\text{mm}$; $L_2=19,5\text{mm}$

Substituindo respectivamente os valores de L_1 ; L_2 ; A_n e A_r , na equação 2.23, obtém-se:

$k_p = 4,14 \times 10^8 \text{ N/m}$ (rigidez do parafuso)

2.5 Determinação da rigidez estática de membros de junta aparafusada



Como a rigidez dos membros de uma junta é um parâmetro importante a ser considerado no projeto de juntas, existem atualmente várias teorias propostas, baseadas em abordagens teóricas ou experimentais para determinar valores aproximados de rigidez de membros de juntas.

Os modelos analíticos adotados para computar a rigidez de membros apresentam as formas geométricas de um cilindro ou de dois cones sobrepostos conforme ilustra a figura 2.16, os quais são provenientes da teoria de Röscher, o primeiro pesquisador a propor este tipo de modelo, conforme Motosh (1976) e Wileman (1991)

Onde:

- r - direção radial
- z - direção axial
- α - angulo de inclinação do tronco de cone
- d_h - diâmetro do furo
- s - diâmetro da cabeça do parafuso
- $d_{equiv.}$ - diâmetro equivalente do cilindro
- L - espessura dos membros

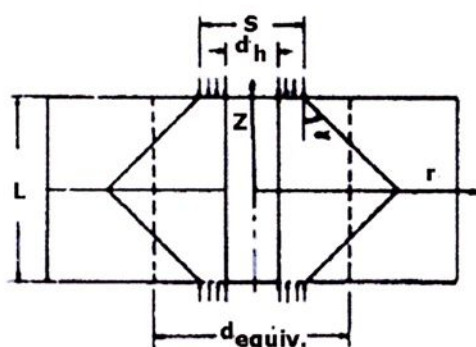


FIGURA 2.16 – Modelos analíticos utilizados para obtenções de rigidezes de membros

2.5.1 Teorias propostas de obtenções de rigidezes de membros.

Segundo Wileman et al (1991), a maioria das técnicas correntemente utilizadas para computar rigidez de membros são baseadas sobre assuntos um tanto arbitrário, como por exemplo, assumindo que a tensão induzida nos membros é uniforme, através de uma região ao redor do furo do parafuso, com tensão nula (zero) fora desta região, acarretando com isso, uma descontinuidade no fluxo de tensão no contorno desta região.

Rötscher foi o primeiro pesquisador a propor este assunto para determinar a rigidez de membros, assumindo que as tensões estão contidas dentro de dois troncos de cones sobrepostos, simétricos em torno do plano médio da junta, cada um tendo um ângulo de conicidade 2α (vértice do cone). Posteriormente o mesmo substituiu por um cilindro de área equivalente aos dois troncos de cone, conforme ilustra a figura 2.16.

Segundo Motosh (1976) e Wileman et al (1991), as principais teorias propostas são:

2.5.1.1 Teoria de Rötscher

Na sua teoria ele assumiu que o material da junta afetado pelo aperto do parafuso (tensões e deformações), pode estar contido em um volume em forma de dois cones sobrepostos (modelo analítico) conforme figura 2.15.

Ele obteve a seguinte relação para a rigidez dos membros.

$$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E}{L} \left\{ \left(s + \frac{L}{2} \right)^2 - d_h^2 \right\} \quad (2.23)$$

2.5.1.2 Bosch, Bach and Findeisen



Eles aprovaram a proposta de Rötcher , admitindo apenas que as tensões permaneçam uniforme e distinta em cada plano perpendicular ao eixo z (direção axial), permitindo com isso variar a tensão na direção axial. Então, a deflexão axial em cada um desses planos, poderia ser computada e as deflexões integradas ao longo do comprimento do eixo z, obtendo-se a deflexão total do envelope cônico, isto é, a rigidez dos troncos de cones k_m por integração. Quando $\alpha = 45^\circ$, a rigidez dos membros k_m , é dada por:

$$k_m = \frac{\pi \cdot E \cdot d_h}{2 \cdot l_n \frac{(s+L-d_h) \cdot (s+d_h)}{(s+L+d_h) \cdot (s-d_h)}} \quad (2.24)$$

2.5.1.3 Birger

Fazendo uso do problema de Boussinesq, de uma placa semi-infinita, carregada uniformemente sob uma área anular com $\alpha=21,8^\circ$, obteve a rigidez por integração, dada por:

$$k_m = \frac{\pi \cdot E}{2} \cdot \frac{0,4 \cdot d_h}{l_n \frac{(s+d_h) \cdot (s+0,4 \cdot L - d_h)}{(s-d_h) \cdot (s+0,4L - d_h)}} \quad (2.25)$$

2.5.1.4 Vitkup

Ele aplicou o problema de Boussinesq também, mas de uma maneira diferente

$$k_m = \frac{\pi \cdot E (s^2 - d_h^2)}{8 \cdot (1 - \nu^2) L} \cdot \frac{s}{L} + 1 - \sqrt{\frac{s}{L} + 1} - \frac{1}{2(1 - \nu)} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{s}{L}\right)^2 + 1}} \right\} \quad (2.26)$$

2.5.1.5 Danilow

Ele desenvolveu experimentos sobre juntas e encontrou:

$$k_m = \frac{E \cdot d_h^2}{L \cdot \left(0,5 - 0,1 \cdot \frac{L}{d_h} + 0,007 \cdot \frac{L^2}{d_h^2} \right)} \quad (2.27)$$

2.5.1.6 Fritsche

De seus resultados experimentais de juntas de aço obteve a seguinte equação:

$$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot d_h \cdot E \cdot 1,82 \cdot \left\{ \frac{L}{d_h} \cdot (E \cdot 10^{-3})^2 \right\}^{-0,16} \quad (2.28)$$

2.5.1.7 Weiss e Wallner

Eles sugeriram através de experimentos:

$$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E}{L} \cdot \left\{ \left(s + \frac{L}{10} \right)^2 - d_h^2 \right\} \quad (2.29)$$

2.5.2 Método de Wileman

Através da análise por elementos finitos e ensaios experimentais, uma expressão exponencial para a rigidez de membros foi obtida em função da razão do diâmetro do parafuso (d) com a espessura da junta (L).

$$\frac{k_m}{E_d} = f(d/L) \quad (2.30)$$

A função exponencial obtida foi:

$$\frac{k_m}{E_d} = Ae^{B(d/L)} \quad (2.31)$$

A tabela 2.1 fornece os dados para se obter a rigidez de membros.

Tabela 2.1 – Parâmetros de rigidez para materiais de engenharia.

Material	Coefficiente de Poisson	Módulo de elasticidade (GPa)	A	B
Aço	0,291	206,8	0,78715	0,62873
Alumínio	0,334	71,0	0,79670	0,63816
Cobre	0,326	118,6	0,79568	0,63553
Ferro Fundido	0,211	100,0	0,77871	0,61616

2.6 Comparações de rigidezes estáticas de membros e de fatores de carga de uma junta aparafusada

As comparações de rigidezes estáticas k_m devida a compressão dos membros, e dos fatores de cargas ϕ_k de uma junta aparafusada foram realizadas em funções das variações de dois parâmetros:

- da espessura L dos membros das juntas

- do diâmetro do parafuso d_p .

As comparações de rigidezes obtidas foram feitas através das teorias propostas de obtenções de rigidezes de Rötcher; Bosch; Birger; Danilow; Fritsche; Weiss e Wileman, as quais baseiam-se nos modelos analíticos dados pela figura 2.16, conforme item 2.5.

As comparações de fatores de cargas obtidos, os quais definem as porções de cargas externas absorvidas pelos parafusos de uma junta, são provenientes da equação 2.8, onde a rigidez estática do parafuso k_p , é dada pela equação 2.4 e as rigidezes dos membros k_m , dadas pelas equações contidas no item 2.5.1.

2.6.1 Comparações de rigidezes estáticas de membros e de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta

Nestas comparações efetuadas através de gráficos e tabelas os valores de k_m ; k_p e ϕ_k , foram obtidos através de um programa computacional (Fortran), conforme Apêndice A.1.

O modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes, é dado pela figura 2.17.

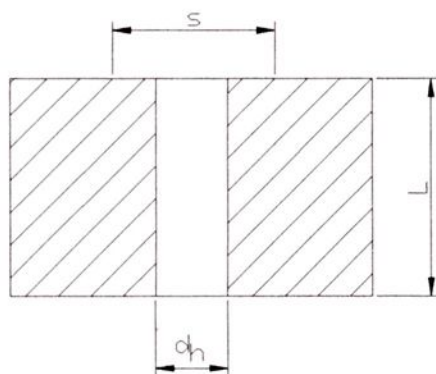


FIGURA 2.17 – Modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes em função da espessura L dos membros

Da figura 2.17, tem-se:

- $s = 22\text{mm}$ (diâmetro da cabeça do parafuso)
- $d_h = 16\text{mm}$ (diâmetro do furo)
- $d_p = 14\text{mm}$ (diâmetro do parafuso métrico)
- $L = (10\text{a } 159\text{mm})$ (intervalo de variação da espessura dos membros da junta)

2.6.1.1 Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função da espessura L – membros e parafuso (aço)

Nestas comparações obtidas através de gráficos e tabelas, os materiais considerados para os membros da junta e do parafuso, foi o aço com $E = 207\text{GPa}$.

A tabela 2.2, ilustra os valores de rigidezes obtidos para os membros da junta k_m e do parafuso k_p , através do programa computacional dado no Apêndice A.1.



TABELA 2.2 – Valores de rigidezes obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).

ESPESSURA L(mm)	RIGIDEZES (10^7N/m)							
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN	PARAFUSO
10	769	696	507	1200	1,110	444	684	319,0
20	624	499	317	687	0,997	260	422	159,0
30	603	430	252	524	0,934	200	360	106,0
40	613	395	220	451	0,892	171	332	79,7
50	635	373	199	414	0,861	154	316	63,7
60	663	359	186	395	0,836	143	306	53,1
70	695	348	176	385	0,816	136	299	45,5
80	729	340	169	379	0,799	131	294	39,8
90	765	334	163	370	0,784	127	290	35,4
100	801	329	158	357	0,771	125	287	31,9
110	838	325	154	336	0,759	123	285	29,0
120	876	321	151	307	0,748	122	283	26,6
130	915	318	148	272	0,739	121	281	24,5
140	953	316	146	235	0,730	121	279	22,8
150	992	314	143	199	0,722	121	278	21,2
159	1030	312	142	169	0,715	121	277	20,0

A figura 2.18, através de gráfico ilustra e compara as rigidezes k_m obtidas.

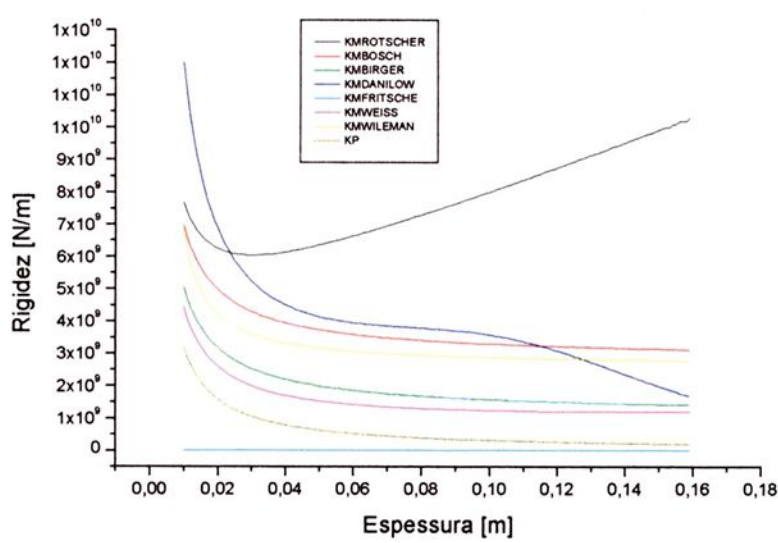


FIGURA 2.18 – Comparações de rigidezes em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).

A tabela 2.3, ilustra os valores de fatores de cargas ϕ_k , obtidos através do programa computacional dado no Apêndice A.1.

TABELA 2.3 – Valores de fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).

ESPESSURA	FATORES DE CARGAS Φ_k						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHKE	WEISS	WILEMAN
L(mm)							
10	0,293	0,314	0,386	0,209	0,997	0,418	0,318
20	0,203	0,242	0,334	0,188	0,994	0,380	0,274
30	0,15	0,198	0,296	0,169	0,991	0,347	0,228
40	0,115	0,168	0,266	0,150	0,989	0,318	0,194
50	0,0912	0,146	0,242	0,133	0,987	0,293	0,168
60	0,0741	0,129	0,222	0,118	0,984	0,271	0,148
70	0,0615	0,116	0,206	0,106	0,982	0,251	0,132
80	0,0518	0,105	0,191	0,0952	0,980	0,233	0,119
90	0,0443	0,0959	0,179	0,0873	0,978	0,218	0,109
100	0,0383	0,0883	0,168	0,0819	0,976	0,203	0,0999
110	0,0334	0,0819	0,158	0,0794	0,974	0,190	0,0924
120	0,0294	0,0764	0,150	0,0796	0,973	0,179	0,0859
130	0,0261	0,0715	0,142	0,0825	0,971	0,168	0,0803
140	0,0233	0,0672	0,135	0,0882	0,969	0,159	0,0754
150	0,0210	0,0635	0,129	0,0966	0,967	0,150	0,0710
159	0,0191	0,0604	0,124	0,106	0,966	0,142	0,0675

A figura 2.19, através de gráficos ilustra e compara os fatores de cargas obtidos.

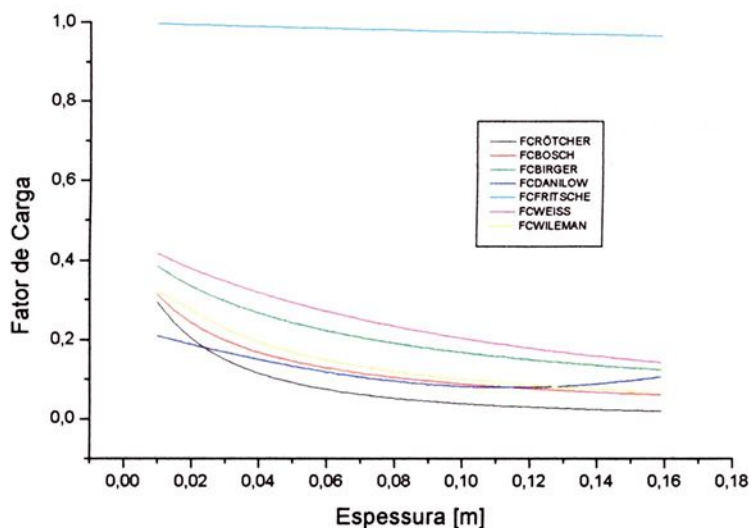


FIGURA 2.19 – Comparações de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (aço).

2.6.1.2 Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).

Nestas comparações obtidas através de gráficos e tabela, os materiais considerados para os membros da junta e do parafuso, foi o ferro fundido, material utilizado nos dois corpos de prova (vigas) com $E = 80,37 \text{ GPa}$, obtido experimentalmente através de ensaios de vibrações da viga contínua.

A tabela 2.4, ilustra os valores de rigidezes obtidos para os membros da junta k_m e do parafuso k_p , através do programa computacional dado no Apêndice A.1.

TABELA 2.4 – Valores de rigidezes obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido)

ESPESSURA	RIGIDEZES (10 ⁷ N/m)							
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN	PARAFUSO
10	299	270	197	467	0,585	172	268	124,00
20	242	194	123	267	0,524	101	164	61,90
30	234	167	98	203	0,491	77,6	139	41,20
40	238	153	85,2	175	0,469	66,3	128	30,90
50	247	145	77,4	161	0,452	59,7	122	24,70
50	258	139	72,1	153	0,439	55,5	118	20,60
70	270	135	68,3	150	0,429	52,8	115	17,70
80	283	132	65,4	147	0,420	50,8	113	15,50
90	297	130	63,2	144	0,412	49,4	112	13,70
100	311	128	61,3	139	0,405	48,5	111	12,40
110	326	126	59,8	130	0,399	47,8	110	11,20
120	340	125	58,5	119	0,393	47,3	109	10,30
130	355	124	57,4	106	0,388	47,1	108	9,52
140	370	123	56,5	91,3	0,384	46,9	107	8,84
150	385	122	55,7	77,2	0,38	46,8	107	8,25
159	399	121	55,1	65,5	0,376	46,9	107	7,78

A figura 2.20, através de gráficos, ilustra e compara as rigidezes obtidas.

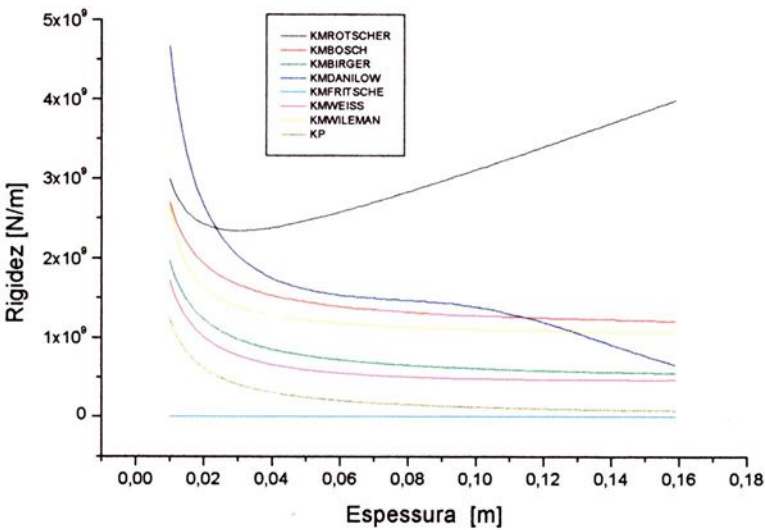


FIGURA 2.20 – Comparações de rigidezes em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido)

A tabela 2.5, ilustra os valores de fatores de cargas ϕ_k obtidos através do programa computacional dado no Apêndice A.1.

TABELA 2.5 – Valores de fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).

ESPESSURA L(mm)	FATORES DE CARGAS ϕ_k						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN
10	0,293	0,314	0,386	0,209	0,995	0,418	0,3160
20	0,203	0,242	0,334	0,188	0,992	0,38	0,2740
30	0,150	0,198	0,296	0,169	0,988	0,347	0,2290
40	0,115	0,168	0,266	0,15	0,985	0,318	0,1940
50	0,0912	0,146	0,242	0,133	0,982	0,293	0,1690
60	0,0741	0,129	0,222	0,118	0,979	0,271	0,1490
70	0,0615	0,116	0,206	0,106	0,976	0,251	0,1330
80	0,0518	0,105	0,191	0,0952	0,974	0,233	0,1200
90	0,0443	0,0959	0,179	0,0873	0,971	0,218	0,1100
100	0,0383	0,0883	0,168	0,0819	0,968	0,203	0,1010
110	0,0334	0,0819	0,158	0,0794	0,966	0,19	0,0931
120	0,0294	0,0764	0,15	0,0796	0,963	0,179	0,0866
130	0,0261	0,0715	0,142	0,0825	0,961	0,168	0,0810
140	0,0233	0,0672	0,135	0,0882	0,958	0,159	0,0760
150	0,0210	0,0635	0,129	0,0966	0,956	0,15	0,0716
159	0,0191	0,0604	0,124	0,106	0,954	0,142	0,0681

A figura 2.21, através de gráficos ilustra e compara os fatores de cargas obtidos.

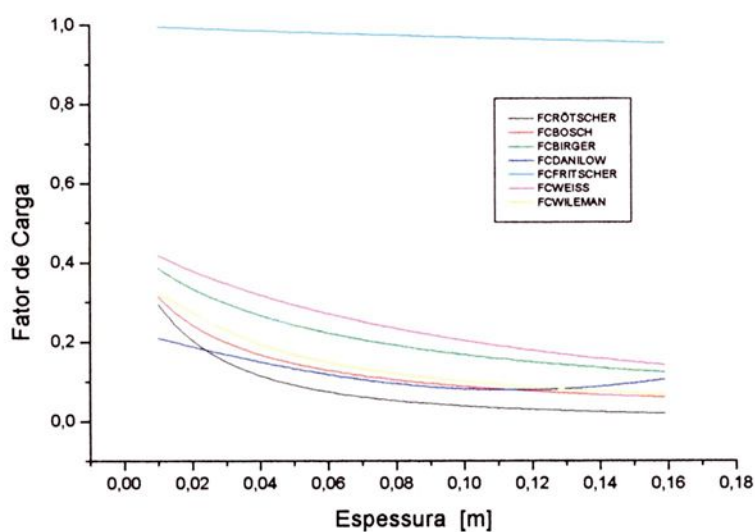


FIGURA 2.21 – Comparações de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta – membros e parafuso (ferro fundido).

2.6.2 Comparações de rigidezes e de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p .

Nestas comparações efetuadas através de gráficos e tabelas, os valores de k_m , k_p e ϕ_k , foram obtidos através de um programa computacional (Fortran) dado no Apêndice A.2.

O modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes, é dado pela figura 2.22.

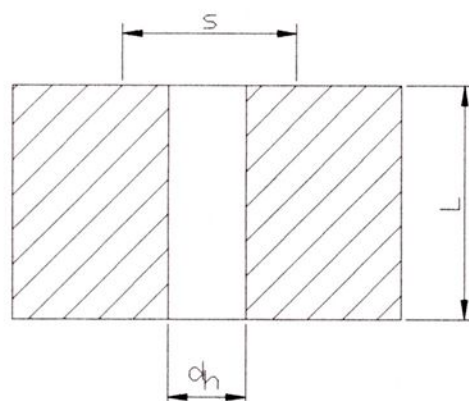


FIGURA 2.22 – Modelo analítico de junta utilizado para obtenções de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p .

Da figura 2.22, tem-se:

- *s - (diâmetro da cabeça do parafuso)
- * d_h - (diâmetro do furo)
- * d_p - (diâmetro do parafuso métrico)
- L = 60mm (espessura dos membros da junta)
- (*) - vide tabela A.1 no Apêndice A.2

2.6.2.1 Comparações de rigidezes e de fatores de carga em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (aço).

Nestas comparações obtidas através de gráficos e tabelas, os materiais considerados para os membros da junta e do parafuso, foi o aço com $E=207\text{GPa}$.

A tabela 2.6, ilustra os valores de rigidezes obtidos para os membros da junta e do parafuso, através do programa computacional dado Apêndice A.2.

TABELA 2.6 – Valores de rigidezes obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (aço).

DIÂMETRO DO PARAFUSO (mm)	RIGIDEZES (10 ⁹ N/m)							
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN	PARAFUSO
6	420	148	69,1	108	0,321	56,1	123	9,75
8	479	201	96,9	193	0,429	75,9	161	17,30
10	566	286	144	256	0,541	111	201	27,10
12	597	298	150	338	0,716	116	264	39,00
14	663	359	186	395	0,836	143	308	53,10
16	702	387	202	457	0,959	156	354	69,40
18	772	453	242	525	1,080	187	402	87,80
20	844	521	284	598	1,210	220	451	108,40
22	886	553	303	676	1,340	235	503	131,10
24	997	666	377	761	1,470	295	556	156,00

A figura 2.23, através de gráficos, ilustra e compara as rigidezes obtidas.

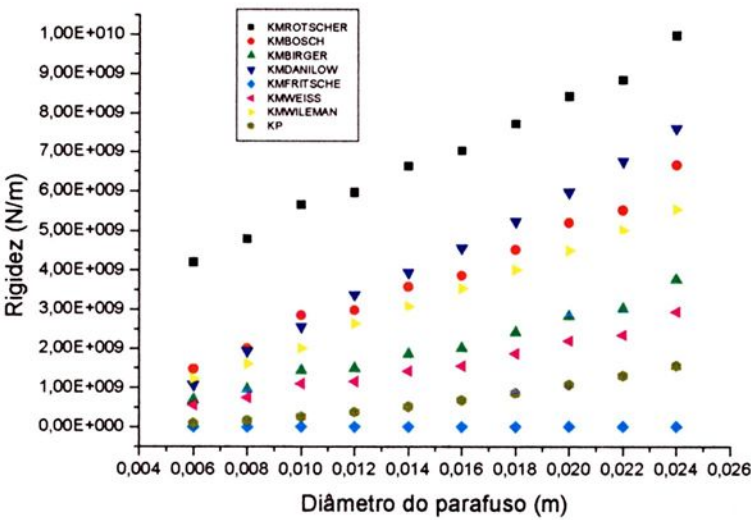


FIGURA 2.23 – Comparações de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (aço).

A tabela 2.7, ilustra os valores de fatores de cargas obtidos, através do programa computacional dado no Apêndice A.2.

TABELA 2.7 – Valores de fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (aço).

DIÂMETRO DO PARAFUSO (mm)	FATORES DE CARGAS Φ_K						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN
6	0,0227	0,0617	0,124	0,0831	0,968	0,148	0,0736
8	0,0349	0,0795	0,152	0,0823	0,976	0,186	0,0972
10	0,0457	0,0867	0,158	0,0956	0,980	0,197	0,1190
12	0,0613	0,1160	0,206	0,1030	0,982	0,251	0,1290
14	0,0741	0,1290	0,222	0,1180	0,984	0,271	0,1470
16	0,0899	0,1520	0,255	0,1320	0,986	0,308	0,1640
18	0,1020	0,1620	0,266	0,1430	0,988	0,320	0,1790
20	0,1140	0,1720	0,276	0,1530	0,989	0,330	0,1940
22	0,1290	0,1920	0,302	0,1620	0,990	0,358	0,2070
24	0,1350	0,1900	0,293	0,1700	0,991	0,346	0,2190

A figura 2.24, através de gráficos, ilustra e compara os fatores de cargas obtidos.

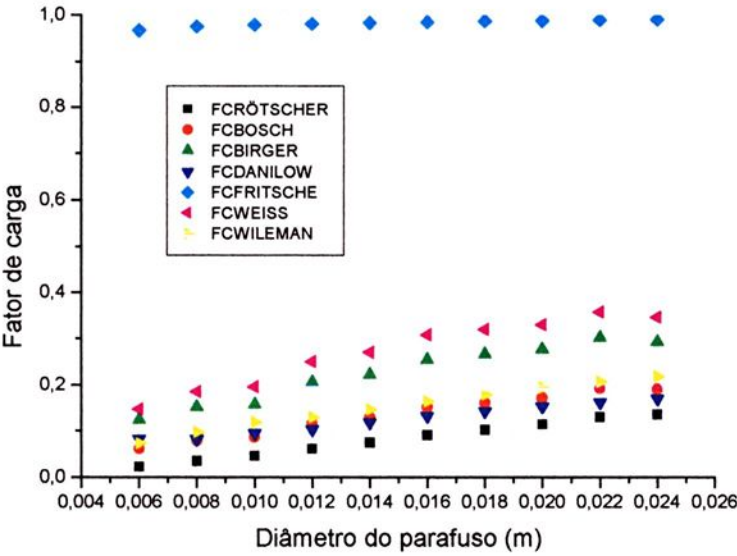


FIGURA 2.24 – Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (aço).

2.6.2.2 Comparações de rigidezes e de fatores de carga em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).

Nestas comparações obtidas através de gráficos e tabelas, os materiais considerados para os membros da junta e do parafuso, foi o ferro fundido com $E=80,37$ GPa.

A tabela 2.8, ilustra os valores de rigidezes obtidos para os membros da junta e do parafuso, através do programa computacional dado no Apêndice A.2.

TABELA 2.8 – Valores de rigidezes obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).

DIÂMETRO DO PARAFUSO (mm)	RIGIDEZES (10^3 N/m)							
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN	PARAFUSO
6	163	57,6	26,8	41,8	0,168	21,8	47,1	3,79
8	186	78	37,6	75,1	0,225	29,5	61,8	6,73
10	220	111	56,1	99,6	0,285	42,9	77,1	10,50
12	232	116	58,4	131	0,376	45,1	101	15,10
14	258	139	72,1	153	0,439	55,5	118	20,60
16	273	150	78,5	178	0,504	60,6	136	26,90
18	300	176	93,9	204	0,569	72,5	154	34,10
20	328	202	110	232	0,636	85,4	173	42,10
22	344	215	118	263	0,703	91,3	192	50,90
24	387	259	146	295	0,772	114	213	60,60

A figura 2.25, através de gráficos, ilustra e compara os valores rigidezes obtidos.

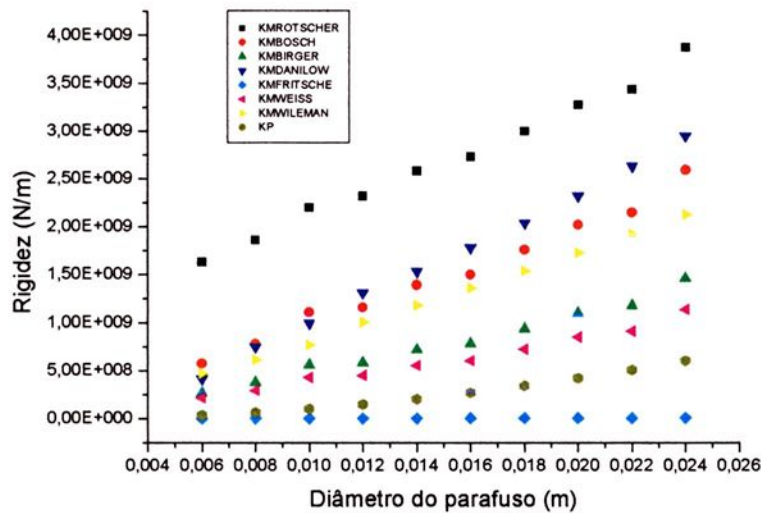


FIGURA 2.25 – Comparações de rigidezes em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).

A tabela 2.9, ilustra os valores de fatores de cargas obtidos, através do programa computacional dado no Apêndice A.2.

TABELA 2.9 – Valores de fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p – membros e parafuso (ferro fundido).

DIÂMETRO DO PARAFUSO (mm)	FATORES DE CARGAS Φ_K						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHKE	WEISS	WILEMAN
6	0,0227	0,0617	0,124	0,0831	0,957	0,148	0,0745
8	0,0349	0,0795	0,152	0,0823	0,968	0,186	0,0983
10	0,0457	0,0867	0,158	0,0956	0,974	0,197	0,1200
12	0,0613	0,1160	0,206	0,1030	0,976	0,251	0,1300
14	0,0741	0,1290	0,222	0,1180	0,979	0,271	0,1490
16	0,0899	0,1520	0,255	0,1320	0,982	0,308	0,1660
18	0,1020	0,1620	0,266	0,1430	0,984	0,320	0,1820
20	0,1140	0,1720	0,276	0,1530	0,985	0,330	0,1960
22	0,1290	0,1920	0,302	0,1620	0,986	0,358	0,2090
24	0,1350	0,1900	0,293	0,1700	0,987	0,346	0,2220

A figura 2.26, através de gráficos, ilustra e compara os valores de fatores de cargas obtidos.

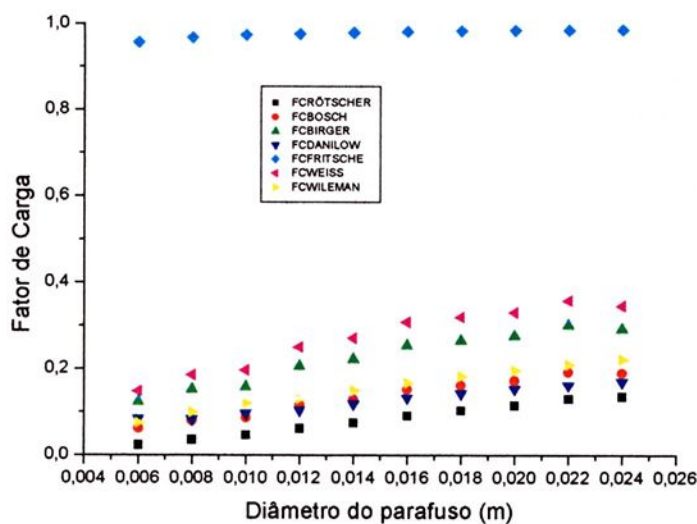


FIGURA 2.26 – Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso d_p - membros e parafuso (ferro fundido).

2.6.3 Comparações de fatores de carga em função da espessura L dos membros da junta (ferro fundido) e parafuso (aço)

Através da tabela 2.4, rigidezes de membros (ferro fundido) e da tabela 2.2, rigidez de parafuso (aço), obtém-se os valores de fatores de carga ϕ_k , em função da espessura L dos membros da junta (ferro fundido), de uma junta aparafusada, tabela 2.10, cujo modelo analítico de junta, é dado pela figura 2.17.

TABELA 2.10 – Fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros (ferro fundido) e parafuso (aço)

ESPESSURA L(mm)	FATORES DE CARGAS ϕ_k						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHKE	WEISS	WILEMAN
10	0,516	0,542	0,618	0,406	0,998	0,650	0,543
20	0,397	0,450	0,564	0,373	0,997	0,612	0,492
30	0,312	0,388	0,520	0,343	0,995	0,577	0,433
40	0,251	0,343	0,483	0,313	0,994	0,546	0,384
50	0,205	0,305	0,451	0,283	0,993	0,516	0,343
60	0,171	0,276	0,424	0,258	0,992	0,489	0,310
70	0,144	0,252	0,400	0,233	0,991	0,463	0,283
80	0,123	0,232	0,378	0,213	0,990	0,439	0,260
90	0,106	0,214	0,359	0,197	0,988	0,417	0,240
100	0,093	0,199	0,342	0,187	0,987	0,397	0,223
110	0,082	0,187	0,327	0,182	0,986	0,378	0,209
120	0,073	0,175	0,313	0,183	0,985	0,360	0,196
130	0,065	0,165	0,299	0,188	0,984	0,342	0,185
140	0,058	0,156	0,286	0,200	0,983	0,327	0,176
150	0,052	0,148	0,276	0,215	0,982	0,312	0,165
159	0,048	0,142	0,266	0,234	0,982	0,299	0,157

2.6.4 Comparações de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso – membros (ferro fundido) e parafuso (aço)

Através da tabela 2.8, rigidezes de membros (ferro fundido) e da tabela 2.6, rigidez de parafuso (aço), obtém-se os valores de fatores de carga ϕ_k , em função da diâmetro de d_p do parafuso (aço), de uma junta aparafusada, tabela 2.11, cujo modelo analítico de junta, é dado pela figura 2.22.

TABELA 2.11 – Fatores de cargas obtidos em função do diâmetro do parafuso d_p - membros (ferro fundido) e parafuso (aço)

DIÂMETRO DO PARAFUSO (mm)	FATORES DE CARGAS ϕ_k						
	RÖTSCHER	BOSCH	BIRGER	DANILOW	FRITSCHÉ	WEISS	WILEMAN
6	0,056	0,145	0,267	0,189	0,983	0,309	0,172
8	0,085	0,182	0,315	0,187	0,987	0,370	0,219
10	0,11	0,196	0,326	0,214	0,990	0,387	0,260
12	0,144	0,252	0,400	0,229	0,990	0,464	0,279
14	0,171	0,276	0,424	0,258	0,992	0,489	0,310
16	0,203	0,316	0,469	0,281	0,993	0,534	0,338
18	0,226	0,333	0,483	0,301	0,994	0,548	0,363
20	0,248	0,349	0,496	0,318	0,994	0,559	0,385
22	0,276	0,379	0,526	0,333	0,995	0,589	0,406
24	0,287	0,376	0,517	0,346	0,995	0,578	0,423

3 VIBRAÇÃO TRANSVERSAL LIVRE DE VIGAS

3.1 Introdução

Este capítulo tem como finalidades:

a) obter as frequências naturais teóricas e os modos naturais de vibrações da viga contínua duplamente livre (corpo de prova). Através do desenvolvimento da teoria sobre vibração transversal livre de barras e com as devidas aplicações das condições de contorno para este tipo de viga, obtêm-se as respectivas equações de frequências ω_n , relativas ao cinco primeiros modos de vibrações.

Estas frequências teóricas serão comparadas posteriormente com as frequências experimentais amortecidas (ensaio) e com as frequências obtidas através da análise modal (simulação do modelo).

b) Através da teoria sobre vibração transversal livre de barras, e de um modelo de sólido viscoelástico, conhecido como de Kelvin- Voigt obter as expressões matemáticas para os deslocamentos transversais de barras, denotadas $\phi(x)$ e $q(t)$, as quais são funções da posição x e do tempo t . A expressão $q(t)$ (amplitudes de deslocamentos transversais), foi utilizado para definir o decremento logarítmico δ , e o fator de amortecimento ξ , dado em função de δ , os quais foram utilizados posteriormente, para obter o fator de



amortecimento ξ , da viga contínua (corpo de prova) relativo ao ferro fundido cinzento.

3.2 *Vibração transversal livre sem amortecimento*

3.2.1 Teoria elementar de barra

Na teoria elementar de barra, Shabana (1991) todas as tensões são supostas, iguais a zero, exceto a tensão normal σ , que é considerada variar linearmente sobre a seção transversal com a coordenada y da barra, como mostrado na figura 3.1.

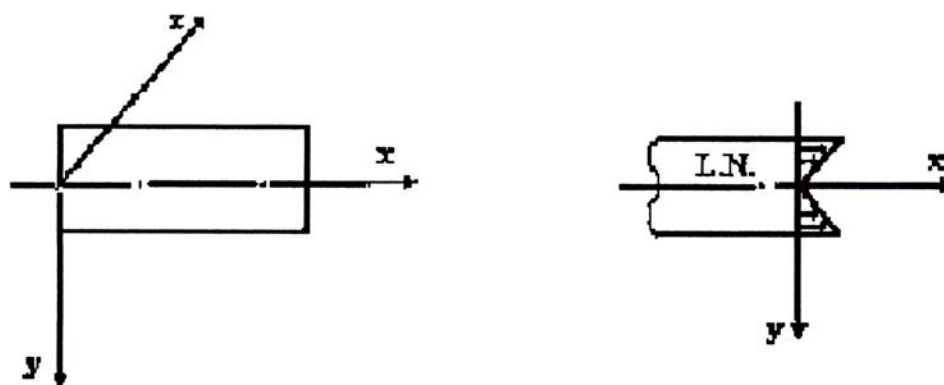


FIGURA 3. 1 - Teoria elementar de barra

A tensão normal σ pode ser escrita como:

$$\sigma = ky \quad (3.1)$$

onde k é uma constante, y a distância da linha neutra (L.N.). Ao longo da linha neutra, a tensão normal é zero, isto é, para $y = 0$.

A hipótese de que todas as outras tensões sejam iguais a zero requer que a resultantes das forças internas seja zero, e que os momentos das forças internas em relação ao eixo neutro seja igual ao momento de flexão M . Isto é:

$$\int_A \sigma dA = 0 \qquad \int_A y \sigma dA = -M \qquad (3.2)$$

onde A é a área da secção transversal da barra.

Substituindo a equação 3.1 na equação 3.2, obtém-se:

$$k \int_A y dA = 0 \qquad (3.3)$$

$$k \int_A y^2 dA = -M \qquad (3.4)$$

A equação 3.4, pode ser usada para definir k , como:

$$k = -M / I_z \qquad (3.5)$$

onde I_z é o momento de inércia da secção transversal em torno do eixo z , isto é:

$$I_z = \int_A y^2 dA \qquad (3.6)$$

Substituindo a equação 3.5 na equação 3.1, obtém-se:

$$\sigma = -M / I_z \cdot y \qquad (3.7)$$

Na lei de Hooke, a deformação ϵ é dada por:

$$\varepsilon = \sigma/E \text{ ou } \varepsilon = -\frac{M}{EI_Z} y \quad (3.8)$$

Para pequenas deformações ($dv/dx \ll 1$), Shigley [8], tem-se:

$$1/r \approx d^2v/dx^2 = -\varepsilon/y = M/EI_Z \quad (3.9)$$

onde "v" e "r" são respectivamente o deslocamento transversal e o raio de curvatura da barra

Da equação 3.9, para $\frac{dv}{dx} = v'$ e $\frac{d^2v}{dx^2} = v''$, tem-se:

$$M = EI_Z v'' \quad (3.10)$$

A equação 3.10 é conhecida como a lei de "Euler-Bemoulli" da teoria elementar de barras quando; $\frac{dv}{dx} \ll 1$

3.2.2 Equação diferencial parcial

Na determinação da equação diferencial para a vibração transversal de barras considera-se um volume infinitesimal, a uma distância x da extremidade da barra como mostrado na figura 3.2; onde δ_x é o comprimento deste volume infinitesimal, V e M respectivamente a força de cisalhamento e momento de flexão, e $F(x, t)$ o carregamento por unidade de comprimento da barra.

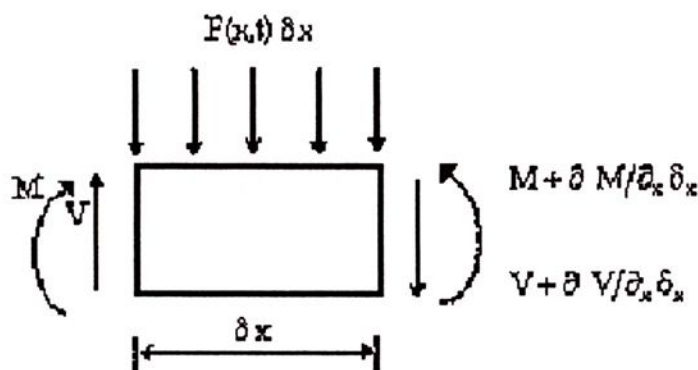


FIGURA 3.2 - Momentos de flexão e forças de cisalhamento

Desprezando a inércia de rotação, a soma dos momentos de flexão em relação a extremidade esquerda da seção, é

$$(M + \frac{\partial M}{\partial x} \delta x) - M - (V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x) \delta x - F(x, t) \delta x \frac{\delta x}{2} = 0$$

ou

$$(\frac{\partial M}{\partial x} - V) - (\frac{\partial V}{\partial x}) \delta x + F(x, t) \delta x = 0$$

Fazendo o limite de δx , aproximar-se de zero, a equação precedente conduz a:

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (3.11)$$

Obs.: Quando aplica-se $\lim_{\Delta x \rightarrow 0}$, $\frac{\partial M}{\partial x}$ e $\frac{\partial V}{\partial x}$ não se anulam, porque são funções independentes de δx , isto é:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = L_1 = f(x, t) \text{ e}$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = L_2 = g(x, t)$$

onde L_1 L_2 , são dois números quaisquer.

A condição de equilíbrio dinâmico para a vibração transversal da barra é obtida aplicando a 2ª lei de Newton.

$$\rho A \delta x \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\left(V + \frac{\partial V}{\partial x} \delta x\right) + V + F(x, t) \delta x$$

ou

(3.12)

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial V}{\partial x} + F(x, t)$$

onde ρ é o peso específico e A a área da seção transversal da barra.

Substituindo a equação 3.11 na equação 3.12, resulta:

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\left(\frac{\partial M}{\partial x^2}\right) + F(x, t)$$
(3.13)

No caso de vibração livre, $F(x, t) = 0$, e a equação 3.13 se reduz a:

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial M}{\partial x^2}$$
(3.14)

Substituindo a equação 3.10 na equação 3.14, resulta:

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -EI_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4}$$

ou

(3.15)

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{EI_z}{\rho A} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = c^2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4}$$

onde c é uma constante definida como:

$$c = \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \quad (3.16)$$

A equação 3.15 é uma equação diferencial parcial de 4ª ordem que governa o movimento para vibrações transversais livres de barras.

3.2.3 Solução da equação diferencial do movimento transversal de barra

A solução da equação 3.15 pode ser obtida usando a técnica de separação de variáveis. Neste caso, assume-se uma solução na forma.

$$v = \varnothing(x).q(t) \quad (3.17)$$

onde $\varnothing(x)$ e $q(t)$ são funções dependentes respectivamente da posição e do tempo. Para este caso, obtém-se soluções para $\varnothing(x)$ e $q(t)$, as quais são expressas em termos de seno e coseno.

Da equação 3.17 obtém-se:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \varnothing(x)\ddot{q}(t)$$

e

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \varnothing^{(4)}(x).q(t)$$

Substituindo estas equações na equação 3.15, obtém-se:

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = -c^2 \frac{\varnothing^{IV}(x)}{\varnothing(x)} = -\omega^2 \quad (3.18)$$

onde ω é uma constante a ser determinada.

A equação 3.18 conduz às duas equações seguintes:

$$\ddot{q} + \omega^2 q = 0 \quad (3.19)$$

$$\varnothing^{IV} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varnothing = 0 \quad (3.20)$$

A solução da equação 3.19, segundo Shabana [6] é dada por:

$$q(t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \cos \omega t \quad (3.21)$$

onde B_1 e B_2 são constantes.

Admitindo-se uma solução da equação 3.20, da forma: $\varnothing = Ae^{\lambda x}$

Substituindo esta solução na equação 3.20, obtém-se:

$$\left[\lambda^4 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right] Ae^{\lambda x} = 0$$

ou

$$\lambda^4 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0$$

que pode ser escrita como:

$$\lambda^4 - \eta^4 = 0 \quad (3.22)$$

onde $\eta = \sqrt{\omega/c}$, é uma constante (3.23)

As raízes da equação 3.22, são:

$$\lambda_1 = \eta; \lambda_2 = -\eta; \lambda_3 = i\eta; \lambda_4 = -i\eta$$

Portanto, a solução geral da equação 3.20, pode ser escrita como:

$$\phi(x) = A_1 e^{\eta x} + A_2 e^{-\eta x} + A_3 e^{i\eta x} + A_4 e^{-i\eta x} \quad (3.24)$$

que pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \phi(x) = & A_5 \frac{e^{\eta x} - e^{-\eta x}}{2} + A_6 \frac{e^{\eta x} + e^{-\eta x}}{2} \\ & + A_7 (-i) \frac{e^{i\eta x} - e^{-i\eta x}}{2} + A_8 \frac{e^{i\eta x} + e^{-i\eta x}}{2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde: $A_1 = \frac{A_5 + A_6}{2}; A_2 = \frac{A_6 - A_5}{2}; A_3 = \frac{A_8 + iA_7}{2}; A_4 = \frac{A_8 - iA_7}{2};$

Usando a fórmula de Euler de variáveis complexas, a equação 3.25 pode ser reescrita como:

$$\phi(x) = A_5 \sinh \eta x + A_6 \cosh \eta x + A_7 \sin \eta x + A_8 \cos \eta x \quad (3.26)$$

onde: $A_5; A_6; A_7; A_8$ são constantes determinadas em função das condições de contorno da barra.

Portanto, substituindo as equações 3.21 e 3.26, na equação 3.17, obtém-se:

$$v(x,t)=(A_5\sinh\eta x+A_6\cosh\eta x+A_7\sinh\eta x+A_8\cosh\eta x).(B_1\sin\omega t+B_2\cos\omega t) \quad (3.27)$$

3.2.4 Condições de contorno da barra ou viga com extremidades livres

O momento de flexão M e a força de cisalhamento V são iguais a zero, nas extremidades da viga. Portanto, as condições de contorno neste caso, são dadas por:

$$M(0,t) = 0 \text{ e } V(0,t) = 0 \text{ ou } \phi''(0) = 0 \text{ e } \phi'''(0) = 0$$

$$M(\ell,t) = 0 \text{ e } V(\ell,t) = 0 \text{ ou } \phi''(\ell) = 0 \text{ e } \phi'''(\ell) = 0$$

Substituindo $\phi''(0)$ e $\phi'''(0)$ na equação 3.26, obtém-se:

$$\phi''(0) = \eta^2 A_6 - \eta^2 A_8 = 0 \Rightarrow A_6 = A_8$$

$$\phi'''(0) = \eta^3 A_5 - \eta^3 A_7 = 0 \Rightarrow A_5 = A_7$$

Portanto a equação 3.26 pode ser reescrita como:

$$\phi(x) = A_5(\sinh \eta x + \cosh \eta x) + A_6(\cosh \eta x + \sinh \eta x) \quad (3.28)$$

Substituindo $\phi''(\ell)$ e $\phi'''(\ell)$ na equação 3.28, obtém-se:

$$A_5 (\sinh \eta \ell - \cosh \eta \ell) + A_6 (\cosh \eta \ell - \sinh \eta \ell) = 0$$

$$A_5 (\cosh \eta \ell - \sinh \eta \ell) + A_6 (\sinh \eta \ell - \cosh \eta \ell) = 0$$

Isto é:

$$\begin{bmatrix} \sinh \eta \ell - \sin \eta \ell & \cosh \eta \ell - \cos \eta \ell \\ \cosh \eta \ell - \cos \eta \ell & \sinh \eta \ell - \sin \eta \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A5 \\ A6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Este é um sistema de equações algébricas homogêneas nos coeficientes desconhecidos A5 e A6.

Este sistema de equações algébricas tem uma solução não trivial se e somente se, o determinante da matriz coeficiente é igual a zero.

Isto conduz a seguinte equação de frequência.

$$(\sinh^2 \eta \ell - \sin^2 \eta \ell) - (\cosh^2 \eta \ell - \cos^2 \eta \ell) = 0$$

Desde que:

$$\cosh^2 \eta \ell - \sinh^2 \eta \ell = 1 \text{ e } \cos^2 \eta \ell - \sin^2 \eta \ell = 1$$

3.2.4.1 Frequências naturais de vibração

A equação de frequência pode ser simplificada para:

$$\cos \eta \ell \cosh \eta \ell = 1 \quad (3.29)$$

Esta equação é satisfeita se $\eta \ell = 0$

Portanto, as três primeiras frequências naturais para vigas duplamente livres, são definidas pelas equações:

$$\omega_1 = \eta_1^2 c = \eta_1^2 \ell^2 \frac{c}{\ell^2} = (\eta_1 \ell)^2 \frac{c}{\ell^2} = (4,730)^2 \frac{c}{\ell^2} \quad (3.30)$$

$$\omega_2 = \eta_2^2 c = \eta_2^2 \ell^2 c / \ell^2 = (\eta_2 \ell)^2 c / \ell^2 = (7,853)^2 c / \ell^2 \quad (3.31)$$

$$\omega_3 = \eta_3^2 c = \eta_3^2 \ell^2 c / \ell^2 = (\eta_3 \ell)^2 c / \ell^2 = (10,996)^2 c / \ell^2 \quad (3.32)$$

3.2.4.2 Modos naturais de vibrações

A função $\phi(x)$, equação 3.28 obtida para este caso, é expressa em termos das constantes A5 e A6, e a relação entre estas duas constantes é dada por:

$$A6/A5 = -\frac{\sinh \eta \ell - \sin \eta \ell}{\cosh \eta \ell - \cos \eta \ell} = -\frac{\cosh \eta \ell - \cos \eta \ell}{\sinh \eta \ell - \sin \eta \ell} \quad (3.33)$$

A figura 3.3, representa as configurações modais que se obtém para a viga com extremidades livres, com relação aos três primeiros modos de vibrações, em função de $\phi(x)$.

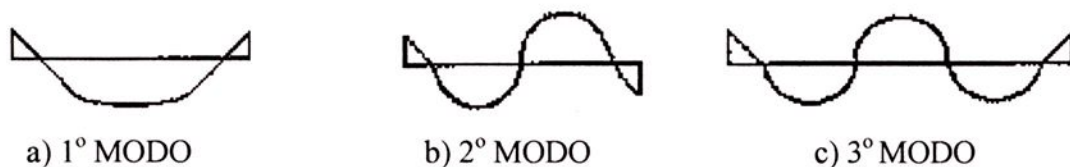


FIGURA 3.3 - Modos de vibrações de uma viga com extremidades livres.

3.3 *Frequências naturais teóricas de vibração da viga contínua (ω_n)*

As frequências naturais teóricas ω_n da viga contínua, são obtidas através da equação deduzida anteriormente:

$$\omega_n = (\eta_n \ell)^2 c / \ell^2 \quad (3.30)$$

onde:

- 1) $\eta_n \ell$ é uma constante que depende das condições de contorno da viga e do modo natural de vibração.
- 2) c é uma constante definida por:

$$c = \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}} \quad (3.16)$$

E = módulo de elasticidade da viga contínua

I = momento de inércia

ρ = peso específico

A = área da seção transversal da viga.

Substituindo a equação 3.16, na equação 3.30, obtém-se:

$$\omega_n = (\eta_n \ell)^2 \left(\frac{EI_z}{\rho A \ell^3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.34)$$

3.3.1 Viga contínua duplamente livre

A tabela 3.1, mostra os valores teóricos obtidos para as frequências naturais de vibrações da viga contínua (duplamente livre), referentes aos seus respectivos modos de vibração.

TABELA 3.1: Frequências naturais teóricas da viga contínua (livre-livre)

MODO DE VIBRAÇÃO	VIGA CONTÍNUA	
	$(\eta_n \ell)^2$	$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} (Hz)$
1º Modo	22,37	42,65
2º Modo	61,67	117,58
3º Modo	120,90	230,52
4º Modo	199,85	381,05
5º Modo	298,56	569,26

OBS.:

- 1) O valor obtido para a constante $\left(\frac{EIz}{w\ell^3}\right)^{\frac{1}{2}}$ foi de 11,98 rad/s
- 2) Dados da viga contínua (ferro fundido cinzento) duplamente livre:

$E = 80,37 \times 10^9 \text{ N/m}^2;$
 $I_z = 4,67 \times 10^{-8} \text{ m}^4$
 $\ell = 1,36\text{m}$
 $m = 14,13 \text{ Kg}$
 $w = m/\ell = 14,13/1,36 = 10,39 \text{ Kg/m}$

3.3.2 Viga contínua cantilever

A tabela 3.2, mostra a frequência natural teórica obtida para viga contínua (cantilever), através da equação 3.3.4.

TABELA 3.2 - Frequência natural teórica da viga contínua (cantilever)

MODO DE VIBRAÇÃO	VIGA CONTÍNUA	
	$(\eta_n \ell)^2$	$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} (Hz)$
1º Modo	3,52	8,63

OBS.:

- 1) O valor obtido para a constante $\left(\frac{EIz}{w\ell^3}\right)^{\frac{1}{2}}$ foi de 15,41 rad/s
- 2) Dados da viga contínua (ferro fundido cinzento) cantilever:

$$E = 80,37 \times 10^9 \text{ N/m}^2;$$

$$I_z = 4,67 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\ell = 1,15\text{m}$$

$$m = 11,95 \text{ Kg}$$

$$w = m/\ell = 11,95/1,15 = 10,39 \text{ Kg/m}$$

3.4 Vibração transversal livre de vigas com amortecimento

3.4.1 Materiais viscoelásticos

Amortecimento interno, está presente na maioria dos materiais como resultado da fricção entre as partículas. Tem sido observado que a amplitude de vibração livre de uma amostra sólida diminui com o tempo mesmo nos casos em que a amostra está isolada de alguma influência de amortecimento

extemo. Tais materiais são chamados viscoelásticos. Existem vários modelos para descrever o comportamento de materiais viscoelásticos.

O modelo viscoelástico descreve o comportamento de muitos materiais sintéticos, tais como polímeros e são caracterizados por uma relação entre tensões e deformações dependentes do tempo. Os modelos para estes materiais podem ser constituídos por uma combinação de molas e amortecedores convenientemente organizados.

3.4.2 Modelo de Kelvin-Voigt

Este modelo é constituído por dois parâmetros (mola e amortecedor) e a tensão atuante sobre o corpo é suposta ser proporcional a deformação e a velocidade de deformação, isto é:

$$\sigma = E(\varepsilon + c_i \dot{\varepsilon}) \quad (3.35)$$

onde σ e ε são respectivamente a tensão e a deformação e E e c_i , são as constantes módulo de elasticidade e amortecimento, que dependem das propriedades do material, conforme Goldsmith [2].

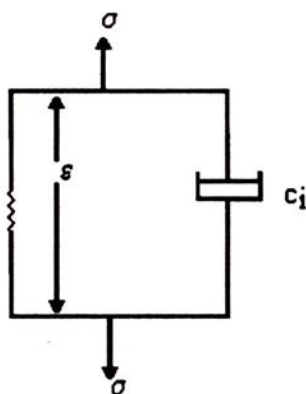


FIGURA 3.4 - Modelo de Kelvin-Voigt - modelo de um sólido viscoelástico.

3.4.3 Vibração transversal livre com amortecimento

Da equação 3.9, sabe-se que:

$$d^2 v / dx^2 = - \varepsilon / y = v''$$

Admitindo que o deslocamento transversal da viga, seja da forma dada pela equação 3.17.

$$v(x,t) = \phi(x) \cdot q(t)$$

Então, conclui-se que:

$$d^2 v / dx^2 = \dot{v}'' = \phi''(x) \cdot q(t) \quad (3.36)$$

$$d^2 v / dx^2 \left(\frac{dv}{dt} \right) = \dot{v}'' = \phi''(x) \dot{q}(t) \quad (3.37)$$

Substituindo as equações 3.35; 3.9 e 3.37 na equação 3.2, obtém-se:

$$-M(x,t) = \int_A y \sigma dA = \int_A y E (\varepsilon + c_i \dot{\varepsilon}) dA$$

$$= \int_A y (-v'' y + c_i \dot{v}'' y) E dA$$

$$-M(x,t) = \int_A -(v'' + c_i \dot{v}'') y^2 E dA = -(v'' + c_i \dot{v}'') E \int_A y^2 dA$$

$$\therefore -M(x,t) = -(v'' + c_i \dot{v}'') EI_z$$

ou

$$M(x,t) = (v'' + c_i \dot{v}'') EI_z \quad (3.38)$$

OBS.: Se $c_i = 0$, a equação 3.38 se reduz a equação 3.10, conhecida como a lei de Euler-Bernoulli,

$$M(x,t) = EI_z v''$$

Substituindo a equação 3.38 na equação 3.14, obtém-se:

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2}{\partial x^2} [(v'' + c_i \dot{v}'') EI_z]$$

ou

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2}{\partial x^2} [(v'' + c_i \dot{v}'') EI_z] \quad (3.39)$$

Substituindo as equações 3.36 e 3.37 na equação 3.39, obtém-se:

$$\rho A \phi(x) \ddot{q}(t) = - (\phi_{(x)}^{IV} q(t) + c_i \phi_{(x)}^{IV} \dot{q}(t)) EI_z$$

implicando que:

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t) + c_i \dot{q}(t)} = - \frac{EI_z}{\rho A} \frac{\phi_{(x)}^{IV}}{\phi(x)} = -\omega^2 \quad (3.40)$$

ou

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t) + c_i \dot{q}(t)} = -c^2 \frac{\phi_{(x)}^{IV}}{\phi(x)} = -\omega^2$$

OBS.: Se $c_i = 0$, a equação 3.40 se reduz a equação 3.18, referente a vibração transversal livre sem amortecimento

A equação 3.40, conduz às seguintes equações:

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 c_i \dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (3.41)$$

$$\phi_{(x)}^{IV} - (\omega/c)^2 \phi(x) = 0 \quad (3.42)$$

A equação 3.42, é idêntica a equação 3.20, portanto, tem a mesma solução dada pela equação 3.28, isto é:

$$\phi(x) = A5(\sinh \eta x + \cosh \eta x) + A6(\cos \eta x + \sin \eta x)$$

Para a equação 3.41, supõe-se uma solução da forma:

$$q(t) = B e^{pt} \quad (3.43)$$

Portanto:

$$\dot{q}(t) = B p e^{pt} \quad \text{e} \quad \ddot{q}(t) = B p^2 e^{pt}$$

Substituindo as derivadas de $q(t)$ na equação 3.41, obtém-se:

$$(p^2 + \omega^2 c_i p + \omega^2) B e^{pt} = 0 \quad (3.44)$$

A solução da equação característica

$$(p^2 + \omega^2 c_i p + \omega^2) = 0 \quad (3.45)$$

é dada pelas raízes:

$$p_1 = \alpha + i\beta \quad (3.46)$$

$$p_2 = \alpha - i\beta \quad (3.47)$$

onde:

$$\alpha = -\omega^2 c_i / 2 \quad (3.48)$$

e

$$\beta = \frac{1}{2} [(\omega^2 c_i)^2 - 4\omega^2]^{1/2} \quad (3.49)$$

Desde que $p_1 \neq p_2$, a solução completa é dada por:

$$q(t) = B_1 e^{p_1 t} + B_2 e^{p_2 t} \quad (3.50)$$

onde B_1 , e B_2 são constantes.

$$\text{Portanto: } q(t) = e^{\alpha} (B_1 e^{i\beta t} + B_2 e^{-i\beta t}) \quad (3.51)$$

Usando a fórmula de Euler, dada por:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$

na equação 3.51, obtém-se:

$$q(t) = e^{\alpha} [(B_1 + B_2) \cos \beta t + i(B_1 - B_2) \sin \beta t] \quad (3.52)$$

Desde que o deslocamento $q(t)$ deve ser real, os coeficientes das funções seno e cosseno na equação 3.52, devem ser reais. Isto será o caso, se e somente se:

$$B_1 + B_2 = C_1$$

$$i(B_1 - B_2) = C_2$$

onde C_1 e C_2 são constantes.

A solução completa da equação 3.52 pode então ser escrita como:

$$q(t) = e^{\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t) \quad (3.53)$$

OBS.: Pode-se verificar que a solução de $q(t)$, dada pela equação 3.53, é o produto da função exponencial $e^{\alpha t}$ pela função harmônica $\cos \beta t$ e $\sin \beta t$. Portanto, a solução neste caso é de natureza oscilatória.

A solução $q(t)$, pode também ser expressa por:

$$q(0) = X \sin 0$$

$$q(t) = X e^{\alpha t} \sin(\beta t + \phi) \quad (3.54)$$

Esta forma de solução é mais usual na análise de vibração livre de sistemas mecânicos,

As constantes X e ϕ são respectivamente a amplitude de deslocamento e o ângulo de fase, conforme ilustra a figura 3.5.

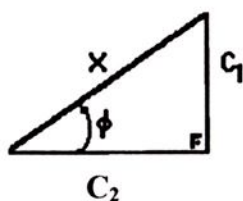


FIGURA 3.5 - Definição de ângulo de fase ϕ

OBS: Condições iniciais para $t = 0$, a equação 3.54 se reduz a

$$q(0) = X \sin \phi$$

e

$$\dot{q}(0) = X(\alpha \sin \phi + \beta \cos \phi)$$

Portanto a amplitude é dada por:

$$X = \left[q_0^2 + \left(\frac{\dot{q}_0 - \alpha q_0}{\beta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.55)$$

e o ângulo de fase por:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\beta q_0}{(\dot{q}_0 - \alpha q_0)} \quad (3.56)$$

A solução completa para o deslocamento transversal de barras ou vigas com amortecimento é dada por:

$$v(x, t) = \phi(x) q(t)$$

Substituindo as equações 3.28 e 3.54, na equação acima, obtém-se:

$$v(x, t) = A_5 (\sinh \eta x + \cosh \eta x) + A_6 (\cosh \eta x + \cos \eta x) \cdot X e^{\alpha t} \sin(\beta t + \phi) \quad (3.57)$$

3.4.4 Amortecimento crítico c_{ic}

Para o amortecimento crítico, o radical da equação 3.49, é nulo, isto é:

$$(\omega^2 c_{ic})^2 - 4\omega^2 = 0$$

daí,

$$c_{ic} = 2/\omega \quad (3.58)$$

onde c_{ic} é o coeficiente de amortecimento crítico

Definindo a razão de amortecimento ξ como:

$$\xi = c_i / c_{ic}$$

Obtém-se:

$$c_i = c_{ic} \xi = \frac{2\xi}{\omega} \quad (3.59)$$

Portanto os coeficientes de α e β , em função de ξ são dados por:

$$\alpha = -\omega^2 c_i / 2 \quad \text{ou} \quad \alpha = -\omega \xi$$

$$\beta = \frac{1}{2} [(\omega^2 c_i)^2 - 4\omega^2]^{1/2} \quad (3.60)$$

Ou

$$\beta = \omega \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (3.61)$$

3.4.5 Movimento oscilatório

Substituindo os coeficientes de α e β , na equação 3.54, obtém-se:

$$q(t) = X e^{-\xi \omega t} \text{sen}(\omega \sqrt{\xi^2 - 1} t + \phi) \quad (3.62)$$

Para o caso de sub-amortecimento, isto é, $\xi < 1$, a equação acima é dada por:

$$q(t) = X e^{-\xi \omega t} \sin(\omega \sqrt{1-\xi^2} t + \phi) \quad (3.63)$$

Definindo a frequência natural amortecida ω_d , como:

$$\omega_d = \omega \sqrt{1-\xi^2} \quad (3.64)$$

$$q(t) = X e^{-\xi \omega t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (3.65)$$

A figura 3.6, mostra a natureza geral do movimento oscilatório, conforme Thonson (1988).

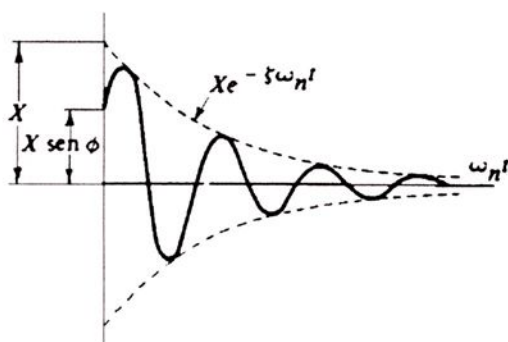


FIGURA 3.6 - Oscilação amortecida com $\xi < 1,0$.

3.4.6 Picos ou deslocamentos máximos

Os picos da curva deslocamento $q(t)$, podem ser obtidos fazendo-se:

$$\dot{q}(t_i) = 0 \quad (3.66)$$

onde t_i é o tempo no qual o pico q_i ocorre.

$$\text{sen}(\omega_d t_i + \phi) = \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.67)$$

Da equação 3.66, obtém-se:

Portanto para $t = t_i$ os deslocamentos máximos ou picos q_i , são dados por:

$$q_i = X e^{-\xi \omega t_i} \text{sen}(\omega_d t_i + \phi)$$

ou

$$q_i = X e^{-\xi \omega t_i} \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.68)$$

3.4.7 Decremento logaritmico (δ)

É o logaritmo natural do quociente de duas quaisquer amplitudes consecutivas, isto é:

$$\delta = \ln \frac{q_i}{q_{i+1}} = \ln \frac{\sqrt{1 - \xi^2} X e^{-\xi \omega t_i}}{\sqrt{1 - \xi^2} X e^{-\xi \omega (t_i + \tau_d)}} \quad (3.69)$$

Onde τ_d é o período de amortecimento definido por:

$$\tau_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.70)$$

A figura 3.7, mostra a taxa de decréscimo da oscilação amortecida, medida pelo decremento logaritmico, Thonson (1988)

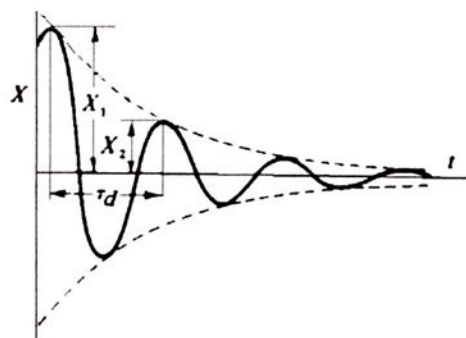


FIGURA 3.7- Taxa de decréscimo da oscilação medida pelo decremento logarítmico

Portanto:

$$\delta = \ln \frac{q_i}{q_{i+1}} = \xi \omega \tau_d$$

ou

(3.71)

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

que é uma equação exata.

Quando ξ é pequeno, $\sqrt{1-\xi^2} \cong 1$, obtém-se uma equação aproximada.

$$\delta \cong 2\pi\xi \quad (3.72)$$

A figura 3.8 mostra um gráfico dos valores exatos e aproximados de δ , como função de ξ , Thonson (1988)

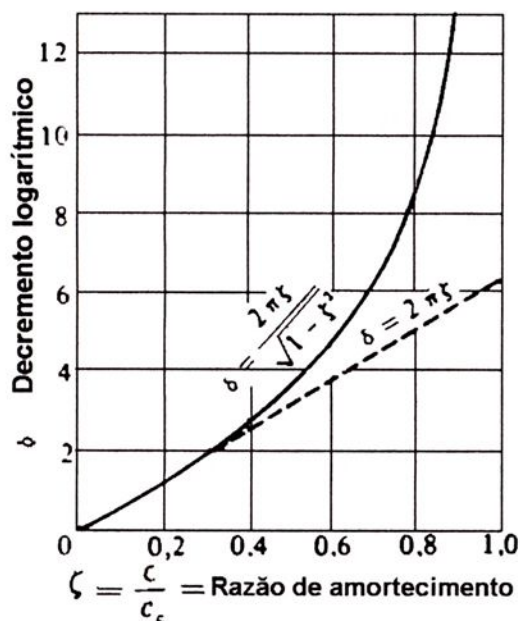


FIGURA 3.8 - Decremento logaritmico em função de ξ .

OBS.: Para a $n^{\text{ésima}}$ amplitude ou ciclo, onde n é um inteiro, o decremento logaritmico é dado por:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{q_1}{q_{i+n}} \quad (3.73)$$

Se o decremento δ , pode ser medido pelas medidas experimentais de duas amplitudes sucessivas ou não-sucessivas, então pode-se determinar o fator de amortecimento ξ .

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (3.74)$$

4 MODELAGENS E SIMULAÇÕES DAS VIGAS

4.1 *Finalidades*

Este capítulo tem como finalidade, utilizar o programa ANSYS, um programa computacional aplicado na área de tecnologia de projeto, e análise por elementos finitos, com o intuito de se fazer:

- a) as devidas modelagens das vigas (modelos)
- b) as análises modais dos respectivos modelos, para se obterem as suas frequências naturais de vibrações, relativas ao cinco primeiros modos de vibrações (configurações modais).
- c) as análises estáticas dos modelos, para se obterem as suas respectivas rigidezes teóricas, relativas à flexão e à compressão dos membros (flanges).

4.2 *Organização do programa ANSYS*

O programa ANYS está organizado em dois níveis básicos:

4.2.1 Nível início (Begin)



O nível Begin atua como um ponto de intercâmbio (gateway), dentro e fora do programa ANSYS. Ele é também utilizado para certos controles do programa global, tais como a limpeza da base de dados, mudança do jobname, etc.

4.2.2 Nível Processamento (Processor)

Neste nível vários processadores (rotinas) estão disponíveis, cada um servindo com um propósito específico.

Os processadores básicos (rotinas), existentes no ANSYS, são:

- a) PROCESSOR (/PREP7) : Nesta rotina é feita a modelagem da estrutura (construção do modelo), escolha dos tipos de elementos, geração das malhas (entrelaçamento).
- b) SOLUTION (/SOLU): Nesta rotina é feita as opções dos tipos de análises, cargas, passos de cargas, e execução da solução (fase do carregamento e solução).
- c) GENERAL POSTPROC (/POST1): Nesta rotina é feita a plotagem e listagem de resultados.
- d) DESIGN OPT (/OPT): Esta rotina é utilizada para melhorar ou otimizar um projeto inicial sujeito a certas condições.

4.3 Modelagens das vigas (modelos)



4.3.1 Modelo da viga contínua

O método utilizado para modelar as vigas, foi o método da modelagem sólida, o qual é mais apropriado para modelos tridimensionais (3D).

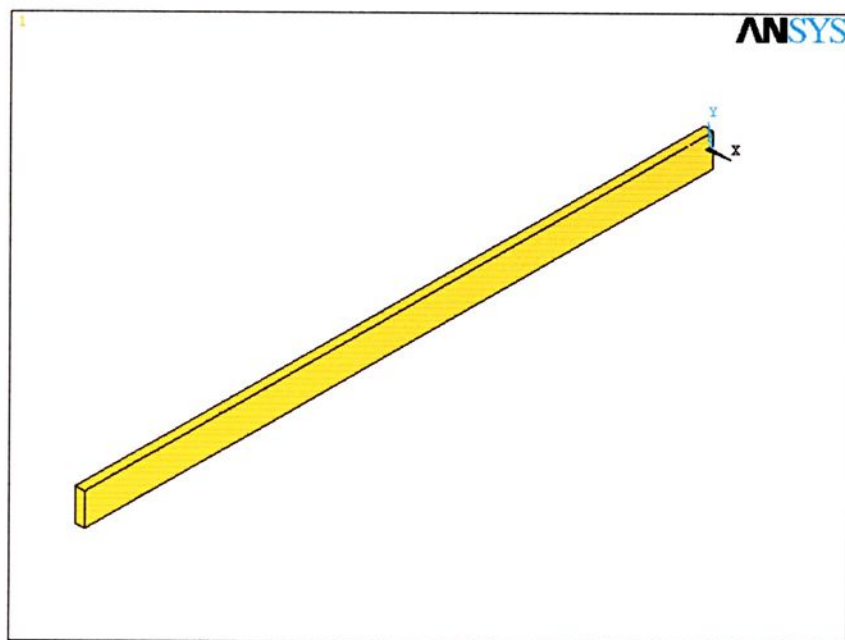


FIGURA 4.1 - Modelo da viga contínua

4.3.2 Modelo da viga com junta aparafusada

4.3.2.1 Modelo da subviga com extremidade flangeada

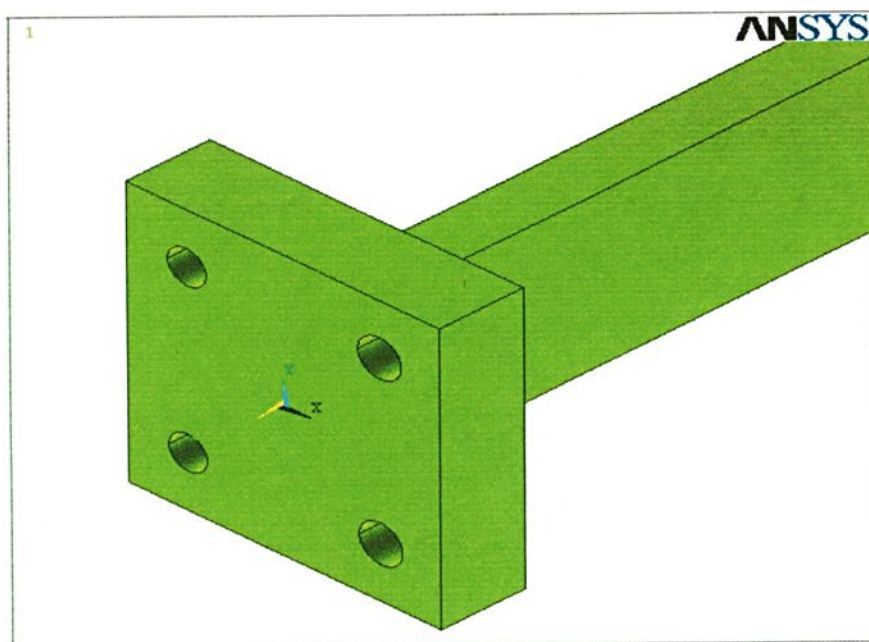


FIGURA 4.2 - Modelo da subviga com extremidade flangeada

4.3.2.2 Modelos dos parafusos sextavados – M14



FIGURA 4.3 - Modelos dos parafusos sextavados – M14

4.3.2.3 Modelos das porcas sextavadas – M14

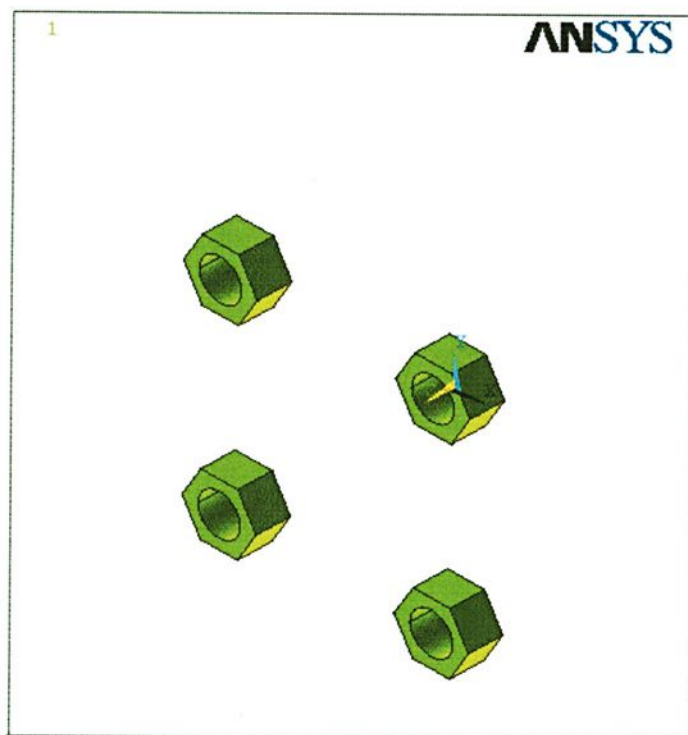


FIGURA 4.4 - Modelos das porcas sextavadas – M14

4.3.2.4 Modelo da viga com junta aparafusada – conjunto

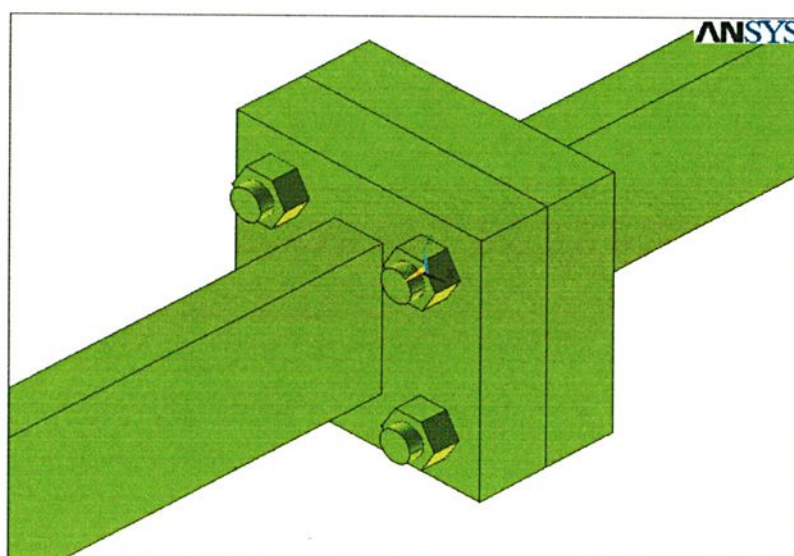


FIGURA 4.5 - Modelos da viga com junta aparafusada – conjunto

4.3.3 Modelo da viga com flange

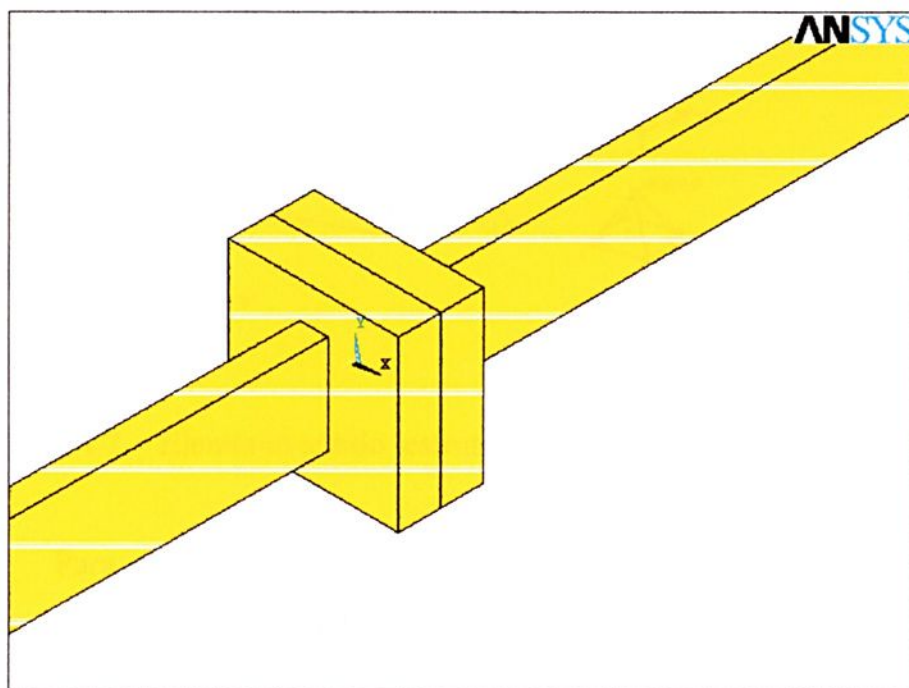


FIGURA 4.6 - Modelo da viga com flange

4.4 Gerações das malhas

Nas gerações das malhas dos modelos sólidos (entrelaçamentos) utilizou-se a geração automática de malha (free meshing).

Para os três modelos analisados, o tipo de elemento utilizado foi o sólido estrutural 3D (SOLID 73). O elemento é definido por oito (8) nós: translações nas direções x, y e z e rotações em torno de x, y e z, e pelas propriedades materiais ortotrópicas: módulos de elasticidade longitudinal e transversal, densidade, coeficiente de Poisson e temperatura.

A figura 4.7, ilustra o elemento SOLID 73

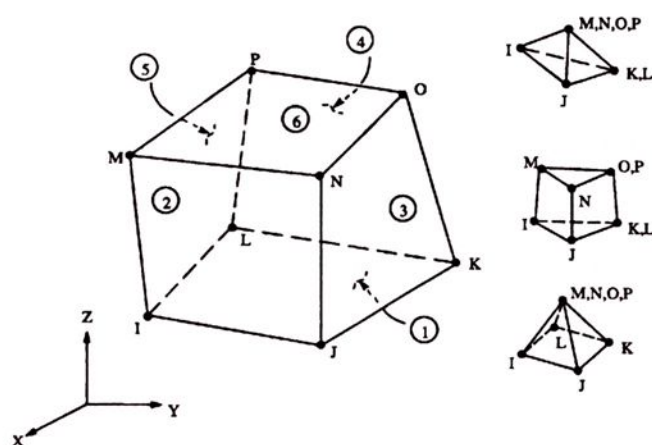


FIGURA 4.7 - Elemento sólido estrutural – SOLID 73

Para o modelo com junta aparafusada, além do SOLID 73, foi utilizado o elemento CONTACT 49, o qual simula o contato e o deslizamento entre duas superfícies em três dimensões, onde o ponto exato de contato não é conhecido de antemão. O elemento tem cinco (5) nós, com três (3) graus de liberdade por nó: translações nas direções x , y e z . A propriedade material definida para este elemento é o coeficiente de atrito.

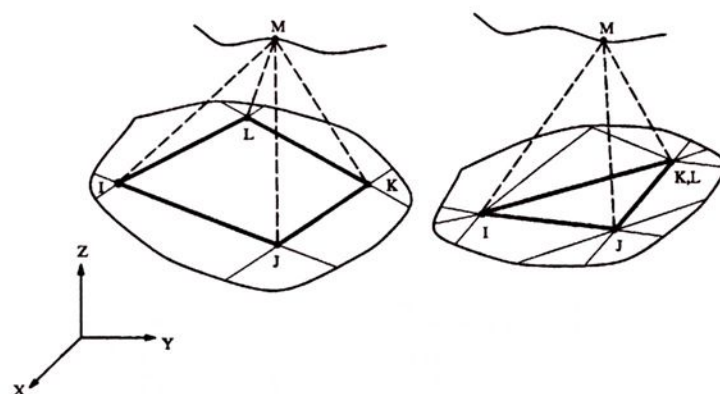


FIGURA 4.8 - Elemento de contato – CONTAC 49

4.5 Análise modal

A análise modal, foi utilizada para determinar as frequências naturais e os modos de vibrações dos modelos, os quais são parâmetros importantes no projeto de uma estrutura para condições de carregamento dinâmico.

A análise modal no programa ANSYS é uma análise linear, algumas não-linearidades são ignoradas, mesmo que sejam definidas.

O método de extração dos modos utilizado foi o método reduzido (Householder).

4.5.1 Análise modal da viga contínua

Na análise modal da viga contínua o tipo de carga aplicada no modelo foi deslocamento constante (nulo), com restrições de deslocamentos u_y , aplicadas em seis linhas, e a malha foi gerada com 181 nós e 292 elementos.

4.5.1.1 Frequências naturais da viga contínua (simulação)

A tabela 4.1, relaciona as cinco primeiras frequências naturais obtidas para este modelo.

TABELA 4.1 Frequências naturais de vibrações da viga contínua (simulação)

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQÜÊNCIAS (Hz)
1M	42,04
2M	116,16
3M	227,72
4M	381,27
5M	571,94

4.5.1.2 Modos de vibrações da viga contínua (simulação)

As figuras 4.9 a 4.13, relacionam os cinco primeiros modos de vibrações obtidos, com as suas correspondentes frequências naturais

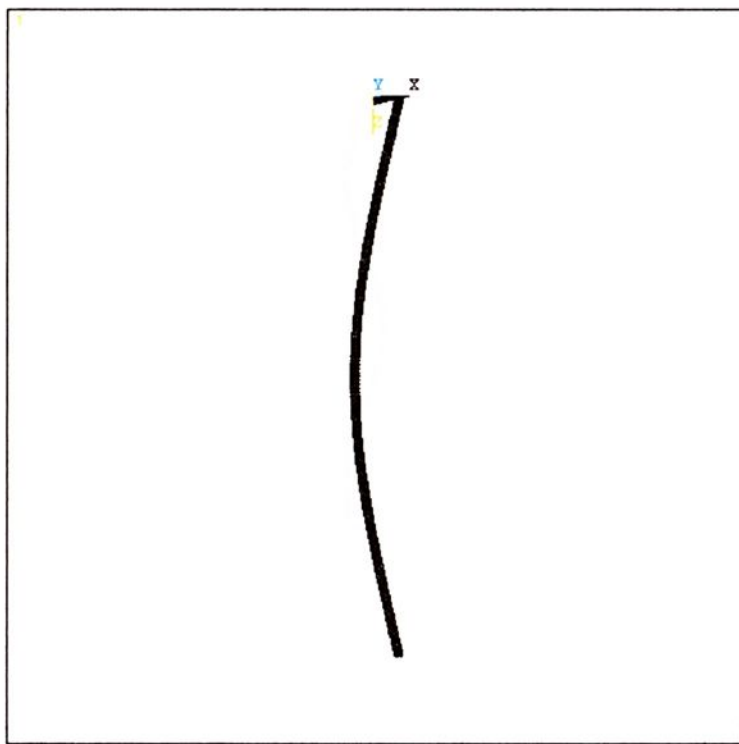


FIGURA 4.9 Primeiro modo de vibração ($f_1 = 42,04$ Hz)

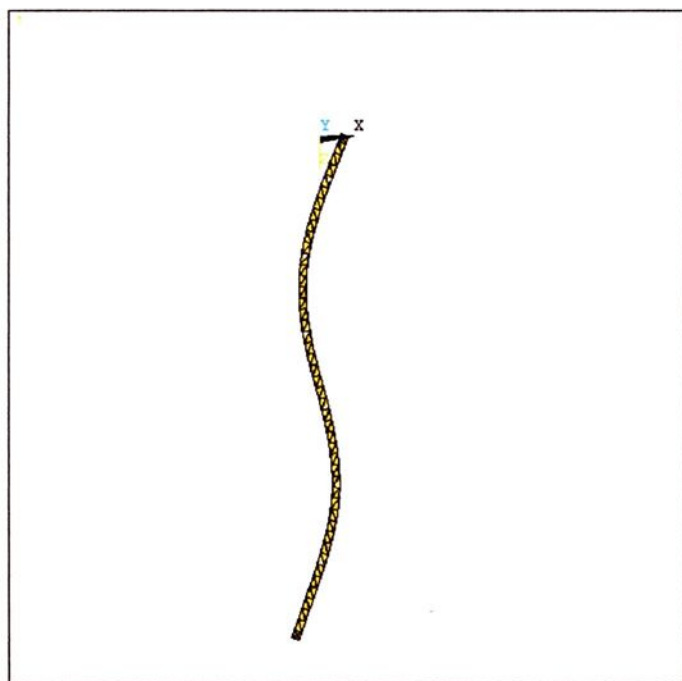


FIGURA 4.10 - Segundo modo de vibração ($f_2 = 116,16$ Hz)

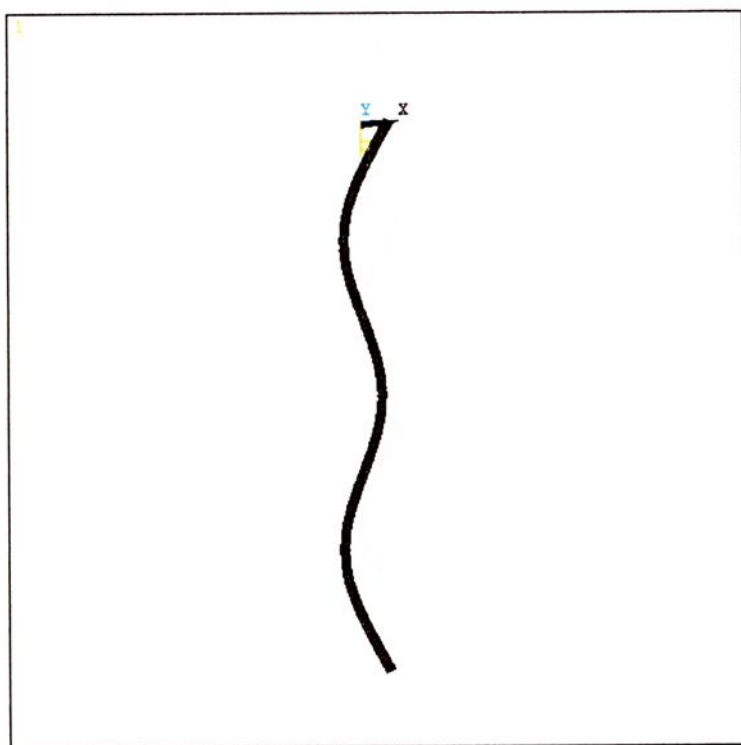


FIGURA 4.11- Terceiro modo de vibração ($f_3 = 227,72$ Hz)

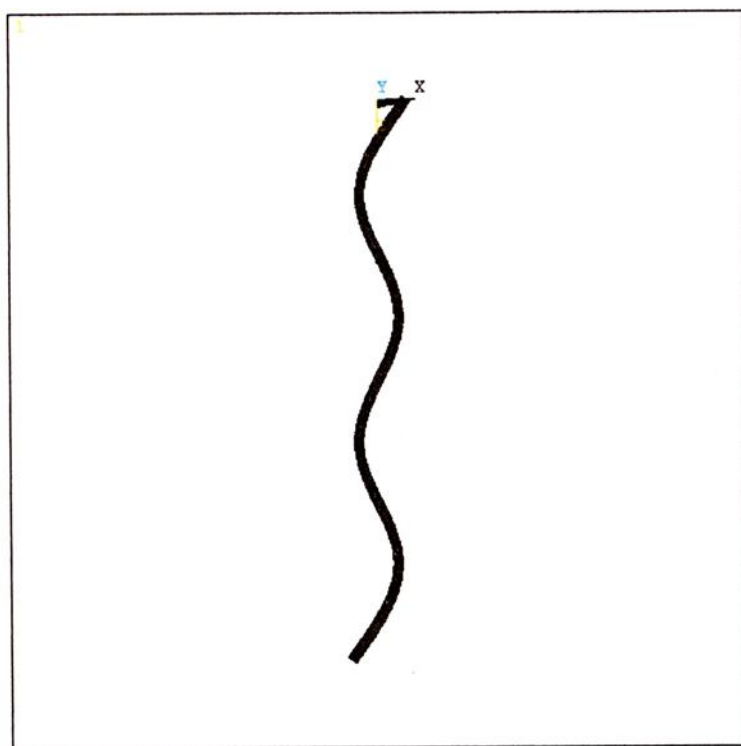


FIGURA 4.12- Quarto modo de vibração ($f_4 = 381,27$ Hz)

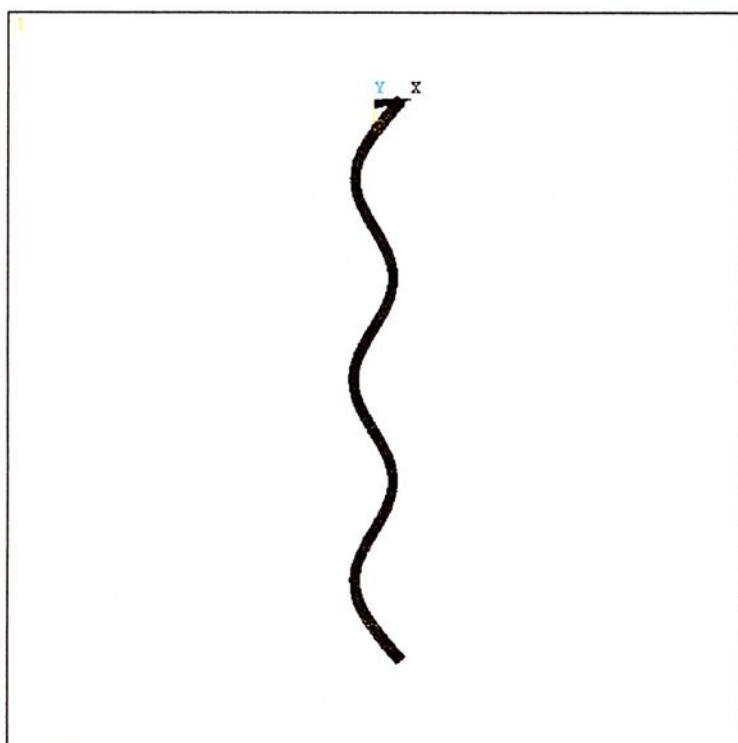


FIGURA 4.13 Quinto modo de vibração ($f_5 = 571,94$ Hz)

4.5.2 Análise modal da viga com flange

4.5.2.1 Freqüências naturais de vibrações da viga com flange

Na análise modal da viga com flange, o tipo de carga aplicada no modelo foi deslocamento constante (nulo), com restrições de deslocamentos u_y , aplicadas em seis linhas, e a malha foi gerada com 280 nós e 652 elementos.

A tabela 4.2 relaciona as freqüências naturais de vibrações, obtidas para este modelo.

TABELA 4.2- Frequências naturais de vibrações da viga com flange (simulação).

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQÜÊNCIAS (Hz)
1M	40,01
2M	120,70
3M	219,88
4M	372,71
5M	580,66

4.5.2.2 Modos de vibrações da viga com flange

As figuras 4.14 e 4.15 relacionam os dois primeiros modos de vibrações obtidos

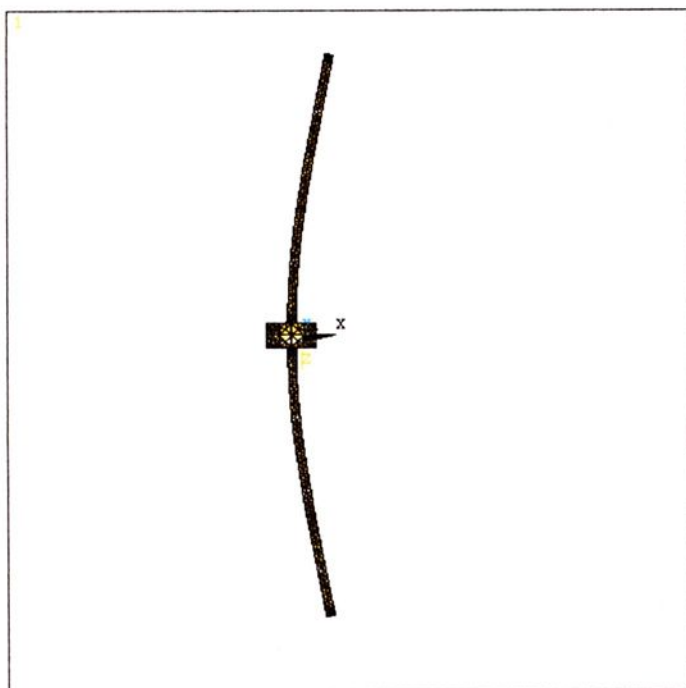


FIGURA 4.14- Primeiro modo de vibração ($f_1 = 40,01$ Hz)

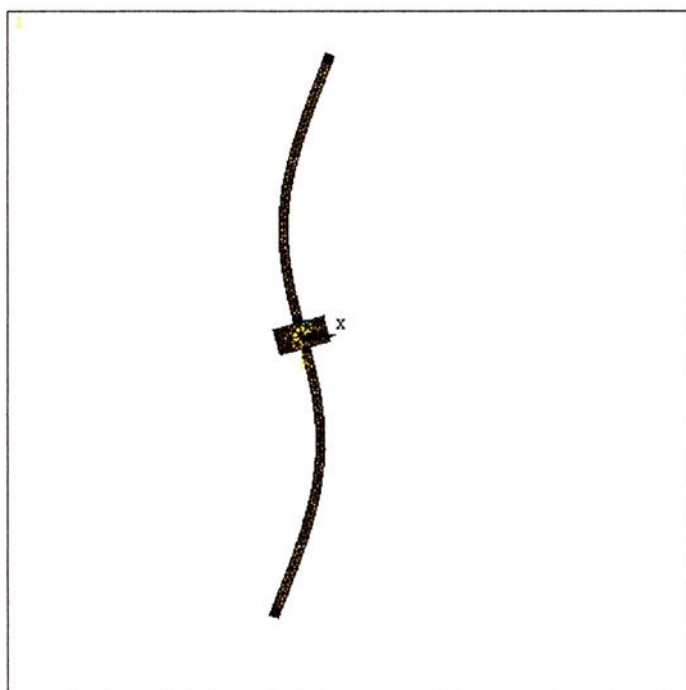


FIGURA 4.15 Segundo modo de vibração ($f_2 = 120,70$ Hz)

4.5.3 Análise modal da viga com junta aparafusada

Na análise modal deste modelo, um dos tipos de cargas aplicadas foi deslocamento constante (nulo), com restrições de deslocamentos u_y , aplicadas em seis linhas e a malha foi gerada com 4354 nós e 16895 elementos.

Para esta análise, foi considerado o efeito do pré-tensionamento, dado pelas forças de apertos aplicadas nos parafusos e porcas, da ordem de 16000N, a qual é proveniente do torque aplicado de 49N.m, num parafuso métrico M14, conforme equação 6.6, dada por Shigley, ou pelas curvas de calibrações dos parafusos, item 5.6.5.

4.5.3.1 Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada sem elementos de contato ($T=49\text{N.m}$)

A tabela 4.3, relaciona as frequências naturais de vibrações obtidas para o modelo.

TABELA 4.3 - Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada sem elementos de contato (simulação).

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQÜÊNCIAS (Hz)
1M	40,10
2M	121,43
3M	223,75
4M	378,86
5M	583,64

4.5.3.2 Modos de vibrações da viga com junta aparafusada

As figuras 4.16 a 4.20, relacionam os cinco primeiros modos de vibrações obtidos, com as suas correspondentes frequências naturais.

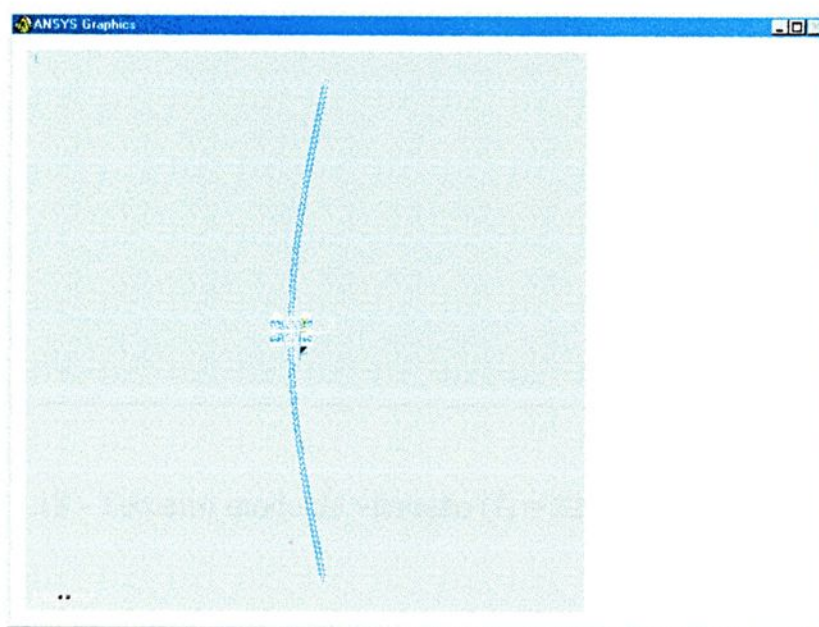


FIGURA 4.16 - Primeiro modo de vibração ($f_1 = 40,10$ Hz)



FIGURA 4.17- Segundo modo de vibração ($f_2 = 121,43$ Hz)

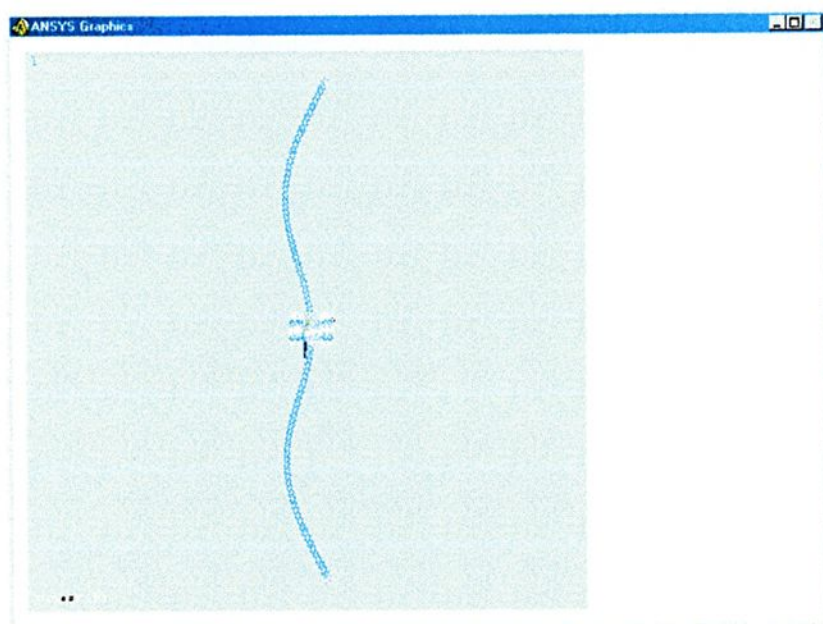


FIGURA 4.18 - Terceiro modo de vibração ($f_3 = 223,75$ Hz)

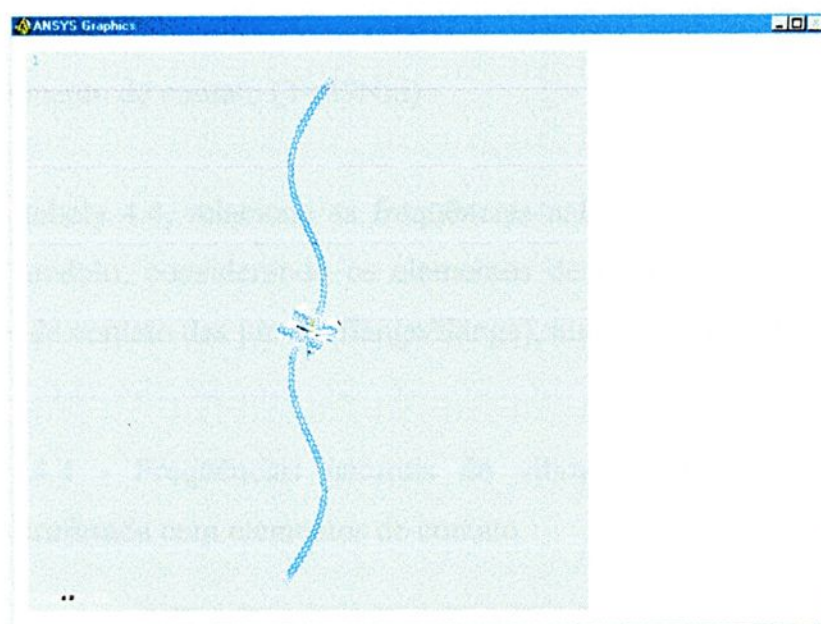


FIGURA 4.19 - Quarto modo de vibração ($f_4 = 378,86$ Hz)

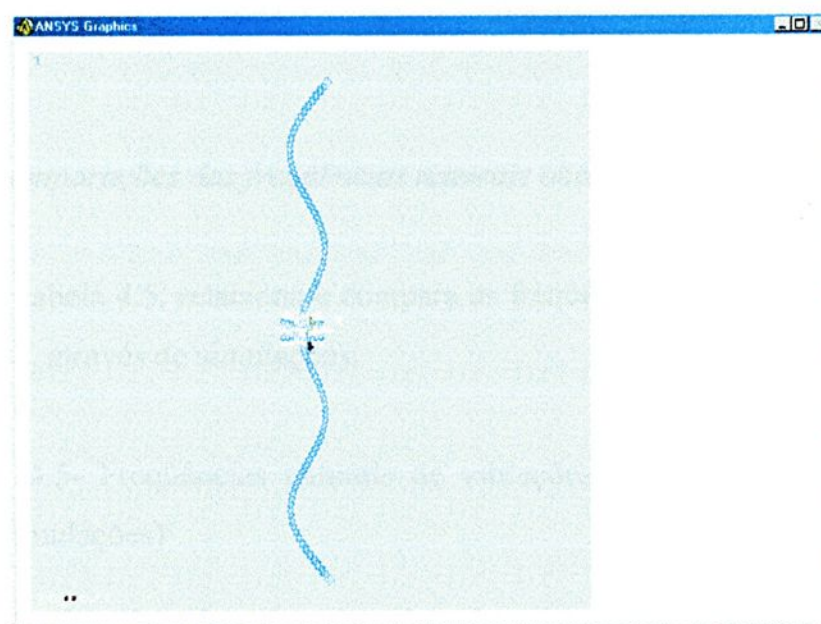


FIGURA 4.20 - Quinto modo de vibração ($f_5 = 583,64$ Hz)

4.5.3.3 Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada com elemento de contato ($T=49\text{Nm}$)

A tabela 4.4, relaciona as frequências naturais de vibrações obtidas para este modelo, considerando os elementos de contato, gerados entre a superfícies de contato das juntas (flange/flange), num total de 1778 elementos.

TABELA 4.4 - Frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada com elementos de contato.

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQÜÊNCIAS (Hz)
1M	40,23
2M	122,05
3M	223,07
4M	379,12
5M	583,52

4.6 *Comparações das frequências naturais obtidas para os modelos*

A tabela 4.5, relaciona e compara as frequências naturais obtidas para os modelos, através de simulações.

TABELA 4.5- Frequências naturais de vibrações obtidas para os modelos (simulações)

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQÜÊNCIAS(Hz)			
	VIGACON	VIGAFLAN	JUNPARCT	JUNPARCTR
1M	42,04	40,01	40,10	40,23
2M	116,16	120,70	121,43	122,05
3M	227,72	219,88	223,75	223,07
4M	381,27	372,71	378,86	379,12
5M	571,94	580,66	583,64	583,52

Vigacon – viga contínua

Vigaflan – viga com flange (sem parafusos e porcas)

Junparct – viga com junta aparafusada com torque (sem elemento de contato)

Junparctr- viga com junta aparafusada com torque (com elemento de contato)

4.7 Deflexões das vigas - rigidezes estáticas

4.7.1 Deflexões da viga contínua – rigidez estática

Na simulação do ensaio de flexão da viga contínua, foi gerada uma malha de 181 nós e 292 elementos, com restrições de deslocamento u_y , aplicadas em duas linhas, as quais simularam os apoios da viga.

A tabela 4.6, ilustra as cargas de flexão aplicadas nos nós, localizados no meio da viga (modelo) com os correspondentes deslocamentos nodais u_y , obtidos.

TABELA 4.6 – Deslocamentos nodais da viga contínua (simulação).

CARGA DE FLEXÃO (N)	DESLOCAMENTO NODAL (mm)				DESLOC. MÉDIO (mm)
	NÓ 9	NÓ 10	NÓ 11	NÓ 12	
196	-1,17	-1,17	-1,17	-1,17	-1,17
392	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35	-2,35
588	-3,52	-3,52	-3,52	-3,52	-3,52
784	-4,70	-4,70	-4,70	-4,70	-4,70
980	-5,87	-5,87	-5,87	-5,87	-5,87

Através dos dados fornecidos pela tabela 4.6, obtém-se a equação da reta (regressão linear) dada por:

$$Y = -0,01 + 186,08 X \quad (4.1)$$

Da equação 4.1, obtém-se o gráfico (reta), figura 4.21, cujo coeficiente angular da reta, dá a rigidez estática devido à flexão da viga contínua (186,08 N/m).

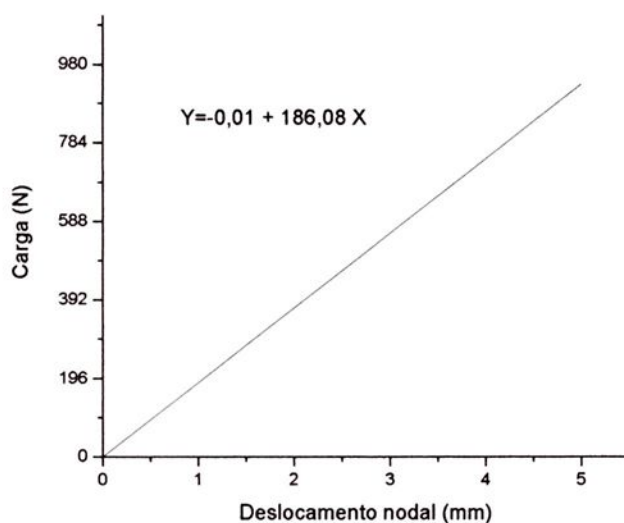


FIGURA 4.21 - Gráfico: carga (N) x deslocamento nodal (mm)- viga contínua

4.7.2 Deflexões da viga com flange – rigidez estática

Na simulação do ensaio de flexão da viga com flange, foi gerada uma malha de 309 nós e 710 elementos, com restrições de deslocamentos u_y , aplicadas em duas linhas as quais simularam os apoios da viga.

A tabela 4.7, ilustra as cargas de flexão aplicadas nos nós, localizados no meio da viga (modelo), com seus correspondentes deslocamentos nodais.

TABELA 4.7 – Deslocamentos nodais da viga com flange (simulação).

CARGA DE FLEXÃO (N)	DESLOCAMENTO NODAL (mm)				DESLOC. MÉDIO (mm)
	NÓ 1	NÓ 2	NÓ 3	NÓ 4	
196	-0,93	-0,98	-0,98	-0,93	-0,96
392	-1,85	-1,92	-1,92	-1,85	-1,89
588	-2,78	-2,87	-2,87	-2,78	-2,83
784	-3,71	-3,83	-3,83	-3,71	-3,77
980	-4,62	-4,79	-4,79	-4,63	-4,71

Através dos dados fornecidos pela tabela 4.7, obtém-se a equação da reta (regressão linear), dada por:

Y= -41,66 + 222,36X

(4.2)

Da equação 4.2, obtém-se o gráfico (reta), figura 4.22, cujo coeficiente angular da reta, dá a rigidez estática devido à flexão da viga com flange (222,36 N/m).

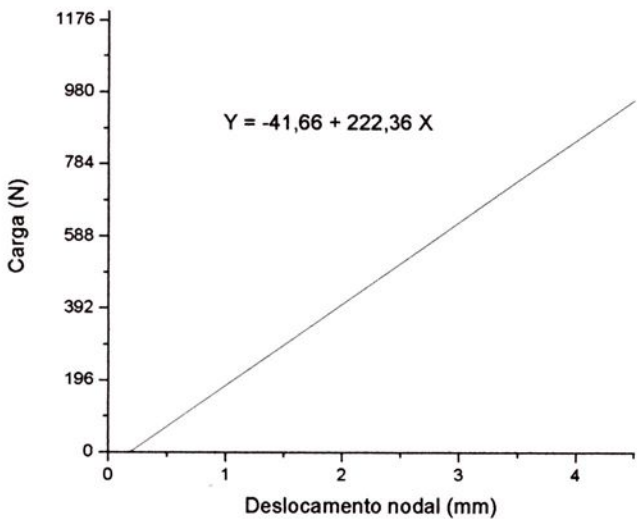


FIGURA 4.22- Gráfico: carga (N) x deslocamento nodal (mm)- viga flangeada

4.8 Compressão dos membros da junta aparafusada (flanges) - rigidez estática

A figura 4.23, ilustra apenas $\frac{1}{4}$ do modelo de viga com extremidade flangeada, devido o mesmo apresentar simetria com relação aos três eixos ortogonais X, Y e Z.

A carga aplicada na área referente a coroa circular ($179,09 \text{ mm}^2$), foi uma carga de compressão (N/m^2), a qual simulou a compressão da superfície da cabeça do parafuso M14x80, (ou da porca M14), com a superfície de um dos membros da junta (flanges).

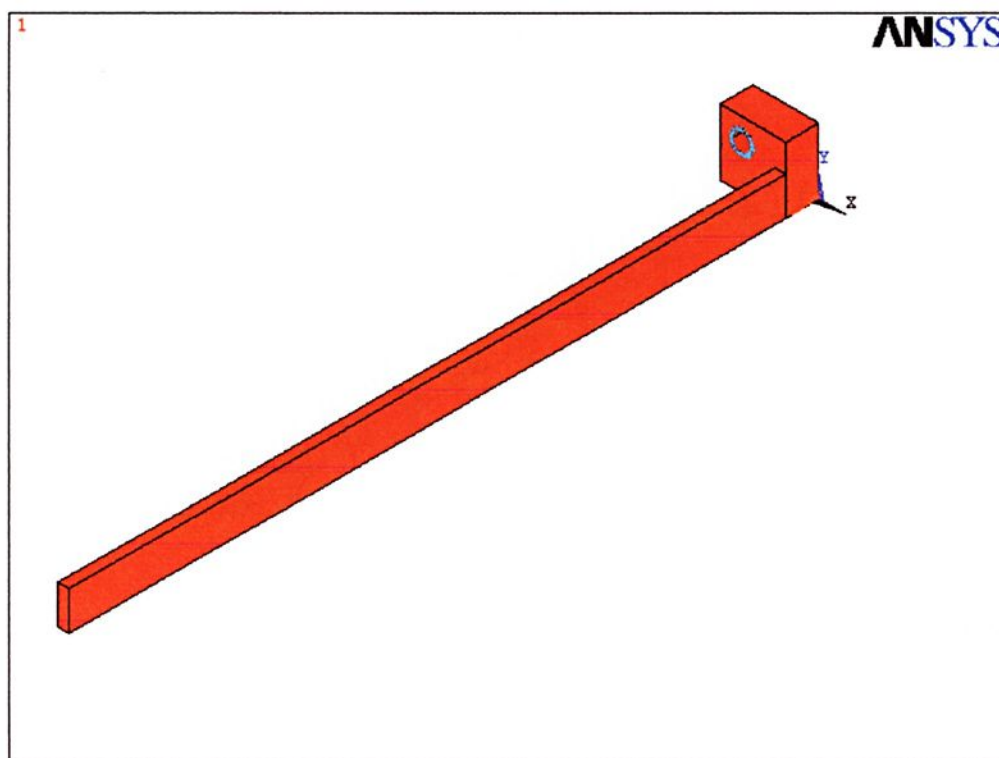


FIGURA 4.23 – Modelo de viga com extremidade flangeada

A figura 4.24, ilustra a malha de elementos finitos gerada, a qual consistiu de 4354 nós e 16895 elementos, e com as devidas restrições aplicadas nos três planos de simetria, contidos no flange:

- a) plano de simetria YZ, perpendicular ao eixo X.

Restrições: $u_X = 0$; $\text{rot}_Y = 0$; $\text{rot}_Z = 0$

b) plano de simetria XZ, perpendicular ao eixo Y

Restrições: $u_Y = 0$; $\text{rot}_X = 0$; $\text{rot}_Z = 0$

c) plano de simetria XY, perpendicular ao eixo Z.

Restrições: $u_Z = 0$; $\text{rot}_X = 0$; $\text{rot}_Y = 0$

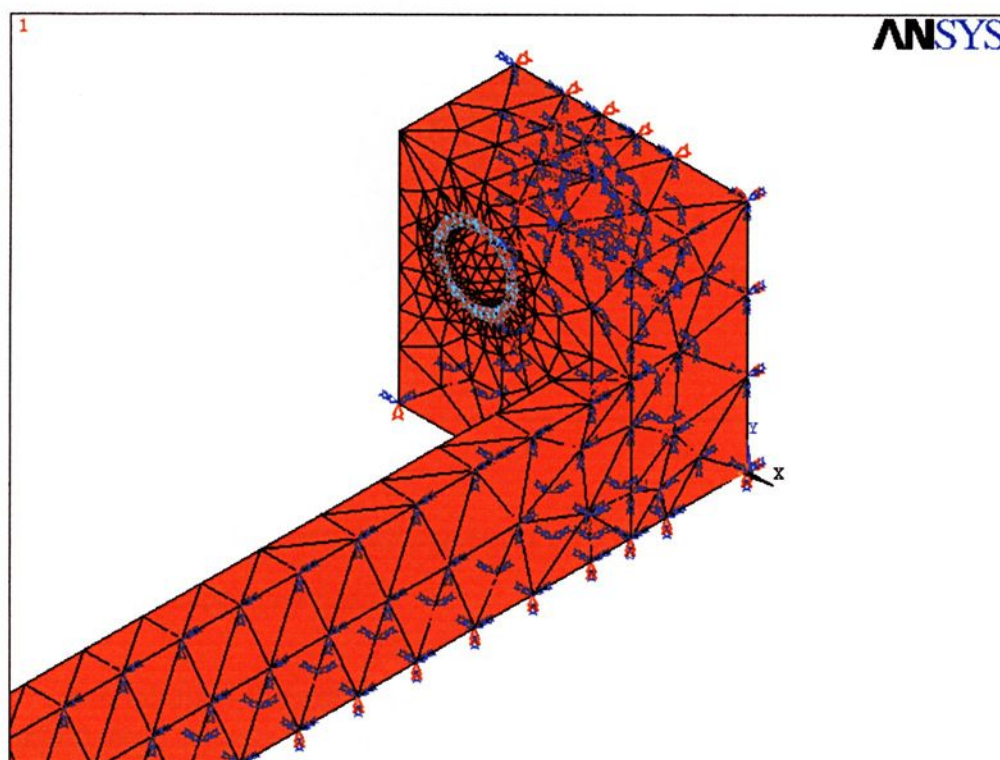


FIGURA 4.24 – Malha de elementos finitos com as devidas restrições aplicadas nos três planos de simetria (YZ, XZ, XY).

A figura 4.25, ilustra o modelo deformado (translações nodais u_Z), proveniente da carga de compressão aplicada na superfície da corôa circular, a qual contém 32 nós.

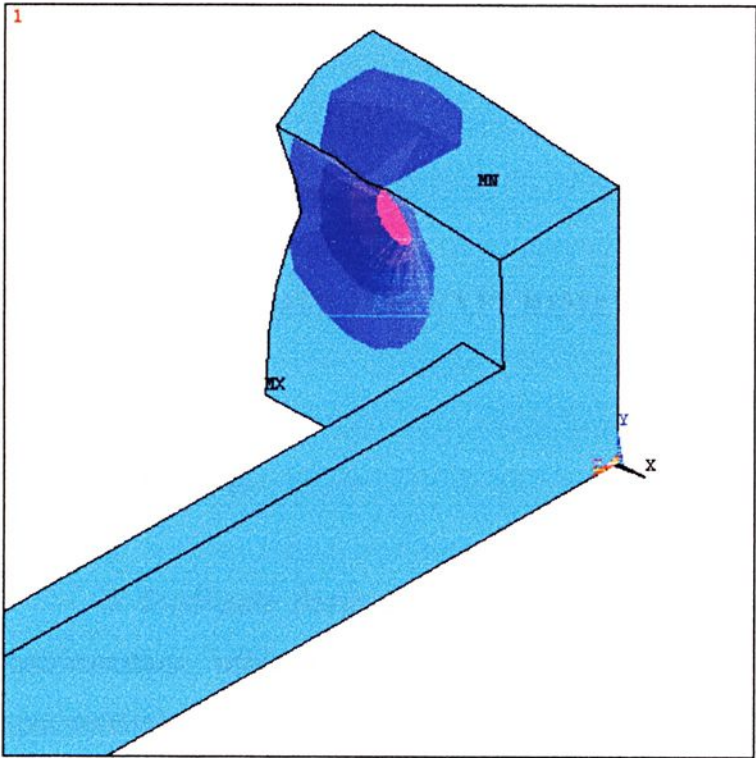


FIGURA 4.25 – Modelo deformado da viga com extremidade flangeada –
translações nodais u_z

A tabela 4.8, ilustra as rigidezes obtidas para os flanges (membros das juntas), com relação as cargas de compressão aplicadas.

TABELA 4.8 – Valores de rigidezes obtidos para os flanges – (simulação)

COMPRESSÃO (MPa)	FORÇA (kN)	DESLOC. NODAL (μm)	RIGIDEZ (MN/m)
97,73	17,5	11,63	1504,73
117,27	21,0	13,96	1504,30
136,82	24,5	16,28	1504,91
156,36	28,0	18,61	1504,57
175,91	31,5	20,93	1505,02

5 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

5.1 *Introdução*

A finalidade deste capítulo é descrever e ilustrar os procedimentos experimentais utilizados no desenvolvimento e execução da parte experimental.

5.2 *Local de execução*

Este trabalho de pesquisa foi desenvolvido e realizado no "Laboratório de Dinâmica de Máquinas e Vibrações do Departamento de Mecânica da FEG - Campus de Guaratinguetá.

5.3 *Corpos de prova*

5.3.1 Moldes de madeira

As vigas ou barras que constituem os corpos de prova foram inicialmente fundidas em moldes de areia e posteriormente usinadas. O metal utilizado na fundição das mesmas foi o ferro fundido cinzento, usado

largamente nas construções mecânicas, principalmente em estruturas de máquinas-ferramentas, devido a sua capacidade de amortecimento, conforme constata Chiaverini (1998), (Apêndice E.3.4).

Os dois moldes ou modelos de madeira utilizados na modelagem das vigas conforme ilustra a figura 5.1, apresentam as seguintes dimensões em mm:

- Molde da viga contínua: 25x73x1400 (viga prismática)
- Molde da viga com extremidade flangeada: 25x73x665 (viga prismática); 38x30x130 (flange)

Devido serem constantes as espessuras dos moldes ao longo dos comprimentos das vigas prismáticas (25mm), isto tem influência nas propriedades mecânicas das peças fundidas, efeito dimensional, conforme constata Chiaverini (1998) (Apêndice E.3.3)

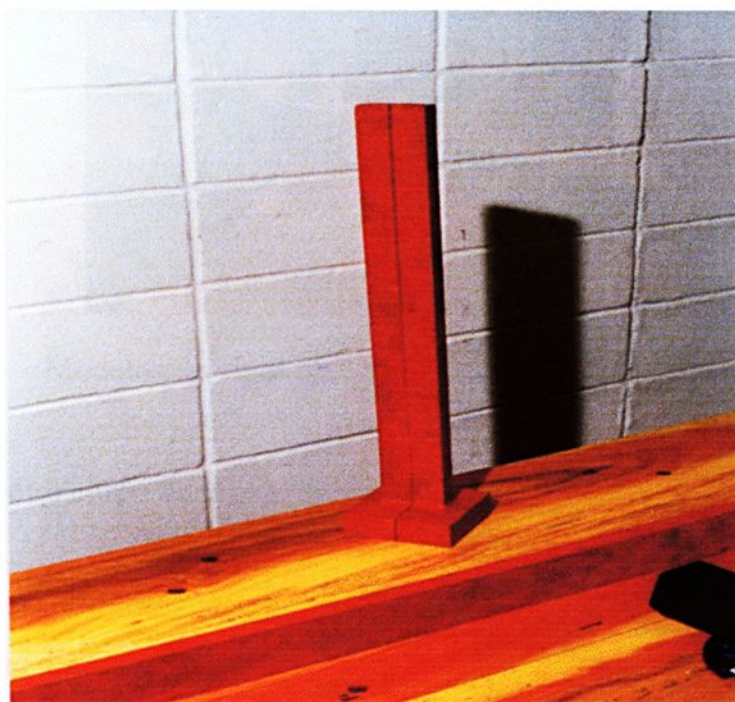


FIGURA 5.1 – Moldes de madeira utilizados na modelagem das vigas.

5.3.2 Modelos de vigas utilizados

Foram utilizados dois modelos de vigas de ferro fundido cinzento: uma (01) viga contínua (01) e duas (02) vigas com extremidades flangeadas, conforme ilustra a figura 5.2:



FIGURA 5.2 – Modelos de vigas

5.3.3 Primeiro corpo de prova – viga contínua

Constituído basicamente por uma única viga contínua, conforme ilustra a figura 5.3:

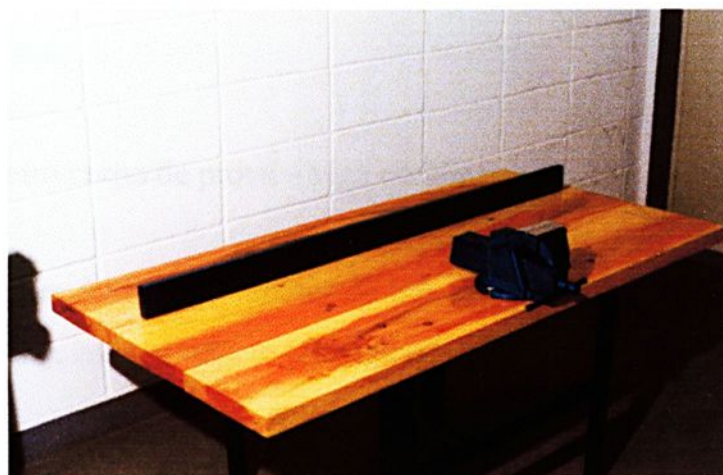


FIGURA 5.3 - Primeiro corpo de prova - viga contínua.

5.3.4 Segundo corpo de prova – viga com junta aparafusada

A figura 5.4 ilustra o segundo corpo de prova, viga com junta aparafusada, constituído basicamente por duas (02) vigas com extremidades flangeadas, quatro (04) parafusos e quatro (04) porcas.



FIGURA 5.4 - Segundo corpo de prova – viga com junta aparafusada.

5.3.5 Desenhos esquemáticos

5.3.5.1 Primeiro corpo de prova – viga contínua

A figura 5.5, ilustra através de um desenho de detalhe, as dimensões da viga contínua, após usinagem (fresagem)

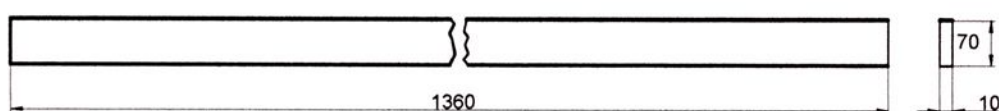


FIGURA 5.5 - Viga contínua – detalhe

5.3.5.2 Viga com extremidade flangeada

A figura 5.6, ilustra através de um desenho de detalhe, as dimensões da viga com extremidade flangeada, utilizada no segundo corpo de prova, após usinagens (fresagens e furações)

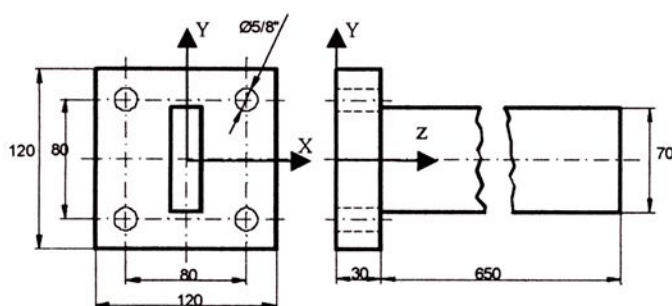


FIGURA 5.6 - Viga com extremidade flangeada - detalhe.

5.3.5.3 Segundo corpo de prova – viga com junta aparafusada (conjunto)

A figura 5.7, ilustra através de um desenho de conjunto, a viga com junta aparafusada constituída por:

- 01 - Duas vigas com extremidades flangeadas
- 02 - Quatro parafusos com cabeças sextavadas - M14x80
- 03 - Quatro porcas sextavadas - M14
- 04 - Superfície de contato dos flanges (junta de topo)

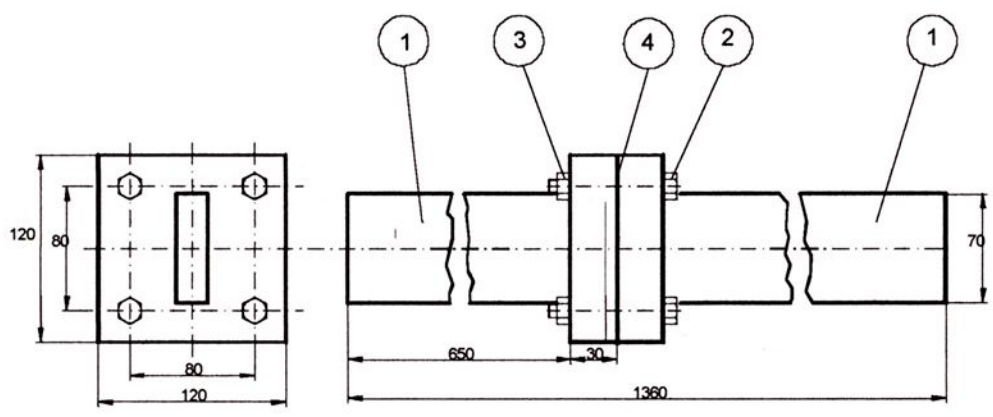


FIGURA 5.7 – Viga com junta aparafusada – conjunto

5.3.6 Medidas de rugosidades das superfícies de contato dos flanges

Conforme Manfé et al, medida da rugosidade de uma superfície usinada é o valor médio aritmético R_a , expresso em microns ($10^{-6} \text{ m} = 1\mu\text{m}$) dos valores absolutos dos seus desvios, isto é:

$$R_a = \sum_{i=1}^n \frac{|y_i|}{n} \quad (5.1)$$

O acabamento superficial dado nas superfícies de contato dos flanges foi através de uma fresa de topo circular (fresado). Os valores de rugosidades superficiais obtidos para os flanges, segundo as direções ortogonais X e Y, conforme ilustra a figura 5.6, encontram-se na tabela 5.1

TABELA 5.1 - Valores médios de rugosidades das superfícies de contato dos flanges 1 e 2

Flange	Rugosidade (µm)	
	Ra X	Ra Y
Flange 1	5.56	5.52
Flange 2	6.34	5.95

Obs:

- 1) O número de medidas de rugosidades efetuadas em cada direção ortogonal X e Y foram seis.
- 2) O instrumento de medição utilizado foi um rugosímetro digital da marca SURF TEST 301 produzido pela Mitutoyo (Apêndice A.1)

5.4 *Dados técnicos dos parafusos e porcas utilizados na viga com junta aparafusada (conjunto)*

5.4.1 Parafusos

Tipo: Parafuso com cabeça sextavada (enegrecido de tempera)
Dimensões: norma DIN 931- rosca parcial.
Rosca: métrica grossa
Diâmetro nominal: 14mm



Passo da rosca: 2mm

Comprimento: 80mm

Designação: M14x80

Classe de Resistência: 8.8

Resistência à tração: 80kgf/mm^2 (mínimo)

Área resistente: 115 mm^2

Força de tração: 90160 N (9200 kgf) (máxima)

5.4.2 Porcas

Tipo: Porca sextavada

Rosca: métrica grossa

Diâmetro nominal: 14mm

Designação: M14

Classe de Resistência: 8.8

Resistência à tração: 80 kgf/mm^2 (mínimo)

5.4.3 Extensômetros elétricos (STRAIN GAGES)

Marca: KYOWA Eletronic (Japão)

Modelo: KFG - 3 - 120 - C20 - 11

Configuração: Unidirecional

Comprimento ativo da grade: 3mm

Dimensões da matriz: diâmetro 1,9mm

comprimento: 11,5mm

Elemento resistor: cobre/niquel (constantan)

Tolerância de resistência: 120 ohm

Fator do extensômetro: 1,9 (nominal)



Resistência à fadiga: 12×10^6 ciclos

Nível de deformação: $\pm 1500 \times 10^{-6}$ strain

Resistência à deformação: 5% (temperatura ambiente)

Faixa de temperatura compensada: 10°C a 100°C

Coefficiente de dilatação térmica: $10.8 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$

Temperatura de operação: -196°C a 150°C

Base epóxi/fenólica com encapsulamento em poliéster.

5.5 *Torque nos parafusos*

Os torques aplicados nos parafusos M14x80, foram através de um torquímetro manual, marca GEDORE modelo flex-o-tork, com faixa de utilização de 0 a 25 kgfm e com precisão de leitura de 1kgfm. Foram aplicados seis torques diferentes, variando de 49 a 98 Nm, em intervalos de 9,8Nm.

Para este torque aplicados, pode-se verificar a influência dos mesmos na:

- frequência natural de vibração da viga com junta aparafusada.
- no amortecimento da viga levando em consideração o efeito do acabamento superficial dado nas superfícies de contato dos flanges.
- na rigidez estática dos membros da junta (flanges), devido a tensão de compressão dos membros.



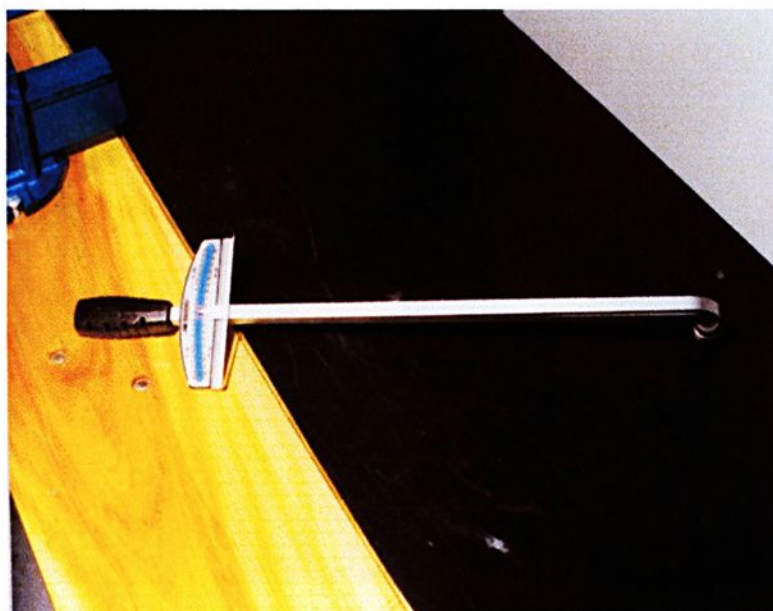


FIGURA 5.8 - Torquímetro manual com haste de flexão

5.6 *Calibrações dos extensômetros elétricos*

5.6.1 Finalidade

Os extensômetros elétricos de resistência (strain gages) tipo folha, são utilizados nos parafusos com o intuito de medir e monitorar a força tensora aplicada nos parafusos, através do torque de aperto dado nos mesmos.

5.6.2 Colagem dos extensômetros elétricos

O extensômetro elétrico é colado internamente no parafuso, através de um furo longitudinal (2,5mm de diâmetro por 30mm de profundidade) feito no centro da cabeça do parafuso, utilizando-se um circuito meia-ponte, conforme ilustra a figura 5.9.

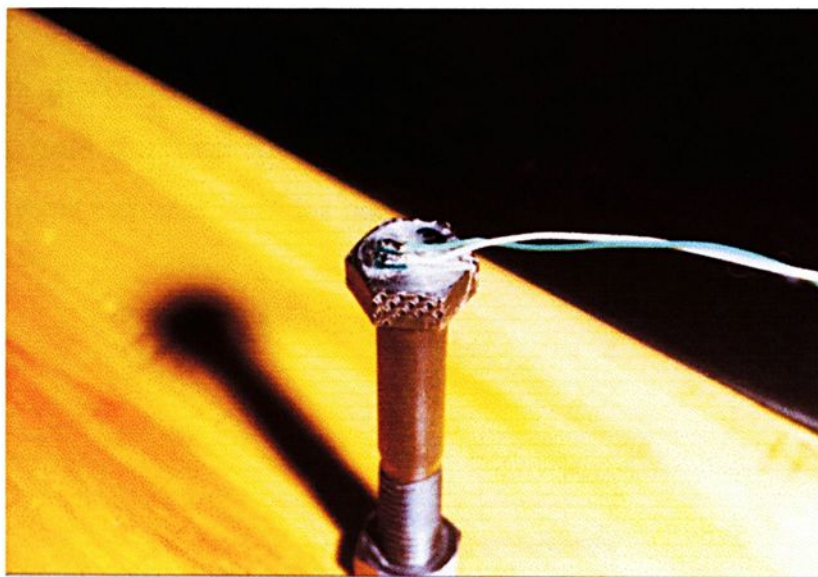


FIGURA 5.9 - Parafuso com extensômetro elétrico

5.6.3 Dispositivo de fixação utilizado nos parafusos

A figura 5.10, ilustra o dispositivo de fixação utilizado nos quatros (04) parafusos, nos ensaios de tração dos mesmos

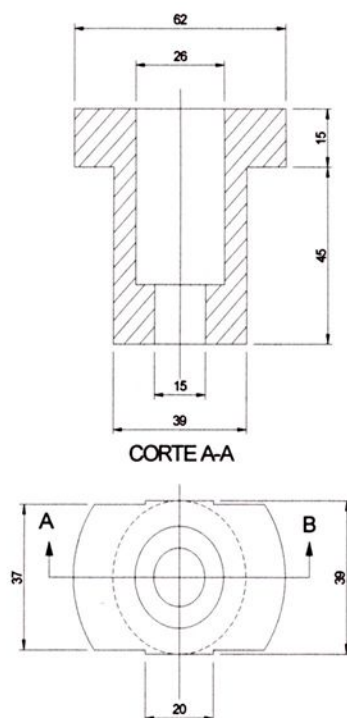


FIGURA 5.10 - Dispositivo de fixação dos parafusos

A figura 5.11, ilustra a montagem do parafuso e da porca no respectivo dispositivo de fixação, utilizado nos ensaios de tração dos parafusos, com o intuito de se levantar as devidas curvas de calibrações dos extensômetros elétricos contidos nos parafusos (células de carga).

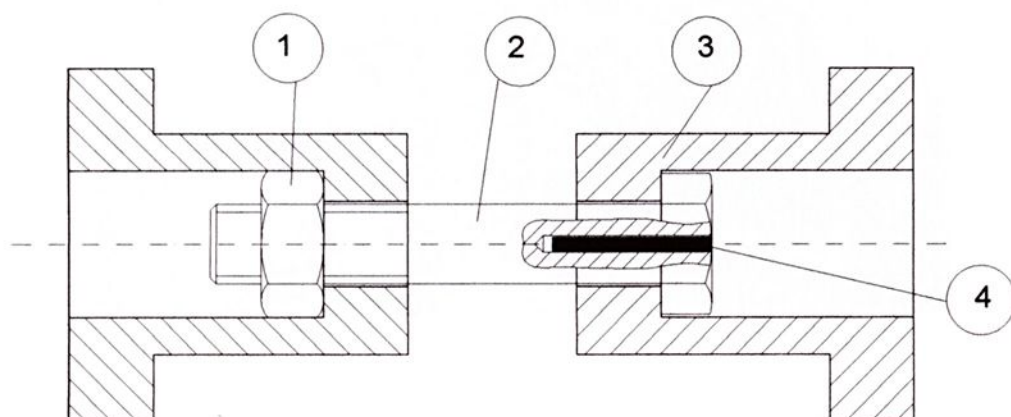


FIGURA 5.11 - Montagem do conjunto parafuso e porca no dispositivo de fixação: 1- porca; 2- parafuso; 3- dispositivo de fixação; 4- extensômetro elétrico.

5.6.4 Ensaios de calibrações dos extensômetros

A figura 5.12, ilustra os equipamentos utilizados no ensaio de tração dos quatro (04) parafusos (calibrações dos extensômetros elétricos) os quais foram: máquina universal de tração e uma ponte amplificadora (Apêndice A.3).

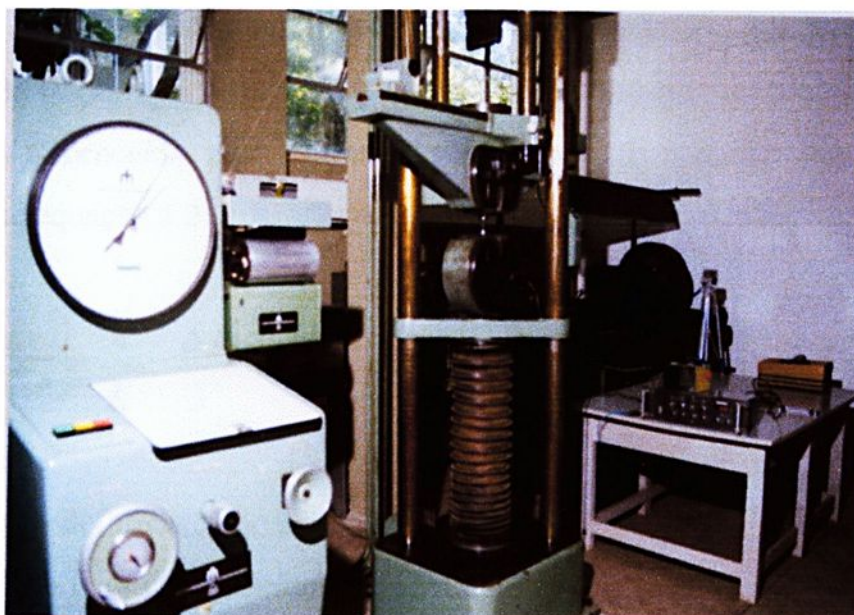


FIGURA 5.12 – Equipamentos utilizados nos ensaios de tração dos parafusos (calibrações dos extensômetros elétricos)

Neste respectivo ensaio, os parafusos são tracionados através do dispositivo de fixação na máquina universal de tração, a qual fornece as cargas de tração F (N) previamente monitoradas, conforme ilustra a figura 5.13.

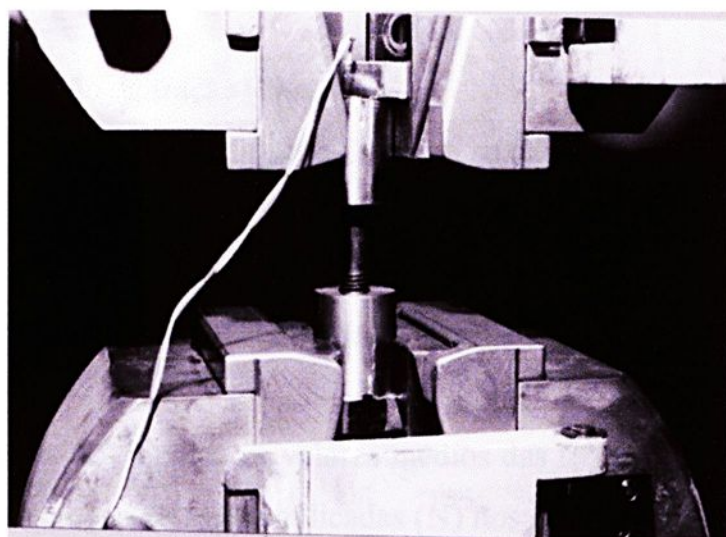


FIGURA 5.13 – Ensaio de tração do parafuso (calibração do extensômetro elétrico)

As deformações produzidas nos parafusos (ε_p) correspondentes a estas cargas de tração aplicadas, são proporcionais a variação da tensão de saída ΔE (mV) fornecida pela ponte de extensometria (circuito meia-ponte), conforme equação 5.2.

$$\varepsilon_p = \frac{4}{K} \cdot \frac{\Delta E}{V} \quad (5.2)$$

onde: ε_p - deformação no parafuso

K - fator de extensômetro (1.9)

ΔE - tensão de saída da ponte Wheatstone (mV)

V - tensão da ponte (5V)

Uma relação entre a tensão de tração e a deformação no parafuso, é dada pela equação 5.3.

$$\sigma_p = E\varepsilon_p = \frac{F_p}{A_p} \quad (5.3)$$

onde:

σ_p - tensão de tração (N/m^2)

E - módulo de elasticidade do parafuso (N/m^2)

ε_p - deformação no parafuso

F_p - Força tensora no parafuso (N)

A_p - área resistente da seção transversal do parafuso M14x2 ($115mm^2$)

A tabela 5.2 fornece os valores médios das tensões de saída ΔE (mV) em função das cargas de tração aplicadas (N) nos ensaios de tração dos quatro (04) parafusos, sendo realizados seis (06) ensaios por parafuso.

TABELA 5.2 - Valores médios das tensões de saída (mV) em função das cargas de tração aplicadas (N) nos parafusos

<i>Tensões de saídas nos extensômetros dos parafusos(mV) Xi</i>				
Carga (N) (Yi)	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
4900	0,02	0,16	0,27	0,24
5880	0,05	0,27	0,36	0,33
6860	0,11	0,37	0,43	0,43
7840	0,20	0,46	0,52	0,51
8820	0,29	0,55	0,60	0,60
9800	0,39	0,64	0,68	0,70
10780	0,48	0,73	0,77	0,79
11760	0,57	0,82	0,85	0,88
12740	0,65	0,91	0,93	0,97
13720	0,74	0,99	1,00	1,04
14700	0,82	1,08	1,09	1,14
15680	0,91	1,17	1,18	1,23
16660	0,99	1,25	1,26	1,32
17640	1,08	1,36	1,34	1,40
18620	1,16	1,44	1,42	1,49
19600	1,26	1,53	1,51	1,58
20580	1,34	1,62	1,60	1,67
21560	1,42	1,71	1,68	1,75
22540	1,50	1,78	1,75	1,84
23520	1,59	1,87	1,83	1,93
24500	1,68	1,97	1,92	2,01
25480	1,77	2,05	2,00	2,10
26460	1,85	2,14	2,08	2,18
27440	1,93	2,23	2,16	2,27
28420	2,02	2,32	2,24	2,35
29400	2,11	2,41	2,32	2,43
30380	2,19	2,51	2,41	2,52
31360	2,28	2,58	2,49	2,61
32340	2,37	2,68	2,58	2,70
33320	2,45	2,77	2,65	2,77
34300	2,55	2,86	2,75	2,87

5.6.5 Curvas de calibrações obtidas

O método da regressão linear simples foi utilizado para se obter as curvas de calibrações dos quatro (04) parafusos.

A equação da reta de regressão linear é dada por:

$$Y = A + BX \quad (5.4)$$

onde: Y - carga de tração (N)

X - tensão de saída (mV)

e os valores de A e B, devem ser tais que a reta definida pela equação (5.4), passe o mais aproximadamente possível pelos dados colhidos (X_i , Y_i).

Os coeficientes de A e B, são dados por:

$$A = \frac{\sum Y_i \sum X_i^2 - \sum X_i Y_i \sum X_i}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (5.5)$$

$$B = \frac{N \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (5.6)$$

5.6.5.1 Parafuso número 1

A figura 5.14, ilustra a curva de calibração obtida.

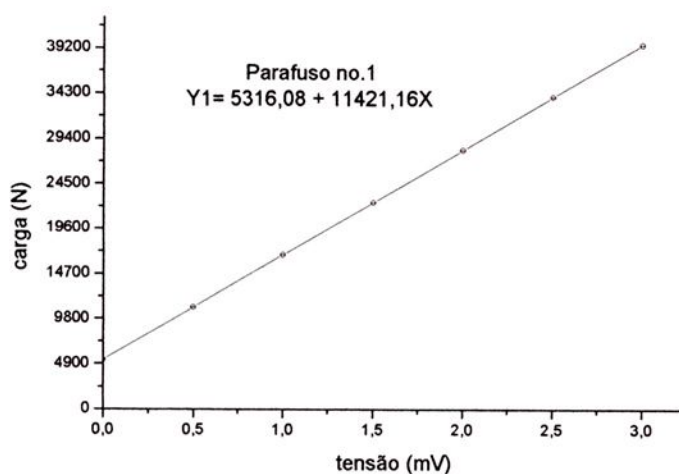


FIGURA 5.14 – Curva de calibração para o parafuso nº 1

5.6.5.2 Parafuso número 2

A figura 5.15, ilustra a curva de calibração obtida.

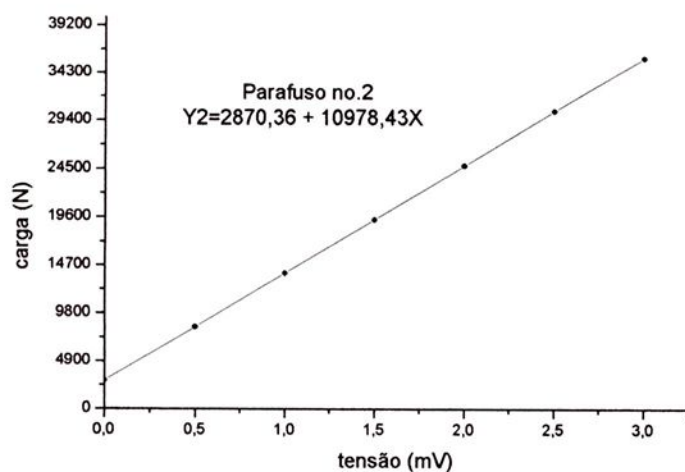


FIGURA 5.15 - Curva de calibração para o parafuso nº 2

5.6.5.3 Parafuso número 3

A figura 5.16, ilustra a curva de calibração obtida.

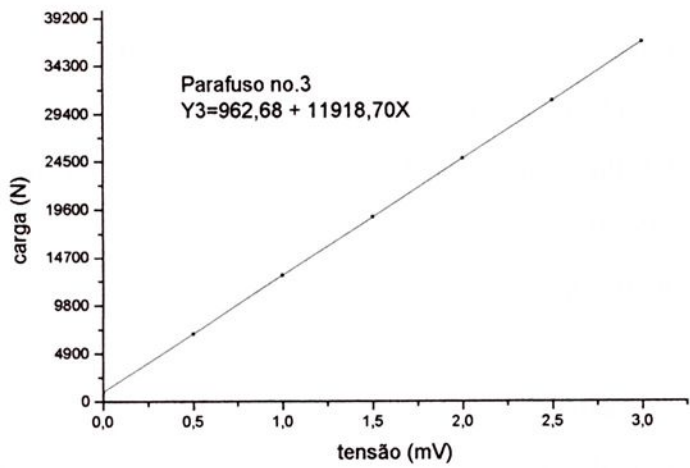


FIGURA 5.16 - Curva de calibração para o parafuso nº 3

5.6.5.4 Parafuso número 4

A figura 5.17, ilustra a curva de calibração obtida.

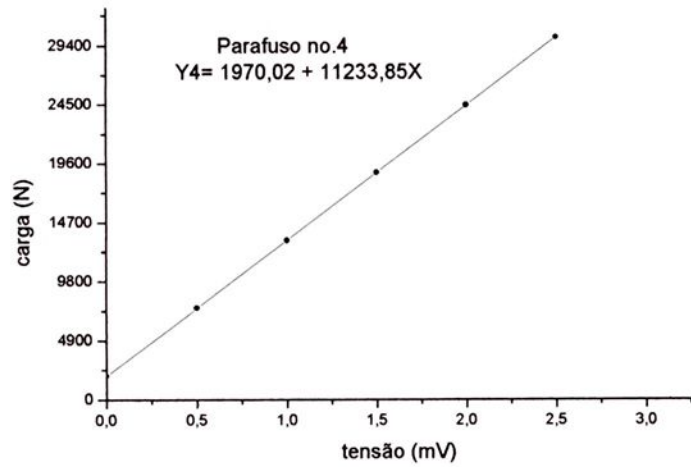


FIGURA 5.17 - Curva de calibração para o parafuso nº 4

5.7 *Ensaio de tração do conjunto: parafuso e porca*

A finalidade deste ensaio foi determinar um intervalo seguro de trabalho para as cargas de tração (forças tensoras) aplicadas no conjunto parafuso e porca, dentro do intervalo elástico, tendo em vista que os requisitos de resistência para as porcas não são muito elevados. Muitas vezes a qualidade do material destinado às porcas pode ser inferior que a qualidade do material para parafusos, entretanto as porcas se indicam pelo mesmo número . No ensaio realizado a classe de resistência tanto para o parafuso quanto para a porca foi de 8.8.

A figura 5.18, mostra o ensaio de tração (carga x deslocamento), realizado no conjunto parafuso e porca. Do gráfico obtém-se a carga de tração máxima de 50568N (5160 kgf), e o correspondente deslocamento máximo de 0,23mm. Esta carga obtida é portanto inferior a carga de tração máxima suportada pelo parafuso M14x80 (9200kgf ou 90160N).

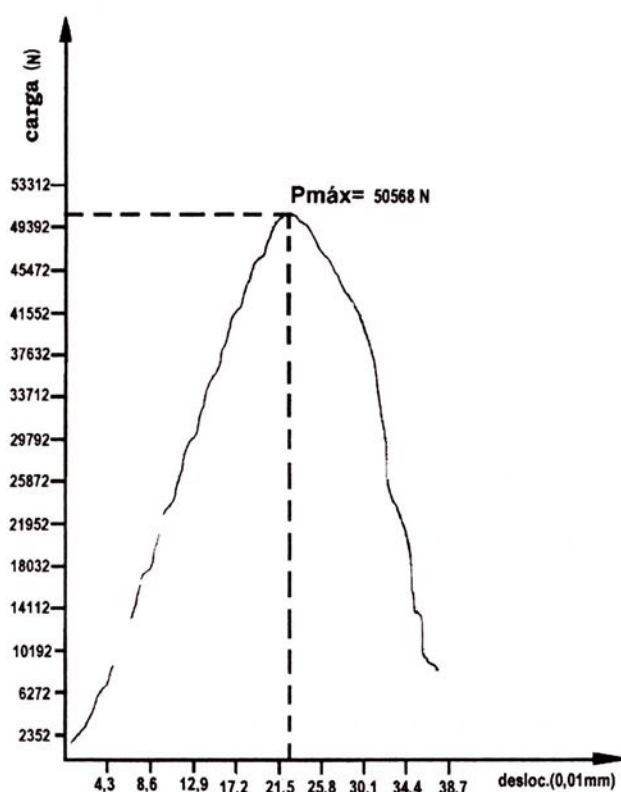


FIGURA 5.18 - Ensaio de tração do conjunto parafuso e porca

A figura 5.19, ilustra o conjunto parafuso e porca após o ensaio. Para esta carga máxima a porca sofreu deformações por cisalhamento nos dois (02) lados opostos do sextavado da porca.



FIGURA 5.19 - Conjunto parafuso e porca após ensaio de tração

5.8 *Ensaio realizados nas vigas (corpos de prova)*

5.8.1 *Tipos de ensaios realizados nas vigas e finalidades*

Os tipos de ensaios realizados nas vigas foram:

- Ensaio de dureza Brinell, realizados na viga contínua, com a finalidade de se determinar a dureza Brinell (HB), relativa ao ferro fundido cinzento, a qual foi utilizada para estimar valores de resistência à tração e módulo de elasticidade para o mesmo.
- Ensaio de flexão à cargas variáveis com as seguintes finalidades:

- a) determinar o módulo de elasticidade E , relativo ao material utilizado nas vigas (ferro fundido cinzento)
 - b) determinar as rigidezes estáticas de flexão das duas vigas (corpos de prova
- Ensaios de vibração com as seguintes finalidades:
- a) determinar as frequências naturais de vibrações transversais amortecidas ω_d .
 - b) determinar o amortecimento ξ , relativo ao material utilizado nas vigas (ferro fundido cinzento)
 - c) determinar as frequências naturais de vibrações transversais não amortecidas ω_n , a partir de ω_d e ξ .
 - d) determinar o módulo de elasticidade do ferro fundido cinzento a partir das frequências naturais de vibrações da viga contínua.

A obtenção do módulo de elasticidade longitudinal E , referente ao material utilizado nas vigas (ferro fundido cinzento) teve duas finalidades:

- determinar a rigidez estática dos membros k_m da viga com junta aparafusada (flanges), de acordo com as teorias propostas de obtenções de rigidezes de membros, conforme item 2.5.1, teorias estas expressas em função do módulo de elasticidade E dos materiais dos membros ou peças a serem unidas.
- determinar as respectivas frequências naturais de vibrações teóricas ω_n da viga contínua através da equação 3.34, a qual é expressa em função do módulo de elasticidade E da viga contínua.



Para se obter este parâmetro físico através de ensaios (flexão e vibração) os mesmos devem ser criteriosos tendo em vista que o módulo de elasticidade dos ferros fundidos cinzentos não é uma constante, o que significa que estes materiais não obedecem a lei de Hooke, conforme constata Chiaverini (1998) (Apêndice E.3.1).

5.8.1.1 Ensaio de dureza Brinell

Tendo em vista que nenhum ensaio de tração foi realizado para determinar as propriedades mecânicas do ferro fundido, relativas a resistência a tração e módulo de elasticidade, ensaios de dureza Brinell foram realizados na viga contínua obtendo-se um valor correspondente de 170, 54 HB (dureza Brinell) para a mesma (Apêndice C), o qual foi utilizado para estimar estas devidas propriedades de acordo com a classificação da Sociedade Americana para Ensaio de Materiais (ASTM) (Apêndice D).

5.8.1.2 Ensaio de flexão a cargas variáveis

Este tipo de ensaio (Apêndice F) foi realizado numa máquina universal de tração e flexão, conforme ilustra a figura 5.20.



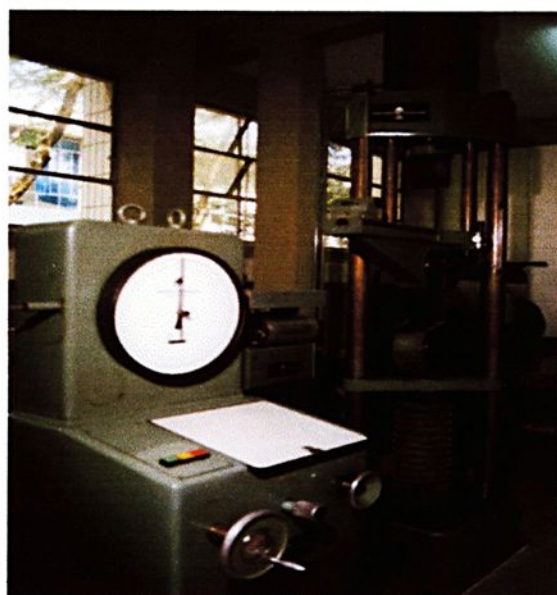


FIGURA 5.20 – Máquina universal de ensaio de tração e flexão

A finalidade desta máquina (Apêndice A.2) foi aplicar cargas de flexão Q (N) nas vigas ensaiadas.

Para cada ensaio das vigas as cargas de flexões aplicadas foram respectivamente de 196, 392, 582, 588, 784 e 980 N, sendo realizados 4 ensaios por vigas.

A posição da viga contínua ensaiada na máquina universal e da carga de flexão Q , aplicada no centro da viga é dada pela figura 5.21(ensaio de flexão em três pontos)

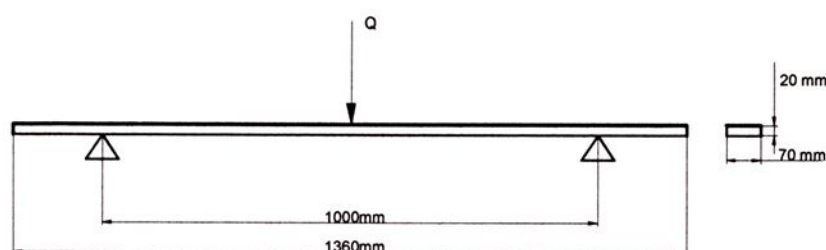


FIGURA 5.21 - Ensaio de flexão em três pontos da viga contínua

A posição da viga com junta aparafusada na máquina universal e da carga de flexão Q aplicada no centro da viga é dada pela figura 5.22.

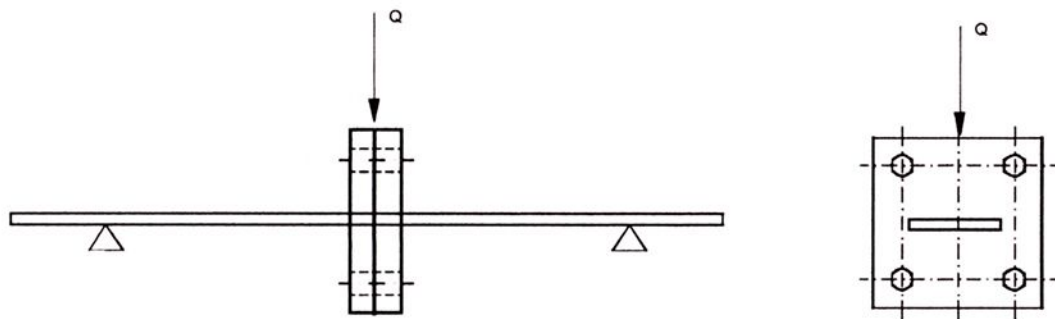


FIGURA 5.22 - Ensaio de flexão em três pontos da viga com junta aparafusada

As deflexões das vigas resultantes das cargas de flexão Q aplicadas foram obtidas (lidas) através de um relógio comparador (Apêndice A.2).

O valor médio das deflexões resultantes das vigas para uma determinada carga de flexão Q , aplicada n vezes, é dado por:

$$\overline{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n} \quad (5.7)$$

onde: y_i - valor da i -ésima deflexão

n - número total de leituras (4)

Através da equação da linha elástica, Shigley (1988) (Apêndice F.3) dada por:

$$\overline{y} = 1/EI \left[\frac{5W\ell^4}{384} + \frac{Q\ell^3}{48} \right] \quad (5.8)$$

Obtém-se o módulo de elasticidade E da viga contínua (ferro fundido cinzento), onde:

$\bar{y}$ - deflexão média da viga.

ℓ - vão entre os apoios da viga.

W - carga uniformemente distribuída da viga.

I_x - momento de inércia da viga em relação ao eixo x .

Obs.: Nos ensaios de flexão realizados, o termo $\frac{5W\ell^4}{384}$ da equação 5.8, foi desprezado, tendo em vista que o relógio comparador foi zerado, computando-se o efeito do peso próprio da viga.

1) Dados do ensaio da viga contínua:

$$\ell = 1,00\text{m}$$

2) Dados da viga contínua:

a) $W = 99,47 \text{ N/m}$ (carga distribuída)

onde: $W = \delta_{\text{ferro}} \times A$

$$\delta_{\text{ferro}} = 71050 \text{ N/}_{10}^9 \text{ mm}^3 \text{ (pêso específico)}$$

$$A = 70\text{mm} \times 20\text{mm}^2 = 1400\text{mm}^2 \text{ (seção transversal)}$$

b) $I_x = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{70 \times 20^3}{12} \text{ mm}^4 = 4,67 \times 10^8 \text{ m}^4 \text{ (momento de inércia)}$

5.8.1.3 Ensaios de vibração

A figura 5.23 ilustra a bancada experimental utilizada nos ensaios de vibrações das vigas. Nesta bancada foi utilizada a seguinte instrumentação (Apêndice A.4).

- Analisador de vibrações
- Acelerômetro piezoelétrico
- Placa conversora analógica- digital
- Microcomputador - PC
- Software de aquisição de dados (Aqdados)
- Software de análise e manipulação de dados (Sisdin)
- Ponte amplificadora para extensometria



FIGURA 5.23 - Bancada experimental utilizada nos ensaios de vibrações das vigas

Nos ensaios de vibrações das vigas para determinar as suas frequências naturais, as duas vigas foram do tipo livre-livre.

A figura 5.24, através de um desenho esquemático, ilustra o ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre).

O ensaio da viga com junta aparafusada foi realizado também de forma idêntica ao da viga contínua, porém com as aplicações dos respectivos torques nos parafusos, onde as forças de tração F nos parafusos oriundas dos torques aplicados, são dadas pelos extensômetros elétricos colados nos respectivos parafusos (curva de calibrações), através das tensões de saída ΔE (mV) dadas pela ponte amplificadora para extensometria (circuito meia-ponte).

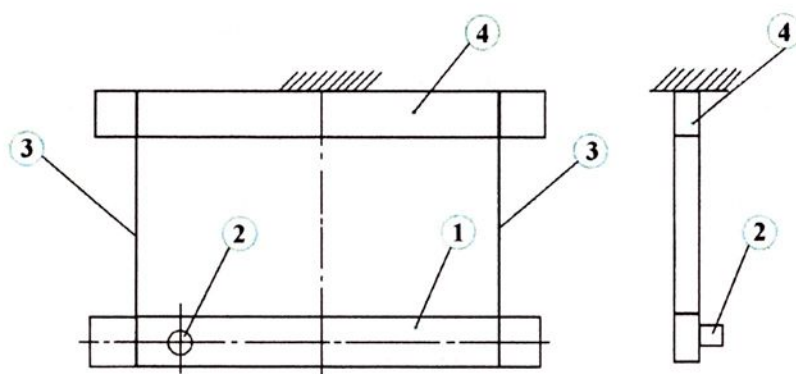


FIGURA 5.24 – Ensaio de vibração da viga contínua: 1 – viga contínua; 2 - acelerômetro piezoelétrico; 3 - corda de aço; 4 - suporte rígido

A figura 5.25, através de um desenho esquemático, ilustra a bancada de instrumentação, utilizada nos ensaios de vibrações das vigas.

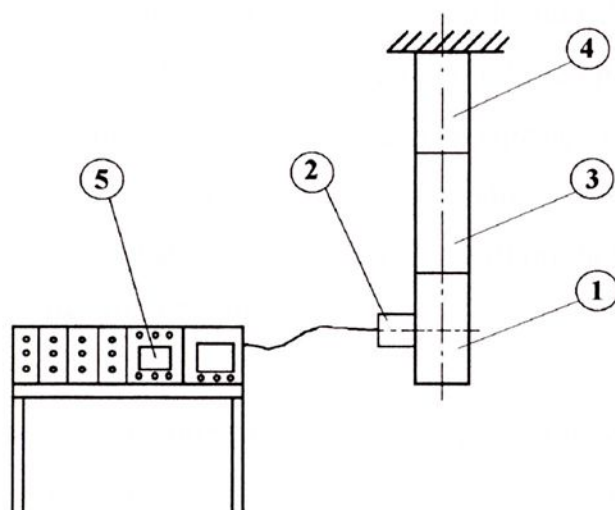


FIGURA 5.25 - Bancada de instrumentação utilizada nos ensaios de vibrações das vigas: 1- viga contínua; 2- acelerômetro piezoelétrico; 3-corda de aço; 4- suporte rígidos; 5- analisador de vibrações.

5.8.1.3.1 Descrição do ensaio de vibração das vigas para determinar as suas frequências naturais

Nos ensaios de vibrações das vigas para determinar as suas frequências experimentais, as mesmas foram excitadas através de pulsos de intensidades aleatórios, dados por um martelo de borracha no sentido transversal das mesmas.

Os deslocamentos transversais das vigas assim produzidos, através de vibrações transversais, são então, captados pelo acelerômetro piezoelétrico previamente fixado nas mesmas, cujo sinais específicos são enviados para o analisador de vibrações, conforme figura 5.25.

Os deslocamentos provenientes do acelerômetro (sinais de entrada) são amplificados e filtrados no analisador de vibrações, sendo utilizado no ensaio um filtro tipo “passa alta” (frequências acima de 5Hz). Estes sinais (sinais de saída) são então enviados para uma placa conversora analógica-

digital instalada no microcomputador, possibilitando desta forma registrar e gravar estes sinais (deslocamentos no domínio do tempo) através do software Aqdados. Nestes ensaios o tempo utilizado de aquisição de dados foi de 10 s.

Posteriormente estes sinais, já gravados e armazenados através de arquivos, são manipulados e analisados no domínio da frequência Hz, através de um outro software, o Sisdin.

A figura 5.26, apresenta um esquema de montagem da instrumentação utilizada na aquisição dos sinais provenientes do acelerômetro piezoelétrico (deslocamentos), previamente conectado nas vigas conforme figura 5.25.

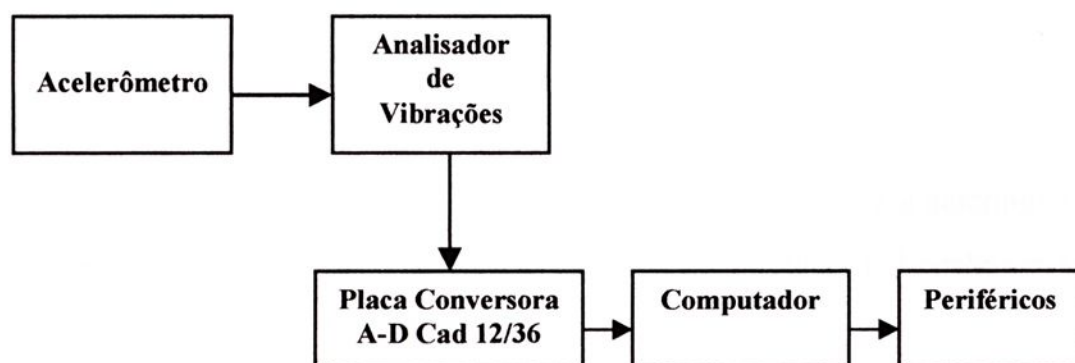


FIGURA 5.26 - Esquema de montagem da instrumentação utilizada na aquisição de sinais (deslocamentos)

5.8.1.3.2 Descrição do ensaio de vibração da vigas contínua para determinar o seu amortecimento

No ensaio de vibração da viga contínua para determinar o amortecimento material da viga ξ , relativo ao ferro fundido cinzento, o procedimento experimental utilizado foi idêntico ao da viga contínua para determinar suas frequências naturais conforme descrito anteriormente,

somente que, ao invés da viga ser do tipo livre-livre, ela foi do tipo cantilever, conforme ilustra a figura 5.27.

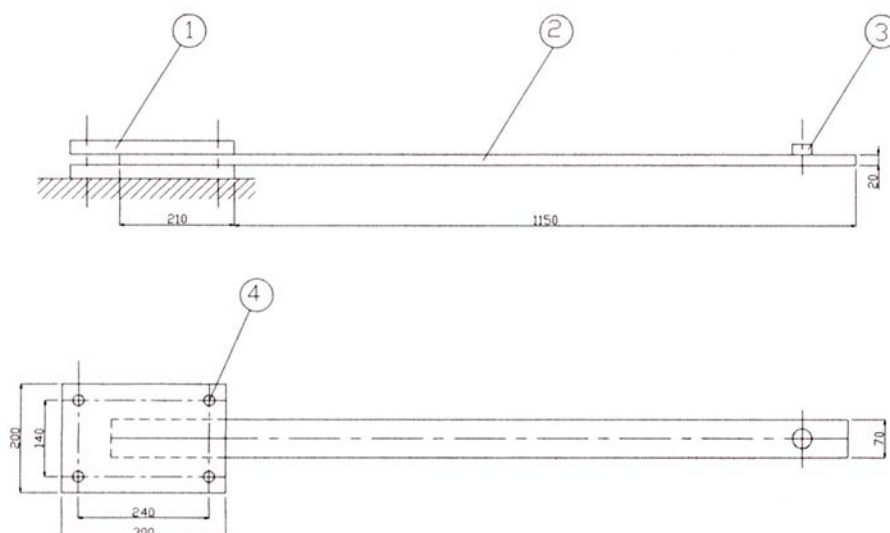


FIGURA 5.27 – Ensaio da viga contínua cantilever utilizada para determinar o amortecimento ξ . 1-placas de aço (2); 2-viga contínua; 3-acelerômetro piezoelétrico, 4-parafusos (4).

Neste ensaio a viga contínua foi levemente excitada, através de um toque superficial dado pelo dedo indicador de uma das mãos.

Neste ensaio o tempo de aquisição de dados (deslocamentos) foi de 10s, e o filtro utilizado foi do tipo “passa banda”, numa faixa de 6 a 9 Hz.

O amortecimento ξ devido ao material, foi calculado através do método do decremento logarítmico, dado pela equação 3.74.

Obs.: Dados do ensaio e da viga

ℓ = 115 mm (comprimento livre da viga)

w = 11,95 kg (carga distribuída da viga referente ao seu comprimento livre)

b = 70 mm (largura da viga)

h = 20 mm (espessura da viga)

$$I = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{70 \times 20^3}{12} \text{ mm}^4 = 4,67 \times 10^{-8} \text{ m}^4 \text{ (momento de inércia)}$$

m_{acel} = 67 g (massa do acelerômetro)

5.9 Ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico

A finalidade deste ensaio, foi obter uma relação de equivalência entre os sinais analógicos dados pelo acelerômetro (m), com os respectivos sinais digitais (V), fornecidos pela placa conversora analógica-digital, conforme ilustra a figura 5.26.

No ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico KD-35 (Apêndice A.4), foram utilizados os seguintes equipamentos:

- mesa calibradora (marca Robotron)
- analisador de vibrações
- placa conversora analógica- digital (Aqdados)
- computador

A mesa calibradora foi utilizada para se obter uma relação entre massa (g), e deslocamento do acelerômetro (m). Para o acelerômetro KD-35, utilizado nos ensaios de vibrações, com massa de 67g, obteve-se uma relação de $3,92 \times 10^{-5}$ m. Nesta mesa além de se obter esta relação, o acelerômetro previamente fixado na mesma foi excitado, e os sinais emitidos pelo mesmo (deslocamento), são enviados para placa analógica- digital, cujos sinais de saída são dados em volts.

Neste ensaio para um deslocamento de $3,92 \times 10^{-5}$ m, obteve-se uma tensão correspondente de 0,974 V.



A figura 5.28, ilustra o ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico KD-35.

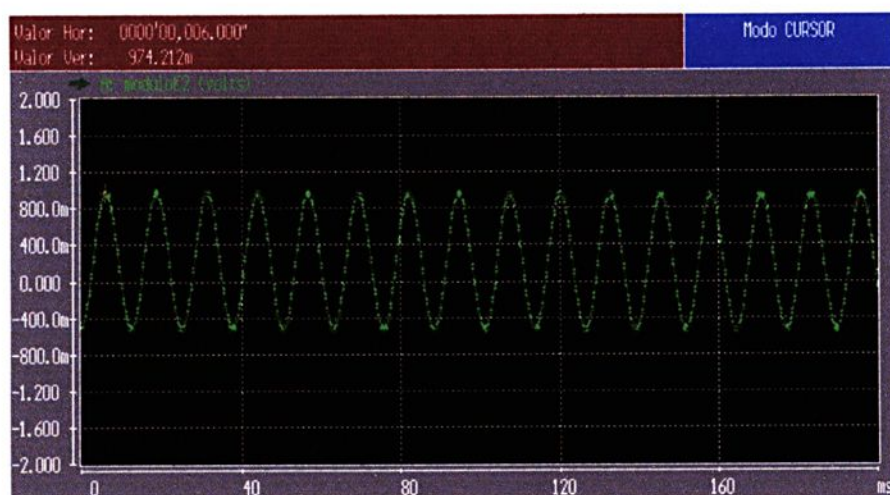


FIGURA 5.28 – Ensaio de calibração do acelerômetro piezoelétrico KD-35.

6 ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

6.1 Ensaio de flexão à cargas variáveis das vigas

6.1.1 Ensaio de flexão da viga contínua

A tabela 6.1, ilustra as deflexões obtidas nos ensaios de flexão a três pontos da viga contínua, conforme figura 5.21.

TABELA 6.1 – Deflexões obtidas para a viga contínua

CARGA $Q_i(N)$	DEFLEXÃO (mm)				DEFLEXÃO MÉDIA $\overline{y}_1$ (mm)
	1ª	2ª	3ª	4ª	
196	1,34	1,35	1,24	1,25	1,30
392	2,39	2,41	2,39	2,42	2,40
588	3,32	3,40	3,27	3,40	3,35
784	4,34	4,42	4,35	4,58	4,42
980	5,59	5,57	5,66	5,69	5,63

6.1.1.1 Rigidez estática da viga contínua devido a flexão

Através dos dados fornecidos pela tabela 6.1, obtemos a equação da reta (regressão linear) dada por:

$$Y = -38,45 + 183,17X \quad (6.1)$$

Onde Y é a carga (N) e X a deflexão (mm)

Da equação 6.1, obtém-se o gráfico (reta), cujo coeficiente angular da reta ($\text{tg } \alpha$) dá a rigidez estática devido a flexão da viga contínua.

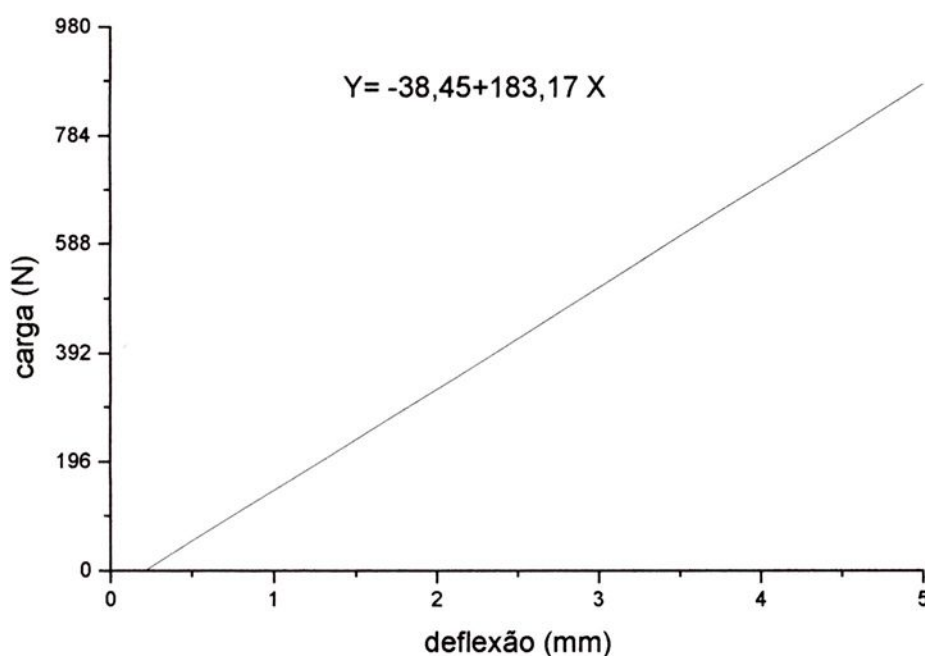


FIGURA 6.1 - Gráfico: carga (N) x deflexão (mm) - viga contínua

Da figura 6.1, obtém-se a rigidez estática da viga (183,17 N/mm)

6.1.1.2 Módulo de elasticidade da viga contínua (ferro fundido cinzento)

Substituindo os dados da tabela 6.1, Q_i (carga de flexão) e $\overline{y}_1$ (deflexão média), na equação 5.8, dada por:

$$\overline{y} = \frac{Ql^3}{48EI} \quad (5.8)$$

Obtém-se o respectivo módulo de elasticidade E_i , do ferro fundido cinzento, conforme tabela 6.2.

TABELA 6.2 – Ensaio de flexão à cargas variáveis da viga contínua- módulo de elasticidade

CARGA DE FLEXÃO Q_i (N)	DEFLEXÃO MÉDIA $\overline{y}_1$ (mm)	MÓDULO DE ELASTICIDADE E_i (GPa)
196	1,30	67,26
392	2,40	72,86
588	3,35	78,30
784	4,42	79,13
980	5,63	77,65

Da tabela 6.2, obtém-se o valor numérico do módulo de elasticidade longitudinal E para o ferro fundido cinzento, obtido nos ensaios de flexão da viga contínua, dado por:

$$E = (75,04 \pm 4,99) \text{ GPa}$$

Onde:

$E_m = 75,04 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade médio)

$s = 4,99 \text{ Gpa}$ (desvio padrão)

6.1.2 Ensaio de flexão a três pontos da viga com junta aparafusada

A tabela 6.3, ilustra as deflexões médias obtidas, para as correspondentes cargas de flexão aplicadas nos ensaios de flexão a três pontos da viga com junta aparafusada, em função dos torques aplicados de 49; 68,6; 88,2 e 107,8 N.m.

TABELA 6.3 - Deflexões obtidas nos ensaios de flexão a três pontos da viga com junta aparafusada.

CARGA $Q_i \text{ (N)}$	DEFLEXÕES (mm)			
	49 N.m	68,6 N.m	88,2 N.m	107,8 N.m
196	0,95	1,07	1,20	1,19
392	2,10	2,20	2,26	2,18
588	2,85	2,93	3,01	2,98
784	3,66	3,63	3,81	3,64
980	4,50	4,43	4,60	4,46

Dos dados da tabela 6.3, obtém-se as respectivas equações das retas (regressões lineares), dadas por:

$$T = 49 \text{ N.m} \Rightarrow Y = -44,74 + 224,99 X \quad (6.2)$$

$$T = 68,6 \text{ N.m} \Rightarrow Y = -92,94 + 238,77 X \quad (6.3)$$

$$T = 88,2 \text{ N.m} \Rightarrow Y = -107,07 + 233,53 X \quad (6.4)$$

$$T = 107,8 \text{ N.m} \Rightarrow Y = -116,79 + 243,86 X \quad (6.5)$$



Das equações acima, obtém-se os respectivos gráficos (retas), cujos coeficientes angulares das retas ($\text{tg}\alpha$), fornecem as rigidezes estáticas da viga em função do torque aplicado.

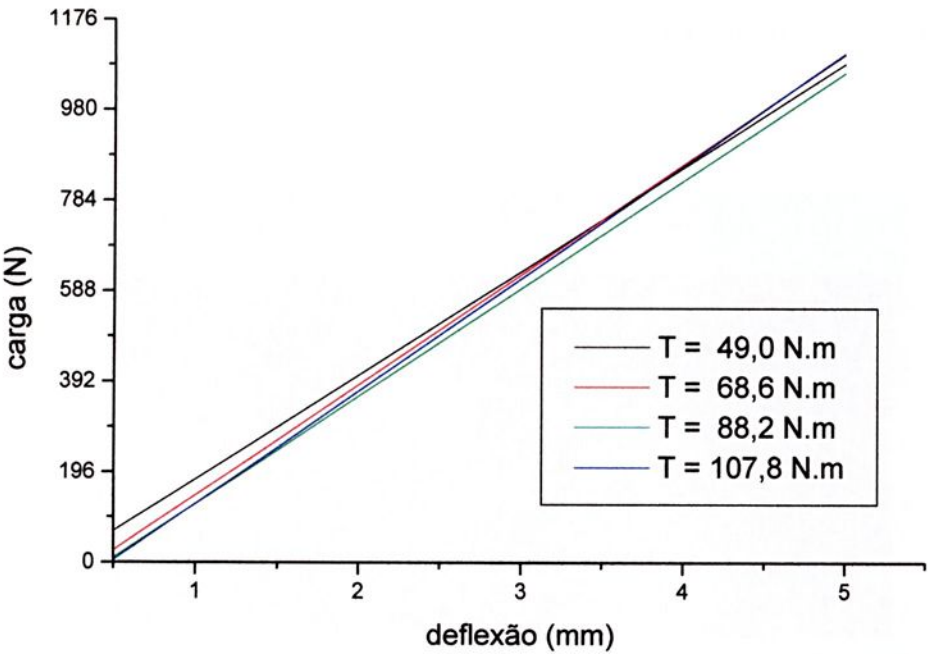


FIGURA 6.2- Gráficos: cargas (N) x deflexões (mm) - viga com junta aparafusada.

Da figura 6.2, obtém-se a rigidez estática da viga com junta em função do torque aplicado.

TABELA 6.4 - Rigidez estática da viga com junta aparafusada em função do torque aplicado.

TORQUE (N.m)	RIGIDEZ ESTÁTICA (N/mm)
49	224,99
68,6	238,77
88,2	233,53
107,8	243,86

6.2 Ensaio de vibração das vigas

6.2.1 Ensaio de vibração da viga contínua (cantilever) – amortecimento

A figura 6.3, ilustra o gráfico deslocamento (V) x tempo (s), obtido no ensaio da viga contínua (cantilever).

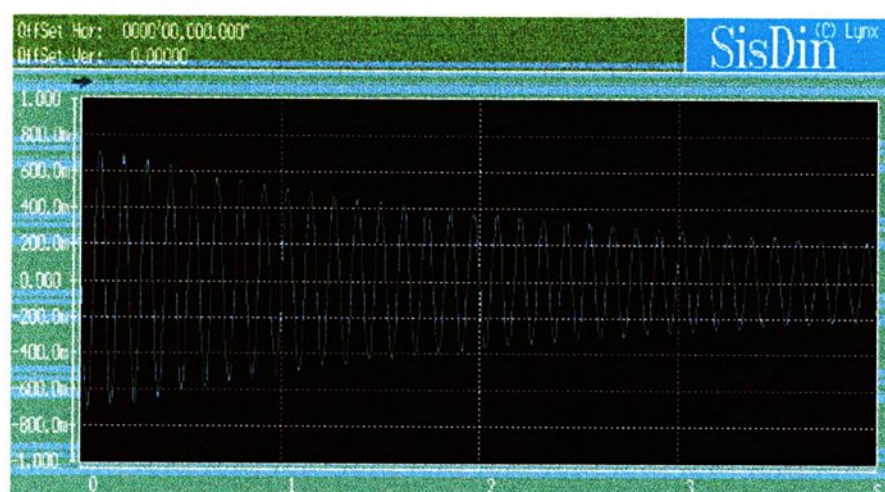


FIGURA 6.3 – Ensaio de vibração da viga contínua (cantilever)

No intervalo de 0 a 4 segundos deste gráfico obtém-se:

a) valores das amplitudes picos:

$$t_1 = 0,080s \Rightarrow q_1 = 0,710 \text{ V (primeiro pico)}$$

$$t_{n+1} = 3,950s \Rightarrow q_{n+1} = 0,222 \text{ V (último pico)}$$

onde $n = 33$ ciclos

b) período T:

$$T = \frac{t_{n+1} - t_1}{n} \Rightarrow T = 117,27ms$$

c) frequência f:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 8,53Hz$$

d) decremento logarítmico δ :

Através da equação 3.73, dada por:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{q_i}{q_{i+n}} \quad (3.73)$$

obtem-se o decremento logarítmico

$$\delta = \frac{1}{33} \ln \frac{710}{222} \Rightarrow \delta = 0,035152$$

e) amortecimento ξ :

Através da equação 3.74, dada por:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi^2 + \delta^2}} \quad (3.74)$$

obtem-se o fator de amortecimento ξ , relativo ao ferro fundido cinzento.

Para $\delta=0,035152$, obtém-se $\xi=0,005595$.

Obs.: O valor de ξ obtido para o ferro fundido, está dentro do intervalo previsto por Blevins (1997), para o ferro (0,001 a 0,02)

f) frequência natural não-amortecida ω_n :

Através da equação 3.64, (frequência amortecida), dada por:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.64)$$

obtem-se a frequência natural não amortecida da viga contínua (cantilever)

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \xi^2}} \Rightarrow \omega_n = 8,53 \text{ Hz} \quad (\text{para } \xi \ll 1, \omega_n \cong \omega_d)$$

6.2.2 Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)- frequências naturais

A figura 6.4, ilustra os dois gráficos (A e B) obtidos no ensaio da viga contínua (livre-livre), conforme figura 5.24, onde o gráfico A [deslocamento (V) x tempo (s)] foi obtido através do Aqdados e o gráfico B [deslocamento (V) x frequência (Hz)] através do Sisdin.

No gráfico B, as frequências experimentais amortecidas, relativa aos modos de vibrações da viga contínua correspondem as maiores amplitudes picos.

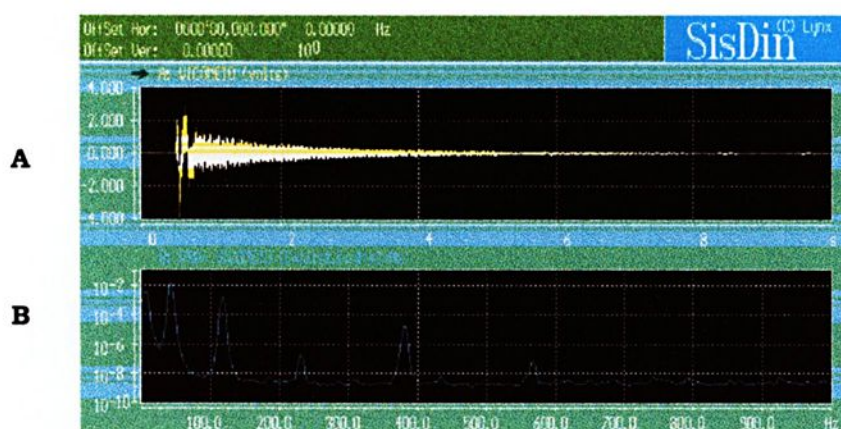


FIGURA 6.4 – Ensaio de vibração da viga contínua livre-livre.

A tabela 6.5, relaciona as frequências experimentais obtidas para a viga contínua (livre-livre)

TABELA 6.5 - Frequências experimentais da viga contínua

PONTO	FREQUÊNCIA (Hz)	DESLOCAMENTO (V)
1	42,969	$22,18 \times 10^{-3}$
2	117,188	$32,55 \times 10^{-9}$
3	230,469	$18,28 \times 10^{-6}$
4	378,906	$3,19 \times 10^{-6}$
5	562,500	$100,56 \times 10^{-9}$

6.2.3 Ensaio de vibração da viga com junta aparafusada (livre-livre)

A figura 6.5., ilustra os gráficos obtidos no ensaio da viga com junta aparafusada (livre-livre), onde os gráficos A e C, referem-se aos ensaios com torques de 49 Nm e 58,8 Nm, respectivamente.

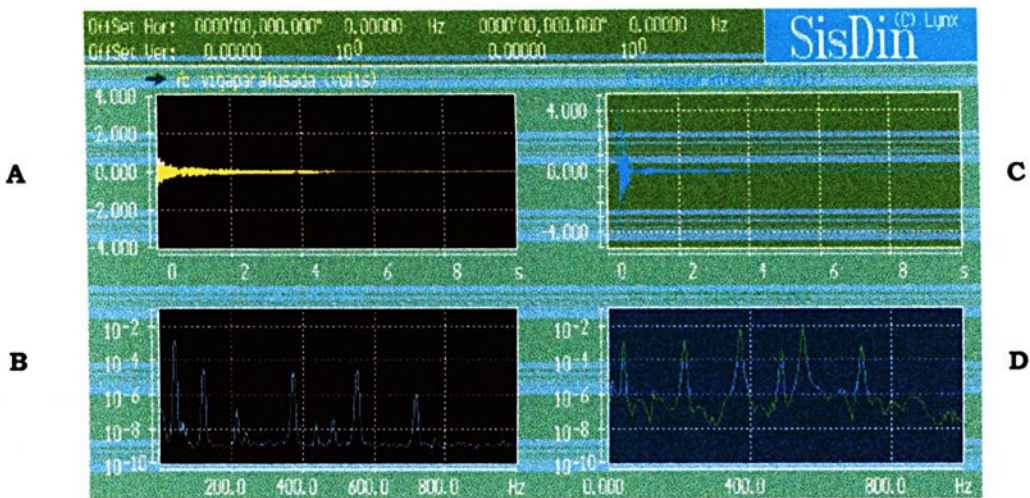


FIGURA 6.5 – Ensaio de vibração da viga com junta aparafusada (livre-livre)

A tabela 6.6, relaciona as frequências experimentais obtidas para a viga com junta aparafusada, com os devidos torques aplicados.

TABELA 6.6 - Frequências experimentais da viga com junta aparafusada em função do torque.

Modos de Vibrações	FREQUÊNCIAS (Hz)					
	49Nm	58,8Nm	68,6Nm	78,4Nm	84,6Nm	98Nm
1	39,06	39,06	39,06	39,06	39,06	39,06
2	121,09	121,09	121,09	121,09	121,09	121,09
3	214,84	214,84	214,84	214,84	214,84	214,84
4	371,09	367,19	371,09	367,19	371,09	367,19
5	550,78	550,78	550,78	550,78	550,78	550,71

6.2.4 Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)-módulo de elasticidade.

Através das frequências experimentais obtidas para viga contínua, item 6.2.2, e da equação das frequências naturais ω_n da viga contínua, equação 3.34, dada por:

$$\omega_n = (\eta_n l)^2 \left(\frac{EI}{\omega l^3} \right)^{1/2} \tag{3.34}$$

obtem-se o módulo de elasticidade E do ferro fundido cinzento.

Obs.: dados do ensaio e da viga

$\ell = 1,36\text{m}; \quad m = 14,20\text{kg}; \quad W = 101,82\text{Nm}; \quad I = 4,67 \times 10^{-8} \text{m}^4$

A tabela 6.7, fornece os valores de E, em função das frequências .

TABELA 6.7 – Ensaio de vibração da viga contínua (livre-livre)- módulo de elasticidade.

MODO DE VIBRAÇÃO	$(\eta_n l)^2$	FREQÜÊNCIA (Hz)	MÓDULO DE ELASTICIDADE (GPa)
1M	22,37	41,41	82,02
2 M	61,67	117,19	89,26
3 M	120,90	230,47	80,80
4 M	199,85	378,91	79,86
5 M	298,56	562,50	78,93

Da tabela 6.7, obtém-se o valor numérico do módulo de elasticidade longitudinal E, para o ferro fundido cinzento através do ensaio de vibração.

$E = (80,37 \pm 1,14) \text{ GPa}$

onde:

$E_m=80,37\text{GPa}$ (módulo de elasticidade médio)

$s = 1,14\text{ GPa}$ (desvio padrão)

6.3 Força de aperto no parafuso em função do torque aplicado

6.3.1 Através da relação direta entre torque e força.

Através da fórmula dada por Shigley (1988):

$$T=0,20F_i d \quad (6.6)$$

onde:

T é o torque aplicado no parafuso (Nm)

F_i é a força de aperto (N)

d é o diâmetro do parafuso (14mm)

A tabela 6.8, relaciona a força de aperto estimada no parafuso em função do torque aplicado.

TABELA 6.8- Força de aperto estimada no parafuso em função do torque aplicado- Shigley (1988).

TORQUE (N.m)	FORÇA DE APERTO (N)
49	17500
58,8	21000
68,6	24500
78,4	28000
88,2	31500
98	35000

6.3.2 Através das curvas de calibrações dos parafusos.

Através das curvas de calibrações obtidas para os parafusos: Carga (N) x Tensão (mV), obtém-se as respectivas forças de aperto nos parafusos em função das tensões de saída (mV) dada pela ponte amplificadora, conforme tabela 6.9 .

TABELA 6.9 - Forças de aperto nos parafusos em função das tensões de saída- curvas de calibrações.

TORQUE (N.m)	PARAFUSOS							
	1		2		3		4	
	Tensão (mV)	Força (N)	Tensão (mV)	Força (N)	Tensão (mV)	Força (N)	Tensão (mV)	Força (N)
49	1.10	17879,36	1.11	15056,42	1.18	15026,75	0.86	11631,13
58,8	1.34	20620,43	1.59	20326,06	1.34	16933,74	1.04	13653,22
68,6	1.59	23475,72	1.72	21753,26	1.62	20270,97	1.20	15450,64
78,4	1.90	27016,28	2.04	25266,36	2.00	24808,08	1.39	17585,07
88,2	2.10	29300,52	2.35	28669,67	2.16	26707,07	1.69	20955,23
98	2.54	34325,83	2.61	31524,06	2.51	30878,62	1.88	23089,66

6.3.3 Comparações entre as forças de aperto aplicadas no parafuso (Shigley x extensômetros)

A tabela 6.10, compara os valores das forças de aperto aplicadas no parafuso nº. 1 (Shigley x extensômetros)

TABELA 6.10 - Comparações entre forças de aperto- Shigley x parafuso nº.1.

TORQUE N.m	SHIGLEY (N)	PARAFUSO No.1 (N)	DESVIO (%)
49	17500	17879,36	2,16
58,8	21000	20620,43	1,81
68,6	24500	23475,72	4,18
78,4	28000	27016,28	3,51
88,2	31500	29300,52	6,98
98	35000	34325,83	1,93

7 COMPARAÇÕES ENTRE OS RESULTADOS

7.1 *Frequências naturais de vibrações das vigas*

7.1.1 Viga contínua (teórica x experimental x simulação)

Os resultados de frequência naturais, obtidos para a viga contínua com extremidades livres, foram respectivamente teóricos, experimentais e por simulações.

Com relação aos resultados teóricos de frequências obtidos, foram provenientes do desenvolvimento da teoria elementar de barras, com as seguintes restrições feitas ao modelo teórico:

- todas as tensões são supostas nulas, exceto a tensão normal.
- resultante das forças internas é nula.
- momentos das forças internas em relação ao eixo neutro, seja igual ao momento de flexão.
- efeito de inércia de rotação é desprezado.

As frequências teóricas obtidas, foram provenientes da equação 3.34, cujo valores estão indicados na tabela 3.1.

As frequências experimentais obtidas, são provenientes do ensaio de vibração da viga contínua livre-livre, cujo valores estão indicados na tabela 6.5.

As frequências teórico-experimentais (simulações) obtidas, são provenientes da análise modal, utilizando o programa ANSYS, cujos valores estão indicados na tabela 4.1.

A tabela 7.1, relaciona e compara as frequências naturais de vibrações obtidas para a viga contínua, com relação ao seus respectivos modos de vibrações.

TABELA 7.1 – Comparações das frequências naturais de vibrações da viga contínua - (teórica x experimental x simulação)

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQUÊNCIAS (Hz)		
	TEÓRICAS	EXPERIMENTAIS	SIMULAÇÕES (M.E.F.)
1M	42,65	42,97	42,04
2M	117,58	117,19	116,16
3M	230,52	222,66	227,72
4M	381,05	378,91	381,27
5M	569,26	562,50	571,94

7.1.2 Viga com junta aparafusada (experimental x simulação)

As frequências experimentais obtidas, são provenientes do ensaio de vibração da viga com junta aparafusada livre-livre, cujos valores estão indicados na tabela 6.6.

As frequências teórico- experimentais obtidas, são provenientes da análise modal, utilizando o programa ANSYS, cujos valores estão indicados na tabela 4.3.



A tabela 7.2, relaciona e compara as frequências naturais de vibrações, obtidas para esta viga, com relação aos seus modos de vibrações.

TABELA 7.2 – Comparações das frequências naturais de vibrações da viga com junta aparafusada - (experimental x simulação).

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQUÊNCIAS EXPERIMENTAIS (Hz)						SIMUL.
	49N.m	58,8N.m	68,6N.m	78,4N.m	88,2N.m	98N.m	
1	39,06	39,06	39,06	39,06	39,06	39,06	41,32
2	121,09	121,09	121,09	121,09	121,09	121,09	128,63
3	214,84	214,84	214,84	214,84	214,84	214,84	221,23
4	371,09	367,19	371,09	367,19	371,09	367,19	391,36
5	550,78	550,78	550,78	550,78	550,78	550,71	585,90

7.2 Deflexões das vigas - rigidezes estáticas

A figura 7.1, compara os gráficos de flexões obtidos para as vigas, experimentalmente e por simulações

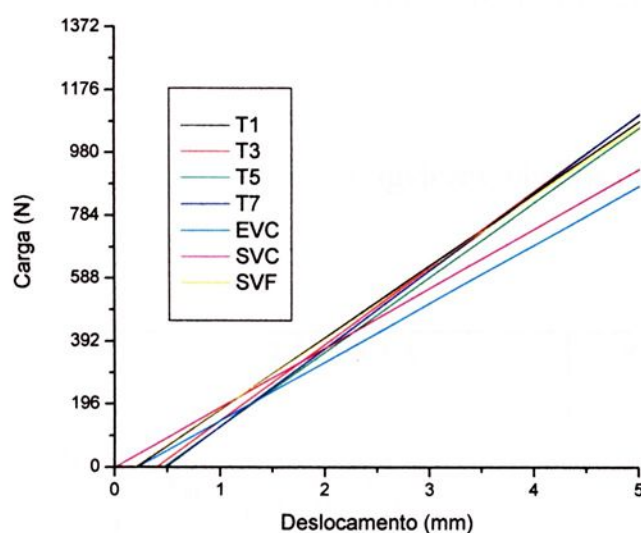


FIGURA 7.1 – Gráficos de deflexões das vigas (experimental x simulação)

- T1 - Ensaio da viga com junta ($T=49\text{N.m}$) – (figura 6.2)
 T3 - Ensaio da viga com junta ($T=68,6\text{N.m}$) – (figura 6.2)
 T5 - Ensaio da viga com junta ($T=88,2\text{N.m}$) – (figura 6.2)
 T7 - Ensaio da viga com junta ($T=107,8\text{N.m}$) – (figura 6.2)

- EVC - Ensaio da viga contínua – (figura 6.1)
 SVC - Simulação da viga contínua – (figura 4.21)
 SVF - Simulação da viga com flange – (figura 4.22)

7.3 *Comparações de valores de rigidezes obtidos para os membros da junta*

A tabela 7.3, compara os valores de rigidezes obtidos para os membros da junta (ferro fundido), através da análise por elementos finitos (análise estática),

com os métodos de obtenções de rigidezes propostos por Rötscher, Bosch, Birger, Danilow, Fritsche, Weiss e Wileman.

TABELA 7.3 - Comparações de valores de rigidezes, obtidos para os membros da junta (flanges)

MÉTODO	FÓRMULA	RIGIDEZ (MN/m)
RÖTSCHER	$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E}{L} \left\{ \left(s + \frac{L}{2} \right)^2 - d_h^2 \right\}$	2580
BOSCH	$k_m = \frac{\pi \cdot E \cdot d_h}{2 \cdot l_n \cdot \frac{(s + L - d_h) \cdot (s + d_h)}{(s + L + d_h) \cdot (s - d_h)}}$	1390
BIRGER	$k_m = \frac{\pi \cdot E}{2} \cdot \frac{0,4 \cdot d_h}{l_n \cdot \frac{(s + d_h) \cdot (s + 0,4 \cdot L - d_h)}{(s - d_h) \cdot (s + 0,4L - d_h)}}$	721
DANILOW	$k_m = \frac{E \cdot d_h^2}{L \cdot \left(0,5 - 0,1 \cdot \frac{L}{d_h} + 0,007 \cdot \frac{L^2}{d_h^2} \right)}$	1530
FRITSCHÉ	$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot d_h \cdot E \cdot 1,82 \cdot \left\{ \frac{L}{d_h} \cdot (E \cdot 10^{-3})^2 \right\}^{-0,16}$	4,39
WEISS	$k_m = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E}{L} \cdot \left\{ \left(s + \frac{L}{10} \right)^2 - d_h^2 \right\}$	555
WILEMAN	$\frac{km}{Ed} = Ae^{B(d/L)}$	1180
SIMULAÇÃO	-	1504

Obs.: Dados utilizados para comparações de valores de rigidezes (tabela 7.3)

1) Dados do material dos flanges (ferro fundido cinzento)

 $E=80,37 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade longitudinal) $G=33,21 \text{ GPa}$ (módulo de elasticidade transversal) $\gamma = 0,21$ (coeficiente de Poisson) $d = 7421,22 \text{ kg/m}^2$ (densidade)

2) Dimensões da junta:

 $L=60 \text{ mm}$ (espessura dos membros) $d_h = 16 \text{ mm}$ (diâmetro do furo)

3) Dimensões do parafuso M14 x 80:

 $d = 14 \text{ mm}$ (diâmetro nominal) $s = 22 \text{ mm}$ (diâmetro da superfície de contato da cabeça do parafuso M14 x 80)

8 COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Com relação ao capítulo 1, um enfoque da importância de juntas dentro do contexto da engenharia mecânica foi realizado, bem como um levantamento bibliográfico, referente ao assunto sobre rigidez de juntas em conexões aparafusadas, o qual revelou pesquisadores de diversas nacionalidades, envolvidos na pesquisa de rigidezes de juntas.

Atualmente um dos países que se destacam na pesquisa sobre juntas, é a Alemanha, cujo assunto é normatizado na VDI 2230.

Com relação ao capítulo 2, referente a rigidez de junta, uma configuração típica de uma junta aparafusada, com sua correspondente analogia de mola foi mostrada, conforme ilustra figura 2.3.

Através de um diagrama de montagem de uma junta aparafusada pré-carregada, figura 2.7, e sob a influência da aplicação de uma carga externa estática de tração, aplicada ao longo do eixo do parafuso, foram deduzidas as equações de cargas, 2.6 e 2.7, para os respectivos elementos da junta, parafuso e membros, bem como as relações importantes, envolvendo as rigidezes dos membros k_m , e do parafuso k_p , foram obtidas, o fator de carga ϕ_k , equação 2.8, e o fator plano de carregamento intermediário ϕ_{kn} , equações 2.17 e 2.18, os quais são fatores importantes de projeto de juntas.

Devido a complexidade geométrica, e não-linearidade da junta, modelos de rigidez linear simplificado, para analisar e projetar juntas são apresentados, através de teorias propostas de obtenções de rigidezes de membros (Rötscher, Bosch, Birger, Vitkup, Danilow, Fritsche, Weiss e

Willeman), o qual Röttscher foi pioneiro em 1927, e que posteriormente seu modelo analítico de junta, foi melhorado e adaptado por outros, conforme ilustra a figura 2.16.

Através de um programa computacional, escrito em linguagem Fortran, apêndice A, estudos comparativos de rigidezes de membros e de fatores de cargas, em função das variações da espessura L dos membros e do diâmetro do parafuso d_p , de uma junta aparafusada, foram realizados.

Com relação a estes estudos comparativos, verificou-se que:

1) a partir de um modelo analítico de junta, figura 2.17, valores de rigidezes de membros em função da variação da espessura L dos membros, de 10 a 59mm, foram obtidos, conforme tabelas 2.2 (membros e parafuso de aço) e 2.4 (membros e parafuso de ferro fundido). As figuras 2.18 e 2.20, ilustram e comparam através de gráficos, as rigidezes de membros k_m , em função de L , provenientes das teorias propostas de obtenções de rigidezes (Röttscher, Bosch, Birger, Danilow, Fritsche, Weiss e Willeman). Comparando os valores de rigidezes obtidos, tabelas 2.2 e 2.4, verifica-se que as rigidezes dos membros e parafuso de aço, é 2,57 vezes maior do que as rigidezes dos membros e parafuso de ferro fundido, isto é, $k_m(\text{aço}) = 2,57 k_m(\text{ferro fundido})$. Com relação às figuras 2.18 e 2.20, verifica-se que a rigidez determinada pelo método de Röttscher é superdimensionada, e a do método de Fritsche é subdimensionada.

2) os valores de fatores de cargas obtidos, em função da variação e da espessura L dos membros, estão indicados nas tabelas 2.3 (membros e parafuso de aço) e 2.5 (membros e parafuso de ferro fundido). As figuras 2.19 e 2.21, ilustram e comparam através de gráficos, os fatores de cargas obtidos em função da espessura L dos membros. Comparando os valores de fatores de cargas obtidos, tabelas 2.3 e 2.5, verifica-se que os fatores de cargas obtidos são iguais, isto é, $\phi_k(\text{aço}) = \phi_k(\text{ferro fundido})$.



3) A partir de um modelo analítico de junta, figura 2.21, valores de rigidezes de membros em função da variação do diâmetro do parafuso d_p , de 6 a 24mm, foram obtidos, conforme tabelas 2.6 (membros e parafuso de aço) e 2.8 (membros e parafuso de ferro fundido). As figuras 2.22 e 2.24, ilustram e comparam, através de gráficos as rigidezes de membros, em função do diâmetro do parafuso, provenientes das teorias propostas de rigidezes. Comparando os valores de rigidezes obtidos, tabelas 2.6 e 2.8, verifica-se também, que as rigidezes dos membros e parafuso de aço, é 2,57 vezes maior, do que as rigidezes dos membros e parafuso de ferro fundido. Com relação com as figuras 2.22 e 2.24, verifica-se também que a rigidez determinada pelo método Röttscher é superdimensionada, e a do método de Fristche é subdimensionada.

4) Os valores de fatores de cargas obtidos, em função da variação do diâmetro do parafuso, estão indicados nas tabelas 2.7 (membros e parafuso de aço) e 2.9 (membros e parafuso de ferro fundido). As figuras 2.23 e 2.25, ilustram e comparam através de gráficos, os fatores de carga obtidos. Comparando os valores de fatores de cargas obtidos, tabelas 2.7 e 2.9, verifica-se que os fatores de cargas obtidos são iguais.

5) Comparando os valores de fatores de cargas obtidos, em função da espessura L dos membros, tabelas 2.10 (membros de ferro fundido e parafuso de aço) e 2.3 (membros e parafuso de aço) ou com a tabela 2.5 (membros e parafuso de ferro fundido) verifica-se que os fatores de cargas variam de 1,01 para teoria de Fristche, a 2,30 para teoria de Röttscher.

Com relação ao capítulo 3, vibração transversal livre de barras, os resultados teóricos de frequências naturais, obtidos para a viga contínua livre-livre, tabela 3.1, foram provenientes das equações que governam a vibração

transversal livre de barras sem amortecimento, com as devidas aplicações das condições de contorno.

Com relação ao capítulo 4, modelagem e simulações, tomando como parâmetros de referências, as frequências teóricas e experimentais obtidas para viga contínua, as devidas simulações do modelo (viga contínua), foram feitas através do programa ANSYS, com intuito de se obter, as frequências naturais relativas aos cinco primeiros modos de vibrações (análise modal), cujos resultados obtidos, confirmaram a coerência existente entre o modelo teórico com o experimental (tabela 7.1).

No modelo de viga com junta aparafusada (simulação), apesar de serem utilizados elementos de contato (contac 49), os quais permitem uma modelagem mais realística, pouca influência teve nas frequências naturais resultantes, quando comparado com um modelo sem elementos de contato (tabela 4.5). Os elementos de contato (contac 49), são utilizados para simular efeitos de rugosidade superficial (não-linearidades).

Um modelo de viga com flange (sem parafuso) figura 4.6, foi utilizado com o intuito de se comparar e verificar, a influência do parafuso e do torque aplicado, nas frequências naturais de vibrações resultantes do modelo de viga com junta aparafusada. De acordo, com os dados da tabela 4.5, comparações de frequências dos modelos (simulações), verifica-se pouca influência dos parafusos e torque aplicado, nas frequências naturais do modelo de viga com junta.

Quanto ao ensaio de flexão da viga contínua (simulação), o mesmo foi coerente, com o ensaio experimental, conforme constatarem tabelas 4.6 (simulação) e 6.1 (experimental).

Quanto aos valores de rigidezes estáticas, devidas à compressão dos membros da junta (flanges), obtidos por simulações, encontram-se na tabela 4.8, cujo valor obtido, foi de 1504 MN/m.

No capítulo 5, referente aos procedimentos experimentais, inicialmente são descritos os dois corpos de prova (viga), utilizados nos

ensaios, sendo uma viga contínua (figura 5.5) e uma viga com junta aparafusada (figura 5.7), sendo que o tipo de viga considerado para os dois modelos, foi livre-livre, pois nos ensaios de vibrações das mesmas, estas ficaram suspensas no ar, através de dois fios de aço, localizados nas extremidades dos mesmos, com o intuito de se eliminar a influência do suporte da estrutura nos modelos, conforme figura 5.24.

Os ensaios de calibrações dos extensômetros elétricos, embutidos nos parafusos, tiveram a finalidade de se levantar as curvas de calibrações, gráficos carga (N) x tensão (mV), dos quatro (04) parafusos M14 x 80, os quais fornecem os valores das forças tensoras (N), aplicadas nos parafusos, em função das tensões de saída (mV), dadas pelos extensômetros.

Os ensaios de dureza Brinell, realizados na viga contínua, tiveram como finalidade, determinar a dureza Brinell (HB), relativa ao ferro fundido cinzento, a qual foi utilizada para estimar valores de resistência à tração e módulo de elasticidade para o mesmo, tendo em vista que nenhum ensaio de tração, foi realizado para determinar as propriedades mecânicas do ferro fundido, relativas à resistência à tração e módulo de elasticidade. O valor de dureza Brinell obtido, foi de 170,54 HB (apêndice C), o qual foi utilizado, para estimar as devidas propriedades, de acordo com a classificação da Sociedade Americana para Ensaios de Materiais (ASTM), (apêndice D).

Os ensaios de flexões em três pontos, à carga variáveis, realizados nos corpos de prova, tiveram como finalidades, determinar o módulo de elasticidade E , relativo ao material utilizado nas vigas (ferro fundido cinzento), e as rigidezes estáticas de flexão.

Os ensaios de vibrações realizados nas vigas, tiveram como finalidades: determinar as frequências naturais de vibrações amortecidas ω_d , o amortecimento ξ , relativo ao material utilizado nas viga (ferro fundido), as frequências naturais de vibrações não- amortecidas ω_n , a partir de ω_d e ξ , e o módulo de elasticidade do ferro fundido, a partir das frequências naturais de vibrações da viga contínua.



No capítulo 6, referente à análise de dados e resultados experimentais, inicialmente são apresentados os dados relativos aos ensaios de flexão dos dois corpos de prova (vigas). Nos ensaios de flexão, foi utilizado uma carga máxima de flexão de 980N, com o intuito de não danificar os corpos de prova. As figura 6.1 e 6.2, apresentam os gráficos carga (N) x deflexão (mm), obtidos respectivamente para as duas vigas, os quais apresentaram comportamento linear no intervalo de carga analisado de 0 a 980N. A viga com junta aparafusada, apresentou um comportamento linear para os respectivos torques aplicados. A rigidez estática, obtida para a viga contínua foi de 183,17N/m, e para a viga com junta aparafusada, conforme tabela 6.4, cujos valores de rigidezes, não foram constantes em função dos torques aplicados.

O ensaio de vibração da viga contínua (cantilever), figura 6.3, foi utilizado com o intuito de se determinar o fator de amortecimento ξ , cujo valor obtido, foi 0,005595, o qual está dentro do intervalo previsto por Blevins (1997), de 0,001 a 0,02. Com os dados obtidos de ξ , e da frequência natural experimental ω_d (amortecida) da viga contínua, obtém-se a frequência natural não- amortecida ω_n , a partir da equação 3.6.4, a qual foi utilizada, para estimar o valor de E (ensaio de vibração). Os ensaios de vibrações das duas vigas, do tipo livre-livre, foram utilizados, com o intuito de se obterem as suas respectivas frequências naturais, conforme ilustram as tabelas 6.5 e 6.6.

Comparando as frequências obtidas para a viga com junta, em função do torque aplicado, verifica-se que elas se mantêm praticamente constantes para cada modo de vibração (tabela 6.6).

Comparando as frequências naturais da viga contínua, tabela 6.5, com as da viga com junta aparafusa, tabela 6.6, verificamos que a frequência da viga, com junta é menor, devido ao acréscimo de massa na sua estrutura.

Com relação ao módulo de elasticidade, relativo ao ferro fundido cinzento, foram realizados dois tipos de ensaios, sendo um de flexão, cujo valor obtido foi de $(75,04 \pm 4,99)$ GPa, conforme tabela 6.2, e o outro de

vibração, cujo valor obtido, foi de $(80,37 \pm 1,14)$ GPa, conforme tabela 6.7. Tendo em vista que o ensaio de vibração, é mais preciso que o de flexão, o valor adotado para o módulo de elasticidade, foi de $(80,37 \pm 1,14)$ GPa, pois apresentou um valor de desvio- padrão menor (1,14 GPa).



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARATO JÚNIOR, A.; PEREIRA, J. A., TURRA, A. E. Uma modelagem para análise dinâmica por elementos finitos de estruturas montadas por uniões aparafusadas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 11., 1991, São Paulo. **Anais...** São Paulo: COBEM, 1991. p. 257-260.

BACK, N., ARATO JÚNIOR, A. Um método de cálculo da distribuição de pressão e das deformações de uniões aparafusadas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 5., 1979, Campinas. **Anais...** Campinas: COBEM, 1979. p.270-279.

BACK, N., BURDEKIN M., COWLEY, A. Review of the research on fixed and sliding joints. Proc. 13th **Machine Tools Design Research**. Pergamon Press, 1973. p.87-97.

BACK, N., BURDEKIN M., COWLEY, A. Analysis of the local deformations in machine joints. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v.21, p.25-32, 1979.

BICKFORD, J. H. **An introduction to the design and behavior of bolted joints**. 3ed New York: Marcel Dekker Inc., 1995. 951p.

BICKFORD, J. H. Bolted and riveted joints. In: SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R. (Ed.). **Standard handbook of machine design**. New York: McGraw-Hill Book Company Inc., 1996. cap. 23, p. 1-39.

BLEVINS, R. D. Flow-induced vibration. In:— **Damping of structures**. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1997. p. 213-253.

CHIAVERINI, V. Ferros fundidos cinzentos. In:— **Aços e ferros fundidos**. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais-ABM, 1988. p. 515-541.

COOK, R.D. **Concepts and applications of finite element analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1989. p.630.

DREGER, H. **Richtlinier 2230**. VDI-Z 124, N.18, p. 85-89, 1982.

EWINS, D.J. **Modal Testing: theory and practice**. New York: John Wiley & Sons, 1988. p.265

FREIRE, J.L.F. Distribuição de tensões em placas unidas por parafusos. In: 2º SEMINÁRIO DA TECNOLOGIA DE FIXAÇÃO, 11.1987, São Paulo. **Anais...** Sorocaba: Instituto Tecnológico de Fixação, 001/1988. p. 43-57.

GARCIA, A., SPIM, J. A., SANTOS, C. A. **Ensaio dos materiais**. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2000. p. 245.

GERBERT, G., BASTEDT, H. Centrally loaded bolt joints. **Journal of Mechanical Design**. v.115, p. 701-705, Dec., 1993.

GODSMITH, W. The theory and physical behaviour of colliding solids. In:— **Vibrational aspects of impact**. London: Edward Arnold Ltda., 1960. p. 22-25.

GROSSE, L. R., MICHELL, L. D. Nonlinear stiffness characteristics of axisymmetric bolted joints. **Journal of Mechanical Design**. v.112, p. 442-449, 1990.

JACOBSON, B. et al. **Abutment stiffness of bolt joints and its material dependence**. Machine Elements Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1986.

MANFÉ, G. , POZZA, R., SCARATO, G. Conexões por rosqueamento. In:— **Desenho Técnico Mecânico**. São Paulo: Hemus-Livraria e Editora Ltda; v.2, p.52-113.

METALS HANDBOOK. **Properties and selection: irons and steels**. In:— AMERICAN SOCIETY FOR METALS, Ninth Edition, 1978. v.1, p. 19-20.



MOTOSH, N. Determination of joint stiffness in bolted connections. **Journal of Mechanical Design**. p. 858-861, Aug., 1976.

NIEMANN, G. Junções por meio de parafusos. In:— **Elementos de máquinas**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda. 1971. v.1, p.145-149.

PARMLEY, R.O. Threaded fasteners. In:— **Standard handbook of fastening and joining**. New York: McGraw-Hill Book Company Inc.1997. p 1.1 – 1.85.

PAZ, M. **Structural Dynamics**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991. p.626.

RESHETOV, D.N. Uniões e elementos de união. In:— **Atlas de construção de máquinas**. São Paulo: Livraria e Editora Hemus. 1979. p. 38-116.

RIVIN, E.I. **Stiffness and damping in mechanical design**. 1.ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 1999. 528p.

ROSSI, M. **Máquinas operatrizes modernas**. Rio de Janeiro: Livro Ibero-Americano Ltda, v.2, 1970. 480p.

SATO, A. Problemas de junta na aplicação aeroespacial. In: 2º SEMINÁRIO DA TECNOLOGIA DE FIXAÇÃO, 11., 1987, São Paulo. **Anais...** Sorocaba: Instituto Tecnológico de Fixação, 001/1988. p. 9-22.

SEGERLING, L.J. **Applied finite elements analysis**. New York: John Wiley & Sons, 1984. p. 427

SHABANA, A. A. Vibration of continuous systems. In:—**Theory of vibration**. New York: Springer-Verlag, 1991. v.2, p. 175-245 .

SHABANA, A. A. Free vibration of single degree of freedom system. In:— **Theory of vibration**. New York: Springer-Verlag, 1991. v.1, p. 56-111.



SHANKER, A. et al. Damping behaviour of bolted joints. **Microtecnic**, p. 42-45, Apr., 1980.

SHIGLEY, J. E. **Elementos de máquinas**. 3.ed. Rio de Janeiro: Editora Livros Técnicos e Científicos S.A. v.1, 1988. p. 347

SHIGLEY, J. E., MISCHKE, M. Threaded fasteners. In:—**Standard handbook of machine design**. New York: McGraw-Hill Book Company Inc. 1996. p.1-38.

THONSON, W.T. Vibração livre. In:—**Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda. 1978. p.15-33.

TSAI, J. S., CHOU, Y. F. The identification of dynamic characteristics of a single bolt joint. **Journal of Sound and Vibration**. v.125, p. 487-502, 1988.

VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. **Richlinier 2230**: systematische berechnung schraubenverbindungen. Dusseldorf: Okt., 1977.

WANG, J., SAS, P. A method for identifying parameters of mechanical joints. **Journal of Applied Mechanics**. v. 57, p. 337-342, june, 1990.

WILEMAN, J. , CHOUDHURY, M., GREN, I. Computation of member stiffness in bolted connection. **Journal of Mechanical Design**. v.113, p. 432-437, 1991.

WILSON, F.W. , HOLT JÚNIOR, J. M. Assembly fixtures. In:— **Handbook of fixture design**. New York: McGraw-Hill Book Company Inc., 1962. p. 121-126.

YOSHIMURA, M. Measurement of dynamic rigidity and damping property for simplified joint models and simulation by computer. **Anais... CIRP**, v. 25, 1977. p. 193-198.



APÊNDICE A

PROGRAMAS PARA COMPUTAREM RIGIDEZES DE JUNTAS, RIGIDEZES DE PARAFUSOS E FATORES DE CARGAS

A.1 Programa para obtenções de rigidezes de membros, de parafusos e de fatores de cargas em função da espessura L dos membros da junta

C CALCULO DE RIGIDEZ DE JUNTA

C

REAL KMROTSCHER,KMBOSCH,KMBIRGER,KMDANILOW

REAL

KMFRITSCHER,KMWEISS,KMWILEMAN,KP,L,A,EL,S,D,B,AREA,DP

REAL FIROTSCHER,FIBOSCH,FIBIRGER,FIDANILOW

REAL FIFRITSCHER,FIWEISS,FIWILEMAN

C

OPEN(UNIT=11,FILE='DADOS.IN ',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=12,FILE='RIGIDEZ1.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=13,FILE='RIGIDEZ2.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=14,FILE='FATORCARGA1.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=15,FILE='FATORCARGA2.DAT',STATUS='UNKNOWN')

PI = 4.0D0*DATAN(1.0D0)

WRITE(12,6002)

WRITE(13,6004)

6002

FORMAT(12X,'L',10X,'KMROTSCHER',8X,'KMBOSCH',8X,'KMBIRGER',

8X,

&'KMDANILOW',/)

6004

FORMAT(12X,'L',10X,'KMFRITSCHER',8X,'KMWEISS',8X,'KMWILEMAN'
,8X,

&'KP',/)

6003 FORMAT(1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3)

READ(11,*)EL,S,D,A,B,DP

C

L=0.01

DO 10 I=1,140

KMROTSCHER=(PI*EL/(4*L))*((S+0.5*L)**2-D**2)

KMBOSCH=(PI*EL*D)/(2*(ALOG(((S+L-D)*(S+D))/((S+L+D)*(S-D))))))

KMBIRGER=(PI*EL/2)*D*0.4/(ALOG((S+0.4*L-D)*(S+D)/((S+0.4*L+D)*
&(S-D))))

KMDANILOW=(EL*D**2/L)/(0.5-0.1*(L/D)+0.007*(L/D)**2)

KMFRITSCHER=(PI*EL*D*1.82/4.)*((L/D)*(EL*0.001)**2)**(-0.16)

KMWEISS=(PI*EL/(4.*L))*((S+0.1*L)**2 - D**2)

KMWILEMAN= EL*D*A*EXP(B*D/L)

C RIGIDEZ DO PARAFUSO

AREA=PI*DP**2/4.

KP=EL*AREA/L

FIROTSCHER = KP/(KP + KMROTSCHER)

FIBOSCH = KP/(KP + KMBOSCH)

FIBIRGER = KP/(KP + KMBIRGER)

FIDANILOW = KP/(KP + KMDANILOW)

FIFRITSCHER = KP/(KP + KMFRITSCHER)

FIWEISS = KP/(KP + KMWEISS)

FIWILEMAN = KP/(KP + KMWILEMAN)

C

WRITE(*,*)L,KMROTSCHER,KMBOSCH,KMBIRGER,KMDANILOW




```

WRITE(12,6003)L,KMROTSCHER,KMBOSCH,KMBIRGER,KMDANILO
W
WRITE(13,6003)L,KMFRITSCHKE,KMWEISS,KMWILEMAN,KP
WRITE(14,6003)L,FIROTSCHER,FIBOSCH,FIBIRGER,FIDANILOW
WRITE(15,6003)L,FIFRITSCHKE,FIWEISS,FIWILEMAN,KP
L=L+0.001
10 CONTINUE
END

```

Dados de entrada do programa:

KM - rigidezes dos membros da junta, obtidas através das teorias propostas (Rötscher; Bosch; Birger; Danilow; Fritsche; Weiss e Wileman)

$$KP = \frac{\pi D P^2}{4L} \text{ (rigidez do parafuso)}$$

DP = 14mm (diâmetro do parafuso métrico M14x80)

L = (10 a 159) mm (intervalo de variação da espessura dos membros da junta)

D = 16mm (diâmetro do furo da junta)

S = 22mm (diâmetro da superfície de contato da cabeça do parafuso com a superfície dos membros da junta)

A e B - (constantes de Wileman) onde:

A= 0,78715 e B=0,62873 (para o aço)

A= 0,77871 e B=0,61616 (para o ferro fundido)

E = 207GPa (módulo de elasticidade do aço)

E = 80,37GPa (módulo de elasticidade do ferro fundido)

$$FI = \frac{KP}{KP + KM} \text{ (fator de carga para o parafuso)}$$



A.2 Programa para obtenções de rigidezes de membros, de parafusos e de fatores de cargas em função do diâmetro do parafuso

C CALCULO DE RIGIDEZ DE JUNTA

C

REAL

KMROTSCHER(10),KMBOSCH(10),KMBIRGER(10),KMDANILOW(10)

REAL

KMFRITSCHER(10),KMWEISS(10),KMWILEMAN(10),KP(10),L,A,EL,S(10)

REAL D(10),B,AREA

REAL FIROTSCHER(10),FIBOSCH(10),FIBIRGER(10),FIDANILOW(10)

REAL FIFRITSCHER(10),FIWEISS(10),FIWILEMAN(10),DP(10)

C

OPEN(UNIT=11,FILE='DADOS2.IN ',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=12,FILE='RIGIDEZ12.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=13,FILE='RIGIDEZ22.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=14,FILE='FATORCARGA12.DAT',STATUS='UNKNOWN')

OPEN(UNIT=15,FILE='FATORCARGA22.DAT',STATUS='UNKNOWN')

PI = 4.0D0*DATAN(1.0D0)

WRITE(12,6002)

WRITE(13,6004)

6002

FORMAT(12X,'D',10X,'KMROTSCHER',8X,'KMBOSCH',8X,'KMBIRGER',
8X,

&'KMDANILOW',/)

6004

FORMAT(12X,'D',10X,'KMFRITSCHER',8X,'KMWEISS',8X,'KMWILEMAN
,8X,

&'KP',/)

```
6003 FORMAT(1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3,1X,E15.3)
```

```
READ(11,*)EL,A,B
```

```
C
```

```
DP(1)=0.006
```

```
DP(2)=0.008
```

```
DP(3)=0.010
```

```
DP(4)=0.012
```

```
DP(5)=0.014
```

```
DP(6)=0.016
```

```
DP(7)=0.018
```

```
DP(8)=0.020
```

```
DP(9)=0.022
```

```
DP(10)=0.024
```

```
D(1)=0.007
```

```
D(2)=0.009
```

```
D(3)=0.011
```

```
D(4)=0.014
```

```
D(5)=0.016
```

```
D(6)=0.018
```

```
D(7)=0.020
```

```
D(8)=0.022
```

```
D(9)=0.024
```

```
D(10)=0.026
```

```
S(1)=0.010
```

```
S(2)=0.013
```

```
S(3)=0.017
```

```
S(4)=0.019
```

```
S(5)=0.022
```

```
S(6)=0.024
```

```
S(7)=0.027
```



S(8)=0.030

S(9)=0.032

S(10)=0.036

L=0.060

DO 10 I=1,10

KMROTSCHER(I)=(PI*EL/(4*L))*((S(I)+0.5*L)**2-D(I)**2)

KMBOSCH(I)=(PI*EL*D(I))/(2*(ALOG(((S(I)+L-D(I))*(S(I)+D(I)))/((S(I)&+L+D(I))*(S(I)-D(I))))))

KMBIRGER(I)=(PI*EL/2)*D(I)*0.4/(ALOG((S(I)+0.4*L-D(I))*(S(I)+D(I))&/((S(I)+0.4*L+D(I))*(S(I)-D(I)))))

KMDANILOW(I)=(EL*D(I)**2/L)/(0.5-0.1*(L/D(I))+0.007*(L/D(I))**2)

KMFRITSCH(I)=(PI*EL*D(I)*1.82/4.)*((L/D(I))*(EL*0.001)**2)**&(-0.16)

KMWEISS(I)=(PI*EL/(4.*L))*((S(I)+0.1*L)**2 - D(I)**2)

KMWILEMAN(I)= EL*D(I)*A*EXP(B*D(I)/L)

C RIGIDEZ DO PARAFUSO

AREA=PI*DP(I)**2/4.

KP(I)=207e9*AREA/L

FIROTSCHER(I)= KP(I)/(KP(I) + KMROTSCHER(I))

FIBOSCH(I) = KP(I)/(KP(I) + KMBOSCH(I))

FIBIRGER(I) = KP(I)/(KP(I) + KMBIRGER(I))

FIDANILOW(I) = KP(I)/(KP(I) + KMDANILOW(I))

FIFRITSCH(I) = KP(I)/(KP(I) + KMFRITSCH(I))

FIWEISS(I) = KP(I)/(KP(I) + KMWEISS(I))

FIWILEMAN(I) = KP(I)/(KP(I) + KMWILEMAN(I))

C

WRITE(*,*)DP(I),KMROTSCHER(I),KMBOSCH(I),KMBIRGER(I),KMDANILOW(I)

WRITE(12,6003)DP(I),KMROTSCHER(I),KMBOSCH(I),KMBIRGER(I),&KMDANILOW(I)




```

WRITE(13,6003)DP(I),KMFRITSCH(I),KMWEISS(I),KMWILEMAN(I),K
P(I)
WRITE(14,6003)DP(I),FIROTSCHER(I),FIBOSCH(I),FIBIRGER(I),
&FIDANILOW(I)
WRITE(15,6003)DP(I),FIFRITSCH(I),FIWEISS(I),FIWILEMAN(I),KP(I)
10 CONTINUE
END

```

Dados de entrada do programa:

KM - (rigidez dos membros da junta)

KP = $\frac{\pi DP^2}{4L}$ (rigidez do parafuso)

*DP - (diâmetro do parafuso métrico)

L = 60mm (espessura dos membros da junta aparafusada)

*D - (diâmetro do furo da junta)

*S - (diâmetro da superfície de contato da cabeça do parafuso com a superfície dos membros da junta)

A e B - (constantes de Wileman) onde:

A= 0,78715 e B=0,62873 (para o aço)

A= 0,77871 e B=0,61616 (para o ferro fundido)

E = 207GPa (módulo de elasticidade do aço)

E = 80,37GPa (módulo de elasticidade do ferro fundido)

FI = $\frac{KP}{KP + KM}$ (fator de carga para o parafuso)



TABELA A.1 - Tabela de dados (*) referentes a parafusos métricos, conforme
Manfé et all.

PARAFUSO MÉTRICO	DP (mm)	D (mm)	S (mm)
M6	6	7	10
M8	8	9	13
M10	10	11	17
M12	12	14	19
M14	14	16	22
M16	16	18	24
M18	18	20	27
M20	20	22	30
M22	22	24	32
M24	24	26	36

APÊNDICE B

DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS UTILIZADOS NA PARTE EXPERIMENTAL

B.1 Usinagem dos flanges das vigas com extremidades flangeadas

- fresadora universal, marca Rocco, modelo RFU-1-A.
- furadeira radial, marca Rocco, modelo R-60H.
- rugosímetro digital, marca Mitutoyo, com precisão de leitura de $0,01\mu\text{m}$, utilizado na obtenção de valores de rugosidade R_a , referente às superfícies de contato dos flanges (acabamento fresado).

B.2 Ensaio de flexão das vigas contínua e com junta aparafusada

Este ensaio foi utilizado com a finalidade de se obter as rigidezes estáticas das vigas quanto à flexão, bem como na obtenção do módulo de elasticidade experimental referente ao ferro fundido cinzento (material das vigas).

Neste ensaio foram utilizados os seguintes equipamentos:

- máquina universal de tração e flexão (aplicar cargas de flexão nas vigas, as quais foram aplicadas na faixa de 0 a 8000 kgf com carga mínima de 20kgf)
- relógio comparador, marca Starret, com faixa de utilização de 0,01mm a 25mm e com precisão de 0,01mm (leitura das deflexões das vigas).
- base magnética, marca Mitutoyo.



B.3 Calibrações dos extensômetros elétricos embutidos nos parafusos

Nas calibrações dos extensômetros elétricos foram utilizados os seguintes equipamentos:

- máquina universal de ensaio de tração e flexão (aplicar cargas de tração nos parafusos).
- ponte amplificadora para extensometria, marca Interface, modelo AB-120/350 (leitura das tensões de saída, com faixa de leitura de 0 a 20mV, com leitura mínima de 0,01mV).

B.4 Frequências experimentais de vibrações das vigas e amortecimento material

Os equipamentos utilizados nestes respectivos ensaios (bancada de instrumentação) foram:

- acelerômetro piezoelétrico, modelo KD-35, marca Robotron, com faixa de utilização de 0,0032mm a 0,1mm, precisão de 0,0005mm, velocidade de coleta de sinais de 2 MHz, com massa total de 67g.
- analisador de vibrações, marca Robotron, contendo: amplificador de sinais; filtro; freqüencímetro com faixa de utilização de 1Hz a 10Hz.
- ponte amplificadora para extensometria (leitura das tensões de saída dos extensômetros elétricos embutidos nos parafusos).
- placa conversora analógica-digital, modelo CAD 12/36, velocidade de coleta de sinais de 20 MHz, da Linx Tecnologia Eletrônica.
- software de aquisição de dados analógicos AQDADOS, da Linx Tecnologia Eletrônica.
- software de análise e manipulação de sinais SISDIN, da Linx Tecnologia Eletrônica.
- microcomputador tipo PC.



APÊNDICE C

ENSAIO DE DUREZA DO FERRO FUNDIDO CINZENTO

C.1 *Objetivo*

Este ensaio teve como objetivo obter a dureza do ferro fundido cinzento (material das vigas), a qual será utilizada para estimar a resistência à tração do mesmo, bem como o seu módulo de elasticidade (apêndice D).

C.2 *Dureza Brinell*

Conforme Garcia et al (2000), o ensaio de dureza Brinell, consiste em comprimir uma esfera de aço temperado na superfície do material ensaiado (dureza por penetração), gerando uma calota esférica, conforme mostra a figura A.1.

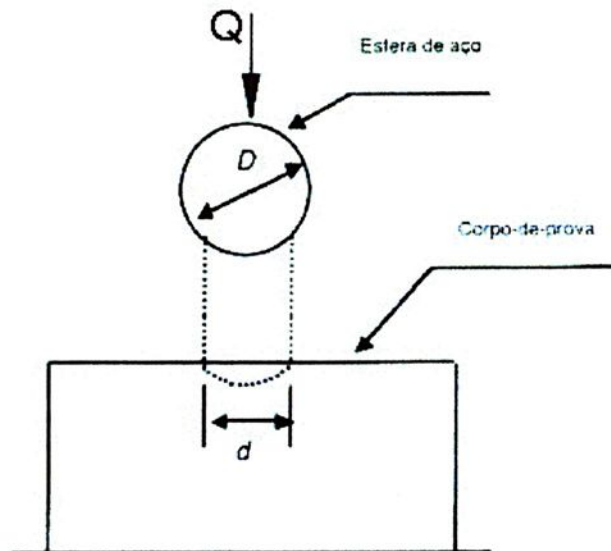


FIGURA C.1- Ensaio de dureza Brinell- representação esquemática.

A dureza Brinell, é o quociente da carga aplicada P , pela área da calota esférica S , dada por:

$$HB = P/S \quad (C.1)$$

Onde:

- HB - Dureza expressa em termos de tensão (Pa)
- P - Carga de impressão (N)
- S - Área da calota esférica impressa (mm^2)

De acordo com a equação A.1, a dureza corresponde a uma tensão, o que permite estabelecer relações entre dureza e outras propriedades mecânicas dos materiais.

Introduzindo-se a superfície da calota esférica na equação A.1, obtém-se:

$$HB = 0,102 \frac{2P}{(\pi D) \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} \quad (C.2)$$

Onde:

- D - Diâmetro do penetrador (mm)
- d - Diâmetro da impressão (mm)

C.3 Ensaios de dureza

A tabela A.1, mostra os valores dos diâmetros d (diâmetro da impressão), obtidos nos ensaios de dureza Brinell para o ferro fundido, utilizando-se uma esfera de aço com $D=2,5\text{mm}$, e uma carga de impressão $P=1837,5\text{N}$



TABELA C.1 - Ensaio de dureza Brinell-diâmetros das impressões

ENSAIO	DIÂMETRO DA IMPRESSÃO (mm)
1	1.15
2	1.20
3	1.10
4	1.18
VALOR MÉDIO	1.15

Substituindo os valores de $P = 1837,5\text{N}$; $D = 2,5\text{mm}$ e $d = 1,15\text{mm}$, na equação A.2, obtém-se um valor de dureza Brinell para o ferro fundido cinzento de 170,54 HB.

APÊNDICE D

PROPRIEDADES TÍPICAS DO FERRO FUNDIDO CINZENTO

D.1 *Propriedades mecânicas: resistência x dureza.*

A tabela D.1, conforme Metals Handbook (1978), apresenta as propriedades mecânicas típicas do ferro fundido cinzento, segundo classificação da Sociedade Americana para Ensaio de Materiais (ASTM).

TABELA D.1 - Propriedades mecânicas típicas do ferro fundido cinzento – (ASTM)

CLASSE ASTM	RESISTÊNCIA (MPa)			DUREZA BRINELL (HB)
	TRAÇÃO	CISALHAMENTO	COMPRESSÃO	
20	152	179	572	156
25	179	220	669	174
30	214	276	752	201
35	252	334	855	212
40	293	393	965	235
50	362	503	1130	262
60	431	610	1293	302

Obs:

- 1) Um ferro fundido da classe no. 20 possui uma resistência mínima à tração de 152MPa.

- 2) O ferro fundido cinzento utilizado nos corpos de prova (vigas), pode ser enquadrado na classe no. 25, tendo em vista o valor de dureza obtido para o mesmo (170, 54 HB).
- 3) Através de interpolação de valores de resistência à tração e dureza Brinell das classes 20 e 25, um valor estimado de resistência à tração é obtido para o ferro fundido (173,81 Mpa), em função da dureza experimental obtida (170,54 HB).

D.2 *Módulo de elasticidade*

A tabela D.2, conforme Metals Handbooks (1978), apresenta o módulo de elasticidade típico do ferro fundido cinzento, segundo classificação da ASTM.

TABELA D.2 - Módulo de elasticidade típico do ferro fundido cinzento.

CLASSE ASTM	MÓDULO DE ELASTICIDADE (GPa)		DUREZA BRINELL (HB)
	LONGITUDINAL	TRANSVERSAL	
20	66 a 97	27 a 39	156
25	79 a 102	32 a 41	174
30	90 a 113	36 a 45	201
35	100 a 119	40 a 48	212
40	110 a 138	44 a 54	235
50	130 a 157	50 a 55	262
60	141 a 162	54 a 59	302

Obs.: Tendo em vista o valor de dureza obtido para o ferro fundido cinzento (170,54 HB), os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, podem ser enquadrados na classe ASTM 25, isto é, nas faixas de (79 a 102) GPa e (32 a 41) GPa respectivamente.



APÊNDICE E

CONSIDERAÇÕES SOBRE O FERRO FUNDIDO CONFORME CHIAVERINI (1998)

E.1 *Definição – ferro fundido*

É a liga ferro-carbono-silício (Fe-C-Si), de teores de carbono geralmente acima de 2,0%, em quantidade superior à que é retida em solução sólida na austenita, de modo a resultar carbono parcialmente livre, na forma de veios ou lamelas de grafita.

E.2 *Definição – ferro fundido cinzento*

É uma liga de ferro fundido de coloração escura, caracterizada por apresentar como elementos de liga fundamentais o carbono e o silício, e estrutura em que uma parcela relativamente grande do carbono está no estado livre (grafita lamellar), e outra parcela no estado combinado de carboneto de ferro (Fe_3C).

O carbono determina a quantidade de grafita que se pode formar e o silício é essencialmente grafitizante, favorecendo a decomposição do carboneto de ferro (Fe_3C).

A figura E.1, mostra as faixas dos teores de carbono e silício das ligas ferrosas.



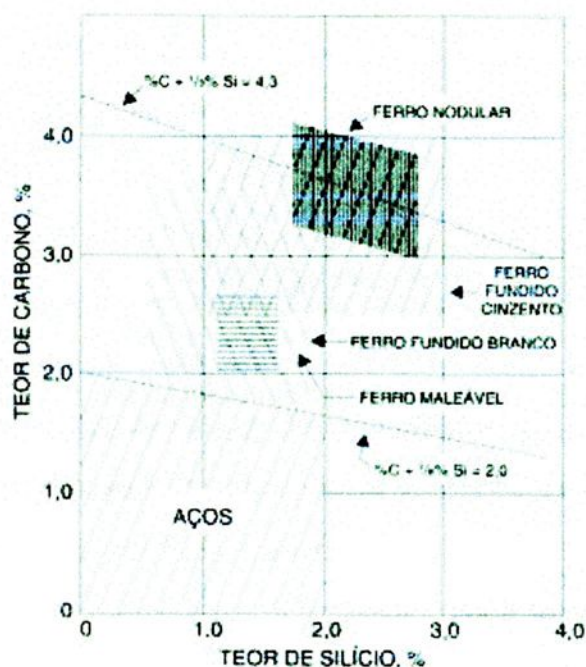


FIGURA E.1 – Faixa aproximada de quantidade de carbono e silício nas ligas ferrosas

No caso dos ferros fundidos utiliza-se uma fórmula que possibilita levar em consideração o efeito do silício nas transformações estruturais e, portanto, nas propriedades dos ferros fundidos, em que o silício está presente em teores relativamente elevados.

Esse conceito é o do carbono equivalente, e é representado pela fórmula:

$$C.E. = \%C + \frac{1}{3} (\%Si) \quad (E.1)$$

E.3 Propriedades dos ferros fundidos cinzentos

E.3.1 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade dos ferros fundidos não é uma constante, o que significa que esses materiais não obedecem a lei de Hooke, proporcionalidade entre tensão e deformação.

Determina-se esse valor arbitrariamente, como sendo a inclinação da linha que une o ponto de origem da curva tensão- deformação e o ponto correspondente a $\frac{1}{4}$ do limite de resistência à tração.

O módulo de elasticidade dos ferros fundidos assim determinados, varia de 73,58 a 152, 06 GPa , dependendo pois, do limite de resistência à tração do material e do volume, forma e distribuição da grafita.

A figura E.2, ilustra as curvas tensão- deformação típica para três classes de ferro fundido cinzento, conforme Metals Handbook (1978).

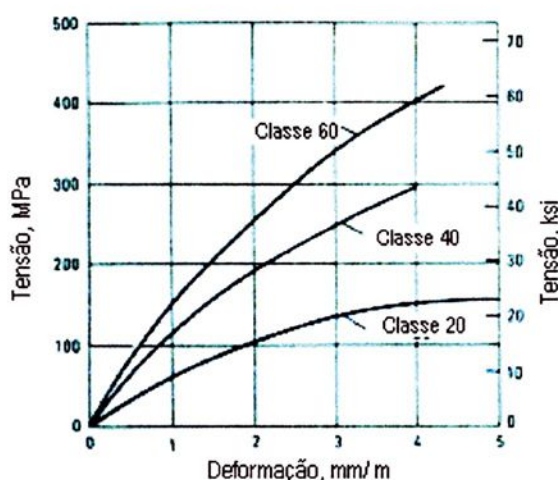


FIGURA E.2 – Curvas tensão- deformação típica para três classes de ferro fundido cinzento.

O módulo de elasticidade do ferro fundido varia com a amostra ensaiada, mesmo sendo as amostras oriundas de uma mesma peça fundida, isto em decorrência da grande anisotropia do material.

E.3.2 Resistência à tração e dureza

A resistência à tração é a propriedade mais importante e o próprio agrupamento dos ferros fundidos em classes por diversas normas é feito com base nos valores de limite de resistência à tração.

A dureza varia nos ferros fundidos em geral, desde valores correspondentes a 100 Brinell para os ferros fundidos cinzentos ou de grande usinabilidade até 600 Brinell para ferros fundidos coquilhados. A interpretação das determinações de dureza pode levar a julgamentos errôneos sobre a qualidade do material em face da presença de grande quantidade de grafita que se esmaga com facilidade.

A figura E.3, estabelece as relações entre dureza e resistência à tração para o ferro fundido cinzento, para o ferro maleável e dútil, e o aço.

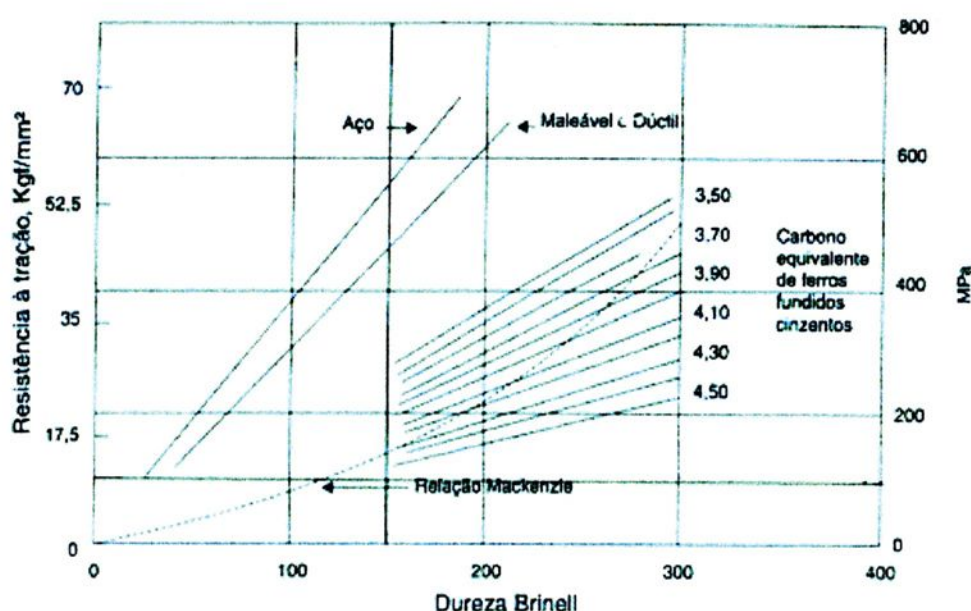


FIGURA E.3 – Relações entre dureza e resistência à tração para o ferro fundido cinzento (relações de Mackenzie)

Obs.:

Do gráfico da figura E.3, pode-se estimar para os ferros fundidos cinzentos com dureza Brinell entre 150 e 200 HB, e resistência à tração entre

150 e 200 MPa, uma porcentagem de carbono equivalente na faixa de 4,00 a 4,50%.

E.3.3 Efeito da espessura das peças

A seção das peças é outro fator significativo a influenciar as propriedades mecânicas dos ferros fundidos cinzentos, isto devido ao efeito da velocidade de resfriamento, a qual, se lenta, proporciona maior quantidade de carbono livre ou grafita e, se rápida, pode levar à formação de ferro fundido branco, com apreciáveis variações nas propriedades mecânicas principalmente dureza e desgaste.

Devido ao efeito dimensional, por exemplo, a resistência à tração em particular de uma peça de ferro fundido cinzento de análise determinada, dependerá do tipo de material do molde e das dimensões das seções.

O conceito de carbono equivalente também pode ser aplicado na variação dimensional.

A figura E.4, relaciona a espessura da seção e à resistência à tração com o carbono equivalente.

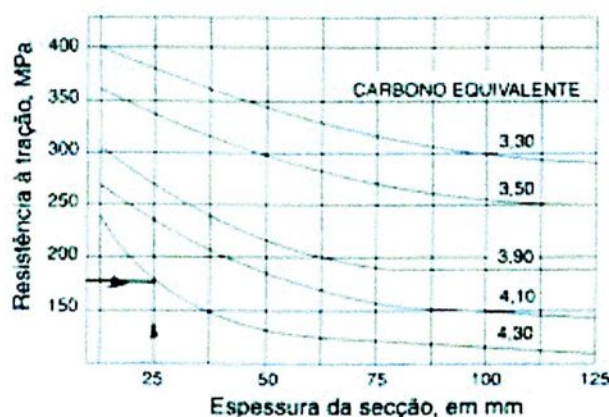


FIGURA E.4- Efeito do carbono equivalente na resistência à tração do ferro fundido cinzento em função da espessura da seção

Do gráfico da figura E.4, pode-se estimar para o ferro fundido cinzento, utilizado nos corpos de prova (vigas), uma porcentagem de carbono equivalente de 4,30%, tendo em vista a resistência à tração estimada (173,81 MPa), e a espessura das seções das peças fundidas (25mm), conforme item 5.3.1 (moldes de madeira).

E.3.4 Capacidade de amortecimento

Define-se capacidade de amortecimento como habilidade de um metal absorver vibrações, resultantes de tensões cíclicas, por fricção interna, transformando a energia mecânica em calor. A importância dessa propriedade reside no fato de que esse material tem grande aplicação em máquinas-ferramentas, sobretudo nas suas bases.

A maior capacidade de amortecimento do ferro fundido, em relação ao aço é atribuída aos veios de grafita, os quais, por não apresentarem resistência mecânica, constituem espécies de vazios na estrutura do material, o que permite deformação plástica do material localizado ao redor dos veios, sob tensões normais menores que em outros casos.



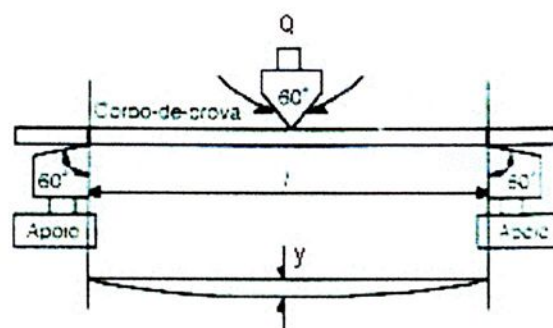
APÊNDICE F

ENSAIO DE FLEXÃO

F.1 Definição

Conforme Garcia et al (2000), o ensaio de flexão consiste na aplicação de uma carga Q , no centro de um corpo-de-prova específico, apoiado em dois pontos. O valor da carga aplicada versus o deslocamento do ponto central é a resposta do ensaio.

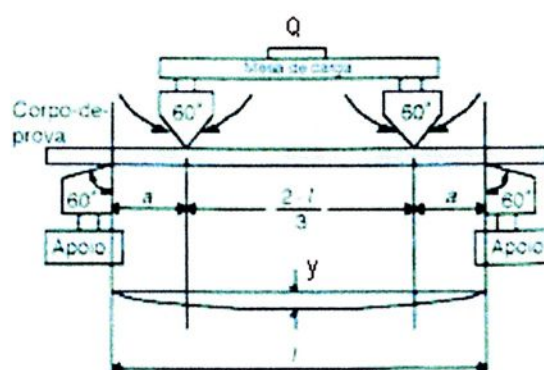
Se no ensaio for utilizada uma barra bi-apoiada com aplicação de carga no centro da distância entre os apoios, ou seja, se existirem três pontos de carga, o ensaio é chamado de ensaio de flexão em três pontos, conforme ilustra a figura F.1.



(A) Ensaio de flexão em três pontos

FIGURA F.1 – Ensaio de flexão em três pontos

Se o ensaio consistir em uma barra bi-apoiada com aplicação de carga em dois pontos equidistantes dos apoios, ou seja, se existirem quatro pontos de carga, o ensaio é chamado de ensaio de flexão em quatro pontos, conforme ilustra a figura F.2.



(B) Ensaio de flexão em quatro pontos

FIGURA F.2 – Ensaio de flexão em quatro pontos

Trata-se de uma ensaio bastante aplicado em materiais frágeis ou de elevada dureza como no caso de ferro fundido, aço-ferramenta, aços rápidos e cerâmicos estruturais, pois esses materiais, devido à baixa ductilidade, não permitem ou dificultam a utilização de outros tipos de ensaios mecânicos como por exemplo tração.

Por meio do ensaio de flexão é possível obter informações importantes sobre o comportamento dos materiais quando submetidos a esforços de flexão.

Entre estas informações destacam-se:

- módulo de ruptura na flexão
- módulo de elasticidade
- módulo de resiliência
- módulo de tenacidade

O ensaio de flexão é um ensaio bastante empregado para o controle das especificações mecânicas de componentes. Os resultados fornecidos pelo ensaio de flexão podem variar com a temperatura, a velocidade de aplicação da carga, os defeitos superficiais e as características microscópicas e, principalmente com a geometria da seção transversal da amostra.

F.2 Módulo de elasticidade E

A medida da flecha $y(m)$, para cada carga aplicada $Q(N)$, permite a determinação do módulo de elasticidade (Pa) do material, a partir da equação da linha elástica.

F.3 Equação da linha elástica – SHIGLEY (1988)

Para a viga simplesmente apoiada (Fig. 5.9), temos:

Reações nos apoios da viga:

$$R_1 = R_2 = \frac{Wl}{2} + \frac{Q}{2}$$

O momento entre $x = 0$ e $x = l/2$, é:

$$M = \left(\frac{Wl}{2} + \frac{Q}{2} \right) x - \frac{Wx^2}{2}$$

A energia de deformação para a viga inteira é o dobro da energia para a metade da viga, desprezando-se o cisalhamento direto, isto é,

$$U = 2 \int_0^{l/2} \left(\frac{M^2}{2EI} \right) dx$$

A deflexão no centro da viga é dada por:

$$y_{\max} = \partial U / \partial Q \quad (\text{Teorema de Castigliano})$$

Portanto:

$$y_{\max} = 2 \int_0^{l/2} \left(\frac{2M}{2EI} \frac{\partial M}{\partial Q} \right) dx = \frac{2}{EI} \int_0^{l/2} \left(M \frac{\partial M}{\partial Q} \right) dx$$

Resolvendo esta integral, obtém-se:

$$y_{\max} = \frac{1}{EI} \left(\frac{5Wl^2}{384} + \frac{Ql^3}{48} \right) \quad (\text{F.1})$$

Obs.:

1) Fórmulas

$W = \delta_{\text{ferro}} \cdot A = \delta_{\text{ferro}} \cdot b \cdot h$ (carga uniformemente distribuída)

$I_z = \frac{bh^3}{12}$ (momento de inércia)

2) Dados da viga contínua

$\delta_{\text{ferro}} = 71050 \text{ N}/10^9 \text{ mm}^3$ (peso específico)

$m = 14,13 \text{ kg}$ (massa)

$b = 70 \text{ mm}$ (largura)

$h = 20 \text{ mm}$ (espessura)

