

**FELIPE DOMINGUES SIMÕES**

**Gráficos de controle de  $\bar{X}$  com regras especiais de decisão  
e amostra de tamanho variável**

**Felipe Domingues Simões**

**Gráficos de controle de  $\bar{X}$  com regras especiais de decisão  
e amostra de tamanho variável**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso em Graduação em Engenharia de Produção Mecânica, da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup> Marcela Aparecida Guerreiro Machado

Guaratinguetá - SP  
2017

S593g

Simões, Felipe Domingues

Gráficos de controle de X com regras especiais de decisão e amostra de tamanho variável / Felipe Domingues Simões – Guaratinguetá, 2017.

42 f : il.

Bibliografia: f. 40-41

Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica –  
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de  
Guaratinguetá, 2017.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marcela Aparecida Guerreiro Machado

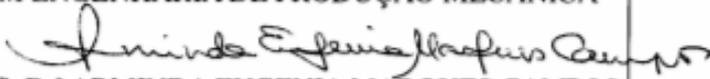
1. Controle de processo – Métodos estatísticos. 2. Controle de  
qualidade. 3. Engenharia de produção I. Título

CDU 658.5

**FELIPE DOMINGUES SIMÕES**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO  
COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
“GRADUADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA”

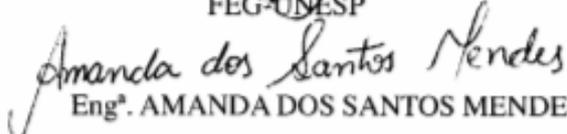
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO  
DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA

  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup> ARMINDA EUGENIA MARQUES CAMPOS  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA:**

  
Prof.<sup>a</sup>. Dr.<sup>a</sup>. MARCELA APARECIDA GUERREIRO MACHADO  
Orientadora/FEG-UNESP

Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS  
FEG-UNESP

  
Eng.<sup>a</sup>. AMANDA DOS SANTOS MENDES  
FEG-UNESP

Novembro de 2017

## **DADOS CURRICULARES**

### **FELIPE DOMINGUES SIMÕES**

NASCIMENTO	18.08.1992- SÃO PAULO / SP
FILIAÇÃO	Marcos da Costa Simões Helvana Domingues
2011/2017	Curso de Graduação Engenharia de Produção Mecânica - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista

Dedico este trabalho especialmente à minha família.  
Obrigado pelo apoio, dedicação e confiança ao longo  
de todos esses anos de formação acadêmica.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, *Marcos e Helvana*, que sempre me apoiaram e garantiram as melhores condições para meus estudos e crescimento pessoal. Agradeço também ao meu irmão, *Marcello*, pelo companheirismo que foi fundamental em minha trajetória pessoal e acadêmica.

À minha orientadora, *Prof. Dr<sup>a</sup> Marcela Aparecida Guerreiro Machado*, e ao *Prof. Dr Antonio Fernando Branco Costa* pela dedicação na orientação acadêmica desde 2013, quando comecei minha iniciação científica, e pelo incentivo na busca pelo conhecimento e colaboração com a comunidade científica.

Aos funcionários, professores e colegas da *Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá*, pela influência positiva em minha formação e pelo empenho em manter a excelência dessa instituição de ensino.

Por fim, agradeço aos meus familiares e amigos que, de forma direta ou indireta, contribuíram com minha formação e conclusão deste trabalho.

## RESUMO

Diversas regras especiais de decisão e esquemas de amostragem vem sendo projetadas para os gráficos de controle de  $\bar{X}$  de forma a detectar mais rapidamente as pequenas alterações na média do processo e tornar o monitoramento mais econômico. Neste trabalho estudam-se, por meio de simulações, as propriedades dos gráficos de controle com regras especiais de decisão e amostras de tamanho variável. Foi utilizado para criação dos códigos computacionais a linguagem FORTRAN, e por meio dos resultados obtidos pelas simulações, foi testada e avaliada a eficiência dos gráficos, ou seja, os tempos médios que estes dispositivos demandam para sinalizar uma alteração no processo. As simulações tiveram como saída, valores referentes ao número médio de amostras até o alarme do gráfico e assim puderam ser analisadas e comparadas com os modelos apresentados na literatura. As regras especiais combinadas com esquemas de amostragem melhoraram a eficiência do gráfico de controle.

**PALAVRAS-CHAVE:** Gráfico de controle. *Variable Sample Size. Side-sensitive synthetic.*

## **ABSTRACT**

Several special run rules and sampling schemes are being designed for the  $\bar{X}$  control charts in a way to detect more rapidly the small shifts in the process mean and make monitoring more economic. In this work, it is studied by simulation, the properties of the  $\bar{X}$  control chart with special run rules and variable sample size. For the development of the computational codes, it was used FORTRAN programming language, and with the simulation's results, it was tested and assessed the efficiency of the control charts, which is the average run time that these charts demand to sign a shift in the process mean. The simulation outputs are the values of the studied control chart's Average Run Length (ARL) which made possible to analyze and compare with the models presented in the literature. The special run rules combined with the sampling schemes enhance the efficiency of the control chart.

**KEYWORDS:** Control chart. Variable Sample Size. Side-sensitive synthetic.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Representação de um gráfico de controle.....	18
Figura 2- Gráfico de $\bar{X}$ com processo em controle.....	19
Figura 3- Gráfico de $\bar{X}$ com processo fora de controle.....	19
Figura 4- Gráfico de $\bar{X}$ com regra <i>Synthetic</i> .....	21
Figura 5- Gráfico de $\bar{X}$ com amostras de tamanho variável.....	23
Figura 6- Tipos de Pesquisa.....	24
Figura 7- Quantidade de artigos com os temas <i>synthetic</i> e <i>control charts</i> por ano.....	25
Figura 8- Quantidade de artigos com os temas <i>VSS</i> e <i>control charts</i> por ano.....	26
Figura 9- Gráfico de controle <i>SSVSS</i> .....	28
Figura 10- Valores de NMA para os gráficos de <i>SSVSS</i> e <i>SVSS</i> .....	34
Figura 11- Valores de NMA para os gráficos de <i>SSVSS</i> , <i>SVSS</i> , <i>Synthetic <math>\bar{X}</math></i> e <i>VSS</i> .....	36

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Valores de NMA <sub>t</sub> , NMAs e erros para o gráfico <i>Side-sensitive Synthetic</i> .....	30
Tabela 2- Valores de NMA <sub>t</sub> , NMAs e erros para o gráfico VSS.....	30
Tabela 3- Valores de NMA <sub>t</sub> , NMAs e os erros para o gráfico SSVSS.....	31
Tabela 4- Efeito de L nos valores de NMA para o gráfico SSVSS.....	32
Tabela 5- Efeito de n <sub>2</sub> nos valores de NMA para o gráfico SSVSS.....	32
Tabela 6- Efeito de n <sub>1</sub> nos valores de NMA para o gráfico SSVSS.....	33
Tabela 7- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS e SVSS.....	34
Tabela 8- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS, SVSS, <i>Synthetic <math>\bar{X}</math></i> e VSS.....	35

## LISTA DE SÍMBOLOS

$X_i$	Variável de interesse $i$
$n$	Número de observações em uma amostra
$k$	Fator de abertura dos limites de controle
$w$	Fator de abertura dos limites de alarme
$z$	Fator de abertura dos limites médios
$LSC$	Limite superior de controle
$LIC$	Limite inferior de controle
$LC$	Limite de controle
$NMA$	Número médio de amostras até o sinal
$NMA_0$	Número médio de amostras até o sinal enquanto o processo está sob controle
$NMA_T$	Número médio de amostras até o sinal teórico
$NMA_S$	Número médio de amostras até o sinal, encontrado experimentalmente
$\alpha$	Probabilidade de alarme falso- erro do tipo I
$\beta$	Probabilidade de não-detecção- erro do tipo II
$p_d$	Poder de detecção do gráfico de controle
$\bar{X}$	Média amostral
$\bar{X}_i$	Média amostral da variável de interesse $i$
$\mu$	Média do processo
$\mu_{0i}$	Média de $X_i$ com o processo em controle
$\mu_0'$	Vetor de médias com o processo em controle
$\mu_1'$	Vetor de médias do processo após a ocorrência da causa especial
$\sigma_i^2$	Variância de $X_i$
$\varepsilon_\alpha$	Erro aleatório, em relação a $\sigma_\alpha$
$\delta_i$	Deslocamento de média da variável $X_i$ em relação ao seu valor-alvo
$\varepsilon_t$	Erro aleatório
$\sigma_\varepsilon$	Desvio-padrão do erro aleatório

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CRL	Quantidade de rodadas conformes (do inglês, <i>Conforming Run Length</i> )
CUSUM	Soma Acumulativa (do inglês, <i>Cummulative Sum</i> )
EWMA	Média móvel ponderada exponencialmente (do inglês, <i>Exponentially Weighted Moving-Average</i> )
VSS	Tamanho de amostras variável (do inglês, <i>Variable Sample Size</i> )
SVSS	<i>Synthetic Variable sample size</i>
SSVSS	<i>Side-sensitive Variable sample size</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÕES DA PESQUISA .....	13
1.2	OBJETIVOS, DELIMITAÇÃO DO TRABALHO E JUSTIFICATIVAS .....	14
1.2.1	<b>Objetivos</b> .....	<b>14</b>
1.2.2	<b>Delimitação do trabalho</b> .....	<b>14</b>
1.2.3	<b>Justificativas</b> .....	<b>15</b>
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	15
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>17</b>
2.1	GRÁFICOS DE CONTROLE .....	17
2.1.1	<b>Alarmes nos gráficos de controle</b> .....	<b>18</b>
2.1.2	<b>Eficiência dos gráficos de controle</b> .....	<b>19</b>
2.2	GRÁFICOS DE CONTROLE COM REGRAS ESPECIAIS DE DECISÃO .....	20
2.2.1	<b>Gráfico Synthetic X</b> .....	<b>21</b>
2.2.2	<b>Gráfico Side-sensitive Synthetic X</b> .....	<b>22</b>
2.3	GRÁFICOS DE CONTROLE COM ESQUEMAS DE AMOSTRAGEM.....	22
2.3.1	<b>Gráfico de controle com amostras de tamanho variável (VSS)</b> .....	<b>22</b>
<b>3</b>	<b>MÉTODO DE PESQUISA</b> .....	<b>24</b>
<b>4</b>	<b>MODELOS TEÓRICOS E SIMULAÇÕES</b> .....	<b>27</b>
4.1	MODELOS TEÓRICOS DOS GRÁFICOS DE CONTROLE SVSS E SSVSS .....	27
4.2	DESENVOLVIMENTO DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL .....	28
4.2.1	<b>Refinamento dos limites dos gráficos</b> .....	<b>28</b>
4.2.2	<b>Validação dos valores simulados</b> .....	<b>29</b>
4.3	ESTUDO DE DESEMPENHO DO GRÁFICO SSVSS.....	31
4.4	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE X.....	33
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>37</b>
5.1	VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTAS ÀS QUESTÕES DE PESQUISA .....	37
5.2	SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO .....	37
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>39</b>
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGO EM LINGUAGEM FORTRAN PARA DETERMINAR W</b> .....	<b>41</b>
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGO EM LINGUAGEM FORTRAN PARA DETERMINAR Z</b> .....	<b>42</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÕES DA PESQUISA

O controle e o monitoramento estatístico de processos é o conjunto de técnicas e ferramentas estatísticas que permitem a produção de produtos de alta qualidade. Dentre essas ferramentas, os gráficos de controle são amplamente usados para a detecção de mudanças e perturbações em processos de produção (SHONGWE; GRAHAM, 2016).

O controle da qualidade, principalmente por meio do uso de gráficos de controle, se faz fundamental na indústria para garantir um processo livre de causas especiais de variabilidade e, portanto, mais eficiente de forma a reduzir os custos de produção e mantendo as empresas competitivas no mercado (MASOOD; SHYEN, 2016).

Walter Shewhart elaborou o gráfico de controle de  $\bar{X}$  com a regra tradicional de detecção de perturbações nos processos que sinaliza quando a média amostral é plotada na região de ação do gráfico. Esse gráfico, porém, não é eficiente na detecção de desvios menores do que 1 desvio padrão na média do processo, nesses casos recomenda-se a utilização de regras especiais de decisão (COSTA, MACHADO; 2016).

Os gráficos de controle de  $\bar{X}$  com a regra especial de decisão *Synthetic* foram propostos por Wu e Spedding, esse gráfico só sinaliza uma perturbação no processo quando dois pontos de média amostral são plotados na zona de ação, sendo esses não muito distantes um do outro. Essa regra traz uma maior eficiência ao gráfico de Shewhart na detecção de pequenos desvios na média do processo e é menos suscetível à alarmes falsos (WU; SPEDDING, 2000). A versão *Side-sensitive* do gráfico de  $\bar{X}$  *Synthetic* foi elaborada para melhorar ainda mais a eficiência e detectar desvios ainda menores (MACHADO; COSTA, 2014). Essas regras serão detalhadas no Capítulo 2.

Os esquemas de amostragens foram introduzidos ao monitoramento de processos com gráficos de controle principalmente para reduzir o tamanho médio da amostra e tornar, portanto, o processo de inspeção mais econômico. O gráfico de controle de  $\bar{X}$  com amostras de tamanho variável (VSS) é um esquema de amostragem que traz uma grande economia e confiabilidade na detecção de causas especiais de variabilidade nos processos monitorados (COSTA, 1994).

Dada a importância de gráficos de controle eficientes no monitoramento de processos na indústria, para diminuir os prejuízos com itens produzidos fora das especificações e minimizar os custos de inspeção de amostras, tem-se algumas questões que motivaram este trabalho:

- Como aumentar o poder de detecção dos gráficos de controle da média amostral mantendo-se as mesmas taxas de alarmes falsos?
- Como validar modelos teóricos de gráficos de controle com regras especiais de decisão e amostra de tamanho variável?
- De que forma é possível analisar e replicar cenários de monitoramento com gráficos de controle com regras especiais de decisão combinadas com esquemas de amostragem?
- Quais são os melhores ajustes para os parâmetros dos gráficos de controle?

## 1.2 OBJETIVOS, DELIMITAÇÃO DO TRABALHO E JUSTIFICATIVAS

### 1.2.1 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é investigar as propriedades dos gráficos de controle de  $\bar{X}$  com as regras especiais de decisão *Synthetic* e *Side-sensitive Synthetic* combinados com o esquema de amostragem *Variable Sample Size* (VSS), por meio de simulações computacionais. Nos diferentes cenários estudados, a eficiência de detecção dos gráficos foi medida pelo número médio de amostras até o sinal (NMA).

O primeiro objetivo específico deste trabalho é validar o modelo de Cadeias de Markov dos gráficos de controle de  $\bar{X}$  que combinam a regra de decisão *Synthetic* com o esquema de amostragem VSS (SVSS) e o gráfico que combina a regra especial *Side-sensitive Synthetic* com o esquema de amostragem VSS (SSVSS), observado na literatura, por meio do desenvolvimento de códigos computacionais que simulam cenários de monitoramento com esses gráficos.

Este trabalho teve como segundo objetivo específico a análise dos parâmetros, alternando-os nas simulações, dos gráficos estudados para determinar os melhores ajustes para tornar os gráficos mais eficientes na detecção de perturbações no processo.

O terceiro objetivo específico deste trabalho é realizar comparações de eficiência de detecção entre os gráficos estudados e os gráficos tradicionais de  $\bar{X}$ , tabelando os resultados obtidos e disponibilizando-os como base para futuras pesquisas.

### 1.2.2 Delimitação do trabalho

O estudo apresentado neste trabalho não possui restrições físicas ou geográficas visto que se baseia em simulações utilizando a linguagem computacional FORTRAN.

Este trabalho tem como escopo de estudo, gráficos de controle da média amostral ( $\bar{X}$ ) univariados para o monitoramento de características de qualidade que seguem uma distribuição normal, sem autocorrelação, e parâmetros conhecidos. São considerados os erros estatísticos do tipo I (alarmes falsos) e do tipo II (não sinalizar um processo com perturbação na média).

### 1.2.3 Justificativas

Gráficos de controle são uma das principais técnicas de controle estatístico de processos (CEP) e o uso de tal técnica auxilia na redução da variabilidade e na melhoria do desempenho e manutenção da eficiência de processos de produção (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005; MONTGOMERY, 2008).

Em média, a versão *Side-sensitive* do gráfico de controle *Synthetic* da média amostral sinaliza 23% mais rápido que a versão padrão (MACHADO; COSTA, 2014).

O gráfico de controle da média amostral com o esquema de amostragem VSS é substancialmente mais rápido do que o gráfico padrão para detectar perturbações moderadas na média dos processos (COSTA, 1994).

Com a comprovada melhoria em poder de detecção nos gráficos de média amostral a partir da utilização de regras especiais de decisão e esquemas de amostragens, e considerando a oportunidade de melhorar o monitoramento da qualidade de processos para diminuir desperdícios e melhorar a eficiência na produção, este trabalho atende a importante demanda por estudos de gráficos de controle mais eficientes em diferentes cenários.

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta mais quatro capítulos, além desta introdução. O Capítulo 2 discorre sobre os conceitos básicos para o entendimento deste trabalho. Apresenta as definições encontradas na literatura sobre gráficos de controle e como aferir sua eficiência e como compara-los. Em seguida, apresenta-se também as regras especiais e esquemas de amostragem mais relevantes para esta pesquisa.

O Capítulo 3 é dedicado à apresentação do método de pesquisa utilizado, apresentando as etapas necessárias à realização deste trabalho. No Capítulo 4 são apresentados os resultados das simulações computacionais. Primeiramente, a validação com os modelos teóricos dos

gráficos que combinam as regras *Synthetic* e *Side-sensitive Synthetic* com o esquema de amostragem *Variable Sample Size* são apresentados e, em seguida, são mostrados os estudos de suas propriedades. Ao final do capítulo, são apresentadas algumas comparações de eficiência entre os gráficos estudados. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões e sugestões para futuras pesquisas, seguido das referências.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 GRÁFICOS DE CONTROLE

O principal objetivo do controle estatístico de processos (CEP) é a redução da variabilidade dos processos levando à uma grande melhoria no desempenho destes. Os gráficos de controle são, dentre as ferramentas do CEP, a mais importante delas. As variabilidades dos processos originam-se de duas fontes, as causas naturais e as causas especiais. As causas naturais são as variabilidades inerentes que sempre vão existir em todos processos de produção, enquanto que as causas especiais são variabilidades que não são comuns ao processo e pode-se determinar o fator que a origina (AMIRI; ALLAHYARI, 2012).

Os gráficos de controle são usados para monitorar o processo e detectar a presença de causas especiais antes que sejam produzidos muitos produtos não-conformes com os requisitos de qualidade. Quando uma ou mais observações são plotadas na região de ação do gráfico, ou seja, acima do limite superior de controle (LSC) ou abaixo do limite inferior de controle (LIC), o gráfico de controle sinaliza que alguma mudança ocorreu no processo e, portanto, este processo deve ser interrompido para que a equipe responsável investigue e identifique a fonte dessa perturbação (AMIRI; ALLAHYARI, 2012; MONTGOMERY, 2008). Os equacionamentos que definem o LSC e o LIC são apresentados, respectivamente, pelas equações (1) e (2), nos quais  $k$  é o fator de abertura dos limites de controle e é um parâmetro do gráfico de controle,  $\mu$  é a média populacional ou valor alvo da característica de qualidade monitorada,  $\sigma_0$  é a estimativa do desvio padrão do processo e  $n$  é o tamanho da amostra.

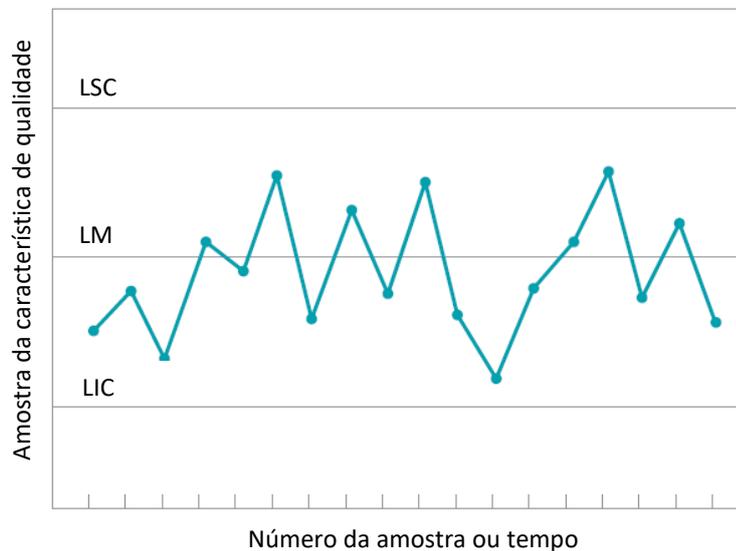
$$\text{LSC} = \mu + k \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

$$\text{LIC} = \mu - k \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

A forma típica de um gráfico de controle de  $\bar{X}$  é apresentada na Figura 1. Tal forma consiste em uma linha média (LM), a qual identifica o valor desejado para característica de qualidade monitorada com o processo em controle, e os limites de controle, LIC e LSC, os quais são definidos de forma que quase todos os pontos das observações das amostras, quando o processo está em controle, devem cair entre estes limites (MONTGOMERY, 2008). Nos gráficos de controle de  $\bar{X}$ , os pontos plotados no gráfico são as médias dos valores da

característica de qualidade de cada amostra de tamanho  $n$ . O tempo entre a coleta das amostras é igual ao longo do monitoramento (COSTA; EPPRECHT; CARPINETTI, 2005).

Figura 1- Representação de um gráfico de controle



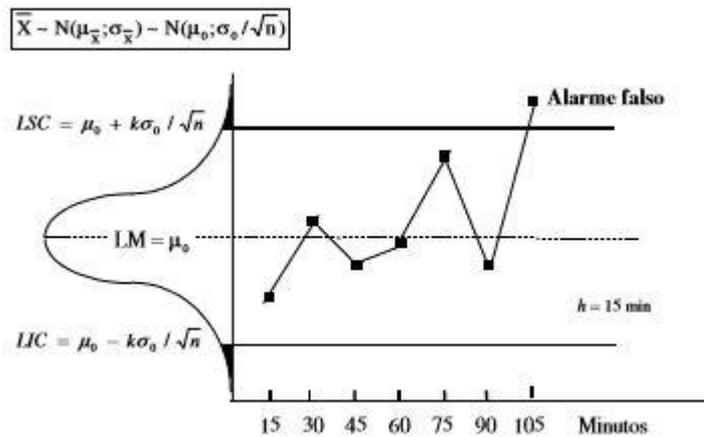
Fonte: Adaptado de Montgomery (2008)

### 2.1.1 Alarmes nos gráficos de controle

O monitoramento de processos por meio dos gráficos de controle funciona, basicamente, como uma sequência de testes de hipótese. A cada ponto plotado no gráfico, são sempre testadas duas hipóteses,  $H_0$ : processo livre de causas especiais;  $H_1$ : processo sob a influência de causas especiais (LEONI, 2015).

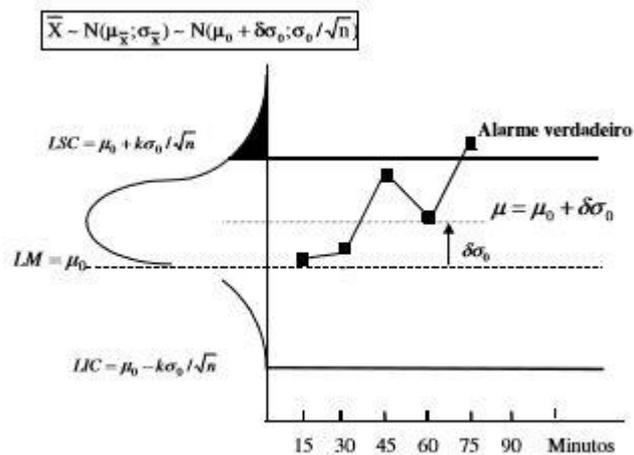
Quando o processo está em controle, ou seja, a hipótese  $H_0$  é verdadeira, o erro tipo I representa a probabilidade ( $\alpha$ ) de, erroneamente, se considerar fora de controle esse processo. No gráfico de controle de  $\bar{X}$  esse erro tipo I, como pode ser ilustrado na Figura 2, ocorre quando um ponto é plotado na região de ação do gráfico quando o processo está em controle. Se um processo estiver fora de controle, ou seja, a hipótese  $H_1$  é verdadeira, o erro tipo II representa a probabilidade ( $\beta$ ) de, erroneamente, se considerar esse processo sob controle. No gráfico de controle de  $\bar{X}$  esse erro tipo II, como pode ser exemplificado pelos quatro primeiros pontos no gráfico da Figura 3, ocorre toda vez que um ponto é plotando na região central entre os limites de controle, sendo que o processo está fora de controle (LEONI, 2015).

Figura 2- Gráfico de  $\bar{X}$  com processo em controle



Fonte: Costa, Epprecht, Carpinetti (2005).

Figura 3- Gráfico de  $\bar{X}$  com processo fora de controle



Fonte: Costa, Epprecht, Carpinetti (2005).

A ocorrência do erro tipo I, durante o processo de monitoramento, é prejudicial pois leva à interrupção desnecessária do processo, atrapalhando o processo de produção. Já a sucessiva ocorrência de erros tipo II também prejudica o processo de produção pois pode levar a produção de diversas peças não-conformes até o gráfico sinalizar essa perturbação.

### 2.1.2 Eficiência dos gráficos de controle

Nos gráficos de controle de  $\bar{X}$  as amostras são coletadas em intervalos de tempo constantes. Assim, a eficiência dos gráficos de controle é comumente medida pelo NMA. Essa estatística representa o tempo decorrido com o processo desregulado até que o gráfico

detectasse o desvio da média e o processo fosse interrompido e, portanto, o gráfico mais eficiente é aquele que apresenta o menor valor de NMA para um determinado cenário (HAQ, 2013; KHAM; ASLAM; JUN, 2017).

Para realizar a comparação de eficiência entre dois gráficos de controle que utilizam regras especiais distintas deve-se primeiro ajustar os fatores de abertura dos limites de controle ( $k$ ) de cada gráfico separadamente de forma que, quando o processo estiver em controle, ambos apresentem o mesmo número médio de amostras coletadas até o alarme falso ( $NMA_0$ ). Com os gráficos ajustados de forma que seus valores de  $NMA_0$  sejam iguais, simula-se então um desvio de  $\delta$  desvios-padrão na média do processo e compara-se os valores de NMA de cada gráfico e o que apresentar o menor valor de NMA é o mais eficiente para essa determinada situação. Portanto, os gráficos mais eficientes devem apresentar altos valores de  $NMA_0$ , ou seja, poucos alarmes falsos, e apresentar baixos valores de NMA, ou seja, detectar rapidamente as perturbações na média do processo (FANG; WANG; DENG, 2013).

## 2.2 GRÁFICOS DE CONTROLE COM REGRAS ESPECIAIS DE DECISÃO

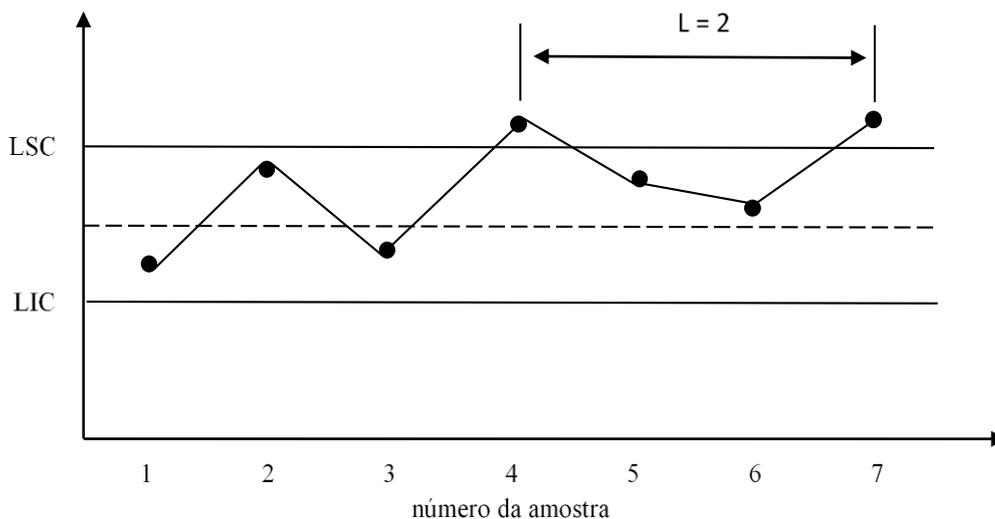
As regras especiais de decisão foram propostas com o intuito de melhorar a sensibilidade do gráfico de controle de Shewhart na detecção de pequenas e médias perturbações na média dos processos monitorados. Diversos autores elaboraram e apresentaram regras especiais que tornaram o gráfico de  $\bar{X}$  mais eficiente na detecção de causas especiais nos processos (RAKITZIS, 2017).

Gráficos como o EWMA e o CUSUM são melhores na detecção de pequenos desvios na média do processo quando comparados ao gráfico de  $\bar{X}$  de Shewhart, porém são menos eficientes na detecção de grandes desvios na média. Regras suplementares, como a regra 2-de-3 para o gráfico de Shewhart e o gráfico de controle *Conforming Run Length* (CRL), trouxeram uma melhoria na detecção de pequenas perturbações na média do processo sem aumentar a ocorrência de alarmes falsos (LUCUS; SACCUCCI, 1990; CHAMP; WOODALL, 1987; BOURKE, 1991; WU; SPEDDING, 2000).

### 2.2.1 Gráfico *Synthetic* $\bar{X}$

O gráfico *Synthetic*  $\bar{X}$  foi proposto por Wu e Spedding (2000) por meio da ideia de combinar o gráfico de  $\bar{X}$  de Shewhart e o gráfico CRL. Neste gráfico os limites de controle são definidos de forma semelhante ao gráfico tradicional de Shewhart, porém o gráfico só sinaliza um desvio na média do processo quando dois pontos de amostras são plotados fora dos limites de controle e não muito distantes um do outro. Quando a regra *Synthetic* está em uso, portanto, o processo só é considerado fora de controle quando um ponto é plotado acima do LSC ou abaixo do LIC e tenha um número menor ou igual a L amostras, dentro dos limites, entre este ponto e o último ponto plotado fora dos limites de controle, assim como ilustra a Figura 4.

Figura 4- Gráfico de  $\bar{X}$  com regra *Synthetic*



Fonte: Produção do próprio autor.

Neste gráfico de controle, além dos parâmetros já existentes no gráfico de Shewhart, como o fator de abertura dos limites ( $k$ ) e o tamanho da amostra ( $n$ ), também deve ser definido o valor inteiro para atribuir ao fator  $L$ .

A regra especial é atrativa para os usuários, pois a maioria deles prefere esperar um segundo ponto fora dos limites de controle para então investigar a causa especial que perturba o processo além de detectar perturbações na média do processo mais rapidamente.

### 2.2.2 Gráfico *Side-sensitive Synthetic $\bar{X}$*

Com o intuito de obter um gráfico ainda mais eficiente, Machado e Costa (2014) propuseram o *Side-sensitive Synthetic  $\bar{X}$  Chart* no qual a intervenção no processo ocorre apenas quando dois pontos, não muito distantes um do outro, são plotados fora dos limites de controle e do mesmo lado do gráfico em relação à média. O gráfico *Side-sensitive Synthetic  $\bar{X}$  Chart* detecta perturbações no processo com mais rapidez do que o *Synthetic  $\bar{X}$  Chart*.

A implementação da regra *Side-sensitive* ao gráfico *Synthetic  $\bar{X}$*  parte da ideia de que os desajustes no processo causam um desvio na média do processo para mais, aumentando o valor da média do processo, ou para menos, diminuindo o valor da média do processo. Os resultados mostram que, dependendo da magnitude do desvio na média do processo, o gráfico *Synthetic  $\bar{X}$*  sinaliza uma perturbação no processo 30% mais rápido quanto implementado com a regra *Side-Sensitive* (MACHADO; COSTA, 2014).

## 2.3 GRÁFICOS DE CONTROLE COM ESQUEMAS DE AMOSTRAGEM

Alguns autores propuseram gráficos de controle de  $\bar{X}$  que alteram o tamanho da amostra de forma dinâmica, durante o processo de monitoramento, para tornar o processo de monitoramento mais eficiente e econômico. Dentre os modelos que mais se destacam na literatura encontram-se o gráfico de  $\bar{X}$  com amostragem dupla (DS) e com amostras de tamanho variável (VSS) (PRAJAPATI; MAHAPATRA, 2009).

No gráfico de  $\bar{X}$  com amostragem dupla, sempre duas amostras são coletadas do processo e uma delas é inspecionada e se a média dessa primeira amostra for plotada fora dos limites de controle então a segunda amostra é inspecionada para confirmar o sinal do gráfico. Já no caso do gráfico de  $\bar{X}$  com amostras de tamanho variável, o tamanho da amostra é definido de acordo com a proximidade do valor alvo observada na inspeção da última amostra (PRAJAPATI; MAHAPATRA, 2009).

### 2.3.1 Gráfico de controle com amostras de tamanho variável (VSS)

O gráfico de controle VSS  $\bar{X}$  considera, além dos limites de controle, limites de advertência, portanto, limite superior de advertência (LSA) e limite inferior de advertência (LIA). Os equacionamentos que definem o LSA e o LIA são apresentados, respectivamente,

pelas equações (3) e (4), nas quais  $w$  é o fator de abertura dos limites de advertência e é um parâmetro do gráfico de controle.

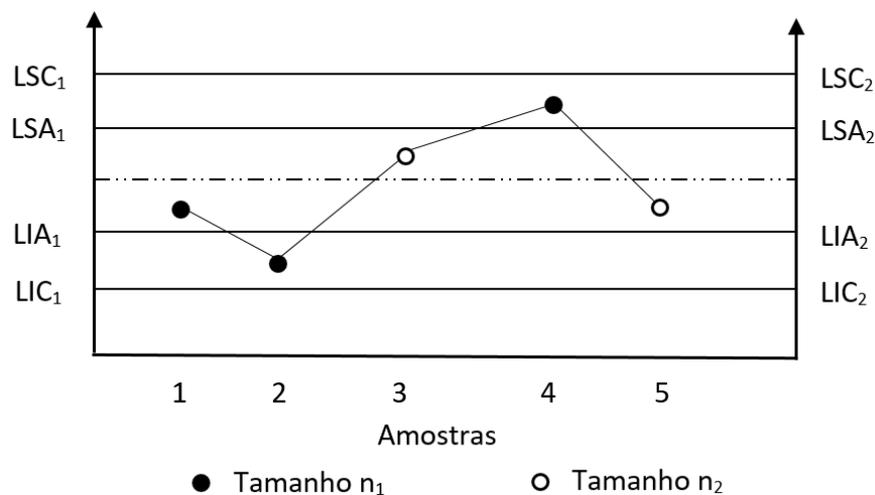
$$LSA = \mu + w \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

$$LIA = \mu - w \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (4)$$

Neste modelo de amostragem, tanto os limites de controle quanto os limites de advertência são relativos ao tamanho de amostra utilizado naquela inspeção, tamanho  $n_1$  para a amostra pequena e tamanho  $n_2$  para a amostra grande. Quando a média de uma amostra é plotada dentro dos limites de advertência, a próxima amostra a ser coletada terá tamanho  $n_1$ , mas se a média da amostra for plotada fora dos limites de advertência e dentro dos limites de controle, então a próxima amostra terá tamanho  $n_2$  (COSTA, 1994; PRAJAPATI; MAHAPATRA, 2009).

A Figura 5 ilustra o funcionamento do gráfico de controle de  $\bar{X}$  com amostras de tamanho variável. No exemplo da Figura 5, observa-se que a amostra 3 possui tamanho  $n_2$  pois a amostra o valor da média da amostra 2 foi plotada abaixo do  $LIA_1$ , da mesma forma a amostra 5 teve tamanho  $n_2$  pois a amostra 4 teve sua média amostral plotada acima do  $LSA_1$ .

Figura 5 – Gráfico de  $\bar{X}$  com amostras de tamanho variável



Fonte: Produção do próprio autor.

### 3 MÉTODO DE PESQUISA

Esta pesquisa utiliza uma abordagem quantitativa por usar valores gerados por simulações em linguagem computacional. A abordagem quantitativa se caracteriza pela análise e determinação de relações entre variáveis mensuradas em uma experimentação, sem interferir no valor da variável resposta, assim como ocorre neste trabalho (MIGUEL, 2012).

Quanto à natureza, a pesquisa pode ser classificada como aplicada por buscar desenvolver uma contribuição aplicável de imediato na indústria (PRODANOV; FREITAS, 2013).

Esta pesquisa é classificada como descritiva, quanto aos objetivos, uma vez que a finalidade da pesquisa é interpretar e analisar fenômenos em simulações sem interferir na resposta do processo (PRODANOV; FREITAS, 2013).

Quanto aos procedimentos, trata-se de uma pesquisa experimental. Segundo Prodanov e Freitas (2013), uma pesquisa experimental é definida pela seleção de um objeto de estudo e escolha das variáveis que podem influenciá-lo de forma a observar o comportamento desse objeto. A Figura 6 apresenta um esquema da classificação da pesquisa.

Figura 6- Tipos de pesquisa



Fonte: Adaptado de Prodanov e Freitas (2013).

As atividades executadas para o desenvolvimento dessa pesquisa estão descritas no Quadro 1.

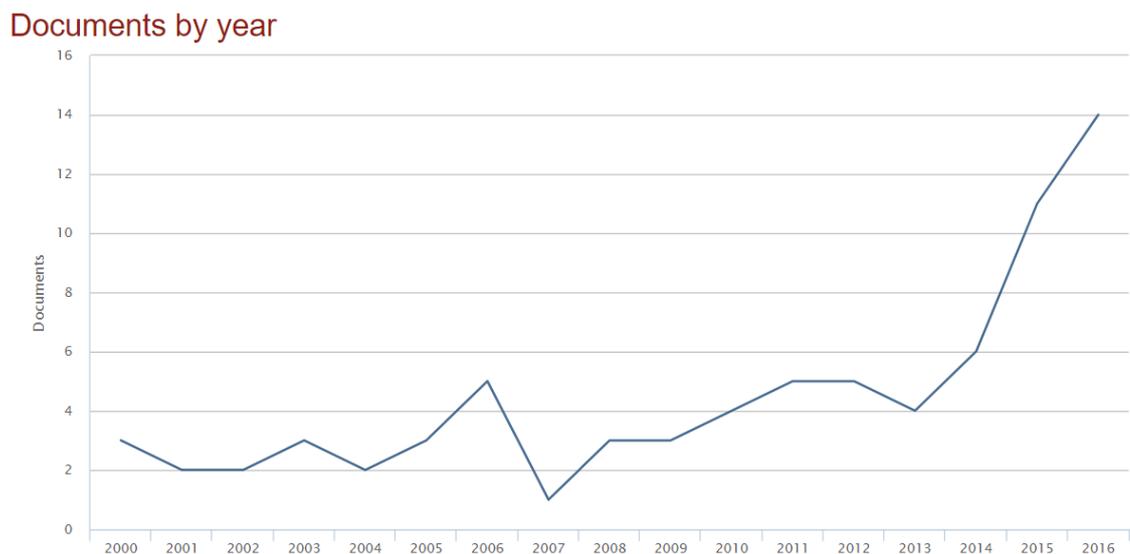
Quadro 1- Atividades realizadas para a conclusão da pesquisa

1. Revisão da literatura
2. Elaboração do programa inicial de simulação em linguagem FORTRAN
3. Teste do programa inicial, para a comparação de casos já abordados na literatura
4. Extensão do item 2 para as combinações SVSS e SSVSS
5. Replicação de resultados
6. Tabulação dos resultados e análises
7. Resposta às questões de pesquisa
8. Elaboração do Trabalho de Graduação
9. Elaboração de artigos científicos

Fonte: Produção do próprio autor.

O tema de gráficos de controle vem ganhando relevância ao longo dos últimos anos. Realizando uma pesquisa na base *Scopus*, utilizando a palavra-chave *Control Charts* foram encontrados mais de 3600 artigos na área de engenharia desde o ano 2000. Adicionando a palavra-chave *Synthetic* na busca, encontrou-se os resultados mostrados na Figura 7.

Figura 7 - Quantidade de artigos com os temas *synthetic* e *control charts* por ano

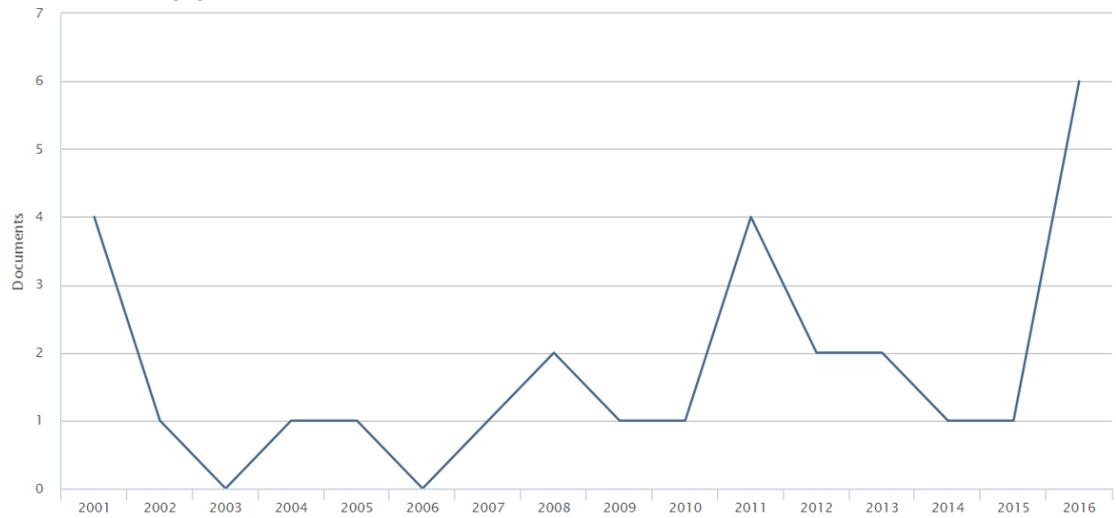


Fonte: SCOPUS (2017)

Já a busca na mesma base utilizando as palavras-chave *Control Charts* e *VSS*, foram obtidos os resultados mostrados na Figura 8.

Figura 8 - Quantidade de artigos com os temas *VSS* e *control charts* por ano

## Documents by year



Fonte: SCOPUS (2017)

## 4 MODELOS TEÓRICOS E SIMULAÇÕES

### 4.1 MODELOS TEÓRICOS DOS GRÁFICOS DE CONTROLE SVSS E SSVSS

Costa e Machado (2016) desenvolveram, por meio de cadeias de Markov, um modelo matemático que descreve a combinação do gráfico de controle de  $\bar{X}$  *Side-Sensitive Synthetic* com o esquema de amostragem VSS (SSVSS).

O gráfico de controle proposto possui limites central inferior e superior ( $LIM_i$  e  $LSM_i$ ), limites de advertência inferior e superior ( $LIA_i$  e  $LSA_i$ ) e limites de controle inferior e superior ( $LIC_i$  e  $LSC_i$ ). Os limites do gráfico, por sua vez, dependem do tamanho da amostra  $n_i$ ,  $i = 1, 2$ , onde  $n_2 > n_1$ .

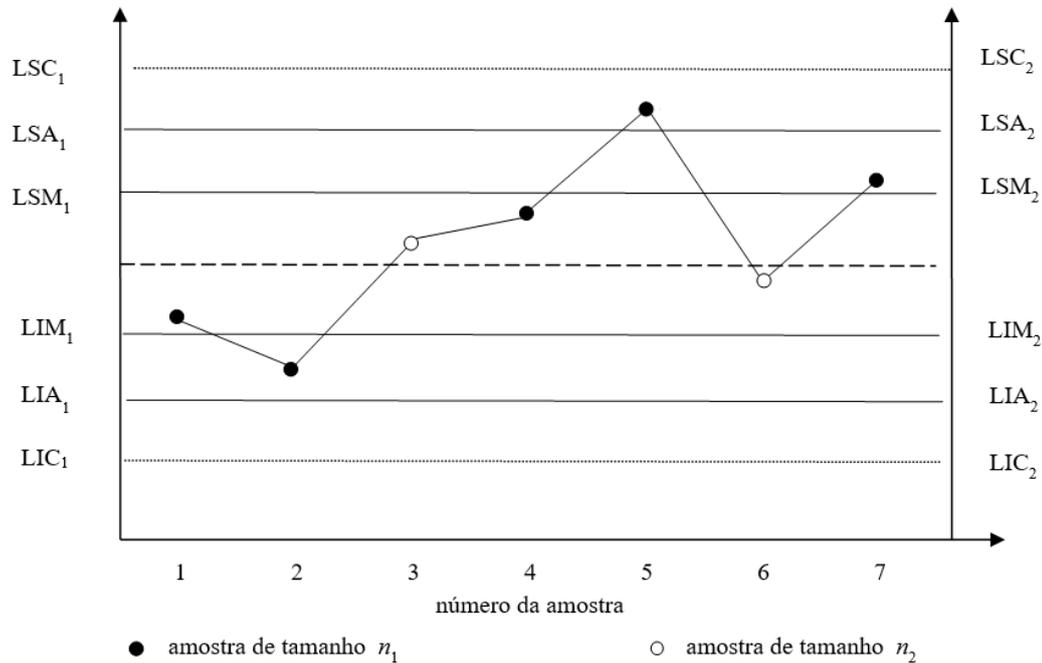
Quando o ponto amostral estiver no intervalo  $(LSC_i, \infty)$  ou  $(-\infty, LIC_i)$  ou quando dois pontos, distantes de  $L$  pontos entre si, são plotados ambos no intervalo  $(LIC_i, LIA_i)$  ou ambos no intervalo  $(LSA_i, LSC_i)$  o gráfico SSVSS sinaliza.

O tamanho da amostra depende do que foi observado na amostra anterior. Se o ponto amostral cair no intervalo  $(LIM_i, LSM_i)$ , então a próxima amostra deve ser pequena,  $n_1$ . Se o ponto amostral cair no intervalo  $(LIC_i, LIA_i)$  ou  $(LSA_i, LSC_i)$  então a próxima amostra deve ser grande,  $n_2$ , conforme ilustrado na Figura 9. Os equacionamentos que definem o LSM e LIM são apresentados pelas equações (5) e (6), nas quais  $z$  é o fator de abertura dos limites médios e é um parâmetro do gráfico de controle.

$$LSM = \mu + z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

$$LIM = \mu - z \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

Figura 9- Gráfico de controle SSVSS



Fonte: Produção do próprio autor.

A primeira amostra retirada do processo logo no seu início, ou após a ocorrência de alarme falso, é escolhida para ser pequena com probabilidade  $p_0$  ou grande com probabilidade  $(1 - p_0)$ . Durante o período em controle, todas as amostras têm uma probabilidade  $p_0$  de serem pequenas e uma probabilidade  $1 - p_0$  de serem grandes.

Durante o período em controle o número médio de itens inspecionados por amostragem,  $\bar{n}$ , é dado pela equação (7).

$$\bar{n} = n_1 p_0 + n_2 (1 - p_0) \quad (7)$$

O gráfico SVSS é um caso particular do gráfico SSVSS, em que não há a restrição dos dois pontos estarem na mesma região de ação para o gráfico sinalizar.

## 4.2 DESENVOLVIMENTO DA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

### 4.2.1 Refinamento dos limites dos gráficos

O valor de  $NMA_0$ , como foi mostrado no capítulo 2, é o parâmetro que estabelece a base de comparação entre os diferentes gráficos de controle ou os gráficos com valores de parâmetros

diferentes. Para fazer as simulações com um valor de  $NMA_0$  definido, é preciso descobrir qual valor dos fatores de abertura dos limites do gráfico ( $k$ ,  $w$  e  $z$ ) vai resultar neste  $NMA_0$  proposto. Para facilitar os estudos aqui propostos, o valor do fator de abertura dos limites de controle,  $k$ , foi definido como 5 para todos os casos. Portanto, com os códigos em linguagem FORTRAN prontos, utilizou-se um processo iterativo para refinar o valor do fator de abertura dos limites de alarme,  $w$ , do gráfico. Esse processo iterativo funciona de tal forma que se o valor de  $NMA_s$ , gerado pelo programa com o processo em controle ( $\delta=0$ ), for maior do que o valor desejado para  $NMA_0$ , então deve-se diminuir valor do fator de abertura  $w$  e rodar o programa novamente, ou se o  $NMA_s$  for menor do que o valor desejado para  $NMA_0$  então deve-se aumentar o valor do fator de abertura  $w$  até que os valores de  $NMA_s$  e  $NMA_0$  estejam suficientemente próximos. Ao final desse processo iterativo, o valor obtido para  $w$  é utilizado nas simulações desse gráfico para comparação com diferentes cenários e outros gráficos de controle.

O Apêndice A mostra o código em linguagem FORTRAN com o processo iterativo para determinar o valor do fator de abertura dos limites de alarme,  $w$ , para os gráficos SVSS e SSVSS.

Para obter o fator de abertura dos limites médios,  $z$ , utilizou-se um processo iterativo semelhante ao processo de obtenção de  $w$ , com a diferença de que o programa executa iterativamente o gráfico VSS em controle ( $\delta=0$ ) e, com os valores definidos de  $n_1$  e  $n_2$ , altera o valor de  $z$  até que o valor do tamanho da amostra médio  $\bar{n}$  é igual ao desejado. O código computacional em FORTRAN pode ser observado no Apêndice B.

Com os três fatores de abertura dos limites,  $k$ ,  $w$  e  $z$  determinados, foi possível dar continuidade na pesquisa para a validação dos valores simulados com os valores teóricos e, em seguida, na análise de desempenho dos gráficos SVSS e SSVSS para diferentes valores de parâmetros.

#### 4.2.2 Validação dos valores simulados

Primeiramente, foram desenvolvidos programas computacionais de gráficos mais simples, no caso o *Side-sensitive Synthetic  $\bar{X}$*  e o VSS, para a validação dos valores obtidos pela simulação com os valores dos modelos teóricos encontrados na literatura.

Para o cálculo do erro entre os resultados obtidos com as simulações e os resultados teóricos existentes na literatura utilizou-se a equação (8).

$$Erro = 100\% \frac{NMA_T - NMA_S}{NMA_T} \quad (8)$$

Onde  $NMA_T$  é o número médio de amostras até o sinal teórico e  $NMA_S$  é o número médio de amostras até o sinal obtido experimentalmente considerando a simulação de 10000 réplicas.

Com algumas simulações com o gráfico *Side-sensitive Synthetic*  $\bar{X}$  foi possível obter dados suficientes para validar os valores das simulações. A Tabela 1 apresenta a comparação dos valores teóricos encontrados na literatura com os valores obtidos pelas simulações e os erros calculados com a equação (8). É possível ver que os erros de simulação são, para todos os cenários simulados, menores do que 2%, o que valida a funcionalidade do programa desenvolvido para essa simulação.

Tabela 1 - Valores de  $NMA_T$ ,  $NMA_S$  e erros para o gráfico *Side-sensitive Synthetic*

L	1			5			10		
w	1,794			2,130			2,258		
$\delta$	NMA <sup>t</sup>	NMA <sup>s</sup>	Erro	NMA <sup>t</sup>	NMA <sup>s</sup>	Erro	NMA <sup>t</sup>	NMA <sup>s</sup>	Erro
0	390,0	388,5	0,39%	415,8	409,1	1,61%	424,9	424,2	0,17%
0,5	112,8	112,4	0,31%	101,7	101,8	0,07%	100,7	101,0	0,27%
1,0	26,4	26,7	1,13%	22,9	22,8	0,59%	23,4	23,6	0,85%
1,5	9,3	9,4	1,27%	8,4	8,4	0,07%	9,0	8,9	1,64%
2,0	4,6	4,6	0,61%	4,4	4,4	1,00%	4,8	4,9	1,36%
2,5	3,0	3,0	0,30%	3,0	3,0	0,66%	3,2	3,2	0,24%
3,0	2,4	2,4	2,04%	2,4	2,4	0,31%	2,5	2,5	1,62%

Fonte: Produção do próprio autor.

A validação foi feita da mesma forma para as simulações com o gráfico VSS e, como mostra a Tabela 2, os valores dos erros de simulação também foram, para todos os cenários simulados, menores do que 2% validando assim esses valores também.

Tabela 2 - Valores de  $NMA_T$ ,  $NMA_S$  e erros para o gráfico VSS

n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	z	k		Erro
			$\delta$	NMA <sup>s</sup>	
2	17	1,49	0,80	4,07	1,13%
2	13	1,33	1,00	2,78	0,60%
3	11	1,52	1,20	2,17	0,04%

Fonte: Produção do próprio autor.

Com os dois programas mais simples validados, prosseguiu-se para a elaboração e validação do programa para o gráfico de controle SSVSS. A validação desses valores simulados foi possível pela comparação com os valores obtidos no modelo matemático proposto por Costa e Machado (2016).

Tabela 3 – Valores de  $NMA_T$ ,  $NMA_S$  e os erros para o gráfico SSVSS

$k$	5		
$n_1$	1		
$n_2$	3		
$\bar{n}$	2		
$L$	3		
$NMA_o$	700,0		
$\delta$	$NMA^t$	$NMA^s$	ERRO
0	700,00	697,27	0,39%
0,2	347,88	345,80	0,60%
0,4	110,70	111,68	0,89%
0,6	38,98	38,60	0,98%
0,8	16,49	16,57	0,47%
1	8,52	8,50	0,29%
1,2	5,30	5,34	0,72%
1,4	3,83	3,83	0,12%
1,6	3,08	3,05	0,83%
1,8	2,65	2,68	1,30%
2	2,39	2,39	0,13%

Fonte: Produção do próprio autor.

A Tabela 3 mostra a validação das simulações para obter os valores de NMA para o gráfico SSVSS pois os valores de erros de simulação foram todos menores do que 2%.

#### 4.3 ESTUDO DE DESEMPENHO DO GRÁFICO SSVSS

Com a validação do código computacional elaborado nesta pesquisa, foi possível a realização de uma análise de sensibilidade do desempenho do gráfico SSVSS ao se variar os parâmetros  $L$ ,  $n_1$  e  $n_2$ . Esta análise foi feita de forma que ao estudar o efeito de um dos parâmetros, somente este parâmetro varia e todos os outros foram mantidos constantes.

O efeito da escolha de  $L$  na velocidade com que o gráfico SSVSS sinaliza o desajuste do processo e pode ser observado comparando os valores do  $NMA_s$  da Tabela 4, em que  $NMA_o = 700$ ;  $n_1 = 1$ ;  $n_2 = 3$ ;  $\bar{n} = 2$ . Em geral, os menores valores de NMA ocorrem quando  $L=3$ . Mesmo

que, para valores bem pequenos de  $\delta$ , os valores de  $NMA_s$  para  $L=10$  são ligeiramente menores do que os valores de  $NMA_s$  para  $L=3$ , este último é mais prático do ponto de vista operacional do gráfico de controle.

Tabela 4 – Efeito de  $L$  nos valores de  $NMA$  para o gráfico SSVSS

$L$	1	3	5	7	10
$\delta$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$
0	704,01	697,27	708,56	697,89	699,72
0,2	352,97	345,80	353,09	341,99	341,22
0,4	115,99	111,68	108,03	108,77	106,05
0,6	41,70	38,60	38,68	38,26	38,74
0,8	18,10	16,57	16,43	16,60	16,83
1	9,20	8,50	8,62	8,81	9,12
1,2	5,60	5,34	5,39	5,55	5,79
1,4	3,90	3,83	3,97	4,06	4,22
1,6	3,08	3,05	3,17	3,24	3,33
1,8	2,65	2,68	2,71	2,77	2,81
2	2,35	2,39	2,42	2,45	2,50

Fonte: Produção do próprio autor.

O efeito da escolha de  $n_2$  na velocidade com que o gráfico SSVSS sinaliza o desajuste do processo pode ser observado comparando os valores do  $NMA_s$  da Tabela 5, em que  $NMA_o = 700$ ;  $n_1 = 1$ ;  $L = 3$ ;  $\bar{n} = 2$ .

Tabela 5 – Efeito de  $n_2$  nos valores de  $NMA$  para o gráfico SSVSS

$n_2$	3	4	5
$\delta$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$
0	697,27	696,01	694,09
0,2	345,80	335,54	323,55
0,4	111,68	97,38	86,63
0,6	38,60	32,16	27,26
0,8	16,57	13,05	10,87
1	8,50	6,73	5,84
1,2	5,34	4,42	4,06
1,4	3,83	3,37	3,22
1,6	3,05	2,85	2,78
1,8	2,68	2,54	2,52
2	2,39	2,32	2,30

Fonte: Produção do próprio autor.

Da Tabela 5, observa-se que, quanto maior for  $n_2$ , menor são os valores de  $NMA_s$ , ou seja, mais rápido a perturbação do processo será detectada. Considerando o propósito de esquemas de amostragem, encontrado na literatura, que buscam gráficos eficientes e ao mesmo tempo econômicos do ponto de vista de inspeção, a estratégia de usar valores maiores para  $n_2$  é interessante pois melhora a eficiência do gráfico SSVSS sendo que o valor médio do tamanho da amostra é mantido o mesmo.

O efeito da escolha de  $n_1$  na velocidade com que o gráfico SSVSS sinaliza o desajuste do processo pode ser observado comparando os valores do  $NMA_s$  da Tabela 6, em que  $NMA_o = 370,4$ ;  $n_2 = 8$ ;  $L = 3$ ;  $\bar{n} = 4$ .

Tabela 6 – Efeito de  $n_1$  nos valores de NMA para o gráfico SSVSS

$n_1$	1	2	3
$\delta$	$NMA_s$	$NMA_s$	$NMA_s$
0	371,36	370,05	369,23
0,2	121,31	119,98	119,59
0,4	26,52	27,01	27,68
0,6	8,60	8,84	9,16
0,8	4,42	4,43	4,54
1	3,21	3,12	3,08
1,2	2,68	2,57	2,49
1,4	2,39	2,26	2,19
1,6	2,16	2,06	2,01
1,8	1,94	1,86	1,87
2	1,77	1,74	1,75

Fonte: Produção do próprio autor.

Pode-se observar da Tabela 6, que o aumento de  $n_1$  não altera significativamente a velocidade de detecção de perturbações no processo.

#### 4.4 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE $\bar{X}$

O desempenho do gráfico de  $\bar{X}$  SSVSS e do gráfico de  $\bar{X}$  SVSS foram comparados com os parâmetros ajustados de forma que  $NMA_o = 370,4$ ;  $L = 3$ ;  $n_1 = 2$ ;  $n_2 = 8$ ;  $\bar{n} = 4$ . Com os resultados obtidos, construiu-se a Tabela 7.

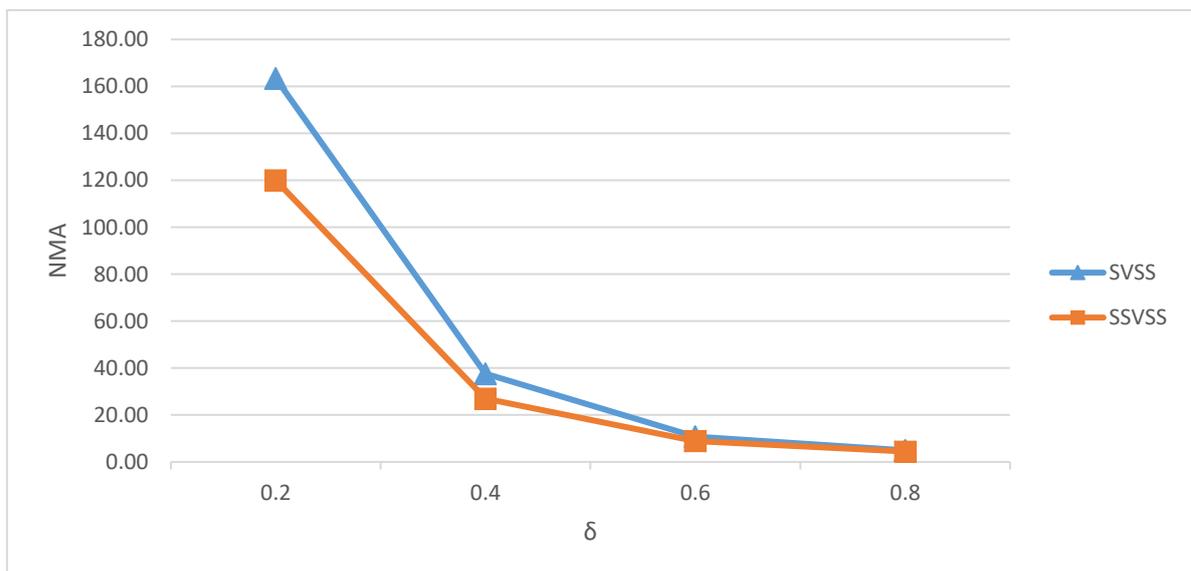
Observa-se da Tabela 7 que o gráfico de  $\bar{X}$  SSVSS tem um desempenho superior ao do gráfico de  $\bar{X}$  SVSS, ou seja, apresenta menores valores de  $NMA_s$ , principalmente para  $\delta < 1$ . Esse fato pode ser melhor observado na Figura 10.

Tabela 7- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS e SVSS

$\delta$	SSVSS	SVSS
	$NMA^s$	$NMA^s$
0	370,05	369,59
0,2	119,98	163,43
0,4	27,01	37,63
0,6	8,84	10,78
0,8	4,43	4,94
1	3,12	3,26
1,2	2,57	2,64
1,4	2,26	2,31
1,6	2,06	2,08
1,8	1,86	1,88
2	1,74	1,74

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 10- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS e SVSS



Fonte: Produção do próprio autor.

Para comparar o desempenho dos gráficos estudados neste trabalho com os gráficos já estudados na literatura, construiu-se a Tabela 8, que compara os valores de  $NMA_s$  de diferentes gráficos com  $NMA_o = 370,4$ ;  $L = 3$ ;  $n_1 = 2$ ;  $n_2 = 8$ ;  $\bar{n} = 4$  e  $n = 4$  para o gráfico *Synthetic  $\bar{X}$* .

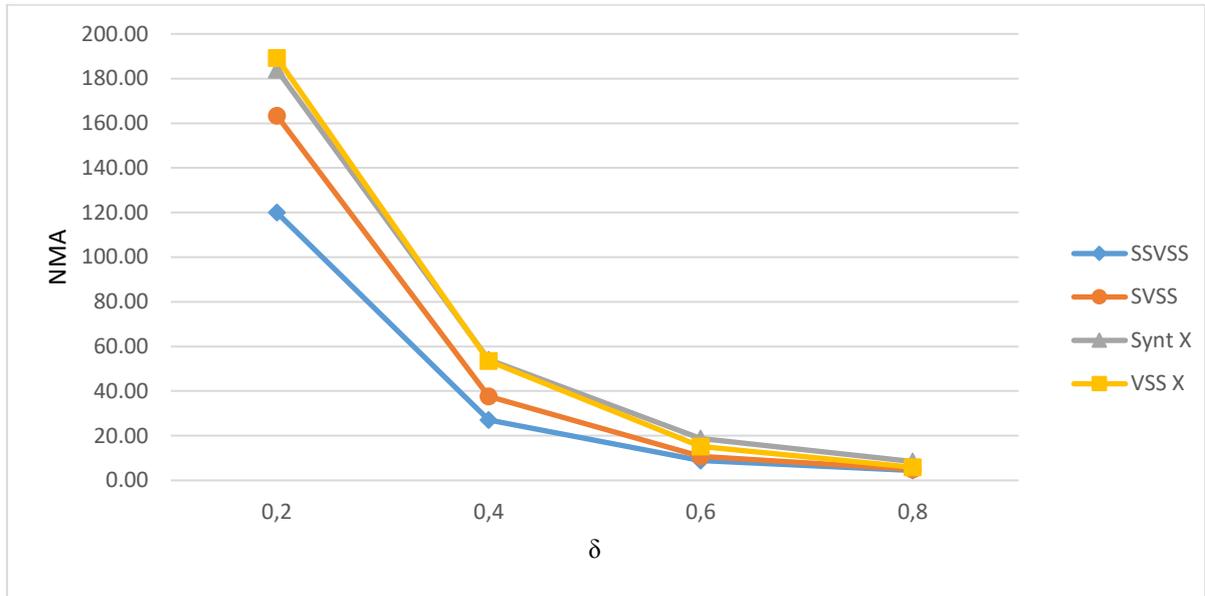
Tabela 8- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS, SVSS, *Synthetic  $\bar{X}$*  e VSS

	SSVSS	SVSS	Synt X	VSS X
$\delta$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$	$NMA^s$
0	370,05	369,59	370,28	369,17
0,2	119,98	163,43	183,93	189,27
0,4	27,01	37,63	54,12	53,50
0,6	8,84	10,78	18,69	15,19
0,8	4,43	4,94	8,44	5,89
1	3,12	3,26	4,82	3,26
1,2	2,57	2,64	3,32	2,27
1,4	2,26	2,31	2,61	1,85
1,6	2,06	2,08	2,23	1,62
1,8	1,86	1,88	2,07	1,49
2	1,74	1,74	1,97	1,40

Fonte: Produção do próprio autor.

É possível observar que os gráficos SSVSS e SVSS estudados neste trabalho possuem uma maior eficiência na detecção de pequenas perturbações no processo do que aqueles encontrados na literatura. A Figura 11 ilustra melhor a diferença de desempenho entre os gráficos.

Figura 11- Valores de NMA para os gráficos de SSVSS, SVSS, *Synthetic*  $\bar{X}$  e VSS



Fonte: Produção do próprio autor.

Considerando, como exemplo, o instante em que um processo sofre um desvio na média de magnitude  $\delta = 0,4$ , se esse processo estiver sendo monitorado com um gráfico de controle tradicional *Synthetic*  $\bar{X}$ , terão que ser coletadas em média 54 amostras até que este gráfico sinalize que o processo está fora de controle, mas se o processo estiver sendo monitorado com um gráfico SSVSS  $\bar{X}$ , então serão coletadas em média 27 amostras até que este gráfico sinalize o desajuste no processo. Considerando nesse exemplo que as amostras são coletadas a cada 1 hora de produção, então o monitoramento com o gráfico *Synthetic*  $\bar{X}$  levará em média 54 horas de produção com o processo fora de controle para que seja percebida a perturbação no processo, enquanto o monitoramento com o gráfico SSVSS  $\bar{X}$  levará em média 27 horas com o processo fora de controle para detectar o desajuste na média do processo e, portanto, acarretará em menores prejuízos com refugo, retrabalho e outros custos gerados por produtos fora das especificações de qualidade.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS E RESPOSTAS ÀS QUESTÕES DE PESQUISA

É possível concluir que o trabalho atingiu os objetivos propostos inicialmente, investigando, por meio de simulações, as propriedades dos gráficos de controle com regras especiais de decisão e amostra de tamanho variável.

Foi possível verificar que a adoção da regra *Side-sensitive* ao gráfico de controle com amostra de tamanho variável de  $\bar{X}$  resultou em uma significativa melhoria na eficiência em relação aos gráficos tradicionais de  $\bar{X}$  e, portanto, essa combinação é uma forma de aumentar o poder de detecção dos gráficos de controle de  $\bar{X}$  mantendo-se as mesmas taxas de alarmes falsos.

A utilização de simulações computacionais programadas em linguagem FORTRAN mostrou-se uma forma eficaz na validação de modelos teóricos de gráficos de controle com regras especiais de decisão e amostra de tamanho variável. Dessa forma os resultados obtidos validaram o modelo teórico dos gráficos de controle SVSS e SSVSS desenvolvidos por Costa e Machado (2016).

A validação dos resultados também viabiliza a utilização do programa computacional desenvolvido neste trabalho para a simulação e replicação de diferentes cenários de monitoramento para os gráficos de controle SVSS e SSVSS. Os resultados obtidos foram tabelados e apresentados neste trabalho para contribuir, também, com futuras pesquisas na área.

Foi possível notar também, pela análise de sensibilidade dos parâmetros, que o gráfico de controle SSVSS apresenta uma melhoria de eficiência na detecção de perturbações no processo com o aumento do valor de  $n_2$  mesmo mantendo-se constante o valor de  $\bar{n}$ . O valor de  $n_1$  não apresenta mudança significativa no desempenho do gráfico SSVSS. Considerando a praticidade de operação e os valores simulados, o gráfico SSVSS apresenta uma melhor eficiência quando  $L=3$ , sendo então esse o padrão de ajustes ideais para os parâmetros dos gráficos de controle analisados.

### 5.2 SUGESTÕES PARA CONTINUIDADE DO TRABALHO

Como continuidade deste trabalho, sugere-se estender o presente estudo para o caso multivariado, buscando avaliar se as combinações dos gráficos de controle com esquemas de amostragem também resultam em um aumento na eficiência do monitoramento de processos multivariados. Com os resultados que foram obtidos para o caso bivariado com regras especiais

de decisão no trabalho de Simões *et. al.* (2016) poderiam ser estendidos para a adoção de esquemas de amostragem.

## REFERÊNCIAS

- AMIRI, A.; ALLAHYARI, S. Change point estimation methods for control chart postsignal diagnostics: a literature review. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 28, p. 673-685, 2012.
- BOURKE, P. D. Detecting a shift in fraction non-conforming using run-length control charts with 100% inspection. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 23, p. 225-238, 1991.
- CHAMP, C. W.; WOODALL, W. H. Exact results for Shewhart control charts with supplementary runs rules. **Technometrics**, Washington, v. 29, p. 398-399. 1987.
- COSTA, A. F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI; L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2 ed. São Paulo: Editora Atlas, 334 p., 2005.
- COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. A side-sensitive chart combined with a VSS  $\bar{X}$  chart. **Computers and Industrial Engineering**, London, v. 91, p. 205-214, 2016.
- COSTA, A. F. B.  $\bar{X}$  charts with variable sample size. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v.26, n. 3, p. 155-163, 1994.
- FANG, J.; WANG, H.; DENG, W. Design of EWMA control charts for assuring predetermined production process quality. **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology**, v. 5, n. 10, p. 3010-3014, 2013.
- HAQ, A.; A new hybrid exponentially weighted moving average control chart for monitoring process mean. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 29, p. 1015-1025, 2013.
- LEONI, R. C. **Gráfico de Hotelling com esquemas especiais de amostragem para o monitoramento de processos bivariados autocorrelacionados**. 2015. 139 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica – Gestão e Otimização) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.
- LUCUS, J. M.; SACCUCCI, M. S. Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements. **Technometrics**, Washington, v. 32, p. 1-12, 1990.
- MACHADO, M. A. G.; COSTA, A. F. B. A side-sensitive synthetic chart combined with an  $\bar{X}$  chart. **International Journal of Production Research**, London, v. 52, n. 11, p. 3404-3416, 2014.
- MASOOD, I.; SHYEN, V. B. E. Quality control in hard disc drive manufacturing using pattern recognition technique. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, Penang, v. 160, 2016.
- MIGUEL, P. A. C. (org.). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier/ABEPRO, 2012.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 6 ed. Jefferson City: John Wiley and Sons, Inc., 752 p., 2008.

PRAJAPATI, D. R.; MAHAPATRA, P. B. Control charts for variables to monitor the process mean and dispersion: a literature review. **International Journal of Productivity and Quality Management**, n. 4, v. 4, p. 476-520, 2009.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed. Nova Hamburgo: Editora Feevale, 2013.

RAKITZIS, A. C. On the performance of modified runs rules charts with estimated parameters. **Communications in Statistics: Simulation and Computation**, New York, v. 46, n. 2, p. 1360-1380, 2017.

SCOPUS. **Analyze search results: synthetic and control chart**. Disponível em: <<https://www.scopus.com/term/analyzer.uri?sid=c5c434cefefcf4bc674aade892add638&origin=resultlist&src=s&s=%28TITLE-ABS-KEY%28synthetic%29+AND+TITLE-ABS-KEY%28control+charts%29%29&sort=plf-f&sdt=b&sot=b&sl=60&count=263&analyzeResults=Analyze+results&txGid=194f7aec4ea2168b5e5cf51ed5f69dca>>. Acesso em: 25 jul. 2017.

SCOPUS. **Analyze search results: VSS and control chart**. Disponível em: <<https://www.scopus.com/term/analyzer.uri?sid=c5c434cefefcf4bc674aade892add638&origin=resultlist&src=s&s=%28TITLE-ABS-KEY%28VSS%29+AND+TITLE-ABS-KEY%28control+chart%29%29&sort=plf-f&sdt=b&sot=b&sl=53&count=68&analyzeResults=Analyze+results&txGid=0b3a8433ad69e40332c7557f61110b60>>. Acesso em: 25 jul. 2017.

SHONGWE, S. C.; GRAHAM, M. A modified side-sensitive synthetic chart to monitor the process mean. **Quality Technology and Quantitative Management**, Hsinchu, p.1-26, 2016.

SIMÕES, F. D.; LEONI, R. C.; MACHADO, M. A. G.; COSTA, A. F. B. Synthetic charts to control bivariate process with autocorrelated data. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 97, p. 15-25, 2016.

WU, Z., SPEDDING, T. A., A synthetic control chart for detecting small shifts in the process mean. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 32, p. 32-38, 2000.

## APÊNDICE A – CÓDIGO EM LINGUAGEM FORTRAN PARA DETERMINAR $w$

```

REAL X(100),VNA(10000),SNA,NMA,NLSA,LIA,NMAT
PARAMETER (XM=1000,XSTD=1,N=4,L=3)
C
  CALL UMACH (2,NOUT)
C
  PRINT*,'DIGITE O VALOR DE DELTA'
  READ*,DELTA
  PRINT*,'DIGITE O VALOR DO NMA ESPERADO'
  READ*,NMAT

  K=2.005
  DO WHILE((NMA<=(NMAT-1)).OR.(NMA>=(NMAT+1)))

    PS=0
    PI=0
    CNA=0
    AL=200
    CP=0
    NUM=0
    LSA=XM+K*(XSTD/SQRT(N))
    LIA=XM-K*(XSTD/SQRT(N))
    LSC=XM+(5*XSTD)
    LIC=XM-(5*XSTD)
    DO WHILE (CNA<10000)
      NUM=NUM+1
      NN=0
      SX=0
      DO WHILE (NN<N)
        SELECT CASE(NUM)
          CASE(0:200)
            X(NN)=XM+XSTD*RNNOF()
          CASE DEFAULT
            X(NN)=(XM+DELTA*XSTD)+XSTD*RNNOF()
        END SELECT
        SX=SX+X(NN)
        XB=SX/N
        NN=NN+1
      END DO
      IF(((XB>LSC).OR.(XB<LIC)).AND.(NUM>(200-L)))THEN
        CNA=CNA+1
        VNA(CNA)=NUM-AL
        PS=0
        PI=0
        NUM=0
        GOTO 555
      END IF
      IF ((XB>LSA).AND.(NUM>(200-L)))THEN
        PS=PS+1
        PI=0
        IF(PS>1 .AND. NUM<=200)THEN
          PS=1
        END IF
        IF(PS==1)THEN
          P1=NUM
        END IF
        IF(PS>1)THEN
          IF((NUM-P1)<=L)THEN
            CNA=CNA+1
            VNA(CNA)=NUM-AL
            PS=0
            NUM=0
            GOTO 999
          END IF
          IF((NUM-P1)>L)THEN
            P1=NUM
          END IF
          CONTINUE
        END IF
      END IF
      IF ((XB<LIA).AND.(NUM>(200-L)))THEN
        PI=PI+1
        PS=0
        IF(PI>1 .AND. NUM<=200)THEN
          PI=1
        END IF
        IF(PI==1)THEN
          P1=NUM
        END IF
        IF(PI>1)THEN
          IF((NUM-P1)<=L)THEN
            CNA=CNA+1
            VNA(CNA)=NUM-AL
            PI=0
            NUM=0
            GOTO 222
          END IF
          IF((NUM-P1)>L)THEN
            P1=NUM
          END IF
          CONTINUE
        END IF
      END IF
    END DO
    SNA=SNA+VNA(CN)
  END DO
  NMA=SNA/10000

  PRINT*,'TESTANDO K=,'K','...'
  IF(NMA<NMAT-1)THEN
    K=K+0.0005
  END IF
  IF(NMA>NMAT+1)THEN
    K=K-0.0005
  END IF
  END DO

  PRINT*,'K=,'K
C
  END

```

## APÊNDICE B – CÓDIGO EM LINGUAGEM FORTRAN PARA DETERMINAR $z$

```

USE MSIMSL
USE MSFLIB
C
INTEGER CNA,NUM,NN,CN,NOUT,AL
REAL DELTA,LSC,LIC,SX,SB,SM,XSTD,K,W,NMAT,CN1,CN2
REAL X(100),VNA(10000),SNA,NMA,N1,N2,N,LSA,LIA,NB,NBT
PARAMETER(XM=1000,XSTD=1,K=2.147,N1=3,N2=8,NBT=4)
C
CALL UMACH(2,NOUT)
C
PRINT*, 'DIGITE O VALOR DE DELTA'
READ*, DELTA
PRINT*, 'DIGITE O VALOR DO NMA ESPERADO'
READ*, NMAT

W=1.23

DO WHILE(NB<=(NBT-0.0003).OR.NB>=(NBT+0.0003))

N=N2
CN2=0
CN1=0
CNA=0
AL=200
NUM=0

DO WHILE (CNA<10000)

LSC=XM+(K/SQRT(N))
LSA=XM+(W/SQRT(N))
LIA=XM-(W/SQRT(N))
LIC=XM-(K/SQRT(N))

NUM=NUM+1
NN=0
SX=0
DO WHILE (NN<N)
IF (NUM<=200)THEN
X(NN)=XM+XSTD*RNNOF()
END IF
IF (NUM>200)THEN
X(NN)=(XM+DELTA*XSTD)+XSTD*RNNOF()
END IF
SX=SX+X(NN)
NN=NN+1
END DO
XB=SX/N
IF(((XB>LSC).OR.(XB<LIC)).AND.(NUM>200))THEN
CNA=CNA+1
VNA(CNA)=NUM-AL
NUM=0
END IF
IF ((XB>LSA).OR.(XB<LIA))THEN
N=N2
IF(NUM>=200)THEN
CN2=CN2+1
END IF
END IF
IF ((XB<LSA).AND.(XB>LIA))THEN
N=N1
IF(NUM>=200)THEN
CN1=CN1+1
END IF
END IF
END DO
CN=0
SNA=0
DO WHILE(CN<10000)
CN=CN+1
SNA=SNA+VNA(CN)
END DO
NMA=SNA/10000

PRINT*, 'TESTANDO K1=',W,'..'

IF(NB<NBT-0.0001)THEN
W=W-0.0003
END IF

IF(NB>NBT+0.0001)THEN
W=W+0.0003
END IF

NB=((N2*CN2)+(N1*CN1))/(CN1+CN2)

PRINT*,NB
PRINT*,NMA
END DO

PRINT*, 'K1 = ',W
C
END

```