

MATHEUS ALBUQUERQUI OLIVEIRA

Validação de um modelo matemático para um sincronizador de um painel fotovoltaico

Matheus Albuquerque Oliveira

Validação de um modelo matemático para um sincronizador de um painel fotovoltaico

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof Dr. Leonardo Mesquita

Coorientador: Prof Dr. Luiz Octavio Mattos dos Reis

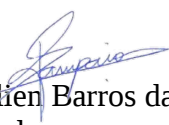
O48v	Oliveira, Matheus Albuquerque Validação de um modelo matemático para um sincronizador de um painel fotovoltaico / Matheus Albuquerque Oliveira – Guaratinguetá, 2022. 57 f : il. Bibliografia: f. 53-54 Trabalho de Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2022. Orientador: Prof. Dr. Leonardo Mesquita Coorientador: Prof. Dr. Luiz Octávio Mattos dos Reis 1. Sistemas de energia fotovoltaica. 2. Energia elétrica - Distribuição. 3. Energia solar. I. Título.
------	--

CDU 620.91

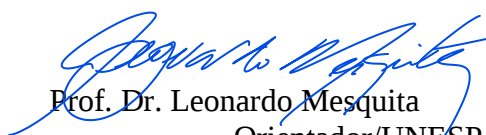
MATHEUS ALBUQUERQUI OLIVEIRA

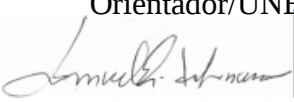
ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
“**GRADUADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**”

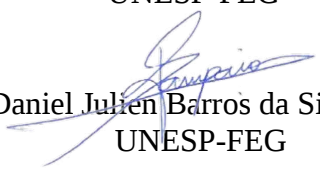
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA


Prof. Dr. Daniel Julien Barros da Silva Sampaio
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. Leonardo Mesquita
Orientador/UNESP-FEG


Prof. Dr. Samuel Euzedice de Lucena
UNESP-FEG


Prof. Dr. Daniel Julien Barros da Silva Sampaio
UNESP-FEG

Março/2022

dedico este trabalho a todos que estiveram
comigo desde início até esse momento da
minha vida, de modo especial, à minha família
que sempre me apoio nos momentos mais
difíceis.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por sempre me proporcionar saúde para que eu possa sempre seguir em frente nos meus sonhos. Agradeço pelas pessoas que sempre estiveram ao meu lado em todos os momentos da minha vida em especial

ao meu pai João Batista Pereira de Oliveira e minha mãe Arima Albuquerque que sempre me deram a oportunidade de estudar e me incentivaram em todos os objetivos.

ao meu orientador Leonardo Mesquita e coorientador Luiz Octavio Mattos dos Reis que me apresentaram um projeto sólido e sempre me trouxeram o suporte necessário para realização desse sonho

aos meus colegas de universidade, principalmente Thiago Rodrigues Kleina Lima e Pedro Emiliano Lopes Nunes que ficaram horas e horas ao meu lado no decorrer do curso sempre me dando o apoio necessário quando o cansaço chegava.

“Num mundo inundado de informações irrelevantes, clareza é poder.”

Yuval Noah Harari

RESUMO

Com o aumento da demanda energia solar solicitada pelo mercado, a área da engenharia elétrica que visa estudar as tecnologias vinculadas aos controladores das placas fotovoltaicas vem em constante crescente, por conta disso, o estudo de sincronizadores de rede, ou *Phase Locked Loop* (PLL), está cada vez mais presente no cotidiano dos engenheiros eletricitas. Atualmente, um dos métodos mais utilizados para desenvolvimento de PLL se baseia na metodologia *Synchronous Reference Frame* (SRF), a qual se utiliza de ferramentas matemáticas como transformadas de Clarke e Park, Controlador PI, Filtro digitais FIR e a parametrização através do método *Symmetrical Optimum* (SO). Ao final, utilizando de maneira correta essas ferramentas, o PLL estará apto a identificar alterações de fase do sistema para condições diversas como mudança de amplitude de fase, presença de harmônicos e desequilíbrio de fase.

PALAVRAS-CHAVE: Placa fotovoltaica. PLL. Transformada de Park. Controlador PI. Filtro FIR. Symmetrical optimum.

ABSTRACT

As the demand for solar energy increases, the field of electrical engineering that focuses on the study of technologies related to photovoltaic plate controllers is constantly growing. Due to this, the study of grid synchronizers, or Phase Locked Loop (PLL), is becoming more and more present in the daily life of electrical engineers. Currently, one of the most used methods for developing PLL is based on the Synchronous Reference Frame (SRF) methodology, which uses mathematical tools such as Clarke and Park transforms, PI controller, FIR digital filters, and parameterization through the Symmetrical Optimum (SO) method. In the end, the PLL will be able to identify phase changes in the system for various conditions such as a change in phase amplitude, presence of harmonics, and phase unbalance.

KEYWORDS: Photovoltaic panel. PLL. Park's transform. PI controller. FIR filter. Symmetrical optimum.

SUMÁRIO

1	OBJETIVOS	9
2	INTRODUÇÃO	10
3	CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS.....	13
3.1	DETECTOR DE FASE	13
3.1.1	Transformadas de Clarke e Park	14
3.1.1.1	Transformada de Clarke	14
3.1.1.2	Vetor espacial	15
3.1.1.3	Transformada de Park	17
3.2	FILTRO PASSA BAIXA (LPF).....	20
3.2.1	Componentes harmônicas de sequência negativa.	20
3.2.2	Componentes harmônicos de sequência zero.	21
3.2.3	Componentes harmônicos de sinal contínuo.	22
3.2.4	Componentes harmônicos de sequência positiva.	23
3.2.5	Implementação de um FIR	24
3.3	OSCILADOR CONTROLADO DE TENSÃO (VCO).....	26
3.3.1	Controlador PI	26
3.3.2	Integrador.....	27
4	SYMMETRICAL OPTIMUM.	29
5	DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA.....	31
5.1	CONTROLADOR PI.....	32
5.2	INTEGRADOR	34
6	PARAMETRIZAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE	35
6.1	FILTRO FIR	35
6.2	CONTROLADOR PI.....	38
7	VALIDAÇÃO DO EQUIPAMENTO	45
7.1	ESTABILIDADE	45
7.2	DESEMPENHO PARA CONDIÇÕES DE REDE DIVERSAS	46
7.2.1	Falta monofásica	46
7.2.2	Variação de fase	47
7.2.3	Presença de harmônicos	48
8	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	50
	ANEXO A – Transformada de Laplace.....	52
	ANEXO B – Transformada Z.....	53
	APÊNDICE A – Código Matlab Auxiliar.....	54

1 OBJETIVOS

O estudo de sistemas de controle para otimização da operação de redes elétricas de transmissão e distribuição de energia elétrica está cada vez mais presente no dia a dia da engenharia elétrica, resultando em cada vez mais em um mercado mais abrangente.

Pode-se citar a necessidade desses estudos para equipamentos como inversores de potência de placa fotovoltaica, compensadores estáticos e redes HVDC. Por conta disso, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático de um dos blocos de controle necessários para a implementação dos equipamentos citados, cujo nome é *Phase Locked Loop* (PLL), utilizando o método *Synchronous reference frame* (SFR-PLL) que tem como meta garantir o sincronismo de sinal da rede com os equipamentos, tendo como foco principal os inversores de placas fotovoltaicas.

Deste modo, o trabalho será estruturado por meio de uma breve introdução da necessidade de um SRF-PLL em um inversor de uma placa fotovoltaica, seguido pelo desenvolvimento dos três blocos de controle necessários para a implementação do SRF-PLL, sendo eles um detector de fase, um filtro passa baixa (LPF) e um oscilador controlado de tensão (VCO).

Após as descrições teóricas dos blocos de controle, será utilizada a metodologia *Symmetrical Optimum* (SO) para determinar os valores das variáveis de controle do SRF-PLL, em consequência, serão também determinados as equações matemáticas referentes a cada bloco tanto no domínio contínuo, quanto no domínio discreto do tempo. Ao final, será demonstrado os resultados obtidos para diferentes condições de rede e a validação do equipamento.

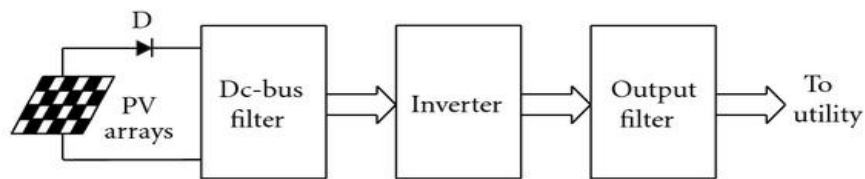
2 INTRODUÇÃO

Com o aumento da perspectiva de utilização de fontes renováveis de geração de energia elétrica, a tecnologia de energia solar é uma das principais esperanças para satisfazer as necessidades ambientais e financeiras requisitadas para o setor.

De acordo com a Associação Brasileira de Energia Elétrica Fotovoltaica (2021), desde 2012 a matriz solar de energia evitou mais de 12,4 milhões de toneladas de CO₂ somente em território nacional e do mesmo modo possui uma crescente exponencial, acumulando em 2021 uma potência instalada de 10.859MW, um crescimento de aproximadamente de 836% desde 2017.

A geração de energia solar pode ser realizada através da instalação de placas fotovoltaicas de estágio único, sendo que segundo Shen; C. e Su; J. (2012), um sistema de conexão de placas fotovoltaicas de estágio único pode ser descrito através da Figura 1

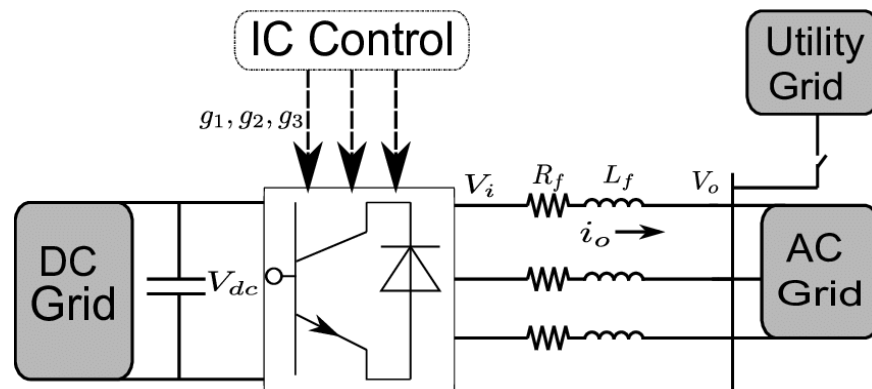
Figura 1 - Diagrama de blocos para representar um sistema fotovoltaico de conexão de um único estágio



Fonte: Shen; Su (2012).

De acordo com Rosyiana I. et al (2018), o modelo de estágio único pode ser representado de uma maneira mais detalhada através da Figura 2

Figura 2 – RL filtro utilizado em um controle de IGBT



Fonte: Rosyiana (2018).

O capacitor, cuja tensão nominal é igual a V_{dc} , na Figura 2 pode ser correlacionado a barramento DC – filtro descrito pela Figura 1, seu objetivo é minimizar as flutuações de tensão contínua de curto tempo intrínseca ao funcionamento das placas fotovoltaicas, reduzindo também as flutuações de potência no barramento de acoplamento V_o .

Os módulos IGBT juntamente com sinais de controle g_1 , g_2 e g_3 da Figura 2 representam o bloco inversor da Figura 1, sendo que, todo o processamento de sinais e a conversão da energia DC para AC é responsabilidade deste bloco, sendo ele o foco deste projeto.

Os componentes resistivos e indutivos R e L da Figura 2 descrevem o filtro de saída do equipamento da Figura 1, cujo objetivo é minimizar as componentes harmônicas geradas pelo processo de conversão de energia.

Algebricamente, o modelo representado pela Figura 2 pode ser descrito através das equações (1) a (4)

$$P = [V_i^2 - V_i \cos(\theta_i - \theta_o)]g_f - [V_i V_o \sin(\theta_i - \theta_o)]b_f \quad (1)$$

$$Q = [-V_i V_o \sin(\theta_i - \theta_o)]g_f - [V_i^2 - V_i V_o \cos(\theta_i - \theta_o)]b_f \quad (2)$$

$$Y_f = g_f - jb_f = \frac{1}{R_f + jX_f} = \frac{R_f - jX_f}{R_f^2 + X_f^2} \quad (3)$$

$$g_f = \frac{R_f}{R_f^2 + X_f^2} ; b_f = \frac{X_f}{R_f^2 + X_f^2} \quad (4)$$

Sendo:

- P : Potência ativa absorvida/fornecida pelo equipamento
- Q : Potência reativa absorvida/fornecida pelo equipamento
- V_i : Tensão de saída dos módulos IGBTs
- V_o : Tensão do barramento de acoplamento da rede
- θ_i : Ângulo de fase do sinal de saída dos módulos IGBTs
- θ_o : Ângulo de fase do sinal do barramento de acoplamento da rede
- g_f : Condutância do resistor R_f .
- b_f : Susceptância do reator L_f .

Usualmente, o valor de R_f é atribuído a resistência do reator série instalado na saída do inversor de potência, desde modo, pode-se considerar que $X_f \gg R_f$ e $R_f \sim 0$, logo pode-se descrever as equações (1) e (2) referentes as potências ativas e reativas do sistema da seguinte maneira:

$$P = - [V_i V_o \sin(\theta_i - \theta_o)]b_f \quad (5)$$

$$Q = - [V_i^2 - V_i V_o \cos(\theta_i - \theta_o)]b_f \quad (6)$$

Observa-se que as potências ativa e reativas e consequentemente os valores de tensão na barra de acoplamento do Sistema Interligado Nacional (SIN) podem ser controladas através da defasagem angular dos sinais elétricos gerados pela placa fotovoltaica com relação aos sinais do SIN. Portanto, caso o usuário consiga fixar o valor do ângulo de defasagem entre barras, os valores de potências e tensões serão diretamente correlacionados. Por conta disso, o PLL é uma ferramenta crucial para o controle deste tipo de equipamento, pois consegue identificar e fixar o valor de ângulo de fase do sinal de saída do inversor para diferentes condições de operação de rede.

Usualmente, a fim de simplificar o modelo matemático, o valor de defasagem angular entre barras é igual a zero, o que é denominado como condição de sincronismo de sinais. Com isso, as equações de fluxo de potência para o sistema de geração fotovoltaica considerando $(\theta_i - \theta_o) = 0$ podem ser descritas como:

$$P = 0 \quad (7)$$

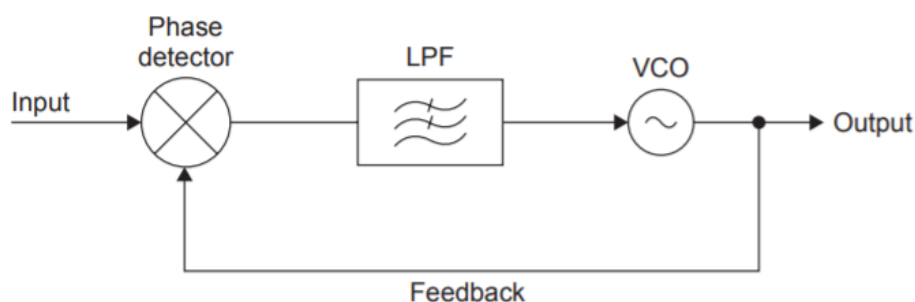
$$Q = -[V_i^2 - V_i V_o]b_f \quad (8)$$

Observa-se que com a sincronização de sinal, os valores de potência ativa são praticamente zero diminuindo as perdas durante o processo de geração e limitando-se somente a geração de potência reativa.

3 CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS.

Frenzel, L. E. (2018). define o PLL como um circuito de controle de malha fechada sensível a variações de frequência e fase do sinal de sincronização e consiste em sua maioria de três partes, uma detector de fase, um filtro passa baixa (LPF) e um oscilador controlado de tensão (VCO) conforme Figura 3

Figura 3 - Phase-locked loop



Fonte: Frenzel (2018).

3.1 DETECTOR DE FASE

Young, K e Dougal, R.A (2009). descrevem o detector de fase como um componente fundamental de um inversor de energia sustentável, sendo que erros em seu sinal de saída podem prejudicar a performance do controle do inversor, ocasionando oscilações na potência de saída do sistema.

Atualmente, de acordo com Lubura, S. et al (2014). a estrutura *Synchronous reference frame* (SFR) para PLL é umas das mais utilizadas para realizar a sincronização com o sistema elétrico. Arruda. L. N. et al (2001). descreve que a metodologia SFR como vantajosa para detectar a fase, frequência e amplitude da grandeza elétrica mesmo com a presença de uma rede desbalanceada, o qual, como explicito por Lubura, S. et al (2014). para geração fotovoltaica é um requisito técnico para o PLL, visto que se pode apresentar pelo menos um componente DC devido ao processo de conversão de energia no barramento de acoplamento do sistema.

A diferença entre um PLL convencional e um SRF-PLL pode ser descrita através do método de detecção de fase, sendo que para um SRF-PLL utiliza as transformadas de Clarke e Park, enquanto para um PLL pode possuir diversas maneira de obter a fase do sistema e para cada aplicação um tipo de detector de fase é aconselhado.

3.1.1 Transformadas de Clarke e Park

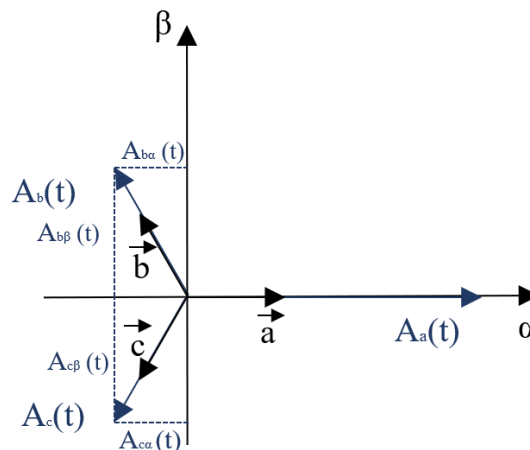
As transformadas de Clarke e Park visam facilitar a operação de sinais trifásicos alternados em sistema de controle, visto que após a conversão se obtém sinais contínuos de fácil controle sem abdicar dos parâmetros de ângulo, frequência e amplitude de tensão.

3.1.1.1 Transformada de Clarke

De maneira geral, pode-se definir a transformada de Clarke como um método para representar um sistema trifásico em componentes bipolares α e β .

A Figura 4 representa o diagrama fasorial considerando os eixos α e β definidos pela transformada de Clarke

Figura 4 - Diagrama fasorial transformada de Clarke



Fonte: Autoria própria

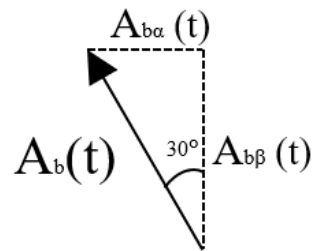
Os valores das componentes α e β podem ser definidos por:

$$A_{\alpha} = k * [A_a(t) - A_{b\alpha}(t) - A_{c\alpha}(t)] \quad (9)$$

$$A_{\beta} = k * [A_{b\beta}(t) - A_{c\beta}(t)] \quad (10)$$

Sendo k um fator de correção e $A_{b\alpha}$ e $A_{c\alpha}$ os valores relativos das componentes A_b e A_c no eixo α e $A_{b\beta}$ e $A_{c\beta}$ os valores relativos das componentes A_b e A_c no eixo β como descrito pelos os diagramas a seguir

Figura 5 - Representação da componente B nos eixos α e β

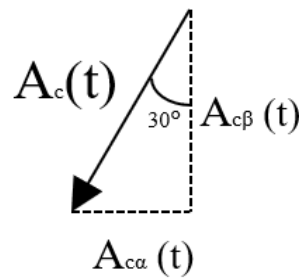


Fonte: Autoria própria

$$A_{b\alpha}(t) = A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) * \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} A_b(t) \quad (11)$$

$$A_{b\beta}(t) = A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) * \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} A_b(t) \quad (12)$$

Figura 6 - Representação da componente C nos eixos α e β



Fonte: Autoria própria

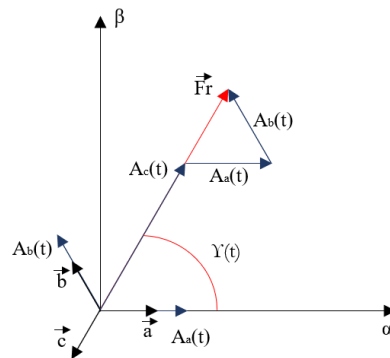
$$A_{c\alpha}(t) = A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 240^\circ) * \sin(30^\circ) = \frac{1}{2} A_c(t) \quad (13)$$

$$A_{c\beta}(t) = A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 240^\circ) * \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} A_c(t) \quad (14)$$

3.1.1.2 Vetor espacial

O valor da constante k para uma sistema que deseja conservar os valores de amplitude de tensão ou corrente pode ser definido através de uma análise sobre o vetor espacial para as componentes trifásicas.

De acordo com Cutri, R. (2004). o vetor espacial pode ser definido como uma combinação linear dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ sendo que os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ são igualmente defasados de 120° e não constituem uma base. Desse modo, pode-se descrever o vetor espacial $\vec{Fr}$ como

Figura 7 - Representação do vetor espacial no plano $\alpha\beta$ 

Fonte: Autoria própria

$$\vec{F}_r = A_a(t) * \vec{a} + A_b(t) * \vec{b} + A_c(t) * \vec{c} \quad (15)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \cos 0 + j \sin 0 = 1 \\ \vec{b} &= \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \vec{c} &= \cos 240^\circ + j \sin 240^\circ = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

Para um sistema trifásico equilibrado, os valores de $A_a(t)$, $A_b(t)$ e $A_c(t)$ podem ser definidos por:

$$\begin{aligned} A_a(t) &= A * \cos(\omega t + \alpha_0 + 0^\circ) = A * \cos(Y_0(t)) \\ A_b(t) &= A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) = A * \cos(Y_0(t) - 120^\circ) \\ A_c(t) &= A * \cos(\omega t + \alpha_0 - 240^\circ) = A * \cos(Y_0(t) - 240^\circ) \end{aligned} \quad (17)$$

Considerando a relação trigonométrica explícita pela equação (18) e substituindo (17) em (15) o vetor espacial $\vec{F}_r$ pode ser definido como:

$$\cos(a - b) = \cos(a) * \cos(b) + \sin(a) * \sin(b) \quad (18)$$

$$\vec{F}_r = \frac{3}{2} * A * [\cos(Y_0(t)) + j * \sin(Y_0(t))] = \frac{3}{2} * A * e^{jY_0(t)} \quad (19)$$

Para as componentes elétricas de tensão e corrente o termo A da equação 19 pode ser definido como V para a representação do vetor espacial de tensão e I para a representação do vetor espacial de corrente. Portanto, com o intuito de conservar o valor de amplitude de tensão ou corrente para a transformada de Clarke o valor da constante k pode ser definido como $\frac{2}{3}$ e os valores de vetor espacial de tensão e corrente sem variações de amplitude de sinal pode ser definido a seguir

$$\vec{V}_r = k * \vec{F}_r = \frac{2}{3} * \frac{3}{2} * V * e^{jY_0} = V * e^{jY_0} \quad (20)$$

$$\vec{I}_r = k * \vec{F}_r = \frac{2}{3} * \frac{3}{2} * I * e^{jY_0} = I * e^{jY_0} \quad (21)$$

Assim sendo, substituindo (11) e (12) em (9) e (10) e considerando o valor de k como $\frac{2}{3}$ a transformada de Clarke pode ser definida como

$$\begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Supondo a sequência zero do sistema, a matriz de transformação da transformada de Clarke corresponde a:

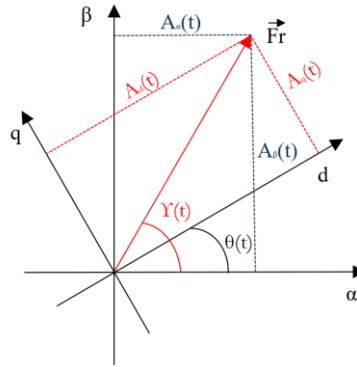
$$\begin{bmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \\ V_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_a(t) \\ V_b(t) \\ V_c(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

3.1.1.3 Transformada de Park

Conforme explicito por Sangwongwanich, A. (2018). aplicando a transformada de Clarke, as variáveis de controles (A_a , A_b e A_c) em qualquer sistema equilibrado se reduz a duas componentes A_α e A_β , entretanto as componentes α e β ainda se comportam como um sistema alternado com a mesma frequência das componentes A, B, C.

Com o intuito de utilizar as ferramentas de controle de maneira mais simplificada, é muito comum o uso da transformada de Park, a qual converte as componentes A, B e C para as componentes direta (d) e quadratura (q), tendo como característica de ser constante no tempo além de preservar os valores de amplitude, fase e frequência dos sinais de entrada. Sendo que, o eixo dq rotaciona na mesma velocidade do ângulo $Y(t)$ conforme representado pela Figura 8

Figura 8 - Representação do plano dq no plano $\alpha\beta$



Fonte: Autoria própria

Considerando o vetor espacial $\vec{F_r}$ as componentes nos eixos $\alpha\beta$ e dq podem ser definidas por:

$$A_\alpha(t) = |F_r| * \cos[\gamma(t)] \quad (24)$$

$$A_\beta(t) = |F_r| * \text{sen} [\gamma(t)] \quad (25)$$

$$A_d(t) = |F_r| * \cos[\gamma(t) - \theta(t)] \quad (26)$$

$$A_q(t) = |F_r| * \text{sen} [\gamma(t) - \theta(t)] \quad (27)$$

Utilizando a equação (18), obtém-se os valores de A_d e A_q como:

$$A_d(t) = |F_r| * \cos[\gamma(t)] \cos[\theta(t)] + |F_r| * \text{sen}[\gamma(t)] \text{sen} [\theta(t)] \quad (28)$$

$$A_q(t) = |F_r| * \text{sen}[\gamma(t)] \cos[\theta(t)] - |F_r| * \text{sen}[\theta(t)] \cos[\gamma(t)] \quad (29)$$

A transformada de Park considerando a sequência zero pode ser obtida substituindo (24) e (25) em (28) e (29).

$$\begin{bmatrix} A_d(t) \\ A_q(t) \\ A_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos[\theta(t)] & \text{sen}[\theta(t)] & 0 \\ -\text{sen}[\theta(t)] & \cos[\theta(t)] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_\alpha(t) \\ A_\beta(t) \\ A_0(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

Outro método mais eficaz matematicamente para a utilização da transformada de Park pode ser aferido substituindo as componentes $\alpha\beta$ da equação (30) pelos os valores obtidos por (23) conforme descrito abaixo

$$\begin{bmatrix} A_d(t) \\ A_q(t) \\ A_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos[\theta(t)] & \text{sen}[\theta(t)] & 0 \\ -\text{sen}[\theta(t)] & \cos[\theta(t)] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_a(t) \\ A_b(t) \\ A_c(t) \end{bmatrix} \quad (31)$$

Realizando as operações matemáticas, os valores de $A_d(t)$, $A_q(t)$ e $A_0(t)$ podem ser expressos como

$$\begin{bmatrix} A_d(t) \\ A_q(t) \\ A_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} \cos[\theta(t)] & \cos[\theta(t) - 120^\circ] & \cos[\theta(t) - 240^\circ] \\ -\text{sen}[\theta(t)] & -\text{sen}[\theta(t) - 120^\circ] & -\text{sen}[\theta(t) - 120^\circ] \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_a(t) \\ A_b(t) \\ A_c(t) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Substituindo as componentes ABC de (32) pelos valores obtidos pela equação (17) a transformada de ABC/dq0 pode ser expressa como

$$\begin{bmatrix} A_d(t) \\ A_q(t) \\ A_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} \cos[\theta(t)] & \cos[\theta(t) - 120^\circ] & \cos[\theta(t) - 240^\circ] \\ -\text{sen}[\theta(t)] & -\text{sen}[\theta(t) - 120^\circ] & -\text{sen}[\theta(t) - 120^\circ] \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A * \cos(Y_0(t)) \\ A * \cos(Y_0(t) - 120^\circ) \\ A * \cos(Y_0(t) - 240^\circ) \end{bmatrix} \quad (33)$$

Utilizando as relações trigonométricas descritas por (18) e (34) a transformada de Park ABC/dq0 é simplificada para

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen}(a) * \cos(b) - \cos(a) * \text{sen}(b) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} A_d(t) &= A * \cos(Y_0(t) - \theta(t)) \\ A_q(t) &= A * \text{sen}(Y_0(t) - \theta(t)) \\ A_0(t) &= \frac{1}{3} * [A_a(t) + A_b(t) + A_c(t)] \end{aligned} \quad (35)$$

Considerando o SRF-PLL, o detector de fase é diretamente interligado com as variáveis de controle proporcionadas pelas transformadas de Clarke e Park. Através da equação (35), observa-se que para um sistema em sincronismo ($Y_0(t) = \theta(t)$) os valores de $A_d(t)$ e $A_q(t)$ serão respectivamente A e 0. Caso o sistema esteja em 90° defasado ($Y_0(t) = \theta(t) + 90^\circ$) os valores de $A_d(t)$ e $A_q(t)$ serão respectivamente 0 e A, do mesmo modo a mesma análise pode ser realizada para qualquer valor de defasagem.

Portanto, as variáveis de saída da transformada de Park $A_d(t)$ e $A_q(t)$ representam diretamente o ângulo do sistema trifásico de potência, desde que seja utilizado um valor de referência conhecido para $\theta(t)$ para que seja possível conhecer a defasagem de ângulos.

A metodologia SRF-PLL considera como ideal para a detecção de fase o sincronismo entre os ângulos $V_a(t)$ e $\theta(t)$, resultando em valores de $A_d(t)$ e $A_q(t)$ de A e 0 respectivamente.

3.2 FILTRO PASSA BAIXA (LPF)

Em uma situação real de operação de um SRF-PLL em uma rede elétrica de potência trifásica, a presença de componentes harmônicas e desequilíbrios de tensões no sinal elétrico deve ser levado em consideração para parametrização das variáveis de controle

A presença de harmônicos no sinal de entrada do SRF-PLL resulta em diversos resultados negativos que impossibilitam o controle ideal do ângulo de fase, sendo que componentes de sequência positiva, negativa, zero e contínua apresentam diferentes respostas para o controlador do SRF-PLL.

3.2.1 Componentes harmônicas de sequência negativa.

Considerando um sistema com a presença de componentes harmônicas de sequência negativa de tal modo que os valores de amplitudes podem ser definidos como k_{na} , k_{nb} e k_{nc} e um fator multiplicativo de frequência “n”, sendo “n” igual a 2, 5, 8, 11, 14, 17... de maneira que a equação (17) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} V_a(t) &= V * \cos(\omega t + \alpha_0) + k_{na} \cos(n * \omega t + \alpha_n) \\ V_b(t) &= V * \cos(\omega t + \alpha_0 - 120^\circ) + k_{nb} \cos(n * \omega t + \alpha_n + 120^\circ) \\ V_c(t) &= V * \cos(\omega t + \alpha_0 - 240^\circ) + k_{nc} \cos(n * \omega t + \alpha_n - 120^\circ) \end{aligned} \quad (36)$$

Aplicando as equações (18), (32), (34) e (37) e $\theta(t) = \omega t + \alpha_{park}$ os valores v_d e v_q da transformada de Park podem ser descritos como

$$\begin{aligned}
\cos(a)\cos(b) &= \frac{1}{2} * [\cos(a+b) + \cos(a-b)] \\
\text{sen}(a)\text{sen}(b) &= \frac{1}{2} * [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\
\text{sen}(a)\cos(b) &= \frac{1}{2} * [\text{sen}(a+b) + \text{sen}(a-b)] \\
\cos(a)\text{sen}(b) &= \frac{1}{2} * [\text{sen}(a+b) - \text{sen}(a-b)]
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
v_d &= V * \cos(\alpha_0 - \alpha_{park}) + \\
&\frac{1}{3} * \left(k_{na} - \frac{k_{nb}}{2} - \frac{k_{nc}}{2} \right) * \cos[(n-1) * \omega t + \alpha_n - \alpha_{park}] + \\
&\frac{1}{3} * (k_{na} + k_{nb} + k_{nc}) * \cos[(n+1) * \omega t + \alpha_n + \alpha_{park}] + \\
&\frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{nb} - k_{nc}) * \text{sen}[(n-1) * \omega t + \alpha_n - \alpha_{park}]
\end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}
v_q &= V * \text{sen}(\alpha_0 - \alpha_{park}) + \\
&\frac{1}{3} * \left(k_{na} - \frac{k_{nb}}{2} - \frac{k_{nc}}{2} \right) * \text{sen}[(n-1) * \omega t + \alpha_n - \alpha_{park}] - \\
&\frac{1}{3} * (k_{na} + k_{nb} + k_{nc}) * \text{sen}[(n+1) * \omega t + \alpha_n + \alpha_{park}] - \\
&\frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{nb} - k_{nc}) * \cos[(n-1) * \omega t + \alpha_n - \alpha_{park}]
\end{aligned} \tag{39}$$

Observa-se que, mesmo com o sincronismo de rede ($\alpha_0 = \alpha_{park}$) os valores fornecidos pela transformada de Park resultam não somente mais em constantes conforme visto no capítulo 0, mas também apresentam componentes de harmônicos na ordem n-1 e n+1. Resultando em oscilações na resposta do detector de fase, consequentemente, oscilações de potência no barramento de acoplamento do SIN.

3.2.2 Componentes harmônicos de sequência zero.

Tendo em mente um sistema elétrico com componentes harmônicas de sequência zero de tal maneira que a amplitudes dos sinais sejam definidas por k_{za} , k_{zb} e k_{zc} com um fator multiplicativo “m” de modo que “m” seja igual a 3, 6, 9, 12, 15, 18... de maneira que a equação (17) possa ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
V_a(t) &= k_{za} \cos(m * \omega t + \alpha_z) \\
V_b(t) &= k_{zb} \cos(m * \omega t + \alpha_z) \\
V_c(t) &= k_{zc} \cos(m * \omega t + \alpha_z)
\end{aligned} \tag{40}$$

Os valores de v_d e v_q da transformada de Park podem ser definidos por meio das equações (18), (32), (34) e (37) e da igualdade $\theta(t) = \omega t + \alpha_{park}$ de modo que

$$\begin{aligned}
v_d = & \\
\frac{1}{3} * \left(k_{za} - \frac{k_{zb}}{2} - \frac{k_{zc}}{2} \right) * \{ \cos[(m-1) * \omega t + \alpha_z - \alpha_{park}] + \cos[(m+1) * \omega t + \alpha_z + \alpha_{park}] \} + & \\
\frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{zb} - k_{zc}) * \{ \sin[(m+1) * \omega t + \alpha_z + \alpha_{park}] - \sin[(m-1) * \omega t + \alpha_z - \alpha_{park}] \} &
\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
v_q = & \\
-\frac{1}{3} * \left(k_{za} - \frac{k_{zb}}{2} - \frac{k_{zc}}{2} \right) * \{ \sin[(m+1) * \omega t + \alpha_z + \alpha_{park}] - \sin[(m-1) * \omega t + \alpha_z - \alpha_{park}] \} & \\
+ \frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{zb} - k_{zc}) * \{ \cos[(m-1) * \omega t + \alpha_z - \alpha_{park}] - \cos[(m+1) * \omega t + \alpha_z + \alpha_{park}] \} &
\end{aligned} \tag{42}$$

Nota-se, para as componentes harmônicas de sequência negativa, para obter oscilações na resposta do detector de fase, é necessário que se tenha desequilíbrio de tensão entre as componentes harmônicas, pois a condições de equilíbrio $\mathbb{I}(k)_{za} = k_{zb} = k_{zc}$ resulta em valores de v_d e v_q igual a zero.

3.2.3 Componentes harmônicos de sinal contínuo.

Para a análise do sistema com componentes de se sinal contínuo, foi adotado um sinal contínuo de amplitudes k_{ca} , k_{cb} e k_{cc} na equação (17) de maneira que as tensões fiquem de conforme descrito a seguir

$$\begin{aligned}
V_a(t) &= k_{ca} \\
V_b(t) &= k_{cb} \\
V_c(t) &= k_{cc}
\end{aligned} \tag{43}$$

Determinam-se os valores de v_d e v_q da transformada de Park utilizando as equações (18), (32) e (34) e a igualdade $\theta(t) = \omega t + \alpha_{park}$ como a continuação

$$v_d = \frac{2}{3} * \left(k_{ca} - \frac{k_{cb}}{2} - \frac{k_{cc}}{2} \right) * \cos(\omega t + \alpha_{park}) + \frac{\sqrt{3}}{3} * (k_{cb} - k_{cc}) * \sin(\omega t + \alpha_{park}) \quad (44)$$

$$v_q = \frac{2}{3} * \left(k_{ca} - \frac{k_{cb}}{2} - \frac{k_{cc}}{2} \right) * \sin(\omega t + \alpha_{park}) + \frac{\sqrt{3}}{3} * (k_{cb} - k_{cc}) * \cos(\omega t + \alpha_{park}) \quad (45)$$

Observa-se que, para um sinal contínuo, como para sinais de sequência negativa, somente possuirá oscilações na resposta do detector de fase para sinais desequilibrados, sendo que somente a presença do sinal contínuo não interfere na resposta do sistema, desde que esteja em equilíbrio.

3.2.4 Componentes harmônicos de sequência positiva.

As componentes de sequência positiva podem ser relacionadas através de três componentes de amplitude k_{pa} , k_{pb} e k_{pc} e um fator multiplicativo de frequência “p”, seja p um valor igual a 4, 7, 10, 13, 16..., de maneira que a equação (17) seja descrita como:

$$\begin{aligned} V_a(t) &= k_{pa} \cos(p * \omega t + \alpha_n) \\ V_b(t) &= k_{pb} \cos(p * \omega t + \alpha_n - 120^\circ) \\ V_c(t) &= k_{pc} \cos(p * \omega t + \alpha_n + 120^\circ) \end{aligned} \quad (46)$$

Do mesmo modo que a componente negativa, os valores de v_d e v_q da transformada de Park para as componentes positivas podem ser descritas através das equações (18), (32), (34) e (37) e da igualdade $\theta(t) = \omega t + \alpha_{park}$

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{1}{3} * \left(k_{pa} - \frac{k_{pb}}{2} - \frac{k_{pc}}{2} \right) * \cos[(p+1) * \omega t + \alpha_p + \alpha_{park}] + \\ &\frac{1}{3} * (k_{pa} + k_{pb} + k_{pc}) * \cos[(p-1) * \omega t + \alpha_p - \alpha_{park}] + \\ &\frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{pc} - k_{pb}) * \sin[(p+1) * \omega t + \alpha_p + \alpha_{park}] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
v_q = & -\frac{1}{3} * \left(k_{pa} - \frac{k_{pb}}{2} - \frac{k_{pc}}{2} \right) * \text{sen}[(p+1) * \omega t + \alpha_p + \alpha_{park}] + \\
& \frac{1}{3} * (k_{pa} + k_{pb} + k_{pc}) * \text{sen}[(p-1) * \omega t + \alpha_p - \alpha_{park}] - \\
& \frac{\sqrt{3}}{6} * (k_{pb} - k_{pc}) * \cos[(p+1) * \omega t + \alpha_p + \alpha_{park}]
\end{aligned} \tag{48}$$

É possível verificar a presença de sinais de ordem $p+1$ e $p-1$ nos valores de v_d e v_q da transformada de Park quando o sistema elétrico possui harmônicos de sequência positiva no seu sinal.

Do mesmo modo, a equação (35) pode ser obtida também através das equações (47) e (48), considerando um sistema equilibrado ($k_{1pa} = k_{1pb} = k_{1pc}$) para $p = 1$ (frequência fundamental).

A presença de sinais senoidais para o sistema VCO do SRF-PLL dificulta o controle ideal do ângulo de fase do sistema trifásico, visto que a operação do controlador é mais eficiente para sinais contínuos.

Por essa razão, para a implementação de um SRF-PLL é necessária a implementação de um filtro passa baixa sem defasagem de ângulo para a eliminação de sinais oscilantes no sistema de controle do equipamento.

3.2.5 Implementação de um FIR

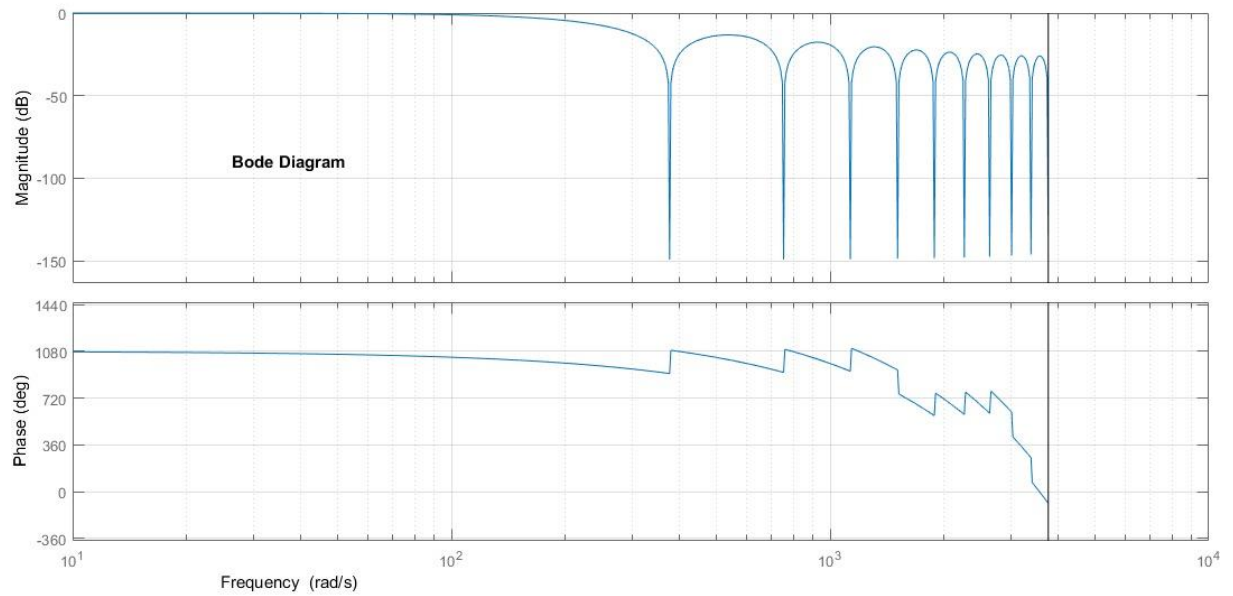
O filtro *Finite Impulse Response* (FIR) ou como também conhecido filtro *Moving Average Filter* (MAF) é um filtro digital que possibilita a filtragem de componentes harmônicas definidas com uma resposta mais eficaz que um filtro passa baixa passivo, além de não interferir no valor de fase.

Em comparação ao também filtro digital *Infinite Impulse Response* (IIR) o filtro FIR leva vantagem, pois é um filtro sem distorção na sua resposta aritmética e, também, não possui problemas de instabilidade.

As Figura 9 e 10 abaixo mostra a comparação de um filtro FIR de ordem 20 ($N=20$) que atenuará todos os sinais harmônicos até a 10 ordem ($N/2$) de maneira muito mais eficaz que um filtro passa baixa passivo, além de possuir baixa variação no ângulo de fase para os sinais nas frequências harmônicas o FIR proporciona uma perda em dB para as componentes

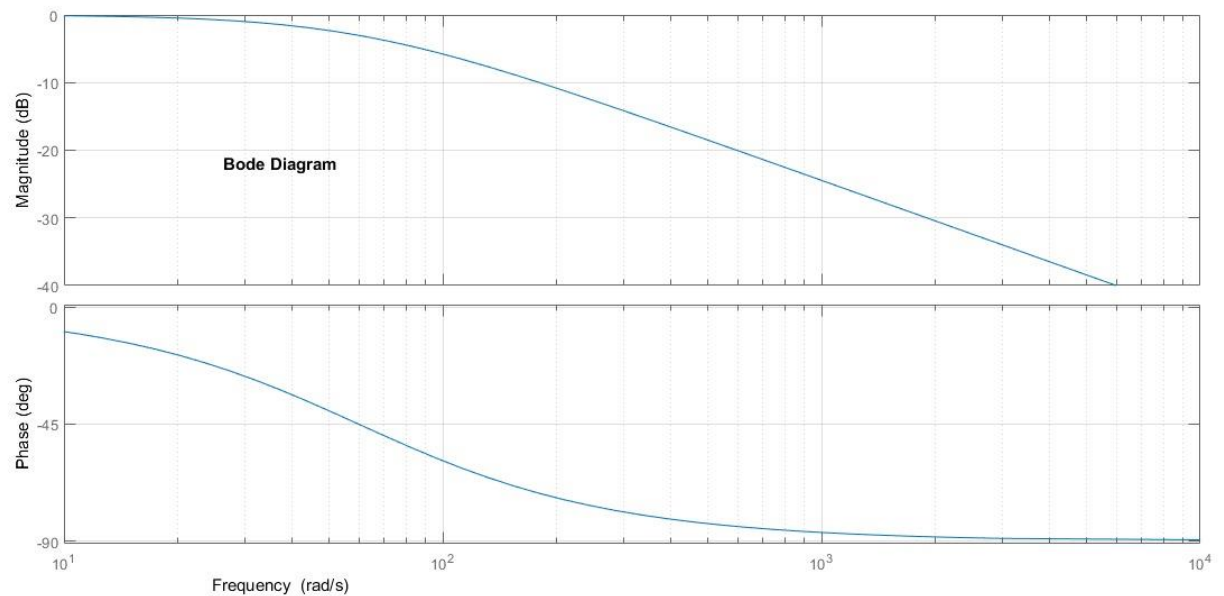
harmônicas drasticamente superior que um filtro passa baixa comum, sendo assim o mais recomendado para utilização em um SRF-PLL

Figura 9 - Diagrama de bode de um filtro FIR



Fonte: Autoria própria

Figura 10 - Diagrama de bode de um filtro passa baixo passivo



Fonte: Autoria própria

Conforme descrito por Cong, L. et al (2020), a implementação de um filtro FIR no domínio discreto para um controlador SRF-PLL pode ser descrito através da equação (49)

$$y(k) = \frac{1}{N} * \sum_{i=0}^{N-1} e(k-i) \quad (49)$$

Sendo N:

$$N = \frac{f_{amostragem}}{f_{rede}} \quad (50)$$

3.3 OSCILADOR CONTROLADO DE TENSÃO (VCO)

Lopes, A. (2013). define o oscilador controlado de tensão (VCO) como um integrador juntamente com um controlador PI que produz um ângulo através de uma frequência de referência.

De maneira geral o VCO é responsável por realizar todo o ajuste do valor de $\theta(t)$ para que a condição de sincronismo do detector de fase seja garantida. Para isso, o VCO pode ser distribuído em dois subgrupos, sendo eles um controlador PI e um integrador.

3.3.1 Controlador PI

O controlador PI (Proporcional e Integrador) é uma ferramenta extremamente utilizada para calcular e diminuir os erros das grandezas a serem controladoras, resultando em uma maior confiabilidade das respostas do sistema de controle ao mundo físico.

Um das principais vantagens de se utilizar um controlador PI é sua versatilidade com respeito a sua parametrização, podendo resultar em respostas mais suaves, porém lentas ou de outro modo, mais rápidas, porém mais agressivas.

O controlador PI pode ser descrito no domínio do tempo como a soma de um sinal constante com um sinal integrado conforme a equação (51) abaixo.

$$u(t) = K_p * e(t) + \frac{K_p}{T_i} * \int e(t) dt \quad (51)$$

Sendo:

- K_p : Constante multiplicativa proporcional
- T_i : Constante de tempo integrativa ou $T_i = \frac{K_p}{K_i}$
- K_i : Constante multiplicativa integrativa

Aplicando a transformada de Laplace (Anexo A) para a equação (51), obtém-se o controlador no domínio da frequência como:

$$u(s) = e(s) \left(K_p + \frac{K_p}{T_i * s} \right) \quad (52)$$

3.3.2 Integrador

Uma das principais funções de um controlador PI é minimizar o erro do sistema a zero, entretanto sua resposta é uma variável de frequência e para um SRF-PLL o objetivo do VCO é fornecer o valor do ângulo do sistema trifásico analisado.

Portanto, para obter o valor de ângulo do sistema é necessário adicionar ao controlador PI um integrador, cuja resposta será uma variável de ângulo.

Para o correto funcionamento do sistema integrativo, primeiramente, é necessário obter o valor de frequência angular que o sistema opera (ω) por meio de:

$$\omega(s) = \omega_{ref} + Erro_{PI} \quad (53)$$

Sendo:

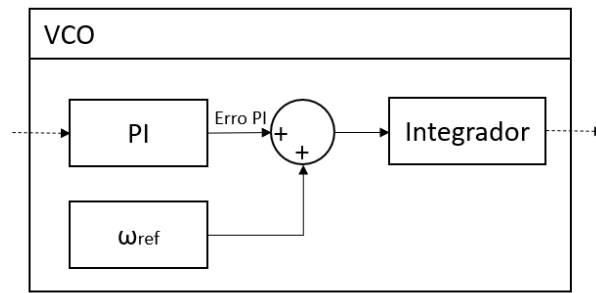
ω_{ref} : A frequência angular de referência do sistema

O valor do ângulo do sistema é obtido através da integral da frequência angular descrita pela equação (53) podendo ser descrito no domínio da frequência como:

$$\theta(s) = \omega(s) * \frac{1}{s} \quad (54)$$

Deste modo, o modelo VCO pode ser descrito através de um diagrama de blocos conforme a Figura 11

Figura 11 - Modelo VCO



Fonte: Adaptado de Ghasemi (2018).

Considerando o bloco VCO do SRF-PLL, deve definir somente as variáveis de controle K_p e T_i , sendo que, usualmente, as mesmas são correlacionadas com as condições físicas do sistema através da metodologia *Symmetrical Optimum* (SO).

4 SYMMETRICAL OPTIMUM.

Uma das metodologias de controle utilizadas para otimizar as constantes K_p e T_i do controlador PI é nomeada como *Symmetrical Optimum* (SO), a qual consiste em alinhar a resposta em frequência juntamente com o diagramas de Bode para atingir melhores respostas das variáveis de controle.

De acordo com Barbosa, A. et al (2014). a metodologia SO consegue alinhar os parâmetros físicos do sistema juntamente com as variáveis de controle, visando atingir um dinamismo mais rápido (menores constantes de tempo e atrasos da resposta) e uma atenuação de sinal para a frequência de corte em -20dB/dec, resultando em grandes atenuações para frequências indesejadas.

Para um controlador PI, Barbosa, A. et al (2014). determina que o sistema de controle deve possuir um bloco adicional descrito pela equação (55)

$$\widehat{G(s)} = \frac{K}{T_1 s * (T_{\Sigma} s + 1)} \quad (55)$$

Sendo:

- K: Ganho da planta
- T_1 : Constantes de tempo dominantes na planta
- T_{Σ} : Somatório de todos os parasítos das constantes de tempo (constantes de tempo mais atrasos)

Considerando um controlador PI de um SRF-PLL com a modelagem SO, Lopes, A. G. (2013). determina as constantes K, T_1 e T_{Σ} como:

- K: Tensão de pico de entrada para o SRF-PLL (V_{ent})
- T_1 : Unitário (1)
- T_{Σ} : Período de amostragem do controlador (T_a)

Deste modo, a equação (55) pode ser definida como:

$$\widehat{G(s)} = \frac{V_{ent}}{s * (T_a s + 1)} \quad (56)$$

Portanto a função de transferência em malha aberta do controlador do SRF-PLL pode ser definida pela multiplicação de (52) e (56) resultando na equação (57)

$$G_{ab}(s) = \frac{K_p V_{ent}}{T_i s^2} \left(\frac{T_i s + 1}{T_a s + 1} \right) \quad (57)$$

Lopes, A. G. (2013). define as variáveis K_p e T_i utilizando a metodologia SO como:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{1}{a V_{ent} T_a} \\ T_i &= a^2 T_a \end{aligned} \quad (58)$$

Sendo “a” uma variável descrita por:

$$a = \frac{1}{\omega_c T_a} \quad (59)$$

Deste modo a modelagem do controlador PI para o SRF-PLL é simplificada a definição somente do período de amostragem e frequência angular do sistema que é realizado através das amostras provenientes de simulações digitais.

A componente $\frac{1}{s}$ equação (56) é representada no controlador pelo integrador descrito no capítulo 0, o valor de tensão de entrada (V_{ent}) é um ganho do sistema que é proporcionado pela saída da transformada de Park descrito pela variável A da equação (35), já a componente $\frac{1}{T_a s + 1}$ pode ser aproximada ao filtro FIR descrito pelo capítulo 3.2.5, entretanto, como o filtro FIR é modelado em domínio discreto, é necessário realizar a transformada tanto do controlador PI quanto do integrador para componentes discretas para que seja possível realizar a modelagem do sistema.

5 DISCRETIZAÇÃO DO SISTEMA

A discretização de um sistema contínuo é uma ferramenta matemática que visa facilitar a implementação dos blocos de controle em softwares operacionais. Uma das maneiras mais eficaz para implementação de sistemas discretizados é por meio de equações de diferenças, as quais podem ser definidas através da combinação de sinais de entrada e saída de um bloco de controle no tempo.

A equação (60) representa uma equação de diferença generalizada a qualquer sistema físico.

$$u(k) + a_{N-1} * u(k-1) + a_{N-2} * u(k-2) + \dots + a_1 * u(k-N+1) + a_0 * u(k-N) = b_M * e(k) + (60)$$

Sendo:

k : Amostras do sistema discretizado ($k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$)

$u(k-i)$: Valores de saída do bloco

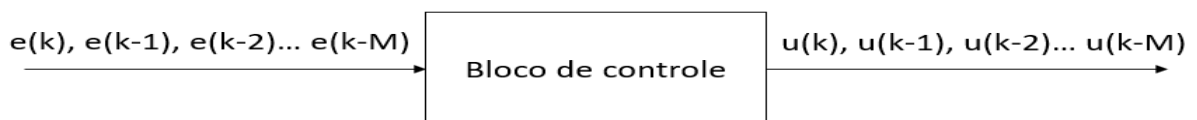
$e(k-i)$: Valores de entrada do bloco

a_{N-i} : Coeficientes multiplicativos dos valores de saída do bloco

b_{M-i} : Coeficientes multiplicativos dos valores de entrada do bloco

A Figura 12 descreve a representação teórica das equações de diferença por meio de blocos de controle no tempo discretizado.

Figura 12 - Representação das equações de diferença



Fonte: Autoria própria

Observa-se que, a equação (49) do filtro FIR é descrita teoricamente em função de variáveis discretas por meio de uma equação de diferença, entretanto as equações (52) do controlado PI e (54) do integrador são apresentadas no domínio contínuo e necessitam ser ajustas mediante as transformadas de Laplace e Z.

5.1 CONTROLADOR PI

A discretização do controlador PI pode ser obtida através de 8 passos descritos abaixo

1) Reposta a entrada degrau

Deve-se primeiramente verificar resposta do bloco de controle a um entrada definida pelo usuário, a qual usualmente é utilizada a entrada degrau para realizar a análise, representada pela expressão $\frac{1}{s}$

$$\frac{u(s)}{e(s)} = \frac{1}{s} * \left(K_p + \frac{K_p}{T_i * s} \right) \quad (61)$$

2) Transformada inversa de Laplace

A transformada de Laplace por ser feita através da tabela de transformada presente no Anexo A

$$\frac{u(t)}{e(t)} = K_p + \frac{K_p * t}{T_i} \quad (62)$$

3) Discretização ($t = kT_a$)

Sendo T_a o período de amostragem do sistema discreto, substituir todas as componentes de tempo contínuo pelo respetivo valor discretizado.

$$\frac{u(T_a)}{e(T_a)} = K_p + \frac{K_p * kT_a}{T_i} \quad (63)$$

4) Transformada Z

A transformada de Z pode ser obtida através da tabela de transformada presente no Anexo B

$$\frac{u(z)}{e(z)} = K_p * \frac{z}{z-1} + \frac{K_p * T_a}{T_i} * \frac{z}{(z-1)^2} \quad (64)$$

5) Divisão por $\frac{z}{z-1}$

Com o intuito de não afetar a resposta da entrada definida no passo 1, é necessário dividir a expressão obtida pelo passo 4 pela respectiva expressão da entrada definida no domínio discreto, por conta disso, para uma resposta degrau, deve-se utilizar a expressão $\frac{z}{z-1}$

$$\frac{u(z)}{e(z)} = K_p + \frac{K_p * T_a}{T_i} * \frac{1}{(z-1)} \quad (65)$$

6) Rearranjar de maneira que a expressão fique em função de do atraso discreto

$$\frac{1}{z^n}$$

É recomendado representação das equações discretas por meio do atraso do sinal $\frac{1}{z^n}$ para utilizar o uso da propriedade de atraso durante a aplicação da transformada inversa.

$$\frac{u(z)}{e(z)} = \frac{K_p + K_p \left(\frac{T_a}{T_i} - 1 \right) * \frac{1}{z}}{1 - \frac{1}{z}} \quad (66)$$

7) Rearranjar conforme equação (60)

Para obter a equação de diferença para um controlador PI é necessário rearranjar as variáveis de modo que resulte na forma generalizada das equações de diferença

$$u(z) = K_p * e(z) + K_p \left(\frac{T_a}{T_i} - 1 \right) * e(z) * \frac{1}{z} + u(z) * \frac{1}{z} \quad (67)$$

8) Substituir a notação de atraso $\frac{1}{z^n}$ pela notação $(k-n)$

Obtém-se a equação de diferença de um controlado PI final, realizando a transformada inversa da propriedade do atraso $\frac{1}{z^n}$ transformando na expressão $(k-n)$

$$u(k) = K_p * e(k) + K_p \left(\frac{T_a}{T_i} - 1 \right) * e(k-1) + u(k-1) \quad (68)$$

5.2 INTEGRADOR

Do mesmo modo que descrito pelo capítulo 5.1, pode-se obter a equação de diferença do integrador por meio também dos 8 passos

- 1) Reposta a entrada degrau

$$\frac{\theta(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{s} * \frac{1}{s} \quad (69)$$

- 2) Transformada inversa de Laplace

$$\frac{\theta(t)}{\omega(t)} = t \quad (70)$$

- 3) Discretização ($t = kT_a$)

$$\frac{\theta(kT_a)}{\omega(kT_a)} = kT_a \quad (71)$$

- 4) Transformada Z

$$\frac{\theta(z)}{\omega(z)} = T_a \frac{z}{(z-1)^2} \quad (72)$$

- 5) Divisão por $\frac{z}{z-1}$

$$\frac{\theta(z)}{\omega(z)} = T_a * \frac{1}{z-1} \quad (73)$$

- 6) Rearranjar de maneira que a expressão fique em função de do atraso discreto

$$\frac{1}{z^n}$$

$$\frac{\theta(z)}{\omega(z)} = T_a * \frac{\frac{1}{z}}{1 - \frac{1}{z}} \quad (74)$$

- 7) Rearranjar conforme equação (60)

$$\theta(z) = T_a * \omega(z) * \frac{1}{z} + \theta(z) * \frac{1}{z} \quad (75)$$

- 8) Substituir a notação de atraso $\frac{1}{z^n}$ pela notação $(k-n)$

$$\theta(k) = T_a * \omega(k-1) + \theta(k-1) \quad (76)$$

Desta forma, através das equações (49), (68) e (76), é possível desenvolver um modelo matemático no domínio discreto, sendo necessário somente para implementação a definição da ordem do filtro FIR, o tempo de amostragem e a frequência de corte do sistema.

6 PARAMETRIZAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE

Com o intuito de aplicar a solução do SRF-PLL em uma solução comercial é preciso determinar as três variáveis que definem as características do sistema de controle, sendo elas:

- N : Ordem harmônica do filtro FIR;
- T_a : Tempo de amostragem do sistema discreto;
- ω_c : Velocidade angular de corte.

6.1 FILTRO FIR

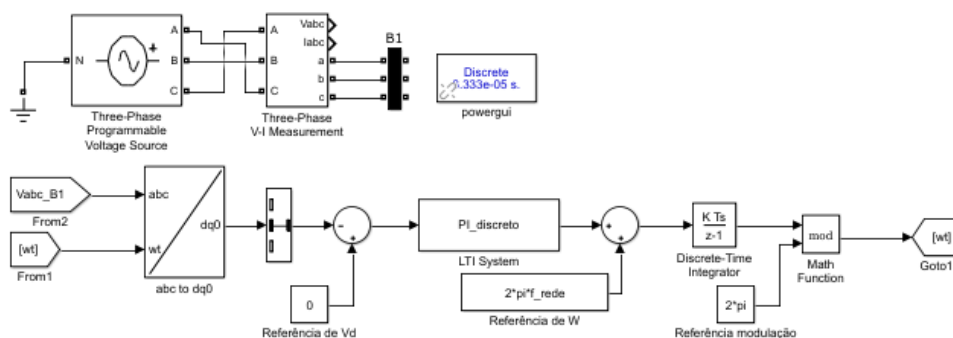
É possível observar através da equação (52) que o controlador PI também tem função de um filtro passivo passa baixa no sistema de controle, entretanto conforme os valores de K_p e T_i são determinados, as componentes harmônicas de baixa ordem não são atenuadas de maneira eficaz. Deste modo, a principal função do filtro FIR no SRF-PLL é atenuar as componentes harmônicas de baixa ordem.

A utilização de um filtro FIR de ordem elevada resulta em tempos de respostas do sistema muito elevados, visto que através da equação (49) é possível observar que são necessário N tempos de amostragem para que a resposta do filtro FIR seja obtida de maneira assertiva.

Por conta disso a determinação da ordem N do filtro FIR pode ser feita através do cálculo do erro do ângulo de fase do SRF-PLL sem a presença do filtro FIR para as harmônicas de pequena ordem.

Para isso foi utilizado um modelo no Simulink discretizado que represente o SRF-PLL conforme a Figura 13

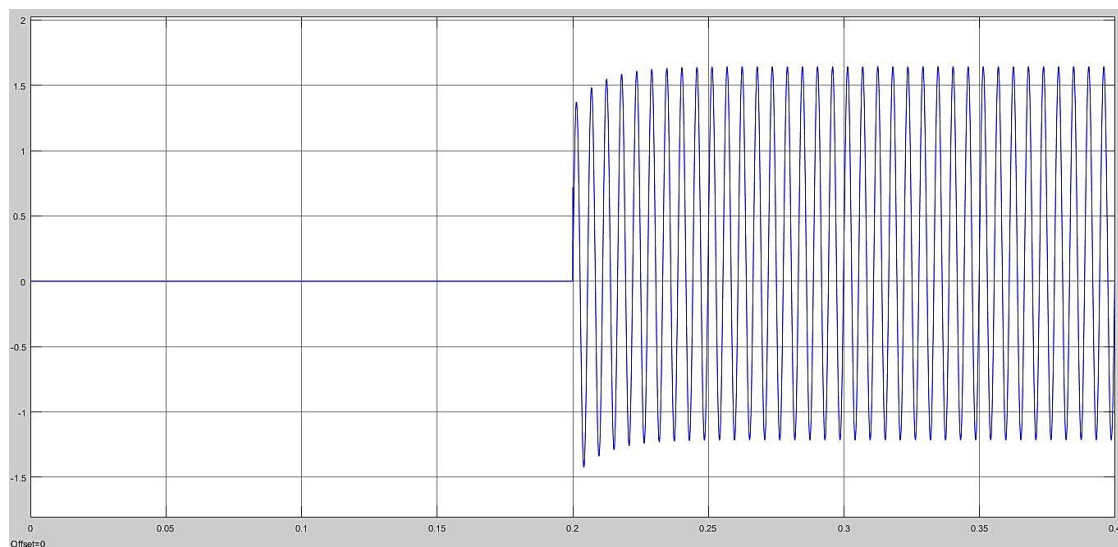
Figura 13 - Modelo discreto em Simulink do SRF-PLL sem o filtro FIR



Fonte: Autoria própria

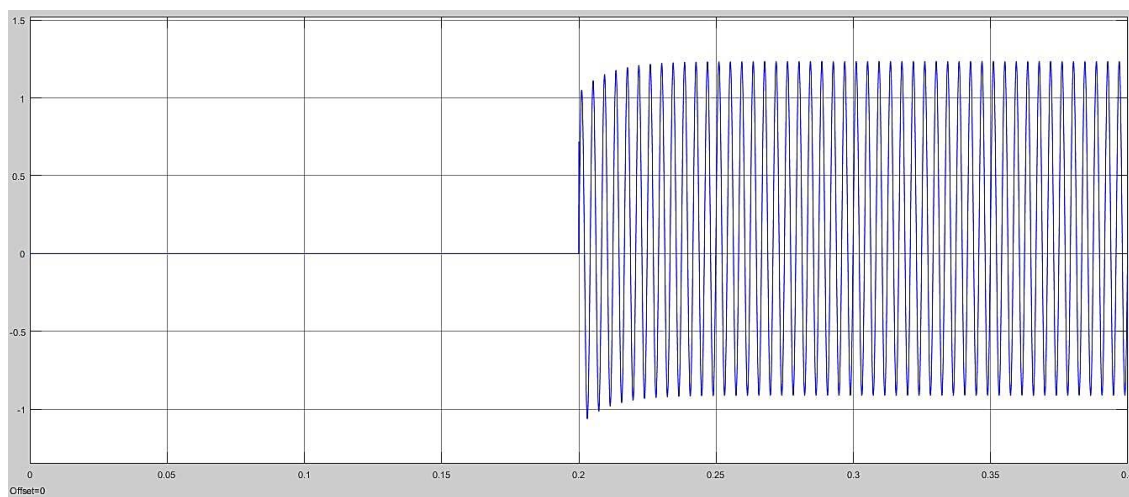
As respostas do sistema sem o filtro FIR podem ser observadas através das Figura 14 até a Figura 17. Nestas simulações foram adicionados componentes harmônicos de baixa ordem após 0,2s

Figura 14 - Erro em graus de um SRF-PLL sem o filtro FIR para a 2ª harmônica



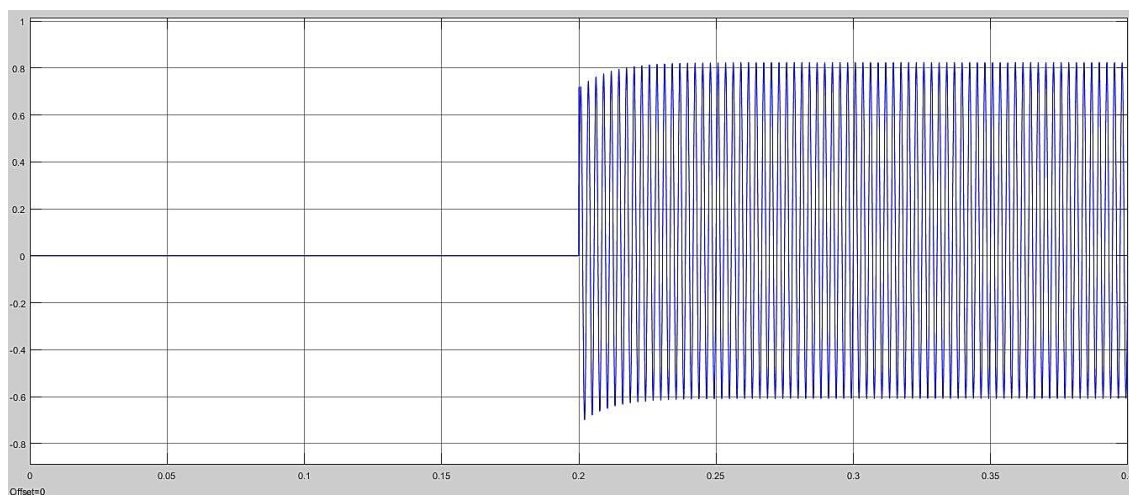
Fonte: Autoria própria

Figura 15 - Erro em graus de um SRF-PLL sem o filtro FIR para a 3ª harmônica



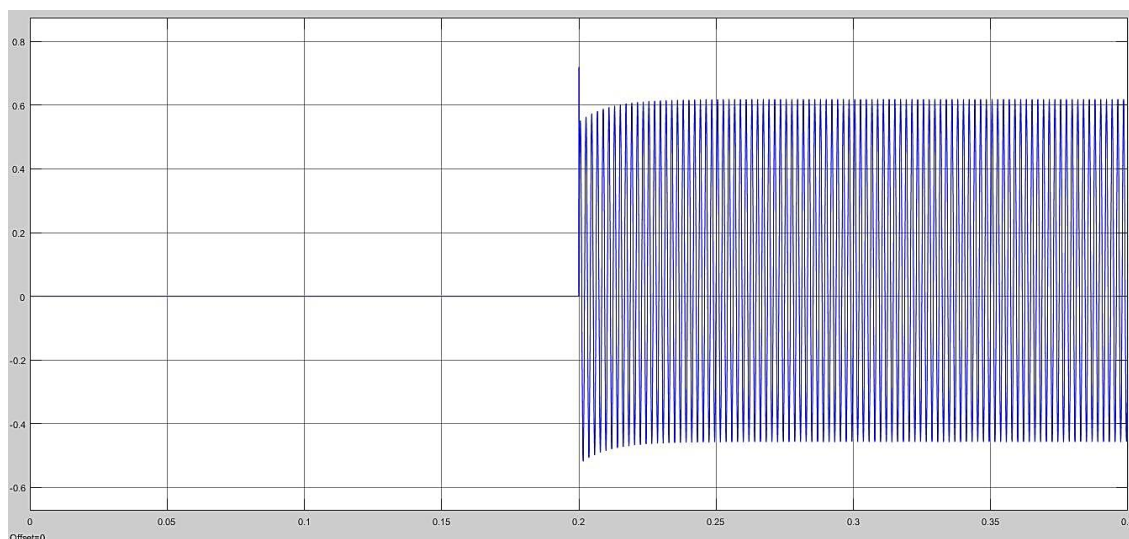
Fonte: Autoria própria

Figura 16 - Erro em graus de um SRF-PLL sem o filtro FIR para a 5ª harmônica



Fonte: Autoria própria

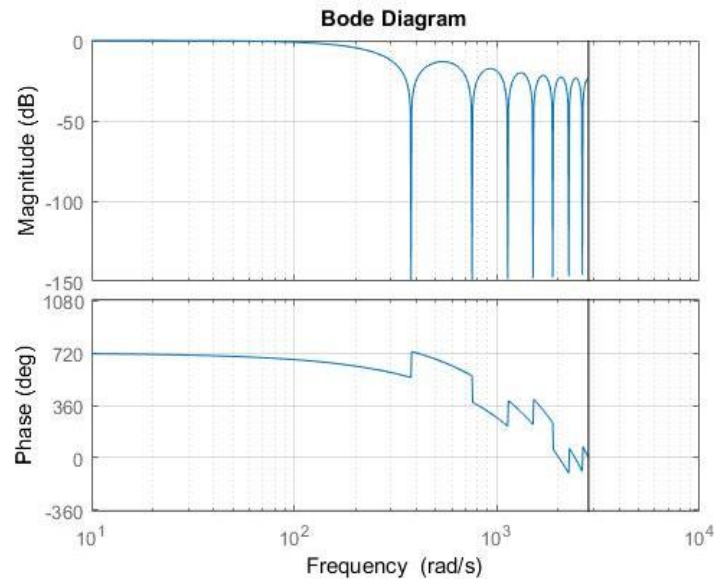
Figura 17 - Erro em graus de um SRF-PLL sem o filtro FIR para a 7ª harmônica



Fonte: Autoria própria

Observa-se que para a 7ª harmônica, o controlador PI já reduz o erro do sistema para valores de ângulos abaixo de $0,6^\circ$, o que foi considerado satisfatório para a operação do sistema. Por conta disso a ordem do filtro deve ser $2K + 1$, sendo K o valor da última componente harmônica que se deseja filtrar, ou seja, para o SRF-PLL modelado, a ordem N do filtro FIR será igual a 15. A Figura 18 descreve o diagrama de Bode para o FIR de ordem 15.

Figura 18 - Diagrama de Bode do filtro FIR de ordem 15



Fonte: Autoria própria

6.2 CONTROLADOR PI

Os valores de T_a e ω_c definem de forma indireta os valores de K_p e T_i do controlado PI do sistema, deste modo a maneira mais eficaz de otimizar os valores é entender primeiramente a sua função física no sistema como um todo.

Primeiramente, o T_a pode ser descrito como o tempo de amostragem do sistema discretizado, ou seja, para cada T_a no tempo contínuo o controlador irá obter uma amostra dos sinais elétricos do sistema, sendo valores de T_a baixos resultam em mais amostras por segundo do sistema. Já o valor de ω_c é a velocidade angular de corte do sistema de controle.

Observa-se que após a aplicação da transformada de Park e do filtro FIR espera-se que somente se tenha presente no sistema sinais constantes, resultando em uma velocidade angular igual a zero, por conta disso o valor de ω_c deve ser maior que zero e menor que a velocidade angular da rede (para 60Hz, pode ser aproximado a 376,99rad/s), pois para valores próximos da velocidade angular da rede o sistema de controle entra em ressonância com valores de rede gerando oscilações na resposta e instabilidade.

Por conta disso, foi verificado a resposta do controle para valores de T_a e ω_c e foram medidos os valores de overshoot, erro do sistema, tempo de subida e tempo de acomodação do controlador

Tabela 1 - Casos simulados para determinação de T_a e ω_c

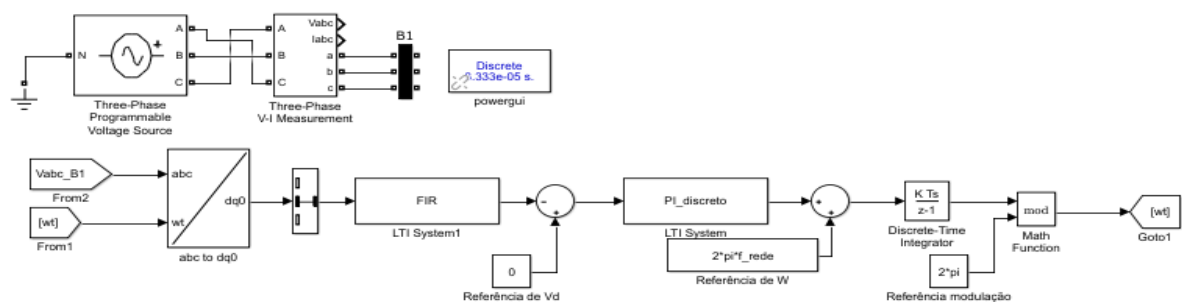
CASO	T_a	ω_c
1	0,333ms	188,50 $\frac{rad}{s}$
2	0,083ms	188,50 $\frac{rad}{s}$
3	0,083ms	188,50 $\frac{rad}{s}$
4	0,333ms	94,25 $\frac{rad}{s}$
5	0,083ms	94,25 $\frac{rad}{s}$
6	0,033ms	94,25 $\frac{rad}{s}$
7	0,333ms	47,12 $\frac{rad}{s}$
8	0,083ms	47,12 $\frac{rad}{s}$
9	0,033ms	47,12 $\frac{rad}{s}$

Fonte: Autoria própria

Para a determinação dos melhores valores de controle de T_a e ω_c foi simulado juntamente com um modelo discretizado em Simulink, conforme a Figura 19, uma falha que resulta uma defasagem de fase de 180° no ângulo da rede de maneira instantânea no instante de 0,1s.

O valor de 180° de defasagem é a condição mais crítica para o controlador, visto que o valor de 180° também resulta em um valor de v_q da transformada de Park igual a 0, resultando em um erro para o bloco PI igual a zero também, por conta disso o controlador necessita de mais tempo para que possa verificar que o sistema está a 180° defasado e não em fase.

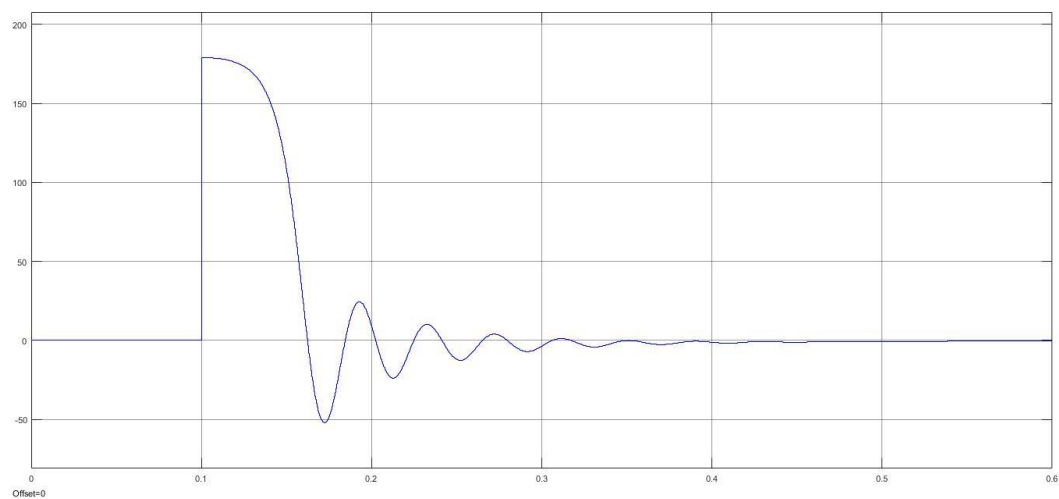
Figura 19 - Modelo discreto em Simulink do SRF-PLL



Fonte: Autoria própria

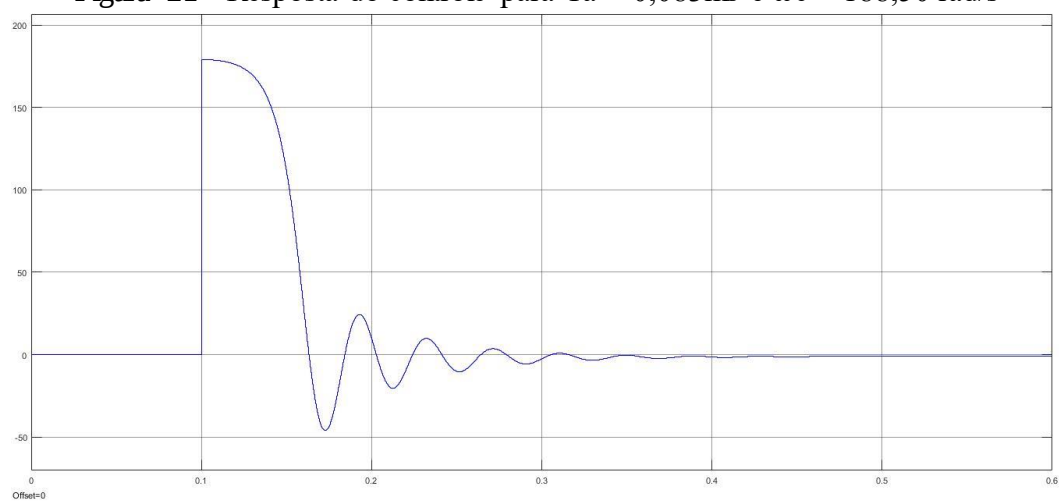
As respostas do controle para os valores de T_a e ω_c descritos podem ser obtidos através da Figura 20 até a Figura 28

Figura 20 - Resposta do controle para $T_a = 0,333\text{ms}$ e $\omega_c = 188,50\text{ rad/s}$



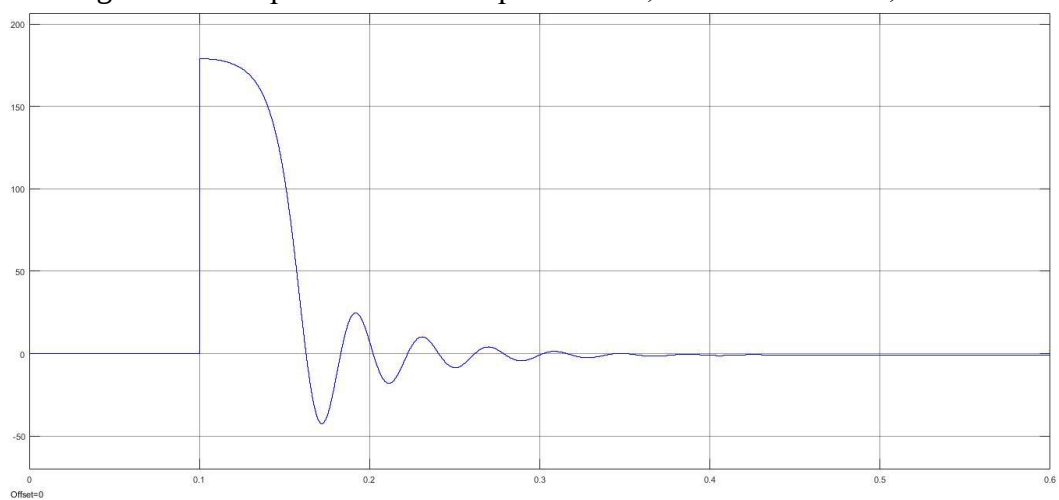
Fonte: Autoria própria.

Figura 21 - Resposta do controle para $T_a = 0,083\text{ms}$ e $\omega_c = 188,50\text{ rad/s}$



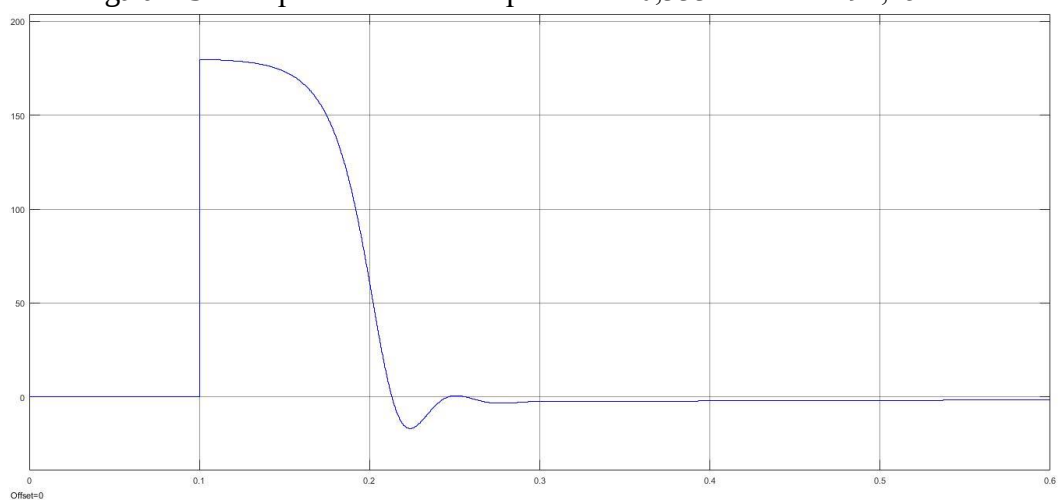
Fonte: Autoria própria.

Figura 22 - Resposta do controle para $T_a = 0,033\text{ms}$ e $\omega_c = 188,50\text{ rad/s}$



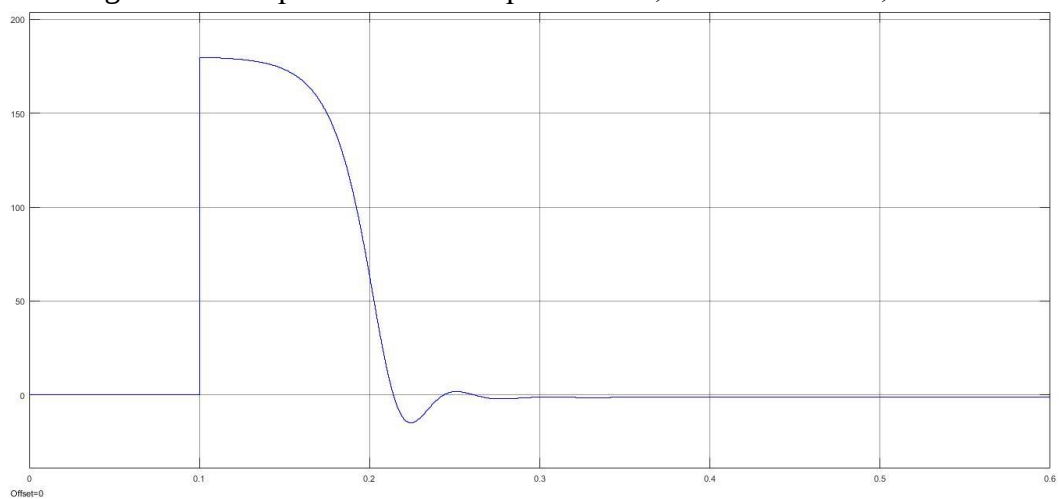
Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Resposta do controle para $T_a = 0,333\text{ms}$ e $\omega_c = 94,25\text{ rad/s}$



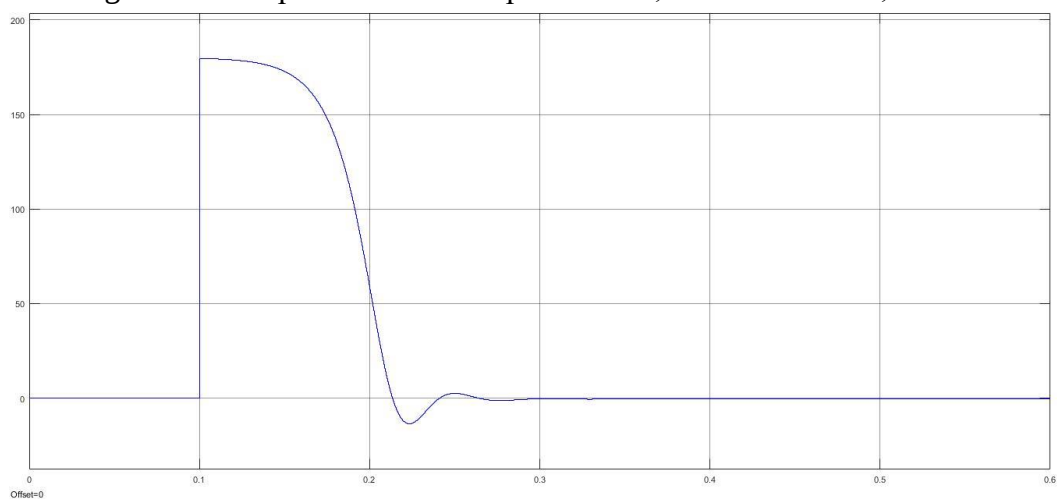
Fonte: Autoria própria.

Figura 24 - Resposta do controle para $T_a = 0,083\text{ms}$ e $\omega_c = 94,25\text{ rad/s}$



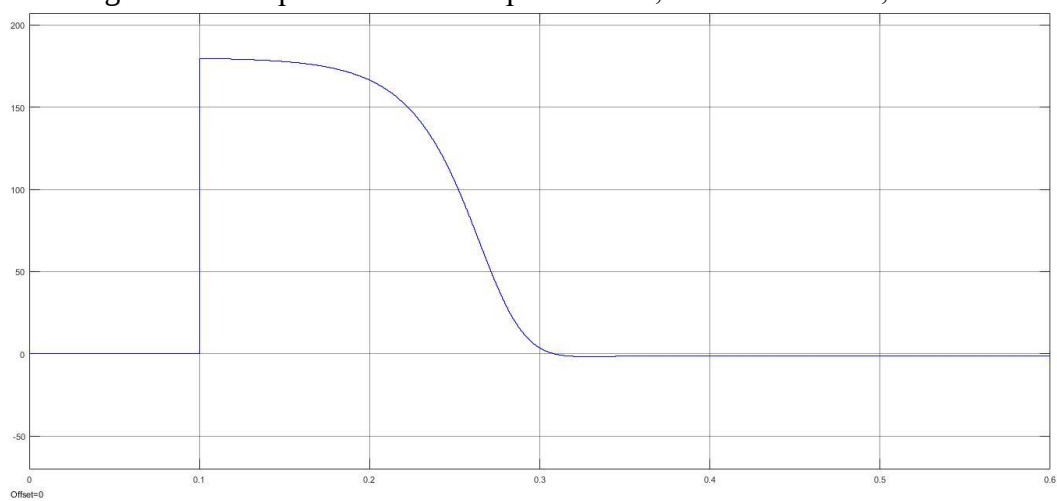
Fonte: Autoria própria.

Figura 25 - Resposta do controle para $T_a = 0,033\text{ms}$ e $\omega_c = 94,25\text{ rad/s}$



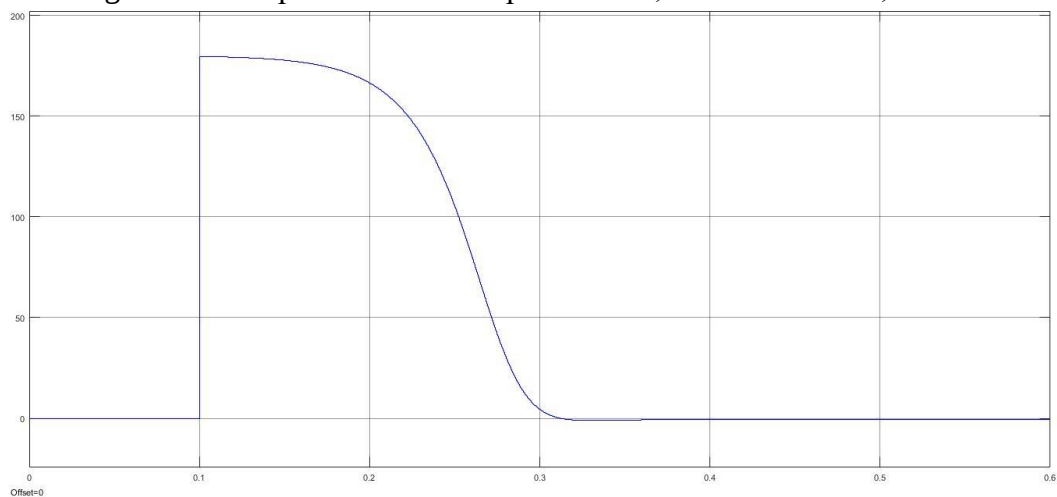
Fonte: Autoria própria.

Figura 26 - Resposta do controle para $T_a = 0,333\text{ms}$ e $\omega_c = 47,12\text{ rad/s}$

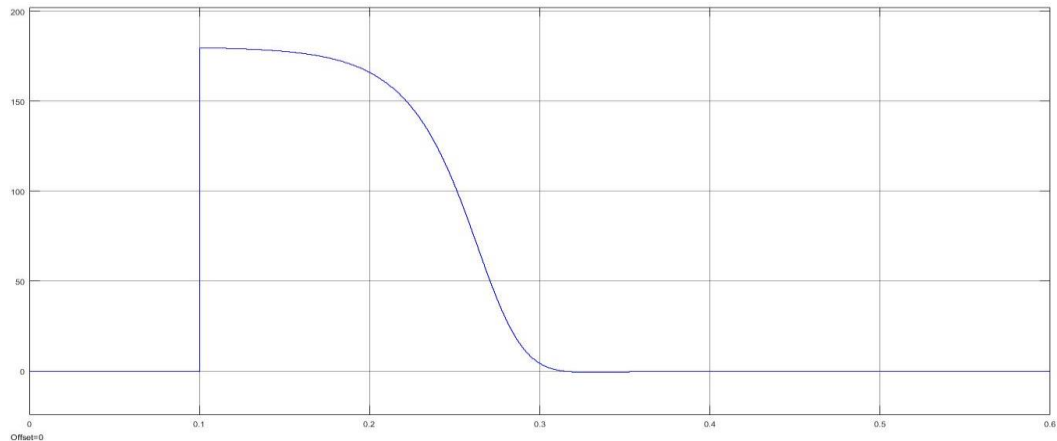


Fonte: Autoria própria.

Figura 27 - Resposta do controle para $T_a = 0,083\text{ms}$ e $\omega_c = 47,12\text{ rad/s}$



Fonte: Autoria própria.

Figura 28 - Resposta do controle para $T_a = 0,033\text{ms}$ e $\omega_c = 47,12\text{ rad/s}$ 

Fonte: Autoria própria.

De maneira geral, a Tabela 2 demonstra os valores das variáveis de controle do SRF-PLL.

Tabela 2- Resposta do sistema de controle

Tempo amostragem (ms)	Velocidade angular (rad/s)	Tempo de subida (ms)	Tempo de acomodação (ms)	Overshoot (deg)	Erro (deg)
0,167	188,50	60,20	201,15	51,92	-1,19
0,083	188,50	60,15	201,11	46,02	-0,96
0,033	188,50	60,09	200,15	42,37	-0,64
0,167	94,25	109,10	137,95	16,70	-2,13
0,083	94,25	108,51	137,61	14,70	-1,21
0,033	94,25	108,20	137,11	13,50	-0,54
0,167	47,12	186,10	202,57	0,00	-1,36
0,083	47,12	185,88	202,30	0,00	-0,69
0,033	47,12	185,63	202,29	0,00	-0,28

Fonte: Autoria própria

Observa-se que o valor do tempo de amostragem não altera de maneira muito eficaz os valores de tempo de subida e tempo de acomodação, a diminuição do tempo de amostragem resulta em menores valores de overshoot e do erro em regime permanente. Por questões de limitação de hardware, não foi possível verificar o desempenho do controlador para menores valores de tempo de amostragem e por isso se recomenda utilizar o valores de 0,033ms o que se mostrou satisfatório para a operação do sistema.

Com relação a velocidade angular nota-se que valores mais próximos de 376,99rad/s o sistema possui uma resposta transitória de maneira subcrítica, com maiores oscilações na resposta do SRF-PLL. Para valores menores da velocidade angular o sistema possui uma resposta transitória de maneira supercrítica, possuindo respostas mais lentas e suaves. Por

conta disso é recomendado que se utilize a condição de velocidade angular igual a 94,25 rad/s por possuir menor tempo de acomodação.

7 VALIDAÇÃO DO EQUIPAMENTO

7.1 ESTABILIDADE

Um das vantagens de se utilizar a metodologia SO é a facilidade de parametrização por meio da resposta em frequência do bloco de controle, através dos valores de controle obtidos no capítulo 6, é possível verificar o comportamento do controlador no domínio da frequência, visando atingir a condição de estabilidade do sistema.

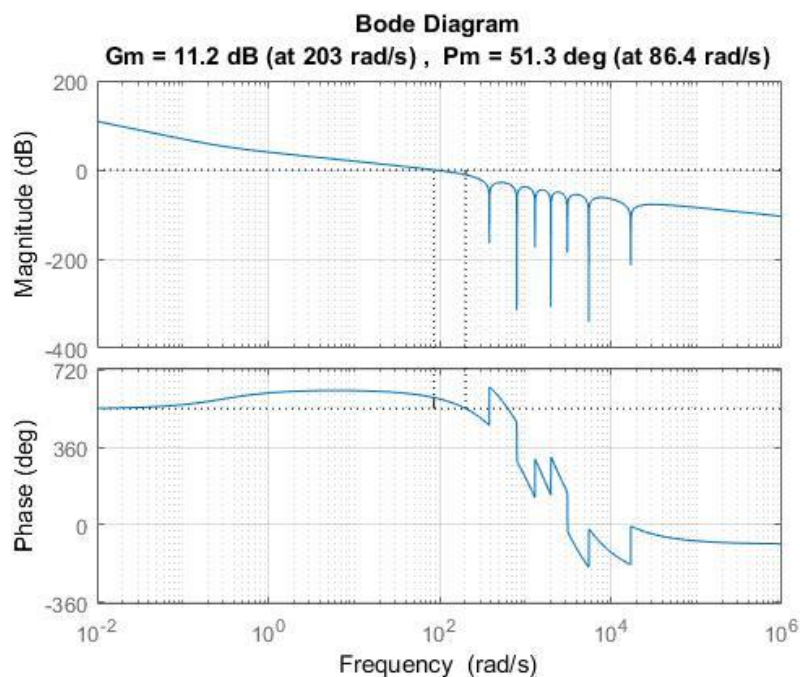
O diagrama de Bode é uma ferramenta matemática muito prática para realizar a análise de estabilidade do sistema através dos conceitos de margem de ganho e margem de fase.

A margem de ganho e fase podem ser determinadas através de uma análise matemática ou gráfica da resposta em frequência do sistema.

A margem de ganho é calculada através da diferença entre a atenuação do bloco de controle em dB com relação a 0dB no instante em frequência que o sistema possui defasem de -180° . Já a margem de fase é calculada através da diferença entre a fase do bloco de controle e -180° para quando o sistema possui uma atenuação de 0dB.

Deste modo os valores de margem de fase e ganho podem ser definidos através do software Matlab, utilizando a função *margin*, conforme descrito pela Figura 29.

Figura 29 - Diagrama de Bode para o SRF-PLL



Fonte: Autoria própria

É possível observar que o sistema possui uma margem de ganho de 11,2dB o que significa que o sistema possui uma margem de 11,2dB para variar seu ganho e atingir a condição de estabilidade crítica, para valores de margem de ganho negativa o sistema possui uma resposta instável e por isso é importante garantir que as escolhas dos parâmetros de controle não resultem em tal condição

Com relação a margem de fase de $51,2^\circ$, pode-se definir que o controlador possui uma margem de atraso de fase puro de $51,2^\circ$ para atingir a estabilidade crítica do sistema, para valores negativos de margem de fase pode-se considerar que o sistema de controle será instável.

Outra característica que se observa através da Figura 29 é que a resposta do sistema de controle para frequências próximas de zero possui uma defasagem de 180° , por conta disso, a resposta do SRF-PLL sempre estará defasa em 180° com relação ao sinal de análise.

Porém para que se obtenha o sincronismo entre sinais, uma das soluções é somar ao sinal de saída do SRF-PLL um offset de ângulo de 180° , sendo uma solução simples e eficaz.

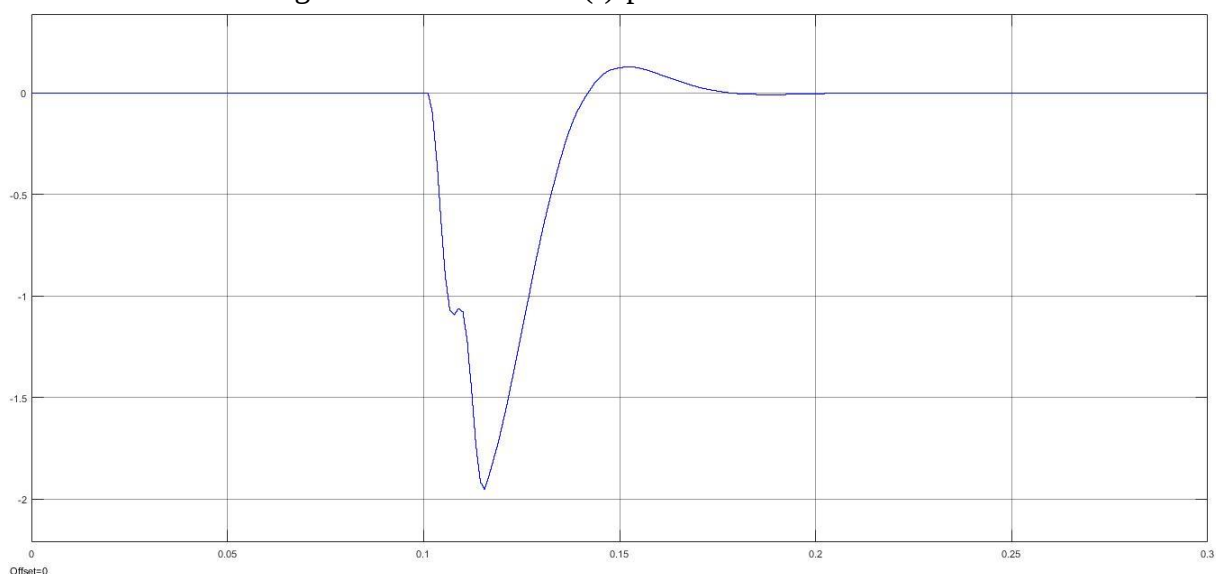
7.2 DESEMPENHO PARA CONDIÇÕES DE REDE DIVERSAS

O SRF-PLL pode estar disposto a trabalhar em diversas situações que podem impactar no seu correto funcionamento, dentro deles podemos citar como principais que afetam de maneira direta o controlador a variação de tensão na barra de acoplamento, o desequilíbrio de tensão entre fases, a variação de fase do sistema e a operação com componentes harmônicas. Para isso é necessário verificar a operação do SRF-PLL para cada tipo de situação para garantir o correto funcionamento independentemente da ocasião.

7.2.1 Falta monofásica

Com o intuito de simular a variação de amplitude da barra e um desequilíbrio de tensão no sistema, foi aplicado uma falta monofásica na barra de acoplamento do SRF-PLL no instante 0,1 para poder verificar a resposta dinâmica do equipamento conforme a Figura 30

Figura 30 - Erro de fase ($^{\circ}$) para uma falta monofásica



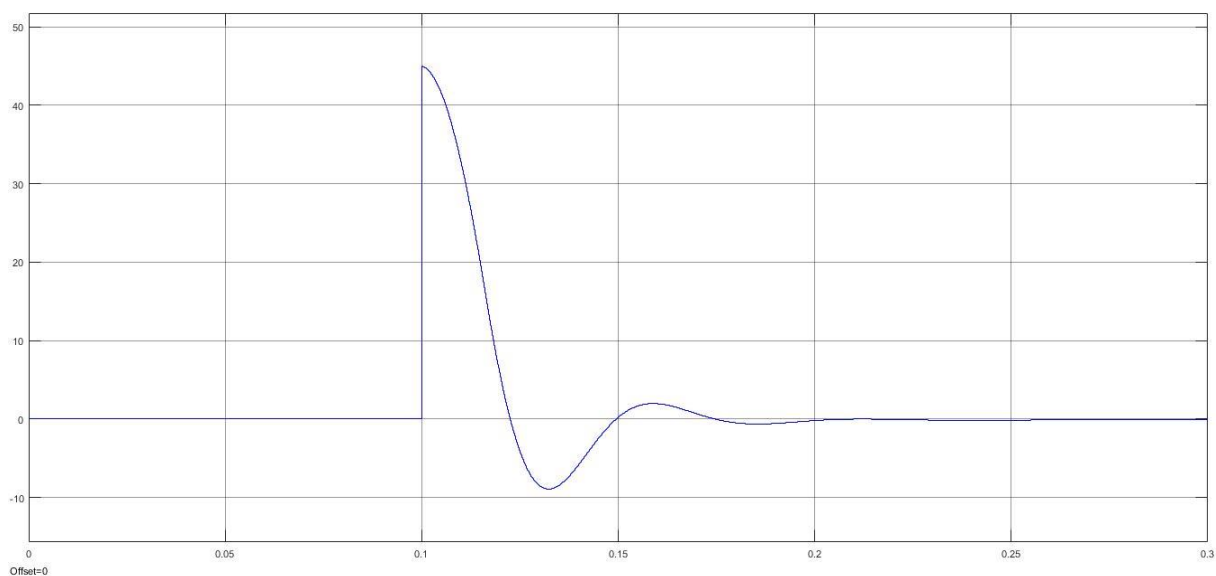
Fonte: Autoria própria

Observa-se que para a falta monofásica, o sistema teve um erro máximo de ângulo de $1,93^{\circ}$ com um tempo de resposta de 58ms o que é satisfatório para uma condição de falha de rede.

7.2.2 Variação de fase

A variação de fase foi realizada através de uma simulação no Simulink com uma desfasagem de 45° em 0,1s conforme visto pela Figura 31

Figura 31 - Erro de fase ($^{\circ}$) para uma mudança de fase de 45°



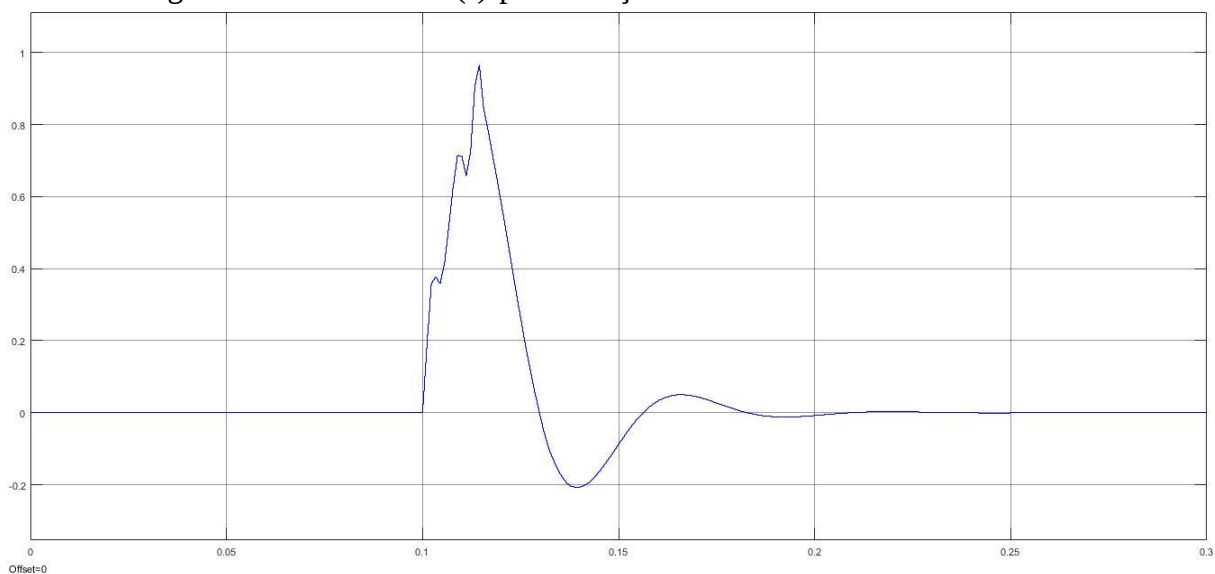
Fonte: Autoria própria

Para a variação de fase de 45° o controle do SRF-PLL demorou 68ms para atingir a resposta ideal e possuiu um erro máximo de $8,91^\circ$

7.2.3 Presença de harmônicos

Após a implementação do filtro FIR, é necessário verificar o aumento de eficiência do sistema em comparação ao descrito pelo capítulo 6.1. Para isso foi inserido a segunda e terceira harmônica com amplitude 0,3pu e 0,4pu conforme visto pela Figura 32

Figura 32 - Erro de fase ($^\circ$) para inserção do 2º e 3º harmônico no sistema



Fonte: Autoria própria

Considerando a presença do segundo e terceiro harmônico, o sistema teve um erro máximo de ângulo de $0,957^\circ$ com um tempo de resposta de 76,36ms o que se pode considerar quase como um sistema sem afetações devido a presença de harmônicos

8 CONCLUSÃO

O SRF-PLL é uma ferramenta muito importante para realizar o controle de componentes da rede elétrica que necessitam de sincronismo de fase, como tensão, corrente e potência.

Com relação a condições adversas da rede, como desequilíbrio de tensão, falta monofásica, presença de componentes harmônicas, observou-se que o SRF-PLL possui uma resposta muito satisfatória, com baixas variações de ângulo de fase e tempo de resposta baixo.

Todavia, observa-se que a implementação de um filtro FIR de ordem 15 diminui o tempo de resposta da malha de controle, resultando em valores de tempo de resposta ineficazes para condições críticas de operação, como desfasamento angular em 180° , sendo sugerido a implementação futura de metodologia diferente de um controlador PID para melhoria da resposta do sistema ou utilizar a metodologia descrita por CONG, L. et al (2020).

Além do mais, a resposta em ângulo (θ) pode ser muito eficaz para realizar o controle de ângulo de corrente, o qual é uma metodologia muito utilizada para inversores de frequência de acoplamento de placas fotovoltaicas e também para compensadores estáticos, sendo assim, para trabalhos futuros, utilizar o SRF-PLL como entrada de um sistema de controle para realizar tais funções.

REFERÊNCIAS

- ARRUDA, L. N. *et al.* PLL structures for utility connected systems. *In: RECORD OF THE 2001 IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE*, 4., 2001, Chicago. **Proceeding** [...]. Chicago: IEEE, 2001 p. 2655-2660.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ENERGIA SOLAR FOTOVOLTAICA. **Panorama da solar fotovoltaica no Brasil e no mundo**. São Paulo: ABSOLAR, [2021]. Disponível em: <https://www.absolar.org.br/mercado/infografico/>. Acesso em: 31 out. 2021.
- BARBOSA, A. *et al.* Symmetrical optimum based PI control redesign. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO*, 20., 2014, Belo Horizonte. **Anais** [...]. Campina Grande: CBA, 2014. Disponível em: <http://www.swge.inf.br/CBA2014/anais/PDF/1569935441.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2022.
- CONG, L. *et al.* Enhanced grid-connected phase-locked loop based on a moving average filter. **IEEE Access**, Shanghai, v. 8, p. 5308 - 5315, 2020.
- CUTRI, R. **Compensação de desequilíbrios de carga empregando conversor estático operando com modulação em largura de pulso**. Orientador: Lourenco Matakas Junior. 2004. Dissertação (Mestrado em Sistemas de Potência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- FITRI, I. R. *et al.* A robust suboptimal current control of an interlink converter for hybrid AC/DC microgrid. *In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ADVANCED INTELLIGENT SYSTEMS*, 11., 2018, Daegu. **Anais** [...]. Daegu: Energies, 2018. p. 1 - 15.
- FRENZEL, L.E. Electronic circuits: linear/analog. *In: FRENZEL, L.E. The building blocks of electronic equipment*. Austin: Electronics Explained, 2018. p. 63-102.
- GHASEMI, A. *et al.* An implementation of improved PLL for control of grid-connected converters under grid perturbations. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Cham, v. 30, p. 568 – 579, 2019.
- LOPES, A.G. **Controle avançado de conversores para ligação à rede**. Orientador: Carlos João Rodrigues Costa Ramos. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores) – Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, Universidade de Porto, Porto, 2013.
- LUBURA, S. *et al.* Single-phase locked loop with DC offset and noise rejection for photovoltaic inverters. *In: AIP CONFERENCE*, 1., 2014, Lukavica. **Proceeding** [...]. Lukavica: IET Power Electronics, 2014. p. 2288-2299.
- MAGALHÃES, M. **Tabela transformada z**. Curitiba, 2018. Disponível em: <https://www.passeidireto.com/arquivo/49732941/tabela-de-transformada-z> Acesso em: 23 jan. 2022.
- SANGWONGWANICH, A. *et al.* Control of single-phase and three-phase DC/AC converters. *In: SANGWONGWANICH, A. et al. Control of power electronics converts and systems*, Londres: National Academic Press, 2018. p. 153-173.

SHEN, C.; SU, J. Grid-connection half-bridge PV inverter system for power flow controlling and active power filtering. **International Journal of Photoenergy**, Yuanchau, v. 2021, 8p, 2012. Disponível em: <https://www.hindawi.com/journals/ijp/2012/760791/#abstract>. Acesso em: 10 jan. 2022.

YOUNG, K.; DOUGAL, R.A. SRF-PLL with dynamic center frequency for improved phase detection. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLEAN ELECTRICAL POWER, 1., 2009, Capri. **Proceeding** [...]. Capri: IEEE, 2009, p. 212-216.

ANEXO A – Transformada de Laplace

Tabela 1 - Transformada Laplace

Dominio t	Dominio s
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$t * e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$
$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)} * \frac{1}{(s+b)}$
$\mathbb{I}t - \frac{1}{a(1-e^{-at})}\mathbb{I}$	$\frac{a}{s^2(s+a)}$
$1 - (1+at)e^{-at}$	$\frac{a^2}{s(s+a)^2}$
$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \text{cos } \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$

Fonte: Magalhães (2018).

ANEXO B – Transformada Z

Tabela 2 - Transformada Z

Dominio t	Dominio s
1	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{T_a * z}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{T_a^2 * z * (z+1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{z}{z - e^{-a * T_a}}$
$t * e^{-at}$	$\frac{T_a * z * e^{-a * T_a}}{(z - e^{-a * T_a})^2}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{z * (1 - e^{-a * T_a})}{(z-1)(z - e^{-a * T_a})}$
$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{b-a} * \left(\frac{z}{z - e^{-a * T_a}} - \frac{z}{z - e^{-b * T_a}} \right)$
$\left[t - \frac{1}{a(1-e^{-aT_a})} \right]$	$\frac{T_a}{(z-1)^2} - \frac{z * (1 - e^{-a * T_a})}{a * (z-1)(z - e^{-a * T_a})}$
$1 - (1+at)e^{-at}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-a * T_a}} - \frac{a * T_a * z * e^{-a * T_a}}{(z - e^{-a * T_a})^2}$
$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$\frac{z * e^{-a * T_a} * \text{sen}(\omega * T_a)}{z^2 - 2 * z * e^{-a * T_a} * \cos(\omega * T_a) + e^{-2 * a * T_a}}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{z^2 - z * e^{-a * T_a} * \cos(\omega * T_a)}{z^2 - 2 * z * e^{-a * T_a} * \cos(\omega * T_a) + e^{-2 * a * T_a}}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{z * \text{sen}(\omega * T_a)}{z^2 - 2 * z * e^{-a * T_a} * \cos(\omega * T_a) + 1}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{z[z - \cos(\omega * T_a)]}{z^2 - 2 * z * e^{-a * T_a} * \cos(\omega * T_a) + 1}$

Fonte: Magalhães (2018).

APÊNDICE A – Código Matlab Auxiliar

Figura 33 – Código auxiliar do modelo Simulink em MATLAB

```
clear all
```

Cálculo de parâmetros

```
f_rede = 60; %Frequência da rede (Hz)
N = 15; %Ordem do filtro FIR
f_amostragem = 500*f_rede; %Frequência de amostragem do sistema de controle
wc = pi*f_rede/2; %Velocidade angular de corte (rad/s)

Ta = 1/f_amostragem; %Período de amostragem do sistema de controle
Ventrada = 1; %Tensão de entrada (1 pu)

a = 1/(wc*Ta); %Variável auxiliar do S0
Ti = a^2*Ta; %Constante de tempo integrativa do PI
Kp = 1/(a*Ventrada*Ta); %Constante proporcional do PI
```

Determinação do blocos de controle

```
PI = tf([Kp*Ti Kp], [Ti 0]); %Controlador PI no domínio S
PI_discreto = c2d(PI, Ta, 'tustin'); %Controlador PI no domínio discreto

integral = tf(1, [1 0]); %Integrador no domínio S
integral_discreto = c2d(integral, Ta, 'tustin'); %Integrador no domínio discreto

for i = 1:N %Interação para criar o filtro FIR.
    aux(i) = 1;
end

FIR = (1/N)*tf(aux, 1, 1/(f_rede*N), 'variable', 'z^-1'); %Filtro FIR domínio discreto
FIR_constinuo = d2c(FIR, 'tustin'); %Filtro FIR domínio tempo
```

Gráficos da análise de frequência

```
Gaberto = PI*FIR_constinuo*integral; %Função de transferência em malha aberta
margin(Gaberto) %Cálculo da margem de fase e ganho do diagrama de
grid on
```

Fonte: Autoria Própria