

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO- LINEAR DE UM
SISTEMA MECÂNICO COM VIBRAÇÕES ASSOCIADAS
A UMA TRANSIÇÃO BRUSCA NA RIGIDEZ**

Fernando de Haro Moraes

Bauru - 2012

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO- LINEAR DE UM SISTEMA MECÂNICO COM VIBRAÇÕES ASSOCIADAS A UMA TRANSIÇÃO BRUSCA NA RIGIDEZ

Autor: **Fernando de Haro Moraes**

Orientador: **Prof. Dr. Bento Rodrigues de Pontes Junior**

Co- Orientador: **Prof. Dr. José Manoel Balthazar**

Curso: **Mestrado em Engenharia Mecânica**

Área de concentração: **Projeto Mecânico**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia – UNESP, campus Bauru, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Bauru - 2012

Moraes, Fernando de Haro.

Comportamento dinâmico não-linear de um sistema mecânico com vibrações associadas a uma transição brusca na rigidez / Fernando de Haro Moraes, 2013
104 f. : il.

Orientador: Bento Rodrigues de Pontes Junior

Co-orientador: José Manoel Balthazar

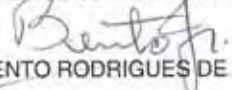
Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual

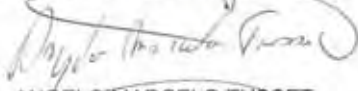
Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2013

1. Sistema vibro-impacto. 2. Dinâmica não-linear.
3. Caos. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE FERNANDO DE HARO MORAES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 29 dias do mês de novembro do ano de 2012, às 08:30 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO TÉCNICA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET do(a) Departamento de Engenharia e Ciências Exatas / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UFTPR Ponta Grossa, Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de FERNANDO DE HARO MORAES, intitulado "COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR DE UM SISTEMA MECÂNICO COM VIBRAÇÕES ASSOCIADAS A UMA TRANSIÇÃO BRUSCA NA RIGIDEZ". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: Aprovado. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR


Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET


Prof. Dr. EDSON ANTONIO CAPELLO SOUSA

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, e que sempre me protege e me dá forças.

Agradeço intensamente aos meus pais Rui e Elisabete, a meus irmãos, a meus avôs e a minha companheira e família, pelo amor, carinho, e pelo apoio que sempre me dedicaram.

Ao orientador Prof. Dr. Bento Rodrigues de Pontes Junior pelo conhecimento passado, pela orientação e apoio na realização deste trabalho, cuja amizade e discussões sobre o trabalho foram muito valiosas.

Agradeço ao Prof. Dr. José Manoel Balthazar pelo incentivo e apoio e por sempre estar pronto a me ajudar.

Aos meus colegas de mestrado. Agradeço também aos meus amigos de graduação pelos momentos alegres que compartilhamos.

A todos que por ventura não foram mencionados e de forma direta ou indireta colaboraram com este trabalho.

“O cientista não estuda a natureza porque ela é útil;
Ele a estuda porque se encanta com ela,
e ele se encanta porque ela é bela.
Se a natureza não fosse bela,
ela não teria significado para o conhecimento,
e se a natureza não tivesse significado para o conhecimento,
a vida não teria significado para ser vivida.”

Henri Poincaré

Índice

Resumo	X
Abstract	XI
Nomenclatura	XII
Lista de Figuras	XIV
Lista de Tabelas	XIX

1- Introdução	12
1.1- Motivações	12
1.2-Objetivos	15
1.3- Descrição da Dissertação	16
2- Revisão Bibliográfica	17
2.1-Mecanismos Vibro-Impacto	17
2.2- Sistemas com Modos de Corpo-Rígido	27
2.3- Sistemas Semidefinidos	27
2.4-Sistemas dinâmicos do tipo ideal e não ideal	29
2.4.1- Sistemas dinâmicos do tipo ideal	29
2.4.2- Sistemas dinâmicos do tipo não-ideal	29
2.5- Passagem pela ressonância	32
2.6- Rota para o caos	32
3- Modelagem Matemática	33
3.1-Modelo com Excitação Ideal	33
3.2- Modelo com Excitação Não-Ideal	36
4- Metodologia da Simulação Numérica	39
4.1- CASO-I	40
4.2- CASO-II	41
4.3- CASO-III	45
4.4- CASO-IV	46

5- Modelo com Excitação Ideal, CASO-I	49
5.1- Considerações Gerais	49
5.2- Obtenção da Frequência Natural do Sistema	50
5.3- Diagrama de Bifurcações	52
5.4- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,0$ Hz	53
5.5- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,3$ Hz	55
5.6- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,8$ Hz	58
5.7- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz	60
5.7.1- Rota para o Caos (Frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz)	62
5.8- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=4,1$ Hz	64
5.9- Comparação entre os resultados do modelo com fonte de excitação ideal	66
 6-Modelo com fonte de Excitação Não-Ideal, CASO-II	 71
6.1-Considerações Gerais	71
6.2- Diagrama de Bifurcações	72
6.3- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=3,0$ Hz	73
6.4- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=3,3$ Hz	75
6.5- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=3,8$ Hz	77
6.6- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=4,0$ Hz	79
6.7- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=4,1$ Hz	82
 7-Modelo com fonte de Excitação Não-Ideal e potência limitada, CASO-III	 84
7.1-Considerações Gerais	84
7.2- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 3,5$ Hz	85
7.3- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 5,5$ Hz	87
7.4- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 6,5$ Hz	89
7.5- Comparações entre as três situações do CASO-III- A, B e C	91
 8- Modelo com fonte de Excitação Não-Ideal e potência limitada, CASO-IV	 92
8.1-Considerações Gerais	92
8.2- Análise do parâmetro constante de torque do motor $M_0= 0,001$ Nm	93
8.3- Análise do parâmetro constante de torque do motor $M_0= 0,005$ Nm	95

8.4- Uma comparação entre as duas situações do CASO-IV- A e B	97
9- Conclusões	98
10- Referências Bibliográficas	100
Anexo - Súmula Curricular	104

Resumo

Moraes, F. H., COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR DE UM SISTEMA MECÂNICO COM VIBRAÇÕES ASSOCIADAS A UMA TRANSIÇÃO BRUSCA NA RIGIDEZ, Bauru: Faculdade de Engenharia, UNESP- Universidade Estadual Paulista, 2012, 104 p., Dissertação (Mestrado).

Nas aplicações em engenharia existem várias situações onde é necessário o uso de vibrações em certas partes de um sistema mecânico, criadas a partir de transição brusca de um parâmetro do sistema, como por exemplo, em máquinas perfuratrizes de solo na exploração de petróleo onde a condição de impacto na interação broca-rocha facilita a penetração no solo. Os sistemas mecânicos submetidos a essa forma de excitação são chamados em geral de mecanismos tipo Vibro-Impacto. Nesta dissertação, faz-se a análise da dinâmica de um sistema mecânico Vibro-Impacto de dois graus de liberdade composto por dois blocos de massas diferentes acoplados por uma rigidez (mola) de dois estágios. Dois modelos não-lineares foram utilizados para representar o sistema estudado: o primeiro é excitado de maneira ideal, sob a forma de uma força harmônica e o segundo, de maneira não-ideal sob a forma de um rotor desbalanceado acionado por um motor elétrico de corrente contínua. A dinâmica do sistema é modelada considerando duas situações distintas: sem a condição de impacto e com a condição de impacto, de acordo com a relação entre o deslocamento e a folga no sistema. Foram analisados os resultados das simulações numéricas através dos históricos no tempo, retratos de fase, diagramas de bifurcações, mapas de Poincaré e espectros de frequências. Observaram-se as velocidades de avanço do sistema, as taxas de transferência de energia, e as forças durante as transições bruscas da rigidez (condição tipo impacto) entre as massas, determinando-se as faixas dos parâmetros com comportamentos periódicos e caóticos assim como a ocorrência do Efeito Sommerfeld. A partir dos resultados obtidos foi possível concluir que o mecanismo tipo Vibro-Impacto analisado possui maior velocidade de avanço e maior força em determinada frequência de excitação onde o movimento apresenta-se no regime caótico.

Palavras chaves: Sistema Vibro-Impacto, Dinâmica Não-Linear, Caos.

Abstract

Moraes, F. H., DYNAMIC BEHAVIOR OF A NON-LINEAR MECHANICAL SYSTEM WITH VIBRATIONS ASSOCIATED WITH AN ABRUPT TRANSITION IN STIFFNESS. Bauru: Faculty of Engineering, UNESP- State University of São Paulo, 2012, 104 p., Dissertation.

In engineering applications there are several situations in which it is necessary to use vibrations in certain elements of a mechanical system, created with an abrupt transition from one system parameter, such as soil drilling machines in oil exploration where the impact condition on the drill-rock interaction enhances penetration into soil. Mechanical systems subjected to this form of excitation are called in general mechanisms of vibro-impact type. This dissertation makes the analysis of the dynamics of a Vibro-Impact mechanical system of two degrees of freedom comprised of two blocks with different masses coupled by a two-stage stiffness (spring). Two nonlinear models are used to represent the studied system: the first uses an ideal excitation in the form of a harmonic force, and the second uses a non-ideal excitation in the form of an unbalanced rotor driven by a direct current electric motor. The dynamics of the system is modeled by considering two different situations: without impact and with impact, according to the relationship between the displacement and the gap in the system. The results of numerical simulations were analyzed with the time histories, phase portraits, bifurcation diagram, Poincaré map and spectra of frequencies. Velocities of the system, the rate of energy transfer, and forces during abrupt transitions in stiffness (impact type condition) between the masses were observed, determining the ranges of parameters with periodic and chaotic behavior as well as the occurrence of the Sommerfeld effect. From the results it was possible to conclude that the analysed Vibro-Impact mechanism has a larger progress velocity and larger forces in a given excitation frequency where the movement presents itself in the chaotic regime.

Keywords: Vibro-Impact System, Non-linear Dynamics, Chaos.

Nomenclatura

A – Amplitude

A_1 – Constante da equação da reta da curva característica do motor

c_1 - Coeficiente de amortecimento viscoso 1

c_2 - Coeficiente de atrito seco 2

F_{damp} - Força de amortecimento

F_h - Força de excitação harmônica

f_n - Frequência natural

F_{stop} - Força da mola de impacto

F_{spr} - Força da mola de união dos blocos

$F(t)$ - Força de excitação

G - Folga entre bloco 1 e mola de impacto

g - Gravidade

J - Momento de inércia da massa desbalanceada

k - constante de rigidez

k_0 - Rigidez da mola de impacto

k_1 - Rigidez da mola de união

L_i - Comprimento da mola de impacto

L_u - Comprimento da mola de união dos blocos

M - Torque do motor

M_0 - Parâmetro de torque do motor

m_1 - Massa do bloco 1

m_2 - Massa do bloco 2

m_3 - Massa desbalanceada

X_1 - Deslocamento do bloco-1

X_2 - Deslocamento do bloco-2

$\ddot{x}_1$ - Aceleração do bloco-1

$\ddot{x}_2$ - Aceleração do bloco-2

T - Período da oscilação

t - tempo

e - Excentricidade

Ω_0 - Parâmetro de frequência do motor com excitação não ideal

ω - frequência de excitação ideal

$\dot{\phi}$ -Velocidade Angular do motor

Lista de Figuras

Figura 1.1- Martelo de Impacto (http://pt.aeg-powertools.com)	12
Figura 1.2- Cabeçote Hidráulico (http://ellimko.blogspot.com/)	12
Figura 1.3- Compactador de solo (http://www.webermt.com.br)	13
Figura 1.4- Brocas Tri- Cônicas Trepano (http://www.youtube.com/watch?v=wtOBRSCun44&feature=related)	14
Figura 1.5- Perfuração de Petróleo na Algeria (http://www.youtube.com/watch?v=n3UqDRB-buA)	14
Figura 1.6- Extração de petróleo (http://www.youtube.com/watch?v=73mv-Wl5cgg&NR=1)	14
Figura 2.1- Modelo estudado por Homes (1982)	17
Figura 2.2- Modelo estudado por Lichtenberg and Lieberman (1985)	17
Figura 2.3- Modelo estudado por Hendriks (1983)	18
Figura 2.4- Sistema não-suave – oscilador com suporte descontínuo estudado por Divenyi et al, 2008	19
Figura 2.5- Modelo estudado por Savi et al. 2007	19
Figura 2.6- Esquema representativo do sistema estudado por Souza <i>et al.</i> (2008)	20
Figura 2.7- Modelo do sistema estudado por Souza <i>et al.</i> (2008)	20
Figura 2.8- Esquema representativo do sistema estudado por Mariano (2005)	21
Figura 2.9- Modelos dos sistemas estudados por PAVLOVSKAIA <i>et al.</i> (2001)	22
Figura 2.10- Modelo físico do sistema estudado por Ing <i>et al.</i> , (2010)	23
Figura 2.11- Retrato de fases dividido pela descontinuidade estudado por In get <i>al.</i> , (2010)	23
Figura 2.12- Modelo do sistema estudado por Barbosa (2009)	23
Figura 2.13- Modelo do sistema estudado por Abu-Mahfouz (2004)	24
Figura 2.14- Modelo do sistema estudado por Ho <i>et al.</i> , (2010)	25
Figura 2.15- Esquema representativo do sistema estudado por Aguiar (2010)	25
Figura 2.16- Modelo físico do sistema estudado por Aguiar (2010)	25
Figura 2.17- Modelo do sistema estudado por Zukovic <i>et al.</i> (2009)	26
Figura 2.18- Exemplo de Modelo de Sistema Semidefinido	27
Figura 2.19- Curva característica do motor	31
Figura 3.1: Modelo Vibro-Impacto com excitação ideal	34

Figura 3.2- Constante de Rigidez da mola de dois estágios (Zukovic et al, 2009).	35
Figura 3.3- Curva característica de um motor elétrico de corrente contínua	37
Figura 3.4- Modelo Vibro-Impacto com excitação não-ideal	37
Figura 4.1. Curvas características dos motores para o CASO-II	42
Figura 4.2- Curvas características dos motores para o CASO-III	46
Figura-4.3- Curvas características dos motores para o CASO-IV	47
Figura 5.1- (a) Deslocamento Bloco 1 e 2; (b) Zoom do deslocamento; (c) FFT frequência natural	52
Figura 5.2 – Diagrama de bifurcação (parâmetro de controle: frequência)	53
Figura 5.3.- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=3$ Hz (a) Deslocamento; (b) Zoom do deslocamento; (c) Velocidade; (d) Retrato de Fases; (e) Mapa de Poincaré; (f) Espectro de Frequências.	55
Figura 5.4- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=3,3$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré; (g) Espectro de Frequências	57
Figura 5.5- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=3,8$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré	60
Figura 5.6- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=4,0$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré	62
Figura 5.7 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,8$ Hz	64
Figura 5.8 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,884$ Hz	64
Figura 5.9 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,9$ Hz	64
Figura 5.10 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=4,0$ Hz	64
Figura 5.11- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=4,1$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré	66
Figura 5.12- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,0$ Hz; (b)	67

Força de Impacto.	
Figura 5.13- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,3$ Hz; (b) Força de Impacto	68
Figura 5.14- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,8$ Hz; (b) Força de Impacto.	68
Figura 5.15- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz; (b) Força de Impacto.	68
Figura 5.16- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=4,1$ Hz; (b) Força de Impacto.	68
Figura 5.17- Apresenta a Energia Cinética para as frequências de excitação: (a) $\omega=3,0$ Hz; (b) $\omega=3,3$ Hz; (c) $\omega=3,8$ Hz; (d) $\omega=4,0$ Hz; (e) $\omega=4,1$ Hz.	69
Figura 6.1- Curvas características dos motores do CASO-II.	71
Figura 6.2 – Diagrama de bifurcação com o parâmetro de controle constante de velocidade angular do motor	72
Figura 6.3- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 3,0$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências	73 74
Figura 6.4- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 3,3$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências	75 76
Figura 6.5- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0= 3,8$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências	77 78
Figura 6.6- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular	80

do motor $\Omega_0 = 4,0$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências.	80
Figura 6.7- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 4,1$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências	82
Figura 7.1- Curva características dos motores do CASO-III	84
Figura 7.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (g) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências	86
Figura 7.3- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 5,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (g) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências	88
Figura 7.4- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 6,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (g) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências	90

Figura 7.5- Amplitude do deslocamento vs. Velocidade angular estacionaria do motor	91
Figura 8.1- Curva características dos motores do CASO-IV	92
Figura 8.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $M_0 = 0,001 \text{ Nm}$; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (g) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. Tempo; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências	94
Figura 8.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $M_0 = 0,001 \text{ Nm}$; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (g) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. Tempo; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências	96
Figura 8.3- Amplitude do deslocamento vs. Velocidade angular estacionaria do motor	97

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 Descrição dos parâmetros	34
Tabela 3.2- Descrição dos parâmetros	38
Tabela 4.1- Parâmetro de controle do CASO-I	41
Tabela 4.2- Constantes da curva característica do motor	43
Tabela 4.3- Parâmetros de controle do CASO-II	43
Tabela 4.4- Dados do Desbalanceamento Rotativo	44
Tabela 4.5- Valores dos parâmetros dimensionais para os CASOS-I e II	45
Tabela 4.6- Parâmetros de controle do CASO-III	46
Tabela 4.7- Parâmetros de controle do CASO-IV	47
Tabela 4.8 – Valores dos parâmetros dimensionais para os CASOS-III e IV	48
Tabela 5.1 – Valores dos parâmetros dimensionais utilizados nas simulações do modelo Ideal (CASO-I)	50
Tabela-5.2 Parâmetros do modelo.	51
Tabela 5.3– Condições iniciais.	51
Tabela 5.4- Regiões do Diagrama de Bifurcações	53
Tabela 5.5- Resumo dos Resultados	70
Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros do CASO-II	71
Tabela 6.2- Regiões do Diagrama de Bifurcações	72
Tabela 7.1 – Valores dos parâmetros dimensionais para o CASO-III	84
Tabela 8.1 – Valores dos parâmetros dimensionais para o CASO-IV	92

1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório são apresentadas as motivações deste trabalho, a importância dos mecanismos Vibro-Impacto assim como a descrição primária dos capítulos e os apêndices que compõe a dissertação.

1.1- Motivações

No nosso cotidiano, todos os objetos apresentam vibrações. As vibrações podem ser transmitidas na forma de deslocamentos, velocidades e acelerações. No ambiente industrial há várias fontes de vibrações.

Nas aplicações em engenharia existem várias situações onde é necessário o uso de vibrações em certas partes de um sistema mecânico, criadas a partir de transição brusca de um parâmetro do sistema, como por exemplo, em furadeiras de impacto, britadeiras, máquinas perfuratrizes, máquinas compactadoras, martelos de impacto e uma infinidade de outros exemplos como os mostrados nas Figuras 1.1, 1.2 e 1.3.

Os sistemas mecânicos submetidos a essa forma de excitação, são chamados em geral de mecanismos tipo vibro-impacto. Uma aplicação de destaque desses mecanismos são as máquinas perfuratrizes de solo em exploração de petróleo onde a condição de impacto na interação broca-rocha facilita a penetração no solo.

Os mecanismos Vibro-Impacto merecem tanta atenção assim como os absorvedores de vibrações, pois estão presentes em uma vasta gama de sistemas de engenharia mecânica, civil, elétrica.



Figura 1.1- Martelo de Impacto (<http://pt.aeg-powertools.com>)



Figura 1.2- Cabeçote Hidráulico de Impacto (<http://ellimko.blogspot.com/>)

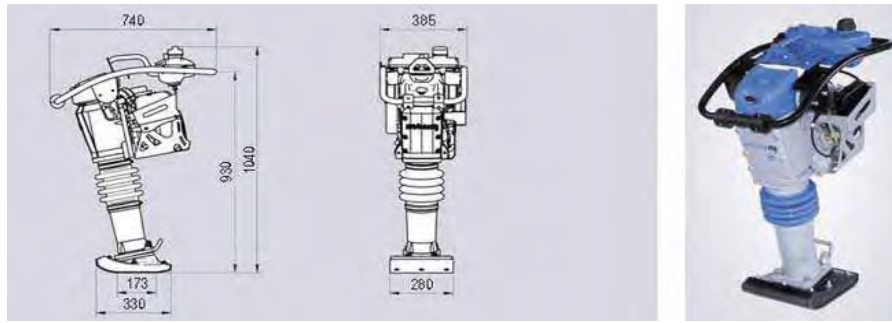


Figura 1.3- Compactador de solo (<http://www.webermt.com.br>)

Pavlovskaja et al. (2001), realizou estudos em um modelo de dois graus de liberdade de um sistema Vibro-Impacto e afirmou que apesar de parecer simples, a dinâmica do sistema é muito complexa, variando os regimes desde o periódico até o caótico. Essa transição de regimes geralmente ocorre ao mais leve contato entre duas massas durante o impacto.

Uma das grandes importâncias destes mecanismos Vibro-Impacto está na aplicação de máquinas perfuratrizes de solo, ou de petróleo (Figuras 1.4, 1.5 e 1.6) devido aos altos custos envolvidos nesses tipos de projetos, pois uma broca pode ter mais de quilômetros de comprimento, e possuir vários modos de vibrar. Nesses casos qualquer tipo de falha e manutenção, torna-se altamente custosa e complexa. Aguiar (2010) realizou estudos voltados à perfuração de petróleo onde afirma que uma condição de impacto na interação broca/rocha é capaz de facilitar a penetração e de propagar trincas na rocha dura a ser perfurada. A perfuração de materiais frágeis necessita de uma alta taxa de transferência de energia para que ocorra a fratura do material a ser perfurado. A maneira mais adequada de realizar a transferência de energia entre Broca/Rocha é através do impacto.



Figura 1.4- Brocas Tri- Cônicas Trepano extraída de (<http://www.youtube.com/watch?v=wtOBRS Cun44&feature=related>)



Figura 1.5- Perfuração de Petróleo na Algéria extraída de (<http://www.youtube.com/watch?v=n3UqDRB-buA>)

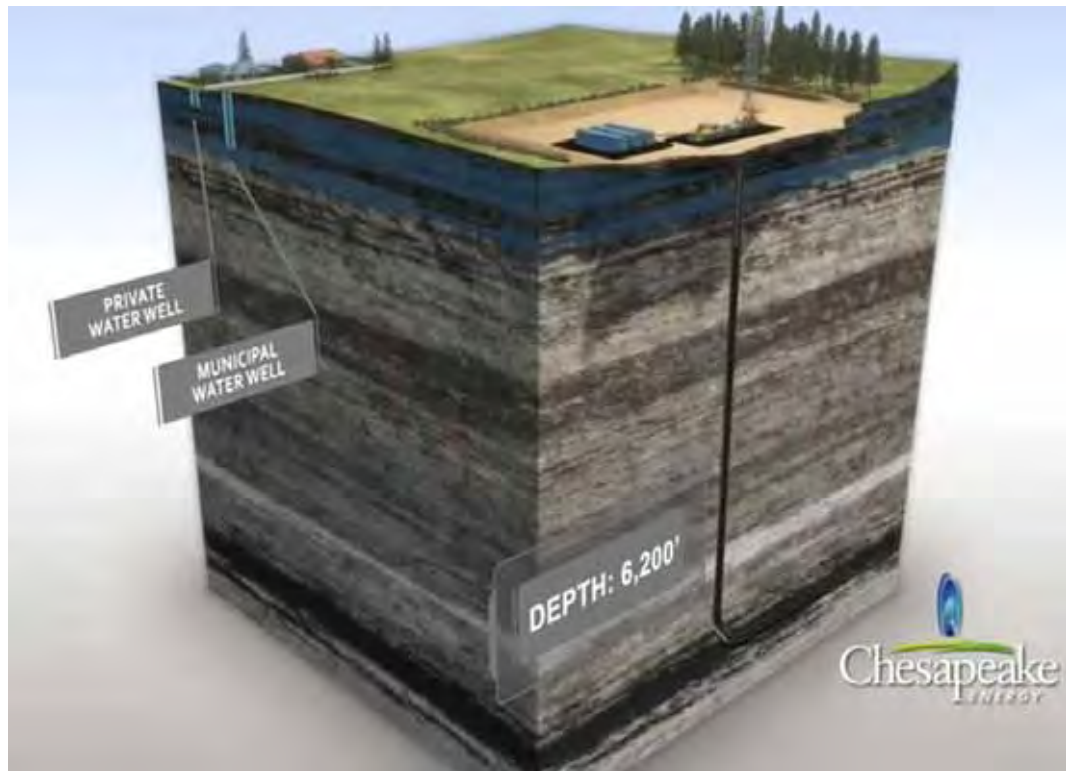


Figura 1.6- Extração de petróleo extraída de (<http://www.youtube.com/watch?v=73mv-Wl5cgg&NR=1>)

1.2-Objetivos

O objetivo desta dissertação de mestrado é pesquisar um sistema dinâmico constituído de um bloco de massa menor acoplado a um bloco de massa maior através de uma rigidez de dois estágios, cujo comportamento dinâmico é de interesse para aplicações que utilizam a transferência de energia por essa condição tipo vibro-impacto.

Deste modo, os principais objetivos desta dissertação de mestrado podem ser resumidos entre os seguintes tópicos:

- Elaboração de um modelo matemático de sistema com excitação ideal, consistindo em dois blocos de massa distintas acoplados por um elemento elástico de dois estágios e excitado harmonicamente;
- Elaboração de um modelo matemático de sistema com excitação não ideal oriunda da ação de um motor elétrico de corrente contínua com característica de potência limitada, acionando um rotor com desbalanceamento rotativo, que atua sobre os blocos, de massas distintas, acoplados por um elemento elástico de dois estágios.
- Realização de um estudo numérico das vibrações não-lineares relacionadas à transição brusca de rigidez entre os blocos de massa, nos casos de excitação do tipo ideal e do tipo não-ideal dos modelos elaborados para análise da influência do parâmetro frequência de excitação, na dinâmica do mecanismo Vibro-Impacto, através de histórico no tempo, diagrama de bifurcação, retrato de Fases, mapas de Poincaré e resposta em frequência;
- Identificar as faixas do valor do parâmetro frequência de excitação, através de simulação numérica, visando à previsão de comportamento dinâmico em regime caótico e regime periódico, e também, da ocorrência do efeito Sommerfeld relacionado com os parâmetros do modelo do motor.

1.3-Descrição da Dissertação

Esta dissertação de mestrado está apresentada em dez capítulos e o anexo, que abrangem os seguintes conteúdos:

No capítulo 1, é apresentada uma introdução sobre o problema estudado e uma breve descrição do sistema Vibro-Impacto.

No capítulo 2, é apresentada uma revisão da literatura para situar o problema no “estado da arte” e apresentando-se as configurações dos sistemas Vibro-Impacto, desde os modelos mais simples, até os mais complexos.

No capítulo 3, apresenta-se a modelagem matemática, ou seja, a obtenção das equações governantes do sistema, tanto do modelo com excitação do tipo ideal quanto do não-ideal.

No capítulo 4, apresenta-se a Metodologia utilizada para a realização da Simulação Numérica. Essa dissertação apresenta o estudo de quatro casos distintos, CASO I, II, III, IV.

No capítulo 5, é apresentada a primeira análise, (CASO-I), que é feita com uma excitação externa no sistema (excitação do tipo ideal), o parâmetro de controle é a frequência de excitação do bloco-1.

No capítulo 6, a excitação externa é do tipo não ideal, gerada por um motor elétrico de corrente contínua, onde se variou o parâmetro de frequência do motor.

Nos capítulos 7 e 8, apresentam-se os resultados numéricos obtidos para o modelo com excitação do tipo não-ideal com potência limitada (CASO-III e CASO-IV). No CASO-III, (capítulo 7), é analisado o Efeito Sommerfeld para o sistema com excitação não ideal com o parâmetro de controle frequência do motor. No CASO-IV, (capítulo 8), é apresentada a mesma análise do CASO-III só que o parâmetro de controle é o parâmetro de torque do motor.

No capítulo 9, apresentam-se as conclusões e as intenções de trabalhos futuros.

Em seguida, listam-se as referências bibliográficas (capítulo 10) e, por último no anexo, apresenta-se a súmula curricular dos trabalhos publicados e submetidos, relativos ao trabalho desta dissertação de mestrado.

2-REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1-Mecanismos Vibro-Impacto

Os símbolos utilizados nas figuras, extraídas das referências, não serão explicitados neste trabalho, pois se tratam de uma nomenclatura usual em trabalhos científicos e está fora do objetivo principal, que é mostrar a tendência de pesquisa do assunto abordado.

Historicamente uma das primeiras pesquisas sobre sistemas que possuíam impactos surgiu com Holmes (1982). Ela consiste em um modelo que possui uma esfera que se desloca livremente sobre uma superfície vibrante até que sofra os choques. Nesse modelo foi assumida uma perda de energia a cada impacto realizado, mostrada na figura 2.1 abaixo:

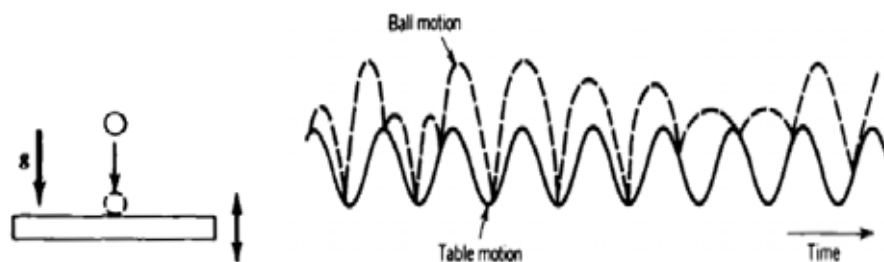


Figura 2.1- Modelo estudado por Holmes (1982)

Outra pesquisa pioneira sobre mecanismos com impactos foi o modelo de Fermi para raios cósmicos desenvolvido em 1983, o qual consiste em uma partícula que oscila entre duas paredes. Uma parede é estacionária enquanto a outra oscila. Esse modelo foi discutido detalhadamente por Lichtenberg e Lieberman (1983). A figura 2.2 do modelo é mostrada abaixo:

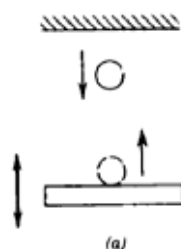


Figura 2.2- Modelo estudado por Lichtenberg e Lieberman (1985).

Ainda em 1983, Hendriks (1983), estudava a pesquisa sobre impactos aplicada a Impressoras de fita, as quais funcionavam como um martelo de impacto sobre a fita. Esse modelo era representado por uma viga com condições de contorno não lineares. Experimentos com a impressora de fita logo resultaram em oscilações caóticas. O modelo do experimento é mostrado na figura 2.3 a seguir:

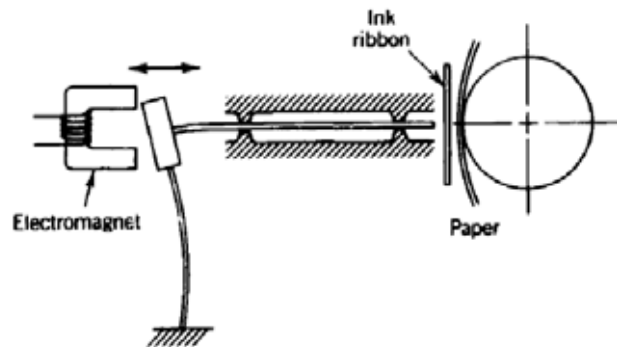


Figura 2.3- Modelo estudado por Hendriks (1983)

O modelo possui uma agulha presa a um cabeçote metálico. Uma força magnética acelera o cabeçote metálico. A energia cinética é absorvida empurrando a tinta da fita para o papel. Hendriks utilizou equações empíricas para representar a força de impacto versus o deslocamento relativo do cabeçote de impacto. Quando a voltagem de excitação do cabeçote da impressora era harmônica e com baixas frequências a oscilação se comportava harmonicamente. Mas ao aumentar a frequência de excitação, o movimento logo mudava do regime periódico para o caótico. Assim conclui-se que a velocidade de funcionamento dessas impressoras é limitada pelos regimes de vibrações caóticas do sistema.

Segundo Divenyi et al., 2008, sistemas mecânicos que apresentam atrito seco, impactos e folgas são exemplos de sistemas não-suaves. Esses sistemas têm como característica operar em diferentes modos, sendo a transição de um modo para outro em uma escala de tempo muito pequena. Assim esta transição pode ser idealizada como instantânea (discreta no tempo). A modelagem matemática destes sistemas, normalmente, leva a sistemas dinâmicos descontínuos. Desta forma, cada modo está associado a um conjunto de equações diferenciais e, a partir de um determinado critério, ocorre o chaveamento entre os modos.

Um exemplo típico de um sistema não suave é um oscilador com um suporte descontínuo mostrado na figura 2.4 abaixo:

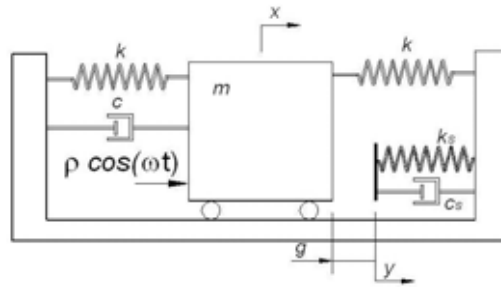


Figura 2.4- Sistema não-suave – oscilador com suporte descontínuo estudado por Divenyi et al, 2008

A dinâmica desse sistema se aproxima muito do modelo de estudo desta dissertação, ela é modelada considerando duas situações distintas: sem contato e com contato.

De acordo com Moon, F.C. (1992) os problemas que possuem osciladores com impacto possuem duas ou mais equações diferenciais distintas que regem a dinâmica do sistema, o que resulta em vibrações caóticas para certas faixas de parâmetros.

Savi et al. 2007 também realizou várias pesquisas sobre mecanismos descontínuos, assim como o relacionado acima. O experimento consiste em um bloco com rodas, livre para mover-se sobre uma guia e impactar-se contra dois fim-de-cursos. O modelo é mostrado na figura 2.5 a seguir:

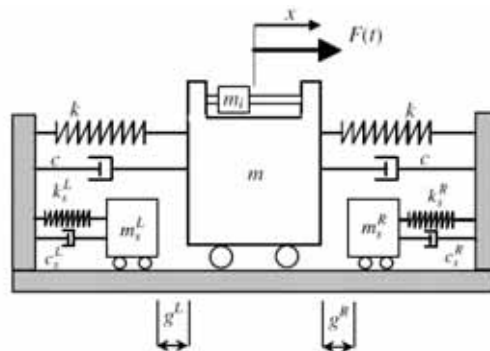


Figura 2.5- Modelo estudado por Savi et al. 2007

A ocorrência do impacto em sistemas mecânicos pode ser observada em caixas de engrenagens. Souza et al 2008 estudou esse tipo de problema onde há semelhanças

ao modelo Vibro-Impacto devido à existência de uma folga entre os dentes das engrenagens, rigidez e elasticidade inerentes do sistema. Porém, nesse caso o impacto pode ser considerado como uma característica prejudicial, ruim à dinâmica do sistema. Souza analisou esses sistemas vibro- impacto focado no controle do movimento caótico, voltados para a diminuição desse efeito. O modelo apresentava o efeito chocalho “rattling” que ocorre em caixas de engrenagens, apresentado nas figuras 2.6 e Figura 2.7

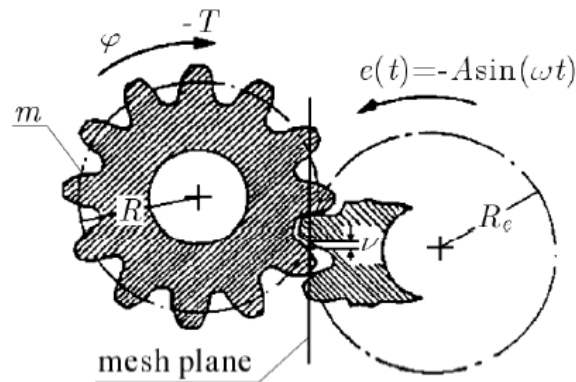


Figura 2.6 – Esquema representativo do sistema estudado por Souza *et al.* (2008).

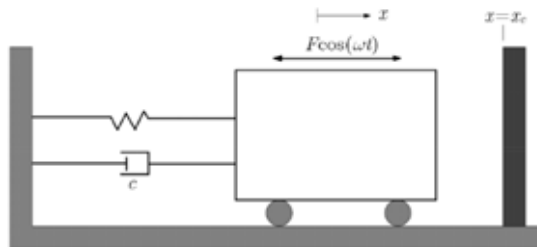


Figura 2.7 – Modelo do sistema estudado por Souza *et al.* (2008).

Nessa mesma linha de pesquisa Mariano, 2005, estudou um sistema Vibro-Impacto, quando este apresenta o impacto ocorrendo dentro de uma caixa de engrenagens e é transmitido para a alavanca de transmissão mecânica (figura 2.8). O modelo estudado possui três graus de liberdade e foi construído experimentalmente. A pesquisa identificou as características não lineares do sistema e levantou as curvas de sensibilidade ao índice de Vibro-Impacto. As forças não lineares atuantes no modelo

foram obtidas pela técnica da transformada de Hilbert. O estudo foi voltado para o controle e supressão do fenômeno do impacto.

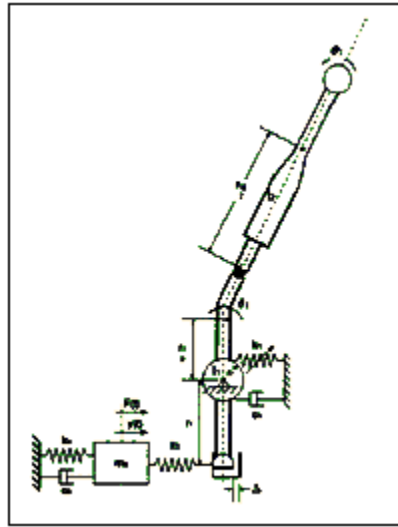


Figura 2.8 – Esquema representativo do sistema estudado por Mariano (2005).

Os sistemas Vibro-Impacto por outro lado tem grande importância para as máquinas perfuratrizes, Pavlovskaja *et al.*, 2001, desenvolveram e analisaram um sistema mecânico com impacto. O modelo físico apresentado foi modelado tendo como referência o deslocamento do sistema no eixo vertical. Os parâmetros do sistema foram escolhidos de maneira a experimentar o fenômeno “stick-slip”. Esse fenômeno representa a dinâmica da perfuração de um poço de petróleo ou a perfuração do solo com rochas duras. A análise da dinâmica não linear revelou comportamentos complexos variando do periódico ao caótico. Foi construído um diagrama de bifurcação onde parâmetro de controle era a frequência de excitação do bloco superior do modelo. Concluiu-se que os máximos deslocamentos foram obtidos quando o movimento coincidia entre o final do regime periódico e o início do caótico. A representação do modelo é mostrada na figura 2.9:

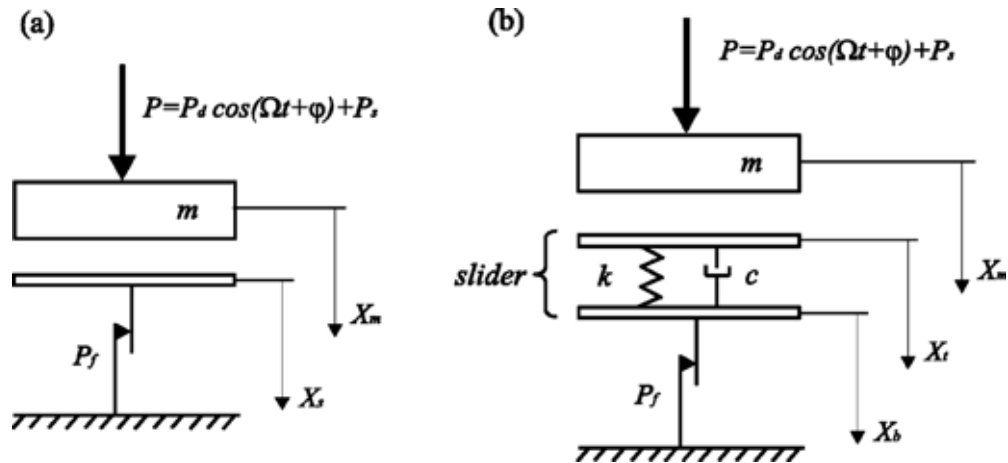


Figura 2.9 – Modelos dos sistemas estudados por Pavlovskaja *et al.* (2001).

Aprimorando a pesquisa em sistemas mecânicos Vibro-Impacto, Ing *et al.*, 2010, realizaram a análise experimental e simulação computacional do modelo mostrado na figura 2.10, o qual é um oscilador que sofre impacto em apenas um dos lados. As bifurcações mostraram diferentes valores de amplitudes tendo a frequência da excitação como parâmetro de controle. A situação mais típica foi quando uma órbita periódica sem impacto bifurcava em uma órbita com impacto. Esse efeito ocorreu em vários casos onde a órbita era estável e depois perdia essa estabilidade causada pelo mais leve toque da massa excitada contra o anteparo. A simulação revelou a coexistência de atratores, os quais, muitas vezes surgiram longe dos valores dos parâmetros em que são observados. A rápida cascata de bifurcações e transições de duplicação de período resultavam em respostas de caos sendo instáveis até que fossem resgatadas por outras cascatas. Em geral a correspondência entre a experiência e previsões teóricas são excelentes e puderam dar peso as premissas de modelagem, ou seja, que o impacto pode ser modelado como uma rigidez finita negligenciando o amortecimento e inércia. O modelo e o retrato de fases estão apresentados nas figuras 2.10 e 2.11.

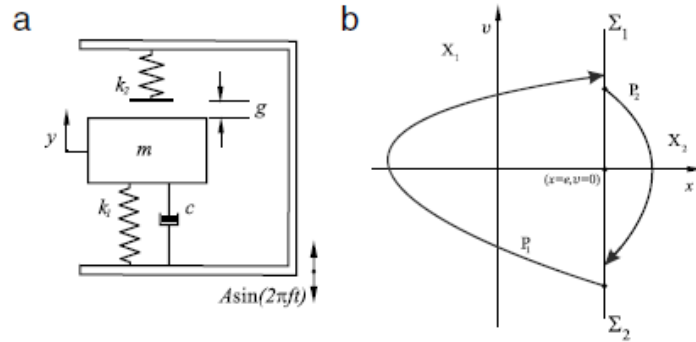


Figura 2.10 – Modelo físico do sistema estudado por Ing *et al.*, (2010).

Figura 2.11 – Retrato de fases dividido pela descontinuidade estudado por Ing *et al.*, (2010).

Barbosa, 2009, realizou a análise de movimentos periódicos em sistemas com Vibro-Impacto harmonicamente excitados. O modelo de Barbosa apresenta os deslocamentos em relação ao eixo horizontal, onde mostrou que o movimento pode apresentar diversas topologias, a depender, principalmente, da frequência da excitação e da folga que limita o movimento do corpo. O modelo é exemplificado na figura 2.12 abaixo:

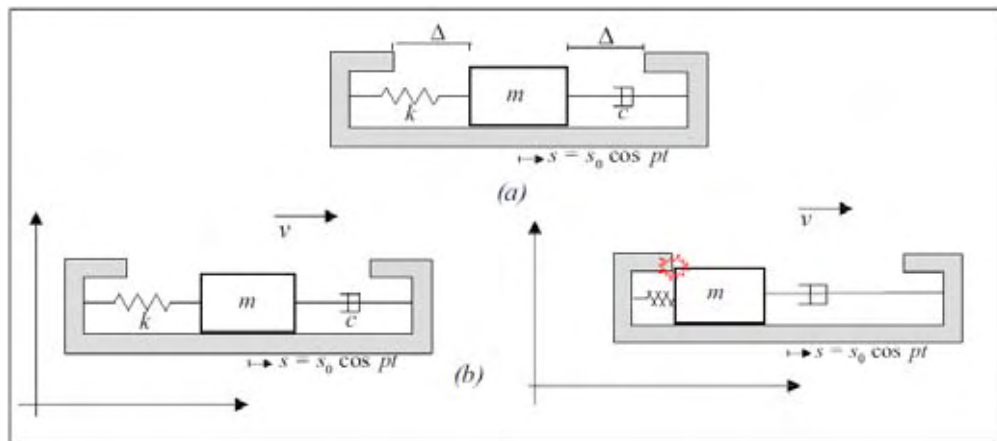


Figura 2.12 – Modelo do sistema estudado por Barbosa (2009).

Abu-Mahfouz, 2004, investigou um sistema com folga no acoplamento e impacto. Foi utilizada a Transformada de Wavelet para que através dela o sistema fosse

caracterizado como não linear e caótico. A característica de sistemas com impacto é não-linearidade, a qual apresentou vários harmônicos, ressonâncias de baixa ordem e ressonâncias sub-harmônicas de alta ordem. A precisão dos resultados da análise da Transformada de wavelet foi confirmada comparando-as com os mapas de Poincaré, dimensões fractais, expoente de Lyapunov e respostas no domínio do tempo. Esse modelo apresenta a representação do impacto através de uma mola com dois estágios, sem amortecimento, semelhante ao modelo estudado nesta dissertação. O modelo e a constante de rigidez do modelo de Abu-Mahfouz estão representados na figura 2.13 abaixo:

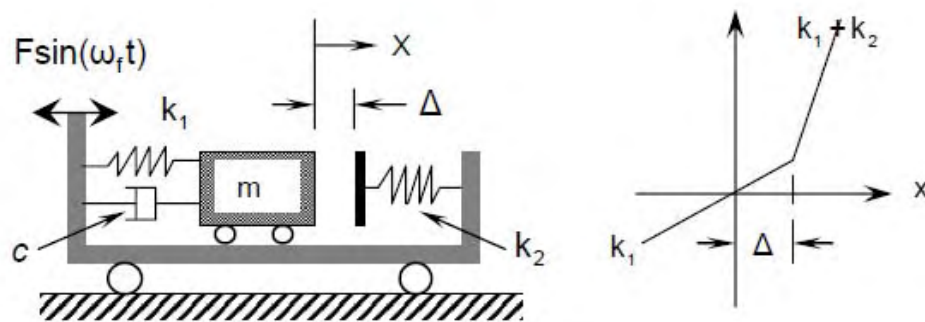


Figura 2.13 – Modelo do sistema estudado por Abu-Mahfouz (2004).

Ho *et al.*, 2010, analisou e comparou a simulação computacional como modelo experimental de um dispositivo Vibro- Impacto excitado por um solenóide. Nesse modelo foi considerado o atrito seco. A dinâmica do movimento apresentou-se não linear. O artigo concluiu que a taxa de penetração foi maior quando o corpo m_1 realizava movimentos periódicos. Esse artigo foi de extrema importância para a realização desta dissertação. Foi através dele que surgiu o modelo de estudo desta dissertação. O modelo de Ho é representado pela figura 2.14:

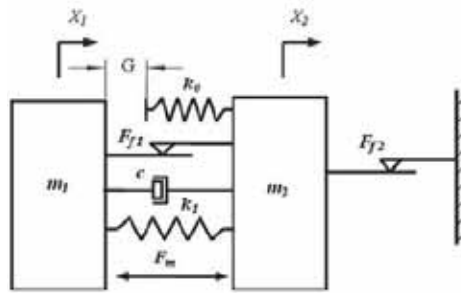


Figura 2.14 – Modelo do sistema estudado por Ho *et al.*, (2010)

Aguiar, 2010, estudou mecanismos Vibro- Impacto para a perfuração de poços de petróleo. Nesse estudo verificou que a interação Broca/Rocha impõe uma vibração longitudinal à estrutura da broca. Assim concluiu que é possível utilizar parte desta energia para excitar um mecanismo Vibro- Impacto, ou seja, uma subestrutura do sistema principal capaz de gerar impactos. As ondas de tensão gerada pelos impactos podem ser úteis para remover o sistema de uma condição de “stick-slip” ou ajudar na propagação de trincas no material a ser perfurado. A partir do modelo de um pêndulo suspenso, (martelo percussivo) sob uma estrutura vibratória, estudou a magnitude da força de impacto. Variou a folga e a frequência do impacto assim pode analisar a dinâmica não linear do sistema. O estudo de Aguiar, 2010 forneceu uma boa motivação ao estudo dos mecanismos Vibro- Impacto. Devido à importância da aplicação desses mecanismos aplicados à perfuração de poços de petróleo. As figuras 2.15 e 2.16 representam o modelo estudado por Aguiar.

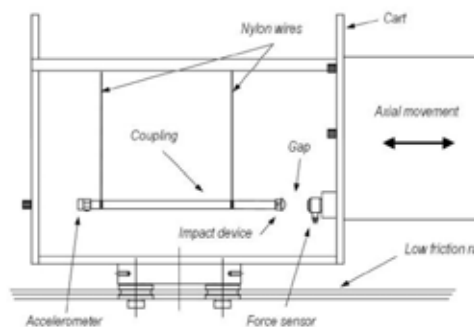


Figura 2.15 – Esquema representativo do sistema estudado por Aguiar (2010).

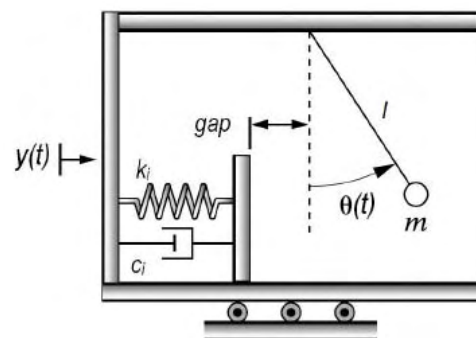


Figura 2.16 – Modelo físico do sistema estudado por Aguiar (2010).

Zukovic *et al.*, 2009, estudaram um sistema não ideal com folga no acoplamento massa-mola. O modelo mecânico do sistema possui um rotor desbalanceado. O sistema é descontínuo devido à existência de uma folga no acoplamento entre o rotor

desbalanceado e a parte fixa do sistema (mola linear). Foram analisados os regimes transientes e os estacionários e as estabilidades do sistema. Foi detectado o efeito Sommerfeld. Para certos valores da frequência de excitação do rotor desbalanceado o movimento do sistema se apresenta caótico. A existência de caos foi provada pelo Máximo Expoente de Lyapunov. Foi aplicado um novo método de controle de caos baseado na análise da energia do sistema. Esse modelo foi estudado detalhadamente, o que forneceu conhecimento suficiente para o estudo do modelo desta dissertação. A figura 2.17 representa o modelo estudado por Zukovic:

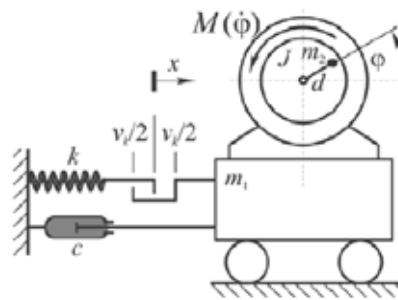


Figura 2.17 – Modelo do sistema estudado por Zukovic *et al.* (2009).

2.2- Sistemas com Modos de Corpo-Rígido

Segundo Craig (1982), freqüentemente são encontrados sistemas com um ou mais modos de corpo-rígido, isto é, modos em que nenhum dos elementos elásticos estão deformados. Eles são comumente encontrados em veículos aeroespaciais em vôo, desde que a estrutura esteja livre para que se mova sem deformações.

Um problema de autovalor que resulta em um ou mais autovalores igual a zero, é chamado de problema de autovalor semidefinido ou problema semidefinido.

Matematicamente, o autovalor zero resulta do fato que a matriz de rigidez é singular, isto é, o determinante dos coeficientes da matriz de rigidez é zero.

2.3- Sistemas Semi-Definidos

De acordo com Rao (2009) os sistemas semidefinidos são conhecidos também como sistemas irrestritos ou sistemas degenerados. Podemos considerar o arranjo da figura 2.18 abaixo, representando duas massas conectadas por uma mola de acoplamento.

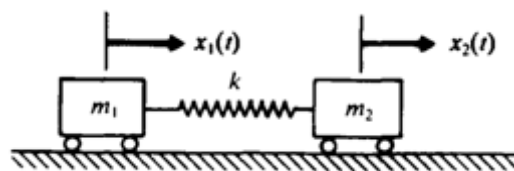


Figura 2.18 – Exemplo de Modelo de Sistema Semidefinido

As equações desse sistema, equações (2.1) podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) &= 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Para vibração livre, assumimos que o movimento é harmônico, equação (2.2):

$$x_j(t) = X_j \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_j), \quad j=1,2 \quad (2.2)$$

A substituição da equação (2.2) na (2.1) resulta na equação (2.3):

$$\begin{aligned} (-m_1 \cdot \omega^2 + k) \cdot X_1 - k \cdot X_2 &= 0 \\ -k \cdot X_1 + (-m_1 \cdot \omega^2 + k) \cdot X_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Igualando o determinante dos coeficientes X_1 e X_2 a zero, obtemos a equação (2.4) de frequência.

$$\omega^2 \cdot [m_1 \cdot m_2 \cdot \omega^2 - k \cdot (m_1 + m_2)] = 0 \quad (2.4)$$

Pela qual podemos obter as frequências naturais, equação (2.5):

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 0 \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{k \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Podemos observar que uma das frequências naturais do sistema, equação (2.1), é zero, o que significa que ele não está oscilando. Em outras palavras, o sistema se move como um todo, sem nenhum movimento relativo entre as duas massas (translação de corpo rígido). Tais sistemas que têm uma das frequências naturais igual a zero, são denominados sistemas semidefinidos.

2.4- Sistemas dinâmicos do tipo ideal e não ideal

As fontes de energia podem ser classificadas como ideais e não-ideais. As fontes de energia ideais não consideram que as forças atuantes no sistema influenciam na dinâmica do motor, ou seja, os modelos que utilizam o modelo ideal de excitação são modelos simplificados, que podem desprezar importantes fenômenos. Assim, o modelo que utiliza uma fonte de energia não-ideal, se aproxima significativamente de um modelo mais completo e complexo, se aproxima mais do modelo real.

2.4.1- Sistema dinâmico do tipo ideal

A excitação ideal ou uma fonte ideal de energia é aquela onde a excitação não é influenciada pela resposta do sistema. Por outro lado, quando uma excitação é influenciada pela resposta do sistema, é dita não ideal. Dependendo da excitação, refere-se a um sistema dinâmico como ideal (força harmônica) ou não ideal (motor com fonte de energia limitada). Os modelos ideais de sistemas são bem conhecidos nas atuais literaturas, mas há poucos resultados sobre os não ideais.

O comportamento do sistema dinâmico se afasta do caso ideal à medida que a potência do motor torna-se mais limitada. Para sistemas dinâmicos não ideais, deve-se adicionar uma equação que descreve como a fonte de energia passa essa energia às equações que governam o sistema (curva característica do motor).

2.4.2- Sistema Dinâmico do tipo não ideal

Segundo Piccirillo (2007), constata-se que é usual desconsiderar, no modelo matemático, a influência do movimento do próprio sistema em sua excitação. Todavia, em muitos casos, esta simplificação, no modelo matemático, não é razoável, devendo-se levar em conta que a excitação ou sua fonte, é influenciada pela própria resposta do sistema. Este fato prejudica a formulação dos modelos matemáticos da Teoria de Vibrações tradicional, necessitando-se estabelecer uma formulação mais realista que leve em conta a interação entre as variáveis de controle, e as de estado, da excitação, com as de estado do sistema físico estrutural. Tem-se assim, um sistema vibratório não ideal, ou um sistema com fonte de excitação, não ideal. O sistema ideal é o tradicional

onde não existe este fenômeno. A máquina não ideal é uma conceituação que depende fundamentalmente da estrutura que a suporta.

São características importantes do modelo não-ideal as interações da estrutura com a fonte de excitação, tais como:

- Variações bruscas (saltos ou “jumps”) da amplitude de deslocamento da estrutura e da frequência de excitação no caso particular em que se considera a condição estacionária do movimento;
- Descontinuidade da curva amplitude versus frequência;
- Influência do perfil da curva “amplitude versus frequência” quando o operador altera a velocidade do motor elétrico, em acréscimos e/ou decréscimos.
- Dependência destes efeitos com as curvas características eletromecânicas do motor.

A relação intrínseca do sistema vibratório com a sua fonte de energia torna a dinâmica desse sistema bastante complexa com a ocorrência de alguns fenômenos, principalmente perto da região da ressonância, como, por exemplo, o aumento da potência exigida pela fonte, o fenômeno do salto e caos. Os dois primeiros são manifestações de um efeito descoberto por Sommerfeld e, portanto denominado, em sua homenagem, de Efeito Sommerfeld. Já a ocorrência do caos nos sistemas não ideais está associada, tanto a presença de termos não-lineares quanto à presença de pontos de bifurcação e surgimento de regiões de instabilidade e regimes não-estacionários na região da ressonância, assim como transições bruscas na rigidez. Por isso, a suma importância de se estudar o sistema nessa região.

O efeito Sommerfeld surge ao se elevar continuamente a tensão de alimentação do motor, estando esse com frequência de rotação próxima a região de ressonância do sistema, provoca-se o aumento da sua rotação, até o momento que essa se estabiliza em torno de um determinado valor (igual a da frequência natural do sistema). A partir deste instante, sucessivos acréscimos da tensão somente elevam a potência elétrica absorvida pelo motor, que não é mais canalizada para alterar a sua rotação, mas sim para aumentar as amplitudes de vibração da estrutura, Palácios (2002). O processo possui um limite: quando a estrutura não é mais capaz de absorver a energia cedida pelo motor, a rotação dispara, atingindo, após certo período, valores estáveis e proporcionais a tensão de alimentação.

Todo motor elétrico possui uma família de curvas características onde cada uma corresponde a um valor de parâmetro.

Um motor elétrico possui uma família de curvas, as quais são diferenciadas variando-se a tensão elétrica U que é aplicada aos seus terminais. Cada posição de controle de regulação com o qual se aumenta ou se diminui a tensão elétrica, produz uma correspondente curva característica, relacionadas, cada uma delas, a um valor de potência constante, mas diferentes entre si. O motor CC possui uma família de curvas características estáticas, sendo cada uma associada a uma potência e definida através da variação de um parâmetro de regulação ou controle do motor. A forma de regulação, mais usual, é a variação de tensão aplicada aos terminais do motor, a qual controla a velocidade de rotação. A velocidade de rotação influencia no torque do motor.

A Figura 2.19 ilustra o plano torque versus frequência de rotação.

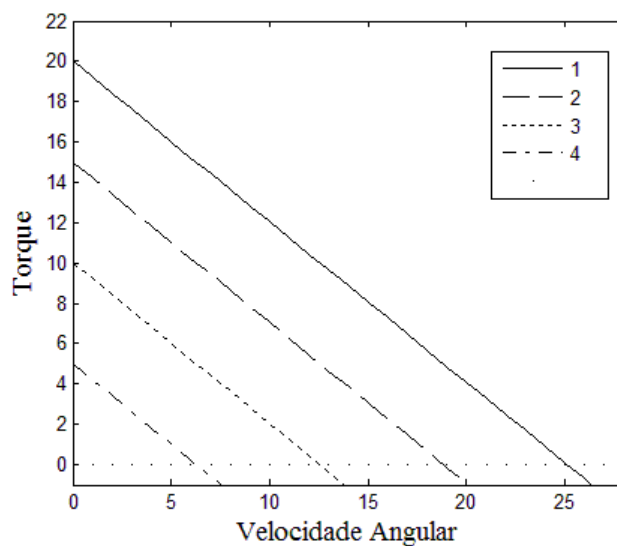


Figura 2.19: Curva característica do motor

2.5- Passagem e captura pela ressonância

Nos sistemas dinâmicos não ideais os parâmetros físicos que influenciam a dinâmica do sistema, supondo-se que esse em questão, partisse do repouso, a velocidade angular do eixo do rotor cresceria até atingir a região de ressonância. Assim, dependendo das condições iniciais e dos parâmetros físicos, tais como:

- Massa desbalanceada;
- Massa do motor;
- Momento de inércia do rotor;
- Excentricidade da massa desbalanceada;
- Constantes de torque desenvolvido pelo motor:

A tensão aplicada nos terminais do motor continuaria crescendo além da região de ressonância (fenômeno da passagem pela ressonância) ou, permaneceria próximo à frequência natural do sistema (fenômeno da captura pela ressonância). O tempo de passagem pela ressonância dependerá também das condições iniciais do sistema. O primeiro autor a sistematizar estas propriedades dos modelos matemáticos, não ideais, foi Kononenko (1969). Balthazar et al. (2004, 2005) realizou uma revisão completa deste assunto, considerando o período de 1904-2003.

2.6- Rota para o caos

Uma das características de vários sistemas caóticos é a presença de uma rota para o caos, e dentre as distintas formas de rota para o caos que existem, podemos ter a rota para o caos por dobramento de período, ou seja, rota para o caos refere-se ao processo pelo qual um conjunto de atratores de um sistema dinâmico, como uma órbita periódica, torna-se caótica através da variação de um parâmetro externo.

Assim, uma órbita estável perde estabilidade em uma bifurcação e migra para uma órbita de dois períodos quando o parâmetro passa por um valor crítico. Logo após, a órbita de dois períodos perde a estabilidade em uma bifurcação e migra para uma órbita de quatro períodos, oito, dezesseis, trinta e dois, etc. Assim ocorre uma sequência crescente de duplicações de período tendendo a um valor finito, em que o atrator original é substituído por um atrator caótico.

3-MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1-Modelo com Excitação Ideal

A figura 3.1 apresenta o modelo Vibro-Impacto com excitação ideal.

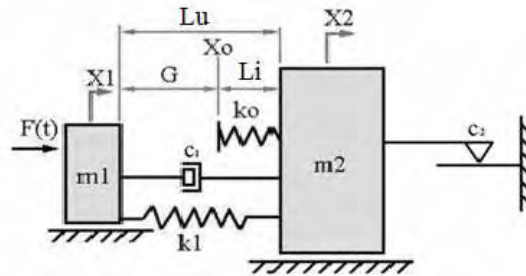


Figura 3.1: Modelo Vibro-Impacto com excitação ideal

Na tabela 3.1 são apresentados os parâmetros do modelo Vibro-Impacto com excitação ideal.

Tabela 3.1 Descrição dos parâmetros

Descrição	Símbolo
Massa do Bloco 1	m_1
Massa do Bloco 2	m_2
Rigidez da mola de união k_1	k_1
Rigidez da mola de impacto k_0	k_0
Coeficiente de amortecimento viscoso 1	c_1
Coeficiente de atrito seco 2	c_2
Comprimento da mola de união dos Blocos	Lu
Comprimento da mola de impacto k_0	Li
Folga entre Bloco 1 e mola de impacto k_0	G
Amplitude da Força	A
Frequência de Excitação	ω

O modelo consiste em um sistema de dois graus de liberdade composto por dois blocos de massas diferentes, a massa m_1 e m_2 , sendo que m_2 é maior que m_1 , elas estão acopladas por um elemento elástico (mola de comprimento Lu e rigidez k_1) e um amortecedor com coeficiente de amortecimento viscoso c_1 .

O Bloco-1 é excitado por uma força harmônica F_h , a qual gera uma excitação senoidal no sistema.

A folga G é representada pelo intervalo entre o bloco e o ponto X_o .

O ponto X_o representa a posição do extremo da mola de impacto e possui o comprimento L_i e constante elástica k_o .

A mola de impacto k_i possui uma rigidez muito alta representando a rigidez do material do bloco-2.

A mola k_1 e a mola k_o em conjunto, formam uma mola de dois estágios. Como a constante de rigidez da mola k_o é muito maior que a constante de rigidez da mola k_1 , ocorre uma transição brusca na rigidez (Figura- 3.2).

O bloco-2 possui um prolongamento que sofre atrito seco contra uma superfície. Esse atrito gera uma força contrária ao deslocamento do bloco-2.

Esse coeficiente de atrito seco c_2 representa a interação broca versus superfície.

A função deslocamento do bloco-1 é representada por X_1 e a função deslocamento do bloco 2 é representada por X_2 .

O sistema comporta-se periodicamente quando não ocorre a transição brusca na rigidez na mola de dois estágios, ou seja, quando o deslocamento relativo entre os blocos é menor que o tamanho da folga G .

A figura 3.2 abaixo mostra a constante de rigidez da mola do sistema:

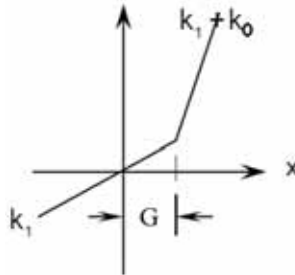


Figura 3.2- Constante de Rigidez da mola de dois estágios (Abu-Mafhfouz, 2004).

A equação do movimento quando não há impacto é mostrada na equação (3.1), se $X_2 - X_1 \leq G$:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{X}_1 = F_h - F_{spr} - F_{damp} \\ m_2 \cdot \ddot{X}_2 = F_{spr} + F_{dam} - F_{atrit} \end{cases} \quad (3.1)$$

Quando o deslocamento relativo entre os blocos é maior que o comprimento G , o impacto ocorre. Assim a equação do movimento é representado pela equação (3.2), se $X_2 - X_1 > G$:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{X}_1 = F_h - F_{spr} - F_{stop} - F_{damp} \\ m_2 \cdot \ddot{X}_2 = F_{spr} + F_{stop} + F_{damp} - F_{atrit} \end{cases} \quad (3.2)$$

A força harmônica F_h é representada pela equação (3.3):

$$F_h = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (3.3)$$

A força da mola1, F_{spr} é representada pela equação (3.4):

$$F_{spr} = k_1 \cdot (X_1 - X_2 + X_0) \quad (3.4)$$

A força da mola de impacto, F_{stop} é representada pela equação (3.5):

$$F_{stop} = k_0 \cdot (X_1 - X_2 + G) \quad (3.5)$$

A força de amortecimento, F_{damp} é representada pela equação (3.6):

$$F_{damp} = c \cdot (\dot{X}_1 - \dot{X}_2) \quad (3.6)$$

O atrito seco, F_{atrit} é representado pela equação (3.7):

$$F_{atrit} = \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \text{sign}(\dot{X}_2) \quad (3.7)$$

Esse modelo matemático possui uma condição de compatibilidade cinemática: ele não é válido quando a posição absoluta X_1 do bloco 1 for maior que a posição absoluta X_2 do bloco 2, ou seja, essa condição garante que bloco 1 não inverta a posição com o bloco 2. Não há a possibilidade de um bloco atravessar o outro. Caso contrário, o modelo é fisicamente inconsistente.

3.2- Modelo com Excitação Não Ideal

Neste subitem será apresentado o modelo Vibro-Impacto com excitação não ideal. O modelo Vibro-Impacto com excitação não-ideal difere do modelo anterior (apresentado no subitem 3.1) apenas pelo tipo da fonte de excitação. A fonte de excitação não-ideal deste modelo é representada por um de rotor desbalanceado acionado por um motor elétrico de corrente contínua.

A figura 3.3 apresenta uma curva característica de um motor elétrico de corrente contínua.

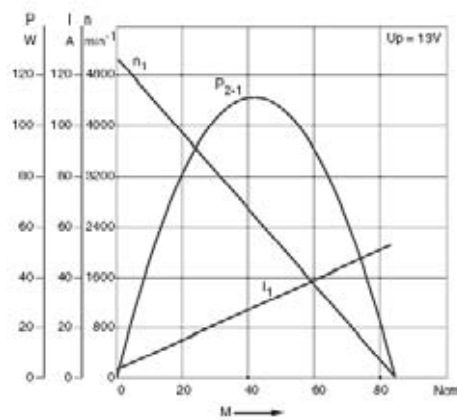


Figura 3.3- Curva característica de um motor elétrico de corrente contínua

A figura 3.4 apresenta o modelo Vibro- Impacto com excitação não-ideal.

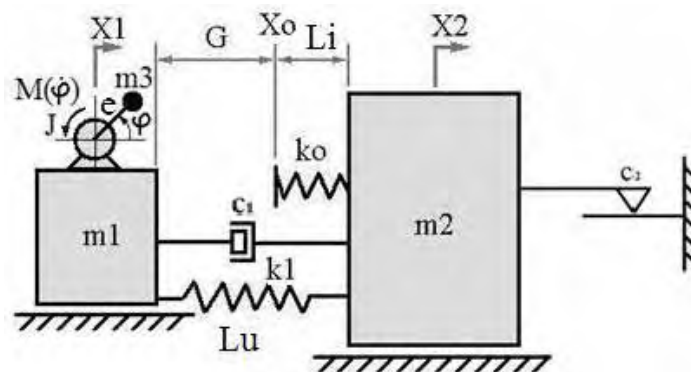


Figura 3.4: Modelo Vibro-Impacto com excitação não-ideal

Os parâmetros utilizados no modelo Vibro-Impacto com excitação não-ideal estão apresentados na tabela 3.2.

Tabela 3.2- Descrição dos parâmetros

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>
<i>Massa do Bloco 1</i>	m_1
<i>Massa do Bloco 2</i>	m_2
<i>Rigidez da mola de união k_1</i>	k_1
<i>Rigidez da mola de impacto k_o</i>	k_o
<i>Coeficiente de amortecimento viscoso 1</i>	c_1
<i>Coeficiente de atrito seco 2</i>	c_2
<i>Comprimento da mola de união dos Blocos</i>	L_u
<i>Comprimento da mola de impacto k_1</i>	L_i
<i>Folga entre Bloco 1 e mola de impacto k_o</i>	G
<i>Massa desbalanceada</i>	m_3
<i>Excentricidade</i>	e
<i>Momento de inércia da massa desbalanceada</i>	J
<i>Torque do motor</i>	M

O Bloco-1 é excitado por um rotor que possui um desbalanceamento rotativo, que é caracterizado como não-ideal.

O torque de excitação do motor, $M(\dot{\varphi})$, é função da velocidade angular do eixo com rotor que apresenta o desbalanceamento (m_3), onde Ω_0 é a constante de velocidade angular do motor.

A expressão do torque do motor é apresentada na equação (3.8).

$$M(\dot{\varphi}) = M_0 \cdot \left(1 - \frac{\dot{\varphi}}{\Omega_0}\right) \quad (3.8)$$

Onde:

$\dot{\varphi}$ é a velocidade angular do eixo do motor;

M_0 é a constante de torque do motor;

Ω_0 é a constante de velocidade angular do eixo do motor.

O torque do motor, $M(\dot{\varphi})$, é função da velocidade angular ($\dot{\varphi}$) do eixo do motor.

A equação do movimento quando não há impacto é mostrada na equação (3.9), se $X_2 - X_1 \leq G$:

$$\begin{cases} (m_1 + m_3) \cdot \ddot{X}_1 = F_{desbal} - F_{spr} - F_{damp} \\ m_2 \cdot \ddot{X}_2 = F_{spr} + F_{dam} - F_{atrit} \\ (J + m_3 \cdot e^2) \cdot \ddot{\varphi} = m_3 \cdot e \cdot \ddot{X}_1 \cdot \sin(\varphi) + M(\dot{\varphi}); \end{cases} \quad (3.9)$$

Quando o deslocamento relativo entre os blocos é maior que o comprimento G , o impacto ocorre. Assim a equação do movimento é representada pela equação (3.10), se $X_2 - X_1 > G$:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{X}_1 = F_{desbal} - F_{spr} - F_{stop} - F_{damp} \\ m_2 \cdot \ddot{X}_2 = F_{spr} + F_{stop} + F_{damp} - F_{atrit} \\ (J + m_3 \cdot e^2) \cdot \ddot{\varphi} = m_3 \cdot e \cdot \ddot{X}_1 \cdot \sin(\varphi) + M(\dot{\varphi}); \end{cases} \quad (3.10)$$

A força harmônica F_{desbal} é representada pela equação (3.11):

$$F_{desbal} = m_3 \cdot e \cdot (\ddot{\varphi} \cdot \sin(\varphi) + (\varphi^2) \cdot \cos(\varphi)) \quad (3.11)$$

4- METODOLOGIA DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Segundo Nayfeh, A.H. (1980), é raro obter respostas exatas de problemas descontínuos. Isso devido as não linearidades, não homogeneidades e as diferentes condições de contorno presente nesses tipos de problema. Assim engenheiros, físicos, matemáticos aplicados, são forçados a determinar soluções aproximadas dos problemas em questão. Essas aproximações podem ser obtidas através de técnicas puramente numéricas, analíticas ou uma mistura de numérica e analítica. A chave para solucionar os problemas modernos é o modelamento matemático. Esse processo consiste em manter certos parâmetros, retirar ou aproximar outros.

Meirovitch (2001) sugere que o algoritmo mais eficiente para integração direta das equações dinâmicas não-lineares de sistemas não-ideais seria o método de Runge-Kutta.

As simulações numéricas do sistema estudado (Capítulos 5, 6, 7 e 8) foram realizadas no software MATLAB®. O integrador utilizado foi o de Runge-Kutta de ordem média (quarta e quinta ordem) com passo de integração variável (método de Dormand-Prince-ODE45 do aplicativo MATLAB®).

Para todas as simulações numéricas realizadas foram consideradas condições iniciais nulas.

Essa dissertação de mestrado apresenta o estudo de quatro casos distintos: CASO I, II, III e IV.

A primeira análise, apresentada no capítulo 5, (CASO-I), é feita com uma excitação externa (independente) no sistema (excitação do tipo ideal) e o parâmetro de controle é a frequência de excitação do bloco-1 (ω).

Na segunda situação, (CASO-II), apresentada no capítulo 6, a excitação externa é do tipo não-ideal, gerada por um motor elétrico de corrente contínua com potência limitada.

Em uma terceira situação, (CASO-III), apresentada no capítulo 7, é analisado o Efeito Sommerfeld para o sistema com excitação não-ideal onde o parâmetro de controle é o parâmetro constante de velocidade angular do motor (Ω_0).

A quarta situação, (CASO-IV), é apresentada no capítulo 8, é analisado o Efeito Sommerfeld para o sistema com excitação não-ideal, onde o parâmetro de controle é o parâmetro de torque do motor (M_0).

4.1- CASO-I

O CASO-I apresenta as simulações baseadas no modelo Vibro- Impacto com excitação ideal, ou seja, a fonte de excitação é representada por uma força harmônica e o parâmetro de controle é a frequência de excitação do bloco-1(ω).

Os parâmetros dimensionais (m_1 , m_2 , k_1 , ko , c_1 , c_2 , Lu , Li , G , A , ω) foram baseados no artigo de Ho *et al.*, 2010, (Tabela 4.1 e 4.5 página 44).

Tabela 4.1- Parâmetro de controle do CASO-I

CASO-I	A	B	C	D	E
ω [Hz]	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1

Foram realizadas cinco simulações (ensaios) para esse caso com cinco diferentes valores do parâmetro de controle (ω). Os valores do parâmetro de controle foram obtidos de maneira que a resposta do sistema apresentasse a dinâmica periódica, quase-periódica, caótica, com e sem ocorrer a transição brusca na rigidez, (Tabela 4.1).

4.2- CASO-II

O CASO-II apresenta as simulações baseadas no modelo Vibro- Impacto com excitação não-ideal, ou seja, a fonte de excitação é representada por um rotor que possui um desbalanceamento rotativo e o parâmetro de controle é a constante de velocidade angular do motor (Ω_0).

Os parâmetros dimensionais, ($m_1, m_2, k_1, k_0, c_1, c_2, Lu, Li, G$), no CASO-II são iguais ao do CASO-I.

Os parâmetros dimensionais (m_3, e, J, Mo, Ω_0) foram obtidos de forma que a força de excitação não-ideal seja semelhante a força de excitação ideal (CASO-I).

Para realizar a exploração da dinâmica do modelo com fonte de excitação não-ideal, foram determinadas cinco curvas características dos motores elétricos de corrente contínua baseadas na velocidade angular atingida no estado estacionário do motor. Cada curva característica apresenta que o motor atingirá o equilíbrio de funcionamento do sistema em diferentes velocidades angulares, (figura 4.1). O torque inicial foi mantido constante e variou-se a constante de velocidade angular do motor (Ω_0).

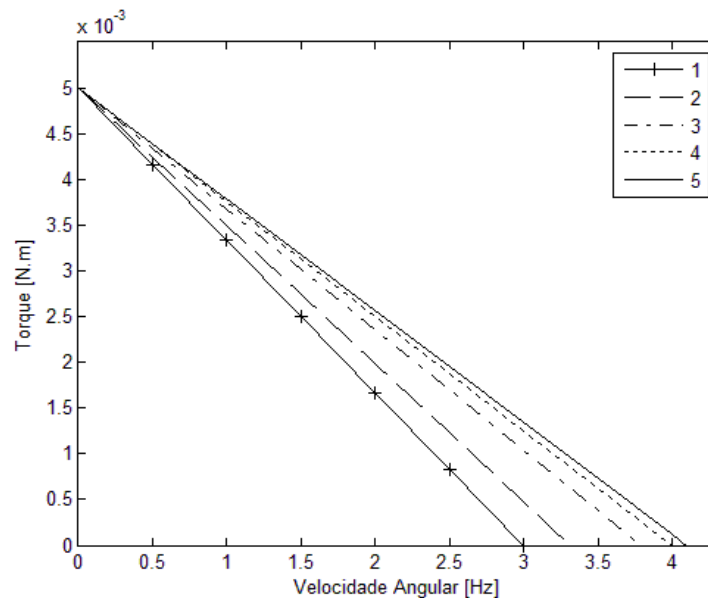


Figura 4.1. Curvas características dos motores para o CASO-II

As curvas características do motor foram traçadas a partir da equação (4.1) e da tabela 4.2.

$$M(\dot{\varphi}) = \frac{M_0}{\Omega_0} \cdot \dot{\varphi} + M_0 \quad (4.1)$$

Tabela 4.2- Constantes da curva característica do motor

$M(\dot{\varphi})$	$\frac{M_0}{\Omega_0}$	M_0	Ω_0
$M(\dot{\varphi})_1$	-0,00167	0,005	3,0
$M(\dot{\varphi})_2$	-0,00151	0,005	3,3
$M(\dot{\varphi})_3$	- 0,00132	0,005	3,8
$M(\dot{\varphi})_4$	-0,00125	0,005	4,0
$M(\dot{\varphi})_5$	- 0,00122	0,005	4,1

Foram realizadas cinco simulações (ensaios) para esse caso com diferentes valores do parâmetro de controle (Ω_0). A obtenção desses parâmetros de controle foi igual a do CASO-I (Tabela 4.3). Serão analisados os gráficos do histórico no tempo, retrato de fases, mapa de Poincaré e espectros de frequência.

Tabela 4.3- Parâmetros de controle do CASO-II

CASO-II	A	B	C	D	E
Ω_0 [Hz]	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1

Para realizar uma comparação entre o modelo com fonte de excitação ideal e não-ideal, foi construída a Tabela-4.4 onde foi relacionada à amplitude da força de excitação (A) do modelo ideal, com a força gerada pelo rotor desbalanceado ($m_3 \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$), segundo as equações (4.2) e (4.3):

$$A \cdot \sin(\omega \cdot t) = m_3 \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (4.2)$$

$$A = m_3 \cdot e \cdot \omega^2 \quad (4.3)$$

O lado esquerdo da equação (4.2) corresponde à força de excitação ideal e o lado direito corresponde á força de excitação não-ideal.

Assim cada frequência de excitação estudada no modelo ideal, será analisada no modelo com excitação não-ideal. Com a finalidade obter a força de excitação não-ideal

semelhante à ideal, manteve-se constante o valor da excentricidade. Excentricidade é a distância entre o eixo do rotor e a massa desbalanceada. Dessa maneira foi possível determinar a velocidade angular final do eixo do motor e garantir que as forças geradas pelo desbalanceamento rotativo fossem aproximadamente equivalentes a aquelas analisadas quando a excitação era do tipo ideal. A tabela 4.4 apresenta o valor do desbalanceamento rotativo, da massa desbalanceada e das velocidades angulares do eixo do motor que serão analisadas.

Tabela 4.4- Dados do Desbalanceamento Rotativo

CASO-II	A [N]	Desbal.Rot.	e [m]	m_3 [kg]	Freq.[Hz]
A	0,08	0,000231	0,11	0,0021	3,0
B	0,08	0,000187	0,11	0,0017	3,3
C	0,08	0,000143	0,11	0,0013	3,8
D	0,08	0,000132	0,11	0,0012	4,0
E	0,08	0,000121	0,11	0,0011	4,1

Assim para cada valor de massa desbalanceada, o rotor gera uma força de excitação específica. Cada curva característica do motor determina uma velocidade angular do eixo do motor onde o motor atinge o estado estacionário.

A tabela 4.5 apresenta os parâmetros dimensionais para as simulações numéricas realizadas nos CASOS-I e II. O símbolo “-” utilizado na tabela 4.5 e na tabela 4.6 indica a não existência do valor.

Tabela 4.5- Valores dos parâmetros dimensionais para os CASOS-I e II

<i>Símbol o</i>	MODELO IDEAL (CASO-I)					MODELO NÃO-IDEAL (CASO-II)				
	A	B	C	D	E	A	B	C	D	E
m_1 [kg]	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94
m_3 [kg]	-	-	-	-	-	0,0021	0,0017	0,0013	0,0012	0,0011
k_1 [N/m]	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200
K_o [N/m]	124000	124000	124000	124000	124000	124000	124000	124000	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
A [m]	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	-	-	-	-	-
e [m]	-	-	-	-	-	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
J [kg.m ²]	-	-	-	-	-	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
M_o [N.m]	-	-	-	-	-	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
Ω_0 [Hz]	-	-	-	-	-	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1
ω [Hz]	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1	-	-	-	-	-

4.3- CASO-III

O CASO-III apresenta os parâmetros dimensionais, ($m_1, m_2, k_1, k_0, c_1, c_2, Lu, Li, G, e, J, Mo, \Omega_0$), semelhantes ao do CASO-II.

O CASO-III difere do CASO-II apenas pelo valor da massa desbalanceada m_3 . A massa desbalanceada m_3 foi alterada, (aumentou-se o valor de m_3 de 0,0011kg para 0,03kg) para que a dinâmica do desbalanceamento rotativo influencie na velocidade angular do eixo do motor com a finalidade de verificar o Efeito Sommerfeld.

O parâmetro de controle desse caso é a constante de velocidade angular do motor (Ω_0). Foram realizadas três simulações para esse caso com diferentes valores do parâmetro de controle (Ω_0).

Os valores do parâmetro de controle foram obtidos de maneira que o primeiro (3,5 Hz) apresenta-se abaixo da frequência natural, o segundo (5,5 Hz) e o terceiro (6,5 Hz) apresentam-se acima do valor da frequência natural ($\omega_n = 4,1$ Hz) do modelo Vibro-Impacto. Assim é possível analisar a influência da constante de velocidade angular do motor em relação a captura e passagem pela frequência de ressonância, (Tabela 4.6).

Tabela 4.6- Parâmetros de controle do CASO-III

CASO-III	A	B	C
Ω_0 [Hz]	3,5	5,5	6,5

Foram geradas três curvas características do motor de acordo com as variações do parâmetro de controle (Ω_0), (figura 4.2).

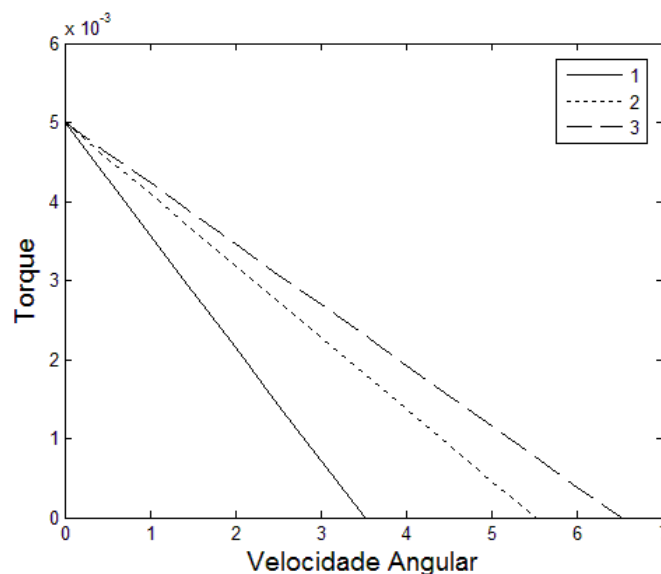


Figura 4.2- Curvas características dos motores para o CASO-III

4.4- CASO-IV

O CASO-IV apresenta todos os parâmetros dimensionais, ($m_1, m_2, m_3, k_1, k_0, c_1, c_2, Lu, Li, G, e, J, \Omega_0$), semelhantes ao do CASO-III.

No CASO-IV, o parâmetro de controle é a constante de torque do motor.

Foram realizadas duas simulações para esse caso com diferentes valores do parâmetro de controle (M_0), (Tabela 4.7).

Os valores do parâmetro de controle foram obtidos de maneira que o primeiro valor, (0,001 N.m), apresenta um torque limitado em relação a massa desbalanceada e o segundo valor, (0,005 N.m), já apresenta um torque suficiente para ultrapassar a região da ressonância. Assim é possível analisar a influência da constante de torque do motor em relação a captura pela ressonância e a passagem pela ressonância, da velocidade angular do eixo do motor.

Tabela 4.7- Parâmetros de controle do CASO-IV

CASO-IV	A	B
M_0 [N.m]	0,001	0,005

Foram geradas duas curvas características do motor de maneira a mostrar uma situação antes e depois da captura da velocidade angular do motor pela ressonância, (figura 4.3).

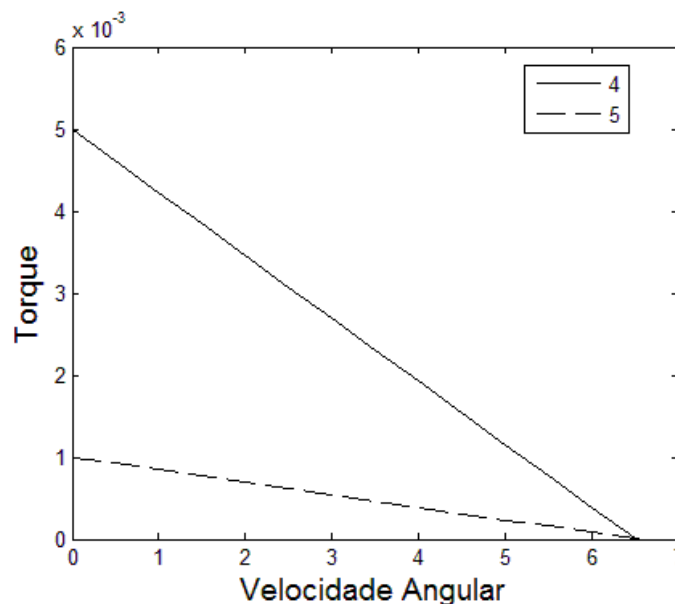


Figura-4.3- Curvas características dos motores para o CASO-IV

A Tabela-4.8 apresenta os parâmetros dimensionais utilizados para as simulações numéricas realizadas nos CASOS-III e IV.

Tabela 4.8 – Valores dos parâmetros dimensionais para os CASOS-III e IV

	MODELO NÃO-IDEAL				
	CASO-III			CASO-IV	
<i>Símbolo</i>	A	B	C	A	B
m_1 [kg]	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94
m_3 [kg]	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
k_1 [N/m]	200	200	200	200	200
K_0 [N/m]	124000	124000	124000	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
A [m]	-	-	-	-	-
e [m]	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
J [kg.m ²]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
M_0 [N.m]	0,005	0,005	0,005	0,001	0,005
Ω_0 [Hz]	3,5	5,5	6,5	6,5	6,5
w [Hz]	-	-	-	-	-

Foram obtidos os Históricos no tempo, as Forças de compressão da mola de dois estágios, os Retratos de Fases, os Diagramas de Bifurcações, os Mapas de Poincaré e os Espectros de Frequência.

A força de compressão que atua no segundo estágio da mola de dois estágios representa a força de impacto entre os bloco 1 e 2. Assim essa força foi calculada através da Lei de Hooke, onde a força da mola é proporcional à quantidade de deformação, equação (4.4). Essa força é analisada na mola de impacto e possui a constante de rigidez k_0 com um valor elevado.

$$F_{\text{elastica}} = k_0 \cdot \Delta x \quad (4.4)$$

Os diagramas de bifurcação apresentam informações muito úteis para identificar a influência de um parâmetro na resposta de um sistema. Desta forma, é possível ter-se uma visão global sobre os efeitos da variação deste parâmetro de controle na resposta.

O parâmetro de controle adotado para realizar o diagrama de bifurcações é a frequência da força de excitação do bloco-1. Esse parâmetro, (frequência de excitação), no modelo com fonte de excitação ideal, foi adotado, pois, pode ser comparado com o parâmetro de frequência do motor do modelo com fonte de excitação não-ideal.

Esse parâmetro é uma das variáveis, mais fáceis de serem alteradas quando se trata de um experimento com fonte de excitação não-ideal, basta alterar a corrente e/ou a tensão de alimentação do motor elétrico.

Foi realizada uma pré-simulação relativa ao parâmetro de variação com a intenção de se determinar um intervalo no qual a dinâmica do sistema apresentasse a transição entre o regime periódico para o caótico. O intervalo de variação parâmetro de frequência de excitação de 2,6 Hz a 4,2 Hz apresentou a transição entre os regimes do periódico ao caótico (região de interesse).

Os espectros de frequência foram analisados através da transformada rápida de Fourier (“Fast Fourier Transform – FFT”). Os espectros de frequência ajudam na distinção entre movimentos periódicos, quase-periódicos e caóticos e são utilizados, normalmente, no estudo de sinais estacionários. As FFTs calculadas neste capítulo foram obtidas diretamente do software MATLAB®, através do comando “fft”.

A rota para o caos foi obtida através de uma variação do parâmetro de controle ω , o qual foi variado lentamente, e a cada duplicação de período foram plotados os gráficos para aquele determinado valor de parâmetro de controle.

5- MODELO COM EXCITAÇÃO IDEAL, CASO-I

5.1- Considerações Gerais

Nesse capítulo serão apresentados os resultados do CASO-I (ensaios A, B, C, D e E) onde o parâmetro de controle é a frequência de excitação do bloco-1 (ω).

As simulações do modelo com excitação ideal utilizou os parâmetros apresentados na tabela 5.1

Tabela 5.1 – Valores dos parâmetros dimensionais utilizados nas simulações do modelo Ideal (CASO-I)

	MODELO IDEAL (CASO-I)				
<i>Símbolo</i>	A	B	C	D	E
m_1 [kg]	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94
m_3 [kg]	-	-	-	-	-
k_1 [N/m]	200	200	200	200	200
K_0 [N/m]	124000	124000	124000	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
A [m]	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08
e [m]	-	-	-	-	-
J [kg.m ²]	-	-	-	-	-
M_o [N.m]	-	-	-	-	-
Ω_0 [Hz]	-	-	-	-	-
ω [Hz]	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1

5.2- Obtenção da Frequência Natural do Sistema

Para obter a frequência natural do sistema, foi dada uma determinada condição inicial de posição para o bloco 1 onde o sistema oscila em vibração livre sub-amortecida, sem que haja o impacto.

Os deslocamentos dos blocos são mostrados nas figuras 5.1 (a) e (b).

A Tabela-5.2 e 5.3 mostram os parâmetros e as condições iniciais adotadas.

Tabela-5.2 Parâmetros do modelo.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>
<i>Massa do Bloco 1</i>	m_1	0,297 kg
<i>Massa do Bloco 2</i>	m_2	2,94 kg
<i>Rigidez da mola de união k_1</i>	k_1	200 N/m
<i>Rigidez da mola de impacto k_0</i>	k_0	124000 N/m
<i>Coeficiente de amortecimento 1</i>	c_1	0,001 N.s/m
<i>Coeficiente de amortecimento 2</i>	c_2	0,001 N.s/m
<i>Comprimento da mola de união dos Blocos</i>	L_u	0,002m
<i>Comprimento da mola de impacto</i>	L_i	0,001m
<i>Folga entre Bloco 1 e mola de impacto</i>	G	0,001m
<i>Amplitude da Força</i>	A	0,08N
<i>Frequência de Excitação</i>	ω	Parâmetro de variação Hz

Tabela 5.3– Condições iniciais.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>
<i>Posição inicial do bloco 1</i>	$X_1(0)$	-0,0015 m
<i>Velocidade inicial do bloco 1</i>	$\dot{X}_1(0)$	0,0 m/s
<i>Posição inicial do bloco 2</i>	$X_2(0)$	0,0 m
<i>Velocidade inicial do bloco 2</i>	$\dot{X}_2(0)$	0,0 m/s

A figura 5.1.a fornece uma melhor percepção das posições iniciais (condições iniciais) do modelo proposto, sendo que neste caso o Bloco 1 tem posição inicial $X_1(0) = -0,0015\text{m}$ (a mola de união dos blocos encontra-se fora da condição de equilíbrio, está tracionada em $\Delta X = 0,0005\text{ m}$) e o Bloco 2 tem a posição inicial $X_2(0) = 0\text{m}$.

A mola de união k_1 entre os blocos possui comprimento $L_u = 0,002\text{m}$.

A mola de impacto k_0 entre os blocos possui comprimento $L_i = 0,001\text{m}$.

Assim a folga entre o Bloco 1 e a extremidade da mola de impacto é $G = 0,001\text{m}$ ou seja, 1 mm. O sistema descreve uma vibração livre amortecida.

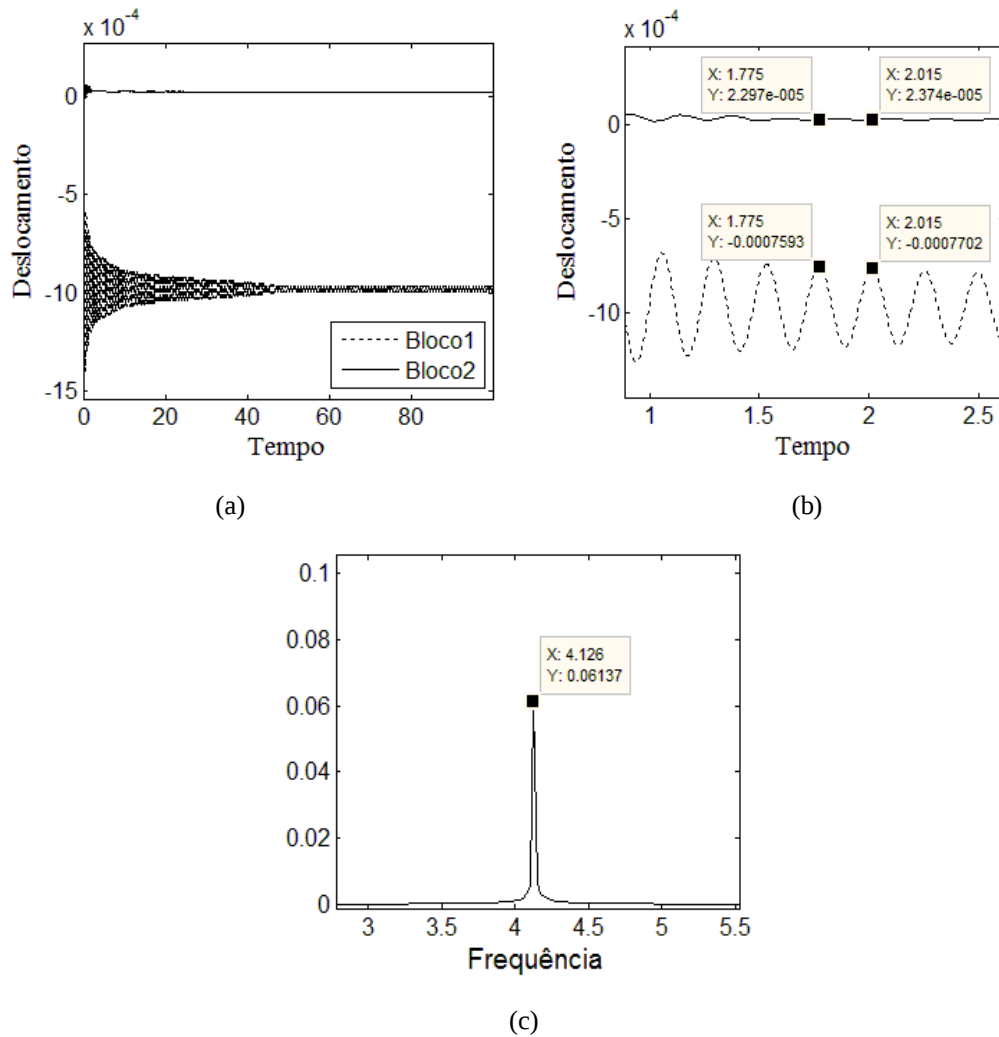


Figura 5.1- (a) Deslocamento Bloco 1 e 2; (b) Zoom do deslocamento; (c) FFT frequência natural

A Figura 5.1.b apresenta o zoom dos deslocamentos do Bloco 2 e Bloco 1 em relação ao tempo. Através desse gráfico é possível obter o período da oscilação e assim calcular a frequência natural do sistema, já que o mesmo está oscilando em vibração livre sub-amortecida.

Outra maneira de determinar a frequência natural do sistema é através do Espectro de Frequência ou FFT (Transformada Rápida de Fourier). A figura 5.1.c e mostra a FFT aplicada a esse sistema e que resultou na frequência natural $\omega_0 = 4,167$ Hz.

Através da figura 5.1.b obteve-se que o período $T = 0,24$ s. Assim, $\omega_0 = 4,167$ Hz, ou através da FFT a frequência natural $\omega_0 = 4,126$ Hz. O sistema comporta-se como se fosse de um grau de liberdade devido a não ocorrência de transição brusca na rigidez.

5.3- Diagrama de Bifurcações

O intervalo de variação parâmetro de frequência de excitação de 2,6 Hz a 4,2 Hz apresentou a transição entre os regimes do periódico ao caótico (região de interesse), tabela 5.4.

A Figura 5.2 apresenta o Diagrama de Bifurcação. Nele são mostradas linhas tracejadas verticais que indicam as regiões onde será analisado o Histórico no tempo, o Retrato de Fases, o Mapa de Poincaré e o Espectro de Frequências. A linha tracejada horizontal indica a região a partir da qual ocorre impacto (transição brusca na rigidez).

O comportamento do sistema será analisado para os seguintes valores de frequências: 3,0; 3,3; 3,8; 4,0; 4,1 [Hz].

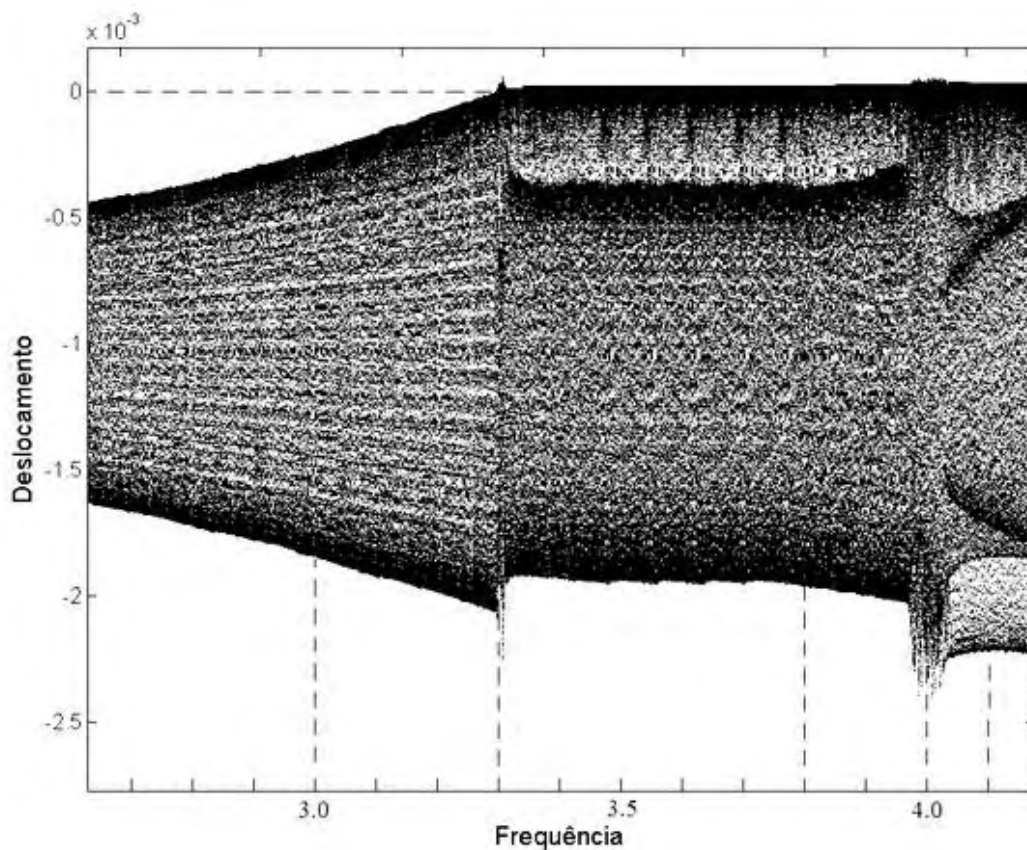


Figura 5.2 – Diagrama de bifurcação (parâmetro de controle: frequência)

Tabela 5.4- Regiões do Diagrama de Bifurcações

Frequência	3,0 Hz	3,3 Hz	3,8 Hz	4,0 Hz	4,1 Hz
Regime	periódico	caótico	periódico	caótico	periódico
Transição brusca na rigidez	não ocorre	ocorre	ocorre	ocorre	ocorre

5.4- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,0$ Hz

A Figura 5.3 apresenta os resultados referentes ao parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,0$ Hz.

A Figura 5.3.a apresenta o deslocamento do sistema Vibro-Impacto, sendo que o mesmo permanece oscilando em torno de um referencial fixo, ou seja, o sistema não adota um sentido de deslocamento. Portanto essa frequência de funcionamento do modelo não é apropriada para aplicação em um mecanismo Vibro-Impacto voltada a perfuração de superfícies.

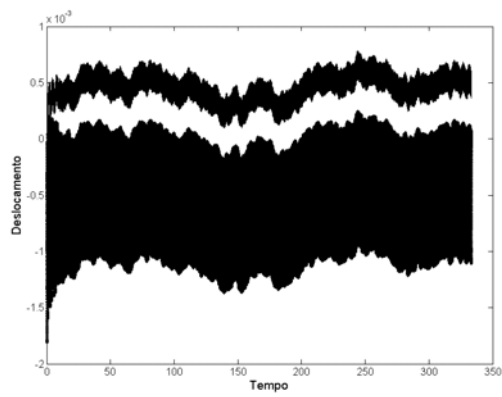
A Figura 5.3.b mostra o sistema em regime estacionário e não ocorre o choque entre os blocos. A linha pontilhada representa o Bloco-1 e a linha contínua representa o Bloco2.

A figura 5.3.c, a seguir apresenta o gráfico das velocidades do Bloco-1 e 2, sendo possível observar que o Bloco-1 (linha pontilhada), desloca-se mais rapidamente que o Bloco-2 (linha contínua). Nessa frequência o movimento é periódico.

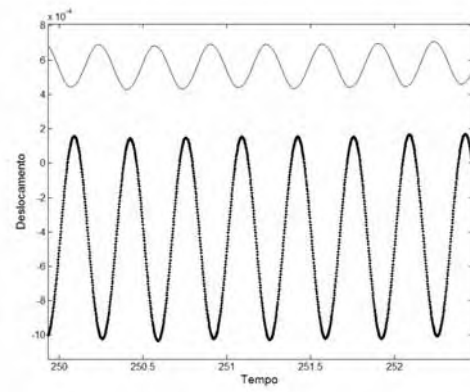
O Retrato de Fases (figura 5.3.d) é referente ao deslocamento relativo entre os Blocos.

O Retrato de fases aliado à Seção de Poincaré (figura 5.3.e) demonstra que a oscilação observada é um movimento periódico.

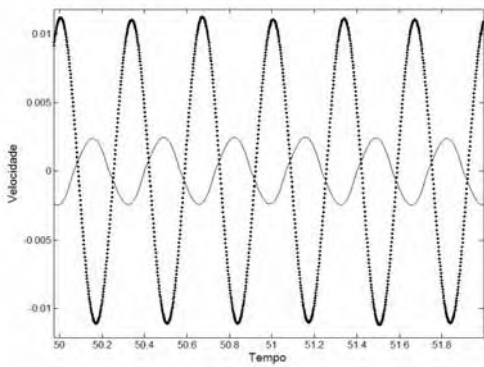
A Figura 5.3.f mostra que a frequência excitação 3 Hz predomina sobre o sistema para esse conjunto de parâmetros e que não existem outras frequências perturbando o sistema, o que reafirma a periodicidade desta oscilação.



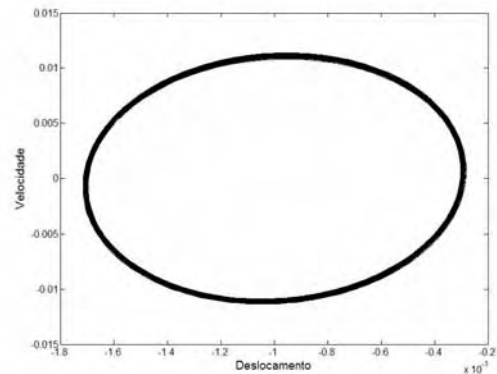
(a)



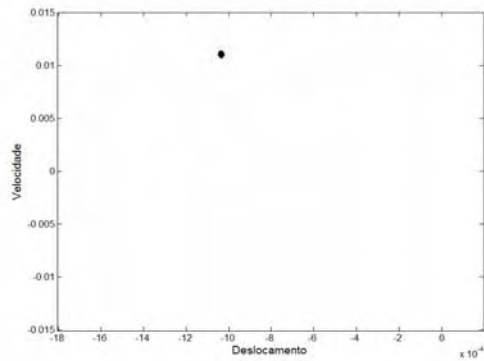
(b)



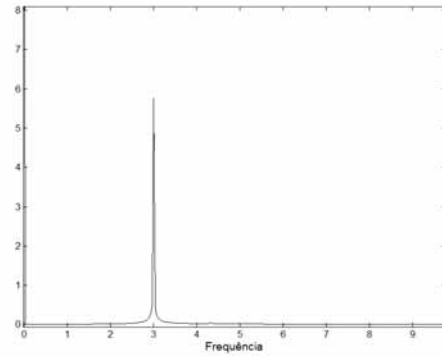
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 5.3.- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=3$ Hz. A linha pontilhada representa o Bloco-1 e a linha contínua representa o Bloco2. (a) Deslocamento; (b) Zoom do deslocamento; (c) Velocidade; (d) Retrato de Fases; (e) Mapa de Poincaré; (f) Espectro de Freqüências.

5.5- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,3$ Hz

A Figura 5.4 apresenta os resultados referentes ao parâmetro de Frequência de excitação $\omega=3,3$ Hz.

A Figura 5.4.a apresenta o deslocamento do sistema Vibro-Impacto, onde esse adota um sentido positivo de deslocamento, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita, no sentido de penetrar na superfície.

A Figura 5.4.b, apresenta o zoom do deslocamento do sistema. É possível observar que há impacto entre os Blocos (transição brusca na rigidez), indicados pelas linhas verticais tracejadas.

A frequência 3,3 Hz apresenta o deslocamento positivo e há impactos entre os blocos, portanto é ideal para um mecanismo Vibro- Impacto voltado à perfuração de uma superfície. A linha pontilhada representa o Bloco-1 e a linha contínua representa o Bloco-2.

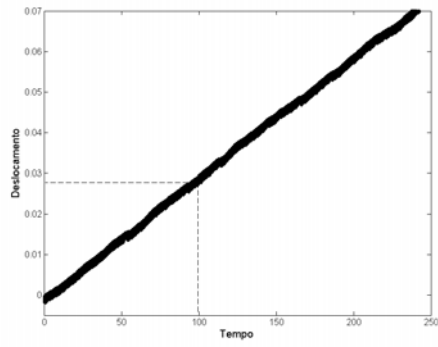
A figura 5.4.c mostra o deslocamento relativo entre os Blocos (X_2-X_1).

Ela possui uma linha horizontal contínua que indica a posição a partir da qual ocorrem os impactos.

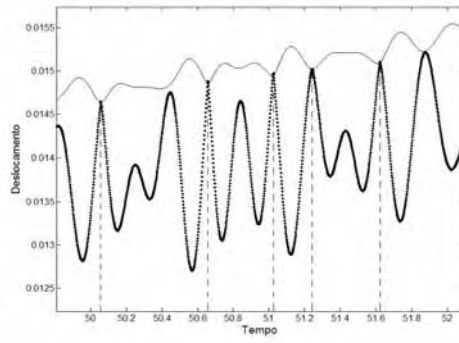
Já as linhas tracejadas verticais indicam o instante em que ocorrem os impactos. Fica claro a não periodicidade dos impactos entre os Blocos.

A Figura 5.4.d apresenta a velocidade dos Blocos. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2.

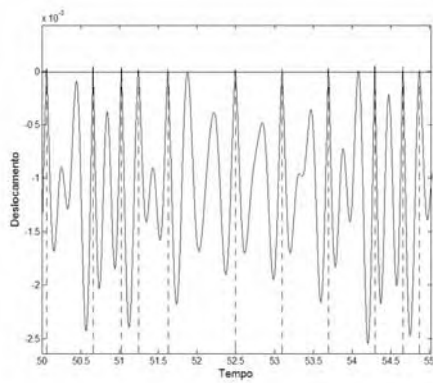
As linhas tracejadas verticais indicam o momento em que ocorrem os impactos e as transferências de energia entre os blocos. Essa figura tem grande importância quanto à maneira que ocorre a transferência de energia entre os Blocos, sendo que para essa frequência de 3,3 Hz ela ocorre de maneira não periódica. A ocorrência de impactos e a velocidade alteram-se a cada instante. Durante os choques, a velocidade do Bloco-1 (linha pontilhada), diminui instantaneamente assim como a velocidade do Bloco-2 aumenta devido a essa transferência de energia. A linha contínua horizontal indica a posição a partir da qual ocorrem os impactos e as linhas tracejadas verticais indicam os instantes em que ocorrem os impactos.



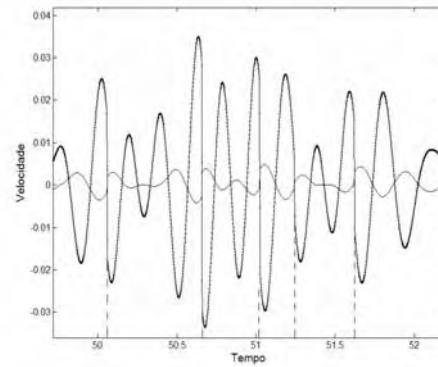
(a)



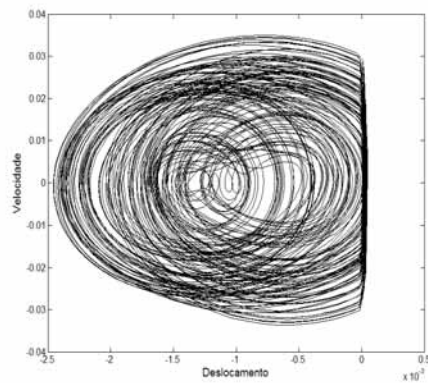
(b)



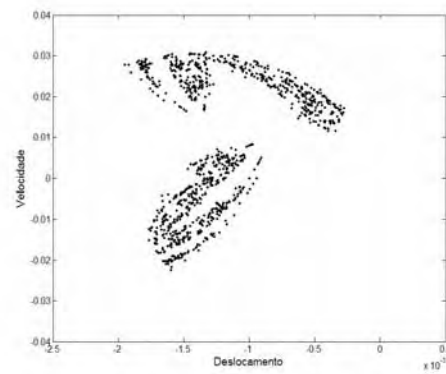
(c)



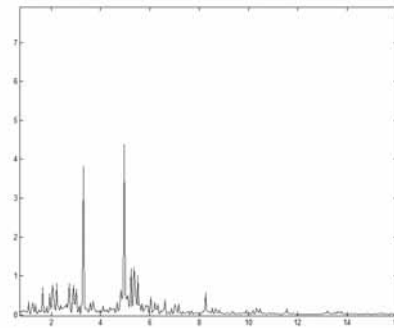
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 5.4- Resultados referentes à freqüência de excitação do sistema $\omega=3,3$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré; (g) Espectro de Freqüências.

A partir da análise da figura 5.4.e, a qual apresenta o Retrato de Fases, é possível afirmar que a região onde a órbita tende a uma linha reta é causada pela ocorrência da transição brusca da rigidez entre os blocos naquela posição e instante. O movimento é caótico, pois a oscilação não possui um padrão de repetição. Essa afirmação é confirmada pelo Mapa de Poincaré da figura 5.4.f, o qual é apresentado como uma névoa de pontos, a qual indica a presença de caos no sistema. A figura 5.6.g apresenta o espectro de frequências todo perturbado.

Observando a figura 5.4.g é possível visualizar perturbações no espectro de frequências. A FFT possui dois picos de frequência mais acentuados, o primeiro, localizado na frequência de 3,3 Hz, pertence à frequência de excitação do sistema e o segundo, localizado na frequência 5,0 Hz, pertence a uma frequência aparente gerada pela transição brusca na rigidez.

5.6- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega = 3,8$ Hz

A Figura 5.5 apresenta os resultados referentes ao parâmetro de Frequência de excitação $\omega = 3,8$ Hz.

A Figura 5.5.a apresenta o deslocamento do sistema Vibro- Impacto, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento positivo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita, no sentido de penetrar na superfície. Esse conjunto de parâmetros pode ser utilizado para um sistema vibro impacto para a perfuração de superfícies.

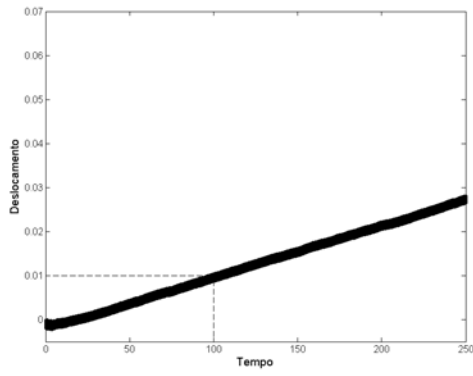
A Figura 5.5.b mostra o zoom de deslocamento do sistema. É possível observar que há impacto entre os Blocos, indicados pela linha tracejada vertical; e as repetições das oscilações, portanto o movimento é periódico. Para a frequência de excitação 3,8 Hz o sistema apresenta a inclinação da reta dos deslocamentos positiva.

A figura 5.5.c apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica claro a periodicidade dos impactos entre os Blocos com período=1s.

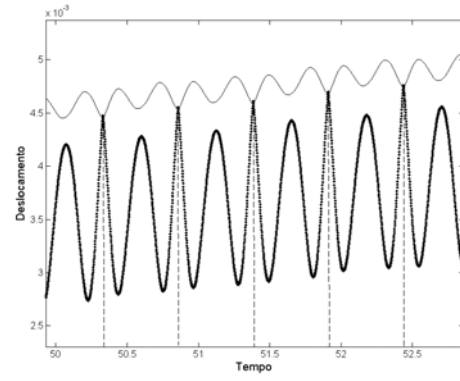
A Figura 5.5.d apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2. As linhas tracejadas verticais indicam o momento em que ocorre o impacto e a transferência de energia entre os blocos. Para a frequência de 3,8 Hz a transferência de energia cinética e os impactos ocorrem de maneira periódica. A linha contínua horizontal indica a posição a partir da qual ocorrem os impactos e as linhas tracejadas verticais indicam os instantes em que ocorrem os impactos.

A partir da análise da figura 5.5.e, a qual apresenta o Retrato de Fases do deslocamento e velocidade relativa entre os blocos, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é periódico, pois a oscilação possui um padrão de repetição. Essa afirmação é confirmada pelo Mapa de Poincaré. O mapa de Poincaré apresenta dois pontos perfurando o plano, o que significa que o sistema possui dois períodos de oscilação (figura 5.5.f).

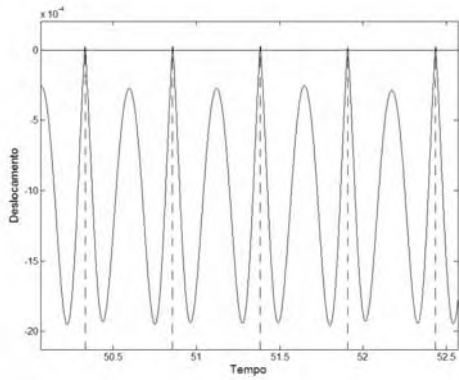
O espectro de frequência exhibe a frequência de excitação 3,8 Hz predominante no sistema, em seguida a frequência de 2 Hz referente aos impactos, a qual pode ser confirmada com a figura 5.5.g.



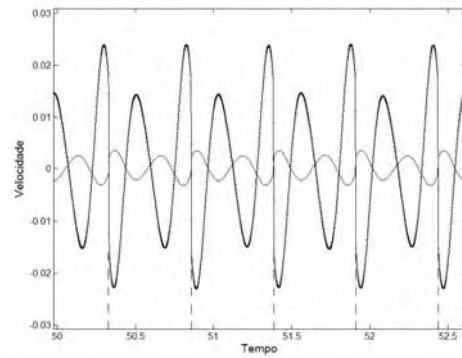
(a)



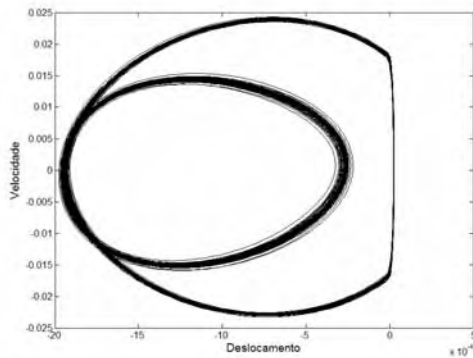
(b)



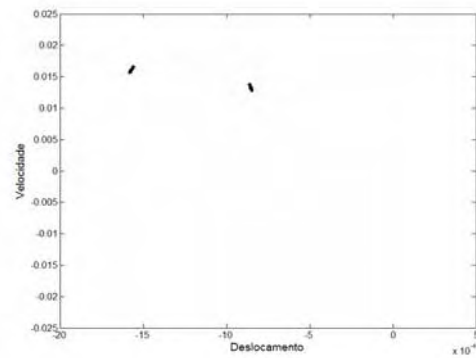
(c)



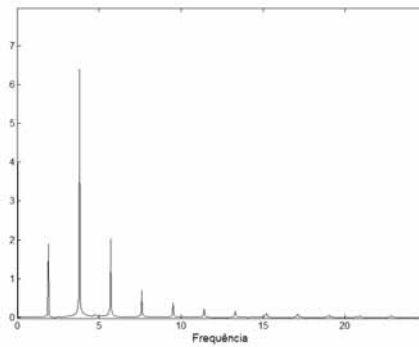
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 5.5- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=3,8$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré; (g) Espectro de Frequências.

5.7- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz

A Figura 5.6 apresenta os resultados referentes ao parâmetro de Frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz.

A Figura 5.6.a apresenta o deslocamento do sistema Vibro- Impacto, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento positivo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita, no sentido de penetrar na superfície.

A Figura 5.6.b, apresenta o zoom de deslocamento do sistema. É possível observar que há impacto entre os Blocos como os indicados pelas linhas tracejadas. Para a frequência de excitação 4,0 Hz o sistema apresenta a inclinação da reta dos deslocamentos positiva.

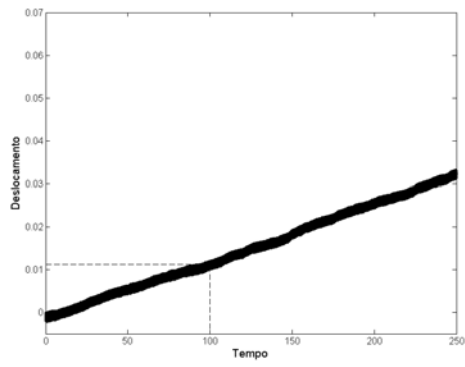
A figura 5.6.c apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica claro a não periodicidade dos impactos entre os Blocos.

A Figura 5.6.d apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2. As linhas tracejadas verticais indicam o momento em que ocorre o impacto e a transferência de energia entre os blocos. Para a frequência de 4,0 Hz as transferências de energia entre os blocos ocorrem de maneira não periódica, alteram-se a cada instante. Durante os impactos, a velocidade do Bloco-1 (linha pontilhada), diminui instantaneamente assim como a velocidade do Bloco-2 aumenta devido a essa transferência de energia.

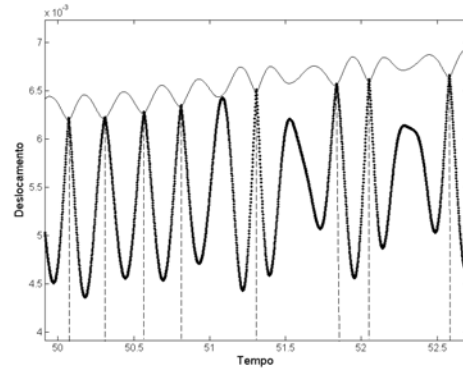
A partir da análise da figura 5.6.e, a qual apresenta o Retrato de Fases do deslocamento e velocidade relativa entre os blocos, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é caótico, pois a oscilação não possui um padrão de repetição. Essa afirmação é confirmada pelo Mapa de Poincaré (figura 5.6.f). O mapa de Poincaré é apresentado como uma névoa de pontos (não há um período definido). O Espectro de Frequências se apresenta com a frequência de 4,0Hz predominando sobre as outras. (figura 5.6.g).

A Figura 5.6.f mostra a nevoa de pontos do Mapa de Poincaré que indica a presença de caos no sistema.

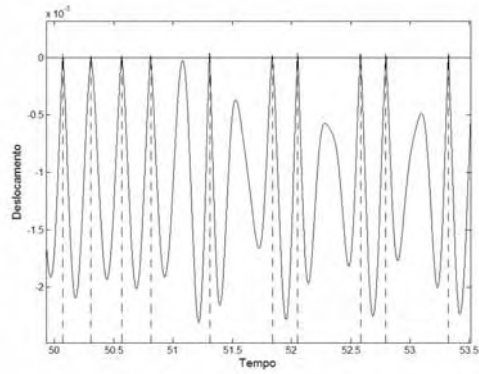
Observando a figura 5.6.g possível visualizar perturbações no espectro de frequências. A FFT possui um pico de frequência melhor definido, 4,0 Hz, essa frequência é referente à força de excitação do sistema.



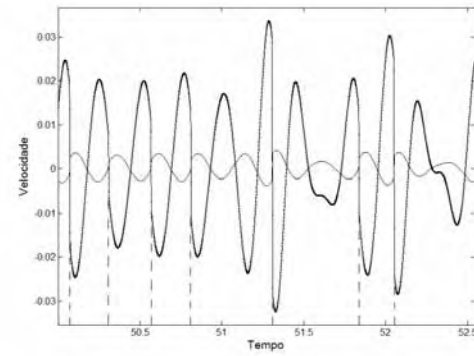
(a)



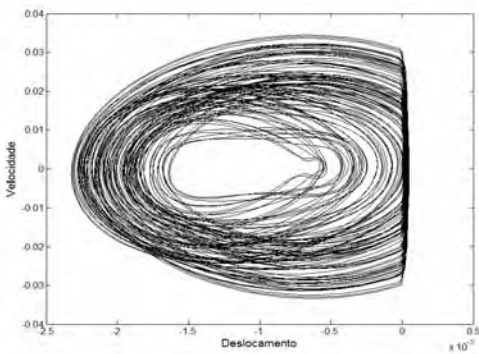
(b)



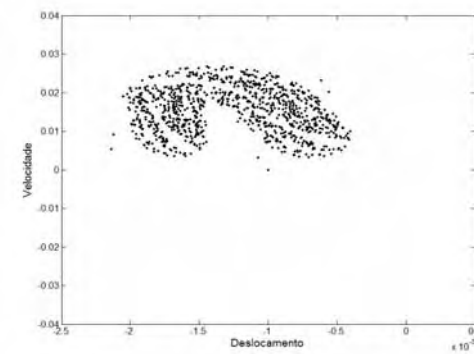
(c)



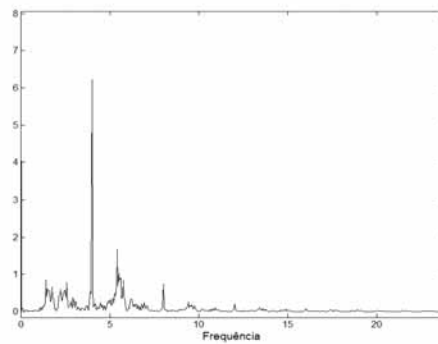
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 5.6- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=4,0$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré; (g) Espectro de Frequências.

5.7.1- Rota para o Caos (Frequência de excitação $\omega= 4,0$ Hz)

As figuras 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, apresentam os Retratos de Fases assim como os Mapas de Poincaré.

Fica evidenciada a duplicação dos períodos em relação a variação do parâmetro de controle da frequência de excitação (ω). Quanto mais se aproxima da frequência 4,0 Hz mais duplicações de períodos são notadas no sistema. E quanto menor forem os intervalos de análise da frequência, melhor será a visualização desse fenômeno. O Mapa de Poincaré se apresenta primeiramente com dois, depois quatro, depois oito, depois dezesseis períodos até que o sistema se torne caótico. Uma pequena mudança do parâmetro frequência implica em uma grande alteração na visualização do fenômeno.

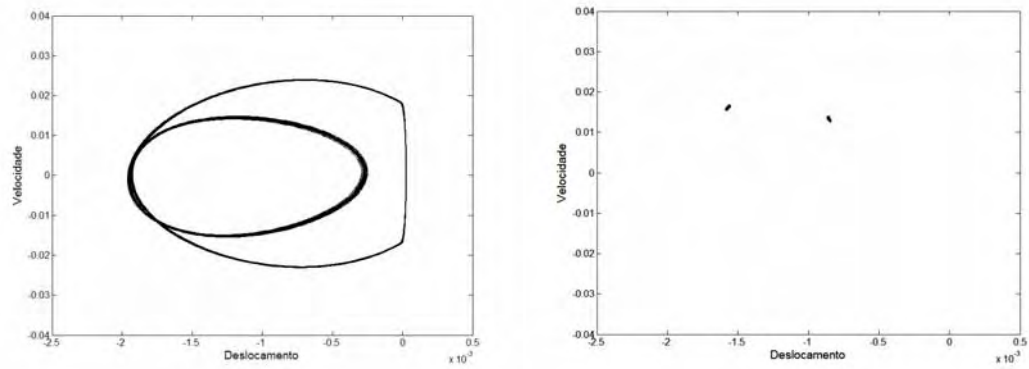


Figura 5.7 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,8$ Hz

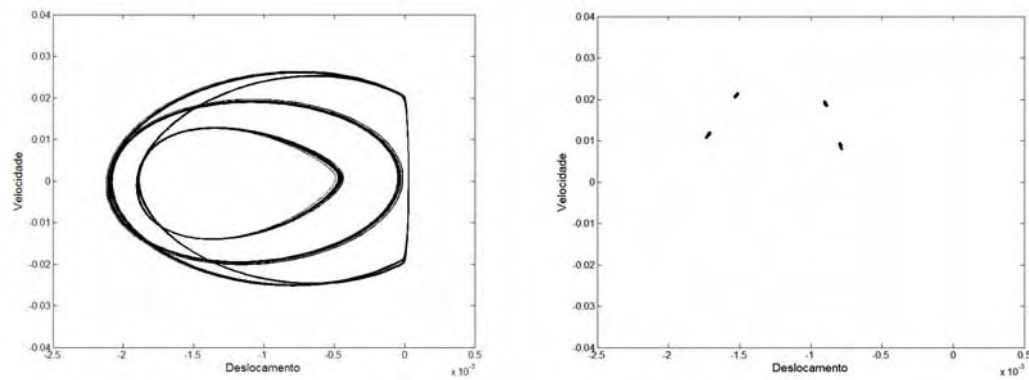


Figura 5.8 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,884$ Hz

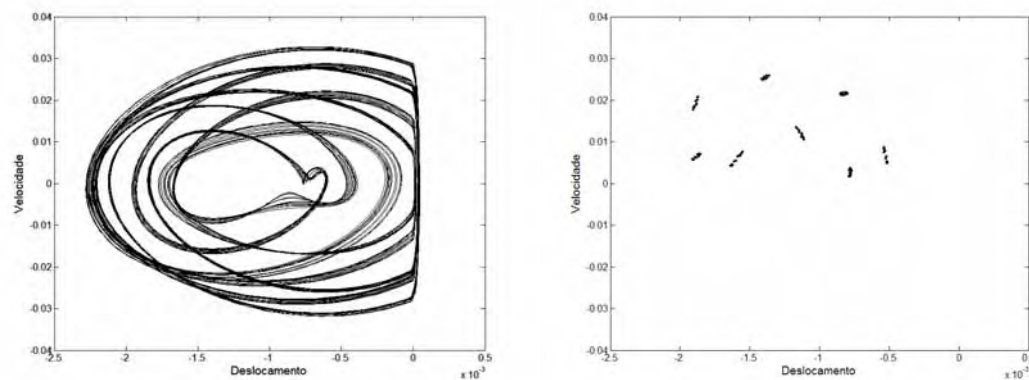


Figura 5.9 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=3,9$ Hz

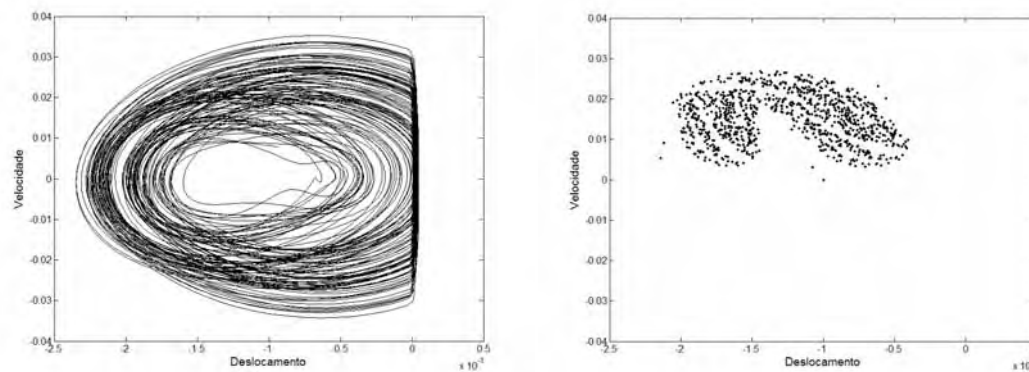


Figura 5.10 Retrato de Fases e Mapa Poincaré para frequência $\omega=4,0$ Hz

5.8- Análise do parâmetro de Frequência de excitação $\omega= 4,1$ Hz

A Figura 5.11 apresenta os resultados referentes ao parâmetro de Frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz.

A Figura 5.11.a apresenta o deslocamento do sistema Vibro- Impacto, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento negativo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-1, para a esquerda, no sentido de afastar-se da superfície.

A Figura 5.11.b, apresenta o zoom o deslocamento do sistema e a oscilação é periódica. É possível observar que há impacto entre os Blocos, indicados pelas linhas verticais tracejadas. Para a frequência de excitação 4,1 Hz o sistema apresenta a inclinação da reta dos deslocamentos negativa e apesar de haver impacto na dinâmica do sistema, ele não é ideal para um mecanismo Vibro- Impacto aplicado á perfuração de superfícies.

A figura 5.11.c apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica clara a periodicidade dos impactos entre os Blocos.

A Figura 5.11.d apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2. Para a frequência de 4,1 Hz as transferências de energia entre os blocos são periódicas.

A partir da análise da figura 5.11.e, a qual apresenta o Retrato de Fases do deslocamento e velocidade relativa entre os blocos, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é periódico, pois a oscilação possui um padrão de repetição. Essa afirmação é confirmada pelo Mapa de Poincaré. O mapa de Poincaré apresenta 3 pontos perfurando o plano, o que significa que o sistema possui 3 períodos de oscilação (figura 5.11.f).

O espectro de frequência exhibe a frequência de excitação 4,1 Hz predominante no sistema, a qual pode ser confirmada com a figura 5.11.g.

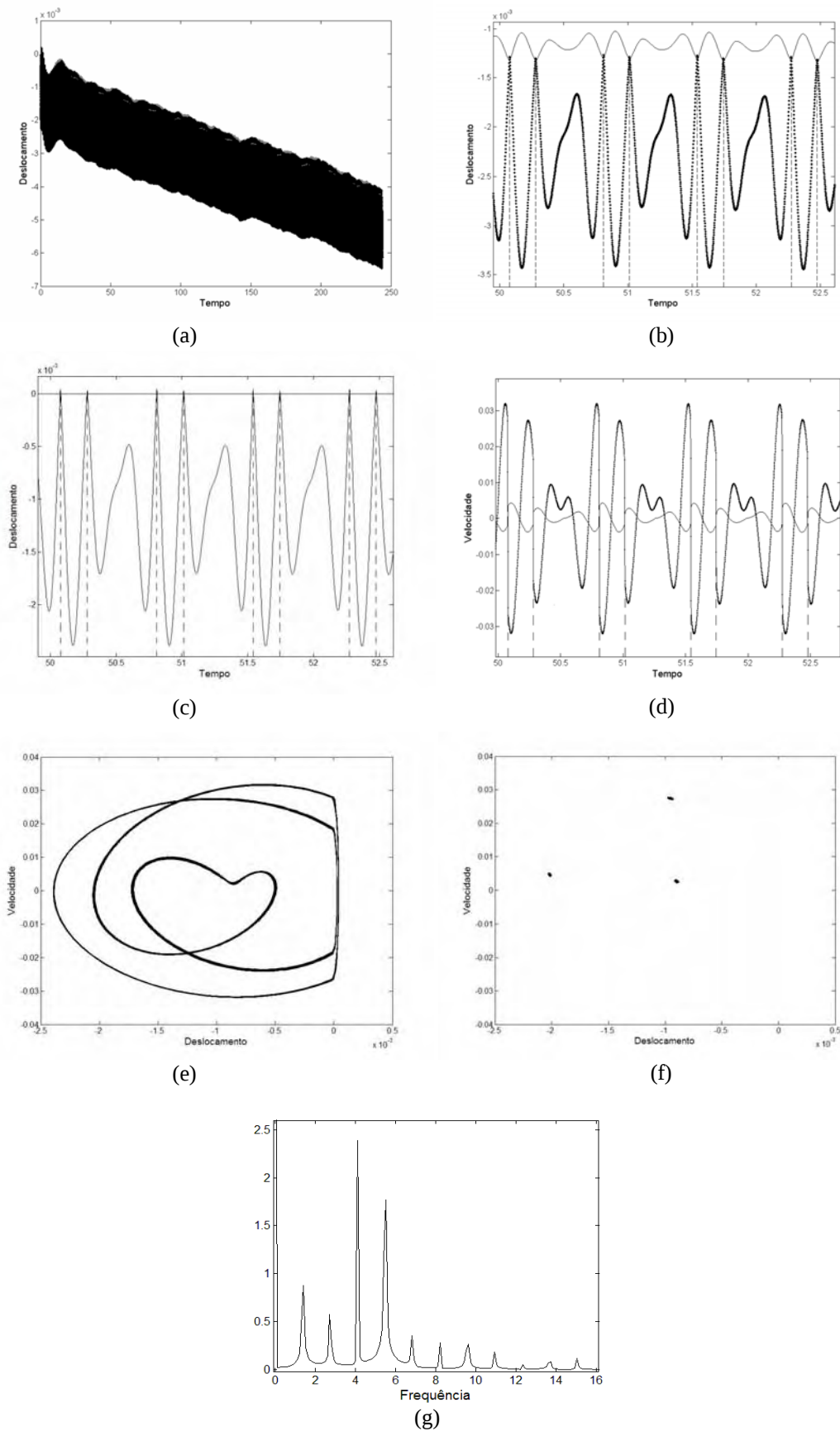


Figura 5.11- Resultados referentes à frequência de excitação do sistema $\omega=4,1$ Hz (a) Deslocamento do sistema; (b) Zoom do Deslocamento; (c) Deslocamento relativo; (d) Velocidade; (e) Retrato de Fases; (f) Mapa de Poincaré; (g) Espectro de Frequências.

5.9- Comparação entre os resultados do modelo com fonte de excitação ideal

As figuras 5.12.a, 5.13.a, 5.14.a, 5.15.a, 5.16.a apresentam os gráficos dos deslocamentos do sistema para cada frequência de excitação do bloco-1 (3,0; 3,3; 3,8; 4,0 e 4,1 Hz); o coeficiente angular dessas retas indica se a direção do deslocamento é positiva ou negativa em relação à origem do deslocamento. Quanto maior for o coeficiente angular da reta do deslocamento do sistema, maior será a velocidade de deslocamento do sistema.

A tabela 5.5 apresenta velocidade média do deslocamento do sistema para cada frequência de excitação a partir do quociente entre deslocamento e tempo apresentados nos gráficos de deslocamento do sistema.

Para obter os gráficos da força de compressão da mola de impacto (linhas tracejadas verticais) foi considerado o produto do deslocamento pela constante de rigidez da mola de impacto, figuras 5.12.b, 5.13.b, 5.14.b, 5.15.b, 5.16.b. Na abscissa do gráfico é possível notar uma força harmônica, a qual é a força de excitação do sistema. Os valores da força de compressão da mola de impacto da tabela 5.5 foram obtidos a partir do cálculo da média dos máximos valores da força de compressão da mola de impacto.

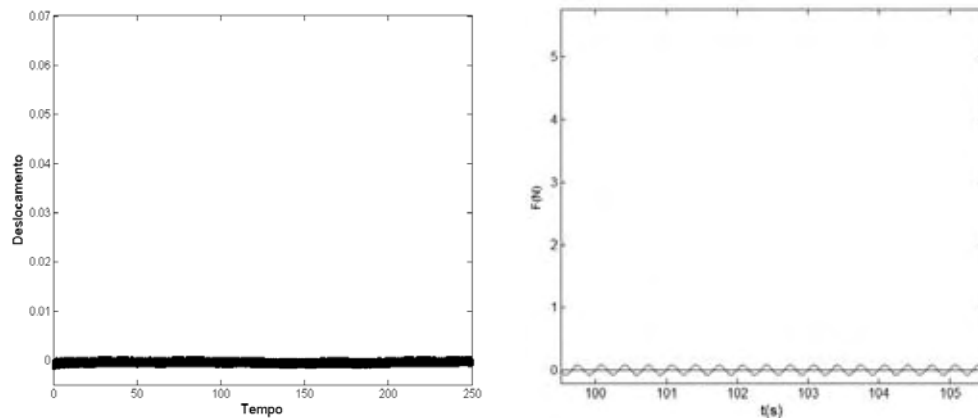


Figura 5.12- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,0$ Hz; (b) Força de Impacto.

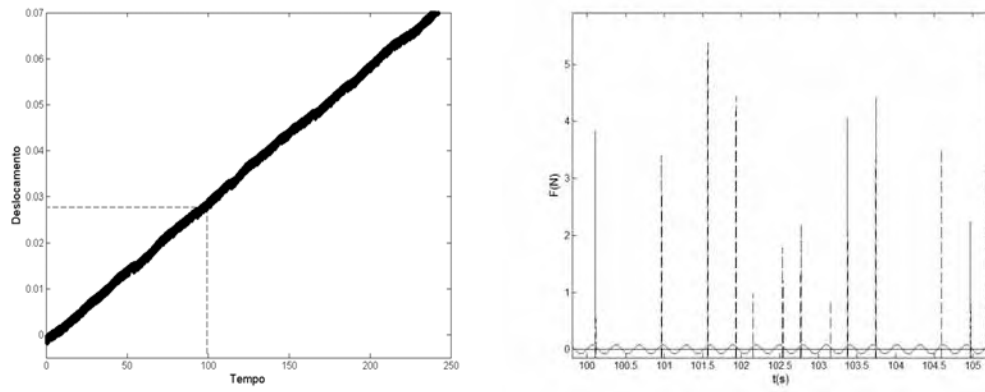


Figura 5.13- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,3$ Hz; (b) Força de Impacto.

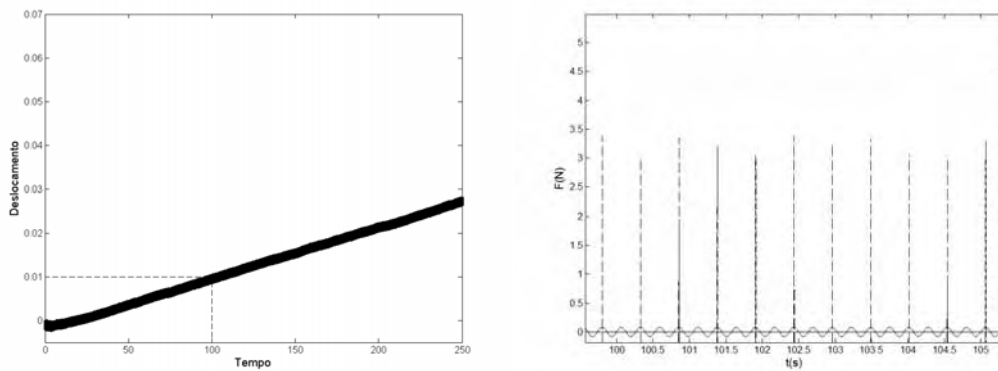


Figura 5.14- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=3,8$ Hz; (b) Força de Impacto.

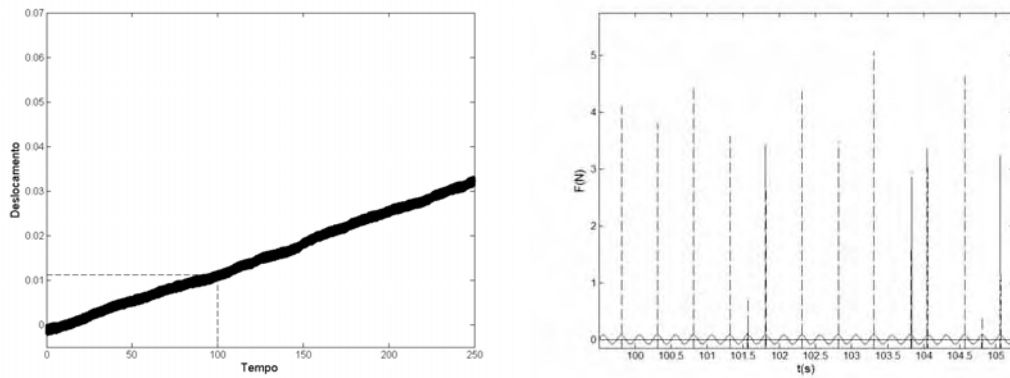


Figura 5.15- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=4,0$ Hz; (b) Força de Impacto.

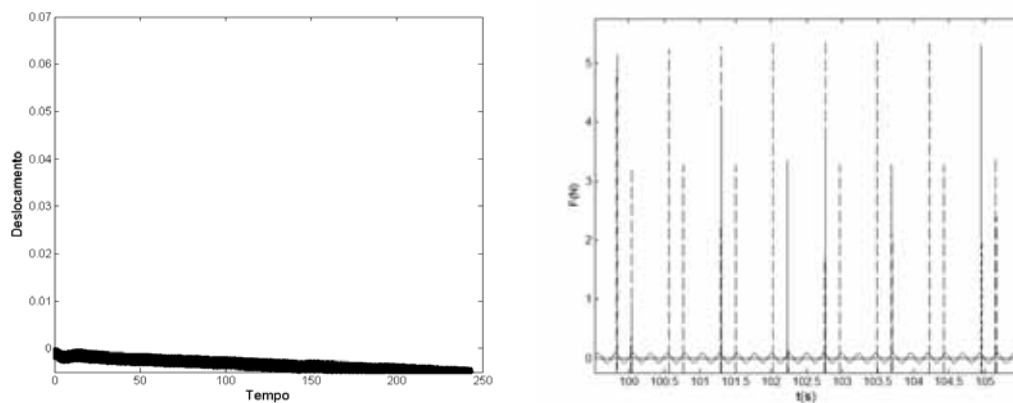


Figura 5.16- (a) Deslocamento com a frequência de excitação $\omega=4,1$ Hz; (b) Força de Impacto.

As figuras 5.17-a, b, c, d, e apresentam os gráficos da energia cinética dos Blocos 1 e 2 para as frequências de excitação $\omega = 3,0; 3,3; 3,8; 4,0$ e $4,1$ Hz. A partir desses gráficos, foi calculada a média dos máximos valores de energia cinética e assim obteve-se um valor médio de energia cinética mostrado na tabela 5.5.

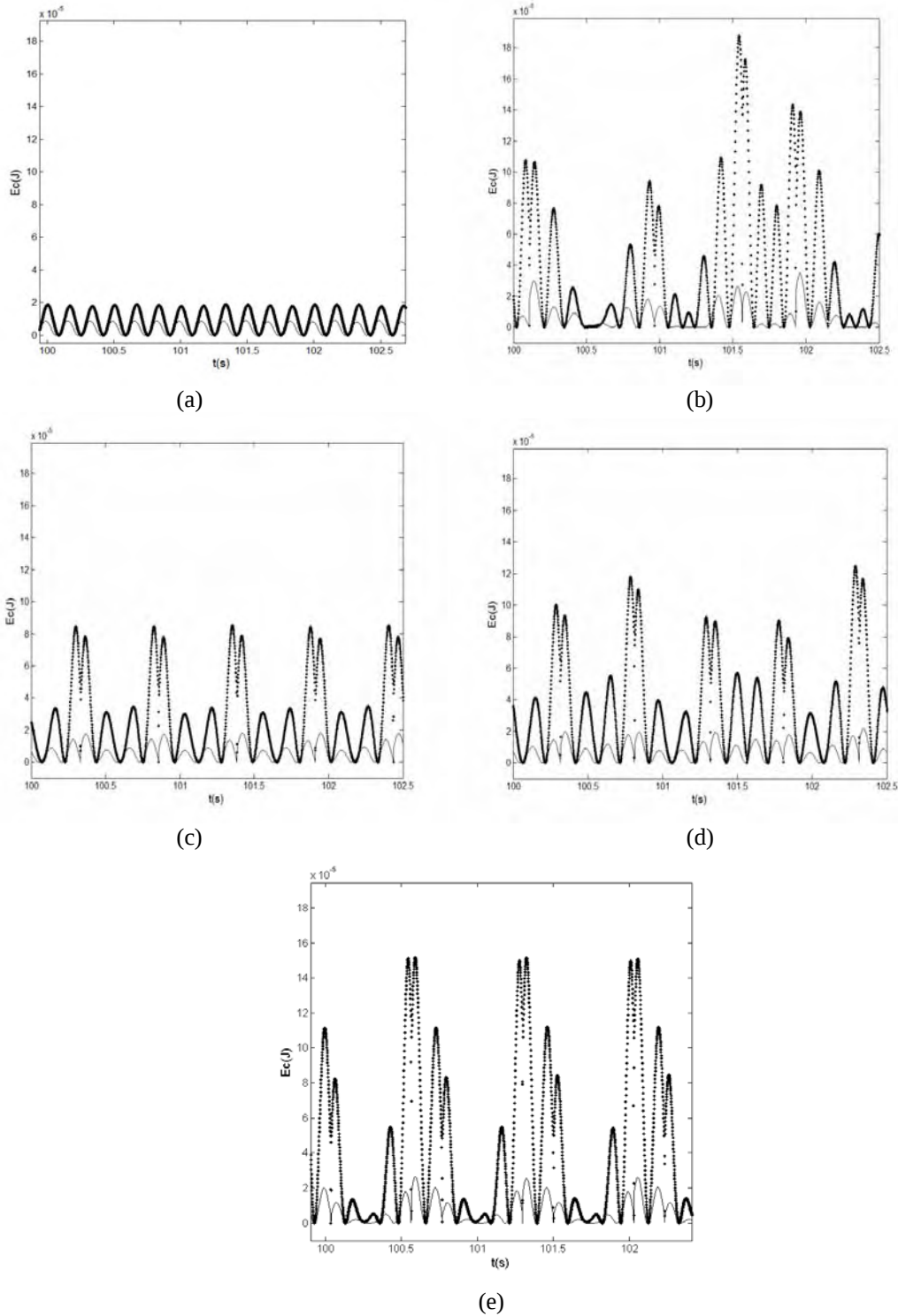


Figura 5.17- Apresenta a Energia Cinética para as frequências de excitação. A linha pontilhada representa o bloco-1 e a linha contínua representa o bloco-2.: (a) $\omega = 3,0$ Hz; (b) $\omega = 3,3$ Hz; (c) $\omega = 3,8$ Hz; (d) $\omega = 4,0$ Hz; (e) $\omega = 4,1$ Hz.

Portanto o sistema possui maior velocidade de penetração, maior força de compressão da mola de impacto e maior valor de energia cinética para a frequência de 3,3 Hz.

Apesar da velocidade de deslocamento do sistema, da força de compressão da mola de impacto, e da energia cinética transferida ser maiores para os parâmetros de frequência 3,3 Hz e 4,0 Hz, vale lembrar que nessa frequência, o movimento é caótico. Quando se trata de um projeto de máquina onde haverá elementos mecânicos envolvidos, o mesmo deve ser dimensionado de maneira a se evitar a falha do mecanismo, sendo mais complexo de prever a dinâmica do sistema quando se trata de movimentos caóticos. Por outro lado, quando o movimento é periódico como na frequência de 3,8 Hz, fica mais fácil de prever a dinâmica do sistema.

Como resultado, obtemos a tabela 5.5, a qual apresenta a classificação do tipo de regime, caótico ou periódico de acordo com os gráficos acima. Apresenta se ocorreu ou não impacto, representado pela transição brusca na rigidez; mostra o sentido do deslocamento do sistema em relação à origem; mostra a velocidade do deslocamento do sistema; mostra a força de compressão que ocorre na mola de impacto e a energia cinética máxima registrada durante uma transição brusca na rigidez. Cada um desses itens citados foi analisado quando atingiram o estado estacionário de acordo com cada frequência de excitação do sistema ($\omega = 3,0; 3,3; 3,8; 4,0$ e $4,1$ Hz).

Tabela 5.5- Resumo dos Resultados

Frequência	3,0 Hz	3,3 Hz	3,8 Hz	4,0 Hz	4,1 Hz
Regime	Periódico	Caótico	Periódico	Caótico	Periódico
Transição brusca de rigidez	Não ocorre	Ocorre	Ocorre	Ocorre	Ocorre
Sentido do Deslocamento	Neutro	Positivo	Positivo	Positivo	Negativo
Velocidade de deslocamento do sistema	Neutra	$2,7 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$	$1,0 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$	$1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$	$-0,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
Força de compressão da mola do segundo estágio	Não ocorre compressão	4,5 N	3,4 N	5,0 N	5,3 N
Energia Cinética Máxima do bloco-1	$2,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$	$18,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$	$8,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$	$12,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$	$15,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

6. MODELO COM FONTE DE EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL, CASO-II

6.1- Considerações Gerais

Nesse capítulo serão apresentadas as situações A,B,C,D e E onde o parâmetro de controle é a constante de velocidade angular do motor (Ω_0).

A figura 6.1 apresenta a curva característica dos motores elétricos utilizados em cada uma das cinco situações.

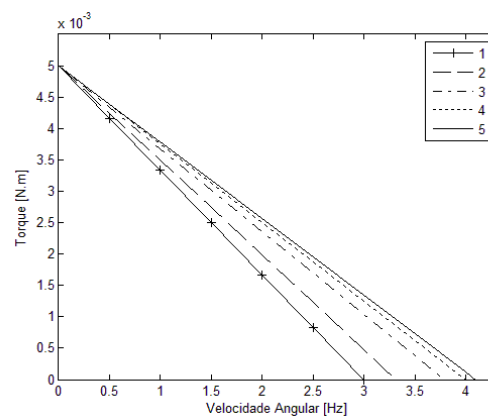


Figura 6.1- Curvas características dos motores do CASO-II.

A tabela 6.1 apresenta os valores dos parâmetros dimensionais utilizados nas simulações do modelo com fonte de excitação não-ideal (CASO-II)

Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros do CASO-II

	MODELO NÃO-IDEAL (CASO-II)				
<i>Símbolo</i>	A	B	C	D	E
m_1 [kg]	0,297	0,297	0,297	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94	2,94	2,94	2,94
m_3 [kg]	0,0021	0,0017	0,0013	0,0012	0,0011
k_1 [N/m]	200	200	200	200	200
k_0 [N/m]	124000	124000	124000	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
A [m]	-	-	-	-	-
e [m]	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
J [kg.m ²]	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
M_0 [N.m]	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
Ω_0 [Hz]	3,0	3,3	3,8	4,0	4,1
ω [Hz]	-	-	-	-	-

6.2- Diagrama de Bifurcações

O parâmetro de controle adotado foi a constante de velocidade angular do eixo do motor. Ela foi variada de 2,6 Hz a 4,2 Hz. O intervalo do parâmetro de controle foi escolhido de maneira a mostrar as variações da dinâmica do sistema entre regime periódico, caótico e suas principais características, mostradas na tabela 6.2.

A Figura 6.2 apresenta o Diagrama de Bifurcação.

O comportamento do sistema será analisado para os seguintes valores de velocidade angular eixo do motor: 3,0; 3,3; 3,8; 4,0 e 4,1 [Hz].

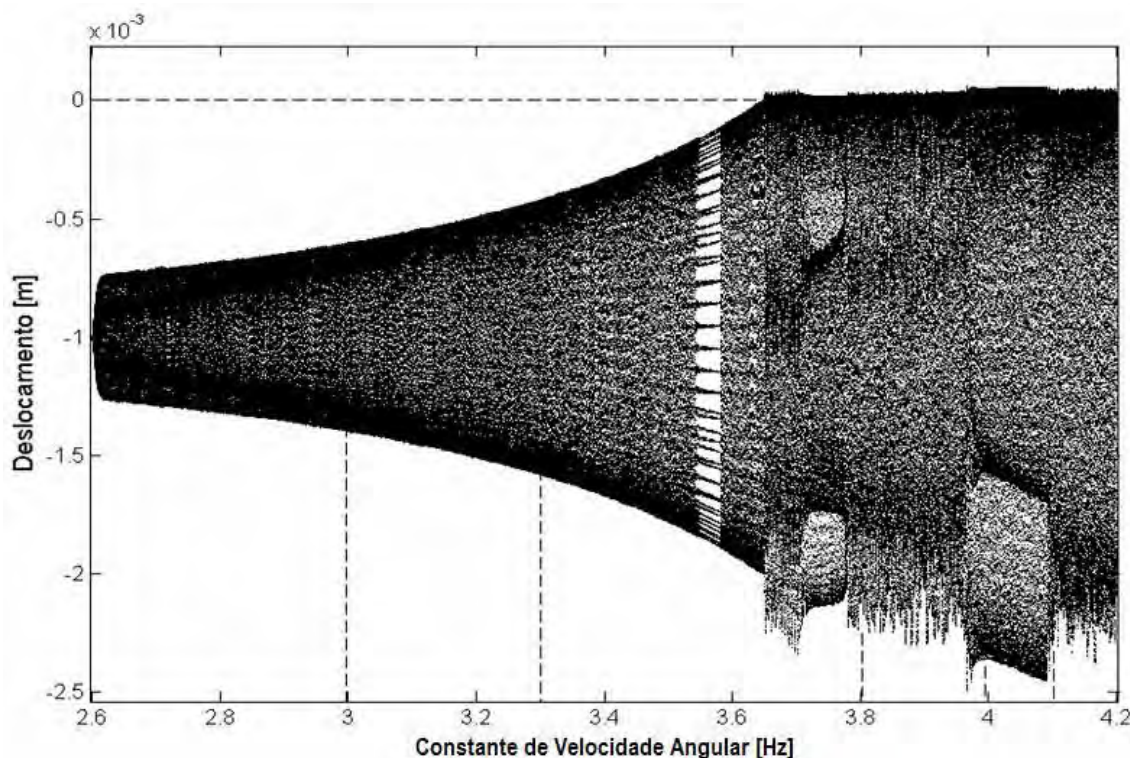


Figura 6.2 – Diagrama de bifurcação com o parâmetro de controle constante de velocidade angular do motor

Tabela 6.2- Regiões do Diagrama de Bifurcações

Velocidade angular eixo do motor	3,0 Hz	3,3 Hz	3,8 Hz	4,0 Hz	4,1 Hz
Regime	Periódico	Periódico	Caótico	Periódico	Caótico
Impacto	Não ocorre	Não ocorre	Ocorre	Ocorre	Ocorre

Todos os Diagramas de Bifurcações, Retratos de fases, Mapas de Poincaré, Espectro de Frequências apresentados a seguir são referentes ao deslocamento relativo entre os Blocos 1 e 2.

6.3- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=3,0$ Hz

O CASO-II-A apresenta uma situação (Figura-6.3) onde:

- A constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0=3,0$ Hz;
- A massa desbalanceada é $m_5=0,0021$ kg.

Nessa situação, o motor atinge a velocidade angular de estabilização final de aproximadamente $\dot{\phi} = 3,0$ Hz (figura-6.3.a e figura 6.3.b), nessa velocidade angular, o sistema não atinge a frequência de ressonância (4,1 Hz).

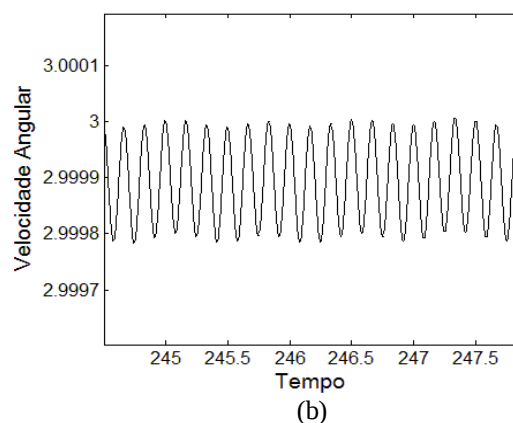
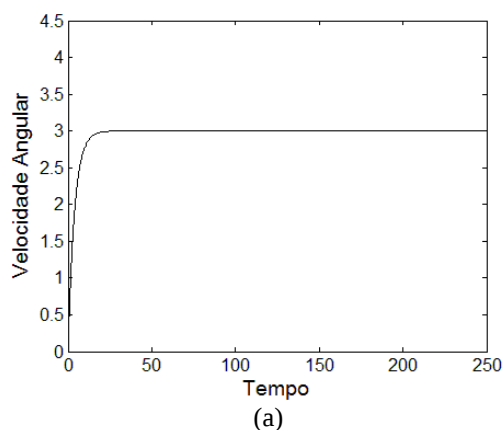
A Figura 6.3.c apresenta o deslocamento do sistema, sendo que o mesmo permanece oscilando em torno de um referencial fixo, ou seja, o sistema não assume um sentido de deslocamento. Portanto, o valor da constante de velocidade angular do motor (3,0 Hz) não é apropriado para que o modelo tenha a aplicação em um mecanismo Vibro- Impacto voltado à perfuração de superfícies.

A Figura 6.3.d apresenta a resposta do sistema em regime estacionário e não ocorre o impacto entre os blocos.

A figura 6.3.e apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema e através dessa figura é possível afirmar que não ocorre o impacto entre os blocos. A figura 6.3.f apresenta o gráfico da velocidade do sistema.

O Retrato de Fases (figura 6.3.g) é referente ao deslocamento relativo entre os Blocos e aliado à Seção de Poincaré (figura 6.3.h) demonstra que a oscilação observada é um movimento periódico.

As Figuras 6.3.i e 6.3.j mostram que a frequência excitação 3,0 Hz predomina sobre o sistema para esse conjunto de parâmetros e que não existem outras frequências interagindo no sistema, o que reafirma a periodicidade desta oscilação.



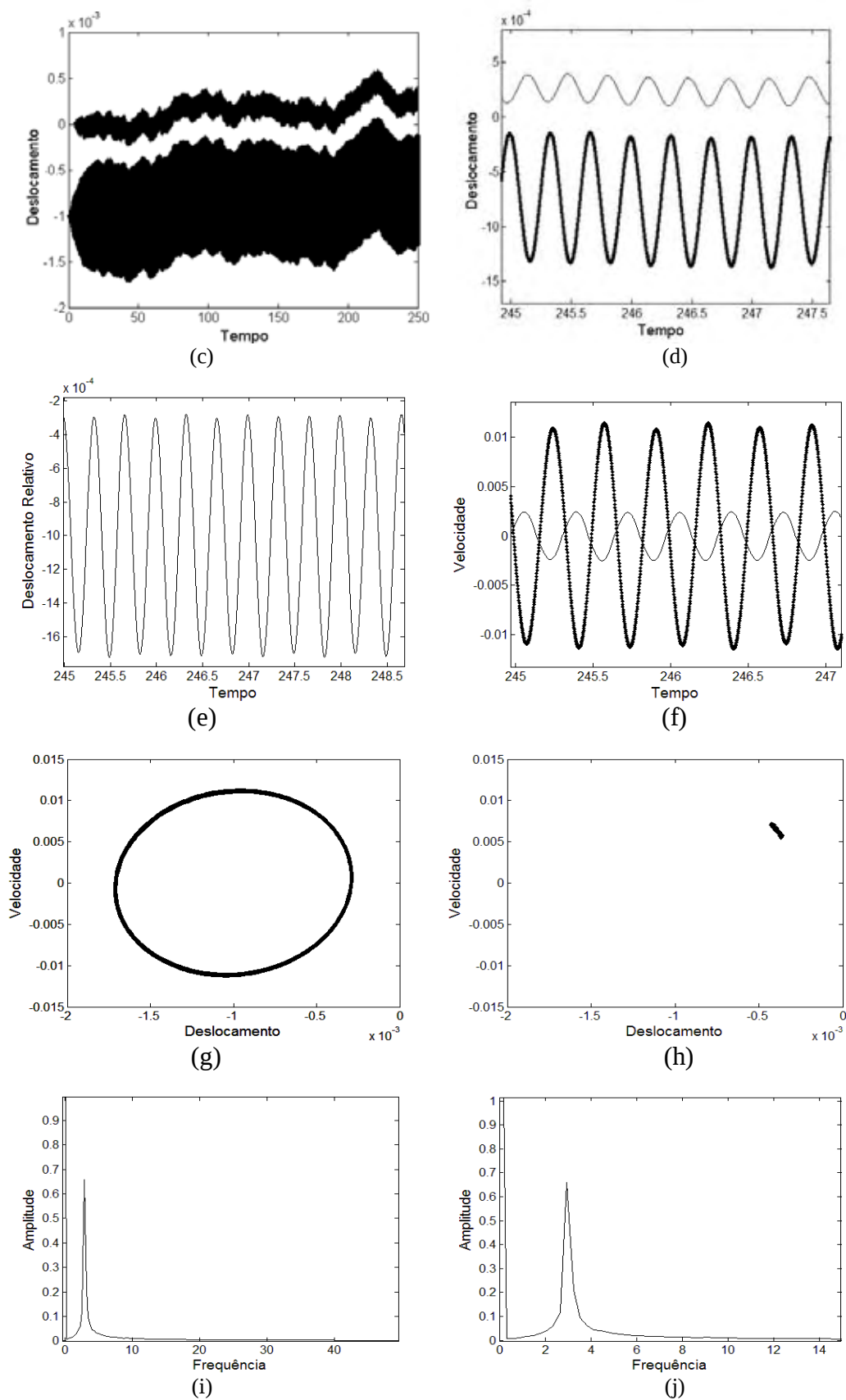


Figura 6.3- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,0$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências.

6.4- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0=3,3$ Hz

O CASO-II-B apresenta uma situação (Figura-6.4) onde:

- A constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0 = 3,3$ Hz,
- A massa desbalanceada é $m_5 = 0,0017$ kg.

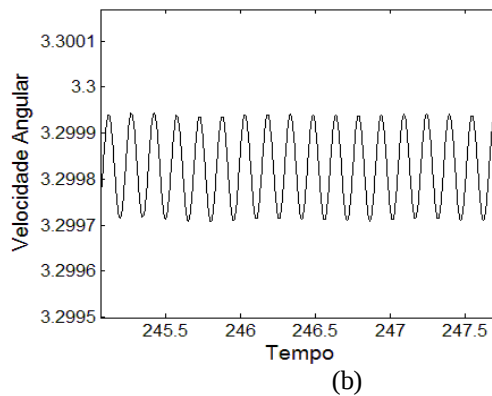
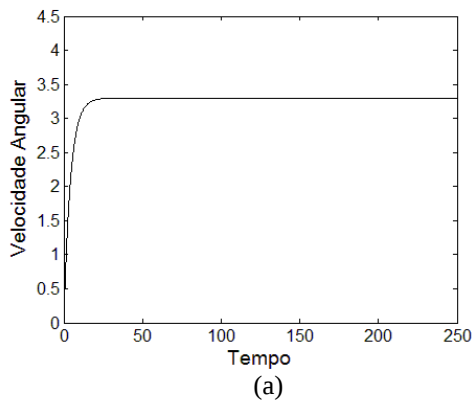
Nessa situação, o motor atinge a velocidade angular de estabilização em aproximadamente $\dot{\varphi} = 3,3$ Hz (Figuras-6.4.a e 6.4.b), nessa velocidade angular, o sistema não atinge a frequência de ressonância (4,1 Hz).

A Figura 6.4.c apresenta o deslocamento do sistema, sendo que o mesmo permanece oscilando em torno de um referencial fixo, ou seja, o sistema não adota um sentido de deslocamento. Portanto, o valor da constante de velocidade angular do motor (3,3 Hz) não é apropriado para que o modelo tenha a aplicação em um mecanismo Vibro- Impacto voltado á perfuração de superfícies. A Figura 6.4.d apresenta o sistema em regime estacionário e não ocorre o impacto entre os blocos.

A Figura 6.4.e apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema e através dessa figura é possível afirmar que não ocorre o impacto entre os blocos. A Figura 6.4.f apresenta o gráfico da velocidade do sistema.

O Retrato de Fases (Figura 6.4.g) é referente ao deslocamento relativo entre os Blocos e aliado à Seção de Poincaré (Figura 6.4.h) demonstra que a oscilação observada é um movimento periódico (harmônico).

As Figuras 6.4.i e 6.4.j mostram que a frequência excitação 3,3 Hz predomina sobre o sistema para esse conjunto de parâmetros e que não existem outras frequências perturbando o sistema, o que reafirma a periodicidade desta oscilação.



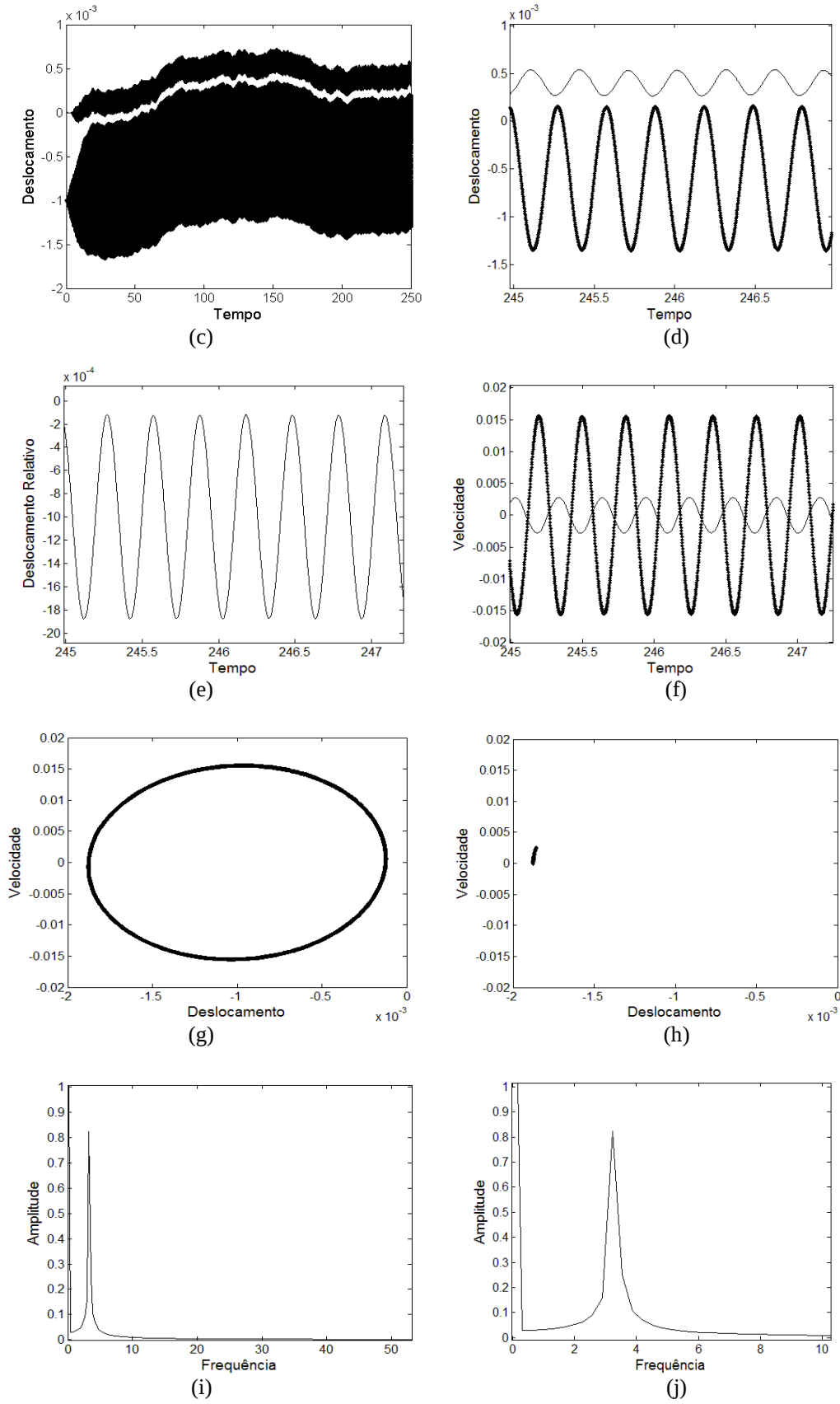


Figura 6.4- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3.3$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências.

6.5- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,8$ Hz

O CASO-II-C apresenta uma situação (Figura-6.5) onde:

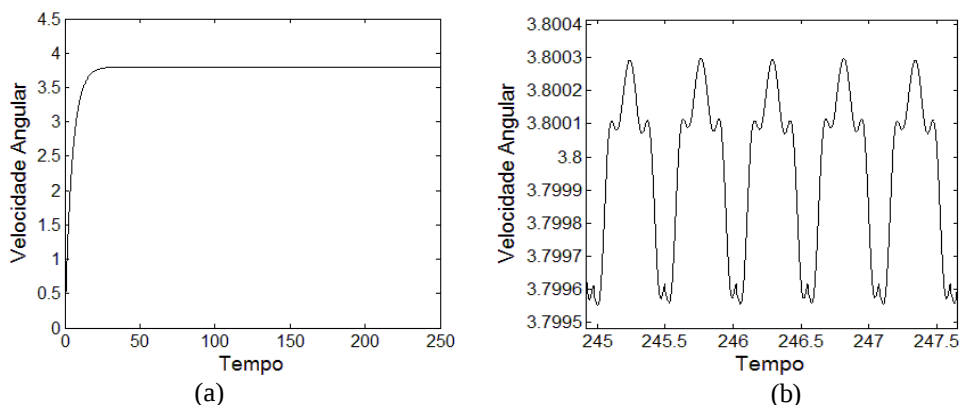
- A constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0 = 3,8$ Hz;
- A massa desbalanceada é $m_5 = 0,0013$ kg.

Nessa situação, o motor atinge a velocidade angular de estabilização em aproximadamente $\dot{\varphi} \approx 3,8$ Hz, (Figuras-6.5.a e 6.5.b), nessa velocidade angular, o sistema não atinge a frequência de ressonância (4,1 Hz).

A Figura 6.5.c apresenta o deslocamento do sistema, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento positivo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita. A Figura 6.5.d, mostra o zoom do deslocamento do sistema. É possível observar que ocorre a transição brusca de rigidez entre os Blocos na região onde as duas linhas entram em contato. É possível notar as repetições das oscilações, portanto o movimento é periódico.

A figura 6.5.e apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica evidente a periodicidade dos impactos entre os Blocos. A Figura 6.5.f apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2.

A figura 6.5.g apresenta o Retrato de Fases do sistema, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é periódico, pois a oscilação possui um padrão de repetição. O mapa de Poincaré apresenta dois pontos no gráfico, o que significa que o sistema possui dois períodos de oscilação (figura 6.5.h). O espectro de frequências, Figuras 6.5.i e 6.5.j, exibem a frequência de excitação 3,8 Hz predominante no sistema, em seguida a frequência de 2,0 Hz referente aos impactos.



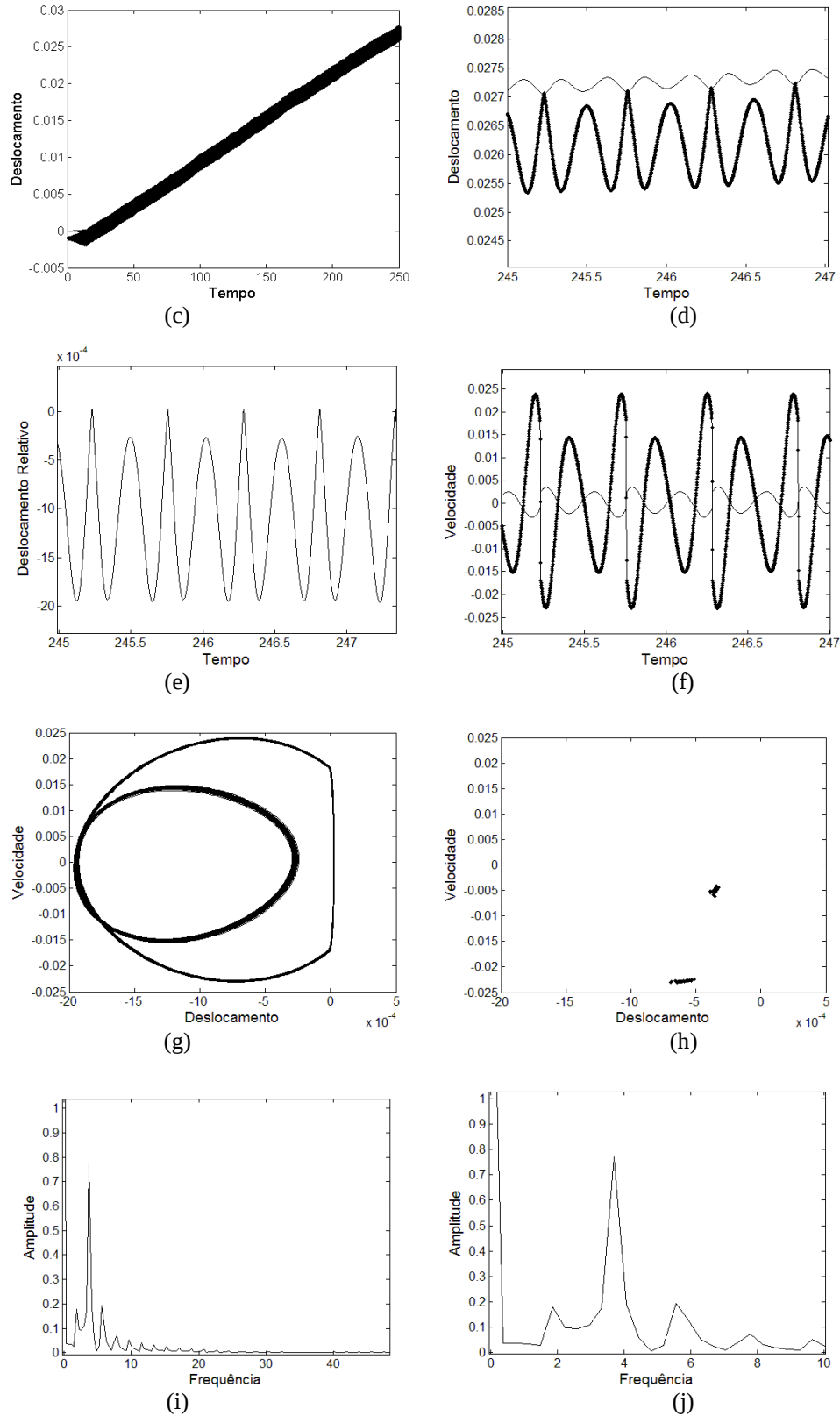


Figura 6.5- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,8$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências.

6.6- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 4,0$ Hz

O CASO-II-D apresenta uma situação (Figura-6.6) onde:

- A constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0 = 4,0$ Hz;
- A massa desbalanceada $m_5 = 0,0012$ kg.

Nessa situação, o motor atinge a velocidade angular de estabilização em aproximadamente $\dot{\varphi} \approx 4,0$ Hz (Figuras-6.6.a e 6.6.b), nessa velocidade angular, o sistema não atinge a frequência de ressonância (4,1 Hz).

A Figura 6.6.c apresenta o deslocamento do sistema, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento positivo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita.

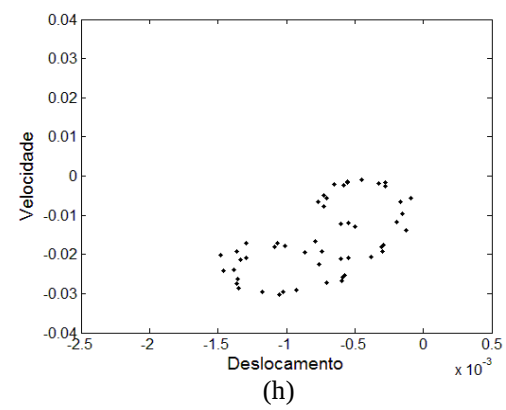
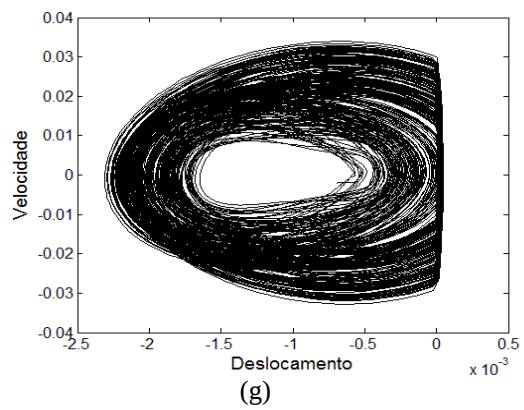
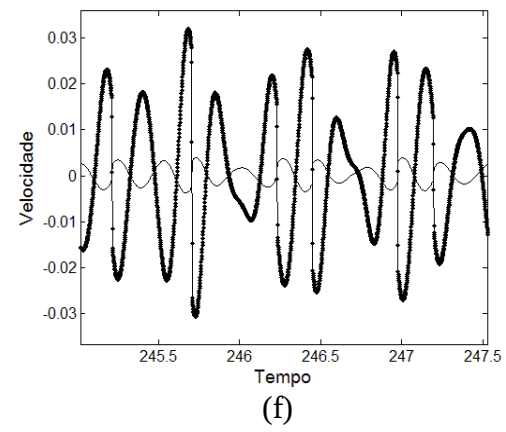
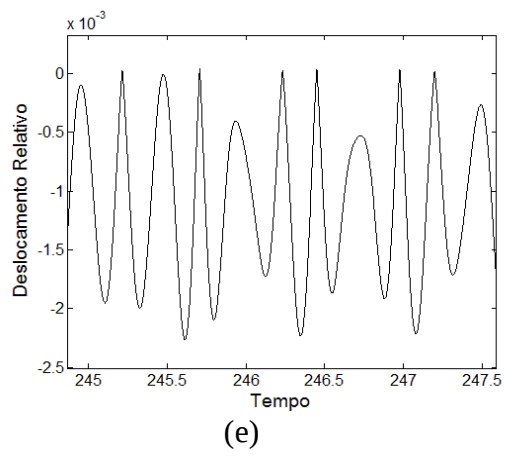
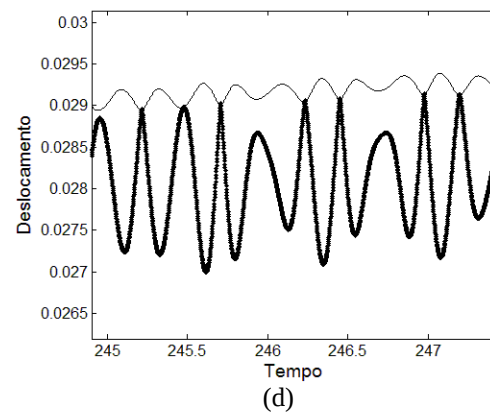
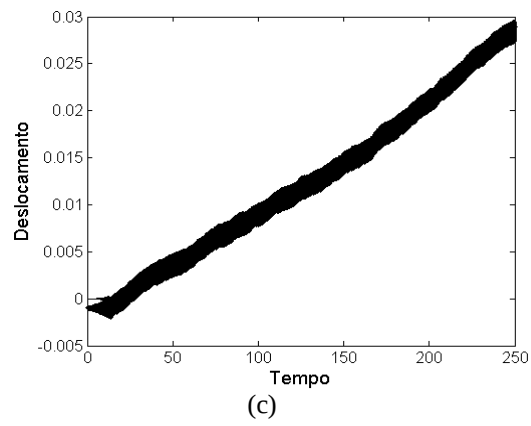
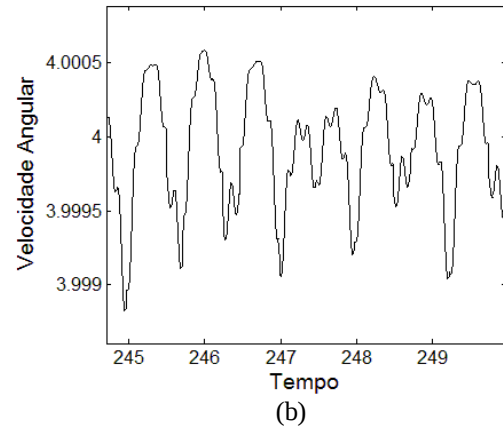
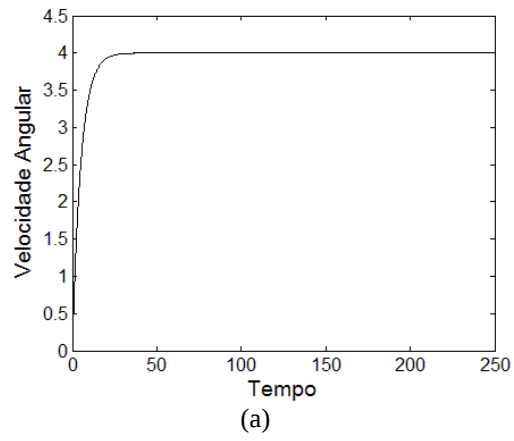
A Figura 6.6.d, mostra o zoom de deslocamento do sistema. É possível observar que ocorre a transição brusca de rigidez entre os Blocos na região onde as duas linhas entram em contato. É possível notar que as oscilações não se repetem, portanto o movimento não é periódico.

A figura 6.6.e apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica claro a não periodicidade dos choques entre os Blocos.

A Figura 6.6.f apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2. Para a frequência de 4,0 Hz as transferências de energia entre os blocos ocorrem de maneira não periódica, alteram-se a cada instante. Durante os impactos, a velocidade do Bloco-1 (linha pontilhada), diminui instantaneamente assim como a velocidade do Bloco-2 aumenta devido a essa transferência de energia.

A partir da análise da figura 6.6.g, a qual apresenta o Retrato de Fases do sistema, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é caótico, pois a oscilação não possui um padrão de repetição. O mapa de Poincaré é apresentado como uma névoa de pontos (não há um período definido), (figura 6.6.h).

Observando as Figuras 6.6.i e 6.6.j é possível visualizar perturbações no espectro de frequências. A FFT possui um pico de frequência melhor definido (4,0 Hz), o qual pertence à força de excitação do sistema, nota-se a presença de caos no sistema.



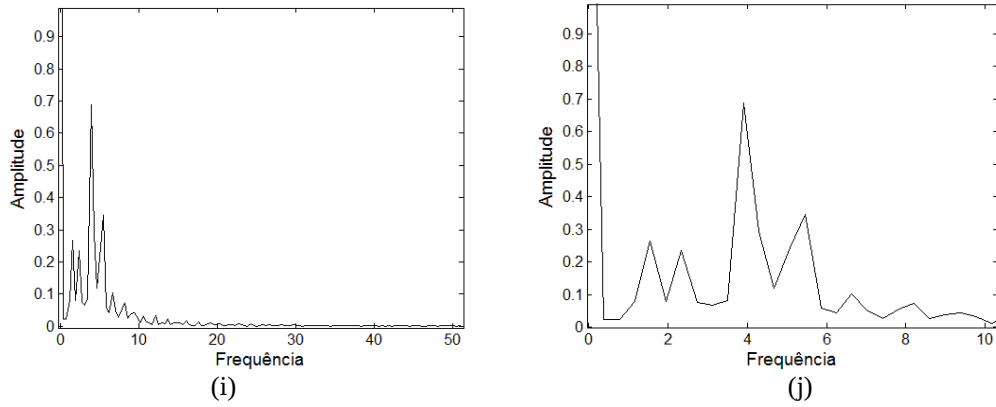


Figura 6.6- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 4,0$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Frequências; (j) Zoom do Espectro de Frequências.

6.7- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 4,1$ Hz

O CASO-II-E apresenta uma situação (Figura-6.7) onde:

- A constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0 = 4,1$ Hz;
- A massa desbalanceada $m_5 = 0,0011$ kg.

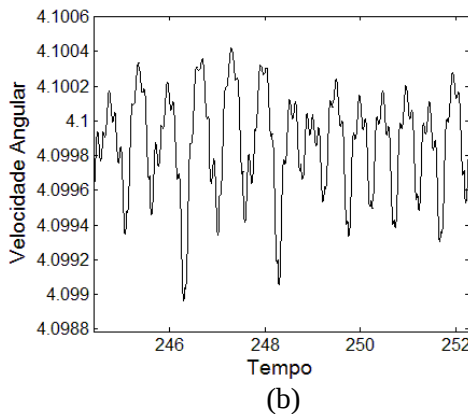
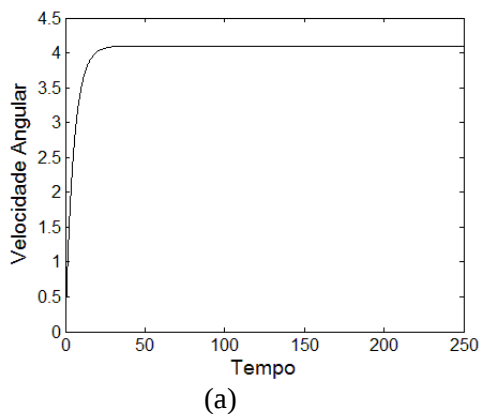
Nessa situação, o motor atinge a velocidade angular de estabilização em aproximadamente $\dot{\varphi} \approx 4,1$ Hz (figura-6.7.a e figura-6.7.b), nessa velocidade angular, o sistema está na frequência de ressonância (4,1 Hz).

A Figura 6.7.c apresenta o deslocamento do sistema, sendo que o mesmo adota um sentido de deslocamento positivo, ou seja, o sistema desloca-se em direção ao Bloco-2, para a direita. A Figura 6.7.d, apresenta o zoom de deslocamento do sistema. É possível observar que há impacto entre os Blocos.

A figura 6.7.e apresenta o deslocamento relativo entre os Blocos. Fica claro a não periodicidade dos choques entre os Blocos. A Figura 6.7.f apresenta a velocidade dos Blocos 1 e 2. É possível observar que o Bloco-1 atinge velocidades maiores que o Bloco-2. Para a frequência de 4,1 Hz as transferências de energia entre os blocos ocorrem de maneira não periódica, alteram-se a cada instante.

A partir da análise da figura 6.7.g, a qual apresenta o Retrato de Fases do sistema, é possível afirmar que o achatamento da órbita é causado pela ocorrência do impacto naquela posição e instante. O movimento é caótico, pois a oscilação não possui um padrão de repetição. O mapa de Poincaré é apresentado como uma névoa de pontos (não há um período definido), (figura 6.7.h).

Observando a figura 6.7.i e a figura 6.7.j é possível visualizar perturbações no espectro de frequências. A FFT possui um pico de frequência melhor definido (4,1 Hz), o qual pertence à força de excitação do sistema; nota-se a presença de caos no sistema.



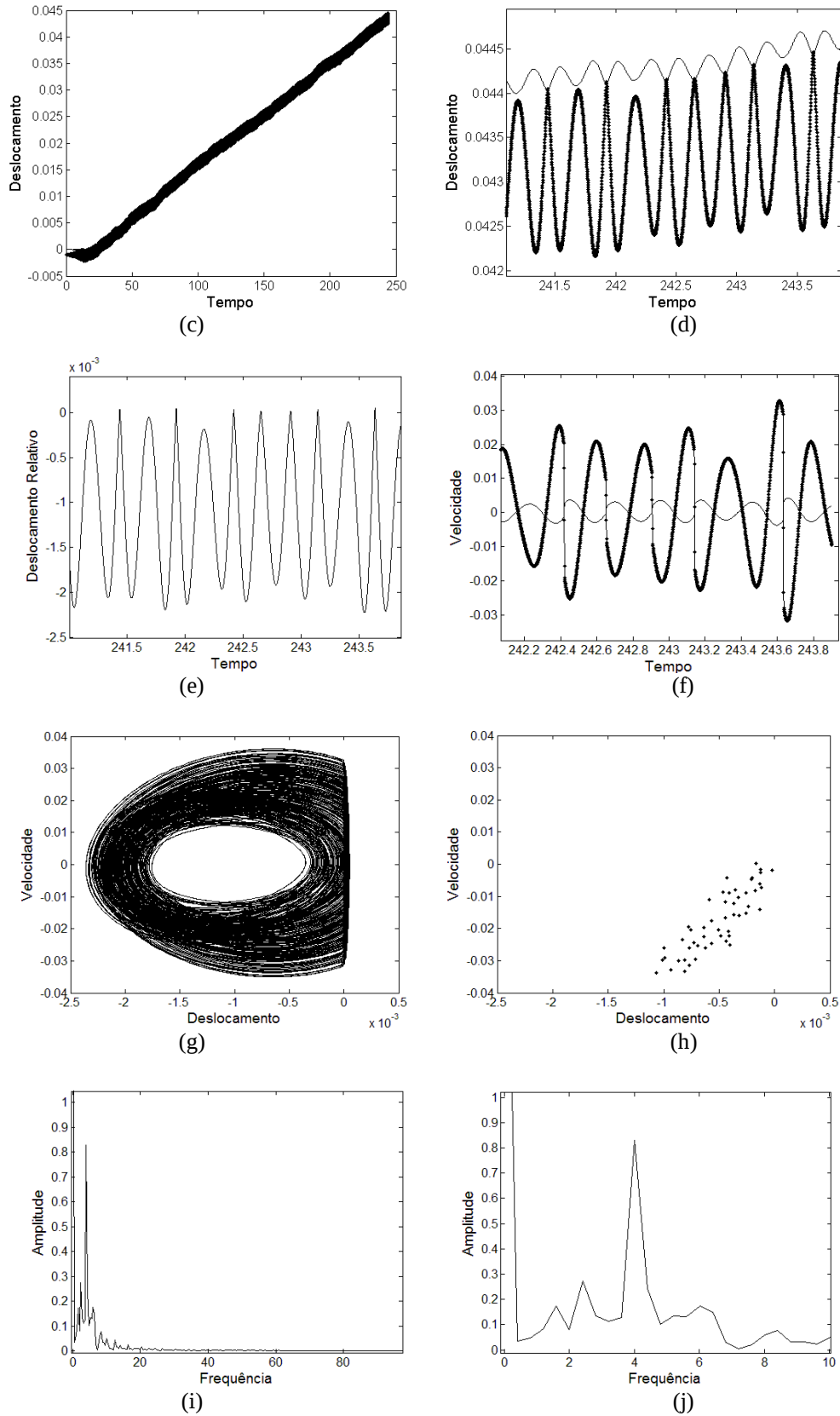


Figura 6.7- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 4,1$ Hz; (a) Velocidade Angular; (b) Zoom da Velocidade Angular; (c) Deslocamento; (d) Zoom do deslocamento; (e) Deslocamento Relativo; (f) Velocidade; (g) Retrato de Fase; (h) Mapa de Poincaré; (i) Espectro de Freqüências; (j) Zoom do Espectro de Freqüências.

7- MODELO COM FONTE DE EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL E POTÊNCIA LIMITADA, CASO-III

7.1- Considerações Gerais

Nesse capítulo serão apresentados as situações A, B e C onde o parâmetro de controle é a constante de velocidade angular do motor (Ω).

Afigura 7.1 apresenta as curvas características dos motores elétricos utilizados em cada uma das três situações.

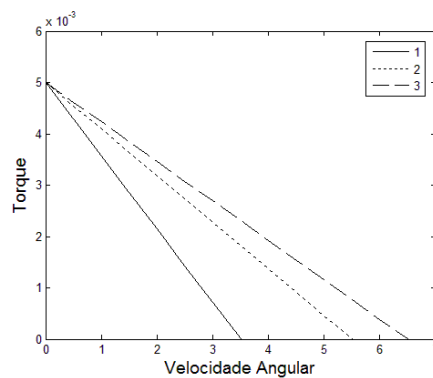


Figura 7.1- Curva características dos motores do CASO-III

A tabela 7.1 apresenta os valores dos parâmetros dimensionais utilizados nas simulações do modelo com fonte de excitação não-ideal (CASO-III)

Tabela 7.1 – Valores dos parâmetros dimensionais para o CASO-III

	MODELO NÃO-IDEAL		
	CASO-III		
Símbolo	A	B	C
m_1 [kg]	0,297	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94	2,94
m_3 [kg]	0,03	0,03	0,03
k_1 [N/m]	200	200	200
K_0 [N/m]	124000	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001	0,001
A [m]	-	-	-
e [m]	0,11	0,11	0,11
J [kg.m ²]	0,001	0,001	0,001
M_0 [N.m]	0,005	0,005	0,005
Ω_0 [Hz]	3,5	5,5	6,5
w [Hz]	-	-	-

7.2- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,5\text{Hz}$

O CASO-III-A apresenta uma situação onde a constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,5\text{Hz}$ (Figura-7.2).

A Figura-7.2.a apresenta o zoom do deslocamento sistema e a figura 7.2.b o retrato de fases. Apesar de o movimento apresentar vários períodos, o movimento é periódico.

A Figura-7.2.c apresenta a velocidade angular estacionária do motor ($\dot{\phi} = 3,5\text{ Hz}$), a qual foi atingida antes de passa pela frequência de ressonância (4,1 Hz). A figura 7.2.d apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema.

A Figura-7.2.e apresenta a amplitude do deslocamento do sistema quando o motor atinge a velocidade angular estacionaria (3,5 Hz).

A Figura-7.2.f apresenta os três eixos: velocidade angular estacionaria do motor, amplitude de deslocamento e tempo, no mesmo gráfico para facilitar a percepção da relação entre eles.

As Figuras-7.2.g e 7.2.h apresentam a FFT da resposta em deslocamento do sistema, onde é possível notar a frequência predominante de 3,5 Hz.

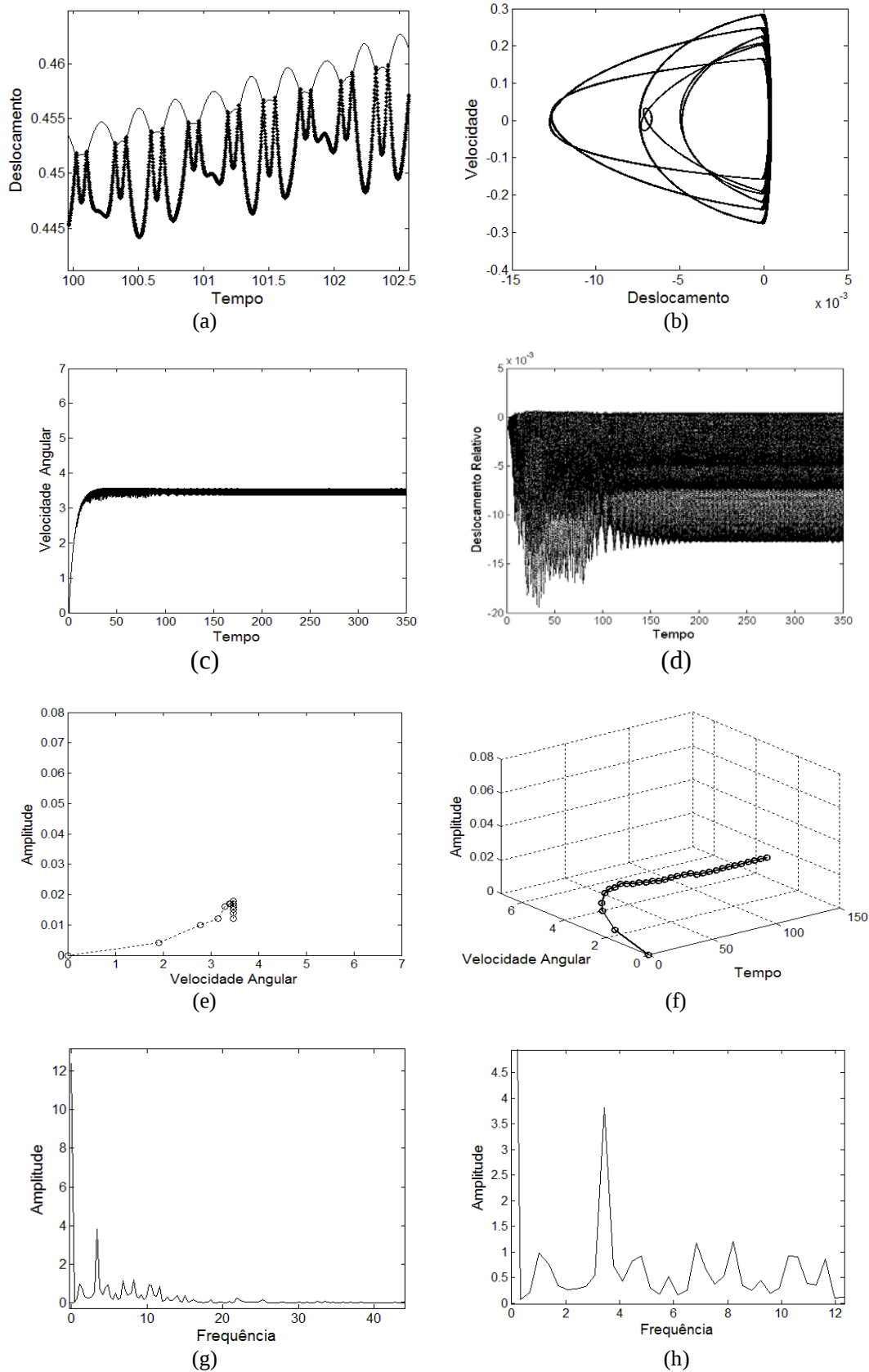


Figura 7.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 3,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (f) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (g) Espectro de Frequências; (h) Zoom do Espectro de Frequências.

7.3- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 5,5\text{Hz}$

O CASO-III-B apresenta uma situação onde a constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 5,5\text{Hz}$ (Figura 7.3).

A figura 7.3.a apresenta o zoom do deslocamento sistema e a figura 7.3.b o retrato de fases. O movimento apresenta dois períodos.

A figura 7.3.c apresenta a velocidade angular estacionária do motor ($\dot{\phi} = 4,1\text{ Hz}$). Apesar da constante de velocidade angular do motor ser $5,5\text{Hz}$, o motor não possui torque o suficiente para ultrapassar a frequência de ressonância ($4,1\text{ Hz}$). Assim a velocidade angular estacionária do motor estabiliza-se em $4,1\text{ Hz}$.

A figura 7.3.d apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema.

A figura 7.3.e apresenta a amplitude do deslocamento do sistema em relação á velocidade angular estacionaria do motor. Nessa figura verifica-se o Efeito Sommerfeld.

A figura 7.3.f apresenta os três eixos: velocidade angular estacionaria do motor, amplitude de deslocamento e tempo.

As figuras 7.3.g e 7.3.h apresentam a FFT da resposta em deslocamento do sistema, onde é possível notar a frequência predominante é de aproximadamente $4,1\text{ Hz}$.

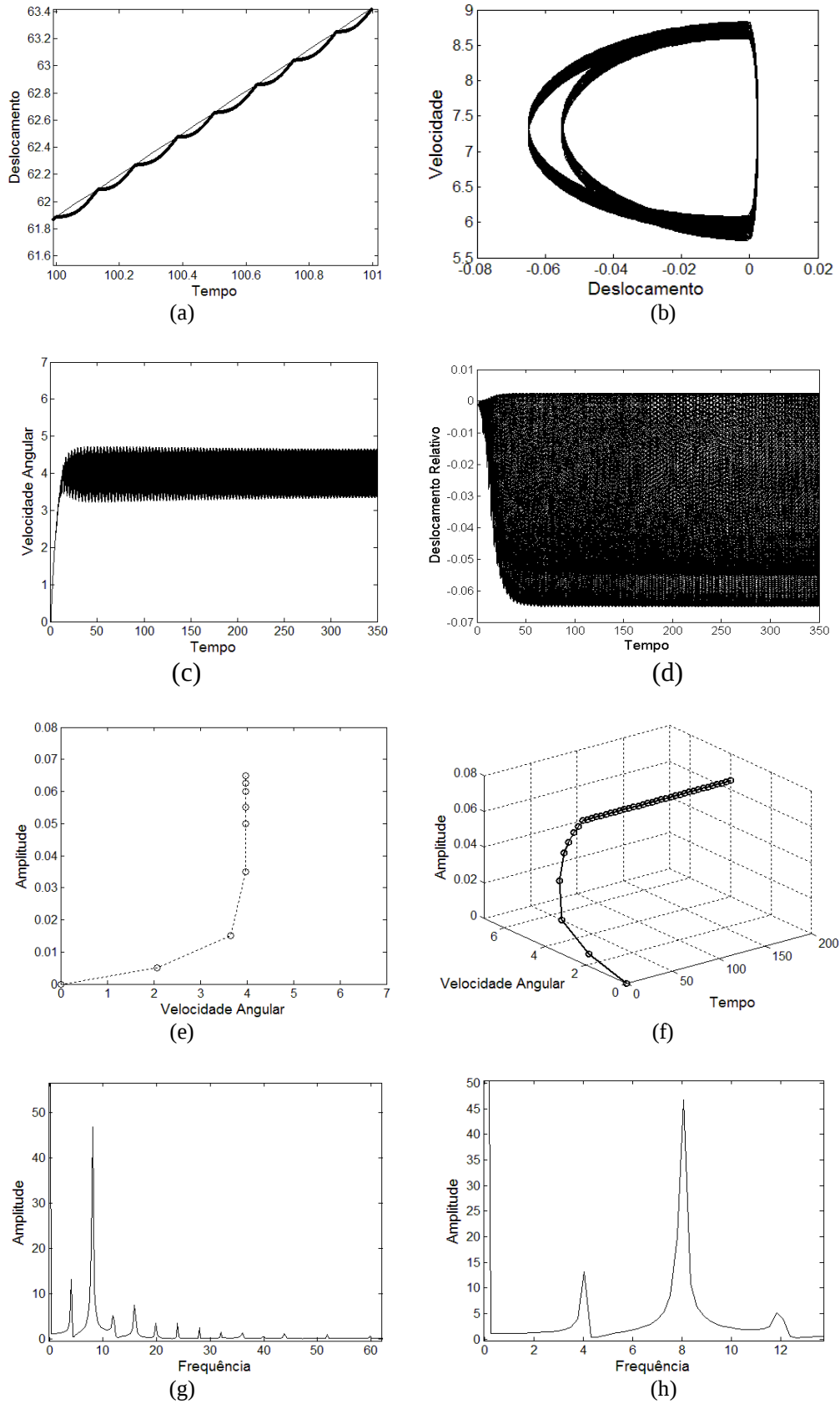


Figura 7.3- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 5,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (f) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (g) Espectro de Frequências; (h) Zoom do Espectro de Frequências.

7.4- Análise do parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 6,5 \text{ Hz}$

O CASO-III-C apresenta uma situação onde a constante de velocidade angular do motor é $\Omega_0 = 6,5 \text{ Hz}$ (Figura-7.4).

A Figura-7.4.a apresenta o zoom do deslocamento do sistema e a figura 7.4.b o retrato de fases.

A Figura-7.4.c apresenta a velocidade angular estacionária do motor e nesse gráfico é possível notar que o motor ultrapassa a frequência de ressonância em ($\dot{\varphi} = 4,1 \text{ Hz}$) e depois se estabiliza numa frequência ($\dot{\varphi} \approx 6,5 \text{ Hz}$) a qual está muito próxima da frequência determinada pela constante de velocidade angular do motor ($\Omega_0 = 6,5 \text{ Hz}$).

A Figura-7.4.d apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema.

A Figura-7.4.e apresenta a amplitude do deslocamento do sistema quando o motor é capturado pela frequência da ressonância em $4,1 \text{ Hz}$ até que a velocidade angular estacionária aumenta o suficiente para ultrapassar essa frequência e se estabiliza em $6,2 \text{ Hz}$.

A Figura-7.4.f apresenta os três eixos: velocidade angular estacionária do motor, amplitude do deslocamento e tempo.

As Figuras-7.4.g e 7.4.h apresentam a FFT da resposta em deslocamento do sistema, onde é possível notar a frequência predominante de $6,2 \text{ Hz}$.

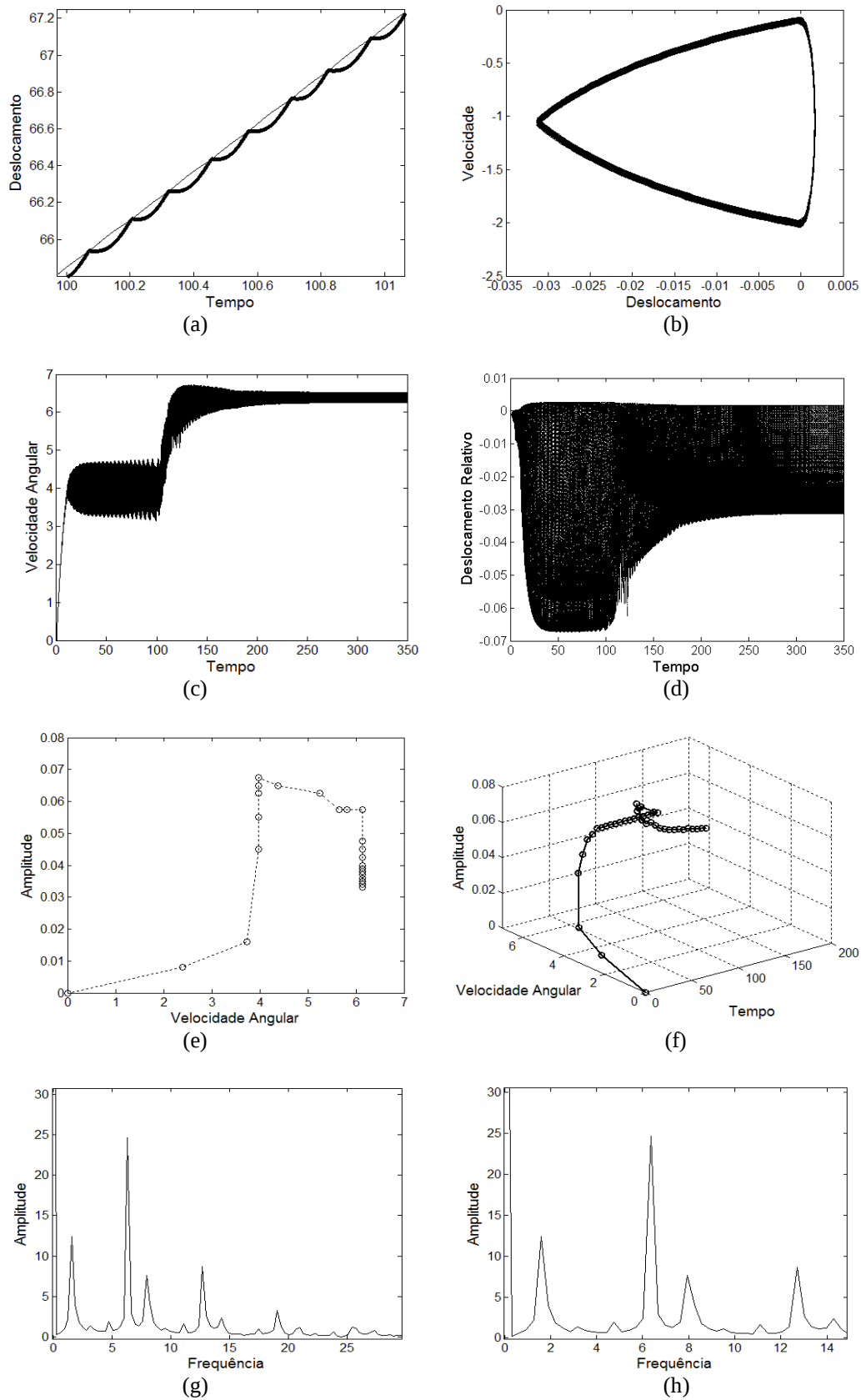


Figura 7.4- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 6,5$ Hz; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (f) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (g) Espectro de Frequências; (h) Zoom do Espectro de Frequências

7.5- Comparação entre as três situações do CASO-III- A, B e C

A seguir a figura 7.5 apresenta uma comparação entre as três situações do CASO-III- A, B e C.

Nessa figura é possível notar que:

O motor-1 atinge a velocidade angular estacionária (3,5 Hz) antes de passar pela frequência de ressonância do sistema (4,1 Hz);

O motor-2 possui a constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 5,5$ Hz, mas como não possui torque o suficiente para ultrapassar a frequência de ressonância (4,1 Hz) a velocidade angular estacionária do motor estabiliza-se em 4,1 Hz. O motor é capturado pela ressonância.

O motor-3 é capturado pela frequência da ressonância em 4,1 Hz até que a velocidade angular estacionária aumenta o suficiente para ultrapassar essa frequência e se estabiliza em 6,2 Hz.

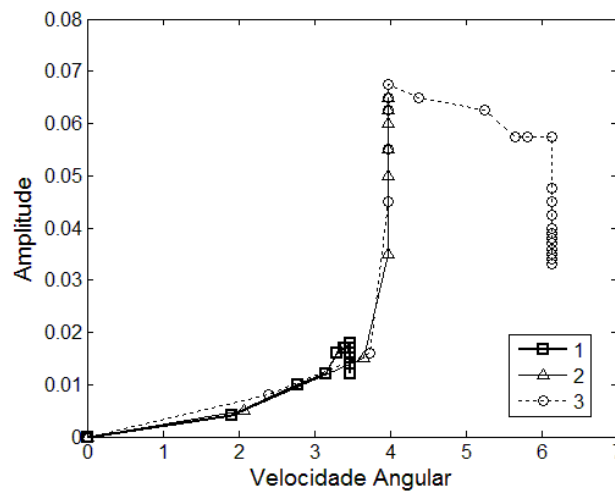


Figura 7.5- Amplitude do deslocamento vs. Velocidade angular estacionária do motor

8- MODELO COM FONTE DE EXCITAÇÃO NÃO-IDEAL E POTÊNCIA LIMITADA, CASO-IV

8.1- Considerações Gerais

Nesse capítulo serão apresentados as situações A e B onde o parâmetro de controle é a constante de torque do motor M_0 .

A figura 8.1 apresenta as curvas características dos motores elétricos utilizados em cada uma das duas situações.

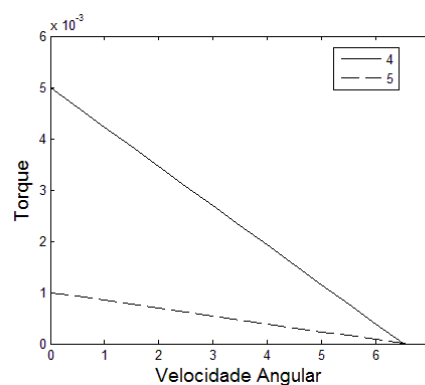


Figura-8.1- Curva características dos motores do CASO-IV

A tabela .81 apresenta os valores dos parâmetros dimensionais utilizados nas simulações do modelo com fonte de excitação não-Ideal (CASO-IV)

Tabela 8.1 – Valores dos parâmetros dimensionais para o CASO-IV

	MODELO NÃO-IDEAL	
	CASO-IV	
<i>Símbolo</i>	A	B
m_1 [kg]	0,297	0,297
m_2 [kg]	2,94	2,94
m_3 [kg]	0,03	0,03
k_1 [N/m]	200	200
K_0 [N/m]	124000	124000
c_1 [N.s/m]	0,001	0,001
c_2 [N.s/m]	0,001	0,001
L_u [m]	0,002	0,002
L_i [m]	0,001	0,001
G [m]	0,001	0,001
A [m]	-	-
e [m]	0,11	0,11
J [kg.m ²]	0,001	0,001
M_0 [N.m]	0,001	0,005
Ω_0 [Hz]	6,5	6,5
ω [Hz]	-	-

8.2- Análise do parâmetro constante de torque do motor $M_0 = 0,001\text{Nm}$

O CASO-IV-A apresenta uma situação onde a constante de torque do motor é $M_0 = 0,001\text{ Nm}$ (Figura-8.2).

A figura 8.2.a apresenta o zoom do deslocamento do sistema.

A figura 8.2.b apresenta o retrato de fases o qual possui dois períodos.

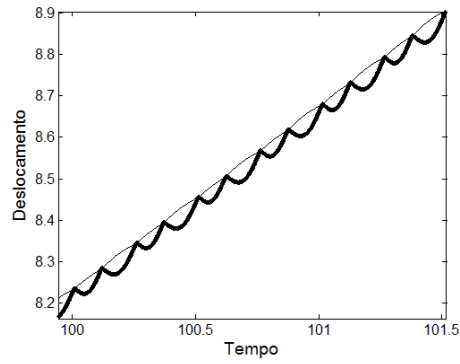
A figura 8.2.c apresenta a velocidade angular estacionária do motor ($\dot{\phi} = 4,1\text{ Hz}$). Apesar da constante de velocidade angular do motor ser $6,5\text{Hz}$, o motor não possui torque o suficiente para ultrapassar a frequência de ressonância ($4,1\text{ Hz}$). Assim a velocidade angular estacionária do motor estabiliza-se em $4,1\text{ Hz}$.

A figura 8.2.d apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema.

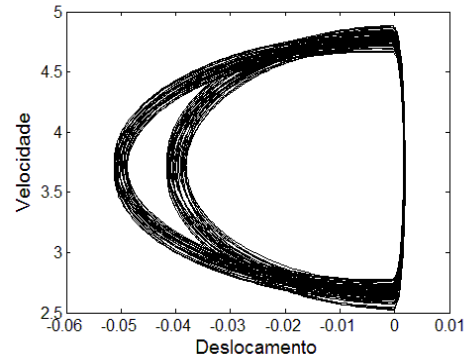
A figura 8.2.e apresenta a amplitude do deslocamento do sistema em relação à velocidade angular estacionária do motor. Nessa figura verifica-se o Efeito Sommerfeld

A figura 8.2.f apresenta os eixos: velocidade angular estacionária do motor, amplitude do deslocamento e tempo.

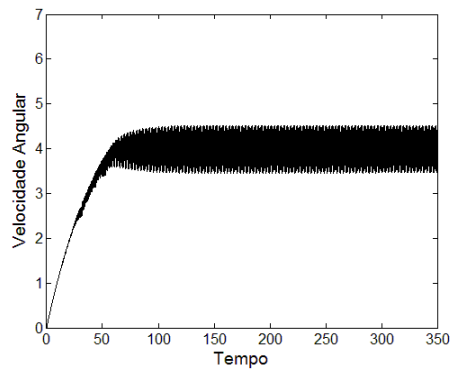
As figuras 8.2.g e 8.2.h apresentam a FFT do sistema, onde é possível observar a predominância da frequência de ressonância ($4,1\text{ Hz}$).



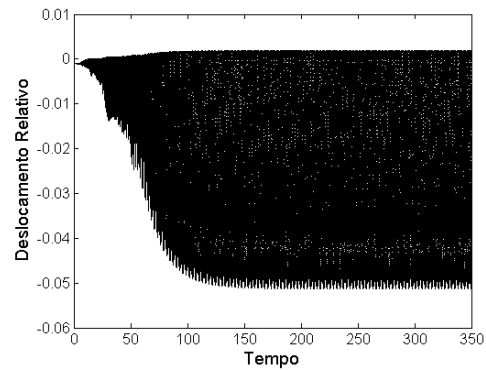
(a)



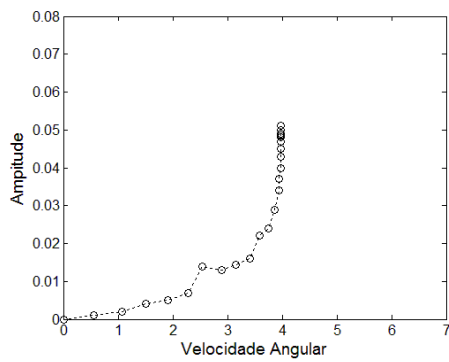
(b)



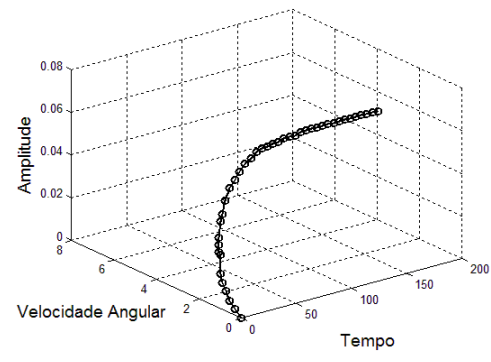
(c)



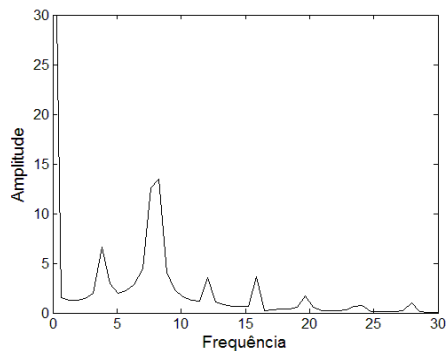
(d)



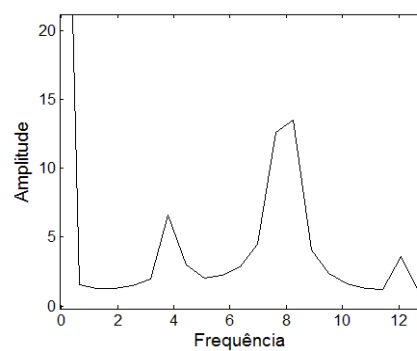
(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 8.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $M_0 = 0,001 \text{ Nm}$; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (f) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (g) Espectro de Frequências; (h) Zoom do Espectro de Frequências

8.3- Análise do parâmetro constante de torque do motor $M_0 = 0,005\text{Nm}$

O CASO-IV-B apresenta uma situação onde o parâmetro de torque do motor é $M_0 = 0,005\text{ Nm}$ (Figura-8.3).

A Figura-8.3.a apresenta o zoom do deslocamento do sistema.

A Figura-8.3.b apresenta o retrato de fases. O movimento apresenta apenas um período.

A Figura-8.3.c apresenta a velocidade angular estacionária do motor e nesse gráfico é possível notar que o motor ultrapassa a frequência de ressonância em ($\dot{\varphi} = 4,1\text{ Hz}$) e depois se estabiliza numa frequência ($\dot{\varphi} \approx 6,4\text{ Hz}$) a qual está muito próxima da frequência determinada pela constante de velocidade angular do motor ($\Omega_0 = 6,5\text{Hz}$).

A Figura-8.3.d apresenta o gráfico do deslocamento relativo do sistema.

A Figura-8.3.e apresenta a amplitude do deslocamento do sistema quando o motor é capturado pela frequência da ressonância em $4,1\text{ Hz}$ até que a velocidade angular estacionária aumenta o suficiente para ultrapassar essa frequência e se estabiliza em $6,4\text{ Hz}$.

A Figura-8.3.f apresenta os eixos velocidade angular estacionária do motor, amplitude do deslocamento e tempo.

As Figuras-8.3.g e 8.3.h apresentam a FFT da resposta do sistema, onde é possível verificar a frequência de $6,4\text{ Hz}$ atuando no sistema.

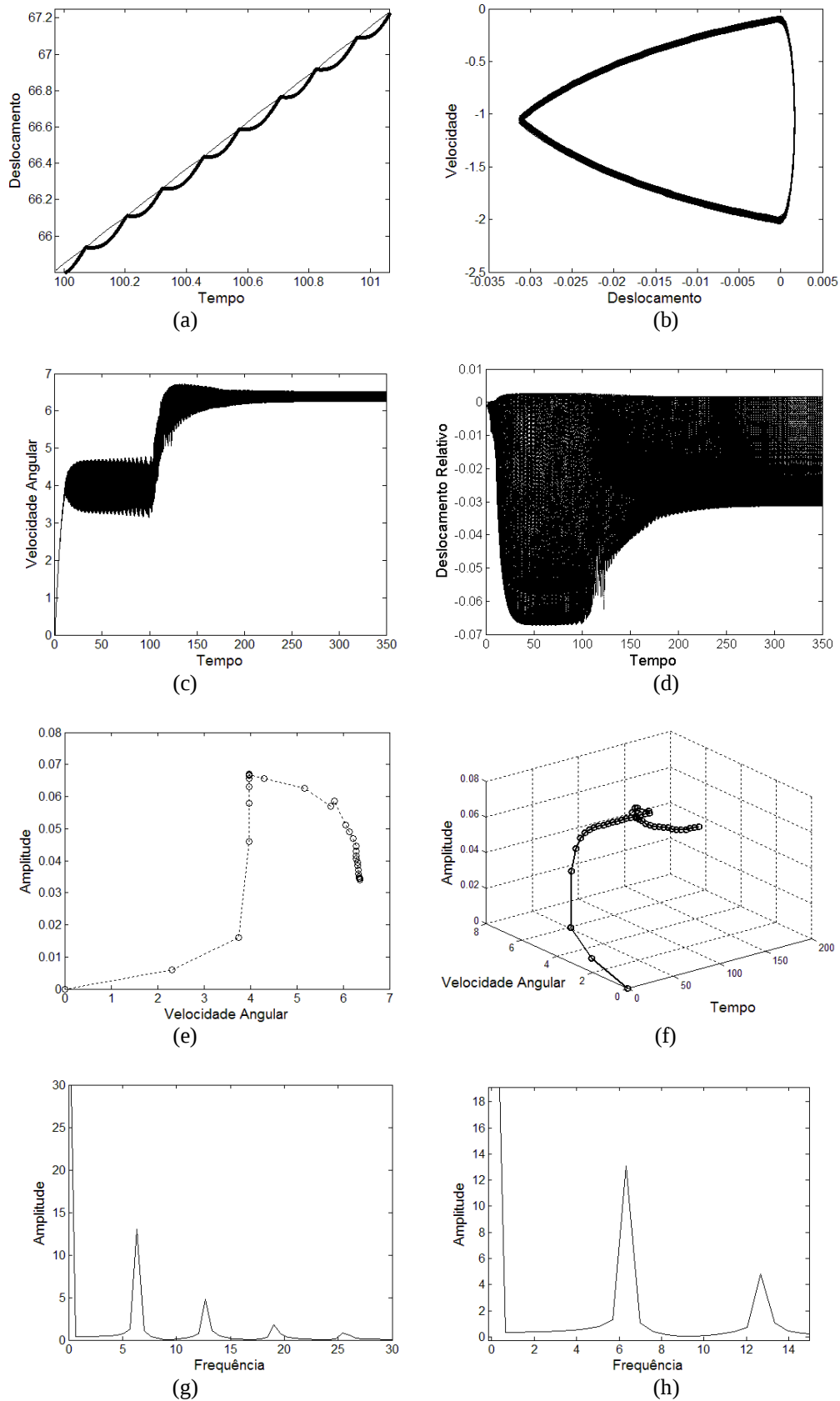


Figura 8.2- Resultados referentes ao parâmetro constante de velocidade angular do motor $M_0 = 0,001 \text{ Nm}$; (a) Deslocamento; (b) Retrato de Fase (c) Velocidade Angular estacionária do motor; (d) Deslocamento Relativo; (e) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento; (f) Velocidade Angular do motor vs. Amplitude de deslocamento vs. tempo; (g) Espectro de Freqüências; (h) Zoom do Espectro de Freqüências

8.4- Uma comparação entre as duas situações do CASO-IV- A e B

A seguir a figura 8.3 apresenta uma comparação entre as duas situações do CASO-IV- A e B.

Nessa figura é possível notar que:

O motor-1 possui a constante de velocidade angular do motor $\Omega_0 = 6,5$ Hz, mas como não possui torque o suficiente para ultrapassar a frequência de ressonância (4,1 Hz) a velocidade angular estacionária do motor estabiliza-se em 4,1 Hz. O motor é capturado pela ressonância.

O motor-2 é capturado pela frequência da ressonância em 4,1 Hz até que a velocidade angular estacionária aumenta o suficiente para ultrapassar essa frequência e se estabiliza em 6,2 Hz.

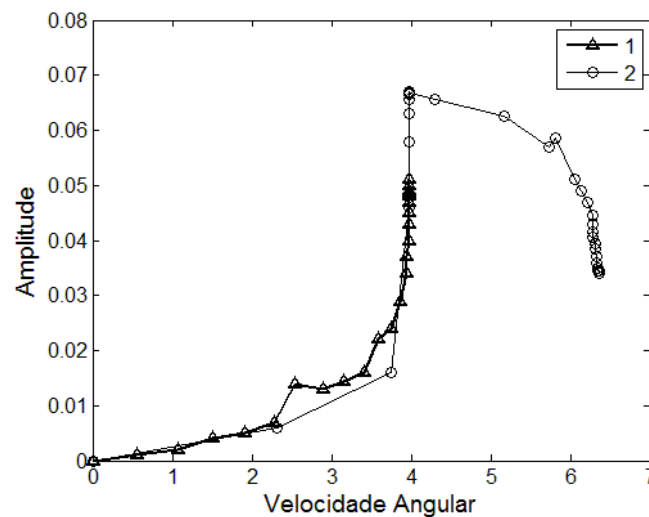


Figura 8.3- Amplitude do deslocamento vs. Velocidade angular estacionária do motor

9. CONCLUSÕES

Nesta dissertação, realizou-se a análise da dinâmica de um sistema mecânico, do tipo Vibro-Impacto, em relação à frequência de excitação do sistema. Dois modelos não-lineares foram utilizados para representar o sistema estudado: o primeiro é excitado de maneira ideal, sob a forma de uma força harmônica e o segundo, de maneira não-ideal sob a forma de um motor elétrico de corrente contínua, acionando um rotor desbalanceado. A dinâmica do sistema é modelada considerando duas situações distintas: sem a condição de impacto e com a condição de impacto, de acordo com a relação de deslocamento e o tamanho da folga entre os corpos. Realizou-se a modelagem do sistema através do método Newtoniano.

Para todas as simulações realizadas foram obtidos os históricos no tempo, os retratos de fases, os diagramas de bifurcações, os mapas de Poincaré e os espectros de frequência. Os diagramas de bifurcação apresentaram informações muito úteis para identificar a influência do parâmetro frequência de excitação na resposta do sistema.

O primeiro modelo, CASO-I, apresentou maior velocidade de penetração, maior força de compressão da rigidez de dois estágios e maior valor de energia cinética para a frequência de 3,3 Hz. Nessa frequência de excitação o regime do movimento é caótico e ocorre a transição brusca de rigidez.

Para realizar uma comparação entre o modelo com fonte de excitação ideal e não-ideal, foi relacionada à amplitude da força de excitação (A) do modelo ideal, com a força gerada pelo rotor desbalanceado ($m_3 \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$). Dessa maneira foi elaborado de um modelo matemático do sistema com excitação não ideal oriunda da ação de um motor elétrico de corrente contínua com característica de potência limitada, acionando um rotor com desbalanceamento rotativo, que atua sobre os blocos, de massas distintas, acoplados por um elemento elástico (rigidez) de dois estágios.

Os resultados do CASO-II mostraram-se mais perturbados do que o do CASO-I. As amplitudes e velocidades dos deslocamentos apresentaram-se aproximadamente semelhantes, o que indica que a equiparação entre os modelos com fonte de excitação ideal e não-ideal foi bem sucedida, para permitir a comparação dos resultados;

No CASO-III, foi analisada a influência da constante de velocidade angular do motor elétrico como fonte de potencia limitada em relação à captura e passagem pela frequência de ressonância. Na segunda situação, onde o parametro de controle é ($\Omega_0=5,5$ Hz), o sistema sofre o Efeito Sommerfeld, o motor não conseguiu ultrapassar a

frequência natural do sistema (4,1 Hz). A energia destinada ao motor é transferida para a estrutura do sistema. Na terceira situação onde o parâmetro de controle é ($\Omega_0=6,5$ Hz) ocorre novamente o Efeito Sommerfeld até que a estrutura não é mais capaz de absorver a energia cedida pelo motor e ocorre o “salto”, o motor volta a aumentar a velocidade angular até aproximadamente a estipulada pelo parâmetro de controle;

No CASO-IV, o parâmetro de controle é a constante de torque do motor. Na primeira situação o parâmetro de torque do motor é ($M_0=0,001$ N.m) e o motor apresenta um torque limitado em relação a massa desbalanceada, ou seja, o motor atua como fonte de potência limitada e a velocidade angular do motor não consegue ultrapassar a região de ressonância do sistema. Já para a segunda situação, o parâmetro de torque do motor é ($M_0=0,005$ N.m), e o motor apresenta um torque suficiente para ultrapassar a região da ressonância apesar de apresentar o Efeito Sommerfeld.

Assim foi possível identificar as faixas do valor do parâmetro frequência de excitação, através de simulação numérica, visando à previsão de comportamento dinâmico em regime caótico e regime periódico, e também, da ocorrência do Efeito Sommerfeld relacionado com os parâmetros do modelo do motor.

Como trabalhos futuros podem ser desenvolvidos estudos objetivando a validação dos resultados da simulação computacional em relação a dados obtidos experimentalmente. Outra possibilidade é estender o estudo realizado aqui para a análise de outros parâmetros presentes na simulação, tais como: tamanho da folga entre os blocos, relação entre massas dos blocos, alteração na curva característica do motor.

10- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abu-Mahfouz, I.: **“On the Use of Wavelet Transform to Characterize Chaotic Behavior of an Impact Oscillator.”** IMAC-XXII: Conference & Exposition on Structural Dynamics, (2004).
- Aguiar, R.R.: **Experimental investigation and numerical analysis of the vibro-impact phenomenon. PhD Thesis**, Department of Mechanical Engineering, PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 2010.
- Balthazar, J. L. and Brasil, R.M. L. R. F., 2004, **“On saturation control of a non-ideal vibrating portal frame founded type shear – building,”** *Journal of Vibration and Control* **10**, 1739–1748.
- Balthazar, J. M., Mook, D. T., Weber, H. I., Brasil, R.M. I. R. F., Fenili, A., Beltano, D., and Felix, J. L. P., 2003, **“An overview on non-ideal vibrations,”** *Meccanica* **38**, 613–621.
- Barbosa, D. A.: **Análise de movimentos periódicos em sistemas com vibro-impacto harmonicamente excitado.** 2009. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brasil
- Bricmont, J.. **Science of chaos or chaos in science?**, em: <http://xyz.lanl.gov/abs/chaodyn/9603009>, (1996).
- Craig, Roy R. (1981). **Structural Dynamics An Introduction to computer methods.**, New York: John Wiley & Sons.
- De Mattos, M.C., Balthazar, J.M., Mook, D.T., Wiecezorek, S., **“An experimental study of vibrations of non ideal system.”**, In: Proceeding of DETC’ 97. ASME Design Engineering Technical Conferences. Sacramento, CA, September 1997.

- Dimentberg, M. F., McGovern, L., Norton, R. L., Chapdelaine, J., and Harrison, R., 1997, “**Dynamics of an unbalanced shaft interacting with a limited power supply**,” *Nonlinear Dynamics* **13**, 171–187.
- Divenyi, S.; Savi, M.A.; Franca, L.F.P. & Weber, H.I. (2006), “**Nonlinear Dynamics and Chaos in Systems with Discontinuous Support.**”, *Shock and Vibration*, v.13, n.4/5, p.301-314.
- Divenyi, S.; Savi, M.A.; Weber, H.I. & Franca, L.F.P. (2008), “**Experimental investigation of an oscillator with discontinuous support considering different system aspects.**”, *Chaos, Solitons and Fractals* **38** (2008) 685–695
- Gleick, J. *Chaos: Making a new science* (Viking, New York, N.Y., U.S.A., 1987).
- Hendriks, F. (1983).“**Bounce and Chaotic Motion in Print Hammers**,” *IBM J. Res. Dev.* **27**(3), 273-280.
- Ho, J.-H.,Nguyen, V.-D., Woo, K.-C.: “**Nonlinear dynamics of a new electro-vibro-impact system.**”, *Nonlinear Dynamics* V. 63, n. 1-2, **35-49**, (2010) DOI:10.1007/s11071-010-9783-6
- Holmes, P. J. (1982).“**The Dynamics of Repeated Impacts with a Sinusoidally Vibrating Table**,” *J. Sound Vib.* **84**, 173-189.
- Ing, J., Pavlovskaja, E., WiercigrochM.,Banerjee, S.: “**Bifurcation analysis of an impact oscillator with a one-sided elastic constraint near grazing.**”, *Physica D* **239** (2010) 312_321, DOI:10.1016/j.physd.2009.11.009
- Kononenko, V. O., 1969, *Vibrating Systems with a Limited Power Supply*, Iliffe Books Ltd, London.
- Lichtenberg, A. J., and Lieberman, M. A. (1983).*Regular and Stochastic Motion*, Springer-Verlag, New York.

- Lorenz. E. “**Deterministic nonperiodic flow.**”, *J. Atmospheric Sci.* 20, 130-141 (1963).
- Mariano, S. L.: **Análise Numérica e Experimental do Índice de Vibro-Impacto em Alavancas de Transmissão Mecânica.** Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 2005
- Moon, F.C. (1992), *Chaotic and Fractal Dynamics*, New York: John Wiley & Sons.
- Nayfeh, A.H. (1980), *Introduction to Perturbation Techniques*, New York: John Wiley & Sons.
- Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., 1979, *Nonlinear Oscillations*, New Uork:John Wiley & Sons.
- Palácios, J. L., **Teoria de sistemas vibratórios aporticados não lineares e não ideais.**Tese de Doutorado, UNICAMP – Campinas, 2002.
- Pavlovskaia, E., Wiercigroch, M., Grebogi, C.: “**Modelling of an impact system with a drift.**”, *Phys. Rev. E* 64, 056224 (2001) (9 pages)
- Piccirillo, Vinícius, **Nonlinear Dynamical and Control of a Modeling Vibrating System with Shape Memory and, Exited by Energy Sources of the Ideal and Non – Ideal Type**, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, UNESP, Bauru, SP, Brasil, 2007
- Rao, Singiresu (2009), **Vibrações Mecânicas** - 4ª Edição - Editora Pearson / Prentice Hall (Grupo Pearson)- Cap.V, pag.191-192.
- Savi, M.A., Divenyi, S., Franca, L.F.P. & Weber, H.I. (2005), “**Numerical and Experimental Investigations of the Nonlinear Dynamics and Chaos in Non-Smooth Systems with Discontinuous Support**”, *COBEM 2005 - 18th International Congress of Mechanical Engineering*, November 6–11, 2005, Ouro Preto.

- Savi, M.A., Divenyi, S., Franca, L.F.P. & Weber, H.I. (2007), “**Numerical and Experimental Investigations of the Nonlinear Dynamics and Chaos in Non-Smooth Systems**”, *Journal of Sound and Vibration*, v.301, n.1-2, pp.59-73.
- Souza, S. L.T., Caldas, I. L., Viana, R. L, Balthazar J. M.: “**Control and chaos for vibro-impact and Non-ideal oscillators.**”, *Journal of theoretical and applied mechanics*. 46, 3, pp. 641-664, Warsaw 2008
- Souza, S. L. T., Caldas, I. L., Viana, R. L., Balthazar, J. M., and Brasil, R. M. L. R. F., 2005a, “**Impact dampers for controlling chaos in systems with limited power supply,**” *Journal of Sound and Vibration* 279, 955–965.
- Souza, S. L. T., Caldas, I. L., Viana, R. L., Balthazar, J. M., and Brasil, R. M. L. R. F., 2005b, “**Basins of attraction changes by amplitude constraining of oscillators with limited power supply,**” *Chaos, Solitons and Fractals* 26, 1211–1220.
- Souza, Y. A. Caldas, I. L., Viana, R. L., Balthazar, J. M., and Brasil, R. M. L. R. F., 2007, “**A simple feedback control for a chaotic oscillator with limited power supply,**” *Journal of Sound and Vibration* 299, 664–671.
- Tsuchida, M., Guilherme, K. L., and Balthazar, J. M., 2005, “**On chaotic vibrations of a non-ideal system with two degree of freedom: 1:2 resonance and Sommerfeld effect,**” *Journal of Sound and Vibration* 282, 1201–1207.
- Thompson, J.M.T & Stewart, H.B. (1986). **Nonlinear Dynamics and Chaos**. New York: John Wiley & Sons.
- Zukovic, M and Cveticanin, L.: “**Chaos in Non-ideal Mechanical System with Clearance.**”, *Journal of Vibration and Control* August 2009 vol. 15 no. 8 1229-1246 DOI: 10.1177/1077546308091216

ANEXO - SÚMULA CURRICULAR

Trabalhos Publicados em Anais de Eventos

Moraes, F. H., Pontes, B. R., Balthazar, J. M.(2011). **“The Gap Influence on a Nonlinear Dynamic of a Vibro-Impact System Harmonically Excited”** 10º Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações. Águas de Lindóia, SP, Brasil.

Moraes, F. H., Pontes, B. R., Balthazar, J. M., Brasil, R. M. L. R. F.(2012). **“Influência da Frequência de Excitação na Força de Compressão do Elemento Elástico em um Sistema Não-Linear com Vibrações Associadas a uma Transição Brusca na Rigidez”** ERMAC-Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional. Botucatu, SP, Brasil.

Moraes, F. H., Pontes, B. R., Balthazar, J. M, Brasil, R. M. L. R. F.(2012). **“Influência da Frequência de Excitação na Dinâmica Não-Linear de Sistema com Vibrações Associadas a uma Transição Brusca na Rigidez”** VII-CONEM-Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. São Luís, MA, Brasil.

Moraes, F. H., Pontes, B. R., Balthazar, J. Brasil, R. M. L. R. F. (2012). **“Influência da Frequência de Excitação no Deslocamento de um Sistema Não-Linear com Vibrações Associadas A Uma Transição Brusca Na Rigidez”** XXXIV-CNMAC- Congresso Nacional de Matemática Aplicada Computacional. Águas de Lindóia, SP, Brasil.

Trabalhos Publicados e/ou Submetidos à Periódicos

Moraes, F. H., Pontes Jr., B. R., Balthazar, J. M., Silveira, M., Brasil, R. M. L. R. F. (2012). **“Influence of ideal and non-ideal excitation sources on the dynamics of a nonlinear vibro-impact.”**, (submetido à periódico).