

EMIVAN FERREIRA DA SILVA

**PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DA EXPANSÃO DA REDE DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA MULTISTÁGIO
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA**

Ilha Solteira - SP
2013

EMIVAN FERREIRA DA SILVA

**PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DA EXPANSÃO DA REDE DE
TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA MULTISTÁGIO
CONSIDERANDO RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.
Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Marcos Julio Rider Flores
Orientador

Ilha Solteira - SP
2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

S586p Silva, Emivan Ferreira da.
Planejamento estocástico da expansão da rede de transmissão de energia elétrica multiestágio considerando restrições de segurança / Emivan Ferreira da Silva. – Ilha Solteira : [s.n.], 2013
179 f.:il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de Conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Marcos Julio Rider Flores

Inclui bibliografia

1. Planejamento da expansão da rede de transmissão. 2. Critério de segurança $N - 1$. 3. Modelo linear disjuntivo. 4. Otimização clássica. 5. Redução do espaço de busca. 6. Energia elétrica – Transmissão.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

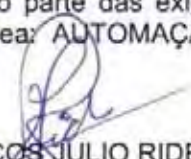
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Planejamento Estocástico da Expansão da Rede de Transmissão de Energia Elétrica
Multiestágio Considerando Restrições de Segurança

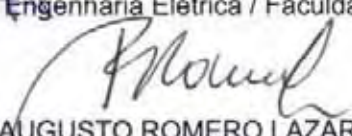
AUTOR: EMIVAN FERREIRA DA SILVA

ORIENTADOR: Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

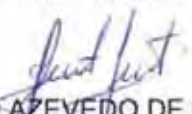
Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



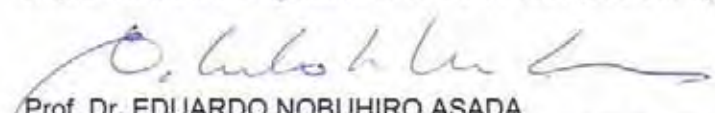
Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. SERGIO AZEVEDO DE OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp



Prof. Dr. ROBERTO CAYETANO LOTERO
Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Data da realização: 26 de abril de 2013.

*À minha querida esposa, Adriana Souza Resende,
aos meus filhos: Melissa, Ivan Gabriel e Yasmin.*

E aos doutores da minha vida, meus pais:

*José Ferreira Lustosa e
Divina Freitas da Silva.*

AGRADECIMENTOS

Enfim os agradecimentos:

- A Deus, por estar presente em todos os momentos de minha vida, através e por nosso senhor Jesus Cristo.
- Ao Prof. Dr. *Marcos Júlio Rider Flores* pelas ideias e paciência com que me orientou nesse trabalho. Muito obrigado professor.
- À minha querida esposa *Adriana Souza Resende* pelo apoio e companheirismo durante esta caminhada iniciada no nosso curso de graduação, pelas lutas em comum na nossa vida conjugal e por ser uma mulher especial em minha vida.
- Aos meus filhos, *Melissa R. Ferreira, Ivan Gabriel R. Ferreira e Yasmin R. Ferreira* pelo carinho e compreensão.
- Ao Prof. Dr. *Rubén Romero* pela idealização do DINTER e pelo constante apoio e estímulo à pesquisa e por acreditar sempre em nosso potencial. Muito obrigado professor.
- A todos os professores do DINTER - UNESP - UNEMAT, em especial *José Roberto San-ches Mantovani*. Sem vocês eu não teria essa oportunidade. Muito obrigado professores.
- À UNEMAT - Universidade do Estado de Mato Grosso, pelo apoio à qualificação dos seus docentes e ao povo mato-grossense pelo financiamento através dos impostos pagos.
- Aos meus queridos pais *José F. Lustosa e Divina F. da Silva*, pelas orações em meu favor e por sempre acreditarem e confiarem em mim apesar da distância.
- A todos os meus colegas e amigos do DINTER (UNEMAT - UNESP) pelos momentos de estudo, trabalho e alegrias compartilhados, em especial *Minéia Cappellari Fagundes, Márcia Cristina Dal Toé, Diego Piasson, Robinson A. Lemos, Vera Lucia V. de Camargo, Rogério Reis Gonçalves, Marinez Cargnin Stieler, Donizete Ritter, Inédio Arcari, Epitácio P. da S. Júnior, Milton Luiz Neri Peris, Suzan Grazielle Benetti e Francisco Lledo dos Santos*.
- Aos colegas e amigos do LAPSEE cuja convivência estimulou o trabalho e a dedicação à pesquisa. Em especial *Mohsen Rahmani e Waldemar P. Mathias Neto* por contribuírem de forma importante para a realização deste trabalho.

- À CAPES pelas nove bolsas de auxílio financeiro.
- À banca examinadora pelas correções, ideias e sugestões apresentadas.

A todos aqueles que com um gesto ou palavra contribuíram para este trabalho e cujos nomes não aparecem agradeço de igual modo e perdoem-me pelo meu esquecimento.

Sinceramente,
Emivan Ferreira da Silva,
17 de maio de 2013

*“Para ser grande, sê inteiro:
Nada teu exagera ou exclui.
Sê todo em cada coisa.
Põe quanto és no mínimo que fazes.
Assim em cada lago a lua toda brilha, porque alta vive.”*

Fernando Pessoa

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo estocástico linear inteiro misto para o problema de planejamento da expansão da rede de transmissão multiestágio considerando restrições de segurança $N - 1$ (PERTMRS) a longo prazo. Considerando uma amostragem de cenários para a demanda e geração (com uma probabilidade para cada cenário) é possível transformar o modelo estocástico proposto num equivalente determinístico linear inteiro misto (LIM). O uso de um modelo LIM garante a convergência para a solução ótima do PERTMRS usando métodos de otimização clássica existentes. O critério de segurança $N - 1$ indica que o sistema de transmissão deve ser expandido de tal forma que, com a saída de operação de uma linha existente ou candidata (em um conjunto pré-definido de contingências) do sistema, o mesmo ainda deve operar adequadamente. O modelo foi implementado usando a linguagem de modelagem algébrico AMPL e solucionado usando o *solver* comercial CPLEX. Os sistemas de testes: Garver de 6 barras e IEEE de 24 barras; e os sistemas reais: Colombiano de 93 barras e o Boliviano de 57 barras foram usados para avaliar o modelo proposto. Para os sistemas de grande porte uma estratégia de redução do espaço de busca combinatório do problema é apresentado para facilitar a implementação do modelo.

Palavras-chave: Planejamento da expansão da rede de transmissão. Critério de segurança $N - 1$. Modelo linear disjuntivo. Otimização clássica. Redução do espaço de busca.

ABSTRACT

In this work we present a mixed integer linear stochastic model for the long term multistage transmission expansion planning problem considering $N - 1$ security constraints (PERTMRS). Considering a sampling for each demand and generation scenario (with a predefined probability for each scenario), the proposed stochastic model can be transformed to a deterministic mixed integer linear programming problem (LIM). The use of LIM model guarantees the convergence to the optimum solution of the PERTMRS if a classical optimization technique is employed. The $N - 1$ safety criterion indicates that the transmission system must be expanded such that, with an outage of an existing or candidate line (from a predefined set of contingencies, the system should still operate properly. The model was implemented using the algebraic modeling language AMPL and solved using the commercial solver CPLEX. The 6-bus Garver and the IEEE-24 buses test systems and the real 93-bus Colombian and 57-bus Bolivian systems were used to evaluate the proposed model. For large systems a strategy to reduce the combinatorial search space of the problem is presented to facilitate implementation of the model.

Keywords: Transmission Expansion Planning. $N - 1$ Safety criterion. Linear disjunctive model. Classical optimization. Reducing the search space.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Fluxograma para o <i>EBCR</i>	63
Figura 2	Fluxograma <i>forward</i> para t etapas	64
Figura 3	Fluxograma <i>backward</i> para $(t - 1)$ etapas	65
Figura 4	Sistema IEEE 24 barras	66
Figura 5	Sistema colombiano de 93 barras	71
Figura 6	Caso base do sistema boliviano	75
Figura 7	Solução do sistema Garver sem considerar restrições de segurança . . .	88
Figura 8	Solução do sistema Garver considerando restrições de segurança . . .	89
Figura 9	Cenário	100
Figura 10	Conjunto de Factibilidade	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Exemplo ilustrativo da restrição de acoplamento	60
Tabela 2	Resultado para o sistema IEEE de 24 barras	67
Tabela 3	Resultado <i>Forward</i> para o sistema IEEE de 24 barras	68
Tabela 4	Resultado estático para o sistema IEEE de 24 barras	68
Tabela 5	Resultados <i>Backward</i> para o sistema IEEE de 24 barras	69
Tabela 6	Resultado para o sistema colombiano de 93 barras	70
Tabela 7	Resultado <i>Forward</i> para o sistema colombiano de 93 barras	72
Tabela 8	Resultado estático para o sistema colombiano de 93 barras	73
Tabela 9	Resultado para o sistema colombiano de 93 barras	73
Tabela 10	Resultados <i>Backward</i> para o sistema colombiano de 93 barras	74
Tabela 11	Resultado para o sistema boliviano de 57 barras	76
Tabela 12	Resultado <i>Forward</i> para o sistema boliviano de 57 barras	77
Tabela 13	Resultados <i>Backward</i> para o sistema boliviano de 57 barras	78
Tabela 14	Resultados para comparação	78
Tabela 15	Sistema de Garver	87
Tabela 16	Plano ótimo do sistema IEEE 24 barras estático	89
Tabela 17	Plano ótimo do sistema IEEE 24 barras multiestágio	90
Tabela 18	Plano ótimo do sistema colombiano de 93 barras estático	92
Tabela 19	Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio	93
Tabela 20	Plano ótimo do sistema boliviano de 57 barras estático	95
Tabela 21	Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio sem contingência	96
Tabela 22	Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio com contingência	97
Tabela 23	Resumo dos resultados do capítulo 4	98

Tabela 24	Plano ótimo do sistema IEEE de 24 barras multiestágio estocástico . .	117
Tabela 25	Plano ótimo do sistema IEEE de 24 barras multiestágio multi-cenário sem <i>EBCR</i>	118
Tabela 26	Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico - Caso 1 .	120
Tabela 27	Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico - Caso 2 .	120
Tabela 28	Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico - Caso 3 .	121
Tabela 29	Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio estocástico	122
Tabela 30	Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio estocástico	123
Tabela 31	Resumo dos resultados do capítulo 5	124
Tabela 32	Espaço de busca combinatório reduzido (<i>EBCR</i>) de 10, 5, 3 e 2 soluções com <i>gap</i> de 5% Para IEEE	149
Tabela 33	<i>EBCR</i> do sistema colombiano de 93 barras, 5 soluções e <i>gap</i> de 5% . .	151
Tabela 34	<i>EBCR</i> do sistema colombiano de 93 barras, 10 soluções e <i>gap</i> de 10% .	155
Tabela 35	<i>EBCR</i> do sistema boliviano de 57 barras, 10 soluções e <i>gap</i> de 10% . .	159
Tabela 36	<i>EBCR</i> do sistema boliviano de 57 barras, 10 soluções e <i>gap</i> de 5% . .	161
Tabela 37	<i>EBCR</i> do sistema boliviano de 57 barras, 5 soluções e <i>gap</i> de 5% . . .	164
Tabela 38	Geração e demanda do sistema teste de Garver	166
Tabela 39	Dados do sistema de teste de Garver	167
Tabela 40	Geração e demanda do sistema IEEE de 24 barras	167
Tabela 41	Dados do sistema IEEE de 24 barras	168
Tabela 42	Geração e demanda do sistema colombiano	169
Tabela 43	Dados do sistema colombiano	171
Tabela 44	Geração e demanda do sistema boliviano	175
Tabela 45	Dados do sistema boliviano	176

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AGE	Algoritmo Genético Especializado
B&B	<i>Branch and Bound</i>
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
EBCR	Espaço de Busca Combinatório Reduzido
FPA	Fluxos de Potência Aparente
LIM	Linear Inteiro Misto
AMPL	<i>Modeling Language for Mathematical Programming</i>
MED	Modelo Equivalente Determinístico
MLIM	Modelo Linear Inteiro Misto
MMLDBM	Modelo Matemático Linear Disjuntivo Binário Misto
MMLDIM	Modelo Matemático Linear Disjuntivo Inteiro Misto
MMMMC	Modelo Matemático Multiestágio Multi Cenário
MUS\$	Milhões de Dólares
PERT	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão
PERTE	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Estático
PERTM	Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio
PRT	Planejamento da Rede de Transmissão
PERTMRS	Planejamento da expansão da rede de transmissão multiestágio considerando restrições de segurança $N - 1$
MVA	Potência Aparente
PLK	Primeira Lei de Kirchhoff
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteiro Misto
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não-Linear Inteiro Misto
SLK	Segunda Lei de Kirchhoff
SE	Sistema Especializado
CPLEX	<i>Solver</i> “Algoritmo Simplex com linguagem C++”

LISTA DE SÍMBOLOS

θ_i	Ângulo de fase na barra i
Y	Conjunto das linhas que podem ou não serem adicionadas no ramo ij
Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l^1	Conjunto de caminhos nos quais existem linhas na configuração base
Ω_l^2	Conjunto de caminhos novos (onde serão adicionadas novas linhas)
Ω_l^0	Conjunto de linhas existentes na configuração base
Ω_l	Conjunto de ramos
c_{ij}	Custo de construção das linhas no ramo ij
d_i	Demanda na barra i
ε_f	Error da condição de factibilidade
ε_o	Error da condição de otimalidade
ε_μ	Error do parâmetro de barreira
γ	Fator de segurança
$\bar{f}_{ij}^0$	Fluxo de potência ativa máximo nos ramos para o conjunto de linhas já existentes
$\bar{f}_{ij}^1$	Fluxo de potência ativa máximo nos ramos para o conjunto de linhas já existentes ou linhas adicionadas em paralelo
$\bar{f}_{ij}^2$	Fluxo de potência ativa máximo nos ramos para o conjunto de linhas correspondentes aos novos caminhos
$\bar{f}_{ij}$	Fluxo de potência ativa máximo permitida no ramo ij para linhas novas
f_{ij}^0	Fluxo de potência ativa nos ramos para o conjunto de linhas já existentes
f_{ij}^1	Fluxo de potência ativa nos ramos para o conjunto de linhas já existentes ou linhas adicionadas em paralelo
f_{ij}^2	Fluxo de potência ativa nos ramos do conjunto de linhas correspondentes aos novos caminhos
f_{ij}	Fluxo de potência ativa no ramo ij para linhas novas
$f_{ij,y}$	Fluxo na linha y do ramo ij
p_i	Geração na barra i
$\bar{p}_i$	Geração máxima na barra i
v	Investimento devido às adições de linhas no sistema - Função Objetivo
ij	Ramo da barra i para a barra j
n_{ij}	Número de linhas adicionadas no ramo ij
$\bar{n}_{ij}^2$	Número máximo de linhas em caminhos novos

$\bar{n}_{ij}^1$	Número máximo de linhas que podem ser adicionadas em paralelo às linhas dos caminhos já existentes
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de linhas que podem ser adicionados no ramo ij
n_{ij}^1	Número de linhas adicionadas em paralelo às linhas já existentes
n_{ij}^0	Número de linhas existentes na configuração base no ramo ij
n_{ij}^2	Número de linhas novas adicionadas no ramo ij
γ_{ij}	Susceptância nas linhas do ramo ij
γ_{ij}^0	Susceptância nas linhas existente do ramo ij
$w_{ij,y}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij
x_{ij}	Reatância do circuito ij
q_i	Vetor de geração de potência reativa na barra i
$\bar{q}_i$	Limite máximo de geração de potência reativa na barra i
$\underline{q}_i$	Limite mínimo de geração de potência reativa na barra i
e_i	Vetor de demanda de potência reativa na barra i
V_i	Magnitude de tensão na barra i
$\bar{V}_i$	Limite máximo da magnitude de tensão na barra i
$\underline{V}_i$	Limite mínimo da magnitude de tensão na barra i
e_i	Vetor de demanda de potência reativa na barra i
s_{ij}^{de}	Fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij saindo do terminal
s_{ij}^{para}	Fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij chegando no terminal
$\bar{s}_{ij}$	Limite de fluxo de potência aparente (MVA) no ramo ij
θ_{ij}	Diferença angular entre as barra i e j
Ω_{bi}	Conjunto das barras vizinhas da barra i
g_{ij}	Condutância da linha no ramo ij
g_{ij}^0	Condutância existente da linha no ramo ij
b_{ij}	Susceptância da linha no ramo ij
b_{ij}^{sh}	Susceptância shunt da linha no ramo ij
b_i^{sh}	Susceptância shunt na barra i
G_{ij}	Matriz de condutância
B_{ij}	Matriz de susceptância
$n_{ij,t}^0$	Número de linhas existentes na configuração base no ramo ij e no estágio t
$n_{ij,t}$	Número de linhas novas adicionadas no ramo ij e estágio t
$g_{i,t}$	Geração na barra i e estágio t
α_t	Índice de correção de preços do estágio t para valores atuais
$\bar{f}_{ij,t}$	Fluxo máximo de potência ativa no ramo ij para linhas novas no estágio t
$\bar{f}_{ij,t}^0$	Fluxo máximo de potência ativa no ramo ij para linhas existentes no estágio t
$\bar{g}_{i,t}$	Geração máxima na barra i e estágio t

$\theta_{i,t}$	Ângulo de fase na barra i e estágio t
$d_{i,t}$	Demanda na barra i e estágio t
$w_{ij,y,t}$	Variável binária correspondente à linha y candidata a ser adicionada ou não no ramo ij e estágio t
$f_{ij,y,c}$	Fluxo de potência ativa no ramo ij para linhas novas no cenário c de contingência
$f_{ij,c}^0$	Fluxo de potência ativa no ramo ij para linhas existentes no cenário c de contingência
$\theta_{i,c}$	Ângulo de fase na barra i e cenário c de contingência
$g_{i,c}$	Geração na barra i e cenário c de contingência
N^{cont}	Matriz que indica linhas com contingência
$N_{ij,c}^{\text{cont}}$	Elemento da matriz N^{cont} referente ao cenário c , igual a 1 se há linha no ramo ij em contingência e zero em caso contrário
$\bar{f}_{ij,y,c}^{\text{cont}}$	Fluxo maior do que ou igual a até 20% do fluxo máximo de potência ativa no ramo ij para a linha nova y no cenário c de contingência
$\bar{g}_i^{\text{cont}}$	Geração maior do que ou igual a até 20% da geração máxima na barra i
$\bar{\theta}$	Ângulo de fase máximo para o sistema
$g_{i,t,s}$	Geração na barra i , estágio t e cenário s de geração e demanda
$d_{i,t,s}$	Demanda na barra i , estágio t e cenário s de geração e demanda
$\theta_{i,t,s}$	Ângulo de fase na barra i e estágio t e cenário s de geração e demanda
$f_{ij,y,t,s}$	Fluxo de potência ativa no ramo ij para linhas novas no estágio t e cenário s de geração e demanda
$f_{ij,t,s}^0$	Fluxo de potência ativa no ramo ij para linhas existentes no estágio t e cenário s de geração e demanda
$\bar{g}_{i,t,s}^0$	Geração máxima na barra i , no estágio t e cenário s de geração e demanda

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	OBJETIVOS	31
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	32
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
2.1	MODELAGEM MATEMÁTICA	35
2.1.1	Modelo de Transportes	36
2.1.2	Modelos Híbridos	38
2.1.2.1	<i>Modelo Híbrido Não-Linear</i>	38
2.1.2.2	<i>Modelo Híbrido Linear</i>	39
2.1.3	Modelo CC	41
2.1.4	Modelo Linear Disjuntivo	42
2.1.5	Modelo CA	44
2.1.6	Tratamento do Horizonte de Planejamento	47
2.1.7	Considerações da Reestruturação do Setor Elétrico	48
2.2	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	52
2.2.1	Métodos Clássicos de Otimização Matemática	52
2.2.2	Métodos Heurísticos	53
2.2.3	Meta-heurísticas	54
2.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	56
3	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO MULTISTÁGIO	57
3.1	MODELO MATEMÁTICO NÃO LINEAR INTEIRO MISTO DO PERTM	57
3.2	MODELO MATEMÁTICO LINEAR DISJUNTIVO DO PERTM	59

3.3	ESTRATÉGIA PARA RESOLVER O PROBLEMA PERTM	61
3.4	PLANEJAMENTO <i>FORWARD</i>	62
3.5	PLANEJAMENTO <i>BACKWARD</i>	63
3.6	TESTES E RESULTADOS	65
3.6.1	Sistema IEEE de 24 Barras	66
3.6.1.1	<i>Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR</i>	66
3.6.1.2	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward</i>	67
3.6.1.3	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward</i>	68
3.6.2	Sistema Colombiano de 93 Barras	69
3.6.2.1	<i>Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR</i>	69
3.6.2.2	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward</i>	70
3.6.2.3	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward</i>	72
3.6.3	Sistema Boliviano de 57 Barras	74
3.6.3.1	<i>Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR</i>	75
3.6.3.2	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward</i>	77
3.6.3.3	<i>Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward</i>	77
3.7	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	77
4	PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA	79
4.1	MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PERT COM SEGURANÇA	80
4.1.1	Modelo Matemático para o PERTE com Segurança	80
4.1.1.1	<i>Comentários sobre o Modelo Matemático de PERTE</i>	82
4.1.2	Modelo Matemático para o PERTM com Segurança	83
4.1.2.1	<i>Comentários sobre o Modelo Matemático de Planejamento Multiestágio</i>	86
4.1.3	Conjunto de Linhas com Contingência	86
4.2	TESTES E RESULTADOS	87

4.2.1	O Sistema de Garver	87
4.2.2	O Sistema IEEE de 24 Barras	88
4.2.2.1	<i>PERTE para o Sistema IEEE de 24 Barras</i>	88
4.2.2.2	<i>PERTM para o Sistema IEEE de 24 Barras</i>	90
4.2.3	O Sistema Colombiano de 93 Barras	91
4.2.3.1	<i>PERTE para o Sistema Colombiano de 93 Barras</i>	92
4.2.3.2	<i>PERTM para o Sistema Colombiano de 93 Barras</i>	93
4.2.4	O sistema Boliviano de 57 Barras	94
4.2.4.1	<i>PERTE para o Sistema Boliviano de 57 Barras</i>	94
4.2.4.2	<i>PERTM para o Sistema Boliviano de 57 Barras</i>	96
4.3	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	98
5	PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO MULTISTÁGIO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA	99
5.1	MODELO MATEMÁTICO DO PERTM DETERMINÍSTICO CONSIDERANDO CENÁRIOS	101
5.2	TRATAMENTO DAS INCERTEZAS NO PERT	102
5.2.1	Programação Fuzzy	103
5.2.2	Programação Estocástica	103
5.2.2.1	<i>Modelo de Recurso (recourse models)</i>	<i>104</i>
5.2.2.2	<i>Modelo Probabilístico (chance-constrained programming)</i>	<i>107</i>
5.2.3	Programação Estocástica Dinâmica	110
5.2.4	Modelo Equivalente Determinístico do Problema PERTM Estocástico	111
5.3	MED DO PROBLEMA PERTM ESTOCÁSTICO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA	112
5.3.1	Comentário sobre o modelo matemático (25)	115
5.4	TESTES E RESULTADOS	116

5.4.1	O Sistema IEEE de 24 Barras	116
5.4.2	O Sistema Colombiano de 93 Barras	119
5.4.3	O Sistema Boliviano de 57 Barras	122
5.5	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	124
6	CONCLUSÃO DO TRABALHO	127
	REFERÊNCIAS	131
	APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR	147
	APÊNDICE B - TABELAS E DADOS	149
	APÊNDICE B.1 - TABELAS COM RESULTADOS DE TESTES PARA O <i>EBCR</i>	149
	APÊNDICE B.2 - DADOS DOS SISTEMAS TESTES	166
	ÍNDICE REMISSIVO	179

1 INTRODUÇÃO

O problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão (PERT) a longo prazo é um problema clássico de sistemas de energia elétrica, tem como objetivo encontrar o plano ótimo da expansão, ou seja, especificar os recursos (linhas e/ou transformadores) que devem ser instalados na rede para permitir a operação viável num horizonte de tempo pré-definido a um custo mínimo. Os dados desse problema geralmente são: a topologia atual (ano base), os circuitos candidatos, a geração e a demanda para o fim do período de planejamento, as restrições de investimento e etc. O plano ótimo de expansão deve definir onde, quantos e quando os novos circuitos devem ser instalados.

Para resolver o problema de PERT a longo prazo, técnicas de síntese de redes são usadas de maneira geral. Modelos matemáticos relaxados do problema usando apenas a parte ativa (potência ativa e ângulos das tensões complexas) são utilizados. O modelo de transportes, o modelo de corrente contínua (CC), e um modelo híbrido são modelos simplificados usados para resolver o problema PERT a longo prazo. O modelo CC ainda é considerado o modelo ideal para a área de planejamento da expansão da transmissão a longo prazo (ROMERO et al., 2002).

Quanto ao período de análise do problema de planejamento, o mesmo pode ser considerado como sendo apenas de um estágio, denominado planejamento estático, ou o horizonte de planejamento pode ser separado em vários estágios e, nesse caso, tem-se o problema de planejamento multiestágio da expansão de sistemas de transmissão.

O problema do planejamento da expansão de redes de transmissão sempre foi amplamente discutido no universo acadêmico sobre diversas perspectivas como, por exemplo: modelo matemático, metodologias de solução e sua importância dentro do mercado elétrico (LATORRE et al., 2003).

Com relação ao mercado elétrico há dois objetivos centrais a serem observados, quais sejam, o fornecimento de energia com qualidade e preços competitivos (STOLL, 1989). Por isso, uma infra-estrutura adequada, mas com investimento mínimo é necessária para o planejamento de longo prazo. O planejamento sobre o futuro ficou ainda mais complexo com a desregulamentação do setor elétrico que separou as atividades do setor elétrico em geração, transmissão e distribuição em que cada agente do mercado de energia tem seu próprio interesse e joga com seus próprios objetivos e estratégias. Os objetivos de lucros desses agentes depende de vender e comprar energia através do sistema de transmissão. Assim, o sistema de transmissão precisa ser planejado nesse ambiente considerando incertezas:

1. No aumento de demanda e a consequente disposição de despacho e geração para atender essa demanda;
2. Na forma como se dará a expansão da transmissão (instalação de novas linhas, transformadores e etc.) de acordo com a geração e a demanda;
3. Na determinação de itens de segurança do sistema que possam prevenir futuros apagões ou falhas operacionais no sistema;
4. Nos custos da construção das linhas de transmissão, influência da inflação, dos juros e etc;
5. Nas normas ou legislação futura em consequência de mudança de governo, preservação da natureza e etc.

Todas as incertezas acima dão origem a variáveis estocásticas, cujo valor no futuro não é conhecido. Mas, considerando uma amostragem de cenários para a demanda e geração (com uma probabilidade para cada cenário), é possível transformar o modelo estocástico proposto num equivalente determinístico linear inteiro misto (LIM).

O modelo (25), desenvolvido neste trabalho, tem por finalidade obter um plano de expansão (item 2, acima) que satisfaça mais de um cenário, de geração e de demanda, dados (amostragem). Desta forma, lidar de modo determinístico com as incertezas (item 1, acima). O plano obtido pelo modelo também agrega restrições de segurança sob o critério simples $N - 1$ e supondo conhecida uma lista de linhas ou circuitos importantes para o funcionamento do sistema e a probabilidade de vir a ocorrer contingência em cada uma delas (item 3, acima).

O modelo (25) contribui de forma relevante para a literatura especializada em engenharia elétrica, fornecendo um plano de expansão flexível em relação às incertezas (item 1, acima) e de instalação paulatina das linhas de transmissão (multiestágio), favorecendo um melhor uso dos recursos financeiros. Tal plano procura satisfazer alguns dos objetivos considerados cruciais para um sistema robusto (SCHLABBACH; ROFALSKI, ; SULLIVAN, 1977) quais sejam:

1. maximizar a segurança tanto quanto economicamente viável;
2. minimizar o investimento na expansão do sistema de transmissão.

A probabilidade (dada) de cada cenário, de geração, demanda e de contingência pré-definidas nas linhas pré-definidas, o custo do corte de carga ou racionamento, vigente no mercado elétrico (também supostamente conhecido), são considerados no modelo (25) e permite a obtenção de um plano de expansão que escolhe entre cortar carga ou construir mais linhas de acordo com a satisfação dos objetivos acima. Note que, o custo do corte de carga é um mecanismo de

compensação econômica pela inadequação da rede, que pode causar uma perda de benefício social.

As incertezas, consideradas variáveis estocásticas, citadas acima constituem um outro campo de pesquisa que foge aos objetivos deste trabalho. Este campo de pesquisa deve determinar através da programação estocástica, os cenários com as probabilidades correspondentes e uma previsão para o custo do corte de carga no momento da expansão do sistema.

Na literatura especializada existem estudos sobre estocasticidade e suas aplicações para reforçar o sistema contra ataques deliberados (CARRIÓN; ARROYO; ALGUACIL, 2007), a geração integrada e o problema de PERT (ALVAREZ; PONNAMBALAM; QUINTANA, 2006; MOON et al., 2009), de sistemas hidrotermal sob incertezas (OLIVEIRA; BINATO; PEREIRA, 2007) ou selecionar o plano de expansão mais flexível (ZHAO et al., 2009b).

1.1 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um modelo estocástico linear inteiro misto para o problema de planejamento da expansão da rede de transmissão multiestágio considerando restrições de segurança $N - 1$ (PERTMRS) a longo prazo. Um dos aspectos, considerados menos trabalhado atualmente na literatura especializada, é a realização de uma amostragem de cenários para a demanda e geração (com uma probabilidade para cada cenário), o qual transforma o modelo estocástico proposto num equivalente determinístico linear inteiro misto (LIM). O segundo objetivo, não menos importante, é desenvolver uma estratégia para resolver o problema de PERTMRS (dos sistemas de grande porte) através da redução do espaço de busca, seção 3.2 do capítulo 3 o qual facilitará a implementação do modelo. Tal espaço reduzido será chamado de Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*).

O modelo foi implementado usando a linguagem de modelagem algébrico AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e solucionado usando o *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008). Os sistemas de testes Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e boliviano de 57 barras foram usados para testar e avaliar o modelo matemático.

Para atingir os dois objetivos acima o trabalho foi desenvolvido da seguinte forma:

1. Resolver o Modelo Matemático Linear Disjuntivo Binário Misto (MMLDBM), (15) na seção (3.2), para o problema de PERTM diretamente no AMPL e através das heurísticas *Forward* e *Backward*; (cap. 3)
2. Criar uma estratégia para resolver o Modelo Matemático Linear Disjuntivo Binário Misto (MMLDBM) através de um Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*); (cap. 3)
3. Resolver o MMLDBM utilizando o *EBCR* citado no item anterior; (cap.3)

4. Fazer uma comparação dos resultados, mostrando que o uso do *EBCR* é confiável e importante para o trabalho; (cap. 3)
5. Reescrever o MMLDBM com restrições de segurança; (cap. 4)
6. Resolver o MMLDBM estático e multiestágio sem e com *EBCR*, com restrições de segurança; (cap. 4)
7. Reescrever o MMLDBM com restrições de segurança e considerando mais de um cenário para a demanda e a geração; (cap. 5)
8. Por fim, agregar ao modelo anterior a probabilidade de ocorrer cada um dos cenários dados, inclusive os de contingência. (cap. 5)

Outro objetivo deste trabalho é fazer um levantamento bibliográfico procurando elencar os principais temas estudados nos últimos anos na área de planejamento de transmissão e publicados em artigos até o ano de 2010.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica. Na seção 2.1 é apresentada uma pequena introdução a respeito dos principais modelos matemáticos clássicos. Na subseção ?? é apresentado o modelo de transporte juntamente com dados históricos e a descrição dos elementos que o compõe e alguns comentários. Na subseção 2.1.2 são apresentados os dois modelos híbridos não linear e linear, respectivamente, juntamente com dados históricos e a descrição dos elementos que os compõem e alguns comentários. Na subseção 2.1.3 são apresentados comentários sobre o modelo de Corrente Contínua (CC) e sua formulação. Na subseção 2.1.4 é apresentado o modelo linear disjuntivo. A formulação desse modelo, a partir do modelo CC é apresentada com detalhes da linearização do modelo CC e do aparecimento do Big M. Esse modelo é particularmente importante para esse trabalho, já que será a base para o modelo desenvolvido aqui e que constitui nosso principal objetivo. Na seção 2.1.5 é apresentado o modelo de Corrente Alternada (CA) juntamente com descrições sobre os elementos que o compõe e de comentários técnicos. Na seção 2.1.6 é feito um levantamento bibliográfico sobre o horizonte de planejamento, seus aspectos estático ou dinâmico, e como tem sido tratado na literatura com relação à resolução do problema PERT. Na subseção 2.1.7 são apresentadas considerações sobre a reestruturação do setor elétrico e a complexidade trazida para a área de planejamento pela introdução da concorrência no mercado de energia. Na seção 2.2 é feito um levantamento bibliográfico sobre os principais trabalhos a respeito das metodologias estudadas para resolver os modelos matemáticos. Na subseção 2.2.1 são mostrados trabalhos que utilizam métodos clássicos de otimização

matemática como decomposição de Benders, *Branch and Bound* entre outros. Na subseção 2.2.2 são mostrados trabalhos que usam heurísticas como meio para resolver os modelos matemático. Na subseção 2.2.3 são apresentadas algumas informações históricas, os principais algoritmos heurísticos, juntamente com alguns trabalhos que utilizam meta-heurísticas como metodologia e finalmente na seção 2.3 são apresentadas as conclusões do capítulo.

No Capítulo 3 é apresentada uma pequena introdução sobre planejamento multiestágio seguida de dois modelos matemáticos: o primeiro deles é um modelo matemático não linear inteiro misto, seção 3.1, e o segundo é um modelo matemático linear disjuntivo (15), veja detalhes em (BINATO, 2000), seção 3.2, ambos para resolver o problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM). Na seção 3.3 é apresentada uma estratégia para resolver o modelo (15) através da redução do espaço de busca, tal estratégia se resume em encontrar um Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) para facilitar a convergência do *solver* comercial CPLEX. Na seção 3.4 é apresentada a heurística *forward* que é um método aproximado de resolver o problema de PERTM através do modelo (15). Uma outra heurística para resolver o problema de PERTM chamada *backward* é apresentada na seção 3.5. São apresentados também os testes e resultados seção 3.6, para os sistemas IEEE de 24 barras subseção 3.6.1, colombiano de 93 barras subseção 3.6.2 e boliviano de 57 barras na subseção 3.6.3. Todos esses testes, são feitos de forma direta usando o modelo (15) com e sem *EBCR* e também usando a heurísticas *forward* e *backward*. Nesta seção, apresenta-se também uma análise comparativa dos resultados obtidos.

No Capítulo 4 é feita uma introdução sobre o problema de PERT com restrições de segurança. Na seção 4.1 são apresentados dois modelos matemático linear disjuntivo: o primeiro deles é um modelo matemático para o problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Estático (PERTE), subseção 4.1.1 e o segundo, um modelo matemático para o problema de Planejamento de Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM) na subseção 4.1.2, ambos considerando restrições de segurança. Cada um desses modelos, está acompanhado da descrição dos elementos que o compõe e de comentários sobre seus aspectos mais relevantes. Na subseção 4.1.3, é apresentada a forma como serão escolhidas as linhas que constituirão a lista ou conjunto de contingência *C*. Além dos testes e resultados apresentados na seção 4.2, com o sistema de teste de Garver de 6 barras, subseção 4.2.1 para o problema de PERTE, IEEE de 24 barras subseção 4.2.2, colombiano de 93 barras subseção 4.2.3 e boliviano de 57 barras na subseção 4.2.4. Sendo que os três últimos sistemas são testados para os problemas de PERTE e PERTM. Finalmente, na seção 4.3 é apresentada a conclusão do capítulo.

No Capítulo 5, como nos demais, uma breve introdução traz aspectos relevantes sobre o problema PERTM multi-cenário e sua importância face as incertezas no planejamento de longo prazo. O segundo modelo é na verdade o primeiro modelo com um atributo a mais, a probabilidade de acontecer cada cenário, subseção 5.2.4 e o terceiro modelo, o mais completo de todos e

objetivo principal desse trabalho, apresenta a probabilidade de acontecer cada um dos cenários de geração e de demanda dados, considera restrições de segurança e atribui uma probabilidade para cada contingência, está na seção 5.3 e na subseção 5.3.1 estão alguns comentários sobre esse modelo. Na seção 5.4, apresenta-se os testes e resultados para o sistema IEEE de 24 barras subseção 5.4.1, colombiano de 93 barras subseção 5.4.2 e boliviano de 57 barras subseção 5.4.3 para avaliar o modelo matemático (25), subseção 5.3.

Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas algumas considerações finais (conclusões) e perspectivas de trabalhos futuros.

Para facilitar a leitura e também por questão de registro, deixamos no Apêndice B algumas tabelas com testes do Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) em que se utiliza várias combinações para as diretivas do CPLEX, seção B1 e outras com dados dos sistemas testes usados neste trabalho, seção B2.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão é um problema cuja modelagem matemática assume uma forma muito complexa e cuja solução compreende duas etapas consecutivas e claramente definidas: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida para resolver o modelo matemático. O problema também apresenta uma estrutura multimodal com um número elevado de ótimos locais, o que leva à maioria dos métodos aproximados a fornecer uma solução ótima local, as vezes de pobre qualidade.

Neste capítulo são apresentados os principais modelos matemáticos utilizados no planejamento seção 2.1, são eles: modelo dos transportes subseção 2.1.1, modelos híbridos não linear e linear subseção 2.1.2, modelo CC subseção 2.1.3, modelo linear disjuntivo, o mais importante para esse trabalho subseção 2.1.4 e modelo CA na subseção 2.1.5. Na subseção 2.1.6 é feito um levantamento bibliográfico sobre o tratamento do horizonte de planejamento e na subseção 2.1.7 são feitas algumas considerações sobre a reestruturação do setor elétrico. Na seção 2.2 é feito um levantamento bibliográfico sobre os métodos de solução usados na resolução dos modelos matemáticos, são eles: métodos clássicos de otimização matemática subseção 2.2.1, métodos heurísticos subseção 2.2.2 e meta-heurísticas subseção 2.2.3. Finalmente, na seção 2.3 as conclusões do capítulo.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A resolução de todo problema de engenharia compreende a implementação de dois processos consecutivos: a modelagem matemática e a técnica de solução escolhida para resolver esse modelo matemático. A modelagem matemática, além de representar adequadamente o problema real, deve permitir sua resolução por meio de técnicas de solução disponíveis. Normalmente, à medida que se implementam melhorias no modelo matemático do problema real, a técnica de solução se torna mais complexa. Assim, deve existir um compromisso entre a modelagem matemática adotada e a técnica de solução escolhida para que se possa utilizar recursos computacionais aceitáveis, isto é, dentro dos limites do computador (ROMERO, 1999). Com o desenvolvimento das pesquisas, das técnicas de solução e/ou computadores mais velozes é provável que modelos atualmente considerados complexos, e de difícil solução, se tornem adequados no futuro.

Com relação ao planejamento de sistemas de transmissão, no problema real tem-se um sistema elétrico com uma topologia atual, para o qual busca-se encontrar o plano de expansão

ótimo para um horizonte de planejamento definido, isto é, quando, onde e que tipos de circuitos devem ser construídos para que o sistema opere adequadamente para um crescimento especificado da demanda. A modelagem matemática ideal teria que utilizar o fluxo de carga CA para descrever a operação real do problema de planejamento de sistema de transmissão, mas atualmente são utilizados vários modelos matemáticos linearizados para realizar esta modelagem (geralmente esses modelos são versões relaxadas do modelo CA), dentre os quais destacam-se: modelo de fluxo de carga CC (ou modelo CC), modelo de transportes e os modelos híbridos linear e não-linear.

No momento, o modelo CC é considerado ideal para representar o problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão, e os principais motivos são:

- Existem algumas evidencias que mostram que os resultados obtidos usando o modelo CC apresentam resultados muito próximos aos resultados obtidos usando o fluxo de carga CA em relação à distribuição dos fluxos de potência ativa. No entanto, hoje em dia já há quem não acredite nesta afirmação ou nessas evidencias.
- Existem várias técnicas de otimização que resolvem de maneira adequada os problemas de planejamento que usam o modelo CC. (LATORRE et al., 2003; LEE et al., 2006; ROMERO, 1999).

O modelo CC considera as duas Leis de Kirchhoff para realizar a modelagem matemática do problema de planejamento. Neste contexto, os modelos de transportes e híbrido são versões relaxadas (aproximadas) do modelo CC. A seguir são realizados comentários breves sobre os diferentes modelos que podem ser usados, o aparecimento na bibliografia especializada, a importância do modelo no contexto atual e as perspectivas para o futuro.

2.1.1 Modelo de Transportes

O modelo de transportes foi inicialmente apresentado por Garver (1970) e representou uma proposta fundamental na pesquisa em planejamento da expansão da rede de transmissão porque era a única forma de otimizar o problema com as técnicas de otimização disponíveis na época. Esses modelos relaxados, diferentes dos usados na análise de operação, foram chamados de modelos de síntese de sistemas de transmissão. O modelo de transportes, assim como todos os modelos de síntese, faz apenas o planejamento considerando o fluxo de potência ativa e, portanto, resolve apenas o problema de capacidade de transmissão.

No modelo de transportes é levada em conta apenas a Primeira Lei de Kirchhoff (PLK) e a capacidade de operação de circuitos e geradores. Neste contexto, a modelagem matemática é um problema de programação linear inteiro misto (PLIM). A modelagem matemática do problema de Planejamento da Rede de Transmissão (PRT) usando o modelo de transportes assume

a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (1a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1b)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1c)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (1d)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1e)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (1f)$$

em que Ω_b e Ω_l são os conjuntos de barras e ramos, respectivamente. c_{ij} , n_{ij} , n_{ij}^0 , f_{ij} e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos adicionados, o número de circuitos existentes na configuração base, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência máximo permitido por linha, no ramo ij . g_i é a geração na barra i com seu valor máximo $\bar{g}_i$, $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no ramo ij . d_i é a demanda na barra i .

Neste modelo, a função v em (1a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas; a restrição (1b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema; a restrição (1c) representa os limites de capacidade de transmissão dos circuitos (linha e/ou transformadores); o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A limitação da geração em cada barra i é dada pela restrição (1d) e a limitação do número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij é dada pela restrição (1e). Em (1f) a variável n_{ij} deve ser inteiro representando a maior fonte de complexidade no problema.

A grande vantagem do modelo de transportes é a linearidade do modelo decorrente do fato de eliminar as restrições não lineares da Segunda Lei de Kirchhoff (SLK). Essa característica fez com que quase não exista diferença entre resolver problemas de sistemas conexos ou sistemas ilhados. A desvantagem principal é que a solução apresentada pelo modelo de transportes pode estar distante da solução correspondente ao modelo CC devido à não satisfação da segunda Lei de Kirchhoff. Segundo Romero et al. (2002), embora o modelo dos transportes mantenha a característica combinatória do modelo CC ele é normalmente mais fácil de resolver.

O modelo de transportes, do ponto de vista de pesquisa operacional, é um problema de PLIM, cuja resolução é complexa devido à restrição (1f), especialmente para sistemas elétricos de grande porte. Se fossem permitidas adições fracionárias de circuitos (linhas de transmissão e/ou transformadores), isto é, se a variável n_{ij} assumisse valores reais, então o problema seria um simples problema de PL, fácil de resolver mesmo para o caso de sistemas de grande porte.

2.1.2 Modelos Híbridos

O modelo híbrido foi apresentado por vários autores, sendo uma das mais importantes a proposta apresentada por Villasana, Garver e Salon (1985). No modelo híbrido apenas uma parcela dos circuitos são obrigados a obedecer a SLK. A ideia de usar este tipo de modelo é tentar encontrar soluções que sejam mais próximas das soluções do modelo CC mas sem incrementar a complexidade do problema na medida do possível. Os modelos híbridos podem ser divididos em modelo híbrido não-linear (CABRAL; PRACA, 1984) e modelo híbrido linear (VILLASANA; GARVER; SALON, 1985).

2.1.2.1 Modelo Híbrido Não-Linear

Na formulação mais pura, a modelagem matemática do modelo híbrido não-linear especifica o seguinte: a parcela do sistema elétrico correspondente aos caminhos nos quais já existem circuitos na configuração base, assim como os que são adicionados em paralelo a esses circuitos devem satisfazer as duas leis de Kirchhoff, e a outra parcela correspondente aos caminhos novos deve satisfazer unicamente a primeira lei de Kirchhoff. Logo o modelo híbrido não-linear é uma mistura entre o modelo de transporte e o modelo CC.

A modelagem matemática do problema de planejamento da rede de transmissão usando o modelo híbrido não-linear assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l^1} c_{ij} n_{ij}^1 + \sum_{ij \in \Omega_l^2} c_{ij} n_{ij}^2 \quad (2a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l^2} f_{ji}^2 - \sum_{ij \in \Omega_l^2} f_{ij}^2 + \sum_{ji \in \Omega_l^1} f_{ji}^1 - \sum_{ij \in \Omega_l^1} f_{ij}^1 + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2b)$$

$$f_{ij}^1 = (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2c)$$

$$|f_{ij}^1| \leq (n_{ij}^1 + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}^1 \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2d)$$

$$|f_{ij}^2| \leq n_{ij}^2 \bar{f}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2e)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2f)$$

$$0 \leq n_{ij}^1 \leq \bar{n}_{ij}^1 \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2g)$$

$$0 \leq n_{ij}^2 \leq \bar{n}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2h)$$

$$n_{ij}^1 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^1 \quad (2i)$$

$$n_{ij}^2 \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l^2 \quad (2j)$$

em que Ω_l^1 e Ω_l^2 são os conjuntos de caminhos nos quais já existem circuitos na configuração base e de caminhos novos, respectivamente. n_{ij}^1 , n_{ij}^2 , f_{ij}^1 , $\bar{f}_{ij}^1$, f_{ij}^2 , e $\bar{f}_{ij}^2$ representam, respecti-

vamente, o número de circuitos adicionados em paralelo aos circuitos existentes, o número de circuitos adicionados em caminhos novos, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência ativa máximo permitido por linha nos ramos para o conjunto de circuitos existentes e o fluxo de potência ativa e o fluxos de potência ativa máximo permitido por linha nos ramos do conjunto de circuitos correspondentes aos novos caminhos, no ramo ij ; $\bar{n}_{ij}^1$ é o número máximo de circuitos que podem ser adicionados em paralelo às linhas dos caminhos já existentes e $\bar{n}_{ij}^2$ é o número máximo de circuitos em caminhos novos; e x_{ij} é a reatância do circuito ij . θ_i é o ângulo de fase na barra i .

Neste modelo, a função v em (2a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas, tanto as paralelas às já existentes quanto aquelas construídas em caminhos novos; a restrição (2b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema; a restrição (2c) representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff para as linhas novas construídas em paralelo às já existentes, essas equações determinam que o sistema é não linear; as restrições (2d) e (2e) representam os limites de capacidade de transmissão dos circuitos (linha e/ou transformadores) nas linhas adicionadas em paralelo às já existentes e nas linhas adicionadas em caminhos novos, respectivamente; o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A limitação da geração em cada barra i é dada pela restrição (2f) e a limitação do número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij é dada pelas restrições (2g) e (2h). Em (2i) e (2j) as variáveis n_{ij}^1 e n_{ij}^2 devem ser inteiros representando a maior fonte de complexidade no problema.

O uso do modelo híbrido não-linear no problema de planejamento da rede de transmissão serve para contornar alguns problemas apresentados pelos modelos de transportes e CC. O modelo de transportes tem flexibilidade para trabalhar com redes não conexas, em contraposição as soluções encontradas podem ficar muito afastadas da solução ótima do modelo CC. Por sua parte o modelo CC tem problemas para trabalhar com redes não conexas.

Esse modelo corresponde a um problema de programação não-linear inteiro misto (PN-LIM), devido à não linearidade do problema, ver equação (2c), além da integralidade nas variáveis n_{ij}^1 e n_{ij}^2 , e com uma complexidade muito parecida com o modelo CC. Esse modelo foi pouco usado por pesquisadores em planejamento de sistemas de transmissão porque devem ser usadas as mesmas técnicas usadas para o modelo CC e, portanto, pode ser preferível trabalhar diretamente com o modelo CC, considerado ideal. Entretanto, deve-se observar que o modelo híbrido não-linear deve ser mais fácil de resolver que o modelo CC.

2.1.2.2 Modelo Híbrido Linear

Há uma forma alternativa de considerar a modelagem híbrida que pode ser mais fácil de resolver por que o problema resultante é um problema linear inteiro misto. Esta modelagem é uma versão relaxada do modelo híbrido não-linear.

Na formulação híbrida linear devem satisfazer a primeira lei de Kirchhoff todos os circuitos (existentes e adicionados) e devem respeitar a segunda lei de Kirchhoff somente nos laços existentes na configuração base. Então existem dois sistemas superpostos, a configuração base que deve satisfazer as duas leis de Kirchhoff e uma rede completa formada pelos circuitos candidatos à adição que deve satisfazer apenas a primeira lei de Kirchhoff. A modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo híbrido linear assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (3a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + \sum_{ji \in \Omega_l^0} f_{ji}^0 - \sum_{ij \in \Omega_l^0} f_{ij}^0 + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (3c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l^0 \quad (3d)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3e)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3f)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3g)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3h)$$

em que Ω_l^0 é o conjunto de circuitos existentes na configuração base. f_{ij}^0 e $\bar{f}_{ij}^0$ representam, respectivamente, o fluxo total de potência ativa e o fluxo de potência ativa máximo permitido por circuito existente, no ramo ij . x_{ij} é a reatância do circuito existente ij .

Neste modelo, a função v em (3a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas; a restrição (3b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema; a restrição (3c) representa a segunda lei de Kirchhoff, válida para este modelo apenas nas linhas existentes; a restrição (3d) e (3e) representam os limites de capacidade de transmissão dos circuitos (linha e/ou transformadores); o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A limitação da geração em cada barra i é dada pela restrição (3f) e a limitação do número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij é dada pela restrição (3g). Em (3h) a variável n_{ij} deve ser inteira representando a maior fonte de complexidade no problema.

Nesse contexto, o modelo híbrido linear ainda é um problema de PLIM com complexidade próxima do modelo de transportes e, portanto, ainda podem ser usadas as mesmas técnicas de otimização usadas para o modelo de transportes.

2.1.3 Modelo CC

O modelo CC é uma generalização do modelo de fluxo de carga CC e é o modelo mais explorado em planejamento da expansão de sistemas de transmissão. Nesse tipo de modelo, todos os circuitos devem obedecer as duas leis de Kirchhoff. Assim, o modelo matemático é um problema de programação não-linear inteiro misto de elevada complexidade, havendo muitas técnicas de otimização propostas para resolvê-lo, sendo atualmente ainda objeto de estudos e publicações na área de pesquisa operacional e de planejamento.

Esse modelo é considerado, no momento, o ideal a ser utilizado e a maioria das novas técnicas de otimização são propostas para resolvê-lo. Entretanto, para sistemas complexos e de grande porte, ainda hoje, todas as técnicas de otimização encontram apenas soluções de boa qualidade. Assim, o desenvolvimento de técnicas de otimização eficientes para o modelo CC representa a parte mais ativa de pesquisas no problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão. A modelagem matemática do problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo CC assume a seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (4a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij} + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4b)$$

$$f_{ij} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4c)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4d)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4e)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4f)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4g)$$

Neste modelo, a função v em (4a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas; a restrição (4b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema; a não linearidade do sistema aparece na restrição (4c) que representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff; a restrição (4d) representa o limite de capacidade de transmissão dos circuitos (linha e/ou transformadores); o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A limitação da geração em cada barra i é dada pela restrição

(4e) e a limitação do número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij é dada pela restrição (4f). Em (4g) a variável n_{ij} deve ser inteira representando a maior fonte de complexidade no problema.

2.1.4 Modelo Linear Disjuntivo

A modelagem matemática considerada como sendo ideal é o chamado modelo CC, que é um problema de *PNLIM*. Entretanto, é possível transformar o modelo CC num problema equivalente cuja modelagem matemática corresponde a um problema de PLIM. Em geral, sempre é possível transformar um problema não-linear quadrático com variáveis inteiras e reais num problema linear com variáveis binárias e reais usando uma transformação que permite “separar” os termos quadráticos em relações lineares. Partindo do modelo CC (4), o primeiro passo para obter o modelo linear disjuntivo é colocar em evidência os fluxo de potência ativa dos circuitos existentes da configuração base como mostrado em (5).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (5a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} (f_{ji} + f_{ji}^0) - \sum_{ij \in \Omega_l} (f_{ij} + f_{ij}^0) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5d)$$

$$f_{ij} = n_{ij} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5e)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5g)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5h)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5i)$$

em que a não linearidade do problema aparece na multiplicação de uma variável inteira (n_{ij}) com uma variável contínua ($\theta_i - \theta_j$) na equação (5e).

O segundo passo é transformar a variável inteira n_{ij} em um conjunto Y de variáveis binárias $w_{ij,y}$. Cada variável binária representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo. Isto é, $w_{ij,y} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij ; caso contrario $w_{ij,y} = 0$. Desta forma, a variável inteira n_{ij} pode ser representada por $\sum_{y \in Y} w_{ij,y}$. Adicionalmente, como estamos construindo uma linha de forma independente das outras, o fluxo de potencia ativa $f_{ij,y}$ deve representar o fluxo em cada linha y do ramo ij . O modelo (5) pode ser re-escrito da seguinte

forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (6a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij}^0 \right) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (6b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6c)$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6d)$$

$$f_{ij,y} = w_{ij,y} \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (6g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (6i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (6j)$$

note que a restrição (6i) garante a alocação sequencial das linhas y no conjunto Y e evita soluções iguais. A não linearidade do problema aparece na equação (6.e) pela multiplicação de uma variável binária ($w_{ij,y}$) com uma variável contínua $(\theta_i - \theta_j)$. Das equações (6e) e (6f) se $w_{ij,y} = 1$ então $f_{ij,y} = (\theta_i - \theta_j)/x_{ij}$ e $|f_{ij,y}| \leq \bar{f}_{ij}$; caso contrário $f_{ij,y} = 0$ e a diferença angular $\theta_i - \theta_j$ está livre. Como consequência dessas propriedades, a restrição (6e) pode ser representada por uma inequação equivalente como mostrada em (7).

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (7)$$

em que M (*big M*) é um valor constante suficientemente grande. Das equações (7) e (6f) se $w_{ij,y} = 1$ então $f_{ij,y} = (\theta_i - \theta_j)/x_{ij}$ e $|f_{ij,y}| \leq \bar{f}_{ij}$; caso contrario $f_{ij,y} = 0$ e a diferença angular $|\theta_i - \theta_j| \leq M$. O M tem que ser suficientemente grande para representar o grau de liberdade da variação da diferença angular entre as barras nos extremos i e j . O modelo linear disjuntivo do problema de planejamento é dado da seguinte forma:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (8a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y} + f_{ji}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y} + f_{ij}^0 \right) + g_i = d_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (8b)$$

$$f_{ij}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8c)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y} - (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (8e)$$

$$|f_{ij,y}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (8f)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (8g)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8h)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (8i)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (8j)$$

Neste modelo, a função v em (8a) representa o investimento na rede de transmissão devido a construção das novas linhas; a restrição (8b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff, uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema; a restrição (8c) representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff apenas para as linhas existentes, a segunda lei de Kirchhoff para as linhas novas será dada pela restrição (8e); as restrições (8d) e (8f) representam o limite de capacidade de transmissão dos circuitos (linha e/ou transformadores) para linhas existentes e novas respectivamente, no entanto, em (8d) a limitação é feita para a soma dos fluxos das linhas existentes no caminho ij enquanto que em (8f) a limitação é feita individualmente para cada linha nova do ramo ij ; o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A limitação da geração em cada barra i é dada pela restrição (8g) e a limitação do número de linhas a serem instaladas em cada ramo ij é dada pela restrição (8h). A restrição (8i) determina a instalação sequencial das linhas novas no ramo ij e evita soluções repetidas. Em (8j) a variável $w_{ij,y}$ deve ser binário representando a maior fonte de complexidade no problema.

O modelo linear disjuntivo apresenta algumas vantagens e desvantagens em relação ao modelo CC. A principal desvantagem está relacionada com o aumento da dimensão do problema com a introdução de variáveis binárias (no modelo CC são usadas as variáveis inteiras n_{ij}) e, principalmente, com a escolha ou determinação do parâmetro M grande para cada restrição que passa a representar o fator complicante na solução do modelo linear disjuntivo. A principal vantagem está relacionada com a modelagem linear e, eventualmente, podem ser desenvolvidos algoritmos adequados com propriedades de convergência interessantes do ponto de vista teórico. Uma análise detalhada da utilização do modelo linear disjuntivo é apresentada por Binato (2000), onde foi empregada decomposição de Benders para resolver problemas de complexidade média. Binato, Oliveira e Araujo (2001) apresentam uma metodologia para calcular o valor mínimo de M resolvendo problemas de caminho mínimo e máximo, baseados na teoria de grafos.

2.1.5 Modelo CA

O modelo matemático para o planejamento da expansão de redes de transmissão usando o modelo CA pode ser definido como uma extensão do modelo CC e pode ser escrito como:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} n_{ij} \quad (9a)$$

s.a.

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}] = d_i - g_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9b)$$

$$V_i \sum_{j \in \Omega_b} V_j [G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}] = e_i - q_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9c)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{de} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9d)$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) s_{ij}^{para} = (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{s}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9e)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9f)$$

$$0 \leq q_i \leq \bar{q}_i \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9g)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (9h)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9i)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (9j)$$

em que q_i e e_i são os valores de geração e demanda de potência reativa na barra i respectivamente. V_i é a magnitude de tensão na barra i ; $\bar{q}_i$ e $\bar{V}$ são os limites máximo de geração de potência reativa na barra i e das magnitudes de tensões, respectivamente; $\underline{q}_i$ e $\underline{V}$ são os limites mínimo de geração de potência reativa na barra i e das magnitudes de tensões, respectivamente; s_{ij}^{de} , s_{ij}^{para} e $\bar{s}_{ij}$ são os fluxos de potência aparente (FPA) nos ramos em ambos terminais, como mostrado em (10), e o seu limite na linha ij .

$$s_{ij}^{de} = \sqrt{(p_{ij}^{de})^2 + (q_{ij}^{de})^2} \quad (10a)$$

$$p_{ij}^{de} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (10b)$$

$$q_{ij}^{de} = -V_i^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) - V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (10c)$$

$$s_{ij}^{para} = \sqrt{(p_{ij}^{para})^2 + (q_{ij}^{para})^2} \quad (10d)$$

$$p_{ij}^{para} = V_j^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (10e)$$

$$q_{ij}^{para} = -V_j^2 (b_{ij}^{sh} + b_{ij}) + V_i V_j (g_{ij} \sin \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (10f)$$

A função objetivo v em (9a) representa o investimento a ser feito no sistema devido a construção das novas linhas na rede. Os limites de potência ativa e reativa nos geradores são representados por (9f) e (9g), respectivamente; e os das magnitudes de tensão por (9h). Os limites (MVA) nos fluxos por (9d) e (9e). A restrição nas capacidades dos circuitos adicionados por

(9i).

As equações (9b) e (9c) representam as equações convencionais de fluxo de potência CA generalizadas, considerando n_{ij} , o número de circuitos (linhas e transformadores), como variáveis. Em que $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ representa a diferença de ângulo de fase entre as barras i e j . Os elementos da matriz condutância e susceptância são dadas em (11):

$$\begin{aligned} \text{Condutância} &= \left\{ \begin{array}{l} G_{ij} = -(n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \\ G_{ii} = \sum_{j \in \Omega_{bi}} (n_{ij} g_{ij} + n_{ij}^0 g_{ij}^0) \end{array} \right\} \\ \text{Susceptância} &= \left\{ \begin{array}{l} B_{ij} = -(n_{ij} b_{ij} + n_{ij}^0 b_{ij}^0) \\ B_{ii} = b_i^{sh} + \sum_{j \in \Omega_{bi}} [n_{ij}(b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + n_{ij}^0(b_{ij}^0 + (b_{ij}^{sh})^0)] \end{array} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

em que, Ω_{bi} é o conjunto das barras vizinhas à barra i ; g_{ij} e b_{ij}^{sh} representam a condutância e a susceptância shunt da linha no ramo ij (se ij é um transformador $b_{ij}^{sh} = 0$) e b_i^{sh} é a susceptância shunt na barra i . Note que em (11) existe a possibilidade de adicionar uma linha ou um transformador em paralelo diferente com uma existente (no caso base), embora os parâmetros do circuito equivalente possam ser diferentes. Deve-se notar que os taps fora do nominal dos transformadores não foram considerados e, neste caso as linhas de transmissão e os transformadores tem um mesmo circuito equivalente. As variáveis de decisão são as magnitudes e ângulos das tensões, o número de circuitos adicionados e as potências ativa e reativa geradas nas barras de geração.

Apesar de que a modelagem matemática ideal para representar a operação do sistema de transmissão no problema de planejamento é através das relações matemáticas de fluxo de carga CA, existem motivos que impedem a sua utilização de forma intensiva. Um motivo é que a maioria dos sistemas utilizados no planejamento da transmissão apresenta uma configuração inicial não conexa, isto é, apresenta um conjunto de barras isoladas ou ilhadas da parte principal do sistema e, pelo menos no contexto atual, é difícil resolver sistemas deste tipo empregando as relações matemáticas de fluxo de carga CA e as técnicas de solução conhecidas (KUOKAWA, 1999; ROCHA, 1999). Outro motivo é que o problema de planejamento da rede de transmissão trabalha somente com o fluxo de potência ativa no sistema elétrico e, o problema de geração de reativos é resolvido numa fase posterior. Neste último caso, mesmo que o sistema elétrico seja conexo, a convergência do modelo CA seria difícil. Portanto, existem dificuldades em resolver simultaneamente os problemas de expansão dos sistemas de transmissão (construção de linhas e/ou transformadores) e alocação de reativos no sistema elétrico (ROMERO, 1999). Uma primeira tentativa é mostrado no trabalho de Youssef (2001) onde um algoritmo genético é usado para resolver o problema de planejamento da rede de transmissão com os limites de magnitude de tensão, o ângulo de fase da barra de referência e as equações de fluxo de carga CA.

Entretanto, já começam a surgir trabalhos como o de Rider, Garcia e Romero (2004), Rider, Garcia e Romero (2007), e Rider et al. (2007) onde é apresentado um algoritmo heurístico construtivo para resolver o problema de planejamento da rede de transmissão utilizando o modelo CA e também é considerado o problema de alocação de fontes de potência reativa de forma preliminar, usando um índice de sensibilidade. Rodriguez et al. (2009) utilizam um algoritmo genético especializado para resolver o problema planejamento de expansão da transmissão usando o modelo CA. Gallego et al. (2009) e Rahmani et al. (2010a) desenvolveram dois algoritmos genéticos especializados para resolver o problema de planejamento de expansão da transmissão usando o modelo CA considerando a alocação de fontes de potencia reativa.

2.1.6 Tratamento do Horizonte de Planejamento

Dependendo de como é considerado o horizonte de planejamento, é possível modelar dois tipos de problemas: o planejamento estático e o planejamento dinâmico (ou multi-estágio). O planejamento estático leva em consideração apenas um período, objetivando obter o plano de expansão para o fim deste período; enquanto que o planejamento dinâmico divide o período de planejamento em vários sub-períodos e obtém o plano de expansão para cada um desses sub-períodos (LATORRE et al., 1991). O planejamento dinâmico leva em consideração a localização, a dimensão e o período que novas linhas devem ser construídas no sistema, por isso, este problema é complexo e acarreta um grande número de variáveis e restrições. Sobre o planejamento multiestágio, encontramos:

The extension to multiple stages increases the number of the continuous and the binary variables, as well as the number of network constraints. As a consequence, the planning problem rapidly becomes intractable by integer programming techniques. (OLIVEIRA et al., 2004, p. 3).

Alguns trabalhos sobre modelos dinâmicos são mostrados por Kaltenbatch, Peshon e Gehrig (1970), Dusonchet e El-Abiad (1973), Dodu e Merlin (1981), Meliopoulos et al. (1982), Bertoldi e Cicora (1984), Sharifnia e Aashtiani (1985), Kim, Park e Lee (1988), Youssef e Hackam (1989), Escobar, Gallego e Romero (2004). Uma forma de resolver o problema de planejamento dinâmico é transformá-lo em uma sequência de sub-problemas estáticos (“planejamento pseudo-dinâmico” ou “planejamento *forward*”). As linhas de transmissão da solução do problema estático de um período são consideradas como parte da topologia base (ou existente) para a solução do próximo problema estático do período seguinte. (BINATO; OLIVEIRA, 1995; DECHAMPS; JAMOULLE, 1980; LEVI; CALOVIC, 1991; MONTICELLI et al., 1982; NASSER; SILVA; ARAUJO, 1989; PEREIRA, 1987; PEREIRA et al., 1985; SERNA; DURÁN; CAMARGO, 1978).

Outra metodologia para resolver o problema de planejamento dinâmico é o planejamento *backward* (BINATO; OLIVEIRA, 1995): Inicialmente solucionamos o problema de planeja-

mento estático do último período do horizonte de planejamento (a solução “target” ou alvo). Depois, retroceder no tempo e resolver o problema de planejamento estático em cada período intermediário, considerando como candidatos de novas linhas de transmissão apenas os reforços anteriormente feito no último período (em outras palavras, antecipar as decisões de investimento). O planejamento pseudo-dinâmico não avalia os benefícios futuros dos reforços atuais. Por exemplo, os circuitos de 500-kV (circuitos mais caros) poderiam ter melhores benefícios futuros e ser uma melhor opção de construção atual do que os circuitos de 200-kV (circuitos mais baratos). O planejamento *backward* considera uma aproximação deste benefícios futuros.

2.1.7 Considerações da Reestruturação do Setor Elétrico

A reestruturação mundial no setor de energia elétrica fez aumentar o interesse de pesquisadores na área de planejamento da rede de transmissão (BALDICK; KAHN, 1993; HENNEY, 1995). Segundo estes artigos, a criação do mercado elétrico competitivo muda fundamentalmente o papel do sistema de transmissão. Em um monopólio tradicional, o sistema de transmissão tem apenas um usuário e seu papel era simples e claro. Introduzir a concorrência significa que haverá mais de um proprietário do sistema de transmissão, um número de unidades geradoras de diferentes proprietários, empresas distribuidoras e clientes que são agentes independentes que operam em um mercado, assim o sistema de transmissão tem que oferecer livre acesso a todos estes agentes. Adicionalmente, os proprietários da rede de transmissão ou investidores, estão interessados em maximizar seu próprio lucro (DAVID; WEN, 2001). Esta diferença traz novos desafios para o problema de planejamento da rede de transmissão (DAVID; WEN, 2001; GALLEGO; MONTICELLI; ROMERO, 2000; THOMAS; WHITEHEAD, 2005; WONG et al., 1999; WU; ZHENG; WEN, 2006.). Portanto, novas ferramentas para serem usadas no planejamento da rede de transmissão devem ser desenvolvidos para atender esses novos desafios (BUYGI et al., 2003; CAGIGAS; MADRIGAL, 2003; CRUZ; LATORRE, 2000; DAVID; WEN, 2001; DRAYTON et al., 2004; GALLEGO, 1997; WU; ZHENG; WEN, 2006.).

Segundo David e Wen (2001), Torre et al. (1999), Pereira, McCoy e Merrill (2000) e Nadira et al. (2003), em um mercado competitivo há um aumento das incertezas para o problema de planejamento da rede de transmissão. Além disso os agentes tomam decisões de forma independente e estratégica para maximizar seu próprio lucro. Consumidores sensíveis ao preço da eletricidade ajustam o seu uso de acordo com a mudança do preço e isso aumenta a incerteza na previsão de carga. Em geral, existem dois tipos de incertezas: aleatórias e não aleatórias (NADIRA et al., 2003) e o planejamento da rede de transmissão precisa de abordagens mais consistentes para lidar com elas.

Clayton e Mukerji (1996) mostram como o novo marco regulador trouxe a necessidade de rever a função do planejamento da rede de transmissão. Além disso, faz referência também aos problemas causados pelas características específicas da operação do sistema de transmissão

em ambientes competitivos, assunto que também é tratado nos trabalhos de Singh, Hao e Papalexopoulos (1998), Rahimi e Vojdani (1999), Shirmohammandi et al. (1998) e Fang e David (1999).

No entanto, ainda há poucos trabalhos de modelos específicos para o planejamento da rede de transmissão em um ambiente competitivo. A dificuldade está nos interesses e conflitos dos agentes de mercado e no rumo da economia (isto é, prever um cenário econômico onde sejam considerados os preços da energia elétrica e do petróleo), além de algumas condições como recursos naturais, disponibilidade de elementos dos sistemas e etc.

Pereira e Gorestin (1996) trazem um ponto de vista sobre geração e transmissão de energia sobre esse aspecto. Uma análise do problema de expansão do sistema de transmissão e geração em um ambiente competitivo a partir da abordagem clássica da expansão em um ambiente regulado também é apresentado. No entanto, não foi desenvolvido um modelo de planejamento de transmissão.

Styczynski (1999) propõe uma técnica de otimização múltiplo-objetivo para resolver o problema de planejamento da rede de transmissão, considerando as condições particulares do mercado elétrico do sistema Europeu. Sun e Yu (2000) apresentam outra técnica de otimização múltiplo-objetivo usando teoria de conjuntos fuzzy para o problema de planejamento da rede de transmissão em um ambiente competitivo.

Singh (1999), Contreras e Wu (1999), Contreras e Wu (2000), Yen et al. (2000) desenvolveram estruturas descentralizadas usando a teoria de jogos cooperativos para modelar as iterações estratégicas em um ambiente competitivo e aplicado ao problema de planejamento da rede de transmissão.

No contexto do projeto de Interconexão Elétrica da América do Norte (SIEPAC), alguns trabalhos sobre o planejamento da rede de transmissão foram desenvolvidos considerando riscos e incertezas em ambiente competitivo (ENAMORADO; GÓMES; RAMOS, 1999; TORRE et al., 1999).

Pereira, McCoy e Merrill (2000) descrevem de maneira completa como o risco no comércio de energia elétrica pode ser medido em ambiente competitivo e como pode ser reduzido. Cruz e Latorre (2000) implementaram um método para resolver o planejamento da rede de transmissão em ambiente competitivo a partir de uma análise qualitativa dos critérios de planejamento implementado em todo o mundo (CRUZ; AREIZA; LATORRE, 2001). Torre et al. (1999) desenvolveram uma abordagem para o problema de planejamento da rede de transmissão que é capaz de quantificar o risco. Chao et al. (2006) propõem uma abordagem baseada no risco para planejamento da expansão do sistema de transmissão considerando incertezas na previsão de carga e a localização dos geradores no sistema elétrico.

O artigo de Cagigas e Madrigal (2003) revisa as metodologias de planejamento de expan-

são do sistema de transmissão centralizada e seus critérios; e mostra as inconsistências entre planejamento da rede de transmissão centralizado e competitivo.

Quatro enfoques do planejamento da rede de transmissão em mercados elétricos são propostos nos trabalhos de Buygi et al. (2004), Buygi et al. (2004a), Buygi et al. (2004b), Buygi et al. (2004c); em que ferramentas de probabilidade são usadas para modelar incertezas aleatórias. O plano de expansão apresentado por Buygi et al. (2004a) é selecionado usando uma avaliação de risco fuzzy, enquanto que no trabalho de Buygi et al. (2004b) foi selecionado de acordo com os interesses dos agentes. No trabalho de Buygi et al. (2004c), uma abordagem integrada apresentada por Buygi et al. (2004a), Buygi et al. (2004b) é usada para selecionar o plano de expansão do sistema de transmissão. Buygi et al. (2004), apresentam uma nova ferramenta probabilística para resolver a função de densidade de probabilidade dos preços nodais é apresentada; em que o plano de expansão é selecionado pela avaliação de risco.

Yang e Wen (2005) usam a abordagem “chance constrained” é usado para resolver o problema de planejamento da expansão do sistema de transmissão formulada como um problema de programação estocástica para lidar com incertezas na expansão da geração e do crescimento de carga.

O trabalho de Furusawa, Okada e Asano (2009) propõe uma estrutura para avaliar os planos da expansão do sistema de transmissão considerando índices de confiabilidade econômica, custo causados pelo congestionamento do sistema de transmissão de energia em um ambiente competitivo.

O artigo de Motamedi et al. (2010) propõe uma estrutura de planejamento da expansão do sistema de transmissão em um ambiente de mercado em que apenas o setor de geração é competitivo.

Alguns trabalhos que tratam especificamente da adaptação da função do planejamento do sistema de transmissão em ambiente competitivo são de Pereira e Grestin (1996), Contreras e Wu (1999), Torre et al. (1999), Wong et al. (1999), Enamorado, Gomes e Ramos (1999), Contreras e Wu (2000), Pereira, McCoy e Merrill (2000), Cruz e Latorre (2000), Gallego, Monticelli e Romero (2000), David e Wen (2001), Buygi et al. (2003), Shrestha e Fonseca (2004), Thomas e Whitehead (2005), Wu, Zheng e Wen (2006.).

Abordagens que tratam de aplicações probabilísticas e estocásticas, considerações sobre riscos decorrentes de incertezas, análise econômica e uso do Algoritmo Genético (AG) além de testes para planejamento de expansão de sistemas de transmissão e de distribuição são apresentados nos artigos de Miranda e Proença (1998a, 1998b) e (NADIRA et al., 2003).

Kandil, El-Debeiky e Hasanien (2001) apresentam uma metodologia de planejamento usando uma aplicação de um sistema especializado (SE) baseado em regras da matemática para expandir a rede de transmissão em um ambiente competitivo. Nesta metodologia, o SE sugere um

conjunto realista de adição de geradores com devidos sinais econômicos para os participantes, antes de prosseguir com a expansão de transmissão. A lista viável (factível) de transmissões alternativas é então assumida para acomodar as propostas para geração. Um método matemático é então realizado com base no custo marginal de alocação para otimizar a localização fixa da nova geração e seu esquema de expansão de transmissão simultaneamente para cada alternativa. A alternativa ótima que minimiza a função custo do sistema globalmente e satisfaz a demanda futura é obtida. O SE interage com as ferramentas de planejamento de sistema de energia para produzir o plano de expansão ótimo. Uma aplicação prática é dada para demonstrar a eficácia do sistema protótipo desenvolvido.

Braga e Saraiva (2005) apresentam uma formulação multi-critério para problemas de planejamento de expansão de transmissão dinâmico multi-anual. Esta formulação considera três critérios: custos de investimento, custo de operação, e a energia esperada e não fornecida. O algoritmo de solução adota uma abordagem de tomada de decisão iterativa que começa em uma solução não dominada do problema. Esta solução é identificada transformando dois dos três critérios em restrições e especificando os níveis de aspirações, usando em seguida *simulated annealing*. Depois de obter essa primeira solução, o responsável pelas decisões pode alterar os níveis de aspiração e realizar a aplicação novamente para obter uma nova solução. Uma vez que um plano de expansão é aceito, o algoritmo calcula em longo prazo os custos marginais, refletindo custos de operação e de investimento. Estes custos são mais estáveis do que em curto prazo e inerentemente resolvem o problema de reconciliação de receita bem conhecido em abordagem no curto prazo. O algoritmo desenvolvido é testado e usado em um estudo de caso baseado na rede de transmissão 400/220/150-kV Português.

Choi, El-Keib e Tran (2005) e Choi et al. (2005) resolvem o problema de planejamento de expansão de transmissão, em ambiente competitivo, usando teoria dos conjuntos Fuzzy e critério de confiabilidade probabilístico com base no método *Branch and Bound* e um método *Branch and Bound* probabilístico em que ambos fazem uso do teorema do fluxo máximo e corte mínimo. Ambos os trabalhos levam em consideração elementos de confiabilidade do sistema e incertezas. Os testes são feitos em um sistema de 21 barras e cujos resultados estão apresentados nos artigos.

Cruz e Latorre (2000) apresentam uma ferramenta iterativa para resolver o problema de planejamento de expansão de rede de transmissão multi estágio em ambientes competitivos considerando grandes incertezas, como na expansão da geração. Tal ferramenta combina um modelo de planejamento heurístico, um esquema de programação de investimento pseudo-dinâmico, e um módulo de análise de decisão de sensibilidade.

Lu, Dong e Saha (2005) fazem uma abordagem do planejamento de sistema de transmissão em ambiente competitivo, com o objetivo de minimizar a diferença entre energia prevista e a energia não consumida, minimizar o custo de investimento e maximizar os benefícios. Tudo

isso, levando-se em consideração restrições de segurança e de confiabilidade. São usados um programa de computador chamado CRUSE e um Algoritmo Genético Especializado (AGs).

Orfanos et al. (2010) desenvolvem um modelo de Planejamento da Expansão de Transmissão em ambiente competitivo levando em consideração congestionamento da rede, integração da rede com sistema eólico e licitação para operar a demanda e a geração de energia. É feito um tratamento das incertezas na geração de energia eólica e o resultado é testado no sistema de seis barras de Garver.

No artigo Zhao et al. (2009a) o processo de planejamento é modelado como um problema de PNLIM, cujos objetivos conflitantes podem ser otimizados simultaneamente. Para minimizar os riscos de planejamento, o método considera incertezas do mercado e identifica muitos cenários baseado em estatísticas e conhecimento especializado; o plano de expansão mais flexível é selecionado como o plano que tem menor custo de adaptação, para isso inicialmente um plano de expansão é obtido usando algoritmo de evolução diferencial e segue procedimentos que envolvem confiabilidade e segurança através da estabilidade do sistema. O método proposto foi testado com o sistema de 14 barras da IEEE. Resultados promissores foram obtidos demonstrando a eficácia desse método.

Gu e McCalley (2010) apresentam um modelo de planejamento de expansão de transmissão baseado em mercado. Usa o método da decomposição de Benders. As incertezas são sistematicamente analisadas e classificadas em aleatória e não aleatória. O método usa também simulação de Monte Carlo e um teste especializado para lidar com incertezas aleatórias e não aleatórias. Além disso é feito um estudo de caso em mercado competitivo com leilões.

Fu et al. (2006) apresentam um estudo sobre mercado de energia elétrica usando recursos como o índice de Lerner, considerando custos e receitas, planejamento de transmissão multiestágio, minimização dos custos de investimentos e de congestionamento e a maximização do retorno dos investimentos. Um algoritmo é desenvolvido em duas abordagens e testado no sistema de 24 barras modificado da IEEE.

Xu, Dong e Wong (2006) apresentam uma técnica de otimização multiobjetivo (TOMO) juntamente com conhecimento humano para resolver o problema da expansão de rede de transmissão. Usando o método, uma seleção dos melhores planos factíveis é feita tendo em conta ainda a abordagem de vários objetivos simultaneamente, em particular o uso do conhecimento humano tem sido usado para garantir a seleção com a engenharia prática e respeito à gestão. A confiabilidade do sistema é o critério usado para a avaliação do método. Além disso, o método foi testado em um sistema de 14 barras do IEEE.

Carrión, Arroyo e Alguacil (2007) e Alguacil, Carrión e Arroyo (2008) propõem o reforço na expansão da rede de transmissão como uma forma de atenuar o impacto de interrupções deliberadas. O planejador ao construir novas linhas precisa considerar além de razões econômi-

cas, consideradas tradicionalmente, a vulnerabilidade da rede no que diz respeito a interrupções intencionais. Os modelos propostos são formulados como um programa linear inteiro misto.

2.2 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

O problema de planejamento da rede de transmissão a longo prazo tem sido intensamente estudado nestes últimos anos. As técnicas de otimização usadas para resolver este tipo de problema podem ser classificadas nos seguintes grupos: (1) métodos clássicos de otimização matemática e (2) métodos aproximados como as heurísticas e meta-heurísticas.

2.2.1 Métodos Clássicos de Otimização Matemática

A decomposição de Benders foi amplamente empregada para resolver o problema de planejamento de sistemas de transmissão. As principais aplicações relacionadas com a utilização da decomposição de Benders para o problema de planejamento de sistemas de transmissão podem ser encontradas nos trabalhos de Binato (2000), Granville e Pereira (1985), Haffner et al. (2000), Pereira et al. (1985), Pereira (1987), Romero e Monticelli (1994a), Romero e Monticelli (1994b). Romero e Monticelli (1994a) propõe um planejamento hierarquizado com decomposição de Benders para o modelo CC. O mérito desse trabalho foi ter encontrado soluções ótimas para sistemas pequenos e de médio porte que não eram conhecidas na literatura especializada.

Este fato gerou grandes expectativas com esse tipo de algoritmo, mas em sistemas de grande complexidade se mostraram totalmente ineficientes. As mesmas conclusões foram obtidas com a decomposição de Benders usada para o modelo de transportes apresentado por Haffner et al. (2000). Binato (2000) apresentou um algoritmo de decomposição de Benders para o modelo linear disjuntivo que também encontrou as soluções ótimas encontradas para os sistemas elétricos analisados por Romero e Monticelli (1994a). Já no trabalho de Tor, Guven e Shahidehpour (2008) é utilizada a decomposição de Benders para resolver um modelo de planejamento de expansão de transmissão levando em conta congestionamento e impacto do custo de investimento em geração no horizonte de planejamento.

Os algoritmos *Branch and Bound* e *Branch and Cut* começaram a ser utilizados de forma intensiva entre os anos 2000 e 2010, no entanto Shin e Park (1993) e Levi (1994) já trabalhavam com estes métodos. Haffner et al. (2000), Haffner et al. (2001) apresentam um algoritmo *Branch and Bound* para resolver o problema de planejamento da transmissão. Em ambos os casos foi usado o modelo de transportes. Nessas publicações ficou evidente que o algoritmo *Branch and Bound* que não usa a decomposição de Benders apresenta melhor desempenho. Outras aplicações dos algoritmos *Branch and Bound* e *Branch and Cut* podem ser encontradas nos trabalhos de Bahiense et al. (2001), Alguacil, Motto e Conejo (2003), Oliveira et al. (2004), Asada et al. (2005), Choi et al. (2005), Carrión, Arroyo e Alguacil (2007), Fisher, O'Neill e

Ferris (2008), Alguacil, Carrión e Arroyo (2008), Garcés et al. (2009), onde é usado o modelo linear disjuntivo para resolver o problema de planejamento de transmissão com aplicações a sistemas reais. Já no trabalho de Carreño et al. (2005) o algoritmo *branch-and-bound* é aplicado em um modelo híbrido linear. Rider, Garcia e Romero (2008) usam um algoritmo *branch-and-bound* não linear para resolver diretamente problemas de programação não linear inteiro misto e foi aplicado ao modelo CC do problema de planejamento de expansão de transmissão.

2.2.2 Métodos Heurísticos

O primeiro algoritmo heurístico importante usado em planejamento de sistemas de transmissão foi o algoritmo heurístico construtivo de Garver para o modelo de transportes. Além de ter sido um dos primeiros algoritmos apresentados em planejamento, a ideia básica do algoritmo apresentado por Garver ainda é de grande valor. Garver sugere resolver o próprio modelo de transportes após relaxar a integralidade, isto é, resolver o correspondente problema de programação linear (PL) para identificar o circuito mais atraente e que deve ser adicionado ao sistema elétrico. Portanto, em cada passo, é escolhido o novo circuito identificado pelo PL e que leva o maior fluxo de potência entre os circuitos identificados pelo PL.

Não existem algoritmos heurísticos para o modelo híbrido linear. Entretanto, Villasana, Garver e Salon (1985), apresentam um algoritmo que usa o modelo híbrido linear para encontrar uma solução final factível e de boa qualidade para o modelo CC. Esse resultado é possível porque em cada passo se resolve o modelo híbrido linear com a integralidade relaxada para a topologia corrente, para identificar o circuito mais interessante e que deve ser adicionado ao sistema usa-se a mesma lógica do algoritmo de Garver. Entretanto, todo circuito adicionado ao sistema passa a obedecer a SLK junto com os circuitos da topologia base no PL seguinte correspondente ao novo modelo híbrido linear relaxado. Assim, a topologia final é viável para o modelo CC.

Existem muitos algoritmos heurísticos para o modelo CC como os apresentados por Monticelli et al. (1982), Pereira e Pinto (1985), Levi e Calovic (1991), Dechamps e Jamoulle (1980), Latorre-Bayona e Perez-Arriaga (1994), Baldwin et al. (1960), Levi e Popovic (1996), Binato, Oliveira e Araujo (2001), Romero et al. (2005), Oliveira et al. (2005), Sánchez et al. (2005), Cedeño (2009). Monticelli et al. (1982) apresentaram o chamado algoritmo de mínimo esforço. Nesse caso o indicador de sensibilidade identifica o circuito que, uma vez adicionado ao sistema, produz uma maior redução de sobrecargas do sistema elétrico. A modelagem permite que os circuitos sejam sobrecarregados. Pereira e Pinto (1985) apresentam o algoritmo de mínimo corte de carga. A filosofia é parecida com a apresentada por Monticelli et al. (1982), mas neste caso os circuitos não podem ser sobrecarregados e os problemas de infactibilidade são traduzidos em cortes de carga. Assim, o indicador de sensibilidade identifica o circuito que, uma vez adicionado ao sistema, produz uma maior redução no corte de carga no sistema elétrico. Al-Ha-

mouz e Al-Faraj (2002) utilizam técnicas de programação não-linear para resolver o problema de planejamento. Sousa e Asada (2009) usam um algoritmo heurístico construtivo guiado por um sistema fuzzy para resolver o problema de planejamento da expansão de transmissão.

Samarakoon, Shrestha e Fujiwara (2001), Xu, Dong e Wong (2006), Asadamongkol e Eua-arporn (2009), Xu et al. (2009), Verma, Bijwe e Panigrahi (2009) apresentam algoritmos heurísticos para resolver o problema de planejamento usando o modelo CC considerando restrições de segurança ($N - 1$).

Já nos trabalhos de Wei et al. (2006), Lu et al. (2007), Gajbhiye et al. (2008), Park et al. (2010, 10 p) o problema de planejamento num ambiente de mercado competitivo é solucionado usando algoritmos heurísticos.

Para o problema de planejamento de expansão da transmissão, abordagens bem sucedidas usando decomposição Benders hierárquico incorrem em um alto custo computacional, principalmente devido a necessidade de resolver grandes programas inteiros (o investimento do sub-problema) para cada iteração de Benders. No trabalho de Oliveira, Binato e Costa (1995) é proposta a utilização de heurísticas dentro do quadro de decomposição, evitando assim ter que resolver cada sub-problema como um programa inteiro. O esforço computacional global é substancialmente reduzido, e permite lidar com grandes problemas que seriam insolúveis usando técnicas combinatórias clássicas.

Todos os algoritmos heurísticos encontram apenas soluções de boa qualidade para sistemas de grande porte e a qualidade dessas soluções pode ficar muito distante da solução ótima ou mesmo sub-ótimas. A vantagem dos algoritmos heurísticos é que são simples de entender, robustos e muito rápidos. No momento, os algoritmos heurísticos ainda representam um campo de pesquisa muito interessante e as soluções encontradas por esses algoritmos podem ser usadas como base para encontrar soluções melhores usando algoritmos que demandam maior esforço computacional, como é o caso das meta-heurísticas.

A ideia de Garver pode ser usada em todos os outros modelos e é também generalizada para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão. Praticamente todos os algoritmos heurísticos foram propostos apenas para o planejamento estático. Romero et al. (2003) estenderam o algoritmo de Garver para o planejamento multiestágio de sistemas de transmissão. Já nos trabalhos de Rider, Garcia e Romero (2004), Rider, Garcia e Romero (2007) e Rider et al. (2007) o algoritmo heurístico é usado para resolver o problema de planejamento utilizando o modelo CA.

2.2.3 Meta-heurísticas

Na década de 90 apareceram novos algoritmos heurísticos, diferentes dos tradicionais, no geral mais eficientes e com uma grande variedade de tempo de processamento que pode ser

calibrado para cada tipo de aplicação. Pertence a esse tipo de algoritmo técnicas de otimização como: *simulated annealing*, *algoritmos genéticos* e evolutivos em geral, *tabu search*, *GRASP*, *particle swarm*, *ant colony* e etc.

As meta-heurísticas apresentam a grande vantagem de que o estilo de resolver um problema varia muito pouco quando se altera a modelagem matemática do problema. Assim, por exemplo, em planejamento de sistemas de transmissão, o estilo usado para resolver os modelos de transporte, híbridos e o modelo CC é praticamente o mesmo. Em cada caso deve-se resolver apenas um problema de PL de diferente forma. Esse não é o caso quando se usa, por exemplo, a decomposição de Benders e os algoritmos *Branch and Bound*. Por esse motivo, todas as aplicações de meta-heurísticas em planejamento de sistemas de transmissão foram aplicadas diretamente no modelo CC. As principais aplicações de meta-heurísticas no problema de planejamento foram apresentadas por Gallego, Monticelli e Romero (2000), Gallego, Monticelli e Romero (1998a), Gallego et al. (1997), Gallego, Monticelli e Romero (1998b), Romero, Gallego e Monticelli (1996), Silva, Gil e Areiza (2000), Silva et al. (2001), Binato, Oliveira e Araujo (2001), Silva et al. (2005).

As meta-heurísticas apresentam a vantagem de que são relativamente fáceis de implementar e geralmente apresentam excelente desempenho para todo tipo de sistema elétrico. Apresentam a grande desvantagem de que geralmente requerem tempos de processamento elevados para encontrar soluções de excelente qualidade e não é possível garantir a solução ótima.

Praticamente todas as propostas de meta-heurísticas apresentadas na literatura especializada foram aplicadas ao planejamento estático. Escobar, Gallego e Romero (2004) apresentaram a primeira meta-heurística aplicada ao planejamento multiestágio de sistemas de transmissão, um algoritmo genético especializado. Além deles, Fonseca e Miranda (2004), Lu, Dong e Saha (2005), Lu, Dong e Saha (2006) e Maghouli et al. (2009) usam algoritmos genéticos especializado em ambiente competitivo. Maghouli et al. (2011) usam a teoria Fuzzy além do algoritmo genético especializado.

No trabalho de Silva et al. (2010b) é considerado o modelo multiestágio e apresenta uma comparação dos desempenhos de algumas meta-heurísticas baseadas em evoluções biológicas tais como: Evolução Programada (EP), Algoritmo Genético (GA), Evolução Estratégica (EE) e Evolução Diferencial (ED). Além de outras meta-heurísticas como Particle Swarm Optimisation (PSO) e Tabu Search (TS). Abaixo citamos alguns artigos que trabalham o modelo multiestágio com alguma meta-heurística: Jin et al. (2007) e Yu, Guo e Duan (2008) com PSO, Rezende, Silva e Honorio (2009) com Sistema Imune Artificial (SIA) e ED, Silva et al. (2010c) estudam a confiabilidade e custo de investimento com Colônia de Formigas ou *Ant Colony* (AC), Leou e Chan (2006) e Chung et al. (2003) com algoritmo genético em ambiente competitivo estudam custos de investimentos, custos de operação e custo de redução de cargas para diferentes cenários. Confiabilidade e impacto ambiental é analisado por Braga e Saraiva (2004), Braga

e Saraiva (2005) com *Simulated Annealing*, Escobar, Romero e Gallego (2008) com algoritmo genético especializado estudam as incertezas, Gil e Silva (2000), Romero, Rider e Silva (2007) e Jingdong e Guoqing (1997) com GA, Bahiense et al. (2001) com GRASP, Wang, Wang e Mao (2001) com GA especializado e SA, Wen e Chang (2001) com TS, Lu, Dong e Saha (2005) com Algoritmo Genético avançado (GAs).

Reforço e alívio de congestionamentos nos sistemas de transmissão são tratados no trabalho de Wang et al. (2008) com um planejamento estático multiobjetivo e Algoritmo Evolutivo Pareto (AEP). O modelo usado é baseado no modelo CC. Já nos trabalhos de Yoshimoto, Yasuda e Yokoyama (1995), Silva, Gil e Areiza (2000), Duan e Yu (2001), Silva et al. (2006b), Eliassi, Seifi e Haghifam (2009), Gallego et al. (2009) e Rodriguez et al. (2009) é usado o algoritmo genético especializado (SGA) para tratar do problema PET em um modelo CA ou CC. No artigo Carmona, Behnke e Moya (2009) o problema PET é tratado através do modelo CC com um algoritmo híbrido *Simulated Annealing* (HSA). Busca Tabu e GRASP são usados por Rahmani et al. (2010b) juntamente com os modelos CC e Híbrido Linear. No trabalho de Verma, Bijwe e Panigrahi (2010) o planejamento estático é tratado com restrições de segurança “N-1” no modelo CC. Elmetwally et al. (2008) usa uma meta-heurística em conjunto com Rede Neural de Hopfield (RNH) e o modelo CC. Redes neurais artificiais (RNAs) também foram usadas em conjuntos com algumas meta-heurísticas no artigo de Al-Saba e El-Amin (2002) em um modelo CC. No artigo de Ma et al. (2008) o método de Monte Carlo juntamente com um algoritmo genético é usado para discutir as incertezas e os riscos do problema PET em mercado elétrico competitivo. Os trabalhos de Silva et al. (2001), Mori e Iimura (2007) e Mori e Kakuta (2010b) utilizam Busca Tabu para resolver o problema PET, enquanto Mori e Kakuta (2010a) usam um algoritmo genético especializado (SGA). Todos trabalham com métodos probabilísticos e o modelo CC.

O modelo multiestágio é usado no artigo de Silva et al. (2010a). Além de meta-heurística, usa-se também uma abordagem probabilística, confiabilidade e segurança “N-1” juntamente com o modelo CC linear. Outro artigo que trabalha com modelo multiestágio além do estático é de Silva et al. (2006a) com o modelo CC e algoritmo genético especializado (SGA).

2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, breves comentários sobre diferentes modelos matemáticos foram apresentados: o surgimento deles na literatura, sua importância para resolver o problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão (PERT) e aspectos relevantes para definir o futuro das pesquisas. Dentre os modelos apresentados, o linear disjuntivo (8) é particularmente importante, pois tendo-o como base será desenvolvido o modelo (25), objetivo principal desse trabalho. Neste capítulo foram apresentadas também referências bibliográficas que tratam do problema de (PERT) sobre os temas: tratamento do horizonte de planejamento, reestruturação

do setor elétrico e métodos de solução para os modelos matemáticos. Esse capítulo contribui para uma avaliação da quantidade de publicações sobre o problema de PERT. Conclui-se que na literatura especializada há poucos trabalhos que tratam do problema de planejamento Multies-tágio com segurança e além disso, a metodologia de resolução aplicada ao problema na maioria deles utiliza meta-heurísticas, apenas na última década o trabalho diretamente com modelos matemáticos é mais explorado.

3 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO MULTISTÁGIO

O Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM) é uma estratégia de planejamento a longo prazo que leva em consideração o momento da construção das novas linhas, dividindo o horizonte de planejamento em várias etapas ou estágios. É importante saber quando as novas linhas devem ser construídas porque essa informação traz implicações nos custos das novas linhas e na forma como os recursos disponíveis são administrados. Evidentemente a demora na construção de novas linhas não é recomendável principalmente a longo prazo pois pode provocar problemas operacionais no sistema, por outro lado antecipá-las pode causar mal uso dos recursos financeiros uma vez que algumas linhas novas podem não ser necessárias de imediato. Neste capítulo são apresentados: a) o modelo matemático não linear inteiro misto do PERTM; b) o modelo matemático linear binário misto para o PERTM; c) uma estratégia para resolver o problema de PERTM através da redução do espaço de busca; d) a heurística *Forward* para obter uma solução aproximada do PERTM; e) a heurística *Backward* para obter uma solução aproximada do PERTM. Os sistemas IEEE de 24 barras, Colombiano de 93 barras e o Boliviano de 57 barras foram utilizados para análise e comparação dos modelos e estratégias. Este capítulo está organizado da seguinte forma: Na seção 3.1 um modelo matemático não linear inteiro misto, na seção 3.2 um modelo matemático linear disjuntivo, na seção 3.3 é apresentada a estratégia para resolver o problema PERTM, a heurística *Forward* é apresentada na seção 3.4 e a heurística *Backward* na seção 3.5 e finalmente os testes e resultados são apresentados na seção 3.6 e as conclusões do capítulo na seção 3.7.

3.1 MODELO MATEMÁTICO NÃO LINEAR INTEIRO MISTO DO PERTM

O modelo matemático não linear inteiro misto do problema de PERTM foi publicado por Escobar, Gallego e Romero (2004) e apresentado em (12). Note que (12) é uma extensão do modelo CC (4) considerando as várias etapas t em um horizonte de planejamento $t_t - t_1$ onde t_t representa o último e t_1 o primeiro ano do horizonte de planejamento com $(t - 1)$ estágios. O modelo multiestágio especifica onde, quantas e quando novas linhas devem ser construídas ao longo do período de planejamento. O modelo (12) é um problema NP-completo e não pode ser resolvido em um tempo polinomial, apresenta muitos ótimos locais e um crescimento exponencial no número de soluções dependendo do tamanho do sistema.

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{t \in T} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_t} c_{ij} n_{ij,t} \\ \text{s.a.} \end{aligned} \tag{12a}$$

$$\sum_{ji \in \Omega_l} f_{ji,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} f_{ij,t} + g_{i,t} = d_{i,t} \forall i \in \Omega_b, \quad \forall t \in T \quad (12b)$$

$$f_{ij,t} = \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \frac{(\theta_{i,t} - \theta_{j,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12c)$$

$$|f_{ij,t}| \leq \left(n_{ij}^0 + \sum_{k=1}^t n_{ij,k} \right) \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12d)$$

$$0 \leq g_{i,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (12e)$$

$$0 \leq \sum_{t \in T} n_{ij,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (12f)$$

$$n_{ij,t} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (12g)$$

$$\theta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T / i = \text{ref} \quad (12h)$$

onde α_t é o índice de correção dos custos futuros para valores atuais. Segundo Escobar, Gallego e Romero (2004), esse índice é calculado considerando-se uma taxa de desconto anual I , o ano base (t_0), o ano inicial do estágio N , (t_N). Nessas condições α_{t_N} é dado por:

$$\alpha_{t_N} = (1 - I)^{t_N - t_0}, \forall N \in \mathbb{N} \quad (13)$$

na verdade, esta fórmula foi utilizada porque nosso objetivo nesse trabalho são os modelos e os resultados obtidos com eles. Com isso, o trabalho de Escobar, Gallego e Romero (2004) serviu-nos como referência de comparação. Mas, na realidade a fórmula que deveria ser utilizada e não foi é a seguinte:

$$\alpha_{t_N} = \frac{1}{(1 - I)^{t_N - t_0}}, \forall N \in \mathbb{N} \quad (14)$$

Por exemplo, com a fórmula 13 e considerando $I = 10\%$, e horizonte de planejamento com três estágios sendo t_1 , t_2 e t_3 o ano inicial de cada um deles e o ano base coincidindo com o ano inicial do primeiro estágio, isto é, $t_0 = t_1 = 0$. Além disso, $t_2 = 3$ e $t_3 = 7$ então teremos $\alpha_{t_1} = (1 - I)^{t_1 - t_0} = 0,9^0 = 1$, $\alpha_{t_2} = (1 - I)^{t_2 - t_0} = 0,9^3 = 0,729$ e $\alpha_{t_3} = (1 - I)^{t_3 - t_0} = 0,9^7 = 0,478$. De modo que α_{t_1} , α_{t_2} e α_{t_3} são os índices de correção dos valores futuro dos estágios t_1 , t_2 e t_3 para valores atuais (em t_0) de cada um deles, note que estamos nos referindo ao estágio N pelo ano inicial dele t_N . Nesse sentido, no modelo (12), T representa o conjunto de estágios t do horizonte de planejamento. $n_{ij,t}$ e $f_{ij,t}$ representam, respectivamente, o número de circuitos adicionados e o fluxo de potência ativa no ramo ij e no estágio t . Em (12a), v é o investimento devido às adições de circuitos nos sistemas já corrigidos os valores futuros para valores atuais pelo uso do índice α_t . $g_{i,t}$ é a geração na barra i no estágio t com seu valor máximo $\bar{g}_{i,t}$. $d_{i,t}$ e $\theta_{i,t}$ representam, respectivamente, a demanda e o ângulo de fase na barra i no estágio t . A restrição (12b) representa as equações correspondentes à primeira lei de Kirchhoff em cada estágio t , uma equação para o balanço de potência em cada barra do sistema. A restrição (12c) representa as equações correspondentes à segunda lei de Kirchhoff em cada estágio t , note que o número total de linhas adicionadas no estágio t depende de $n_{ij,t}$ e das linhas adicionadas nos estágios anteriores. A restrição (12d) representa os limites de capacidade de transmissão dos circuitos

(linhas e/ou transformadores); o uso do valor absoluto é necessário posto que os fluxos podem fluir nos dois sentidos. A restrição (12e) representam o limite de geração. Na restrição (12f) a soma de todas as linhas adicionais em todos os estágios em cada caminho é menor que seu valor máximo. A variável $n_{ij,t}$ deve ser inteiro representando a maior fonte de complexidade no problema. A restrição (12h) determina um ângulo de referência $\theta_{i,t} = 0$ em uma determinada barra i e estágio t . Note que em (12) existe um aumento no número de variáveis contínuas (de operação) e inteiras (de investimento), assim como também no número de restrições do sistema em relação ao modelo (4). (ESCOBAR; GALLEGOS; ROMERO, 2004).

3.2 MODELO MATEMÁTICO LINEAR DISJUNTIVO DO PERTM

Nessa seção será apresentado um modelo linear disjuntivo para o planejamento multies-tágio. Assim, como foi mostrado na seção 2.1.4, no modelo (12) será feito uma mudança de variáveis, isto é, as variáveis inteiras $n_{ij,t}$ darão lugar às variáveis binárias $w_{ij,y,t}$ e o modelo (12) pode ser re-escrito da seguinte forma:

$$\min v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (15a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y,t} + f_{ji,t}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y,t} + f_{ij,t}^0 \right) + g_{i,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (15b)$$

$$f_{ij,t}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,t} - \theta_{j,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15c)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,t} - (\theta_{i,t} - \theta_{j,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (15d)$$

$$|f_{ij,t}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (15e)$$

$$|f_{ij,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (15f)$$

$$0 \leq g_{i,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (15g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T \quad (15h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (15i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y / y > 1 \quad (15j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y / t > 1 \quad (15k)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall y \in Y \quad (15l)$$

$$\theta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T / i = \text{ref} \quad (15m)$$

Cada variável binária representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo no estágio t . Isto é, $w_{ij,y,t} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij no estágio t ; caso contrário $w_{ij,y,t} = 0$. Adicionalmente, como estamos construindo uma linha de forma independente das

outras, o fluxo de potência ativa $f_{ij,y,t}$ deve representar cada linha y do ramo ij no estágio t . Note que esta mudança de variáveis aumentará substancialmente o número de variáveis do problema de PLIM. O fluxo das linhas existentes no ramo ij também dependerá do estágio t e será representado por $f_{ji,t}^0$. $\bar{\theta}$ é o valor máximo do ângulo de fase (VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011). Considere o seguinte fato: Se a linha y é construída no ramo ij no estágio $(t - 1)$ então $w_{ij,y,t-1} = 1$, assim, apesar de não ter sido construída no estágio t , teremos $w_{ij,y,t} = 1$ ¹, pois a linha y é uma linha nova no ramo ij , isso significa que para não ser contada mais de uma vez no cálculo de custo da construção das novas linhas, o número de linhas a serem construídas no estágio t , no ramo ij é dado por $\left(\sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1})\right)$, a partir de $t = 2$ evidentemente, o que explica a fórmula (15a). As restrições (15b) e (15c) representam, respectivamente, a primeira e a segunda leis de Kirchhoff em cada um dos estágios t . No entanto, a equação (15b) envolve os fluxos das linhas existentes e novas enquanto (15c) envolve apenas as linhas existentes e os fluxos das linhas existentes em cada estágio t . A restrição (15d) representa a linearização da parte da segunda lei de Kirchhoff que envolve apenas as linhas novas adicionadas em cada estágio t e sua dedução pode ser pensada como no modelo (8). As restrições (15e), (15f) e (15g) representam, respectivamente, as limitações dos fluxos das linhas existentes, novas e da geração em cada estágio t . A restrição (15h), que é a limitação do valor do ângulo de fase $\theta_{i,t}$ na barra i no estágio t , faz com que o valor do Big M apresentado em (8.e) fique determinado por $2\bar{\theta}$, isto é, $M = 2\bar{\theta}$ que é usado na restrição (15d) (VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011). A restrição (15i) é a limitação do número de linhas novas a serem instaladas no ramo ij . A restrição (15j) garante a alocação sequencial de linhas y no conjunto Y e evita soluções iguais. Já a restrição (15k), chamada de restrição de acoplamento, garante que as linhas adicionadas no estágio $(t - 1)$ sejam consideradas como linhas existentes para o próximo estágio t . Na Tabela 1, é indicada em preto as linhas que são construídas no estágio t e em negrito as linhas que foram construídas em etapas anteriores. Para finalizar as restrições (15l) e (15m) determinam que a variável w é binária e que precisamos de um ângulo de referência $\theta_{i,t} = 0$ em uma determinada barra i em cada estágio t .

Tabela 1 - Exemplo ilustrativo da restrição de acoplamento

$w_{ij,y,1}$				$w_{ij,y,2}$				$w_{ij,y,3}$			
$i-j$	$y=1$	$y=2$	$y=3$	$i-j$	$y=1$	$y=2$	$y=3$	$i-j$	$y=1$	$y=2$	$y=3$
1-2	1	0	0	1-2	1	1	1	1-2	1	1	1
1-3	1	0	0	1-3	1	0	0	1-3	1	0	0
2-3	0	0	0	2-3	1	0	0	2-3	1	1	0
1-4	0	0	0	1-4	0	0	0	1-4	1	0	0
$t = 1$				$t = 2$				$t = 3$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

¹De veja exemplo ilustrativo na Tabela 1

3.3 ESTRATÉGIA PARA RESOLVER O PROBLEMA PERTM

Nesta seção é apresentada uma proposta para resolver o modelo (15) com um Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*). O objetivo é diminuir o esforço computacional e facilitar a convergência do *solver* comercial CPLEX. De forma geral, a estratégia consiste nos seguintes passos:

1. Resolver para cada estágio, um problema estático e ao invés de uma única solução, que apresenta melhor valor para a função objetivo, selecionar m soluções;
2. Seja n o número de estágios do problema. Fazer a união dos n conjuntos de soluções obtidos com a solução dos n problemas estáticos;
3. Eliminar os ramos repetidos obtendo um novo conjunto chamado *EBCR*.

Nota: É importante observar que se um ramo ij não está no conjunto *EBCR* então o número máximo de linhas a serem instaladas neste ramo é zero. Se, por outro lado, o ramo ij está no conjunto *EBCR* e o número de linhas associado a ele é y , então y será considerado o número máximo de linhas a ser instaladas neste ramo. Neste trabalho o critério a ser usado para eliminar os ramos repetidos no item 3. acima é deixar apenas o ramo que sugere um maior número de linhas a serem construídas.

Considerando que o problema de PERTM tem $|T|$ estágios, o modelo (15) pode ser resolvido de forma estática para cada estágio, assim podemos definir $A = \{a | a = 1, 2, \dots, |T|\}$ como o conjunto de estágios do problema. Considerando ainda que o CPLEX é capaz de fornecer um conjunto ou “*pool*” de soluções para cada problema estático em A . A estratégia para encontrar o *EBCR* conta com os seguintes passos:

1. encontrar um conjunto E_a com m soluções para cada problema estático $a \in A$;
2. determinar o conjunto $E = \cup_{a \in A} E_a$;
3. eliminar do conjunto E todos os ramos repetidos, deixando apenas o ramo que tiver maior número de linhas a serem construídas. O resultado é o conjunto *EBCR*.

No item (1), o problema de PERT Estático (PERTE) pode ser obtido resolvendo o modelo (15) considerando $T = \{1\}$. No item (2) o conjunto E é obtido usando as $m \times |T|$ soluções dos $|T|$ problemas de PERTE. Cabe destacar, que o uso do conjunto *EBCR* obtido no item (3) para resolver o problema de PERTM usando o modelo (15) não garante a solução ótima, em outras palavras, a solução ótima pode não estar contida no conjunto *EBCR*.

Por outro lado, o fato de ter em cada estágio um conjunto com m soluções, contribui para que no conjunto E possam existir topologias distintas. Isso possibilita obter um espaço de busca reduzido que garante uma solução de boa qualidade, como mostrado nos testes e, para certos valores das diretivas do CPLEX, esta solução poderá ser a solução ótima do problema de PERTM, como mostrado na resolução dos sistemas testes através do modelo (15) com e sem o $EBCR$.

Para obter $E_a, \forall a \in A$, no item (1), serão utilizadas algumas diretivas do CPLEX para gerar, gerenciar e armazenar um conjunto ou “pool” de soluções para problemas de programação linear inteira. A diretiva `poolstub` deve ser especificada, a fim de construir e apresentar o conjunto de soluções; seu valor é usado para recuperá-las. (ILOG, 2008).

No item (1), m é especificado pela diretiva `populatelim = m`. Estas m soluções devem estar dentro de um “gap” de $x\%$ pré-definido pela diretiva `poolgap = x`, ou seja, se v_m é o valor da função objetivo de qualquer uma das m soluções e v é o valor da função objetivo para a solução ótima, então $(v_m - v)/(1.0 + v) < (x/100)v$. (ILOG, 2008)

As diretivas `poolintensity =  $\alpha$` e `poolreplace =  $\beta$` do CPLEX serão usadas para diversificar a forma como essas m soluções são escolhidas. A intensidade α varia numa escala de 0 a 4, sendo 0 para uma busca menos intensa e 4 para uma busca mais intensa. Se $\beta = 0$ as soluções escolhidas e impressas são as últimas que foram encontradas; $\beta = 1$ as soluções são escolhidas de acordo com o melhor valor da função objetivo e $\beta = 2$ a escolha das soluções é feita de forma aleatória. Outra diretiva que será usada é `populate` a fim de gerar mais soluções. (ILOG, 2008).

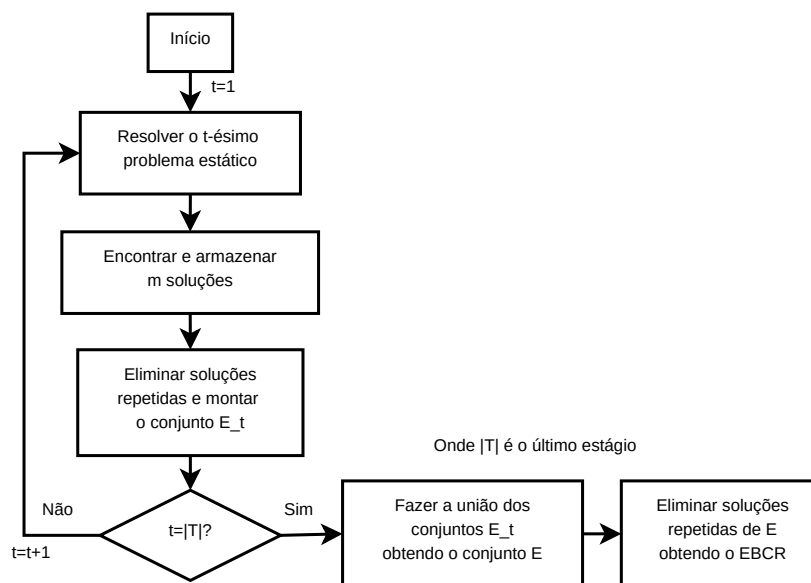
No fluxograma da Figura 1 está representado o algoritmo que foi escrito na linguagem AMPL para encontrar o $EBCR$. Note que a cada vez que é resolvido um problema de PERTE para o estágio a um conjunto E_a é construído de tal forma que os ramos iguais que aparecem em soluções distintas são eliminadas, ficando apenas o ramo que tiver o maior número de linhas candidatas a serem construídas.

Vinasco, Rider e Romero (2011) desenvolvem uma estratégia parecida para diminuir o espaço de busca do problema Multiestágio usando modelos estáticos. A estratégia da redução do espaço de busca acima também pode ser usada para problemas estáticos com o *solver* CPLEX. Instrua o CPLEX através da diretiva `mipgap = i` que ele deve resolver o problema estático até um “gap” de $i\%$ e selecionar as m soluções que comporão o $EBCR$.

3.4 PLANEJAMENTO FORWARD

O planejamento pseudo-dinâmico *Forward* é um método aproximado para resolver o problema PERTM considerando suas etapas. (LATORRE et al., 2003; VINASCO; RIDER; RO-

Figura 1 - Fluxograma para o EBCR



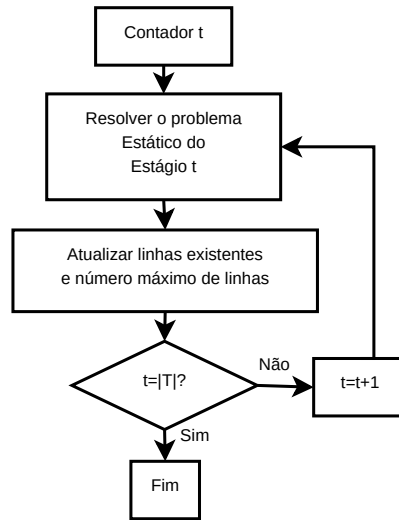
Fonte: Elaboração do autor

MERO, 2011). Em cada etapa o método *Forward* resolve um problema estático e o número de linhas novas a serem instaladas passam para o próximo estágio como linhas existentes somando-se àquelas que já existem nesta etapa, evidentemente essas linhas irão reduzir o número máximo de linhas que podem ser construídas nos ramos correspondentes, assim se um problema multi-estágio tem t estágios ou etapas esse método resolve t problemas estáticos. Na prática o planejamento *Forward* (Para Frente) é muito utilizado, no entanto por vislumbrar apenas uma etapa de cada vez é impossível associar ou acoplar os resultados entre etapas diferentes, de modo que, a construção de linhas nas primeiras etapas pode ter um menor custo que em outros métodos, mas isso é dissolvido no maior custo das etapas seguintes justamente porque o custo das linhas construídas nas etapas iniciais, na prática, têm influência sobre aquelas que serão construídas depois, mas o método não leva isso em consideração. Outras referências sobre planejamento pseudo-dinâmico *Forward*: (BINATO; OLIVEIRA, 1995; DECHAMPS; JAMOULLE, 1980; LEVI; CALOVIC, 1991; MONTICELLI et al., 1982; NASSER; SILVA; ARAUJO, 1989; PEREIRA et al., 1985; PEREIRA, 1987; SERNA; DURÁN; CAMARGO, 1978).

Neste trabalho serão apresentados três estudos de casos para comparação dos métodos, o sistema IEEE de 24 barras, o colombiano de 93 barras e o boliviano de 57 barras.

3.5 PLANEJAMENTO BACKWARD

O planejamento *Backward* assim como o *Forward* também é um método aproximado de resolver o problema de PERTM (VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011). Considerando-se que o horizonte de planejamento é de $t_f - t_1$ unidades de tempo dividido em $(t - 1)$ estágios onde

Figura 2 - Fluxograma *forward* para t etapas

Onde $|T|$ é o último estágio

Fonte: Elaboração do autor.

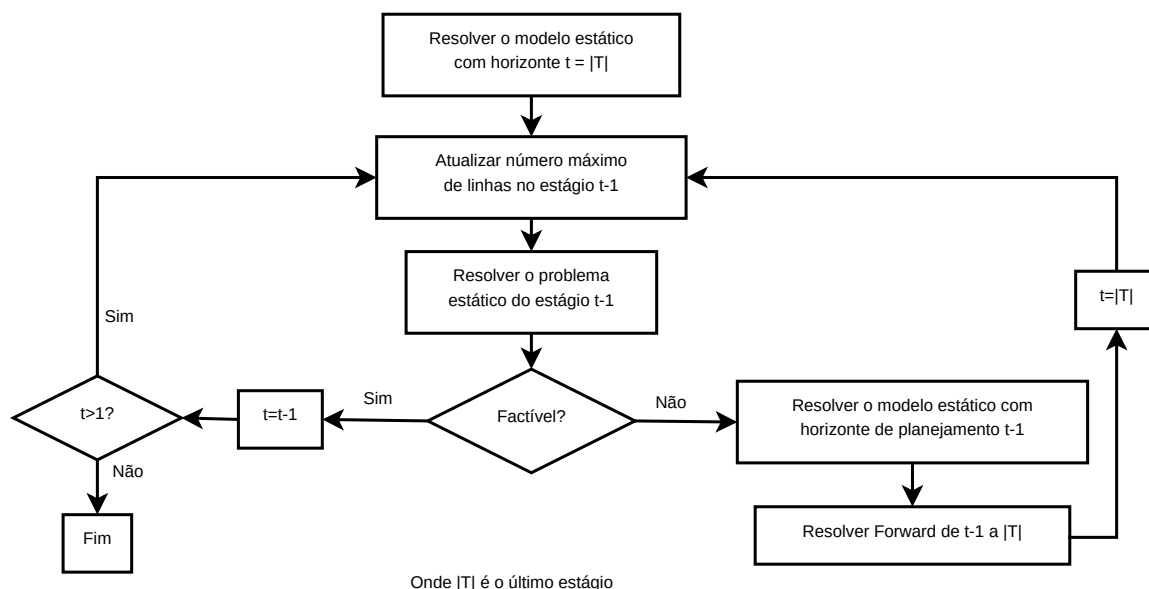
$t_1, t_2, \dots, t_N, \dots, t_{t-1}$ são os anos iniciais de cada estágio. Este método determina, de forma estática, um plano P_{t-1} de construção de linhas para o final do horizonte de planejamento $t_t - t_1$. Consegue-se esse plano resolvendo o modelo (15) de forma estática considerando $T = \{t_{t-1}\}$. A partir de então volta-se para trás, um estágio por vez distribuindo o total de linhas do plano P_{t-1} nos vários estágios até chegar ao primeiro, de modo que fica determinado em cada um deles o número de linhas mais conveniente a serem construídas do ponto de vista econômico. Uma vez determinado o plano P_{t-1} das linhas que devem estar construídas no final do horizonte de planejamento $t_t - t_1$, procurar-se-a definir quais linhas desse plano devem ser construídas nos $(t-1)$ estágios do problema de planejamento. Para fazer isso, nos dados do problema o número máximo de linhas por ramo, agora é dado pelas linhas do plano P_{t-1} . Tem-se assim, um espaço de busca reduzido e resolve-se o segundo problema estático através do modelo (15) com $T = \{t_{t-2}\}$ que determina o segundo plano $P_{t-2} \subset P_{t-1}$ formado por uma parte das linhas de P_{t-1} . Em P_{t-2} estão as linhas que devem estar construídas no final do horizonte de planejamento $t_{t-1} - t_1$ e a outra parte será construída durante o estágio (t_{t-1}) que está compreendido de t_{t-1} a t_t . Note que as linhas a serem construídas no estágio (t_{t-1}) ficaram definidas e agora repete-se o mesmo processo para definir as linhas de P_{t-2} que devem ser construídas durante o estágio (t_{t-2}) compreendido de t_{t-2} a t_{t-1} e quais delas formarão o plano P_{t-3} de linhas que devem estar construídas no fim do horizonte de planejamento $t_{t-2} - t_1$. Repetindo sucessivamente este processo chega-se ao planejamento multiestágio.

O Planejamento *Backward* estaria explicado se não fosse por um pequeno detalhe: ao fazer a redução do espaço de busca em qualquer das etapas, por exemplo na primeira, a resolução do modelo (15) na forma estática com $T = \{t_{t-1}\}$ pode retornar infactível, algo que não acontece

no sistema teste IEEE de 24 barras, mas acontece como veremos nos sistemas testes Colombiano 93 barras e Boliviano 57 barras. A infactibilidade acontece porque o espaço de busca reduzido pode não conter o número de linhas, circuitos suficientes para resolver o problema estático. Na verdade, a solução do primeiro problema estático para o último estágio pode desconsiderar cargas e geração que só aparecem no estágio anterior e nesse caso esta solução não conterá linhas ou circuitos que faça ligação com as barras onde essas cargas ou geração estão alocadas, por isso ocorre a infactibilidade. Nesse caso, é necessário adotar um outro procedimento explicado a seguir: desconsidera-se o plano P_{t-1} , e com o espaço de busca completo resolve-se um problema estático através do modelo (15) e $T = \{t_{t-2}\}$ para conseguir um plano P_{t-1}^1 para o fim do horizonte de planejamento $t_{t-1} - t_1$. Agora com um movimento *Forward* de t_{t-1} a t_t consegue-se um segundo plano P_{t-1}^2 e define-se $P_{t-1} = P_{t-1}^1 \cup P_{t-1}^2$.

Evidentemente é possível que na próxima etapa aconteça novamente a infactibilidade e então todo o procedimento anterior deve ser refeito. Com isso no pior dos casos é feito o planejamento *Forward*.

Figura 3 - Fluxograma *backward* para $(t - 1)$ etapas



Fonte: Elaboração do autor.

3.6 TESTES E RESULTADOS

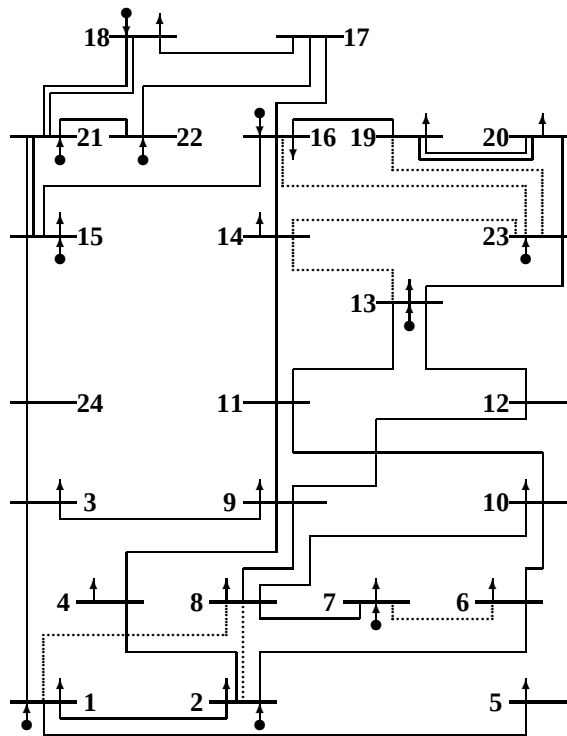
Nesta seção são apresentados os testes e os resultados para os sistemas IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e o boliviano de 57 barras. Utilizou-se o modelo linear disjuntivo multiestágio (15) sem e com Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) e as heurísticas construtivas *Forward* e *Backward* para posterior comparação de desempenho. O problema foi escrito em AMPL (*Modeling Language for Mathematical Programming*) (FOURER; GAY;

KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o *solver comercial* CPLEX (ILOG, 2008), em um Notebook ASPIRE 4736z, processador Intel Pentium T4300 com 2,1 GHz, 800 MHz FSB e 4 GB de memória RAM.

3.6.1 Sistema IEEE de 24 Barras

Considerando o horizonte de planejamento $t_t - t_1 = t_4 - t_0 = 2012 - 2002 = 10$ anos, onde $t_0 = t_1 = 2002$, $t_2 = 2005$, $t_3 = 2009$ e $t_4 = 2012$. Ficam bem definidos três estágios compreendidos de 2002-2005, 2005-2009 e 2009-2012 e considerando a taxa de desconto por estágio $I = 10\%$, os índices de correção α_{t_n} são dados por $\alpha_{t_1} = (1 - I)^{t_1 - t_0} = 1$, $\alpha_{t_2} = (1 - I)^{t_2 - t_0} = 0,9^3 = 0,729$ e $\alpha_{t_3} = (1 - I)^{t_3 - t_0} = 0,9^7 = 0,478$ (ESCOBAR; GALLEGOS; ROMERO, 2004).

Figura 4 - Sistema IEEE 24 barras



Fonte: Romero et al. (2005)

O sistema IEEE de 24 barras possui 3 estágios, 41 ramos, 10 geradores em cada estágio, 17 barras de cargas com uma demanda de 8560 MW no primeiro estágio, 8988 MW no segundo estágio e 9437 MW no terceiro estágio e permite construir no máximo 5 linhas novas por ramo. Na Figura 4 é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Encontra-se todos os dados referentes a este sistema em LAPSEE (2012).

3.6.1.1 Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR

O resultado encontrado diretamente do modelo (15) escrito em AMPL e resolvido com o solver CPLEX é mostrado na Tabela 2. Nesse caso o problema de PERTM tem 3536 restrições, 1431 variáveis de operação e 615 variáveis binárias. O valor da função objetivo é 220,28 MUS\$ representa um ótimo global por tratar-se de um MLIM. O computador especificado na subseção (3.6.2) levou 88,09 segundos para apresentar estes resultados.

Tabela 2 - Resultado para o sistema IEEE de 24 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
Número de linhas	$n_{6-10} = 1$	$n_{20-23} = 1$	$n_{1-5} = 1$
n_{ij}	$n_{7-8} = 2$		$n_{3-24} = 1$
	$n_{10-12} = 1$		
	$n_{11-13} = 1$		
Função Objetivo $v = 220,28$ MUS\$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Agora, os resultados obtidos com o modelo (15) e usando a estratégia de redução de espaço de busca, são apresentados. Com o objetivo de validar os resultados, 10 (dez) testes foram realizados e os Espaços de Buscas Reduzidos encontrados assim como os valores da função objetivo associada a eles foram registradas na Tabela 32, Apêndice B. Além disso, foram consideradas 10, 5, 3 e 2 soluções para cada estágio em um GAP de 5%, isto é, $\text{populatelim} = 10$, $\text{populatelim} = 5$, $\text{populatelim} = 3$, $\text{populatelim} = 2$ e $\text{poolgap} = 0.05$. Cada um dos 10 (Dez) conjuntos (*EBCR*) conta com aproximadamente 24% dos ramos usados para resolver o problema de Planejamento de Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM). Foi usado intensidade de busca $\text{poolintensity} = 2$ e dois testes foram realizados usando a diretiva que seleciona as soluções mais novas $\text{poolreplace} = 0$, quatro testes usando a diretiva que considera os melhores valores para a função objetivo $\text{poolreplace} = 1$ e finalmente quatro testes usando a diretiva que considera soluções aleatórias $\text{poolreplace} = 2$. Os resultados obtidos para cada conjunto *EBCR* foram os mesmos mostrados na Tabela 2. Porém com um esforço computacional bem menor, demonstrado com menor tempo de execução do modelo, aproximadamente 6s incluindo o tempo de construção do conjunto (*EBCR*) e 0,7s sem incluir esse tempo. Para esse sistema a diretiva $\text{populate} = i$ foi usada com $i = 0$, $i = 1$ e $i = 2$ e não fez diferença significativa nos resultados do problema.

3.6.1.2 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward

Na Tabela 3 estão representados os resultados das três etapas do planejamento Pseudo-Dinâmico *Forward*.

Tabela 3 - Resultado *Forward* para o sistema IEEE de 24 barras

	(a) Estágio 1	(b) Estágio 2	(c) Estágio 3
Número de linhas n_{ij}	$n_{6-10} = 1$ $n_{7-8} = 2$ $n_{10-12} = 1$ $n_{14-16} = 1$	$n_{11-13} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$
Função Objetivo	152,00 MUS\$	66,00 MUS\$	72,00 MUS\$
(*) $1*152,00+0,729*66,00+0,478*72,00=234,53$ MUS\$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O valor da função objetivo para os três estágios em valores atuais que leva em consideração os índices de correção α_t é 234,53 MUS\$, isto é, um custo maior que o obtido pelo modelo (15) que foi igual a 220,28 MUS\$.

3.6.1.3 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward

Resolve-se o problema de planejamento estático para um único período de tempo, isto é, resolve-se o modelo (15) com $T = \{t_3\}$ e horizonte de planejamento $t_4 - t_1 = t_4 - t_0 = 2012 - 2002 = 10$ anos e determina-se quais linhas devem estar construídas no fim desse período, plano P_3 . Veja Tabela (4.a).

Tabela 4 - Resultado estático para o sistema IEEE de 24 barras

Linhas dos planos P_3 e P_2	
(a) P_3	(b) P_2
$n_{1-5} = 1$	
$n_{3-24} = 1$	
$n_{6-10} = 1$	$n_{6-10} = 1$
$n_{7-8} = 2$	$n_{7-8} = 2$
$n_{10-12} = 1$	$n_{10-12} = 1$
$n_{11-13} = 1$	$n_{11-13} = 1$
$n_{20-23} = 1$	$n_{20-23} = 1$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O valor da função objetivo para a configuração da Tabela (4.a) é 266,00 MUS\$.

Agora, deseja-se saber quais dessas linhas devem estar construídas no fim do segundo estágio. Portanto, no fim do período de $t_3 - t_1 = t_4 - t_0 = 2009 - 2002 = 7$ anos, plano P_2 . Para isso, nos dados do problema, o número máximo de linhas, parâmetro representado no modelo (15(i)) por $\bar{n}_{ij}$, é atualizado com apenas as linhas candidatas encontradas na Tabela (4.a). Assim, há uma redução do espaço de busca. E com esse novo espaço de busca um novo problema estático é resolvido através do modelo (15) com $T = \{t_2\}$. As linhas que devem estar construídas no fim do horizonte de planejamento ($t_3 - t_1$) são mostradas na Tabela (4.b), plano P_2 . Veja que as linhas mostradas na Tabela (4.b) junto com as mostradas na Tabela (5.c) formam o

conjunto de linhas do plano P_3 mostradas na Tabela (4.a) e que as linhas mostradas na Tabela (5.c) são as que devem ser construídas no terceiro estágio (t_3), compreendido de 2009-2012. Finalmente, resolve-se o último problema de planejamento estático e obtêm-se o plano P_1 . O modelo (15) será resolvido com $T = \{t_1\}$ e $\bar{n}_{ij}$ representado pelas linhas da Tabela (4.b). A Tabela (5) mostra-nos então as linhas a serem construídas nos três estágios.

Tabela 5 - Resultados *Backward* para o sistema IEEE de 24 barras

	(a) Estágio 1	(b) Estágio 2	(c) Estágio 3
Número de linhas n_{ij}	$n_{6-10} = 1$ $n_{7-8} = 2$ $n_{10-12} = 1$ $n_{11-13} = 1$	$n_{20-23} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$
Função Objetivo	164,00 MUS\$	30,00 MUS\$	72,00 MUS\$
(*) $1*164,00+0,729*30,00+0,478*72,00=220,28$ MUS\$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

(*) na Tabela 5 representa o valor da função objetivo do problema de planejamento considerando os índices de correção de preços α_t .

3.6.2 Sistema Colombiano de 93 Barras

Considerando o horizonte de planejamento $t_t - t_1 = t_4 - t_0 = 2012 - 2002 = 10$ anos, onde $t_0 = t_1 = 2002$, $t_2 = 2005$, $t_3 = 2009$ e $t_4 = 2012$. Fica bem definidos três estágios compreendidos de 2002-2005, 2005-2009 e 2009-2012 e considerando a taxa de desconto para cada estágio $I = 10\%$, os índices de correção α_{t_n} são dados por $\alpha_{t_1} = (1 - I)^{t_1 - t_0} = 1$, $\alpha_{t_2} = (1 - I)^{t_2 - t_0} = 0,9^3 = 0,729$ e $\alpha_{t_3} = (1 - I)^{t_3 - t_0} = 0,9^7 = 0,478$ (ESCOBAR; GALLEGOS; ROMERO, 2004).

O sistema colombiano de 93 barras possui 3 estágios, 155 ramos, 35 geradores no primeiro estágio, 40 geradores no segundo estágio e 49 geradores no terceiro estágio, 55 barras de cargas e uma demanda de 9750 MW no primeiro estágio, 12162 MW no segundo estágio e 14559 MW no terceiro estágio e permite no máximo a construção de 2 novas linhas por ramo. Na Figura 5 é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados em LAPSEE (2012).

3.6.2.1 Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR

O resultado encontrado diretamente do modelo (15) escrito em AMPL e resolvido com o solver CPLEX é mostrado na Tabela 6. Nesse caso o problema de PERTM tem 5519 restrições, 2695 variáveis de operação e 930 variáveis binárias. O valor da função objetivo 492.16 MUS\$ e

Tabela 6 - Resultado para o sistema colombiano de 93 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
Número de linhas n_{ij}	$n_{57-81} = 2$	$n_{27-29} = 1$	$n_{43-88} = 2$
	$n_{55-57} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{15-18} = 1$
	$n_{55-62} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{30-65} = 1$
	$n_{45-81} = 1$	$n_{19-82} = 1$	$n_{30-72} = 1$
	$n_{82-85} = 1$		$n_{55-84} = 1$
			$n_{27-64} = 1$
			$n_{19-82} = 1$
			$n_{68-86} = 1$

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

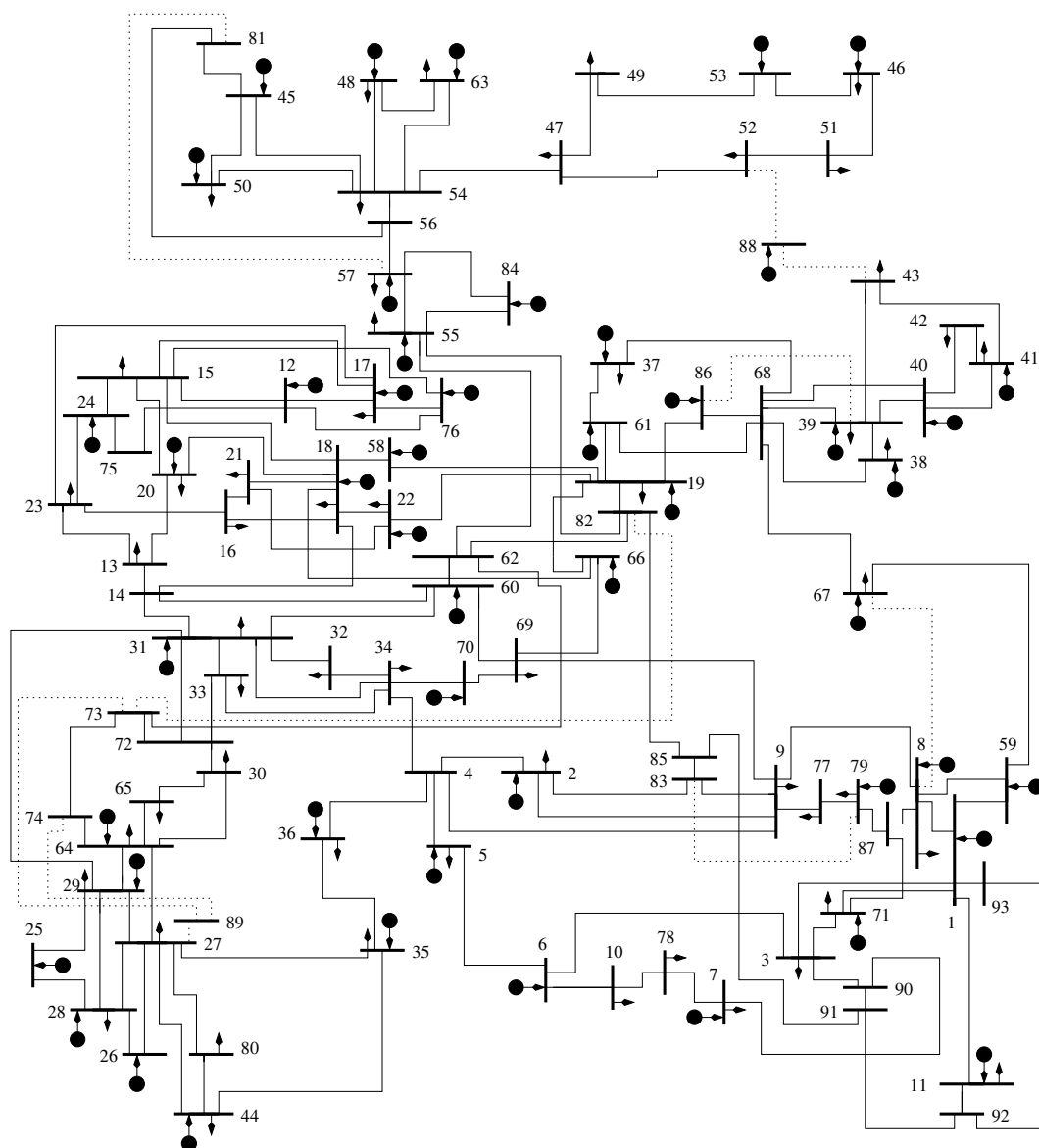
representa um ótimo global por tratar-se de um MLIM. O computador especificado acima levou duas horas e vinte e cinco minutos para apresentar estes resultados.

Para este sistema teste, foram usadas duas especificações para o conjunto de diretivas usadas na confecção do conjunto (*EBCR*):

Na primeira, foram consideradas 5 (cinco) soluções para cada estágio em um GAP de 5%, isto é, $populatelim = 5$ e $poolgap = 0.05$. Além disso, mais 10 (dez) testes foram realizados e os Espaços de Buscas Reduzidos encontrados assim como os valores das funções objetivos associados a eles foram registradas na Tabela 33, Apêndice B. Nesse caso foi possível encontrar dois conjuntos (*EBCR*) cujos resultados são os planos ótimos mostrados na Tabela 6 e os outros oito conjuntos (*EBCR*) foram associados planos com valores para as funções objetivos de boa qualidade conforme mostrado na Tabela 33, Apêndice B. O tempo de execução do programa foi de aproximadamente dois minutos, incluindo o tempo de construção do conjunto (*EBCR*) e 3 segundos sem incluir esse tempo.

Na segunda, foram consideradas 10 (Dez) soluções para um GAP de 10%, isto é, $populatelim = 10$ e $poolgap = 0.10$, e novamente 10 (dez) testes foram realizados obtendo em cada um deles a solução ótima para o problema de PERTM. (Veja Tabela 34, Apêndice B). Nesse caso, cada um dos 10 (Dez) conjuntos (*EBCR*) conta com aproximadamente 23% dos ramos usados para resolver o problema PERTM. Nos dois casos foram usados intensidade de busca $poolintensity = 2$ e dois testes foram realizados usando a diretiva que seleciona as soluções mais novas $poolreplace = 0$, quatro testes usando a diretiva que considera os melhores valores para a função objetivo $poolreplace = 1$ e finalmente quatro testes usando a diretiva que considera soluções aleatórias $poolreplace = 2$. Para obter melhor tempo na execução do problema a diretiva $populate = i$ foi usada com $i = 2$. Os resultados obtidos para cada conjunto *EBCR* foram os mesmos mostrados na Tabela 6. Porém com um esforço computacional bem menor, demonstrado com menor tempo de execução do modelo, aproximadamente dois minutos incluindo o tempo de construção do conjunto (*EBCR*) e 8 segundos sem esse tempo (Veja Tabela 14).

Figura 5 - Sistema colombiano de 93 barras



Fonte: Escobar, Gallego e Romero (2004)

3.6.2.2 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward

Na Tabela 7 estão representados os resultados das três etapas do planejamento Pseudo-Dinâmico *Forward*.

Tabela 7 - Resultado *Forward* para o sistema colombiano de 93 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
Número de linhas n_{ij}	$n_{55-57} = 1$	$n_{45-54} = 1$	$n_{43-88} = 2$
	$n_{56-57} = 1$	$n_{45-50} = 1$	$n_{15-18} = 1$
	$n_{55-62} = 1$	$n_{56-57} = 1$	$n_{30-65} = 1$
	$n_{50-54} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{30-72} = 1$
	$n_{54-56} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{55-84} = 1$
	$n_{82-85} = 1$	$n_{54-56} = 1$	$n_{27-64} = 2$
		$n_{72-73} = 1$	$n_{19-82} = 1$
		$n_{19-82} = 1$	$n_{68-86} = 1$
Função Objetivo	296,45 MUS\$	198,56 MUS\$	161,21 MUS\$
(*) $1 \cdot 296,45 + 0,729 \cdot 198,56 + 0,478 \cdot 161,21 = 518,26$ MUS\$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O valor da função objetivo para os três estágios em valores atuais que leva em consideração os índices de correção α_t é 518,26 MUS\$, isto é, um resultado maior que o obtido pelo modelo (15) igual a 492,16 MUS\$.

3.6.2.3 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward

Resolve-se o problema de planejamento estático para um único período de tempo, isto é, resolve-se o modelo (15) com $T = \{t_3\}$ e horizonte de planejamento $t_t - t_1 = t_4 - t_0 = 2012 - 2002 = 10$ anos e determina-se quais linhas devem estar construídas no fim desse período, plano P_3 . Tabela (8.a). O valor da função objetivo para a configuração da Tabela (8.a) é 562,41 MUS\$.

Agora, deseja-se saber quais dessas linhas devem estar construídas no fim do segundo estágio. Portanto, no fim do período de $t_3 - t_1 = t_4 - t_0 = 2009 - 2002 = 7$ anos, plano P_2 . Para isso, nos dados do problema, o número máximo de linhas, parâmetro representado no modelo (15(i)) por $\bar{n}_{ij}$, é atualizado com apenas as linhas candidatas encontradas na Tabela (8a). Assim, há uma redução do espaço de busca. E com esse espaço de busca um novo problema estático é resolvido através do modelo (15) com $T = \{t_2\}$. Porém, nesse passo houve infactibilidade e por isso não foi possível determinar o plano P_2 . O Plano P_3 é então abandonado e com o espaço de busca completo resolve-se um problema estático através do modelo (15) e $T = \{t_2\}$ para conseguir um plano P_3^1 (Tabela 9a) com linhas que devem estar construídas no fim do horizonte de planejamento $t_3 - t_1$ e cujo valor da função objetivo é 443,49 MUS\$. Agora com um movimento *Forward* de t_3 a t_4 consegue-se um segundo plano P_3^2 com linhas que devem ser construídas ao

Tabela 8 - Resultado estático para o sistema colombiano de 93 barras

Linhas para o plano P_3	
(a) Estático	(b) Estático mais <i>Forward</i>
$n_{43-88} = 2$	$n_{57-81} = 2$
$n_{15-18} = 1$	$n_{55-57} = 1$
$n_{30-65} = 1$	$n_{55-62} = 1$
$n_{30-72} = 1$	$n_{27-29} = 1$
$n_{55-57} = 1$	$n_{62-73} = 1$
$n_{55-84} = 1$	$n_{45-81} = 1$
$n_{56-57} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{19-82} = 2$
$n_{27-64} = 1$	$n_{82-85} = 1$
$n_{27-29} = 1$	$n_{43-88} = 2$
$n_{50-54} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{62-73} = 1$	$n_{30-65} = 1$
$n_{54-56} = 1$	$n_{30-72} = 1$
$n_{72-73} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{19-82} = 2$	$n_{27-64} = 1$
$n_{82-85} = 1$	$n_{68-86} = 1$
$n_{68-86} = 1$	

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

longo do terceiro estágio (Tabela 9b) cujo valor da função objetivo é 161,21 MUS\$ e define-se $P_3 = P_3^1 \cup P_3^2$. Veja Tabela (8b) que deve assumir o lugar da Tabela (8.a).

Tabela 9 - Resultado para o sistema colombiano de 93 barras

Linhas para o plano P_3	
(a) Estático Plano P_3^1	(b) <i>Forward</i> de t_3 a t_4 Plano P_3^2
$n_{57-81} = 2$	$n_{43-88} = 2$
$n_{55-57} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{30-65} = 1$
$n_{27-29} = 1$	$n_{30-72} = 1$
$n_{62-73} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{45-81} = 1$	$n_{27-64} = 1$
$n_{72-73} = 1$	$n_{19-82} = 1$
$n_{19-82} = 1$	$n_{68-86} = 1$
$n_{82-85} = 1$	

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Agora, nos dados do problema, o número máximo de linhas, parâmetro representado no modelo (15(i)) por $\bar{n}_{ij}$, é atualizado com apenas as linhas candidatas encontradas na Tabela (8b). Assim, há uma redução do espaço de busca. E com esse espaço de busca um novo problema estático é resolvido através do modelo (15) com $T = \{t_2\}$.

As linhas que devem estar construídas no fim do horizonte de planejamento ($t_3 - t_1$) são mostradas na Tabela (9a), plano P_2 . Finalmente, resolve-se o último problema de planejamento estático e obtêm-se o plano P_1 . O modelo (15) será resolvido com $T = \{t_1\}$ e $\bar{n}_{ij}$ representado pelas linhas da Tabela (9a). A Tabela (10) mostra-nos então as linhas a serem construídas nos três estágios.

Tabela 10 - Resultados *Backward* para o sistema colombiano de 93 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
Número de linhas n_{ij}	$n_{57-81} = 2$	$n_{27-29} = 1$	$n_{43-88} = 2$
	$n_{55-57} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{15-18} = 1$
	$n_{55-62} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{30-65} = 1$
	$n_{45-81} = 1$	$n_{19-82} = 1$	$n_{30-72} = 1$
	$n_{82-85} = 1$		$n_{55-84} = 1$
			$n_{27-64} = 1$
			$n_{19-82} = 1$
			$n_{68-86} = 1$
Função Objetivo	338,74 MUS\$	104,75MUS\$	161,21MUS\$
(*) $1*338,74+0,729*104,75+0,478*161,21=492,16$ MUS\$			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

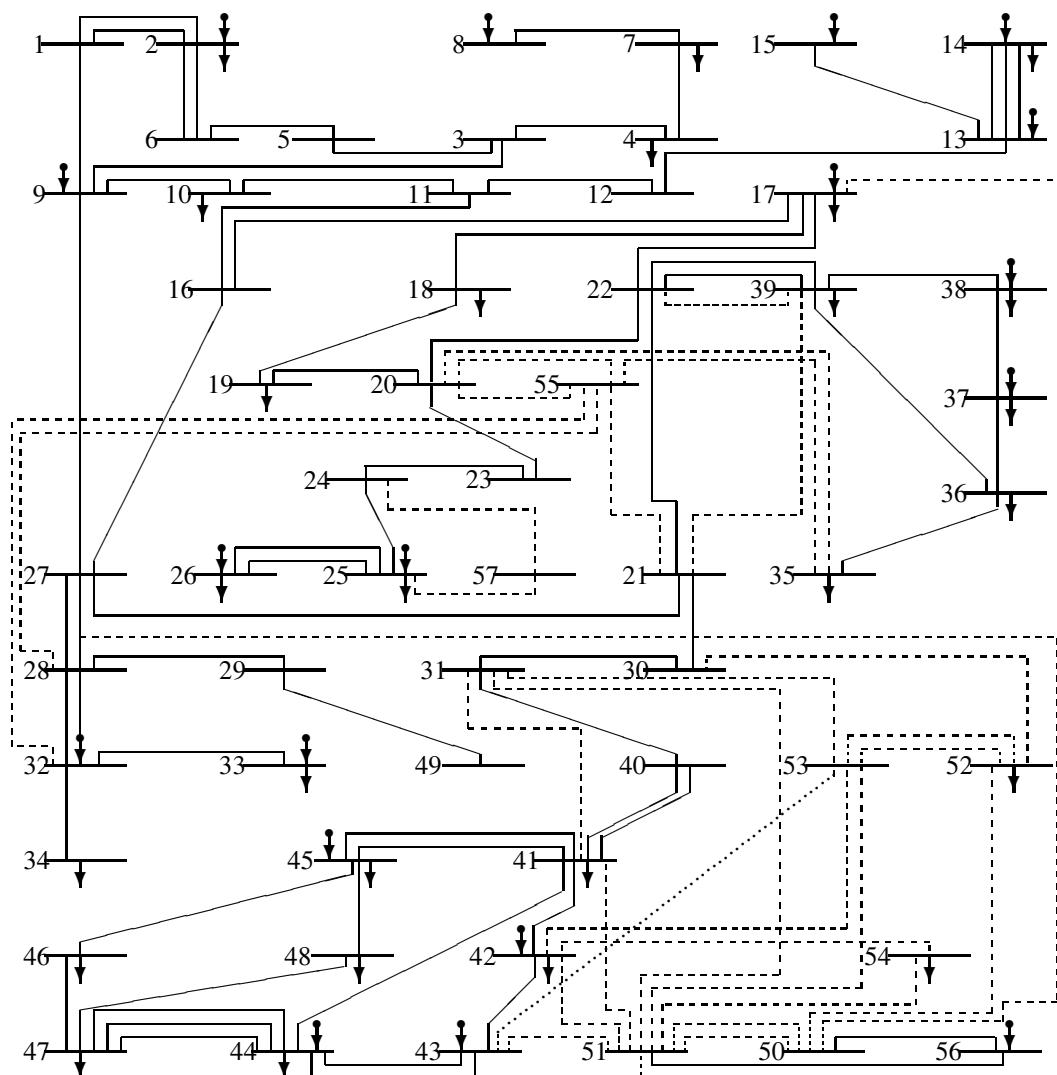
(*) na Tabela 10 representa o valor da função objetivo do problema de planejamento considerando os índices de correção de preços α_t .

3.6.3 Sistema Boliviano de 57 Barras

Como na subseção (3.6.2), aqui serão apresentados os resultados obtidos diretamente do modelo linear disjuntivo multiestágio com e sem o *EBCR*, planejamento *Forward* e *Backward* para o sistema boliviano de 57 barras. Contudo, há uma diferença nos dados do sistema boliviano em relação ao colombiano. De fato, no sistema boliviano as linhas instaladas em um ramo (ij) e estágio t podem ter características diferentes, de modo que será anotado mais um índice para indicar a variável binária w que passará a ser denotada por $w_{ij,t,k}$, onde k representa a característica da linha. Existe ainda um estágio a mais t_4 compreendido entre os anos 2012-2016 cujo índice de correção é dado por $\alpha_{t_4} = 0,9^{10} = 0,349$.

O sistema boliviano de 57 barras tem 92 ramos, 16 geradores no primeiro estágio, 17 geradores no segundo estágio, 17 geradores no terceiro estágio e 18 geradores no quarto estágio, cargas em 27 barras com uma demanda total de 1733,3 MW e permite construir no máximo 2 novas linhas para a maioria dos ramos e 3 para os outros. Na Figura 6 é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados nas Tabelas 44 e 45 do Apêndice B ou em LAPSEE (2012).

Figura 6 - Caso base do sistema boliviano



Fonte: Elaboração do autor.

3.6.3.1 Modelo Linear Disjuntivo Multiestágio usando AMPL com CPLEX e EBCR

A Tabela 11 mostra o resultado encontrado diretamente através do modelo (15). Nesse caso o problema de PERTM conta com 6690 restrições, 2700 variáveis de operação e 1080 variáveis binárias. O valor da função objetivo 71,77 MUS\$ representa um ótimo global. O computador especificado na subseção (3.6.2) levou duas horas e trinta e seis minutos para apresentar estes resultados.

Para o uso da estratégia desenvolvida nesse trabalho este sistema é diferente dos outros dois testados anteriormente, porque além de ter quatro estágios, um a mais que os outros, e linhas com características diferentes em alguns ramos, podendo chegar a três tipos diferentes. Não foi possível obter os mesmos resultados que foram obtidos para os outros dois com 10 soluções em cada estágio e GAP de 10%, para entender o que aconteceu é preciso estudar o CPLEX, algo que

Tabela 11 - Resultado para o sistema boliviano de 57 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3	Estágio 4
n_{ij} Número de linhas	$n_{13-14,1} = 1$ $n_{36-39,1} = 1$ $n_{21-39,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$ $n_{21-39,1} = 1$	$n_{43-51,1} = 2$	$n_{24-25,1} = 1$ $n_{41-45,1} = 1$ $n_{52-53,1} = 2$ $n_{43-53,1} = 2$ $n_{53-51,1} = 1$ $n_{51-54,1} = 1$ $n_{21-55,1} = 2$ $n_{55-20,1} = 1$ $n_{55-20,2} = 1$ $n_{55-32,1} = 3$ $n_{55-35,1} = 2$
Função Objetivo $v = 71,77 \text{ MUS\$}$				

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

foge aos objetivos deste trabalho. Veja Tabela 35 do Apêndice B. No entanto, para 10 soluções e GAP de 5% foi possível garantir o ótimo em mais de 50 testes, sendo que 10 deles estão registrados na Tabela 36 do Apêndice B através dos (*EBCR*) e seus respectivos valores para a função objetivo associada. Além disso, o tempo de execução do problema foi extremamente baixo, aproximadamente 1,5 minutos incluindo o tempo de construção do conjunto (*EBCR*) e 25 segundos sem incluir esse tempo. As soluções encontradas aqui é a mesma mostrada na Tabela 11 e cada um dos 10 (Dez) conjuntos (*EBCR*) conta com aproximadamente 30% dos ramos usados para resolver o problema PERTM. Outros testes foram feitos considerando 5 (cinco) soluções para cada estágio com GAP de 5%, e neste caso os resultados não foram sempre a solução ótima para o problema PERTM, porém apresenta soluções de boa qualidade como mostrado na Tabela 37 do Apêndice B. Nos três casos foram usados intensidade de busca *poolintensity*=2, no último caso foi testado também *poolintensity*=3 e 4. Uma observação importante é que nesse caso todas as soluções ótimas foram encontradas com intensidade de busca 3 cujo plano de expansão encontrado é aquele da Tabela 11. Nos três casos dois testes foram realizados usando a diretiva que seleciona as soluções mais novas *poolreplace*=0, quatro testes usando a diretiva que considera os melhores valores para a função objetivo *poolreplace*=1 e finalmente quatro testes usando a diretiva que considera soluções aleatórias *poolreplace*=2. A diretiva *populate*=i também foi usada com i=2 como nos outros dois sistemas testes.

3.6.3.2 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Forward

Na Tabela 12 estão representados os resultados das quatro etapas do planejamento Pseudo-Dinâmico *Forward*. Os valores do planejamento estático estão apresentados na função objetivo. Para o resultado multistágio fez-se a correção usando os índices α_t e o resultado final é 78,38 MUS\$.

Tabela 12 - Resultado *Forward* para o sistema boliviano de 57 barras

	Estágio 1	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
n_{ij} Número de linhas	$n_{13-14,1} = 1$ $n_{22-39,1} = 2$ $n_{36-39,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$ $n_{21-39,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$	$n_{24-25,1} = 1$ $n_{43-51,1} = 1$ $n_{52-53,1} = 2$ $n_{42-53,1} = 2$ $n_{53-51,1} = 2$ $n_{51-54,1} = 1$ $n_{21-55,1} = 2$ $n_{55-20,1} = 1$ $n_{55-20,2} = 1$ $n_{55-32,1} = 3$ $n_{55-35,1} = 1$
Função Objetivo	1,54 MUS\$	20,32 MUS\$	19,50 MUS\$	151,04 MUS\$
$1*1,54+0,729*20,32+0,478*19,50+0,349*151,04=78,38 \text{ MUS\$}$				

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

3.6.3.3 Modelo Linear Disjuntivo Estático usando Planejamento Backward

O procedimento adotado para esse sistema com o planejamento “*Backward*” é o mesmo que foi adotado na subseção (3.6.2), inclusive com a infactibilidade. A infactibilidade aqui aconteceu na primeira parte do procedimento *Backward*, isto é, o modelo (15) com $T = \{t_3\}$ e $\bar{n}_{ij}$ representado pelas linhas do plano P_4 ficou infactível. Portanto, serão apresentados aqui apenas os resultados finais na Tabela 13.

Tabela 13 - Resultados *Backward* para o sistema boliviano de 57 barras

	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3	Estágio 4
n_{ij} Número de linhas	$n_{13-14,1} = 1$ $n_{36-39,1} = 1$ $n_{21-39,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$ $n_{21-39,1} = 1$	$n_{43-51,1} = 2$	$n_{24-25,1} = 1$ $n_{41-45,1} = 1$ $n_{52-53,1} = 2$ $n_{43-53,1} = 2$ $n_{53-51,1} = 1$ $n_{51-54,1} = 1$ $n_{21-55,1} = 2$ $n_{55-20,1} = 1$ $n_{55-20,2} = 1$ $n_{55-32,1} = 3$ $n_{55-35,1} = 2$
Função Objetivo	1,54 MUS\$	20,32 MUS\$	18,96 MUS\$	132,84 MUS\$
$1*1,54+0,729*20,32+0,478*18,96+0,349*132,84=71,77 \text{ MUS\$}$				

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

3.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Conclui-se a partir dos resultados obtidos para os três sistemas que o método aproximado de planejamento *Forward* é sem dúvida o pior dos três, embora seja usado com mais frequência para o problema PERTM. Por outro lado, os resultados obtidos a partir do modelo (15) usando o Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) mostrou eficiência para diminuir o esforço computacional e o tempo de execução do programa, além de conseguir nos testes resultados ótimos. O tempo para essa metodologia poderá ser ainda menor se diminuirmos o número de soluções consideradas para cada estágio, o que diminui o espaço de busca *EBCR* mas coloca em risco a qualidade da solução. Para ficar mais clara essa comparação a Tabela 14 mostra os resultados obtidos em Milhões de dólares (MUS\$).

Tabela 14 - Resultados para comparação

Sistemas	Melhor Solução	<i>Forward</i>	<i>Backward</i>	Estratégia Proposta
IEEE24	220,28 (88 seg.)	234,53 (3 seg.)	220,28 (4,9 seg.)	220,28 (6 seg.)
Colombiano	492,16 (2h25min.)	518,26 (41 seg.)	492,26 (3,9 min.)	492,26 (2 min.)
Boliviano	71,77 (2h36 min.)	78,38 (1,5 min.)	71,77 (2,5 min.)	71,77 (1,5 min.)

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Note que não há diferença entre os resultados obtidos diretamente do Modelo Linear Disjuntivo (MLD) (15) sem e com o Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) e o plano ótimo obtido usando o método aproximado *Backward*, salvo o tempo de processamento, mas isso não é sempre verdadeiro. O planejamento obtido diretamente do Modelo Matemático Linear Disjuntivo (*MMLD*) com o *EBCR* e a heurística *Backward*, podem apresentar resultados piores e nunca melhor. Mas os testes deixam claro a inferioridade do planejamento aproximado *Forward* para os três sistemas. No sistema colombiano a diferença para o valor da melhor solução é de 5,30%, no boliviano de 9,2% e no sistema IEEE de 24 barras é de 6,46%.

4 PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA

O planejamento mais pesquisado do problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão (PERT) é chamado de básico, em que as restrições de segurança não são consideradas. (GARVER, 1970; HAFFNER et al., 2001; ROMERO et al., 2002).

Os trabalhos em PERT considerando restrições de segurança são escassos. Algumas contribuições podem ser encontradas nos trabalhos de Monticelli et al. (1982) e Seifu, Salon e List (1989). Tradicionalmente o problema de PERT considerando restrições de segurança é solucionado em duas fases. Na primeira fase, um problema de PERT sem restrições de segurança é solucionado; e numa segunda fase, usando o plano de expansão obtido na primeira fase, novos circuitos são adicionados ao sistema para que este opere de forma adequada quando é simulada a saída de um circuito considerado dentro de um conjunto pré-definido de contingências. Esta segunda fase geralmente usa a mesma estratégia que foi usada na primeira fase. A vantagem deste tipo de estratégia é que uma proposta de expansão com segurança pode ser encontrada com um esforço computacional relativamente pequeno. A principal desvantagem é que o plano de expansão não é ótimo. Adicionalmente o plano de expansão com restrições de segurança é fortemente influenciado pelo plano de expansão da primeira fase, e esta influência pode ser crítica em sistemas grandes e complexos.

Oliveira et al. (2004) resolvem o problema de PERT multiestágio considerando múltiplos cenários de despacho e restrições de segurança. No artigo é apresentado um modelo de programação não linear inteiro para o problema de PERT considerando restrições de segurança. Uma formulação disjuntiva transforma as restrições não lineares em restrições lineares e é usado um procedimento heurístico para classificar as combinações mais críticas de despacho e cenário de contingência para serem incorporadas em um modelo de otimização global. A metodologia utiliza a solução de vários problema de PERT estáticos usando um modelo linear disjuntivo para encontrar a solução do problema de PERT multiestágio.

Um Algoritmo Genético Especializado (AGE) para resolver o problema de PERT considerando restrições de segurança é apresentado por Silva et al. (2005). No artigo é mostrada uma formulação não linear inteiro misto para modelar este problema. Uma análise dos resultados mostra que a inclusão das restrições de segurança no PERT encarece o plano de expansão e que uma definição apropriada deve ser feita no conjunto de contingências. A formulação matemática mostrada no artigo tem a desvantagem de não haver *solver* eficiente no mercado para resolvê-lo quando for de grande porte e a abordagem pelo AGE não garante encontrar a solução ótima para o problema. Um PERT estático multiobjetivo em ambiente competitivo considerando restrições

de segurança é tratado por Maghouli et al. (2009). Um AGE baseado no algoritmo NSGA II é utilizado para resolver o problema seguindo uma análise de decisão fuzzy para obter a solução ótima.

Neste capítulo dois modelos linear disjuntivo para o problema de PERT considerando restrições de segurança $N - 1$ são apresentados, um para o problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Estático (PERTE) e o outro para o problema de Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM). Estes modelos têm a vantagem de serem resolvidos pelo *solver* comercial CPLEX que garante uma solução ótima para os problemas de PERTE e PERTM, por serem MLIM, através da linguagem de modelagem algébrica AMPL.

A avaliação dos modelos através dos sistemas de testes de Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e boliviano de 57 barras mostrou sua eficiência. O critério de segurança $N - 1$ foi usado e indica que o sistema de transmissão deve ser expandido de tal forma que, mesmo com a saída de operação de uma linha com contingência do sistema, o mesmo ainda deve operar adequadamente. O conjunto pré-definido de contingências pode especificar tanto linhas existentes na topologia base como linhas que podem ser construídas.

Este capítulo está organizado como segue: na seção 4.1 são apresentados os modelos matemáticos para resolver os problemas de PERTE e PERTM com segurança. Na verdade, esses modelos estão nas subseções 4.1.1 e 4.1.2 respectivamente com a descrição dos elementos que os compõe e comentários sobre eles, o método para definir o conjunto de linhas em contingência a ser usado nos testes é dado na subseção 4.1.3. Na seção 4.2 são apresentados os testes e resultados para os dois modelos: sistema de Garver de 6 barras subseção 4.2.1, sistema IEEE de 24 barras subseção 4.2.2, sistema colombiano de 93 barras subseção 4.2.3 e na subseção 4.2.4 o sistema boliviano de 57 barras. Na seção 4.3 estão as conclusões do capítulo.

4.1 MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PERT COM SEGURANÇA

Nesta seção são apresentados dois modelos matemáticos para problema de PERT com segurança. Estático (PERTE) e Multiestágio (PERTM).

4.1.1 Modelo Matemático para o PERTE com Segurança

Acrescentando ao modelo linear disjuntivo (8) apresentado na subseção 2.1.4, capítulo 2 as restrições de segurança, obtém-se o modelo (16) que resolve o problema de PERTE:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y} \quad (16a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y,c} + f_{ji,c}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y,c} + f_{ij,c}^0 \right) + g_{i,c} = d_i \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C \quad (16b)$$

$$f_{ij,c}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,c} - \theta_{j,c})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^0 \cup C^2 \quad (16c)$$

$$f_{ij,c}^0 = (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \frac{(\theta_{i,c} - \theta_{j,c})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^1 \quad (16d)$$

$$|f_{ij,c}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^0 \quad (16e)$$

$$|f_{ij,c}^0| \leq (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^1 \quad (16f)$$

$$|f_{ij,c}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^2 \quad (16g)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c} - (\theta_{i,c} - \theta_{j,c})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C \quad (16h)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c} - (\theta_{i,c} - \theta_{j,c})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y}(1 - N_{ij,c}^{\text{cont}})) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2 \quad (16i)$$

$$|f_{ij,y,c}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall c \in C^0 \quad (16j)$$

$$|f_{ij,y,c}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C^1 \cup C^2 \quad (16k)$$

$$|f_{ij,y,c}| \leq w_{ij,y} \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} (1 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2 \quad (16l)$$

$$0 \leq g_{i,c} \leq \bar{g}_i \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C^0 \quad (16m)$$

$$0 \leq g_{i,c} \leq \bar{g}_i^{\text{cont}} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C^1 \cup C^2 \quad (16n)$$

$$|\theta_{i,c}| \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C \quad (16o)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (16p)$$

$$w_{ij,y} \leq w_{ij,y-1} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1 \quad (16q)$$

$$w_{ij,y} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y \quad (16r)$$

$$\theta_{i,c} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = \text{ref}, \forall c \in C \quad (16s)$$

Nesse modelo Ω_b , Ω_l e Y são os conjuntos de barras, ramos e de linhas, respectivamente. O conjunto $C = C^0 \cup C^1 \cup C^2$ contém três tipos de cenários diferentes: o conjunto sem contingências nas linhas C^0 , o conjunto de contingências nas linhas existentes C^1 e o conjunto de contingências nas linhas novas C^2 . Note que, cada cenário $c \in C$ representa um estado de operação do sistema. c_{ij} , n_{ij}^0 , $f_{ij,c}^0$ e $\bar{f}_{ij}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos existentes na configuração base, o fluxo das linhas existentes no cenário c e o fluxo de potência máximo permitido, no ramo ij . v é o investimento devido às adições de circuitos no sistema. $g_{i,c}$ é a geração na barra i no cenário c com seu valor máximo $\bar{g}_i$ (definido de forma antecipada no planejamento energético de longo prazo). $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no ramo ij . d_i é a demanda na barra i . $\theta_{i,c}$ e $\bar{\theta}$ são respectivamente o ângulo de fase na barra i no cenário c e o valor máximo do ângulo de fase. Cada variável binária $w_{ij,y}$ representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo. Isto é, $w_{ij,y} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij ; caso contrário $w_{ij,y} = 0$. Adicionalmente, como estamos construindo uma linha de forma independente das outras, o fluxo de potência ativa $f_{ij,y,c}$ deve representar cada linha y do ramo ij de cenário c . Para o caso sem contingência C^0 , o fluxo má-

ximo de potência ativa no ramo ij , $\bar{f}_{ij}$ e a geração máxima $\bar{g}_i$ na barra i , têm um valor normal de operação no sistema. Mas no caso de uma contingência ($C^1 \cup C^2$) o fluxo máximo e a geração máxima são representados por $\bar{f}_{ij}^{\text{cont}}$ e $\bar{g}_i^{\text{cont}}$ respectivamente, $\bar{f}_{ij}^{\text{cont}}$ será considerado 20% maior do que $\bar{f}_{ij}$, permitindo o sistema operar sobrecarregado; $\bar{g}_i^{\text{cont}}$ representa a capacidade nominal do gerador. Esse procedimento é normal dentro da literatura de planejamento de transmissão de longo prazo (CEIDS, 2004). Outro elemento importante nesse modelo que merece destaque é a matriz de contingência N^{cont} de dimensão $|\Omega_l| \times |C|$. N^{cont} é uma matriz esparsa composta de uns e zeros, onde $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ indica contingência $N - 1$ do ramo ij no cenário c ; caso contrário $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 0$.

A função objetivo (16a) representa o custo de investimento total das linhas novas a serem adicionadas no sistema. A restrição (16b) é a equação de balanço de potência do sistema para cada barra i no cenário de c e representa a primeira lei de Kirchhoff. Já a segunda lei de Kirchhoff é representada pelas restrições (16c), (16d), (16h) e (16i). As restrições (16c) e (16d) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas existentes para diferentes cenários. Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ em (16d) uma linha existente é retirada do sistema. As restrições (16e), (16f) e (16g) representam o limite do fluxo de potência ativa das linhas existentes para cada cenário. Para o cenário C^0 o fluxo máximo $\bar{f}_{ij}$ é considerado e para os cenários C^1 e C^2 o fluxo máximo $\bar{f}_{ij}^{\text{cont}}$ é considerado. Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ em (16f) uma linha existente é retirada do sistema. As restrições (16h) e (16i) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas novas para diferentes cenários. Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ em (16i) a primeira linha nova do ramo ij é retirada do sistema. $2\bar{\theta}$ realiza a mesma função que o fator Big M e representa o grau de liberdade da diferença angular como é mostrado no trabalho de Vinasco, Rider e Romero (2011). As restrições (16j), (16k) e (16l) representam o limite do fluxo de potência ativa das linhas novas para cada cenário. Para o cenário C^0 o fluxo máximo $\bar{f}_{ij}$ é considerado e para os cenários C^1 e C^2 o fluxo máximo $\bar{f}_{ij}^{\text{cont}}$ é considerado. Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ em (16l) a primeira linha nova do ramo ij é retirada do sistema. As restrições (16m) e (16n) representam o limite da geração de potência ativa para diferentes cenários. Para o cenário C^0 a geração máxima $\bar{g}_i$ é considerado e para os cenários $C^1 \cup C^2$ a geração máxima $\bar{g}_i^{\text{cont}}$ é considerado. A restrição (16o) limita o ângulo de fase de todas as barras do sistema, para todos os cenários. A restrição (16p) limita o número de linhas novas a serem instaladas no ramo ij . A restrição (16q) garante a alocação sequencial de linhas novas y e evita soluções iguais. A característica binária das variáveis de investimento $w_{ij,y}$ é definida em (16r). A restrição (16s) exige que o ângulo de fase na barra de referência seja igual a zero em todos os cenários.

4.1.1.1 Comentários sobre o Modelo Matemático de PERTE

Note que as variáveis operacionais ou variáveis contínuas, $f_{ij,y,c}$, $g_{i,c}$, $\theta_{i,c}$, bem como as restrições da rede dependem do cenário c . Assim, o número dessas variáveis cresce $|C|$ vezes,

isto é, a dimensão do modelo cresce linearmente com o número de contingências $|C|$. No entanto as variáveis binárias, ou variáveis de investimento $w_{ij,y}$ são as mesmas do planejamento sem contingência, pois não dependem do cenário c , por isso o número dessas variáveis permanece inalterado.

A fim de modelar o problema PERT com restrições de segurança $N - 1$ alguns comentários devem ser destacados:

- Para o caso sem contingência e com contingência em uma linha de transmissão existente ou proposta, os valores das variáveis de operação são alteradas a fim de adaptar-se às novas condições de operação do sistema, e é preciso diferenciá-las no modelo.
- As variáveis de operação são calculados de forma independentes para cada cenário.
- A fim de obter uma única solução para o PERT, todos os cenários foram tratados em um único problema (16).
- Todos os cenários dependem da mesma variável de investimento.
- Se uma contingência acontece em uma linha existente as restrições (16d) e (16f) são alteradas, de modo que n_{ij}^0 passa a ser $n_{ij}^0 - 1$. Note que n_{ij}^0 tem que ser maior que zero.
- Cada variável binária modela diretamente uma linha de transmissão candidata. Se uma contingência acontece neste tipo de linha as restrições (16i) e (16l) são alteradas, de modo que $f_{ij,y,c}$ é igual a zero. Note que, se em uma ramo houver uma linha candidata em contingência, esta será a primeira linha candidata a ser instalada naquele ramo.

4.1.2 Modelo Matemático para o PERTM com Segurança

Acrescentando ao modelo linear disjuntivo multiestágio (15) apresentado na subseção 3.2, capítulo 3 as restrições de segurança, obtém-se o modelo (17) que resolve o problema de PERTE. Portanto, o modelo linear disjuntivo para o problema de PERT multiestágio considerando restrições de segurança $N - 1$ é apresentado a seguir.

$$\min v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (17a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y,c,t} + f_{ji,c,t}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y,c,t} + f_{ij,c,t}^0 \right) + g_{i,c,t} = d_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (17b)$$

$$f_{ij,c,t}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,c,t} - \theta_{j,c,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^0 \cup C^2, \forall t \in T \quad (17c)$$

$$f_{ij,c,t}^0 = (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \frac{(\theta_{i,c,t} - \theta_{j,c,t})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^1, \forall t \in T \quad (17d)$$

$$|f_{ij,c,t}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^0, \forall t \in T \quad (17e)$$

$$|f_{ij,c,t}^0| \leq (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^1, \forall t \in T \quad (17f)$$

$$|f_{ij,c,t}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C^2, \forall t \in T \quad (17g)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c,t} - (\theta_{i,c,t} - \theta_{j,c,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (17h)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c,t} - (\theta_{i,c,t} - \theta_{j,c,t})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}(1 - N_{ij,c}^{\text{cont}})) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2, \forall t \in T \quad (17i)$$

$$|f_{ij,y,c,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall c \in C^0, \forall t \in T \quad (17j)$$

$$|f_{ij,y,c,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C^1 \cup C^2, \forall t \in T \quad (17k)$$

$$|f_{ij,y,c,t}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij}^{\text{cont}} (1 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2 \quad (17l)$$

$$0 \leq g_{i,c,t} \leq \bar{g}_{i,t} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C^0, \forall t \in T \quad (17m)$$

$$0 \leq g_{i,c,t} \leq \bar{g}_{i,t}^{\text{cont}} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C^1 \cup C^2, \forall t \in T \quad (17n)$$

$$|\theta_{i,c,t}| \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (17o)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (17p)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall t \in T \quad (17q)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T | t > 1 \quad (17r)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (17s)$$

$$\theta_{i,c,t} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = \text{ref}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (17t)$$

Nesse modelo Ω_b , Ω_l , Y e T são os conjuntos de barras, ramos, linhas e estágios, respectivamente. O conjunto $C = C^0 \cup C^1 \cup C^2$ contém três tipos de cenários diferentes: o conjunto de cenário do caso base (sem contingências nas linhas) C^0 , o conjunto de cenário de contingências nas linhas existentes C^1 e o conjunto de cenários de contingências nas linhas candidatas C^2 . Note que, cada cenário $c \in C$ representa um estado de operação do sistema. c_{ij} , n_{ij}^0 , $f_{ij,c,t}^0$ e $\bar{f}_{ij,c}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos existentes na configuração base, o fluxo das linhas existentes no cenário c e estágio t e o fluxo de potência máxima permitida para o cenário c , todos no ramo ij . v é o investimento devido às adições de circuitos no sistema. $g_{i,c,t}$ é a geração na barra i , no cenário c e estágio t com seu valor máximo $\bar{g}_{i,t,c}$ (definido de forma antecipada no planejamento energético de longo prazo). $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no ramo ij . $d_{i,t}$ é a demanda na barra i e no estágio t . $\theta_{i,c,t}$ e $\bar{\theta}$ são respectivamente o ângulo de fase na barra i no cenário c , estágio t e o valor máximo do ângulo de fase. Cada variável binária $w_{ij,y,t}$ representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo. Isto é, $w_{ij,y,t} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij e no estágio t ; caso contrário $w_{ij,y,t} = 0$. Note que, se uma linha y é adicionada no ramo ij e no estágio t ela deverá continuar presente nos estágios subsequentes, esta condição será representada pela restrição (17r). Adicionalmente, como estamos construindo uma linha de forma independente

das outras, o fluxo de potência ativa $f_{ij,y,c,t}$ deve representar cada linha y do ramo ij de cenário c e no estágio t . Para o caso base, isto é, $c \in C^0$, o fluxo máximo de potência ativa no ramo ij é $\bar{f}_{ij,c}$ e a geração máxima é $\bar{g}_{i,t,c}$ na barra i , têm um valor normal de operação no sistema. Mas no caso de uma contingência em uma linha y do ramo ij , isto é, $(c \in C^1 \cup C^2)$ o fluxo máximo $\bar{f}_{ij,c}$ pode ser considerado de 10% a 20% maior em todas as linhas do sistema, permitindo que este opere sobrecarregada por um período curto de tempo, suficiente para resolver a contingência na linha de transmissão, nesse trabalho considera-se 20%. Esse procedimento é normal dentro da literatura de planejamento de transmissão de longo prazo (CEIDS, 2004). Outro elemento importante nesse modelo que merece destaque é a matriz de contingência N^{cont} de dimensão $|\Omega_l| \times |C|$. N^{cont} é uma matriz esparsa composta de uns e zeros, onde $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ indica contingência $N - 1$ do ramo ij no cenário c ; caso contrario $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 0$.

A função objetivo (17a) representa o custo de investimento total das linhas novas a serem adicionadas no sistema. A restrição (17b) é a equação de balanço de potência do sistema para cada barra i no cenário c e no estágio t e representa a primeira lei de Kirchhoff. Já a segunda lei de Kirchhoff é representada pelas restrições (17c), (17d), (17h) e (17i). As restrições (17c) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas existentes para o cenário c e no estágio t . As restrições (17d) representam o limite do fluxo de potência ativa das linhas existentes para cada cenário c no estágio t . Note que, tanto em (17d) como em (17f) se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$, então uma linha existente no ramo ij é retirada do sistema. As restrições (17h) e (17i) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas candidatas para cada cenário c e no estágio t . As restrições (17j), (17k) e (17l) representam o limite do fluxo de potência ativa das linhas candidatas para cada cenário c no estágio t . Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ nas restrições (17i) e (17l), então a primeira linha candidata do ramo ij é retirada do sistema. As restrições (17m) e (17n) representam o limite da geração de potência ativa para cada cenário c no estágio t . Para o cenário C^0 a geração máxima $\bar{g}_i$ é considerado e para os cenários $C^1 \cup C^2$ a geração máxima $\bar{g}_i^{\text{cont}}$ é considerado. A restrição (17o) limita o ângulo de fase de todas as barras do sistema, para todos os cenários, no estágio t . A restrição (17p) limita o número de linhas novas a serem instaladas no ramo ij e no estágio t . A restrição (17q) garante a alocação sequencial de linhas candidatas y e evita soluções iguais, no estágio t . A restrição (17r) determina que se a linha y é construída no ramo ij no estágio $t - 1$ então nos próximos estágios esta linha já existe e não pode ser construída novamente, isto é, $w_{ij,y,t-1} = 1 \Rightarrow w_{ij,y,t} = 1$. Considere o seguinte fato: Se a linha y é construída no ramo ij no estágio $(t - 1)$ então $w_{ij,y,t-1} = 1$, assim, apesar de não ter sido construída no estágio t , teremos $w_{ij,y,t} = 1$ pois a linha y é uma linha nova no ramo ij , isso significa que para não ser contada mais de uma vez no cálculo de custo da construção das novas linhas, o número de linhas a serem construídas no estágio t , no ramo ij é dado por $\left(\sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \right)$, a partir de $t = 2$ evidentemente, o que explica (17a). A característica binária das variáveis de investimento $w_{ij,y,t}$ é definida em (17s). A restrição (17t) exige que o ângulo de fase na barra de referência i seja igual a zero em todos os cenários e em todos os estágios.

4.1.2.1 Comentários sobre o Modelo Matemático de Planejamento Multiestágio

Note que as variáveis operacionais ou variáveis contínuas, $f_{ij,y,c,t}$, $g_{i,c,t}$, $\theta_{i,c,t}$, bem como as restrições da rede dependem do cenário c . Assim, o número dessas variáveis cresce $|C|$ vezes, isto é, a dimensão do modelo cresce linearmente com o número de contingências $|C|$. No entanto as variáveis binárias, ou variáveis de investimento $w_{ij,y,t}$ são as mesmas do planejamento multiestágio sem contingência, pois não dependem do cenário c , por isso o número dessas variáveis permanece inalterado. Alguns comentários do modelo proposto podem ser destacados:

- Para o caso base e com contingência em uma linha de transmissão existente ou candidata, os valores das variáveis de operação são alteradas a fim de adaptar-se às novas condições de operação do sistema, e é preciso diferenciá-las no modelo.
- As variáveis de operação são independentes para cada cenário e período.
- A fim de obter uma única solução para o PERTM, todos os cenários foram tratados em um único problema (17).
- Todos os cenários dependem da mesma variável de investimento $w_{ij,y,t}$.
- A lista de contingências é a mesma para todos os estágios.
- Se uma contingência acontece em uma linha existente, nas restrições (17d) e (17f) tem-se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ e consequentemente o fluxo das linhas neste ramo é calculado em função de um número menor de linhas existente $n_{ij}^0 - 1$. Note que n_{ij}^0 tem que ser maior que zero.
- Cada variável binária modela diretamente uma linha de transmissão candidata. Se uma contingência acontece neste tipo de linha as restrições (17i) e (17l) são alteradas, de modo que $f_{ij,y,c,t}$ é igual a zero para $y = 1$. Note que sempre é considerado uma contingência na primeira linha candidata.

4.1.3 Conjunto de Linhas com Contingência

Para trabalhar com o problema de PERTM considerando as restrições de segurança, é necessário criar um conjunto de linhas com contingências a ser avaliado no modelo (17). Uma estratégia é identificar as linhas com maior frequência de saída forçada, a partir dos dados históricos, ou com base na experiência do operador do sistema. Outra estratégia é resolver o modelo proposto sem restrições de segurança, e da solução ótima identificar as linhas (candidatas e existentes) com valores de fluxos de potência ativa acima de uma porcentagem da sua capacidade máxima (entre 80% a 95%). O objetivo é identificar as linhas mais sobre-carregadas (ou próximo da sua capacidade máxima) no sistema. Estas linhas formarão o conjunto de linhas com contingências.

4.2 TESTES E RESULTADOS

Os modelos propostos foram implementados na linguagem de modelagem algébrica AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008) (chamado com suas opções padrões). Os sistemas de testes de Garver de 6 barras, IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e o boliviano de 57 barras foram usados para testar e avaliar os modelos. Para cada sistema foram feitos dois casos: a) PERTE e PERTM sem restrições de segurança e b) PERTE e PERTM com restrições de segurança. Note que os modelos propostos podem solucionar o caso a) considerando os conjuntos C^1 e C^2 vazios. Além disso, para o problema de PERTM dos sistemas IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e boliviano de 57 barras foi usado a estratégia do Espaço de Busca Combinatório Reduzido (*EBCR*) apresentada no capítulo 3 e destacada na seção 3.3.

Os resultados para os modelos propostos foram obtidos em um computador pessoal de 4 Gb de memória RAM, com sistema operacional Windows 7 Profissional, 8 processadores Intel® Core(TM) i7 de 2.93 GHz e um sistema operacional de 32 Bits.

4.2.1 O Sistema de Garver

O sistema de Garver de 6 barras possui 15 ramos, 3 geradores, cargas em 5 barras com uma demanda total de 760 MW e permite construir no máximo 3 novas linhas por ramo. Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados no trabalho de Oliveira (2004).

Para este sistema foi considerado contingência em todas as linhas, já que é um sistema pequeno que exige pouco esforço computacional. Para o caso sem contingência o problema tem 222 restrições, 104 variáveis de operação e 45 variáveis binárias e no caso com contingência o problema tem 3060 restrições, 974 variáveis de operação e 45 variáveis binárias. Note que o número de variáveis binárias para ambos os casos permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. O resultado do teste é apresentado na Tabela 15 com o tempo de processamento dado em segundos.

Tabela 15 - Sistema de Garver

Sem contingência	Com contingência
$n_{3-5} = 1$ $n_{4-6} = 3$	$n_{2-6} = 1$ $n_{3-5} = 2$ $n_{4-6} = 3$
110.00 MUS\$ (14s)	160.00 MUS\$ (92s)

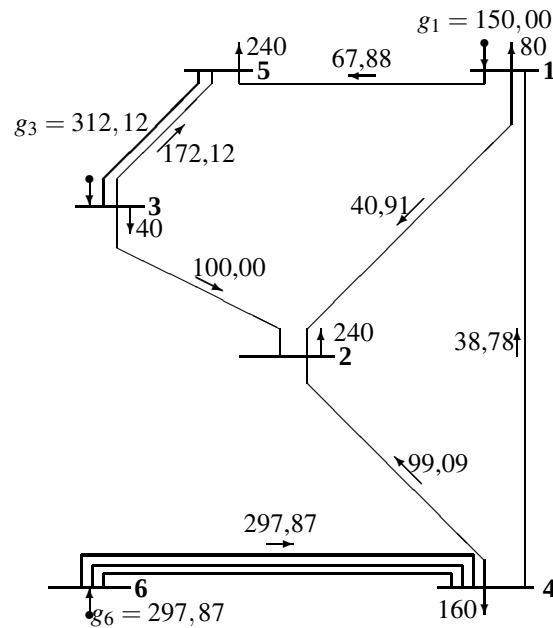
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Observe que o plano ótimo para o caso sem contingência requer quatro novas linhas enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de seis novas

linhas. A diferença entre os custos é de 45,45% em relação ao custo de planejamento sem contingência. Note ainda que as linhas $n_{3-5} = 1$ e $n_{4-6} = 3$ são comuns aos dois planos, sendo que no modelo com restrições de segurança existem duas linhas, $n_{3-5} = 1$, $n_{2-6} = 1$, a mais.

Na Figura 7, é mostrada a solução do sistema Garver sem considerar contingência.

Figura 7 - Solução do sistema Garver sem considerar restrições de segurança



Fonte: Romero e Monticelli (1994b)

Na Figura 8, é mostrada a solução do sistema Garver considerando contingência.

4.2.2 O Sistema IEEE de 24 Barras

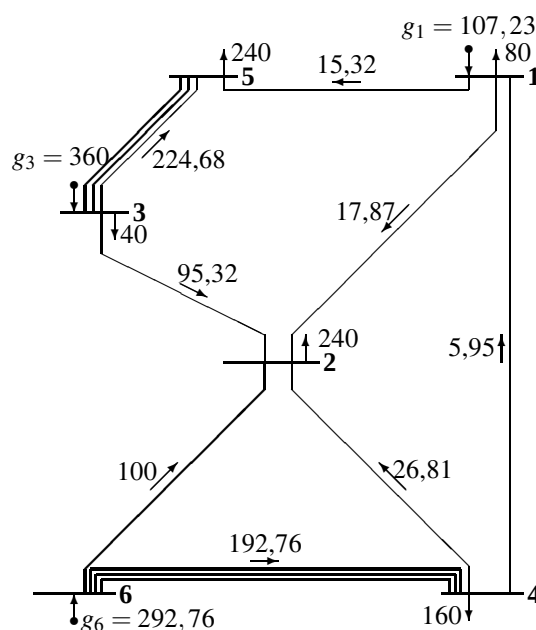
Nesta subseção são apresentados os resultados encontrados para o PERTE e o PERTM do sistema IEEE de 24 barras. Na Figura 4, que está na página 66, é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados em LAPSEE (2012) e Miasaki (2006).

4.2.2.1 PERTE para o Sistema IEEE de 24 Barras

Para o PERTE, o sistema IEEE de 24 barras possui 41 ramos, 10 geradores, cargas em 17 barras com uma demanda total de 9437 MW e permite construir no máximo 5 linhas novas por ramo.

Para este sistema foi considerado contingência em todas as linhas já que é um sistema de

Figura 8 - Solução do sistema Garver considerando restrições de segurança



Fonte: Adaptado de Romero e Monticelli (1994b)

médio porte que não exige um grande esforço computacional. Para o caso sem contingência o problema tem 1042 restrições, 477 variáveis de operação e 205 variáveis binárias; e para o caso com contingência o problema tem 36982 restrições, 11592 variáveis de operação e 205 variáveis binárias. Note que para ambos casos o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. Veja a solução na Tabela 16.

Tabela 16 - Plano ótimo do sistema IEEE 24 barras estático

Sem contingência	Com contingência
$n_{6-10} = 1$	$n_{2-4} = 1$
$n_{7-8} = 2$	$n_{3-9} = 1$
$n_{10-12} = 1$	$n_{5-10} = 1$
$n_{14-16} = 1$	$n_{6-10} = 2$
	$n_{7-8} = 2$
	$n_{10-12} = 1$
	$n_{12-13} = 1$
	$n_{13-14} = 1$
152,00 MUS\$ (0,52s)	329,00 MUS\$ (2283s)

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O plano ótimo para o caso sem contingência requer cinco novas linhas, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo considera dez novas linhas. A diferença entre

os custos é de 116,45%, em relação ao custo de planejamento sem contingência. Observe ainda que há quatro linhas em comum aos dois planos de expansão ($n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$ e $n_{10-12} = 1$), a nova linha n_{14-16} que aparece no plano de expansão sem restrições de segurança não aparece no plano de expansão com restrições de segurança, e que no plano de expansão com restrições de segurança existem mais cinco novas linhas ($n_{2-4} = 1$, $n_{3-9} = 1$, $n_{5-10} = 1$, $n_{12-13} = 1$ e $n_{13-14} = 1$).

4.2.2.2 PERTM para o Sistema IEEE de 24 Barras

O sistema IEEE de 24 barras possui 3 estágios, 41 ramos, 10 geradores em cada estágio, 17 barras de cargas com uma demanda de 8560 MW no primeiro estágio, 8988 MW no segundo estágio e 9437 MW no terceiro estágio e permite construir no máximo 5 linhas novas por ramo.

Para o caso sem contingência o modelo matemático tem 3536 restrições, 1431 variáveis de operação e 615 variáveis binárias. Veja a Tabela 17.

Tabela 17 - Plano ótimo do sistema IEEE 24 barras multiestágio

Sem contingência			Com contingência		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{6-10} = 1$ $n_{7-8} = 2$ $n_{10-12} = 1$ $n_{11-13} = 1$	$n_{20-23} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$ $n_{4-9} = 1$ $n_{6-10} = 2$ $n_{7-8} = 1$ $n_{10-12} = 1$ $n_{15-24} = 1$ $n_{14-23} = 1$	zero linhas	$n_{7-8} = 1$
220,28 MUS\$ (47,77s)			US\$ 362,64 MUS\$ (14768,30s)		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A partir do plano ótimo para o caso sem contingência, foi obtido a lista de linhas com contingências cujo fluxo é maior do que 80% do fluxo máximo, como mostrado na subseção 4.1.3. Neste caso foram selecionadas 22 linhas (1 – 5, 2 – 4, 3 – 24, 6 – 10, 7 – 8, 9 – 11, 9 – 12, 10 – 11, 10 – 12, 11 – 13, 12 – 13, 12 – 23, 14 – 16, 15 – 21, 15 – 24, 16 – 17, 17 – 18, 17 – 22, 18 – 21, 19 – 20, 20 – 23, 21 – 22) o que representam aproximadamente 53,65% do total de linhas do sistema.

Considerando a lista anterior de contingência, o modelo matemático tem 58799 restrições, 18516 variáveis de operação e 615 variáveis binárias. Note que, para ambos os casos, o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. Para este sistema não foi necessário a utilização do *EBCR*, assim o modelo proposto encontrou como resultado a construção das linhas mostradas

na Tabela 17, com o tempo de processamento dado em segundos.

O plano ótimo para o caso sem contingências requer oito novas linhas para os três estágios, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo indica dez novas linhas no primeiro e no terceiro estágios. A diferença entre os custos é de 64,63%, em relação ao custo de planejamento sem contingência. Observe ainda que há seis linhas em comum aos dois planos de expansão ($n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$), as novas linhas $n_{4-9} = 1$, $n_{15-24} = 1$ e $n_{14-23} = 1$ que aparecem no plano de expansão com restrições de segurança não aparecem no plano de expansão sem restrições de segurança, e que no plano de expansão com restrições de segurança o ramo 6 – 10 possui uma linha a mais. Além disso, as linhas $n_{11-13} = 1$ e $n_{20-23} = 1$ só aparecem no plano sem restrições de segurança.

Para avaliar a eficiência do *EBCR*, este sistema foi resolvido usando a metodologia mostrada na seção 3.3 com as seguintes diretivas: `poolstub=soluciones`, `populatelim=5`, `poolgap=0,05`, `poolintensity=4`, `poolreplace=2` e `populate=1`. Assim o modelo matemático passa a ter 32022 restrições, 11616 variáveis de operação e 315 variáveis binárias (Com restrições de segurança) e 1959 restrições, 831 variáveis de operação e 315 variáveis binárias (Sem restrições de segurança). Os resultados obtidos são os mesmos mostrados acima com um tempo de processamento menor de 658,383s (Com restrições de segurança) e 3,294s (Sem restrições de segurança).

4.2.3 O Sistema Colombiano de 93 Barras

Nesta subseção são apresentados os resultados encontrados para o PERTE e o PERTM do sistema Colombiano de 93 barras. Para este sistema foi considerado contingência em número reduzido de linhas já que é um sistema de grande porte que exige um grande esforço computacional. A partir do plano ótimo para o caso sem contingência, foi obtido a lista de linhas com contingências, para os dois casos estático e multiestágio, cujo fluxo é maior que 95% do fluxo máximo para as linhas existentes e de 60% do fluxo máximo para as linhas candidatas, como mostrado na subseção 4.1.3. Assim, foi criada uma lista com 7 linhas, sendo a linha candidata 43-88 e as linhas existentes 45-50, 59-67, 55-62, 29-64, 48-63 e 62-73 que na configuração ótima do caso base possuem um fluxo maior do que ou igual a 85% do fluxo máximo com exceção da linha 43 – 88 cujo fluxo é 59,8% do fluxo máximo. Estas linhas representam aproximadamente 4,51% do total de linhas do sistema. Esse número, pode parecer pouco representativo, mas de acordo com operadores do sistema da Colômbia em geral 4 ou 5 linhas são mais indicadas para contingência.

Na Figura 5, que está na página 71, é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados em LAPSEE (2012) e Oliveira (2004).

4.2.3.1 PERTE para o Sistema Colombiano de 93 Barras

Para o PERTE, o sistema colombiano de 93 barras possui 155 ramos, 49 geradores, cargas em 55 barras com uma demanda total de 14559 MW e permite no máximo a construção de 2 novas linhas por ramo. Para este sistema foi considerado contingência em número reduzido de linhas já que é um sistema de grande porte que exige um grande esforço computacional. Para o caso sem contingência o modelo tem 310 variáveis binárias, 1633 restrições, 596 variáveis de operação e no caso com contingência o problema tem 11971 restrições, 2594 variáveis de operação e 310 variáveis binárias. Note para ambos casos o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. Os resultados são mostrados na Tabela 18 com o tempo de processamento em segundos.

Tabela 18 - Plano ótimo do sistema colombiano de 93 barras estático

Sem contingência	Com contingência
$n_{43-88} = 2$	$n_{52-88} = 1$
$n_{15-18} = 1$	$n_{57-81} = 2$
$n_{30-65} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{30-72} = 1$	$n_{30-65} = 1$
$n_{55-57} = 1$	$n_{30-72} = 2$
$n_{55-84} = 1$	$n_{55-57} = 1$
$n_{56-57} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{59-67} = 1$
$n_{27-64} = 1$	$n_{55-62} = 2$
$n_{27-29} = 1$	$n_{27-64} = 1$
$n_{50-54} = 1$	$n_{27-29} = 1$
$n_{62-73} = 1$	$n_{62-73} = 1$
$n_{54-56} = 1$	$n_{45-81} = 1$
$n_{72-73} = 1$	$n_{72-73} = 1$
$n_{19-82} = 2$	$n_{19-82} = 1$
$n_{82-85} = 1$	$n_{82-85} = 1$
$n_{68-86} = 1$	$n_{68-86} = 1$
562,41 MUS\$ (77,83s)	639,67 MUS\$ (48096s)

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Neste sistema a diferença entre os custos de planejamento é menor, se comparado com os outros dois sistemas, isto é devido ao número pequeno de linhas com contingência se comparado ao grande número de linhas deste sistema. O plano ótimo para o caso sem restrições de segurança requer 19 novas linhas em 17 ramos, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de 20 novas linhas também em 17 ramos. A diferença entre os custos é de 13,74%, em relação ao custo de planejamento sem contingência. Note que, dos 17 ramos onde serão construídas novas linhas em cada um dos planos, 13 ramos são comuns.

Tabela 19 - Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio

Sem contingência			Com contingência		
Estágios			Estágios		
$n_{57-81} = 2$	$n_{27-29} = 1$	$n_{43-88} = 2$	$n_{57-81} = 2$	$n_{55-62} = 1$	$n_{52-88} = 1$
$n_{55-57} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{15-18} = 1$	$n_{55-57} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{30-65} = 1$	$n_{55-62} = 1$	$n_{62-73} = 2$	$n_{30-65} = 1$
$n_{45-81} = 1$	$n_{19-82} = 1$	$n_{30-72} = 1$	$n_{45-81} = 1$	$n_{72-73} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{82-85} = 1$		$n_{55-84} = 1$	$n_{82-85} = 1$	$n_{19-82} = 1$	$n_{59-67} = 1$
		$n_{27-64} = 1$		$n_{30-72} = 1$	$n_{27-64} = 1$
		$n_{19-82} = 1$			$n_{33-72} = 1$
		$n_{68-86} = 1$			$n_{72-73} = 1$
					$n_{68-86} = 1$
492,16 MUS\$ (7599,81s)			588,08 MUS\$ (57913,40s)		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A saber, $n_{15-18} = 1$, $n_{30-65} = 1$, $n_{30-72} = 1$, $n_{55-57} = 1$, $n_{55-84} = 1$, $n_{55-62} = 1$, $n_{27-64} = 1$, $n_{27-29} = 1$, $n_{62-73} = 1$, $n_{72-73} = 1$, $n_{19-82} = 1$, $n_{82-85} = 1$ e $n_{68-86} = 1$, que contém evidentemente 13 novas linhas em comum. Assim sendo, no caso considerando restrições de segurança devem ser construídas sete linhas diferentes das linhas a serem construídas no caso que não considera restrições de segurança.

4.2.3.2 PERTM para o Sistema Colombiano de 93 Barras

Para o PERTM, o sistema colombiano de 93 barras possui 3 estágios, 155 ramos, 35 geradores no primeiro estágio, 40 geradores no segundo estágio e 49 geradores no terceiro estágio, 55 barras de cargas e uma demanda de 9750 MW no primeiro estágio, 12162 MW no segundo estágio e 14559 MW no terceiro estágio e permite no máximo a construção de 2 novas linhas por ramo. Para o caso sem contingência o modelo matemático tem 5519 restrições, 2695 variáveis de operação e 930 variáveis binárias. Veja o resultado na Tabela 19.

O mesmo problema foi resolvido usando o *EBCR* mostrado na seção 3.3 com as seguintes diretivas: poolstub=soluções, populatelim=5, poolgap=0,10, poolintensity=4, poolreplace=2, mipgap=0,15 e populate=1. Assim, o modelo matemático passa a ter 2125 restrições, 1348 variáveis de operação e 258 variáveis binárias. Os resultados obtidos são os mesmos mostrados acima com um tempo de processamento menor, em torno de 40.076s.

Considerando a lista de contingência acima, o modelo matemático passa a ter 36533 restrições, 15035 variáveis de operação e 930 variáveis binárias. Note que para ambos casos o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. Devido à complexidade do problema matemático, para esse sistema teste foi usado o *EBCR* mostrado na seção 3.3, com as mesmas diretivas usadas no caso sem contingências. Assim, o modelo matemático passa a ter 14314 restrições, 8963

variáveis de operação e 258 variáveis binárias. O modelo matemático proposto encontrou como resultado a construção das linhas mostradas na Tabela 19.

O plano ótimo para o caso sem restrições de segurança requer 19 novas linhas em 16 ramos distintos, o ramo 19 – 82 é comum ao segundo e terceiro estágios. Tais linhas devem ser construídas ao longo dos três estágios pré-definidos. Enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de 22 novas linhas em 18 ramos distintos, sendo os ramos 55 – 62 e 72 – 73 comuns ao primeiro e segundo, segundo e terceiro estágios respectivamente. A diferença entre os custos é de 19,48%, em relação ao custo de planejamento sem contingência. Note que, de todos os ramos onde serão construídas novas linhas em cada um dos planos, 15 ramos são comuns aos dois casos ($n_{57-81} = 2$, $n_{55-57} = 1$, $n_{55-62} = 1$, $n_{45-81} = 1$, $n_{82-85} = 1$, $n_{27-29} = 1$, $n_{62-73} = 1$, $n_{72-73} = 1$, $n_{19-82} = 2$, $n_{15-18} = 1$, $n_{30-65} = 1$, $n_{30-72} = 1$, $n_{55-84} = 1$, $n_{27-64} = 1$ e $n_{68-86} = 1$). Com exceção do ramo $n_{43-88} = 2$, todos os outros ramos do primeiro caso (sem restrições de segurança) fazem parte do segundo caso (com restrições de segurança). Além disso, o ramo 19-82 tem duas linhas no primeiro caso e só uma no segundo caso. De modo que, no caso considerando restrições de segurança devem ser construídas seis linhas diferentes daquelas a serem construídas no caso sem restrições de segurança ($n_{55-62} = 1$, $n_{62-73} = 1$, $n_{52-88} = 1$, $n_{59-67} = 1$, $n_{33-72} = 1$ e $n_{72-73} = 1$). Note ainda que, embora os ramos 62 – 73 e 72 – 73 sejam comuns aos dois planos, no segundo eles possuem uma linha a mais.

4.2.4 O sistema Boliviano de 57 Barras

Nesta subseção são apresentados os resultados encontrados para o PERTE e o PERTM do sistema boliviano de 57 barras. Para este sistema as linhas com contingências para o problema de PERTE são aquelas cujo fluxo é maior do que ou igual a 80% do fluxo máximo, mas no problema de PERTM este critério foi alterado para 90% e ainda assim com o auxílio do *EBCR*. Na Figura 6, que está na página 75, é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados nas Tabelas 44 e 45 do Apêndice B ou em LAPSEE (2012).

As linhas deste sistema podem ser de três características diferentes, isto é, uma linha y a ser instalada no ramo ij pode ter característica k igual a 1, 2 ou 3. Consequentemente, uma linha qualquer no ramo ij , com característica k será designada por $n_{i-j,k} = 1$.

4.2.4.1 PERTE para o Sistema Boliviano de 57 Barras

Para o PERTE, o sistema boliviano de 57 barras 92 ramos, 18 geradores, cargas em 27 barras com uma demanda total de 1733,3 MW e permite construir no máximo 2 novas linhas para a maioria dos ramos e 3 para os outros. Para o caso sem contingência o modelo matemático tem 1470 restrições, 676 variáveis de operação e 270 variáveis binárias. O plano ótimo prevê a

Tabela 20 - Plano ótimo do sistema boliviano de 57 barras estático

Sem Contingência	Com Contingência
$n_{13-14,1} = 1$	$n_{1-9,1} = 1$
$n_{24-25,1} = 1$	$n_{13-14,1} = 2$
$n_{22-39,1} = 1$	$n_{24-25,1} = 1$
$n_{47-46,1} = 1$	$n_{22-39,1} = 2$
$n_{47-48,1} = 1$	$n_{36-39,1} = 1$
$n_{42-51,1} = 2$	$n_{41-45,1} = 1$
$n_{52-53,1} = 2$	$n_{42-51,1} = 2$
$n_{42-53,1} = 2$	$n_{43-51,1} = 2$
$n_{53-51,1} = 1$	$n_{52-53,1} = 3$
$n_{51-54,1} = 1$	$n_{42-53,1} = 2$
$n_{21-55,1} = 2$	$n_{43-53,1} = 1$
$n_{55-20,2} = 2$	$n_{27-50,1} = 1$
$n_{55-32,1} = 3$	$n_{51-54,1} = 1$
$n_{55-35,1} = 3$	$n_{21-55,1} = 2$
	$n_{55-20,1} = 2$
	$n_{55-32,1} = 3$
	$n_{55-35,2} = 1$
152,42 MUS\$ (38,83s)	213,08 MUS\$ (9241,64s)

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

construção das novas linhas, Tabela 20. A partir do plano ótimo para o caso sem contingência, foi obtida a lista das linhas com contingência cujo fluxo é maior do que 80% do fluxo máximo, como mostrado na subseção 4.1.3. Neste caso foram selecionadas 14 linhas, sendo 10 existentes nos ramos: 1-9, 13-14, 22-39, 27-28, 21-30, 30-31, 28-32, 36-39, 31-40 e 41-45 e 4 candidatas nos ramos: 42-51, 52-53, 42-53 e 53-51 o que representa aproximadamente 15,21% do total de ramos do sistema. Considerando a lista de contingência anterior, o modelo matemático passa a ter 18400 restrições, 6348 variáveis de operação e 270 variáveis binárias. Note que o número de variáveis binárias para ambos os casos permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. O modelo matemático proposto prevê a construção das linhas mostradas na Tabela 20.

O plano ótimo para o caso sem contingência requer 23 novas linhas, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de 28 novas linhas. A diferença entre os custos é de 39,80% em relação ao custo de planejamento sem contingência. Note ainda que as 18 linhas ($n_{24-25,1} = 1$, $n_{42-51,1} = 2$, $n_{42-53,1} = 2$, $n_{51-54,1} = 1$, $n_{21-55,1} = 2$, $n_{55-20,2} = 2$, $n_{55-32,1} = 3$, $n_{55-35,1} = 1$) são comuns aos dois casos, sendo que o modelo com restrições de segurança possui a mais as linhas, $n_{1-9,1} = 1$, $n_{36-39,1} = 1$, $n_{41-45,1} = 1$, $n_{43-51,1} = 2$, $n_{43-53,1} = 1$, $n_{27-50,1} = 1$. Sendo que no plano sem contingência existem as linhas $n_{47-46,1} = 1$, $n_{47-48,1} = 1$, $n_{53-51,1} = 1$, $n_{55-35,1} = 2$ que não fazem parte do outro plano. E os ramos $n_{13-14,1} = 2$, $n_{22-39,1} = 2$ e $n_{52-53,1} = 3$, são comuns aos dois casos, mas têm uma

linha a mais no caso com restrição de segurança.

4.2.4.2 PERTM para o Sistema Boliviano de 57 Barras

Para o PERTM, o sistema boliviano de 57 barras possui 4 estágios, 92 ramos, 16 geradores no primeiro estágio, 17 geradores no segundo estágio, 17 geradores no terceiro estágio e 18 geradores no quarto estágio com 24 barras de cargas para o primeiro estágio, 25 barras de cargas para o segundo e terceiro estágios e 27 barras de cargas para o quarto estágio e uma demanda de 962,3 MW no primeiro estágio, 1029,9 MW no segundo estágio, 1229,2 MW no terceiro estágio e 1733,3 MW no quarto estágio e permite construir no máximo 2 novas linhas para a maioria dos ramos e 3 para os outros.

Para o caso sem contingência o modelo matemático tem 6690 restrições, 2700 variáveis de operação e 1080 variáveis binárias. O plano ótimo prevê a construção das novas linhas mostradas na Tabela 21,

Tabela 21 - Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio sem contingência

Sem contingência			
Estágios			
$n_{13-14,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$	$n_{43-51,1} = 2$	$n_{24-25,1} = 1$
$n_{36-39,1} = 1$	$n_{21-39,1} = 1$		$n_{41-45,1} = 1$
$n_{21-39,1} = 1$			$n_{52-53,1} = 2$
			$n_{43-53,1} = 2$
			$n_{53-51,1} = 1$
			$n_{51-54,1} = 1$
			$n_{21-55,1} = 2$
			$n_{55-20,1} = 1$
			$n_{55-20,2} = 1$
			$n_{55-32,1} = 3$
			$n_{55-35,1} = 2$
71,77 MUS\$ (8708,38s)			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O mesmo problema foi resolvido usando o *EBCR* mostrado na seção 3.3 com as seguintes diretivas: poolstub=soluciones, populatelim=5, poolgap=0.05, poolintensity=4, poolreplace=2 e populate=1. Assim, o modelo matemático passa a ter 3147 restrições, 1412 variáveis de operação e 444 variáveis binárias. Os resultados obtidos são os mesmos mostrados acima com um tempo de processamento menor de 249.29s. A partir do plano ótimo para o caso sem contingência, foi obtida a lista das linhas com contingência cujo fluxo é maior do que 90% do fluxo máximo, como mostrado na subseção 4.1.3. Neste caso foram selecionadas 11 linhas, sendo 8 existentes nos ramos: 13-14, 24-25, 22-39, 27-28, 21-30, 28-32, 36-39 e 31-40 e 3 candidatas nos ramos: 52-53, 53-51 e 27-50 o que representa aproximadamente 11,95% do

total de linhas do sistema.

Considerando a lista de contingência anterior, o modelo matemático passa a ter 59898 restrições, 20480 variáveis de operação e 1080 variáveis binárias. Note que o número de variáveis binárias para ambos os casos permanece igual, porém o número de variáveis de operação cresce linearmente com o número de contingências. Devido à complexidade do problema matemático, para esse sistema teste também foi usado o *EBCR* mostrado na seção 3.3. Assim, o modelo matemático passa a ter 29755 restrições, 12012 variáveis de operação e 444 variáveis binárias. O modelo matemático proposto prevê a construção das linhas mostradas na Tabela 22.

Tabela 22 - Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio com contingência

Com contingência			
Estágios			
$n_{13-14,1} = 1$	$n_{13-14,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$	$n_{41-45,1} = 1$
$n_{24-25,1} = 1$	$n_{17-51,1} = 1$	$n_{21-39,1} = 1$	$n_{42-51,1} = 1$
$n_{22-39,1} = 1$			$n_{43-51,1} = 1$
$n_{36-39,1} = 2$			$n_{52-53,1} = 2$
$n_{43-51,1} = 1$			$n_{52-53,2} = 2$
$n_{17-51,1} = 1$			$n_{42-53,1} = 1$
$n_{55-20,2} = 1$			$n_{43-53,1} = 1$
$n_{55-32,1} = 1$			$n_{53-51,1} = 1$
$n_{21-39,1} = 1$			$n_{51-54,1} = 1$
			$n_{21-55,1} = 2$
			$n_{55-20,1} = 2$
			$n_{55-32,1} = 2$
			$n_{55-35,1} = 2$
112.79 MUS\$ (174140, 18s)			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O plano ótimo para o caso sem contingência requer 24 novas linhas, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de 33 novas linhas. A diferença entre os custos é de 57,15% em relação ao custo de planejamento sem contingência. Note ainda que as linhas $n_{13-14,1} = 1$, $n_{24-25,1} = 1$, $n_{36-39,1} = 1$, $n_{21-39,1} = 2$, $n_{27-50,1} = 1$, $n_{41-45,1} = 1$, $n_{43-51,1} = 2$, $n_{52-53,1} = 2$, $n_{43-53,1} = 1$, $n_{53-51,1} = 1$, $n_{51-54,1} = 1$, $n_{21-55,1} = 2$, $n_{55-20,1} = 1$, $n_{55-20,2} = 1$, $n_{55-32,1} = 3$ e $n_{55-35,1} = 2$ são comuns aos dois casos, sendo que o modelo com restrições de segurança possui a mais as linhas, $n_{13-14,1} = 1$, $n_{22-39,1} = 1$, $n_{36-39,1} = 1$, $n_{17-51,1} = 2$, $n_{42-51,1} = 1$, $n_{52-53,2} = 2$, $n_{42-53,1} = 1$, e $n_{55-20,1} = 1$. E o ramo $n_{43-53,1} = 1$, é comum aos dois casos, mas têm uma linha a mais no caso sem restrição de segurança e os ramos $n_{13-14,1} = 1$, $n_{36-39,1} = 1$ e $n_{55-20,1} = 1$ uma linha a mais no caso com restrição de segurança.

4.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Dois modelos matemático para resolver o problema de expansão de sistema de transmissão com restrição de segurança estático e multiestágio foram apresentados.

Dados os modelos lineares disjuntivos propostos, foram implementados usando a linguagem de modelagem algébrico AMPL e obteve-se a solução ótima através de um método de otimização clássico com o *solver* comercial CPLEX.

Nos sistemas IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e boliviano de 57 barras para o planejamento multiestágio o *EBCR* foi utilizado de forma a facilitar a convergência do CPLEX.

Os resultados obtidos usando sistemas conhecidos de pequeno e médio porte mostrou excelente desempenho do modelo proposto através de soluções que são factíveis e garantem o funcionamento do sistema em caso de contingência nas linhas pré-definidas.

Uma análise comparativa entre os resultados obtidos usando o modelo sem restrição de segurança e o modelo proposto com restrição de segurança mostrou as diferenças nos dois planos ótimos e principalmente o aumento no custo da construção das novas linhas. É possível ver essas diferenças de forma mais clara observando a Tabela 23.

Tabela 23 - Resumo dos resultados do capítulo 4

Sistemas	Estático			
	Sem contingência		Com contingência	
	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>
Garver	-	110,00 MUS\$ (14s)	-	160,00 MUS\$ (92s)
IEEE24	-	152,00 MUS\$ (0,52s)	-	329,00 MUS\$ (2283s)
Colombiano	-	562,41 MUS\$ (77,83s)	-	639,67 MUS\$ (48096s)
Boliviano	-	152,42 MUS\$ (38,83s)	-	213,08 MUS\$ (9241,64s)
Sistemas	Multiestágio			
	Sem contingência		Com contingência	
	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>
IEEE24	220,28 MUS\$ (3,29s)	220,28 MUS\$ (47,77s)	362,64 MUS\$ (658s)	362,64 MUS\$ (14768s)
Colombiano	492,16 MUS\$ (40,076s)	492,16 MUS\$ (7599,81s)	588,08 MUS\$ (57913s)	-
Boliviano	71,77 MUS\$ (249,29s)	71,77 MUS\$ (8708,38s)	112,79 MUS\$ (174140s)	-

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

5 PLANEJAMENTO ESTOCÁSTICO DA EXPANSÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO MULTISTÁGIO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA

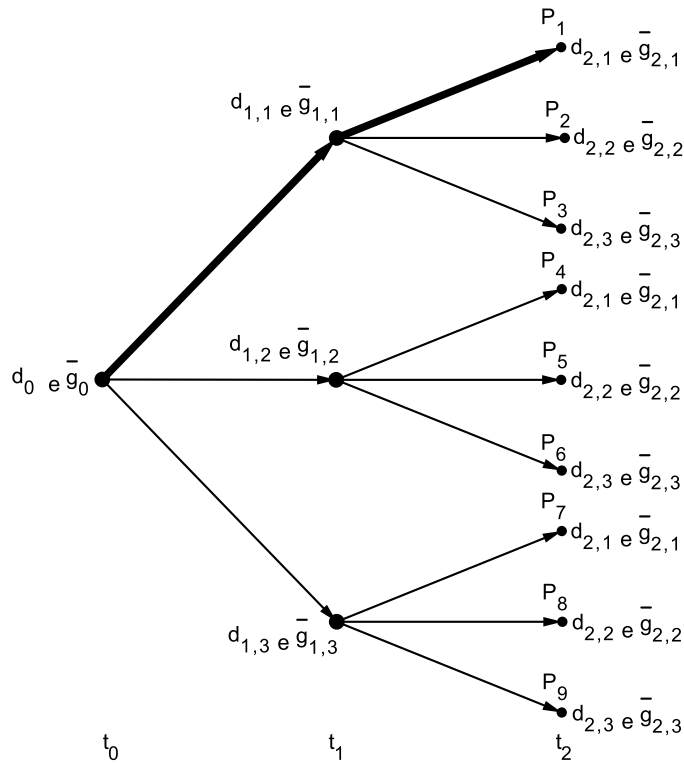
No problema de PERT além de definir onde, quantos e quando novos circuitos (linhas de transmissão, transformadores) serão necessários para um fornecimento confiável e econômico da demanda e geração previstas (PEREIRA et al., 1985), existem algumas qualidades que se espera encontrar em um sistema bem planejado, dentre elas (GALIANA; MCGILLIS; MARIN, 1992), deve existir flexibilidade no processo de planejamento, de tal forma que seja possível alterá-lo convenientemente quando necessário, adaptando-o às mudanças do meio. A mudança mais significativa é relativa as taxas de crescimento da demanda e novos investimentos da geração. Isto significa que o plano de expansão deve ser flexível para permitir que o ritmo de implantação das instalações planejadas, possa ser diminuído ou aumentado, conforme a necessidade. Assim, os estudos de PERT, consistem basicamente da comparação de diversas alternativas de expansão definidas através de um conjunto de unidades geradoras previstas, da topologia inicial do sistema e da previsão da demanda.

Quando todos os dados do problema de PERT são considerados conhecidos com 100% de certeza, como os modelos estudados nos capítulos 3 e 4, a abordagem é dita ser determinística. Por outro lado, quando considera-se incertezas inerentes ao problema PERT (crescimento da demanda, afluições e estado operativo dos componentes e expansão da geração), o problema PERT é dito ser sob incertezas ou estocástico .

Nesse capítulo o modelo (18) apresentado levará em consideração incertezas nos dados de geração e demanda apresentados em um conjunto de cenários S . Uma extensão dele é o modelo (24) que considerará também a probabilidade de acontecer cada um desses cenários e ampliando um pouco mais chega-se ao modelo (25) que considerará a mais, além de restrições de segurança a probabilidade de cada contingência acontecer. Diferentemente do apresentado no capítulo 4, em que a lista com contingência tinha 100% de probabilidade de acontecer, no modelo (25), a contingência em uma linha candidata ou existente terá uma probabilidade de acontecer considerada. Sobre os cenários de planos de geração e crescimento da demanda, podemos considerar:

- A previsão da demanda e da geração podem ser considerados como um conjunto de cenários com uma probabilidade associada. Veja o esquema ilustrativo na Figura 9; em que $d_{t,s}$ e $\bar{g}_{t,s}$ são respectivamente os vetores de demanda e geração máxima no estágio t e cenário s . P_s representa a probabilidade de acontecer o cenário s . A linha em destaque representa o cenário 1.

Figura 9 - Cenário



Fonte: Elaboração do autor.

- Os cenários de crescimento tem como objetivo modelar as incertezas no horizonte de planejamento;
- O objetivo do problema de planejamento é encontrar um único plano de expansão que satisfaça todos os cenários, tendo em conta a sua probabilidade de acontecer.

Este capítulo está organizado da seguinte forma: Na seção 5.1 está o modelo multietápico (18), considerando cenários. Na seção 5.2 é apresentado um breve resumo com exemplos sobre programação com cenários: programação fuzzy na subseção 5.2.1, programação estocástica na subseção 5.2.2, programação estocástica dinâmica na subseção 5.2.3, uma justificativa para a natureza estocástica do modelo (24) está na subseção 5.2.4 e o modelo (24) considerando cenários de demanda e geração com a probabilidade de cada um acontecer, é apresentado na subseção 5.2.4. Na seção 5.3 é apresentado o modelo (25), o mais completo e importante modelo desse trabalho: Multi cenário e com restrições de segurança, com probabilidade para os cenários e para as linhas em contingência, além de comentários na subseção 5.3.1. Na seção 5.4 são apresentados os testes e resultados com o modelo (25) para os sistemas IEEE de 24 barras subseção 5.4.1, colombiano de 93 barras subseção 5.4.2 e boliviano de 57 barras na subseção 5.4.3. Finalmente, na seção 5.5 as conclusões do capítulo.

5.1 MODELO MATEMÁTICO DO PERTM DETERMINÍSTICO CONSIDERANDO CENÁRIOS

Nesta seção é apresentado um modelo matemático linear disjuntivo multiestágio com cenários de geração e demanda. O objetivo deste modelo é encontrar um único plano ótimo para o problema de Planejamento de Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM) que considera mais de um cenário para geração e demanda de energia elétrica. Ele considera apenas diferentes cenários de geração e demanda. Mas, a partir dele serão construídos outros dois modelos que consideram também, a probabilidade de cada um desses cenários acontecer, restrições de segurança e uma probabilidade para cada contingência. Note-se que este modelo é semelhante ao modelo (15), apresentado no capítulo 3 porém com o parâmetro s de cenários a mais. O plano de expansão tem que satisfazer todos os cenários (sem corte de carga), dado que todos os cenários têm 100% de probabilidade de acontecer no futuro. Isto não significa escolher um plano que satisfaz o pior cenário de geração e demanda, para que os melhores também sejam satisfeitos. Isto porque, as linhas que serão instaladas pelo plano de expansão do pior cenário podem não ser as mesmas requeridas para o plano de expansão de outro cenário que eventualmente tenha um menor custo. Assim, o modelo abaixo resolve o problema considerando todos os cenários de uma única vez e determina um único plano que possa satisfazer a todos.

$$\min v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \quad (18a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s} = d_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18c)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,t,s} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18d)$$

$$|f_{ij,t,s}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18e)$$

$$|f_{ij,t,s}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18f)$$

$$0 \leq g_{i,t,s} \leq \bar{g}_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (18h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (18i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (18j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (18k)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (18l)$$

$$\theta_{i,t,s} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T / i = \text{ref}, \forall s \in S \quad (18m)$$

A descrição desse modelo é feita de modo semelhante ao do modelo (15) apresentado no capítulo 3 porém considerando o conjunto de cenários S . Sua postagem aqui é também para maior

comodidade do leitor e maior fluidez na leitura. Cada variável binária representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo no estágio t . Isto é, $w_{ij,y,t} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij no estágio t ; caso contrário $w_{ij,y,t} = 0$. Além disso, note-se que essa variável de investimento $w_{ij,y,t}$ não depende do cenário s , diferentemente das variáveis de operação apresentadas a seguir. Como estamos construindo uma linha de forma independente das outras, o fluxo de potência ativa $f_{ij,y,t,s}$ deve representar cada linha y do ramo ij no estágio t e cenário s . O fluxo das linhas existentes no ramo ij também dependerá do estágio t e do cenário s e será representado por $f_{ji,t,s}^0$. $\bar{\theta}$ é o valor máximo do ângulo de fase. Considere o seguinte fato: Se a linha y é construída no ramo ij no estágio $(t - 1)$ então $w_{ij,y,t-1} = 1$, assim, apesar de não ter sido construída no estágio t , teremos $w_{ij,y,t} = 1$, pois a linha y é uma linha nova no ramo ij , isso significa que para não ser contada mais de uma vez no cálculo de custo da construção das novas linhas, o número de linhas a serem construídas no estágio t , no ramo ij é dado por $\left(\sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1})\right)$, a partir de $t = 2$ evidentemente, o que explica a fórmula (18a). As restrições (18b) e (18c) representam, respectivamente, a primeira e a segunda leis de Kirchhoff em cada um dos estágios t e cenário s . No entanto, a equação (18b) envolve os fluxos das linhas existentes e novas enquanto (18c) envolve apenas as linhas existentes e os fluxos das linhas existentes em cada estágio t e cenário s . A restrição (18d) representa a linearização da parte da segunda lei de Kirchhoff que envolve apenas as linhas novas adicionadas em cada estágio t e os fluxos referentes a elas no estágio t e cenário s e sua dedução pode ser pensada como no modelo (8). As restrições (18e), (18f) e (18g) representam, respectivamente, as limitações dos fluxos das linhas existentes, novas e da geração em cada estágio t e cenário s . A restrição (18h) é a limitação do valor do ângulo de fase $\theta_{i,t,s}$ na barra i , no estágio t e no cenário s , faz com que o valor do Big M apresentado em (8.e) fique determinado por $2\bar{\theta}$ que é usado na restrição (18d) (VINASCO; RIDER; ROMERO, 2011). A restrição (18i) é a limitação do número de linhas novas a serem instaladas no ramo ij . A restrição (18j) garante a alocação sequencial das linhas y no conjunto Y e evita soluções iguais. Já a restrição (18k), chamada de restrição de acoplamento, garante que as linhas adicionadas no estágio $(t - 1)$ sejam consideradas como linhas existentes para o próximo estágio t . Para finalizar as restrições (18l) e (18m) determinam que a variável w é binária e que precisamos de um ângulo de referência $\theta_{i,t,s} = 0$ em uma determinada barra i em cada estágio t e cenário s .

5.2 TRATAMENTO DAS INCERTEZAS NO PERT

O Problema de PERT a longo prazo depende de parâmetros incertos que podem variar com o passar do tempo. Por exemplo, os custos c , a geração g e a demanda d futuras de energia que são desconhecidas no presente. Por isso, podemos dizer que o problema PERT não é um problema determinístico, mas pode ser tratado como tal se considerarmos todos os parâmetros incertos como dados e com uma probabilidade de 100% de acontecer no futuro. Foi o que

fizemos no capítulo 4 deste trabalho. No entanto, esta talvez não seja a melhor maneira de tratar o problema PERT, pois é impossível saber qual será o custo da energia daqui a cinco, dez, quinze anos. Bem como a energia a ser demandada e a capacidade de geração. Por causa das incertezas na expansão da geração de energia bem como o crescimento de carga para o período de planejamento, matematicamente o problema de planejamento da rede de transmissão pode ser formulada como um problema de otimização estocástica. (YANG; WEN, 2005).

Para dar ao problema PERT uma solução que atenda às características peculiares da incerteza, é preciso considerar variáveis incertas e assim obter um plano de expansão mais flexível e capaz de se adequar às mudanças nos cenários sobre os quais foi construído. Na literatura encontra-se abordagens que incorporam e tratam estas incertezas, por exemplo, a programação fuzzy, a programação estocástica e a programação estocástica dinâmica.

5.2.1 Programação Fuzzy

Segundo Sahinidis (2004), tanto a programação estocástica quanto a fuzzy tratam de problemas de otimização com incertezas. No entanto, enquanto a programação estocástica lida com as incertezas através de funções probabilísticas a programação fuzzy lida com os parâmetros como números fuzzy e as restrições como conjuntos fuzzy. Além disso, nesta última, algumas violações de restrições são permitidas e o grau de satisfação associado a cada restrição é definido por uma função de pertinência. Por exemplo, para a restrição $a^t x \leq \beta$ onde x é o vetor de decisão e β um parâmetro aleatório entre b e $b + \Delta b$ a função de pertinência linear é dada por

$$u(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } a^t x \leq b \\ 1 - \frac{a^t x - b}{\Delta b}, & \text{se } b < a^t x \leq b + \Delta b \\ 0, & \text{se } b + \Delta b < a^t x. \end{cases}$$

Pode-se classificar a programação fuzzy em duas categorias: programação flexível e programação probabilística. A programação flexível trabalha com as incertezas do lado direito das restrições enquanto programação probabilística reconhece incertezas nos coeficientes da função objetivo bem como nos coeficientes das restrições. Em ambos os tipos de programação fuzzy, a função de pertinência é usada para representar o grau de satisfação das restrições, as expectativas do decisor sobre o nível da função objetivo e o intervalo de incerteza dos coeficientes (SAHINIDIS, 2004).

5.2.2 Programação Estocástica

Muitos modelos de programação estocástica são inicialmente formulados como modelos determinísticos. Se alguns dos parâmetros do modelo determinístico são incertos e este modelo apresenta-se sensível a alterações destes parâmetros, então é apropriado considerar programa-

ção estocástica para solução desse problema (SEN; HIGLE, 1999). O modelo determinístico permite calcular a solução ótima para cada um dos cenários separadamente, enquanto que o modelo estocástico considera o conjunto de todos os cenários simultaneamente, cada um com uma probabilidade de ocorrência associada. Dado que o cenário futuro não é conhecido, o modelo estocástico pode apresentar uma solução muito mais adequada do que o modelo determinístico.

A programação estocástica segundo Sahinidis (2004), pode ser classificada em dois tipos: Modelos de recurso (*recourse models*) e modelos probabilísticos (*probabilistic models*). Os modelos de recursos são divididos em: Programação Linear Estocástica (*stochastic linear programming*), Programação inteira estocástica (*stochastic integer programming*) e programação robusta (*robust stochastic programming*).

5.2.2.1 Modelo de Recurso (*recourse models*)

Esta modelagem desenvolvida por Dantzig (1955) e Beale (1955) para problemas de programação estocástica se aplica a modelos de dois ou mais estágios (fases). Tradicionalmente, as variáveis da segunda fase são interpretados como medidas corretivas ou de recurso contra qualquer infactibilidade que surgem devido a uma realização particular de incerteza (SAHINIDIS, 2004).

1. Programação linear inteira estocástica

Por exemplo, uma empresa que compra e vende energia terá que decidir quanto vai comprar hoje com uma antecedência de 5 anos, A^{-5} , energia mais barata. Mas esta empresa também poderá comprar energia com 3 anos de antecedência, A^{-3} corrigindo a decisão anterior devido as tendências de mercado e cenários políticos e sociais econômicos, mas nesse caso pagará um pouco mais caro pela energia. Se ainda assim, perceber que a quantidade de energia comprada ainda é insuficiente poderá comprar ainda com um ano de antecedência, A^{-1} só que com um preço bem mais caro. Nesse caso o problema da compra de energia foi resolvido em três fases **corretivas**. Contudo, quanto melhor o acerto em A^{-5} maior será o lucro da empresa.

Além disso, o problema da segunda fase também pode ser um problema de decisão em nível operacional, na sequência de um plano de primeira fase e para a realização de incertezas (SAHINIDIS, 2004).

Outro exemplo, no caso da ação corretiva da segunda fase seria (modelo do estoque Shapiro e Philpott (2007. 35 p)): suponha que uma companhia tenha que decidir a quantidade x de certo produto para satisfazer uma demanda d . O custo do produto é $c > 0$ por unidade. Se a demanda d é maior que x , então há uma penalidade de $b > 0$ por unidade não fornecida. O custo desta penalidade é igual a $b(d - x)$ se $d > x$ e zero se $d < x$. Por outro lado, se a demanda d é menor que a quantidade x de unidades de produtos ofertados e

$h > 0$ é o prejuízo por unidade produzida e não comercializada, então o valor do custo do prejuízo é de $h(x - d)$, considera-se esse valor igual a zero se $d \geq x$. Então, o custo total é dado por: $G(x, d) = cx + b(d - x) + h(x - d)$ ou ainda por:

$$G(x, d) = cx + b(d - x) + h(x - d) = \begin{cases} cx + b(d - x) & \text{se } d > x \\ cx + h(x - d) & \text{se } d < x \end{cases}$$

Supondo que $b > c$, isto é, o custo para produzir uma unidade do produto é menor que a penalidade por ele não ter sido produzido. Vamos tratar x e d como variáveis reais.

O objetivo é minimizar o custo $G(x, d)$. Aqui x é a variável de decisão e d é um parâmetro. Além disso, se a demanda é conhecida o problema de otimização correspondente pode ser reformulado como segue:

$$\min_{x \geq 0} G(x, d)$$

A restrição de $x \geq 0$ pode ser removida se for permitido atender a pedidos anteriores, penderes. Assim, se por exemplo, a demanda $d = 10$ unidades do produto e existem 12 unidades em estoque é preciso produzir $x = -2$ unidades de produtos.

A função objetivo pode ser reescrita como

$$G(x, d) = \max\{cx + b(d - x), cx + h(x - d)\},$$

que é linear por partes com mínimo em $\bar{x} = d$. Isto é, se a demanda d é conhecida então a melhor decisão é exatamente a demanda d .

Considere agora o caso em que a decisão sobre a quantidade x de unidades a ser produzida deve ser tomada antes de se conhecer a demanda d . Uma forma possível de proceder em tal situação é ver a demanda D como uma variável aleatória (denotado aqui por capital D , a fim de enfatizar que é agora visto como uma variável aleatória e para distingui-lo de sua realização d particular). Supomos, ainda, que uma função de distribuição de probabilidade para D é conhecida. Isto faz sentido em situações em que há repetições no procedimento das encomendas e a função de distribuição de D pode ser estimada, por exemplo, a partir de dados históricos. Então, faz sentido falar sobre o valor esperado, denotado por $E[G(x, D)]$, do custo total e escrever o problema correspondente como

$$\min_{x \geq 0} E[G(x, D)].$$

A formulação acima aborda o problema de otimização (minimização) do custo total, *em média*. O que seria uma possível justificação de tal abordagem? Se o processo se repete, em seguida, pela Lei dos Grandes Números, para um dado (fixo) x , a média do custo total, ao longo de muitas repetições, irá convergir com uma probabilidade a um valor esperado $E[G(x, D)]$. Com efeito, nesse caso, a solução ótima do problema será a média.

O problema acima dá um exemplo simples de uma ação recursiva. Na primeira fase, antes de se conhecer a demanda D , tem de se tomar uma decisão sobre a quantidade x de unidades a ser produzidas. Na segunda fase, após conhecer a demanda D , pode acontecer que $d > x$. Nesse caso, a companhia poderá suprir a demanda comprando o que falta $d - x$ a um custo de $b > c$.

Para resolver esse problema, considere a *função de distribuição cumulativa* (fdc) de probabilidades $F(z) := \text{Prob}(D \leq z)$ da variável aleatória D . Note que $F(z) = 0$ para $z < 0$. Isto é porque a demanda não pode ser negativa. É possível mostrar que:

$$E[G(x, D)] = bE[D] + (c - b)x + (b + h) \int_0^x F(z) dz$$

Portanto, fazendo a derivada em relação a x do lado direito da equação e igualando a zero. Temos:

$$(c - b) + (b + h)F(x) = 0 \Rightarrow F(x) = \frac{b - c}{b + h} \Rightarrow \bar{x} = F^{-1}\left(\frac{b - c}{b + h}\right)$$

e $\bar{x}$ é a solução ótima do problema.

2. Programação linear estocástica

De modo geral, o modelo de programação estocástica de dois estágios pode ser formulado como segue:

$$\min v(x) = c^t x + E[Q(x, \omega)] \quad (19a)$$

s.a.

$$Ax \leq b \quad (19b)$$

$$0 \leq x \quad (19c)$$

onde $Q(x, \omega)$ é o valor ótimo do problema de segundo estágio:

$$\min Q(x, \omega) = f(\omega)^t y \quad (20a)$$

s.a.

$$D(\omega)y \leq h(\omega) - T(\omega)x \quad (20b)$$

$$0 \leq y \quad (20c)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$, é a variável do primeiro estágio $y \in \mathbb{R}^m$ é a variável do segundo estágio e ω depende dos dados referentes ao segundo estágio, essas variáveis podem ser aleatórias dados por uma distribuição de probabilidades conhecida. Ou seja, ω será dado por $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$ com probabilidades $p_1, p_2, \dots, p_k$ respectivamente. Desta forma, podemos escrever

$$E[Q(x, \omega)] = \sum_{s=1}^k p^s Q^s(x, \omega_s) \quad (21)$$

é o valor esperado da solução ótima do problema da segunda fase. O modelo discreto pode então ser escrito na forma:

$$\min v(x) = c^t x + \sum_{s=1}^k p^s Q^s(x, \omega_s) \quad (22a)$$

s.a.

$$Ax \leq b \quad (22b)$$

$$0 \leq x \quad (22c)$$

onde é o valor ótimo do problema de segundo estágio para cada ω_s , $s = 1, 2, \dots, k$.

3. Programação Robusta (*Robust Stochastic Programming*)

O modelo básico recursivo ($\min c^t x + E_{w \in \Omega}[Q(x, w)]$ s.a. $x \in X$) toma uma decisão baseado na primeira fase (presente) e custos esperados da segunda fase, isto é, baseado na afirmativa que a decisão feita é de risco neutro. Para captar a noção de risco em programação estocástica. Mulvey, Vanderbei e Zenius (1995) propuseram a seguinte modificação na função objetivo acima:

$$\min c^t x + E_{w \in \Omega}[Q(x, w)] + \lambda f(w, y)$$

onde f é uma medida variável, tal como a variância, dos custos do segundo estágio e λ é um escalar não negativo que representa a tolerância de risco do modelo. Valores grande de λ resulta em soluções que reduzem a variância e com valores pequenos de λ reduz os custos esperados.

Vários exemplos demonstram que uma reformulação determinística na linha de frente de modelos robustos podem resultar em soluções de segundo estágio que são sub-ótimas para os problemas recursivos (SEN; HIGLE, 1999).

Esta é uma propriedade altamente indesejável pois pode levar a uma subestimação dos custos de recurso. Takriti e Ahmed (2004) propuseram condições suficientes na medida de variabilidade para remediar esse problema.

5.2.2.2 Modelo Probabilístico (*chance-constrained programming*)

A abordagem por modelos de recursos para programação estocástica exige que o decisor atribua um valor para variáveis de decisão que assegurem a factibilidade do problema da segunda fase. Na programação probabilística o foco é a confiabilidade do sistema, isto é, a habilidade do sistema encontrar confiança em um ambiente incerto. Esta confiabilidade é expressa como requisito mínimo na probabilidade de satisfação das restrições.

Considere um modelo linear clássico como:

$$\begin{cases} \min & c^t x \\ \text{s.a.} & \\ & Ax \leq b_k, k = 1, \dots, K \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

onde c e x são vetores com n elementos, b_k são vetores com m elementos e representam cenários possíveis e A uma matriz $m \times n$. Assume-se que c e A são parâmetros determinísticos e b_k é um vetor aleatório com **função de distribuição acumulada marginal** Φ conhecida. Nesta abordagem simplista, define-se o nível de confiança, a probabilidade p , de um vetor de m coordenadas (cenário) acontecer nas restrições. Assim podemos reescrever $Ax \leq b_k$ como

$$P\{Ax \leq b_k\} \geq p_k$$

Então, a programação probabilística linear correspondente é dada por:

$$\begin{cases} \min & c^t x \\ \text{s.a.} & \\ & P\{Ax \leq b_k\} \geq p_k, k = 1, \dots, K \\ & 0 \leq p_k \leq 1 \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

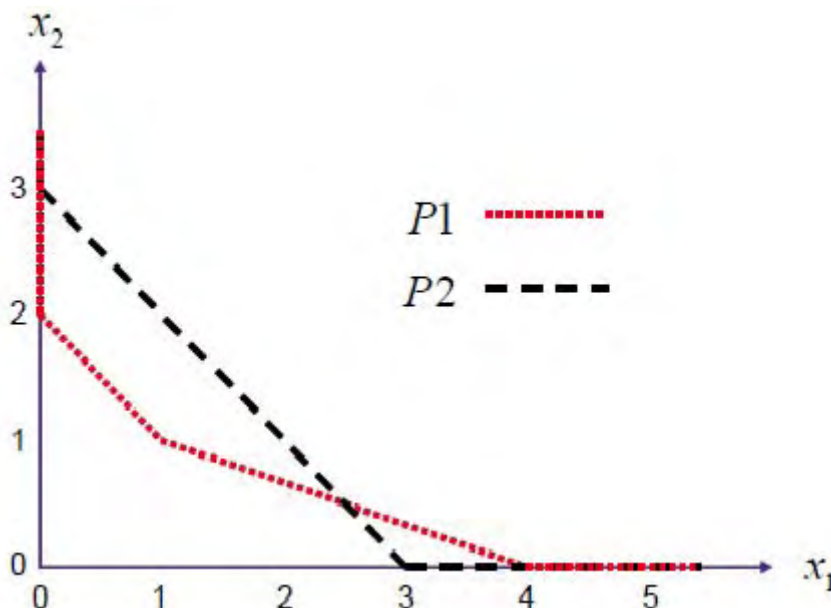
Para um caso particular em que $m = 1$ teremos uma simples restrição com $P\{a^t x \leq b_k\} \geq p_k$. Supondo que a é dado e b_k é uma variável aleatória com distribuição acumulada Φ e que β_k é tal que $\Phi(\beta_k) = p_k$. Então, a restrição $P\{a^t x \leq b_k\} \geq p_k$, pode ser reescrita como: $\Phi(a^t x) \geq p_k$ ou $a^t x \geq \beta_k$. Neste simples caso, o problema probabilístico é equivalente a um modelo de programação linear determinístico.

No artigo Prékopa (1971), foi provado que sobre certas condições o conjunto X das variáveis x ou espaço de busca é convexo. Mas em geral o conjunto X pode não ser convexo, veja o exemplo a seguir:

$$\begin{cases} \max & c^t x \\ \text{s.a.} & \\ & P\left(\begin{array}{l} x_1 + x_2 \geq b_k^1, k = 1, 2 \\ x_1 + 3x_2 \geq b_k^2, k = 1, 2 \end{array} \right) \geq 0,5 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

onde b_k^1 e b_k^2 são variáveis aleatórias dependentes com $P_1(b_1^1 = 2, b_1^2 = 4) = 0,5$ e $P_2(b_2^1 = 3, b_2^2 = 0) = 0,5$. Neste caso, temos dois cenários $C_1 = (b_1^1, b_1^2)$ e $C_2 = (b_2^1, b_2^2)$. É obvio que, (x_1, x_2) satisfazendo $x_1 + x_2 \geq 2$ e $x_1 + 3x_2 \geq 4$, é factível para o sistema e formam um conjunto poliedral que chamaremos de P_1 . Outro conjunto de pontos poliedral P_2 será dado pelos pontos que satisfazem $x_1 + x_2 \geq 3$ e $x_1 + 3x_2 \geq 0$. A união de P_1 com P_2 resulta não convexo.

Figura 10 - Conjunto de Factibilidade



Fonte: Sahinidis (2004)

Além disso, $P_1 \cup P_2$ representa o conjunto dos pontos da forma (x_1, x_2) que satisfaz o modelo para os dois cenários simultaneamente. Em relação às probabilidades de acontecer cada um dos cenários, o exemplo acima poderia ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \min & c^T x \\ \text{s.a.} & \\ & x_1 + x_2 \leq b_k^1, k = 1, 2 \\ & x_1 + 3x_2 \leq b_k^2, k = 1, 2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

onde b_k^1 e b_k^2 são variáveis aleatórias dependentes com $P_1(b_1^1 = 1, b_1^2 = 2) = 0,3$ e $P_2(b_2^1 = 5, b_2^2 = 2) = 0,7$. Neste caso, temos dois cenários $C_1 = (b_1^1, b_1^2)$ e $C_2 = (b_2^1, b_2^2)$.

A abordagem de modelagem estocástica usando cenários tais como descritos nestes exemplos pode considerar uma *Função de Distribuição de Probabilidade* (FDP) Φ finitamente suportada, isto é, toma-se valores $b_1, b_2, \dots, b_K$ (chamados de cenários) com respectivas probabilidades $p_1, p_2, \dots, p_K$. Por exemplo, os cenários considerados podem representar dados históricos recolhidos ao longo de um período de tempo. Ou simplesmente, a partir de um cenário obtido da média histórica, construir outros que procurem satisfazer uma margem de erro que possa vir a ocorrer no futuro devido à natureza incerta desses números. Em tais casos, a função FDP correspondente é vista como uma FDP empírica dando uma aproximação (estimativa) da FDP verdadeira, e o valor b_k associado à k -ésima imagem p_k é visto como a k -ésima amostra associada com a verdadeira distribuição.

Segundo Dembo (1991), o modelo (18) apresentado neste capítulo deve ser considerado como modelo estocástico por considerar cenários contendo incertezas. Nesse artigo, uma comparação entre a modelagem defendida e o modelo estocástico com recurso é feito e mostra as semelhanças e diferenças entre os dois.

5.2.3 Programação Estocástica Dinâmica

Segundo Sahinidis (2004) o termo programação dinâmica foi designado por Bellman (1957) para descrever sua teoria matemática de lidar com processos de decisões multietágios considerando incertezas. A Programação Dinâmica (PD) é na verdade uma sequência de tomadas de decisões. Nesse processo, uma solução ótima global pode ser obtida a partir da otimização de subproblemas. No problema de planejamento da expansão de transmissão de energia pode-se ter a subdivisão do problema em estágios, caso em que o problema é chamado de multietágio ou dinâmico. Neste caso uma decisão ótima atual está ligada com os acontecimentos futuros. Resolve-se o problema tomando uma decisão em relação ao último estágio e realizando uma ação “Backward”, assim em cada estágio são consideradas as decisões do estágio em análise e as consequências futuras. Considere um sistema discreto com N estágios. No instante n sejam x_n , d_n e k_n o estado do sistema, a decisão e o parâmetro aleatório, respectivamente no atual momento (instante n). Assume-se que no período n , o estado presente do sistema é completamente determinado pela sua recente história.

$$x_n = f(x_{n-1}, d_{n-1}, k_{n-1}), n = 1, 2, \dots, N, \quad (23)$$

onde d_n é a opção mais conveniente do decisor escolhida de acordo com o conhecimento do estado atual do sistema em um conjunto de opções admissíveis: $d_n \in D_n(x_n)$, e a incerteza k_n segue alguma distribuição que depende somente do estado corrente e da decisão tomada: $P_{k_n}(x_n, d_n)$.

O decisor deseja minimizar a função de custo adicional sobre um tempo inteiro de horizonte:

$$\min_{\{d_n \in D_n(x_n), n=0, \dots, N-1\}} E_k \left\{ g_N(x_N) + \sum_{n=0}^{N-1} g(x_n, d_n, k_n) \right\},$$

Para isso considera o *subproblema* de minimizar o *custo-a-ser* em $i \in N$:

$$\min_{\{d_n \in D_n(x_n), n=i, \dots, N-1\}} E_w \left\{ g_N(x_N) + \sum_{n=0}^{N-1} g(x_n, d_n, k_n) \right\},$$

O princípio de Bellman (1957) de estágios de otimização é que, não importa como chegamos ao estágio i , mas como as decisões restantes podem ser ótimas para os subproblemas.

5.2.4 Modelo Equivalente Determinístico do Problema PERTM Estocástico

Dado que o cenário tem uma probabilidade de acontecer no modelo (24) e que o valor da função objetivo é a soma do investimento a ser feito com o custo operacional (corte de carga), temos que esse modelo atua nos vários cenários dados como um modelo estocástico de recurso e pode ser considerado como um modelo equivalente determinístico do problema PERT estocástico. De fato, a primeira fase deste modelo encontra o investimento a ser feito na expansão, enquanto que a segunda fase decide se haverá ou não corte de carga. Estas fases são resolvidas simultaneamente dentro do modelo.

Nesta subseção é apresentado o segundo modelo matemático linear disjuntivo multiestágio, que além de considerar diferentes cenários de geração e demanda, trabalha com a probabilidade de cada um deles acontecer. Note-se que este modelo é o mesmo da seção 5.1, mas com uma função objetivo v diferente, com racionamento de carga proporcional à probabilidade de ocorrer cada cenário e que influencia a demanda a ser atendida. Portanto, dado um cenário, a probabilidade dele acontecer associada ao preço do corte de carga ajudarão decidir, do ponto de vista econômico, se haverá corte de carga ou se compensa fazer um maior investimento construindo mais linhas de transmissão. O modelo matemático estocástico multiestágio considerando cenários é como segue:

$$\min v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} + \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} \sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) + C_r \sum_{s \in S} P_s \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{t \in T} r_{i,t,s} \quad (24a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(f_{ji,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ji,y,t,s} \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(f_{ij,t,s}^0 + \sum_{y \in Y} f_{ij,y,t,s} \right) + g_{i,t,s} = d_{i,t,s} - r_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24b)$$

$$f_{ij,t,s}^0 = n_{ij}^0 \frac{(\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24c)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,t,s} - (\theta_{i,t,s} - \theta_{j,t,s})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24d)$$

$$|f_{ij,t,s}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24e)$$

$$|f_{ij,t,s}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24f)$$

$$0 \leq g_{i,t,s} \leq \bar{g}_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24g)$$

$$-\bar{\theta} \leq \theta_{i,t,s} \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24h)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (24i)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (24j)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (24k)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (24l)$$

$$\theta_{i,t,s} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T / i = \text{ref}, \forall s \in S \quad (24m)$$

$$0 \leq r_{i,t,s} \leq d_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (24n)$$

$$\sum_{s \in S} P_s = 1 \quad \forall s \in S \quad (24o)$$

Neste modelo, as especificações para as variáveis de operação e de investimento, bem como, as restrições, são as mesmas do modelo (18) apresentadas na subseção 5.1. No entanto, existem algumas diferenças que devem ser consideradas e descritas aqui: a variável $r_{i,t,s}$ representa um racionamento de potência, ou corte de carga na barra i , estágio t e cenário s . A função objetivo v possui uma parcela a mais que representa uma penalização devido ao corte de carga esperado. Nesta parcela C_r é o custo do racionamento, ou se preferir multa pela falta de atendimento à demanda, p_s é a probabilidade do cenário s acontecer. Evidentemente, um cenário com baixa probabilidade de ocorrer poderá permitir a escolha de um plano de expansão com corte de carga, caso contrário será atendida a demanda com um alto custo de investimento. As restrições (24n) e (24o) são respectivamente, limitações para o racionamento de potência ativa e das probabilidades cuja soma deve ser igual a 1.

O custo devido às linhas a serem instaladas, indicadas por esse plano é o resultado da primeira fase enquanto que o corte de carga associado à probabilidade de acontecer cada cenário seria a segunda fase e representa a ação corretiva no balanço de potência apresentada na restrição (24b). É importante observar que neste modelo as duas fases são realizadas simultaneamente e para cada plano de expansão são obtidos os resultados da primeira e segunda fases e com eles procura-se encontrar um ponto de equilíbrio que venha a ser o menor custo para a expansão (investimento mais custo do corte de carga). Assim, o plano ótimo é aquele que apresenta o menor custo total, resultado da soma entre os custos de investimentos (construção de novas linhas) com os custos de corte de carga.

Conforme a descrição acima o modelo (24) com os cenários de geração e demanda dados é um modelo equivalente determinístico do modelo estocástico de recurso ou recursivo onde o plano ótimo de expansão (Linhas novas a serem construídas) é o resultado de primeira fase do problema e o corte de carga r , é o resultado obtido pela execução da segunda fase que ocorrem simultaneamente no modelo. Evidentemente nesta situação, tanto a geração máxima $\bar{g}$ quanto a demanda d deveriam ser variáveis aleatórias do modelo.

5.3 MED DO PROBLEMA PERTM ESTOCÁSTICO COM RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA

Nesta seção é apresentado o principal modelo deste trabalho e todos os testes serão feitos com ele. O modelo equivalente determinístico (MED) do problema PERTM a seguir é o modelo (24), porém com restrições de segurança. Neste modelo, cada contingência, em linha candidata ou existente, tem uma probabilidade de acontecer. Este fato, fará o modelo escolher um plano que além de considerar todos os cenários de geração e demanda e contingências em uma lista

pré definida de linhas. Considera também a probabilidade de acontecer cada cenário e cada contingência. Podendo decidir por um plano que determine racionamento ou corte de carga se isso for mais conveniente economicamente do que fazer mais investimento em linhas de transmissão.

$$\min v = \alpha_1 \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} w_{ij,y,1} + \sum_{t \in T, t > 1} \alpha_t \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{y \in Y} c_{ij} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) + C_r \sum_{s \in S} P_s \sum_{c \in C} P_c \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{t \in T} r_{i,t,c,s} \quad (25a)$$

s.a.

$$\sum_{ji \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ji,y,c,t,s} + f_{ji,c,t,s}^0 \right) - \sum_{ij \in \Omega_l} \left(\sum_{y \in Y} f_{ij,y,c,t,s} + f_{ij,c,t,s}^0 \right) + g_{i,c,t,s} = d_{i,t,s} - r_{i,t,c,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25b)$$

$$f_{ij,c,t,s}^0 = (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \frac{(\theta_{i,c,t,s} - \theta_{j,c,t,s})}{x_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25c)$$

$$|f_{ij,c,t,s}^0| \leq (n_{ij}^0 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \bar{f}_{ij,c} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25d)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c,t,s} - (\theta_{i,c,t,s} - \theta_{j,c,t,s})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25e)$$

$$|x_{ij} f_{ij,y,c,t,s} - (\theta_{i,c,t,s} - \theta_{j,c,t,s})| \leq 2\bar{\theta}(1 - w_{ij,y,t}(1 - N_{ij,c}^{\text{cont}})) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25f)$$

$$|f_{ij,y,c,t,s}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij,c} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25g)$$

$$|f_{ij,y,c,t,s}| \leq w_{ij,y,t} \bar{f}_{ij,c} (1 - N_{ij,c}^{\text{cont}}) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y = 1, \forall c \in C^2, \forall s \in S \quad (25h)$$

$$0 \leq g_{i,c,t,s} \leq \bar{g}_{i,t,c} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25i)$$

$$\sum_{y \in Y} w_{ij,y,t} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall t \in T \quad (25j)$$

$$|\theta_{i,c,t,s}| \leq \bar{\theta} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25k)$$

$$w_{ij,y,t} \leq w_{ij,y-1,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y | y > 1, \forall t \in T \quad (25l)$$

$$w_{ij,y,t-1} \leq w_{ij,y,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T | t > 1 \quad (25m)$$

$$w_{ij,y,t} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall y \in Y, \forall t \in T \quad (25n)$$

$$\theta_{i,c,t,s} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b | i = \text{ref}, \forall c \in C, \forall t \in T, \forall s \in S \quad (25o)$$

$$0 \leq r_{i,t,c,s} \leq d_{i,t,s} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall t \in T, \forall c \in C, \forall s \in S \quad (25p)$$

$$\sum_{s \in S} P_s = 1 \quad \forall s \in S \quad (25q)$$

$$\sum_{c \in C} P_c = 1 \quad \forall c \in C \quad (25r)$$

Nesse modelo Ω_b , Ω_l , Y e T são os conjuntos de barras, ramos, linhas e estágios, respectivamente. Existem duas modalidades diferentes de cenários: os cenários de demanda e geração,

que formam o conjunto S e os cenários de contingências que formam o conjunto C .

O conjunto $C = C^0 \cup C^1 \cup C^2$ contém três tipos de cenários diferentes: o conjunto de cenário do caso base (sem contingências nas linhas) C^0 , o conjunto de cenário de contingências nas linhas existentes C^1 e o conjunto de cenários de contingências nas linhas candidatas C^2 . Note que, cada cenário $c \in C$ representa um estado de operação do sistema. Cada cenário $s \in S$ representa uma previsão de geração e demanda. c_{ij} , n_{ij}^0 , $f_{ij,c,t,s}^0$ e $\bar{f}_{ij,c}$ representam, respectivamente, o custo de construção, o número de circuitos existentes na configuração base, o fluxo das linhas existentes no cenário c , estágio t e cenário s e o fluxo de potência máxima permitida para o cenário c , todos no ramo ij . C_r é o custo do racionamento, ou corte de carga. P_s é a probabilidade de cada cenário $s \in S$ acontecer e P_c é a probabilidade de acontecer contingência $c \in C$. $r_{i,t,c,s}$ é o racionamento ou corte de carga na barra i , estágio t e cenários c e s . v é o investimento devido às adições de circuitos no sistema. $g_{i,c,t,s}$ é a geração na barra i , no cenário c , estágio t e cenário s com seu valor máximo $\bar{g}_{i,t,c}$ (definido de forma antecipada no planejamento energético de longo prazo). $\bar{n}_{ij}$ é o número máximo de circuitos que podem ser adicionados no ramo ij . $d_{i,t,s}$ é a demanda na barra i e no estágio t e cenário s . $\theta_{i,c,t,s}$ e $\bar{\theta}$ são respectivamente o ângulo de fase na barra i no cenário c , estágio t e cenário s e o valor máximo do ângulo de fase. Cada variável binária $w_{ij,y,t}$ representa uma linha que pode ser (ou não) adicionada num ramo. Isto é, $w_{ij,y,t} = 1$ se a linha y é adicionada no ramo ij e no estágio t ; caso contrário $w_{ij,y,t} = 0$. Note que, se uma linha y é adicionada no ramo ij e no estágio t ela deverá continuar presente nos estágios subsequentes, esta condição será representada pela restrição (25m). Adicionalmente, como estamos construindo uma linha de forma independente das outras, o fluxo de potência ativa $f_{ij,y,c,t,s}$ deve representar cada linha y do ramo ij do cenário c , no estágio t e cenário s . Para o caso base, isto é, $c \in C^0$, o fluxo máximo de potência ativa no ramo ij é $\bar{f}_{ij,c}$ e a geração máxima é $\bar{g}_{i,t,c}$ na barra i , têm um valor normal de operação no sistema. Mas no caso de uma contingência em uma linha y do ramo ij , isto é, $(c \in C^1 \cup C^2)$ o fluxo máximo $\bar{f}_{ij,c}$ pode ser considerado de 10% a 20% maior em todas as linhas do sistema, permitindo que este opere sobrecarregado por um período curto de tempo, suficiente para resolver a contingência na linha de transmissão. Esse procedimento é normal dentro da literatura de planejamento de transmissão de longo prazo (CEIDS, 2004). Outro elemento importante nesse modelo que merece destaque é a matriz de contingência N^{cont} de dimensão $|\Omega_l| \times |C|$. N^{cont} é uma matriz esparsa composta de uns e zeros, onde $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ indica contingência $N - 1$ do ramo ij no cenário c ; caso contrário $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 0$.

A função objetivo (25a) representa o custo de investimento total das linhas novas a serem adicionadas no sistema. A restrição (25b) é a equação de balanço de potência do sistema para cada barra i no cenário c , no estágio t e cenário s e representa a primeira lei de Kirchhoff; note que se $r_{i,t,c,s} > 0$ então há corte de carga. Já a segunda lei de Kirchhoff é representada pelas restrições (25c), (25e) e (25f). As restrições (25c) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas existentes para o cenário c , no estágio t e cenário s . As restrições (25d) representam o limite do

fluxo de potência ativa das linhas existentes para cada cenário c no estágio t e cenário s . Note que, tanto em (25c) como em (25d) se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$, então uma linha existente no ramo ij é retirada do sistema. As restrições (25e) e (25f) calculam o fluxo de potência ativa nas linhas candidatas para cada cenário c , estágio t e cenário s . As restrições (25g) e (25h) representam o limite do fluxo de potência ativa das linhas candidatas para cada cenário c , estágio t e cenário s . Note que, se $N_{ij,c}^{\text{cont}} = 1$ nas restrições (25f) e (25h), então a primeira linha candidata do ramo ij é retirada do sistema. As restrições (25i) representam o limite da geração de potência ativa para cada cenários c , estágio t e cenário s . A restrição (25j) limita o número de linhas novas a serem instaladas no ramo ij e no estágio t . A restrição (25k) limita o ângulo de fase de todas as barras do sistema, para todos os cenários, no estágio t . A restrição (25l) garante a alocação sequencial de linhas candidatas y e evita soluções iguais, no estágio t . A restrição (25m) determina que se a linha y é construída no ramo ij no estágio $t - 1$ então nos próximos estágios esta linha já existe e não pode ser construída novamente, isto é, $w_{ij,y,t-1} = 1 \Rightarrow w_{ij,y,t} = 1$. Considere o seguinte fato: Se a linha y é construída no ramo ij no estágio $(t - 1)$ então $w_{ij,y,t-1} = 1$, assim, apesar de não ter sido construída no estágio t , teremos $w_{ij,y,t} = 1$ pois a linha y é uma linha nova no ramo ij , isso significa que para não ser contada mais de uma vez no cálculo de custo da construção das novas linhas, o número de linhas a serem construídas no estágio t , no ramo ij é dado por $\left(\sum_{y \in Y} (w_{ij,y,t} - w_{ij,y,t-1}) \right)$, a partir de $t = 2$ evidentemente, o que explica a segunda parcela em (25a). A característica binária das variáveis de investimento $w_{ij,y,t}$ é definida em (25n). A restrição (25o) exige que o ângulo de fase na barra de referência i seja igual a zero em todos os cenários e em todos os estágios. As restrições (25p), (25q) e (25r) são respectivamente, limitações para o racionamento de potência ativa e das probabilidades cuja soma deve ser 1.

5.3.1 Comentário sobre o modelo matemático (25)

Quando se planeja a Expansão da Rede de Transmissão com segurança, existem algumas questões que devem ser consideradas do ponto de vista econômico:

- Um cenário de demanda e geração $s \in S$ pode exigir a construção de um grande número de linhas de transmissão, mas qual é a probabilidade P_s deste cenário acontecer?
- Dependendo da probabilidade P_s do cenário $s \in S$ acontecer pode ser preferível um corte de carga, P_s muito pequeno, à construção de muitas linhas em virtude da demanda e da geração serem menor que a prevista. Nesse caso, teríamos $r_{i,t,c,s} > 0$;
- Por outro lado, se a previsão de demanda e de geração se confirmar haverá uma multa pelo não atendimento da demanda, quanto custa então o corte de carga?
- Dependendo do valor do custo do corte de carga C_r pode ser preferível ou não a construção de um número maior de linhas de transmissão.

- E quanto ao cenário de contingência. Qual a probabilidade P_c de ocorrer uma contingência $c \in C^1 \cup C^2$ em uma linha do ramo?

Todas essas questões estão contempladas no modelo (25) e o melhor plano de expansão terá levado em consideração todos os dados P_s , P_c e C_r .

5.4 TESTES E RESULTADOS

Se não é considerada nenhuma linha em contingência então o modelo (25) é equivalente ao modelo (24) e se, além disso, as probabilidades de ocorrer cada cenário não são consideradas, então ele é equivalente, também, ao modelo (18), pois nesse caso $r_{i,t,c,s} = 0$ é mais conveniente. De fato, nesse último caso, desconsiderar as probabilidades dos cenários ocorrerem em (25), significa considerá-las iguais a 100% como nos capítulos 3 e 4. O modelo (25) proposto foi implementado na linguagem de modelagem algébrica AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o *solver* comercial CPLEX (ILOG, 2008) (chamado com suas opções padrões). Os sistemas de testes IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e o boliviano de 57 barras foram usados para testar e avaliar o modelo matemático. Para os dois primeiros sistemas testes consideraremos cinco cenários dados de geração e de demanda e para o terceiro, três cenários. Para cada sistema foram feitos dois casos: a) Problema de PERTM com probabilidades diferentes para cada cenário mas sem restrições de segurança e b) Problema de PERTM com probabilidades diferentes para cada cenário e com restrições de segurança. Note que para os três sistemas testes foi usado a estratégia do Espaço de Busca Combinatório Reduzido (EBCR) apresentada no capítulo 3, seção 3.3 e o modelo principal deste trabalho, (25).

Os resultados para o modelo proposto (25) foram obtidos em um computador pessoal de 4 Gb de memória RAM, com sistema operacional Windows 7 Profissional, 8 processadores Intel® Core(TM) i7 de 2.93 GHz e um sistema operacional de 32 Bits.

5.4.1 O Sistema IEEE de 24 Barras

Para o problema de PERTM, estocástico, o sistema IEEE de 24 barras possui 41 ramos, 10 geradores e cargas em 17 barras nos três estágios e permite construir no máximo 5 linhas novas por ramo. Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados em LAPSEE (2012) ou no Apêndice B. Na Figura 4, que está na página 66, subseção 3.6.1 do capítulo 3, é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). O resultado a seguir determina um plano ótimo de Expansão da Rede de Transmissão considerando cinco cenários CE_1 , CE_2 , CE_3 , CE_4 e CE_5 distintos para demanda e geração, com probabilidades de acontecer cada um deles de 10%, 20%, 40%, 20% e 10% respectivamente.

Para este sistema, as linhas com contingência têm fluxo maior do que ou igual a 80% do fluxo máximo, no caso base. Neste caso foram selecionadas 21 linhas e todas existentes nos

ramos (1 – 5, 2 – 4, 3 – 24, 6 – 10, 7 – 8, 9 – 11, 9 – 12, 10 – 11, 10 – 12, 11 – 13, 12 – 13, 12 – 23, 14 – 16, 15 – 21, 15 – 24, 16 – 17, 17 – 22, 19 – 20, 20 – 23, 21 – 22, 18 – 21) que representam aproximadamente 51,21% do total de ramos. A probabilidade de acontecer contingência em cada um desses ramos é de $P_c = 1\%$.

Note que este é um sistema de médio porte, mas com o uso dos cinco cenários e das linhas com contingência ele passa a ser um sistema grande e a depender de um grande esforço computacional mesmo usando o *EBCR*. Veja porque: para o caso sem contingência o problema tem 14072 restrições, 4950 variáveis de operação e 615 variáveis binárias; e para o caso com contingência o problema tem 290387 restrições, 90375 variáveis de operação e 615 variáveis binárias. Note para ambos casos o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação e de restrições cresce linearmente com o número de contingências. Por causa do *EBCR* o número de variáveis de operação diminuiu bastante, representado aproximadamente 34,54% e 39,57% dos números normais, respectivamente para os casos sem e com contingência. O número de restrições diminuiu para aproximadamente 17,80% do número normal e as variáveis de investimento diminuíram para aproximadamente 12,19% do número normal. Para o caso sem contingência o problema passou a ter 2495 restrições, 1710 variáveis de operação e 75 variáveis binárias; e para o caso com contingência o problema passou a ter 51980 restrições, 35760 variáveis de operação e 75 variáveis binárias.

Tabela 24 - Plano ótimo do sistema IEEE de 24 barras multiestágio estocástico

Sem segurança			Com Segurança		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{6-10} = 1$ $n_{7-8} = 2$ $n_{10-12} = 1$ $n_{11-13} = 1$ $n_{20-23} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$	$n_{7-8} = 1$ $n_{15-24} = 1$	$n_{1-5} = 1$ $n_{3-24} = 1$ $n_{4-9} = 1$ $n_{6-10} = 2$ $n_{7-8} = 1$ $n_{10-12} = 1$ $n_{14-16} = 1$ $n_{15-24} = 1$ $n_{16-17} = 1$	$n_{7-8} = 1$	Nenhuma linha
288,55 MUS\$ (41,575s)			392,80 MUS\$ (115119,16s)		
Corte de Carga 0,00			Corte de Carga 0,00		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Primeiro, na Tabela 24, é apresentado o resultado do teste para este sistema usando o (*EBCR*) apresentado no capítulo 3 e seção 3.3. E na Tabela 25, é apresentado o resultado do teste para este sistema sem o uso do (*EBCR*). Em ambos casos o tempo de processamento é dado em segundos. Segue uma análise dos resultados apresentados na Tabela 24: O plano ótimo para o caso sem contingência requer dez novas linhas para os três estágios, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de onze novas linhas nos

três estágios. A diferença entre os custos é de 36,13%, em relação ao custo de planejamento sem contingência. Observe ainda que há sete linhas em comum aos dois planos de expansão ($n_{6-10} = 1$, $n_{7-8} = 2$, $n_{10-12} = 1$, $n_{1-5} = 1$, $n_{3-24} = 1$, $n_{15-24} = 1$), as novas linhas $n_{4-9} = 1$, $n_{14-16} = 1$ e $n_{16-17} = 1$ que aparecem no plano de expansão com contingência não aparecem no outro plano de expansão, e que no plano de expansão com restrições de segurança o ramo 6 – 10 possui uma linha a mais e o ramo 7 – 8 uma linha a menos. Além disso, as linhas $n_{11-13} = 1$ e $n_{20-23} = 1$ só aparecem no plano sem contingência. Outro fato interessante é que a maior parte do tempo de processamento foi usado para construir o *EBCR*, 33,953s no caso sem restrições de segurança e 113707s no caso com restrições de segurança.

Tabela 25 - Plano ótimo do sistema IEEE de 24 barras multiestágio multi-cenário sem *EBCR*

Sem contingência			Com contingência		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{6-10} = 1$	$n_{1-5} = 1$	$n_{6-10} = 1$			
$n_{7-8} = 2$	$n_{3-24} = 1$	$n_{7-8} = 1$			
$n_{10-12} = 1$		$n_{14-16} = 1$			
$n_{11-13} = 1$					
$n_{20-23} = 1$					
287,60 MUS\$ (771,456s)			O CPLEX não convergiu		
Corte de Carga 0,00					

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Algumas comparações entre as duas Tabelas 24 e 25 com e sem o *EBCR*, respectivamente, podem ser elencadas:

1. Com contingência o CPLEX não convergiu, na Tabela 25, e parou em um GAP de 99,93% por falta de memória, daí a importância do *EBCR*.
2. A solução apresentada na Tabela 25 é ótima por tratar-se do modelo (25) que é LIM.
3. Os planos mostrados nas duas tabelas, sem contingência, determinam valores para a função objetivo cuja diferença é muito pequena, 0,33% em relação ao plano de menor custo, ou seja, a solução ótima é 99,67% daquela mostrada na Tabela 24.
4. Por outro lado, o tempo computacional sem o uso do *EBCR* é aproximadamente 19 vezes maior.
5. Os dois itens anteriores deixam claro a eficiência do *EBCR*.
6. O plano ótimo da Tabela 25 apresenta as linhas $n_{6-10} = 1$ e $n_{14-16} = 1$ no lugar da linha $n_{15-24} = 1$ da Tabela 24 e por isso tem uma linha a mais.

5.4.2 O Sistema Colombiano de 93 Barras

Para o problema de PERTM, estocástico, o sistema colombiano de 93 barras possui 155 ramos, 35 geradores no primeiro estágio, 40 geradores no segundo estágio e 49 geradores no terceiro estágio com cargas em 55 barras nos três estágios e uma demanda de 9750 MW no primeiro estágio, 12162 MW no segundo estágio e 14559 MW no terceiro estágio num total de 36471 MW nos três estágios para o cenário principal. Permite no máximo a construção de 2 novas linhas por ramo. Na Figura 5, que está na subseção 3.6.2 capítulo 3, é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema podem ser encontrados em (LAPSEE, 2012) e Apêndice B.

O resultado a seguir determina um plano ótimo de Expansão da Rede de Transmissão considerando cinco cenários CC_1 , CC_2 , CC_3 , CC_4 e CC_5 distintos para demanda e geração, com probabilidades de acontecer cada um deles de 20%, 30%, 10%, 30% e 10% respectivamente.

Para o caso sem contingência o modelo tem 53945 restrições, 18950 variáveis de operação e 2325 variáveis binárias. No caso com contingência o problema tem 154055 restrições, 52170 variáveis de operação e 2325 variáveis binárias. Note que para ambos casos o número de variáveis binárias permanece igual, porém o número de variáveis de operação e de restrições cresce linearmente com o número de contingências. Devido a grande complexidade deste sistema teste, além do número reduzido de linhas com contingência, mostradas abaixo, usou-se também o *EBCR* e nesse caso passou-se a ter no caso sem contingência, 15905 restrições, 8405 variáveis de operação e 570 variáveis binárias. No caso com contingência, 45785 restrições, 24045 variáveis de operação e 570 variáveis binárias. Com o *EBCR*, considerando os dois casos sem e com contingência, o número de restrições diminui, aproximadamente, 70,3%, o número de variáveis de operação diminui cerca de 54,0% e o número de variáveis binárias diminui 75,5%. Para este sistema, as linhas com contingência têm fluxo maior do que ou igual a 99% do fluxo máximo, no caso base. Neste caso foram selecionadas 2 (duas) linhas e todas existentes nos ramos 29 - 64 e 64 - 74 com probabilidade $P_c = 1\%$. Obteve-se o resultado registrado na Tabela 26. Note que os dois planos, com e sem contingências são iguais, com cortes de carga igual a zero. Assim, o uso de 20% acima da capacidade máxima, no caso de contingência, foi suficiente para resolver o problema com as mesmas linhas do caso base.

O plano ótimo para os dois casos requer 24 novas linhas em 22 ramos distintos. Tais linhas devem ser construídas ao longo dos três estágios pré-definidos.

Tabela 26 - Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico - Caso 1

Sem segurança			Com segurança		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{57-81} = 2$	$n_{52-88} = 1$	$n_{30-65} = 2$	$n_{57-81} = 2$	$n_{52-88} = 1$	$n_{30-65} = 2$
$n_{55-57} = 1$	$n_{43-88} = 1$	$n_{55-84} = 1$	$n_{55-57} = 1$	$n_{43-88} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{15-18} = 1$	$n_{27-64} = 1$	$n_{55-62} = 1$	$n_{15-18} = 1$	$n_{27-64} = 1$
$n_{45-81} = 1$	$n_{30-72} = 1$	$n_{19-66} = 1$	$n_{45-81} = 1$	$n_{30-72} = 1$	$n_{19-66} = 1$
$n_{82-85} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{64-65} = 1$	$n_{82-85} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{64-65} = 1$
	$n_{33-72} = 1$	$n_{55-82} = 1$		$n_{33-72} = 1$	$n_{55-82} = 1$
	$n_{62-73} = 1$	$n_{68-86} = 1$		$n_{62-73} = 1$	$n_{68-86} = 1$
	$n_{54-56} = 1$			$n_{54-56} = 1$	
	$n_{72-73} = 1$			$n_{72-73} = 1$	
	$n_{19-82} = 1$			$n_{19-82} = 1$	
573,02 MUS\$ (26465,423s)			573,02 MUS\$ (95800,123s)		
Corte de Carga 0,00			Corte de Carga 0,00		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Com o intuito de dar maior credibilidade aos resultados, apresentamos aqui mais um resultado para o sistema colombiano de 93 barras com três linhas em contingência. A saber, nos ramos 29 - 64 com $P_c = 1\%$, 64 - 74 com $P_c = 2\%$ e 19 - 82 com $P_c = 3\%$. De modo que o caso base tem uma probabilidade de $P_c = 94\%$. As linhas nestes ramos tem no caso base um fluxo maior do que ou igual a 98% do fluxo máximo.

Tabela 27 - Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico - Caso 2

Sem segurança			Com segurança		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{57-81} = 2$	$n_{52-88} = 1$	$n_{30-65} = 2$	$n_{57-81} = 2$	$n_{52-88} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{55-57} = 1$	$n_{43-88} = 1$	$n_{55-84} = 1$	$n_{55-57} = 1$	$n_{43-88} = 1$	$n_{30-72} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{15-18} = 1$	$n_{27-64} = 1$	$n_{55-62} = 1$	$n_{2-83} = 1$	$n_{55-84} = 1$
$n_{45-81} = 1$	$n_{30-72} = 1$	$n_{19-66} = 1$	$n_{45-81} = 1$	$n_{30-65} = 1$	$n_{60-69} = 1$
$n_{82-85} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{64-65} = 1$	$n_{82-85} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{27-64} = 1$
	$n_{33-72} = 1$	$n_{55-82} = 1$		$n_{62-73} = 1$	$n_{72-73} = 1$
	$n_{62-73} = 1$	$n_{68-86} = 1$		$n_{45-81} = 1$	$n_{55-82} = 1$
	$n_{54-56} = 1$			$n_{72-73} = 1$	$n_{68-86} = 1$
	$n_{72-73} = 1$			$n_{19-82} = 2$	
	$n_{19-82} = 1$				
573,02 MUS\$ (26055,79s)			578,82 MUS\$ (28851,97s)		
Corte de Carga 0,00			Corte de Carga 0,00		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Para este teste foram considerados cinco cenários CC_1 , CC_2 , CC_3 , CC_4 e CC_5 distintos para

demanda e geração, com probabilidades de acontecer cada um deles de 20%, 30%, 10%, 30% e 10% respectivamente. Veja o resultados a seguir na Tabela 27. O plano para o caso base, sem contingência, requer a construção de 24 novas linhas em 22 ramos e o plano que prevê contingência em três linhas também requer a construção de 24 novas linhas em 22 ramos, a diferença dos planos está nos ramos a serem usados e na distribuição das linhas nas etapas. É preciso ressaltar também que esses planos contemplam mais de um cenário de geração e demanda que os torna mais flexíveis em relação à previsão de carga.

Como resultado de novos testes, novos planos foram encontrados sob as mesmas condições daqueles mostrados na Tabela 27 com exceção dos fluxos encontrados no caso base das linhas colocadas em contingência. Esses planos tiveram menor valor para a função objetivo com *EBCR* diferentes e são mostrados a seguir na Tabela 28.

Tabela 28 - Plano ótimo do sistema colombiano multiestágio estocástico -
Caso 3

Sem segurança			Com segurança		
Estágios			Estágios		
1	2	3	1	2	3
$n_{57-81} = 2$	$n_{30-65} = 1$	$n_{43-88} = 2$	$n_{57-81} = 2$	$n_{2-83} = 1$	$n_{43-88} = 2$
$n_{55-57} = 1$	$n_{57-84} = 1$	$n_{15-18} = 1$	$n_{55-57} = 1$	$n_{57-84} = 1$	$n_{15-18} = 1$
$n_{55-62} = 1$	$n_{55-84} = 1$	$n_{30-64} = 1$	$n_{55-62} = 1$	$n_{55-84} = 1$	$n_{30-65} = 1$
$n_{45-81} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{30-72} = 1$	$n_{45-81} = 1$	$n_{27-29} = 1$	$n_{30-72} = 2$
$n_{82-85} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{19-58} = 1$	$n_{82-85} = 1$	$n_{62-73} = 1$	$n_{19-58} = 1$
	$n_{45-81} = 1$	$n_{19-66} = 1$		$n_{54-56} = 1$	$n_{27-64} = 1$
	$n_{72-73} = 1$	$n_{29-64} = 1$		$n_{72-73} = 2$	$n_{19-66} = 1$
	$n_{19-82} = 1$	$n_{19-82} = 1$		$n_{19-82} = 2$	$n_{62-82} = 1$
		$n_{62-82} = 1$			$n_{68-86} = 1$
		$n_{68-86} = 1$			
564,94 MUS\$ (30290, 57s)			572,82 MUS\$ (99823, 47s)		
Corte de Carga 0,0055			Corte de Carga 0,00		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O plano de expansão com restrição de segurança na Tabela 28, contou com três linhas em contingência nos ramos 29 - 64 com $P_c = 1\%$, 64 - 74 com $P_c = 2\%$ e 19 - 82 com $P_c = 3\%$. Os fluxos nessas linhas no caso base ou no plano sem restrição de segurança na Tabela 28 foram de 80, 57%, 99, 60% e 97, 55%, respectivamente do fluxo máximo nesses ramos.

No plano sem contingência ou sem restrições de segurança o plano ótimo prevê a construção de 25 novas linhas em 23 ramos enquanto que o plano ótimo para a expansão com contingência ou com restrições de segurança prevê a construção de 27 novas linhas em 22 ramos.

5.4.3 O Sistema Boliviano de 57 Barras

Para o problema de PERTM, estocástico o sistema boliviano de 57 barras possui 92 ramos, 16 geradores no primeiro estágio, 17 geradores no segundo e terceiro estágios e 18 geradores no quarto estágio com cargas em 24 barras para o primeiro estágio, 25 barras para o segundo e o terceiro estágios e 27 barras para o quarto estágio e permite construir no máximo 2 novas linhas para a maioria dos ramos e 3 linhas para os outros. Este sistema possui três características diferentes para as linhas a serem instaladas em seus ramos, isto é, uma linha y a ser instalada no ramo ij pode ter característica 1, 2 ou 3. Consequentemente, uma linha qualquer no ramo ij , com característica k será designada por $n_{i-j,k} = 1$. Na Figura 6, que está no capítulo 3, subseção 3.6.3 é mostrada a topologia base (linhas contínuas), assim como as linhas candidatas (linhas tracejadas). Todos os dados referentes a este sistema estão nas Tabelas 44 e 45 do Apêndice B e em LAPSEE (2012).

O resultado a seguir determina um plano ótimo de Expansão da Rede de Transmissão considerando três cenários CB_1 , CB_2 e CB_3 distintos para demanda e geração, com probabilidades de acontecer cada um deles de 30%, 40% e 30% respectivamente.

Tabela 29 - Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio estocástico

Sem segurança			
Estágios			
1	2	3	4
$n_{13-14,1} = 1$	$n_{27-50,1} = 1$	$n_{43-51,1} = 2$	$n_{24-25,1} = 1$
$n_{36-39,1} = 1$	$n_{21-39,1} = 1$		$n_{27-28,1} = 1$
$n_{21-39,1} = 1$			$n_{28-32,1} = 1$
			$n_{35-36,1} = 1$
			$n_{41-45,1} = 1$
			$n_{41-51,1} = 1$
			$n_{52-53,1} = 1$
			$n_{52-53,2} = 2$
			$n_{42-53,1} = 1$
			$n_{43-53,1} = 2$
			$n_{51-54,1} = 1$
			$n_{55-20,2} = 1$
			$n_{55-32,1} = 2$
			$n_{50-56,1} = 2$
			$n_{51-56,1} = 3$
			$n_{55-35,1} = 2$
78,35 MUS\$ (7186, 11s)			
Corte de Carga 0,00			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Consideramos contingência em três linhas cujo fluxo, no caso base, é maior do que ou igual a 98% do fluxo máximo nos ramos 24 - 25, 21-27 e 22-39 para linhas existentes, com probabilidade de ocorrência de $P_c = 1\%$, $P_c = 2\%$ e $P_c = 3\%$ respectivamente. Com isso, a probabilidade de ocorrência do caso base é de $P_c = 94\%$. Para o caso sem contingência o problema tem 45542 restrições, 16608 variáveis de operação e 1086 variáveis binárias. Agora com o *EBCR* o sistema passa a ter 10047 restrições, 4398 variáveis de operação e 627 variáveis binárias. O resultado é apresentado na Tabela 29.

No caso com contingência o problema tem 60098 restrições, 21774 variáveis de operação e 1086 variáveis binárias. Note que o número de variáveis binárias para ambos os casos permanece igual, porém o número de variáveis de operação e de restrições aumentou consideravelmente. Além disso, tanto o número de restrições quanto o número de variáveis de operação sofreram uma diminuição bastante acentuada devido ao uso do *EBCR*. De fato, com o *EBCR* passamos a ter 38634 restrições, 15840 variáveis de operação e 636 variáveis binárias. Uma redução de 35,71%, 27,25% e 41,43% respectivamente. Este resultado foi obtido com um gap de 3,77%. Veja resultado na Tabela 30.

Tabela 30 - Plano ótimo do sistema boliviano multiestágio estocástico

Com segurança			
Estágios			
1	2	3	4
$n_{13-14,1=1}$	$n_{27-50,1=1}$	$n_{43-51,1=2}$	$n_{27-28,1=1}$
$n_{24-25,1=1}$		$n_{21-39,1=1}$	$n_{28-32,1=1}$
$n_{22-39,1=1}$			$n_{35-36,1=1}$
$n_{36-39,1=1}$			$n_{41-45,1=1}$
$n_{21-39,1=1}$			$n_{41-51,1=1}$
			$n_{52-53,1=1}$
			$n_{52-53,2=2}$
			$n_{42-53,1=1}$
			$n_{43-53,1=2}$
			$n_{51-54,1=1}$
			$n_{55-20,2=1}$
			$n_{55-32,1=2}$
			$n_{50-56,1=3}$
			$n_{51-56,1=3}$
			$n_{55-35,1=2}$
79,09 MUS\$ (2624572,04s)			
Corte de Carga 0,00			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Observe que o plano ótimo para o caso sem contingência requer 30 novas linhas em 22 ramos, enquanto que considerando restrições de segurança o plano ótimo passa a precisar de 32 novas linhas em 23 ramos. A diferença entre os custos é de 0,94% em relação ao custo de

planejamento sem contingência. Note ainda que as linhas $n_{13-14,1} = 1$, $n_{36-39,1} = 1$, $n_{21-39,1} = 2$, $n_{27-50,1} = 1$, $n_{43-51,1} = 2$, $n_{27-28,1} = 1$, $n_{28-32,1} = 1$, $n_{35-36,1} = 1$, $n_{41-45,1} = 1$, $n_{41-51,1} = 1$, $n_{52-53,1} = 1$, $n_{52-53,2} = 2$, $n_{42-53,1} = 1$, $n_{43-53,1} = 2$, $n_{51-54,1} = 1$, $n_{55-20,2} = 1$, $n_{55-32,1} = 2$, $n_{50-56,1} = 2$, $n_{51-56,1} = 3$ e $n_{55-35,1} = 2$ são comuns aos dois planos, sendo que o modelo com restrições de segurança possui a mais as linhas, $n_{24-25,1} = 1$ e $n_{22-39,1} = 1$ e não possui a linha $n_{24-25,1} = 1$, que só existe no caso sem restrição de segurança. Além disso, o ramo 50-56, é comum aos dois casos mas têm uma linha a menos no caso sem restrição de segurança.

5.5 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados três modelos linear disjuntivo para resolver o problema de PERTM estocástico. Para o primeiro deles (18) é considerado um conjunto de cenários para demanda e geração, no segundo (24) a probabilidade de cada um desses cenários ocorrer é usada e no terceiro e último (25) são acrescentadas as restrições de segurança e a probabilidade de cada contingência, o que faz dele o modelo mais completo e objetivo principal deste trabalho.

Os resultados dos testes mostraram que o modelo (25) funciona e apresenta solução ótima quando não é usado o *EBCR*, por ser ele um modelo LIM e as soluções são de boa qualidade quando se usa o *EBCR* (Veja resultados do Capítulo 3 no Apêndice B) obtendo a solução ótima em alguns casos. Desta forma, os resultados com os três sistemas testes, IEEE de 24 barras, Colombiano de 93 barras e Boliviano de 57 barras, deixaram claro que o modelo funciona apesar da dificuldade com a convergência do *solver* comercial CPLEX. O Espaço de Busca Combinatório apresentado no capítulo 3 foi fundamental para obtenção dos resultados tabelados acima. Nesse caso, a redução do número de variáveis e de restrições ficou evidente.

Ficou claro também o aumento no número de variáveis de operação e de restrições por causa das linhas com contingências e do número de cenários.

Tabela 31 - Resumo dos resultados do capítulo 5

Sistemas	Multiestágio Com Cenários			
	Sem contingência		Com contingência	
	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>	Com <i>EBCR</i>	Sem <i>EBCR</i>
IEEE24	288,55 MUS\$ (41,575s)	287,60 MUS\$ (771,456s)	392,80 MUS\$ (115119,16s)	-
Colombiano	573,02 MUS\$ (26465,423s)	-	573,02 MUS\$ (95800,123s)	-
Boliviano	78,35 MUS\$ (7186,11s)	-	79,09 MUS\$ (2624572,04s)	-

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

É possível observar a partir da Tabela 31 uma grande dificuldade de resolver o problema de

PERTM com mais de um cenário de geração e demanda e restrições de segurança sem usar a estratégia da redução do espaço de busca, por isso sua importância nesse trabalho. No caso do sistema IEEE de 24 barras com restrições de segurança o CPLEX simplesmente não convergiu, nesse caso com 21 linhas em contingência ou linhas cujo fluxo no caso base é maior do que ou igual a 80% do fluxo máximo.

Por outro lado, o único resultado que foi possível obter sem o *EBCR*, do sistema IEEE de 24 barras sem considerar restrições de segurança é uma solução ótima para o problema e difere daquela que foi obtida com o *EBCR* por apenas 0,33%. Isto mostra a eficiência dessa estratégia.

6 CONCLUSÃO DO TRABALHO

Neste capítulo, são apresentadas algumas considerações: Com relação à revisão bibliográfica, a respeito dos modelos apresentados, da estratégia para resolvê-los e dos resultados. Também, algumas perspectivas de trabalhos futuros são elencadas.

No capítulo 2 alguns modelos clássicos, bastante conhecidos na literatura foram escritos de forma explícita de modo a facilitar sua alteração para a linguagem AMPL, dados desses modelos foram mostrados contribuindo para uma reflexão sobre os caminhos percorridos pela modelagem matemática dentro da literatura.

Vários trabalhos mostraram como o planejamento multiestágio é mais complexo do que o estático e vários outros apontaram a reestruturação do setor elétrico como algo que deixa o planejamento nesse setor mais complexo, devido aos diversos interesses dos agentes de mercado.

Na literatura especializada há poucos trabalhos que tratam do problema de planejamento multiestágio com segurança e além disso, a metodologia de resolução aplicada ao problema na maioria deles utiliza meta-heurísticas, apenas na última década o trabalho diretamente com modelos matemáticos é mais explorado.

Destaca-se que a revisão bibliográfica é também uma contribuição deste trabalho. Espera-se que ela possa ajudar outros estudantes a se situarem em relação aos trabalhos da área e seus conteúdos.

A estratégia para resolver o problema de PESTM através da redução do espaço de busca é apresentada e testada no capítulo 3 juntamente com as heurísticas *forward* e *Backward* de onde conclui-se a inferioridade da heurística *forward* e a confiabilidade no uso do *EBCR*. Essa estratégia para reduzir o espaço de busca é uma das grandes contribuições deste trabalho porque é uma ideia simples, fácil de implementar e garante a solução com qualidade do problema diminuindo o esforço computacional. A ideia poderá ser usada por outros pesquisadores usando outros *softwares* ou *solver* que não seja o CPLEX.

Dois modelos matemático para resolver o problema de expansão de sistema de transmissão com restrição de segurança estático e multiestágio foram apresentados no capítulo 4. Os resultados obtidos, inclusive com o *EBCR*, usando os sistemas testes mostraram o excelente desempenho dos modelos propostos através de soluções que são factíveis e garantem o funcionamento do sistema em caso de contingência nas linhas pré-definidas. Uma análise comparativa entre os resultados obtidos usando o modelo sem restrição de segurança e o modelo proposto com restrição de segurança mostrou as diferenças nos dois planos ótimos e principalmente o

aumento no custo da construção das novas linhas.

Neste trabalho, como já foi dito, o principal resultado é o modelo matemático (25) que juntamente com o Espaço de Busca Combinatório Reduzido *EBCR* apresentado no capítulo 3 contribui para resolver um problema clássico de sistemas de energia elétrica, que é o de Planejamento de Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio (PERTM) estocástico com restrições de segurança. Com isso, o modelo apresentado torna possível a construção de um planejamento mais flexível e que considera a segurança nos principais corredores ou ramos do sistema. O modelo matemático (25) mencionado acima tem a vantagem de agregar vários objetivos do problema de PESTM que é o critério de segurança $N - 1$, a incerteza quanto ao cenário de demanda e geração futura e a probabilidade de ocorrência de cada um deles, além de garantir a solução ótima para o problema, por ser um modelo LIM. A funcionalidade do modelo tal como descrito pôde ser testado e aprovado pelo sistema IEEE de 24 barras sem o uso do *EBCR*, subseção 5.4.1. No entanto, o uso do *EBCR* facilitou a convergência do *solver* comercial CPLEX e sua eficiência foi demonstrada através dos vários testes feitos no capítulo 3 cujos resultados foram confrontados com soluções ótimas obtidas diretamente de modelos lineares.

Apesar do *EBCR* diminuir de forma bastante significativa o número de restrições, variáveis de operação e de investimento, conforme mostrado nos testes, a convergência do *solver* comercial CPLEX ainda é um problema. A explicação para este fato está no aumento das restrições e das variáveis de operação quando se passa de um modelo apenas multiestágio (15) para um modelo mais completo, com cenários e contingência (25). Veja explicitamente essa diferença no caso do sistema boliviano de 57 barras. No modelo (15) o problema tem 6.690 restrições, 2.700 variáveis de operação e 1.080 variáveis binárias, sem o *EBCR*, mas ao passar para o modelo (25) com 3 cenários de geração e demanda e duas linhas com contingência o problema passa a ter, com *EBCR*, 27.942 restrições, 11.667 variáveis de operação e 600 variáveis binárias, um aumento de aproximadamente 317,66% nas restrições e de 332,11% nas variáveis de operação. Sem o uso do *EBCR* é difícil a convergência do CPLEX para o problema de PESTM através do modelo (25), nesse caso, porque os números são de 45.542 restrições, 16.608 variáveis de operação e 1.086 variáveis binárias, um aumento de aproximadamente 580,75% nas restrições e de 515,11% nas variáveis de operação em relação ao modelo (15). Conclui-se daí a importância fundamental do *EBCR* para esse trabalho.

Portanto, a grande contribuição deste trabalho são os modelos apresentados, mas tanto a revisão bibliográfica quanto o *EBCR* são contribuições que poderão ajudar a outros estudantes e pesquisadores. Ainda com relação aos modelos, o modelo (18) com restrições de segurança foi aplicado ao sistema real de energia elétrica da Colômbia que analisa como fazer a conexão da usina hidrelétrica Ituango com o menor custo e com segurança.

Futuramente, as meta-heurísticas poderão ser utilizadas para resolver o modelo matemático

(25), outra perspectiva é fazer um estudo ou quantificação do risco do plano de expansão usando o valor condicional ao risco (*conditional value at risk*) e uma forma adequada de determinar os cenários, uma vez que nesse trabalho os cenários são dados. Com isso, fazer uma comparação dos resultados do modelo (25) com e sem estocasticidade. Além disso, o uso do Big M de uma forma mais eficiente é importante e por isso faz-se necessário o estudo mais detalhadamente deste tema. Outro tema que merece ser mais explorado pela sua importante contribuição é o *EBCR*, a busca de novas ideias e métodos de redução do espaço de busca é bem vindo para ajudar na resolução do problema PERTM.

REFERÊNCIAS

- AL-HAMOUZ, Z.; AL-FARAJ, A. Transmission expansion planning using nonlinear programming. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION: ASIA PACIFIC, 2002, Yokohama. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2002. v. 1, p. 50–55.
- AL-SABA, T.; EL-AMIN, I. The application of artificial intelligent tools to the transmission expansion problem. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 62, n. 2, p. 117–126, Jan 2002.
- ALGUACIL, N.; CARRIÓN, M.; ARROYO, J. M. Transmission network expansion planning under deliberate outages. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE, 16., 2008, Galscow. *Proceedings...* Glasgow: PSCC, 7 p, 2008.
- ALGUACIL, N.; MOTTO, A. L.; CONEJO, A. J. Transmission expansion planning: A mixed-integer lp approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070–1077, Aug 2003.
- ALVAREZ, J.; PONNAMBALAM, K.; QUINTANA, V. H. Transmission expansion under risk using stochastic programming. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS - PMAPS, 9., 2006, Stockolm. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2006.
- ASADA, E. N.; CARREÑO, E.; ROMERO, R.; GARCIA, A. V. A branch-and-bound algorithm for the multi-stage transmission expansion planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2005. v. 1, p. 171–176.
- ASADAMONGKOL, S.; EUA-ARPORN, B. B. Transmission system expansion planning with consideration of n-1 security constraint. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL ENGINEERING/ELECTRONICS, COMPUTER, TELECOMMUNICATIONS AND INFORMATION TECHNOLOGY, 6., 2009, Pattaya. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2009. v. 1, p. 218–221.
- BAHIENSE, L.; OLIVEIRA, G. C.; PEREIRA, M.; GRANVILLE, S. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 3, p. 560–565, Aug 2001.
- BALDICK, R.; KAHN, E. Transmission planning issues in a competitive economic environment. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 8, n. 4, p. 1497–1503, Nov 1993.
- BALDWIN, C. J.; SALVO, C. A. D.; HOFFMAN, C. H.; KU, W. S. A model for transmission planning by logic. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-78,

n. 2, p. 1638–1645, Feb 1960.

BEALE, E. M. L. On minimizing a convex function subject to linear inequalities. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Chichester, v. 17, n. 2, p. 173–184, 1955.

BELLMAN, R. E. *Dynamic programming*, Princeton: Princeton University Press, 1957.

BERTOLDI, O.; CICORA, R. The loden program: A linear methodology for the automatic selection of long-term-expansion alternatives, with security constraint, for a power transmission systems. In: POWER SYSTEM COMPUTER CONFERENCE, 8., 1984, Helsiski. *Proceedings...* Helsiski: [s.n.], 1984.

BINATO, S. *Expansão ótima de sistemas de transmissão através de decomposição de benders e técnicas de planos cortantes*. Tese (Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação) — Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.

BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C. A heuristic procedure to cope with multi-year transmission expansion planning. In: IEEE/KTH STOCKHOLM POWER TECH CONFERENCE, STOCKHOLM, 1995. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1995.

BINATO, S.; OLIVEIRA, G. C. de; ARAUJO de J. L. A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 2, p. 247–253, May 2001.

BRAGA, A. S. D.; SARAIVA, J. T. Long term transmission expansion planning - a simulated annealing based multiyear algorithm including long term marginal prices. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS - PMAPS, 8., 2004, Ames. *Proceedings...* Toronto: PMAPS International Society, 2004. p. 551–556.

BRAGA, A. S. D.; SARAIVA, J. T. A multiyear dynamic approach for transmission expansion planning and long-term marginal costs computation. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1631–1639, Aug 2005.

BUYGI, M. O.; BALZER, G.; SHANECHI, H. M.; SHAHIDEHPOUR, M. Market based transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 4, p. 2060–2067, Nov 2004.

BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M.; SHANECHI, H. M.; BALZER, G. Transmission planning approaches in restructured power systems, Bologna. In: IEEE BOLOGNA POWER TECH CONFERENCE, 2003. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2003. v. 2, 7 p.

BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M.; SHANECHI, H. M.; BALZER, G. Market based transmission expansion planning: Fuzzy risk assessment. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION, RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 2004, Hong Kong. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. v. 2, p. 427–432.

BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M.; SHANECHI, H. M.; BALZER, G. Market based

- transmission expansion planning: Stakeholders' desires. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION, RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 2004, Hong Kong. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. v. 2, p. 433–438.
- BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M.; SHANECHI, H. M.; BALZER, G. Market based transmission planning under uncertainties. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS - PMAPS, 8., 2004, Ames. *Proceedings...* Toronto: PMAPS International Society, 2004. p. 563–568.
- CABRAL, P.; PRACA, J. An interactive software for optimizing transmission network expansion. In: POWER SYSTEM COMPUTATION CONFERENCE, 8., 1984, Ilesinki. *Proceedings...* Ilesinki: [s.n.], 6 p, 1984.
- CAGIGAS, C.; MADRIGAL, M. Centralized vs. competitive transmission expansion planning: the need for new tools. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2003, Toronto. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2003. p. 1012–1017.
- CARMONA, M. C.; BEHNKE, R. P.; MOYA, O. Transmission network expansion planning by a hybrid simulated annealing algorithm. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS - ISAP, 5., 2009, Curitiba. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2009.
- CARRIÓN, M.; ARROYO, J. M.; ALGUACIL, N. Vulnerability-constrained transmission expansion planning: a stochastic programming approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 1436–1445, Nov 2007.
- CEIDS. *ELECTRICITY INNOVATION INSTITUTE CONSORTIUM FOR ELECTRIC INFRASTRUCTURE TO SUPPORT A DIGITAL SOCIETY - CEIDS*. 2004. Disponível em: <<http://www.intelligrid.info/IntelliGrid/Architecture/Use/Cases/TO/Contingency/Analysis/Basel-ine.htm>>. Acesso em: 15 jul. 2012.
- CHAO, H.; LI, F.; TRINH, L. H.; PAN, J.; GOPINATHAN, M.; PILLO, D. J. Risk-based approach for transmission expansion planning in deregulated environment. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS - PMAPS, 9., 2006, Stockholm. *Proceedings...* Stockholm: PMAPS, 2006. p. 11–15.
- CHOI, J.; EL-KEIB, A. A.; TRAN, T. A fuzzy branch and bound based transmission system expansion planning for the highest satisfaction level of the decision maker. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 1, p. 476–484, Feb 2005.
- CHOI, J.; TRAN, T.; EL-KEIB, A. A.; THOMAS, R.; OH, H. S.; BILLINTON, R. A method for transmission system expansion planning considering probabilistic reliability criteria. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1606–1615, Aug 2005.
- CHUNG, T.; LI, K.; CHEN, G.; XIE, J.; TANG, G. Multi-objective transmission network planning by a hybrid ga approach with fuzzy decision analysis. *Electrical Power and Energy Systems*, London, v. 25, n. 3, p. 187–192, Mar 2003.

- CLAYTON, R. E.; MUKERJI, R. System planning tools for the competitive market. *IEEE Computer Applications in Power*, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 50–55, July 1996.
- CONTRERAS, J.; WU, F. F. Coalition formation in transmission expansion planning. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 1144–1152, Aug 1999.
- CONTRERAS, J.; WU, F. F. A kernel-oriented algorithm for transmission expansion planning. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 4, p. 1434–1440, Nov 2000.
- CRUZ, R. D.; AREIZA, J. M.; LATORRE, G. The international experience in transmission planning in deregulated environments. *Revista Comisión de Integración Energética Regional - CIER*, Montevideo, v. 10, p. 43–64, July 2001.
- CRUZ, R. D.; LATORRE, G. Hiper: interactive tool for mid-term transmission expansion planning in a deregulated environment. *IEEE Power Engineering Review*, Piscataway, v. 20, n. 11, p. 61–62, Nov 2000.
- DANTZIG, G. B. Linear programming under uncertainty. *Management Science*, Hanover, v. 1, n. 3-4, p. 197–206, 1955.
- DAVID, A. K.; WEN, F. S. Transmission planning and under competitive electricity market environment. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2001, Vancouver. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2001. v. 3, p. 1725–1730.
- DECHAMPS, C.; JAMOULLE, E. Interactive computer program for planning the expansion of meshed transmission networks. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 2, n. 2, p. 103–108, Apr 1980.
- DEMBO, R. S. Scenario optimization. *Annals of Operations Research*, New York, v. 30, n. 1, p. 63–80, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF02204809>>. Acesso em: 15 jul. 2012.
- DODU, J. C.; MERLIN, A. Dynamic model for long-term expansion planning studies of power transmission systems: the ortie model. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 3, n. 1, p. 2–16, Jan 1981.
- DRAYTON, G.; MCCOY, M.; PEREIRA, M.; CAZALET, E.; JOHANNIS, M.; PHILIPS, D. Transmission expansion planning in the western interconnection - the planning process and the analytical tools that will be needed to do the job. In: IEEE PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2004, New York. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. v. 3, p. 1556–1561.
- DUAN, G.; YU, Y. Problem-specific genetic algorithm for power transmission system planning. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 61, p. 41–50, Oct 2001.
- DUSONCHET, Y. P.; EL-ABIAD, A. H. Transmission planning using discrete dynamic optimization. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-92, n. 4, p. 1358–1371, July 1973.
- ELIASSI, M.; SEIFI, H.; HAGHIFAM, M. R. Multi-objective value-based reliability transmission planning using expected interruption cost due to transmission constraint.

- In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC POWER AND ENERGY CONVERSION SYSTEMS - EPECS, 2009, Sharjah. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 8 p, 2009.
- ELMETWALLY, M. M.; AAL, F. A.; AWAD, M. L.; OMRAN, S. A hopfield neural network approach for integrated transmission network expansion planning. *Journal of Applied Sciences Research*, Amman, v. 4, n. 11, p. 1387–1394, 2008.
- ENAMORADO, J. C.; GÓMES, T.; RAMOS, A. Multi-area regional interconnection planning under uncertainty. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE - PSCC, 13., 1999, Trondheim. *Proceedings...* Trondheim: PSCC, 1999. p. 599–606.
- ESCOBAR, A.; GALLEGO, R. A.; ROMERO, R. Multi-stage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 735–744, May 2004.
- ESCOBAR, A. H.; ROMERO, R. A.; GALLEGO, R. A. Transmission network expansion planning considering multiple generation scenarios. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA, 2008, Bogota. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2008.
- FANG, R. S.; DAVID, A. K. Transmission congestion management in an electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 14, n. 3, p. 877–883, Aug 1999.
- FISHER, E. B.; O'NEILL, R. P.; FERRIS, M. C. Optimal transmission switching. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 3, p. 1346–1355, Aug 2008.
- FONSEKA, J.; MIRANDA, V. A hybrid meta-heuristic algorithm for transmission expansion planning. *COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Bingley, v. 23, n. 1, p. 250–262, 2004.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. 2. ed. Pacific Grove: Thomson/Brooks/Cole, 2003.
- FU, R.; WEI, P.; JIANG, G.; ZHOU, X.; WAN, Q.; TANG, G. New market power driven multistage transmission expansion strategy in power markets. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006, Montreal. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 8 p, 2006.
- FURUSAWA, K.; OKADA, K.; ASANO, H. A method of evaluating transmission network expansion plan considering security constraints and supply reliability index. In: IEEE/PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2009, Seattle. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2009.
- GAJBHIYE, R. K.; NAIK, D.; DAMBHARE, S.; SOMAN, S. A. An expert system approach for multi-year short-term transmission system expansion planning: An indian experience. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 1, p. 226–237, Feb 2008.
- GALIANA, F. D.; MCGILLIS, D. T.; MARIN, M. A. Expert systems in transmission planning. *Proceedings of the IEEE*, Piscataway, v. 80, n. 5, p. 712–726, May 1992.

- GALLEGO, L. A.; RIDER, M. J.; ROMERO, R.; GARCIA, A. V. A specialized genetic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning. In: IEEE BUCHAREST POWERTECH, 2009, Bucharest. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2009.
- GALLEGO, R. A. *Long-Term Transmission Systems Planning Using Combinatorial Optimization Techniques*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- GALLEGO, R. A.; ALVES, A. B.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Parallel simulated annealing applied to long term transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 12, n. 1, p. 181–188, Feb 1997.
- GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Comparative studies of non-convex optimization methods for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 3, p. 822–828, Aug 1998.
- GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Transmission system expansion planning by extended genetic algorithm. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 145, n. 3, p. 329–335, May 1998.
- GALLEGO, R. A.; MONTICELLI, A.; ROMERO, R. Tabu search algorithm for network synthesis. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 490–495, May 2000.
- GARCÉS, L. P.; CONEJO, A. J.; GARCIA-BERTRAND, R.; ROMERO, R. A bilevel approach to transmission expansion planning within a market environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1523–1522, Aug 2009.
- GARVER, L. L. Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-89, n. 7, p. 1688–1697, Sept 1970.
- GIL, H. A.; SILVA, E. da. A reliable approach for solving the transmission network expansion planning problem using genetic algorithms. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 58, p. 45–51, Apr 2000.
- GRANVILLE, S.; PEREIRA, M. V. F. *Analysis of the linearized power flow model in Benders decomposition*. San Francisco: Stanford University, 1985.
- GU, Y.; MCCALLEY, J. Market-based transmission expansion planning under uncertainty. In: NORTH AMERICAN POWER SYMPOSIUM - NAPS, 2010, Arlington. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2010.
- HAFFNER, S.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; MANTOVANI, J.; ROMERO, R. Branch and bound algorithm for transmission system expansion planning using a transportation model. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 147, n. 3, p. 149–156, May 2000.
- HAFFNER, S.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Specialized branch and bound algorithm for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 148, n. 5, p. 482–488, Sept 2001.

- HENNEY, A. A global perspective on the impact of competition on transmission. In: IEEE COLLOQUIUM ON NETWORK PRICING, INVESTMENT AND ACCESS: A REVIEW OF INTERNATIONAL EXPERIENCES, 1995, London. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1995. p. 7/1–7/6.
- ILOG. *CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0*. Incline Village: ILOG, 2008.
- JIN, Y. X.; CHENGA, H. Z.; YAN, J. Y.; ZHANG, L. New discrete method for particle swarm optimization and its application in transmission network expansion planning. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 77, p. 227–233, Mar 2007.
- JINGDONG, X.; GUOQING, T. The application of genetic algorithms in the multi-objective transmission network planning. *4th International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-97*, v. 1, p. 338–341, Nov 1997.
- KALTENBATCH, J. C.; PESHON, J.; GEHRIG, G. H. A mathematical optimization technique for the expansion of electrical power transmission systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-89, n. 1, p. 113–119, Feb 1970.
- KANDIL, M. S.; EL-DEBEIKY, S. M.; HASANIEN, N. E. A hybrid mathematical and rule-based system for transmission network planning in a deregulated environment. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2001, Vancouver. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2001. v. 3, p. 1451–1456.
- KIM, K. J.; PARK, Y. M.; LEE, K. Y. Optimal long-term transmission expansion planning based on maximum principle. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 3, n. 4, p. 1494–1501, Nov 1988.
- KUROKAWA, R. A. *Algoritmo de Branch-and-Bound para o problema de planejamento de sistemas de transmissão usando o modelo de transportes*. 1999. 85 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 1999.
- LAPSEE. *UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP. Faculdade de Engenharia. Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica - LAPSEE: Transmission expansion planning test systems: Ilha solteira: Lapsee*. 2012. Disponível em: <<http://www-dee.feis.unesp.br/lapsee/interna/underline~downloads/underline~sistemastestes.php>>. Acesso em: 15 abr. 2012.
- LATORRE-BAYONA, G.; PEREZ-ARRIAGA, J. I. Chopin, a heuristic model for long term transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 1886–1894, Nov 1994.
- LATORRE, G.; CRUZ, R.; AREIZA, J.; VILLEGAS, A. Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 2, p. 938–946, May 2003.
- LATORRE, G.; RAMOS, A.; ARRIAGA, I. J. P.; AFONSO, J. F.; SÁIZ, A. Perla: a static model for long-term transmission planning modeling options and suitability analysis, Coimbra. In: SPANISH-PORTUGUESE CONFERENCE IN ELECTRICAL ENGINEERING, 2., 1991.

Proceedings . . . Coimbra: [s.n.], 1991.

LEE, C.; NG, S.; ZHONG, J.; WU, F. Transmission expansion planning from past to future. In: IEEE PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION - PSCE, 2006, Atlanta. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2006. p. 257–265.

LEOU, R. C.; CHAN, S. Y. A multiyear transmission planning under a deregulated market. In: IEEE REGION 10 CONFERENCE - TENCON, 2006, Hong Kong. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 4 p, 2006.

LEVI, V. A. A new mixed-integer methodology for optimal transmission expansion planning. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 32, p. 227–238, Oct 1994.

LEVI, V. A.; CALOVIC, M. S. A new decomposition based method for optimal expansion planning of large transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 6, n. 3, p. 937–943, Aug 1991.

LEVI, V. A.; POPOVIC, D. S. Integrated methodology for transmission and reactive power planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 370–375, Feb 1996.

LU, M.; DONG, Z. Y.; SAHA, T. K. A framework for transmission planning in a competitive electricity market. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXHIBITION: ASIA AND PACIFIC, 2005, Dalian. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2005.

LU, M.; DONG, Z. Y.; SAHA, T. K. A hybrid probabilistic criterion for market-based transmission expansion planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006, Montreal. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2006.

LU, W.; BOMPARD, E.; NAPOLI, R.; JIANG, X. Heuristic procedures for transmission planning in competitive electricity markets. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 77, n. 10, p. 1337–1348, Aug 2007.

MA, C.; LIANG, J.; NIU, X.; ZHANG, H.; ZHANG, P. On transmission expansion planning considering security risk in competitive electricity markets. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION AND RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 3., 2008, Nanjing. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2008. p. 1004–1008.

MAGHOULI, P.; HOSSEINI, S. H.; BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M. A multi-objective framework for transmission expansion planning in deregulated environments. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 2, p. 1051–1060, May 2009.

MAGHOULI, P.; HOSSEINI, S. H.; BUYGI, M. O.; SHAHIDEHPOUR, M. A scenario-based multi-objective model for multi-stage transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 26, n. 1, p. 470–478, Feb 2011.

MELIOPOULOS, A. P.; WEBB, R. P.; BENNON, R. J.; JUVES, J. A. Optimal long range transmission planning with ac load flow. *IEEE Transactions Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-101, n. 10, p. 4156–4163, Oct 1982.

- MIASAKI, C. T. *Planejamento da expansão do sistema de transmissão de energia elétrica utilizando controladores FACTS*: 2006. 137 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2006.
- MONTICELLI, A.; JR., A. S.; PEREIRA, M. V. F.; CUNHA, S. H.; PARKER, B. J.; PRAÇA, J. C. G. Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-101, n. 10, p. 3919–3925, Oct 1982.
- MOON, G. H.; JOO, S. K.; HUR, D.; JEONG, H. S.; RYU, H. S.; CHO, K. W. Stochastic integrated generation and transmission planning method with gradient radar step (grs). In: TRANSMISSION DISTRIBUTION CONFERENCE EXPOSITION, 2009, Seoul. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 4 p, 2009.
- MORI, H.; IIMURA, Y. Transmission network expansion planning with a hybrid meta-heuristic method of parallel tabu search and ordinal optimization. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 14., 2007, Toki Messe. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2007. p. 176–181.
- MORI, H.; KAKUTA, H. A cnsqa-ii based method for multi-objective probabilistic transmission network expansion planning. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010, Minneapolis. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2010.
- MORI, H.; KAKUTA, H. A new meta-heuristic method for probabilistic transmission network expansion planning. In: IEEE PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2010, New Orleans. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2010.
- MOTAMED, A.; ZAREIPOUR, H.; BUYGI, M. O.; ROSEHART, W. D. A transmission planning framework considering future generation expansions in electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 25, n. 4, p. 1987–1995, Nov 2010.
- MULVEY, J. M.; VANDERBEI, R. J.; ZENIUS, S. A. Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, Hanover, v. 43, n. 2, p. 264–281, Mar 1995.
- NADIRA, R.; AUSTRIA, R. R.; DORTOLINA, C. A.; LECAROS, F. Transmission planning in the presence of uncertainties. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2003, Toronto. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2003. v. 1, p. 289–294.
- NASSER, F. E. N.; SILVA, A. P. A.; ARAUJO, L. A. P. Development of an expert system for long-term planning of power transmission networks. In: SYMPOSIUM EXPERTS SYSTEM APPLICATIONS IN POWER SYSTEMS, 2., 1989, Seattle. *Proceedings...* Seattle: [s.n.], 1989. p. 237–242.
- OLIVEIRA, E. J.; SILVA, J. I. C.; PEREIRA, J. L. R.; CARNEIRO, J. S. Transmission system expansion planning using a sigmoid function to handle integer investment variables. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 3, p. 1616–1621, Aug 2005.
- OLIVEIRA, G. C.; BINATO, S.; COSTA, A. P. C. Large scale transmission network planning using optimization and heuristic techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 10, n. 4, p. 1828–1834, Nov 1995.

OLIVEIRA, G. C.; BINATO, S.; PEREIRA, M. Value-based transmission expansion planning of hydrothermal systems under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 4, n. 22, p. 1429–1435, Nov 2007.

OLIVEIRA, G. C.; S.; PEREIRA, M. V. F.; THOMÉ, L. M. Multi-stage transmission expansion planning considering multiple dispatches and contingency criterion, Gramado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 15., 2004. *Anais...* Campinas: Sociedade Brasileira de Automática, 2004.

OLIVEIRA, S. A. *Metaheurísticas aplicadas ao planejamento da expansão da transmissão de energia elétrica em ambiente de processamento distribuído*: 2004. 290 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2004.

ORFANOS, G. A.; SKOTEINOS, I. I.; GEORGILAKIS, P. S.; HATZIARGYRIOU, N. D. Transmission expansion planning in deregulated electricity markets for increased wind power penetration. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE ENERGY MARKET - EEM, 7., 2010, Madrid. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2010.

PARK, J.; OH, T.; CHOI, J.; JEON, D.; EL-KEIB, A.; SHAHIDEHPOUR, M. Grid expansion planning considering probabilistic production and congestion costs based on nodal effective load model. In: IEEE PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, 2010, New Orleans. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 10 p, 2010. 10 p.

PEREIRA, M. V. F. *Composite generation transmission expansion planning*. Palo Alto: EPRI, 102 p, 1987.

PEREIRA, M. V. F.; GORESTIN, B. G. Transmission pricing methods. In: SEMINAR REMUNERATION AND PRICING OF THE POWER SERVICES, 1996, Bogotá. *Proceedings...* Bogotá: [s.n.], 1996.

PEREIRA, M. V. F.; MCCOY, M. F.; MERRILL, H. M. Managing risk in the new power business. *IEEE Computation Application Power*, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 18–24, Apr 2000.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Application of sensitivity analysis of load supplying capability to interactive transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 2, p. 381–389, Feb 1985.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G.; CUNHA, S. H. F.; OLIVEIRA, G. A decomposition approach to automated generation/transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 11, p. 3074–3081, Nov 1985.

PRÉKOPA, A. Logarithmic concave measures with applications to stochastic programming. *Acta Scientiarum Mathematicarum*, Szeged, v. 32, p. 301–316, 1971.

RAHIMI, F. A.; VOJDANI, A. Meet the emerging transmission market segments. *IEEE Computer Applications in Power*, Piscataway, v. 12, n. 1, p. 26–32, Jan 1999.

RAHMANI, M.; RASHIDINEJAD, M.; CARRENO, E.; ROMERO, R. Efficient method for ac transmission network expansion planning. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 80, n. 9, p. 1056–1064, Sept 2010.

- RAHMANI, M.; RASHIDINEJAD, M.; CARRENO, E.; ROMERO, R. Evolutionary multi-move path-relinking for transmission network expansion planning. In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2010, Minneapolis. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2010.
- REZENDE, L. S.; SILVA, A. M. L. da; HONORIO, L. M. Artificial immune systems and differential evolution based approaches applied to multi-stage transmission expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 15., 2009, Curitiba. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2009.
- RIDER, M.; GARCIA, A.; ROMERO, R. Transmission system expansion planning by a branch-and-bound algorithm. *IET Generation, Transmission Distribution*, Stevenage, v. 2, n. 1, p. 90–99, Jan 2008.
- RIDER, M. J.; GALLEGU, L. A.; ROMERO, R.; GARCIA, A. V. Heuristic algorithm to solve the short term transmission network expansion planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2007, Tampa. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2007.
- RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. A constructive heuristic algorithm to short term transmission network expansion planning. In: POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2004, Denver. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. p. 2107–2113.
- RIDER, M. J.; GARCIA, A. V.; ROMERO, R. Power system transmission network expansion planning using ac model. *IET Generation, Transmission Distribution*, Stevenage, v. 1, n. 5, p. 731–742, Sept 2007. ISSN 1751-8687.
- ROCHA, C. R. *Algoritmo heurístico integrado aplicado ao planejamento de sistemas de transmissão a longo prazo*: 1999. 127 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 1999.
- RODRIGUEZ, J. I. R.; FALCAO, D. M.; TARANTO, G. N.; ALMEIDA, H. L. S. Short-term transmission expansion planning by a combined genetic algorithm and hill-climbing technique. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 15., 2009, Curitiba. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2009.
- ROMERO, R.; GALLEGU, R. A.; MONTICELLI, A. Transmission system expansion planning by simulated annealing. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 1, p. 364–369, Feb 1996.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A hierarchical decomposition approach for transmission network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 1, p. 373–380, Feb 1994.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A. A zero-one implicit enumeration method for optimizing investments in transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1385–1391, Aug 1994.
- ROMERO, R.; MONTICELLI, A.; GARCIA, A.; HAFFNER, S. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 149, n. 1, p. 27–36, Jan 2002.

- ROMERO, R.; RIDER, M. J.; SILVA, I. J. A metaheuristic to solve the transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 4, p. 2289–2291, Nov 2007.
- ROMERO, R.; ROCHA, C.; MANTOVANI, J. R. S.; SÁNCHEZ, I. G. Constructive heuristic algorithm for the dc model in network transmission expansion planning. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 152, n. 2, p. 277–282, Mar 2005.
- ROMERO, R.; ROCHA, C.; MANTOVANI, M.; MANTOVANI, J. R. S. Analysis of heuristic algorithms for the transportation model in static and multistage planning in network expansion systems. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 150, n. 5, p. 521–526, Sept 2003.
- ROMERO, R. A. *Planejamento a longo prazo da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica*: 1999. 138 f. Tese (Livre docência) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 1999.
- SAHINIDIS, N. V. Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. *Computers and Chemical Engineering*, Urbana, v. 28, n. 6-7, p. 971–983, Nov 2004.
- SAMARAKOON, H.; SHRESTHA, R.; FUJIWARA, O. A mixed integer linear programming model for transmission expansion planning with generation location selection. *Electrical Power and Energy Systems*, London, v. 23, n. 4, p. 285–293, May 2001.
- SÁNCHEZ, I. G.; ROMERO, R.; MANTOVANI, J. R. S.; RIDER, M. J. Transmission expansion planning using the dc model and nonlinear-programming technique. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 152, n. 6, p. 763–769, Nov 2005.
- SCHLABBACH, J.; ROFALSKI, K. H. *Power system engineering: planning, design, and operation of power systems and equipment*. New York: John Wiley & Sons, 2008.
- SEIFU, A.; SALON, S.; LIST, G. Optimization of transmission line planning including security constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 4, n. 4, p. 1507–1513, Oct 1989.
- SEN, S.; HIGLE, J. L. An introductory tutorial on stochastic linear programming models. *Interfaces*, North Yorkshire, v. 29, n. 2, p. 33–61, Mar. 1999.
- SERNA, C.; DURÁN, J.; CAMARGO, A. A model for expansion planning of transmission systems, a practical application example. *IEEE Transactions Power Apparatus Systems*, Piscataway, PAS-97, n. 2, p. 610–615, Mar 1978.
- SHAPIRO, A.; PHILPOTT, A. A. *A Tutorial on Stochastic Programming*. Mar. 2007. 35 p. Disponível em: <[http://www2.isye.gatech.edu/people/faculty/Alex~Shapiro/TutorialSP.pdf](http://www2.isye.gatech.edu/people/faculty/Alex%20Shapiro/TutorialSP.pdf)>. Acesso em: 15 jul. 2012.
- SHARIFNIA, A.; AASHTIANI, H. Z. Transmission network planning: A method for synthesis of minimum-cost secure networks. *IEEE Transactions Power Apparatus Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 8, p. 2026–2034, Aug 1985.

- SHIN, J. R.; PARK, Y. M. Optimal long-term transmission planning by expert system approach. In: IEEE REGION 10 CONFERENCE ON COMPUTER, COMMUNICATION, CONTROL AND POWER ENGINEERING - TENCON, 1993, Beijing. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1993. v. 2, p. 713–717.
- SHIRMOHAMMANDI, D.; WOLLEMBERG, B.; VODJANI, A.; SANDRIN, P.; PEREIRA, M.; RAHIMI, F.; SCHNEIDER, T.; SCOTT, B. Transmission dispatch and congestion management in the emerging energy market structures. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 4, p. 1466–1474, Nov 1998.
- SHRESTHA, G. B.; FONSEKA, P. A. J. Analysis of market driven transmission expansion and investment options. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2004, Toronto. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2004. v. 1, p. 267–273.
- SILVA, A. da; REZENDE, L. S.; MANSO, L. A. F.; ANDERS, G. J. Analysis of market driven transmission expansion and investment options. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS - PMAPS, 11., 2010, Singapore. *Proceedings...*, 2010. p. 244–251.
- SILVA, A. M. L. da; REZENDE, L.; HONÓRIO, L.; MANSO, L. Performance comparison of metaheuristics to solve the multi-stage transmission expansion. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Stevenage, v. 5, n. 3, p. 360–367, July 2010.
- SILVA, A. M. L. da; REZENDE, L. S.; MANSO, L. A. F.; RESENDE, L. C. Reliability worth applied to transmission expansion planning based on ant colony system. *Electrical Power and Energy Systems*, London, p. 1077–1084, Dec 2010.
- SILVA, E. L. D.; AREIZA, J. M.; OLIVEIRA, G. C. D.; BINATO, S. Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 62–68, Feb 2001.
- SILVA, E. L. D.; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 4, p. 1168–1175, Aug 2000.
- SILVA, I. J.; RIDER, M. J.; R.; GARCIA, A. V.; MURARI, C. A. Transmission network expansion planning with security constraints. *IEEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Stevenage, v. 152, n. 6, p. 828–836, Nov 2005.
- SILVA, I. J.; RIDER, M. J.; ROMERO, R.; MURARI, C. A. Genetic algorithm of chu and beasley for static and multistage transmission expansion planning, Montreal. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 7 p, 2006.
- SILVA, I. J.; RIDER, M. J.; ROMERO, R.; MURARI, C. A. F. Transmission network expansion planning considering uncertainty in demand. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 4, p. 1565–1573, Nov 2006.
- SINGH, H. Introduction to game theory and its application in electric power markets. *IEEE Computer Applications in Power*, Piscataway, v. 12, n. 4, p. 18–20, Oct 1999.

- SINGH, H.; HAO, S.; PAPALEXOPOULOS, A. Transmission congestion management in competitive electricity markets. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 672–680, May 1998.
- SOUSA, A. S.; ASADA, E. N. Fuzzy guided constructive heuristic applied to transmission system expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT SYSTEM APPLICATIONS TO POWER SYSTEMS, 15., 2009, Curitiba. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2009.
- STOLL, G. H. *Least-cost electric utility planning*. New York: Wiley-Interscience, 1989.
- STYCZYNSKI, Z. A. Power network planning using game theory. In: POWER SYSTEMS COMPUTATION CONFERENCE Ů PSCC, 13., 1999, Trondheim. *Proceedings...* Trondheim: PSCC, 1999. p. 607–613.
- SULLIVAN, R. L. *Power system planning*. New York: McGraw-Hill, 1977.
- SUN, H.; YU, D. C. A multiple-objective optimization model of transmission enhancement planning for independent transmission company. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2000, Seattle. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2000. v. 4, p. 2033–2038.
- TAKRITI, S.; AHMED, S. On robust optimization of two-stage systems. *Mathematical Programming, Series A*, Heidelberg, v. 99, n. 1, p. 109–126, 2004.
- THOMAS, R. J.; WHITEHEAD, J. T. Transmission system planning the old world meets the new. *Proceedings of the IEEE*, Piscataway, v. 93, n. 11, p. 2026–2035, Nov 2005.
- TOR, O. B.; GUVEN, A. N.; SHAHIDEHPOUR, M. Congestion-driven transmission planning considering the impact of generator expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 2, p. 781–789, May 2008.
- TORRE, T. de la; FELTES, J. W.; GÓMEZ, T.; MERRIL, H. M. Deregulation, privatization, and competition: transmission planning under uncertainty. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 14, n. 2, p. 460–465, May 1999.
- VERMA, A.; BIJWE, P. R.; PANIGRAHI, B. K. Heuristic method for transmission network expansion planning with security constraints and uncertainty in load specifications. In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: ASIA AND PACIFIC, 2009, Dalian. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 4 p, 2009.
- VERMA, A.; BIJWE, P. R.; PANIGRAHI, B. K. Harmony search algorithm for transmission network expansion planning. *Generation, Transmission Distribution, IET*, Stevenage, v. 4, n. 6, p. 663–673, Jun 2010.
- VILLASANA, R.; GARVER, L. L.; SALON, S. J. Transmission network planning using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Piscataway, PAS-104, n. 2, p. 349–356, Feb 1985.
- VINASCO, G.; RIDER, M.; ROMERO, R. A strategy to solve the multistage transmission expansion planning problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 26, n. 4, p.

2574–2576, Nov 2011.

WANG, X.; WANG, X.; MAO, Y. Improved genetic algorithm for optimal multistage transmission system planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2001, Vancouver. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2001. v. 3, p. 1737–1742.

WANG, Y.; CHENG, H.; WANG, C.; HU, Z.; YAO, L.; MA, Z.; ZHU, Z. Pareto optimality-based multi-objective transmission planning considering transmission congestion. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 78, n. 9, p. 1619–1626, Sept 2008.

WEI, P.; FU, R.; LU, Y. P.; WANG, Q. L.; WANG, L.; LI, Y.; TANG, G. Q. Congestion-based model for transmission expansion planning. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2006, Montreal. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 6 p, 2006.

WEN, F.; CHANG, C. Transmission network optimal planning using the tabu search method. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 42, n. 2, p. 153–163, 2001.

WONG, W.; CHAO, H.; JULIAN, D.; LINDBERG, P.; KOLLURI, S. Transmission planning in a deregulated environment. In: IEEE TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE, 1999, New Orleans. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1999. p. 350–355.

WU, F. F.; ZHENG, F. L.; WEN, F. S. Transmission investment and expansion planning in a restructured electricity market. *Energy*, London, v. 31, n. 6-7, p. 954–966, June 2006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544205000538>>. Acesso em: 12 abr. 2013.

XU, Z.; DONG, Z. Y.; WONG, K. P. A hybrid planning method for transmission networks in a deregulated environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 21, n. 2, p. 925–932, May 2006.

XU, Z.; DONG, Z. Y.; WONG, K. P.; FAN, Z. Multi-objective transmission planning. In: POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE, ASIA-PACIFIC - APPEEC, 2009, Wuhan. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 4 p, 2009.

YANG, N.; WEN, F. S. A chance constrained programming approach to transmission system expansion planning. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 75, n. 2-3, p. 171–177, Aug 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877960500101X>>. Acesso em: 12 abr. 2013.

YEN, J.; YAN, Y. H.; CONTRERAS, J.; MA, P. C.; WU, F. F. A multi-agent approach to the planning of power transmission expansion. *Decision Support Systems*, Amsterdam, v. 28, n. 3, p. 279–290, May 2000.

YOSHIMOTO, K.; YASUDA, K.; YOKOYAMA, R. Transmission expansion planning using neuro-computing hybridized with genetic algorithm. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON EVOLUTIONARY COMPUTATION, 1995, Perth. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 1995. v. 1, p. 126–131.

YOUSSEF, A. K.; HACKAM, R. New transmission planning model. *IEEE Transactions Power Systems*, Piscataway, v. 4, n. 1, p. 9–18, Feb 1989.

YOUSSEF, H. K. M. Dynamic transmission planning using a constrained genetic algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, London, v. 23, n. 8, p. 857–862, Nov 2001.

YU, Q.; GUO, J.; DUAN, X. Dynamic multi-stage transmission network expansion planning. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC UTILITY DEREGULATION AND RESTRUCTURING AND POWER TECHNOLOGIES, 3., 2008, Nanjuing. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2008. p. 635–640.

ZHAO, J. H.; DONG, Z. Y.; L., P.; WONG, K. P. Flexible transmission expansion planning with uncertainties in an electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 479–488, Feb 2009.

ZHAO, J. H.; DONG, Z. Y.; LINDSAY, P.; WONG, K. P. Flexible transmission expansion planning with uncertainties in an electricity market. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 479 –488, Feb 2009.

APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR

Revistas Internacionais

1. Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio com Cenários e Restrições de Segurança, Aplicado ao Sistema Colombiano de Energia Elétrica.

Revistas Nacionais

1. Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão Multiestágio com Critério de Segurança N-1 Proposta submetida à revista SBA Revista SBA: CONTROLE & AUTOMAÇÃO.

Congressos Nacionais

1. Planejamento da Expansão do Sistema de Transmissão com Restrições de Segurança - Apresentado no XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2012;
2. Planejamento da Expansão da Rede de Transmissão Multiestágio com Cenários e Restrições de Segurança - Submetido ao SBPO a acontecer em setembro de 2013 em Natal - RN.

	(conclusão)									
n_{3-9}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{3-24}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{4-9}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{5-10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{6-10}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{7-8}	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
n_{8-9}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{8-10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{9-11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{9-12}	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
n_{10-11}	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
n_{10-12}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{11-13}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{11-14}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
n_{12-13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{12-23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{13-23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{14-16}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{15-16}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{15-21}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{15-24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{16-17}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{16-19}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{17-18}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{17-22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{18-21}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{19-20}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{20-23}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{21-22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{1-8}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{2-8}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
n_{6-7}	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
n_{13-14}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
n_{14-23}	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
n_{16-23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{19-23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F.O	220.28	220.28	220.28	220.28	220.28	220.28	220.28	220.28	220.2	220.2

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Tabela 33 mostra resultados para o sistema Colombiano de 93 barras que admite construir no máximo 2 novas linhas em todos os ramos e cuja solução ótima é US\$ 492.16. Veja como ficou o *EBCR* e o novo número máximo de linhas para cada ramo.

Tabela 33 - *EBCR* do sistema colombiano de 93 barras, 5 soluções e *gap* de 5%

(continua)

[illegible]

[illegible]

Tabela 33 - *EBCR* do sistema colombiano de 93 barras, 5 soluções e *gap* de 5%

(conclusão)

Ramos	Número Máximo de linhas									
	poolreplace=0		poolreplace=1				poolreplace=2			
n_{39-43}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{41-43}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{23-24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{21-22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{26-28}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{28-29}	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
n_{6-10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{33-72}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{39-40}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{12-76}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{48-54}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{50-54}	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2
n_{62-73}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{49-53}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{40-41}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{45-81}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{64-74}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{54-56}	2	1	2	2	2	2	2	2	2	1
n_{60-62}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
n_{72-73}	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1
n_{19-82}	2	1	2	2	1	2	2	2	2	1
n_{55-82}	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
n_{62-82}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{83-85}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{82-85}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{19-86}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{68-86}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{7-90}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
n_{3-90}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{90-91}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{85-91}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{11-92}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{1-93}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{92-93}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{91-92}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F.O	497.6	501.42	494.3	492.16	501.57	493.86	492.16	498.75	494.99	500.27

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O valor da função objetivo associado a cada um dos *EBCR* da Tabela 33, embora não seja igual ao valor da função objetivo associado ao plano ótimo, US\$ 492.16, são valores que indicam soluções de boa qualidade. Na próxima Tabela 34, onde o número de soluções para cada problema estático resolvido subiu para 10, obteve-se o plano ótimo em todos os testes.

[illegible]

Tabela 34 - *EBCR* do sistema colombiano de 93 barras, 10 soluções e *gap* de 10%
(conclusão)

Ramos	Número Máximo de linhas									
	poolreplace=0		poolreplace=1				poolreplace=2			
n_{39-43}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{41-43}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{23-24}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{21-22}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{26-28}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{28-29}	1	1	1	0	0	1	1	2	1	0
n_{6-10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{33-72}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
n_{39-40}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{12-76}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{48-54}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{50-54}	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1
n_{62-73}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{49-53}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{40-41}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{45-81}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{64-74}	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1
n_{54-56}	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
n_{60-62}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{72-73}	2	2	2	1	2	2	2	1	1	2
n_{19-82}	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
n_{55-82}	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
n_{62-82}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{83-85}	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
n_{82-85}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{19-86}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{68-86}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n_{7-90}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{3-90}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{90-91}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{85-91}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{11-92}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{1-93}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{92-93}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
n_{91-92}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F.O	492.1	492.16	492.16	492.16	492.16	492.1	492.16	492.16	492.16	492.16

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Tabela 35 mostra resultados para o sistema Boliviano de 57 barras que admite construir no máximo 2 novas linhas na maioria dos ramos e 3 novas linhas em alguns ramos. A solução ótima para esse sistema é US\$ 71,77. Veja como ficou o *EBCR* e o novo número máximo de linhas para cada ramo.

(continuação)

[illegible]

Tabela 36 - EBCR do sistema boliviano de 57 barras, 10 soluções e gap de 5%

(conclusão)

Ramos	Número Máximo de linhas									
	poolreplace=0		poolreplace=1				poolreplace=2			
$n_{41-44,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{41-45,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{44-47,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{45-46,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{47-46,1}$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
$n_{45-48,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{47-48,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{50-51,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{50-51,2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{41-51,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{42-51,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{43-51,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{17-51,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{31-41,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{31-51,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{30-52,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{52-53,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{52-53,2}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{31-53,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{42-53,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{43-53,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{53-51,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{27-50,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{52-50,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{42-54,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{51-54,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{21-55,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{55-20,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{55-20,2}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{55-28,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{55-32,1}$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
$n_{50-56,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{51-56,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{20-35,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{55-35,1}$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
$n_{21-39,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{57-25,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{57-24,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F.O	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77	71.77

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Na Tabela 36, todos os EBCR encontrados conduziram à solução ótima o que indica que temos

Tabela 37 - EBCR do sistema boliviano de 57 barras, 5 soluções e gap de 5%

(continuação)

Ramos	Número Máximo de linhas									
	poolreplace=0		poolreplace=1				poolreplace=2			
$n_{27-28,1}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
$n_{28-29,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{29-49,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{21-30,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{30-31,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{28-32,1}$	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
$n_{32-33,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{32-34,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{35-36,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{36-37,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{37-38,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{38-39,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{36-39,1}$	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2
$n_{31-40,1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$n_{40-41,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{41-42,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{42-43,1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$n_{43-44,1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$n_{41-44,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{41-45,1}$	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
$n_{44-47,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{45-46,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{47-46,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{45-48,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{47-48,1}$	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
$n_{50-51,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{50-51,2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{41-51,1}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{42-51,1}$	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
$n_{43-51,1}$	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2
$n_{17-51,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{31-41,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{31-51,1}$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$n_{30-52,1}$	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
$n_{52-53,1}$	0	0	0	0	2	2	2	2	2	0
$n_{52-53,2}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
$n_{31-53,1}$	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
$n_{42-53,1}$	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2
$n_{43-53,1}$	0	0	0	0	2	2	1	1	2	0
$n_{53-51,1}$	0	0	0	0	2	2	1	1	2	0

Tabela 37 - EBCR do sistema boliviano de 57 barras, 5 soluções e gap de 5%
(conclusão)

Ramos	Número Máximo de linhas									
	poolreplace=0		poolreplace=1				poolreplace=2			
$n_{27-50,1}$	2	2	2	2	1	1	1	1	1	2
$n_{52-50,1}$	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1
$n_{42-54,1}$	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
$n_{51-54,1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n_{21-55,1}$	2	2	2	2	2	2	0	0	2	2
$n_{55-20,1}$	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1
$n_{55-20,2}$	2	2	2	2	2	2	1	1	2	2
$n_{55-28,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{55-32,1}$	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3
$n_{50-56,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{51-56,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{20-35,1}$	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
$n_{55-35,1}$	2	2	2	2	3	3	1	1	3	2
$n_{21-39,1}$	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2
$n_{57-25,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n_{57-24,1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F.O	74.36	74.36	74.36	74.36	71.77	71.77	77.31	77.31	71.77	74.36

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

APÊNDICE B.2 - DADOS DOS SISTEMAS TESTES

Nesta seção são apresentados todos os dados dos sistemas testes usados no trabalho. Garver de 6 barras (estático), IEEE de 24 barras, colombiano de 93 barras e boliviano de 57 barras (Multiestágios). Para cada sistema são mostradas duas Tabelas, a primeira com número de barras, geração e demanda e a segunda com os ramos ou corredores, fluxo máximo, reatância, custo, linhas existentes e número máximo de linhas. Esses dados estão disponíveis também no formato .txt em LAPSEE (2012).

Tabela 38 - Geração e demanda do sistema teste de Garver

Barras	Demanda Máxima	Geração Máxima
1	80	150
2	240	0
3	40	360
4	160	0
5	240	0
6	0	600

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 39 - Dados do sistema de teste de Garver

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
1 - 2	100	0.40	40	1	3
1 - 3	100	0.38	38	0	3
1 - 4	80	0.60	60	1	3
1 - 5	100	0.20	20	1	3
1 - 6	70	0.68	68	0	3
2 - 3	100	0.20	20	1	3
2 - 4	100	0.40	40	1	3
2 - 5	100	0.31	31	0	3
2 - 6	100	0.30	30	0	3
3 - 4	82	0.59	59	0	3
3 - 5	100	0.20	20	1	3
3 - 6	100	0.48	48	0	3
4 - 5	75	0.63	63	0	3
4 - 6	100	0.30	30	0	3
5 - 6	78	0.61	61	0	3

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 40 - Geração e demanda do sistema
IEEE de 24 barras

(continua)

Barras	Estágios					
	Demanda Máxima			Geração Máxima		
	1	2	3	1	2	3
1	324	340	357	576	605	635
2	291	306	321	576	605	635
3	540	567	595	0	0	0
4	222	233	245	0	0	0
5	213	224	235	0	0	0
6	408	428	450	0	0	0
7	375	394	413	900	945	992
8	523	549	577	0	0	0
9	525	551	579	0	0	0
10	585	614	645	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
13	795	835	876	1773	1862	1955
14	582	611	642	0	0	0
15	951	999	1048	645	677	711
16	300	315	331	465	488	513
17	0	0	0	0	0	0

Tabela 40 - Geração e demanda do sistema
IEEE de 24 barras

(conclusão)

Barras	Estágios					
	Demanda Máxima			Geração Máxima		
	1	2	3	1	2	3
18	999	1049	1101	1200	1260	1323
19	543	570	599	0	0	0
20	384	403	423	0	0	0
21	0	0	0	1200	1260	1323
22	0	0	0	900	945	992
23	0	0	0	1980	2079	2183
24	0	0	0	0	0	0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 41 - Dados do sistema IEEE de 24 barras

(continua)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
1 - 2	175	0.0139	3.00	1	5
1 - 3	175	0.2112	55.00	1	5
1 - 5	175	0.0845	22.00	1	5
2 - 4	175	0.1267	33.00	1	5
2 - 6	175	0.1920	50.00	1	5
3 - 9	175	0.1190	31.00	1	5
3 - 24	400	0.0839	50.00	1	5
4 - 9	175	0.1037	27.00	1	5
5 - 10	175	0.0883	23.00	1	5
6 - 10	175	0.0605	16.00	1	5
7 - 8	175	0.0614	16.00	1	5
8 - 9	175	0.1651	43.00	1	5
8 - 10	175	0.1651	43.00	1	5
9 - 11	400	0.0839	50.00	1	5
9 - 12	400	0.0839	50.00	1	5
10 - 11	400	0.0839	50.00	1	5
10 - 12	400	0.0839	50.00	1	5
11 - 13	500	0.0476	66.00	1	5
11 - 14	500	0.0418	58.00	1	5
12 - 13	500	0.0476	66.00	1	5
12 - 23	500	0.0966	134.00	1	5
13 - 23	500	0.0865	120.00	1	5
14 - 16	500	0.0389	54.00	1	5
15 - 16	500	0.0173	24.00	1	5

Tabela 41 - Dados do sistema IEEE de 24 barras

(conclusão)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
15 - 21	500	0.0490	68.00	2	5
15 - 24	500	0.0519	72.00	1	5
16 - 17	500	0.0259	36.00	1	5
16 - 19	500	0.0231	32.00	1	5
17 - 18	500	0.0144	20.00	1	5
17 - 22	500	0.1053	146.00	1	5
18 - 21	500	0.0259	36.00	2	5
19 - 20	500	0.0396	55.00	2	5
20 - 23	500	0.0216	30.00	2	5
21 - 22	500	0.0678	94.00	1	5
1 - 8	500	0.1344	35.00	0	5
2 - 8	500	0.1267	33.00	0	5
6 - 7	500	0.1920	50.00	0	5
13 - 14	500	0.0447	62.00	0	5
14 - 23	500	0.0620	86.00	0	5
16 - 23	500	0.0822	114.00	0	5
19 - 23	500	0.0606	84.00	0	5

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 42 - Geração e demanda do sistema colombiano

(continua)

Barras	Estágios					
	Demanda Máxima			Geração Máxima		
	1	2	3	1	2	3
41	54.80	68.40	81.85	70.0	100.0	100.0
42	102.00	127.30	152.39	0.0	0.0	0.0
43	35.40	44.20	52.90	0.0	0.0	0.0
44	257.00	321.30	384.64	23.0	23.0	23.0
45	0.00	0.00	0.00	950.0	1208.0	1208.0
46	121.00	151.70	181.62	150.0	150.0	150.0
47	41.15	51.50	61.60	0.0	0.0	0.0
48	600.00	750.00	896.26	775.0	885.0	885.0
49	130.00	162.00	193.27	0.0	0.0	0.0
50	424.00	528.00	632.75	240.0	240.0	240.0
51	128.00	159.00	190.45	0.0	0.0	0.0
52	38.00	46.50	55.60	0.0	0.0	0.0
53	0.00	0.00	0.00	280.0	320.0	320.0
54	76.00	95.30	114.19	0.0	0.0	0.0
55	223.00	279.00	333.59	40.0	40.0	40.0

Tabela 42 - Geração e demanda do sistema colombiano

(conclusão)

Barras	Estágios					
	Demanda Máxima			Geração Máxima		
	1	2	3	1	2	3
56	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
57	226.00	281.00	336.94	0.0	130.0	130.0
58	0.00	0.00	0.00	190.0	190.0	190.0
59	0.00	0.00	0.00	160.0	160.0	160.0
60	0.00	0.00	0.00	1191.0	1216.0	1216.0
61	0.00	0.00	0.00	155.0	155.0	155.0
62	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
63	35.00	44.00	52.77	900.0	1090.0	1090.0
64	88.00	110.55	132.35	0.0	0.0	280.0
65	132.00	165.00	197.58	0.0	0.0	0.0
66	0.00	0.00	0.00	200.0	300.0	300.0
67	266.00	332.45	397.98	474.0	474.0	474.0
68	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
69	71.40	89.00	106.61	0.0	0.0	0.0
70	0.00	0.00	0.00	30.0	180.0	180.0
71	315.00	393.00	471.21	0.0	211.0	424.0
72	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
73	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
74	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
75	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
76	0.00	0.00	0.00	40.0	40.0	40.0
77	55.00	70.00	82.85	0.0	0.0	0.0
78	36.65	45.10	54.07	0.0	0.0	0.0
79	98.00	123.00	146.87	0.0	0.0	300.0
80	60.00	72.00	88.34	0.0	0.0	0.0
81	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
82	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
83	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
84	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	500.0
85	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
86	0.00	0.00	0.00	0.0	300.0	850.0
87	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
88	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	300.0
89	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
90	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
91	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
92	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0
93	0.00	0.00	0.00	0.0	0.0	0.0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 43 - Dados do sistema colombiano

(continua)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
52 - 88	300	0.0980	34.190	0	2
43 - 88	250	0.1816	39.560	0	2
57 - 81	550	0.0219	58.890	0	2
73 - 82	550	0.0374	97.960	0	2
27 - 89	450	0.0267	13.270	0	2
74 - 89	550	0.0034	14.570	0	2
73 - 89	550	0.0246	66.650	0	2
79 - 83	350	0.0457	15.400	0	2
8 - 67	250	0.2240	29.200	0	2
39 - 86	350	0.0545	09.880	0	2
25 - 28	320	0.0565	09.767	1	2
25 - 29	320	0.0570	09.882	1	2
13 - 14	350	0.0009	03.902	2	2
13 - 20	350	0.0178	05.742	1	2
13 - 23	350	0.0277	07.007	1	2
14 - 31	250	0.1307	18.622	2	2
14 - 18	250	0.1494	20.232	2	2
14 - 60	300	0.1067	15.977	2	2
2 - 4	350	0.0271	06.662	2	2
2 - 9	350	0.0122	05.282	1	2
2 - 83	570	0.0200	05.972	1	2
9 - 83	400	0.0200	05.972	1	2
15 - 18	450	0.0365	07.927	1	2
15 - 17	320	0.0483	09.422	1	2
15 - 20	320	0.0513	09.652	1	2
15 - 76	320	0.0414	09.882	1	2
15 - 24	350	0.0145	05.282	1	2
37 - 61	350	0.0139	04.937	1	2
19 - 61	250	0.1105	16.092	2	2
61 - 68	250	0.0789	12.412	1	2
44 - 80	250	0.1014	17.587	1	2
56 - 81	550	0.0114	32.858	1	2
37 - 68	320	0.0544	09.652	1	2
40 - 68	320	0.1320	18.162	1	2
12 - 75	320	0.0641	11.492	1	2
24 - 75	350	0.0161	05.512	1	2
35 - 36	250	0.2074	27.362	1	2
27 - 35	250	0.1498	22.072	1	2
35 - 44	250	0.1358	20.347	2	2
38 - 68	350	0.0389	07.927	1	2

Tabela 43 - Dados do sistema colombiano

(continuação)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
38 - 39	350	0.0300	06.317	1	2
27 - 80	350	0.0242	07.007	1	2
45 - 54	320	0.0946	13.562	1	2
45 - 50	350	0.0070	04.362	2	2
10 - 78	350	0.0102	04.937	1	2
7 - 78	350	0.0043	04.132	1	2
30 - 64	250	0.1533	20.577	1	2
30 - 65	250	0.0910	13.677	1	2
30 - 72	350	0.0173	05.512	2	2
55 - 57	600	0.0174	46.808	1	2
57 - 84	600	0.0087	26.658	1	2
55 - 84	600	0.0087	26.658	1	2
56 - 57	600	0.0240	62.618	2	2
9 - 77	350	0.0190	05.857	1	2
77 - 79	350	0.0097	05.167	1	2
1 - 59	350	0.0232	06.202	2	2
59 - 67	250	0.1180	16.667	2	2
8 - 59	250	0.1056	15.402	2	2
1 - 3	250	0.1040	15.862	1	2
3 - 71	450	0.0136	05.167	1	2
3 - 6	350	0.0497	09.422	1	2
55 - 62	550	0.0281	70.988	1	2
47 - 52	350	0.0644	10.572	1	2
51 - 52	250	0.0859	12.872	1	2
29 - 31	250	0.1042	32.981	2	2
41 - 42	350	0.0094	04.707	1	2
40 - 42	350	0.0153	05.167	1	2
46 - 53	250	0.1041	14.597	2	2
46 - 51	250	0.1141	16.322	1	2
69 - 70	350	0.0228	06.202	2	2
66 - 69	250	0.1217	17.127	2	2
9 - 69	350	0.1098	15.747	2	2
60 - 69	350	0.0906	13.677	2	2
31 - 32	350	0.0259	06.547	1	2
32 - 34	350	0.0540	09.767	1	2
16 - 18	350	0.0625	10.917	1	2
16 - 23	350	0.0238	06.892	1	2
16 - 21	350	0.0282	06.892	1	2
31 - 34	250	0.0792	12.412	1	2
31 - 33	350	0.0248	6.432	2	2

Tabela 43 - Dados do sistema colombiano

(continuação)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
31 - 60	250	0.1944	25.982	2	2
31 - 72	350	0.0244	06.317	2	2
47 - 54	250	0.1003	14.252	2	2
47 - 49	250	0.0942	13.562	2	2
18 - 58	350	0.0212	05.742	2	2
18 - 20	350	0.0504	09.537	1	2
18 - 66	350	0.0664	11.377	2	2
18 - 21	350	0.0348	07.467	1	2
18 - 22	350	0.0209	06.432	1	2
19 - 22	350	0.0691	11.722	1	2
4 - 5	350	0.0049	04.247	3	2
5 - 6	350	0.0074	04.477	2	2
17 - 23	250	0.0913	12.987	1	2
17 - 76	350	0.0020	03.902	1	2
12 - 17	350	0.0086	04.707	1	2
1 - 71	250	0.0841	14.367	2	2
1 - 8	250	0.0810	13.217	1	2
1 - 11	250	0.0799	12.527	1	2
4 - 36	250	0.0850	13.562	2	2
19 - 58	320	0.0826	11.722	1	2
27 - 64	350	0.0280	06.777	1	2
27 - 28	350	0.0238	06.202	1	2
27 - 44	250	0.0893	16.322	1	2
26 - 27	350	0.0657	10.917	1	2
27 - 29	350	0.0166	05.052	1	2
19 - 66	350	0.0516	09.307	1	2
73 - 74	600	0.0214	58.278	1	2
64 - 65	350	0.0741	11.837	1	2
29 - 64	350	0.0063	04.362	1	2
4 - 34	270	0.1016	14.942	2	2
34 - 70	350	0.0415	08.272	2	2
33 - 34	320	0.1139	16.322	1	2
8 - 71	400	0.0075	04.477	1	2
54 - 63	320	0.0495	09.077	3	2
48 - 63	350	0.0238	06.317	1	2
67 - 68	250	0.1660	22.072	2	2
39 - 68	350	0.0145	05.282	1	2
8 - 9	350	0.0168	05.972	1	2
79 - 87	350	0.0071	04.477	1	2
8 - 87	350	0.0132	05.167	1	2

Tabela 43 - Dados do sistema colombiano

(conclusão)

Ramos	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
39 - 43	250	0.1163	16.552	1	2
41 - 43	250	0.1142	16.322	1	2
23 - 24	350	0.0255	06.317	1	2
21 - 22	350	0.0549	09.882	1	2
26 - 28	350	0.0512	09.307	1	2
28 - 29	350	0.0281	06.777	1	2
6 - 10	350	0.0337	07.582	1	2
33 - 72	350	0.0228	06.202	1	2
39 - 40	250	0.1020	16.207	2	2
12 - 76	350	0.0081	04.707	1	2
48 - 54	350	0.0396	08.042	3	2
50 - 54	250	0.0876	12.872	2	2
62 - 73	750	0.0272	73.158	1	2
49 - 53	250	0.1008	14.252	2	2
40 - 41	350	0.0186	05.742	1	2
45 - 81	450	0.0267	13.270	1	2
64 - 74	500	0.0267	13.270	1	2
54 - 56	450	0.0267	13.270	3	2
60 - 62	450	0.0257	13.270	3	2
72 - 73	500	0.0267	13.270	2	2
19 - 82	450	0.0267	13.270	1	2
55 - 82	550	0.0290	77.498	1	2
62 - 82	600	0.0101	30.998	1	2
83 - 85	450	0.0267	13.270	2	2
82 - 85	700	0.0341	89.898	1	2
19 - 86	300	0.1513	20.922	1	2
68 - 86	350	0.0404	08.272	1	2
7 - 90	350	0.0050	04.247	2	2
3 - 90	350	0.0074	04.592	1	2
90 - 91	550	0.0267	13.270	1	2
85 - 91	600	0.0139	40.298	1	2
11 - 92	450	0.0267	13.270	1	2
1 - 93	450	0.0267	13.270	1	2
92 - 93	600	0.0097	30.068	1	2
91 - 92	600	0.0088	27.588	1	2

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 44 - Geração e demanda do sistema boliviano

(continua)

Barras	Estágios							
	Demanda Máxima				Geração Máxima			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	316.6	356.3	401.1	451.4	244.2	173.8	243.1	243.1
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	7.6	8.6	9.6	10.8	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	16.4	18.5	20.8	23.4	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	18.9	18.9	18.9	18.9
9	0.0	0.0	0.0	0.0	176.0	176.0	176.0	176.0
10	9.5	10.7	12.0	13.5	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	83.5	83.5	83.5	83.5
14	109.5	123.2	138.7	156.1	6.8	6.8	6.8	6.8
15	0.0	0.0	0.0	0.0	50.8	50.8	50.8	50.8
16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	41.9	47.2	53.1	59.7	66.8	66.8	66.8	66.8
18	7.2	8.1	9.1	10.3	0.0	0.0	0.0	0.0
19	0.5	0.6	0.6	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.5	0.6	0.6	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	37.4	42.2	47.5	53.4	12.6	12.6	12.6	12.6
26	17.7	19.9	22.4	25.2	10.5	10.5	10.5	10.5
27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	504.3
33	38.8	43.7	49.2	55.3	16.8	16.8	16.8	16.8
34	55.5	0.0	70.3	79.1	0.0	0.0	0.0	0.0
35	18.1	20.4	22.9	25.8	0.0	0.0	0.0	0.0
36	29.9	33.7	37.9	42.6	0.0	0.0	0.0	0.0
37	7.3	8.2	9.2	10.4	1.6	1.6	1.6	1.6
38	33.7	38.0	42.7	48.1	13.3	13.3	13.3	13.3
39	4.8	5.4	6.1	6.8	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabela 44 - Geração e demanda do sistema boliviano

(conclusão)

Barras	Estágios							
	Demanda Máxima				Geração Máxima			
	1	2	3	4	1	2	3	4
40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	0.0	9.0	10.1	11.4	0.0	0.0	0.0	0.0
42	3.7	4.2	4.7	5.3	70.0	70.0	70.0	70.0
43	0.0	0.0	0.0	0.0	142.4	142.4	142.4	142.4
44	82.3	92.6	104.3	117.3	48.0	48.0	48.0	48.0
45	33.0	37.1	41.8	47.1	8.1	8.1	8.1	8.1
46	22.6	25.4	28.6	32.2	0.0	0.0	0.0	0.0
47	15.7	17.7	19.9	22.4	0.0	0.0	0.0	0.0
48	52.1	58.6	66.0	74.3	0.0	0.0	0.0	0.0
49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
51	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
52	0.0	0.0	0.0	300.0	0.0	0.0	0.0	0.0
53	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	0.0	0.0	0.0	50.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	130.0	260.0	260.0
57	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 45 - Dados do sistema boliviano

(continua)

Ramos	Características das linhas	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
1- 2	1	75	0.10	1.23	2	2
2- 6	1	115	0.05	0.46	1	2
2- 6	2	115	0.05	0.46	1	2
5- 6	1	150	0.06	2.47	1	2
3- 4	1	100	0.08	1.65	1	2
3- 5	1	147	0.05	9.30	1	2
4- 7	1	79	0.15	3.79	1	2
7- 8	1	79	0.01	0.51	1	2
3- 9	1	147	0.08	15.30	1	2
1- 9	1	135	0.13	27.00	1	2
9-10	1	137	0.05	11.40	1	2
10-11	1	137	0.06	11.80	1	2
11-12	1	75	0.08	1.23	1	2

Tabela 45 - Dados do sistema boliviano

(continuação)

Ramos	Características das linhas	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
12-13	1	77	0.03	0.71	1	2
16-17	1	150	0.05	2.47	1	2
13-14	1	77	0.01	0.43	1	2
13-14	2	77	0.13	3.43	1	2
13-14	3	77	0.14	3.63	1	2
13-15	1	77	0.02	0.51	1	2
17-18	1	77	0.14	3.59	1	2
17-22	1	77	0.49	11.69	1	2
20-22	1	77	0.25	6.08	1	2
18-19	1	77	0.13	3.31	1	2
19-20	1	77	0.13	3.47	1	2
20-23	1	77	0.32	7.74	1	2
23-24	1	77	0.28	6.71	1	2
24-25	1	50	0.10	0.82	1	2
25-26	1	23	0.98	3.30	1	2
25-26	2	31	0.65	2.40	1	2
16-27	1	135	0.01	3.45	1	2
16-11	1	135	0.04	9.00	1	2
21-27	1	135	0.09	18.60	1	2
21-22	1	75	0.08	1.65	1	2
22-39	1	25	0.10	0.41	2	3
22-39	2	50	0.10	0.82	0	3
9-27	1	135	0.18	33.90	1	2
27-28	1	135	0.19	36.90	1	2
28-29	1	60	0.17	0.99	1	2
29-49	1	44	0.10	0.39	1	2
21-30	1	135	0.07	34.92	1	2
30-31	1	150	0.05	2.45	1	2
28-32	1	135	0.14	26.55	1	2
32-33	1	60	0.17	0.99	1	2
32-34	1	135	0.13	25.80	1	2
35-36	1	32	0.68	2.67	1	2
36-37	1	32	0.28	1.11	1	2
37-38	1	32	0.66	2.60	1	2
38-39	1	65	0.89	3.49	1	2
36-39	1	43	0.07	0.29	1	2
31-40	1	135	0.02	0.63	1	2
40-41	1	135	0.02	0.63	2	2
41-42	1	135	0.08	2.20	1	2
42-43	1	135	0.10	2.68	1	2

Tabela 45 - Dados do sistema boliviano

(conclusão)

Ramos	Características das linhas	Fluxo Máximo MW	Reatância p.u	Custo US\$	Linhas Existentes	Número Máximo de linhas
43-44	1	135	0.09	2.44	2	2
41-44	1	135	0.06	1.73	1	2
41-45	1	40	0.17	0.66	2	2
44-47	1	40	.175	0.66	3	2
45-46	1	68	0.10	0.42	1	2
47-46	1	68	0.04	0.18	1	2
45-48	1	68	0.08	0.33	1	2
47-48	1	68	0.06	0.26	1	2
50-51	1	150	0.05	2.47	0	2
50-51	2	100	0.08	1.65	0	2
41-51	1	79	0.36	9.48	0	2
42-51	1	79	0.36	9.48	0	2
43-51	1	79	0.36	9.48	0	2
17-51	1	79	0.45	11.45	0	2
31-41	1	79	0.06	1.58	0	2
31-51	1	79	0.36	9.48	0	2
30-52	1	150	0.13	6.75	0	2
52-53	1	150	0.05	2.47	0	3
52-53	2	100	0.08	1.65	0	2
31-53	1	150	0.13	3.55	0	2
42-53	1	135	0.06	1.58	0	2
43-53	1	135	0.06	1.58	0	2
53-51	1	79	0.39	10.20	0	2
27-50	1	150	0.39	19.5	0	2
52-50	1	150	0.39	19.5	0	2
42-54	1	79	0.60	15.80	0	2
51-54	1	79	0.60	15.80	0	2
21-55	1	150	0.24	12.00	0	3
55-20	1	150	0.05	2.47	0	2
55-20	2	100	0.08	1.65	0	2
55-28	1	150	0.36	18.0	0	3
55-32	1	150	0.45	22.5	0	3
50-56	1	900	0.01	0.0	1	0
51-56	1	900	0.01	0.0	1	0
20-35	1	50	0.10	0.82	0	3
55-35	1	50	0.20	0.82	0	3
21-39	1	50	0.20	0.82	0	3
57-25	1	50	0.20	0.82	0	3
57-24	1	50	0.17	0.82	0	3

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

ÍNDICE REMISSIVO

- algoritmos
 - Benders, 52
 - Branch and Bound, 50, 53
 - Branch and Cut, 53
 - Garver, 53
 - Heurísticos, 54
 - Meta-heurísticas, 55
- concorrência, 48
- confiabilidade, 51
- congestionamento, 49, 51
- contingências, 80, 86
- corte de carga, 30, 114, 115
- diretiva, 62, 93
- estratégia, 61, 76, 79
- incertezas, 48
 - aleatórias, 48
 - não aleatórias, 48
- modelo
 - CA, 44
 - CC, 41
 - de síntese, 36
 - de transportes, 36
 - estocástico, 111
 - estocástico com contingência, 112
 - híbrido, 38
 - híbrido linear, 39, 40
 - híbrido não-linear, 38
 - linear disjuntivo, 42, 43, 59
 - linear disjuntivo estático, 80
 - linear disjuntivo multiestágio, 83
 - matemático não linear inteiro misto multiestágio, 57
- planejamento, 29, 79, 99
 - backward, 47, 63
 - básico, 79
 - desregulamentação, 29
 - determinístico, 99
 - dinâmico, 47
 - estocástico, 99
 - estático, 29, 47
 - forward, 47, 62
 - multiestágio, 29
- plano ótimo, 29
- primeira lei de Kirchhoff, 37, 39–41, 44, 58, 114
- probabilidade, 115
- reestruturação, 127
 - do setor elétrico, 127
- segunda lei de Kirchhoff, 39–41, 44, 58, 114
- segurança $N - 1$, 80
- simulated annealing, 50
- topologia base
 - boliviano, 75
 - colombiano, 69
 - Garver, 88
 - IEEE, 66