



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG - WOLFE APLICADA AO PROBLEMA
DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA
MULTI-ÁREAS**

JULIO CÉSAR LÓPEZ QUIZHPI

ILHA SOLTEIRA - SP

Fevereiro de 2011

**DECOMPOSIÇÃO DE DANTZING - WOLFE APLICADA AO PROBLEMA
DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA
MULTI-ÁREAS**

JULIO CÉSAR LÓPEZ QUIZHPI

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: José Roberto Sanches Mantovani

ILHA SOLTEIRA - SP

Fevereiro de 2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

- L925d López Quizhpi, Julio César.
Decomposição de Dantzig-Wolfe aplicada ao problema de planejamento de reativos em sistemas de potência multi-áreas / Julio César López Quizhpi.
-- Ilha Solteira : [s.n.], 2011
107 f.: il.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2011
- Orientador: José Roberto Sanches Mantovani
Inclui bibliografia
1. Dantzig-Wolfe. 2. Programação linear. 3. Programação linear sucessiva. 4. LCRIC. 5. Planejamento de reativos em sistemas descentralizados multi-áreas.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: DECOMPOSIÇÃO DE DANTZIG-WOLFE APLICADA AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA MULTI-ÁREAS

AUTOR: JULIO CESAR LOPEZ QUIZHPI

ORIENTADOR: Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOÃO BOSCO AUGUSTO LONDON JUNIOR
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp

Data da realização: 25 de fevereiro de 2011.

*A Deus
a minha avó Cesárea
e a minha namorada Sílvia, com muito amor*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha imensa gratidão a todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

A Deus pela minha vida, saúde, cuidado, esperança, consolo e força em todo lugar e momento. Muito Obrigado meu Deus por ter feito da minha vida o que hoje eu sou.

A minha avó Cesárea pela criação, incentivo e todo o apoio dado no decorrer deste caminho.

Ao Prof. José Roberto Sanches Mantovani, não só pelo trabalho de orientação, mas também pela paciência, amizade, estímulo, críticas e sugestões no desenvolvimento desta tese.

Ao Prof. Rubén Augusto Romero Lázaro sou grato pela amizade, estímulo e a oportunidade dada no programa de Pós-Graduação em engenharia elétrica.

A todos os professores do LaPSEE, pela amizade.

Aos meus colegas do LaPSEE, pela amizade e por demonstrarem sempre disposição e respeito, sem os quais não existiria um ambiente tão propício para o desenvolvimento da pesquisa.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro através dos processos 551452/2009-9 e 302272/2009-7.

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma metodologia para resolver o problema de planejamento ótimo de reativos em sistemas de potência interconectados multi-áreas, utilizando a técnica de decomposição de Dantzig-Wolfe. O problema original multi-área é separado em subproblemas (um para cada área) e um problema mestre (coordenador). A solução do problema decomposto é baseada na aplicação de programação linear sucessiva para a resolução dos subproblemas de planejamento de reativos de cada área, e o esquema de coordenação é baseado nos custos marginais de potência reativa nas barras de fronteiras. Desta forma, o problema de planejamento do sistema é resolvido usando a estratégia descentralizada por regiões ou por áreas, onde os operadores dos sistemas podem planejar a operação e a expansão de seus sistemas, independentemente das outras áreas, obtendo uma solução ótima coordenada, porém descentralizada de cada área. O objetivo do modelo é proporcionar mecanismos para realizar o planejamento preservando a autonomia e confidencialidade para cada área, garantindo a economia global do sistema multi-área completo. Utilizando-se o modelo matemático e a implementação computacional da metodologia proposta, apresentam-se resultados, análises e discussões de testes efetuados em 3 sistemas de 3 áreas, onde cada uma das áreas é composta por 3 sistemas iguais formados pelos sistemas IEEE30, IEEE118 e IEEE300.

Palavras-chave: Dantzig-Wolfe. Programação Linear Sucessiva. LCRIC. Planejamento de Reativos em Sistemas Descentralizados Multi-Áreas.

ABSTRACT

In this thesis presents a methodology for solving the optimal reactive power planning problem in interconnected multi-area electric power systems, using the Dantzig-Wolfe technique. The original multi-area problem is separated into subproblems (one for each area) and a master problem (coordinator). The solution of the decomposed problem is based on the application of successive linear programming for solving the reactive planning subproblems in each area, and the coordination scheme is based on the reactive power marginal costs in the border bus. Thus the planning problem system is solved using a decentralized approach by regions or areas, where the transmission system operator in each area can plan the operation and expansion of its system regardless of the other areas, obtaining an optimal solution coordinated by decentralized in each area. The purpose of the mathematical model is to provide a mechanism for developing the planning preserving the autonomy and confidentiality for each area, ensuring the economy of the overall multi-area full system. Using the mathematical model and computational implementation of the methodology proposed results are presented analysis and discussion of tests performed on three systems in three areas where each area is composed of three equal systems formed by IEEE30, IEEE118, and IEEE300 bus system.

Keywords: Dantzig-Wolfe. Successive Linear Programming. LCRIC. Optimal Reactive Power Planning in Interconnected Multi-Area Power Systems.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Compensação Shunt	27
3.1 Mecanismo de solução do método de solução de Dantzig-Wolfe	41
3.2 Estrutura bloco-angular com restrições de acoplamento	42
3.3 Estrutura bloco-angular com variáveis de acoplamento	42
3.4 Esquema de decomposição	60
3.5 Diagrama de blocos para a solução do problema de Planejamento de Reativos em Sistemas Multi-Área	66
4.1 Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.	70
4.2 Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.	75
4.3 Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.	88
A.1 Bipolo representando o modelo π da linha de transmissão ligada às barras k e m por transformadores em fase	104

LISTA DE TABELAS

		<u>Pág.</u>
4.1	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Parâmetros das linhas de interconexão.	69
4.2	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Sem Contingência - Posições dos taps dos transforma- dores.	70
4.3	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes.	71
4.4	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Posições dos taps dos transformadores.	72
4.5	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.	72
4.6	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada.	73
4.7	Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.	73
4.8	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Parâmetros das linhas de interconexão.	75
4.9	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Posições dos taps dos transforma- dores.	76
4.10	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes	77
4.11	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Potência Reativa importada/exportada.	77
4.12	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Posições dos taps dos transformadores.	78
4.13	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.	79
4.14	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada	79
4.15	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Posições dos taps dos transformadores.	80
4.16	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Propostas de alocação de novas fontes.	81
4.17	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Potência Reativa importada/exportada.	81
4.18	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Posições dos taps dos transformadores.	82
4.19	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Propostas de alocação de novas fontes.	83
4.20	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Potência Reativa importada/exportada.	83
4.21	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Posições dos taps dos transformadores.	84
4.22	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Propostas de alocação de novas fontes de potência reativa para os três níveis de cargas.	85

4.23	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Potência Reativa importada/exportada.	85
4.24	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.	86
4.25	Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Parâmetros das linhas de interconexão.	88
4.26	Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes.	89
4.27	Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Sem Contingência - Potência Reativa importada/exportada.	90
4.28	Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.	91
4.29	Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada.	92
4.30	Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.	92

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	15
1.1 Generalidades	15
1.2 Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica	16
1.3 Revisão da Literatura	19
1.4 Estrutura do Texto	22
2 FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA	23
2.1 Fontes de Potência Reativa no Sistema de Energia Elétrica	23
2.1.1 Geradores Síncronos	24
2.1.2 Linhas de Transmissão de Alta Tensão	25
2.1.3 Alteração da Topologia do Sistema	25
2.1.4 Transformadores com Mudança de Tap sob Carga	26
2.2 Equipamento de Compensação de Potência Reativa Alocados na Etapa de Planejamento de Reativos	26
2.2.1 Gerador Estático Síncrono SSG	29
2.2.2 Compensador Estático Síncrono STATCOM	29
2.2.3 Compensador Estático de Reativos SVC	30
2.2.4 Reator Controlado por Tiristor TCR	31
2.2.5 Capacitor Chaveado por Tiristor TSC	31
2.3 Custos dos Investimentos em Fontes Reativas	31
2.4 Condições que Requerem o Planejamento de Reativos	32
2.5 Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR)	33
2.6 Formulação Geral do Problema de Planejamento de Reativos	33
3 PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS MULTI-ÁREAS .	39
3.1 Solução ao Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas Elétricos de Potência Multi-Área	39
3.2 Método de Decomposição de Dantzig-Wolfe	41
3.2.1 Princípio da Decomposição de Dantzig-Wolfe	43
3.2.2 Problema Mestre Restrito	50
3.2.3 Estratégia alternativa para decompor o problema primal	50

3.2.4	Algumas considerações sobre o algoritmo de Dantzig-Wolfe	53
3.2.5	Interpretação econômica do método de Dantzig-Wolfe	54
3.3	Modelo linear para a Solução do Problema de Planejamento de Reativos	54
3.4	Modelo Descentralizado para a Solução do Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas de Potência Multi-Área	59
4	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA E ANÁLISE DE RESULTADOS .	67
4.1	Introdução	67
4.2	Seleção do Conjunto de Barras Candidatas (<i>sh</i>)	67
4.3	Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE30	68
4.3.1	Testes realizados sem considerar contingência	70
4.3.2	Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 201-202 - Área A2	71
4.4	Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE118	73
4.4.1	Testes realizados sem considerar contingência	75
4.4.2	Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 2065-2068 - Área A2	77
4.4.3	Testes realizados considerando a contingência # 2: Retirada de uma das linhas 1089- 1092 - Área A1	79
4.4.4	Testes realizados considerando a contingência # 3: Retirada do transformador 3005- 3008 - Área A3	81
4.4.5	Testes realizados considerando a contingência # 4: Retirada da linha 2026-2030 - Área A2	84
4.5	Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE300	86
4.5.1	Testes realizados sem considerar contingência	88
4.5.2	Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 2001-2003 - Área A2	90
4.6	Análise dos Resultados	92
4.6.1	Sistema Multi-Área 3AIEEE30	93
4.6.2	Sistema Multi-Área 3AIEEE118	94
4.6.3	Sistema Multi-Área 3AIEEE300	96
5	COMENTARIOS E CONCLUSÕES	98

REFERÊNCIAS	100
ANEXO A - DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DO JACOBIANO REATIVO -	
<i>L_C</i>	103
A.1 O Método Implicitamente Acoplado (<i>CRIC</i>)	103

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

O setor de energia elétrica mundial está passando por um profundo processo de reestruturação evoluindo de um ambiente centralizado e regulamentado, para um novo ambiente descentralizado. Para reestruturar o setor de energia elétrica fez-se necessário um novo ordenamento jurídico-institucional. A ideia modernizadora nos diferentes mercados de energia elétrica ora em curso é a separação entre o produto (Consideração da energia elétrica como um bem de consumo) e serviços (transmissão, distribuição e controle do sistema). Ao contrário de um setor totalmente verticalizado com uma única empresa produzindo, transmitindo, distribuindo e comercializando energia, no novo modelo passam a existir empresas desverticalizadas, possibilitando a competição no âmbito da geração, transmissão, distribuição e da comercialização de energia, surgindo a figura de novos agentes, tais como:

- *Agentes de produção*: são os geradores de energia, que participam do novo ambiente competitivo visando o lucro, como em qualquer outro negócio.
- *Comercializadores e corretores*: agentes inexistentes nos mercados menos desenvolvidos, e que têm a função de aproximar os produtores de energia dos consumidores
- *Consumidores livres*: estes agentes têm a opção de escolher o produtor que lhe fornecerá a energia elétrica.

De maneira geral, cada mercado tem o seu OIS (*Operador Independente do Sistema*) composto conjuntamente pelos agentes do setor, sob a supervisão do agente regulador do governo. O OIS tem como função principal gerenciar a transmissão de energia elétrica comercializada entre os produtores e consumidores, mantendo a qualidade em seus pontos de consumo e o nível de segurança do sistema frente às possíveis falhas, entre outros.

De acordo com os princípios econômicos dos mercados elétricos desregulamentados de livre acesso, o objetivo global dos SEE (*Sistemas de Energia Elétrica*) é satisfazer a demanda do serviço elétrico com o menor custo possível garantindo níveis adequados de confiabilidade, qualidade e segurança do serviço. Para cumprir estes objetivos, é necessário um tratamento eficiente do serviço de controle de tensão e produção da potência reativa.

Em um ambiente competitivo como o que se apresenta no setor elétrico é necessário dispor de ferramentas computacionais capazes de auxiliar no planejamento e operação dos Mercados de Energia Elétrica. Dentre essas ferramentas computacionais destaca-se o Despacho de Reativos que visa obter

os ajustes das variáveis de controle reativas, para as condições otimizadas de operação do SEE (despacho de potência reativa, redução dos custos de operação, entre outras), atendendo a um conjunto de restrições físicas e operacionais dos equipamentos e da rede de transmissão.

À medida que os SEE crescem com a colocação dispersa de fontes de geração de potência ativa, assim como as características próprias das linhas longas, trazem diversos problemas de regulação de tensão e que tem incidência sobre a capacidade de transmissão e no incremento das perdas do sistema. Dada a relação muito estreita entre o equilíbrio de potência reativa e as tensões do sistema, e considerando que a maioria dos sistemas elétricos de potência não têm instaladas fontes suficientes de compensação de potência reativa, isto compromete a operação dos SEE e a qualidade do serviço e o seu comportamento estático e dinâmico. Em muitos SEE, especialmente da América do Sul, os geradores indicam que para manter os níveis de tensão do sistema em valores aceitáveis, estão obrigados a operar em faixas fora do despacho econômico, visto que o sistema de potência necessita operar plantas térmicas mais caras que se encontram mais próximas dos grandes consumidores – apesar de contar com suficiente geração hidráulica.

1.2 Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica

Os SEE devem operar de forma ininterrupta e confiável para atender os consumidores, com continuidade do serviço de fornecimento e com condições adequadas de tensão e frequência. Os sistemas são normalmente projetados com sua capacidade de transmissão limitada, principalmente, pela estabilidade angular dos geradores e limites térmicos dos equipamentos e componentes. A maioria dos sistemas opera com níveis tais de carregamentos, que as próprias linhas de transmissão contribuem para a compensação de potência reativa, ou no máximo, absorvem uma pequena parcela de potência reativa.

Nos sistemas interconectados os distúrbios de pequeno porte no ciclo diário de carga, e os distúrbios de grande porte, como saídas de geradores e linhas de transmissão, afetam de maneira global o sistema elétrico. Obviamente, as áreas próximas aos eventos são mais sensíveis que aquelas mais distantes, mas nem por isso são menos susceptíveis aos desligamentos devido a atuação dos sistemas de proteção em função das condições operacionais indesejadas rápidas, porém suficiente para sensibilizar e atuar a proteção. Essas situações são muitas vezes inesperadas, mas inerentes dos grandes sistemas interligados.

A evolução do SEE vem aumentando a complexidade das ações de planejamento e de operação. Com relação aos aspectos concernentes ao controle de tensão e potência reativa, têm-se elevado os riscos de degradação da qualidade e confiabilidade operacional, com a adoção de medidas drásticas

como o corte de carga, em função do esgotamento dos recursos de controle de tensão. Normalmente, os recursos de controle e compensação de potência reativa estão sendo utilizados em condições limites, em fase de postergação de investimentos necessários à transmissão/distribuição.

As restrições ambientais, as incertezas econômicas e do carregamento dos sistemas elétricos e a desregulamentação do setor elétrico podem levar os SEE a operarem em condições de riscos de segurança quanto à estabilidade de tensão. Nesta perspectiva, os estudos de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica interconectados multi-área têm recebido enfoque especial nos últimos anos por parte das empresas de energia elétrica, centros de pesquisa e universidades. O conhecimento mais profundo do fenômeno, como definições de critérios de análise e o desenvolvimento de ferramentas computacionais robustas para aplicação neste tipo de planejamento, possibilitam ao engenheiro de sistemas expandir e operar o SEE com segurança considerando os aspectos de viabilidade técnica e econômica.

O problema de planejamento de reativos em um SEP (*Sistema Elétrico de Potência*) multi-áreas consiste em determinar o custo mínimo de expansão global das fontes reativas, através da determinação do local, da capacidade e da natureza das novas fontes, como bancos de capacitores e reatores, compensadores síncronos e estáticos, ajuste de taps de transformadores, em cada área, considerando a coordenação eficiente dessas novas fontes de reativos com as fontes reativas existentes em todas as áreas com o objetivo de dotar o SEP global interconectado com a capacidade de operar de maneira confiável e segura considerando diversos cenários de operação como níveis de cargas, contingências, transferências de potências e interconexões regionais. Os sistemas elétricos interconectados são operados pelos chamados OST (*Operadores de sistema de transmissão*), onde cada OST é responsável pela operação de seu próprio sistema regional e das transações fronteiriças com os OST's das áreas vizinhas.

O planejamento de reativos está vinculado à decisão da expansão do sistema elétrico, e pode ter uma grande influência nas condições de operação do sistema. Quando o sistema está no estado de operação normal, através dos ajustes adequados das fontes de potência reativa, podem-se manter as magnitudes das tensões dentro de limites adequados e minimizar as perdas ativas nas linhas de transmissão. A obtenção desta condição operacional depende da distribuição física e geográfica das fontes de potência reativa no sistema elétrico. Devido às considerações anteriores, o problema de planejamento de reativo é complexo e pode ser considerado mono ou multiobjetivo, em que podem-se identificar os seguintes aspectos:

- a) As variáveis de decisão estão relacionadas com os investimentos, que representam os custos da expansão de fontes reativas no sistema.

- b) Determinar as condições ótimas de operação do sistema elétrico sob diferentes cenários de operação.

Dentre os diferentes objetivos a ser considerados no processo de otimização, destacam-se os seguintes:

- Correção do perfil de tensão no sistema.
- Minimização das perdas de potência ativa para um conjunto determinado de geradores.
- Maximização das reservas de potência reativa.
- Minimização dos custos de injeção de potência reativa.
- Minimização dos custos de combustíveis das unidades de geração térmicas.
- Objetivos relacionados com a estabilidade do sistema.

O planejamento de reativos é um problema de otimização de grande porte, não linear, inteiro misto, não convexo e mal condicionado. Em geral um problema é mal condicionado quando pequenas mudanças nas variáveis de controle geram grandes mudanças no estado do sistema. Na literatura encontram-se dois tipos de abordagens relacionados com o planejamento e ajustes de fontes de potência reativa (GRANVILLE et al., 1998; LEBOW et al., 1985):

- a) **Despacho Ótimo de Reativos** - consiste na determinação dos ajustes dos dispositivos de controle de tensão e fontes reativas existentes no sistema (bancos de capacitores e reatores, capacidade própria de geradores, compensadores síncronos e estáticos, taps de transformadores), com vistas a manter níveis aceitáveis de tensão e controlar as perdas ativas no sistema de transmissão.
- b) **Planejamento Ótimo de Reativos** - consiste na determinação do custo mínimo de expansão de fontes reativas considerando características físicas, econômicas e de operação. Não sendo adequado transportar potência reativa pelas linhas de transmissão, deve-se procurar as diferentes localizações no sistema para alocação do suporte de reativos, em função das condições de operação normal ou sob contingências.

Neste trabalho propõe-se um modelo matemático de otimização linear para solução do problema de planejamento ótimo reativos em sistemas elétricos multi-áreas, considerando-se restrições de natureza técnica e econômica. Neste modelo linearizado as restrições de operação do problema reativo

de cada área são linearizadas em torno de um ponto de operação (se existir), utilizando-se um modelo desacoplado em que apenas as sensibilidade referentes ao subproblema reativo são consideradas através do modelo CRIC proposto por Carpentier (CARPENTIER, 1986; MANTOVANI, 1995).

Para solução do modelo de otimização do problema multi-área propõe-se um algoritmo de programação linear sucessiva (MANTOVANI, 1995) juntamente com a técnica de decomposição de Dantzig e Wolfe (DW) que se apresenta como uma alternativa viável para solução do problema de planejamento ótimo de reativos em sistemas multi-áreas. Para a solução do problema de cada área do sistema utiliza-se a técnica de programação linear sucessiva, onde se resolvem alternativamente problemas de fluxo de potência e de programação linear.

O esquema de resolução do problema multi-áreas proposto consiste de um controle descentralizado que apresenta grande importância devido ao seu desempenho, confiabilidade, economia, flexibilidade e robustez. Neste esquema o problema de otimização global é dividido em subproblemas associados a cada área. O OST de cada área resolve seu próprio problema de otimização linear e as soluções de cada um destes subproblemas são enviadas para o coordenador, que combina as soluções enviadas por todos os subproblemas e envia as novas propostas aos OST's de cada área. Utilizando-se o modelo matemático e a implementação computacional da metodologia proposta, apresentam-se resultados, análises e discussões de testes efetuados em 3 sistemas de 3 áreas, onde cada uma das áreas é composta por 3 sistemas iguais formados pelos sistemas IEEE30, IEEE118 e IEEE300.

1.3 Revisão da Literatura

O planejamento de reativos utilizando o esquema centralizado é um problema amplamente estudado na literatura (GRANVILLE, 1994; MANTOVANI; GARCIA, 1996; MANTOVANI et al., 2001; ESTEVAM, 2008). Uma das abordagens de otimização clássica adotada para resolver o problema de otimização consiste de métodos que decompõem o problema de planejamento de reativos em vários subproblemas usando decomposição de Benders (ROUHANI et al., 1985). Uma das primeiras publicações que propõe a decomposição do problema de planejamento de reativos em dois subproblemas é Lebow et al. (1984). A decomposição hierárquica do problema é realizada através da decomposição de Benders executada em dois níveis. No primeiro nível resolve-se o problema de fluxo de potência ótimo, considerando uma função objetivo que é a redução das perdas ativas do sistema de transmissão através do despacho ótimo das fontes reativas existentes. No segundo nível, resolve-se o problema da expansão ótima das fontes reativas, através de um algoritmo B&B. São considerados vários cenários de operação.

Em Granville et al. (1998) apresenta-se uma formulação completa do planejamento de reativos

considerando várias condições de carga e cenários de operação. A técnica utilizada para a solução do problema é a decomposição hierárquica de Benders, e a função objetivo considerada é a minimização da soma dos custos de operação das fontes reativas e de investimento em novas fontes reativas.

Em [Granville e Lima \(1994\)](#) apresenta-se uma formulação completa para o problema de planejamento de reativos considerando os tipos de fontes reativas discretas e contínuas e vários cenários de operação. Para a resolução do problema utiliza-se a técnica de decomposição de Benders em três estágios, onde o último estágio deste procedimento consiste de uma técnica que faz um tratamento das contingências no modo preventivo. Esta técnica consiste em fixar as variáveis de controle nos valores dados pela solução do problema de operação do caso base, e com estes valores, resolve-se o problema de operação para a contingência em estudo, verificando a carência de reativos neste cenário. Se o sistema apresentar necessidade de reativos neste cenário, cria-se uma restrição adicional para o problema de operação no caso base, baseada na necessidade reativa para manter o sistema operando adequadamente nos cenários das contingências simuladas.

A aplicação de técnicas de decomposição encontradas na literatura para resolver o problema de FPOR (*Fluxo de Potência Ótimo Reativo*) multi-área são poucas. Em [Cheng et al. \(2005\)](#), apresenta-se um esquema de controle hierárquico e distribuído para solução do problema de fluxo de potência ótimo multi-áreas. Este esquema utiliza programação binível que é baseado no APP (*Auxiliary Problem Principle*), estudado por [Cohen \(1980\)](#). Para efetuar o processo de otimização em cada área do sistema de potência interconectado, uma barra de referência é definida para cada área. Para tornar os resultados de otimização locais de acordo com a necessidade de otimização global, é necessário coordenar a barra de referência de cada área. Para resolver este problema o conceito de Δ -variável é introduzido em [Contreras et al. \(2002\)](#) e [Losi e Russo \(2003\)](#). Em [Deeb e Shahidehpour \(1993\)](#) apresenta-se a solução do problema de planejamento de reativos inteiro misto baseado num processo de otimização iterativo entre o processo de decomposição de Benders e o processo de decomposição lagrangiana. Em [Granada et al. \(2008\)](#) os autores apresentam um método de solução do problema de Fluxo de Potência Ótimo em sistemas multi-áreas baseado na aplicação do método do Lagrangiano aumentado utilizando o APP e o método de pontos interiores. Esta metodologia pode apresentar inconvenientes na convergência para obter a solução ótima que depende basicamente dos ajustes corretos dos parâmetros ([HUR et al., 2002](#)), e além disso com o incremento no número de áreas e de linhas de interconexão, este método não permite controlar o ângulo da barra de referência das diferentes regiões do sistema. A dificuldade é maior em sistemas interconectados, onde nem todas as áreas são adjacentes, devendo-se dar um tratamento especial aos ângulos das barras de referência da cada área.

Os artigos que tratam da aplicação de técnicas de decomposição ao problema de FPO tratam

apenas da solução de modelos envolvendo o controle de potência ativa na função objetivo ou funções objetivo compostas (*potência ativa-reativa*). Problemas com estas características têm melhores propriedades de convergência que o problema do FPOR, porque eles apresentam melhores índices de sensibilidades entre a função objetivo e as restrições. Neste contexto é possível encontrar uma formulação matemática usando o modelo de fluxo de potência AC ou DC.

Em Conejo e Aguado (1998), propõe-se um modelo DC não linear para o problema de FPO, onde inclui-se uma barra fictícia por linha de interconexão entre áreas (*tie-line*). A técnica de solução proposta baseia-se na decomposição Lagrangiana. Este método usa o fato que a solução ótima para o problema primal é igual a solução ótima para o problema dual, com base em hipóteses de convexidade, além disso os coeficientes de Lagrange não são calculados, porque eles são atualizados em cada iteração do processo de coordenação. Em Bakirtz e Biskas (2003), também apresenta-se um modelo DC e o método de decomposição baseia-se nas condições de otimalidade de primeira ordem de KKT (*Karush Kuhn Tucker*), método que é apresentado em Conejo et al. (2002). A técnica de decomposição é efetuada utilizando geradores fictícios, os mesmos que representam os fluxos através das linhas de interconexão. Neste método é necessário calcular os multiplicadores de Lagrange associados com as restrições de acoplamento em cada iteração do processo de coordenação. Em Biskas e Bakirtzis (2006), apresenta-se uma extensão do trabalho anteriormente citado utilizando o modelo AC.

Em Kim e Baldick (1997) e Baldick et al. (1999) propõem-se uma aplicação que é adequada para a implementação distribuída utilizando o método do APP e a técnica linearizada do Lagrangiano aumentado para melhorar a convergência. Para cada linha de interconexão inclui-se uma barra fictícia, e as variáveis de fronteiras nas barras fictícias são duplicadas, e duas restrições de acoplamento são criadas para assegurar a coordenação total do sistema decomposto. Em cada área o ângulo da barra de referência é arbitrário. Em Nogales et al. (2003) apresenta-se a metodologia de decomposição baseada nas condições de otimalidade de primeira ordem de KKT, e o método faz um tratamento especial das restrições de acoplamento.

Em Enamorado et al. (2002) trata-se da aplicação da técnica de decomposição de Dantzig-Wolfe na solução do problema de coordenação hidrotérmica em um esquema multi-áreas. O modelo proposto resolve o problema de forma descentralizada maximizando autonomia e confidencialidade para cada área garantindo a economia global do sistema. O problema original é decomposto em subproblemas um para cada área e um problema mestre ou coordenador. O esquema de coordenação está baseado nos preços de energia nas barras de fronteira, as quais variam ao longo do período de estudo

1.4 Estrutura do Texto

No Capítulo 2 descreve-se as principais fontes de geração e controle de reativos existentes no sistema, as características físicas dos principais dispositivos de compensação de reativos utilizados na fase de planejamento. O problema de planejamento de reativos é formulado como um problema não linear inteiro misto de grande porte com descrição das variáveis e equações envolvidas.

No Capítulo 3 descrevem-se o problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-área. São descritos também alguns conceitos básicos da técnica de decomposição de Dantzig-Wolfe, e a obtenção do modelo matemático para a solução do problema descentralizado. Apresenta-se também o processo de linearização dos subproblemas e o algoritmo de solução do problema de planejamento de reativos em sistemas multi-áreas.

No Capítulo 4 apresentam-se os resultados de simulações com alguns sistemas multi-área compostos por sistemas testes que aparecem na literatura, considerando vários cenários de operação e contingências.

No Capítulo 5 estão as principais conclusões sobre o trabalho desenvolvido, assim como sugestões para futuros trabalhos.

No Apêndice A apresentam-se alguns conceitos envolvidos no cálculo de fluxo de potência *CRIC* proposto por Carpentier e a dedução das equações que permitem o cálculo do jacobiano reativo (L_C).

2 FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

O planejamento de reativos pode ser formulado como um problema de se determinar, a partir de cenários de operação definidos (níveis de carga, contingências, transferências de potência, interconexões regionais), a alocação de fontes reativas num sistema de energia elétrica, a um custo mínimo, considerando restrições de segurança e de atendimento da demanda. As características físicas, econômicas e de operação dos controles de reativos das fontes existentes e das novas fontes que serão instaladas no sistema devem ser completamente definidas para a obtenção de uma proposta adequada de planejamento. Na formulação e solução do problema alguns aspectos importantes a considerar são:

- As fontes reativas instaladas e os controles disponíveis devem ser levados em consideração na alocação de novas fontes. Nessa etapa, sempre que possível, um percentual de fontes reativas de respostas rápidas deve ser mantido para atender problemas transitórios no sistema. Esse percentual não é determinado pela metodologia proposta neste trabalho que esta relacionada com o estado estacionário da rede. Para avaliar tais necessidades deve-se executar estudos de estabilidade, curto circuito, etc.
- O conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes deve ser previamente definido pelo TSO, atendendo critérios de natureza física e econômica.
- Os tipos de equipamentos de compensação de reativos a serem utilizados (compensadores síncronos, compensadores estáticos, capacitores shunt fixos ou bancos, indutores shunt fixos ou bancos, taps de transformadores) também devem ser definidos.

2.1 Fontes de Potência Reativa no Sistema de Energia Elétrica

O conjunto dos equipamentos que constitui um sistema de energia elétrica, geralmente é capaz de suprir toda a demanda ativa e reativa necessária para manter o sistema operando em condições normais de projeto - carga e topologia da rede.

O suprimento de demanda reativa necessário é feito pelas capacidades de geração de reativos das máquinas geradoras, linhas de transmissão de alta tensão (longas) entre as principais fontes. Os transformadores com taps variáveis sob carga apesar de não serem fontes geradoras de reativos têm um importante papel no despacho reativo, eliminando problemas de violações de tensões que seriam resolvidos com a alocação, na maioria das vezes desnecessárias, de novas fontes reativas. Uma estratégia de alterar a topologia do sistema retirando componentes (por exemplo linhas de transmissão longas), em determinadas condições de operação, pode ser analisada.

Em um sistema elétrico interconectado, as diferenças entre as magnitudes das tensões e a potência reativa estão fortemente relacionadas. Tanto a magnitude de queda de tensão como o fluxo de potência reativa são relativamente independentes dos ângulos das tensões e o fluxo de potência ativa. O desacoplamento entre o fluxo de potência reativa e a magnitude da tensão, por um lado, e o fluxo de potência ativa e os ângulos das tensões por outro, depende da natureza indutiva das linhas.

Com as variações das cargas no sistema elétrico, as solicitações de potência reativa variam, e para isto o sistema de controle de reativos deve operar de forma contínua para corrigir os desvios das magnitudes de tensão. Além disso, a potência reativa deve ser produzida próxima às regiões do sistema onde elas são necessárias, para evitar assim os gradientes de tensão e as perdas do sistema ($X \gg R$). Neste sentido o controle de tensão deve ser considerado como um controle essencialmente local ao contrário do controle de frequência.

Neste contexto, as principais fontes de potência reativa no sistema de energia elétrica são descritas nas próximas subseções.

2.1.1 Geradores Síncronos

Os geradores síncronos são as principais fontes de potência ativa nos sistemas de energia elétrica, e são também grandes fornecedores e consumidores de potência reativa, que é facilmente controlada através do sistema de excitação da máquina. Suas capacidades de consumo/fornecimento estão vinculadas aos limites físicos de projetos, tais como limites da capacidade térmica da máquina e aos problemas dinâmicos de operação do sistema de energia elétrica, associados aos limites de estabilidade transitória. Uma característica importante dos geradores síncronos é sua capacidade de responder rapidamente às solicitações de potência reativa na presença de perturbações no sistema. Os geradores síncronos representam na maioria das vezes a única reserva reativa disponível na operação do sistema que pode ser usada na ocorrência de um distúrbio que necessita de resposta rápida. Dado este aspecto, no planejamento de operação o fornecimento de reativos dos geradores síncronos deve ser ajustado em níveis que proporcionem uma capacidade reativa de reserva que possa suprir o suporte reativo necessário na ocorrência de perturbações. Este procedimento limita a capacidade de geração de potência ativa desses geradores, e então, para se manter as condições operativas estáveis, outros geradores devem ser despachados para suprir a demanda ativa do sistema.

Nos estudos de fluxo de potência o gerador é representado com sua tensão terminal controlada, simulando assim o efeito de limitação de potência reativa pelo regulador de tensão. O controle de tensão no gerador objetiva manter o valor da tensão terminal dentro de uma faixa de valores permitidos, através de mudança na corrente de campo. A atuação na corrente de excitação do campo dos gerado-

res proporciona a capacidade de gerar (nas condições de sobre-excitação) ou absorver (na condição de sub-excitação) potência reativa do SEP. Os limites térmicos dos geradores são apresentados pela curva de capacidade da máquina síncrona.

2.1.2 Linhas de Transmissão de Alta Tensão

As linhas de transmissão de alta tensão, são altamente capacitivas, o que as tornam elementos reativos normais do sistema, fornecendo capacidades reativas proporcionais ao quadrado das magnitudes das tensões de barras onde estão ligadas. O efeito capacitivo dessas linhas é bastante benéfico para o sistema operando em condições de carga nominal ou pesada, uma vez que a linha se comporta como uma fonte distribuída para compensação de perdas reativas. Em condições de carga leve este efeito capacitivo pode causar problemas de sobretensões nos terminais das linhas.

Há casos de carregamento no sistema em que mesmo o efeito capacitivo das linhas é insuficiente para evitar problemas de baixas tensões. Esse problema poderia ser resolvido através da adição de uma nova linha que adicionaria capacitância ao sistema e reduziria as perdas reativas. Porém, do ponto de vista reativo, economicamente é difícil de justificar a construção de novas linhas, pois existem alternativas de compensação de reativos que podem resolver os problemas de baixas tensões a custos menores. É evidente que quando a construção de uma linha trouxer outros benefícios para o sistema - melhoria da confiabilidade, observabilidade, etc, então todos estes fatores devem ser ponderados e tomada a decisão que contemple uma relação adequada custo/benefício.

A capacidade reativa das linhas de transmissão é automaticamente considerada no planejamento ótimo de reativos através da solução do problema de fluxo de potência.

2.1.3 Alteração da Topologia do Sistema

A mudança da topologia da rede não está relacionada com fontes de compensação de reativos, mas com o remanejamento de fluxos de potências ativa e reativa nas linhas de transmissão, através das ações adequadas de chaveamentos dos equipamentos de manobras, pode-se aliviar problemas de tensões. Adotar esse tipo de procedimento apenas para melhorar o perfil de tensão da rede no planejamento ótimo de reativos, que raramente considera restrições de segurança estática e dinâmica, não é confiável. O estudo de viabilidade das alterações das condições topológicas do sistema é tratado como estratégia operacional.

2.1.4 Transformadores com Mudança de Tap sob Carga

Os transformadores com mudança de tap ou LTC (*Load Tap Change*) controlam a tensão do sistema elétrico com a mudança de posição do seu tap, que provoca uma redistribuição de fluxo de potência reativa nos lados primário e secundário do transformador. Cada posição do tap corresponde a um determinado número de espiras, normalmente 16 ou 32 degraus, ou seja, 1.25% ou 0.625% para cada degrau, proporcionando uma variação total de $\pm 10\%$ em relação à tensão nominal. Ao variar a posição do tap, a relação de transformação modifica-se, permitindo assim alteração na tensão terminal. Observa-se ainda que o efeito resultante nas tensões das barras depende de outros fatores, como topologia da rede e distribuição carga/geração.

Os taps dos transformadores podem ser dos tipos: fixo, sendo necessária a desenergização do equipamento para mudança do tap sob carga, que atua de forma contínua. Os transformadores com LTC são utilizados em sistemas onde há a necessidade de variações com muita frequência na relação de transformação para o controle diário da tensão na carga. Dentre as diversas limitações para operação deste equipamento destacam-se: número máximo e mínimo de taps, tempo de comutação, banda morta, número de manobras diárias, número máximo de manobras para intervenção de manutenção e outros.

A mudança de tap não representa fonte de reativos, mas seu uso apropriado, associado a outros dispositivos de regulação e controle de reativos, permite considerável flexibilidade em manter níveis de tensão adequados no sistema. A calibração dos taps existentes pode adiar a necessidade da instalação de novas fontes reativas, tornando a modelagem e o ajuste deste tipo de controle essencial durante o procedimento de planejamento de reativos.

2.2 Equipamento de Compensação de Potência Reativa Alocados na Etapa de Planejamento de Reativos

A compensação de potência reativa é a aplicação de equipamentos específicos para manter um perfil de tensão dentro de padrões preestabelecidos em todos os níveis de transmissão de potência, para a melhoria da estabilidade pelo incremento da potência máxima transmissível e/ou para fornecer a potência reativa.

A compensação de potência reativa utilizada na etapa de planejamento de reativos é de tipo shunt, e conforme a figura 2.1 consiste basicamente de uma impedância variável, fonte variável de tensão ou uma combinação destas. O princípio de operação dos compensadores shunt é injetar corrente no sistema no ponto de conexão. Uma impedância variável conectada à tensão da linha produz um fluxo

de corrente variável que representa uma injeção de corrente na linha. Desta forma um dispositivo em conexão shunt permite controlar a tensão no ponto de conexão através da injeção de corrente reativa indutiva ou capacitiva, enquanto a corrente injetada esteja em quadratura com a tensão da linha, o compensador shunt fornece ou consome apenas potência reativa.

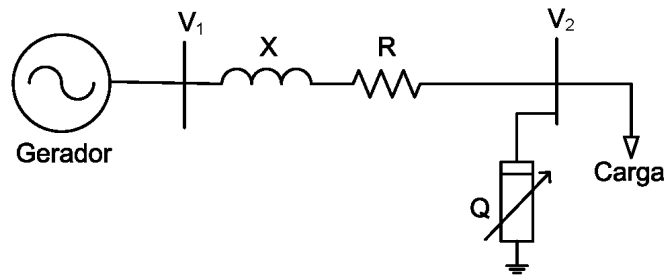


Figura 2.1 - Compensação Shunt

A compensação de potência reativa auxilia na solução de problemas em sistemas de transmissão. Este tipo de compensação nas proximidades dos centros consumidores é vantajoso, pois reduz as perdas na transmissão pela limitação do fluxo de potência reativa, apresentando um baixo custo na capacidade de transmissão de potência e produção de energia. Técnicas de compensação de potência reativa utilizando capacitores e reatores chaveados por tiristores e reatores controlados através de tiristores podem adequar a tensão a níveis desejados (KUNDUR, 1994).

A carga pode ser parcialmente compensada, sendo que o grau de compensação está determinado por uma decisão técnica e essencialmente econômica, onde a mesma trata de balancear o custo do compensador e o custo de se obter a potência reativa do sistema de geração por uma eventual existência de multas associadas ao consumo com um fator de potência abaixo de um certo limite num determinado período de tempo. A compensação de potência reativa também é útil em casos de perturbações dinâmicas.

Um manejo deficiente da potência reativa nos sistemas de energia elétrica origina:

- Aumento das perdas técnicas de potência ativa, sub-tensões ou sobre-tensões e em consequência baixa qualidade da energia elétrica;
- Instabilidade de tensão e provável colapso do sistema;
- Necessidade de uma capacidade adicional de geração, transmissão e distribuição;
- Aumento dos custos operacionais pela necessidade de operar usinas com maior custo de

produção, com a finalidade de compensar a insuficiência de potência reativa.

Uma correta e precisa compensação de potência reativa pode ser classificada em três níveis básicos:

- Inicialmente, a necessidade de manter a estabilidade (sincronismo) das máquinas síncronas que são as unidades geradoras e os compensadores síncronos. Sabe-se que o correto controle da tensão, pela compensação de potência reativa, pode ter uma influência positiva nos SEE durante os distúrbios que causam mudanças rápidas e com uma elevada variação no ângulo do rotor das máquinas (YONEZAWA et al., 2000). Ambas, a estabilidade transitória e a estabilidade dinâmica, podem ser melhoradas. É possível através do controle dos compensadores de uma maneira geral, direcionar a tensão para um valor tal que seja possível melhorar a estabilidade e o comportamento dinâmico de SEE. É interessante ressaltar que este valor de tensão pode ser até um valor não adequado para a operação em regime permanente.
- Em segundo lugar, a necessidade de controlar a tensão dentro de certos limites adequados em torno de um ponto de operação ótimo de regime permanente com o objetivo de fornecer um serviço de qualidade para os consumidores finais. Na ocorrência de certas mudanças abruptas na carga (chaveamento) ou na mudança da configuração operativa de redes de transmissão, podem ser necessárias correções no perfil de tensão num curto espaço de tempo. Para outros distúrbios, a correção do perfil de tensão num espaço de tempo maior é suficiente. Desvios elevados na tensão, mesmo que temporários, podem levar a danos em diversos tipos de equipamentos utilizados nestes sistemas (MILLER, 1982).
- Finalmente, a necessidade de regular o perfil de tensão em sistemas de transmissão é realizada com o objetivo de prevenir fluxos de potência reativa desnecessários nestes sistemas. Esta compensação de potência reativa pode ser usada para manter as perdas na transmissão em um valor mínimo. Desta forma pode-se aumentar a capacidade de transmissão de potência ativa e com isso aumentar a estabilidade do sistema (RAHIM et al., 2001).

O SEE conta com uma variedade de compensadores de potência reativa, sendo que estes compensadores podem ser estáticos, ou síncronos. Compensação passiva é somente um indutor ou um capacitor fixo; ou seja, este não varia mesmo que mude a corrente ou tensão, o qual não se tem controle.

Na especificação dos equipamentos para compensação de reativos estão envolvidos diversos aspectos:

- Tipo de compensação necessária - indutiva, capacitiva ou um intervalo de compensação que em alguns cenários é indutiva, e em outros capacitiva.
- Magnitude da fonte em MVar ou em pu (*por unidade*).
- Velocidade de resposta do equipamento de compensação e seus dispositivos de controle - esta característica está relacionada com a natureza do problema dinâmico envolvido (estabilidade de tensão, estabilidade dinâmica e transitória, etc.), que determina o tempo de resposta adequado para o equipamento de compensação. Quanto mais rápida e precisa for essa resposta maior é o custo de aquisição e operação do equipamento.
- Localização do equipamento no sistema - Infra estrutura existente, nível de tensão, condições de operação do equipamento.

Os equipamentos de compensação de reativos utilizados durante a etapa de planejamento ótimo são descritos a seguir:

- Gerador Estático Síncrono (SSG)
- Compensador Estático Síncrono (STATCOM)
- Compensador Estático de Reativos (SVC)
- Reator Controlado por Tiristores (TCR)
- Capacitor Controlado por Tiristores (TSC)

2.2.1 Gerador Estático Síncrono SSG

É um conversor de potência com chaveamento estático auto-comutado, alimentado a partir de uma fonte de energia elétrica adequada, e operado para produzir um conjunto de tensões de saída multifásicas ajustáveis que podem ser acopladas a um sistema AC com o propósito de trocar independentemente potência ativa e reativa. O gerador estático síncrono é uma combinação do STATCOM com qualquer fonte que forneça ou absorva potência. SSG é o termo geral usado para definir a conexão com qualquer fonte de energia, como por exemplo: bateria, imã supercondutor, capacitor com grande capacidade de armazenamento DC ou outro retificador/inversor.

2.2.2 Compensador Estático Síncrono STATCOM

O STATCOM, também pode ser enquadrado na família de dispositivos chamada de FACTS. Porém, diferentemente dos SVC, que utilizam tiristores para chavear ou controlar capacitores e reatores

permanentemente conectados ao SEP, o STATCOM é um dispositivo inversor que usa o *gate turn-off* do tiristor GTO e a energia CC armazenada em um capacitor para gerar uma tensão síncrona trifásica nos seus terminais de saída. Portanto, o STATCOM pode ser considerado como uma evolução dos dispositivos FACTS que opera como uma fonte de potência reativa com conexão shunt acoplada à linha de transmissão através de um transformador. Isto é análogo ao compensador síncrono, quando a tensão do capacitor é comparada ao efeito da tensão de campo deste compensador. Se a tensão do capacitor é incrementada a partir de seu valor nominal, o STATCOM está “sobrecitado” e gera potência reativa. Se a tensão do capacitor é decrementada abaixo de seu valor nominal, o STATCOM está “subexcitado” e absorve potência reativa do sistema.

O STATCOM é composto de um inversor multi-pulso, de um pequeno capacitor CC e de um transformador de acoplamento. Nesta configuração operativa, o próprio inversor tem a capacidade de manter o capacitor carregado no nível de tensão apropriado, de modo a efetuar o controle de potência reativa do SEP, no ponto onde o STATCOM está conectado. Esta operação é realizada tornando a tensão de saída do inversor adiantada de um pequeno ângulo em relação à tensão do SEP. Com isso, o inversor absorve uma pequena quantidade de potência ativa necessária para a reposição de perdas dos elementos semicondutores e para a manutenção da tensão do capacitor CC num nível adequado. Este mesmo mecanismo de controle é usado para aumentar ou diminuir a tensão do capacitor, e com isso controlar a amplitude da tensão de saída do inversor para efetuar a troca de potência reativa com o SEP.

2.2.3 Compensador Estático de Reativos SVC

Os compensadores estáticos SVC (*Static Var Compesator*) são dispositivos FACTS, com conexão shunt, capazes de trocar (gerar ou absorver) potência reativa com o SEP no qual estão conectados. Os SVC têm a capacidade de variar e controlar grandezas, como a tensão, do sistema no qual estão conectados. O termo “estático” é utilizado para indicar que os SVC, diferentemente dos compensadores síncronos, não apresentam rotação de seus componentes.

A compensação de potência reativa auxilia na solução de problemas em sistemas de transmissão. Este tipo de compensação nas proximidades dos centros consumidores é vantajoso, pois reduz as perdas na transmissão pela limitação do fluxo de potência reativa, apresentando um baixo custo na capacidade de transmissão de potência e produção de energia.

Os SVC também apresentam dispositivos de controle. Estes sistemas de compensação também podem utilizar bancos de capacitores chaveados ou de reatores cujas saídas são coordenadas para controlar o nível de tensão do barramento onde estão conectados. Os tipos básicos de elementos que

controlam a potência reativa e fazem parte dos SVC são o TCR (*reator controlado por tiristor*), o TSC (*capacitor chaveado por tiristor*) e o TSR (*reator chaveado por tiristor*). Um grande número de configurações de SVC pode ser formado pela combinação dos vários tipos básicos mencionados.

2.2.4 Reator Controlado por Tiristor TCR

Os tiristores têm a capacidade de conduzir alternadamente a cada meio-ciclo da frequência fundamental e dependem do ângulo de disparo, que é medido a partir do cruzamento com o zero da tensão. A condução máxima do TCR é obtida com o ângulo de disparo igual a 90° . A corrente, para esta condição, é essencialmente indutiva e senoidal. Porém, conduções parciais são obtidas variando o ângulo de disparo entre 90° e 180° . Ângulos de disparo entre 0° e 90° não são viáveis pois produzem correntes assimétricas.

2.2.5 Capacitor Chaveado por Tiristor TSC

A estrutura básica com o capacitor chaveado consiste de um banco de capacitores distribuídos de maneira adequada. Cada capacitor é conectado ou desconectado do sistema usando um tiristor como chave. Cada fase é composta por um capacitor em série com um tiristor bidimensional e um pequeno indutor. O indutor deve ser utilizado com o objetivo de limitar o transitório no chaveamento do TSC, amortecer possíveis correntes de magnetização e exercer uma proteção contra ressonância com o SEP. Para aplicações em sistemas trifásicos, as unidades básicas são conectadas em delta.

O chaveamento do capacitor gera transitórios que podem alcançar valores significativos, dependendo da frequência de ressonância dos capacitores com o SEP. O controle do ângulo de disparo dos tiristores deve ser selecionado de tal forma que minimize o transitório no chaveamento do TSC. Isto é feito escolhendo o instante de fechamento quando a tensão através do tiristor estiver em seu valor mínimo, de uma maneira ideal nula. O instante de fechamento é escolhido de tal forma que a tensão esteja em seu valor máximo e com a mesma polaridade do capacitor, assegurando que o chaveamento esteja livre de transitórios. Da mesma forma, o instante para a abertura do tiristor corresponde à condição na qual a corrente seja igual a zero. O capacitor, por sua vez tentará continuar carregado no pico de tensão.

2.3 Custos dos Investimentos em Fontes Reativas

Para o planejamento ótimo de reativos é importante a representação dos custos de expansão de novas fontes uma vez que o objetivo principal do problema é a minimização destes custos. Esses dados podem ser encontrados com precisão em concessionárias de energia e/ou com os fabricantes de equipamentos de compensação de reativos.

Segundo a referência (LEBOW et al., 1984) no custo total de uma fonte reativa estão embutidos custos de capital, custos de operação e de instalação. Uma representação mais genérica e adequada para o planejamento de reativos divide o custo total da instalação de novas fontes reativas em duas componentes:

- **Custos Fixos:** São independentes da magnitude das fontes (MVar). Dependem entre outros dos seguintes fatores:
 - Local onde está instalada a nova fonte no sistema que decorre em problemas relativos ao espaço físico e adequação da infra-estrutura disponível, acarretando ou não a necessidade de novas construções;
 - Equipamento de comando - disjuntores e chaves no caso de instalação de reatores.
- **Custos Variáveis:** Dependem do tipo de compensação - indutiva/capacitiva, capacidade da fonte (MVar), nível de tensão.

2.4 Condições que Requerem o Planejamento de Reativos

O sistema de energia elétrica planejado considerando certas condições de carga e topologia tem reservas reativas necessárias para operar atendendo a restrições de segurança e operação. Com a evolução do sistema, o sistema originalmente planejado sofre alterações topológicas e de crescimento de cargas podendo não mais atender tais restrições.

Baseado nesses aspectos as principais situações e/ou condições que requerem planejamento de reativos são:

- Crescimento de cargas em barras de baixa tensão distantes das unidades geradoras, causando dificuldades com a qualidade de serviço para os consumidores, problemas de instabilidade de tensão e perdas excessivas no sistema de transmissão;
- Linhas de transmissão longas (ou subterrâneas) de alta tensão operando em condições de carga leves, ocasionam problemas de sobretensões em seus terminais causando problemas em máquinas síncronas, cargas e equipamentos;
- Necessidades de uma estratégia adequada de planejamento reativos/operação do sistema de geração/transmissão, visando manter o suporte reativo necessário para operação segura e manutenção de reservas reativas das fontes de respostas rápidas (compensadores síncronos e estáticos, máquinas síncronas), para serem usadas em condições transitórias do sistema;

- Crescimento dos sistemas de transmissão e subtransmissão com a adição de novas linhas e alteração das necessidades reativas;
- Necessidade de substituir os capacitores de uma área do sistema de energia elétrica por motivos técnicos e/ou econômicos – problemas com os equipamentos de compensação velhos, alteração do nível de tensão de um setor do sistema de energia elétrica.

2.5 Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR)

O fluxo de potência ótimo reativo consiste em encontrar para cada cenário o melhor ajuste (mínimo custo) dos equipamentos instalados no sistema para controlar a magnitude das tensões nas barras e a quantidade de reativos injetados no sistema por dispositivos de controle e compensação de reativos existentes como bancos de capacitores e reatores, compensadores síncronos e estáticos, ajuste de taps de transformadores. Todos estes equipamento devem ser ajustados de modo que se atenda as restrições operacionais do sistema para uma dada condição de potência ativa, obtendo-se as seguintes informações:

- Regiões do sistema onde há a necessidade de reforçar o suporte reativo;
- Verificar se o conjunto de barras candidatas previamente selecionado pelo OST permite solução viável;
- Ponto de operação obtido após o despacho ótimo de reativos e o ajuste dos controles de tensão existentes no sistema.

A etapa seguinte consiste da solução, caso necessária, do problema de investimentos reativos - onde e quanto alocar de novas fontes reativas.

2.6 Formulação Geral do Problema de Planejamento de Reativos

O fluxo de potência ótimo reativo (FPOR) é um problema de otimização de grande porte não convexo, não-linear inteiro misto, que envolve os centros de geração de potência, os centros de consumo e os equipamentos da rede elétrica (transformadores, reatores, capacitores, dispositivos FACTS, entre outros), representados por seus limites físicos de operação. A utilidade de uma ferramenta de FPOR é inegável na operação e planejamento dos modernos sistemas elétricos intensamente interligados e pesadamente carregados.

Alguns dos principais benefícios obtidos pelo uso de uma ferramenta de fluxo de potência ótimo reativo no planejamento da operação de sistemas de potência são:

- Otimização coordenada do despacho reativo, utilizando os recursos do sistema de forma racional e racionada;
- Operação econômica do sistema pode ser melhorada através da coordenação ótima da geração e melhor uso dos sistemas de geração e transmissão;
- Minimização de critérios cruciais para a operação do sistema, como perdas na transmissão, custo de geração, fontes de reativos, etc;
- Fornecimento de informações importantes sobre o custo incremental do uso de recursos do sistema, úteis na análise de aspectos importantes como estabilidade de tensão.

O fluxo de potência ótimo reativo pode ser representado matematicamente através de um problema geral de otimização com restrições de igualdade e desigualdade como:

$$\min_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) \quad (2.1)$$

s.a :

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \quad (2.2)$$

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq 0 \quad (2.3)$$

$$\mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{u}^{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{\max} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{u}_D \in \mathbf{D} \quad (2.6)$$

Sendo:

$f(\cdot)$: função objetivo.

$g(\cdot)$: restrições de igualdade correspondentes as restrições de fluxo de carga.

$h(\cdot)$: restrições de desigualdade correspondentes as equações de operação do sistema.

$\mathbf{x}$: vetor das variáveis de estado do sistema (V, θ) , isto é, ângulos de fase (θ) , magnitudes das tensões (V) .

$\mathbf{u}$: vetor das variáveis de controle continuas (P_g, Q_g, sh) , isto é, potências ativa (P_G) e reativa (Q_G) gerada e os bancos de capacitores e reatores shunts (sh) .

u_D : vetor das variáveis de controle discretas (t, sh) isto é taps dos transformadores (t) e os bancos de capacitores e reatores shunts (sh) .

A função objetivo (2.1) de um problema de FPOR representa o recurso físico - custos de geração de potência reativa, segurança, qualidade e confiabilidade da operação, etc. que se deseja otimizar e, desta forma, a sua formulação vai depender do objetivo de estudo, por exemplo:

- Minimização de perdas ativas da transmissão;
- Despacho de potência reativa para manter a qualidade dos serviços de fornecimento e de operação da rede elétrica;
- Transferência de potência entre áreas; entre outras.

As restrições de igualdade (2.2) são as equações não-lineares do fluxo de potência correspondente ao balanço de potência ativa e reativa nas barras do sistema. As restrições de desigualdade (2.3) são as limitações impostas a uma variável ou função, e podem ser classificadas como segue:

- **Restrições Físicas e Operacionais:** representam os limites de geração de potência ativa e reativa, das magnitudes de tensão nas barras do sistema, dos fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, dos taps dos transformadores e os limites dos capacitores e reatores shunts;
- **Restrições de Segurança:** são determinadas para a análise de segurança em tempo real e estão relacionadas com as possíveis contingências;
- **Restrições de acoplamento:** são as restrições utilizadas no modelo de operação de sistemas multi-áreas ou, para controlar os intercâmbios de potência entre os diferentes mercados regionais que compõem um sistema de energia elétrica interconectado.

O objetivo do problema de FPOR é dar uma orientação ao operador do sistema de transmissão de como determinados controles devem ser ajustados, de modo que os centros de geração, consumo e equipamentos da rede elétrica que participam da transmissão estejam dentro de suas capacidades estabelecidas e um ou mais objetivos econômicos sejam maximizados ou minimizados.

Este problema, de acordo com o enfoque deste trabalho, consiste na minimização dos custos das fontes reativas contínuas e/ou discretas que devem ser alocadas no sistema. Nesses custos estão incluídos: investimento de capital, instalação e operação. As restrições do modelo devem assegurar a

qualidade e a confiabilidade do suprimento de energia para os consumidores, mantendo as magnitudes das tensões dentre seus limites preestabelecidos, atendendo as demandas de potências ativa e reativa e um conjunto de restrições físicas e operacionais dos equipamentos instalados no sistema tais como: limites nas capacidades de geradores, compensadores síncronos e estáticos e os “taps” dos transformadores. Desta forma, o modelo matemático do planejamento e despacho ótimo de fontes de potência reativa para cada cenário de operação pode ser formulado como:

$$\min_{\mathbf{v}, \theta, \mathbf{t}, \mathbf{q}_c, \mathbf{q}_r, \mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{w}} \sum_{k \in \mathbf{sh}} [C_{Fk} + C_{ck}q_{ck} + C_{rk}q_{rk}]w_k + \sigma \sum_{f \in \mathbf{nf}} [y_{1f} + y_{2f}] \quad (2.7)$$

s.a :

$$-\pi \leq \theta_l \leq \pi; \quad \forall l \in \mathbf{nb} \quad (2.8)$$

$$P_n(\mathbf{v}, \theta, \mathbf{t}) + P_{Ln} - P_{Gn} = 0; \quad \forall n \in \{\mathbf{pq} \cup \mathbf{pv}\} \quad (2.9)$$

$$Q_m(\mathbf{v}, \theta, \mathbf{t}) + Q_{Lm} - Q_{Gm} - q_{cm} + q_{rm} - y_{1m} + y_{2m} = 0; \quad \forall m \in \mathbf{pq} \quad (2.10)$$

$$P_{Gi} = P_{Gi}^0 \quad (2.11)$$

$$(Q_{Gi}^{\max} - q_{ri}^0) \leq Q_{Gi} \leq (Q_{Gi}^{\min} + q_{ci}^0); \quad \forall i \in \{\mathbf{pv} \cup \mathbf{slack}\} \quad (2.12)$$

$$v_l^{\min} \leq v_l \leq v_l^{\max} \quad (2.13)$$

$$t_j^{\min} \leq t_j \leq t_j^{\max}; \quad \forall j \in \mathbf{nt} \quad (2.14)$$

$$0 \leq q_{ck} \leq q_{ck}^{\max} w_k \quad (2.15)$$

$$0 \leq q_{rk} \leq q_{rk}^{\max} w_k; \quad \forall k \in \mathbf{sh} \quad (2.16)$$

$$q_{ck} \in \{nS\}w_k; \quad n = 0, 1, 2, \dots, ne \quad (2.17)$$

$$q_{rk} \in \{nS\}w_k \quad (2.18)$$

$$q_{cm}^0 \in \{nS\} \quad (2.19)$$

$$q_{rm}^0 \in \{nS\} \quad (2.20)$$

$$y_{1f} \geq 0; \quad \forall f \in \mathbf{nf} \quad (2.21)$$

$$y_{2f} \geq 0 \quad (2.22)$$

$$w_k \in \{0, 1\} \quad (2.23)$$

Onde:

C_{Fk} : Custo fixo de alocação de fontes reativas na barra k .

C_{ck}, C_{rk} : Custos variáveis de instalação de fontes de compensação de potências reativa capacitiva e indutiva, respectivamente.

q_{ck}, q_{rk} :	Capacidade de potência capacitiva e indutiva, respectivamente, que podem ser instaladas na barra k .
σ :	Fator de penalidade.
y_{1f}, y_{2f} :	Vetor de índices das injeções fictícias reativas capacitivas e indutivas, respectivamente, injetadas na barra f .
v_l, θ_l :	Magnitude e ângulo das tensões na barra l .
t_j :	Vetor de índices de valores dos <i>taps</i> dos transformadores com controle automático de <i>taps</i> de dimensão nt .
P_n, Q_n :	Injeções de potências ativa e reativa na barra n .
P_{Gm}, Q_{Gm} :	Gerações de potências ativa e reativa na barra m .
P_{Li}, Q_{Li} :	Demandas de potências ativa e reativa na barra i .
q_{cm}^0, q_{rm}^0 :	Geração de potência ativa e reativa, respectivamente, fixas e/ou contínuas existentes no sistema na barra m .
$v_l^{\min}, v_l^{\max}$:	Limites mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra l .
$t_j^{\min}, t_j^{\max}$:	Limites mínimo e máximo dos <i>taps</i> dos transformadores com controle automático de <i>taps</i> na barra j .
$Q_{Gi}^{\min}, Q_{Gi}^{\max}$:	Limites mínimo e máximo de geração de potência reativa nas barras <i>pv</i> e <i>slack</i> .
P_{Gi}^0 :	Geração de potência ativa mantida constante nas barras <i>pv</i> .
S :	Conjunto de valores discretizados dos bancos de fontes de potência reativa em cada estágio.

n :	Número de estágios considerados para equipamentos de compensação de reativos discretos.
w_k :	Variável binária de decisão 0/1.
sh :	Vetor de índices das barras candidatas à alocação de fontes de compensação de reativos de dimensão nsh .
nb :	Vetor de índices das barras do sistema de dimensão nb .
nt :	Vetor de índices dos transformadores com controle automático de <i>taps</i> de dimensão nt .
nf :	Vetor de índices das injeções fictícias reativas capacitivas e indutivas, respectivamente, de dimensão nf .
pv :	Vetor de índices das barras pv de dimensão npv .
pqv :	Vetor de índices das barras $pq + pv$ de dimensão $npqv$, $pqv = \{pq \cup pv\}$.

Os conjuntos de equações (2.9)-(2.10) são as equações estáticas do fluxo de potência, que representam o balanço de potências ativa e reativa do sistema e relacionam as condições de operação da rede elétrica, com capacidade de geração e o atendimento das demandas ativas (P) e reativas (Q). A restrição (2.11) representa a geração de potência ativa mantida constante no sistema. A restrição (2.12) está relacionada com a capacidade de geração de reativos das fontes contínuas e discretas existentes no sistema. A restrição (2.13) garante os limites operacionais do nível das magnitudes das tensões. A restrição (2.14) fornece os limites discretos dos transformadores com controle automático de “taps”. As restrições (2.15)-(2.20) limitam a capacidade dos bancos de fontes reativas contínuas e discretas existentes ou a serem alocadas no sistema. As restrições (2.21)-(2.22) representam as condições de não negatividade das injeções fictícias de fontes de reativos. Finalmente a restrição (2.23) representa a decisão de alocação de fontes contínuas ou discretas no sistema. O problema formulado através das equações de (2.7)-(2.23) é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte com variáveis reais, contínuas e discretas.

3 PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS ELÉTRICOS MULTI-ÁREAS

Com a desverticalização do setor elétrico, os serviços de geração, transmissão e distribuição passaram a ser oferecidos por diversas empresas localizadas em diversas regiões geográficas. Inevitavelmente, cada região deve contar com algum procedimento para trocar informações com as regiões interconectadas e tomar decisões operacionais que não afetem os contratos de compra e venda de energia entre as regiões. Neste caso, uma alternativa para atender as necessidades de se dispor de uma ferramenta que contemple as estruturas competitivas nas quais os mercados de energia se encontram, é decompor o problema de fluxo de potência ótimo reativo centralizado em um problema descentralizado (várias áreas), e realizar a análise e controle de cada área da forma mais independente possível.

3.1 Solução ao Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas Elétricos de Potência Multi-Área

O problema de planejamento de reativos para sistemas elétricos de potência multi-área proposto considera, primeiro o despacho ótimo de potência reativa, que consiste na determinação dos ajustes dos dispositivos de controle de tensão e fontes reativas existentes no sistema regional (bancos de capacitores e reatores, capacidade própria de geradores, compensadores síncronos e estáticos, taps de transformadores), com vistas a manter níveis aceitáveis de tensão. Depois é realizado o processo de planejamento para cada área de forma individual, este processo consiste na determinação do custo mínimo de expansão de fontes reativas considerando características físicas, econômicas e de operação. Trata-se de um problema de programação não-linear inteiro misto (PNLIM), não-convexo e de grande porte.

As equações do problema de planejamento de reativos em sistemas multi-áreas são similares às equações de um problema de planejamento de reativos no esquema centralizado, exceto pela adição de uma restrição de acoplamento em cada subproblema. Esta equação é introduzida no modelo de planejamento de reativos centralizado para controlar os intercâmbios de potência reativa nas linhas de transmissão entre as áreas. Desta forma, é possível garantir que os fluxos de potências reativa, dentro e fora das áreas, permaneçam dentro dos limites térmicos operacionais especificados e manter as condições ideais do perfil das magnitudes de tensão do sistema completo. Com esta decomposição do problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-áreas pode ser resolvido como:

- **Operação centralizada:** Todas as áreas interconectadas são consideradas como um único sistema de energia elétrica. A análise da operação centralizada pode ser realizada consi-

derando a solução do FPOR de um sistema multi-área de uma única vez. Neste caso, as restrições de acoplamento são relaxadas. Na simulação do fluxo de potência ótimo reativo utilizando-se este tipo de modelo, pode-se obter soluções de melhores qualidades que as encontradas através do modelo descentralizado que é detalhado a seguir. Este é um modelo mais relaxado e os problemas de reativos são mais facilmente controlados.

- **Operação descentralizada:** Cada área é individualmente analisada e os intercâmbios de potência reativa são controlados através das potências reativa líquida que cada área pode importar das áreas vizinhas. O intercâmbio líquido de potência reativa especificada pode ser obtido através da solução do FP-AC, contratos entre empresas, etc., que é garantido na solução do modelo através das equações de acoplamento.

O esquema de resolução do problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos multi-áreas proposto consiste de um controle descentralizado que apresenta grande importância devido ao seu desempenho, confiabilidade, economia, flexibilidade e robustez. Neste esquema o problema de otimização global é dividido em subproblemas associados a cada área. O TSO de cada área resolve seu próprio problema de otimização através de programação linear e as soluções de cada subproblema são enviadas ao coordenador, quem combina estas soluções e calcula a nova proposta para ser enviada de volta a cada subproblema. Este processo é coordenado pelo problema mestre cuja técnica de resolução baseia-se na técnica de decomposição de Dantzig-Wolfe. As principais razões para adotar um sistema descentralizado são:

- Apenas algumas informações associadas normalmente com as variáveis de controle são enviadas ao coordenador.
- É um esquema mais confiável durante o processo de coordenação, pois uma falha em uma determinada área só afeta essa área. O resto do sistema pode continuar com o processo de solução do planejamento de reativos, excluindo a área sob a falha.
- Permite utilizar diferentes regras, normas, restrições e funções objetivo para cada região. Portanto o esquema descentralizado representa com mais precisão, o que acontece num sistema real interconectado de grande porte.
- É possível incorporar processamento paralelo para resolver cada problema regional. Assim, em contraste com o esquema centralizado, o esforço computacional cresce linearmente com a dimensão do problema utilizando processamento paralelo.

3.2 Método de Decomposição de Dantzig-Wolfe

Em geral, os métodos de decomposição consistem em decompor um problema inicial de grande porte em problemas com dimensões menores denominados subproblemas, permitindo substituir um grande volume de cálculo central por cálculos locais. Tais subproblemas trabalham de forma paralela, sequencial ou interativa, supervisionados por um nível de coordenação, denominado problema mestre (ou *problema coordenador*). O problema mestre recebe informações dos subproblemas e altera, a cada iteração, os parâmetros que atualiza a função custo e/ou o vetor de recursos de cada subproblema, permitindo através de suas soluções uma aproximação para a solução ótima global, se esta existir. Na Figura 3.1, este processo é representado considerando o problema original particionado em p subproblemas, onde $t_1, t_2, \dots, t_p$ são as soluções locais dos correspondentes subproblemas e o λ é o vetor-solução do problema mestre.

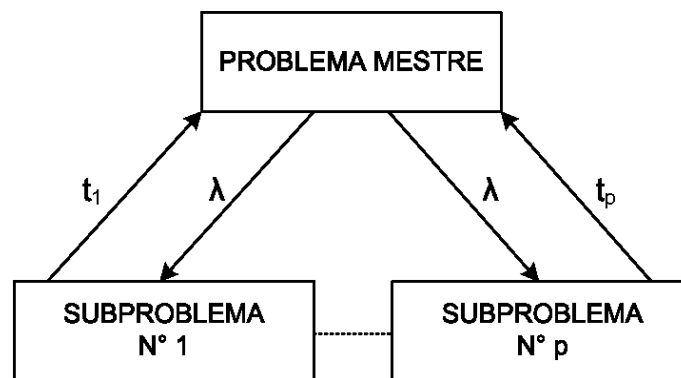


Figura 3.1 - Mecanismo de solução do método de solução de Dantzig-Wolfe

Os métodos de decomposição são utilizados quando temos um ou mais dos seguintes objetivos:

- *Reduzir* a dimensão do problema quando o número de variáveis e/ou de restrições é muito elevado a fim de efetuar a resolução dos subproblemas de dimensões menores;
- *Hierarquizar* um processo de decisão em vários níveis, onde cada unidade econômica possui uma unidade de controle que garante a coordenação entre os subsistemas dos níveis inferiores;
- *Descentralizar* um problema de decisão decompondo-o em subproblemas com suficiente autonomia para tomar suas próprias decisões;
- *Particionar* um problema com dados heterogêneos em subproblemas homogêneos;

- *Paralelizar* de acordo com a evolução do material para o cálculo paralelo (multitarefa, multiprocessador)

O princípio de decomposição, consiste inicialmente em analisar a estrutura do problema e, a partir desta informação, fazer a escolha do método de decomposição mais adequado. Dentre os principais métodos clássicos de decomposição mais conhecidos podemos citar: as técnicas de Relaxação Lagrangeana, o método de Dantzig-Wolfe, e o método de Benders. (BAZARAA et al., 2006; CONEJO et al., 2006):

O método de Relaxação Lagrangeana e o de Dantzig-Wolfe são aplicados aos problemas que apresentam a matriz de coeficientes com a *estrutura bloco-angular com restrições de acoplamento* conforme apresentada na Figura 3.2

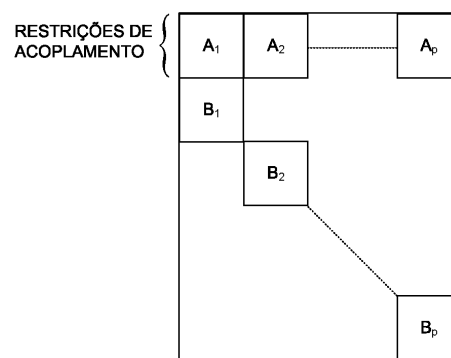


Figura 3.2 - Estrutura bloco-angular com restrições de acoplamento

O método de Benders é aplicado aos problemas que apresentam a matriz de coeficientes com a *estrutura bloco-angular com variáveis de acoplamento* conforme na Figura 3.3

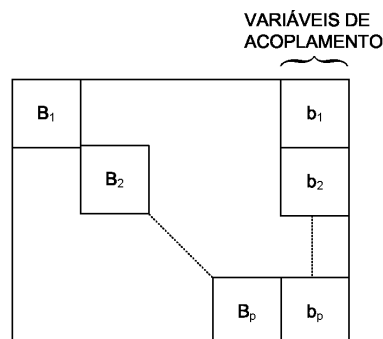


Figura 3.3 - Estrutura bloco-angular com variáveis de acoplamento

Este trabalho baseia-se no uso do método de Dantzig-Wolfe para a solução do problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-área.

3.2.1 Princípio da Decomposição de Dantzig-Wolfe

Considere o Problema de Programação Linear:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} z &= c\mathbf{x} \\ s.a : \\ A\mathbf{x} &= b \\ \mathbf{x} &\geq 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

cuja matriz dos coeficientes das restrições tem estrutura p -bloco angular, com $p \geq 1$, na forma:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_p \\ B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_p \end{bmatrix}$$

Notemos que qualquer problema de programação linear pode ser visto nesta forma se for considerado $p = 1$.

Assim, particionando o conjunto de restrições em dois subconjuntos, de acordo com a matriz A , temos o (PPL) (3.1) como segue:

$$\min_{\mathbf{x}} z = c\mathbf{x} \tag{3.2}$$

$s.a :$

$$A_1\mathbf{x} = b_1 \quad (r_1 \text{ restrições}) \tag{3.3}$$

$$A_2\mathbf{x} = b_2 \quad (r_2 \text{ restrições}) \tag{3.4}$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \tag{3.5}$$

Assumiremos que o poliedro convexo

$$S_2 = \{\mathbf{x} | A_2 \mathbf{x} = b_2, \mathbf{x} \geq 0\}$$

é ilimitado, e chamaremos o conjunto $E = \{x^1, \dots, x^j, \dots, x^r\}$ dos r pontos extremos de S_2 . Portanto qualquer $\mathbf{x} \in S_2$ pode ser escrito como uma combinação convexa destes pontos extremos:

$$\mathbf{x} = \sum_{j=1}^r \lambda_j \mathbf{x}^j \quad (3.6)$$

onde

$$\sum_{j=1}^r \lambda_j = 1 \quad (3.7)$$

$$\lambda_j \geq 0; \quad j = 1, \dots, r \quad (3.8)$$

O problema original (3.2)-(3.5) deverá ser visto como segue: selecionamos, de todas as soluções de (3.4) e (3.5), aquelas que satisfazem (3.4) e minimize z . Substituindo (3.6) em (3.2) e (3.3), obtemos:

$$\sum_{j=1}^r (A_1 \mathbf{x}^j) \lambda_j = b_1 \quad (3.9)$$

e

$$z = \sum_{j=1}^r (c \mathbf{x}^j) \lambda_j \quad (3.10)$$

Definindo

$$p_j = A_1 \mathbf{x}^j \quad (3.11)$$

e

$$f_j = c\mathbf{x}^j \quad (3.12)$$

temos o problema de programação linear (3.2) a (3.5):

$$\min_{\lambda_j} z = \sum_{j=1}^r f_j \lambda_j \quad (3.13)$$

s.a :

$$\sum_{j=1}^r p_j \lambda_j = b_1 \quad (3.14)$$

$$\sum_{j=1}^r \lambda_j = 1 \quad (3.15)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, r \quad (3.16)$$

Este novo problema (3.13)-(3.16), denominado *Problema Mestre* (PM), é equivalente ao problema original (3.2)-(3.5). O PM contém apenas $(r_1 + 1)$ restrições, enquanto que o problema original possuía $(r_1 + r_2)$, significando assim uma considerável redução no número de restrições para r_2 muito grande.

Particularmente, a técnica do Método Simplex Revisado (BAZARAA et al., 2006) é usado para resolver o PM. Veremos então como isto é feito considerando o coeficiente de *custo relativo* $\bar{f}_j$ para a variável λ_j do seguinte modo:

$$\bar{f}_j = f_j - \pi \begin{bmatrix} p_j \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

onde o vetor $\pi = f_B B^{-1}$, para $f_B = c_B \mathbf{x}^B$, ou seja, π é o *vetor dos multiplicadores do simplex*.

Agora, vamos particionar π : $\pi = (\pi_1, \pi_0)$ onde π_1 é o *vetor das variáveis duais correspondentes às restrições* (3.14) e π_0 é a *variável dual correspondente à única restrição* (3.15). Então, usando as definições (3.11)-(3.12) de f_j e p_j em $\bar{f}_j$ podemos rescrevê-lo na forma:

$$\bar{f}_j = (c - \pi_1 A_1) \mathbf{x}^j - \pi_0 \quad (3.18)$$

O critério usual do método simplex considera:

$$\min_{\lambda_j} \bar{f}_j = \bar{f}_s = (c - \pi_1 A_1) \mathbf{x}^s - \pi_0 \quad (3.19)$$

indicando deste forma a variável λ_s para entrar na base. Relembremos que $\mathbf{x}^j$ é um ponto extremo de S_2 , e notemos que $\bar{f}_j$ é linear em $\mathbf{x}^j$. Sabendo-se que uma solução ótima de um problema de programação linear convexo, cujo conjunto de restrições é limitado, sempre ocorre num ponto extremo deste conjunto, notemos que a expressão (3.19) é equivalente ao problema definido como:

$$\min_{\mathbf{x}} z = (c - \pi_1 A_1) \mathbf{x} \quad (3.20)$$

s.a :

$$A_2 \mathbf{x} = b_2 \quad (3.21)$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad (3.22)$$

Seja $\mathbf{x}^s$ o ponto ótimo do problema (3.20)-(3.22) com valor objetivo $\bar{f}_s$, se $\bar{f}_s \geq 0$ significa que todos os custos relativos à base λ_j são não positivos, logo não podemos mais melhorar a solução do PM. Em decorrência assumiremos que a solução ótimo do problema de programação linear original (3.1) é:

$$\mathbf{x}^0 = \sum_{j=1}^r \lambda_j \mathbf{x}^j \quad (3.23)$$

onde os $\mathbf{x}^j$ são pontos extremos de S_2 correspondentes à base de λ_j .

Caso contrário, se $\bar{f}_s < 0$ ainda podemos melhorar a solução do PM. Daí, λ_s entra na base e a coluna correspondente $\begin{bmatrix} A_1 \mathbf{x}^s \\ 1 \end{bmatrix}$ é atualizada, pré-multiplicando-a pelo inverso da base de λ_j , ou

seja B^{-1} , originando a nova coluna $y_s = B^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \mathbf{x}^s \\ 1 \end{bmatrix}$. Notemos que $y_s \leq 0$ não pode ocorrer visto que S_2 foi assumido como limitado produzindo um problema mestre limitado.

A varável λ_B a sair da base é determinada pela razão mínima usual, ou seja, deixa a base a variável λ_r onde o índice r é determinado como segue:

$$\frac{\bar{b}_r}{y_{rs}} = \min_{1 \leq i \leq (m+1)} \left\{ \frac{\bar{b}_i}{y_{is}}, \quad y_{is} > 0 \right\} \quad (3.24)$$

onde y_{rs} , é denominado *elemento pivô*. Com o pivotamento, a base inversa B^{-1} , as variáveis duais π , e o valor da função objetivo z são atualizados.

Este procedimento torna-se bastante interessante se $p > 1$, isto é, se o problema resolvido tem a forma:

$$\min_{\mathbf{x}} z = c_1 \mathbf{x}_1 + c_2 \mathbf{x}_2 + \cdots + c_p \mathbf{x}_p \quad (3.25)$$

s.a :

$$\begin{array}{rcll} A_1 \mathbf{x}_1 + A_2 \mathbf{x}_2 + \cdots + A_p \mathbf{x}_p & = & b_0 \\ B_1 \mathbf{x}_1 & = & b_1 \\ & B_2 \mathbf{x}_2 & = b_2 \\ & & \ddots & = \vdots \\ & & & B_p \mathbf{x}_p = b_p \end{array} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{x}_1 \geq 0, \quad \mathbf{x}_2 \geq 0, \quad \cdots, \quad \mathbf{x}_p \geq 0 \quad (3.27)$$

com o subproblema (3.20)-(3.22)

$$\min_{\mathbf{x}} z = \sum_{i=1}^p (c_i - \pi_1 A_1) \mathbf{x}_i \quad (3.28)$$

s.a :

$$B_i \mathbf{x}_i = b_i \quad i = 1, \cdots, p \quad (3.29)$$

$$\mathbf{x}_i \geq 0 \quad i = 1, \cdots, p \quad (3.30)$$

O objetivo de (3.28) é uma soma separável em $\mathbf{x}_i$ e as restrições (3.29) são independentes. Desta forma este problema pode ser reduzido a p -subproblemas independentes, onde o i -ésimo subproblema pode ser representado como segue:

$$\min_{\mathbf{x}} z = (c_i - \pi_1 A_1) \mathbf{x}_i \quad (3.31)$$

s.a :

$$B_i \mathbf{x}_i = b_i \quad (3.32)$$

$$\mathbf{x}_i \geq 0 \quad (3.33)$$

Adotando-se

$$X_i = \{\mathbf{x}_i | B_i \mathbf{x}_i = b_i, \mathbf{x}_i \geq 0\} \quad (3.34)$$

o i -ésimo subproblema apresenta-se

$$\min_{\mathbf{x}_i \in X_i} z = (c_i - \pi_1 A_1) \mathbf{x}_i \quad (3.35)$$

Um algoritmo de dois níveis para resolver o problema de (3.25)-(3.27) deverá agora ser formulado com o problema mestre (3.13)-(3.16) no primeiro nível e os subproblemas (3.31)-(3.33) no segundo. Assumiremos que uma solução inicial do problema mestre é conhecida com a matriz base correspondente, B , e as variáveis duais π_1, π_0 .

Neste caso, o algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe pode ser visto como segue:

Algoritmo 3.1: Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe

Entrada: π_1, π_0
Saída: $\mathbf{x}_i, z$

- 1 Usando as variáveis duas π_1 , resolvemos cada subproblema i (3.31)-(3.33) obtendo as suas respectivas soluções $\mathbf{x}_i(\pi_1)$, e o valor ótimo objetivo, z_i^0 . Seja:

$$\mathbf{x}(\pi_1) = [\mathbf{x}_1(\pi_1), \dots, \mathbf{x}_p(\pi_1)]^t$$

- 2 Calculamos os valores dos custos relativos das variáveis $\lambda_j, \bar{f}_j$ (3.18), e escolhemos o mínimo entre eles:

$$\min_j \bar{f}_j = \sum_{i=1}^p z_i^0 - \pi_0 \quad (3.36)$$

onde

$$z_i^0 = \min_{\mathbf{x}_i} (c_i - \pi_1 A_1) \mathbf{x}_i \quad (3.37)$$

Se este valor mínimo for um valor não negativo, ou seja:

$$\min_j \bar{f}_j \geq 0 \quad (3.38)$$

significa que podemos parar o algoritmo, pois não existe mais candidatas a entrar na base. Assim, a solução ótima para (3.25)-(3.27) é:

$$\mathbf{x}^0 = \sum_{i=1}^r \lambda_j \mathbf{x}^j \quad (3.39)$$

onde $\mathbf{x}^j$ são pontos extremos de S_2 correspondentes à variável básica λ_j .

- 3 Se $\min_j \bar{f}_j < 0$, construímos a coluna:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^p A_i \mathbf{x}_i(\pi_1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

atualizada através da multiplicação pela inversa da antiga base, B^{-1} , e usando a operação pivô do simplex usual, obtemos uma nova base inversa e um novo vetor dos multiplicadores simplex (variáveis duais). Retornamos à 1 e repetimos todo o processo.

Se o problema mestre é não degenerado (CONEJO et al., 2006), então em cada iteração decresce z

para um valor não nulo. Isto se deve ao fato que existe um número finito de bases possíveis e nenhuma se repete. Sendo assim, o princípio da decomposição de Dantzig-Wolfe encontrará a solução ótima em um número finito de iterações.

Observe que a solução ótima do problema original, $\mathbf{x}^0$, não é necessariamente qualquer uma das soluções dos subproblemas. Por (3.39) temos que $\mathbf{x}^0$ é alguma combinação convexa de tais soluções. Portanto, o problema mestre não pode obter o ótimo do problema original simplesmente enviando os correspondentes custos π_1 aos subproblemas. O problema mestre deverá combinar estas soluções para obter a solução global.

3.2.2 Problema Mestre Restrito

Como previamente formulado o princípio da decomposição de Dantzig-Wolfe, resolve problemas de otimização em dois níveis. Ao nível chamado *Problema Mestre* (3.13)-(3.16), é possível apresentar uma nova formulação denominada de **Problema Mestre Restrito**. Tal problema apresenta além das colunas referentes às variáveis de entrada, as colunas das variáveis que foram retiradas. Então o *problema mestre restrito* pode ser escrito na forma:

$$\min_{\lambda} z = f_1 \lambda_1 + \cdots + f_m \lambda_m + f \lambda \quad (3.41)$$

s.a :

$$p_1 \lambda_1 + \cdots + p_m \lambda_m + p \lambda = b_0 \quad (3.42)$$

$$\lambda_1 + \cdots + \lambda_m + \lambda = 1 \quad (3.43)$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad i = 1, \cdots, m, \lambda \geq 0 \quad (3.44)$$

onde m representa o numero de colunas adicionadas em cada iteração, os λ_i são as variáveis básicas correntes e λ é a variável que esta entrando na base. Assumindo que a variável λ tem um custo relativo $\bar{f} < 0$, se a base corrente é não degenerada, a variável que deixar a base terá um $\bar{f}$ positivo, e portanto, a nova solução será ótima. O único caso no qual mais de uma iteração é necessária para passar o teste de otimalidade é quando a base corrente é degenerada é o elemento pivô, (3.24), na coluna de entrada é negativo. Neste caso, não é muito vantajoso resolver o problema na forma (3.42)-(3.44).

3.2.3 Estratégia alternativa para decompor o problema primal

Uma outra forma para decompor o problema primal (3.25)-(3.27), alterando a forma do problema mestre (3.13)-(3.16), é considerar as soluções para o conjunto de restrições do subproblema i escritas

como:

$$\mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^r \lambda_{ij} \mathbf{x}_i^j \quad (3.45)$$

com o $\mathbf{x}_i^j$, ponto extremo de $\mathbf{X}_i$ (3.34) para $i = 1, \dots, p$. Então é fácil verificar que o problema mestre resulta em:

$$\min_{\lambda_{ij}} z = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r f_{ij} \lambda_{ij} \quad (3.46)$$

s.a :

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r p_{ij} \lambda_{ij} = b_0 \quad (3.47)$$

$$\sum_{j=1}^r \lambda_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, p \quad (3.48)$$

$$\lambda_{ij} \geq 0, \quad (3.49)$$

onde

$$f_{ij} = c_i \mathbf{x}_{ij} \quad (3.50)$$

$$p_{ij} = A_i \mathbf{x}_{ij} \quad (3.51)$$

Este novo problema apresenta algumas vantagens computacionais que podem ser vistas quando consideramos as soluções de (3.46)-(3.51) pelo método simplex revisado. Além disso difere do problema mestre (3.13)-(3.16) obtido inicialmente, em dois aspectos:

- a) Particularmente, ele tem p linhas convexas;
- b) Cada subsistema $B_i \mathbf{x}_i = b_i$, $\mathbf{x}_i \geq 0$ é representado separadamente por um conjunto de variáveis λ_{ij} .

Seja B uma matriz básica factível $(m_1 + p) \times (m_1 + p)$ e $\pi_1, \pi_{01}, \dots, \pi_{0p}$ as variáveis duais para esta base, com π_1 associando à restrição (3.47) e os π_{0i} associados à restrição (3.48). Atualizando a coluna associada à λ_{ij} , produzimos:

$$\bar{f}_{ij} = (c_i - \pi A_i) \mathbf{x}_i^j - \pi_{0i} \quad (3.52)$$

O problema encontrado para i fixo, $\min_{\lambda_j} \bar{f}_{ij}$, é equivalente a resolver o i -ésimo subproblema:

$$\min_{\mathbf{x}_i} z = (c_i - \pi_1 A_i) \mathbf{x}_i \quad (3.53)$$

s.a :

$$B_i \mathbf{x}_i = b_i \quad (3.54)$$

$$\mathbf{x}_i \geq 0, \quad (3.55)$$

Esses são os mesmos subproblemas conforme foram obtidos previamente em (3.31)-(3.33).

Seja z_i^0 o valor objetivo minimal do subproblema (3.53)-(3.55). Se:

$$\bar{f}_{sj} = \min_i \min_j \bar{f}_{ij} = \min_i (z_i^0 - \pi_{01}) \geq 0 \quad (3.56)$$

a solução corrente é ótima. Caso contrario, a coluna a entrar na base é aquela com

$$\min_i (z_i^0 - \pi_{01}) \quad (3.57)$$

Se o mínimo acima ocorre para $i = s$ e $\mathbf{x}_s^j(\pi_1)$ é solução do subproblema s , a coluna correspondente à variável a entrar na base é dada por $\begin{bmatrix} A_s \mathbf{x}_s^j(\pi_1) \\ \dots \\ \mu_s \end{bmatrix}$, onde μ_s é um vetor p -componente com um na posição s e zeros nas outras. esta nova coluna entra na base produzindo novos multiplicadores (π_1, p_{i0}) . Colunas similares poderiam ter sido geradas das soluções de outros subproblemas.

Seja $m = m_1 + p$, definimos p_{ij} como as colunas da base corrente, seja $p_1^*, \dots, p_p^*$ as colunas geradas das últimas soluções dos subproblemas correspondentes a $\lambda_1^*, \dots, \lambda_p^*$. O novo problema mestre restrito será:

$$\min_{\lambda} z = \sum_{i=1}^p \sum_{j \text{ básico}} f_{ij} \lambda_{ij} + \sum_{i=1}^p f_i^* \lambda_i^* \quad (3.58)$$

s.a :

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j \text{ básico}} p_{ij} \lambda_{ij} + \sum_{i=1}^p p_i^* \lambda_i^* = b_0 \quad (3.59)$$

$$\sum_{j \text{ básico}} \lambda_{ij} + \lambda_i^* = 1, \quad i = 1, \dots, p \quad (3.60)$$

$$\lambda_i \geq 0, \quad \lambda_i^* \geq 0 \quad i = 1, \dots, p \quad (3.61)$$

3.2.4 Algumas considerações sobre o algoritmo de Dantzig-Wolfe

- Observa-se que o seguinte algoritmo é uma implementação direta do método simplex revisado. Exceto o cálculo dos custos relativos $\bar{f}_{ij}$ que é obtido resolvendo o subproblema i . Entretanto, o algoritmo converge em um número finito de iterações.
- Em cada iteração, uma melhor solução básica factível para o problema mestre (3.46)-(3.51) é obtida ao introduzir a variável não básica λ_{sj} , gerada pela solução do problema (3.53)-(3.55). Sendo assim, o subproblema fornece um ponto extremo $\mathbf{x}_s^j$ que corresponde a uma coluna atualizada $\begin{bmatrix} \bar{f}_{sj} \\ y_{sj} \end{bmatrix}$.
- Em cada iteração um novo vetor dual é passado do problema mestre para o subproblema. A base ótima da última iteração é utilizada, a fim de atualizar a sua função, modificando seus custos.
- Em cada iteração, o subproblema não precisa ser otimizado completamente, é necessário apenas que o ponto extremo corrente $\mathbf{x}_s^j$, satisfaça $\bar{f}_{sj} \leq 0$. Neste caso λ_{sj} é candidato a entrar na base.
- Se as restrições do problema mestre são desigualdades, então devem-se verificar os custos das variáveis de folga que foram adicionadas resolvendo os subproblemas. Para as restrições i do problema mestre do tipo $\leq$ associada a variável de folga s_i , tem se:

$$f_{si} - z_{si} = (\pi_1, \pi_0) \begin{pmatrix} e_1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = \pi_1 \quad (3.62)$$

Assim, para um problema de minimização uma variável de folga associada com a restrição do tipo $\leq$ é eleita a entrar na base se $\pi_1 > 0$. E o critério de entrada é $\pi_1 < 0$ para restrições

do tipo $\geq$.

- f) Para dar início ao método, deve-se partir de uma solução básica factível. Caso esta solução não seja possível ao ser acrescentado as variáveis de folga, deve-se usar algum método de solução, por exemplo, o Método das Duas Fases ou do Big-M (BAZARAA et al., 2006).

3.2.5 Interpretação econômica do método de Dantzig-Wolfe

Considere-se um nível central e um subnível de uma organização descentralizada. O nível central opera em um primeiro conjunto de restrições $\sum_{i=1}^p A_i \mathbf{x}_i = b_0$, e o subnível no segundo conjunto de restrições $B_i \mathbf{x}_i = b_i, i = 1, \dots, p$. Temos que b_0 e b_i deveriam ser interpretados como recursos para o nível central e subnível, respectivamente. Durante o curso do algoritmo, informações são comunicadas de um nível para o outro. O nível central resolve o problema mestre, e como resultado, valores marginais π ou recursos centrais, são comunicados para os subníveis. O subnível resolve os subproblemas nos quais a função objetivo incorpora os custos para utilização dos recursos centrais. O subnível então sugere atividades x_i para incorporar ao nível central. Durante as iterações, nenhuma informação direta correspondente aos coeficientes nas restrições é comunicada entre o nível central e o subnível. Além disso, a informação do custo é comunicado do nível central para o subnível.

Na maioria das aplicações, as restrições que não são de acoplamento formam a estrutura diagonal, nas quais as variáveis são agrupadas em blocos independentes. Isto significa que os subproblemas são separados em vários problemas independentes. Em um contexto econômico, a estrutura bloco angular reflete a divisão em múltiplos subníveis independentes, onde cada um comunica diretamente com o nível central.

3.3 Modelo linear para a Solução do Problema de Planejamento de Reativos

Considere o problema geral de planejamento de reativos formulado (2.7)-(2.23). A injeção líquida de potência reativa em uma barra qualquer pertencente ao conjunto de barras sh é composta da potência reativa gerada pelas fontes existentes na barra (consideradas como as capacidades de geração de reativos de máquinas síncronas e dispositivos FACTS), e de outras fontes que podem ser alocadas à essa barra (bancos de reatores e capacitores shunt e dispositivos FACTS), ou seja:

$$Q_m = Q_m^{carga} + Q_{Gm} + Q_{SHm} \quad \forall m \in sh \quad (3.63)$$

onde:

Q_m^{carga} : Potência reativa especificada (carga) na barra m .

Q_{Gm}, Q_{SHm} : Potência reativa gerada e alocada na barra m .

O valor Q_m^{carga} é fixo (especificado) e, portanto, pode ser levado em consideração de maneira indireta no processo de linearização. O termo Q_{SHm} representa as variáveis de investimento q_c e q_r discretos ou contínuos. Decompondo a parcela referente a Q_{SHm} em indutores e capacitores a equação (3.63) é escrita como:

$$Q_m = Q_m^{carga} + Q_{Gm} + (q_{cm} - q_{rm}) + (q_{cm}^0 - q_{rm}^0) \quad \forall m \in sh \quad (3.64)$$

onde:

$q_c^0; q_r^0$: São fontes (capacitivas e indutivas respectivamente) fixas ou bancos existentes no sistema e/ou alocadas devido a simulação de cenários previamente considerados.

Uma formulação mais rigorosa considera a potência gerada pelos bancos reativos - capacitores e indutores shunt na equação (3.63), dada pela susceptância da fonte multiplicada pelo quadrado da magnitude da tensão. Na formulação desenvolvida neste trabalho, assumem-se que esses valores são fixos e dados pela capacidade do banco reativo (MVA_{rouPU}).

Considere-se que existe um ponto inicial de operação (v^p, θ^p, t^p) e que há possibilidade de se perturbar a potência reativa nas barras do conjunto sh de um valor ΔQ_m , ou seja:

$$Q_m^{p+1} = Q_m^p + \Delta Q_{Gm}^p \quad (3.65)$$

Esta perturbação será responsável pela alteração nos valores de todas as variáveis dependentes $(P_s^{p+1}, v_m^{p+1}, \theta_m^{p+1}, t_m^{p+1})$ onde:

$$\theta_m^{p+1} = \theta_m^p + \Delta \theta_m^p \quad (3.66)$$

$$v_m^{p+1} = v_m^p + \Delta v_m^p \quad (3.67)$$

$$t_m^{p+1} = t_m^p + \Delta t_m^p \quad (3.68)$$

$$P_s^{p+1} = P_s^p + \Delta P_s^p(\theta^{p+1}, v^{p+1}, t^{p+1}) \quad (3.69)$$

Os valores de $(\theta_m^{p+1}, v_m^{p+1}, t_m^{p+1})$, que são obtidos em função de ΔQ_m^p , dependem fundamentalmente da formulação adotada para levar em conta as restrições de igualdade. Na formulação que pode ser considerada rigorosa (sem desprezar sensibilidades), exige-se que no ponto $(\theta_m^{p+1}, v_m^{p+1}, t_m^{p+1})$ todas as restrições de igualdade (2.9)-(2.10) da formulação geral sejam satisfeitas, ou seja, exige-se que:

$$P_{Gm} - P_{Lm} - P_m(\theta^{p+1}, v^{p+1}, t^{p+1}) = 0 \quad (3.70)$$

$$Q_{Gn} - Q_{Ln} - Q_n(\theta^{p+1}, v^{p+1}, t^{p+1}) = 0 \quad (3.71)$$

Sendo n o conjunto de barras que não pertencem ao conjunto de barras candidatas sh .

Considerando que:

$$P_m(\theta^{p+1}, v^{p+1}, t^{p+1}) = P_m(\theta^p, v^p, t^p) + \Delta P_m(\theta^p, v^p, t^p) \quad (3.72)$$

$$Q_n(\theta^{p+1}, v^{p+1}, t^{p+1}) = Q_n(\theta^p, v^p, t^p) + \Delta Q_n(\theta^p, v^p, t^p) \quad (3.73)$$

e que:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial P}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial P}{\partial t} \Delta t \quad (3.74)$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial Q}{\partial t} \Delta t \quad (3.75)$$

as restrições não lineares (2.9)-(2.10) são representadas pelo seguinte modelo linear:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial v} & \frac{\partial P}{\partial t} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial v} & \frac{\partial Q}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta v \\ \Delta t \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta P_s \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ \Delta q_c - \Delta q_r + \Delta q_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ \Delta q_c^0 - \Delta q_r^0 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

onde foi considerado (sem perda de generalidade) um arranjo de equações tal que a primeira linha corresponde à barra de referencia e as últimas linhas do conjunto sh (que tem potência reativa como variáveis de controle).

As restrições de igualdade linearizadas (3.76), sensibilidades entre potências ativa e reativa e variáveis do problema, apresentam o inconveniente de aumentarem o número de restrições e variáveis a serem tratadas na solução do problema. Visando um algoritmo mais eficiente, como as sensibilidades entre as variáveis envolvidas no problema sendo expressas através do menor número de possível de equações e da forma mais precisa possível, adotou-se como matriz de sensibilidade a matriz *Jacobiano Reativa* (*LCRIC*) (CARPENTIER, 1986; MANTOVANI, 1995). Essa matriz é formada por sensibilidades entre potência reativa e a magnitude de tensão considerando que os fluxos de potência ativa através dos bipolos do sistema são constantes durante a iteração reativa. Esta situação é um caso particular do que se deseja no planejamento de reativos que é manter inalteradas as injeções de potência ativa do sistema ($\Delta P = 0$), quando a parte reativa (tensões ou injeções de potência reativa) sofre alterações (ver apêndice A). O resultado que se obtém da aplicação destes conceitos é a construção de um jacobiano genérico das injeções reativas em termos dos módulos das tensões e dos taps dos transformadores com um grau de esparsidade igual ao dos métodos desacoplados tradicionais.

Adotando-se a matriz *LCRIC* como sensibilidade e não considerando os limites na variação dos ângulos das tensões ($\Delta\theta$) e da potência ativa (ΔP) da barra *slack*, além disso os controles de potência reativa são considerados como variáveis contínuas, e os custos fixos não são considerados. O problema (2.7) - (2.23) pode ser formulado matematicamente como:

$$\min_{\substack{\Delta \mathbf{v}, \Delta \mathbf{t}, \Delta \theta, \Delta \mathbf{q}_c, \\ \Delta \mathbf{q}_r, \Delta \mathbf{y}_1, \Delta \mathbf{y}_2}} \sum_{k \in sh} [C_{ck} \Delta q_{ck} + C_{rk} \Delta q_{rk}] + \sigma \sum_{f \in nf} [\Delta y_{1f} + \Delta y_{2f}] \quad (3.77)$$

s.a :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial t_{km}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_k \\ \Delta v_m \\ \Delta t_{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_{Gk} + \Delta q_{ck} - \Delta q_{rk} + \Delta y_{1k} - \Delta y_{2k} \\ \Delta Q_{Gm} + \Delta q_{cm} - \Delta q_{rm} + \Delta y_{1m} - \Delta y_{2m} \end{bmatrix}_{; \forall k \cup m \in sh} \quad (3.78)$$

$$-\pi \leq \Delta \theta_n \leq \pi; \quad \forall n \in \mathbf{nb} \quad (3.79)$$

$$-\infty \leq \Delta P_s \leq \infty; \quad \forall s \in \mathbf{slack} \quad (3.80)$$

$$(v_n^{\min} - v_n) \leq \Delta v_n \leq (v_n^{\max} - v_n) \quad (3.81)$$

$$(t_j^{\min} - t_j) \leq \Delta t_j \leq (t_j^{\max} - t_j); \quad \forall j \in \mathbf{nt} \quad (3.82)$$

$$(Q_{Gi}^{\max} - Q_{Gi}) \leq \Delta Q_{Gi} \leq (Q_{Gi}^{\min} - Q_{Gi}); \quad \forall i \in \mathbf{pv} \quad (3.83)$$

$$-q_{ck} \leq \Delta q_{ck} \leq (q_{ck}^{\max} - q_{ck}) \quad (3.84)$$

$$-q_{rk} \leq \Delta q_{rk} \leq (q_{rk}^{\max} - q_{rk}) \quad (3.85)$$

$$\Delta y_{1f} \geq 0 \quad (3.86)$$

$$\Delta y_{2f} \geq 0; \quad \forall f \in \mathbf{nf} \quad (3.87)$$

onde:

C_{ck}, C_{rk} : Custos variáveis de instalação de fontes de compensação de potências reativa capacitiva e indutiva.

$\Delta q_{ck}, \Delta q_{rk}$: Incremento nos valores das fontes de potência reativa capacitiva e indutiva, respectivamente, na barra k .

Δv : Incremento da magnitude de tensão nas barras.

Δt : Incremento do valor de tap de transformador com controle automático de $taps$.

$\frac{\partial Q}{\partial v}, \frac{\partial Q}{\partial t}$: Elementos da matriz de sensibilidades $CRIC$.

ΔQ_{Gi} : Incremento de geração de potência reativa nas barras pv e $slack$

$\Delta \theta_n$: Incremento nas magnitudes dos ângulos das tensões.

ΔP_s : Incremento do valor da potência ativa da barra $slack$.

$v_n^{\min}, v_n^{\max}$: Limites mínimo e máximo da magnitude de tensão na barra n .

$t_j^{\min}, t_j^{\max}$: Limites mínimo e máximo do tap do transformador na barra j .

$Q_{Gi}^{\min}, Q_{Gi}^{\max}$: Limites mínimo e máximo de geração de potência reativa nas barras pv 's e $slack$.

Q_{Gi} : Potência reativa gerada obtida a partir do ponto de operação da rede.

$q_{ck}^{\max}, q_{rk}^{\max}$: Limites de potências reativa capacitiva e indutiva na barra candidata k .

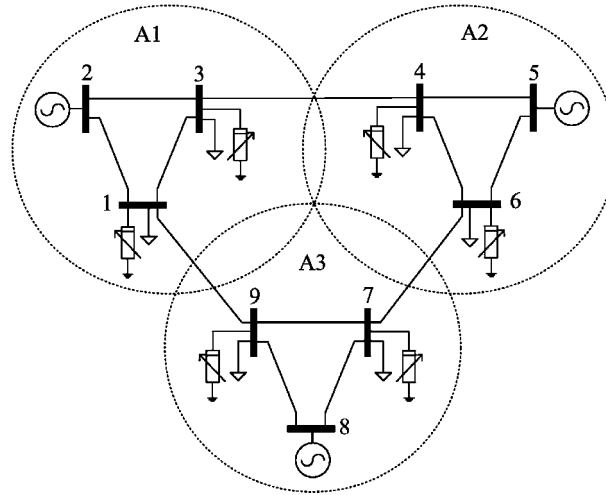
sh :	Conjunto de barras candidatas à alocação de fontes de compensação de reativos <i>shunt</i> .
nb :	Número de barras do sistema.
nt :	Número de transformadores com controle automático de <i>taps</i> .
pv :	Conjunto de barras do tipo tensão controlada.

3.4 Modelo Descentralizado para a Solução do Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas de Potência Multi-Área

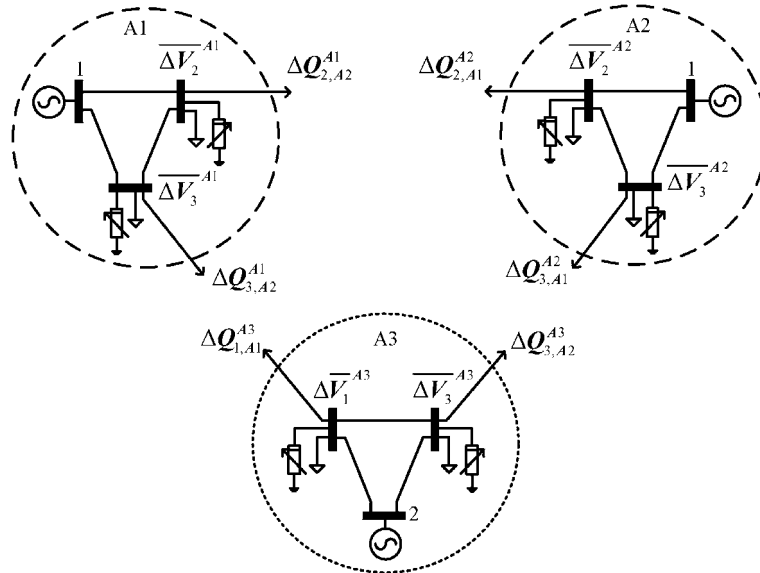
Para decompor um sistema elétrico de potência em áreas ou regiões (esquema descentralizado), é necessário estabelecer modelos de restrições de acoplamento adequados. Nesta pesquisa estas restrições são formuladas em torno dos fluxos de potência que entram e saem nas áreas através das linhas de interconexão (BISKAS; BAKIRTZIS, 2006) e a duplicação de variáveis de fronteira. O método de decomposição do modelo regional proposto baseia-se na decomposição de Dantzig e Wolfe, em que a condição necessária é que tanto a função objetivo como as restrições com estrutura em bloco angular sejam separáveis e que suas variáveis possam ser associadas apenas com uma área. A metodologia consiste em decompor o problema global em regiões através dos elementos que interligam as diferentes áreas do sistema, como o ilustrado na figura 3.4(b).

O método de decomposição utilizado permite decompor o problema de fluxo de potência ótimo em vários subproblemas sem qualquer alteração no modelo de fluxo de potência ótimo reativo original da rede. A potência reativa gerada pelas cargas originais do sistema de potência, assim como, o fluxo de potência reativa total dentro ou fora de cada subproblema devem ser mantidos em valores especificados.

Usando o diagrama da figura 3.4(b) é possível converter o problema (3.77)-(3.87) em um problema descentralizado ou multi-áreas.



(a) SEP de 3 áreas - Centralizado



(b) Duplicação de variáveis de borde - Decomposição

Figura 3.4 - Esquema de decomposição

Neste diagrama, verifica-se que aparecem duas novas variáveis para cada linha de interconexão. Essas variáveis, que correspondem aos incremento dos fluxos de potência reativa que fluem através das linhas de interconexão, são conhecidas como variáveis de fronteira. Esse conjunto de variáveis forma o vetor de variáveis de fronteiras que estão associadas às regiões A e AA, respectivamente. Por exemplo, na figura 3.4(b) verifica-se que cada linha de interconexão tem duas dessas variáveis: $\Delta Q_{2,A2}^{A1}$, $\Delta Q_{2,A1}^{A2}$, $\Delta Q_{3,A2}^{A1}$, $\Delta Q_{1,A1}^{A3}$, $\Delta Q_{3,A2}^{A3}$, $\Delta Q_{3,A1}^{A2}$ e que representam o incremento do fluxo de potência reativa trocada entre as três áreas. Desse modo $\delta Q_{2,A2}^{A1}$ é o incremento do fluxo de potencia

que sai da barra 2 da área $A1$ para a área $A2$, o que pode ser interpretado como sendo os incrementos das gerações fictícias de potência reativa nas barras de fronteira necessários para viabilizar o problema de otimização regional.

O intercâmbio líquido de potência reativa de uma área é definido como a soma algébrica dos fluxos de potência reativa nas linhas e nos transformadores que interligam essa área com as áreas adjacentes. As injeções líquidas de potência reativa exportada são admitidas positivas e as importadas negativas.

Seja a área A interconectada com as áreas adjacentes AA , o intercâmbio de potência reativa com seus vizinhos deve ser mantido em um valor especificado e preestabelecido. O intercâmbio líquido de uma área com seus vizinhos é definido pelo conjunto de variáveis de fronteira.

A área que contém a barra de folga (*slack*) do sistema de potência interconectado é chamada de *área de referência*. Para analisar independentemente as demais áreas é necessário deixar uma barra de geração com potências ativa e reativa livre. Em geral, estas barras são denominadas barras de folga e são classificadas como do tipo V, em que somente os módulos das tensões nodais são especificados.

Com exceção da barra de folga do sistema de potência (*barra da área de referência*), as injeções de potência reativa nas barras de folga das demais áreas são ajustadas para manter o intercâmbio líquido dessas áreas nos valores especificados.

O problema de otimização de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-área, como mencionado é resolvido utilizando a decomposição de Dantzig e Wolfe, que reduz de uma forma muito eficiente as dimensões do problema original pela separação deste em vários subproblemas que consistem das restrições em estrutura bloco-angular, e um problema mestre que consiste das restrições de acoplamento. Os subproblemas são resolvidos individualmente e seus resultados são enviados para o problema mestre, o mestre junta todas as propostas recebidas dos subproblemas e calcula os novos preços que são enviados para cada subproblema. Este é um processo iterativo e converge para o ótimo do problema global em um numero limitado de iterações.

Segundo a estrutura do método especificada do método de decomposição de Dantzig e Wolfe na figura 3.1, a solução do problema mestre depende das informações fornecidas pelas soluções dos subproblemas. Dependendo de um certo critério da função objetivo, uma coluna é introduzida na base do problema mestre. Portanto se a maior parte das informações são fornecidas pelas áreas (subproblemas) em cada iteração, o número de iterações necessário para obter a solução ótima do problema global, será eficientemente reduzido. Isto é devido à adição de uma coluna à base do problema mes-

tre. No problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos multi-área, todas as áreas são coordenadas de acordo com uma política centralizada para alcançar um objetivo global.

Assim, o problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos multi-áreas aplicando o método de decomposição de Dantzig e Wolfe pode ser formulado como:

$$\min_{\substack{\Delta v^A, \Delta t^A, \Delta \theta^A, \Delta q_c^A, \\ \Delta q_r^A, \Delta Q_{tie}^A, \Delta Q_t^A, \\ \Delta v^{AA}, \Delta t^{AA}, \Delta \theta^{AA}, \\ \Delta q_c^{AA}, \Delta q_r^{AA}, \\ \Delta Q_{tie}^{AA}, \Delta Q_t^{AA}}} \sum_{k \in sh^A} [C_{ck} \Delta q_{ck} + C_{rk} \Delta q_{rk}] + \sum_{k \in sh^{AA}} [C_{ck} \Delta q_{ck} + C_{rk} \Delta q_{rk}] \quad (3.88)$$

s.a :

$$\left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial t_{km}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \Delta v_k \\ \Delta v_m \\ \Delta t_{km} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \Delta Q_{Gk} + \Delta q_{ck} - \Delta q_{rk} + \Delta Q_{tk} \\ \Delta Q_{Gm} + \Delta q_{cm} - \Delta q_{rm} + \Delta Q_{tm} \end{array} \right] \\ -\pi \leq \Delta \theta_n \leq \pi \\ -\infty \leq \Delta P_s \leq \infty \\ (v_n^{\min} - v_n) \leq \Delta v_n \leq (v_n^{\max} - v_n) \\ (t_j^{\min} - t_j) \leq \Delta t_j \leq (t_j^{\max} - t_j) \\ (Q_{Gi}^{\max} - Q_{Gi}) \leq \Delta Q_{Gi} \leq (Q_{Gi}^{\min} - Q_{Gi}) \\ -q_{ck} \leq \Delta q_{ck} \leq (q_{ck}^{\max} - q_{ck}) \\ -q_{rk} \leq \Delta q_{rk} \leq (q_{rk}^{\max} - q_{rk}) \end{array} \right]^A \quad (3.89)$$

$$\left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial t_{km}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \Delta v_k \\ \Delta v_m \\ \Delta t_{km} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \Delta Q_{Gk} + \Delta q_{ck} - \Delta q_{rk} + \Delta Q_{tk} \\ \Delta Q_{Gm} + \Delta q_{cm} - \Delta q_{rm} + \Delta Q_{tm} \end{array} \right] \\ -\pi \leq \Delta \theta_n \leq \pi \\ -\infty \leq \Delta P_s \leq \infty \\ (v_n^{\min} - v_n) \leq \Delta v_n \leq (v_n^{\max} - v_n) \\ (t_j^{\min} - t_j) \leq \Delta t_j \leq (t_j^{\max} - t_j) \\ (Q_{Gi}^{\max} - Q_{Gi}) \leq \Delta Q_{Gi} \leq (Q_{Gi}^{\min} - Q_{Gi}) \\ -q_{ck} \leq \Delta q_{ck} \leq (q_{ck}^{\max} - q_{ck}) \\ -q_{rk} \leq \Delta q_{rk} \leq (q_{rk}^{\max} - q_{rk}) \end{array} \right]^{AA} \quad (3.90)$$

$$\Delta Q_{tie,t}(\Delta v^A, \Delta \theta^A, \Delta v^{AA}, \Delta \theta^{AA}) = \Delta Q_t^A; \quad \forall t \in tl^A \quad (3.91)$$

$$\Delta Q_{tie,t}(\Delta v^A, \Delta \theta^A, \Delta v^{AA}, \Delta \theta^{AA}) = \Delta Q_t^{AA}; \quad \forall t \in tl^{AA} \quad (3.92)$$

O problema (3.88)-(3.92) corresponde ao problema de planejamento de reativos considerando-se, sem perda de generalidade, 2 áreas, composto pelas restrições em estrutura bloco angular e as restrições de acoplamento para as áreas A e AA respectivamente que é equivalente ao problema original (3.77)-(3.87), e tem uma característica importante em que as restrições de acoplamento (3.91)-(3.92) são funções das variáveis pertencentes às áreas adjacentes, sendo, portanto as restrições de acoplamento entre áreas. Assim considerando o modelo anterior, o subproblema de planejamento de reativos descentralizado para cada área pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\substack{\Delta \mathbf{v}^A, \Delta \mathbf{t}^A, \Delta \theta^A, \Delta \mathbf{q}_c^A, \\ \Delta \mathbf{q}_r^A, \Delta \mathbf{Q}_{tie}^A, \Delta \mathbf{Q}_t^A}} \sum_{k \in \mathbf{sh}^A} [C_{ck} \Delta q_{ck} + C_{rk} \Delta q_{rk}] - \sum_{t \in \mathbf{tl}^A} \bar{r}_p^A \cdot \Delta Q_{tie,t}(\Delta \mathbf{v}^A, \Delta \theta^A) \\
 & s.a : \text{(para toda à área } A) \\
 & \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial t_{km}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_k \\ \Delta v_m \\ \Delta t_{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_{Gk} + \Delta q_{ck} - \Delta q_{rk} + \Delta Q_{tk} \\ \Delta Q_{Gm} + \Delta q_{cm} - \Delta q_{rm} + \Delta Q_{tm} \end{bmatrix}; \forall k \cup m \in \mathbf{sh}^A \\
 & -\pi \leq \Delta \theta_n \leq \pi; \quad \forall n \in \mathbf{nb}^A \\
 & -\infty \leq \Delta P_s \leq \infty; \quad \forall s \in \mathbf{slack}^A \quad (\text{se } \mathbf{slack} \in A) \\
 & (v_n^{\min} - v_n) \leq \Delta v_n \leq (v_n^{\max} - v_n) \\
 & (t_j^{\min} - t_j) \leq \Delta t_j \leq (t_j^{\max} - t_j); \quad \forall j \in \mathbf{nt}^A \\
 & (Q_{Gi}^{\max} - Q_{Gi}) \leq \Delta Q_{Gi} \leq (Q_{Gi}^{\min} - Q_{Gi}); \quad \forall i \in \mathbf{pv}^A \\
 & -q_{ck} \leq \Delta q_{ck} \leq (q_{ck}^{\max} - q_{ck}) \\
 & -q_{rk} \leq \Delta q_{rk} \leq (q_{rk}^{\max} - q_{rk}); \quad \forall k \in \mathbf{sh}^A
 \end{aligned} \tag{3.93}$$

onde:

r_p^A : Vetor de índices dos multiplicadores de Lagrange (custos marginais) calculados pelo problema mestre e enviados aos subproblemas A e AA .

$\Delta Q_{tie,t}$: Incremento no fluxo de potência reativa através das linhas de interconexão entre áreas.

ΔQ_t^A : Incremento nos valores das fontes de potência reativa fictícia na barra t .

A : Área (região).

AA : Área adjacente.

tl : Vetor dos índices das barras que estão ligadas às linhas de conexão entre áreas de dimensão $ntie$.

Desta forma o incremento de geração de potência reativa fictícia é representado por ΔQ_t onde $t \in tl$ sendo tl o conjunto de variáveis de fronteira que são duplicadas.

O problema (3.93) é um problema linear de planejamento de reativos descentralizado que deve ser resolvido para cada área utilizando a técnica de decomposição de Dantzig-Wolfe (DW) (BAZARAA et al., 2006; CONEJO et al., 2006). Esta técnica se apresenta como uma alternativa viável para solução do problema de fluxo de potência ótimo reativo de sistemas multi-áreas, e consiste de um procedimento iterativo onde se coordenam as trocas de informações entre as áreas, esta troca é feita através dos incrementos dos fluxos de potência reativa que entram e saem das áreas através das linhas de interconexão, tendo-se como premissa básica que os esquemas centralizado e descentralizado devem ser equivalentes, e para problemas convexos fornecerem a mesma solução ótima.

Considerando os resultados acumulados pelos subproblemas e as restrições de acoplamento, o problema mestre pode ser formulado como:

$$\min_{\mu_p^A, \mu_p^{AA}} \sum_p (\bar{C}_p^A \cdot \mu_p^A + \bar{C}^{AA} \cdot \mu_p^{AA}) \quad (3.94)$$

s.a :

$$\sum_p [\Delta \bar{Q}_{tie,t}^p(\Delta \bar{v}^A, \Delta \bar{\theta}^A) \cdot \mu_p^A + \Delta \bar{Q}_{tie,t}^p(\Delta \bar{v}^{AA}, \Delta \bar{\theta}^{AA}) \cdot \mu_p^{AA}] = \Delta \bar{Q}_t^A : r_p^A \quad (3.95)$$

$$\sum_p [\Delta \bar{Q}_{tie,t}^p(\Delta \bar{v}^A, \Delta \bar{\theta}^A) \cdot \mu_p^A + \Delta \bar{Q}_{tie,t}^p(\Delta \bar{v}^{AA}, \Delta \bar{\theta}^{AA}) \cdot \mu_p^{AA}] = \Delta \bar{Q}_t^{AA} : r_p^{AA} \quad (3.96)$$

$$\sum_p \mu_p^A + \mu_p^{AA} = 1 : \sigma_p \quad (3.97)$$

$$\mu_p^A, \mu_p^{AA} \geq 0 \quad (3.98)$$

sendo:

$r_p^A, r_p^{AA}, \sigma_p$: Variáveis duais do problema mestre de DW calculadas na iteração p de análise.

μ_p^A, μ_p^{AA} : Variáveis de decisão do problema mestre de DW calculadas na iteração p de análise.

C_p^A, C_p^{AA} : Estimação dos custos individuais de cada área na iteração p .

O conjunto de restrições (3.95)-(3.96) é composto pelas restrições de acoplamento, que são necessárias para coordenar o processo de otimização entre áreas. No processo de cálculo do modelo (3.94)-(3.98), gera-se um conjunto de multiplicadores ou preços (*variáveis duais*), e que é equivalente ao custo marginal de importação/exportação de potência reativa entre as áreas adjacentes (AA).

Para solução do modelo de otimização composto pelo problema mestre (coordenador) e os subproblemas propõe-se um algoritmo de programação linear sucessiva (MANTOVANI, 1995) que consiste na resolução alternada de problemas de fluxo de potência e programação linear de cada subproblema. O procedimento consiste basicamente em especificar os fluxos de potência das fontes fictícias nas barras de fronteira e das variáveis de estado do sistema, através do cálculo de fluxo de potência AC global, com esses valores o problema é resolvido de forma descentralizada utilizando a técnica de decomposição de DW e os resultados de cada subproblema são enviados ao problema mestre que será quem coordena o processo de otimização. Cada iteração de fluxo AC devera ser global, e o processo de otimização termina quando o custo das fontes alocadas calculadas pelo fluxo AC sejam aproximadamente iguais à soma das funções objetivo de cada área. O algoritmo de solução é apresentado no diagrama de blocos da figura 3.5 a continuação:

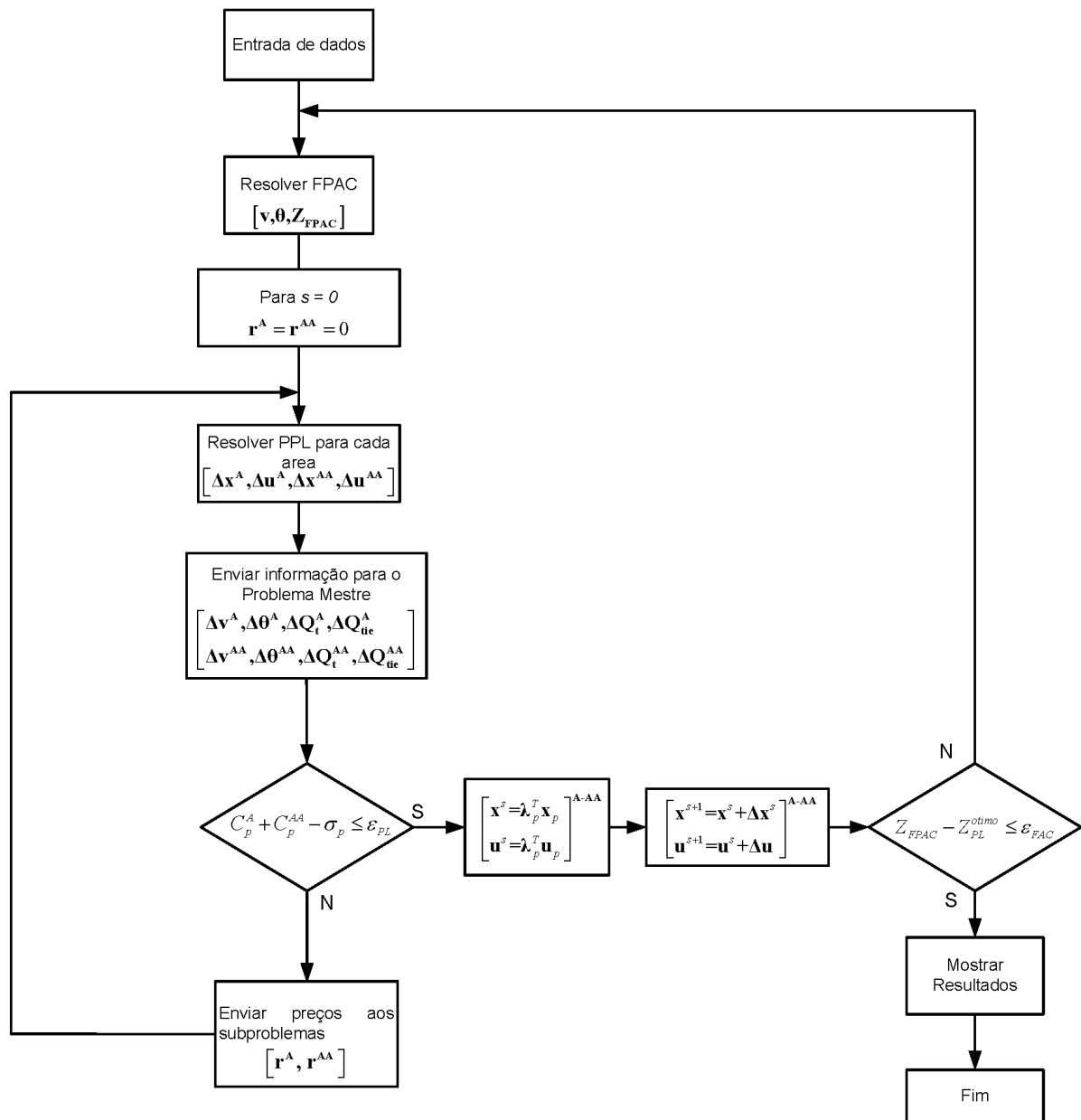


Figura 3.5 - Diagrama de blocos para a solução do problema de Planejamento de Reativos em Sistemas Multi-Área

4 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA E ANÁLISE DE RESULTADOS

4.1 Introdução

A metodologia proposta para a solução descentralizada do problema de planejamento de reativos em sistemas de potência multi-áreas e o cálculo dos custos de alocação de novas fontes de potência reativa foi implementada na linguagem de programação MATLAB 2009Rb com interface no solver CPLEX de GAMS 2.1 para a solução do problema de otimização. Os testes foram realizados utilizando computador PC Centrino 2 com 1 Gb de memória RAM sob o sistema operacional Windows XP.

Os sistemas de potência utilizados nos testes foram: um sistema de três áreas composto por três sistemas teste IEEE de 30 barras (3AIEEE30), um sistema de três áreas composto por três sistemas teste IEEE de 118 barras (3AIEEE118) e um sistema de três áreas composto por três sistemas teste IEEE de 300 barras (3AIEEE300). Os detalhes de cada um destes sistemas testes podem ser vistos em (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 1973). Nos sistemas multi-áreas compostos pelos sistemas IEEE são consideradas três condições de carga (Nominal, Leve e Pesada), sob diferentes cenários de operação (contingência).

4.2 Seleção do Conjunto de Barras Candidatas (sh)

No procedimento proposto neste trabalho para definição do conjunto de barras candidatas à alocação de fontes de potência reativa. Inicialmente processa-se um algoritmo de fluxo de potência AC em que é efetuado um controle de tensão em barras PQ's. Se as barras PQ's durante o processo iterativo de fluxo de potência, apresentam magnitudes de tensão fora dos limites preestabelecidos, estas barras são transformadas em barras PV's e passam a fazer parte do conjunto de barras candidatas, sh .

O próximo passo para definir o conjunto de barras candidatas é realizado no processo iterativo de PL sucessiva, verificam-se os valores das injeções fictícias de reativos (y_{1f} e y_{2f} , $f \in nf$). Se alguma destas variáveis está ativa, significa que o problema é infactível e na iteração seguinte as barras com injeções fictícias passam a fazer parte do conjunto de candidatas, sh . Este segundo passo é considerado um processo de refinamento do conjunto de barras candidatas, uma vez que se nas iterações do fluxo AC alguma barra não foi considerada, com certeza ela vai aparecer no conjunto de variáveis fictícias.

Na análise dos resultados obtidos com estes sistemas, os custos totais para cada cenário de operação, são os custos de alocação de novas fontes reativas em cada cenário sob estudo. Os custos das fontes reativas alocadas no cenário sob análise e que foram alocadas na simulação de outros cenários

anteriores são considerados iguais a zero.

Para a análise adota-se que a capacidade de geração de potência reativa dos capacitores e reatores existentes e a serem alocados e os taps dos transformadores podem ajustar-se de forma contínua.

Também é realizada uma análise dos resultados obtidos em cada caso com a metodologia proposta.

Nas seções a seguir, apresentam-se os resultados obtidos para cada sistema multi-área operando sob diferentes cenários e contingências. Além disso, os resultados são apresentados para cada caso em tabelas e figuras e consistem basicamente as barras candidatas, os perfis das magnitudes das tensões, potência reativa a ser alocada em cada área e a potência reativa importada ou exportada das áreas vizinhas através das linhas de interconexão, custos de alocação de novas fontes de potência reativa, número de problemas de Programação Linear Sucessiva (PLS) e de Dantzig-Wolfe (DW) resolvidos para a solução dos sistemas multi-área considerados nas diferentes condições de operação e contingências.

4.3 Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE30

Este sistema multi-área composto (3AIEEE30) consiste de 18 geradores, 90 barras, 129 linhas de transmissão, 12 transformadores com mudança automática de tap sob carga com tap mínimo e máximo de 0,9 e 1,1 p.u e 6 compensadores estáticos nas barras 110, 124, 210, 224, 310, 324.

As condições para os testes com esse sistema foram:

- Três níveis de carga:
 - Nominal
 - Leve: 85% da carga nominal.
 - Pesada: 115% da carga nominal.
- Contingência para cada um dos três níveis de carga:
 - Retirada da linha 201-202 - Área A2.
- Limites mínimo e máximo das tensões entre $[0,95 - 1,05]$ p.u.
- Limites mínimo e máximo para variação de taps entre $[0,9 - 1,1]$ p.u.
- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (*sh*), e que também fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (*tl*) em cada área $[0 - 50]$ MVar.

- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (sh), e que não fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (tl) em cada área $[0 - 100]$ MVar.
- Fontes reativas existentes no sistema e taps de transformadores considerados como variáveis de controle.
- Fontes reativas existentes no sistema, taps de transformadores e fontes a serem alocadas são consideradas como variáveis contínuas.
- Os custos variáveis associados à instalação de novas fontes reativas foram adotados iguais a 1\$/MVar para todas as barras do conjunto de candidatas sh .
- Área A1 é considerada como a área *slack* do sistema interconectado.

As barras que formam parte do conjunto de candidatas (sh) e que foram obtidas da simulação do sistema multi-área considerando todas as barras como sendo de tensão controlada (PV's), são: $sh = \{101, 102, 105, 108, 111, 113, 130, 201, 202, 205, 208, 211, 213, 230, 101, 302, 305, 308, 311, 313, 330\}$. Este conjunto de barras candidatas foi considerado para a simulação de todos os cenários de operação deste sistema.

Na tabela 4.1 estão os parâmetros das linhas de interconexão entre as áreas e as barras de fronteira (tl).

Tabela 4.1 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Parâmetros das linhas de interconexão.

Barra_A	Barra_{AA}	$r[p.u]$	$x[p.u]$	$b[p.u]$
108	215	0,05700	0,07370	0,03680
128	205	0,01320	0,03790	0,02840
116	302	0,04720	0,07830	0,04180
102	314	0,03810	0,01630	0,03740
202	328	0,01190	0,02140	0,01900
220	308	0,04600	0,01600	0,02040

A configuração física do sistema multi-área 3AIEEE30 operando sob diferentes cenários e contingências é ilustrada na figura 4.1.

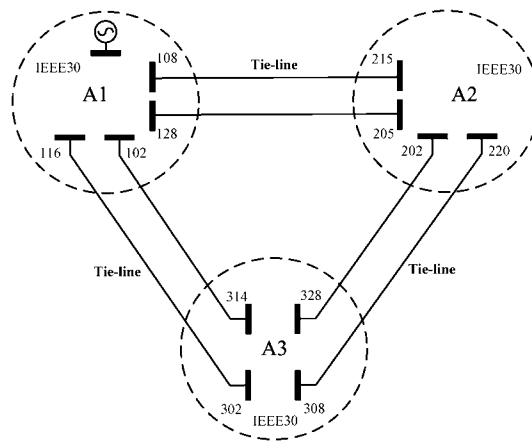


Figura 4.1 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.

Onde a área *A1* é considerada a área *slack*, e o sistema de cada área está interconectado com o sistema da área vizinha através de duas linhas de interconexão.

4.3.1 Testes realizados sem considerar contingência

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes às três condições de carga sob o cenário de operação sem contingência, são mostrados na tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Sem Contingência - Posições dos taps dos transformadores.

Sem Contingência					
Área	Barra	Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada	
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	106	109	0,909076	0,901068	0,912091
	106	110	0,905099	0,907095	0,919099
	104	112	1,015596	0,970771	1,032784
	127	128	0,903064	0,900064	0,915064
A2	206	209	0,904059	0,902063	0,931073
	206	210	0,901099	0,906097	0,925089
	204	212	1,009628	0,955946	1,022600
	227	228	0,904064	0,907164	0,996490
A3	306	309	0,915042	0,903044	0,912091
	306	310	0,901099	0,903454	0,990909
	304	312	0,952879	0,904116	0,990850
	327	328	0,909064	0,902124	0,940906

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de carga e sem contingência, além do número de problemas de PL sucessiva e de Dantzig-Wolfe que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes.

Área	Barra	Sem Contingência		
		Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	102	-	-	0,076
	108	-	-	0,102
A2	202	-	-	0,084
	208	-	-	0,112
A3	302	-	-	0,102
	308	-	-	0,133
PLS's		1	1	14
DW's		1	1	18

4.3.2 Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 201-202 - Área A2

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes as três condições de carga sob o cenário de operação devido a contingência # 1 são mostrados na tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Posições dos taps dos transformadores.

Contingência # 1					
Área	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	106	109	0,907056	0,900765	0,941017
	106	110	0,905139	0,901095	0,991023
	104	112	1,025012	0,930167	1,073865
	127	128	0,901004	0,906014	0,931208
A2	206	209	0,908019	0,908087	0,911010
	206	210	0,903094	0,900067	0,945107
	204	212	1,016918	0,923065	1,084060
	227	228	0,902016	0,903821	0,989234
A2	306	309	0,931087	0,909014	0,919760
	306	310	0,908054	0,901056	0,978310
	304	312	0,929719	0,904106	0,992582
	327	328	0,915003	0,905723	0,968043

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de carga considerando a contingência # 1, além do número de problemas de PL sucessiva e de Dantzig-Wolfe que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.

Contingência # 1				
Área	Barra	Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
		$qc^{alloc}[p, u]$	$qc^{alloc}[p, u]$	$qc^{alloc}[p, u]$
A1	102	0,212	-	0,096
	108	0,201	-	0,112
A2	202	0,389	-	0,500
	205	0,210	-	0,500
	208	0,226	-	0,370
	213	-	-	0,298
A3	302	0,287	-	0,108
	308	0,195	-	0,135
PLS's		10	1	19
DW's		15	1	27

Os déficits de potência reativa após alocação local em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Assim a área A importa (-) da área AA a través da linha de interconexão

entre as barras k e m localizadas nas áreas A e AA respectivamente, ou com o sinal (+) se for o contrário, ou seja a área A exporta até a área AA . Estes valores são mostrados na tabela 4.6 para os três níveis de carga considerando a contingência # 1.

Tabela 4.6 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada.

Contingência # 1				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
128	205	-	-	0,106
202	328	-	-	-0,183

Também são calculados os custos de operação em cada cenário de operação do sistema. Estes valores são mostrados na tabela 4.7

Tabela 4.7 - Sistema Multi-Área 3AIEEE30 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.

Área	Custos de Operação por Cenário [US\$]		Custos de Operação Total
	Sem Contingência	Contingência #1	
A1	17,8	62,1	62,1
A2	19,6	278,2	278,2
A3	23,5	72,5	72,5
Total	60,9	412,8	412,8

4.4 Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE118

Este sistema multi-área composto (3AIEEE118) consiste de 159 geradores, 354 barras, 564 linhas de transmissão, 27 transformadores com mudança automática de tap sob carga com tap mínimo e máximo de 0,9 e 1,1 p.u e 42 compensadores estáticos nas barras 1005, 1034, 1037, 1044, 1045, 1046, 1048, 1074, 1079, 1082, 1083 1105, 1107, 1110, 2005, 2034, 2037, 2044, 2045, 2046, 2048, 2074, 2079, 2082, 2083 2105, 2107, 2110, 3005, 3034, 3037, 3044, 3045, 3046, 3048, 3074, 3079, 3082, 3083 3105, 3107, 3110.

As condições para os testes como esse sistema foram:

- Três níveis de carga:
 - Nominal
 - Leve: 85% da carga nominal.

- Pesada: 115% da carga nominal.
- Contingências para cada um dos três níveis de carga:
 - Retirada da linha: 2065-2068 - Área A2.
 - Retirada de uma das linhas: 1089-1092 - Área A1.
 - Retirada do transformador entre as barras: 3005-3008 - Área A3.
 - Retirada da linha: 2026-2030 - Área A2.
- Limites mínimo e máximo das tensões entre $[0.95 - 1.05]$ p.u.
- Limites mínimo e máximo para variação de taps entre $[0.9 - 1.1]$ p.u.
- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (*sh*), e que também fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (*tl*) em cada área $[0 - 50]$ MVar.
- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (*sh*), e que não fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (*tl*) em cada área $[0 - 100]$ MVar.
- Fontes reativas existentes no sistema e taps de transformadores considerados como variáveis de controle.
- Fontes reativas existentes no sistema, taps de transformadores e fontes a serem alocadas são consideradas como variáveis contínuas.
- Os custos variáveis associados à instalação de novas fontes reativas foram adotados iguais a 1\$/MVar para todas as barras do conjunto de candidatas *sh*.
- Área A1 é considerada como a área *slack* do sistema interconectado.

As barras que fazem parte do conjunto de candidatas (*sh*) e que foram obtidas da simulação do sistema multi-área considerando todas as barras como sendo de tensão controlada (PV's), são: *sh* = {1008, 1012, 1021, 1031, 1035, 1049, 1056, 1060, 1071, 1076, 1085, 1094, 2008, 2012, 2021, 2031, 2035, 2049, 2056, 2060, 2071, 2076, 2085, 2094, 3008, 3012, 3021, 3031, 3035, 3049, 3056, 3060, 3071, 3076, 3085, 3094,}. Este conjunto de barras candidatas foi considerado para a simulação de todos a cenários de operação deste sistema.

Na tabela 4.8 mostram-se os parâmetros das linhas de interconexão entre as áreas e as barras de fronteira (*tl*).

Tabela 4.8 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Parâmetros das linhas de interconexão.

Barra_k	Barra_m	$r[p.u]$	$x[p.u]$	$b[p.u]$
1116	2071	0,02610	0,07030	0,09225
1094	2004	0,03906	0,08130	0,02389
2085	3001	0,01235	0,07580	0,02385
2116	3094	0,04260	0,05052	0,08525
1001	3085	0,01328	0,06123	0,02514
1076	3004	0,01560	0,05740	0,05201

A configuração física do sistema multi-área 3AIEEE118 operando sob diferentes cenários e contingências ilustra-se na figura 4.2.

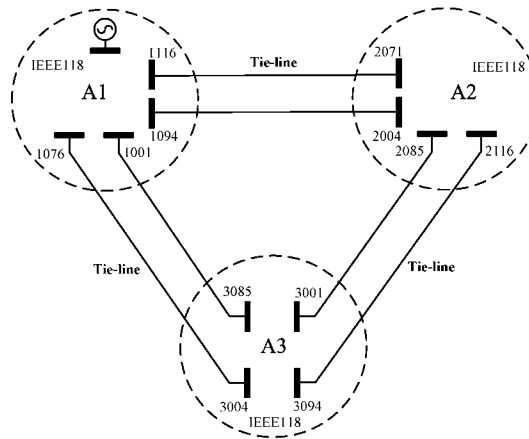


Figura 4.2 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.

Onde a área *A1* é considerada a área *slack*, e o sistema de cada área está interconectado com o sistema da área vizinha através de duas linhas de interconexão.

4.4.1 Testes realizados sem considerar contingência

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes às três condições de carregamento sob o cenário de operação sem contingência são mostrados na tabela 4.9.

Tabela 4.9 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Posições dos taps dos transformadores.

Área	Sem Contingência				
	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	1008	1005	1,035515568	1,03628071	1,05701416
	1026	1025	1,011066667	1,02106667	1,09113337
	1030	1017	0,960687728	0,99752279	0,90910593
	1038	1037	1,021062854	1,06108489	0,90906019
	1063	1059	0,909045397	0,90912595	1,08525125
	1064	1061	1,055496902	1,05175736	1,08103806
	1065	1066	1,046089448	1,07033816	1,04115500
	1068	1069	1,011074299	1,03113210	1,07115806
	1081	1080	1,058394157	1,06161240	1,05729192
A2	2008	2005	1,041131247	1,01113224	0,90909990
	2026	2025	1,020102147	1,05103339	1,05411741
	2030	2017	1,051066667	1,08106667	1,06106667
	2038	2037	0,909069167	0,90913006	0,90904809
	2063	2059	1,084365128	1,06753503	1,08520925
	2064	2061	1,021118717	1,07111872	1,02110725
	2065	2066	1,041145674	1,05112972	1,05107349
	2068	2069	1,077339608	1,05902866	1,05891986
	2081	2080	1,021150692	1,03114955	1,07783441
A3	3008	3005	0,909133464	0,90905955	0,90909652
	3026	3025	1,051066667	1,07106667	1,03106667
	3030	3017	0,909050448	0,90910564	0,90906439
	3038	3037	1,031109481	1,05113104	1,07831265
	3063	3059	1,061118717	1,02111872	1,06111872
	3064	3061	1,081080749	1,01107217	1,01110745
	3065	3066	0,909102562	0,91573316	0,98498039
	3068	3069	0,919538797	0,92708550	1,06111775
	3081	3080	0,988783938	0,97603798	0,99005264

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas e sem contingência, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso, são mostrados na tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes

Área	Barra	Sem Contingência		
		Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	1071	-	-	0,415
	1076	-	-	0,382
	1085	-	-	0,402
A2	2071	-	-	0,500
	2076	-	-	0,718
	2085	-	-	0,500
A3	3071	-	-	0,382
	3076	-	-	0,621
	3085	-	-	0,393
PLS's		1	1	27
DW's		1	1	35

Os déficits de potencia reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade como já foi mencionado anteriormente. Os valores são mostrados na tabela 4.11 para os três níveis de cargas e sem contingência.

Tabela 4.11 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Sem Contingência - Potência Reativa importada/exportada.

		Sem Contingência		
k^A	Barra m^{AA}	Carga Nominal $Q_t[p.u]$	Carga Leve $Q_t[p.u]$	Carga Pesada $Q_t[p.u]$
1116	2071	-	-	0,062
2085	3001	-	-	-0,085

4.4.2 Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 2065-2068 - Área A2

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação devido a contingência # 1 são mostrados na tabela 4.12.

Tabela 4.12 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Posições dos taps dos transformadores.

Contingência # 1					
Área	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	1008	1005	1.044464416	1.04096700	1.06436123
	1026	1025	1.011114658	1.01110216	0.90905518
	1030	1017	1.094828152	1.09898601	0.90913476
	1038	1037	1.061066667	1.07106667	1.04106667
	1063	1059	0.909099743	0.90913522	0.90911469
	1064	1061	1.024914515	1.02463297	1.07110356
	1065	1066	0.958323368	0.97270894	1.03111872
	1068	1069	1.021097979	0.99989720	1.06108806
	1081	1080	1.036575159	1.03808405	1.04624785
A2	2008	2005	1.056085613	1.05106813	0.90909722
	2026	2025	0.909110846	0.90908327	0.92031485
	2030	2017	1.031066667	1.03106667	1.07106667
	2038	2037	0.909092864	0.90905352	0.90912843
	2063	2059	1.101066206	1.10139787	1.10431647
	2064	2061	1.081118717	1.02111872	1.03211872
	2065	2066	1.026645021	0.91930731	1.07002934
	2068	2069	1.077222431	1.07719085	1.04718028
	2081	2080	1.051144866	1.06110524	0.90905483
A3	3008	3005	0.901912293	0.90912282	0.90908694
	3026	3025	1.071066667	1.04106667	1.08106667
	3030	3017	0.909086675	0.90909610	0.90913922
	3038	3037	1.090681031	1.08946351	1.02112402
	3063	3059	1.051118717	1.06111872	1.08113977
	3064	3061	1.061088652	0.98004697	1.07115602
	3065	3066	0.909104801	0.90907287	1.09116108
	3068	3069	0.952230079	0.97818602	1.09112843
	3081	3080	1.060244903	1.06203691	1.08113780

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas considerando a contingência # 1, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.

Contingência # 1				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	1071	-	-	0,417
	1076	0,219	-	0,421
	1085	-	-	0,412
A2	2071	-	-	0,500
	2076	0,386	-	0,720
	2085	-	-	0,500
	2094	-	-	0,624
A3	3071	-	-	0,389
	3076	0,227	-	0,645
	3085	-	-	0,398
PLS's		18	1	22
DW's		23	1	30

Os déficits de potência reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados são mostrados na tabela 4.14 para os três níveis de cargas considerando a contingência # 1.

Tabela 4.14 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada

Contingencia # 1				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
1116	2071	-	-	0,114
2085	3001	-	-	-0,165

4.4.3 Testes realizados considerando a contingência # 2: Retirada de uma das linhas 1089-1092 - Área A1

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação devido a contingência # 2 são mostrados na tabela 4.15.

Tabela 4.15 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Posições dos taps dos transformadores.

Contingência # 2					
Área	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	1008	1005	1.03546107	1.03625510	1.05711596
	1026	1025	1.01106667	1.02106667	1.61113994
	1030	1017	0.96753154	0.99140303	0.90905789
	1038	1037	1.07113853	1.07112291	0.90904164
	1063	1059	0.90912937	0.90904602	1.08519558
	1064	1061	1.07203580	1.05089564	1.08107445
	1065	1066	1.04697755	1.06474477	1.09109483
	1068	1069	1.03113550	1.03114349	1.07813107
	1081	1080	1.05833490	1.06253335	1.04812389
A2	2008	2005	1.08112344	1.07111140	0.90909210
	2026	2025	1.07944274	1.06111486	0.92546651
	2030	2017	1.05106667	1.09110667	1.08106667
	2038	2037	0.90908950	0.90191007	0.90907770
	2063	2059	1.06549477	1.06717101	1.07934556
	2064	2061	1.03111872	1.07111187	1.06514419
	2065	2066	1.08112852	1.08111017	1.07109814
	2068	2069	1.07751715	1.05909120	1.05772632
	2081	2080	1.06111166	1.02111130	1.06162400
A3	3008	3005	0.90908994	0.90911825	0.90906060
	3026	3025	1.07106667	1.07110667	1.09106667
	3030	3017	0.90910150	0.90908651	0.90911583
	3038	3037	1.01113916	1.07111247	1.07739906
	3063	3059	1.04111872	1.05111187	1.05111872
	3064	3061	1.07111168	1.06110780	1.07107611
	3065	3066	0.90913711	0.91021589	0.98481416
	3068	3069	0.91888631	0.92550863	1.08108249
	3081	3080	0.98802667	0.97609041	0.99465702

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas considerando a contingência # 2, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.16.

Tabela 4.16 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Propostas de alocação de novas fontes.

Contingência # 2				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{aloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{aloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{aloc}[p, u]$
A1	1071	-	-	0,448
	1076	0,219	-	0,500
	1085	0,388	-	0,442
	1094	-	-	0,500
A2	2071	-	-	0,432
	2076	0,386	-	0,520
	2085	0,452	-	0,500
A3	3071	-	-	0,388
	3076	0,227	-	0,430
	3085	0,347	-	0,402
PLS's		20	1	32
DW's		23	1	45

Os déficits de potência reativa após alocação local em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados são mostrados na tabela 4.17 para os três níveis de carga considerando a contingência # 2.

Tabela 4.17 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 2 - Potência Reativa importada/exportada.

Contingência # 2				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
2085	3001	-	-	-0,147
1076	3004	-	-	-0,195

4.4.4 Testes realizados considerando a contingência # 3: Retirada do transformador 3005-3008 - Área A3

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação devido a contingência # 3 são mostrados na tabela 4.18.

Tabela 4.18 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Posições dos taps dos transformadores.

Contingência # 3					
Área	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	1008	1005	1.045976513	0.98659130	1.0230012
	1026	1025	1.08106143	0.92106667	1.0780819
	1030	1017	0.90905248	1.05295761	1.0111517
	1038	1037	1.02114124	1.01110667	0.9091393
	1063	1059	0.90910184	0.95357615	1.0310666
	1064	1061	1.06111872	1.06110667	0.9090472
	1065	1066	1.03106737	0.90290965	1.0781879
	1068	1069	1.07110572	1.05261176	1.0710948
	1081	1080	1.04897429	1.54111091	1.0410723
A2	2008	2005	1.01042891	1.01312874	1.0932120
	2026	2025	1.04111872	1.03172794	1.0659407
	2030	2017	1.09106667	1.06103747	1.0610962
	2038	2037	0.90904475	0.94852385	0.9090800
	2063	2059	1.09879727	1.08310667	1.0210666
	2064	2061	1.01111872	0.90921295	0.9090661
	2065	2066	1.05110187	1.07379544	1.0786703
	2068	2069	1.07712708	1.07111187	1.0511187
	2081	2080	1.07109481	0.96230553	1.0111570
A3	3026	3025	1.09106667	1.08111184	1.0573319
	3030	3017	0.90910220	0.90790912	0.9090826
	3038	3037	1.08767925	1.08710667	1.0911187
	3063	3059	1.05111872	0.90921284	0.9090952
	3064	3061	1.06107872	1.08206110	1.0047452
	3065	3066	0.90185401	1.05110818	1.0849067
	3068	3069	0.91450561	0.99367518	1.0211187
	3081	3080	1.07802667	0.93076109	1.0611271

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas considerando a contingência # 3, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.19.

Tabela 4.19 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Propostas de alocação de novas fontes.

Contingência # 3				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	1071	-	-	0,448
	1076	0,219	-	0,478
	1085	-	-	0,472
A2	2071	-	-	0,500
	2076	0,386	-	0,320
	2085	-	-	0,377
A3	3012	-	-	0,498
	3021	-	-	0,179
	3071	-	-	0,427
	3076	0,289	-	0,286
	3085	-	-	0,500
	3094	-	-	0,255
PLS's		17	1	37
DW's		19	1	31

Os déficits de potência reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados são mostrados na tabela 4.20 para os três níveis de cargas considerando a contingência # 3.

Tabela 4.20 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 3 - Potência Reativa importada/exportada.

Contingência # 3				
Barra k^A m^{AA}		Carga Nominal $Q_t[p.u]$	Carga Leve $Q_t[p.u]$	Carga Pesada $Q_t[p.u]$
1116	2071	-	-	0,171
1001	3085	-	-	0,135

4.4.5 Testes realizados considerando a contingência # 4: Retirada da linha 2026-2030 - Área A2

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação devido a contingência # 4 são mostrados na tabela 4.21.

Tabela 4.21 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Posições dos taps dos transformadores.

Área	Contingência # 4				
	Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
	k	m	tap_{km}	tap_{km}	tap_{km}
A1	1008	1005	1.04213363	1.04249289	1.04425701
	1026	1025	0.97802951	1.01548602	1.03112940
	1030	1017	0.94408773	0.99629234	0.90905427
	1038	1037	1.01718926	1.11107369	0.90911538
	1063	1059	0.90913880	0.90910240	1.04113645
	1064	1061	1.06420311	1.06639174	1.09066946
	1065	1066	1.04120971	1.06799283	1.07111872
	1068	1069	1.09111590	1.01111911	1.06107757
	1081	1080	1.02068498	1.02086387	1.04581810
A2	2008	2005	0.90905770	0.90907088	0.90908444
	2026	2025	1.07111122	1.07110423	0.98377887
	2030	2017	1.02110667	1.03106667	1.07106667
	2038	2037	0.90921407	0.90910877	0.90908225
	2063	2059	1.06268287	1.06457010	1.08424473
	2064	2061	1.03111187	1.06111872	1.03111872
	2065	2066	1.04110767	0.99834139	1.09111099
	2068	2069	1.01296009	1.04221426	1.02081422
	2081	2080	1.09025573	1.04114296	0.90904916
A3	3008	3005	0.90910809	0.90909322	1.07727158
	3026	3025	1.08110667	1.04106667	1.01106667
	3030	3017	0.91091375	0.90906795	0.90907664
	3038	3037	1.08116136	1.08227570	1.08611423
	3063	3059	1.08111187	1.02111872	1.05111872
	3064	3061	1.05111246	1.06111429	1.06106913
	3065	3066	0.91418819	0.94214750	0.97411422
	3068	3069	0.93424321	0.94186090	1.03112843
	3081	3080	0.90960456	0.98390225	1.03163295

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas considerando a contingência # 4, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.22.

Tabela 4.22 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Propostas de alocação de novas fontes de potência reativa para os três níveis de cargas.

Contingência # 4				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	1071	-	-	0,415
	1076	0,219	-	0,432
	1085	-	-	0,402
A2	2021	-	-	0,362
	2071	-	-	0,500
	2076	0,386	-	0,722
	2085	-	-	0,500
	2094	-	-	0,481
A3	3071	-	-	0,682
	3076	0,289	-	0,621
	3085	-	-	0,397
PLS's		15	1	30
DW's		17	1	33

Os déficits de potência reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados são mostrados na tabela 4.23 para os três níveis de cargas considerando a contingência # 4.

Tabela 4.23 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 4 - Potência Reativa importada/exportada.

Contingência # 4				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
1116	2071	-	-	0,113
2085	3001	-	-	-0,122

Os custos de operação calculados em cada cenário de operação do sistema, são mostrados na tabela 4.24

Tabela 4.24 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.

Área	Custos de Operação por Cenário [US\$]					Custos de Operação Total
	Sem Contingência	Contingência				
		#1	#2	#3	#4	
A1	119,9	146,9	269,2	161,7	214,3	269,2
A2	318,8	552,0	243,7	175,4	530,1	552,0
A3	139,6	165,9	114,3	256,9	199,8	256,9
Total	578,3	864,9	627,2	594,0	944,2	1078,1

4.5 Resultados Obtidos com o Sistema Multi-Área 3AIEEE300

Este sistema multi-área composto (3AIEEE300) consiste de 204 geradores, 900 barras, 1233 linhas de transmissão, 150 transformadores com mudança automática de tap sob carga com tap mínimo e máximo de 0,9 e 1,1 p.u e 42 compensadores estáticos nas barras 1096, 1099, 1133, 1143, 1145, 1152, 1158, 1169, 1210, 1217, 1219 1227, 1268, 1283, 2096, 2099, 2133, 2143, 2145, 2152, 2158, 2169, 2210, 2217, 2219, 2227, 2268, 2283, 3096, 3099, 3133, 3143, 3145, 3152, 3158, 3169, 3210, 3217, 3219, 3227, 3268, 3283.

As condições para os testes com esse sistema foram:

- Três níveis de carga:
 - Nominal
 - Leve: 85% da carga nominal.
 - Pesada: 115% da carga nominal.
- Contingência para cada um dos três níveis de carga:
 - Retirada da linha: 2001-2003 - Área A2.
- Limites mínimo e máximo das tensões entre [0.95 – 1.05] p.u.
- Limites mínimo e máximo para variação de taps entre [0.9 – 1.1] p.u.

- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (sh), e que também fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (tl) em cada área $[0 - 100]$ MVar.
- Limites mínimo e máximo das fontes de reativos a serem alocadas nas barras do conjunto de candidatas (sh), e que não fazem parte do conjunto de barras de fronteiras (tl) em cada área $[0 - 100]$ MVar.
- Fontes reativas existentes no sistema e taps de transformadores considerados como variáveis de controle.
- Fontes reativas existentes no sistema, taps de transformadores e fontes a serem alocadas são consideradas como variáveis contínuas.
- Os custos variáveis associados à instalação de novas fontes reativas foram adotados iguais a 1\$/MVar para todas as barras do conjunto de candidatas sh .
- Área A1 é considerada como a área *slack* do sistema interconectado.

As barras que formam parte do conjunto de candidatas (sh) e que foram obtidas da simulação do sistema multi-área considerando todas as barras como sendo de tensão controlada (PV's), são: $sh = \{1008, 1010, 1019, 1031, 1055, 1063, 1069, 1076, 1077, 1080, 1088, 1097, 1098, 1099, 1100, 1103, 1104, 1117, 1120, 1122, 1125, 1126, 1128, 1132, 1133, 1135, 1145, 1149, 1150, 1152, 1155, 1156, 1157, 1158, 1164, 1165, 1166, 1169, 1170, 1171, 1177, 1192, 1199, 1200, 1201, 1206, 1209, 1212, 1215, 1217, 1218, 1220, 1221, 1222, 1245, 1247, 1248, 1249, 1250, 1251, 1252, 1253, 1254, 1255, 1256, 1258, 1259, 1260, 1261, 1262, 1263, 1264, 1265, 1267, 1268, 1269, 1280, 1282, 1287, 1292, 1294, 1295, 1296, 2008, 2010, 2019, 2031, 2055, 2063, 2069, 2076, 2077, 2080, 2088, 2097, 2098, 2099, 2100, 2103, 2104, 2117, 2120, 2122, 2125, 2126, 2128, 2132, 2133, 2135, 2145, 2149, 2150, 2152, 2155, 2156, 2157, 2158, 2164, 2165, 2166, 2169, 2170, 2171, 2177, 2192, 2199, 2200, 2201, 2206, 2209, 2212, 2215, 2217, 2218, 2220, 2221, 2222, 2245, 2247, 2248, 2249, 2250, 2251, 2252, 2253, 2254, 2255, 2256, 2258, 2259, 2260, 2261, 2262, 2263, 2264, 2265, 2267, 2268, 2269, 2280, 2282, 2287, 2292, 2294, 2295, 2296, 3008, 3010, 3019, 3031, 3055, 3063, 3069, 3076, 3077, 3080, 3088, 3097, 3098, 3099, 3100, 3103, 3104, 3117, 3120, 3122, 3125, 3126, 3128, 3132, 3133, 3135, 3145, 3149, 3150, 3152, 3155, 3156, 3157, 3158, 3164, 3165, 3166, 3169, 3170, 3171, 3177, 3192, 3199, 3200, 3201, 3206, 3209, 3212, 3215, 3217, 3218, 3220, 3221, 3222, 3245, 3247, 3248, 3249, 3250, 3251, 3252, 3253, 3254, 3255, 3256, 3258, 3259, 3260, 3261, 3262, 3263, 3264, 3265, 3267, 3268, 3269, 3280, 3282, 3287, 3292, 3294, 3295, 3296, \}$. Este conjunto de barras candidatas foi considerado para a simulação de todos a cenários de operação deste sistema.

Na tabela 4.25 mostram-se os parâmetros das linhas de interconexão entre as áreas e as barras de fronteira (tl).

Tabela 4.25 - Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Parâmetros das linhas de interconexão.

Barra_k	Barra_m	$r[p.u]$	$x[p.u]$	$b[p.u]$
1033	2088	0,02610	0,07030	0,09225
1055	2021	0,03906	0,08130	0,02389
2282	3295	0,01235	0,07580	0,02385
2275	3282	0,04260	0,05052	0,08525
1265	3150	0,01328	0,06123	0,02514
1282	3100	0,01560	0,05740	0,05201

A configuração física do sistema multi-área 3AIEEE300 operando sob diferentes cenários e contingências ilustra-se na figura 4.3.

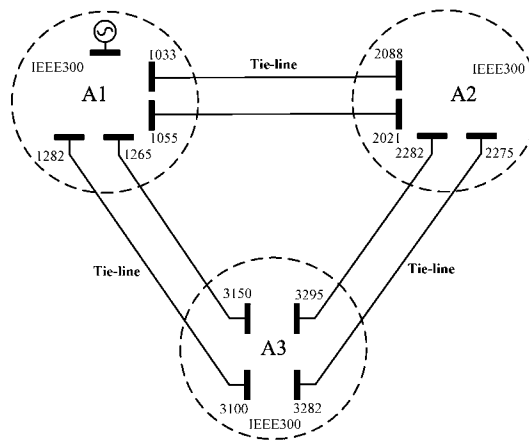


Figura 4.3 - Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Diagrama Unifilar de interconexão entre áreas.

Onde a área $A1$ é considerada a área *slack*, e o sistema de cada área está interconectado com o sistema da área vizinha através de duas linhas de interconexão.

4.5.1 Testes realizados sem considerar contingência

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos ficaram dentro dos limites mínimo e máximo preestabelecidos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação sem contingência.

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis

de carga e sem contingência, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso, são mostrados na tabela 4.26

Tabela 4.26 - Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Sem Contingência - Propostas de alocação de novas fontes.

Sem Contingência				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{alloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{alloc}[p, u]$
A1	1055	-	-	0,576
	1088	-	-	0,256
	1097	-	-	0,210
	1104	-	-	0,263
	1149	0,187	-	0,387
	1150	-	-	0,750
	1157	0,328	-	0,382
	1171	-	-	0,736
	1245	-	-	0,350
A2	2055	-	-	0,410
	2088	-	-	1,000
	2097	-	-	0,700
	2104	-	-	0,263
	2149	0,250	-	0,387
	2150	-	-	0,750
	2157	0,489	-	0,382
	2171	-	-	0,736
A3	3055	-	-	0,312
	3088	-	-	0,525
	3097	-	-	0,212
	3104	-	-	0,670
	3149	0,216	-	0,567
	3150	-	-	1,000
	3157	0,396	-	0,109
	3171	-	-	0,420
PLS's		25	1	41
DW's		32	1	62

Os déficits de potência reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados, são mostrados na tabela 4.27 para os três níveis de carga e sem contingência.

Tabela 4.27 - Sistema Multi-Área 3AIEEE300 - Sem Contingência - Potência Reativa importada/exportada.

Sem Contingência				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
1033	2088	-	-	0,123
1265	3150	-	-	0,270

4.5.2 Testes realizados considerando a contingência # 1: Retirada da linha 2001-2003 - Área A2

Os valores dos taps dos transformadores após o despacho ótimo de reativos ficaram dentro do limite mínimo e máximo preestabelecidos, correspondentes as três condições de carregamento sob o cenário de operação devido a contingência # 1.

As propostas de investimento de novas fontes de potência reativa para cada área para os três níveis de cargas considerando a contingência # 1, além do número de problemas de PLS e de DW que foram resolvidos para cada caso são mostrados na tabela 4.28.

Tabela 4.28 - Sistema Multi-Área 3AIEEE118 - Contingência # 1 - Propostas de alocação de novas fontes.

Contingência # 1				
Área	Barra	Carga Nominal $qc^{aloc}[p, u]$	Carga Leve $qc^{aloc}[p, u]$	Carga Pesada $qc^{aloc}[p, u]$
A1	1055	-	-	0,687
	1088	-	-	0,256
	1097	-	-	0,210
	1104	-	-	0,263
	1149	0,287	-	0,787
	1150	-	-	0,780
	1157	0,328	-	0,682
	1171	-	-	0,836
	1245	-	-	0,370
	1252	-	-	0,682
	1260	-	-	0,621
	1282	-	-	0,393
A2	2055	-	-	0,492
	2088	-	-	1,000
	2097	-	-	0,472
	2104	-	-	0,790
	2149	0,270	-	0,712
	2150	-	-	0,581
	2157	0,350	-	0,532
	2171	-	-	0,921
	2245	-	-	0,368
	2252	-	-	0,531
	2260	-	-	0,621
	2282	-	-	0,700
A3	3055	-	-	0,312
	3088	-	-	0,525
	3097	-	-	0,212
	3104	-	-	0,670
	3149	0,280	-	0,567
	3150	-	-	1,000
	3157	0,396	-	0,109
	3171	-	-	0,420
	3245	-	-	0,393
	3252	-	-	0,382
	3260	-	-	0,621
	3282	-	-	0,393
PLS's		23	1	68
DW's		29	1	45

Os déficits de potência reativa após alocação em cada área são importados das áreas vizinhas que tiveram disponibilidade. Os valores calculados são mostrados na tabela 4.29 para os três níveis de cargas considerando a contingência # 1.

Tabela 4.29 - Sistema Multi-Área 3AIEEEE300 - Contingência # 1 - Potência Reativa importada/exportada.

Contingência # 1				
Barra		Carga Nominal	Carga Leve	Carga Pesada
k^A	m^{AA}	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$	$Q_t[p.u]$
1033	2088	-	-	0,450
1265	3150	-	-	0,213

Os custos de operação calculados em cada cenário de operação do sistema, são mostrados na tabela 4.30

Tabela 4.30 - Sistema Multi-Área 3AIEEEE300 - Custos variáveis associados à instalação de novas fontes em cada cenário de operação.

Área	Custos de Operação por Cenário [US\$]		Custos de Operação Total
	Sem Contingência	Contingência	
		#1	
A1	442,5	718,2	718,2
A2	659,7	879,0	879,0
A3	712,7	649,3	649,3
Total	1814,9	2246,5	2246,5

4.6 Análise dos Resultados

Para os sistemas multi-área 3AIEEEE30, 3AIEEEE118 e 3AIEEEE300 operando nos cenários sem contingência e considerando todas as contingências em cada sistema para os três níveis de cargas (Nominal, Leve e Pesada), os resultados obtidos com relação aos taps de todos os transformadores com mudança de tap sob carga, e as magnitudes das tensões em todas as barras de cada sistema multi-área se encontram dentro do intervalo mínimo e máximo de tap e tensão dados pelas expressões (3.30) e (3.31). Os resultados dos taps são mostrados nas tabelas 4.2, 4.4, 4.9, 4.12, 4.15, 4.18 e 4.21.

4.6.1 Sistema Multi-Área 3AIEEE30

Para o caso no cenário de operação sem considerar contingência e nas condições de carga nominal e leve, constatou-se através do despacho de reativos que as fontes e os controles de tensão existentes no sistema multi-área são suficientes para garantir a operação atendendo todas as restrições preestabelecidas. Os resultados foram encontrados depois de resolver 1 iteração de PLS e 1 iteração de DW para as duas condições de carga, (ver Tabela 4.3).

No mesmo cenário de operação e na condição de carga pesada, após o despacho reativo existia um deficit de $60,9 \text{ MVar}$ de suporte de reativos, após a solução, este deficit foi distribuído de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida suficiente para atender o deficit em cada área, sem a necessidade de compra de potência reativa entre áreas. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 14 iterações de PLS e 18 iterações de DW, (ver Tabela 4.3).

No cenário de operação considerando a contingência # 1 que consiste da retirada da linha 201-202, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de 172 MVar para a operação com carga nominal e um deficit de $232,8 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada. Após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre as varias barras do conjunto de candidatas em cada área e em cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit $28,9 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potencia reativa capacitiva da área A2 através das linhas de interconexão 202-328 e 205-128. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 10 iterações de PLS e 15 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 19 iterações de PLS e 27 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada, (ver Tabelas 4.5, 4.6).

Para o caso da operação na condição de carga leve após o despacho reativo, verificou-se que as fontes e controles de tensão existentes no sistema multi-área são suficientes para garantir a operação atendendo todas a restrições preestabelecidas. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 1 iteração de PLS e 1 iteração de DW, (ver Tabela 4.5).

Portanto, o custo de operação no cenário operando com a contingência, é mais significativo na área A2, pois existe um incremento do valor de aproximadamente 14 vezes o custo operando sem contingência. Este resultado se justifica já que a área A2 é a que sofre a contingência e afeta mais forte no custo de operação com nível de carga pesada, (ver Tabela 4.7)

4.6.2 Sistema Multi-Área 3AIEEE118

Para este caso, na operação sem contingência e nas condições de carga nominal e leve, contatou-se através do despacho de reativos que as fontes e os controles de tensão existentes no sistema multi-área, são suficientes para garantir a operação atendendo todas as restrições preestabelecidas. Os resultados foram encontrados depois de resolver 1 iteração de PLS e 1 iteração de DW para as duas condições de carga, (ver Tabela 4.10).

No cenário de operação considerando o nível de carga pesada, após o despacho reativo existia um deficit de $413,3 \text{ MVar}$ de suporte de reativos, após a solução, este deficit foi distribuído de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida suficiente para atender o deficit nas áreas $A1$ e $A3$, enquanto que para a área $A2$ parte do deficit 147 MVar é atendido pela compra de potência reativa capacitiva desta área às áreas vizinhas através das linhas de interconexão entre as barras 2071-1116 e 2085-3001. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 27 iterações de PLS e 35 iterações de DW, (ver Tabela 4.10).

Para o caso de operação considerando a contingência # 1 que consiste da retirada da linha 2065-2068, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $83,2 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de $502,6 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit $27,9 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potencia reativa capacitiva por parte da área $A2$ através das linhas de interconexão 2071-1116 e 2085-3001. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 18 iterações de PLS e 23 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 22 iterações de PLS e 30 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada. (ver Tabelas 4.13, 4.14).

No cenário de operação considerando a contingência # 2 que consiste da retirada de uma das linhas entre as barras 1089-1092, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $201,9 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de $456,2 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada,

uma parte do deficit $14,7 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A2 através das linhas de interconexão 2085-3001 e outra parte do deficit $19,5 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A1 através das linhas de interconexão 1076-3004. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 20 iterações de PLS e 23 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 32 iterações de PLS e 45 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada, (ver Tabelas 4.16, 4.17).

No cenário de operação considerando a contingência # 3 que consiste da retirada do transformador entre as barras 3005-3008, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $89,4 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de 474 MVar para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit $17,1 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potencia reativa capacitiva por parte da área A2 através das linhas de interconexão 2071-1116 e outra parte do deficit $13,5 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A1 através das linhas de interconexão 1001-3085. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 17 iterações de PLS e 19 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 27 iterações de PLS e 31 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada. (ver Tabelas 4.16, 4.17).

Para o caso de operação considerando a contingência # 4 que consiste da retirada da linha 2026-2030, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $89,4 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de $551,4 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit $23,5 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A2 através das linhas de interconexão 2071-1116 e 2085-3001. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 15 iterações de PLS e 17 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 30 iterações de PLS e 33 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada, (ver Tabelas 4.16, 4.17).

Os custos por cenário de operação, são mostrados na tabela 4.24, onde o custo mais significativo é produzido pela contingência # 4 e que é atendido com maior valor na área A2 já que a área que

sofre a contingência e afeta mais forte no custo de operação com nível de carga pesada.

4.6.3 Sistema Multi-Área 3AIEEE300

Para este sistema no cenário de operação sem contingência, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $186,6 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de $1235,3 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit $12,3 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A2 através das linhas de interconexão 2088-1033 e a outra parte do deficit 27 MVar é atendido pela compra de potencia reativa capacitiva por parte da área A3 através das linhas de interconexão 3150-1265. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 25 iterações de PLS e 32 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 41 iterações de PLS e 62 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada, (ver Tabelas 4.26, 4.27).

No cenário de operação considerando a contingência # 1, nas condições de carga nominal e pesada após o despacho reativo existia um deficit de $191,1 \text{ MVar}$ para a operação com carga nominal e um deficit de $1989,1 \text{ MVar}$ para a operação com carga pesada, após a solução, estes déficits foram distribuídos de maneira ótima entre as várias barras do conjunto de candidatas em cada área e cada caso, sendo a capacidade das fontes de potência reativa previamente definida no caso de operação no nível de carga nominal suficiente para atender o deficit em cada área. Enquanto que para o caso de operação no nível de carga pesada, uma parte do deficit 45 MVar é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A2 através das linhas de interconexão 2088-1033 e a outra parte do deficit $21,3 \text{ MVar}$ é atendido pela compra de potência reativa capacitiva por parte da área A3 através das linhas de interconexão 3150-1265. Estes resultados foram encontrados depois de resolver 23 iterações de PLS e 29 iterações de DW para o caso de operação no nível de carga nominal e 68 iterações de PLS e 45 iterações de DW para a operação no nível de carga pesada, (ver Tabelas 4.28, 4.29).

Os custos por cenário de operação para o sistema multi-área 3A300, são mostrados na tabela 4.30, onde o custo mais significativo que é produzido pela contingência # 1 é atendido com maior valor na área A2 que é a área que sofre a contingência, e afeta mais forte no custo se da na operação com nível de carga pesada.

Os resultados anteriormente apresentados e analisados foram obtidos com pleno êxito e estes foram confirmados através da solução dos problemas utilizando a técnica de solução centralizada que consiste da solução de problemas de PL sucessiva, como era de esperar-se já que a técnica de solução de Dantzig-Wolfe garante que ao final os resultados das variáveis do problema são iguais aos resultados obtidos resolvendo o problema de forma centralizada. No entanto deve-se mencionar que o maior custo na solução do problema de forma descentralizada está no número maior de iterações necessárias para obter os resultados, que se for resolvido de forma centralizada.

5 COMENTARIOS E CONCLUSÕES

Nesta pesquisa apresentou-se uma metodologia eficiente, para a solução do problema de planejamento de reativos em sistemas elétricos de potência multi-área de forma descentralizada, utilizando-se um modelo matemático de programação linear para os subproblemas de cada área e para a solução destes subproblemas de programação linear sucessiva, sendo a solução do problema global coordenada pelo mestre cuja solução baseia-se na decomposição de Dantzig e Wolfe.

A definição do conjunto de barras candidatas em cada região ou área determina a qualidade da solução obtida para cada subproblema, conforme ficou evidente através de testes para sistemas da literatura operando sob diferentes condições de cargas e contingências. Um conjunto de barras candidatas mal elaborado conduz a problemas de planejamento infactíveis ou a soluções economicamente pouco atraentes. Desta forma, as definições do conjunto de barras candidatas devem ser feitas de maneira criteriosa e cuidadosa, através de simulações exploratórias para identificar as barras que apresentam problemas físicos com relação às necessidades de suporte de reativos. Para definir o conjunto de barras candidatas a alocação de novas fontes de potência reativa, buscando torná-lo o mais amplo possível, na metodologia proposta inicialmente as barras selecionadas como candidatas são as barras PVs, e no processo iterativo são inseridas no vetor de barras candidatas as barras que apresentem infactibilidade na solução do problema. Esta técnica melhora o desempenho da metodologia proposta neste trabalho.

O modelo proposto neste trabalho permite desenvolver, com segurança e economia, o problema de planejamento de reativos em sistemas multi-área. Também é uma ferramenta de análise para estudos das condições de operação do sistema para detectar problemas de falta de suporte de reativos, e problemas operacionais, em cada uma das áreas ou regiões independentemente. Os resultados obtidos com os testes efetuados mostram a viabilidade do modelo, que apresenta soluções confiáveis e tecnicamente viáveis. Em todos os testes realizados considerando os diferentes cenários de operação e contingências, a metodologia proposta apresentou desempenho satisfatório, robustez e convergiu para soluções ótimas.

Os resultados obtidos com os sistemas testes da literatura mostram que a técnica de solução proposta é versátil. Além disso, permite determinar soluções ótimas ou otimizadas de boa qualidade, para cada um dos subproblemas que compõem os sistemas testes, permitindo atender o objetivo e o conjunto de restrições físicas, operacionais e de acoplamento entre as áreas do sistema - despacho ótimo de potência reativa, alocação de fontes de potencia reativa nas barras selecionadas como candidatas.

A decomposição do problema de planejamento de reativos em vários subproblemas independentes, isto é, um para cada região, contribui para a redução de problemas computacionais existentes,

para análise de sistemas de grande porte, que envolvem um grande número de variáveis. Também se apresenta como uma possibilidade para o desenvolvimento de uma ferramenta para a análise e para o controle dos sistemas de potência interconectados de grande porte. Além disso, é capaz de detectar os problemas de cada uma das áreas que compõem o sistema elétrico global.

Para desenvolvimentos futuros deste trabalho, propõe-se que devem ser pesquisados e abordados os seguintes itens:

- a) Estudar os principais aspectos envolvidos no problema de planejamento de reativos em sistemas multi-área para propor um modelo que considere além do problema de planejamento de reativos, redução de perdas no sistema global, restrições de segurança e de confiabilidade.
- b) Implementação do controle discreto de taps de transformadores e fontes de potência reativa de capacidade fixa ou bancos.
- c) Analisar a viabilidade de aplicar técnicas de decomposição em programação não linear para resolver o problema de reativos de sistemas multi áreas. Implementar a técnica de decomposição juntamente com a técnica de otimização em programação não linear.
- d) Resolver e implementar uma técnica de decomposição não linear para a resolução do problema de fluxo de carga AC em sistemas multi-área, para tornar o problema linear sucessivo descentralizado.
- e) Para simulação do problema de planejamento de reativos em sistemas multi-área de sistemas de médio e grande porte, desenvolver um modelo de programação assíncrono para ser implementado em arquiteturas distribuídas através de programas de simulação tipo PVM (Parallel Virtual Machine) ou outros programas similares MPI (Message-Passing Interface).

REFERÊNCIAS

- BAKIRTZIS, A. G.; BISKAS, P. N. A decentralized solution to the dc-opf of interconnected power systems. **IEEE Transaction on Power Systems**, New York, v. 18, n. 3, p. 1007–1013, August 2003. [21](#)
- BALDICK, R.; KIM, B. H.; CHASE, C.; LUO, Y. A fast distributed implementation of optimal power flow. **IEEE Transaction on Power Systems**, Texas, v. 14, n. 3, p. 858–864, August 1999. [21](#)
- BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D.; SHETTY, C. M. **Nonlinear programming theory and algorithms**. New Jersey: Wiley Interscience, 2006. 853 p. p. [42](#), [45](#), [54](#), [64](#)
- BISKAS, P. N.; BAKIRTZIS, A. G. Decentralized opf of large multi-area power systems. **IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution**, Greece, v. 153, n. 1, p. 99–105, January 2006. [21](#), [59](#)
- CARPENTIER, J. L. Cric a new active reactive decoupling process in load flows, optimal power flow and system control. **Power Systems and Power Plan Control Conference, Proceedings IFAG**, Beigin, v. 2, n. 5, p. 65–70, August 1986. [19](#), [57](#), [103](#), [104](#)
- CHENG, X.; ZHANG, Y.; CAO, L.; LI, J.; SHEN, T.; ZHANG, S. A real-time hierarchical and distributed control scheme for reactive power optimization in multi-area power systems. **Transmission and Distribution Conference, Proceedings IEEE**, Dalian, n. 1, p. 1–6, December 2005. [20](#)
- COHEN, G. Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems. **Journal of Optimization Theory and Applications**, Paris, v. 32, n. 3, p. 277–305, November 1980. [20](#)
- CONEJO, A. J.; AGUADO, J. A. Multi-area coordinated decentralized dc optimal power flow. **IEEE Transaction on Power Systems**, Ciudad Real, v. 13, n. 4, p. 1272–1278, November 1998. [21](#)
- CONEJO, A. J.; CASTILLO, E.; MÍNGUEZ, R.; GARCÍA-BERTRAND, R. **Decomposition techniques in mathematical programming**. New York: Springer, 2006. 541 p. p. [42](#), [49](#), [64](#)
- CONEJO, A. J.; NOGALES, F. J.; PRIENTO, F. J. A decomposition procedure based on approximate newton directions. **Mathematical Programming**, Ciudad Real, v. 93, n. 3, p. 495–515, December 2002. [21](#)
- CONTRERAS, J.; LOSI, A.; RUSSO, M.; WU, F. F. Simulation and evaluation of optimization problem solutions in distributed energy management systems. **IEEE Power Engineering Review**, Ciudad Real, v. 17, n. 1, p. 57–62, February 2002. [20](#)

DEEB, N. I.; SHAHIDEHPOUR, S. M. Croos decomposition for multi-area optimal reactive power planning. **IEEE Transaction on Power Systems**, Chicago, v. 8, n. 4, p. 1539–1544, November 1993. [20](#)

ENAMORADO, J. C.; RAMOS, A.; GOMEZ, T. Multi-area decentralized optimal hydro-thermal coordination by the dantzig-wolfe decomposition method. **IEEE Power Engineering Society Summer Meeting**, Madrid, v. 4, p. 2027–2032, August 2002. [21](#)

ESTEVAM, C. R. N. **Planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica através de um algoritmo de branch-and-bound não linear**. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira - SP - Brasil, Novembro 2008. [19](#)

GRANADA, M.; RIDER, M. J.; MANTOVANI, J. R. S.; SHAHIDEHPOUR, M. Multi-areas optimal reactive power flow. **Transmission and Distribution Conference, Proceedings IEEE**, Bogota, v. 1, n. 1, p. 1–6, August 2008. [20](#)

GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. **IEEE Transaction on Power Systems**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 1, p. 136–146, February 1994. [19](#)

GRANVILLE, S.; LIMA, M. C. A. Application of decomposition techniques to var planning: metodological and computational aspects. **IEEE Transaction on Power Apparatus Systems**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 4, p. 1780–1787, November 1994. [20](#)

GRANVILLE, S.; PEREIRA, M. V. F.; MONTICELLI, A. An integrated methodology for var sources planning. **IEEE Transaction on Power Systems**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 549–557, May 1998. [18](#), [19](#)

HUR, D.; PARK, J. K.; KIMR, B. H. Evaluation of convergence rate in the auxiliary problem principle for distributed optimal power flow. **IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution**, Seoul, v. 149, n. 5, p. 525–532, September 2002. [20](#)

KIM, B. H.; BALDICK, R. Coarse-grained distributed optimal power flow. **IEEE Transaction on Power Systems**, Texas, v. 12, n. 2, p. 932–939, August 1997. [21](#)

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. New Yprk: McGraw–Hill Professional, 1994. 1176 p. [27](#)

LEBOW, W. M.; ROUHANI, R.; NADIRA, R.; USORO, P. B.; MEHRA, R. K.; SOBIESKI, D. W.; PAL, M. K.; BHAVARAJU, M. P. Optimization of reactive volt-ampere (var) sources in system planning. **Solution Techniques and Computing Methods, Proceedings EPRI**, Cambridge, v. 2, n. 2, p. 162–177, November 1984. [19](#), [32](#)

- LEBOW, W. M.; ROUHANI, R.; NADIRA, R.; SOBIESKI, D. W.; PAL, M. K. A hierarchical approach to reactive volt ampere (var) optimization in power system planning. **IEEE Transaction on Power Apparatus Systems**, Cambridge, v. 104, n. 8, p. 2051–2057, August 1985. 18
- LOSI, A.; RUSSO, M. A note on the application of the auxiliary problem principle. **Journal of Optimization Theory and Application**, Frosinone, v. 117, n. 2, p. 377–396, May 2003. 20
- MANTOVANI, J. R. S. **Um modelo heurístico para solução do problema de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica**. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP - Brasil, Fevereiro 1995. 19, 57, 65, 104
- MANTOVANI, J. R. S.; GARCIA, A. V. A heuristic method for reactive power planning. **IEEE Transaction on Power Systems**, Ilha Solteira, v. 11, n. 1, p. 68–74, February 1996. 19
- MANTOVANI, J. R. S.; MODESTO, S. A. G.; GARCIA, A. V. Var planning using genetic algorithm and linear programming. **IEEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution**, Sao Paulo, v. 48, n. 3, p. 257–262, May 2001. 19
- MILLER, T. J. E. **Reactive power control in electric systems**. New York: John Wiley & Sons.Inc., 1982. 381 p. p. 28
- NOGALES, F. J.; PRIENTO, F. J.; CONEJO, A. J. A decomposition methodology applied to the multi-area optimal power flow problem. **Annals of Operation Research**, Netherlands, v. 120, n. 1, p. 99–116, April 2003. 21
- RAHIM, A. H. M. A.; AL-BAIYAT, S. A.; KANDLAWALA, F. M. A robust statcom controller for power system dynamic performance enhancement. **IEEE Power Engineering Society Winter Meeting**, Vancouver, v. 2, n. 2, p. 887–892, July 2001. 28
- ROUHANI, R.; LASDON, L.; LEBOW, W.; WARREN, A. D. A generalized benders decomposition approach to reactive source planning in power systems. **Mathematical Programming Study**, North-Holland, v. 25, n. 2, p. 62–75, February 1985. 19
- UNIVERSIDADE DE WASHINGTON. **Power systems test case archive**. 1973.
<<http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>>. Acesso em: 05 Jan. 2010. 67
- YONEZAWA, H.; SHIMATO, T.; TSUKADA, M.; IYODA, K. M. I.; PASERBA, J. J.; RED, G. F. Study of a statcom application for voltage stability evaluated by dynamic pv curves and times simulations. **IEEE Power Engineering Society Winter Meeting**, Osaka, v. 2, n. 2, p. 1471–1476, January 2000. 28

ANEXO A - DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DO JACOBIANO REATIVO - L_C

A.1 O Método Implicitamente Acoplado (CRIC)

Os métodos desacoplados baseiam-se no desacoplamento $P\theta - QV$ e são obtidos considerando-se o fato de as sensibilidades $\partial P/\partial\theta$ e $\partial Q/\partial V$ serem mais intensas que as sensibilidades $\partial P/\partial V$ e $\partial Q/\partial\theta$.

O desacoplamento permite a separação entre os subproblemas $P\theta - QV$, sendo os efeitos das submatrizes jacobianas M e N desprezados. Apesar das aproximações não alterarem a rede, os efeitos das aproximações podem ser vistos nos resultados do problema de fluxo de potência, principalmente para sistemas altamente carregados. Além disso, as sensibilidades oferecidas por estes métodos podem apresentar erros.

Buscando minimizar esses efeitos, J. Carpentier (CARPENTIER, 1986) desenvolveu um novo processo de desacoplamento ativo - reativo. O método implicitamente acoplado (CRIC - *Constrained Reactive Implicit Coupling*) se fundamenta em dois critérios, um de natureza teórica e outro de natureza prática:

- O primeiro consiste em manter as injeções ativas constantes durante a iteração reativa (os ângulos das tensões se combinam de forma a manter constantes as injeções de potência ativa).
- O segundo indica que quando os módulos das tensões são alterados, manter constantes as injeções de potência ativa é, na prática, equivalente a manter constante o fluxo de potência a través de cada bipolo do sistema de energia elétrica.

No trabalho original, Carpentier preocupa-se principalmente com o fluxo de potência ótimo, enfatizando a melhoria na linearização do subproblema QV .

Neste trabalho, as sensibilidades para o processo de otimização são fornecidas pela submatriz L do método CRIC (L_C), devido ao menor número de restrições e da boa qualidade das sensibilidades para o processo linear apresentado. Nesta submatriz as sensibilidades de potência reativa com relação às magnitudes das tensões e taps de transformadores são calculadas explicitamente, enquanto que as sensibilidades entre a potência ativa e as variáveis do problema (magnitudes e ângulos das tensões, taps) são calculadas explicitamente.

A obtenção da matriz de sensibilidades reativas L_C baseia-se nas ideias apresentadas por J. Car-

pentier (CARPENTIER, 1986). A formulação apresentada a seguir foi extraída de (MANTOVANI, 1995).

Considere o bipolo da figura A.1. As expressões dos fluxos ativa e reativa deste bipolo são dadas pelas expressões (A.1) - (A.4).

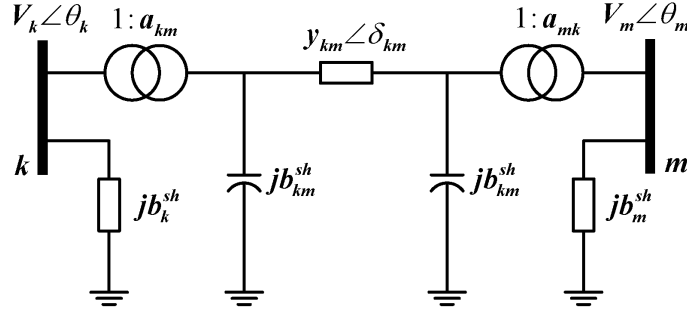


Figura A.1 - Bipolo representando o modelo π da linha de transmissão ligada às barras k e m por transformadores em fase

$$P_{km} = (a_{km} V_k)^2 y_{km} \sin(\alpha_{km}) + a_{km} V_k V_m y_{km} \sin(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (A.1)$$

$$P_{mk} = V_k^2 y_{km} \sin(\alpha_{km}) + a_{km} V_k V_m y_{km} \sin(\theta_{mk} - \alpha_{km}) \quad (A.2)$$

$$Q_{km} = (a_{km} V_k)^2 (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - a_{km} V_k V_m y_{km} \cos(\theta_{km} - \alpha_{km}) \quad (A.3)$$

$$Q_{mk} = V_k^2 (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - a_{km} V_k V_m y_{km} \cos(\theta_{mk} - \alpha_{km}) \quad (A.4)$$

sendo:

- y_{km}, δ_{km} : Admitância e ângulo das perdas no bipolo $k - m$.
- a_{km}, a_{mk} : Taps não-nominais dos transformadores em fase dos lados k e m do bipolo.
- b_{km}^{sh} : Susceptância shunt do bipolo $k - m$.
- b_k^{sh}, b_m^{sh} : Susceptância shunt nas barras k e m do bipolo.
- V_k, V_m : Magnitudes das tensões das barras terminais do bipolo $k - m$.
- θ_k, θ_m : Ângulos das tensões das barras terminais do bipolo $k - m$.
- α_{km} : $\frac{\pi}{2} - \delta_{km}$.

As injeções líquidas de potência reativa são fornecidas pelas equações (A.5) - (A.6).

$$Q_k = \sum_{k \neq m} Q_{km} - b_k^{sh} V_k^2 \quad (\text{A.5})$$

$$Q_k = -V_k \sum_{k \neq m} a_{km} V_m y_{km} \cos(\theta_{km} - \alpha_{km}) + V_k^2 \sum_{k \neq m} a_{km}^2 (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - b_k^{sh} V_k^2$$

$$Q_m = \sum_{k \neq m} Q_{mk} - b_m^{sh} V_m^2 \quad (\text{A.6})$$

$$Q_m = -V_m \sum_{k \neq m} a_{km} V_k y_{km} \cos(\theta_{mk} - \alpha_{km}) + V_m^2 \sum_{k \neq m} (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - b_m^{sh} V_m^2$$

Considerando fixo o fluxo de potência ativa P_{km} , quando a parte reativa está sob consideração, conclui-se que em (A.1) e (A.2), em que a abertura angular do bipolo $\sin(\theta_{km} - \alpha_{km})$ é função apenas de V_k , V_m , a_{km} .

Considerar o fluxo de potência ativa constante no bipolo, é equivalente a manter a abertura angular, sendo que os valores V_k , V_m , a_{km} têm que se recomparam para manter este critério. Isolando $\sin(\theta_{km} - \alpha_{km})$ em (A.1) e (A.2) tem-se:

$$\sin(\theta_{km} - \alpha_{km}) = \frac{P_{km} - a_{km}^2 V_k^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \quad (\text{A.7})$$

$$\sin(\theta_{mk} - \alpha_{km}) = \frac{P_{mk} - V_m^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \quad (\text{A.8})$$

Usando relações trigonométricas, é possível escrever as expressões (A.9) e (A.10):

$$\cos(\theta_{km} - \alpha_{km}) = \sqrt{1 - \left(\frac{P_{km} - a_{km}^2 V_k^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \right)^2} \quad (\text{A.9})$$

$$\cos(\theta_{mk} - \alpha_{km}) = \sqrt{1 - \left(\frac{P_{mk} - V_m^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \right)^2} \quad (\text{A.10})$$

Substituindo as equações (A.9) e (A.10) nas equações (A.5) e (A.6), obtêm-se as expressões (A.11) e (A.12), em que as injeções de potência reativa nas barras k e m estão em função exclusivamente do vetor de tensões.

$$Q_k = V_k^2 \sum_{k \neq m} a_{km}^2 (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - b_k^{sh} V_k^2 - V_k \sum_{k \neq m} a_{km} V_m y_{km} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{km} - a_{km}^2 V_k^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \right)^2} \quad (\text{A.11})$$

$$Q_m = V_m^2 \sum_{k \neq m} (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - b_m^{sh} V_m^2 - V_m \sum_{k \neq m} a_{km} V_k y_{km} \sqrt{1 - \left(\frac{P_{mk} - V_m^2 y_{km} \sin(\alpha_{km})}{a_{km} V_k V_m y_{km}} \right)^2} \quad (\text{A.12})$$

Diferenciando parcialmente as expressões (A.11) e (A.12) em relação às tensões V_k e V_m , obtemos as equações de sensibilidade que indicam as barras ((A.13) - (A.16)) e os transformadores ((A.17) - (A.18)), responsáveis pela formação da submatriz de sensibilidade reativas L_C do método *CRIC*.

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -2b_k^{sh} V_k + 2V_k \sum_{k \neq m} a_{km}^2 (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - \sum_{k \neq m} a_{km} y_{km} \left[\frac{V_m + 2a_{km} V_k \sin(\alpha_{km}) \sin(\theta_{km} - \alpha_{km})}{\cos(\theta_{km} - \alpha_{km})} \right] \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = \frac{a_{km} V_k y_{km}}{\cos(\theta_{km} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = -2b_m^{sh} V_m + 2V_m \sum_{k \neq m} (y_{km} \cos(\alpha_{km}) - b_{km}^{sh}) - \sum_{k \neq m} y_{km} \left[\frac{a_{km} V_m + 2V_m \sin(\alpha_{km}) \sin(\theta_{mk} - \alpha_{km})}{\cos(\theta_{mk} - \alpha_{km})} \right] \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial V_k} = \frac{a_{km} V_m y_{km}}{\cos(\theta_{mk} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_k}{\partial a_{km}} = & -2a_{km} V_k^2 y_{km} \cos(\alpha_{km}) \\ & - \left[\frac{y_{km} V_k V_m + 2a_{km} y_{km} V_k^2 \sin(\alpha_{km}) \sin(\theta_{km} - \alpha_{km})}{\cos(\theta_{km} - \alpha_{km})} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial a_{km}} = -\frac{V_k V_m y_{km}}{\cos(\theta_{mk} - \alpha_{km})} \quad (\text{A.18})$$