



4

CONTRIBUIÇÕES ANÔMALAS NA FÍSICA DE DOIS FÓTONS
EM ALTAS ENERGIAS

LUÍS DIAS ALMEIDA

ORIENTADOR: ADRIANO A. NATALE

Tese de Doutorado

Instituto de Física Teórica - UNESP

Rua Pamplona, 145

01405 - São Paulo - Brasil



JULHO - 1992

IFT/TE D-36

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar meus agradecimentos

- aos meus pais, pelo estímulo, educação e carinho que sempre me transmitiram,
- ao prof. Adriano A. Natale, por uma orientação sob medida,
- aos amigos do IFT, colegas, professores e funcionários (não menciono nomes para não cometer injustiças),
- aos amigos do Rio Grande do Sul, que são muitos, e
- à CAPES, pelo apoio financeiro.

DEDICO ESTA TESE

à Marina da Silveira Figueiró Sobrinha

RESUMO

Investigamos a possibilidade de se indentificarem contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias. Os processos considerados são $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ no LEP II e CLIC e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$, colisões relativísticas e periféricas de íons pesados (Pb-Pb) no RHIC, LHC e SSC. Exigindo-se desvios superiores a 10% na secção de choque e uma taxa mínima de 100 eventos anômalos por ano acima do background, é possível testar uma física nova na escala de TeV's como a produção de léptons excitados, termos de contato com baixa dimensão e bósons anômalos escalar e/ou pseudo-escalares.

ABSTRACTS

We investigated the possibility of identifying anomalous contributions in two photon physics at high energies. The processes considered are $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ on LEP II and CLIC and $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$, peripheral relativistic heavy ions collisions, on RHIC, LHC and SSC. Imposing deviations above 10% in cross sections and a minimal rate of 100 anomalous events per year, it is possible to test new physics as excited leptons, contact terms of low dimensionality and scalar and/or pseudo-scalar anomalous bosons.

ÍNDICE

I - INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÕES	1
II - A FÍSICA DE DOIS FÓTONS E A FUNÇÃO LUMINOSIDADE	11
1. Introdução	11
2. Um pouco de cinemática	14
3. A aproximação do Fóton Equivalente	19
3.1. O cálculo de $ \mathcal{M} ^2$	21
3.2. Distribuição nos momentos das partículas espalhadas	26
4. A função luminosidade no processo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$	32
5. A função luminosidade no processo $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$	37
5.1. A aproximação semi-clássica	37
5.2. A aproximação com fator de forma	37
5.3. A aproximação de Papageorgiu	40
5.4. Excluindo o overlap na aproximação semi-clássica	43
5.5. Uma comparação entre as diferentes luminosidades	46
6. O background	49
III - LAGRANGIANAS EFETIVAS E CONTRIBUIÇÕES ANÔMALAS	54
1. Introdução	54
2. Os processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$ na QED	58
3. Bóson anômalo de spin um	65
4. Termos de contato	70
5. Léptons excitado	77
IV - BÓSON ANÔMALO DE SPIN ZERO	85
1. Introdução	85
2. Bóson anômalo escalar e pseudo-escalar no subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$..	91
3. Bóson anômalo fortemente interagente com léptons no sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$	96
4. Bóson anômalo escalar e pseudo-escalar no subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$...	101
V - CONCLUSÕES	110
APÊNDICE I - DISTRIBUIÇÃO NOS MOMENTOS DOS LÉPTONS PRODUZIDOS	116
APÊNDICE II - EXCLUINDO O OVERLAP NA MATRIZ DE TRANSIÇÃO	120
REFERÊNCIAS	125

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÕES

Thomas S. Kuhn em sua obra "The Structure of Scientific Revolutions" caracteriza *ciência normal* como uma atividade de pesquisa firmemente baseada em uma ou mais realizações científicas anteriores, realizações que alguma comunidade científica particular concorda por um certo tempo se constituírem em um fundamento para a sua prática de pesquisa. Algumas vezes este "corpo" de realizações possui duas características importantes: é suficientemente inovador para atrair a atenção de um grupo qualificado de pesquisadores e é suficientemente abrangente na medida em que lança uma nova luz sobre determinados problemas que ainda demandam soluções. Neste caso, podemos afirmar que estamos diante de um ou mais *paradigmas* que desempenham a função de modelos numa área específica de conhecimentos. Logo, ciência normal e paradigma são dois conceitos fortemente relacionados. A maior parte da história da ciência se desenrola em períodos de ciência normal onde determinados paradigmas são utilizados até o limite das suas potencialidades. Eventualmente, por razões "internas", próprias da física, ou não, pode acontecer que tais potencialidades comecem a esgotar-se. Esta seria a primeira etapa de um rápido processo que culminaria em uma revolução científica, ao fim da qual um novo paradigma seria estabelecido.

No parágrafo anterior apresentamos super-resumidamente as linhas gerais em torno das quais as principais idéias de Kuhn são formuladas. Esta tese está inserida na área de Física de Partículas e seria interessante começar este trabalho colocando como ele se situa no contexto destas idéias. Na Física de Partículas nós temos um paradigma que se chama Modelo Padrão^{#1} [Qu-83], uma formulação teórica baseada numa vas-

^{#1} Outra alternativa seria afirmar que o paradigma atual da Física de Partículas seriam as teorias de gauge.

tíssima quantidade de fatos experimentais e que, essencialmente, utiliza uma simetria de gauge $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ para as três interações fundamentais, a forte, a fraca e a eletromagnética, seis léptons ($e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau$), seis quarks (u, d, s, c, t, b) com três cores diferentes, 12 bósons de gauge (1 fóton + 3 bósons intermediários + 8 glúons) e um Higgs escalar ainda não observado, além das respectivas anti-partículas. Assumindo que os neutrinos não possuam massa e não ocorra violação de CP na interação forte, este modelo possui 18 parâmetros independentes, que precisam ser colocados "à mão" pelo experimento: constantes de acoplamento, que expressam a intensidade relativa das interações, massas, sobre as quais o modelo fala muito pouco, e alguns ângulos que, genericamente, estão relacionados a características específicas da interação fraca. Tais ângulos são a fase de Kobayashi-Maskawa (KM) δ , que incorpora o efeito de violação de CP na estrutura do modelo, e os ângulos de Cabibbo θ_{ij} , que misturam quarks de gerações diferentes (i e j) quando se acoplam através de correntes fracas carregadas. O presente status do Modelo Padrão é altamente satisfatório porque, além de ser "auto-consistente", tem sido vitorioso em inúmeros testes experimentais para uma ampla faixa de energia de poucos eV's [Bl-90] até 100 GeV [Ak-91], como é o caso dos experimentos realizados no LEP. Logo, fica a impressão de que estamos fazendo uma ciência normal pois quem estuda o Modelo Padrão sente que, de um ponto de vista estritamente pragmático, as maiores dificuldades não são propriamente conceituais, porém práticas, no momento em que precisamos calcular determinados processos que envolvem loops. Embora isto possa parecer verdade, sempre permanecem questões ainda não respondidas, algumas das quais citamos a seguir.

(i) Existem muitos parâmetros. Se, à primeira vista, a necessidade de 18 parâmetros independentes possa parecer um número excessivo para um modelo que se propõe fundamental, esta quantidade poderia ser ainda maior se, por exemplo, os neutrinos possuírem massa, houver uma quarta geração de léptons e quarks, ocorrer violação de CP na interação forte, tivermos novos Higgs, etc. Em todos estes casos o Modelo Padrão precisaria ser estendido e, em vista da possibilidade concreta de que a lista original de 18 parâmetros seja aumentada, torna-se difícil acreditar que todos sejam fundamentais. Será que, por exemplo, os ângulos de Cabibbo,

possuem o mesmo status que a constante de estrutura fina?

(ii) A estrutura de uma geração. Incluindo as anti-partículas, cada geração de quarks e léptons contém oito auto-estados distintos da carga elétrica Q com algumas características (simetrias?) que não podem ser explicadas pelo Modelo Padrão. Por exemplo, no contexto deste modelo não é necessário que $Q(u) = -\frac{1}{3}Q(d) = \frac{2}{3}Q(e^+)$ e o átomo de hidrogênio seja neutro. Outro aspecto interessante é que $|Q| \leq 1$ e a soma das cargas elétricas de todos os férmions de uma mesma geração (incluindo um fator 3 devido à cor dos quarks) resulta zero. Esta última característica parece ser o único ingrediente que *necessariamente* conecta quarks e léptons na estrutura do modelo porque cancela a chamada anomalia do triângulo [Hu-83] em transições do tipo $Z^0 \rightarrow \gamma\gamma$, $Z^0 \rightarrow W^+W^-$ e $\gamma \rightarrow W^+W^-$, que são divergentes e não passíveis de renormalização.

(iii) A repetição das gerações. A existência de gerações de léptons e quarks que se repetem dentro de um padrão é talvez a característica mais notável sobre a qual o Modelo Padrão não sugere nenhuma explicação, já que não incorpora na sua estrutura nenhum número quântico que as distinga. Existem algumas tentativas bastante simples de se buscar regularidades no espectro de massa de léptons e quarks e tentar relacioná-las aos ângulos de Cabibbo. Em princípio, arranjos como os da tabela 1 [Ha-82] poderiam fornecer algum tipo de conhecimento qualitativo sobre uma

$$\begin{array}{l} \sqrt{m_d/m_s} \approx \sqrt{m_c/m_t} \approx \sqrt{m_s/m_b} \approx \sqrt{m_\mu/m_\tau} \approx \theta_{12} \approx \lambda \\ \sqrt{m_u/m_c} \approx \sqrt{m_e/m_\mu} \approx \sqrt{m_d/m_b} \approx \theta_{23} \approx \lambda^2 \\ \sqrt{m_\mu/m_t} \approx \sqrt{m_e/m_\tau} \approx \theta_{13} \approx \lambda^3 \end{array}$$

TABELA 1 - Relacao entre massas e angulos com $\lambda \approx 0,22$ [Ha-82].

possível hierarquia entre diversas gerações. Naturalmente, as estimativas desta tabela são rudimentares^{#1} e, na verdade, não sabemos se o parâmetro λ ou qualquer outro equivalente possui algum significado físico.

(iv) A quarta geração. Existem alguns limites experimentais com relação

^{#1} No caso do quark top, por exemplo, o limite atual para sua massa (>90 GeV) já impõe que $\sqrt{m_\mu/m_t} \approx 3,2 \cdot \lambda^3$.

a existência ou não de uma quarta geração. Os resultados mais recentes [Ak-90] impõem um limite inferior de 44,3 GeV para a massa de um possível quarto lépton mais massivo que o táon com 95% CL (*Confidence Level*). Medidas recentes do decaimento $Z^0 \rightarrow \bar{\nu}\nu$ em colisões e^+e^- realizados no CERN [Ab-90] revelam que o número de diferentes espécimes de neutrinos com massa inferior a 40 GeV é de $2,97 \pm 0,12 \pm 0,23$ ^{#1}! Logo, mesmo que não exista uma quarta geração, permanece o fato de que o Modelo Padrão não fornece nenhuma explicação teórica para a sua ausência ou existência.

(v) A escala de Fermi e os bósons intermediários. Das três interações fundamentais do Modelo Padrão, a interação fraca diferencia-se das demais em pelo menos dois aspectos básicos: (i) é, através do mecanismo de Higgs, responsável pela quebra espontânea da simetria de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que as massas de todas as partículas elementares é gerada, em particular dos bósons intermediários, o que torna esta interação de curto alcance; e (ii) é responsável pela introdução dos ângulos de Cabibbo e da fase KM, aumentando, assim, o número de parâmetros independentes. Ao mesmo tempo, existem controvérsias quanto a natureza da escala de Fermi. A hipótese conservadora afirma que Λ_F é apenas o valor esperado do vácuo do campo do Higgs, $\Lambda_F = \langle \phi \rangle$, e as massas dos férmions são basicamente parâmetros livres a serem determinados experimentalmente. Podemos agora fazer algumas especulações. Se nós aceitarmos a hipótese (razoável) da existência de um vínculo entre os ângulos do modelo e o espectro de massa, então a "verdadeira" natureza da interação fraca (e por extensão do mecanismo de Higgs) torna-se uma questão "chave" em qualquer outro modelo além do padrão. Um possível indício de que esta verdadeira natureza ainda não foi revelada pode ser retirado da história da física. Todas as interações de curto alcance até agora descobertas foram, numa etapa posterior, reinterpretadas como uma forma residual, de longo alcance, de uma outra interação fundamental. Isto aconteceu, por exemplo, com a interação molecular de Van der Waals que posteriormente foi compreendida como uma forma de atração coulombiana. Mais recentemente, a interação forte entre os hádrons foi melhor compreendida como um efeito

^{#1} No Second Gleb Wataghin School on High Energy Phenomenology (10-22 de Fev. de 1992) J. Ellis (CERN) relatou que o resultado experimental mais recente (até aquela data) é $N_\nu = 3,00 \pm 0,05$.

residual de longo alcance da interação de cor à nível dos quarks. Neste cenário, a interação fraca poderia ser uma componente de longo alcance de uma interação mais fundamental. Como a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é quebrada numa escala de energia que corresponde à escala de Fermi $\Lambda_F \approx 246$ GeV, poderia acontecer que tal simetria seja também quebrada por outros termos numa escala acima de Λ_F . Esta hipótese, da existência de uma física nova acima de Λ_F , pode ser investigada em termos de lagrangianas efetivas, assunto que trataremos nos capítulos III e IV.

Existem muitas outras questões ainda não esclarecidas como a origem da violação de CP, a assimetria entre matéria e anti-matéria no universo, etc. Resumindo, o Modelo Padrão "funciona" bem, embora não nos possibilite uma compreensão mais profunda sobre todas estas questões. Logo, surge o problema de como avançar na direção de uma física nova acima da escala de Fermi, já que *aparentemente* a Física de Partículas encontra-se atualmente em um período de ciência normal. Não há fatos experimentais que sugiram uma nova direção!

Inúmeros modelos além do padrão têm sido propostos baseando-se em diferentes abordagens. Em comum, todos possuem pelo menos uma nova escala $\Lambda > \Lambda_F$ que caracterizaria uma nova física e uma nova lagrangiana fundamental $\mathcal{L}$. Para baixas energias ($E \ll \Lambda$) emergiria nestes modelos uma lagrangiana efetiva $\mathcal{L}_{EF}$, não necessariamente renormalizável. Para energias ainda menores ($E < \Lambda_F$) esta lagrangiana pode levar a efeitos observáveis (contribuições anômalas) que representam no máximo pequenos desvios do Modelo Padrão ($\mathcal{L}_{MP}$), por uma questão de consistência com o resultado experimental. Em outras palavras,

$$\mathcal{L} \xrightarrow{E \ll \Lambda} \mathcal{L}_{EF} \xrightarrow{E < \Lambda_F} \mathcal{L}_{MP} \quad . \quad (1)$$

Quanto vale Λ ? Não sabemos. Se Λ for relativamente baixo, digamos, no máximo 1 TeV, os próximos aceleradores como o SSC irão identificar uma produção de partículas em quantidades muito acima do background da QCD. Seria um teste direto na lagrangiana fundamental $\mathcal{L}$. Se Λ for maior, digamos até 50 TeV, podemos esperar apenas evidências indiretas (contribuições anômalas). Neste caso, estaríamos testando a lagrangiana efetiva

$\mathcal{L}_{\text{EF}}$. Se Λ for muito maior do que 50 TeV (Λ poderia ser a escala de Planck) não devemos esperar tão cedo encontrar evidências de uma física nova. De fato, em vista do sucesso experimental do Modelo Padrão é razoável supor que uma pesquisa mais realística deveria concentrar-se principalmente em torno de $\mathcal{L}_{\text{EF}}$.

Existem duas abordagens que podem nos levar a lagrangianas efetivas, uma que poderíamos denominar "essencialmente teórica" e outra "fenomenológica-experimental". Ambas convergem na mesma direção e são inter-dependentes na medida em que nenhuma delas foi até agora capaz de isoladamente revelar uma física nova. A abordagem essencialmente teórica procura formular novos modelos em níveis mais fundamentais (altas energias) que preencham dois requisitos básicos: sejam auto-consistentes e reproduzam à nível de teoria efetiva o espectro de todas as partículas elementares conhecidas. Uma larga classe destes modelos supõem quarks, léptons e bósons intermediários como sendo partículas compostas de constituintes ainda mais elementares, aos quais atribuímos o nome de préons^{#1}, e a existência de uma nova interação fundamental, a hiper-cor. No cenário de modelos compostos, a escala Λ em (1) corresponderia a uma escala de confinamento da interação de hiper-cor, de tal forma que os préons só existiriam como estados ligados formando quarks, léptons, etc. Neste trabalho não iremos seguir esta linha de pesquisa. Vamos fazer uma abordagem puramente fenomenológica onde algumas lagrangianas efetivas serão escolhidas dentro de determinados critérios e a sua contribuição anômala ao Modelo Padrão será investigada. Este tipo de abordagem possui pelo menos duas vantagens com relação à anterior. Ao não adotarmos uma teoria fundamental específica, $\mathcal{L}_{\text{EF}}$ torna-se relativamente independente de modelos além do padrão. Isto abre a possibilidade de testarmos um número maior de modelos alternativos, selecionando possíveis candidatos, inclusive aqueles que propõem sub-estruturas à nível de préons. Além disso, este tipo de abordagem é mais próxima ao experimento. Na verdade, a única informação que o experimento nos fornece são limites inferiores para Λ , que estão tornando-se cada vez maiores à medida em que o Modelo

^{#1} Nome sugerido por J. C. Pati et al [Pa-75]. Existem outros nomes equivalentes: rishons, quips, prequarks, subquarks, maons (?), alphons, haplons, quinks, etc.

Padrão parece confirmar-se experimentalmente.

Contribuições anômalas ao Modelo Padrão são um efeito que pode ser investigado em uma abordagem de lagrangianas efetivas através de inúmeros processos. Nos últimos anos uma vasta quantidade de trabalhos tem sido publicada na literatura, notadamente sobre colisões e^+e^- , pp e ep , onde são analisados os resultados experimentais mais recentes [Ab-89] ou são feitas estimativas [We-87] sobre o que podemos esperar encontrar quando a próxima geração de aceleradores estiver operacional. Nosso trabalho avança nesta direção ao considerarmos processos alternativos. Por exemplo, um tipo específico de colisões de íons pesados. São aquelas colisões relativísticas e periféricas (ou elásticas) que envolvem dois íons idênticos e sem spin, conforme mostra a figura 1. Neste caso, cada

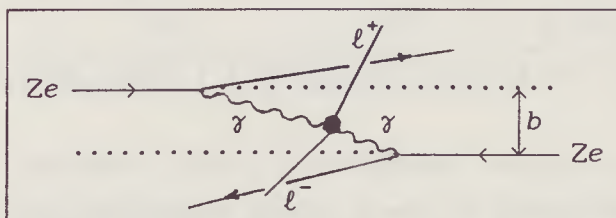


FIG. 1 - Colisão periférica de dois íons pesados idênticos com número atômico Z e parâmetro de impacto b . Note que $\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$ é um sub-processo do processo mais geral $ZZ \rightarrow ZZ\ell\ell$.

partícula incidente emite um fóton de tal forma que o par $\gamma\gamma$ se materializa em um par lépton-anti-lépton no processo $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma \rightarrow ZZ\ell^+\ell^-$ ($\ell=e, \mu, \tau$) e o efeito da contribuição anômala se faz presente na parte da fig. 1 que corresponde ao disco negro "●". Outra possibilidade seria o processo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ que em altas energias sabemos ser dominante sobre $e^+e^- \rightarrow \ell^+\ell^-$. Na verdade, a principal motivação para o nosso estudo é o fato de que em altas energias a física de dois fótons pode se tornar um laboratório tão importante quanto a colisão direta e^+e^- ou de quarks em anéis $(\vec{p}\vec{p})$ [Bl-89, Ha-92, Eb-92]. No capítulo II faremos uma análise detalhada de ambos os casos, onde mostramos que o seu cálculo pode ser realizado de forma segura, sem problemas com o background e na camada de massa de ambos os fótons, no âmbito da denominada Aproximação do Fóton Equivalente.

Uma característica importante neste trabalho é o seu enfoque voltado para os resultados que podemos esperar encontrar quando a próxi-

ma geração de aceleradores estiver operacional. Por exemplo, de acordo com os dados da tabela 2 [Sa-90], apenas a partir de 1998 estaremos verdadeiramente em um regime de colisões relativísticas de íons pesados, quando aceleradores como o Large Hadron Collider (LHC, CERN) e o Relati-

ÉPOCA	MÁQUINA	FEIXE (<i>beam</i>)	$\sqrt{s}$ [GeV](CMS)
1986-1993	BNL+AGS	até ^{28}Si	5·A
	CERN+SPS	até ^{28}Si	20·A
1993-1998	AGS+Booster	até ^{238}U	4·A (Pb)
	SPS+Pb injector	até ^{238}U	17·A (Pb)
1998	RHIC	até ^{238}U	200·A (Pb)
	LHC	até ^{238}U	6300·A (Pb)

TABELA 2 - Status atual e planejamento para futuros aceleradores [Sa-90]. A é o número de massa.

vistic Heavy Ion Collider (RHIC, Brookhaven) entrarem em operação. Na verdade, a principal motivação nesta área de pesquisas é o estudo da termodinâmica da interação forte, onde é previsto para densidades elevadas a ocorrência de uma transição da matéria hadrônica para um plasma de quarks e glúons [Pe-90], assunto que não discutiremos aqui. Por outro lado, seria interessante termos já de início uma idéia das ordens de grandeza envolvidas no processo da fig. 1. Uma estimativa bastante simplificada da secção de choque total do processo $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma \rightarrow ZZe^+e^-$ é dada por [Bu-75, Ba-89]

$$\sigma(s) \approx \frac{28\alpha^4}{27\pi m_e^2} Z^4 \text{Ln}^3 \left(\frac{s-2M^2}{M^2} \right) \approx 1,75 \cdot 10^{-29} Z^4 \text{Ln}^3 \left(\frac{\sqrt{s}}{M} \right) \text{ cm}^2, \quad (2)$$

onde M é a massa nuclear. Note a ausência em (2) de um fator $1/E^2$ como acontece, por exemplo, em processos do tipo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$. Isto significa que em altas energias podemos esperar secções de choque com valores extremamente elevados, até mesmo acima do que teríamos no caso $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma \rightarrow 2e^+e^-$ devido à presença ao fator multiplicativo Z^4 na expressão (2). Na tabela 3 fornecemos uma estimativa de $\sigma(s)$, de acordo com (2), para co-

lisões periféricas de dois núcleos de chumbo Pb-Pb. Note que a energia de colisão não é exatamente a mesma do caso pp multiplicado por A porque a razão da carga para a massa em núcleos pesados é aproximadamente igual a 0,4. Isto significa, por exemplo, que para o SSC, onde espera-se obter $\sqrt{s}=40$ TeV em colisões pp , teríamos em colisões de íons pesados

MÁQUINA	$\sqrt{s}$ [GeV](CMS)	$\mathcal{L}[\text{cm}^{-2}\text{seg}^{-1}]$	$\sigma[\text{cm}^2]$	No. de eventos/seg.
RHIC	$200 \cdot A$	$\approx 10^{27}$	$\approx 1,2 \cdot 10^{-19}$	$\approx 1,2 \cdot 10^8$
LHC	$6300 \cdot A$	$\approx 10^{28}$	$\approx 5,2 \cdot 10^{-19}$	$\approx 5,2 \cdot 10^9$
SSC	$8000 \cdot A$	$\approx 10^{27}$	$\approx 5,7 \cdot 10^{-19}$	$\approx 5,7 \cdot 10^8$

TABELA 3 - Estimativa dos valores esperados em colisões periféricas Pb-Pb ($A=206$, $Z=82$) nos próximos aceleradores de acordo com a expressão (2). A luminosidade foi obtida em [Dr-89].

$\sqrt{s}=40 \cdot A \cdot 0,4$ TeV $= 8 \cdot A$ TeV, conforme a tabela 3. Se compararmos o número de eventos esperados para o LHC e o SSC, podemos observar que, além da energia de colisão $\sqrt{s}$, a luminosidade $\mathcal{L}$ do acelerador é um fator igualmente importante. De fato, o principal esforço do CERN em pesquisa e desenvolvimento do LHC tem sido o de incrementar a sua luminosidade por um fator 10 de forma a alcançar a capacidade do SSC a um custo relativamente mais baixo [Ru-90]. Podemos observar na tabela 3 que o número de eventos produzidos em qualquer um dos casos é extraordinariamente elevado, embora devamos adiantar que praticamente todos os fótons emitidos (fig. 1) possuem baixas energias. No nosso caso isto representa uma desvantagem porque devemos esperar eventos anômalos apenas quando os fótons forem suficientemente duros. Quanto ao processo $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$, uma estimativa simplificada da sua secção de choque pode ser obtida através da expressão [Bu-75]

$$\sigma(s) = \frac{28\alpha^4}{27\pi m_\ell^2} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \text{Ln}(s/m_\ell^2) \quad , \quad (3)$$

onde m_ℓ é a massa do lépton produzido. Na tabela 4 fornecemos o número de eventos esperados para dois aceleradores e^+e^- , o LEP II e o CLIC, este último (CERN Linear Collider) uma máquina ainda em fase de estudos e

MÁQUINA	$\sqrt{s}$ [GeV](CMS)	$\mathcal{L}[\text{cm}^{-2}\text{seg}^{-1}]$	$\sigma[\text{cm}^2]$	No. de eventos/seg.
LEP II	200	$\approx 5 \cdot 10^{31}$	$\approx 1,5 \cdot 10^{-26}$	$\approx 7,5 \cdot 10^5$
CLIC	2000	$\approx 10^{33}$	$\approx 3,2 \cdot 10^{-26}$	$\approx 2,5 \cdot 10^7$

TABELA 4 - Estimativa dos valores esperados em colisões $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ no LEP II e CLIC de acordo com a expressão (3). A luminosidade foi obtida em [Ko-87].

que seria capaz de gerar colisões com $\sqrt{s}=1,4-2$ TeV no centro de momento [Ko-87].

Após estudarmos os processos $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma \rightarrow ZZ\ell^+\ell^-$ e $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ começamos no capítulo III o cálculo de algumas contribuições anômalas na forma de pequenos desvios do Modelo Padrão. Vamos considerar a presença de termos de contato com dimensões 6, 7 e 8, léptons excitados e bósons vetoriais anômalos sem carga elétrica. Em todos estes casos nossa atenção irá concentrar-se na secção de choque total destes processos e o efeito da contribuição anômala irá aparecer no sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$. Os resultados serão aplicados em 25 situações diferentes na medida em que temos 3 possíveis produtos finais da reação (e^+e^- , $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$) para 5 aceleradores (tabs. 3 e 4). Uma análise comparativa entre estes casos será feita. No capítulo IV iremos analisar mais detalhadamente um caso específico, a possibilidade de se identificar evidências de uma partícula escalar ϕ_s e/ou pseudo-escalar ϕ_p transmitida através do canal s do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{s(p)} \rightarrow \ell^+\ell^-$. Além disso, iremos também analisar a produção de um par $\gamma\gamma$ no sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{s(p)} \rightarrow \gamma\gamma$ de $ZZ \rightarrow ZZ\gamma\gamma \rightarrow ZZ\gamma\gamma$ e $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma$. Deixamos para o capítulo V as considerações finais do trabalho, onde iremos concluir acerca da possibilidade destes processos se constituírem bons candidatos para a pesquisa de contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias.

CAPÍTULO II

A FÍSICA DE DOIS FÓTONS E A FUNÇÃO LUMINOSIDADE

1. INTRODUÇÃO

A idéia da Aproximação de Weizsäcker-Williams ou Aproximação do Fóton Equivalente surgiu com Fermi [Fe-24] que a utilizou no cálculo da ionização de átomos por partículas α . Posteriormente, foi aperfeiçoada por Weizsäcker [We-34] e Williams [Wi-35] no cálculo de secções de choque em colisões relativísticas entre partículas carregadas. Por enquanto vamos fazer uma descrição sucinta deste método, insistindo apenas nos seus aspectos qualitativos^{#1}. Por comodidade vamos adotar a sigla EPA (de *Equivalent Photon Approximation*) ao nos referirmos a esta aproximação (uma exposição didática deste método pode ser encontrada em [Ja-75]).

Genericamente, a justificativa da EPA baseia-se no fato de que *a priori* a mecânica quântica não faz distinção entre o efeito do campo da partícula carregada e o campo de radiação. Se dentro de uma certa região onde o alvo está localizado nós temos a mesma descrição em termos de espectro de frequências, então ambos, o campo da partícula e o campo de radiação, terão o mesmo efeito sobre o alvo na condição da reação ser suficientemente pequena, ou seja, o campo da partícula perturbada é suficientemente fraco. Mais especificamente, vamos considerar o caso de uma partícula (projétil) de massa M incidente sobre outra (alvo) de massa m , com um parâmetro de impacto b . Sendo $M \gg m$, a deflexão da partícula in-

^{#1} A maior parte deste capítulo contém uma análise relativamente minuciosa da Aproximação do Fóton Equivalente e algumas funções luminosidade. O leitor já familiarizado com a física de dois fótons poderá ater-se principalmente às secções 4 e 5, que contém as expressões básicas a serem utilizadas mais adiante e à secção 6, onde analisamos alguns aspectos relativos ao background.

cidente será mínima. No limite ultra-relativístico, o intervalo de tempo durante o qual o campo da partícula incidente com velocidade v atua sobre o alvo será mínimo, da ordem de $\Delta t \approx b/\gamma v$, onde $\gamma = \sqrt{1-(v/c)^2}$ é o fator relativístico no referencial alvo. Ademais, o efeito da contração de Lorentz nas linhas do campo da carga (projétil) torna possível representá-lo aproximadamente como um pulso de onda plano-polarizada sobre o alvo (veja [Ja-75]). Podemos então obter um espectro de frequências para este pulso ou, quanticamente falando, um espectro numérico $N(\omega, b)$ de fótons linearmente polarizados. Vamos chamar estes fótons de *equivalentes* ou *quase-reais*. A expressão de $N(\omega, b)$ pode ser calculada e resulta em [Be-88, Ba-90a]^{#1}

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2} \left(\frac{\omega}{\gamma v} \right)^2 \left(\frac{c}{v} \right)^2 \left\{ K_1^2(z) + \left(\frac{1}{\gamma} \right)^2 K_0^2(z) \right\} \quad , \quad (1)$$

onde $z = \omega b/\gamma v$, K_0 (K_1) é a função de Bessel modificada de ordem zero (um) e Ze é a carga do projétil. A idéia agora é, ao calcularmos a secção de choque do projétil sobre o alvo, utilizarmos, ao invés do espectro dos fótons virtuais que transmitem a interação eletromagnética, o espectro dos fótons equivalentes (1). Este tipo de aproximação permite uma abordagem semi-clássica do problema [Bu-75]. Porém, existem limitações. A EPA só é aplicável quando existe e é conhecido um parâmetro de impacto mínimo $b_{\min}$ tal que os efeitos advindos do campo da partícula incidente (i) podem ser representados a partir de um pulso de onda plana quando $b > b_{\min}$ e (ii) podem ser desprezados quando $b < b_{\min}$ ou calculados por outro método. Mais recentemente, a EPA tem sido aplicada no cálculo de i -números processos, desde colisões e^+e^- ^{#2} até uma possível produção de Higgs^{#3}.

^{#1} Em [Al-91a] são analisadas diversas aproximações que podem ser utilizadas no lugar do espectro (1).

^{#2} As referências [Bu-75], [Te-73], [Ca-71] e [Br-71] fazem uma análise cuidadosa deste processo no âmbito da EPA. Em particular, [Ca-71] faz uma checagem numérica sobre a aplicabilidade desta aproximação e segundo as próprias palavras do autor a EPA "(...) is a powerful but delicate tool, and must be handle with great caution. Any misuse might lead to considerable errors of prediction or analysis". Pretendemos seguir este conselho.

^{#3} Aparentemente, esta possibilidade já foi descartada [Sa-90, Ab-90a].

Neste trabalho, iremos utilizar a EPA no cálculo dos processos $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 l^+ l^-$ e $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- l^+ l^-$ onde $l^+ l^-$ representa um par lépton-anti-lépton ($l=e, \mu, \tau$) e Z_1 e Z_2 dois núcleos pesados. Vale lembrar que no caso dos íons pesados algumas restrições serão impostas: os núcleos são idênticos, sem spin e a colisão precisa ser elástica. Em outras palavras, estamos nos referindo a colisões periféricas, também denominadas coerentes, onde os efeitos advindos da interação forte podem ser seguramente ignorados.

Embora a EPA tenha sido historicamente desenvolvida a partir de uma abordagem semi-clássica, nós iremos seguir um caminho um pouco diferente. Vamos começar encarando o problema como qualquer outro da QED, onde as regras de Feynman podem ser utilizadas no cálculo das amplitudes invariantes. Embora seja inevitável a adoção da EPA numa determinada etapa e a partir daí obter *algumas* expressões que poderiam ser encontradas na abordagem historicamente original, acreditamos que a nossa opção possui algumas vantagens que colocamos nos comentários que seguem.

(i) A EPA só pode ser obtida de maneira consistente a partir de um modelo mais geral, no caso uma abordagem que inclua fótons virtuais no processo. Este *approach* possibilita uma compreensão mais abrangente dos aspectos físicos envolvidos nesta aproximação.

(ii) É importante fazer uma escolha correta de determinados cortes (*cutoffs*) que não apenas garantam a aplicabilidade da EPA, mas também não imponham restrições desnecessárias. Este último detalhe é importante porque, se por um lado é verdade que a distribuição dos fótons virtuais é maior próximo à camada de massa (fótons equivalentes), não podemos também nos esquecer que uma física nova será possivelmente encontrada em colisões onde ocorram transferências significativas de energia (fótons duros). Assim, qualquer corte mal escolhido nesta região pode prejudicar os resultados.

(iii) Podemos conjecturar que uma possível contribuição anômala ao Modelo Padrão começaria a ser observada inicialmente em colisões onde os léptons são produzidos em ângulos bem abertos porque a secção de choque diferencial do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow l^+ l^-$ é maior nesta direção. Logo, poderia

ser interessante obter alguma informação sobre a distribuição angular dos eventos observados. Este problema, apesar de interessante, envolve um tratamento matemático muito mais cuidadoso nos seus aspectos numéricos, mesmo no âmbito da EPA. Futuramente pretendemos investigar esta questão. Neste trabalho, o apêndice I contém os primeiros passos nesta direção.

(iv) Finalmente, a abordagem diagramática não é tão difícil, além de ser mais atraente do ponto de vista da Física de Partículas.

2. UM POUCO DE CINEMÁTICA

Vamos averiguar aquilo que a cinemática e a lei de conservação do quadri-momento podem nos revelar acerca dos fótons do diagrama da figura 1a. Neste diagrama cada fóton é emitido por uma das partículas incidentes, que podem ser elétrons, pósitrons ou íons pesados, e cada par $\gamma\gamma$ se materializa em outro par lépton-anti-lépton $\ell^+\ell^-$. O diagrama da fig. 1b, que é um sub-diagrama em 1a, expressa o mecanismo de produção por dois fótons em ordem mais baixa de aproximação (α^2). No capítulo III

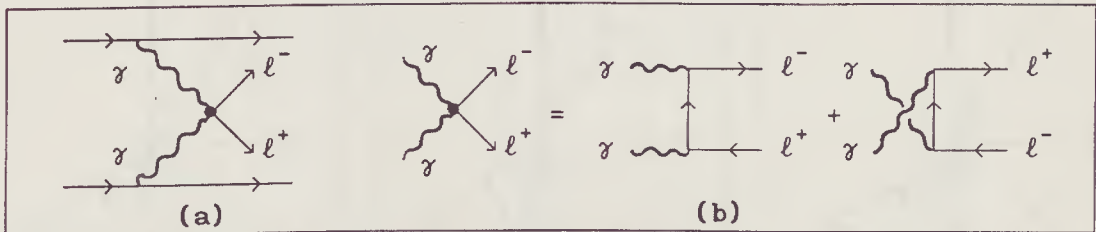


FIG. 1 - (a) Produção de um par lépton-anti-lépton em colisões relativísticas de íons pesados ou e^+e^- . (b) Sub-diagrama de (a) para a ordem baixa (nao incluída contribuições anômalas).

veremos que é neste diagrama que as contribuições anômalas estarão presentes. Mais adiante, na secção 6, iremos mostrar que este tipo de interação $\gamma\gamma$ é predominante e o background pode ser seguramente suprimido.

Em aceleradores do tipo *Colliding-beams* o referencial laboratório coincide com o referencial centro de momento (CMS) das partículas incidentes. Neste referencial, os quadri-momentos de todas as partículas envolvidas podem ser representados com as seguintes componentes, de acordo com a figura 2:

$$\begin{aligned}
\text{partic. incidentes} &\rightarrow \begin{cases} p_1 = (E, 0, 0, p) \\ p_2 = (E, 0, 0, -p) \end{cases} \quad (2) \\
\text{partic. espalhadas} &\rightarrow \begin{cases} p'_1 = (E'_1, p'_1 \sin(\theta'_1) \cos(\varphi'_1), p'_1 \sin(\theta'_1) \sin(\varphi'_1), p'_1 \cos(\theta'_1)) \\ p'_2 = (E'_2, -p'_2 \sin(\theta'_2) \cos(\varphi'_2), -p'_2 \sin(\theta'_2) \sin(\varphi'_2), -p'_2 \cos(\theta'_2)) \end{cases} \\
\text{fótons emitidos} &\rightarrow \begin{cases} q_1 = (\omega_1, q_1 \sin(\theta_1) \cos(\varphi_1), q_1 \sin(\theta_1) \sin(\varphi_1), q_1 \cos(\theta_1)) \\ q_2 = (\omega_2, -q_2 \sin(\theta_2) \cos(\varphi_2), -q_2 \sin(\theta_2) \sin(\varphi_2), -q_2 \cos(\theta_2)) \end{cases} \\
\text{léptons produzidos} &\rightarrow \begin{cases} k_1 = (\epsilon_1, k_1 \sin(\chi_1) \cos(\phi_1), k_1 \sin(\chi_1) \sin(\phi_1), k_1 \cos(\chi_1)) \\ k_2 = (\epsilon_2, -k_2 \sin(\chi_2) \cos(\phi_2), -k_2 \sin(\chi_2) \sin(\phi_2), -k_2 \cos(\chi_2)) \end{cases}
\end{aligned}$$

onde $m = \sqrt{E^2 - p^2} = \sqrt{E_1^2 - p_1^2}$ é a massa das partículas incidentes (=espalhadas), $m_\ell = \sqrt{\epsilon^2 - k^2}$ é a massa dos léptons produzidos, θ'_1 , θ_1 e χ_1 são ângulos de espalhamento na direção de incidência (ângulos polares) e φ'_1 , φ_1 e ϕ_1 são ângulos azimutais^{#1}. Os fótons são partículas internas no diagrama e por isso os seus quadri-momentos são inteiramente fixados por $q_1 = p_1 - p'_1$. Note que a orientação do plano xz ainda não foi especificada.

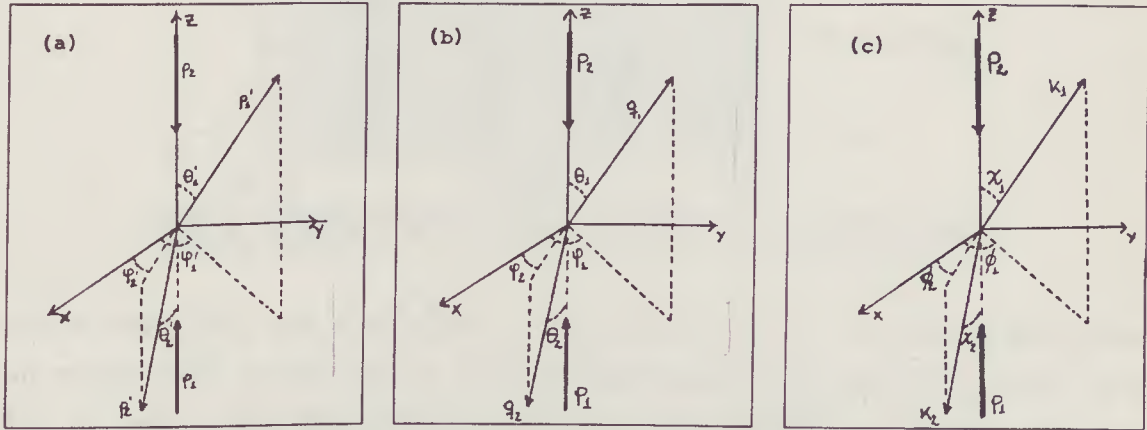


FIG. 2 - Disposição dos tri-momentos no CMS das partículas incidentes para (a) as partículas espalhadas, (b) os fótons emitidos e (c) os léptons produzidos.

O ângulo $\varphi' = \varphi'_1 - \varphi'_2$ corresponde à separação angular entre os planos das partículas espalhadas. O mesmo significado vale para $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ e $\phi = \phi_1 - \phi_2$.

^{#1} Letras em *itálico* correspondem a quadri-momentos. Letras no formato padrão correspondem a módulos do tri-momento (por exemplo, $p = |\mathbf{p}|$). O símbolo " $\cdot$ " refere-se *sempre* à partícula espalhada. A métrica adotada é tal que $p_1 \cdot p_2 = p_1^0 p_2^0 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2$.

A partir das componentes fixadas em (2) podemos calcular a "massa" dos fótons emitidos. O resultado é

$$Q_1^2 = -q_1^2 = 2(EE'_i - m^2) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{m^2(E-E'_i)^2}{(EE'_i - m^2)^2} \right]^{1/2} + 2\sin^2\left(\frac{\theta'_i}{2}\right) \left[1 - \frac{m^2(E-E'_i)^2}{(EE'_i - m^2)^2} \right]^{1/2} \right\}. \quad (3)$$

O gráfico da fig. 3 descreve a forma desta expressão como função de E'_i para os ângulos de espalhamento $\theta'_i=0$, $\theta'_i=\frac{\pi}{2}$ e $\theta'_i=0,1\text{rad}$ e energia de colisão $E=100\text{ GeV}$. Podemos observar que as partículas espalhadas em ângulos abertos emitem fótons altamente virtuais, completamente fora da camada de massa. De acordo com a eq. (3), para $\theta'_i=0$ vamos encontrar no

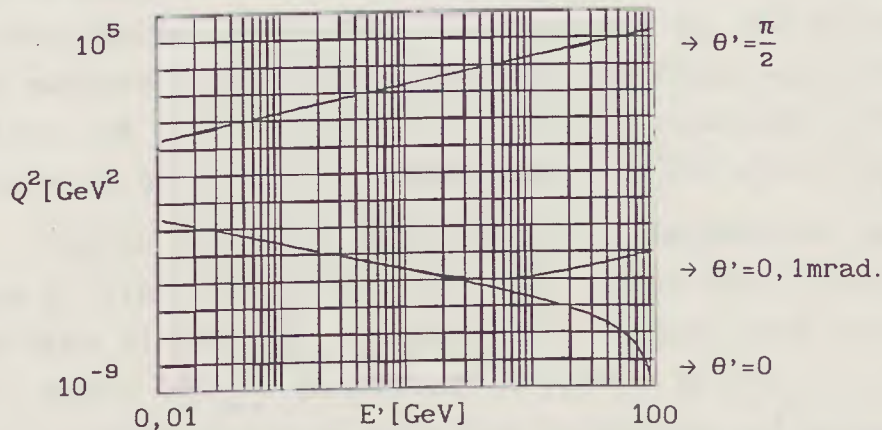


FIG. 3 - Massa do foton emitido por um eletrón com 100 GeV em função da energia da partícula espalhada com ângulos $\theta'_i=0$, $\pi/2$ e $0,1\text{rad}$.

limite onde $E'_i \gg m$ que $Q_1^2 \approx m^2 \omega_i^2 / EE'_i$. Isto mostra que os fótons não podem ter massa nula a não ser no caso extremo onde $E'_i = E$ ($\omega_i = 0$) e $\theta'_i = 0$ (veja fig. 3, neste caso não haveria colisão). Na verdade, os fótons são virtuais tipo espaço porque $q_1^2 < 0$. Ainda assim, podemos falar em *fótons equivalentes* ou *quase-reais* (próximos à camada de massa) naquelas colisões onde θ'_i seja suficientemente pequeno e E'_i suficientemente grande. Podemos observar no gráfico que estas duas condições são restritivas, ou seja, não há outra possibilidade de os fótons terem massa "pequena". Como estamos interessados apenas na distribuição destes fótons, vamos desde já adotar as aproximações $\theta'_i \ll 1$ e $E'_i \gg m$, sem, contudo, fazer $\theta'_i = 0$ e $E'_i \approx E$ *ab initio*. Além disso, estas duas condições implicam também que $\theta_i \ll 1$, ou

seja, se uma partícula relativística tem pequeno ângulo de espalhamento, ela irá *necessariamente* emitir fótons equivalentes na sua direção de movimento devido a conservação do quadrimomento. Resumindo, para fótons equivalentes a expressão (3) simplifica para $(\theta'_i \ll 1; E, E'_i \gg m; i=1,2)$

$$Q_i^2 \equiv -q_i^2 \approx \frac{m^2(E-E'_i)^2}{EE'_i} + EE'_i\theta_i'^2 \quad (4)$$

É claro que este tipo de caracterização para os fótons equivalentes tem suas limitações. Por exemplo, se fizermos $E=100$ GeV, $E'_i=0,999E$, $\theta'_i=0,1^\circ \approx 1,7\text{mrad}$ e $m=0,511\text{MeV}$ em (4) vamos encontrar $Q_i^2 \approx (174\text{MeV})^2$ que é muito superior à massa do elétron. Outro aspecto importante é que as condições $E, E'_i \gg m$ não impedem que $\omega_i \approx E'_i \approx E$. Isto significa que não existem restrições de natureza *cinemática* para a energia dos fótons equivalentes, salvo é claro, que $\omega_i < E-m$. Além disso, o momento transferido q_i deve ser um pouco maior do que a energia transferida pois $q_i^2 > 0$, $\omega_i^2 > 0$ e $-q_i^2 = q_i^2 - \omega_i^2 > 0$.

Curvas como as do gráfico da fig. 3 estabelecem, para valores fixos de θ'_i , limites em Q_i^2 . Ou seja, para um dado valor $\theta'_i = (\theta'_i)_{\min}$ teríamos um valor mínimo $(Q_i^2)_{\min}$ função de E'_i . A mesma coisa valeria para um valor máximo $(\theta'_i)_{\max}$. Na prática, os valores de $(\theta'_i)_{\min}$ e $(\theta'_i)_{\max}$ podem ser escolhidos de acordo com o tipo de processo que se quer investigar ou então seriam especificados pelas características técnicas do detector. O detector ideal, *principalmente no nosso caso*, seria do tipo 4π , ou seja, aquele que identificasse eventos até $(\theta'_i)_{\min} = 0$. Mesmo sabendo que este tipo de detector não existe^{#1}, vamos adotar a opção mais simples e fazer $(\theta'_i)_{\min} = 0$. Esta escolha nos permite identificar a partir de (4) os seguintes limites para os fótons equivalentes $(\theta'_i \ll 1; E, E'_i \gg m; i=1,2)$:

$$(Q_i^2)_{\min} \equiv (-q_i^2)_{\min} = m^2(E-E'_i)^2/EE'_i \quad (5a)$$

e

^{#1} O leitor poderá encontrar em [Be-87] uma extensa discussão sobre diversos aspectos da interação $\gamma\gamma$ do ponto de vista experimental.

$$(Q_1^2)_{\max} \equiv (-q_1^2)_{\max} = \begin{cases} m^2(E-E_1')^2/EE_1' & ; \quad (\theta_1')_{\max} < m\omega_1/EE_1' \\ EE_1'(\theta_1')_{\max}^2 & ; \quad m\omega_1/EE_1' < (\theta_1')_{\max} \ll 1 \end{cases} \quad (5b)$$

onde $(\theta_1')_{\max}$ fica por enquanto "em aberto". As condições (5a) e (5b) representam cortes de origem puramente cinemática e podem ser encontradas na literatura sob diversas formas. Dois exemplos: (i) se assumirmos $E_1' \approx E$ vamos encontrar $(Q_1^2)_{\min} \approx m^2\omega_1^2/E^2$ que é o corte adotado por *M. Drees et al* [Dr-89], fórmula (4); (ii) como $E = \gamma m$ ($c=1$), nesta mesma aproximação vamos ter $(Q_1^2)_{\min} \approx \omega_1^2/\gamma^2$, que é o corte adotado por *E. Papageorgiu* [Pa-89], fórmula (5).

Outra grandeza comumente encontrada na literatura é a componente ortogonal $q_{1\perp}$ do quadri-momento q_1 do fóton com relação ao "plano" formado por p_1 e p_2 . No CMS das partículas incidentes (2) este quadri-vetor tem componentes $q_{1\perp} = (0, \mathbf{q}_{1\perp}) = (0, q_{1x}, q_{1y}, 0)$, onde $q_{1\perp}^2 = -\mathbf{q}_{1\perp}^2 < 0$. Da mesma forma, para o quadri-momento da partícula espalhada teremos $p_{1\perp}' = (0, \mathbf{p}_{1\perp}') = (0, p_{1x}', p_{1y}', 0)$ e $p_{1\perp}'^2 = -\mathbf{p}_{1\perp}'^2 < 0$. Da conservação do quadri-momento podemos obter $q_{1\perp} = -p_{1\perp}'$ e, de acordo com (2) e (5a), ($i=1,2$),

$$q_1^2 = -\mathbf{p}_{1\perp}'^2 \sin^2(\theta_1') \approx -E_1'^2 \theta_1'^2 \rightarrow (-q_1^2) = (-q_1^2)_{\min} + \frac{E}{E_1'} (-q_{1\perp}^2) \quad , \quad (6)$$

além de outras relações equivalentes. Na aproximação $E_1' \approx E$ vamos encontrar $q_1^2 = q_{1\perp}^2 + (q_1^2)_{\min}$, uma expressão utilizada por *E. Papageorgiu* [Pa-90], fórmula (5), e *M. Gabriak et al* [Ga-90].

Vamos agora apresentar uma "ferramenta" de trabalho importante: é o tensor métrico $R^{\mu\nu}(a,b)$ de um sub-espço ortogonal aos quadri-vetores a e b [Bu-75]:

$$R^{\mu\nu}(a,b) = -g^{\mu\nu} + \frac{(a \cdot b)(a^\mu b^\nu + b^\mu a^\nu) - a^2 b^\mu b^\nu - b^2 a^\mu a^\nu}{(a \cdot b)^2 - a^2 b^2} \quad . \quad (7)$$

Este tensor é simétrico e, naturalmente, $a_\mu R^{\mu\nu}(a,b) = b_\mu R^{\mu\nu}(a,b) = 0$ por definição. Podem ser demonstradas diretamente de (7) as propriedades $R^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = 2$ e $R^{\mu\alpha} R_{\alpha\nu} = -R^\mu_\nu$. Para qualquer vetor arbitrário r , podemos definir a sua componente ortogonal $r_\perp$ à a e b através da expressão

$r_{\perp}^{\mu} = -R^{\mu\nu}(a,b)r_{\nu}$. Por exemplo, no CMS das partículas incidentes podemos construir explicitamente a matriz $R^{\mu\nu}(p_1, p_2)$ a partir de (2) e o produto $-R^{\mu\nu}(p_1, p_2)q_{1\nu}$ se verifica igual a $q_{1\perp}^{\mu}$. Os ângulos azimutais podem ser também determinados através deste tensor. Por exemplo, o ângulo $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ formado pelos planos dos fótons emitidos (fig. 2b) é dado por [Bu-75]

$$\cos(\varphi) = -\frac{q_{1\perp} \cdot q_{2\perp}}{\sqrt{q_{1\perp}^2} \sqrt{q_{2\perp}^2}} = \frac{q_{1\mu} R^{\mu\nu}(p_1, p_2) q_{2\nu}}{\sqrt{q_{1\alpha} R^{\alpha\beta}(p_1, p_2) q_{2\beta}} \sqrt{q_{1\epsilon} R^{\epsilon\delta}(p_1, p_2) q_{2\delta}}} \quad (8)$$

Além disso, como $q_1 R^{\mu\nu}(p_1, p_2) = -p_1^{\mu} R^{\mu\nu}(p_1, p_2)$ vamos obter $q_{1\perp}^{\mu} = -p_{1\perp}^{\mu}$ e o vínculo $\cos(\varphi) = \cos(\varphi')$ entre os ângulos formados pelos planos das partículas espalhadas φ' e dos fótons emitidos φ , o que já era esperado se observarmos a simetria azimutal em (2). Na verdade, a principal vantagem do tensor $R^{\mu\nu}$ é que as expressões acima são invariantes de Lorentz e, a rigor, podem ser facilmente reescritas de um referencial inercial para outro.

A distribuição angular das quatro partículas no estado final requer uma análise mais cuidadosa. Dos quatro ângulos azimutais, apenas três são independentes. Os momentos $\mathbf{k}_1$ e $\mathbf{k}_2$, por exemplo, não precisam ser colineares, visto que o CMS dos fótons virtuais emitidos não precisa *necessariamente* coincidir com o referencial laboratório (=CMS das partículas incidentes). Em outras palavras, $\mathbf{q}_1 \neq -\mathbf{q}_2$ em geral. Entretanto, no limite para baixas energias vamos encontrar $\omega_1 \approx \omega_2$. Veremos adiante que a distribuição de fótons equivalentes não só é predominante como também, nesta faixa de energia, é muito mais intensa. Logo, para estes fótons vamos ter $\theta_1, \theta_2 \ll 1$, $\mathbf{q}_1 \approx -\mathbf{q}_2$ e, assim, $\mathbf{k}_1 \approx -\mathbf{k}_2$. Isto significa que a maioria dos léptons produzidos por fótons equivalentes serão colineares. Ainda assim, ocorrerão alguns eventos onde isto não acontece, bastando para isto que $\omega_1 \neq \omega_2$ [Ba-71].

3. A APROXIMAÇÃO DO FÓTON EQUIVALENTE

Podemos aplicar as regras de Feynman no diagrama da fig. 1a. Assumindo que o mecanismo de produção por dois fótons é dominante (ver

secção 6), a secção de choque do processo será dada numa forma explicitamente invariante por^{#1}

$$d\sigma = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{|\mathfrak{M}|^2}{4[(p_1 \cdot p_2)^2 - m^4]^{1/2}} dLIPS, \quad (9)$$

onde

$$dLIPS = (2\pi)^{-8} \delta^4(q_1 + q_2 - k_1 - k_2) d\Gamma d\Gamma' \rightarrow \begin{cases} d\Gamma = d^4 k_1 d^4 k_2 \delta(k_1^2 - m_\ell^2) \delta(k_2^2 - m_\ell^2) \\ d\Gamma' = d^4 p_1' d^4 p_2' \delta(p_1'^2 - m^2) \delta(p_2'^2 - m^2) \end{cases} \quad (10a)$$

e

$$|\mathfrak{M}|^2 = \rho_1^{\mu\alpha} \rho_2^{\nu\beta} M_{\mu\nu}^\dagger M_{\alpha\beta}. \quad (10b)$$

Na função delta foi utilizado $q_i = p_i - p_i'$. Vamos explicar os termos que aparecem em (9). $dLIPS$ é o elemento de volume invariante de Lorentz no espaço de fase das partículas espalhadas e dos léptons produzidos (o elemento de volume para cada quadri-momento por si só também é invariante de Lorentz). $\mathfrak{M}$ é a amplitude invariante de espalhamento do processo da fig. 1a (a menos de um fator $(e^4/q_1^4 q_2^4)$ que foi extraído), $M_{\mu\nu}$ é a amplitude covariante do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$ com fótons virtuais γ^* da fig. 1b^{#2} e $\rho_i^{\alpha\beta}$ corresponde a um produto de correntes da partícula "externa" "i" (foi incluído aí um fator $1/-q_i^2$). No caso de elétrons ou pósitrons serem as partícula incidentes, $\rho_i^{\alpha\beta}$ pode ser calculado e quando somado sobre todas as polarizações resulta em $\rho_i^{\alpha\beta} = -(g^{\alpha\beta} - q_i^\alpha q_i^\beta / q_i^2) - (2p_i - q_i)^\alpha (2p_i - q_i)^\beta / q_i^2$. Na sua forma mais geral, argumentos de invariância de Lorentz, de gauge e por troca da paridade restringem sua forma a (omitimos o índice "i")

$$\rho^{\alpha\beta} = -(g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}) A(q^2) - \frac{(2p-q)^\alpha (2p-q)^\beta}{q^2} B(q^2), \quad (11)$$

onde $A(q_i^2)$ e $B(q_i^2)$ são funções que carregam a informação sobre a estru-

^{#1} A EPA é discutida detalhadamente em inúmeras referências (veja ^{#2}, p. 12). Aqui faremos um "apanhado" geral de todas elas (principalmente [Bu-75] e várias referências lá contidas) com algumas pequenas modificações que nos permitam incluir colisões periféricas de íons pesados. Nossa convenção corresponde ao sistema de unidades onde $\hbar=c=1$ e $\alpha=e^2/4\pi$.

^{#2} Veremos no capítulo III que em $M^{\mu\nu}$ estarão presentes as contribuições anômalas.

tura eletromagnética da partícula. Infelizmente, não há um método geral que nos permita obtê-las. Ainda assim, (11) nos é útil porque reúne em uma única expressão os dois casos que iremos estudar. Para uma corrente de elétrons ou pósitrons basta fazer $A=B=1$. Para íons sem spin, $A=0$ e $B(q_1^2)=|F(q_1^2)|^2$ onde $F(q_1^2)$ é um fator de forma que, sob certas condições que estudaremos mais adiante, corresponde à transformada de Fourier da distribuição de prótons no núcleo $F(q)$. Nas secções seguintes iremos estudar estes casos separadamente. Por enquanto vamos verificar como é possível calcular os diferentes termos que aparecerem em (9-10).

3.1. Cálculo de $|\mathfrak{M}|^2$

A maneira mais simples de calcularmos $\mathfrak{M}$ é reescrevendo-a na base de helicidade dos fótons emitidos. Nela, as amplitudes helicoidais tem um significado físico mais evidente e podem ser expressas a partir de secções de choque do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$ para diferentes conjuntos de polarizações. A conservação da helicidade total pode ser utilizada já que estamos no limite ultra-relativístico de uma colisão "para frente" (*forward scattering*). Para restringir o número de amplitudes independentes podemos ir ao CMS dos fótons emitidos e utilizar as propriedades de invariância por inversão temporal e troca da paridade. É claro que no final precisaremos retornar ao CMS das partículas incidentes.

No CMS dos fótons emitidos podemos representar as componentes dos quadri-momentos das partículas envolvidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{partic. incidentes} &\rightarrow \begin{cases} \tilde{p}_1 = (\tilde{E}, \tilde{p}_1 \sin(\tilde{\theta}_1) \cos(\tilde{\varphi}_1), \tilde{p}_1 \sin(\tilde{\theta}_1) \sin(\tilde{\varphi}_1), \tilde{p}_1 \cos(\tilde{\theta}_1)) \\ \tilde{p}_2 = (\tilde{E}, -\tilde{p}_2 \sin(\tilde{\theta}_2) \cos(\tilde{\varphi}_2), -\tilde{p}_2 \sin(\tilde{\theta}_2) \sin(\tilde{\varphi}_2), -\tilde{p}_2 \cos(\tilde{\theta}_2)) \end{cases} \\
 \text{partic. espalhadas} &\rightarrow \begin{cases} \tilde{p}'_1 = (\tilde{E}'_1, \tilde{p}'_1 \sin(\tilde{\theta}'_1) \cos(\tilde{\varphi}'_1), \tilde{p}'_1 \sin(\tilde{\theta}'_1) \sin(\tilde{\varphi}'_1), \tilde{p}'_1 \cos(\tilde{\theta}'_1)) \\ \tilde{p}'_2 = (\tilde{E}'_2, -\tilde{p}'_2 \sin(\tilde{\theta}'_2) \cos(\tilde{\varphi}'_2), -\tilde{p}'_2 \sin(\tilde{\theta}'_2) \sin(\tilde{\varphi}'_2), -\tilde{p}'_2 \cos(\tilde{\theta}'_2)) \end{cases} \\
 \text{fótons emitidos} &\rightarrow \begin{cases} \tilde{q}_1 = (\tilde{\omega}_1, 0, 0, \tilde{q}) \\ \tilde{q}_2 = (\tilde{\omega}_2, 0, 0, -\tilde{q}) \end{cases} \\
 \text{léptons produzidos} &\rightarrow \begin{cases} \tilde{k}_1 = (\tilde{e}_1, \tilde{k}_1 \sin(\tilde{\chi}_1) \cos(\tilde{\phi}_1), \tilde{k}_1 \sin(\tilde{\chi}_1) \sin(\tilde{\phi}_1), \tilde{k}_1 \cos(\tilde{\chi}_1)) \\ \tilde{k}_2 = (\tilde{e}_2, -\tilde{k}_2 \sin(\tilde{\chi}_2) \cos(\tilde{\phi}_2), -\tilde{k}_2 \sin(\tilde{\chi}_2) \sin(\tilde{\phi}_2), -\tilde{k}_2 \cos(\tilde{\chi}_2)) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Os parâmetros angulares tem o mesmo significado que em (2) com uma única

diferença básica: estamos num referencial diferente, representado pelo símbolo "~". Neste referencial os vetores de polarização transversal $e_1(\pm)$ e longitudinal $e_1(0)$ tem a forma usual

$$e_1(\pm) = \mp(1/\sqrt{2})(0, 1, \pm i, 0) \quad e_1(0) = i(1/\sqrt{Q_1^2})(\tilde{q}, 0, 0, \tilde{\omega}_1) \quad (13a)$$

$$e_2(\pm) = \pm(1/\sqrt{2})(0, 1, \mp i, 0) \quad e_2(0) = i(1/\sqrt{Q_2^2})(-\tilde{q}, 0, 0, \tilde{\omega}_2) \quad (13b)$$

Podemos observar que $e_1(\pm) = e_2(\mp)$ e $e_1(\pm) = -e_1^*(\mp)$. Para cada fóton γ_1^* os vetores $e_1(+)$, $e_1(-)$ e $e_1(0)$ formam uma base ortonormal [$e_1^*(a) \cdot e_1(b) = (-1)^a \delta_{ab}$] e completa [$\sum (-1)^a e_1^{\alpha*}(a) e_1^\beta(a) = g^{\alpha\beta} - q_1^\alpha q_1^\beta / q_1^2$] de um sub-espaço ortogonal a q_1 [$q_1 \cdot e_1(a) = 0$]. Todas estas relações podem ser verificadas diretamente de (12) e (13). Podemos então projetar $|\mathfrak{M}|^2$ nesta base,

$$|\mathfrak{M}|^2 = \rho_1^{\mu\alpha} \rho_2^{\nu\beta} M_{\mu\nu}^* M_{\alpha\beta} = \sum \rho_1^{ma} \rho_2^{nb} M_{mn}^* M_{ab} \quad , \quad (m, n, a, b = -, 0, +) \quad (14)$$

onde

$$\rho_1^{ab} = (-1)^{(a+b)} e_1^\alpha(a) \rho_{1,\alpha\beta} e_1^{\beta*}(b) \quad (i=1, 2) \quad (15a)$$

e

$$M_{ab} = e_1^\mu(a) M_{\mu\nu} e_2^\nu(b) \quad (15b)$$

Em (14) a conservação da corrente eletromagnética $q_{1\alpha} M^{\alpha\beta} = q_{1\beta} M^{\alpha\beta} = 0$ foi utilizada. O termo ρ_1^{ab} depende, neste referencial, unicamente dos quadri-momentos das partículas "externas" i 's e pode ser interpretado como uma matriz densidade de polarização (não normalizada) do fóton emitido γ_1^* , onde cada termo ρ_1^{ab} expressa na secção de choque (9) a sua contribuição para um conjunto específico de polarizações (a,b). Da mesma forma, M_{ab} seria a amplitude invariante de espalhamento do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$ para este mesmo conjunto.

Os 81 termos contidos em (14) podem ser reduzidos a apenas 6 se utilizarmos as seguintes propriedades de ρ_1^{ab} e M_{ab} (omitimos o índice "1"):

$$\begin{aligned} \rho^{++} &= \rho^{--}; \quad \rho^{+-} = (\rho^{-+})^*; \quad \rho^{+0} = \rho^{0-} = (\rho^{0+})^* = (\rho^{-0})^* \\ M_{mn}^* M_{ab} &= \delta_{(a-b), (m-n)} M_{mn}^* M_{ab} \quad \rightarrow \text{(conservação da helicidade total em espalhamento para frente)} \\ M_{mn}^* M_{ab} &= M_{-m-n}^* M_{-a-b} \quad \rightarrow \text{(invariância por troca da paridade)} \end{aligned} \quad (16)$$

$$M_{mn}^* M_{ab} = M_{ab}^* M_{mn} \quad \rightarrow \text{(invariância por inversão temporal)}$$

Aplicando estas relações em (14) vamos encontrar

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 = & 2\rho_1^{++}\rho_2^{++}(M_{++}^* M_{++} + M_{+-}^* M_{+-}) + 2\text{Re}[\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}]M_{++}^* M_{--} + 2\rho_1^{++}\rho_2^{00}M_{+0}^* M_{+0} + \\ & + 2\rho_1^{00}\rho_2^{++}M_{-0}^* M_{-0} + 4\text{Re}[\rho_1^{0+}\rho_2^{0+}](M_{++}^* M_{00} + M_{0+}^* M_{-0}) + \rho_1^{00}\rho_2^{00}M_{00}^* M_{00} \end{aligned} \quad (17)$$

A matriz densidade (15a) pode ser calculada nas diferentes polarizações substituindo-se (11) em (15a) e utilizando (12) e (13). Por exemplo, pode-se mostrar que o primeiro termo na expressão acima é dado por ($i=1,2$)

$$\rho_1^{++} = A(q_1^2) + \frac{2}{Q_1^2} B(q_1^2) \tilde{p}_1^2 \sin^2(\tilde{\theta}_1) \quad (18)$$

É direto, porém tedioso, mostrar que todos os demais termos podem ser expressos a partir de ρ_1^{++} : ($i=1,2$)

$$\left. \begin{aligned} |\rho_1^{+-}| &= \rho_1^{++} - A(q_1^2) \\ \rho_1^{00} &= 2\rho_1^{++} - 3A(q_1^2) + \left[1 + \frac{4m^2}{Q_1^2}\right] B(q_1^2) \\ |\rho_1^{+0}| &= \sqrt{|\rho_1^{+-}|(\rho_1^{00} + A(q_1^2))} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}[\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}] &= |\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}| \cos(2\tilde{\varphi}) \\ \text{Re}[\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}] &= -|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}| \cos(\tilde{\varphi}) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

onde $\tilde{\varphi} = \tilde{\varphi}_1 - \tilde{\varphi}_2$. As expressões acima mostram que todos os termos ρ_1^{ab} são de mesma ordem. Isto significa que, em termos de valores médios, não existe uma polarização preferencial para os fótons virtuais serem emitidos, não importando estarem ou não próximos à camada de massa, serem ou não equivalentes. Precisamos agora retornar ao referencial CMS das partículas incidentes. O primeiro passo consiste em reescrever ρ_1^{ab} em uma forma explicitamente invariante, algo que não acontece em (18) e (20) devido a

presença dos termos $\tilde{p}_1^2 \sin^2 \tilde{\theta}_1$ e $\tilde{\varphi}$. Isto pode ser conseguido se lembrarmos que no CMS dos fótons emitidos (12) $e_1(+)$ e $e_1(-)$ são vetores ortonormais que formam a base de um sub-espaço ortogonal à q_1 e q_2 . Isto significa que, pela própria definição (7) de $R^{\mu\nu}$, ($i=1,2$)

$$e_1^{\mu*}(+)e_1^\nu(+) + e_1^{\mu*}(-)e_1^\nu(-) = R^{\mu\nu}(q_1, q_2) \quad . \quad (21)$$

Neste referencial, apenas duas componentes de $R^{\mu\nu}$ são diferentes de zero: $R_{xx} = R_{yy} = 1$. Pode-se então mostrar que $p_{1\mu} R^{\mu\nu}(q_1, q_2) p_{1\nu} = \tilde{p}_1^2 \sin^2(\tilde{\theta}_1)$ e, assim, (18) assume a forma ($i=1,2$)

$$\rho_1^{++} = A(q_1^2) + \frac{2}{Q_1^2} B(q_1^2) p_1^\mu R_{\mu\nu}(q_1, q_2) p_1^\nu \quad , \quad (22)$$

que é explicitamente invariante. Similarmente, podemos utilizar a definição (7) de $R^{\mu\nu}$ para escrever

$$\cos(\tilde{\varphi}) = \frac{p_{1\mu} R^{\mu\nu}(q_1, q_2) p_{2\nu}}{\sqrt{p_{1\alpha} R^{\alpha\beta}(q_1, q_2) p_{2\beta} p_{1\epsilon} R^{\epsilon\delta}(q_1, q_2) p_{2\delta}}} = \cos(\tilde{\varphi}') \quad , \quad (23)$$

onde $p_{1\mu} R^{\mu\nu}(q_1, q_2) = p_{1\mu}' R^{\mu\nu}(q_1, q_2)$ foi utilizado na última igualdade.

Agora que já encontramos a expressssão "correta" para ρ_1^{++} (22) vamos analisar as amplitudes helicoidais. Como estamos interessados apenas nos termos que carregam a polarização transversal vamos reescrever (17) na forma mais conveniente

$$|\mathfrak{M}|^2 = 2\rho_1^{++}\rho_2^{++}(M_{++}^* M_{++} + M_{+-}^* M_{+-}) + 2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}| \cos(2\tilde{\varphi}) M_{++}^* M_{--} + \mathcal{A} \quad , \quad (24)$$

onde $\mathcal{A}$ corresponde aos termos restantes em (17) e a equação (20) foi utilizada. Podemos expressar as amplitudes que aparecem em (24) em termos de secções de choque diferenciais do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$. Ou seja ^{#1},

^{#1} O símbolo " $\wedge$ " refere-se sempre ao sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$.

$$\frac{1}{2}(M_{++}^* M_{++} + M_{+-}^* M_{+-}) = 64\pi \left[(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 \right] \left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \right)_{TT} \quad (25a)$$

e

$$M_{++}^* M_{--} = 64\pi \left[(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 \right] \left(\frac{d\hat{\tau}}{d\hat{t}} \right)_{TT}, \quad (25b)$$

onde "TT" significa que *ambos* os fótons carregam polarizações transversais. Em particular, $\hat{\tau}_{TT}$ corresponde a um termo de interferência (*spin-flip*) onde os fótons trocam de polarização (embora a helicidade total se conserve). Em $\mathcal{A}$ irão aparecer termos semelhantes porém com um ou ambos os fótons carregando polarização longitudinal. Todas estas secções de choque são, em princípio, determináveis experimentalmente. Podemos calculá-las num referencial conveniente, no caso, o CMS dos fótons emitidos, desde que no final as expressemos em função dos escalares invariantes $\hat{s} = (q_1 + q_2)^2 = (k_1 + k_2)^2$ e $\hat{t} = (q_1 - k_2)^2 = (q_2 - k_1)^2$, além de q_1^2 e q_2^2 . Elas podem também ser reescritas em termos de polarizações lineares. Neste caso, $\hat{\tau}_{TT}$ corresponderia à diferença entre secções de choque com os fótons carregando polarizações paralela ($\hat{\sigma}_{||}$) e transversal ($\hat{\sigma}_{\perp}$) entre si ao passo que $\hat{\sigma}_{TT}$ seria o seu valor médio, $\hat{\sigma}_{TT} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{||} + \hat{\sigma}_{\perp})$.

Reunindo (24) e (25) em (9) vamos encontrar

$$d\sigma = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{[(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2 q_2^2]}{[(p_1 \cdot p_2)^2 - m^4]^{1/2}} 64\pi \rho_1^{++} \rho_2^{++} \left\{ \left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \right)_{TT} + \frac{1}{2} \xi_1 \xi_2 \cos(2\tilde{\varphi}) \left(\frac{d\hat{\tau}}{d\hat{t}} \right)_{TT} + \frac{1}{4} \mathcal{A} \right\} dLIPS, \quad (26)$$

onde $\xi_1 = |\rho_1^{+-}| / \rho_1^{++}$. É importante observar mesmo tendo começado no CMS dos fótons virtuais, a expressão acima, juntamente com (22) e (23), está numa forma explicitamente invariante e, por isso, pode ser utilizada em qualquer referencial inercial. Precisamos agora implementar a integração no espaço de fase dos momentos finais para "sumir" a função delta $\delta^4(q_1 + q_2 - k_1 - k_2)$ contida em dLIPS (10a e 26). Dependendo em quais momentos esta integração for realizada, vamos obter a secção de choque (26) em uma distribuição específica dos momentos que "sobram". Por exemplo, podemos implementar a integração sobre os momentos dos léptons produzidos ou das partículas espalhadas. No primeiro caso irá aparecer em (26) a secção de choque total

do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$, que é a forma usualmente encontrada na literatura. No segundo caso, irá permanecer a secção de choque diferencial ($d\hat{\sigma}/d\hat{t}$). Neste trabalho iremos seguir a primeira alternativa. Deixamos o segundo caso para o apêndice I, conforme mencionamos anteriormente.

3.2. Distribuição nos momentos das partículas espalhadas

Se quisermos realizar uma integração sobre os momentos dos léptons produzidos em (26) precisamos ir a um referencial conveniente, onde $dLIPS$ tenha uma forma tal que a integração em $\hat{t}$ seja imediata. Isto acontece no CMS dos fótons emitidos (12) onde a integração de $d\Gamma$ resulta em

$$\delta^4(q_1 + q_2 - k_1 - k_2) d^4 k_1 d^4 k_2 \delta(k_1^2 - m_\ell^2) \delta(k_2^2 - m_\ell^2) = \frac{\pi d\hat{t}}{4[(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2 q_2^2]^{1/2}}. \quad (27)$$

Note que ρ_1^{++} (22) e $\cos(2\tilde{\varphi})$ (23) independem de k_1 e $\hat{t}$. Substituindo (27) em (26) vamos obter uma expressão que continua explicitamente invariante e, por isso, a passagem para o CMS das partículas incidentes (2) é imediata. Esta mudança de referencial é conveniente por restarem apenas os momentos das partículas espalhadas a serem integradas. Além disso, o elemento de volume que sobrou $d\Gamma'$ pode ser expresso na forma

$$d^4 p_1' d^4 p_2' \delta(p_1'^2 - m^2) \delta(p_2'^2 - m^2) = \frac{1}{16p^2} dQ_1^2 dQ_2^2 d\omega_1 d\omega_2 d\varphi_1' d\varphi_2', \quad (28)$$

onde a equação (2) foi utilizada. Com (27) e (28) podemos obter a expressão completa de $dLIPS$ (10a) e substituindo-a expressão em (26) a secção choque irá resultar em ($E \gg m^2$)

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{1}{16\pi^4 E^2} \left[\frac{(q_1 \cdot q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}{(p_1 \cdot p_2)^2 - m^4} \right]^{1/2} \rho_1^{++} \rho_2^{++} \left\{ \hat{\sigma}_{TT} + \frac{1}{2} \xi_1 \xi_2 \cos(2\tilde{\varphi}) \hat{\tau}_{TT} + \frac{1}{4} \mathcal{A} \right\} \cdot dQ_1^2 dQ_2^2 d\omega_1 d\omega_2 d\varphi_1' d\varphi_2' \quad (29)$$

onde ρ^{++} e $\cos(2\tilde{\varphi})$ são dados por (22) e (23) e a integração em $\hat{t}$ foi realizada.

O termo $\mathcal{A}$ em (29) carrega a contribuição longitudinal do processo na forma de secções de choque totais. Claramente, a expressão completa seria muito extensa e qualquer análise não-numérica torna imperativa alguma aproximação. Seguindo o espírito da EPA, o melhor caminho seria considerar a massa dos fótons suficientemente pequena (menor do que um parâmetro a ser especificado) e com isto conseguir duas coisas: (i) descartar todos os termos contidos em $\mathcal{A}$ e (ii) conseguir, neste limite, fazer com que $\hat{\sigma}_{TT}$ e $\hat{\tau}_{TT}$ "tendam" a secções de choque do mesmo sub-processo, porém com fótons reais. Naturalmente, esta aproximação precisa ser buscada em $|\mathbb{M}|^2$, que contém dois tipos de termos: a matriz densidade e as secções de choque totais. Porém, já mencionamos na sub-secção anterior que ρ_1^{ab} é de mesma ordem de grandeza para todas as polarizações. Logo, nossa escolha deve recair na segunda opção. Com efeito, veremos a seguir que é a forma específica das secções de choque nas suas diferentes polarizações que nos permite ignorar a contribuição longitudinal.

As secções de choque totais contidas em (29) dependem apenas dos quadri-momentos q_1 e q_2 dos fótons virtuais. Logo, podem ser expressas como funções de três escalares independentes, que podem ser q_1^2 , q_2^2 e a (massa)² invariante do sistema $\gamma\gamma$, $W^2 \equiv \hat{s} = (q_1 + q_2)^2$. Em particular, no CMS das partículas incidentes (2), $(\theta_1 \ll 1; E, E' \gg m)$

$$W^2 \approx 4\omega_1 \omega_2 - E_1' E_2' (\theta_1'^2 + \theta_2'^2 - 2\theta_1' \theta_2' \cos(\varphi')) \quad . \quad (30)$$

Além disso, as secções de choque do sub-processo $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \ell^+ \ell^-$ presentes em (29) tem as seguintes características:

- (i) Para $W^2 = 4m_\ell^2$ vão todas a zero independentemente das polarizações.
- (ii) Para $Q_1^2 \gg W^2$ todas diminuem quando Q_1^2 aumenta, ou seja, fótons muito massivos tem maior dificuldade em se materializarem num par $\ell^+ \ell^-$. O cálculo de ρ_1^{++} (22) no CMS das partículas incidentes (2) resulta em

$$2\rho_1^{++} = [2A(q_1^2) - B(q_1^2)] + \frac{4m_\ell^2}{q_1^2} B(q_1^2) + \frac{[8E\omega_2 - W^2 + (q_1^2 + q_2^2)]^2}{W^4 - 2W^2(q_1 + q_2)^2 + (q_1^2 - q_2^2)^2} B(q_1^2) \quad (31)$$

e $\rho_2^{++} = \rho_1^{++} (1 \leftrightarrow 2)$. Se substituirmos $W^2 = (q_1 + q_2)^2$ em (31) vamos observar que

ρ_1^{++} diminui quando $-q_1^2 = Q_1^2$ aumenta. Isto indica uma predominância na emissão de fótons equivalentes sobre os massivos.

(iii) Para $Q_1^2 \ll W^2$ existe um parâmetro de escala Λ_γ onde [Bu-75]

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) &= \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(W^2) \left\{ 1 + \mathcal{O}(q_1^2/\Lambda_\gamma^2) \right\} \rightarrow \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(W^2) \equiv \hat{\sigma}_{TT}(W^2, 0, 0) , \\ \hat{\tau}_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) &= \hat{\tau}_{\gamma\gamma}(W^2) \left\{ 1 + \mathcal{O}(q_1^2/\Lambda_\gamma^2) \right\} \rightarrow \hat{\tau}_{\gamma\gamma}(W^2) \equiv \hat{\tau}_{TT}(W^2, 0, 0) , \quad (32) \\ e \\ \hat{\sigma}_{TL}, \hat{\sigma}_{LT}, \hat{\tau}_{TL}, \hat{\sigma}_{LL} &\leq \mathcal{O}(q_1^2/\Lambda_\gamma^2) . \end{aligned}$$

As secções de choque $\hat{\sigma}_{LT}$, $\hat{\sigma}_{TL}$, $\hat{\sigma}_{LL}$, $\hat{\tau}_{TL}$ estão contidas em $\mathcal{A}$, onde um ou ambos os fótons carregam polarização longitudinal. Uma comparação entre os resultados acima mostra que os fótons virtuais pouco massivos tem maior facilidade em se materializarem num par $\ell^+\ell^-$ se forem transversais. Quanto vale a escala Λ_γ ? Para valores de W^2 um pouco maiores do que $4m_\ell^2$ temos $\Lambda_\gamma \approx W$. Para $W^2 \gg 4m_\ell^2$ a escala é menor do que W . Vamos manter o resultado $\Lambda_\gamma = W$ já que $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$ é maior para pequenos valores de W^2 . Já temos agora uma caracterização mais precisa para os fótons equivalentes:

Fótons equivalentes ou quase-reais são aqueles fótons emitidos no processo que possuem uma massa menor do que a massa invariante W do sistema $\gamma\gamma$, ou seja, $Q_1^2 \ll W^2$ ^{#1}.

Repare que $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$ e $\hat{\tau}_{\gamma\gamma}$ são secções de choque para fótons reais embora, na verdade, os fótons equivalentes tenham massa, mesmo que extremamente pequena. Só utilizamos $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$ e $\hat{\tau}_{\gamma\gamma}$ porque, quando $Q_1^2 \ll W^2$, a parte dominante

^{#1} Se considerarmos que $\hat{\sigma}_{TT}$ é maior para pequenos valores de W^2 (próximos de $4m_\ell^2$), podemos numa estimativa mais rudimentar afirmar que os fótons equivalentes são aqueles onde $-q_1^2 < 4m_\ell^2$. Por este critério, obteríamos a partir de (5b) o resultado $(\theta'_i)_{\max} \approx 2m_\ell/E$ para o ângulo de espalhamento da partícula incidente. Por exemplo, vamos considerar a produção de um par elétron-pósitron, onde $m_\ell = m_e$. Em colisões e^+e^- com $\sqrt{s} = 200$ GeV (LEP II) teríamos $(\theta'_i)_{\max} \approx 10^{-5}$ rad e em colisões Pb-Pb com $\sqrt{s} = 200$ A GeV (RHIC) teríamos $(\theta'_i)_{\max} \approx 5 \cdot 10^{-8}$ rad. Estes valores são significativos embora devamos lembrar que a condição correta é $-q^2 < W^2$.

em $\hat{\sigma}_{\text{TT}}$ e $\hat{\tau}_{\text{TT}}$ é aquela que não depende da massa dos fótons, que é justamente $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$ e $\hat{\tau}_{\gamma\gamma}$, conforme (32). Também podemos observar que a aplicabilidade da EPA depende, em última análise, das características específicas do sistema, na sua dependência da secção de choque em Q_1^2 . Este detalhe não pode ser ignorado porque conhecemos situações onde a EPA não é aplicável, por exemplo, produção de partículas via *bremsstrahlung* [Al-71].

De acordo com os resultados obtidos no parágrafo anterior, podemos concluir que as relações $Q_1^2 \ll W^2$ ($i=1,2$) se constituem no critério básico de aplicabilidade da EPA. Nesta aproximação, é possível desprezar todos os termos contidos em $\mathcal{A}$ e assumir $\hat{\sigma}_{\text{TT}} \approx \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}$ e $\hat{\tau}_{\text{TT}} \approx \hat{\tau}_{\gamma\gamma}$. Resta-nos agora calcular os termos restantes da expressão (29). Aplicando esta aproximação em W^2 (30), ρ_1^{++} (31) e $\cos(\tilde{\varphi}')$ (23) vamos encontrar no CMS das partículas incidentes (2) que

$$W^2 \approx 4\omega_1 \omega_2 \rightarrow q_1 \cdot q_2 \approx \frac{1}{2} W^2, \quad (33a)$$

$$\rho_1^{++} \approx A(q_1^2) + B(q_1^2) \frac{2E(E-\omega_1)}{\omega_1^2} \left\{ 1 - \frac{(Q_1^2)_{\min}}{Q_1^2} \right\} \quad (33b)$$

e

$$\cos(2\tilde{\varphi}) \approx \cos(2\varphi) = \cos(2\varphi') \quad (33c)$$

As expressões acima mostram que na secção de choque (29) a dependência angular aparece apenas em $\cos(2\varphi')$. Isto significa que na EPA a integração angular sobre os ângulos azimutais φ'_1 e φ'_2 resulta zero neste termo e, portanto, a interferência não contribui. Agora que já temos todas as expressões na EPA e no CMS das partículas incidentes (2), podemos reescrever (29) numa forma mais sintética, válida somente para fótons equivalentes,

$$\boxed{d\sigma = dn_1 dn_2 \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(W^2) = dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(W^2)} \quad , \quad (34)$$

onde ($i=1,2$)

$$dn_i = \frac{\alpha}{2\pi} \rho_i^{++} x_i dx_i \frac{dQ_i^2}{Q_i^2} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{dx_i}{x_i} \frac{dQ_i^2}{Q_i^2} \left\{ A(q_i^2) \frac{1}{2} x_i^2 + B(q_i^2) (1-x_i) \left[1 - \frac{(Q_i^2)_{\min}}{Q_i^2} \right] \right\} \quad (35)$$

e

$$f(x_i) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{x_i} \int_{a_i}^{b_i} \frac{dQ_i^2}{Q_i^2} \left\{ A(q_i^2) \frac{1}{2} x_i^2 + B(q_i^2) (1-x_i) \left[1 - \frac{(Q_i^2)_{\min}}{Q_i^2} \right] \right\} \quad (36)$$

são funções espectrais para os fótons equivalentes emitidos e $x_i = \omega_i/E$ é a fração de energia da partícula incidente carregada pelo fóton. Podemos também reescrever (5a) na forma ($i=1,2$)

$$(Q_i^2)_{\min} = \frac{m^2 x_i^2}{1-x_i} \quad (37)$$

A função $f(x_i)$ é também chamada de função distribuição porque, conforme se observa em (34), expressa o fluxo de fótons emitidos ou, em outras palavras, a probabilidade de cada evento ocorrer onde o fóton carregue uma determinada fração x_i de energia da partícula incidente.

Na expressão (36) precisamos tomar cuidado com os limites de integração a_i e b_i porque a sua escolha não é inteiramente arbitrária. Com efeito, para qualquer fóton virtual precisamos ter, de acordo com (5a), $a_i \geq (Q_i^2)_{\min}$. No outro extremo de integração precisamos ter, para fótons equivalentes, $b_i \leq W^2$. Naturalmente que em (34) não estão contabilizados todos os eventos observados já que nem todos os fótons emitidos serão equivalentes. Neste sentido, é importante discriminar um tipo de evento do outro. Na prática, isto é bastante complicado^{#1}. Entretanto, na situação mais simples possível, podemos utilizar (4) e obter a condição ($i=1,2$)

^{#1} Em princípio, uma informação cinemática completa do sistema $\gamma\gamma$ poderia ser obtida identificando-se as duas partículas espalhadas (*double-tagging*). Claramente, isto é muito difícil (veja ^{#1} da próxima página e [Ko-84]).

$$Q_1^2 \leq W^2 \rightarrow \frac{m^2(E-E'_1)^2}{EE'_1} + EE'_1\theta_1'^2 < (k_1+k_2)^2, \quad (38)$$

onde, em princípio, k_1 e k_2 podem ser medidos experimentalmente. Este resultado mostra que em todos os eventos onde ocorrer a produção de um par $\ell^+\ell^-$, as partículas incidentes com energia E forem espalhadas com valores E'_1 , E'_2 , θ'_1 e θ'_2 e os léptons forem produzidos com quadri-momentos k_1 e k_2 tais que ambas as condições em (38), para $i=1$ e $i=2$, forem satisfeitas simultaneamente, o mecanismo de produção por dois fótons equivalentes estará presente. Todos estes eventos estarão contabilizados na secção de choque (34) se em (36) adotarmos o intervalo de integração mais abrangente, isto é, $a_1=(Q_1^2)_{\min}$ e $b_1=W^2$. Além disso, (38) é consistente com o fato de os fótons equivalentes serem emitidos na direção de incidência das partículas, já que supondo $E, E' \gg m$ vamos ter $\theta, \theta' \ll 1$ ^{#1}.

Uma característica importante na secção de choque (34) é que ela aparece numa forma completamente fatorizada, onde o fóton emitido por uma partícula não altera a distribuição do fóton emitido pela outra partícula. Além disso, como $W^2=4\omega_1\omega_2=4x_1x_2E^2=x_1x_2s$, onde $\sqrt{s}=\sqrt{(p_1+p_2)^2}$ é a energia no centro de momento, é conveniente adotarmos o parâmetro de escala

$$\tau=x_1x_2=W^2/s \rightarrow W^2 \equiv \hat{s}=\tau s \quad (39)$$

e, fazendo uma mudança de variáveis em (34), reescrevermos as secções de choque diferencial e total como

$$\left(\frac{d\sigma}{d\tau}\right) = \left(\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}\right) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(\tau s) \quad (40)$$

e

$$\sigma(s) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} d\tau \left(\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}\right) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma}(\tau s) \rightarrow \begin{cases} \tau_{\max} = (x_1)_{\max} \cdot (x_2)_{\max} \\ \tau_{\min} = 4m_\ell^2/s \end{cases}, \quad (41)$$

^{#1} Conforme [Be-87], resultados experimentais indicam que 30% do fluxo de fótons é produzido fora do cone $\theta'=20\text{mrad}$, ou seja, com ângulo de espalhamento onde $20\text{mrad} < \theta' < \pi-20\text{mrad}$.

onde

$$\left(\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \right) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{x} f(x) f\left(\frac{\tau}{x}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_{\max} = (x_1)_{\max} \\ x_{\min} = \tau / (x_2)_{\max} \end{cases} \quad (42)$$

é a função *Luminosidade Diferencial* que, à parte a luminosidade efetiva do acelerador, expressa a luminosidade do processo (podemos interpretar este termo como um "fator amplificador" do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$; $d\mathcal{L}/d\tau$ não é a luminosidade da máquina). Estas expressões (40, 41 e 42) são encontradas na literatura sob diversas formas. Nelas podemos em geral fazer $x_{\max} \approx 1$, com exceção de um único caso que veremos mais adiante. Em (41) o limite inferior $\tau_{\min}$ precisa ser escolhido corretamente impondo-se que o sistema $\gamma\gamma$ possua energia suficiente para produzir um par $\ell^+ \ell^-$, ou seja, $\hat{s}_{\min} = 4m_\ell^2$ ^{#1}. Alguns autores [Pa-89, Ca-90] introduzem uma delta $\delta(\tau - x_1 x_2)$ em (34) para "fixar" a EPA. No nosso caso isto não é necessário porque os limites de integração foram escolhidos corretamente.

4. A FUNÇÃO LUMINOSIDADE NO PROCESSO $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$.

Vamos agora começar a aplicar os resultados obtidos na secção anterior para o processo $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$. Para encontrar o espectro numérico de fótons equivalentes basta fazer $A=B=1$ em (35) para encontrar^{#2}

$$dn = \frac{\alpha}{\pi} \frac{dx}{x} \frac{dQ^2}{Q^2} \left\{ \left(1 - x + \frac{1}{2}x^2\right) - (1-x) \frac{(Q^2)_{\min}}{Q^2} \right\} \quad , \quad (43)$$

onde $(Q^2)_{\min}$ é dado por (37). A figura 4 mostra o gráfico de (43) $[dn/dx dQ^2 \equiv g(x, Q^2)]$ como função de Q^2 para $x=0,1$; $x=0,01$ e $x=0,001$. Podemos observar a presença de um pico pronunciado bastante próximo à $Q_{\min}^2$,

^{#1} Veremos adiante que podemos introduzir um corte $\hat{s}_{\min} > 4m_\ell^2$.

^{#2} Por comodidade nesta secção e nas seguintes vamos omitir o índice "1" que diferencia os fótons quando não houver necessidade. Salientamos também que este processo e os demais serão analisados apenas no âmbito da EPA.

aproximação retendo apenas o termo logarítmico em (44)

$$\ell_e(x) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1+(1-x)^2}{x} \text{Ln} \left[\frac{W^2}{m^2} \frac{1-x}{x^2} \right] \{1-\eta(x)\} \approx \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1+(1-x)^2}{x} \text{Ln} \left[\frac{W^2}{m^2} \frac{1-x}{x^2} \right] \quad , \quad (46)$$

a menos de uma pequena correção $\eta(x)$ que pode-se mostrar ser menor do que 1. Note que a aproximação logarítmica (46) não perde este corte natural que a função distribuição deve possuir para os fótons duros cuja massa esteja acima de W^2 . Infelizmente, esta aproximação não é suficiente porque a dependência em x dentro do logaritmo dificulta qualquer integração analítica desta expressão. Devido a isto, vamos fazer uma nova aproximação que modifique o logaritmo para

$$\ell_e(x) = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1+(1-x)^2}{x} \text{Ln} \left(\frac{s}{m^2} \right) \{1+\eta(x)\}$$

e

$$\ell_e(x) \approx \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1+(1-x)^2}{x} \text{Ln}(s/m^2)$$

(47)

onde $W^2 = \tau s$ foi utilizado e $\eta(x)$ é uma nova correção que pode ser obtida a partir de (47) da mesma forma que anteriormente. Agora, esta aproximação não é tão boa quanto (46) porque não mantém o corte natural em $x \rightarrow x_{\max}$. Neste limite, a aproximação (47) superestima (46) em $\approx \frac{\alpha}{2\pi} \text{Ln}(s/m^2)$ porque $\eta(x) \rightarrow -1$. Entretanto, não podemos nos esquecer que estamos estudando um caso específico, onde a secção de choque do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ diminui "rapidamente" no limite relativístico devido a presença de um fator $1/s$ dominante sobre $\text{Ln}(s/m^2)$. Isto significa que no limite $x \rightarrow x_{\max}$ vamos encontrar um outro "corte" que vem da secção de choque do sub-processo e, só por este motivo, podemos manter a aproximação (47). Na figura 5 mostramos esta aproximação como função de x para $\sqrt{s} = 30, 200$ e 2000 GeV. Nesta faixa de energia a função distribuição não é modificada substancialmente. Além disso, para $x > 0,1$ $\ell_e(x)$ não assume valores significativos. Comparando-se este gráfico com o da fig. 4 vamos constatar que a distribuição de fótons equivalentes é muito maior para fótons moles e estes estão concentrados na região onde a sua massa é dada por $Q^2 \approx Q_{\min}^2 = m^2 x^2 / (1-x)$, cujo valor vai a zero quando $x \rightarrow 0$.

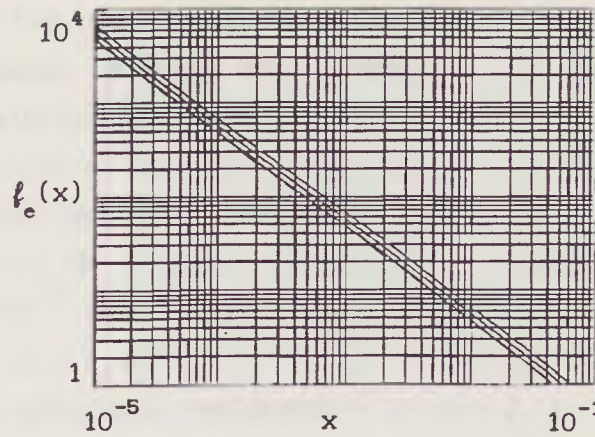


FIG. 5 - Funcao distribuicao de fotons equivalentes (47) com funcao de x para tres valores de Vs: 30 GeV (linha de baixo), 200 GeV (linha do meio) e 2000 GeV (linha de cima).

Outra possibilidade seria calcularmos o fluxo $f_e(x, \theta'_{\max})$ de fótons emitidos até um ângulo máximo $\theta'_{\max}$ de espalhamento das partículas incidentes. Isto pode ser feito se trocarmos o limite superior de integração em (36) de $b=Q_{\max}^2=W^2$ para (5b), $b=Q_{\max}^2=EE'(\theta')_{\max}^2$. A diferença desta distribuição para dois ângulos diferentes θ' e $\theta'+\Delta\theta'$ dará o fluxo na faixa angular $\Delta\theta'$ a partir de θ' . A razão deste resultado com (47), que representa a distribuição angular total, fornece uma estimativa bastante rudimentar da probabilidade $\mathcal{P}$ do fóton ser emitido entre θ' e $\theta'+\Delta\theta'$ [Be-87]

$$\mathcal{P}[\%] = \frac{\text{Ln}((\theta'+\Delta\theta')/\theta')}{\text{Ln}(E/m)} \cdot 100\% \quad (48)$$

onde supomos $\theta' > \frac{m}{E} \frac{x}{1-x}$ de acordo com (5b). Como $\theta' \approx (\omega/E)\theta$, este resultado é ilustrativo porque mostra o quanto o fluxo de fótons está concentrado na direção do feixe. Por exemplo, para uma faixa angular $\Delta\theta=70\text{mrad}$ e energia de colisão $E=15\text{ GeV}$, vamos obter $\mathcal{P} \approx 11\%$ se $\theta=30\text{mrad}$.

Agora que já temos uma aproximação ideal para a função distribuição podemos calcular a luminosidade $d\mathcal{L}/d\tau$. Basta substituir (47) em (42) e fazer a integração. Na aproximação $(x_1)_{\max} \approx 1$, o resultado será

$$\left[\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \right]_e = \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left[\frac{1}{\tau} \left\{ (2+\tau)^2 \text{Ln}\left(\frac{1}{\tau}\right) - 2(1-\tau)(3+\tau) \right\} \right] \quad (49)$$

Este resultado foi utilizado pela primeira vez por F. Low [Lo-60] ao investigar a produção de píons em colisões e^-e^- e e^+e^- . O gráfico da figura 6 mostra a luminosidade diferencial (49) como função de τ para $\sqrt{s}=30$, 200 e 2000 GeV (os mesmos valores do gráfico da fig. 5). Podemos observar que (49) tem uma forma similar à função distribuição (47) com uma pequena diferença de escala: para $\tau=10^{-5}$ é aproximadamente duas vezes menor, para $\tau=10^{-3}$ quatro vezes menor e assim por diante, diminuindo a sua proporção com $f_e(x)$ à medida que τ aumenta. Em outras palavras, $(d\mathcal{L}/d\tau)_e$ vai a zero mais rapidamente do que $f_e(x)$, o que é fisicamente compreensível porque a luminosidade corresponde a um "produto" de duas funções de distribuição.

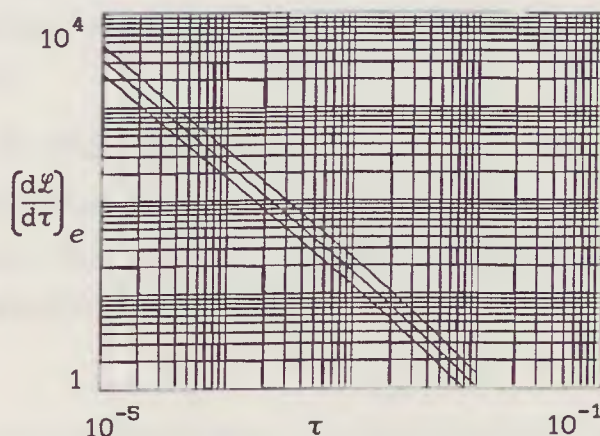


FIG. 6 - Função luminosidade diferencial (49) do mecanismo de produção do par $\mu\mu$ por dois fótons equivalentes como função de τ para três valores de $\sqrt{s}$: 30 GeV (linha de baixo), 200 GeV (linha do meio) e 2000 GeV (linha de cima).

Uma abordagem alternativa seria calcular numericamente a luminosidade sem recorrer a aproximações do tipo (46) ou (47). De acordo com J. H. Field [Fi-80], a aproximação (49) superestima o resultado numérico em 10-15% para uma energia de colisão na faixa de $E=15-1000$ GeV. Para $\tau \rightarrow 1$, entretanto, esta diferença é maior. O comportamento ruim neste limite é compreensível porque, como mencionamos no parágrafo anterior, a aproximação (47) perdeu o corte no limite $x \rightarrow x_{\max}$. De qualquer forma, já havíamos mencionado que este fato não trará dificuldades.

5. A FUNÇÃO LUMINOSIDADE NO PROCESSO $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$.

Na secção anterior calculamos a função luminosidade em colisões e^+e^- via mecanismo de produção por dois fótons equivalentes. Basicamente, a maior diferença no caso dos íons pesados é que os núcleos não são pontuais e, como não queremos envolver a interação forte no processo, precisamos restringir nosso estudo às colisões onde os núcleos não se interpenetrem. Estas colisões são periféricas e, por isso, o parâmetro de impacto b deverá ser maior do que o raio nuclear R . Em outras palavras, $b_{\min} = R$. Na literatura vamos encontrar várias aproximações para a função distribuição deste processo. Para valores muito pequenos de ω todas são semelhantes. Para valores maiores começam a surgir algumas diferenças. Como nenhuma delas pode ser considerada "a ideal", vamos analisar as principais.

5.1. A aproximação semi-clássica

Podemos retornar ao início do capítulo, expressão (1), e integrar a aproximação semi-clássica no espectro numérico de fótons equivalentes sobre o parâmetro de impacto no intervalo $[b_{\min}, \infty]$. O resultado será [Ja-75]

$$\ell_0(x) = \frac{2\pi}{x} \int_{b_{\min}}^{\infty} b db N(\omega, b) = \frac{2Z^2\alpha}{\pi} \frac{1}{x} \left\{ \left(\frac{x}{x_0} \right) K_0 \left(\frac{x}{x_0} \right) K_1 \left(\frac{x}{x_0} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x_0} \right)^2 [K_1^2 \left(\frac{x}{x_0} \right) - K_0^2 \left(\frac{x}{x_0} \right)] \right\}, \quad (50)$$

onde $x_0 = (b_{\min} M)^{-1} = (RM)^{-1}$ (o índice "o" em ℓ foi introduzido para diferenciar esta aproximação das que seguem).

5.2. A aproximação com fator de forma

Vamos retornar à secção 3, expressão (33b), quando calculamos a matriz densidade ρ_1^{++} na EPA. No limite não-relativístico a transformação de Fourier dos termos $A(Q^2)$ e $B(Q^2)$ que lá aparecem correspondem respectivamente às distribuições de momento magnético e carga elétrica no interior do núcleo. Logo, para núcleos sem spin vamos ter $A=0$ e $B(q^2) = |F(q^2)|^2$, onde $F(q^2)$ é o fator de forma elástico,

$$F(q^2) = \frac{Z4\pi}{q} \int_0^\infty r \rho(r) \sin(qr) dr, \quad (51)$$

para uma distribuição esfericamente simétrica de prótons $\rho(r)$. Como, entretanto, (51) não é relativisticamente invariante, o seu uso neste limite requer algumas condições. Ao fazermos a substituição $-q^2 \leftrightarrow q^2$ em (51) precisamos assumir que $-q^2$ e q^2 sejam da mesma ordem de grandeza. Somente neste caso é possível fazer $F(-q^2) \approx F(q^2)$. Além disso, precisamos impor "pequenas" transferências de momento para garantir que a colisão seja elástica.

Não existe um método geral de calcular (51). Na prática, $\rho(r)$ é determinado experimentalmente, normalmente em colisões elásticas elétron-núcleo [He-60]. Abaixo fornecemos duas aproximações que, para núcleos pesados, se ajustam bem aos dados experimentais:

$$|F_1(Q^2)|^2 = Z^2 \exp(-Q^2/Q_0^2) \quad (52a)$$

$$|F_2(Q^2)|^2 = Z^2 / (1 + 2Q^2 \langle R^2 \rangle)^4 \quad (52b)$$

A aproximação 1 foi utilizada por *M. Drees et al* [Dr-89] ao investigar a produção de bósons de Higgs em colisões relativísticas de íons pesados. Naquele trabalho foi feita uma parametrização da distribuição de Fermi $\rho(r) = \rho_0 / \{1 + \exp[(c-r)/a]\}$, onde ρ_0 é uma constante de normalização, c é o raio quadrático médio $\sqrt{\langle R^2 \rangle}$ e a é uma constante que expressa o grau de declínio da densidade na superfície nuclear. Para ^{206}Pb estas constantes valem $a = 0,54 \text{ fm}$ e $c = 6,6 \text{ fm}$. Substituindo $\rho(r)$ em (51) o melhor ajuste em (52a) ocorre para $Q_0 \approx 60 \text{ MeV}$ quando $Q < 120 \text{ MeV}$. Esta aproximação foi também checada independentemente por *G. Altarelli et al* [Al-90]. A aproximação 2 foi utilizada por *G. Alexander et al* [Al-86,87a] no cálculo de diversos espalhamentos tipo lépton-núcleo e núcleo-núcleo e está baseada nos dados fornecidos em [At-79]. Aqui, podemos assumir $\langle R^2 \rangle \approx R^2$ sem maiores complicações.

Com as duas aproximações (52a) e (52b) para o fator de forma, podemos calcular a função distribuição $f(x)$. Fazendo $A=0$, $B = |F(Q^2)|$ e

$1-x \approx 1$ em (36), vamos encontrar

$$f(x) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{x} \int_{(Q^2)_{\min}}^{\infty} \frac{dQ^2}{Q^2} |F(Q^2)|^2 \left[1 - \frac{(Q^2)_{\min}}{Q^2} \right] \quad (53)$$

sendo que a aproximação $(Q^2)_{\min} \approx (xM)^2$ será utilizada a seguir. Para o fator de forma (52a) o cálculo desta integral resulta em

$$f_1(x) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \frac{1}{x} \left\{ \left[1 + \frac{x^2 M^2}{Q_0^2} \right] \mathcal{E}i \left[\frac{x^2 M^2}{Q_0^2} \right] - \exp(-x^2 M^2 / Q_0^2) \right\} \quad (54)$$

onde $\mathcal{E}i(z)$ é a função integral-exponencial, $\mathcal{E}i(z) = \int_z^{\infty} (e^{-t}/t) dt$, e para o fator de forma (52b),

$$f_2(x) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \frac{1}{x} \left\{ (1+4z) \text{Ln} \left(\frac{1+z}{z} \right) - \frac{1}{6(1+z)^3} [24z^3 + 66z^2 + 59z + 17] \right\} \quad (55)$$

onde $z = 2(xMR)^2$.

Para calcular a luminosidade e a secção de choque basta substituir qualquer uma das aproximações f_0 , f_1 e f_2 em (42) e fazer $(x_1)_{\max} \approx 1$. Claramente, nos três casos não é possível calcular analiticamente aquela integral, a menos que se faça uma aproximação mais drástica. Nesta altura seria interessante tecer alguns comentários sobre estas aproximações.

(i) Na aproximação (50) adotamos $b_{\min} = R$ mas poderíamos pensar que o correto seria $2R$ já que a colisão envolve dois núcleos. Em parte isto é verdade, embora também precisemos levar em conta que no referencial laboratório os dois núcleos estão em movimento (não temos um alvo fixo), de modo que a geometria da colisão é mais complicada. Voltaremos a esta questão na sub-secção 5.4.

(ii) O leitor deve ter observado que na expressão (53) o limite superior do intervalo de integração foi trocado de $W^2 = 4\omega_1 \omega_2$ (ver comentários nas páginas 30 e 31) para ∞ . Isto significa que, para uma dada energia

transferida ω , a integração no espectro de massa dos fótons estende-se até uma região onde a EPA perde a sua validade porque $Q^2 > W^2$. Em princípio, este fato não teria maiores conseqüências já que as aproximações 1 e 2 vão a zero rapidamente quando Q^2 aumenta. Entretanto, a situação não é tão simples se apenas um dos fótons for duro. Se ω é grande a proporção de fótons massivos (Q^2 grande) sobre os quase-reais emitidos nas colisões tende a aumentar (veja fig. 4). Com relação a q^2 , temos duas possibilidades: (a) se q^2 for muito diferente de Q^2 a aproximação $F(Q^2) \approx F(q^2)$ em (53) não vale mais e (b) se $q^2 \approx Q^2$, a colisão será inelástica ou, no caso mais extremo, profundamente inelástica, levando à ruptura dos íons. Logo, para grandes valores de ω o fator de forma na expressão (52) carece de significado físico. O leitor poderia argumentar: "tudo bem, mas a probabilidade de um fóton duro ser emitido é baixíssima, como se pode ver no gráfico da fig. 5". Resposta: isto é verdade; porém, se a energia do outro fóton for muito menor a probabilidade da ocorrência de uma fusão $\gamma\gamma$ num par $\ell^+\ell^-$ já não será tão pequena. Este tipo de colisão, de um fóton muito massivo sobre outro quase-real, foi observado pela primeira vez em ADONE [Ba-72] e a ela está associada a chamada configuração de Cabibbo-Parisi [Co-81]. Fisicamente, podemos "visualizar" este tipo de colisão como se o fóton massivo estivesse "sondando" a estrutura do fóton equivalente [Ko-84]. Não é nossa intenção estudar este tipo de processo. Queremos apenas enfatizar que o experimentalista, ao medir a reação, certamente irá suprimir na contagem este tipo de evento porque um dos fótons não será equivalente. Por outro lado; se um dos fótons for mole a ponto de $4\omega_1\omega_2 = W^2$ ser suficientemente pequeno (na aproximação (52) teria que ser menor do que 60 MeV), a função distribuição (54) irá contabilizar eventos onde $Q^2 > W^2$, levando a uma estimativa incorreta da secção de choque observada. Nesta situação limite, teoria e experimento poderiam levar a resultados diferentes porque os "cortes" não seriam os mesmos.

5.3. A aproximação de Papageorgiu

Uma possível solução para as dificuldades mencionadas no parágrafo anterior seria impor um corte em (53) para o espectro de massa dos fótons. Vamos ver como isto pode ser feito.

A aproximação mais simples que podemos fazer no fator de forma é [He-60]

$$|F_3(Q^2)|^2 \approx Z^2 \left\{ 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle R^2 \rangle \right\} , \quad (56)$$

válida para pequenos valores de $-q^2 \langle R^2 \rangle (\approx -q^2 R^2)$, independentemente da forma de $\rho(r)$. Se, além da aproximação (56) assumirmos $-q^2 \ll 1/R^2$, vamos obter $F(q^2) \approx Z$. Levando este fato em consideração, podemos sugerir o seguinte *ansatz* para $F(q^2)$

$$|F_3(Q^2)|^2 \approx Z^2 \Theta(1/R^2 - Q^2) , \quad (57)$$

onde Θ é uma função "step". Esta aproximação impõe um corte na função distribuição quando $Q^2 > 1/R^2$. Para compreendermos melhor o significado deste corte vamos recorrer ao Princípio da Incerteza. Por este princípio, o significado físico de uma "trajetória clássica" fica limitado pela condição $\Delta x \Delta p \approx 1$. Podemos interpretar Δx como o análogo quântico do parâmetro de impacto b e Δp como o momento transferido q pelo fóton incidente. Como b deve ser maior do que o raio nuclear R para que a colisão seja periférica, vamos obter $q^2 < 1/R^2$. Por exemplo, podemos calcular o valor máximo de q^2 para o núcleo ^{206}Pb . Na aproximação $R \approx 1,2 A^{1/3} \text{ fm}$ para o raio nuclear, onde A é o número de massa, o resultado será $q < 0,8 \text{ MeV}$. Além disso, como $q^2 > \omega^2$ e $-q^2 = q^2 - \omega^2 > 0$, a mesma condição deve valer para a massa do fóton,

$$Q^2 < 1/R^2 \quad \rightarrow \quad (Q^2)_{\text{max}} = 1/R^2 . \quad (58)$$

Ora, este é justamente o corte adotado em (57). Isto significa que, em princípio, (57) exclui automaticamente as colisões não-periféricas. Do outro princípio de incerteza, $\Delta t \Delta E \approx 1$, podemos também obter alguma informação se interpretarmos ΔE como a energia transferida pelo fóton ω e Δt como a duração da colisão. Como $\Delta t = b/\gamma = bM/E$, vamos encontrar

$$\omega < E/RM \quad \rightarrow \quad \omega_{\text{max}} = E/RM \quad \rightarrow \quad x_{\text{max}} = 1/RM . \quad (59)$$

Voltando ao exemplo do núcleo de chumbo, vamos considerar um acelerador capaz de gerar uma corrente de ^{206}Pb 's com 100 GeV por nucleon. De acordo com (59), é fácil ver que em qualquer colisão periférica o fóton emitido terá uma energia $\omega < 2,9$ GeV.

Para encontrar a função distribuição, seguimos o mesmo procedimento dos casos anteriores com uma única diferença: ao substituirmos (57) em (53) precisamos colocar a condição (58) no limite superior de integração. O resultado será

$$f_3(x) \approx \frac{2Z^2\alpha}{\pi} \frac{1}{x} \text{Ln}\left(\frac{1}{xMR}\right) \quad (60)$$

Esta aproximação foi utilizada por E. Papageorgiu [Pa-89,90] ao investigar uma possível produção de bósons de Higgs em colisões relativísticas de íons pesados. Pode ser também encontrada em [Ba-87,88]. O corte $x_{\text{max}} = 1/MR$ ($\approx 1,5 \cdot 10^{-4}$ para ^{206}Pb) em (60) é igual a (59) (coincidência?) e precisa ser introduzido em (42) se quisermos calcular a luminosidade. Fazendo isto vamos encontrar

$$\left[\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}\right]_3 = \left[\frac{Z^2\alpha}{\pi}\right]^2 \frac{16}{3\tau} \text{Ln}^3\left[\frac{1}{RM\sqrt{\tau}}\right] \quad (61)$$

ou seja, a luminosidade para a distribuição (60) foi obtida analiticamente, ao contrário dos casos anteriores. Note a presença de um corte "abrupto" para $\tau = (1/MR)^2$ ($\approx 2,2 \cdot 10^{-8}$ para ^{206}Pb). Com relação a esta aproximação podemos fazer dois comentários.

(i) Os cortes q_{max} e ω_{max} não são inteiramente consistentes porque a condição $-q^2 = q^2 - \omega^2 > 0$ torna-os dependentes entre si. Por exemplo, no caso limite onde $q^2 = q_{\text{max}}^2$ e $\omega^2 = \omega_{\text{max}}^2$ teríamos $-q^2 < 0$, o que não pode acontecer. Isto indica que, na verdade, (58) e (59) são estimativas bastante simplificadas.

(ii) A aproximação 3 tem o mérito de incorporar um corte $(Q^2)_{\text{max}}$ e, neste aspecto, é, em princípio, superior às aproximações 2 e 3, supondo-se (58) válido (além de ser muito mais simples, visto ter sido possível o cálculo de (61) analiticamente). Por outro lado, também (52a) e (52b)

vão a (praticamente) zero a partir de determinados valores de Q^2 . Isto demonstra que a aproximação 3 ainda irá também contabilizar uma determinada quantidade de eventos contendo fótons "não equivalentes" onde $W^2 < -q^2 < 1/R^2$, porém numa proporção menor que nas aproximações 1 e 2.

5.4 Excluindo o overlap na aproximação semi-clássica

As observações que fizemos no final da sub-seção anterior na verdade revelam o nosso desconhecimento de um critério correto que nos permita suprimir eventos indesejáveis na formulação do modelo. Em princípio, a questão parece ser simples na medida em que é suficiente fazer com que os íons não colidam fisicamente. Vamos ver agora uma formulação mais rigorosa deste critério.

A função distribuição na aproximação semi-clássica (50) foi obtida impondo-se $b_{\min} = R$. Isto significa que estamos atribuindo à constante b em $N(\omega, b)$ (1) o significado de um parâmetro de impacto. Em outras palavras, a secção de choque seria dada, de acordo com (34) e (50), por

$$d\sigma = dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) = dx_1 dx_2 \frac{2\pi}{x_1} \int_R^\infty b_1 db_1 N(\omega_1, b_1) \frac{2\pi}{x_2} \int_R^\infty b_2 db_2 N(\omega_2, b_2) \quad , \quad (62)$$

onde as duas últimas integrais resultam em $f(x_1)$ e $f(x_2)$, eq. (50). Note que estas integrais aparecem numa forma fatorizada na medida em que não existe um vínculo entre b_1 e b_2 . Podemos agora nos perguntar: qual deles, b_1 ou b_2 , corresponde ao verdadeiro parâmetro de impacto, entendido como a menor distância de aproximação entre os dois íons? Segundo G. Baur [Ba-90], nenhum dos dois. A figura 7 ilustra a maneira correta de vi-

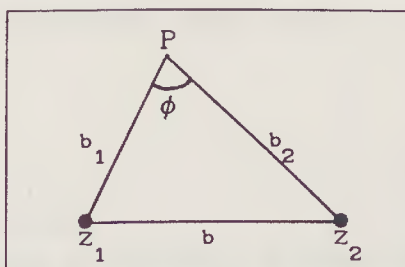


FIG. 7 - Vista perpendicular a direção de movimento dos dois íons. Numa perspectiva clássica, os dois fótons "colidem" no ponto P, onde o par $\ell\ell$ é criado. Ambos os íons possuem raio R .

zualizar a geometria da colisão. Nesta figura, a direção de movimento dos íons é perpendicular ao plano da página. O ponto P corresponde ao local onde os dois fótons se materializam num par $\ell^+\ell^-$ e b_1 corresponde à distância percorrida pelo fóton γ_1 . Podemos observar que o verdadeiro parâmetro de impacto, *puramente transversal*, é dado por $b=|b_1-b_2|$. A condição correta para que os íons não se interpenetrem, ou seja, não ocorra um *overlap*, é $b>2R$. Logo, b_1 e b_2 têm, na verdade, um vínculo entre si e as duas integrais em (62) não são fatorizáveis^{#1}. Se impormos um vínculo $b>2R$, (62) precisa ser reescrita como

$$d\sigma=dx_1dx_2\mathcal{F}(x_1,x_2) \quad , \quad (63)$$

onde

$$\mathcal{F}(x_1,x_2)=\frac{2\pi}{x_1x_2}\int_R^\infty db_1\int_R^\infty db_2\int_0^{2\pi}d\phi N(\omega_1,b_1)N(\omega_2,b_2)\Theta(b-2R) \quad . \quad (64)$$

A função "step" suprime o overlap e o fator 2π apareceu após a integração em um dos ângulos azimutais (o outro corresponde ao da fig. 7). O ponto P foi excluído do interior dos núcleos (veja os limites de integração) porque o fluxo de fótons é máximo na superfície nuclear e decresce rapidamente no seu interior [Ca-90]. Além disso, se o interior do núcleo fosse incluído, a interação forte complicaria o processo. Outro efeito que não iremos considerar é que a exclusão do overlap afeta de maneira diferente o espectro de fótons virtuais com polarização paralela e transversal. Cálculos demonstram ser este efeito pequeno [Ba-90].

Utilizando a propriedade $\Theta(z)=1-\Theta(-z)$ da função step podemos reescrever (64) como $\mathcal{F}(x_1,x_2)=f(x_1)f(x_2)-\Delta\mathcal{F}(x_1,x_2)$ onde $f(x)$ é dado por (50) e $\Delta\mathcal{F}(x_1,x_2)$ expressa o overlap que precisa ser descontado na aproximação semi-clássica. Integrando esta função na variável angular vamos encontrar

^{#1} De acordo com R. Cahn et al [Ca-90], é possível encontrar uma aproximação fatorizável assumindo um raio nuclear um pouco maior tal que $b \approx 1,1 \cdot R$.

$$\Delta\mathcal{F}(x_1, x_2) = \frac{4\pi}{x_1 x_2} \int_R^\infty b_1 db_1 \int_{b_>}^{b_1+2R} b_2 db_2 \arccos \left[\frac{b_1^2 + b_2^2 - 4R^2}{2b_1 b_2} \right] N(\omega_1, b_1) N(\omega_2, b_2) , \quad (65)$$

onde $b_>$ é o maior entre R e $b_1 - 2R$. Os limites de integração em b_2 foram modificados "à mão" porque os anteriores não eram consistentes com a geometria da fig. 7. Por exemplo, se $b_2 > b_1 + 2R$, não há como b_1 e b_2 incidirem em algum ponto P . Os novos limites em (65) podem ser encontrados diretamente na função trigonométrica que lá aparece.

Infelizmente, não é possível integrar (65) analiticamente. Em [Ca-90] é feito o cálculo numérico desta expressão. Os autores conseguiram obter nova fórmula que é relativamente simples e se ajusta bem aos resultados numéricos. Nesta aproximação a função luminosidade é dada por

$$\left(\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \right)_4 = \left(\frac{Z^2 \alpha}{\pi} \right)^2 \frac{16}{3\tau} \xi(z) , \quad (0,05 < z < 5,0) \quad (66a)$$

onde

$$\xi(z) = \sum_{j=1}^3 A_j \exp(-c_j z) \quad (66b)$$

e $z = 2MRv\sqrt{\tau}$. As constantes A_j e c_j valem, respectivamente, $A_1 = 1,909$; $A_2 = 12,35$; $A_3 = 46,28$; $c_1 = 2,566$; $c_2 = 4,948$ e $c_3 = 15,21$. A margem de erro em (66a) é no máximo 2% quando $0,05 < z < 5,0$. Para ^{206}Pb isto corresponde a $1,29 \cdot 10^{-11} < \tau < 1,29 \cdot 10^{-10}$. Para valores de z abaixo de 0,05 a aproximação

$$\left(\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \right)_4 = \left(\frac{Z^2 \alpha}{\pi} \right)^2 \frac{16}{3\tau} \text{Ln}^3 \left(\frac{1,234}{z} \right) , \quad (z < 0,05) \quad (66c)$$

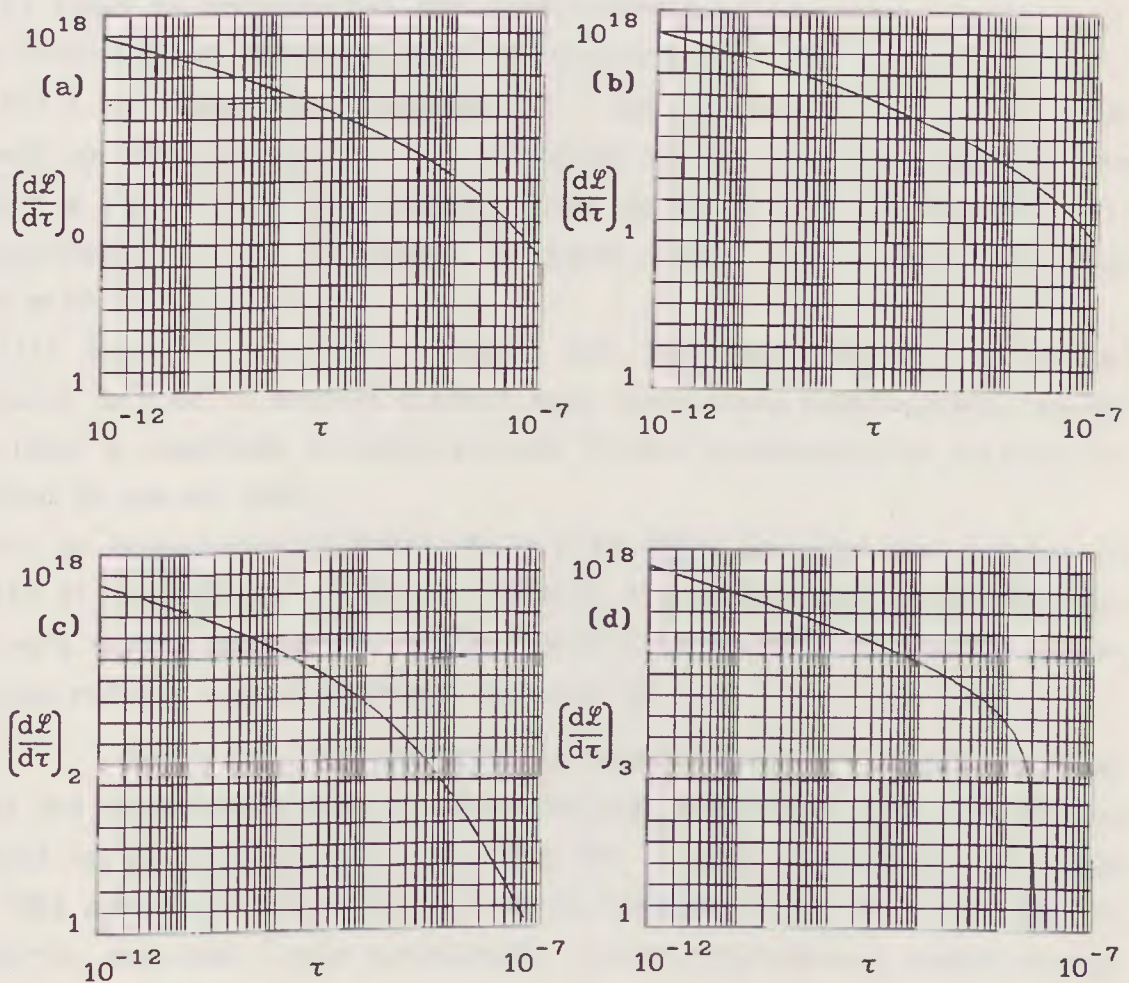
pode ser utilizada.

O leitor deve ter observado que esta aproximação foi obtida através de uma integração correta nos parâmetros b_1 e b_2 , ao contrário dos casos anteriores, onde seguimos um *approach* diagramático e utilizamos amplitudes de espalhamento. Ou seja, o resultado acima pode ser considerado como um aperfeiçoamento do *approach* tradicional. Poderíamos en-

tretanto, nos perguntar se não seria possível utilizar a mesma idéia (exclusão do overlap no plano transversal) numa abordagem puramente diagramática. De fato, já começamos a analisar este problema e o apêndice II contém os primeiros passos nesta direção.

5.5. Uma comparação entre as diferentes luminosidades

Os gráficos da figura 8 reúnem as funções luminosidade diferencial do processo $\text{Pb-Pb} \rightarrow \text{Pb-Pb-}\ell^+\ell^-$ nas diferentes aproximações (50), (54), (55), (61) e (66). Em particular, nas três primeiras não existe uma expressão analítica para $(d\mathcal{L}/d\tau)$. Nestes casos, procedeu-se a uma integração numérica de acordo com (10) pelo método gaussiano com 48 pontos. Um teste de consistência utilizado foi integrar (60) numericamente segundo o mesmo procedimento e comparar o resultado com (61). Observou-se um desvio menor do que 1% para os pontos do gráfico da fig. 8d. Note



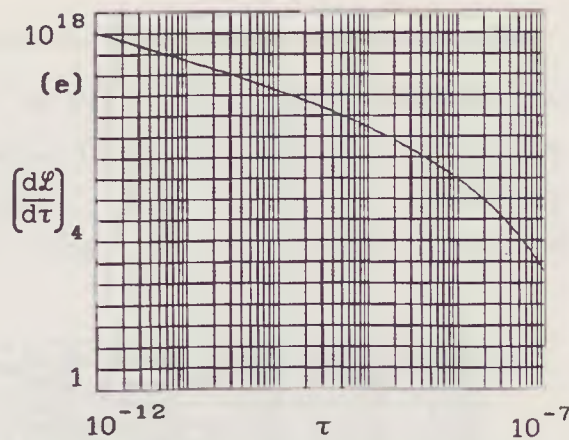


FIG. 8 - Luminosidade diferencial em colisões Pb-Pb ($A=206$, $Z=82$) nas diferentes aproximações como função de τ : (a) semi-clássica, (b) e (c) com fatores de forma (54) e (55), (d) Papageorgiu (61) e (e) com exclusão do overlap (66).

também que todas as aproximações independem de $\sqrt{s}$, ao contrário de (49). Dentre as características mais importantes que podemos observar citamos algumas a seguir.

(i) Todas as aproximações são semelhantes para pequenos valores de τ . As diferenças só começam a aparecer quando $\tau > 10^{-10} - 10^{-9}$.

(ii) A aproximação de Papageorgiu é a que apresenta o corte mais acentuado porque desconsidera a contribuição dos fótons duros. Logo, vamos obter a partir dela uma produção menor de pares l^+l^- com energia suficientemente elevada, justamente na região onde as contribuições anômalas são mais significativas.

(iii) Entre as duas aproximações que introduzem fatores de forma, figuras 8b e 8c, a segunda diminui mais rapidamente possivelmente porque em (52b) a densidade de carga nuclear é mais concentrada no interior do núcleo do que em (52a).

(iv) Se compararmos os gráficos 8a e 8e vamos observar que o único efeito da exclusão do overlap corresponde a uma diminuição da luminosidade para valores maiores de τ . Por exemplo, para $\tau = 10^{-7}$ a exclusão do overlap reduz a luminosidade por um fator 10.

Embora não haja um critério rigoroso que nos permita afirmar qual das aproximações acima seja a correta, iremos utilizar de agora em diante apenas a aproximação (66), fig. 8e. A razão da escolha é que além de (66) possuir uma forma relativamente simples, evitando uma integração numérica adicional, esta aproximação melhor representa o comportamento

médio da luminosidade em todas as cinco aproximações.

O gráfico da figura 9 compara diferentes luminosidades, todas dadas pela aproximação (66), para os núcleos pesados ^{206}Pb (c) e ^{238}U (d), e com peso "médio", ^{32}S (a) e ^{59}Cu (b). Podemos observar que a luminosidade possui um comportamento distinto para cada caso. De acordo

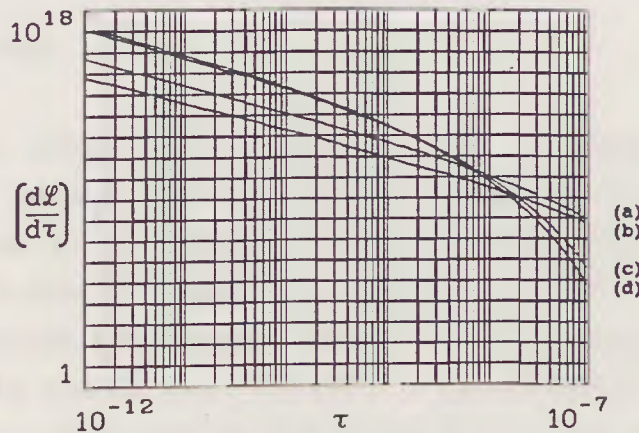


FIG. 9 - Luminosidade diferencial como função de τ para os núcleos S (A=32) (a), Cu (A=63) (b), Pb (A=206) (c) e U (A=238) (d).

com (66), na região de fótons duros ($\tau \rightarrow 1$) $dL/d\tau$ diminui exponencialmente de forma mais acentuada para núcleos mais pesados, ou seja, possui um "corte" mais intenso. Por outro lado, como na região dos fótons moles o que "domina" em $dL/d\tau$ é o fator Z^4 , núcleos pesados (mais carregados) possuem uma luminosidade maior.

O gráfico da figura 10 fornece Ω , definido como a razão entre

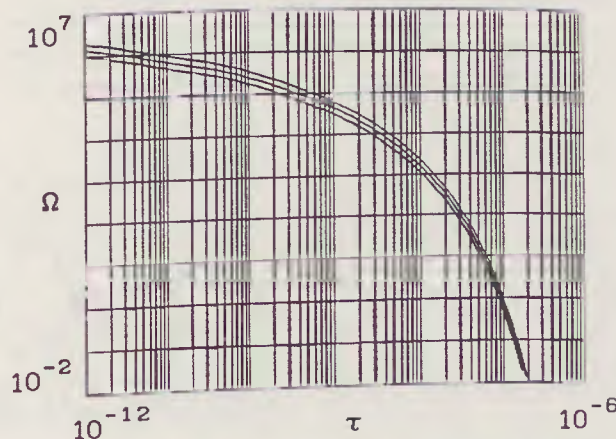


FIG. 10 - Razão entre as luminosidades dos processos $ZZ \rightarrow ZZ\ell\ell$ (66) e $ee \rightarrow ee\ell\ell$ (49) como função de τ .

as luminosidades dos processos $\text{Pb-Pb} \rightarrow \text{Pb-Pb-}\ell^+\ell^-$ (66) e $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ (49) nos casos $\sqrt{s}=30, 200$ e 2000 GeV. Note que, novamente, constata-se uma característica básica: para valores pequenos de τ a luminosidade em íons pesados é muito superior a de colisões e^+e^- . Entretanto, à medida que τ aumenta ambas se tornam equiparáveis e para $\tau > 10^{-7}$ a relação se inverte devido a queda exponencial da luminosidade em colisões $Z_1 Z_2$.

6. O BACKGROUND.

Nas secções anteriores estudamos os processos $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ e $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$ unicamente através dos diagramas da figura 1. Já vimos que neste diagrama o mecanismo de produção por dois fótons equivalentes é dominante sob condições seguras, basicamente $Q_1^2 < W^2$, e este tipo de evento se caracteriza por pequenos ângulos de espalhamento da partícula incidente. Nesta secção vamos discutir a contribuição de outros diagramas que, além daquele da fig. 1, tem um par $\ell^+ \ell^-$ no seu estado final.

Em ordem mais baixa (α^4) os diagramas da figura 11 reproduzem todas as possibilidades do processo $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$ [Co-81]. O diagrama I é o mesmo da fig. 1 e representa o mecanismo de produção por dois fótons. Nos diagramas do grupo II, um fóton é emitido por bremsstrahlung e se materializa em um par $\ell^+ \ell^-$ (precisa ter uma energia $> 2m_\ell$). Como o fó-

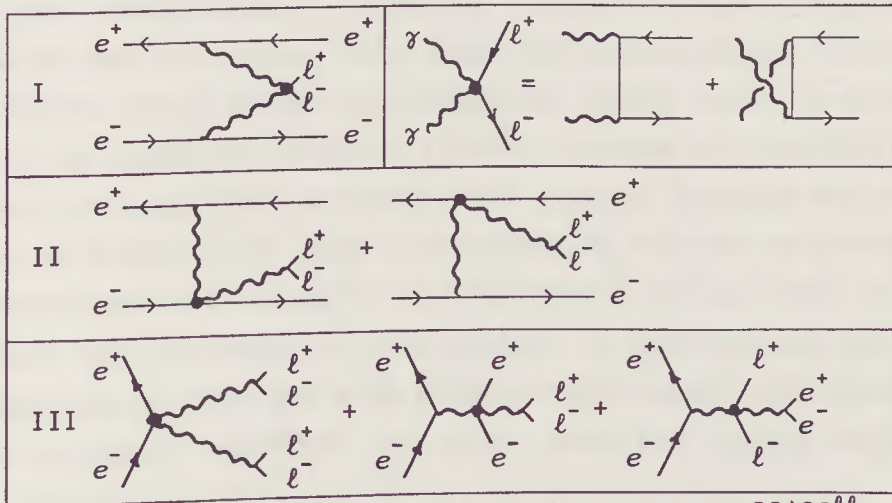


FIG. 11 - Diagramas de Feynman para o processo $ee \rightarrow eell$ ($\ell = e, \mu, \tau$) em ordem α^4 .

ton possui $\xi=-1$, onde ξ é o operador conjugação de carga, em I o sistema $\ell^+\ell^-$ é $\xi=+1$ enquanto que no grupo II é $\xi=-1$. Logo, a interferência entre I e II é nula no caso de ℓ^+ e ℓ^- serem indistinguíveis no final da reação [Te-73]. No grupo II, o fóton emitido por bremsstrahlung é do tipo-tempo ($q^2>0$). Nos diagramas do grupo III os dois fótons são tipo-tempo, sendo produzidos por bremsstrahlung e/ou aniquilação e^+e^- . Em ambos os casos a cinemática do processo será tal que o par $\ell^+\ell^-$ será produzido preferencialmente na direção e sentido de incidência do fóton emitido. Já nos diagramas do grupo I a produção tende a ser mais isotrópica. Cálculos numéricos [Ja-70] confirmam que é possível suprimir o background II e III se adotarmos um corte experimental $\theta'_{\max}$ menor que 1° para o ângulo de espalhamento. Por exemplo, se desprezarmos todos os eventos onde as partículas incidentes sejam espalhadas com $\theta'>4\text{mrad}$ para uma energia de colisão $E=4\text{ GeV}$, processos do tipo II e III contribuem com uma ordem de grandeza 2 a 3 vezes menor do que I [Ar-71]. Experimentalmente, os seguintes critérios são suficientes para suprimir o background II e III [Ba-74]: (i) presença de dois "traços", um em cada hemisfério e com grandes ângulos de espalhamento; (ii) um ou dois *taggs* coincidentes das partículas espalhadas e (iii) coincidência de eventos no tempo, com uma diferença de no máximo $\pm 10\text{nseg}$.

No tipo de processo que estamos estudando as partículas incidentes são espalhadas em ângulos muito pequenos. Nesta situação limite, muitas delas podem escapar à detecção, o que dificulta enormemente o reconhecimento destes eventos. Isto significa que processos como os da figura 12 também podem formar um background, mesmo tendo um estado final diferente. Os diagramas do grupo IV são de ordem mais baixa (α^2) e representam a interação por um fóton. Este tipo de processo tem uma secção da choque de ordem $\approx \alpha^2/E^2$ para altas energias e acima de poucos GeV's a sua contribuição será mínima^{#1}. Os diagramas do grupo V são de ordem α^6 e na figura representamos os tipos básicos. A contribuição dos três últimos diagramas é menor que a do primeiro pelo mesmo raciocínio que fizemos no parágrafo anterior, ou seja, envolvem fótons emitidos por

^{#1} Lembramos que o comportamento assintótico de termos de ordem mais elevada pode ser completamente diferente dos de ordem mais baixa [Ch-69].

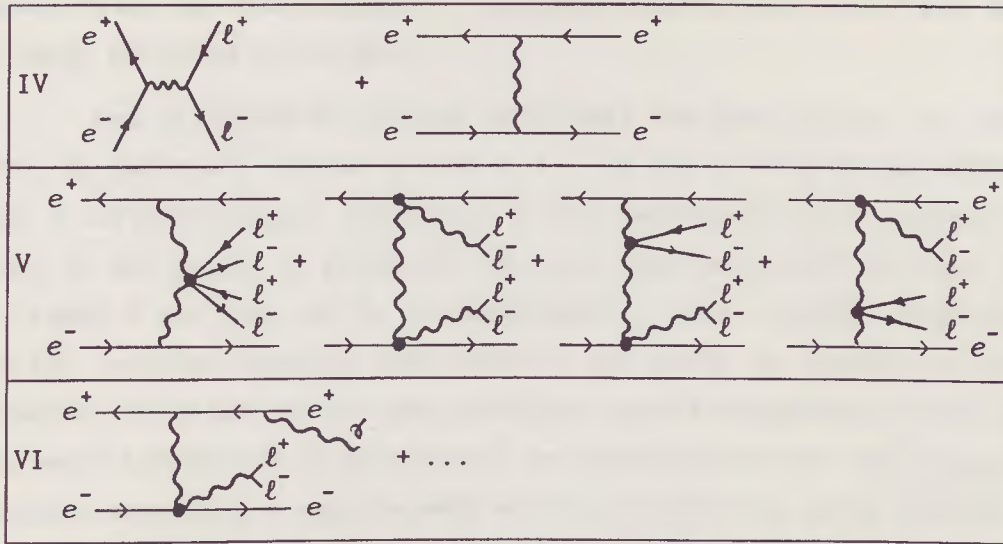


FIG. 12 - Outros diagramas que contribuem para o background mesmo tendo um estado final diferente.

bremsstrahlung. No primeiro diagrama temos o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^- \ell^+ \ell^-$. Vamos analisar o caso $\ell=e$ como o mais representativo. De acordo com V. M. Budnev et al [Bu-75], a secção de choque do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ é assintoticamente constante para altas energias e para $W \approx 1$ GeV já supera a secção de choque de $\gamma\gamma \rightarrow e^+ e^-$. Além disso, a secção de choque do processo $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^- \ell^+ \ell^-$ é basicamente proporcional à $\text{Ln}^4(s/m^2)$ em contraste com o fator $\text{Ln}^3(s/m^2)$ nos diagramas do grupo I, fig. 11 (veja eq. (3), cap. I). Para $\sqrt{s} \approx 7$ GeV esta secção de choque já é da mesma ordem de grandeza que $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \mu^+ \mu^-$. Naturalmente que a produção de dois pares $\ell^+ \ell^- \ell^+ \ell^-$ pode ser suprimida na contagem de eventos. Mesmo que um dos pares seja produzido na direção do feixe, o "balanço" de energia entre os estados final e inicial poderia revelar a sua presença. Os diagramas do grupo VI correspondem à emissão de um ou mais fótons reais (bremsstrahlung) e precisam ser incluídos no processo se tal fóton escapar a detecção. Novamente, isto pode acontecer se o seu ângulo de emissão for suficientemente pequeno. A análise deste caso é bastante complicada porque é necessário incluir correções radiativas no vértice para que haja cancelamento de divergências infravermelhas. Em processos mais simples como $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ já foram calculadas as correções que vem do diagrama $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \gamma$ [Be-73]. Estas correções são de ordem $\leq 10\%$ na secção de choque e resultados experimentais [Ba-84a] confirmam esta previsão. No nosso caso, embora ainda não exista uma análise completa do problema (pelo menos

no mesmo nível do caso anterior), podemos esperar que este tipo de correção seja de ordem ainda menor.

Uma dificuldade técnica adicional que pode surgir no reconhecimento de pares $\ell^+\ell^-$ seria o caso $\tau^+\tau^-$, já que a vida média desta partícula é suficientemente pequena e o seu decaimento pode ocorrer muito próximo do seu ponto de produção. Se este decaimento for do tipo leptônico ($\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}$ e $e \bar{\nu}$ com 18% de probabilidade) o táon original pode ser reconhecido naqueles eventos onde ocorrer uma perda de energia na direção transversal ao feixe devido aos neutrinos não interagentes. Já os decaimentos semi-hadrônicos ($\tau \rightarrow \text{hádrons} + \nu$) se caracterizam por uma baixa massa invariante associada a uma pequena multiplicidade nos jatos [El-88]. São estas duas características que permitiram à colaboração UA1 [Al-87b], por exemplo, reconstruir o decaimento $W \rightarrow \tau \nu \rightarrow \text{hádrons} + \nu + \nu$.

Até este momento assumimos que a produção de pares $\ell^+\ell^-$ é puramente eletromagnética. De fato, veremos no próximo capítulo que no sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ as correções radiativas através de Z^0 's e $W^\pm$'s não são significativas na faixa de energia que estamos trabalhando. Por outro lado, precisamos considerar a possibilidade de um ou dois bósons Z^0 's serem emitidos no lugar dos fótons da fig. 1. No Modelo de Weinberg-Salam existe um análogo da EPA onde são obtidas as funções de distribuição para $W^\pm$ e Z^0 similares à (47), porém com polarizações transversal e longitudinal [Da-85, Ka-84, No-87]. Não iremos entrar em detalhes sobre esta aproximação. No caso específico que estamos considerando podemos descartar a emissão de $W^\pm$'s, de modo que as funções de distribuição que nos interessam são as do Z^0 [Re-86],

$$f_{Z,T}(x) = \frac{\alpha}{2\pi}(a^2 + b^2) \text{Ln} \left[\frac{s}{M_Z^2} \right] \frac{1 + (1-x)^2}{x} \quad (67a)$$

e

$$f_{Z,L}(x) = \frac{\alpha}{\pi}(a^2 + b^2) \frac{1-x}{x} \quad (67b)$$

para os casos transversal e longitudinal respectivamente. O acoplamento $Z^0 e^+ e^-$ é dado por $e\gamma^\mu(a - b\gamma^5)$ e $a^2 + b^2 \approx 0,37$. Supondo $s \gg M_Z^2$, a ausência de um termo logaritmo em (68b) torna a contribuição longitudinal menor que

a transversal^{#1}. É interessante fazer uma comparação entre (67a) e a função distribuição para os fótons (47). Elas são similares com a diferença do fator multiplicativo 0,37 e da massa M_{Z^0} no lugar de m_ℓ . Tomando a razão entre (68a) e (47) vamos observar que o fluxo de bósons Z^0 é no máximo 15% do fluxo de fótons emitidos em colisões com $\sqrt{s} < 2$ TeV. Levando-se em conta que o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ é muito mais intenso do que $Z^0 Z^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ (supondo $m_\ell < 400$ GeV), a contribuição de Z^0 's não será significativa.

Até aqui nossa análise do background restringiu-se ao processo $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$. Com relação aos íons pesados, estes resultados continuam válidos com algumas pequenas modificações. Colisões não-periféricas certamente envolvem a ruptura dos núcleos, embora possa existir uma fronteira "tênue" entre este caso e o periférico. Não tem sentido, por exemplo, falar em processos de aniquilação como em IV. O fato dos íons serem idênticos e, portanto, indistinguíveis, não traz problemas de interferência porque uma colisão direta, onde os íons voltam "para trás", será certamente inelástica. Em [Pa-89] é feita uma análise do background formado por correntes neutras. A conclusão da autora foi a de que o seu efeito é várias ordens de grandeza inferior aos resultados previstos pela EPA.

Esperamos ter reunido argumentos suficientes para convencer o leitor de que, na verdade, o maior problema do background na EPA, para a satisfação dos teóricos, não está relacionada propriamente a outros diagramas como em II-VI, porém, a dificuldades técnicas que existem na detecção de eventos com pequenos ângulos de espalhamento. Em princípio, tais dificuldades podem ser superadas.

^{#1} Note que no caso de uma produção de léptons muito massivos ($m > 400$ GeV) foi demonstrado [No-87] que a fusão de bósons longitudinais é o processo dominante porque a secção de choque aumenta consideravelmente.

CAPÍTULO III

LAGRANGIANAS EFETIVAS E CONTRIBUIÇÕES ANÔMALAS

1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior averiguamos que os processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \ell^+\ell^-$ e $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+\ell^-$ (fig. 1, cap. II) podem ser estudados no âmbito da EPA, onde o mecanismo de produção por dois fótons equivalentes de um par $\ell^+\ell^-$ é dominante sobre outras formas de produção. Isto significa que a produção de $\ell^+\ell^-$ pode ser utilizada para testar contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias. Esta análise pode ser realizada na medida em que consigamos calcular a secção de choque total (II-41) destes processos,

$$\sigma(s) = \int_{\tau_{\min}}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \hat{\sigma}(\tau s) \quad , \quad (1)$$

onde $\tau_{\min} = 4m_\ell^2/s$ e a luminosidade diferencial $d\mathcal{L}/d\tau$ é dada por (II-49),

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \frac{1}{\tau} \left\{ (2+\tau)^2 \text{Ln}\left(\frac{1}{\tau}\right) - 2(1-\tau)(3+\tau) \right\} \quad (2)$$

para $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \ell^+\ell^-$ e (II-66),

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \left[\frac{Z^2 \alpha}{\pi} \right]^2 \frac{16}{3\tau} \left\{ \text{Ln}^3\left(\frac{1,234}{z}\right) \Theta(0,05-z) + \sum_j A_j \exp(-c_j z) \Theta(z-0,05) \right\} \quad (3)$$

para $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+\ell^-$. As constantes A_j e c_j dadas na pag. 45 e $z = 2MR\sqrt{\tau}$.

No primeiro capítulo já havíamos comentado que nossa abordagem baseia-se em lagrangianas efetivas $\mathcal{L}_{\text{EF}}$'s e escalas Λ 's que caracterizam uma possível física nova acima da escala de Fermi. Sobre $\mathcal{L}_{\text{EF}}$ não existem muitos vínculos que limitem a sua forma.

(i) Naturalmente, $\mathcal{L}_{\text{EF}}$ deve conter a lagrangiana do Modelo Padrão $\mathcal{L}_{\text{MP}}$, isto é, podemos escrever

$$\mathcal{L}_{\text{EF}} = \mathcal{L}_{\text{MP}} + \delta\mathcal{L}_{\text{EF}} \quad , \quad (4)$$

onde $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$ expressa a contribuição anômala que leva a pequenos desvios dos resultados previstos por $\mathcal{L}_{\text{MP}}$. Logo, podemos esperar que $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$ seja proporcional a g/Λ^n ($n>0$), onde g é uma constante adimensional remanescente de uma teoria mais fundamental. Futuramente vamos fixar a escala escolhendo um valor particular para g^{*1} , de modo que $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$ será função de Λ , além de outros parâmetros de massa que porventura possam aparecer^{#2}.

(ii) Nos casos dos processos que estamos estudando, que envolvem a produção de um par $\ell^+\ell^-$, $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$ deve conter necessariamente os campos fermiônicos destas partículas, cujas massas são, certamente, muito inferiores a Λ . Isto significa que é conveniente, embora não estritamente necessário, que $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$ seja invariante quiral. De fato, é simples mostrar que o termo de massa $m\bar{\psi}\psi$ não é invariante sob a transformação quiral

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-i\alpha\gamma^5} \psi \quad . \quad (5)$$

Se este termo estivesse presente em $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$, seria mais difícil compreender porque partículas como o elétron seriam tão leves se comparadas a Λ^{*3} [tH-80].

^{#1} Este procedimento é usual em trabalhos experimentais.

^{#2} Por exemplo, a massa de um lépton excitado em $\delta\mathcal{L}_{\text{EF}}$.

^{#3} A hipótese de uma simetria quiral conservada não é estranha porque, de certa forma, isto acontece no Modelo de Weinberg-Salam para a interação eletro-fraca, para citar um exemplo. Neste modelo a sua lagrangiana de "partida" é invariante quiral, proibindo os férmions de adquirirem massa até que o campo do Higgs adquira um valor esperado do vácuo.

(iii) A invariância de Lorentz deve ser preservada, assim como também a invariância de Gauge do Modelo Padrão, o número leptônico, CPT, CP, etc, nos níveis conhecidos.

(iv) Ao considerarmos contribuições anômalas não devemos esquecer que tais modelos são puramente fenomenológicos. $\delta\mathcal{L}_{EF}$ não é renormalizável, por exemplo, e nem isto é estritamente necessário se formos capazes de revelar uma física nova calculando diagramas de Feynman à nível de árvore. Mesmo assim, precisamos garantir que métodos perturbativos tenham significado, o que torna a unitariedade da matriz S uma condição necessária. Uma maneira de explorar esta possibilidade seria através do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ pois é nele que a contribuição anômala se fará presente. A sua amplitude de espalhamento M pode ser expandida em uma série de ondas parciais com amplitudes $A_J(\hat{s})$ através da expressão

$$M(\hat{s}, \hat{t}) = 16\pi \sum_J (2J+1) A_J(\hat{s}) P_J(\cos(\theta)) \quad . \quad (6)$$

Pode-se mostrar [Hi-87] que a unitariedade impõe sobre $A_0(\hat{s})$ a condição

$$\boxed{|A_0(\hat{s})| \leq 1} \quad . \quad (7)$$

Este resultado é útil na medida em que nos permite limitar a faixa de variabilidade de determinados parâmetros livres em $\delta\mathcal{L}_{EF}$. No caso de Λ , por exemplo, mantidos todos os demais parâmetros fixos, esta condição fornece o seu limite inferior $\Lambda_{\min}$ de tal forma que se $\Lambda < \Lambda_{\min}$ a contribuição anômala seria excessivamente intensa a ponto de inviabilizar métodos perturbativos.

Neste trabalho iremos quantificar o efeito de uma contribuição anômala sobre os resultados previstos pelo Modelo Padrão através de dois parâmetros: o desvio Δ e o número de eventos anômalos δN produzidos nos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$. Sendo $\sigma(s)_{MP}$ a secção de choque calculada pelo Modelo Padrão, Δ é dado pela expressão

$$\Delta[\%] = \frac{\sigma(s) - \sigma(s)_{MP}}{\sigma(s)_{MP}} \cdot 100\% \quad , \quad (8)$$

que pode ser calculada de duas maneiras. $\sigma(s)$ pode ser interpretado como o resultado experimental ou então como a secção de choque calculada incluindo-se a contribuição anômala $\delta\mathcal{L}_{EF}$ em (4). Neste último caso podemos expressar $\sigma(s)$ como

$$\sigma(s) = \sigma(s)_{MP} + \delta\sigma(s) \quad , \quad (9)$$

onde $\delta\sigma(s)$ expressa o efeito de $\delta\mathcal{L}_{EF}$, e Δ como

$$\Delta[\%] = \frac{\delta\sigma(s)}{\sigma(s)_{MP}} \cdot 100\% \quad . \quad (10)$$

Se o processo já foi observado experimentalmente e seu desvio estabelecido, uma comparação entre os dois resultados, o experimental e o da contribuição anômala fornece um limite inferior para Δ . Este limite seria tanto maior quanto menor for Δ_{exp} devido à dependência de $\delta\mathcal{L}_{EF}$ em $1/\Lambda^n$ [Eb-91]. No nosso caso, estamos analisando processos em aceleradores que ainda não entraram em operação, de modo que este tipo de comparação ainda não é possível. Enquanto isto não acontece, podemos analisar aquelas situações onde o desvio seja significativo, digamos, acima de 10%, uma estimativa razoável já que não seria admissível um experimento ser realizado e não possuir este nível mínimo de precisão. Resumindo, vamos impor a condição

$$\Delta[\%] \geq 10\% \quad , \quad (11)$$

que é a segunda das três condições que iremos utilizar para limitar a faixa de variabilidade de determinados parâmetros livres em $\delta\mathcal{L}_{EF}$. No caso da escala Λ , por exemplo, mantidos todos os demais parâmetros fixos, esta condição fornece o seu valor máximo Λ_{max} , ou seja, se $\Lambda > \Lambda_{max}$ a contribuição anômala causaria um desvio imperceptível. A terceira das três condições está relacionada ao número de eventos anômalos produzidos. Sendo

$$N = \mathcal{L} \cdot \sigma(s) \equiv N_{MP} + \delta N \quad , \quad (12)$$

o número de eventos produzidos no processo, onde $\mathcal{L}$ é a luminosidade da específica do acelerador, a quantidade de eventos produzidos no âmbito do Modelo Padrão é dada por

$$N_{MP} = \mathcal{L} \cdot \sigma(s)_{MP} \quad , \quad (13)$$

enquanto que a quantidade de eventos anômalos corresponde a

$$\delta N = \mathcal{L} \cdot \delta \sigma(s) \quad (14)$$

Podemos então substituir (10) em (14) para encontrar

$$\delta N = \Delta \cdot \mathcal{L} \cdot \sigma(s)_{MP} = \Delta \cdot N_{MP} \quad , \quad (15)$$

de modo que como N_{MP} não depende de $\delta \mathcal{L}_{EF}$ é o desvio Δ que fixa δN . É razoável esperar uma taxa mínima de eventos anômalos produzidos acima do background, digamos, 100 ano^{-1} , isto é,

$$\boxed{\delta N \geq 100 \text{ ano}^{-1}} \quad . \quad (16)$$

Nas próximas secções vamos recorrer às condições (16), (11) e (7) quando analisarmos o efeito das contribuições anômalas específicas que atuam a nível do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$. Antes disso, entretanto, vamos estudar esta reação apenas no âmbito do Modelo Padrão.

2. OS PROCESSOS $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$ NA QED

Um aspecto particularmente vantajoso no sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ é a sua relativa simplicidade. Do ponto de vista experimental, contribuições anômalas envolvem medidas bastante precisas e $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ é um dos processos mais bem observados, desde energias de colisão $\sqrt{s}=12,0-34,6 \text{ GeV}$ [Ba-83] até $\sqrt{s}=91,22 \text{ GeV}$ [Ak-91]. Em todos os casos um bom acordo com o Modelo Padrão foi encontrado. O cálculo da secção de choque total do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ em ordem mais baixa (figura 1) não é difícil e re-

sulta em [Bj-64]

$$\hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} = \frac{4\pi\alpha^2\beta}{\hat{s}} \left\{ \frac{1}{2\beta}(3-\beta)^4 \text{Ln} \left[\frac{1+\beta}{1-\beta} \right] - 2 + \beta^2 \right\} , \quad (\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-) \quad (17)$$

onde $\beta^2 = 1 - 4m_\ell^2/\hat{s}$. Esta expressão foi calculada à nível de árvore e é uma

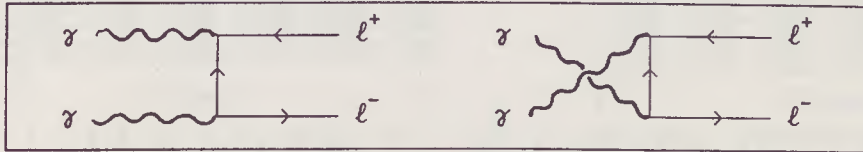


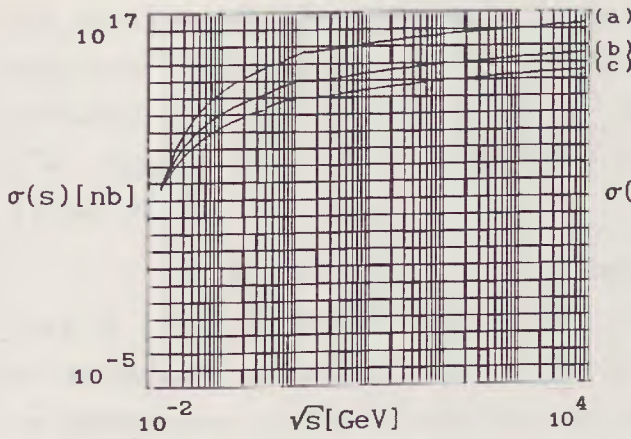
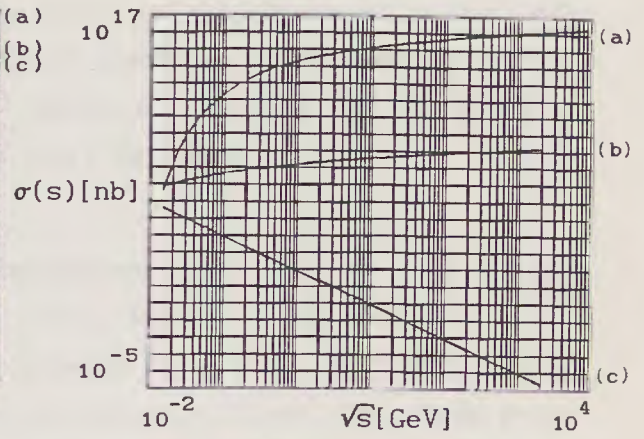
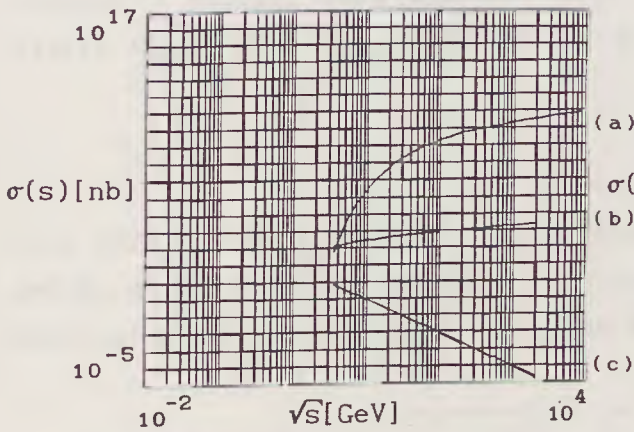
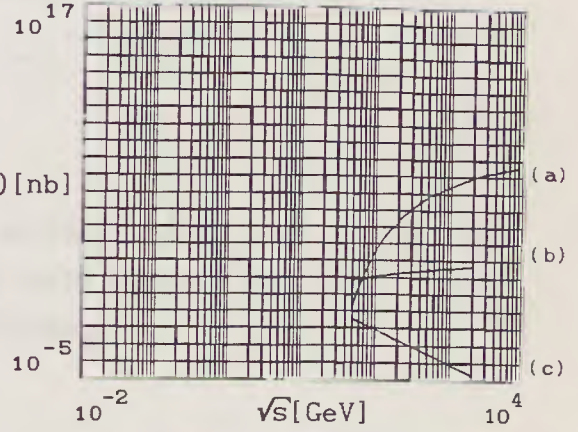
FIG. 1 - Diagramas de Feynman do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$

aproximação suficiente para os nossos propósitos porque correções radiativas à nível de um loop não são significativas [Bo-86]. De fato, se este efeito fosse incluído, poderíamos expressar a secção de choque diferencial de $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ à nível de um loop como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 \left\{ 1 + \delta^{\text{QED}} + \delta^Z + \delta^W \right\} , \quad (18)$$

onde δ^{QED} , δ^Z e δ^W representam correções radiativas para $(d\sigma/d\Omega)_0$ devido à troca de um fóton, Z^0 e $W^\pm$ respectivamente. Estes termos já foram calculados [Bo-86] e o resultado obtido mostra que $|\delta^{\text{QED}}| < 20\%$ até $\sqrt{s} = 500$ GeV e $|\delta^{\text{QED}}| > |\delta^Z|, |\delta^W|$. Ou seja, o processo é essencialmente eletromagnético e podemos substituir o subscrito "MP" por "QED" em $\sigma(s)_{\text{MP}}$ e N_{MP} .

Os quatro gráficos abaixo expressam uma série de resultados que esclarecemos a seguir. Na figura 2 mostramos a secção de choque total (1) do processo $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ para os núcleos ^{206}Pb (curva a), ^{63}Cu (curva b) e ^{32}S (curva c) em nbarn's com função de $\sqrt{s}$ em GeV's. Podemos observar que núcleos mais pesados apresentam uma secção de choque mais elevada, apesar do fato que a sua luminosidade (3) diminui mais acentuadamente na região de fótons duros (veja fig. 9, cap. II). Na figura 3 mostramos as secções de choque totais dos processos $\text{PbPb} \rightarrow \text{PbPb} \ell^+ \ell^-$ (a), $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-$ (b) e $e^+ e^- \rightarrow \ell^+ \ell^-$ (c, no limite relativístico extremo onde $\sqrt{s} \gg m_\ell$) em nbarn's como função de $\sqrt{s}$ em GeV's para o caso $\ell = e$. As figuras 4 e 5 mostram os mesmos processos da fig. 3, porém para os casos $\ell = \mu$ e


 FIG. 2 - $\sigma(s)$ para os núcleos Pb (a), Cu (b) e S (c).

 FIG. 3 - $\sigma(s)$ para PbPb $\rightarrow$ PbPb e^+e^- (a), $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-$ (b) e $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ (c). Nos casos RHIC, LHC e SSC supomos $\sqrt{s}$ por nucleon.

 FIG. 4 - O mesmo que a fig.3 porém com produção de $\mu^+\mu^-$.

 FIG. 5 - O mesmo que a fig.3 porém com produção de $\tau^+\tau^-$.

$\ell=\tau$, respectivamente. Nos quatro gráficos acima foi realizada uma integração numérica da expressão (1) pelo método gaussiano com 96 pontos repetidamente em diversos intervalos dentro dos limites de integração. Após diversas tentativas, podemos garantir um erro numérico de ordem $O(1\%)$ para todos os valores de $\sqrt{s}$ utilizados. Neste cálculo adotamos como limite inferior de integração $\tau_{\min}=4m_\ell^2/s$ (ou $\hat{s}_{\min}=4m_\ell^2$), de modo que o fluxo de fótons moles é o mais intenso possível. Justamente por isto utilizamos a secção de choque $\hat{\sigma}(\tau s)$ dada por (17) sem tomar ainda o limite relativístico $\beta \approx 1$. Comparando os diversos gráficos podemos constatar que acima de uma determinada energia (por exemplo, 4 GeV no caso $\ell=\mu$), colisões periféricas de íons pesados apresentam secções de choque muito superiores às de colisões e^+e^- . Não obstante este fato, é bom lembrar

que as luminosidades diferem bastante entre os aceleradores, o que pode modificar a proporção entre o número de eventos. Por exemplo, no CLIC ($\sqrt{s}=2000$ GeV) teríamos $\approx 3 \cdot 10^{16}$ ano⁻¹ pares e^+e^- produzidos em colisões e^+e^- enquanto que no LHC ($\sqrt{s}=6300 \cdot A$ GeV) teríamos $\approx 6 \cdot 10^{18}$ ano⁻¹ em colisões Pb-Pb.

Os elevados valores que constatamos para $\sigma(s)$ se devem muito mais ao fluxo de fótons moles do que duros. Para nós, isto representa uma desvantagem porque a contribuição anômala é esperada ser significativa apenas para os fótons emitidos suficientemente duros. Em outras palavras, o elevado fluxo de fótons com baixa energia forma um background considerável ao fenômeno que pretendemos estudar, reduzindo significativamente o desvio. Para suprimir este background, podemos substituir o limite inferior de integração em (1) de $\tau_{\min}=4m_\ell^2/s$ para

$$\tau_{\min}=\xi^2/s \quad , \quad (19)$$

onde $\xi \gg 2m_\ell$ é uma nova escala de energia mínima^{#1}. Além disso, esta prescrição é vantajosa na medida em que nos permite aproximar $\hat{\sigma}(\tau s)$ para o seu limite relativístico extremo onde $\sqrt{s} \gg \xi \gg 2m_\ell$,

$$\boxed{\hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} = \frac{4\pi\alpha^2}{\hat{s}} \text{Ln}(\hat{s}/m_\ell^2)} \quad . \quad (\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-) \quad (20)$$

Logo, substituindo (20) em (1) vamos encontrar

$$\boxed{\sigma(s)_{\text{QED}} = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \int_{\xi^2/s}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \frac{1}{\tau} \text{Ln}(\tau s/m_\ell^2)} \quad , \quad (21)$$

onde $d\mathcal{L}/d\tau$ é dado por (2) ou (3) conforme o tipo de processo. Para $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ esta integral resulta em

^{#1} Na prática, eventos onde $\tau < \xi^2/s$ (ou $\hat{s} < \hat{s}_{\min} = \xi^2$) podem ser suprimidos da contagem bastando medir a energia do par $\ell^+\ell^-$ produzido na reação.

$$\sigma(s)_{\text{QED}} = \frac{\alpha^4}{\pi s} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left\{ 4 \left[1 + 2 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \right] \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) - 20 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) - 14 \right\} + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} \text{Ln}^3 \left(\frac{s}{\xi^2} \right) + 2 \left[1 + 2 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \right] \text{Ln}^2 \left(\frac{s}{\xi^2} \right) + 8 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) + 13 \text{Ln} \left(\frac{s}{m_\ell^2} \right) + \right. \\ \left. + 10 + \left(\frac{\xi^2}{s} \right) \left\{ \left[1 - 2 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \right] \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) + 2 \left[2 - 3 \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \right] \right\} \right\} \\ (e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \ell^+ \ell^-), \quad (22)$$

enquanto que para $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ o resultado será

$$\sigma(s)_{\text{QED}} \approx \frac{256 Z^4 \alpha^4}{3 \pi \xi^2} \sum_j A_j \left(\frac{\sqrt{s}}{a \xi} \right) e^{-a \xi / \sqrt{s}} \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right), \quad (23a)$$

$(Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-)$

onde

$$a = c_j 2MR. \quad (23b)$$

A solução (22) é exata e foi obtida através do programa MACSYMA. Na solução (23) o melhor que conseguimos foi uma aproximação assintótica, onde assumimos que (i) ξ é suficientemente grande a ponto de apenas a parte exponencial em (3) contribuir para a luminosidade diferencial e (ii) a condição $\sqrt{s}/(a\xi) < 1$ é satisfeita em todos os casos. Veremos adiante que tais hipóteses efetivamente ocorrem.

Não existe um critério definitivo que nos permita fixar um valor para ξ . O ideal seria que não fosse muito pequeno para não aumentar demasiadamente o background da QED (o que diminuiria Δ) nem muito grande para não reduzir excessivamente a secção de choque (o que diminuiria δN). Além disso, é difícil propor um valor comum de ξ para todos os casos (LEP II, CLIC, RHIC, LHC e SSC na produção de $e^+ e^-$, $\mu^+ \mu^-$ e $\tau^+ \tau^-$) já que, dependendo do acelerador e do processo em questão, os resultados são muito diferentes e é sempre interessante fazer uma análise comparativa. Um valor conveniente de ξ para $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ no CLIC pode não ser para $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ no RHIC^{#1}. Face a estes argumentos vamos fixar um va-

^{#1} Em [Al-91a] adotamos valores diferenciados, $\xi=100(200)\text{GeV}$ no LHC(SSC).

lor para ξ através do seguinte critério. De acordo com (11) e (16) temos $\Delta_{\min}=10\%$ e $\delta N_{\min}=100\text{ ano}^{-1}$. Como ξ é um parâmetro livre à nossa escolha, vamos fixá-lo impondo que $\Delta_{\min}$ e $\delta N_{\min}$ estejam relacionados de tal forma que ξ seja solução da equação (15),

$$\delta N_{\min} = \mathcal{L} \cdot \sigma(s)_{\text{QED}} \Delta_{\min} \Rightarrow \mathcal{L} \cdot \sigma(s)_{\text{QED}} = N_{\text{QED}} = 1000\text{ ano}^{-1}, \tag{24}$$

onde ξ aparece no limite inferior de integração em (21) e $\sigma(s)_{\text{QED}}$ é dado por (22) ou (23) conforme o tipo de colisão. Note que este critério fixa um valor comum de N_{QED} para todos os casos^{#1}. Em outras palavras, vamos investigar o efeito de uma contribuição anômala sobre uma mesma "amostragem" em termos de número de eventos do background, independentemente do acelerador ou produto final da reação. Naturalmente que, fixado ξ , a expressão (24) nos garante que qualquer desvio acima de 10% corresponderá a uma produção também acima de 100 eventos anômalos por ano e vice-versa, independentemente da forma de $\delta \mathcal{L}_{\text{EF}}$. Por exemplo, um desvio de 20% corresponde, de acordo com (15), à $\delta N=200\text{ ano}^{-1}$ eventos anômalos produzidos para $N_{\text{QED}}=1000\text{ ano}^{-1}$ eventos do background. A tabela 1 fornece os valores encontrados para ξ de acordo o critério (24), sendo que o cálculo

			$\xi[\text{GeV}](\text{analítico})$			$\xi[\text{GeV}] \text{ (numérico)}$		
	$\sqrt{s}[\text{GeV}]$	$\mathcal{L}[\text{nb}^{-1}\text{ano}^{-1}]$	$\ell=e$	$\ell=\mu$	$\ell=\tau$	$\ell=e$	$\ell=\mu$	$\ell=\tau$
LEP II	200	$1 \cdot 10^6$	86	75	65	86	75	65
CLIC	2000	$3 \cdot 10^7$	726	642	577	726	642	577
RHIC	200·A	31,5	8,5	7,8	6,9	8,2	7,5	6,7
LHC	6300·A	315	164	152	142	154	142	132
SSC	8000·A	31,5	140	128	118	128	116	106

TABELA 1 - Valores de ξ calculados de acordo com o critério expresso em (24). Nas três primeiras colunas o resultado é analítico pois foram utilizadas as soluções (22) e (23). Nas três últimas o resultado foi obtido através da integração numérica da expressão (21). No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb. Nas próximas seções os valores analíticos serão utilizados ao calcularmos a seção de choque (1) com $\tau_{\min} = \xi/2\text{ s}$.

^{#1} Para se ter uma idéia de quanto o background fica reduzido, compare estes valores com os das tabelas 4 e 5 do cap. I.

lo pode ser realizado tanto analiticamente, através das expressões (22) e (23), como numericamente, através das expressões (20) e (21). Considerando os valores encontrados algumas características interessantes merecem nossa atenção.

(i) Se compararmos os valores encontrados para ξ nos procedimentos analítico e numérico vamos observar uma pequena diferença nos casos RHIC, LHC e SSC. Isto acontece porque a secção de choque encontrada para íons pesados (23) é apenas uma aproximação assintótica, ao contrário de (22). A maior diferença observada ocorre no caso de uma produção de e^+e^- no SSC, onde encontramos uma diferença de 8,6% com relação ao resultado analítico.

(ii) Léptons mais pesados necessitam de um corte menor porque a sua produção é mais baixa.

(iii) Os valores obtidos para ξ no caso do CLIC são elevados devido a sua luminosidade. Ainda assim, pensamos que não é recomendável reduzir o seu valor. Isto só aumentaria o background (reduziria Δ) e não aumentaria significativamente δN já que a contribuição anômala deve concentrar-se na região de fótons duros.

(iv) De acordo com (3), a parte exponencial da luminosidade diferencial em colisões Pb-Pb começa a vigorar quando $\tau > (0,05/2MR)^2 = 1,3 \cdot 10^{-11}$. Multiplicando este valor por s , vamos encontrar $\hat{s} > 5,36 \cdot 10^{-7} \text{ GeV}^2$ para o RHIC, $\hat{s} > 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^2$ para o LHC e $\hat{s} > 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^2$ para o SSC. De acordo com a tabela 1, todos estes valores são menores do que ξ^2 . Isto significa que somente a parte exponencial da luminosidade diferencial em (3) contribui para a secção de choque (1).

(v) O comentário do item anterior é consistente com a aproximação (23). Além disso, pode-se verificar que a condição $\sqrt{s}/(a\xi) < 1$ é satisfeita para todos os casos que estamos considerando. Por exemplo, no processo $\text{Pb-Pb} \rightarrow \text{Pb-Pb} \tau^+ \tau^-$ no SSC vamos encontrar $\sqrt{s}/(c_j 2MR\xi) = 0,3$. Nas outras situações este valor é sempre menor.

(vi) Note que os cortes para íons pesados estão abaixo dos valores para o CLIC, apesar da sua energia de colisão ser muito maior. Isto acontece não apenas pelo fato das luminosidades do RHIC, LHC e SSC serem menores que as do CLIC, mas também por uma outra razão igualmente importante. Se retornarmos ao gráfico da fig. 10 do capítulo II vamos observar que na

região de fótons duros a luminosidade diferencial em colisões e^+e^- é superior a de colisões Z_1Z_2 quando $\tau > 10^{-7}$. Logo, a única maneira de compensarmos ambos os efeitos seria reduzindo o corte ξ para aceleradores de íons pesados, o que efetivamente foi realizado na eq. (37).

Nas secções seguintes aplicaremos os resultados obtidos até aqui na análise de algumas contribuições anômalas. Existem inúmeras referências na literatura que podemos classificar como "gerais" na medida em que analisam vários casos simultaneamente. Entre outras podemos citar [Al-91a], [Al-91b], [Re-82a], [Re-82b], [Re-84], [Me-84], [Ag-84] e [Hi-86]. Nas próximas secções citaremos principalmente aquelas referências mais específicas para cada caso.

3. BÓSON ANÔMALO DE SPIN UM

Inúmeros modelos que fornecem alternativas ao Modelo Padrão aumentam o número de partículas elementares introduzindo, por exemplo, novos bósons de gauge^{#1}. Quanto aos bósons intermediários já conhecidos, existem controvérsias acerca da sua natureza elementar. Se estas partículas forem compostas [Ha-82], contribuições anômalas estariam presentes a partir de determinada escala de energia, quem sabe acessível quando a próxima geração de aceleradores estiver operacional. Além disso, precisamos lembrar que a interação fraca é de curto alcance da mesma forma que a interação forte entre os hádrons, que sabemos ser uma forma residual da interação de cor à nível dos quarks. Na abordagem de lagrangianas efetivas, não precisamos adotar nenhum modelo fundamental específico, embora pagemos o preço de termos inúmeras alternativas para $\delta\mathcal{L}_{EF}$, as mais simples certamente mais interessantes.

No Modelo Padrão, o bóson Z^0 , quando transmitido através do canal s de uma reação, não se acopla diretamente a um par $\gamma\gamma$ mas sim, em ordem mais baixa, através de um loop triangular conforme o diagrama da figura 6. No contexto da EPA podemos investigar a produção de bósons

^{#1} Para citar um exemplo, *F. Pisano et al* [Pi-91] propõe um modelo $SU(3) \otimes U(1)$ para a interação eletro-fraca com um bóson de gauge neutro adicional.

neutros anômalos a partir de um par de fótons equivalentes acrescentando à $\mathcal{L}_{MP}$, de acordo com (4), uma contribuição anômala com dimensão 6 (à menos de $1/\Lambda^2$) da forma

$$\delta\mathcal{L}_{EF} = -\frac{1}{\Lambda^2} Z_\mu \left\{ g_1 (\partial^\alpha \tilde{F}^{\mu\nu}) F_{\nu\alpha} + g_2 \tilde{F}^{\mu\nu} (\partial^\alpha F_{\nu\alpha}) \right\} \quad , \quad (25)$$

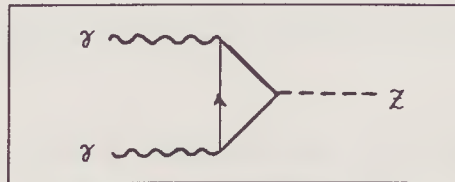


FIG. 6 - Acoplamento $Z^0\gamma\gamma$ através de um loop triangular de acordo com o Modelo Padrão.

onde g_1 e g_2 são duas constantes reais e adimensionais, $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\eta\chi}F_{\eta\chi}$ e Z um bóson de gauge neutro com massa M_Z , *não necessariamente o bóson Z^0 do Modelo Padrão*^{#1}. Este termo tem aparecido algumas vezes na literatura, onde é utilizado em um contexto diferente do nosso caso. Por exemplo, no estudo de decaimentos anômalos do Z^0 [To-84] nos anos 80 ou, mais recentemente, como um limite efetivo do Strongly Coupled Standard Model (SCSM) [Ry-89]. Outras abordagens podem ser encontradas em [Su-87], [Ba-84b] e [Qu-90]. Como (25) é um termo de interação podemos dele extrair o vértice que corresponde ao acoplamento $Z\gamma\gamma$. Na figura 7a mostramos o resultado^{#2}. Pode-se mostrar que a parte proporcional a g_2 não contribui no caso de ambos os fótons estarem na camada de massa. Este vértice poderia ser também uma aproximação efetiva para o vértice do acoplamento da fig. 6. Se a contribuição anômala (25) estiver presente, ou seja, $\delta\mathcal{L}_{EF}$ for um limite efetivo de uma teoria mais fundamental, ela atuará com maior ou menor intensidade através do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\ell^-$ conforme o diagrama da figura 8. Quanto ao acoplamento $Z\ell^+\ell^-$, assumimos que o seu vértice tenha a mesma forma que no acoplamento $Z^0\ell^+\ell^-$ do Mode-

^{#1} Se fosse este o caso, Λ poderia ser interpretado como uma escala de composição ou de confinamento de uma nova interação fundamental.

^{#2} No capítulo IV mostraremos explicitamente como o vértice pode ser extraído de uma lagrangiana efetiva. Aqui o procedimento é idêntico e não iremos repeti-lo.

(a) $\gamma(k_1, \alpha) \gamma(k_2, \beta) \rightarrow Z \Rightarrow \frac{g_1}{\Lambda^2} \left\{ k_1^\mu k_2^\nu (\epsilon^{\mu\eta\chi\alpha} k_1^\beta - \epsilon^{\mu\eta\chi\beta} k_2^\alpha) + (k_1 \cdot k_2) \epsilon^{\mu\alpha\beta\eta} (k_1 - k_2)_\eta \right\}$

(b) $Z \rightarrow e^- e^+ \Rightarrow ie\gamma_\mu (x - \gamma_5 y)$

FIG. 7 - Acoplamento do boson Z com um par de fotons reais (a) e um par e^+e^- (b).

lo Padrão (figura 7b). Como o diagrama da fig. 8 possui os mesmos estados final e inicial que os da fig. 1 (QED pura), precisam ser a eles acrescentados. Somando os três diagramas e calculando a amplitude quadra-

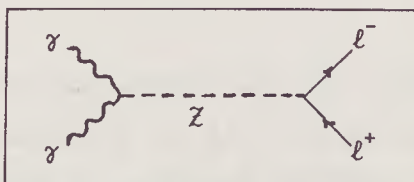


FIG. 8 - Diagrama de Feynman para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$.

da vamos encontrar a secção de choque total do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$,

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} + \frac{\alpha}{4} \left(\frac{yg_1}{\Lambda^2} \right)^2 \left(\frac{m_\ell}{M_Z^2} \right)^2 \hat{s}^2, \quad (26)$$

onde $\hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}}$ é dado por (20). Algumas observações com relação a este resultado tornam-se necessárias.

(i) Os termos proporcionais a $1/\Lambda^2$ não aparecem porque a interferência entre o diagrama da fig. 8 e os da fig. 1 se anula, da mesma forma que o termo proporcional a x . Na verdade, (26) é o resultado exato, sem aproximações^{#1}.

(ii) Se o acoplamento Zl^+l^- for idêntico ao do Modelo Padrão, vamos ter $y=1/4\cos\theta_w \sin\theta_w \approx 0,6$, onde θ_w é o ângulo de Weinberg. Vamos fixar a escala Λ escolhendo $(yg_1)^2 = \frac{1}{4}4\pi$.

^{#1} Este caso é uma exceção. Em outros a interferência estará presente e o resultado será suficientemente complicado a ponto de precisaremos recorrer a algumas aproximações.

(iii) Como a contribuição anômala em (26) é proporcional à $(m_\ell/\Lambda^2 M_Z^2)^2$, o seu efeito será bastante reduzido, principalmente na produção de léptons mais leves. Por este motivo vamos analisar somente a produção de $\tau^+\tau^-$.

(iv) Mesmo que no diagrama da fig. 8 o processo ocorra no canal s , a solução (26) não exibe comportamento ressonante. De fato, já foi mostrado [Ya-50] que na camada de massa esta reação é proibida para o bóson Z .

A mesma amplitude de espalhamento que utilizamos para encontrar a secção de choque (26) serve também para calcular o primeiro termo da série em (6). Ou seja, pode-se mostrar que a condição de unitariedade (7) para o caso do bóson anômalo resulta em

$$(AM_Z)^2 \geq \frac{\pi}{4} \sqrt{\alpha} m_\ell (\hat{s})^{3/2} \quad (27)$$

Como a contribuição anômala em (26) possui uma forma bastante simples (dependência quadrática em $\hat{s}$), é possível calcular a integral (1) algebricamente através do programa MACSYMA. De fato, substituindo (26) em (1) vamos encontrar

$$\delta\sigma(s) = \frac{\alpha^3}{16\pi} \left(\frac{m_\ell}{M_Z^2 \Lambda^2} \right)^2 s^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \frac{49}{144} + 2 \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^2 \left[1 - \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \right] - \frac{4}{3} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^3 \left[\frac{4}{3} + \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \right] + \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^4 \left[\frac{9}{4} + \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \right] \right\} \quad (e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-) \quad (28)$$

e

$$\delta\sigma(s) = \frac{4Z^4 \alpha^3}{3\pi} \left(\frac{m_\ell}{M_Z^2 \Lambda^2} \right)^2 s^2 \sum_j \frac{A_j}{a^4} \left\{ e^{-a\xi/\sqrt{s}} \left[12 + 12a \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right) + 6a^2 \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right)^2 + 2a^3 \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right)^3 \right] - \right. \\ \left. - e^{-a} \left[12 + 12a + 6a^2 + 2a^3 \right] \right\} \quad (Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-) \quad (29)$$

para os processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-l^+l^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2l^+l^-$ respectivamente, onde a é dado por (23b). Lembramos que $\delta\sigma(s)$, de acordo com (9), expressa o efeito da contribuição anômala (25). O parâmetro ξ aparece nestas expressões porque, conforme mencionamos na secção anterior, adotamos o limite $\tau_{\min} = \xi^2/s$. O seu valor, conforme o acelerador, é fornecido pela tabela 1 para $\ell=\tau$ (resultado analítico).

Agora que já temos as secções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-l^+l^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2l^+l^-$ podemos investigar o efeito da contribuição anômala (25). Embora tenhamos dois parâmetros independentes, Λ e M_Z , por enquanto não é necessário fixarmos um deles. Podemos fazer nossa análise em função de $\Lambda \cdot M_Z$ porque ambos aparecem sempre juntos em (28) e (29). Da condição de unitariedade (27) podemos encontrar o limite inferior $(\Lambda M_Z)_{\min}$. O único detalhe é que precisamos tomar cuidado ao escolhermos um valor correto para $\hat{s}$ em (27). Certamente não podemos substituir $\hat{s}$ pelo seu valor máximo (quando $\tau=1$, $\hat{s}=s$) porque é insignificante o número de fótons produzidos nesta região. Na verdade, devido às características da luminosidade diferencial, o fluxo de fótons é sempre mais concentrado próximo ao corte ξ . Logo, vamos adotar a estimativa $\hat{s} \approx \xi$ em (27). O desvio Δ pode ser calculado através de (28-29) e (22-23) de acordo com (10) e o seu limite inferior $(\Lambda M_Z)_{\min}$ através da condição (11) $\Delta_{\min}((\Lambda M_Z)_{\max}) = 10\%$. A tabela 2 fornece os resultados para produção $\tau^+\tau^-$. Os gráficos da figura 9 mostram os desvios entre $\Lambda_{\min}$ e $\Lambda_{\max}$ para $M_Z=100$ GeV. Com base nos resultados obtidos fazemos a seguir alguns comentários.

	$\sqrt{s}[\text{GeV}]$	$\mathcal{L}[\text{nb}^{-1}\text{ano}^{-1}]$	$\ell=\tau, ((\Lambda M_Z)_{\min} - (\Lambda M_Z)_{\max}) [\text{GeV}^2]$
LEP II	200	$1 \cdot 10^6$	181 - 2365
CLIC	2000	$3 \cdot 10^7$	4795 - 60600
RHIC	200 · A	31,5	6,3 - 66
LHC	6300 · A	315	585 - 4870
SSC	8000 · A	31,5	443 - 4040

TABELA 2 - Valores mínimo e máximo para ΛM_Z calculados em diferentes aceleradores na produção de $\tau^+\tau^-$. No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb. Neste cálculo foram utilizados os valores de ξ da tab. 1 e as condições (28) e (11).

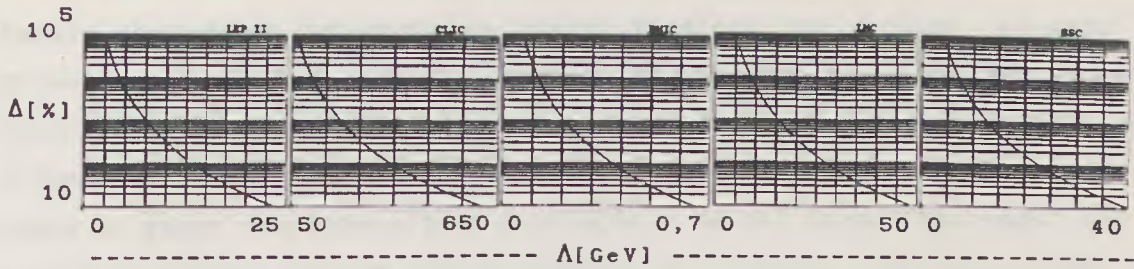


FIG. 9 - Δ como funcao de Λ para o boson anomalo de spin um com massa $M_Z=100\text{ GeV}$ nos cinco aceleradores que estamos considerando. O produto final do processo e $\tau^+\tau^-$. No RHIC, LHC e SSC supomos colisoes Pb-Pb.

(i) Vejamos o caso do LEP II. Se $M_Z=100\text{ GeV}$, por exemplo, o desvio seria significativo apenas no caso da escala Λ ser menor do que 24 GeV, o que é um valor muito baixo. Isto acontece porque, como podemos observar em (28) e (29), $\delta\sigma(s)$ é proporcional a $(1/\Lambda M_Z)^4$.

(ii) O CLIC é o acelerador que tem o maior alcance já para o mesmo valor $M_Z=100\text{ GeV}$ teríamos $\Lambda_{\text{max}} \approx 606\text{ GeV}$. O fato de o CLIC apresentar um desempenho superior aos do RHIC, LHC e SSC poderia em princípio parecer surpreendente já que nestes aceleradores a energia de colisão é muito maior. Entretanto, para estes aceleradores já havíamos justificado no final da secção anterior a necessidade de um corte ξ relativamente pequeno se comparados ao do CLIC. O preço pago por esta escolha é um aumento em $\sigma(s)_{\text{QED}}$, o que naturalmente diminui Δ e Λ_{max} .

(iii) Podemos observar que M_Z e Λ são inversamente proporcionais. Isto significa que se a escala for muito elevada, apenas bósons muito leves poderiam ser observados. No LHC, por exemplo, poderíamos alcançar uma escala de 3 TeV's apenas se $M_Z < 1,6\text{ GeV}$. Este caso é improvável porque se o Z fosse muito leve já teria sido observado em reações do tipo $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow e^+e^-$. Por outro lado, um bóson muito massivo, mais do que o Z^0 do Modelo Padrão, por exemplo, dificilmente seria observado neste tipo de reação e aceleradores. Ou seja, o número de pares $\tau^+\tau^-$ produzidos através do canal s (fig. 8) seria insignificante, bem abaixo de 100 ano^{-1} .

4. TERMOS DE CONTATO

Em 1932 Fermi propôs que as amplitudes de transição em processos fracos poderiam ser calculadas acoplando-se duas correntes fracas do tipo $\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$. Hoje em dia sabemos que este tipo de interação de contato,

também chamada de interação de quatro férmions, na verdade "esconde" a presença de um bóson vetorial massivo que transmite a interação fraca. Genericamente, "termo de contato" ou "interação de contato" é uma expressão utilizada para acoplamentos onde numa dada faixa de energia o campo de gauge que transmite a interação é de tal forma "atenuado" que a interação parece ocorrer essencialmente em um ponto. Certamente isto acontece no caso da interação fraca para energias relativamente baixas se comparadas às massas dos bósons Z^0 e $W^\pm$. Outra possibilidade seria a presença de uma nova interação fundamental confinante. Teoricamente, temos uma vasta gama de possibilidades quanto à forma dos termos de contato. Por exemplo, só contando operadores com dimensão 6, existem 134 acoplamentos distintos e invariantes por $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ envolvendo férmions, bósons de gauge e escalares [Le-85]. E este número deve ser bem maior para operadores com dimensão mais elevada.

Com relação ao tipo de processo que estamos estudando, vamos escolher três tipos diferentes de contribuições anômalas para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$. Cada uma delas corresponde a um termo de contato distinto com dimensões 6, 7 e 8 respectivamente,

$$\delta\mathcal{L}_{EF}^{(6)} = \frac{e}{\Lambda^2} (\bar{\psi} \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) i D_\nu \psi) F^{\mu\nu} + \text{h.c.} \quad , \quad (30a)$$

$$\delta\mathcal{L}_{EF}^{(7)} = \frac{1}{4\Lambda^3} \left\{ g_5 \bar{\psi} \psi F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + g_P \bar{\psi} (i \gamma_5) \psi F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} \right\} \quad (30b)$$

e

$$\delta\mathcal{L}_{EF}^{(8)} = \frac{e^2}{\Lambda^4} \bar{\psi} \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) \psi \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (\partial^\nu F^{\alpha\lambda}) F^\beta_\lambda \quad , \quad (30c)$$

onde os g 's são constantes de acoplamento reais e adimensionais, D_ν é a derivada covariante e $\tilde{F}_{\mu\nu}$ o dual de $F_{\mu\nu}$. Note que a escala Λ precisa estar elevada à potência correta para que $\delta\mathcal{L}_{EF}$ possua dimensão 4. Os termos acima têm aparecido algumas vezes na literatura, embora utilizados um contexto diferente do nosso. Termos de contato com dimensão 6, por exemplo, podem ser encontrados em [Le-86] e [Ki-85]. Termos com dimensão 8 foram bastante utilizados na década de 80 no estudo de decaimentos anômalos do Z^0 [Di-85, Dr-84]. A figura 10 fornece a expressão dos vértices

DIMENSÃO 6	
	$\Rightarrow \frac{e}{\Lambda^2} (p_1 + p_2)_\nu \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) (k^\mu g^{\nu\alpha} - k^\nu g^{\mu\alpha})$
	$\Rightarrow \frac{-2e^2}{\Lambda^2} \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) [(k_1 + k_2)^\mu g^{\alpha\beta} - k_1^\beta g^{\mu\alpha} - k_2^\alpha g^{\mu\beta}]$
DIMENSÃO 7	
	$\Rightarrow \frac{i}{\Lambda^3} \left\{ g_S [(k_1 \cdot k_2) g^{\mu\nu} - k_1^\nu k_2^\mu] + g_P (i\gamma_5) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta} \right\}$
DIMENSÃO 8	
	$\Rightarrow \frac{-e^2}{\Lambda^4} \gamma_\mu (g_V - g_A \gamma_5) (k_1 + k_2)^\mu \epsilon^{\alpha\beta\eta\chi} k_{1\eta} k_{2\chi}$

FIG. 10 - Vertices dos termos de contato com dimensao 6, 7 e 8.

DIMENSÃO 6	
DIMENSÃO 7	
DIMENSÃO 8	

FIG. 11 - Diagramas de Feynman que contribuem para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$. A "bola preta" indica a presença de um vertice anômalo.

para cada um dos acoplamentos acima. Cada caso será tratado separadamente e o procedimento é idêntico ao da secção anterior. A figura 11 mostra os diagramas que contribuem para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ em ordem mais baixa. Somando estes diagramas com os da QED (fig. 1) e calculando a amplitude quadrada vamos encontrar a secção de choque total do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$,

$$\hat{\sigma}(\hat{s})_{(6)} = \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} + \frac{16\pi\alpha^2 (g_V^2 + g_A^2)}{3} \frac{\hat{s}}{\Lambda^4} + \frac{\pi\alpha^2 (g_V^2 - g_A^2)^2}{5} \frac{\hat{s}^3}{\Lambda^8} \quad , \quad (31a)$$

$$\hat{\sigma}(\hat{s})_{(7)} = \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} + \frac{\alpha}{2}(g_s + g_p) \frac{m_\ell}{\Lambda^3} \text{Ln}(\hat{s}/m_\ell^2) + \frac{1}{64\pi}(g_s^2 + g_p^2) \frac{\hat{s}^2}{\Lambda^6} \quad (31b)$$

e

$$\hat{\sigma}(\hat{s})_{(8)} = \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} + 4\pi\alpha^2 g_A \frac{m_\ell^2}{\Lambda^4} \text{Ln}(\hat{s}/m_\ell^2) + \pi\alpha^2 g_A^2 \frac{m_\ell^2 \hat{s}^2}{\Lambda^8}, \quad (31c)$$

onde $\hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}}$ é dado por (20). Algumas observações com relação a estes resultados tornam-se necessárias.

(i) Em (31a) os termos proporcionais a m_ℓ^2 na interferência e na contribuição anômala "pura" foram ignorados. Esta aproximação é recomendável devido ao elevado número de diagramas envolvidos. De fato, no caso dimensão 6 pode-se mostrar que a contribuição dos cinco primeiros diagramas da fig. 11 resultam em termos proporcionais a $g_A m_\ell^2 / \Lambda^4$.

(ii) Pode-se mostrar que no termo com dimensão 8 a parte proporcional a g_V não contribui.

(iii) Em (31b) e (31c) mantivemos os termos dominantes que são proporcionais a m_ℓ . Para o termo com dimensão 8 vamos considerar apenas a produção de $\tau^+ \tau^-$, que são os léptons mais pesados e, ainda assim, podemos esperar um efeito bastante suprimido.

(iv) Para fixar a escala vamos adotar as seguintes escolhas. No termo com dimensão 6 escolhemos $|g_V| = |g_A| = 1$. No termo com dimensão 7 temos duas possibilidades interessantes, $g_s = g_p = \sqrt{4\pi}$ e $g_s = -g_p = \sqrt{4\pi}$. Na primeira, ao contrário da segunda, o termo de interferência estará presente e será dominante para escalas suficientemente grandes onde $\hat{s} \ll \Lambda^2$. No termo com dimensão 8 escolhemos $g_A = 1$.

A mesma amplitude de espalhamento que utilizamos para calcular (31) serve também para calcular o primeiro termo da série em (6). De fato, pode-se mostrar que a condição de unitariedade (7) para os termos de contato acima resultam em

$$\text{DIM. 6} \rightarrow \Lambda^2 \geq \pi \alpha \hat{s} \cdot 1,6, \quad (32a)$$

$$\text{DIM. 7} \rightarrow \Lambda^3 \geq \frac{\sqrt{2\pi}}{8} (\hat{s})^{3/2} \quad (32b)$$

$$\text{e} \quad \text{DIM. 8} \rightarrow \Lambda^4 \geq \frac{\pi}{2} \alpha m_\ell (\hat{s})^{3/2}. \quad (32c)$$

O próximo passo consiste em substituir as expressões (31) em (1) para

obter as secções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$. No primeiro processo a solução analítica da integral foi obtida através do programa MACSYMA, cujo resultado é

$$\delta\sigma(s)_{(6)} = \frac{8\alpha^4}{3\pi} \frac{s}{\Lambda^4} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \frac{16}{9} + 2 \left(\frac{\xi^2}{s} \right) \left[1 - 2\text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] - \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^2 \left[3 + 2\text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] - \frac{1}{9} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^3 \left[7 + 3\text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] \right\} \quad (33a)$$

$$\delta\sigma(s)_{(7)} = \frac{\alpha^2}{8\pi^2} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \alpha(g_s + g_p) \frac{m_\ell}{\Lambda^3} F_1(s) + \frac{1}{4} \left(\frac{s}{\Lambda^3} \right)^2 F_2(s) \right\} \quad (33b)$$

$$\delta\sigma(s)_{(8)} = \frac{\alpha^4}{\pi} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(\frac{m_\ell}{\Lambda^2} \right)^2 F_1(s) + \frac{1}{4} \left(\frac{m_\ell s}{\Lambda^4} \right)^2 F_2(s) \right\} \quad (33c)$$

($e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$)

onde

$$\begin{aligned} F_1(s) = & \frac{2}{3} \text{Ln}^3\left(\frac{s}{\xi^2}\right) + \text{Ln}^2\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \left[4\text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) - 3 \right] - 12\text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) + \frac{37}{4} \text{Ln}\left(\frac{s}{m_\ell^2}\right) \frac{51}{4} + \\ & + 4 \left(\frac{\xi^2}{s} \right) \left\{ \text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \left[1 - 2\text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) \right] - 4\text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) + 3 \right\} + \\ & + \frac{1}{4} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^2 \left\{ \text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \left[1 - 4\text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) \right] - 10\text{Ln}\left(\frac{\xi}{m_\ell}\right) + 3 \right\} \end{aligned} \quad (34a)$$

e

$$F_2(s) = \frac{49}{144} + 2 \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^2 \left[1 - \text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] - \frac{4}{3} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^3 \left[\frac{4}{3} + \text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] - \frac{1}{4} \left(\frac{\xi^2}{s} \right)^4 \left[\frac{9}{4} + \text{Ln}\left(\frac{s}{\xi^2}\right) \right] \quad (34b)$$

No segundo processo apenas para dimensão 6 a solução é exata; para dimensões 7 e 8 existe uma aproximação:

$$\delta\sigma(s)_{(6)} = \frac{1024Z^4\alpha^4}{9\pi} \frac{s}{\Lambda^4} \sum_j \frac{A_j}{a^2} \left\{ e^{-a\xi/\sqrt{s}} \left[1 + \frac{a\xi}{\sqrt{s}} \right] - e^{-a} \left[1 + a \right] \right\} \quad (35a)$$

$$\delta\sigma(s)_{(7)} = \frac{8Z^4\alpha^2}{3\pi^2} \sum_j A_j \left\{ \alpha(g_s + g_p) \frac{m_\ell}{\Lambda^3} G_1(s) + \frac{1}{4} \left(\frac{s}{\Lambda^3} \right)^2 G_2(s) \right\} \quad (35b)$$

$$\delta\sigma(s)_{(8)} = \frac{64Z^4\alpha^4}{3\pi} \sum_j A_j \left\{ \left(\frac{m_\ell}{\Lambda^2} \right)^2 G_1(s) + \frac{1}{4} \left(\frac{m_\ell s}{\Lambda^4} \right)^2 G_2(s) \right\} \quad (35c)$$

($Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$)

onde

$$G_1(s) \approx 4 \left(\frac{\sqrt{s}}{a\xi} \right) e^{-a\xi/\sqrt{s}} \text{Ln} \left(\frac{\xi}{m_\ell} \right) \quad , \quad (36a)$$
$$G_2(s) \approx \frac{1}{a^4} \left\{ e^{-a\xi/\sqrt{s}} \left[12 + 12a \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right) + 6a^2 \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right)^2 + 2a^3 \left(\frac{\xi}{\sqrt{s}} \right)^3 \right] - e^{-a} \left[12 + 12a + 6a^2 + 2a^3 \right] \right\} \quad , \quad (36b)$$

a é dado por (23b) e $\sqrt{s}/(a\xi) < 1$ como anteriormente.

Agora que já temos as secções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2\ell^+\ell^-$ podemos investigar o efeito da contribuição anômala (30). Da condição de unitariedade (32) podemos encontrar o limite inferior Λ_{min} assumindo $\hat{s} \approx \xi^2$ da mesma forma que fizemos na secção anterior. O desvio Δ pode ser calculado através de (33-35) e (22-23) de acordo com (10) e o limite superior Λ_{max} através da condição (11) $\Delta_{min}(\Lambda_{max})=10\%$. As tabelas 3 e 4 fornecem os resultados obtidos. Os grá-

		$(\Lambda_{min} - \Lambda_{max})$ [GeV]				
		DIMENSÃO 6			DIM. 8	
	$\sqrt{s}$ [GeV]	$\mathcal{L}[\text{nb}^{-1}\text{ano}^{-1}]$	$\ell=e$	$\ell=\mu$	$\ell=\tau$	$\ell=\tau$
LEP II	200	$1 \cdot 10^6$	16-114	14-119	12-124	8,7-32
CLIC	2000	$3 \cdot 10^7$	139-968	123-1000	110-1025	44-159
RHIC	$200 \cdot A$	31,5	1,6-9,4	1,5-10,7	1,3-12,7	1,6-6,5
LHC	$6300 \cdot A$	315,4	31-174	29-187	27-198	16-46
SSC	$8000 \cdot A$	31,5	27-152	24-161	23-169	13-42

TABELA 3 - Valores mínimo e máximo de Λ para os termos de contato com dimensões 6 e 8. No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb.

ficos das figuras 12, 13 e 14 mostram os desvios entre Λ_{min} e Λ_{max} . Com base nos resultados obtidos fazemos a seguir alguns comentários.

- (i) O termo de contato com dimensão 8 (tab. 3) é o mais difícil de ser observado. Qualquer escala acima de 100 GeV levaria a uma contribuição anômala imperceptível. Isto acontece devido à dependência de $\delta\sigma(s)_{(8)}$ em m_ℓ^2/Λ^4 nos termos de interferência em (33c) e (35c).
- (ii) Em todos os casos o CLIC é o acelerador que possui o maior alcance

		$(\Lambda_{\min} - \Lambda_{\max})$ [GeV]					
		DIM. 7, $g_s = g_p = \sqrt{4\pi}$			DIM. 7, $g_s = -g_p = \sqrt{4\pi}$		
	$\sqrt{s}$ [GeV]	$l=e$	$l=\mu$	$l=\tau$	$l=e$	$l=\mu$	$l=\tau$
LEP II	200	58-239	51-243	44-259	58-239	51-242	44-244
CLIC	2000	493-2100	436-2115	392-2140	493-2100	436-2115	392-2124
RHIC	200·A	5,7-19	5,3-22	4,7-33	5,7-19	5,3-21	4,7-23
LHC	6300·A	111-377	103-389	96-411	111-377	103-388	96-397
SSC	8000·A	95-338	87-345	80-363	95-338	87-344	80-349

TABELA 4 - Valores mínimo e máximo de Λ para o termo de contato com dimensao 7. No RHIC, LHC e SSC supomos colisoes Pb-Pb.

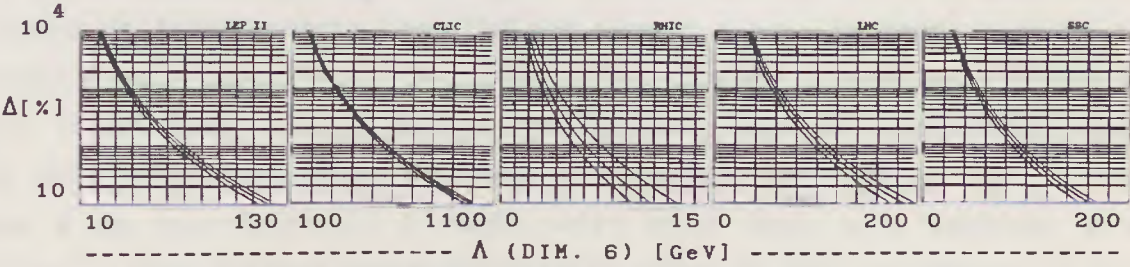


FIG. 12 - Δ como funcao de Λ para o termo de contato com dimensao 6 nos cinco aceleradores que estamos considerando. A curva superior corresponde ao caso $l=\tau$ e a inferior a $l=e$.

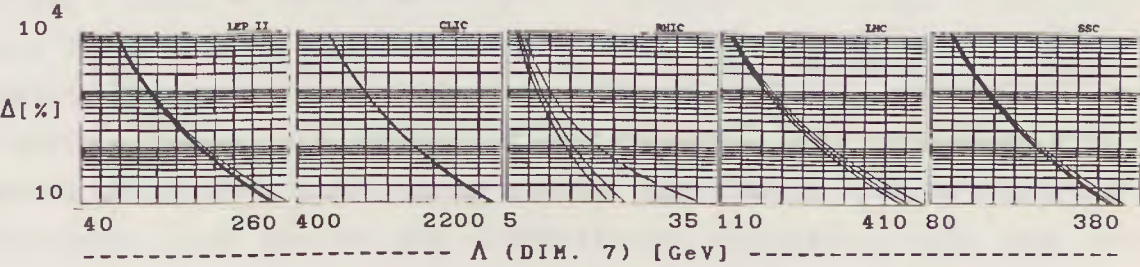


FIG. 13 - Δ como funcao de Λ para o termo de contato com dimensao 7 ($g_s=g_p=\sqrt{4\pi}$) nos cinco aceleradores que estamos considerando. A curva superior corresponde ao caso $l=\tau$ e a inferior ao caso $l=e$.

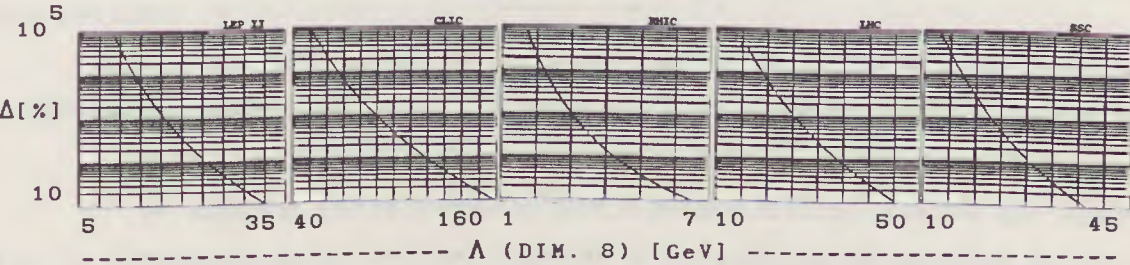


FIG. 14 - Δ como funcao de Λ para o termo de contato com dimensao 8 e producao de $\tau^+\tau^-$ nos cinco aceleradores que estamos considerando.

em Λ . O LHC e o SSC apresentam desempenhos semelhantes e superam os do LEP II e RHIC.

(iii) No termo de contato com dimensão 7 (tab. 4) o sinal relativo entre g_s e g_p não influencia significativamente os resultados já que a interferência em (33b) e (35b) é bastante suprimida pela sua proporcionalidade em m_ℓ^2 . Ainda assim, observamos uma pequena diferença para léptons mais pesados, cuja escala tem alcance um pouco maior.

(iv) Surpreendentemente, o termo com dimensão 7 revelou-se mais interessante que o termo com dimensão 6. No primeiro caso a escala pode alcançar até 2100 GeV (tab. 4) na produção de $\tau^+\tau^-$ quando observado no CLIC, enquanto que no termo de dimensão 6 não poderia ultrapassar 1000 GeV (tab. 3). Isto aconteceu pelo seguinte motivo. No termo com dimensão 6 a prescrição $|g_v|=|g_A|=1$ tem como consequência o fato de apenas os termos de interferência contribuírem para o desvio (o termo anômalo em (31a) é cancelado; termos proporcionais a m_ℓ^2 foram ignorados). De acordo com (33a), esta interferência é proporcional a $\alpha^4 s/\Lambda^4$. Por outro lado, no caso dimensão 7 temos em (33b) um termo proporcional a $\alpha^2 s^2/\Lambda^6$, que não é de interferência. A razão entre este termo e o anterior vale $s/(\alpha\Lambda)^2$. Como estamos assumindo desvios acima de 10%, os valores da tabela acima mostram que Λ está sempre abaixo de $\sqrt{s}$. Logo, o termo com dimensão 7 causa um desvio maior que o de dimensão 6. O mesmo só não acontece com o termo de dimensão 8 devido a sua proporcionalidade em m_ℓ^2 . Resumindo, podemos retirar uma lição importante destes resultados. Em princípio, deveríamos esperar que contribuições anômalas a cuja dependência em Λ ocorra numa dimensão menor levem *sempre* a um desvio maior. Entretanto, pode ocorrer que circunstâncias específicas tais como, por exemplo, a natureza da helicidade da interação (que aqui se manifesta em $|g_v|=|g_A|$) ou a presença de um termo m_ℓ no lugar de $\sqrt{s}$ em $\delta\sigma(s)$ invertam esta relação.

5. LÉPTON EXCITADO

Se léptons forem formados por sub-partículas ligadas por algum tipo de interação seria natural esperar a existência de estados excitados de curtíssima duração [Lo-65]. Dada a inexistência de um modelo cla-

ro que nos permita investigar esta possibilidade, sempre podemos recorrer a lagrangianas efetivas. Uma possibilidade que tem merecido atenção de teóricos e experimentais seria supor que um lépton possa acoplar-se ao seu estado excitado através de um acoplamento do tipo momento magnético [Lo-65, Br-80, Sh-80] com dimensão 5 (à menos de $1/\Lambda^2$),

$$\delta\mathcal{L}_{EF} = -\frac{e}{2\Lambda} \left\{ \bar{\psi}_* F^{\mu\nu} \sigma_{\mu\nu} (g_V - g_A \gamma_5) \psi \right\} + \text{h.c.}, \quad (37)$$

onde Λ representa uma escala de energia, no caso, uma escala de composição, e ψ_* um estado excitado de massa M_* . A figura 15 fornece os vértices que podem ser obtidos a partir deste termo. Note que $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$ e,

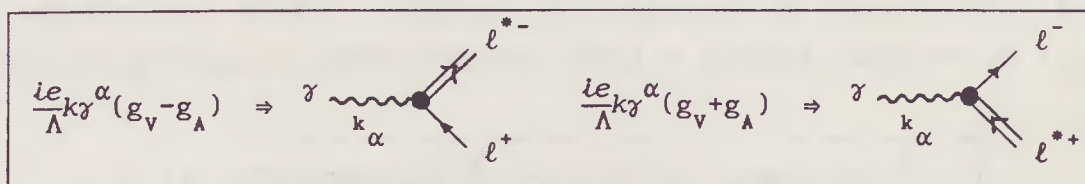


FIG. 15 - Vértices $\gamma l^+ l^{*-}$ e $\gamma l^{*+} l^-$. O segundo vértice foi obtido do termo h.c. em (37). O tempo transcorre da esquerda para a direita.

devido a presença das duas matrizes γ 's em $\sigma^{\mu\nu}$, $\delta\mathcal{L}_{EF}$ não é invariante quiral. Como no limite relativístico extremo ($\sqrt{s} \gg M_*$) helicidade e chiralidade são a mesma coisa, g_V e g_A são duas constantes adimensionais que, nestas condições, expressam a natureza da helicidade do acoplamento. Por exemplo, se $g_V = g_A$ teríamos para o primeiro vértice a configuração (entrando, saindo) = (l_L^-, l_R^{*-}) e para o segundo vértice (entrando, saindo) = (l_R^{*-}, l_L^-) . Em ambos os casos a helicidade não é conservada. Além disso, g_V e g_A devem ser consideradas reais se quisermos manter a invariância por CP válida [Re-82c].

Evidências experimentais de léptons excitados podem ser procuradas em inúmeros processos [En-84, Ca-84, Gr-86]. Por exemplo, trabalhos recentes [Ak-90] analisam os eventos observados em reações do tipo $e^+ e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow l^+ l^- \gamma \gamma$ e $e^+ e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow l^+ l^- \gamma$ com $\sqrt{s} = 88-95$ GeV. A possibilidade investigada seria a de que, na verdade, tais processos seriam do tipo $e^+ e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow l^{*+} l^{*-} \rightarrow l^+ l^- \gamma \gamma$ e $e^+ e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow l^{*+} l^{*-}, l^+ l^{*-} \rightarrow l^+ l^- \gamma$, onde um ou dois léptons excitados decaem após a emissão de um fóton. Assumindo-se que os acopla-

mentos $Z^0 \ell^{*-} \ell^{*-}$, $Z^0 \rightarrow \ell^{*-} \ell^-$ e $Z^0 \ell^+ \ell^{*-}$ sejam idênticos ao do Modelo Padrão ($Z^0 \ell^+ \ell^-$), a secção de choque destes processos pode ser calculada e a comparação com os resultados experimentais leva ao limite

$$m_e^*, m_\mu^*, m_\tau^* > 44,9 \text{ GeV} \quad (38)$$

com 95% de confiabilidade [Ak-90]. Outra alternativa recentemente analisada é o uso de feixes longitudinalmente polarizados com altas energias em colisões e^+e^- , onde é mostrado que nestas condições temos um teste bastante preciso de possíveis sub-estruturas [Fe-89].

No caso específico que estamos considerando, podemos investigar a possibilidade de um lépton excitado ser trocado pelos canais t e u do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$, conforme os diagramas da figura 16^{#1}. Estes diagramas possuem os mesmos estados final e inicial daqueles da fig. 1

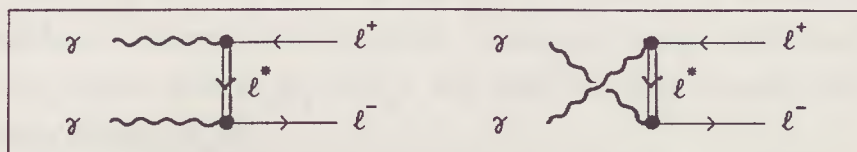


FIG. 16 - Diagramas de Feynman do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ com lépton excitado ℓ^* .

(QED pura) e, portanto, precisam ser a eles acrescentados se quisermos calcular a contribuição anômala (37). Supondo ser tal efeito "pequeno", esta contribuição se fará sentir basicamente nos termos de interferência entre os diagramas das figs. 16 e 1. Somando os quatros diagramas e calculando a amplitude quadrada vamos encontrar a secção de choque total do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$,

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \sigma(\hat{s})_{\text{QED}} + 2\pi\alpha^2 \left\{ \frac{1}{\Lambda^2} (g_V^2 + g_A^2) B_1(\hat{s}) + \frac{1}{\Lambda^4} \left\{ \frac{1}{2} (g_V^2 + g_A^2)^2 \hat{s} B_2(\hat{s}) + (g_V^2 - g_A^2)^2 \left[-\frac{\hat{s}}{4} B_2(\hat{s}) + M_*^2 B_3(\hat{s}) \right] \right\} \right\} \quad (39)$$

onde

^{#1} Note que, apesar da helicidade não conservar-se em cada vértice isoladamente, ela se conserva no sub-processo como um todo porque há dois vértices.

$$B_1(\hat{s}) = -\frac{4M_*^4}{\hat{s}^2} \text{Ln} \left(1 + \frac{\hat{s}}{M_*^2} \right) + 2 - \frac{4M_*^2}{\hat{s}}, \quad (40a)$$

$$B_2(\hat{s}) = -\frac{8M_*^4}{\hat{s}^2} \left[3 + \frac{4M_*^2}{\hat{s}} \right] \text{Ln} \left(1 + \frac{\hat{s}}{M_*^2} \right) + \frac{4}{3} - 8 \frac{M_*^2}{\hat{s}} - 32 \frac{M_*^4}{\hat{s}^2}, \quad (40b)$$

$$B_3(\hat{s}) = -\frac{8 \frac{M_*^2}{\hat{s}} \left[2 + 5 \frac{M_*^2}{\hat{s}} + \frac{M_*^4}{\hat{s}^2} \right] \text{Ln} \left(1 + \frac{\hat{s}}{M_*^2} \right) - 2 \left[1 + \frac{2M_*^2}{\hat{s}} \right] \left[4 + \frac{2M_*^2}{\hat{s}} \right]}{\left[1 + \frac{2M_*^2}{\hat{s}} \right] \left[2 + \frac{2M_*^2}{\hat{s}} \right]} \quad (40c)$$

$\sigma(\hat{s})_{\text{QED}}$ é dado por (20). Neste cálculo foram ignorados os termos proporcionais a m_ℓ^2 . Vamos fixar a escala Λ escolhendo $|g_v| = |g_A| = g$. Esta escolha está associada ao fato da lagrangiana efetiva (37) contribuir para o momento magnético anômalo dos léptons e medidas experimentais impõem um vínculo muito forte sobre $|g_v| = |g_A|$ [Re-82c]^{#1}. Note também que B_1 , B_2 e B_3 vão a zero quando $M_*^2 \geq \hat{s}$.

A mesma amplitude de espalhamento que utilizamos para calcular (39) serve também para calcular o primeiro termo da série em (6). De fato, pode-se mostrar que a condição de unitariedade (7) para o lépton excitado resulta em

$$2\sqrt{6}\pi^2 \alpha \hat{s} \left(\frac{g}{\Lambda} \right)^2 \int_0^1 dx \sqrt{1-x^2} \left[\left(\frac{1-x}{\delta-x} \right)^2 + \left(\frac{1+x}{\delta+x} \right)^2 \right]^{1/2} \leq 1 \quad (41)$$

onde $\delta = 1 + 2M_*^2/\hat{s}$.

Seguindo adiante, introduzimos (39) em (1) para obter as seções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+\ell^-$. Para $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ o programa MACSYMA fornece a solução

^{#1} Existem críticas quanto ao uso de lagrangianas efetivas para cálculos de 1-loop com o objetivo de obter vínculos em uma nova física.

$$\delta\sigma(s) = \frac{\alpha^4}{\pi} \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(\frac{g}{\Lambda} \right)^2 F_1(s) + \left(\frac{g}{\Lambda} \right)^4 s F_2(s) \right\} , \quad (42)$$

$(e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-)$

onde

$$\begin{aligned} F_1(s) = & \left\{ 8 \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 4 \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[1 - 2 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \right] - 16 \text{Ln} \left(\frac{s + M_*^2}{\xi^2 + M_*^2} \right) + \frac{37}{2} \right\} - \\ & - 8 \left(\frac{M_*}{\xi} \right)^2 \left\{ \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) - 2 \right\} + 8 \left(\frac{M_*}{\xi} \right)^4 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \left\{ \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) - 2 \right\} + 16 \left(\frac{M_*^4}{\xi^2 s} \right) \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) - \\ & - 16 \left(\frac{M_*^2}{s} \right) \left\{ \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 - \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \right] + \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 + \frac{7}{4} \right\} + \\ & + 4 \left(\frac{M_*^2}{s} \right)^2 \left\{ \left[\text{Li}_3 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_3 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 2 \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 4 \text{Ln} \left(\frac{s}{M_*^2} + 1 \right) + \right. \\ & \left. + \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) + \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 \right] + 3 \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 - \frac{5}{8} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 \right\} \end{aligned} \quad (43a)$$

e

$$\begin{aligned} F_2(s) = & \frac{64}{27} + \left(\frac{M_*^2}{s} \right) \left\{ -32 \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 112 \text{Ln} \left(\frac{s + M_*^2}{\xi^2 + M_*^2} \right) - 74 + \frac{8}{3} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 16 \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[2 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) - 4 - \frac{1}{3} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 \right] \right\} + \\ & + 16 \left(\frac{M_*^4}{\xi^2 s} \right) \left\{ -15 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) + 2 \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[3 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) - 2 \right] + 8 \right\} + 64 \left(\frac{M_*^6}{\xi^4 s} \right) \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \left[\text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) - 2 \right] + \\ & + 32 \left(\frac{M_*^2}{s} \right)^2 \left\{ 3 \left[\text{Li}_3 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_3 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] - \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + \frac{39}{4} \text{Ln} \left(\frac{s}{M_*^2} + 1 \right) - 10 + 2 \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{8} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 + \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[4 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) + 3 \text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - 4 + \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 - \frac{1}{12} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 \right] \right\} + \\ & + \left(\frac{M_*^2}{s} \right)^3 \left\{ 32 \left[\text{Li}_3 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_3 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 88 \left[\text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - \text{Li}_2 \left(-\frac{s}{M_*^2} \right) \right] + 200 \text{Ln} \left(\frac{s}{M_*^2} + 1 \right) + 192 \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 + \right. \\ & \left. + 10 \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 - \frac{28}{27} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^6 + 4 \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \left[8 \text{Li}_2 \left(-\frac{\xi^2}{M_*^2} \right) - 6 \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) + 14 \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^2 + \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^4 - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{9} \left(\frac{\xi}{M_*} \right)^6 \right] - 72 \text{Ln} \left(\frac{s}{M_*^2} + 1 \right) \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \right\} + 128 \left(\frac{M_*^6}{\xi^2 s^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{s}{\xi^2} \right) \text{Ln} \left(\frac{\xi^2}{M_*^2} + 1 \right) \end{aligned} \quad (43b)$$

$\text{Li}_2(x)$ e $\text{Li}_3(x)$ são funções especiais polilogaritmos definidas por [De-84]

$$\text{Li}_2(x) = -\int_0^x \frac{\text{Ln}(1-z)}{z} dz \approx \begin{cases} x + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{9}x^3 + \dots & |x| < 1 \\ -\frac{1}{2}\text{Ln}^2(-x) - \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{x} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}\right)^2 - \frac{1}{9}x^3 + \dots & |x| > 1 \end{cases} \quad (44a)$$

e

$$\text{Li}_3(x) = \int_0^x \text{Li}_2(z) \frac{dz}{z} \approx \begin{cases} x + \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{27}x^3 + \dots & |x| < 1 \\ -\frac{1}{6}\text{Ln}^3(-x) - \frac{\pi^2}{6}\text{Ln}(-x) + \frac{1}{x} + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{1}{27}x^3 + \dots & |x| > 1 \end{cases} \quad (44b)$$

Na prática, utilizamos no lugar de $\text{Li}_2(x)$ e $\text{Li}_3(x)$ as aproximações em série de potências fornecidas. Pode-se mostrar, calculando numericamente as integrais acima, que tais aproximações são bastante razoáveis mesmo quando $x \approx -1$. Para $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ encontramos a solução

$$\delta\sigma(s) = \frac{64}{3\pi} Z^4 \alpha^4 \sum_j A_j \left\{ \left(\frac{g}{\Lambda}\right)^2 G_1(s) + \left(\frac{g}{\Lambda}\right)^4 s G_2(s) \right\}, \quad (45)$$

($Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$)

onde $G_1(s)$ e $G_2(s)$ são aproximações assintóticas dadas por

$$G_1(s) \approx 4 \left(\frac{\sqrt{s}}{a\xi}\right) e^{-a\xi/\sqrt{s}} \left\{ 1 - 2\left(\frac{M_*}{\xi}\right)^2 + 2\left(\frac{M_*}{\xi}\right)^4 \text{Ln} \left[1 + \left(\frac{\xi}{M_*}\right)^2 \right] \right\} \quad (46a)$$

e

$$G_2(s) \approx 8 \left(\frac{\sqrt{s}}{a\xi}\right) e^{-a\xi/\sqrt{s}} \left\{ \frac{\xi^2}{3s} - 2 \frac{M_*^2}{s} - 8 \frac{M_*^4}{s\xi^2} + 2 \frac{M_*^4}{s\xi^2} \left[4 \frac{M_*^2}{s} + 3 \right] \text{Ln} \left[1 + \left(\frac{\xi}{M_*}\right)^2 \right] \right\} \quad (46b)$$

respectivamente. O parâmetro a é dado por (23b) e assumimos aqui $\sqrt{s}/(a\xi) < 1$ como anteriormente. Em ambas as soluções (42) e (45) pode-se mostrar que $\delta\sigma(s) \rightarrow 0$ quando $M_* \gg \xi, \sqrt{s}$.

Agora que já temos as secções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \ell^+ \ell^-$ e $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ podemos investigar o efeito da contribuição anômala (37) para valores fixos de M_* . Da condição da unitariedade (41)

podemos encontrar o limite inferior $(\Lambda/g)_{\min}$ assumindo $\hat{s} \approx \xi^2$ da mesma forma que anteriormente. O desvio Δ pode ser calculado através de (42-43) e (45-46) de acordo com (10) e o limite superior $(\Lambda/g)_{\max}$ através da condição $\Delta_{\min}((\Lambda/g)_{\max})=10\%$. A tabela 5 fornece os resultados obtidos para produção de elétron e múon excitados nos canais t e u em cinco possíveis situações: $M_*=100, 500, 1000, 2000$ GeV e $M_*=\Lambda/g$. Os gráficos da figura 15 mostram os desvios calculados para produção do múon excitado nos canais t e u entre $\Lambda_{\min}$ e $\Lambda_{\max}$ com $g=1$. Com base nos resultados ob-

		$((\Lambda/g)_{\min} - (\Lambda/g)_{\max})$ [GeV]					
		$\sqrt{s}$ [GeV]	$M_*=100\text{GeV}$	$M_*=500\text{GeV}$	$M_*=1\text{TeV}$	$M_*=2\text{TeV}$	$M_*= \Lambda/g$
$\ell^* = e^*$	LEP II	200	26- 76	6- 95	3- 68	1,5- 45	42- 85
	CLIC	2000	217-1006	50- 841	25- 624	12,7- 681	154- 733
	RHIC	200·A	2,5-0,68	0,6-0,14	0,3-0,07	0,15-0,03	5,2- 8,3
	LHC	6300·A	49- 230	11- 46	5,7- 23	2,9-11,6	65- 152
	SSC	8000·A	42- 169	9,7- 34	4,9- 17	2,5- 8,5	58- 130
$\ell^* = \mu^*$	LEP II	200	22- 85	5,2- 95	2,9- 69	1,3- 47	38- 90
	CLIC	2000	192-1089	44- 893	22- 659	11,2- 688	144- 759
	RHIC	200·A	2,3-0,82	0,54-0,17	0,27-0,03	0,14-0,04	4,8- 9,1
	LHC	6300·A	45- 249	10,6- 50	5,3- 25	2,7-12,5	61- 158
	SSC	8000·A	38- 178	8,9- 36	4,5- 18	2,2- 8,9	55- 130

TABELA 5 - Valores mínimo e máximo de Λ/g para o eletrão e muon excitados com $M=100, 500, 1000, 2000$ GeV e $M=\Lambda/g$. No RHIC, LHC e SSC su-
pomos colisões Pb-Pb.

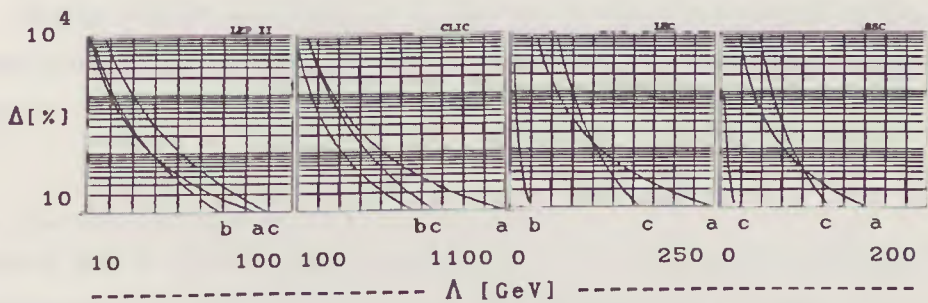


FIG. 15 - Δ como função de Λ para produção de $\mu^*\mu^-$ com $q=1$ e (a) $M^*=100$ GeV, (b) $M^*=1000$ GeV, e (c) $M^*=\Lambda$. No LHC e SSC su-
pomos colisões Pb-Pb.

tidos fazemos a seguir alguns comentários.

(i) Comparativamente, o CLIC apresenta o melhor desempenho. Logo abaixo temos o LHC, SSC e LEP II. O RHIC apresenta o desempenho mais fraco. A pequena vantagem do LHC sobre o SSC mostra que o aumento da luminosidade em uma ordem de grandeza compensa a sua menor energia de colisão.

(ii) Vamos considerar a produção de $\mu^+\mu^-$ com $g=1$ (fig. 15). De acordo com os resultados, a presença de múons excitados nos canais t e u com massa de até $100 \text{ GeV}^{\#1}$ permitiria-nos investigar sub-estruturas até uma escala de 1 TeV no CLIC. Para léptons mais pesados, com $M_*=1 \text{ TeV}$ e $M_*=2 \text{ TeV}$, por exemplo, o alcance em Λ é menor, notadamente para o LHC e SSC, onde a redução é significativa. Isto acontece devido a presença do termo exponencial em (46), cuja origem decorre da luminosidade diferencial em colisões de íons pesados.

(iii) Em geral, os trabalhos experimentais consideram apenas o caso $\Lambda=M_*$ [Ak-90]. Os valores da tabela acima indicam que neste caso, com exceção do RHIC, em todos os demais aceleradores é possível ultrapassar o atual limite experimental de 50 GeV .

(iv) Seria interessante fazermos uma comparação entre os dois tipos de cálculos que já fizemos para o lépton excitado. Nesta secção, a secção de choque utilizada corresponde a aproximações que evitam o tratamento numérico. Por outro lado, em [Al-91a] e [Al-91b] implementamos uma integração numérica de $\hat{\sigma}(\hat{s})$ de acordo com (21). Para comparar ambos os casos vamos considerar a produção de $\mu^+\mu^-$ no SSC. Se fixarmos $\xi=100 \text{ GeV}$ em (46) e $g=1/\sqrt{\alpha}^{\#2}$ em (45) os dois resultados, o analítico (aproximado) e o numérico, devem em princípio ser semelhantes. De fato, para $\Lambda=M_*$ observamos uma pequena diferença. Enquanto que aqui obtivemos $\Lambda_{\text{max}}=1227 \text{ GeV}$ para $\Delta=10\%$, em [Al-91b] o resultado é 1000 GeV .

Neste ponto terminamos o terceiro capítulo deste trabalho. A seguir analisamos um caso específico, a produção de bósons anômalos de spin zero.

^{#1} Lembramos que o limite experimental atual situa-se em torno de 50 GeV .

^{#2} A lagrangiana efetiva (37) difere da lagrangiana em [Al-91b] por um fator $\sqrt{\alpha}$. O corte $\xi=100 \text{ GeV}$ é o mesmo de [Al-91a].

CAPÍTULO IV

BÓSON ANÔMALO DE SPIN ZERO

1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior apresentamos algumas lagrangianas efetivas que podem levar a contribuições anômalas ao Modelo Padrão. Neste capítulo iremos analisar um caso específico, a possibilidade de uma partícula escalar ϕ_s e/ou pseudo-escalar ϕ_p ser transmitida através do canal s dos sub-processos $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{s(p)} \rightarrow \ell^+ \ell^-$ e $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{s(p)} \rightarrow \gamma\gamma$. Neste último caso, a única modificação que precisaremos introduzir é a secção de choque do sub-processo $\hat{\sigma}(\hat{s})_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma}$. Não há uma razão específica para analisarmos o caso escalar (pseudo-escalar) em um capítulo à parte, embora este seja talvez o mais interessante de todos, senão o mais importante. De fato, apesar de partículas escalares fundamentais ainda não terem sido observadas na natureza, sabemos que a sua existência é importante porque os mecanismos usuais de quebra de simetria necessitam a sua presença.

Em função dos sub-processos que estamos analisando, precisamos selecionar os acoplamentos anômalos $\ell^+ \ell^- \phi_{s(p)}$ e $\gamma\gamma \phi_{s(p)}$ mais prováveis. Uma possibilidade seria através da contribuição anômala [A1-91a, 91b]

$$\delta\mathcal{L}_{EF} = \frac{m_{\ell^-}}{\Lambda_S} \bar{\psi} \phi_S \psi + \frac{m_{\ell^-}}{\Lambda_P} \bar{\psi} (i\gamma_5) \phi_P \psi + \frac{g_S}{4\Lambda_S} \phi_S F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{g_P}{4\Lambda_P} \phi_P F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (1)$$

onde $g_{s(p)}$ e $\Lambda_{s(p)}$ são, respectivamente, uma constante de acoplamento adimensional e uma escala de energia característica de uma teoria mais fundamental. Os dois últimos termos em (1), que permitem o acoplamento $\gamma\gamma \phi_{s(p)}$, estão presentes em modelos mais gerais^{#1} [Re-83, Pe-84] onde os

^{#1} São modelos baseados no *Vector Dominance Model* [Fr-82]. Não os discutiremos aqui.

bósons fracos Z^0 e $W^\pm$ são considerados compostos. Já os dois primeiros termos são acoplamentos do tipo Higgs, que violam a simetria quiral. Em outras palavras, expressam o fato de que a emissão ou absorção de uma partícula escalar ou pseudo-escalar relativística causa uma mudança de mão esquerda (direita) para mão direita (esquerda) sobre o férmion. Este efeito de quebra da simetria quiral é atenuado (a simetria é aproximada) devido a presença de um fator multiplicativo $(m_\ell/\Lambda_{S(P)}) \ll 1$ em (1), uma condição necessária pois é esta simetria que previne os férmions de adquirirem uma massa elevada, principalmente nos casos do elétron e do múon^{#1}.

O leitor deve ter observado que o primeiro termo da contribuição anômala (1) é idêntico ao acoplamento do Higgs com os campos fermiônicos no modelo de Weinberg-Salam, à parte a escala Λ_S que no caso seria a escala de Fermi. Entretanto, ao contrário do que acontece em (1), sabemos que o Higgs não se acopla diretamente a um par de fótons à nível de árvore, mas sim através de loops como o da figura 1a. Logo, o acopla-

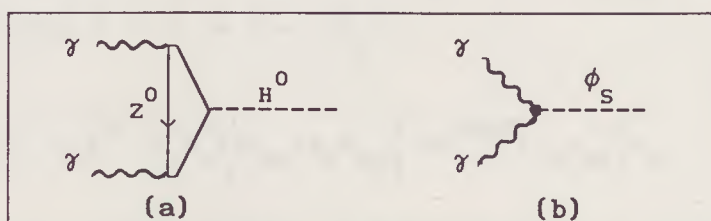


FIG. 1 - (a) Acoplamento do Higgs com um par de fótons e (b) do escalar ϕ com um par de fótons.

mento $\gamma\gamma\phi_S$ poderia "funcionar" para uma dada faixa de energia como uma espécie de vértice efetivo (figura 1b) para o da fig. 1a. Outra possibilidade seria supor que esta contribuição anômala seja uma evidência de escalares ou pseudo-escalares compostos de um estado ligado férmion-anti-férmion, de acordo com a figura 2. Em modelos Technicolor, por exemplo, o Higgs padrão não é considerado uma partícula elementar. Tudo isto são conjecturas e o mais importante é frisar que para nós não é essencial que ϕ_S tenha relação com o bóson de Higgs.

^{#1} Por outro lado, isto já não é verdade se considerarmos o quark top, cuja massa tem um limite experimental $m_t > 91$ GeV.

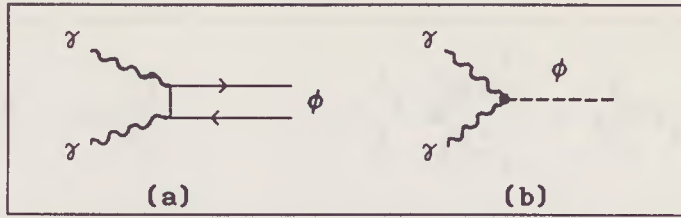


FIG. 2 - O vértice (b) poderia funcionar como um vértice efetivo de (a) que corresponde a um escalar ou pseudo-escalar composto.

Seguindo adiante, precisamos identificar a expressão dos vértices da lagrangiana efetiva. Para o acoplamento $\ell^+ \ell^- \phi_{S(P)}$ basta acrescentar um fator "i" à $(m_\ell/\Lambda_{S(P)})^{\#1}$. Já o acoplamento $\gamma\gamma\phi_{S(P)}$ requer um certo cuidado porque precisamos levar em conta a presença de dois campos idênticos que saem do vértice [tH-73]. Podemos reescrever os dois últimos termos em (1) na forma

$$\phi_S A(x_1)_\mu \left\{ 2[\xi \cdot \vec{\partial} g^{\mu\nu} - \xi^\nu \vec{\partial}^\mu] \right\} A(x_2)_\nu + \phi_P A(x_1)_\mu \left\{ -2\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \xi_\alpha \vec{\partial}_\beta \right\} A(x_2)_\nu \quad , \quad (2)$$

onde $\xi \equiv (\vec{\partial}/\partial x_1)$ e $\vec{\partial} \equiv (\vec{\partial}/\partial x_2)$. Reescrevendo (2) no espaço de momento, fazemos a substituição $\vec{\partial} \rightarrow ik_1$ e $\vec{\partial} \rightarrow -ik_2$,

$$\phi_S A_{1\mu} \left\{ 2[k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu} - k_1^\nu k_2^\mu] \right\} A_{2\nu} + \phi_P A_{1\mu} \left\{ -2\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta} \right\} A_{2\nu} \quad . \quad (3)$$

Agora precisamos fazer a permutação $\mu \leftrightarrow \nu$ $1 \leftrightarrow 2$ em (3) e somar o resultado porque A_1 e A_2 são indistinguíveis. Neste caso, o resultado será trivial

$$\phi_S A_{1\mu} \left\{ 4[k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu} - k_1^\nu k_2^\mu] \right\} A_{2\nu} + \phi_P A_{2\mu} \left\{ -4\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta} \right\} A_{2\nu} \quad . \quad (4)$$

O vértice de $\phi_{S(P)}$ com dois fótons corresponde aos termos em (4) que estão contraídos com $A_{1\mu}$ e $A_{2\nu}$, à menos de um fator "i" e das constantes multiplicativas em (1) que precisam ser acrescentadas. Na figura 3 reunimos todos os vértices que iremos utilizar.

O propagador de um campo escalar (pseudo-escalar) pode ser ob-

^{#1} As regras de Feynman para o cálculo de amplitudes de transição seguem as convenções do livro de Bjorken e Drell [Bj-64].

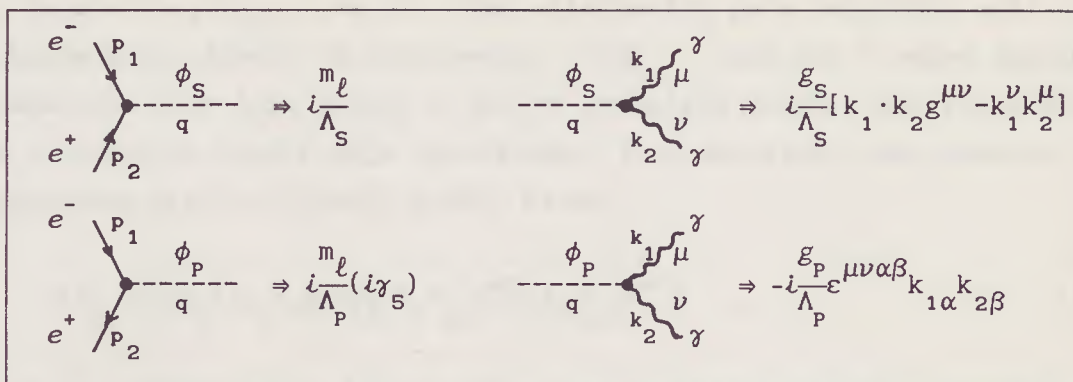


FIG. 3 - Vertices obtidos da lagrangiana efetiva (1).

tido diretamente dos termos cinéticos destes campos, acrescidos dos seus termos de massa, e correspondem a

$$i\Delta_S = \frac{i}{q^2 - M_S^2 + iM_S\Gamma_S} \quad e \quad i\Delta_P = i\Delta_S (S \leftrightarrow P) \quad , \quad (5)$$

onde $\Gamma_{S(P)}$ é a largura total do decaimento de $\phi_{S(P)}$. De acordo com (1), este decaimento pode ocorrer pelo menos através dos modos $\gamma\gamma$ e $\ell^+\ell^-$ (supondo-se, é claro, que $M_{S(P)} > 2m_\ell$) cujas larguras podem ser calculadas pelo método diagramático usual e resultam em ($g_S^2 = g_P^2 = 4\pi$)

$$\Gamma_{\phi_{S(P)} \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{1}{16} \frac{M_{S(P)}^3}{\Lambda_{S(P)}^2} \quad (6a)$$

e

$$\Gamma_{\phi_{S(P)} \rightarrow \ell^+\ell^-} = \frac{1}{8\pi} \frac{m_\ell^2 M_{S(P)}}{\Lambda_{S(P)}^2} \quad (6b)$$

Note que o modo $\phi_{S(P)} \rightarrow \gamma\gamma$ é dominante sobre o $\phi_{S(P)} \rightarrow \ell^+\ell^-$ na proporção $\pi M_{S(P)}^2 / 2m_\ell^2$. Vamos assumir que $\phi_{S(P)} \rightarrow \gamma\gamma$ é o modo largamente dominante sobre todos os demais de tal forma que basta substituir a (6a) em (5)^{#1}.

Mesmo antes de fazermos o cálculo das amplitudes de transição podemos observar que elas serão bastante suprimidas devido a presença

^{#1} Fisicamente, o mesmo ocorre com o π^0 , uma partícula pseudo-escalar que decai em $\gamma\gamma$ com 98% de probabilidade.

dos fatores $(m_\ell/\Lambda_{S(P)})$ em (1). Uma alternativa para contornar esta desvantagem seria adotar um acoplamento $\ell^+\ell^-\phi_{S(P)}$ que não tivesse qualquer relação com o do tipo Higgs, o que em princípio poderia ser feito desde que a simetria quiral seja preservada. Isto acontece, por exemplo, na lagrangiana efetiva [Hi-86, Ho-84, Pe-84]

$$\delta\mathcal{L}'_{EF} = h\bar{\psi}(\phi_S + i\gamma_5\phi_P)\psi + \frac{g}{4\Lambda}(\phi_S F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \phi_P F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}) \quad , \quad (7)$$

onde h e g são duas constantes adimensionais. Definindo-se o campo escalar complexo χ e o tensor complexo $\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}$ como

$$\chi = (1/\sqrt{2})(\phi_S + i\phi_P) \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} = (1/\sqrt{2})(F_{\mu\nu} - i\tilde{F}_{\mu\nu}) \quad , \quad (8)$$

podemos reescrever (7) como

$$\delta\mathcal{L}'_{EF} = (1/\sqrt{2})h\left\{\bar{\psi}(1+\gamma_5)\psi\chi + \bar{\psi}(1-\gamma_5)\psi\chi^*\right\} + (1/\sqrt{2})\frac{g}{4\Lambda}\left\{\chi\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}\tilde{\mathcal{F}}^{\mu\nu} + \chi^*\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}^{\dagger}\tilde{\mathcal{F}}^{\mu\nu\dagger}\right\} \quad . \quad (9)$$

Pode-se mostrar que (9) é invariante sob transformações quirais nos campos fermiônicos se χ e $\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}$ transformarem-se como [Hi-86]

$$\chi \rightarrow \chi' = e^{-2i\alpha}\chi \quad \text{e} \quad \tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{\mathcal{F}}'_{\mu\nu} = e^{i\alpha}\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} \quad . \quad (10)$$

Em outras palavras, estamos atribuindo a χ e $\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}$ um número quântico (carga quiral) conservado. Fisicamente, $\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}$ ($\tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu}^\dagger$) corresponde a um fóton de helicidade $+1(-1)$. Note que no limite quiral onde $m_\ell=0$, ϕ_S e ϕ_P são degenerados na massa, o que justifica o fato de h , g e Λ serem iguais para ambas as partículas^{#1}. Vamos chamar este bóson χ de *bóson anômalo fortemente interagente com léptons* porque, conforme discutido por R. D. Peccei [Pe-84], podemos, em princípio, esperar que $h^2/4\pi = \mathcal{O}(1)$ da mesma forma que g . Por outro lado, pode acontecer que h seja bem menor pela mesma razão que o acoplamento dos W 's a férmions também o é. Outro deta-

^{#1} Apesar disto, a quebra da simetria quiral deve ser capaz de produzir a massa do quark top e é possível que haja um split na degenerescência de ϕ_S e ϕ_P , talvez mesmo de escala m_t [Pe-84].

lhe importante é que as transformações em (10) não expressam uma simetria da lagrangiana completa porque o termo cinético é proporcional a $\tilde{\psi}_{\mu\nu}\tilde{\psi}^{\mu\nu} + \tilde{\psi}_{\mu\nu}^{\dagger}\tilde{\psi}^{\mu\nu\dagger}$ e não é invariante por (10). Logo, o propagador do fóton quebra a invariância quiral e a simetria é efetiva apenas para fótons na camada de massa. Isto pode ocorrer, por exemplo, em processos que envolvam os acoplamentos $\chi\ell^+\ell^-$ e $\chi\gamma\gamma$ com fótons virtuais [Le-84]. Outro caso seria o processo $\gamma\gamma\rightarrow\chi\chi$ via troca de fótons nos canais t e u . Felizmente, estamos estudando um caso onde os fótons emitidos são quase reais de modo que para nós o sub-processo $\gamma\gamma\rightarrow\ell^+\ell^-$ não viola a simetria quiral.

Seguindo em frente, na figura 4 fornecemos os vértices dos a-

$$\begin{aligned} \chi \text{ --- } \bullet \begin{array}{l} \nearrow \ell^+ \\ \searrow \ell^- \end{array} &\Rightarrow i \frac{h}{\sqrt{2}} (1 + \gamma_5) \\ \chi \text{ --- } \bullet \begin{array}{l} \nearrow \gamma \quad k_{1\mu} \\ \searrow \gamma \quad k_{2\nu} \end{array} &\Rightarrow i\sqrt{2} \frac{g}{\Lambda_\chi} [k_1 \cdot k_2 g^{\mu\nu} - k_1^\mu k_2^\nu + i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{1\alpha} k_{2\beta}] \end{aligned}$$

FIG. 4 - Vértices obtidos da lagrangiana efetiva (9).

coplamentos da lagrangiana efetiva (9). O propagador do campo complexo χ é naturalmente idêntico à (5)

$$i\Delta_\chi = \frac{i}{q^2 - M_\chi^2 + iM_\chi \Gamma_\chi} \quad , \quad (11)$$

onde Γ_χ é dado por

$$\Gamma_{\chi\rightarrow\gamma\gamma} = \frac{1}{16} \frac{M_\chi^3}{\Lambda_\chi^2} \quad , \quad (12)$$

supondo-se que $\chi\rightarrow\gamma\gamma$ seja o modo de decaimento dominante. Na próxima seção iremos analisar a contribuição anômala gerada por um bóson anômalo escalar e/ou pseudo-escalar. Mais adiante consideraremos o caso bóson

anômalo fortemente interagente.

2. BÓSON ANÔMALO ESCALAR E PSEUDO-ESCALAR NO SUB-PROCESSO $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$

Os diagramas da figura 5 representam o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ onde um bóson escalar e pseudo-escalar da lagrangiana efetiva (1) são transmitidos através do canal s. Logo, as secções de choque envolvidas

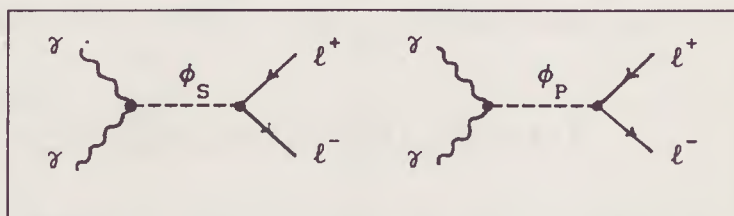


FIG. 5 - Diagrama de Feynman do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$ com um bóson escalar e pseudo-escalar transmitido através do canal s.

irão apresentar um comportamento ressonante^{#1} e a contribuição anômala se fará sentir basicamente em torno da camada de massa, onde $\hat{s} = M_{S(P)}^2$.

No capítulo anterior havíamos visto que a contribuição anômala para a secção de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma \rightarrow e^+e^- \ell^+ \ell^-$ e $ZZ \rightarrow ZZ \gamma\gamma \rightarrow ZZ \ell^+ \ell^-$ pode ser escrita como

$$\delta\sigma(s) = \int_{4m_\ell^2/s}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \delta\hat{\sigma}(\tau s) \quad , \quad (13)$$

onde $\delta\hat{\sigma}(\tau s) \equiv \hat{\sigma}(\hat{s}) - \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}}$ e $\hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}}$ é a secção de choque do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ na QED pura (cap. III, eq. (17) e fig. 1). Além disso, havíamos introduzido um corte ξ^2/s no limite inferior de integração a fim de reduzir o background dos fótons moles. No caso específico de um bóson de spin 0 transmitido unicamente através do canal s este procedimento não é o mais recomendável porque temos uma contribuição anômala concentrada basicamente em torno de $\hat{s} = M_{S(P)}^2$, ou $\tau = M_{S(P)}^2/s$. Logo, vamos integrar a expressão acima em uma faixa limitada pelos valores

^{#1} Ao contrário do que acontece com o bóson anômalo de spin um, cap. III, sec. 3.

$$\tau_0 = (M_{S(P)} - \epsilon)^2 / s \quad \text{e} \quad \tau_1 = (M_{S(P)} + \epsilon)^2 / s \quad . \quad (14)$$

Em outras palavras, vamos calcular a contribuição anômala centrada na ressonância^{#1}. A largura desta faixa é dada por 2ϵ e aqui adotamos o valor $\epsilon=1$ GeV, o suficiente para conter a largura da ressonância. Como esta faixa de integração é bastante estreita se comparada ao espectro de energia dos fótons emitidos é razoável calcularmos a integral acima através de uma aproximação relativamente simples, baseada na regra do trapézio. Neste caso, $\delta\sigma(s)$ e $\sigma(s)_{\text{QED}}$ seriam dados por

$$\delta\sigma(s) \simeq \frac{2\epsilon M_{S(P)}}{s} \left\{ \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_0) \delta\hat{\sigma}(\tau_0 s) + \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_1) \delta\hat{\sigma}(\tau_1 s) \right\} \quad (15a)$$

e

$$\sigma(s)_{\text{QED}} \simeq \frac{2\epsilon M_{S(P)}}{s} \left\{ \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_0) \hat{\sigma}(\tau_0 s)_{\text{QED}} + \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_1) \hat{\sigma}(\tau_1 s)_{\text{QED}} \right\} \quad . \quad (15b)$$

A partir destas expressões podemos encontrar o desvio Δ e o número de eventos anômalos δN ,

$$\Delta = \frac{\delta\sigma}{\sigma_{\text{QED}}} = \frac{\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_0) \delta\hat{\sigma}(\tau_0 s) + \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_1) \delta\hat{\sigma}(\tau_1 s)}{\frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_0) \hat{\sigma}(\tau_0 s)_{\text{QED}} + \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_1) \hat{\sigma}(\tau_1 s)_{\text{QED}}} \quad (16a)$$

e

$$\delta N = \mathcal{L} \cdot \delta\sigma = \mathcal{L} \frac{2\epsilon M_{S(P)}}{s} \left\{ \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_0) \delta\hat{\sigma}(\tau_0 s) + \frac{d\mathcal{L}}{d\tau}(\tau_1) \delta\hat{\sigma}(\tau_1 s) \right\} \quad , \quad (16b)$$

onde $\mathcal{L}$ é a luminosidade do acelerador.

O procedimento adotado no cálculo da secção de choque do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ é idêntico ao do capítulo anterior. Acrescentando-se os dois diagramas da fig. 5 aos usuais da QED podemos calcular a amplitude de espalhamento deste processo. Esta amplitude irá resultar na secção de choque ($g_p^2 = g_s^2 = 4\pi$)

^{#1} Para citar um exemplo onde este tipo de análise é feita, veja [Di-88].

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \hat{\sigma}(\hat{s})_{\text{QED}} + \frac{m_\ell^2}{(\hat{s}-M_S^2)^2 + (M_S \Gamma_S)^2} \left\{ -\frac{\alpha\sqrt{\pi}}{\Lambda_S^2} (\hat{s}-M_S^2) \text{Ln}(\hat{s}/m_\ell^2) + \frac{1}{16} \frac{\hat{s}^2}{\Lambda_S^4} \right\} +$$

$$+ \frac{m_\ell^2}{(\hat{s}-M_P^2)^2 + (M_P \Gamma_P)^2} \left\{ -\frac{\alpha\sqrt{\pi}}{\Lambda_P^2} (\hat{s}-M_P^2) \text{Ln}(\hat{s}/m_\ell^2) + \frac{1}{16} \frac{\hat{s}^2}{\Lambda_P^4} \right\}, \quad (17)$$

onde os termos proporcionais a m_ℓ^4 foram excluídos. Note que o fator multiplicativo m_ℓ^2 em (17) origina-se exclusivamente do acoplamento $\ell^+ \ell^- \phi_{S(P)}$ (fig. 3). Além disso, nesta aproximação a contribuição anômala do bóson escalar é idêntica ao do pseudo-escalar. Supondo-se que as suas massas difiram em pelo menos 1 GeV, não haverá superposição entre as suas respectivas ressonâncias. Logo, podemos analisar um caso específico (escalar) como sendo representativo de ambos. Outra aproximação é que, desconsiderando-se a luminosidade diferencial, o termo de interferência em (17) é simétrico em torno de $(\hat{s})^{1/2} = M_S$, o que nos permite ignorar a sua contribuição^{#1}. Resumindo, podemos expressar $\delta\hat{\sigma}(\hat{s})$ como

$$\delta\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{16m_\ell^2(\tau_S)^2}{[16\Lambda_S^2(\tau_S - M_S^2)]^2 + M_S^8}, \quad (18)$$

onde (6a) foi utilizado. Substituindo esta solução em (16) e supondo $M_S \gg \epsilon = 1 \text{ GeV}$ vamos encontrar

$$\delta N = \mathcal{L}(\alpha/\pi)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(2 + \frac{M_S^2}{s}\right)^2 \text{Ln}\left(\frac{s}{M_S^2}\right) - 2\left(1 - \frac{M_S^2}{s}\right)\left(3 + \frac{M_S^2}{s}\right) \right\} \frac{16\epsilon M_S m_\ell^2}{(32\Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6}, \quad (19a)$$

(e+e- → e+e- l+ l-)

$$\delta N = \mathcal{L}(Z^2 \alpha/\pi)^2 \frac{64}{3} \sum A_j \exp\left[-2MR(M_S/\sqrt{s})c_j\right] \frac{16\epsilon M_S m_\ell^2}{(32\Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6}, \quad (19b)$$

(ZZ → ZZ l+ l-)

e

^{#1} De fato, verificamos na prática que os resultados numéricos não se modificam significativamente quando a interferência é incluída.

$$\Delta[\%] = \frac{4m_\ell^2 M_S^4}{\pi\alpha^2 [(32\Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6] \text{Ln}(M_S^2/m_\ell^2)} \cdot 100\% \quad , \quad (20)$$

para todos os eventos onde $(M_S - \epsilon)^2 \leq \hat{s} \leq (M_S + \epsilon)^2$ ^{#1}. As constantes A_j e c_j são dadas no capítulo II, pág. 45. Podemos observar que na ressonância o desvio Δ independe das características específicas do processo (luminosidade diferencial) e acelerador (luminosidade da máquina), supondo-se, é claro, que haja energia de colisão suficiente para alcançar a camada de massa. Por outro lado, é no número de eventos anômalos (19) que esta diferença irá aparecer.

A mesma amplitude de espalhamento que utilizamos para encontrar $\delta\hat{\sigma}(\tau s)$ serve também para determinar o limite da unitariedade. Calculando o primeiro da termo da série na expressão (III-6) a condição de unitariedade (III-7) irá resultar em

$$\frac{4\sqrt{\pi} m_\ell M_S^2}{\sqrt{(32\epsilon\Lambda_S^2)^2 + M_S^6}} \leq 1 \quad . \quad (21)$$

Como tanto o desvio como o número de eventos anômalos são proporcionais a m_ℓ^2 vamos analisar somente a produção de $\tau^+\tau^-$. Os gráficos da figura 6 mostram a variação do número de eventos anômalos δN por ano

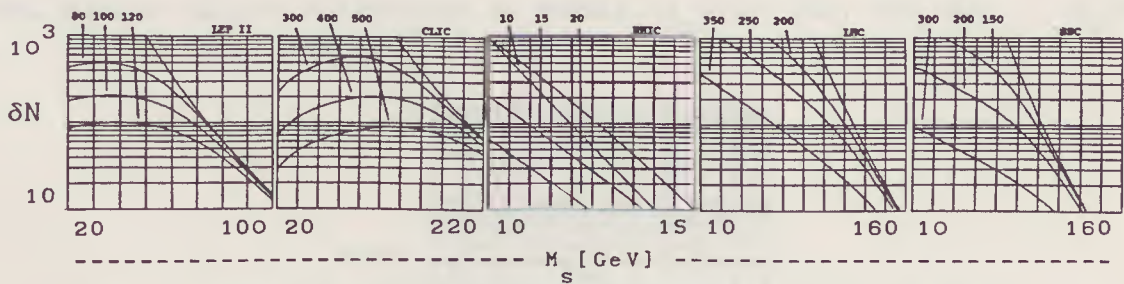


FIG. 6 - Número de eventos anômalos δN por ano como função de M_S em GeV's para quatro valores diferentes de Λ_S em GeV's (estão especificados acima). A curva não assinalada corresponde a $\Lambda_S = M_S$. No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb. Aqui δN corresponde ao excesso de pares $\tau^+\tau^-$ produzidos acima do background da QED.

^{#1} Na prática, uma comparação com os resultados experimentais exigiria que de todos os eventos observados fossem selecionados apenas aqueles pares $\ell^+\ell^-$ produzidos onde $(M_S - \epsilon)^2 \leq \hat{s} \leq (M_S + \epsilon)^2$.

como função de M_S em GeV's para quatro diferentes valores da escala Λ_S em GeV's. Em cada acelerador a curva superior corresponde sempre a $\Lambda_S = M_S$. Naturalmente que como δN depende da luminosidade, cada acelerador irá apresentar um desempenho diferente. Além disso, como nas expressões (19a) e (19b) M_S aparece tanto no numerador como no denominador, bósons suficientemente leves também produzem um número pequeno de eventos anômalos. Levando-se em conta o critério $\delta N_{\min} = 100 \text{ ano}^{-1}$ (III-16) os cinco aceleradores podem apresentar os seguintes desempenhos.

(a) No LEP II qualquer escala acima de 120 GeV e massa acima de 70 GeV tornaria imperceptível a contribuição anômala de um bóson escalar, como podemos observar no primeiro gráfico da fig. 6. Por outro lado, se $M_S \approx 35$ GeV poderemos ter 300 (500) pares $\tau^+ \tau^-$ produzidos se $\Lambda_S = 80$ (100) GeV.

(b) No CLIC podemos ultrapassar o limite de 70 GeV do LEP II para M_S . Por exemplo, se $M_S = 100$ GeV podemos ter $\delta N = 200$ (600) ano^{-1} pares $\tau^+ \tau^-$ para $\Lambda_S = 400$ (300) GeV. Podemos observar no gráfico que o alcance deste acelerador em Λ_S e M_S atinge, respectivamente, 500 e 200 GeV.

(c) O RHIC apresenta um desempenho bastante fraco. Já o LHC e SSC apresentam desempenhos semelhantes. Em valores redondos, qualquer escala abaixo de 300 GeV ou massa abaixo de 100 GeV tornaria perceptível a contribuição anômala.

O segundo critério que adotamos para identificar o efeito de uma contribuição anômala consiste em assumir um desvio Δ superior a 10%. O gráfico da figura 7 mostra a variação de Δ como função de M_S em GeV's para quatro valores diferentes da escala, $\Lambda_S = 100, 300, 500$ GeV e $\Lambda_S = M_S$.

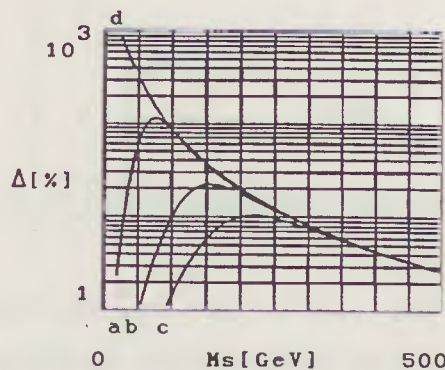


FIG. 7 - Desvio Δ como função de M_S em GeV's para quatro valores diferentes da escala, $\Lambda = 100$ (a), 300 (b), 500 (c) GeV e $\Lambda_S = M_S$ (d). No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb. Em todos os casos consideramos apenas a produção de $\tau^+ \tau^-$.

respectivamente. Note que este resultado é *essencialmente o mesmo para todos os aceleradores* porque, como estamos analisando o efeito da contribuição anômala centrada na ressonância, o desvio (20) não depende significativamente da luminosidade. De acordo com este gráfico, qualquer escala abaixo de 500 GeV "abre" um intervalo de valores permitidos para M_S onde $\Delta > 10\%$. Por exemplo, se $\Lambda_S = 300$ GeV podemos ter $100 \text{ GeV} < M_S < 250 \text{ GeV}$. Uma análise conjugada de δN e Δ é trabalhosa porque precisaríamos considerar separadamente caso a caso. Entretanto, podemos observar que δN limita mais acentuadamente o alcance da massa do bóson escalar do que Δ .

De uma maneira geral podemos observar que bósons anômalos escalares e pseudo-escalares não são partículas especialmente fáceis de serem observadas, basicamente devido ao fato do seu acoplamento com fótons e léptons serem proporcionais a (m_ℓ/Λ) . Na próxima secção iremos analisar o mesmo tipo de processo porém introduzindo o bóson anômalo fortemente interagente da secção 2. Neste caso, de acordo com a fig. 4 o acoplamento $\chi \ell^+ \ell^-$ não será proporcional a (m_ℓ/Λ) .

3. BÓSON ANÔMALO FORTEMENTE INTERAGENTE COM LÉPTONS NO SUB-PROCESSO $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$

O diagrama da figura 8 representa o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ onde bóson anômalo fortemente interagente χ da lagrangiana efetiva (9) é transmitido através do canal s. Todas as expressões deduzidas na secção

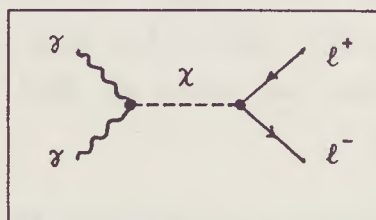


FIG. 8 - Diagrama de Feynman do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell\ell$ com um bóson anômalo quiral χ transmitido através do canal s.

anterior, especificamente da eq. (13) a (16) são igualmente aplicáveis neste caso. A diferença surge naturalmente na secção de choque do sub-processo, que para o bóson anômalo quiral resulta em

$$\delta\hat{\sigma}(\hat{s}) = \frac{256\pi\Lambda_{\chi}^2(\tau s)^2}{[16\Lambda_{\chi}^2(\tau s - M_{\chi}^2)]^2 - M_{\chi}^8} \quad (22)$$

Neste resultado utilizamos Γ_{χ} dado por (12) e assumimos $M_{\chi} \gg \epsilon$. Além disso, ignoramos o termo de interferência pelo mesmo motivo que na secção anterior. Dada a secção de choque $\delta\hat{\sigma}(\hat{s})$ podemos calcular δN e Δ na ressonância. Substituindo (22) em (16) e supondo $M_{\chi} \gg \epsilon = 1$ GeV o resultado será

$$\delta N = \mathcal{L}(\alpha/\pi)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(2 + \frac{M_{\chi}^2}{s}\right)^2 \text{Ln}\left(\frac{s}{M_{\chi}^2}\right) - 2\left(1 - \frac{M_{\chi}^2}{s}\right)\left(3 + \frac{M_{\chi}^2}{s}\right) \right\} \frac{256\epsilon M_{\chi} \Lambda_{\chi}^2}{(32\Lambda_{\chi}^2 \epsilon)^2 + M_{\chi}^6} \quad (23a)$$

(e+e- → e+e-l+l-)

$$\delta N = \mathcal{L}(Z^2 \alpha/\pi)^2 \frac{64}{3} \sum A_j \exp\left[-2MR(M_{\chi}/\sqrt{s})c_j\right] \frac{256\epsilon M_{\chi} \Lambda_{\chi}^2}{(32\Lambda_{\chi}^2 \epsilon)^2 + M_{\chi}^6} \quad (23b)$$

(ZZ → ZZl+l-)

e

$$\Delta[\%] = \frac{64\Lambda_{\chi}^2 M_{\chi}^4}{\alpha^2 [(32\Lambda_{\chi}^2 \epsilon)^2 + M_{\chi}^6] \text{Ln}(M_{\chi}^2/m_{\ell}^2)} \cdot 100\% \quad (24)$$

para todos os eventos onde $(M_{\chi} - \epsilon)^2 \leq \hat{s} \leq (M_{\chi} + \epsilon)^2$.

A mesma amplitude de espalhamento que utilizamos para encontrar $\delta\hat{\sigma}(\tau s)$ serve também para determinar o limite da unitariedade. Calculando o primeiro da termo da série na expressão (III-6) a condição (III-7) irá resultar em

$$\frac{16\pi\Lambda_{\chi} M_{\chi}^2}{\sqrt{(32\epsilon\Lambda_{\chi}^2)^2 + M_{\chi}^6}} \leq 1 \quad (25)$$

Se compararmos as expressões (23) e (24) com (19) e (20) vamos notar uma diferença que terá conseqüências importantes nos resultados a seguir: a presença da escala Λ_{χ} no lugar da massa m_{ℓ} em (23) e (24). Isto significa

que:

(a) No caso do bóson anômalo fortemente interagente não há vantagem em restringir nossa análise à produção de $\tau^+\tau^-$. Por este motivo vamos analisar apenas a produção de e^+e^- .

(b) A presença de um termo Λ_χ^2 tanto no denominador como no numerador em (23) e (24) mostra que iremos encontrar com relação a esta escala, além de um limite superior, também um limite inferior da mesma forma que com M_χ . Ou seja, valores suficientemente baixos em Λ_χ^2 diminuem δN e Δ .

(c) Apesar disto, o fato de δN e Δ serem proporcionais a Λ_χ^2 é um indicio de que tais parâmetros podem assumir valores bastante elevados sob determinadas condições.

A maneira particular como a dependência de δN e Δ em Λ se manifesta levou-nos a adotar um procedimento de análise um pouco diferente daquele da secção anterior. Os gráficos da figura 9 estabelecem uma relação entre Λ_χ e M_χ nas seguintes condições. As curvas "de cima" e "de baixo" correspondem à $\delta N=100 \text{ ano}^{-1}$. Ou seja, estas curvas formam uma

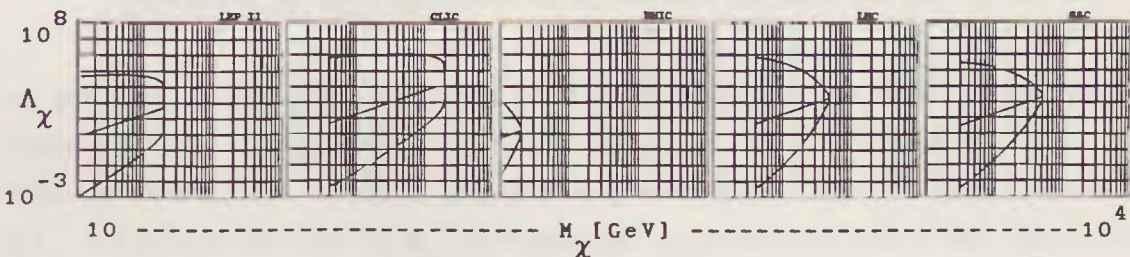


FIG. 9 - Variacao da escala Λ_χ em GeV's como funcao da massa M_χ em GeV's. As curvas "de cima" e "de baixo" formam uma "curva de nível" onde $\delta N=100 \text{ ano}^{-1}$. Ou seja, aqueles valores de Λ_χ e M_χ situados na regioao intermediaria correspondem a uma producao de pares e^+e^- superiores a 100 por ano acima do background da QED. A curva central corresponde ao valor maximo de δN . No RHIC, LHC e SSC supomos colisoes Pb-Pb.

"curva de nível" definida por $\delta N=100 \text{ ano}^{-1}$ pares e^+e^- produzidos acima do background da QED. Isto significa que toda região compreendida entre estas duas curvas correspondem a valores de Λ_χ e M_χ onde $\delta N>100 \text{ ano}^{-1}$. Em particular, a curva "do meio" corresponde ao valor máximo de δN e é dada por

$$\Lambda_\chi = \sqrt{M_\chi^3 / 23\epsilon} \quad (26)$$

para todos os aceleradores. Substituindo este resultado em (23) vamos

encontrar

$$\delta N_{\max} = \mathcal{L}(\alpha/\pi)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(2 + \frac{M_\chi^2}{s}\right)^2 \text{Ln}\left(\frac{s}{M_\chi^2}\right) - 2\left(1 - \frac{M_\chi^2}{s}\right) \left(3 + \frac{M_\chi^2}{s}\right) \right\} \frac{4}{M_\chi^2} \quad (27a)$$

e

$$\delta N_{\max} = \mathcal{L}(Z^2\alpha/\pi)^2 \frac{64}{3} \sum_j A_j \exp\left[-2MR(M_\chi/\sqrt{s})c_j\right] \frac{4}{M_\chi^2} \quad (27b)$$

Note que a solução (26) não precisa necessariamente ocorrer. Ela apenas expressa a situação mais favorável para δN . Os gráficos da figura 10 expressam o comportamento de $\delta N_{\max}$ nos cinco aceleradores quando Λ_χ é da-

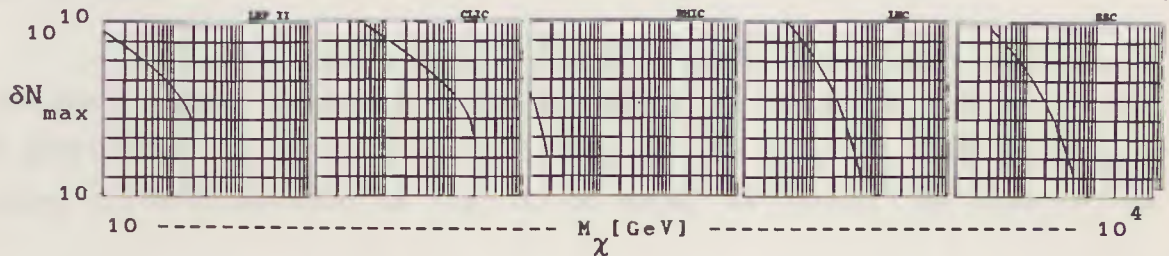


FIG. 10 - Numero de eventos anolamos δN produzidos por ano acima do background da QED como funcao de M_χ em GeV. Em todos os casos a escala Λ_χ e dada por (26).

do por (22). Levando em conta o critério $\delta N_{\min} = 100 \text{ ano}^{-1}$ (III-16) os cinco aceleradores podem apresentar os seguintes desempenhos.

(a) De acordo com os dois primeiros gráficos da fig. 9, no LEP II e no CLIC o alcance máximo em M_χ corresponde aproximadamente a 200 GeV e 2000 GeV, que são justamente as energias de colisão do elétron e pósitron incidentes nos respectivos aceleradores. Entretanto, existem limitações quanto ao valor da escala se quisermos encontrar $\delta N > 100 \text{ ano}^{-1}$. Por exemplo, se $M_\chi = 100 \text{ GeV}$ a escala Λ_χ precisaria situar-se abaixo de $5 \cdot 10^4 \text{ GeV}$ no LEP II ou abaixo de 10^6 GeV no CLIC. Em particular, se a escala fosse dada por (26) (o que resultaria $\Lambda_\chi \approx 100 \text{ GeV}$) δN seria o maior possível, de acordo com o gráfico da fig. 10, da ordem de $3 \cdot 10^6 \text{ ano}^{-1}$ no LEP II ou 10^9 ano^{-1} no CLIC, valores bastante significativos.

(b) O RHIC apresenta um desempenho bastante fraco. O LHC e SSC apresentam desempenhos semelhantes. De acordo com os dois últimos gráficos das figs. 9 e 10, qualquer que seja o valor da escala Λ_χ , o alcance máximo da massa M_χ situa-se em torno de 500 GeV. Este valor está bem abaixo da

energia de colisão nestes aceleradores só pode ser explicado a partir da baixa luminosidade em colisões de íons pesados. Uma situação interessante seria aquela onde o bóson anômalo possuísse uma massa um pouco abaixo de 500 GeV. Por exemplo, se $M_\chi = 400$ GeV só teríamos $\delta N > 100 \text{ ano}^{-1}$ se Λ_χ estivesse situado entre 200 e 10000 GeV. Ainda assim, de acordo com os dois últimos gráficos da fig. 10 teríamos um valor elevado para δN , da ordem de 1000 ano^{-1} se $\Lambda_\chi \approx 1000 \text{ GeV}$.

(c) Outra situação interessante seria aquela onde bósons anômalos super-pesados estiverem presentes. Um bóson com $M_\chi = 1000$ GeV, por exemplo, somente poderia ser observado no CLIC e ainda assim se Λ_χ estiver abaixo de 10^6 GeV.

O segundo critério que adotamos para identificar o efeito de uma contribuição anômala consiste em assumir um desvio Δ superior a 10%. O gráfico da figura 11a estabelece uma relação entre Λ_χ e M_χ seguindo o mesmo critério adotado na fig. 9, ou seja, as linhas "de cima" e "de

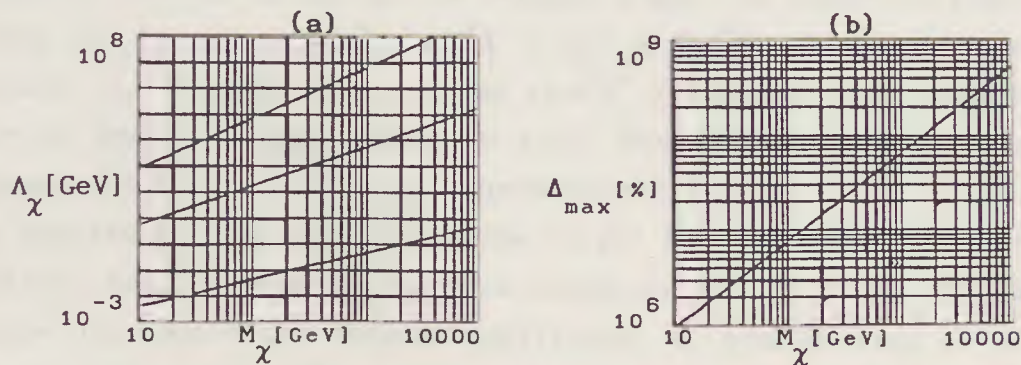


FIG. 11 - (a) Variação da escala Λ_χ em GeV's como função de M_χ em GeV's. As curvas "de cima" e "de baixo" correspondem a um desvio de 10%. A região intermediária corresponde valores de Λ_χ e M_χ onde $\Delta > 10\%$. A linha central corresponde a uma relação entre Λ_χ e M_χ que reproduz o desvio máximo e é dada por (26). (b) Desvio máximo como função de M_χ em GeV's onde Λ_χ é dado por (26). No RHIC, LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb. Em todos os casos supomos a produção de e^+e^- .

baixo" correspondem a $\Delta=10\%$. Isto significa que a região compreendida entre estas duas linhas corresponde a valores de Λ_χ e M_χ onde $\Delta \geq 10\%$. Em particular, a linha central corresponde ao desvio máximo e é dada também pela eq. (26). Substituindo-a em (24) vamos encontrar

$$\Delta_{\max} = \frac{M_\chi}{\alpha^2 \epsilon} \text{Ln}^{-1}(M_\chi^2/m_e^2) \quad . \quad (28)$$

O gráfico da fig. 11b mostra o comportamento de $\Delta_{\max}$ como função de M_χ em GeV's. De uma maneira geral, podemos observar que a condição $\Delta > 10\%$ não limita ainda mais a faixa de variabilidade de Λ_χ e M_χ obtida na análise dos gráficos das figs. 9 e 10. Por exemplo, se $M_\chi = 1000$ GeV podemos ter um desvio acima de 10% para escalas de até 10^7 GeV, valor acima do obtido na condição $\delta N > 100 \text{ ano}^{-1}$.

Como podemos observar, o bóson anômalo fortemente interagente apresenta duas características importantes: um alcance bastante elevado para Λ_χ , podendo facilmente chegar a 100 TeV, e a possibilidade de ser observada uma enorme produção de eventos anômalos acompanhado de um desvio significativo.

4. BÓSON ANÔMALO ESCALAR E PSEUDO-ESCALAR NO SUB-PROCESSO $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$

Até aqui o nosso estudo das contribuições anômalas tem se baseado no cálculo do desvio com relação a QED e do número de eventos anômalos nos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-l^+l^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2l^+l^-$. Conforme vimos no capítulo II, em ambos os processos $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ é o sub-processo dominante sobre os demais e a aproximação do fóton equivalente (EPA) é aplicável. A comparação com os resultados experimentais pode ser feita selecionando-se aqueles eventos observados onde um par l^+l^- é produzido com grande abertura angular e de forma aproximadamente anti-colinear. Nesta secção vamos introduzir uma pequena modificação ao consideramos os processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2 \gamma\gamma$. O sub-processo dominante será $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ e assumimos igualmente a validade da EPA. Em outras palavras, vamos calcular o desvio e o número de eventos anômalos gerados por contribuições anômalas que produzam pares $\gamma\gamma$ com grande abertura angular e de forma aproximadamente anti-colineares.

Qual a vantagem em estudarmos este tipo de processo? Os diagramas da figura 12 representam "todas" as possibilidades a reação $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ em ordem mais baixa de aproximação [Ja-76]. Podemos observar que a sua amplitude de espalhamento quadrada será proporcional a α^4 , portanto, bastante reduzida se comparada a do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$. Isto significa que iremos encontrar uma supressão mais intensa no background dos fótons

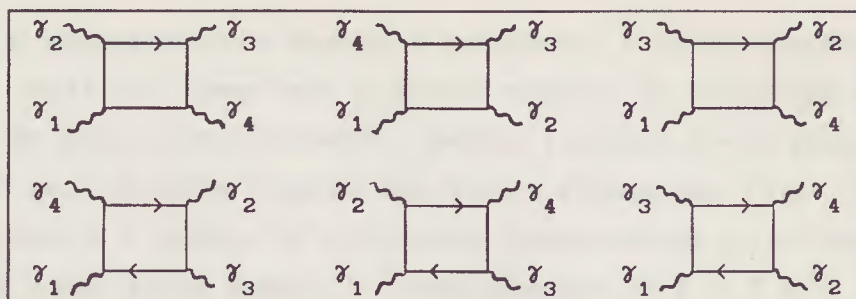


FIG. 12 - Diagramas de Feynman para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ de acordo com a QED. A "caixa" onde o fermion circula pode ser um eletr\o, muon, taon ou um dos seis quarks.

moles e, em princ\xedpio, o reconhecimento de poss\xedveis eventos an\o-malos ser\xe1, na pr\xe1tica, relativamentente facilitada. Al\xeam disto, \xe9 interessante lembrar que nas colis\o-es relativ\xedsticas e perif\xericas de \xedons pesados teremos a primeira oportunidade de observar diretamente uma rea\c-a\o $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ [Ba-88].

Definido o processo no \xc2mbito da QED, precisamos selecionar a contribui\c-ao an\o-mala pertinente. Tanto no caso do b\o-son an\o-malo escalar e pseudo-escalar como no caso b\o-son an\o-malo fortemente interagente os seus acoplamentos com dois f\o-t\o-es s\~ao proporcionais a (g/Λ) (figs. 3 e 4). Como este \xe9 o \xfanico acoplamento an\o-malo envolvido n\~ao devemos esperar modifica\c-oes significativas entre um caso e outro. Logo, vamos estudar apenas o caso escalar e pseudo-escalar. Os diagramas da fig. 13 ilustram o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{S(P)} \rightarrow \gamma\gamma$ onde um b\o-son an\o-malo escalar (pseudo-escalar) \xe9 transmitido atrav\xe-s dos canais s , t e u . A contribui\c-ao an\o-mala presente neste caso \xe9 a mesma da sec\c-ao 2 e a express\~ao dos v\xe-r-t\xed-ces para os acoplamentos $\gamma\gamma\phi_{S(P)}$ s\~ao dados na fig. 3.

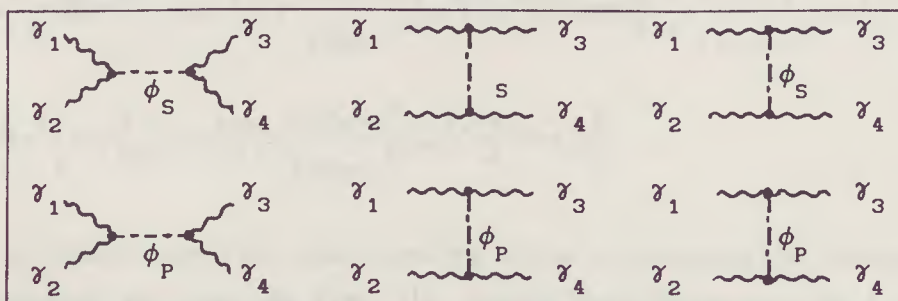


FIG. 13 - Diagrama de Feynman do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \phi_{S(P)} \rightarrow \gamma\gamma$.

O procedimento a seguir é semelhante aos das secções anteriores deste capítulo, mesmo que o número elevado de diagramas envolvidos dificulte um pouco nosso trabalho. Embora tenhamos $2^4=16$ possíveis configurações para as polarizações dos quatro fótons das figs. 12 e 13, é possível reduzir o número de amplitudes independentes no processo recorrendo-se à invariância quanto a transformações de P e T e à identidade destas partículas. Neste caso, teremos [To-64]

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{pol.}} |M|^2 = \frac{1}{2} \left\{ |M_{++\rightarrow\rightarrow}|^2 + |M_{++\rightarrow-}|^2 + |M_{+-\rightarrow\rightarrow}|^2 + |M_{+-\rightarrow-}|^2 + 4 |M_{++\rightarrow+-}|^2 \right\}, \quad (29)$$

onde $M_{\lambda_1 \lambda_2 \rightarrow \lambda_3 \lambda_4}$ corresponde à amplitude de espalhamento com uma configuração específica de helicidades para os quatro fótons.

O cálculo das amplitudes em (29) para os diagramas da QED (fig. 12) é uma tarefa ingrata, felizmente levada a bom termo por R. Karplus, M. Neuman e B. de Tollis [Ka-51, To-64, To-65, To-71]. Para energias de colisão onde $\hat{s} \gg m_f^2$ e $t, u \ll -m_f^2$, sendo m_f a massa do férmion no loop, estas amplitudes podem ser encontradas em uma notação e forma mais convenientes no artigo de B. Combridge [Co-80],

$$M_{++\rightarrow\rightarrow}^{\text{QED}} = -N 4\alpha^2 \left\{ 2 - 2x \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) + \frac{1}{2}(1+x^2) \left[\ln^2\left(\frac{1-x}{1+x}\right) + \pi^2 \right] \right\} \quad (30a)$$

$$M_{++\rightarrow-}^{\text{QED}} = N 8\alpha^2 = M_{++\rightarrow+-}^{\text{QED}} \quad (30b)$$

$$M_{+-\rightarrow\rightarrow}^{\text{QED}} = N \alpha^2 \left\{ -4 \left[2 + 2 \frac{3-x}{1+x} \ln\left(\frac{1-x}{2}\right) + \frac{5-2x+x^2}{1+2x+x^2} \ln^2\left(\frac{1-x}{2}\right) \right] + 32\pi i \left[\frac{3-x}{1+x} + \frac{5-2x+x^2}{1+2x+x^2} \ln\left(\frac{1-x}{2}\right) \right] \right\} \quad (30c)$$

e

$$M_{+-\rightarrow-}^{\text{QED}} = -N 4\alpha^2 \left\{ 2 + 2 \frac{3+x}{1-x} \ln\left(\frac{1+x}{2}\right) + \frac{5+2x+x^2}{1-2x+x^2} \ln^2\left(\frac{1+x}{2}\right) + \pi^2 \right\}, \quad (30c)$$

onde N é um fator numérico que leva em conta a presença de todos os possíveis férmions no loop da fig. 12. Quanto aos diagramas da fig. 13, o cálculo das mesmas amplitudes resulta em

$$M_{++\rightarrow++}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)+i(M_S\Gamma_S)} \quad , \quad (31a)$$

$$M_{++\rightarrow--}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \left\{ \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)+i(M_S\Gamma_S)} + \frac{\hat{t}^2}{\hat{t}-M_S^2} + \frac{\hat{u}^2}{\hat{u}-M_S^2} \right\} \quad , \quad (31b)$$

$$M_{+-\rightarrow+-}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \frac{\hat{u}^2}{\hat{u}-M_S^2} \quad , \quad M_{+-\rightarrow-+}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \frac{\hat{t}^2}{\hat{t}-M_S^2} \quad , \quad M_{++\rightarrow+-}^S = 0 \quad , \quad (31c)$$

$$M_{++\rightarrow++}^P = M_{++\rightarrow++}^{S\leftrightarrow P} \quad , \quad M_{++\rightarrow--}^P = -M_{++\rightarrow--}^{S\leftrightarrow P} \quad , \quad (31d)$$

$$M_{+-\rightarrow+-}^P = M_{+-\rightarrow+-}^{S\leftrightarrow P} \quad , \quad M_{+-\rightarrow-+}^P = M_{+-\rightarrow-+}^{S\leftrightarrow P} \quad e \quad M_{++\rightarrow+-}^P = 0 \quad , \quad (31e)$$

onde $\Gamma_{S(P)}$ é dado por (6a). Se tomarmos a razão entre um termo típico do canal $\hat{t}$ e um do canal $\hat{s}$ vamos encontrar na ressonância $\hat{s}=M_{S(P)}^2$ a proporção

$$\frac{\hat{t}^2}{\hat{t}-M_S^2} \frac{iM_S\Gamma_S}{M_S^4} = \frac{i}{32} (M_S/\Lambda_S)^2 \frac{(1-x)^2}{3-x} \quad . \quad (32)$$

Isto significa que na região da ressonância a contribuição do canal $\hat{s}$ é pelo menos duas ordens de grandeza superior às dos canais $\hat{t}$ e $\hat{u}$, supondo-se $\Lambda_S > M_S$. Como é justamente esta a região que nos interessa podemos simplificar as amplitudes em (31) para

$$M_{++\rightarrow++}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)+i(M_S\Gamma_S)} \quad , \quad M_{++\rightarrow++}^P = M_{++\rightarrow++}^{S\leftrightarrow P} \quad , \quad (33a)$$

$$M_{++\rightarrow--}^S = -\frac{i}{4}(g_S/\Lambda_S)^2 \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)+i(M_S\Gamma_S)} \quad , \quad M_{++\rightarrow--}^P = -M_{++\rightarrow--}^{S\leftrightarrow P} \quad , \quad (33b)$$

$$M_{+-\rightarrow+-}^P \quad , \quad M_{+-\rightarrow+-}^S \quad , \quad M_{+-\rightarrow-+}^P \quad , \quad M_{+-\rightarrow-+}^S \approx 0 \quad e \quad M_{++\rightarrow+-}^P = M_{++\rightarrow+-}^S = 0 \quad . \quad (33c)$$

Agora precisamos investigar a interferência entre as amplitudes da QED (30) e dos bósons anômalos escalar e pseudo-escalar (33). Na-

turalmente, ela não ocorrerá naquelas configurações onde os fótons finais ou iniciais possuam helicidades distintas, ou seja, $M_{+-\rightarrow+-}$, $M_{+-\rightarrow-+}$ e $M_{++\rightarrow+-}$ ^{#1}. Para cada uma das amplitudes restantes, $M_{++\rightarrow++}$ e $M_{++\rightarrow--}$, vamos ter na ressonância uma interferência QED-escalar e QED-pseudo-escalar não nula porque M^{QED} , M^S e M^P são termos reais puros. Reunindo as amplitudes (30) e (33), as cinco amplitudes independentes irão resultar em

$$\begin{aligned} |M_{++\rightarrow++}|^2 &= |M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}}|^2 + |M_{++\rightarrow++}^S|^2 + |M_{++\rightarrow++}^P|^2 + \\ &+ M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}} (M_{++\rightarrow++}^{S\dagger} + M_{++\rightarrow++}^S) + M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}} (M_{++\rightarrow++}^{P\dagger} + M_{++\rightarrow++}^P) = \\ &= |M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}}|^2 + \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)^2 + (M_S \Gamma_S)^2} \left\{ -\frac{1}{2} (g_S/\Lambda_S)^2 M_S \Gamma_S M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}} + \frac{1}{16} (g_S/\Lambda_S)^4 \hat{s}^2 \right\} + \\ &+ \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_P^2)^2 + (M_P \Gamma_P)^2} \left\{ -\frac{1}{2} (g_P/\Lambda_P)^2 M_P \Gamma_P M_{++\rightarrow++}^{\text{QED}} + \frac{1}{16} (g_P/\Lambda_P)^4 \hat{s}^2 \right\} , \quad (34a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |M_{++\rightarrow--}|^2 &= |M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}}|^2 + |M_{++\rightarrow--}^S|^2 + |M_{++\rightarrow--}^P|^2 + \\ &+ M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}} (M_{++\rightarrow--}^{S\dagger} + M_{++\rightarrow--}^S) + M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}} (M_{++\rightarrow--}^{P\dagger} + M_{++\rightarrow--}^P) = \\ &= |M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}}|^2 + \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_S^2)^2 + (M_S \Gamma_S)^2} \left\{ -\frac{1}{2} (g_S/\Lambda_S)^2 M_S \Gamma_S M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}} + \frac{1}{16} (g_S/\Lambda_S)^4 \hat{s}^2 \right\} + \\ &+ \frac{\hat{s}^2}{(\hat{s}-M_P^2)^2 + (M_P \Gamma_P)^2} \left\{ -\frac{1}{2} (g_P/\Lambda_P)^2 M_P \Gamma_P M_{++\rightarrow--}^{\text{QED}} + \frac{1}{16} (g_P/\Lambda_P)^4 \hat{s}^2 \right\} , \quad (34b) \end{aligned}$$

$$|M_{+-\rightarrow+-}|^2 = |M_{+-\rightarrow+-}^{\text{QED}}|^2 , \quad |M_{+-\rightarrow-+}|^2 = |M_{+-\rightarrow-+}^{\text{QED}}|^2 \quad \text{e} \quad |M_{++\rightarrow+-}|^2 = |M_{++\rightarrow+-}^{\text{QED}}|^2 . \quad (34c)$$

Note que estas amplitudes são aproximações válidas somente na região da ressonância. Reunindo-as em (29) podemos encontrar, após uma integração sobre o ângulo de espalhamento^{#2}, a secção de choque total $\hat{\sigma}(\hat{s})_{S(P)}$ do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ incluída a contribuição anômala. O resultado pode ser

^{#1} Isto seria de se esperar, já que a reação ocorre no canal $\hat{s}$ com $J=0$. Em outras palavras, os fótons iniciais e finais precisam possuir helicidades iguais.

^{#2} Esta integração foi realizada através do programa MACSYMA.

expresso na forma $\hat{\sigma}(\hat{s})_{S(P)} = \hat{\sigma}(\hat{s})_{QED} + \delta\hat{\sigma}(\hat{s})_{S(P)}$ onde $(g_S^2 = g_P^2 = 4\pi)^{\#1}$

$$\hat{\sigma}(\hat{s})_{QED} \propto N^2 18,8 \frac{\alpha^4}{\tau_S}, \quad (35a)$$

$$\delta\hat{\sigma}(\hat{s})_S = \frac{1}{32} \frac{\tau_S}{(\tau_S - M_S^2)^2 + (M_S \Gamma_S)^2} \left\{ 32\left(\frac{\pi^2}{9} + \frac{1}{3}\right) N \alpha^2 \frac{M_S \Gamma_S}{\Lambda_S^2} + \pi \frac{(\tau_S)^2}{\Lambda_S^4} \right\} \quad (35b)$$

e

$$\delta\hat{\sigma}(\hat{s})_P = \frac{1}{32} \frac{\tau_S}{(\tau_S - M_P^2)^2 + (M_P \Gamma_P)^2} \left\{ 32\left(\frac{\pi^2}{9} + \frac{5}{6}\right) N \alpha^2 \frac{M_P \Gamma_P}{\Lambda_P^2} + \pi \frac{(\tau_S)^2}{\Lambda_P^4} \right\}. \quad (35c)$$

Note a semelhança entre $\delta\hat{\sigma}(\hat{s})_S$ e $\delta\hat{\sigma}(\hat{s})_P$. A única constante que ainda precisa ser calculada nestas expressões é o fator N . Antes disto, porém, é preciso lembrar que no Modelo Padrão o processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ em ordem mais baixa de aproximação pode ocorrer não somente através dos diagramas da fig. 12, que contém loops de férmions, mas também através de loops de W 's como o da figura 14. Diagramas como este formam um background difí-

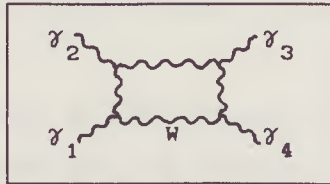


FIG. 14 - Diagrama de Feynman para o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ via loop de W 's.

cil de ser calculado e a única forma de suprimi-lo seria restringindo nossa análise a sub-processos de baixa energia, onde sabemos ser menor a sua contribuição. Como, entretanto, estamos na ressonância, somos obrigados a estudar apenas bósons leves cuja massa seja no máximo 100 GeV. Com exceção do quark top, cuja massa é prevista situar-se em torno de 120 GeV, a condição $M_{S(P)} < 100$ GeV não invalida as aproximações adotadas para as amplitudes da QED (30), visto que para os demais férmions ainda vale $\sqrt{s} \ll m_f^2$ se $M_{S(P)} > 20$ GeV. Felizmente, a contribuição do top pode ser também ignorada porque a sua contribuição decresce como $1/m_t^4$ para gran-

^{#1} A secção de choque da QED pode ser encontrada em [Ba-88] e [To-65].

des valores de m_t [Di-88]. Resumindo, é muito provável que para baixas energias ($20 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 100 \text{ GeV}$) na região de ressonância a contribuição de loops de W 's e t 's não produzam um background apreciável. Logo, descartando a contribuição do top, o fator N será dado por

$$N = 3 + 3\left[3\left(\frac{1}{3}\right)^4 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^4\right] = \frac{116}{27} \quad , \quad (36)$$

ou seja, irão contribuir para o loop da fig. 12 três léptons (e, μ, τ) e três cores de cinco quarks (u, d, c, s, b).

Na contribuição anômala $\delta\hat{\sigma}(\hat{s})_{S(P)}$ para a secção de choque o primeiro termo corresponde à interferência ao passo que o segundo à contribuição do bóson escalar "puro". Tomando a razão entre ambos vamos encontrar ($\hat{s}=M_S^2$)

$$32\left(\frac{\pi^2}{9} + \frac{1}{3}\right) N \alpha^2 \frac{M_S \Gamma_S}{\Lambda_S^2} \frac{\Lambda_S^4}{\pi M_S^4} = 32\left(\frac{\pi^2}{9} + \frac{1}{3}\right) \frac{N \alpha^2}{16\pi} \simeq 2,08 \cdot 10^{-4} \quad , \quad (37)$$

ou seja, a contribuição da interferência é insignificante e pode ser ignorada^{#1}.

O cálculo do desvio Δ e do número de eventos anômalos δN pode ser realizado da mesma forma que nas secções anteriores deste capítulo (veja discussões nas pags. 91 e 92). Ou seja, limitamos a integração do espectro de fótons equivalentes a uma faixa de largura 2ϵ , com $\epsilon=1 \text{ GeV}$, centrada na ressonância. Supondo-se $M_{S(P)} > \epsilon=1 \text{ GeV}$, os resultados serão

$$\delta N = \mathcal{L} \cdot \delta\sigma = \mathcal{L} (\alpha/\pi)^2 \text{Ln}^2(s/m_e^2) \left\{ \left(2 + \frac{M_S^2}{s}\right)^2 \text{Ln}\left(\frac{s}{M_S^2}\right) - 2\left(1 - \frac{M_S^2}{s}\right) \left(3 + \frac{M_S^2}{s}\right) \right\} \frac{8\pi\epsilon M_S^3}{(32\Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6} \quad , \quad (38a)$$

($e+e^- \rightarrow e+e^- l+l^-$)

$$\delta N = \mathcal{L} \cdot \delta\sigma = \mathcal{L} (Z^2 \alpha/\pi)^2 \frac{64}{3} \sum A_J \exp\left[-2MR(M_S/\sqrt{s})c_J\right] \frac{8\pi\epsilon M_S^3}{(32\Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6} \quad (38b)$$

($ZZ \rightarrow ZZ l+l^-$)

^{#1} Possivelmente o mesmo ocorreria com loops de t 's e W 's.

e

$$\Delta[\%] = \frac{8 M_S^6}{(32 \Lambda_S^2 \epsilon)^2 + M_S^6} \frac{1}{18,8 N^2 \alpha^4} \cdot 100\%$$

(38c)

Note que, da mesma forma que nas secções anteriores, Δ independe das características do acelerador e do tipo de processo

Os quatro gráficos da figura 15 mostram a variação do número de eventos anômalos δN produzidos por ano acima do background da QED como função da escala Λ_S em GeV's para três valores da massa do bóson escalar, $M_S=30, 50$ e 100 GeV. Levando-se em conta a prescrição $\delta N > 100$ ano⁻¹ os quatro aceleradores irão apresentar os seguintes desempenhos.

(i) No LEP II podemos alcançar uma escala de no máximo 900 GeV se $M_S=100$ GeV. Para bósons mais leves esta escala diminui, podendo chegar a

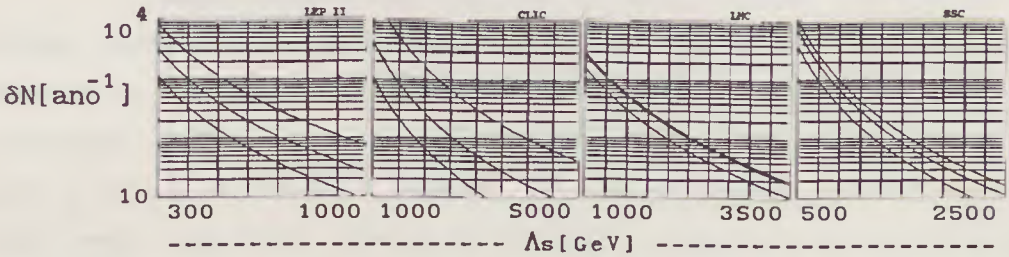


FIG. 15 - Numero de eventos anômalos δN produzidos por ano acima do background da QED como funcao de Λ_S em GeV para tres valores diferentes da massa, $M_S=30$ (curva "de baixo"), 50 e 100 GeV (curva "de cima"). No LHC e SSC supomos colisoes Pb-Pb.

450 GeV se $M_S=30$ GeV. Já no CLIC temos o maior alcance em Λ_S , em torno de 4000 GeV se $M_S=100$ GeV. Podemos observar também que em aceleradores e^+e^- como o CLIC o alcance máximo da escala é bastante sensível ao valor da massa do bóson escalar.

(ii) O LHC e SSC apresentam desempenhos semelhantes. No primeiro o alcance da escala situa-se na faixa 2000-2300 GeV enquanto que no segundo situa-se na faixa 1250-1600 GeV.

O gráfico da figura 16 mostra a variação do desvio $\Delta[\%]$ como função de Λ_S em GeV's. Levando-se em conta a prescrição $\Delta > 10\%$, podemos observar que se $M_S=100$ (30) GeV, Δ assume valores bastante elevados para qualquer escala abaixo de 21 (4) TeV. Logo, todos os valores máximos de Λ_S encontrados anteriormente causam desvios significativos. Fisicamente,

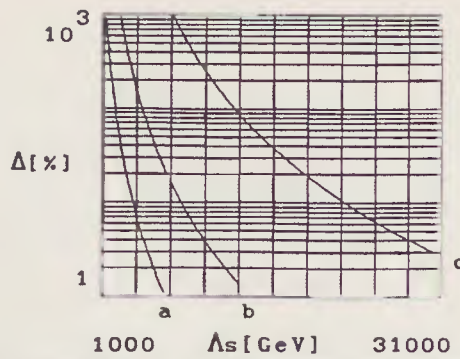


FIG. 16 - Desvio Δ como função de M_s em GeV's para quatro valores diferentes da escala, $M_s=30$ (a), 50 (b) e 100 (c). No LHC e SSC supomos colisões Pb-Pb.

podemos compreender este resultado porque Δ , ao contrário de δN , depende do background $\sigma(s)_{\text{QED}}$. Ora, $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ na QED é um processo de ordem α^4 bastante suprimido, como podemos observar na expressão (35a). Além disso, tanto Δ como δN não são proporcionais a m_ℓ^2 , ao contrário de (19) e (20), que considera o sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$.

Comparando-se os resultados desta secção com os da secção 2 (bóson anômalo escalar e pseudo-escalar em $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$) ficamos com a impressão de que ambos os processos prestam-se a uma análise de situações distintas. Enquanto que $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ constitui-se uma "janela" conveniente para o estudo de bósons pesados, com massa de até 2000 GeV no CLIC, bósons leves, com massa abaixo de 100 GeV, poderiam ser mais facilmente identificados em $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

No início do capítulo I chamamos a atenção do leitor para o fato de que, se por um lado o Modelo Padrão parece confirmar-se experimentalmente, por outro permanecem ainda inúmeras questões relevantes não inteiramente esclarecidas. Se acompanharmos a tendência histórica da Física, seria natural esperar a existência de uma teoria mais fundamental com uma escala de energia característica Λ . Evidências experimentais desta suposta teoria poderiam ser reveladas à medida em que novos aceleradores com energia e luminosidade mais elevadas entrarem em operação. Neste contexto, optamos por investigar colisões e^+e^- no LEP II e CLIC e colisões relativísticas de íons pesados (Pb-Pb) no RHIC, LHC e SSC. Nos cinco aceleradores investigamos a produção de um par $\ell^+\ell^-$ ($\ell=e,\mu,\tau$) de modo que temos $3\cdot 5=15$ situações diferentes. Como é possível estabelecer uma ligação entre estes processos e uma física nova? Uma possibilidade seria investigando desvios significativos e um número excessivo de anomalias acima do background. Nós quantificamos "significativos" e "excessivos" através das condições $\Delta>10\%$ e $\delta N>100 \text{ ano}^{-1}$. Portanto, o nosso objetivo foi o de fazer previsões teóricas a partir destes parâmetros, traçando um panorama com diversas possibilidades. Fica ao físico experimental a tarefa de confirmá-las ou não. Entre estes dois extremos, é o valor de Λ que poderá decidir a questão. Se Λ não for excessivamente elevado, é possível que pelo menos um dos cinco aceleradores acima consiga testar algum tipo de aproximação efetiva, ou seja, revelem contribuições anômalas que se manifestem na forma de pequenos desvios ou eventos anômalos. Note que a nossa abordagem é puramente fenomenológica e, como não partimos de nenhuma teoria fundamental específica, o espectro de possíveis contribuições anômalas é vasto. Por este motivo analisamos várias possibilidades como léptons excitados, termos de contato, etc.

Para calcularmos o desvio Δ e o número de eventos anômalos δN precisamos, antes de mais nada, determinar as secções de choque dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-l^+l^-$ e $Z_1Z_2 \rightarrow Z_1Z_2l^+l^-$. Dada a complexidade da tarefa, foi imprescindível recorrermos a algum tipo de aproximação. No capítulo II mostramos que isto pode ser efetivamente realizado no âmbito da chamada Aproximação do Fóton Equivalente. Nesta aproximação, o mecanismo de produção do par l^+l^- é uma fusão de dois fótons na camada de massa (quase-reais) emitidos pelas partículas incidentes. Em primeira ordem de aproximação, o processo é puramente eletromagnético e pode ser tratado à nível de árvore. O background formado por outros mecanismos de produção do par l^+l^- pode ser suprimido da contagem de eventos, conforme discutimos na secção II-6. Em outras palavras, estes processos podem se constituir em bons candidatos para o estudo de contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias.

Antes de explorarmos os resultados básicos de cada contribuição anômala, seria interessante fazermos uma comparação geral do desempenho previsto para os cinco aceleradores. Por "desempenho" entedemos a "sensibilidade" do acelerador para escala Λ da contribuição anômala ou para a massa de alguma partícula nova supostamente presente no processo. Estes resultados são válidos para todos os casos estudados, independentemente do processo.

(a) O RHIC não é um acelerador apropriado para o estudo das contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias.

(b) Dos quatro aceleradores restantes, o CLIC é aquele que apresenta o melhor desempenho.

(c) Logo abaixo do CLIC vem o LHC e o SSC, ambos com desempenhos semelhantes, embora com uma pequena vantagem para o LHC.

(d) O LEP II é um acelerador que já estaria numa situação limite para o nosso tipo de estudo.

Como interpretar fisicamente estes resultados? Neste trabalho utilizamos três parâmetros que expressam o desempenho dos aceleradores: a energia de colisão, a luminosidade do acelerador e a luminosidade diferencial do processo. Apesar da energia de colisão do SSC ser um pouco maior do que a do LHC, a relação desempenho inverteu-se por que a luminosidade adota-

da para o LHC é uma ordem de grandeza superior a do SSC. A importância da luminosidade é bastante clara no caso do CLIC. Enquanto que a sua energia de colisão é muito menor do que a dos aceleradores de íons pesados, a sua luminosidade é 10^6 (10^5) vezes maior do que a do SSC (LHC). Por outro lado, o mesmo não aconteceu com LEP II, embora a sua luminosidade seja também maior. Quanto a luminosidade diferencial do processo, já mencionamos na secção II-5 que na região onde $\tau < 10^{-7}$ ela é maior para colisões de íons pesados devido a presença de um fator Z^4 . Por outro lado, esta mesma luminosidade diferencial apresenta um corte exponencial na região de fótons duros, de modo que para $\tau > 10^{-7}$ é a luminosidade diferencial em e^+e^- a dominante. É difícil estimar em qual dos casos, e^+e^- ou íons pesados, a luminosidade diferencial contribui mais significativamente porque a contribuição anômala é um processo contínuo (quanto mais duro for o fóton maior será a sua contribuição anômala).

Feita esta análise preliminar, passemos agora especificamente às diferentes contribuições anômalas.

Lépton excitado (secção III-5). Enquanto que o atual limite experimental para léptons excitados situa-se em torno de $M_* > 50$ GeV, o CLIC é um acelerador sensível para escalas de até 750 GeV se $M_* = \Lambda$. Nesta mesma circunstância o LHC (SSC) pode alcançar 150 (130) GeV. Não há uma diferença significativa entre os resultados do múon e elétrons excitados (em média o alcance para múons excitados é $\approx 1,07$ vezes maior do que para elétrons excitados). Por outro lado, supondo-se a existência de estados excitados mais leves do que a escala, podemos alcançar valores de Λ mais elevados. Por exemplo, se $M_* = 100$ GeV, valor acima do limite experimental, o CLIC é sensível até uma escala de 1100 GeV.

Termos de contato (secção III-4). Para termos de contato com dimensão 6 onde $g_v = g_A$, o CLIC é sensível para escalas de até ≈ 1000 GeV, ao passo que o LHC (SSC) para escalas de até ≈ 185 (≈ 160) GeV. Para termos com dimensão 7, o alcance na escala é um pouco maior: ≈ 2100 GeV para o CLIC, ≈ 390 GeV para o LHC e ≈ 350 GeV para o SSC. Estes alcances são superiores aos do termo com dimensão 6 (aproximadamente o dobro) porque na secção de choque a contribuição anômala "pura" (sem a interferência com a QED) do termo com dimensão 6 é proporcional a $(g_v^2 - g_A^2)$, à menos de outros ter-

mos proporcionais a m_ℓ^2 . Em ambos os casos, dim. 6 e 7, não há uma diferença significativa entre considerarmos a produção de e^+e^- , $\mu^+\mu^-$ ou $\tau^+\tau^-$ (o alcance na escala varia entre ± 20 GeV). Da mesma forma, o sinal relativo entre g_s e g_p no termo com dimensão 7 pouco influencia os resultados. A interferência não é importante porque é proporcional a m_ℓ^2 . O termo com dimensão 8 é o menos interessante dos três. No CLIC o sinal desta contribuição anômala seria imperceptível para qualquer escala acima de 160 GeV. Este fraco desempenho deve-se ao fato da sua secção de choque ser proporcional a m_ℓ^2/Λ^8 .

Bóson anômalo de spin zero (capítulo IV). O sinal da contribuição anômala de um bóson escalar e/ou pseudo-escalar pode ser procurado na produção de um par $\ell^+\ell^-$ (secção IV-2) ou $\gamma\gamma$ (secção IV-4), conforme a massa desta partícula. Se $M_{S(P)} < 100$ GeV é mais interessante investigar a produção de $\gamma\gamma$ porque o acoplamento $\gamma\gamma\phi_{S(P)}$ não é suprimido por um fator m_ℓ e o background da QED no processo $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ é proporcional a α^4 . Por exemplo, se $M_{S(P)} = 50$ GeV, o CLIC seria sensível para escalas de até 2500 GeV enquanto que o LHC (SSC) até 2250 (1400) GeV. Para estes valores limites encontramos uma produção anômala de 100 pares e^+e^- ao ano com um desvio extremamente elevado. Por exemplo, se $M_{S(P)} = 50$ GeV e $\Lambda_{S(P)} = 2500$ GeV encontraríamos no CLIC um desvio de 1000%. No caso do bóson escalar e/ou pseudo-escalar possuir uma massa superior a 100 GeV o nosso cálculo não pode ser considerado completo porque não incluímos o background do loop de W's e t's. A alternativa seria investigar a produção de pares $\ell^+\ell^-$ via fusão de $\gamma\gamma$. Neste caso, nenhum dos cinco aceleradores é sensível a uma escala na região de TeV's. Em valores aproximados, o CLIC é sensível a contribuições anômalas se $\Lambda_{S(P)} < 500$ GeV e $M_{S(P)} < 200$ GeV, respectivamente, considerando-se a produção de $\tau^+\tau^-$. Estes valores são baixos porque o acoplamento $\ell^+\ell^-\phi_{S(P)}$ é proporcional a $(m_\ell/\Lambda_{S(P)})$. Se considerarmos, entretanto, a produção de um bóson anômalo fortemente acoplado a $\ell^+\ell^-$ (secção IV-3) o alcance da escala torna-se muito maior. Neste caso, o CLIC seria sensível para escalas de até 10^6 GeV se $M_{S(P)} = 100$ GeV, estando o alcance do LHC e SSC um pouco abaixo deste valor. Também o número de eventos anômalos e desvio seriam espetaculares, mesmo na escala de TeV's. É claro que a existência de um bóson anômalo com estas características é improvável porque, não fosse este o caso, possi-

velmente já teria sido observado em colisões e^+e^- em baixas energias. Um aspecto interessante é que embora no LEP II (CLIC) possamos identificar o sinal desta partícula até uma massa de 200 (2000) GeV, que são as respectivas energias de colisão nestes aceleradores, no LHC e SSC isto não acontece porque o alcance máximo situa-se em torno de 500 GeV, um valor muito abaixo de $6300 \cdot A$ e $8000 \cdot A$. Ao nosso ver esta diferença ocorre devido ao corte exponencial da luminosidade diferencial em colisões de íons pesados e como esta expressão é uma aproximação teórica, só o experimento poderia verificar até que ponto outras aproximações conseguiriam aumentar este alcance de 500 GeV.

Bóson anômalo de spin um (secção III-3). O sinal desta contribuição anômala é proporcional a $(M_Z \Lambda)^{-4}$ e suprimida por um fator m_ℓ^2 . O único caso relevante seria a produção de $\tau^+\tau^-$. Além disso, quanto maior for a massa desta partícula menor será o alcance da escala e vice-versa. Supondo-se $\Lambda > M_Z$, somente no CLIC poderíamos identificar a sua presença com uma massa de 100 GeV, e ainda assim se $\Lambda < 600$ GeV. Para alcançar uma escala na região de TeV's, a situação mais favorável ocorreria no CLIC, embora precisássemos ter $M_Z < 60$ GeV. O maior problema com relação a existência de um bóson anômalo leve de spin um é que provavelmente o seu sinal já teria sido observado em reações do tipo $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow e^+e^-$, a menos que o seu acoplamento com $\ell^+\ell^-$ fosse muito mais suprimido que o acoplamento do Z^0 no Modelo Padrão.

Como conclusão geral deste trabalho, gostaríamos de fazer as seguintes colocações. A nova geração de aceleradores, representadas aqui pelo LEP II, CLIC, RHIC, LHC e SSC será capaz de testar contribuições anômalas na física de dois fótons em altas energias através dos processos $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\ell^+\ell^-$ e $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+\ell^-$. Os candidatos mais promissores são léptons excitados, termos de contato com baixa dimensão e bósons anômalos escalar e/ou pseudo-escalar leves no CLIC. Em todos estes casos é possível investigar uma física nova na escala de TeV's. Aceleradores de íons pesados são também úteis para este tipo de estudo embora a sua luminosidade seja reduzida e a luminosidade diferencial apresente um corte exponencial na região de fótons duros. Finalmente, nossa análise foi um tanto "conservadora" na medida em que nos limitamos ao desvio Δ e número de

eventos anômalos δN . Até que ponto outras técnicas de análise mais precisas como a distribuição angular de eventos ou medidas de polarização seriam capazes de aumentar ainda mais a sensibilidade destes aceleradores?

Finalmente, é importante frisar que nos últimos anos tem se renovado o interesse no estudo teórico de colisões $\gamma\gamma$ em aceleradores com altas energias. Fenômenos como *beamstrahlung* [Bl-89], onde "bunches" de elétrons ou pósitrons com alta densidade são extremamente luminosos, ou *laser back-scattering* [Eb-92], onde o espectro de fótons duros pode ser muito significativo, podem se tornar importantes a tal ponto que talvez toda a física na escala de TeV's possa ser investigada através destes processos (por exemplo, a produção de top em $\gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}$).

APÊNDICE I

DISTRIBUIÇÃO NOS MOMENTOS DOS LÉPTONS PRODUZIDOS ^{#1}

No capítulo II foi obtida a secção de choque total do sub-processo $\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \ell^-$ ao integrarmos a expressão (II-26) sobre o momento dos léptons produzidos. Outra alternativa seria não realizar esta integração a fim de obter uma secção de choque diferencial. Neste caso não é possível encontrar uma expressão compacta como (II-34). Ainda assim, a EPA continua sendo aplicável [Bu-73] e, de acordo com (II-26), a secção de choque no CMS das partículas incidentes (II-2) será

$$d\sigma = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} 64\pi \frac{2\omega_1^2 \omega_2^2}{E^2} \rho_1^{++} \rho_2^{++} \left(\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \right)_{\gamma\gamma} dLIPS \quad , \quad (1)$$

onde ρ_1^{++} é dada por (II-33b) e $(d\hat{\sigma}/d\hat{t})_{\gamma\gamma}$ é a secção de choque diferencial do sub-processo para fótons reais, que pode ser calculada no CMS dos fótons emitidos e depois colocada numa forma explicitamente invariante como função de $\hat{t}$ e $\hat{s}$. A integração sobre a função delta contida em $dLIPS$ é feita, ao contrário do caso anterior, sobre os momentos das partículas espalhadas. O resultado obtido é $(E, E'_1 \gg m; \varepsilon_1 \gg m_\ell)$

$$dLIPS = \frac{(2\pi)^{-8} C}{8D^2} \sin(\theta'_1) d\theta'_1 d\varphi'_1 \varepsilon_1 d\varepsilon_1 \varepsilon_2 d\varepsilon_2 \sin(\chi_1) d\chi_1 \sin(\chi_2) d\chi_2 d\phi_1 d\phi_2 \quad , \quad (2)$$

onde

$$D = 4(E - \varepsilon) + 2(\varepsilon + \bar{\varepsilon})q(\theta'_1, \chi_1, \varphi'_1, \phi_1) - 2(\varepsilon - \bar{\varepsilon})q(\theta'_1, \chi_2, \varphi'_1, \phi_2) \quad , \quad (3a)$$

^{#1} O assuntos abordados neste e no próximo apêndices, embora inseridos no assunto da tese, não estão diretamente relacionados aos resultados finais. Logo, fica ao critério do leitor suprimir ou não a sua leitura sem maiores prejuízos.

$$C=4E(E-2\varepsilon)+2(\varepsilon^2-\bar{\varepsilon}^2)[1+q(\chi_1, \chi_2, \phi_1, \phi_2)] \quad , \quad (3b)$$

$$q(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \equiv \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma-\delta) \quad , \quad (3c)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad , \quad (3d)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad . \quad (3e)$$

Substituindo (2) e (3d,e) em (1) vamos encontrar

$$\boxed{d\sigma = \frac{2\alpha^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{(E-E'_1)^2 (E-E'_2)^2}{\pi^5 E^2} \rho_1^{++} \rho_2^{++} \frac{(\varepsilon^2 - \bar{\varepsilon}^2) C}{D^2} \left[\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \right]_{\gamma\gamma} \sin(\theta'_1) d\theta'_1 d\varphi'_1 d\varepsilon d\bar{\varepsilon} \cdot \sin(\chi_1) d\chi_1 \sin(\chi_2) d\chi_2 d\phi_1 d\phi_2} \quad . \quad (4)$$

Esta expressão fornece a secção de choque diferencial como função de qualquer uma das seis variáveis angulares θ'_1 , φ'_1 , χ_1 , χ_2 , ϕ_1 e ϕ_2 . Em (4), todos os termos aparecem apenas como função destes ângulos, além de ε e $\bar{\varepsilon}$, porque todas as demais variáveis foram "absorvidas" na integração das funções deltas. Por exemplo, E'_1 e E'_2 são dados por

$$E'_1 = C/D \quad (3f)$$

e

$$E'_2 = 2(E - \varepsilon) - C/D \quad . \quad (3g)$$

Os termos ρ_i^{++} (33b) são dados por

$$\rho_i^{++} \approx A(q_i^2) + B(q_i^2) \frac{2EE'_i}{(E-E'_i)^2} \left\{ 1 - \frac{(Q_i^2)_{\min}}{Q_i^2} \right\} \quad , \quad (3h)$$

onde $(E, E'_i \gg m; \varepsilon_i \gg m_\ell; \theta'_i \ll 1)$

$$Q_i^2 = m^2 (E-E'_i)^2 / EE'_i + EE'_i \theta_i'^2 \quad , \quad (3i)$$

$$(Q_i^2)_{\min} = m^2 (E-E'_i)^2 / EE'_i \quad (3j)$$

e

$$\theta_2'^2 \approx \frac{1}{2(E-\epsilon)-E_1'} \left\{ 4(E-E_1'-\epsilon-\bar{\epsilon}) + E_1'\theta_1'^2 + (\epsilon+\bar{\epsilon})\chi_1^2 - (\epsilon-\bar{\epsilon})\chi_2^2 \right\} \quad (3k)$$

A secção de choque diferencial em (4) poder ser expressa como função de

$\hat{s}$ e $\hat{t}$, onde $(E, E_1' \gg m; \epsilon_1 \gg m_\ell)$

$$\hat{s} \equiv W^2 = 4(E-E_1')(E-E_2') \quad , \quad (3l)$$

$$\hat{t} = -2 \left[EE_1' [1 - \cos(\theta_1')] + E\epsilon_1 [1 - \cos(\chi_1)] - E_1'\epsilon_1 [1 - q(\theta_1', \chi_1, \varphi_1', \phi_1')] \right] \quad (3m)$$

e $2E = \sqrt{s}$.

Claramente, é impossível integrar (4) analiticamente, a menos que se faça alguma aproximação drástica. O maior problema no entanto é que todas as variáveis de integração estão contidas tanto em ρ_1^{++} como em $(d\hat{\sigma}/d\hat{t})_{\gamma\gamma}$. Isto significa que qualquer tipo de aproximação em (4) não é trivial. Por exemplo, fazer simplesmente $\theta_1' = 0$ pode alterar demasiadamente a distribuição angular dos léptons produzidos, "mascarando" uma possível "física nova". Por esta razão é recomendável manter a expressão (4) como está e implementar sobre ela uma integração numérica entre os seguintes limites:

$$\begin{aligned} \varphi_1', \phi_1, \phi_2 &: [0, 2\pi] \rightarrow \text{ângulos azimutais} \quad , \\ \chi_1, \chi_2 &: [0, \pi] \rightarrow \text{ângulos polares de } \ell^+ \ell^- \quad , \\ \epsilon &: [m, E] \rightarrow \text{energia média de } \ell^+ \ell^- \quad , \\ \bar{\epsilon} &: [-\frac{E}{2}, \frac{E}{2}] \rightarrow \text{diferença de energia de } \ell^+ \ell^- \\ \text{e } \theta_1' &: [0, (\theta_1')_{\max}] \rightarrow \text{ângulo polar} \quad , \end{aligned} \quad (5)$$

a menos de uma das variáveis angulares sobre as quais se quer obter a distribuição angular. O ângulo $(\theta_1')_{\max}$ é dado por (II-5b) e como $(\theta_1')_{\max} \ll 1$, a função q (3c) simplifica para

$$q(\theta_1', \beta, \gamma, \delta) \approx \cos(\beta) + \theta_1' \sin(\beta) \cos(\gamma - \beta) \quad . \quad (3c)$$

Aqui neste apêndice apresentamos os primeiros passos de uma a-

nálise que poderia vir a ser promissora, apesar das dificuldades que podemos esperar encontrar em uma integração numérica sobre um número tão elevado de parâmetros. Sabe-se, por exemplo, que no âmbito da QED os momentos das partículas finais são "bastante" co-planares [Ba-71], ou seja, observa-se um pico pronunciado da secção de choque diferencial em torno de $\phi \equiv \phi_1 - \phi_2 + \pi = 0$. Até que ponto contribuições anômalas poderiam afetar significativamente este "grau" de co-planaridade?

APÊNDICE II

EXCLUINDO O OVERLAP NA MATRIZ DE TRANSIÇÃO

O lado engenhoso do *approach* elaborado por Baur [Ba-90] que vimos na sub-seção 5.4 do cap. II foi, ao aproveitar a simetria azimutal do processo, descobrir como o overlap no plano transversal à direção das partículas incidentes pode ser suprimido. Poderíamos agora pensar em como incorporar esta idéia ao *approach* diagramático que elaboramos na seção 3 do capítulo II. Quando escrevemos a amplitude de espalhamento $\mathcal{M}$ em (II-9) já estava implícita naquela etapa uma integração da matriz de transição $\mathcal{T}_{f1}$ sobre todo o espaço de Minkowski. Logo, precisamos retornar a esta expressão original e impor determinados vínculos que suprimam o overlap^{#1}.

A matriz de transição $\mathcal{T}_{f1}$ do processo $Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 \ell^+ \ell^-$ é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{f1} = & \int d^4x d^4y d^4z d^4t [\phi_1'^*(x) (-ie)(p_1' + p_1)_\mu F_1 \phi_1(x)] iD_1(x-z) \cdot \\ & \cdot [\phi_2'^*(y) (-ie)(p_2' + p_2)_\nu F_2 \phi_2(y)] iD_2(y-t) \cdot \\ & \cdot [\bar{\psi}_\ell(z) (-ie)\gamma^\mu iS_F(z-t) (-ie)\gamma^\nu \psi_\ell(t)] \quad , \end{aligned} \quad (1)$$

onde x , y , z e t são quadri-vetores que localizam os quatro vértices do diagrama da figura 1, $D_{1(2)}$ é o propagador do fóton $\gamma_{1(2)}$, S_F é o propagador do férmion virtual $\bar{\ell}$, ψ é uma onda plana descrevendo os férmions, ϕ é o mesmo para os íons (sem spin) e $F_1 \equiv F[-(p_1' - p_1)^2]$ são fatores de forma elásticos nucleares como em (II-52). Em (1) não está incluído o termo cruzado (veja fig. 1, cap. II) mas o resultado final poderá ser facilmente generalizado para este caso. Ao substituírmos ϕ , ψ , $D_{1(2)}$ e S_F em (1)^{#2} vamos encontrar

^{#1} Uma abordagem semelhante pode ser encontrada em [Ra-90].

^{#2} Utilizamos as regras de Feynman conforme convenção do livro de Bjorken e Drell [Bj-64].

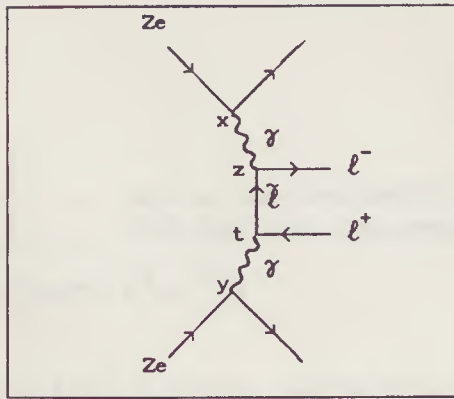


FIG. 1 - Diagrama de Feynman no espaço de coordenadas.

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{f1} = & -i(-ie)^2 \int d^4x d^4y d^4z d^4t \int \frac{d^4q_1 d^4q_2 d^4\tilde{k}}{(2\pi)^{12}} \frac{[(p'_1+p_1)_\mu F_1][(p'_2+p_2)_\nu F_2]}{q_1^2 q_2^2} \\ & \cdot e^{i(p'_1-p_1-q_1)\cdot x} e^{i(p'_2-p_2-q_2)\cdot y} e^{i(q_1+k_1-\tilde{k})\cdot z} e^{i(q_2+k_2+\tilde{k})\cdot t} \mathcal{N} L^{\mu\nu} = \\ = & -i(-ie)^2 \int d^4x d^4y \int \frac{d^4q_1 d^4q_2}{(2\pi)^8} \frac{[(p'_1+p_1)_\mu F_1][(p'_2+p_2)_\nu F_2]}{q_1^2 q_2^2} \\ & \cdot e^{i(p'_1-p_1-q_1)\cdot x} e^{i(p'_2-p_2-q_2)\cdot y} \mathcal{N} L^{\mu\nu} (2\pi)^4 \delta^4(q_1+q_2+k_1+k_2) \quad , \quad (2) \end{aligned}$$

onde na última igualdade foi feita uma integração sobre z , t e $\tilde{k}$ (são variáveis "internas" que dizem respeito ao sub-processo), $\mathcal{N}$ é um fator de normalização e $L^{\mu\nu}$ é o tensor leptônico $L^{\mu\nu} \equiv (-ie)^2 [\bar{u}(k_1) \gamma^\mu (\tilde{k}-m)^{-1} \gamma^\nu u(k_2)]$. Seguindo a idéia de Baur, vamos restringir nossa análise ao plano transversal à direção das partículas incidentes. Inicialmente vamos integrar (2) nas duas outras direções e manter apenas as componentes transversais. O resultado será

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{f1} = & -i(-ie)^2 \int d^2x_\perp d^2y_\perp \int \frac{d^2q_{1\perp} d^2q_{2\perp}}{(2\pi)^4} \frac{[(p'_1+p_1)_\mu F_1][(p'_2+p_2)_\nu F_2]}{q_1^2 q_2^2} e^{i(q_1-p'_1)_\perp \cdot x_\perp} \\ & \cdot e^{i(q_2-p'_2)_\perp \cdot y_\perp} \delta^2(q_1+q_2+k_1+k_2)_\perp (2\pi)^4 \delta^2(p_1+p_2-p'_1-p'_2-k_1-k_2)_\parallel \mathcal{N} L^{\mu\nu} \quad , \quad (3) \end{aligned}$$

onde " $\perp$ " (" $\parallel$ ") expressa as duas componentes transversais (não-transver-

sais) do quadri-vetor e

$$\begin{aligned}
 & p_{1\perp} = p_{2\perp} = 0, \\
 & \left. \begin{aligned} q_{10} &= E_1 - E', \\ q_{1z} &= p'_{1z} - p_{1z} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{parte não-transversal, sobre a qual} \quad (4) \\
 & \text{e} \quad F_1 \equiv F[-(q_{10}^2 - q_{1z}^2 - p_{1\perp}^2)] \equiv F[-(\xi_1^2 - p_{1\perp}^2)] \quad \text{foi feita a integração,} \\
 & \quad \quad \quad F_1 \equiv F[-(q_{10}^2 - q_{1z}^2 - p_{1\perp}^2)] \equiv F[-(\xi_1^2 - p_{1\perp}^2)] \quad .
 \end{aligned}$$

Se integrarmos (3) sobre todo o espaço vamos encontrar a matriz de transição $\mathcal{I}_{f1}$ que corresponde à amplitude invariante $\mathcal{M}$ dada em (II-9). Entretanto, não faremos esta integração. Para excluir o overlap vamos impor o vínculo $|\mathbf{x}_\perp - \mathbf{y}_\perp| > 2R$, onde R é o raio nuclear (compare as figs. 1 da página anterior com a 7 do cap. II). Para a matriz de transição, este critério é equivalente a $b > 2R$ adotado no *approach* de Baur. De acordo com este vínculo, é conveniente reescrevermos (3) nas variáveis puramente transversais

$$b = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{y})_\perp (> R), \quad \mathbf{q} = \frac{1}{2}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)_\perp \quad (5a)$$

$$\bar{b} = \frac{1}{2}(\mathbf{x} + \mathbf{y})_\perp, \quad \bar{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)_\perp \quad (5b)$$

Integrando a expressão (3) nas variáveis $\bar{b}$, $\bar{\mathbf{q}}$ e b (com $b > R$) vamos encontrar

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_{f1} &= -i(-ie)^2 \int d^2s \frac{[(p'_1 + p_1)_\mu F_1][(\bar{p}'_2 + \bar{p}_2)_\nu F_2]}{[\xi_1^2 - (s + p_{1\perp})^2][\xi_2^2 - (s - p_{2\perp})^2]} \left\{ \delta^2(s) - \frac{R/\pi}{s} J_1(2Rs) \right\} \cdot \\
 &\quad \cdot (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2 - k_1 - k_2) \mathcal{M}^{\mu\nu} \quad , \quad (6)
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 s &= |s|, \quad \mathbf{s} = \mathbf{q} - \frac{1}{2}(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)_\perp, \\
 \bar{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2}(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}'_2)_\perp \rightarrow \text{(após a integração sobre uma delta)} \quad , \quad (7)
 \end{aligned}$$

e J_1 é a função de Bessel de ordem um, que aparece devido à simetria cilíndrica do processo em torno da direção de incidência [Ra-90]. Podemos agora proceder a integração da expressão (6). O termo que contém $\delta^2(s)$ leva a $s \rightarrow 0$, $\mathbf{q}_{1\perp} \rightarrow \mathbf{p}'_{1\perp}$ e $\mathcal{T}_{f1} \rightarrow \mathcal{I}_{f1}$ onde $\mathcal{I}_{f1}$ é a matriz de transição integrada

sobre todo o espaço. O segundo termo corresponde ao overlap que precisa ser descontado de $\mathcal{I}_{f1}$ (análogo a $\Delta\mathcal{F}(x_1, x_2)$ em (II-69)). O cálculo desta expressão é complicado e, levando-se em conta que depois precisaremos "quadrar" $\mathcal{I}_{f1}$ para obter a probabilidade de transição, precisamos recorrer a algum tipo de aproximação. Levando-se em conta que o overlap deve ser um efeito muito pequeno, "centrado" basicamente em torno de $|s| \rightarrow 0$, vamos partir para a aproximação

$$\int \frac{d^2s}{s} \frac{R/\pi \cdot J_1(2Rs)}{[\xi_1^2 - (s+p'_{1\perp})^2][\xi_2^2 - (s-p'_{2\perp})^2]} \xrightarrow{s \approx 0} 2\pi \int_0^\Lambda ds \frac{R/\pi}{q_1^2 q_2^2} Rs = \frac{R^2 \Lambda^2}{q_1^2 q_2^2}, \quad (8)$$

onde Λ é o parâmetro de escala do overlap e assumiu-se $2R\Lambda \ll 1$ em J_1 . Reunindo o resultado da integração em (6) vamos encontrar

$$\mathcal{I}_{f1} = (1 - R^2 \Lambda^2) \mathcal{I}_{f1}, \quad (9)$$

onde o termo $R^2 \Lambda^2$ corresponde à exclusão do overlap que precisa ser descontado. Qual é o valor da escala Λ ? Da forma como a obtivemos, colocando-a "à mão", ela fica um pouco arbitrária, embora seja evidente que dependa unicamente das componentes transversais dos quadri-momentos envolvidos. Entretanto, existe uma "pista". De acordo com (5), q é a variável canonicamente conjugada a b . Como impomos o vínculo $b > R$ vamos ter, pelo Princípio da Incerteza, que

$$q = |q_{1\perp} - q_{2\perp}| < 1/R, \quad (10)$$

ou seja, a exclusão do overlap impõe um corte nos momentos transversais dos fótons emitidos^{#1}. Logo, a estimativa $\Lambda \approx q$ parece-nos aceitável e, de acordo com (9) a amplitude de espalhamento em (II-9) sofreria a alteração

$$|\mathcal{M}|^2 \rightarrow |\mathcal{M}|^2 = (1 - R^2 \Lambda^2) |\mathcal{M}|^2. \quad (11)$$

^{#1} O critério $|q| < 1/R$ foi também utilizado em [Ab-90a].

Possivelmente esta aproximação não leva a resultados substancialmente diferentes daqueles obtidos através da luminosidade calculada pelo approach original de Baur [Ba-90]. Ainda assim, a questão nos parece conceitualmente interessante a ponto de justificar este apêndice. Uma comparação entre ambos os casos exigiria certamente um tratamento numérico mais sofisticado, que evite aproximações do tipo (8).

REFERÊNCIAS

- [Ab-89] K. Abe *et al.* CDF Collab. Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 613.
K. Abe *et al.* VENUS Collab. Phys. Lett. B **232** (1989) 425.
- [Ab-90a] K. J. Abraham *et alii.* Large Hadron Collider Workshop.
Proceedings. CERN 90-10. vol. II. p. 1224.
- [Ab-90b] D. Abreu. DELPHI Collab. Phys. Lett. B **241** (1990) 435.
- [Ag-84] F. del Águila *et al.* Phys. Lett B **140** (1984) 431.
- [Ak-90] Z. Akrawy *et al.* OPAL Collab. Phys. Lett. B **244** (1990) 136.
- [Ak-91] Z. Akrawy *et al.* OPAL Collab. Phys. Lett. B **257** (1991) 531.
- [Al-71] A. M. Altukhov. Sov. J. Nucl. Phys. **14** (1971) 220.
- [Al-86] G. Alexander, E. Gostmans and U. Maor. Z. Phys. C **32** (1986) 383.
- [Al-87a] G. Alexander, E. Gostmans and U. Maor. Z. Phys. C **34** (1987) 329.
- [Al-87b] C. Albajar *et al.* Phys. Lett. B **185** (1987) 233.
- [Al-90] G. Altarelli and M. Traseira. Phys. Lett. B **245** (1990) 658.
- [Al-91a] L. D. Almeida, A. A. Natale, S. F. Novaes and O. J. P. Éboli.
Phys. Rev. D **44** (1991) 118.
- [Al-91b] L. D. Almeida, A. A. Natale, S. F. Novaes and O. J. P. Éboli.
Z. Phys. C **54** (1992) 95.
- [An-90] A. Schäfer, O. Nachtmann and R. Schöpf. Phys. Lett.
B **249** (1990) 331.
- [Ar-71] N. Arteaga-Romero, A. Jacarini and P. Kessler. Phys. Rev.
D **3** (1971) 1569.
- [At-79] Atomic Data and Nucl. Data Tables. **14** (1979) 479.
- [Ba-71] V. N. Baier and V. S. Fadin. Phys. Lett. B **35** (1971) 156.
- [Ba-72] C. Bacci *et al.* Lett. Nuovo Cim. **3** (1972) 709.
- [Ba-74] M. Barbiellini *et al.* Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 385.
- [Ba-84a] W. Bartel *et al.* Z. Phys. C **24** (1984) 223.
- [Ba-84b] V. Barger *et al.* Phys. Rev. D **30** (1984) 1513.
- [Ba-87] G. Baur and C. A. Bertulani. Phys. Rev. D **35** (1987) 836.
- [Ba-88] G. Baur and C. A. Bertulani. Z. Phys. A **330** (1988) 77.
- [Ba-89] G. Baur and C. A. Bertulani. Nucl. Phys. A **505** (1989) 35.
- [Ba-90a] G. Baur and L. G. Ferreira Filho. Nucl. Phys. A **518** (1990) 786.

- [Ba-90b] G. Baur. Phys. Sc. T 32 (1990) 76.
- [Be-73] F. A. Berends and R. Gastmans. Nucl. Phys. B 61 (1973) 414.
- [Be-86] C. A. Bertulani and G. Baur. Nucl. Phys. A 248 (1986) 725.
- [Be-87] Ch. Berger and W. Wagner. Phys. Rep. 146 (1987) 1.
- [Be-88] C. A. Bertulani and G. Baur. Phys. Rep. 163 (1988) 299.
- [Bj-64] J. D. Blorken and S. D. Drell. *Relativistic Quantum Mechanics*. McGraw-Hill Book-Company. 1964.
- [Bl-89] R. Blakenbecler, S. Drell and N. Kroll. Phys. Rev. D 40 (1989) 2462.
- [Bl-90] S. A. Blundel *et al.* Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 1411.
M. C. Noecker *et al.* Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 310.
- [Bo-86] M. Böhm and T. Sack. Z. Phys. C 33 (1986) 157.
- [Br-71] S. Brodsky, T. Kinoshita and H. Terazawa. Phys. Rev. D 4 (1971) 1532.
- [Br-80] S. J. Brodsky and S. J. Drell. Phys. Rev. D 22 (1980) 2236.
- [Bu-73] V. M. Budnev, I. F. Ginzburg, G. V. Medelin and V. G. Serbo. Sov. J. Nucl. Phys. 16 (1973) 201.
- [Bu-75] V. M. Budnev, I. F. Ginzburg, G. V. Medelin and V. G. Serbo. Phys. Rep. C 15 (1975) 181.
- [Ca-71] C. E. Carlson and Wu-Ki Tung. Phys. Rev. D 4 (1971) 2873.
- [Ca-79] C. Carimalo, P. Kessler and J. Parisi. Phys. Rev. D 20 (1979) 1057.
- [Ca-84] N. Cabibbo *et al.* Phys. Lett. B 139 (1984) 459.
- [Ca-90] R. Cahn and J. D. Jackson. Phys. Rev. D 42 (1990) 3690.
- [Co-80] B. L. Combridge. Nucl. Phys. B 174 (1980) 243.
- [Co-81] A. Courau. *in* Fourth Int. Coll. in Photon-Photon Interactions 1981. World Sc. ed. by G. London, 1981. p.39.
- [Da-85] S. Dawson. Nucl. Phys. B 249 (1985) 42.
- [De-84] A. Devoto and D. W. Ducke. Il Nuovo Cimento 7 (1984) 1.
- [Di-85] D. A. Dicus and X. Tata. Phys. Lett. B 155 (1985) 103.
D. A. Dicus. Phys. Rev. D 31 (1985) 2999.
- [Di-88] D. A. Dicus and S. S. D. Willenbrock. Phys. Rev. D 37 (1988) 1801.
- [Dr-84] S. D. Drell and S. J. Parke. Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 1993.
- [Dr-89] M. Drees, J. Ellis and D. Zeppenfeld. Phys. Lett. B 223 (1989) 454.
- [Eb-91] O. J. P. Éboli, A. A. Natale and S. F. Novaes. Phys. Lett. B 271 (1991) 274.

- [Eb-92] O. J. P. Éboli, M. C. Gonzalez-Garcia, F. Halzen and S. F. Novaes. *Threshold Effects on Heavy Quark Production in $\gamma\gamma$ Interactions*. MAD/PH/701, IFT-P.014/92.
- [Ei-83] E. J. Eichten *et al.* Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 811.
- [El-88] J. K. Ellis *et al.* Nucl. Phys. B **297** (1988) 221.
- [En-84] K. Enqvist *et al.* Phys. Lett. B **135** (1984) 329.
- [Fe-24] E. Fermi. Z. Phys. **29** (1924) 315.
- [Fe-89] A. Feldmeier *et al.* Phys. Lett. B **223** (1989) 234.
- [Fi-80] J. H. Field. Nucl. Phys. B **168** (1980) 477.
- [Ga-89] M. Gabriak *et al.* J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **15** (1989) L25.
- [Ga-90] M. Gabriak *et al.* J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.
- [Gr-86] J. A. Grifols *et al.* Phys. Lett. B **168** (1986) 264.
- [Gu-88] J. F. Gunion *et al.* Nucl Phys. B **299** (1988) 231.
- [Ha-82] H. Harari, in 1982 SLAC Summer Institute. Rep. No. 259, Jan/1982, p.211.
H. Harari, in 1986 SLAC Summer Institute. Rep. No. 312, Jul/1986, p.1.
- [Ha-92] F. Halzen, C. S. Kim and M. L. Stong. Phys. Lett. B **274** (1992) 489.
- [He-60] R. Herman and R. Hofstadter. Stanford University Press. Stanford, CA, 1960.
- [Hi-86] K. I. Hikasa. Phys. Rev D **33** (1986) 3203.
- [Hi-87] I. Hinchliffe. *The Standard Model and Colliders*. LBL 23122, March 1987.
- [Ho-84] W. Hollik, F. D. Schrempp and B. Schrempp. Phys. Lett. B **140** (1984) 424.
- [Hu-83] K. Huang. *Quarks, Leptons & Gauge Fields*. World Sc. 1982.
- [Ja-70] A. Jacarini, N. Arteaga-Romero, J. Parisi and P. Kessler. Nuovo Cim. **4** (1970) 933.
- [Ja-75] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. 2nd ed. Willey, New York, 1975.
- [Ja-76] J. M. Jauch and F. Rohrlich. *Theory of Photons and Electrons*. Springer-Verlag, Berlin. 1976.
- [Jo-87] K. Johnsen. in Proc. of the Works. at Future Accelerators, CERN 87-07, vol. II, p.16.
- [Ka-51] R. Karplus and M. Neuman. Phys. Rev. **83** (1951) 776.
- [Ka-84] G. Kane, W. Repko and W. Rolnick. Phys. Lett. B **148** (1984) 367.
- [Ki-85] S. King *et al.* Nucl. Phys. B **253** (1985) 1.

- [Ko-84] H. Kolanoski. Springer Tracts in Modern Physics. vol. 105, 1984.
- [Le-84] M. Leurer. Phys. Lett. B 144 (1984) 273.
- [Le-86] C. N. Leung *et al.* Z. Phys. C 31 (1986) 433.
- [Lo-60] F. Low. Phys. Rev. 120 (1960) 582.
- [Lo-65] F. Low. Phys. Rev. Lett. 14 (1965) 238.
- [Me-88] P. Mery *et al.* Z. Phys. C 38 (1988) 579.
- [No-87] S. F. Novaes. *Produção de Partículas Pesadas em Colisões Hadrônicas*. Tese de Doutorado. IF-USP, 1987.
- [Pa-89] E. Papageorgiu. Phys. Rev. D 40 (1989) 92.
- [Pa-90] E. Papageorgiu. Phys. Lett. B 250 (1990) 155.
- [Pe-84] R. D. Peccei. Phys. Lett. B 136 (1984) 121.
- [Pe-90] B. Petersson. in VIIIth Int. Conf. on Ultra-relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Menton, France, May 1990.
- [Pi-91] F. Pisano and V. Pleitez. preprint IFT P-01/91.
- [Qu-83] C. Quigg. Gauge Theories of the Strong, Weak, and Eletromagnetic Interactions. Benjamin/Cummings Pub. 1983.
- [Qu-90] A. Queijeiro and D. Tun M. Z. Phys. C 47 (1990) 63.
- [Ra-90] J. Rau *et al.* J. Phys. G: Nucl. Phys. 16 (1990) 211.
- [Re-86] F. Rennard. in VIIth Int. Works. on Photon-Photon Collisions. ed. by A. Courau and P. Kessler. World Sc. 1986. p.246.
- [Re-82a] F. M. Rennard. Z. Phys. C 14 (1982) 209.
- [Re-82b] F. M. Rennard. Phys. Lett. B 116 (1982) 269.
- [Re-82c] F. M. Rennard. Phys. Lett. B 116 (1982) 264.
- [Re-84] F. M. Rennard. Phys. Lett. B 139 (1984) 449.
- [Ri-85] T. G. Rizzo. Phys. Rev. D 32 (1985) 43.
T. G. Rizzo and J. A. Robinson. Phys. Rev. D 33 (1986) 2608.
- [Ru-90] C. Rubbia. in Large Hadron Collider Works. CERN 90-10, vol. I, p. 9.
- [Ry-89] Z. Ryzak. Nucl. Phys. B 289 (1989) 901.
- [Sa-90] H. Satz. in Large Hadron Collider Works. CERN 90-10, vol. I, p. 188.
K. J. Abraham *et al.* in Large Hadron Collider Works. CERN 90-10, vol. II, p. 1224.
- [Sh-80] G. L. Shaw *et al.* Phys. Lett. B 94 (1980) 57.
- [Sr-81] Y. Srivastava. in Fourth Int. Coll. in Photon-Photon Interactions 1981. World Sc. ed. by G. London, 1981. p.39.
- [Su-87] M. Suzuki. Int. J. Mod. Phys. A 2 (1987) 1333.

- [Ta-87] A. Tacla. Tese de Mestrado. Instituto de Física Teórica da UNESP. 1988.
- [Te-73] H. Terazawa. *Rev. Mod. Phys.* **45** (1973) 615.
- [tH-80] G. 't Hooft, *in* Recents Developments in Gauge Theories. ed. by G. 't Hooft *et al.* Plenum Press. 1980.
- [To-64] B. de Tollis. *Il Nuovo Cim.* **32** (1964) 757.
- [To-65] B. de Tollis. *Il Nuovo Cim.* **35** (1965) 1182.
- [To-71] B. de Tollis. *Il Nuovo Cimento A* **2** (1971) 733.
- [To-84] Y. Tomozawa. *Phys. Lett. B* **139** (1984) 455.
- [We-34] C. F. Weizsäcker. *Z. Phys.* **88** (1934) 612.
- [We-87] N. Wermes. *in* Proc. of the Works. at Future Accelerators, CERN 87-07, vol. II, p.305.
A. K. Nandi. *in* Proc. of the Works. at Future Accelerators, CERN 87-07, vol. II, p.270.
F. Cornet and R. Rückl. *in* Proc. of the Works. at Future Accelerators, CERN 87-07, vol. II, p.287.
- [Wi-35] E. J. Williams. *K. Dan. Vidensk. Selsk. Mat.-Fyz. Medd.* **13** (1935) n 4.
- [Ya-50] C. N. Yang. *Phys. Rev.* **77** (1950) 242.

