UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“Júlio de Mesquita Filho”
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

ZAQUEU VIEIRA OLIVEIRA

A CLASSIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS MATEMÁTICAS E A *MATHESIS UNIVERSALIS* NOS SÉCULOS XVI E XVII: UM ESTUDO DO PENSAMENTO DE ADRIAAN VAN ROOMEN

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemáitca.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira

Apoio: FAPESP. Processo nº: 2011/20315-0

Rio Claro - SP

2015

510.09 Oliveira, Zaqueu Vieira
O48c A classificação das disciplinas matemáticas e a Mathesis Universalis nos séculos XVI e XVII : um estudo do pensamento de Adriaan van Roomen / Zaqueu Vieira Oliveira. - Rio Claro, 2015
193 f. : il., figs., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcos Vieira Teixeira

1. Matemática - História. 2. Adriaan van Roomen. 3. Séculos XVI e XVII. 4. Classificação das matemáticas. 5. Quaestio de certitudine mathematicarum. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

ZAQUEU VIEIRA OLIVEIRA

A CLASSIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS MATEMÁTICAS E A *MATHESIS UNIVERSALIS* NOS SÉCULOS XVI E XVII: UM ESTUDO DO PENSAMENTO DE ADRIAAN VAN ROOMEN

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemáitca.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira (Orientador) – IGCE-UNESP-Rio Claro

Prof. Dr. Carlos Henrique Barbosa Gonçalves – EACH-USP-São Paulo

Prof. Dr. Fàbio Maia Bertato – CLE-UNICAMP-Campinas

Prof. Dr. Fumikazu Saito – CESIMA-PUC- São Paulo

Prof. Dr. Thomás Augusto Santoro Haddad – EACH-USP-São Paulo

Rio Claro, 06 de maio de 2015.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço a Deus por ter me auxiliado e iluminado meus caminhos; por ter me dado coragem para transpor os obstáculos que não cessam de aparecer; por ter me dado perseverança para enfrentar todos os empecílios que a vida me trouxe; por ter colocado ao meu lado inúmeras pessoas especiais que servem de apoio e me sustentam nos momentos de dificuldade; e por ter me dado grandes vitórias, muitas das quais nunca havia sonhado conquistar, como a de executar este trabalho.

À minha mãe Eurides Pereira Vieira Oliveira, minha irmã Juliane Vieira Oliveira e meu saudoso pai José de Oliveira Vieira por sempre estarem ao meu lado; pessoas ajudadoras, especiais e exemplos de família bondosa, humilde e unida; por terem me incentivado a seguir caminhos retos; e por terem me ensinado a respeitar, a amar ao próximo e a ter fé em Deus.

Ao Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira pela preciosa amizade; pela hospitalidade com que me recebeu na cidade de Rio Claro; pelo carinho e paciência ao me acolher como seu orientando; e pelos ensinamentos e inúmeros momentos que nos reunimos para elaborar, discutir e decidir os rumos deste trabalho.

Aos Profs. Dr. Carlos Henrique Barbosa Gonçalves, Dr. Fábio Maia Bertato, Dr. Fumikazu Saito e Dr. Thomás Augusto Santoro Haddad por participarem da banca examinadora, pelos valiosos conselhos e pelo grande apoio que me forneceram para a realização desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. Henrique Leitão por ter me recebido carinhosamente no Centro Interuniversitário de História da Ciência e da Tecnologia (CIUHCT) da Falcudade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL). As conversas e diálogos com o professor Henrique e com os demais membros do grupo foram decisivas para o andamento desta pesquisa.

À Profª. Drª. María Elena Infante-Malachias, minha grande amiga; pelos seus conselhos sempre sábios e divinos; pelo discernimento e ensinamentos que só uma pessoa carismática e iluminada por Deus pode transmitir.

Aos meus amigos que são as verdadeiras colunas que me firmam nos momentos mais difíceis de minha vida e me trazem inúmeros momentos de alegria.

Também agrdeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) por ter financiado esta pesquisa e concedido uma Bolsa de Estágio de Pesquisa no Exterior (BEPE) para estar por dois meses CIUHCT da FCUL em Portugal.

RESUMO

Durante os séculos XVI e XVII é possível encontrar diversos estudos acerca da classificação das disciplinas, suas especificidades e diferenças. Pensadores desse período como Petrus Ramus (1515-1572), Christoph Clavius (1538-1612), Adriaan van Roomen (1561-1615) e Francis Bacon (1561-1626) se debruçaram sobre o tema não somente para classificar, organizar e hierarquizar aquelas disciplinas que eles denominavam de "disciplinas matemáticas", mas também para estudar a natureza do conhecimento matemático buscando compreender se o tipo de demonstração realizada pelas disciplinas matemáticas produzia um conhecimento certo e indubitável, além de estabelecer relações com outras áreas, principalmente com a filosofia. Neste trabalho, analiso a obra *Universae Mathesis Idea* (1602) e o *liber primus* da *Mathesis Polemica* (1605), as quais contêm uma pequena descrição das dezoito disciplinas que van Roomen denomina de "matemáticas". Tais disciplinas estão divididas em dois grupos: as matemáticas principais que são subdivididas em matemáticas puras (logística, *prima mathesis*, aritmética e geometria) e mistas (astronomia, uranografia, cronologia, cosmografia, geografia, corografia, topografia, *topothesis*, astrologia, geodesia, música, óptica e *euthymetria*); e as matemáticas mecânicas (*sphaeropoeia*, *manganaria*, *mechanopoetica*, *organopoetica* e *thaumatopoetica*) que estão relacionadas ao uso e construção de máquinas, assunto que está diretamente relacionado à instrumentação matemática, que se desenvolveu bastante naquele período. O autor traz ainda um breve capítulo sobre as disciplinas que ele nomeia de "quase matemáticas". A descrição das disciplinas matemáticas de van Roomen inclui dentre outras coisas, o objeto de estudo, os princípios, o lugar em relação às demais disciplinas e a utilidade de cada uma. Buscarei não somente contribuições para estudos sobre a vida e obra de van Roomen, mas também procurarei entender alguns aspectos do estatuto filosófico da matemática naquele tempo. Além disso, interesso-me em relacionar o estudo do pensamento de van Roomen acerca da classificação das matemáticas com outros dois temas importantes ligados à matemática do período: a tentativa de uma criação de uma *mathesis universalis*, ou seja, um conhecimento universal que seria capaz de demonstrar o conhecimento produzido por qualquer disciplina matemática e os debates em torno da *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*, ou seja, se o conhecimento demonstrado pelas matemáticas poderia ser considerado correto segundo os cânones da filosofia aristotélica. Pretendo deixar alguns apontamentos demonstrando que o conjunto destes debates também está relacionado ao estatuto social da matemática.

Palavras-chave: Adriaan van Roomen. História da Matemática (séculos XVI e XVII). Classificação das Matemáticas. *Mathesis Universalis*. *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*.

ABSTRACT

During the sixteenth and seventeenth centuries we can find many studies on the classification of disciplines, their specifities and differences. Scholars of this period as Petrus Ramus (1515-1572), Christoph Clavius (1538-1612), Adriaan van Roomen (1561-1615) and Francis Bacon (1561-1626) not only dedicated to sort, organize and prioritize those disciplines they denominated of "mathematical disciplines", but also to study the nature of mathematical knowledge in order to understand if the type of statement made by mathematical disciplines produced a certain and indubitable knowledge, and to establish relatioships with other áreas, specially with philosophy. in this thesis, I analyse the work *Universae Mathesis Idea* (1602) and the *liber pirmus* of *Mathesis Polemica* (1605), wich contain a short description of the eighteen disciplines wich van Roomen calls "mathematics". Such disciplines are divided into two groups: the principal mathematics wich are subdivided into pure mathematics (logistics, prima mathesis, arithmetic, and geometry) and mixed mathematics (astronomy, uranography, chronology, cosmography, geography, chorography, topography, topothesis, astrology, geodesy, music, optics, and euthymetria); and mechanical mathematics (sphaeropoeia, manganaria, mechanopoetica, organopoetica, and thaumatopoetica) that are related to the use and construction machinery, a subject that is directly related to mathematics instrumentation, which developed quite period. The author also presentes a brief chapter about the subjects he calls the "almost mathematics". The description of van Roomen's mathematical disciplines includes among other things, the object of study, the principles, the place in relation to other disciplines and the usefulness of each. Seek contributions to studies on the life and work of van Roomen, and also try to understand some aspects of the philosophical status of mathematics at the time. Furthermore, I am interested in relating the study of van Roomen's classification of mathematics with two other importante issues related to mathematics of the period: the attempt of creating a mathesis universalis, ie, a universal knowledge that would be able to demonstrate the knowledge produced by any mathematical disciplines, and the debates about the quaestio de certitudine mathematicarum, that is, if the knowledge demonstrated by the mathematical sciences could be considered correct according to the canons of Aristotelian philosophy. I want to leave some notes showing that all these debates i salso related to social status of mathematics.

Key-words: Adriaan van Roomen. History of Mathematics (16th and 17th Centuries). Classification of the Mathematics. *Mathesis Universalis*. *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO E ROTEIRO DE LEITURA

Durante os séculos XVI e XVII, diversos estudiosos europeus, tais como Alessandro Piccolomini (1508-1579), Francesco Barozzi (1537-1604), Giuseppe Biancani (1566-1624) e Benito Pereira (1536-1610), questionaram o estatuto epistemológico da matemática praticada e estudada naquele período da história. A própria palavra "matemática" tinha outro significado, diverso do atual. Considerando isto, o principal objetivo deste trabalho é explorar o campo de conhecimento matemático estudado naquela época. Como ponto de partida, coloco o seguinte questionamento: O que era entendido como conhecimento matemático no fim do século XVI e início do século XVII?

Buscar o que era entendido como conhecimento matemático no fim do século XVI e início do século XVII me levaria a uma análise de infinitas obras e autores, pois o assunto foi abordado por diversos homens de saber do período. Por isso, o foco de minha pesquisa será entender o que era considerado conhecimento matemático a partir do pensamento de Adriaan van Roomen (1561-1615). Posso começar a responder o questionamento acima dizendo que, em seu modo de pensar, o conhecimento matemático seria formado por um conjunto de disciplinas, ou seja, ele o considerava como "matemáticas", no plural. Sobre o assunto, van Roomen dedicou pelo menos duas de suas obras, a *Universae Mathesis Idea* e a *Mathesis Polemica*, além de comentários e capítulos em outros trabalhos. Não me restringirei aos trabalhos de van Roomen e citarei trechos de obras como a *Scholarum Mathematicarum Libri Unus et Triginta* de Petrus Ramus (1515-1572), o *Euclidis Elementorum Libri XV* de Christoph Clavius (1538-1612) e a *Regulae ad Directionem Ingenii* de René Descartes (1596-1650), porém reafirmo que o foco será dado no pensamento do matemático belga.

A *Universae Mathesis Idea* de 1602 e o *liber primus* da *Mathesis Polemica* publicada em 1605 – que teve como origem a obra *Universae Mathesis Idea* – são as minhas principais fontes de análise para este trabalho. Nelas, van Roomen aborda justamente o conjunto daquelas disciplinas que acredita ser/fazer parte das matemáticas. Além de fazer uma análise do conteúdo das obras, buscarei entender as motivações para publicação das duas obras. Também utilizo como fonte de pesquisa outros trabalhos do autor cujos temas têm alguma ligação com aqueles abordados nas obras citadas acima, por exemplo, a *Ouranographia sive Caeli Descriptio* de 1591, a *Ideae Mathematicae Pars*

Prima de 1593 e a *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis* de 1597.

Não posso deixar de levar em consideração que o conjunto de disciplinas matemáticas abordado por van Roomen não era um consenso entre os homens de saber daquele tempo. Na Antiguidade, na Idade Média e naquele período houve inúmeras classificações das disciplinas matemáticas. Além disso, ocorreram outras discussões acerca do conhecimento matemático que estava sendo praticado naquela época – a *mathesis universalis* e a *quaestio de certitudine mathematicarum*.

Neste trabalho, apontarei alguns questionamentos que poderão ser estudados em pesquisas posteriores. Os diferentes debates que estavam em curso na Europa nos séculos XVI e XVII no âmbito da matemática, nomeadamente três: a classificação das disciplinas matemáticas, a *quaestio de certitudine mathematicarum* e a *mathesis universalis* se não estavam intimamente relacionados, pelo menos devem ter influenciado uns aos outros.

Quero mostrar com este trabalho que existe uma complexidade em definir o objeto de estudo da matemática ao longo da história e, por isso, não se pode pensar que ela é uma disciplina cujos objetos são somente os números e as formas geométricas. Pelo contrário, a matemática esteve extrema e intimamente ligada às diversas áreas do conhecimento, apesar de não se encontrarem tão relacionadas atualmente, e esta relação com outras áreas nos mostra que, naquele tempo, os objetos de estudo de diversas disciplinas matemáticas podiam ser coisas tidas como concretas como, por exemplo, os sons musicais e as esferas celestes.

Além disso, as discussões tidas como científico-acadêmicas no âmbito das matemáticas provavelmente estavam ligadas a fatores sociais. Por isso, em alguns momentos quero abordar o que chamarei de lugar ou estatuto social da matemática. O termo pode levar a uma ampla interpretação principalmente devido à palavra “social”. Porém, quero com este termo, me referir principalmente a dois fatos:

- Ao modo como a matemática era pensada dentro das universidades. Sabemos que a filosofia e a teologia exerciam o papel mais importante e fundamental dentro das universidades europeias naquele tempo. Por outro lado, a matemática e as ciências naturais careciam de espaço neste ambiente fazendo com que os estudiosos destas áreas dependessem do auxílio de um nobre.
- O segundo aspecto é a maneira como os estudiosos da matemática buscavam mostrar a importância da matemática tentando inseri-la nas atividades manuais e mecânicas daquele tempo. Foi muito comum publicar tratados de áreas que não eram comumente consideradas parte da matemática – como a arquitetura, a

construção de instrumentos científicos, a atividade bélica, etc. – os quais se referiam às demonstrações matemáticas.

Abordarei alguns aspectos desse tema no capítulo 7 e nas Considerações Finais.

Logo abaixo segue um roteiro do que o leitor encontrará neste trabalho, o qual está dividido em duas partes. Na primeira delas, composta pelos capítulos 1 e 2, abordarei algumas questões contextuais para que o leitor compreenda alguns aspectos da vida e atividade matemática de van Roomen. Além disso, trago uma descrição das obras de van Roomen que são objetos de estudo deste trabalho. Na segunda parte, ou seja, nos capítulos 3 a 7, passo a descrever a classificação e as definições de cada uma das disciplinas matemáticas abordadas nas obras de van Roomen.

No primeiro capítulo trago uma breve biografia de van Roomen complementando com o título de suas obras matemáticas e uma lista de seus principais correspondentes.

No segundo capítulo descrevo as duas principais fontes deste estudo: a *Universae Mathesis Idea* de 1602 e a *Mathesis Polemica* de 1605. Apresento ao leitor as semelhanças entre o conteúdo das duas obras, uma análise da dedicatória da *Mathesis Polemica* e alguns aspectos da materialidade – estudo das fontes tipográficas, letras capitulares e das figuras, bibliotecas que possuem exemplares das obras atualmente – das duas obras.

No terceiro capítulo descrevo as ideias gerais da classificação das disciplinas matemáticas feita por van Roomen, o lugar delas em relação ao restante do conhecimento, quantas são as disciplinas e como estão organizadas entre si.

No quarto capítulo começarei a abordar as disciplinas matemáticas propriamente ditas. Tais disciplinas estão organizadas em grupos e subgrupos, de modo que nesse capítulo tratarei das disciplinas pertencentes ao conjunto das matemáticas puras. Iniciarei com as matemáticas puras universais: a *supputatrix* ou logística e a *prima mathesis* ou *mathesis universalis*. Farei uma comparação da *supputatrix* com a aritmética, em seguida, mostrarei como van Roomen descreve tal disciplina. Depois, trarei uma perspectiva histórica acerca da *mathesis universalis* e, finalmente, tendo como base a *Universae Mathesis Idea*, a *Mathesis Polemica* e a *In Archimedis Circuli Dimensionem* – obra em que van Roomen debateu mais largamente a *mathesis universalis* – descreverei o conceito elaborado pelo autor para tal "conhecimento universal". Deicarei ainda uma subseção para tratar brevemente do pensamento de van Roomen e Descartes acerca da *mathesis universalis*. Nas seções seguintes, analisarei as duas disciplinas matemáticas puras especiais: a aritmética e a geometria.

Nos dois capítulos seguintes discutirei o conceito de matemáticas mistas e que tipo de objetos podem ser matematizados tanto na visão de van Roomen, quanto na de outros autores, por exemplo, Tomás de Aquino. O leitor perceberá que van Roomen divide tais disciplinas em dois subgrupos, um em que o objeto é celeste e outro em que é corruptível, ou seja, as coisas terrestres. Por ser um conjunto amplo de disciplinas, dedicarei o quinto capítulo às disciplinas que têm como objeto as coisas celestes – a astronomia, a uranografia, a astrologia, a cronologia, a cosmografia, a geografia e outras disciplinas afins – e o sexto para as que têm as coisas terrestres como objeto de estudo – a geodesia, a música, a óptica e a *euthymetria*.

No sétimo capítulo abordarei conjuntamente as disciplinas matemáticas que van Roomen classifica como mecânicas – a *sphaeropoeia*, a *manganaria*, a *mechanopoetica*, a *organopoetica* e a *thaumatopoetica* – e também as ciências denominadas como quase matemáticas.

Finalizarei este trabalho com algumas Considerações Finais nas quais buscarei mostrar alguns pontos de importância desta pesquisa. Por exemplo, (i) fazer uma revisão da classificação das matemáticas de van Roomen; (ii) como o contexto social no qual os debates matemáticos dos séculos XVI e XVII – a classificação das disciplinas matemáticas, a *quaestio de certitudine mathematicarum* e a *mathesis universalis* – pode ter motivado van Roomen e outros matemáticos a se envolverem nestas discussões.

Peço ao leitor especial atenção a três temas que serão discutidos ao longo do trabalho: Primeiro, as duas obras objetos de estudo deste trabalho podem nos mostrar alguns fatos sobre a produção científica no período de van Roomen, pois quase a totalidade das páginas do *liber primus* da *Mathesis Polemica* de 1605 é exatamente igual às da *Universae Mathesis Idea* de 1602. Buscarei mostrar (i) as evidências do reaproveitamento das páginas de uma obra em outra e também (ii) o que van Roomen acrescentou na nova obra.

O segundo ponto é entender o conceito de *mathesis universalis* elaborado por van Roomen. A partir disso, discutirei brevemente que a obra de van Roomen pode ter exercido uma possível influência no pensamento de Descartes.

O terceiro ponto, partindo da leitura de algumas pesquisas atuais (publicadas em livros e artigos), percebe-se que três dos diferentes debates matemáticos ocorridos nos séculos XVI e XVII – a classificação das matemáticas, a *quaestio de certitudine mathematicarum* e a *mathesis universalis* – têm sido tratados separadamente. No final deste trabalho, deixarei alguns apontamentos para pesquisas posteriores mostrando que se os três temas não estiveram diretamente ligados então, pelo menos, influenciarem-se entre si de modo que não podem ser entendidos como coisas separadas, mas sim como um amplo debate em torno do conhecimento matemático daquele tempo. Um dos pontos de união pode ser dentre diversos fatores o que denomino de estatuto ou lugar social da matemática.

***

É importante salientar que em alguns pequenos trechos de tradução de fragmentos da obra de van Roomen ou mesmo de outros trabalhos em latim, às vezes mostrarei logo em seguida entre parênteses o trecho em latim. Faço isso somente nos trechos que acredito que seja necessário mostrar ao leitor as palavras latinas originais. O trecho completo em latim sempre estará numa nota de rodapé. Também enfatizo que as principais citações do trabalho foram colocadas em destaque utilizando o mesmo tamanho de fonte do restante do texto, porém em itálico, e separadas por asteriscos (***) do restante do texto. Os asteriscos também são utilizados para separar trechos que tratam de temas um pouco diferenciados do que aquele que antecede.

***

Ao utilizar termos como "ciência", "matemática", "conhecimento", "conhecimento científico" e "conhecimento matemático" tenho em mente que eles podem levar a uma infinidade de significados dependendo do momento histórico em questão. Entretanto, quero deixar claro ao leitor que, neste trabalho, meu interesse é descrever brevemente alguns pontos especificamente da história da ciência e da história da matemática europeia buscando entender como alguns estudiosos daquela região definiram o conhecimento matemático. Meu foco principal será entender o que era considerado conhecimento matemático no final do século XVI e início do século XVI. Uma prática corrente naquele tempo era dividir o conhecimento matemático em um conjunto de disciplinas científicas. Mais especificamente, me interesso em entender como van Roomen classifica tais disciplinas em suas obras *Universae Mathesis Idea* e *Mathesis Polemica*. O conhecimento matemático daquele período é totalmente diferente do que é considerado hoje em dia. Não quero fazer uma análise anacrônica, mas é interessante ressaltar que as disciplinas matemáticas daquele período abarcavam um amplo conjunto de conhecimentos, muitos dos quais, atualmente não fazem parte do campo da matemática, como a cosmografia, a astrologia, a geografia ou a óptica.

A historiadora da ciência Ana Maria Alfonso-Goldfarb afirma que o modelo tradicional de análise na história da ciência teve bastante interesse nas fontes originais e primárias, "porém, respeitou pouquíssimo o contexto histórico dos documentos, tomando ciências recentes como parâmetros para verificar supostos fracassos em evoluções de ciências anteriores". Para a autora, isso é a causa de anacronismo e de problemas na compreensão da classificação e organização do conhecimento científico do passado (ALFONSO-GOLDFARB, 2008).

Buscarei entender as influências do estatuto epistemológico da matemática naquele tempo. Ocorre que nos séculos XVI e XVII ocorreram diversos debates em torno da questão da certeza das matemáticas (*quaestio de certitudine mathematicarum*): de um lado, filósofos tentavam mostrar que as disciplinas matemáticas não poderiam ser consideradas ciência a partir dos princípios aristotélicos ainda bastante respeitados e considerados naquela época; de outro lado, os matemáticos buscavam demonstrar, principalmente através do conhecimento produzido pela aritmética e pela geometria, que as matemáticas possuíam sim um conhecimento certo e perfeito e que poderia ser descrito pelos princípios de Aristóteles. A *quaestio de certitudine mathematicarum* é especificamente um debate epistemológico acerca da certeza da matemática, diferente do estatuto social da matemática que debaterei mais à frente. Além disso, alguns estudiosos se dedicaram à descrição de um conhecimento universal (*mathesis universalis*) baseado na artimética e na geometria que seria capaz de demonstrar todo e qualquer conhecimento.

Por trás destes debates, existem interesses, pois no cerne das universidades, a filosofia era a área predominante. Quem se interessava por estudar matemática, normalmente realizava seus estudos com os auxílios de um nobre, ou o fazia nas horas livres, assim como van Roomen fez durante parte de sua vida. Deste modo, entendo que os matemáticos que entraram nestes debates estavam em busca de um estatuto melhor para eles mesmos, ou seja, para que pudessem ter seu lugar dentro dos colégios jesuítas e das universidades que não fosse subordinado à filosofia.

Ainda relacionado a isso, a fim de que a matemática pudesse ter outro estatuto, muitos estudiosos escreveram trabalhos nos quais mostravam a importância e aplicabilidade da matemática em diversas áreas do conhecimento, como na arquitetura e na guerra.

Este trabalho pretende estudar a classificação das matemáticas de van Roomen sob um ponto de vista em que a historiografia, a epistemologia e o contexto são norteadores. A perspectiva historiográfica nos auxilia a entender os diferentes momentos históricos, suas particularidades e especificidades. A epistemologia nos introduz na discussão filosófica acerca da produção do conhecimento científico e matemático ao longo da história, mas também especificamente ao modo como van Roomen concebia o conjunto de disciplinas matemáticas. O contexto também é importante, pois, por trás de toda a história que pretendemos abordar, existe um contexto social que interfere direta e/ou indiretamente no conhecimento científico e matemático produzido.

> *"Por historiográfica, entendemos a "escrita da história", ou seja, os diferentes níveis discursivos presentes nas obras de história da ciência. Designamos por epistemológica, a análise interna dos documentos por meio da qual procuramos reconstituir a episteme de uma época, ou seja, a concepção de conhecimento, bem como os critérios de validade desse mesmo conhecimento devidamente contextualizado. E, por contextual, referimo-nos às relações sociais, políticas e culturais que podem ser detectadas nos próprios documentos, ou seja, o processo que é flagrado ao mobilizamos instrumentos de análise que possibilitem recortar a malha analítica na qual se inserem os documentos considerados para a análise"* (SAITO, 2013b).

Esta perspectiva de história da ciência que pretende envolver as três esferas de análise (historiográfica, epistemológica e contextual) busca valorizar o processo de construção do conhecimento. As perspectivas mais tradicionais enfocam suas pesquisas nos resultados, mas as novas tendências buscam compreender o processo para que tal resultado tenha sido atingido.

> *"Desse modo, em vez de adotar uma perspectiva normativa e filosófica, atuais tendências historiográficas da história da ciência têm insistido na necessidade de contextualizar o conhecimento científico, procurando compreender a ciência do passado tal como ela era vista no passado, e não como ela deveria ser vista segundo uma perspectiva filosófica pré-concebida. Em outros termos, para compreendermos a natureza da ciência, por meio de seu processo de construção histórica, é preciso avançar além da própria caracterização formal da ciência moderna"* (SAITO, 2013a, p. 190).

Também é interessante levar em consideração o debate feito por James A. Secord (2004) acerca da circulação do conhecimento. Os questionamentos com os quais Secord inicia sua análise são: "Como e porque o conhecimento circula?"[1] e "Como o conhecimento para de ser uma propriedade exclusiva de um único indivíduo ou grupo e se torna parte do conhecimento garantido de um grupo muito maior de pessoas?"[2] Segundo Secord, "isso envolve questões da natureza social do conhecimento, tomando seriamente as consequências das perspectivas filosóficas que são largamente aceitas pelos historiadores

---

[1] "How and why does knowledge circulate?".
[2] "How does it cease to be exclusive property of a single individual or group and become part of the taken-for-granted understanding of much wider groups of people?".

da ciência"[3] (SECORD, 2004, p. 655, tradução nossa). Não pretendo aplicar literalmente os questionamentos de Secord nesta pesquisa, pois eu consequentemente fugiria do objetivo central do trabalho. Porém, é importante citar a perspectiva de Secord procurando notar que o conhecimento matemático produzido e praticado no fim do século XVI e início do XVII e os debates em torno dele podem ser tratados como um fenômeno social e também como um intercâmbio de conhecimento entre diferentes estudiosos daquele tempo, como por exemplo, através das visitas pessoais, trocas de correspondência e feiras de livros.

Secord afirma ainda que "um modelo padrão para historicizar a ciência é localizar partes específicas de um trabalho em um contexto tão apertado quanto possível, vinculando-os inevitavelmente às condições de sua produção"[4]. Mesmo que nos últimos anos as perspectivas historiográficas tenham mudado este tipo de pesquisa ainda pode ser encontrada e, consequentemente, não é surpreendente encontrarmos estudos muito fechados e que resultaram em controvérsias (SECORD, 2004, p. 657, tradução nossa). Busco então, de um modo bastante amplo, estudar os debates matemáticos que ocorreram nos séculos XVI e XVII como produtos de inúmeros fatores – científicos, sociais, políticos, religiosos, etc. Porém, não tenho a intenção de "encaixá-los" num modelo pré-estabelecido de ciência. É óbvio que encontramos aspectos importantes na ciência e na matemática que são comuns daquele período, porém, não podemos reduzir as possibilidades de estudo da prática científica de um dado período a um contexto apertado.

Então, espera-se que o leitor consiga compreender não somente o conteúdo das obras de van Roomen, mas também outras questões inerentes à prática matemática daquele período.

***

Ainda a título de introdução, é importante comentar alguns pontos acerca da atividade matemática no renascimento e como elas aparecem nas práticas de van Roomen. Segundo Bockstaele (1976), três características definem um típico matemático renascentista:

"Em contraste com as realizações na literatura, pintura, arquitetura e

---

[3] "...this involves issues of the social nature of knowledge, taking seriously the consequences of philosophicla perspectives that are widely accepted by historians of Science".

[4] "A standard model for historicizing science is to locate speific pieces of work in as tight a contexto as possible, binding them ineluctably to the conditions of their production".

> *astronomia, o renascimento não produziu nenhum resultado brilhante na matemática. Nesse campo, o período foi primariamente responsável pela redescoberta e absorção dos trabalhos gregos. Igualmente importante para o crescimento da matemática foi o reestabelcimento de suas intimas conexões com a ciência e a tecnologia. Durante o século XVI, a astronomia e a cronografia, a geografia e a navegação, a pintura e a arquitetura foram muito estimuladas pelos estudos da matemática. Característicos dos matemáticos renascentistas são seus interesses pela prática tanto quanto pelos aspectos puramente científicos de sua ciência”*[5] (BOCKSTAELE, 1976, p. 1, tradução nossa).

Com certeza, é bastante questionável a afirmação de Bockstaele e como não é foco deste trabalho, não me atreverei a discutir se a matemática atingiu ou não algum “resultado brilhante” no tempo de van Roomen. O que me interessa nesta citação são as características que ele mostra serem típicas de um matemático daquele tempo.

O primeiro ponto se refere ao interesse pela produção científica grega. As obras publicadas por van Roomen evidenciam este interesse, pois o estudioso de Louvain sempre cita autores e obras da Antiguidade. A obra mais relevante neste sentido é a *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis* de 1597 que traz uma tradução latina e um estudo do texto de Arquimedes. A correspondência de van Roomen também nos mostra os estudos de problemas clássicos de construção, como a quadratura do círculo – que também aparece na obra de 1597 – e o chamado Problema de Apolônio (GONÇALVES & OLIVEIRA, 2010).

A primeira obra de van Roomen, a *Ouranographia sive Caeli Descriptio*, mesmo sendo publicada cerca de meio século após o *De Revolutionibus* de Nicolau Copérnico (1473-1543), traz uma abordagem da astronomia geocêntrica com base na filosofia aristotélica (OLIVEIRA, 2012, OLIVEIRA, no prelo). No caso das obras *Universae Mathesis Idea* e *Mathesis Polemica*, o autor evidencia sua intelectualidade nas coisas clássicas sempre mostrando a origem grega dos diversos nomes das disciplinas matemáticas, assim como citando inúmeros autores e trabalhos produzidos na Antiguidade. A partir destas três obras percebe-se claramente a posição de van Roomen frente às filosofias da Antiguidade normalmente tomando o pensamento aristotélico como base para seus estudos.

Outro interesse pela Antiguidade pode ser evidenciado através de seus estudos buscando criar uma disciplina que possuiria um conhecimento universal, a *mathesis*

---

[55] “In contrast with achievements in literature, painting, archicteture and astronomy, the Renaissance did not produce any brillant new results in mathematics. In this field the period was primarily one of rediscovery nnd absorption of the Greek Works. Equaly importante for the growth of mathematics was the reestablishment of its intimate connections with science and technology. During the sixteenth century, astronomy and ahronography, geography and navigation, painting and architecture much stimulated the study of mathematics. Characteristic of of the Renaissance mathematician is their interest in the practical as well as the purely scientific aspects of their science".

universalis. O tema, como veremos mais adiante, não é novo, e possui raízes nos *Comentários aos Elementos de Euclides* escrito por Proclus (412-485). A publicação da obra de Proclus, no tempo de van Roomen, ocorreu primeiramente em 1533 por Simon Grynaeus (1493-1541) que, como apêndice à sua edição dos *Elementos* de Euclides, trouxe uma versão em grego do Comentário de Proclus. Posteriormente, em 1560, foi publicada uma edição latina do mesmo livro por Barozzi. Nessa obra, Proclus enfatizou os princípios e teoremas que são comuns a todas as disciplinas matemáticas. Essa obra estimulou muitos matemáticos e filósofos do renascimento – como Alessandro Piccolomini, Petrus Ramus, Benito Pereira, van Roomen, Conrad Dasypodius (1530-1601) e Johann Heinrich Alsted (1588-1638) – a restaurar e construir uma nova filosofia da matemática buscando uma ciência que fosse capaz de englobar todo o conhecimento matemático, uma ciência que deveria abordar todos os princípios e propriedades que são comuns a todas as quantidades, ciência que foi denominada por diferentes nomes tais como *mathematica generalis*, *prima mathesis* ou *mathesis universalis* (BOCKSTAELE, 2009, p. 2; SASAKI, 2004, p. 342).

O segundo ponto citado por Bockstaele trata das relações entre a matemática e outras áreas da ciência e da tecnologia. Como veremos no decorrer deste trabalho,

> *“A disciplina matemática no século XVI era considerada, mais comumente, matemáticas, no plural, pelo que se entendia um conjunto de disciplinas relacionadas. Essa multiplicidade das matemáticas provinha de uma tradição antiga, que, dentre outras coisas, intentava determinar uma classificação para as disciplinas matemáticas. Assim, ao longo de vários séculos, diversos autores, como Platão, Anatólio de Alexandria, Proclo, Isidoro de Sevilha, Luca Pacioli e Cristóvão Bruno, elaboraram em suas obras considerações sobre as divisões e partes que compõem esse grupo de disciplinas. O conceito de quadrivium ilustra bem a situação. Suas partes são, na classificação mais comum, exatamente as disciplinas matemáticas: aritmética, geometria, música e astronomia”* (GONÇALVES & OLIVEIRA, 2010, p. 150).

O ponto citado por Bockstaele, se não for tratado com o devido cuidado, pode nos levar a uma análise anacrônica da atividade matemática renascentista. Isso porque as matemáticas daquele tempo já abordavam por si só um conjunto de disciplinas que hoje estão separadas. Neste sentido, a frase de Bockstaele, que diz que “a astronomia e a cronografia, a geografia e a navegação, a pintura e a arquitetura foram muito estimuladas pelos estudos da matemática”[6] já inclui disciplinas que são parte da matemática. Seria mais correto afirmar que atividades práticas e artísticas como a navegação, a pintura e outras artes, a arquitetura e a atividade bélica podem ter sofrido influências das disciplinas matemáticas – como a cosmografia, a geografia, a óptica, a astronomia, etc. – e vice-versa.

[6] Veja nota de rodapé anterior.

O terceiro aspecto apontado por Bockstaele é o interesse pelas "práticas científicas". "Com essa expressão, queremos nos referir às práticas de trabalho, isto é, os modos de proceder, os instrumentos a que se podia recorrer, a divisão do trabalho, enfim, aspectos que transcendem a história das técnicas matemáticas" (GONÇALVES & OLIVEIRA, 2010, p. 151).

Na correspondência, van Roomen cita a utilização de calculadores para a realização de cálculos de tabelas de senos, tangentes e secantes, mostrando ser esta uma tarefa bastante exaustiva. Segue abaixo um trecho de uma carta sem data enviada ao padre jesuíta e diretor do Colégio Romano, Clavius:

> *"Mas isso [a construção das tabelas] pode ser feito a não ser com imenso trabalho e longuíssimo tempo. De fato, são requeridos 324000 senos; outras tantas tangentes e outras tantas secantes. Por isso, ainda que o Reverendo Padre tenha dez calculadores, dos quais cada um ache dez senos quotidianamente, ainda assim serão requeridos 3240 dias para a tabela de senos somente, isto é, cerca de nove anos. Outro tanto para a tabela das tangentes e outro tanto para a tabela das secantes"*[7] (BOCKSTAELE, 1976, p. 261, tradução nossa)

Ainda sobre as atividades de cálculos, cito um trecho da carta enviada a Clavius em 17 de setembro de 1597.

> *"Pois, no cálculo defendo que sou livremente muito desembaraçado e certo. Admirar-se-ia às vezes com as extrações de raízes, veria uma extração às vezes requerer oito ou nove folhas de papel, enquanto extraio raízes quadradas ou cúbicas ou outras a partir de números de quarenta casas e mais"*[8] (BOCKSTAELE, 1976, p. 128, tradução nossa).

Ainda neste sentido, no renascimento, as disciplinas matemáticas estavam muito mais intimamente ligadas à mecânica. Segundo van Roomen, as disciplinas mecânicas são aquelas que além de estudarem as quantidades – objetos de estudo de qualquer disciplina matemática – ainda têm como foco o uso e a construção de instrumentos científicos.

Além dos pontos oferecidos por Bockstaele, quero enfatizar outro assunto importante no período, o intercâmbio científico. A correspondência de van Roomen ainda existente foi publicada numa edição crítica por Bockstaele (1976; 1992) e é composta por uma extensa lista de correspondentes que não está restrita somente a estudiosos como Clavius, Joseph Justus Scaliger (1540-1609), Christoph Grimberger (1561-1636), Ulisse

---

[7] "Verum id non nisi imenso labore, longissimoque tempore fieri potest. Requiruntur anim sinus 324.000; totidem tangentes et totidem secantes. Quare etiamsi Reverendus Pater haberet decem calculatores, quórum singuli quotidie decem invenirent sinus, ad sinuum tamen tabulam solam requirerentur dies 3240, hoc est anni circiter novem. Tantumdem ad tabulam tangentium, et tantumdem ad secantium tabulam".

[8] "Nam in calculo potissium me expeditum libere assero et certum. Miraretur aliquando radicum extractiones, videret unam extractionem nonnunquam requirere octo vel novem folia chartae, dum ex numeris quadrigentarum literarum et plurimum extraho radices quadratas vel cubicas vel alias".

Aldrovandi (1522-1605), Justus Lipsius (1547-1606), Johannes Kepler (1571-1630) e Giovanni Antonio Magini (1555-1617), mas inclui ainda Jan Moretus (1543-1610), impressor de obas em Antuérpia, Julius Echter von Mespelbrunn (1545-1617), príncipe-bispo de Wurceburgo e Hans Georg Herwart von Hohenburg (1553-1622), um estadista da Bavária. Infelizmente parte da correspondência foi perdida, porém sabe-se que manteve contato com outros estudiosos como Ludolph van Ceulen (1540-1610), François Viète (1540-1603) e Philip van Lansberge (1561-1632).

Um estudo de parte da correspondência entre van Roomen e Clavius mostra que esta era uma das maneiras utilizadas para debaterem os assuntos científicos em desenvolvimento naquele momento. Além disso, as cartas possuem conteúdo extracientífico, abordando dentre outras coisas assuntos pessoais e religiosos (GONÇALVES & OLIVEIRA, 2007; GONÇALVES & OLIVEIRA, 2010).

O intercâmbio científico também ocorria nas feiras de livros. Van Roomen participou assiduamente das feiras semianuais, antes da Páscoa e no início do outono nas cidades de Frankfurt e Mainz, onde procurava informar-se sobre as novas publicações e estudos nas áreas de seu interesse. Também aproveitava as feiras para enviar cartas a alguns estudiosos através de livreiros.

> *"De modo geral, van Roomen teve grande interesse e dedicou toda a sua vida aos assuntos científicos de sua época. Seus escritos abarcam diversas áreas da ciência, como a matemática, a astronomia, a física, a meteorologia, a geografia, a cronologia, a medicina e outros assuntos dentre os quais a pirotécnica, a farmacologia e a botânica. Muitas de suas obras são compilações de trabalhos de outros autores mostrando um amplo conhecimento da literatura, da ciência e da filosofia da Antiguidade, da Idade Média e de seus contemporâneos. Mas, em matemática, isto é bem diferente, pois ele mostra um pensamento original tanto através das suas ideias sobre a mathesis universalis, quanto nas obras sobre trigonometria, como no seu cálculo para o número π com 16 casas decimais, nas quais mostra-se um exímio calculador. Como dissemos anteriormente, como médico, foi o primeiro professor do curso de medicina na Universidade de Wurceburgo. Foi respeitado por seus colegas e honrado como um homem de ensino e um matemático competente"* (OLIVEIRA, 2011, pp. 33-34).

Assim, o contexto acadêmico, social, religiosos e cultural no qual van Roomen elabora sua classificação das disciplinas matemáticas deve ser compreendido como algo complexo, percebendo as inúmeras influências dos diversos estudiosos e estudos que ele teve acesso naquele momento. A escrita das obras *Universae Mathesis Idea* e *Mathesis Polemica* devem ser entendidas num contexto amplo das atividades matemáticas praticadas naquele momento histórico.

PRIMEIRA PARTE: O CONTEXTO

1. ADRIAAN VAN ROOMEN

1.1 Breve Biografia de van Roomen

Adriaan van Roomen, também conhecido pelo seu nome latino Adrianus Romanus, nasceu em 29 de setembro de 1561, em Louvain na atual Bélgica, e faleceu em Mainz na Alemanha, no dia 04 de maio de 1615, retornando de Wurceburgo para os Países Baixos de uma viagem que fez para cuidar de problemas de saúde (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

De acordo com a dedicatória de sua obra *Ideae Mathematicae Pars Prima* de 1593, van Roomen estudou matemática e filosofia no Colégio dos Jesuítas em Colônia. Depois disso, estudou medicina, primeiro em Colônia, depois na Universidade de Louvain e se aperfeiçoou em Bolonha na Itália (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Na carta de 11 de maio de 1592 para Christoph Clavius (1538-1612), van Roomen se refere á viagem que fez em abril de 1585 para Roma, na qual conheceu Clavius:

> *"Reverendo padre, ainda que agora talvez eu te pareça desconhecido, contudo, estando em Roma, vacante o assento por causa da morte de Gregório XIII, eu estava habituado a reunir-me a vossa reverência, então também tratávamos das coisas Aritméticas e principalmente das Algébricas"*[9] (BOCKSTAELE, 1976, p. 92, tradução nossa).

Foi provavelmente nesta viagem quando recebeu o grau de licenciado em medicina (*medicinae licenciatus*) (BOCKSTAELE, 1976).

Entre 1586 e 1592, foi professor de matemática e de medicina na Universidade de Louvain, sendo que, durante o ano de 1592, foi reitor dessa Universidade por seis meses (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Em 1591, publicou sua primeira obra, a *Ouranographia sive Caeli Descriptio* ou, em português, *Uranografia ou a Descrição do Céu*. Esta obra está dividida em três livros, sendo que o primeiro traz uma descrição geral dos corpos celestes e os outros dois tratam dos círculos do primeiro céu e do primeiro móvel, respectivamente (OLIVEIRA, 2011; OLIVEIRA, 2012; OLIVEIRA, no prelo).

---

[9] "Salultem plurimum. Reverende Pater, licet hoc tempore forsan tibi ignotus sim, sede tamen ob mortem Gregorij xiij vacante, Romae existens, Reverentiam vestram convenire solitus eram; tum quoque agebamus de rebus Arithmeticis, et potissimum Algebraicis".

Sua segunda obra, a *Ideae Mathematicae Pars Prima*, dedicada a Clavius, é o primeiro de alguns trabalhos que van Roomen dedicou ao cálculo de cordas no círculo. Traz ainda três métodos para o cálculo de lados de polígonos regulares e o cálculo do número π com 16 casas decimais (BUSARD, 1970-1990).

No início de 1593, van Roomen tornou-se o primeiro professor de medicina da recém-fundada Universidade de Wurceburgo, onde deu sua primeira aula em 17 de maio daquele ano e por dez anos se dedicou a essa atividade – nem sempre com entusiasmo, como podemos ver na carta de 11 de novembro de 1593 para Clavius, pois não encontrava tempo suficiente para os estudos matemáticos (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

> *"No que se refere a meus estudos, muito a profissão médica me retarda as matemáticas, porque aqui eu sozinho exerço o cargo de professor, de outro modo, teria feito maiores progressos na tabela de senos; contudo, lentamente progrido, em breve com a ajuda da graça divina, haverei de editar algum espécime, só a falta de impressores convenientes me retarda"*[10] (BOCKSTAELE, 1976, p. 106, tradução nossa).

O trecho acima nos mostra como van Roomen era diretamente afetado pelo estatuto da matemática dentro das universidades em que atuava. Para sobreviver tinha que se dedicar muito mais ao ensino da medicina e, muitas vezes, deixar de lado os estudos matemáticos de seu interesse.

Por três vezes, em 1596, 1599 e 1602, foi decano da faculdade de medicina da Universidade de Wurceburgo (BOCKSTAELE, 1966).

No dia 8 de julho de 1594, recebeu o diploma de doutor em medicina em Bolonha. Em 1596, foi para Genebra para discutir questões sobre a publicação de sua obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis*. Este trabalho, que foi publicada somente no ano seguinte, traz o texto em grego e uma tradução latina da *Dimensão do Cìrculo* de Arquimedes e refutações para a quadratura do círculo que Joseph Justus Scaliger (1540-1609) e outros matemáticos se vangloriavam de ter encontrado (BOCKSTAELE, 1976).

Entre 1596 e 1603, foi matemático do capítulo da Catedral de Wurceburgo. Durante o verão de 1598, van Roomen foi a Praga, onde o Imperador Rudolph II (1552-1612) muito provavelmente lhe deu o título de Conde Palatino (*comes palatinus*) e Médico Imperial (*medicus caesareus*). Em 1599 ou 1600, voltou a essa cidade e se encontrou com

[10] "Ad studia mea quod attinet, valde me in mathematicis professio Medica retardat, quod solus adhuc hic professorem agam, alioqui majores progressus fecissem in tabula sinuum; lente tamen progredior, brevi aliquod specimen divina adjuvante gratia editurus, solus typorum convenientium defectus me retardat".

Tycho Brahe (1546-1601) e prossivelmente com Johannes Kepler (1571-1630) (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Em 1601, foi à França por três meses e durante sua estada visitou François Viète (1540-1603). Nessa viagem, Romano foi cuidar de seus problemas de saúde e dentre os lugares por que passou, foi tomar banhos nas águas termais de Schwaalbach perto de Wiesbaden (BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Devido a sua saúde debilitada, ficou ausente da Universidade de Wurceburgo por algum tempo em 1603. No final de 1604 ou no início de 1605, na sua volta para Louvain, ele foi ordenado sacerdote (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Em 1605, ao voltar para Wurceburgo, tornou-se cânone extra capitular (*canocicus extra capitularis*) do Capítulo da igreja de Neumünster. Durante os anos seguintes, viveu nas duas cidades – Louvain e Wurceburgo – contudo, pediu a renuncia de seu cargo como professor em Wurceburgo em 1607. Devido a suas muitas viagens, foi sempre muito difícil exercer as suas atividades como cânone (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Entre setembro de 1610 e julho 1612, foi a Zamość na Polônia ensinar matemática a Thomas Zamojski, filho do estadista e fundador do colégio dessa cidade Jam Zamojski. Durante sua estada na Polônia tornou-se conhecido do matemático polonês Jan Brożek (1585-1652), com quem manteve contato através de correspondência (BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

Van Roomen foi um visitante regular das feiras semianuais, que ocorriam antes da Páscoa e no fim de setembro, nas cidades de Frankfurt e Mainz procurando informar-se sobre as novas publicações e estudos nas áreas de seu interesse (BOCKSTAELE, 1966; BOCKSTAELE, 1976; BUSARD, 1970-1990).

O círculo de amizades de van Roomen foi bastante grande e, por isso, podemos dizer que seus estudos podem ter sofrido influência não somente de trabalhos da Antiguidade e da Idade Média, mas também de diversos estudiosos de seu tempo. Duas evidências disso são a correspondência deixada por ele e os relatos de suas inúmeras viagens. Sabemos que manteve contato com estudiosos como Clavius, Scaliger, Grimberger, Aldrovandi, Lipsius, Kepler e Magini, além de impressores de obras e nobres de seu tempo. Infelizmente parte de sua Correspondência foi perdida e não é possível ter acesso às cartas que manteve com van Ceulen, Viète e van Lansberge, por exemplo.

Como dito na Introdução, van Roomen dedicou seus estudos para uma variedade de assuntos científicos, como a matemática, a astronomia, a física, a meteorologia, a geografia, a cronologia, a medicina, a pirotécnica, a farmacologia e a botânica (RULAND, 1867). Suas obras mostram um amplo conhecimento da bibliografia e literatura de seu tempo, da Idade Média e da Antiguidade. Seus traalhos de matemática demonstram um pensamento original tanto através das suas ideias sobre a *mathesis universalis* quanto nas obras sobre trigonometria, como o seu cálculo para o número π com 16 casas decimais.

Neste trabalho, tento insirir van Roomen no debate acerca da classificação das matemáticas, da *mathesis universalis* e da *quaestio de certitudine mathematicarum*, mesmo que normalmente as atividades matemáticas tenham ficado em segundo plano devido as suas atividades de ensino de medicina nas universidades. A própria lista de trabalhos atribuídos a van Roomen contempla em sua maior parte teses de medicina (RULAND, 1867). Neste sentido, tentarei mostrar que van Roomen, quando escreve a *Universae Mathesis Idea* e a *Mathesis Polemica* se insere indiretamente nos diferentes debates que os estudiosos das matemáticas estavam envolvidos naquele momento da história.

2. DESCRIÇÃO DAS FONTES DE ESTUDO

2.1 Descrição Geral das Obras

A primeira das duas obras que utilizo como fonte de estudo foi publicada em 1602 em Wurceburgo[11] e o título completo é *Universae mathesis idea qua mathematicae universim sumptae natura, praestantia, usus & distributio brevissimè proponuntur*, ou em português, “Uma ideia do todo o conhecimento é proposta brevissimamente na qual a natureza, a excelência, o uso e a distribuição da matemática são tomados do geral” (Figura 2.1).

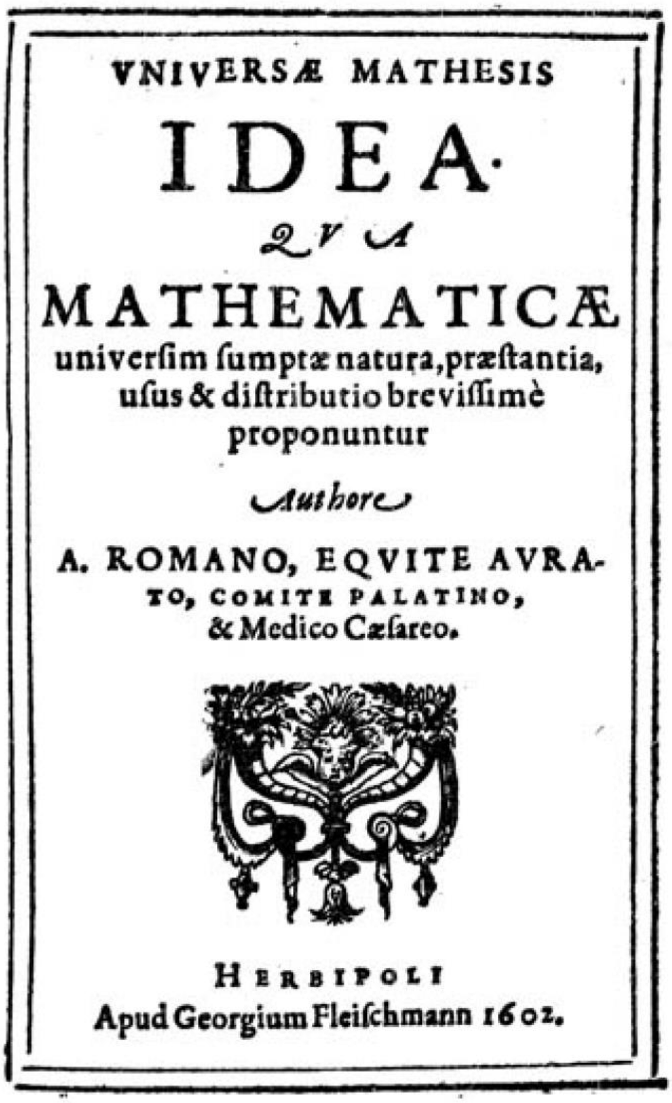

VNIVERSÆ MATHESIS
IDEA.
QVA
MATHEMATICÆ
univerſim ſumptæ natura, præſtantia,
uſus & diſtributio breviſſimè
proponuntur
Authore
A. ROMANO, EQVITE AVRATO, COMITE PALATINO,
& Medico Cæſareo.
HERBIPOLI
Apud Georgium Fleiſchmann 1602.

Figura 2.1: Frontispício da obra *Universae Mathesis Idea*.

[11] A cidade de Wurceburgo em latim era denominada como *Herbipolis* (como aparece no frontispício da obra) ou *Wirceburgum*.

A obra não possui prefácio nem dedicatória, é composta por 110 páginas e vinte capítulos cujos títulos estão relacionados na tabela abaixo (Tabela 2.1):

Tabela 2.1: Relação dos capítulos da obra *Universae Mathesis Idea*.

Capítulo	Título em Latim	Título em Português	Página
I	*De Mathematicae Generatim Sumptae Natura, Praestantia & Usu*	Sobre a Natureza, Excelência e Uso da Matemática Tomada no Geral	1
II	*De Mathematicae Divisione*	Sobre a Divisão da Matemática	14
III	*De Supputatrice*	Sobre a *Supputatrix*	17
IV	*De Prima Mathesi*	Sobre a *Prima Mathesis*	20
V	*De Arithmetica*	Sobre a Aritmética	21
VI	*De Geometria*	Sobre a Geometria	23
VII	*De Astronomia et Ouranographia*	Sobre a Astronomia e a Uranografia	26
VIII	*De Chronologia siue Chronometria*	Sobre a Cronologia ou Cronometria	33
IX	*De Cosmographia, Geographia & Affinibus*	Sobre a Cosmografia, a Geografia e afins	35
X	*De Astrologia siue Astromantia*	Sobre a Astrologia ou *Astromancia*	47
XI	*De Geodesia*	Sobre a Geodesia	51
XII	*De Musica*	Sobre a Música	53
XIII	*De Optica siue Perspectiva*	Sobre a Óptica ou Perspectiva	54
XIV	*De Euthymetria*	Sobre a *Euthymetria*	56
XV	*De Sphaeropoeia*	Sobre a *Sphaeropoeia*	59
XVI	*De Manganaria siue Mechanaria proprie dicta*	Sobre a *Manganaria* ou a *Mechanaria* propriamente dita	63
XVII	*De Mechanopoetica*	Sobre a *Mechanopoetica*	78
XVIII	*De Organopoetica*	Sobre a *Organopoetica*	80
XIX	*De Thaumatopoetica*	Sobre a *Thaumatopoetica*	96
XX	*De Quasi Mathematicis*	Sobre as Quase Matemáticas	100

O título da segunda obra, *Mathesis Polemica* (Figura 2.2) necessita inicialmente buscar a etimologia da palavra *polemica*. Tal palavra é uma latinização do adjetivo feminino grego πολεμικά que tem origem no substantivo πόλεμος que significa "guerra". Desse modo, o título em português deve ser traduzido como "A Matemática da Guerra". A obra foi publicada em 1605 em Frankfurt, é composta por 270 páginas e está dividida em três livros.

O primeiro é intitulado *Matheseos polemicae pars prima in qua de principiis ex mathesi desumendis* ou, em português, "Primeira parte da matemática da guerra na qual hão de ser selecionados [conhecimentos] sobre os princípios a partir do conhecimento". Acredito que este título queira nos informar que serão elencadas as principais disciplinas a partir de um campo geral do conhecimento que sejam úteis na atividade bélica.

Essa primeira parte da obra é composta por vinte capítulos que, com exceção dos dois primeiros capítulos, possuem os títulos e conteúdos exatamente iguais ao da *Universae Mathesis Idea* de 1602, inclusive com a mesma numeração de página. As implicações desta semelhança serão discutidas na seção 2.2.

O título do primeiro capítulo do *liber primus* da *Mathesis Polemica* é *De scientijs &*

artibus belli duci necessariis ou “Sobre as ciências e as artes necessárias ao condutor na guerra” e do segundo *Quaenam mathematicae sint duci vel utiles vel necessariae* ou “Quaisquer matemáticas seriam necessárias ou úteis ao condutor”.

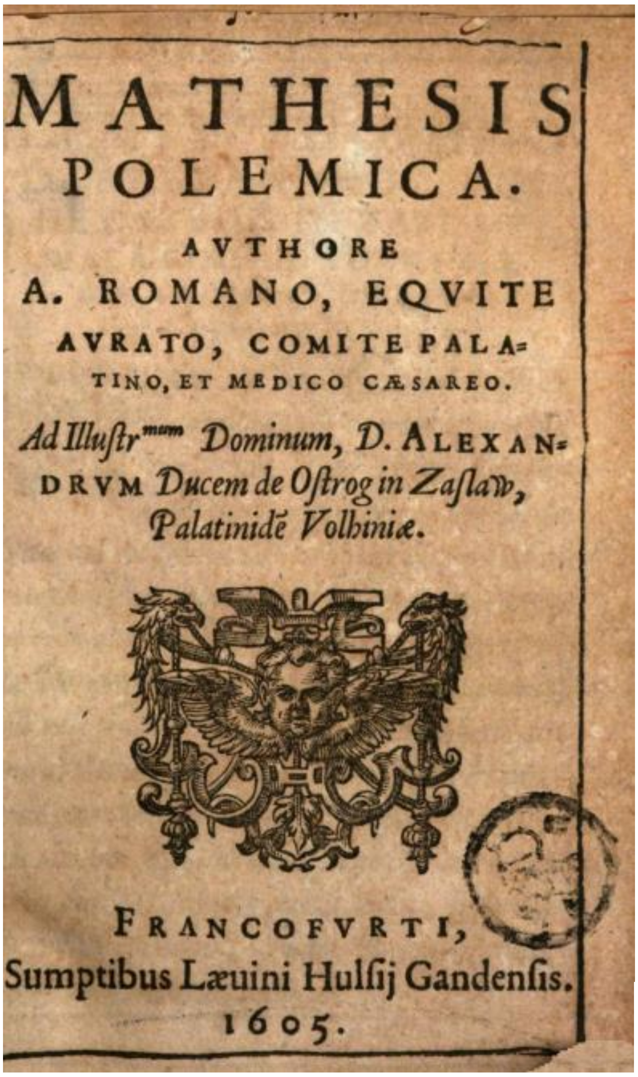


Figura 2.2: Frontispício da obra *Mathesis Polemica*.

A totalidade da *Universae Mathesis Idea* e o *liber primus* da *Mathesis Polemica* são os principais objetos de estudo deste trabalho e, através de uma leitura cuidadosa delas, descreveremos ao leitor o pensamento de van Roomen acerca da classificação das matemáticas, da certeza do conhecimento matemático e da *mathesis universalis* em seu tempo.

A segunda e terceira partes não serão objeto de análise deste trabalho, porém faremos uma breve descrição delas. O *liber secundus* da *Mathesis Polemica* é *Matheseos polemicae pars altera in qua lemmatibus paucis ratio dimetien[d]i loca inaccessibilia proponitur* ou “Outra parte da matemática da guerra na qual a razão de medir lugares inacessíveis é proposta com poucos lemas”, traz três lemas e é finalizada por uma *Tabula* *prosinuum respectu radij partium 1.000.000* ou "Tabela de tangentes[12] em relação ao raio de 1.000.000 partes".

Os lemas trazidos na segunda parte são problemas geométricos que são utilizados por van Roomen para mostrar que o condutor de um exército deve ter conhecimento suficiente de geometria e de outras matemáticas. As explicações e soluções para os lemas são dadas com a ajuda de três instrumentos matemáticos do período: o quadrante, o *gnomon* e o quadrado.

A terceira parte é *Matheseos polemicae pars tertia, in qua propositis militaribus mathesin requirentibus satisfit* ou "Terceira parte da matemática da guerra na qual é proposto satisfazer a matemática requerida pelos militares" é composta por um prefácio intitulado *Quaenam sint proposita militaria mathesin requirentia?* ou seja, "O conhecimento de que coisas militares propostas seriam requeridos?" Esta parte contém ainda os seguintes capítulos (Tabela 2.2):

Tabela 2.2: Relação dos capítulos do *liber tertius* da *Mathesis Polemica*.

Capítulo	Título em Latim	Título em Português
I	*De Investigatione Plagarum Mundi*	Sobre a investigação das regiões do mundo
II	*De Situs Arcis Descriptione*	Sobre a descrição da posição da cidade
III	*De Arcium Constructione*	Sobre a construção da cidade
IV	*De Scalatione*	Sobre a escalada
V	*De Cuniculorum Fossione*	Sobre a escavação dos túneis/das trincheiras
VI	*De Fontium vel Fluviorum Aversione*	Sobre a aversão das fontes e dos rios
VII	*De Tormentorum Explosione*	Sobre a explosão das tormentas

A obra possui em seu início uma dedicatória – que será detalhada mais à frente – ao duque Aleksander Zaslawski de Ostrog, cidade localizada atualmente em território ucraniano.

2.2 Semelhanças e diferenças nas obras de 1602 e 1605

O *liber primus* da *Mathesis Polemica* de 1605 é exatamente igual à *Universae Mathesis Idea* de 1602 com exceção dos dois primeiros capítulos. Á partir de uma primeira análise, temos algumas evicências de que van Roomen pode ter reaproveitado as folhas da obra de 1602 nas impressões do trabalho de 1605[13].

Um dos fatos a considerar é que a *Mathesis Polemica* de 1605 possui prefácio,

[12] Segundo Busard (1970-1990, p. 533), "em sua terminológa, van Roomen imitou Viète usando as expressões "*prosinus*" e "*transinuosa*" para tangente e secante, respectivamente". Confirmamos a afirmação de Busard utilizando alguns dados da tabela, por exemplo: 30º0'=577.350; 45º0'=1.000.000; 60º0'=1.732.050; 89º60'=Infinito. Lembre-se que o raio utilizado é de 1.000.000.

[13] Segundo comunicação particular de Henrique Leitão, era comum o reaproveitamento de páginas.

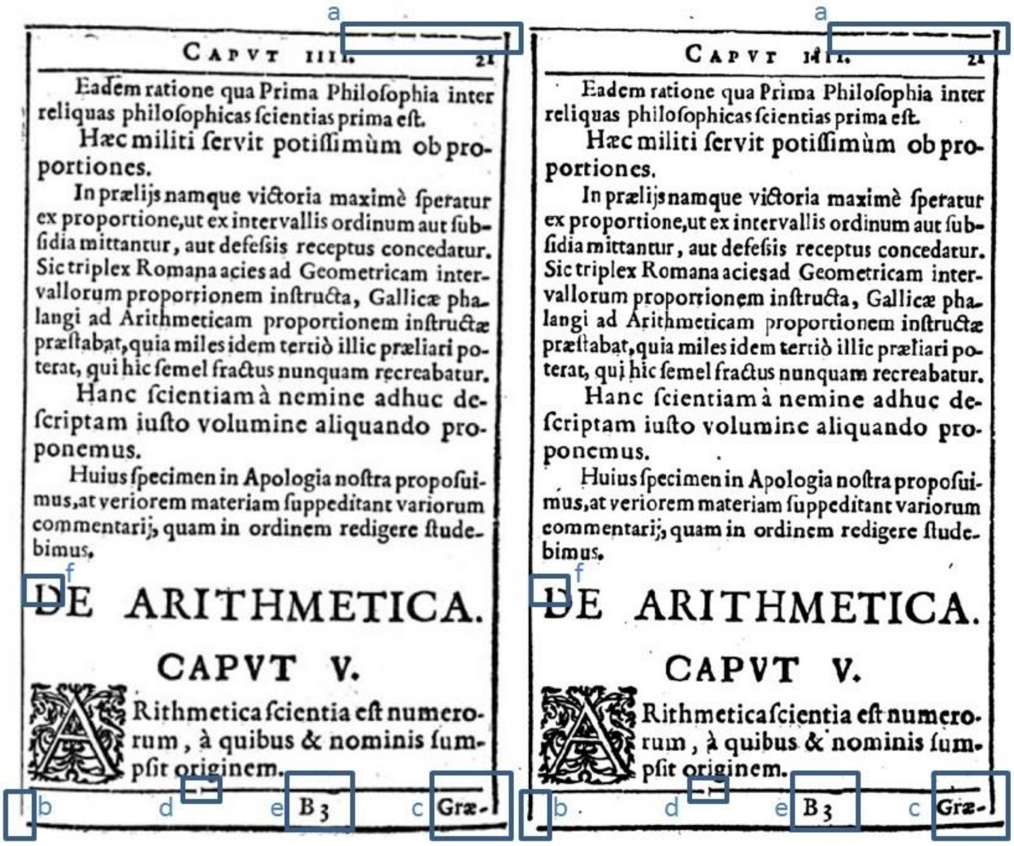
enquanto que a *Universae Mathesis Idea* de 1602 não. Então, podemos conjecturar que para que conseguisse acomodar o prefácio, o autor reescreveu os dois primeiros capítulos de modo que ocupassem uma quantidade menor de páginas e pudesse continuar a paginação a partir do terceiro capítulo.

O inicio da *Universae Mathesis Idea* de 1602 está organizado da seguinte maneira: frontispício, em seguida, uma página em branco e, posteriormente, o primeiro capítulo inicia-se na terceira página, o segundo na página 14 e o terceiro na página 17. Já a *Mathesis Polemica* de 1605 está organizada assim: após o frontispício, tem uma página em branco e, em seguida, a dedicatória ocupando 14 páginas, porém sem nenhuma numeração. O primeiro capítulo inicia-se na página 13, o segundo na página 15, e o terceiro na página 17. Como a dedicatória possui 14 páginas, logicamente o primeiro capítulo deveria ter início na página 15, porém o autor o inicia na página 13. Acredito que o autor não tenha conseguido diminuir suficientemente nem a dedicatória, nem os dois primeiros capítulos e, desse modo, teve que acomodá-los com número de página errado para que conseguisse realizar o aproveitamento de páginas a partir do terceiro capítulo.

A reescrita dos dois primeiros capítulos provavelmente não ocorreu somente para acomodar a dedicatória, mas também foi importante para unir o conteúdo apresentado na primeira parte da obra – a divisão das matemáticas – com as outras duas partes – a importância e utilidade das matemáticas na atividade bélica. Então, apesar de ter ocorrido uma perda significativa de conteúdo referente à natureza, certeza e supremacia das matemáticas, van Roomen utiliza os dois primeiros capítulos para deixar claro que a ideia dessa nova obra é mostrar a importância das matemáticas na atividade bélica; querer justificar que o cundutor do exército deve dar importância às disciplinas matemáticas, principalmente às mistas, para que sua atividade na guerra seja aprimorada.

Além da paginação e conteúdo exatamente iguais, existem outros sinais que me permitem afirmar com um alto grau de certeza que houve o aproveitamento das páginas da obra publicada em 1602 na obra posterior. Primeiramente, ao observar as assinaturas – os códigos alfanuméricos que aparecem ao pé de algumas páginas, como, por exemplo, “B3” na página 21 (Figura 2.3) e “C2” na página 35 (Figura 2.4) – de ambas as obras são iguais. Tais assinaturas eram comumente usadas para facilitar a diagramação e a posterior montagem do livro: No caso da obra de van Roomen, que foi produzida em 8º, inicialmente cada fólio recebia a impressão de oito páginas na frente e oito no verso e, em seguida, alguns fólios eram empilhados, no que se chamavam cadernos, depois dobrados e cortados, e esses códigos evitavam confusão na organização das páginas após o corte.

Na obra de van Roomen as assinaturas estão padronizadas da seguinte maneira: aparece numa página a assinatura que vou denominar genericamente com a letra “X”; daí, as assinaturas seguintes aparecem em páginas intercaladas, ou seja, a assinatura “X2” aparece na terceira página, “X3” na quinta página, “X4” na sétima página e “X5” na nona página. A segunda, quarta, sexta, oitava, e da décima até a décima sexta páginas não possuem assinaturas. Estas dezesseis páginas é a soma das oito páginas impressas na frente e as oito paginas impressas no verso do fólio. Na décima sétima página recomeça novamente o ciclo das assinaturas com a próxima letra, como por exemplo, “Y”, ou seja, esta página já pertence a outro fólio.


CAPVT IIII. 21

Eadem ratione qua Prima Philoſophia inter reliquas philoſophicas ſcientias prima eſt.

Hæc militi ſervit potiſſimùm ob proportiones.

In prælijs namque victoria maximè ſperatur ex proportione,ut ex intervallis ordinum aut ſubſidia mittantur, aut defeſsis receptus concedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem inſtructa, Gallicæ phalangi ad Arithmeticam proportionem inſtructæ præſtabat,quia miles idem tertiò illic præliari poterat, qui hic ſemel fractus nunquam recreabatur.

Hanc ſcientiam à nemine adhuc deſcriptam iuſto volumine aliquando proponemus.

Huius ſpecimen in Apologia noſtra propoſuimus,at veriorem materiam ſuppeditant variorum commentarij, quam in ordinem redigere ſtudebimus.

DE ARITHMETICA.

CAPVT V.

ARithmetica ſcientia eſt numerorum, à quibus & nominis ſumpſit originem.

B3 Græ-

Figura 2.3: À esquerda, página 21 da *Universae Mathesis Idea* de 1602 e à direita a mesma página da *Mathesis Polemica* de 1605. Nota-se a semelhança na linha que delimita a parte superior do retângulo, onde possui quatro falhas idênticas [a] e que a linha da lateral direita ultrapassa a superior [a]. No lado esquerdo inferior vê-se uma falha no fechamento das linhas inferior e esquerda [b] e no lado inferior direito, além de uma falha no fechamento das linhas, que a linha inferior ultrapassa a direita [c]. Percebe-se ainda que a linha que delimita a parte textual da assinatura também possui duas falhas [d, e], que as assinaturas “B3” e “Græ-” [e, c] e o fechamento da letra “D” no título do capítulo são idênticos [f].

Outro fato que corrobora com a hipótese de aproveitamento de páginas é o fato de que algumas letras possuem falhas exatamente iguais, como a letra “D” do título do quinto capítulo (Figura 2.3).

Há, além disso, sinais não textuais que confirmam que se trata da mesma impressão, como algumas pequenas falhas nos riscos que delimitam o retângulo de impressão das páginas (Figura 2.3) ou as chaves que aparecem nos diagramas (Figura 2.4), que jamais poderiam ser reproduzidos identicamente, pois os suportes para os tipos metálicos eram desmontados assim que terminavam de prensar a tiragem.

A obra de 1602, por não possuir dedicatória, também pode indicar que van Roomen pode ter se autofinanciado e isso permitiu que ele ficasse com os exemplares em seu poder. Isso pode ter facilitado a utilização das páginas que sobraram para a publicação de 1605. Porém dificilmente poderemos ter certeza do que realmente pode ter motivado o autor a utilizar as páginas de uma obra em outra.

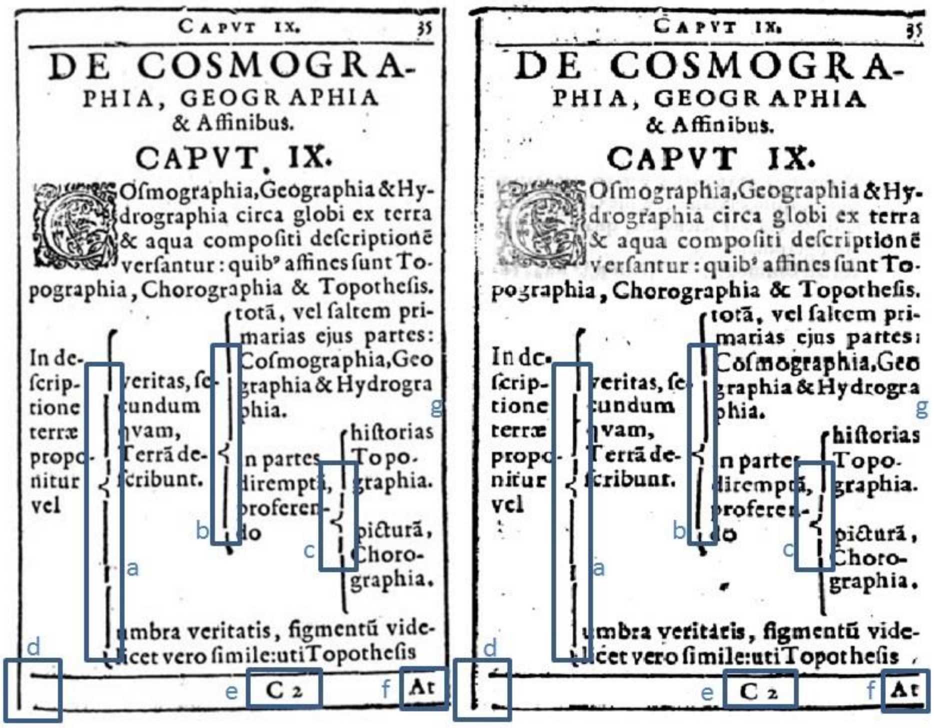


Figura 2.4: À esquerda, página 35 da *Universae Mathesis Idea* de 1602 e à direita a mesma página da *Mathesis Polemica* de 1605. Notamos que ocorrem falhas idênticas nas chaves dos diagramas [a, b, c] e no fechamento das linhas inferiores e da lateral esquerda [d]. Também é possível identificar o mesmo padrão nas assintauras “C2” e “At” [e, f]. A falta da linha lateral direita na obra de 1605 provavelmente não é uma falha tipográfica, mas sim um erro no momento de digitalização da obra [g].

Ficará para pesquisas posteriores analisar se realmente houve esse tal aproveitamento de páginas, pois na próxima seção apresentaremos um problema relacionado a uma das figuras que aparece na obra. Além do mais, é intrigante o fato de que ambas as obras não aparecem nos catálogos das feiras de livros de Frankfurt entre os anos de 1602 e 1606[14].

[14] Consltamos os *Catalogus universalis, hoc est designatio omnium librorum, qui hisce nundinis... Francofurtensibus & Lipsiensibus anno... vel novi vel emendationes & auctiores prodierunt* das feiras entre 1602 e 1606 disponíveis em: http://www.olmsonline.de/en/kollektionen/messkataloge

2.3 Fontes Tipográficas, Letras Capitulares e Figuras das Obras

Não é possível afirmar com certeza, mas é provável que quase todas as figuras apresentadas sejam xilogravuras[15]. A apresentada no frontispício da *Universae Mathesis Idea* de 1602 (Figura 2.5) parece não ser um brasão, nem possuir nada de especial. Parece uma simples figura com a função de ornamentar a obra. A mesma figura não volta a ser utilizada na obra de 1602, porém é apresentada no espaço final da última página do terceiro lema no *Liber Secundus* da *Mathesis Polemica* de 1605 (p. 192).

Figura 2.5: Xilogravura apresentada no frontispício da *Universae Mathesis Idea* e na página 192 obra *Mathesis Polemica*.

Ainda na *Universae Mathesis Idea* de 1602 é apresentada uma xilogravura no espaço final da última página da obra (p. 110). Tal figura é utilizada quatro vezes posteriormente na *Mathesis Polemica*: no frontispício, no espaço final da última página do *Liber Primus* (p. 110) e nas páginas inicial e final da *Tabula Prosinuum* (p. 193 e 232, respectivamente). Provavelmente esta figura não representa um brasão do duque Aleksander de Ostrog, a quem van Roomen dedica a obra, nem de um brasão do autor ou do impressor, pois caso a imagem possuísse alguma dignidade ou algum valor especial, ela provavelmente apareceria somente no frontispício. Em todos os casos, a figura é utilizada somente como forma de adornar um espaço que ficaria em branco. Percebe-se ainda que há uma pequena falha na figura apresentada no final da *Universae Mathesis Idea*, no final do *Liber Primus* da *Mathesis Polemica* e na *Tabula Prosinuumm* (Figura 2.6a); a única que aparece sem falha é a figura apresentada no frontispício da *Mathesis Polemica* (Figura 2.6b).

Quando não há espaço suficiente no fim de um capítulo para dar início a outro na mesma página são utilizados pequenas xilogravuras que também não possuem nada de especial, só têm a função de ocupar o espaço que ficaria em branco (Figura 2.7).

[15] É necessária uma pesquisa nos original para verificar se realmente se trata de uma xilogravura. Xilogravura é uma técnica de impressão na qual o desenho é feito na madeira deixando-se em relevo as partes que receberão a tinta. Para cada cor faz-se uma matriz. No caso das obras acima, só foi usada uma matriz com a cor preta. A impressão é feita por pressão vertical de cima para baixo (GARCIA, 1990, p. 166).

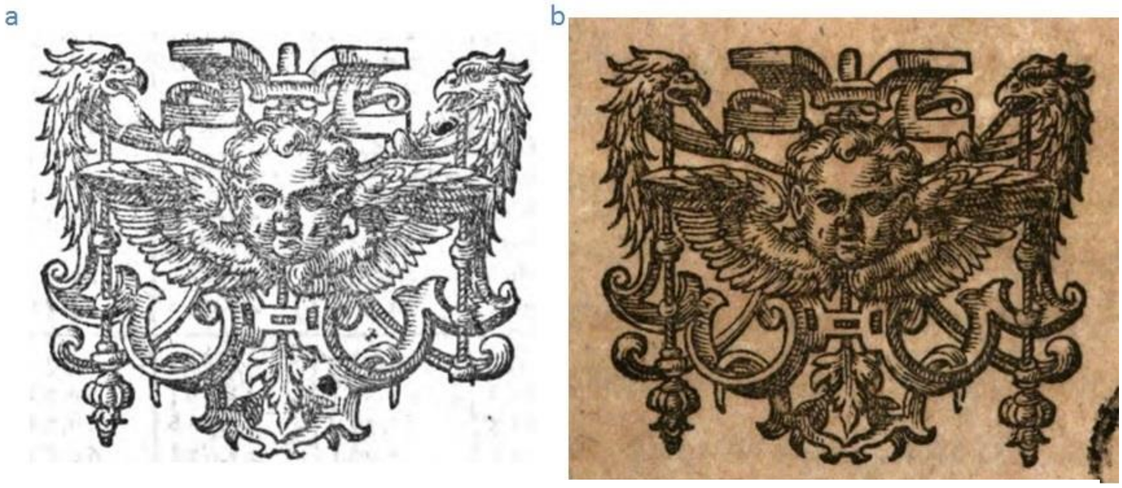


Figura 2.6a: Xilogravura (com falha no canto inferior direito) apresentada na página 110 da *Universa Mathesis Idea* e nas páginas 110, 193 e 232 da *Mathesis Polemica*.
Figura 2.6b: Xilogravura (sem falha) apresentada no frontispício da obra *Matheis Polemica*.

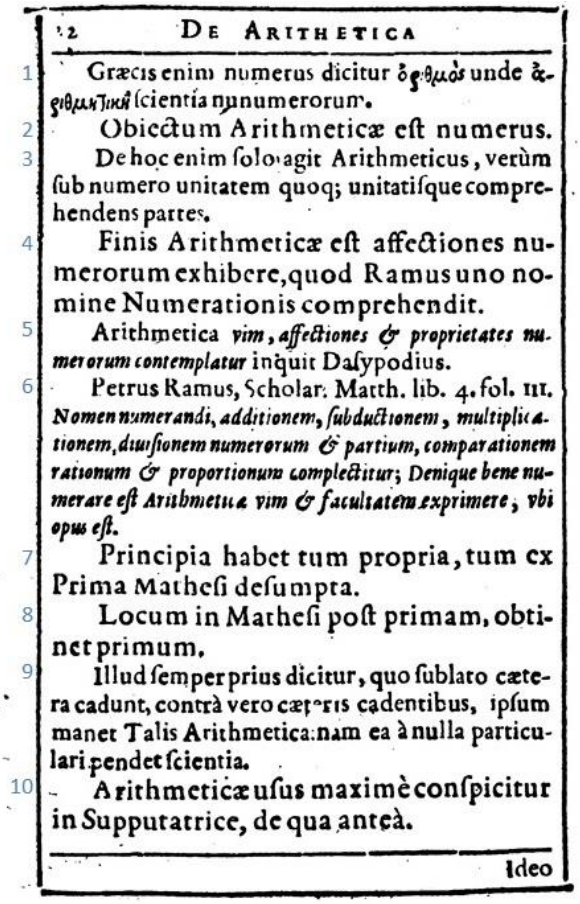
Em ambas as obras não se percebe nada de especial com as xilogravuras feitas para as letras capitulares. Em todos os casos da obra de 1602 e do *Liber Primus* da *Mathesis Polemica* de 1605, com exceção do segundo capítulo desta última, van Roomen utiliza uma letra capitular maior que o texto ao redor com algum ornamento em volta (Figura 2.8). No *Liber Secundus* da *Mathesis Polemica*, as letras capitulares com ornamento são apresentadas no início de cada um dos três lemas, já na maioria dos diferentes casos em que o autor busca demonstrar o lema, as letras são capitulares simples sem ornamento em volta. No *Liber Tertius*, as letras capitulares de início de cada capítulo foram impressas sem ornamentos, somente a capitular do prefácio deste *Liber* possui ornamentação ao redor.

Figura 2.7: Exemplos de xilogravuras apresentadas em ambas às obras para adornarem os espaços que ficariam em branco.

No que diz respeito às fontes utilizadas nas obras, as citações diretas feitas pelo autor no decorrer da *Universae Mathesis Idea* e do *Liber Primus* da *Mathesis Polemica* sempre estão em fonte itálica, como, por exemplo, as citações de obras de Konrad Dasypodius (1532-1600) e de Petrus Ramus (1515-1572) nos parágrafos 5 e 6, respectivamente (Figura 2.9). No *Liber Secundus*, a fonte itálica é utilizada para mostrar alguns teoremas (os *theoremata catholici* e os *theoremata speciales*) e para mostrar uma espécie de subtítulo em alguns exemplos e práxis na demonstração dos lemas. Porém, no caso do *Liber Secundus*, não me parece que há um padrão no uso da fonte itálica. No *Liber Tertius*, as fontes itálicas são utilizadas nos títulos e subtítulos dos capítulos, em algumas palavras e trechos que o autor quer mostrar ênfase. A dedicatória da *Mathesis Polemica* também é toda escrita com fonte itálica.

Figura 2.8: Exemplo de xilogravuras de capitulares ornamentadas.

Nota-se uma pequena variação no tamanho da fonte quando o autor apresenta o conteúdo dos capítulos. Em alguns casos, as letras estão em tamanho menor que o habitual.



12 DE ARITHETICA

1 Græcis enim numerus dicitur ὀριθμὸς unde ἀριθμητικὴ ſcientia numerorum.

2 Obiectum Arithmeticæ eſt numerus.

3 De hoc enim ſolo agit Arithmeticus, verùm ſub numero unitatem quoq; unitatiſque comprehendens partes.

4 Finis Arithmeticæ eſt affectiones numerorum exhibere, quod Ramus uno nomine Numerationis comprehendit.

5 Arithmetica *vim, affectiones & proprietates numerorum contemplatur* inquit Daſypodius.

6 Petrus Ramus, Scholar. Matth. lib. 4. fol. 111. *Nomen numerandi, additionem, ſubductionem, multiplicationem, diuiſionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur; Denique bene numerare eſt Arithmetica vim & facultatem exprimere, vbi opus eſt.*

7 Principia habet tum propria, tum ex Prima Matheſi deſumpta.

8 Locum in Matheſi poſt primam, obtinet primum.

9 Illud ſemper prius dicitur, quo ſublato cætera cadunt, contrà vero cæteris cadentibus, ipſum manet Talis Arithmetica: nam ea à nulla particulari pendet ſcientia.

10 Arithmeticæ uſus maximè conſpicitur in Supputatrice, de qua anteà.

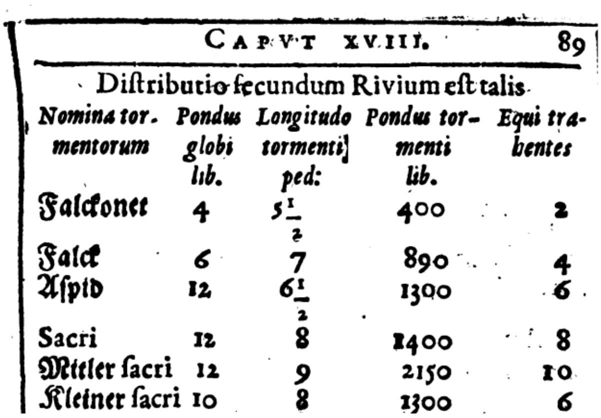
Ideo

Figura 2.9: Trechos com citações diretas em itálico (parágrafos 5 e 6), com fonte em tamanho menor que o habitual (parágrafos 1, 3, 5, 6 e 8) e com fonte grega (parágrafo 1).

No *Liber Primus*, percebe-se um padrão: isso ocorre quando o autor está descrevendo algo tratado no parágrafo anterior. Desse modo, percebe-se que o parágrafo com fonte menor é de alguma maneira subalterno ao parágrafo anterior, de fonte maior. No exemplo (Figura 2.9), o parágrafo 3 está subordinado ao parágrafo 2, pois o terceiro serve para explicar os motivos pelo qual "o objeto [de estudo] da aritmética é o número" apresentado anteriormente. O mesmo ocorre com os parágrafos 5 e 6 que são subordinados ao parágrafo 4 para explicarem a finalidade da aritmética e o parágrafo 9 serve para elucidar o parágrafo 8, ou seja, o motivo pelo qual a aritmética ocupa o primeiro lugar entre as matemáticas após a *mathesis universalis*. O parágrafo 1 está subordinado ao último parágrafo da página anterior que não é possível ver na figura.

Também é possível ver em alguns trechos da obra algumas palavras escritas com fontes gregas (Figura 2.9). Van Roomen as utiliza para mostrar o termo grego do qual uma palavra latina teve sua origem.

Ainda no que diz respeito às fontes, encontra-se nos capítulos XVII e XIX trechos escritos em alemão e com fontes góticas (Figura 2.10).


CAPVT XVIII. 89

Distributio secundum Rivium est talis.

Nomina tormentorum	Pondus globi lib.	Longitudo tormenti ped:	Pondus tormenti lib.	Equi trahentes
Falckonet	4	5 1/2	400	2
Falck	6	7	890	4
Aspid	12	6 1/2	1300	6
Sacri	12	8	2400	8
Mitler sacri	12	9	2150	10
Kleiner sacri	10	8	1300	6

Figura 2.10: Trecho da página 89 que possui algumas palavras escritas com fontes góticas.

O *liber secundus* traz três lemas demonstrados através do uso de três instrumentos: o quadrante, o *gnomon* e o quadrado. Ao explicar geometricamente o uso dos instrumentos, o autor utiliza figuras que provavelmente foram feitas utilizando a técnica de gravura com buril[16]. As páginas que contém tais figuras não estão numeradas.

Naquele momento da história, existia uma variedade de quadrantes, *gnomon's* e quadrados que os desenhos do autor não levam em consideração. Percebe-se que o autor pretende mostrar o princípio geral de cada instrumento. Por exemplo, na figura 2.11, que mostra a demonstração de um dos lemas com a utilização de um quadrante, a imagem não leva em consideração nenhum tipo específico de quadrante, mas mostra o princípio

[16] É necessária uma pesquisa no original para confirmar se esta figura foi realmente feita através da técnica de gravura com buril. Nesta técnica, desenha-se sobre a matriz, normalmente um metal, com lápis ou ponta. Em seguida, faz a gravação com um buril e outros instrumentos. As rebarbas provenientes dos sulcos feitos pelo buril são eliminados e a tintagem é feita por tampão ou rolos limpando as zonas em relevo e deixando a tinta somente nos sulcos. A impressão é feita na horizontal por dois cilindros que comprimem a folha contra a matriz (GARCIA, 1990, p. 169).

geométrico que serve para qualquer quadrante. O mesmo ocorre com as demais figuras.

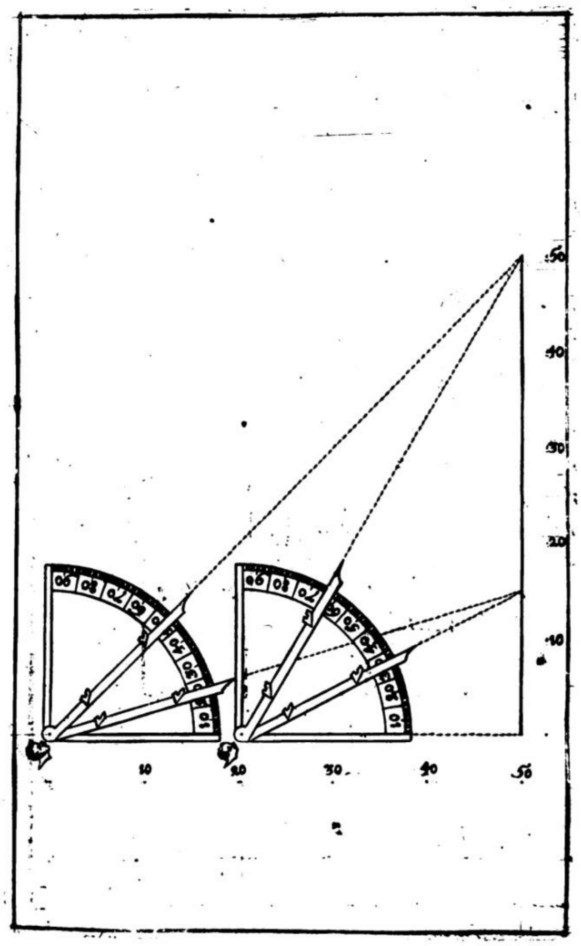


Figura 2.11: Página 126 da *Mathesis Polemica* que mostra uma figura geométrica na resolução do primeiro lema com o uso de um quadrante.

Em diversos trechos de ambas as obras, van Roomen utiliza ainda alguns esquemas com chaves para explicar suas ideias acerca de um determinado tema (Veja, por exemplo, a figura 2.4). A ideia por trás destes esquemas normalmente é mostrar uma hierarquização ou pelo menos uma organização dos conceitos abordados. Denominarei os esquemas elaborados por van Roomen de "diagramas"[17].

2.4 Exemplares das Obras

Numa pesquisa realizada em catálogos de bibliotecas pela internet[18] localizei seis exemplares da *Universae Mathesis Idea* – na *Bibliothèque Nationale de France*, na *Bibliothèque Interuniversitaire de la Sorbonne* (França), no *Eidgenössische Technische*

[17] Diagrama, de modo geral, é uma representação visual de um dado conceito. Os diagramas são usados nas diferentes áreas do conhecimento e podem ser feitos de inúmeras maneiras, de modo que existem diferentes nomes e regras para a elaboração de um diagrama. Aqui não pretendo traçar uma teoria sobre o tema, somente assumo o tipo de esquema elaborado por van Roomen com o nome geral de "diagrama".

[18] Fizemos a pesquisa em 20/02/2014 e utilizamos dois sites: o WorldCat <www.worldcat.org> e o The European Library <www.theeuropeanlibrary.org>.

Hochschule Zürich (Suíça), na *Staatsbibliothek zu Berlin - Preußischer Kulturbesitz* (Alemanha), na *Staats- und Stadtbibliothek Augsburg* (Alemanha) e na *Bayerische Staatsbibliothek* (Alemanha) – e quatro exemplares da *Mathesis Polemica* – na *Universiteit Leiden* (Holanda), na *Universität Bern* (Suíça), na *Universiteit Gent* (Bélgica) e na *New York Public Library* (Estados Unidos).

Para este estudo, utilizei uma cópia digitalizada da *Universae Mathesis Idea* da *Eidgenössische Technische Hochschule Zürich* e da *Mathesis Polemica* da *Universiteit Gent*.

2.5 Os Impressores das Obras

Abaixo trago uma breve biografia dos impressores das obras: Georgius Fleischmann da *Universae Mathesis Idea* e Laevinus Hulsius da *Mathesis Polemica*.

2.5.1 Georgius Fleischmann

Sobre o impressor da *Universae Mathesis Idea*, Georgius Fleischmann, não encontra-se nenhuma informação acerca de sua vida, sendo possível achar apenas o título de algumas obras impressas em sua oficina tipográfica. Citamos como exemplos, a edição de 1596 da *Institutionum dialecticarum libri VIII* de Pedro da Fonseca (1528-1599); o *Enchiridion, sive, Manuale confessariorum et poenitentium* de 1593 Martín de Azpilcueta (1491-1586); o *Kurtzer Bericht dess mineralischen Sauerbrunns zu Kissingen* de 1596 Johann Wittich (1537-1596).

No extenso artigo de Anton Ruland (1867), o autor traz uma lista das obras deixadas por van Roomen. Dentre os 56 trabalhos impressos publicados por van Roomen, 42 foram impressos por Fleischmann, quase todos são teses de medicina de seus alunos, mas também estão na lista alguns trabalhos matemáticos.

2.5.2 Laevinus Hulsius

Levinus ou Laevinus Hulse nasceu em Ghent por volta de 1546 e já com uma idade tenra demonstrou facilidade para o estudo das línguas e das matemáticas nos seminários e universidades de seu país. Posteriormente, converteu-se ao protestantismo, graças aos ensinamentos de Martinho Lutero (1483-1546) que estavam se propagando pela Alemanha, e se tornou um dos grandes defensores da Reforma. Um decreto do rei da Espanha, naquele tempo senhor dos Países Baixos, proibindo o protestantismo fez com que Hulse tivesse que deixar sua cidade e suas propriedades e acabou por se tornar um mendigo (HULSIUS, 1839).

Por volta de 1590 foi viver em Nuremberg, cidade importante comercial e cientificamente, onde, naquele tempo, floresciam cerca de trinta livreiros e impressores sob a proteção da Universidade de Altdorff situada próximo a Nuremberg. Hulse se aproveitou de suas habilidades com as línguas e ensinou francês e italiano, depois se tornou um notário e, em 1594, abriu sua própria livraria, publicando seus próprios trabalhos e também de outros autores (HULSIUS, 1839).

Seus trabalhos como professor e como notário provavelmente o impulsionaram a publicar dicionários, algo que ainda não existia na Alemanha. Seus dicionários, como o *Dictionaire français-allemand et allemand-français* de 1596 e o *Dictionarium itálico-germanicum et germanico-italicum* de 1605, e suas gramáticas, como a *Grammatica italica* de 1605, foram aprovados e em muitos casos reimpressos. Neste período, Hulse latinizou seu nome para Hulsius (HULSIUS, 1839).

Um professor da Universidade de Altdorff, Cornelius de Judaeis, foi quem incentivou Hulsius a publicar um trabalho sobre o uso de instrumentos matemáticos. No prefácio da obra *Ocularis et radicalis demonstratio usus quadrantis* de 1596 encontra-se uma lista dos variados instrumentos matemáticos que Hulsius vendia em sua loja (HULSIUS, 1839).

Em 1598, foi incentivado pelos seus compatriotas Johann Theodor de Bry (1561-11623) e Johann Israel de Bry (1565-1609), estabelecidos naquele tempo em Frankfurt, a fazer uma coleção de volumes sobre viagens. O trabalho intitulado *Sammlung von 26 Schiffahrten in verschiedene fremde Länder durch Lev. Hulsium und cinige andere aus dem Holländischen ins Deutsche übersetzt und mit allerhand Anmerkungen verschen* foi publicado em Nuremberg, Frankfurt e Hannover entre 1598 e 1660 em 26 volumes e diversas edições. Os irmãos De Bry também publicaram uma obra igual, em latim, mas mesmo a similaridade das obras sendo grande, a versão de Hulsius foi mais bem enriquecida com numerosas notas e ilustrações (HULSIUS, 1839).

Hulsius também planejou a publicação de uma enciclopédia matemática que deveria ser composta por uma série de tratados sobre os instrumentos matemáticos conhecidos naquele tempo, os primeiros quatro foram: (i) *Erster Tractat der mechanischen Instrumente* que trata de um novo quadrante, Francoforte, 1602; (ii) *Bericht des neuen geometrischen grundreisenden Instrumentes*, Francoforte, 1604; (iii) *Beschreibung und*

Unterricht des Proportional-Cirkels, Jobst Burgii, Francoforte, 1604; (iv) *Beschreibung des Viatorii oder Wegzählers*, Francoforte, 1604 (HULSIUS, 1839).

Tanto para coletar material para suas obras, quanto para divulgar seus trabalhos, ele empreendeu uma viagem para a Holanda e para a Inglaterra em janeiro de 1600. No retorno, se mudou para Francoforte, provavelmente para se aproveitar dos benefícios da feira de livros estabelecida naquela cidade. Nos anos seguintes, Hulsius continuou engajado em suas publicações matemáticas e na Coleção de Viagens, porém ele veio a falecer em 1606 (HULSIUS, 1839).

Van Roomen deve ter negociado a publicação de sua obra *Mathesis Polemica* na oficina de Hulsius, pois provavelmente traria benefícios para ambos. Por um lado, a obra de van Roomen, mesmo não sendo especificamente sobre instrumentos matemáticos, se encaixa nas ideias de Hulsius, pois seu *Liber Secundus* trata de aplicações de instrumentos matemáticos na atividade bélica. Por outro lado, van Roomen teria benefícios ao publicar na oficina de Hulsius, pois sua obra estaria nas mãos de um impressor em ascensão e ficaria à venda numa cidade importante no comércio de livros.

2.6 A Dedicatória a Aleksander de Ostrog

O duque a quem van Roomen dedica seu trabalho é Aleksander Zaslawski (c. 1577-1629) que pertenceu a uma família de nobres poloneses, porém pouco se sabe de sua história. Aleksander foi filho de Janusz Zaslawski e Aleksandra Sanguszko; estudou em universidades ocidentais, porém não se sabe onde; foi casado com Eufrozyna Ostrogska com quem teve oito filhos e exerceu diversos cargos políticos em sua cidade.

Van Roomen, na dedicatória intitulada “Ao ilustríssimo senhor Dom Aleksander de Ostrog em Zaslaw da Palatina Volínia pelo servo colendíssimo de seu senhor”[19], tem como foco mostrar ao duque a importância do conhecimento matemático para a proteção de suas terras. A dedicatória foi escrita em Louvain no primeiro dia de janeiro de 1605[20] (VAN ROOMEN, 1605).

A narrativa se inicia falando de Anibal de Cartago (248 a.C-183 ou 182 a.C), de Phormio (século V a.C), de Alexandre, o grande (356 a.C-323 a.C), Pirro de Élis (360 a.C-270 a.C) e de Cipião (236 a.C-183 a.C). Segundo van Roomen, estes homens da Antiguidade teriam tido perdas nas guerras por não terem disciplina e conhecimento. Além

[19] “Illust.mo Domino D. Alexandro Duci de Ostrog in Zaslaw Palatinidae Volhiniae domino suo colendíssimo S.”.
[20] O texto da dedicatória é: “Louvanij Kal. Ianuaijs 1605”.

disso, o autor cita também um caso de seu tempo, o da cidade de Ostend (atual Bélgica), cidade banhada pelo Mar do Norte e que naquele tempo foi frequentemente atacada. O evento mais crítico ocorreu entre 1601 e 1604, com cerca de 80 mil mortes, quando a cidade foi atcada pelos espanhóis enquanto os holandeses tentavam assumir o controle da cidade. Segundo van Roomen, não era possível aprender algo com os belgas no que diz respeito à atividade bélica, mas sim com os gálicos, os germanos e os italianos que possuíam homens com muitíssimo conhecimento e que sabiam construir instrumentos de guerra admiráveis. O Arquiduque Alberto VII (1559-1621) foi o responsável pela trégua que ocorreu nos anos seguintes (VAN ROOMEN, 1605).

Em seguida, van Roomen escreve ao duque sobre o quão cobiçadas, pelos lituanos, poloneses e russos, são as terras férteis da Volínia. Por este motivo, o autor dedica esta obra ao duque: para que ele possa investir no ensino das disciplinas matemáticas a todos os seus subordinados para que possa ter um exército preparado para proteger seu território (VAN ROOMEN, 1605).

Segunda Parte: A Classificação das Disciplinas Matemáticas de Adriaan van Roomen

3. A CLASSIFICAÇÃO DAS MATEMÁTICAS DE VAN ROOMEN

Neste capítulo, começarei a abordar as ideias de van Roomen acerca da classificação das disciplinas matemáticas. O foco será os dois primeiros capítulos da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis Polemica*.

3.1 A Matemática e seu Lugar no Rol do Conhecimento

"Matemática, em grego *mathema* (μᾰ́θημα) ou *mathesis* (μάθησις), significa toda disciplina ou doutrina"[21] (VAN ROOMEN, 1602, p. 3, tradução nossa). Este mesmo significado para a palavra matemática é trazido em um trecho da *De Divina Proportione* de Luca Pacioli: "Este vocábulo, Excelso Duque, é derivado do grego μαθηματικός que em nossa língua equivale a dizer disciplinável" (BERTATO, 2010, p. 9).

Por que matemática significa disciplina ou doutrina? O autor afirma que "o nome de disciplina ou de doutrina compete maximamente àquela facilidade que, a partir do simples progresso ordenado, leva a provas sólidas e consenso seguro"[22] (VAN ROOMEN, 1602, pp. 3-4, tradução nossa), ou seja, à matemática compete um progresso ordenado de suas demonstrações para que se chegue a uma prova segura e sólida, de modo que não existe matemática sem essa disciplina na busca de uma demonstração sólida.

É possível traçar também outra interpretação a partir dos significados dos termos gregos a partir dos quais se origina a palavra latina *mathematica*: o substantivo *mathema* que significa "estudo", "ciência" e "conhecimento"; o verbo *mantháno* "aprender", "estudar" e "entender" e; o adjetivo *mathematikós* que é o "dedicado ao estudo". A partir disso, podemos dizer que estes termos estão relacionados ao ensinar (em latim *docere*) e ao aprender (*discere*), palavras que deram origem em latim a *doctrina* e *disciplina*, respectivamente.

Segundo van Roomen, o modo de provar das matemáticas é deduzido da escola pitagórica e platônica e também de Proclus.

Sobre a matemática pitagórica, Jâmblico e Proclus parecem ser os responsáveis por atribuírem feitos matemáticos a um homem chamado Pitágoras. Porém, segundo Roque

[21] "Mathematica graecis μᾰ́θημα sive μάθησις, omnem significat disciplinam sive doctrinam".
[22] "...facultati maxmè competit nomen disciplinae vel doctrinae, quase ex solo progressu ordinatu firmum consensum & firmas adducit probationes".

(2012, pp. 102-103), a partir das escassas fontes não é possível afirmar se tal homem realmente existiu ou não.

> *"...não se sabe ao certo se ela [a matemática pitagórica] é uma criação de um matemático chamado Pitágoras, de integrantes de uma escola antiga chamada pitagórica (mas não de Pitágoras), ou dos neoplatônicos e neopitagóricos da Antiguidade, como Jâmblico e Nicômaco"* (ROQUE, 2012, pp. 103-104).

E como os pitagóricos compreendiam a natureza?

> *"A concepção dos pitagóricos sobre a natureza parte da ideia de que há uma explicação global que permite simbolizar a totalidade do cosmos, e essa explicação é dada pelos números. O mundo é determinado, antes de tudo, por um arranjo bem ordenado e tal ordem se baseia no fato de que as coisas são bem delimitadas e podem ser distinguidas umas das outras. Quando se diz que as coisas podem ser distinguidas não significa que elas não possam ser diferentes, e sim separadas umas das outras, logo, as coisas do mundo podem ser contadas"* (ROQUE, 2012, p. 104).

Os pitagóricos foram provavelmente os primeiros que consideraram os números de forma prática e teórica ao mesmo tempo, eles não fazim a distinção entre números e corporeidade, como Platão fará posteriormente. Deste modo, devemos entender que os pitagóricos não faziam distinção "entre seres corpóreos e incorpóreos", logo, não é possível conceber que "o conceito pitagórico de número fosse abstrato". Segundo Roque, os números para os pitagóricos possuíam três funções: "designar alguma posição ou ordem; determinavam uma forma espacial (números figurados); e, finalmente, exprimiram razões que permitiam compreender as leis naturais" (ROQUE, 2012, p. 108). Sobre os números figurados:

> *"De certo ponto de vista, dado seu caráter espacial e concreto, poderíamos afirmar que os números pitagóricos não eram os objetos matemáticos que conhecemos hoje, isto é, entes abstratos. Os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que não eram matemáticos e que remetiam a elementos discretos: pedrinhas organizadas segundo uma determinada configuração. (...) Todos os números, ou seres, teriam evoluído a partir do Um. Os números eram divididos em tipos associados aos diferentes tipos de coisas. Para cada tipo, havia um primeiro, ou menor número, considerado sua "raiz". As relações entre os números não representavam, portanto, uma cadeia linear na qual todas as relações internas eram semelhantes. Cada arranjo designava uma ordem distinta, com ligações próprias. Daí o papel dos números figurados na matemática pitagórica. Esses números eram, de fato, figuras formadas por pontos, como as que encontramos em um dado. Não é uma cifra, como 3, que serve de representação pictórica para um número, mas a delimitação de uma área constituída de pontos, como uma constelação"* (ROQUE, 2012, pp. 104-105).

A ideia por trás dos números figurados pitagóricos pode ser exemplificada pelos números triangulares, quadrados, pentagonais, etc. os quais nos levam à ideia de sequência numérica atual. A concepção matemática dos pitagóricos sempre partia da observação visual e isto os levava a um tipo de aritmética, que Roque denomina "aritmética figurada", distinta da aritmética atual. Para os pitagóricos, os números seriam uma coleção discreta de unidades (ROQUE, 2012, p. 106). Outro exemplo a considerar sobre a relação entre número e corporeidade na matemática platônica é "que não havia entre os pitagóricos a noção de ponto, no sentido geométrico do termo. As unidades, desenhadas como pontos nos números figurados, possuem espessura (são pedrinhas!)" (ROQUE, 2012, p. 111).

Para os pitagóricos, além da possibilidade das coisas serem contadas, elas podiam ser comparadas por meio da razão entre seus números. Esta razão, que não necessariamente estava relacionada a entes matemáticos, teria a possibilidade de demonstrar a relação entre os números que se encontravam escondidos nas coisas e a partir desta razão, descrevê-las (ROQUE, 2012, p. 108).

No caso da matemática platônica, Barbosa (2009) afirma que é necessário reunir inúmeros trechos de diversas de suas obras e confrontá-los com as reflexões feitas principalmente por Aristóteles.

Na *República* (VII, 522b-522c), Platão demonstra que a ciência que tem uma meta mais ampla – aquela que servirá de base para todas as artes, as operações intelectuais e ciências – e que é necessária ao conhecimento de todos é a ciência do número e do cálculo. Em outro momento, na *República* V, 478a, Platão mostra que o objeto da ciência é o ser e no *Sofista* (238a) ele afirma que o número em sua totalidade é o ser (BARBOSA, 2009, p. 38). Mas como conceber os números da filosofia platônica?

> *"Na República vemos Sócrates falando a respeito de duas possíveis maneiras de concebê-los: os "números físicos" e os "números em si". Os primeiros referem-se às coisas sensíveis, àquelas que se pode contar, são os números que fazem parte de nossa vida cotidiana. Pelo menos é o que fica entendido quando ele fala a respeito dos números que "tenham corpos sensíveis e palpáveis" (República, VII, 525e) e que são utilizados no dia-a-dia para a compra e venda. Já os "números em si", por sua vez, existem separados das coisas sensíveis e seriam acessíveis somente pela razão, conduzindo a alma para o alto e obrigando-a a discutir a respeito do próprio número (República, VII, 525d)"* (BARBOSA, 2009, p. 39).

A distinção entre a natureza dos números é tradicionalente entendida como duas ciências distintas: (i) a aritmética, como o estudo teórico dos números e (ii) a logística, como os cálculos práticos. Mas, a distinção não para aí:

> *"A resposta estaria na etimologia dessas palavras: a arithmetike vem de tekhne (τέχνη/ arte, habilidade) e arithmos (ἀριθμός/ número); a logistike vem de logos (λόγος), que por sua vez possui diversos significados, como palavra, medida, fórmula, argumento, razão, mas também cálculo. Logo, de acordo com esta visão, Platão estaria se referindo à arithmetike como uma "arte ou habilidade de contar" e não às relações que se pode estabelecer entre os números, como a*

> *sua soma ou multiplicação. A oposição se daria então, não no âmbito do estudo teórico dos números versus a computação, mas entre a contagem versus a computação"* (BARBOSA, 2009, p. 39).

Uma das possíveis interpretações do pensamento platônico acerca dos números é que eles partem de uma forma intransitiva para uma transitiva.

> *"Platão parte da "contagem intransitiva", que seria aquela que aprecia os números de forma apenas recitativa ('um', 'dois', 'três',...) em direção à "contagem transitiva" ('um homem', 'dois homens', 'três homens',...), empregando desta forma os numerais para medir conjuntos. Em segundo lugar porque "Platão toma como óbvio que um número é um número de algo; para o homem comum, o número é o número de sapatos, e para o filósofo o número deve ser um número de unidades puras""* (ANNAS, 2003 *apud* BARBOSA, 2009, p. 41).

Na teoria platônica, a realidade é dividia em dois níveis: "um mundo transcendente, perfeito e imutável – o mundo do ser, atemporal e eterno – e outro imperfeito e corruptível – o mundo imanente do vir-a-ser" (SILVA, 2007, p. 38). No mundo corruptível vivemos com formas aproximadamente perfeitas, ou seja, aproximadamente circulares, triangulares ou retas, mas apenas no mundo incorruptível, onde habitam as Ideias, é possível encontrar tais formas perfeitamente desenhadas. Embora Platão não tenha negado a importância dos sentidos para o aprendizado, ele reconhece que o conhecimento da realidade é apreendido "das faculdades da inteligência: a razão e o entendimento" (SILVA, 2007, p. 39). Na *Carta VII* (342a-d), Platão enuncia os elementos com os quais podemos produzir o conhecimento, e seu exemplo mostra justamente que um círculo perfeito não pode ser conhecido no mundo real, mas somente no mundo das Ideias.

> *"O primeiro elemento é o nome, o segundo é a definição, o terceiro, a imagem, o quarto, o conhecimento. Coloquemos um exemplo aplicado a um objeto determinado para compreender a ideia e o estendamos a todos os demais. Existe algo chamado "circulo", cujo nome é o mesmo que acabo de pronunciar. Em segundo lugar vem a definição composta de nomes e predicados: "aquilo cujas extremidades distam igualmente em todas as partes do centro" seria a definição do que se chama "redondo", "circunferência", "círculo". Em terceiro lugar, a imagem que se desenha e se esboça, se torna em círculo e se destrói, pois nenhuma dessas coisas são o círculo mesmo, mas todas são representações, pois [o círculo] é distinto de todas elas. O quarto é o conhecimento, a inteligência, a opinião verdadeira relativa a estes objetos: tudo isso deve considerar-se somente como uma coisa, que não está nem nas vozes, nem nas figuras dos corpos, mas nas almas, do que é evidente que é algo distinto tanto na natureza do círculo em si como dos três elementos anteriormente citados. Desses elementos, é a inteligência que está mais próxima do quinto [elemento, ou seja, o objeto em si mesmo] por afinidade e semelhança; os outros se distanciam mais dele"*[23] (PLATÃO, 1992, p. 515, tradução nossa).

[23] "El primer elemento es el nombre, el segundo es la definición, el tercero, la imagen, el cuarto, el conocimiento. Pongamos un ejemplo aplicado a un objeto determinado para comprender la idea y extendámoslo a todos los demás. Hay algo llamado 'círculo', cuyo nombre es el mismo que acabo de pronunciar. En segundo lugar viene la definición, compuesta de nombres y predicados: 'aquello cuyos extremos distan por todas partes por igual del centro' sería la

Voltando aos pitagóricos. Para eles, a matemática estava ligada ao mundo real e ao buscarem entender os eventos periódicos e regulares da natureza e ao estudar as relações harmônicas na música chegaram à conclusão de que todo o universo é composto por números. Na *Metafísica* (XIV, 3, 1090a 20-25), Aristóteles afirma que:

> *"Os pitagóricos, por sua vez, ao ver muitas propriedades dos números que se encontram nas coisas sensíveis, estabeleceram que são números todas as coisas que existem, não que existem separados, mas que as coisas que existem sejam compostas de números. Por que? Porque as propriedades dos números estão presentes na harmonia, no céu e em muitas coisas"*[24] (ARISTÓTELES, 1994, p. 565, tradução nossa).

Van Roomen afirma também que os pitagóricos entendem que as ciências são todas impuras, pois são fontes de um trabalho humano e justamente por isso estão sujeitas ao esquecimento. "Assim, as ciências devem ser adquiridas novamente pela recordação" e aquela que for de mais fácil recordação, "esta maximamente merece o nome de ciência"[25]. Acerca da recordação, van Roomen cita o trecho de *Menón* (82a-85d) em que Sócrates, ao conversar com um dos escravos de *Menón*, demonstra que as coisas não são aprendidas, mas provêm da memória, ou seja, já temos um conhecimento prévio de tudo, bastando que sejamos incitados a recordar tais conhecimentos (VAN ROOMEN, 1602, p. 4, tradução nossa).

Além disso, para van Roomen, as ciências, incluindo as matemáticas, procedem a partir de princípios conhecidos de antemão para conclusões que devem ser demonstradas a partir de tais princípios. Do mesmo modo, Aristóteles afirma em seus *Segundos Analíticos* (71a) que "todo o ensino e toda a aprendizagem pelo pensamento se produz a partir de um conhecimento preexistente"[26] (ARISTÓTELES, 1988, p. 313, tradução nossa). Mas, segundo van Roomen, algumas ciências às vezes assumem algo não provado. Porém, elas devem sempre buscar ao máximo demonstrar aquele conhecimento que é assumido e não provado. Seguindo esta perspectiva, as matemáticas seriam as disciplinas mais perfeitas e corretas, pois elas não admitem conhecimento de algo que não possa ser provado.

---

definición de lo que se llama 'redondo', 'circunferencia', 'círculo'. En tercer lugar, la imagen que se dibuja y se borra, se torna en círculo y se destruye, pero ninguna de estas cosas le ocurre al círculo mismo al que se refieren todas las representaciones, pues es distinto a todas ellas. Lo cuarto es el conocimiento, la inteligencia, la opinión verdadera relativa a estos objetos: todo ello debe considerarse como una sola cosa, que no está ni en las voces ni en las figuras de los cuerpos, sino en las almas, por lo que es evidente que es algo distinto tanto en la naturaleza del círculo en sí como de los tres elementos anteriormente citados. De estos elementos es la inteligencia la que está más cerca del quinto por afinidad y semejanza; los otros se alejan más de él".

[24] "Los Pitagóricos, por su parte, al ver que muchas propiedades de los números se cumplen en las cosas sensibles, establecieron que son números las cosas que son, no que existen separados, sino que las cosas que son se cmponem de números. ¿Por qué, pues? Porque las propiedades de los números se cumplen en la armonía, en el cielo y en muchas otras cosas".

[25] "Itaque per recordationem iterum scientiae aquiri debent... ea maximè scientiae nomen merebitur".

[26] "Toda enseñanza y todo apredizaje por el pensamiento se producen a partir de un conocimiento preexistente".

O uso da palavra matemática se incorporou – por causa do seu modo de provar, de progredir e da maneira de obter suas demonstrações – como uma ciência que tem as quantidades como seu objeto de estudo (VAN ROOMEN, 1602).

O termo "quantidade" é entendido pelos Antigos de modo bastante amplo:

> *"Em geral, a possibilidade de medida (...) Platão afirmou que a quantidade está entre o ilimitado e a unidade, e que só ela é o objeto do saber; por exemplo, conhece realmente os sons quem não admite que eles sejam infinitos nem procura reduzi-los a um único som, mas conhece a quantidade deles, ou seja, seu número. Aristóteles, por sua vez, definiu a quantidade como o que é divisível em partes determinadas ou determináveis. Uma quantidade numerável é uma pluralidade divisível em partes descontínuas. Uma quantidade mensurável é uma grandeza divisível em partes contínuas, em uma, duas ou três dimensões. Uma pluralidade completa é um número; um comprimento completo é uma linha; uma extensão completa é um plano; uma profundidade completa é um corpo"* (ABBAGNANO, 2007, p. 818).

Mas para van Roomen, o conceito vai além:

> *"Embora, o matemático tenha considerado além de quantidades, alguns acidentes, por exemplo, o movimento, o peso, o som, o raio, etc., assim como substâncias, como o céu, a terra, os campos, as montanhas, etc. igualmente as coisas artificias, como barris, esferas, etc. não somente os considera como tais, mas também como 'quanta'"*[27] (VAN ROOMEN, 1602, p. 6, tradução nossa).

Devemos entender a palavra *quanta* na citação acima como algo que pode ser quantificado, ou seja, as substâncias, acidentes e coisas artificias; coisas que podem ser objetos de estudo das matemáticas devem ser entendidos não somente como eles mesmos, mas como algo que possa ter uma quantidade.

A forma da matemática é composta por sua ordem – sempre partindo das coisas mais notórias para as menos conhecidas – e por seu método – sempre demonstrativo.

> *"Essa ordem é observada em todo o conhecimento, pois os princípios ocupam o primeiro lugar, daí são seguidos pelas proposições, que podem ser demonstradas imediatamente a partir dos primeiros princípios, então, outras proposições mais remotas seguem mais distantes dos primeiros princípios. Por outro lado, assim como todos os princípios são notabilíssimos, assim a partir deles são produzidas finalmente as proposições, pelas quais, nada a não ser que a fé use maximamente o conhecimento da matemática"*[28] (VAN ROOMEN, 1602, p. 6, tradução nossa).

Van Roomen afirma que o mais aceito é que as demonstrações matemáticas sejam do tipo *potissima*. Para que se entenda o que é uma *demonstratio potissima*, devemos

---

[27] No original: "Licet autem mathematicus praeter quantitatem alia consideret accidentia, verbi gratia Motum, Pondus, Sonum, Radius, &c. item Substantias, vt caelum, terram, campos, montes, &c. item artificialis, ut dolia, sphaeras, &c. non tamen ea considerat ut tália, sed ut quanta".

[28] "Hic ordo in universa Mathesi observatur, ut principia primum locum occupent, hinc sequantur eae propositiones, quae ex primis Principijs immediatè demonstrari possunt, deinde aliae subsequantur à primis principijs longè remotiores; sicuti autem principia omnibus sunt notissima, ita ex ijs tandem depromuntur propositiones, quibus nullus nisi matheaticae quam maximè gnarus fidem adhiberet".

retomar em Aristóteles e entender também o que é a demonstração formal (também conhecida como *demonstratio quid*) e a demonstração causal (ou ainda *demonstratio propter quid*) (BERTATO, 2011).

> *"Aristóteles, em sua obra Analytica Posteriora, afirma que "conhecer [cientificamente] o quê difere de conhecer [cientificamente] o porquê", isto é, o conhecimento do fato (ὅτι, hóti, "o quê") é distinto do conhecimento da razão do fato (διὅτι, dióti, "porquê"). Para ele, o conhecimento científico (ἐπιστήμη, epistémê) é obtido pela demonstração (ἀπόδειξις, apódeixis), que por sua vez significa um silogismo (συλλογισμός, sullogismós, "dedução"). Considera, portanto, dois tipos de demonstrações distintas: demonstração do fato (ἀπόδεημηο ηνῦ ὅηη, apódeixis tou hóti) e demonstração da razão do fato (ἀπόδεημηο ηνῦ δηόηη, apódeixis tou dióti), latinizadas como demonstratio quia e demonstratio propter quid, respectivamente"* (BERTATO, 2011, pp. 29-30).

Um silogismo em Aristóteles é composto por duas premissas e uma conclusão que são apresentadas na forma de uma das quatro proposições categóricas (Tabela 3.1).

Tabela 3.1: Proposições Categóricas de Aristóteles.

Afirmação Universal	Todo A é B.
Negação Universal	Nenhum A é B.
Afirmação Particular	Algum A é B.
Negação Particular	Algum A não é B.

Os sujeitos e predicados das premissas são chamados de termos: o termo compartilhado por ambas as premissas é denominado termo médio; já os termos não compartilhados pelas premissas são os termos maior e menor que, na conclusão assumem o papel de sujeito e de predicado, respectivamente.

De acordo com a posição exercida pelo termo médio nas premissas o silogismo pode ser de três tipos: um em que o termo médio é sujeito em uma premissa e predicado em outra, chamado de primeira figura (Tabela 3.2); outro em que ele é sujeito em ambas, denominado segunda figura e, um terceiro tipo, em que ele exerce o papel de predicado em ambas, a terceira figura. As demonstrações matemáticas se apresentam normalmente na primeira figura, pois segundo Aristóteles, ela é a mais científica (ARISTÓTELES, 1988, p. 349).

Tabela 3.2: Padrão de silogismo aristotélico na primeira figura.

Premissa 1	Sujeito (Termo menor) – Predicado (Termo médio)
Premissa 2	Sujeito (Termo médio) – Predicado (Termo maior)
Conclusão	Sujeito (Termo menor) – Predicado (Termo maior)

A *demonstratio quia* e a *demonstratio propter quid* são então silogismos de primeira figura, porém a primeira procede dos efeitos para explicar as causas e a segunda das causas para os efeitos.

> *"Por um lado, a cadeia representativa pode representar a ordem por que os factos ocorrem no mundo e na natureza, partindo das causas para os efeitos, ou pode representar a ordem dos acontecimentos tal como os conhecemos, primeiro dando-nos conta dos efeitos e progredindo depois até compreendermos as causas. Esta distinção entre a ordem do ser (ordo essendi, ou ordo in essendo), ou seja, a representação da ordem de prioridade dos factos da realidade, e a ordem do conhecimento (ordo cognoscendi, ou ordo in cognoscendo, ou ordo in inferindo), ou seja, a representação da ordem de prioridade daquilo que é anterior em relação à nós, é central no modelo. Estes dois conceitos fundamentais não dizem respeito apenas à macro-estrutura do discurso demonstrativo, ou seja, à ordenação de um conjunto de demonstrações, mas também à micro-estrutura, ou seja, à ordenação interna de uma demonstração. Neste último caso, se se proceder dos princípios para os efeitos temos uma síntese, caso contrário, uma análise. Um problema extensamente debatido em comentários ao texto aristotélico é o de se saber qual destas ordenações permitem obter conhecimento científico propriamente dito"* (MOTA, 2011, pp. 7-8).

Baseado no exemplo apresentado por Aristóteles nos *Segundos Analíticos*, elaboramos abaixo um esquema do primeiro tipo de demonstração, a *demonstratio quia*. Consideramos "os planetas" como termo menor, "não cintilar" termo médio e "estar próximo a Terra", termo maior (Tabela 3.3).

Tabela 3.3: Exemplo de uma *demonstratio quia*.

Premissa 1	Os planetas não cintilam.
Premissa 2	O que não cintila está próximo a Terra.
Conclusão	Os planetas estão próximos a Terra.

Sobre isso, Aristóteles afirma: "este é, portanto, o raciocínio não do *porquê*, mas do *quê*, pois não estão próximos por não cintilar, mas, por estar próximos, não cintilam"[29] (ARISTÓTELES, 1988, p. 346, tradução nossa).

Mas, para a *demonstratio propter quid*, rearranjamos o termo maior e o termo médio, considerando "os planetas" como termo menor, "estar próximo a Terra", termo médio e "não cintilar", termo maior (Tabela 3.4).

Tabela 3.4: Exemplo de uma demonstratio propter quid.

Premissa 1	O que está próximo a Terra não cintila.
Premissa 2	Os planetas estão próximos a Terra.
Conclusão	Os planetas não cintilam.

Outro exemplo dado por Aristóteles é o seguinte:

> *"Todavia, quando demonstram que a Lua é esférica através de seus aumentos – de fato, se o que aumenta é esférico, e a Lua aumenta, (então), está confirmado que é esférica –; desse modo, há se formado o raciocínio do quê e, invertendo o (termo) médio, do porquê: pois não é esférica por causa dos aumentos, mas, por ser esférica, ocorrem os aumentos"*[30] (ARISTÓTELES, 1988, p. 346, tradução nossa).

[29] "Éste es, por tanto, el razonamiento, no del porque sino del que: pues no están cerca por no titilar, sino que, por estar cerca, no titilan".

[30] "Y aún, cuando demuestran que la luna es esférica a través de sus aumentos – en efecto, si lo que aumenta aí es esférico – ; de ese modo, pues, se ha formado el razonamiento del *que* y, poniendo al revés el medio, del *porque*: pues no es esférica por los aumentos, sino que, por ser esférica, toma esa clase de aumentos".

Para Aristóteles, a *demonstratio quia* e a *demonstratio propter quid* diferem de acordo com o tipo de ciência em questão, de modo que a partir do tipo de demonstração que compete a uma ciência, podemos definir se ela está sob outra, como por exemplo:

> *"...as questões ópticas com relação à geometria, as mecânicas com relação à estereometria, as harmônicas com relação à aritmética e os dados da observação com relação a astronomia. E algumas dessas ciências são quase sinônimas entre si, por exemplo: a astronomia matemática e a náutica, a harmônica matemática e a correspondente ao ouvido. De fato, aqui o conhecer o quê é dos que sentem, pelo contrário, o conhecer o porquê é dos matemáticos: pois eles têm as demonstrações das causas, e muitas vezes não conhecem o quê, do mesmo modo que os que consideram o universal, muitas vezes não conhecem algumas das coisas singulares pela falta de observação"*[31] (ARISTÓTELES, 1988, p. 348, tradução nossa).

A teoria da demonstração científica exposta por Aristóteles nos *Segundos Analíticos* influenciará, principalmente a partir do século XII, o desenvolvimento das ditas ciências. "...a prática das diferentes disciplinas científicas e o modelo proposto por Aristóteles criaram uma dinâmica própria, intervindo uma na outra tão profundamente, que não é possível compreender os problemas colocados aos homens de ciência, sem atender a esta complementaridade" (MOTA, 2011, p. 4).

> *"Historicamente os Segundos Analíticos fornecem o ponto de partida e o contexto epistemológico para a reflexão de qualquer saber, incluindo a matemática, ou seja, não há espaço para uma reflexão sobre a teoria da ciência fora do modelo e a teoria da ciência não tem autonomia em relação ao texto aristotélico. Não é por isso de admirar-se, desde muito cedo, a critica da matemática passou a ser feita no contexto do modelo de ciência aristotélico"* (MOTA, 2011, p. 5).

Durante a Idade Média muitos homens de saber se dedicaram a escrever comentários às obras da Antiguidade e, em grande parte, às de Aristóteles; uma das preocupações foi justamente a hierarquização das ciências.

Averróis, em seu comentário à *Metafísica* de Aristóteles, afirmou que as matemáticas possuem o primeiro grau da certeza enquanto que as ciências naturais as seguem. Já no comentário aos *Analíticos Posteriores*, Averróis afirma que as demonstrações matemáticas são digníssimas por serem ao mesmo tempo *quia* e *propter quid* (BERTATO, 2011, p. 32).

> *"Além dos que indicam que basta a uma ciência proceder de acordo com apenas*

[31] "...las cuestiones ópticas respecto a la geometría, las mecánicas respecto a la estereometría, las armónicas respecto a la aritmética e los datos de la observación respecto a lá astronomía. Y algunas de esas ciencias son casi sinónimas entre si, v.g.: la astronomía <con> la matemática y la náutica, y la armónica <con> la matemática y la correspondiente al oído. En efecto, aquí el conocer el *que* es <proprio> de los que sienten; en cambio, el conocer el *porque* es <proprio> de los matemáticos: pues éstos tienen las demonstraciones de las causas, y muchas vezes no conocen el *que*, al igual que los que consideran lo universal muchas veces no conocen algunas de las cosas singulares por falta de observación".

> *uma das ordenações (in cognoscendo ou in essendo), para ser considerada uma verdadeira ciência, não são tão raros os casos de autores que consideram o verdadeiro conhecimento cientifico só é possível quando a(s) demonstração(ões) representam ao mesmo tempo a ordem do ser e do conhecer"* (MOTA, 2011, p. 8).

Disso surgiu a ideia da *demonstratio potissima*.

> *"... aquele gênero de demonstração que procedia simultaneamente do efeito para a causa e da causa para o efeito, compreendendo ambas as demonstrações do "que" (quia) e do "porquê" (propter quid). Tal como foi teorizada, entre outros, por Alessandro Piccolomini (1508-1578), em seu Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum (Roma, 1547), para se configurar como a demonstração mais eficaz ou poderosa (potissima) e superior do ponto de vista lógico, o silogismo teria obrigatoriamente que ter como ponto de partida premissas imediatas e primeiras, consistindo estas em proposições utilizadas nas ciências e, sobretudo, em definições próprias de entidades concretas. A demonstratio potissma deveria, ainda, tomar como termo médio das suas demonstrações a definição das propriedades dessas entidades e não a definição das entidades em si. Desse modo, a definição contemplava os aspectos essenciais da entidade, aqueles que permaneceriam independentemente das alterações e mutações que essa entidade poderia sofrer. Essa definição deveria naturalmente ser a causa imediata dos efeitos demonstrados"* (CAROLINO, 2008, pp. 270-271).

Segundo van Roomen, o uso da *demonstratio potissima* nas matemáticas foi questionado por alguns matemáticos como Benito Pereira (1536-1610) sugerindo que as matemáticas se baseiam em alguns princípios que não são de causa conclusiva (VAN ROOMEN, 1602, p. 6).

> *"As demonstrações da matemática podem ser que sejam potissimas, [embora] por muitos seja controverso. Benito Pereira pensa não ser potíssimas, quando não progridem a partir de princípios que são sejam de causa conclusiva, de modo que, mostra com muitos exemplos tomados a partir dos Elementos Geométricos de Euclides. Na verdade, qualquer que seja (isto é, sejam potissimas ou não), é indubitável por todos que as demonstrações matemaáticas são as mais certíssimas entre todas as demonstrações"*[32] (VAN ROOMEN, 1602, p. 6, tradução nossa).

Prcebe-se que van Roomen dá ênfase na certeza e superioridade da demonstração matemática frente às outras ciências, independente de ser *potissima* ou não. Esse debate da certeza das matemáticas ficou conhecido como a *quaestio de certitudine mathematicarum*. A questão em discussão era que os matemáticos defendiam que sua ciência estava baseada nos princípios aristotélicos enquanto os filósofos discordavam de tal afirmação.

Sobre o lugar ocupado pelas matemáticas no conhecimento, van Roomen, se remete a classificação aristotélica dizendo:

---

[32] No original: "Demonstrationes Mathematicae ans sint potissimae, apud nonnullos controversum est; Benedictus Pererius sentit potissimas non esse, cùm non progrediantur ex principijs, quae sint causae conslusionis, uti pluribus ostendit exempli sex Elementis Geometricis Euclidis desumptis. Verùm quicquid sit, (hoc est, sive potissimae sint, sive non) hoc unum indubitatum esr apud omnes demonstrationes".

***

A ciência matemática em geral é das especulativas.
Pois a finalidade da matemática não é uma ação ou um modo de fazer, mas a especulação de qualquer que seja a quantidade, isto é, de qualquer coisa contínua ou discreta, como dos corpos do mundo, dos movimentos, dos pesos, dos sons, dos raios visuais, dos campos, dos vasos, etc. Daí, a mecânica também não pode ser considerada matemática, embora costume ser aceita entre as matemáticas.
Entre as ciências especulativas, [a matemática] ocupa o lugar do meio, certamente entre a física e a metafísica.

Isto está de acordo com o modo de considerar, pois os objetos acerca dos quais a ciência especulativa versa	*não estão imersos nem na coisa, nem na razão*	*da matéria sensível sobre a qual age.*	*Met.*
	certamente estão imersos na coisa, mas não na razão		*Mat.*
	estão imersos na coisa e na razão		*Fís.*[33]

***

Para o autor, a matemática, dentre as ciências especulativas, ocupa uma posição mediana entre a metafísica e a física.

Em seguida, van Roomen enumera sete motivos pelos quais a excelência da matemática pode ser tomada: "Tais são o gênero, o objeto, a verdade da proposição, o método, a facilidade, o uso e a união das ciências"[34] (VAN ROOMEN, 1602, p. 8, tradução nossa).

1. Ao tratar do gênero (*genus*), o autor nos remete à superioridade do conhecimento matemático em relação ao de outras ciências, ou seja, "a matemática enquanto ciência precede todas as artes, tanto nobres, como a Medicina, a [Arte] Militar, etc., quanto mecânicas. Do mesmo modo, enquanto ciência especulativa precede a ciência moral"[35] (VAN ROOMEN, 1602, p. 8, tradução nossa).
2. A matemática está numa posição mediana entre a física e a metafísica, devido ao

---

[33] No original: "Mathematicae scientiae in genere est speculativarum.
Finis manque Mathematicae non est actio vel factio, sed speculatio qantitatum quarumcunque, hoc est, quarumcumque rerum continuarum vel discretarum, vt corporum mundanorum, motuum, ponderum, sonorum, radiorum cisualium, agrorum, vasorum, &c. Vnde etiam Mechanica propriè non potest esse Mathematica, licet inter Mathematicas soleat recipi.
Inter Speculativas occupat medium locum, nempe inter Physicam & Metaphysicam.

Id constat ex ejus modo cõsiderãdi: nã objectũ, circa quod speculativa sciẽtia versatur, vel	nec re, nec ratione	est materiae sensibili immersũ, de quo agit.	Met.
	re quidem, sed non ratione		Mat.
	re, & ratione		Phys."

[34] "Tales sunt scientiae Genus, Objectum, propositionum, Veritas, Methodus, Facilitas, usus, & comitantia".
[35] "Mathematica quatenus scientia praecedit omnes artes, tum nobiles, ut Medicinam, Militarem, &c. tum Mechanicas. Eadem quatenus speculativa praecedit scientiam moralem".

seu objeto, ou seja, as quantidades, as substâncias, os acidentes e tudo que pode ser quantificado. A matemática, entre as ciências especulativas, é superada pela metafísica e supera a física.

3. As proposições matemáticas sempre trazem a verdade. Para sustentar essa afirmativa, van Roomen recorre a Platão.

> *"Platão diz, essa ciência é a mais digna e a mais excelente, é aquela que mais ama a sinceridade e a verdade. Assim, consequentemente, as disciplinas matemáticas não somente desejam, admiram e honram a verdade. Mas somente não admite nada que seja falso, e também nada que exista somente na probabilidade, e finalmente nada que permita que não confirmem e corroborem com demonstrações certíssimas. Não pode ser dúbio, porque é concedido a ela o primeiro lugar entre todas as outras ciências"*[36] (VAN ROOMEN, 1602, p. 8, tradução nossa).

4. Van Roomen exalta o método demonstrativo da matemática e, por isso, a coloca hierarquicamente na frente das outras ciências. Para o autor, a matemática não pode ser comparada a outras ciências porque ela é a que possui o maior grau de certeza. "Os matemáticos demonstram quaisquer coisas sobre as quais recebem em um debate e corroboram com razões firmíssimas"[37] (VAN ROOMEN, 1602, p. 9, tradução nossa).
5. "A dificuldade da matemática não é tanta quanto o povo acredita"[38]. Mas se o interessado se dedicar, pois o método e a ordem matemática necessitam de algum tempo e trabalho árduo, ele entenderá e aprenderá as matemáticas (VAN ROOMEN, 1602, p. 9, tradução nossa).
6. "O uso da matemática para as outras faculdades tanto ciências, quanto artes, é máximo"[39]. Porém o autor afirma que detalhará esse tópico nos capítulos referentes a cada uma das disciplinas Além dessa afirmação, o autor traz somente um poema e não cita sua autoria (VAN ROOMEN, 1602, p. 10, tradução nossa).
7. Sobre a união das ciências, van Roomen comenta sobre a matemática e diversos campos do conhecimento. Citamos alguns trechos logo abaixo:

***

[36] "Plato inquit, eam scientiam esse digniorem, praestantioremque, quae magis synceritatis, veritatisque est amans. Cum igitur disciplinae Mathematicae veritatem adeò expectante, adament, excolantque, ut non solùm nihil, quod sit falsum, verùm etiam nihil, quod tantùm probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirment, corroborentque; dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias scientias omnes sit concedemus".
[37] "Mathematici namq; omnia, de quibus suscipiunt disputationem, demonstrant, firmissimisque rationibus corroborant...".
[38] "Difficultas mathematicae non est tanta, quanta vulgo creditur".
[39] "Usus Mathematicae ad alias facultates tam scientias quam artes est maximus".

As coisas inatas são discernidas das ciências dependentes/aprendidas através das disciplinas matemáticas.
(...)
Com máximo encanto e vontade [as matemáticas] transbordam a alma dos cultos.
Platão audazmente diz, e ele confirma, que o olho da alma – que é cegado e enterrado por alguns estudos – é recreado somente pelas disciplinas matemáticas e novamente é exercitado por aquilo que é a contemplação.
Pois sejam liberais do mesmo modo homens nobres, príncipes, reis e imperadores [todos] as cultivam [as matemáticas].
As metafísicas de nenhum modo são úteis, mas são vistas como necessárias.
(...)
Nem os médicos podem carecer do auxílio do conhecimento.
A medicina usa a doutrina dos números nas decisões diárias; a astrologia tanto na distinção da doença, quanto na cura das mesmas.
Os historiadores fraquejam sem o conhecimento.
Os historiadores, enquanto debatem o lugar do clima, também enquanto desejam descrever as magnitudes, os diâmetros ou a extensão das cidades, é necessário que use o subsídio da Geodesia.
Não pouco a matemática orna a disciplina civil.
Platão instrui que primeiramente devem ser aprendidas todas as disciplinas matemáticas, por causa de várias coisas, e a multiplicidade de utilidade delas, (como escreve eloquentemente) não somente para as artes restantes que devem ser entendidas mais retamente, mas também para a republica que deve ser bem administrada.[40]

***

Como é possível perceber, van Roomen utiliza todos os sete motivos para engrandecer as disciplinas matemáticas, ciências que possuem conhecimentos que não são deduzidos a partir de nada que seja duvidoso, mas sempre trazem a verdade e a certeza. Tais disciplinas devem ser aprendidas antes das demais, pois servem de fundamento para os demais conhecimentos. As matemáticas não são ciências que exclusivamente versam sobre um conhecimento próprio delas, mas possuem aplicações em outras ciências e artes. O exemplo mais claro é o das aplicações nas artes bélicas, pois para ser um bom general,

[40] "Mathematicis disciplinis discernuntur ingenia ad scientia aptas.
(...)
Maxima iucunditate & voluptate animos cultorum perfundunt.
Plato audacter dicit, idque confirmat, oculum animae, qui ab alijs studijs excaecatur, defoditrque, à Mathematicis tantúm disciplinis recreari, exercitarique rursus ad eius quod est contemplationem.
Cum liberales sint ideò eas coluerunt viri nobiles, Principes, Reges, & Imperatores.
Metaphysicae non modo vtilis sed & necessaria videtur.
(...)
Nec Medici auxilio Matheseos carere possunt.
Medicina utitur numerorum doctrina in criticis diebus; Astrologia tum in morborum dignotione, tum in eorundem curatione.
Historici sine Matthesi claudicant.
Historici dum Climatum situs referunt, indigente Cosmographia, dum verò urbium magnitudines, diametros,, vel ambitus describere volunt, Geodesiae utantur subsidio, necesse est.
Civilem disciplinam non parùm ornat Mathematica.
Plato praecipit Mathematicas disciplinas primò omnium esse addiscendas, propter varias, ac multíplices earum utilitates, (ut copiosè scribit) non solum ad reliqvas artes rectiùs perpiciendas, verùm atiam ad Remp. benè administrandam".

segundo van Roomen, deve-se conhecer muito bem as matemáticas.

As ciências matemáticas não são somente úteis nas demais ciências e artes, mas também em diversas esferas da sociedade, como para o trabalho do historiador, do médico, para a política, etc. Van Roomen enfatiza que para que uma administração pública ou privada seja boa, os homens nobres, reis, imperadores devem possuir um bom conhecimento matemático. A excelência, a utilidade, aplicabilidade e a certeza das matemáticas demonstram o quanto o autor está interessando que as disciplinas matemáticas devem ter um estatuto superior e mais digno frente às outras ciências e conhecimentos. Mais à frente voltarei a abordar a questão do estatuto social da matemática no século XVI.

3.2 A Classificação das Matemáticas de van Roomen

A classificação das matemáticas é apresentada no segundo capítulo das duas obras, porém o assunto é detalhado melhormente na *Universae Mathesis Idea*, enquanto que na *Mathesis Polemica* van Roomen está mais preocupado em mostrar que as (quais) disciplinas matemáticas são necessárias e úteis para o conhecimento de alguém que lide com as artes militares.

Iniciamos com a tradução do segundo capítulo da *Universae Mathesis Idea* intitulado *Sobre a Divisão da Matemática*.

***

O senso dos matemáticos compreende tanto daquelas que podem ser ditas verdadeiramente matemáticas (verè mathematicae), quando daquelas que são quase matemáticas (quasi mathematicae).
A matemática verdadeira (mathematica vera) é tanto a principal ou primária, quanto a que supre ou mecânica.
A matemática principal é aquela que está segura da simples especulação da quantidade; tal dupla é pura e também impura ou mista.

$$\textit{A matemática}\left\{\begin{array}{c}\textit{pura}\\ \textit{impura}\end{array}\right\}\textit{ é aquela que especula a quantidade }\left\{\begin{array}{c}\textit{pura ou inteligível}\\ \textit{mista ou sensível}\end{array}\right.$$

A [matemática] pura é novamente uma dupla, universal e especial.
A universal é aquela que versa realmente sobre toda a quantidade, logística e prima mathesis; a primeira como o órgão da ciência e a última como a ciência.
A especial também é uma dupla, a aritmética e a geometria sob a qual está a estereometria.
O objeto das mistas é uma quantidade (quantum), e ela ou é eterna ou é corruptível.
Eterno ou incorruptível é o mundo e suas partes integrantes, sobre as quais [trata] a cosmografia, a uranografia, a geografia, a astronomia e a cronologia.
Os objetos corruptíveis são as coisas dos sublunares sobre os quais [trata] a geodesia, a

óptica, a euthymetria e a música.
A matemática mecânica (mecanica mathesis) é aquela que especula as quantidades em conjunto com a obra ou o fazer das máquinas.
A mecânica é dupla pela razão da finalidade das próprias máquinas que ou é o uso ou é a ação ou movimento ativo: nenhum nome delas provém de si própria.
A mecânica eficiente pode ser múltipla graças ao uso do instrumento (ou esse uso se faz conjunto com o silencio ou com o movimento passivo), a observação ainda é a principal, sobre a qual versa a sphaeropoeia ou sphaeropoetica.
(...)
A mecânica que observa esta ação é dupla, universal ou elementar e particular.
A universal contém os elementos do movimento violento e é dita propriamente mecânica, ou como diz Pappus, manganaria.
A particular é a que é aplicada ao motor certo e definido, que pode ser externo ou interno.
Chamamos motor externo o que existe fora do instrumento, que pode versar sobre o inanimado na mechanopoetica ou o animado na organopoetica.
Dizemos interno o que está incluído dentro do instrumento, os quais chamamos automáticos, sobre os quais trata a automatopoetica.
As quase matemáticas (quasi mathematicae) são muitas, entre as quais obtêm o primeiro lugar a arquitetura e as artes militares.[41]

***

Nesta parte nota-se a distinção das palavras *mathematica* e *mathesis*. Van Roomen faz claramente o uso de *mathematica* para o conjunto das primeiras disciplinas, as matemáticas principais, que são compostas pelas matemáticas puras e mistas, aquelas que buscam somente a especulação das quantidades. Ao tratar das disciplinas mecânicas, o

[41] No original: "Mthematicarum censu comprehenduntur, tum eae quae verè Mathematicae sunt, tum quae quase Mathematicae dici possunt.
Mathematica vera est tum Princeps sive primaria, tum ministrans sive Machanica.
Mathematica princeps est qvae soli qvantitatum speculationi intenta est; talis duplex est pura & impura sive mixta.

Pura	Mathematicae est qvae	puram sive intelligibilem
Mixta	speculatur qvantitatem	mixta sive sensibilem

Pura iterum duplex universalis & specialis.
Vniversalis est qvae circa omnem versatur qvantitatem nempe *Logistice* & *prima Mathesis*, olla ut organum scientiae, haec ut scientia.
Specialis qvoqve duplex est *Arithmetica* & *Goemetria* sub qva & *Stereometria*.
Mixtae objectum qvantum est, idqve vel aeternum vel corruptibile.
Aeternum sive incorruptibile mundus est, ejusqve partes integrantes, de qvibus *Cosmographia*, *Ouranographia*, *Geographia*, *Astronomia* & *Chronologia*.
Corruptibilia objecta sunt substantia de qvibus *Geodesia*, *Optica*, *Euthymetria* & *Musica*.
Mechanica Mathesis est qvae qvantitatum speculationi, adjungit opus sive factionem Machinarum.
Mechanica duplex est ratione finis ipsarum Machinarum qvi vel est usus vel actio sive motus activus: Neutra harum nomen sibi invenit proprium.
Mechanica efficiens organa usus gratia (siue is usus sit sum qviere sive cum motu passivo conjunctus) multiplex esse potest, praecipuus tamen est observatio, circa qvam versatur *Sphaeropoeia* sive *Sphaeropoëtica*.
(...)
Mechanica haec actionem spectans duplex est, universalis sive Elementaris & particulares.
Vniversalis continet elementa motus violenti; diciturqve propriè *Mechanica*, Pappo *Manganaria*.
Particularis est qvae certo & definito applicatur motori, qvi esse potest externos vel internus.
Externum motorem vocamus qvi extra organum existit, circa qvem inanimum *Mechanopoetica*, vel animatum *Organopoetica* versatur.
Internum dicimus qvi intra organum includitur, qualia vocamus automata, de qvibus *Automatopoetica*.
Quasi mathematicae plures sunt, inter qvas tamen principem locum obtinent *Architectura* & *Ars Militaris"*.

termo usado passa a ser *mathesis*, ou seja, conhecimento. No decorrer da obra, o que percebe-se é que van Roomen faz um uso indiscriminado das palavras: ora ele usa ambas com o sentido de matemática, ora nos parece que ele quer tratar do conhecimento como um todo. Na definição da palavra latina *mathematica* ele nos remete ao grego *mathema* e *mathesis*, porém, no primeiro capítulo, o autor já havia nos informado que as disciplinas mecânicas não deveriam ser chamadas de matemáticas, embora alguns como ele mesmo as considerem como parte das matemáticas. Desse modo, pode-se afirmar que alguns autores compreendem as disciplinas mecânicas como uma parte do conhecimento como um todo e não como integrantes do conjunto de disciplinas matemáticas. Porém, se van Roomen as aborda em um livro acerca da importância, supremacia e excelência das matemáticas, será que necessariamente as disciplinas mecânicas devem estar baseadas no conhecimento das matemáticas? A questão parece ser difícil de ser abordada a partir dos dois primeiros capítulos de ambas as obras. Uma análise mais aprofundada será feita mais à frente após a leitura dos capítulos referentes às disciplinas mecânicas. Depois disso, será possível entender de que modo as disciplinas matemáticas se relacionam com as mecânicas e à partir daí, ver se van Roomen faz o uso indiscriminado dos termos *mathesis* e *mathematica*. O mais provável é que ele compreendia o conjunto das disciplinas principais como sendo as matemáticas propriamente ditas, já as mecânicas seriam disciplinas não pertencentes às matemáticas, mas que dependem bastante do conhecimento matemático. Além disso, o autor trata de "quase matemáticas" que mesmo não sendo consideradas matemáticas, dependeriam do conhecimento delas.

No diagrama apresentado no segundo capítulo da *Mathesis Polemica* (Figura 3.1), o termo utilizado para classificar todas as disciplinas é *mathesis*.

No segundo capítulo da *Mathesis Polemica*, van Roomen não tem somente a intenção de mostrar ao leitor a sua classificação das disciplinas matemáticas, mas também de revelar explicitamente o objetivo principal dessa obra, a saber, que todas as disciplinas matemáticas são úteis e necessárias às artes militares. Para isso, afirma que todas as matemáticas são necessárias ao general, mas são requeridas primeiramente as mistas e por causa delas também devem ser estudadas as matemáticas puras. Van Roomen afirma que não se pode chegar ao conhecimento das matemáticas mistas sem primeiro ter aprendido as puras. Isso novamente nos remete à filosofia aristotélica, pois o autor valoriza os objetos inteligíveis, o que torna a aritmética e a geometria ciências puras e perfeitas, enquanto as matemáticas mistas, que possuem um objeto sensível estão sujeitas ao conhecimento das matemáticas puras.

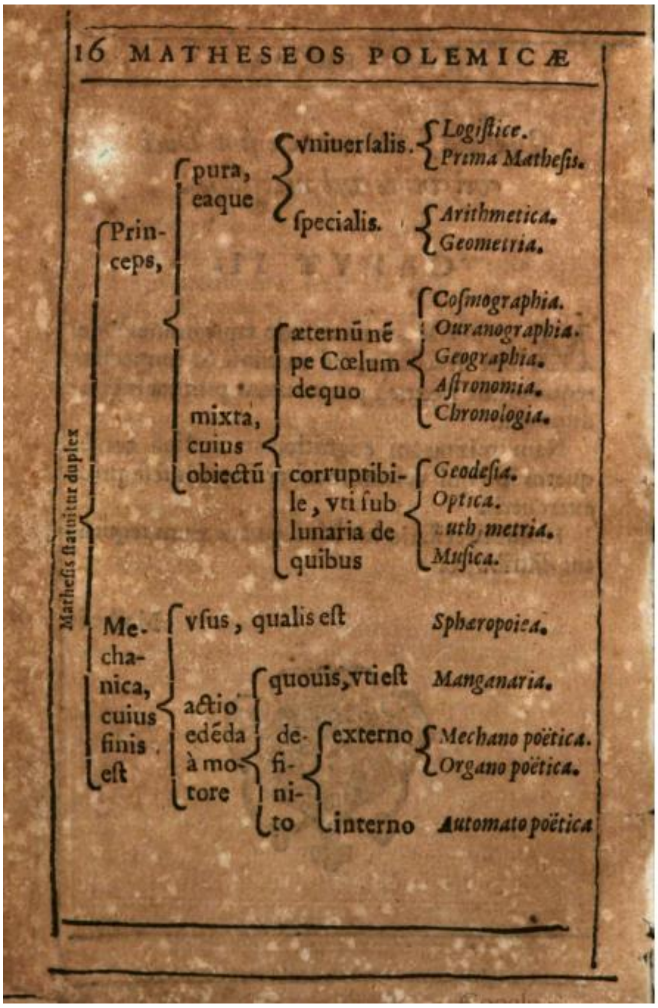


Figura 3.1: Página dezesseis da *Mathesis Polemica* na qual van Roomen mostra a divisão daquelas disciplinas do conhecimento e da matemática que o general deve ter conhecimento.

Espera-se entender no decorrer deste trabalho, a partir da leitura dos demais capítulos das duas obras, que o texto apresentado no segundo capítulo da *Universae Mathesis Idea* e o diagrama que ilustra o segundo capítulo da *Mathesis Polemica* mostram uma classificação de um conjunto de disciplinas do conhecimento no qual estão contidas as ciências principais, que são as matemáticas propriamente ditas, disciplinas mecânicas e as quase matemáticas, disciplinas que dependem da matemática para serem descritas e compreendidas.

A leitura da obra também nos mostrará que o diagrama de van Roomen poderia ser escrito de outra maneira, pois ao apresentar cada capítulo, às vezes ele não segue estritamente o diagrama e a classificação trazida no início.

***

A classificação de van Roomen nos remete a uma variação da classificação tripartida do conhecimento de Aristóteles constituída pelas ciências teoréticas ou especulativas, ciências poéticas ou produtivas e ciências práticas. A matemática, a física e a teologia são denominadas teoréticas ou especulativas por Aristóteles no livro VI da *Metafísica* (1025b-1026a). A teologia também pode ser entendida aqui como a filosofia primeira, a metafísica (PETERS, 1983). No primeiro capítulo da *Universae Mathesis Idea*, o autor descreve a classificação aristotélica, mostrando a posição das matemáticas no conjunto das ciências especulativas.

A distinção entre o conhecimento principal (ou matemáticas principais) e o conhecimento mecânico, parece nos remeter a uma distinção aristotélica em que o primeiro ramo é constituído pelas matemáticas e o segundo pelas ciências poéticas. Este termo aristotélico pode ser entendido tanto como a poética propriamente dita ou como as ciências produtivas ou artes, significado mais apropriado no caso de van Roomen.

Na análise de cada capítulo da obra de van Roomen daremos atenção aos termos e significados possíveis na filosofia aristotélica, além de incluir algumas seções acerca de pontos importantes de história de cada disciplina matemática.

Percebe-se tanto nos dois primeiros capítulos, quanto nos seguintes, que van Roomen segue uma tradição medieval de sempre mostrar a origem etimológica dos nomes das disciplinas.

4. AS MATEMÁTICAS PURAS

Este capítulo aborda as matemáticas puras. Primeiramente as universais: a logística ou *supputatrix* descrita no terceiro capítulo da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis Polemica* e a *prima mathesis* ou *mathesis universalis* no quarto capítulo. E, em seguida, as especiais: a aritmética e a geometria, estudadas no quinto e sexto capítulo, respectivamente, de ambas as obras.

O estudo das matemáticas puras universais é de suma importância para a história da matemática e para a história da ciência, pois ambas mostram como o conhecimento matemático possuía uma posição de destaque frente a outras disciplinas científicas e estava numa interface do conhecimento ligada diretamente a outras áreas, como a filosofia.

No que se refere à *prima mathesis*, nome atribuído por van Roomen ao que ficou conhecido como *mathesis universalis*, é importantíssimo detalhar o conceito elaborado por ele. Alguns autores afirmam que o pensamento de René Descartes em sua obra *Regulae ad directionem ingenii* teve influência de van Roomen. Para tal disciplina, a *prima mathesis*, nas subseções 4.3.1 e 4.3.2 trarei uma perspectiva histórica e uma descrição do conceito elaborado por van Roomen, respectivamente. Já na subseção 4.3.3 abordo brevemente as possíveis relações entre o pensamento de van Roomen e de Descartes. Este capítulo termina com duas pequenas seções sobre a aritmética e a geometria.

4.1 *Supputatrix* ou Logística

4.1.1 A Logística e a Aritmética

Na *República*, Platão mostra dois modos de conceber os números: o primeiro refere-se aos números presentes nas coisas sensíveis e que podem ser contadas, enquanto que o outro modo de compreender os números é acessível somente pela razão, conduzindo a alma para o alto e obrigando-a a pensar a respeito do próprio número.

> *"-Além disso, penso agora, depois do que eu disse sobre o estudo concernente aos cálculos, que nos é agudo e útil em muitos aspectos a respeito do que queremos, desde que se empregue para conhecer e não para comercializar.*
> *-De que modo?*
> *-Assim: este estudo do qual estamos falando eleva notavelmente a alma e a obriga a discorrer acerca dos números em si, sem permitir jamais que alguém*

> *discorra propondo números que contêm corpos visíveis ou tangíveis. De fato, sabem sem dúvida que os experientes nessas coisas, se alguém tenta dividir a unidade em seu discurso, eles riem e não aceitam, e se tu fracionas [a unidade] e por sua vez multiplica, cuidando que o um que aparece não sendo [compreendido] como único, mas como contendo muitas partes.*
> *-É verdade o que dizes.*
> *-E se alguém te pergunta: "homens assombrosos, acerca de que números discorrem, nos quais a unidade se acha tal como vós a considerais, sendo em tudo igual a qualquer outra unidade sem diferir em nada nem contendo em si mesma parte alguma?" Que crês, Glauco, que responderás?*
> *-Penso que isto: Que os números acerca dos quais falam só são possíveis ser pensados e não os podem manipular de algum modo.*
> *-Tu vês então, meu amigo, que este estudo há de nos ser realmente formoso, posto que parece obrigar a alma a servir-se da própria inteligência para alcançar a própria verdade"*[42] (PLATÃO, 1986, pp. 354-355, tradução nossa).

A distinção entre a natureza dos números também é tradicionalmente compreendida como duas ciências distintas: (i) a aritmética, como o estudo teórico dos números e (ii) a logística, como os cálculos práticos. Mas, qual a diferença entre elas?

> *"A resposta estaria na etimologia dessas palavras: a arithmetike vem de tekhne (τέχνη/ arte, habilidade) e arithmos (ἀριθμός/ número); a logistike vem de logos (λόγος), que por sua vez possui diversos significados, como palavra, medida, fórmula, argumento, razão, mas também cálculo. Logo, de acordo com esta visão, Platão estaria se referindo à arithmetike como uma "arte ou habilidade de contar" e não às relações que se pode estabelecer entre os números, como a sua soma ou multiplicação. A oposição se daria então, não no âmbito do estudo teórico dos números versus a computação, mas entre a contagem versus a computação"* (BARBOSA, 2009, p. 39).

A logística, na *República* (524d-526c), é tida como uma ciência importante socialmente, tanto que Platão recomenda que o ensino dela deveria ser obrigatório para aqueles que vão ocupar os cargos do estado. Cito um trecho:

> *"-Seria conveniente, Glauco, estabelecer, por lei este estudo e persuadir aos que vão participar dos mais altos cargos do estado a que se apliquem a arte do cálculo, mas não como aficionados, e sim até chegar a contemplação da natureza dos números por meio da inteligência; e não para faze-los servir nas compras e vendas, como fazem os comerciantes e mercadores, mas com foco à guerra e para facilitar a conversão da alma desde a gênese até a verdade e a*

[42] "-Además pienso ahora, tras lo dicho sobre el estudio concerniente a los cálculos, qué agudo y útil nos es en muchos aspectos respecto de lo que queremos, con tal de que se emplee para conocer y no para comerciar.
-¿De qué modo?
-Así: este estudio del que estamos hablando eleva notablemente el alma y la obliga a discurrir acerca de los Números e sí, sin permitir jamás que alguén discurra proponiendo números que cuentan con cuerpos visibles o tangibles. En efecto, sabes sin duda que los expertos en estas cosas, si alguien intenta seccionar la unidad en su discurso, se rien y no lo aceptan, y si tú la fraccionas ellos a su vez la multuplican, cuidando que jamás lo uno aparezca no como siendo uno, sino como conteniendo muchas partes.
-Es verdad lo que dices.
-Y si se les pregunta: 'hombres assombrosos, ¿acerca de qué números discurris, en los cuales la unidad se halla tal como vosotros la consideráis, siendo en todo igual a cualquier otra unidad sin diferir en lo más mínimo ni conteniendo en sí misma parte alguna?'; ¿qué crees. Glaucón, que responderán?
-Pienso que esto: que los números acerca de los cuales hablan sólo es posible pensarlos,, y no se les puede manipular de ningún modo.
-Tú ves entonces, mi amigo, que este estudio ha de resultarnos realmente forzoso, puesto que parece obligar la alma a servirse de la inteligencia misma para alcanzar la verdad misma".

essência"[43] (PLATÃO, 1986, p. 354, tradução nossa).

A logística também aparece em outras obras de Platão. Segue um trecho de *Górgias*.

> *"...se sobre alguma das artes de que agora eu falara, alguém me perguntasse: "Sócrates, o que é a aritmética?", lhe responderia, como tu agora, que é uma das artes que produz sua eficácia pela razão. Se, continuando a pergunta, me dissesse: "Sobre que objeto?", lhe responderia que sobre o par e o impar e a quantidade de cada um. Se novamente me perguntasse: "O que é a logística?", lhe diria que também é uma das artes que tem toda a sua eficácia na razão, e se insistir: "Sobre que objeto?", lhe responderia como os que redigem as propostas na assembleia, que a aritmética é igual a logística, se referem ao mesmo, ao par e ao impar; se diferenciam somente que a logística examina as relações de quantidade do par e do impar com relação a eles mesmos e uns com os outros"*[44] (PLATÃO, 1983, pp. 30-31, tradução nossa).

Segundo Platão, o objeto de estudo da aritmética e da logística é o mesmo, "o par e o ímpar" e Segundo Strycker (1950, p. 54), quando Platão trata do conjunto dos números pares e ímpares, um modo também comum nos pitagóricos, está designando a totalidade dos números inteiros. A aritmética estuda os números inteiros independentemente de sua grandeza, talvez para diferenciar a aritmética matemática da aritmologia ou "mística pitagórica dos números", que via nos números de 1 a 10 uma explicação completa do universo sem que fosse necessário ir além. Já a logística examina a pluralidade dos números pares e ímpares em relação a eles mesmos e uns em relação aos outros.

> *"...a logística é a ciência das relações entre números inteiros, sejam pares, sejam ímpares. Ela é, em outras palavras, a teoria das relações não aplicada às variáveis geométricas contínuas, mas a quantidade descontinua ou "discreta", ao objeto da aritmética, à pluralidade, ao par e ao impar, resumidamente: o número"*[45] (STRYCKER, S.J., 1950, p. 52, tradução nossa).

A análise de Strycker (1950) o leva a concluir que a logística é parte da teoria das proporções de Eudoxo presente nos *Elementos* de Euclides, aplicada somente aos números inteiros.

---

[43] "-Seria conveniente, Glaucón, estabelecer por ley este estúdio y persuadir a los que van a participar de los más altos cargos del Estado a que se apliquen al arte del cálculo, pero no como aficionados, sino hasta llegar a la contemplación de la naturaleza de los números por medio de la inteligencia; y tampoco para hacerlo servir en compras y ventas, como hacen los comerciantes y mercaderes, sino con miras a la guerra y a facilitar la conversión del alma desde la génesis hacia la verdad y la esencia".

[44] "...si sobre alguna de las artes de que ahora hablaba, alguien me preguntara: 'Sócrates, ¿qué es la aritmética?', le costestaria, como tú ahora, que es una de las artes que produce su eficacia por medio de la palabra. Si, continuando la pregunta, me dijera: '¿Sobre qué objeto?', le contestaría que sobre lo par y lo impar y la cantidad de cada uno. Si nuevamente me preguntara: '¿Qué es el cálculo?', le diría que también es una de las artes que tienen toda su eficacia en la palabra, y si insistiera: '¿Sobre qué objeto?', le respondería, como los que redactan las propuestas en la asamblea, que en cuanto a lo demás es igual la aritmética que el cálculo, se refieren a lo mismo, a lo par y a lo impar; se diferencian solamente en que el cálculo examina las relaciones de cantidad de lo par y lo impar respecto a sí mismos y a unos con otros".

[45] "...la logistique est la science des rapports (λόγοι) entre nombres entiers soit pairs soit impairs. C'est, en d'autres termes, la théorie des rapports appliquée non aux grandeurs géométriques continues, mais à la quantité discontinue ou 'discrète', à l'objet de l'arithmétique, à la 'pluralité' (πλῆθος), au pair à l'impair, bref: au nombre".

4.1.2 A Logística na obra de van Roomen

Van Roomen coloca as duas matemáticas puras universais no mais alto grau entre as disciplinas matemáticas. Segundo o autor, "a [matemática] universal é aquela que versa acerca de toda a quantidade, certamente a logística e a *prima mathesis*. Aquela como instrumento das ciências, esta como a ciência"[46] (VAN ROOMEN, 1602, p. 14, tradução nossa). Neste trecho van Roomen mostra que a *supputatrix* ou logística é uma parte instrumental da *prima mathesis*.

Van Roomen a define da seguinte maneira: "A *supputatrix*, dita em grego λογιστική, é aquela que com o benefício dos cânones universais, obtém o desconhecido a partir de números dados em condições adequadas"[47] (VAN ROOMEN, 1605, p. 17, tradução nossa). Segundo Sasaki (2004, p. 351, tradução nossa), "esta definição evoca necessariamente a arte da *al-jabr* da matemática árabe".

> *"Poderia, não incomodamente, se a expressão fosse aceita, ser chamada "arithmopraxia". É aceito separar essa "supputatrix" das ciências matemáticas restantes, porque ela não trata de propriedades de objetos particulares, mas considera todo número concreto, isto é, a coisa enquanto numerável sem nenhuma propriedade dos números . Assim como é capaz de servir os conhecimentos com todas as partes, de fato, a todo uso civil. E o que a lógica é na filosofia universal, a "supputatrix" pode ser pensada completamente no conhecimento"*[48] (VAN ROOMEN, 1605, p. 17, tradução nossa).

Devido às semelhanças com a aritmética, van Roomen afirma que a logística poderia ser chamada de *arithmopraxia*, ou seja, uma aritmética prática, conforme será dito novamente em outro trecho.

Além disso, a *supputatrix* pode ser entendida como uma disciplina à parte das demais disciplinas matemáticas, pois ela não trata dos objetos particulares de cada ciência, mas sim dos números concretos que estão embutidos no objeto de estudo de cada disciplina matemática.

Em seguida, van Roomen passa a diferenciar a aritmética da *supputatrix*, pois o interesse da primeira é "exibir propriedades confirmadas dos números com demonstração"[49] (VAN ROOMEN, 1602, p. 17, tradução nossa). Ou seja, a aritmética tem como objetivo principal elaborar demonstrações que provem as propriedades dos números

---

[46] "Vniversalis est qvae circa omnem versatur qvantitatem nem *Logistice* & *prima Mathesis*, illa ut organum scientiae, haec ut scientia".

[47] "Svpputatrix Graecis λογιστική dicta, est quae beneficio canonum universalium, ex datis numeris rebus accomodatis quaesitum elicit".

[48] "Posse non incomode si vox recepta esset Arithmopraxia vocari. Supputationem hanc à reliquis Mathematicis scientijs separare placuit, quod ea non peculiares objecti tradat proprietates, verùm omnem numerum respiciat concretum; hoc est, rem quam vis numerabilem sine ulla numerorum proprietate, ita ut omnibus servire queat Matheseos partibus, imò omni ciuili usui. Quodque Logica est in universa Philosophia, idipsum Supputatrix censeri potest in Mathesi".

[49] "...numerorum exhibeat proprietates demonstratione confirmatas...".

que, como veremos mais adiante, são "a adição, a subtração, a multiplicação, a divisão dos números e das partes, a comparação das razões e das proporções"[50] (VAN ROOMEN, 1605, p. 22, tradução nossa). A *supputatrix* "exibirá pouquíssimos cânones, sem nenhuma demonstração, sem nenhuma propriedade dos números, os quais devem ser inventados e julgados, e os mesmos são generalíssimos, distantes dos diversos problemas e teoremas da aritmética"[51] (VAN ROOMEN, 1605, p. 17, tradução nossa). Desse modo, a *supputatrix* é uma disciplina que não busca as propriedades dos números nem se baseia em teoremas aritméticos, mas busca somente entender como numerável o objeto de estudo das outras ciências. A *supputatrix* é "inteiramente geral e requer pouco conhecimento preliminar"[52] (SASAKI, 2004, p. 352, tradução nossa).

"O objeto da *supputatrix* é o número aplicável às coisas. A finalidade é exibir o número desconhecido da coisa por um caminho comum"[53]. Além disso, a *supputatrix* tem poucos princípios, pois se utiliza dos princípios da ciência na qual está sendo aplicada. O uso da *supputatrix* requer o conhecimento das propriedades da ciência e da coisa em que o número está sendo aplicado, justamente por isso esta disciplina serve como instrumento para outras ciências e não pode existir separadamente da ciência a que está sendo aplicada. Van Roomen afirma ainda que a *supputatrix* poderia ser chamada sem nenhum problema de "aritmética prática", pois "sem controvérsia, ela toda [a *supputatrix*] é tomada da aritmética" (VAN ROOMEN, 1605, p. 18, tradução nossa).

"Portanto, a *supputatrix* pode ser enviada antecipadamente com mérito a todas as matemáticas. Pois a *supputatrix* pode ser ensinada sem nenhum conhecimento das restantes matemáticas preexistentes"[54]. Para justificar, van Roomen cita as linhas 325 a 330 do poema *Epistola ad Pisones* da obra *De Arte Poetica* de Quinto Horácio Flaco (65 a.C-8 a.C). Neste trecho, Horácio mostra como os jovens romanos aprendiam a fazer cálculos: "Os meninos romanos, por muitas razões, aprenderam a dividir o *as* em cem partes. Digas filho de Albino, se de cinco [doze avos], uma *onça* é retirada, quanto sobrará? Poderás dizer: um terço. [Depois] poderás observar o que tens, readicione uma *onça*, quanto se faz? A metade"[55] (VAN ROOMEN, 1605, p. 18, tradução e colchetes nossos). Antes do século

[50] "...additionem, subductionem, multiplicationem, divisionem numerorum & partium, comparationum & proportionum camplectitur...".
[51] "...sine ulla demonstratione, sine ulla numerorum proprietate, canones paucissimos exhibeat inveniendi & iudicandi, eosque generalissimos longè â Theorematibus & Problematibus Arithmeticae diversos".
[52] "...quite general and requires little preliminar knowledge".
[53] "Objectum supputatricis est numerus rebus applicabilis.
Finis est numerum rei quaesitum communissima via exhibire".
[54] "Supputatrix ergo mérito omnibus Mathematicis praemitti potest.
Nam Supputatrix doceri potest sine ulla reliquarum Mathematicarum praeexistenti congnitione".
[55] "Romani pueri longis rationibus assem

III a.C, as medidas romanas de peso tinham como padrão o *as*, equivalente a 4210 grãos (272,81 gramas). O *as* era dividido em 12 *onças* de 351 grãos (22,73 gramas) cada (HOSCH, 2011, p. 207).

Em seguida, van Roomen mostra a utilidade da *supputatrix* em duas áreas: na jusrisprudência e na arte do general (*arti imperatoriae*). No primeiro caso, cita um trecho do Livro II da *Scholarum Mathematicarum libri unus et riginta* de Petrus Ramus. No que se refere *ars imperatoria*, van Roomen cita Platão, quando o filósofo mostra a importância da aritmética na prática bélica.

> *"Platão diz que a aritmética é útil às coisas da guerra para as linhas de batalha que devem ser instruídas e ordenadas. Mas, de fato, instruir uma linha de batalha simples, dupla, tripla, quádrupla para se opor aquele número de inimigos, é obrigação da aritmética. E assim, do mesmo modo diz Platão, Palamedes nas Tragédias leva o general Agamenon ao riso, pois vangloriava tanto do número por si achado, como dos barcos e das linhas de batalha ordenadas e todas as coisas numeradas restantes para Tróia. Assim como Agamenon ignorante ao número, também ignorou quantos pés [os inimigos] tinham"*[56] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 19-20, tradução nossa).

Na *Universae Mathesis Idea* e na *Mathesis Polemica*, van Roomen não menciona a álgebra como disciplina ou método matemático. É difícil trazer evidências que nos mostrem o motivo para isso, porém, segundo Sasaki:

> *"A álgebra tem origem árabe e não estava contida no catálogo de nomes das ciências matemáticas na Grécia clássica. Isto pode ser conjecturado ser a razão porque o autor da Universae Mathesis Idea não se refere à palavra álgebra. Nós não temos evidência definitiva se van Roomen tinha ou não a intenção de incluir a álgebra na disciplina chamada supputatrix. Mas, como ele considera supputatrix sinônimo do grego λογιστική, podemos pensar que ela contém a álgebra"*[57] (SASAKI, 2004, p. 352, tradução nossa).

Sasaki justifica que pode haver uma ampla sobreposição dos termos por parte de van Roomen e o motivo para isto é que o autor, por volta de 1602, conhecia os trabalhos matemáticos de Viéte, inclusive já o tinha visitado em 1601. Sasaki (2004, p. 353) mostra

---

Discunt in partes centum diducere, dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Vncia, quid superest? Poteras dixisse, triens.
Rem poteras seruare tuam: Redit vncia, quid fit?
Semis".

[56] "Plato bellicis rebus utilem inquit Arithmeticam ad instruendas & ordinandas acies. Enim vero instruere aciem simplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hostium vel illi numero opponere, Arithmetica militia est. Itaque ait idem Plato, perridiculum ducem Agamemnonem Palamedes in Tragaedijs efficit, cum & numerum à se inventum, & acies ordinatas navesque & reliqua omnia ad Troiam numerata esse gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignatus, ignoraret etiam quot pedes haberet".

[57] "Algebra was of Arabic origin and was not contained in the catalog of the names of mathematical sciences in classical Greece. This might be conjectured to be a reason why the author of the Universae Mathesis Idea does not refer to the word 'algebra' at all. We have no definitive evidence to determine whether or not Van Roomen inteded to include álgebra in the discipline 'supputatrix'. But, as he considers 'supputatrix' to be sinonymous with 'λογιστική' in Greek, we may think that it contains algebra".

que Viéte, na obra *In Artem Analyticem*, denominou a arte do cálculo de "*logistice numerosa*" e sua álgebra simbólica de "*logistice speciosa*".

> *"Viète chamou sua nova álgebra logistica speciosa (cálculo com símbolos) em oposição à logistica numerosa (cálculo com números). Ele estava completamente consciente do fato de que quando ele estudou a equação geral do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$, ele estava estudando uma classe inteira de expressões. Ao fazer a distinção entre a logistica numerosa e a logistica speciosa em sua In artem analyticam isagoge (Introdução à arte analítica, 1591), Viète traçou uma linha entre a aritmética e a álgebra. A álgebra, ele diz, é um método de operação de espécies e formas de coisas e isso é a logistica speciosa. A aritmética e equações com coeficientes numéricos lidam com números e isto é a numerosa"*[58] (KLINE, 1980, p. 122, tradução nossa).

Novamente segundo Sasaki, a definição de *supputatrix* como ciência que "obtém o desconhecido a partir de números dados em condições adequadas"[59] (VAN ROOMEN, 1602, p. 17, tradução nossa) se assemelha bastante ao conceito de Viéte de "*logistice speciosa*".

4.2 A *Mathesis Universalis* numa Perspectiva Histórica

Em 1533, Simon Grinaeus (1493-1541) publicou como apêndice à sua edição dos *Elementos* de Euclides, uma versão em grego do *Comentário ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides* de Proclus. Posteriormente, em 1560, foi publicada uma edição latina da mesma obra por Francesco Barozzi (1537-1604). Nela, Proclus fundamentou suas discussões nos diálogos de Platão, nos livros de Aristóteles e nos escritos pitagóricos, dando ênfase aos princípios e teoremas que são comuns a todas as disciplinas matemáticas. Essa obra estimulou muitos matemáticos e filósofos do renasci-mento a restaurar e construir uma nova filosofia da matemática. Dentre os trabalhos sobre o tema, podemos citar os de Alessandro Piccolomini (1508-1578), Petrus Ramus (1515-1572), Konrad Dasypodius (1532-1600), Benito Pereira (1535-1610), van Roomen e Johann Heinrich Alsted (1588-1638). Essa noção de uma ciência que abarcava todo o conhecimento matemático, uma ciência que abordava todos os princípios e propriedades que são comuns a todas as quantidades foi denominada por diferentes nomes tais como *mathematica generalis*, *prima mathesis* ou *mathesis universalis* (BOCKSTAELE, 2009; SASAKI, 2004).

---

[58] "Vieta called his new álgebra logística speciosa (calculation with types) as opposed to logística numerosa (calculation with numbers). He was fully aware of the fact than when he studied the generl second-degree equation $ax^2 + bx + c = 0$, he was studiyng an entire class of expressions. In making the distinction between logística numerosa and logística speciosa in his In artem analyticam isagoge (Introduction to the Analytic Art, 1591), Vieta drew the line between arithmetic and algebra. Algebra, he said, is a method of operating on species or forms of things and this is the logística speciosa. Arithmetic and equations with numerical coefficients deal with numbers and this is the numerosa.

[59] Veja nota 47.

4.2.1 Aristóteles

Sasaki através de uma ampla bibliografia mostra que a ideia de *mathesis universalis* pode ser abordada a partir de textos de Aristóteles e de comentadores de suas obras. Porém, a ideia de *mathesis universalis* não pode ser tratada como uma continuação do pensamento aristotélico, pois perderíamos os aspectos inéditos do pensamento renascentista.

Sasaki analisa dois trechos da *Metafísica*: 1026a 23-32 e 1064b 6-9. Nestes trechos aparece a palavra universal se referindo ao conhecimento matemático.

Em 1026a 23-32, discute se a metafísica é universal em comparação à física e à matemática. "Nas matemáticas, efetivamente, nem todas as disciplinas se encontram na mesma situação, enquanto a geometria e a astronomia versam sobre uma natureza determinada, a universal é comum a todas elas" (ARISTÓTELES, 1994, p. 269, tradução nossa).

No segundo trecho (1064b 6-9). Aristóteles afirma que "de fato, cada uma das ciências matemáticas se ocupa de um gênero determinado, enquanto que a universal, comum, se ocupa de todos eles" (ARISTÓTELES, 1994, p. 447, tradução nossa). Segundo Sasaki (2004, p. 290, tradução nossa), "o 'universal' na passagem citada, é atualmente, em muitos casos, parafraseada como 'matemática universal'", pois, possivelmente o filósofo concebia a existência de uma matemática universal que não possuía um objeto determinado, mas algo comum a todas as matemáticas. Na verdade, parece mais correto afirmar que Aristóteles, ao usar a palavra universal, estava tratando da metafísca como ciência teorética universal e superior às matemáticas.

Sasaki, ao mostrar que a palavra "universal" dos trechos acima pode ser traduzida como "matemática universal", também mostra que em outros a mesma palavra pode ser entendida como "proposições universais na matemática". No Livro XIII da *Metafísica* (1077a 9-12) Aristóteles escreve:

> *"Além disso, alguns axiomas são enunciados universalmente pelos matemáticos, independentemente dessas entidades. Existirá também, portanto, alguma outra entidade intermediária, esta separada das ideias e das realidades intermediárias e que não é nem número, nem ponto, nem magnitude, nem tempo"*[60] (ARISTÓTELES, 1994, p. 508, tradução nossa).

Mais à frente (*Metafísica*, XIII, 3, 1077b 17-22) Aristóteles escreve algo semelhante e destas citações Sasaki conclui:

[60] "Además, algunos axiomas son enunciados por los matemáticos universalmente, al margen de estas entidades. Existirá también, por tanto, alguna otra entidad intermedia, ésta separada de las Ideas y de las Realidades Intermedias, y que nos es ni número, ni puntos, ni magnitud, ni tiempo".

> *"Aristóteles faz sua observação que existem certas proposições matemáticas de um carácter universal que não são restritas a tais substâncias como números (objetos da aritmética) e magnitudes (objetos da geometria). Então, se está correto interpretar "o universal" nas passagens 1026a 23-32 e 1064b 6-9 como "matemática universal", as proposições universais do segundo grupo podem ser relatadas de certa maneira à noção de "matemática universal""*[61] (SASAKI, 2004, p. 291, tradução nossa).

Thomas Heath, em sua obra *Mathematics in Aristotle*, afirma que:

> *"Ao tratar de proposições universais na matemática aplicadas para uma grande classe de entidades como magnitudes, números e objetos de ciências matemáticas particulares, Aristóteles sem dúvida tinha em mente que tais proposições como aquelas em que se prova que, se quatro termos são proporcionais, são também proporcionais 'alternando'. Aristóteles apontou que essas proposições normalmente eram provadas separadamente para números, linhas, sólidos e tempos, 'mas é agora provadas universalmente para todas'. É obviamente a referência para a prova formando parte da nova teoria da proporção de Eudoxo. O que Aristóteles pode ter chamado a mais geral categoria de coisas para que a prova pudesse ser aplicada não aparece, mas isto parece mais provável que ele pudesse ter entendido como ποσόν, quantidade"*[62] (HEATH, 1970, p. 223, tradução nossa).

Heath entende que as proposições provadas universalmente são exemplificadas por Eudoxo, que provavelmente serviu de base para a escrita do livro V dos *Elementos* de Euclides. Desse modo, para Heath, as proposições de que Aristóteles e Eudoxo tratam não são aplicáveis somente às magnitudes geométricas, mas em geral a qualquer quantidade dada.

Sobre a teoria das proporções citamos um trecho dos *Analíticos Posteriores* (Livro I, 5, 74a 17-25), no qual Aristóteles trata da razões alternadas.

> *"E o que o proporcional também [se dá] em ordem alterna, tanto como números, quanto como linhas, tanto como sólidos, tanto como o tempo, do mesmo modo que se demonstrou separadamente em alguma ocasião, seria admissível demonstrá-los todos com uma só demonstração; mas, ao não ser possível dar um nome único a todas essas coisas – números-longitudes-tempos-volumes – e ao diferir entre si em espécie, se tornam separados. Porém agora se demonstra universalmente, pois o que se supõe que se dá universalmente [nessas coisas] não se dava enquanto linhas ou enquanto números, mas enquanto tal coisa"*[63] (ARISTÓTELES, 1988, pp. 326-327, tradução nossa).

---

[61] "Aristotle makes his observation that there are certain mathematical propositions of a universal character which are not restricted to such substances as numbers (objects of arithmetic) and magnitudes (objects of geometry). So if it is correct to interpret 'the universal' in passages 1026a23-32 and 1064b6-9 as 'universal mathematics,' the universal propositions in the second group can be related in a certain manner to the notion of 'universal mathematics'".

[62] "In apeaking of universal propositions in mathematics applying to a wider class of entities than those of magnitudes, numbers, and the objects of particular mathematical sciences, Aristotle no doubt had in mind such propositions as that in which it is proved that, if four terms are in proportion, they are also proportional *alternando*. Aristotle pointed out that this proposition used to be proved separately for numbers, lines, solids, and times, 'but is now proved universally for all'. The reference is obviously to the proof forming part of Eudoxus' new theory of proportion. What Aristotle would have called the more general category of things to which the proof would apply does not appear, but it seems most likely that it would have been ποσόν, quantity".

[63] "Y el que lo proporcional también <se da> en orden alterno, en cuanto número y en cuanto líneas y en cuanto sólidos y en cuanto tiempo, al igual que se demostró por separado en alguna ocasión, sería admisible demostrarlo acerca de todos con una sola demostración, pero al no ser posible dar un nombre único a todas esas cosas, números-magnitudes-

Heath entende que neste trecho Aristóteles faz alusão à teoria das proporções elaborada por Eudoxo e que esta teoria serve de base para a teoria aristotélica das proposições universais (HEATH, 1970, p. 43).

Contudo, existem diversas outras interpretações para a "matemática universal" em Aristóteles. Sasaki mostra, por exemplo, que alguns estudiosos se baseando na *Metafísica* (Livro I, 2, 982a 25-28) a entendem como sendo a aritmética, pois o filósofo afirma: "...as mais exatas das ciências são as que versam maiormente sobre os primeiros princípios: de fato, as que partem de menos [princípios] são mais exatas que as denominadas 'adicionadoras', por exemplo, a aritmética [é mais exata] que a geometria"[64] (ARISTÓTELES, 1994, p. 75, tradução nossa). Esta interpretação pode ser contestada, pois neste trecho, Aristóteles pode estar fazendo uma comparação em que a aritmética e a geometria são colocadas lado a lado e se chega a conclusão de que a primeira é mais acurada que a outra não se tratando necessariamente de definir a universalidade destas disciplinas (SASAKI, 2004).

Concordamos então que o termo "universal" utilizado por Aristóteles nos dois trechos da *Metafísica* citados anteriormente – 1026a 23-32 e 1064b 6-9 – devem ser entendidos como a "filosofia universal", ou seja, a metafísica e não como uma "matemática universal" e, neste sentido, a aritmética e a geometria foram entendidas como as primeiras matemáticas (SASAKI, 2004).

As obras aristotélicas foram traduzidas e continuaram a ser estudadas e comentadas durante a Idade Média e o Renascimento. Estes estudos e comentários levaram a diferentes análises dos trechos do texto aristotélico acerca de um conhecimento universal ou de uma matemática universal.

4.2.2 Os Comentadores Medievais

Segundo Sasaki, os medievais possuíam as seguintes traduções da *Metafísica*:

> *"(1) James (Jacobus), o veneziano-grego: talvez Metafísica I-IV. 2, comumente chamada Metafísica 'vetustíssima', no começo do século XII; (2) uma sistemática revisão dos livros I-III. 3 da versão de James, feita antes de 1236 e usualmente chamada 'composita' ou 'vetus'; (3) uma tradução anônima do século XII a partir do grego: livros IV-X, XII-XIV e talvez uma revisão dos livros I-II e parte do livro III da tradução de James, conhecida como Metafísica*

longitudes-tiemos-volúmenes, y al diferir entre sí en espécie, se tomaron por separado. Pero ahora se demuenstra universalmente, pues lo que se supone que se da universalmente <en esas cosas> no se dava en cuanto líneas o en cuanto números, sino en cuanto tal cosa".

[64] "...las más exactas de las ciências son las que versan mayormente sobre los primeros principios: en efecto, las que parten de menos (principios) son más exactas que las denominadas 'adicionadoras', por ejemplo, la aritmética que la geometría…".

> *'media'; (4) Michael Scot do árabe: muito da Metafísica (partes do livro I e XII e o todo dos livros XI, XIII e XIV não foram incluídos), conhecida como Metafísica 'nova', com o grande comentário de Averróis no começo do século XIII; e (5) William Moerbeke: livro XI e uma revisão de outros livros tendo recurso de textos gregos, no século XIII"*[65] (SASAKI, 2004, pp. 301-302, tradução nossa).

Ainda segundo Sasaki (2004, pp. 302-303), as traduções latinas possuíam algumas mudanças em relação ao texto grego, pois algumas adotavam o método palavra por palavra e outras eram livres.

Alberto Magno (1193-1280) e Tomás de Aquino (1225-1274) utilizaram-se de algumas dessas traduções para elaborarem seus comentários à obra aristotélica. Alberto, ao comentar o trecho 1026a 23-27 da *Metafísica*, faz uma comparação entre a teologia, a matemática e a física. Para ele, o "universal" deve ser entendido como sendo a teologia. "...a universalidade da teologia domina por completo a universalidade qualificada da matemática, o corpo vagamente unido das ciências matemáticas particulares"[66]. Sasaki considera que quando Alberto interpreta o "universal" como sendo a teologia, ele é "claramente influenciado não somente por razões filológicas"[67], mas também por seu "forte desejo em harmonizar a doutrina de Aristóteles com o ensino da Igreja Cristã"[68] (SASAKI, 2004, p. 304, tradução nossa)

Segundo Sasaki, outro motivo para que Alberto tenha adotado esta posição, é porque foi um grande crítico da filosofia da matemática de Platão.

> *"Aqui existe a necessidade de ter cuidado com o erro de Platão, que diz que o natural está fundado na matemática e a matemática no divino, assim como a terceira causa está fundada na segunda e, a segunda está fundada na primeira e, portanto, ele diz que a matemática tem princípios naturais, o que é completamente falso"*[69] (*Alberti Magni Opera Omnia apud* SASAKI, 2004, p. 305, tradução nossa).

Sasaki comenta ainda que isto não significa que Alberto tenha negligenciado o estudo das matemáticas, somente tem elevado o estatuto do método empírico no estudo da

---

[65] "(1) James (Jacobus) the Venetian-Greek: perhaps *Metaphysics* I-IV. 2, commonly called *Matephysics vetustissima*, in the early twelfth century; (2) a systematic revisión of Books I-III. 3 of James versión, made before 1236 and usually called *Composita* or *Vetus*; (3) Twelfth-century anonymous translation from the Greek: Books IV-X, XII-XIV and perhaps a revisión of Books I-II and part of Book III of Jame's translation, known as *Metaphysica media*; (4) Michael Scot from the Arabic: most of the Metaphysics (parts of Books I and XII, and the whole of Books XI, XIII and XIV were not included), known as *Metaphysica nova*, with Averroës's Great Commentary, in the early thirteenth century; and (5) William Moerbeke: Book XI, and a revisión of the other Books having recourse to the Greek text, in the thirteeenth century".

[66] "...the universality of theology overwhelms the qualified universality of mathematics, a losely united body of all the particular mathematical sciences".

[67] "...clearly influenced not only by the philological reason…".

[68] "...a Strong desire to harmonize Aristotle's doctrines with the teachings of the Christian Church".

[69] "Here there is need to beware of the error of Plato, who said that naturals were founded in mathematicals and mathematicals in divines, just as the third cause is founded in the second, and the second is fouded in the primary, and therefore he said that mathematicals were principles of naturals, which is completely false".

natureza. Para Alberto, a matemática é abstrata e trata somente do aspecto quantitativos da substância e isto não pode ser universal em nenhum sentido. A física trata do mundo natural sensível e "não pode ser explicada suficientemente pelas ferramentas da matemática"[70]. A metafísica "trata da realidade como um todo, isto é, o ser como tal. Isto é incomparavelmente mais universal do que a matemática"[71] (SASAKI, 2004, p. 305, tradução nossa).

Tomás – que obteve influencia de seu mestre Alberto – também mostra em seu comentário à *Metafísica* que a matemática não pode ser uma ciência universal. Segundo Sasaki, Tomás "afirma que uma ciência universal pode ser comum a tudo. Mas, nenhuma ciência matemática, em seu julgamento, trata de algum gênero determinado. Então, ele afirma que nenhuma outra ciência a não ser a metafísica é comum a todos os seres"[72]. Além disso, para Tomás, dizer que a metafísica era a ciência mais universal não implicava em afirmar que ela era a mais correta, pois na opinião do filósofo medieval, o método da matemática é mais correto do que o da teologia, pois o objeto de estudo dela faz parte das coisas sensíveis. "Na tradição aristotélico-escolástica, louvar a certeza da matemática foi bastante comum"[73] (SASAKI, 2004, p. 307, tradução nossa).

Tomás, citando um trecho do *Almagesto* de Ptolomeu, confirma o estatuto de certeza das disciplinas matemáticas. Este mesmo trecho foi citado posteriormente por Francesco Barozzi no debate com Alessandro Piccolomini.

> *"Chamemos os outros dois tipos de conhecimento teorético de opinião mais do que ciência: a teologia por causa de sua obscuridade e incompreensibilidade; a física por causa da instabilidade e obscuridade da natureza. O tipo matemático de investigação sozinho pode dar ao inquiridor o pensamento firme e inabalável com demonstrações certas carregadas de inquestionável método"*[74] (Aquinas, *Opera Omnia apud* SASAKI, 2004, p. 308, tradução nossa).

Contudo, Sasaki enfatiza que no pensamento filosófico de Alberto e de Tomás a matemática possui um método correto, mas ela "trata simplesmente do aspecto quantitativo defeituoso do ser, não o ser como tal"[75]. A física pode ser entendida como uma adição ao conhecimento da matemática, pois "o mundo natural, por muitas razões, não pode ser

[70] "...cannot be explained sufficiently by mathematical tolos".
[71] "...treats entire reality, i.e. being as such. It is incomparably more universal than mathematics".
[72] "...affirms that a universal Science ought to be common to all. But any mathematical science, in his judgment, is about some determinate genus. Then, he states that no sciences other than metaphysics are common to all beings".
[73] "In the scholastic-Aristotelian tradition to praise the certaily of mathematics was quite common".
[74] "Let us call the other two kinds of theoretical knowledge opinión rather tan science: theology because of its obscurity and incomprehensibility, physics because of the instability and obscurity of matter. The mathematical type of investigation alone will give the inquirer firm and unshaken certainly through demonstrations carried out by unquestionable methods".
[75] "...deals simply with a defective quantitative aspect of being, not being as such".

reduzido a entidades matemáticas”[76]. Além disso, a metafísica “lida com estruturas do ser muito mais ricas e profundas do que a física e a matemática”[77]. Para Alberto e Tomás, “se a matemática desfruta de uma suprema certeza, isto ocorre por causa da magreza do aspecto do ser com o qual ela pode abordar”[78] (SASAKI, 2004, p. 308, tradução nossa).

4.2.3 Pedro da Fonseca e Francesco Barozzi

Knobloch (2004) afirma que a situação política do século XVII – “aquele foi o tempo do absolutismo, dos monarcas absolutistas”[79] – influenciou enormemente o pensamento sobre a universalidade do conhecimento “transbordando” de pensamentos sobre o assunto, tais “como a aritmética, a arte, a característica, a harmonia, os instrumentos, a linguagem, a mágica, a matemática, o método, a ciência e o simbolismo universal”[80]. Para boa parte destes estudiosos a universalidade ou pelo menos a generalidade correspondia às bases da unidade sobre a diversidade ou a pluralidade (KNOBLOCH, 2004, p. 77, tradução nossa).

Sasaki mostra que o *Commentarii in libros Metaphysicorum Aristotelis Stagiritae* de Pedro da Fonseca (1528-1599), publicado em quatro volumes em 1577, 1589, 1604 e 1602, é um dos importantes comentários à obra aristotélica durante o renascimento, principalmente durante o começo do século XVII, período em que a obra foi completamente utilizada nos colégios jesuítas. Ainda segundo Sasaki, Fonseca ficou extremamente conhecido na Europa, pois fez parte do planejamento e escrita dos *Comentarii Collegii Coninbricensis* que tinham o intuito de unir todas as obras de Aristóteles, por isso, ficou conhecido como o “Aristóteles português” (SASAKI, 2004, pp. 321-322).

Sasaki mostra algumas particularidades cruciais no texto grego apresentado por Fonseca e ao descrever os comentários escritos pelo estudioso português, mostra que ele adotou a mesma visão dos medievais, ou seja, entendia como universal, a primeira filosofia, pois tal ciência era capaz de lidar com a universalidade de objetos, enquanto que a geometria, a astronomia e as demais ciências matemáticas eram particulares, demodo que não poderiam dar conta dessa universalidade. Para Fonseca, o método de estudo das

[76] “...the natural world cannot by any means be reduced to mathematical entities”.
[77] “...deals with much richer and deeper structures of being tan physics and mathematics”.
[78] “If mathematics enjoys supreme certainly, it is because of the meagerness of the aspect of being with which it can deal”.
[79] “Is was the time of absolutismo, of absolute monarchs”.
[80] “...like universal arithmetic, art, characteristic, harmony, instruments, language, magic, mathematics, method, science, symbolism”.

disciplinas matemáticas é similar ao da metafísica, porém, o objeto é diferente: as matemáticas são particulares enquanto que a primeira filosofia é a única ciência que possui um objeto de estudo universal.

Sem detalhar muito acerca de Francesco Barozzi, quero enfatizar aqui a importância dele para o desenvolvimento da mathesis universalis nos séculos XVI e XVII. Isso ocorreu porque Proclus escreveu na Antiguidade um Comentário ao Primeiro Livro dos Elementos de Euclides no qual continha a ideia de que haveria uma disciplina primária e superior à aritmética e á geometria. A obra foi publicada numa versão em grego por Simon Grinaeus em 1533 e numa tradução para o latim feita por Barozzi em 1560 (SASAKI, 2004, p. 333).

Nesta obra Proclus discute que coisas são comuns à todas as disciplinas matemáticas e em um dos capítulos afirma que deve existir uma ciência que unificaria todo o conhecimento matemático. Na edição latina, Barozzi coloca uma nota marginal denominando esta disciplina como “uma ciência divina”. Proclus afirma que a coisa unificadora das disciplinas matemáticas não é a proporção, mas sim uma “única ciência matemática” que possui todos os princípios comuns às demais (SASAKI, 2004, p. 334).

4.2.4 Três Aspectos Históricos da *Mathesis Universalis*

A *mathesis universalis* seria a ciência capaz de garantir “a harmonia ao invés da controvérsia, a certeza ao invés da incerteza, a evidência ao invés da obscuridade”. Segundo Knobloch (2004), existem cinco aspectos importantes na história que caracterizaram a criação de um conhecimento universal. Descreverei somente os três que considero mais importantes para este trabalho.

O primeiro diz respeito ao papel da dialética. “A dialética é a pedra angular das disciplinas matemáticas, (...) especialmente da aritmética e da geometria”[81]. Knobloch (2004) afirma que Platão, na *Republica* (534e) – onde o filósofo diz que a dialética ocupa o lugar supremo nos estudos – mostra que a dialética ocupa o lugar de uma ciência comum a todas as demais ciências, inclusive entre as matemáticas. O filósofo neoplatônico Proclus, do mesmo modo que Platão, querendo buscar os fundamentos para as ciências, escreveu um comentário ao quinto livro dos *Elementos* de Euclides. Tal comentário exerceu grande influência nas discussões sobre a *mathesis universalis* nos séculos XVI e XVII.

“Proclus mostrou que existe uma ciência unitária que é prioritária em relação

[81] “Dialetic is the capstone of mathematical sciences, (...) especially of arithmetic and geometry”.

> *às demais ciências matemáticas. A função dessa ciência geral (...) é o pensamento dianoético, isto é, o pensamento imaginativo e discursivo... De acordo com ele, a proporção não é um vinculo unificador das ciências matemáticas, embora ela seja uma das características comuns de todas as matemáticas. Ela é, de fato, somente uma das muitas características que são permeantes e intrínsecas à natureza comum da matemática"*[82] (KNOBLOCH, 2004, p. 78, tradução nossa).

Para Proclus deve haver uma ciência que possua princípios comuns que sejam capazes de englobar cada uma das ciências matemáticas particulares. Esta ciência matemática universal é maior do que a dialética, A dialética aperfeiçoa a *mathesis universalis* e a envia para o intelecto (nous) por meio de seus princípios peculiares mostrando-se verdadeira e irrefutável. Alguns dos princípios comuns de uma matemática universal enunciados por Proclus são: o limitado e o ilimitado, a semelhança e a dessemelhança, a igualdade e a desigualdade, a harmonia e a desarmonia. Tais princípios são dependentes entre si. Proclus também descreve a importante contribuição da matemática para a filosofia, e alguns ramos particulares da ciência, como a teologia, as ciências físicas, a política e a filosofia moral (KNOBLOCH, 2004, p. 78).

O segundo aspecto se refere ao conceito de arte geral que se originou com Raimundo Lúllio. "Em 1296, Lúllio escreveu sua *Arbor Scientiae*, obra na qual dezesseis ramos representam dezesseis ciências selecionadas de acordo com critérios psicológicos, teológicos, físicos e lógicos"[83] (KNOBLOCH, 2004, p. 80, tradução nossa).

> *"A lógica pode servir como um instrumento daquela ciência universal por meio da qual todas as proposições verdadeiras podem ser produzidas em um caminho mecânico. A concepção de lógica combinatória exerceu grande influencia nos séculos seguintes até o tempo de Leibniz"*[84] (KNOBLOCH, 2004, p. 79, tradução nossa).

A classificação não foi o aspecto principal da enciclopédia de Lúllio, mas sim a ideia de unidade de todas as ciências, ilustrada pela metáfora de uma árvore. Nicolau de Cusa (1401-1464) e Althanasio Kircher (1601-1680) foram importantes disseminadores das ideias de Lúllio no século XVII, eles afirmavam que toda demonstração qualitativa é reduzível a uma demonstração quantitativa, uma proporção mensurável.

---

[82] "Proclus showed that there is a unitary Science which is prior to the several mathematical sciences. The function of this general mathematics (...) is dianoetic thinking, that is imaginative and discursive thinking (...). According to him, proportion is not the unifying bond of the mathematica sciences though it is one of the features common to all mathematics. Is it, indeed, only one of many characteristics that are all-pervading and intrinsic to the commom ature of mathematics".

[83] "In 1296 Lull wrote his *Tree of science* whose sixteen branches represented sixteen sciences selected according to psychological, theological, physical, and logical criteria".

[84] "Logic should serve as na instrument of that universal Science by means of which all true propositions could be produced in a mechanical way. The concepción of logical combinatorics exerted great influence in the following centuries up to the time of Leibniz".

> *"De fato, a combinatória como peculiaridade da escola lullística não pode ser separada da ideia de uma matematização universal do ser. Em sua Universal Musical Art ou Great Art of Consonance and Dissonance, Kircher identificou composições musicais com combinações de notas e aplicou isso a filologia, matemática, física, mecânica, medicina, política, metafísica, teologia"*[85] (KNOBLOCH, 2004, p. 80, tradução nossa).

Kircher mostrou as noções fundamentais de seu alfabeto da arte que deveriam conter o núcleo do conhecimento humano. Descartes rejeitou estas ideias e, segundo Knobloch, pelo menos três ideias cartesianas devem ser lembradas, pois ocorrerão novamente em Leibniz: (i) O modelo de uma ciência universal como analógica e combinatória; (ii) A grande arte humana ou a ciência universal como uma imitação da arte divina; (iii) A linguagem universal como um instrumento adequado da ciência universal (KNOBLOCH, 2004, p. 81).

O terceiro aspecto se refere à razão humana. Descartes discutiu a noção de *mathesis universalis* na sua quarta regra e admitiu que ele estava usando uma expressão usada tradicionalmente. Knobloch fala brevemente da possibilidade de Descartes ter se baseado em van Roomen, mostrando que van Roomen pode ter sido "o primeiro a formular e a descrever um conceito racional de método no moderno sentido para a palavra racional"[86] criando uma nova disciplina filosófica. A ciência universal descrita por van Roomen (e que detalharemos mais abaixo) buscava as propriedades comuns a todas as quantidades, se fundamentando na teoria das proporções de Euclides. Knobloch mostra que no século XVI, duas ideias de ciência universal conviveram juntas:

> *"1. A concepção ordenada hierarquicamente de acordo com Proclus, Roomen, Dasypodius na qual a matemática universal está acima de todas as outras disciplinas matemáticas, ou "protheoria mathematica".*
> *2. A concepção enciclopédica de acordo com Alsted, Voss, Luneschlos na qual a matemática universal está lado a lado com as matemáticas especiais, isto é, com as diferentes disciplinas e subdisciplinas matemáticas"*[87] (KNOBLOCH, 2004, p. 82, tradução nossa).

Knobloch entende que Descartes buscava nas *Regras para a Direção do Espírito* uma "matemática universal", mas em seu *Discurso sobre o Método* uma "ciência universal". A matemática universal descrita inicialmente serviria como instrumento para a ciência universal, pois a matemática universal era uma espécie de arte da invenção

[85] "And indeed, combinatorics as peculiarity of Lull-school cannot be separated from the idea of a universal mathematization of being. In his *Universal musical art, or great art of consonance and dissonance* (1650) Kircher identified musical composition with combination of notes and applied it to philology, mathematics, physics, mechanics, medicine, politics, metaphysics, theology".

[86] "...the first to formulate and describe a rational concept of method in the modern sense of the word rational..."

[87] "1. The hierarchically ordered conception according to Proclus, Roomen, Dasypodius where universal mathematics ranks above all other mathemtical disciplines, as 'protheoria mathematica',
2. the encyclopedic conception according to Alsted, Voss, Luneschlos where universal mathematics ranks side by side with special mathematics that is with the different mathematical disciplines and subdisciplines".

combinando a intuição e a dedução, a análise e a síntese, o antigo método analítico da geometria com as coisas gerais, o método de solução operacional da álgebra, etc. (KNOBLOCH, 2004, p. 83).

Os outros dois aspectos dizem respeito à concepção leibiniziana de mathesis universalis que já recebeu outros nomes e configurações diferentes daqueles abordados por van Roomen e Descartes. Em um trecho de Leibniz, ele escreve que:

> *"A ciência geral não é outra coisa senão a ciência do todo. Ela não só compreende a lógica, até então predominante, mas também a arte da invenção, o método de colocar em ordem, a síntese e a análise, a ciência do ensino, a chamada teoria da cognição, a teoria da razão, a mnemônica, a teoria dos signos (ars caractheristica), a arte combinatória, a arte da inteligência, a gramática filosófica, a arte Lullistica, a cabala dos magos, a magia natural, talvez também a ontologia"*[88] (LEIBINIZ, 1999, p. 527 *apud* KNOBLOCH, 2004, p. 83).

***

Sasaki nos mostra que há uma distinção, embora não seja unânime, entre a interpretação da obra aristotélica durante a Idade Média e nos séculos XVI e XVII. Vê-se que predomina durante o medievo, a ideia de que só poderia ser considerada uma ciência universal a metafísica ou a teologia. O mais provável é que a influencia religiosa sobre a ciência tenha ajudado a predominar esta concepção. Já nos séculos XVI e XVII, a matemática passa a ter esse papel de universalidade, inclusive no pensamento de van Roomen, conforme descreverei mais abaixo.

Contudo, em minha opinião, a discussão trazida por Sasaki pode tirar a originalidade do pensamento de van Roomen e de outros autores dos séculos XVI e XVII. A pensamento de tais autores, mesmo tendo base na filosofia aristotélica, não está intimamente ligada à ela, mas sim buscam mostrar a existência de uma matemática universal ou um conhecimento universal que tem por base a dita certeza produzida pela aritmética e pela geometria. Van Roomen, Descartes e outros autores mostram que não existem ciências que produzem conhecimento mais certo e correto do que estas duas, porém elas podem servir de base para a criação dessa tala *mathesis universalis* que daria conta das demonstrações das demais ciências matemáticas.

---

[88] "General Science is nothing else but the science of all that can be thought of on the whole such. It does not only comprehend the hitherto prevailing logic, but also the art of invention, the method of putting in order, synthesis and analysis, the science of teaching, the so-called theory of cognition, the theory of reason, mnemonics, sign theory (ars characteristica), combinatorial art, the art of intelligence, philosophical gramar, Lullistic art, the cabbala of wise men, natural magic, perhaps also ontology".

Antes de finalizar esta seção, é importante dizer que, durante os séculos XVI e XVII, havia uma distinção entre os termos *mathesis universalis* e *universa mathesis*. O primeiro, *mathesis universalis*, era utilizado para denotar uma disciplina comum a todas as matemáticas, ou seja, uma ciência que serviria de base para todas as ciências, como van Roomen busca mostrar ao tratar da *prima mathesis*. Já o segundo, *universa mathesis*, era utilizado para expressar o conjunto das disciplinas matemáticas como um todo, e talvez seja este o motivo do título das obras de 1602 e de 1605 de van Roomen, *Universae Mathesis Idea* e *Mathesis Polemica*, respectivamente (SASAKI, 2004).

4.3 Adriaan van Roomen e a *Mathesis Universalis*

4.3.1 A *Mathesis Universalis* na obra *In Archimedis Circuli Dimensionem* de 1597

Van Roomen escreveu pela primeira vez sobre a *mathesis universalis* em sua obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Analysis et Expositio* de 1597 (Figura 4.1). Ele denominou esta ciência universal de *prima mathematica* ou *prima mathesis*. No mesmo trabalho, o autor traz uma *Apologia pro Archimede* para refutar os estudos de Joseph Justus Scaliger (1540-1609) e de outros matemáticos que se vangloriavam de ter encontrado uma solução para a quadratura do círculo[89].

No capítulo seis da obra *In Archimedis Circuli Dimensionem*, intitulado "A Aritmética e a Geometria são Ciências Comuns que Consideram Quantidade Geralmente como Mensurável"[90], van Roomen mostra que a aritmética e a geometria podem servir de base para uma ciência universal que não leva em conta somente as coisas mensuráveis abstratas como números e magnitudes, mas também as coisas concretas como tempos, sons, vozes, movimentos e forças (VAN ROOMEN, 1597, pp. 22-23).

Abaixo segue a tradução do capítulo sete intitulado "É proposta a ideia de certo conhecimento universal, que chamamos *prima mathesis*"[91]:

[89] A obra *In Archimedis Circuli Dimensionem expositio et analysis* está organizada da seguinte maneira: (i) uma dedicatória ao Imperador Rudolph II; (ii) o prefácio; (iii) os *prolegomena*, definições e axiomas da obra *Dimensão do Círculo* de Arquimedes; (iv) texto grego e tradução latina das proposições sempre seguidas de análises e explicações das demonstrações; (v) uma *Apologia pro Archimede ad clarissimum virum Iosephum Scaligerum, Iul. Cæs. Filium*, composta por nove capítulos para refutar a quadratura de Scaliger – nos sexto e sétimo capítulo, aborda a *mathesis universalis* através de 29 definições, 23 axiomas e diversos teoremas e lemas os quais abordarei brevemente neste trabalho –; (vi) no capítulo nono traz Métodos Universais de Aritmética Prática; (vii) e finaliza com dez diálogos intitulados *Exercitationes cyclicæ contra Iosephum Scaligerum, Orontium Finæum, et Raymarum Ursum in decem dialogos distinctæ* para refutar Scaliger e outros estudiosos.

[90] "Geometriae, & Arithmeticae communem esse scientiam, quae quantitatem generaliter vti mensurabilem considerat".

[91] "Idaea quaedam vniuersalis Matheseωs, quam nos primam vocabimus Mathesin, proponitur".

> *"E, embora tanto pela razão, quanto pela autoridade de Eutócio, mostraremos existir certa mathesis universalis, para que toda ambiguidade seja removida. Nós a proporemos em certa autoridade ou ideia, para que daí seja feita a clareza dela. As proposições e as demonstrações dela que são atribuídas ao conhecimento universal, não são puramente aritméticas, porque em nenhuma ou na maioria das vezes não se faz menção aos números, mas em outros também são assumidas quantidades de outros gêneros exceto os números; nem também geométricas, porque não faz menção a nenhuma magnitude, isto é, longitude, latitude ou profundidade. Por outro lado, inscrevemos a essa ciência o nome de "prima mathematica" ou "prima mathesis" pela similitude à primeira filosofia. Pois, assim ela é dita: "prima" porque ela compreende os sujeitos de todas as outras ciências sob ela, de fato, demonstra os princípios das [ciências] restantes se necessitem de demonstração; assim também essa "prima mathematica" versa sobre os sujeitos de todas as ciências matemáticas, tanto puras, quanto mistas. Prova também os princípios das ciências restantes. Pois, todas as conclusões dessa ciência podem ser assumidas nas ciências restantes através de seus princípios. Isso sobre o nome. O método de proceder será este: os princípios serão anunciados, a saber, as definições e os axiomas; seguem então diversos teoremas. Mas não desejei proferir muitas coisas ao publico, porque nossa mente pode estar segura a partir dessas poucas que trouxemos. Mas alguém se desejar, junte aos nossos todo o quinto livro dos Elementos de Euclides. Pois, todas as proposições que são propostas aqui sobre magnitudes, elas podem ser acomodadas para uma quantidade qualquer, a fórmula que permanece a mesma para toda demonstração. Por que os princípios que são assumidos por sua demonstração são comuns para toda quantidade, mas sobrepõe a própria coisa abordada"*[92] (VAN ROOMEN, 1597, p. 23, tradução nossa).

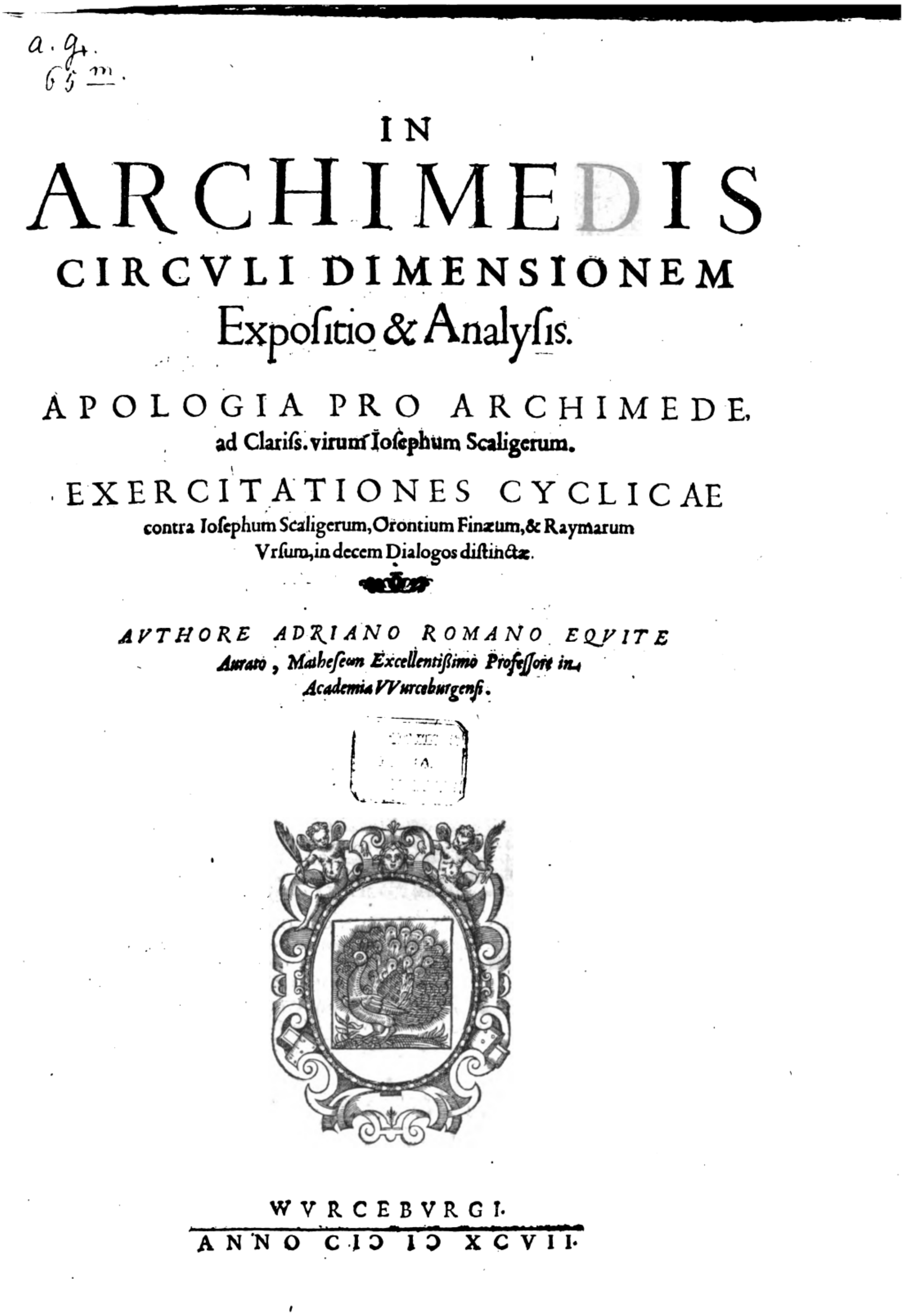
Para van Roomen, a *prima mathesis* busca princípios mais certos e perfeitos do que qualquer ciência matemática. O conhecimento gerado por tal ciência é anterior ao conhecimento aritmético e geométrico, pois nem sempre há menção aos números e magnitudes geométricas e, por isso, é precedente a todas as matemáticas, tanto puras, como mistas, ocupando o primeiro lugar entre as ciências matemáticas.

Devido à certeza produzida pela *prima mathesis*, van Roomen afirma ainda que esta ciência é uma disciplina necessária para remover todas as ambiguidades e dúvidas das ciências. Sendo assim, o conceito de *prima mathesis* ou *mathesis universalis* de van Roomen não deve ser entendido somente como uma disciplina matemática, mas como uma ciência que poderia ser aplicada a outras ciências fora do campo das matemáticas.

Van Roomen também reforça a utilizade do quinto livro dos *Elementos* de Euclides em sua teoria. Esse livro apresenta a teoria das proporções de Eudoxo de uma forma puramente geométrica, mas trata os objetos geométricos como magnitudes ou grandezas, diferentemente do livro VII que aborda a unidade e os números. Van Roomen aproveitou a ideia de magnitudes e a ampliou, pois, segundo ele, todas as proposições apresentadas por Euclides podem ser aplicadas para uma quantidade qualquer. Pois, ainda segundo o autor, os princípios abordados em tais demonstrações "sobrepõem a coisa abordada" prevalecendo a ideia de quantidade.

---

[92] Ler trecho original no anexo 1.



IN
ARCHIMEDIS
CIRCVLI DIMENSIONEM
Expoſitio & Analyſis.

APOLOGIA PRO ARCHIMEDE,
ad Clariſs. virum Ioſephum Scaligerum.

EXERCITATIONES CYCLICAE
contra Ioſephum Scaligerum, Orontium Finæum, & Raymarum
Vrſum, in decem Dialogos diſtinctæ.

AVTHORE ADRIANO ROMANO EQVITE
Aurato, Matheſeon Excellentiſſimo Profeſſore in
Academia VVurceburgenſi.

WVRCEBVRGI.
ANNO CIↃ IↃ XCVII.

Figura 4.1: Frontispício da obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Analysis et Expositio* de Adriaan van Roomen.

Em seguida, van Roomen traz 29 definições da *mathesis universalis*. Segundo ele, elas serão suficientes para demonstrar sua ideia acerca do tema, porém a elas pode ser juntado todo o quinto livro dos *Elementos* de Euclides. A ideia geral é mostrada primeiramente em um dos típicos diagramas que o autor costuma usar a fim de elucidar determinado tema em suas obras e, posteriormente, arrola as definições. Segundo Bockstaele (2009), “muito frequentemente, não existem nada mais que definições de coisas, em outros casos eles podem ser chamados de postulados e, em poucos casos, eles são de fato teoremas”.

Abaixo segue a tradução das 29 definições, as quais comentarei mais adiante.

***

Definição primeira

Agregado ou soma de quantidades é a comparação de quantidades de mesmo gênero entre si segundo a adição de uma sobre a outra. Ou é uma quantidade com muitas quantidades iguais de mesmo gênero.

Definição segunda

Diferença ou resíduo é a comparação de quantidades de mesmo gênero entre si segundo o excesso de uma sobre a outra. Ou esta comparação se faz segundo a própria quantidade ou segundo a potência dela.

Definição terceira

Uma quantidade que mede [quantitas mensurans] (que é dita absolutamente medida [mensura]) é a quantidade que, tomada uma ou várias vezes, de outra quantidade de mesmo tipo se iguala [à quantidade] da qual é medida. Daí medir é estar contido exatamente uma ou várias vezes.

[...]

Definição quarta

Medida comum [commensura] é a quantidade que, como agradar, tomada uma ou várias vezes é igualada às quantidades das quais é medida comum. Daí medir em comum [commensurare] é estar contido uma ou várias vezes em todas as quantidades dadas.

Definição quinta

Pars aliquanta (que também costuma ser chamada absolutamente pars) é a quantidade menor de uma quantidade maior, quando a menor é medida da maior. [Dos Elementos] de Euclides, livro 5, definição [1]; livro 7, definição 3.

Escólio

Pars aliquanta e medida [mensura] diferem com a razão, não com a coisa.

Definição sexta

Pars aliquanta é a quantidade menor de uma quantidade maior, quando a menor é medida da maior. Isso de Euclides, [livro] 7 dos Elementos, [definição] 4, é chamada no plural partes.

Definição sétima

Múltiplo é uma quantidade maior de uma quantidade menor quando o menor mede o maior, como diz Euclides, [livro] 5 dos Elementos, definição 2, [livro] 7 dos Elementos, definição 5.

Definição oitava

Razão [ratio] ou λόγος de quantidades é a comparação de duas ou várias quantidades, já *que uma enquanto ela mesma ou segundo sua potencia existe igual à outra, ou é parte ou partes da maior, ou finalmente contém uma ou várias vezes perfeitamente a menor, ou adicionalmente parte ou partes dela. O denominador da razão [denominator rationis] é um número que exprime distintamente e abertamente a condição de uma quantidade para a outra.*

Definição nona

Dois números são ditos terminações quando os quais, tanto segundo a quantidade, como segundo a denominação, não podem ser tomados por inteiros menores.

Definição décima

O termo de uma razão é duplo: antecedente e consequente. Antecedente é aquele que é comparado; consequente pelo qual é feita a comparação.

Definição undécima

Os termos de uma razão são no mínimo dois, por outro lado podem também ser vários, assim como o número de antecedentes corresponderá ao número de consequentes.

Definição duodécima

Uma razão dos termos é entre si comensurável ou incomensurável.

Definição décima terceira

Razão da antecedente é ou igual ou maior ou finalmente menor a da consequente. A primeira é dita de igualdade, mas as posteriores de maior ou menor desigualdade.

Definição décima quarta

A razão de dois termos é dita binária, de três é ternária, ou de muitos.

Definição décima quinta

A razão de igualdade é condição de uma quantidade para uma quantidade igual. O denominador dela é perpetuamente a unidade, porque uma quantidade deve nessa razão ser igual à outra e, daí uma conter a outra uma vez e nunca além disso, o que certamente significa a unidade. Essa razão simples é também indivisível, e fonte e origem de toda desigualdade.

Definição décima sexta

Πολλαπλάσιος ou razão múltipla é condição da quantidade maior para a menor, quando a maior contém exatamente um número de vezes [aliquoties] a menor. O denominador dela é um número inteiro que contém tantas unidades, quantas a quantidade maior é dita conter a menor, nessa razão da qual é o denominador.

Tipos

A razão	dupla	é condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém a menor	duas	vezes, como entre os termos	2 1.	Os denominadores delas são	2
	tripla		três		3 1.		3
	quadrupla		quatro		4 1.		4
	quíntupla		cinco		5 1.		5
	sêxtupla		seis		6 1.		6
	séptupla		sete		7 1.		7
	décupla		dez		10 1.		10
	de trinta e sete vezes		trinta e sete		37 1.		37
	de setenta vezes		setenta		70 1.		70
	cêntupla		cem		100 1.		100
	etc.		etc.		etc.		

Definição décima sétima

Ε´πιμόριος ou razão superparticular [superpaticularis ratio] é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém somente uma vez a menor e adicionalmente uma 'pars aliquota' dela. O denominador dela é a unidade com aquela 'pars aliquota' que *a quantidade maior deve compreender além da menor.*

Tipos

A razão de		é condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém a menor uma vez e supera a menor em		parte, como entre os termos			Os denominadores delas são	
	3/2		meia		3	2.		$1\frac{1}{2}$
	4/3		terça		4	3.		$1\frac{1}{3}$
	5/4		quarta		5	4.		$1\frac{1}{4}$
	6/5		quinta		6	5.		$1\frac{1}{5}$
	7/6		sexta		7	6.		$1\frac{1}{6}$
	8/7		sétima		8	7.		$1\frac{1}{7}$
	11/10		décima		11	10.		$1\frac{1}{10}$
	31/30		trigésima		31	30.		$1\frac{1}{30}$
	101/100		centésima		101	100.		$1\frac{1}{100}$

Definição décima oitava

Ε΄πιμερής ou razão ‘superpartiens’ é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém somente uma vez a menor e adicionalmente algumas ‘partes aliquotas’ dela não influentes de uma alíquota. O denominador dela é a unidade com aquelas aliquotas particulares não eficientes de uma [aliquota], a qual a quantidade maior deve conter além da menor.

Tipos

A razão ‘super-			é condição da quantidade maior para a menor quando a maior comtém uma vez a menor e adicionalmente		da menor, como entre os termos			Os denominadores delas são	
	bipar-tiens’	terças		dois terços		5	3.		$1\frac{2}{3}$
		quintas		dois quintos		7	5.		$1\frac{2}{5}$
		sétimas		dois sétimos		9	7.		$1\frac{2}{7}$
		etc.		etc.		etc.			etc.
	tripar-tiens’	quartas		três quartos		7	4.		$1\frac{3}{4}$
		quintas		três quintos		8	5.		$1\frac{3}{5}$
		sétimas		três sétimos		10	7.		$1\frac{3}{7}$
		oitavas		três oitavos		11	8.		$1\frac{3}{8}$
		etc.		etc.		etc.			etc.
	qua-dripar-tiens’	quintas		quatro quintos		9	5.		$1\frac{4}{5}$
		sétimas		quatro sétimos		11	7.		$1\frac{4}{7}$
		nonas		quatro nonos		13	9.		$1\frac{4}{9}$
		etc.		etc.		etc.			etc.

Definição décima nona

Πολλαπλασιεπιμόσιος [ou] razão superpaticular múltipla [multiplex superparticularis ratio] é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém algumas vezes e, além disso, uma ‘pars aliquota’ dela. O denominador dela é um número que designa uma razão múltipla expressa com um inteiro, a quantidade maior deve conter a menor com aquela ‘pars alíquota’.

Tipos

A razão dupla de		é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém a menor duas vezes e adicionalmente		parte da menor, como entre os termos			O denominador delas são	
	3/2		meia		5	2.		$2\frac{1}{2}$
	4/3		terça		7	3.		$2\frac{1}{3}$
	5/4		quarta		9	4.		$2\frac{1}{4}$
	6/5		quinta		11	5.		$2\frac{1}{5}$
	7/6		sexta		13	6.		$2\frac{1}{6}$
	8/6		sétima		15	7.		$2\frac{1}{7}$
	11/10		décima		21	10.		$2\frac{1}{10}$
	31/30		trigésima		61	30.		$2\frac{1}{30}$
	101/100		centésima		201	100.		$2\frac{1}{100}$
	etc.		etc.		etc.			etc.

A razão tripla de	3/2	é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém a menor três vezes e adicionalmente	meia	parte da menor, como entre os termos	7 2.	O denominador delas são	$3\,{}^{1}/_{2}$
	4/3		terça		10 3.		$3\,{}^{1}/_{3}$
	5/4		quarta		13 4.		$3\,{}^{1}/_{4}$
	6/5		quinta		16 5.		$3\,{}^{1}/_{5}$
	7/6		sexta		19 6.		$3\,{}^{1}/_{6}$
	8/6		sétima		22 7		$3\,{}^{1}/_{7}$
	11/10		décima		31 10.		$3\,{}^{1}/_{10}$
	31/30		trigésima		91 30.		$3\,{}^{1}/_{30}$
	101/100		centésima		301 100.		$3\,{}^{1}/_{100}$
	etc.		etc.		etc.		etc.
A razão quadrupla de	3/2	é a condição da quantidade maior para a menor quando a maior contém a menor quatro vezes e adicionalmente	meia	parte da menor, como entre os termos	9 2.	O denominador delas são	$4\,{}^{1}/_{2}$
	4/3		terça		13 3.		$4\,{}^{1}/_{3}$
	5/4		quarta		17 4.		$4\,{}^{1}/_{4}$
	6/5		quinta		21 5.		$4\,{}^{1}/_{5}$
	7/6		sexta		25 6.		$4\,{}^{1}/_{6}$
	8/6		sétima		29 7		$4\,{}^{1}/_{7}$
	11/10		décima		41 10.		$4\,{}^{1}/_{10}$
	31/30		trigésima		121 30.		$4\,{}^{1}/_{30}$
	101/100		centésima		401 100.		$4\,{}^{1}/_{100}$
	etc.		etc.		etc.		etc.

Definição vigésima

Πολλαπλασιεπιμερὴς ou razão superparticular múltipla [multiplex superparticularis ratio] é a condição da maior para a menor, quando a maior contém a menor várias vezes e, além disso, algumas partes alíquotas dela não eficientes de uma aliquota. O denominador dela é um número inteiro, que denomina a razão múltipl a expressa nela, com aquelas partes alíquotas que não constituem uma, que a quantidade maior deve conter além da menor.

Tipos

A razão dupla 'super-	bipar-tiens'	terças	é condição da quantidade maior para a menor na qual a maior contém a menor duas vezes e adicionalmente	dois terços	da menor, como entre os termos	8 3.	Os denominadores delas são	$2{}^{2}/_{3}$
		quintas		dois quintos		12 5.		$2{}^{2}/_{5}$
		sétimas		dois sétimos		16 7.		$2{}^{2}/_{7}$
		nonas		dois nonos		20 9.		$2{}^{2}/_{9}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	tripar-tiens'	quartas		três quartos		11 4.		$2{}^{3}/_{4}$
		quintas		três quintos		13 5.		$2{}^{3}/_{5}$
		sétimas		três sétimos		17 7.		$2{}^{3}/_{7}$
		oitavas		três oitavos		91 8.		$2{}^{3}/_{8}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	qua-dripar-tiens'	quintas		quatro quintos		14 5.		$2{}^{4}/_{5}$
		sétimas		quatro sétimos		18 7.		$2{}^{4}/_{7}$
		nonas		quatro nonos		22 9.		$2{}^{4}/_{9}$
		undécimas		quatro onze avos		26 11.		$2{}^{4}/_{11}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
A razão tripla 'super-	bipar-tiens'	terças	é condição da quantidade maior para a menor na qual a maior contém a menor três vezes e adicionalmente	dois terços	da menor, como entre os termos	11 3.	Os denominadores delas são	$3{}^{2}/_{3}$
		quintas		dois quintos		17 5.		$3{}^{2}/_{5}$
		sétimas		dois sétimos		23 7.		$3{}^{2}/_{7}$
		nonas		dois nonos		29 9.		$3{}^{2}/_{9}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	tripar-tiens'	quartas		três quartos		15 4.		$3{}^{3}/_{4}$
		quintas		três quintos		18 5.		$3{}^{3}/_{5}$
		sétimas		três sétimos		24 7.		$3{}^{3}/_{7}$
		oitavas		três oitavos		27 8.		$3{}^{3}/_{8}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	qua-dripar-tiens'	quintas		quatro quintos		19 5.		$3{}^{4}/_{5}$
		sétimas		quatro sétimos		25 7.		$3{}^{4}/_{7}$
		nonas		quatro nonos		31 9.		$3{}^{4}/_{9}$
		undécimas		quatro onze avos		37 11.		$3{}^{4}/_{11}$
		etc.		etc.		etc.		etc.

A razão quadrupla 'super-	bipartiens'	terças	é condição da quantidade maior para a menor na qual a maior contém a menor quatro vezes e adicionalmente	dois terços	da menor, como entre os termos	14 3.	Os denominadores delas são	$4\frac{2}{3}$
		quintas		dois quintos		22 5.		$4\frac{2}{5}$
		sétimas		dois sétimos		30 7.		$4\frac{2}{7}$
		nonas		dois nonos		38 9.		$4\frac{2}{9}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	tripartiens'	quartas		três quartos		19 4.		$4\frac{3}{4}$
		quintas		três quintos		23 5.		$4\frac{3}{5}$
		sétimas		três sétimos		31 7.		$4\frac{3}{7}$
		oitavas		três oitavos		35 8.		$4\frac{3}{8}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	quadripartiens'	quintas		quatro quintos		24 5.		$4\frac{4}{5}$
		sétimas		quatro sétimos		32 7.		$4\frac{4}{7}$
		nonas		quatro nonos		40 9.		$4\frac{4}{9}$
		undécimas		quatro onze avos		48 11.		$4\frac{4}{11}$
		etc.		etc.		etc.		etc.

A razão quintupla 'super-	bipartiens'	terças	é condição da quantidade maior para a menor na qual a maior contém a menor cinco vezes e adicionalmente	dois terços	da menor, como entre os termos	17 3.	Os denominadores delas são	$5\frac{2}{3}$
		quintas		dois quintos		27 5.		$5\frac{2}{5}$
		sétimas		dois sétimos		37 7.		$5\frac{2}{7}$
		nonas		dois nonos		47 9.		$5\frac{2}{9}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	tripartiens'	quartas		três quartos		23 4.		$5\frac{3}{4}$
		quintas		três quintos		28 5.		$5\frac{3}{5}$
		sétimas		três sétimos		38 7.		$5\frac{3}{7}$
		oitavas		três oitavos		43 8.		$5\frac{3}{8}$
		etc.		etc.		etc.		etc.
	quadripartiens'	quintas		quatro quintos		29 5.		$5\frac{4}{5}$
		sétimas		quatro sétimos		39 7.		$5\frac{4}{7}$
		nonas		quatro nonos		49 9.		$5\frac{4}{9}$
		undécimas		quatro onze avos		59 11.		$5\frac{4}{11}$
		etc.		etc.		etc.		etc.

Definição vigésima primeira

A razão de desigualdade do menor é quando o termo menor é comparado com o maior. Semelhantemente, cinco são as espécies dela distinguidas com os mesmos nomes com as quais aquelas que são desigualdades do maior. Nestas circunstâncias somente é antecedido pela preposição sub, a saber, submúltiplo [submultiplex], 'subsuperparticvularis', 'subsuperpartiens', submúltiplo 'subsuperparticularis' e submúltiplo 'subsuperpartiens'.

Definição vigésima segunda

Aquela razão é dita incomensurável quando nenhum os termos não têm nenhuma medida comum. Muitas são as espécies dela, que nesse lugar omitimos.

Definição vigésima terceira

Quantidades são proporcionais, quando a primeira com a segunda, e a terceira com a quarta são igualmente múltiplas, ou a mesma parte, ou as mesmas partes. Ou quando a primeira contém igualmente a segunda, e a terceira [contém igualmente] a quarta, e adicionalmente aquela mesma parte ou mesmas partes dela. Ou como geralmente a definição é trazida: Magnitudes são proporcionais quando igualmente os múltiplos da primeira e da terceira, qualquer que seja esta multiplicação, e por ambos os lados ou, ao mesmo tempo, faltam ou, ao mesmo tempo, são iguais ou, ao mesmo tempo, excedem igualmente aos múltiplos da segunda e da quarta, se elas são somadas entre si responderão.

Definição vigésima quarta

Proporção alterna ou permutada é assumida do antecedente para o antecedente e do consequente para o consequente, isto é, com os quatro termos propostos proporcionais; é *trazido ser a mesma proporção da primeira antecedente da razão, para o antecedente posterior, que tem a consequente daquela para a consequente desta.*

Escólio

Por exemplo: Se assim é posto A para B, como C para D, então permutando inversamente entre si, assim será também A para C, como B para D.

Definição vigésima quinta

Razão inversa é assumida do consequente bem como do antecedente, para o antecedente assim como para o consequente.

Escólio

Por exemplo: Assim A para B, como C para D, então convertendo, ou a partir do contrário, assim será também B para A, como D para C.

Definição vigésima sexta

Proporção conjunta ou composição direta da razão é tomada do antecedente com o consequente, do mesmo modo que de um para o consequente. A composição invertida da razão é assumida da antecedente e da consequente como de uma para o antecedente. A composição contraria da razão é assumida da antecedente ou da consequente para a antecedente com a consequente como uma quantidade.

Escólio

Por exemplo: Assim A para B, como C para D. Portanto, assim compondo A e B para B, como C e D para D. Também por composição invertida da razão, assim A e B para A, como C e D para C. Também por composição contrária da razão, assim A para A e B, como C para C e D. Também pela mesma, assim B para A e B, como D para C e D.

Definição vigésima sétima

Proporção disjunta ou divisão direta da razão é assumido o excesso que o antecedente supera o consequente para o próprio consequente. Divisão invertida da razão é assumida do consequente para o excesso que o consequente supera o antecedente. Divisão contraria da razão é assumida do antecedente para o excesso que o consequente supera o antecedente.

Escólio

Por exemplo: Assim A para B como C para D. Portanto dividindo A menos B para B, como C menos D para D. Também pela divisão invertida da razão, assim B para A menos B, como D para C menos D. Também pela divisão contrária da razão, assim A para B menos A, como C para D menos C.

Definição vigésima oitava

Proporção virada [eversa proportio] ou conversão da razão é assumida da antecedente para o excesso que o antecedente supera o consequente.

Escólio

Por exemplo: Assim A para B como C para D. Portanto, por conversão da razão, assim A para A menos B, como C para C menos D.

Definição vigésima nona

Proporção igual ou a partir da igualdade é assumida dos extremos pela retirada dos meios. Ou se várias quantidades são tomadas de duas e a partir da multidão desses vários pares, que são tomados em pares e na mesma razão. Porque nas primeiras quantidades se terá a primeira para a última, assim como nas segundas a primeira para a última. Por outro lado, é dupla: ordenada e perturbada. Ordenada certamente quando for com a antecedente para a consequente, assim a antecedente para a consequente e será também *com o consequente para algum outro, assim o consequente para algum outro. Por outro lado, perturbada quando com três quantidades postas e outras que são pares dela com multidão, e como nas primeiras quantidades tem-se o antecedente para o consequente, assim nas segundas quantidades o antecedente para o consequente. E como nas primeiras quantidades o consequente para algum outro, assim nas segundas quantidades algum outro para o antecedente.*[93]

***

Bokstaele (2009) descreve as definições de van Roomen a partir de uma visão atual, transformando-as em equações algébricas. Meu ponto de vista é que fazendo isso não estamos mostrando o problema do ponto de vista de van Roomen.

Eventualmente, a *mathesis universalis* de van Rommen é interpretada como um tipo de álgebra – pois a álgebra surgiu inicialmente como um método para resolver problemas aritméticos e geométricos. Entretanto, temos que tomar cuidado ao transformarmos as definições em equações algébricas, pois não podemos perder a noção de quantidade envolvida no conceito de *prima mathesis* desenvolvido por van Roomen. Descreverei as definições recorrendo a exemplos geométricos e numéricos, porém, tentarei da melhor forma possível mostrar que as definições não são aplicáveis somente aos números e magnitudes, mas a toda e qualquer objeto quantificável, ou seja, matemático, como os sons, as esferas celestes, os movimentos, etc.

A primeira definição introduz o conceito de **soma ou agregado de quantidades**. Para van Roomen existem dois modos de entender:

1. Um agregado ou soma pode ser entendido como a comparação entre quantidades (de mesmo gênero) quando uma é adicionada à outra. Por exemplo, podemos dizer que a soma dos números *2* e *4* é *6*.
2. Também é denominado soma ou agregado uma quantidade que contém quantidades iguais certo número de vezes. Por exemplo, o número *6* é a soma ou agregado do número *3* com o *3*, ou do número *2* somados três vezes.

Temos que levar em consideração que van Roomen trata de quantidades de mesmo gênero, ou seja, ele quer dizer que esta definição pode ser aplicada aos números, como nos exemplos mostrados acima, mas também a quantidades de outros gêneros, como as magnitudes geométricas, os sons, as vozes, etc. Porém, os gêneros de coisas não podem ser misturados, pois se isso acontecer, a definição não faz nenhum sentido.

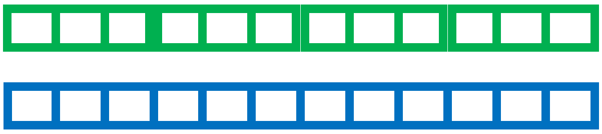
Na segunda definição o autor traz o conceito de **diferença ou resíduo de**

[93] Ler o trecho original no anexo 1.

quantidades. Neste caso, a diferença é o excesso de uma quantidade em relação à outra, como, por exemplo, o número *6* em relação ao número *2* tem diferença ou resíduo *4*.

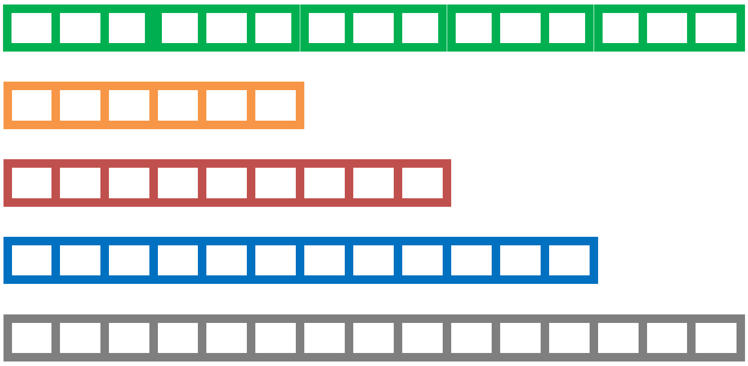
Note que, o conceito pode ser interpretado como subtração, porém, acreditamos que a subtração (como entendida atualmente) envolve conceitos diferentes dos que van Roomen está nos mostrando nessa definição. Desse modo, preferimos não fazer uma comparação entre os dois conceitos.

A terceira definição traz o conceito de **medida de quantidades** afirmando que uma quantidade é medida de outra, quando a primeira está contida uma ou várias vezes em outra.



3 é medida de 12, pois 3 está quatro vezes em 12.

Segundo Bockstaele (2009), a palavra latina *commensura* que aparece na quarta definição deve ser entendida como **medida comum**, ou seja, dada várias quantidades, uma determinada quantidade sendo medida de todas elas, é denominada medida comum.



3 é medida comum de 6, 9, 12 e *15, pois 3 está duas, três, quatro e cinco vezes, respectivamente, nestes números.*

Nas três definições seguintes, o autor aborda os conceitos de parte, partes e múltiplo de uma quantidade. Como afirma o próprio van Roomen, estas definições provêm dos *Elementos* de Euclides. Supomos, de maneira incerta, que van Roomen tenha utilizado o comentário de Clavius intitulado *Euclidis Elementorum Libri XV* que foi publicado em diversas edições. Em nossa análise usaremos a primeira edição, de 1574. Abaixo segue as definições 1 e 2 do livro V.

> *“1. Uma parte é uma magnitude de magnitude, a menor da maior, quando a menor mede a maior.*
> *2. E um múltiplo é a maior da menor, quando a menor mede a maior”*[94] (CLAVIUS, 1574, pp. 144-145, tradução nossa).

[94] “I. Pars est magnitudo magnitudinis, minor maioris, cum minor metitur maiorem.
II. Mvltiplex autem est maior minoris, cum minor metitur maiorem”.

E as definições 3, 4 e 5 do livro VII:

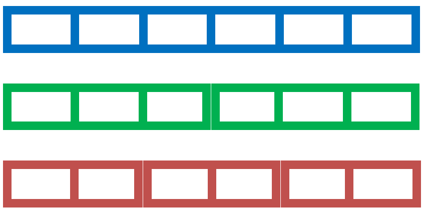
> *"3. Parte é um número de número, o menor do maior, quando o menor mede o maior.*
> *4. E partes, quando não mede.*
> *5. Mas, múltiplo, o maior do menor, quando o menor mede o maior"*[95] (CLAVIUS, 1574, pp. 233-234, tradução nossa).

Diversos autores, tal como o próprio Clavius, fazem ainda a distinção entre os conceitos de *pars aliquota* e *pars aliquanta*. Uma *pars aliquota* é aquela que mede toda a quantidade e uma *pars aliquanta* é aquela que não mede o todo. Clavius afirma:

> *"E parte é [dita] pelos matemáticos dupla: alguma é medida de seu todo, assim como repetida algumas vezes constituem seu todo, qual é o número 4 junto ao 8, 12, 16, 20, etc. Por outro lado, alguma não mede seu todo, mas tomadas algumas vezes dele mesmo ou excede ou falta; do mesmo modo é o número 4 junto a 6, 7, 9, 10, 18, 38, etc. A primeira costuma ser dita aliquota, a posterior aliquanta"*[96] (CLAVIUS, 1574, p. 144, tradução nossa).

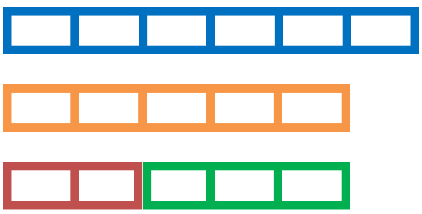
Van Roomen também faz tal distinção, porém – não se sabe se foi por um descuido ou por um erro tipográfico – denomina ambas como *pars aliquanta*.

Então, **parte ou *pars aliquota*** é uma quantidade que tomada algumas vezes mede exatamente a outra.



3 é parte de 6, pois tomado duas vezes, mede exatamente 6.
2 também é parte de 6, pois tomado três vezes, mede exatamente 6.

Partes ou *pars aliquanta* é uma quantidade que tomada algumas vezes excede ou falta para completar a outra.



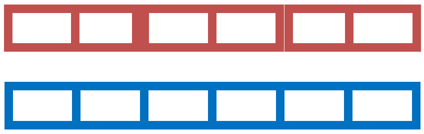
5 não mede 6, por isso não é parte de 6.
Mas 5 é partes de 6, pois contém os números 2 e 3 que são parte de 6.

O conceito de **múltiplo** aparece na definição sétima e, segundo van Roomen, é uma quantidade maior de uma menor, quando a menor mede a maior.

---

[95] "III. Pars est numerus numeri, minor maioris, cum minor metitur maiorem.
IIII. Partes autem, cum non metitur.
V. Multiplex uero maior minoris, cum maiorem metitur minor".

[96] "Duplex autem est pars apud Mathematicus: Quaedã metitur suum totum, ita ut aliquoties repetita totum suum constituat; qualis est numerus 4. cum 8. 12. 16. 20. &c. collatur; Quaedam autem non metitur suum totum, sed aliquoties sumpta ipsum uel excedit, vel ab eodẽ déficit: cuiusmodi pars est numerus 4. collatus cum 6. 7. 9. 10. 18. 38. &c. Prior dici solet alíquota, posterior autem aliquanta".



6 é múltiplo de 2, pois ao multiplicarmos 2 três vezes, ele mede exatamente o 6.

A definição oitava insere o conceito de **razão** e nos remete novamente às definições do Livro V dos *Elementos* de Euclides:

> *"3. Uma razão é a condição mútua de duas magnitudes de mesmo gênero, segundo a quantidade.*
> *4. Mas, proporção é a semelhança das razões.*
> *5. Magnitudes são ditas ter uma razão entre si, aquelas que multiplicadas podem superar a si mesmas mutuamente"*[97] (CLAVIUS, 1574, pp. 145, 153-154, tradução nossa).

O conceito de proporção trazido por Clavius será tratado posteriormente, por van Roomen. A definição oitava se refere mais diretamente à definição de proporção entre números inteiros de Clavius nos Comentários ao Livro VII dos *Elementos*, definição 24.

> *"A proporção dos números é certa condição de um número para outro, segundo o qual é múltiplo, ou parte, ou partes daquele; certamente contém uma vez ou algumas vezes daquele e alguma parte ou partes adicionalmente dele"*[98] (CLAVIUS, 1574, p. 242, tradução nossa).

Van Roomen então afirma que a comparação entre duas ou mais quantidades implica que tais quantidades podem ser:

i) iguais umas às outras;
ii) uma menor que outra, de modo que a menor é parte ou partes da maior;
iii) uma maior que outra, de modo que a maior contenha perfeitamente uma ou mais vezes a menor, ou então a maior contenha parte ou partes da menor.

Van Roomen traz ainda o conceito de **denominador da razão** que é o número que expressa a razão entre duas quantidades. Por exemplo, a razão entre os números *4* e *2* pode ser expressa pelo *2*, ou então, a razão entre o número *3* e *15* que pode ser expressa por $^{1}/_{5}$.

A definição nona introduz o conceito de **terminação**, ou seja, quando temos uma razão de dois números, elas podem eventualmente ser simplificadas, porém, chega a um ponto que não podem mais ser tomados números inteiros menores e neste ponto é dito que tais números são terminações. Por exemplo, os números *10* e *8* não são terminações, pois eles podem ser reduzidos para *5* e *4*, que são terminações.

A definição seguinte mostra que o primeiro termo de uma razão, aquele que está

[97] "III. Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quaedam, secundũ quantitatem, habitudo.
IIII. Proportio vero est rationum similitudo.
V. Rationem habere inter se magnitudines dicuntur, quae possunt multiplicatae se se mutuo superare".
[98] XXIIII. Proportio numerorum est habitudo quaedam unius numeri ad alterum, secundum quod illius est multiplex, uel pars, partesue; uel certe illum continet semel, aut aliquoties, & aliquam insuper illius partem, uel partes".

sendo comparado, é chamado **antecedente**, e o segundo, aquele ao qual está sendo comparado, **consequente**.

A definição undécima mostra que para que possa haver uma razão, deve ter no mínimo dois termos, porém podem ser mais que dois, desde que, para cada antecedente haja um consequente.

A definição décima segunda mostra que existem **razões comensuráveis** e **razões incomensuráveis**.

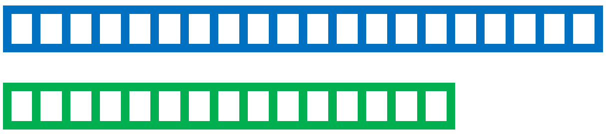
A definição décima terceira mostra que as razões podem ser (i) de igualdade (cf. definição 15), (ii) de desigualdade maior (cf. definições 16 a 20) ou (iii) de desigualdade menor (cf. definição 21), dependendo se o antecedente é igual, maior ou menor ao consequente, respectivamente.

Na definição seguinte, van Roomen mostra que dependendo da quantidade de termos, uma razão recebe nomes diferentes, por exemplo, uma razão com dois termos é chamada de razão binária, com três, razão ternária, etc.

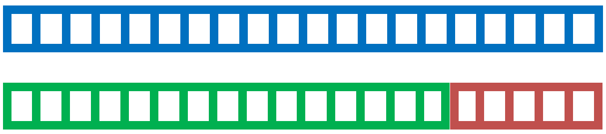
A definição décima quinta é o tipo de razão mais simples que existe, a **razão de igualdade**, ou seja, dada duas quantidades, uma igual a outra, a sua razão sempre será a unidade. Por exemplo, a razão entre os números *3* e *3* é *1*.

Agora, van Roomen passa a mostrar os casos de **razões de desigualdade maior**. A definição décima sexta mostra o conceito de **razão múltipla**. Esta razão é uma relação em que o antecedente sempre será múltiplo do consequente, de modo que o antecedente sempre conterá uma quantidade de vezes o consequente. O diagrama de van Roomen nos traz alguns exemplos.

A definição décima sétima mostra o conceito de **razão *superparticular***. Esta razão é do tipo em que o antecedente contém o consequente uma vez e uma *pars aliquota* dele.

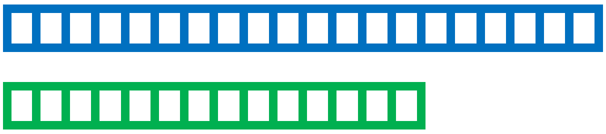


O número 15 cabe uma vez em 20.

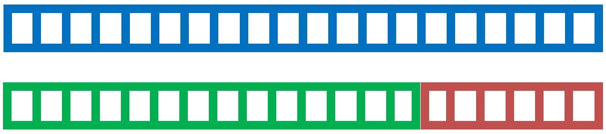


Para completar é necessário acrescentar 5.
E 5 é *pars aliquota* de 15.

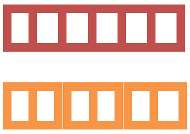
Já a definição décima oitava traz o conceito de **razão *superpartiens***. Neste caso, o antecedente contém somente uma vez o consequente e adicionalmente algumas *partes* *aliquotas* dele. Podemos exemplificar com os números *20* e *14*.



O número 14 cabe uma vez em 20.

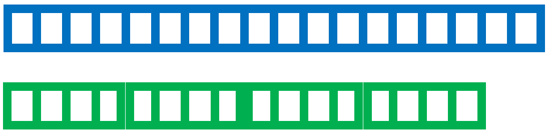


Para completar é necessário acrescentar 6.
E 6 não é *pars aliquota* de 14.

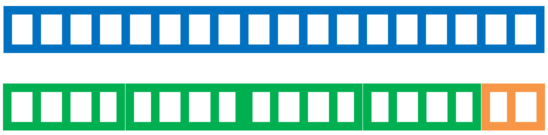


Mas, 6 é soma do número 2 três vezes.
E 2 é *pars aliquota* de 14.

A definição décima nona traz o conceito de **razão *superparticular* múltipla**. Este tipo de razão é do tipo em que o antecedente contém algumas vezes o consequente e uma *pars aliquota* dele.

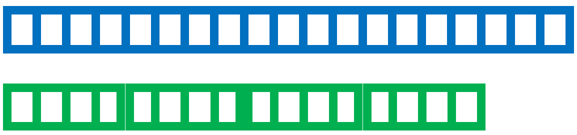


O número 4 cabe quatro vezes em 18.

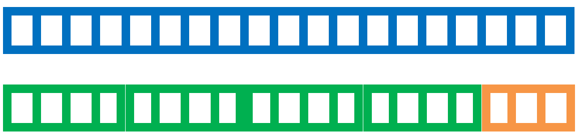


Para completar é necessário acrescentar 2.
E 2 é *pars aliquota* de 4.

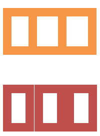
Já a definição vigésima aborda o conceito de **razão *superpartiens* múltipla** e, neste último caso, parece haver novamente um erro tipográfico, pois ela aparece escrito como *superparticular*. Uma razão *superpartiens* múltipla é aquela em que o antecedente contém algumas vezes o consequente e algumas *partes aliquotas* dele.



O número 4 cabe quatro vezes em 19.



Para completar é necessário acrescentar 3.
E 3 não é *pars aliquota* de 4.



Mas, 3 é soma do número 1 três vezes.
E 1 é *pars aliquota* de 4.

As definições vistas até o momento conseguem dar conta de mostrar todas as relações possíveis entre o termo antecedente e o consequente quando o primeiro é igual – definição 15 – ou maior – definições 16 a 20 – que o segundo. Na próxima definição, van Roomen trata das relações quando o antecedente é menor que o consequente, porém não traz exemplos. Os cinco casos de razões desse tipo são nomeadas confome as anteriores acrescidas da preposição "sub".

Tabela 4.1: Tipos de razões apresentadas por van Roomen.

Tipo de Razão	Subtipo de Razão	Exemplo	Descrição	
Razão de Igualdade Antec. = Conseq.		[8:8]	8 = 8	Antecedente = Consequente
Razão de Desigualdade Maior Antec. > Conseq.	**Múltipla**	[6:2]	6 é múltiplo de 2	Antecedente é múltiplo do Consequente
	Superparticular	[9:8]	9 = 8 + 1	Antecedente = 1 vez Consequente + 1 *Pars Aliquota*
	Superpartiens	[8:5]	8 = 5 + 3	Antecedente = 1 vez Consequente + Algumas *Partes Aliquotas*
	***Superparticular* Múltipla**	[9:4]	9 = 2 vezes 4 + 1	Antecedente = Algumas vezes Consequente + 1 *Pars Aliquota*
	***Superpartiens* Múltipla**	[8:3]	8 = 2 vezes 3 + 2	Antecedente = Algumas vezes Consequente + Algumas *Partes Aliquotas*
Razão de Desigualdade Menor Antec. < Conseq.	**Submúltipla**	[3:9]	3 é submúltiplo de 9	Antecedente é submúltiplo do Consequente
	Subsuperparticular	[7:8]	7 + 1 = 8	1 vez Antecedente + 1 *Pars Aliquota* = Consequente
	Subsuperpartiens	[5:8]	5 + 3 = 8	1 vez Antecedente + Algumas *Partes Aliquotas* = Consequente
	Submúltipla *Subsuperparticular*	[4:9]	2 vezes 4 + 1 = 9	Algumas vezes Antecedente + 1 *Pars Aliquota* = Consequente
	Submúltipla *Subsuperpartiens*	[3:8]	2 vezes 3 + 2 = 8	Algumas vezes Antecedente + Algumas *Partes Aliquotas* = Consequente

Clavius descreveu cada um dos casos acima em sua obra (1574, pp. 146-153).

Seguimos adiante com as definições 22 e 23. A definição vigésima segunda é uma extensão da definição décima segunda. Na definição 12, van Roomen não traz nenhuma explicação sobre a comensurabilidade ou incomensurabilidade das razões, mas agora, ele mostra que para que uma razão seja incomensurável, é necessário que não haja uma medida comum entre os termos dados. Por exemplo, a razão entre os números 7 e 4 é incomensurável, pois não existe uma medida comum entre eles, porém entre 12 e 4 existe, então a razão entre os mesmos é comensurável.

A definição vigésima terceira traz o conceito de **proporção**. O trecho de van Roomen traz praticamente o mesmo texto da definição VI do Livro V do Comentário aos *Elementos* de Clavius.

> *"Magnitudes são ditas estar na mesma razão, a primeira para a segunda, e a terceira para a quarta, quando igualmente os múltiplos da primeira e da terceira, qualquer que seja a multiplicação e por ambos os lados ou, ao mesmo tempo, faltam ou, ao mesmo tempo, são iguais ou, ao mesmo tempo excedem igualmente pelos múltiplos da segunda e da quarta, se elas são somadas entre si responderão"*[99] (CLAVIUS, 1574, p. 154, tradução nossa).

Utilizaremos como exemplo para a próxima definição a razão:

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{15}$$

Van Roomen e Clavius explicam que existindo duas razões, multiplicando o primeiro e terceiro termos pelo mesmo número e multiplicando o segundo e quarto termos por outro número, teremos três possibilidades de resultados, exemplificadas numericamente abaixo:

1. Multiplicando o primeiro e terceiro termos por 5 e o segundo e quarto por 2, temos:

$$\frac{4.5}{6.2} = \frac{10.5}{15.2}$$

Assim, $4.5 > 6.2$ e $10.5 > 15.2$.

2. Multiplicando o primeiro e terceiro termos por 3 e o segundo e quarto por 2, temos:

$$\frac{4.3}{6.2} = \frac{10.3}{15.2}$$

Assim, $4.3 = 6.2$ e $10.3 = 15.2$.

3. Multiplicando o primeiro e terceiro termos por 3 e o segundo e quarto por 4, temos:

$$\frac{4.3}{6.4} = \frac{10.3}{15.4}$$

Assim, $4.3 < 6.4$ e $10.3 < 15.4$.

A partir da definição vigésima quarta, van Roomen traz algumas propriedades operacionais das razões e das proporções, ou seja, se

[99] "In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundã, & tertia ad quartam, cum primae & tertiae aeque multiplicia, a secundae & quartae aequemultiplicibus, qualiscunque fis haec multiplicatio, utrunque ab utroque uel uma deficiunt, uel una deficiunt, uel una aequalia sunt, uel una escedunt; si ea sumãtur, quae inter se respondent".

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

então, são validas a proporção permutada, a razão inversa, a composição de razões, etc.

A definição 24 traz o conceito de **proporção alternada** ou **proporção permutada**. Tomando a razão:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

A proporção alternada será:

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$$

A definição vigésima quinta traz o conceito de **razão inversa** e conforme o mesmo exemplo usado acima, a razão inversa será:

$$\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$$

A definição seguinte aborda a **proporção conjunta** ou também denominada pelo autor de **composição direta da razão** que a princípio pode ser denotada da seguinte maneira:

$$\frac{A+B}{B} = \frac{C+D}{D}$$

Mas existe ainda a composição invertida da razão, que ficaria assim:

$$\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$$

E também a composição contrária da razão:

$$\frac{A}{A+B} = \frac{C}{C+D} \text{ ou } \frac{B}{A+B} = \frac{D}{C+D}$$

Na definição vigésima sétima, van Roomen mostra o conceito de **proporção disjunta** ou **divisão direta da razão** que novamente pode ser denotada da seguinte maneira:

$$\frac{A-B}{B} = \frac{C-D}{D}$$

Mas existe ainda a composição invertida da razão, que ficaria assim:

$$\frac{B}{A-B} = \frac{D}{C-D}$$

E também a composição contrária da razão:

$$\frac{A}{B-A} = \frac{C}{D-C}$$

A **proporção virada** ou **conversão da razão** é abordada pelo autor na definição 28.

$$\frac{A}{A-B} = \frac{C}{C-D}$$

Na última definição, a vigésima nona, trata do conceito de **proporção igual** ou

proporção a partir da igualdade. Sejam os termos A, B e C e, na mesma proporção destes, os termos D, E e F. Podemos dizer que:

$$\frac{A}{B}=\frac{D}{E} \text{ e } \frac{B}{C}=\frac{E}{F}\rightarrow\frac{A}{C}=\frac{D}{F}$$

Esta será uma proporção a partir da igualdade ordenada. Porém existem a proporção a partir da igualdade perturbada.

$$\frac{A}{B}=\frac{E}{F} \text{ e } \frac{B}{C}=\frac{D}{E}\rightarrow\frac{A}{C}=\frac{D}{F}$$

As definições 24 a 29 são, expressas com palavras um pouco diferentes, as mesmas definições 12 a 17 do livro V dos *Elementos*, as quais Clavius também comenta em sua obra.

Em seguida, van Roomen passa a enunciar os axiomas, termo que Bockstaele novamente afirma não ter o mesmo sentido que o atual. Abaixo segue a tradução de alguns desses axiomas.

***

1. Aquelas coisas iguais são as mesmas e entre si são iguais. E o que é mais ou menos de um igual, é também mais ou menos de outro igual. E se é mais ou menos em alguma quantidade que um igual, também é mais ou menos na mesma quantidade de outro igual. Euclides, [Elementos, noção comum] 1, [livro] primeiro.
2. Se as coisas iguais ou comum sejam adicionadas às coisas iguais, todas serão coisas iguais. Euclides, [Elementos, noção comum] 2, [livro] primeiro.
3. Se as coisas iguais ou comuns sejam removidas das coisas iguais ou comuns, aquelas coisas abandonadas são coisas iguais. Euclides, [Elementos, noção comum] 3, [livro] primeiro.
4. Se as coisas iguais ou comuns sejam adicionadas às coisas desiguais, todas são desiguais. E, se as coisas desiguais sejam adicionadas às desiguais, à maior mais e à menor menos, todas são desiguais. Evidentemente, aquela mais e esta menos. Euclides, [Elementos, noção comum] 4, [livro] primeiro.
5. Se as coisas iguais ou comuns sejam removidas das coisas desiguais, as coisas restantes são desiguais. E se as coisas desiguais sejam removidas das desiguais, da maior menos e da menor mais, as coisas restantes são desiguais. Evidentemente, aquela mais e esta menos. Euclides, [Elementos, noção comum] 5, [livro] primeiro.
6. As coisas duplas que são da mesma coisa, entre si são iguais. E o que é duplo de algo igual, e é duplo de outro igual. Euclides, [Elementos, noção comum] 6, [livro] primeiro.
7. As metades das coisas que são da mesma coisa, entre si são iguais. E contrariamente, as coisas iguais são aquelas que são metades das mesmas coisas. Euclides, [Elementos, noção comum] 7, [livro] primeiro.
8. Se as coisas iguais são acrescidas às coisas iguais ou comuns, o excesso de todos os acréscimos será igual ao excesso.
9. Se as coisas iguais ou comuns são acrescidas às coisas desiguais, o excesso de todas será igual ao excesso daquelas que eram no princípio.
10. Se as coisas desiguais são retiradas das coisas iguais ou comuns, o excesso dos

resíduos será igual ao excesso das remoções.
11. Se as coisas iguais ou comuns são retiradas das coisas desiguais, o excesso dos resíduos será igual ao excesso de todos.
12. Se o todo duplo é de todo, e a coisa removida [dupla é] de removida, também a coisa restante será dupla da restante.
13. Todo o todo é mais que qualquer parte sua, por outro lado, a coisa igual é simultaneamente com todas as suas partes tomadas.
14. Todas as coisas compostas a partir de um número igual de partes iguais são iguais.[100]

***

Os primeiros 14 axiomas estão baseados nas primeiras oito noções comuns do Livro I dos *Elementos* de Euclides. Van Roomen, assim como Clavius, acrescenta diversos outros casos possíveis às noções comuns de Euclides. Sasaki interpreta estes mesmos axiomas em linguagem matemática atual.

1. $a = c$ e $b = c \rightarrow a = b$
   $a = b$ e $c > a \rightarrow c > b$
   $a = b$ e $a > c \rightarrow b > c$
2. $a = b$ e $c = d \rightarrow a + c = b + d$
3. $a = b$ e $c = d \rightarrow a - c = b - d$
4. $a \neq b$ e $c \neq d \rightarrow a + c \neq b + d$
   $a > b$ e $c > d \rightarrow a + c > b + d$
5. $a = b$ e $c = d \rightarrow a - c \neq b - d$
   $a > b$ e $c < d \rightarrow a - c > b - d$
6. $a = b \rightarrow 2a = 2b$
7. $a = b \rightarrow 1/2a = 1/2b$
8. $a = b$ e $c \neq d \rightarrow (a + c) - (b + d) = (c - d)$
9. $a \neq b$ e $c = d \rightarrow (a + c) - (b + d) = (a - b)$
10. $a = b$ e $c \neq d \rightarrow (a - c) - (b - d) = (d - c)$
11. $a \neq b$ e $c = d \rightarrow (a - c) - (b - d) = (a - b)$
12. $2a - 2b = 2(a - b)$
13. *O todo é maior que cada uma de suas partes e igual a todas as suas partes juntas.*
14. *As totalidades, compostas pelo mesmo número de partes iguais, são iguais. Isto não é nada mais que uma forma mais geral do axioma 2*[101].
    (BOCKSTAELE, 2009, p. 14, tradução nossa).

Bockstaele afirma que os axiomas 15, 16, 19 e 20 são importantes para a aritmetização da teoria da razão e na refutação das criticas de Scaliger à Arquimedes.

> *"Ambos os axiomas foram dados por Clavius. Eles postulam que para cada razão dada [a:b] e toda quantidade c escolhida aleatoriamente, existe uma quantidade x do mesmo tipo de c, ainda que esta quantidade seja desconhecida, com [a:b] = [c:x], e uma quantidade y do mesmo tipo de c, ainda que ela não seja conhecida, com]a:c] = [y:c]. Note que a quantidade c não necessita ser do mesmo tipo das quantidades a e b. Os axiomas, então, postulam a existência de*

[100] Ver o original no Anexo 1.
[101] "(...)
13. The whole is greater that each of its parts ande qual to all its parts together.
14. Wholes, compounded from the same number of equal parts, are equal. That in fact is nothing else than a more general form of axiom 2".

> *uma quarta quantidade proporcional para quaisquer três, dado que as duas primeiras são de mesmo tipo.*
> *Claramente, a aritmetização da teoria da razão, que começa com a introdução do denominador ou quantitas rationis, era ainda preocupante e com muitos problemas e incertezas. Isto é mostrado pelos axiomas 19 e 20 Vamos primeiro olhar o axioma 20: 'Uma quantidade, que divide uma quantidade, sempre rende como seu quociente um número, que é para a unidade como a quantidade dividida é para a quantidade divisora. O significado do quociente é o número, que indica que múltiplo, parte ou partes a quantidade dividida é da divisora'. Aqui a operação 'divisão' entre quantidades de mesmo tipo é introduzida. Considerando a segunda parte do axioma, a operação parece limitada às quantidades comensuráveis. Esse quociente das duas quantidades é também a quantitas rationis ou o denominador da razão deles não é mencionado.*
> *O axioma 19 significa aparentemente o inverso do axioma 20: 'Uma quantidade pode somente ser multiplicada por um número, e esse número é para a unidade como a quantidade produzida é para alguma quantidade multiplicada. Esse multiplicador é o número que indica que múltiplo, parte ou partes a quantidade produzida e de uma quantidade multiplicada'. Aqui van Roomen parece dizer que a multiplicação é definida somente se o multiplicador é racional"*[102] (BOCKSTAELE, 2009, pp. 14-15, tradução nossa).

Após os axiomas, van Roomen divide a parte final do capítulo em duas partes: uma primeira, sem título, o autor demonstra oito teoremas. Para que o leitor tenha uma ideia, o primeiro teorema da primeira parte trata de composição de razão. Van Roomen traz três demonstrações se baseando em Theon, em Eutócio e a última em Vitellio. Sua fonte parece ser novamente Clavius (BOCKSTAELE, 2009).

A segunda parte, intitulada *Theorematum Pars Secunda in qua ratio quantitatum numeris expressa proponitur, secundum quatuor regularum Aruthmeticae instrumenta*, é composta por três lemas e cinco teoremas. Porém, para esta análise não acho necessário descrever cada um dos axiomas, nem dos teoremas acima citados.

O capítulo sete é concluído da seguinte maneira:

> *"A partir dos teoremas precedentes é evidente que pode ser explicadas as adições, subtrações, multiplicações e divisões de quaisquer quantidades (ou aquelas que sejam magnitudes como uma linha, superfícies e corpos, ou frações e mistos de inteiro, ou movimentos, ou tempos, ou pesos, ou alguma coisa*

[102] "Both axioms are taken from Clavius. They postulate that for every given ratio [a:b] and every randomly chosen quantity c, there exist a quantity x of the same kind as c , even if this quantity is unknown, with [a:b] = [c:x], and a quantity y of the same kind as c, even if one does not know it, with [a:b] = [y:c]. Note that the quantity c does not need to be of the same kind as quantities a and b. The axioms, then, postulate the existence of a fourth proportional to any three quantities, provided the first two are of the same kind.
Clearly, the arithmetization of the theory of ratios, which started with the introduction of the denominator or quantitas rationis, was still fraught with many problems and uncertainty. This is shown by axioms 19 and 20. Let us first look at axiom 20: "A quantity, which divides a quantity, yields as its quotient always a number, which is to the unit as the divided quantity is to the dividing quantity. The meaning of the quotient is the number, which indicates which multiple, part or parts the divided quantity is of the dividing." Here an operation 'division' between quantities of the same kind is introduced. Considering the second part of the axiom, the operation seems limited to commensurable quantities. That the quotient of the two quantities is also the quantitas rationis or the denominator of their ratio is not mentioned.
Axiom 19 was apparently meant to be the reverse of axiom 20: "A quantity can only be multiplied by a number, and this number is to the unit as the produced quantity is to the one multiplied. This multiplier is the number that indicates which multiple, part or parts the produced quantity is of the multiplied quantity." Here van Roomen seems to say that multiplication is defined only if the multiplicator is rational".

> *similar) [tanto] dos termos como dos números que a razão contenha"*[103] (VAN ROOMEN, 1597, p. 32, tradução nossa).

A concepção de van Roomen de *prima mathesis* gira em torno de uma ciência que tem como objeto de estudo todas as quantidades e tudo aquilo que pode ser quantificado. Deste modo, van Roomen não leva em consideração somente as quantidades abstratas, ou seja, os números e as magnitudes geométricas, mas também as concretas como movimentos, tempos, pesos, sons musicais e vozes e os corpos celestes.

Devemos levar em consideração que van Roomen concebeu tal ciência se baseando na teoria das proporções de Eudoxo desenvolvida no livro V dos *Elementos* de Euclides. Ao utilizar este livro como base, percebe-se que o autor está interessado no conceito de "quantidade geral", o objeto de estudo de Euclides nesse livro. A teoria da proporção elaborada por Eudoxo e desenvolvida nos *Elementos* é utilizada por van Roomen como ponto crucial de sua *mathesis unviersalis*: para o autor um conhecimento universal capaz de se aplicar a todas as matemáticas e quaisquer ciências deveria possuir como principio a capacidade de mostrar exatamente as proporções existentes entre qualquer quantidade dada.

4.3.2 A *Mathesis Universalis* nas obras de 1602 e de 1605

No quarto capítulo das obras *Universae Mathesis Idea* de 1602 e *Mathesis Polemica* de 1605, van Roomen define a *mathesis universalis* da seguinte maneira:

> *"A prima mathesis é aquele [conhecimento] que versa sobre a quantidade tomada absolutamente.*
> *Seu objeto é a quantidade tomada absolutamente.*
> *Mas, a finalidade é exibir disposições comuns a todas as quantidades.*
> *Tem somente princípios próprios.*
> *Obtém o primeiro lugar no conhecimento pela mesma razão que a primeira filosofia está entre as ciências filosóficas restantes"*[104] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 20-21, tradução nossa).

Depois dessa breve explicação, van Roomen passa a tratar da importância da *prima mathesis* para as atividades bélicas, "pois", segundo o autor, "nas batalhas, a vitória é

[103] "Ex theorematibus praecedentibus manifestum est quarum vis quantitatum (siue eae sint magnitudines vt linea, superfícies & corpus, siue numeri integri fracti & mixti, siue motus, siue tempora, aut alia hisce similia) additiones, subductiones, multiplicationes & diuisiones, numeris tanquam terminis rationem continentibus, explicari posse. Quare non est quòd Scaliger, Diuino obiiciat Archimedi, quòd in proportione perimetri assignanda, vsus fuerit ope numerorum, cum proportiones numeris & non aliis terminis explicari possint'.

[104] "Prima Mathesis est quae versatur circa quantitatẽ absolutè sumptam.
Objectum eius est Quantitas absolute sumpta.
Finis verò, affectiones quantitatibus omnibus communes exhibere.
Principia habet tantum própria.
Locum in Mathesi obtinet primum.
Eadem ratione qua Prima Philosophia inter reliquas philosophicas Scientias prima est".

maximamente esperada a partir da proporção”[105]. Tal proporção é importante para a organização do exército, como por exemplo, os intervalos ordenados entre os soldados, ou o modo como serão enviados os subsídios ou ainda como serão concedidas ajudas para a defesa dos que já estão em guerra (VAN ROOMEN, 1605, p. 21, tradução nossa).

Aqui van Roomen nos mostra que aquelas definições, axiomas e teoremas da obra de 1597 possuem aplicação em atividades práticas de diferentes áreas, como na atividade bélica, principal interesse da obra de 1605.

Van Roomen afirma que:

> *“Proporemos que esta ciência não foi descrita por ninguém até este momento com justo volume.*
> *Em nossa Apologia propomos uma ideia dela, mas é preciso incorporar os vários comentários, que em ordem estudaremos redigir”*[106] (VAN ROOMEN, 1605, p. 21, tradução nossa).

A descrição da *prima mathesis* nas obras de 1602 e de 1605 é bem mais simples do que aquela feita alguns anos antes. Isto provavelmente se deve ao fato de que van Roomen tinha o intuito de descrever em linhas gerais as disciplinas matemáticas na *Universae Mathesis Idea* e na *Mathesis Polemica* e não buscava entrar nos fundamentos de cada uma delas. Mesmo sabendo que a obra *In Archimedis Circuli Dimensionem* possui uma descrição mais elaborada da *mathesis universalis*, van Roomen afirma que aquelas definições ainda são bastante básicas e que é necessário incorporar mais comentários para que esta ciência seja melhor descrita. O autor afirma que pretende redigir mais obras sobre esta ciência universal, porém sabemos que isto não foi feito e nenhuma obra foi publicada sobre o assunto.

4.3.3 A *Mathesis Universalis* de Descartes e de van Roomen

Segundo Bertato & D’Ottaviano (2007):

> *“A palavra grega μαθήματα (mathémata), que pode ser traduzida por “Matemática”, é o plural de μάθημα (máthema), que pode ser traduzida por “estudo”, “ciência” ou “conhecimento”. Essas palavras são derivadas do verbo μανθάνω (mantháno, “aprender”, “estudar”, “entender”) e de μαθηματικός (mathematikós, “dedicado ao estudo”). Em Platão, o termo mathemáta foi usado com um significado mais amplo; ele se refere a qualquer objeto de estudo ou de ensino”* (BERTATO & D'OTTAVIANO, 2007, p. 507).

Sasaki, fazendo uma análise dos termos, entende que Descartes pode ter feito uso

---

[105] “In praelijs manque victoria maximè speratur ex proportione”.

[106] “Hanc scientiam à nemine adhuc descriptam iusto volumine aliquando proponemus.
Huius specimen in Apologia mostra proposuimus, at veriorem materiam suppeditant variorum commentarij, quam in ordinem redigere studebimus”.

deliberado de ambas as palavras (SASAKI, 2004, p. 192).

> *"O termo grego original 'μάθησις' [mathesis] significa 'o processo de aprendizado' ou simplesmente 'o aprendizado', e 'μάθημα' [mathema] significa 'aquilo que é aprendido' ou 'o aprendizado'. 'Μάθησις' [mathesis] certamente enfatiza o processo de aprendizado. Mas por toda a Regra IV Descartes aparentemente usa a palavra 'mathesis' como sinônimo de matemática no sentido moderno. Por exemplo, achamos uma sentença na Regra IV-B[107]: 'Eu perguntava por que os fundadores da filosofia não poderiam admitir a ninguém para a busca da sabedoria que fosse desconhecedor em 'Mathesis''. Como nota de rodapé adicionada a esta sentença na edição de Adam-Tannery sugere, isto é uma referência ao lema 'οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω' (Uma pessoa ignorante de geometria não pode entrar), que é dita estar inscrita na entrada da Academia de Platão. Consequentemente, 'mathesis' nesse contexto pode ser interpretada com uma noção que não é diferente de matemática no sentido moderno. Depois, Descartes frequentemente se refere a 'vera mathesis' e estipula 'pode-se até ver alguns traços dessa 'vera mathesis', eu penso, em Pappus e Diophantus, que embora não viveram na mais remota antiguidade, mas viveram muitos séculos antes do nosso tempo'. Aqui novamente 'vera mathesis' é compreendida como 'matemática verdadeira'. Mesmo que o significado de 'mathesis' difere do que é 'mathematica', qualquer diferença obtida entre os dois sentidos é uma diferença de nuanças e dentro da matemática"* (SASAKI, 2004, p. 192).

Se Descartes fez ou não uso indistinto dos termos, aqui não debateremos, porém podemos dizer que nos séculos XVI e XVII é possível perceber o uso de ambos os termos – *mathesis* e *mathematica* – como sinônimos para "matemática".

Um foco de debate entre historiadores e filósofos da ciência tem sido o conceito de *mathesis universalis* na obra *Regulae ad directionem ingenii* de Descartes.

Nessa obra, Descartes busca "pelos primeiros rudimentos da razão humana e se desenrolar para fazer sair de si verdades com relação a qualquer assunto", de modo que, "nenhuma disciplina pode se tornar exemplos tão claros e certos" como a aritmética e a geometria. Pensa ainda que as matemáticas são como que vestimentas e não partes dessa *mathesis universalis*; vestimenta no sentido de "vestir e adornar (tal disciplina) de modo que possa ser mais acomodável ao espirito humano". Para Descartes, a *mathesis* é algo geral relacionado à sabedoria humana (DESCARTES, 1984, p. 82).

Michel Paty (1998, pp. 1-2) afirma que "o tema fundamental da filosofia de Descartes é o da inteligibilidade, isto é, da aquisição de um conhecimento verdadeiro e da possibilidade de assegurar a verdade desse conhecimento". Além disso, todo conhecimento deve ser submetido somente à razão. O germe de um "pensamento profundo, a propósito da matemática, do conhecimento do mundo e da questão da certeza do conhecimento em relação à subjetividade" está nas *Regras*. Nesta obra, Descartes não enfatiza as matemáticas ou as demais ciências, mas através delas busca a aptidão do espírito para

[107] Mais abaixo explicaremos o que significa "Regra IV-B". O termo foi criado por Jean-Paul Weber para diferenciar dois manuscritos desta regra de Descartes.

enunciar “julgamentos sólidos e verdadeiros de tudo que lhe apresente” (DESCARTES, 1984, p. 61).

Para Descartes, em sua Regra I, as ciências devem ser tomadas em conjunto, pois todas elas são frutos da “sabedoria humana, que permanece sempre una e a mesma, mesmo que aplicada a diferentes objetos (...). Assim, se alguém quer investigar seriamente a verdade das coisas, não deve escolher uma ciência determinada, pois todas estão entrelaçadas entre si e dependentes umas das outras reciprocamente” (DESCARTES, 1984, pp. 62-66).

Na Regra II, Descartes enfatiza também que devemos nos ocupar com o conhecimento certo e evitar aqueles que levantam dúvidas, como aqueles reduzidos a opinião. Para ele, o modelo de ciência é a aritmética e a geometria, isso por causa da natureza do objeto delas e sua relação com a experiência e a dedução (PATY, 1998, p. 10). A aritmética e a geometria são, entre as ciências conhecidas, “as únicas a se ocuparem de um objeto tão puro e simples que elas não supõem absolutamente nada que a experiência tenha mostrado duvidosa e que elas são totalmente compostas de consequências dedutíveis racionalmente” (DESCARTES, 1984, p. 71). Nesta regra, Descartes mostra que a aritmética e a geometria não são modelos de ciências perfeitas, mas sim possuidoras de um objeto certo, de tal modo que ao buscarmos a verdade em ouras ciências deveria-se ocupar daqueles objetos que possam obter a mesma certeza que as das demonstrações aritméticas e geométricas.

Na regra seguinte, o filósofo procura entender o que é necessário para chegar ao conhecimento das coisas sem temor de enganos, ou seja, como se adquire a ciência. Segundo Paty (1998, p. 11), Descartes afirma que “é necessário procurar o que podemos ver, através da intuição, com clareza e evidência, ou o que podemos deduzir com certeza”.

Na regra IV, Descartes escreve sobre o método e sobre a *mathesis universalis*, uma disciplina que segundo ele transcende as matemáticas, uma ciência geral que explica tudo que tem a ver com a ordem e a medida sem especificar o objeto dessa medida. Esta disciplina “deve conter os primeiros rudimentos da razão humana e se desenrolar para fazer sair de si verdades com relação a qualquer assunto”. Para ele, os Antigos, como Pappus e Diophantus, já haviam escrito vestígios de certa *mathesis universalis* que deveria conter “as primeiras sementes de verdades impressas pela natureza no espirito humano”. Em seu tempo, o tema ressurge, porém, Descartes afirma que muitos adotaram o nome de álgebra (DESCARTES, 1984, pp. 82-84).

> *"(...) Nota-se que somente aquelas [disciplinas] nas quais se estuda certa ordem e medida fazem referência a mathesis, e não importa se tal medida há de ser buscada nos números, nas figuras, nos astros, nos sons ou em qualquer outro objeto, e que, portanto, deve haver uma certa ciência geral que explique tudo o que pode ser buscado a partir da ordem e da medida não ligada a uma matéria especial, e que é chamada, não com um nome adotado, mas o já antigo e recebido pelo uso, mathesis universalis, já que nesta ciência se contém tudo aquilo pelo que as outras ciências são chamadas partes da matemática"* (DESCARTES, 1984, p. 86).

Paty afirma que nessa ciência, Descartes estava preocupado com a busca dos conhecimentos começando pelos objetos simples e fáceis e somente depois passar para os mais complexos, pois ele acreditava que depois de descrever tal *mathesis universalis*, poderia abordar as ciências mais elevadas sem aplica-las prematuramente. Além disso, ele acreditava que todas as ciências eram organizadas em torno de um tronco comum, a *mathesis universalis*, a qual teria a essência de todas as matemáticas e também de toda a ciência e ela permitiria conceber cada ciência em sua especificidade (PATY, 1998, pp. 12-13).

Jean-Paul Weber mostra que existem dois manuscritos da Regra IV – tratados pelas letras IV-A e IV-B – de períodos diferentes e que eles possuem pelo menos quatro diferenças ente si.

Descartes afirma em sua obra que toma a expressão *mathesis universalis* por um *vocabulum jam inveteratum atque usu receptum* (DESCARTES, 1984, p. 86; WEBER, 1964, p. 17). Segundo Weber, o termo pode ter sido adotado dos trabalhos de van Roomen, "estudioso versado na literatura de seu tempo".

A concepção de *mathesis universalis* de van Roomen parece estar intimamente relacionada com a Regra IV, por isso ele induz que: (i) Descartes pode ter tomado o termo *mathesis unviersalis* emprestado de van Roomen; (ii) Descartes fez uso do termo, assim como van Roomen, para designar "uma ciência geral e abstrata das relações quantitativas" (WEBER, 1964, p. 17).

4.4 Aritmética

A aritmética, segundo van Roomen, "é a ciência dos números"[108] (VAN ROOMEN, 1605, p. 21, tradução nossa). A palavra aritmética tem origem etimológica no grego ἀριθμός que significa "número" e daí se origina ἀριθμητικός, ou seja, o calculador hábil ou o aritmético. O aritmético trabalha somente com os números e "compreende a unidade e

[108] "...scientia est numerorum..."

as partes da unidade sob o número"[109] (VAN ROOMEN, 1605, p. 22, tradução nossa). O entendimento do objeto de estudo da aritmética, o número, por parte de van Roomem parece ser o mesmo daqueles considerado por muitos medievais. Segundo Brito, na tradução feita por Boécio do texto do neopitagórico Nicômaco de Gerasa e nas obras de Cassiodoro e de Isidóro, "o número era definido como uma reunião de unidades, o que fazia com que não só as frações, mas também a própria unidade não fossem consideradas números" (BRITO, 2007, p. 130).

Van Roomen afirma que o objeto de estudo da aritmética são os números e sua finalidade, citando Dasypodius, "é contemplar as disposições e propriedades dos números"[110] (VAN ROOMEN, 1605, p. 22, tradução nossa).

Em seguida, van Roomen cita a obra *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta* de Petrus Ramus. Os livros IV e V dessa obra são dedicados à aritmética, porém, no início do livro IV, Ramus trata brevemente da história da matemática, a define e descreve suas partes. Quando passa a descrever a aritmética, o autor afirma que ela "é a doutrina de numerar bem"[111] (RAMUS, 1569, p. 116, tradução nossa). O trecho citado por van Roomen mostra que Ramus compreende a aritmética pelo nome de "numeração" e que tal disciplina engloba "a adição, a subtração, a multiplicação, a divisão dos números e das partes, a comparação das razões e das proporções; e finalmente, o poder da aritmética é numerar bem e exprimir a facilidade"[112] (VAN ROOMEN, 1605, p. 22, tradução nossa).

Provavelmente a aritmética de van Roomen tenha influência daquela descrita nos livros aritméticos dos *Elementos* de Euclides, ou seja, uma aritmética que aplica-se às propriedades acima no conjunto do que chamamos atualmente de números inteiros positivos. "As operações numéricas envolvendo eles (por exemplo, a determinação de proporcionalidade) foram severamente restritas para garantir que as respostas fossem aceitas – isto quer dizer, que as respostas deveriam ser números inteiros positivos"[113]. Nos *Elementos* também há uma separação da noção de números e de magnitudes que foi preservada nas traduções latinas medievais e muitas vezes ensinada até a segunda metade do século XV. Somente "por volta da segunda metade do século XVII, entretanto, a distinção entre as noções clássicas de números (naturais) e magnitudes geométricas

[109] "...sub numero unitatem quoq; unitatisque comprehendens partes".
[110] "...affectiones & proprietates numerorum contemplatur...".
[111] "...est doctrina bene numerandi".
[112] "...additionem, subductionem, multiplicationem, diuisionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur; Denique bene numerare est Arithmeticae vim & facultatem exprimere...".
[113] "...the numeral operations involving them (for instance, the determination of proportional means) were severely restricted to ensure that the answers were acceptable – that is to say, that the answers were positive integer numbers".

contínuas foi feita largamente"[114]. É provável que a aritmética de van Roomen tenha em suas características influências de noção de álgebra árabe medieval, que entendia os números e as magnitudes geométricas muito mais unidas do que no modelo euclidiano. Desse modo, "as noções e operações aritméticas poderiam ser aplicadas às magnitudes geométricas"[115] (MALET, 2006, pp. 64-65, tradução nossa).

Porém, é mais provável que as ideias aritméticas de van Roomen sejam aquelas presentes nos comentários de Clavius aos *Elementos*. Clavius "inclui muitas interpolações extraordinárias, todas visando introduzir a teoria de operações com frações ou (como nós agora chamamos) números racionais positivos – "*numeris fractis, et integris cum fractis*" nas palavras de Clavius"[116]. Estas ideias acerca das operações com números racionais são feitas nos comentários aos livros aritméticos dos Elementos e num pequeno apêndice. Clavius também assume que "linhas retas e objetos geométricos têm medidas numéricas"[117] e que é legítimo fazer operações aritmeticamente com objetos geométricos, por exemplo, "retângulos é igual ou equivalente ao produto de seus lados"[118]. O livro I do *De Triangulis* de Regiomontano também contém aplicações de resultados numéricos para magnitudes geométricas e provavelmente foi uma das fontes consultadas por Clavius (MALET, 2006, pp. 69-70, tradução nossa).

> *"A referência de Clavius a Regiomontano como uma autoridade nesta matéria significa um muto aval para os dois autores. De um lado, o altamente influente texto de Regiomontano, escrito no inicío da década de 1460, publicado primeiramente em 1533, e republicado muitas vezes no século XVI, foi uma fonte apropriada para ser citada com uma autoridade em tais matérias. Regiomontano não somente foi preeminente na astronomia, a ciência mista por excelência onde linhas e ângulos geométricos não podem deixar de ser manuseados numericamente, mas ele foi também o principal representante do renascimento e da renovação do pensamento matemático no oeste. Por isso, Claviu estava desenhando em uma prática aceita desde pelo menos cem anos atrás. De outro lado, Clavius, um aprendiz e matemático altamente competente, assumiu e endossou o caminho prático em que os matemáticos práticos foram resolvendo as dificuldades de manipulação numérica de magnitudes geométricas, uma dificuldade que ele não teve por completo, com solução satisfatória"*[119] (MALET, 2006, pp. 71-72, tradução nossa).

[114] "By the second half of the 17th century, however, the distinction between the classical notions of (natural) numbers and continuous geometricl magnitudes was largely gone...".
[115] "...
[116] "...include several extraordinary interpolations, all of them aiming to introduce the theory of operations with fractions or (what we now call) positive rational numbers – "numeris fractis, et integris cum fractis," in Clavius's words".
[117] "...straight lines and geometrical objects habe numerical measures...".
[118] "...rectangles 'equal' or 'equivalent' to the product of its sides...".
[119] "The Clavius's reference to Regiomontanus as na authority in this matter meant a mutual endorsement fo the two authors. On the one hand, Regiomontanus's highly influential text, written in the early 1460s firs published in 1533, and republished many times in the 16th century, was a fitting source to be quoted as na authority in such matters. Regiomontanus not only had been preeminent in astronomy, the mixed science par excellence where geometrical lines and angles cannont but be handled numerically, but he was also the foremost representative of the rebirth and renovation of mathematical thought in the West. Clavius was therefore drawing on na accepted practice then at least one handred years old. On the other hand Clavius, himself a learned and highly competent mathematician, was assuming and

Vemos então que a aritmética do século XVI e XVII estava de certo modo ligada à geometria e também às matemáticas mistas.

Van Roomen mostrando a certeza do conhecimento produzido pela aritmética, afirma que ela é tida como uma ciência que não falha e não pende ao conhecimento de nenhuma ciência particular. Ela "tem princípios tanto próprios quanto tomados a partir da *prima mathesis*"[120] e depois dela, a aritmética obtém o lugar seguinte no conhecimento (VAN ROOMEN, 1602, p. 22, tradução nossa).

Ainda segundo van Roomen, o uso da aritmética é maximamente observado na *supputatrix* e, além disso, todas as coisas que foram relatadas no capítulo sobre a *supputatrix* – como os princípios e os usos – devem ser atribuídas também à aritmética.

4.5 Geometria

A geometria, segundo van Roomen, é a ciência de medir e recebe este nome devido ao termo grego γεοωμετρία que significa a dimensão ou a medida da Terra.

Os objetos de estudo da geometria são as três magnitudes ou grandezas geométricas: linhas, superfícies e corpos, sendo que o princípio de tais grandezas é o ponto.

A finalidade da geometria é elucidar as propriedades dessas magnitudes como, por exemplo, "a igualdade, a desigualdade, a simetria, a razão, a congruência, o paralelismo, a seção, a ortogonalidade, a inclinação, etc."[121] (VAN ROOMEN, 1605, p. 23, tradução nossa).

Além de seus próprios princípios, toma também os princípios da *prima mathesis* e da aritmética. Van Roomen afirma também que nos três primeiros livros dos *Elementos* de Euclides são mostrados vários princípios úteis à geometria e comuns a aritmética os quais também podem ser observados na *prima mathesis*.

A geometria "obtém o próximo lugar no conhecimento depois da aritmética. Pois, a aritmética, por sua perfeição, não necessita de nenhum poder da geometria, mas a geometria em muitas coisas requer o subsídio dos números"[122] (VAN ROOMEN, 1605, p. 24, tradução nossa).

---

endorsing the practical way in which mathematical practioners were solving the dificulty of numerically handling geometrical magnitudes, a dificulty that did not have as yet a full, satisfactory solution".

[120] "Principia habet tum própria, tum ex Prima Mathesi desumpta".

[121] "...Aequalitas, Inaequalitas, Symmetria, ratio, congruitas, parallelismus, sectio, orthogonalitas, inclinatio &c.".

[122] "Proximum in Mathesi locum post Arithmeticam obtinet.
Nam Arithmetica ad sui perfectionem, nulla ope indiget Geometriae, at verò Geometria in pluribus subsidium requirit numerorum...".

A geometria pode ser usada amplamente em outras ciências matemática, o que van Roomen mostrará posteriormente em diversos capítulos de sua obra como, por exemplo, na astronomia, na geodesia, na perspectiva e na *euthymetria*.

Ainda com relação ao uso da geometria, van Roomen cita um trecho de Clavius que não sabemos a qual obra pertence. Neste trecho o jesuíta mostra diversos usos da geometria como o cálculo da latitude e da longitude, da altura e da profundidade dos campos e dos montes, a dimensão e a divisão das ilhas, a observação dos céus pelos instrumentos, etc (VAN ROOMEN, 1602, pp. 24-25).

Segundo van Roomen, os cultuadores da geometria a entendem como uma divindade celeste servindo de autoridade e de doutrina aos homens. Sobre isso, o autor cita Platão dizendo: “Deus sempre se ocupa das dimensões geométricas”[123] (VAN ROOMEN, 1605, p. 25, tradução nossa). O trecho é atribuído a Platão por Plutarco (c. 46 d.C.-120 d.C.) em sua obra *Symposiaca* ou *Quaestiones conviviales* que atualmente ficou mais conhecida como *Moral*. A citação está na questão 2 do livro VIII intitulada “O que significa quando Platão diz que Deus sempre geometriza?”

A geometria é dividida em duas partes primárias: a primeira trata das coisas planas a qual toma o nome próprio de geometria; a segunda aborda as coisas sólidas e é frequentemente chamada de estereometria. Segundo o autor, a geometria propõe também que as coisas planas sejam comparadas entre si (VAN ROOMEN, 1605, p. 25).

O autor finaliza o capítulo afirmando que a geometria é frequentemente considerada dificílima pelos homens comuns e isto ocorre por diversos motivos, porém as principais causas seriam que as pessoas não estão satisfatoriamente aptas para lidar com o método e se confundem com a ordem.

[123] “Deum dimensionibus Geometricis semper occupari”.

5. AS MATEMÁTICAS MISTAS I

Após o conjunto das matemáticas puras, van Roomen passa a descrever as matemáticas mistas. Tais disciplinas são divididas em dois subgrupos de acordo como o objeto de estudo delas. Por isso, dedicarei dois capítulos deste trabalho para abordá-las: neste capítulo tratarei do primeiro grupo de disciplinas, as ciências que têm como objeto de estudo os corpos celestes, incorruptíveis e eternos; e, no capítulo seguinte, aquelas ciências que tratam das coisas terrestres e corruptíveis.

Para entender qual a diferença entre um objeto corruptível e um incorruptível, devemos nos adentrar na filosofia aristotélica e apreender alguns de seus termos. A corrupção, "segundo Aristóteles, constitui, juntamente com o seu oposto, a geração, a atualidade de uma das quatro espécies de movimento, mais especificamente do movimento substancial, em virtude do qual a substância se gera ou se destrói" (ABBAGNANO, 2007, p. 214). Nas palavras de Aristóteles (*Física*, V, 224b 35-225a 19):

> *"A mudança por contradição que vai de um não-sujeito a um sujeito é uma geração, sendo uma geração absoluta quando a mudança é absoluta e particular quando a mudança é particular: por exemplo, uma mudança do não-branco para o branco é uma geração particular; enquanto que a mudança de um absoluto não-ser para uma substância é uma geração absoluta, pelo que, neste caso dizemos que uma coisa foi gerada de uma maneira absoluta e não particular.*
> *A mudança que vai de um sujeito a um não-sujeito é uma destruição, que será absoluta quando passa de uma substância para um não-ser e particular quando vai até a negação oposta, da mesma maneira que no caso da geração"* (ARISTÓTELES, 1995, pp. 173-174).

Desse modo, corrupção (que também significa destruição) e geração (gênese) fazem parte de um tipo específico de movimento em Aristóteles, o movimento substancial.

Movimento é algo que está diretamente ligado aos conceitos de potência e ato. Tais palavras são utilizadas por Aristóteles para designar as mudanças que podem ocorrer em um determinado "ser" que tenha a potencialidade de "ser algo" e mude para o ato de "sê-lo". Deste modo, consideramos uma mudança naquilo que possui inicialmente uma propriedade ou um estado e que tenha a possibilidede de mudar para outra propriedade ou para outro estado. A propriedade posterior é o ato de uma potência prévia (ABBAGNANO, 2007, p. 686).

Além do movimento substancial, na teoria aristotélica, encontram-se outros três tipos de movimentos: o qualitativo (também chamado de alteração); o quantitativo (relacionado ao aumento e à diminuição); e o de translação (também chamado movimento local).

Outra coisa que deve ser levada em consideração é que, na filosofia aristotélica, abaixo do orbe da Lua estão presentes os quatro elementos constituintes dos corpos terrestres: ar, fogo, água e terra.

> *"Na esfera mais interna, a Terra, estava sob domínio dos quatro elementos. O mais denso era a terra, colocado em todo o centro do mundo e compunha o solo, as rochas e as montanhas – todas as partes densas e imóveis do mundo. A água vem em seguida, circundando a terra com os rios, lagos e oceanos. Em cima da terra e da água, existe o ar, se manifestando através dos ventos e da atmosfera e sobre todos os elementos estava o fogo, o mais sutil de todos, ocupando o exterior da esfera da Terra, e gerando fenômenos como os arco-íris, as estrelas cadentes e os cometas"* (CARVALHO, 2011, p. 11).

Estes elementos e seus constituintes são passíveis de corrupção, ou seja, podem "destruir" sua forma e passar para outra. Esta possibilidade não é possível às esferas celestes, pois elas são formadas por um quinto elemento, incorruptível, que durante a Idade Média foi denominado éter.

> *"Acima e circulando a Terra estão as esferas concêntricas dos planetas, arranjadas de acordo com suas velocidade relativas e proximidades à Terra. A primeira, mais próxima da Terra, era ocupada pela Lua, a mais rápida dos corpos celestes. As outras esferas, concentricamente ordenadas eram a segunda de Mercúrio; a terceira, de Vênus; a quarta, do Sol; a quinta, de Marte; a sexta, de Júpiter; e finalmente a sétima de Saturno, a mais lenta e o planeta mais distante.*
> *Circulando as sete esferas dos planetas existe a esfera das estrelas fixas. Esta era imutável (fixa) em sua posição relativa a cada uma das outras e constratava com o movimento errante eterno dos planetas, do Sol e da Lua. A última era a nona esfera, emcorporando todas as outras e contendo o Zodíaco. Esta esfera foi colocada em movimento pelo primum mobile, o impulso primordial que põe o mundo em movimento. Ao redor das eferas, e circulando elas existe a esfera celestial, onde os anjos e Deus habitam"* (CARVALHO, 2011, pp. 11-12).

O próprio van Roomen, em sua *Ouranographia sive Caeli Descriptio* de 1591 comenta sobre a ordem e o número das esferas celestes de acordo com a velocidade e outras propriedades de seus movimentos. Tais corpos são incorruptíveis e perfeitos. A eles compete somente o movimento circular, perfeito, eterno, sem começo nem fim e que não aumenta nem diminui de velocidade. Este movimento é denominado movimento local. Todos os demais tipos de movimentos ocorrem somente com os corpos que estão nos sublunares.

As disciplinas matemáticas que abordarei neste capítulo são as ciências que têm como objeto de estudo os corpos celestes: a astronomia e a uranografia, a cronologia ou cronometria, a cosmografia, a geografia e disciplinas afins e a astrologia ou astromancia.

Gary I. Brown (1991) escreve sobre o uso do termo "matemáticas mistas" durante os séculos XVII a XIX. Ele afirma que Francis Bacon foi o primeiro a utilizar este termo nas obras *Of the Proficience and Advancement of Learnings* de 1605 e *De Dignitate et Augmentis Scientiarum* de 1623 e que durante o século XVII não foi largamente utilizado. Não pretendo traçar a história do uso deste termo, porém é sabido que o uso deste termo não começa com Francis Bacon, pois já era utilizado no século XVI, assim como permaneceu em uso no século XVII.

O termo "matemáticas mistas" está associado às "ciências compostas" de Aristóteles. Tais ciências, embora tenham atributos físicos, elas devem estar subordinadas às "matemáticas", pois têm também atributos matemáticos que devem ser invetigados.

> *"Para Aristóteles, os "mais físicos" dos ramos da matemática inclui a óptica, a harmônica e a astronomia. A geometria investiga as "linhas físicas, mas não enquanto físicas", enquanto a óptica, a harmônica e a astronomia investigam "as linhas matemáticas enquanto físicas, não enquanto matemáticas""*[124] (BROWN, 1991, pp. 81-82, tradução nossa).

A árvore do conhecimento de Bacon mostra uma situação interessante para as matemáticas, pois na perspectiva dele, tanto as matemáticas puras quanto as mistas partem do ramo da metafisica (Figura 5.1).

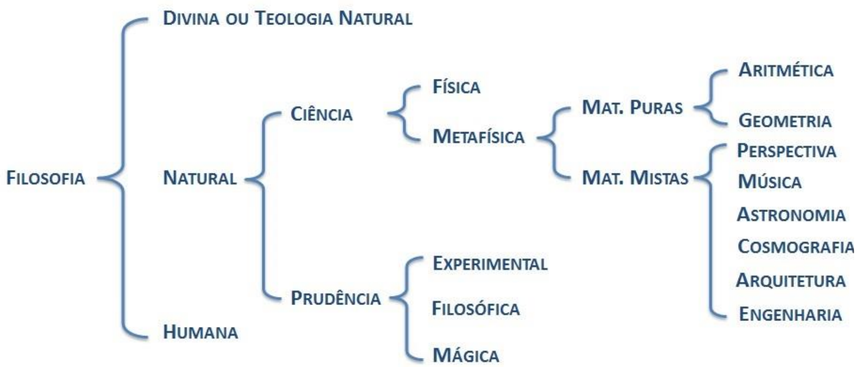


Figura 5.1: Classificação das ciências de Francis Bacon (Figura baseada em Brown, 1991).

Bacon entendia que a metafísica estava intimamente relacionada à natureza das coisas, e neste ramo estariam as ciências relacionadas às quantidades, não as quantidades indefinidas – como o objeto da mathesis universalis – mas as quantidades determinadas e proporcionais. Neste caso, o termo quantidade foi utilizado tanto para números (objeto de estudo da aritmética) e figuras (geometria), como para outras quantidades separadas da matéria e dos axiomas da filosofia natural. As matemáticas puras por si só já eram consideradas separadas da matéria e dos axiomas da filosofia natural, porém as

[124] "For Aristotle the 'more physical' of the branches of mathematics included optics, harmonics, and astronomy. Geometry investigated 'physical lines, but not *qua* physical,' while optics, harmonics, and astronomy invetigated 'mathematical lines *qua* physical, not *qua* mathematical'".

matemáticas mistas consideravam alguns axiomas e partes da filosofia natural. Na perspectiva de Bacon, as matemáticas servem para explicar a natureza embora tenham que separá-la da matéria (BROWN, 1991, p. 83).

5.1 Astronomia e Uranografia

Van Roomen inicia o capítulo distinguido a astronomia da uranografía.

> *"A astronomia é a ciência do movimento dos corpos celestes. A uranografia distingue o céu em suas partes tanto sensíveis, quanto inteligíveis. Sensíveis são as estrelas e a via láctea, mas inteligíveis são as esferas e os círculos. E novamente a uranografia é parte da astronomia e, certamente, a primeira"*[125] (VAN ROOMEN, 1605, p. 26, tradução nossa).

Sobre a origem da palavra uranografia:

> *"A palavra latina uranus deriva do vocábulo grego Οὐρανός que significa "Urano, pai de Saturno", contudo, também pode designar "o céu" ou "a personificação dos céus". Dessa forma, a palavra uranografia denota "uma construção da representação celeste" ou então "uma descrição do céu", como diz o título da obra de van Roomen"* (OLIVEIRA, 2012, p. 38).

Segundo van Roomen, a partir das esferas e círculos inventados pela uranografia é permitido descrever os lugares dos astros em qualquer instante de tempo, mesmo que o estudioso esteja em um lugar que não é possível observar o céu, como um cárcere obscuro. Contudo, as observações não devem ser descartadas, pois são elas que permitem estabelecer as regras e confirmar as hipóteses.

O objeto de estudo da astronomia é o céu enquanto certa razão móvel, ou seja, a astronomia estuda os corpos celestes quanto ao seu movimento, contrapondo com o objetivo da uranografia que é entendê-los como corpos inteligíveis compostos por matéria e forma.

A finalidade da astronomia é definir o movimento de todos os astros, e daí as suas posições em qualquer instante de tempo.

Os princípios da astronomia são tomados da geometria e da aritmética: os princípios geométricos servem para criar as regras relativas aos movimentos dos corpos celestes e os princípios aritméticos servem para calcular e excitar tais regras.

As principais propriedades da astronomia são a longitude, a latitude, a ascensão, a

[125] "Astronomia scientia est motus corporum caelestium.
Ouranographia coelum in suas partes distinguit tum sensibiles, tum intelligibiles.
Sensibiles sunt stellae & via láctea, intelligibiles verò sp[h]aerae & circuli.
Est porrò Ouranographia pars Astronomiae, & quidem prima".

descensão, a declinação, a altitude acima do horizonte, a distância, a conjunção, a oposição, etc.

Entre as matemáticas mistas, a astronomia obtém o primeiro lugar justamente por causa da nobreza dos objetos celestes.

Uma das características comuns da astronomia com várias outras ciências é o fato que ela não foi inventada ou cultivada em um único período histórico, mas é um resultado de várias gerações de estudo. A partir desse ponto, van Roomen passa a citar diversos trechos de obras para demonstrar tal fato. Dentre eles, comenta trechos da bíblia mostrando que, por exemplo, Adão e seus filhos já possuíam algum conhecimento de astronomia.

A astronomia é dividida por van Roomen em três partes: (i) a astronomia "lógica que exibe as formas e dados para raciocinar, me parece que van Roomen se refere aos dados que podem ser retirados a partir dos movimentos celestes e posteriormente analisados; (ii) a astronomia meteoroscópica que é responsável pela observações com o uso de instrumentos mecânicos e; (iii) a astronomia metódica que "mostra a estrutura de toda a ciência"[126] astronômica, ou seja, van Roomen parece se referir aos princípios e regras gerais que devem ser obedecidos para que sejam realizados os estudos em astronomia (VAN ROOMEN, 1605, p. 32, tradução nossa).

Van Roomen finaliza o capítulo mostrando que a astronomia também é importante para o soldado, principalmente numa guerra que esteja ocorrendo no mar, examinar cuidadosamente em que região da terra está. A astronomia também serve para "a alma dos soldados que algumas vezes costumam ficar confusos com os acidentes celestes que devem ser estabelecidos"[127], ou seja, para ser um bom soldado, deve-se ter conhecimento dos movimentos e acidentes celestes para que não se confunda com eles e se atrapalhe na guerra (VAN ROOMEN, 1605, p. 32, tradução nossa).

5.1.1 A Uranografia como Elo entre a Filosofia e a Matemática

Durante os séculos XVI e XVII ocorreu um conhecido debate entre os matemáticos e filósofos acerca da certeza do conhecimento matemático. Segundo Carolino (2006):

> *"É conhecida a tensão existente entre matemáticos e filósofos no seio da Companhia de Jesus nos séculos XVI e XVII. Esta manifetava-se em diversas ocasiões não apenas no âmbito institucional, mas também na própria estrutura curricular, onde a matemática ocupava uma posição subalterna em relação à filosofia natural. Foi neste contexto de tensão que decorreu uma controvérsia que dividiu filósofos e matemáticos; a polêmica sobre o estatuto epistemológico*

[126] "...totius scientiae exhibet systasin".
[127] "...ad animos militum, qui accidentibus caelestibus nonnunquam consternari solent firmandos".

> *da matemática, ou melhor, a "Quaestio de Certitudine Mathematicarum". De uma forma geral, os filósofos Jesuítas opuseram-se aos seus confrades matemáticos ao considerarem que a matemática não satisfazia os requisitos da lógica e ontologia aristotélica e, como tal, não deveria ser considerada uma ciência no sentido aristotélico. Os matemáticos jesuítas, por seu turno, empenharam-se em provar que as demonstrações matemáticas estavam providas do caráter casual que caracterizava o entendimento aristotélico de ciência"* (CAROLINO, 2006).

Estes debates não ficaram restritos aos Colégios Jesuítas, mas também se deram dentro do ambiente das universidades.

Com exceção de sua formação inicial no Colégio dos Jesuítas em Colônia e as visitas pessoais e as cartas trocados com Clavius, van Roomen não tinha ligação com a Companhia de Jesus. Sabe-se que era católico e que foi ordenado sacerdote e matemático do capítulo da igreja de Neumünster em Wurceburgo, porém teve que abdicar de seu cargo por causa da falta de tempo para exercê-lo. A falta de tempo também afetava as atividades matemáticas de van Roomen. Em uma carta enviada a Clavius em 11 de novembro de 1593, van Roomen enfatiza que as atividades como professor de medicina tomavam muito seu tempo.

> *"No que se refere a meus estudos, muito a profissão médica me retarda as matemáticas, porque aqui eu sozinho exerço o cargo de professor, de outro modo teria feito maiores progressos na tabela de senos; contudo, lentamente progrido, em breve com a ajuda da graça divina, haverei de editar algum espécime"*[128] (BOCKSTAELE, 1976, p. 106, tradução nossa).

Desse modo, percebemos que van Roomen era diretamente afetado pelo estatuto da matemática dentro das universidades em que atuava, de modo que, tinha que se dedicar mais à medicina para poder sobreviver e se abdicar dos estudos matemáticos que lhe interessavam. Mesmo não entrando diretamente no debate do estatuto da matemática que estava ocorrendo naquele período, acredito que a ideia de uranografia de van Roomen tinha o objetivo de formar um elo entre a matemática e a filosofia.

Antes de tratar especificamente do modo como van Roomen concebeu a disciplina denominada uranografia, quero mostrar que houve uma mudança no tipo de obra de astronomia publicada no século XVI e as que serão editadas no século seguinte. No século XVI é comum vermos obras astronômicas de dois tipos:

1. Obras filosóficas que tratam da composição dos corpos celestes, de como a forma e matéria celeste está organizada, da causa dos movimentos celestes, das qualidades e acidentes que os corpos celestes produzem e como consequência interferem no

[128] "Ad studia mea quod attinet, valde me in mathematicis professio Medica retardat, quod solus adhuc hic professorem agam, alioqui majores progressus fecissem in tabula sinuum; lente tamen progredior, brevi aliquod specimen divina adjuvante gratia editurnus, solus typorum convenientium defectus me retardat".

mundo terrestre, etc.

2. Obras técnicas acerca dos corpos celestes buscando mostrar a periodicidade dos movimentos celestes e como podemos, por exemplo, contar o tempo. Esses trabalhos buscam definir regras e fómulas para calcular a posição dos astros em determinado instante de tempo, ou também, para calcular a posição de um indivíduo na Terra. Muitas dessas obras também são dedicadas ao uso de instrumentos matemáticos.

Abaixo descreverei brevemente algumas obras do período para mostrar os dois tipos de obras astronômicas comuns daquele período. Inicio com algumas obras filosóficas, como por exemplo, o *De Coelo et Elementis Liber* (1591) de Giovanni Benedetto que trata da matéria, dos movimentos, da luz, da eficiência do céu e dos elementos celestes e o *De Motibus Corporum Coelestium* (1536) de Giovanni Battista Amico (1512-1538) que trata dos movimentos celestes seguindo a perspectiva da filosofia aristotélica.

Os comentários ao *De Caelo* de Aristótles como o *In IIII. Libros Aristotelis De Caelo, & Mundo, Commentarii* (1563) de Lucilio Filalteo (1501-1578) e o *In Libros Aristotelis de Coelo et Mundo* (1552) de Johannes de Ianduno também devem ser incluídos por se tratarem de obras filosóficas acerca da composição celeste.

Outro tipo de obra que pode ser considerada como um trabalho astronômico filosófico é a *Harmonia Coelestium Corporum & Humanorum* (1555) de Antônio Mizauld (1510-1578) que traz diálogos debatendo acerca das influencias celestes na medicina.

Também foram escritas inúmeras obras técnicas, como a *Cosmographicus Liber* de 1524 de Petrus Apianus (1495-1552) que trata dos círculos e esferas celestes e mostra como devem ser feitos cálculos de medição de altitude, da longitude de uma região, da duração do dia, do início do crepúsculo a partir dos círculos previamente descritos e com o auxílio de instrumentos matemáticos como o báculo. A *Cosmographia in Quatuor Libros Distributa* de 1598 de Francesco Barozzi (1537-1604) está dividida em quatro livros: o primeiro trata de descrever as esferas do mundo e o movimento delas; o segundo aborda os círculos celestes e como são divididas as regiões climáticas terrestres através de tais círculos; o terceiro descreve o nascer e por dos astros e dos signos e a duração dos dias e das estações do ano e; o quarto trata dos orbes, dos círculos e dos movimentos dos planetas e dos eclipses. Antecedem os quatro livros de Barozzi, um conjunto de descrições de princípios matemáticos (aritméticos e geométricos) úteis na cosmografia e uma versão latina dos *Elementos* de Teodósio.

Neste grupo também podemos incluir a grande quantidade de comentários ao

Tratado da Esfera de Johannes de Sacrobosco.

O *Astronomicum Caesareum* (Figura 5.2) é uma fabulosa obra publicada em 1540 por Apianus dedicada ao imperador Carlos V. Nesta obra, Apianus mostra como calcular o tempo e a posição dos planetas através do uso do astrolábio e de outros instrumentos matemáticos, além disso, traz alguns problemas observacionais e suas soluções gráficas. Esta obra também contém descrições de observações de cometas feitas por Apianus.

Figura 5.2: Frontispício da obra *Astronomicum Caesareum*.

A *Uranometria*, um atlas estelar de Johann Bayer (1572-1625), mesmo publicada em 1603, ou seja, no século seguinte, pode ser incluída no segundo grupo de obras. Nesse trabalho, o autor traz uma série de descrições das constelações cobrindo toda a esfera celeste.

As obras publicadas no século XVII já unem os fundamentos filosóficos para tentar descrever problemas técnicos e matemáticos da astronomia do período. Estas “novas obras” surgiram como consequência dos debates em torno das observações de cometas e das “estrelas novas” que mudaram a concepção astronômica do período. Um dos exemplos mais claros é a *Collecta Astronomica* (1631) de Christóforo Borri (1583-1632). Luís Miguel Carolino escreve que Borri foi responsável por uma “reforma científica” no ensino – e mesmo fora da sala de aula – da astronomia em Portugal durante o século XVII.

> *"O entendimento geral é que Borri representava, num contexto pouco avesso às inovações bruscas, o compromisso possível entre a tradição filosófica e a inovação astronómica. Nesse contexto, o jesuíta italiano teria disseminado, entre a comunidade dos filósofos portugueses, as novas ideias cosmológicas e algumas das concepções astronómicas que nasceram do debate que se seguiu ao aparecimento de cometas e "estrelas novas" no final do século XVI e inícios do século seguinte"* (CAROLINO, 2009, p. 161).

A ideia de Borri é que seu livro não fosse somente uma obra que tivesse como temas o lado matemático da astronomia, mas também quis demonstrar a importância da teologia na "nova astronomia", para isso, Borri incluiu extensos comentários e reflexões sobre a natureza do céu empíreo. Porém, sabe-se que o autor não alcançou o sucesso pretendido, pois "seus confrades filósofos, ao entrarem em tais temáticas, ignoraram sistematicamente o nome de Borri e as suas teorias". Além disso, os intensos debates dentro da Sociedade de Jesus acerca da estrutura e da composição dos corpos celestes levou a defesa de diversos modelos cosmológicos diferente daquele proposto por Borri. Carolino divide os filósofos em dois grupos:

> *"Assim é possível individuar pelo menos dois grupos de filósofos diferentes que expuseram modelos que, apesar de integrarem ideias de Borri, são alternativos em relação ao modelo borriano. Todos defendem uma divisão tripartida dos céus, mas um dos grupos preferiu separar o céu dos planetas e o céu das estrelas fixas, considerando esse último um corpo sólido. Outros filósofos opuseram-se à tese de Borri sobre a causa do movimento dos corpos celestes, optando por atribuir essa causa a um princípio intrínseco. Todos esses filósofos naturais defenderam a identidade substancial entre céus e Terra, mas nenhum parece ter defendido o entendimento borriano de aura aetherea. Todos os filósofos analisados reconheceram que os cometas se deslocavam na região celeste, tal como Borri havia argumentado abundantemente na Collecta astronomica, mas a larga maioria deles preferiu ver nesses fenómenos concentrações de exalações celestes e não tanto matéria celeste condensada à maneira de Borri. Ou seja, os filósofos que ensinaram cosmologia nas universidades e principais colégios jesuítas portugueses apropriaram-se das ideias de Borri e de outros astrónomos da época de forma dinâmica, concordando com algumas das teses, discordando de outras, tomando obras como a Collecta astronomica não como a autoridade a acatar e repetir, mas mais como uma incitação a um melhor conhecimento da estrutura e natureza do cosmos"* (CAROLINO, 2009, p. 173).

A obra *Sphaera Triplex Artificialis, Elementaris, ac Caelestis* (1662) do professor de matemática no Colégio Romano Gabriele Beati (1607-1673) é um exemplo de obra astronômica jesuítica em torno das discussão que ocorreram naquel período.

Voltando aos estudos de van Roomen, ele escreveu três trabalhos de astronomia. O *Speculum Astronomicum siue Organum Forma Mappae Expressum* (1606) traz a descrição bastante técnica dos círculos descritos no primeiro céu e no primeiro móvel mostrando, por exemplo, métodos, regras e tabelas de cálculos astronômicos com o uso de triângulos esféricos. Claramente esta obra está incluída no grupo de obras técnicas de astronomia.

A segunda obra, na verdade é a tese intitulada *Theses Astronomicae quibus proponuntur nonnulla de corporum mundanorum simplicium disctinctione et numero* (1598) produzida por Lambertus Croppet, discípulo de van Roomen. Este trabalho é composto por duas partes: a primeira traz uma descrição dos elementos constituintes dos corpos celestes e terrestres, a diferenciação entre os objetos sensíveis e inteligíveis no mundo supralunar e como se diferencia as estrelas fixas das erráticas. A segunda parte é um conjunto de tabelas de cordas, mas sem nenhum conteúdo, porém ela não pode ser tratada como uma obra que tem foco na filosofia e na matemática, pois a segunda parte não tem nenhuma conexão com os temas estudados na primeira parte.

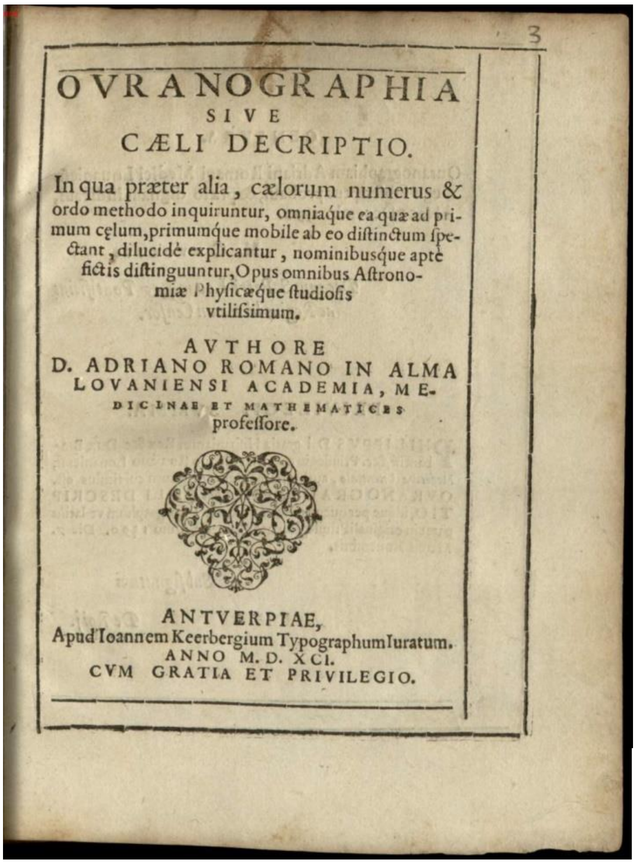
Quero dar ênfase em outra obra astronômica escrita por van Roomen, a *Ouranographia sive Caeli Descirptio* (Figura 5.3), a primeira obra publicada pelo autor, de 1591. Ele traz ideias diferentes do que comumente se viu em obras de astronomia do século XVI: a obra é dividida em três livros, o primeiro traz uma descrição da "máquina celeste como um todo", o segundo e terceiro uma descrição dos círculos e movimentos do primeiro céu e do primeiro móvel, respectivamente (VAN ROOMEN, 1591).

O primeiro livro possui vinte e dois capítulos nos quais van Roomen se dedica a trazer explicações filosóficas sobre a composição, organização e movimentos dos corpos celestes. Para o autor, a estrutura geral dos corpos celestes pode ser explicada de duas maneiras:

> *"De uma primeira maneira, tratando os céus como um corpo único, descrevendo qual seria sua essência e seus acidentes. Para isso, van Roomen dedica doze capítulos, dos quais os cinco primeiros descrevem o que são os céus e qual seria sua composição segunda a visão dos aristotélicos e dos platônicos. O capítulo seguinte é dedicado às qualidades sensíveis presente no céu e os demais tratam de seus movimentos.*
> *De um segundo modo, o céu pode ser entendido como divisível, porém cada uma de suas partes não é independente entre si, mas elas estão ligadas e causam influências umas sobre as outras. Em dois capítulos, van Roomen descreve os céus como corpos divisíveis, porém sua matéria seria contínua. Os oito capítulos seguintes tratam dos céus como um corpo contíguo, ou seja, divisível, porém cada uma de suas partes se toca, além disso, van Roomen descreve qual a ordem e o número das esferas celestes segundo as opiniões de diversos estudiosos, tanto astrônomos, como poetas e teólogos, ao longo da história"* (OLIVEIRA, 2012, pp. 40-41).

Este primeiro livro é baseado principalmente em obras de Aristóteles e de seguidores da filosofia peripatética, como Averróis (1126-1198) e Tomás de Aquino (1225-1274). Porém, van Roomen também cita certa quantidade de escritos astronômicos, filosóficos e poéticos de diversos autores da Antiguidade, da Idade Média e do Renasicmento.

No segundo e terceiro livros, o foco muda, van Roomen já não se dedica exclusivamente a ideias filosóficas, mas passa a descrever os círculos e movimentos do primeiro céu e do primeiro móvel. O primeiro céu é a esfera mais externa de todas, imóvel, morada de Deus e dos anjos. Já o primeiro móvel (*primum mobile*) é a esfera que está logo abaixo do primeiro céu e, como o próprio nome diz, é responsável pelo primeiro movimento, o movimento diurno, ou seja, o movimento que percebemos a variação dos dias e das noites.



OVRANOGRAPHIA
SIVE
CÆLI DECRIPTIO.
In qua præter alia, cælorum numerus & ordo methodo inquiruntur, omniaque ea quæ ad primum cęlum, primumque mobile ab eo diſtinctum ſpectant, dilucidè explicantur, nominibusque aptè fictis diſtinguuntur, Opus omnibus Aſtronomiæ Phyſicæque ſtudioſis vtiliſſimum.
AVTHORE
D. ADRIANO ROMANO IN ALMA LOVANIENSI ACADEMIA, MEDICINAE ET MATHEMATICES profeſſore.
ANTVERPIAE,
Apud Ioannem Keerbergium Typographum Iuratum.
ANNO M. D. XCI.
CVM GRATIA ET PRIVILEGIO.

Figura 5.3: Frontispício da obra *Ouranographia sive Caeli Descriptio*.

A diferença em relação às obras do século XVI é notável, pois van Roomen se dedica a aspectos filosóficos e matemáticos da astronomia, porém a *Ouranographia* também não pode ser colocada como precursora das obras astronômicas jesuíticas do século XVII, pois ela ainda tem como ideia central o geocentrismo, diferentemente da *Collecta Astronomica* de Borri, que já busca discutir uma nova estrutura de organização celeste.

A uranografia de van Roomen é uma disciplina matemática que faz parte da astronomia, que busca mostrar fundamentos filosóficos para a matemática. De maneira alguma podemos dizer que van Roomen era desconhecedor dos novos sistemas de mundo. Pelo contrário, sabe-se através da correspondência de van Roomen, deu sua frequência assídua às feiras de livros de Frankfurt e de seu círculo de amizades que ele era um grande leitor das obras que estavam sendo publicadas. É importante considerar que em alguns trechos da *Ourangraphia*, o autor parece negligenciar alguns pontos de interesse da astronomia de seu período, como por exemplo, nos trechos em que cita a obra de Copérnico e o poema de Cornélio Gemma, pois, em ambos os casos, ele não se posiciona nem dá alguma opnião sobre o sistema heliocêntrico, simplesmente o ignora. Também temos que lembrar que entre os anos de 1599 e 1601, van Roomen teve a oportunidade de visitar Kepler e Brahe, porém não sabemos quando estaas amizades teriam começado e quando ele teve contato com as teorias astronômicas destes importantes estudiosos do período. Em todo caso, é importante notar que a *Ouranographia* é completamente baseada na filosofia aristotélico-ptolomaica, deixando praticamente de lado a abordagem de qualquer sistema diferente do geocêntrico.

5.2 Cronologia ou Cronometria

"A cronologia ou cronometria é a ciência que explica a dimensão e a distinção do tempo através do movimento dos astros. O objeto da cronologia é o tempo e a finalidade é distinção dele"[129] (VAN ROOMEN, 1605, p. 33, tradução nossa).

Os principais princípios da cronologia são tomados da astronomia e da história. As propriedades da cronologia são distinguir os intervalos de tempo, das épocas, etc.

Segundo van Roomen, talvez a cronologia seja a menos importante ao militar, exceto pela lição das histórias que ele deve aprender e, por isso, não deve ser totalmente negligenciada.

Em seguida, van Roomen cita um trecho do início do livro V da obra *De Emendationem Temporum* de Joseph Scaliger, na qual o autor mostra a importância da cornologia, pois aquele que a desconhece sempre permanecerá peregrino, mas aquele que conhece essas coisas é considerado civilizado.

As partes da cronologia são quatro: a primeira exibe as definições das partes do tempo, ou seja, traz a definição de horas, dias, semanas, meses, anos, etc.; a segunda compara os períodos civis do tempo; a terceira nota os intervalos nobres do tempo segundo os períodos do tempo civil, ou seja, indica os períodos importantes e notáveis da história; a quarta exibe a contagem do tempo civil mostrando a contagem de tempo através dos meses e anos.

[129] "Chronologia siue Chronometria est scientia explicans temporis dimensionem & distinctionem, per motum astrorum"

5.3 Cosmografia, Geografia e Disciplinas Afins

O nono capítulo da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis Polemica* de van Roomen traz um conjunto amplo de disciplinas que segundo o autor, todas propõem uma descrição da Terra. A cosmografia, a geografia e a hidrografia são as disciplinas matemáticas que tratam da descrição do globo terrestre no que diz respeito às suas partes compostas por terra e água. Existem também disciplinas afins, a saber, a topografia, a corografia e a *topothesis*.

Em um diagrama, van Roomen mostra como estas disciplinas estão relacionadas. Inicialmente afirma que todas propõem uma descrição da terra, porém algumas propõem a verdade e somente uma delas, a *topothesis*, propõe "a sombra da verdade"[130]. Ao usar a expressão "sombra da verdade", van Roomen de refere aos lugares fictícios inventados pelos poetas em suas obras. Dentre aquelas que propõem a verdade, algumas estudam a Terra como um todo "ou, pelo menos, as partes primárias dela"[131] e são a cosmografia, a geografia e a hidrografia. Por partes primárias, o autor está se referindo às partes compostas por terra e água. Também existem aquelas disciplinas que estudam as diversas regiões da Terra separadamente, como a topografia e a corografia (VAN ROOMEN, 1605, p. 35, tradução nossa).

Van Roomen afirma ainda que:

> *"As ciencias ditas anteriormente costumam ser comparadas com os homens e algumas de suas partes. A cosmografia certamente, com o homem todo; a geografia e a hidrografia com a cabeça. A topografia e a corografia com os ouvidos. Pois, a cosmografia ou pinta o mundo todo, ou pelo menos a Terra em relação ao mundo todo; a geografia e a hidrografia a terra e a água por si mesmas; a topografia parte da Terra. Como o pintor do mesmo modo pinta ora o homem todo, ora a cabeça, ora os ouvidos"*[132] (VAN ROOMEN, 1605, p. 40, tradução nossa).

Sobre a definição de cada disciplina: a **cosmografia** das partes da Terra segundo a longitude e a latitude mostra os lugares junto com seus acidentes, fazendo uma comparação entre as partes da Terra e as partes do céu. O objetivo desta disciplina é relacionar as regiões e localizações terrestres a partir das regiões celestes, de modo que as latitudes e longitudes definidas pelos círculos celestes podem ser rebatidas sobre a superfície da Terra e definir a localização geográfica das diferentes regiões da Terra. Por exemplo, o plano do

---

[130] "umbra veritatis".
[131] "...vel saltem primarias ejus partes..."
[132] "Praemissae scientiae solent homini eiusque partibus ita ab aliquibus comparari. Cosmographia quidem toti homini; Goegraphia & Hydrographia capiti, Topographia & Chorographia auri.
Nam Cosmographia vel totum depingit mundum, vel saltem terram cum respectu ad totum mundum. Geographia & Hydrographia terram & aquam per se: Terrae partem Topographia; ut pictor idem nunc hominem totum, nunc caput, nunc aures delineat".

equador celeste divide o globo terrestre em duas partes, o hemisfério norte e o hemisfério sul indicadas pela linha do equador terrestre.

Em um diagrama, van Roomen mostra que a cosmografia propõe (i) a descrição dos terrenos do mundo e (ii) a pintura dos paralelos e dos meridianos. No primeiro caso, a descrição da terra é feita segundo a latitude e a longitudo do lugar ou então o lugar é descrito pela diversidade de acidentes segundo a latitude – os paralelos, os climas, a duração do dia, as diferenças das sombras, os astros pela distância do vértice no nascer e ocaso dos astros – ou a longitude – os meridianos terrestres. No segundo caso, van Roomen mostra que a cosmografia serve para estabelecer os paralelos e os meridianos de todo o orbe terrestre ou das partes principais.

A **geografia** das partes da Terra mostra um lugar em relação aos limites visíveis na Terra, como os montes, os mares, os rios, por limites visíveis das linhas, por limites visíveis com a mente das linhas conduzidas, e semelhantes.

Para resumir, van Roomen recorre novamente a um dos seus diagramas. Para ele, a geografia versa sobre duas coisas: (i) a descrição dos terrenos do mundo e (ii) a pintura dos meridianos e paralelos. Os estudos do primeiro caso podem ser subdivididos em dois: uma descrição dos terrenos da terra que propõe o lugar da terra segundo os limites sensíveis, como os montes e os mares, ou então, uma descrição histórica dos lugares que podem ser de dois modos, uma em que se busca a origem do nome do lugar e outra em que se busca a origem dos reinos, dos povos ou das nações. No segundo caso, assim como na cosmografia, busca-se a representação e o estabelecimento dos meridianos e paralelos em toda a Terra ou em parte dela.

"A **hidrografia** é a descrição dos mares que são encontrados em toda a Terra"[133] e para resumir, van Roomen mostra outro diagrama no qual a hidrografia, assim como o da geografia, pode ser entendida como: (i) a descrição dos mares ou (ii) a pintura que exibe o litoral, as ilhas, os rochedos e os caminhos pelos quais estão as partes da Terra que são cobertas pela água. No primeiro caso, a descrição pode ser de um lugar específco ou dos caminhos navegáveis mais cômodos (VAN ROOMEN, 1605, p. 38, tradução nossa).

"A **topografia** descreve algum lugar particular separado historicamente dos outros"[134]. E, em mais um diagrama, o autor mostra que a topografia faz uma descrição minuciosa se referindo ao lugar – como os portos, as vilas, os montes, as contruções, as casas, as torres, etc. – ou à história explicando a origem do nome do lugar ou a fertilidade

[133] "Hydrographia est descriptio marium quae in universae terra inveniuntur".
[134] "Topographia locum aliquem particularem tanquam à ceteris separatum historicè describit".

dos campos, a cultura, etc (VAN ROOMEN, 1605, p. 39, tradução nossa).

A **corografia** exprime numa figura de pequena escala os lugares terrenos separados do restante. "O corógrafo, portanto, exibe todas as coisas que são descritas ou propostas pelo topógrafo com os olhos"[135] (VAN ROOMEN, 1605, p. 39, tradução nossa). A corografia é um estudo geográfico de uma pequena região ou país normalmente fazendo referência à história e questões sociais do local estudado.

A ***topothesis***, ciência própria dos poetas, faz a descrição de alguns lugares não existentes, como se existissem, narrando ou através de uma pintura. A *topothesis* se refere então à descrição de lugares fictícios e mitológicos descritos ou figurados em obras literárias e poéticas.

A **anemografia** é a ciência que descreve os ventos e os instrumentos de observação dos ventos.

A ***limineuretice*** traz a razão do porto investigado com o benefício da longitude e da latitude dos lugares e da declinação magnética.

Após uma descrição de cada uma dessas ciências, van Roomen mostra que as diferenças entre a cosmografia e a geografia não são fáceis de serem discernidas. Este assunto é tratado logo no início do capítulo após a definição de cada uma destas disciplinas:

> *"Para alguns, a geografia não trata da terra toda, mas versam sobre as partes maiores dela separadamente. Ptolomeu vê certamente esta ciência pelo nome de geografia, a qual alguns chamam cosmografia. Mas será que a cosmografia como ciência una, que propõe a descrição do mundo todo, compreende sob si tais partes: a uranografia, a geografia e a hidrografia? Isso claramente não contraria a nós. Mas a cosmografia descreve o terreno do globo com relação ao céu; e a geografia e a hidrografia a mesma coisa com relação às partes da terra reciprocamente? Vejo muitos desejar isso. Portanto, nós aqui também seguimos a mesma acepção"*[136] (VAN ROOMEN, 1605, p. 36, tradução nossa).

Mais à frente, no mesmo capítulo, o autor volta a abordar o assunto e mostra vários pontos em que ambas as disciplinas se mostram diferentes. Uma delas são os fundamentos, pois "a cosmografia [os] recebe da astronomia, e daí [também recebe] da geometria e a aritmética; a geografia dos historiadores e dos poetas"[137] (VAN ROOMEN, 1605, p. 41,

[135] "Chorographus ergo omnia ea oculis exhibet, quae à Topographo describuntur siue proponuntur".
[136] "Alij Geographiam non circa universam terram, sed majores eius partes versari separatim existimant. Ptolomaeus sanè nomine Geographiae eam intelligere videtur scientiam, quam alij vocant Cosmographiam.
Na forsan Cosmographia uti scientia uma, totius mundi descriptionẽ proponens, sub sese tamquam partes comprehendet Ouranographiam, Geographiam & Hydrographiam? Id sanè nobis non displicet.
Na uero Cosmographia terrenum describit globum cum respectu ad coelum; Goegraphia verò & Hydrographia eundem cum respectu partium terrae ad se invicem? Id vídeo nonnullis placere. Nos ergo eandem hîc quoq; sequemur vocis acceptionem".
[137] "Cosmographia sua accipit ab Astronomia, adeoque â Geometria & Arithmetica; Geographia ab Historicis & Poëtis".

tradução nossa).

"A cosmografia é muito mais certa que a geografia"[138], pois, segundo van Roomen, a comosgrafia avança seus estudos com axiomas certos enquanto que a geografia prossegue através da variada tradição dos escritores (VAN ROOMEN, 1605, p. 41, tradução nossa).

> *"Além disso, a cosmografia é mais fina/perpicaz do que a geografia e, pelo contrário, a geografia é mais trabalhosa que a cosmografia. A fineza/perspicácia de fato provem por causa das disciplinas matemáticas das quais a cosmografia depende, mas por outro lado o trabalho provém dos vários autores dos quais a geografia detem a lição"* [139] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 40-41, tradução nossa).

Quanto à distinção entre a geografia e a corografia, van Roomen mostra que o objeto de ambas é distinto, pois a geografia explica as partes insignes e principais, enquanto que a corografia também busca explicações para as partes menores. A geografia considera em proporção as partes da Terra com o globo todo enquanto que a corografia considera cada parte separadamente. A geografia debate a figura da Terra pela quantidade, mas como a corografia deve exprimir todas as coisas exatamente, ela debate pela qualidade. "A geografia pode notar cidades ou regiões por sinais quaisquer ou também (se desejar) por letras; mas a corografia deve exibir todas as coisas com o artificio da pintura, assim como a verdadeira figura representa os lugares descritos"[140] (VAN ROOMEN, 1605, p. 42, tradução nossa).

Van Roomen finaliza o capítulo com vários exemplos da utilizade destas disciplinas. "A geografia é necessária ao teólogo por causa das histórias, que na leitura sagrada são muitas"[141]. Van Roomen afirma que tais histórias estão em diversos livros da Bíblia como no Gênesis, no livro de Josué, nas cartas de Paulo e nos Atos dos Apóstolos, nos quais "frequentemente se faz menção ao mar vermelho, aos desertos da África e a muitas cidades e lugares da Europa, da África e da Ásia"[142]. Do mesmo modo, a geografia é útil aos filósofos, pois os mesmos também fazem menção a muitos lugares em suas obras (VAN ROOMEN, 1605, pp. 42-43, tradução nossa). É necessária aos historiadores por causa dos lugares nos quais as coisas são descritas.

---

[138] "Hinc Cosmographia multò quàm Geographia certior".

[139] "Praetereà Cosmographia quàm Geographia acutior; at contrà, Geographia quam Cosmographia laboriosior.
Acumen siquidem advenit propter disciplinas Mathematicas, quibus nititur Cosmographia: at vero labor provenit à varia authorum quibus Geographia nititur lactione".

[140] "Geographia manque civitates vel regiones signis quibusdam, vel etiam (si lubet) litteris notare potest; Chorographia verò nequaquã, sed omnia picturae artificio exhibere debet, ita ut quam maximè veram loci descripti figuram representet".

[141] "Theologis Geographia est necessaria ob historias, quae in sacris literis sunt plurimae".

[142] "...ubi frequnterer fit mentio maris rubri, deserti Arabiae, & plurium urbium ac locorum Europae, Africae, & Asiae".

> *"A história não é outra coisa que a simples e sincera narração que é fundada principalmente em duas coisas; certamente no tempo e no lugar onde algumas coisas atingem o sucesso. Então, o verdadeiro leitor curioso não pode beber o sentido e a inteligência a partir da história, exceto tendo diante dos olhos alguma pintura ou descrição geográfica que possa ver a posição dos lugares dos quais se faz menção na história"*[143] (VAN ROOMEN, 1605, p. 43, tradução nossa).

A geografia serve também aos médicos para mostrar a distinção dos climas e da variedade de lugares nos quais determinadas doenças são comuns. E também é útil ao jurisperito, pois:

> *"O lugar das nossas ações é a terra e o mar, onde habitamos como diz Estrabão [c. 64 a.C-24 d.C]. A não ser que a geografia distingue os continentes, os mares, o estado, e as regiões do príncipe e privadas, notando diligentemente os limites delas, todas as coisas seriam confundidas, os príncipes dificilmente conheceriam até que ponto seus domínios serem extendidos"*[144] (VAN ROOMEN, 1605, p. 44, tradução nossa).

Também a geografia é necessária para a astronomia no que diz respeito à determinação do movimento dos astros em cada região, "pois quaisquer aparências celestes se referem às diversas regiões da Terra, portanto ignorado o lugar de cada uma das regiões, também é necessário ignorar as aparências"[145]. Van Roomen afirma ainda que a arte náutica e o comércio são imperfeitos e inúteis sem a geografia. Também é útil ao imperador, "pois pela ignorância dela, o exército enviado para regiões estrangeiras pode chegar a lugares indiscriminados"[146] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 44-45, tradução nossa). Em um dos vários exemplos, van Roomen gloria o feito das navegações ibericas:

> *"Os lusitanos e também os espanhóis, senhores dos mares, não são respeitados por invadir tanto as índias orientais, como o novo orbe, mas por exporem a si mesmos. Porque certamente, ao tentar, não estariam preparados se não fossem educados minuciosamente em geografia e em hidrografia"*[147] (VAN ROOMEN, 1605, p. 45, tradução nossa).

Van Roomen finaliza afirmando que a geografia serve para todos por causa da volúpia que o curioso tem para encher a sua alma de conhecimento e cita um poema de Philippus Gundelius (1493-1567) sobre Gaio Júlio Solino (c. séc. III-IV d.C).

---

[143] "Historia nihil est aliud quã simplex & syncera narrativo quae in duobus praecipuè fundatur, nempe in tẽpore & loco ubi aliquis sucessus contingit. Non potest igitur curiosus lector verum ex historia sensum haurire ac intelligentiam, nisi habeat ante oculos aliquam picturam seu descriptionem Geographiam, ut lidere possit situs locorum, quórum in historia fit mentio".

[144] "Locus nostrorum actionum est terra ac mare, ubi habitamos ut air Strabo: nisi itaque; Goegraphia distingueret continentes, maria, status & regiones Principium ac privatorum, notando diligenter eorum términos, omnia confunderentur, Principes vix scirent quousque sua dominia extendantur".

[145] "Apparentiae manque caelestes quaecunq; referuntur ad diversas terrae plagas; quare plagarum earum ignoto situ, etiam apparentias ignorare necessum est".

[146] "Nam per eius ignoratiam, exercitus in exteras regiones missi in varia incidere solent discrimina".

[147] "Lusitani quoque & Hispani Maris domini, tum Indias Orientales, tum novum orbem invadere, sibique subijcere non sunt veriti; quod sanè vel tentare non fuissent ausi, si non â Geographia & Hydrographia, itinera fuissent edocti".

***

Este é um capítulo bastante interessante da obra de van Roomen, pois diferentemente dos demais, aborda um conjunto de disciplinas matemáticas e não somente uma. Claramente existem distinções entre as diferentes disciplinas, porém vê-se que o objetivo de todas é fazer uma descrição da Terra, ora das partes principais que são compostas por terra e água, ora das partes específicas da Terra, ora de lugares fictícios criados por poetas.

Cabe inicialmente dizer que na obra de van Roomen aparentemente a disciplina principal é a cosmografia, pois o objetivo dela é mostrar os distintos lugares sobre a Terra – não importa se é uma parte composta de terra, como os montes, os vales, os campos, etc. ou se é composta por água, como os mares e rios – através da latitude e da longitude terrestre, medidas obtidas a partir da latitude e longitude celeste que são frutos do estudo da astronomia. As demais disciplinas seriam consequências da cosmografia, pois a geografia e a hidrografia tem justamente o mesmo objetivo da cosmografia, porém o foco da primeira são as partes compostas de terra e da hidrografia as compostas de água.

Porém cabe ainda fazer a distinção entre a cosmografia e a geografia em outro aspecto. Segund Hallyn, a geografia tem uma descrição que se remete a um lado quantitativo que se interessa pelas medidas e distâncias dos lugares, porém também incorpora dados qualitativos como a origem dos lugares, das nações e dos povos ou ainda a descrição das “maravilhas da natureza”. Desse modo, a geografia está próxima da história e da poesia. Já a comsografia situa os lugares terrestres em relação ao céu buscando a posição de um determinado lugar através de sua latitude e longitude, dados que são obtidos a partir das estrelas. Desse modo, a cosmografia está mais próxima da geometria e da astronomia (HALLYN, 2008, p. 79).

Hallyn (2008, p. 79) afirma que Joachim van Watt faz uma distinção entre a comsografia e a geografia mostrando que a primeira é mais penetrante, difícil e tem objetivos mais limitados, enquanto a geografia é mais fácil e mais brilhante, principalmente por causa da abundância de estudos. Além disso, para o autor, a cosmografia descreve o quadro imutável dos fenômenos terrestres, enquanto que a geografia é mutável, pois suas descrições variam com o passar do tempo.

A diferenciação entre a geografia e a corografia está na escala de estudo: enquanto a corografia está interessada em definir um pequeno espaço, a geografia está interessada numa descrição geral do globo terrestre como um todo; a corografia está interessada nas qualidades dos lugares, o que Hallyn (2008) denomina de "semelhanças", já a geografia está interessada nas quantidades, ou seja, as dimensões, as posições e as distâncias.

Hallyn mostra um interessante trecho da obra *Nova Translatio Primi Libri Geographiae Cl. Ptolomaei* publicada em 1514 por Johannes Werner (1468-1522). Nessa obra, Werner faz uma distinção entre a geografia e a corografia se baseando nas quatro causas aristotélicas.

Tabela 5.1: Comparação de Johannes Werner entre a geografia e a corografia segundo Hallyn (2008).

	GEOGRAFIA	COROGRAFIA
CAUSA FINAL	Descrever as partes mais gerais da terra segundo a razão justa e reta da simetria tanto em si mesma quando no âmbito de todo o orbe da Terra.	Explicar a semelhança somente da unidade e do mínimo do lugar e sem a comparação com algum outro lugar e separadamente de todo o âmbito da Terra.
CAUSA FORMAL	Os lugares maiores.	Qualquer lugar mínimo.
CAUSA MATERIAL	Quantidade e a simetria dos lugares tanto entre si como para todo o âmbito terrestre.	A qualidade e a semelhança.
CAUSA EFICIENTE	A ciência matemática.	A *ars pingendi* [a pintura].

Também existe uma diferença entre a geografia, a corografia, a topografia e a *topothesis*. De modo geral, a geografia traz descrições mais gerais da Terra, enquanto qe a corografia faz uma descrição individual, e do mesmo modo, a topografia no âmbito histórico e a *topothesis* na poesia e na ficção.

Hallyn mostra ainda que, assim como van Roomen, Apianus e Gemma Frisius fazem a comparação de tais disciplinas com o corpo humano. Para Hallyn, "a clara distinção entre a preocupação puramente quantitativa por um lado, e a preocupação narrativo-descritiva de outro, é enfatizada pelas ilustrações"[148]. As figuras trazidas na *Cosmographia* de tais autores levam a uma relação direta com a óptica e a perpectiva. Um exemplo é a figura em que a Terra e o céu são representados sendo vistos por um olho através de um cone visual que implica numa alusão à óptica e à perspectiva pictórica (HALLYN, 2008, p. 80, tradução nossa).

5.4 Astrologia ou Astromancia

Os estudos acerca da história da astrologia foram por muitos anos caracterizados por uma historiografia tradicional que visavam uma investigação que se situava num nível erudito, buscavam a compilação de tratados e a reconstituião de fontes originais e tentavam definir como tal conhecimento era transmitido. Um dos problemas desses estudos

[148] "La distinction nette entre le souci purement quantitatif, d'une part, et le souci descriptivo-narratif, de l'autre, est soulingnée par les illustrations...".

tradicionais foi o fato de que a noção de magia e de astrologia ficou conhecida como um estágio inferior à de ciência e de religião. Esses estudos valorizavam o papel dos poderosos e da igreja na aceitação ou no repúdio da astrologia. Posteriormente, após a ruptura com a historiografia positivista, os estudos mudaram de foco e passaram a compreender a astrologia de um ponto de vista em que estava inserido o contexto social e mental de cada período, buscando a compreensão concreta do sucesso ou do declínio desta disciplina (BETHENCOURT, 1981, p. 43).

"A progressão da astrologia no pensamento medieval deixou de ser considerada como uma questão meramente técnica, colocada em termos dos efeitos de recuperação dos conhecimentos matemáticos e astronômicos através dos Árabes, para ser analisada em função dos motivos de receptividade". Com isso foram privilegiados os estudos sob dois pontos de vista: um em que o interesse era a insegurança física e psicológica dos indivíduos, buscando entender a necessidade de proteção por causa de um futuro incerto; o outro foi entender as relações entre a astrologia e a religião e como ambas conviveram mais ou menos pacificamente por muitos séculos (BETHENCOURT, 1981, pp. 44-45). Bethencourt explica esta coexistência através de dois pontos:

> *"a) A astrologia apresenta-se exvaziada do seu conteúdo religioso pagão original (os astros deixam de ser considerados como habitação dos deuses para serem identificados como manifestação de Deus – embora mantenham as características inicialmente atribuídas pela mitologia clássica);*
> *b) A astrologia reconhece o prima da omnipotência divina e do livre arbítrio humano, negando, prudentemente, o carácter determinista dos seus prognósticos – as influências dos astros poderia ser contrariadas pela intervenção de Deus ou pela vontade dos homens"* (BETHENCOURT, 1981, p. 45).

A astrologia medieval compreendia que todas as criaturas terrestres, sejam os serem humanos, sejam os animais e os vegetais estavam intimamente ligadas à sucessão dos dias e das noites, dos meses e das estações, dos anos, mostrando certa sazonalidade nos acontecimentos terrestres. Esta ciência, a astrologia, termo grego que significa o estudo dos astros, carrega conhecimentos desde os mesopotâmicos e os gregos, buscando uma correlação entre os fenômenos celestes e os eventos terrestres (CARVALHO, 2011).

A astrologia medieval foi dividida em quatro ramos. O primeiro, denominado, astrologia mundana, visava o estudo do mundo como um todo. "Ela analisa as mudanças no tempo e sua repercussão na cultura e na economia, bem como alguma alteração nos campos políticos, sociais e culturais". Na astrologia mundana, algumas vezes podem se considerar a necessidade de um horóscopo pessoal, pois ele nem sempre representa a situação de um ser individual, mas o de uma nação. Outro prognóstico importante para a astrologia mundana era definir exatamente o momento de início de um novo ano – o momento em que o Sol entra no signo de Áries marcando o início da primavera no hemisfério norte – mostrando como será o ano que está por vir. O segundo ramo da astrologia era a de natividades que visava o estudo dos nascimentos individuais, buscando compreender quais seriam seus traços, suas vocações, suas relações e seus desenvolvimentos. O terceiro ramo diz respeito às eleições, ou seja, a escolha do momento certo para agir e tomar determinada atitude, como por exemplo, a tomada de posse de um rei, a assinatura de uma lei ou de um tratado, o início de uma contrução ou sua inauguração, o início de uma guerra. Este tipo de prognóstico também era utilizado para atividades individuais menores, como cortar o cabelo ou comprar roupas novas. Também era aplicada na medicina para saber qual o melhor momento para tomar um remédio e realizar uma cirurgia ou sangria. O quarto ramo diz respeito à questionamentos, também chamada de astrologia horária. Este tipo de astrologia é utilizada para uma questão específica busacando nas configurações celestes uma resposta para a questão dada. Este tipo de astrologia poderia ser utilizada para grandes questionamento, como aqueles citados na astrologia de eleição, mas também em coisas bastante triviais e específicas, como encontrar o paradeiro de uma joia perdida (CARVALHO, 2011, pp. 13-15).

Os historiadores concordam que a astrologia alcançou seu auge no renascimento, pois neste momento ela não estava ao alcance somente aos papas, reis e fidalgos, mas atingiu as diversas camadas da sociedade e se institucionaliza como ramo do conhecimento, sendo até ensianda nas universidades.

> *"Neste período era corrente os filósofos e poetas atribuírem abertamente os acidentes da vida à disposição dos astros, enquanto cirurgiões, físicos e alquimistas regulavam por eles as suas operações e experiências. As alterações do espaço celestes (com o aparecimento de cometas e novas estrelas) eram normalmente consideradas como sinais de desgraça e descontentamento divino. A conjunção ou oposição dos planetas e a ocorrência de eclipses não eram seguidos apenas pelos astrónomos, mas também pelos numerosos leitores dos almanaques populares, largamente difundidos com a imprensa"* (BETHENCOURT, 1981, p. 45).

A astrologia não era parte dissociada nem da religião, nem da ciência, desde que seus praticantes não blafemassem a doutrina cristã. Diversos estudiosos eram astrólogos reconhecidos, por exemplo, John Dee foi astrólogo da rainha Isabel de Portugal, Tycho Brahe e Johannes Kepler não se interessavam somente ao que hoje denominamos de astronomia matemática, mas também buscavam o conhecimento da influencia dos astros no mundo terrestre (BETHENCOURT, 1981, p. 45).

5.4.1 A Astrologia na obra de van Roomen

Desse modo, a astrologia praticada no tempo de van Roomen, é uma prática comum nas diversas camadas da sociedade. Os indivíduos daquele período, “homens na defensiva face a um mundo que o penetra de todos os lados”, buscavam entender as adversidades e as possibilidades de mudança em qualquer aspecto de suas vidas, as forças mágicas da natureza, a infuência dos corpos celestes, atravès dos quais os seres divinos mostravam sua concordância ou discordância das atitudes mundanas. A astrologia ocupava naquele tempo uma cadeira junto às demais ciências, pois tinha o poder de explicar fenômenos da natureza, objetivo de outras ciências. Durante os séculos XVI e XVII inúmeras obras astrológicas (lunários, almanaques, cronologias, repertórios, tábuas de cosmógrafos e médicos) foram publicadas e, mesmo como as críticas e restrições impostas principalente no reinado de Filipe II, a astrologia não perdeu seu espaço, somente entrando em declínio no final do século XVII (BETHENCOURT, 1981, pp. 47-48).

Van Roomen não entra em detalhes sobre a história da astrologia em sua *Universae Mathesis Idea* e *Mathesis Polemica*, dedicando o décimo capítulo dessas obras exclusivamente para explicar as ideias gerais da astrologia ou astromancia, ciência que “considera as propriedades naturais das estrelas e das configurações celestes, e dai evoca as mutações das coisas colocadas abaixo”[149]. Neste trecho, o autor quer nos informar que as mudanças que ocorrem nos corpos terrestres são causadas pelas propriedades e configurações dos corpos celestes (VAN ROOMEN, 1605, p. 47, tradução nossa).

A astrologia pode ser concebida como “filha de duas ciências”[150]: (i) da física, pois é necessário conhecer a inclinação e o estado do movimento, ou seja, saber é preciso conhecer que tipo e quais as propriedades de movimentos são inerentes aos corpos celestes; (ii) e da astronomia, por causa do movimento, do progresso e da disposição dos astros como agentes, ou seja, é preciso saber como e quando os corpos celestes estarão dispostos de tal maneira e como tal disposição pode interferir nos corpos presentes na região sublunar (VAN ROOMEN, 1605, p. 47, tradução nossa).

> *“A astrologia pode ser concebida dupla: a geral ou universal ou meteorológica que de acordo com Ptolomeu, o prognóstico universal (προγνοϛικὃμ καθολικὃμ) traz aquelas coisas que para muitos são comuns pela razão das circunstâncias comuns; a astrologia genethliaca ou γετεθλιαλὄγικα é aquela que versa unicamente sobre as condições das coisas privadas”*[151] (VAN

---

[149] “...stellarum & configurationum coelestium naturales proprietates considerat, ac inde subiectarum rerum mutationes elicit”.

[150] “...duarum scientiarum filia...”.

[151] “Astrologia duplex potest statui: Generalis sive universalis siue Meteorologica, Ptolomaeo προγνοϛικὃμ καθολικὃμ haec tradit ea quae pluribus sunt communia ratione circumstatiarum communium. &
Genethliaca sive γετεθλιαλὄγικα quae circa privatorum conditiones omnino versatur”.

ROOMEN, 1602, pp. 47-48, tradução nossa).

Van Roomen afirma que esta distinção é feita a partir da diversidade do sujeito que sofre as ações, pois, podem sofrer uma determinada ação toda uma sociedade, ou nação, ou estado, ou cidade, etc., assim como uma única pessoa (VAN ROOMEN, 1605, pp. 47-48). Deste modo, entendemos que a astrologia meteorológica ou geral considera aquelas mudanças que podem afetar diversos sujeitos ao mesmo tempo, como por exemplo, os estudos da astrologia para prever o melhor tempo para plantar, ou fazer uma colheita, ou para iniciar uma guerra, etc. Por outro lado, a astrologia *genethliaca* é aquela que trata de um único sujeito, ou seja, as atividades adivinhatórias que eram realizadas a partir do mapa astral de uma determinada pessoa.

Na astrologia meteorológica são considerados os significantes – o céu e o ar – e os significados – que são os elementos e a mistura deles e as criaturas vivas (*animália*). Os significantes são os objetos celestes que possuem a propriedade de interferir no mundo terrestre. Van Roomen inclui o ar como significante por ser um dos elementos com pouca densidade servindo de elo entre os corpos celestes e o ambiente sublunar. Os significados são as propriedades que os elementos terrestres tomam ao sofrer as interferências dos significantes (VAN ROOMEN, 1605, p. 49).

Van Roomen mostra que no céu existem três gêneros que os significantes podem adquirir, ou seja, são as três configurações mais importantes que interferem no mundo terrestre.

1. O ingresso do Sol no primeiro ponto de Áries;
2. As grandes conjunções dos planetas;
3. Os eclipses do Sol e da Lua (VAN ROOMEN, 1605, p. 49).

Segundo van Roomen, no ar são considerados significantes o movimento e os acidentes dos cometas.

Os significados que cada um dos elementos podem tomar são os seguintes: (i) qualidades relativas ao ar: a agitação, o frio, a secura, as chuvas e a neve, e o estado e as mutações de cada uma destas qualidades; (ii) relativas à agua: as inundações e os naufrágios; (iii) relativas à terra: a fertilidade, a esterilidade e o movimento da terra (VAN ROOMEN, 1605, pp. 48-49). Van Roomen não cita às qualidades referentes ao fogo, porém sabemos que tal elemento era considerado responsável por causar os arco-íris, as estrelas cadentes e os cometas no ar, ou seja, estes não eram considerados eventos celestes e sim terrestres, pois ocorriam abaixo da esfera da Lua (CARVALHO, 2011, p. 11).

Os significados que se referem às criaturas vivas (*animantia*) são aqueles associados “ao movimento dos membros da república”.

> *“Na astrologia genethliaca, todos os significantes costumam ser tomados a partir do céu para a constituição do tempo de nascimento.*
> *Tais geralmente são oito:*
> *1. O tempo de concepção do nascido.*
> *2. A demora do feto no útero.*
> *3. O momento de nascimento, para o qual a posição do céu é requerida.*
> *4. A direção dos significados para os promissores.*
> *5. As revoluções anuais.*
> *6. O ingresso do Sol no ponto do ano que aconteceu o tempo do nascimento.*
> *7. O trânsito dos planetas.*
> *8. Os eclipses dos luminares.*
> *Todos os significados para o nascido devem ser referidos às coisas boas tanto do corpo, como da alma, como da riqueza”*[152] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 49-50, tradução nossa).

Segundo van Roomen, as coisas boas do corpo estão ligadas ao temperamento, como o vigor, a debilidade, a agilidade, o torpor, a sanidade, a doença, a abundância de humores, o enfraquecimento, a duração da vita (*vitae quantitas*) ou o tempo da morte. As coisas boas para a alma são a vivacidade ou o enfado da alma, os estudos, as ocupações e as peregrinações, o afeto e a ira, a tristeza e a alegria, também os costumes e os vícios, como a honestidade, a desonestidade, a piedade, a impiedade, a justiça, a injustiça, a humanidade e a desumanidade. Finalmente, as coisas boas da riqueza sãoaquelas relacionadas à família, como os pais, os irmãos, o cônjuge e os filhos (*liberi*). Também as honras, a nobreza, a obscuridade, a notabilidade, a inutilidade, a potência, o desprezo, o reino, o império, os ofícios, a dignidade, os meios necessárioa para a vida como a riqueza, a pobreza, a mendicância. Van Roomen coloca no final da lista os amigos e os inimigos (VAN ROOMEN, 1605, pp. 50-51).

A astrologia possui princípios próprios e alguns são tomados da astronomia.

Van Roomen finaliza o capítulo afirmando que a astrologia é útil na atividade bélica, pois ela prevê as tempestades e chuvas, além do tempo oportuno para que a força seja empregada, ou seja, o momento certo em que se deve atacaro inimigo (VAN ROOMEN, 1605, p. 51).

---

[152] “In genethliaca Astrologia significantia omnia ex coeli ad tempus natiuitatis constitutione, dessumi solent.
Talia sunt ferè octo.
1. Tempus conceptionis nati
2. Mora foetus in utero
3. Nativitatis momentum, ad quod coeli reliquiritur positio.
4. Directiones significatorum ad promissores
5. Annuae revolutiones
6. Ingressus annui Solis in punctum quo fuit tempore nativitatis
7. Transitus Planetarum
8. Luminarium Eclipses”.

6. AS MATEMÁTICAS MISTAS II

Neste capítulo descrevo as disciplinas matemáticas mistas que tem como objeto de estudo as coisas corruptíveis: a geodesia, a música, a óptica ou perspectiva e a *euthymetria*.

6.1 Geodesia

"A geodesia ou *geomoria* é a ciência que distribui e que mede a terra"[153]. Van Roomen mostra que o nome tem origem no grego e que significa literalmente "a divisão da terra". Ainda segundo o autor, o nome *geomoria* foi inventado por Pappus e os latinos denominam esta disciplina comumente por agrimensura (VAN ROOMEN, 1605, p. 51, tradução nossa).

> *"A geodesia certamente difere da geometria, porque a contemplação das magnitudes/grandezas, como das linhas, das superfícies, dos corpos e das figuras tanto planas, quanto solídas é feita pela geometria. E, por outro lado, a dimensão das áreas e a dvisão dos campos e dos prados é chamada geodesia"*[154] (VAN ROOMEN, 1605, p. 52, tradução nossa).

O autor afirma logo em seguida que não lhe apraz a definição dada por Johannes Pediasimus (1282-1326) de "que certamente a geometria se ocupa do que deve ser medido, a geodesia do que deve ser dividido; assim a dimensão das áreas do campo é feita pela geometria, mas a divisão dos mesmos lugares pela geodesia"[155] (VAN ROOMEN, 1605, p. 52, tradução nossa). Como é possível perceber, van Roomen diferencia ambas as disciplinas de acordo com o objeto de cada uma: a geometria é responsável pelo estudo das magnitudes geométrica, seja para o estudo de suas áreas, seja com outro objetivo; por outro lado, a geodesia tem como objetivo o estudo das divisões e dimensionamentos normalmente de propriedades rurais, porém o autor também considera que tal ciência pode ser usada para a divisão de propriedades em cidades.

Deste modo, van Roomen considera que o objeto de estudo da geodesia é qualquer área na superfície da Terra e a finalidade é a divisão e a dimensão destas áreas. Alguns dos princípios da geodesia são próprios, como a variedade e os tipos das medidas pelas quais a

---

[153] "Geodesia siue Geomoria est scientia terram distribuens metiensque".
[154] "Differt Geodesia porro à Geometria, quod contemplatio magnitudinum uti linearum, superficierum, corporum & figurarum tam planarum quam Solidarum sit Geometria".
[155] "...nempe quod Geometria in metiendo, Geodesia in dividendo sit occupata, ita ut areae, vel agri dimensio fit Geometria, eorundem verò locorum divisio Geodaesia".

terra será medida, e outros são tomados da geometria, como por exemplo os tipos de figuras que devem ser medidas (VAN ROOMEN, 1605, p. 52).

Sobre os usos da geodesia, van Roomen enfatiza seu uso os militares numa guerra com a finalidade de construção de uma fortaleza onde os soldados se abrigarão, "pois, a partir de um calçado [εμβάδῶ] conhecido, pode se conhecer também o número de soldados que dado lugar qualquer pode comportar"[156] (VAN ROOMEN, 1605, p. 52, tradução nossa).

O capítulo é finalizado com a ideia de que os historiadores também devem descrever "o âmbito, o diâmetro e as magnitudes de uma cidade com o subsidio da geodesia"[157] (VAN ROOMEN, 1605, p. 52, tradução nossa).

6.2 Música

A música fez parte das disciplinas matemáticas e das diversas classificações do conhecimento desde a Antiguidade. Normalmente é lembrada por fazer parte do *quadrivium*. Para Aristóteles, a música – assim como a óptica, a astronomia e a mecânica – possuía uma posição intermediária no conhecimento entre as matemáticas e a física, tais disciplinas seriam as ciências mais físicas entre as matemáticas (DYER, 2007).

Na Idade Média, Boécio tratou da música na obra *De Institutione Musica* a partir do pensamento de Aristóteles e de Platão. Segundo ele, enquanto Aristóteles valorizava os sentidos, Platão enfatizava a apreensão intelectual do conhecimento. Cassiodoro também abordou a música em seu *Institutiones Divinarum et Saecularium Literarum*. Nesta obra, ele subdivide a música em três partes: *armonica*, *rithmica* e *metrica*: a primeira está relacionada ao conjunto dos sons tocados harmonicamente ao mesmo tempo, a segunda à melodia tocada ritmicamente, ou seja, como dois sons devem ser bem ligados no decorrer da música, a terceira é uma orientação de como as palavras de um texto literário devem ser expressas musicalmente. Esta subdivisão aparecerá inúmeras vezes nas diversas classificações do conhecimento durante a Idade Média. Robert Kilwardby rejeitou a doutrina platônia e atribuiu à música a primazia do número, o *numerus sonorus*. Para Kilwardy, a música, como uma disciplina matemáitca, é mais abstrata do que natural, argumentando que, embora o músico considere o som, ele não considera o fenômeno audível, mas o número imutável (DYER, 2007, p. 42).

[156] "Nam ex cogito εμβάδῶ cognosci etiam potest numerus militum quem locus quivis potest capere".
[157] "...urbium ambitus, diametros, vel magnitudines describere volunt Geodesiae utuntur subsidio".

Alberto Magno e Thomás de Aquino mostraram que existe uma diferença entre objeto formal – que provém da matemática – e o objeto material – que está ligado às ciências naturais – da música. Esta distinção está ligada ao concento de ciências médias, ou seja, aquele conhecimento que está entre a abstração da filosofia especulativa e o concreto das ciências físicas. Por trás disso, houve relutância e cuidado para não "rebaixar" a música para uma posição de ciência natural ou mecânica e, como se percebe nas classificações posteriores, prevaleceu a música como partes das disciplinas matemáticas (DYER, 2007).

O capítulo de van Roomen dedicado a musica é breve e não traz nada acerca da história desta disciplina. Para ou autor, "a música é a ciência que exibe as razões dos sons"[158] e tal nome teve origem, segundo van Roomen, numa passagem platônica na qual o filósofo mostra que a música e as musas tomaram seus nomes do grego απὸ του μῶσθαι que em latim significa *"ab inquirendo"*, ou seja, "o desejado" (VAN ROOMEN, 1605, p. 53). O trecho está na obra *Crátilo* (406a) de Platão: "Quanto às musas e, em geral, à música, lhes deu o nome, segundo parece, a partir do verbo "desejar", assim como da investigação e do amor pelo saber" (PLATÃO, 1983, p. 403, tradução nossa).

O autor também enfatiza a dignidade desta disciplina matemática dizendo que "muitos recitam a excelência da música, como os poetas, os historiadores e os oradores"[159] (VAN ROOMEN, 1605, p. 53, tradução nossa).

Em um diagrama, van Roomen classifica os tipos de música. O primeiro tipo é aquela que investiga os sons e os dispõe para a harmonia, este tipo é chamado simplesmente música ou canônica. O segundo e terceiro tipos estão relacionados à fonte que exprime os sons: a voz ou um instrumento; a primeira é dita musica harmônica e a segunda música orgânica (VAN ROOMEN, 1605, p. 53).

Van Roomen finaliza o capítulo citando um trecho da obra *Políticos* de Platão afirmando que "a música é útil para a composição do humor e da disposição da alma"[160] (VAN ROOMEN, 1605, p. 54, tradução nossa).

6.3 Óptica e Perspectiva

> *"A perspectiva é o método de representação de objetos visíveis em três dimensões sobre um espaço de duas dimensões. Se apoio no chamado – desde o século XIX – princípio projetivo, que implica que os objetos mudam de forma e de dimensão em função do lugar desde o qual são observados: essa modificação se calcula por meio da razão trigonométrica existente no lugar da seção do cone*

[158] "Musica est scientia sonorum exhibens rationes".
[159] "Musicae praestantiam multi cecinêre tũ Poetae tum historici & oratores".
[160] "Musica vtilis est ad morum & affectionum animi compositionem".

visual que materializa a relação entre o observador e o objeto" (DUBOURG-GLATIGNY, 2004, p. 245, tradução nossa).

Este é uma das maneiras como entendemos a perspectiva atualmente e tal conhecimento artístico está subordinado principalmente à geometria. Porém, o desenvolvimento da perspectiva se deu entre os séculos XIII e XV principalmente na Itália como renovação dos conhecimentos artísticos e matemáticos já existentes na Antiguidade e na Idade Média.

A perspectiva – cujo nome muitas vezes se confundiu com a óptica – por muito tempo estavam numa posição subalterna ao *quadrivium*, normalmente à geometria, porém durante o Renascimento tal submissão passou a ser questionada por diversos estudiosos. Abaixo apresentaremos brevemente alguns pontos da história dessas disciplinas e, posteriormente, descreveremos algumas concepções de perspectiva adotada por Leonardo da Vinci. Em seguida, abordamos alguns aspectos da vida de Luca Pacioli e sua visão apresentada na *De Divina Proportione* acerca da inclusão da perspectiva no *quadrivium*. Finalmente, apresentaremos o pensamento de van Roomen presente na *Universae Mathesis Idea* e na *Mathesis Polemica* acerca do tema.

6.3.1 História da Óptica e da Perspectiva

A palavra óptica tem origem no termo grego *ὀπτική* que em latim foi traduzido como *optice*. Em latim, também foram usados o termo perspectiva, que provém de *perspicio* – que significa "olhar através, ver bem, olhar atentamente" – e prospectiva, que provém de *prospectus* – que é "a ação de olhar de longe, vista ao longe, olhar, perspectiva".

Claudemir Roque Tossato (2005) afirma que os primeiros estudos de óptica se iniciaram na Antiguidade e, de modo geral – embora nem todos os autores sejam unanimes sobre o assunto – existiam três tradições de pesquisa: a óptica filosófica ou física, a óptica médica e a óptica matemática.

A primeira delas seria voltada ao estudo da "relação física entre objeto visto e o órgão dos sentidos humanos que o vê, o olho, tendo como adicionais o meio que os contém e a luz que atravessa todo esse meio". Essa concepção foi baseada em duas teorias que foram desenvolvidas devido aos estudos dos atomistas, de Platão e de Aristóteles (TOSSATO, 2005, p. 418).

"A suposição básica da teoria da intromissão é a de que o próprio objeto visto emite raios visuais que atingem o olho que vê esse objeto e, durante o trajeto da

> *imagem até o olho, ocorre uma série de simulacros (eidola) do objeto visto (...). Ao contrário dessa teoria da intromissão, Platão (427–347 a.C.), seguindo tanto a escola pitagórica, especialmente Alcmaeon de Crotona, quanto a de Empédocles, tomou como base para a sua teoria da visão a suposição de que é o próprio olho que emite os raios visuais que atingem o objeto formando a sua imagem. Admite-se, segundo essa teoria, que o fogo é o principal elemento para conduzir os raios visuais emitidos pelo olho"* (TOSSATO, 2005, p. 418).

A tradição médica visava o estudo anatômico e fisiológico do olho. Alcmeão de Crotona (século V a.C.) foi um dos primeiros gregos a fazer dissecações e também o primeiro que tratou da anatomia do olho, "ele estudou o nervo óptico e admitiu que existem três substâncias responsáveis pela formação da visão: a luz externa, o fogo interno do olho e os humores como meios de transmissão". Galeno de Pérgamo (129-199) afirmou que o humor cristalino seria a parte do olho responsável pela formação da imagem. "Essa função atribuída ao humor cristalino prevalecerá por toda a Idade Média, só sendo rompida por Kepler, seguindo a anatomia de Felix Plater (1536-1614), atribuirá à retina o papel" de formadora das imagens no olho (TOSSATO, 2005, p. 421).

A tradição matemática é a "tentativa de geometrizar o que se visualiza pelo uso de retas e ângulos num espaço tridimensional". Euclides foi um dos expoentes dessa tradição, ele escreveu sobre o cone geométrico que tem o olho humano como ápice e o objeto como base, ou seja, o olho é o ponto de partida das linhas da visão (TOSSATO, 2005, p. 422).

Os postulados formulados por Euclides em sua *Óptica* "representam a primeira tentativa de entender os fenômenos ópticos de uma perspectiva matemática (...). A teoria do cone visual euclidiano perdurou até Kepler, quando este inverte o cone – o vértice passa a estar em cada ponto iluminado do objeto visto e a base no próprio olho.". Euclides obteve um passo importante também ao formular a lei de reflexão da luz (TOSSATO, 2005, pp. 423-424).

Ptolomeu (100-170) escreveu sobre as relações entre a visão e as cores, de modo que, segundo ele, a visão é o resultado da interação entre a radiação visual – uma das teorias da Antiguidade que afirmava que os olhos eram responsáveis por enviar certas emissões para que o objeto pudesse ser visto – e das cores incluindo a iluminação externa. Ele também contribuiu com os estudos da perspectiva e da refração em meios heterogêneos, como ar e água (TOSSATO, 2005, p. 425).

Após Euclides e Ptolomeu, grandes expoentes dos estudos ópticos foram os árabes Al-Kind (?-866) e Al-Haythmam (965-1039), cujo nome latinizado é Alhazen. É na teoria deste que Roger Bacon (1214-1292) baseará seus estudos.

Durante a Idade Média, a perspectiva continuará a ser dividida principalmente nas três tradições clássicas gregas, mas também é possível perceber que ela possuiu outras formas de classificações.

> *“É possível distinguir, em textos medievais e renascentistas, diversas concepções da perspectiva: a perspectiva naturalis, como “Ciência da Visão” (óptica), a perspectiva artificialis ou prospectiva pingendi, como “Técnica de Representação”, a perspectiva prática, como “Técnica de Medição” e a perspectiva aedificandi voltada para as aplicações arquitetônicas”* (CAMEROTA, 2006, p. 8. apud BERTATO, 2010, p. xxxvi).

Sobre o mesmo assunto, Kirsti Andersen (2007) afirma:

> *“No século XV, “perspectiva” foi associada com outra disciplina que também era chamada de “scenograhia” e tratava da arte de representar panoramas espaciais ou objetos graficamente em superfícies de duas dimensões. Por um tempo a expressão “perspectiva naturalis” (ou “communis”) e “perspectiva artificialis” (ou “pingendi”) foi usada para distinguir entre óptica e a disciplina geométrica de representação. Da renascença em diante, o ramo da perspectiva que trata da representação em superfícies de duas dimensões foi dividido em várias subdisciplinas. Aquela que aborda o problema de retratar linhas retas e comprimentos foi chamada “perspectiva linear”. Em geral, o uso da palavra perspectiva foi usada para significar perspectiva linear ou, mais precisamente, a arte de usar geometria para construir imagens obtidas por uma projeção central”* (ANDERSEN, 2007, p. xx, tradução nossa).

O historiador Fábio Maia Bertato, em seu estudo da *De Divina Proportione* do frade italiano Luca Pacioli (1445-1517), afirma que essa tradição historiográfica associada a “Perspectiva Linear” se desenvolveu no início do *quattrocento* em Florença por Filippo Brunelleschi (1377-1446). A partir da década de 50 do século passado começaram a surgir hipóteses entre alguns historiadores que passaram a acreditar que a Perspectiva tenha sido inventada ainda no século XIII (BERTATO, 2010).

> *“[Brunelleschi] propõe aquilo a que os artistas dão o nome de “perspectiva” para a representação de imagens sólidas no plano, isto é, na pintura. Isso consiste em racionalizar o espaço a ser pintado, obtendo, para tanto, as corretas proporções entre as figuras que estão no interior do espaço pictórico”* (TOSSATO, 2005, p. 436).

Porém um dos personagens mais importantes nessa história foi Leon Battista Alberti (1440-1472). Ele forneceu aos pintores uma teoria geométrica aplicada à perspectiva na pintura. Em sua obra *De Pictura* traz uma sistematização da pintura, mostrando, por exemplo, os elementos básicos da pintura – superfície, ponto, reta, jogo de luz e sombras – e como se deve fazer para pintar em profundidade.

A figura 6.1, retirada da obra de Alberti, mostra o que chamamos de “ponto de fuga” (*punctus centricus*) que “representa o ponto principal para a construção em perspectiva do assoalho; ele é o ponto a partir do qual toda a construção será feita”. O outro ponto é chamado “ponto de vista” (*puramis distantia*), “que representa o olho do observador. A construção das tábuas do assoalho deve corresponder à visão que o observador terá do quadro, guardada a distância correta que se deve estar dele" (TOSSATO, 2005, p. 436).

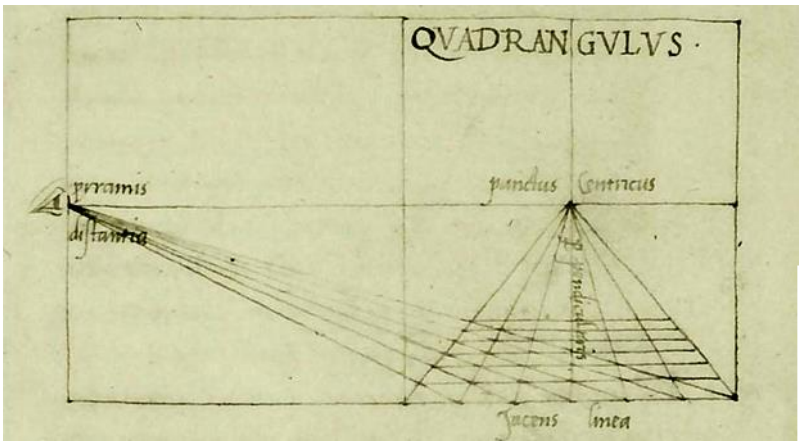


Figura 6.1: Figura de Leon Battista Alberti em sua *De Pictura* demonstrando como pintar em profundidade.

Segundo Andersen, Alberti enunciou a seguinte definição (em termos modernos): "Dado um plano de imagem π e um ponto de vista O, um objeto atrás de π é retratado sobre o plano desenhando cada ponto A no objeto sobre o ponto A_i na qual a linha AO corta a superfície π" (Figura 6.2) (ANDERSEN, 2007, p. 1, tradução nossa).

Ainda segundo Andersen, são vários os estímulos que influenciaram Alberti e outros autores no tratamento da perspectiva: "A ideia de reproduzir uma visão instantânea esteve presente na Itália – consciente ou inconscientemente – já no *trecento*, se não anteriormente"; Além disso, é possível encontrar em diversas pinturas as primeiras tentativas em desenhar com ortogonais todas em um plano com um ponto em comum como na figura da obra *De Pictura* de Alberti mostrada acima; Foram estudadas ainda formas de como incorporar as retas transversais e verticais em uma pintura, mas aqui não convém detalharmos (ANDERSEN, 2007, p. 3).

Porém não podemos deixar de citar Piero della Francesca (?-1492), de quem é a importante obra *De Prospectiva Pingendi*. Francesca também foi um dos professores de Pacioli. No que diz respeito ao desenvolvimento e transformação na concepção de arte no *quatrocento* em Floresça, devemos mencionar que dentre os grande responsáveis por tal acontecimento estavam Brunelleschi, Alberti, Donatello (1386-1466) e Masaccio (1401-1428) (BERTATO, 2010, p. xxxvi).

> *"O sistema perspéctico do Quattorcento é a redução à unidade de todos os modos de visão possíveis: o ponto de localização ideal é o frontal, isto é, aquele que põe como contrapostos, mas paralelos, o sujeito e o objeto. Considerando que a Perspectiva construía racionalmente a representação da realidade natural, podemos afirmar que inaugurava, além de uma nova fase artística, uma*

fase em que a realidade tornava-se compreendida em termos matemáticos" (BERTATO, 2010, p. xxxvii).

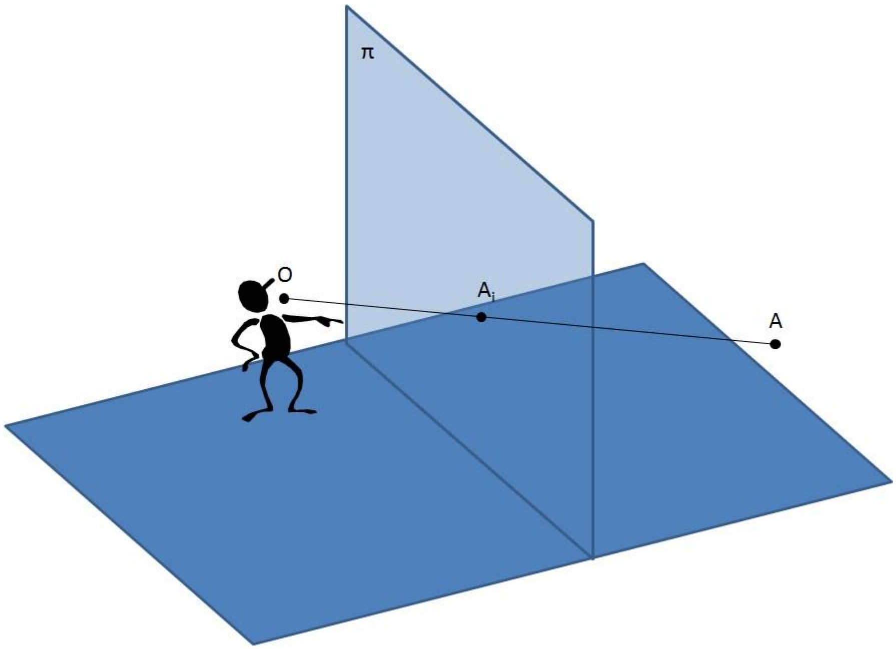


Figura 6.2: Uma projeção em perspectiva. (Figura baseada em Andersen, 2007).

A perspectiva era classificada pelos humanistas como subalterna às artes do *quadrivium* e até mesmo nas universidades do século XV, foi considerada parte da geometria prática. Porém, ainda no século XII, ela passou a ter seu reconhecimento como ciência. Domingo Gundsalvo (c. 1100-1181) já considerava a perspectiva como parte das disciplinas práticas relacionadas à matemática.

O interesse de Alberti em diversos campos, principalmente a grande atenção que parece ter dado ao *quadrivium* durante seus estudos influenciou diretamente na escrita da *De Pictura*, Nesta obra, o autor parece "dar a arte da pintura um tipo de posição acadêmica como um par com as artes liberais – que ele também pensa que deve fazer parte da educação de um pintor" (ANDERSEN, 2007, p. 18, tradução nossa).

Dentre aqueles que defenderam a inclusão de tal disciplina como parte do *quadrivium* podemos citar: Domenico di Chivasso (c. 1350), Michele Savonarola (c. 1385-1468), Marsílio Ficino (1433-1499), Girolamo Savonarola (1455-1498), Luca Pacioli e Leonardo da Vinci (1452-1519).

Pascal Dubourg-Glatigny (2004) – debatendo o assunto nos séculos posteriores – entende que a perspectiva foi um dos modos em que a arte se ligou às matemáticas no século XVI. Parece que nenhum artista teria seguido inteiramente um tratado matemático sobre perspectiva, porém muitos deles são devedores dos estudos dos matemáticos, e de algum modo, eles se sentiram obrigados a introduzir este "novo conhecimento" em seus trabalhos. "O movimento de aproximação entre os artistas e os matemáticos aumentou com o passar do tempo" (DUBOURG-GLATIGNY, 2004, pp. 247-249, tradução nossa).

As primeiras obras publicadas sobre perspectiva ainda no século XIV e XV ou estavam restritas a um pequeno público devido à pequena quantidade de exemplares ou então por causa de sua tecnicidade não era de fácil leitura pelos leigos em matemática. Porém, durante o século XVI isso começou a mudar, pois os manuais e tratados começaram a ter exemplos mais básicos e serem produzidos em maior escala, além de publicações em língua vernácula. Também difundiram-se as gravuras, sendo que as principais foram publicadas a partir de 1560 por Hans Vredeman de Vries (1526-1607).

O século XVI foi um caminho de mão dupla entre os matemáticos e os artistas, de modo que ambos os "campos" contribuíram para a melhoria nas técnicas de perspectiva. "A perspectiva (...) constitui, portanto, um componente inevitável da formação artística no Renascimento", pois, mesmo que nem todos os artistas fossem hábeis geômetras, eles dispunham de inúmeras obras matemáticas que serviram de apoio para a produção de suas pinturas. A assimilação da geometria por não especialistas também nos mostra como a teoria e a prática, antes separadas, começaram a conviver juntas. Agora a prática pictórica já não é vista como uma simples atividade manual, mas obtém seu lugar de prestígio (DUBOURG-GLATIGNY, 2004, p. 257).

6.3.2 A Óptica na Visão de van Roomen

Apesar de diversos homens de saber estarem buscando um lugar no *quadrivium* para incluir aquelas ciências que achavam importantes, van Roomen não menciona em sua obra qualquer tentativa de fazer inclusão de disciplinas no *quadirivium*. O autor, ao elencar diversas disciplinas matemáticas além daquelas quatro que compunham o *quadrivium*, faz-nos entender que está decidido que tais disciplinas fazem parte do rol das matemáticas; para ele está claro que não basta denominar de matemáticas somente as quatro disciplinas do *quadrivium*, mas deve-se atrelar a elas todas aquelas disciplinas que fazem uso de conhecimentos matemáticos, ou seja, devem ser chamadas matemáticas qualquer disciplina que lide com conteúdos relacionado à quantidades, tanto abstratas, como números e magnitudes geométricas, quanto concretas, como os sons e os raios visuais.

A óptica ou perspectiva, para o autor, dentre aquelas concepções de perspectiva trazidas por Bertato, é justamente uma *perspectiva naturalis*, ou seja, uma ciência da visão, porém ao fazer uma classificação das partes dessa disciplina, acaba fazendo indiretamente uma menção à *perspectiva artificialis*.

A definição dada por van Roomen é a seguinte: "A perspectiva [ou] ὀπτικά é a ciência que explica as propriedades dos raios da visão"[161] (VAN ROOMEN, 1602, p. 54, tradução nossa) e pode ser dividida em três partes:

1. Óptica: A óptica propriamente dita "é a doutrina dos raios visíveis pela reta e pela visão simples"[162] e "sob ela também está compreendida a *mesoptica* que é a ciência dos raios visíveis pela refração"[163] (VAN ROOMEN, 1602, p. 54, tradução nossa). Van Roomen parece valorizar este tipo de óptica apreciando a visão direta entre observador e objeto, de modo que entre eles, exista no máximo uma lente – objeto de estuda da *mesoptica*.
2. Catóptrica: "A catóptrica é a ciência dos raios da visão por reflexo"[164], ou seja, estuda os raios que são causados pelos reflexos de um espelho (VAN ROOMEN, 1602, p. 54, tradução nossa).
3. Cenografia: É a ciência que estuda as coisas aparentes numa pintura que se oferecem à nossa vista, ou seja, esta parte da óptica está mais relacionada às artes e à *perspectiva artificialis*.

No capítulo referente à óptica, van Roomen não faz menção a nenhum trabalho e nenhum autor específico, porém afirma que os italianos de seu tempo a denominaram de perspectiva ou prospectiva.

O objeto de estudo dessa ciência são as imagens de tudo o que é visível. A sua finalidade é delinear a imagem da visão em algum plano a partir de qualquer inclinação. "Os princípios próprios são proposições do limite da arte e não poucos da óptica"[165] (VAN ROOMEN, 1602, p. 55, tradução nossa).

Vemos na obra de van Roomen o uso das palavras óptica e perspectiva com o mesmo sentido, pois ao mesmo tempo que ela se aplica aos estudos geométricos da visão, ela também inclui, por exemplo, os estudos sobre os diferentes olhares de uma pintura.

6.4 *Euthymetria*

> *"A euthymetria é a ciência que mede linhas retas finitas pelos raios visuais convenientemente diretos. Na verdade, a quatidade não pode ser determinada pela vião das curvas (que são os raios retos). No entanto, nenhuma medida do infinito existe, por outro lado, pelo menos limitar um limite verdadeiramente*

[161] "Perspectiua ὀπτικά est scientia proprietates radiorum visuorum explicans".
[162] "...est doctrina radiorum visibilium per rectam & simplicem visionem".
[163] "Sub ea etiam comprehendi solet Mesoptica quae scientia radiorum visorum per refractionem".
[164] "Catoptrica est scientia radiorum visorum per reflexionem".
[165] "Principia própria sunt termini artis & opticae non paucae propositiones".

> *pelo raio visual finito se desejamos indagar a quantidade dele pelo raio. Na verdade, raios visuais não terminam a não ser que a coisa seja verdadeira."*[166] (VAN ROOMEN, 1605, p. 56, tradução nossa).

A findalidade primária da *euthymetria*, segundo van Roomen, é a partir de um segmento perpendicular ou paralelo dado, descobrir a base de um segmento. A finalidade secundária é a partir dos mesmos dados, descobrir o raio visual.

Os princípios da euthymetria são tomados a partir da óptica – pois, com a ajuda ods instrumentos, ela exibe a quantidade ou o *prosinum* do ângulo visual dela ou do complemento – da geometria – que exibe a razão da reta dada para o quesito com a ajuda dos ângulos visuais fornecidos pela óptica – e da aritmética – que exibe a razão do quesito para o próprio quesito dado nas partes da medida proposta (VAN ROOMEN, 1605, p. 58, tradução nossa).

Van Roomen finaliza o capítulo mostrando que a *euthymetria* é útil para o general conduzir seu exército.

[166] "Evthymetria est scientia quae per rádios visuales aptè directos, líneas rectas finitas metitur.
Curvarum enim à visu (cujus radij recti sunt) qvantitas determinari neqvit.
Infiniti autem nulla mensura est. debet autem unus saltem terminus verè à Radio visuali finiri si ejus qvantitatem per radium velimus indagare; Radij enim visuales non terminant nisi quod re vera est."

7. AS MATEMÁTICAS MECÂNICAS E AS QUASE MATEMÁTICAS

Este capítulo é dedicado aos seis últimos capítulos escritos por van Roomen na *Universae Mathesis Idea* e no *liber primus* da *Mathesis Polemica*, são as disciplinas matemáticas mecânicas e as quase matemáticas.

Van Roomen, nos cinco capítulos dedicados às matemáticas mecânicas não detalha a origem etimológica dos nomes de tais disciplinas como faz com as disciplinas anteriores. Porém, percebe-se que todas possuem o radical grego *poiesis* que significa "produção" ou "construção". O uso deste radical pode ser proposital, pois todas as disciplinas mecânicas têm como objetivo a construção de instrumentos que possam ser úteis para os estudos das matemáticas puras e mistas.

Dedicarei a última seção deste capítulo à arquitetura e à atividade bélica, ciências que van Roomen denomina de quase matemáticas.

7.1 *Sphaeropoeia*

O nome da disciplina aparece na obra de duas maneiras: *sphaeropoeia* e *sphaeropaeia*, porém não parece que haja alguma disntinção entre ambos os nomes e eventualmente pode ter ocorrido um erro tipográfico. Tal nome parece ter alguma relação com os termos *sphaera* (esfera) e *poiesis* (criação ou produção), daí *sphaeropoeia* significaria "produção de esferas", porém van Roomen provavelmente utilizou o termo num sentido mais amplo: produção de instrumentos matemáticos. Entretanto, esta é apenas uma interpretação através dos radicais da palavra, pois o autor não traz a origem do nome desta disciplina.

"A *sphaeropaeia* é a arte mecânica que ensina a construir instrumentos aptos para a observação e mensuração"[167] (VAN ROOMEN, 1605, p. 59, tradução nossa).

Esta disciplina é dividida em duas partes: elementar e principal. A parte elementar da *sphaeropoeia* é responsável por exibir as regras gerais de divisão que devem ser descritas e acomodadas nos instrumentos, ou seja, trata do sistema de medida que será exibido em cada instrumento.

A parte principal diz respeito à disciplina matemática que o tal instrumento será

[167] "Sphaeropaeia est Mechanica ars docens construere instrumenta observationis & dimensionibus apta".

aplicado. Van Roomen traz exemplos de instrumentos que podem ser aplicados em sete disciplinas matemáticas.

- A **mecânica aritmética** é aquela que constrói instrumentos responsáveis pelo cálculo e computo dos números. Van Roomen afirma que tais instrumentos são raramente usados naqueles dias. Um dos exemplos é um instrumento para fazer cálculo de multiplicações e de divisões em formato de lamina que contém dados em linhas paralelas e que mostram os resultados ao associar tais dados ortogonalmente.
- A **mecânica geométrica** confecciona os instrumentos para fins geométricos.

> *"Tais instrumentos são vários, como a régua sólida ou extensa, o par de compassos, o gnomon, o quadrado divisório, o quadrante de divisão de arcos, o paralelógrafo, o triângulo de arco, o par de compassos elípticos, a régua elíptica, o quadrangulo elíptico, o equatório esférico, o par de compassos analógicos, o helicógrafo"*[168] (VAN ROOMEN, 1605, p. 60, tradução nossa).

- A **mecânica astronômica** produz instrumentos de dois gêneros: os chamados de meteoroscópicos servem simplesmente para fazer observações, os lógicos servem para tirar conclusões a partir do observado. Os meteoroscópiocos são variados, como o hemisfério côncavo ou convexo, o cilindro côncavo ou convexo, o quadrante, o anel astronômico, o gnomon, a lâmina de altitude, o quadrado geométrico, o quadrado náutico, a lâmina horária, etc. Os instrumentos lógicos são poucos: "a esfera armilar e sólida, astrolábios gerais e particulares, quadrantes universais, também os equadores dos planetas e similares"[169] (VAN ROOMEN, 1605, p. 62, tradução nossa).
- A **mecânica cosmográfica** concebe instrumentos para distinguir os ventos e a posição do céu. Nesta categoria existem uma infinidade de compassos, a cápsula ou a bússola náutica, o anemoscópio, etc.
- A **mecânica geodética** constrói instrumentos mecânicos para medir os campos, como por exemplo, o quadrado para medidas de dimensões da terra e o ramo indicador (*virga visoria*).
- A **mecânica musical** produz instrumentos musicais tanto estáveis (*stata*) quanto móveis. Os estáveis ou parados são aqueles que normalmente estão nos templos, como o clavicímbalo e o clavicórdio. Os móveis são a cítara, a flauta, etc.

---

[168] "Talia instrumenta quamplurima sunt, ut regula solida vel extensa, circinus, gnomon, quadratum divisorium, quadrans divisionis arcuum, parallelographum, Triangulum arcuum, circinus ellipticus, tum longipes tum brevipes, regula elliptica, quadrangulum ellipticum, aequatorium Sphaericum, circinus analogicus, helicographum".
[169] "Sphaera armillaris & solida, Astrolabia generalis & particularia, quadrantes universales, item Planetarum Aequatoria & similia".

- A **mecânica *euthymetrica*** é responsável pela produção de instrumentos de medidas que são feitas através da visão. Van Roomen traz os seguintes exemplos: "o quadrante, o quadrado, o gnomon, o raio, vulgo báculo de Jacob, o raio *oxigonius* inventado por Latino Ursino, o *protheus* militar de Bartolomeu Romano, o *monicometrum* de Francisco Pifferi Monachi Camaldolensis, o *holometrum* de Abelis Fullonis, etc"[170] (VAN ROOMEN, 1605, p. 63, tradução nossa).

7.2 Manganaria ou Mechanaria

Segundo Bromberg (2014, p. 160), um dos usos da palavra *manganaria* se vê na obra *Institutionem Mathematicarum* de Conrad Dasypodius, na qual o autor "define mecânica como "*ars manganariorum instrumentorum*", ou seja, a arte de manipular as aparências através dos instrumentos".

Segundo van Roomen, "*manganaria* é a arte dos grandes pesos que devem ser movidos"[171]. O objeto de estudo da *manganaria* é o peso e a propriedade de tal disciplina é o movimento. "O propósito é compor instrumentos aptos ao movimento dos pesos"[172]. Os princípios são tomados principalmente da geometria, mas também da física (VAN ROOMEN, 1605, p. 64, tradução nossa).

A *manganaria* é dividida em duas partes: a primeira trata dos pesos que estão parados, que segundo van Roomen, "poderia ser chamada não incomodamente de estática [στατική]"[173], e a outra trata das potências moventes (VAN ROOMEN, 1605, p. 65).

A primeira parte compreende a equivalência ou equilíbrio de pesos [ἰσορροπικά, *aequiponderantia*], a desigualdade ou desequilíbrio de pesos [ἀνσορροπικά, *inaequiponderantia*], o centro de gravidade [ηεντροβάρικα, *centrograuia*] e a última é nomeiada em grego σταθμική ou em latim *libralem sive staterariam*, palavras relacionadas ao peso, porém não sei o significado. Talvez esteja ligado à medida de pesos.

Van Roomen cita trechos de obras de Pappus e de Fredericus Commandinus (1506-1575) para mostrar o modo como se entende centro de gravidade naquele momento.

A segunda parte consiste das cinco potencias movente simples e as compostas. As potencias simples são a alavanca (*vectis*), a cunha (*cuneus*), o parafuso (*cochlea*), a polia

[170] "Quadrans, Quadratum, Gnomon, Radius, vulgo baculus Iacob, Radius oxigonius à Latino Vrsino inventus, Protheus militaris Bartholomaei Romani, Monicometrum Francisci Pifferi Monachi Camaldolensis, Holometrum Abelis Fullonis, etc.".
[171] "Manganaria est ars movendorum magnorum ponderum".
[172] "Propositus est instrumenta condere motui gravium apta".
[173] "...non incommodè στατική vocatur".

(*trochlea*) e o eixo em *peritrochio*. Estes instrumentos frequentemente são usados para mover os pesos a partir de certa força aplicada. Já os compostos são aqueles instrumentos que mesclam as funções de dois ou mais instrumentos simples. Van Roomen dedica uma grande quantidade de páginas para tratar de tais instrumentos.

7.3 *Mechanopoetica*

"A *mechanopoetica* é a arte de fazer máquinas que para se moverem requerem um motor externo inanimado"[174], ou seja, para que tais máquinas executem seus movimentos, elas dependem da ação de um agente externo. Segundo van Roomen, a *mechanopoetica* foi inventada por Pappus e citada por inúmeros estudiosos, porém não traz o nome de tais autores nem tais citações (VAN ROOMEN, 1605, p. 78, tradução nossa).

A *mechanopoetica* é dividida em partes de acordo com o elemento – fogo, água terra, ar ou misto – de que a máquina necessita: "a *verucula caminaria* requer um motor ígneo, os moinhos de vento [requerem um motor] aéreo, os moinhos de água de todos os gêneros como a *tritoria serratoria* e *contusoria* [requer um motor] aquático. E podem se referir a terra os *tympana ponderaria*"[175] (VAN ROOMEN, 1605, p. 79, tradução nossa).

Depois disso, van Roomen passa a explicar para que serve cada um desses instrumentos. "A *verucula caminaria* é um instrumento simples"[176] que se move colocando fumo numa fornalha e move o objeto através de algum filamento ligado ao eixo dele. Já o moinho de vento é um invento dos recentes que é girada em torno de seu eixo para que mova uma pedra de moinho pelo movimento da vela. Segundo van Roomen, "tais moinhos são muito frequentes na Bélgica, porém em algumas regiões se observa que é mais raro"[177]. O autor finaliza o capítulo tratando do moinho aquático, instrumento que enquanto é movido pelo curso da água ao mesmo tempo também se move com o auxílio do vento. Desse modo, o moinho move a máquina que tritura, serra ou esmaga um determinado objeto (VAN ROOMEN, 1605, pp. 79-80, tradução nossa).

7.4 *Organopoetica*

"A *organopoetica* é a arte de confeccionar máquinas bélicas ou instrumentos que

---

174 "Mechanopoëtica est ars faciendi machinas, quae ut moveatur motorem requiruntur externum inanimatum".
175 "Igneum motorem requirit verucula caminaria. Aerum Mola ventosa. Aqueum mola aquea cujusvis generis ut tritoria Serratoria, & Contusoria. Ad terram Tympana ponderaria referri possunt".
176 "Verucula Caminaria est instrumentum simplex...".
177 "Tales molae frequentissimae sunt in Belgio in alijs regionibus rariùs conspiciunrtur".

usam o movimento violento para o que deve ser atacado ou defendido"[178]. Van Roomen afirma que este nome foi usado por Pappus no *Collectionum Mathematicarum* e por Geminus (VAN ROOMEN, 1602, p. 80, tradução nossa).

A *organopoetica* é dividida em duas partes: a impulsiva feita por uma máquina de guerra chamada aríete e a projetiva que é subdividida em duas partes baseadas em nomes gregos: καταπελτικῆ ou *hastijacula* feita pela catapulta e βαλεςρικῆ ou *saxijacula* feita pela *ballista*, também um tipo antigo de catpulta. Van Roomen traz a origem grega dos nomes dos instrumentos e uma breve descrição de cada um deles.

Em seguida, van Roomen traz uma relação – que não vejo necessidade de explicitá-la aqui – de tipos de molinetes ou guindastes dos antigos e de seu tempo. As relações descritas por van Roomen foram compiladas e organizadas por vários estudiosos como Joaquim Brechtel (1554-1593), Alexander Capobianco, Hieronymus Rucellus, Ludovico Collado, etc.

7.5 *Thaumatopoetica*

> *"A thaumatopoetica é a arte que produz instrumentos que movem a si próprios não tendo necessidade de nenhum motor externo.*
> *É dita thaumatopoetica quase que como uma construtora de coisas maravilhosas. De fato, construir com a arte maravilhosa que para mover coisa inanimada, enquanto move a si mesma faz coisas animadas. Daí, também é definida construtora de coisas adminráveis esta parte por Gemino e atrvés de Proclus, também por Pappus aquela que gera admiração. Além disso, esse tipo de mecânica pode ser, não incomodamente, chamada de πλασματική ou a construtora/fazedora de imagens"*[179] (VAN ROOMEN, 1605, p. 95, tradução nossa).

Van Roomen divide os instrumentos da *organopoetica* em dois tipos: os *stataria firma & fixa*, ou seja, aqueles que se movem, porém estão fixos e os móveis ou carregados denominados em latim como *subducentia, discidentia & accedentia* (VAN ROOMEN, 1602, p. 96). Neste sentido, o autor afirma que algumas coisas podem estar completamente paradas, se moverem em partes ou completamente.

Os instrumentos estáveis podem ser celestes, ou seja, se movimentam somente em um sentido, assim como os próprios corpos celestes. Também podem ser usuais, ou seja,

---

[178] "Organopoëtica est ars conficiendi machinas bellicas, seu instrumenta quórum motus violentus servit ad oppugnandum vel defendendum".

[179] "Thamatopoëtica est ars efficiens instrumenta quae se ipsa movente, nullius externi motoris indiga.
Dicitur Thaumatopoëtica quase mirabilium effectrix, Mirabile enim est arte condere rem inanimam quae moveatur, dum à seipso moveri sit animatorum. Hinc etiam admirabilium effectrix definitur haec pars à Gemino apud Proclum, & admirationem pariens à Pappo. Potest porrò haec Mechanices species non incomode vocari πλασματική sive simulachorum fictrix".

aqueles que equanto realizam movimento também se movem.

> *"As partes da Thaumatopoetica por causa dos motores internos requer escolhas que são ou o espirito incluso, ou os músculos ou cordas tensas, ou uma bobina tensa, ou a água movida circularmente, ou o peso suspenso.*
> *Daí, pelos antigos, pneumática, neuropastica, ochomena, hidrologia ou hydreia"* [180] (VAN ROOMEN, 1602, p. 100, tradução nossa).

***

Até este capítulo, van Roomen apresentou as disciplinas matemáticas que são responsáveis pela produção de instrumentos, ou seja, as disciplinas mecânicas. Na próxima seção apresentamos uma breve descrição do último capítulo que é de interesse para este trabalho, no qual o autor trata das ciências denominadas quase matemáticas.

7.6 As Quase Matemáticas

O vigéximo e último capítulo da *Universae Mathesis Idea* e do *liber primus* da *Mathesis Polemica* trata do que van Roomen denomina de "quase matemáticas". Segundo o autor, "exceto as matemáticas preditas que são verdadeiramente matemáticas, existem também algumas que possuem conhecimentos afins, que não são compreendidas pelo senso dos matemáticos, porém não corretamente"[181]. Ou seja, segundo van Roomen, não está correto considerar tais disciplinas fora do conjunto das matemáticas, porém somente pelo fato de não serem tratados pelos estudiosos de seu período como tais, ele as denomina de quase matemáticas. O autor justifica isto nos dizendo que frequentemente tais ciências fazem uso das proposições matemáticas e possuem uma grande conexão embora a natureza delas seja bastante diversa (VAN ROOMEN, 1605, pp. 100-101, tradução nossa). Van Roomen seleciona somente duas para abordar em sua obra: a arquitetura e a arte bélica.

"A arquitetura é a arte de construir casas e variados edifícios tanto privados, quanto públicos"[182]. Os privados são divididos em dois grupos: (i) as construções sacras que são os templos e (ii) os profanos. Estes últimos novamente podem ser subdivididos em dois tipos de construções: aqueles feitos para defesa, como os portos, os muros, as pontes, os

---

[180] "Partes Thaumatopoëtica ab ipsis motoris internis desumere oportet, qui sunt vel spiritus inclusus, vel nervi & funes tensi, vel spirae tensae, vel aqua circulariter mota, vel pondera appensa.
Hinc apud veteres Pneumatica, Neuropastica, Ochoumena, hydrologia, siue hydreia".
[181] "Praeter Mathematicas praedictas qvae verè sunt Mathematicae, sunt & aliae ita Mathesi affines sunt, ut à nonnullis sub Mathematicarum censu comprehendantur, verùm non rectè".
[182] "Architectura est ars domos & aedificia varia tum privata tum publica extruendi".

acessos oblíquos, as torres, etc. e aqueles construídos por conveniência, ou seja, para usufruto de todo o povo, como o fórum, a tesouraria, a prisão, a cúria/o senado, o porto, o teatro, as pontes, a escola, a casa de hóspedes (xenodochium), o jardim, a piscina, etc. (VAN ROOMEN, 1605, p. 101, tradução nossa).

Para ser instruído em arquitetura, van Roomen afirma que a pessoa deve conhecer dezesseis regras que são tiradas das ideias de Vitruvius:

> *"1. Aquele que se declara arquiteto: deve ser treinado na produção e em qualquer outra parte do raciocínio.*
> *2. O arquiteto deve ser inteligente e dócil à disciplina.*
> *3. O arquiteto que seja letrado: porque executa a memória dos comentários mais corretos.*
> *4. O arquiteto, tendo a ciência dos instrumentos de desenho passa bem mais fácil, com pinturas exemplares, do que desejaria formar espécies de fortificações.*
> *5. O arquiteto deve ser erudito em geometria.*
> *6. O arquiteto não deve ser ignorante em óptica.*
> *7. O arquiteto deve estar embebido dos princípios da aritmética.*
> *8. O arquiteto deve conhecer muitas histórias.*
> *9. O arquiteto deve ter ouvido diligentemente os filósofos.*
> *10. O arquiteto deve conhecer filologia.*
> *11. O arquiteto deve saber música.*
> *12. O arquiteto não ser ignorante em medicina.*
> *13. O arquiteto deve conhecer a resposta da decisão do júri.*
> *14. O arquiteto deve ter conhecimento de astronomia.*
> *15. O arquiteto deve estar embebido em sua disciplina por causa da idade vindoura.*
> *16. O arquiteto deve ser perito em gramática"*[183]
> (VAN ROOMEN, 1605, pp. 101-102, tradução nossa).

Além disso, van Roomen enumera mais quatro características que devem ser consideradas em um arquiteto: (i) não deve oferecer sua obra à outro a não ser aos senhores, particularmente aos principais homens"[184]; (ii) "deve conservar sua autoridade honra e dignidade salva e integra"[185]; (iii) não deve ser individualista, mas se ligar aos seus senhores, àqueles com melhores condições; (iv) "consequentemente o arquiteto deve evitar

---

[183] "1. Qui se Architectum profitetur: in utraque parte ratiocinatione, & fabrica exercitatus esse debet.
2. Architectus, ingeniosus esse debet: & ad disciplinam docilis.
3. Architectus, literatus sit: ut commentarijs memoriam firmiorem efficiat.
4. Architectus, graphidos sciẽtiam teneat: quò faciliùs, pictis exemplaribus: quam velit operis speciem formare, valeat.
5. Aechitectus, Geometriae sit eruditus.
6. Aechitectus, Opticae non sit ignarus.
7. Aechitectus Arithmeticae praeceptis sit imbutus.
8. Architectus, historias plures noverit.
9. Architectus, pilosophos diligenter audierit.
10. Architectus, Philologiam cognoverit.
11. Architectus, Musica sciat.
12. Architectus, Medicinae non sit ignarus.
13. Architectus, Iuri sconsultoum responsa noverit.
14. Architectus Astronomiam habeat cognitam.
15. Architectus, ab ineunte aetate in his disciplinis sit imbutus.
16. Architectus Grammaticae sit peritus'.

[184] "Non ultro suam operam offerre debet: nisi à dominis, praesertim principibus viris..."

[185] "Suam authoritatem, honorem, & dignitatem, salvam & integram..."

essas dificuldades e semelhantes”[186] como, por exemplo, os problemas financeiros (VAN ROOMEN, 1602, pp. 102-103, tradução nossa).

Em seguida, van Roomen dedica varias páginas para tratar da arte bélica. “A guerra ou tática é ciência de gerir bem a guerra. A finalidade próxima e imediata é a vitória, a mais remota é a defesa da fé e da saúde”[187] (VAN ROOMEN, 1605, p. 104, tradução nossa).

Van Roomen inicia os seus comentários sobre a ciência da guerra nos dizendo que “embora a paz seja bela”[188] a insolência e a iniquidade dos vizinhos atraem a oportunidade de uma guerra. Em seguida cita um trecho das *Filípicas* de Marcus Tullius Cícero (106 a.C-43 a.C) – “Se desejamos desfrutar a paz, a guerra deve ser suportada; se a guerra omitimos, a paz nunca desfrutaremos”[189] (*Filípicas apud* VAN ROOMEN, 1605, p. 104, tradução nossa) – e um trecho do prólogo da obra Epitoma Rei Militaris de Publius Flavius Vegetius Renatus (sec. IV) – “Aquele que quebra a paz, se prepara para a guerra”[190] (*Epitoma Rei Militaris apud* VAN ROOMEN, 1605, p. 104, tradução nossa).

A ciência da guerra é dividida em duas partes: o aparato militar e a linha de batalha.

O aparato militar é subdividido em quatro partes:

1. Os instrumentos:
   a. Próprios:
      i. As armas que podem ser defensivas, como o capacete, o escudo e a couraça, ou ofensivos, como a espada, a lança, as bombas, a funda e instrumentos de tortura.
      ii. As bandeiras que são variadas de acordo com os diferentes países.
      iii. Os instrumentos sonoros, como a tuba, o tímpano ou o sino. Os antigos também usavam outros, como a trombeta recurvada, instrumentos feitos de chifre e a corneta (VAN ROOMEN, 1605, p. 105).
   b. Comuns:
      i. O dinheiro: citando Tucidides, van Roomen mostra que sem uma quantidade justa de dinheiro a guerra deve ser cancelada, pois ela não deve ser baseada somente em armamento. O autor também cita

[186] “Has igitur molestias & consimiles, si vitare velit Architectus…”
[187] “Polemica sive Tacticon scientia est belli rectè gerendi.
Finis proximus & immediatus est victoria, remotior fidei & salutis defensio”.
[188] “Licet pax pulchra sit...”
[189] “Si pace frui volumus, bellum gerendum est: si bellum omittemus, pace nunquam fruemur”.
[190] “Qui desiderat pacem, praeparet bellum”.

uma frase de Maximiliano I que afirma que do mesmo modo que um aninal não pode ser importante sem músculos, assim uma guerra não poderia acontecer sem dinheiro.

ii. Os suprimentos para que o exercito não passe fome ou contraiam doenças.

2. Os soldados que podem ser os soldados de infantaria e os cavaleiros. Além disso, van Roomen trata de três momentos da vida de um soldado.
    a. O recrutamento.
    b. A posição na linha de batalha: que é variada de acordo com o armamento que carregam como o rifle, a lança, a armadura pesada ou leve, etc.
    c. A disciplina militar:
        i. As leis que dão pena aos que não respeitam as regras e recompensam os bons soldados.
        ii. As funções que são determinadas a cada um fora do horário da guerra.
        iii. Os exercícios podem ser de três tipos: com carga ou pesos, ou com trabalhos ou com as armas.
3. Os serventes: aqueles que cuidam, seja em terra, seja no mar, dos equipamentos e armamentos do exército.
4. Os condutores:
    a. Comuns: o imperador e os comissários.
    b. Próprios. o comandante que conduz o exército.

***

As quase matemáticas apresentadas por van Roomen nos remete a dois aspectos do conhecimento matemático praticado naquele tempo. Por um lado, diz respeito àquilo que era considerado parte da matemática pelos próprios estudiosos da matemática e, por outro lado, o lugar social ocupado pela matemática.

No primeiro aspecto é importante enfatizar que o campo de conhecimento matemático é bastante amplo e complexo para ser definido. Naquele momento da história não há um consenso entre os próprios estudiosos da matemática sobre quais são as disciplinas que fazem parte das ditas matemáticas. Naquela época, como veremos mais adiante, existem várias obras e autores que tratam da classificação das matemáticas.

A ideia de van Roomen de quase matemáticas parece nova e orginal. Tais ciências mostram justamente a falta de consenso e a complexidade em definir o que seria considerado conhecimento matemática naquele tempo. Percebe-se isso logo no início do capítulo quando van Roomen mostra que a arquitetura, a arte bélica e outras ciências deveriam sim fazer parte das matemáticas, mas como elas não são comumente consideradas desta maneira, ele as denomina de quase matemáticas.

Percebe-se ainda que van Roomen não questiona o objeto de uma matemática ou de uma quase matemática. Fica de certo modo evidente que para ele, quando uma ciência possui um objeto que possa ser quantificado ou depende do conhecimento das matemáticas puras e mistas, tais ciências também deveriam fazer parte do rol das matemáticas. Van Roomen também não evidencia nenhuma razão para que as ciências mecânicas não possam fazer parte das matemáticas, pois, segundo ele, tais ciências já estavam sendo consideradas assim por muitos estudiosos.

O segundo aspecto a considerar é que quando van Roomen coloca a arquitetura e atividade bélica como parte das matemáticas – sabe-se que van Roomen não calssifica tais ciências como parte das matemáticas contra sua vontade, mas ele gostaria que realmente fossem consideradas como matemáticas – ele reafirma o papel, o lugar e a importância que a matemática deve ocupar em diversas esferas da sociedade.

O autor afirma inicialmente que a arquiteto deve ter conhecimento de diversas ciências, incluindo várias disciplinas matemáticas, como é possível ler na citação das dezesseis regras de Vitrúvio. Além disso, no que diz respeito à atividade bélica, mostra que o imperador, os generais e os demais condutores da gueera devem conhecer bem todas as coisas relacionadas à gueera e como consequência disso, devem ter amplo conhecimento das disciplinas matemáticas.

O poema abaixo, citado no primeiro capítulo da *Universae Mathesis Idea* por van Roomen, ilustra bem como a questão da aplicabilidade da matemática era abordada por alguns estudiosos daquele tempo.

***

Quão útil e agradável seja o Conhecimento divino,
De que modo digno poderia comemorar?
Ainda que eu tivesse sido munido de tantas línguas ensinadas
Quantos polos convexos têm os astros brilhantes.
Ainda que o brilho de Cícero Romano pela lança

Superasse à todos os homens da Terra...
Ainda não poderia propor isto com palavras aptas,
Com meu talento não capturado a matéria,
E tanto quanto se queira as artes restantes conhecidas com pé seco
Eu mesmo desejaria exceder as Matemáticas.
Todavia, não é verdade que possa revelar geometricamente?
Não é verdade que possa provar satisfatoriamente musicalmente, aritmeticamente?
De fato, muitos usos delas existem por toda a vida,
Porque ninguém pode negar, a não ser que nada saiba.
Que todo aquele que conheceu estas coisas retamente pela matemática
Este está mais estabelecido do que todos aqueles homens[191].

***

O poema que van Roomen não nos informa a autoria também aparece – porém, numa versão com oito versos a mais[192] – após os *Prolegomena* dos Comentários aos *Elementos* de Euclides de Clavius. O poema tem o intuito de enobrecer àqueles que conhecem as disciplinas matemáticas, pois estes estão mais preparados do que aqueles que não se dedicam a tais ciências.

[191] Ver Anexo 2.
[192] Ver Anexo 2.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção, pretendo dissertar alguns pontos importates a titulo de Considerações Finais. Inicialmente pretendo rever a classificação das matemáticas de van Roomen tentando compreende-la como uma organização dicotômica e hierárquica das disciplinas. A classificação das disciplinas matemáticas apresentada por van Roomen também pode ser pensada a partir de outros aspectos, como as relações entre as matemáticas e a técnica/mecânica, ou também como a religião, a magia e o misticismo podem influenciar a matemática. O segundo tópico é comparar a classificação de van Roomen com outras classificações realizadas ao longo dos séculos XVI e XVII. Como realizar uma comparação detalhada demandaria um tempo maior e um trabalho específico, selecionei inicialmente uma relação de obras que tratam direta ou indiretamente da classificação das matemáticas publicadas entre a segunda metade do século XVI e primeira metade do XVII e, a partir dessa lista, selecionei duas delas para fazer uma breve comparação, buscando ver semelhanças e diferenças com o pensamento de van Roomen. Para finalizar, pretendo deixar algumas breves anotações acerca do que denomino estatuto ou lugar social da matemática.

As discussões abordadas aqui trazem muitos aspectos especulativos acerca da atividade matemática dos séculos XVI e XVII, com especial atenção ao pensamento de van Roomen, e todos os tópicos tratados merecem mais atenção e trabalhos futuros mais detalhados.

Revendo a Classificação das Matemáticas de van Roomen

Em minha opinião, após a leitura e estudo das obras, o conjunto de disciplinas proposto pelo autor, parece ser mais amplo e mais complexo do que o apresentado no diagrama inicial da *Mathesis Polemica* (cf. Figura 3.1).

Interessa questionar: Como as disciplinas matemáticas descritas por van Roomen estão relacionadas entre si? Num primeiro momento são perceptíveis algumas dicotomias – que se baseia na presença ou ausência de uma determinada propriedade (POMBO, 1998, p. 6) – na classificação e organização das disciplinas (Figura CF.1).

Figura CF.1: Dicotomias na classificação das matemáticas de van Roomen.

A primeira dicotomia aparece já na separação entre as disciplinas verdadeiramente matemáticas e as quase matemáticas. Van Roomen, no início do vigésimo capítulo comenta muito brevemente que:

> *"Exceto as matemáticas preditas [as disciplinas estudada ao longo dos capítulos anteriores da obra] que são verdadeiramente matemáticas, existem, contudo, algumas de conhecimentos afins, que pelo senso de muitos não são compreendidas como matemáticas, mas não corretamente"*[193] (VAN ROOMEN, 1605, pp. 100-101, tradução nossa).

Percebe-se que van Roomen denomina ciências como a arte bélica e a arquitetura como quase matemáticas contra a sua vontade. Apesar de não trazer uma justificativa, em seu modo de ver, tais ciências deveriam fazer parte do rol das matemáticas. A primeira dicotomia se justifica somente na separação entre as disciplinas já consolidadas e consideradas pelos matemáticos como parte das matemáticas e aquelas que não são.

A segunda dicotomia, já no âmbito das matemáticas, separa as disciplinas principais e as mecânicas. Aqui a propriedade que distingue um grupo do outro é o uso e a construção de instrumentos, propriedade que está presente somente nas matemáticas mecânicas.

No ramo das matemáticas principais aparece uma dicotomia bastante conhecida nas diversas classificações das matemáticas: as matemáticas puras e as matemáticas mistas: enquanto a primeira estuda as coisas inteligíveis, a segunda considera as coisas sensíveis.

As matemáticas puras novamente possuem dois subgrupos e aqui a dicotomia parece estar relacionada à universalidade e aplicabilidade das disciplinas. O primeiro subgrupo, o das matemáticas universais, como o próprio nome indica é composto por disciplinas que possuem a propriedade de ser generalizada e que seus conceitos podem ser utilizados em qualquer outra disciplina matemática. Por outro lado, no grupo das

[193] "Paeter Mathematicas praedictas qvae verè sunt Mathematicae, sunt & aliae ita Mathesi affines sunt, ut à nonnullis sub Mathematicarum censu comprehenduntur, verùm non rectè".

matemáticas especiais, apesar de serem úteis para as demais matemáticas, elas não trazem princípios para todas as demais disciplinas.

Já a dicotomia presente nas matemáticas mistas leva em consideração o objeto de estudo: algumas disciplinas têm o objetivo de estudar as coisas que estão no mundo celeste, e outras, as coisas terrenas.

Já no ramo das matemáticas mecânicas, ocorre uma subdivisão que leva em consideração, de um lado a construção das máquinas e, de outro, a ação dos instrumentos.

Pode-se compreender a classificação das matemáticas de van Roomen sob outro ponto de vista. O autor as relaciona hierarquicamente colocando algumas numa posição mais privilegiada do conhecimento, enquanto que outras estão subordinadas a elas. Como van Roomen define esta subordinação ou hierarquização das disciplinas matemáticas?

Para facilitar a interpretação, abaixo segue uma tabela (Tabela CF.1) resumindo brevemente as características – objetivo, objeto de estudo, finalidade, princípios, propriedades, usos e partes – de cada uma das disciplinas matemáticas abordadas por van Roomen. Algumas características estão claramente descritas no decorrer das obras, outras, contudo, foram deduzidas a partir texto e não estão descritas diretamente e, por fim, algumas ficaram sem ser descritas, pois não são possíveis de serem deduzidas a partir do que van Roomen nos apresentou.

A partir dos dados contidos na tabela, entendo que os níveis de hierarquia presente na classificação são vários: primeiro no que diz respeito ao que van Roomen denomina de matemáticas verdadeiras e quase matemáticas; em seguida, já no conjunto das matemáticas, ocorre uma divisão entre as disciplinas principais e as mecânicas; também aparecem relações hierárquicas entre disciplinas que possuem conhecimentos mais gerais e aquelas que têm como objetivo um estudo mais específico; também podem ser considerados os objetos de estudo das ciências em questão, como no caso das matemáticas mistas que podem ser divididas em dois subgrupos, um que estuda os corpos celestes e outro os elementos terrestres.

Não se pode estabelecer facilmente a relação hierárquica entre as disciplinas verdadeiramente matemáticas e as quase matemáticas. A princípio acredito que elas estão subalternas às demais matemáticas não só pelo fato de van Roomen denomina-las de quase matemáticas, mas também por que elas dependem de conhecimentos de outras disciplinas matemáticas, tanto principais, quanto mecânicas.

DISCIPLINA	OBJETIVO	OBJETO	FINALIDADE	PRINCÍPIOS	PROPRIEDADES	USOS	PARTES
LOGÍSTICA OU *SUPPUTATRIX*	Obter a coisa desconhecida a partir de números dados em condições adequadas	Os números das coisas aplicadas	Exibir o número requerido de uma determinada coisa por um caminho comum	Próprios e da ciência a qual está sendo aplicada	-	Em todas as matemáticas, na jurisprudência e na arte da guerra	-
PRIMA MATHESIS	Ciência que versa sobre a quatidade tomada absolutamente	A quantidade	Exibir as propriedades comuns de todas as quantidades	Próprios	-	Na atividade bélica	-
ARITMÉTICA	Ciência dos números	Os números	Exibir as propriedades dos números	Próprios e da *prima mathesis*	-	Na *supputatrix*	-
GEOMETRIA	Ciência de medir	As magnitudes	Mostrar as propriedades que fazem parte da dimensão das magnitudes	Próprios, da *prima mathesis* e da aritmética	-	Na astronomia, geodesia, perspectiva, *euthymetria*, etc.	Geometria [plana] e estereometria
ASTRONOMIA	Ciência do movimento dos corpos celestes	Os corpos celestes	Definir o movimento de todos os astros e a posição em qualquer momento no tempo	Da aritmética e da geometria	Longitude, latitude, ascensão, descenção, declinação, altitude, distância, apogeu, perigeu, conjunção, oposição, etc.	Na atividade militar	Lógica, meteoroscópica e metódica
URANOGRAFIA	Ciência que distingue os corpos celestes em sensíveis e inteligíveis	Os corpos celestes	-	-	-	-	-
CRONOLOGIA OU CRONOMETRIA	Ciência que explica a dimensão e a distinção do tempo através dos movimentos dos astros	O tempo	Fazer a distinção do tempo	Da astronomia e da história	Intervalos do tempo, da época, etc.	Em muitas artes e ciências	-
COSMOGRAFIA	Ciência que descreve as partes principiais da Terra em relação às partes do céu	A Terra	Descreve a Terra como um todo	Da aritmética, da geometria e da astronomia	-	-	Anemografia
GEOGRAFIA	Ciência que descreve as partes principiais da Terra	A Terra	Descreve a Terra em suas partes maiores, ou seja, as regiões, os rios, os mares, os campos, os montes, etc,	Da história e da poesia		Na teologia, na filosofia, na história, na medicina, na jurisprudência, na astronomia, na navegação, no comércio, na atividade bélica, etc.	Alguns autores colocam a hidrografia como parte da geografia
HIDROGRAFIA	Ciência que descreve as partes da Terra compostas de água	Os mares, rios, etc.	Descreve os mares e rios	-	-	-	*Limineuretice*
TOPOGRAFIA	Ciência que descreve algum lugar particular da Terra separado historicamente dos demais	Lugares particulares da Terra	Descreve algum lugar particular da Terra sem levar em consideração à história local	-	-	-	-
COROGRAFIA	Ciência que descreve uma pequena região da terra também sob o ponto de vista histórico e social	Lugares particulares da Terra	Descreve algum lugar particular da Terra levando em conta aspectos históricos e sociais	-	-	-	-
TOPOTHESIS	Ciência que estuda os lugares fictícios descritos pelos poetas	Lugares fictícios	Descrição de lugares fictícios	-	-	-	-
ANEMOGRAFIA	Ciência que descreve os ventos e exibe os instrumentos para observação dos ventos	Os ventos	Descrição dos ventos	-	-	-	-

Limineuretice	Ciência que busca a localização dos portos ou locais de refúgio usando a latitude, a longitude e a declinação magnética	-	-	-	-	-	-
Astrologia	Ciência que estuda as mudanças terrestres causadas pelos corpos celestes	Os corpos celestes	Determinar as mudanças na Terra para um região ou para um única pessoa à partir dos movimentos dos corpos celestes	Próprios e da astronomia	-	Na atividade bélica	Geral ou Meteorológica e *Genethliaca*
Geodesia ou *Geomoria*	Ciência que distribui e que mede a terra	Uma área na superfície da Terra	Dimensinar e dividir as áreas terrestres	Próprios e da geometria	-	Na atividade bélica ena história	-
Música	Ciência que exibe as razões entre os sons	Os sons	Investiga as disposições e propriedades dos sons	-	-	Para o humor e afeição da alma	Canônica, harmônica e orgânica
Óptica	Ciência que explica as propriedades dos raios visuais	A imagem visível	Delinear a imagem vista a partir de qualquer plano de inclinação	Próprios e da geometria	-	-	Óptica – e sob esta a mesóptica –, catóptrica e cenografia
Euthymetria	Ciência que mede linhas retas através dos raios visuais diretos	Linhas retas	1. A partir de um segmento dado, descobrir outro segmento paralelo ou perpendicular 2. A partir do mesmo segmento, encontrar o raio visual	Da aritmética, da geometria e da óptica	-	Na atividade bélica	-
Sphaeropoeia	Arte mecânica que ensina a construir instrumentos para observação e cálculo	O objeto de estudo de uma matemática específica	Construir instrumentos aptos para auxiliar uma disciplina matemática específica	-	-	-	Elementar e principal
Manganaria* ou *Mechanaria	Arte dos grandes pesos que devem ser movidos	O peso	Construir instrumentos aptos ao movimento dos pesos	Da geometria e da física	Os movimentos	-	Sobre a nobreza dos pesos e sobre as potências moventes
Mechanopoetica	Arte de fazer máquinas que para serem movidas requerem um motor inanimado	-	Construir instrumentos que requerem um motor inanimado	-	-	-	-
Organopoetica	Arte de fazer máquinas ou instrumentos de guerra que utilizam o movimento violento	O aparato bélico	Construir instrumentos para a guerra e que utilizem o movimento violento	-	-	-	Impulsiva e projetiva
Thaumatopoetica	Arte de fazer instrumentos que movem a si mesmos sem um motor externo	-	Construir instrumentos que se movam sozinhos	-	-	-	-
Arquitetura	Arte de construir edifícios e casas tantos públicos como privados	As casas, edifícios e demais construções	-	-	-	-	-
Arte Militar	Ciência de gerir bem a guerra	A gueera	A vitória e a defesa da nação	-	-	-	O aparato militar e a batalha

Agora já no âmbito das matemáticas propriamente ditas percebe-se claramente uma hierarquização entre as matemáticas principais e as mecânicas. As disciplinas que têm como objetivo o estudo da construção e dos usos dos instrumentos matemáticos são colocadas num segundo patamar da classificação. Isto não se deve ao fato de serem disciplinas práticas ou menos teóricas do que as demais matemáticas, já que dentre as matemáticas mistas também estão alocadas ciências práticas. O que parece ser o ponto crucial nessa hierarquia é a utilizade destas disciplinas para as matemáticas principais, pois as matemáticas mecânicas além de especularem acerca das quantidades, também buscam entender e aprimorar a produção de instrumentos para serem aplicados nas disciplinas matemáticas principais.

Outro ponto importante na classificação das matemáticas de van Roomen é a generalidade e a especificidade de algumas disciplinas que as tornam subordinadas umas às outras. As disciplinas matemáticas mais gerais estão no conjunto das matemáticas principais puras universais e são a logística e a *prima mathesis*. Segundo van Roomen, a *prima mathesis* ocupa o primeiro lugar no conhecimento justamente porque esta disciplina mostra as propriedades comuns que podem ser aplicadas a todas as quantidades, de modo que suas demonstrações são as mais gerais possíveis entre todas as matemáticas e entre todas as ciências. Já a logística, também chamada pelo autor de *supputatrix*, não trata dos objetos particulares de cada ciência, mas sim dos números concretos que estão embutidos no objeto de estudo de cada disciplina matemática, assim ela também deve ser considerada mais geral do que as demais.

Em seguida aparecem as matemáticas principais puras especiais, ou seja, a aritmética e a geometria. Estas disciplinas estão subordinadas às matemáticas universais, mas são superiores às demais matemáticas, pois seus objetos são as coisas inteligíveis e suas demonstrações são certas. Tanto que é a partir da aritmética e da geometria que van Roomen e outros autores admitem a existência de uma ciência matemática capaz de servir de base para as demais e elaboram o conceito de *mathesis universalis*.

A disntição entre as coisas sensíveis e inteligíves provém da Antiguidade. Os estudiosos consideravam as coisas inteligíveis – aquelas acessíveis somente através do intelecto – melhores e superiores do que as coisas sensíveis que somente podiam ser compreensíveis pelos sentidos humanos. Por isso, as matemáticas puras são superiores às mistas.

As demais disciplinas matemáticas, as matemáticas principais mistas, estão logo abaixo das matemáticas principais puras justamente por terem um objeto de estudo sensível. As matemáticas mistas são novamente subdivididas em dois subgrupos: um em que se estudam as coisas celestes e outro as coisas terrestres. Tal subdivisão novamente nos remete à Antiguidade. Este modo de hierarquizar o conhecimento das disciplinas matemáticas provém da tradição aristotélica em separar os corpos celestes, constituídos de um quinto elemento incorruptível, perfeito e que possui movimento circular, eterno e perpétuo que só pode ser atribuído às coisas celestiais e divinas. Por outro lado, em segundo plano, aparecem as coisas terrenas que são constituídas pelos quatro elementos – água, ar, terra e fogo – que permitem a corrupção e a mudança em tudo que há nos sublunares.

Tanto entre as coisas celestes como entre as terrestres, o importante para a hierarquização é a "nobreza do objeto" de cada uma das ciências em questão. A relação de hierarquia entre as disciplinas mistas que estudam os corpos celestes aparece somente em um caso: na astronomia, na qual van Roomen afirma que tal disciplina ocupa o primeiro lugar entre todas as matemáticas mistas. Entre as demais matemáticas mistas não aparecem relações de hierarquia, com exceção do capítulo sobre a geografia, a cosmografia e disciplinas afins que van Roomen parece dar uma ênfase na cosmografia, colocando em segundo lugar a geografia e as demais disciplinas em terceiro plano.

Dificilmente conseguiremos recuperar o pensamento de van Roomen acerca de qual seria a disciplina superior entre as matemáticas mistas que estudam os objetos terrestres, porém sabe-se que entre todas as disciplinas deste grupo, a música é a única que aparece ao longo da história dentro do *quadrivium*. Por outro lado, muitos consideravam que a visão era o sentido mais importante e talvez por isso pudéssemos colocar a óptica ou perspectiva em primeiro lugar. De qualquer forma, a partir do texto de van Roomen não podemos definir qual seria a disciplina matemática mista relacionada aos objetos terrestres que ocupa o primeiro lugar.

Entre as matemáticas mecânicas e as quase matemáticas, van Roomen não trata de uma hierarquia entre tais ciências.

Sasaki (2004, p. 351) mostra um diagrama (Figura CF.2) afirmando ser a divisão das matemáticas de van Roomen. Porém, tal figura possui um erro conceitual significativo. Sasaki une as matemáticas mistas e as ciências mecânicas todas no grupo das matemáticas mistas. Claramente não é isso que van Roomen nos traz em seu diagrama (cf. Figura 3.1): fica evidente que as disciplinas mecânicas estão em um grupo separado das matemáticas mistas. Além disso, a figura de Sasaki confunde o leitor quanto às matemáticas universais: *"Supputatrix sive Logistice (III) sive Prima mathesis (IV)"*. Apesar destas disciplinas estarem anotadas em linhas separadas, a partícula *sive* e o sinal de = após *universalis math.* parece unir ambas as disciplinas como uma só.

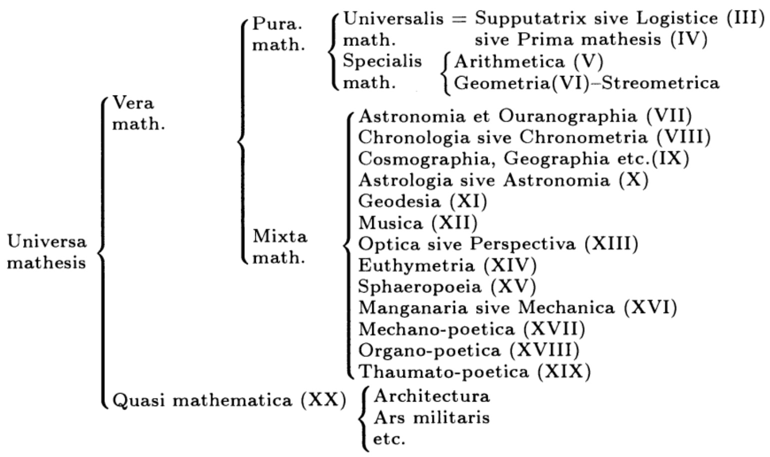


Figura CF.2: Visão de Sasaki da classificação das matemáticas de van Roomen.

A classificação das disciplinas matemáticas apresentadas por van Roomen também podem ser pensada em outros aspectos, o que poderíamos denominar de várias dimensões do conhecimento matemático que estão patentes em diversos trechos da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis Polemica*.

Um primeiro aspecto que podemos ressaltar é o da relação entre ciência e técnica/mecânica.

> *"Análises específicas, pautadas em tendências historiográficas atualizadas em história da ciência, têm revelado que a relação entre ciência, técnica, bem como o processo da construção do conhecimento da arte (techné) e da ciência moderna não pode ser resolvido a partir da distinção entre ciência, técnica e tecnologia. Essas três diferentes expressões de conhecimento, que ora se aproximaram e ora se afastaram, devem ser examinadas cada uma em seu respectivo contexto. Em outros termos, a techné, assim como a tecnologia e a ciência, passou por profundas modificações. O que se compreende hoje como tecnologia, técnica e ciência é resultado de um longo caminho em que a ciência moderna percorreu desde suas origens até o início do século XX"* (SAITO & BELTRAN, 2014, p. 1).

Se fizermos uma análise anacrônica podemos cair numa cilada e desvalorizar as atividades mecânicas. O que ocorreu nos séculos XVI e XVII foi uma valorização das atividades manuais e uma grande interação entre os estudiosos e os artesãos. Neste sentido, os homens de saber daquele tempo não se preocuparam somente com o pensamento reflexivo da natureza, mas também acabaram por se envolver em atividades práticas, manuais e experimentais a fim de entenderem melhor o objeto estudado. A valorização das artes mecânicas aconteceu principalmente por causa das mudanças sociais e políticas que ocorreram como a ascensão da burguesia. A relação ciência e técnica também não está associada ao que é considerado teórico e prático, pois entre as ciências já consolidadas e que possuíam um conhecumento mais teórico, ainda assim começou a ocorrer muitas atividades práticas para demonstrar os conceitos já estabelecidos.

Também é importante considerar outros aspectos: o fato da Reforma e da Contra-Reforma terem influenciado os debates científicos; a junção do interesse pelos trabalhos da Antiguidade e pelas artes, cujo saber normalmente era transmitido oralmente, permitiu que os estudiosos investigassem a natureza de forma diferente daquela praticada na Idade Média: os “novos” estudos baseados no conhecimento dos antigos juntamente com o conhecimento das artes manuais levaram a diferentes debates acerca da produção do conhecimento (SAITO & BELTRAN, 2014).

Naquele momento, o conhecimento científico se desenvolveu não só por causa das relações com as artes mecânicas, mas também estavan ligados à diferentes aspectos epistemológicos, sociais, políticos, religiosos, místicos, etc. Essa tensão não fica tão clara nas obras de van Roomen, mas percebe-se seu interesse pelo conhecimento teórico de seu tempo, tanto através da citação de inúmeras obras da Antiguidade, da Idade Média e de seu tempo, como a partir de suas ideias acerca da *mathesis universalis* e de outras áreas. Percebe-se ainda o interesse pelas mecânicas e artes manuais, pois van Roomen não somente tem acesso as obras sobre o tema, assim como elaborou a ideia original de quase matemáticas para as ciências que não eram consideradas parte das matemáticas. Além disso, escreveu seu tratado de guerra, a sua *Mathesis Polemica*.

Não pretendo debater o tema, porém acredito que o pensamento de van Roomen acerca da classificação das matemáticas pode ainda ser inserido nos debates filosóficos que atualmente chamamos de racionalismo e de empirismo.

Classificações das Matemáticas nos Séculos XVI e XVII

É importante salientar e abordar neste trabalho que a classificação de van Roomen não é única e nem um consenso entre os matemáticos dos séculos XVI e XVII. Em toda a história encontram-se diversos estudos acerca da classificação do conhecimento e também especificamente das matemáticas. Na época de van Roomen não foi diferente: é possível encontrar uma gama de trabalhos que abordam o assunto.

Knobloch (1989) escreveu uma breve descrição de obras publicadas entre os séculos XVI e XVIII acerca das classificações das disciplinas matemáticas. A fim de fixar um período não muito longo, abaixo listo somente os trabalhos publicados entre a segunda metade do século XVI e a primeira metade do século XVII:

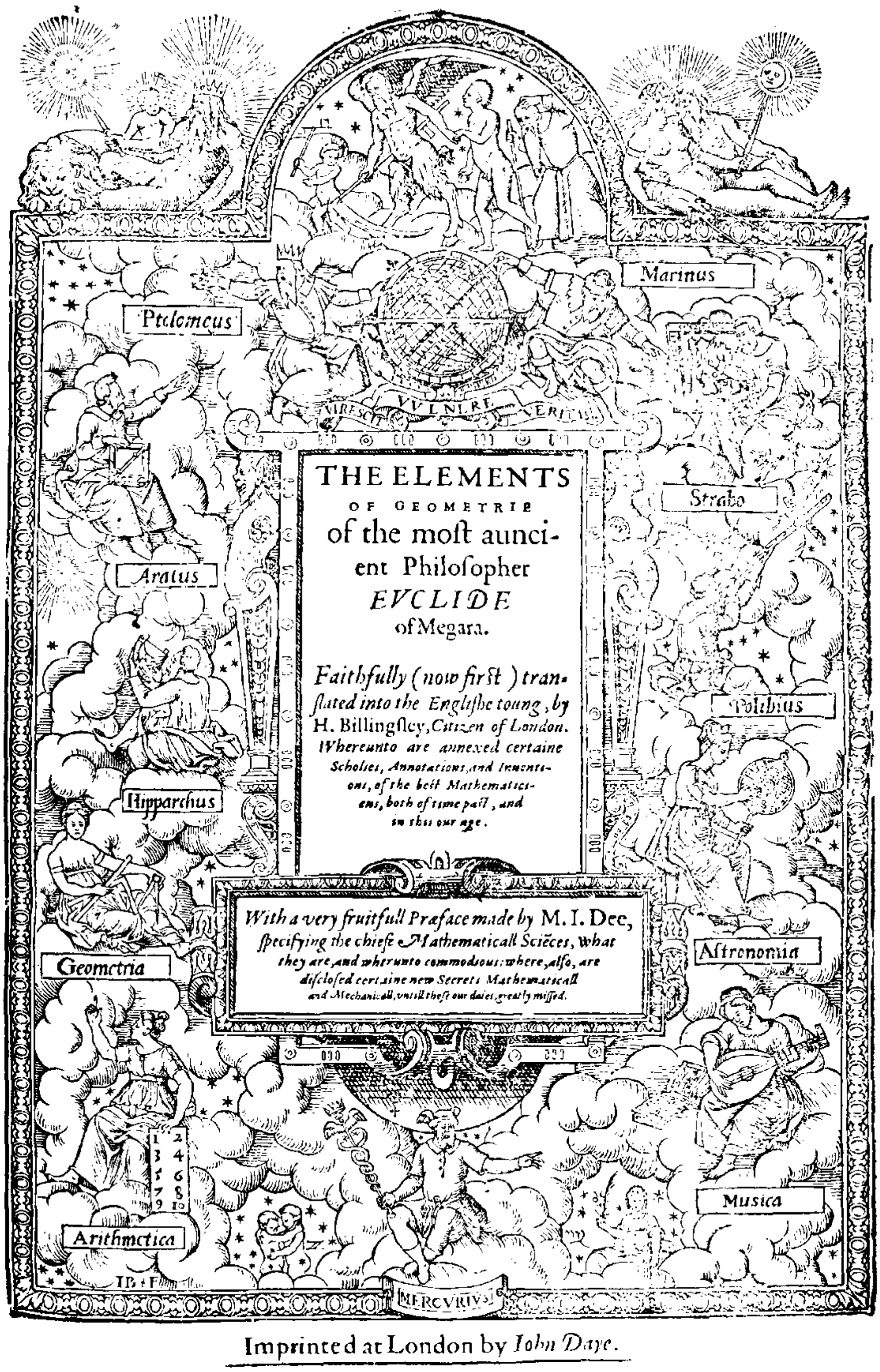


Figura CF.3: Frontispício do *The Mathematicall Preface to Elements of Geometry of Euclid of Megara* de John Dee.

- ✓ Michael Psellos – *Perspicuus Liber de Quatuor Mathematicis Scientijs* – 1556
- ✓ Johann Heinrich Alsted – *Enciclopaedia Septem Tomis Distributa* – 1630
- ✓ Johann Faulhaber – *Ingenieurs Schul* – 1637

✓ Pierre Hérigone – *Cursus Mathematicus* – 1644

✓ Johann de Luneschlos – *Thesaurus Mathematum* – 1646

A lista de Knobloch com certeza poderia ser aumentada com as obras de van Roomen e de outros autores daquele tempo.

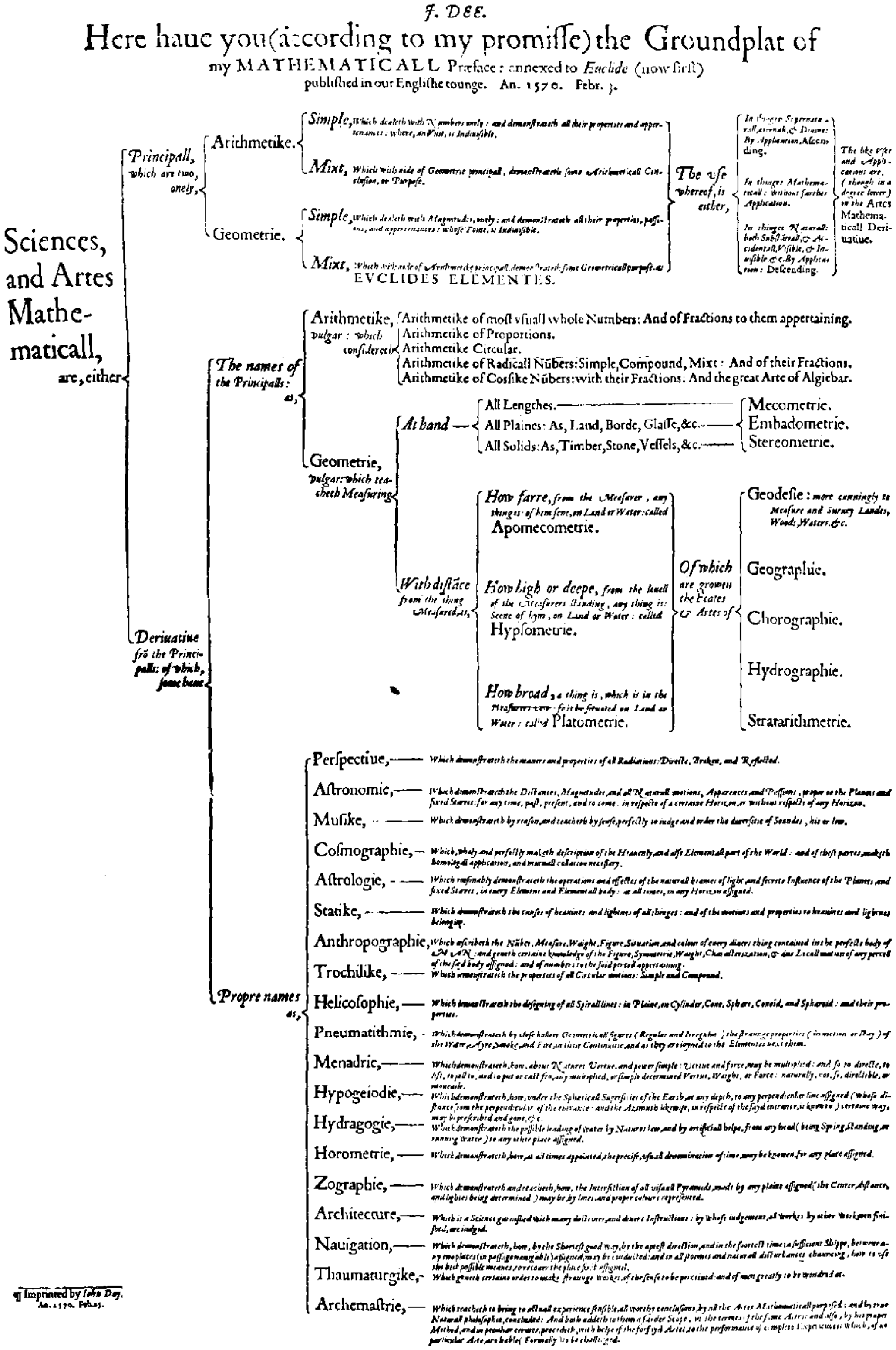


Figura CF.4: Classificação das matemáticas de John Dee.

- ✓ Petrus Ramus – *Scholarum Mathematicarum Libri Unus et Triginta* - 1569
- ✓ John Dee – *The Mathematicall Preface to Elements of Geometry of Euclid of Megara* – 1570
- ✓ Christoph Clavius – *Euclidis Elementorum Libri XV* – 1574
- ✓ Adriaan van Roomen – *Universae Mathesis Idea* – 1602
- ✓ Adriaan van Roomen – *Mathesis Polemica* – 1605
- ✓ Francis Bacon – *The Advancement of Science* – 1605
- ✓ Giuseppe Biancani – *De Mathematicarum Natura Dissertatio* – 1615
- ✓ Francis Bacon – *De Augmenti Scientiarum* – 1623
- ✓ Michael Psellos – *Compendium Mathematicum* – 1647

Nem todas as obras acima tem como foco a classificação das matemáticas, mas de modo direto ou indireto, o assunto é abordado por elas. Infelizmente, não será possível fazer uma extensa comparação entre tais autores e obras, contudo, trarei algumas breves notas acerca da conhecida classificação do inglês John Dee (1527-1608 ou 1609) e da publicada por Clavius a fim de mostrar algumas semelhanças e diferenças com relação à classificação de van Roomen.

O *The Mathematicall Preface to Elements of Geometry of Euclid of Megara* (Figura CF.3), também conhecido por *The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Euclide of Mergara*, foi publicado em Londres em 1570 com um belíssimo frontispício que já nos leva a perceber o ambiente no qual Dee descreverá as matemáticas: disciplinas sublimes e perfeitas, rodeadas por anjos e por importantes nomes para a história da ciência da Antiguidade, como Ptolomeu e Hiparco.

O prefácio de Dee aos *Elementos* de Euclides enfatiza o papel fundamental da aritmética e da geometria para as disciplinas matemáticas. Além disso, ele engrandece a contemplação do conhecimento puro vindo do intelecto enquanto o conhecimento produtivo ligado ao mundo natural fica em segundo plano.

Como é possível ver no diagrama de Dee (Figura CF.4), "as ciências e artes matemáticas" são de dois tipos: as principais e as derivativas. No grupo das principais aparece somente a aritmética e a geometria. As derivativas possuem uma subdivisão: de um lado estão as ciências matemáticas com o mesmo nome das principais, ou seja, a aritmética e a geometria, e, por outro, estão aquelas ciências que possuem nomes próprios, a saber, a perspectiva, a astronomia, a música, a cosmografia, a astrologia, a estática, a *trochilike*, a *helioscopie*, a *pneumatithmie*, a *menadrie*, a *hypogeodie*, a hidrografia, a horometria, a *zographie*, a arquitetura, a navegação, a *thaumaturgike* e a *archemastrie*

(DEE, 1570).

A importância do conhecimento provindo do intelecto é realmente perceptível por causa da supremacia da aritmética e da geometria frente às demais disciplinas. As duas ciências são subdividas em partes nas quais Dee mostra a importância dela para as demais ciências. É interessante notar, por exemplo, que da geometria saem outras ciências matemáticas como a geodesia, a geografia, a corografia, a hidrografia e a *stratarithmetrie* (DEE, 1570).

Os *Euclidis Elementorum Libri XV* (Figura CF.5), os comentários de Clavius aos *Elementos* de Euclides, foram publicados inicialmente em 1574 e nos anos posteriores seguiram diversas edições e reimpressões. Esta obra possui nas páginas iniciais os *Prolegomena*, nos quais o autor descreve brevemente alguns temas que podem ser de interesse para quem lerá os comentários posteriores.

Nos *Prolegomena*, Clavius aborda a questão da classificação das matemáticas somente a partir da visão dos matemáticos da Antiguidade. Começa dizendo que "os pitagóricos, a quem depois seguiram quase todos os matemáticos e não poucos filósofos, distribuíram as disciplinas matemáticas gerais em quatro partes, aritmética, música, geometria e astronomia"[194].

Clavius afirma que todas essas disciplinas tratam de quantidades, sejam discretas (os números), sejam contínuas (as magnitudes). Ainda segundo o autor, tais ciências podem abordar as quantidades em si mesmas ou considerando outras coisas. Neste sentido, a aritmética estuda os números em si, enquanto a música os estuda levando os sons em consideração; a geometria estuda as magnitudes em si, enquanto elas existem imóveis, já a astronomia estuda as magnitudes móveis, ou seja, os corpos celestes (CLAVIUS, 1574).

Depois Clavius menciona a classificação das matemáticas de Geminus, Proclus e de Francesco Barozzi que dividem as matemáticas em dois subgrupos: aquelas que estudam as quantidades separadas de toda a matéria (a aritmética e a geometria) e as que estudam as quantidades juntamente com a matéria sensível (a astrologia, a perspectiva, a geodesia, a canônica ou música, a *supputatrix* e a mecânica). Em seguida, Clavius faz uma breve descrição de cada uma dessas ciências (CLAVIUS, 1574).

Os *Prolegomena* de Clavius ainda discorrem sobre o significado do nome *mathematica*, dos inventores das disciplinas matemáticas, sobre a excelência, nobreza e as várias utilidades das matemáticas. Em seguida, ainda nos *Prolegomena*, o autor passa a

---

[194] "Pythagorei, quos deinde sicuti sunt omnes prope modum Mathematici, atque Philosopg non pauci, Mathematicas disciplinas universas in quatuor partes distribuerunt, Arithmeticam, Musicam, Geometria, ac Astronomia".

tratar especificamente da geometria e dos *Elementos* de Euclides.

Figura CF.5: Frontispício da obra *Euclidis Elementorum Libri XV* de Christoph Clavius.

O que é possível perceber é que existe uma correção entre os *Prolegomena* de Clavius e o primeiro capítulo da *Universae Mathesis Idea* de van Roomen. Ambos tratam dos mesmos temas – origem do nome matemática, as classificações dos antigos, a excelência e os usos do conhecimento matemático – e existe uma grande chance de van Roomen ter sido influenciado pela obra de Clavius já que ambos mantiveram contato frequente através de correspondência. Além disso, os comentários aos *Elementos* de Clavius provavelmente fizeram parte de seus estudos para a elaboração do conceito de *mathesis universalis*.

O Estatuto Social da Matemática na Europa nos Séculos XVI e XVII

Nos séculos XVI e XVII, os debates em torno do conhecimento matemático – a classificação das matemáticas, a *mathesis universalis* e a *quaestio de certitudine mathematicarum* – estiveram provavelmente ligados, entre outras coisas, aos fatores sociais: o que denomino de lugar ou estatuto social da matemática. O termo social pode levar a uma variedade de interpretações. Porém, como afirmei na Introdução deste trabalho, quero com este termo, me referir principalmente a dois fatores: o primeiro relacionado ao modo com a matemática era considerada dentro das universidades e o segundo ligado à aplicabilidade da matemática em outras áreas.

A respeito do primeiro aspecto, sabe-se que a filosofia e a teologia exerciam o papel mais importante e fundamental dentro das universidades europeias naquele tempo. Já as matemáticas e as ciências naturais careciam de espaço neste ambiente de modo que os estudiosos que desejavam se dedicar aos estudos nestas áreas dependiam do auxílio de um nobre. Existem inúmeros exemplos de casos que podemos citar, tanto de "cientistas", como de artistas: Leonardo da Vinci e Luca Pacioli realizaram seus estudos na corte de Ludovico Sforza; François Viète foi acolhido por Carlos IX, Henrique III e Henrique IV; Tycho Brahe esteve a serviço de Frederico II e de Rudoph II.

Porém, as ciências matemáticas e naturais não gozavam de um bom estatuto dentro do ambiente acadêmico e van Roomen era diretamente afetado por isso nas universidades em que atuava. Ele mesmo nos informa em sua Correspondência com Clavius que tinha que se dedicar muito mais ao ensino de medicina para poder sobreviver e se abdicar dos estudos matemáticos que lhe interessavam. Mesmo não entrando diretamente no principal debate acerca do estatuto filosófico da matemática que estava ocorrendo naquele período, a *quaestio de certitudine mathematicarum*, van Roomen ao tratar da classificação das matemáticas pode ter tido como interesse mostrar ao seu público que as disciplinas matemáticas mereciam possuir um reconhecimento melhor dentro das universidades, pelo menos de sua região. A sua ideia de *mathesis universalis*, seu interesse pelas ciências mecânicas e pela aplicabilidade da matemática, os trechos em que gloria a excelência e supremacia das matemáticas são exemplos disso.

Além disso, a descrição de uranografia feita por van Roomen tanto nas obras que foram objeto de estudo desta tese – a *Universae Mathesis Idea* e a *Mathesis Polemica* – como na obra específica sobre essa disciplina, a *Ouranographia siue Caeli Descriptio*, parecem mostrar o intuito do autor de fazer uma ligação entre o conhecimento matemático e a filosofia. Não me parece que seja por acaso que van Roomen mostra esse lado filosófico da astronomia, principalmente ao fazer inúmeras citações de Aristóteles. Ao fazer isso, o autor, por um lado, busca dar um estatuto filosófico para as matemáticas e, por outro, mostra ao leitor que a matemática possui um conhecimento que parte de demonstrações que não gera nenhuma dúvida sobre seu resultado.

A veracidade das demonstrações matemáticas é tão grande que, utilizando da certeza da aritmética e da geometria, van Roomen desenvolve sua *mathesis universalis*, uma ciência matemática pura que pode ser aplicada a todas as demais matemáticas e ciências.

O segundo aspecto é a maneira como os estudiosos da matemática buscavam mostrar a importância da matemática inserindo as atividades manuais e mecânicas. Foi muito comum publicar tratados de áreas que não eram comumente consideradas parte da matemática – como a arquitetura, a construção de instrumentos científicos, a atividade bélica, etc. Tais obras se referiam às demonstrações matemáticas e se baseavam no conhecimento de disciplinas matemáticas já reconhecidas, como a aritmética e a geometria.

Naquele período muitos estudiosos faziam experimentos e atividades práticas e conversavam com artesãos a fim de aperfeiçoar as teorias nas quais trabalhavam. A atividade manual passa a ter um papel importante no desenvolvimento da ciência. Essa divisão entre saber teórico e saber prático não está necessariamente ligada ao que van Roomen denomina de matemáticas principais e mecânicas, pois mesmo entre as matemáticas principais, os estudiosos realizavam atividades práticas. Porém a aceitação por parte de van Roomen e de outros autores de disciplinas mecânicas e manuais mostram a proximidade entre teoria e prática.

As aplicações das disciplinas matemáticas também nos mostram justamente esse interesse de juntar o conhecimento matemático e o conhecimento prático de outras áreas. A *Mathesis Polemica* de van Roomen é um exemplo disso: o autor escreve um tratado em que busca mostrar que para ser um bom condutor de um exército, os generais devem possuir um amplo conhecimento das diversas disciplinas matemáticas. O *liber secundus* e *liber tertius* – que não foram analisados neste trabalho – estão focados justamente nessas aplicações. O *liber secundus* traz três lemas geométricos relacionados à atividade bélica e uma tabela de tangentes. O *liber tertius* é composto por sete capítulos que, dentre outros assuntos, abordam questões relacionadas à construção de cidades, de trincheiras, sobre a escalada, etc. (cf. Tabela 2.2).

Quero enfatizar que é essencial pesquisar este assunto como mais cuidado, é importante buscar outras fontes que confirmem ou não com as hipóteses levantadas acima. Tenho certeza da necessidade de pesquisas mais aprofundadas sobre o tema, porém, mesmo assim, quero deixar explicitadas neste trabalho estas possibilidades de pesquisa.

As Motivações de van Roomen

A partir da leitura e análise da *Universae Mathesis Idea* e da *Mathesis Polemica* surgem inúmeras perguntas que provavelmente não poderão ser respondidas neste trabalho, porém podemos começar a especular algumas possíveis respostas.

O primeiro questionamento que surge é: O que pode ter motivado van Roomen a escrever tais obras? O primeiro ponto a levar em consideração é sua Correspondência e suas primeiras obras matemáticas, as quais mostram um interesse pessoal em escrever sobre diversos aspectos da matemática.

Bockstaele afirma que:

> *"Muito cedo, ele [van Roomen] planejou publicar uma visão geral de todo o campo da matemática, totius mathesis idea. Como uma primeira parte deste projeto, ele trabalho na teoria polygonorum, a teoria dos polígonos regulares. Isso resultou em tabelas de senos, tangentes e secantes, e em uma solução do problema da quadratura do círculo, que para ele significou o cálculo da proporção entre a circunferência e o diâmetro do círculo. O trabalho pretendido teria 12 capítulos, dos quais os quatro primeiros tratam dos polígonos regulares de 3, 4, 5 e 15 lados, e os polígonos produzidos duplicando o números de lados. As seções 5-9 deveriam tratar de todos os outros polígonos regulares. Nos capítulos 10 e 11 faria um estudo do círculo. A seção 10 deveria ensianr como calcular sua circunferência e área. A seção 11 deveria examinar as muitas falhas ou simplesmente soluções de erros para a quadratura do círculo. Finalmente, a seção 12 deveria mostrar como as operações aritméticas necessárias podem ser realizadas com menor dificuldade"*[195] (BOCKSTAELE, 2009, p. 3, tradução nossa).

Porém, Bockstaele afirma que este projeto foi concluído somente em partes. Além disso, o plano exposto por Bockstaele tem mais a ver com o que denominamos de matemática na atualidade e não com o que era considerado conhecimento matemático por van Roomen. O que vemos na *Universae Mathesis Idea* e na *Mathesis Polemica* é que o autor busca mesmo trazer uma visão geral sobre as particularidades de cada uma das

[195] "Very early he made up a plan to publish an overview of the whole field of mathematics, totius mathesis idea. As a first part of this project, he worked on a theoria polygonorum, a theory of regular poligons. This should result in tables of sines, tangentes and secants, and in a solution of the circle squaring problema, which for him meant the calculation of the proportion between the circunference and the diameter of a circle. The work was intended to have 12 chapters, of which the firs four would treat the regular 3-, 4-, 5- and 15-gon, and related polygons produced by a repeated doubling of the number of sides. Sections 5-9 would treatall other regular polygons. In Chaps. 10 ans 11 van Roomen would study the circle. Section 10 would teach how to compute its circunference and área. Section 11 would examine the many faulty or simply wrong solutions to the problema of squaring of the circle. Finally, Sect. 12would show how the necessary arithmetical operations can be carried out with the least difficulty".

disciplinas matemáticas. Vemos na classificação de van Roomen novamente a importância da filosofia aristotélica, ou seja, novamente parece haver um interesse de mostrar que as matemáticas possuem um estatuto filosófico.

O segundo aspecto aparece no primeiro capítulo da *Universae Mathesis Idea*, quando van Roomen mostra a posição da matemática em relação ao restante do conhecimento e também o quão importante é entender o conjunto daquelas disciplinas que tem como objeto de estudo as quantidades. Parece que van Roomen tinha o objetivo de demonstrar ao leitor que era importante ter o conhecimento do conjunto das matemáticas seja qual fosse a classe social e profissional do indivíduo. Van Roomen pretendia reclamar à matemática um estatuto de ciência reconhecida e importante? Além disso, porque as matemáticas teriam uma importância social? Esta questão é difícil de responder, porém pode-se especular que van Roomen via uma certeza tão grande no conhecimento produzido pelas matemáticas que as tornavam disciplinas superiores e importantes em todas as áreas de atuação: um governante de uma nação, um general ao conduzir seu exército, um artista ao pintar ou esculpir suas obras, um agricultor ao planejar e organizar sua plantação, um artesão ou fabrincante de instrumentos ao confeccionar seus instrumentos, um marceneiro ou ferreiro ao trabalhar em suas respectivas tarefas, etc.

Qual seria o público para o qual van Roomen escrevia? A princípio não podemos dizer quem seriam os leitores pretendidos pelo autor. Podemos inferir com pouquíssima certeza que ele não conseguiu atingir seu público em 1602 e talvez por não ter conseguido vender os exemplares da *Universae Mathesis Idea* reaproveitou as páginas para imprimir a *Mathesis Polemica*, cujo tema principal mudou para a importância das matemáticas para a atividade bélica. O tema provavelmente mudou, dentre outros motivos, por causa de eventuais interesses do dedicando, o duque de Ostrog. A dedicatória mostra a importância do conhecimento matemático para a guerra.

A obra pode ter sido dedicada a este tema, provavelmente por causa de um interesse regional. A região dos Países Baixos, no tempo de van Roomen, estava sob o domínio espanhol e buscava a independência. A dedicatória da obra também nos mostra que a região da Ucrânia era uma região bastante cobiçada pelos povos vizinhos e van Roomen tenta alertar ao duque dedicando a importância do conhecimento matemático na proteção de suas terras.

Mesmo carecendo de pesquisas mais intensas, me parece que em outras regiões da Europa, as obras que tratavam da aplicabilidade da matemática normalmente possuíam outros temas. Por exemplo, na Itália os temais mais recorrentes foram a óptica, a perspectiva e a arquitetura; na península ibérica, a navegação parece ter prevalecido.

Outras questões podem suscitar deste trabalho: O quanto a classificação de van Roomen reflete o ensino (ou uma proposta de ensino) nas Universidades em que estava ligado? O fato de van Roomen exercer principalmente a função de professor de medicina e ter se dedicado principalmente a tal atividade pode demonstrar que as matemáticas eram vistas como marginais em sua região? Quão lucrativo era ser matemático ou professor de matemática naquele tempo? Será que justamente por isso, van Roomen teve que se dedicar mais à medicina?

Finalizo, enfatizando ao leitor que merem pesquisas detalhadas todas as questões esboçadas acima: o pensamento acerca do conhecumento matemático nos séculos XVI e XVII; os debates e obras que tratavam da classificação das matemáticas de van Roomen e de outros autores; a ligação entre os três principais debates em torno do conhecimento matemático nos séculos XVI e XVII – a classificação das matemáticas, a *mathesis universalis* e a *quaestio de certitudine mathematicarum*; as questões de aplicabilidade da matemática em outras áreas da ciência e das artes; o estatuto ou lugar social da matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAGNANO, Nicolá. (2007). *Dicionário de Filosofia* (5ª ed.). (I. C. Benedetti, Trad.) São Paulo: Martins Fontes.

ALFONSO-GOLDFARB, Ana Maria. (2008). Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade na História da Ciência. *Circumscribere - International Journal for the History of Science, 4*, pp. 5-9.

ANDERSEN, Kirsti. (2007). *The Geometry of an Art: The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge.* New York: Springer.

APIANUS, Petrus. (1524). *Cosmographicus Liber.* Landshut.

APIANUS, Petrus. (1540). *Astronomicum Caesareum.* Ingolstadt.

ARISTÓTELES. (1988). *Tratados de Lógica (Órganon) II - Sobre la Interpretación. Analíticos Primeros. Analíticos Segundos.* (M. C. Sanmartin, Trad.) Madrid: Editorial Gredos.

ARISTÓTELES. (1994). *Metafísica.* (T. C. Martinez, Trad.) Madrid: Editorial Gredos.

ARISTÓTELES. (1995). *Física.* (G. R. de Echandía, Trad.) Madrid: Editorial Gredos.

BARBOSA, Gustavo. (2009). *Platão e Aristóteles na Filosofia da Matemática.* Rio Claro: IGCE-UNESP.

BAROZZI, Francesco. (1598). *Cosmographia in Quatuor Libros DIstributa.* Veneza: Gracioso Perchacino.

BAYER, Johann. (1603). *Uranometria.* Augsburg: Mangus Christophorus.

BEATI, Gabriele. (1662). *Sphaera Triplex Artificialis, Elementaris, ac Caelestis.* Roma.

BENEDETTO, Giovanni. (1591). *De Coelo et Elementis Liber.* Ferrara: Victorius Baldinus.

BERTATO, Fábio Maia. (2010). A "De Divina Proportione" de Luca Pacioli. *Coleção CLE, 56.*

BERTATO, Fábio Maia. (2011). Contribuições dos Pensamentos Medieval e Renascentista para o Desenvolvimento da Matemática. *Revista Brasileira de História da Matemática, 11*(23), pp. 27-38.

BERTATO, Fábio Maia & D'OTTAVIANO, Ítala Maria. (2007). Luca Pacioli and the 'Controversy of the Perpective': the classification of the mathematics from classical antiquity to the end of quattrocento. *Revista Brasileira de História da Matemática*, pp. 505-525.

BETHENCOURT, Francisco. (1981). Astrologia e Sociedade no Sèculo XVI: uma primeira abordagem. *Revista de História Económica e Social, 8*, pp. 43-76.

BOCKSTAELE, Paul. (1966). Roomen, Adriaan van. In: *Nationaal Biografisch Woordenboek* (Vol. 2, pp. 751-755). Bruxelas.

BOCKSTAELE, Paul. (1976). The Correspondence of Adriaan van Roomen. *LIAS - Sources and Documents relating to the Early Modern History of Ideas, 3*, pp. 85-129, 249-299.

BOCKSTAELE, Paul. (1992). The Correspondence of Adriaan van Roomen (1561-1615): corrections and addictions, 1594-1615. *LIAS - Sources and Documents relating to the Early Mordern History of Ideas, 19*, pp. 3-20.

BOCKSTAELE, Paul. (2009). Between Viète and Descartes: Adriaan van Roomen and the Mathesis Universalis. *Archive for History of Exact Sciences, 63*(4), pp. 433-470.

BORRI, Christophoro. (1631). *Collecta Astronomica ex Doctrina.* Lisboa: Mathias Rodrigues.

BRITO, Arlete de Jesus. (2007). Matemática na Idade Média: entre o místico e o científico. *Revista Brasileira de História da Matemática*, pp. 127-141.

BROMBERG, Carla. (2014). Música, Teatro e Máquinas entre os Século XVI e XVII. In: M. R. BELTRAN, F. SAITO & L. S. TRINDADE (Eds.), *História da Ciência: tópicos atuais 3* (pp. 142-161). São Paulo: Editora Livraria da Física.

BROWN, Gary I. (1991). The Evolution of the Term "Mixed Mathematics". *Journal of the History of Ideas, 52*(1), pp. 81-102.

BUSARD, H. L L.. (1970-1990). Adriaan van Roomen. In: C. C. GILLISPIE, *Dictionary of Scientific Biography* (pp. 532-534). New York: Charles Scribner's Sons.

CAROLINO, Luís Miguel. (2006). João Delgado SJ e a "Quaestio de Certitudine Mathematicarum" em Inícios do Século XVII. *Revista Brasileira de História da Matemática, 6*(11), pp. 17-49.

CAROLINO, Luís Miguel. (2008). As Razões de Cristoforo Borri: matemática, astronomia e inovação cosmológica em Portugal (1626-1632). In: R. A. Martins, C. C. Silva, J. M. Ferreira, & L. A.-C. Martins (Eds.), *Filosofia e História da Ciência no Cone Sul: seleção de trabalhos do 5º encontro* (pp. 267-273). Campinas: Associação de Filosofia e História da Ciência do Cone Sul (AFHIC).

CAROLINO, Luís Miguel. (2009). Cristoforo Borri e o Impacto da Nova Astronomia em Portugal no Sèculo XVII. *Revista Brasileira de História da Ciência, 2*(2), pp. 160-181.

CARVALHO, H. C. (2011). *Vir Sapiens Dominabitur Astris: Astrological Knowledge and Practices in the Portuguese Medieval Court (King JoãoI to King Afonso V).* Lisboa: FCSH-UNL.

CLAVIUS, Christoph. (1574). *Euclidis Elementorum Libri XV.* Roma: Cincentium Accoltum.

CRAPULLI, Giovani. (1969). *Mathesis Universalis: genesi di una'idea nel XVI secolo.* Roma: Edizioni dell'Ateneo.

DEE, John. (1570). *The Elements of Geometrie of the most auncient Philosopher Euclide of Mergara.* Londres.

DESCARTES, Renè. (1984). *Reglas para la Dirección del Espíritu.* (J. N. Cordón, Trad.) Madrid: Alianza Editorial.

DUBOURG-GLATIGNY, Pascal. (2004). La Perspectiva en el Siglo XVI. *Los Orígenes de la Ciencia Moderna, Actas XI y XII* (pp. 245-258). Ilhas Canárias: Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.

GARCIA, Maria da Graça. (1990). Notas para a Identificação da Gravura no Âmbito da Catalogação: a técnica, a data, a edição; gravura e reprodução. *Revista da*

Biblioteca Nacional, 5(2), pp. 161-183.

GONÇALVES, Carlos Henrique Barbosa & OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (2007). Geometria, Reforma e Contra-Reforma na Carta de Adriaan van Roomen para Clavius, de 1 de julho de 1597. *Circumscribere: International Journal for the History of Science, 3*, pp. 13-19.

GONÇALVES, Carlos Henrique Barbosa & OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (2010). A Atividade Matemática de Adriaan van Roomen. *Revista Brasileira de História da Matemática, 10*(20), pp. 147-164.

HALLYN, Fernand. (2008). Cosmographie et Peiture: Théorie. In: F. Hallyn, *Gemma Frisius, Arpenteur de la Terre et du Ciel* (pp. 71-96). Paris: Honoré Champion.

HEATH, Thomas. (1970). *Mathematics in Aristotle.* Oxford: Clarendon Press.

HOSCH, William L. (Ed.). (2011). *The Britannica Guide to Numbers and Measurement.* New York: Britannica Educational Publishing.

HULSIUS, Levinus. (1839). *Bibliographical Essay on the Collection of Voyages and Travels. Edited and Published by Levinus Hulsius and his Successors at Nurremberg and Francfort from anno 1598 to 1660.* Londres - Berlim: A. Asher.

KLINE, Morris. (1980). *Mathematics: the loss of certainty.* New York: Oxford University Press.

KNOBLOCH, Eberhard. (1989). Klassificationem. In: M. Folkerts (Ed.), *Mass, Zahl und Gewicht - Mathematik als Schlüssel zu Weltverständnis und Weltbeherrschung* (pp. 13-40). Weinheim: VCH, Acta Humaniora.

KNOBLOCH, Eberhard. (2004). Mathesis - the idea of a universal science. In: R. SEISING, M. FOLKERTS & U. HASHAGEN (Eds.) *Form, Zahl, Ordnung. Studien zur Wissenschafts- und Technikgeschichte, Festschrift für Ivo Schneider. 65*, pp. 77-90.

MALET, Antoni. (2006). Renaissance Notions of Number and Magnitude. *Historia Mathematica, 33*, pp. 63-81.

MOTA, Bernardo Machado. (2011). *O Estatuto da Matemática em Portugal nos Sèculos XVI e XVII.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian e Fundação para a Ciência e Tecnologia.

NEWTON, Isaac. (1721). *Opticks: or, a Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections and Colours of Light* (3ª ed.). Londres: Willian and John Innys.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (2011). *As Relações entre a Matemática e a Astronomia no Século XVI: tradução e conentários da obra Ouranographia de Adriaan van Roomen.* Rio Claro: IGCE-UNESP.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (2011). Biografia de van Roomen. In: Z. V. Oliveira, *As Relações entre a Matemática e a Astronomia no Século XVI: tradução e comentários da obra Ouranographia de Adriaan van Roomen* (pp. 29-34). Rio Claro: UNESP.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (2012). Os Fundamentos da Astronomia segundo Adriaan van Roomen. *Revista Brasileira de História da Matemática, 12*(24), pp. 37-53.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. (no prelo). *Uranografia ou a Descrição do Céu de Adriaan van Roomen.* (Z. V. Oliveira, Trad.) Campinas: UNICAMP - Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciêncuia.

PATY, Michel. (jan-jun de 1998). "Mathesis Universalis" e Inteligibilidade em Descartes. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência, 8*(1), pp. 9-57.

PETERS, F. E. (1983). *Termos Filosóficos Gregos: um léxico histórico* (2ª ed.). (B. R. Barbosa, Trad.) Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

PLATÃO. (1983). *Diálogos II - Gorgias. Menéxeno. Eutidemo. Menón. Crátilo.* (J. C. Ruiz, E. A. Méndez, F. J. Oliveri, & J. L. Calvo, Trads.) Madrid: Editorial Gredos.

PLATÃO. (1986). *Diálogos IV - República.* (C. E. Lan, Trad.) Madrid: Editorial Gredos.

PLATÃO. (1992). *Diálogos VII - Cartas.* (J. Zaragoza, & P. G. Cardó, Trads.) Madrid: Editorial Gredos.

POMBO, Olga. (1998). Da Classificação dos Seres à Classificação dos Saberes. *Leituras. Revista da Biblioteca Naiconal de Lisboa, 2*, pp. 19-33.

RAMUS, Petrus. (1569). *Scholarum Mathematicarum Libri Unus et Triginta.* Basiléia: Eusébio Episcopium.

ROQUE, Tatiana. (2012). *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.* Rio de Janeiro: Zahar.

RULAND, Anton. (1867). Adrien Romanus, Premier Professeur à la Faculté de Médecine de Wurzburg. *Le Bibliophile Belge, 2*, pp. 56-100, 161-187 e 256-269.

SAITO, Fumikazu. (2013a). "Continuidade" e "Descontinuidade": o processo da contrução do conhecimento científico na história da ciência. *Revista da FAEEBA - Educação e Contemporaneidade, 22*(39), pp. 183-194.

SAITO, Fumikazu. (2013b). Óptica, magia e ciência no século XVI: o manuscrito De telescopio de Giambattista della Porta. *XVIII Encontro da Associação Brasileira de Planetários.* Santo andré.

SAITO, Fumikazu & BELTRAN, Maria Helena Roxo. (2014). Revisitando as relações entre ciência e "techné": ciência, técnica e tecnologia nas origens da ciência moderna. *Anais Eletrônicos do 14º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia* (pp. 1-13). Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de História da Ciência.

SASAKI, Chikara. (2004). *Descartes's Mathematica Thoucht.* New York: Springer.

SECORD, James A. (2004). Knowledge in Transit. *Isis, 95*(4), pp. 654-672.

SILVA, Jairo José da. (2007). *Filosofias da Matemática.* São Paulo: Editora da UNESP.

STRYCKER, S.J. Émile de. (1950). Trois Points Obscurs de Terminologie Mathématique chez Platon. *Revue des Études Grecques, 63*, pp. 43-57.

TOSSATO, Claudemir Roque. (2005). A Função do Olho Humano na Óptica do Final do Século XVI. *Scientiae Studia, 3*(3), pp. 415-441.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1591). *Ouranographia sive Caeli Descriptio.* Antuérpia: Johannes van Keerbergen.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1593). *Ideae Mathematicae Pars Prima.* Antuérpia: Johannes van Keerbergen.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1597). *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis.* Wurceburgo.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1598). *Theses Astronomicae quibus proponuntur nonnulla de corporum mundanorum simplicium disctinctione et numero.* Wurceburgo: Georgius Fleischmann.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1602). *Universae Mathesis Idea.* Wurceburgo: Georgius Fleischmann.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1605). *Mathesis Polemica.* Frankfurt: Levinus Hulsius.

VAN ROOMEN, Adriaan. (1606). *Speculum Astronomicum siue Organum Forma MappaeExpressum.* Louvain: Johannes Masi.

WEBER, Jean-Paul. (1964). Sur la Composition de la Regula IV de Descartes. *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger, 89*(154), pp. 1-20.

ANEXOS

1. *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis*

Abaixo segue as páginas 23 a 29 da obra *In Archimedis Circuli Dimensionem Expositio et Analysis* que contém o capítulo sete no qual van Roomen detalha o seu pensamento acerca da *mathesis universalis* trazendo as vinte e nove definições e os vinte e três axiomas. Aqui não reproduzo as páginas que contém os teoremas.

CAPVT SEPTIMVM.

IDAEA quædam vniuerſalis Matheſeωs, quam nos primam vocabimus Matheſin, proponitur.

LICET autem tum ratione, tum authoritate Eutochij, oſtenderimus Vniuerſalem eſſe quandam Matheſin, vt tamen omnis tollatur ambiguitas, nos eius quandam proponemus adumbrationem, ſiue idæam, vt inde cuiuis perſpicuum fiat, propoſitiones earúmque demonſtrationes quæ Matheſi Vniuerſali tribuendæ ſunt, non eſſe purè Arithmeticas, cùm in pleriſque vel nulla fiat numerorum mentio, in aliis verò præter numeros aſſumantur quoque alterius generis quantitates, nec etiam Geometricas cum nulla magnitudinum, hoc eſt longitudinis, latitudinis vel profunditatis fiat mentio. Inſcribemus autem ſcientiam hanc nomine, *Primæ Mathematicæ*, ſeu *Primæ Matheſeωs*, ad ſimilitudinem Primæ Philoſophiæ. Nam ſicut ea dicitur, Prima quia ſubiecta omnium reliquarum ſub ſe comprehendit ſcientiarum, quinimò & reliquarum demonſtrat principia ſi demonſtratione egeant. Ita & hæc Prima Mathematica, verſatur circa ſubiecta omnium ſcientiarum Mathematicarum, & purarum & mixtarum. Probat quoque principia reliquarum ſcientiarum. Nam concluſiones huius ſcientiæ omnes in reliquis ſcientiis pro principiis aſſumi poſſunt. Hæc de nomine. Methodus procedendi erit hæc, Præmittentur principia, videlicet definitiones & axiomata. Sequentur deinde nonnulla theoremata. Nec verò multa in medium proferre volui, cùm ex iis pauculis quæ adduximus mens noſtra conſtare poſſit. Si verò quiſpiam voluerit, hiſce noſtris adiungat totum librum quintum elementorum Euclidis. Nam omnes propoſitiones quæ ibi traduntur de magnitudinibus, accommodari poſſunt cuiuis quantitati, manente eâdem omnino demonſtrandi formulâ. Quia principia quæ in earum demonſtrationem aſſumuntur omni quantitati ſunt communia. Sed præſtat rem ipſam promiſſam aggredi.

***

24 APOLOGIA

DEFINITIONES.

Affectiones omnibus magnitudinibus communes, oriuntur ex collatione quãtitatum inter se

- Secundum collectionem vnius cum altera, vti Aggregatum 1
- Secundum excessum vnius supra aliam, vti Differentia 2
- Secundum continentiam vnius in alia, vti
  - Mensura 3
  - Commensura 4
  - Pars 5.6
  - Multiplex 7
- quatenus vna altera æqualis, aut pars est secundum se suásve partes, aut secundum potẽtiam integram particularẽmve. Habitudo hæc est vel
  - simplex: & dicitur Ratio: Græcis λόγος. cuius hoc loco cõsiderantur
    - essentia, eáque vel
      - tota, vti est Rationis definitio 8.
      - particularis, secundum terminos, quorum consideratur
        - definitio 9
        - differentiæ 10
        - numerus 11
    - differentiæ, quæ considerantur vel
      - generatim, prout desumuntur à
        - mensura 12
        - ordine 13
        - numero 14
      - particulatim. Sic ratio est vel terminorum
        - æqualium dicitur Ratio æqualitatis 15
        - inæqualiũ, eorũq; vel per se
          - commẽsurabilium. Hæc ratio est vel inęqualitatis
            - maioris, éstque quintuplex
              - multiplex 16
              - superparticularis 17
              - superpartiens 18
              - multiplex
                - superparticularis 19
                - superpartiens 20
            - minoris totuplex 21
          - incommensurabilium 22
  - Composita, dicitur proportionalitas, vulgo proportio, Græcis ἀναλογία: huius cõsiderantur
    - essentia quæ definitione continetur 23
    - differentiæ, quæ sunt modi arguendi ex proportionalitate, suntq; sex, videlicet proportio
      - alterna 24
      - inuersa 25
      - coniuncta 26
      - disiuncta 27
      - euersa 28
      - æqua 29

Definitio prima.

Aggregatum seu summa quantitatum, est quantitatum eiusdem generis inter sese, secundum collectionem, vnius ad alteram comparatio. Siue est quantitas vna æqualis pluribus quantitatibus eiusdem generis.

Definitio secunda.

Differentia seu residuum est quantitatum eiusdem generis inter se secundum excessum vnius supra aliam comparatio. Siue ista comparatio fiat secundum ipsam quantitatem siue secundum potentiam eius.

Definitio tertia.

Quantitas mensurans (quæ absolutè mensura dicitur) est quantitas quæ semel aut sæpius sumpta, quantitati alteri eiusdẽ speciei cuius est mensura æquatur. Hinc metiri est semel vel sæpius exactè contineri.

Scholion.

Quidam existimant mensuram debere sæpius contineri in mensurato, sed id non est necesse: mensura enim semel sumpta potest æquari mensurato. Hinc Euclides inquit *lib. 7. axiomate 6. Omnis numerus se ipsum metitur per vnitatem.* hoc est semel.

Definitio quarta.

Commensura est quantitas quæ semel aut sæpius, vt libet sumpta, quantitatibus quarum est commensura æquatur. Hinc commensurare est semel vel sæpius in omnibus quantitatibus datis contineri.

Definitio quinta.

Pars aliquanta (quæ & absolutè pars vocari solet) est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor metitur maiorem. Ab Euclide *lib. 5. defin.* lib. 7. *defin. 3.*

Scholion.

Pars aliquanta & mensura ratione differunt non re.

Definitio sexta.

Pars aliquanta est quantitas quantitatis, minor maioris, cùm minor non metitur maiorem. Hæc ab Euclide *7. elem. 4.* vocatur pluraliter partes.

Definitio septima.

Multiplex est quantitas quantitatis maior minoris cum minor metitur maiorem, vt inquit Euclides 5. *elem. definit. 2. 7. elem. definit. 5.*

Definitio octaua.

Ratio siue λόγος quantitatum est duarum pluriúmve quantitatum comparatio, quatenus vna secundum se suámue potentiam, alteri æqualis existit, vel maioris pars partésve, vel denique minorem continet semel vel sæpius perfectè, vel insuper illius partem partésve. Denominator rationis est numerus qui exprimit distinctè & apertè habitudinem quantitatis vnius ad alteram.

Definitio nona.

Terminationis dicuntur duo numeri, quibus tum secundum quantitatem, tum secundum denominationem, in eadem ratione integri minores sumi nequeunt.

Definitio decima.

Termini rationis est duplex antecedens & consequens. Antecedens est qui comparatur, cõsequens ad quem fit comparatio.

Definitio

Definitio vndecima.

Termini rationis ad minimum duo ſunt, poſſunt autē etiam plures eſſe, ita tamen vt antecedentium numerus conſequentium numero reſpondeat.

Definitio duodecima.

Ratio eſt terminorum inter ſeſe commēnſurabilium vel incommenſurabilium.

Definitio decimatertia.

Ratio eſt vel antecedentis æqualis conſequenti, vel maioris vel denique minoris. Prior dicitur æqualitatis, poſteriores verò inæqualitatis maioris vel minoris.

Definitio decimaquarta.

Ratio eſt vel terminorum duorum, dicitúrque binaria, vel trium quæ ternaria, vel plurium.

Definitio decimaquinta.

Ratio æqualitatis eſt habitudo quantitatis ad quantitatem æqualem. Huius denominator eſt perpetuò vnitas, quia vna quantitas debet in hac ratione eſſe æqualis alteri, ac proinde vna alteram continere ſemel, & nihil præterea: quod quidem vnitas ſignificat. Hæc ratio ſimplex eſt & indiuidua, omniſque inæqualitatis fons & origo.

Definitio decimaſexta.

Πολλαπλάσιος ſiue multiplex ratio, eſt habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior minorem aliquoties exactè continet. Huius denominator eſt numerus integer, continens tot vnitates, quoties maior quantitas minorem continere dicitur, in ea ratione cuius eſt denominator.

Species

Ratio				vt inter terminos	Harum denominatores ſunt
	dupla	Eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quando maior continet minorem	bis	2. 1.	2
	tripla		ter	3. 1.	3
	quadrupla		quater	4. 1.	4
	quintupla		quinies	5. 1.	5
	ſextupla		ſexies	6. 1.	6
	ſeptemcupla		ſepties	7. 1.	7
	decupla		decies	10. 1.	10
	triginta ſeptemcupla		trigeſies ſepties	37. 1.	37
	ſeptuagintacupla		ſeptuageſies	70. 1.	70
	centupla		centies	100. 1.	100
	&c.		&c.	&c.	

Definitio decimaſeptima.

Ἐπιμόριος ſiue ſuperparticularis ratio, eſt habitudo maioris quantitatis ad minorem quando maior minorem ſemel duntaxat continet & inſuper vnam eius partem aliquotam. Huius denominator eſt vnitas cum parte illa aliquota quam maior quantitas debet vltra minorem comprehendere.

Species

Ratio ſeſqui-			vt inter terminos	Harum denominatores ſunt
altera	Eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quādo maior cō tinet minorē ſemel, & inſuper minoris partem	mediam	3. 2.	$1\frac{1}{2}$
tertia		tertiam	4. 3.	$1\frac{1}{3}$
quarta		quartam	5. 4.	$1\frac{1}{4}$
quinta		quintam	6. 5.	$1\frac{1}{5}$
ſexta		ſextam	7. 6.	$1\frac{1}{6}$
ſeptima		ſeptimam	8. 7.	$1\frac{1}{7}$
decima		decimam	11. 10.	$1\frac{1}{10}$
trigeſima		trigeſimam	31. 30.	$1\frac{1}{30}$
centeſima		centeſimam	101. 100.	$1\frac{1}{100}$

Definitio decimaoctaua.

Ἐπιμερὴς ſiue ſuperpartiens ratio, Eſt habitudo maioris quantitatis ad minorem quando maior ſemel dumtaxat continet minorem, & inſuper aliquot eius partes aliquotas non afficientes vnam aliquotam. Huius denominator eſt vnitas, cum illis partibus aliquotis non efficientibus vnam, quas maior quantitas debet vltra minorem continere.

Species

Ratio ſuper-				vt inter terminos	Harum denominatores ſunt
bipartiens	tertias	Eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quādo maior cō tinet minorem ſemel, & inſuper minoris	duas tertias	5. 3.	$1\frac{2}{3}$
	quintas		duas quintas	7. 5.	$1\frac{2}{5}$
	ſeptimas		duas ſeptimas	9. 7.	$1\frac{2}{7}$
	&c.		&c.	&c.	&c.
tripartiens	quartas		tres quartas	7. 4.	$1\frac{3}{4}$
	quintas		tres quintas	8. 5.	$1\frac{3}{5}$
	ſeptimas		tres ſeptimas	10. 7.	$1\frac{3}{7}$
	octauas		tres octauas	11. 8.	$1\frac{3}{8}$
	&c.		&c.	&c.	&c.
quadripartiens	quintas		quatuor quintas	9. 5.	$1\frac{4}{5}$
	ſeptimas		quatuor ſeptimas	11. 7.	$1\frac{4}{7}$
	nonas		quatuor nonas	13. 9.	$1\frac{4}{9}$
	&c.		&c.	&c.	&c.

Definitio decimanona.

Πολλαπλασιεπιμόρειος multiplex ſuperparticularis ratio, eſt habitudo maioris quantitatis ad minorem, quando maior minorem aliquoties continet & præterea vnam eius partem aliquotam. Huius denominator eſt numerus integro multiplicem rationem expreſſam denominans, cum illa parte aliquota quam maior quantitas vltra minorem continere debet.

Species

Ratio duplo ſeſqui-			vt inter terminos		Harum denominatores ſunt
altera	eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quādo maior cōtinet minorē bis & inſuper minoris partem	mediam	5.	2.	$2\frac{1}{2}$
tertia		tertiam	7.	3.	$2\frac{1}{3}$
quarta		quartam	9.	4.	$2\frac{1}{4}$
quinta		quintam	11.	5.	$2\frac{1}{5}$
ſexta		ſextam	13.	6.	$2\frac{1}{6}$
ſeptima		ſeptimam	15.	7.	$2\frac{1}{7}$
decima		decimam	21.	10.	$2\frac{1}{10}$
trigeſima		trigeſimam	61.	30.	$2\frac{1}{30}$
centeſima		centeſimam	201.	100.	$2\frac{1}{100}$
&c.		&c.	&c.		&c.

Ratio tripla ſeſqui-			vt inter terminos		Harum denominatores ſunt
altera	eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quādo maior cōtinet minorē ter & inſuper minoris partem	mediam	7.	2.	$3\frac{1}{2}$
tertia		tertiam	10.	3.	$3\frac{1}{3}$
quarta		quartam	13.	4.	$3\frac{1}{4}$
quinta		quintam	16.	5.	$3\frac{1}{5}$
ſexta		ſextam	19.	6.	$3\frac{1}{6}$
ſeptima		ſeptimam	22.	7.	$3\frac{1}{7}$
decima		decimam	31.	10.	$3\frac{1}{10}$
trigeſima		trigeſimam	91.	30.	$3\frac{1}{30}$
centeſima		centeſimam	301.	100.	$3\frac{1}{100}$
&c.		&c.	&c.		&c.

Ratio quadrupla ſeſqui-			vt inter terminos		Harum denominatores ſunt
altera	eſt habitudo maioris quātitatis ad minorem, quādo maior cōtinet minorē quater, & inſuper minoris partem	mediam	9.	2.	$4\frac{1}{2}$
tertia		tertiam	13.	3.	$4\frac{1}{3}$
quarta		quartam	17.	4.	$4\frac{1}{4}$
quinta		quintam	21.	5.	$4\frac{1}{5}$
ſexta		ſextam	25.	6.	$4\frac{1}{6}$
ſeptima		ſeptimam	29.	7.	$4\frac{1}{7}$
decima		decimam	41.	10.	$4\frac{1}{10}$
trigeſima		trigeſimam	121.	30.	$4\frac{1}{30}$
centeſima		centeſimam	401.	100.	$4\frac{1}{100}$
&c.		&c.	&c.		&c.

Definitio vigeſima.

Πολλαπλασιεπιμερὴς ſiue multiplex ſuperparticularis ratio, eſt habitudo maioris ad minorem, quando maior cōtinet minorem aliquoties, & præterea aliquot eius partes aliquotas non efficientes vnam aliquotam. Huius denominator eſt numerus integer, denominans rationem multiplicem in ea expreſſam, cum illis partibus aliquotis non conſtituentibus vnam, quas maior quantitas vltra minorem debet comprehendere.

Species

Ratio duplex ſuper-				vt inter terminos		Harum denominatores ſunt
bipartiens	tertias	eſt habitudo maioris quātitatis ad minorē, in qua maior continet minorē bis, & inſuper minoris	duas tertias	8.	3.	$2\frac{2}{3}$
	quintas		duas quintas	12.	5.	$2\frac{2}{5}$
	ſeptimas		duas ſeptimas	16.	7.	$2\frac{2}{7}$
	nonas		duas nonas	20.	9.	$2\frac{2}{9}$
	&c.		&c.	&c.		&c.
tripartiens	quartas		tres quartas	11.	4.	$2\frac{3}{4}$
	quintas		tres quintas	13.	5.	$2\frac{3}{5}$
	ſeptimas		tres ſeptimas	17.	7.	$2\frac{3}{7}$
	octauas		tres octauas	91.	8.	$2\frac{3}{8}$
	&c.		&c.	&c.		&c.
quadripartiens	quintas		quatuor quintas	14.	5.	$2\frac{4}{5}$
	ſeptimas		quatuor ſeptimas	18.	7.	$2\frac{4}{7}$
	nonas		quatuor nonas	22.	9.	$2\frac{4}{9}$
	vndecimas		quatuor vndecimas	26.	11.	$2\frac{4}{11}$
	&c.		&c.	&c.		&c.

Ratio

Ratio tripla super-	bipartiens	tertias	est habitudo maioris quātitatis ad minorē in qua maior continet minorem ter & insuper minoris	duas tertias	vt inter terminos	11. 3.	Harum denominatores sunt	$3\frac{2}{3}$
		quintas		duas quintas		17. 5.		$3\frac{2}{5}$
		septimas		duas septimas		23. 7.		$3\frac{2}{7}$
		nonas		duas nonas		29. 9.		$3\frac{2}{9}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	tripartiens	quartas		tres quartas		15. 4.		$3\frac{3}{4}$
		quintas		tres quintas		18. 5.		$3\frac{3}{5}$
		septimas		tres septimas		24. 7.		$3\frac{3}{7}$
		octauas		tres octauas		27. 8.		$3\frac{3}{8}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	quadripartiens	quintas		quatuor quintas		19. 5.		$3\frac{4}{5}$
		septimas		quatuor septimas		25. 7.		$3\frac{4}{7}$
		nonas		quatuor nonas		31. 9.		$3\frac{4}{9}$
		vndecimas		quatuor vndecimas		37. 11.		$3\frac{4}{11}$
		&c.		&c.		&c.		&c.

Ratio quadrupla super-	bipartiens	tertias	est habitudo maioris quātitatis ad minorē in qua maior cōtinet minorem quater & insuper minoris	duas tertias	vt inter terminos	14. 3.	Harum denominatores sunt	$4\frac{2}{3}$
		quintas		duas quintas		22. 5.		$4\frac{2}{5}$
		septimas		duas septimas		30. 7.		$4\frac{2}{7}$
		nonas		duas nonas		38. 9.		$4\frac{2}{9}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	tripartiens	quartas		tres quartas		19. 4.		$4\frac{3}{4}$
		quintas		tres quintas		23. 5.		$4\frac{3}{5}$
		septimas		tres septimas		31. 7.		$4\frac{3}{7}$
		octauas		tres octauas		35. 8.		$4\frac{3}{8}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	quadripartiens	quintas		quatuor quintas		24. 5.		$4\frac{4}{5}$
		septimas		quatuor septimas		32. 7.		$4\frac{4}{7}$
		nonas		quatuor nonas		40. 9.		$4\frac{4}{9}$
		vndecimas		quatuor vndecimas		48. 11.		$4\frac{4}{11}$
		&c.		&c.		&c.		&c.

Ratio quintupla super-	bipartiens	tertias	est habitudo maioris quātitatis ad minorem in qua maior cōtinet minorem quinies & insuper minoris	duas tertias	vt inter terminos	17. 3.	Harum denominatores sunt	$5\frac{2}{3}$
		quintas		duas quintas		27. 5.		$5\frac{2}{5}$
		septimas		duas septimas		37. 7.		$5\frac{2}{7}$
		nonas		duas nonas		47. 9.		$5\frac{2}{9}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	tripartiens	quartas		tres quartas		23. 4.		$5\frac{3}{4}$
		quintas		tres quintas		28. 5.		$5\frac{3}{5}$
		septimas		tres septimas		38. 7.		$5\frac{3}{7}$
		octauas		tres octauas		43. 8.		$5\frac{3}{8}$
		&c.		&c.		&c.		&c.
	quadripartiens	quintas		quatuor quintas		29. 5.		$5\frac{4}{5}$
		septimas		quatuor septimas		39. 7.		$5\frac{4}{7}$
		nonas		quatuor nonas		49. 9.		$5\frac{4}{9}$
		vndecimas		quatuor vndecimas		59. 11.		$5\frac{4}{11}$
		&c.		&c.		&c.		&c.

Definitio vigesima prima.

Ratio minoris inæqualitatis est quando minor terminus cum maiori comparatur. Huius similiter quinque sunt species iisdem nominibus quibus eæ quæ maioris sunt inæqualitatis, insignitæ. tantummodo hîc præmittitur præpositio sub, videlicet submultiplex, subsuperparticularis, subsuperpartiens, submultiplex subsuperparticularis & submultiplex subsuperpartiens.

Definitio vigesima secunda.

Ratio ea dicitur incommensurabilis cuius termini nullam habent communem mensuram. Huius multæ sunt species, quas hoc loco omittimus.

Definitio vigesima tertia.

Quantitates Proportionales sunt, cum prima secundæ, & tertia quartæ æquè multiplex est; vel eadem pars, vel eædem partes. Vel cùm prima secundam, & tertia quartam, æqualiter continet, eandémque insuper illius partem vel easdem partes. Vel vt generalis tradatur definitio: Proportionales sunt magnitudines, quando primæ & tertiæ æquè multiplicia à secundæ & quartæ æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, vtrumque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent.

Definitio vigesima quarta.

Alterna siue permutata proportio, est sumptio antecedentis ad antecedentem, & consequentis ad consequentem. hoc est cùm propositis quatuor terminis proportionalibus, infertur eandem esse proportionem antecedentis prioris rationis, ad antecedentem posterioris, quam habet consequens illius ad consequens huius.

Scholium.

V.G. si ponatur vt A ad B ita C ad D. tunc permutando sibi vicissim, erit quoque vt A ad C, ita B ad D.

Definitio vigesima quinta.

Inuersa ratio est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentem velut ad consequentem.

Scholium.

V. G. vt A ad B, ita C ad D. igitur conuertendo, siue è contrario, erit quoque vt B ad A, ita D ad C.

Definitio vigesima sexta.

Coniuncta proportio siue compositio rationis recta, est sumptio antecedentis cum consequente, ceu vnius, ad consequentem. Compositio rationis conuersa, est sumptio antecedentis & consequentis ceu vnius ad antecedentem. Compositio rationis contraria est sumptio antecedentis vel consequentis ad antecedentem cum consequente ceu vnam quantitatem.

Scholium.

V.G. vt A ad B, ita C ad D. Ergo componendo vt A & B ad B, ita C & D ad D. Item per compositionem rationis conuersam, vt A & B ad A, ita C & D ad C. Item per compositionem rationis contrariam, vt A ad A & B, ita C ad C & D. Item per eandem vt B ad A & B, ita D ac C & D.

Definitio vigesima septima.

Disiuncta proportio siue diuisio rationis recta, est sumptio excessus quo consequentem superat antecedens, ad ipsum consequentem. Diuisio rationis conuersa est sumptio consequentis ad excessum quo consequentem superat antecedens. Diuisio rationis contraria est sumptio antecedentis ad excessum quo consequens antecedentem superat.

Scholium.

V. G. vt A ad B ita C ad D. Ergo diuidendo A minus B ad B, ita C minus D ad D. Item per diuisionem rationis conuersam, vt B ad A minus B, ita D ad C minus D. Item per diuisionem rationis contrariam vt A ad B minus A, ita C ad D minus C.

Definitio vigesima octaua.

Euersa proportio, siue conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo antecedens superat consequentem.

Scholium.

V. G. vt A ad B, ita C ad D. Ergo per conuersionem rationis, vt A ad A minus B, ita C ad C minus D.

Definitio vigesima nona.

Æqua proportio siue ex æqualitate, est sumptio extremorum, per subductionem mediorum. Siue si plures duabus sunt quantitates, & ex his aliæ multitudine pares, quæ binæ sumantur, & in eadem ratione: cùm vt in primis quantitatibus prima ad vltimam, sic in secundis prima ad vltimam se habuerit. Est autem duplex ordinata & perturbata, Ordinata quidem cùm fuerit quemadmodum antecedens ad consequentem, ita antecedens ad consequentem, fueritque etiam vt consequens ad aliud quippiam, ita consequens ad aliud quippiam. Perturbata autem, Cum tribus positis quantitatibus & aliis quæ sunt his multitudine pares, vt in primis quidem quantitatibus se habet antecedens ad consequentem, ita in secundis quantitatibus antecedens ad consequentem, Vt autem in primis quantitatibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis quantitatibus aliud quippiam ad antecedentem.

Scholium.

Vt A ad B, ita D ad E. Et rursus vt B ad C ita E ad F. Ergo ex æqualitate, siue ex æquo, vt A ad C ita D ad F.
Vt A ad B, ita E ad F. Et rursus vt B ad C, ita D ad E. Ergo ex æqualitate perturbata vt A ad C, ita D ad F.

AXIOMATA.

1. Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Et quod vno æqualium maius est, aut minus, maius quoque est, aut minus altero æqualium. Et si vnum æqualium maius est, aut minus quantitate quapiam, alterum quoque æqualium eadem quantitate maius est, aut minus. Euclides 1. primi.
2. Si æqualibus æqualia vel commune adiecta sint, tota sunt æqualia. Euclides 2. primi.
3. Si ab æqualibus vel communi æqualia vel commune ablata sint, quæ relinquuntur, sunt æqualia. Euclides 3. primi.
4. Si inæqualibus æqualia vel commune adiecta sint, tota sunt inæqualia, Et si inæqualibus inæqualia adiecta sint, maiori maius, & minori minus, tota sunt inæqualia, illud nimirum maius, & hoc minus. Euclides 4. primi.
5. Si ab inæqualibus æqualia siue commune ablata sint, reliqua sunt inæqualia. Et si ab inæqualibus inæqualia ablata sint, à maiori minus, & à minori maius, reliqua sunt inæqualia, illud nimirum maius, & hoc minus. Euclides 5. primi.
6. Quæ eiusdem duplicia sunt, inter se sunt æqualia. Et quod vnius æqualium duplum est, duplum est & alterius æqualium. Euclides 6. primi.
7. Quæ eiusdem sunt dimidia, inter se æqualia sunt. Et contrà, Quæ æqualia sunt, eiusdem sunt dimidia. Euclides 7. primi.
8. Si æqualibus vel communi inæqualia adiiciantur, erit totorum excessus adiunctorum excessui æqualis.
9. Si inæqualibus æqualia vel commune adiiciantur, erit totorum excessus, excessui eorum quæ à principio erant, æqualis.
10. Si ab æqualibus vel communi inæqualia demantur, erit residuorum excessus, excessui ablatorum æqualis.
11. Si ab inæqualibus æqualia vel commune demantur, erit residuorum excessus excessui totorum æqualis.
12. Si totum totius est duplum, & ablatum ablati: erit & reliquum reliqui duplum.
13. Omne totum quauis sua parte maius est, omnibus autem suis partibus simul sumptis æquale.
14. Tota composita ex æquali numero partium æqualium, sunt æqualia.
15. Quam proportionem habet quantitas ad quantitatem, eandem habebit quæuis quantitas proposita ad aliquam aliam, licet ignotam.
16. Quam proportionem habet quantitas ad quantitatem, eandem habebit quæpiam alia quantitas, etiamsi ignota, ad quamuis magnitudinem propositam.
17. Si quantitatum duarum minori addatur quantitas qua eam excedit maior, aggregatum fiet æquale maiori.
18. Si à quantitatum duarum maiore auferatur excessus, quo ea minorem superat, residuum erit æquale minori.
19. Quantitas nulla multiplicari potest, nisi per numerum, qui ita sese habet ad vnitatem, sicut producta quantitatis ad multiplicatam. Significat autem multiplicator eum numerum, quo quantitas producta multiplicatæ multiplex est vel pars vel partes.
20. Quantitas quantitatem diuidens facit quotientem semper numerum, qui ita sese habet ad vnitatem, sicut diuisa quantitas ad diui-

PRO ARCHIMEDE. 29

ad diuidentem. Significat autem quotiens numerum quo quantitas diuidens, diuidendæ est multiplex pars vel partes.

21. Proportionum æqualium proportiones duplicatæ inter ſeſe, vel triplicatæ inter ſeſe, vel quadruplicatæ &c. ſunt æquales.

22. Proportiones quarum duplicatæ inter ſeſe, vel triplicatæ inter ſeſe, vel quadruplicatæ &c. inter ſeſe ſunt æquales & ipſæ ſunt æquales.

23. Denominator cuiuſuis proportionis multiplicatus in conſequentem quantitatem proportionis eiuſdem, producit antecedentem.

Scholium.

Cum namque denominator indicet habitudinem antecedentis ad conſequentem, neceſſe eſt conſequentem ſumptam ſecundum denominatorem, hoc eſt multiplicatam in denominatorem, reſtituere antecedentem. v.g. quia 12 ad 3. habent rationem quadruplam, iccirco 3 multiplicata in 4 producunt 12. Et quia 4 ad 20 habent proportionem ſubquintuplam, cuius denominator eſt $\frac{1}{5}$ fit vt $\frac{1}{5}$ in conſequentem 20 efficiat 4.

2. *Euclidis Elementorum Libri XV*

Abaixo segue a página posterior aos *Prolegomena* da obra *Euclidis Elementorum Libri XV* de Clavius, a qual contém um poema enobrecendo a importância do conhecimento matemático.

In GEOMETRIAM EVCLIDIS
CARMEN.

VTILIS & ſuauis quàm ſit diuina Matheſis,
Quis poßit digno commemorare modo?
Quanquam tot linguis doctis ego prædictus eſſem,
Conuexus quot habet ſydera clara polus:
Quanquam Romani Ciceronis acumine clarus
Præſtarem cunctis vnus in orbe viris:
Non tamen hoc aptis poſſem proponere verbis,
Materiam ingenio non capiente meo.
Et quamuis reliquas ſicco pede conſcius artes
Ipſe Mathematicas prætcriiſſe velim:
Nónne Geometrice tamen hoc oſtendere poßit?
Muſice, Arithmetice nónne probare ſatis?
Harum equidem eſt vſus per vitam plurimus omnem.
Quod, niſi nil ſapiat, nemo negare poteſt.
Hæc quia cognouit quicunque Mathemata rectè,
Promptior eſt aliis omnibus ille viris.
Ergo velut cuncti laudemq́ decusq́ merentur,
Qui diſcunt ſtudio talia cuncta bono:
Sic quoque debetur laus, gratia, gloria cunctis,
Ordine qui tradunt talia cuncta bono.
Quod cùm ſic habeat, certè non parua, licèt ſit
Ethnicus, Euclidi gloria iure datur.
Is quia perdoctis metirier omnia libris
Edocuit ſtudiis corda dicata bonis.

H. G. F.