

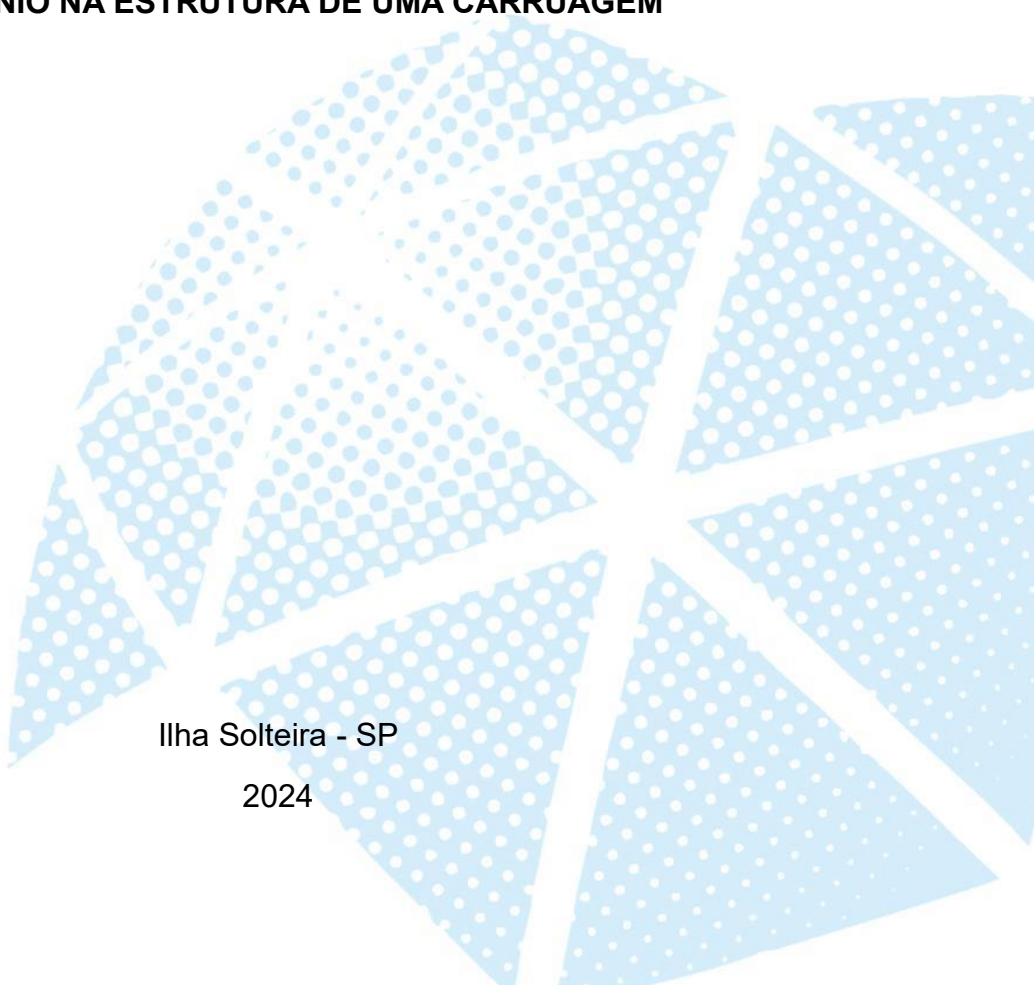
**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

**JOÃO VITOR DE OLIVEIRA**

**ANÁLISE DE VIABILIDADE TÉCNICO-ECONÔMICA DA UTILIZAÇÃO DE  
ALUMÍNIO NA ESTRUTURA DE UMA CARRUAGEM**

Ilha Solteira - SP

2024





**JOÃO VITOR DE OLIVEIRA**

**ANÁLISE DE VIABILIDADE TÉCNICO-ECONÔMICA DA UTILIZAÇÃO DE  
ALUMÍNIO NA ESTRUTURA DE UMA CARRUAGEM**

TCC apresentado à Universidade Estadual Paulista (UNESP), FEIS, Ilha Solteira, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos (Projetos)

Orientador(a): Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani

Ilha Solteira - SP

2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

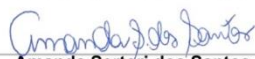
Oliveira, João Vitor de.  
O48a      Análise de viabilidade técnico-econômica da utilização de alumínio na  
estrutura de uma carruagem / João Vitor de Oliveira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024  
56 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica)-  
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2024

Orientador: Márcio Antonio Bazani

Inclui bibliografia

1. Alumínio. 2. Viabilidade. 3. Elementos finitos. 4. Simulação. 5. Estática.

  
**Amanda Sertori dos Santos**  
Bibliotecária - CRB/8-9061  
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao  
Usuário e Documentação  
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

*CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA*

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**TÍTULO: ANÁLISE DE VIABILIDADE TÉCNICO-ECONÔMICA DA UTILIZAÇÃO DE ALUMÍNIO NA ESTRUTURA DE UMA CARRUAGEM**

ALUNO: João Vitor de Oliveira

RA: 171050509

Orientador: Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani

**Aprovado (X) – Reprovado ( ) pela Comissão Examinadora**

**Nota obtida: 10**

**Comissão Examinadora:**

Prof. \_\_\_\_\_

 Documento assinado digitalmente  
MARCIO ANTONIO BAZANI  
Data: 12/12/2024 08:32:12-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

*Presidente (Orientador)*

Eng.º \_\_\_\_\_

 Documento assinado digitalmente  
IGOR FELICIANI MERIZIO  
Data: 10/12/2024 20:12:06-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng.º \_\_\_\_\_

 Documento assinado digitalmente  
VINICIUS ROTTOLO GARCIA  
Data: 09/12/2024 21:52:45-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng.º \_\_\_\_\_

 Documento assinado digitalmente  
JOAO VITOR DE OLIVEIRA  
Data: 09/12/2024 21:40:50-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

*Assinatura do Aluno*

Ilha Solteira (SP) 09 de dezembro de 2024.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, que sempre me encorajaram a estudar, capacitando-me a alcançar meus objetivos profissionais.

À minha noiva, que sempre esteve ao meu lado nos momentos difíceis, incentivando-me a persistir na busca pelos meus sonhos.

Aos meus amigos de turma, com quem convivi intensamente durante os anos de graduação, pelo companheirismo em noites de estudo e pela troca de experiências que me permitiram crescer não só como formando, mas também como pessoa.

Aos professores, por todos os conselhos, pela ajuda e pela paciência com a qual guiaram o meu aprendizado.

## RESUMO

O presente trabalho dispõe de uma análise de viabilidade técnico-econômica do emprego de uma liga de alumínio como material base para a concepção da estrutura de uma carruagem. Como objetivos principais, o trabalho consistiu em analisar a segurança da carruagem quanto à sua utilização por passageiros e o custo/benefício da escolha do alumínio como matéria prima estrutural em detrimento de aço carbono. A metodologia para a análise técnica envolveu o software Autodesk® Inventor® para o dimensionamento e modelagem da carruagem; o Método dos Elementos Finitos (MEF) em conjunto com o ambiente de simulação estática do Autodesk® Inventor® e a teoria de von Mises para a aplicação de cargas estáticas sobre sua estrutura e obtenção das tensões internas associadas quando o alumínio EN AW 6061-T6 é utilizado como material construtivo. Quanto a análise econômica, foi utilizada a metodologia de pesquisa de mercado com o intuito de obter o preço médio do alumínio EN AW 6061-T6 e o aço carbono SAE 1020. Os resultados obtidos com a simulação mostraram que algumas seções estruturais apresentam tensões internas maiores que a tensão de escoamento do material, indicando a falta de integridade mecânica e segurança operacional; os preços obtidos através da pesquisa indicam que o alumínio é em média 150% mais caro que o aço carbono. A análise técnica concluiu que a carruagem estudada necessita de modificações em seu design para que seja viabilizada a utilização do alumínio EN AW 6061-T6 ao projeto; o estudo econômico mostrou que a escolha do alumínio como matéria prima depende do contexto em que o projeto da carruagem está inserido e mostra-se viável quando o fator financeiro não é um dos elementos principais a serem considerados para sua execução.

**Palavras chave:** Alumínio, Viabilidade, Elementos finitos, Simulação, Estática.

## ABSTRACT

This paper provides a technical and economic feasibility analysis of using an aluminum alloy as the base material for designing the structure of a carriage. The main objectives were to analyze the safety of the carriage for use by passengers and the cost/benefit of choosing aluminum as the structural raw material over carbon steel. The methodology for the technical analysis involved the Autodesk® Inventor® software for sizing and modeling the carriage; the Finite Element Method (FEM) in conjunction with the Autodesk® Inventor® static simulation platform and the von Mises theory for applying static loads to its structure and obtaining the associated internal stresses when EN AW 6061-T6 aluminum is used as the construction material. As for the economic analysis, the market research methodology was used to obtain the average price of EN AW 6061-T6 aluminum and SAE 1020 carbon steel. The results obtained from the simulation showed that some structural sections have internal stresses greater than the yield stress of the material, indicating a lack of mechanical integrity and operational safety; the prices obtained from the research indicate that aluminum is on average 150% more expensive than carbon steel. The technical analysis concluded that the carriage studied requires modifications to its design in order to make the use of EN AW 6061-T6 aluminum feasible for the project; the economic study showed that the choice of aluminum as a raw material depends on the context in which the carriage project is inserted and proves to be feasible when the financial factor is not one of the main elements to be considered for its execution.

**Keywords:** Aluminum, Feasibility, Finite elements, Simulation, Statics.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura 1</b> - Chassi multi-material do Audi A8.....                                                                    | 21 |
| <b>Figura 2</b> - Malha de elementos finitos.....                                                                          | 23 |
| <b>Figura 3</b> - Tipificação de alguns elementos finitos. ....                                                            | 24 |
| <b>Figura 4</b> - Malha de elementos finitos gerada através de software. ....                                              | 25 |
| <b>Figura 5</b> - Tipos de esforços gerados por uma carga estática. ....                                                   | 27 |
| <b>Figura 6</b> - Exemplificação do fenômeno de flambagem.....                                                             | 31 |
| <b>Figura 7</b> - Estrutura da Carruagem da Alegria. ....                                                                  | 33 |
| <b>Figura 8</b> - Parte da estrutura dimensionada. ....                                                                    | 34 |
| <b>Figura 9</b> - Estrutura da carruagem modelada no Autodesk® Inventor®. ....                                             | 35 |
| <b>Figura 10</b> - Pontos selecionados para aplicação de restrições fixas. ....                                            | 37 |
| <b>Figura 11</b> - Posições de aplicação das forças estáticas. ....                                                        | 38 |
| <b>Figura 12</b> - Malha de elementos finitos da estrutura modelada. ....                                                  | 39 |
| <b>Figura 13</b> - Tensões internas do tipo tensão de von Mises.....                                                       | 40 |
| <b>Figura 14</b> - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos traseiros. ....                                          | 41 |
| <b>Figura 15</b> - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos traseiros. ....                                          | 42 |
| <b>Figura 16</b> - Vista frontal e lateral do apoio em “V” de parte da estrutura que constitui os assentos dianteiros..... | 43 |
| <b>Figura 17</b> - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos dianteiros. ....                                         | 43 |
| <b>Figura 18</b> - Tensões geradas sobre o apoio em “V”. ....                                                              | 44 |
| <b>Figura 19</b> - Fator de segurança. ....                                                                                | 45 |
| <b>Figura 20</b> - Fator de segurança da estrutura dos assentos traseiros. ....                                            | 46 |
| <b>Figura 21</b> - Fator de segurança da estrutura dos assentos dianteiros.....                                            | 47 |
| <b>Figura 22</b> - Fator de segurança da estrutura dos assentos dianteiros.....                                            | 47 |
| <b>Figura 23</b> - Deslocamento da estrutura. ....                                                                         | 49 |

## LISTA DE QUADROS

|                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Quadro 1</b> - Propriedades físicas do alumínio EN AW 6061-T6.....                                            | 36 |
| <b>Quadro 2</b> - Dados do perfil metálico da Figura 14. ....                                                    | 50 |
| <b>Quadro 3</b> - Preços obtidos através da pesquisa de mercado. ....                                            | 51 |
| <b>Quadro 4</b> - Dados de densidade das ligas metálicas. ....                                                   | 51 |
| <b>Quadro 5</b> - Massa necessária para a construção da carruagem de acordo com a liga metálica pretendida. .... | 52 |
| <b>Quadro 6</b> - Custos aproximados dos materiais para a construção da carruagem. ....                          | 52 |

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|     |                                 |
|-----|---------------------------------|
| AW  | Wrought Alloys                  |
| CAD | Computer Aided Design           |
| CFC | Cúbica de Face Centrada         |
| EN  | European Norm                   |
| MEF | Método dos Elementos Finitos    |
| SAE | Society of Automotive Engineers |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                                |                                                                    |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| $V$                            | Volume                                                             |
| $V_i$                          | Sub domínio de volume                                              |
| $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ | Tensões principais                                                 |
| $u_d$                          | Energia de distorção por unidade de volume                         |
| $(u_d)_e$                      | Energia de distorção por unidade de volume para esforços uniaxiais |
| $\nu$                          | Coeficiente de Poisson                                             |
| $E$                            | Módulo de elasticidade                                             |
| $\sigma_e$                     | Tensão de escoamento                                               |
| $\sigma_v$                     | Tensão de von Mises                                                |
| $FS$                           | Fator de segurança                                                 |
| $\sigma_{m\acute{a}x}$         | Tensão máxima                                                      |
| $\alpha_{cr}$                  | Fator de aumento da carga de projeto                               |
| $P_{Ed}$                       | Carga de projeto                                                   |
| $P_{cr}$                       | Carga crítica de flambagem                                         |
| $\pi$                          | Número pi                                                          |
| $I$                            | Momento de inércia                                                 |
| $K$                            | Fator de comprimento efetivo                                       |
| $L$                            | Comprimento de coluna                                              |
| $A$                            | Área de seção transversal                                          |
| $r$                            | Raio de giração                                                    |
| $\sigma_{cr}$                  | Tensão elástica crítica de flambagem                               |
| $P$                            | Carga crítica                                                      |

## SUMÁRIO

|                                                       |    |
|-------------------------------------------------------|----|
| <b>1. INTRODUÇÃO</b>                                  | 15 |
| <b>2. OBJETIVOS</b>                                   | 17 |
| 2.1 OBJETIVO GERAL                                    | 17 |
| 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS                             | 17 |
| <b>3. REVISÃO DA LITERATURA</b>                       | 18 |
| 3.1 ALUMÍNIO E SUAS LIGAS                             | 18 |
| 3.2 LIGAS DE ALUMÍNIO APLICADAS À MEIOS DE TRANSPORTE | 20 |
| 3.3 MÉTODO DE ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS           | 22 |
| 3.3.1 Fundamentação matemática do MEF                 | 24 |
| 3.3.2 MEF aplicado a softwares                        | 25 |
| 3.4 ANÁLISE ESTÁTICA LINEAR                           | 26 |
| 3.4.1 Critério de falha                               | 27 |
| 3.4.1.1 Teoria de von Mises                           | 28 |
| 3.4.2 Fator de segurança                              | 29 |
| 3.5 EUROCODE 9                                        | 29 |
| 3.6 FLAMBAGEM ELÁSTICA                                | 30 |
| 3.6.1 Tensão elástica crítica de flambagem            | 31 |
| <b>4. MATERIAL E MÉTODO</b>                           | 33 |
| 4.1 INFORMAÇÕES E DADOS PRÉVIOS                       | 33 |
| 4.2 MODELAGEM DA ESTRUTURA                            | 34 |
| 4.3 SIMULAÇÃO ESTÁTICA                                | 35 |
| 4.3.1 Material                                        | 36 |
| 4.3.2 Restrições                                      | 36 |
| 4.3.3 Cargas                                          | 37 |
| 4.3.4 Contatos                                        | 38 |
| 4.3.5 Malha                                           | 38 |

|     |                                                                                 |    |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.4 | PESQUISA DE MERCADO .....                                                       | 39 |
| 5.  | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....                                             | 40 |
| 5.1 | TENSÕES INTERNAS GERADAS NA ESTRUTURA .....                                     | 40 |
| 5.2 | FATORES DE SEGURANÇA DA ESTRUTURA.....                                          | 45 |
| 5.3 | DESLOCAMENTO DA ESTRUTURA.....                                                  | 48 |
| 5.4 | TENSÃO ELÁSTICA CRÍTICA DE FLAMBAGEM E A APLICAÇÃO DA<br>NORMA EUROCODE 9 ..... | 49 |
| 6.  | <b>CONCLUSÃO</b> .....                                                          | 53 |
| 7.  | <b>REFERÊNCIAS</b> .....                                                        | 55 |

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos principais fatores que interferem no desenvolvimento de um projeto estrutural mecânico é a definição do material a ser empregado em sua estrutura base. O material a ser escolhido deve atender aqueles requisitos que a equipe do projeto julga importante para a sua área de aplicação. Para o desenvolvimento de um projeto de carruagem, como a de tema central deste trabalho, os principais requisitos a serem considerados para a escolha do material de sua estrutura é sua aplicabilidade técnica e econômica, a fim de garantir um projeto seguro e viável.

No âmbito técnico, deve-se levar em conta as boas práticas de engenharia quando nos deparamos com a definição de um material em específico para o nosso projeto. Entre as boas práticas estão a utilização de critérios de falha, cuja função é estabelecer um limite superior de tensão que define a falha do material, quando este é inserido em um estado de tensão multiaxial. A partir dos critérios de falha, também é possível determinar as tensões admissíveis suportadas pela estrutura base de um projeto (HIBBELER, 2018, p. 387). Seguindo a utilização destes critérios, pode-se definir um material com a resistência mecânica adequada para o projeto.

Outra boa prática é definir um material cuja sua massa específica esteja em conformidade com a utilização do projeto. Se pretendemos projetar uma estrutura cuja sua função é dar sustentação para algo imóvel, talvez a massa total resultante do projeto não seja o fator determinante que justifique a escolha de um material especificamente leve. Entretanto, no projeto de uma carruagem, a massa específica é um dos requisitos principais do material a ser implementado, pois sua função é dar sustentação a uma determinada massa em movimento, e estando em movimento, procura-se gastar a menor quantidade de energia para deslocar-se uma maior distância possível, desta forma, faz-se benéfico ao projeto selecionar um material com baixa massa específica entre os disponíveis a serem escolhidos, visto que uma carruagem é primeiramente um meio de transporte.

Já na área econômica, deve-se pôr em consideração qual será a escala de aplicabilidade do projeto a ser executado. Para a carruagem aqui em questão, levando em conta uma boa prática de engenharia, que seria a escolha de um material com baixa massa específica, nos deparamos com uma questão de custo do projeto; materiais com alta resistência mecânica e baixa massa específica costumam ser mais custosos quando comparado a materiais com mesma resistência mecânica e massa

específica mais alta. Entretanto, podemos considerar a carruagem em análise ainda um protótipo e neste caso, o custo de fabricação acaba sendo um fator não suficientemente limitante em comparação com um projeto já validado e que possui ampla escala de produção.

Tendo em vista todos os fatores citados anteriormente, podemos direcionar nossa análise a um material que de uma forma macro encaixa-se ao projeto da carruagem em questão, cujo este é o alumínio.

O alumínio em seu estado puro não apresenta aplicabilidade estrutural, portanto faz-se necessário adição de outros materiais para a melhoria de suas propriedades e assim forma-se as chamadas ligas de alumínio. Seguindo os aspectos citados anteriormente, as ligas de alumínio vêm ganhando espaço nos projetos de engenharia, por apresentarem-se como materiais de baixa massa específica, até 1/3 (um terço) mais leve que ligas de aço carbono, boa aplicabilidade em processos de soldagem, alta resistência mecânica e à corrosão, além de ter um excelente aspecto visual. Diante destas características, as ligas de alumínio mostram-se mais vantajosas do que ligas de aço carbono em diversas aplicações (BUZINELLI, 2000).

Contudo, devemos nos certificar que o material escolhido possua segura utilização quando aplicado ao projeto, pois quando o seu desenvolvimento está em um segmento voltado diretamente para a utilização humana, é fundamental fazer uma escolha criteriosa e com rigor técnico para garantir a segurança daqueles que o usufruirão. Comumente, normas e diretrizes técnicas são elaboradas por associações a fim de padronizar os processos de concepção de produtos e serviços. No Brasil, há falta de normas para a utilização de alumínio em projetos estruturais e em todo o mundo a existência é escassa. Uma das normas existentes é a “Eurocode 9: Cálculo de estruturas de alumínio – Parte 1-1: Regras gerais” (EN 1999-1-1, 2007).

Desta forma, podemos avaliar o alumínio como o material estrutural base de um projeto de carruagem, seguindo boas práticas de engenharia e critérios técnicos padronizados, a fim de validar a sua utilização como uma aplicação segura e atestar a viabilidade técnica-econômica de sua escolha.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo deste trabalho de graduação é realizar uma análise de viabilidade técnico-econômica do emprego de uma liga de alumínio como material base na concepção da estrutura de uma carruagem. O modelo estrutural será proveniente do projeto de extensão “Carruagem da Alegria”, coordenado pelo professor adjunto da UNESP, Dr. Antonio de Pádua Lima Filho.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para o atingimento do objetivo geral deste trabalho, a análise de viabilidade técnico-econômica se dará por meio das seguintes etapas:

- Dimensionamento e modelagem em software CAD. Neste trabalho será utilizado o software *Autodesk® Inventor®*;
- Utilização do estudo da resistência dos materiais, com a aplicação da metodologia de elementos finitos para a simulação de esforços estáticos no modelo estrutural obtido;
- Simulação de aplicação de esforços estáticos na estrutura da carruagem, considerando o emprego do alumínio EN AW 6061-T6 como seu material base, através do ambiente de “análise de tensão” do *Autodesk® Inventor®*;
- Aplicação de cargas estáticas para avaliação de segurança quanto à utilização da carruagem por passageiros, através de critério de falha e fator de segurança, com base nos níveis de esforços mecânicos desenvolvidos em sua estrutura simulada;
- Pesquisa de mercado entre fornecedores para obter um preço médio do quilograma de determinada liga de alumínio e aço carbono, a fim de se realizar uma comparação do custo entre a utilização dos dois materiais na estrutura da carruagem em questão.

### 3. REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1 ALUMÍNIO E SUAS LIGAS

O alumínio e suas ligas são caracterizados por apresentarem uma massa específica relativamente baixa quando comparadas as ligas de aço-carbono, sendo  $2,7 \text{ g/cm}^3$  e  $7,9 \text{ g/cm}^3$  respectivamente. Possuem alta condutividade térmica e elétrica, além de resistência à corrosão quando aplicado em ambientes comuns à nossa rotina. Muitas das ligas são conformadas com certa facilidade devido a elevada ductibilidade apresentada no material e por conta da sua estrutura cristalina CFC (cúbica de face centrada), baixas temperaturas não interferem em sua ductilidade, mantendo-se alta. A limitação do alumínio é sua inserção em ambientes com elevadas temperaturas, pois sua baixa temperatura de fusão ( $660 \text{ }^\circ\text{C}$ ) restringe sua aplicação a uma temperatura máxima de utilização.

A resistência mecânica do alumínio pode ser aumentada pelos processos de trabalho a frio e adição de elementos de ligas em sua produção, porém, ambos podem comprometer sua resistência a corrosão. Os principais elementos que compõem as ligas de alumínio mais comuns do mercado são o cobre, magnésio, silício, manganês e zinco (CALLISTER e RETHWISCH, 2018).

As ligas de alumínio são classificadas em função de suas características e podem ser listadas em séries de ligas, sendo:

- Série 1000: Esta é uma série onde 99% da composição química do material é constituída por alumínio. Assim, a série 1000 apresenta excepcional resistência à corrosão, alta trabalhabilidade mecânica e condutividade elétrica. Entretanto, por ser uma liga de alumínio “puro”, sua aplicação estrutural é limitada, devido à baixa resistência mecânica do material;
- Série 2000: Esta é uma série onde o cobre têm o papel de elemento liga. A partir de um processo de tratamento térmico, as ligas da série 2000 apresentam um ganho de resistência mecânica quando comparadas com as da série 1000, porém, perdem a resistência à corrosão e algumas não podem ser utilizadas em processos de soldagem. Contudo, algumas ligas desta série apresentam maior resistência à corrosão comparadas as da série 6000;
  - As ligas da série 2000 são empregadas em sua maioria em estruturas de aeronaves;

- Série 3000: O manganês é o elemento de liga desta série e sua presença na composição acarreta moderada resistência e boa trabalhabilidade mecânica. As ligas desta série não apresentam condições para a aplicação de tratamentos térmicos;
  - As ligas 3003, 3004 e 3015 têm seu emprego na forma de chapas em construções civis;
- Série 4000: O silício é empregado nas ligas desta série com o intuito de diminuir o seu ponto de fusão;
  - Com um menor ponto de fusão, é possível a utilização, por exemplo, da liga 4043 no processo de solda a quente;
- Série 5000: Esta série utiliza o magnésio como seu elemento de liga, onde sua presença proporciona boa resistência mecânica as suas liga, seja em aplicações soldadas ou não soldadas. Contudo, a presença de magnésio em quantidades superiores a 3% da composição química destas ligas pode acarretar a problemas de corrosão quando os materiais são expostos a temperaturas maiores que 65 °C. Por esta limitação, as ligas desta série não são tratáveis termicamente;
  - As ligas da série 5000 são comumente usadas em painéis ou perfis de alumínio na construção de estruturas soldadas;
- Série 6000: Esta série utiliza o usa magnésio e silício combinados na composição química de suas ligas para promover maior resistência mecânica juntamente com resistência à corrosão. São ligas tratáveis termicamente;
  - A série 6000 possui as ligas mais utilizadas do mundo e suas ligas 6061, 6063 e 6351 apresentam grande aplicação estrutural;
- Série 7000: O zinco é o elemento de liga predominante na composição química desta série, proporcionando aumento de resistência mecânica quando as ligas são tratadas termicamente (BUZINELLI, 2000).

As ligas de alumínio, que compõem uma ampla gama de séries, apresentam-se como uma alternativa a utilização de aço em diversas aplicações devido a diversidade de propriedades que apresentam. Esta versatilidade credenciou a sua utilização em um setor que sempre busca inovações, aliando eficiência e segurança, o setor de transportes.

### 3.2 LIGAS DE ALUMÍNIO APLICADAS À MEIOS DE TRANSPORTE

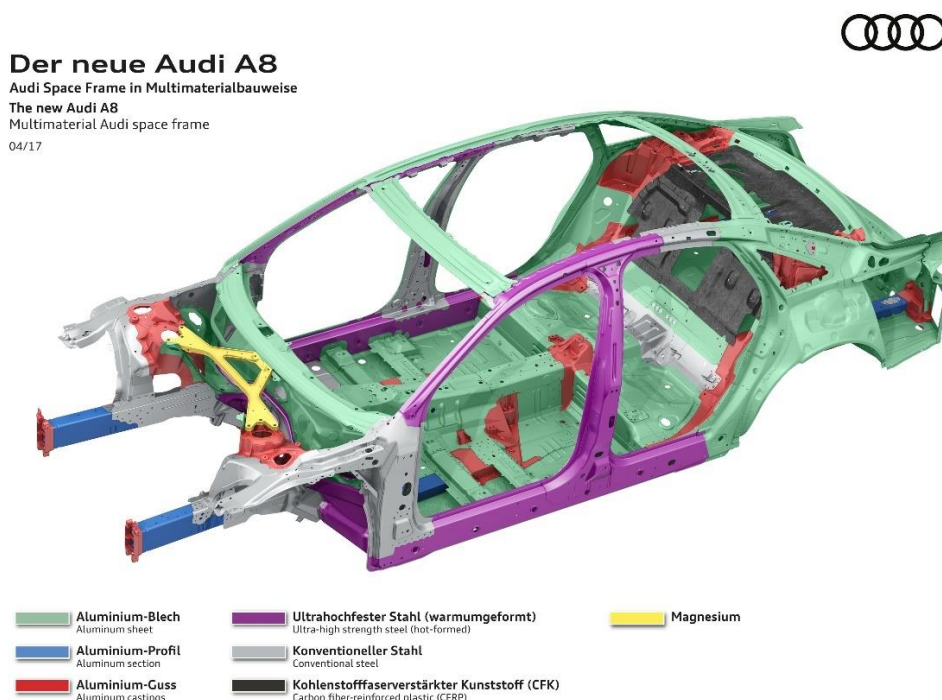
Comumente as ligas de alumínio vêm sendo empregadas em diversas áreas, como peças estruturais de aeronaves, latas de bebidas e amplamente no setor automotivo, com aplicações em peças (blocos de motores e pistões) e em estruturas de chassis (podemos fazer um paralelo com a carruagem do trabalho em questão).

Nos últimos anos, a indústria automotiva tem focado em substituir as ligas de aço, utilizadas para a construção de chassis, por ligas de alumínio. Conforme explicitado anteriormente, o alumínio possui diversas ligas com a possibilidade de execução de diferentes tratamentos térmicos a fim de obter-se uma ampla gama de propriedades no material, com resistências ao escoamento que variam entre 70 Mpa e 700 Mpa após processo de endurecimento por precipitação (BARTON e FIELDHOUSE, 2018). O processo de endurecimento por precipitação consiste na formação de partículas de segunda fase (precipitados) que bloqueiam a movimentação das discordâncias, tornando necessário o aumento de energia para que ocorra a deformação do material. (GALLEGO, 2009).

Entretanto, como qualquer material metálico, as ligas que possuem maior limite de escoamento têm menor ductibilidade, o que dificulta a ação de moldar. Desta forma, os chassis atuais utilizam da mistura de componentes de alumínio prensado, extrudado e fundido, além da utilização de outros materiais, como o já conhecido aço, compósito de fibra de carbono e até componentes de magnésio, para formar uma estrutura híbrida, capaz de atender diversos requisitos de projeto. A Figura 1 ilustra um chassi com esta estrutura híbrida, composta principalmente por chapas, perfis de alumínio e alumínio fundido.

As ligas de alumínio podem ser fundidas sob pressão, permitindo a produção de peças complexas com boas propriedades, especialmente em relação a cargas dinâmicas. Os processos de soldagem a laser, por pontos ou por gás inerte metálico (MIG) podem ser utilizados em ligas de alumínio, que também se adequam facilmente a ligação adesiva. O aprimoramento das propriedades em ligas de alumínio fundidas permitiu a sua utilização em aplicações exigentes, como em longarinas longitudinais de impacto frontal, conforme indicadas em azul na Figura 1 (BARTON e FIELDHOUSE, 2018).

**Figura 1** - Chassi multi-material do Audi A8.



Fonte: Audi media center (2017).<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Disponível em: < <https://www.audi-mediacenter.com/en/photos/detail/the-new-audi-a8-43905>>. Acesso em: 02 ago. 2024.

Ao final da vida útil de um veículo cujo chassi é dotado de alumínio, este pode ser coletado, tratado, derretido e reutilizado para novas aplicações. O chassi representado na Figura 1 apresenta em sua estrutura 38% de alumínio reciclado. Para o tratamento de uma sucata de alumínio é necessário no máximo 5% da energia utilizada para a produção de alumínio primário, resultando em um balanço energético favorável em comparação a um chassi composto predominantemente por aço (AUDI AG, 2021).

Outro fator que está sendo amplamente explorado na indústria automotiva com a utilização do alumínio em chassis é a redução no consumo de combustíveis. Como já citado anteriormente, as ligas de alumínio são até 1/3 mais leves que as ligas de aço carbono, o que reflete diretamente em sua resistência mecânica específica, quantificada como a razão entre o limite de resistência à tração e a gravidade específica. Na prática, por mais que as ligas de alumínio possam ter menor limite de resistência a tração quando comparadas as ligas de aço carbono, por exemplo, ao

olharmos para uma base de peso elas serão capazes de suportar maiores cargas (CALLISTER e RETHWISCH, 2018).

São muitos os benefícios que as ligas de alumínio podem entregar quando empregadas aos projetos automotivos. A indústria vem desenvolvendo alternativas para aplicá-las aos seus chassis e, a fim de validar as soluções desenvolvidas, métodos de análise estrutural são frequentemente utilizados para atestar a aplicabilidade em seus projetos.

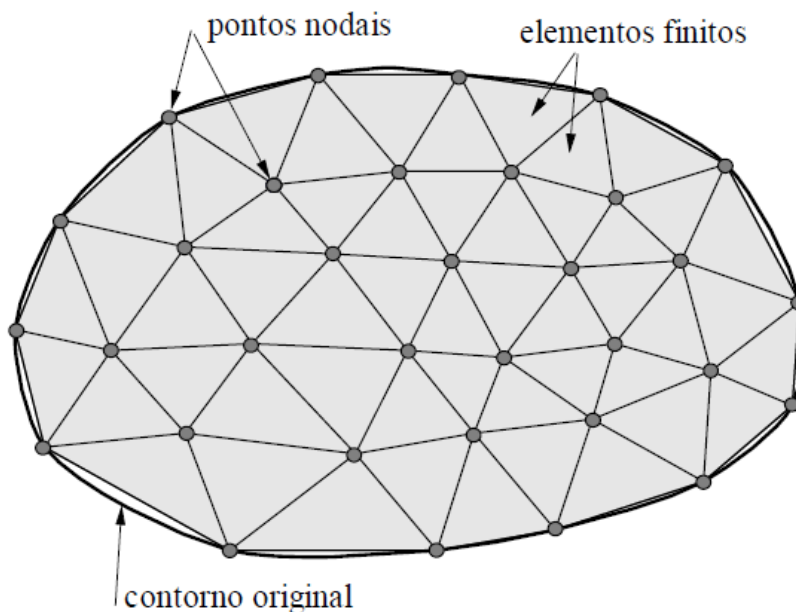
### 3.3 MÉTODO DE ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

Antes de usufruir das vantagens que determinado material pode apresentar num projeto devemos nos certificar de que este atende ao principal requisito esperado, que neste caso é a resistência a determinada carga quando aplicada a estrutura a qual compõe. Para isto, existem métodos de análise capazes de assegurar ou não que o material em estudo é o indicado para compor nosso projeto. Um método robusto e amplamente utilizado na engenharia industrial é o “elemento finito”.

Segundo Azevedo (2003), “No âmbito da engenharia de estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores”. O método dos elementos finitos difere-se dos métodos teóricos tradicionais, cujo estes são mais complexos de se utilizar e frequentemente hipóteses simplificadoras têm que ser empregadas, resumindo em falta de exatidão dos resultados obtidos (BARTON e FIELDHOUSE, 2018).

O MEF apresenta em sua ideia principal a divisão de um domínio ou meio contínuo em sub-regiões de geometria mais simples não sobrepostas, chamadas de “elementos”, conforme ilustrado na Figura 2 a seguir.

**Figura 2** - Malha de elementos finitos.



Fonte: Souza (2003).

Como cada sub-região apresenta uma dimensão finita, estas são chamadas de “elementos finitos”. Conforme supracitado, os elementos finitos compõem o domínio ou meio contínuo em estudo, mas para compor eles precisam estar conectados entre si e sua conexão se dá através de pontos, chamados de pontos nodais ou nós, ilustrados na Figura 2. O conjunto de elementos finitos conectados por pontos nodais dá-se o nome de malha de elementos finitos.

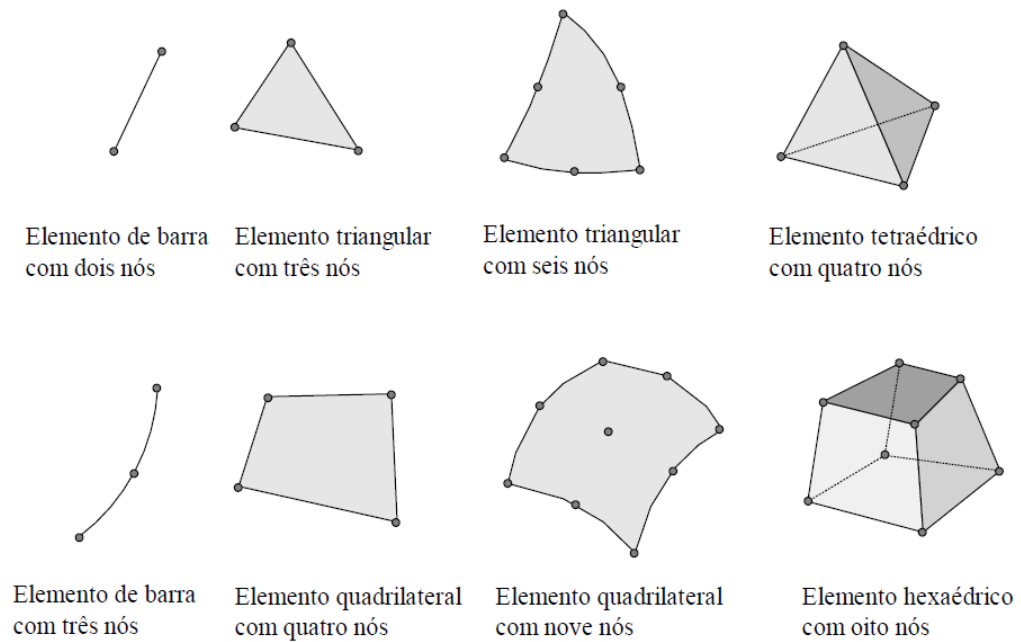
Ao longo do tempo, com o desenvolvimento do MEF, foram criados diversos tipos de elementos com dimensões e geometrias diferentes, a fim de refinar a análise de acordo com o tipo de estrutura a ser estudada. A Figura 3 apresenta alguns dos elementos finitos existentes.

Para que o MEF apresente resultados consistentes, os elementos finitos (quantidade, tipo e tamanho) e a quantidade de nós em uma malha é determinante. Estas características são os fatores que influenciam diretamente para um melhor “refino” de malha, termo comumente utilizado.

Por mais que o método seja uma discretização aproximada, quando se trabalha com uma malha de grande refino, isto é, à medida que o tamanho dos elementos finitos tende a zero, e por consequência, a quantidade de nós tende a infinito, a discretização obtida tende ao resultado exato do problema. Desta forma, podemos

concluir que quanto menor for o tamanho e maior for a quantidade de elementos finitos em uma malha, mais preciso serão os resultados obtidos de uma análise através do MEF (SOUZA, 2003).

**Figura 3** - Tipificação de alguns elementos finitos.



Fonte: Souza (2003).

### 3.3.1 Fundamentação matemática do MEF

Podemos contrastar os elementos finitos com os elementos infinitesimais utilizados no cálculo diferencial integral. Segundo Azevedo (2003), “A formulação do MEF requer a existência de uma equação integral, de modo que seja possível substituir o integral sobre um domínio complexo (de volume  $V$ ) por um somatório de integrais estendidos a sub domínios de geometria simples (de volume  $V_i$ )”. É possível exemplificar esta afirmação a partir da integral de volume de uma função  $f$ .

$$\int_V f \, dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f \, dV \quad (1)$$

Onde em (1), considera-se que:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (2)$$

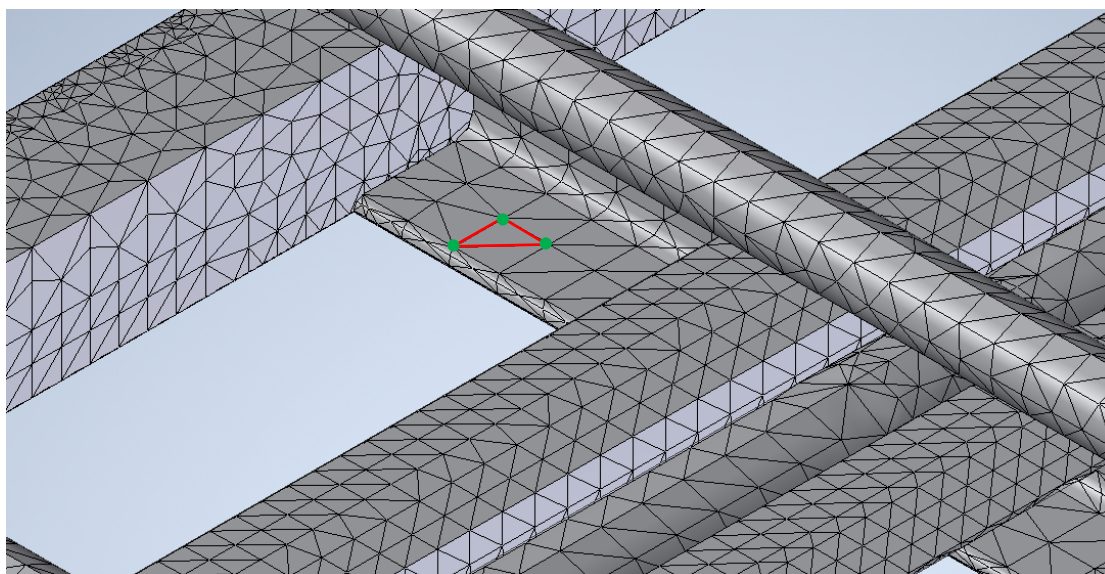
Caso seja possível calcular todas as integrais do sub domínio  $V_i$ , as quais individualmente representam o elemento finito, temos que o somatório dos cálculos contempla a solução da integral do domínio complexo  $V$  (AZEVEDO, 2003).

### 3.3.2 MEF aplicado a softwares

Com o avanço do desenvolvimento computacional, o MEF foi implementado como base de diversos softwares. Pois, apesar de ser um método que busca dividir um único grande problema em vários de menor escala ainda assim apresenta-se como utilização complexa. Aliando-se ao poder computacional, o método demonstrou-se ser uma alternativa poderosa para a análise estrutural de diversos projetos de engenharia. A Figura 4 exemplifica a utilização do MEF no trabalho em questão, onde o triângulo formado por arestas vermelhas representa um elemento finito e seus vértices em verde representam os pontos nodais.

Desta forma, a modelagem de estruturas através de softwares baseados no MEF revolucionou a engenharia industrial e hoje apresenta-se como uma ferramenta indispensável para a execução de projetos, pois com sua utilização é possível obter resultados consistentes do comportamento de estruturas a cargas aplicadas sem a necessidade da construção de protótipos. Assim, reduzindo tempo e custos associados ao desenvolvimento de um projeto (FURTADO, 2013).

**Figura 4** - Malha de elementos finitos gerada através de software.



Fonte: Próprio autor.

Para utilizar o método como o meio de análise de uma estrutura alguns parâmetros iniciais devem ser definidos, pois segundo Azevedo (2003) “O modo como o MEF é formulado e aplicado depende, em parte, das simplificações inerentes a cada tipo de problema”.

Neste trabalho, a premissa de análise estrutural que será adotada será a análise estática linear.

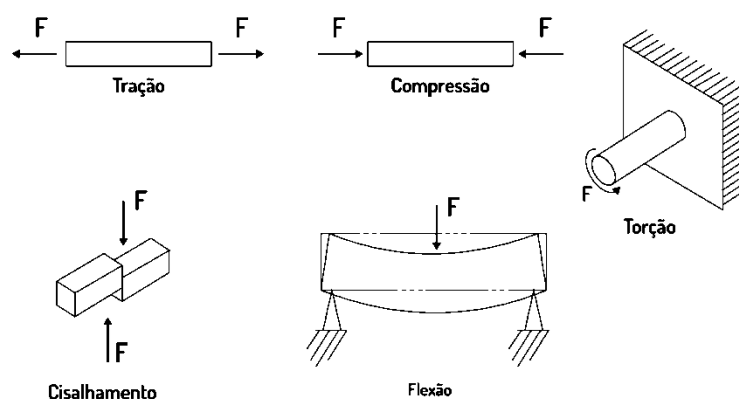
### 3.4 ANÁLISE ESTÁTICA LINEAR

“A análise estática linear pode ser utilizada na estrutura de um chassi para obter as tensões e deformações resultantes nos elementos de sua estrutura a partir da aplicação de diferentes, porém, limitadas condições de carga”, diz Noorbhasha (2010).

O conhecimento de como uma estrutura reage a diferentes condições de carga permite que o projeto seja modificado antes da construção de um protótipo, quando necessário, evitando perdas financeiras desnecessárias. Outro aspecto da análise estática linear é que ela pode ser a base para uma análise não linear, pois se uma estrutura não é capaz de suportar condições exigidas impostas por uma tensão estática, através de uma análise linear, mudanças devem ser aplicadas ao projeto antes que uma análise não linear, mais complexa e demorada seja realizada (FANTECELE, 2018).

Podemos considerar a carga estática uma carga estacionária, podendo ser uma força ou momento, os quais não variam em função do tempo a sua magnitude ou ponto de aplicação. Os esforços gerados por estas cargas a estruturas podem ser vários, como tração, flexão, torsão, compressão ou cisalhamento, a depender da geometria e material da estrutura a qual a carga está aplicada. Estes esforços estão exemplificados na Figura 5 a seguir (BERNARDES, 2015).

**Figura 5** - Tipos de esforços gerados por uma carga estática.



Fonte: Adaptado de processos de produção, Unipar (2024).<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Disponível em: <<https://moodle.ead.unipar.br/materiais/webflow/processos-de-producao/unidade-i.html>>. Acesso em: 25 ago. 2024.

É possível de ser realizada uma análise estática quando submetemos uma estrutura a uma carga de característica supracitada, desprezando os efeitos de força de inércia e amortecimento. Quando adotamos estas condições, podemos determinar a magnitude dos esforços internos e seu deslocamento estrutural associado (FURTADO, 2013).

Com a determinação dos esforços, podemos utilizar um critério de falha estrutural baseado na deformação elástica. Para atender ao requisito do critério, segundo Furtado (2013) “A deformação da estrutura deve satisfazer a relação linear de tensão x deformação que rege o estado de deformação elástica da estrutura em função do escoamento característico do material utilizado”.

### 3.4.1 Critério de falha

Conforme introduzido neste trabalho, os critérios de falha têm a função de estabelecer um limite superior de tensão que define a falha do material, quando este é inserido em um estado de tensão multiaxial utilizando-se de teorias de falha. Uma das premissas que determinam a escolha de um critério de falha são as características do material empregado ao projeto. O material em estudo, alumínio, é considerado um

material dúctil e, portanto, sua falha é caracterizada ao início do fenômeno de escoamento.

#### 3.4.1.1 Teoria de von Mises

A teoria de von Mises ou também conhecida como “teoria da energia de distorção máxima” surgiu quando se observou que materiais dúcteis sob o regime de esforços multiaxiais de tração ou compressão de mesma magnitude apresentavam energia de distorção por unidade de volume  $u_d$  de material iguais ou maiores de quando o mesmo material era submetido ao escoamento num ensaio de esforço uniaxial, por exemplo, tração simples (BEER e JOHNSTON, 2010). Desta forma, temos que:

$$u_d \geq (u_d)_e \quad (3)$$

Onde  $(u_d)_e$  é a energia de distorção por unidade de volume para esforços uniaxiais.

A energia de distorção por unidade de volume é dada por:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (4)$$

Onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais geradas no material a partir da aplicação de esforços.

Considerando um ensaio por tração simples, por ser caracterizar uma aplicação de esforço uniaxial,  $\sigma_1 = \sigma_e$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Portanto:

$$(u_d)_e = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_e^2 \quad (5)$$

Onde  $\sigma_e$  é a tensão de escoamento do material.

Pela teoria da energia de distorção máxima,  $u_d = (u_d)_e$ . Assim, a tensão de von Mises  $\sigma_v$  é dada por:

$$\sigma_v = \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)} \quad (6)$$

### 3.4.2 Fator de segurança

O fator de segurança é utilizado quando se quer especificar a carga admissível de um projeto e se dá pela razão entre a carga de ruptura e a carga admitida. Comumente, a carga admitida é definida através de um critério de falha, portanto, o fator de segurança  $FS$  para o critério de falha de von Mises é dado por:

$$FS = \frac{\sigma_e}{\sigma_v} \quad (7)$$

Happian-Smith (2002) diz que a soma de todas as cargas estáticas aplicadas a um chassi veicular deve resultar em um nível de tensão abaixo da tensão de escoamento do material. Se novamente fizermos um paralelo entre a carruagem em estudo e o chassi de um carro de passeio, a tensão máxima  $\sigma_{m\acute{a}x}$  permitida sobre sua estrutura não deve exceder 67% da tensão de escoamento. Desta forma, para a pior condição de carga possível, como alternativa temos que:

$$\sigma_{m\acute{a}x} \leq 0,67 \times \sigma_e \quad (8)$$

Em linha com a introdução deste estudo, existem normas e diretrizes que padronizam os processos de concepção de um produto. Comumente, normas para projetos estruturais utilizam-se de premissas e critérios como requisito para atestar a sua viabilidade e segurança. Tratando-se da utilização de alumínio em projetos estruturais, à existência da norma “Eurocode 9: Cálculo de estruturas de alumínio – Parte 1-1: Regras gerais”, cujo será utilizada para a elaboração deste trabalho.

## 3.5 EUROCODE 9

A “Eurocode 9” faz parte de dez normas europeias que especificam como o projeto estrutural deve ser desenvolvido na União Europeia. Especificamente, esta norma traz algumas premissas para a análise de estruturas em alumínio que se aplicam a este trabalho, as quais são:

- a) Os efeitos do comportamento de juntas na distribuição de forças internas e momentos em uma estrutura e nas deformações gerais da estrutura,

geralmente podem ser negligenciados, mas quando esses efeitos forem significativos (como no caso de juntas semi-contínuas), eles devem ser levados em consideração (EN 1999-1-1, 2007);

- b) As forças e os momentos internos geralmente podem ser determinados por meio de análise de primeira ordem (análise estática), usando a geometria inicial da estrutura ou análise de segunda ordem (análise dinâmica), levando em conta a influência da deformação da estrutura (EN 1999-1-1, 2007).
- c) A análise de primeira ordem pode ser usada para a estrutura, se o aumento das forças internas relevantes ou momentos internos relevantes ou qualquer outra alteração do comportamento estrutural causada por deformações puderem ser negligenciados. Essa condição pode ser considerada atendida se o critério a seguir for satisfeito:

$$\alpha_{cr} = \frac{P_{cr}}{P_{Ed}} \geq 10 \quad (9)$$

Onde  $\alpha_{cr}$  é o fator pelo qual a carga de projeto teria que ser aumentada para causar instabilidade elástica em um modo global,  $P_{Ed}$  é a carga de projeto sobre a estrutura e  $P_{cr}$  é a carga elástica crítica de flambagem para o modo de instabilidade global, baseada na rigidez elástica inicial (EN 1999-1-1, 2007).

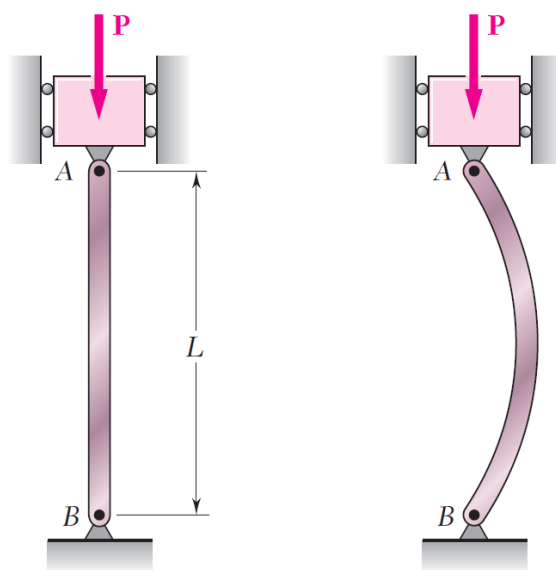
Portanto, para a análise de possibilidade do cumprimento do requisito estipulado pela Eurocode 9, conforme descrito no item “c)”, deve-se calcular a carga elástica crítica de flambagem.

### 3.6 FLAMBAGEM ELÁSTICA

A Flambagem é um fenômeno observado em componentes de características esbeltas (área de seção transversal pequena quando comparada ao seu comprimento) submetidas a esforços de compressão axial. Ocorre quando sua estrutura sofre flexão transversal devido à compressão axial, sendo caracterizada como uma instabilidade elástica. Assim, o componente pode perder estabilidade antes mesmo de o material atingir sua tensão de escoamento. Usualmente, a flambagem resulta em uma falha súbita e significativa da estrutura. A Figura 6 exemplifica o fenômeno de flambagem.

O colapso do componente sempre ocorrerá na direção do eixo de menor momento de inércia de sua seção transversal e a tensão crítica para a ocorrência da flambagem se relaciona ao módulo de Young, propriedade mecânica que mede a rigidez de um material sólido no regime de elasticidade linear de uma deformação uniaxial (BEER e JOHNSTON, 2010).

**Figura 6** - Exemplificação do fenômeno de flambagem.



Fonte: Beer, F. P.; Johnston Junior, E. R (2010).

### 3.6.1 Tensão elástica crítica de flambagem

Segundo Hibbeler (2018) “A carga axial máxima que uma coluna pode suportar quando está na iminência de sofrer flambagem é denominada carga crítica. Qualquer carga adicional provocará flambagem na coluna e, portanto, deflexão lateral”. A equação da carga crítica de flambagem para uma coluna comprida e esbelta, apoiada por diferentes configurações é dada por:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (10)$$

Onde  $I$  é momento de inércia e  $L$  é o comprimento de coluna.

O fator  $K$  é conhecido como fator de comprimento efetivo e ele difere de acordo com a configuração de apoio da coluna, onde:

- $K = 1$  para extremidades presas por pinos;
- $K = 2$  para uma extremidade engastada e a outra livre;
- $K = 0,5$  para extremidades engastadas;
- $K = 0,7$  para extremidades engastadas e presas por pinos.

Alternativamente, se expressarmos:

$$I = Ar^2 \quad (11)$$

Onde  $A$  é a área de seção transversal e  $r$  é o raio de giração, temos que a tensão elástica crítica de flambagem  $\sigma_{cr}$  é:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (12)$$

Também podemos expressar  $\sigma_{cr}$  em função de  $P_{cr}$ , como:

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} \quad (13)$$

## 4. MATERIAL E MÉTODO

### 4.1 INFORMAÇÕES E DADOS PRÉVIOS

O modelo estrutural utilizado para a elaboração deste trabalho é a carruagem desenvolvida através do projeto de extensão “Carruagem da Alegria”, coordenado pelo professor adjunto da UNESP, Dr. Antonio de Pádua Lima Filho. A Figura 7 a seguir mostra a estrutura da carruagem.

**Figura 7** - Estrutura da Carruagem da Alegria.

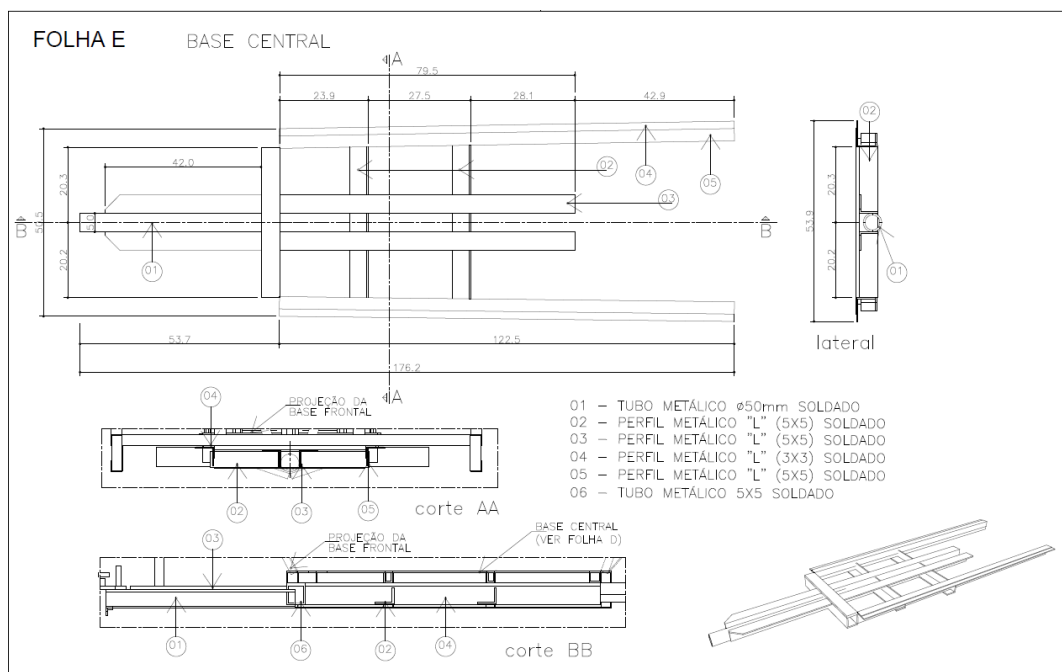


Fonte: Próprio autor.

A estrutura é composta em sua maioria por perfis “L” e alguns tubulares, todos construídos em aço carbono e ligados por processo de soldagem.

O dimensionamento das partes que compõem a estrutura da carruagem foi realizado após a construção da carruagem em software CAD 2D e disponibilizado previamente em arquivos no formato .pdf para a elaboração deste trabalho, conforme exemplificado na Figura 8 a seguir.

**Figura 8 - Parte da estrutura dimensionada.**



Fonte: Próprio Autor.

Com todo o dimensionamento estrutural em 2D realizado foi possível dar início a modelagem da estrutura da carruagem em software CAD 3D, utilizando o *Autodesk® Inventor®* para este processo.

#### 4.2 MODELAGEM DA ESTRUTURA

O *Autodesk® Inventor®* é um software de CAD 3D que oferece ferramentas integradas para a elaboração de projetos mecânicos e simulações. As ferramentas possibilitam desenvolver projetos de máquinas, chapa de metal, projetos estruturais, tubos e tubulações, cabos e chicotes etc. (AUTODESK, INC.).

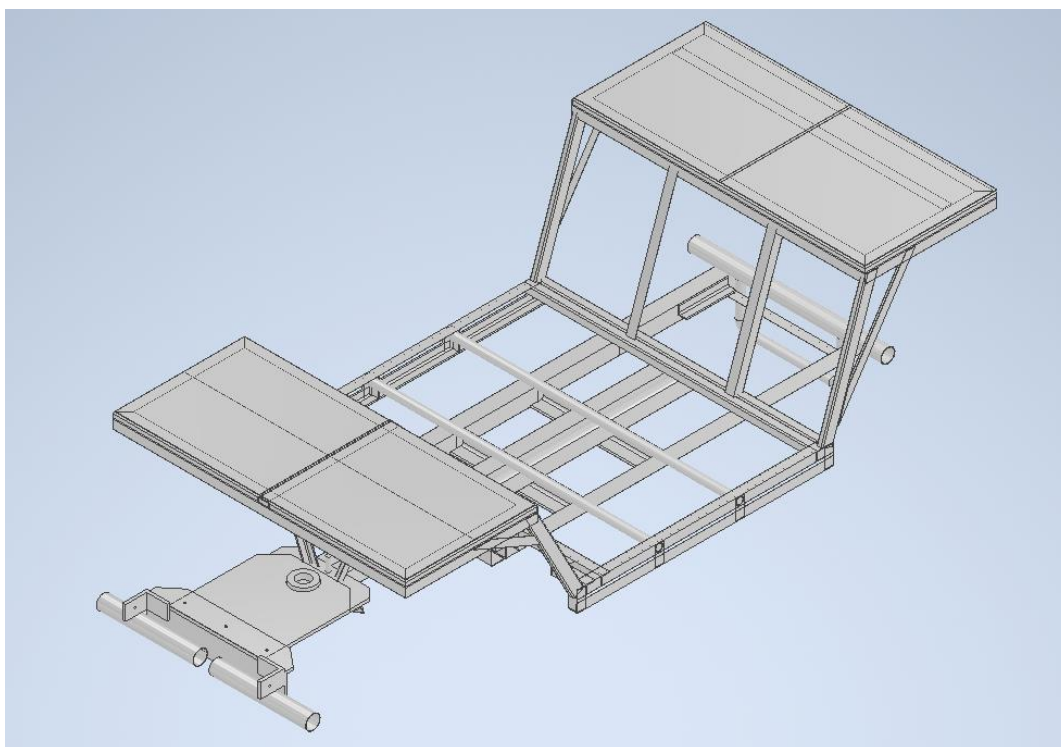
A premissa adotada para a modelagem foi considerar para o estudo apenas a estrutura que suporta diretamente os esforços aplicados pela carga que a carruagem transporta. Portanto, não foram modelados os seus eixos, rolamentos, rodas e os elementos de fixação (parafusos e porcas) dos sistemas de conexão entre a estrutura e o conjunto girante.

Outra premissa para a modelagem foi adotar a maioria dos dados do dimensionamento realizado em software CAD 2D, para que a estrutura modelada fosse a mais próxima possível da existente. Portanto, foram utilizados os mesmos perfis metálicos e tubos, seguindo as mesmas dimensões de espessura de "parede"

e comprimento. Algumas poucas seções da estrutura tiveram que ser modeladas com dimensões diferentes do dimensionamento prévio, devido a algumas inconsistências que não permitiam a correta montagem do modelo.

Cabe ressaltar que os vínculos entre os componentes não possuem junção por solda, mas junções por face ou tangenciais. A Figura 9 a seguir apresenta a estrutura da carruagem modelada.

**Figura 9** - Estrutura da carruagem modelada no Autodesk® Inventor®.



Fonte: Próprio autor.

Com a estrutura modelada, pode-se iniciar a simulação da aplicação de esforços estáticos, através do ambiente de “análise de tensão” do *Autodesk® Inventor®*.

#### 4.3 SIMULAÇÃO ESTÁTICA

O ambiente de “análise de tensão” do *Autodesk® Inventor®* traz um campo de propriedades de simulação, onde o usuário deve especificar as propriedades e parâmetros que regem a simulação para a obtenção dos resultados. Estas propriedades são, material, restrições, cargas, contatos e malha.

### 4.3.1 Material

O material escolhido foi uma liga de alumínio, mais especificamente o alumínio EN AW 6061-T6. Esta liga é composta por Magnésio (Mg) e silício (Si) em sua composição, o que garante ao material boa resistência à corrosão, propriedades mecânicas, conformabilidade, soldabilidade e usinabilidade. O Quadro 1 a seguir apresenta as propriedades físicas do alumínio 6061-T6.

**Quadro 1** - Propriedades físicas do alumínio EN AW 6061-T6.

| Propriedade               | Valor  | Unidade           |
|---------------------------|--------|-------------------|
| Módulo de elasticidade    | 68.900 | N/mm <sup>2</sup> |
| Coeficiente de Poisson    | 0,33   | N/A               |
| Módulo de cisalhamento    | 25.864 | N/mm <sup>2</sup> |
| Densidade                 | 2,70   | g/cm <sup>3</sup> |
| Resistência ao escoamento | 275    | N/mm <sup>2</sup> |
| Resistência à tração      | 310    | N/mm <sup>2</sup> |

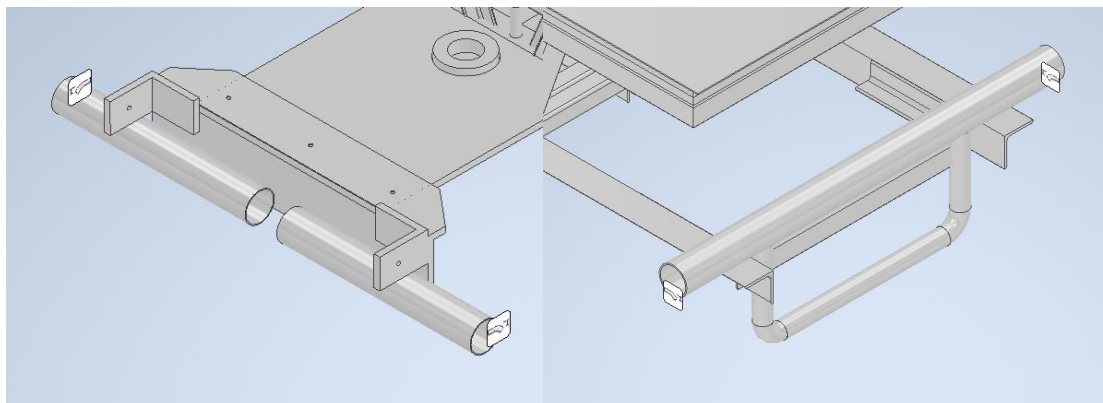
Fonte: Autodesk.

A resistência ao escoamento do alumínio 6061-T6 é bem próxima ao do aço carbono A36, material amplamente utilizado em projetos estruturais. Aliando esta resistência a sua baixa massa específica, proporciona-o a ser adequado para aplicações estruturais onde cargas estáticas são um fator relevante.

### 4.3.2 Restrições

Com o intuito de simular condições mais próximas possíveis da utilização da carruagem, os pontos selecionados para que haja restrições de movimento foram os de contato com os seus eixos e rodas. Desta forma, a estrutura se comportará de uma forma semelhante à carruagem real, com restrição de movimento em todos os seus graus de liberdade (movimentos de rotação e translação entorno dos eixos *x*, *y* e *z*). A Figura 10 abaixo apresenta os pontos escolhidos para a aplicação de restrições fixas.

**Figura 10** - Pontos selecionados para aplicação de restrições fixas.

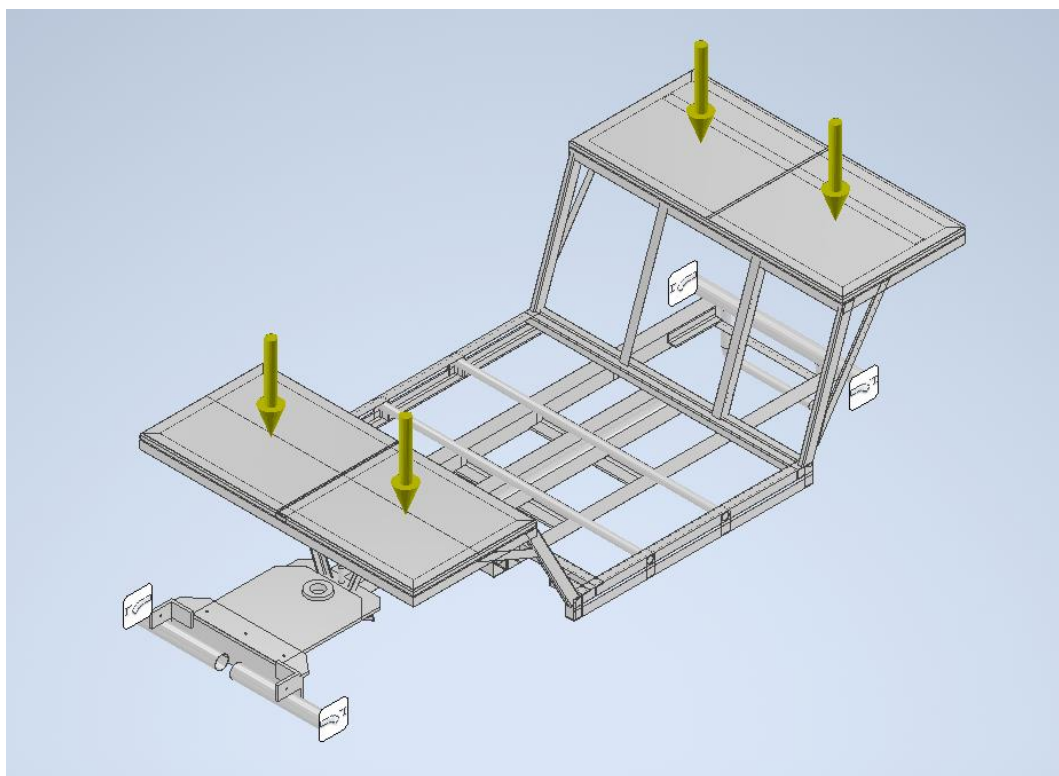


Fonte: Próprio autor.

### 4.3.3 Cargas

A carga total aplicada a carruagem levou em consideração a pretensão real do projeto de extensão de transportar 4 ocupantes. Desta forma, a fim de validar que a carruagem é segura para atender a uma grande diversidade de peso corporal de seus passageiros, foram aplicadas forças estáticas da ordem de 1000 N ou aproximadamente 101,9 kgf em 4 posições diferentes, que correspondem as posições dos assentos da carruagem, garantindo a semelhança de condições de operação entre a estrutura simulada e a estrutura real. A Figura 11 a seguir mostra todas as 4 posições em que foram aplicadas forças estáticas.

**Figura 11** - Posições de aplicação das forças estáticas.



Fonte: Próprio autor.

#### **4.3.4 Contatos**

A ferramenta “contatos” garante que todas as faces e arestas dos componentes de montagem estejam em contato, garantido que toda a estrutura do projeto esteja fixa. Foram gerados contatos automáticos do tipo “fixo”, onde o software identifica e vincula os componentes que devem ser fixados entre si. Alguns contatos foram acrescentados de forma manual, devido ao não reconhecimento automático do software.

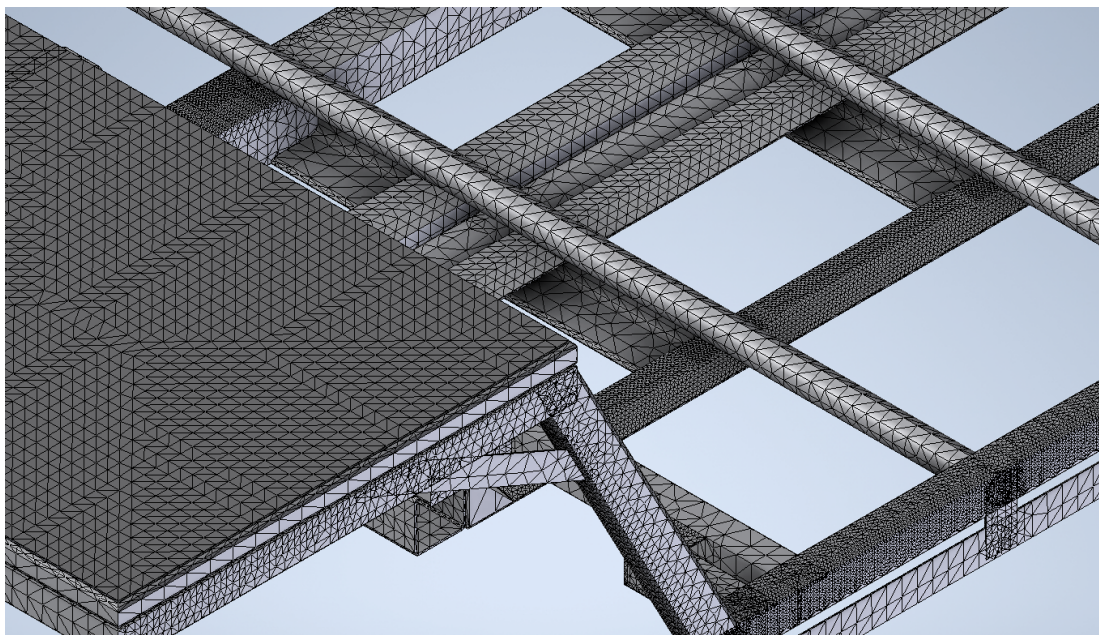
#### **4.3.5 Malha**

Por fim, foi gerado a malha de elementos finitos da estrutura com as configurações padrões de software, que já garantem um refino de malha elevado para a análise, essencial para a obtenção de resultados consistentes.

Os elementos utilizados pelo *Autodesk® Inventor®* para a construção de malha são do tipo tetraédricos sólidos e neste trabalho foram gerados 472.948 elementos

com 959.093 nós. A Figura 12 a seguir mostra a malha gerada em uma seção da estrutura da carruagem.

**Figura 12** - Malha de elementos finitos da estrutura modelada.



Fonte: Próprio autor.

Com o término da simulação, o ambiente de “análise de tensão” do Autodesk® Inventor® apresenta uma série de dados cujo alguns foram apresentados e analisados na seção de resultados e discussão.

#### 4.4 PESQUISA DE MERCADO

A estrutura original da carruagem é constituída por aço carbono do tipo SAE 1020. A fim de se determinar a viabilidade financeira da aplicação do alumínio EN AW 6061-T6 ao projeto, foi realizada uma pesquisa de mercado com a escolha aleatória de seis empresas fornecedoras diferentes, três de cada liga metálica, para o cálculo do preço médio em R\$/kg de matéria prima. Com os preços médios obtidos, pode-se comparar o custo/benefício do emprego de ambos materiais a estrutura da carruagem.

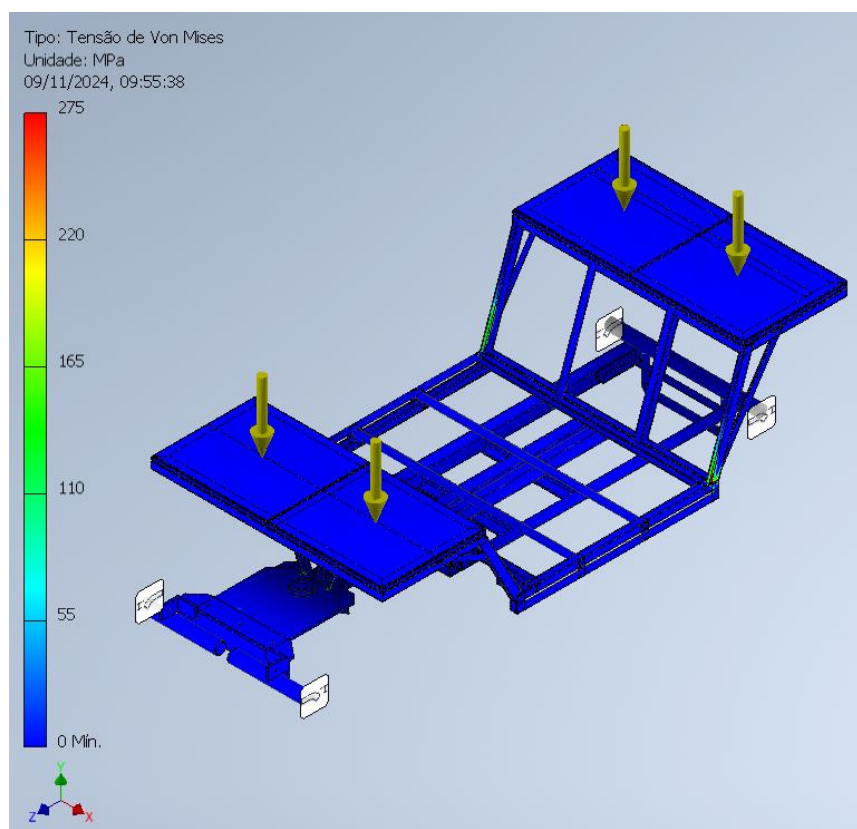
## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

De início, a questão de maior importância deste trabalho é a análise e interpretação dos resultados gerados pela aplicação de cargas estáticas sobre a carruagem, com base nas tensões internas geradas em sua estrutura. O software utilizado representa estas tensões internas a partir da teoria de von Mises.

### 5.1 TENSÕES INTERNAS GERADAS NA ESTRUTURA

Ao término da simulação obtemos as tensões internas geradas em toda a estrutura pela aplicação de cargas estáticas, além de observarmos os seus efeitos práticos, conforme apresentado na Figura 13. Nesta figura, as tensões internas são representadas por cores e intensidade associada dada em Mega Pascal, seguindo a escala presente. A escala foi ajustada com o seu valor máximo tal qual o valor de tensão máxima para que ocorra o escoamento do alumínio 6061-T6, visto que o critério de falha para a teoria de tensão de von Mises é fenômeno de escoamento do material.

**Figura 13** - Tensões internas do tipo tensão de von Mises.

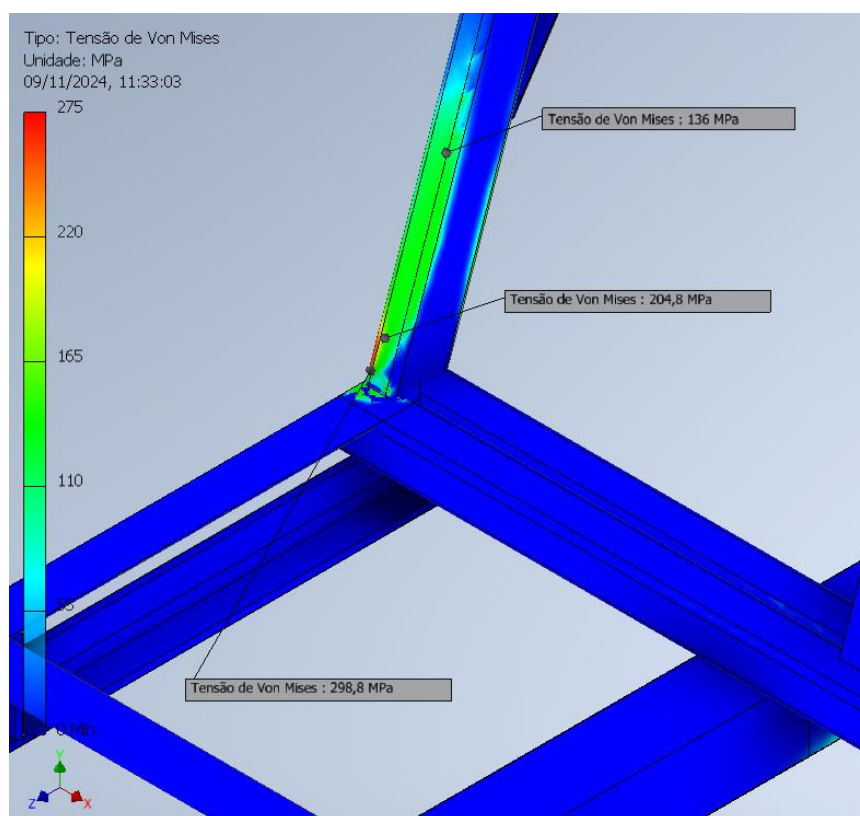


Fonte: Próprio autor.

Ao analisarmos a Figura 13 é possível observar que a estrutura base (estrutura que faz a ligação entre eixos e assentos) não apresenta tensões internas elevadas, visto que pela escala de cores as tensões em sua totalidade não atingem valores da magnitude de 55 Mpa, bem distante do valor da tensão de escoamento do material a qual compõe, que é de 275 Mpa. Desta forma, a estrutura base não sofrerá deformação plástica devido ao não escoamento do material, o que garantirá a sua integridade mecânica contra a aplicação de cargas estáticas.

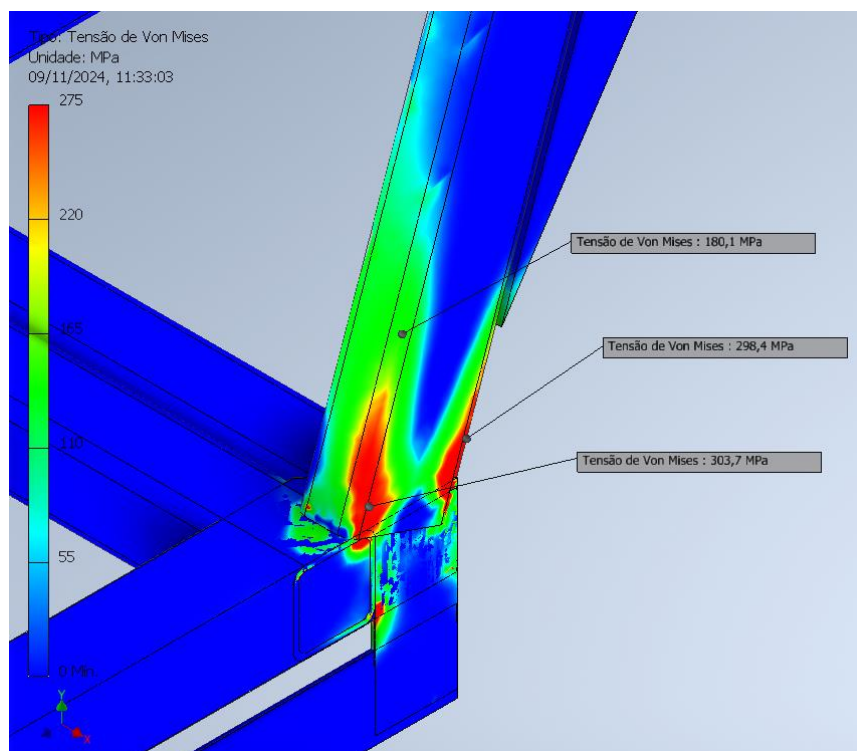
Contudo, ao analisarmos no detalhe a estrutura que constitui os assentos da carruagem (assentos traseiros conforme vista da Figura 13) verificamos tensões de maior magnitude de acordo com escala de cores e até tensões que se igualam ou superam a tensão de escoamento do material. As Figuras 14 e 15 detalham melhor este panorama.

**Figura 14** - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos traseiros.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 15** - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos traseiros.



Fonte: Próprio autor.

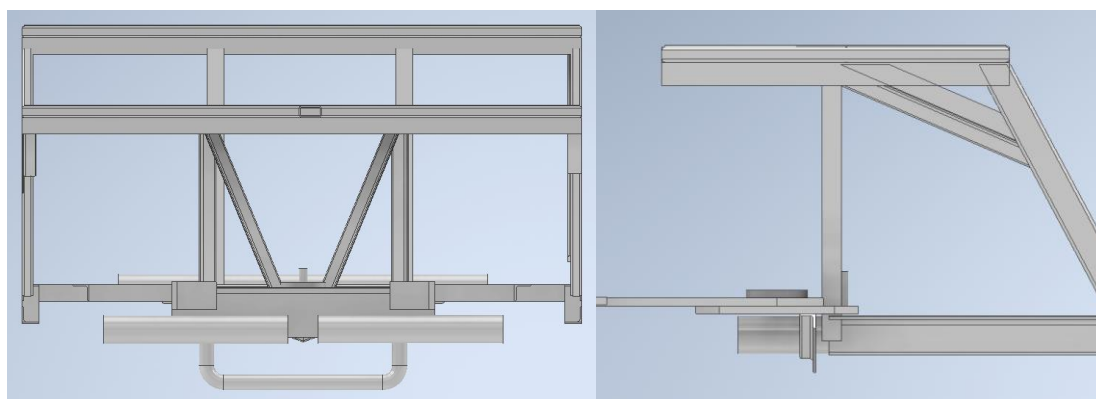
Observando as Figuras 14 e 15 vemos que os perfis metálicos que especificamente fazem a sustentação dos assentos da carruagem recebem a maior carga estática, tal fato já esperado, visto que estas seções são os pontos de ligação com a estrutura base da carruagem e suportam todos os esforços gerados acima de sua posição.

Conforme citado acima, as seções mostradas apresentam tensões internas mais elevadas quando comparadas as da estrutura como um todo e em algumas regiões tensões maiores que a tensão de escoamento do material, da ordem de 300 Mpa. Estas regiões (delimitadas pela cor vermelha), são regiões que podem sofrer deformação plástica e causar instabilidade global em toda a estrutura dos assentos, acarretando em possível falha estrutural. Com o intuito de evitar tal fato, medidas devem ser tomadas a fim de se reforçar estruturalmente estas seções, seja substituindo os perfis metálicos atuais por outros com diferente dimensão de seção transversal ou modificações na concepção de construção da estrutura.

Uma alternativa para a resolução deste problema está presente no próprio projeto da carruagem, especificamente na estrutura que constitui os assentos dianteiros conforme vista da Figura 13, onde há um apoio formado por dois perfis

metálicos que constituem um “V” auxiliando na sustentação dos assentos e no equilíbrio da dispersão de carga pela estrutura que compõe estes, mostrado na Figura 16 a seguir.

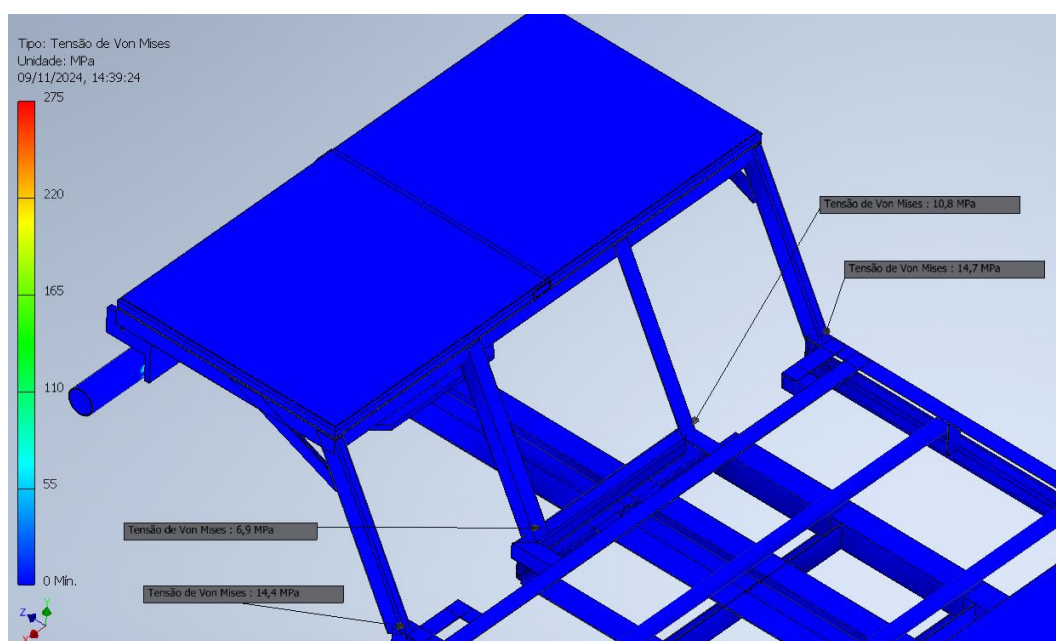
**Figura 16** - Vista frontal e lateral do apoio em “V” de parte da estrutura que constitui os assentos dianteiros.



Fonte: Próprio autor.

Este apoio em “V” faz com que os perfis metálicos que são ligados à estrutura base e compõem a sustentação dos assentos recebam menos carga quando comparado aos seus pares traseiros, com tensões internas não maiores que 15 Mpa, conforme mostrado na Figura 17 abaixo.

**Figura 17** - Tensões geradas sobre a estrutura dos assentos dianteiros.

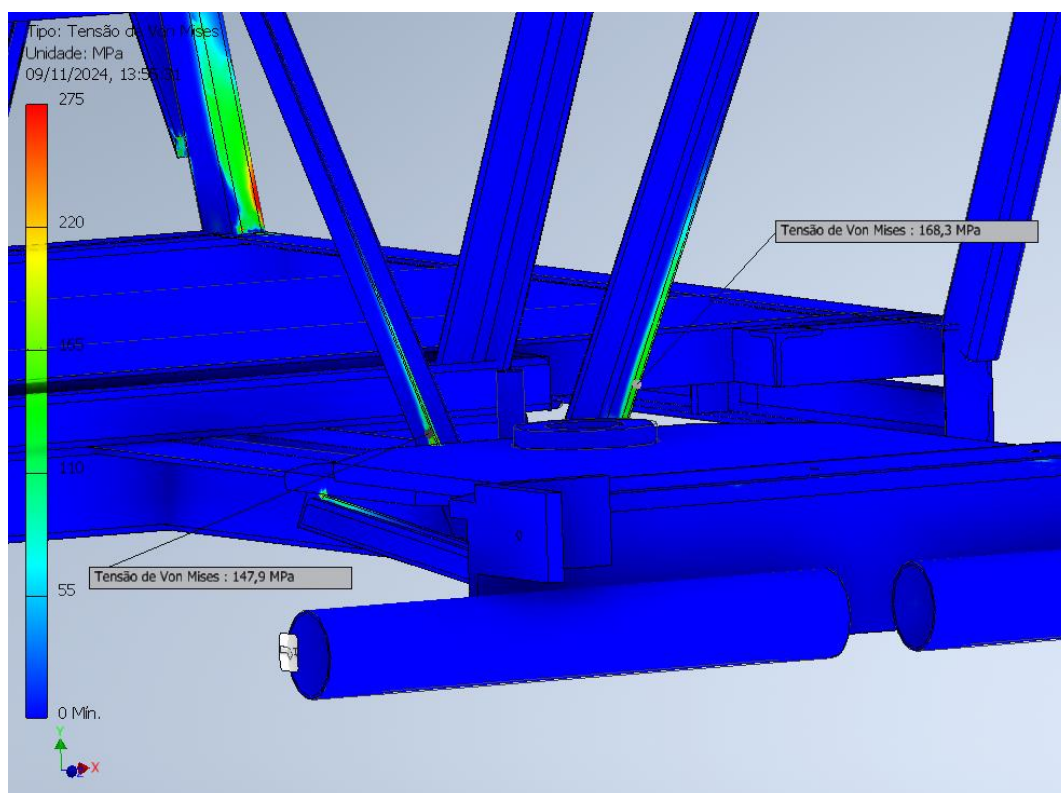


Fonte: Próprio autor.

Ao analisarmos as tensões geradas no apoio em “V” vemos que ele cumpre o seu papel estrutural, suportando a maior carga proveniente da utilização dos assentos, porém, como este é um componente de reforço estrutural, as tensões internas geradas em sua seção não são de mesma magnitude das tensões existentes nos perfis metálicos dos assentos traseiros, conforme observado na Figura 18. São encontradas tensões que não passam de 170 Mpa, corroborando o seu papel de distribuição de carga na ação de sustentação dos assentos, garantindo que nenhum dos perfis metálicos que compõem esta estrutura atinjam tensões internas maiores que a tensão de escoamento do material, acarretando em deformação plástica e por consequência possível falha estrutural.

Em geral, a simulação da aplicação de carga estática de 1000 N em cada assento da carruagem nos apresentou tensões internas menores que a de escoamento do alumínio 6061-T6, importante para a garantia de integridade estrutural, contudo, parte dos assentos apresentaram tensões maiores que a tensão de escoamento do material e necessitam de revisão em seu design para evitar possíveis intercorrências em sua estrutura.

**Figura 18** - Tensões geradas sobre o apoio em “V”.



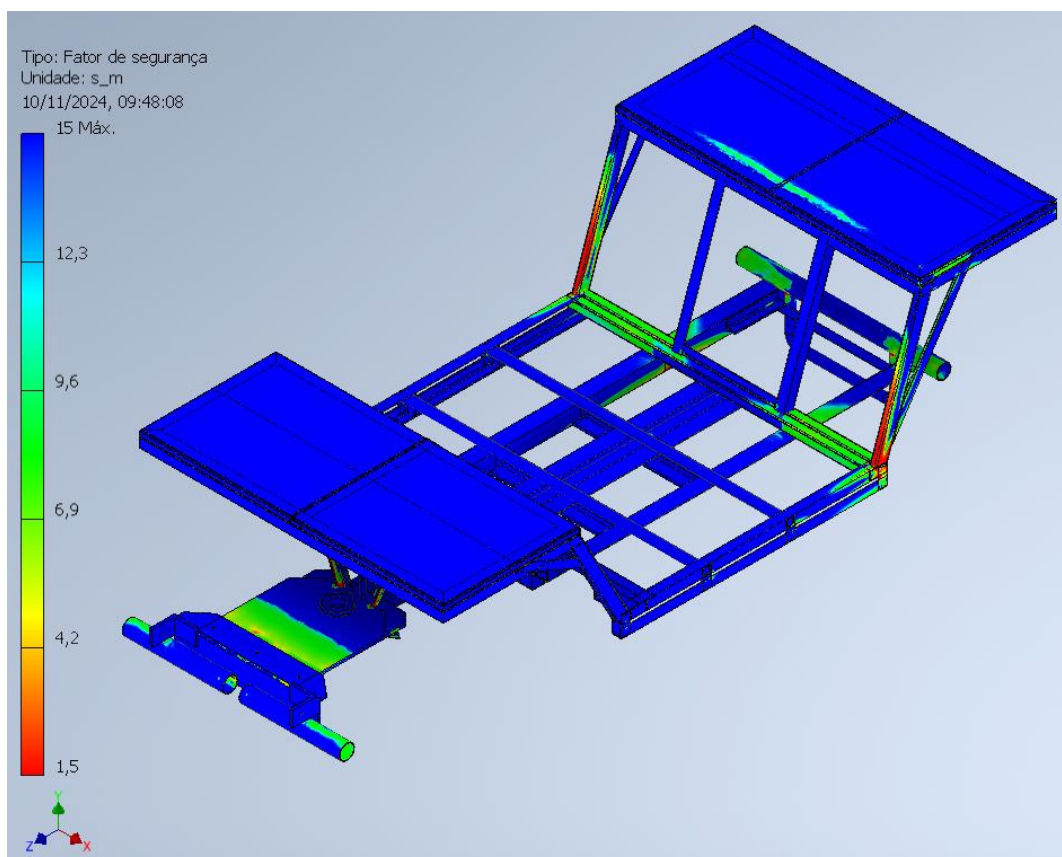
Fonte: Próprio autor.

## 5.2 FATORES DE SEGURANÇA DA ESTRUTURA

Seguindo boas práticas de engenharia, é importante avaliarmos os fatores de segurança que as tensões geradas sobre a estrutura da carruagem nos apresentam. Seguindo o critério de falha para as tensões de von Mises, Happian-Smith (2002) diz que as tensões máximas não devem exceder 67% da tensão de escoamento do material empregado, portanto, o fator de segurança mínimo para a utilização da carruagem é de 1,5 segundo a Equação (7). A Figura 19 nos apresenta um panorama geral do fator de segurança da estrutura da carruagem, cuja escala foi ajustada para o fator de segurança mínimo.

Observando a Figura 19 notamos que os resultados seguem em linha com as tensões internas geradas pela aplicação das cargas estáticas. A estrutura base apresenta fatores de segurança elevados por todas as seções, variando de 7 em algumas poucas seções até 15 em quase toda a estrutura. Os menores fatores observados são nas estruturas que compõem os assentos, fato já esperado devido a maior concentração de tensão nestas regiões.

**Figura 19** - Fator de segurança.

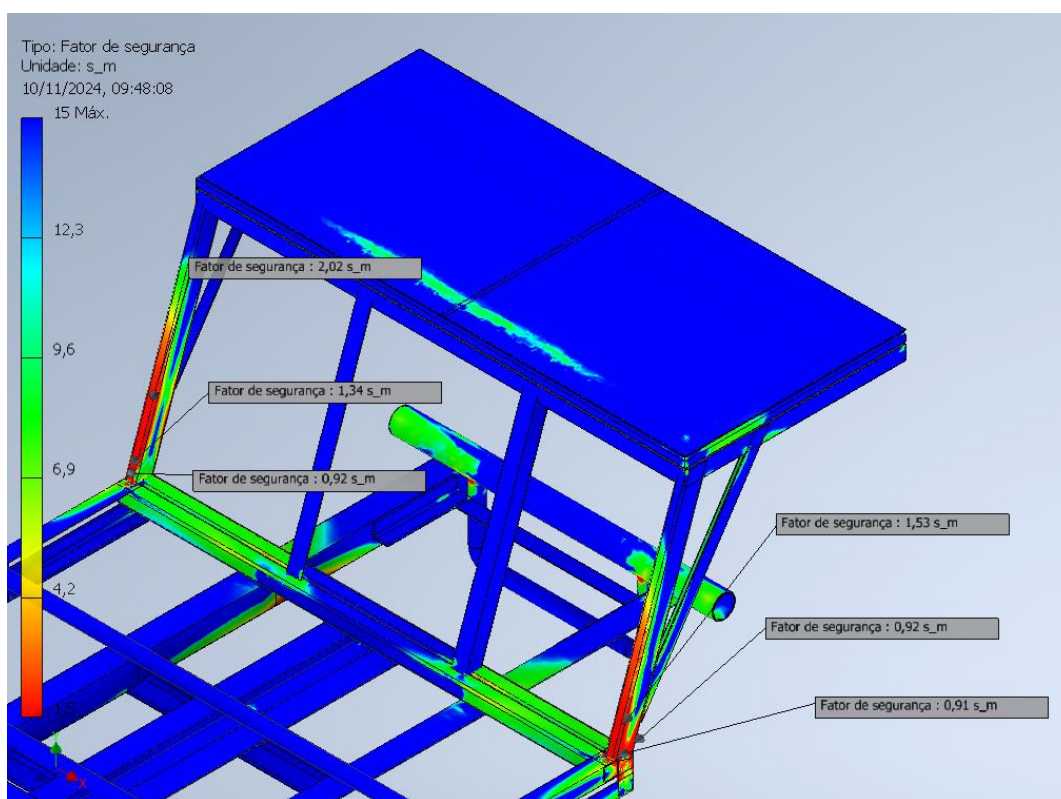


Fonte: Próprio autor.

Comparando as estruturas que constituem os assentos dianteiros e traseiros da Figura 19, vemos que os perfis metálicos que suportam as cargas dos assentos traseiros não atendem o fator de segurança exigido, apresentando valores até menores que 1, conforme observado na Figura 20. Já as Figuras 21 e 22 nos mostram que a inserção do apoio em “V” como parte da estrutura de sustentação dos assentos dianteiros habilita a utilização destes, visto que o fatores de segurança encontrados são maiores que 1,5, valor mínimo exigido.

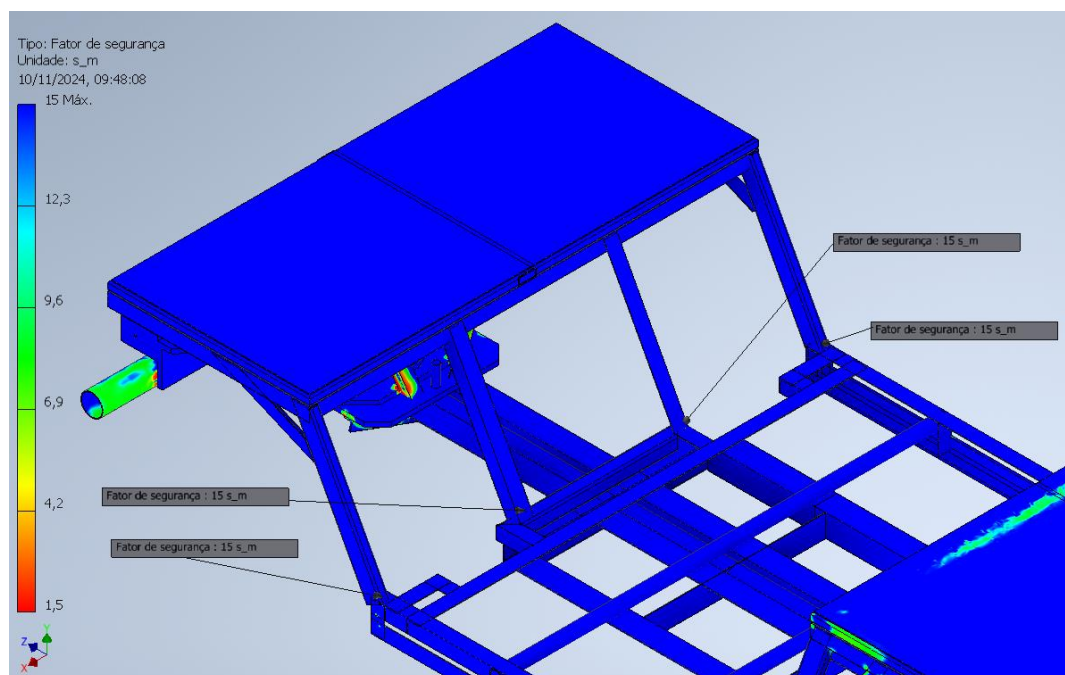
É de extrema importância a consideração dos fatores de segurança que a estrutura apresenta, pois só o atendimento integral do fator exigido garante a segurança dos passageiros que utilizarão a carruagem, desde que respeitada a carga máxima imposta para a sua operação. Neste cenário, conforme já supramencionado, os assentos traseiros necessitam de mudanças em sua estrutura de sustentação pelo não atendimento ao fator de segurança mínimo, convertendo em insegurança operacional.

**Figura 20** - Fator de segurança da estrutura dos assentos traseiros.



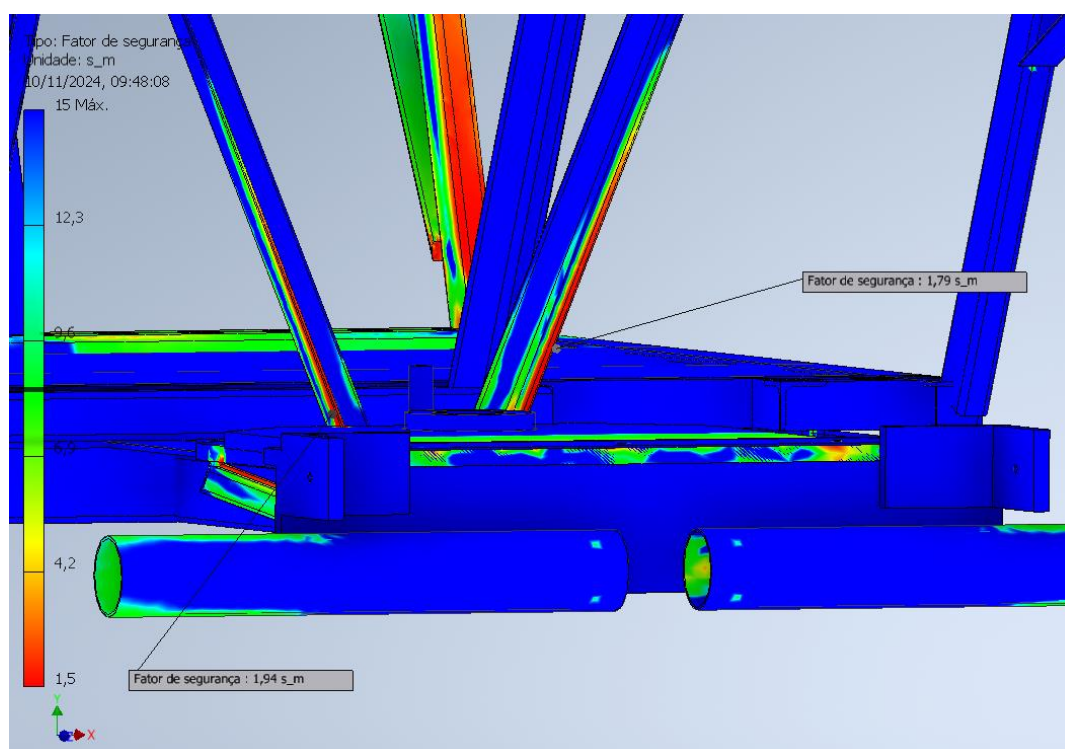
Fonte: Próprio autor.

**Figura 21** - Fator de segurança da estrutura dos assentos dianteiros.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 22** - Fator de segurança da estrutura dos assentos dianteiros.



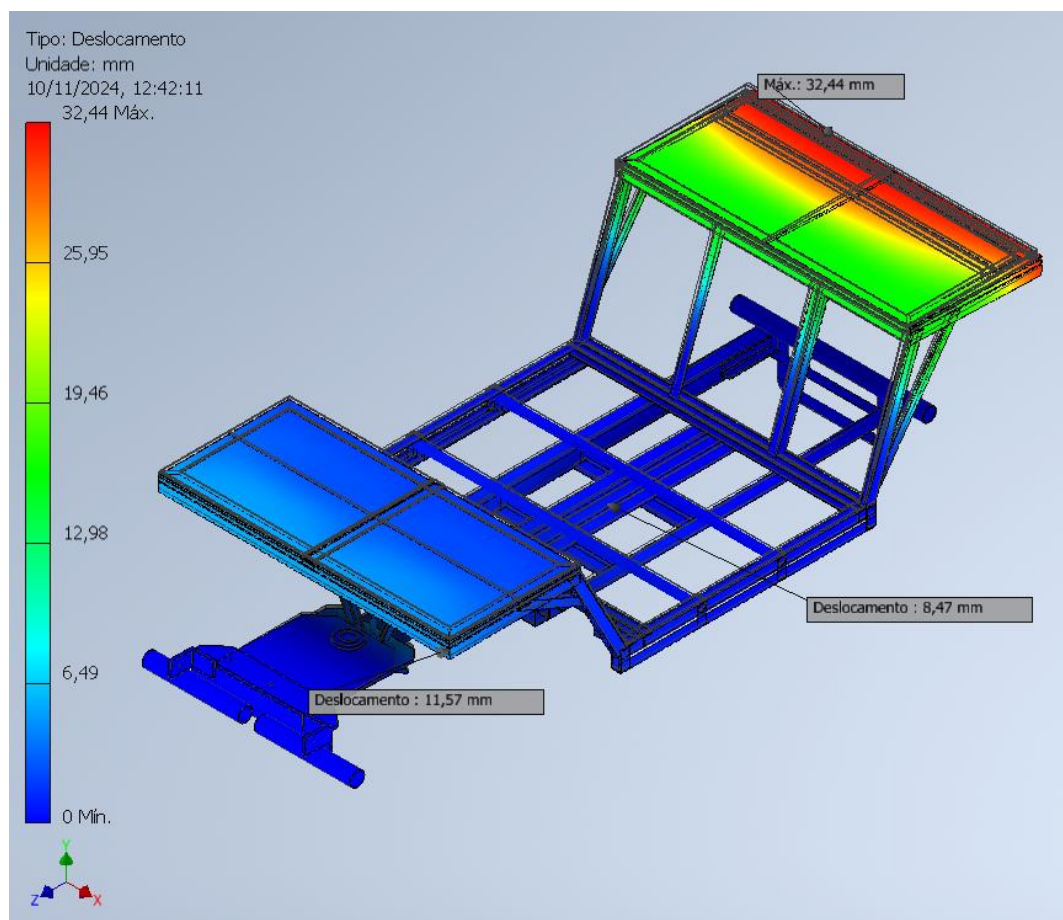
Fonte: Próprio autor.

### 5.3 DESLOCAMENTO DA ESTRUTURA

Analisando o deslocamento da estrutura presente na Figura 23, identificamos que o deslocamento máximo, conforme a escala dada em milímetros no sentido do eixo y, é de 32,44 mm e se encontra nos assentos traseiros da vista utilizada na Figura 23. Quando comparamos com os assentos dianteiros, estes apresentam um deslocamento médio de 11,57 mm, quase duas vezes menor que os assentos opostos. Tal fato já era esperado devido ao apoio em “V” presente nos assentos dianteiros que propicia melhor equilíbrio das cargas aplicadas resultando em um deslocamento menor de sua estrutura. Já a estrutura base apresenta um deslocamento médio de 8,47 mm, menor que os encontrados nos assentos. Desta forma, podemos afirmar que os assentos são as regiões de maior deslocamento de toda a estrutura da carruagem e estão mais suscetíveis a sofrer deformações devido a aplicação de cargas estáticas.

Os indicativos de deslocamento estrutural são importantes para avaliarmos quão rígida ou flexível é a estrutura de nosso projeto e ser o ponto de partida para ajustes necessários a fim de obtermos condições desejadas de segurança operacional para os passageiros da carruagem. Se julgarmos que o deslocamento dos assentos traseiros pode comprometer o equilíbrio dos passageiros sobre a carruagem, as mudanças estruturais sugeridas nas análises anteriores devem levar em conta esta condição apresentada.

**Figura 23-** Deslocamento da estrutura.



Fonte: Próprio autor.

#### 5.4 TENSÃO ELÁSTICA CRÍTICA DE FLAMBAGEM E A APLICAÇÃO DA NORMA EUROCODE 9

Segundo a norma Eurocode 9, para que uma análise estática seja realizada em uma estrutura constituída por alumínio a carga elástica crítica de flambagem deve ser dez vezes maior que a carga estática aplicada sobre a estrutura, caso contrário, uma análise dinâmica deve ser realizada para atestar a sua integridade. Desta forma, tomaremos como exemplo o cálculo da carga elástica crítica para o perfil metálico de sustentação dos assentos traseiros, do tipo L (30 x 20 mm) da Figura 14, onde podemos tratá-lo como uma coluna com extremidades do tipo engastada. Os dados para o cálculo são:

**Quadro 2** - Dados do perfil metálico da Figura 14.

| Propriedade               | Valor   | Unidade           |
|---------------------------|---------|-------------------|
| Módulo de elasticidade    | 68.900  | N/mm <sup>2</sup> |
| Momento de inércia        | 8240,12 | mm <sup>4</sup>   |
| Coeficiente “K”           | 0,5     | N/A               |
| Comprimento               | 0,421   | m                 |
| Área da seção transversal | 146,87  | mm <sup>2</sup>   |

Fonte: Próprio autor.

Aplicando a Equação (10) temos que:

$$P_{cr} = 127.046,32 \text{ N}$$

Com a carga crítica de flambagem calculada, podemos calcular a tensão elástica crítica de flambagem por meio da equação (13). Assim, temos que:

$$\sigma_{cr} = 865,05 \text{ Mpa}$$

Visto que a tensão crítica calculada é maior do que a tensão de escoamento do alumínio 6061-T6, a flambagem ocorrerá depois do escoamento do material, impossibilitando a aplicação da teoria da carga elástica crítica de flambagem como um parâmetro de critério de falha.

Desta forma, a carga  $P$  crítica para o perfil metálico da Figura 14 é determinada por compressão simples, com base na tensão de escoamento do material e a carga interna gerada sobre a área da seção transversal do perfil metálico, cenário este já apresentado no tópico 5.1 deste trabalho. Para o exemplo em questão, a carga  $P$  crítica é:

$$P = 40.388,15 \text{ N}$$

Ao calcularmos as cargas existentes no perfil metálico da Figura 14 por meio das tensões internas geradas e aplicarmos a carga  $P$  como um critério da falha para o fator segurança, obtemos exatamente os mesmos fatores de segurança mostrados na Figura 19 do tópico 5.2 deste documento.

Portanto, a condição imposta pela Eurocode 9 para validar a análise estática em uma estrutura composta por alumínio não pode ser aplicada a este trabalho devido a condição de flambagem apresentada. Tal fato pode ser explicado devido ao comprimento dos perfis metálicos que formam a estrutura da carruagem não serem suficientemente longos para o surgimento de deflexões antes que as tensões internas do componente atinjam a tensão de escoamento do material empregado, o que impossibilita a aplicação da teoria de flambagem elástica e desqualifica o design estrutural da carruagem para a aplicação da norma.

## 5.5 PESQUISA DE MERCADO

A pesquisa de mercado foi realizada considerando como premissa a compra de chapas em aço carbono SAE 1020 e alumínio EN AW 6061-T6. A data base para os preços em R\$/kg apresentados no Quadro 3 a seguir é outubro de 2024:

**Quadro 3** - Preços obtidos através da pesquisa de mercado.

| Liga metálica | Empresa fornecedora | Preço (kg) | Preço médio (kg) |
|---------------|---------------------|------------|------------------|
| SAE 1020      | Compraco            | R\$ 6,40   | R\$ 7,45         |
|               | Benafer             | R\$ 7,90   |                  |
|               | GMS Ligas Especiais | R\$ 8,05   |                  |
| EN AW 6061-T6 | Coopermetal         | R\$ 55,76  | R\$ 53,65        |
|               | Império dos Metais  | R\$ 53,58  |                  |
|               | Methaltaga          | R\$ 51,63  |                  |

Fonte: Próprio autor.

Com o volume da estrutura da carruagem, fornecido pelo Autodesk® Inventor®, de 0,016501516 m<sup>3</sup> e os dados de densidade de ambos os materiais conforme apresentados no Quadro 4 abaixo podemos calcular a massa necessária de cada liga metálica para construir a estrutura da carruagem, cujo os resultados estão indicados no Quadro 5.

**Quadro 4** - Dados de densidade das ligas metálicas.

| Material      | Densidade (g/cm <sup>3</sup> ) |
|---------------|--------------------------------|
| SAE 1020      | 7,85                           |
| EN AW 6061-T6 | 2,70                           |

Fonte: Callister e Rethwisch (2018).

**Quadro 5** - Massa necessária para a construção da carruagem de acordo com a liga metálica pretendida.

| <b>Material</b> | <b>Massa (kg)</b> |
|-----------------|-------------------|
| SAE 1020        | 129,54            |
| EN AW 6061-T6   | 44,55             |

Fonte: Próprio autor.

Aplicando as informações de preços médios em R\$/kg, obtidos através da pesquisa de mercado, temos que o valor aproximado a ser desembolsado para adquirir os materiais que compõem a carruagem são os apresentados no Quadro 6 abaixo:

**Quadro 6** - Custos aproximados dos materiais para a construção da carruagem.

| <b>Material</b> | <b>Preço médio</b> |
|-----------------|--------------------|
| SAE 1020        | R\$ 965,10         |
| EN AW 6061-T6   | R\$ 2390,11        |

Fonte: Próprio autor.

Analisando o cenário encontrado, a utilização do alumínio EN AW 6061-T6 na concepção da carruagem em vez do aço carbono SAE 1020 acarretaria em um acréscimo de aproximadamente 150% no custo da matéria prima necessária. Por outro lado, a redução no peso da estrutura seria de aproximadamente 66%.

Estes parâmetros devem ser considerados em uma avaliação de custo/benefício da escolha de uma liga metálica em detrimento da outra e cabe ao engenheiro responsável pela execução do projeto definir qual característica é a mais relevante para o seu propósito, seja o baixo custo de produção ou o baixo peso estrutural da carruagem, por exemplo.

## 6. CONCLUSÃO

Os resultados obtidos com a simulação de aplicação de esforços estáticos sobre a estrutura da carruagem, utilizando-se do software Autodesk® Inventor®, metodologia dos elementos finitos (MEF) e critério de falha associado a teoria de von Mises possibilitou a avaliação da viabilidade técnica do emprego do alumínio EN AW 6061-T6 como material base de sua estrutura, mesmo após a constatação da impossibilidade de aplicação da condição imposta pela norma Eurocode 9. Já a pesquisa de mercado proporcionou a análise da viabilidade econômica da aplicação do alumínio EN AW 6061-T6 como matéria prima estrutural em detrimento do aço carbono SAE 1020, que compõe o projeto original.

No âmbito técnico, a utilização alumínio EN AW 6061-T6 na construção da carruagem se mostrou viável, porém, com ressalvas. Com base na premissa de carga de aproximadamente 100 kg por assento, sua estrutura de base apresentou tensões internas não maiores que 55 Mpa, distantes da tensão de escoamento do material e um fator de segurança mínimo de 7, enquanto que o exigido é de 1,5, o que garante a integridade mecânica e segurança operacional desta seção da carruagem. Já o restante da estrutura, quando olhamos especificamente a seção que compõem os assentos traseiros, foram encontrados resultados não satisfatórios, com tensões internas maiores que a de escoamento, da ordem de 300 Mpa e fator de segurança mínimo abaixo do exigido, o que propicia a ocorrência de falhas estruturais e reflete insegurança operacional. A seção estrutural que compõe os assentos dianteiros demonstrou comportamento diferente ao seu par traseiro, com tensões internas e fator de segurança dentro do requerido devido a existência de um componente estrutural que reforça a sustentação dos assentos, melhorando a distribuição dos esforços gerados sobre esta seção. Desta forma, podemos concluir que o ponto problemático no design da carruagem pode ser solucionado aplicando uma solução já existente no projeto, visto a comprovação de sua eficácia a partir dos resultados adquiridos.

Em sequência no contexto técnico, o deslocamento estrutural associado a carga aplicada aos assentos resultou em um deslocamento máximo de 32,44 mm. A princípio, um teste prático deve ser realizado para verificar se há comprometimento no equilíbrio corporal dos passageiros em condição de operação da carruagem para atestar a sua segurança devido a esta condição apresentada e, a depender dos resultados, modificações no projeto devem ser consideradas.

A impossibilidade da aplicação da norma Eurocode 9 a análise não necessariamente inviabiliza a consideração dos resultados obtidos com a simulação estática. Ao aplicarmos a teoria da flambagem elástica sobre a estrutura da carruagem concluímos que ela não atende aos requisitos exigidos para a utilização da teoria, pois o exemplo estudado mostra que o escoamento do material ocorrerá antes do atingimento da tensão crítica de flambagem e, portanto, o critério de falha baseado na teoria de von Mises é o mais indicado para este cenário em questão.

Já no campo econômico, a pesquisa de mercado mostrou que o custo para se utilizar o alumínio EN AW 6061-T6 em vez do aço carbono SAE 1020 é aproximadamente 150% maior, em contrapartida, a redução do peso estrutural apresentada é por volta de 66%. Se a questão financeira não for um impeditivo para a concepção do projeto, haja vista que não há planos para uma produção em série, a utilização do alumínio apresenta-se mais viável, onde sua baixa massa específica em comparação ao aço carbono proporcionaria uma redução do gasto energético operativo da carruagem.

Por fim, o trabalho mostrou que a junção de ferramentas computacionais, metodologias de discretização e teorias da área de resistência dos materiais formam um poderoso meio de análise e validação de um projeto mecânico estrutural, assegurando que informações suficientes serão obtidas para assegurar a sua funcionalidade, eficiência e principalmente no contexto aqui presente, sua segurança operacional. Como sugestão para estudos futuros, é indicada a execução de uma simulação com aplicação de esforços dinâmicos sobre a carruagem, já considerando sua estrutura modificada com as sugestões deste trabalho. Assim, os resultados obtidos estarão em maior semelhança com as condições operacionais da carruagem, ratificará a viabilidade técnica da aplicação do alumínio EN AW 6061-T6 ao projeto e evidenciará se as limitações estruturais aqui observadas foram sanadas.

## 7. REFERÊNCIAS

AUDI AG. **Alumínio como material**. 2011. Disponível em: <<https://www.audi-technology-portal.de/en/body/aluminium-bodies/aluminium-as-a-material>>. Acesso em: 02 ago. 2024.

AUTODESK. **O que é o Autodesk Inventor?**. 2024. Disponível em: <<https://www.autodesk.com/br/products/inventor/overview?term=1YEAR&tab=subscription&plc=INVPROSA>>. Acesso em: 28 set. 2024

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, 2003.

BARTON, D. C.; FIELDHOUSE, J. D. **Automotive Chassis Engineering**. Springer International Publishing AG, 2018.

BERNARDES, P. H. O. **Análise e Otimização de um Chassi Formula SAE**. 53 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

BEER, F. P.; JOHNSTON JUNIOR, E. R. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

BUZINELLI, D. V. **Dimensionamento de elementos estruturais em alumínio**. Dissertação: UFSP. São Paulo, 2000.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

EN 1999-1-1. **Eurocode 9: Design of aluminium structures - Part 1-1: General structural rules**. European Committee For Standardization, 2007.

FANTECELE, D. A. **Análise estrutural de um chassi de um protótipo de minibaja pelo método de elementos finitos**. Instituto federal do Espírito Santo. São Mateus, 2018.

FURTADO, D. C. **Análise estrutural de chassi de veículos automotivos**. Universidade de Brasília – UnB. Brasília, 2013.

GALLEGO, J. **Notas de Aula: Materiais de Construção Mecânica I**. 2009. Disponível em: <<https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariamecanica/maprotec/aula16.pdf>> Acesso em: 21 jul. 2024.

HAPPIAN-SMITH, J. **An Introduction to modern vehicle desing**. 1 ed. Woburn: Butterworth Heinemann, 2002.

HIBBELER, R. C. **Mechanics of materiais**. 10.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2018.

SOUZA. R. M. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. Universidade Federal do Pará. Belém, 2003.