



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL
E MODOS DESLIZANTES REALIZADO VIA
CONTROLADOR LÓGICO PROGRAMÁVEL**

José Marcos Anselmo de Macedo

Ilha Solteira - SP

1210001427



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES REALIZADO VIA CONTROLADOR LÓGICO PROGRAMÁVEL

José Marcos Anselmo de Macedo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - FEIS da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.



Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

ILHA SOLTEIRA - SP
Fevereiro - 2004

cc
sup 215273
ms 56131

Proc. 063/04 - NPD 03

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
<i>18.03.04</i>	<i>31.03.04</i>
REGISTRADO POR	TOMBO
<i>Ailza</i>	<i>Te. 1427</i>
AQUIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
<i>Hoacai An for R. 810.00 30405009</i>	<i>M 141C</i>

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da FEIS/UNESP

Macedo, José Marcos Anselmo de

M141c Controle com estrutura variável e modos deslizantes realizado via controlador lógico programável / José Marcos Anselmo de Macedo . -- Ilha Solteira : [s.n.], 2004
95 p. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2004

Orientador: José Paulo Fernandes Garcia

Bibliografia: p. 94-95

1. Controle. 2. Controle dinâmico. 3. Controladores programáveis. 4. Teoria dos sistemas dinâmicos.

***Controle com estrutura variável e modos deslizantes
realizado via controlador lógico programável***

José Marcos Anselmo de Macedo

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA - CAMPUS DE
ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

A. A. Carvalho

Prof. Dr. Aparecido Augusto de Carvalho
Coordenador do Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:

José Paulo Fernandes Garcia

Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia – orientador

Marco Henrique Terra

Prof. Dr. Marco Henrique Terra

Edvaldo Assunção

Prof. Dr. Edvaldo Assunção

Ilha Solteira-SP, fevereiro de 2004

Resumo

Os controladores lógicos programáveis que anteriormente eram utilizados apenas em controles tipo PID, atualmente mostram-se capazes de realizar técnicas de controle mais sofisticadas, como sistemas que fazem uso de lógica fuzzy, isto é devido a um maior aprimoramento de suas funções. Tal fato despertou o interesse para investigar a possibilidade de uso do Controlador Lógico Programável para prover um controle robusto de sistemas. Assim, o trabalho aqui apresentado teve como objetivo a verificação da viabilidade do uso do equipamento Controlador Lógico Programável para implementação da técnica Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes em sistemas dinâmicos. Foram realizados diversos experimentos em laboratório, sendo que os resultados obtidos foram confrontados com resultados de simulações computacionais. Ao mostrar a possibilidade de implementação de controle dinâmico de sistemas simulados em módulos analógicos, abre-se também a possibilidade da utilização didática do Controlador Lógico Programável nos cursos de graduação e pós-graduação no controle de sistemas dinâmicos, sem que seja necessária a presença do sistema físico real em laboratório. Algumas limitações na realização da lei de controle com estrutura variável também são informadas neste trabalho, seja ligada à linguagem de programação seja referente a problemas elétricos que envolvem a implementação. Também é sugerida uma lei de controle discreta.

Palavras Chave: Controle dinâmico, estrutura variável, controlador robusto, controlador lógico programável.

Abstract

The programmable logic controllers that were previously used only in PID control, nowadays they show able to carry through more sophisticated control techniques, as systems that use fuzzy logic, due to a bigger improvement of its functions. Such fact avoids the interest to investigate the possibility of use of Programmable Logic Controller to provide a robust system control. Thus, the work presented here had as objectives to verify the viability of the use of the equipment Programmable Logic Controller for implementation of the technique Variable Structure Control and Sliding Mode in dynamic systems. Various experiments in laboratory had been carried through, and the results had been collated with computational results of simulations. When showing the possibility of implementation of dynamic control of systems simulated in analogical module, it also opens the possibility of didatic utilization of Programmable Logic Controller in the graduation courses in the dynamic system control, without necessary presence of a real physic system in laboratory. Some limitations in accomplishment realization of control law with variable structure are also informed in this work, either about programming language either about electric problems that involve the implementation. It is also suggested a discrete control law.

Key words: Dynamic control, variable structure, robust controller, programmable logic controller.

Introdução do Controle com Estrutura Variável e	
Módulo Decisores através do Controlador Lógico	
Programação	61
4.1 Os Sistemas	62
4.2 Linguagem Ladder	75
5.1 Prática Utilizada no Laboratório	82
6. Conclusões	92
Referências Bibliográficas	94

Sumário

1.	Introdução	7
2.	Controlador Lógico Programável.....	13
3.	Controle com Estrutura Variável e Modo Deslizante.....	15
3.1	Introdução	15
3.2	Modelo do Sistema	16
3.3	Superfície de Deslizamento	16
3.4	Modo Deslizante	17
3.5	Condições para a Existência do Modo Deslizante	18
3.6	Controle Equivalente.....	21
3.7	Redução de Ordem.....	22
3.8	Forma Regular e a Dinâmica de Ordem Reduzida	23
3.9	Projeto do Controlador Contínuo.....	26
3.10	Sistemas Incertos.....	29
3.11	O Controle de Estrutura Variável para o Controle de Sistemas Incertos.....	30
3.12	Trepidação	32
3.13	Projeto do Controlador Discreto	34
3.14	Exemplos	38
4.	Implementação de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes através de Controlador Lógico Programável.....	51
4.1	Os Sistemas.....	53
4.2	Diagramas Ladder.....	55
5.	Resultados Obtidos em Laboratório.....	68
6.	Conclusões	92
	Referências Bibliográficas.....	94

1 Introdução

Este trabalho foi realizado com o intuito de verificar a viabilidade de realização de uma lei de controle robusto, utilizando a técnica de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes (CEV/MD) [1, 2] a partir de Controladores Lógicos Programáveis (CLP) [3, 4]. Os resultados deste trabalho são de importância para o setor de automação industrial e, de imediato, poderão propiciar aos estudantes dos cursos de controle de sistemas dinâmicos a possibilidade de utilizarem os controladores lógicos programáveis como equipamentos didáticos para estudo de técnicas de controle robusto de sistemas simulados através de módulos analógicos [5]. O controle de sistemas a partir de controladores lógicos programáveis para realização da lei de controle com estrutura variável é abordado neste trabalho de forma teórica e experimental. Foram feitos estudos através de pesquisas na literatura sobre ambos os elementos básicos (controladores lógicos programáveis e a técnica de controle com estrutura variável) e realizadas simulações computacionais e implementações em laboratório para verificação e análise da viabilidade do procedimento.

No capítulo 2 há uma exposição sobre os controladores lógicos programáveis, os quais são equipamentos eletrônicos programáveis, desenvolvidos inicialmente para serem utilizados em substituição aos painéis de relês. Apresentam vantagem em relação aos sistemas de controle realizados por relês por facilitar possíveis alterações e ampliações, já que dispensam os intrincados esquemas de fiação. Atualmente desenvolvem diversas tarefas complexas e podem comunicar-se em redes locais ou via rede mundial.

A utilização do Controlador Lógico Programável, principalmente na indústria, foi incrementada por proporcionar aumento da produção, redução de gastos e automatização de máquinas e processos.

Neste trabalho usou-se a linguagem de programação de Controlador Lógico Programável mais utilizada na indústria, feita em Diagramas de contatos (Diagramas Ladder) que é bastante semelhante aos diagramas elétricos. A linguagem Ladder (LD - Ladder Diagram) recebeu o nome devido a sua representação apresentar certa semelhança com uma escada (ladder). Seu traçado é composto de duas barras verticais interligadas por linhas horizontais onde se dispõe a lógica de controle. As linhas de instruções em programas utilizando esta linguagem fazem uso de lógica semelhante à lógica de energização de relês [4].

Em sua constituição básica, o Controlador Lógico Programável (CLP) apresenta:

- (a) Fonte de alimentação.
- (b) Unidade Central de Processamento (CPU): Executa os programas do fabricante e do usuário, gerenciando todo o sistema.
- (c) Memórias: EPROM (contém o programa que inicia o Controlador Lógico Programável); do usuário (área a ser utilizada pelo programa de aplicação); de dados (reservada aos dados a serem trabalhados pelo programa do usuário); imagem das entradas e saídas - E/S (utilizada na comunicação entre o Controlador Lógico Programável e os equipamentos externos).
- (d) Terminal de programação: periférico utilizado na comunicação entre o usuário e o Controlador Lógico Programável.

A possibilidade de utilização de Controlador Lógico Programável para realizar o controle robusto de sistemas através da técnica de Controle com Estrutura Variável

e Modos Deslizantes (CEV/MD) é, neste trabalho, explorada através de implementações e simulações computacionais. A motivação para tal adveio do aprimoramento dos controladores lógicos programáveis que os têm integrado a outros controles e equipamentos por intermédio de interfaces de comunicação.

Técnicas de controle de maior sofisticação como sistemas de lógica fuzzy utilizando controladores lógicos programáveis [3] fomentaram a idéia de que os mesmos também poderiam realizar o controle de sistemas com estrutura variável.

No capítulo 3 é apresentada a base teórica do controle de sistemas através da técnica de estrutura variável e o conceito de modo deslizante.

É conhecido que as características reais de um sistema podem ser descritas através da modelagem matemática. Este modelo pode conter incertezas devido ao desconhecimento de parâmetros, que podem ser constantes, variantes no tempo ou não conhecidos com a necessária precisão e incertezas devido ao desconhecimento das entradas do sistema. Desde a introdução da teoria de sistemas com estrutura variável e modos deslizantes, as atividades de pesquisa em sistemas com estrutura e modos deslizantes, têm continuado crescente. Além disso, a natureza dessas investigações tem se expandido, de assuntos normalmente teóricos, para muitos problemas de aplicações práticas industriais interessantes, em muitos campos da engenharia.

Devido ao alto nível das publicações de atividades científicas, há um constante interesse em controle com estrutura variável. Este interesse se justifica pelas suas aplicações efetivas em problemas de automação que são muito diversificados em sua natureza física e propósitos funcionais. No curso de toda a história do desenvolvimento da teoria de controle automático, a intensidade das investigações de controle descontínuo tem se mantido em um nível suficientemente alto.



Recentemente, atenção crescente tem sido dada para sistemas onde as ações de controle são funções descontínuas de suas coordenadas e distúrbios. O estado do sistema é representado pelo posicionamento do ponto de descrição em um espaço com o sistema de coordenadas ao longo dos seus eixos. Os caminhos do ponto de descrição, referidos como trajetórias de estado, representam as propriedades de um sistema dinâmico. Portanto, através de uma escolha adequada das ações de controle, as trajetórias de estado podem ser mudadas para que sejam dadas as propriedades desejadas de um processo a um sistema [1,2].

Um sistema com estrutura variável consiste de um conjunto de subsistemas contínuos, com uma lógica própria de chaveamento. A ação de controle resultante é uma função descontínua dos estados do sistema, distúrbios e referências de entrada. Essencialmente, um sistema com estrutura variável utiliza uma lei de controle de alta velocidade de chaveamento para levar a trajetória de estado da planta não linear, para uma superfície especificada no plano de fase, mantendo-a sobre esta superfície por todo o tempo subsequente. Esta superfície é chamada de superfície de chaveamento. Então, a dinâmica da planta fica restrita a esta superfície, que é convenientemente escolhida, de maneira a obter um comportamento desejado.

Uma vez na superfície descontínua, o ponto de descrição evidentemente não pode se mover ao longo de nenhuma trajetória adjacente a esta em qualquer outro instante. Portanto, em resposta a qualquer mudança, um movimento que começa sempre retorna à superfície descontínua. Conseqüentemente, o ponto de descrição pode se mover somente ao longo da superfície descontínua. Este movimento é convencionalmente chamado de modo deslizante.

Também neste capítulo, há a apresentação de exemplos simulados para análise da robustez e para comparação do desempenho entre controladores contínuo e discreto [7]. Na comparação dos comportamentos dos controladores foram realizadas simulações com variação nos períodos de amostragem. Utilizou-se para tal o sistema pêndulo invertido [8]. Devido à implementação do controle com estrutura variável contínuo no tempo por computador digital requerer certo intervalo de tempo de amostragem e como há a necessidade da utilização de um ganho muito elevado para se conseguir maior robustez contra incertezas, é possível que ocorra instabilidade [9]. Daí a motivação para a comparação entre os projetos contínuo e discreto.

A possibilidade do atraso no sinal de controle, provocado pelo tempo necessário ao processamento computacional dos dados [10 a 15], levar o sistema a se tornar instável, é verificada através de um exemplo em que um controlador discreto foi projetado para o sistema pêndulo invertido. Foram incluídos artificialmente na simulação, atrasos no tempo do sinal de controle de modo a evidenciar o efeito provocado pelo atraso real ocorrido durante a implementação.

No capítulo 4 são descritos os problemas e soluções adotadas na implementação do Controle com Estrutura Variável utilizando o Controlador Lógico Programável. As dificuldades gerais ou específicas do equipamento utilizado são apresentadas, bem como os programas em linguagem ladder são mostrados.

No capítulo 5 estão apresentados os resultados obtidos em laboratório. Comparações são feitas entre os resultados obtidos nas simulações e os resultados obtidos na implementação.

No capítulo 6 estão as conclusões a respeito do trabalho realizado. Comentários sobre os problemas e soluções encontrados e, no caso de problemas



cujas soluções estavam além da abrangência que se propôs a este trabalho são sugeridas linhas de estudos futuros.



2 Controlador Lógico Programável

Os controladores lógicos programáveis tiveram sua origem devido à necessidade de se diminuir os altos custos gerados pelos controladores construídos com a utilização de relês. Para tanto, era necessário que apresentassem uma flexibilidade de uso como a dos computadores e pudessem ser reutilizados.

O Controlador Lógico Programável é um computador de uso primordialmente industrial que recebe sinais de entrada originados de comutadores e sensores, avaliando-os através do programa que está armazenado em sua memória do usuário, gerando sinais de saída para controle de máquinas e processos. Nos controladores lógicos programáveis é possível armazenar instruções como seqüenciamento, temporização, contagem, operações aritméticas, manipulação e comunicação de dados, entre outras, para controlar máquinas e processos industriais.

Controladores lógicos programáveis possuem semelhanças básicas com os computadores de uso geral, porém apresentam um importante diferencial por suportarem as severas condições do ambiente industrial (como ruídos elétricos, interferências eletromagnéticas, vibrações mecânicas e umidade). E como qualidade adicional, há a possibilidade de que o pessoal de nível técnico também possa utilizá-lo.

Atualmente é praticamente impossível encontrar uma indústria de tecnologia que não utilize, de uma forma ou outra, um Controlador Lógico Programável, já que as raízes de seu projeto se baseiam em princípios de simplicidade e aplicação prática. Máquinas de operações conjugadas, prensa de estampagem, controle de

temperatura em fornos, sistemas de manejo de ar, sistemas de limpeza a seco, equipamentos de esterilização, máquinas de lavagem, caldeiras industriais e transportadores de matéria ou energia estão entre suas utilizações mais freqüentes.

O desenvolvimento de novos produtos tem aumentado as possibilidades de integração dos controladores lógicos programáveis com outros controles e equipamentos de gerenciamento industrial. Avanços na tecnologia dos controladores lógicos programáveis incluem o desenvolvimento de interfaces que permitem a comunicação com equipamentos, "hardware" e "software" que suportam inteligências artificiais como os sistemas de lógica fuzzy.

Neste sentido, a possibilidade de se realizar um controle de sistemas aplicando a teoria de Controle com Estrutura Variável com a utilização do Controlador Lógico Programável, como o GE Fanuc da foto 1, motivou de forma vigorosa a realização deste trabalho.

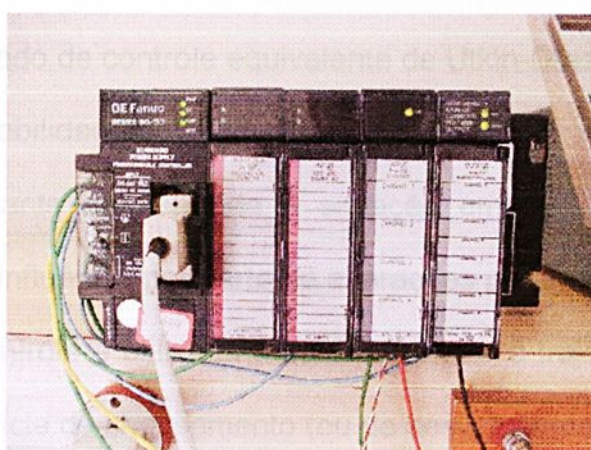


Foto 1 – Controlador Lógico Programável

3 Controle com Estrutura Variável e Modo Deslizante

3.1 Introdução

O Controle com Estrutura Variável é um método de controle em que se promove a realimentação do sistema através de chaveamento de alta velocidade. O principal objetivo a ser alcançado através da utilização do Controle com Estrutura Variável é, com a sua lei de controle, atingir-se condições robustas e efetivas de controle para a classe de sistemas com incertezas na planta, parâmetros e distúrbios. Na análise teórica considera-se a ação de chaveamento infinitamente rápido que permite trabalhar-se com o caso de análise mais simples que é o caso de Controle com Estrutura Variável ideal. O projeto do Controle com Estrutura Variável descrito utiliza o método de controle equivalente de Utkin-Drazenovic [1] e conceitos generalizados de estabilidade de Lyapunov.

O Modo Deslizante corresponde à situação em que o comportamento do sistema sofre menor influência por parte de alterações paramétricas ou de distúrbios externos. A lei de controle é utilizada para encaminhar a trajetória do sistema para uma projetada superfície de chaveamento (ou de deslizamento) e nela permanecer a partir de então (Modo Deslizante) [16].



3.2 Modelo do Sistema

O modelo de sistema [2] tem vetor de estado $x(\cdot)$ não linear e vetor de controle $u(\cdot)$ linear

$$\dot{x}(t) = f(t, x, u) = f(t, x) + B(t, x)u(t) \quad (1)$$

com $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $f(t, x) \in \mathbb{R}^n$, $B(t, x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e cada elemento de $f(t, x)$ e $B(t, x)$ é assumido contínuo com derivada limitada contínua com respeito a x .

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t)$ tem a seguinte forma

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{com } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{com } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \\ i = 1, \dots, m \quad (2)$$

sendo que $\sigma_i(x)=0$ é a i -ésima superfície de chaveamento (também chamada descontinuidade) associada com a superfície de chaveamento

$$\sigma(x) = [\sigma_1(x) \dots \sigma_m(x)]^T = 0 \quad (3)$$

3.3 Superfície de Deslizamento

Um espaço fechado de dimensão $(n-m)$ em $\mathbb{R}^n$ determinado pela intersecção de m superfícies de chaveamento de dimensão $(n-1)$, $\sigma_i(x)=0$, é a superfície de deslizamento $\sigma(x)=0$. O projeto das superfícies de deslizamento visa garantir que a resposta do sistema restrito a $\sigma(x)=0$ tenha um comportamento desejado.

As superfícies de deslizamento lineares por possibilitarem, em muitos casos, a utilização de técnicas de controle linear clássico, são mais frequentes nos projetos, mesmo que em geral, superfícies de deslizamento não lineares sejam possíveis. Assim, por simplicidade, trataremos das superfícies de deslizamento lineares da forma

$$\sigma(x) = Sx(t) = 0 \quad (4)$$

onde S é uma matriz $m \times n$, constante e com linhas s_i linearmente independentes.

3.4 Modo Deslizante

O Modo Deslizante constitui-se em importante conceito em Controle com Estrutura Variável. É a propriedade do controle que mantém a trajetória do sistema sobre a superfície de deslizamento após a intersecção de ambas. Com a lei de controle adequada, a trajetória do movimento do sistema pode ser levada para a vizinhança da superfície σ e orientada em seu sentido. O ponto da trajetória que toca a superfície não mais se distancia dela, mudando de um lado para outro, movendo-se sobre uma trajetória média ao longo de σ .

Nos casos de sistemas com múltiplas entradas, é possível realizar o modo deslizante sobre certas superfícies e suas intersecções. A função de controle u_1 produz o modo deslizante sobre σ_1 , a função de controle u_2 produz o modo deslizante sobre $\sigma_1 \cap \sigma_2$, etc., e finalmente garante-se o modo deslizante sobre $\sigma_1 \cap \sigma_2 \cap \dots \cap \sigma_m$.



As mais aceitáveis superfícies são os hiperplanos que passam pela origem definidos pelas equações:

$$\sigma_i(x) = S_i x(t) = 0$$

onde S_i é um vetor linha constante, e σ_i é um escalar denominado função de chaveamento.

Quando no estágio final do movimento a trajetória move-se no modo deslizante através das intersecções de todos m hiperplanos σ_i , as trajetórias de fase do sistema pertencem ao subespaço E^{n-m} definido pela equação $\sigma(x) = Sx(t) = 0$.

O movimento em E^{n-m} será considerado como a principal parte do movimento, e o movimento precedente ao modo deslizante em E^{n-m} como a parte preliminar [1].

3.5 Condições para a Existência do Modo Deslizante

Após o projeto da superfície de chaveamento, deve-se garantir a existência de um modo deslizante impondo-se na vizinhança de uma superfície de chaveamento, $\sigma(x)=0$, que o vetor tangente ou velocidade da trajetória de estados (a derivada no tempo do vetor de estado) sempre aponte para a superfície de chaveamento. Se um modo deslizante existe sobre $\sigma(x)=0$, então $\sigma(x)$ é chamada uma superfície de deslizamento. Conseqüentemente, se a trajetória cruza a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado permanece dentro de uma vizinhança ε de $\{x|\sigma(x)=0\}$, isto é, a trajetória do sistema deve aproximar-se da superfície assintoticamente. A maior vizinhança é a chamada *região de atração*.



O problema assemelha-se ao de estabilidade generalizado, portanto o segundo método de Lyapunov fornece um conjunto natural para a análise, sendo que a estabilidade para a superfície de chaveamento requer seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(t, x, \sigma)$ que é definida positiva e tem uma derivada no tempo negativa na região de atração. Estabelecendo formalmente [2]:

Definição 1: Um domínio D no espaço fechado $\sigma(x)=0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon>0$, existe $\delta>0$, tais que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de D pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de D somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira de D . Já que a região D está situada sobre a superfície $\sigma(x)=0$, dimensão $[D]=n-m$.

Teorema 1: Para o domínio D de dimensão $n-m$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que em algum domínio de dimensão n , $\Omega \supset D$, exista uma função $V(t, x, \sigma)$ continuamente diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo às seguintes condições:

1) $V(t, x, \sigma)$ é definida positiva com respeito a σ , isto é, $V(t, x, \sigma) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, e $V(t, x, 0) = 0$; e sobre a esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e qualquer t considera as relações

$$\begin{aligned} \text{i) } \inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) &= h_\rho & h_\rho > 0 \\ \text{ii) } \sup_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) &= H_\rho & H_\rho > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

sendo que h_ρ e H_ρ dependem de ρ ($h_\rho \neq 0$ se $\rho \neq 0$).

2) A derivada no tempo de $V(t, x, \sigma)$ para o sistema (1) tem um extremo negativo para todo $x \in \Omega$ exceto para x sobre a superfície de chaveamento onde as entradas de controle são indefinidas e a derivada de $V(t, x, \sigma)$ não existe.

Um modo deslizante é globalmente alcançável se o domínio de atração é o espaço de estado completo.

A estrutura da função $V(t,x,\sigma)$ determina o modelo com o qual calcula-se o ganho realimentado real na implementação de um projeto de Controle de Estrutura Variável. Para uma escolha infeliz da função de Lyapunov, o ganho de realimentação pode ser inatingível.

Para todos sistemas de entrada única uma função de Lyapunov adequada é $V(t,x,\sigma)=0,5\sigma^2(x)$ que claramente é globalmente definida positiva. Em Controle de Estrutura Variável, σ dependerá do controle e daí se os ganhos de realimentação chaveada podem ser escolhidos de modo que

$$0,5 \frac{d\sigma^2}{dt} = \dot{\sigma} \frac{d\sigma}{dt} < 0 \quad (6)$$

no domínio de atração, então a trajetória de estado converge para a superfície e está restrita à superfície por todo tempo subsequente. Os ganhos de realimentação que serão implementados em associação com o projeto de Controle com Estrutura Variável serão diretamente obtidos nesse caso.

Assegurar a existência de um modo deslizante sobre a superfície de deslizamento é a condição necessária no projeto de Controle de Estrutura Variável. Projetar a própria superfície é uma condição complementar.

Deste modo o projeto de Controle de Estrutura Variável é dividido em duas etapas principais.

1) Projeto da superfície de chaveamento, de maneira que a planta ou o sistema original restrito à superfície tenha um comportamento desejado;

2) Projeto de uma lei de controle de chaveamento (isto é, realimentação com ganhos chaveados apropriados), que satisfaça um conjunto de condições suficientes para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante.

3.6 Controle Equivalente

O método de controle equivalente é uma técnica para aplicação em sistemas de múltiplas entradas na determinação do movimento do sistema restrito à superfície de chaveamento $\sigma(x)=0$. Supondo que em t_0 , a trajetória da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{\partial \sigma(x(t))}{\partial t} = 0 \quad \text{e} \\ 2) \quad & \sigma(x(t)) = 0 \quad \text{para todo } t \geq t_0 \end{aligned}$$

Da regra da cadeia

$$\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial x}{\partial t} \right] = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] = 0$$

onde u_{eq} é o chamado controle equivalente. Após substituir u_{eq} em (3), esta equação descreve o comportamento do sistema restrito à superfície de chaveamento determinado pelas condições iniciais $x(t_0)$ satisfazendo $\sigma(x(t_0))=0$.

Para calcular u_{eq} assumimos que a matriz $[\partial \sigma / \partial x]B(t, x)$, $m \times m$ é não singular para todo t e todo x . Então

$$u_{eq} = - \left[\left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} f(t, x) \quad (7)$$

Portanto, dado $\sigma(x(t_0))=0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para $t \geq t_0$ é dada por

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] f(t, x) \quad (8)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear $\sigma(x)=Sx=0$, $[\partial\sigma/\partial x]=S$, (8) se reduz a

$$\dot{x} = [I - B(t,x)[SB(t,x)]^{-1}S]f(t,x) \quad (9)$$

Essa estrutura pode ser vantajosamente explorada no projeto da superfície de chaveamento.

Observa-se que (8) juntamente com a restrição $\sigma(x)=0$ determinam o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Dessa forma, o movimento sobre a superfície de chaveamento será governado por um conjunto de equações de ordem reduzida.

Algumas aplicações de controle necessitam de uma superfície de chaveamento variante no tempo $\sigma(t,x)=0$. Neste caso,

$$\dot{\sigma}(t,x) = (\partial\sigma/\partial t) + (\partial\sigma/\partial x)\dot{x}$$

e o controle equivalente toma a forma

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}B(t,x)\right]^{-1}\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}f(t,x) + \frac{\partial\sigma}{\partial t}\right] \quad (10)$$

Generalizações incorporando componentes variantes no tempo de $\sigma(t,x)$ são construídas diretamente.

3.7 Redução de Ordem

A seguir está descrito como determinar o conjunto de equações dinâmicas de ordem reduzida que governam o sistema sobre a superfície de chaveamento,

concentrando-se no caso da superfície de chaveamento linear $\sigma(x)=Sx=0$, por simplicidade.

Como no modo deslizante o sistema equivalente precisa satisfazer não somente as dinâmicas do estado de dimensão n , mas também as m equações algébricas, $\sigma(x)=0$, o uso de ambas restrições reduz a dinâmica do sistema de um modelo de ordem n para um modelo de ordem $(n-m)$.

Especificamente, supomos que o sistema não linear de (1) está restrito à superfície de chaveamento de (4), isto é, $\sigma(x)=Sx=0$, com a dinâmica do sistema dada por (9). Assim, é possível resolver para m das variáveis de estado, em termos das restantes $n-m$ variáveis de estado, se o $\text{rank}[S]=m$.

A condição $\text{rank}[S]=m$ permanece sob a condição assumida que $[\partial\sigma/\partial x]B(t,x)$ é não singular para todos t e x . Para obter a solução, resolve-se para m das variáveis de estado em termos das $n-m$ variáveis de estado restantes. Substitui-se essas relações nas restantes $n-m$ equações de (9) e nas equações correspondentes às m variáveis de estado. O resultante sistema de ordem $n-m$ descreve totalmente o sistema equivalente dada uma condição inicial satisfazendo $\sigma(x)=0$.

3.8 Forma Regular e a Dinâmica de Ordem Reduzida

O trabalho na redução de ordem fica facilitado caso a dinâmica original seja dada na forma canônica de Luenberger. Sistemas que não estejam nessa forma requerem uma transformação para uma forma mais geral chamada forma regular [2].

A forma regular da dinâmica da planta (1) é:



$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(t, x) \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x) + B_2(t, x)u\end{aligned}\quad (11)$$

onde $x_1 \in \mathbb{R}^{n-m}$ e $x_2 \in \mathbb{R}^m$. Um sistema nesta forma tem facilitada a obtenção da dinâmica equivalente de ordem reduzida. No cálculo, assume-se que $B_2(t, x)$ é uma matriz $m \times m$ não linear, o que é necessário para a existência do controle equivalente.

O cálculo da dinâmica de ordem reduzida assume uma superfície de chaveamento linear da forma

$$\sigma(x) = [S_1 \quad S_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

Sem perder a generalidade assume-se que S_2 é não singular. Assim, em um modo deslizando

$$x_2 = -S_2^{-1} S_1 x_1 \quad (13)$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = f_1(t, x_1, -S_2^{-1} S_1 x_1) \quad (14)$$

que é a dinâmica de ordem reduzida. Caso f_1 tenha estrutura linear (o que é desejável)

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = A_{11} x_1 + A_{12} x_2 \quad (20)$$

então a dinâmica de ordem reduzida torna-se

$$\dot{x}_1 = [A_{11} - A_{12} S_2^{-1} S_1] x_1 \quad (15)$$

que tem a estrutura de realimentação " $A_{11} + A_{12}F$ " com $F = -S_2^{-1} S_1$ e A_{12} fazendo o papel de matriz de entrada. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível o uso efetivo das técnicas clássicas de projeto de controle por realimentação para obter uma F tal que $A_{11} + A_{12}F$ tenha as características desejadas. Após a determinação de F , pode-se obter $[S_1 \quad S_2]$ de modo que $F = -S_2^{-1} S_1$ concluindo, dessa forma, o projeto da superfície de chaveamento. No projeto de F , pode-se lançar mão das técnicas de locação de pólos, técnicas de controle linear ótimo, etc.

Para o caso mais geral de uma superfície de chaveamento não linear considera-se

$$\sigma(x) = \sigma_1(x_1) + S_2 x_2 = 0 \quad (16)$$

que é linear em x_2 e possivelmente não linear em x_1 . Neste caso, a dinâmica de ordem reduzida no modo deslizante terá a forma

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x_1, -S_2^{-1} \sigma_1(x_1)) \quad (17)$$

A próxima questão importante é como transformar a dinâmica do sistema dada por (1) na forma regular (11). Primeiramente, considerando-se o caso de uma superfície de chaveamento linear (12) e uma transformação linear, não singular e invariante no tempo $z = Tx$. Tomando-se a derivada no tempo de z tem-se

$$\dot{z} = T\dot{x} = Tf(t, x) + TB(t, x)u \quad (18)$$

Se é verdade que

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (19)$$

Então, nas novas coordenadas, a dinâmica da planta (1) torna-se

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 &= \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u \end{aligned} \quad (20)$$

conseqüentemente, em um modo deslizante, a dinâmica equivalente de ordem reduzida dada por (17) tem suas coordenadas alteradas, ou seja

$$\dot{z}_1 = \hat{f}_1(t, z_1, -\hat{S}_2^{-1} \hat{S}_1 z_1) \quad (21)$$

onde

$$[\hat{S}_1 \quad \hat{S}_2] = [S_1 \quad S_2]T^{-1}.$$

Se não existir uma transformação linear tal que (19) seja satisfeita, será necessário lançar mão de transformações não lineares da forma

$$z = T(t, x) = \begin{bmatrix} T_1(t, x) \\ T_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde $T(\cdot, \cdot)$ é uma transformação tal que exista uma diferencial contínua inversa

$$\tilde{T}(t, z) = x$$

satisfazendo

$$1) \tilde{T}(t, 0) = 0 \text{ para todo } t.$$

$$2) \tilde{T}_1(\cdot, \cdot): \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^{n-m}, \text{ e } \tilde{T}_2(\cdot, \cdot): \mathcal{R} \times \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^m.$$

Derivando z em relação ao tempo em (22) obtém-se

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x}(t, x)\dot{x} + \frac{\partial T}{\partial t}(t, x) \quad (23)$$

substituindo (1) em (23) chega-se a

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial T}{\partial x} B(t, x)u(t) + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (24)$$

Se a transformação tem a propriedade

$$\frac{\partial T}{\partial x} B(t, x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x} \end{bmatrix} B(t, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (25)$$

então, nas novas coordenadas, as equações que descrevem o sistema ou planta são

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial T_1}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_1}{\partial t} = \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 &= \frac{\partial T_2}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_2}{\partial t}(t, \tilde{T}(t, z)) + \\ &\quad \frac{\partial T_2}{\partial x} B(t, \tilde{T}(t, z))u = \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u \end{aligned} \quad (26)$$

3.9 Projeto do Controlador Contínuo

O projeto do controlador é a segunda fase do projeto de Controle de Estrutura Variável. O objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveada que levarão

a trajetória de estado da planta para a superfície de chaveamento e manter uma condição de modo deslizante. Está pressuposto que a superfície de deslizamento foi projetada. Em geral, o controle é um vetor $u(t)$ de dimensão m em que cada uma das entradas tem estrutura da forma

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{para } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{para } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (27)$$

onde $\sigma(x) = [\sigma_1(x), \dots, \sigma_m(x)]^T = 0$

Além dos métodos de diagonalização e de controle hierárquico [2], outras aproximações são possíveis. Uma estrutura alternativa para o controle é:

$$u_i = u_{i_{eq}} + u_{i_N} \quad (28)$$

Sendo $u_{i_{eq}}$ é a i -ésima componente do controle equivalente (que é contínuo) e u_{i_N} é a parte chaveada (ou descontínua) de (27).

Para controladores que tenham a estrutura (28) é verdade que:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)(u_{eq} + u_N)] \\ \dot{\sigma}(x) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N . \end{aligned}$$

Como a existência de um modo deslizante implica em

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} [f(t, x) + B(t, x)u_{eq}] = 0$$

então

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N$$

Assumindo que

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x) = I \text{ (matriz identidade)}$$

então

$$\dot{\sigma}(x) = u_N .$$

Essa condição permite uma verificação simples das condições suficientes para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante ($\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0$ quando $\sigma_i(x) \neq 0$).

A seguir estão cinco possíveis estruturas de controle descontínuo para u_N .

1) Função Sinal com Ganhos Constantes

$$u_{i_N}(x) = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i < 0 \\ 0, & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (29)$$

Em que a condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtida da forma:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad \text{se } \sigma_i \neq 0$$

2) Função Sinal com Ganhos Dependentes dos Estados

$$u_{i_N}(x) = \begin{cases} \alpha_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \alpha_i(\cdot) < 0 \\ 0, & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (30)$$

E a condição para a existência de um modo deslizante:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i(x) \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad \text{se } \sigma_i(x) \neq 0$$

Como um exemplo de $\alpha_i(x)$ considere-se $\alpha_i(x) = \beta_i(\sigma_i^{2K}(x) + \gamma_i)$ com $\beta_i < 0$, $\gamma_i > 0$, sendo K um número natural.

3) Realimentação Linear com Ganhos Chaveados

$$\begin{aligned} u_{i_N}(x) &= \Psi x; \quad \Psi = [\Psi_{ij}]; \\ \Psi_{ij} &= \begin{cases} \alpha_{ij}, & \sigma_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & \sigma_i x_j < 0 \end{cases} \\ \text{com } \alpha_{ij} &< 0 \quad \text{e} \quad \beta_{ij} > 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Assim, novamente,

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \sigma_i (\psi_{i1} x_1 + \psi_{i2} x_2 + \dots + \psi_{in} x_n) < 0$$

4) Realimentação Linear Contínua

$$u_{i_N}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \quad \text{e } \alpha_i < 0 \quad (32)$$

A condição para a existência de um modo deslizante é:



$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0$$

ou, mais genericamente,

$$u_N(x) = -L\sigma(x)$$

sendo $L \in \mathbb{R}^{m \times m}$ uma matriz constante definida positiva. A condição para a existência de um modo deslizante é facilmente verificada

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = -\sigma^T(x) L \sigma(x) < 0, \text{ se } \sigma(x) \neq 0.$$

5) Vetor Unitário com Fator de Escala

$$u_N(x) = \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\|} \rho, \quad \rho < 0 \quad (33)$$

As condições de existência são:

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = \|\sigma(x)\| \rho < 0, \text{ se } \sigma(x) \neq 0.$$

3.10 Sistemas Incertos

Aqui a proposta é a exposição de Controle de Estrutura Variável para sistemas incertos e uma discussão sobre trepidação. A motivação para pesquisar sistemas incertos está no fato de que a representação matemática de sistemas reais na maioria das vezes não é fiel. Assim, pode-se ter não só incertezas paramétricas como também incertezas na própria modelagem do sistema real.

Primeiro, a descrição das incertezas da planta e, a seguir, descreveremos os métodos do Controle de Estrutura Variável para controle de sistemas incertos. Finalmente analisaremos a melhora do desempenho de controladores através da redução ou eliminação de trepidações através da introdução de controladores com camada limite.

3.11 O Controle de Estrutura Variável para o Controle de Sistemas Incertos

Para representar incertezas paramétricas na planta, considere a seguinte dinâmica de estado

$$\dot{x}(t) = [f(t, x(t) + \Delta f(t, x(t), r(t))) + [B(t, x(t) + \Delta B(t, x(t), r(t))]\mu(t)] \quad (34)$$

sendo $r(t)$ é uma função vetor (Lebesgue mensurável [1]) de parâmetros incertos cujos valores pertencem a algum conjunto fechado e limitado. A formulação não presume informações estatísticas sobre as incertezas. Quando as incertezas da planta Δf e ΔB (surgindo de $r(t)$) estão na imagem de $B(t, x)$ para todos valores de t e x , diz-se que são “incertezas casadas” (“matching conditions”). Satisfeitas as “matching conditions”, é possível reunir o total de incertezas da planta em um vetor único $e(t, x(t), r(t), u(t))$ e representar as incertezas da planta como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x) + B(t, x)e(t, x, r, u) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (35)$$

No Controle de Estrutura Variável não é necessário que o sistema nominal

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (36)$$

seja estável.

Contudo, o sistema equivalente, isto é, as restrições de (36) para a superfície de chaveamento $\sigma(t, x)=0$ precisa ser assintoticamente estável.

A estrutura do Controle de Estrutura Variável para a planta (36) será

$$u = u_{eq} + u_N \quad (37)$$

onde u_{eq} é o controle equivalente para (36) assumindo que todas incertezas $e(t,x,r,u)$ são nulas e u_N será projetado para responder pelas incertezas não nulas.

Procedendo da forma usual na determinação das condições de existência e alcançabilidade de modo deslizante, com a superfície de chaveamento $\sigma(t,x)=0$, obtém-se

$$u_{eq} = - \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \end{bmatrix} B \right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma}{\partial t} f + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \end{bmatrix} \right] \quad (38)$$

assumindo que $[(\partial \sigma / \partial x)B]$ é não singular e que $e(t,x,r,u)=0$. Isto é necessário para responder pelas incertezas e desenvolver uma expressão para u_N .

Para desenvolver este raciocínio assume-se

$$\|e(t,x,r,u)\|_2 \leq \rho(t,x) \quad (39)$$

onde $\rho(t,x)$ é função escalar considerada não negativa. Também se introduz a função escalar

$$\hat{\rho}(t,x) = \alpha + \rho(t,x) \quad (40)$$

onde $\alpha > 0$. Esta estrutura particular simplifica algumas de suas derivações.

Antes de especificar a estrutura de controle, escolhe-se a função generalizada de Lyapunov mais simples

$$V(t,x) = 0,5 \sigma^T(t,x) \sigma(t,x) \quad (41)$$

Como usual, para garantir a existência do modo deslizante e a atração para a superfície, é suficiente escolher um controlador de estrutura variável tal que

$$\frac{dV}{dt}(t,x) \stackrel{\Delta}{=} \dot{V} = \sigma^T \dot{\sigma} < 0 \quad (42)$$

sempre que $\sigma(t,x) \neq 0$ onde

$$\dot{\sigma}(t,x) = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} \quad (43)$$

A forma do controlador dada em (29) juntamente com o controlador

$$u = u(t, x) = - \frac{B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)}{\|B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)\|_2} \rho(t, x) \quad (44)$$

sugerem a forma de Controle de Estrutura Variável [2]

$$u(t, x) = u_{eq} + u_N = u_{eq} - \frac{B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)}{\|B^T(t, x) \nabla_x V(t, x)\|_2} \hat{\rho}(t, x) \quad (45)$$

quando $\sigma(t, x) \neq 0$ e onde

$$\nabla_x V(t, x) = \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \quad (46)$$

onde $\nabla_x V(t, x)$ é o gradiente da função de Lyapunov generalizada (41). Se $\sigma(t, x) = 0$, então $u(t, x) = u_{eq}(t, x)$.

Para verificar a validade deste controlador observa-se que (suprimindo os argumentos t e x)

$$\dot{V} = \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + Bu + Be). \quad (47)$$

Substituindo (45) em (47) e manipulando, obtém-se

$$\dot{V} = \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} f - \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial x} f - \sigma^T \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \left\| B^T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \sigma \right\|_2 \rho + \frac{\partial \sigma}{\partial x} Be \leq -\alpha \left\| B^T \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \sigma \right\| \quad (48)$$

verificando a definição negativa de V . Isto estabelece a atração para a superfície de chaveamento.

3.12 Trepidação

Os controladores com estrutura variável desenvolvidos anteriormente e os controladores de sistemas incertos desta seção asseguram o comportamento desejado do sistema em malha fechada. Esses controladores, contudo, necessitam

(no caso ideal) de um mecanismo de chaveamento infinitamente rápido. Nos sistemas reais isso é impossível devido às imperfeições existentes na função de controle tais como atraso, histerese, etc., o que limita a frequência de chaveamento do controlador. Dessa forma, a trajetória do sistema oscila dentro de uma vizinhança da superfície de chaveamento e esta oscilação é chamada de trepidação.

Se a frequência de chaveamento é muito alta comparada com a resposta dinâmica, as imperfeições e as frequências de chaveamento finitas não podem ser desprezadas. Os componentes de altas frequências da trepidação são indesejáveis pois podem excitar dinâmicas não modeladas de alta frequência da planta que podem resultar em instabilidade. Vamos então aprimorar a noção de camada limite e de controlador com camada limite.

Definindo o conjunto

$$\{x: \|\sigma(x)\| \leq \varepsilon, \varepsilon > 0\}$$

como a camada limite de espessura 2ε e considerando a lei de controle (suprimindo os argumentos t e x)

$$u = \begin{cases} u_{eq} - \frac{B^T \nabla_x V}{\|B^T \nabla_x V\|_2} \hat{p}, & \text{se } \|\sigma\| \geq \varepsilon \\ u_{eq} + p, & \text{se } \|\sigma\| < \varepsilon \end{cases}$$

onde u_{eq} é dado por (38) e onde $p=p(t,x)$ é função contínua tal que

$$p(t,x) = - \frac{B^T \nabla_x V}{\|B^T \nabla_x V\|_2} \hat{p}$$

sempre que $\|\sigma\| = \varepsilon$ e $\|p\| \leq \hat{p}$.

Este controle garante atração para a camada limite e dentro da camada limite oferece contínua aproximação para a ação de controle descontínuo.

3.13 Projeto do Controlador Discreto

Considere o sistema discreto com entrada única [7] representado por

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (49)$$

onde $x_k \in \mathbb{R}^n$, $y_k \in \mathbb{R}^p$ são os sinais amostrados e $u_k \in \mathbb{R}^1$ é o controle discreto.

As matrizes constantes são $\Phi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$.

A superfície de deslizamento discreta S_k é definida por

$$S_k = G x_k, \quad (50)$$

de maneira similar à mostrada para sistemas contínuos. A matriz $G \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ é projetada para que os estados, mantidos sobre S_k para todo k , sejam estáveis.

A lei de controle da equação é realizada por um computador digital. O controle é dado para cada intervalo de amostragem $k\Delta$, onde Δ é o período de amostragem.

No controle digital, a entrada u tem um valor constante entre duas amostras

$$u(t) = u_k = u_k^{eq} + u_k^{\pm} \quad k\Delta \leq t < (k+1)\Delta, \quad (51)$$

onde u_k^{eq} é o controle equivalente discreto e $u_k^{\pm}$ é o controle chaveado discreto.

Projeto da Superfície de Deslizamento Discreta

Uma lei de controle equivalente para o sistema (49) para todo k é dada por

$$\begin{aligned} u_k^{eq} &= F_{eq} x_k \\ F_{eq} &= -(G\Gamma)^{-1} G(\Phi - I) \end{aligned} \quad (52)$$

onde G é uma matriz constante projetada para que o sistema no modo deslizante

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= [\Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)]x_k \\ Gx_k &= 0 \end{aligned} \quad (53)$$

seja estável.

Projeto da Lei de Controle Discreto

A lei de controle $u_k^+(t)$, que leva os estados para o modo deslizante será projetada a seguir.

Seja a candidata à função de Lyapunov

$$V_k = \frac{1}{2} S_k^2. \quad (54)$$

Para garantir as condições de existência da superfície de deslizamento discreta, tem-se que

$$V_{k+1} < V_k. \quad (55)$$

Substituindo a equação (54) na equação (55), a condição de existência para a superfície de deslizamento é

$$\frac{1}{2} S_{k+1}^2 < \frac{1}{2} S_k^2 \quad (56)$$

Considerando que

$$\begin{aligned} \Delta S_{k+1} &= S_{k+1} - S_k = Gx_{k+1} - Gx_k \\ \Delta S_{k+1} &= G(\phi x_k + \Gamma u_k) - Gx_k \end{aligned} \quad (57)$$

e substituindo (51) e (52) na equação (57) segue que

$$\Delta S_{k+1} = G\Gamma u_k^+. \quad (58)$$

Substituindo $S_{k+1} = S_k + \Delta S_{k+1}$ na equação (56), tem-se

$$\frac{1}{2} (S_k + \Delta S_{k+1})^2 < \frac{1}{2} S_k^2 \quad (59)$$

e

$$\frac{1}{2}(S_k^2 + 2\Delta S_{k+1}S_k + \Delta S_{k+1}^2) < \frac{1}{2}S_k^2. \quad (60)$$

Substituindo (58) na equação (60) resulta

$$S_k(G\Gamma u_k^\pm) < -\frac{1}{2}(G\Gamma u_k^\pm)^2. \quad (61)$$

Supondo-se que $G\Gamma = 1$, então a condição de existência discreta para a superfície de deslizamento é

$$S_k u_k^\pm < -\frac{1}{2}(u_k^\pm)^2. \quad (62)$$

Uma lei discreta $u_k^\pm(t)$ que satisfaz a condição de existência (62) é

$$u_k^\pm = -S_k. \quad (63)$$

Conseqüentemente, a lei de controle discreta é

$$u_k = u_k^{eq} + u_k^\pm = -[(G\Gamma)^{-1}G(\phi - I)x_k + S_k]. \quad (64)$$

Análise da Robustez da Estabilidade

A lei de controle (63) foi escolhida devido a sua simplicidade para sua realização e também devido a sua velocidade de computação. Diversas outras leis discretas satisfazem à condição de existência do modo deslizante, equação (56). Mas todas essas leis apresentam estrutura muito complexa porque elas visam a robustez. Contudo, a realização de tais leis através de dispositivos digitais pode provocar um considerável atraso no sinal de controle devido ao tempo de processamento. Em geral, os efeitos do atraso no tempo em sistemas dinâmicos são conhecidos por deteriorar o desempenho do controle e tornar mais complexo o problema de estabilização na malha fechada. A lei de controle variável não

apresenta robustez com respeito ao atraso. A lei de controle discreta proposta (63), além da rapidez de computação, também apresenta robustez para a classe de sistemas com incertezas como será mostrado a seguir.

Considere o sistema discreto incerto

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta f(x_k) \\ y_k &= C x_k\end{aligned}\tag{65}$$

onde $\Delta f(x_k) \in \mathbb{R}^n$ é a função discreta que representa as incertezas da planta.

Teorema 1 [7]:

Se $\|\Delta f(x_k)\| < \|x_k\|$ para todo k , então o sistema (65) com a lei de controle discreto (64) é estável.

Prova:

A equação (58) agora dada como a seguir

$$\Delta S_{k+1} = G \Gamma u_k^\pm + G \Delta f(x_k).\tag{66}$$

Da equação (60) segue que

$$S_k \Delta S_{k+1} < -\frac{1}{2} (\Delta S_{k+1})^2.\tag{67}$$

Substituindo (66) em (67) e supondo que $G \Gamma = 1$,

$$S_k (u_k^\pm + G \Delta f(x_k)) < -\frac{1}{2} (u_k^\pm + G \Delta f(x_k))^2.\tag{68}$$

Substituindo $u_k^\pm = -S_k$ na equação (68), tem-se

$$(S_k)^2 > (G \Delta f(x_k))^2.\tag{69}$$

Mas $S_k = G x_k$, então

$$(G x_k)^2 > (G \Delta f(x_k))^2, \quad (70)$$

que é equivalente a

$$\|G\| \|x_k\| > \|G\| \|\Delta f(x_k)\|. \quad (71)$$

onde $\|\cdot\|$ denota a norma euclidiana.

A equação (71) será satisfeita se

$$\|\Delta f(x_k)\| < \|x_k\|. \quad (72)$$

Nota: Para sistemas lineares, com incertezas paramétricas

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \Phi x_k + \Gamma u_k + \Delta \Phi x_k \\ y_k &= C x_k \end{aligned}, \quad (73)$$

com $\Delta f(x_k) = \Delta \Phi x_k \in \mathbb{R}^n$, o teorema estará satisfeito se $\|\Delta \Phi\| < 1$, isto é, o sistema

(73) com a lei (64) é estável para pequenas variações paramétricas.

3.14 Exemplos

Exemplo 1 – Análise da robustez.

Para ilustrar a técnica sugerida, foram observadas as influências de distúrbios externos limitados e de distúrbios paramétricos num sistema de terceira ordem com entrada única [1]. O sistema é descrito pelas equações:



$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -0,03x_1 + 0,01x_2 + 0,01x_3 \\
 \dot{x}_2 &= -0,05x_1 + 0,15x_2 + 0,05x_3 \\
 \dot{x}_3 &= -0,09x_1 + 0,03x_2 - 0,17x_3 + e + u
 \end{aligned}
 \tag{74}$$

Se a superfície de deslizamento σ é dado pela equação:

$$\sigma = 7x_1 + x_2 + x_3 \tag{75}$$

a equação do movimento no modo deslizante será:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -0,01x_1 \\
 \dot{x}_2 &= -0,4x_1 - 0,2x_2 \\
 x_3 &= -7x_1 - x_2.
 \end{aligned}
 \tag{76}$$

Como S é um autovetor de A correspondente ao autovalor $-0,05$ na ausência de distúrbios, o modo deslizante pode ser obtido pela função de controle:

$$u_x = k_x |x_1| \operatorname{sgn} \sigma \tag{77}$$

onde k_x deve ser negativo. Grosseiramente falando, uma transição mais rápida para o modo deslizante corresponderá a um valor mais alto (em módulo) de k_x . Isto pode ser visto da expressão para $\dot{\sigma}$:

$$\dot{\sigma} = k |x_1| \operatorname{sgn} \sigma \tag{78}$$

A velocidade com que σ aproxima-se de zero obviamente aumentará com k_x .

Se o distúrbio limitado e afeta o sistema, u_f é acrescentado à função u_x

$$u_f = k_f (\operatorname{sgn} \sigma) \tag{79}$$

sendo k_f um número negativo satisfazendo a inequação:

$$|k_f| > |e|_{\max} \tag{80}$$

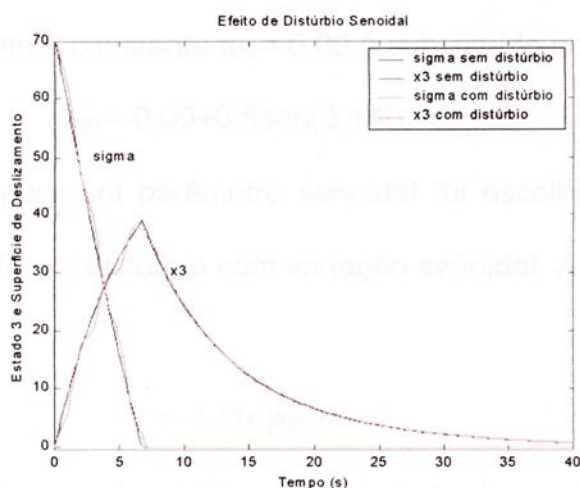


Figura 2 - Sistema sujeito a distúrbio senoidal

Para elucidar o efeito do distúrbio sobre as condições iniciais no modo deslizante, uma função degrau positivo com amplitude 5V é dada como distúrbio e o resultado está apresentado na figura 3. Este distúrbio claramente atrasa o início do modo deslizante, e ele resulta em uma considerável alteração nas condições iniciais do modo deslizante. Contudo, está óbvio que a parte do modo deslizante da resposta corresponde ao mesmo modelo de equações diferenciais. A trajetória tende a zero a despeito da presença de um distúrbio de valor constante.

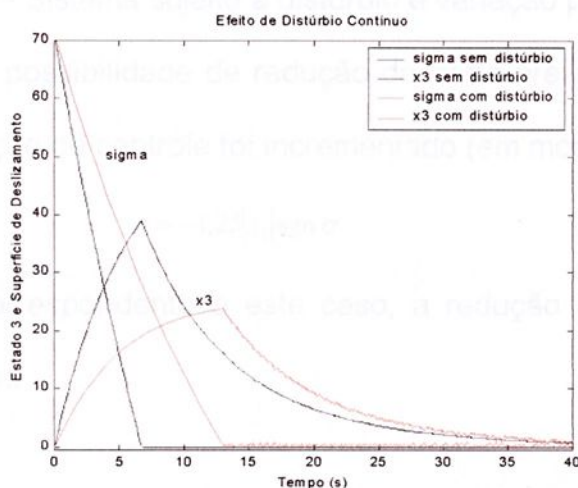


Figura 3 - Sistema sujeito a distúrbio contínuo

(b) O distúrbio é removido, e para ilustrar a influência de uma mudança de parâmetros, o coeficiente constante $a_{31} = -0,09$ é substituído por um variável:

$$a_{31} = -0,09 + 0,5 \sin(3,14t). \quad (81)$$

Uma mudança para um parâmetro senoidal foi escolhida pela mesma razão pela qual foi escolhido um distúrbio com variação senoidal. A função de controle é a seguinte:

$$u = -0,75 |x_1| \operatorname{sgn} \sigma. \quad (82)$$

O registro, similar aquele obtido para a influência do distúrbio senoidal, está mostrada na figura 4.

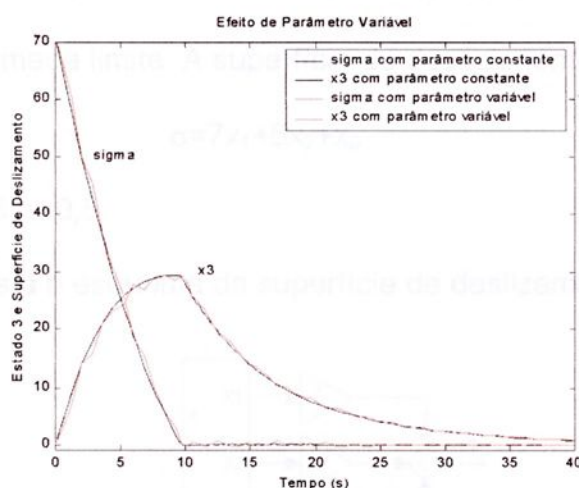


Figura 4 - Sistema sujeito a distúrbio e variação paramétrica

Para mostrar a possibilidade de redução da parte preliminar do movimento, o coeficiente k_x na função de controle foi incrementado (em módulo) para:

$$u = -1,25 |x_1| \operatorname{sgn} \sigma. \quad (83)$$

Na figura 5, correspondente a este caso, a redução da parte preliminar do movimento está óbvia.

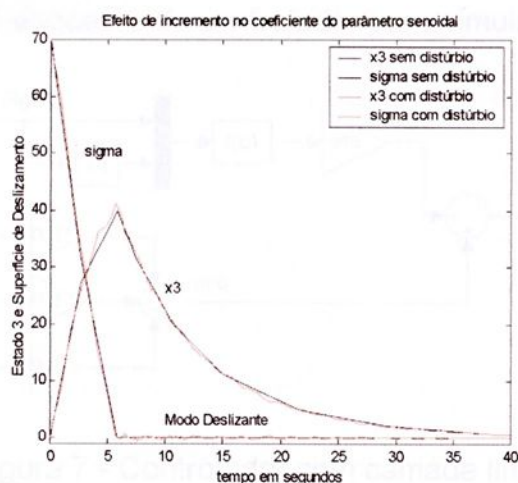


Figura 5 - Sistema afetado por alteração no coeficiente paramétrico variável

(c) Na figura 8 está mostrado o resultado da simulação efetuada com um controlador com camada limite. A superfície de deslizamento projetada é

$$\sigma = 7x_1 + 6x_2 + x_3 \quad (84)$$

com pólos em -0,05 e -0,5.

Na figura 6, está o esquema da superfície de deslizamento para simulink:

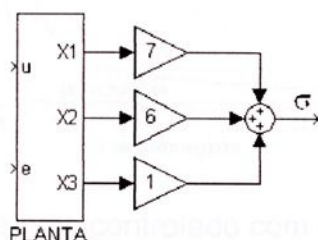


Figura 6 - Superfície de deslizamento (84)

O controlador foi projetado de forma a resultar em:

$$u = u_{eq} + u_N$$

$$u_{eq} = 0,6x_1 + 0,8x_2 - 0,2x_3$$

$$u_N = \alpha \frac{\sigma}{|\sigma| + 0,01} \quad \text{com } \alpha < 0$$

Na figura 7, está o esquema do controlador para simulink:

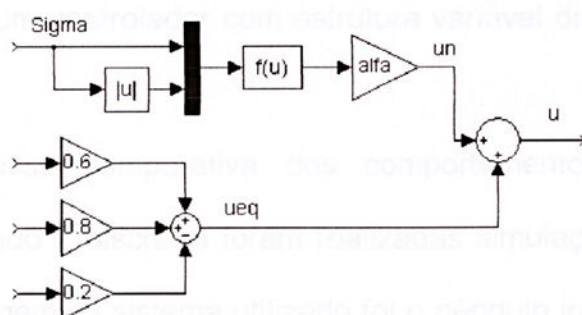


Figura 7 - Controlador com camada limite.

Foram utilizados os estados iniciais $x_1=10$, $x_2=x_3=0$; com $\alpha=-10$ e distúrbio $f=5 \times \sin(3,14t)$.

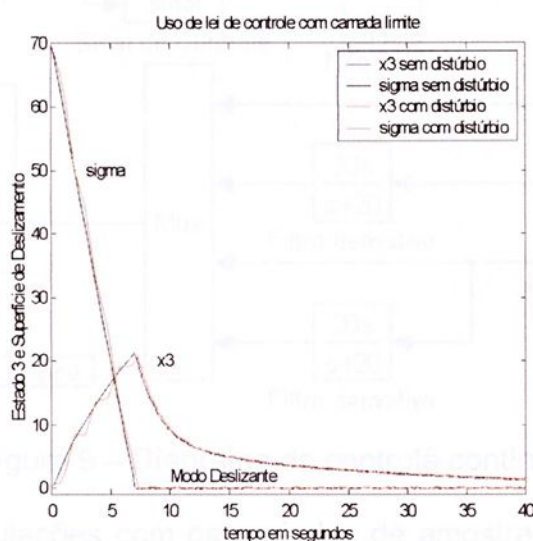


Figura 8 - Sistema controlado com camada limite

Exemplo 2 – Comparação entre controladores contínuo e discreto.

Como a implementação do controle com estrutura variável em sistema contínuo por computador digital requer determinado intervalo de tempo de amostragem e devido à necessidade da utilização de um ganho muito elevado para aumento da

robustez contra incertezas, é possível que o sistema apresente instabilidade [9]. Assim, o projeto de um controlador com estrutura variável discreto é indicado para evitar o problema.

Para uma análise comparativa dos comportamentos de cada um dos controladores (contínuo e discreto) foram realizadas simulações com variação nos períodos de amostragem. O sistema utilizado foi o pêndulo invertido [8]. Na figura 9 está apresentado um programa simulink da planta e do controlador contínuo.

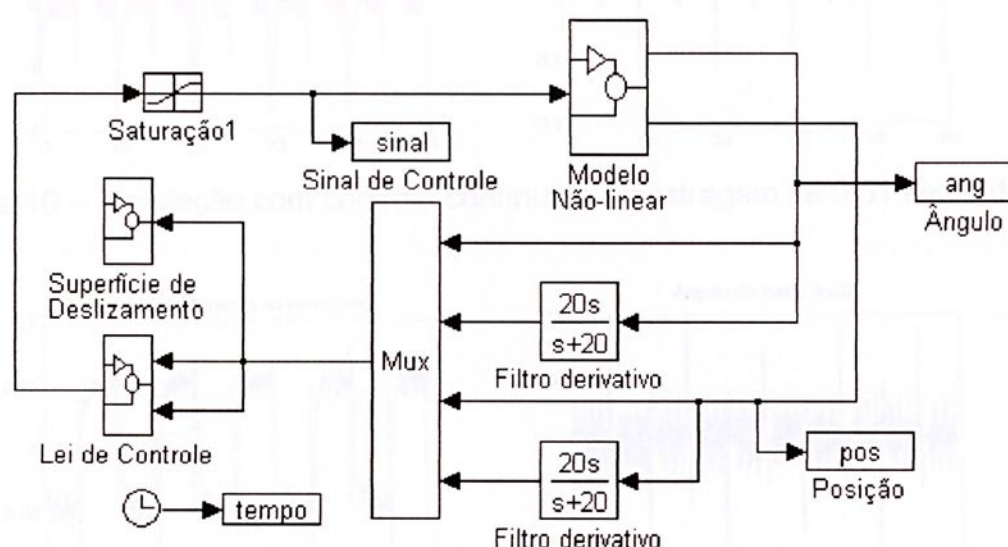


Figura 9 – Diagrama de controle contínuo.

Foram feitas simulações com os períodos de amostragem de 0,01 segundo e 0,065 segundo. Os resultados estão apresentados nas figuras 10 e 11, onde se observa considerável diminuição do desempenho do controlador com o aumento do tempo de amostragem.

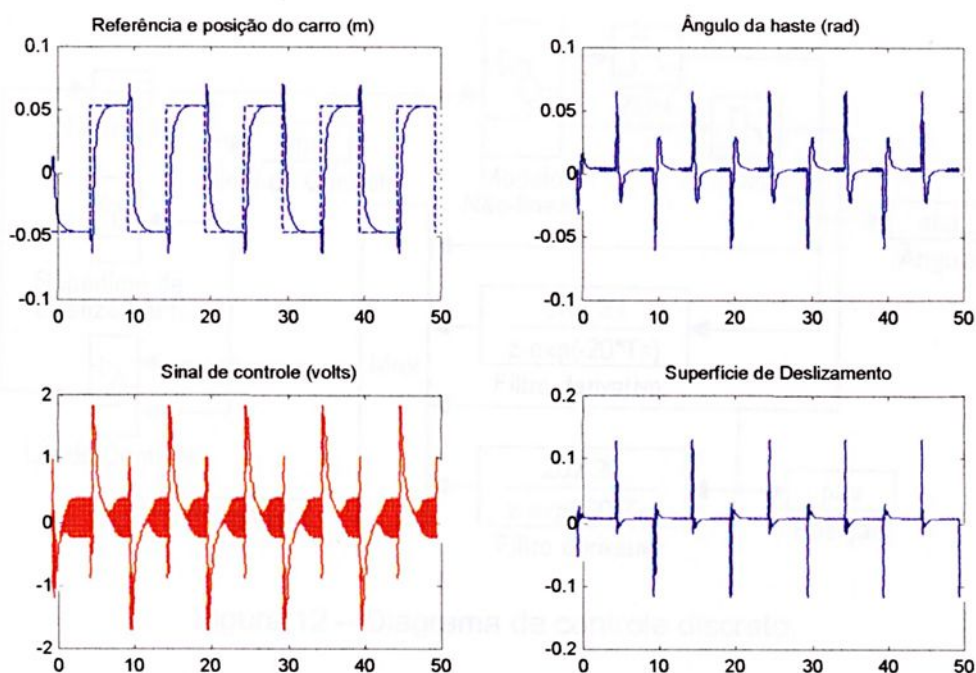


Figura 10 – Simulação com controle contínuo e amostragem de 0.01 segundo.

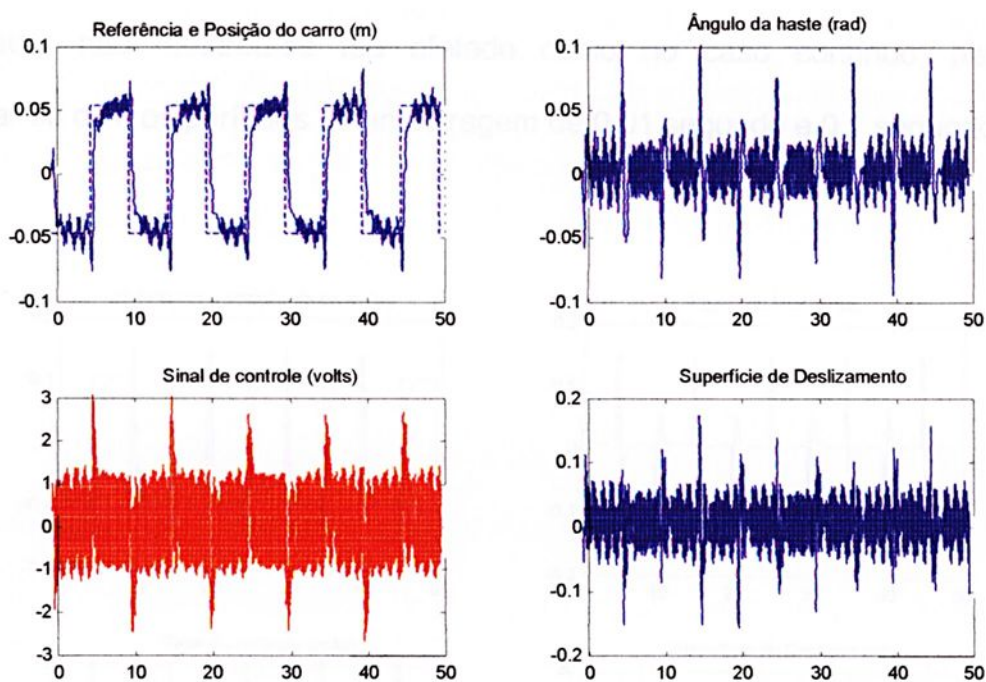


Figura 11 – Simulação com controle contínuo e amostragem de 0.065 segundo.

O programa do controlador discreto projetado para o sistema pêndulo invertido está representado na figura 12.

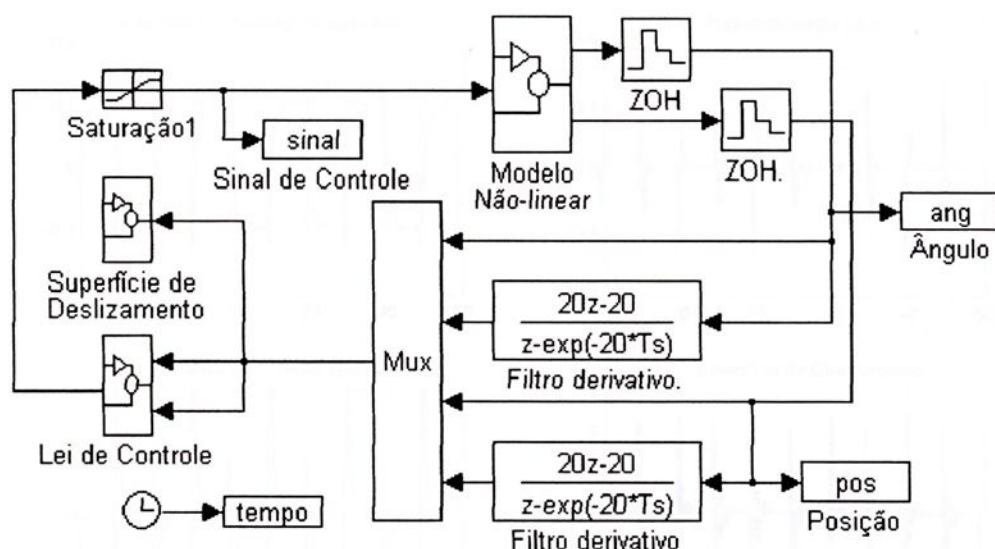


Figura 12 – Diagrama de controle discreto.

Neste caso, com resultados mostrados nas figuras 13 e 14, o desempenho do controlador não mostrou-se tão afetado como no caso contínuo, permitindo trabalhar-se com os períodos de amostragem de 0,01 segundo e 0,1 segundo.

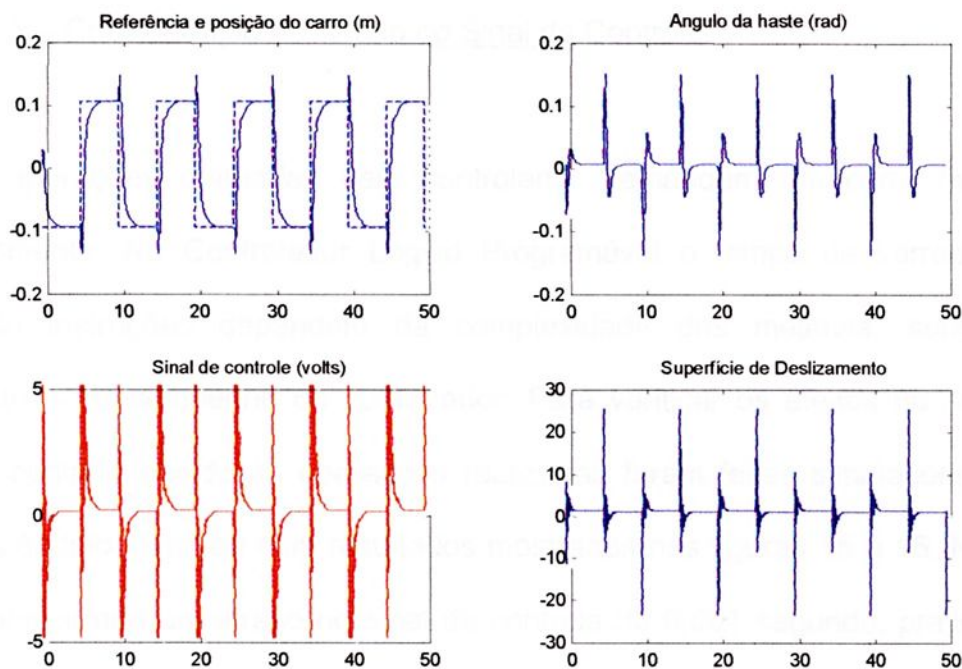


Figura 13 – Simulação com controle discreto e amostragem de 0,01 segundo.

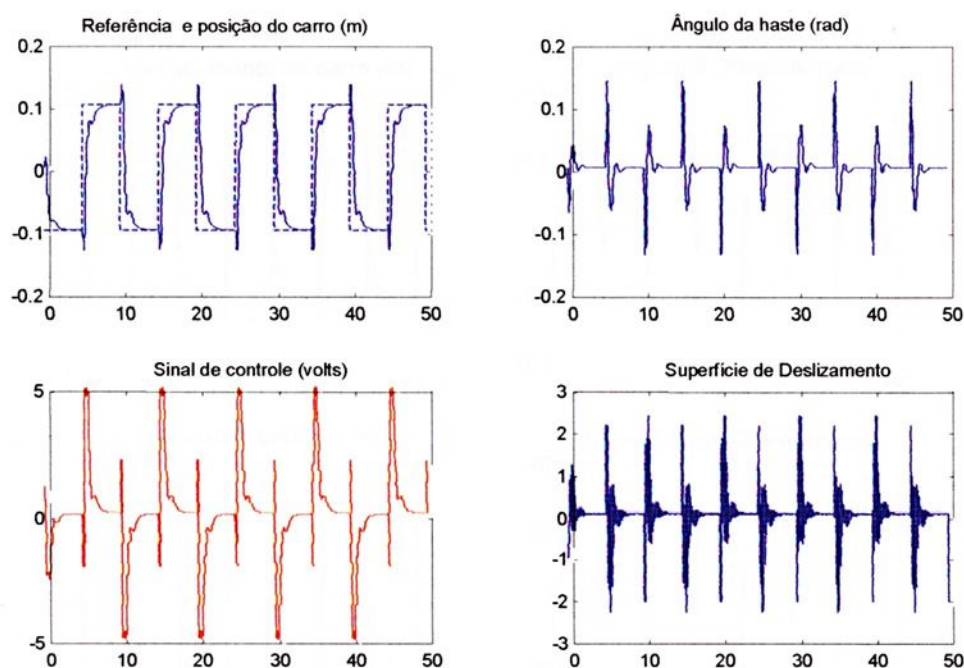


Figura 14 – Simulação com controle discreto e amostragem de 0.1 segundo.

Dessa forma, a comparação efetuada mostra a possibilidade da redução da perda de desempenho do controlador utilizando-se o projeto de controle discreto, nos casos em que se faz uso de ganhos elevados para garantir a robustez.

Exemplo 3 – Consideração de Atraso no Sinal de Controle

As operações efetuadas pelo controlador demandam um certo tempo de processamento. No Controlador Lógico Programável o tempo de varredura das linhas de instruções dependem da complexidade das mesmas, sendo fator importante no desempenho do controlador. Para verificar os efeitos do atraso no sinal de controle devido às operações realizadas foram feitas simulações para o sistema pêndulo invertido com resultados mostrados nas figuras 15 e 16. Na figura 15 foi considerado um atraso no sinal de controle de 0,001 segundo, praticamente desprezível. Já na figura 16 o atraso foi elevado para 0,04 segundo o que já foi suficiente para se atingir o limite da estabilidade.

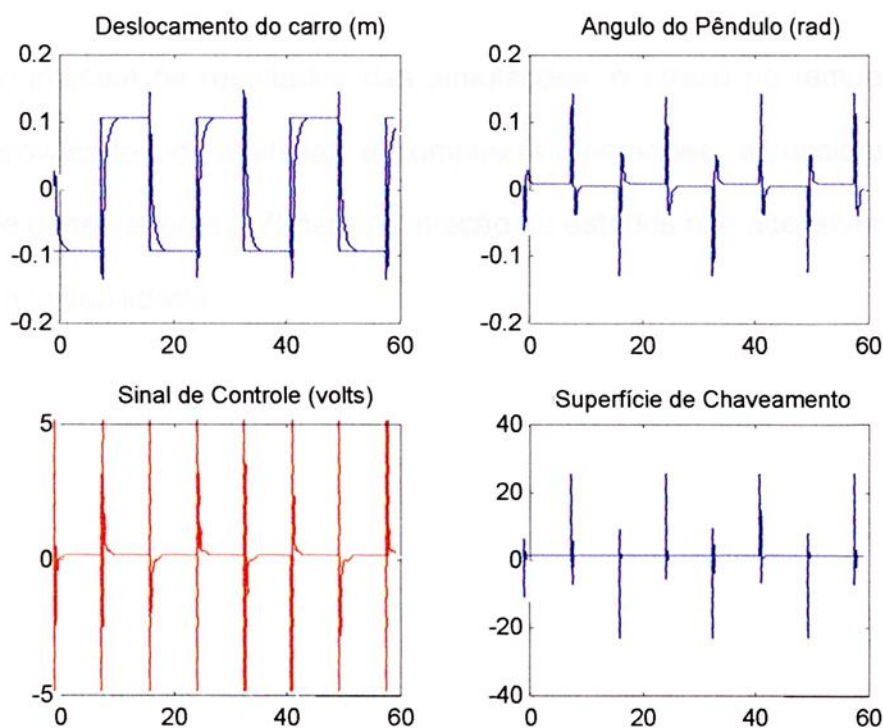


Figura 15 – Simulação com controle discreto e amostragem de 0.01 segundo e atraso no sinal de controle de 0.001 segundo.

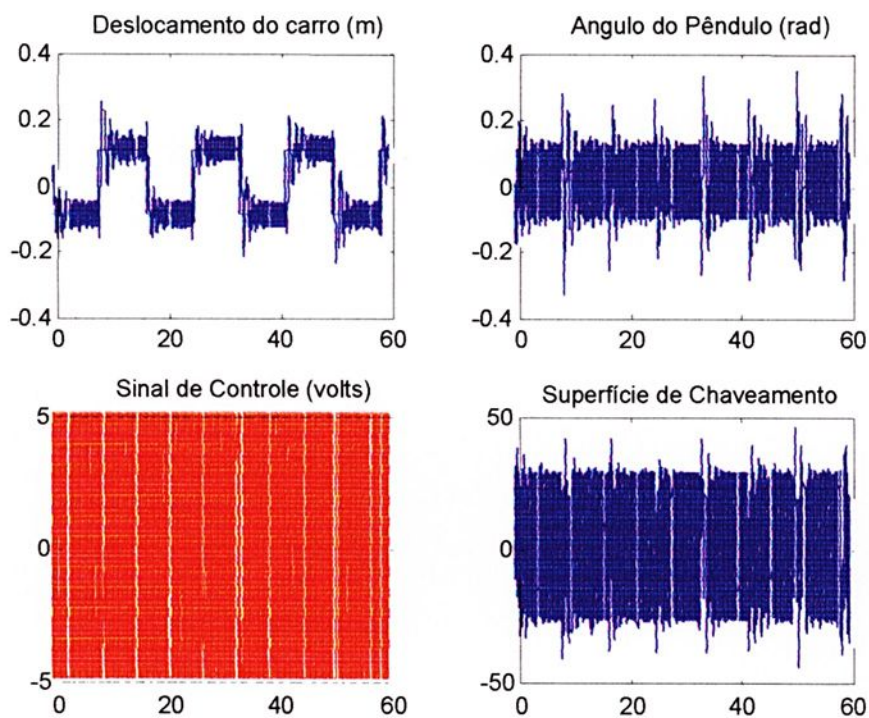


Figura 16 – Simulação com controle discreto e tempo de amostragem de 0.01 segundo e atraso no sinal de controle de 0.04 segundo: no limite da estabilidade.

Como indicam os resultados das simulações, o atraso no tempo do sinal de controle provocado por múltiplas e complexas operações, acrescidas ainda pela inclusão de observadores [17] para estimação de estados não acessíveis, pode levar o sistema à instabilidade.

4 Implementação de Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes através de Controlador Lógico Programável

As análises a seguir, dizem respeito à implementação da estratégia CEV/MD em mini CLP's cujo fabricante é a GE® Fanuc. Todos os equipamentos, visualizados na foto 2, e softwares utilizados em laboratório estão relacionados a seguir.

Equipamento e software utilizados:

- Software MATLAB®/SIMULINK versão 5.3.010183(R11) 1999
- Software TEKTRONIX® WaveStar versão 1.1 16-bit
- Software GE® Fanuc LOGICMASTER 90 para CLP da série 90(c)
- Software GE® Fanuc VersaPro™ versão 1.1
- Software MICROSOFT® Windows® 95
- Simulador Analógico DEGEM® Systems modelo MB-U
- Osciloscópio TEKTRONIX® TDS340A
- CLP GE® Fanuc series 90-30 com entrada analógica de corrente IC693ALG221 e saída analógica de corrente/tensão IC693ALG392
- Fonte TEKTRONIX® CFG253 – 3MHz



Foto 2 - Equipamentos utilizados nos experimentos

Na implementação do controle através do Controlador Lógico Programável houveram restrições devido ao equipamento disponível para utilização. O módulo de entrada do Controlador Lógico Programável utilizado, IC693ALG221, tem quatro canais de entradas analógicas possibilitando a seleção da escala padrão de corrente na faixa de 4mA a 20mA ou através de "jumper" entre bornes a seleção da escala de corrente na faixa de 0 a 20mA.

Medições realizadas, com o equipamento disponível, mostraram que o programa monitor do Controlador Lógico Programável só é sensível a sinais de tensão acima de +3V e atingiu seu valor operacional máximo ao receber sinal de +5V. Assim, todos os sinais emitidos pela planta foram acrescidos por meio de potenciômetro em 3V. Por exemplo, quando a planta originou uma saída de -2V, a entrada do Controlador Lógico Programável foi sensibilizada por $-2+3=1V$. Como o máximo na entrada do CLP era +5V, o máximo na saída da planta ficou em $5-3=2V$.

As características mencionadas levaram a uma conversão que limitou a utilização de plantas. Apenas puderam ser empregados nas experimentações, sistemas com entrada e saída de sinais na faixa de $-2V$ a $+2V$.

Outra dificuldade encontrada ocorreu com a lei de controle chaveado utilizada na simulação,

$$u_n = \alpha \frac{\sigma(x)}{|\sigma(x)| + \delta}.$$

Na implementação optou-se pela aproximação através da função a seguir, obtida por emulação.

$$u_n = \begin{cases} \alpha & \text{se } \sigma(x) < -m \\ \frac{\alpha}{m} \sigma(x) & \text{se } -m \leq \sigma(x) \leq m \\ -\alpha & \text{se } \sigma(x) > m \end{cases}.$$

com m sendo constante arbitrada, de forma aproximada devido à limitação do uso exclusivo de números inteiros, de acordo com o desejado valor de δ .

4.1 Os Sistemas

Foram realizados experimentos para se atingir o controle de quatro diferentes sistemas. A seguir estão apresentados os sistemas a serem controlados com suas respectivas identificações utilizadas neste trabalho. Uma disposição do simulador analógico pode ser vista na foto 3.

Sistema 01

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad |u| \leq 1$$

Sistema 02

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Sistema 03

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

Sistema 04

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

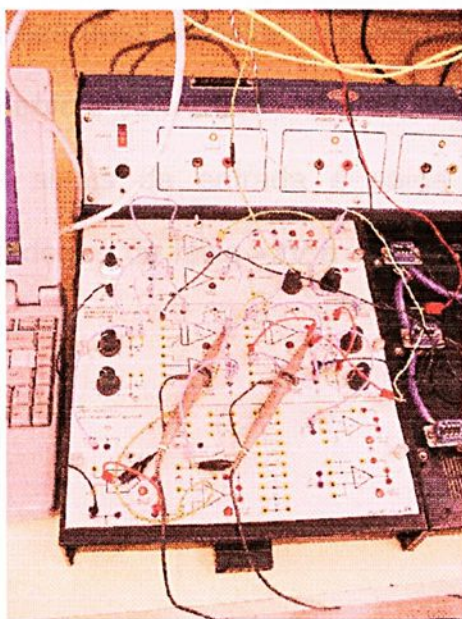


Foto 3 – Simulador analógico

4.2 Diagramas Ladder

Os sistemas relacionados anteriormente foram satisfatoriamente controlados através das respectivas programações do Controlador Lógico Programável apresentadas na seqüência.

Sistema 01

Na programação através da linguagem ladder para o sistema 01, apresentada a seguir nas figuras 17 e 18, as duas primeiras linhas servem para receber os sinais positivos enviados pelo simulador e quantificá-los em uma escala de números inteiros positivos e negativos.

Na terceira e na quarta linhas é criada a superfície de deslizamento σ .

Da quinta até a décima linhas é construída a lei de controle chaveado.

Nas duas últimas linhas são construídas a lei de controle contínuo e a lei de controle através da soma das duas parcelas (chaveada e contínua) sendo que na última linha o sinal de controle é convertido e enviado ao simulador. A conversão é necessária para que os sinais de entrada e saída dos sistemas simulados analogicamente situem-se dentro da faixa $-2V$ a $+2V$, atendendo assim a restrição mencionada anteriormente.

Figura 17 – Programa para controle do sistema 01 (parte 1)



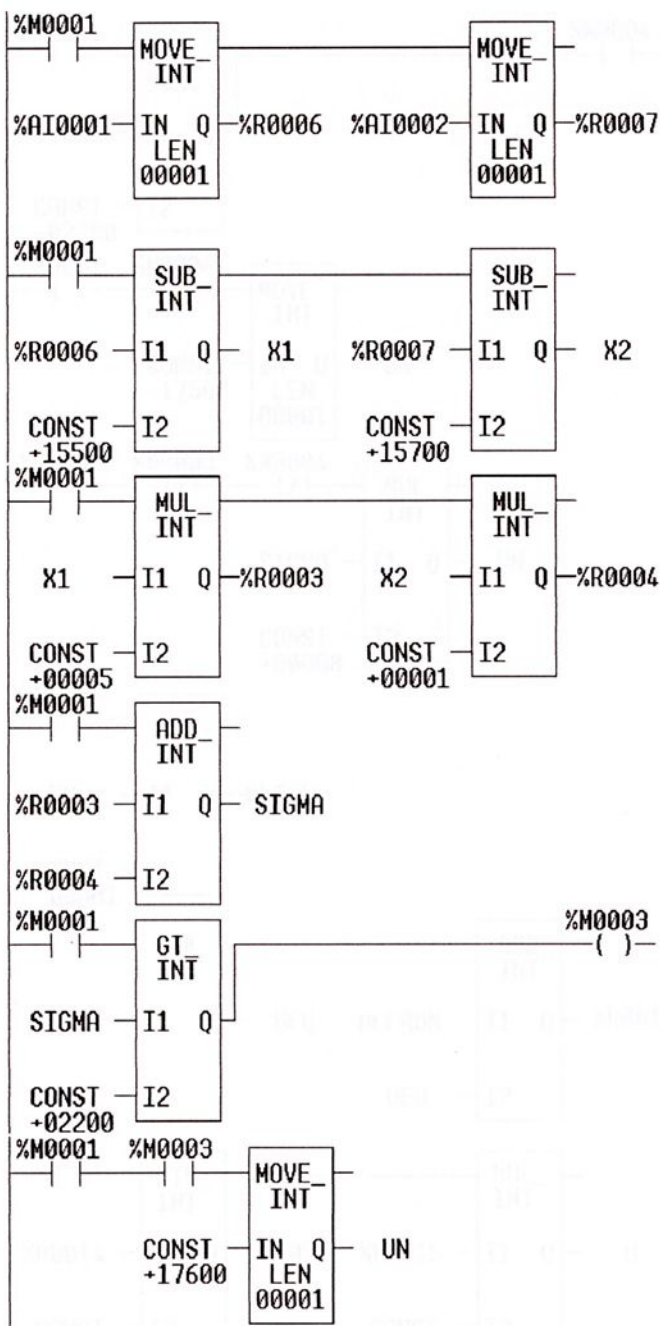


Figura 17 – Programa para controle do sistema 01 (parte 1)

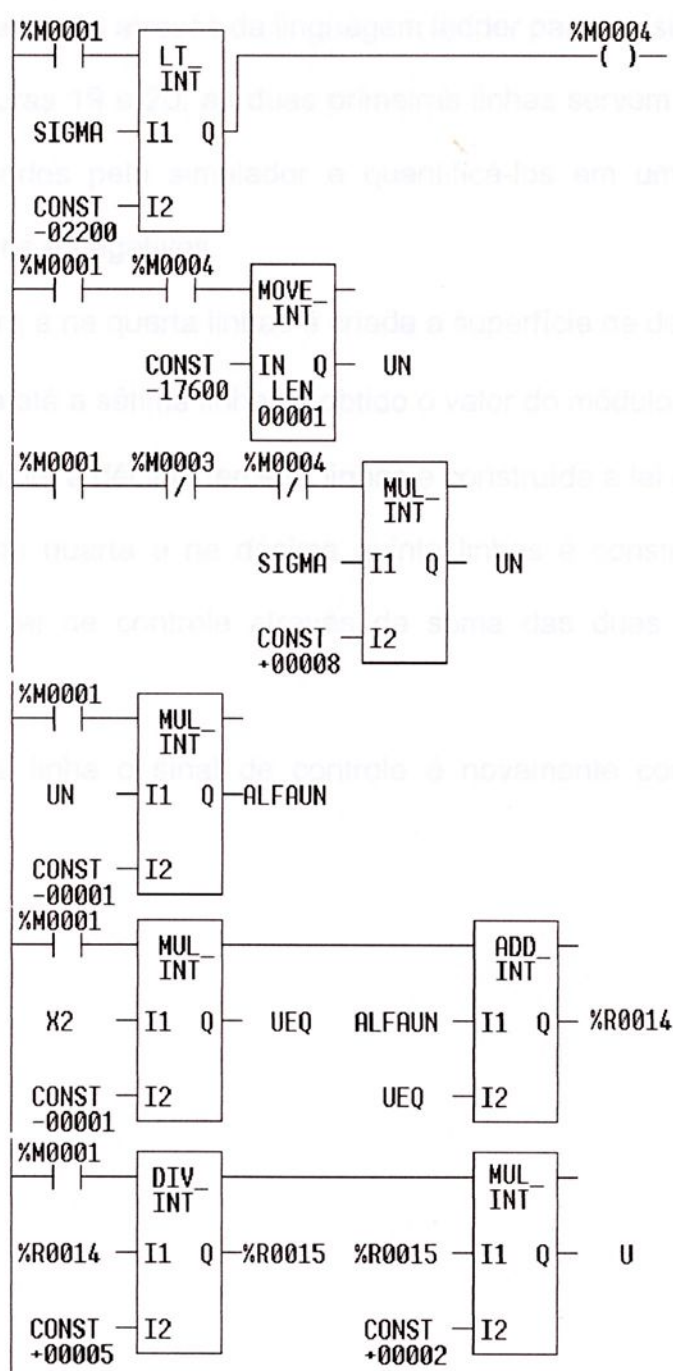


Figura 18 – Programa para controle do sistema 01 (parte 2)

Sistema 02

Na programação através da linguagem ladder para o sistema 02, apresentada a seguir nas figuras 19 e 20, as duas primeiras linhas servem para receber os sinais positivos enviados pelo simulador e quantificá-los em uma escala de números inteiros positivos e negativos.

Na terceira e na quarta linhas é criada a superfície de deslizamento σ .

Da quinta até a sétima linhas é obtido o valor do módulo de σ .

Da oitava até a décima terceira linhas é construída a lei de controle chaveado.

Na décima quarta e na décima quinta linhas é construída a lei de controle contínuo e a lei de controle através da soma das duas parcelas (chaveada e contínua).

Na última linha o sinal de controle é novamente convertido e enviado ao simulador.

Figura 19 – Programa para controle do sistema 02 (parte 1)

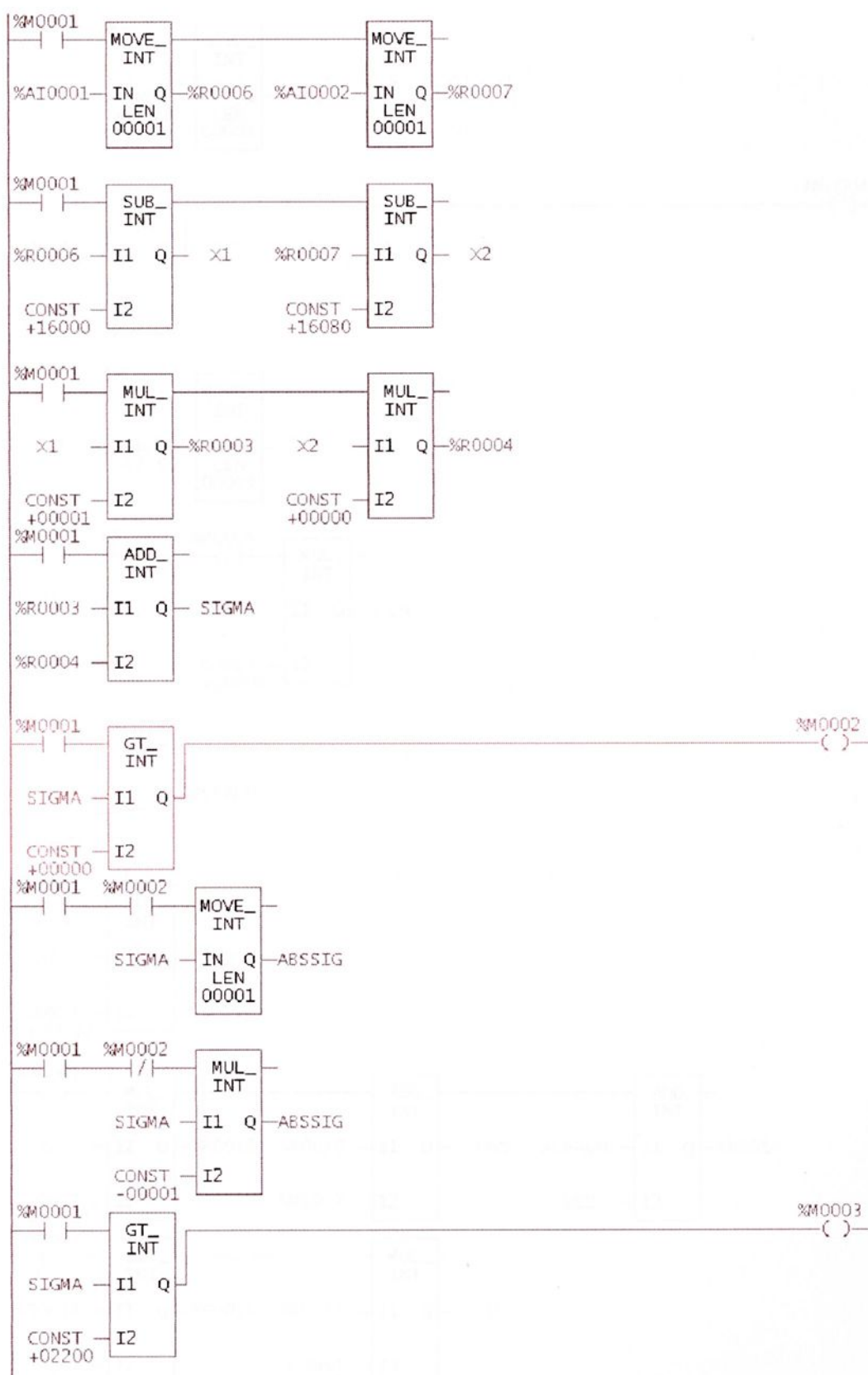


Figura 19 – Programa para controle do sistema 02 (parte 1)

Figura 20 – Programa para controle do sistema 02 (parte 2)

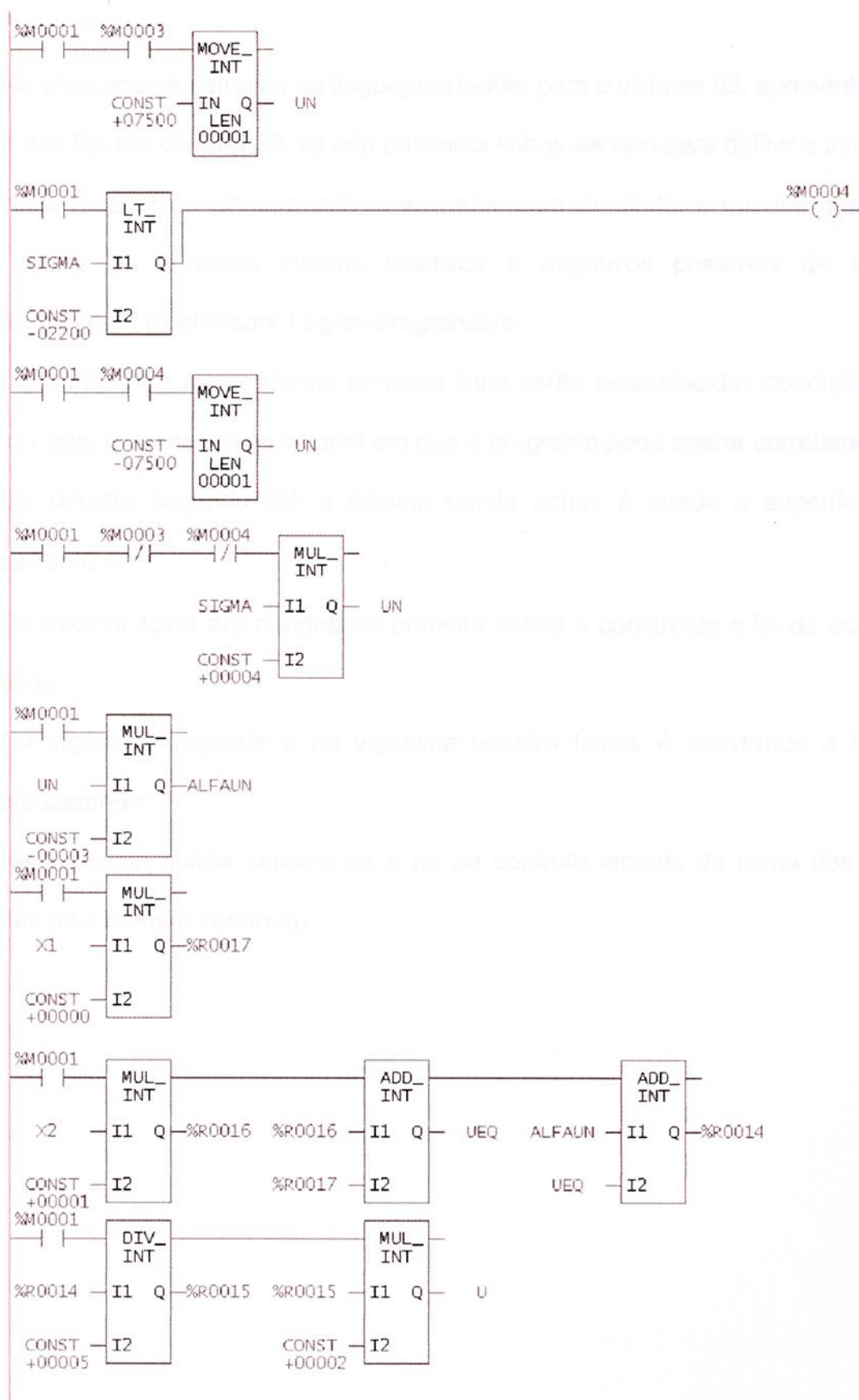


Figura 20 – Programa para controle do sistema 02 (parte 2)

Sistema 03

Na programação através da linguagem ladder para o sistema 03, apresentada a seguir nas figuras de 21 a 23, as oito primeiras linhas servem para definir o início do programa, receber os sinais positivos enviados pelo simulador e quantificá-los em uma escala de números inteiros positivos e negativos possíveis de serem trabalhados pelo Controlador Lógico Programável.

Da nona linha até a décima primeira linha estão estabelecidas condições de falta, ou seja, delimitando os valores em que o programa pode operar corretamente.

Da décima segunda até a décima quinta linhas é criada a superfície de deslizamento σ .

Da décima sexta até a vigésima primeira linhas é construída a lei de controle chaveado.

Na vigésima segunda e na vigésima terceira linhas é construída a lei de controle contínuo.

Na vigésima quinta constrói-se a lei de controle através da soma das duas parcelas (chaveada e contínua).

Figura 21 – Programa para controle do sistema 03 (parte 1)

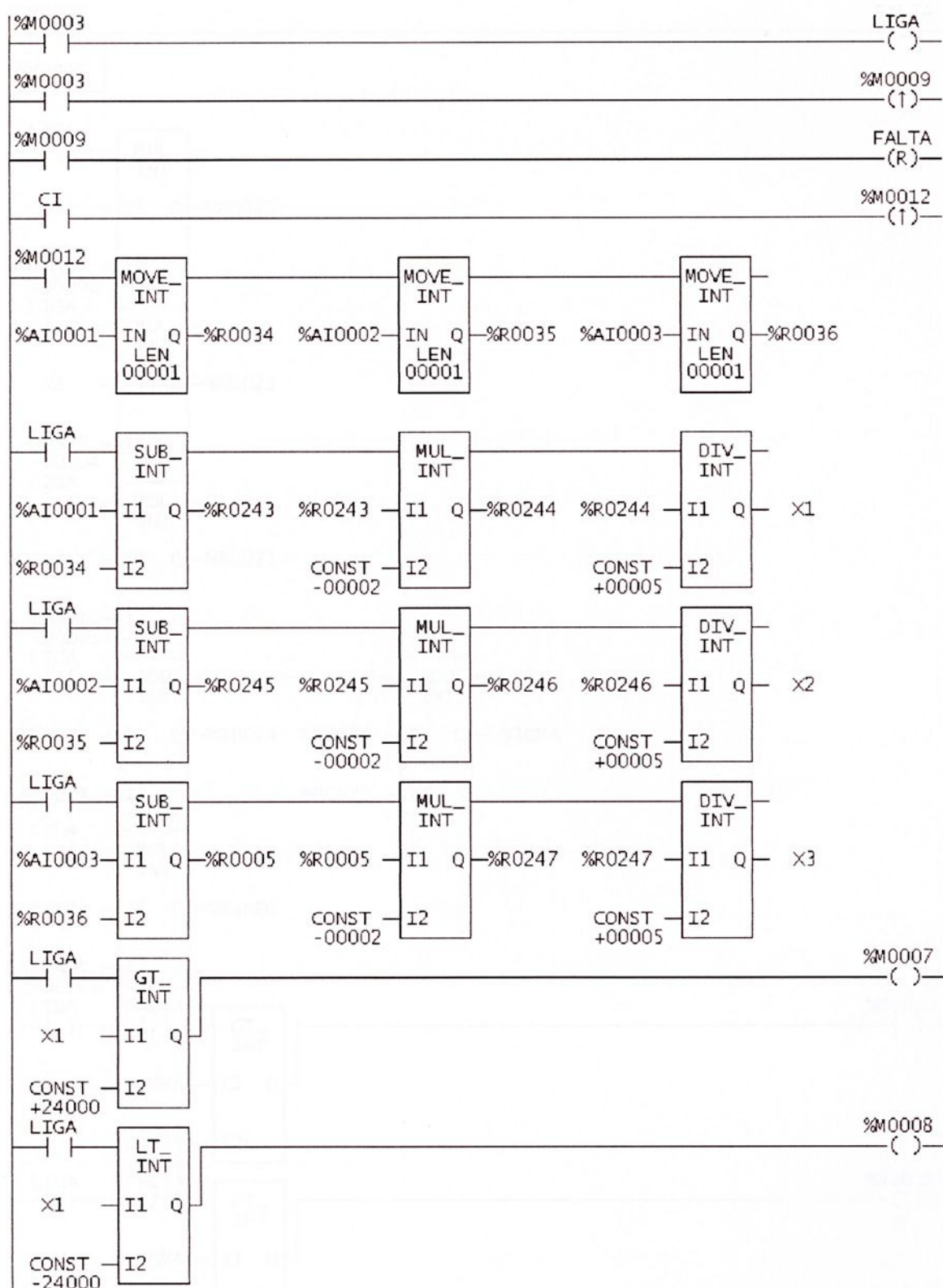


Figura 21 – Programa para controle do sistema 03 (parte 1)

Figura 22 – Programa para controle do sistema 03 (parte 2)

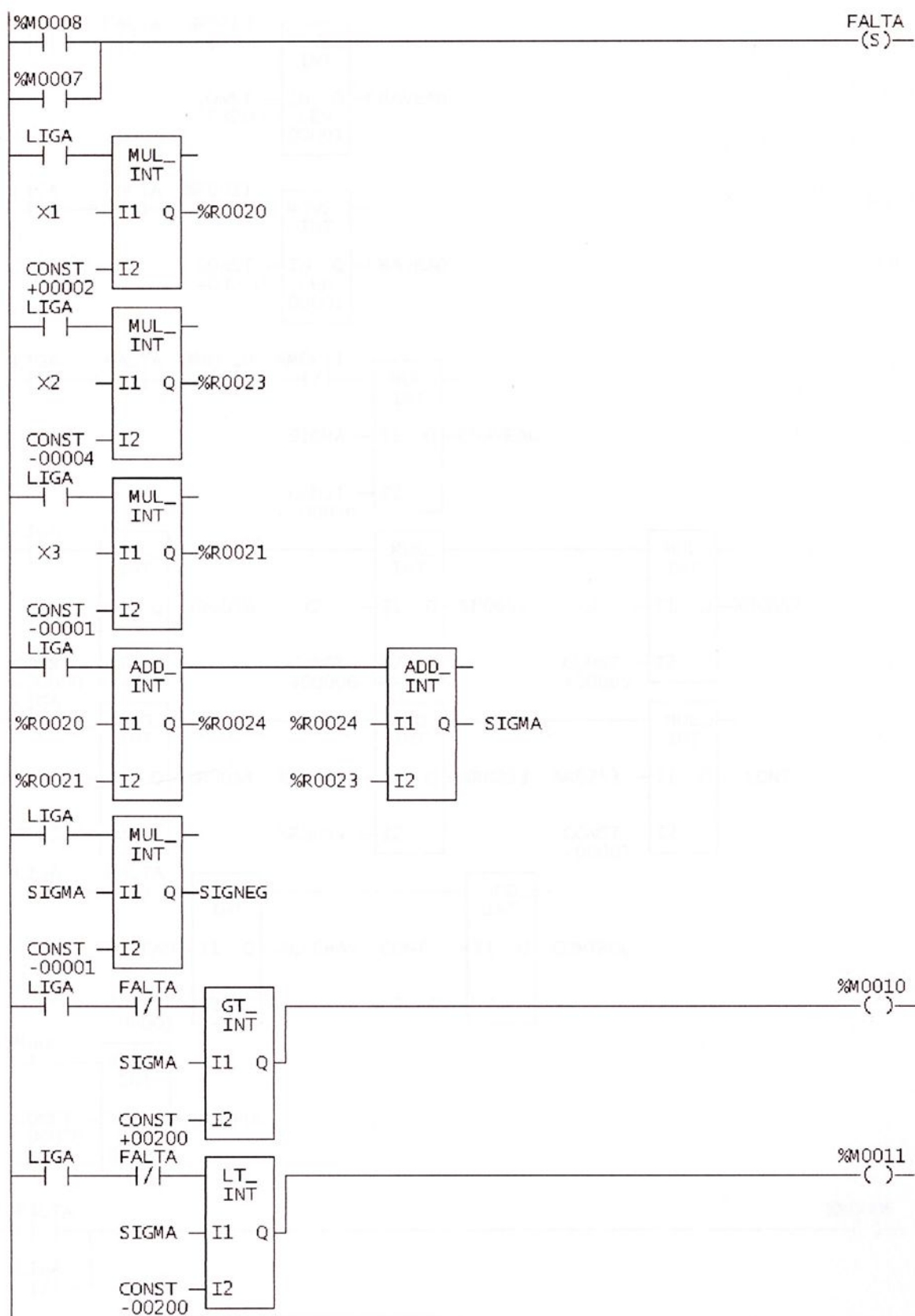


Figura 22 – Programa para controle do sistema 03 (parte 2)

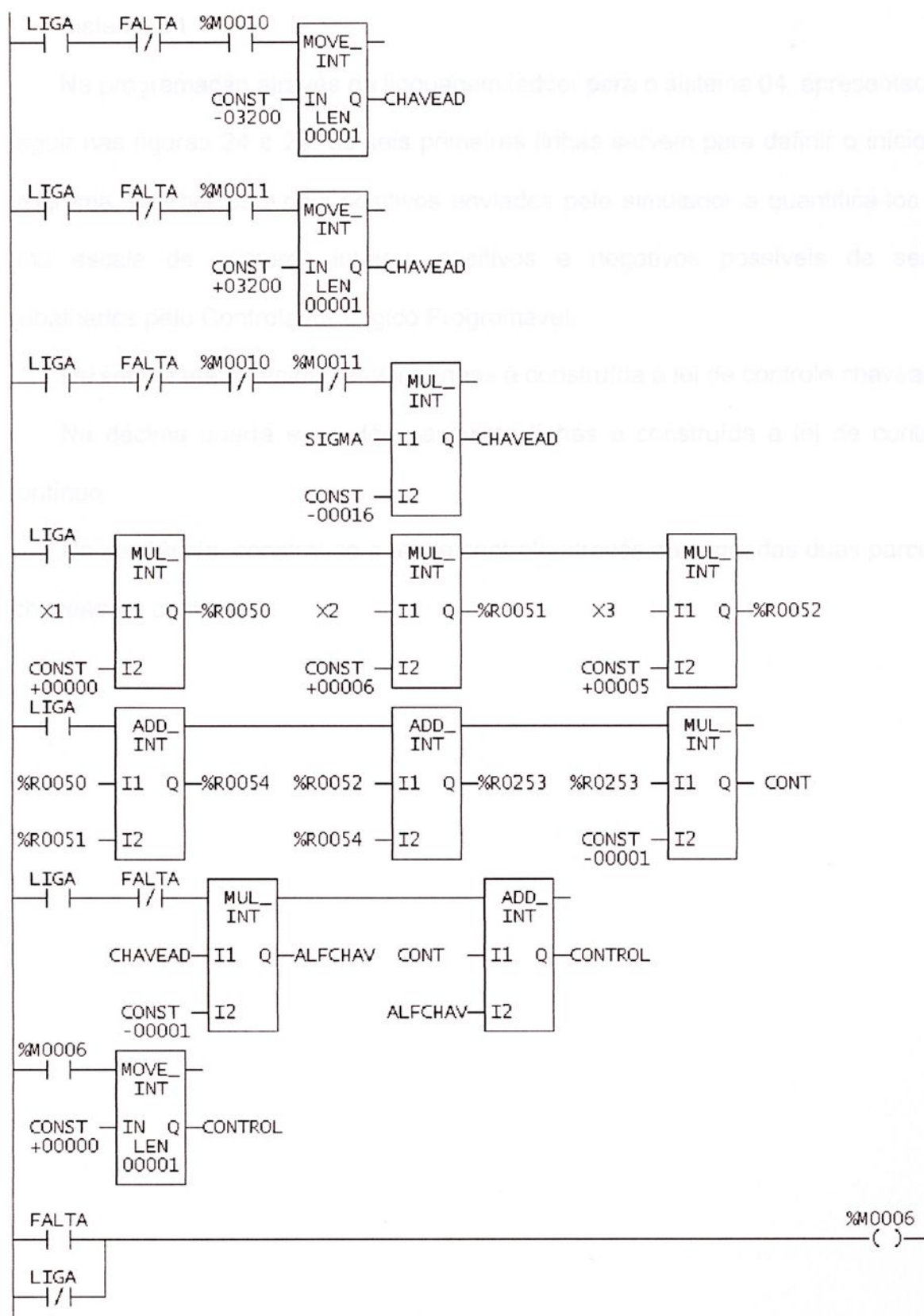


Figura 23 – Programa para controle do sistema 03 (parte 3)

Sistema 04

Na programação através da linguagem ladder para o sistema 04, apresentada a seguir nas figuras 24 e 25, as seis primeiras linhas servem para definir o início do programa, receber os sinais positivos enviados pelo simulador e quantificá-los em uma escala de números inteiros positivos e negativos possíveis de serem trabalhados pelo Controlador Lógico Programável.

Da sétima até a décima terceira linhas é construída a lei de controle chaveado.

Na décima quarta e na décima quinta linhas é construída a lei de controle contínuo.

Na seqüência, constrói-se a lei de controle através da soma das duas parcelas (chaveada e contínua).

Figure 24 – Program for Control of system 04 (page 1)

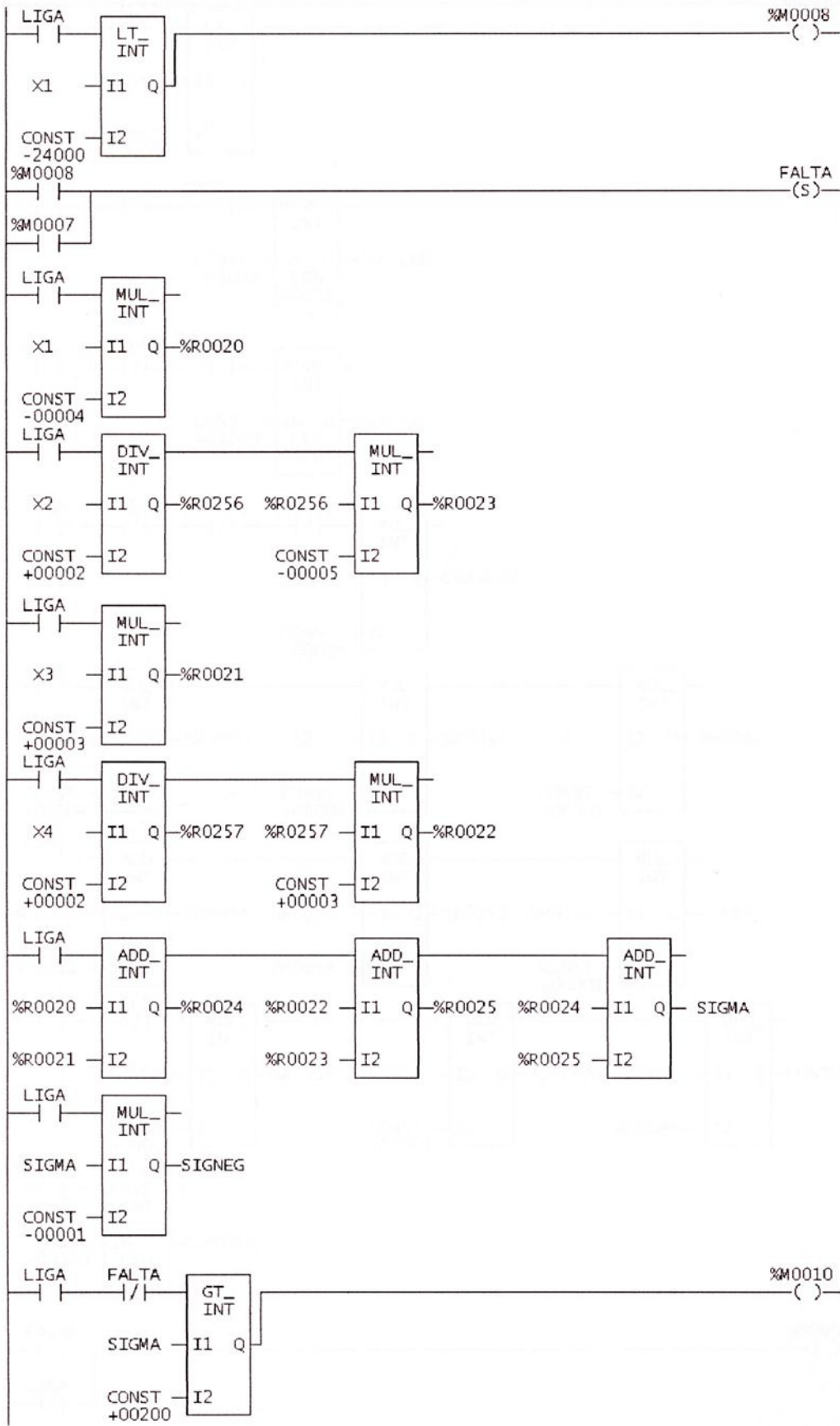


Figura 24 – Programa para controle do sistema 04 (parte 1)

5 Resultados Obtidos em Laboratório

Para a apresentação dos resultados obtidos nos experimentos realizados em laboratório terem um aspecto mais comparativo, seus gráficos foram colocados juntamente com os respectivos diagramas obtidos em simulação computacional.

No caso do sistema 01

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad |u| \leq 1.$$

A superfície de deslizamento projetada é do tipo

$$\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + s_2 x_2$$

e a lei de controle

$$u_{eq} = eq_1 x_1 + eq_2 x_2$$

$$u_N = \alpha \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta}$$

$$u = u_{eq} + u_N.$$

A representação do sistema 01 utilizada na simulação está mostrada na figura

26.

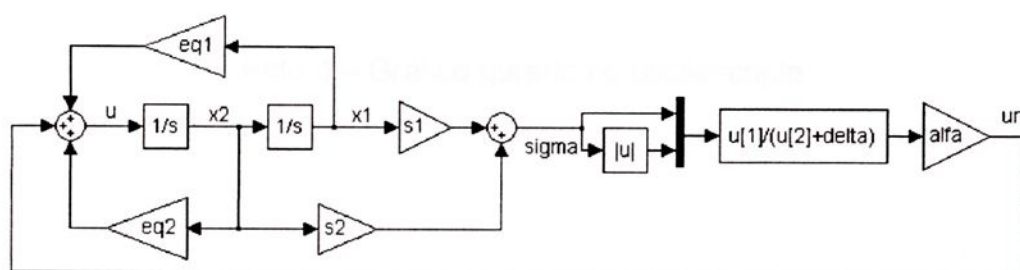


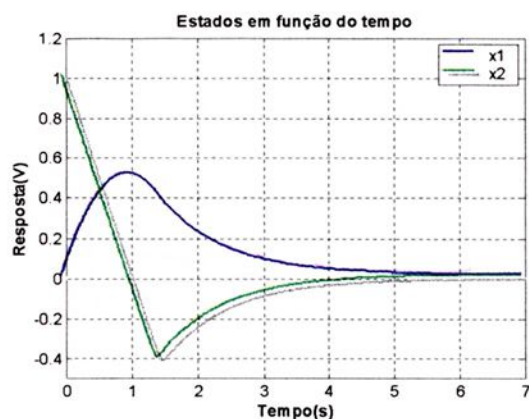
Figura 26 - Sistema 01 em simulink.

Os gráficos gerados durante a implementação foram obtidos em tempo real através do osciloscópio. Um exemplo ilustrativo pode ser visto na foto 4. Os valores foram posteriormente gravados em disco flexível e transportados para o computador onde foram editados em Matlab para impressão.

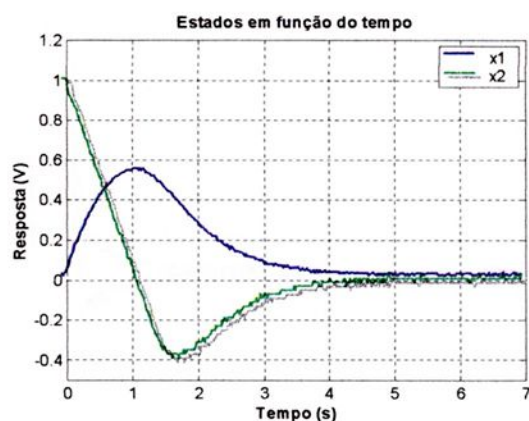
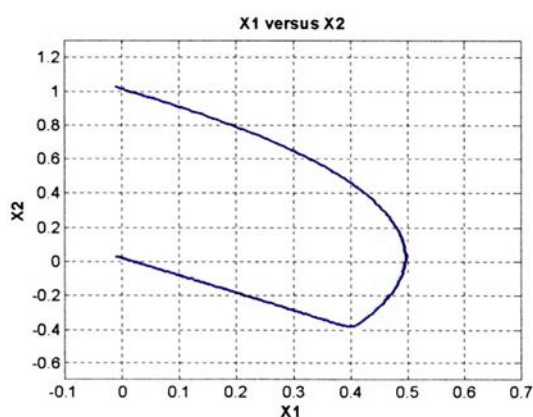


Foto 4 – Gráfico gerado no osciloscópio

O primeiro resultado (figura 27) foi obtido sem o uso do controlador contínuo, ou seja, $eq_1=0$ e $eq_2=0$. Além disso, estipulou-se $s_1=1$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0$ e $x_2=1$. Observa-se a etapa preliminar em que os estados são dirigidos para a superfície de deslizamento e, na etapa seguinte o modo deslizante.



(a)



(b)

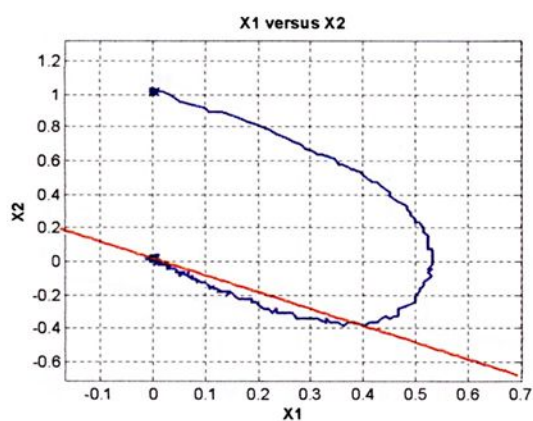
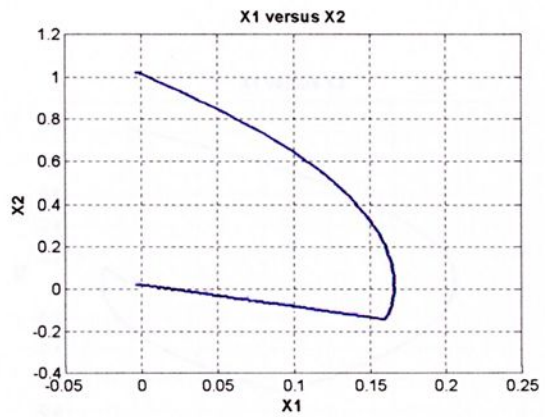
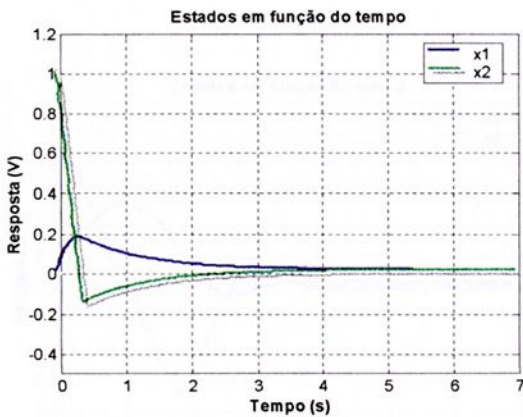
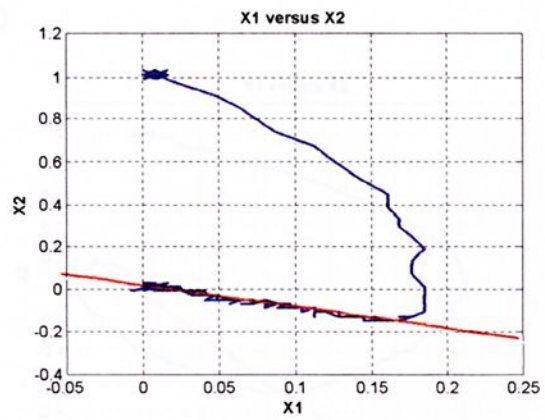
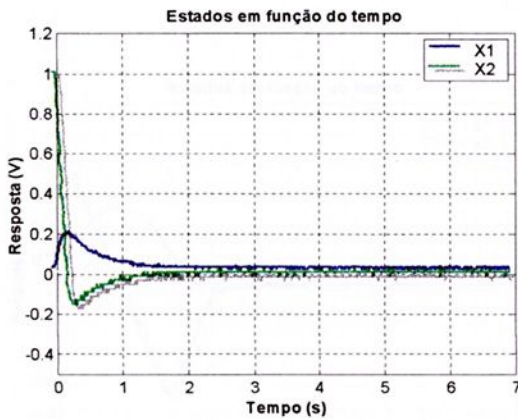


Figura 27 – Primeiro resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

O segundo resultado (figura 28) também foi obtido sem o uso do controlador contínuo, mantiveram-se $s_1=1$ e $s_2=1$ e alterou-se α para $\alpha=-3$. Os valores iniciais dos estados continuaram $x_1=0$ e $x_2=1$. Neste caso, devido ao valor de α ser inferior, reduziu, em relação ao resultado anterior, o tempo para alcançar o modo deslizante.



(a)



(b)

Figura 28 – Segundo resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

O terceiro resultado (figura 29) também foi obtido sem o uso do controlador contínuo e estipulou-se $s_1=3$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0$ e $x_2=1$. Com esta superfície de deslizamento, o modo deslizante não foi alcançado. Porém, a trajetória de estados comutou para uma curva “mais próxima” da superfície de deslizamento após cada intersecção com a superfície de deslizamento dando origem ao aspecto de “caracol” da curva x_1 versus x_2 .

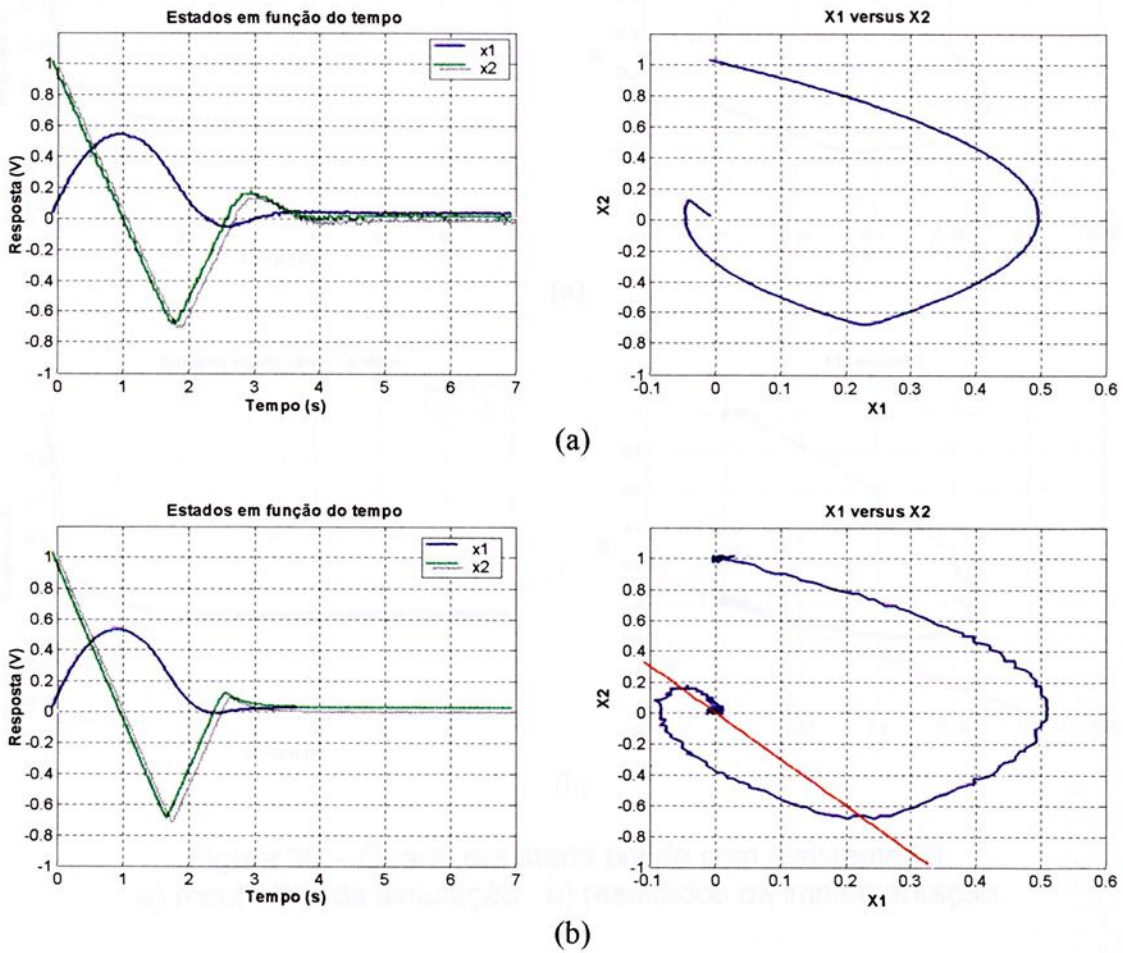
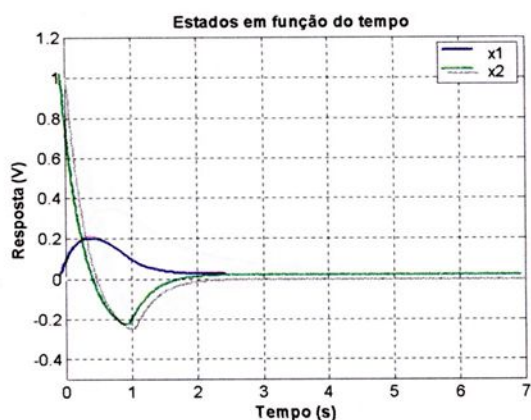
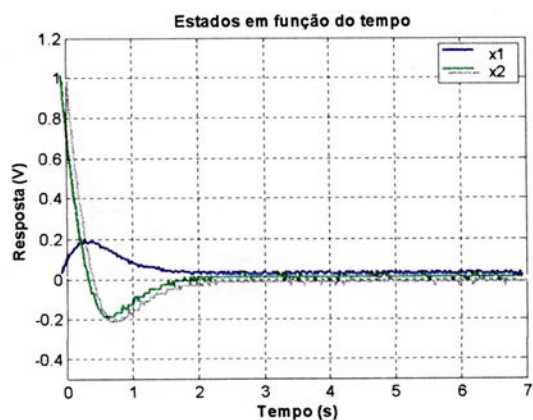
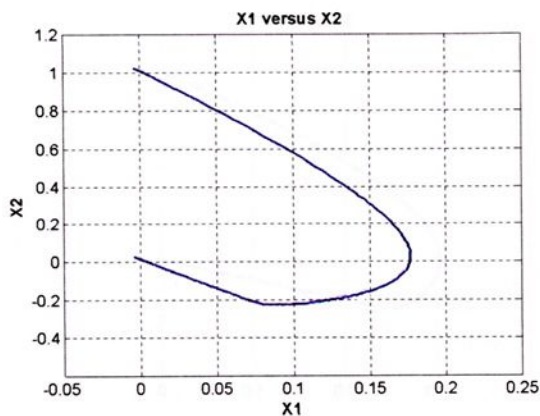


Figura 29 – Terceiro resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

A mesma superfície de deslizamento do resultado anterior com $s_1=3$ e $s_2=1$ foi utilizada para o quarto resultado (figura 30). A introdução do controlador contínuo com $eq_1=0$ e $eq_2=-3$, mesmo com $\alpha=-1$, possibilitou alcançar o modo deslizante. Os valores iniciais dos estados $x_1=0$ e $x_2=1$.



(a)



(b)

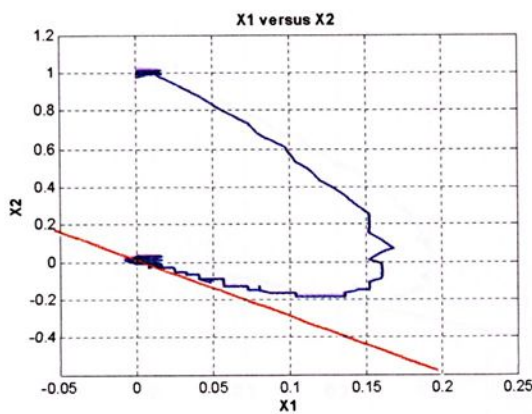


Figura 30 – Quarto resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o sexto resultado (figura 32) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-1$, $s_1=1$, $s_2=1$ e $\alpha=-3$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0$ e $x_2=1$. Observou-se a redução do tempo para alcançar o modo deslizante, devido ao menor α em relação ao quinto resultado.

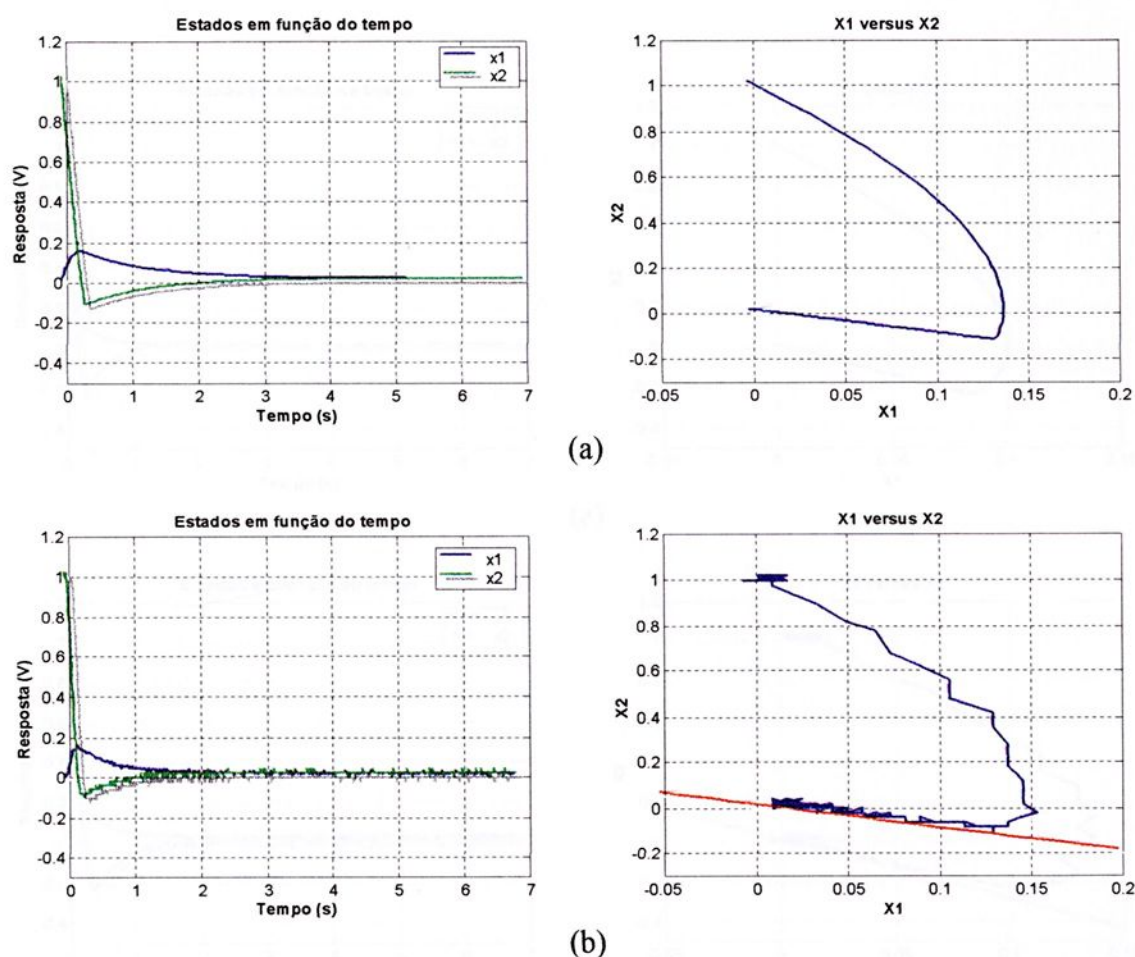
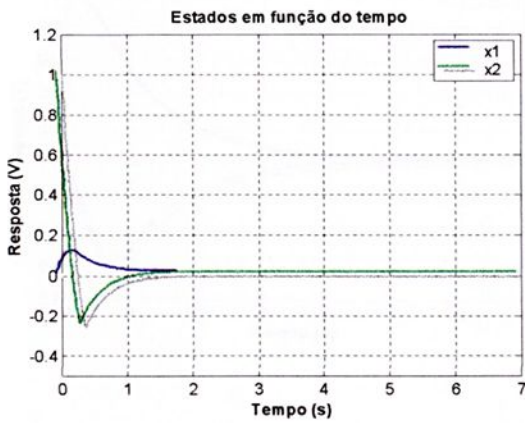
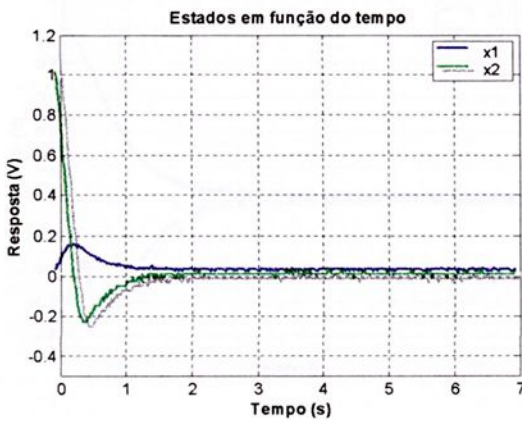
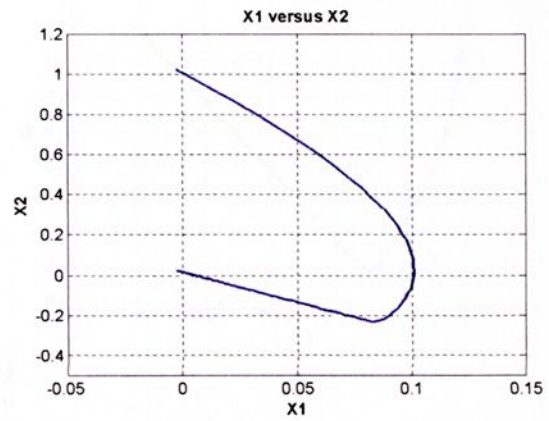


Figura 32 – Sexto resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o sétimo resultado (figura 33) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-3$, $s_1=3$, $s_2=1$ e $\alpha=-3$. Comparado ao quarto resultado, devido ao menor α , também observou-se a redução no tempo para alcançar o modo deslizante. Os valores iniciais dos estados $x_1=0$ e $x_2=1$.



(a)



(b)

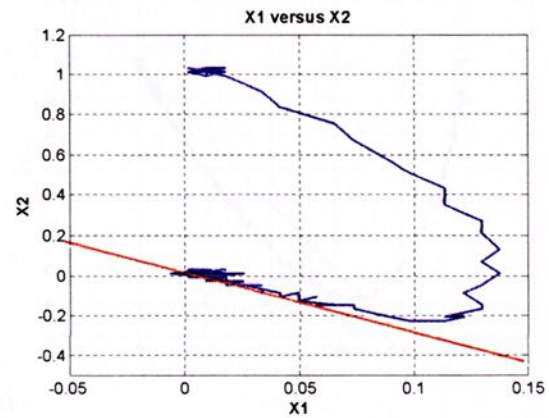
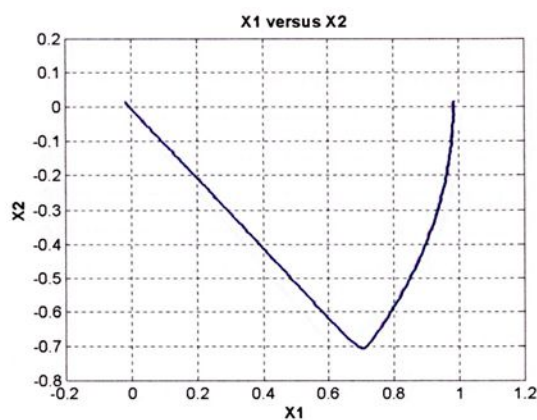
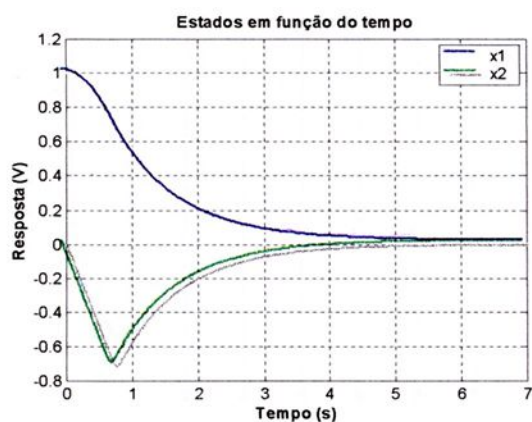
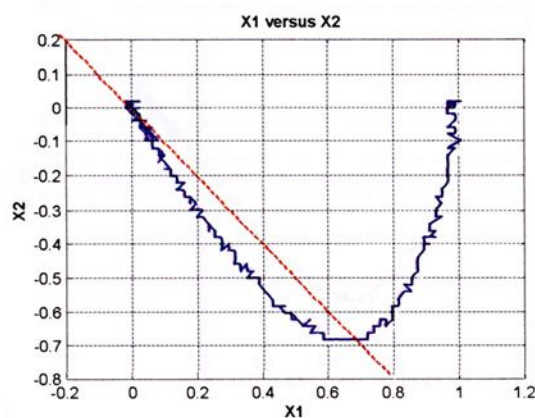
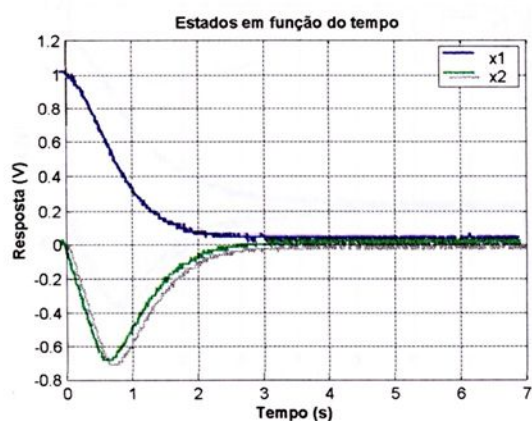


Figura 33 – Sétimo resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o oitavo resultado (figura 34) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=0$, $s_1=1$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Semelhante ao primeiro resultado, apenas com alteração nos valores iniciais.



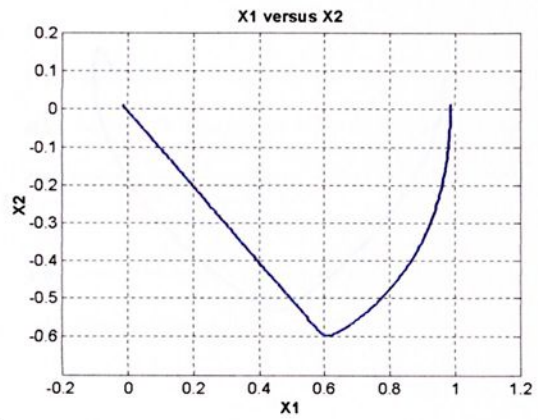
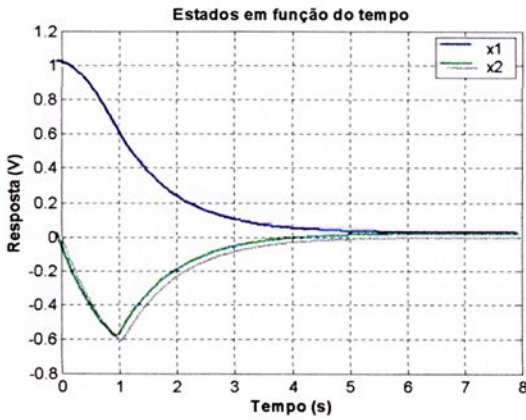
(a)



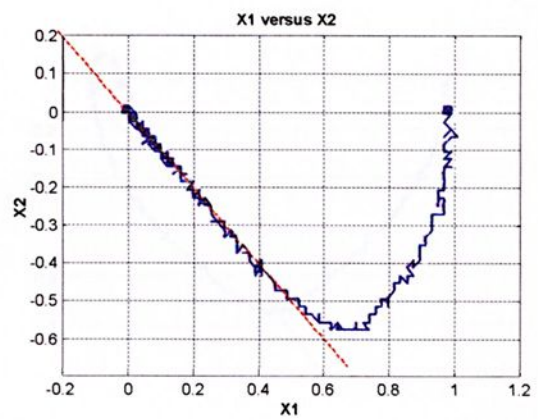
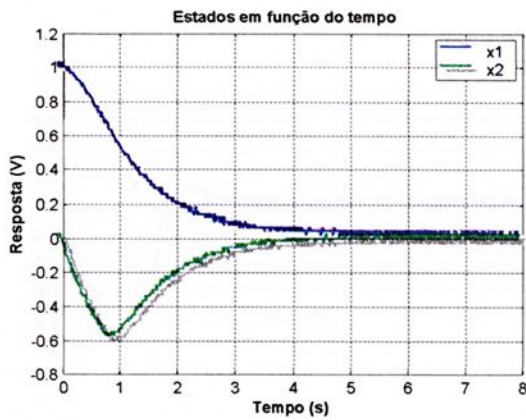
(b)

Figura 34 – Oitavo resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o nono resultado (figura 35) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-1$, $s_1=1$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Semelhante ao quinto resultado já que a única alteração foram os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$.



(a)



(b)

Figura 35 – Nono resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o décimo resultado (figura 36) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=0$, $s_1=2$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Neste caso, também não ocorreu o modo deslizante e sim o aspecto de “caracol” da curva x_1 versus x_2 .

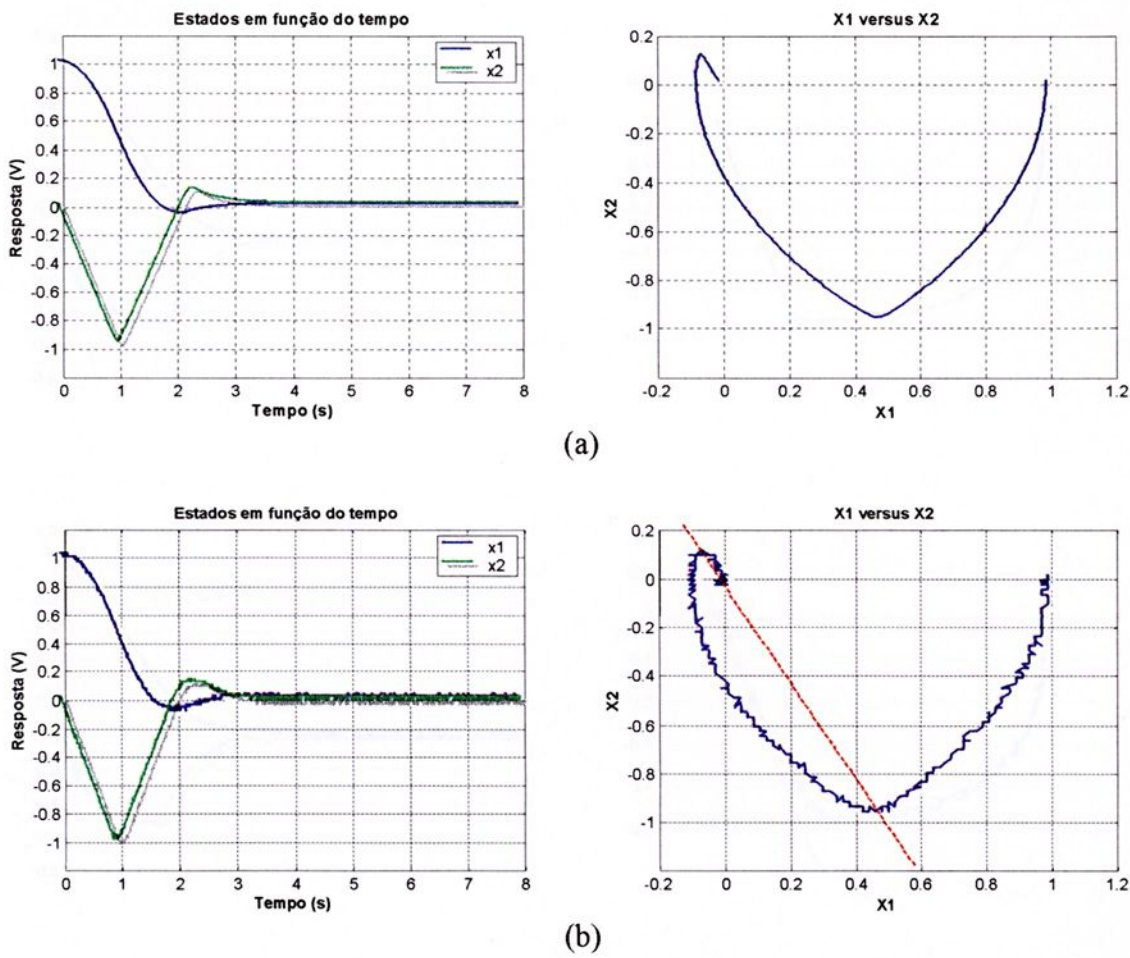


Figura 36 – Décimo resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o décimo primeiro resultado (figura 37) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-2$, $s_1=2$, $s_2=1$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Mais uma vez, a introdução do controlador contínuo possibilitou alcançar o modo deslizante.

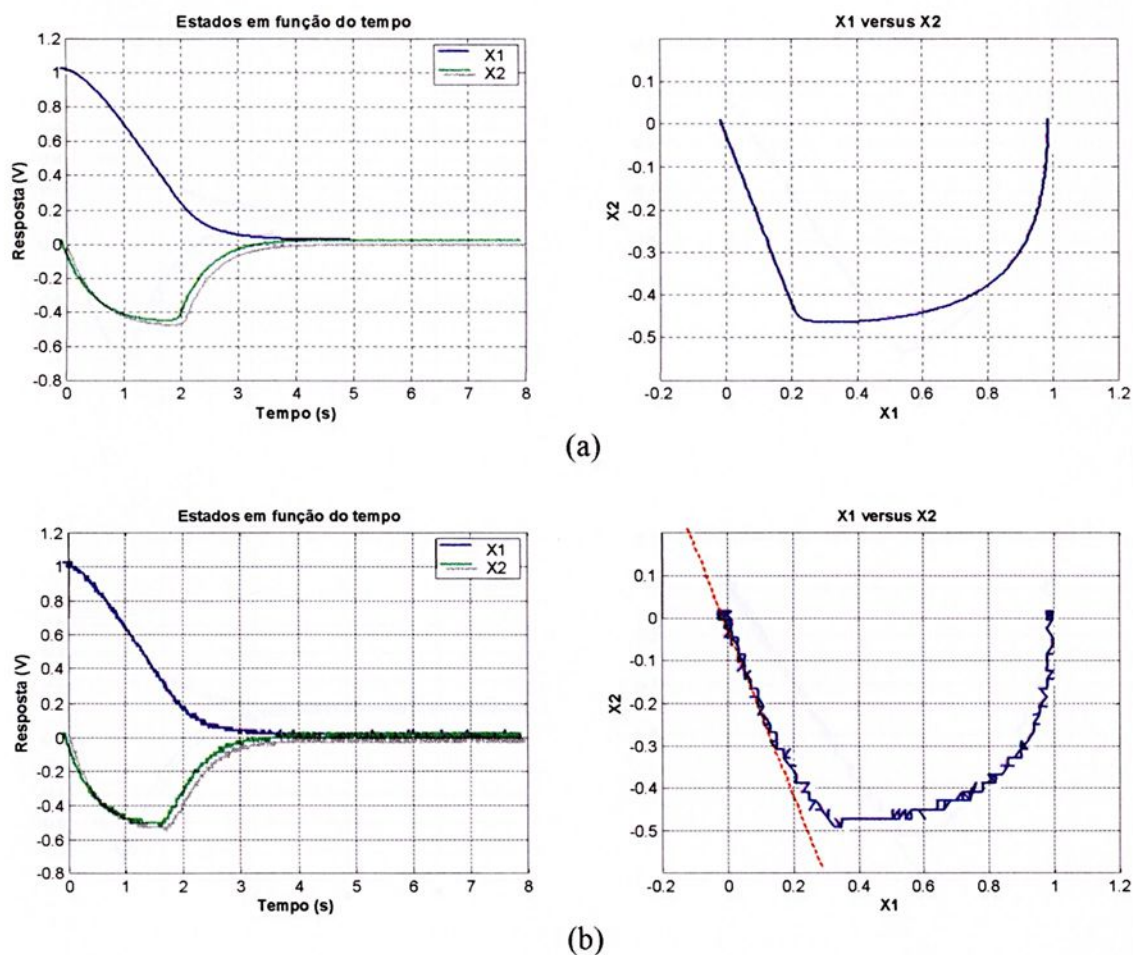
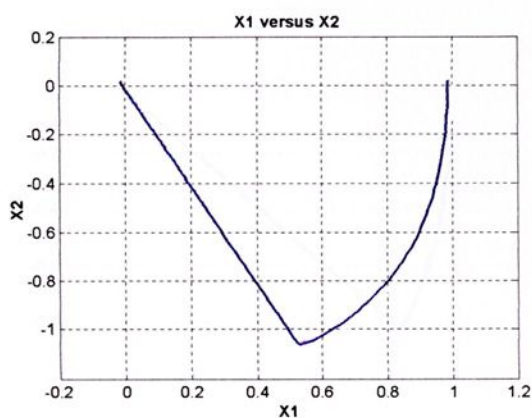
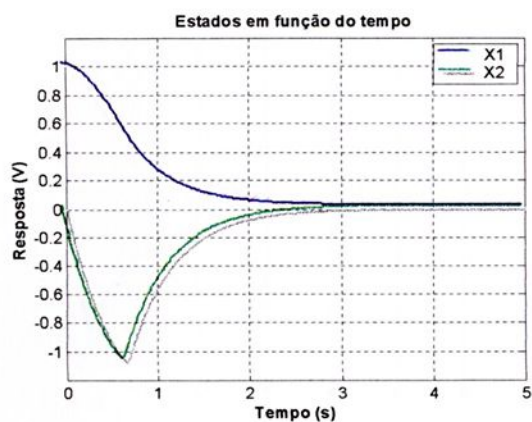
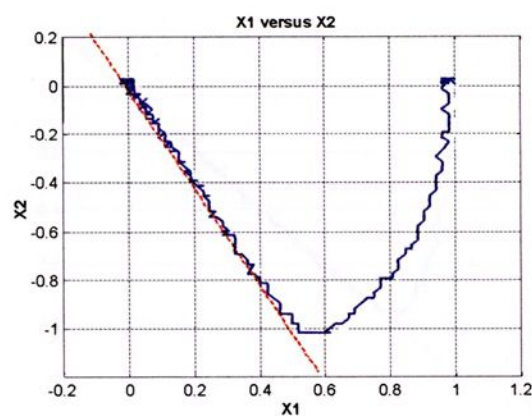
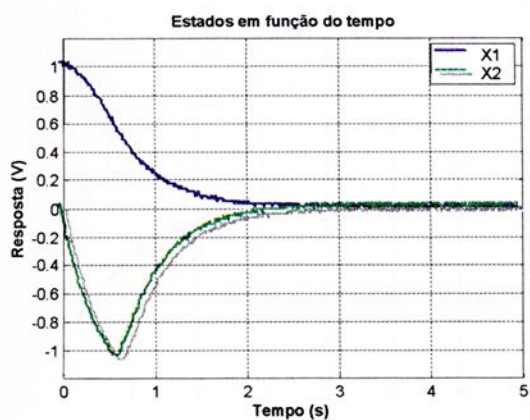


Figura 37 – Décimo primeiro resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o décimo segundo resultado (figura 38) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-2$, $s_1=2$, $s_2=1$ e $\alpha=-3$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Verificando-se novamente a alteração em relação ao resultado anterior provocada pelo menor α .



(a)



(b)

Figura 38 – Décimo segundo resultado obtido com o sistema 01.

a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o décimo terceiro resultado (figura 39) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=-1$, $s_1=1$, $s_2=1$ e $\alpha=-3$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Também reduzido o valor de α em relação ao nono resultado.

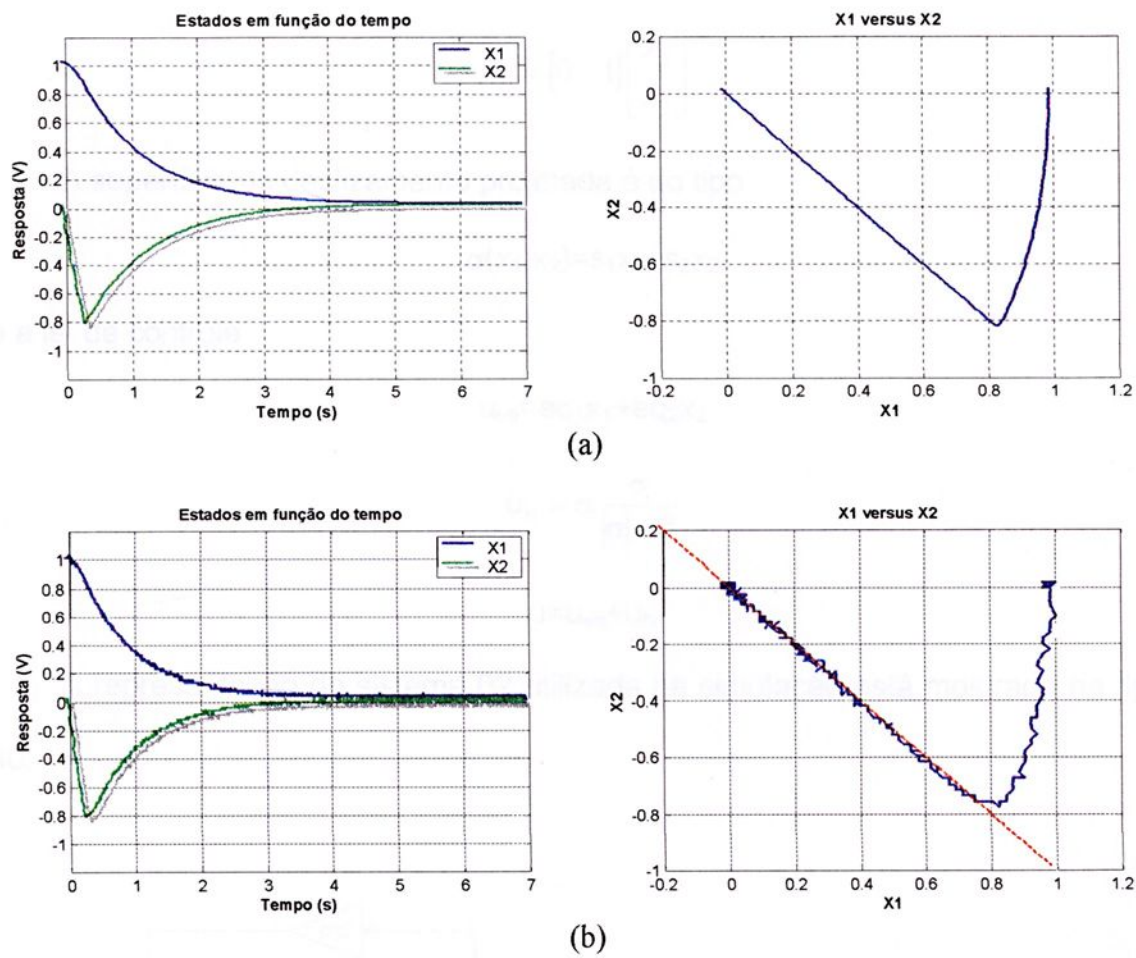


Figura 39 – Décimo terceiro resultado obtido com o sistema 01.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para os outros três sistemas seguintes foi realizada uma menor quantidade de variação de parâmetros, já que foram bem exploradas nos experimentos anteriores.

No caso do sistema 02

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

A superfície de deslizamento projetada é do tipo

$$\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + s_2 x_2$$

e a lei de controle

$$u_{eq} = eq_1 x_1 + eq_2 x_2$$

$$u_N = \alpha \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta}$$

$$u = u_{eq} + u_N$$

A representação do sistema 02 utilizada na simulação está mostrada na figura 40.

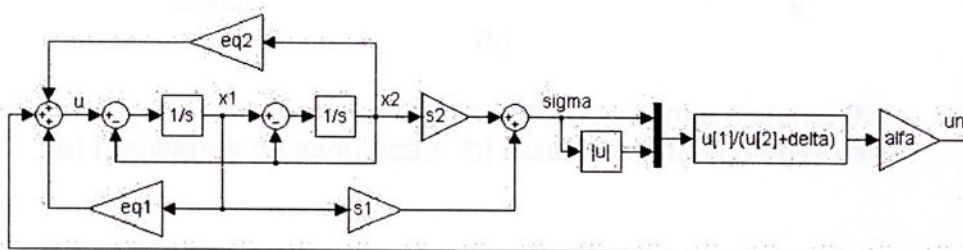


Figura 40 - Sistema 02 em simulink

Para o primeiro resultado (figura 41) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=0$, $s_1=1$, $s_2=0$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. A ausência do controle contínuo não impediu a alcançabilidade do modo deslizante.

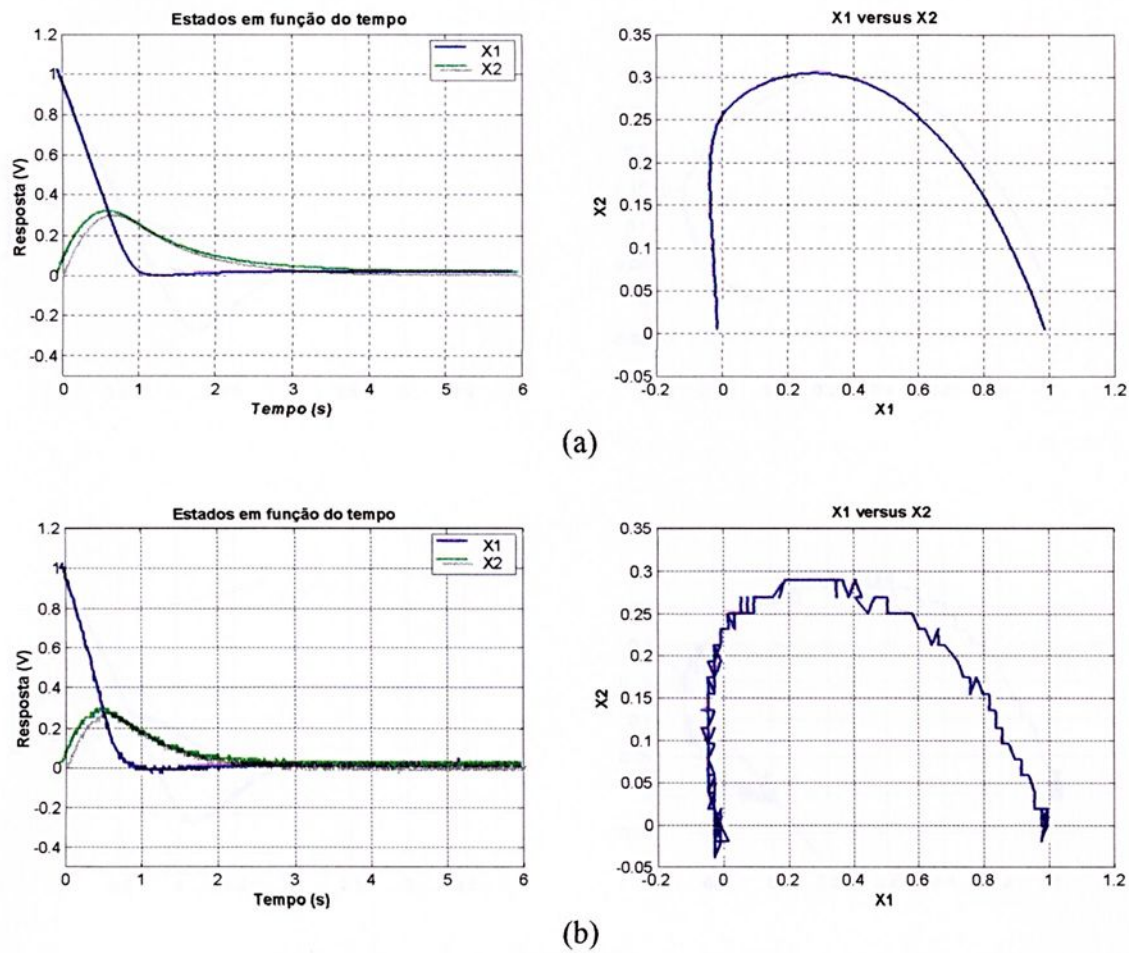
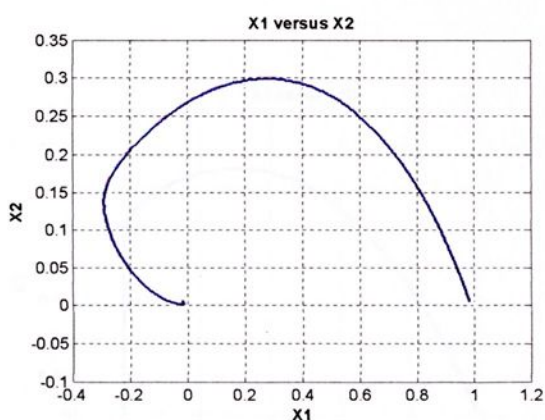
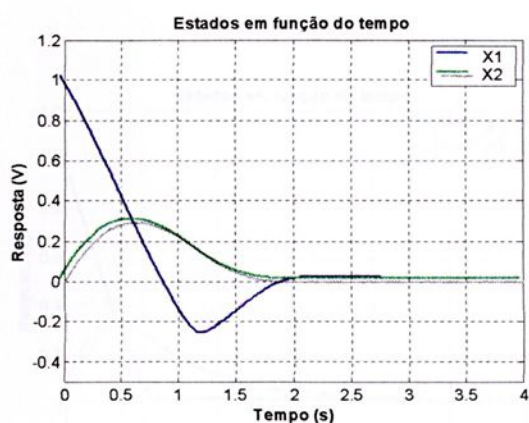
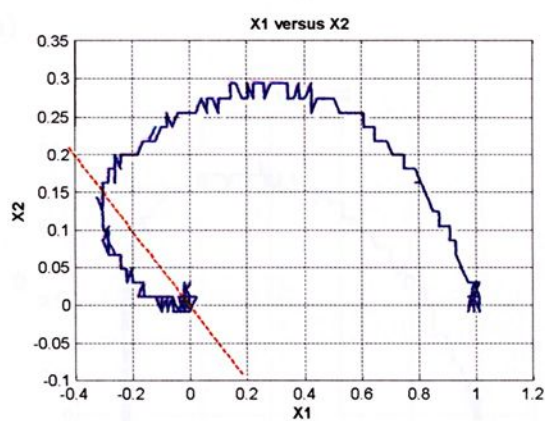
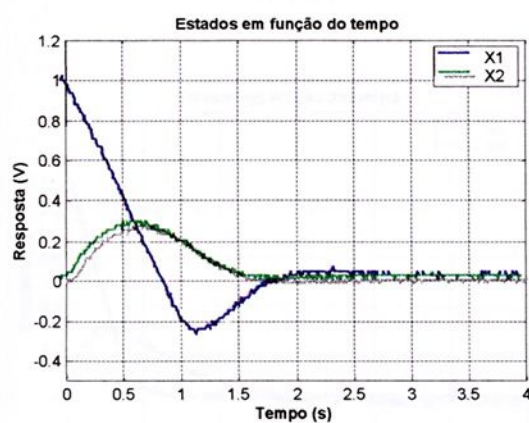


Figura 41 – Primeiro resultado obtido com o sistema 02.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o segundo resultado (figura 42) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=0$, $s_1=1$, $s_2=2$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. Para esta nova superfície de deslizamento ocorreu o diagrama com aspecto de “caracol”.



(a)



(b)

Figura 42 – Segundo resultado obtido com o sistema 02.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o terceiro resultado (figura 43) foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=1$, $s_1=1$, $s_2=0$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=1$ e $x_2=0$. A introdução do controlador contínuo possibilitou uma melhor aderência entre a trajetória dos estados e a superfície de deslizamento comparativamente ao primeiro resultado.

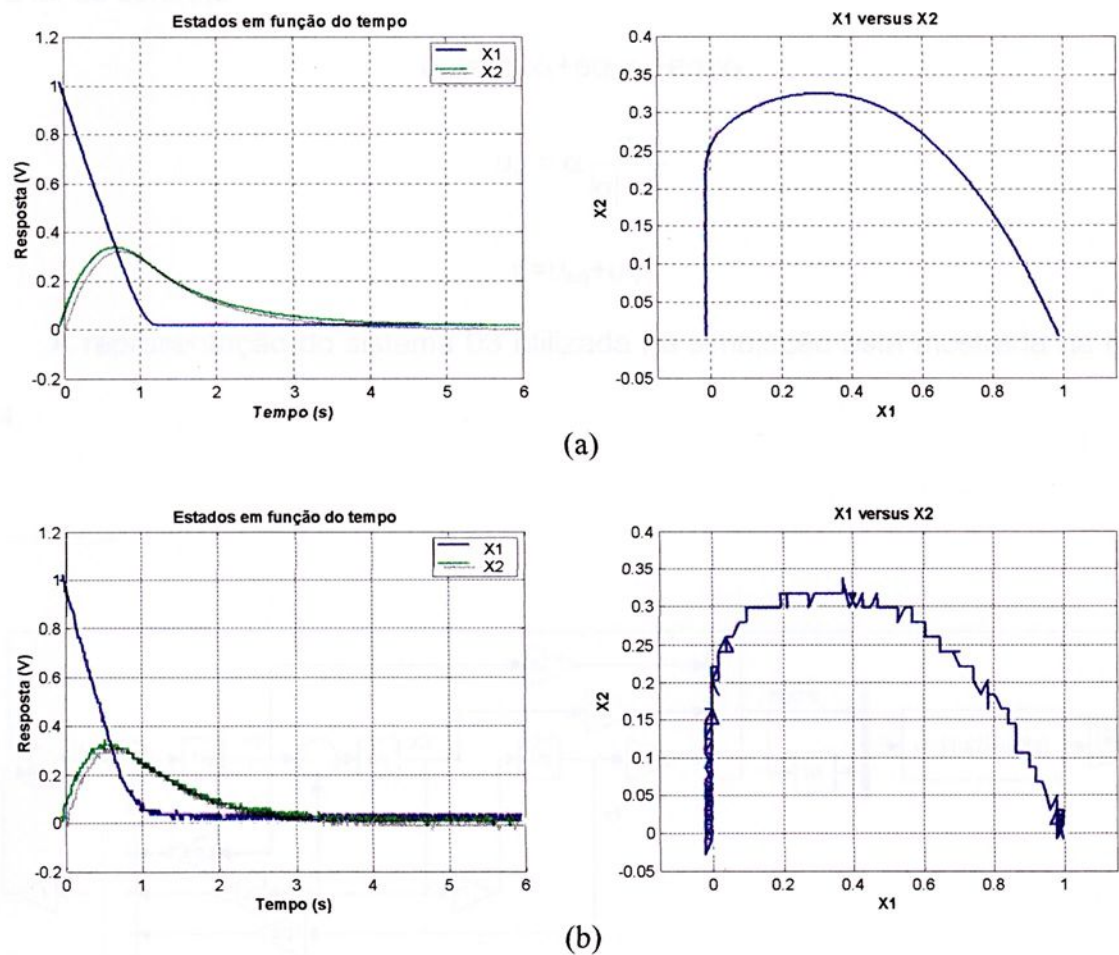


Figura 43 – Terceiro resultado obtido com o sistema 02.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

No caso do sistema 03

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u ,$$

a superfície de deslizamento projetada é do tipo

$$\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3$$

e a lei de controle

$$u_{eq} = e_{q1} x_1 + e_{q2} x_2 + e_{q3} x_3$$

$$u_N = \alpha \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta}$$

$$u = u_{eq} + u_N .$$

A representação do sistema 03 utilizada na simulação está mostrada na figura

44.

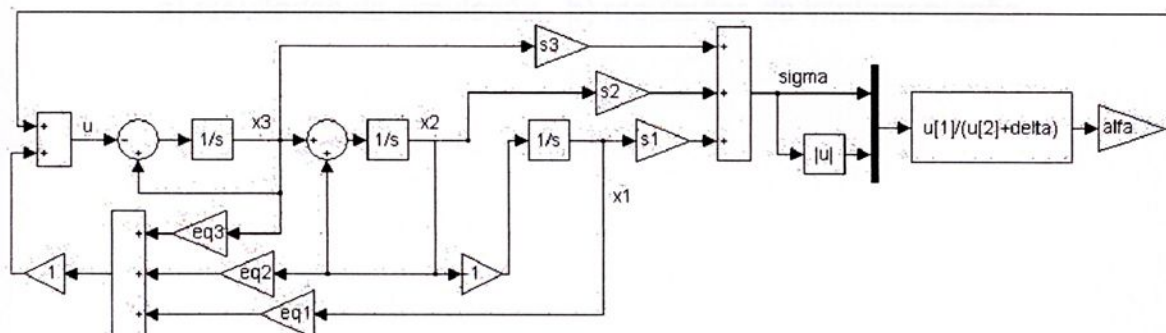


Figura 44 - Sistema 03 em simulink.

Para o resultado obtido (figura 45), foram estipulados $eq_1=0$, $eq_2=6$, $eq_3=5$, $s_1=2$, $s_2=-4$, $s_3=-1$ e $\alpha=-5$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0,98$, $x_2=0$, $x_3=0$. A pequena redução nos tempos da implementação deve-se à lei de controle ter sido obtida por emulação.

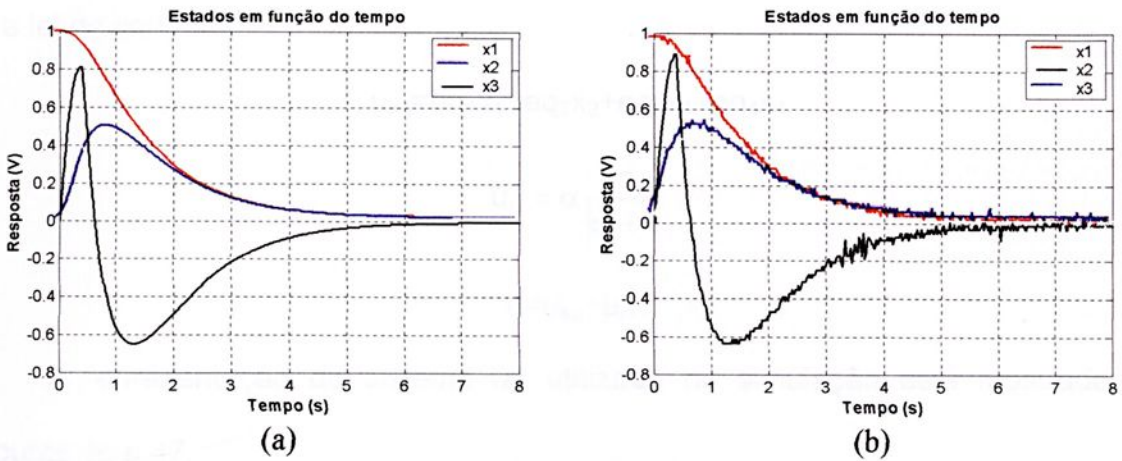


Figura 45 – Resultado obtido com o sistema 03.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

No caso do sistema 04

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u,$$

a superfície de deslizamento projetada é do tipo

$$\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + s_2 x_2 + s_3 x_3 + s_4 x_4$$

e a lei de controle

$$u_{eq} = eq_1 x_1 + eq_2 x_2 + eq_3 x_3 + eq_4 x_4$$

$$u_N = \alpha \frac{\sigma}{|\sigma| + \delta}$$

$$u = u_{eq} + u_N.$$

A representação do sistema 04 utilizada na simulação está mostrada nas figuras 46 e 47.

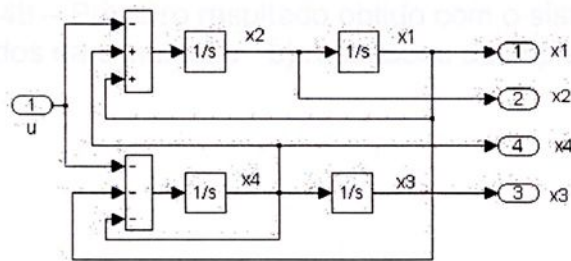


Figura 46 - Sistema 04 em simulink.

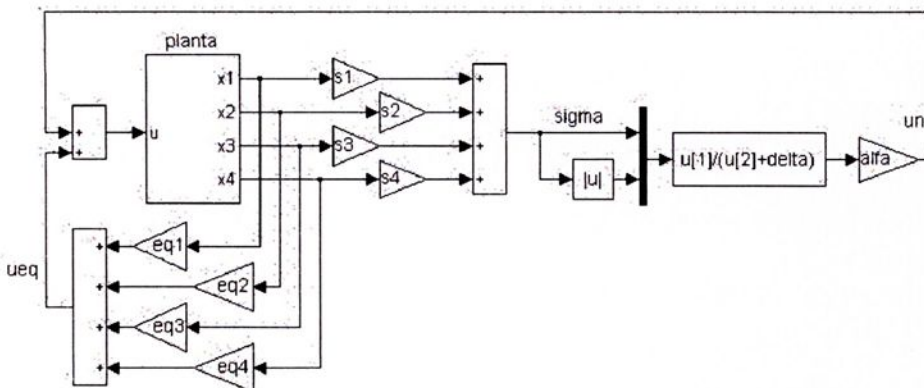


Figura 47 – Controlador do sistema 04 em simulink

Para o primeiro resultado (figura 48) foram estipulados $eq_1=4$, $eq_2=4$, $eq_3=0$, $eq_4=1$, $s_1=-4$, $s_2=-2,5$, $s_3=3$, $s_4=1,5$ e $\alpha=-5$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0,5$, $x_2=0$, $x_3=0$ e $x_4=0$. Tanto na implementação como na simulação o controle foi alcançado em tempo inferior a 4s.

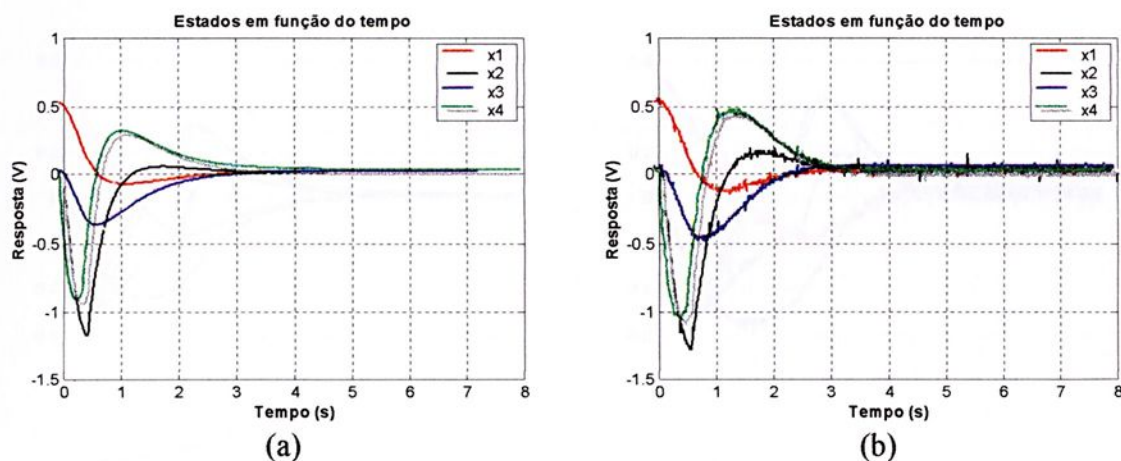


Figura 48 – Primeiro resultado obtido com o sistema 04.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Para o segundo resultado (figura 49) foram estipulados $eq_1=4$, $eq_2=4$, $eq_3=0$, $eq_4=1$, $s_1=-4$, $s_2=-2,5$, $s_3=3$, $s_4=1,5$ e $\alpha=-1$. Os valores iniciais dos estados $x_1=0,5$, $x_2=0$, $x_3=0$ e $x_4=0$. Verificou-se que o aumento de α provocou um acréscimo, em relação ao resultado anterior no tempo para que o controle fosse obtido.

segundo resultado de controle do Controlador Lógico Programável para redução da tensão no capacitor, com o aumento da tensão de referência para 4V, o sistema apresenta um tempo de resposta maior que o Controlador Lógico Programável para redução da tensão no capacitor com o aumento da tensão de referência para 4V.

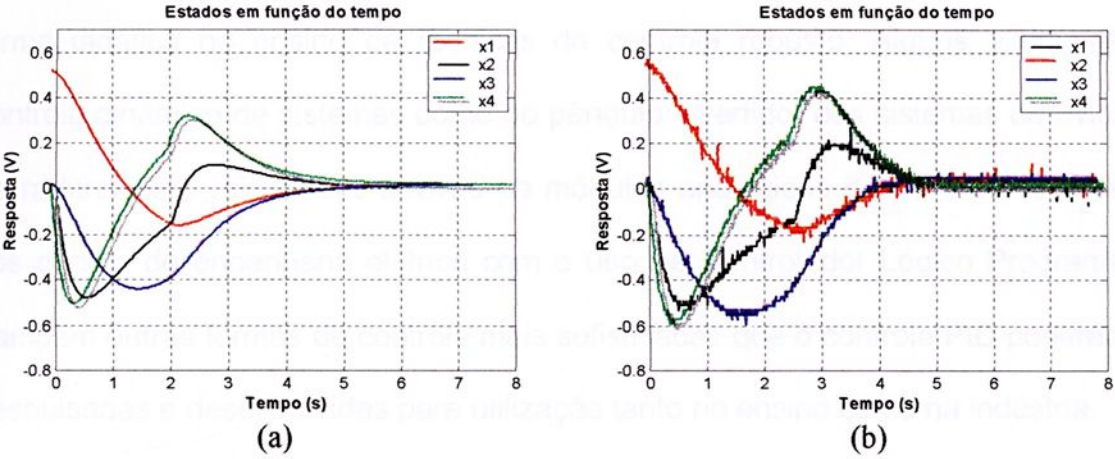


Figura 49 – Segundo resultado obtido com o sistema 04.
a) resultados da simulação b) resultados da implementação.

Os resultados que foram apresentados neste capítulo, por meio da comparação direta dos resultados obtidos através da simulação computacional com os resultados obtidos através da implementação, foram os subsídios encontrados que deram sustentação às conclusões apresentadas no capítulo seguinte. As restrições impostas pelo equipamento utilizado não inviabilizaram a possibilidade de serem coletadas informações suficientes para corroborar a hipótese original deste trabalho. O Controlador Lógico Programável apresentou-se como elemento de possibilidades mais amplas que as comumente utilizadas.

6 Conclusões

Com os trabalhos desenvolvidos em laboratório pode-se verificar a possibilidade de utilização do Controlador Lógico Programável para aplicação da técnica de Controle com Estrutura Variável e Modo Deslizante. Com isto espera-se ter aberto o caminho para que o Controlador Lógico Programável seja utilizado de forma didática no ensino de técnicas de controle robusto. Alguns exemplos de controle dinâmico de sistemas como do pêndulo invertido, dos sistemas da aviação, de radares, etc., simulados através de módulos analógicos poderão ser estudados nos cursos de engenharia elétrica com o uso de Controlador Lógico Programável. Também outras formas de controle mais sofisticadas que o controle PID poderão ser pesquisadas e desenvolvidas para utilização tanto no ensino como na indústria.

Durante a realização dos trabalhos em laboratório, alguns sistemas de maior complexidade foram analisados e as implementações de seus controles, via Controlador Lógico Programável, utilizando Controle com Estrutura Variável não apresentaram resultados adequados. Um destes casos foi o sistema pêndulo invertido, com quatro variáveis de estado realimentado com sinal de controle único e possibilitando o acesso a apenas duas variáveis de estado. Foi construído um programa em linguagem ladder para que o Controlador Lógico Programável realizasse não apenas o controle, mas também a estimativa dos estados inacessíveis. O decorrente acréscimo significativo no número e na complexidade das operações a serem efetuadas provocou um significativo aumento no tempo de processamento das mesmas. Assim, durante os estudos realizados nestes casos, surgiu como a hipótese mais provável da impossibilidade de se ter obtido o controle



Referências Bibliográficas

desses sistemas o atraso no tempo provocado pelo processamento das informações entre o instante da coleta do sinal através de sensores e o instante da recepção do sinal de controle pelo sistema [6]. A possibilidade da inclusão de preditores no algoritmo de controle para a eliminação ou minimização do problema do atraso é assunto que dará sequência a este trabalho.

- [1] E. Ogata, *Modern Control Engineering*, 3rd Edition, Prentice-Hall, 1997.
- [2] K. Furuta, *Sliding Mode Control of a Discrete System*, *Systems & Control Letters* Vol 14, pp. 145-152, 1990.
- [3] H.H. Choi, M.J. Chung, *Memoryless Stabilization of Uncertain Dynamic Systems with Time Varying Delayed States and Controls*, *Automatica*, 31, 1349-1351, 1995.
- [4] L.A. Bryson, E.A. Yovan, *Programmable Controllers: Theory and Implementation*, Industrial Text Company, Second edition, 1967.
- [5] J.C.P. Góes, *Controlador Programável*, Makron Books, São Paulo, 1993.
- [6] J.M.S. Ribeiro, *Automação Industrial: Uma Proposta para Grupos no Curso de Engenharia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, FEIS/UNESP, 2001.
- [7] J.M.A. Ribeiro, J.M.S. Ribeiro, J.P.F. Garcia, L.M.C.F. Garcia, *Implementação de Controla com Estrutura Variável em Dispositivos Digitais Programáveis*, In: VI SBAT, Bauru, SP, Setembro de 2003.
- [8] J.P.F. Garcia, J.J.F. Silva, J.M.S. Ribeiro, E.S. Martins, *Projeto Controla e Discreto de Controla com Estrutura Variável Aplicado ao Sistema Pêndulo Invertido*, In: VI SBAT, Bauru, SP, Setembro de 2003.
- [9] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 3rd Edition, Prentice-Hall, 1997.
- [10] K. Furuta, *Sliding Mode Control of a Discrete System*, *Systems & Control Letters* Vol 14, pp. 145-152, 1990.
- [11] H.H. Choi, M.J. Chung, *Memoryless Stabilization of Uncertain Dynamic Systems with Time Varying Delayed States and Controls*, *Automatica*, 31, 1349-1351, 1995.

Referências Bibliográficas

- [1] B. Drazenovic, "The Invariance Conditions in Variable Structure Systems", *Automatica*, Vol. 5, pp. 287-295. Pergamon Press, 1969.
- [2] R.A. DeCarlo, S.H. Zak, and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: a Tutorial", *Proc. of the Institute of Electrical and Electronics Engineers*, 76, 212-232, 1988.
- [3] L.A. Bryan, E.A. Bryan, *Programmable Controllers: Theory and Implementation*, Industrial Text Company, Second edition, 1997.
- [4] J.C.P. Oliveira, *Controlador Programável*, Makron Books, São Paulo, 1993
- [5] J.M.S. Ribeiro, *Automação Industrial: Uma Proposta para Ensino no Curso de Engenharia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, FEIS/UNESP, 2001.
- [6] J.M.A. Macedo, J.M.S. Ribeiro, J.P.F. Garcia, L.M.C.F. Garcia, Implementação de Controle com Estrutura Variável em Dispositivos Digitais Programáveis. In: VI SBAI, Bauru, SP, Setembro de 2003.
- [7] J.P.F. Garcia, J.J.F. Silva, J.M.S. Ribeiro, E.S. Martins, Projeto Contínuo e Discreto de Controle com Estrutura Variável Aplicado ao Sistema Pêndulo Invertido, In: VI SBAI, Bauru, SP, Setembro de 2003.
- [8] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 3rd Edition, Prentice-Hall, 1997.
- [9] K. Furuta, Sliding Mode Control of a Discrete System, *Systems & Control Letters* Vol.14, pp. 145-152, 1990.
- [10] H.H. Choi, M.J. Chung, Memoryless Stabilization of Uncertain Dynamic Systems with Time Varying Delayed States and Controls, *Automatica*, 31, 1349-1351, 1995.



- [11] L.M.C.F. Garcia, J.F. Bennaton, Sliding Mode Control for Uncertain Input-delay Systems with Only Plant Output Access, Proceedings of 7th International Workshop on Variable Structure Systems, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 175-184, 2002.
- [12] K.J. Hsu, V.R. Basker, O.D. Crisalle, Sliding Mode Control of Uncertain Input-delay Systems, Proceedings of the American Control Conference, June, 564-568, 1998.
- [13] A. Kojima, K. Uchida, E. Shimemura, S. Ishijima, Robust Stabilization of Systems With Delayed in Control, IEEE Trans. on Aut. Control, 39, 1694-1698, 1994.
- [14] Y.H. Roh, J.H. Oh, Sliding Mode Control with Uncertainty Adaptation for Uncertain Input-delay Systems. Int. Journal of Control, 73, 1255-1260, 2000.
- [15] Y.H. Roh, J.H. OH, Robust Stabilization of Uncertain Input-delay Systems by Sliding Mode Control with Delay Compensation, Automatica, 35, 1861-1865, 1999.
- [16] V.I. Utkin, Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems, Moscow, Mir, 1978.
- [17] C. Edwards, S.K. Spurgeon, On The Development of Discontinuous Observers. Int. Journal of Control, 59, 1211-1229, 1994.





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Câmpus de Ilha Solteira
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. Brasil Centro, 56
15385-000 Ilha Solteira - SP
www.dee.feis.unesp.br

