

UNESP
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2000



1110000441



*"Atuação da Lua no
Processo Colisional de
Corpos Celestes com a
Terra"*

RITA DE CÁSSIA DOMINGOS

118



unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

**Atuação da Lua
no Processo Colisional de
Corpos Celestes com a Terra**

RITA DE CÁSSIA DOMINGOS

RITA DE CÁSSIA DOMINGOS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia
de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista,
para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

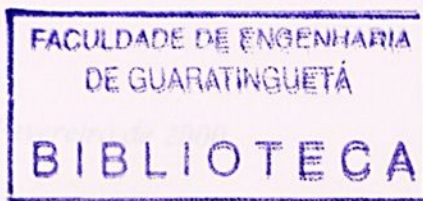
00441

UNESP - Campus de Guaratinguetá

Fevereiro de 2000

441

T 521.1 (043)
DG71a



Ficha catalográfica preparada na Seção de Aquisição e Tratamento da
Informação da Biblioteca - FEG/UNESP

Domingos, Rita de Cássia

D671a Atuação da Lua no Processo Colisional de Corpos Celestes com
a Terra/Rita de Cássia Domingos. Guaratinguetá, 2000
126f.: il; 30cm

Bibliografia: f.120-126

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2000.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

1. Mecânica Celeste – Dinâmica Orbital I. Título

CDU 521.1

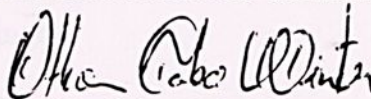
**“ATUAÇÃO DA LUA NO PROCESSO COLISIONAL DE CORPOS CELESTES
COM A TERRA”**

RITA DE CÁSSIA DOMINGOS

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”**

**ESPECIALIDADE: FÍSICA
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: DINÂMICA ORBITAL E PLANETOLOGIA**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

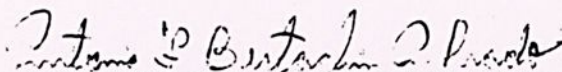


Prof. Dr. Othon Cabo Winter
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
Orientador / Unesp-Feg



Prof. Dr. ANTONIO FERNANDO BERTACHINI DE ALMEIDA PRADO
Unesp-Feg



Prof. Dr. RICARDO REIS CORDEIRO
UFV/MG

Fevereiro de 2000

DADOS CURRICULARES

RITA DE CÁSSIA DOMINGOS

NASCIMENTO 23.09.1969 - APARECIDA /SP

FILIAÇÃO Juventino Domingos
Darcy Agostinho Domingos

1992/1996 Curso de Graduação
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

1997/2000 Curso de Pós Graduação em Física, nível de Mestrado,
na Universidade Estadual Paulista.



FAPESP

Este trabalho contou com o apoio financeiro da FAPESP através do contrato 97/0952-0

À minha mãe, a Dogmar e
Gabriel razões da minha vida.



AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus que me deu a oportunidade e a alegria de compartilhar com meus amigos o momento de conclusão do trabalho.

Um agradecimento especial ao meu orientador Otávio por todo apoio, compreensão, amizade e orientação.

A FAPESP pelo apoio financeiro.

Aos professores do grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia, especialmente ao meu supervisor de trabalho, dedicação e profissionalismo. Obrigada



Este trabalho contou com o apoio financeiro da FAPESP através do contrato 97/0952-0



AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus que me deu a oportunidade e a alegria de compartilhar com meus amigos o nascimento de meu filho e a conclusão deste trabalho.

Um agradecimento especial ao meu orientador Othon por todo apoio, compreensão, amizade e orientação.

À FAPESP pelo apoio financeiro.

Aos professores do grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia, desta instituição, pelos exemplos de trabalho, dedicação e profissionalismo. Obrigada pelo muito que me ensinaram.

Aos colegas da Pós-Graduação pelo incansável bom humor e alegria, que foi primordial para o desenvolvimento deste trabalho.



SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Resumo

Abstract

1. INTRODUÇÃO	28
2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS	33
2.1 Introdução	33
2.2 Manobra Assistida por Gravidade	33
2.3 Esfera de Influência	34
2.4 Seção de Choque de Captura Efetiva	39
2.4.1 Estudo Numérico da SCCE da Terra e da Lua	44
2.4.1.1 Caso 1 e 2	46
2.4.1.2 Caso 3 e 4	47
2.4.2 Simulações Numéricas	49
2.4.3 Objetos com Órbitas Similares a Órbita da Terra	52
3 ANÁLISES PRELIMINARES	60
3.1 Introdução	60
3.2 Categoria dos NEOs	60
3.3 Encontro de Órbitas	62
3.4 Movimento Relativo	64



3.5 Cálculo da Velocidade Relativa	66
3.6 Cálculo da Ângulo β	66
3.7 Resultados Preliminares	66
4 MODELAGEM DINÂMICA	76
4.1 Introdução	76
4.2 Procedimento	76
4.3 Descrição do Sistema 1	76
4.4 Descrição do Sistema 2	78
4.5 Equações de Movimento do Sistema 2	79
4.6 Análise do Sistema 2	81
5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DOS SISTEMAS 1 E 2	83
5.1 Introdução.....	83
5.2 Escolha das Condições Iniciais.....	83
5.2.1 Sistema 1	83
5.2.2 Sistema 2	85
5.3 Rotinas Computacionais	85
5.4 Simulações Numéricas.....	86
5.4.1 Teste de Precisão das Simulações Numéricas	86
5.4.2 Resultados	89
5.5 Conclusão	115
6 SUMÁRIO E COMENTÁRIOS FINAIS	117
6.1 - Introdução	117
6.2 Sumário dos Capítulos	117

6.3 Conclusões	118
----------------------	-----

6.4 Trabalhos Futuros	119
-----------------------------	-----

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120
----------------------------------	-----



LISTA DE FIGURAS

- 2.1 - Ilustração das órbitas de um planeta (linha tracejada) e de um objeto (linha cheia) ao redor do Sol. As áreas A e B denotam as regiões onde a evolução orbital do objeto é dominada pelo campo gravitacional do planeta. 34
- 2.2 - Representação do sistema Sol, Terra e um terceiro corpo. Os segmentos $r_{\odot c}$, $r_{\oplus c}$ e $r_{\odot \oplus}$, denotam as distâncias Sol-Corpo, Terra-corpo e Sol-Terra, respectivamente. Os símbolos ρ e ξ denotam os ângulos formados entre as distâncias Sol-Terra e Sol-Corpo, Sol-Terra e Terra-corpo, respectivamente. 35
- 2.3 - O objeto e o planeta estão em órbitas em relação ao corpo central. Ao se aproximar do planeta a trajetória do objeto relativa ao planeta é uma hipérbole, pois neste caso a atração gravitacional do planeta será dominante em relação a atração gravitacional do corpo central. Nesta ilustração as letras p , C , R , d , MC, OA e OB são o pericentro, o centro do planeta, o raio do planeta, o parâmetro de impacto, a menor distância que o objeto passaria do planeta e as assíntotas da hipérbole respectivamente. 40
- 2.4 - Representação do raio da SCCE da Terra (em unidades do raio da SCG da Terra) em função da velocidade inicial do objeto, baseada na equação (2.12). 42
- 2.5 - Raio da SCCE da Lua (em unidades do raio da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto, obtido a partir da equação (2.12). 43
- 2.6 - Comparação entre os raios das SCCE da Lua, curva cheia, e terrestre, linha tracejada. 44
- 2.7 - Representação da posição do objeto no sistema de coordenadas rotacionais

adimensionais para $t = 0$, centrado no centro de massa do sistema Sol-Terra. Nesta ilustração φ , θ e α são o ângulo formado entre a linha que une a posição do NEO na esfera de influência ao centro da Terra e a linha Sol-Terra, o ângulo de entrada do NEO na esfera de influência que é formado entre o vetor velocidade relativa, V , e a linha Sol-Terra e o ângulo formado entre V e a linha que une a posição do NEO na esfera de influência ao centro da Terra, respectivamente.

45

2.8 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $0^\circ < \theta < 90^\circ$46

2.9 -Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $270^\circ < \theta < 360^\circ$ 47

2.10 -Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $90^\circ < \theta < 180^\circ$ 48

2.11 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $180^\circ < \theta < 270^\circ$ 48

2.12 - Raio da SCCE da Terra (em unidades da SCG terrestre) em função da velocidade inicial do objeto, obtido numericamente.50

2.13 - Raio da SCCE da Lua (em unidades da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto, obtido numericamente. 50

2.14 - Comparação entre os raios das SCCEs numéricas (linha cheia), e analítica (linha tracejada) da Terra. Os raios das SCCEs da Terra (em unidades da SCG terrestre) em função da velocidade inicial do objeto. 51

2.15 - Comparação entre os raios das SCCEs numéricas (linha cheia), e analítica

(linha tracejada) da Lua. Os raios das SCCEs da Lua (em unidades da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto. 51

2.16 - A SCCE para um asteroide (A) passando próximo da Terra (T). Na parte (a) o asteroide passa a uma certa distância da Terra com uma velocidade que não permite que ele venha a colidir com a Terra. Em (b) existe uma proximidade maior entre as órbitas, a velocidade relativa asteroide-Terra é menor e ele colide com a Terra. 55

2.17 - Diagrama esquemático de órbitas de libração ao redor dos pontos L_4 ou L_5 que são denominadas órbitas do tipo girino, e em torno dos pontos L_3 , L_4 e L_5 são denominadas órbitas do tipo ferradura. Nesta ilustração o planeta está na origem do eixo $x - y$, e a partícula está a uma distância r do planeta e a uma distância Δ do satélite (Dermott & Murray, 1981). 58

2.18 - Ilustração da aproximação de objetos com a Terra, cujas órbitas são similares à da Terra, no sistema girante. As coordenadas dos eixos correspondem à coordenadas polares (r, W) centradas no Sol. O Sol está na origem do sistema (não mostrado) e a Terra está na posição (1, 360°). As curvas correspondem a evolução da órbita do objeto para diferentes valores de r 59

3.1 - O ponto onde ocorre o cruzamento entre as órbitas da Terra e do NEO, os vetores velocidade $V_\oplus$ e V_N formam entre si um ângulo β , do qual dependerá o valor da velocidade relativa. 63

3.2 - Histograma do número de NEOs em função da velocidade relativa, V . 75

4.1 - Sistema 1. Representação da região do ponto de cruzamento entre as órbitas do NEO e da Terra. A região de estudo é delimitada pelo círculo de raio R_1 centrado na Terra (tracejado). 77

4.2 - Sistema de coordenadas $x-y$ com massas reduzidas μ_1 e μ_2 e o NEO, com movimento em torno do centro de massa O. As distâncias r , $r_{\odot N}$ e $r_{\oplus N}$ denotam as distâncias do NEO ao centro de massa, ao Sol e a Terra, respectivamente. Sendo que a distância entre as massas μ_1 e μ_2 é considerada unitária. 78

4.3 - Sistema 2. Nesta ilustração podemos visualizar as regiões do nosso estudo, onde R_1 é o raio da esfera de influência da Terra e R_2 é o raio da esfera de influência da Lua. 79

4.4 - Sistema de coordenadas $x-y$ com massas reduzidas do Sol (μ_1), da Terra (μ_2) e da Lua (μ_3) e o NEO, com movimento em torno do centro de massa O. As distâncias $r_{\odot L}$, $r_{\oplus L}$, $r_{\odot N}$, r_N , r_{LN} , denotam as distâncias Sol-Lua, Terra-Lua, Sol-NEO, Terra-NEO, Lua-NEO, respectivamente. Sendo que a distância entre as massas entre o Sol e a Terra é considerada unitária. 80

4.5 - Representação dos ângulos de entrada do NEO na no esfera de raio R_1 com relação a Terra, e a Lua com esfera de influência R_2 81

5.1 - Representação do ângulo, θ_c , do vetor velocidade de colisão do NEO com a Terra, $\vec{V}_c$, com relação a linha Terra-Sol, considerando que a trajetória do NEO a partir do limite da esfera de influência terrestre seja de colisão. 84

5.2 - Teste de precisão das simulações do sistema 2. Nessas figuras o círculo em azul representa a esfera de influência da Terra ($145R_{\oplus}$), o ponto vermelho representa a Terra, o arco em verde representa a órbita da Lua e as trajetórias do NEO em preto. As figuras (a) e (c) representam casos onde ocorrem uma grande aproximação do NEO com a Terra e/ou com a Lua, exigindo um esforço maior do integrador numérico. As figuras (b) e (d) apresentam a evolução da trajetória do NEO com passo de tempo negativo para condições iniciais iguais às condições finais das trajetórias do NEO e da Lua das figuras (a) e (c), respectivamente. As condições iniciais dos casos a e c e as condições finais dos

casos b e d são apresentadas abaixo das respectivas figuras. 88

5.3 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $9,5578^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 258° a 269° , respectivamente. 91

5.4 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $29,7713^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 269° a 279° , respectivamente. 92

5.5 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $59,8540^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 298° a 308° , respectivamente. 93

5.6 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $96,5600^\circ$. Os quadros correspondem

em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 324° a 334° , respectivamente. 94

5.7 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $110,9928^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 344° a 354° , respectivamente 95

5.8 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $131,0980^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 5° a 15° , respectivamente. 96

5.9 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $150,8610^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 27° a 37° , respectivamente. 97

5.10 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na

esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $170,4200^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 50° a 61° , respectivamente. 98

5.11 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $180,2875^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 58° a 69° , respectivamente. 99

5.12 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância R_1 , com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $229,6878^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 110° a 120° , respectivamente. 100

5.13 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância R_1 , com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $250,0283^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 125° a 136° , respectivamente. 101

5.14 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a

Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $270,563^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 145° a 155° , respectivamente. 102

5.15 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $330,8536^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 207° a 217° , respectivamente. 103

5.16 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $350,4273^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 229° a 240° , respectivamente. 104

5.17 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $359,3137^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 237° a 247° , respectivamente. 105

5.18 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário,

em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influência terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $90,5600^\circ$. Os quadros correspondem, em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 325° de a 328° , respectivamente. 107

5.19 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $180,2875^\circ$. Os quadros correspondem, em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 60° de a 62° , respectivamente. 108

5.20 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influência terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $270,563^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 145° de a 148° ,

respectivamente. 109

5.21 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influência terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $359,3137^\circ$. Os quadros correspondem, em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 240° de a 241° , respectivamente. 110

5.22 - Ilustração da porcentagem de remoção de objetos que colidiriam com a Terra 115

LISTA DE TABELAS

2.1 - Raio das esfera de influência para alguns planetas	38
2.2 - Lista de objetos que passaram próximos da Terra	54
3.1 - Elementos orbitais e parâmetros dos asteróides tipo Aten	67
3.2 - Elementos orbitais e parâmetros dos asteróides tipo Apolo	68
5.1 - Resultados das Trajetórias Temporárias	106
5.2 - Tabela para $V \cong 1$ km/s	112
5.3 - Tabela para $V \cong 2$ km/s	113
5.4 - Tabela para $V \cong 3$ km/s	114
5.5 - Tabela para $V \cong 5$ km/s	114
5.6 - Tabela para $V \cong 10$ km/s	114
5.7 - Tabela para $V \cong 15$ km/s	115

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

km/s	Quilômetro por segundo
NEO	Near Earth Objects (objetos próximos da Terra)
NEAs	Near Earth Asteroids (asteróides próximos da Terra)
PCR3C	Problema Circular Restrito de três Corpos
SCG	Seção de choque geométrica
SCCE	Seção de choque de captura efetiva
U.A.	Unidade Astrônômica



LISTA DE SÍMBOLOS

a	Semi eixo maior
A	Aceleração gravitacional devido a um planeta
$A_{\oplus}$	Aceleração gravitacional devido a Terra
$A_{\odot}$	Aceleração gravitacional devido ao Sol
B	região onde a evolução orbital do objeto é dominada pelo campo gravitacional do planeta
b	Parâmetro de impacto
C_j	Constante de Jacobi
c	Corpo de massa menor que as massas do Sol e da Terra
e	Excentricidade
f	Anomália verdadeira
E_0	Energia cinética inicial
E_p	Energia cinética no pericentro
$F_{\oplus L}$	Força gravitacional Terra-Lua
$F_{\odot L}$	Força gravitacional Sol-Lua
$F_{\oplus c}$	Força gravitacional Terra-corpo
F_{Lc}	Força gravitacional Lua-corpo
G	Constante gravitacional
L_0	Momento angular inicial
L_p	Momento angular no pericentro
$M_{\odot}$	Massa do Sol
M	Massa de um planeta
$M_{\oplus}$	Massa da Terra
m	Corpo de massa negligenciável
m_c	Massa do corpo j



m_L	Massa da Lua
n	Movimento médio
p	Distância de pericentro
Q	Distância de afélio
$P_{\odot}$	Perturbação devido ao Sol
$P_{\oplus}$	Perturbação devida a Terra
r	Distância do NEO ao centro de massa
$r_{\odot L}$	Distância do Sol a Lua
$r_{\oplus L}$	Módulo da distância da Terra a Lua
$r_{\oplus N}$	Módulo da distância da Terra ao NEO
$r_{\odot \oplus}$	Módulo da distância do Sol a Terra
r_{LN}	Módulo da distância da Lua ao NEO
$r_{\odot c}$	Módulo da distância do Sol a um corpo de massa m_c
$r_{\oplus c}$	Módulo da distância da Terra-corpo
r	Módulo da distância da Terra a um corpo de massa m_c
r_{ij}	Distância adimensional do corpo i ao corpo j
$\mathbf{r}_{ij}$	Vetor que liga o corpo i ao corpo j
R	Raio do corpo central considerado
$R_{\oplus}$	Raio da Terra
R_1	Raio da esfera de influência da Terra
R_2	Raio da esfera de influência da Lua
T	Período
U_p	Energia potencial no pericentro
V	Módulo da velocidade relativa ao corpo central
$\vec{V}_c$	Vetor velocidade de colisão do NEO com a Terra.
v_e	Velocidade de escape
V_p	Velocidade no pericentro considerado
V	Velocidade relativa do NEO

$\mathbf{V}_{\oplus}$	Vetor velocidade da Terra
$\mathbf{V}_N$	Vetor velocidade relativa do NEO
X, Y	Coordenadas no sistema rotacional adimensional
β	Ângulo formado entre $\mathbf{V}_{\oplus}$ e $\mathbf{V}_N$
$\Delta\phi$	Intervalo entre os ângulos iniciais mínimo e máximo da Lua
λ_{min}	Diferença angular entre o ângulo inicial mínimo da Lua e o ângulo de entrada do NEO com relação a linha Terra-Sol
$\lambda_{máx}$	Diferença angular entre o ângulo inicial máximo da Lua e o ângulo de entrada do NEO com relação a linha Terra-Sol
θ	Ângulo formado entre o vetor velocidade relativa do NEO, ao cruzar a esfera de raio R_1 , e a linha Terra Sol
θ_c	Ângulo de colisão do NEO com a Terra
θ_f	Ângulo do NEO no limite da esfera de influência terrestre
ϕ	Ângulo formado entre as linhas Terra-Sol e Terra-Lua no instante em que o NEO cruza o círculo de raio R_1
ϕ_{min}	Ângulo inicial mínimo da Lua no momento em que o NEO cruza a esfera de influência terrestre
$\phi_{máx}$	Ângulo inicial máximo da Lua no momento em que o NEO cruza a esfera de influência terrestre
$\Delta\phi$	Intervalo entre os ângulos iniciais mínimo e máximo da Lua
φ	Ângulo formado entre a linha Terra-NEO e a linha Terra-Sol
μ	Parâmetro de massa do sistema
μ_1	Massa adimensional do Sol
μ_2	Massa adimensional da Terra
μ_3	Massa adimensional da Lua

DOMINGOS , R.C. *Atuação da Lua no Processo Colisional de Corpos Celestes Com a Terra* . Guaratinguetá, 2000, 126p. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre a atuação da Lua no processo colisional de cometas/asteróides com a Terra, considerando órbitas de objetos (fictícios) candidatos a colisões com a Terra, que passam num raio onde os efeitos gravitacionais do sistema Terra-Lua sofridos por estes objetos sejam significativos. Numa primeira etapa deste trabalho é apresentado um estudo numérico das seções de choque efetivas da Terra e da Lua e comparados com a literatura aqui apresentada. Visando realizar um estudo comparativo da participação da Lua no processo colisional com a Terra, consideramos dois sistemas dinâmicos, o primeiro formado pelo Sol, Terra e objeto, negligenciando a presença de outros corpos, o segundo sistema constitui-se do primeiro acrescentado da Lua. As simulações numéricas mostraram que para objetos com velocidade relativa de aproximadamente 1 km/s, o campo gravitacional lunar tem influência significativa sobre cerca de 3% dos objetos que colidiriam com a Terra na ausência da Lua, mas que com a presença desta estes são espalhados para fora do sistema Terra-Lua ou colidem com a Lua. Estes resultados estão de acordo com uma simplificada análise da geometria do problema que é apresentada no texto.

PALAVRAS-CHAVE: Colisão com a Terra, colisão com a Lua, efeito gravitacional lunar, seção de choque.



DOMINGOS, R.C. *The Contribution of the Moon to the Collisional Process of Celestial Bodies with Earth.* Guaratinguetá, 2000, 126p. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

In this work is presented a study about the contribution of the moon to the collisional process of comets/asteroids with the earth, considering orbits of objects (fictitious) candidates to collision with the earth, when the gravitational effects of the system earth-moon suffered by these objects are significant. In a first stage of this work a numerical study of the effective shock sections of the earth and of the moon is presented and compared to results from the literature. Seeking to accomplish a comparative study of the participation of the moon in the collisional process with the earth, we considered two dynamical systems, the first system is formed by the sun, the earth and an object, neglecting the presence of other bodies, the second system is constituted of the first system increased by the moon. The numeric simulations showed that for objects with relative velocity of about 1 km/s the gravitational lunar field has significant influence on about 3% of the objects that would collide with the earth in the absence of the moon, but with the inclusion of the moon case they are scattered of the system earth-moon system or they collide with the moon. These results are in agreement with a simplified analysis of the geometry of the problem that is presented in the text.

KEYWORDS: Collision with earth, collision with moon, celestial bodies, lunar gravitational effect .



CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Desde sua origem a Terra vem sofrendo colisões com objetos celestes (Cometas e Asteróides) com maior ou menor frequência. De acordo com o tamanho desses objetos essas colisões podem ser de alto poder de destruição, pois além de destruírem vidas por milhares de quilômetros ao seu redor, também podem causar significantes mudanças climáticas, o que tornaria a Terra inabitável para algumas (ou até mesmo para todas) espécies de vida terrestres por períodos significativos.

O fato de que corpos celestes podem colidir com a Terra tem despertado interesse nas últimas décadas, o qual aumentou com a proposta de Alvarez *et al.* (1980). Eles propuseram que a 65 milhões de anos, um corpo massivo (de cerca de 10 a 20 km de diâmetro) teria caído na península de Yucatan no Golfo do México, causando a extinção dos dinossauros do período terciário. Este corpo ao colidir com a Terra teria gerado vários fragmentos de diferentes tamanhos. Os maiores sendo lançados em torno do local de impacto por muitos quilômetros, destruindo grande parte dos seres vivos. Os menores fragmentos na forma de poeira se difundiram pela atmosfera obstruindo parte da luz solar e causando um esfriamento global da Terra (Chapman & Morrison, 1994; Hughes, 1997; Shoemaker *et al.*, 1989; Purgavie, 1994; Yashita & Allen, 1997; Steel, 1995; Sharpton *et al.*, 1992; Robin *et al.*, 1993). Um outro episódio que também pode ter causado a extinção de espécies terrestres, supõe-se que teria ocorrido a 35 milhões de anos. Neste período, a Terra teria sofrido uma sucessão de impactos de corpos celestes (Shoemaker, *et al.* 1989; Montanari *et al.*, 1998).

Existem inúmeras evidências de que a Terra teria sofrido colisões de objetos celestes, ou seja, diversas crateras das quais cerca de 150 podem ser observadas ainda hoje e outras que foram parcialmente destruídas pela erosão e só podem ser detectadas por satélites (Hodge, 1994). Como exemplo de



crateras que podem ser observadas podemos citar: no Arizona, a cratera de Barringer com cerca de 1200 m de diâmetro e aproximadamente 49 mil anos; na Austrália as crateras de Boxhole de 185 m de diâmetro e 5 mil anos, e a famosa Wolf Creek de diâmetro igual a 880 m formada a 300 mil anos; na Rússia, a cratera Sobolev de 200 anos e com 50 m de diâmetro, as 122 crateras Sikhote Alin que têm em média um diâmetro de 27 m e que segundo teorias teriam sido produzidas pela explosão de um asteróide na atmosfera da Terra em 1947. E ainda na Rússia em 1908, o evento de Tunguska (Sibéria) que pode ter sido causado pela explosão (da ordem de megatons) de um objeto de cerca de 30 m de diâmetro na atmosfera terrestre, devastando árvores numa área de 2000 km² (Kresák, 1978a; Chyba *et al.*, 1993; Vasilyev, 1998; Goldine, 1998; Alekseev, 1998; Hou *et al.*, 1998; Sekanina, 1998; Asher *et al.*, 1998). Das inúmeras crateras que sofreram erosão, no Brasil existem: a cratera de Araguainha com 40 km de diâmetro entre os estados do Mato Grosso e Goiás, na cidade de Xapecó (Santa Catarina), a cratera de Vargeão de 12 km de diâmetro e a cratera Serra da Cangalha com cerca de 12 km de diâmetro.

Mais recentemente, em 1994, a comunidade astronômica em geral “assistiu” a colisão do Cometa SL9 (Shoemaker-Levy9) com Júpiter (Miller & Tennyson, 1995; Takata, 1997; e muitos outros). Esse acontecimento despertou a atenção do público sobre as possibilidades de colisões, que havia surgido após a teoria sobre a extinção dos dinossauros, quanto as possibilidades de corpos celestes colidirem com a Terra na atualidade, visto que milhares de objetos cruzam a sua órbita ou até mesmo chegam próximo dela freqüente (Carusi & Dotto, 1996).

Baseado no fato de que muitas crateras teriam sido formadas devido ao impacto de cometas e asteróides sobre a Terra e tendo em vista que constantemente pequenos fragmentos desses objetos “caem” na Terra (Hughes, 1994; Brown *et al.*, 1994; Williams, 1992 e 1995; Kresáková, 1987), alguns programas foram criados visando conhecer o espaço interplanetário e os objetos que nele se encontram e quais oferecem perigo à Terra (por exemplo, Sagan & Ostro,

1994; Reichhardt, 1998). Entre esses programas estão o *Spaceguard Survey* que se propõe catalogar todos os objetos (a partir de um determinado diâmetro) que passam próximos da Terra e quais oferecem perigo para a Terra; *NEAT* um programa que envolve a NASA (National Aeronautics and Space Administration) e a Força Aérea Americana, e tem por função vasculhar o espaço aéreo em busca de corpos celestes próximos à Terra; o *Spacewatch* sendo feito por um observatório da Universidade do Arizona.

Em função disso muitos trabalhos têm abordado as probabilidades de colisões de objetos com a Terra e/ou outros planetas. Atualmente existem diversas idéias e interpretações, baseadas nos tamanhos de crateras e/ou tamanhos de asteróides, sobre as chances de colisões de objetos com a Terra (Shoemaker *et al.*, 1979; Sekanina & Yeomans, 1984; Rothery 1992). De acordo com Morrison & Chapman (1994) uma cratera de 50 a 100 km ocorre a cada 10 milhões de anos. A estimativa que grandes impactos, que causariam algum tipo de riscos a humanidade, poderiam ser ocasionados tanto por asteróides menores que 100 m como por asteróides maiores que 6 km (como o que teria causado a extinção dos dinossauros). Apesar de raros estes tipos de colisões, dos objetos que são considerados potencialmente perigosos para a Terra, acredita-se que os que possuem mais de 1 km de diâmetro já estão sendo monitorados, enquanto apenas 10% dos que possuem diâmetro entre 100 m e 1 km tem sido observados (Morrison, 1995; 1990).

Existem também alguns trabalhos que estudam a origem desses objetos. Esses propõem que parte destes resultariam de núcleos de cometas extintos, e outros de colisões entre asteróides no Cinturão Principal de Asteróides, que se dividem em pequenos fragmentos. Parte destes fragmentos sofreriam influência gravitacional devido a Marte e/ou Júpiter e Saturno. Nesse caso, fragmentos em ressonância 3:1 com Júpiter sofreriam fortes alterações em suas órbitas, na qual o seu movimento tornaria-se caótico. Algumas dessas órbitas cruzariam Marte e outras atingiram altas excentricidades e cruzariam a órbita da Terra, de modo que estes fragmentos possam colidir ou ser desviados de tais planetas



(Wisdom, 1987; 1985; Rabinowitz, 1997a; 1997b; Botke *et al.* 1996; Morbidelli & Nesvorný, 1999; Wetherill, 1979). Este fato dá suporte a teoria onde é proposto que parte dos meteoritos encontrados na Terra tem origem em fragmentos de asteróides do cinturão principal, sendo que, alguns desses meteoritos também podem ser provenientes de Marte ou da Lua (Gladman, 1996).

Seguindo outra linha Gousidou-Koutita (1985) estudou numericamente as órbitas de colisão de hipotéticos satélites da Lua e suas tendências em colidir com esta. Ela fez um levantamento das velocidades e ângulos de ejeção com os quais estes satélites colidem com a Lua, e verificou que o Sol e a Terra têm influência

significativa sobre as órbitas de colisão dos corpos e conseqüentemente sobre os pontos de colisão na superfície lunar. Em outro trabalho Gousidou-Koutita (1986) utiliza o método de superfície de seção de Poincaré para obter a órbita de colisão não perturbada para satélites lunares que por uma mudança (perturbações) nas suas condições iniciais acabam espiralando e colidindo com a Lua.

De um modo geral os trabalhos pesquisados não tratam diretamente de colisões sobre a Terra e sim o quanto os objetos se aproximam desta, muitas vezes considerando Terra e Lua um só corpo. Mas além da Terra, a Lua também estaria sujeita a contínuos bombardeios de cometas e asteróides. De acordo com dados estatísticos a Terra sofre duas vezes mais colisões que a Lua (Shoemaker *et al.*, 1989; Hughes 1997). Por outro lado, a existência de objetos que cruzam as vizinhanças do sistema Terra-Lua tem sido verificadas (Rabinowitz, 1993), o que torna a Lua candidata a colisões tanto quanto a Terra. Isto devido ao fato que esses objetos podem ser atraídos pela força gravitacional lunar e talvez até lançados em direção a Terra. Salienta-se aqui que embora as pesquisas à respeito de colisões de objetos celestes com a Terra sejam bastante divulgadas, o mesmo não ocorre a respeito de colisões com a Lua. Sendo assim essa linha de trabalho apresenta-se favorável à pesquisa, quando busca-se correlacionar os efeitos gravitacionais da Terra e da Lua sobre tais objetos.



Em vista disso este trabalho apresenta um estudo que visa analisar os efeitos gravitacionais da Lua sobre as evoluções orbitais de objetos candidatos à colisão com a Terra, podendo ou não colidir com a Terra em função da influência do campo gravitacional lunar neste processo. Para termos uma visão ampla dos objetos candidatos a estas possíveis colisões, foram considerados corpos que passam próximos da Terra, num raio onde os efeitos gravitacionais, do sistema Terra-Lua, sofridos por estes objetos fossem significativos.

No presente trabalho, é adotada a seqüência descrita adiante.

No Capítulo 2 são apresentados alguns conceitos básicos e algumas técnicas relevantes estudadas no desenvolvimento do trabalho. São testados numericamente e comparados com a literatura apresentada, os limites das seções de choque de captura efetiva referentes a Terra e a Lua. É feito um estudo, quanto a possibilidade de colisão com a Terra, de objetos que possuem órbitas similares a órbita da Terra.

No Capítulo 3 são apresentadas as características e os tipos de objetos candidatos a colisão com a Terra. São apresentados e analisados alguns resultados referentes aos elementos orbitais de objetos “reais” que cruzam a órbita da Terra.

No Capítulo 4 descreve-se o problema a ser estudado, os modelos de sistemas dinâmicos utilizados e as equações de movimento consideradas para cada sistema. É feito um estudo analítico do sistema 2, visando uma comparação com os resultados obtidos nas simulações numéricas.

No Capítulo 5 são apresentadas as condições iniciais utilizadas nas simulações numéricas dos sistemas. Neste são apresentados e analisados também os resultados das simulações numéricas referentes a cada sistema.

Finalmente, no Capítulo 6 é apresentado um sumário deste trabalho, bem como, as suas contribuições.



CAPÍTULO 2

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

2.1 - Introdução

Neste Capítulo apresentamos alguns conceitos básicos e algumas técnicas relevantes estudadas no desenvolvimento do trabalho. Primeiramente, é feita uma breve explanação sobre trajetória assistida por gravidade (normalmente conhecida por manobra de “Swing-by”) e conceito de esfera de influência, encontrados na literatura. Em seguida, são apresentados e analisados, com relação a literatura apresentada, os limites das seções de choque de captura efetiva da Terra e da Lua, obtidos numericamente. Neste Capítulo faz-se uma análise das seções de choque de captura efetiva da Terra e da Lua, com relação as velocidades relativas dos objetos candidatos a colisões com a Terra e/ou com a Lua. Por fim, é apresentado um estudo quanto a possibilidade de colisão com a Terra, de objetos que possuem órbitas similares a órbita da Terra.

2.2 - Manobra Assistida por Gravidade

A importância da trajetória assistida pela gravidade (normalmente conhecida por manobra de “Swing-by”) vem do fato que corpos celestes, sob determinadas condições, podem ser capturados pelo campo gravitacional de planetas. Essa idéia, conhecida como hipótese de captura, é atribuída a Laplace e tem sido discutida ao longo dos tempos (Everhart, 1969; Broucke, 1988; Broucke *et al.*, 1993).

Para descrever a técnica do Swing-by vamos assumir um sistema dinâmico formado apenas por três corpos: o Sol com massa $M_{\odot}$, um planeta de massa M e um terceiro corpo de massa negligenciável m ; e que este sistema obedece a todas restrições do Problema Planar Circular Restrito de Três Corpos (Broucke, 1988; Prado, 1997; Everhart, 1969; Bate, 1971). Neste caso o Sol e o



planeta estão em órbitas circulares ao redor de seu centro de massa; o movimento do objeto é no plano orbital do Sol e do planeta, e é governado por eles. Neste sistema, representado na Figura 2.1, o Sol está no centro do sistema; o planeta está em órbita Kepleriana em torno do Sol; o objeto está em uma órbita genérica ao redor do Sol, quando faz um encontro com o planeta. Este encontro altera a órbita do objeto e isto é chamado uma manobra “Swing-by”. De acordo com essas hipóteses, as órbitas do planeta e do Sol não se alteram.

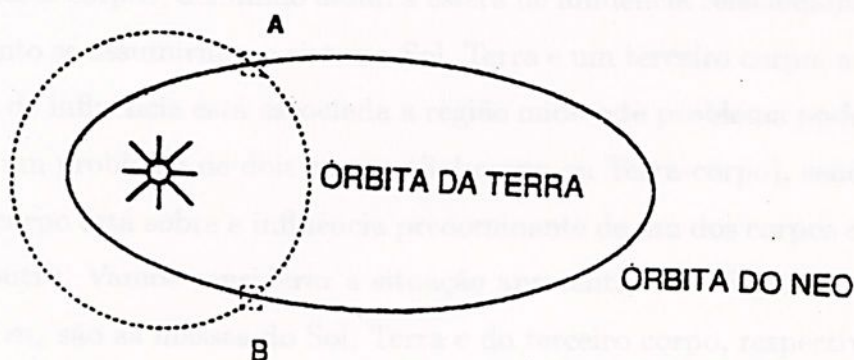


Figura 2.1 - Ilustração das órbitas de um planeta (linha tracejada) e de um objeto (linha cheia) ao redor do Sol. As áreas A e B denotam as regiões onde a evolução orbital do objeto é dominada pelo campo gravitacional do planeta.

Portanto isto nada mais é do que um problema de três corpos estudado como um problema de 2 corpos em três etapas, o que é chamado de “patched conics”. A primeira etapa, é quando o objeto encontra-se longe do planeta, portanto descrevendo uma órbita heliocêntrica. A segunda é quando o objeto passa próximo ao planeta e a presença do Sol é negligenciada, neste caso a órbita do objeto é considerada hiperbólica e em relação ao planeta. A última etapa é quando o objeto volta a sofrer somente a influência do Sol, deixando as proximidades do planeta com órbita alterada com relação a inicial.

2.3 - Esfera de Influência

A idéia de esfera de influência está fortemente relacionada a técnica de “patched conic”, ou seja, é a região onde a atração gravitacional de um corpo sobre um objeto é predominante, em relação a atração gravitacional de outros corpos.

De acordo com Prussing & Conway (1993), Roy (1988) e Kaplan (1976), o conceito de esfera de influência está relacionado a região onde um corpo, perturbado por outros corpos, tem seu movimento fortemente influenciado por um desses corpos; definindo assim a esfera de influência relacionada a tal corpo. Portanto se assumirmos o sistema Sol, Terra e um terceiro corpo, a definição de esfera de influência está associada a região onde este problema pode ser tratado como um problema de dois corpos (Sol-corpo ou Terra-corpo), sendo que o terceiro corpo está sobre a influência predominante de um dos corpos e perturbado pelo outro. Vamos considerar a situação apresentada na Figura 2.2, onde $M_{\odot}$, $M_{\oplus}$ e m_c são as massas do Sol, Terra e do terceiro corpo, respectivamente.

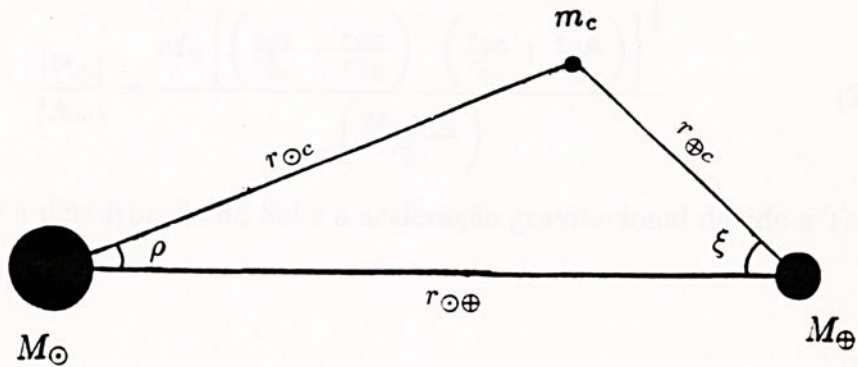


Figura 2.2 - Representação do sistema Sol, Terra e um terceiro corpo. Os segmentos $r_{\odot c}$, $r_{\oplus c}$ e $r_{\odot\oplus}$, denotam as distâncias Sol-Corpo, Terra-corpo e Sol-Terra, respectivamente. Os símbolos ρ e ξ denotam os ângulos formados entre as distâncias Sol-Terra e Sol-Corpo, Sol-Terra e Terra-corpo, respectivamente.

Conforme a Figura 2.2, as equações do movimento do terceiro corpo em relação ao Sol e a Terra são dadas por

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\odot c} + G \left(\frac{M_{\odot} + m_c}{r_{\odot c}^3} \right) \mathbf{r}_{\odot c} = -GM_{\oplus} \left(\frac{\mathbf{r}_{\oplus c}}{r_{\oplus c}^3} + \frac{\mathbf{r}_{\odot\oplus}}{r_{\odot\oplus}^3} \right) \quad (2.1)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\oplus c} + G \left(\frac{M_{\oplus} + m_c}{r_{\oplus c}^3} \right) \mathbf{r}_{\oplus c} = -GM_{\odot} \left(\frac{\mathbf{r}_{\odot c}}{r_{\odot c}^3} - \frac{\mathbf{r}_{\odot \oplus}}{r_{\odot \oplus}^3} \right) \quad (2.2)$$

onde $r_{\oplus c}$, $r_{\odot c}$ e $r_{\odot \oplus}$ são as distâncias Terra-corpo, Sol-Corpo e Sol-Terra, respectivamente.

De acordo com a definição apresentada para esfera de influência, esta depende das razões entre as forças perturbativas e as atrações gravitacionais referentes a cada uma das equações de movimento do terceiro corpo (2.1 e 2.2). Neste caso a razão de menor valor está associada com o primário que exerce maior atração gravitacional sobre o corpo.

Para simplificar a análise, as forças perturbativas e gravitacionais podem ser escritas de maneira mais compacta, sendo $\mathbf{A}_{\oplus}$ e $\mathbf{A}_{\odot}$ as acelerações gravitacionais devido a Terra e ao Sol, $\mathbf{P}_{\odot}$ e $\mathbf{P}_{\oplus}$ as perturbações devido ao Sol e a Terra. Portanto a razão entre a perturbação da Terra e a aceleração gravitacional devido ao Sol é dada por

$$\frac{|\mathbf{P}_{\oplus}|}{|\mathbf{A}_{\odot}|} = \frac{M_{\oplus} \left[\left(\frac{\mathbf{r}_{\oplus c}}{r_{\oplus c}^3} + \frac{\mathbf{r}_{\odot \oplus}}{r_{\odot \oplus}^3} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{r}_{\oplus c}}{r_{\oplus c}^3} + \frac{\mathbf{r}_{\odot \oplus}}{r_{\odot \oplus}^3} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{M_{\odot} + m_c}{r_{\odot c}^2} \right)} \quad (2.3)$$

e a razão entre a perturbação do Sol e a aceleração gravitacional devido a Terra é dada por

$$\frac{|\mathbf{P}_{\odot}|}{|\mathbf{A}_{\oplus}|} = \frac{M_{\odot} \left[\left(\frac{\mathbf{r}_{\odot c}}{r_{\odot c}^3} - \frac{\mathbf{r}_{\odot \oplus}}{r_{\odot \oplus}^3} \right) \cdot \left(\frac{\mathbf{r}_{\odot c}}{r_{\odot c}^3} - \frac{\mathbf{r}_{\odot \oplus}}{r_{\odot \oplus}^3} \right) \right]^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{M_{\oplus} + m_c}{r_{\oplus c}^2} \right)} \quad (2.4)$$

Da Figura 2.2 têm-se

$$\frac{r_{\odot c}}{r_{\odot \oplus}} = \left[1 - 2 \frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \cos \xi + \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

$$\cos \rho = \frac{r_{\odot \oplus}}{r_{\odot c}} - \frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot c}} \cos \xi \quad (2.6)$$

Substituindo as equações (2.5) e (2.6) em 2.3 e 2.4 obtêm-se

$$\frac{|P_{\oplus}|}{|A_{\odot}|} = \frac{M_{\oplus}}{M_{\odot} + m_c} \left(\frac{r_{\odot c}/r_{\odot \oplus}}{r_{\oplus c}/r_{\odot \oplus}} \right)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right) \left(1 - \frac{r_{\odot c}}{r_{\odot \oplus}} \cos \xi \right) + \left(\frac{r_{\odot c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

$$\frac{|P_{\odot}|}{|A_{\oplus}|} = \frac{M_{\odot}}{M_{\oplus} + m_c} \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^{-2} \left[1 - 2 \frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \cos \xi + \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^2 \right] + \left[1 - 2 \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^2 \cos \xi + \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}$$

De acordo com esta definição o raio da esfera de influência da Terra ou do Sol se define quando

$$\frac{|P_{\odot}|}{|A_{\oplus}|} = \frac{|P_{\oplus}|}{|A_{\odot}|} \quad (2.7)$$

sendo que as razões $\frac{|P_{\odot}|}{|A_{\oplus}|}$ e $\frac{|P_{\oplus}|}{|A_{\odot}|}$ fornecem a ordem de magnitude da perturbação sofrida pelo corpo devido a Terra (sistema de referência solar) e a razão da perturbação do Sol (sistema de referência Terrestre), respectivamente. Neste caso tem-se

$$\left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4 = \frac{M_{\odot}(M_{\odot} + m_c)}{M_{\oplus}(M_{\oplus} + m_c)} \left(\frac{r_{\odot c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4 \left[\frac{1 - 2 \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^2 \cos \xi + \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4}{1 + 2 \left(\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \right) \left(1 - \frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} \cos \xi \right) + \left(\frac{r_{\odot c}}{r_{\odot \oplus}} \right)^4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Resolvendo a equação acima para $r_{\odot c}/r_{\odot \oplus}$ considerando $m_c \ll M_{\oplus}$ e sabendo que $M_{\odot} \gg M_{\oplus}$, o que implica em $r_{\oplus c} \ll r_{\odot \oplus}$, Tisserand mostrou que a superfície é sempre esférica (Roy, 1988). Negligenciando pequenos termos a razão $r_{\oplus c}/r_{\odot \oplus}$ é determinada explicitamente como

$$\frac{r_{\oplus c}}{r_{\odot \oplus}} = \left[\left(\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}} \right)^{\frac{2}{5}} (1 + 3 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{10}} + \frac{2}{5} \cos \xi \left(\frac{1 + 6 \cos^2 \xi}{1 + 3 \cos^2 \xi} \right) \right]^{-1} \quad (2.8)$$

Considerando somente o termo de primeira ordem e observando que

$$1 < (1 + 3 \cos^2 \xi)^{\frac{1}{10}} < 1,15$$

tem-se que o raio da esfera de influência da Terra pode ser obtido pela seguinte expressão

$$r_{\oplus c} \cong \left(\frac{M_{\oplus}}{M_{\odot}}\right)^{\frac{2}{5}} r_{\odot \oplus} \tag{2.9}$$

A equação (2.9) fornece a esfera de influência da Terra com relação ao Sol. Através desta pode-se obter a esfera de influência de um corpo qualquer em relação a outro, bastando apenas substituir a razão $M_{\oplus}/M_{\odot}$ pela razão das massas de tais corpos. No caso do sistema Terra-Lua, para obter o raio da esfera de influência da Lua utiliza-se a fração $m_L/M_{\oplus}$, sendo m_L a massa da Lua.

Na tabela 2.1 são apresentados os raios das esferas de influência da Lua em relação a Terra e de alguns planetas em relação ao Sol , conforme a equação (2.9). É feita também uma correlação entre a esfera de influência do planeta e seu raio, o que nos permite notar a dimensão de tal esfera com relação ao planeta.

Tabela 2.1 - Raios das esferas de influência de alguns planetas

Planeta	Raio do planeta (Km)	Esfera de influência (Raios do planeta)
Mercúrio	2487	45
Vênus	6187	100
Terra	6378	145
Marte	3380	170
Júpiter	71370	677
Lua *	1738	38**

* Em relação a Terra.

** Raios da Lua.

2.4 - Seção de Choque de Captura Efetiva

Para se ter uma idéia da intensidade da força gravitacional Terra-Lua ($F_{\oplus L}$) e Sol-Lua ($F_{\odot L}$), considerando-se as órbitas da Terra e da Lua em relação ao Sol circulares e as distâncias Sol-Lua, $r_{\odot L}$, e Sol-Terra iguais, obtemos

$$F_{\oplus L} = 1,98.10^{20} N$$

$$F_{\odot L} = 4,36.10^{20} N$$

Podemos então obter as relações entre as forças gravitacionais terrestre e solar sobre a Lua. Neste caso temos

$$F_{\odot L} = 2,2 F_{\oplus L}$$

Seguindo esta análise simplista conclui-se que o movimento da Lua é governado pelo Sol, apesar da proximidade entre Terra e Lua.

Considerando apenas o sistema Terra-Lua e inserindo um terceiro corpo sabe-se que este sofrerá maior influência gravitacional da Terra ou da Lua dependendo da proximidade entre ele e estes dois corpos, pois a força gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos. Assim sendo a relação entre as forças gravitacionais Terra-corpo ($F_{\oplus c}$) e Lua-corpo (F_{Lc}) é dada por

$$F_{\oplus c} = 79,34 \left(\frac{r_{Lc}}{r_{\oplus c}} \right)^2 F_{Lc}$$

onde r_{Lc} e $r_{\oplus c}$ são respectivamente as distâncias Lua-corpo e Terra-corpo.

Em particular a extensão dos campos gravitacionais terrestre e lunar afetam as probabilidades de impacto de corpos celestes com a Terra ou com a Lua. Porém seus efeitos dependerão da velocidade deste corpo em relação a Terra ou a Lua, pois a atração gravitacional da Terra ou da Lua pode implicar em uma seção de choque maior do que a área do círculo físico máximo formado pela Terra ou pela Lua, seções de choque geométrica (SCG), portanto atraindo corpos próximos a estes. A partir de dados estatísticos (Hughes, 1997; Shoemaker *et al.*, 1989) tem-se que a razão de crateras na Terra (em km^2/ano) é

cerca de duas vezes maior que na Lua, pois a SCG terrestre é maior que a SCG lunar e também deve-se levar em conta que a atração do campo gravitacional terrestre é maior que o lunar.

Com base nessas idéias o objetivo desta seção é de avaliar a extensão dos campos gravitacionais da Terra e da Lua em relação as suas SCGs, e também obter uma estimativa quanto a velocidade necessária para que corpos celestes sejam influenciados ou não, de maneira significativa, pelos efeitos dos campos gravitacionais terrestre e lunar. Este estudo se baseia em Tatum (1997).

Neste estudo assumimos uma manobra do tipo "Swing-By", representada na Figura 2.3.

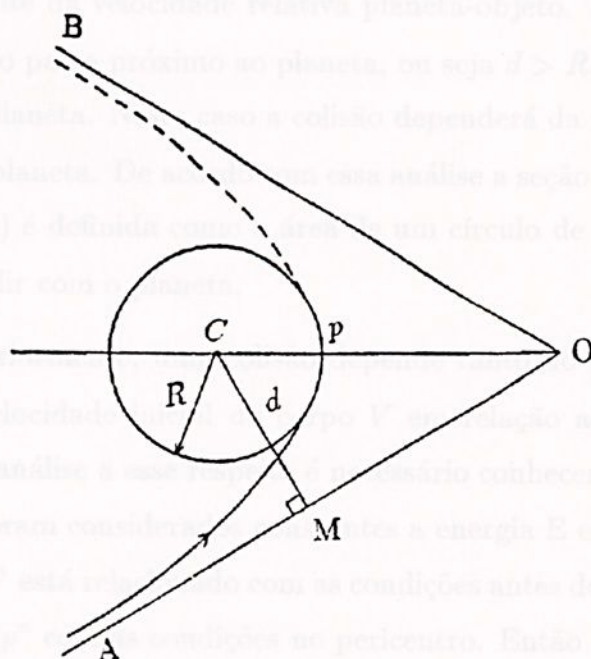


Figura 2.3 - O objeto e o planeta estão em órbitas em relação ao corpo central. Ao se aproximar do planeta a trajetória do objeto relativa ao planeta é uma hipérbole, pois neste caso a atração gravitacional do planeta será dominante em relação a atração gravitacional do corpo central. Nesta ilustração as letras p , C , R , d , MC , OA e OB são o pericentro, o centro do planeta, o raio do planeta, o parâmetro de impacto, a menor distância que o objeto passaria do planeta e as assíntotas da hipérbole respectivamente.

Na Figura 2.3, o círculo de raio R representa um planeta cujo centro é C . A distância p , neste caso, pericentro é a distância do centro C do planeta à posição de maior proximidade entre este e o objeto. As linhas AO e OB são as assíntotas da hipérbole, e o objeto aproxima-se do planeta ao longo de OA, com velocidade inicial V . A distância MC, de comprimento d (parâmetro de impacto), é a menor distância que o objeto passaria de C , se estivesse em movimento sobre OA não afetado pela atração gravitacional do planeta.

Analisando a Figura 2.3 observa-se que a colisão entre o objeto e o planeta só poderá ocorrer em duas situações. A primeira delas é considerando o planeta na trajetória do objeto, tal que $d \leq R$, nesse caso o objeto colidirá com o planeta independente da velocidade relativa planeta-objeto. A segunda situação é quando o objeto passa próximo ao planeta, ou seja $d > R$, e sofre os efeitos gravitacionais do planeta. Neste caso a colisão dependerá da velocidade do objeto com relação ao planeta. De acordo com essa análise a seção de choque de captura efetiva (SCCE) é definida como a área de um círculo de raio d , tal que o objeto venha a colidir com o planeta.

Como vimos anteriormente, uma colisão depende tanto do parâmetro de impacto d como da velocidade inicial do corpo V em relação ao planeta. Portanto, para fazer uma análise a esse respeito é necessário conhecer a relação entre d e V . Para tanto foram considerados constantes a energia E e momento angular L , onde o índice "0" está relacionado com as condições antes do encontro com o planeta e o índice " p " com as condições no pericentro. Então

$$E_0 = E_p + U_p$$

onde E_0 e E_p são as energias cinéticas iniciais e do pericentro para o objeto; e U_p é a energia potencial no pericentro. Então

$$V^2 = V_p^2 - \left(\frac{2GM}{p} \right) \quad (2.10)$$

onde G é a constante gravitacional e M é a massa do planeta. Para $L_0 = L_p$ temos que

$$V_p = \left(\frac{d}{p} \right) V \quad (2.11)$$



Substituindo (2.10) em (2.11) e fazendo $p = R$, temos:

$$d^2 = \left[1 + \left(\frac{v_e}{V} \right)^2 \right] R^2 \quad (2.12)$$

sendo

$$v_e = \left(\frac{2GM}{R} \right)^{\frac{1}{2}}$$

a velocidade de escape da superfície do planeta.

Considerando o planeta Terra onde a velocidade de escape da superfície é aproximadamente igual a 11,2 km/s e o raio da Terra igual a unidade, através da equação (2.12) obtemos a relação entre a velocidade inicial V e o raio da seção de choque de captura efetiva d . Esta relação está representada na Figura 2.4.

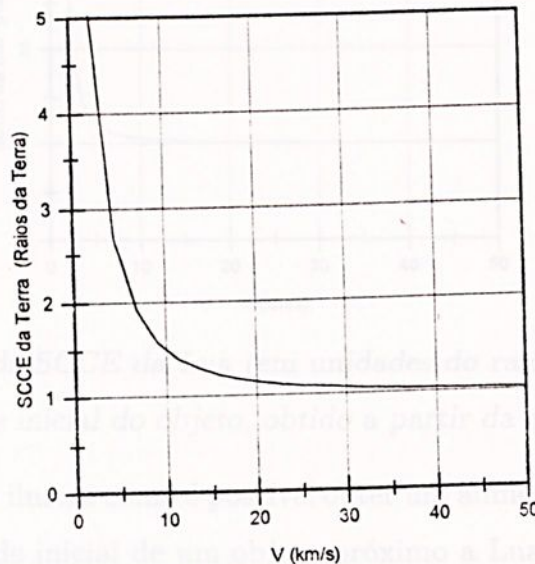


Figura 2.4 - Representação do raio da SCCE da Terra (em unidades do raio da SCG da Terra) em função da velocidade inicial do objeto, baseada na equação (2.12).

Observando a Figura 2.4 pode-se notar que para valores de V abaixo de 20 km/s a SCCE tem uma área significativamente maior do que a SCG e que a medida que a velocidade inicial aumenta a SCCE tende a ser igual a SCG. Analisando este resultado pode-se concluir que, como a SCCE depende da massa do corpo celeste, quanto maior for a velocidade inicial do objeto maior

será sua energia cinética e o efeito da massa do corpo celeste sobre este tende a diminuir, ou seja, d tende a zero.

Consideremos, agora, que o corpo celeste é a Lua, assumindo que o raio da Lua é igual a unidade e que a velocidade de escape da superfície lunar é aproximadamente 2,375 km/s. Neste caso os valores da relação entre o raio da SCCE lunar e a velocidade inicial do objeto, obtidos a partir da equação (2.12), estão ilustrados na Figura 2.5.

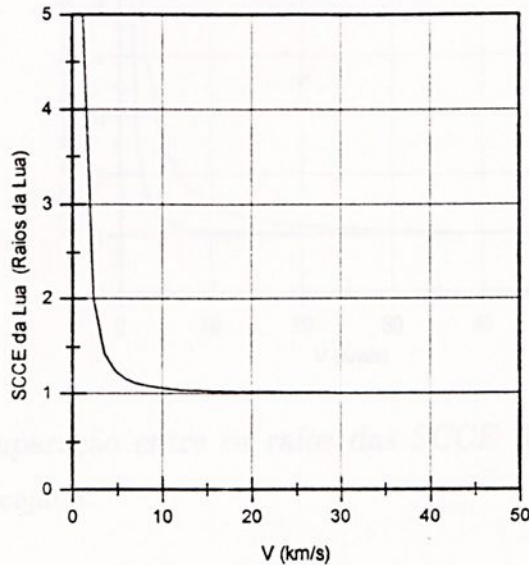


Figura 2.5 - Raio da SCCE da Lua (em unidades do raio da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto, obtido a partir da equação (2.12).

A Figura 2.5 ilustra como é possível obter um aumento do raio da SCCE a partir da velocidade inicial de um objeto próximo a Lua. Lembrando que o raio da SCCE é obtido em unidades do raio da SCG lunar. Nota-se que para V menor que 5 km/s a SCCE assume valores significativamente maiores que a SCG, entre 5 e 10 km/s a SCCE é pouco maior que a SCG e para valores de V acima de 10 km/s a SCCE é praticamente igual a SCG.

Comparando os dados obtidos para a Terra (linha tracejada) e a Lua (linha cheia), ver Figura 2.6, observa-se que a SCCE da Lua diminui bruscamente para objetos com alta velocidade, ou seja, estes dependendo da distância com relação a Lua, não sofrem os seus efeitos. Quanto à Terra, esta possui a

SCCE maior que a da Lua para objetos com alta velocidade e estes têm maiores chances de choque pela SCCE terrestre. Os resultados desta análise comparativa eram esperados em função da discrepância dos valores das massas da Terra em relação à Lua, pois quanto menor a massa do corpo celeste menor o efeito sobre o objeto.

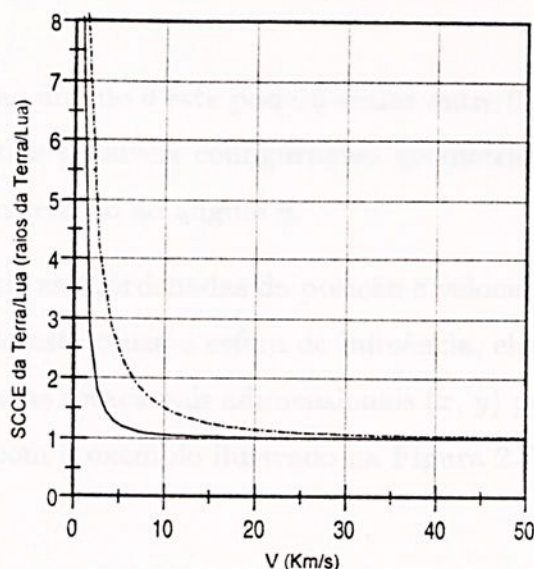


Figura 2.6 - Comparação entre os raios das SCCE da Lua, linha cheia, e terrestre, curva tracejada.

2.4.1 - Estudo Numérico da SCCE da Terra e da Lua

Este estudo visa obter a SCCE numérica da Terra e da Lua, e comparar com a SCCE analítica obtida através da equação 2.12. Para tanto utiliza-se o modelo do Problema Plano Circular Restrito de Três corpos (por exemplo Murray & Dermott, 1999; Roy, 1988; Danby, 1988) onde numa primeira etapa, para obter a SCCE da Terra, considera-se Sol, Terra e objeto. Na segunda etapa considera-se Terra, Lua e objeto, assim obtêm-se a SCCE lunar. Em ambas as etapas os parâmetros relevantes são a velocidade, V , com a qual o objeto cruza a esfera de influência (obtida através da equação (2.9)), o parâmetro de impacto, d , que de acordo com V resulta em colisão com o corpo considerado (Terra ou Lua) e o ângulo θ (ângulo de entrada do NEO na esfera de influência) formado entre o vetor velocidade relativa, V , e a linha Sol-Terra (ou Terra-Lua).

Esquematisando o sistemas Sol, Terra e objeto (ou Terra, Lua e objeto) conforme visto anteriormente, e considerando as diversas posições com que o objeto pode cruzar a esfera de influência da Terra ou da Lua, nota-se que a máxima aproximação (d) entre a Terra (ou Lua) e o objeto pode ocorrer de diversas formas.

Com respeito ao ângulo θ este poderá variar entre 0° e 360° . Portanto, pode-se fazer análise das possíveis configurações geométricas. Este estudo é dividido em 4 casos em relação ao ângulo θ .

Quanto a definir as coordenadas da posição e velocidade do objeto com relação a Terra, quando este cruza a esfera de influência, elas são consideradas no sistema de coordenadas rotacionais adimensionais (x, y) para $t = 0$, e podem ser obtidas de acordo com o exemplo ilustrado na Figura 2.7.

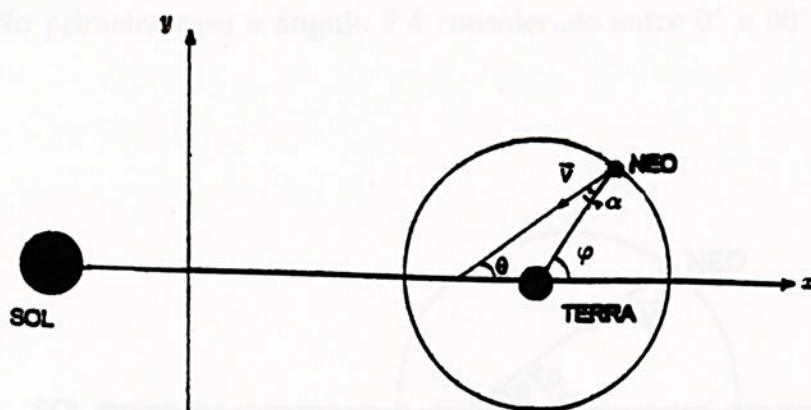


Figura 2.7 - Representação da posição do objeto no sistema de coordenadas rotacionais adimensionais para $t = 0$, centrado no centro de massa do sistema Sol-Terra. Nesta ilustração φ , θ e α são o ângulo formado entre a linha que une a posição do NEO na esfera de influência ao centro da Terra e a linha Sol-Terra, o ângulo de entrada do NEO na esfera de influência que é formado entre o vetor velocidade relativa, V , e a linha Sol-Terra e o ângulo formado entre V e a linha que une a posição do NEO na esfera de influência ao centro da Terra, respectivamente.

Conforme a Figura 2.7 as componentes da posição serão dadas por:

$$x = \mu_1 + R \cos \varphi \quad (2.13)$$

$$y = R \sin \varphi \quad (2.14)$$

onde R é o raio da esfera de influência da Terra (ou da Lua), μ_1 a massa adimensional do Sol (ou da Terra) e φ o ângulo formado entre a linha que une a posição do NEO na esfera de influência ao centro da Terra e a linha Sol-Terra. Neste caso, φ depende de θ e α , sendo $\alpha = \arctan d/R$. Quanto às componentes da velocidade, estas dependerão da posição de entrada do NEO na esfera de influência além do próprio V .

2.4.1.1 - CASOS 1 E 2

No primeiro caso o ângulo θ é considerado entre 0° e 90° , ver Figura 2.8.

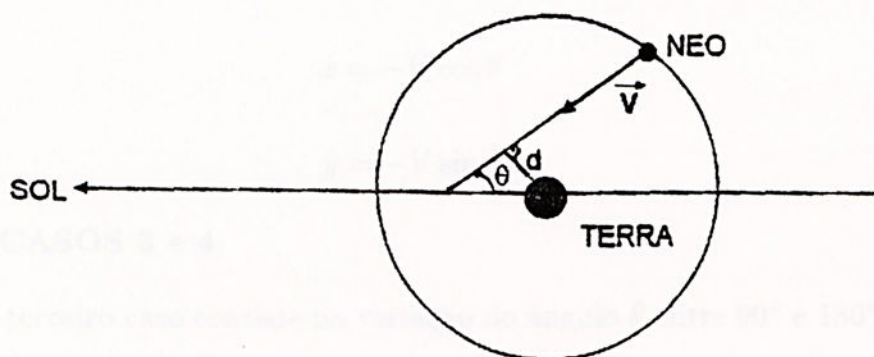


Figura 2.8 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

O segundo caso consiste na variação do ângulo θ entre 270° e 360° . Este caso está ilustrado na Figura 2.9.

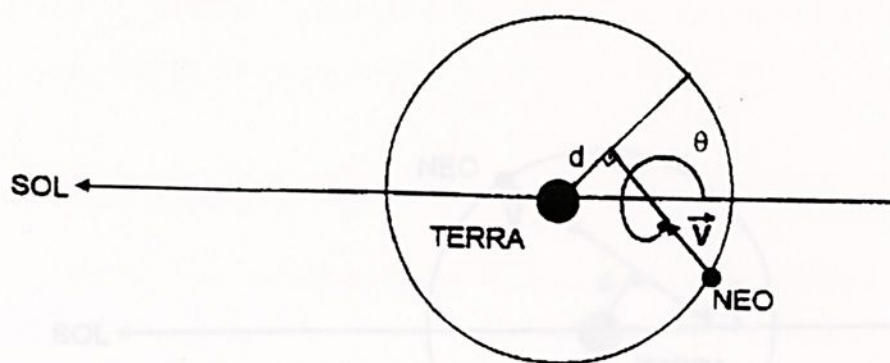


Figura 2.9 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

Para os casos 1 e 2, as componentes da posição e velocidade são obtidas através do exemplo da Figura 2.7, onde x e y serão dados pelas Equações (2.13) e (2.14), sendo $\varphi = \theta + \alpha$. Quanto as componentes da velocidade têm-se

$$\dot{x} = -V \cos \theta \quad (2.15)$$

$$\dot{y} = -V \sin \theta \quad (2.16)$$

2.4.1.2 - CASOS 3 e 4

O terceiro caso consiste na variação do ângulo θ entre 90° e 180° . Este caso está ilustrado na Figura 2.10.

Figura 2.11 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência para $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

Nestes casos as componentes da posição x e y são obtidas através das

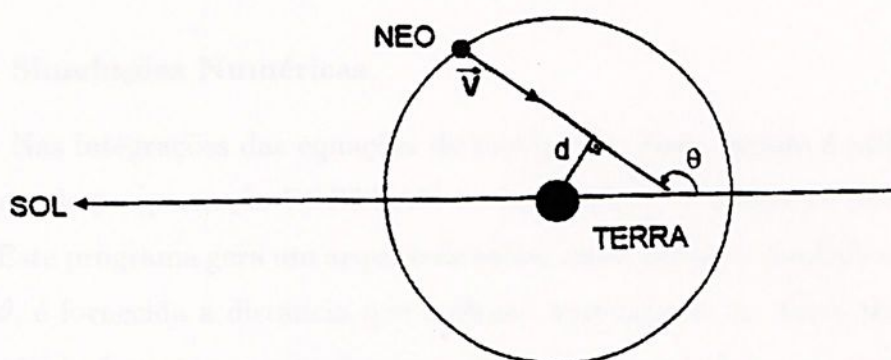


Figura 2.10 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

No quarto caso, representado na Figuras 2.11, a variação de θ é considerada entre 180° e 270° .

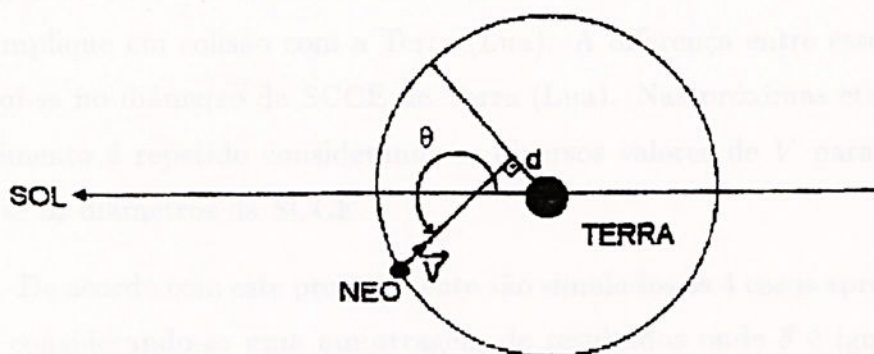


Figura 2.11 - Esquema mostrando as condições iniciais de um objeto cruzando a esfera de influência com $180^\circ < \theta < 270^\circ$.

Nestes casos as componentes da posição x e y são obtidas através das

equações (2.13) e (2.14), tem-se $\varphi = \theta - \alpha$. Quanto as componentes da velocidade, essas são obtidas através das Equações (2.15) e (2.16).

2.4.2 - Simulações Numéricas

Nas integrações das equações de movimento deste estudo é utilizada a linguagem de programação FORTRAN e o integrador é o Radau 15 (Everhard, 1985). Este programa gera um arquivo de saída, onde dadas as condições iniciais V , d e θ , é fornecida a distância que o objeto aproxima-se da Terra (Lua). Se esta distância for menor ou igual ao raio da Terra (raio da Lua), a integração é interrompida indicando que o objeto colidiu com a Terra (Lua). Se não houver colisão entre o objeto e o corpo considerado, quando este atingir a distância igual ou maior que o raio da esfera de influência da Terra (Lua) a integração é interrompida indicando que ele saiu da esfera de influência.

Para obter SCCE numérica, primeiramente, são escolhidos e fixados valores para θ e V . Nesta etapa d é o parâmetro variável, para o qual são atribuídos vários valores, interessando apenas os valores máximo e mínimo de d que implique em colisão com a Terra (Lua). A diferença entre esses valores constitui-se no diâmetro da SCCE da Terra (Lua). Nas próximas etapas, este procedimento é repetido considerando-se diversos valores de V para os quais obtêm-se os diâmetros da SCCE.

De acordo com este procedimento são simulados os 4 casos apresentados acima, considerando-se uma amostragem de resultados onde θ é igual a 45° , 135° , 225° e 315° . Para estes os resultados da SCCE são similares. Os resultados numéricos deste estudo são apresentados nas Figuras 2.12 e 2.13, onde o raio da SCCE referente a cada valor de V é dado em função do raio da Terra (Lua).



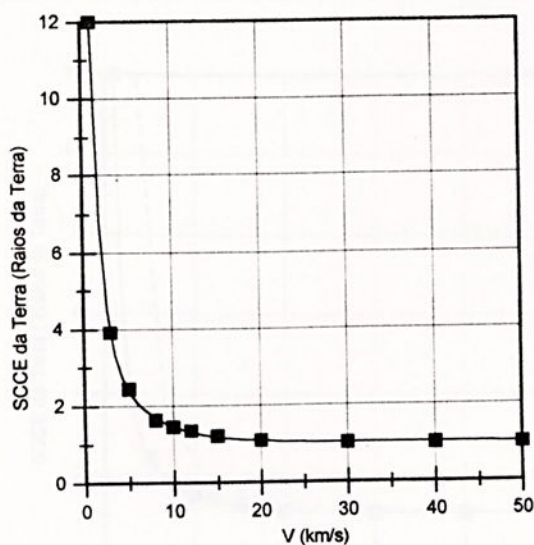


Figura 2.12 - Raio da SCCE da Terra (em unidades da SCG terrestre) em função da velocidade inicial do objeto, obtido numericamente.

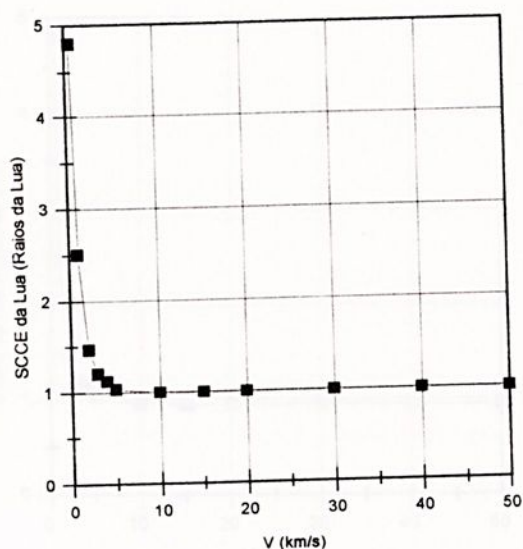


Figura 2.13 - Raio da SCCE da Lua (em unidades da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto, obtido numericamente.

Para analisar o comportamento das curvas da SCCE numérica com relação a analítica da Terra e da Lua, essas são apresentadas nas Figuras 2.14 e 2.15.

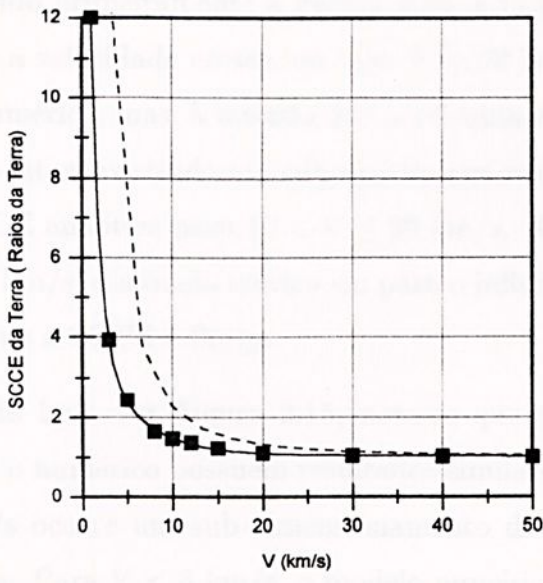


Figura 2.14 - Comparação entre os raios das SCCEs numérica (linha cheia), e analítica (linha tracejada) da Terra. Os raios das SCCEs da Terra (em unidades da SCG terrestre) em função da velocidade inicial do objeto.

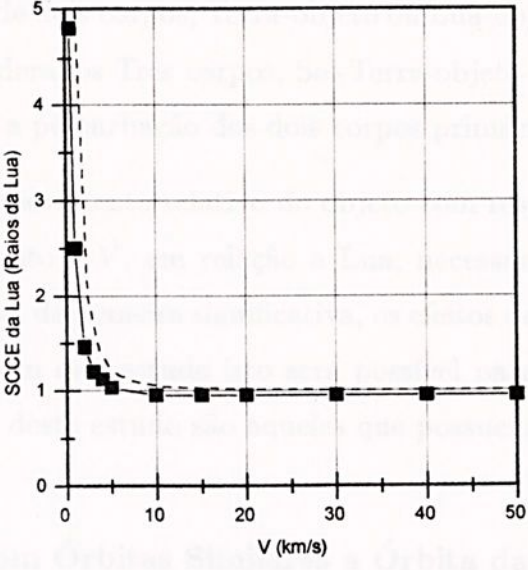


Figura 2.15 - Comparação entre os raios das SCCEs numérica (linha cheia), e analítica (linha tracejada) da Lua. Os raios das SCCEs da Lua (em unidades da SCG lunar) em função da velocidade inicial do objeto.

Observemos que existe uma diferença significativa entre os dados obtidos numericamente (linha cheia) e o analítico (curva tracejada), para ambos os casos. Analisando primeiramente a Figura 2.14, no caso da Terra, notamos que a medida que a velocidade cresce, ou seja, $V \geq 20$ km/s a SCCE analítica aproxima-se da numérica, mas, à medida que a velocidade diminui, ocorre uma discrepância entre estas, existindo um sub-dimensionamento da curva numérica com relação a SCCE analítica para $10 < V \leq 20$ km/s. No limite de baixas velocidades, $V \leq 10$ km/s, o modelo teórico vai para o infinito enquanto o modelo numérico sugere que a SCCE é finita.

No caso da Lua, ver Figura 2.15, nota-se que para $V > 10$ km/s o modelo analítico e o numérico possuem resultados similares, enquanto que para $3 \leq V \leq 10$ km/s ocorre um sub-dimensionamento da SCCE analítica com relação a numérica. Para $V < 3$ km/s, o modelo numérico sugere que a SCCE é finita.

Para concluir com respeito a diferença entre os valores da SCCE numérico e analítico, esta deve-se ao fato que no modelo analítico é considerado apenas o problema de dois corpos, Terra-objeto ou Lua-objeto, enquanto que no numérico são considerados Três corpos, Sol-Terra-objeto ou Terra-Lua-objeto, onde o objeto sofre a perturbação dos dois corpos primários.

Quanto ao movimento relativo do objeto com respeito a Lua, foi feita uma estimativa quanto a V , em relação a Lua, necessária para que o objeto venha a sofrer ou não, de maneira significativa, os efeitos do campo gravitacional lunar. De acordo com este estudo isto será possível para $0.1 \leq V \leq 5$ km/s, portanto os objetos deste estudo são aqueles que possuem V neste intervalo.

2.4.3 - Objetos com Órbitas Similares a Órbita da Terra

De acordo com observações realizadas pelo programa *Spacewatch* existe uma classe de pequenos asteróides (menores que 50 m) com órbitas bastante similares à da Terra, em relação ao Sol, que estariam próximos da Terra e

com velocidades relativas pequenas (Rabinowitz *et.al.*, 1993). Esses asteróides seriam os possíveis impactores da Terra, causando prejuízos terrestres semelhantes aos causados pelo objeto que explodiu sobre Tunguska (Chyba, 1993). Na tabela 2.2 é apresentada uma lista de objetos (entre os quais estão os pequenos asteróides observados em 1991 pelo *Spacewatch*, fornecidos pelo *Minor Planet Center*, que passaram próximos da Terra nos últimos anos.

As distâncias, apresentadas na Tabela 2.2, são referentes a proximidade do objeto com relação ao centro da Terra. Nesta tabela também estão os pequenos asteróides que se encontram próximos da Terra (Chyba, 1993; Rabinowitz *et. al.*, 1993): 1993 KA2, 1991 BA, 1991 VG, 1993 UA e 1993 KA. Entre os pequenos asteróides próximos da Terra, o primeiro a ser observado foi o 1991 VG, cujo o semi-eixo maior é igual a 1,04 U.A. e sua excentricidade é cerca de 0,067. Visto que estes pequenos asteróides têm órbitas similares a órbita da Terra, resta saber quais as características dessas órbitas com relação a órbita da Terra, que possam ou não contribuir para que estes venham a sofrer o efeito gravitacional terrestre e colidir com a Terra.



TABELA 2.2- Lista de objetos que passaram próximos da Terra

Designação	Data	Distância (km)
1994 XM1	9 de Dezembro de 1994	100.000
1993 KA2	20 de Maio de 1993	150.000
1994 ES1	15 de Março de 1994	160.000
1991 BA	18 de Janeiro de 1991	160.000
1995 FF	27 de Março de 1995	430.000
1996 JA1	19 de Março de 1996	450.000
1991 VG	5 de dezembro de 1991	460.000
4581 Asclepius (1989 FC)	22 de Março de 1989	690.000
1994 WR12	24 de Novembro de 1994	720.000
Hermes (1937 UB)	30 de Outubro de 1937	730.000
1995 UB	17 de Outubro de 1995	750.000
1993 UA	18 de Outubro de 1993	1.000.000
1994 GV	12 de Abril de 1994	1.030.000
1993 KA	17 de Maio de 1993	1.060.000
1997 UA11	26 de Outubro de 1997	1.060.000
1997 CD17	9 de Fevereiro de 1997	1.110.000
2340 Hathor (1976 UA)	20 de Outubro de 1976	1.170.000
1988 TA	29 de Setembro de 1988	1.480.000

Para ter uma idéia de quão próximo estes objetos chegaram da Terra, é importante lembrar que a distância Terra-Lua é aproximadamente 384.400 km.

A seguir é reproduzido o trabalho de Tatum (1997) quanto ao cálculo da variação radial da órbita de um objeto cuja órbita é similar à Terra, para que este venha a colidir com a Terra. Na Figura 2.16 está representada a órbita de um asteróide (A) e a órbita da Terra. Ambas são consideradas circulares, coplanares e estão no plano de referência rotacional.

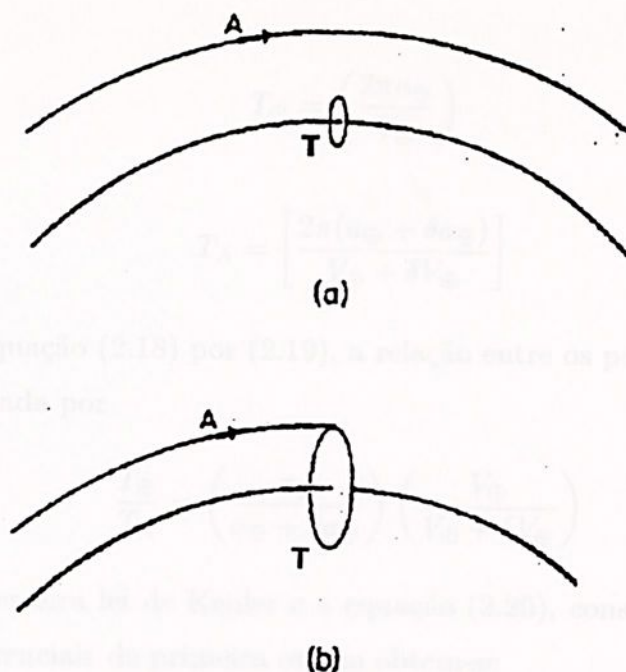


Figura 2.16 - A SCCE para um asteróide (A) passando próximo da Terra (T). Na parte (a) o asteróide passa a uma certa distância da Terra com uma velocidade que não permite que ele venha a colidir com a Terra. Em (b) existe uma proximidade maior entre as órbitas, a velocidade relativa asteróide-Terra é menor e ele colide com a Terra.

Para obter o semi-eixo maior e o módulo da velocidade do asteróide em relação a Terra, considera-se $V_{\oplus}$ o módulo da velocidade da Terra em sua órbita no sistema de referência inercial, $a_{\oplus}$ o raio da órbita da Terra, $a_{\oplus} + \delta a_{\oplus}$ é o raio da órbita do asteróide e $V_{\oplus} + \delta V_{\oplus}$ o módulo da velocidade do asteróide.

Com base na terceira lei de Kepler tem-se que:

$$\left(\frac{T_{\oplus}}{T_A}\right)^2 = \left(\frac{a_{\oplus}}{a_A}\right)^3, \quad (2.17)$$

sendo $T_{\oplus}$ e T_A os períodos orbitais da Terra e do asteróide, respectivamente. Estes períodos são obtidos considerando-se o problema de dois corpos, resultando em

$$T_{\oplus} = \left(\frac{2\pi a_{\oplus}}{V_{\oplus}} \right) \quad (2.18)$$

e

$$T_A = \left[\frac{2\pi(a_{\oplus} + \delta a_{\oplus})}{V_{\oplus} + \delta V_{\oplus}} \right] \quad (2.19)$$

Dividindo a equação (2.18) por (2.19), a relação entre os períodos do asteróide e da Terra é dada por

$$\frac{T_{\oplus}}{T_A} = \left(\frac{a_{\oplus}}{a_{\oplus} + \delta a_{\oplus}} \right) \left(\frac{V_{\oplus}}{V_{\oplus} + \delta V_{\oplus}} \right) \quad (2.20)$$

Utilizando a terceira lei de Kepler e a equação (2.20), considerando-se apenas os termos diferenciais de primeira ordem obtem-se

$$\delta V_{\oplus} = -V_{\oplus} \left(\frac{\delta a_{\oplus}}{2a_{\oplus}} \right) \quad (2.21)$$

onde $\delta V_{\oplus}$ e $\delta a_{\oplus}$ são V e d , respectivamente, dados na notação da SCCE. Assim sendo, $\delta V_{\oplus}$ é a velocidade do asteróide em relação a Terra e $\delta a_{\oplus}$ é o parâmetro de impacto.

Nesse caso para um asteróide colidir com a Terra, a diferença radial entre sua órbita e a da órbita da Terra é obtida substituindo a equação (2.21) em (2.12), dada por

$$(\delta a_{\oplus})^4 - R_{\oplus}^2 (\delta a_{\oplus})^2 - \left(\frac{8GM_{\oplus}R_{\oplus}a_{\oplus}^2}{V_{\oplus}^2} \right)^{1/4} = 0 \quad (2.22)$$

onde $M_{\oplus}$ é a massa da Terra e $R_{\oplus}$ o raio da Terra.

Desconsiderando o termo em $R_{\oplus}^2$ na equação (2.22), tem-se que $\delta a_{\oplus}$ é aproximadamente 0,0057 U.A., ou seja, 2,2 vezes a distância Terra-Lua ou ainda $130R_{\oplus}$.

Obtendo $\delta a_{\oplus}$, podemos calcular $\delta V_{\oplus}$, utilizando a equação (2.21). Então teremos $\delta V_{\oplus}$ aproximadamente 0,085 km/s, ou seja, a velocidade que favorece a colisão do asteróide com a Terra é menor que $V_{\oplus}$. A velocidade do asteróide

para $p = R_{\oplus}$ pode ser obtida considerando a equação (2.11) e a conservação do momento angular, que dá o seguinte resultado

$$V_p = \frac{V_{\oplus} d^2}{2a_{\oplus} R_{\oplus}} \quad (2.23)$$

Portanto V_p igual a 11,36 km/s, que é um valor pouco maior que v_e da Terra, que é aproximadamente 11,2 km/s.

Através destes dados pode-se concluir que dentre os asteróides que têm órbitas similares à órbita da Terra (pequenas excentricidades) aqueles que possuem raios entre 0,9943 U.A. e 1,0057 U.A., podem colidir com a Terra.

Dentro dessa abordagem elementar, apresentada em Tatum (1997) e aqui reproduzida, foi mostrado que considerando os problemas de dois corpos Sol-Terra e Terra-objeto, desacoplados é possível prever as configurações futuras de colisão entre Terra e o objeto.

Porém, na realidade, este problema deve ser abordado no âmbito do PCR3C, onde dois dos corpos movem-se em órbitas circulares, coplanares ao redor de seu centro de massa e a massa do terceiro corpo é pequena (não afetando o movimento dos outros corpos). No caso clássico de objetos coorbitais sabe-se (veja por exemplo Roy, 1988; Petit & Henon, 1986; Dermott & Murray, 1981) que existem órbitas estáveis dos tipos girino e ferradura. Na Figura 2.17, num sistema de coordenadas girantes, é apresentado um diagrama com as possíveis trajetórias estáveis na região coorbital. Nesta figura têm-se os dois corpos primários (planeta e satélite) e os cinco pontos lagrangianos L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 . As trajetórias correspondentes a librações ao redor dos pontos L_4 ou L_5 são denominadas órbitas do tipo girino, enquanto que as órbitas que libram simultaneamente em torno dos pontos L_3 , L_4 e L_5 são denominadas órbitas do tipo ferradura.

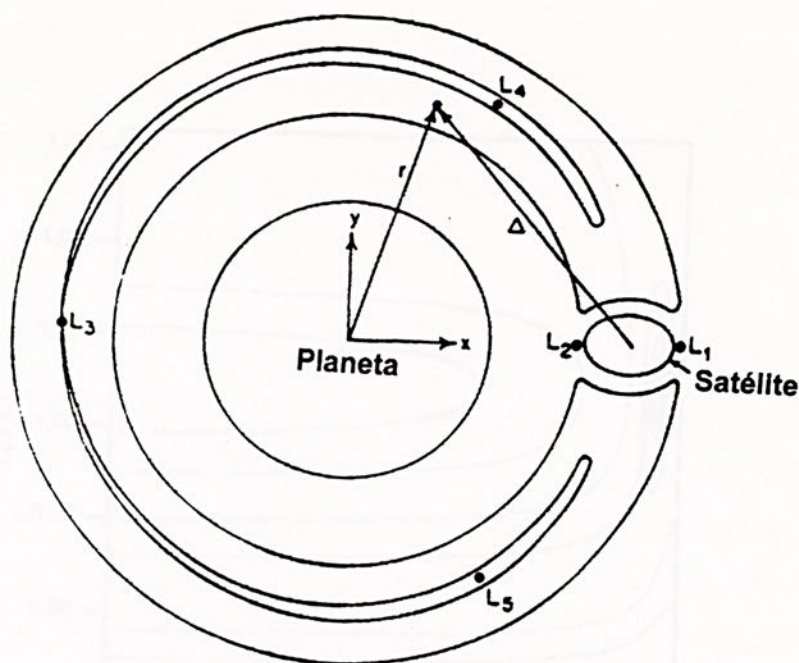


Figura 2.17 - Diagrama esquemático de órbitas de libração ao redor dos pontos L_1 ou L_5 que são denominadas órbitas do tipo girino, e em torno dos pontos L_3 . L_4 e L_5 são denominadas órbitas do tipo ferradura. Nesta ilustração o planeta está na origem do eixo $x - y$, e a partícula está a uma distância r do planeta e a uma distância Δ do satélite (Dermott & Murray, 1981).

Em se tratando de objetos coorbitais com a Terra, estes também possuem trajetórias do tipo ferradura (Tancredi, 1998; Wiegert et al., 1997). Para verificar numericamente o comportamento das órbitas de objetos (hipotéticos) no sistema coorbital Sol-Terra-objeto, é considerado o modelo do PCR3C num sistema planar. A órbita da Terra tem raio igual a 1 U.A., enquanto que o raio da órbita do objeto, r , assume valores entre 0,9650 e 0,9980 U.A. Na Figura 2.18 é apresentada uma amostragem dos resultados numéricos deste estudo.

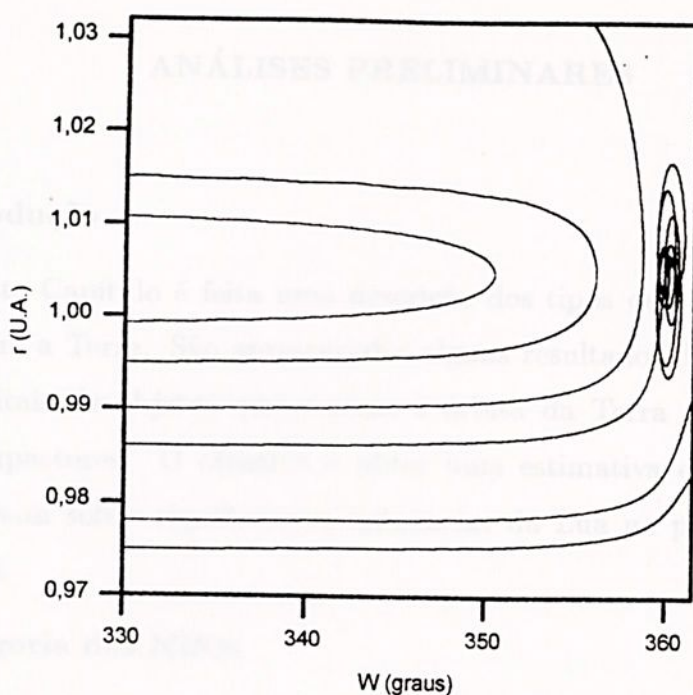


Figura 2.18 - Ilustração da aproximação de objetos com a Terra, cujas órbitas são similares à da Terra, no sistema girante. As coordenadas dos eixos correspondem à coordenadas polares (r , W) centradas no Sol. O Sol está na origem do sistema (não mostrado) e a Terra está na posição $(1, 360^\circ)$. As curvas correspondem a evolução da órbita do objeto para diferentes valores de r .

Através da figura 2.18, observa-se que as trajetórias de objetos com $0.9943 < r < 1.0057$ U.A., sugerido como trajetórias de colisão, estão em região estável com órbitas do tipo ferradura e com ângulo de aproximação da Terra de cerca de 10° , sem qualquer possibilidade de colisão com a Terra. Na realidade a região de órbita do tipo ferradura se estende a pelo menos de 0,994 a 1,015 U.A. Eventualmente pode haver colisão, mas certamente fora da região de órbitas do tipo ferradura.

CAPÍTULO 3

ANÁLISES PRELIMINARES

3.1 - Introdução

Neste Capítulo é feita uma descrição dos tipos de objetos candidatos a colisão com a Terra. São apresentados alguns resultados da análise dos elementos orbitais de objetos que cruzam a órbita da Terra e podem ser seus possíveis impactores. O objetivo é obter uma estimativa das órbitas, cujos objetos possam sofrer significativas influências da Lua no processo colisional com a Terra.

3.2 - Categoria dos NEOs

Os NEOs são objetos que devido a perturbação dos campos gravitacionais de planetas maiores (por exemplo Júpiter) sofreram mudanças em suas órbitas, e suas novas órbitas algumas vezes, interceptam a órbita da Terra. Esses objetos são todos os que se aproximam da Terra e têm distância de periélio, p , menor que 1.3 U.A., podendo ser de duas categorias: cometária ou asteroidal.

Propõe-se que a maioria dos asteróides próximos a Terra (NEAs - Near Earth Asteroids) vem de outras regiões do espaço interplanetário (Wisdom, 1987; Rabinowitz, 1997a; 1997b; Botke *et al.*, 1996) e em sua maioria são relativamente pequenos (da ordem de quilômetros), e devido a suas proximidades com a Terra seriam seus possíveis impactores. Eles são divididos em três grupos:

I - Aten com $a < 1,0$ U.A. e $Q \geq 0,983$ U.A.

II - Apolo com $a \geq 1,0$ U.A. e $p \leq 1,017$ U.A.

III - Amor com $a > 1,0$ U.A. e $1,017 < p \leq 1,3$ U.A.

onde Q é a distância de afélio do NEO.

Os tipos Amor são uma fração de asteróides cruzadores da órbita de



Marte e não cruzam a órbita da Terra. Os Atens possuem órbitas internas a órbita da Terra ou cruzando a mesma, e os Apolos têm orbitas que cruzam a órbita da Terra. Estes grupos não são necessariamente separados um do outro, mas objetos em transição que podem ter suas órbitas alteradas devido a perturbações planetárias.

Cometas são corpos celestes que apresentam as seguintes partes: núcleo, coma e cauda. Podem ser de:

- Curto período: $T < 200$ anos;
- Longo período: $T > 200$ anos.

Em geral todos os cometas, com período menores que 200 anos, são os que se encontram permanentemente em órbitas próximas ao Sol e dos grandes planetas, (Huebner, 1990). Suas órbitas são pouco inclinadas com relação ao plano da eclíptica. Quanto aos cometas de longo período, estes possuem órbitas afastadas do Sol e com diversas inclinações (Steel, 1995).

A discussão sobre a principal fonte (cometária ou asteroidal) de formação de crateras terrestres tem sido objeto de estudo nos últimos anos. Baseando-se no fato de que milhares de objetos de diferentes massas e tamanhos (Kresák, 1978b; 1978c; 1978d; 1978e; e outros) cruzam a órbita terrestre e chegam muito próximos da Terra (NEOs), alguns trabalhos têm sido realizados no sentido de distinguir a frequência de impactos de cometas e a frequência de impactos asteróides com a Terra (Shoemaker, 1977; Wetherill *et al.*, 1982; Weissman, 1982; Bailey *et al.*, 1988; Weissman, 1989; Shoemaker *et al.*, 1982; Hut *et al.*, 1987; Shoemaker *et al.*, 1989).

Visto que a questão quanto a natureza da fonte de objetos (cometas e asteróides) que formam as crateras terrestre é vasta e divergente em suas teorias, o que se conclui é que em todos os trabalhos, apresentados aqui, atribui-se a maior parte da formação de crateras aos asteróides.

Conforme a proposta deste trabalho, os objetos de estudo consistem



apenas naqueles que podem sofrer significativa influência gravitacional da Lua. Visto que, de acordo com o que foi apresentado no item 2.4.2, tais objetos devem ter velocidades menores que 5 km/s, portanto são considerados apenas os objetos com velocidades menores ou iguais a 5 m/s e que cruzam a órbita da Terra. Neste caso os objetos considerados neste estudo serão basicamente objetos (hipotéticos) que possuem características similares a dos objetos dos tipos Apolo e Atens. Portanto a partir de agora os objetos deste estudo serão denominados NEOs.

3.3 - Encontro de Órbitas

Nesta etapa foi feita uma análise das órbitas de NEOs que cruzam a órbita da Terra.

O objetivo desta etapa é fazer uma estimativa, quanto a velocidade relativa de NEOs que podem sofrer significativas influências da Lua no processo colisional com a Terra. Para isto foram analisados vários tipos de órbitas de NEOs que cruzam a órbita da Terra.

Neste estudo são considerados somente Sol, Terra e o NEO, negligenciando a presença de outros corpos.

As órbitas da Terra e do NEO em relação ao Sol são assumidas coplanares e prógradas fechadas. A órbita da Terra é assumida circular, enquanto que a órbita do NEO é determinada de acordo com os elementos orbitais de cada NEO estudado. No sistema dinâmico considerado analisa-se as órbitas dos NEOs com relação a Terra. Neste as análises se restringem a região *A* ao redor do ponto de cruzamento entre a órbita do NEO e da Terra. A geometria de cruzamento destas órbitas está ilustrada na Figura 2.1.

Na região *A* tem-se o cruzamento das órbitas do NEO e da Terra, e no ponto de encontro os vetores velocidade orbital da Terra e do NEO, dada por $\mathbf{V}_{\oplus}$ e $\mathbf{V}_N$. Neste caso $\mathbf{V}_{\oplus}$ e $\mathbf{V}_N$ formarão um ângulo entre si, do qual dependerá da intensidade do vetor velocidade relativa, $\mathbf{V}$, do NEO com relação a Terra. Este ângulo entre os vetores velocidade da Terra e do NEO foi definido



como β e está representado na Figura 3.1.

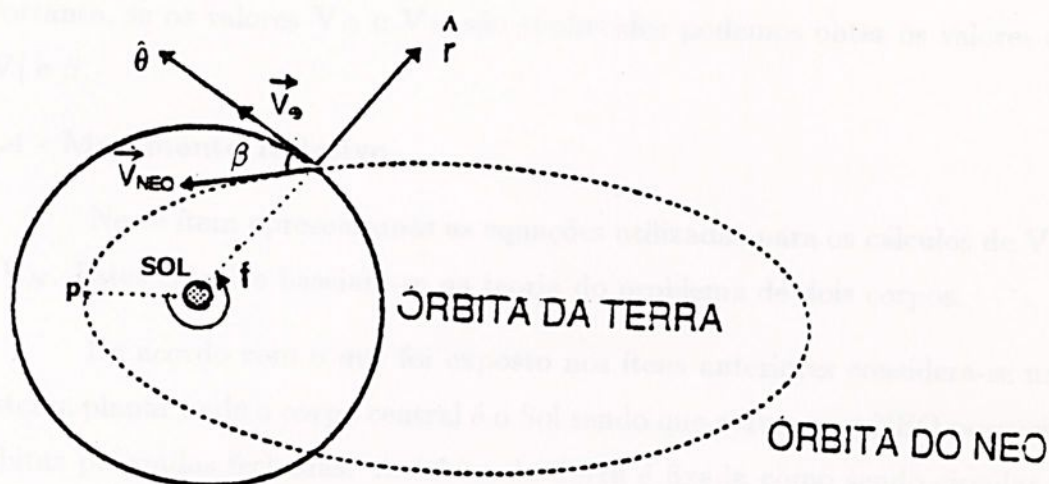


Figura 3.1- O ponto onde ocorre o cruzamento entre as órbitas da Terra e do NEO, os vetores velocidade $V_{\oplus}$ e V_N formam entre si um ângulo β , do qual dependerá o valor da velocidade relativa.

Observando a Figura 3.1 pode-se notar que o ângulo β pode assumir valores entre 0° e 90° , isto devido ao fato de considerarmos a Terra e o NEO orbitando o Sol em órbitas prógradas.

Para analisar a intensidade do vetor velocidade relativa $|V|$, em termos do ângulo β , fixamos os valores das intensidades dos vetores velocidade da Terra $|V_{\oplus}|$ e do NEO $|V_N|$. Assumindo β aproximadamente nulo temos que $|V|$ consiste aproximadamente na diferença entre $|V_{\oplus}|$ e $|V_N|$. A medida que o ângulo β aumenta o valor de $|V|$ também aumenta atingindo o seu valor máximo quando β for aproximadamente 90° . Esta análise pode ser facilmente verificada através da equação

$$|V|^2 = |V_N|^2 + |V_{\oplus}|^2 - 2|V_N||V_{\oplus}|\cos\beta \quad (3.1)$$

A relação que permite o cálculo do ângulo β entre dois vetores é dada

por

$$\cos \beta = \frac{\mathbf{V}_{\oplus} \cdot \mathbf{V}_N}{|\mathbf{V}_{\oplus}| |\mathbf{V}_N|} \quad (3.2)$$

Portanto, se os valores $\mathbf{V}_{\oplus}$ e $\mathbf{V}_N$ são conhecidos podemos obter os valores de $|\mathbf{V}|$ e β .

3.4 - Movimento Relativo

Neste ítem apresentamos as equações utilizadas para os cálculos de $\mathbf{V}_{\oplus}$ e $\mathbf{V}_N$. Estes cálculos baseiam-se na teoria do problema de dois corpos.

De acordo com o que foi exposto nos ítems anteriores considera-se um sistema planar onde o corpo central é o Sol sendo que a Terra e o NEO possuem órbitas prógradas fechadas. A órbita da Terra é fixada como sendo circular e de raio 1 U.A.

Para estudar o movimento relativo do NEO com respeito a Terra, inicialmente calcula-se os vetores velocidade da Terra, $\mathbf{V}_{\oplus}$, e do NEO, $\mathbf{V}_N$, nos problemas de dois corpos Sol-Terra e Sol-NEO.

No problema de dois corpos o vetor velocidade, de um corpo orbitando um corpo central, escrito em coordenadas polares é

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{f}\hat{\theta} \quad (3.3)$$

sendo

$$\dot{r} = \frac{nae}{\sqrt{1-e^2}} \sin f \quad (3.4)$$

$$r\dot{f} = \frac{na}{\sqrt{1-e^2}} (1 + e \cos f) \quad (3.5)$$

onde f é obtida através da equação da posição, r , do corpo orbitando

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos f} \quad (3.6)$$

Os vetores $\hat{r}$ e $\hat{\theta}$ denotam os vetores unitários na direção radial e ortogonal ao raio vetor, respectivamente. O movimento médio n é determinado a partir da terceira lei de Kepler do movimento planetário.

Considerando as equações (3.3), (3.4), (3.5) para os sistemas Sol-Terra e Sol-NEO, de acordo com a notação deste estudo, o vetor velocidade da Terra e o vetor velocidade do NEO são

$$\mathbf{V}_{\oplus} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\oplus}}} \hat{\theta} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{V}_N = \frac{na}{\sqrt{1-e^2}} [(e \sin f) \hat{r} + (1 + e \cos f) \hat{\theta}] \quad (3.8)$$

3.5 - Cálculo da Velocidade Relativa

De acordo com o que foi visto anteriormente, dados e , a e f do NEO pode-se calcular o vetor velocidade, $\mathbf{V}_N$, o que possibilita obter o vetor velocidade relativa do NEO, $\mathbf{V}$. Isto porque estamos considerando a órbita da Terra circular de raio 1 U.A. igual ao semi-eixo maior $a_{\oplus}$. Então o vetor velocidade da Terra, $\mathbf{V}_{\oplus}$, torna-se conhecido pois este depende somente de, μ , e do raio da órbita da Terra.

Para o cálculo de $\mathbf{V}_N$ no ponto de cruzamento entre a órbita da Terra e a órbita do NEO (ilustrada na Figura 3.1) é necessário obter a anomalia verdadeira, f , do NEO no ponto de cruzamento entre as órbitas. Para o cálculo de f obtido através da equação 3.6, é necessário conhecer a posição do NEO com relação ao Sol no ponto de cruzamento entre as órbitas. Partindo do princípio no qual a posição da Terra e do NEO em relação ao Sol devem ser as mesmas no ponto de cruzamento e como a posição da Terra em relação ao Sol (neste problema) é sempre igual a 1 U.A., então consequentemente o ponto de encontro entre as órbitas ocorrerá nesta posição. Portanto a posição da órbita do NEO em relação ao Sol no ponto de cruzamento entre as órbitas é 1 U.A. Assim conhecendo a posição de encontro das órbitas, pode-se determinar f , pois os elementos orbitais a e e dos NEOs (catalogados até o momento) são obtidos da literatura.

3.6 - Cálculo do ângulo β

Conhecendo as componentes do vetor velocidade do NEO, V_N , antes do encontro e o vetor velocidade da Terra, $V_{\oplus}$, podemos obter o valor do ângulo β utilizando a equação (3.2). A possibilidade de ocorrência de dois valores de β defasados de 180° , decorre devido ao fato que a órbita do NEO em relação a Terra pode ser prógrada ou retrógrada. Neste estudo, assumimos anteriormente, que tanto a órbita do NEO quanto a órbita da Terra são prógradas, portanto isto implica em $\beta \leq 90^\circ$.

3.7 - Resultados Preliminares

Visando uma classificação dos NEOs, quanto a possibilidade de impacto com a terra, neste item são apresentados alguns resultados dos cálculos realizados de acordo com as descrições matemáticas apresentadas deste Capítulo. Estes resultados são apresentados nas Tabelas 3.1 e 3.2. Nessas Tabelas as colunas indicam nome, designação, os elementos orbitais a e e , p a distância de perihélio do NEO, o módulo da velocidade relativa do NEO, V , e o ângulo β formado entre V_N e $V_{\oplus}$. Estes resultados são referentes a 175 NEOs, dos tipos Atens e Apolo, cujos elementos orbitais são obtidos da página da *Minor Planet Center* (<http://cfa-www.harvard.edu/iau/NEO/TheNEOPage.html>).



TABELA 3.1

Elementos orbitais e parâmetros dos asteróides tipo Aten

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
2062 Aten / 1976 AA	0.967	0.183	5.4515	0.7900	10.3636
2100 Ra-Shalom / 1978 RA	0.832	0.437	13.1465	0.4684	23.3098
2340 Hathor / 1976 UA	0.844	0.450	13.6441	0.4642	24.6757
3362 Khufu / 1984 QA	0.989	0.469	14.3276	0.5252	27.9627
3554 Amun / 1986 EB	0.974	0.280	8.4425	0.7013	16.1900
3753 / 1986 TO	0.998	0.515	15.7703	0.4840	30.9973
5281 Sekhmet / 1991 JY	0.947	0.296	8.9187	0.6667	16.9249
5590 / 1990 VA	0.985	0.279	8.4068	0.7102	16.1776
5604 / 1992 FE	0.927	0.405	12.3510	0.5516	23.4849
1995 CR	0.906	0.868	26.9921	0.1196	60.0490
1994 XL1	0.671	0.526	15.1518	0.3181	12.6217
1994 WR12	0.754	0.405	11.2794	0.4486	14.7053
1994 TF2	0.993	0.284	8.5511	0.7110	16.4943
1994 GL	0.684	0.502	14.3129	0.3406	12.7938
1993 VD	0.877	0.549	17.0036	0.3955	32.4173
1993 DA	0.935	0.094	2.2638	0.8471	3.6364
1992 BF	0.908	0.271	7.9795	0.6619	14.6342
1991 VE	0.891	0.664	20.7435	0.2994	41.1150
1989 VA	0.729	0.595	18.2520	0.2952	30.0292
1989 UA	0.915	0.265	7.8234	0.6725	14.4338
1994 XA	0.777	0.345	9.2090	0.5089	11.5290

TABELA 3.2

Elementos orbitais e parâmetros dos asteróides do tipo Apolo

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
1566 Icarus / 1949 MA	1.0780	0.8267	25.5782	0.1868	55.6587
1620 Geographos / 1951 RA	1.2455	0.3354	8.2492	0.8278	16.0693
1685 Toro / 1948 OA	1.3670	0.4360	10.6417	0.7710	20.8935
1862 Apolo / 1932 HA	1.4711	0.5598	14.6591	0.6476	28.9916
1863 Antinous / 1948 EA	2.2600	0.6062	9.9060	0.8900	16.6605
1864 Daedalus / 1971 FA	1.4609	0.6146	16.9204	0.5630	33.7681
1865 Cerberus / 1971 UA	1.0801	0.4669	13.9529	0.5758	27.5321
1866 Sisyphus / 1972 XA	1.8933	0.5391	9.2493	0.8726	17.2047
1981 Midas / 1973 EA	1.7761	0.6500	16.5685	0.6216	32.3428
2063 Bacchus / 1977 HB	1.0779	0.3495	10.2507	0.7012	20.0502
2101 Adonis / 1936 CA	1.8738	0.7648	21.4867	0.4407	43.2556
2102 Tantalus / 1975 YA	1.2901	0.2985	6.06050	0.9050	11.6229
2135 Aristaeus / 1977 HA	1.5997	0.5031	10.9089	0.7949	21.2176
2201 Oljato / 1947 XC	2.1759	0.7106	17.6175	0.6297	33.2563
2212 Hephaistos / 1978 SB	2.1681	0.8335	23.9499	0.3699	49.0163
2329 Orthos / 1976 WA	2.4024	0.6587	12.8844	0.8199	22.0764
3103 Eger / 1982 BB	1.4060	0.3546	6.4196	0.9074	12.4136
3200 Phaeton / 1983 TB	1.2713	0.8901	27.2775	0.1397	62.1919
3360 / 1981 VA	2.4645	0.7430	18.3246	0.6334	33.6795
3361 Orpheus / 1982 HR	1.2091	0.3225	8.2358	0.8192	16.0440
3752 Camilo / 1985 PA	1.4136	0.3023	2.6013	0.9863	4.5596
3838 Epona / 1986 WA	1.5047	0.7018	20.1335	0.4487	40.8715

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
4015 Wilson-Harrington / 1979 VA	2.6418	0.6219	6.5719	0.9989	1.6909
4034 / 1986 PA	1.0599	0.4441	13.3149	0.5892	26.1801
4179 Toutatis / 1989 AC	2.5154	0.6361	9.9143	0.9154	14.8198
4183 Cuno / 1959 Lm	1.9808	0.6369	14.5409	0.7192	27.4562
4197 / 1982 TA	2.2972	0.7727	20.6062	0.5222	39.7237
4257 Ubasti / 1987 QA	1.6471	0.4684	8.3435	0.8756	16.1021
4341 Poseidon / 1987 KF	1.8357	0.6787	17.6186	0.5898	34.4269
4450 Pan / 1987 SY	1.4418	0.5865	15.9333	0.5962	31.6925
4486 Mithra / 1987 SB	2.2012	0.6626	14.5814	0.7427	26.6472
4544 Xanthus / 1989 FB	1.0420	0.2502	7.3702	0.7813	14.3079
4581 Asclepius / 1989 FC	1.0226	0.3571	10.7308	0.6574	20.8856
4660 Nereus / 1982 DB	1.4897	0.3602	4.6663	0.9531	8.9703
4769 Castalia / 1989 PB	1.0631	0.4832	14.5458	0.5494	28.7107
4953 / 1990 MU	1.6208	0.6569	17.7596	0.5561	35.2915
5011 Ptah / 6743 P-L	1.6350	0.4999	10.3082	0.8177	19.9715
5131 / 1990 BG	1.4866	0.5700	14.9598	0.6392	29.5941
5143 Heracles / 1991 VL	1.8338	0.7713	21.8939	0.4194	44.3885
5189 / 1990 UQ	1.5508	0.4778	10.2567	0.8098	19.9923
5496 / 1973 NA	2.4337	0.6382	10.9244	0.8805	17.6848
5645 / 1990 SP	1.3548	0.3874	8.8096	0.8300	17.2054
5660 / 1974 MA	1.7861	0.7628	21.6631	0.4132	43.9346
5693 / 1993 EA	1.2721	0.5853	16.9059	0.5275	33.8985

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
5731 / 1988 VP4	2.2632	0.6526	13.4757	0.7862	24.0516
5786 Talos / 1991 RC	1.0814	0.8267	25.5732	0.1874	55.6502
5828 / 1991 AM	1.6977	0.6957	19.0646	0.5166	38.0059
6037 / 1988 EG	1.2690	0.4994	13.8962	0.6353	27.5611
6047 / 1991 TB1	1.4537	0.3521	5.1386	0.9419	9.8789
6063 / 1984 KB	2.2157	0.7643	20.4064	0.5222	39.5264
6239 / 1989 QF	1.1513	0.4127	11.8030	0.6762	23.2435
1995 EK1	2.2509	0.7746	20.8439	0.5074	40.4703
1995 DW1	1.0405	0.4380	13.1980	0.5848	25.8870
1995 DV1	3.1257	0.6915	10.5128	0.9643	9.8326
1995 CS	1.9400	0.7753	21.7714	0.4359	43.7794
1995 BL2	1.2315	0.4943	13.9826	0.6228	27.7399
1994 XM1	2.0884	0.5688	8.8359	0.9005	15.4851
1994 XG	1.5719	0.4900	10.5931	0.8017	20.6324
1994 XD	2.3590	0.7291	17.8951	0.6391	33.1425
1994 VH8	1.6355	0.4428	6.9060	0.9113	13.3235
1994 UG	1.2258	0.2457	5.0439	0.9246	9.5219
1994 RC	2.2678	0.6018	9.4191	0.9030	15.5866
1994 RB	2.4883	0.6394	10.5092	0.8973	16.3815
1994 PC1	1.3457	0.3277	6.3075	0.9047	12.1528
1994 PM	1.4775	0.7523	22.1694	0.3660	45.8787
1994 NE	2.0360	0.6045	12.0973	0.8052	22.2774

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
1994 LX	1.2614	0.3464	8.4537	0.8245	16.4833
1994 GV	2.0300	0.5228	5.2269	0.9687	8.4079
1994 GK	1.9609	0.6064	12.9003	0.7718	24.1904
1994 ES1	1.4117	0.5897	16.2507	0.5792	32.4003
1994 EU	1.3725	0.2749	1.8706	0.9952	2.6030
1994 EK	1.9992	0.6067	12.5785	0.7863	23.3957
1994 CN2	1.5732	0.3949	4.8704	0.9519	9.4120
1994 CK1	1.8977	0.6200	14.2051	0.7211	27.0584
1994 CC	1.6370	0.4169	4.8527	0.9545	9.3475
1994 CB	1.1491	0.1450	2.3228	0.9825	3.7426
1994 AH2	2.5255	0.7114	15.9842	0.7289	28.1348
1993 XN2	2.1173	0.5356	4.6473	0.9833	6.1940
1993 WD	1.0066	0.2666	7.9943	0.7382	15.4576
1993 VW	1.6949	0.4843	8.5496	0.8741	16.4171
1993 VB	1.9098	0.5197	7.4755	0.9173	13.6650
1993 VA	1.3559	0.3912	8.9531	0.8255	17.4942
1993 UC	2.4380	0.6626	12.9217	0.8226	21.9535
1993 UA	2.0201	0.5244	5.6714	0.9608	9.4292
1993 TZ	2.0235	0.5633	9.2764	0.8837	16.7023
1993 PC	1.1543	0.4743	13.8045	0.6068	27.3351
1993 PB	1.4232	0.6064	16.8232	0.5602	33.6092
1993 KA2	2.2273	0.7745	20.9075	0.5023	40.7084

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
1993 KH	1.2338	0.3110	7.4974	0.8501	14.5457
1993 HP1	1.9915	0.5104	4.6415	0.9750	7.4479
1993 HD	1.4322	0.6633	18.9572	0.4822	38.2841
1993 HC	1.9888	0.5069	4.2188	0.9807	6.5365
1993 GD	1.1022	0.2380	6.5640	0.8399	12.7174
1993 BW2	1.3352	0.3061	5.4630	0.9265	10.4238
1992 TB	1.3418	0.4622	11.9267	0.7216	23.5048
1992 SY	2.2087	0.5503	4.3965	0.9933	3.9671
1992 SK	1.2485	0.3249	7.8158	0.8429	15.1910
1992 QN	1.1908	0.3593	9.7057	0.7629	19.0143
1992 LC	2.5193	0.7049	15.5590	0.7434	27.2273
1992 JB	1.5564	0.3598	1.3746	0.9964	2.4972
1992 HF	1.3907	0.5617	15.3165	0.6095	30.4514
1992 HE	2.2402	0.5722	6.7669	0.9584	10.0037
1992 Du	1.1598	0.1748	3.4468	0.9571	6.2349
1992 CC1	1.3914	0.3749	7.6942	0.8698	14.9669
1992 BC	1.4135	0.3484	5.9194	0.9210	11.4129
1991 XA	2.2690	0.5704	5.9789	0.9748	7.7713
1991 WA	1.5752	0.6425	17.3977	0.5631	34.6010
1991 VK	1.8436	0.5059	7.5365	0.9109	14.0433
1991 VH	1.1363	0.1437	2.6507	0.9730	4.5716
1991 VG	1.0269	0.0491	1.2832	0.9765	2.3809

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
1991 VA	1.4288	0.3516	5.7439	0.9264	11.0715
1991 TF3	2.0414	0.5303	5.8699	0.9588	9.6940
1991 TB2	2.3977	0.8352	23.6333	0.3951	47.4028
1991 TU	1.4068	0.3306	5.0427	0.9417	9.6366
1991 RB	1.4502	0.4839	11.7030	0.7484	22.9849
1991 LH	1.3520	0.7305	21.7529	0.3644	44.9839
1991 JW	1.0383	0.1183	3.3641	0.9155	6.4582
1991 GO	1.9594	0.6618	16.0650	0.6627	30.7059
1991 EE	2.2460	0.6244	11.5470	0.8436	20.1458
1991 DG	1.4271	0.3629	6.4185	0.9092	12.4221
1991 CB1	1.6870	0.5946	14.5264	0.6339	28.3185
1991 CS	1.1229	0.1646	3.8082	0.9381	7.1047
1991 BN	1.4426	0.3979	7.9283	0.8686	15.4385
1991 BB	1.1863	0.2725	6.7463	0.8630	13.0320
1991 BA	2.1652	0.6734	15.4863	0.7072	28.7034
1991 AQ	2.2210	0.7771	21.0611	0.4951	41.1099
1990 UQ	1.2341	0.7582	23.0529	0.2984	48.3883
1990 UN	1.7093	0.5277	10.9042	0.8073	20.9957
1990 UA	1.7212	0.5519	12.0833	0.7713	23.3035
1990 TG1	2.4849	0.6929	14.8906	0.7631	25.9404
1990 SS	1.7029	0.4748	7.7917	0.8944	14.9287
1990 SM	2.1567	0.7754	21.1582	0.4844	41.5671

continuação

Nome / Designação	a (U.A.)	e	V (km/s)	p (U.A.)	β (°)
1990 OS	1.6691	0.4590	7.3444	0.9030	14.1245
1990 MF	1.7468	0.4556	5.3091	0.9510	10.0311
1990 HA	2.5777	0.6932	14.3691	0.7908	24.3008
1989 UR	1.0801	0.3563	10.4515	0.6953	20.4542
1989 UP	1.8637	0.4732	3.6121	0.9818	6.1964
1989 JA	1.7704	0.4841	7.2025	0.9133	13.6263
1989 DA	2.1623	0.5433	4.5721	0.9875	5.3739
1989 AZ	1.6457	0.4682	8.3545	0.8752	16.1258
1988 XB	1.4674	0.4816	11.4199	0.7607	22.4000
1988 TA	1.5408	0.4786	10.4226	0.8034	20.3331
1987 OA	1.4962	0.5956	15.9389	0.6051	31.6282
1986 JK	2.7960	0.6806	11.8383	0.8930	17.0691
1984 OY1	3.5976	0.9390	27.7756	0.2195	60.1920
1983 VB	1.8189	0.4752	5.3122	0.9546	9.8044
1983 VA	2.6106	0.6926	14.1251	0.8025	23.5746
1983 LC	2.6304	0.7089	15.2664	0.7657	26.0012
1979 XB	2.2622	0.7141	17.4215	0.6468	32.4825
1978 CA	1.1246	0.2148	5.5555	0.8830	10.6705
1950 DA	1.6840	0.5023	9.7936	0.8381	18.8680
Hermes / 1937 UB	1.6463	0.6236	16.1519	0.6197	31.7904
6344 P-L	2.6270	0.6309	8.0367	0.9696	8.8088
5025 P-L	4.2089	0.8947	24.9977	0.4432	46.3490

As tabelas 3.1 e 3.2 ilustram órbitas de asteróides com $p < 1.0$ U.A. Analisando estas tabelas pode-se concluir que NEOs que possuem órbitas com baixas excentricidades, com distâncias de perihélio próximas a 1 U.A. e pequeno β , em geral têm baixas velocidades em relação a Terra.

Com relação ao movimento relativo do NEO, inicialmente foi feita uma estimativa do vetor velocidade relativa do NEO necessária para que este venha a sofrer ou não, de maneira significativa, os efeitos dos campos gravitacionais terrestre e lunar (item 2.4.2). Neste estudo observou-se que a SCCE da Lua é significativa para $V < 3$ km/s. Baseado nas tabelas apresentadas, a Figura 3.2 mostra um histograma do número de NEOs em função de V .

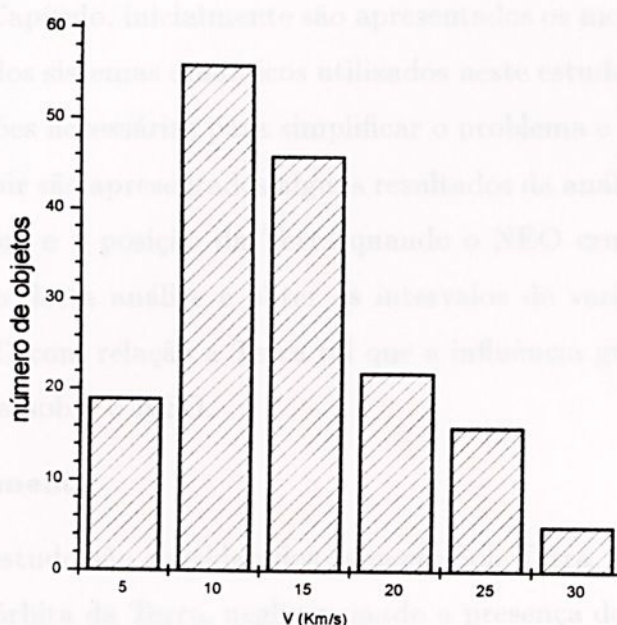


Figura 3.2 - Histograma do número de NEOs em função da velocidade relativa do NEO, V

Através da Figura 3.2 observa-se um pico na distribuição para o intervalo $5 < V < 10$ km/s, enquanto que para velocidades entre 25 e 30 km/s existe um leve incremento na distribuição dos NEOs. Por outro lado, a distribuição dos NEOs com velocidades menores que 5 km/s é significativa. Portanto dos estudos realizados nesse Capítulo conclui-se que existem NEOs, dentro das condições assumidas, que cruzariam a órbita da Terra com velocidades relativas pequenas, sendo estes os candidatos a sofrer os efeitos gravitacionais da Lua.

4.3 - Descrição do sistema 1

CAPÍTULO 4

MODELAGEM DINÂMICA

4.1 - Introdução

Neste Capítulo, inicialmente são apresentados os modelos e as equações de movimento dos sistemas dinâmicos utilizados neste estudo, assim como algumas considerações necessárias para simplificar o problema e viabilizar as nossas análises. A seguir são apresentados alguns resultados da análise da relação entre a posição da Lua e a posição da Terra quando o NEO cruza a esfera de raio R_1 . O objetivo desta análise é obter os intervalos de variação do ângulo de entrada do NEO com relação a Terra tal que a influência gravitacional da Lua seja significativa sobre o NEO.

4.2 - Procedimento

Neste estudo são considerados somente Sol, Terra, Lua e o objeto cuja órbita cruza a órbita da Terra, negligenciando a presença de outros corpos. As órbitas, da Lua em relação a Terra e da Terra e do NEO em relação ao Sol são assumidas coplanares e prógradas. A órbita da Terra e a órbita da Lua são circulares, enquanto que a órbita do NEO é determinada de acordo com os elementos orbitais de cada objeto estudado. São considerados dois sistemas dinâmicos (sistemas 1 e 2), onde analisa-se as órbitas dos NEOs com relação a Terra e a Lua. Em ambos os sistemas as análises se restringem às regiões ao redor dos pontos de cruzamento (A e B) entre as órbitas do NEO e da Terra (Figura 2.1). Conforme a escolha de unidades o sistema é considerado normalizado. Nesse caso definimos que a unidade de massa é tal que $\mu_1 + \mu_2 = 1$, onde μ_1 e μ_2 são as massas reduzidas do Sol e da Terra, respectivamente; a unidade de tempo é tal que o período orbital de μ_1 e μ_2 em torno do centro de massa vale 2π .

4.3 - Descrição do sistema 1



Este sistema envolve Sol, Terra e NEO (Fig. 4.1). Suas órbitas são consideradas coplanares, sendo a órbita da Terra ao redor do Sol circular de raio 1 U.A. e a massa do NEO negligenciável. A área do círculo de raio R_1 engloba somente a região onde os efeitos gravitacionais da Lua possam ser significativos. Essa região de raio R_1 corresponde a esfera de influência da Terra (Capítulo 2)

Os parâmetros relevantes deste sistema são:

- I. O módulo da velocidade relativa (V) entre a Terra e o NEO;
- II. O ângulo θ formado entre o vetor velocidade relativa do NEO, ao cruzar a esfera de raio R_1 , e a linha Terra-Sol;
- III. O parâmetro de impacto d .

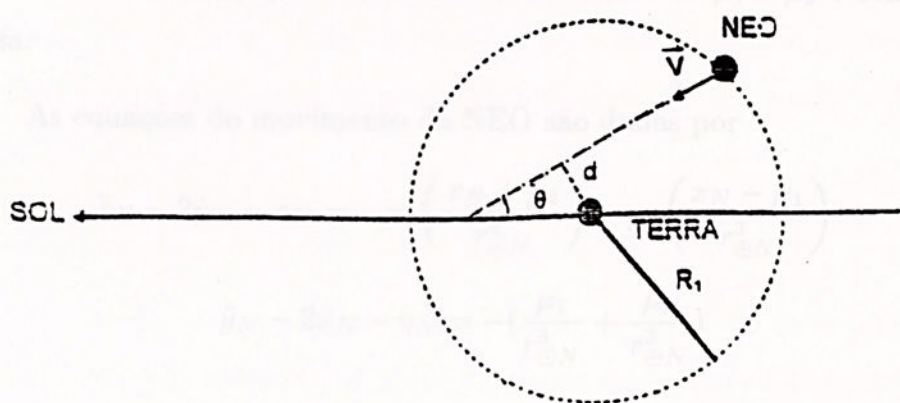


Figura 4.1 - Sistema 1. Representação da região do ponto de cruzamento entre as órbitas do NEO e da Terra. A região de estudo é delimitada pelo círculo de raio R_1 centrado na Terra (tracejado).

Neste trabalho o sistema 1 é estudado como um problema plano, circular, restrito de três corpos. Considera-se, portanto, o movimento em órbita circular das massas μ_1 e μ_2 , em torno do centro de massa do sistema O, e o movimento do NEO sob efeito gravitacional do Sol e da Terra, sem afetar o movimento destes. A Figura 4.2 apresenta esquematicamente tal descrição, sendo r , $r_{\odot N}$ e $r_{\oplus N}$ são as distâncias do NEO ao centro de massa, ao Sol e a Terra, respectivamente.

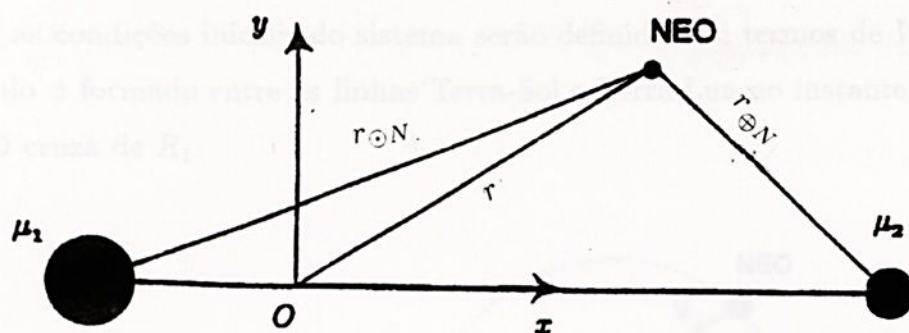


Figura 4.2 - Sistema de coordenadas x - y com massas reduzidas μ_1 e μ_2 e o NEO, com movimento em torno do centro de massa O . As distâncias r , $r_{\odot N}$ e $r_{\oplus N}$ denotam as distâncias do NEO ao centro de massa, ao Sol e a Terra, respectivamente. Sendo que a distância entre as massas μ_1 e μ_2 é considerada unitária.

As equações do movimento do NEO são dadas por

$$\ddot{x}_N - 2\dot{y}_N - x_N = -\mu_1 \left(\frac{x_N + \mu_2}{r_{\odot N}^3} \right) - \mu_2 \left(\frac{x_N - \mu_1}{r_{\oplus N}^3} \right) \quad (4.1)$$

$$\ddot{y}_N - 2\dot{x}_N - y_N = -\left(\frac{\mu_1}{r_{\odot N}^3} + \frac{\mu_2}{r_{\oplus N}^3} \right) \quad (4.2)$$

onde

$$r_{\odot N} = \sqrt{(x_N + \mu_2)^2 + y_N^2} \quad (4.3)$$

$$r_{\oplus N} = \sqrt{(x_N - \mu_1)^2 + y_N^2} \quad (4.4)$$

$$r = \sqrt{x_N^2 + y_N^2} \quad (4.5)$$

A constante de Jacobi, é descrita por

$$C_J = x_N^2 + y_N^2 + 2\left(\left(\mu_1/r_{\odot N}\right) + \left(\mu_2/r_{\oplus N}\right)\right) - \dot{x}_N^2 - \dot{y}_N^2 \quad (4.6)$$

4.4 - Descrição do Sistema 2

Este sistema está representado na Figura 4.3, e é o sistema 1 acrescido da Lua, cuja órbita foi considerada coplanar em relação a da Terra. Neste

caso as condições iniciais do sistema serão definidas em termos de V , d , θ e o ângulo ϕ formado entre as linhas Terra-Sol e Terra-Lua no instante em que o NEO cruza de R_1 .

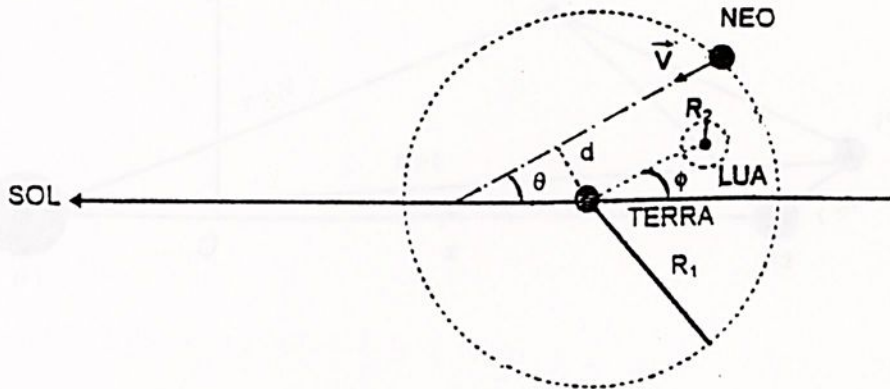


Figura 4.3 - Sistema 2. Nesta ilustração podemos visualizar as regiões do nosso estudo, onde R_1 é o raio da esfera de influência da Terra e R_2 é o raio da esfera de influência da Lua.

4.5 - Equações do movimento do sistema 2

De acordo com a proposta deste projeto, que é de fazer um estudo comparativo entre o sistema 1 e 2, as equações de movimento desenvolvidas para o sistema 2 consistem em dois sistemas de equações acopladas. Destes sistemas de equações, um é relativo ao movimento da Lua no problema circular restrito de três corpos (PCR3C), Sol-Terra-Lua, enquanto que o segundo refere-se as equações do movimento do NEO onde utilizamos as equações do PCR3C. Sol, Terra e NEO, adicionando a perturbação da Lua sobre o movimento do NEO.

Portanto no contexto deste trabalho o sistema 2 é estudado como um caso particular do problema geral de quatro corpos no sistema girante (Figura 4.4), onde o movimento da Lua é determinado pela atração gravitacional do Sol e da Terra, enquanto que o movimento do NEO, é determinado pela atração gravitacional do Sol, Terra e da Lua.

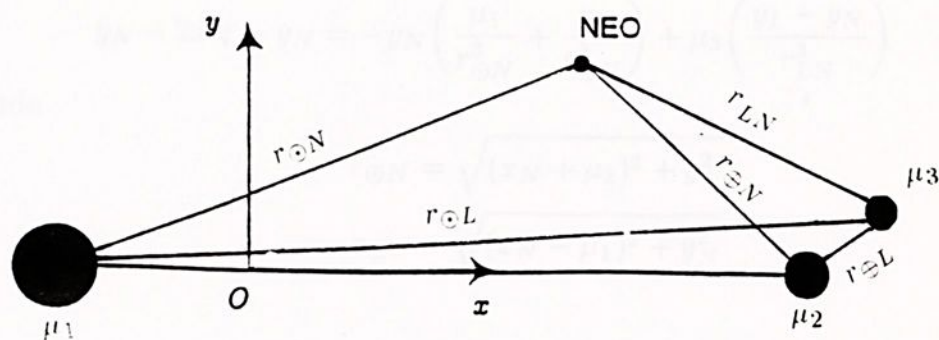


Figura 4.4 - Sistema de coordenadas x - y com massas reduzidas do Sol (μ_1), da Terra (μ_2) e da Lua (μ_3) e o NEO, com movimento em torno do centro de massa O . As distâncias $r_{\odot L}$, $r_{\oplus L}$, $r_{\odot N}$, r_N , r_{LN} , denotam as distâncias Sol-Lua, Terra-Lua, Sol-NEO, Terra-NEO, Lua-NEO, respectivamente. Sendo que a distância entre as massas entre o Sol e a Terra é considerada unitária.

Na Figura 4.4, $r_{\odot L}$, $r_{\oplus L}$, $r_{\odot N}$, r_N , r_{LN} , denotam as distâncias Sol-Lua, Terra-Lua, Sol-NEO, Terra-NEO, Lua-NEO, respectivamente.

Neste sistema as equações do movimento da Lua são dadas por

$$\ddot{x}_L - 2\dot{y}_L - x_L = -\mu_1 \left(\frac{x_L + \mu_2}{r_{\odot L}^3} \right) - \mu_2 \left(\frac{x_L - \mu_1}{r_{\oplus L}^3} \right) \quad (4.7)$$

$$\ddot{y}_L - 2\dot{x}_L - y_L = -\left(\frac{\mu_1}{r_{\odot L}^3} + \frac{\mu_2}{r_{\oplus L}^3} \right) \quad (4.8)$$

onde

$$r_{\odot L} = \sqrt{(x_L + \mu_2)^2 + y_L^2} \quad (4.9)$$

$$r_{\oplus L} = \sqrt{(x_L - \mu_1)^2 + y_L^2} \quad (4.10)$$

Quanto ao movimento do NEO as equações do movimento são dadas por

$$\ddot{x}_N - 2\dot{y}_N - x_N = -\mu_1 \left(\frac{x_N + \mu_2}{r_{\odot N}^3} \right) - \mu_2 \left(\frac{x_N - \mu_1}{r_{\oplus N}^3} \right) + \mu_3 \left(\frac{x_3 - x_N}{r_{LN}^3} \right) \quad (4.11)$$

$$\ddot{y}_N - 2\dot{x}_N - y_N = -y_N \left(\frac{\mu_1}{r_{\odot N}^3} + \frac{\mu_2}{r_{\oplus N}^3} \right) + \mu_3 \left(\frac{y_L - y_N}{r_{LN}^3} \right) \quad (4.12)$$

onde

$$r_{\odot N} = \sqrt{(x_N + \mu_2)^2 + y_N^2} \quad (4.13)$$

$$r_{\oplus N} = \sqrt{(x_N - \mu_1)^2 + y_N^2} \quad (4.14)$$

4.6 - Análise do sistema 2

Uma análise sobre as possibilidades de entrada do NEO na esfera de influência de raio R_1 na qual a influência gravitacional da Lua seja significativa sobre este pode ser feita em função dos ângulos de entrada do NEO com relação a Terra, φ , e com relação a Lua, ϕ . Esta análise foi realizada de acordo com a Figura 4.5.

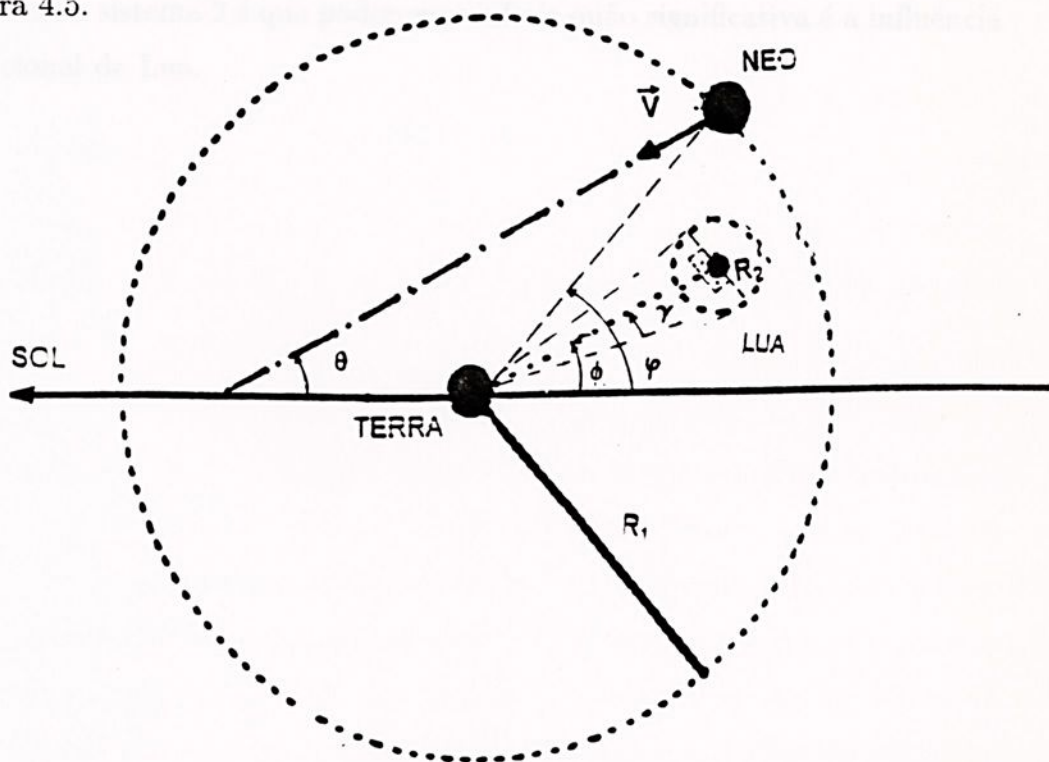


Figura 4.5 - Representação dos ângulos de entrada do NEO na esfera de raio R_1 com relação a Terra, e a Lua com esfera de influência R_2 .

Observando a Figura 4.5, onde $d_{\oplus L}$ é a distância Terra-Lua, podemos notar que a influência gravitacional da Lua sobre o NEO será significativa quando $\phi_1 < \varphi < \phi_2$. Da Figura tem-se

$$\phi_1 = \phi - \gamma \quad (4.15)$$

$$\phi_2 = \phi + \gamma \quad (4.16)$$

este intervalo pode ser facilmente obtido, pois

$$\gamma = \arctan \frac{R_2}{d_{\oplus L}} \quad (4.17)$$

Sabendo-se que $d_{\oplus L} = 2,57 \times 10^{-3}$ U.A. e $R_2 = 4,4 \times 10^{-4}$ U.A., então tem-se $\gamma \cong 9,74^\circ$. O valor que será considerado em nossa análise é 10° . Portanto, dentro das nossas considerações, a Lua só terá uma influência gravitacional significativa sobre o NEO se $|\varphi - \phi| < 10^\circ$. Na realidade isto garante que o NEO cruzará a esfera de influência da Lua, sendo que somente com as simulações numéricas do sistema 2 é que poderemos inferir quão significativa é a influência gravitacional da Lua.

CAPÍTULO 5

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DOS SISTEMAS 1 E 2

5.1 - Introdução

Neste Capítulo são apresentadas as condições iniciais utilizadas nas simulações numéricas dos sistemas 1 e 2 considerando uma órbita de colisão entre a Terra e o NEO. Considerando estes sistemas o objetivo principal a ser atingido é estudá-los de maneira similar, de modo que se possa fazer um estudo comparativo entre ambos, e assim obter a efetiva contribuição da Lua no processo colisional. Um sumário dos resultados obtidos são apresentados.

5.2 - Escolha das Condições Iniciais

Neste item são apresentadas as condições iniciais utilizadas nas simulações numéricas dos sistemas 1 e 2 considerando uma órbita de colisão entre a Terra e o NEO.

5.2.1 - Sistema 1

Nesta etapa é utilizado o modelo do problema plano circular restrito de três corpos. Os cálculos foram feitos no sistema de coordenadas girantes adimensionais.

O objetivo desta etapa é o de encontrar trajetórias do NEO que terminem em colisão com a Terra. Para fazer isto foram geradas várias trajetórias, cujo ponto de partida do NEO fica na superfície da Terra e o ponto final no limite da esfera de influência terrestre cujo o raio considerado é $145R_{\oplus}$. A integração numérica é realizada com passo de tempo negativo, pois desta maneira as condições finais do NEO são na verdade as condições iniciais no limite da esfera de influência terrestre que implicam em colisão entre o NEO e a Terra.

Para obter as condições iniciais do NEO no sistema 1, faz-se necessário



o ângulo de colisão do NEO com relação a linha Terra-Sol, e do módulo do vetor velocidade de colisão do NEO com a Terra, V_c . O ângulo, θ_c , é medido a partir da linha Terra-Sol, do lado oposto da Terra com relação ao Sol, em sentido anti-horário, Figura 5.1. Quanto a V_c , baseado no Capítulo 2, o módulo da velocidade do NEO com relação a Lua, para que este venha a sofrer de modo significativo os efeitos do campo gravitacional lunar, deve ser menor que 5 km/s. Portanto os valores dos módulos das velocidades V_c utilizados nas simulações do sistema 1, devem implicar em valores de V menores que 5 km/s quando o NEO passa próximo da Lua.

Lembrando que a velocidade de escape, V_e , da Terra é aproximadamente 11,2 km/s, a velocidade do NEO na superfície da Terra deverá ser maior que V_e de forma que o NEO cheque ao limite da esfera de influência terrestre.

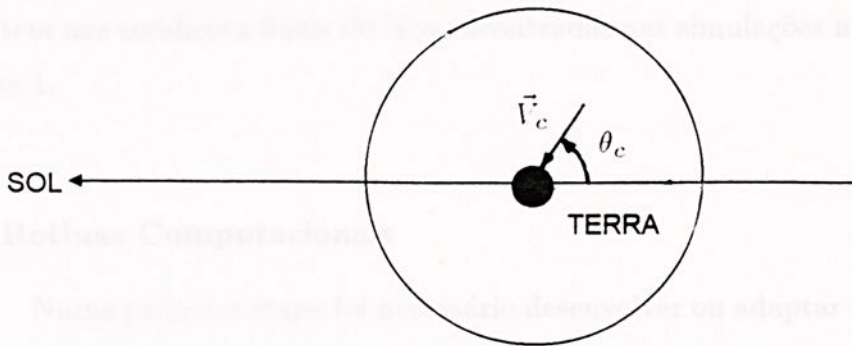


Figura 5.1 - Representação do ângulo, θ_c , do vetor velocidade de colisão do NEO com a Terra, $\vec{V}_c$, com relação a linha Terra-Sol, considerando que a trajetória do NEO a partir do limite da esfera de influência terrestre seja de colisão.

Para determinar as componentes da posição e da velocidade do NEO na superfície da Terra, utiliza-se as seguintes equações

$$x = \mu_1 + R_{\oplus} \cos \theta_c \quad (5.1)$$

$$y = R_{\oplus} \sin \theta_c \quad (5.2)$$

$$\dot{x} = -V_c \cos \theta_c \quad (5.3)$$

$$\dot{y} = -V_c \sin \theta_c \quad (5.4)$$

onde $R_{\oplus}$ é o raio da Terra.

Com relação ao ângulo θ_c , foi considerado entre 0° e 360° sendo estes de 10° em 10° . A integração é feita com passo de tempo negativo para que o NEO chegue no limite da esfera de influência terrestre com condições de posição e velocidade que impliquem em colisão com a Terra.

5.2.2 - Sistema 2

O sistema 2 é o sistema 1 acrescentado da Lua, cuja órbita foi considerada circular e coplanar em relação a da Terra. As condições iniciais deste sistema são definidas em termos de V , θ e o ângulo ϕ formado entre as linhas Terra-Sol e Terra-Lua no instante em que o NEO cruza a esfera de raio R_1 . Como foi dito anteriormente as condições iniciais do NEO para este sistema consistem nas condições finais do Neo encontradas nas simulações numéricas do sistema 1.

5.3 - Rotinas Computacionais

Numa primeira etapa foi necessário desenvolver ou adaptar rotinas para se fazer as simulações numéricas, através da integração das equações de movimento 4.1 e 4.2 (sistema), bem como para a determinação das condições iniciais. A seguir as equações de movimento do sistema 2 (equações 4.7, 4.8, 4.11, 4.12) foram integradas. Abaixo serão relacionadas estas rotinas de acordo com suas etapas.

Nessas simulações numéricas foi utilizado o integrador Radau 15 (Everhard, 1985).

Nas simulações do sistema 1, o referido programa gera um arquivo de saída. Nele são armazenados um conjunto de informações relativas a cada uma das condições iniciais integradas. Dentre as informações que são geradas temos que para uma dada condição inicial é fornecida a condição final do NEO, quando

este atinge a esfera de influência da Terra (condição para interromper a integração). Outra informação relevante gerada é a variação da constante de Jacobi durante todo o período de integração. Esta informação é de suma importância, pois ela nos dá mais um subsídio com relação a precisão da rotina de integração numérica.

Quanto as simulações do sistema 2, o programa gera um arquivo de saída onde, durante todo período de integração, é fornecida a distância que o NEO se aproximou da Terra e o instante que isto ocorreu. Se a distância à Terra for menor ou igual a $4,3 \times 10^{-5}$ (raio da Terra) a integração é interrompida e isto indica que o NEO colidiu com a Terra. Outro limitante é que a integração deve ser interrompida quando o NEO atinge uma distância da Terra igual ou maior que R_1 , pois isto indica que ele saiu da esfera de influência. Caso ele não atinja esta distância e não venha a colidir com a Terra, o programa é interrompido quando o tempo de integração for igual a 58 dias. Isto é feito porque no momento estamos interessados apenas nas primeiras passagens do NEO próximo a Terra, embora futuramente será considerado um período maior de integração.

5.4 - Simulações Numéricas

Nas simulações numéricas do sistema 1, os valores de θ_c utilizados foram de 0° a 360° variando de 10° em 10° , que implicaram em θ defasado em relação a θ_c para cada valor de velocidade utilizada. Quanto aos valores de ϕ , estes são de 0° a 360° variando de 1° em 1° .

Como foi dito anteriormente as simulações numéricas compreendem as simulações do sistema 1 considerando uma órbita de colisão do NEO com a Terra, cujas condições finais do sistema 1 consistem em condições iniciais para o sistema 2.

5.4.1 - Testes de Precisão das Simulações Numéricas

No intuito de checar a qualidade e garantir a ausência de erros significativos nos resultados fizemos alguns testes de integração. A razão pela qual



estes testes são necessários é porque em alguns casos o Neo passa a distâncias muito próximas da Terra e/ou da Lua podendo causar erros significativos na integração numérica.

Os testes compreenderam integrações com passo de tempo negativo utilizando as condições finais das órbitas do Neo e da Lua, obtidas nas simulações do sistema 2, como condições iniciais. Então as condições finais destes testes foram comparadas com as condições iniciais utilizadas nas simulações do sistema 2. Estes testes, nos deu uma noção da precisão das simulações em casos de grande aproximação do Neo com a Terra e/ou a Lua. Alguns destes testes e as condições finais e iniciais obtidas são apresentados a seguir na Figura 5.2.



Figura 5.2 - Trajetórias das órbitas do Neo e da Lua no sistema 2. As curvas sólidas representam a órbita do Neo e as curvas tracejadas representam a órbita da Lua. As curvas (a) e (b) representam as trajetórias do Neo e da Lua para as condições iniciais (a) e (b) respectivamente. As curvas (c) e (d) representam as trajetórias do Neo e da Lua para as condições iniciais (c) e (d) respectivamente. As curvas (a) e (b) representam as trajetórias do Neo e da Lua para as condições iniciais (a) e (b) respectivamente. As curvas (c) e (d) representam as trajetórias do Neo e da Lua para as condições iniciais (c) e (d) respectivamente.

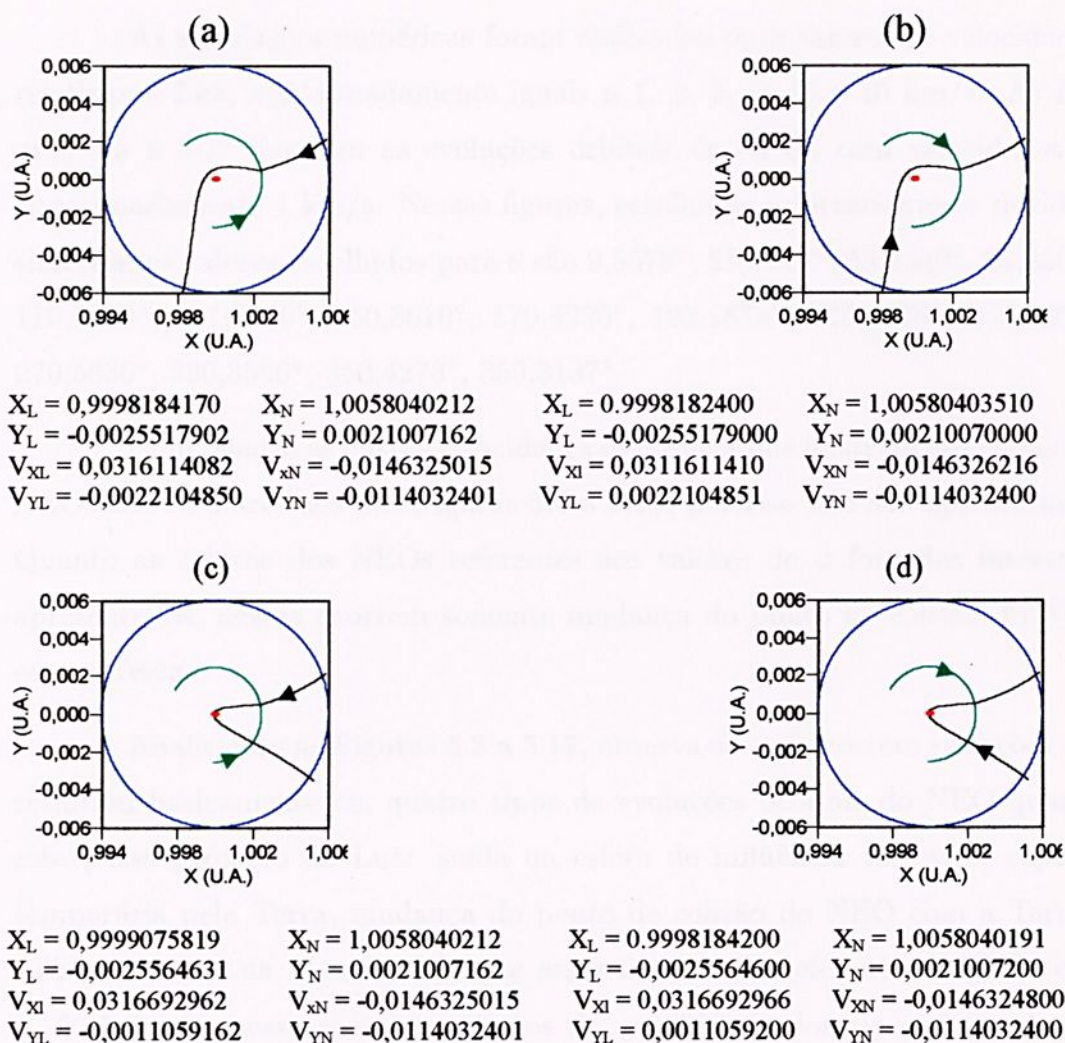


Figura 5.2 - Teste de precisão das simulações do sistema 2. Nessas figuras o círculo em azul representa a esfera de influência da Terra ($145R_{\oplus}$), o ponto vermelho representa a Terra, o arco em verde representa a órbita da Lua e as trajetórias do Neo em preto. As figuras (a) e (c) representam casos onde ocorrem uma grande aproximação do Neo com a Terra e/ou com a Lua, exigindo um esforço maior do integrador numérico. As figuras (b) e (d) apresentam a evolução da trajetória do Neo com passo de tempo negativo para condições iniciais iguais às condições finais das trajetórias do Neo e da Lua das figuras (a) e (c), respectivamente. As condições iniciais dos casos (a) e (c) e as condições finais dos casos (b) e (d) são apresentadas abaixo das respectivas figuras.

5.4.2 - Resultados

As simulações numéricas foram realizadas para valores de velocidades, relativas a Lua, aproximadamente iguais a 1, 2, 3, 5, 10 e 15 km/s. As Figuras 5.3 a 5.17 ilustram as evoluções orbitais de NEOs com velocidades de aproximadamente 1 km/s. Nessas figuras, escolhidas arbitrariamente devido a simetria, os valores escolhidos para θ são $9,5578^\circ$, $29,7713^\circ$, $59,8540^\circ$, $90,5600^\circ$, $110,9928^\circ$, $131,0980^\circ$, $150,8610^\circ$, $170,4220^\circ$, $180,2875^\circ$, $229,6878^\circ$, $250,0283^\circ$, $270,5630^\circ$, $330,8526^\circ$, $350,4273^\circ$, $359,3137^\circ$.

Com relação as outras velocidades os gráficos que ilustram as órbitas dos NEOs são similares aos das Figuras 5.3 a 5.17, por isso não são apresentados. Quanto as órbitas dos NEOs referentes aos valores de ϕ fora dos intervalos apresentados, nestas ocorrem somente mudança do ponto de colisão do NEO com a Terra.

Analisando as Figuras 5.3 a 5.17, observa-se que ocorrem situações que resultam basicamente em quatro tipos de evoluções orbitais do NEO quando este passa próximo da Lua: saída da esfera de influência terrestre, captura temporária pela Terra, mudança do ponto de colisão do NEO com a Terra e colisão com a Lua. Lembrando que essas figuras são referentes a NEOs com $V \cong 1$ km/s, nesse caso, em termos da quantidade dos tipos de evoluções orbitais dentro do intervalo $\Delta\phi$, em média ocorrem: 3 capturas temporárias pela Terra, 2 colisões com a Lua, 4 saídas da esfera de influência terrestre e 1 colisão com a Terra.

Quanto as velocidades 2, 3, 5, 10 km/s, ocorrem somente dois tipos de evoluções orbitais: colisão com a Lua e/ou saída da esfera de influência. No caso da velocidade 15 km/s ocorre somente colisão com a Lua. De fato as trajetórias com maiores velocidades iniciais estão sujeitas a pequenas influências gravitacionais da Lua, o que implica em órbitas com poucas revoluções ao redor da Lua e/ou saída da esfera de influência terrestre. Com relação a colisão esta ocorre quando a posição da Lua e passagem do NEO se combinam num

determinado ponto. É interessante ressaltar que, para as órbitas onde ocorrem colisão com a Lua e saída da esfera de influência terrestre o período de integração atingido é menor que 12 dias.

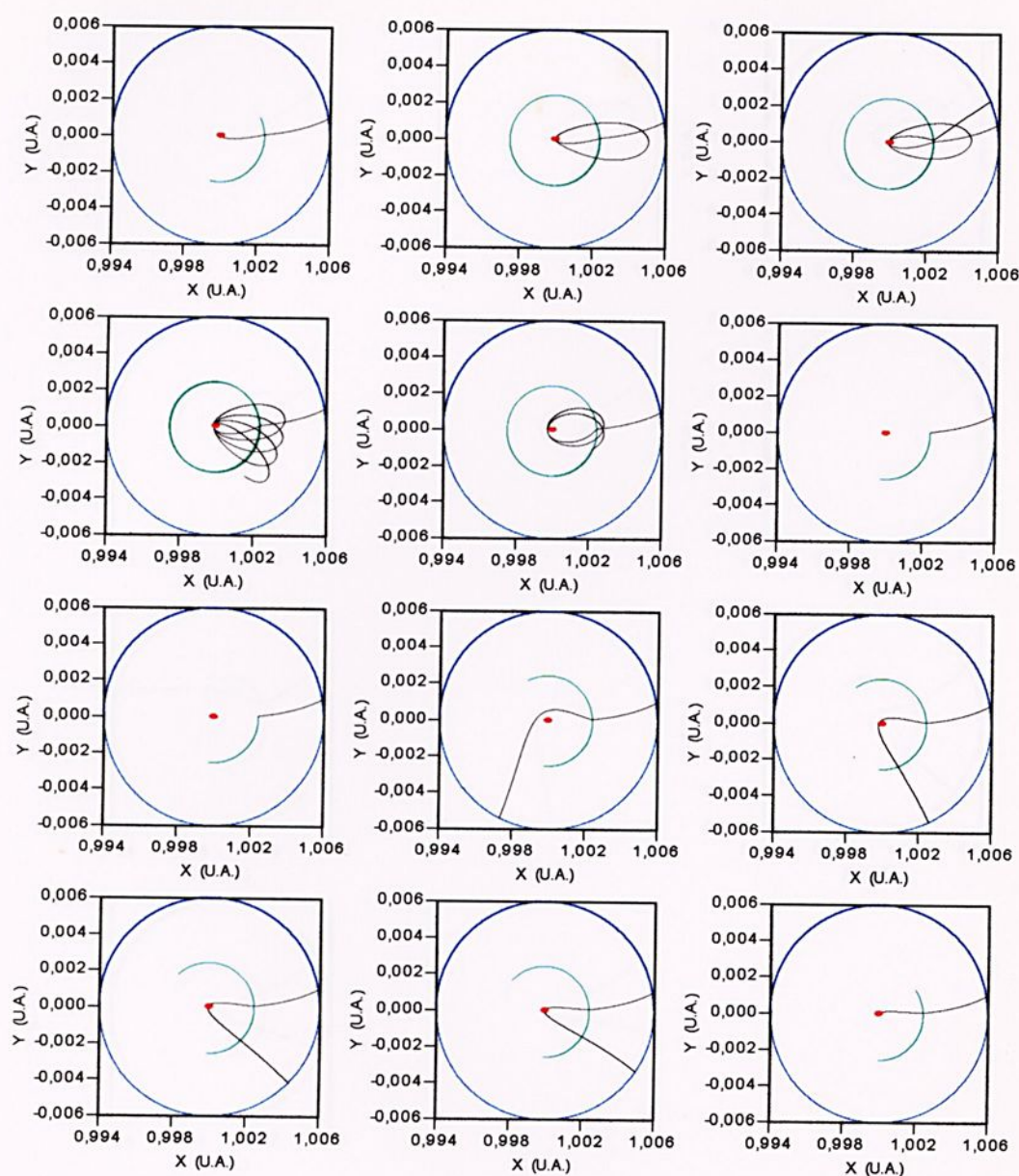


Figura 5.3- Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $9,5578^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 258° a 269° , respectivamente.

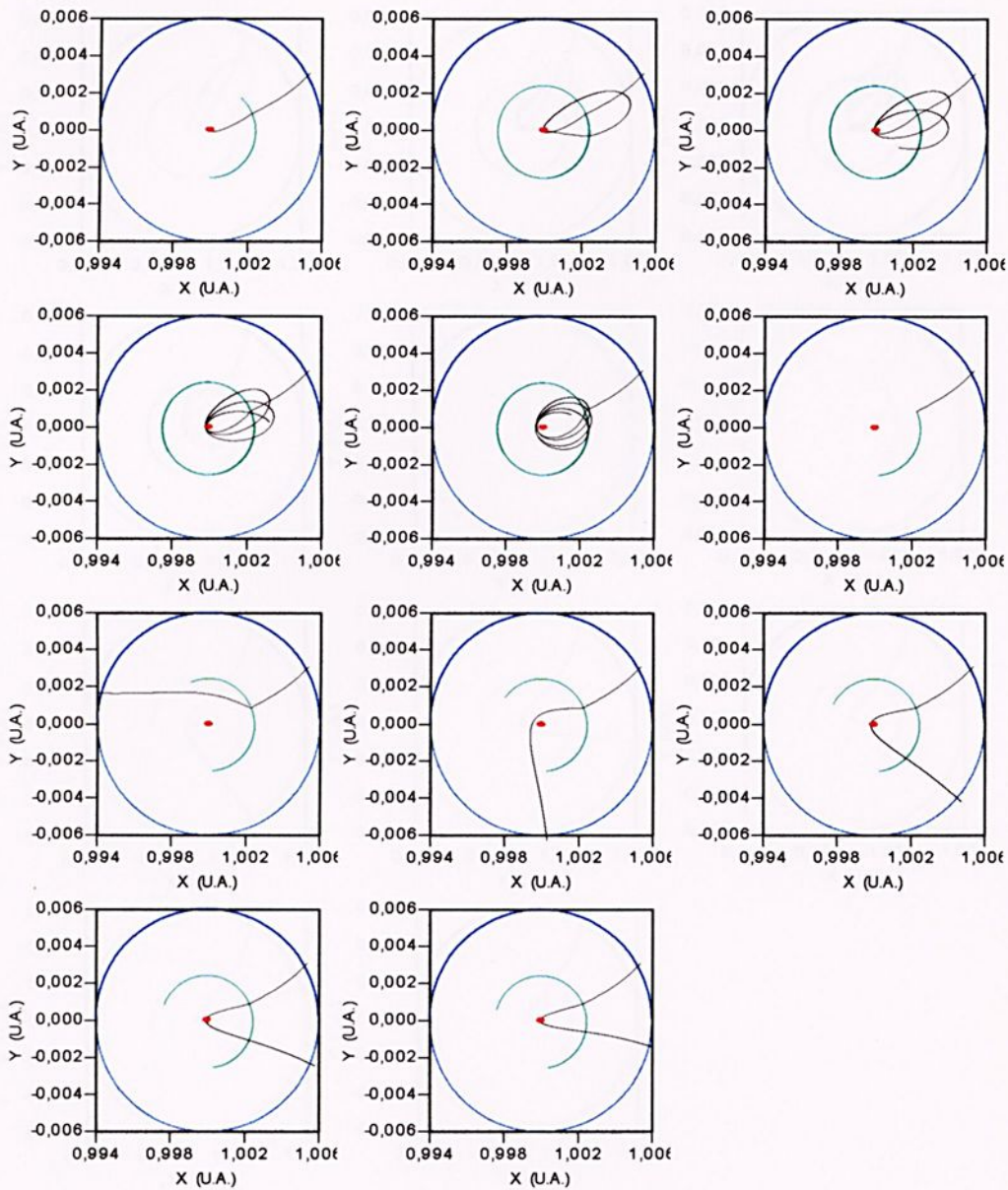


Figura 5.4 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $29,7713^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 269° a 279° , respectivamente.

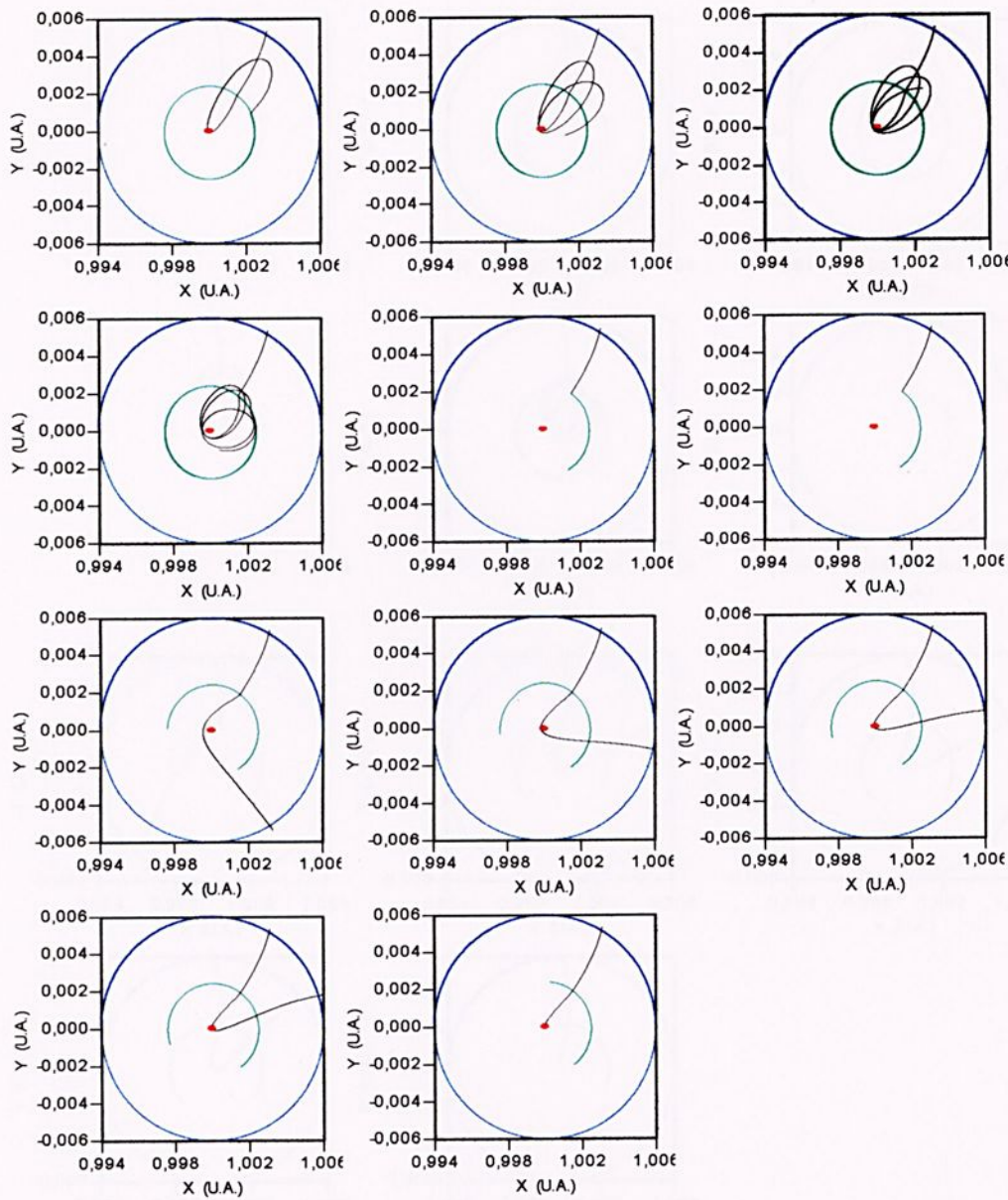


Figura 5.5 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $59,8540^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 298° a 308° , respectivamente.

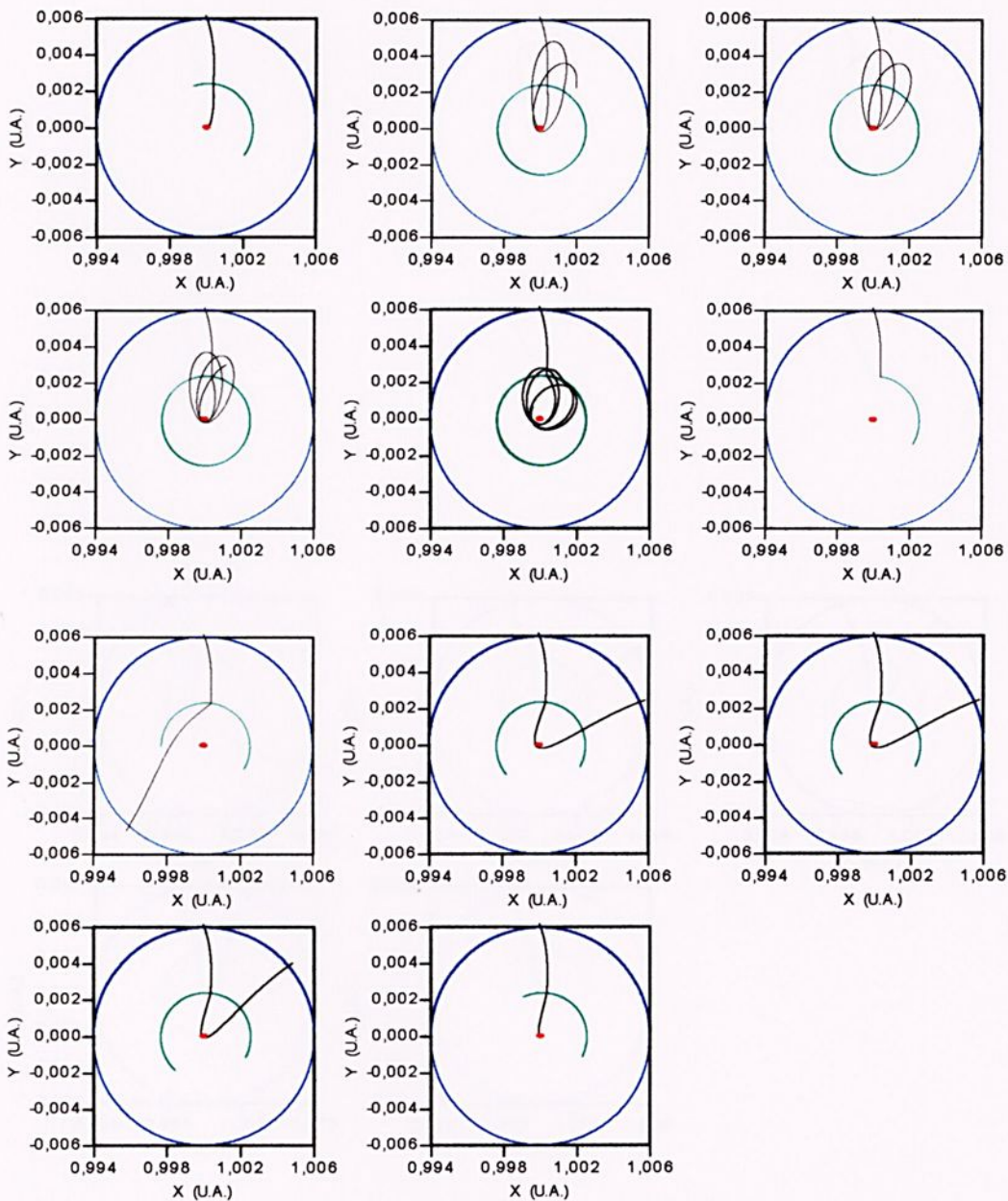


Figura 5.6 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $90,5600^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 324° a 334° , respectivamente.

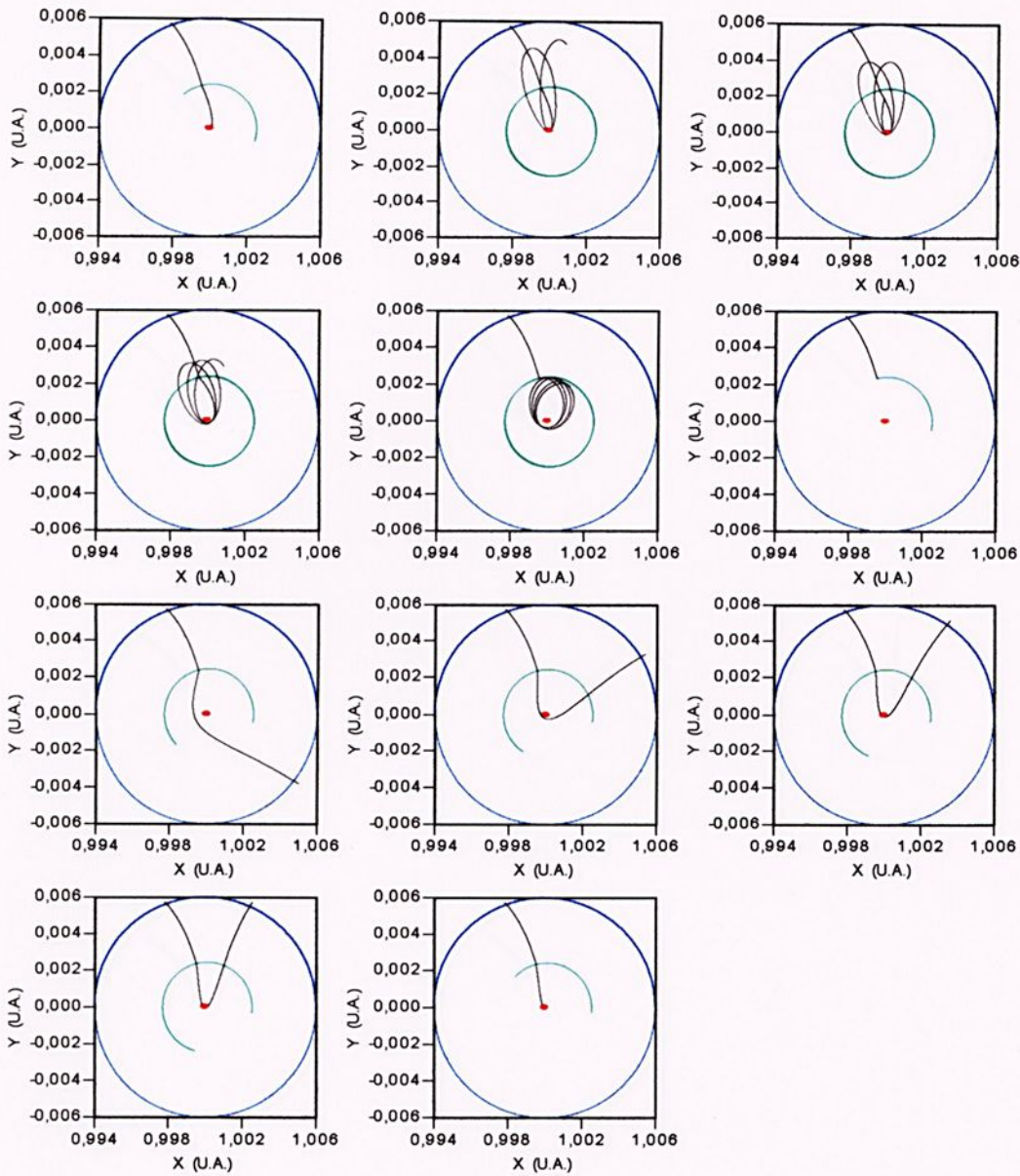


Figura 5.7 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $110,9928^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 344° a 354° , respectivamente.

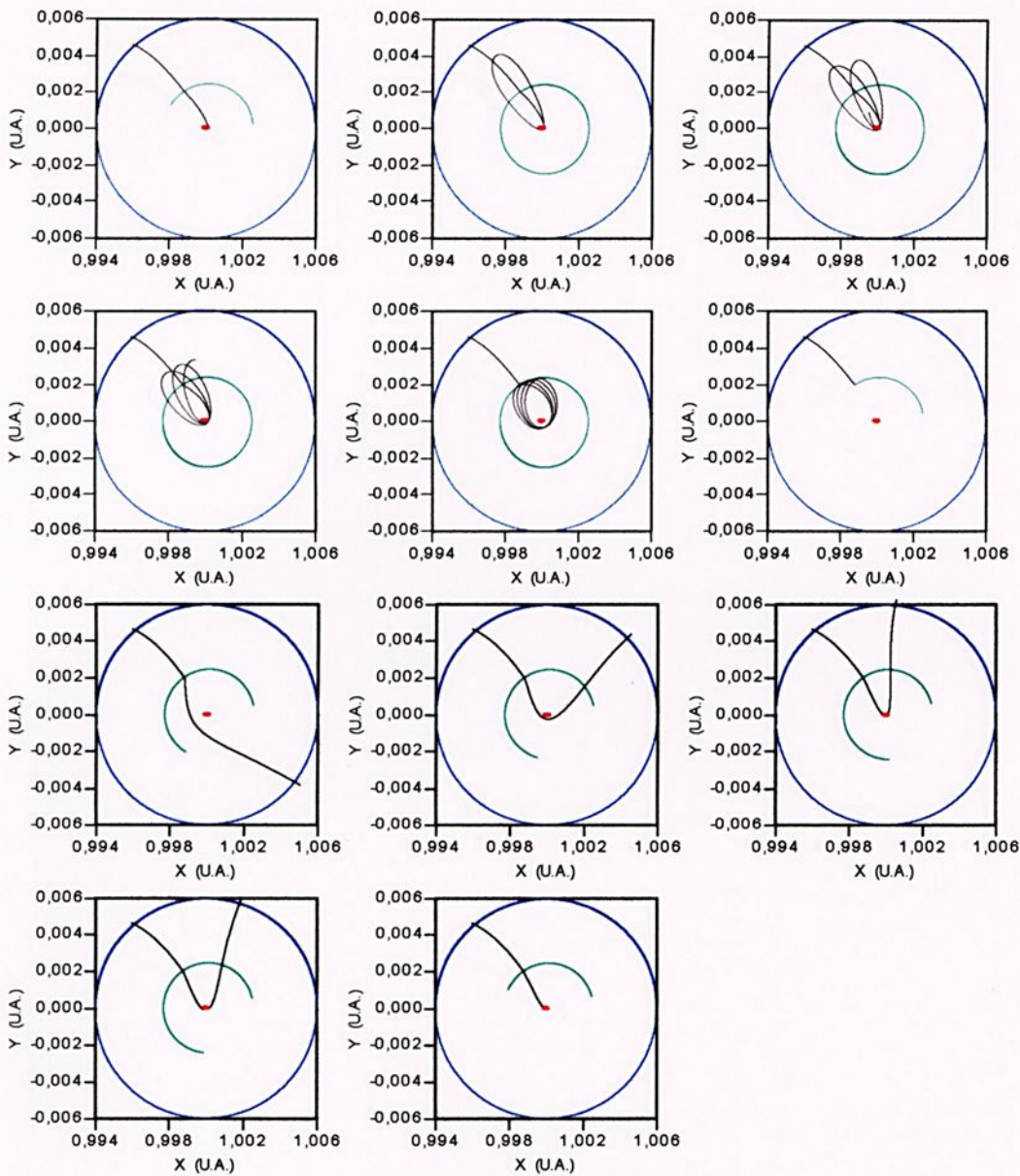


Figura 5.8 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $131,0980^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 5° a 15° , respectivamente.

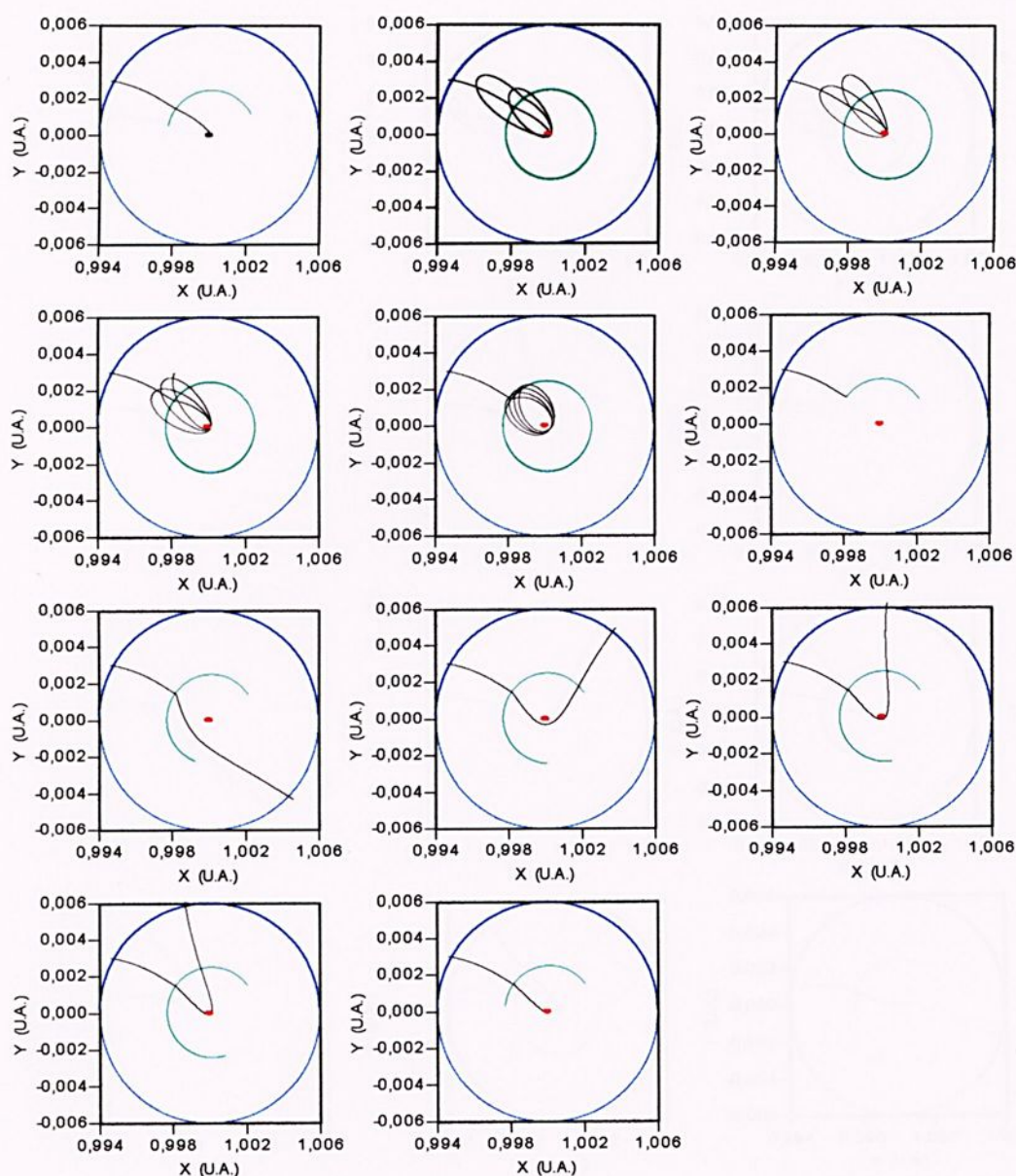


Figura 5.9 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $150,8610^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 27° a 37° , respectivamente.

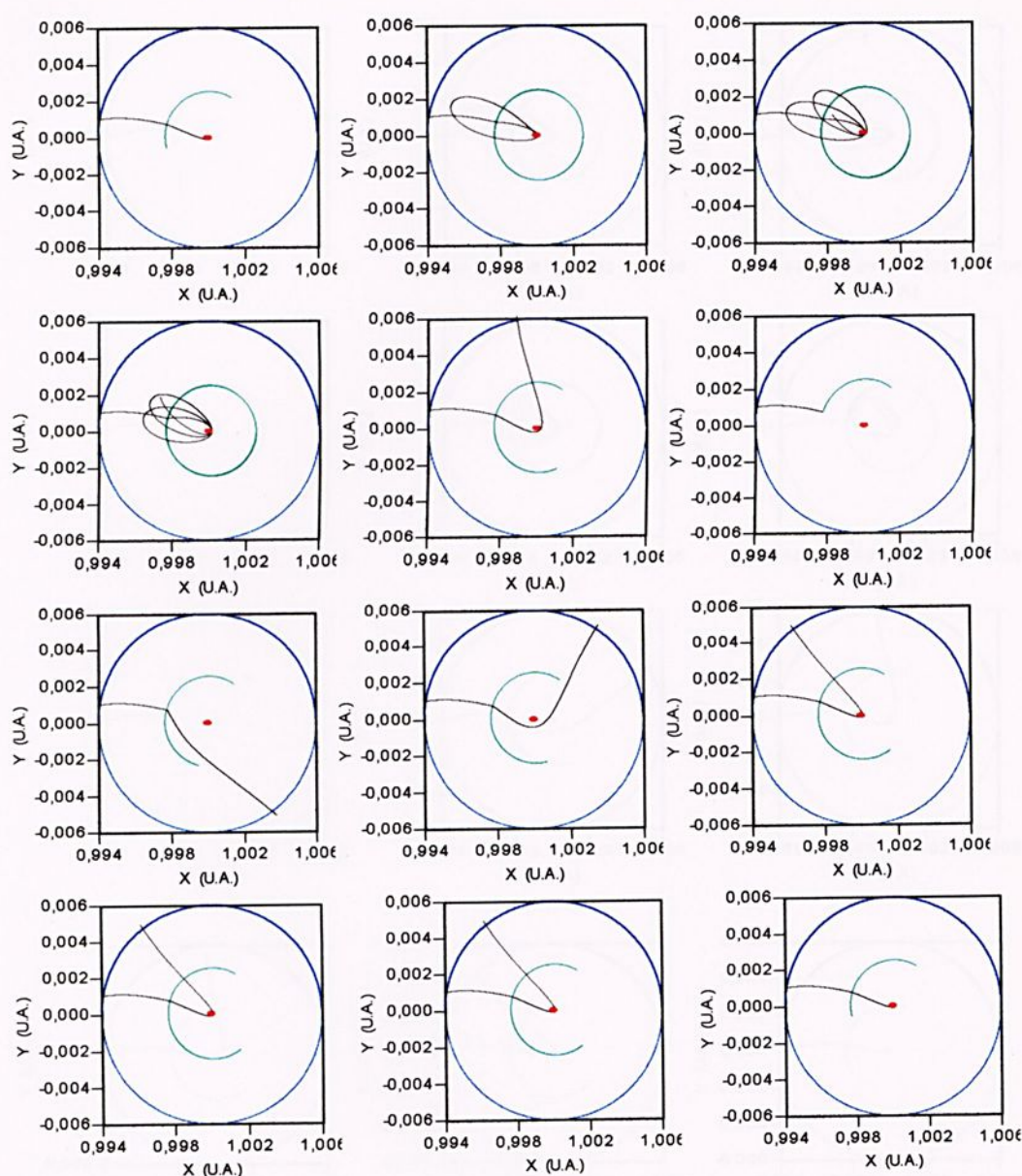


Figura 5.10 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $170,4200^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 50° a 61° , respectivamente.

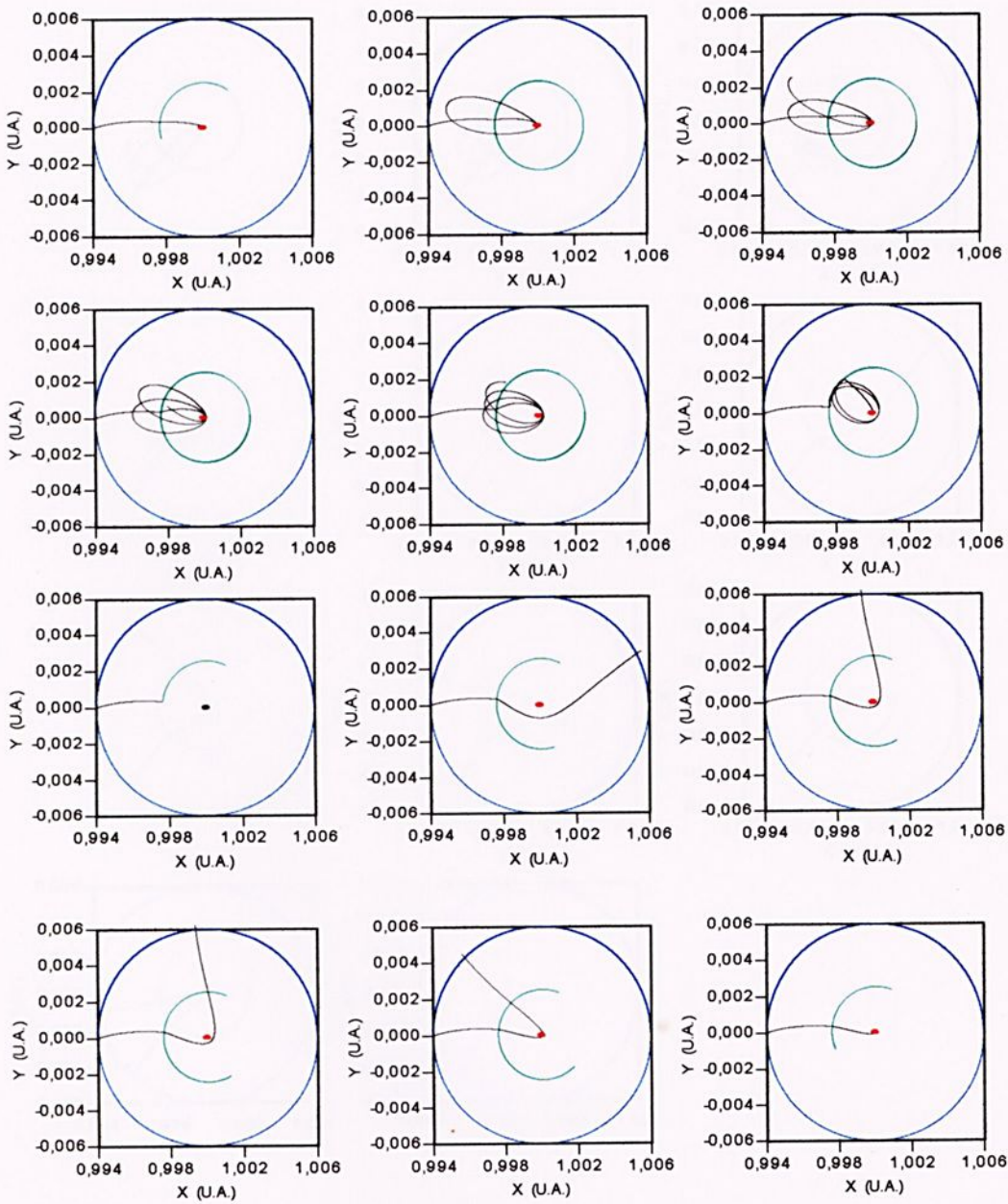


Figura 5.11 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $180,2875^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 58° a 69° , respectivamente.

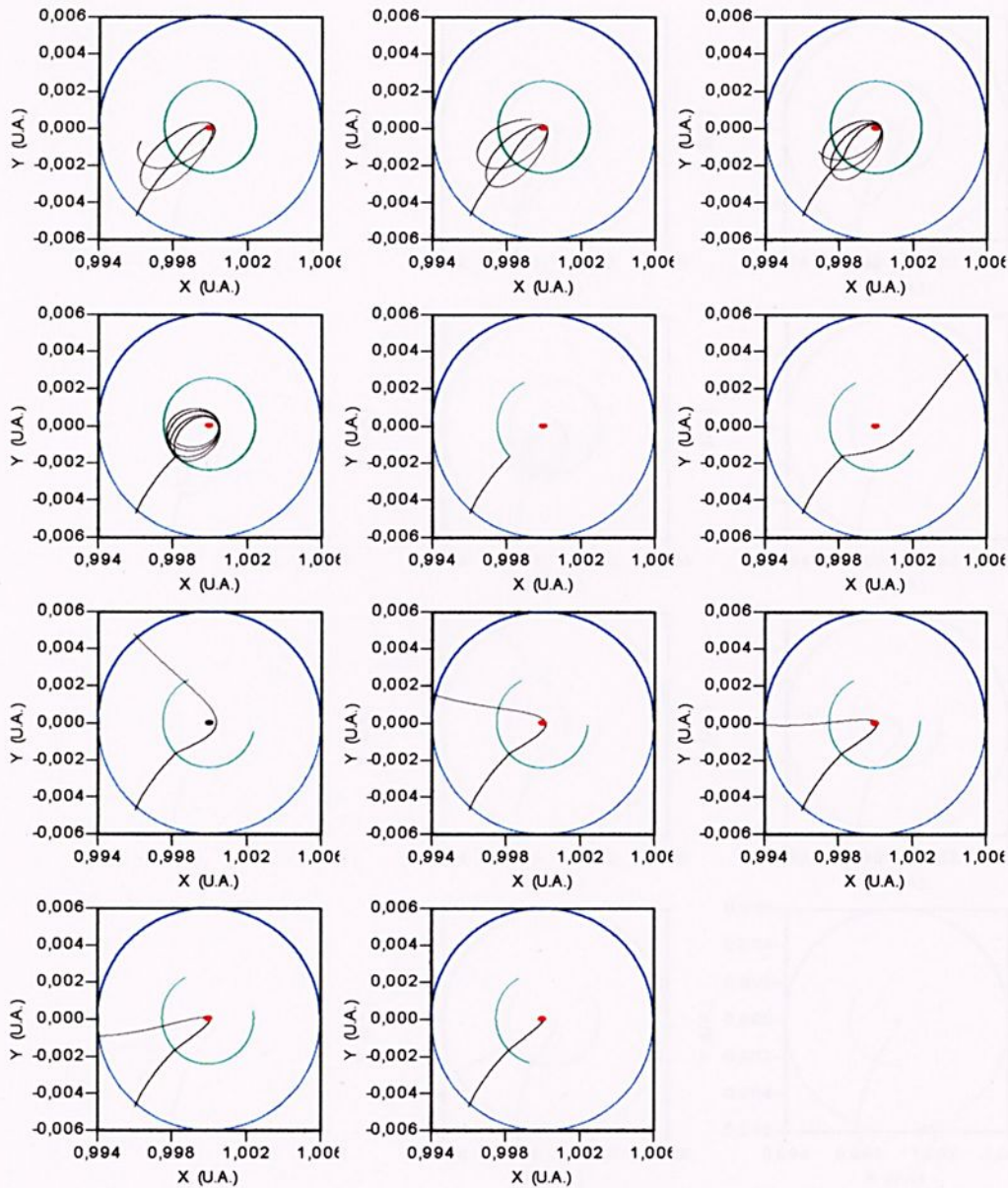


Figura 5.12 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $229,6878^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 110° a 120° , respectivamente.



00441

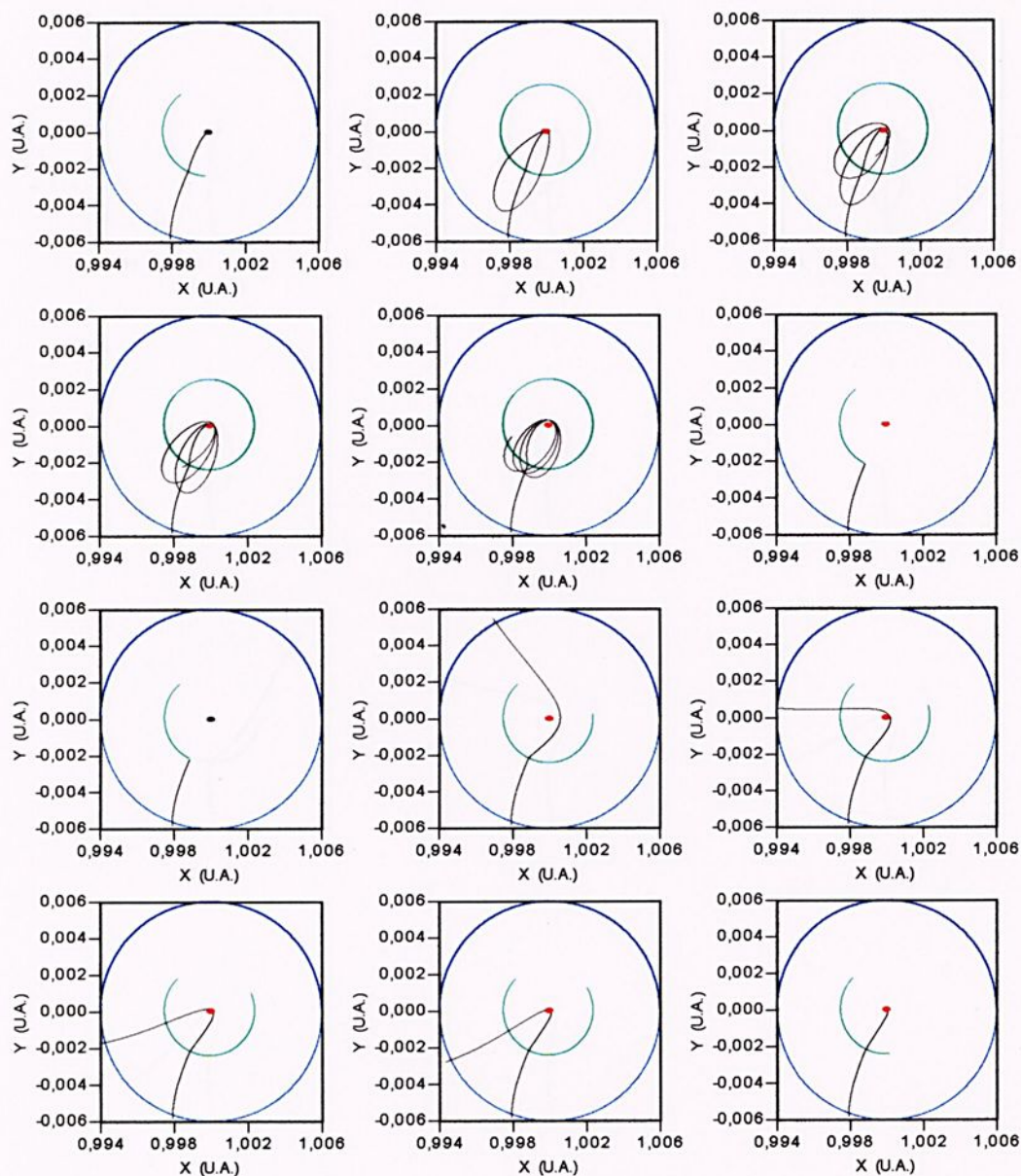


Figura 5.13 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $250,0283^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 125° a 136° , respectivamente.

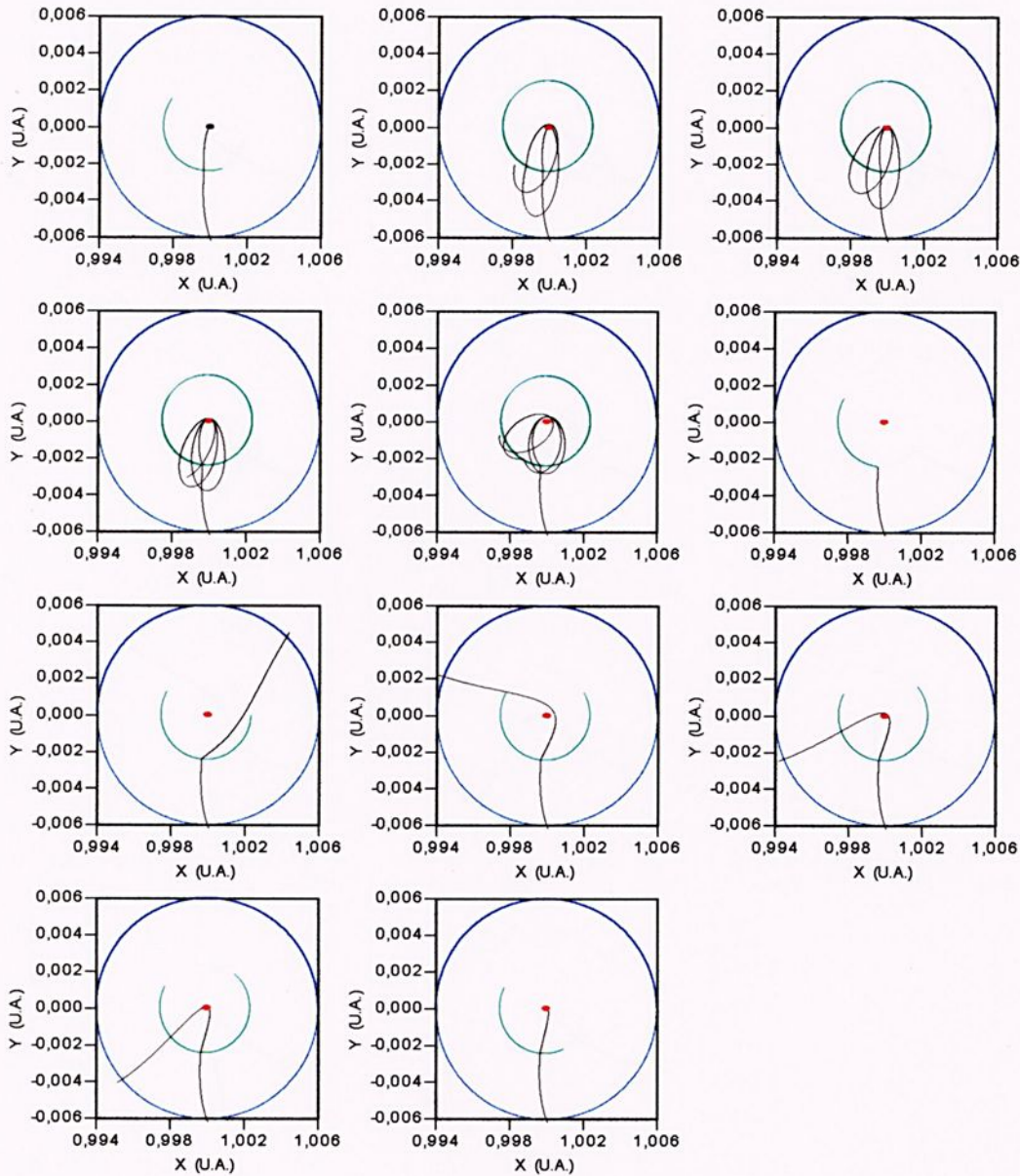


Figura 5.14 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $270,563^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 145° a 155° , respectivamente.

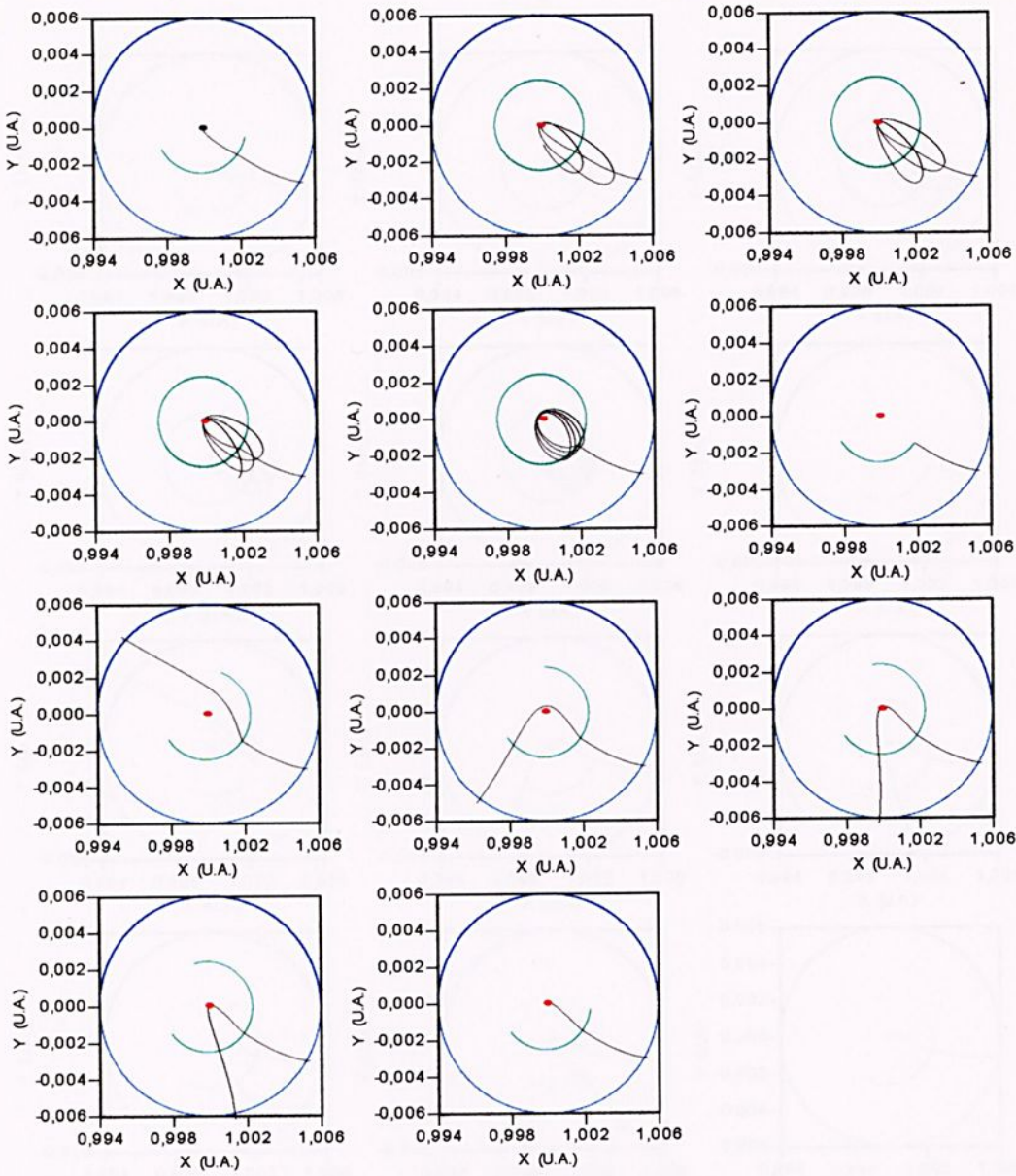


Figura 5.15 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $330,8536^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 207° a 217° , respectivamente.

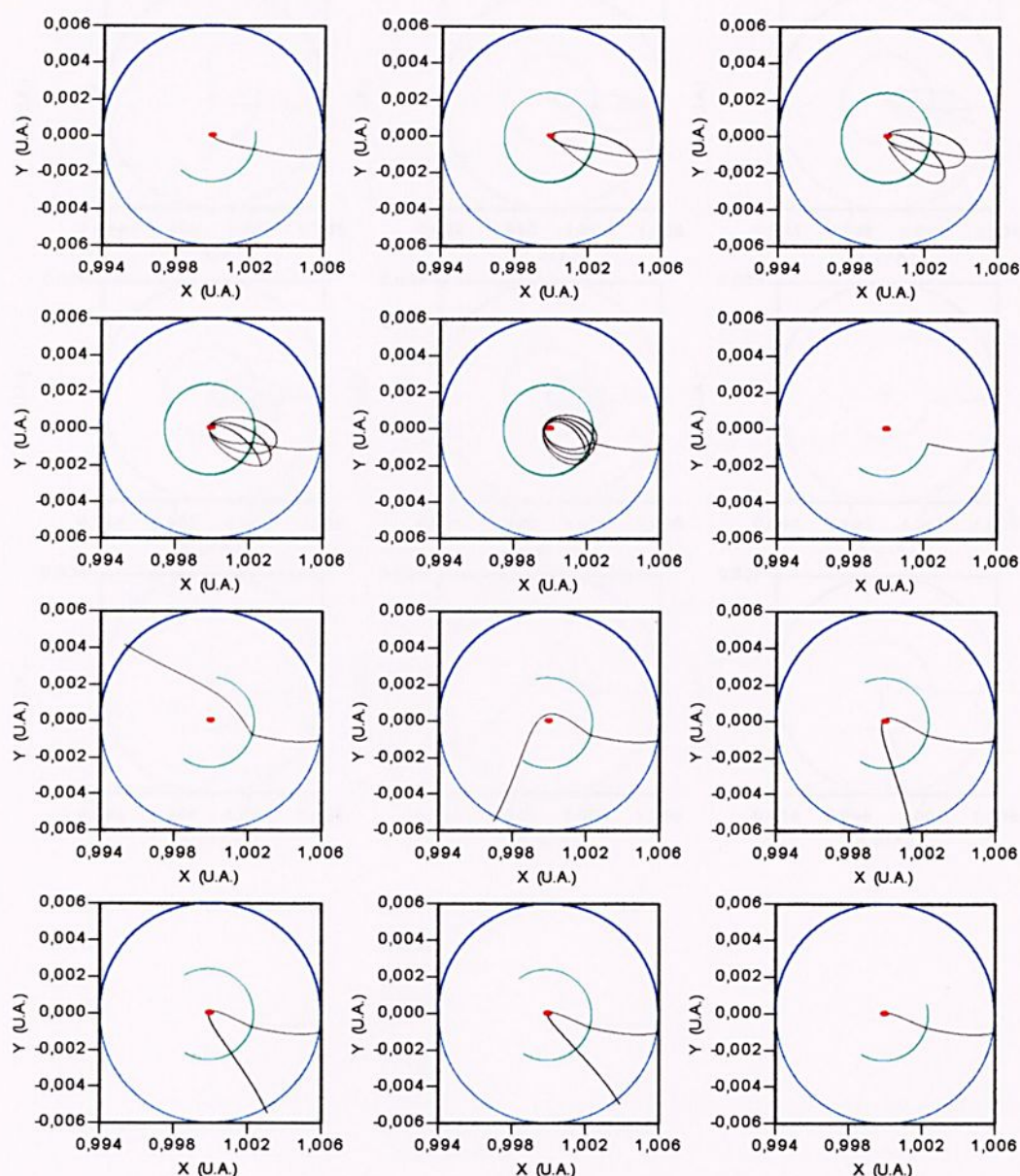


Figura 5.16 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $350,4273^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 229° a 240° , respectivamente.

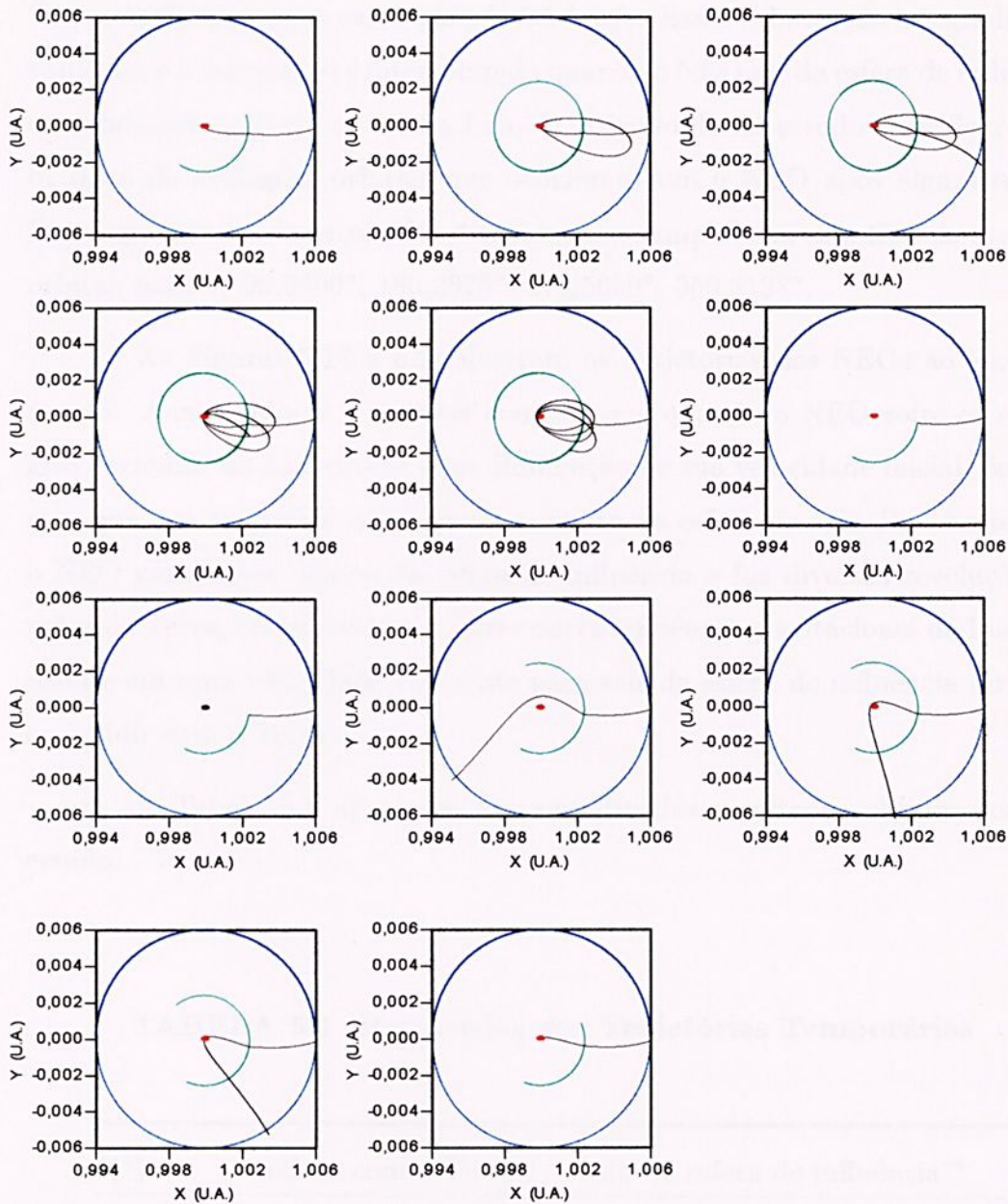


Figura 5.17 - Representação de trajetórias do NEO (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetria no sentido anti-horário, em linha verde). O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $359,3137^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , de 237° a 247° , respectivamente.

Para exemplificar o estudo das órbitas de capturas temporárias pela Terra, analisaremos os casos para $V \cong 1$ km/s. Essas órbitas são integradas novamente, e a integração é interrompida quando o NEO sai da esfera de influência ou colide com a Terra ou com a Lua. O objetivo de tal estudo é verificar quais os tipos de evoluções orbitais que ocorrerão com o NEO após algum tempo. Para este estudo são escolhidos 4 casos, que exemplificam este tipo de evolução orbital, para θ : 90,5600°, 180,2875°, 270,5630°, 359,3137°.

As Figuras 5.18 a 5.21 ilustram as trajetórias dos NEOs ao longo do tempo. Analisando-as é possível concluir que quando o NEO sofre os efeitos gravitacionais da Lua ocorre uma diminuição de sua velocidade inicial, fazendo com que sua trajetória não alcance o limite da esfera de raio R_1 . Neste caso o NEO permanece dentro da esfera de influência e faz diversas revoluções ao redor da Terra, até que venha a sofrer outra influência gravitacional da Lua, que resulte em uma velocidade suficiente para sair da esfera de influência terrestre ou colidir com a Terra.

A Tabela 5.1 apresenta um sumário dos resultados obtidos com tal estudo.

TABELA 5.1 - Resultados das Trajetórias Temporárias

$\theta(^{\circ})$	colisão com a Terra *	saiu da esfera de influência**
90,5600	1	3
180,2875	2	1
270,5630	2	2
359,3137	1	1

* Período para colidir com a Terra $2 < T < 11,7$ meses

** Período para sair da esfera de influência da Terra $2,7 < T < 48$ meses



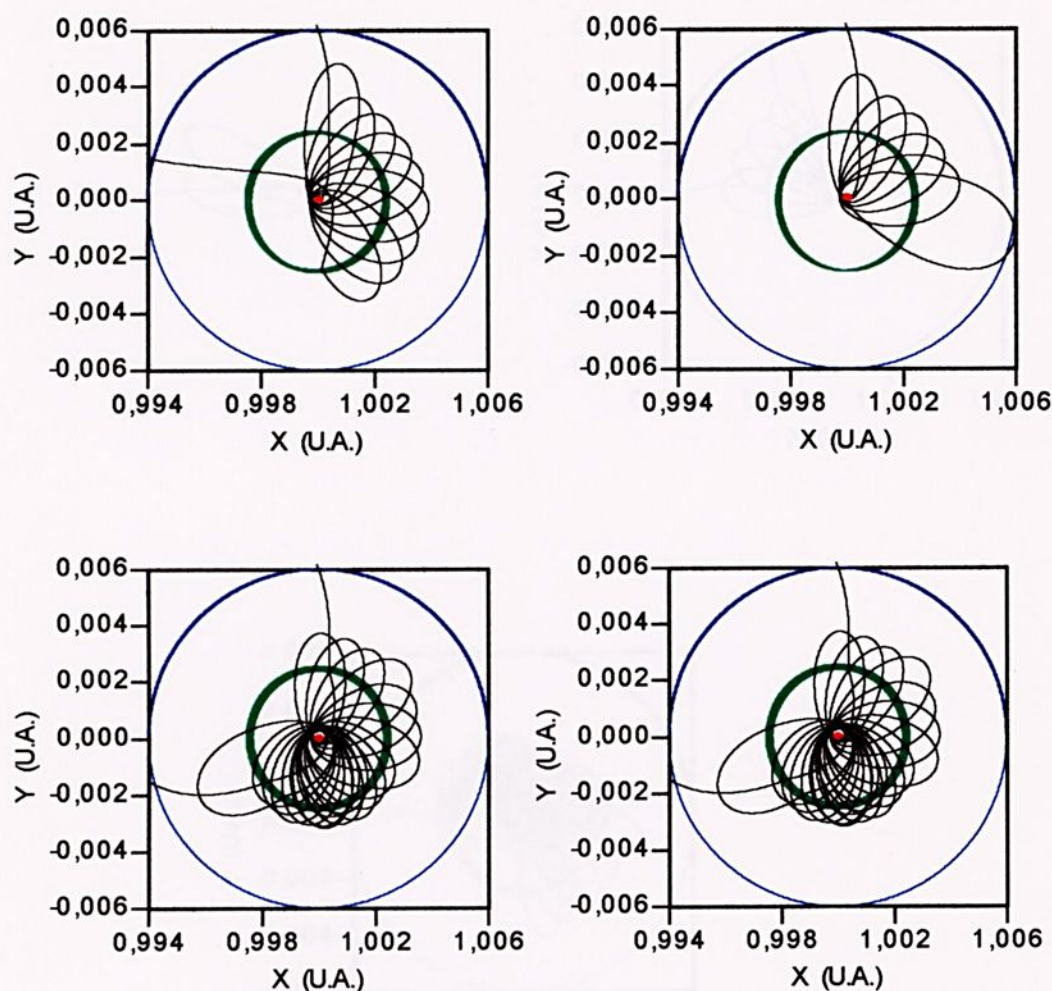


Figura 5.18 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influencia terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $90,5600^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 325° de a 328° , respectivamente.

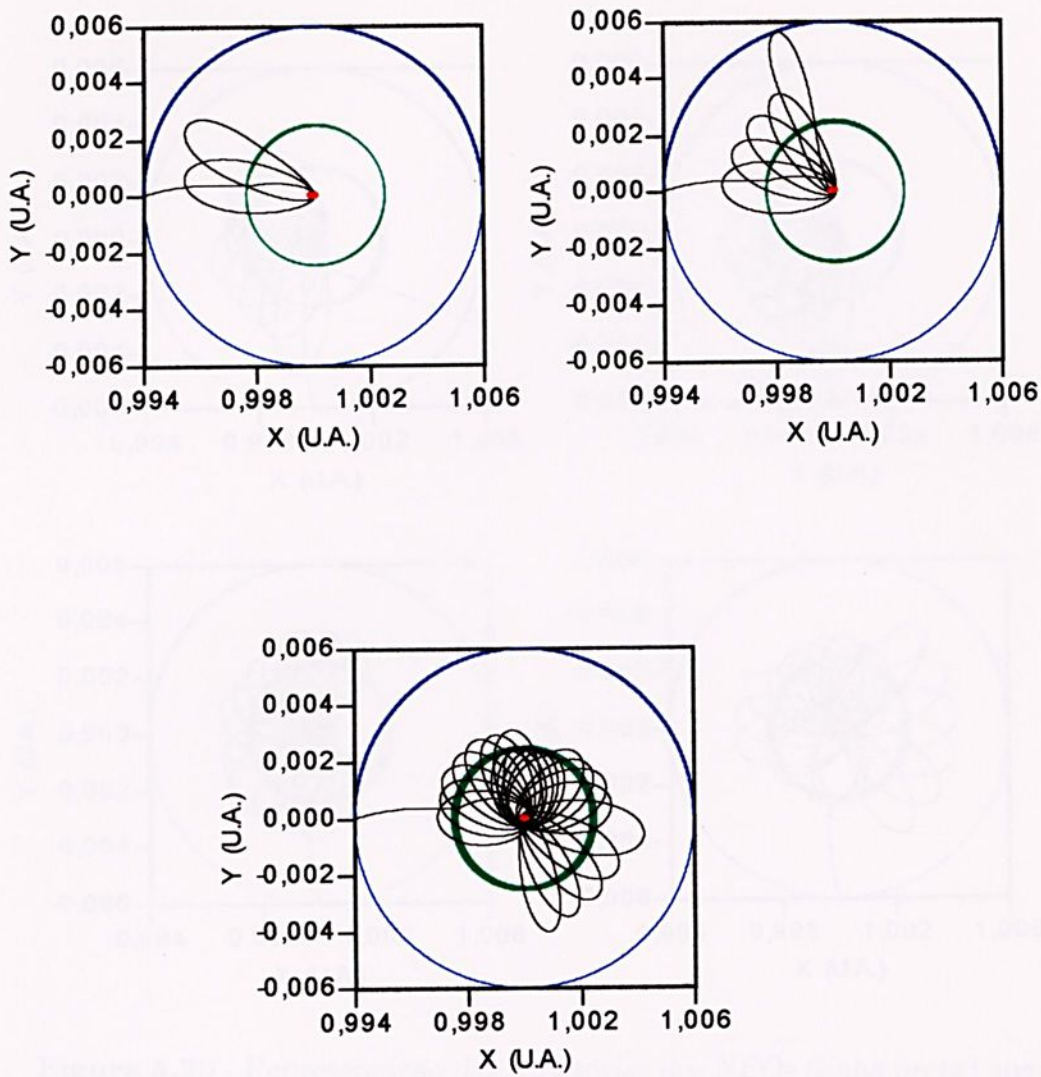


Figura 5.19 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra. O módulo da velocidade do NEO, a distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $180,2875^\circ$. Os quadros correspondem em ordem crescente a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 60° de a 62° , respectivamente.

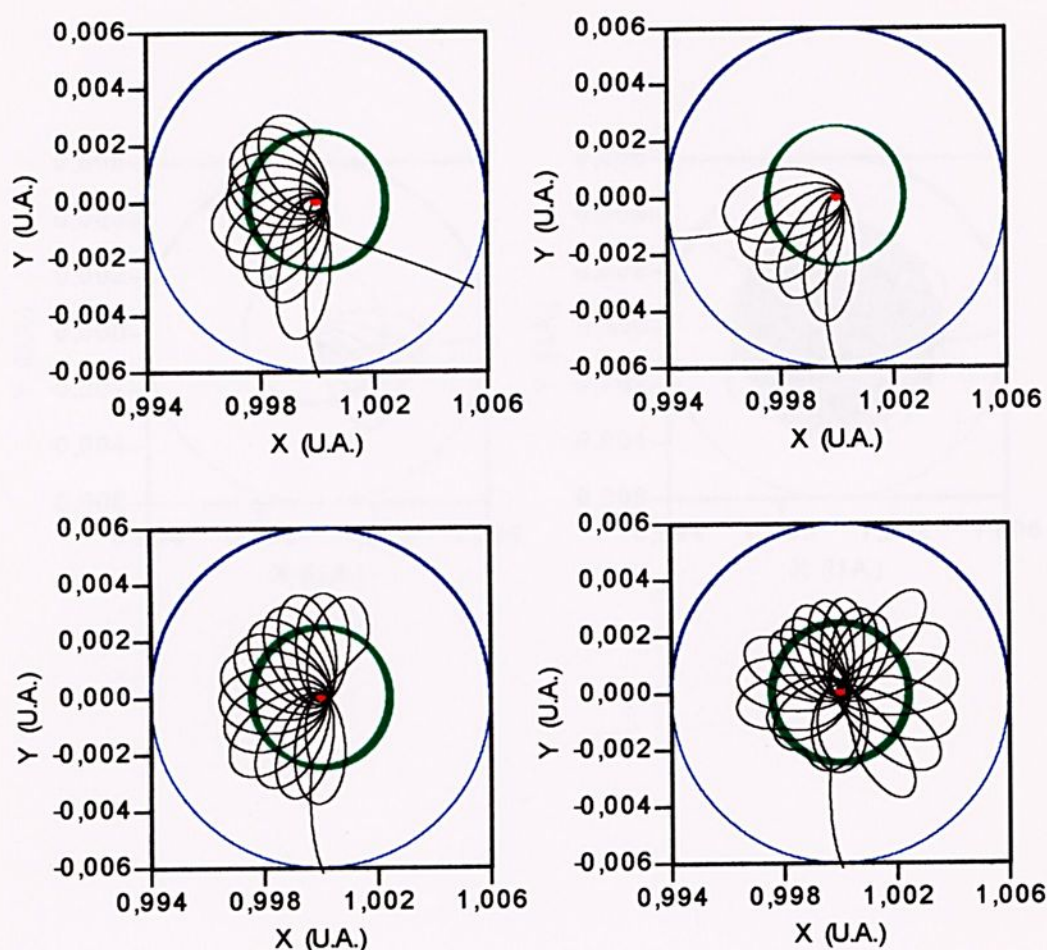


Figura 5.20 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influência terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $270,563^\circ$. Os quadros correspondem, em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 145° de a 148° , respectivamente.

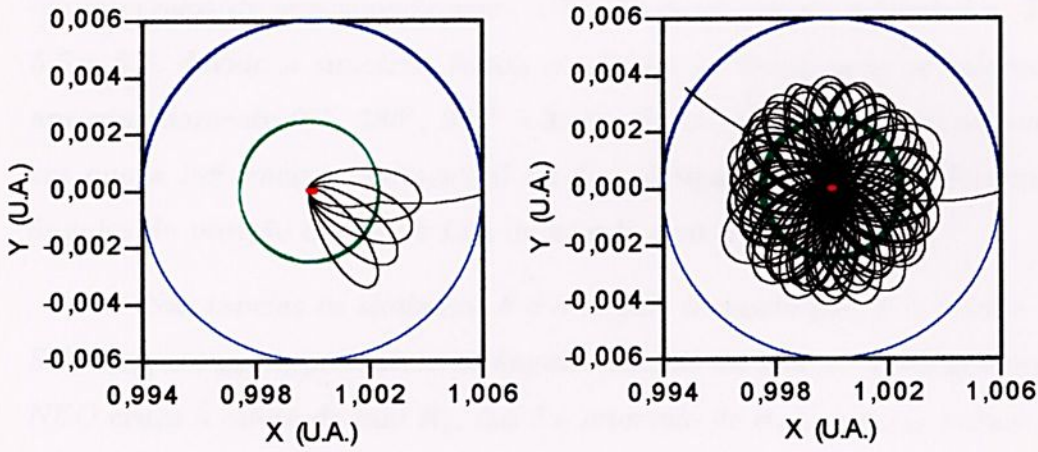


Figura 5.21 - Representação das trajetórias dos NEOs (linha preta) que sofrem influência gravitacional significativa da Lua (trajetória no sentido anti-horário, em linha verde) e são capturados temporariamente. Esses permanecem dentro da esfera de influência terrestre até o momento em que sofrem outra influência do campo gravitacional lunar e a mudança em sua órbita implique em colisão com a Terra ou saída da esfera de influência terrestre. O módulo da velocidade do NEO, a uma distância $d_{\oplus L}$, com relação a Terra (ponto vermelho) é 1 km/s e o ângulo com o qual o NEO entra na esfera de influência terrestre (círculo azul) é igual a $359,3137^\circ$. Os quadros correspondem, em ordem crescente, a evolução da órbita do NEO para posições iniciais da Lua, ϕ , 240° de a 241° , respectivamente.

Um sumário dos resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 5.2 a 5.7 para valores de velocidades, relativas a Lua, aproximadamente iguais a 1, 2, 3, 5, 10 e 15 km/s. Para a velocidade 1 km/s, a Tabela 5.2 ilustra os resultados obtidos nas simulações numéricas, considerando a variação de θ de 0° a 360° em intervalos de aproximadamente 10° . Para as demais velocidades, Tabelas 5.3 a 5.7, devido a simetria, foram escolhidos os casos onde os valores θ são aproximadamente 90° , 180° , 270° e 360° . Essas tabelas ilustram as condições em que a influência gravitacional da Lua é significativa, para determinados ângulos da posição inicial da Lua de acordo com a variação de θ .

Nas tabelas os símbolos: θ é o ângulo formado por $\mathbf{V}$ e a linha Terra-Sol, $\phi_{\min}$ e $\phi_{\max}$ representam os ângulos iniciais da Lua no momento em que o NEO cruza a esfera de raio R_1 , $\Delta\phi$ é o intervalo de $\phi_{\min}$ a $\phi_{\max}$ para o qual o campo gra-vitacional lunar tem influência significativa sobre a órbita do NEO não permitindo que ele colida com a Terra, $\lambda_{\min}$ é a diferença angular entre θ e $\phi_{\min}$, e $\lambda_{\max}$ é a diferença angular entre θ e $\phi_{\max}$, ou seja o ângulo entre o NEO e a Lua no instante inicial.

Para o caso $V \cong 1$ km/s, Tabela 5.2, temos em média $\Delta\phi \cong 9,6^\circ$ de maneira quase independente do valor de θ . Isto implica que a influência gravitacional da Lua faz com que aproximadamente cerca de 2,6% dos objetos que colidiriam com a Terra não o façam. Para os casos de V aproximadamente 2, 3, 5, 10 e 15 km/s (Tabelas 5.3 a 5.7) os valores de $\Delta\phi$ se reduzem à aproximadamente 1,8%, 1,4%, 0,8%, 0,6% e 0,3%, respectivamente.



TABELA 5.2 - Para $V \cong 1 \text{ km/s}$

$\theta \text{ (}^\circ\text{)}$	$\phi_{min} \text{ (}^\circ\text{)}$	$\phi_{m\acute{a}x} \text{ (}^\circ\text{)}$	$\Delta\phi \text{ (}^\circ\text{)}$	$\lambda_{min} \text{ (}^\circ\text{)}$	$\lambda_{max} \text{ (}^\circ\text{)}$
9,5578	259	268	10	110,5578	101,5578
19,8950	260	269	10	118,1050	110,1050
29,7713	270	280	10	119,7763	109,7713
39,7780	280	290	11	119,7780	109,7780
49,7434	289	298	10	120,7434	111,7434
59,8540	299	307	8	120,8540	112,8540
70,0389	307	316	10	123,0389	114,0389
80,2819	316	325	10	124,2819	115,2819
90,5600	325	333	9	125,5600	117,5600
100,8030	335	343	9	125,8030	117,8030
110,9928	345	353	9	125,9928	117,9928
120,4878	04	12	9	116,4878	112,4878
131, 0980	6	14	9	125,0980	117,0980
140,4560	25	33	9	115,4560	107,4560
150,8610	28	36	9	122,8610	114,8610
160,1343	78	86	9	79,5300	71,5300
170,4220	51	59	10	119,4220	111,4220
180,2875	59	68	10	121,2875	112,2875
189,9754	71	80	10	118,9754	109,9754
199,3478	89	98	10	110,3478	101,3498
209,6852	91	100	10	118,6852	109,6852
219,1957	109	119	11	210,1957	100,1957
229,6870	110	119	10	119,6870	110,6870
239,4081	126	135	10	113,4081	104,4081
250,0283	126	136	10	124,0283	114,0283

continuação

θ (°)	ϕ_{min} (°)	$\phi_{máx}$ (°)	$\Delta\phi$ (°)	λ_{min} (°)	λ_{max} (°)
259,7889	144	153	10	75,1957	106,7889
270,5631	145	155	9	125,5631	115,5631
280,2336	163	171	9	117,2336	109,2336
290,9951	165	173	9	125,9951	116,9951
300,5261	184	192	9	116,5261	108,5261
311,4330	186	194	9	125,433	117,4330
320,4574	205	213	9	115,4574	107,5474
330,8526	208	216	9	122,8526	114,8526
340,1774	226	235	10	114,1774	105,1774
350,4273	230	239	10	120,4273	111,4273
359,3137	238	247	10	121,3137	112,3137

TABELA 5.3 - Para $V \cong 2,0$ km/s

θ (°)	ϕ_{min} (°)	$\phi_{máx}$ (°)	$\Delta\phi$ (°)	λ_{min} (°)	λ_{max} (°)
90,7945	45	51	7	45,7945	39,7945
180,7526	132	136	5	48,7526	44,7526
270,8123	225	231	7	45,8123	39,8123
359,7768	314	320	7	45,7768	39,7768

TABELA 5.4 - Para $V \cong 3,0$ km/s

θ ($^{\circ}$)	ϕ_{min} ($^{\circ}$)	$\phi_{máx}$ ($^{\circ}$)	$\Delta\phi$ ($^{\circ}$)	λ_{min} ($^{\circ}$)	λ_{max} ($^{\circ}$)
90,2626	61	65	5	29,2626	25,2626
180,2955	151	155	5	29,2955	25,2955
270,2842	241	245	5	29,2842	25,2842
360,2970	331	335	5	29,2970	25,2970

TABELA 5.5 - Para $V \cong 5$ km/s

θ ($^{\circ}$)	ϕ_{min} ($^{\circ}$)	$\phi_{máx}$ ($^{\circ}$)	$\Delta\phi$ ($^{\circ}$)	λ_{min} ($^{\circ}$)	λ_{max} ($^{\circ}$)
90,0200	73	75	3	17,0200	15,0200
180,0285	163	165	3	17,0285	15,0285
270,0372	253	255	3	17,0372	15,0372
360,0024	343	345	3	17,0024	15,0024

TABELA 5.6 - Para $V \cong 10$ km/s

θ ($^{\circ}$)	ϕ_{min} ($^{\circ}$)	$\phi_{máx}$ ($^{\circ}$)	$\Delta\phi$ ($^{\circ}$)	λ_{min} ($^{\circ}$)	λ_{max} ($^{\circ}$)
90,0430	82	83	2	8,0430	7,0430
180,0466	172	173	2	8,0466	7,0466
270,0407	262	263	2	8,0407	7,0407
360,0070	352	353	2	8,0070	7,0070

TABELA 5.7 - Para $V \cong 15 \text{ km/s}$

$\theta (^{\circ})$	$\phi (^{\circ})$	$\lambda_{col} (^{\circ})^*$
89,7000	85	4,7000
179,6913	175	4,6913
269,6913	265	4,6913
359,6900	355	4,6900

* λ_{col} Colisão com a Lua.

5.5 - Conclusão

Na Figura 5.22 mostramos os nossos resultados finais em termos de porcentagem de remoção (por espalhamento ou colisão com a Lua) de objetos que colidiriam com a Terra no caso de não se considerar os efeitos gravitacionais da Lua, em função de suas velocidades relativas à Lua.

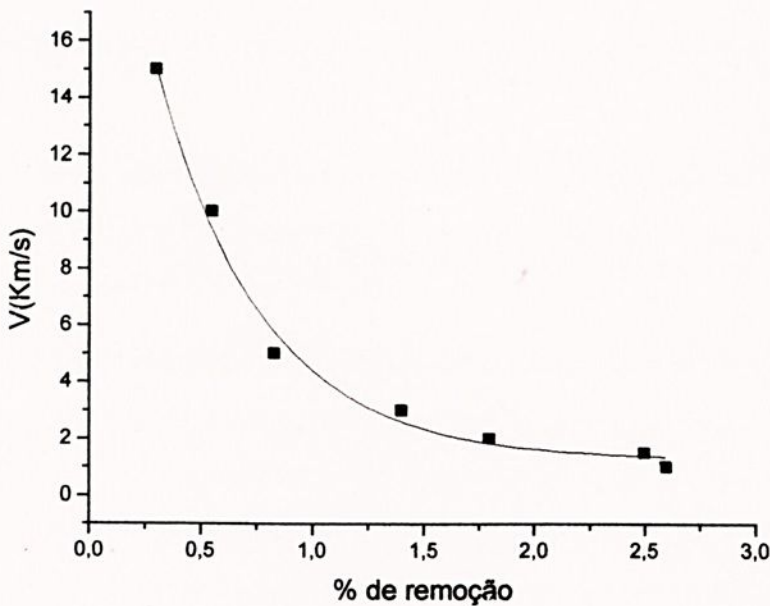


Figura 5.22 - Ilustração da porcentagem de remoção de objetos que colidiriam com a Terra.

Como esperado quanto menor a velocidade relativa do objeto em relação à Lua maior é a influência gravitacional da Lua e consequentemente remoção do objeto. Porém agora temos alguns destes valores quantificados, dos quais podemos concluir que a participação da Lua no processo colisional com a Terra só será significativa para o caso de velocidades relativas menores que aproximadamente 5 km/s



CAPÍTULO 6

SUMÁRIO E COMENTÁRIOS FINAIS

6.1 - Introdução

Neste trabalho foi feito um estudo sobre a influência gravitacional da Lua sobre objetos candidatos a colisão com a Terra. Foram apresentadas as referências básicas no Capítulo 1. Os conceitos básicos e o estudo sobre a seção de choque de captura efetiva da Lua foram estudadas no Capítulo 2. Uma análise da evolução orbital de alguns objetos reais foi feita no Capítulo 3. No Capítulo 4 apresentou-se os sistemas dinâmicos utilizados e uma análise analítica do sistema 2. Em seguida apresentou-se o estudo numérico dos sistemas dinâmicos e alguns resultados bastante significativos para este trabalho. Neste Capítulo será feito um sumário dos estudos realizados, sua contribuição e sugestões para trabalhos futuros.

6.2 - Sumário dos Capítulos

Neste item será feito um resumo dos Capítulos, destacando suas contribuições.

O Capítulo 1 apresenta um histórico sobre colisões com a Terra e algumas referências básicas bibliográficas sobre o assunto, mostrando algumas linhas de trabalhos paralelos a este estudo.

O segundo Capítulo apresentou alguns conceitos relevantes que deram suporte a um estudo analítico com relação ao trabalho desenvolvido. Apresentou também uma estimativa numérica das seções de choque de captura efetiva (SCCE) terrestre e lunar, mostrando que para baixas velocidades a SCCE terrestre é menor do que a prevista pelo modelo analítico. Quanto a Lua, ocorre o mesmo, a SCCE para baixas velocidades é menor do que o previsto pelo modelo analítico. No caso da Lua, este foi um ponto, que permitiu uma classificação



dos objetos, de acordo com a velocidade relativa, que poderiam sofrer os efeitos gravitacionais da Lua. Foi feito também um estudo dos tipos de trajetórias de objetos que possuem órbitas similares a da Terra. Neste caso verificou-se que estes objetos não são candidatos a colisão com a Terra, pois suas trajetórias são do tipo ferradura e com ângulo de aproximação da Terra de cerca de 10° .

Um estudo dos elementos orbitais de alguns objetos "reais" foi feito no Capítulo 3, o que serviu como base para este estudo.

No Capítulo 4 foi apresentada a modelagem dinâmica que consistiu em dois sistemas dinâmicos. No primeiro sistema considerou-se Sol, Terra e objeto, e no segundo foi acrescentada a Lua ao primeiro sistema. A justificativa para a utilização desta modelagem é que este trabalho visou uma análise comparativa entre o sistema 1 (sem Lua) e o sistema 2 (com Lua). Apresentou-se também um estudo analítico do sistema 2, visando obter as condições de entrada do NEO para as quais a influência da Lua fosse significativa.

No quinto Capítulo foram apresentados os resultados do estudo numérico realizado, concluindo que a influência gravitacional da Lua é significativa para objetos com velocidades menores que 5 km/s. Sendo que para objetos com velocidade aproximadamente 1 km/s, a influência do campo gravitacional lunar altera a evolução orbital de cerca de 2,6% dos objetos que colidiriam com a Terra sem a presença da Lua.

6.3 - Conclusões

A partir dos resultados apresentados neste trabalho, pode-se concluir que o campo gravitacional lunar afeta significativamente objetos com pequenas velocidades com relação a Lua, o que já era esperado visto que, de acordo com a literatura e com o estudo numérico apresentado, a seção de choque de captura efetiva da Lua é maior para objetos com baixas velocidades. Portanto os resultados desse trabalho fazem uma estimativa de quão significativo é o efeito gravitacional lunar sobre os objetos que colidiriam com a Terra, mas que passam próximos da Lua. De acordo com esse estudo, a influência gravitacional



da Lua faz com que cerca de 2,6% dos objetos que têm velocidades relativas a Lua aproximadamente 1 km/s sejam removidos da rota de colisão com a Terra.

6.4 - Trabalhos Futuros

Uma continuação deste trabalho, o que está em nossos planos futuros, é fazer um estudo análogo considerando a evolução da Lua devido ao efeito de maré (Goldreich, 1966; Touma et al., 1994) e fazer uma comparação com dados de craterização da Terra e da Lua.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alekeev, V. A. New Aspects of the Tunguska Meteorite Problem. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 169-177, 1998.
- Alvarez, L. W., Asaro, F., and Michel, H. V. Extraterrestrial Cause for the Cretaceous-Tertiary Extinction. *Science*. Vol. 208 (4448), 1095-1108, 1980.
- Asher, d. J., Steel, D. I., (1998). On the Relation Between the Tunguska bolide and Comet Encke. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 205-211, 1998.
- Bailey, M. E., Stagg, C. R. Cratering Constraints on the Inner Oort Cloud: Steady-State Models. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 235, 1-32, 1988.
- Bate, R. R., Mueller, D. D., White, J. E. Interplanetary Trajectories, in: Fundamentals of Astrodynamics. Dover Publications, Inc. New York, 357-384, 1971.
- Botke Jr., W. F., Nolan, M. C., Melosh, H. J., Vickery, A. M., Greenberg, R. Origin of the Spacewatch Small Earth-Approaching Asteroids. *Icarus*, Vol. 122, 406-427, 1996.
- Broucke, R.A. *The Celestial Mechanics of Gravity Assist*, AIAA. Paper 88-4220, 1988.
- Broucke, R. A., Prado, A. F. B. A. Júpiter Swing-by Trajectories Passing Near the Earth. *Space Flight Mechanics*. Ed. R. G. Melton, L. J. Wood, R. C. Thompson, and S. J. Kerridge, Vol. 82, Pt. 2, Advances in Astronautical Sciences, American Astronautical Society, Pasadena, CA, 1159-1176, 1993.
- Brown, P., Cepplecha Z., Hawkes, R. L., Wetherill, G., Beech, M., Mossman, K. The Orbit and Atmospheric Trajectory of the Peekskill Meteorite from Video Records. *Nature*, Vol. 367, 624-626, 1994.
- Carusi, A., Dotto E. Close Encounters of Minor Bodies With the Earth. *Icarus*, Vol. 124, 392 - 398, 1996.
- Chapman, C. R. , Morrison D. Impacts on the Earth by Asteroids and Comets: Assessing the Hazard. *Nature*, Vol. 367, 33 - 39, 1994.



Chyba, C. F. Explosions of Small Spacewatch Objects in the Earth's Atmosphere. *Nature*, Vol. 363, 701-703, 1993.

Chyba, C. F., Thomas, P. J., Zahnle, K. The 1908 Tunguska Explosion: Atmospheric Disruption of a Stony Asteroid. *Nature*, Vol. 361, 40-44, 1993.

Dermott, S. f., Murray, C. d. The Dynamics of Tadpole and Horseshoe Orbits. I. Theory *Icarus*, Vol. 48, 1-11, 1981.

Everhard, E. An Efficient Integrator That Uses Gauss-Radau Spacings, in *Dynamics of Comets: Their Origin and evolution*, Eds. A. Carusi and G. B. Valsecchi, D. Reidel Publishing company (Holanda), 185-202, 1985.

Everhart, E. Close Encounters of Comets and Planets. *Astronomical Journal*, Vol. 74, No 5, 735-750, 1969.

Gladman, B. J. Delivery of Planetary Ejecta to Earth. *Dr. Dissertation, Cornell University*, 1996.

Goldine, V. D. Search for the Local Centres of the Tunguska Explosions. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 169-177, 1998.

Goldreich, P. History of the Lunar Orbit. *Reviews of Geographics*, Vol. 4, 411 - 439, 1996.

Gousidou-Koutita, M. Numerical Investigation of Collision Orbits of Lunar Satellites. *Earth, Moon, and Planets*, Vol. 32, 135 - 163, 1985.

Gousidou-Koutita, M. A Study of Collision Orbits with the Moon by the Method of Surface of Section. *Earth, Moon, and Planets*, Vol. 36, 49 - 61, 1986.

Hodge, P., (1994). *Meteorite Craters and Impact Structures of the Earth*. Cambridge, University Press.

Hou, Q. L., Ma, P. X., Kolesnikov, E. M. Discovery of Iridium and Other Element Anomalies Near the 1908 Tunguska Explosion Site. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 179-188, 1998.

Hueber, W. F. Introduction, in *Physics and Chemistry of Comets*. Ed. Walter

F. Huebner, Spring-Verlag, 1-11, 1990.

Hughes, D. W. Star of the Small Screen. *Nature*, Vol. 367, 596, 1994.

Hut, P., Alvarez, W., Elder, W. P., Hansen, T., Kauffman, E. G., Keller, G., Shoemaker, E. M., Weissman, P. R. Comet Showers as a Cause of Mass Extinctions. *Nature*, Vol. 129, 118-126, 1987.

Kaplan, M. H., (1976). *Modern Spacecraft Dynamics & Control*. John Wiley & Sons, Canadá.

Kresák, L. The Tunguska Object: a Fragment of Comet Encke? *Bull. Astr. Inst. Czech.*, Vol. 29 (3), 129-134, 1978a

Kresák, L. Passages of Comets and Asteroids Near the Earth. *Bull. Astron. Inst. Czchosl.* Vol. 29, 103 - 114, 1978b.

Kresák, L. The Comet and Asteroid Population of the Earth's Environment. *Bull. Astron. Inst. Czchosl.*, Vol. 29, 114 - 125, 1978c.

Kresák, L. The Mass distribution and Sources of Interplanetary Boulders. *Bull. Astron. Inst. Czchosl.*, Vol. 29, 135-149, 1978d.

Kresák, L. The Total Number of the Apollo Asteroids and Their Chance of Rediscoveries. *Bull. Astron. Inst. Czchosl.*, Vol. 29, 135 -149, 1978e

Kresáková, M. Association Between Ancient Comets and Meteor Showers. *Bull. Astron. Inst. Czchosl.*, Vol. 38, 75-80, 1987.

Miller, S., Tennyson, J. The Jupiter Comet Crash of 1994. *Royal Astronomical Society. Q. J. R. Astr. Soc.*, Vol. 36, 321-335, 1995.

Montanari, A., Bagatin, A. C., Farinella, P. Earth Cratering Record and Impact Energy Flux in The Last 150 Ma. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 271-281, 1998.

Morbidelli, a., Nesvorný, D. Numerous Weak Resonances Drive Asteroids Toward Terrestrial Planet Orbits. *Icarus*, Vol. 139, 295-308, 1999.

Morrison, D. Target Earth: It Will Happen. *Sky and Telescope*, Vol. 79, 261-

265, 1990.

Morrison, D. Target: Earth! *Astronomy Now*, Vol. 23, 34-41, 1995.

Murray, C. D., Dermot, S. F. *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press. Cambridge, Inglaterra.

Petit, J. M., Henon, M. Satellite Encounters. *Icarus*, Vol. 66, 536-555, 1986.

Prado, A. F. B. A. Close-Approach Trajectories in The Elliptic Restricted Problem. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, N^o 4, 797-802, 1997.

Prussing, J. E., Conway, B. A. 1993 *Orbital Mechanics*.

Purgavie, D. *Night & Day*, 41 - 43, 1994.

Rabinowitz, D. L. Are Main-Belt Asteroids a Sufficient Source for the Earth-Approaching Asteroids? I. Predicted vs Observed Orbital Distributions. *Icarus*, Vol. 127, 33-54, 1997a.

Rabinowitz, D. L. Are Main-Belt Asteroids a Sufficient Source for the Earth-Approaching Asteroids? Part II. Predicted vs Observed size Distributions. *Icarus*, Vol. 130, 287-295, 1997b.

Rabinowitz, D. L., Gehrels, T., Scotti, J. V., Mcmillan, R. S., Perry, M. L., Wisniewski, W., Larson, S. M., Howell, E. S., Mueller, B. E. A. Evidence for a Near-Earth Asteroid Belt. *Nature*, Vol. 363, 704-706, 1993.

Reichhard, T. Us Space Agency Sharpens Focus on Near-Earth Objects. *Nature*, Vol. 392, 639, 1998.

Robin, E., Froget, L., Jéhanno, C., Rocchia, R. Evidence for K/T Impact Event in Pacific Ocean. *Nature*, Vol. 363, 615 - 617, 1993.

Rothery, D. A., (1992). *Satellites of the Outer Planets: Worlds in Their Own Right*, (Clarendon, Oxford), 59.

Roy, A. E., (1988). *Orbital Motion*. Adam Hilger, Bristol, 168.



Sagan, C., Ostro S. J. Dangers of Asteroid Deflection. *Nature*, Vol. 368, 501, 1994.

Sekanina, Z. Evidence for Asteroid Origin of the Tunguska Object. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 191-204, 1998.

Sekanina, Z., Yeomans, D. K. Close Encounters of Minor Bodies with the Earth. *Icarus*, Vol. 124, 392 - 398, 1984.

Sharpton, V. L., Dalrymple, G. B., Marín, L. E., Ryder, G., Schuraytz, B. C., Urrutia-Fucugauchi, J. New Links Between the Chicxulub Impact Structure and the Cretaceous/Tertiary Boundary. *Nature*, Vol. 359, 819 - 821, 1992.

Shoemaker, E. M., Williams, J. G., Helin E. F., and Wolfe, R. F., (1979), in *Asteroids*, edited by T. Gehrels (University of Arizona, Tucson), 253.

Shoemaker, E. M., Shoemaker, C. S. (1989). The Collision of Solid Bodies. in *The New Solar System*, eds: J. K. Beatty and A. Chaikin, Sky Publishing, 259 - 274.

Shoemaker, E. M., (1977). Astronomically Observable Crater-Forming Projectiles, in *Impact and Explosion Cratering*, eds. D. J. Roddy, R. O. Peppin and R. B. Merrill, Pergamon Press, New York, 617-628.

Shoemaker, E. M., Wolfe, R. F., (1982). Cratering Time Scales for the Galilean Satellites, in *Satellites of Jupiter*, ed. D. Morrison, Univ. Arizona, Tucson, 277-239.

Steel, D., (1995). Catastrophic Scenarios. *Rogue Asteroids and Doomsday Comets: The Search for the Million Megaton Menace that Threatens life on Earth*. Published by John Wiley & Sons, Inc.

Takata, T. Impact of Comet Shoemaker-Levy9 - Sizes, Origin, and Plumes: Comparison of Numerical Analysis With Observations. *Icarus*, Vol. 125, 317-330, 1997.

Tancredi, G. An Asteroid in a Earth-Like Orbit. *Celestial Mechanics and Dy-*

namical Astronomy, Vol. 69, 119-132, 1998.

Tatum, J. B., (1997). The Capture Cross-Section of Earth for Errant Asteroids. *Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, Vol. 91, 276-278., 1997.

Touma, J., Wisdom, J. Evolution of the Earth-Moon System. *Astronomical Journal*, Vol. 108(5), 1943 - 1961, 1994.

Vasilyev, N., V. The tunguska Meteorite Problem today. *Planet. Space Sci.*, Vol. 46, 129-150, 1998.

Weissman, P. R., (1982). Terrestrial Impact rates for Long and Short-Period Comets, in *Geological Implications of Impacts of Large Asteroids and Comets on the Earth*, Eds. L. T. Silver and P. H. Schultz, Geol. Soc. Amer. Special Paper, No 190, 15-24.

Weissman, P. R., (1989). The Cometary Impactor flux at The Earth, in *Global Catastrophes in Earth History*, (Snowbird Proceedings), in Press. JPL Preprint, No 120

Wetherill, G. W. Steady State Populations of Apolo-Amor Objects. *Icarus*, Vol. 37, 96-112, 1979.

Wetherill, G. W., Shoemaker, E. M., (1982). Collision of Astronomically Observable Bodies With the Earth, in *Geological Implications of Impacts of Large Asteroids and Comets on the Earth*, Eds. L. T. Silver and P. H. Schultz, Geol. Soc. Amer. Special Paper, No 190, 1-13.

Wiegert, P. A., Innanen, K. A., Mikkola, S. An Asteroidal Companion to the Earth. *Nature*, Vol. 387, 685-686., 1997.

Williams, I. P., (1992). The Dynamics of Meteoroid Streams. *S. Ferraz-Mello(ed.), Chaos, Resonance and Collective dynamical Phenomena in the Solar System*, 299-313.

Williams, I. P., (1995). Meteoroid Stream Dynamics. *From Newton to Chaos*, Ed. by A. E. Roy and B. A. Steves, Plenum Press, New York.



Wisdom, J. Meteorites May Following a Chaotic route to Earth. *Nature*, Vol. 315, 731-733, 1985.

Wisdom, J. Urey Prize Lecture: Chaotic Dynamics in the Solar System. *Icarus*, Vol. 72, 241-275, 1987.

Yashita, S., Allen A. Did an Impact Alone Kill the Dinosaurs? *Issue 2*, Vol. 38, 15 - 19, 1997.



