

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA
PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

LUCIANA APARECIDA DA CUNHA

**O CÁLCULO MENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE
NÚMERO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

BAURU
2021

LUCIANA APARECIDA DA CUNHA

**O CÁLCULO MENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE
NÚMERO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre junto ao Programa de Pós-graduação em Docência para Educação Básica, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Bauru.

Orientador: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola
Coorientadora: Prof^a. Dra. Giovana Pereira Sander

BAURU
2021

C972c Cunha, Luciana Aparecida da
O Cálculo Mental na perspectiva do Sentido de número :
uma proposta didática para os Anos Iniciais do Ensino
Fundamental / Luciana Aparecida da Cunha. -- Bauru, 2021
158 f.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista
(Unesp), Faculdade de Ciências, Bauru
Orientador: Nelson Antonio Pirola
Coorientadora: Giovana Pereira Sander

1. Sentido de número. 2. Cálculo Mental. 3. Anos Iniciais do
Ensino Fundamental. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da
Faculdade de Ciências, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE LUCIANA APARECIDA DA CUNHA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA, DA FACULDADE DE CIÊNCIAS - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 25 dias do mês de fevereiro do ano de 2021, às 14:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de LUCIANA APARECIDA DA CUNHA, intitulada **"O CÁLCULO MENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE NÚMERO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL" E PRODUTO EDUCACIONAL "CÁLCULO MENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE NÚMERO: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL"**

. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) FC / UNESP/Bauru (SP), Prof. Dr. EVANDRO TORTORA (Participação Virtual) do(a) Educação / CEI - Tancredo Neves, Prof. Dr. RICHAEEL SILVA CAETANO (Participação Virtual) do(a) Centro de Engenharia e Ciências Exatas / Universidade Estadual do Oeste do Paraná - UNIOESTE. Após a exposição pela mestranda e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, a discente recebeu o conceito final APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. NELSON ANTONIO PIROLA

DEDICATÓRIA

À minha família!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por ter me permitido chegar até neste momento e conquistar este sonho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola, pessoa maravilhosa que viabilizou a realização deste sonho.

À minha coorientadora Profa. Dra. Giovana Pereira Sander, pela paciência e compreensão em todos os momentos.

Aos professores da banca examinadora Prof. Dr. Richael Caetano e Prof. Dr. Evandro Tortora pelas excelentes contribuições.

À minha mãe Vera Lúcia e ao meu esposo Roberto por toda ajuda e pela grande paciência que tiveram neste momento de estudo.

Às minhas amigas e companheiras de profissão Kelly Romaioli, Paula Michele e Milena Sato que me ajudaram com conselhos e incentivos.

À minha amiga Audrey Dias, pelos choros e risos, durante o percurso da pesquisa.

Ao Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática – GPPEM, pelas críticas, apoios e incentivos que se tornaram portas para novos estudos e reflexões.

Aos novos colegas que fizeram parte desta caminhada: Lilian, Germano, Dina, Luiza e Milena Coutinho.

E a todos que torceram por mim, neste momento de grande conquista em minha vida!

RESUMO

O Cálculo mental pode ser considerado como uma habilidade para resolver problemas matemáticos a ser trabalhado na Educação Básica, pois promove o desenvolvimento do Sentido de número, fundamentado no conhecimento flexível dos números e das relações entre as operações aritméticas, indo além do algoritmo convencional. Ao partir desse pressuposto, algumas inquietações começaram a surgir durante a prática pedagógica em relação ao uso do Cálculo mental, no intuito de procurar alternativas que motivassem os alunos para tal habilidade. A investigação partiu do seguinte problema de pesquisa: quais estratégias de Cálculo mental são utilizadas pelos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental nas tarefas matemáticas? Para isso, foi desenvolvida uma pesquisa de abordagem qualitativa com característica exploratória, com a participação de 56 colaboradores, sendo 28 alunos e uma professora do 3º ano, e 26 alunos e uma professora do 5º ano, todos de uma escola municipal dos anos iniciais do Ensino Fundamental, localizada na cidade de Bauru, no Estado de São Paulo. Os instrumentos utilizados para a produção de dados se constituíram em: 1) aplicação de questionário com os professores, para verificar a compreensão acerca do Cálculo mental e de seu ensino; 2) tarefas matemáticas, com o objetivo de investigar quais estratégias de cálculo os alunos utilizam para resolver as tarefas de adição e subtração. Os resultados evidenciaram que os alunos recorreram majoritariamente ao uso do algoritmo convencional para resolver as tarefas matemáticas propostas. Constatou-se ainda que o entendimento das professoras se refere ao Cálculo mental como a rapidez na execução do cálculo e práticas de ensino de forma procedimental. Assim, como parte integrante da pesquisa, elaborou-se um produto educacional como proposta didática, no formato digital, composta por tarefas matemáticas, visando o desenvolvimento do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número, a fim de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática.

Palavras-chave: Sentido de número. Cálculo mental. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Mental Calculation can be considered as a skill to solve mathematical problems to be worked on in Basic Education, as it promotes the development of the Sense of Number, based on the flexible knowledge of numbers and the relationships between arithmetic operations, going beyond the conventional algorithm. Based on this assumption, some concerns began to emerge during my pedagogical practice in relation to the use of Mental Calculus, in order to seek alternatives that would motivate students for this skill. The investigation started from the following research problem: What Mental Calculation strategies are used by students of the 3rd and 5th years of Elementary School in the mathematical tasks? To this end, a qualitative research with an exploratory characteristic and the participation of 56 collaborators was developed, 28 students and a 3rd year teacher and 26 students and a 5th year teacher from a municipal school in the early years Elementary School, located in the city of Bauru, in the State of São Paulo. The instruments used for the production of data consisted of: 1) Application of a questionnaire with the teachers, to verify the understanding about Mental Calculus and its teaching and 2) Mathematical tasks with the objective of investigating which calculation strategies students use to solve the tasks of addition and subtraction. The results showed that students mostly resorted to the use of conventional algorithms to solve the proposed mathematical tasks. It was also found that the teachers' understanding refers to the Mental Calculation as the speed in the execution of the calculation and teaching practices in a procedural way. Thus, as an integral part of the research, a didactic proposal was developed as an educational product, in digital format, composed of mathematical tasks, aiming at the development of Mental Calculation from the perspective of the Sense of Number, in order to contribute to the teaching and learning process in math classes.

Keywords: Sense of Number. Mental Calculation. Early Years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Interligações dos componentes principais do Sentido de número.....	34
Figura 2 – Esquema de diferentes tipos de cálculo	47
Figura 3 – Exemplo de reta numérica.....	51
Figura 4 – Objetivo geral da matriz curricular na área da Matemática	59
Figura 5 – Áreas de conhecimentos conforme BNCC	65
Figura 6 – Competências específicas para Matemática	66
Figura 7 – Conteúdos para o 2º ano – BNCC	68
Figura 8 – Conteúdos para o 3º ano – BNCC.....	68
Figura 9 – Conteúdos para o 4º ano – BNCC.....	70
Figura 10 – Conteúdos para o 5º ano – BNCC.....	71
Figura 11 – Direitos Básicos de Aprendizagem em Matemática	74
Figura 12 – Objetivos do Caderno 4	76
Figura 13 – Objetivos do Caderno 8	77
Figura 14 – Resolução do aluno 3.4	100
Figura 15 – Resolução do aluno 3.6	101
Figura 16 – Resolução do aluno 3.26	102

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Registros de alunos na resolução das tarefas.....	25
Quadro 2 – Componentes de Sentido de número	30
Quadro 3 – Campos conceituais aditivo e multiplicativo proposto por Vergnaud (1993)	46
Quadro 4 – Estratégias de Cálculo mental para números menores que 20	49
Quadro 5 – Estratégias para adição e subtração - exemplos para: $56+38$ e $91-46$..	52
Quadro 6 – Estratégias de cálculo da aluna A1	54
Quadro 7 – Estratégias de cálculo da aluna B1	54
Quadro 8 – Conteúdos para o 3º ano.....	60
Quadro 9 – Conteúdos para o 4º ano.....	61
Quadro 10 – Conteúdos para o 5º ano.....	62
Quadro 11 – Cadernos de formação do PNAIC	73
Quadro 12 – Tarefas matemáticas contextualizadas	85
Quadro 13 – Tarefa matemática sem contexto	86
Quadro 14 – Estratégias possíveis de Cálculo mental	87
Quadro 15 – Categorias de análise de desempenho das tarefas contextualizadas ..	90
Quadro 16 – Categorias de análise de desempenho das tarefas contextualizadas ..	90
Quadro 17 – Categorias de análise de desempenho das tarefas sem contexto	90
Quadro 18 – Categorias de análise de estratégia das tarefas: contextualizadas e sem contexto.....	91
Quadro 19 – Estratégias de Cálculo mental para as tarefas sem contexto	91
Quadro 20 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 1	103
Quadro 21 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 2	104
Quadro 22 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 3	104
Quadro 23 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 4	105
Quadro 24 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 5	105
Quadro 25 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 6	106
Quadro 26 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 7	108
Quadro 27 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 8	109
Quadro 28 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 9	109
Quadro 29 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 10	110
Quadro 30 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 11	111

Quadro 31 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 12	111
Quadro 32 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 13	114
Quadro 33 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 14	114
Quadro 34 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 15	115
Quadro 35 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 16	115
Quadro 36 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 17	116
Quadro 37 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 18	117
Quadro 38 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 19	117
Quadro 39 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 20	120
Quadro 40 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 21	120
Quadro 41 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 22	121
Quadro 42 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 23	122
Quadro 43 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 24	123
Quadro 44 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 25	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Distribuição dos participantes de acordo com a idade	84
Tabela 2 – Desempenho das tarefas contextualizadas – 3º ano.....	99
Tabela 3 – Estratégias das tarefas contextualizadas – 3º ano	101
Tabela 4 – Desempenho das tarefas contextualizadas: Explique como pensou – 3º ano	102
Tabela 5 – Desempenho das tarefas sem contexto – 3º ano	106
Tabela 6 – Estratégias das tarefas sem contexto – 3º ano	107
Tabela 7 – Adaptações para tarefas sem contexto – 3º ano	107
Tabela 8 – Desempenho das tarefas contextualizadas – 5º ano.....	112
Tabela 9 – Estratégias das tarefas contextualizadas – 5º ano	113
Tabela 10 – Desempenho das tarefas contextualizadas: Explique como pensou – 5º ano	113
Tabela 11 – Desempenho das tarefas sem contexto – 5º ano	118
Tabela 12 – Estratégias das tarefas sem contexto – 5º ano	118
Tabela 13 – Adaptações para as tarefas sem contexto – 5º ano	119

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Percursos iniciais para a escolha do tema	14
1.2 Pertinência da pesquisa	16
1.3 Problema de pesquisa e objetivos	18
1.4 Estrutura da dissertação	19
 2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O SENTIDO DE NÚMERO	 21
2.1 Do senso numérico ao Sentido de número: algumas considerações sobre a construção do pensamento matemático	21
2.2 Algumas reflexões sobre o Sentido de número	23
2.2.1 Sentido de número e alguns componentes.....	29
2.2.1.1 Conhecimento e destreza com números	30
2.2.1.2 Conhecimento e destreza com operações	31
2.2.1.3 Aplicar o conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo	32
 3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO CÁLCULO MENTAL	 35
3.1 Concepção de Cálculo mental	35
3.2 Cálculo mental no contexto escolar	39
3.3 Cálculo mental na resolução de problemas	42
3.3.1 Resolução de problemas e tipos de cálculo.....	43
3.3.2 Estratégias de Cálculo mental	48
 4 CÁLCULO MENTAL EM DOCUMENTOS CURRICULARES E PROGRAMAS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES ALFABETIZADORES	 55
4.1 Parâmetros Curriculares Nacionais	55
4.2 Currículo Comum do Ensino Fundamental do Município de Bauru	57
4.3 Base Nacional Comum Curricular	63
4.4 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa.....	72
4.5 Algumas considerações	78

5 METODOLOGIA	82
5.1 Tipo de pesquisa.....	82
5.2 Participantes.....	83
5.3 Instrumentos	84
5.3.1 Tarefas matemáticas	84
5.3.2 Questionário	87
5.4 Procedimentos da pesquisa e da coleta de dados	88
5.5 Procedimentos de análise das tarefas matemáticas	89
5.6 Contexto da pesquisa.....	93
 6 ANÁLISE DOS DADOS	 95
6.1 Cálculo mental na perspectiva das professoras	95
6.2 Cálculo mental e as habilidades matemáticas dos alunos.....	99
6.2.1 Desempenho dos alunos do 3º ano nas tarefas matemáticas contextualizadas	99
6.2.2 Desempenho dos alunos do 3º ano nas tarefas matemáticas sem contexto	106
6.2.3 Desempenho dos alunos do 5º ano nas tarefas matemáticas contextualizadas	112
6.2.4 Desempenho dos alunos do 5º ano nas tarefas matemáticas sem contexto	118
6.3 Discussão dos resultados.....	124
 7 PRODUTO EDUCACIONAL	 127
 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	 129
 REFERÊNCIAS.....	 133
 APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais dos alunos.....	 141
APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os alunos..	145

APÊNDICE C – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os professores	
.....	147
APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para a escola..	149
APÊNDICE E – Questionário para os professores	150
APÊNDICE F – Tarefas matemáticas	152
ANEXO A – Parecer Plataforma Brasil	155
ANEXO B – Autorização da Secretaria Municipal da Educação.....	156

1 INTRODUÇÃO

Elencaremos aqui os percursos iniciais para a escolha do tema, a pertinência da pesquisa, as questões que nortearam o trabalho, os objetivos e a estrutura da pesquisa.

1.1 Percursos iniciais para a escolha do tema

O desejo de ser professora vem desde muito cedo. Quando criança, brincávamos de “escolinha” com as primas e as amigas, sem falar das bonecas usadas como se fossem alunas, durante anos.

Os primeiros contatos com a prática de ensino foram no estágio de docência obrigatório, no curso técnico de magistério, do extinto Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM), ao ingressar em 1997.

Com a intenção de continuar na atuação profissional, fez-se necessário atender à Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB 9394/96, que designou a obrigatoriedade da formação em nível superior para o exercício da docência. De família humilde e mãe viúva, sem condições de receber sustento para os estudos, no ano de 2003 iniciamos o curso de Licenciatura em Pedagogia no Instituto de Ensino Superior de Bauru (IESB/Preve), com o auxílio do Programa Escola da Família, criado pelo Governo do Estado de São Paulo, que subsidiou uma bolsa integral durante toda a graduação. Em contrapartida, colaborávamos nos projetos educacionais aos fins de semana, em uma escola da rede estadual, atendendo a comunidade local.

Nossa primeira experiência profissional teve início na Educação Infantil. Concluído o magistério, atuamos, sob contrato, como auxiliar de recreacionista em uma escola privada de Educação Infantil, onde acompanhávamos a rotina escolar de turmas mistas (Maternal I, Maternal II e Jardim I) e, ainda, planejávamos e aplicávamos as atividades aos alunos. Permanecemos nesta escola por cinco anos.

Em 2006, um trabalho teve início no Centro de Convivência Infantil – CCI “Gente Miúda”, como auxiliar de berçário, permanecendo nessa função até a efetivação como professora de Educação Infantil no município de Bauru, em 2008, e como professora do Ensino Fundamental I, em 2010. Concomitantemente, os dois cargos foram desempenhados durante seis anos.

Atualmente, com pós-graduação em Educação Infantil, Psicopedagogia e

Gestão Escolar, atuamos na função de coordenadora do Projeto Integração que visa aumentar a permanência do aluno na escola, proporcionando atividades nas áreas de artes, cultura, esporte, lazer e acompanhamento pedagógico, em uma escola do município de Bauru, interior paulista.

Durante a elaboração da primeira pesquisa científica – Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, destinamos a pesquisa para a área da Matemática, realizando a investigação intitulada “O Cálculo mental no ensino de Matemática para crianças de seis e sete anos: análise de propostas didáticas” (CUNHA, 2008), que teve por objetivo verificar como os professores trabalhavam o Cálculo mental nas aulas de Matemática no 1º ano do Ensino Fundamental.

Como professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sempre buscamos aprimorar nossa prática pedagógica por meio de cursos de formação continuada relacionados à Matemática, oferecidos pela Secretaria Municipal de Educação de Bauru e também por outras instituições. Um dos cursos que participamos como cursista, voltado para a alfabetização Matemática, foi o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC, em 2015, que despertou ainda mais nossa indagação em relação ao Cálculo mental. Nesse curso, tivemos o primeiro contato com a teoria sobre o Sentido de número.

Durante o mestrado profissional, a pedido do Departamento Pedagógico da Secretaria Municipal da Educação de Bauru – SP, recebemos o convite para participar do Grupo de Pesquisa de Matemática – GPM – para auxiliar na reformulação do Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal (BAURU, 2016), com o propósito de adequar as novas diretrizes norteadoras da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017). Juntamente com outros membros do grupo, ficamos responsáveis pela elaboração dos eixos Números e Probabilidade e Estatística.

Ao participar do Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM) vinculado à Universidade Estadual Paulista – UNESP/Bauru, coordenado pelo Prof. Dr. Nelson Pirola, nosso orientador, e sob a coorientação da Profa. Dra. Giovana Pereira Sander, delimitamos priorizar na presente pesquisa o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número, a fim de contribuir com algumas propostas didáticas por meio do produto educacional.

Desta forma, constatando que havia poucos estudos relacionando ao Cálculo mental para o ensino de Matemática no processo de ensinar e aprender em sala aula, algumas indagações foram precursoras para o desenvolvimento desta pesquisa,

diretamente ligada à contextualização do Sentido de número e sua relação com a destreza do Cálculo mental.

1.2 Pertinência da pesquisa

A Psicologia da Educação Matemática – PEM – é uma área interdisciplinar que tem como pressuposto a investigação dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Um dos temas de sua investigação é o Sentido de número, que implica, de modo geral, um trabalho fundamentado no conhecimento flexível dos números e das relações entre as operações aritméticas.

Estudos como o de Brocardo e Serrazina (2008) consideraram que o Sentido do número é uma intuição global sobre os números e operações, ou seja, o Sentido do número inclui conhecimentos sobre os números e as operações e seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos na resolução de problemas.

Conforme destacaram McIntosh, Reys e Reys (1992), alunos que compreendem o Sentido de número têm feito aplicações práticas através do desenvolvimento e do entendimento das propriedades matemáticas fundamentais, e eles se sentem confortáveis em aplicá-las em uma variedade de situações diferentes. Para o desenvolvimento do Sentido de número, é importante entender a maneira que o aluno escolhe, desenvolve e utiliza estratégias de cálculo para resolver as tarefas matemáticas, incluindo os cálculos escrito, mental e estimativa, e também considerar como as respostas são pensadas.

Na pesquisa de Sander (2018), com alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, foi evidenciado que além de procedimentos algoritmos utilizados por eles na resolução das tarefas matemáticas, muitos compreendiam os números como uma mera junção de dígitos, ignorando sua composição a partir da base decimal, dentre outras formas. Dessa maneira, Brocardo e Serrazina (2008, p. 102) avaliaram o algoritmo como “um conjunto de procedimentos que se usam segundo uma determinada ordem”, ou seja, é uma operação matemática que comporta estruturas e procedimentos de determinadas ações matemáticas.

Portanto, quando o Sentido de número não é desenvolvido, componentes como o Cálculo mental e o uso de estimativas, entre outros, são deixados de lado, acarretando um ensino centrado somente nos algoritmos convencionais, não valorizando outras formas de pensamentos sobre os números.

Embora o Cálculo mental esteja diretamente relacionado com o desenvolvimento do Sentido de número, seu aprimoramento deve ser proposto em todos os conteúdos matemáticos, no processo de ensino e aprendizagem dos alunos ao longo de sua escolaridade. Por exemplo, situações que envolvem tempo, dinheiro, massa ou distâncias são indispensáveis para a destreza de cálculo e a relação global com os números. De acordo com Noteboom, Boklove e Nelissen (2001, p. 90), citados em Brocardo e Serrazina (2008, p. 106), Cálculo mental é:

Um cálculo pensado (não mecânico) sobre as representações mentais dos números. Envolve o uso de factos, de propriedades dos números ou das operações e das suas relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça, mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos, se necessário, dependendo do grau de dificuldade e/ou da destreza de cada indivíduo”.

Conforme Parra (1996), a apresentação de diferentes procedimentos de cálculo matemático amplia as possibilidades de desenvolvimento de habilidades fundamentais na formação do aluno da Educação Básica. Esse desenvolvimento de estratégias de Cálculo mental deve ser fruto de descobertas pessoais de cálculo e da troca de ideias entre os alunos. Assim, tais alunos sentirão a necessidade de calcular mentalmente e serão capazes de olhar criticamente para o cálculo, interpretando-o de modo apropriado. Concordamos, então, com Sander (2018), que destacou que o Cálculo mental é uma habilidade matemática elementar que não está estritamente relacionada a uma determinada área dos números ou determinadas operações, mas sim uma maneira de aproximação entre números e informações numéricas.

A escolha do tema ocorreu devido a necessidade e importância do Cálculo mental nas aulas de Matemática, visto que as questões levantadas por pesquisadores como Parra (1996), Spinillo (2006), Brocardo e Serrazina (2008), Oliveira (2013), Teixeira e Rodrigues (2015) e Sander (2018) evidenciam que a abordagem do Cálculo mental se dá por meio das diversas representatividades, principalmente quando o aluno já possui o Sentido de número.

Notemos que o propósito principal de ensino no Programa de Matemática do Ensino Básico de Portugal (PORTUGAL, 2007, p.13) é desenvolver nos alunos o Sentido de número, a compreensão dos números e das operações, além das habilidades de Cálculo mental e escrito, bem como incentivar a utilização destes conhecimentos e competências para a resolução de problemas em diversos

contextos. No entanto, este tema ainda é recente nas pesquisas em Educação Matemática no Brasil.

Na Educação Básica, o discurso ainda parece ser o de ensinar algoritmos convencionais para solucionar os problemas matemáticos. Podemos observar que, aos poucos, outras estratégias de cálculo vêm sendo retomadas nas escolas, quando, por exemplo, mencionam o uso do Cálculo mental (exato, aproximado e estimativa), conforme citado em documentos oficiais curriculares, Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), no Currículo Comum para o Ensino Fundamental – CCEF (BAURU, 2016), e na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Entretanto, ao analisar esses documentos, não encontramos direcionamentos para o desenvolvimento do Sentido de número, nem para a unidade temática de Números e Operações.

Segundo os PCN, “calcular mentalmente é quando se efetua uma operação, recorrendo-se a procedimentos confiáveis, sem registros escritos e sem utilização de instrumentos” (BRASIL, 1997, p. 117). Diferentemente da abordagem dos PCN, em nossa pesquisa não conceituaremos o Cálculo mental como sendo meramente um cálculo rápido, feito de cabeça, mas, partiremos da afirmação de Spinillo (2014, p.13):

O cálculo mental é o fato de se operar sobre os números e não sobre os algarismos, o que favorece que o aluno não perca o significado das operações que realiza, associando sempre os números a algum referente (quantidade de dinheiro, de pessoas, de objetos, do comprimento ou altura de um objeto, etc.).

Assim, neste contexto, para o Cálculo mental podem ser utilizados registros escritos e não apenas a habilidade de rapidez, possibilitando tanto a elaboração e análise das estratégias quanto o desenvolvimento do Sentido de número, a fim de consolidar a aplicação das propriedades das operações.

1.3 Problema de pesquisa e objetivos

A presente pesquisa busca investigar o seguinte problema: quais estratégias de Cálculo mental são utilizadas pelos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental nas tarefas matemáticas? Para responder à questão, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: a) investigar sobre as estratégias de Cálculo mental usadas pelos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental ao resolverem tarefas de adição

e subtração; b) verificar o entendimento dos professores das turmas do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental a respeito do Cálculo mental e de seu ensino; c) elaborar um produto educacional no formato digital, como uma proposta didática que envolve o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

1.4 Estrutura da dissertação

O presente trabalho está estruturado em oito seções. A seção 1 elenca os percursos iniciais para a escolha do tema, traz a pertinência da pesquisa, as questões que norteiam o trabalho, assim como os objetivos e a estrutura da pesquisa.

A seção 2, intitulada “Educação Matemática e o Sentido de número”, apresenta a fundamentação do Sentido de número, evidenciando seu conceito, seus componentes e sua interligação entre diferentes tipos de cálculos, atrelados à habilidade do Cálculo mental.

A seção 3, “Pressupostos teóricos do Cálculo mental”, discorre sobre definições e estratégias do Cálculo mental, assim como alguns momentos históricos na Educação Básica, atrelados às reflexões de sua importância nas aulas de Matemática.

A seção 4, “Cálculo mental em documentos curriculares e programa de formação continuada de professores alfabetizadores”, aborda de que maneira os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), o Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal – CCEF (BAURU, 2016), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) e o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014) abordam a habilidade do uso do Cálculo mental para o ensino e aprendizagem dos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A seção 5, “Metodologia”, destina-se ao percurso metodológico da pesquisa. Nela é apresentada, de forma detalhada, como a pesquisa se desenvolveu, desde os procedimentos utilizados para a elaboração dos instrumentos e da coleta de dados até a apresentação do produto educacional.

A seção 6, “Análise de dados”, realiza o levantamento e a análise dos dados obtidos nos questionários aplicados com os professores e nas tarefas matemáticas respondida pelos alunos.

A seção 7, “Produto Educacional”, constitui uma contribuição de propostas didáticas à prática pedagógica do professor que ensina Matemática nos anos iniciais, efetivando a importância do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

A seção 8, por fim, apresenta as considerações finais do trabalho. Esta seção traz as discussões finais da pesquisa, bem como as implicações desse estudo para o ensino do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E O SENTIDO DE NÚMERO

Nesta seção faremos uma análise teórica do Sentido de número, baseando-nos em autores que enfatizam o tema e também em pesquisas que já foram desenvolvidas nessa área, visto que as considerações entrelaçadas desses estudiosos apontam para a necessidade de se ensinar Matemática a fim de tornar os estudantes numeralizados. Sendo assim, a discussão do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número nos remete à uma habilidade de lidar, de maneira eficiente e flexível, com situações que envolvem os diferentes tipos de cálculo, inclusive o Cálculo mental.

2.1 Do senso numérico ao Sentido de número: algumas considerações sobre a construção do pensamento matemático

Para que serve a Matemática? Porque temos que aprender isto ou aquilo? Perguntas como estas são feitas por alunos que não gostam da Matemática ou não entendem seus conceitos. Entretanto, apesar da Matemática ser umas das disciplinas obrigatórias no ensino curricular, ela tem um papel fundamental na formação do sujeito.

De acordo com registros históricos apontados por vários autores, como Guelli (1994), Centurión (1994) e Toledo e Toledo (1997), o ser humano primitivo, para sobreviver, caçava e pescava. Diante disso, houve a necessidade de quantificar animais e objetos utilizando instrumentos como pedras, ossos, nós em cordinhas, registros nos troncos das árvores, em bastões e nas paredes das cavernas, ou até mesmo modelagem em argila – estes são os primeiros indícios da escrita numérica. Assim, as necessidades humanas não eram somente individuais, mas também coletivas, como, por exemplo, relacionadas à preocupação se a quantidade de peixes seria ou não suficiente para a refeição de determinado grupo social.

Segundo Centurión (1994), o ser homem usou artifícios para conseguir uma maior exatidão nas quantidades e, com as necessidades básicas diárias, ele começou a comparar quantidades de elementos de duas ou mais coleções, tendo a ideia de “colocar mais que”, “colocar menos que” ou “tanto quanto”. Assim, o simples senso numérico bastava para que ele percebesse as quantidades suficientes para suas necessidades. Segundo Lopes, Roos e Bathelt (2014, p. 6), o senso numérico é

a capacidade que permite diferenciar, sem contar, pequenas quantidades de grandes quantidades, perceber onde há mais e onde há menos, quando há tantos quantos ou uma situação de igualdades entre dois grupos. O senso numérico é a capacidade natural que o ser humano possui para apropriar-se de quantidades, ou seja, num golpe de vista consegue-se indicar quantidades pequenas, de um a cinco, mesmo que estas se refiram a objetos ou seres que podem estar em movimento, como animais ou aves em um pasto.

Guelli (1994) aponta que, com o passar do tempo, as “contas” realizadas com objetos foram substituídas por operações simbólicas. Assim, se cada número fosse representado por um símbolo haveria, então, infinitos símbolos; portanto, seria melhor utilizar a mesma representação simbólica em posições diferentes. O pesquisador relata que o matemático árabe Al-Khawarizmi, do século IX, foi um dos responsáveis pela divulgação desse sistema na Europa, sendo que nosso sistema de numeração é chamado de indo-arábico, daí a palavra “algarismo”. Neste sistema, a posição que os algarismos ocupam é a base 10 (dez). Portanto, nosso sistema de numeração usa a regra da posição, por exemplo: em 1.110, o 1 (um) tem valor de 1.000 (mil), de 100 (cem) e de 10 (dez); por esse motivo, nosso sistema é chamado de posicional e decimal, pois amplia nossa capacidade de manipular, lembrar e registrar quantidades.

Nesse contexto, Toledo e Toledo (1997) afirmaram que a aquisição de número acontece através da contagem, no contexto familiar e social, por exemplo: a criança aprende sua idade, o número ou telefone de sua casa.

Este contato, ainda informal, é de grande importância, pois oferece condições de familiarização da criança com a ideia de número e, assim, ela pode estabelecer suas primeiras hipóteses a respeito do processo de representação de quantidades, constituindo uma base para a aprendizagem do conhecimento matemático. Os mesmos autores destacaram que estabelecer compreensões entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês”. Desse modo, o conhecimento matemático construído pelo homem se apropria das necessidades históricas, podendo se ligar também ao cotidiano pelas necessidades imediatas de uma nova cultura.

Toledo e Toledo (1997) propõem que quanto mais o aluno se apropria do conhecimento matemático, mais percebe a necessidade de ir adiante. Por conta disso, a escola deve promover o pensamento matemático, desde a compreensão do significado dos números até o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas complexos, caso contrário, provavelmente, vai continuar reproduzindo

conhecimentos de forma mecânica, situação em que o aluno “faz por fazer” as atividades.

Com base nas definições citadas anteriormente, a compreensão de senso numérico aproxima-se do conceito de numeralização apresentado por Nunes *et al.* (2005), caracterizado por uma forma global de interagir com os números, com seus vários usos e interpretações, possibilitando ao aluno lidar com situações cotidianas que incluem o desenvolvimento de estratégias eficientes, com os problemas numéricos e com as quantificações.

Ante o exposto, na próxima subseção tomaremos como foco algumas reflexões sobre o Sentido de número e sobre como o ambiente escolar pode contribuir para o conhecimento matemático, contribuindo para que hajam alunos numeralizados.

2.2 Algumas reflexões sobre o Sentido de número

O Sentido de número, de acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 4), é o “conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de números e das suas operações de forma flexível para construir raciocínios matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações”, podendo ser estimulado por situações-problemas em que as experiências matemáticas são frequentemente utilizadas. Conforme os estudiosos citados, o Sentido de número

reflecte uma inclinação e uma capacidade de usar números e métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação de informação. Resulta numa perspectiva de que números são úteis e de que existe uma certa ordem na Matemática. É demonstrado de várias formas à medida que o aluno se empenha na construção do pensamento matemático (MCINTOSH; REYS; REYS; 1992, p. 4).

Para Delgado (2013, p. 13), o Sentido de número surge como resultado da reflexão sobre três aspectos que se entrecruzam:

as capacidades e conhecimentos necessários aos cidadãos para lidarem com os problemas relacionados com os números com que se deparam no seu dia a dia, o que se deve valorizar no ensino dos números e das operações na escola e as perspectivas acerca da aprendizagem da Matemática.

Teixeira e Rodrigues (2015), por sua vez, destacam que para se ter Sentido de número é preciso haver compreensão e construção de relações entre números, e não

propriamente a memorização dos fatos matemáticos. Diante dessas definições, evidenciamos que o Sentido de número depende de um conjunto de elementos que se interligam uns aos outros em torno de um contexto de ensino, conforme palavras de Ferreira e Serrazina (2011 *apud*. Resnick, 1987).

Em Portugal, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PORTUGAL, 2007) menciona o Sentido de número como ideia fundamental, com objetivos a serem desenvolvidos desde o início do 1º ciclo, uma vez que o professor proporciona ao aluno a capacidade de discernir e escolher qual a melhor maneira de se resolver um problema. Neste programa, o Sentido de número é entendido como

A capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou $\frac{1}{2}$, usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números (PORTUGAL, 2007, p. 13).

Ainda para esse Programa de Matemática (PORTUGAL, 2007), os alunos reforçam o Sentido de número e a compreensão das operações na resolução de problemas matemáticos. Embora a construção do conhecimento do Sentido de número comece muito antes do início da vida escolar, estudiosos como Brocardo e Serrazina (2008), Oliveira (2013), Teixeira e Rodrigues (2015) e Sander (2018) deixam claro como é mais fácil verificar a ausência desta habilidade do que a sua compreensão nas situações matemáticas realizadas pelos alunos do Ensino Fundamental.

Outros aspectos fundamentais para o desenvolvimento do Sentido de número foram destacados por McIntosh, Reys e Reys (1992), mostrando a relevância de revisão do papel e da natureza do cálculo nas escolas, tanto no que se refere à escolha das estratégias quanto na reflexão do processo e do resultado ao empregá-las. Tais pesquisadores se referem ao Sentido de número como uma flexibilidade com os números e as operações.

Teóricos como Ponte (2006), Brocardo (2008, 2011), Ferreira e Serrazina (2011), Spinillo (2006, 2014) e Teixeira e Rodrigues (2015) contribuíram com estudos no âmbito educacional e verificaram a relevância da formação docente com a aproximação de aspectos que levam os estudantes a atribuírem o Sentido de número.

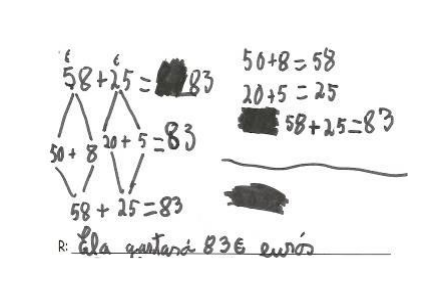
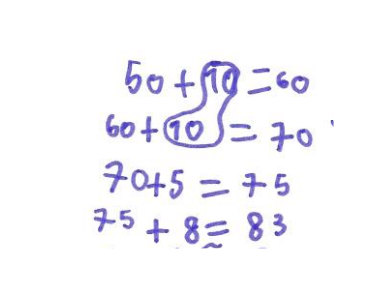
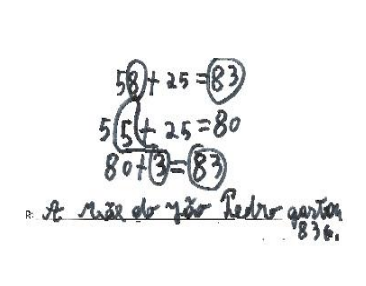
A pesquisa de Ferreira e Serrazina (2011), intitulada “A importância da

discussão coletiva no desenvolvimento do Sentido de Número”, buscou compreender como os alunos desenvolvem o Sentido de número num contexto de problemas de adição e subtração.

Numa turma do 2º ano, a partir do desempenho apresentado na resolução de problemas, foram selecionados quatro participantes para o estudo de caso, e realizadas observação participante, entrevistas, atividades com alunos e gravações em vídeo e áudio. A sequência da aula desenrolou-se em quatro fases, a saber: apresentação do problema; resolução de problemas pelos alunos, individuais ou em pares; depois da resolução do problema, discussão com toda a turma; síntese das estratégias e procedimentos mais eficientes. Especificamente, foi analisada a participação de uma aluna que estudou as estratégias e procedimentos, e que explicitou dificuldades durante a resolução dos problemas. Foi constatado que, antes da experiência de ensino, ela apresentava algumas limitações na compreensão do Sentido de número. No entanto, durante a vivência das tarefas, e apesar de sua tendência para usar o cálculo em coluna na resolução dos problemas, ela foi alterando, gradualmente, suas estratégias e procedimentos. Durante a experiência de ensino proposta pelas pesquisadoras, o professor incentivava os alunos a desenvolver o Sentido de número a partir de um conjunto de problemas de adição e subtração, envolvendo a relação das operações estabelecidas pelos alunos. No final da aula eram discutidas as várias estratégias e procedimentos utilizados.

Verificamos, nos exemplos oferecidos por Ferreira e Serrazina (2011, p. 7), as resoluções dos alunos diante da seguinte tarefa matemática: Se a mãe do João Pedro lhe comprar os matraquilhos (58€) e o xilofone (25€), quanto gastará?

Quadro 1 – Registros de alunos na resolução das tarefas

Exemplo 1 – Catarina	Exemplo 2 – Samuel	Exemplo 3 – Daniel
		

Fonte: Ferreira e Serrazina (2011, p. 7-8)

Após os alunos resolverem o problema, a professora selecionou três

resoluções diferentes, registrando-as no quadro a fim de que os alunos explicassem como foram feitos os cálculos. Neste debate, perante as resoluções expostas, a professora buscou alternativas para que os alunos identificassem as estratégias e os procedimentos mais eficazes, numa perspectiva de que, aos poucos, pudessem optar posteriormente. Inicialmente, uma aluna apresentou dificuldades no uso dos números e nas suas relações nos problemas, como vemos no exemplo 1. Segundo Ferreira e Serrazina (2011, p. 7), Catarina iniciou com o registro de $58 + 25$, relacionando o contexto do problema e a operação apropriada. Em seguida, decompôs 58 em $50 + 8$, e 25 em $20 + 5$, colocando igual a 83. No entanto, ela adicionou novamente $50 + 8$ e $20 + 5$, e registrou 83. Também fez registros do lado direito da folha, mas sem compreender para que os serviam, como maneira de organização do pensamento. Ferreira e Serrazina (2011) perceberam que a visualização, a identificação e o reconhecimento de diferentes estratégias e procedimentos usados para resolver o mesmo problema foram importantes para a aluna, parecendo ajudá-la a compreender e se apropriar da relação entre as operações, e também no desenvolvimento de outras relações entre os números.

Em sala de aula, a resolução dos problemas matemáticos tem grande importância, pois contribui com a formação da autonomia dos alunos e com a construção do raciocínio e da interpretação. Para Brocardo (2010), os alunos têm a chance de desenvolver o Sentido de número, estando diante de problemas matemáticos, caso estejam confiantes, matematicamente, e compreendam os números. Desta forma, algumas atividades devem ser melhor direcionadas, a fim de que os alunos não apenas identifiquem qual operação matemática é necessária para se chegar ao resultado, mas, de maneira autônoma, reconheçam a existência de diferentes estratégias de solução, utilizando, ou não, algoritmos.

Ainda nesta perspectiva, Spinillo (2014, p. 21) afirma que um indivíduo numeralizado desenvolve o Sentido de número. Para ela, ser numeralizado significa

[...] ter familiaridade com o mundo dos números, empregar diferentes instrumentos e formas de representação, compreender as regras que regem os conceitos matemáticos imbricados nessas situações. Em última instância, ser numeralizado significa ser capaz de pensar matematicamente nas mais diferentes situações do cotidiano, estando associado tanto as experiências escolares como as experiências extraescolares que ocorrem antes mesmo da formalização da matemática através de situações de ensino.

Assim, para Spinillo (2014, p. 21-22), ser numeralizado implica na compreensão

do Sentido de número como uma habilidade que permite ao aluno lidar de forma bem-sucedida e flexível com os vários recursos e situações do cotidiano que envolve a Matemática.

Spinillo (2006, 2014), a partir de uma análise da literatura sobre o assunto, traz indicadores para uma maior compreensão conceitual, bem como para algumas possibilidades pedagógicas em relação ao desenvolvimento do Sentido de número, a saber: realizar Cálculo mental flexível; realizar estimativas e usar pontos de referências; fazer julgamentos quantitativos e inferências; estabelecer relações matemáticas e, usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro. Faremos uma síntese de cada um deles.

Sobre a realização de Cálculo mental flexível, observamos que a computação numérica flexível envolve o reconhecimento da igualdade entre o uso da composição e decomposição das quantidades durante a resolução do problema. Por exemplo, em situações de compra e venda, ao perguntar para o aluno “quanto é preciso obter para comprar cinco cadernos no valor de R\$ 50,00 cada?”, ele poderá atribuir $(50 \times 5$ ou $5 \times 50)$ $(50 + 50 + 50 + 50 + 50)$ $(100 + 100 = 200 + 50)$. Percebamos que em algumas situações o valor original presente no enunciado do problema é alterado, ilustrando a flexibilidade do raciocínio. O procedimento de Cálculo mental, então, estabelece relações numéricas significativas, operando sobre números, e não sobre algarismos, podendo ser correlacionado às propriedades das operações (distributividade, comutatividade, associatividade, etc.).

O uso de estimativas através de um ponto de referência ou âncoras, por sua vez, envolve operações a partir de arredondamento e aproximações, quando não é preciso obter um cálculo exato de modo que facilite a realização do Cálculo mental. Por exemplo, em problemas de adição e de subtração, os alunos podem utilizar pontos de referência com a base 10 e o dobro quando, ao somar $5 + 9$, fazem $5 + 10 - 1$ ou $5 + 5 + 4$.

Outro indicador do Sentido de número é a capacidade de fazer inferências e julgamentos sobre quantidades, exemplificado por Spinillo (2014, p. 25), como se segue:

Alunos dos anos iniciais do ensino fundamental foram solicitados a julgar se o resultado da soma $187 + 53$ poderia ser 200 ou não. Um deles respondeu que não, que seria mais do que 200, explicando que “Ora, de 187 para 200 falta pouco. Cinquenta e três é muito, vai passar de 200 com certeza.”. Note-se que o aluno, tomando 200 como ponto de referência, concluiu que a distância entre 187 e 200 é menor do que 53 e que, ao adicionar este número, o resultado seria maior que 200. Note-se ainda que nenhuma operação ou contagem foi feita e que o julgamento do aluno não se baseou em uma computação precisa.

Já o estabelecimento de relações matemáticas diz respeito à compreensão do caráter gerativo do sistema numérico decimal, como na noção de equivalência, na noção de quantidade relativa e na capacidade de identificar relações entre operações. O aluno é capaz de decompor números e compreender o sistema numérico decimal a respeito do valor de lugar (unidade, dezena, centena). As relações entre operações podem ser exploradas de diferentes maneiras, entre elas: relações inversas entre adição e subtração, explicitadas através da prova real ou para demonstrar que na adição se busca o todo e na subtração se busca uma parte. As relações entre adição e multiplicação podem ser por adições repetidas (4×3 ou $3 + 3 + 3 + 3$).

Quanto ao uso e reconhecimento de que um instrumento ou um suporte de representação possa ser mais útil ou apropriado que outro, vale ressaltar que o Sentido de número pode se expressar através da escolha de instrumentos culturais disponíveis na sociedade e de suportes de representação apropriados. Tomamos como exemplo alguns diálogos entre aluno e professor, extraídos de Spinillo (2006, p. 27), referentes às questões matemáticas:

Problema 1: Qual a melhor forma de resolver a conta $10.893 + 5.789$:

- (a) contar nos dedos,
- (b) fazer com lápis e papel ou
- (c) usar a calculadora?

Aluno: – Fazer com a calculadora.

Professor: – Por quê?

Criança: – Porque os números são muito grandes, não dá para contar nos dedos.

Professor: – E por que não pode com lápis e papel?

Aluno: – Poder pode, mas a gente pode errar na hora de contar número grande. O melhor é a calculadora.

Professor: – E por que você acha que contar nos dedos não é melhor?

Aluno: – Nos dedos não vai dar porque é pouco dedo para contar mais de mil.

Trazemos mais um exemplo usado por Spinillo (2006, p. 27):

Problema 2: Qual a melhor forma de medir o comprimento de uma sala:

(a) usar uma régua;

(b) usar palmos ou

(c) usar uma fita métrica?

Aluno: – Fita métrica.

Professor: – Por que é melhor?

Aluno: – Porque a fita mede coisas grandes e que estão longe.

Professor: – Mas não podia usar a régua não?

Aluno: – Poder pode, mas vai dar muito trabalho por causa que a régua é muito curta para isso.

Podemos observar, em ambos os diálogos, que o Sentido de número é estabelecido entre qual instrumento ou suporte de representação é mais apropriado para resolver uma situação-problema e entre o tamanho do objeto a ser medido (sala) e o instrumento a ser utilizado para realizar a medição de uma dada grandeza. Os alunos têm uma boa percepção ao reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro.

Os indicadores sugeridos por Spinillo (2006, 2014) podem estar presentes em uma mesma situação, assim como um mesmo indicador pode estar em diversas situações, não se manifestando isoladamente, mas de forma estruturada e articulada.

A análise do Sentido de número depende de um conjunto de elementos que se interligam e que dependem uns dos outros, em um processo gradual e evolutivo.

Na próxima subseção faremos uma breve discussão dos elementos que compõem o Sentido de Número nas aulas de Matemática.

2.2.1 Sentido de número e alguns componentes

McIntosh, Reys e Reys (1992) identificaram alguns componentes pertencentes à caracterização do Sentido de número, dentre os quais: conhecimento e destreza com os números; conhecimento e destreza com as operações; e aplicar o conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo. O Quadro 2 apresenta as características de cada componente.

Quadro 2 – Componentes de Sentido de número

Conhecimento e destreza com números	Conhecimento e destreza com operações	Aplicar conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo
• Sentido da ordenação dos números; • Múltiplas representações para os números; • Sentido de grandeza relativa e absoluta dos números; • Sistemas de valores de referência.	• Compreender o efeito das operações; • Compreender propriedades matemáticas; • Compreender a relação entre operações.	• Compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário; • Noção que existem múltiplas estratégias; • Inclinação para usar uma representação e/ou um método eficiente; • Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado.

Fonte: Adaptado de McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 7)

A seguir analisaremos a descrição de cada um dos elementos.

2.2.1.1 Conhecimento e destreza com números

De acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992), o conhecimento e a facilidade de representar os números são adquiridos mediante certos elementos e suas relações com o Sentido de número. Esses pesquisadores destacam:

- a) sentido da ordenação dos números: valor posicional, relações entre tipos de números, ordenar números dentro e entre tipos de número;
- b) múltiplas representações para os números: gráfico/símbolo, formas numéricas equivalentes (decomposição e recomposição), comparação com números de referências;
- c) sentido de grandeza relativa e absoluta dos números: comparação com um referente físico, comparação com um referente matemático;
- d) sistemas de valores de referência: matemático e pessoal.

O sentido da ordenação dos números faz inferência com a regularidade dos números por meio da compreensão do sistema de numeração, sua organização e

definições. Por exemplo, quando o aluno consegue contar a partir de 20, ele reconhece padrões que são específicos do sistema de numeração, mesmo de maneira oral ou com registros.

Com relação às múltiplas representações para os números, o aluno percebe que eles podem ser representados de várias maneiras através da decomposição e composição. Por exemplo: $5 + 5 + 5$ é o mesmo que 3×5 e em ambos os casos a resposta é 15.

O sentido de grandeza relativa e absoluta dos números supõe a comparação de um suporte concreto para a matemática abstrata, relacionando o valor equivalente de um número ou quantidade. Por exemplo, questionar o aluno com a seguinte questão: “seu cachorro de estimação já viveu 100 ou 500 dias?” Nesta ocasião, é dado ao aluno a possibilidade de pensar em 100 ou 500 num contexto pessoal, além de auxiliá-lo a compreender estes mesmos valores em situações diversas.

Por fim, o sistema de valores de referência faz uso de números de referência para calcular, empregando-se de estratégias de cálculo de arredondamento e de Cálculo mental. Por exemplo, uma pessoa que pesa 70 quilos (kg) e usa isso como referência para estimar o peso de outra pessoa, estando próximo ou não de seu peso.

2.2.1.2 Conhecimento e destreza com operações

McIntosh, Reys e Reys (1992) relacionam o Sentido de número com o conhecimento e a compreensão das operações vivenciadas na escola, e isto através de suas propriedades e de suas relações entre operações. Para isso, apresentam três procedimentos:

- a) compreender o efeito das operações: operar com números naturais e operar com frações/números decimais;
- b) compreender propriedades matemáticas: comutatividade, associatividade, distributividade, identidade e inversos;
- c) compreender a relação entre operações: adição/multiplicação, subtração/divisão, adição/subtração e multiplicação/divisão.

Compreender o efeito das operações reflete nas interações entre as

operações, assim como nos procedimentos das operações e seus resultados, incluindo números inteiros e não inteiros. Por exemplo, obter uma multiplicação $3 \times 5 = 15$ e pensar como uma adição repetida de parcelas iguais, $5 + 5 + 5 = 15$. É oportuno frisar que o professor deve apresentar vários modelos de contextos para a multiplicação, a fim de que os alunos abranjam tais potencialidades.

Compreender propriedades matemáticas inclui: comutatividade, como $6 + 4 = 10$ ou $4 + 6 = 10$, onde a inversão das parcelas não altera o resultado; associatividade, onde as parcelas podem ser somadas de maneiras diferentes, não alterando o resultado, como em $(3 + 2) \times 1 = 5$ ou $3 + (2 \times 1) = 5$; distributividade, onde pode ser operada a decomposição de um dos fatores, como $10 \times 25 = 10 \times (20 + 5) = 200 + 50 = 250$. A identidade e os inversos também se adequam para a divisão, do mesmo modo que a relação inversa existe para a multiplicação.

Compreender a relação entre as operações diz respeito às diferentes maneiras na resolução de problemas. Por exemplo, ao questionarmos o aluno com a questão “quantas rodas têm 6 carros?”, ele pode aplicar um processo de contagem, isto é, contar cada uma das rodas dos carros. Pode, também, aplicar a adição repetida ou a contagem por grupos ($4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$), ou ainda aplicar a multiplicação (6×4), entre outras possibilidades.

O debate sobre o Sentido de número no item “conhecimento e destreza com as operações” nos encaminha à abordagem sobre as diferentes estratégias de cálculo na seção 1.

2.2.1.3 Aplicar o conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo

O último componente apresentado por McIntosh, Reys e Reys (1992), a aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo, remete à compreensão da relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários, salientados em quatro itens:

a) compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário: reconhecer dados como exatos e aproximados, e a noção de que as soluções podem ser exatas ou aproximadas;

b) noção de que existam múltiplas estratégias: capacidade de criar e/ou inventar estratégias, capacidade de aplicar estratégias diferentes e capacidade de selecionar uma estratégia eficiente;

c) inclinação para usar uma representação e/ou um método eficiente: facilidade com vários métodos (mental, calculadora, papel e lápis) e facilidade em escolher números eficientes;

d) inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado: reconhecer a razoabilidade dos dados e reconhecer a razoabilidade do cálculo.

Compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário indica a seriedade na identificação das pistas que o problema oferece, e isto não apenas quanto às operações a serem utilizadas, mas também sobre quais números podem ser usados para se chegar ao resultado esperado, seja por estimativa ou por arredondamento. Por exemplo, numa situação-problema onde “Carlos gastou R\$ 2,88 em um lápis, R\$ 2,38 em uma caneta e R\$ 3,76 em um apontador. Carlos pode pagar com os R\$ 10,00 que sua mãe lhe deu?”, o aluno poderá operá-la de diversas maneiras, até mesmo recorrendo à estimativa.

A compreensão de que existem múltiplas estratégias, por sua vez, pressupõe que há várias formas ou técnicas para resolver um determinado problema. Caso determinada estratégia se mostre inadequada, impedindo que se alcance o resultado esperado, o aluno deve explorar outras estratégias, validando os resultados.

A inclinação para utilizar uma representação ou um método eficiente permite levar o aluno à compreensão que determinadas estratégias de cálculo são mais eficientes do que outras. Numa operação onde se deve calcular $7 + 6$, o aluno pode contar um a um, mas, para chegar ao resultado com mais facilidade e exatidão, ele também pode decompor e pensar em $7 + 3 + 3$. A inclinação para rever os dados, provoca a validação do resultado, tornando como parte integral no procedimento da resolução de problemas. Nesse contexto, McIntosh, Reys e Reys (1992) explicitam que o desenvolvimento do Sentido de número implica uma construção de saberes envolvendo números, operações e suas definições, como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Interligações dos componentes principais do Sentido de número



Fonte: McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 9)

A Figura 1 ilustra as interligações entre os componentes, associados ao processo de desenvolvimento do Sentido de número e da metacognição, ou seja, o aluno que mostra um bom Sentido de número busca um pensamento reflexivo ao analisar e verificar os números e as operações, além do resultado obtido. Este pensamento reflexivo irá envolver, em algum momento, qualquer um dos componentes que demonstramos no Quadro 2.

Mediante os indicadores de Spinillo (2014) e os componentes de McIntosh, Reys e Reys (1992), o Sentido de número deve ser inserido no contexto escolar, em todos os seus segmentos da Educação Básica, levando o aluno a pensar nas diversas resoluções dos problemas. Nesse contexto, o Cálculo mental colabora para o enriquecimento da flexibilização global dos números.

Adiante mostraremos a interligação do Sentido de número e do Cálculo mental.

3 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO CÁLCULO MENTAL

A ideia central nesta seção é conceituar o termo Cálculo mental e expor suas principais características e potencialidades no ensino de Matemática. Para isso, elencamos alguns dos momentos históricos, conceitos e estratégias do Cálculo mental. Diversos estudiosos incentivam o aproveitamento do Cálculo mental na escola e, como consequência, em nosso cotidiano.

3.1 Concepção de Cálculo mental

De acordo com Beltrame (2000), o termo Cálculo mental surgiu no ano de 1881, no Brasil, época em que foi efetuada uma reforma curricular com a primeira aparição nos programas de Matemática do Colégio Pedro II, reconhecido desde a Proclamação da República do Brasil como Ginásio Nacional, situado na cidade do Rio de Janeiro. O Decreto n. 8.051, de 24 de março de 1881, regulamentou os cursos para os estudos do Colégio Pedro II, sendo que, num período de sete anos os alunos teriam que concluir a sua formação, sendo que as matérias eram distribuídas conforme o ano e a idade dos alunos. No primeiro ano, na matéria “Aritmética Prática”, as orientações para o ensino de Cálculo mental estavam permeadas com “exercícios de cálculo mental”, mostradas no trecho a seguir:

Calculo dos numeros inteiros e de fracções; problemas. – Exercicios de calculo mental. – Pratica do systema metrico decimal. Reducção de pesos e medidas à unidade principal. Comparação dos pesos e medidas actuaes com os outr'ora em uso. Exercicios de conversão dos pesos e medidas de um systema nos de outro (BRASIL, 1881).

Mais tarde, em 1890, o termo Cálculo mental apareceu com o Decreto n. 981, de Benjamin Constant. Este decreto aprovou o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal para as escolas da cidade do Rio de Janeiro. Neste documento, a orientação para o Cálculo mental ficou visível nas escolas primárias de 1º grau, na matéria de Aritmética, nos três cursos – elementar, médio e superior – com o termo “exercício mental de problemas fáceis”, associado aos exercícios práticos de somar, diminuir e multiplicar, em caráter sistemático e utilitário.

De acordo com Werneck (2003) e Gomes (2007), o termo Cálculo mental reapareceu após três décadas, em 1926, no Programa de Ensino de Matemática com

uma nova estrutura proposta por Euclides Roxo.¹ No Colégio Pedro II, foi sugerida a unificação do ensino das matérias da Aritmética, Álgebra e Geometria para a criação de uma nova disciplina nas escolas primárias e secundárias, a saber, a Matemática. Então, em 1931, o Decreto n. 19.890, de Francisco Campos, estabeleceu a modernização do ensino secundário brasileiro e a reestruturação do currículo com a introdução da função e do cálculo no âmbito nacional, composto por:

Operações fundamentais, Cálculo mental, Caracteres de divisibilidade, Fatores primos, Mínimo múltiplo comum, Máximo divisor comum, Frações; Sistema métrico decimal; Unidades de tempo e ângulo; Raiz quadrada de inteiros e decimais; e Traçados gráficos (WERNECK, 2003, p. 42).

Segundo Werneck (2003), o Programa Nacional propunha diretrizes gerais que introduziram a Educação Matemática como uma nova metodologia de ensino. Assim, o aluno deveria se tornar agente descobridor do seu próprio conhecimento, incentivado às habilidades práticas de Cálculo mental, ou seja, calcular com agilidade e rapidez.

Somente em 1961 foi aprovada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1961), no governo de João Goulart, que definiu e regularizou o sistema educacional brasileiro. Com influências do Movimento da Matemática Moderna,² do período do regime militar, uma segunda versão da Lei Federal n. 5.692/1971 entrou em vigor, aprovando as escolas de Ensino de 1º grau e Ensino de 2º grau. Até este período, conforme ressaltou Gomes (2007), não havia referência para a valorização do Cálculo mental, constatando sua ausência nos livros didáticos e nos programas de ensino.

Nas décadas de 1980/1990, o Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos da América, *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (2000), publicou um documento que forneceu uma visão e uma estrutura para fortalecer o currículo de Matemática na América do Norte, trazendo orientações e discussões para o Ensino de Matemática em diversos países, estabelecendo, assim, princípios e padrões que influenciaram os currículos nacionais e internacionais.

¹ Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, diretor e professor de Matemática no Colégio Pedro II, colégio padrão para o ensino secundário no país, e autor do livro *Lições de Arithmetica*, de 1926.

² Movimento da Matemática Moderna (MMM), conhecido através dos debates sobre a necessária renovação do ensino da Matemática, nos diferentes níveis de ensino com a participação de professores, pedagogos e sujeitos interessados na educação, iniciado na Europa e nos Estados Unidos da América.

Com base na Constituição da República Federativa do Brasil (BRASIL, 1988) de 20 de dezembro de 1996, artigo 9, ficou determinado o dever da União de se incumbir de:

I – elaborar o Plano Nacional de Educação, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios [...]

IV – estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum [...]

VI – assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino [...] (BRASIL, 1996).

Assim, competências e diretrizes nortearam os currículos de Matemática, até surgir, em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997). Por conseguinte, o Cálculo mental tende novamente a lutar por seu espaço nos programas de ensino e nas diretrizes oficiais da educação brasileira. Os PCN destacam que o ensino de Matemática deve levar o aluno a desenvolver procedimentos de cálculo (mental, escrito, exato e aproximado) através da observação de regularidades e de propriedades das operações na verificação dos resultados, ou seja, o aluno precisa calcular com agilidade, empregando estratégias pessoais e convencionais (BRASIL, 1997, p. 65, 77). Os PCN perdem sua força e participação nos currículos com a chegada da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Abordaremos mais especificamente os PCN e a BNCC nas próximas seções, onde analisaremos os documentos oficiais.

Conforme verificamos, o Cálculo mental apareceu gradualmente em programas de ensino para Matemática. Em alguns currículos, sua relevância era dada após o trabalho com os algoritmos convencionais, enquanto que em outros, era trabalhado separadamente, sem a ajuda de meios externos, focando, assim, na rapidez e na agilidade do cálculo.

Fontes (2010), em sua pesquisa intitulada “O valor e o papel do Cálculo mental nas séries iniciais”, verificou as concepções de Cálculo mental no contexto educacional da rede municipal de São Paulo, do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Os dados coletados foram por meio de: a) documentos curriculares, disponíveis no Departamento de Orientações Técnicas – DOT, da Secretaria Municipal de São Paulo, desde a década de 1980 até 2010 (ano da pesquisa); b) análise dos cursos de

formação para os professores da mesma época; c) entrevista com a professora que foi uma das coordenadoras da área de Matemática do curso de formação “Caminhos: da qualidade na Educação ao Ensino”, de 1993; e, d) questionário para professores do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental I, que tivessem mais de 10 anos de magistério municipal, escolhidos aleatoriamente. Na pesquisa feita por Fontes (2010), encontramos os seguintes indicativos relacionados ao uso do Cálculo mental:

a) nos documentos curriculares propostos pela rede municipal de São Paulo, todos indicaram o crédito do Cálculo mental para a promoção do conhecimento matemático;

b) os cursos de formação propuseram discussões teóricas sobre a conceituação e a necessidade do Cálculo mental, trocas de experiências entre professores e gestores participantes, além de discussões práticas sobre o encaminhamento do trabalho com Cálculo mental em sala de aula;

c) no questionário para os professores foi notado uma valorização do Cálculo mental, citado por todas as professoras como sendo fundamental para desenvolver o raciocínio matemático, além de proporcionar um pensamento flexível e uma aprendizagem com compreensão.

Para Fontes (2010), embora o Cálculo mental seja destaque em diversos programas curriculares e na formação de professores, ainda existem divergências entre sua conceitualização e sua aplicação em sala de aula. Segundo a pesquisa, quase todas as professoras que responderam ao questionário não tiveram oportunidade de calcular mentalmente quando eram crianças, ou seja, elas não traziam consigo uma experiência de vida pautada neste tipo de cálculo, pelo contrário, tiveram o algoritmo como forma principal de se calcular, refletindo isso em suas práticas pedagógicas.

Autores como Nóvoa (1995), Brito (2001), Tardif (2014) e Gauthier *et al.* (2013) apontaram que as pesquisas sobre formação, prática, identidade e profissionalização docente têm sido utilizadas com frequência na compreensão e interpretação da docência. Segundo Nóvoa (1995, p.9), “não há ensino de qualidade, nem reforma educativa, nem inovação pedagógica, sem uma adequada formação de professores”. Para Gauthier *et al.* (2013), o saber advindo da experiência precisa ser cientificamente

validado, considerando, assim, que a profissão de professor possui saberes específicos. Brito (2001, p. 58), por sua vez, ponderou que

O professor deveria atuar na sala de aula como um pesquisador que busca os problemas relativos ao processo de ensino-aprendizagem, analisando-os à luz das teorias mais recentes e buscando métodos adequados para melhorar a aprendizagem dos estudantes e o próprio ensino.

Dessa forma, mediante os comentários dos estudiosos, a prática docente reflete um autoconhecimento que visa a flexibilização e a ampliação de estratégias pedagógicas que estimulem os alunos no planejamento e/ou aprimoramento de seus métodos de solução de problemas, dentre os quais, o Cálculo mental.

Atualmente, assentiu Gomes (2007), ainda há certo preconceito com o Cálculo mental, pois, apesar de estar em programas de ensino e orientações curriculares, associá-lo à escola básica é um grande desafio. Embora o Cálculo mental exista há muito tempo, é imprescindível ampliar a discussão, tanto em relação ao seu papel na construção dos conhecimentos matemáticos, quanto sobre as formas ou metodologias para o seu desenvolvimento.

Para Ribeiro, Valério e Gomes (2009, p. 7-9), estudiosos do Programa de formação continuada em Matemática para professores do 1º e 2º ciclo, de Lisboa, o conceito do Cálculo mental tem sido pautado, nas últimas décadas, em cálculo ativo, flexível e habilidoso. Segundo eles, a competência de Cálculo mental pode se caracterizar por: permitir, a cada um, escolher seu próprio método; adaptar os números conforme o resultado; utilizá-los, quando for compreendido; trabalhar com os números globalmente; permitir o uso de registros e incentivar um bom desenvolvimento do Sentido de Número e dos fatos numéricos elementares. Portanto, o Cálculo mental não deve ser entendido sem o progresso do Sentido de número. Na subseção a seguir, abordaremos o Cálculo mental no contexto escolar, ampliando, assim, nossa discussão.

3.2 Cálculo mental no contexto escolar

A discussão exposta até aqui mostrou que as propostas de ensino para a Matemática não são recentes. Cada momento histórico contribuiu com mudanças no campo educacional. Deste modo, professores em sala de aula são afetados

diretamente por novas legislações, programas de ensino e grades curriculares.

Na pesquisa de Carraher, Carraher e Schielmann (1995), averiguou-se o uso de habilidades matemáticas no cotidiano de crianças e adolescentes, de oito a treze anos de idade, que frequentavam a 3ª série na escola e trabalhavam como comerciantes nas feiras de Recife, no Estado brasileiro de Pernambuco. No primeiro momento da pesquisa, foi constatado que quando algumas dessas crianças eram solicitadas a realizar “contas”³ do dia a dia (para a venda de cocos nas barracas da feira), elas resolviam vários problemas matemáticos, recorrendo às suas habilidades e estratégias particulares. No segundo momento da pesquisa, ocorrido no ambiente de trabalho ou na casa dos participantes, foi proposto um segundo teste com perguntas formais sobre os mesmos problemas matemáticos, mas na forma escrita ou verbal; os participantes poderiam fazer anotações, utilizando-se de lápis e papel. Os pesquisadores repararam, no entanto, que o índice de respostas erradas foi maior no segundo teste do que no primeiro.

Embora a aritmética das crianças fosse praticamente impecável quando estavam em suas vendas (mais de 98% de acertos), eles acertaram em média apenas 74% das vezes quando diante de problemas de venda que exigiam a mesma aritmética e meros 37% quando enfrentavam praticamente os mesmos problemas apresentados na forma de um teste de aritmética (simbólico) elementar (DEVLIN, 2009, p. 167-168 *apud*. CARRAHER; CARRAHER; SCHIELMANN, 1995).

Destarte, o estudo de Carraher, Carraher e Schielmann (1995, p. 39) evidenciou que os participantes tiveram um melhor desempenho na resolução de problemas “informais” presentes no cotidiano (na barraca da feira), por meio de suas próprias estratégias, do que diante de problemas “formais” (oferecidos pela escola). Sendo assim, os estudiosos concluíram que

A atividade que conduz à aprendizagem é a atividade de um sujeito humano construindo seu conhecimento. Ainda que a Matemática formal proíba demonstração por processos indutivos, a aprendizagem de conceitos matemáticos pode exigir a observação de eventos no mundo. Podemos estabelecer relações entre os objetos de nosso conhecimento, contá-los, medi-los, somá-los, dividi-los, etc. Verificar os resultados das diferentes formas de organização que escolhemos para nossas atividades (CARRAHER; CARRAHER; SCHIELMANN, 1995, p. 12-13).

³ Definimos contas, neste caso, como operações matemáticas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão.

Segundo Parra (1996), a aprendizagem de diferentes procedimentos do cálculo matemático amplia as possibilidades de progressão de habilidades fundamentais na formação do aluno da escola básica. O avanço nas estratégias de Cálculo mental deve ser fruto de descobertas pessoais de cálculo e da troca de ideias entre os alunos, para que eles sintam a necessidade de calcular mentalmente, de fazer estimativas, de obter valores aproximados ou exatos.

Ainda de acordo com Parra (1996, p. 186), o Cálculo mental é uma expressão que pode ter muitos significados, dividindo opiniões, provocando dúvidas e expectativas. Diretamente ligadas a aspectos da vida cotidiana, são muitas as situações vinculadas ao Cálculo mental, por exemplo, a estimativa ou o arredondando dos gastos em uma compra de supermercado, o cálculo dos ingredientes de uma receita, a elaboração de um orçamento global para uma festa ou uma viagem, etc.

Parra (1996) esclareceu que o Cálculo mental não exclui o uso de papel e lápis, ainda que muitos estudos ainda contraponham cálculo escrito e Cálculo mental. O cálculo escrito costuma ser chamado de cálculo automático ou mecânico, e se refere à utilização de um algoritmo ou de um material (ábaco, régua de cálculo, calculadora, tabela de logaritmos, etc.). O Cálculo mental é chamado de cálculo pensado ou refletido, oferecendo diversas estratégias sem que haja algum algoritmo pré-estabelecido.

Entenderemos por cálculo mental o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisado os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre números (PARRA, 1996, p. 186).

O Programa de Matemática do Ensino Básico de Portugal (PORTUGAL, 2007, p. 10) caracteriza o Cálculo mental como

(i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação. Existem diferentes estratégias de cálculo mental que devem constituir objetivos de aprendizagem na aula de Matemática, pois quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à-vontade se sentirá o aluno no uso de estratégias de cálculo mais convencionais como os algoritmos das quatro operações.

Neste sentido, Parra (1996, p. 202) endossou que o professor precisa ter bem claro para si quais são os procedimentos que, a cada nível, devem estar disponíveis para cada aluno, e isto a fim de tornar possível a abordagem e a aquisição de novos conhecimentos.

Também é necessário dispor de ferramentas que permitam diagnosticar os conhecimentos dos alunos e conhecer propostas didáticas, visando avanços nos conhecimentos dos alunos. Sobre o uso do Cálculo mental no contexto escolar não poderia ser diferente. Assim, seria pertinente afirmar que os alunos serão capazes de resolver situações-problemas com estratégias e habilidades autênticas, como veremos a seguir.

3.3 Cálculo mental na resolução de problemas

Pesquisadores como Polya (1995), Pirola (2000), Nunes *et al.* (2005), Moura (2007), Starepravo (2009), Brito (2010), Lopes, Roos e Bathelt (2014) e Guérios e Medeiros Junior (2016) vêm discutindo sobre a resolução de problemas, encarada como uma atividade associada às aulas de Matemática, e presente no contexto escolar e no cotidiano.

Dentre as várias interpretações para a fundamentação desse tema, os PCN apontam “a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática” (BRASIL, 1997, p. 39). Ressaltam, ainda, que o conhecimento matemático alcança significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham na busca de estratégias de resolução. A situação-problema, então, é vista como desencadeadora da formação de conceitos matemáticos, sendo que ela

é o ponto de partida da atividade a matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las (BRASIL, 1997, p. 40).

Guerios, Agranionih e Zimer (2014, p. 6) expressaram que

Uma proposta pedagógica pautada na resolução de problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelos professores. A partir delas, os alunos podem significar os procedimentos da resolução e construir ou consolidar conceitos matemáticos pertinentes às soluções.

É fundamental que o ensino da Matemática dê ênfase maior à resolução de problemas, por meio do fortalecimento do Cálculo mental. Assim, incentivaremos nossos alunos na busca de diferentes estratégias de cálculo.

Na próxima subseção discutiremos alguns tipos de cálculo, inclusive o Cálculo mental.

3.3.1 Resolução de problemas e tipos de cálculo

No ensino de Matemática, a resolução de problemas não deve ser entendida como um conteúdo isolado do currículo, mas sim como uma metodologia que deve permear todo o processo de ensino e aprendizagem. Alguns documentos oficiais sugerem objetivos para o Ensino Fundamental, conforme explicitado nos PCN:

Resolver situações-problemas, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, intuição, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (BRASIL, 1997, p. 51).

Na BNCC (BRASIL, 2017), que afirma o compromisso com o “letramento matemático”, a resolução de problemas surge como uma das alternativas nas

Competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017, p. 264).

A unidade temática Números, presente na BNCC, sugere que os alunos devem desenvolver o pensamento numérico, o que implica no conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. Dessa forma, a destreza matemática não deve se restringir somente à aprendizagem dos algoritmos nas quatro operações, mas acrescentar a habilidade de efetuar cálculos mentais, fazer estimativas, usar calculadora e decidir quando é apropriado usar ou não determinado procedimento de cálculo (BRASIL, 2017, p. 266-274).

Vemos, então, que nos PCN e na BNCC a resolução de problemas é concebida como um tipo de instrumento em prol do aprendizado do aluno, nos casos em que se apresenta um conceito através de uma problematização inicial, além do tratamento

conceitual, procedimental e atitudinal.

O professor deve enfatizar a apropriação do conhecimento matemático por meio de situações diversas, tendo em vista estimular a curiosidade e a investigação de novos conceitos. É por meio da resolução de problemas que o aluno participa desta construção do saber.

Polya (1995) apresentou estratégias e comentou sobre o papel do professor e do aluno diante do ensino e aprendizagem através de problemas matemáticos. Afirmou que o problema pode ser “modesto”, mas, se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, o aluno que resolvê-lo por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Também comentou que uma solução satisfatória para o problema acontece quando procuramos meios para apurá-lo, pois, não havendo curiosidade ou se a solução já for conhecida ele deixa de ser um problema.

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática [...] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom resolvidor de problema, tem que resolver problemas (POLYA, 1995, p.3).

Polya (1995) acreditava que a habilidade de descobrir e inventar ofereceria ao aluno várias oportunidades de aprendizagens com a finalidade de juntar as ações. Para o autor, o processo de resolução de um problema matemático é dividido em quatro fases: a) compreensão do problema: compreender o enunciado, qual é a incógnita, o enigma; b) estabelecimento de um plano: planejar a ação e propor a resolução; c) execução do plano: resolver o problema, colocá-lo em prática e demonstrar a solução planejada; d) retrospecto: verificar a solução e examinar a solução obtida.

Deste modo, diante do papel do professor no ensino e aprendizagem, a metodologia que proporciona a junção das quatro etapas contribui para que os alunos desenvolvam estruturas cognitivas de bom nível. O pesquisador aconselhou o professor a ser um mediador que desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com seus conhecimentos e auxiliando-os, por meio de indagações estimulantes, no alcance dos objetivos.

Conforme Vergnaud (1993), a complexidade de uma resolução problema está associada ao ensino do campo conceitual, possibilitando um conjunto de estratégias,

sendo que dessa forma o conceito não aparece isolado e a cada situação temos uma variedade de conceitos a serem analisados. Portanto, a teoria dos campos conceituais traz valiosas contribuições nas aulas de Matemática, uma vez que pode orientar o trabalho do professor.

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitiva, que busca propiciar uma estrutura coerente e alguns princípios básicos ao estudo do desenvolvimento e das aprendizagens das competências complexas, sobretudo, o que depende da ciência e da técnica. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem, ela envolve a didática, embora não seja em si uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permite compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos em crianças e adolescentes (VERGNAUD, 1993, p.1).

Muniz (2009) evidenciou que a escola conduz ao trabalho com as operações tão somente a partir de um único conceito, dentre os diversos procedimentos que cada operação permite, quando tratada de forma restrita. Ela denominou de “reducionismo conceitual” quando apenas um conceito é usado para cada operação. Nas operações matemáticas de adição, conceitua-se apenas o “juntar”; para subtrair, “retirar”; na multiplicação, “juntar parcelas”; na divisão, “repartir”. Geralmente, quando isso ocorre, o aluno fica sem saber qual procedimento usar, pois seus conceitos estão limitados e, por isso, anseia “adivinhar” qual operação matemática poderá utilizar para a resolução do problema, mas, sem sucesso, recorre em seguida à resposta do professor.

Provavelmente, o reducionismo conceitual tenha dificultado o fascínio no aprendizado da Matemática e, por esse motivo, muitos alunos não gostam de estudá-la, considerando-a difícil. No entanto, Muniz (2009), Pires e Rodrigues (2017) *apud* Vergnaud (1993) destacam a relevância de focalizar um conjunto de problemas que explorem a união dos campos da adição e da multiplicação, conceitos mais amplos de significados nas operações. Resumidamente, apontamos o quadro, a seguir.

Quadro 3 – Campos conceituais aditivo e multiplicativo proposto por Vergnaud (1993)

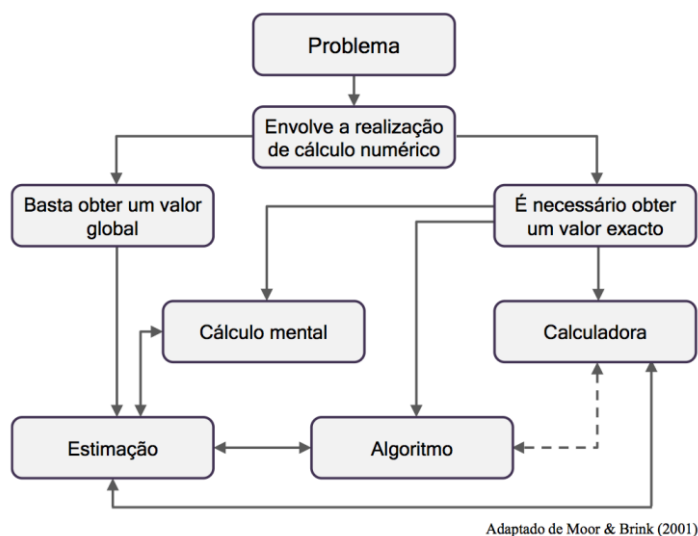
Campo aditivo (envolve adição e/ou subtração)	Campo multiplicativo (envolve multiplicação e/ou divisão)
Problemas	
de composição: associados à ideia de compor estados para obter outro estado	de proporcionalidade: associados à ideia de comparação entre razões
de transformação: associados à ideia de alterar um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa	de comparação: associados às ideias de dobro, triplo, metade, terça parte, etc
de comparação: associados à ideia de comparar quantidade ou medidas	associados à configuração retangular
de associação: associados à composição de transformações positivas ou negativas	associados à ideia de combinatória

Fonte: Pires e Rodrigues (2017, p.12)

Notemos que o campo aditivo (adição e subtração) encerra problemas com os conceitos de acrescentar, juntar, retirar, comparar e complementar. Já no campo multiplicativo (multiplicação e divisão) ocorrem conceitos de proporção e combinação, também repartir, medir e relacionar parte/ todo ou parte /parte.

Corroborando com essas ideias, mas diversificando os vários sentidos da adição e subtração, propondo, assim, problemas aos alunos problemas, Ferreira (2008, p.149) recorreu à Treffers e Buys (2001): “quando a adição surge associada a situações de *juntar*, *acrescentar*; a subtração aparece como *retirar* e *diferença* e devem ainda ser consideradas situações que envolvam *comparar* e *igualar*”. Isso deixa claro, então, que a interpretação de um problema e a escolha do procedimento para resolvê-lo oferece aos alunos a capacidade de diferenciar os dados, organizar, comparar e formular hipóteses.

Diante disso, destacamos os diferentes tipos de cálculo, conforme esquema de Brocardo (2011), elaborado a partir de uma síntese de Moor e Brink (2001), em que o aluno, diante de uma resolução de problema, pode tomar possíveis decisões a respeito do cálculo.

Figura 2 – Esquema de diferentes tipos de cálculo

Fonte: Brocardo (2011, p. 5)

De acordo com o esquema, os cálculos são de tipo mental, por algoritmo ou por estimativa. Mostra também que, começando de uma situação-problema, o aluno pode criar seu próprio procedimento a partir da realização do cálculo numérico, mas, para isso, ele deve verificar se o caminho escolhido requer um valor global ou um valor exato para resolvê-lo. Ao realizar a escolha o aluno poderá refletir sobre suas hipóteses, validando a resposta em qualquer uma das escolhas de cálculo, através de um valor exato, sendo que, assim, ele poderá utilizar os cálculos por algoritmo, o Cálculo mental ou a calculadora; para obter um valor global, por sua vez, o aluno poderá recorrer ao cálculo por estimativa. Desse modo, incentivar os alunos na realização do Cálculo mental é um facilitador para aprimorar o conhecimento sobre números, as relações entre as operações matemáticas e o desenvolvimento do Sentido de número.

Pires e Rodrigues (2017) ressaltaram que, para o uso de procedimentos pessoais, os alunos mostram autonomia e criatividade em vez de tentarem somente a memorização dos algoritmos e regras, obtendo a flexibilização dos números.

Rathgeb-Schierer e Green (2019) definiram que o desenvolvimento da flexibilidade do Cálculo Mental ocorre por meio de uma combinação de ações cognitivas estrategicamente empregadas, considerando que as estratégias de resoluções permeiam as relações numéricas reconhecidas, refletindo, assim, vários tipos de cálculo para uma situação-problema. Os autores sugeriram duas abordagens de ensino diferentes que podem favorecer a flexibilidade no Cálculo mental:

De um lado, a flexibilidade no cálculo mental pode favorecer a instrução direta, isto é, ensinar estratégias específicas aos alunos (no sentido de todo um percurso de resolução), encorajando-os a testar e a discutir a adequação de estratégias únicas em contextos específicos de resolução de operações. Por outro lado, o ensino da flexibilidade no cálculo mental enfatiza o desenvolvimento de uma compreensão conceitual sobre números e operações que incorporam um profundo conhecimento sobre números e relações entre números, bem como de meios estratégicos (RATHGEB-SCHIERER; GREEN, 2019, p. 7).

Se o professor é parte integrante deste processo de ensino e aprendizagem, então, ele poderá propor ferramentas de intervenções para ajudar a melhorar o conhecimento flexível perante situações-problemas desafiadoras, além de estimular os estudantes a raciocinar sobre suas escolhas. Trataremos sobre estratégias de Cálculo mental na seção seguinte.

3.3.2 Estratégias de Cálculo mental

Thompson (1999), bem como Foxman e Beishuizen (2002), verificaram como crianças holandesas, até 11 anos de idade, resolviam as atividades de adição e subtração com números de intervalos até 100. Para esses pesquisadores, o Cálculo mental é diferente de aritmética mental. Enquanto a primeira requer estratégias mentais – "trabalhando com a cabeça" (descobrir) –, a segunda envolve apenas a lembrança mental – "trabalhar na sua cabeça" (fatos) – bem como, também, recordação.

Segundo Thompson (1999), as estratégias mentais referem-se à aplicação de conhecimento ou do número calculado de fatos que, combinados com propriedades específicas do sistema numérico, são usados para achar a solução de um cálculo cuja resposta não é conhecida. Ainda segundo Thompson (1999, p. 2), as crianças selecionam a estratégia mais apropriada para lidar com os números específicos envolvidos no cálculo. Tomando isso como ponto de partida, o estudioso elaborou estratégias de Cálculo mental para adição e subtração, expostas no Quadro 4:

Quadro 4 – Estratégias de Cálculo mental para números menores que 20

Níveis de estratégias aditivas Exemplo: $4 + 5$	Níveis de estratégias subtrativas Exemplo: $8 - 3$
• Contar todos: o aluno recorre a materiais concretos ou aos dedos para fazer a adição, contando tudo ($4 + 5$, o aluno conta do 1 até ao 9). • Contagem a partir do primeiro número (<i>Counting on from first number</i>): o aluno conta do primeiro número, continuando a contar a partir desse ($4 + 5$, o aluno conta: quatro, cinco, seis, sete, oito, nove). • Contagem a partir do número maior (<i>Counting on from larger</i>): o aluno inicia a contagem a partir do número maior ($4 + 5$, o aluno conta: cinco, seis, sete, oito, nove), chegando, dessa forma, ao resultado de forma mais rápida. • Utilização de fatos fundamentais de adição: o aluno responde rapidamente, mostrando assim, que possui domínio sobre a operação. • Cálculo com base em fatos fundamentais: o aluno recorre a outras operações para calcular o valor da operação apresentada ($4 + 5$, o aluno calcula $5 + 5 = 10$, logo $4 + 5$ é menos um valor, logo 9). • Saltos de 10 (<i>bridging through ten ou jumping via ten</i>): por exemplo, $7 + 6 =$, $7 + 3 = 10$; $10 + 3 = 13$.	• Contagem dos que sobram (<i>countout</i>): o aluno levanta 8 dedos, abaixa 3 e conta aqueles que ficaram levantados. • Contagem para trás a partir de um número (<i>count back from</i>): o aluno conta para trás, partindo do aditivo até chegar ao subtrativo, usando os dedos ou outro material como auxílio. O resultado da operação é o último número falado. • Contagem para trás até (<i>count back to</i>): o aluno conta a partir de 8 até chegar no 3, usando os dedos como auxílio. O resultado é o número de dedos que ele tem levantado. • Contagem até (<i>count up</i>): o aluno conta a partir do 3 até o 8, recorrendo aos dedos como auxílio para resolver a operação proposta. • Utilização de fatos fundamentais: para a subtração e para o cálculo com base em fatos fundamentais. • Saltos de 10 (<i>bridging through ten ou jumping via ten</i>): por exemplo, $12 - 5 =$; $12 - 2 = 10$; $10 - 3 = 7$.

Fonte: Adaptação de Monger (2019, *apud*. Thompson, 1999)

Para Thompson (1999), os alunos usam estratégias mentais básicas quando trabalham com números que vão até 20 e de apenas um dígito. No entanto, para que as crianças conheçam essas ligações numéricas, não é essencial que elas aprendam a usar todas as estratégias, já que algumas são mais importantes do que outras, mas sim que se familiarizem com os fatos numéricos fundamentais.

Uma das razões pelas quais os professores devem discutir estratégias mentais na sala de aula é para levar seus alunos a experimentar as ideias uns dos outros e legitimar a viabilidade de estratégias pessoais. Para Thompson (1999, p. 4), os professores têm que estar cientes da variedade de métodos disponíveis, não para haja um ensino formal, mas para os alunos que estejam desenvolvendo habilidades com determinada estratégia sejam capacitados.

Buys (2008), em *Children Learn Mathematics*, também contribuiu para a

definição de Cálculo mental. Ele discorreu sobre várias finalidades para a sua compreensão, comparando-o com uma ferramenta útil e flexível, quando realizada com os números, e não com os dígitos, pois os números mantêm o seu valor. Buys (2008, p. 122), ainda comenta que a habilidade do Cálculo mental não está estritamente ligada a uma determinada área numérica ou a certas operações.

Sander (2018), referindo-se à Buys (2008), afirmou que o Cálculo mental é uma maneira de abordar números e informações numéricas, em que os números são tratados de maneira prática e flexível e caracterizam algumas propriedades elementares das operações e das relações numéricas, tais como:

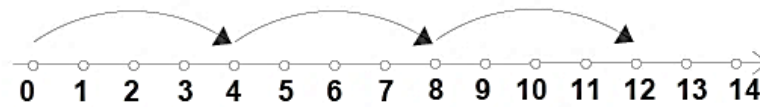
a) propriedade comutativa ($16 + 47 = 47 + 16$; $28 \times 3 = 3 \times 28$);

b) propriedade distributiva ($13 \times 6 = (10 \times 6) + (3 \times 6)$);

c) propriedade de relações inversas ($62 - 59 = 3$, porque $59 + 3 = 62$; $420 \div 7 = 60$, porque $7 \times 60 = 420$).

Buys (2008, p. 123) sugeriu, ainda, que para resolver problemas matemáticos por meio de cálculos mentais aritméticos devemos descartar um procedimento padrão para a adição, subtração, multiplicação e divisão. Em geral, o Cálculo mental assume três formas elementares, visto que os processos de aprendizado continuam logicamente entre si, e sua aquisição é acompanhada por uma crescente expansão na compreensão de números e operações. Quanto às três estratégias de Cálculo mental, temos:

a) Cálculo mental por uma estratégia de linha (linear), os números são vistos, principalmente, como objetos na linha de contagem e as operações são movimentadas ao longo dessa linha: mais (+) ou voltar (–), repetidamente mais (x) ou voltar repetidamente (:). Por exemplo, vejamos, na figura seguinte, uma reta numérica na contagem de ordem quatro ($4 + 4 + 4$ ou 3×4):

Figura 3 – Exemplo de reta numérica

Fonte: Carvalho (2010)

b) Cálculo mental por uma estratégia de divisão/partição (decomposição) em que os números são vistos, principalmente, como objetos com uma estrutura decimal, e onde as operações são realizadas dividindo e processando os números com composição dos números. Por exemplo, subtrair 83 de 47 = ?; $80 - 40 = 40$; $7 - 3 = 4$; $40 - 4 = 36$.

c) Cálculo mental por uma estratégia (variada) baseada em propriedades de cálculo em que os números são vistos como objetos que podem ser estruturados de todos os tipos e em que operações ocorrem escolhendo uma estrutura adequada e usando as propriedades aritméticas apropriadas. Por exemplo, multiplicar 8 vezes de 75 = ?; $2 \times 75 = 150$; $150 + 150 = 300$; $300 + 300 = 600$.

Diante dessas considerações, Rathgeb-Schierer e Green (2019) estabeleceram seis estratégias de Cálculo mental na resolução de problemas para a adição e subtração: estratégia de salto, estratégia de divisão, mescla de divisão e salto, estratégia de compensação, estratégia de simplificação e adição indireta. O Quadro 5 sintetiza as características de cada estratégia.

Quadro 5 – Estratégias para adição e subtração - exemplos para: $56 + 38$ e $91 - 46$

1 – Estratégia de salto	O primeiro passo dessa estratégia caracteriza-se por manter a primeira parcela (o minuendo), e dividir a segunda parcela (o subtraendo). No segundo passo, os números divididos são sucessivamente adicionados ou subtraídos. Vejamos: $56 + 30 = 86$; $86 + 8 = 94$ e $91 - 40 = 51$; $51 - 6 = 45$.
2 – Estratégias de divisão	Essa estratégia caracteriza-se pela divisão dos dois números do problema e pela adição ou subtração das unidades, separadamente. Quanto à adição, essa estratégia fornece uma simplificação efetiva de uma operação multidígitos complexa. Quanto à subtração, também é uma simplificação, mas apenas no caso de operações que não exijam reagrupamento. Vejamos: $50 + 30 = 80$; $6 + 8 = 14$; $80 + 14 = 94$ e $90 - 40 = 50$; $1 - 6 = 5$; $50 - 5 = 45$.
3 – Mescla de divisão e salto	Representa uma mescla às estratégias de salto e divisão, conforme descritas acima. Vejamos: $50 + 30 = 80$; $80 + 6 = 86$ + $8 = 94$ e $90 - 40 = 50$; $50 + 1 = 51 - 6 = 45$.
4 – Estratégia de compensação	Aqui um número é arredondado para transformar a operação em uma mais fácil. Subsequentemente, o resultado é compensado pelo fator de arredondamento. Vejamos: $56 + 40 = 96$; $96 - 2 = 94$ e $91 - 50 = 41$; $41 + 4 = 45$.
5 – Estratégia de simplificação	A operação é modificada sem alterar o resultado. Para a adição, isso significa alterar as duas parcelas de maneira oposta. Em uma operação de subtração, o minuendo e o subtraendo são modificados da mesma maneira. Vejamos: $56 + 38 = 94$; $54 + 40 = 94$ e $91 - 46 = 90 - 45 = 45$.
6 – Ação indireta	Essa estratégia, principalmente na subtração, recorre à soma do subtraendo até que se alcance o minuendo. A estratégia é muito eficaz, especialmente se minuendo e subtraendo forem próximos. Vejamos: $46 + \underline{\quad} = 91$

Fonte: Adaptado de Rathgeb-Schierer e Green (2019)

As seis estratégias estabelecidas pelos autores podem ser úteis para analisar as soluções dos alunos de modo geral. Cada problema pode ser resolvido por diferentes estratégias, chegando-se a um mesmo resultado.

Desta forma, concordando com Mendonça e Lellis (1989) e Parra (1996), o Cálculo mental pode ser tido como pessoal, considerando-se as particularidades de cada aluno. Para garantir uma aprendizagem consistente, o professor deverá perceber a relevância do Cálculo mental quando contribui adequadamente ao desenvolvimento do raciocínio e da formação emocional do aluno, “a atitude adequada do professor consiste em favorecer a troca de idéias e a autonomia, contribuindo assim para os alunos descubram ou inventem processos pessoais de cálculos” (MENDONÇA; LELLIS, 1989, p. 52).

Para concluir, Portugal (2007) ressaltou a necessidade de proporcionar aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o Cálculo mental. Para isso, devem ser trabalhadas

diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações. Devem ser também praticadas na aula rotinas de cálculo mental, podendo este ser apoiado por registos escritos. Progressivamente, os alunos devem ser capazes de utilizar as suas estratégias de modo flexível e de selecionar as mais eficazes para cada situação. É também importante que os alunos estimem resultados e ajuízem acerca da sua razoabilidade (PORTUGAL, 2007, p. 14).

As propostas de ensino e a intervenção do professor deveriam ser planeadas em conjunto, a fim de levar o aluno a pensar matematicamente, inserindo as habilidades em situações didáticas. Levar o aluno a explicitar e refletir sobre suas formas de proceder na resolução de problemas pode ser um meio para tornar o aluno numeralizado, um desafio possível.

Teixeira e Rodrigues (2015) verificaram as estratégias de Cálculo mental acionadas por alunos do 1º ciclo do Ensino Básico nas diversas operações que incluíam números naturais e na maneira como essas estratégias se organizaram. Para isto, foram levantadas as seguintes indagações: qual a importância da implementação de uma rotina de Cálculo mental?; quais estratégias de Cálculo mental os alunos costumar usar?; de que modo podem evoluir esse tipo de cálculo?; qual a importância da discussão oral das estratégias utilizadas? Para responder tais perguntas, recolheram os dados através da observação, entrevista e análise documental. A investigação foi realizada em uma cidade do distrito de Lisboa, Portugal, com alunos do 3º ano. Foi adotado um paradigma interpretativo, realizando, assim, a triangulação dos dados e o uso de múltiplas técnicas de recolha de dados. Apesar de ter sido feita com toda a turma, a entrevista foi aplicada apenas em duas alunas, de modo a permitir uma análise mais aprofundada das estratégias utilizadas por elas ao longo do processo de intervenção.

A aluna entrevistada (A1) mobilizou várias e diferentes estratégias ao longo das intervenções. Para as adições e as subtrações ela aplicava estratégias de decomposição (decimal e não decimal) e, gradualmente, incorporou em seu repertório estratégias de modo flexível. Vejamos alguns exemplos:

Quadro 6 – Estratégias de cálculo da aluna A1

Uso da decomposição não decimal do aditivo	Uso da decomposição decimal do subtrativo
Exemplo 1: $155 + 22 + 12 =$ $175 + 2 + 12 =$ $177 + 12 =$ 189	Exemplo 2: $76 - 23 =$ $76 - 20 - 3 =$ $56 - 3 =$ 53

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 259)

No caso da aluna A1, verificou-se a evolução no sentido de parar de usar as adições/subtração sucessivas e começar a aplicar estratégias de decomposição decimal das parcelas, do subtrativo e do aditivo.

Quadro 7 – Estratégias de cálculo da aluna B1

Uso da decomposição não decimal do subtrativo
Exemplo: $115 - 35 =$ $115 - 15 - 20$ $100 - 20 =$ 80

Fonte: Teixeira e Rodrigues (2015, p. 261)

No caso especificado no Quadro 7, a aluna decompôs o número 35 em 15 + 20, articulando-o diretamente com o 100, que é um número muito mais cômodo.

Teixeira e Rodrigues (2015) comprovaram que a discussão coletiva e a partilha de estratégias contribuíram para o desenvolvimento do Cálculo mental. Perceberam que os alunos mobilizaram poucas estratégias no início e, gradualmente, foi aparecendo suas ideias próprias a ponto de deixarem de operar com as adições sucessivas e usarem a decomposição de parcelas.

Perante o exposto, ressaltamos que uma boa habilidade de Cálculo mental oportuniza aos alunos seguirem suas próprias explorações de referências numéricas, adequando seus registros mais apropriados para a resolução de diferentes situações-problemas.

Trataremos, na sequência, sobre o Cálculo mental de acordo com os documentos oficiais, em caráter curricular.

4 CÁLCULO MENTAL EM DOCUMENTOS CURRICULARES E PROGRAMAS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES ALFABETIZADORES

Esta seção apresenta alguns princípios em relação às orientações curriculares em documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), o Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal – CCEF (BAURU, 2016) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) que direcionam os conteúdos das disciplinas nas escolas. Também o Programa de formação continuada de professores alfabetizadores e o Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014), que visa proporcionar ao professor alfabetizador uma proposta do trabalho pedagógico para o ensino de Matemática.

Propomos, a partir dos documentos selecionados, apresentar o uso do Cálculo mental e como apontar como ele deve ser incentivado nos anos iniciais do Ensino Fundamental a fim de contribuir com o processo de ensino e aprendizagem.

4.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Os PCN (BRASIL, 1997) estabelecem diretrizes elaboradas pelo Governo Federal do Brasil, de caráter facultativo, orientando estados e municípios na organização de seus currículos, em cada uma das disciplinas básicas. São nove cadernos que compõem os PCN, subdivididos por áreas de conhecimentos e por eixos. Os PCN contemplam o Ensino Fundamental – anos iniciais e anos finais – e o Ensino Médio.

Sobre a Matemática para Ensino Fundamental de 1ª à 4ª série, o caderno de volume número 3 destaca os princípios norteadores, a trajetória histórica da disciplina, a relação entre os saberes do aluno e do professor, os objetivos, os blocos de conteúdos e a avaliação. Também traz apontamentos substanciais sobre o ensino da Matemática, que deve ser ponderado pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento de seu raciocínio, capacidade expressiva, sensibilidade e imaginação. Para tanto, o ensino de Matemática prestará

sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997, p. 31).

Para o 1º ciclo (1ª e 2ª séries), no contexto do trabalho com diferentes modalidades de cálculo, deve-se levar o aluno ao seguinte objetivo: desenvolver procedimentos de cálculo (mental, escrito, exato, aproximado) pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados (BRASIL, 1997, p. 47). No eixo Operações com números naturais, os conteúdos conceituais e procedimentais frisam a utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização dos cálculos mental, exato e aproximado (BRASIL, 1997, p. 72).

Para os objetivos do 2º ciclo (3ª e 4ª séries), segundo os PCN (BRASIL, 1997, p. 56), o aluno deve ser levado à ampliação dos procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados. No eixo Operações com números naturais é sugerido, para este ciclo, o desenvolvimento de estratégias de verificação e o controle de resultados pelo uso do Cálculo mental e da calculadora, e também a decisão sobre a adequação do uso do Cálculo mental — exato ou aproximado — ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.

Sendo assim, os PCN trazem para os 1º e 2º ciclos o trabalho com o cálculo, que proporcionará aos alunos construir e selecionar procedimentos adequados em relação aos números e às operações, de acordo com a situação-problema. Neste parâmetro, os procedimentos com o Cálculo mental podem ser pontuados da seguinte maneira:

O cálculo mental apoia-se no fato de que existem diferentes maneiras de calcular e pode-se escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação, em função dos números e das operações envolvidas. Assim, cada situação de cálculo constitui-se um problema aberto que pode ser solucionado de diferentes maneiras, recorrendo-se a procedimentos originais para chegar ao resultado (BRASIL, 1997, p. 76).

De forma geral, nos PCN, os recursos de cálculo são ampliados no decorrer de cada ciclo, pelo fato do aluno obter uma compreensão do sistema de numeração decimal mais ampla. Considera-se os procedimentos de Cálculo mental como sendo

um suporte aos cálculos intermediários, dentre os quais, o cálculo escrito, a estimativa, o cálculo aproximado e o exato, além de constituir a base para o cálculo que se usa no cotidiano

O professor deve, então, propor a elaboração de atividades orientadoras de estudo, a fim de que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados para a resolução de problema e para os cálculos que estão envolvidos, neste caso. Por exemplo: numa situação de compra em uma padaria, para sabermos se a criança dispõe do valor necessário para a compra de cinco pães, basta fazermos um cálculo exato ou aproximado.

4.2 Currículo Comum do Ensino Fundamental do Município de Bauru

O Currículo Comum do Ensino Fundamental do Município de Bauru – CCEF, elaborado entre os anos de 2012 a 2014, é um documento curricular único de Ensino Fundamental para o município. Em parceria com a UNESP, campus de Bauru, através da Faculdade de Ciências e da Secretaria Municipal de Educação, com a participação de vários segmentos das escolas municipais e da universidade, gestores, coordenadores pedagógicos, professores e equipe da Secretaria Municipal de Educação, fizeram parte do Grupo de Trabalho Currículo Comum, desde sua primeira versão em 2012.

O CCEF visa elaborar a unificação dos componentes curriculares para o Ensino Fundamental. Com base nas interfaces entre a pedagogia histórico-crítica e a psicologia histórico-cultural atreladas às teorias de Leontiev (1978), Davdov (1982) e Vygotsky (1995), informam que

A pedagogia histórico-crítica e para a psicologia histórico cultural um ensino desenvolvvente não é aquele que opera sobre o passado, sobre o que já foi conquistado, mas sim, aquele que incide sobre as referidas pendências, sobre o que ainda não está consolidado, mas está em vias de estar (BAURU, 2016, p. 60).

Segundo este documento, o componente de Matemática está organizado em um suporte teórico que contribui para a formação profissional e, conseqüentemente, para a prática pedagógica. Levando em consideração seus fundamentos teóricos, os conceitos de ensino e aprendizagem estão voltados ao desenvolvimento das competências e habilidades que o aluno precisa desenvolver no decorrer de seu

processo educativo. Tais fundamentos teóricos e concepções de ensino e aprendizagem estão voltadas para o crescimento do aluno, garantindo que, ao se apropriar dos conhecimentos científicos escolares, ele atue plenamente na sociedade, buscando soluções para os problemas e para os desafios que apareçam nas relações sociais, no ambiente em que está inserido.

Do ponto de vista histórico-cultural, a produção do saber matemático foi elaborada pelo ser humano na sua busca pela transformação da natureza, sendo resultado das necessidades do sujeito de compreender e atuar no mundo. No entanto, o Currículo Comum diz respeito à perspectiva crítica da produção do conhecimento, posicionando-se contra a fragmentação dos conceitos produzidos historicamente pela humanidade (BAURU, 2016, p. 835). Neste sentido, a proposição de situações-problema é apresentada como uma possibilidade para o ensino da Matemática:

Resolução de um problema implica em sua compreensão, na criação de estratégias para solucioná-lo em sua execução e verificação de resultados [...] Também é importante garantir que a solução da situação problema permita diferenciar e destacar os aspectos essenciais do conteúdo dos aspectos secundários. O problema deve, assim, requerer da criança um processo de análise e ação investigativa por meio do qual ela possa se apropriar de um conceito teórico geral da matemática (BAURU, 2016, p. 211).

Uma das possibilidades de organização de ensino e aprendizagem proposto pelo CCEF que, segundo Moura (2010), tem como intuito favorecer o desenvolvimento do conhecimento científico através da Atividade Orientadora de Ensino – AOE, é propor, como elementos estruturantes, a intencionalidade do professor e, como objetivo, a constituição do pensamento teórico do sujeito. Assim, torna-se possível a apropriação de conhecimentos socialmente construídos pela humanidade e transmitidos pelo homem. A finalidade da AOE, então, é organizar a atividade do aluno para que ele se conscientize de seu direito da apropriação do conhecimento pela humanidade (BAURU, 2016, p. 841-843). Ela também propõe organizar o ensino de matemática, contribuindo para que os alunos possuam uma aprendizagem que vá além da memorização de procedimentos matemáticos e da resolução de longas listas de exercícios. Diante do exposto, a CCEF busca orientar a ação do professor e oferecer ao aluno a apropriação do conhecimento matemático, e isto a partir do desenvolvimento cognitivo, social e emocional presentes no processo de formação humana integral.

Nesta perspectiva, o CCEF, pautado na pedagogia histórico-crítica, propõe que os conteúdos escolares devem, em primeiro lugar, estar sob domínio do professor, que irá transmiti-los de modo organizado e sequencial aos alunos. Os conteúdos das matrizes curriculares são tratados de modo dialógico, como se fossem um espiral, ou seja, aquilo que foi abordado no 1º bimestre deve ser retomado e ampliado no 2º bimestre, e assim por diante. Assim, o CCEF engloba os conteúdos relacionados ao Ensino Fundamental dos anos iniciais (1º ao 5º ano) e dos anos finais (6º ao 9º ano), subdividindo as matrizes curriculares em Arte, Ciências Naturais, Diretrizes gerais para o Ensino Fundamental na atuação com a Educação Especial e Inclusiva, Educação Física, Geografia, História, Língua Estrangeira Moderna (Inglês), Língua Portuguesa e Matemática. Como parte de um dos nossos objetivos da pesquisa, destacaremos, nesta grade, o trabalho com Cálculo mental. Para isso, destacamos, na Figura 4, o objetivo da matriz curricular de Matemática.

Figura 4 – Objetivo geral da matriz curricular na área da Matemática

OBJETIVO GERAL DA ÁREA

O ensino da matemática na educação fundamental dentro da perspectiva da psicologia histórico-cultural, pretende que o estudante compreenda a construção histórica dos conceitos matemáticos a partir de uma necessidade humana, apropriando-se os seus significados, identificando os seus signos e formando os sentidos pessoais por meio da prática social.

Fonte: Bauru (2016, p. 847)

Este objetivo pretende orientar a ação do professor, possibilitando condições para que os estudantes se apropriem do conhecimento matemático. Para tanto, as áreas de conhecimento foram organizadas em texto introdutório, objetivo geral, conteúdos distribuídos por eixos, quadro de conteúdos, orientações metodológicas e avaliação. Algumas áreas, porém, diferem entre si, adequando suas particularidades. Ressaltamos que se trata de um currículo em movimento, algo que requer revisão e reelaboração curricular em processo constante.

A matriz curricular de Matemática é dividida nos seguintes eixos: (I) Números e Operações; (II) Grandezas e Medidas; (III) Espaço e Forma/Geometria; (IV) Tratamento da Informação. Em toda a matriz curricular não encontramos uma definição de Cálculo mental, porém, seu conteúdo é destacado no eixo (I) Números e Operações. Pressupondo que o entendimento para o Sistema de números e

operações surge antes da escolarização formal, através da verbalização de contagem, de conceitos iniciais de equivalência, da ordenação e de transformações quantitativas, percebemos que a base de construção do pensamento numérico está relacionada à quantificação. Para isso, o aluno irá: a) identificar, comparar e ordenar números naturais, fracionários e decimais, interpretando o valor posicional dos algarismos; b) realizar cálculos numéricos diante de diversos procedimentos, tais como o Cálculo mental, estimativas, calculadoras, algoritmos, fazendo uso de todo seu conhecimento sobre o sistema de numeração decimal; conhecer as quatro operações aritméticas; e resolver problemas, através da antecipação de soluções, buscando procedimentos estratégicos adequados para sua resolução.

A primeira incidência do Cálculo mental no Currículo Comum é no 3º ano do Ensino Fundamental e está indicado pelo termo “cálculo (aproximado, exato e mental)”. Vejamos os conteúdos no Quadro 8.

Quadro 8 – Conteúdos para o 3º ano

Eixo	1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números e operações	Adição (situações problemas) e decomposição numérica envolvendo sinais convencionais (+ e =). Adição: algoritmo convencional e estimativa do resultado. Adição: análise e validação do resultado (uso da calculadora). <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>	Subtração (situações problemas) e decomposição numérica envolvendo sinais convencionais (- e =). Subtração: algoritmo convencional sem o uso do “empréstimo” e estimativa do resultado. Subtração: análise e validação do resultado (uso da calculadora). <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>	Multiplicação (situações problemas): estratégias pessoais (não convencionais). Multiplicação (tabuada) do 2 ao 5 (situações problemas e identificação de regularidades). Multiplicação: sinais convencionais (+, -, x e =) e escrita das operações. <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>	Divisão (situações problemas): estratégias pessoais (não convencionais). Divisão: sinais convencionais (+, -, x, : e =) e escrita das operações. <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>

Fonte: Bauru (2016, p. 888-891)

Verificamos que o termo Cálculo mental aparece nos conteúdos do eixo Números e Operações, numa proposta de trabalhar os cálculos aproximado, exato e mental em situações-problemas, decomposição numérica que envolve sinais convencionais e estratégias pessoais nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

O Quadro 9 apresenta os conteúdos para o 4º ano:

Quadro 9 – Conteúdos para o 4º ano

Eixo	1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
Números e Operações	Adição envolvendo Números Naturais (situações problemas): leitura, interpretação e solução. Subtração envolvendo Números Naturais (situações-problemas): leitura, interpretação e solução por meio do algoritmo convencional com o uso do “empréstimo”. Multiplicação (tabuada): situações problemas e identificação de regularidades. <i>Cálculo aproximado, exato e mental</i>	Multiplicação e Divisão do número por 10, 100 e 1000: identificação e uso de regularidades. Divisão (situações problemas) – fatos básicos ao cálculo. <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>	Divisão (situações problemas): fatos básicos ao cálculo. Multiplicação e Divisão (solução): decomposição numérica e propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Operações (+, –, x e :) com Números Naturais (solução): estratégias pessoais e algoritmos. <i>Cálculo aproximado, exato e mental.</i>	Operações com Números Naturais (+, –, x, :): análise e validação do resultado (<i>uso da calculadora e do cálculo mental</i>).

Fonte: Bauru (2016, p. 892-895)

No Quadro 9 percebemos que no 1º, 2º e 3º bimestres, o termo reaparece como Cálculo aproximado, exato e mental, idêntico ao citado nos conteúdos do 3º ano; apenas no 4º bimestre refere-se à análise e validação de resultado com o uso da calculadora e do Cálculo mental.

Para os conteúdos do 5º ano, vejamos o Quadro 10:

Quadro 10 – Conteúdos para o 5º ano

Eixo	1º Bimestre	2º Bimestre
Números e operações	Operações (+, −, x, :) com Números Naturais (situações-problemas): leitura, interpretação, formulação e solução. Adição envolvendo Números Naturais: solução por meio de estratégias pessoais, algoritmos/sistematização nomenclatura Cálculo mental, uso da calculadora e verificação dos resultados. Multiplicação envolvendo Números Naturais: solução por meio de algoritmos, Cálculo mental, uso da calculadora e verificação dos resultados. Números ordinais	Subtração envolvendo Números Naturais: solução por meio de estratégias pessoais, algoritmos, Cálculo mental, uso da calculadora e verificação dos resultados. Divisão envolvendo Números Naturais: solução por meio de estratégias pessoais, algoritmos, cálculo mental, uso da calculadora e verificação dos resultados Expressão Numérica Ordem das Operações contidas entre parênteses.

Fonte: Bauru (2016, p. 896-897)

Para a turma do 5º ano, o termo Cálculo mental reaparece somente nos 1º e 2º bimestres, ficando ausente nos demais. O Cálculo mental novamente é apresentado para a validação dos resultados em números naturais, conforme citado no quadro: solução por meio de algoritmos, Cálculo mental, uso da calculadora e verificação dos resultados.

O CCEF sugere que o professor utilize diversos recursos e instrumentos didáticos, dentre os quais, materiais manipulativos, jogos e recursos tecnológicos, desde que as atividades propostas permitam a reflexão. Nesse sentido, o professor, enquanto mediador do processo de ensino e aprendizagem, pode descobrir um campo rico da aplicação da Matemática às práticas sociais, resgatando e valorizando os conhecimentos que a criança traz de sua vivência e enriquecendo-os com outras situações de aprendizagem, também poderá conduzir tal processo, quanto aos conhecimentos sistematizados, de maneira progressiva (BAURU, 2016, p. 864).

Salientamos que o CCEF está em fase de revisão e adequação em relação às novas diretrizes da BNCC, sendo que sua intenção não é elaborar um novo currículo, mas, adequar o currículo vigente sem alterar a atual opção teórica.

Ainda quanto ao aspecto curricular, discutiremos na próxima subseção sobre o Cálculo mental na BNCC.

4.3 Base Nacional Comum Curricular

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. É um documento recente, porém, que estava sendo construído há anos (BRASIL, 2017).

Desde o final da década de 1980 e início de 1990, através da Constituição Federal de 1988, o artigo 210 prevê uma Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Fundamental. Em 1996, com a Lei de Diretrizes Básicas da Educação Nacional (LDBEN), foi apontada uma Base Nacional Comum em que:

Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos (BRASIL, 1996, art 26).

Em 2014, o Plano Nacional de Educação – PNE (BRASIL, 2014), dentre suas vinte metas que abrangem todos os níveis de formação, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior, prevê na meta sete: fomentar a qualidade da Educação Básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem, de modo a atingir médias nacionais para o IDEB, como estratégia de criar uma base para alcançar outras metas.

Em 2015, surge a primeira versão da BNCC, via consulta pública. Em 2016, a segunda versão teve início através de seminários e da colaboração de professores, gestores e pesquisadores de todo o Brasil. Em 2017, foi homologada a terceira e última versão, orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, no intuito de direcionar a Educação Brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. Para tanto, a nova BNCC estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica (BRASIL, 2017).

Com a homologação da BNCC, as escolas (municipais, estaduais e particulares) tiveram a obrigatoriedade de adequar seus currículos, com base nas competências e habilidades estabelecidas pela BNCC, articulando-as com o plano de ação de cada município.

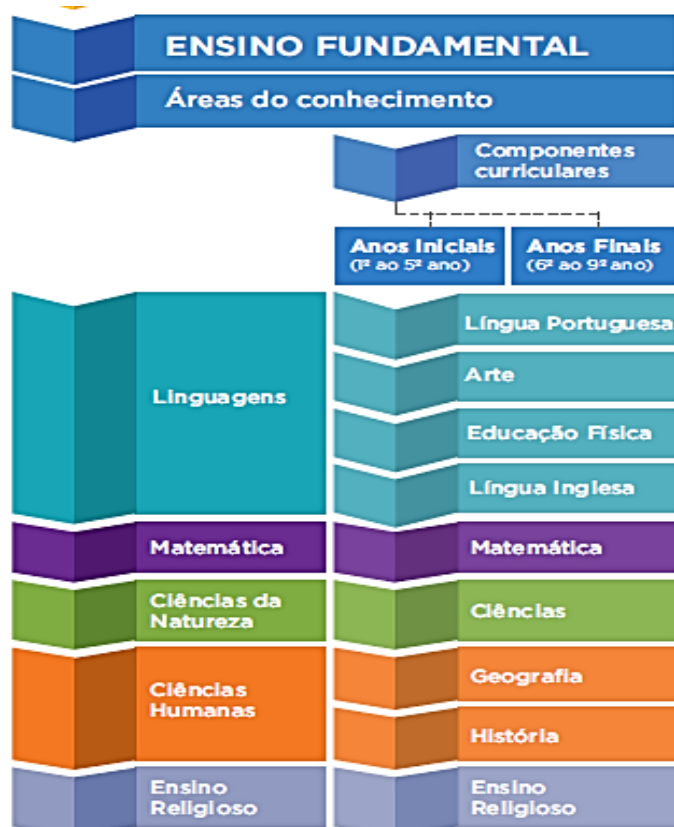
A BNCC traz, como orientação, dez competências que todos os alunos devem aprimorar ao longo da Educação Básica, sendo que elas visam assegurar aos alunos uma formação humana integral e, por isso, não constituem um componente em si. O termo competência é definido como

a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 8).

É por meio das competências que os alunos alargam as habilidades e aprendizagens propostas pela BNCC. Dessa forma, as competências indicam para a escola, professor e aluno “o que” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) deve ser aprendido e “com que finalidade” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho) a competência deve ser desenvolvida (BRASIL, 2017, p. 13).

De acordo com a BNCC, para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de Habilidades, ou seja, considera as aptidões desenvolvidas pelo estudante ao longo da vida escolar. Dessa forma, essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento, entendidos como conteúdos, conceitos e processos que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas.

Na BNCC, o Ensino Fundamental está organizado em cinco áreas do conhecimento, consoante a Figura 5.

Figura 5 – Áreas de conhecimentos conforme BNCC

Fonte: Brasil (2017, p. 27)

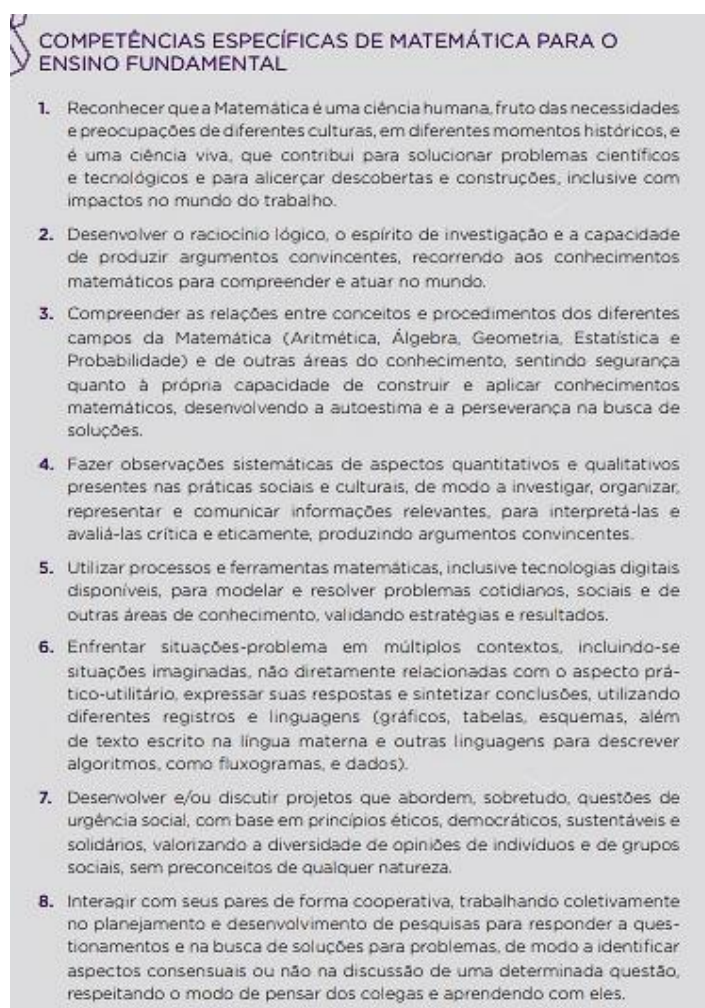
Vemos uma junção na área de conhecimento definida como Linguagens, que abrange mais de um componente curricular: Língua Portuguesa, Arte, Educação Física e Língua Inglesa. A área de Ciências Humanas abrange os componentes curriculares de Geografia e História. Cada área de conhecimento estabelece competências específicas, que devem ser promovidas em todo o Ensino Fundamental.

Focaremos, no entanto, na área da Matemática, com o intuito de levantarmos indícios ao termo Cálculo mental no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Numa perspectiva de letramento matemático, a Matemática não se restringe apenas a

quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e interrelacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2017, p. 263).

Por conseguinte, ensinar Matemática é uma ação que deve possibilitar e criar condições para modos de pensar, por descobrir, reunir e dar sentido aos conteúdos, afirmando que a “educação tem um compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica” (BRASIL, 2017, p.12). A BNCC definiu as competências específicas para a Matemática, como se segue:

Figura 6 – Competências específicas para Matemática



Fonte: Brasil (2017, p. 265)

A competência 3 sugere cinco unidades temáticas a fim de orientar a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Esta organização mostra a variedade de conhecimentos matemáticos, superando a ideia de que o ensino da Matemática envolve apenas números e operações.

Na temática Números são explorados os números naturais, racionais nas representações decimais e fracionárias, tendo “a finalidade de desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (BRASIL, 2017, p. 266).

O processo da construção de números é trabalhado, gradativamente, em cada ano escolar, por meio de registros, usos, significados e operações. É na temática Números que encontramos o termo Cálculo mental, porém, sem que haja uma definição conceitual da expressão, inserindo-a uma habilidade a ser estudada do 2º ao 5º ano, incluindo procedimentos, construção de fatos básicos, resolução e elaboração de problema e aprimoramentos das estratégias de cálculos por registros ou não com números naturais.

Quanto à expectativa sobre a temática Números, a BNCC aponta que os alunos

resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras (BRASIL, 2017, p. 268).

A BNCC sugere, então, que o Cálculo mental deva ser desenvolvido ao mesmo tempo que a compreensão do Sistema de Numeração Decimal – SND, como estratégia aliada ao cálculo exato. Isso é indicado nas habilidades das turmas selecionadas, como veremos nas figuras a seguir:

Figura 7 – Conteúdos para o 2º ano – BNCC**MATEMÁTICA – 2º ANO**

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO		HABILIDADES
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números de até três ordens pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e papel do zero)		(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero). (EF02MA02) Fazer estimativas por meio de estratégias diversas a respeito da quantidade de objetos de coleções e registrar o resultado da contagem desses objetos (até 1000 unidades). (EF02MA03) Comparar quantidades de objetos de dois conjuntos, por estimativa e/ou por correspondência (um a um, dois a dois, entre outros), para indicar "tem mais", "tem menos" ou "tem a mesma quantidade", indicando, quando for o caso, quantos a mais e quantos a menos.
	Composição e decomposição de números naturais (até 1000)		(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.
	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração		(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.
	Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)		(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.
	Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)		(EF02MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4 e 5) com a ideia de adição de parcelas iguais por meio de estratégias e formas de registro pessoais, utilizando ou não suporte de imagens e/ou material manipulável.
	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte		(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.

Fonte: Brasil (2017, p. 280-281)

Segundo a Figura 7, nos conteúdos para o 2º ano, o terceiro objeto de conhecimento refere-se à construção de fatos fundamentais da adição e da subtração. A habilidade deste conteúdo é EF02MA05, que indica fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no Cálculo mental ou escrito (BRASIL. 2017, p. 280-281).

Figura 8 – Conteúdos para o 3º ano – BNCC**MATEMÁTICA – 3º ANO**

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO		HABILIDADES
Números	Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de quatro ordens		(EF03MA01) Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.
	Composição e decomposição de números naturais		(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.
	Construção de fatos fundamentais da adição, subtração e multiplicação Reta numérica		(EF03MA03) Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. (EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.
	Procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração		(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.
	Problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades		(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.
	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida		(EF03MA07) Resolver e elaborar problemas de multiplicação (por 2, 3, 4, 5 e 10) com os significados de adição de parcelas iguais e elementos apresentados em disposição retangular, utilizando diferentes estratégias de cálculo e registros. (EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte		(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

Fonte: Brasil (2017, p. 284-285)

Na Figura 8, nos conteúdos para o 3º ano, observam-se três objetos de

conhecimentos relacionados ao Cálculo mental, sendo eles:

a) construção de fatos fundamentais da adição e da subtração e multiplicação. A habilidade EF03MA03 sugere construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o Cálculo mental ou escrito (BRASIL, 2017, p. 284-285);

b) procedimentos de cálculo (mental e escrito) com números naturais: adição e subtração. A habilidade EF03MA05 indica utilizar diferentes procedimentos de Cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais (BRASIL, 2017, p. 284-285);

c) problemas envolvendo significados da adição e da subtração: juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades. A habilidade EF03MA06 propõe resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo o Cálculo mental (BRASIL, 2017, p. 284-285).

Levando em conta tais objetos de conhecimento, fica demonstrado que no 3º ano já se prevê uma ampliação de conteúdos para o uso do Cálculo mental na resolução de problemas envolvendo adição e subtração, quando comparado ao 2º ano.

Na Figura 9, temos os conteúdos para o 4º ano:

Figura 9 – Conteúdos para o 4º ano – BNCC

MATEMÁTICA – 4º ANO			
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO		HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de até cinco ordens		(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.
	Composição e decomposição de um número natural de até cinco ordens, por meio de adições e multiplicações por potências de 10		(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
	Propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais		(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado. (EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo. (EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
	Problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida		(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
	Problemas de contagem		(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$)		(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro		(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

Fonte: Brasil (2017, p. 288-289)

Quanto aos objetos de conhecimento, ressaltamos:

a) propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais. A habilidade EF04MA03 recomenda resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas como cálculo, Cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado (BRASIL, 2017, p. 288-289);

b) problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão – adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida. A habilidade (EF04MA06) indica resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, Cálculo mental e algoritmos. A habilidade EF04MA07, por sua vez, sugere resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, Cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 2017, p. 288-289).

No 4º ano, a BNCC sugeriu a resolução e elaboração de problemas envolvendo

diferentes significados da adição, subtração, multiplicação e divisão, no máximo de dois algarismos, já que no 3º ano referiu-se à adição, à subtração e à multiplicação.

Na Figura 10, os objetos de conhecimento e suas habilidades para o 5º ano são:

Figura 10 – Conteúdos para o 5º ano – BNCC

MATEMÁTICA - 5º ANO			
UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO		HABILIDADES
Números	Sistema de numeração decimal: leitura, escrita e ordenação de números naturais (de até seis ordens)		(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.
	Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica		(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
	Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica		(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência		(EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
	Cálculo de porcentagens e representação fracionária		(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
	Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita		(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
	Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais		(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
	Problemas de contagem do tipo: "Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?"		(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Fonte: Brasil (2017, p. 292-293)

Dispomos os objetos de conhecimento adiante:

a) problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita. A habilidade (EF05MA07) refere-se a resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, Cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 2017, p. 292-293);

b) problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais. Quanto à habilidade EF05MA08: resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por

estimativa, Cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 2017, p. 292-293).

Para o 5º ano, os objetos de conhecimento e habilidades são mais complexos, e os conteúdos foram ampliados em relação aos anos anteriores. Sublinhamos que eles incluem os números racionais com a representação decimal infinita.

Como o foco do presente estudo reside nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as Figuras mostram apenas conteúdos e habilidades dos 2º ao 5º ano, trazendo o Cálculo mental como estratégia de cálculo. Não realizamos um levantamento, com mais propriedade, para os anos finais do Ensino Fundamental.

Na próxima subseção, comentaremos sobre um programa de formação continuada do professor alfabetizador para a Educação Matemática.

4.4 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

O PNAIC (BRASIL, 2014) é assumido pelo Governo Federal, Distrito Federal, Estados e Municípios, no intuito de assegurar que todas as crianças brasileiras que frequentam as escolas municipais e estaduais, urbanas e rurais estejam alfabetizadas até os 8 anos de idade. Para isso é necessário que os alunos com idade entre 6 a 8 anos concluem o 1º ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental, referente ao 3º ano do Ensino Fundamental.

O objetivo primordial do PNAIC é constituir um conjunto integrado de ações, materiais e referências curriculares e pedagógicas a serem disponibilizados pelo Ministério da Educação – MEC, tendo como eixo principal a formação continuada de professores alfabetizadores. Estas ações estão divididas em quatro eixos de atuação: 1) formação continuada presencial pra professores alfabetizadores e seus orientadores de estudo; 2) materiais didáticos, obras literárias, obras de apoio pedagógico, jogos e tecnologias educacionais; 3) avaliações sistemáticas; 4) gestão, controle social e mobilização (BRASIL, 2014, p. 8).

A formação continuada para os professores alfabetizadores, prevista pelo PNAIC, concretizou-se através de encontros presenciais em parceria com as Secretarias de Educação e Universidades públicas brasileiras. Os cursos foram divididos em dois módulos referentes à alfabetização de Língua Portuguesa e de Matemática, com suporte dos cadernos de formação. Para a alfabetização Matemática foram selecionados oito cadernos para a formação dos professores, distribuídos nos seguintes temas:

Quadro 11 – Cadernos de formação do PNAIC

Unidade	Título do caderno
01	Organização do trabalho pedagógico
02	Quantificação, registros e agrupamentos
03	Construção do sistema de numeração decimal
04	Operações na resolução problemas
05	Geometria
06	Grandezas e Medidas
07	Educação Estatística
08	Saberes matemáticos e outros campos do saber

Fonte: Brasil (2014, p. 12)

Nos cadernos do PNAIC, a Alfabetização Matemática tem como objetivo apresentar encaminhamentos metodológicos que possibilitem o desenvolvimento dos Direitos de Aprendizagem em Matemática e subsidiar os professores alfabetizadores sobre quais conceitos e habilidades são necessários para o aluno ser considerado alfabetizado, na proposta pedagógica do ciclo de alfabetização. Estes estão articulados com os demais componentes curriculares, num diálogo que ocorre nos textos e na organização dos cadernos, com uma abordagem relacionada às outras áreas do conhecimento que favorece aos professores intervenções significativas.

Entender a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento impõe o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e, principalmente com as práticas sociais, sejam elas do mundo da criança, como jogos e brincadeiras, sejam elas do mundo adulto e de perspectivas diferenciadas, como aqueles das diversas comunidades que formam o campo brasileiro (BRASIL, 2014, p. 15).

No ponto de vista do letramento, o que se espera com o trabalho pedagógico do professor é que ele se sinta encorajado a fazer uso de recursos didáticos que estão presentes no cotidiano e que explorem situações matemáticas necessárias para a sala de aula, propiciando o processo de alfabetização.

Com este intuito, o PNAIC explora, em seus cadernos de formação, reflexões e discussões para que as crianças, no ciclo de alfabetização, sejam encorajadas e capacitadas para produzir explicações e raciocínios plausíveis, com indícios de pensamento matemático. Por exemplo, segundo Lopes (2014), na resolução de problema, o aluno pode ir além dos algoritmos e raciocinar, argumentar e se

comunicar, favorecendo o desenvolvimento das competências de cálculo.

O PNAIC assume a perspectiva da Educação Matemática como eixo central na resolução de problema e no desenvolvimento do pensamento lógico. Para isso, busca contribuir para a definição de direitos e objetivos de aprendizagem para o ciclo de Alfabetização nos 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental. De acordo com este documento, para o ensino de Matemática o aluno tem direito à aprendizagem.

Figura 11 – Direitos Básicos de Aprendizagem em Matemática

- I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.
- II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.
- III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.
- IV. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.
- V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Fonte: Brasil (2014, p.42)

Conforme a Figura 11, a educação escolar deve garantir ao aluno, no ciclo de alfabetização, cinco direitos básicos de aprendizagem em Matemática, que estão organizados e apresentados por eixos nos cadernos de formação, mas que devem ser abordados de uma forma integrada.

Convém ressaltar que o direito de aprendizagem induz o uso do Cálculo mental exato, aproximado e de estimativas. Assim, o aluno pode recorrer aos diferentes tipos de cálculos, utilizando-se das tecnologias de informação e comunicação nas diversas situações. A partir destes direitos de aprendizagem, foram elaborados conteúdos organizados por eixos e por objetivos de aprendizagem. No entanto, no eixo Números e Operações são elencados seus objetivos específicos com a finalidade na resolução de problemas (BRASIL, 2014, p. 46).

Quanto ao caderno 2, “Quantificação, registros e agrupamentos”, Spinillo (2014) comenta sobre a importância de a escola favorecer o desenvolvimento do raciocínio matemático, tornando o aluno “numeralizado”, ou seja, propondo o uso e as

funções dos números em situações cotidianas. Para a pesquisadora, numeralizado significa

[...] ser capaz de pensar matematicamente nas mais diferentes situações do cotidiano, estando associado tanto às experiências escolares como a experiências extraescolares que ocorrem antes mesmo da formalização da matemática através de situações de ensino (SPINILLO, 2014, p. 21).

Segundo Spinillo (2014, p. 22), ser numeralizado tem relação com o Sentido de número, entendido como uma habilidade que permite ao indivíduo lidar de forma bem-sucedida e flexível com os vários recursos e situações cotidianas que requer a Matemática. Um dos indicadores de Sentido de número é a realização do Cálculo mental flexível. Portanto há uma atenção no trabalho com o Cálculo mental, de modo que ele proporcione a compreensão e a construção do sentido numérico e das técnicas operatórias, sendo o Cálculo mental definido como se segue:

O que caracteriza o cálculo mental é o fato de se operar sobre os números e não sobre os algarismos, o que favorece que o aluno não perca o significado das operações que realiza, associando sempre os números a algum referente (quantidade de dinheiro, de pessoas, de objetos, do comprimento ou altura de um objeto, etc.). Através do cálculo mental são estabelecidas relações numéricas importantes que se relacionam às propriedades das operações (distributividade, comutatividade, associatividade, etc.) (SPINILLO, 2014, p. 23).

Neste caderno, Spinillo (2014, p. 53) considera que o Sentido de número é uma forma de pensar matematicamente, e não somente um conceito ou um assunto curricular. As atividades propostas na escola devem familiarizar o aluno com o mundo dos números, e capacitá-lo ao raciocínio de forma flexível, nas diversas situações, mesmo sem que haja a realização de cálculos precisos e a aplicação de procedimentos algorítmicos (SPINILLO, 2014, p. 53).

Spinillo (2014) ainda comentou que, no ciclo de alfabetização, a escola precisa valorizar as experiências de contagem, cabendo ao professor fazer adequações nas atividades propostas, e isto a partir dos saberes já construídos pelos alunos. Certamente, isto garantirá conhecimentos básicos que auxiliem na compreensão do Sentido de número. Por exemplo: $13 + 20 = 33$ ($10 + 10 + 10 + 3 = 33$ ou $10 + 20 = 30 + 3 = 33$).

O caderno 3, “Construção do Sistema de Numeração Decimal (SND)”, foca no entendimento do sistema de numeração decimal, considerando-o como fundamental

para organizar a abordagem feita para os números (BRASIL, 2014, p. 5). O objetivo deste caderno é fornecer subsídios que permitam ao professor alfabetizador encaminhar a construção do SND em situações lúdicas, contribuindo para que o aluno investigue as regularidades e apreenda o sentido de sua organização. Para isso, aconselha uma sequência de jogos e atividades no contexto das práticas sociais, a fim de que os alunos adquiram um melhor entendimento do SND.

Especificamente sobre o Cálculo mental, o caderno 3 recomenda práticas pedagógicas para o desenvolvimento de estratégias a partir de jogos em sala de aula; refere-se ao jogo *Ganha cem primeiro*, que auxilia o aluno na noção de agrupamento de dez em dez, fazendo uso do Cálculo mental, na adição, na contagem, na composição numérica, na associação da quantidade com o símbolo, na comparação de quantidades e na construção da base dez (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014, p. 47).

Outra sugestão quanto ao uso do Cálculo mental aparece no caderno 4, intitulado “Operações na resolução de problemas”. Guerios, Agranionih e Zimer (2014) enfatizaram que o ensino de Matemática nas escolas, durante muito tempo, preocupou-se com técnicas operatórias e com a compreensão dos algoritmos em si, dando pouca atenção à compreensão dos conceitos matemáticos e das propriedades envolvidas nas operações. Defenderam, então, que o uso de algoritmos deveria estar associado aos significados conceituais neles envolvidos.

O caderno 4 apresenta tipos de cálculo e operações para a resolução de problemas, bem como de práticas que podem ser trabalhadas intencionalmente pelo professor, oferecendo, assim, subsídios teóricos e práticos para amparar práticas pedagógicas.

Figura 12 – Objetivos do Caderno 4

- elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração) e multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados;
- calcular adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento;
- construir estratégias de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos;
- elaborar, interpretar e resolver situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais.

Fonte: Brasil (2014)

Guerios Agranionih e Zimer (2014) insistiram que aprender sobre adição,

subtração, multiplicação e divisão implica na construção de estratégias variadas para a resolução de problemas diferentes e, conforme a dificuldade dos problemas avança, o campo numérico é ampliado. Levando isso em questão, o caderno 4 traz atividades pertinentes ao campo conceitual aditivo (adição e subtração) e ao campo conceitual multiplicativo (multiplicação e divisão), sendo que cada um desses campos envolve e é envolvido por diferentes situações e formas de representação, como vimos em Vergnaud (1993), na primeira seção da presente pesquisa.

No que se refere a um dos objetivos do caderno 4, a saber, a construção de estratégias de Cálculo mental e estimativa, abrangendo dois ou mais termos, também está referenciada as ideias de Parra (1996) sobre trabalhar com cálculos “pensados ou refletidos”, onde os procedimentos mentais ou escritos são selecionados em função aos números e operações que envolvem determinado problema.

Para finalizar, no caderno 8, “Saberes Matemáticos e outros campos do saber” há a ampliação das abordagens que contribuem para que os alunos aprendam relações, fatos, conceitos e procedimentos matemáticos, úteis tanto para resolver problemas, quanto para desenvolver o raciocínio lógico, como visto nos outros cadernos do PNAIC. Para tal, os objetivos deste caderno é oferecer aos professores um trabalho, com seus alunos, onde eles possam

Figura 13 – Objetivos do Caderno 8

- utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático em resposta às necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção;
- reconhecer regularidades em diversas situações, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas;
- perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação;
- desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução;
- fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas;
- utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações.

Fonte: Brasil (2014)

Um dos objetivos propostos no caderno 8 é o uso do Cálculo mental exato, aproximado e de estimativas, como citado em outros cadernos de formação do PNAIC. Este caderno aponta algumas dificuldades no aproveitamento de conexões entre os conceitos da Matemática e seu uso no cotidiano, disponibilizando exemplos em

sequências didáticas sobre o que pode ser feito em sala de aula para explorar estas conexões. Por exemplo, conexão em Números e Geometria, Geometria e Medidas, e Números e Estatística.

Segundo Lopes (2014), as atividades cotidianas de Matemática oferecem aos alunos um melhor envolvimento na investigação, na formulação e na testagem de hipóteses e nos processos de justificação, inclusive o Cálculo mental. O autor faz recomendações didáticas ao ensino da tabuada e ao uso da calculadora, favorecendo, assim, o uso do Cálculo mental. O que chama a atenção é que, frente às situações contextualizadas, os alunos tenham oportunidades de pensar no contexto e discutir entre si, atribuindo significados distintos à resolução de problemas.

O PNAIC traz uma perspectiva de ensino em espiral, em que os conteúdos são sempre retomados e aprofundados ao longo do ciclo de alfabetização. Considerando os exemplos das atividades e as sequências didáticas inseridas nos cadernos de formação, percebemos que apenas três desses cadernos trazem inferências sobre os objetivos do Cálculo mental, revelando a relevância de seu uso como estratégia de cálculo.

4.5 Algumas considerações

Faremos aqui alguns comentários finais em relação aos documentos oficiais e ao programa de formação continuada do professor alfabetizador.

Nosso objetivo foi mostrar, ao longo da presente seção, abordagens sobre o Cálculo mental a partir de documentos oficiais curriculares e no programa de formação continuada para professores alfabetizadores.

A sequência de textos que foi exibida é uma das possíveis demonstrações de que a escolha dos conteúdos de Matemática leva em conta os documentos oficiais e a formação continuada do professor, devendo se conectar ao planejamento anual da escola, partindo da teorização às práticas pedagógicas. Sendo assim, o PCN, considerado como um referencial, de caráter não-obrigatório, auxilia no trabalho do professor a fim de renovar e reelaborar a proposta curricular, garantindo que cada escola formule seu próprio projeto pedagógico (BRASIL, 1997).

O CCEF foi constituído a partir de uma concepção crítica do processo de formação dos indivíduos, tendo como referência a estrutura da atividade-guia ou principal de cada período e, por isto, pode contribuir para que os alunos construam

motivos e necessidades de aprendizagem (BAURU, 2016).

A BNCC, por seu lado, é um documento que define os conhecimentos, competências e habilidades que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação. Propõe revisar os currículos municipais, estaduais e das redes privadas, assim como alinhar todo o conteúdo (BRASIL, 2017).

O PNAIC, programa de formação continuada para professores alfabetizadores do 1º ano e do 3º ano do Ensino Fundamental, anos iniciais, é constituído por um conjunto de ações integradas, de materiais e de referenciais curriculares, que contribuem para a prática pedagógica do professor, sendo necessário na alfabetização e no letramento (BRASIL, 2014).

Entretanto, percebemos que nos documentos oficiais curriculares que foram analisados, o Cálculo mental surge apenas à “serviço” do cálculo aritmético, e não como ferramenta de desenvolvimento do raciocínio lógico. Especificamente, para o 3º ano e o 5º ano do Ensino Fundamental, no eixo Números e Operações e nos conteúdos que envolvem as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), priorizam-se os algoritmos, apresentando-os como uma habilidade que deve ser desenvolvida em procedimentos de aprendizagens, e isto por apresentar vantagens na compreensão do SND e das operações fundamentais. No entanto, pouco é referido sobre as estratégias de Cálculo mental, ainda sendo visto como cálculo que precisa de rapidez, e não um complemento do cálculo escrito.

Mesmo com a transição dos PCN para a BNCC, os documentos analisados incluem o Cálculo mental nos objetivos específicos, na PCN, e como habilidades, na BNCC, citando-o resumidamente e apontando poucos indicativos sobre como ele pode ser desenvolvido em sala de aula.

Quanto à estrutura e a organização dos documentos, percebemos uma mudança na matriz curricular dos PCN e do CCEF em relação às novas diretrizes da BNCC. A nova matriz, atualizada e estruturada, traz os campos Expectativas de Aprendizagem, Unidades Temáticas e Objetos de Conhecimento, substituindo os campos Eixo e Conteúdos. Comparado aos quadros dos PCN e do CCEF, notamos os maiores impactos na organização dos conteúdos sobre Álgebra e Probabilidade. Na BNCC, tais conteúdos são apresentados sistematicamente desde o 1º ano, sendo que, anteriormente, eram trabalhados, de modo implícito, na resolução de situações-problema. Quanto aos conteúdos relacionados à Geometria e Probabilidade e Estatística, eles somente foram rearranjados por bimestre, foco de estudo da

Matemática migra da técnica para o letramento.

Tanto no CCEF, quanto na proposta da BNCC, os conteúdos são divididos por bimestres, possibilitando um movimento espiral (ir e vir) da aprendizagem através de uma lógica interna (superação por incorporação). Os conceitos podem ser retomados como forma de ampliação de conhecimento, visando evitar a fragmentação do conteúdo.

No PNAIC, os Direitos de Aprendizagem em Matemática subsidiam os professores alfabetizadores sobre quais conceitos e habilidades são necessários para que o aluno seja capaz de experimentar situações cotidianas ou lúdicas, diante de diversos tipos de atividades norteadoras. Nos cadernos de formação aparecem reflexões sobre o uso da ludicidade e de jogos através de ensaios em relação à formação continuada de professores alfabetizadores de Matemática, articulando o processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, o PNAIC traz propostas para o uso do Cálculo mental em sala de aula, a partir da ludicidade, dos jogos e brincadeiras, de materiais manipuláveis, dos saberes prévios dos alunos e das diferentes formas de organização da sala de aula com o uso de diferentes espaços educativos. Este documento também sugere o desenvolvimento do Sentido de número como compreensão das relações entre os números e operações, e não meramente o uso dos algoritmos convencionais.

Verificamos, então, que ainda é muito presente na formação docente, emergindo das consequências das políticas públicas no contexto educacional, um caráter de políticas públicas. Apesar de surgirem novos documentos com o passar dos anos, eles são apenas parâmetros, orientações ou bases para nortear a prática docente, deixando um pouco de lado a necessidade de cada instituição escolar.

Notamos, também, que o CCEF difunde, explicitamente, a Atividade Orientadora de Ensino – AOE – como sendo apropriada no planejamento e na organização das aulas, pelos professores no ensino da Matemática. Podemos dizer que, nesse planejamento, a intencionalidade do professor para trabalhar com as noções pertinentes ao conhecimento matemático precisa ser explícita. Assim, o professor deve

Deixar claro o que os alunos sabem a respeito e se compreenderam a proposta; ativar os conhecimentos prévios úteis para a compreensão da proposta; estabelecer com eles as expectativas desejadas; possibilitar que os estudantes construam seu conhecimento, evitando antecipações desnecessárias ou situações que pouco ou nada contribuem para o conhecimento já construído; escutar cuidadosamente os alunos, interpretando suas formas de raciocinar; fornecer sugestões adequadas; observar e avaliar o processo; possibilitar que os estudantes debatam sobre o assunto, cabendo ao professor encorajar a formação de uma comunidade de aprendizagem em sala de aula (NACARATO; PASSOS; GRANDO, 2014).

Conforme Serrazina (2012), cabe ao professor que ensina Matemática conhecer o currículo, e não se limitar somente ao conhecimento do ano/ciclo de sua turma. Deve possuir uma visão global do currículo que planeja ensinar no Ensino Fundamental, assim como um conhecimento aprofundado do ciclo de ensino em que leciona, de modo que conheça como as ideias matemáticas vão se ampliando e como pode relacioná-las.

No entanto, a ideia de Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número ainda é pouco presente nos documentos curriculares oficiais. Para Spinillo (2006), precisamos ter em mente que o Sentido de número deve permear o ensino de todos os conteúdos de Matemática abordados no Ensino Fundamental, sabendo que ele não é passível de ser distribuído em etapas ou unidades. Diante disso, identificamos a necessidade de ampliação dos estudos sobre o tema da presente pesquisa, a partir dos currículos escolares e dos programas de formação continuada.

5 METODOLOGIA

A presente seção tratará sobre a metodologia do estudo. Discutiremos aqui sobre os tipos de investigação, os números de participantes, os instrumentos, os procedimentos da pesquisa e da coleta de dados e também sobre o contexto da pesquisa.

5.1 Tipo de pesquisa

O propósito de nossa pesquisa é responder o seguinte problema: quais estratégias de Cálculo mental são utilizadas pelos alunos do 3º e do 5º ano do Ensino Fundamental nas tarefas matemáticas? Para isso, optamos por uma metodologia qualitativa, de caráter exploratório, visto que buscamos nos aprofundar nos estudos sobre o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

Segundo Bogdan e Biklen (1999, p. 49), a pesquisa qualitativa permite estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do objeto de estudo. Os dados recolhidos, geralmente em contexto naturais, sem que necessariamente precise levantar ou tentar comprovar hipóteses ou medir variáveis, busca apreender as diversas perspectivas dos sujeitos e os fenômenos em sua complexidade. Estes estudiosos ainda caracterizaram a abordagem qualitativa em seus aspectos básicos, tais como:

a) na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; b) a investigação qualitativa é descritiva; c) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; d) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva e por última característica; e) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 47-50).

A pesquisa exploratória, por sua vez, tem como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores (GIL, 2008, p. 27). Para Gil (2008, p. 27), as “pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato”. Outros pesquisadores destacaram que

É preciso esclarecer que a exploração do fenômeno tem como objetivos desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias. Esse tipo de pesquisa é realizado especialmente quando há poucas informações disponíveis sobre o tema ao qual se relaciona o objeto de estudo. Justamente devido ao escasso conhecimento do assunto, o planejamento é flexível, de forma que os vários aspectos relativos ao fato possam ser considerados (GERHARDT; RAMOS; RIQUINHO; SANTOS, 2009, p. 67).

A metodologia empregada fundamenta-se em uma abordagem qualitativa com alguns indícios quantitativos, com a intenção de organizar os dados de forma que facilite a amostragem do processo de coleta de dados e a estruturação das respostas para o problema da pesquisa.

Nesse contexto, a pesquisa por meio da análise e interpretação dos resultados de forma indutiva, entende que o método qualitativo com característica em pesquisa exploratória é a abordagem adequada para buscar compreensões e interpretações, conforme os seguintes objetivos: a) investigar as estratégias de Cálculo mental utilizadas pelos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental ao resolverem tarefas de adição e subtração; b) verificar o entendimento dos professores das turmas dos 3º e 5º anos do Ensino Fundamental sobre o Cálculo mental e seu ensino; c) elaborar um produto educacional no formato digital como parte da pesquisa, voltado para uma proposta didática que envolva o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

Portanto, nossa investigação busca ampliar o repertório de literatura através das legislações, da revisão da bibliografia, de pesquisas em artigos, dissertações de mestrado e teses de doutorado, além da preocupação na elaboração de um produto educacional com tarefas matemáticas direcionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo mental.

5.2 Participantes

Colaboraram com a coleta de dados 56 participantes, sendo 28 alunos e uma professora do 3º ano, e 26 alunos e uma professora do 5º ano, dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola do Sistema Municipal de Ensino da cidade de Bauru – SP.

A preferência pelos sujeitos em nossa pesquisa foi baseada no Plano Nacional de Educação – PNE (BRASIL, 2014), que prevê que “todas” as crianças estejam alfabetizadas ao final do 3º ano do Ensino Fundamental, algo que deve estar vinculado aos governos federal, estaduais e municipais, e também na Lei nº 11.274/2006, que

dispõe a obrigatoriedade de ensino durante nove anos para o Ensino Fundamental, sendo que nesta etapa encerra os cinco primeiros anos da Educação Básica, para os participantes do 5º ano.

As professoras que participaram da pesquisa foram contratadas através de concurso público municipal que exige o Ensino Superior com habilitação em Educação Básica, como critério mínimo de classificação.

A distribuição da faixa etária dos participantes está representada na Tabela 1.

Tabela 1 – Distribuição dos participantes de acordo com a idade

Idade	Participantes
7 e 8 anos	16
9 e 10 anos	26
11 e 12 anos	12
33 anos	01
59 anos	01
Total	56

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Para preservar a identidade dos participantes, denominaremos como P1 (professora do 3º ano), P2 (professora do 5º ano), 3 – aluno do 3º ano, 5 – aluno do 5º ano, e uma numeração atribuída à ordem alfabética dos nomes dos alunos, por exemplo: Aluno 3.1 (aluno Adrian do 3º ano) ou Aluno 5.1 (aluno André do 5º ano).

5.3 Instrumentos

Os instrumentos utilizados na coleta de dados foram as tarefas matemáticas destinadas aos alunos e um questionário para os professores.

5.3.1 Tarefas matemáticas

Este instrumento consiste em tarefas matemáticas (Apêndice E) a serem aplicadas aos alunos dos 3º e 5º anos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, composto por situações-problemas contextualizadas e por expressões matemáticas sem contexto.

Sugerimos cinco situações-problemas que trazem o contexto do *slime*. O *slime* é um tipo de massinha, conhecida como *Amoeba*, viscoso, não tóxico, mole, que pode

ser colorido ou não, feito com cola branca, detergente, corante, bicarbonato de sódio, água boricada, agradável quando manipulado com as mãos.

No final da tarefa, solicitamos que os alunos explicassem como haviam solucionado cada problema, a fim de compreendermos o processo de resolução. Essas tarefas foram denominadas de Situação 1, Situação 2, Situação 3, Situação 4 e Situação 5.

Seguem as tarefas matemáticas contextualizadas, no Quadro 12.

Quadro 12 – Tarefas matemáticas contextualizadas

Situações-problemas
1) Dos 549 alunos da escola, 241 deles, do período da manhã, já participaram da oficina. Quantos alunos faltam do período da tarde para fazer o <i>slime</i> ? Explique como pensou.
2) No período da manhã foram 65 alunos, enquanto que no período da tarde foram 48 alunos o número daqueles que participaram do 3º ano. Quantos alunos a mais havia no período da manhã em relação ao período da tarde? Explique como pensou.
3) Para a receita do <i>slime</i> foram utilizados 52 tubos de cola branca. Para iniciar a oficina havia apenas 24 tubos de cola. Quantos tubos foram necessários comprar? Explique como pensou.
4) Na oficina foi utilizado um potinho de plástico para cada aluno. Sabendo que no 5º A há 26 alunos e no 5º B 24 alunos, quantos potes de plástico foram utilizados nos 5º anos? Explique como pensou.
5) No pátio da escola as crianças foram brincar com os <i>slime</i> . Primeiramente, chegaram 152 alunos, todos do 1º ano. Em seguida, foram 148 alunos do 2º ano. Quantos alunos brincaram ao mesmo tempo? Explique como pensou.

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Como mostra o Quadro 12, os alunos responderam cinco situações-problemas, sendo que três primeiras envolvem operações subtrativas (subtrair/tirar, comparar e completar) e as duas últimas envolvem operações aditivas (juntar e acrescentar).

Aproveitamos a Semana da Criança do mês de outubro do ano de 2019, data comemorativa, para contextualizarmos as situações-problemas. Na ocasião, os alunos da escola participaram de diversas atrações (oficinas, pintura, show de talentos, teatro, passeios, etc.) em comemoração ao dia das crianças. Uma das atividades diferenciadas propostas para os alunos de toda a escola foi a oficina de *slime*.

Para a elaboração das tarefas matemáticas aproveitamos o contexto escolar para formular as situações-problemas de maneira intencional. Acreditamos também

que os conteúdos dos problemas haviam sido trabalhados anteriormente pelas professoras da sala.

Segundo Lopes (2014), as tarefas matemáticas propostas às crianças devem enfatizar as relações com a realidade já vivida: “quando estão envolvidas e se sentem motivadas, as crianças podem perceber regularidades, fazer relações, formular questões”, frente às situações contextualizadas. Ponte (2005, p.10) ressaltou que “essas tarefas se revestem, de um modo geral, de natureza problemática e desafiante, constituindo problemas ou investigações, conforme o grau de estruturação do respectivo enunciado”, sendo chamadas de tarefas de modelação, presentes num contexto de realidade.

Quanto às tarefas matemáticas sem contexto, compostas por dois itens, apresentaram expressões numéricas, dentre elas a adição e a subtração, nas quais os alunos deveriam resolver de duas maneiras diferentes. Elas estão ilustradas no Quadro 13:

Quadro 13 – Tarefa matemática sem contexto

Expressão numérica	Maneira 1	Maneira 2
A) $59 + 45$		
B) $72 - 30$		

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

As tarefas foram adaptadas de Oliveira (2013) e Sander (2018) a fim de caracterizá-las como habilidades do desenvolvimento de Cálculo mental, sendo que o aluno deveria responder de duas maneiras as operações numéricas, utilizando qualquer estratégia de cálculo de sua preferência.

Importante destacarmos que os procedimentos de Cálculo mental poderiam ser baseados nas estratégias de salto, de divisão, mescla de divisão e salto, de compensação, de simplificação e adição indireta (RATHGEB-SCHNIERER; GREEN, 2019). Segue o exemplo, no Quadro 14.

Quadro 14 – Estratégias possíveis de Cálculo mental

	Adição 59 + 45 = 104	Subtração 72 – 30 = 42
Estratégia de salto	59 + 40 = 99; 99 + 5	72 – 20 = 52; 52 – 10
Estratégia de divisão	50 + 40 = 90; 9 + 5 = 14 90 + 14	70 – 30 = 40; 40 + 2
Mescla de divisão e salto	50 + 40 = 90; 90 + 9 = 99; 99 + 5	70 – 20 = 50; 50 – 10 = 40; 40 + 2
Estratégia de compensação	60 + 45 = 105 – 1	75 – 30 = 45 – 3
Estratégia de simplificação	60 + 44; 58 + 46	70 – 28; 67 – 25
Adição indireta	-----	30 + ____ = 72

Fonte: Adaptado de Rathgeb-Schnierer e Green (2019)

As seis estratégias aqui representadas proporcionam ao aluno resolver as operações matemáticas sem recorrer ao algoritmo convencional, podendo optar pela utilização de estratégias de Cálculo mental diversificadas.

Por meio das adaptações sugeridas por Thompson (1999), Buys (2008) e Rathgeb-Schnierer e Green (2019), os dados foram organizados em tabelas para uma melhor visualização.

5.3.2 Questionário

O questionário (Apêndice F) foi aplicado com duas professoras que lecionam no 3º e 5º anos dos anos iniciais do Ensino Fundamental mediante as autorizações do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice D). O instrumento propôs caracterizar as participantes com seus dados pessoais, como formação e atuação no magistério, e também seus autoconhecimentos sobre o Cálculo mental nas turmas que atuam. Por meio de um roteiro estruturado de questões abertas e fechadas, o questionário foi elaborado a fim de propiciar esclarecimentos e reflexões baseando-se em outras pesquisas na área, tais como Oliveira (2013) e Sander (2018).

De acordo com Gil (2008, p. 121), o instrumento de coleta por meio de questionário pode ser “composto por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas”, através das indagações específicas atreladas aos objetivos da pesquisa.

Destacaremos a seguir o procedimento utilizado para a coleta de dados.

5.4 Procedimentos da pesquisa e da coleta de dados

Para a pesquisa e análise de dados foram cumpridas quatro etapas. Na primeira etapa, foram realizados estudos bibliográficos acerca do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número e de documentos oficiais, pontuando algumas considerações importantes para o processo de ensino e aprendizagem.

Na segunda etapa, os instrumentos da coleta de dados foram subdivididos em dois momentos: numa pesquisa cadastrada na Plataforma Brasil, com certificado e parecer emitido pelo Comitê de Ética e Pesquisa – CEP; e na escolha da unidade escolar, em que a pesquisadora fez parte da equipe de profissionais que atuam da unidade escolar. No primeiro momento foi feito o cadastro da pesquisa na Plataforma Brasil com vistas à aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa. A pesquisa foi aprovada por estar em conformidade com os parâmetros legais, metodológicos e éticos analisados pelo colegiado do comitê e, assim, obteve-se o certificado⁴ e o parecer de aprovação.⁵

Em seguida, realizamos o contato com a Secretaria Municipal da Educação, por meio do Departamento de Planejamento, Projetos e Pesquisas Educacionais, Divisão de Pesquisas e Projetos Educacionais para a autorização da coleta de dados na unidade escolar (Anexo B). Fizemos o contato com a escola tratando diretamente com o diretor e com a vice-direção, que autorizaram a aplicação para a coleta de dados nas turmas selecionadas (Anexo C).

Na terceira etapa, o contato com os responsáveis dos alunos se deu no dia pré-estabelecido pela direção da escola, em que foi marcada a reunião de pais e docentes de cada turma. Juntamente com a professora regular das turmas selecionadas, expomos a descrição da pesquisa e o motivo da professora pesquisadora. Os responsáveis presentes na reunião assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice A), concordando que seus filhos participassem da pesquisa. Os responsáveis dos alunos que não participaram da reunião foram consultados posteriormente, sendo-lhes entregue o TCLE, solicitando-lhes autorização para a pesquisa.

No dia e horário combinado para a aplicação da coleta de dados foi oferecido o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os alunos (APÊNDICE B), sendo

⁴ Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE): 17963119.5.0000.5398.

⁵ Número do Parecer: 3.572.348

que a maioria deles manifestou interesse em participar da atividade proposta. No mesmo dia foi entregue o questionário para o professor da turma e, para os alunos, as tarefas matemáticas.

A pesquisadora leu e explicou os enunciados das tarefas matemáticas para os alunos, antes de serem resolvidas as situações-problemas e as expressões numéricas. Ela também esteve presente em todo o momento durante a realização das atividades e, caso alguma dúvida surgisse, ela estaria ali para saná-la. As professoras não estavam presentes no momento da aplicação, deixando a pesquisadora à vontade para as intervenções propostas.

Na turma do 3º ano a coleta foi realizada na primeira aula do período da tarde, antes do horário do recreio, para que os alunos pudessem estar mais “calmos” e terem mais tempo disponível. A coleta na turma do 5º ano foi realizada nas duas últimas aulas do período da manhã, para não coincidir com as demais aulas dos professores especialistas (Arte e Educação Física). A aplicação dos instrumentos durou aproximadamente três horas em cada uma das turmas.

Na quarta etapa, por sua vez, foi realizada uma análise dos dados fundamentada nas pesquisas de Brocardo e Serrazina (2008) e Sander (2018), possibilitando a correlação entre as dificuldades dos alunos no uso do Cálculo mental e as percepções, dificuldades e práticas pedagógicas dos professores. Para isso algumas categorias foram elaboradas *a posteriori*.

5.5 Procedimentos de análise das tarefas matemáticas

Destacaremos aqui os procedimentos de análise para as tarefas matemáticas, ou seja, sobre a maneira usada pelos alunos para a resolução das tarefas matemáticas.

O primeiro campo de categoria de análise foi elaborado de modo a evidenciar o desempenho dos alunos em relação ao acerto e ao erro, bem como das explicações sobre como pensaram para resolver as tarefas contextualizadas. O Quadro 15 traz as categorias e suas descrições:

Quadro 15 – Categorias de análise de desempenho das tarefas contextualizadas

Categorias	Descrição
Acertou tudo	O aluno acerta a resposta e a explicação.
Errou resposta/acertou explicação	O aluno erra a resposta, mas acerta a explicação.
Acertou resposta/errou explicação	O aluno acerta a resposta, mas erra a explicação.
Acertou resposta/não explicou	O aluno acerta a resposta, mas não explica como pensou.
Errou tudo	O aluno erra resposta e explicação.
Em branco	O aluno deixa a tarefa em branco, não resolve.

Fonte: Adaptado de Sander (2018)

Já que as tarefas com contexto exigiam que os alunos explicassem como haviam pensado para resolverem os problemas, verificamos a necessidade de categorizar essas explicações a fim de pormenorizar as compreensões demonstradas nas resoluções das situações-problemas, como expresso no Quadro 16.

Quadro 16 – Categorias de análise de desempenho das tarefas contextualizadas: explique como pensou

Categorias	Descrição
Interpretação do problema	O aluno explica a maneira que interpretou o problema ou seu enunciado.
Procedimento do problema	O aluno explica o procedimento que utilizou com o foco no cálculo e/ou na operação.
Outros	O aluno explica, mas não se refere ao procedimento utilizado.
Indeterminado	O aluno explica, mas não deixa claro.
Em branco	O aluno não explica deixa a tarefa em branco.

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Para as tarefas sem contexto, as categorias de análise de desempenho foram estabelecidas como se segue:

Quadro 17 – Categorias de análise de desempenho das tarefas sem contexto

Desempenho	Descrição
Resolve de duas maneiras (acertou tudo)	O aluno calculou de duas maneiras diferentes.
Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes	O aluno calculou de duas maneiras, mas não utiliza uma segunda maneira diferente.
Resolve de uma maneira (acertou uma)	O aluno calculou apenas de uma maneira.
Não resolve (errou tudo)	O aluno não resolve ou tenta resolver, mas erra.
Em branco	O aluno deixa a tarefa em branco, não resolve.

Fonte: Adaptado de Sander (2018)

O segundo campo de categoria foi criado para evidenciar as estratégias dos alunos na resolução das tarefas contextualizadas e sem contexto.

Quadro 18 – Categorias de análise de estratégia das tarefas: contextualizadas e sem contexto

Estratégia de resolução	Descrição
Algoritmo	O aluno calcula por meio de dígitos e/ou com uso de procedimentos algorítmicos padrões.
Cálculo mental	O aluno calcula com valores globais dos números obtendo um valor exato.
Outro/indeterminado	O aluno não deixa claro a estratégia utilizada.
Em branco	O aluno deixa a tarefa em branco, não resolve.

Fonte: Adaptado de Sander (2018)

O quadro anterior mostra o tipo de cálculo escolhido pelo aluno para resolver as tarefas, que poderia ser o Cálculo mental ou o algoritmo convencional.

Outro campo de categoria foi criado a fim de classificar as estratégias de Cálculo mental, fundamentado-nos em Thompson (1999), Buys (2008) e Rathgeb-Schierer e Green (2019). Descreveremos cada uma delas no Quadro 19.

Quadro 19 – Estratégias de Cálculo mental para as tarefas sem contexto

Estratégias	Descrição
Contagem	O aluno apoia-se em materiais concretos que permitem a contagem.
De salto	O aluno recorre à decomposição decimal de apenas um termo, ou seja, na adição a segunda parcela e na subtração o subtraendo.
Decomposição	O aluno recorre à decomposição decimal de um ou mais termos, que são adicionados ou subtraídos separadamente.
Mescla de decomposição e salto	O aluno usa a combinação da estratégia de salto e a decomposição.
Compensação	O aluno recorre ao arredondamento da unidade ou dezena para transformar a operação mais fácil.
Simplificação	O aluno modifica a unidade ou a dezena sem alterar o resultado. Na adição alteram as duas parcelas de maneira oposta e na subtração altera da mesma maneira.
Adição indireta/inversa	O aluno recorre na subtração à soma do subtraendo até que se alcance o minuendo.
Outro/indeterminado	O aluno não deixa claro a estratégia utilizada.
Nenhuma das estratégias	O aluno não utiliza nenhuma das estratégias de cálculo mental.

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

A partir das resoluções das tarefas dos alunos, tendo em vista os aspectos específicos de cada operação e suas relações, houve algumas diferenças no processo de análise das operações. Portanto, foram criadas adaptações ou recursos para atender algumas particularidades, tanto nas tarefas contextualizadas quanto nas tarefas sem contexto. As categorias referentes às adaptações são:

- a) propriedade comutativa: quando o aluno altera a ordem das parcelas (na adição), ou do minuendo com o subtraendo (na subtração), ele recorre ao mesmo método utilizado na maneira 1 (por algoritmo) porém, invertendo-as;
- b) desenho: quando o aluno representa de forma pictórica, resolve a operação com o uso de imagens para contar ou fazer agrupamentos, como registros de pequenos riscos ou círculos ao representar valores numéricos;
- c) utilização de outros números: quando o aluno, primeiramente, recorre a algum método de cálculo e, posteriormente, realiza uma conta com números e/ou operação diferentes da solicitada para que o resultado seja igual ao da primeira conta, ou seja, mudou de termos e/ou operação para chegar ao resultado obtido anteriormente;
- d) outro/indeterminado: quando o aluno representa “na horizontal” e reescreve a expressão numérica, igual ao do enunciado, ou realiza a “prova real” na segunda maneira, referindo ao mesmo resultado da maneira anterior.
- e) sem adaptações: quando o aluno calcula por meio de um algoritmo.

Para melhor entendimento, na seção sobre a análise dos dados iremos mostrar os quadros com as respostas dos alunos, contendo os seguintes itens:

- a) identificação: tarefa do aluno;
- b) resposta: o que foi feito na resolução da tarefa;
- c) procedimento: quando se usa o algoritmo; Cálculo mental; outro/indeterminado e em branco;
- d) adaptação: quando um procedimento é utilizado de forma diferenciada (propriedade comutativa, desenho, outros números e outro/indeterminado);

e) explique como pensou: quando o aluno explica a maneira que utilizou para resolver a tarefa recorrendo à interpretação do problema, procedimento de cálculo ou procedimento de cálculo descrevendo a operação.

Para tanto, demonstraremos na próxima subseção o cenário selecionado para a pesquisa acadêmica.

5.6 Contexto da pesquisa

A pesquisa foi realizada numa cidade do interior paulista, que possui em seu sistema educacional municipal 16 escolas de Ensino Fundamental dos anos iniciais, do 1º ano ao 5º ano, sendo que, seis dessas escolas também oferecem o Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano em período oposto.

A unidade escolar participante da pesquisa está situada na área noroeste da cidade, em um bairro simples e modesto pertencente à classe baixa e que nasceu há quase sete décadas. Atualmente residem ali quase quatro mil moradores e há a presença de vários comércios locais.

Os alunos atendidos na escola são filhos de profissionais autônomos, de comerciários, de diaristas e também de pais desempregados que vivem de trabalhos temporários como serventes de pedreiro e coletores de recicláveis. Algumas destas famílias são economicamente carentes, sofrendo com a falta de elementos básicos para o desenvolvimento pleno, principalmente nas áreas da alimentação, vestuário e informação.

A escola atende, em média, alunos de 5 a 12 anos de idade, e totaliza quase 600 alunos. Dispõe de 22 salas de aula, sendo 11 em cada período (manhã e tarde). Possui uma sala de multimeios, uma sala de recurso que atende alunos com necessidades educacionais especiais – NEE, uma sala de professores, uma sala para uso da direção e uma secretaria. Também há uma sala para atendimento dos alunos do contraturno que frequentam o Projeto Integração, no qual a pesquisadora atua como articuladora.⁶ Sendo assim, a escolha desta escola para a pesquisa foi baseada no critério de conveniência.

⁶ A pesquisadora atua como professora especialista em Educação Básica e atualmente é articuladora do Projeto Integração na unidade escolar, oferecendo atividades nos campos das artes, cultura e esportes, além do acompanhamento pedagógico de Língua Portuguesa e Matemática.

Presumimos que os alunos participantes da pesquisa estariam alfabetizados e com conhecimentos matemáticos adquiridos.

6 ANÁLISE DOS DADOS

Para a análise dos dados, essa seção foi dividida em duas partes. Na primeira subseção, comentaremos sobre os dados referentes aos questionários respondidos pelos professores e, na segunda subseção, traremos a resolução dos alunos nas tarefas matemáticas, averiguando as correlações entre as categorias e o Cálculo mental.

6.1 Cálculo mental na perspectiva das professoras

As duas professoras que contribuíram com a pesquisa foram contratadas através de concurso público municipal, e aprovadas no Ensino Superior completo em Pedagogia, possuindo cursos de Pós-graduação.⁷

A primeira parte do questionário trouxe os dados pessoais das participantes, tais como faixa etária, formação acadêmica, atuação no magistério, tempo de trabalho na educação e turma que leciona.

Na questão que se referia ao nível de escolaridade/formação em relação à experiência no magistério, P1 respondeu que há 11 anos leciona somente no sistema municipal, e P2 respondeu que há 34 anos leciona no ensino público, porém, já aposentada de um cargo público estadual, atualmente leciona apenas no sistema municipal de ensino.

Quanto às perguntas sobre como as professoras definiam o Cálculo mental, P1 afirmou que “é a estratégia de resolver uma operação ou situação-problema mentalmente e com agilidade”, enquanto P2 respondeu que são “estratégias de cálculo, na busca da solução de um problema matemático, sem recorrer aos procedimentos. De forma rápida e eficiente”. Assim, as entrevistadas definiram o Cálculo mental como uma “estratégia”; a P1 ainda incluiu em sua definição “mentalmente e com a agilidade”, e a P2, “de forma rápida e eficiente”.

Segundo Ribeiro, Valério e Gomes (2009), o Cálculo mental pode ser descrito como um movimento rápido e flexível através do mundo dos números. Para Rathgeb-Schnierer e Green (2019), significa resolver operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) mentalmente sem usar procedimento padrão escrito e único.

⁷ Pós-graduações *lato sensu* compreendem programas de especialização e aperfeiçoamento, no sentido de atualizar e qualificar o professor na prática pedagógica.

Certamente essas definições sobre o Cálculo mental se complementam, contribuindo para o trabalho docente.

Em relação à importância do uso do Cálculo mental, foi questionado às entrevistadas: “a partir de qual ano/turma começariam a utilizar Cálculo mental com seus alunos?” P1 respondeu: “Sim, acredito ser importante a partir do 2º ano, pois acredita-se que nessa fase os alunos já tenham autonomia e agilidade para esse tipo de atividade”, enquanto para P2, “desde os primeiros anos de vida escolar porque ajuda a criança a entender a constituição dos números e as operações usadas”. Assim, vemos que a P1 considerou o uso do Cálculo mental a partir do 2º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, justificando que nesta faixa etária os alunos já possuem autonomia e agilidade para este tipo de atividade.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2017, p. 281), um dos objetos de conhecimento aponta para a “construção de fatos fundamentais da adição e da subtração”, referente à Habilidade EF02MA05 que expressa o “construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no Cálculo mental ou escrito”, a partir do 2º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A P2 relatou, por sua vez, que o uso do Cálculo mental é importante nos “primeiros anos da vida escolar”, reforçando, assim, a proximidade das diferentes estratégias de cálculo desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), o Cálculo mental precisa ser desenvolvido desde o início do 1º ciclo (1º e 2º anos) e ser diretamente relacionado com o Sentido de número. Consequentemente, Brocardo (2011) enfatizou o Cálculo mental como uma tarefa continuada, a ser levado em todos os níveis de ensino e de forma sistemática, sendo que o professor deve adequar tarefas para cada etapa de ensino, conforme seus objetivos. Desse modo, a habilidade com o Cálculo mental deve ser ampliada conforme os níveis de ensino da Educação Básica, e isto pelo fato de que os alunos vão desenvolvendo uma melhor flexibilização de pensamento para as estratégias de cálculos.

Outra questão respondida pelas professoras dizia respeito às suas práticas pedagógicas, a fim de descobrir se elas ensinam ou já ensinaram o Cálculo mental para a turma que leciona. Também solicitamos exemplos de suas práticas em sala de aula. P1 argumentou que já havia ensinado Cálculo mental: “Sim, sequência lógica, completar com os números que faltam nas operações”. P2, por seu turno, expressou: “Sim, problemas envolvendo adição e subtração. Desenvolver estratégias de Cálculo mental na multiplicação e divisão”. Segundo estas afirmações, as professoras já

ensinaram ou ensinam Cálculo mental para suas turmas de alunos, trazendo exemplos de ações do cotidiano na aplicação desta estratégia, tais como sequência lógica, completar com os números em operações e problemas que envolvem as quatro operações. Percebemos, então, que a prática em sala de aula é determinada pelo conjunto de crenças que o professor tem a respeito do que seja educar, do significado de ensinar e aprender.

Noutra questão inquirimos se os livros didáticos trazem conteúdos para o ensino de Cálculo mental e se já haviam sido utilizados com a turma. As professoras responderam positivamente. O livro citado por elas é usado atualmente pelas turmas de 1º ao 5º anos na unidade escolar, conforme o Plano Nacional do Livro Didático⁸ – PNLD, denominado *Nosso livro de Matemática* (2017),⁹ cujos autores da coleção são Pires e Rodrigues (2017). Os livros dessa coleção foram organizados em oito unidades, sendo que os conhecimentos matemáticos são abordados por meio da articulação em cinco unidades temáticas – números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística –, além de trazer sequências de atividades, desafios e jogos. A coleção oferece ao professor análises e reflexões sobre o ensino da Matemática, relacionando a proposta didática com os objetos de conhecimento e habilidades definidos pela BNCC (BRASIL, 2017).

É preciso acentuar que o livro didático é um material de suporte, de apoio que norteia o trabalho do professor em sala de aula. Pires e Rodrigues (2017) retratam o significado de se prestar atenção em como os alunos pensam, argumentam e procedem em suas aprendizagens, para, assim, serem feitas boas intervenções e estabelecer objetivos e metodologias a respeito dos conceitos que se pretendem que os alunos adquiram.

Segundo Spinillo (2006, p. 106), muitos dos livros didáticos apenas sugerem atividades a serem consideradas pelo professor, entretanto

⁸ O Programa Nacional do Livro e do Material Didático, desenvolvido pelo Governo Federal Brasileiro, que atende a Educação Básica em escolas públicas, tem o objetivo de disponibilizar livros e materiais didáticos de qualidade e de forma gratuita para as instituições de ensino que trabalham com Educação Infantil, Ensino Fundamental (anos iniciais e finais) e Ensino Médio, em 2019, com a utilização dos livros em quatro anos.

⁹ *Nosso livro de cada dia* é uma coleção composta de materiais didáticos direcionados ao aluno e ao professor, com o objetivo de contribuir para a alfabetização e letramento matemático.

a ideia de sentido de número não está presente no currículo de escolas, e nem tampouco nos livros didáticos. Muitos dos livros didáticos incluem formas simples de problemas verbais cuja resolução se limita ao uso de lápis e papel que apenas ilustram formas de aplicação dos algoritmos, deixando de lado situações matemáticas proveitosas que estimulam o pensar matematicamente.

Para finalizar, perguntamos às professoras se elas se sentiam preparadas para trabalhar com atividades que envolvem o Cálculo mental, e quais seriam suas dificuldades e facilidades. P1 destacou: “Sim, atividades de baixa complexidade são mais simples. Minha dificuldade é agilidade e organização do raciocínio lógico”; enquanto P2 afirmou: “Sim, porque é algo que usamos no nosso dia-a-dia”. Notemos que ambas entrevistadas responderam positivamente sobre seus preparos nas atividades relacionadas ao Cálculo mental. Quanto às dificuldades e facilidades, P1 comentou que sua dificuldade diz respeito à agilidade e organização do raciocínio lógico, e que acha atividades de baixa complexidade como sendo mais “simples”, ou seja, mais fáceis. P2 respondeu, resumidamente, que o Cálculo mental é algo que usamos no cotidiano. Nesse caso, atividades de Matemática com diferentes níveis de complexidade podem ser propostas para que o aluno tenha a oportunidade de melhorar a habilidade do Cálculo mental e pensar matematicamente em

[...] múltiplas situações no dia-a-dia da sala de aula que permitem trabalhá-lo. Em situações que envolvem dinheiro, tempo, massa ou distâncias, a destreza de cálculo é essencial para a manutenção de uma forte relação com os números, para que os alunos sejam capazes de olhar para eles criticamente e interpretá-los de modo apropriado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 10).

No questionário, as professoras admitiram que trabalham ou já trabalharam com atividades que envolvam o Cálculo mental. Noutras questões disseram que o curso de graduação que fizeram não foi explorada a relevância do Cálculo mental e também que não participaram de cursos de formação continuada voltados para este tipo de conteúdo. Diante disto, deduzimos que as professoras, no uso das atividades de Cálculo mental, utilizam o apoio do livro didático.

Brocardo (2011) comentou que o professor que privilegia uma abordagem procedimental reforça a atenção somente na aplicação de procedimentos de cálculo para obter um resultado (resposta) numérico, e não para uma abordagem conceitual de uma imagem global do sistema de ideias e relações que deseja que seus alunos desenvolvam.

Nesta etapa, reparamos que as docentes apropriaram-se de uma tradição pedagógica que considera a estratégia de Cálculo mental com agilidade e sem uso do registro, enfatizando o cálculo “na cabeça”, conforme terminologia de Brocardo e Serrazina (2008).

Além de tudo, é significativo que o professor organize situações desafiadoras para os alunos a fim de incentivá-los no desenvolvimento do Sentido de número ou na capacidade de resolverem problemas por meio de estratégias pessoais de raciocínio lógico.

6.2 Cálculo mental e as habilidades matemáticas dos alunos

Na sequência de nossa pesquisa, traremos uma análise das tarefas matemáticas dos alunos.

6.2.1 Desempenho dos alunos do 3º ano nas tarefas matemáticas contextualizadas

Participaram nesta etapa 28 alunos do 3º ano, com faixa etária entre 8 e 10 anos de idade. Para analisarmos suas respostas em relação às categorias de análise de desempenho e as estratégias acionadas nas tarefas contextualizadas, elaboramos as Tabelas 2 e 3.

Tabela 2 – Desempenho das tarefas contextualizadas – 3º ano

Resposta	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Acertou tudo	12	8	9	10	11
Errou resposta/ acertou explicação	1	2	2	1	0
Acertou resposta/ errou explicação	0	0	2	4	2
Acertou resposta/ não explicou	3	3	3	8	8
Errou tudo	12	15	12	5	7
Em branco	0	0	0	0	0
Total	28	28	28	28	28

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

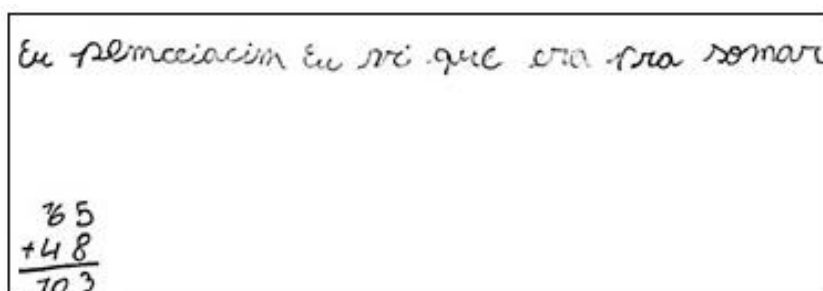
Por meio da Tabela 2 dá para perceber que os alunos tiveram um melhor desempenho na Situação 1, que envolve uma subtração (tirar), pois, 12 alunos

acertaram todo o item, ou seja, eles acertaram a resposta e explicaram corretamente como pensaram a fim de resolver a tarefa; mas, também, 12 alunos erraram tudo.

Na Situação 2, 15 alunos erraram tudo. Notamos aqui uma maior incidência de respostas incorretas dos alunos, sendo que o problema proposto remetia a uma subtração que tinha o significado de comparar as quantidades.

Na Figura 14, abaixo, vemos a resposta da tarefa contextualizada de um aluno que exemplifica a categoria “errou tudo”.

Figura 14 – Resolução do aluno 3.4



The image shows a handwritten note at the top: "Eu pensei assim eu vi que era pra somar". Below this, there is a vertical addition calculation: 75, followed by +48, a horizontal line, and then the result 123.

$$\begin{array}{r} 75 \\ +48 \\ \hline 123 \end{array}$$

Fonte: Acervo da autora (2020)

Fica evidente, nesta situação, que o aluno em vez de utilizar uma estratégia de subtrair, que seria a opção correta, recorreu ao algoritmo de adição, deixando às claras em seu registro a maneira como pensou: “Eu pensei assim. Eu vi que era para somar”. Acreditamos que o aluno interpretou a expressão “a mais” como junção das quantidades solicitadas no problema, recorrendo ao pensamento aditivo.

Em relação à Situação 3, que envolve uma subtração (completar), 12 alunos erraram tudo, tanto na resposta quanto na explicação. Nas Situações 4 e 5, ambas estratégias de adição, oito alunos, para cada um dos problemas, acertaram a resposta, porém sem explicá-las. Já na Situação 5, 11 alunos acertam tudo, tanto o resultado, quanto a explicação. Assim, presumimos que grande parte dos alunos conseguiram resolver as situações-problemas que foram propostas, porém a maioria não teve um bom desempenho, ou seja, estes alunos resolviam a atividade, mas seus resultados estavam incorretos. Isso significa que eles ainda não dominaram certas habilidades matemáticas fundamentais para solucionar as tarefas contextualizadas.

A Tabela 3 mostra as categorias das estratégias resolvidas pelos alunos.

Tabela 3 – Estratégias das tarefas contextualizadas – 3º ano

Resposta	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Algoritmo	28	28	28	27	28
Cálculo mental	0	0	0	1	0
Outro/indeterminado	0	0	0	0	0
Em branco	0	0	0	0	0
Total	28	28	28	28	28

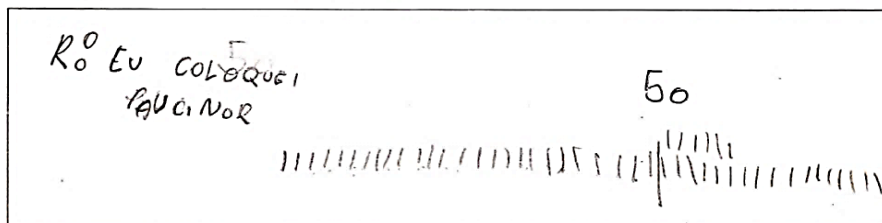
Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Nas Situações 1, 2, 3 e 5, 28 alunos utilizaram o algoritmo, ou seja, recorreram ao que usualmente se denominam “contas armadas”, isto é, um único conjunto de regras para a resolução das operações da adição e da subtração. Na Situação 4, 27 alunos recorreram ao algoritmo. O uso do algoritmo convencional não leva, necessariamente, a um bom desempenho, pois, segundo Brocardo e Serrazina (2008, p.104), “é o fato de se tratar um processo mecânico, não pensado, sempre o mesmo tipo de operação, na mesma ordem e segundo as mesmas regras”.

Um aluno que utilizou a estratégia de Cálculo mental na Situação 4 apoiou-se em materiais concretos que permitiram a correspondência termo a termo, realizando o registro de pequenos riscos como forma de estratégia para solucionar o problema. Observemos a Figura 15.

Figura 15 – Resolução do aluno 3.6

4- NA OFICINA FOI UTILIZADO UM POTINHO DE PLÁSTICO PARA CADA ALUNO. SABENDO QUE NO 5º A HÁ 26 ALUNOS E NO 5º B 24 ALUNOS, QUANTOS POTES DE PLÁSTICO FORAM UTILIZADOS NOS 5º ANOS? EXPLIQUE COMO PENSOU.



Fonte: Acervo da autora (2020)

Segundo Starepravo (2009), é razoável que os alunos criem seus próprios procedimentos: o uso de risquinhos, bolinhas, etc., pode ser tido como um recurso eficiente, muito empregado na contagem, permitindo encontrar a resposta de um

problema. Isso demonstra que a abstração deve ser progressiva, respeitando as descobertas individuais dos alunos.

Os alunos deveriam explicar como pensaram para resolver as tarefas contextualizadas. Para isto, analisamos os registros dos alunos, como exposto na Tabela 4.

Tabela 4 – Desempenho das tarefas contextualizadas:
Explique como pensou – 3º ano

Resposta	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Interpretação do problema	4	5	3	2	2
Procedimento do cálculo/operação	18	13	16	15	13
Outros	0	2	0	0	0
Indeterminado	1	1	1	1	1
Não explica	5	7	8	10	11
Em branco	0	0	0	0	1
Total	28	28	28	28	28

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Na Situação 1, 18 alunos recorreram ao procedimento do cálculo ou descreveram o tipo da operação usada para solucionar cada problema. Na Situação 4, 10 alunos não explicaram corretamente a maneira que pensaram para resolver a tarefa.

Destacamos que o aluno 3.26 não deixou claro sua explicação. A seguir, na Figura 16 observamos a resposta do aluno na categoria Indeterminado para o item: explique como pensou.

Figura 16 – Resolução do aluno 3.26

4- NA OFICINA FOI UTILIZADO UM POTINHO DE PLÁSTICO PARA CADA ALUNO. SABENDO QUE NO 5º A HÁ 26 ALUNOS E NO 5º B 24 ALUNOS, QUANTOS POTES DE PLÁSTICO FORAM UTILIZADOS NOS 5º ANOS? EXPLIQUE COMO PENSOU.

SAEMEN
EITZRAH

$$\begin{array}{r} 1 \\ 26 \\ + 24 \\ \hline 50 \end{array}$$

Fonte: Acervo da autora (2020)

Na situação acima o aluno resolve o problema ou, pelo menos, faz uso do algoritmo convencional. Ele não consegue explicação como pensou, denota dificuldades na escrita e faz registros de algumas letras. Ponderamos, então, que, no 3º ano, os alunos ainda estão consolidando o processo de alfabetização.

Os quadros a seguir mostram algumas das tarefas respondidas dos alunos do 3º ano nas situações-problemas contextualizadas, referentes à adição e à subtração.

Quadro 20 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 1

1-DOS 549 ALUNOS DA ESCOLA, 241 ALUNOS DO PERÍODO DA MANHÃ JÁ PARTICIPARAM DA OFICINA. QUANTOS ALUNOS FALTAM DO PERÍODO DA TARDE PARA FAZER O SLIME? EXPLIQUE COMO PENSOU.		 (FOTO: ARQUIVO PESSOAL)
$\begin{array}{r} 549 \\ - 241 \\ \hline 308 \end{array}$ R: Que na sacola tem 549 alunos e já participaram da oficina de slime em fim de - porque só não sabiam o numero de alunos que viram mais fez o slime.		
Identificação	3.15	
Resposta	Acertou tudo	
Procedimento	Algoritmo	
Adaptação	Não	
Explique como pensou	Interpretação do problema	

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.15 acertou a resposta e a explicação. Usou o algoritmo convencional da subtração como estratégia de cálculo e, na tentativa de explicar, interpretou o problema que corresponde a uma das categorias do desempenho do aluno, deixando claro com a escrita.

Quadro 21 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 2

2- NO PERÍODO DA MANHÃ FORAM 65 ALUNOS E NO PERÍODO DA TARDE FORAM 48 ALUNOS QUE PARTICIPARAM DO 3º ANO. QUANTOS ALUNOS A MAIS HAVIA NO PERÍODO DA MANHÃ EM RELAÇÃO AO PERÍODO DA TARDE?
EXPLIQUE COMO PENSOU.

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 48 \\ \hline 113 \end{array}$$

Re eu entendi que acerta era de mais
que deu 113

Identificação	3.17
Resposta	Errou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Interpretação do problema

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.17 errou tudo, tanto a resposta quanto a explicação. Ele realizou o algoritmo convencional da adição, mas obteve a resposta incorretada daquela solicitada no problema. Explicou certo a partir da compreensão que obteve do problema, uma compreensão equivocada do “a mais”.

Quadro 22 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 3

2- NO PERÍODO DA MANHÃ FORAM 65 ALUNOS E NO PERÍODO DA TARDE FORAM 48 ALUNOS QUE PARTICIPARAM DO 3º ANO. QUANTOS ALUNOS A MAIS HAVIA NO PERÍODO DA MANHÃ EM RELAÇÃO AO PERÍODO DA TARDE?
EXPLIQUE COMO PENSOU.

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 48 \\ \hline 17 \end{array}$$

A minha Professora tinha me ensinado essa conta aí eu pensei nessa conta

Identificação	3.21
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Outro

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.21 acertou tanto a resposta quanto a explicação, recorrendo ao algoritmo convencional da subtração. Ao explicar como pensou, registrou: “A minha professora tinha me ensinado essa conta aí eu pensei nessa conta”. Deu crédito ao

ensino da professora, mas não explicou qual procedimento fez-se valer para chegar à resposta do problema e tampouco à sua interpretação.

Quadro 23 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 4

 (FOTO: ARQUIVO PESSOAL) 3- PARA A RECEITA DO SLIME FORAM UTILIZADOS 52 TUBOS DE COLA BRANCA. PARA INICIAR A OFICINA HAVIA APENAS 24 TUBOS DE COLA. QUANTOS TUBOS FORAM NECESSÁRIOS COMPRAR? EXPLIQUE COMO PENSOU. $\begin{array}{r} 452 \\ - 24 \\ \hline 28 \end{array}$ R: Eu fiz 52 menos 24 e deu 28	
Identificação	3.7
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Procedimento do cálculo/operação

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

A aluno 3.7 acertou tanto a resposta quanto a explicação. Para explicar como pensou, ele recorreu ao procedimento da operação matemática descrevendo a subtração pela palavra “menos”.

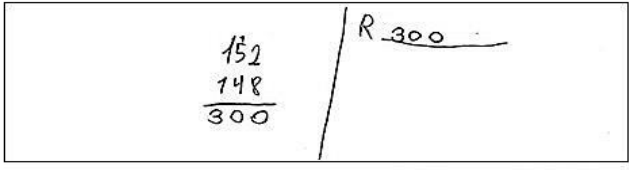
Quadro 24 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 5

4- NA OFICINA FOI UTILIZADO UM POTINHO DE PLÁSTICO PARA CADA ALUNO. SABENDO QUE NO 5º A HÁ <u>26 ALUNOS</u> E NO 5º B <u>24 ALUNOS</u>, QUANTOS POTES DE PLÁSTICO FORAM UTILIZADOS NOS 5º ANOS? EXPLIQUE COMO PENSOU. $\begin{array}{r} 26 \\ + 24 \\ \hline 50 \end{array}$ R: EU CONTEI 6+4 E DEPOIS CONTEI 3+2 PORQUE QUANDO DA 10 OU DE 30 PRA CIMA TEM QUE COLOCAR UM NÚMERO E SUBIR UM 5- NO PÁTIO DA ESCOLA AS CRIANÇAS FORAM BRINCAR COM OS SLIMES. CHEGARAM PRIMEIRO OS <u>152 ALUNOS</u> DOS 1º ANOS. E, EM SEGUIDA FORAM OS <u>148 ALUNOS</u> DOS 2º ANOS. QUANTOS ALUNOS BRINCARAM AO MESMO TEMPO? EXPLIQUE COMO PENSOU. $\begin{array}{r} 152 \\ + 148 \\ \hline 300 \end{array}$ R: EU CONTEI 2+8 QUE É = A 10 PORQUE QUANDO DA 10 OU 30 PRA CIMA TEM QUE COLOCAR UM NÚMERO E SUBIR UM  (FOTO: SHUTTERSTOCK/REPRODUÇÃO)	
Identificação	3.12
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Procedimento do cálculo

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.12 acertou tudo, resposta e explicação, acionando o algoritmo convencional para realizar o cálculo de adição. Em sua explicação sobre como pensou, relatou passo a passo sobre o algoritmo das operações ($26 + 24 = 50$) e ($152 + 148 = 300$).

Quadro 25 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 6

5- NO PÁTIO DA ESCOLA AS CRIANÇAS FORAM BRINCAR COM OS SLIMES. CHEGARAM PRIMEIRO OS <u>152 ALUNOS</u> DOS 1º ANOS. E, EM SEGUIDA FORAM OS <u>148 ALUNOS</u> DOS 2º ANOS. QUANTOS ALUNOS BRINCARAM AO MESMO TEMPO? EXPLIQUE COMO PENSOU. 	
	
Identificação	3.11
Resposta	Acertou resposta/não explicou
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Não

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

No quadro acima, o aluno 3.11 utilizou o algoritmo convencional da adição e acerta a resposta, mas não explicou como pensou, registrando o resultado do cálculo anterior como resposta do problema.

6.2.2 Desempenho dos alunos do 3º ano nas tarefas matemáticas sem contexto

Para a análise de desempenho nas tarefas matemáticas sem contexto criamos as categorias apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Desempenho das tarefas sem contexto – 3º ano

Resposta	59 + 45	72 – 30
	N.	N.
Resolve de duas maneiras (acertou tudo)	3	9
Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes	18	8
Resolve de uma maneira (acertou uma)	5	9
Não resolve (errou tudo)	2	2
Em branco	0	0
Total	28	28

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

A tabela mostra que a maioria dos alunos resolveram os problemas de duas maneiras, mas que não são diferentes a expressão numérica da adição. Na expressão numérica da subtração, a maioria dos alunos solucionou de duas maneiras e de uma maneira.

Para a análise das estratégias nas tarefas matemáticas sem contexto criamos se as seguintes categorias, disponíveis na Tabela 6.

Tabela 6 – Estratégias das tarefas sem contexto – 3º ano

Resposta	59 + 45		72 – 30	
	Maneira 1	Maneira 2	Maneira 1	Maneira 2
	N.	N.	N.	N.
Algoritmo	28	18	28	18
Cálculo mental	0	3	0	2
Outro/indeterminado	0	7	0	8
Em branco	0	0	0	0
Total	28	28	28	28

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Vimos que 28 alunos, na maneira 1, explorou o algoritmo convencional para resolver as expressões. Na maneira 2, com 18 alunos na adição e na subtração, também recorreram ao uso do algoritmo.

Em relação às estratégias de cálculo, a maioria dos alunos do 3º ano não aplicaram estratégias de Cálculo mental para resolver de um ou de outro modo as expressões numéricas.

Nas tarefas sem contexto, analisamos que algumas adaptações foram necessárias para se obter uma melhor precisão na interpretação dos dados. Para isto, destacamos a propriedade comutativa, o desenho, outros números, outro/indeterminado, a ser conferida na Tabela 7.

Tabela 7 – Adaptações para tarefas sem contexto – 3º ano

Resposta	59 + 45		72 – 30	
	Maneira 1	Maneira 2	Maneira 1	Maneira 2
	N.	N.	N.	N.
Propriedade Comutativa	0	10	0	2
Desenho	0	3	0	2
Uso outros números	0	8	1	13
Outro/indeterminado	1	7	0	8
Sem adaptação	27	0	27	3
Total	28	28	28	28

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Observamos que a propriedade comutativa e o uso de outros números foram as adaptações mais utilizadas pelos alunos na resolução das expressões numéricas.

Para tanto, construímos os quadros a seguir com as respostas dos alunos na tarefa “Resolva de duas maneiras diferentes as expressões matemáticas” (adição e subtração).

Quadro 26 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 7

a) $59 + 45$

MANEIRA 1

$$\begin{array}{r} 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$$

MANEIRA 2

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 59 \\ \hline 104 \end{array}$$

b) $72 - 30$

MANEIRA 1

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$$

MANEIRA 2

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 72 \\ \hline 42 \end{array}$$

Identificação

Aluno 3.3

Resposta

Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes.

Procedimento

Algoritmo

Algoritmo

Adaptação

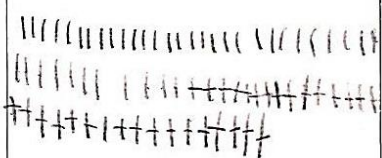
Sim

Propriedade comutativa

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Vemos no Quadro 26 que o aluno 3.3 ofereceu a resolução de duas maneiras, ainda que não sejam diferentes, ambas através do algoritmo convencional. No entanto, para a segunda maneira na adição ele recorreu à adaptação da propriedade comutativa, invertendo as parcelas da soma. Na subtração ele explorou a mesma adaptação, invertendo o minuendo e o subtraendo, mas desta maneira o resultado ficou incorreto ($30 - 72$).

Quadro 27 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 8

b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 - \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$ MANEIRA 2 		
Identificação	Aluno 3.25	
Resposta	Resolve de duas maneiras diferentes	
Procedimento	Algoritmo	Cálculo mental por contagem
Adaptação	Sim	Desenhos

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.25 resolveu de duas maneiras diferentes, assim como solicitava a tarefa. Primeiramente, ele aplicou um algoritmo e, em seguida, faz registros de pequenos riscos, recorrendo à adaptação do desenho. Ponderemos que na subtração ele fez pauzinhos no resultado total e depois “cortou” o valor correspondente ao subtraendo na operação matemática.

Quadro 28 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 9

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$ MANEIRA 2 $59 + 45 = 104$		
b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 - \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$ MANEIRA 2 $72 - 30 = 42$		
Identificação	Aluno 3.5	
Resposta	Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes.	
Procedimento	Algoritmo	Outro/indeterminado
Adaptação	Sim	Outro/indeterminado

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Segundo o Quadro 28, o aluno 3.5 utilizou o algoritmo convencional nas duas maneiras, mas elas não correspondiam às duas situações diferentes. Na segunda maneira, o aluno não deixou claro, representou “na horizontal”, reescreveu a expressão com a resposta, igual ao do enunciado da tarefa.

Quadro 29 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 10

a) $59 + 45$

MANEIRA 1

$$\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 94 \end{array}$$

MANEIRA 2

$$\begin{array}{r} 94 \\ 00 \\ \hline 94 \end{array}$$

b) $72 - 30$

MANEIRA 1

$$\begin{array}{r} 73 \\ - 20 \\ \hline 53 \end{array}$$

MANEIRA 2

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 10 \\ \hline 53 \end{array}$$

Identificação

Aluno 3.1

Resposta

Não resolve (errou tudo)

Procedimento

Algoritmo

Algoritmo

Adaptação

Sim

Outros números

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.1 utilizou o algoritmo para resolver o problema de duas maneiras, mas errou tudo. Primeiramente, resolveu a adição incorreta; na segunda maneira, para obter o mesmo resultado da operação anterior, recorreu à adaptação, utilizando “zero” correspondendo ao elemento neutro da adição. Na subtração, ele colocou os dígitos incorretos na operação matemática ($73 - 20 = 53$), não correspondendo à operação original da tarefa. Em seguida, para obter o resultado da conta da maneira anterior, colocou outros números no algoritmo da expressão de subtração ($43 + 10 = 53$); por isso a adaptação designada refere-se a “Outros números” das categorias de análise de desempenho.

Quadro 30 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 11

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$ MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 1 \\ 69 \\ + 35 \\ \hline 104 \end{array}$ $\begin{array}{r} 149 \\ + 55 \\ \hline 204 \end{array}$		
Identificação	Aluno 3.10	
Resposta	Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes.	
Procedimento	Algoritmo	Algoritmo
Adaptação	Sim	Outros números

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Quadro 31 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 12

b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$ MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 70 \\ - 32 \\ \hline 42 \end{array}$		
Identificação	Aluno 3.10	
Resposta	Resolve de uma maneira	
Procedimento	Algoritmo	Algoritmo
Adaptação	Sim	Outros números

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 3.10, no quadro 30, resolveu de duas maneiras a adição, porém, não são diferentes. Na tentativa de resolver a segunda maneira, apresentou os algoritmos corretos da adição, utilizando outros números somente para obter o mesmo resultado da primeira maneira.

O aluno 3.10, na tentativa de resolver a segunda maneira da adição, no Quadro 30, recorreu a duas maneiras, mas, não são diferentes, e explorou outros números para obter o mesmo resultado. Ele apresentou os algoritmos corretos da adição, porém não fez o Cálculo mental, mas soube representar o número de diversas formas é importante para esse tipo de cálculo.

Na subtração, no Quadro 31, o aluno, na segunda maneira, também colocou outros números, mas de forma equivocada. Na tentativa de fazer o mesmo procedimento da adição, errou o resultado ($70 - 32 = 42$).

Diante destas análises, destacamos que as respostas mostraram que foram poucos alunos que conseguiram calcular de duas maneiras diferentes nas expressões da tarefa sem contexto. Isso indicar que há poucos indícios relacionados ao desenvolvimento do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número por parte dos alunos. Nesse sentido, o algoritmo se mostrou arraigado nos alunos, revelando um empecilho na construção de novas formas de cálculo.

6.2.3 Desempenho dos alunos do 5º ano nas tarefas matemáticas contextualizadas

Nesta etapa, participaram 26 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com a faixa etária entre dez e doze anos.

Para a categoria de análise do desempenho das tarefas contextualizadas, segue a Tabela 8.

Tabela 8 – Desempenho das tarefas contextualizadas – 5º ano

Resposta	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Acertou tudo	18	15	13	20	21
Errou resposta/ acertou explicação	0	0	0	0	0
Acertou resposta/ errou explicação	2	6	1	2	2
Acertou resposta/ não explicou	2	1	2	1	1
Errou tudo	4	4	10	3	2
Em branco	0	0	0	0	0
Total	26	26	26	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Os dados acima mostram que a maioria dos alunos acertaram tudo. Há 18 alunos na Situação 1, na subtração, e 20 alunos na Situação 4, na adição. Na Situação 2, foram 6 alunos que acertaram a resposta, mas erraram a explicação. E, na Situação 3, foram 10 alunos que erraram tudo. Sendo assim, levantamos a hipótese de que as categorias influenciam no método para a realização das tarefas. Assim, elaboramos a Tabela 9, com a análise das estratégias nas tarefas contextualizadas.

Tabela 9 – Estratégias das tarefas contextualizadas – 5º ano

Respostas	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Algoritmo	26	26	26	26	26
Cálculo mental	0	0	0	0	0
Outro/indeterminado	0	0	0	0	0
Em branco	0	0	0	0	0
Total	26	26	26	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

A tabela esclarece que todos os alunos usaram o algoritmo convencional para a resolução das situações 1, 2, 3, 4 e 5, e não recorreram a nenhum outro tipo de estratégia para resolver os problemas.

Para o item “Explique como pensou”, estabelecemos as seguintes categorias: interpretação do problema, procedimento do cálculo e/ou da operação, outros e indeterminado. Isso está representado na Tabela 10.

Tabela 10 – Desempenho das tarefas contextualizadas:
Explique como pensou – 5º ano

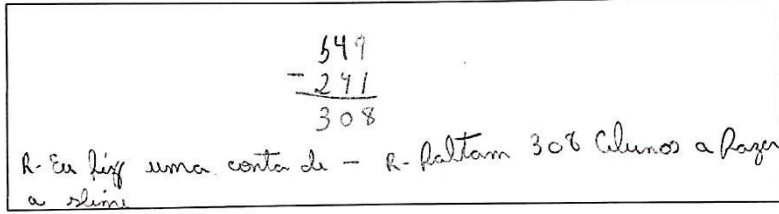
Respostas	Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
	N.	N.	N.	N.	N.
Interpretação do problema	4	9	4	4	2
Procedimento do Cálculo/operação	19	15	17	20	21
Outros	1	1	1	0	0
Indeterminado	0	0	0	0	0
Não explica	2	1	4	2	2
Em branco	0	0	0	0	1
Total	26	26	26	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

A tabela mostra que a maioria dos alunos explicou o procedimento do cálculo ou da operação, 20 alunos na Situação 4 e 21 alunos na Situação 5, sendo que as duas situações envolviam adição. Quanto à subtração, 9 alunos interpretaram o problema da Situação 2 e 4 alunos não explicaram o procedimento utilizado na Situação 3.

Traremos a seguir alguns quadros com as resoluções das tarefas feitas pelos alunos.

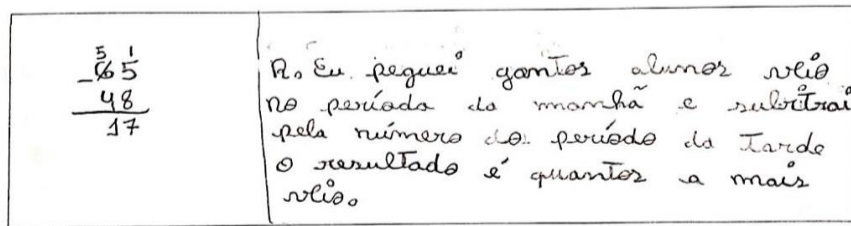
Quadro 32 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 13

1-DOS <u>549</u> ALUNOS DA ESCOLA, <u>241</u> ALUNOS DO PERÍODO DA MANHÃ JÁ PARTICIPARAM DA OFICINA. QUANTOS ALUNOS FALTAM DO PERÍODO DA TARDE PARA FAZER O SLIME? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
	
	
Identificação	5.14
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Procedimento do cálculo/operação

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.14 acertou a resposta e a explicação. Ele explicou o procedimento do cálculo ao realizar o algoritmo convencional da subtração.

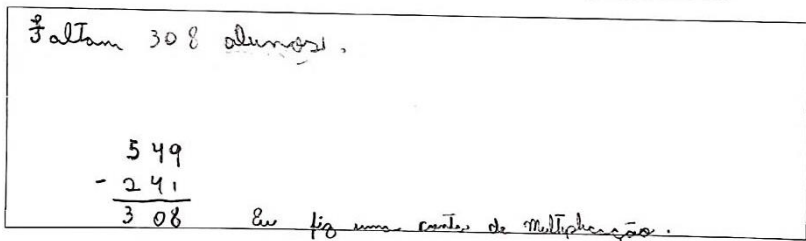
Quadro 33 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 14

2- NO PERÍODO DA MANHÃ FORAM <u>65</u> ALUNOS E NO PERÍODO DA TARDE FORAM <u>48</u> ALUNOS QUE PARTICIPARAM DO 3º ANO. QUANTOS ALUNOS A MAIS HAVIA NO PERÍODO DA MANHÃ EM RELAÇÃO AO PERÍODO DA TARDE? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
	
Identificação	5.21
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Interpretação do problema

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.21 recorreu ao algoritmo convencional na subtração, acertando a resposta e a explicação. No item “explique como pensou”, ele interpretou o problema, justificando seu resultado.

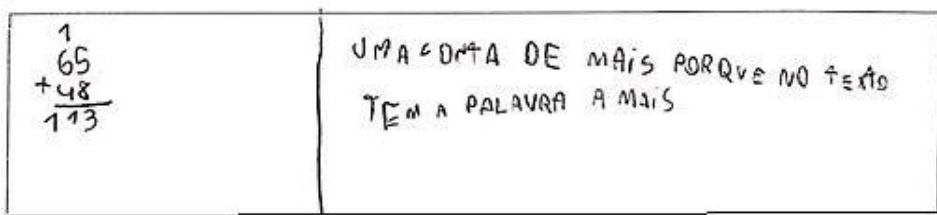
Quadro 34 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 15

1-DOS <u>549 ALUNOS</u> DA ESCOLA, <u>241 ALUNOS</u> DO PERÍODO DA MANHÃ JÁ PARTICIPARAM DA OFICINA. QUANTOS ALUNOS FALTAM DO PERÍODO DA TARDE PARA FAZER O SLIME? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
	
Identificação	5.2
Resposta	Acertou resposta/errou explicação
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Procedimento do cálculo/operação

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Como mostra o Quadro 34, o aluno 5.2 acertou a resposta, porém, errou a explicação. Ele realizou um algoritmo convencional da subtração, mas descreveu: “Eu fiz uma conta de multiplicação”, ao explicar como pensou para resolver o problema.

Quadro 35 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 16

2- NO PERÍODO DA MANHÃ FORAM <u>65 ALUNOS</u> E NO PERÍODO DA TARDE FORAM <u>48 ALUNOS</u> QUE PARTICIPARAM DO 3º ANO. QUANTOS ALUNOS A MAIS HAVIA NO PERÍODO DA MANHÃ EM RELAÇÃO AO PERÍODO DA TARDE? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
	
Identificação	5.3
Resposta	Errou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Interpretação do problema

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.3 errou tanto o resultado quanto a explicação, porém interpretou o problema da seguinte maneira: “Uma conta de mais porque no texto tem a palavra a mais”, correspondendo com o algoritmo da adição. O problema indicava saber

quantos alunos a mais participavam da oficina de *slime*, então, ao explicar como pensou, o aluno 5.3 referiu-se à palavra “a mais” no texto, usando, então, a conta de adição que, neste caso é a incorreta.

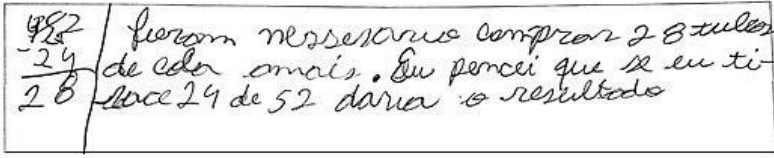
Quadro 36 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 17

 (FOTO: ARQUIVO PESSOAL)	
3- PARA A RECEITA DO SLIME FORAM UTILIZADOS <u>52 TUBOS</u> DE COLA BRANCA. PARA INICIAR A OFICINA HAVIA APENAS <u>24 TUBOS</u> DE COLA. QUANTOS TUBOS FORAM NECESSÁRIOS COMPRAR? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
$\begin{array}{r} 52 \\ - 24 \\ \hline 28 \end{array}$ R = Eu pensei em fazer uma conta de menos R: Foi necessário 28 tubos de cola	
4- NA OFICINA FOI UTILIZADO UM POTINHO DE PLÁSTICO PARA CADA ALUNO. SABENDO QUE NO 5º A HÁ <u>26 ALUNOS</u> E NO 5º B <u>24 ALUNOS</u>, QUANTOS POTES DE PLÁSTICO FORAM UTILIZADOS NOS 5º ANOS? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
$\begin{array}{r} 26 \\ + 24 \\ \hline 50 \end{array}$ R = Eu pensei em fazer uma conta de mais R: Foram utilizados 50 potes de plástico	
Identificação	5.23
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Procedimento de cálculo/operação

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.23 acertou tudo, a resposta e a explicação. Para explicar como pensou, relatou: “pensei em fazer uma conta de menos” para a subtração, e “pensei em fazer uma conta de mais” para a adição. Vemos que o aluno emprega a prova real no procedimento do cálculo.

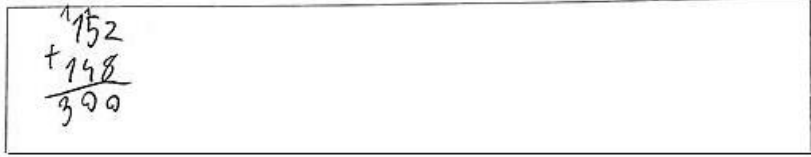
Quadro 37 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 18

 (FOTO: ARQUIVO PESSOAL)	
3- PARA A RECEITA DO SLIME FORAM UTILIZADOS <u>52 TUBOS</u> DE COLA BRANCA. PARA INICIAR A OFICINA HAVIA APENAS <u>24 TUBOS</u> DE COLA. QUANTOS TUBOS FORAM NECESSÁRIOS COMPRAR? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
	
Identificação	5.6
Resposta	Acertou tudo
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Interpretação do problema

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

No Quadro 37 o aluno 5.6 acertou a resposta e a explicação. Ele recorreu ao algoritmo da subtração, e interpretou o problema, assim: “eu pensei que se eu tirar 24 de 54 daria o resultado”. Starepravo (2009, p.28) defende que quando as crianças criam seus próprios procedimentos, sabendo explicar o que fizeram, bem como argumentam sobre o caminho escolhido, aprendem a pensar por si mesmas, sem esperar que alguém lhes mostre como fazer ou ofereça um modelo. Assim, elas desenvolvem, ainda, a criatividade, a iniciativa e a capacidade de argumentação.

Quadro 38 – Exemplo de análise de tarefa: Situação 19

5- NO PÁTIO DA ESCOLA AS CRIANÇAS FORAM BRINCAR COM OS SLIMES. CHEGARAM PRIMEIRO OS <u>152 ALUNOS</u> DOS 1º ANOS. E, EM SEGUIDA FORAM OS <u>148 ALUNOS</u> DOS 2º ANOS. QUANTOS ALUNOS BRINCARAM AO MESMO TEMPO? EXPLIQUE COMO PENSOU.	
 (FOTO: SHUTTERSTOCK/REPRODUÇÃO)	
	
Identificação	5.1
Resposta	Acertou resposta/ não explicou
Procedimento	Algoritmo
Adaptação	Não
Explique como pensou	Em branco

Fonte: Elaborada pela autora (2020)

Como mostra o Quadro 38, o aluno 5.1 recorreu ao algoritmo convencional da adição. Ele acertou a resposta, mas não explicou como pensou, deixando o espaço em branco.

6.2.4 Desempenho dos alunos do 5º ano nas tarefas matemáticas sem contexto

Para analisar o desempenho das respostas dos alunos nas tarefas sem contexto, em que o aluno deveria resolver de duas maneiras diferentes as operações matemáticas, apresentamos a Tabela 11.

Tabela 11 – Desempenho das tarefas sem contexto – 5º ano

Resposta	59 + 45	72 – 30
	N.	N.
Resolve de duas maneiras (acertou tudo)	7	10
Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes	6	0
Resolve de uma maneira (acertou uma)	12	14
Não resolve (errou tudo)	1	1
Em branco	0	1
Total	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Percebemos que 12 alunos, na adição, e 14 alunos, na subtração, resolveram de uma maneira. Na categoria “resolve de duas maneiras”, foram 7 alunos, na adição, e 10 alunos, na subtração.

Para as mesmas tarefas sem contexto foram criadas as categorias de análise das estratégias, sobre o método que cada aluno utilizou. Segue a Tabela 14.

Tabela 12 – Estratégias das tarefas sem contexto – 5º ano

Resposta	59 + 45		72 – 30	
	Maneira 1	Maneira 2	Maneira 1	Maneira 2
	N.	N.	N.	N.
Algoritmo	26	18	26	16
Cálculo mental	0	4	0	4
Outro/indeterminado	0	4	0	6
Em branco	0	0	0	0
Total	26	26	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Como podemos observar, 26 alunos recorreram ao algoritmo convencional na primeira maneira. Na segunda maneira, por sua vez, 4 alunos utilizaram o Cálculo mental nas expressões da adição e da subtração.

Conforme apontado por Cebola (2002, p. 237), usar os algoritmos, as mesmas séries de passos em todos os problemas, permitem tratar as operações de uma forma mecanizada, não sendo necessário pensar muito sobre o assunto.

Na categoria referente às estratégias de Cálculo mental, obtivemos o seguinte quanto à resolução da segunda maneira para a adição: 4 alunos recorreram à contagem, e 4 alunos em outro/indeterminado; para a subtração: 4 alunos na contagem, e 6 alunos em outro/indeterminado.

Para as adaptações da adição e da subtração referentes à análise das estratégias de cálculo, identificamos: propriedade comutativa, desenho, outros números, outro/ indeterminado e não utilizou nenhuma adaptação, a saber, na Tabela 13.

Tabela 13 – Adaptações para as tarefas sem contexto – 5º ano

Resposta	59 + 45		72 – 30	
	Maneira 1	Maneira 2	Maneira 1	Maneira 2
	N.	N.	N.	N.
Propriedade comutativa	0	3	0	1
Desenho	0	2	0	4
Outros números	0	11	0	9
Outro/indeterminado	0	4	0	6
Sem adaptação	26	6	26	6
Total	26	26	26	26

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Os alunos do 5º ano recorreram ao uso da adaptação de outros números, na tentativa de resolver de uma segunda maneira as expressões numéricas.

Nos quadros a seguir, mostraremos algumas resoluções das tarefas feitas pelos alunos.

Quadro 39 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 20

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$ MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ + 59 \\ \hline 104 \end{array}$		
Identificação	Aluno 5.12	
Resposta	Resolve de duas maneiras, mas não são diferentes.	
Procedimento	Algoritmo	Algoritmo
Adaptação	Sim	Propriedade comutativa

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.12 resolveu de duas maneiras, mas não sendo diferentes, e em seu método utilizou o algoritmo. Na segunda maneira, ele inverteu as parcelas da adição e concluiu com a resposta correta utilizando a propriedade comutativa.

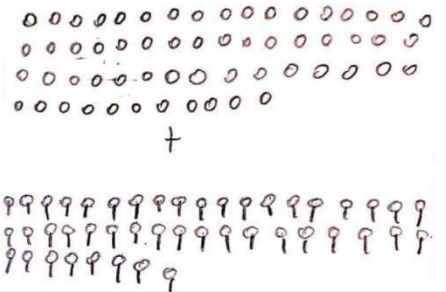
Quadro 40 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 21

b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 102 \end{array}$ MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 30 \\ - 72 \\ \hline 102 \end{array}$		
Identificação	5.1	
Resposta	Errou tudo	
Procedimento	Algoritmo	Algoritmo
Adaptação	Sim	Propriedade comutativa

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.1 errou tudo, e usou o algoritmo convencional nas duas maneiras. Primeiramente, não realizou o resultado correto da expressão, adicionando os valores dos dígitos, em vez de subtraí-los. Na segunda maneira, ele fez uso da propriedade comutativa de forma equivocada, inverteu os termos e, mesmo assim, não subtraiu corretamente.

Quadro 41 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 22

Exemplo de análise da tarefa. Questão 11		
a) $59 + 45$		
MANEIRA 1	MANEIRA 2	
$\begin{array}{r} 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$		
b) $72 - 30$		
MANEIRA 1	MANEIRA 2	
$\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$		
Identificação	Aluno 5.19	
Resposta	Resolve de duas maneiras diferentes.	
Procedimento	Algoritmo	Cálculo mental por contagem
Adaptação	Sim	Desenho

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.19 resolveu de duas maneiras diferentes. Primeiramente, utilizou o algoritmo e, em seguida, fez pequenos registros de forma pictórica (desenhos) para calcular. Na adição, ele estabeleceu a junção unidade a unidade entre as quantidades sugeridas da conta anterior, e colocou o sinal (+) para separar as quantidades das parcelas. Na subtração, por sua vez, ele representou a quantidade do minuendo e “cortou” o valor numérico do subtraendo.

Segundo Lopes, Roos e Bathelt (2014, p.15), esse “tipo de registro não é muito vantajoso quando se trata de quantidade muito grande”, pois, a necessidade de contar grandes quantidades leva o aluno a superar a correspondência um a um, com o desenvolvimento do princípio básico do sistema de numeração no decorrer dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. Neste caso, a cada etapa de ensino, as estratégias de cálculo tornam-se mais eficientes com o desenvolvimento da abstração.

Quadro 42 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 23

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$		MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 53 \\ + 51 \\ \hline 104 \end{array}$
b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$		MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 94 \\ - 52 \\ \hline 42 \end{array}$
Identificação	Aluno 5.18	
Resposta	Resolve de uma maneira	
Procedimento	Algoritmo	Algoritmo
Adaptação	Sim	Outros números

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.18 resolveu de uma maneira, recorrendo apenas ao método do algoritmo, e a resposta correta. Na segunda maneira, tanto na operação da adição quanto na subtração, utilizou outros números diferentes da operação proposta para compor a resposta ($53 + 51 = 104$) e ($94 - 52 = 42$).

Quadro 43 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 24

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$		MANEIRA 2 $\begin{array}{r} 51 \\ + 53 \\ \hline 104 \end{array}$ $10 + 10 + 10 + 10 + 10 +$ $10 + 10 + 10 + 10 + 10$ $4 = 104$
b) $72 - 30$		
MANEIRA 1 $\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$		MANEIRA 2 $30 + 10 + 2 = 42$
Identificação	5.25	
Resposta	Resolve de uma maneira	
Procedimento	Algoritmo	Outro indeterminado-horizontal
Adaptação	Sim	Outros números

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

O aluno 5.25 resolveu de uma maneira no primeiro método utilizando o algoritmo, obtendo resposta correta. Na segunda maneira, ele recorreu a outros números para chegar ao mesmo resultado da conta anterior. Vimos que, na adição, ele fez duas tentativas opostas, mas, mesmo assim, foi levado à compreensão do resultado. Na subtração, por sua vez, ele recorreu à junção de dígitos, levando-o ao mesmo resultado da operação anterior.

Quadro 44 – Exemplos de análise da tarefa: Situação 25

a) $59 + 45$		
MANEIRA 1	MANEIRA 2	
$\begin{array}{r} 1 \\ 59 \\ + 45 \\ \hline 104 \end{array}$	$\begin{array}{r} 59 + 45 \\ \vee \\ 104 \end{array}$	
b) $72 - 30$		
MANEIRA 1	MANEIRA 2	
$\begin{array}{r} 72 \\ - 30 \\ \hline 42 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72 - 30 \\ \vee \\ 42 \end{array}$	
Identificação	5.15	
Resposta	Resolve de duas maneiras	
Procedimento	Algoritmo	Outro indeterminado-horizontal
Adaptação	Sim	Outro indeterminado-horizontal

Fonte: Elaborado pela autora (2020)

Nessa situação, o aluno 5.15 utilizou o método do algoritmo. Na primeira maneira, ele representou com o algoritmo convencional da adição e da subtração. Na segunda forma, reescreveu a conta de forma horizontal e colocou o resultado como se esse procedimento remetesse à outra maneira de calcular.

Portanto, nas tarefas apresentadas nesta etapa, Cebola (2002) afirmou que o sentido da operação interage com o sentido do número e possibilita um suporte para o desenvolvimento conceitual dos procedimentos do Cálculo mental.

6.3 Discussão dos resultados

Diante dos instrumentos da pesquisa, fica evidente que, tanto para os alunos do 3º ano (final do ciclo da alfabetização) quanto para os alunos do 5º ano (final do primeiro ciclo) dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pouco foi utilizado o Cálculo mental nas tarefas matemáticas solicitadas, algo que propiciou dificuldades na reflexão de forma global acerca dos números e das operações.

Alguns alunos ainda se sentem dependentes das estratégias de cálculo que faça uso somente do algoritmo. Segundo Brocardo e Serrazinha (2008), a ênfase dada

ao cálculo algorítmico dificulta a percepção de diferentes formas de interpretar e resolver o problema com estratégias de cálculos mais flexíveis, como o Cálculo mental.

Nas tarefas contextualizadas, os alunos recorreram aos procedimentos de cálculos algorítmicos “desprovidos de qualquer caracterização de Sentido de número” (MCINTOSH; REYS; REYS 1992, p. 6). Observamos que a estratégia de Cálculo mental foi pouco utilizada. No item “Explique como pensou”, nas Tabelas 6 e 12, ficou claro que os alunos, de modo geral, tiveram dificuldade em explicar como pensaram para resolver as tarefas matemáticas contextualizadas, e como empregavam, em seus registros, o procedimento do cálculo ou da operação, através do algoritmo.

Nas tarefas sem contexto, nas expressões numéricas de adição e subtração, na turma do 3º ano, 5 alunos utilizaram a estratégia de Cálculo mental através do método da “contagem” associado a registros de pequenos riscos/desenhos (Tabela 8). No 5º ano, 8 alunos recorreram à estratégia de Cálculo mental com o procedimento da “contagem” e da “decomposição” (Tabela 14), enquanto que o restante dos alunos enfatizou os algoritmos e, ao responderem de outra maneira diferente, eles se apoiavam nos resultados das operações já obtidos nos cálculos anteriores.

Foi possível perceber, pelas resoluções dos alunos, que a estratégia utilizada é fortemente influenciada na forma como a tarefa foi estruturada. Como podemos notar na tarefa contextualizada da Situação 2: “No período da manhã foram 65 alunos, enquanto que no período da tarde foram 48 alunos o número daqueles que participaram do 3º ano. Quantos alunos a mais havia no período da manhã em relação ao período da tarde?”. Na tarefa em questão, a operação envolvida é a subtração ($65 - 48$) e, naturalmente alguns alunos efetuaram o cálculo envolvendo a adição ($65 + 48$), respondendo incorretamente, pois direcionavam a interpretação do problema para a palavra “a mais”. McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 5) consideram que o contexto em que se encontram os problemas matemáticos está relacionado com o tipo de cálculo e como é interpretada a informação.

Em relação ao questionário respondido pelas professoras (3º e 5º anos), sobre o entendimento do uso do Cálculo mental em sala de aula, bem como de sua prática pedagógica, elas julgaram necessário trabalhar com atividades que contemplem esta habilidade, que faz parte do CCEF e, conseqüentemente, dos planos anuais de ensino da turma, podendo ser propostos nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Tais professoras não participaram dos cursos de graduação e formação continuada voltada

para este tipo de cálculo, mas se apoiaram nos livros didáticos para trabalhar com atividades de Cálculo mental. Para Starepravo (2009), a postura das professoras é coerente com a concepção de que o conteúdo matemático tem um fim em si mesmo, pois o fato de trabalhar com a elaboração de diferentes procedimentos na resolução de problemas não exclui o uso dos algoritmos convencionais. Desta forma, fica claro que o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número ainda é pouco aprofundado em sala de aula, ainda que as professoras tenham relatado que trabalham ele. Isso evidencia um aspecto relacionado à dificuldade dos próprios professores e também uma carência formativa sobre como podem ser desenvolvidas e trabalhadas as tarefas matemáticas que integram o Cálculo mental, sem que haja indícios de confusão com o pensamento algébrico.

Neste sentido, "para que os professores trabalhem de modo sistemático o Cálculo mental, é importante clarificar como esse trabalho deve ser feito e o que é de esperar que os alunos consigam fazer" (BROCARD; SERRAZINHA, 2008, p. 107). Estas pesquisadoras salientaram que as orientações curriculares devem estar ancoradas na teoria e na prática, explicitando como trabalhar "as relações numéricas e propriedades das operações em que se apoia o Cálculo mental" (BROCARD; SERRAZINHA, 2008, p. 107), apontando, assim, a diferença entre o algoritmo convencional, assim como da didática do docente que ainda é muito influenciada por sua formação e desenvolvimento profissional, algo que parece bastante de acordo com os resultados de nossa investigação.

Entretanto, algo muito presente nas escolas, conforme apontado por Spinillo e Magina (2004), é o fato de os alunos aprenderem primeiro as operações aritméticas, por meio de algoritmos convencionais, para depois trabalharem com a resolução de problemas, movimento que impede que eles compreendam as relações entre as operações, desfavorecendo a aprendizagem do Sentido de número.

De acordo com a literatura estudada, consideramos o desenvolvimento do Sentido de número, desde as crianças pequenas, como o ponto de partida para se defrontar com diferentes e variados caminhos na solução de um mesmo problema, sem haver necessidade do algoritmo convencional.

7 PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional, com foco no Cálculo mental sob a perspectiva do Sentido de número, é uma contribuição à pesquisa e à prática pedagógica do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Partimos do pressuposto de que o conteúdo de Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número ainda tem sido pouco aprofundado pelos professores. Percebemos, também, que muitos alunos não compreendem o Sentido de número e utilizam somente os algoritmos convencionais para as resoluções dos problemas e, por isso, eles têm dificuldades em desenvolver a flexibilidade para se trabalhar com números e operações.

O produto educacional proposto pela presente pesquisa tem como objetivo apresentar uma proposta didática visando ao desenvolvimento do Cálculo mental na perspectiva do Sentido de Número. Nossa contribuição parte da necessidade de desenvolver tarefas matemáticas de adição e subtração visando estratégias de Cálculo mental, destinada aos professores como sugestão para suas práticas pedagógicas. Recebe o título: “Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número: adição e subtração para os anos iniciais do Ensino Fundamental”.

Dividimos essa seção em quatro etapas. Na primeira delas, demos um breve embasamento teórico acerca do tema. Na segunda, oferecemos sugestões de orientações didáticas aos professores antes, durante e após as tarefas. Na terceira, apresentamos as tarefas matemáticas dos alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, conforme as habilidades da BNCC (BRASIL, 2017). Na quarta etapa, fizemos uma sugestão de autoavaliação.

Na BNCC, com a finalidade de garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de “Habilidades”, ou seja, aptidões desenvolvidas pelo estudante ao longo da vida escolar. Essas habilidades estão relacionadas aos diferentes objetos de conhecimento, aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos que são organizados em unidades temáticas. Deste modo, para esta proposta didática, iremos nos fundamentar na unidade temática Números, conforme mostrado por esse documento, anteriormente. Após o término, o produto educacional será disponibilizado em formato digital (*e-book*) e gratuitamente no Repositório Institucional da UNESP.

Pretendemos que o produto educacional seja visto como um material norteador

para flexibilização das diferentes estratégias de cálculo e que, a partir dele, surjam novas propostas de ensino e aprendizagem para os alunos.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa tentamos responder a seguinte pergunta: quais estratégias de Cálculo mental são utilizadas pelos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental nas tarefas matemáticas? Para isto, partimos do pressuposto de que o trabalho com o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número tem tido pouca visibilidade, sendo privilegiado, em contrapartida, o ensino com algoritmo convencional na resolução de problemas.

A metodologia empregada fundamentou-se numa abordagem qualitativa com alguns indícios quantitativos, caracterizando-a como pesquisa exploratória. Os instrumentos utilizados foram tarefas matemáticas e questionários. Através das tarefas matemáticas tivemos como finalidade investigar as estratégias de cálculo utilizadas pelos alunos, estando compostas por situações-problemas contextualizadas e por operações matemáticas sem contexto, envolvendo a adição e a subtração. Os questionários, por sua vez, foram usados para compreendermos o entendimento das professoras em relação ao Cálculo mental e ao ensino empregado neste assunto. Quanto aos sujeitos da pesquisa, tivemos a participação de 54 alunos e duas professoras.

Os questionários respondidos pelas professoras apontaram que talvez elas tenham uma concepção equivocada ou não de ensino diante do uso do Cálculo mental. Por não termos tido a oportunidade de realizar uma entrevista mais detida sobre o assunto, a fim de entender melhor as concepções dos professores, faremos um estudo posterior com os seguintes questionamentos: quais as concepções dos professores sobre o que é a Matemática? Como se ensina? Como se aprende? Como eles praticam o Cálculo mental em suas aulas?

As tarefas matemáticas propostas em nossa investigação foram elaboradas visando influenciar na escolha das estratégias a serem utilizadas pelos alunos, exigindo um conhecimento prévio para a resolução das situações-problemas, sendo que todos os valores necessários estavam prescritos nos enunciados e resultavam num valor exato. As tarefas contextualizadas demandavam que os alunos explicassem seus raciocínios para chegar ao resultado, exposto no item “Explique como pensou”.

Mediante as evidências encontradas nas investigações, concluímos que a maioria dos alunos recorreu ao uso do algoritmo convencional responderem as tarefas.

Verificamos, também, que ainda que os alunos utilizassem o procedimento de cálculo e justificassem o planejamento da solução, faziam isso aleatoriamente, já que não compreendiam, de maneira razoável, o enunciado da questão, algo que acarretou em resultados incorretos. Isso demonstrou, então, que há uma lacuna conceitual quanto à relação dos números e das propriedades nas operações de adição e subtração, conforme ensinados na escola.

Alguns alunos recorreram ao procedimento do cálculo empregado, relatando o “passo a passo” da execução na solução da tarefa contextualizada, numa tentativa de explicarem seus raciocínios. Em sua minoria, alunos expuseram outras estratégias de cálculo através dos desenhos, mas, ainda assim, não conseguiram se desprender dos algoritmos convencionais na utilização da “conta armada”.

Os documentos oficiais curriculares, referenciais para os planejamentos dos professores, citados durante a pesquisa, mencionaram o Cálculo mental como uma habilidade a ser desenvolvida ao longo da Educação Básica, considerando como técnicas de cálculo o ato de “calcular de cabeça” com agilidade e rapidez, sem nenhum registro. Não notamos, no entanto, uma preocupação específica quanto ao ensino e aprendizagem de Sentido de número, já que a escola precisa se empenhar na tentativa de tornar as crianças numeralizada, e este aprimoramento deveria ser um dos objetivos principais da Educação Matemática. Diante dessas considerações, ficou evidente, de modo geral, que os alunos participantes da pesquisa não compreendem como se deve utilizar do Cálculo mental, possuindo ideias vagas ou insuficientes. Foram poucos os alunos que conseguiram perceber o contexto do problema e elaborar maneiras para resolvê-lo.

Sendo assim, questionamos: como seria possível desenvolver o Sentido de número, já que este sequer se encontra previsto nos currículos das escolas? Se o aluno não sabe o que é Cálculo mental, isso acontece porque o professor não aborda o tema de modo compreensível ou porque reproduz práticas equivocadas e lacunas que tenham ficado em sua formação?

Sob um ponto de vista global, o Sentido de número deveria ser ensinado na escola desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, propondo um trabalho intencional dos professores a fim de considerá-lo como elemento transversal em todo ensino de Matemática, atrelado à compreensão dos números e das operações, em uma forma de pensar matematicamente em diversas situações-problemas.

Ao ingressar no Ensino Fundamental, os alunos são submetidos ao ensino centrado em treinos e algoritmos, impostos pelo modelo vigente de ensino e aprendizagem, deixando de lado, conseqüentemente, conceitos sobre números, operações e suas relações. Dar atenção ao Sentido de número pode ser uma contribuição para uma mudança neste panorama, já que este não é um conteúdo matemático específico de uma turma e não se desenvolve apenas em sala de aula. Observamos que ainda existe nas escolas uma didática limitada ao ensino de algoritmos desprovidos de significados, deixando de privilegiar as ideias de conceitos presentes nas operações básicas.

O professor, como mediador do processo educativo, deve, então, prezar por um ambiente de aprendizagem que favoreça a criação de novos conhecimentos, inferindo contextos em que os alunos estejam diante de situações-problemas, e exigindo que eles se posicionem com estratégias pessoais de decisão, ampliando, assim, o repertório de cálculo e habilidades como atenção, concentração e argumentação. Por exemplo, pode-se propor atividades relacionadas ao Sentido de número ao se ensinar as operações aritméticas, dando lugar à composição, decomposição, arredondamentos e aproximações como procedimentos privilegiados durante o processo de resolução. Assim, o aluno desenvolveria estratégias próprias de cálculo, percebendo que podem variar de acordo com o número em questão, ao invés de usar os algoritmos convencionais, no qual serão inseridos posteriormente. Assim, o aluno desenvolveria uma boa percepção sobre os números, suas relações entre as operações, o uso de diferentes formas de representação do algoritmo e das regras, assim como os cálculos precisos, poderiam ser inseridos posteriormente.

Entendemos que o Cálculo mental é um cálculo pensado, não mecânico, que aprimora nos alunos conhecimentos de ordem, lógica, bem como a concentração e a reflexão, envolve o uso de fatos numéricos, das relações entre números e operações, e enquanto fazem seus cálculos podem usar o registro como forma de organizar suas estratégias de cálculo. O uso excessivo de algoritmos não colabora para a construção dos conhecimentos necessários às diferentes estratégias de cálculo.

Constatamos que seja fundamental, nos documentos oficiais ou nos planejamentos curriculares, a explicitação das relações numéricas e das propriedades das operações em que se apoia o Cálculo mental, evidenciando, assim, a diferença utilizada tradicionalmente nos algoritmos convencionais, e não como um conteúdo a ser trabalhado à parte. O Cálculo mental pode ser aperfeiçoado de forma sistemática

juntamente com os outros campos da Matemática, desde que seja de forma gradual e contextualizado para o aluno.

Concluimos, então, que o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número ainda é um aspecto de poucas representações no ensino da Matemática no Brasil, devido às influências de uma tradição marcada pela aprendizagem das “contas armadas”. Conforme já expressamos acima, o algoritmo se mostrou enraizado nos alunos, sendo um empecilho na construção e na criação de novas formas de cálculo. O trabalho com o Cálculo mental incorporado ao planejamento dos professores certamente trará resultados positivos no desenvolvido nas aulas de Matemática. É necessário, todavia, que os professores entendam que a inserção do Cálculo mental não exclui o registro com lápis e papel, mas, pelo contrário, auxilia na flexibilidade com os números e com as expressões numéricas.

Tendo em vista as considerações apontadas pela presente pesquisa, elaboramos um produto educacional, a ser aplicado futuramente, em formato digital (*e-book*), sendo um material de fácil acesso, contendo propostas didáticas para nortear os professores quanto ao ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, intitulado: “Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número: adição e subtração para os anos iniciais do Ensino Fundamental”.

Enfim, o que foi investigado nesta pesquisa, e a proposta de um produto educacional, representam pequenos passos na caminhada pela busca de recursos metodológicos necessários para melhorar o processo de ensino e aprendizagem, sabendo que a inserção do Cálculo mental nas escolas é possível e necessária, desde que os professores entendam sobre o tema e estejam devidamente preparados para incluí-lo em seus planejamentos. Isto contribuirá nas questões essenciais do processo educativo: o que ensinar, como ensinar, para que ensinar e para quem ensinar.

REFERÊNCIAS

BAURU. **Currículo Comum do Ensino Fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Bauru**. Bauru: Prefeitura Municipal de Bauru, 2016. Disponível em: http://www.bauru.sp.gov.br/arquivos2/arquivos_site/sec_educacao/curriculo_ef2.pdf. Acesso em: 20 mar. 2020.

BELTRAME, J. **Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932**. 2000. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

BRASIL. **Decreto n. 8.051, de 24 de março de 1881, do Ministério do Império**. Altera os regulamentos do Imperial Collegio de Pedro II. Coleção das Leis do Império do Brasil de 1881–Parte II, Tomo XLIV. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1881. 225-238 p. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-8051-24-marco-1881-546219-publicacaooriginal-60154-pe.html>. Acesso em: 20 mar. 2020.

BRASIL. **Decreto n. 981, de 8 de novembro de 1890**. Aprova o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal. Coleção de Leis do Brasil–1890. Palácio do Governo Provisório: 1890, 3474 p. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1824-1899/decreto-981-8-novembro-1890-515376-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 09 fev. 2020.

BRASIL. **Decreto n. 19.890, de 18 de abril de 1931**. Dispõe sobre a organização do ensino secundário. O Chefe do Governo Provisório da República dos Estados Unidos do Brasil. 6945. p. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1930-1939/decreto-19890-18-abril-1931-504631-publicacaooriginal-141245-pe.html>. Acesso em: 09 fev. 2020.

BRASIL. **Lei n. 4.024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 09 fev. 2020.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm. Acesso em: 09 fev. 2020.

BRASIL. **Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 04 jun. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Lei nº 11.274**, de 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394/1996. Diário Oficial da União, Brasília, 2006. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm. Acesso em: 04 jun. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Idade Certa: Apresentação**. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC/SEB, 2014.

BRASIL. **Lei nº 13.005**, de 25 de junho de 2014. Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2014/lei-13005-25-junho-2014-778970-publicacaooriginal-144468-pl.html>. Acesso em: 04 jun. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 04 jun. 2020.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Trad. Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1999.

BRITO, M. R. F. (Org.). **Psicologia da Educação Matemática**. Florianópolis: Insular, 2001.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 13-53.

BROCARD, J. Uma linha de desenvolvimento do cálculo mental: começando no 1º ano e continuando até ao 12º ano. In: **Actas do PROFMAT**, 2011. Lisboa: APM, 2011.

BROCARD, J.; SERRAZINA, L. O sentido do número no currículo de matemática. In: BROCARD, J.; Serrazina, L.; Rocha, I. **O Sentido do Número: reflexões que entrecruzam teoria e prática**. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 97-115.

BUYS, K. Mental Arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M.; BUYS, K.; TREFFERS, A. (Ed.). **Children learning Mathematics**: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Holanda: Sense publishers, 2008. p. 121-145.

CARVALHO, J. B. P. F. de. **Coleção Explorando o Ensino**. Matemática: ensino fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2010. p. 248.

CEBOLA, G. Do número ao Sentido do número. In: PONTE, J. P. *et al.* (Org.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Seção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Lisboa, 2002. p. 223-239.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da Matemática**. Números e operações. São Paulo: Scipione, 1994.

COPI, I. M. **Introdução à Lógica**. 2. ed. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

CUNHA, L. A. **O Cálculo mental no ensino de Matemática para crianças de 6 e 7 anos**: análise de propostas didáticas. 2008. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Instituto de Ensino Superior de Bauru – IESB/Preve, Bauru, 2008.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización em La enseñanza**. Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

DELGADO, C. R. S. C. A. **As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número**: Um estudo no 1º ciclo. 2013. Tese (Doutorado em Educação – Didática da Matemática) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

DEVLIN, K. **O instinto matemático**: por que você é um gênio da matemática. Trad. Michelle Dysman. Rio de Janeiro: Record, 2009.

FERREIRA, E. A adição e a subtração no contexto do sentido do número. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. **O sentido do número**: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 135-157.

FERREIRA, E.; SERRAZINA, L. A importância da discussão coletiva no desenvolvimento do sentido de número. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 21., 2011, Universidade de Aveiro. **Anais [...]** Aveiro: PT, 2011.

FONTES, C. G. da. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

FOXMAN, D.; BEISHUIZEN, M. Mental calculation methods used by 11-year-olds in different attainment bands: a reanalysis of data from the 1987 APU survey in UK. **Educational Studies in Mathematics**, 51(1-2), 2002. p. 41-69.

GAUTHIER, C. *et al.* Por uma teoria da Pedagogia. **Pesquisas contemporâneas sobre o saber docente**. Ijuí-RS: Editora INIJUI, 2013.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. In: GERHARDT, T. E.; RAMOS, I. C. A.; RIQUINHO, D. L.; SANTOS, D. L. dos. Estrutura do projeto de pesquisa. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 65-88.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, M. L. M. O cálculo mental na história da matemática escolar brasileira. In: **IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, 2007. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html. Acesso em: 20 mar 2020.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática**. São Paulo: Ática, 1994.

GUÉRIOS, E.; MEDEIROS JUNIOR, R. J. Resolução de problema e matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T., (Org.). **Ensinar e aprender matemática**: possibilidades para a prática educativa [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, p. 209-231.

LEONTIEV, A. N. **Desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LOPES, A. R. L. V.; ROOS, L. T. W.; BATHELT, R. E. Sobre a construção do número. In: Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: quantificação, registros e agrupamentos. Brasília: MEC/SEB. 2014.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. Uma proposta de quadro de referência para examinar o sentido básico de número. **For the Learning of Mathematics**. 1992. v. 12, n. 3, p. 1-17.

MENDONÇA, M. do C.; LELLIS, M. Cálculo Mental. **Revista de Ensino de Ciências**, Universidade Cruzeiro do Sul, p. 50-57, 1989.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar**: didática para escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson, 2001. p.143-162.

MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria Histórico-Cultural**. Brasília: Líber livro, 2010.

MUNIZ, C. A. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes e situações. In: GUIMARAES, G.; BORBA, R. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM, 2009.

NACARTO, A. M; PASSOS, C. L. B; GRANDO, R. C. Organização do Trabalho Pedagógico para a Alfabetização Matemática. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Organização do Trabalho Pedagógico. Brasília: MEC/SEB, 2014.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. **Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar**. Lisboa: APM, 2000.

NÓVOA, A. (Org.). Profissão professor. **Ciências da Educação**. Portugal: Porto, 1995.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação e Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, N. M. F. **Desenvolver o cálculo mental no contexto da resolução de problemas de adição e subtração**: um estudo com alunos do 2.º ano de escolaridade. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação – Didática da Matemática). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2013.

PARRA, C. Cálculo Mental na escola primária. In: PARRA, C. & SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 186-235.

PIAGET, J. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. Rio de Janeiro: Forense, 1975.

PIRES, C. M. C.; RODRIGUES I. C. **Nosso livro de matemática, 1ª ao 5º ano: Ensino Fundamental: anos iniciais: Matemática**. 3. ed. São Paulo: Zé-Zapt Editora, 2017.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas**. 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, L.; GUIMARAES, H. M.; BRED, A.; GUIMARÃES, F.; SOUZA, H.; MENEZES, L.; MARTINS, M. E. G.; OLIVEIRA, P. A. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa: Ministério Da Educação – DGIDC, 2007. Disponível em: <http://sitio.dgidc.minedu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2019.

RATHGEB-SCHNIERER, E.; GREEN, M. G. Desenvolvendo flexibilidade no cálculo mental. **Educ. Real**. v. 44, n. 2, Porto Alegre, Epub Abr 11, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2175-623687078>. Acesso em: 27 dez. 2019.

RIBEIRO, D.; VALÉRIO, N.; GOMES, J. T. Cálculo mental. Brochura. **Programa formação contínua em matemática para professores dos 1º e 2º Ciclos**. Escola Superior de Educação de Lisboa, 2009. Disponível em: <https://sseformat.blogspot.com/p/brochuras-textos-materiais.html> Acesso em: jul. 2019.

SANDER, G. P. **Um estudo sobre a relação entre a crença de autoeficácia na resolução de tarefas numéricas e o sentido de número de alunos do Ciclo de Alfabetização**. 2018. Tese (Doutorado em Educação para a Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/154814/sander_gp_dr_bauru.pdf

?sequence=3. Acesso em: 10 mar. 2019.

SERRAZINA, M. L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos: SP, UFSCar, v. 6, n. 1, p. 266-283, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>. Acesso em: 13 jan. 2021.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; CARRAHER, T. N. **Na vida dez, na escola zero**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

SPINILLO, A. G. O sentido de número e sua importância na educação Matemática. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006.

SPINILLO, A. G. Sentido de número na Educação Matemática. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: quantificação, registros e agrupamentos**. Brasília: MEC/SEB, 2014.

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns mitos sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Biblioteca do educador matemático, 2004.

STAREPRAVO, A. R. Jogando com a matemática, números e operações. In: TOLEDO, M. B. A.; TOLEDO, M. A. (Org.). **Teoria e prática de Matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TEIXEIRA, R.; RODRIGUES, M. Evolução de estratégias de cálculo mental: Um estudo no 3.º ano de escolaridade. In: PEREIRA, A.; VASCONCELOS, A., DELGADO, C., SILVA, C. G.; PINTO, J.; DUARTE, J.; RODRIGUES, M.; ALVES, M. **Entre a teoria, os dados e o conhecimento: Investigar práticas em contexto**. Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, 2015. p. 249-267. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/285206624_Evolucao_de_estrategias_de_calculo_mental_Um_estudo_no_3_ano_de_escolaridade. Acesso em: 10 mar. de 2019.

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for strategies for addition and subtraction. **Part 1. Mathematics in School**, 28(5), 2-4, 1999.

TOLEDO, M; TOLEDO, M. **Didática de Matemática**: como dois e dois, a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundação, Instituto de Matemática, 1993. p. 1-26.

VIGOTSKY, L. S. **Obras escogidas**. Madrid: Visor, 1995.

WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a Reforma Francisco Campos**: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, São Paulo, 2003.

**APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
para os pais dos alunos**

(Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016)

Seu (Sua) filho (a) (ou menor sob sua responsabilidade) está sendo convidado a participar como voluntário do projeto de pesquisa com o tema **“CÁLCULO MENTAL: propostas didáticas para anos iniciais do ensino fundamental”**. Esse documento, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como responsável pelo (a) participante da pesquisa e é elaborado em duas vias, assinadas e rubricadas pela pesquisadora e pelo(a) responsável legal, sendo que uma via deverá ficar com o(a) senhor(a) e outra com a pesquisadora.

Por favor, leia com atenção e calma, aproveitando para esclarecer suas dúvidas. Se houver perguntas antes ou depois de assinar esse termo, você poderá esclarecê-las com a pesquisadora através do telefone e/ou e-mail disponibilizado nesse documento. Não haverá nenhum tipo de penalização ou prejuízo se o (a) senhor(a) não aceitar que seu(sua) filho(a) participe dessa pesquisa ou se desejar retirar sua autorização em qualquer momento.

Justificativa e objetivo: A matemática faz parte do cotidiano dos alunos, pois todos os dias, em variadas situações as relações matemáticas ocorrem, crianças, desde pequenas, são capazes de resolver inúmeros problemas de matemática, sem utilizar lápis e papel, ou seja, apenas com o Cálculo mental ou calcular de cabeça. Por isso desenvolver o Cálculo mental pode contribuir para diferentes procedimentos de cálculo e ampliar as possibilidades de desenvolvimento de habilidades fundamentais na aprendizagem do aluno. Esse projeto almeja analisar como os professores têm trabalhado o Cálculo mental nas aulas de matemática e verificar como os alunos do 3º e 5º do Ensino Fundamental utilizam o Cálculo mental nas tarefas matemáticas.

Procedimentos: A pesquisa será dividida em três etapas. Na primeira etapa será aplicada atividade de tarefas matemáticas com alunos das turmas dos 3.º e 5.º anos do Ensino Fundamental que terá por finalidade verificar como utilizam o Cálculo mental nestas atividades. As tarefas matemáticas serão entregues para cada aluno, digitadas em um papel sulfite onde eles deverão calcular mentalmente e elaborar

duas maneiras de resolvê-las, registrando-as no papel. O material utilizado será lápis, borracha e a tarefa no papel sulfite. Em seguida será aplicado um questionário semiestruturado com perguntas abertas e fechadas para os professores destas mesmas turmas, onde nesta etapa analisaremos a prática do professor em relação ao uso do Cálculo mental em suas aulas. Em alguns momentos, tanto com o aluno quanto com o professor, esta coleta de dados será gravada com uso do gravador de voz pelo celular da pesquisadora, apenas com o intuito de observação antes, durante e ao fim da proposta da pesquisa. Finalizando, com a análise documental os dados serão tabulados e analisados buscando a conjunção quantitativa e qualitativa.

Obs: TODOS os dados da pesquisa serão mantidos por um período de cinco anos e após esse tempo, serão destruídos em cumprimento da exigência da Resolução nº466/2012 do Conselho Nacional de Saúde/MS.

Acompanhamento e assistência: A aplicação dos instrumentos será realizada somente pela pesquisadora responsável. A coleta dos dados acontecerá nesta Unidade Escolar, sem prejuízos educacionais e mínimas interferências na rotina escolar, considerando que essa proposta compreende a vivência de conteúdos curriculares da disciplina de matemática. Ressalta-se também o acompanhamento e assistência direta pela pesquisadora, a fim de evitar riscos previsíveis, conforme supracitado, incentivando ao máximo os benefícios e minimizando danos e riscos aos participantes, em acordo ao disposto na Resolução 466/12. O aluno pode se sentir desconfortável ao participar da realização da atividade diagnóstica, através das tarefas matemáticas. Será oferecida à escola uma cópia da dissertação da pesquisadora, após a conclusão do estudo, e os pais ou responsáveis poderão fazer a leitura do material impresso.

Benefícios: A presente pesquisa baseia-se na hipótese de que os alunos possam vivenciar a aplicabilidade da Matemática, facilitando a compreensão dos conteúdos e colaborando com a interpretação e solução de problemas matemáticos.

Sigilo e privacidade: Você tem a garantia de que sua identidade, a do(a) aluno(a) por quem é responsável legal, assim como o nome ou qualquer dado da escola frequentada serão mantidos em sigilo e nenhuma informação será dada a outras pessoas que não façam parte da equipe de pesquisadores. Na divulgação dos

resultados desse estudo, nenhum nome será citado.

Ressarcimento e indenização: A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional. Você terá a garantia ao direito à indenização diante de eventuais danos decorrentes da pesquisa, previstos ou não neste termo.

Contato: Em caso de dúvidas sobre a pesquisa, o(a) senhor(a) poderá entrar em contato com a pesquisadora responsável:

Luciana Aparecida da Cunha

Endereço: Alameda Urano, 5-38 Santa Edwiges - Bauru/SP - Telefone: (14) 3238-4448.

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP): O papel do CEP é avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. Em caso de denúncias ou reclamações sobre a participação dos seus filhos e sobre questões éticas do estudo, você poderá entrar em contato com a secretaria do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru, localizado na Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01- Vargem Limpa – Bauru/SP – CEP 17033-360; telefone (14) 3103-9400.

Diante das explicações, se você concorda que seu (sua) filho(a) (ou menor sob sua responsabilidade) participe desta pesquisa, por gentileza forneça os dados solicitados e coloque sua assinatura a seguir.

Menor participante:

Nome: _____ R.G. _____

Responsável

Nome: _____ R.G. _____

Endereço: _____ Fone: _____

Bauru, _____ de _____ de 20 ____.

Assinatura do (a) participante

Assinatura do (a) Pesquisador (a)

OBS.: O termo apresenta duas vias, uma destinada ao responsável legal e a outra ao pesquisador.

APÊNDICE B – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para os alunos

(Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016)

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa de título: ***“CÁLCULO MENTAL: propostas didáticas para anos iniciais do ensino fundamental”***. Nela pretendemos analisar como professores e alunos têm trabalhado o Cálculo mental nas aulas de matemática. O motivo que nos leva a estudar esse assunto é atuar em seu processo de ensino e de aprendizagem, verificando a contribuição de diferentes estratégias ao ensino da Matemática.

Este documento, chamado Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante da pesquisa e é elaborado em duas vias, sendo que uma via deverá ficar com você e outra com a pesquisadora. Após a assinatura desse documento, você irá participar da investigação através da resolução das tarefas matemáticas que será aplicada pela pesquisadora.

A aplicação será feita durante o período de aulas, com o mínimo de prejuízos à rotina escolar. TODOS os dados da pesquisa serão guardados por um período de cinco anos e após esse tempo serão destruídos. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificação dos participantes, atendendo a legislação brasileira.

A realização da pesquisa pode deixar você um pouco desconfortável ao participar realização da atividade diagnóstica, através das tarefas matemáticas. Para sanar possíveis dúvidas ou obter esclarecimentos, em qualquer etapa da pesquisa você terá acesso a pesquisadora Luciana Cunha pelo telefone (14) 3238-4448 e o orientador Profº. Dr. Nelson Pirola pelo telefone (14) 3103-6075. Caso surja alguma dúvida sobre a ética da pesquisa, poderá entrar em contato com o Comitê de Ética em Pesquisada UNESP pelo e-mail: cepesquisa@fc.unesp.br.

Para participar dessa pesquisa, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento, podendo retirá-lo ou interromper a sua participação a qualquer momento. Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, pois é um direito seu. Você não terá nenhum problema se desistir. Você pode dizer “sim” e participar e, a qualquer momento, pode dizer “não” e desistir, que não haverá qualquer penalidade. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Entretanto, espera-se que essa pesquisa lhe permita vivenciar a aplicabilidade da Matemática, contribuindo com a compreensão de conteúdos e

colaborando com a interpretação do Cálculo Mental.

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade (RG) _____, fui informado(a) dos objetivos da presente pesquisa, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar dessa pesquisa. Recebi o termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Bauru, _____ de _____ de 20__

Assinatura do (a) participante

Assinatura do (a) Pesquisador (a)

OBS.: Termo apresenta duas vias, uma destinada ao participante e a outra ao pesquisador.

**APÊNDICE C – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
para os professores**

(Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016)

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa de título: ***“CÁLCULO MENTAL: propostas didáticas para anos iniciais do ensino fundamental”***. Nela pretendemos analisar como professores e alunos têm trabalhado o Cálculo Mental nas aulas de matemática. O motivo que nos leva a estudar esse assunto é atuar em seu processo de ensino e de aprendizagem, verificando a contribuição de diferentes estratégias ao ensino da Matemática.

Este documento, chamado Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, visa assegurar seus direitos como participante da pesquisa e é elaborado em duas vias, sendo que uma via deverá ficar com você e outra com a pesquisadora. Após a assinatura desse documento, você irá participar da investigação através da resolução das tarefas matemáticas que será aplicada pela pesquisadora.

A aplicação será feita durante o período de aulas, com o mínimo de prejuízos à rotina escolar. TODOS os dados da pesquisa serão guardados por um período de cinco anos, e após esse tempo serão destruídos. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificação dos participantes, atendendo a legislação brasileira (Resolução nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde).

A realização da pesquisa pode deixar você um pouco desconfortável ao responder o questionário semiestruturado aplicado pela pesquisadora e/ou ao participar da coleta de dados.

Para participar dessa pesquisa, deverá assinar um termo de assentimento, podendo retirá-lo ou interromper a sua participação a qualquer momento. Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu. Você não terá nenhum problema se desistir. Você pode dizer “sim” e participar e, a qualquer momento, pode dizer “não” e desistir, que não haverá qualquer penalidade. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Entretanto, espera-se que essa pesquisa a reflexão sobre a prática do professor em relação ao uso do Cálculo mental nas aulas de matemática e sugerir propostas didáticas nas aulas de matemáticas aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, através de um Conjunto de Encartes voltado para atividades lúdicas nos formatos impresso e digital, envolvendo o uso do

Cálculo mental.

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade (RG) _____, fui informado(a) dos objetivos da presente pesquisa, de maneira clara e detalhada esclarecendo minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações. Declaro que concordo em participar dessa pesquisa respondendo ao questionário.

Agradecemos sua colaboração.

Mestranda: Luciana Aparecida da Cunha (14) 99104-9663 e
lu2014cunha@gmail.com

Orientador: Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola (14) 3103-6075
(Faculdade de Ciências da UNESP/Bauru)

Bauru, _____ de _____ de 20__

Assinatura do(a) participante

Assinatura do(a) Pesquisador(a)

OBS.: Termo apresenta duas vias, uma destinada ao participante e a outra ao pesquisador.

APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para a Escola

(Conselho Nacional de Saúde, Resolução 466/2012/Resolução 510/2016)

Eu, _____

RG. _____, diretor da EMEF MARIA CHAPARRO COSTA, situada na cidade de Bauru/SP, estou ciente dos objetivos da pesquisa intitulada **“CÁLCULO MENTAL: propostas didáticas para anos iniciais do ensino fundamental”** a qual pretende analisar como os professores têm trabalhado o Cálculo mental nas aulas de matemática e verificar como os alunos do 3º e 5º do Ensino Fundamental utilizam o Cálculo mental nas tarefas matemáticas. A pesquisa será conduzida por **Luciana Aparecida da Cunha**, portadora do R.G. 33.193.441-3 SSP/SP, professora efetiva da mesma unidade escolar e mestrandia do Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, da Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista, Campus Bauru, sob a orientação do professor Dr. Nelson Antonio Pirola. Desta forma, autorizo que a pesquisa seja desenvolvida no ano de 2019/2020, e permito a aplicação de questionários, realização de observações, entrevistas, análise de documentos, o que for necessário para a realização da pesquisa em situações previamente combinadas com os responsáveis pela escola e com os alunos. Concordo, também, com a divulgação dos resultados provenientes dessa pesquisa em eventos científicos e periódicos, com o objetivo de colaborar com o avanço das pesquisas educacionais, sendo preservado o direito de sigilo à identidade pessoal dos participantes.

Bauru, _____ de _____ de 2019.

Assinatura do diretor

APÊNDICE E – Questionário para os professores

Caracterização do sujeito

- 1) Sexo: () Feminino () Masculino
- 2) Faixa Etária:
- 3) Nível de Escolaridade / Formação:
 - () Ensino Médio: ano de conclusão:
 - () Ensino Médio com Habilitação para o Magistério: ano de conclusão:
 - () Superior incompleto
 - () Superior completo: ano de conclusão:
 - () Especialização: Qual (is)? ano(s) de conclusão:
 - () Mestrado: ano de conclusão:
 - () Doutorado: ano de conclusão:
- 4) Tempo total de experiência no Magistério (público ou privado):
- 5) Tempo de trabalho como professor(a) do Ensino Fundamental no sistema municipal de Bauru:
- 6) Turma que leciona:

Questões sobre o Cálculo mental

- 7) Você acredita que os seus alunos têm dificuldades em operações matemáticas?
() SIM () NÃO

Quais?

- 8) Como definiria o Cálculo mental?
- 9) No seu curso de graduação, foi explorado a importância do Cálculo mental para os anos iniciais do Ensino Fundamental? () SIM () NÃO

10) Você já participou de algum curso de formação continuada que contemple o ensino de Cálculo mental nas aulas de matemática? () SIM () NÃO

Qual o nome do curso?

11) Você acredita ser importante o uso do Cálculo mental a partir de que ano/turma? Justifique, por favor, sua resposta.

12) Em sua prática pedagógica, ensina ou já ensinou o Cálculo mental para sua turma?

() SIM () NÃO Dê exemplos de ações do cotidiano de sua aplicação junto aos alunos:

13) Quando ensina o Cálculo mental, você diz aos alunos que a estratégia é de Cálculo mental? () SIM () NÃO

14) Os livros didáticos apresentam conteúdos para o ensino do Cálculo mental? Você já utilizou com a sua turma? Se sim, coloque o nome do livro (se lembrar).

() SIM – Livro: () NÃO

15) Você acredita que o trabalho com o Cálculo mental pode contribuir para o melhor desempenho de seu aluno na resolução de situações problemas na escola e no dia-a-dia? Justifique, por favor, sua resposta.

16) O Cálculo mental é conteúdo apresentado nos documentos curriculares oficiais e nos planejamentos anuais da turma? Justifique, por favor, sua resposta.

17) Você se sente preparado para trabalhar com atividades que envolvem o Cálculo mental? Quais suas dificuldades? Quais as suas facilidades? Justifique, por favor, sua resposta.

APÊNDICE F – Tarefas matemáticas

NOME: _____ - TURMA: _____ - DATA: ____/____/20____

CONTEXTUALIZAÇÃO: FESTA DAS CRIANÇAS

NA SEMANA DAS CRIANÇAS FOI REALIZADA UMA OFICINA DE SLIME PARA OS ALUNOS DA ESCOLA

RESOLVA AS SITUAÇÕES PROBLEMAS A SEGUIR:

1-DOS 549 ALUNOS DA ESCOLA, 241 ALUNOS DO PERÍODO DA MANHÃ JÁ PARTICIPARAM DA OFICINA. QUANTOS ALUNOS FALTAM DO PERÍODO DA TARDE PARA FAZER O SLIME?
EXPLIQUE COMO PENSOU.



(FOTO: ARQUIVO PESSOAL)

2- NO PERÍODO DA MANHÃ FORAM 65 ALUNOS E NO PERÍODO DA TARDE FORAM 48 ALUNOS QUE PARTICIPARAM DO 3º ANO. QUANTOS ALUNOS A MAIS HAVIA NO PERÍODO DA MANHÃ EM RELAÇÃO AO PERÍODO DA TARDE?
EXPLIQUE COMO PENSOU.



(FOTO: ARQUIVO PESSOAL)

3- PARA A RECEITA DO SLIME FORAM UTILIZADOS 52 TUBOS DE COLA BRANCA. PARA INICIAR A OFICINA HAVIA APENAS 24 TUBOS DE COLA. QUANTOS TUBOS FORAM NECESSÁRIOS COMPRAR?

EXPLIQUE COMO PENSOU.

4- NA OFICINA FOI UTILIZADO UM POTINHO DE PLÁSTICO PARA CADA ALUNO. SABENDO QUE NO 5º A HÁ 26 ALUNOS E NO 5º B 24 ALUNOS, QUANTOS POTES DE PLÁSTICO FORAM UTILIZADOS NOS 5º ANOS? EXPLIQUE COMO PENSOU.

5- NO PÁTIO DA ESCOLA AS CRIANÇAS FORAM BRINCAR COM OS SLIMES. CHEGARAM PRIMEIRO OS 152 ALUNOS DOS 1º ANOS. E, EM SEGUIDA FORAM OS 148 ALUNOS DOS 2º ANOS. QUANTOS ALUNOS BRINCARAM AO MESMO TEMPO?

EXPLIQUE COMO PENSOU.



(FOTO: SHUTTERSTOCK/REPRODUÇÃO)

AGORA, RESOLVA DE DUAS MANEIRAS DIFERENTES AS SEGUINTE OPERAÇÕES MATEMÁTICAS:

a) $59 + 45$

MANEIRA 1	MANEIRA 2

b) $72 - 30$

MANEIRA 1	MANEIRA 2

ANEXO A – Parecer Plataforma Brasil

UNESP - FACULDADE DE
CIÊNCIAS CAMPUS BAURU -
JÚLIO DE MESQUITA FILHO



Continuação do Parecer: 3.572.348

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

nada a declarar

Considerações Finais a critério do CEP:

Projeto considerado “aprovado” por estar em conformidade com os parâmetros legais, metodológicos e éticos analisados pelo colegiado deste CEP - Comitê de Ética em Pesquisa.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1397514.pdf	17/08/2019 13:57:53		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_DE_PESQUISA.docx	17/08/2019 13:56:23	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito
Outros	Carta.docx	17/08/2019 13:56:10	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEpais1.docx	17/08/2019 13:54:10	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALEprof1.docx	17/08/2019 13:54:02	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALEaluno1.docx	17/08/2019 13:53:53	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRostoassinada.pdf	27/07/2019 21:46:25	LUCIANA APARECIDA DA CUNHA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

Endereço: Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO **CEP:** 17.033-360
UF: SP **Município:** BAURU
Telefone: (14)3103-9400 **Fax:** (14)3103-9400 **E-mail:** cepesquisa@fc.unesp.br

ANEXO B – Autorização da Secretaria Municipal da Educação

UNESP - FACULDADE DE
CIÊNCIAS CAMPUS BAURU -
JÚLIO DE MESQUITA FILHO



Continuação do Parecer: 3.572.348

BAURU, 12 de Setembro de 2019

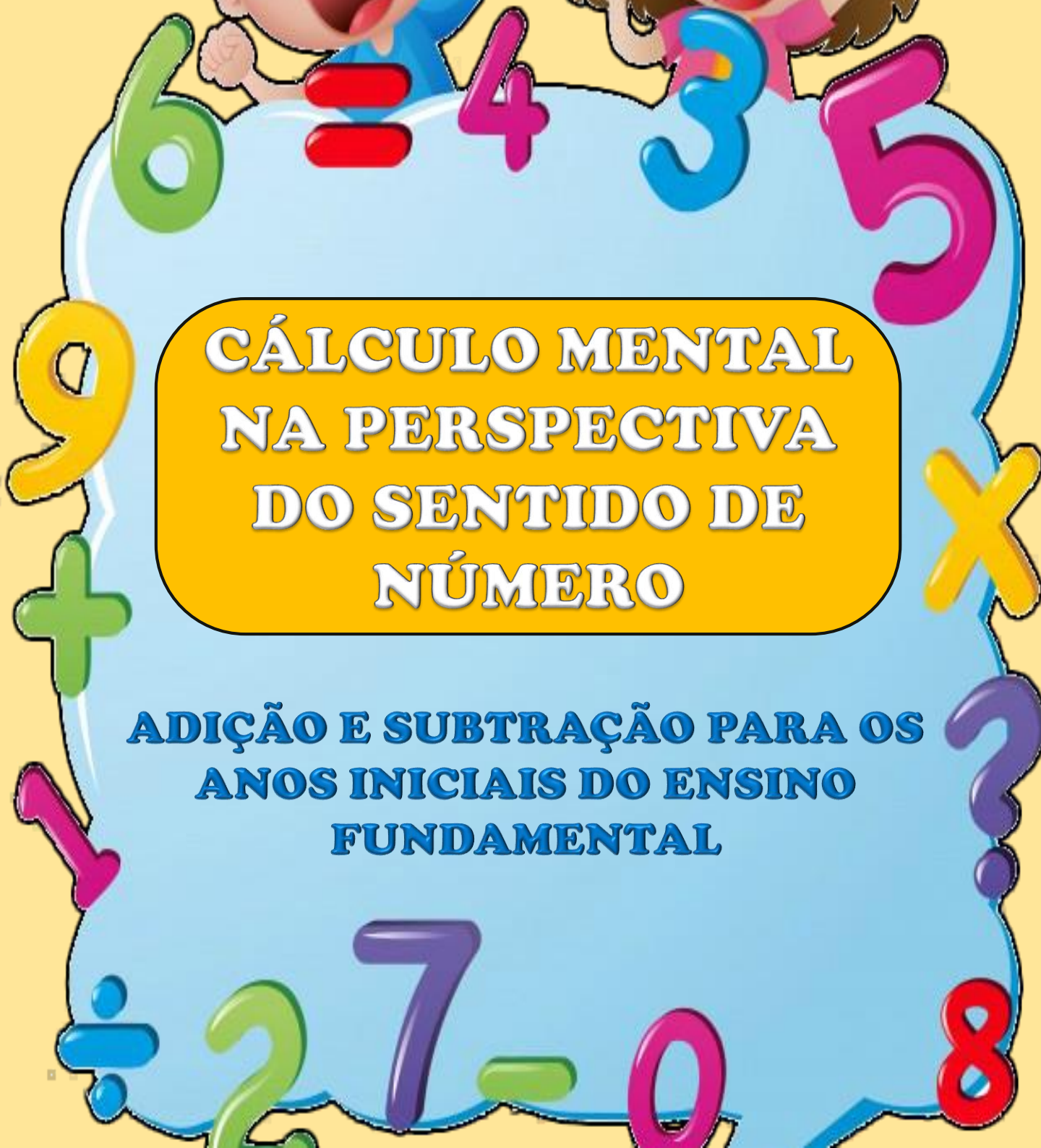
Assinado por:
Mário Lázaro Camargo
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, nº 14-01
Bairro: CENTRO **CEP:** 17.033-360
UF: SP **Município:** BAURU
Telefone: (14)3103-9400 **Fax:** (14)3103-9400 **E-mail:** cepesquisa@fc.unesp.br



**CÁLCULO MENTAL
NA PERSPECTIVA
DO SENTIDO DE
NÚMERO**

**ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO PARA OS
ANOS INICIAIS DO ENSINO
FUNDAMENTAL**





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



Docência para
Educação Básica
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

ORIENTADOR

Prof. Dr. Nelson Antônio Pirola

COORIENTADORA

Profa. Dra. Giovana Pereira Sander

ELABORAÇÃO

Luciana Aparecida da Cunha

Equipe técnica

Projeto Gráfico

Luciana Cunha

Ilustrações

Créditos: imagens gratuitas

Freepik – Vecteezy

Revisão

Nelson Pirola e Giovana Sander

APRESENTAÇÃO

Este produto educacional é parte integrante da dissertação intitulada: “Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número: uma proposta didática para os anos iniciais do Ensino fundamental”, sob orientação do Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola e coorientação da Profa. Dra. Giovana Pereira Sander, cuja proposta parte da necessidade de desenvolver tarefas matemáticas de adição e subtração visando estratégias de Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número.

Esta cadeia de tarefas matemáticas destina-se, prioritariamente, aos professores, do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, e devem ser realizadas pelos alunos. Para tanto foi dividido em quatro etapas. Na primeira será apresentada um breve embasamento teórico acerca do tema, cuja totalidade se encontra na dissertação, oferecendo pressupostos sobre o Cálculo mental na perspectiva do Sentido de número. Na segunda, sugestões de orientações didáticas aos professores para antes, durante e após as tarefas. Na terceira, as tarefas matemáticas destinadas aos alunos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental e, por fim, na quarta etapa, uma sugestão de autoavaliação.

As imagens usadas neste *e-book* foram disponibilizadas gratuitamente nos sites Freepik e Vecteezy.



SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	04
2 ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS	10
3 TAREFAS MATEMÁTICAS: 1º AO 5º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL	11
4 HABILIDADES DA BNCC - 1º ANO	12
TAREFA 1 – Coleção de bonés	13
TAREFA 2 – Jogo de bilhar	15
TAREFA 3 – Vamos brincar de trilha?	17
TAREFA 4 – Natação	19
TAREFA 5 – Barraca de frutas	21
5 HABILIDADES DA BNCC - 2º ANO	24
TAREFA 1 – Confeitaria	25
TAREFA 2 – A viagem	27
TAREFA 3 – Jogo de boliche	29
TAREFA 4 – Livros	32
TAREFA 5 – Desafio	34
6 HABILIDADES DA BNCC - 3º ANO	37
TAREFA 1 – A pesquisa	38
TAREFA 2 – Arrecadação de tampinhas	40
TAREFA 3 – Atletismo	42
TAREFA 4 – Presente	44
TAREFA 5 – Desafio	46

7	HABILIDADES DA BNCC - 4º ANO	49
	TAREFA 1 – Jogo eletrônico	50
	TAREFA 2 – Aniversário da cidade	52
	TAREFA 3 – Arrecadação para escola	54
	TAREFA 4 – Calculadora	56
	TAREFA 5 – Desafio	58
8	HABILIDADES DA BNCC - 5º ANO	60
	TAREFA 1 – Passeio	61
	TAREFA 2 – Futebol	63
	TAREFA 3 – Calculando	65
	TAREFA 4 – Explorando o gráfico	67
	TAREFA 5 – Desafio	69
9	SUGESTÃO DE AUTOAVALIAÇÃO	72
10	REFERÊNCIAS	73
11	PARA SABER MAIS	75

INTRODUÇÃO

Estudos como os de Brocardo e Serrazina (2008), Oliveira (2013), Spinillo (2014) e Sander (2018) têm mostrado que existe um distanciamento da compreensão do Sentido de número, que algumas estratégias de cálculo, como a de Cálculo mental, são realizadas com menos frequência pelos alunos e recorrem ao uso do algoritmo convencional para obter o resultado nas resoluções dos problemas matemáticos.

Nesse sentido, a destreza do Cálculo mental surge associada ao desenvolvimento do Sentido de número. Para McIntosh, Reys e Reys (1992), o Sentido de número refere-se ao conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de números e das suas operações, propiciando o progresso da utilização de métodos próprios para calcular. Em outras palavras, constitui em uma compreensão dos números e das relações entre eles e não somente um conceito ou assunto do currículo a ser ensinado.

Nesta perspectiva, desenvolver Sentido de número está relacionado a um indivíduo numeralizado. Segundo Spinillo (2014) ser numeralizado é ter habilidade que permite lidar de forma bem-sucedida e flexível com os vários recursos e situações do cotidiano que envolvem a Matemática (SPINILLO, 2014, p. 21-22). Portanto, ser numeralizado também “é ter familiaridade com o mundo dos números”, o que significa ser

capaz de pensar matematicamente nas mais diferentes situações do cotidiano, estando associado tanto as experiências escolares como as experiências extraescolares que ocorrem antes mesmo da formalização da matemática através de situações de ensino.

Spinillo (2014) aponta alguns indicadores para uma maior compreensão conceitual e algumas possibilidades pedagógicas em relação ao desenvolvimento do Sentido de número, a saber:

- **Realizar Cálculo mental flexível.**

Computação numérica flexível envolve o reconhecimento da igualdade entre o uso da composição e decomposição das quantidades durante a

resolução do problema. Como exemplo, em situações de compra e venda, ao perguntar para o aluno qual o valor que precisa obter para comprar cinco cadernos no valor de R\$ 50,00 cada, o aluno poderá atribuir: 50×5 ou 5×50 ; $50 + 50 + 50 + 50 + 50$; ou ainda $100 + 100 = 200$, $200 + 50 = 250$. Observa-se que em algumas situações o valor original presente no enunciado do problema é alterado, ilustrando a flexibilidade do raciocínio.

- **Realizar estimativas e usar pontos de referências.**

O uso de estimativas, através de um ponto de referência ou âncoras, envolve operações a partir de arredondamento e aproximações, quando não é preciso obter um cálculo exato de modo que facilite a realização do Cálculo mental e fazer medições de grandezas diversas na resolução de problemas do dia a dia. Por exemplo, em problemas de adição e de subtração, os alunos podem utilizar pontos de referência com a base 10 e o dobro, quando ao somar $5 + 9$, fazem $5 + 10 - 1$ ou $5 + 5 + 4$.

- **Fazer julgamentos quantitativos e inferências.**

Outro indicador é a capacidade de fazer inferências e julgamentos sobre quantidades. Quando o aluno é capaz de solucionar por meio de um ponto de referência. Por exemplo, julgar se o resultado da soma $188 + 52$ poderia ser ou não maior que 200. Partiu o 200 como ponto de referência, concluiu que a distância entre 188 e 200 é menor do que 52 e que, ao adicionar este número, o resultado seria maior que 200.

- **Estabelecer relações matemáticas.**

Neste item, a compreensão está na capacidade de identificar relações entre operações, de caráter gerativo do sistema numérico decimal, na noção de equivalência, na noção de quantidade relativa. Quando o aluno é capaz de decompor números e compreender o sistema numérico decimal a respeito do valor de lugar (unidade, dezena, centena). As relações entre operações podem ser exploradas de diferentes maneiras, entre elas: *relações inversas* entre adição e subtração que podem ser explicitadas através da prova real ou para demonstrar que na adição se busca o todo e na subtração se busca uma parte. A multiplicação também pode ser vista como como adição de parcelas iguais (5×3 ou $3 + 3 + 3 + 3 + 3$).

- **Usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro.**

O Sentido de número pode também se expressar através da escolha de instrumentos culturais disponíveis na sociedade e suportes de representação apropriados. Quando o aluno reconhece qual a melhor forma de resolver a conta $10\,893 + 5\,789$, se é possível contar nos dedos, fazer com lápis e papel ou usar a calculadora, por exemplo. Ou qual a melhor forma de medir o comprimento de uma sala, pode-se usar uma régua, usar palmos ou usar uma fita métrica. Os alunos tendem a expressar uma boa percepção entre a relação em reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro.

Relevante ressaltar que o Sentido de número não se trata de um conteúdo matemático específico. Portanto, os indicadores acima citados podem estar presentes em uma mesma situação, de forma estruturada e articulada, não se manifestando isoladamente.

Com base no estudo e reflexão sobre a literatura associada ao senso numérico, alguns componentes pertencentes à caracterização do Sentido de número foi apresentada por McIntosh, Reys e Reys (1992, p. 7). São eles:

- **Conhecimento e destreza com os números:** sentido da ordenação dos números, múltiplas representações para os números, sentido de grandeza relativa e absoluta dos números, e sistemas de valores de referência;
- **Conhecimento e destreza com as operações:** compreender o efeito das operações, compreender propriedades matemáticas e compreender a relação entre operações;
- **Aplicar o conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo:** compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário, noção que existem múltiplas estratégias, inclinação para usar uma representação e/ou um método eficiente e inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado.

McIntosh, Reys e Reys (1992) explicitam que o desenvolvimento do Sentido de número refere-se a uma construção de

operações e suas definições, bem como uma grande variedade de representações poderia coexistir durante o processo de resolução de uma situação problema.

Outro aspecto de suma importância e facilitador para o desenvolvimento do Sentido de número diz respeito ao “explique como pensou”, o professor pode solicitar que os alunos expliquem suas respostas ou, ainda, que outro aluno reexplique o que compreendeu da explicação de seu colega. Segundo Brocardo *et al.* (2005), além de contribuir com o desenvolvimento de competências como comunicação e argumentação, também é fundamental perceber o que a criança pensa para assim poder ajudá-la a progredir na aprendizagem.

Partindo desses pressupostos, o Cálculo mental pode ser privilegiado tanto quanto os métodos formais escritos, como o algoritmo. A concepção adotada aqui permeia o cálculo pensado ou refletido, como afirma Parra (1996, p. 186):

Entenderemos por cálculo mental o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisado os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações, e colocam em ação diferentes tipos de escrita numérica, assim como diferentes relações entre números.

Para Ribeiro, Valério e Gomes (2009), o Cálculo mental muitas vezes é visto como “fazer contas de cabeça”, o que não significa um cálculo ativo, flexível e habilidoso, portanto, não seria um Cálculo mental. Heuvel-Panhuizen e Buys (2008) explicam que essa forma de aritmética nos remete a um cálculo feito “com a cabeça” e não “de cabeça”, sendo que pode-se recorrer a registros para não perder o raciocínio.

Ribeiro, Valério e Gomes (2009) caracterizam o Cálculo mental em: permitir a cada um escolher seu próprio método; trabalhar com os números globalmente; permitir o uso de registros e implicar um bom desenvolvimento do Sentido de número.

Diante dessas considerações, Rathgeb-Schierer e Green (2019) apresentam seis estratégias principais de Cálculo mental para a adição e subtração.

Apresenta-se as características de cada estratégia. Exemplos para: $56 + 38$ e $91 - 46$.

1- Estratégia de salto: o primeiro passo caracteriza-se por manter a primeira parcela, ou o minuendo, e dividir a segunda parcela, ou o subtraendo. No segundo passo, os números divididos são sucessivamente adicionados ou subtraídos. Vejamos: Vejamos: $56 + 30 = 86$; $86 + 8 = 94$ e $91 - 40 = 51$; $51 - 6 = 45$.

2- Estratégia de divisão (decomposição): caracteriza-se pela decomposição dos dois números do problema e pela adição ou subtração das unidades separadamente. Quanto à adição, essa estratégia fornece uma simplificação efetiva de uma operação multidígitos complexa. Quanto à subtração, também é uma simplificação, mas apenas no caso de operações que não exijam reagrupamento. Vejamos: $50 + 30 = 80$; $6 + 8 = 14$; $80 + 14 = 94$ e $90 - 40 = 50$; $1 - 6 = 5$; $50 - 5 = 45$.

3- Mescla de divisão (decomposição) e salto: representa uma mescla às estratégias de salto e divisão descritas acima. Vejamos: $50 + 30 = 80$; $80 + 6 = 86$; $86 + 8 = 94$ e $90 - 40 = 50$; $50 + 1 = 51$; $51 - 6 = 45$.

4- Estratégia de compensação: um número é arredondado para transformar a operação em uma mais fácil. Subsequentemente, o resultado é compensado pelo fator de arredondamento. Vejamos: $56 + 40 = 96$; $96 - 2 = 94$ e $91 - 50 = 41$; $41 + 4 = 45$.

5- Estratégia de simplificação: a operação é modificada sem alterar o resultado. Para a adição, isso significa alterar as duas parcelas de maneira oposta. Em uma operação de subtração, o minuendo e o subtraendo são modificados da mesma maneira. Vejamos: $56 + 38 = 94$; $54 + 40 = 94$ e $91 - 46 = 90 - 45 = 45$.

6- Adição indireta: na subtração recorre à soma do subtraendo até que se alcance o minuendo. Vejamos: $46 + \underline{\quad} = 91$.

Os indicadores de Sentido de Número (SPINILLO, 2014) e as diferentes estratégias (RATHGEB-SCHIERER E GREEN, 2019) apresentados e exemplificados nessa proposta podem servir de base para a criação de tarefas matemáticas voltadas para o ensino de diversos conteúdos, condizente às especificidades do objetivo a ser ensinado, à série/turma do aluno e ao planejamento do professor.

As tarefas matemáticas apresentadas para este Produto Educacional foram pensadas para que o aluno perceba que pode chegar ao mesmo resultado utilizando caminhos diferentes, aplicando e combinando estratégias diversificadas, para ir além do uso do algoritmo convencional. Destinada aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, constitui-se como um importante recurso para a prática docente com o objetivo de apresentar uma proposta didática visando ao desenvolvimento do Cálculo mental para adição e subtração na perspectiva do Sentido de número, relacionada com as habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017).

Portanto, de acordo com a BNCC para garantir o desenvolvimento das competências específicas, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades, ou seja, as aptidões a serem desenvolvidas pelo estudante ao longo da vida escolar. Essas habilidades estão relacionadas a diferentes objetos de conhecimento aqui entendidos como conteúdos, conceitos e processos que, por sua vez, são organizados em unidades temáticas. Deste modo, para esta proposta, nos fundamentamos na Unidade temática “Números”, conforme apresentado pela BNCC, que corroboram para o desenvolvimento do Cálculo mental.

Acreditamos que as tarefas matemáticas propostas neste produto educacional não se esgotam nelas mesmas. Cabe ao professor explorar e ampliar as atividades que julgam necessárias para motivar seus alunos, possibilitando momentos para que eles expliquem suas formas de pensar, suas estratégias de resolução, e desenvolvam o Sentido de número e o Cálculo mental.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes das tarefas matemáticas

- Considerar os conhecimentos prévios dos alunos;
- Propiciar materiais concretos, quando houver a necessidade;
- Apresentar a tarefa adequando ao objetivo proposto;
- Apresentar a tarefa indicando o tempo para a sua resolução;
- Criar ambientes de discussões e elaboração de ideias pelos alunos;
- Organizar o espaço para que os alunos se sintam confortáveis.

Durante a aplicação das tarefas matemáticas

- Observar as ações dos alunos: estratégias de cálculo, a interação, comportamento;
- Certificar que os alunos compreenderam bem o que é solicitado;
- Fazer intervenções de acordo com as necessidades percebidas;
- Estimular questionamentos desafiadores.

Depois das tarefas matemáticas

- Solicitar a participação dos alunos para socializar as resoluções e comentar e discutir sobre suas estratégias, percebendo que algumas estratégias são mais rápidas e mais práticas que outras;
- Considerar a comunicação oral e escrita para a organização e clarificação de ideias;
- Valorizar a resolução de todos os alunos, mostrando que existem outros caminhos;
- Solicitar que os alunos expliquem as respostas ou ainda que outro aluno reexplique o que compreendeu do que seu colega explicou;
- Estabelecer registros próprios como instrumento de autoavaliação.



TAREFAS MATEMÁTICAS

HABILIDADES DA BNCC

1º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

(EF01MA01) Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação.

(EF01MA05) Comparar números naturais de até duas ordens em situações cotidianas, com e sem suporte da reta numérica.

(EF01MA06) Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas.

(EF01MA07) Compor e decompor número de até duas ordens, por meio de diferentes adições, com o suporte de material manipulável, contribuindo para a compreensão de características do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento de estratégias de cálculo.

(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.



TAREFA 1



COLEÇÃO DE BONÉS

PEDRO E SEUS AMIGOS
JUNTARAM TODOS OS BONÉS
QUE GANHARAM DE
ANIVERSÁRIO NESTE ANO.

OBSERVE A QUANTIDADE DE BONÉS.



RESPONDA:

- A) QUANTOS BONÉS ELES CONSEGUIRAM JUNTAR?
- B) QUANTOS BONÉS ELES TERIAM, SE TIVESSEM GANHADO MAIS 10 BONÉS?
- C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição em contextos diversos usando as ideias de juntar e acrescentar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito aditivo na composição e decomposição de números. Deve estimular os alunos a pensarem em diferentes formas de decompor os números propostos nesta situação problema, para que eles percebam as possibilidades aditivas.

Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado do item A para, assim, dar continuidade na resolução ao item B.

ITEM A:

Podemos adicionar por meio da decomposição, assim teremos algumas possibilidades para chegar ao resultado de 9 bonés.

- Estratégia de contagem: $3 + 3 + 3 = 9$; $6 + 3 = 9$; $2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 9$.

ITEM B:

Neste item foi proposto acrescentar mais 10 bonés em relação à quantidade de bonés do item A. Podemos, então, adicionar ($9 + 10 = 19$).

- Estratégia de salto: $9 + 5 + 5 = 19$; $3 + 3 + 3 + 5 + 2 + 2 + 1 = 19$.
- Estratégia de compensação: $10 + 10 = 20$; $20 - 1 = 19$.

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 2

JOGO DE BILHAR

O PAI DE GUSTAVO RESOLVEU CRIAR UM JOGO COM A MESA DE BILHAR. EM SEU JOGO, OS PONTOS SÃO MARCADOS PELA SOMA DOS NÚMEROS QUE ESTÃO NAS BOLAS QUE CAEM NOS BURACOS. SABENDO QUE OS NUMEROS DAS BOLINHAS VÃO DE 1 A 15, COLOQUE A SOMA DOS PONTOS PARA CADA RODADA FEITA PELO PAI DE GUSTAVO:



1ª RODADA

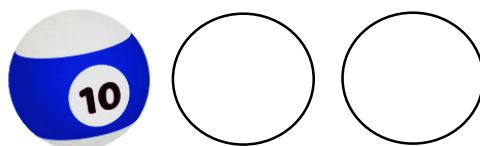


2ª RODADA



3ª RODADA

PRENCHA AS BOLINHAS QUE FALTAM PARA DAR A SOMA DE **30** PONTOS, SEM REPETIR OS NÚMEROS.



RESPONDA:

- A) QUAL É O RESULTADO DA 1ª RODADA?
- B) QUAL É O RESULTADO DA 2ª RODADA?
- C) QUAIS OS NÚMEROS QUE PODEMOS SORTEAR PARA CHEGAR AOS 30 PONTOS NA 3ª RODADA?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição em diversos contextos usando as ideias de juntar e acrescentar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de compensação e decomposição, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com relação ao conceito aditivo na composição e decomposição de números. Deve estimular os alunos a pensarem em diferentes formas de decompor os números 29, 17 e 30 propostos nesta situação problema, para que eles percebam as possibilidades aditivas.

ITEM A:

Discutir as diferentes maneiras que podemos chegar ao resultado das bolinhas sorteadas na 1ª rodada ($6 + 11 + 12 = 29$).

- Estratégia de salto: $6 + 10 + 10 + 1 + 2 = 29$
- Estratégia de compensação: $5 + 10 + 10 = 25$; $25 + 4 = 29$
- Estratégia decomposição: $6 + 10 + 1 + 10 + 2 = 29$

ITEM B:

Discutir as diferentes maneiras que podemos chegar ao resultado das bolinhas sorteadas na 2ª rodada ($1 + 3 + 5 + 8 = 17$).

- Estratégia de salto: $4 + 5 + 5 + 3 = 9 + 8 = 17$
- Estratégia de compensação: $4 + 13 = 17$

ITEM C:

Neste item o professor deve propor algumas possibilidades para chegar ao resultado das bolinhas sorteadas na 3ª rodada ($10 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 30$)

Podemos adicionar: $10 + 15 + 5 = 30$; $10 + 13 + 7 = 30$; $10 + 12 + 8 = 30$.

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de decomposição, de compensação, de simplificação e de adição indireta, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

O professor deve retomar os conceitos de acrescentar e juntar; subtrair e completar quantidades, trabalhando com os fatos fundamentais da adição e da subtração. Nesta tarefa os alunos devem perceber toda a imagem e identificar os resultados dos item A, B e C para, assim, obter os resultados.

ITEM A:

Neste item podemos adicionar ($4 + 2 = 6$) para obter o resultado dos dados.

- Estratégia de contagem: $2 + 2 + 2 = 6$; $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$

ITEM B:

Para saber quantas casas o jogador deverá pular, se chegar na casa 11. Podemos subtrair ($22 - 11 = 11$)

- Estratégia de salto: $22 - 10 = 12 - 1 = 11$
- Estratégia de divisão: $20 - 10 = 10 + (2 - 1) = 10 + 1 = 11$
- Estratégia de compensação: $20 - 11 = 9 + 2 = 11$
- Estratégia de simplificação: $21 - 11 = 10 + 1 = 11$
- Adição indireta: $11 + \underline{\quad} = 22$

ITEM C:

O jogador deverá voltar 6 casas, quando chegar na casa de número 8. Podemos subtrair ($8 - 6 = 2$). Então o jogador deverá permanecer na casa de número 2.

- Estratégia de salto: $8 - 5 = 3 - 1 = 2$
- Estratégia de compensação: $10 - 6 = 4 - 2 = 2$
- Estratégia de simplificação: $10 - 8 = 2$
- Adição indireta: $6 + \underline{\quad} = 8$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas em seguida explicitar o modo como pensaram.

TAREFA 4

NATAÇÃO

HOJE É UM DIA MUITO IMPORTANTE PARA LETÍCIA E SUA AMIGA. ELAS PARTICIPARÃO DO CAMPEONATO DE NATAÇÃO FEMININO DA ESCOLA. LETÍCIA JÁ NADOU 5 METROS DO PERCURSO.



RESPONDA:

- A) QUANTOS METROS FALTAM PARA LETÍCIA NADAR 10 METROS?
- B) QUANTOS METROS FALTAM PARA LETÍCIA NADAR 15 METROS?
- C) SABENDO QUE A PISCINA TEM 25 METROS, QUANTO FALTA PARA ELA COMPLETAR O PERCURSO?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e subtração em diversos contextos usando as ideias de juntar, acrescentar, retirar e separar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de divisão, de compensação e adição indireta, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

O professor deve retomar os princípios de completar ou retirar quantos metros ainda faltam para chegar ao percurso total da piscina, trabalhando com os fatos fundamentais da subtração. Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado para cada item.

ITEM A:

Para saber quantos metros ainda faltam para Letícia nadar em uma piscina de 10 metros. Podemos subtrair ($10 - 5 = 5$).

- Estratégia de divisão: $10 - 2 - 3 = 5$
- Estratégia de simplificação: $15 - 10 = 5$
- Adição indireta: $5 + \underline{\quad} = 10$

ITEM B:

Para saber quantos metros ainda faltam para Letícia nadar em uma piscina de 15 metros. Podemos subtrair ($15 - 5 = 10$).

- Estratégia de divisão: $15 - 2 - 2 - 1 = 10$
- Estratégia de compensação: $10 - 5 = 5 + 5 = 10$
- Adição indireta: $5 + \underline{\quad} = 15$

ITEM C:

Para saber quantos metros ainda faltam para Letícia nadar em uma piscina de 25 metros. Podemos subtrair ($25 - 5 = 20$).

- Estratégia de divisão: $25 - 2 - 2 - 1 = 20$
- Estratégia de compensação: $20 - 5 = 15 + 5 = 20$
- Adição indireta: $5 + \underline{\quad} = 25$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. Os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 5



BARRACA DE FRUTAS

NA BARRACA DO SEU OSVALDO TÊM FRUTAS FRESQUINHAS TODOS OS DIAS.

OBSERVE OS PREÇOS DAS FRUTAS

RESPONDA:

- A) VOCÊ TÊM  E PRECISA COMPRAR ALGUMAS FRUTAS PARA FAZER UMA SALADA DE FRUTAS?
- B) QUAIS FRUTAS ESCOLHEU? QUANTO PAGOU POR ELAS?
- C) QUANTO GASTARIA PARA COMPRAR TODAS AS FRUTAS?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia das tarefas para cada aluno.
- Materiais manipuláveis: cédulas sem valor (dinheirinho)

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros) usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar,
- Compreender que existem diferentes estratégias para o mesmo resultado.

ORIENTAÇÕES PARA A TAREFA

A tarefa propõe aos alunos a elaboração de uma situação problema envolvendo o sistema monetário. Em pares ou individualmente os alunos podem atribuir as situações aditivas, envolvendo a composição e a decomposição .

Importante o professor permitir que o aluno apresentem estratégias de resolução da forma que melhor convier a representação: utilizando desenho, contando lápis ou dedos, utilizando material manipulável (dinheirinho), entre outros, até que chegue ao registro da tarefa. Lembrando que o mais importante da resolução de um problema não deve ser a execução algorítmica, mas sim, a compreensão do que está sendo solicitado diante da interpretação dos dados apresentados pelo enunciado.

Depois de elaborado o resultado, os alunos deverão apresentar para o restante da sala de aula, para possibilitar que os demais alunos se apropriem de procedimentos diferentes e reflitam sobre os caminhos percorridos pelos colegas, respeitando e valorizando o pensamento dos demais.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

OBSERVE ALGUNS EXEMPLOS:

1- Na compra de: morangos, mamões e bananas ($5 + 5 + 2 + 2 = 14$). É necessário o valor de R\$ 14,00. Este valor é suficiente para a realizar a compra dessas frutas. Ainda, terá o troco no valor de R\$ 6,00 ($20 - 14 = 6$).

Para a adição $5 + 5 + 2 + 2 = 14$

- Estratégia de contagem: $10 + 4 = 14$; $5 + 7 + 2 = 14$; $7 + 7 = 14$

Para a subtração $20 - 14 = 6$

- Estratégia de salto: $20 - 15 = 5 + 1 = 6$
- Estratégia de compensação: $20 - 10 - 4 = 10 - 4 = 6$; $20 - 15 = 5 + 1 = 6$

- Estratégia simplificação: $22 - 16 = 6$; $18 - 12 = 6$
- Adição indireta: $14 + \underline{\quad} = 20$

2- Na compra de: abacaxi, maçã, laranja e mamão ($3 + 2 + 2 + 5 = 12$). É necessário a quantia de R\$ 12,00. Este valor é suficiente para a realizar a compra dessas frutas. Ainda, terá o troco no valor de R\$ 8,00 ($20 - 12 = 8$).

Para a adição ($3 + 2 + 2 + 5 = 12$)

- Estratégia de contagem: $5 + 7 = 12$; $3 + 4 + 5 = 12$; $8 + 4 = 12$

Para a subtração ($20 - 12 = 8$)

- Estratégia de salto: $20 - 15 = 5 + 3 = 8$
- Estratégia de divisão: $20 - 10 = 10 - 2 = 8$
- Estratégia de simplificação: $22 - 14 = 8$
- Adição indireta: $12 + \underline{\quad} = 20$

3- Para comprar todas as frutas é necessário ter o valor de R\$ 21,00 ($3 + 5 + 2 + 2 + 5 + 4$). Este valor não é suficiente para realizar a compra de todas as frutas ($21 - 20 = 1$).

Para adição ($3 + 5 + 2 + 2 + 5 + 4$)

- Estratégia de contagem: $8 + 4 + 9 = 21$; $3 + 10 + 4 + 4 = 21$

Para subtração ($21 - 20 = 1$)

- Adição indireta: $20 + \underline{\quad} = 21$

HABILIDADES DA BNCC

2º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).

(EF02MA04) Compor e decompor números naturais de até três ordens, com suporte de material manipulável, por meio de diferentes adições.

(EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito.

(EF02MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até três ordens, com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, utilizando estratégias pessoais ou convencionais.



TAREFA 1

CONFEITARIA

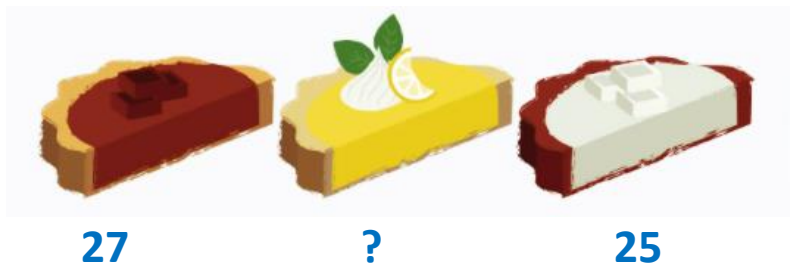
A FAMÍLIA DE CECÍLIA TEM UMA GRANDE CONFEITARIA NA CIDADE EM QUE MORA. JUNTO COM UMA EQUIPE, SEU PAI ATENDE NO CAIXA, SUA MÃE É A CONFEITEIRA E ELA AJUDA NA DECORAÇÃO DOS BOLOS E DOCES.



RESPONDA:

A) EM UM MÊS, A MÃE DE CECÍLIA ASSOU ALGUNS BOLOS. FORAM VENDIDOS 133 E SOBRARAM 29. QUANTOS BOLOS ELA ASSOU?

B) NA VITRINE DA CONFEITARIA, HAVIA 80 TORTINHAS SENDO ELAS DE CHOCOLATE, LIMÃO E COCO. ERAM 27 TORTINHAS DE CHOCOLATE E 25 TORTINHAS DE COCO. QUANTOS ERAM AS TORTINHAS DE LIMÃO?



D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e de simplificação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo e subtrativo das operações. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos.

Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado dos itens A e B.

ITEM A:

Podemos saber a quantidade de bolos que a mãe de Cecília assou adicionando: $(133 + 29 = 162)$.

- Estratégia de salto: $133 + 30 = 163 - 1 = 162$
- Estratégia de divisão: $130 + 20; 3 + 9 = 150 + 12 = 162$
- Estratégia de compensação: $130 + 29 = 159 + 3 = 162$
- Estratégia de simplificação: $132 + 30 = 162$

ITEM B:

Para saber a quantidade de tortinhas de limão, primeiramente devemos adicionar: $(27 + 25 = 52)$, referente a quantidade de tortinhas de chocolate e de coco.

- Estratégia de salto: $27 + 30 = 57 - 5 = 52$
- Estratégia de divisão: $20 + 30 = 50 + (7 - 5) = 52$
- Estratégia de compensação: $30 + 30 = 60 - 8 = 52$
- Estratégia de simplificação: $30 + 22 = 52$

Ainda neste item, podemos subtrair: $(80 - 52 = 28)$. Portanto, 28 tortinhas de limão.

- Estratégia de salto: $80 - 50 = 30 - 2 = 28$
- Estratégia de divisão: $50 - 50 = 30 - 2 = 28$
- Estratégia de compensação: $80 - 60 = 20 + 8 = 28$
- Estratégia de simplificação: $78 - 50 = 28$
- Adição indireta: $52 + \underline{\quad} = 80$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 2

A VIAGEM



NAS FÉRIAS DA ESCOLA FABRÍCIO E SUA FAMÍLIA FORAM VIAJAR PARA VISITAR SEUS AVÓS. PARTIRAM NO DIA **19** DE DEZEMBRO E REGRESSARAM NO DIA **31** DO MESMO MÊS.

DEZEMBRO - 2019						
DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

RESPONDA:

- A) A VIAGEM DUROU QUANTOS DIAS?
- B) SE FABRÍCIO E SUA FAMÍLIA TIVESSEM PARTIDO NO DIA 14, QUANTOS DIAS FICARIAM A MAIS NA CASA DOS SEUS AVÓS?
- C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e de simplificação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa os alunos podem identificar a localização dos números no calendário. Para um melhor entendimento o professor deve orientar os alunos a registrarem no caderno uma reta numérica e ordenar os números conforme os itens A e B da situação problema.

ITEM A:

Para sabermos quantos dias durou a viagem. Podemos subtrair: $(31 - 19 = 12)$. A viagem durou 12 dias.

- Estratégia de salto: $31 - 20 = 11 + 1 = 12$
- Estratégia de divisão: $30 - 20 = 10 + 2 = 12$
- Estratégia de compensação: $30 - 19 = 11 + 1 = 12$
- Estratégia de simplificação: $32 - 20 = 12$
- Adição indireta: $19 + \underline{\quad} = 31$

ITEM B:

Se a família tivesse partido no dia 14 e retornado no dia 31. Podemos subtrair: $(31 - 14 = 17)$.

- Estratégia de salto: $31 - 15 = 16 + 1 = 17$
- Estratégia de divisão: $30 - 15 = 15 + 2 = 17$
- Estratégia de compensação: $30 - 14 = 16 + 1 = 17$
- Estratégia de simplificação: $32 - 15 = 17$
- Adição indireta: $14 + \underline{\quad} = 31$

Quantos dias ficaram a mais na casa de seus avós. Podemos subtrair: $17 - 12 = 5$

- Estratégia de salto: $17 - 15 = 2 + 3 = 5$
- Estratégia de divisão: $20 - 10 = 10 + (3 + 2) = 5$
- Estratégia de compensação: $20 - 14 = 3 + 2 = 5$
- Estratégia da simplificação: $20 - 15 = 5$
- Adição indireta: $12 + \underline{\quad} = 17$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 3

JOGO DE BOLICHE



MANOELA JOGOU BOLICHE COM SEUS AMIGOS. AO FINAL, QUEM TIVESSE MAIS PONTOS GANHARIA O JOGO. VEJA A PONTUAÇÃO DE CADA JOGADA.

JOGADORES	JOGADA 1	JOGADA 2	JOGADA 3
CARLOS	22	35	78
MANOELA	32	63	59
LUCAS	45	84	31

QUEM GANHOU?

- A JOGADA 1?
- A JOGADA 2?
- A JOGADA 3?

RESPONDA:

- A) QUEM FEZ A MAIOR PONTUAÇÃO NO JOGO?
- B) QUEM FEZ A MENOR PONTUAÇÃO NO JOGO?
- C) QUAL A DIFERENÇA ENTRE A PONTUAÇÃO DOS JOGADORES DO ITEM A E B?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e de simplificação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir de quanto é a diferença entre a quantidade inicial e a final, retirando da quantidade maior a quantidade menor. Assim, para solucionar a resposta do item A, B e C deve-se primeiramente, obter a soma de cada jogador.

- **Carlos.** Para descobrir a pontuação de Carlos, podemos adicionar: $(22 + 35 + 78 = 135)$.

- Estratégia de salto: $22 + 35 + 80 = 57 + 80 = 137 - 2 = 135$
- Estratégia de divisão: $20 + 30 + 70 = 120$; $2 + 5 + 8 = 120 + 15 = 135$
- Estratégia de compensação: $22 + 30 + 70 = 122$; $5 + 8$; $122 + 13 = 135$
- Estratégia de simplificação: $20 + 35 + 80 = 135$

- **Manoela.** Para descobrir a pontuação de Manoela, podemos adicionar: $(32 + 63 + 59 = 154)$.

- Estratégia de salto: $32 + 65 + 60 = 31 + 125 = 157 - 3$
- Estratégia de divisão: $40 + 60 + 50 = 150$; $9 + 3 = 12 - 8 = 4$; $150 + 4$
- Estratégia de compensação: $32 + 65 + 60 = 157 - 3$
- Estratégia de simplificação: $35 + 60 + 60 = 155 - 1$

- **Lucas.** Para descobrir a pontuação de Lucas, podemos adicionar: $(45 + 84 + 31 = 160)$.

- Estratégia de salto: $45 + 85 + 30$
- Estratégia de divisão: $40 + 80 + 30 = 150$; $5 + 4 + 1 = 10$; $150 + 10$
- Estratégia de compensação: $45 + 84 + 30 = 159 + 1$
- Estratégia de simplificação: $50 + 80 + 30$

ITEM A: LUCAS com 160 pontos

ITEM B: CARLOS com 135 pontos

ITEM C:

Para descobrir a diferença entre o jogador com a maior pontuação e o jogador com a menor pontuação, podemos subtrair: $(160 - 135 = 25)$.

- Estratégia de salto: $160 - 140 = 20 + 5 = 25$
- Estratégia de divisão: $150 - 140 = 10$; $10 + 15 = 25$
- Estratégia de compensação: $160 - 130 = 30 - 5 = 25$
- Estratégia de simplificação: $200 - 175 = 25$
- Adição indireta: $135 + \underline{\quad} = 160$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 4

LIVROS

HELENA E SEU IRMÃO
ADORAM LER. NESTA
SEMANA ELES ESTÃO
APRENDENDO MAIS
SOBRE OS DINOSSAUROS,
CADA CRIANÇA ESTA
LENDO UM LIVRO.



RESPONDA:

- A) NO LIVRO DE HELENA TEM 214 PÁGINAS. ELA JÁ LEU 98 PÁGINAS. QUANTAS AINDA FALTAM PARA LER?
- B) NO LIVRO DE SEU IRMÃO TEM 174 PÁGINAS. ELE JÁ LEU 62 PÁGINAS. QUANTAS AINDA FALTAM PARA LER?
- C) QUANTAS PÁGINAS HELENA E SEU IRMÃO JÁ LERAM JUNTOS?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA REALIZAR A TAREFA

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo e subtrativo nas operações. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos.

ITEM A

Para descobrir quantas páginas ainda faltam para Helena ler, podemos subtrair: $(214 - 98 = 116)$. Faltam ainda 116 páginas.

- Estratégia de divisão: $200 - 90 = 110 + (14 - 8) = 110 + 6 = 116$
- Estratégia de salto: $214 - 100 = 114 + 2 = 116$
- Estratégia de compensação: $200 - 100 = 100 + 14 + 2 = 116$
- Estratégia de simplificação: $216 - 100 = 116$
- Adição indireta: $98 + \underline{\quad} = 214$

ITEM B

Para descobrir quantas páginas ainda faltam para o irmão de Helena ler, podemos subtrair: $(174 - 62 = 112)$. Faltam ainda 112 páginas.

- Estratégia de divisão: $170 - 60 = 110 + (4 - 2) = 110 + 2 = 112$
- Estratégia de salto: $174 - 60 = 114 - 2 = 112$
- Estratégia de compensação: $170 - 62 = 108 + 4 = 112$
- Estratégia de simplificação: $170 - 66 = 112$
- Adição indireta: $62 + \underline{\quad} = 174$

ITEM C

Podemos adicionar: $(98 + 62 = 160)$. Helena e seu irmão já leram juntos 160 páginas.

- Estratégia de divisão: $90 + 60 = 150 + (8 + 2) = 150 + 10 = 160$
- Estratégia de salto: $98 + 60 = 158 + 2 = 160$
- Estratégia de compensação: $90 + 62 = 152 + 8 = 160$
- Estratégia de simplificação: $100 + 60 = 160$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 5

DESAFIO MATEMÁTICO



O PAI DE LUCAS TODOS OS DIAS ANTES DE IR TRABALHAR BRINCAVA DE DESAFIO MATEMÁTICO, COM ELE E SUA IRMÃ.

SEU PAI ENTÃO PEDIU PARA LUCAS E SUA IRMÃ ADICIONAREM TRÊS NÚMEROS CONSECUTIVOS DE UMA LINHA QUALQUER DO CALENDÁRIO DO MÊS ABRIL QUE A SOMA DARIA **51**. RAPIDAMENTE A IRMÃ DE LUCAS ADIVINHOU QUE OS NÚMEROS ESCOLHIDOS PELO SEU PAI FORAM **16, 17 E 18**.

ABRIL 2020						
DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

LUCAS FICOU ADMIRADO COM A RÁPIDA DESCOBERTA DE SUA IRMÃ E TAMBÉM PROPÔS TRÊS NÚMEROS CONSECUTIVOS PARA ELA.

A) QUAIS OS NÚMEROS ESCOLHIDOS POR LUCAS NO CALENDÁRIO, DE SOMA 87?

AGORA É COM VOCÊ...

ESCOLHA UM COLEGA OU UMA PESSOA DE SUA FAMÍLIA E FAÇA O DESAFIO DOS NÚMEROS COM O CALENDÁRIO.

PROPONHA UMA ADIÇÃO OU UMA SUBTRAÇÃO DE TRÊS NÚMEROS, NÃO NECESSARIAMENTE CONSECUTIVOS, PODENDO SER EM LINHA, COLUNA OU EM DIAGONAL, DO CALENDÁRIO. OBSERVE O MODELO.



ABRIL 2020						
DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
			← 2	3		4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

EXPLIQUE COMO PENSARAM NA ESCOLHA DOS NÚMEROS E COMO CHEGARAM AO RESULTADO.

SEMPRE DESAFIE NOVAS SITUAÇÕES!

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa os alunos são convidados a participar de um desafio. Com auxílio do calendário devem perceber e identificar o resultado do número indicado. É importante que o professor retome os princípios aditivos e subtrativos, incentive utilizar diferentes estratégias e solicite que os alunos compartilhem os resultados obtidos.

DESAFIO I

Podemos adicionar: $(16 + 17 + 18 = 51)$. Assim, obteremos o resultado do desafio de pai de Lucas.

- Estratégia de salto: $16 + 35 = 51$
- Estratégia de divisão: $10 + 10 + 10 = 30 + (6 + 7 + 8) = 30 + 21 = 51$
- Estratégia de compensação: $16 + 17 + 20 = 53 - 2 = 51$
- Estratégia de simplificação: $15 + 16 + 20 = 51$

ITEM A: Neste item o aluno deve adicionar três números seguidos do calendário, para obter o número 87. Podemos adicionar: $(28 + 29 + 30 = 87)$.

- Estratégia de salto: $28 + 59 = 87$
- Estratégia de divisão: $30 + 30 + 30 = 90 - 3 = 87$
- Estratégia de compensação: $28 + 30 + 30 = 88 - 1 = 87$
- Estratégia de simplificação: $27 + 30 + 30 = 87$

DESAFIO II

De acordo com as instruções do desafio, o aluno deve pensar em um numeral e propor a outra pessoa descobrir o resultado. Antes deve mencionar se é uma adição ou uma subtração; se é composto por dois ou mais numerais; se está na vertical, horizontal ou diagonal.

Compartilhar as estratégias e os resultados obtidos, no item Explique como pensou.

HABILIDADES DA BNCC

3º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

(EF03MA02) Identificar características do sistema de numeração decimal, utilizando a composição e a decomposição de número natural de até quatro ordens.

(EF03MA04) Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para utilizá-la na ordenação dos números naturais e também na construção de fatos da adição e da subtração, relacionando-os com deslocamentos para a direita ou para a esquerda.

(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais.

(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.



TAREFA 1

A PESQUISA

RAFAELA FEZ UMA PESQUISA NA CRECHE QUE SUA IRMÃZINHA ESTUDA. ELABOROU UMA TABELA PARA REGISTRAR OS DADOS COLETADOS COM A QUANTIDADE DE ALUNOS, DE CADA TURMA, MAS AINDA A TABELA ESTÁ INCOMPLETA.

VAMOS AJUDAR A RAFAELA A COMPLETAR A TABELA DE SUA PESQUISA?



OBSERVE A TABELA:

TURMA	ALUNOS
BERÇÁRIO	99
MATERNAL	125
JARDIM I	?
PRÉ	?

RESPONDA:

A) CALCULE QUANTOS ALUNOS HÁ NO JARDIM I, SABENDO QUE TÊM 150 ALUNOS A MAIS DO QUE NO BERÇÁRIO.

B) NA ESCOLA TEM O TOTAL DE 785 ALUNOS, QUANTOS ALUNOS HÁ NA TURMA DO PRÉ?

C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado do item A para, assim, dar continuidade na resolução ao item B.

ITEM A: A proposta inicial da tarefa é identificar a quantidade de alunos do Berçário (99) e adicionar 150 alunos, para obter a quantidade da turma do Jardim I.

Podemos adicionar: $(150 + 99 = 249)$.

- Estratégia de salto: $150 + 90 = 240$; $240 + 9 = 249$
- Estratégia de divisão: $100 + 100 = 200 + (50 - 1) = 200 + 49$
- Estratégia de compensação: $150 + 100 = 250 - 1 = 249$
- Estratégia de simplificação: $200 + 49 = 249$

ITEM B: Para calcular a quantidade de alunos do Pré, deve-se obter a junção da quantidade dos alunos das outras turmas (Berçário, Maternal e Jardim I)

Podemos adicionar: $(99 + 125 + 249 = 473)$.

- Estratégia de salto: $100 + 125 + 249 = 474 - 1 = 473$
- Estratégia de divisão: $100 + 120 + 250 = 470 + 3 = 473$
- Estratégia de compensação: $100 + 125 + 250 = 475 - 2 = 473$
- Estratégia de simplificação: $100 + 125 + 248 = 473$

Assim, para calcular a quantidade de alunos do Pré, utilizamos a ideia de completar, quantos alunos “faltam para” chegar ao total da escola 785 .

Podemos subtrair: $(785 - 473 = 312)$.

- Estratégia de salto: $785 - 470 = 315 - 3 = 312$
- Estratégia de divisão: $700 - 400 = 85 - 73$; $300 + 12 = 312$
- Estratégia de compensação: $780 - 470 = 310 + 2 = 312$
- Estratégia de simplificação: $790 - 478 = 312$
- Adição indireta: $473 + \underline{\quad} = 785$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 2

ARRECAÇÃO DE TAMPINHAS

NA ESCOLA DA ANA, OS ALUNOS ARRECADARAM TAMPINHAS DE GARRAFAS DE PLÁSTICO, NO PERÍODO DE UMA SEMANA. COMEÇARAM NA SEGUNDA-FEIRA E TERMINARAM NA SEXTA-FEIRA. O RESULTADO DO PRIMEIRO DIA FOI DE **999** TAMPINHAS.

PARA CADA DIA, CONSEGUIRAM ARRECADAR **1000** TAMPINHAS A MAIS DO QUE O DIA ANTERIOR.



RESPONDA:

- A) QUANTAS TAMPINHAS CONSEGUIRAM ARRECADAR EM CADA UM DOS DIAS DA SEMANA?
- B) QUANTAS TAMPINHAS FORAM ARRECADADAS DURANTE A SEMANA?
- C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto e de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Estabelecer a relação entre números naturais e pontos da reta numérica para contagem de 100 em 100 ou 1000 em 1000.
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

A proposta da tarefa é calcular quantas tampinhas foram arrecadadas durante a semana. Para isto, é necessário adicionar 1000 tampinhas por dia. Os alunos devem entender que, ao contar de mil em mil, cada unidade de contagem incorpora mil unidades simples.

ITEM A:

- Estratégia de salto com o uso da ilustração: adicionamos 1000 tampinhas para cada dia da semana, iniciando no 999.

$999 + 1000 = 1999$; $1999 + 1000 = 2999$; $2999 + 1000 = 3999$; $3999 + 1000 = 4999$.



ITEM B:

- Estratégia de compensação: para obter a quantidade total de arrecadação de tampinhas, podemos arredondar os números estabelecidos $999 + 1 = 1000$; $1999 + 1 = 2000$; $2999 + 1 = 3000$; $3999 + 1 = 4000$; $4999 + 1 = 5000$, assim subtrair $5000 - 1 = 4999$ ou $1000 \times 5 = 5000 - 1 = 4999$.

ITEM C: Explique como pensou.

Registro pessoal de cada aluno. Depois que os alunos realizarem a tarefa, peça a eles que digam ou registrem como pensaram para chegar nos resultados. A troca de estratégias é importante para ampliar o repertório da resolução dos alunos.

TAREFA 3



ATLETISMO



NUM CAMPEONATO DE ATLETISMO, OS PARTICIPANTES PODERIAM SE INSCREVER EM TRÊS MODALIDADES, SENDO ELAS: CORRIDA, REVEZAMENTO E SALTO. JÁ HAVIAM 836 ATLETAS INSCRITOS, MAS NO ÚLTIMO DIA INSCREVERAM-SE OUTROS 514 ATLETAS.

RESPONDA:

- A) QUAL O TOTAL DE ATLETAS PARTICIPANTES DESSE CAMPEONATO?
- B) DO TOTAL DE ATLETAS, 298 PARTICIPANTES COMPETIRAM NA MODALIDADE DE REVEZAMENTO E 452 PARTICIPANTES NA MODALIDADE DE SALTO. QUANTOS PARTICIPARAM NA MODALIDADE DE CORRIDA?
- C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.



MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado do item A para, assim, dar continuidade na resolução ao item B.

ITEM A: Verifica-se o total de atletas que participaram no torneio. Podemos adicionar: $(836 + 514 = 1350)$.

- Estratégia de salto: $836 + 515 = 1351 - 1 = 1350$
- Estratégia de divisão: $800 + 500 = 1300 + (36 + 14)$; $1300 + 50 = 1350$
- Estratégia de compensação: $830 + 514 = 1344 + 6 = 1350$
- Estratégia de simplificação: $840 + 510 = 1350$

ITEM B: Para descobrir quantos atletas participaram na modalidade corrida, temos que adicionar a quantidade dos atletas (salto e revezamento).

Podemos adicionar: $298 + 452 = 750$

- Estratégia de salto: $300 + 452 = 752 - 2 = 750$
- Estratégia de divisão: $300 + 500 = 800 - (2 + 48)$; $800 - 50 = 750$
- Estratégia de compensação: $300 + 400 = 700 + 50 = 750$
- Estratégia de simplificação: $500 + 250 = 750$

Em seguida, subtraímos a quantidade total de atletas (1350) com as modalidades que adicionamos anteriormente (750), portanto o resultado restante é a quantidade de atletas da terceira modalidade.

Podemos subtrair: $1350 - 750 = 600$

- Estratégia de salto: $1350 - 700 = 550 + 50 = 600$
- Estratégia de divisão: $1300 - 800 = 700 - (50 + 50)$; $700 - 100 = 600$
- Estratégia de compensação: $1400 - 750 = 650 - 50 = 600$
- Estratégia de simplificação: $1300 - 700 = 600$
- Adição indireta: $750 + \underline{\quad} = 1350$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas individualmente ou em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 4

O PRESENTE

PARA O ANIVERSÁRIO DE SEU FILHO, ALICE QUER PRESENTEÁ-LO COM UMA GUITARRA. NA LOJA DE INSTRUMENTOS MUSICAIS, ELA OBSERVOU DOIS MODELOS DE GUITARRAS. UMA GUITARRA CUSTAVA R\$ 290,00 E A OUTRA R\$ 150,00. ALICE FICOU INDECISA COM QUAL GUITARRA COMPRAR.

VAMOS AJUDAR ALICE ESCOLHER A GUITARRA?



RESPONDA:

- A) QUAL É A GUITARRA COM O MENOR VALOR? QUANTO ELA CUSTA A MENOS DO QUE A OUTRA?
- B) ALICE TÊM R\$ 200,00. ESTE VALOR É SUFICIENTE PARA COMPRAR UMA GUITARRA? QUAL DELAS?
- C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa a ideia central é encontrar a guitarra com o menor valor e se o dinheiro de Alice é suficiente para esta compra. Importante o professor retomar o conteúdo da compreensão da subtração como também operação inversa da adição. Observe as resoluções abaixo.

ITEM A: Neste item devemos descobrir a diferença entre os valores das guitarras. Podemos subtrair: ($290 - 150 = 140$), a guitarra vermelha custa R\$ 140 a mais em relação à guitarra azul.

- Estratégia de salto: $290 - 100 = 190 - 50 = 140$
- Estratégia de divisão: $300 - 200 = 100 + (50 - 10)$; $100 + 40 = 140$
- Estratégia de compensação: $300 - 150 = 150 - 10 = 140$
- Estratégia de simplificação: $300 - 160 = 140$
- Adição indireta: $150 + \underline{\quad} = 290$

ITEM B: Se a guitarra que Alice quer comprar custa R\$ 150,00, ela têm apenas R\$ 200,00, devemos saber se este valor é o suficiente. Podemos subtrair: ($200 - 150 = 50$).

- Estratégia de salto: $200 - 100 = 100 - 50 = 50$
- Estratégia de divisão: $100 + 100 - 50 + 50 = 50$
- Estratégia de simplificação: $200 - 250 = 50$
- Adição indireta: $150 + \underline{\quad} = 200$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas em pares explicitando o modo como pensaram.

TAREFA 5

DESAFIO

ELABORE COM SEU COLEGA UMA SITUAÇÃO PROBLEMA.

JUNTOS DEVEM
ELABORAR UMA
SITUAÇÃO PROBLEMA
QUE ENVOLVA OS
NÚMEROS 99 E 204.
VOCÊS PODEM
ESCOLHER ENTRE
ADIÇÃO E
SUBTRAÇÃO.

EM SEGUIDA
SOLICITE QUE
OUTROS COLEGAS
RESOLVAM.
DISCUTAM COMO
ELABORARAM E
COMO CADA UM
PENSOU PARA
CHEGAR AO
RESULTADO.

99

204

+

-

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Elaborar problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

ORIENTAÇÕES PARA A TAREFA

A tarefa propõe aos alunos a elaboração de uma situação problema envolvendo os números 99 e 204. Em pares ou individualmente os alunos podem atribuir as situações com as operações de adição ou de subtração.

Importante o professor analisar junto com a turma, alguns problemas que apresentem erros na complementação dos dados que torne impossível a resolução e também orientar para pensar no contextos dos problemas. Permitir que o aluno apresente essa estratégia de resolução da forma que melhor convier a representação: utilizando desenho, contando lápis ou dedos, utilizando material dourado, entre outros, até que chegue ao registro dessa operação. Lembrando que o mais importante da resolução de um problema não deve ser a execução algorítmica, mas sim, a compreensão do que está sendo solicitado diante da interpretação dos dados apresentados pelo enunciado.

Depois de elaborado o problema os alunos deverão apresentar para o restante da sala de aula, para possibilitar que os demais alunos se apropriem de procedimentos diferentes e reflitam sobre os caminhos percorridos pelos colegas, respeitando e valorizando o pensamento dos demais. Essa socialização das estratégias desenvolvidas pelos alunos é um recurso que deve ser utilizada para que percebam as diferentes possibilidades de resolução e os caminhos pensados e construídos para chegar às respostas. Após a exposição de todos os alunos, o professor deverá propor um painel com todos os problemas elaborados pela turma.

OBSERVE ALGUNS EXEMPLOS

- No sítio do meu avô havia algumas galinhas. Nasceram mais _____ galinhas. Agora tem _____ galinhas. Quantas galinhas havia no sítio do meu avô?
- Na escola de Eduardo têm _____ alunos ao total. No período da manhã têm _____ alunos. Quantos alunos têm no período da tarde?
- Um pescueiro tem _____ peixes de cor vermelha e _____ de cor cinza. Quantos peixes têm no total?
- Em uma fazenda havia _____ bois. Devido as queimadas no pasto morreram _____ bois. Quantos bois ficaram na fazenda?

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Observe alguns caminhos possíveis de resoluções abaixo.

Podemos adicionar: $204 + 99 = 303$

- Estratégia de salto: $204 + 100 = 304 - 1 = 303$
- Estratégia de divisão: $200 + 90 = 290 + (9 + 4) = 303$
- Estratégia de compensação: $204 + 100 = 304 - 1 = 303$
- Estratégia de simplificação: $200 + 103 = 303$

Podemos subtrair: $204 - 99 = 105$

- Estratégia de salto: $204 - 100 = 104 + 1 = 105$
- Estratégia de divisão: $200 - 90 = 110 - (9 - 4); 110 - 5 = 105$
- Estratégia de compensação: $200 - 99 = 101 + (4 + 1); 101 + 5 = 106 - 1 = 105$
- Estratégia de simplificação: $205 - 100 = 105$
- Adição indireta: $99 + \underline{\quad} = 204$

EXPLIQUE COMO PENSOU:

Registro pessoal. Os alunos deverão explicar o modo como pensaram para elaborar os problemas e as diferentes estratégias utilizadas.

HABILIDADES DA BNCC

4º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.

(EF04MA02) Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.

(EF04MA03) Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado.

(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.

(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.



TAREFA 1

JOGO ELETRÔNICO

NO SITE DE UM JOGO ELETRÔNICO “JOGO ESPACIAL”, HÁ UMA INFORMAÇÃO SOBRE O NÚMERO DE VISITANTES POR DIA.

NO DIA 15/08/2019 ERAM 12 598 VISITANTES E NO DIA 15/09/2019 ERAM 34 512 VISITANTES.



RESPONDA:

A) QUAL DIA O SITE RECEBEU MAIS VISITANTES? QUAL FOI ESSA QUANTIDADE?

B) QUANTOS VISITANTES A MAIS O SITE RECEBEU NO DIA DE MAIOR ACESSO?

C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA REALIZAR A TAREFA.



MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos subtrativo nas operações até cinco ordens. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos.

ITEM A: O site do jogo eletrônico recebeu mais visitantes em 15/09/2019 com 34 512 visualizações.

ITEM B: Para obtermos o resultado deste item podemos subtrair: $(34\ 512 - 12\ 598 = 21\ 914)$. Assim, o site recebeu 21 914 visualizações a mais do que o mês anterior.

- Estratégia de salto: $34\ 512 - 12\ 500 = 22\ 012 - 98 = 21\ 914$
- Estratégia de divisão: $34\ 500 - 12\ 400 = 22\ 100 + 12 - 198 = 21\ 914$
- Estratégia de compensação: $34\ 500 - 12\ 598 = 21\ 902 + 12 = 21\ 914$
- Estratégia de simplificação: $34\ 512 - 12\ 598 = 34\ 500 - 12\ 586 = 21\ 914$
- Adição indireta: $12\ 598 + \underline{\hspace{2cm}} = 34\ 512$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 2

ANIVERSÁRIO DA CIDADE



PARA COMEMORAR O ANIVERSÁRIO DA CIDADE, A PREFEITURA FEZ UMA GRANDE FESTA PARA OS MORADORES. ALÉM DO BOLO ELE COMPROU MUITAS LATINHAS DE REFRIGERANTES. FORAM COMPRADOS 11 215 SODA SABOR COLA E 11 009 SODA SABOR GUARANÁ.

RESPONDA:

A) QUANTAS LATINHAS DE REFRIGERANTE O PREFEITO COMPROU?



11 215



11 009

B) OS MORADORES BEBERAM 20 000 LATINHAS DE REFRIGERANTES. QUANTOS REFRIGERANTES SOBRARAM?

C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo em operações até cinco ordens. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos.

ITEM A:

Para sabermos a quantidade total de refrigerantes adicionamos: $(11\ 215 + 11\ 009 = 22\ 224)$. Então, o prefeito comprou 22 224 refrigerantes para o aniversário da cidade.

- Estratégia de salto: $11\ 215 + 11\ 010 = 22\ 225 - 1 = 22\ 224$
- Estratégia de divisão: $11\ 000 + 200 + 10 + 11\ 000 + 10 = 22\ 220 + (5 - 1) = 22\ 220 + 4 = 22\ 224$
- Estratégia de compensação: $11\ 210 + 11\ 010 = 22\ 220 + (5 - 1); 22\ 220 + 4 = 22\ 224$
- Estratégia de simplificação: $11\ 214 + 11\ 010 = 22\ 224$

ITEM B:

Para descobrir quantos refrigerantes sobraram na festa, podemos subtrair: $(22\ 224 - 20\ 000 = 2\ 224)$.

- Estratégia de salto: $22\ 225 - 20\ 000 = 2\ 225 - 1 = 2\ 224$
- Estratégia de divisão: $20\ 000 - 20\ 000 + 2\ 200 + 20 + 4 = 2\ 224$
- Estratégia de compensação: $22\ 200 - 20\ 000 = 2\ 200 + 24 = 2\ 224$
- Estratégia de simplificação: $25\ 726 - 23\ 502 = 2\ 224$
- Adição indireta: $20\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} = 22\ 224$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 3

ARRECAÇÃO NA ESCOLA

DURANTE O ANO LETIVO DE 2019, A ESCOLA “CANTINHO DO SABER” ARRECADOU: R\$ 5 743,00 COM A FESTA DO SONHO E R\$ 6 587,00 COM A FESTA JUNINA. ESSE DINHEIRO SERÁ UTILIZADO PARA A COMPRA DE ALGUNS PRODUTOS PARA O RETORNO DAS AULAS.

RESPONDA:

A) QUAL É O VALOR TOTAL ARRECADADO COM AS FESTAS EM 2019?

B) FOI UTILIZADO R\$ 2.369,00 PARA COMPRA DE ÁLCOOL EM GEL E R\$ 1.505,00 NA COMPRA DE MÁSCARAS DESCARTÁVEIS. QUAL É O VALOR DESTA COMPRA?

C) A ARRECAÇÃO FOI SUFICIENTE PARA A COMPRA DOS PRODUTOS?

D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA REALIZAR A TAREFA.



MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo e subtrativo nas operações. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos.

ITEM A:

Para descobrir o valor da arrecadação, adicionamos: ($5\ 743 + 6\ 587 = 12\ 330$). O total da arrecadação na escola foi de R\$ 12 330,00.

- Estratégia de salto: $5\ 743 + 6\ 590 = 12\ 333 - 3 = 12\ 330$
- Estratégia de divisão: $5\ 700 + 6\ 500 = 12\ 200$; $12\ 200 + 40 + 80 = 12\ 320 + 10 = 12\ 330$
- Estratégia de compensação: $5\ 740 + 6\ 587 = 12\ 327 + 3 = 12\ 330$
- Estratégia de simplificação: $5\ 750 + 6\ 580 = 12\ 330$

ITEM B:

Para saber o valor da compra dos produtos, adicionar: ($2\ 369 + 1\ 505 = 3\ 874$). O valor total da compra é de R\$ 3 874,00.

- Estratégia de salto: $2\ 369 + 1\ 500 = 3\ 869 + 5 = 3\ 874$
- Estratégia de divisão: $2\ 300 + 1\ 500 = 3\ 800$; $70 + 5 = 75 - 1 = 74$; $3\ 800 + 74 = 3\ 874$
- Estratégia de compensação: $2\ 370 + 1\ 505 = 3\ 875 - 1 = 3\ 874$
- Estratégia de simplificação: $2\ 370 + 1\ 504 = 3\ 874$

ITEM C:

Para responder o item C, subtraímos: ($12\ 330 - 3\ 874 = 8\ 456$). Portanto, o valor da arrecadação é suficiente para a compra dos produtos, ainda restará o valor de R\$ 8 456,00.

- Estratégia de salto: $12\ 330 - 3\ 870 = 8\ 460 - 14 = 8\ 456$
- Estratégia de divisão: $12\ 000 - 3\ 000 = 9\ 000$; $800 - 300 = 500$; $70 - 30 = 40$; $9\ 000 - 500 - 40 = 8\ 460 - 4 = 8\ 456$
- Estratégia de compensação: $12\ 330 - 3\ 800 = 8\ 530 - 74 = 8\ 456$
- Estratégia de simplificação: $12\ 400 - 3\ 944 = 8\ 456$
- Adição indireta: $8\ 456 + \underline{\hspace{2cm}} = 12\ 330$

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 4

CALCULADORA



AKIRA PRECISAVA CALCULAR O RESULTADO DE $4\ 559 - 3\ 129$ QUANDO PERCEBEU QUE A TECLA 9 DE SUA CALCULADORA ESTAVA QUEBRADA. PARA RESOLVER ESSE PROBLEMA, ELE DIGITOU ASSIM: $4\ 560 - 3\ 130$, OBTENDO NO VISOR $1\ 430$. AKIRA ADICIONOU 1 EM CADA NÚMERO PARA OBTER O RESULTADO CORRETO.

RESPONDA:

- A) AGORA, IMAGINE QUE O AMIGO DE AKIRA PRECISA CALCULAR O RESULTADO DE $2\ 359 - 1\ 625$ COM UMA CALCULADORA QUE ESTA COM A TECLA 5 QUEBRADA. COMO VOCÊ AJUDARIA O AMIGO DE AKIRA? QUAL É O RESULTADO?



- B) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis: calculadora.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a subtração em contextos diversos usando as ideias de separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios no campo subtrativo nas operações. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos reflitam sobre as maneiras de utilizar a calculadora, considerando a impossibilidade de usar uma das teclas.

ITEM A

Para ajudar o amigo de Akira para subtrair ($2\ 359 - 1\ 625 = 734$), sabendo que a tecla 5 da calculadora esta quebrada, podemos:

- Estratégia de salto: $2\ 360 - 1\ 630 = 730 + 4 = 734$
- Estratégia de divisão: $2\ 300 - 1\ 600 = 700$; $60 - 10 - 20 = 30$; $700 + 30 + (9 - 5) \cdot 4 = 734$
- Estratégia de compensação: $2\ 340 - 1\ 630 = 710 + 24 = 734$
- Estratégia de simplificação: $2\ 369 - 1\ 634 = 733 + 1 = 734$

ITEM B: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento, compartilhando suas estratégias com a turma para permitir aos colegas ampliar o repertório de resolução.

TAREFA 5

DESAFIO

VEJA COMO VITOR E FLÁVIA REPRESENTAM O NUMERAL:
1 150.

Eu faço assim,
 $100 + 50 + 50 +$
 $25 + 25$, que
dá 1 150.



Eu faço diferente,
adiciono
 $500 + 500 + 100 +$
 50 que também
dá 1 150.

AGORA, FORME DUPLA COM SEU COLEGA E
REPRESENTE DE DUAS MANEIRAS DIFERENTES OS
NÚMEROS ABAIXO.

NÚMEROS	MANEIRA 1	MANEIRA 2
1 240		
4 636		
7 008		
11 059		

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de divisão, decompondo os números, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa as resoluções devem ser feitas em duplas. O professor deve resgatar com os alunos os conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal. Ao término do tempo, estipulado pelo professor, permita que as duplas apresentem seus registros incentivando a socializarem as estratégias que desenvolveram para a composição dos números e assim possibilitando a turma, que coletivamente validem ou não a resolução que apresentaram.

- **1 240**

Estratégia de decomposição: $1\ 000 + 200 + 40$ e $500 + 500 + 100 + 100 + 20 + 20$.

- **4 636**

Estratégia de decomposição: $4\ 000 + 600 + 30 + 3 + 3$ e $1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 300 + 300 + 10 + 10 + 10 + 2 + 2 + 2$.

- **7 008**

Estratégia de decomposição: $7\ 000 + 4 + 4$ e $1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 1\ 000 + 2 + 2 + 2 + 2$.

- **11 059**

Estratégia de decomposição: $11\ 000 + 50 + 6 + 3$ e $10\ 000 + 1\ 000 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 3 + 3 + 3$.

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. Depois de apresentado o contexto da tarefa, os alunos devem resolver os problemas em pares explicitando o modo como pensaram.

HABILIDADES DA BNCC

5º ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.



TAREFA 1

PASSEIO



FERNANDO E JOICE ADORAM PASSEAR NO BOSQUE. PARA O CASAL APROVEITAR OS MOMENTOS AO AR LIVRE, COMPRARAM UM PATINETE E UMA BICICLETA PARA O CASAL.

SABE-SE QUE O PATINETE CUSTOU **R\$ 2.157,00** E A BICICLETA **R\$ 4.536,00**.
QUAL O VALOR GASTO POR ELES?

RESPONDA:

- A) FERNANDO TEM R\$ 7.000,00. COM ESTE DINHEIRO É POSSÍVEL REALIZAR A COMPRA?
- B) JOICE TEM R\$ 6.500, 00. SERÁ QUE ESTE VALOR É SUFICIENTE PARA REALIZAR A COMPRA?
- C) FOI O DINHEIRO DE JOICE OU DE FERNANDO UTILIZADO PARA A COMPRA DO PATINETE E DA BICICLETA?
- D) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado da soma dos valores da bicicleta e do patinete para, assim, dar continuidade na resolução ao item A, B e C.

Podemos adicionar os valores: $2\ 157 + 4\ 536 = 6\ 693$

- Estratégia de salto: $2\ 157 + 4\ 530 = 6\ 687 + 6 = 6\ 693$
- Estratégia de divisão: $2\ 160 + 4\ 530 = 6\ 690 + (6 - 3) = 6\ 690 + 3 = 6\ 693$
- Estratégia de compensação: $2\ 150 + 4\ 536 = 6\ 686 + 7 = 6\ 693$
- Estratégia de simplificação: $2\ 160 + 4\ 533 = 6\ 693$

ITEM A

Sabendo que o valor da compra é de R\$ 6 693, 00. Podemos subtrair: $7\ 000 - 6\ 693 = 307$.

- Estratégia de salto: $7\ 000 - 6\ 690 = 310 - 3 = 307$
- Estratégia de divisão: $7\ 000 - 6\ 000 = 1\ 000 - 700 = 300 + 7 = 307$
- Estratégia de compensação: $7\ 000 - 6\ 700 = 300 + 7 = 307$
- Estratégia de simplificação: $7\ 100 - 6\ 593 = 307$
- Adição indireta: $6\ 693 - \underline{\hspace{1cm}} = 7\ 000$

ITEM B

Podemos adicionar: $6\ 693 - 6\ 500 = 193$

- Estratégia de salto: $6\ 693 - 6\ 000 = 693 - 500 = 193$
- Estratégia de divisão: $6\ 700 - 6\ 500 = 200 - 7 = 193$
- Estratégia de compensação: $6\ 690 - 6\ 500 = 190 + 3 = 193$
- Estratégia de simplificação: $6\ 600 - 6\ 593 = 193$
- Adição indireta: $6\ 500 - \underline{\hspace{1cm}} = 6\ 693$

ITEM C

Resposta: foi o dinheiro do Fernando que utilizou para realizar a compra do patinete e da bicicleta, ainda restaria o valor de R\$ 307,00.

ITEM D: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 2

FUTEBOL



NEYMAR ADORA JOGAR FUTEBOL. ELE DIZ QUE SERÁ JOGADOR PROFISSIONAL E QUE GOSTARIA DE JOGAR NO MARACANÃ, UM DOS MAIORES ESTÁDIOS DO BRASIL, QUE FICA NA CIDADE DO RIO DE JANEIRO.

ELE ESTAVA ASSISTINDO A UM JOGO NA TELEVISÃO E DISSERAM QUE A CAPACIDADE TOTAL DE PÚBLICO PARA ESTE ESTADIO É DE 78 838, MAS NAQUELE DIA FORAM VENDIDOS 56 538 ENTRADAS PARA O JOGO.

RESPONDA

A) QUANTOS LUGARES AINDA ESTÃO DISPONÍVEL NO ESTÁDIO DO MARACANÃ NESTE DIA?

B) NEYMAR VAI LEVAR OS ALUNOS DA ESCOLA ONDE ESTUDA PARA ASSISTIR O JOGO NO MARACANÃ. A ESCOLA TEM 649 ALUNOS. JÁ FORAM VENDIDOS 53 231 INGRESSOS, QUAL SERÁ O PÚBLICO TOTAL NESTE DIA?

C) EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA.



MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo e subtrativo em operações até cinco ordens. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos. Nesta tarefa os alunos devem perceber e identificar o resultado dos item A e B.

ITEM A

Para saber quantos lugares ainda estão disponíveis no estádio, podemos subtrair: $(78\ 838 - 56\ 538 = 22\ 300)$. Portanto, ainda estão disponíveis 22 300 lugares.

- Estratégia de salto: $78\ 838 - 56\ 500 = 22\ 338 - 38 = 22\ 300$
- Estratégia de divisão: $78\ 000 - 56\ 000 = 22\ 000 + (838 - 538) = 22\ 000 + 300 = 22\ 300$
- Estratégia de compensação: $78\ 850 - 56\ 538 = 22\ 312 - 12 = 22\ 300$
- Estratégia de simplificação: $78\ 800 - 56\ 500 = 22\ 300$
- Adição indireta: $56\ 538 + \underline{\hspace{2cm}} = 78\ 838$

ITEM B

Para obter a quantidade de público para este dia, podemos adicionar: $(53\ 231 + 649 = 53\ 880)$.

- Estratégia de salto: $53\ 231 + 650 = 53\ 881 - 1 = 53\ 880$
- Estratégia de divisão: $53\ 300 + 650 = 53\ 950 - (70 - 1) = 53\ 880$
- Estratégia de compensação: $53\ 200 + 649 = 53\ 849 + 31 = 53\ 880$
- Estratégia de simplificação: $53\ 200 + 680 = 53\ 880$

ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

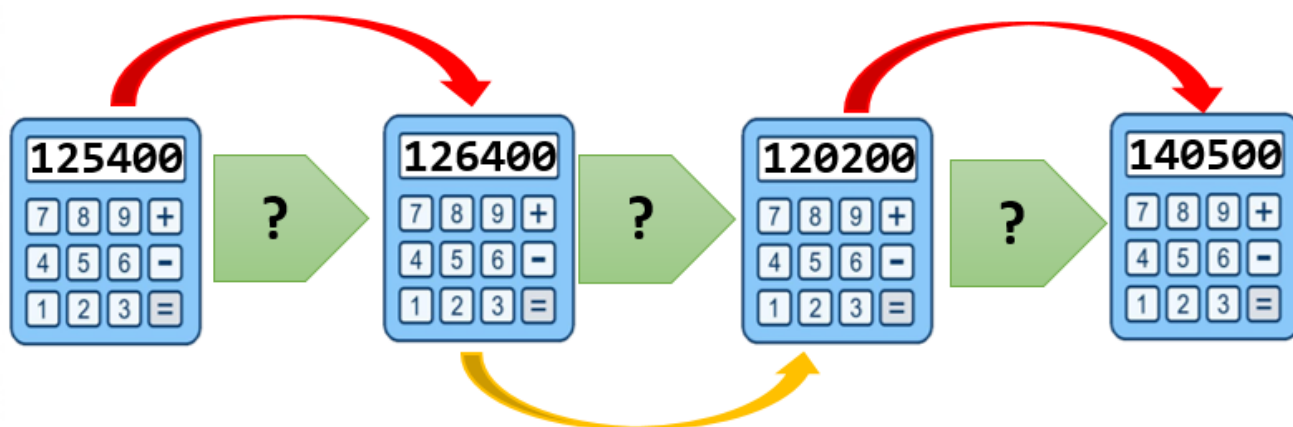
TAREFA 3

CALCULANDO

O AVÔ DE SARA É CONTADOR.
QUANDO ELA VAI AO SEU ESCRITÓRIO
SARA FICA REGISTRANDO VÁRIOS
CÁLCULOS NA CALCULADORA DE SEU
AVÔ.
DESTA VEZ ESTAVA EMPENHADA EM
FAZER ALGUNS CÁLCULOS COM
“NÚMEROS GRANDES”.



DESCUBRA COMO SARA CONSEGUIU OS NÚMEROS ANALISANDO AS
SETAS. OBSERVE OS CÁLCULOS.



CADA COR DE SETA REPRESENTA O RESULTADO ADICIONANDO OU
SUBTRAINDO OS NÚMEROS. CONFIRA QUAIS NÚMEROS SARA
REGISTROU.

EXPLIQUE COMO PENSOU PARA RESOLVER A TAREFA

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis; calculadora.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de adição indireta, de decomposição dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Para desenvolver essa atividade é necessário que o professor retome os conhecimentos dos alunos com princípios nos campos aditivo e subtrativo em operações até seis ordens. Ao realizar essas situações espera-se que os alunos comparem os resultados e busquem descobrir diferentes tipos de cálculos e reflitam sobre as maneiras de utilizar a calculadora.

DICA: setas vermelhas = adição; seta amarela = subtração

Sara iniciou o cálculo com o número 125 400, para saber como chegou ao próximo resultado, podemos adicionar: $(125\ 400 + 1\ 000 = 126\ 400)$.

- Estratégia de decomposição: $125\ 400 + 1\ 000 = 125\ 000 + 1\ 000 = 126\ 000 + 400 = 126\ 400$.

Em seguida Sara obteve o resultado de 120 200. Podemos então subtrair o número anterior com o número que apareceu no visor da calculadora $(126\ 400 - 120\ 200 = 6\ 200)$.

- Estratégia de salto: $126\ 400 - 120\ 000 = 6\ 400 - 200 = 6\ 200$
- Adição indireta: $120\ 200 + \underline{\quad} = 126\ 400$

Finalizando, Sara obteve um resultado de 140 500. Para isso, ela adicionou 20 300 ao número anterior. $(120\ 200 + 20\ 300 = 140\ 500)$.

- Estratégia de salto: $120\ 200 + 20\ 000 = 140\ 200 + 300 = 140\ 500$
- Estratégia de divisão: $120\ 000 + 20\ 000 = 140\ 000$; $200 + 300 = 500$; $140\ 000 + 500 = 140\ 500$.

Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

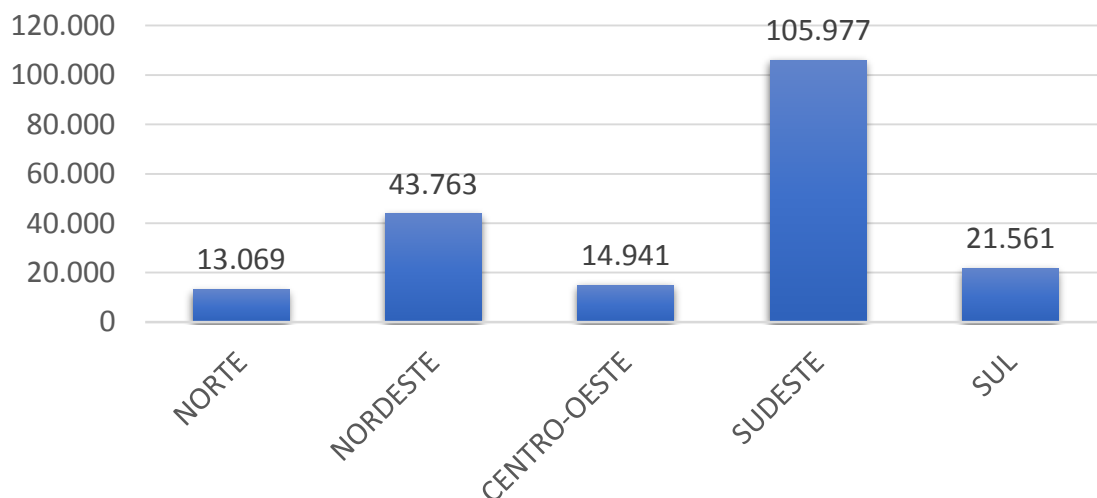
TAREFA 4

EXPLORANDO O GRÁFICO

OBSERVE NO GRÁFICO ABAIXO A QUANTIDADE DE LIXO COLETADO DE RESÍDUOS SÓLIDOS URBANOS POR DIA EM 2018 POR REGIÃO BRASILEIRA.



QUANTIDADE (TONELADAS) DE LIXO COLETADO POR DIA EM 2018



Fonte: Panorama dos resíduos sólidos no Brasil 2018/2019 – ABRELPE. Disponível em: https://migalhas.uol.com.br/arquivos/2020/1/492DD855EA0272_PanoramaAbrelpe_-2018_2019.pdf. Acesso em 20. jan. 2021.

RESPONDA

- QUAL A REGIÃO QUE COLETOU MAIS LIXO? QUAL A REGIÃO QUE COLETOU MENOS LIXO? QUAL A DIFERENÇA ENTRE ESTAS REGIÕES?
- QUAL A QUANTIDADE DE LIXO COLETADO DAS REGIÕES SUL E NORDESTE? É SUPERIOR A 100 MIL?
- EXPLIQUE COMO PENSOU PARA REALIZAR A TAREFA.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Resolver problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de compensação, dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Nesta tarefa é importante que o professor retome os conhecimento com os alunos referente a interpretação dos dados estatísticos apresentados em gráficos até a sexta ordem. Sugerir estratégias que permitam a apresentação de diversas soluções para os itens do problema.

ITEM A:

- Resposta: Região Sudeste com 105 977 quantidade de lixo coletado por dia em 2018.
- Resposta: Região Norte 13 069 quantidade de lixo coletado por dia em 2018.

Podemos subtrair: $(105\,977 - 13\,069 = 92\,908)$.

- Estratégia de salto: $105\,977 - 13\,070 = 92\,907 - 1 = 92\,908$
- Estratégia de divisão: $100\,970 - 13\,070 = 87\,900 + (5\,000 + 7) = 92\,907 + 1 = 92\,908$
- Estratégia de compensação: $105\,900 - 13\,069 = 92\,831 + 77 = 92\,908$
- Estratégia de simplificação: $105\,980 - 13\,072 = 92\,908$
- Adição indireta: $13\,069 + \underline{\quad} = 105\,977$

ITEM B:

Para obter o resultado neste item, podemos adicionar: $(43\,763 + 21\,561 = 65\,324)$. Portanto, 65 324 toneladas de lixo coletadas nessas regiões não é superior a 100 mil toneladas de lixo.

- Estratégia de salto: $43\,763 + 21\,500 = 65\,263 + 61 = 65\,324$
- Estratégia de divisão: $43\,700 + 21\,600 = 65\,300 + (63 - 39) = 65\,324$
- Estratégia de compensação: $43\,763 + 21\,500 = 65\,263 - 61 = 65\,324$
- Estratégia de simplificação: $43\,800 + 21\,524 = 65\,324$

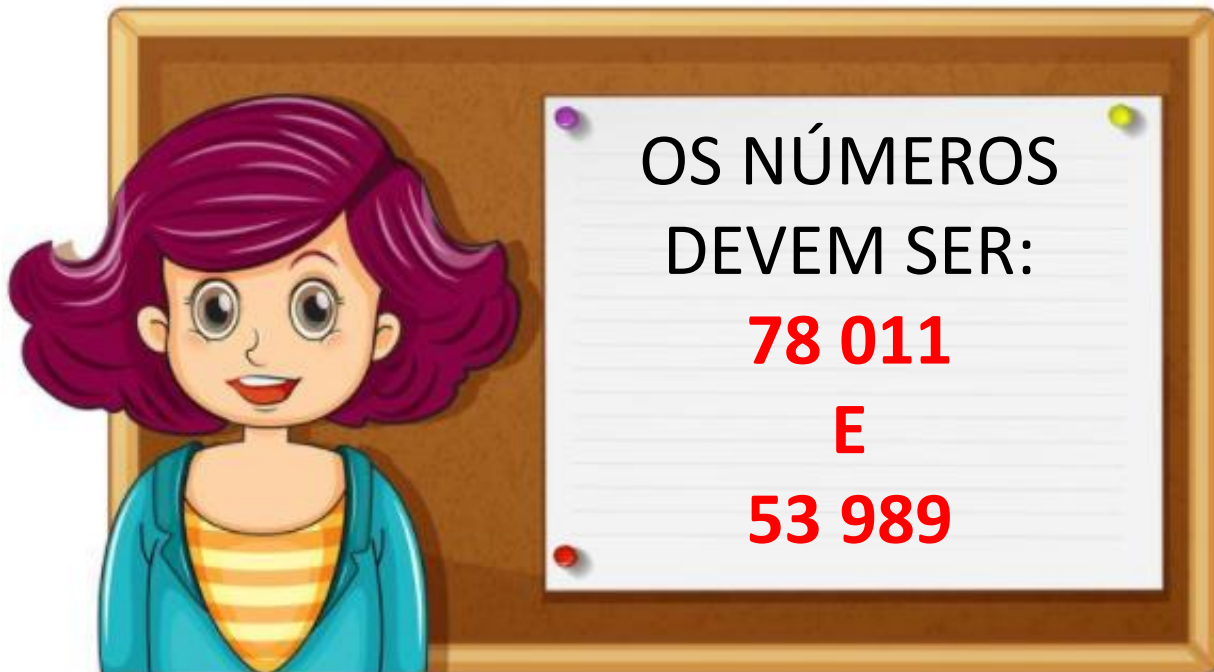
ITEM C: Explique como pensou

Registro pessoal. O aluno deve argumentar seu processo de construção do pensamento.

TAREFA 5

DESAFIO

ELABORE COM SEU COLEGA UMA SITUAÇÃO PROBLEMA.



- VOCÊS PODEM ESCOLHER ENTRE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.
- EM SEGUIDA SOLICITE QUE OUTROS COLEGAS RESOLVAM.
- DISCUTAM COMO ELABORARAM E COMO CADA UM PENSOU PARA CHEGAR AO RESULTADO.

MATERIAIS

- Cópia da tarefa para cada aluno;
- Materiais manipuláveis, sempre que necessário.

IDEIAS DISPONÍVEIS E PROCEDIMENTOS A DESENVOLVER

- Elaborar problemas que envolvam a adição e a subtração em contextos diversos usando as ideias de juntar, acrescentar, separar e retirar;
- Utilizar estratégias de cálculo mental (com ou sem registros), como a estratégia de salto, de divisão, de compensação e simplificação dentre outras apresentadas pelos alunos;
- Compreender que existem diferentes representações para o mesmo resultado.

ORIENTAÇÕES PARA A TAREFA

A tarefa propõe aos alunos a elaboração de uma situação problema envolvendo os números 78 011 e 53 989. Em pares ou individualmente os alunos podem atribuir as situações com as operações de adição ou de subtração.

Importante o professor analisar junto com a turma, alguns problemas que apresentem erros na complementação dos dados que torne impossível a resolução e também orientar para pensar no contextos dos problemas. Lembrando que o mais importante da resolução de um problema não deve ser a execução algorítmica, mas sim, a compreensão do que está sendo solicitado diante da interpretação dos dados apresentados pelo enunciado.

Depois de elaborado o problema os alunos deverão apresentar para o restante da sala de aula, para possibilitar que os demais alunos se apropriem de procedimentos diferentes e reflitam sobre os caminhos percorridos pelos colegas, respeitando e valorizando o pensamento dos demais. Essa socialização das estratégias desenvolvidas pelos alunos é um recurso que deve ser utilizada para que percebam as diferentes possibilidades de resolução e os caminhos pensados e construídos para chegar às respostas. Após a exposição de todos os alunos, o professor deverá propor um painel com todos os problemas elaborados pela turma.

OBSERVE ALGUNS EXEMPLOS

Nesta tarefa é importante que o professor retome os conhecimento com os alunos referente a interpretação dos dados apresentados até a sexta ordem ordem. Sugerir estratégias que permitam a apresentação de diversas soluções para os itens do problema.

Observe algumas sugestões:

A) Na granja “Maricota” a produção de ovos em um ano é de _____. Sabendo que nos meses de janeiro a julho de 2019 a produção foi de _____. Quanto foi a produção de ovos no restante do ano?

B) Fernanda quer comprar um apartamento novo para morar com seu marido. O valor do apartamento é de R\$ _____, mas ela têm apenas a quantia de R\$ _____. Quanto ainda falta para Fernanda comprar o apartamento.

POSSÍVEIS CAMINHOS A SEGUIR PELOS ALUNOS

Podemos adicionar: $(78\ 011 + 53\ 989 = 132\ 000)$.

- Estratégia de salto: $78\ 011 + 53\ 990 = 132\ 001 - 1 = 132\ 000$
- Estratégia de divisão: $78\ 000 + 53\ 000 = 131\ 000$; $11 + 989 = 1\ 000$; $131\ 000 + 1\ 000 = 132\ 000$
- Estratégia de compensação: $78\ 000 + 53\ 980 = 131\ 980 + 20\ (11 + 9) = 132\ 000$
- Estratégia de simplificação: $79\ 000 + 53\ 000 = 132\ 000$

Podemos subtrair: $(78\ 011 - 53\ 989 = 24\ 022)$.

- Estratégia de salto: $78\ 011 - 53\ 990 = 24\ 021 + 1 = 24\ 022$
- Estratégia de divisão: $78\ 000 + 53\ 000 = 25\ 000$; $990 - 10 = 980$; $25\ 000 - 980 = 24\ 020 + 2 = 24\ 022$
- Estratégia de compensação: $78\ 000 - 53\ 989 = 24\ 011 + 11 = 24\ 022$
- Estratégia de simplificação: $78\ 100 - 54\ 078 = 24\ 022$
- Adição indireta: $53\ 989 + \underline{\hspace{2cm}} = 78\ 011$

SUGESTÃO DE AUTOAVALIAÇÃO

QUERIDOS ALUNOS,

AGORA FAREMOS UMA AUTOAVALIAÇÃO, ISSO QUER
DIZER QUE VOCÊ FARÁ SUA AVALIAÇÃO SOBRE O QUE
APRENDEMOS DURANTE A RESOLUÇÃO DAS TAREFAS
MATEMÁTICAS.

MARQUE NA CARINHA (EMOJI):

VOCÊ GOSTOU DAS TAREFAS?



DEMAIS



MUITO



POUCO



NADA

**VOCÊ APRENDEU A FAZER CÁLCULO MENTAL COM AS
TAREFAS?**



DEMAIS



MUITO



POUCO



NADA

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 04 jun. 2020.

BROCARD, J; DELGADO, C; MENDES, M F; ROCHA, I; CASTRO, J; SERRAZINA, L; RODRIGUES, M. Desenvolvendo o sentido do número. *In: Equipa do Projecto DSN. Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares*. Lisboa: APM, 2005. p. 7-28.

NACARTO, A. M; PASSOS, C. L. B; GRANDO, R. C. Organização do Trabalho Pedagógico para a Alfabetização Matemática. *In: BRASIL. Ministério da Educação. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Organização do Trabalho Pedagógico*. Brasília: MEC/SEB, 2014.

BROCARD, J; SERRAZINA, L. O sentido do número no currículo de matemática. *In: BROCARD, J; Serrazina, L; Rocha, I. (Eds.). O Sentido do Número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora, 2008. p. 97–115.

HEUVEL-PANHUIZEN, M; BUYS, K. Big lines. *In: HEUVEL-PANHUIZEN, M; BUYS, K; TREFFERS, A. (Ed.). Children learning Mathematics: A learning-Teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Holanda: Sense publishers. 2008. p. 95-100.

MCINTOSH, A; REYS, B. J; REYS, R. E. Uma proposta de quadro de referência para examinar o sentido básico de número. **For the Learning of Mathematics**. 1992. v. 12, n. 3, p. 1-17.

SANDER, G. P. **Um estudo sobre a relação entre a crença de autoeficácia na resolução de tarefas numéricas e o sentido de número de alunos do Ciclo de Alfabetização**. 2018. Tese (Doutorado em Educação para a Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/154814/sander_gp_dr_bauru.pdf?sequence=3. Acesso em: 10 mar. 2020

SPINILLO, A. G. Sentido de número na Educação Matemática. *In: BRASIL. Ministério da Educação. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: quantificação, registros e agrupamentos*. Brasília: MEC/SEB, 2014

RIBEIRO, D.; VALÉRIO, N.; GOMES, J. T. Cálculo mental. Brochura. **Programa formação contínua em matemática para professores dos 1º e 2º Ciclos**. Escola Superior de Educação de Lisboa, 2009. Disponível em: <https://sseformat.blogspot.com/p/brochuras-textos-materiais.html> Acesso em: 13 jul. 2020



REFERÊNCIAS

IMAGENS USADAS NO DESIGN

Recurso grátis para todos. Disponível em: <https://br.freepik.com/> Acesso em 10 jan. 2021.

Arte, fotos e vídeos gratuitos. Disponível em: <https://pt.vecteezy.com/>. Acesso em 10 jan. 2021.



PARA SABER MAIS

CASTRO, J. P. de; RODRIGUES, M. **Sentido de número e organização de dados: Textos de Apoio para Educadores de Infância.** (Coord.). Lourdes Serrazina. ME. Lisboa, 2008. Disponível em: https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/sent_num_net.pdf Acesso em: 22 jun. 2020.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. *In*: PONTE, J. P. *et al.* (Org.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.** Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2002. p. 223-239.

MENDES, F.; BROCARD, J.; DELGADO, C.; GONÇALVES, F. **Números e Operações – 3º ano.** p. 135. (Org.). MENDES *et al.* ME: Lisboa, 2010. Disponível em: <https://sseformat.blogspot.com/p/brochuras-textos-materiais.html> Acesso em: 10 ago. 2020.

OLIVEIRA, N. M. F. **Desenvolver o cálculo mental no contexto da resolução de problemas de adição e subtração:** um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade. 2013. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Didática da Matemática). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, 2013.



REALIZAÇÃO



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"



**Docência para
Educação Básica**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO