



Universidade Estadual Paulista

Instituto de Física Teórica

Aspectos Teóricos de um Modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$

Carlos Antônio de Sousa Pires

Orientador

Prof. Dr. Juan Carlos Montero Garcia



TESE DE DOUTORAMENTO

23-4164

São Paulo, Agosto 1999

A Andréa Larissa, é claro.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Juan Carlos Montero pela orientação, atenção e disponibilidade.

Quero agradecer, em especial, ao Prof. Dr. Vicente Pleitez, o qual foi uma espécie de co-orientador, pela atenção e disponibilidade.

Agradeço aos amigos conquistados no IFT, os quais me proporcionaram um ambiente amigável e saudável.

Quero agradecer também a todos os funcionários, pois todos sempre foram bastante atenciosos e cordiais.

Por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Nesta tese desenvolvemos um modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ com os termos de massa dos neutrinos sendo gerados através da quebra espontânea do número leptônico. As principais consequências teóricas decorrentes deste esquema de geração de massa para neutrinos são uma mistura entre o bóson vetorial padrão, $W^\pm$, e o bóson vetorial bilépton, $V^\pm$, e o decaimento de neutrinos com vida-média menor que a vida-média do universo. Em seguida mostramos também que este modelo explica a quantização da carga elétrica independentemente da natureza dos neutrinos. Por fim, estudamos as reações $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-, b\bar{b}, W^+W^-$ em um colisor de múons a fim de exibirmos o caráter leptofílico das interações de Yukawa de modelos com multi-dubletos de Higgs.

Palavras Chave: Modelo 3-3-1, Termos de Massa para Neutrinos , Quantização da Carga Elétrica, Acoplamento Leptofílico .

Áreas de Conhecimento: 1.05.03.00-5 ; 1.05.03.02-1

Abstract

In this thesis we develop a $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with massive neutrinos with the masses being generated through the spontaneous break of the lepton number. The theoretical outcomes raised by this scheme of generation of mass are a mix among the standard vectorial boson, $W^\pm$, and the bilepton vectorial boson, $V^\pm$, and the decay of neutrinos with half-life shorter than the half-life of the universe. After we show also that this model explains the electric charge quantization independently of the nature of the neutrinos. Finally, we study the reactions $\mu^+\mu^-$, $b\bar{b}$, W^+W^- at a muon collider with the aim of exhibit the leptophilic character of the Yukawa interactions of models that present multi-Higgs doublets.

Key Words: 3-3-1 Model, Massive Neutrinos, Electric Charge Quantization, Leptophilic Coupling.

Conteúdo

Introdução	2
2 Estrutura do Modelo 3-3-1	10
2.1 Conteúdo de Representação	12
2.2 A Lagrangiana do Modelo	13
2.2.1 Setor de Matéria Fermiônica	14
2.2.2 Setor de Gauge	14
2.2.3 Setor de Yukawa	15
2.2.4 Setor dos Escalares	15
3 A Quebra Espontânea da Simetria 3-3-1 para a 3-2-1	17
3.1 Efeito da Quebra nos Bóson de Gauge	18
3.2 Efeito da Quebra nos Multipletos de Matéria e de Escalares	19
3.3 Efeito da Quebra no Setor de Yukawa	21
4 A Quebra da Simetria 3-2-1 para a 3-1	22
4.1 Obtenção dos Bósons de Gauge Físicos	22
4.2 Obtenção dos Férmions Físicos	26
4.2.1 Os Léptons Físicos	26
4.2.2 Os Quarks Físicos	27

5	Correntes Neutras e Carregadas	30
5.1	Correntes Carregadas	31
5.2	Correntes Neutras	32
6	O Potencial do Modelo 3-3-1	35
7	Quebra Espontânea da Simetria Global Leptônica no Modelo 3-3-1	42
7.1	O Esquema de Gelmini-Roncadelli	43
7.1.1	Consequência do Esquema de Gelmini-Roncadelli na Física do Z^0	48
7.2	O Esquema de Gelmini-Roncadelli no Modelo 3-3-1	51
7.2.1	Neutrinos Instáveis no Modelo 3-3-1	53
8	A Natureza Vetorial do Eletromagnetismo e a Quantização da Carga Elétrica	57
8.1	No Modelo Padrão	57
8.1.1	No Modelo Padrão com Uma Geração	58
8.1.2	No Modelo Padrão com Três Gerações	62
8.2	No Modelo 3-3-1	66
9	Ressonância de Escalares com Interações Leptofílicas	
	no Colisor de Múons	71
9.1	Os Processos $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-, b\bar{b}, W^+W^-$	76
9.1.1	O Processo $\mu^+\mu^- \rightarrow W^+W^-$	77
9.1.2	O Processo $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$	79
9.1.3	O Processo $\mu^+\mu^- \rightarrow b\bar{b}$	81
10	Comentários e Conclusões	90
A	As Matrizes de Gell-Mann	93

Capítulo 1

Introdução

O modelo padrão das interações eletro-fracas e forte é uma teoria de gauge baseada no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Nele o grupo simples $SU(3)_C$ descreve a interação forte e o grupo semi-simples $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, as interações eletro-fracas, sendo o $U(1)_Y$ necessário para recuperar a eletrodinâmica quântica (QED).

O modelo padrão tem uma enorme importância para a física de partículas, visto que lhe forneceu unidade e orientação, pois antes do modelo padrão cada interação era descrita por uma teoria em separado e, a menos da QED, as outras duas eram descritas por teorias efetivas. O modelo padrão pôs ordem e afirmou o “status” da área de física de partículas, visto que as interações eletro-fracas e forte dispõem agora de uma descrição unificada consistente teoricamente.

O que possibilitou o modelo padrão foi a idéia de invariância de gauge como princípio de simetria, e o sucesso experimental atingido nas últimas três décadas pelo modelo padrão selou a viabilidade da idéia de invariância de gauge como via para descrever unificadamente as interações eletro-fracas e forte.

Para assimilarmos bem a importância do sucesso das teorias de gauge, devemos lançar um olhar retrospectivo sobre as dificuldades enfrentadas pela idéia de invariância de gauge desde

a sua concepção, em 1919, até o seu desfecho no modelo padrão na década de sessenta.

O conceito de invariância de gauge como princípio de simetria foi elaborado pela primeira vez por H. Weyl, em 1919, em um contexto de invariância de escala[1]. Teve como motivação a unificação do eletromagnetismo com a gravidade. O contexto foi impróprio, como notado por A. Einstein, porque invariância de escala não possui significado físico, pois medidas em física não podem depender da escala escolhida. Apesar do malogro, essa especulação não foi estéril, pois inspirou Kaluza e Klein a proporem a idéia de dimensões extras como maneira de unificar o eletromagnetismo e a gravidade[2]. E até hoje, a única maneira de se conseguir tal unificação é através de dimensões extras, agora incorporada em teoria de supercordas.

O contexto apropriado para invariância de gauge surgiu com a mecânica quântica na formulação de Schrödinger. Nessa formulação da mecânica quântica foi introduzida a função de onda. Aqui Weyl e outros reinterpretaram a teoria de gauge como invariância de fase[3]. Mais tarde, com a concepção da teoria quântica de campos, essa reinterpretação resultou em uma teoria de gauge de grande sucesso experimental, a QED.

A extensão da teoria de gauge para grupo maiores, isto é, grupos não-abelianos foi elaborada por Yang e Mills em 1954[4]. A grande dificuldade enfrentada por essa moderna versão era o fato de ela não permitir termos de massa para os campos. Em 1957, Schwinger sugeriu uma descrição unificada para as interações eletro-fracas baseada no grupo $SU(2)$ [5]. Em 1962, Glashow estendeu a idéia de Schwinger para acomodar o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ [6]. Nestas teorias as massas eram postas a mão. O problema das massas só foi superado em 1967 por S. Weinberg e A. Salam[7]. Eles adaptaram o mecanismo de Higgs[8] para fornecer as massas dos campos na teoria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A dificuldade agora passou a ser a da renormalizabilidade da teoria. Esta questão só foi superada entre 1971-1972 por 't Hooft e outros[9]. A partir desse momento, o modelo começou a despertar a atenção da comunidade. Em 1972, S. Weinberg incorporou a QCD à teoria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ através do grupo $SU(3)_C$ [10].

Mesmo depois da demonstração da sua renormalizabilidade, o modelo padrão não convenciu mentes exigentes, por não se convencerem do mecanismo de Higgs de geração de massa[11], pois este mecanismo deixa um resíduo na forma de densidade de energia no vácuo o qual insinua um valor diferente de zero para a constante cosmológica[12]. O modelo só veio a adquirir credibilidade na comunidade a partir de 1974 quando começou a obter sucesso experimental com a descoberta do quark charmoso[13] e do bóson neutro Z^0 [14]. Hoje, a menos do Higgs, todas as outras partículas já foram verificadas experimentalmente [15]. Em termo de setor, o setor de gauge está sendo atualmente testado no LEP-II através das interações tríplices do tipo $W^+W^-Z^0$ [16]. O estudo deste setor servirá para confirmar a estrutura do grupo do modelo padrão. Espera-se, também, que o LEP-II confirme o setor escalar[17]. Com isso, o modelo padrão ficará completamente verificado. Apesar deste enorme sucesso, a comunidade está convencida de que o modelo padrão não é a resposta final em física de partículas, visto que ele não explica um número razoável de questões fundamentais. Então novos modelos em outra escala de energia devem ser propostos.

O importante para a física de partículas é que o modelo padrão funciona muito bem nas energias até aqui alcançadas pelos aceleradores, pois estes estão funcionando numa escala de energia que é a própria do modelo padrão. E só agora, ao se alcançar uma precisão da ordem de 0.1%, é que o modelo adquiriu sensibilidade para as correções radioativas nas medidas do Z^0 [15, 16]. Física nova devido a outra escala de energia pode se manifestar nestas correções.

Devido ao seu sucesso, o modelo padrão serve para o construtor de modelos de bússola e de base. Bússola, porque de certa forma ele guia a construção de novos modelos, visto que fornece motivações para as extensões. Base porque todo novo modelo deve recuperá-lo, pelo menos aproximadamente, visto que o modelo padrão está construído sobre o grupo de simetria mais simples capaz de recuperar a QED.

Quando se pensa em termos de novos modelos, deve-se revelar de imediato duas questões:

a sua motivação e testabilidade. Os modelos mais interessantes têm as suas motivações em lacunas teóricas deixadas pelo modelo padrão. Mas antes de falarmos de motivações teóricas, vamos mencionar duas importantes motivações experimentais para física nova advindas de astrofísica de partículas publicadas em 1998.

A primeira experiência diz respeito a física de neutrinos. Como acontece em todos os ramos da ciência, as idéias presentes em um determinado contexto são, sempre que possível, estendidas para outros contextos. E foi assim com a idéia de oscilação de neutrinos. Em 1957, Pontecorvo[18] estendeu para o setor leptônico o sucesso da idéia de oscilação $K^0 - \bar{K}^0$ no setor de hádrons[19]. No setor leptônico, esta idéia acomodou-se muito bem aos neutrinos. Ela ficou em quarentena a espera de um quadro que lhe promovesse, o que surgiu com o problema do déficit dos neutrinos solares e atmosféricos[20], ambos na década de setenta. Uma das condições para ocorrer a oscilação é que os neutrinos tenham massa e se misturem de uma maneira não-trivial[21]. Desta mistura surge a violação do número leptônico. Ocorreu que em 1998, a colaboração de Super-Kamiokande forneceu pela primeira vez fortes evidências de que as oscilações de neutrinos são realmente responsáveis pelo déficit de neutrinos atmosféricos[22]. Desta evidência inferi-se uma diferença de massa entre os neutrinos da ordem de $\Delta m_\nu \sim 10^{-3} \text{eV}$ [23]. Uma diferença de massa desta ordem de grandeza é vista pelos físicos de partículas como um sinal de física nova. O fato da evidência de massa em si já requer pelo menos uma correção no modelo padrão. No mínimo uma extensão no conteúdo fermiônico por via do acréscimo de neutrinos de mão-direita, caso os neutrinos sejam do tipo Dirac. Caso sejam do tipo Majorana, a extensão exige uma maior complexidade. O fato é que uma massa tão pequena como esta evidenciada pela colaboração de Super-Kamiokande exige uma explicação mais natural, como se espera na física de partículas[23], visto que o modelo padrão possui apenas um valor esperado no vácuo para gerar as massas de todas as partículas e que neste quadro variam de 10^{-3} eV , para os neutrinos, até 173 GeV, para o quark top. Duas configurações

distintas explicam essas pequenas massas de uma maneira natural. A primeira configuração vem através da idéia de quebra espontânea da simetria leptônica. Esta se divide em duas propostas. Na primeira proposta, esta simetria é quebrada em uma escala de energia superior, da ordem de 10^{15}GeV . Esta proposta é conhecida como esquema “see-saw” de geração de massa para os neutrinos[24]. Essa explicação tem chamado a atenção dos físicos pelo fato de que esta escala de energia está muito próxima da escala de grande unificação, que é da ordem de 10^{16} GeV [23]. Na segunda proposta, a simetria leptônica é quebrada em uma escala de energia inferior, cujo limite superior é da ordem de 5 GeV [25]. Essa proposta está descartada dentro do modelo padrão [26], mas aparece em outros modelos, como por exemplo o modelo que desenvolvemos aqui[27], e é conhecida como o esquema de Gelmini-Roncadelli de geração de massa para os neutrinos. A segunda configuração surge com massas geradas através de correções radioativas[28].

A segunda experiência diz respeito a cosmologia de partículas. Um quadro padrão de cosmologia assume que o universo é plano, isto é, $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 1$ [29], com ρ sendo a densidade de energia de matéria do universo e ρ_c uma densidade crítica. Até o ano de 1998, acreditava-se que a matéria escura era a componente da matéria dominante do universo, $\Omega_{ME} \sim 0.95$, sendo o restante preenchido por matéria bariônica Ω_B e leptônica Ω_L [29]. Neste mesmo ano, duas experiências independentes evidenciaram um quadro completamente diferente do exposto acima. De acordo com estas novas experiências, o universo é dominado por uma densidade de energia do vácuo, $\Omega_\Lambda \sim 0.65$, ficando para a matéria o equivalente a $\Omega_M = \Omega_{ME} + \Omega_B + \Omega_L \sim 0.35$ [30]. Uma densidade de energia do vácuo diferente de zero significa uma constante cosmológica diferente de zero[29, 31]. O cerne da questão aqui é que a densidade de energia do vácuo prevista é bastante pequena, $\rho_\Lambda \leq 10^{-46}\text{ GeV}^4$ [17], em comparação com a densidade de energia do vácuo gerada no modelo padrão devido a geração de massa através do mecanismo de Higgs. Desse mecanismo resulta a seguinte expressão para a densidade de energia no vácuo: $\rho_{MP} = \frac{m_H^2 v^2}{8}$ [17].

Tomando $v = 246$ GeV e $m_H \geq 95$ GeV obtém-se $\rho_{MP} \geq 7.6 \times 10^7$ GeV⁴. Isto é, a densidade de energia do vácuo gerada pelo mecanismo de Higgs é superior à densidade de energia do vácuo prevista por 54 ordens de grandeza[17, 31]. Espera-se que uma teoria final das partículas e forças deva explicar este pequeno valor para a constante cosmológica.

Devemos ressaltar que, tanto a evidência de massa para os neutrinos, quanto a evidência de uma constante cosmológica diferente de zero, são dados preliminares e precisam de futuras verificações.

Voltemos a questão das motivações teóricas para a construção de novos modelos. Vamos restringir-nos aqui a apenas duas motivações. A primeira diz respeito ao problema da hierarquia. Este problema é comum a qualquer modelo de gauge que contenha escalares[32]. A sua solução motiva a extensão mais em voga na atualidade: modelos supersimétricos[32, 33].

A segunda motivação diz respeito a replicação das famílias[34]. O modelo padrão não explica a replicação das famílias. Aliás tal replicação enfraquece a vantagem de mínimo do modelo padrão, visto que ele seria realmente mínimo se admitisse apenas uma família, no entanto apresenta três. Essa replicação suscita a seguinte questão: por que não a replicação do setor escalar? De acordo com a replicação das famílias, seria razoável pensar um setor escalar no modelo padrão composto por três dubletos de Higgs.

Nesta tese estudamos uma proposta de extensão do modelo padrão baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ [35]. A sua principal motivação reside no fato de ele exigir um mínimo de três famílias para apresentar consistência teórica através do cancelamento das anomalias triângulo[35, 36]. Até onde sabemos, este é o único modelo que apresenta um motivo para a replicação das famílias.

Sobre a questão da testabilidade. Um modelo deve prever algo que lhe caracterize. No caso do modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$, a sua testabilidade vem através dos bósons vetoriais biléptons $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$ [37]. Biléptons porque carregam duas unidades de carga leptônica.

Uma miscelânea de modelos baseado na simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ foram sugeridos na década de setenta[40]. Os motivos e o contexto variaram. Os primeiros modelos tinham a sua motivação no setor de quarks. Antes de se detectar o quark charmoso, os três quarks, u , d e s eram muito bem acomodados dentro de um tripleto de $SU(3)_L$. Todos esses modelos apresentavam léptons exóticos. Com o desenvolvimento do modelo padrão, e a não evidência de léptons exóticos, esses modelos perderam a sua motivação. Em 1992, F. Pisano, V. Pleitez e P. H. Frampton[35] elaboraram um modelo sem léptons exóticos e com as motivações dadas acima. É este modelo que desenvolvemos nesta tese.

Nesta tese desenvolvemos o modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ proposto por Pisano, Pleitez e Frampton por completo pela primeira vez, pois até então ele tinha sido considerado com neutrinos sem massa e para isso era necessário impor que um dos escalares neutros que compõe o sexteto de escalares, σ_1 , fosse zero. Ao considerarmos σ_1 diferente de zero, os neutrinos adquirem termos de massa de Majorana. As consequências desta consideração são uma escala de energia inferior da ordem das massas dos neutrinos e uma mistura entre o bóson de gauge padrão carregado, $W^\pm$, e o bóson de gauge bilépton carregado, $V^\pm$, e possibilidade de neutrinos instáveis com vida-média menor que a vida-média do universo. Também abordamos outros aspectos teóricos deste modelo, tais como o problema da quantização da carga elétrica e o fato de ele ser um modelo com multi-dubletos de Higgs.

No que se refere ao primeiro aspecto, mostramos que o modelo explica a quantização da carga elétrica. Agora o modelo passa a ter duas importantes motivações: a quantização da carga elétrica e o problema da replicação das famílias.

No que se refere ao segundo aspecto, mostramos que as interações entre os léptons carregados e os escalares neutros são do tipo leptofílicas. Analisamos esta característica em um possível colisor de múons através das reações $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \bar{b}b, W^+W^-$ e mostramos que o caráter leptofílico das interações entre os escalares e léptons amplifica razoavelmente estes

processos em relação ao modelo padrão com um dubleto de Higgs. Por fim elaboramos uma conclusão e comentamos algumas possíveis continuações dos aspectos desenvolvidos nesta tese.

Capítulo 2

Estrutura do Modelo 3-3-1

O modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$, de agora em diante modelo 3-3-1, é uma teoria de partículas e forças. A sua lógica de construção é a seguinte: postulada a simetria 3-3-1, sobre que conteúdo de representação é possível se construir um modelo para as interações eletro-fracas que apresente consistência teorica, isto é, que disponha de renormalizabilidade, unitariedade e recupere a física já estabelecida pelo modelo padrão? Aplicaremos essa lógica a modelos 3-3-1 mínimos, isto é, modelos que mantenham os graus de liberdade leptônicos fenomenológicos padrão, isto é, que não apresente léptons exóticos.

O conteúdo de representação que um certo modelo de gauge baseado em um determinado grupo semi-simples comporta pode ser conhecido através do seu operador carga elétrica. Nestes modelos, o operador carga elétrica é uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo. Então, no modelo 3-3-1, o operador de carga elétrica apresenta a seguinte forma geral

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \xi\lambda_8) + NI = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{\xi}{\sqrt{3}}) + N \\ \frac{1}{2}(-1 + \frac{\xi}{\sqrt{3}}) + N \\ -\frac{\xi}{\sqrt{3}} + N \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

onde $\lambda_3 = \text{diag}(1, -1, 0)$ e $\lambda_8 = \text{dig}(1, 1, -2)$ são as matrizes diagonais de Gell-Mann, I a matriz identidade e ξ um parâmetro de inclusão.

De acordo com este operador de carga elétrica, o modelo 3-3-1 fornece a seguinte dis-

tribuição de carga elétrica para o conteúdo fermiônico e escalar na representação fundamental de triplete

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{\xi}{\sqrt{3}}) + N \\ \frac{1}{2}(-1 + \frac{\xi}{\sqrt{3}}) + N \\ -\frac{\xi}{\sqrt{3}} + N \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Antes de estabelecermos o conteúdo de representação leptônico, devemos ter em mente que ele deve recuperar o conteúdo do modelo padrão, quando da quebra da simetria 3-3-1 para a $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, a qual nos referimos daqui para a frente como simetria 3-2-1. De acordo com o setor leptônico padrão, as duas primeiras componentes devem ser compostas por um neutrino e um lépton. Isso significa que a primeira componente do multiplete em (2.2) deve ter carga elétrica nula e a segunda uma unidade de carga elétrica negativa. Desta imposição, obtemos a seguinte relação entre N e ξ : $-\frac{\xi}{\sqrt{3}} = 2N + 1$, a qual permite o seguinte valor para a terceira componente: $3N + 1$. Como não estamos supondo léptons exóticos, esta componente deve ser ou um anti-neutrino, ou um anti-lépton, visto que já dispomos de um neutrino e de um lépton nas duas primeiras componentes. No primeiro caso, temos carga elétrica zero, e portanto $N = -\frac{1}{3}$. No caso de anti-lépton, temos uma unidade de carga positiva, e portanto $N = 0$. Estas duas possibilidades conduzem a dois modelos diferentes. Aqui construímos o modelo com o anti-lépton, o qual tem $N = 0$ e consequentemente $\xi = -\sqrt{3}$. Desta escolha resulta a seguinte expressão para a carga elétrica do conteúdo fermiônico na representação fundamental de triplete

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} N \\ -1 + N \\ 1 + N \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

O conteúdo das forças é estabelecido ao se postular o grupo de simetria, pois o número de geradores do grupo corresponde ao de intermediadores das forças. No caso do modelo 3-3-1,

temos nove intermediadores para as interações eletro-fracas e oito para a forte.

Neste capítulo, esboçamos, em um quadro geral, a estrutura do modelo 3-3-1, mostrando o seu conteúdo fermiônico de léptons e quarks, os bósons de gauge e os escalares necessários para gerar as massas dos férmions e dos bósons de gauge.

2.1 Conteúdo de Representação

De acordo com (2.3), as três famílias de léptons, na representação fundamental de triplete, comportam o seguinte conteúdo[35]

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'_a \\ e'^c_a \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0), \quad (2.4)$$

onde $a = 1, 2, 3$

Já nos quarks, a primeira família vem na representação fundamental de triplete com o seguinte conteúdo

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u'_1 \\ d'_1 \\ J'_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, \frac{2}{3}), \quad (2.5)$$

com u'_{1L} e d'_{1L} sendo os quarks padrões e J'_{1L} um léptoquark de carga $\frac{5}{3}$. Os correspondentes singletos de mão-direita são

$$u'_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3}), \quad d'_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \quad J'_{1R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{5}{3}). \quad (2.6)$$

Exige-se, para que a teoria seja livre de anomalias, que a segunda e terceira famílias

venham na representação de anti-tripletos com o seguinte conteúdo[35, 36]

$$Q_{i_L} = \begin{pmatrix} d'_i \\ -u'_i \\ J'_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, -\frac{1}{3}), \quad (2.7)$$

com u'_{i_L} e d'_{i_L} sendo os quarks padrões e J'_{i_L} os exóticos de carga $-\frac{4}{3}$. Os correspondentes singletos de mão-direita são

$$u'_{i_R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{2}{3}), \quad d'_{i_R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \quad J'_{i_R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{4}{3}). \quad (2.8)$$

Em (2.7) e (2.8) $i = 2, 3$.

De acordo com este conteúdo de representação fermiônica, três tripletos de escalares[35, 41] fornecem as massas dos quarks

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, 1), \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, -1), \quad (2.9)$$

enquanto as massas dos léptons exigem, no mínimo, um sexteto de escalares[35, 41]

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2^0}{\sqrt{2}} & H_2^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{6}, 0). \quad (2.10)$$

2.2 A Lagrangiana do Modelo

A lagrangiana total do modelo, simétrica pelo grupo semi-simples 3-3-1, é composta de quatro setores

$$\mathcal{L}_{331}^T = \mathcal{L}_f^{mat} + \mathcal{L}^{gauge} + \mathcal{L}^Y + \mathcal{L}^{sca}. \quad (2.11)$$

2.2.1 Setor de Matéria Fermiônica

A lagrangiana deste setor tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}_f^{mat} = \bar{f}_{L,R} i \mathcal{D}_{L,R}^\mu f_{L,R}, \quad (2.12)$$

onde $\mathcal{D}_\mu$ é a derivada covariante e $f_{L,R}$ os multipletos de férmions. A derivada covariante para tripletos tem a seguinte forma

$$\mathcal{D}_\mu f_L = \left(\partial_\mu + i g_N N(f_L) W_\mu^N + i \frac{g}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu \right) f_L. \quad (2.13)$$

e para anti-tripletos a seguinte

$$\mathcal{D}_\mu f_L = \left(\partial_\mu + i g_N N(f_L) W_\mu^N - i \frac{g}{2} \vec{\lambda}^* \cdot \vec{W}_\mu \right) f_L. \quad (2.14)$$

Para os singletos

$$\mathcal{D}_\mu f_R = \left(\partial_\mu + i g_N N(f_R) W_\mu^N \right) f_R. \quad (2.15)$$

λ 's são as matrizes de Gell-Mann; g e g_N são constantes de acoplamento. W_μ^m e W^N são os bósons de gauge simétricos da teoria.

Do desenvolvimento deste setor, obtemos a dinâmica da força eletro-fraca na matéria. Isto é, neste setor recuperamos a QED e obtemos as correntes carregadas e neutras com o $W^\pm$ e o Z^0 .

2.2.2 Setor de Gauge

O setor de gauge do modelo apresenta a estrutura comum exigida por uma teoria de gauge baseada em um grupo semi-simples

$$\mathcal{L}^{gauge} = -\frac{1}{4} W^{m\mu\nu} W_{\mu\nu}^m - \frac{1}{4} W^{N\mu\nu} W_{\mu\nu}^N, \quad (2.16)$$

onde

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^m &= \partial_\mu W_\nu^m - \partial_\nu W_\mu^m + ie\epsilon_{mnp}W_\mu^rW_\nu^p, \\ W_{\mu\nu}^N &= \partial_\mu W_\nu^N - \partial_\nu W_\mu^N, \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde $m, r, p = 1 \dots 8$. Acima ϵ_{mnp} é a constante de estrutura do grupo $SU(3)_L$. Este setor fornece as auto-interações bosônicas. A sua importância vem das interações tríplice e quártica com a estrutura do grupo não-abeliano $SU(3)_L$ [42].

2.2.3 Setor de Yukawa

O setor de Yukawa mínimo que fornece as massas dos léptons e quarks é [41]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^Y &= \frac{1}{2}G_{ab}(\overline{L_{aL}})^c S^* L_{aL} + \lambda_1 \bar{Q}_{1L} \chi J'_{1R} + \lambda_{ij} \bar{Q}_{iL} \chi^* J'_{jR} + \lambda'_{1a} \bar{Q}_{1L} \rho d'_{aR} \\ &+ \lambda'_{ia} \bar{Q}_{iL} \rho^* u'_{jR} + \lambda''_{1a} \bar{Q}_{1L} \eta u'_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{Q}_{iL} \eta^* d'_{jR} + h.c. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Este setor é bastante complexo. Nele um sexteto gera exclusivamente as massa dos léptons, caso exija-se a conservação de sabor leptônico. Com a quebra da simetria 3-3-1 para a 3-2-1, o modelo gera o esquema de Gelmini-Roncadelli de geração de massa para os neutrinos de Majorana, conforme demonstrado no cap.7.

2.2.4 Setor dos Escalares

A lagrangiana do setor dos escalares tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}^{sca} = \sum_{\varphi} (\mathcal{D}_\mu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \varphi) + Tr \left[(\mathcal{D}_\mu S)^\dagger (\mathcal{D}^\mu S) \right] - V(\eta, \rho, \chi, S), \quad (2.19)$$

com φ sendo cada um dos três tripletos (η, ρ, χ) e S sendo o sexteto. As derivadas covariantes dos escalares tomam as formas requeridas pelas devidas representações

$$\mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - ig \left[W_\mu^m \frac{\lambda^m}{2} S + (W_\mu^m \frac{\lambda^m}{2} S)^T \right] - ig_N N_S S W_\mu^N,$$

$$D_\mu \varphi = \partial_\mu \varphi - ig(W_\mu^a \frac{\lambda^a}{2})\varphi - ig_N N_\varphi \varphi W_\mu^N. \quad (2.20)$$

Da abertura dos dois primeiros termos em (2.19), obtemos os bósons de gauge físicos do modelo, conforme mostrado nos próximos dois capítulos.

O potencial completo que conserva o número quântico $F = L + B$ é [38, 43]

$$\begin{aligned} V(\eta, \rho, \chi, S) = & \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ & + (\eta^\dagger \eta) (\lambda_4 (\rho^\dagger \rho) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)) + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_7 (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) \\ & + \lambda_8 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_9 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) + (\frac{1}{2} f_1 \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + h.c) \\ & + \mu_4^2 Tr(S^\dagger S) + \lambda_{10} Tr(S^\dagger S)^2 + \lambda_{11} (Tr(S^\dagger S))^2 \\ & + (\lambda_{12} (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{13} (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{14} (\chi^\dagger \chi)) Tr(S^\dagger S) \\ & + \left(\frac{f_2}{2} \rho_i \chi_j S^{ij} + h.c \right) + (\lambda_{15} \epsilon^{ijk} (\chi^\dagger S)_i \chi_j \eta_k + h.c) \\ & + (\lambda_{16} \epsilon^{ijk} (\rho^\dagger S)_i \rho_j \eta_k + h.c) \\ & + (\lambda_{17} \epsilon^{ijk} \epsilon^{lmn} \eta_n \eta_k S_{li} S_{mj} + h.c) \\ & + \lambda_{18} \chi^\dagger S S^\dagger \chi + \lambda_{19} \eta^\dagger S S^\dagger \eta + \lambda_{20} \rho^\dagger S S^\dagger \rho. \end{aligned} \quad (2.21)$$

O resultado mais interessante da abertura deste potencial é o surgimento de um majoron desacoplado dos demais pseudo-escalares [27], como demonstrado no cap. 6.

Em suma, esta é a estrutura geral do modelo 3-3-1, a qual será desenvolvida nos próximos quatro capítulos.

Capítulo 3

A Quebra Espontânea da Simetria 3-3-1 para a 3-2-1

Da quebra espontânea da simetria 3-3-1 para a 3-2-1, o octeto de bósons de gauge do grupo $SU(3)_L$, $\mathbf{8}_N$, desacopla-se em um tripleto, dois dubletos e num singleto[35, 38]

$$\mathbf{8}_0 \rightarrow \mathbf{3}_{Y_3} \oplus \mathbf{2}_{(-Y_2)} \oplus \mathbf{2}_{Y_2} \oplus \mathbf{1}_{Y_1},$$

com $Y_3 = 0$, $Y_2 = 3$ e $Y_1 = 0$. O tripleto é formado pelos bósons, W^1 , W^2 e W^3 . Os dubletos são formados pelas combinações $V = -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^4 + iW^5)$, $U = -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^6 + iW^7)$, $V^\dagger = -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^4 - iW^5)$ e $U^\dagger = -\frac{1}{\sqrt{2}}(W^6 - iW^7)$. O singleto W^8 se misturará ao bóson W^N de $U(1)_N$ para formarem o bóson de hipercarga B , isto é, o bóson associado ao gerador da hipercarga Y , e um novo bóson de gauge vetorial neutro, o Z' .

Tecnicamente, é quando o tripleto χ toma um valor esperado no vácuo diferente de zero que a simetria 3-3-1 quebra espontaneamente para a 3-2-1[35, 38]. Desta quebra, os cinco bósons de gauge V , $V^\dagger$, U , $U^\dagger$ e Z' ganharão massa. Como é o tripleto χ que provocará a quebra, e como ele possui seis graus de liberdade, espera-se que um torne-se físico e os outros cinco, as componentes longitudinais dos cinco bósons de gauge que ganharão massas[38].

3.1 Efeito da Quebra nos Bóson de Gauge

Quando a componente neutra do tripleto χ adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 + i\chi_2 \\ \chi_3 + i\chi_4 \\ v_\chi + R_\chi + iI_\chi \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

podemos expressar o tripleto em coordenadas polares

$$\chi = U(\zeta) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi + R_\chi \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Para tanto, devemos parametrizar tudo que vem em tripleto, tanto os léptons e quarks, quanto os escalares, dessa maneira

$$L_L = U(\zeta)L_L, \quad Q_L = U(\zeta)Q_L, \quad \Phi = U(\zeta)\Phi, \quad (3.3)$$

onde $U(\zeta) = \exp(\sum_{m=1}^5 \lambda_m \zeta_m)$, com $\zeta_m = \frac{\chi_m}{v_\chi}$. Os λ 's envolvidos nesta somatória são os últimos cinco dados no apêndice e $\chi_5 = I_\chi$. Em outras palavras, estamos trabalhando no gauge unitário dos bósons vetorias $V, V^\dagger, U, U^\dagger$ e Z' .

Tudo isso equivale a trabalhar com o tripleto χ na seguinte forma

$$\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi + R_\chi \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

Substituindo este tripleto na lagrangiana abaixo

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \chi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi), \quad (3.5)$$

obtemos os seguintes termos de massa para os bósons de gauge V e U

$$\frac{g^2}{2}v_\chi^2 V^\mu V_\mu^\dagger + \frac{g^2}{2}v_\chi^2 U^\mu U_\mu^\dagger, \quad (3.6)$$

e a seguinte mistura entre os bósons W_μ^8 e W_μ^N

$$\begin{pmatrix} W^{8\mu} & W^{N\mu} \end{pmatrix} \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} \frac{4}{3}v_\chi^2 & \frac{4t}{\sqrt{3}}v_\chi^2 \\ \frac{4t}{\sqrt{3}}v_\chi^2 & 4t^2v_\chi^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^N \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Os auto-valores da matriz acima são

$$m_B^2 = 0 \quad , \quad m_{Z'}^2 = \frac{g^2}{3}(1 + 3t^2)v_\chi^2, \quad (3.8)$$

cujos auto-vetores, B e Z' , são uma mistura de W^8 e W^3

$$\begin{pmatrix} Z'^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\Psi & s_\Psi \\ -s_\Psi & c_\Psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{8\mu} \\ W^{N\mu} \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

onde $c_\Psi = \cos \Psi = \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}}$ e $s_\Psi = \sin \Psi = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{1+3t^2}}$, com $t = g_N/g$.

O espectro dos bósons vetoriais são cinco massivos V , $V^\dagger$, U , $U^\dagger$, Z' e quatro não-massivos W^1 , W^2 , W^3 e B .

3.2 Efeito da Quebra nos Multipletos de Matéria e de Escalares

Os tripletos de férmions desacoplam em dubletos mais um singleto. Para os léptons, temos

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'_a \\ e_a^{tc} \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_{Q_a}) \rightarrow l_{aL} = \begin{pmatrix} \nu'_a \\ e'_a \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{l_a}) + e_L^{tc} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{e_a}), \quad (3.10)$$

onde $N_{Q_a} = 0$, $Y_{l_a} = -1$ e $Y_{e_a} = 2$.

Para os quarks, temos

$$Q_1 = \begin{pmatrix} u'_1 \\ d'_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}, N_{Q_1}) \rightarrow q_{1L} = \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_{q_1}) + J_{1L} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{J_1}), \quad (3.11)$$

com $N_{Q_1} = 2/3$, $Y_{q_1} = 1/3$ e $Y_{J_1} = 10/3$.

e

$$Q_i = \begin{pmatrix} d'_i \\ -u'_i \\ J_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{3}^*, N_{Q_i}) \rightarrow q_{iL} = \begin{pmatrix} d'_i \\ -u'_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_{q_i}) + J'_{iL} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{J_i}), \quad (3.12)$$

com $N_{Q_i} = -1/3$, $Y_{q_i} = 1/3$ e $Y_{J_i} = -8/3$.

Os tripletos de escalares η e ρ desacoplam em dois dubletos e dois singletos

$$\begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta^+ \end{pmatrix} \rightarrow \tilde{\Phi}_1(\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{\Phi_1}) + \eta^+_{(\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\eta^+})}$$

$$\begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \rightarrow \Phi_2(\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{\Phi_2}) + \rho^{++}_{(\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{\rho^{++}})}, \quad (3.13)$$

onde

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

com $Y_{\Phi_1} = -1$, $Y_{\Phi_2} = 1$, $Y_{\eta^+} = 2$ e $Y_{\rho^{++}} = 4$.

Antes de desacoplarmos o sexteto, vamos escrevê-lo na seguinte forma[38]

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} & \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} & H_2^{++} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta & \Phi_3 \\ \Phi_3^\dagger & H_2^{++} \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

onde

$$\Delta = \begin{pmatrix} \sigma_1 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} \end{pmatrix} \text{ e } \Phi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h_1^+ \\ \sigma_2 \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Visto que a simetria 3-3-1 quebra para a 3-2-1, então o sexteto S deve quebrar em um tripleto, em um dubleto e em um singlete por 3-2-1.

$$S \rightarrow \Delta_{(1,3,Y_\Delta)} + \Phi_{3(1,2,Y_{\Phi_3})} + H_{2(1,1,Y_{H_2^{++}})}^{++}, \quad (3.17)$$

com $Y_\Delta = -2$, $Y_{\Phi_3} = 1$ e $Y_{H_2^{++}} = 4$.

3.3 Efeito da Quebra no Setor de Yukawa

Com essa quebra, o setor de Yukawa leptônico toma a seguinte forma por 3-2-1

$$\mathcal{L}_l^Y = \frac{G_{ab}}{2\sqrt{2}} \left((\bar{l}_{aL})^c \Delta l_{bL} + \bar{l}_{aL} \Phi_3 e'_{bR} + e_{bL}^c H_2^{++} e'_{aR} \right) + h.c. \quad (3.18)$$

O setor de Yukawa dos quarks invariante por 3-2-1 é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Q^Y = & \lambda'_{1a} \bar{q}_{1L} \Phi_2 d'_{aR} + \lambda'_{ia} \bar{q}_{iL} \tilde{\Phi}_2 u'_{aR} + \lambda''_{1a} \bar{q}_{1L} \tilde{\Phi}_1 u'_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{q}_{iL} \Phi_1 d'_{aR} \\ & + \lambda'_{1a} \bar{J}'_{1L} \rho^{++} d'_{aR} + \lambda'_{ia} \bar{J}'_{iL} \eta^- d'_{aR} + \lambda''_{1a} \bar{J}'_{1L} \eta^+ u'_{aR} + \lambda'_{ia} \bar{J}'_{iL} \rho^{--} u'_{aR} \\ & + \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{1L} J'_{1R} R_\chi + \frac{\lambda_{22}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{2R} R_\chi + \frac{\lambda_{33}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{3R} R_\chi + \frac{\lambda_1 v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{1L} J'_{1R} \\ & + \frac{\lambda_{22} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{2R} + \frac{\lambda_{23} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{3R} + \frac{\lambda_{32} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{2R} + \frac{\lambda_{33} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{3R} \\ & + h.c. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Capítulo 4

A Quebra da Simetria 3-2-1 para a 3-1

Neste capítulo estudamos a quebra espontânea da simetria 3-2-1 para a $SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$, de agora em diante simetria 3-1. Ela ocorre quando os dubletos Φ_1, Φ_2, Φ_3 e o tripleto Δ adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero. Decorre então que todas as partículas com massa diferente de zero ganharão seus corretos termos de massa. Como não mais haverá quebra de simetria, os termos de massas das partículas não mais se alterarão. Portanto diremos que essas partículas são as físicas.

4.1 Obtenção dos Bósons de Gauge Físicos

Da quebra espontânea da simetria 3-3-1 pra 3-2-1, algumas combinações de bósons de gauge receberam massas. Tanto estes bósons quanto os que não receberam massas não são os físicos, pois a natureza não é simétrica por 3-2-1. Diremos então que tais bósons são bósons intermediários. Com a quebra da simetria 3-2-1 para a 3-1, todos os bósons de gauge mediadores das interações eletro-fracas receberão seus corretos termos de massa.

A simetria 3-2-1 quebra para a 3-1 quando as componentes neutras dos dubletos Φ_1 ,

Φ_2 , Φ_3 e o tripleto Δ adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\begin{aligned} \langle \Phi_1 \rangle_0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ v_\eta \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \end{pmatrix}, \\ \langle \Phi_3 \rangle_0 &= \begin{pmatrix} 0 \\ v_{\sigma_2} \end{pmatrix}, \quad \langle \Delta \rangle_0 = \begin{pmatrix} v_{\sigma_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Substituindo (4.1) e os campos W^8 e W^N em função dos bósons Z' e B , dados em (3.9), na lagrangiana abaixo

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_e^C = & (\mathcal{D}_\mu \Phi_1)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_1) + (\mathcal{D}_\mu \Phi_2)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_2) + (\mathcal{D}_\mu \Phi_3)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi_3) \\ & + Tr [(\mathcal{D}_\mu \Delta)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Delta)], \end{aligned} \quad (4.2)$$

obtemos os seguintes termos de massa para os bósons neutros

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{2} \left(v^2 W_\mu^3 W^{3\mu} - \frac{v^2 t}{\sqrt{s}} W_\mu^3 B^\mu - \frac{v^2 t}{\sqrt{s}} B_\mu W^{3\mu} + \frac{v^2 t^2}{s} B_\mu B^\mu \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{3s}} (v^2 - 2sv_\rho^2) W_\mu^3 Z'^\mu + \frac{1}{\sqrt{3s}} (v^2 - 2sv_\rho^2) Z'_\mu W^{3\mu} \\ & + \frac{1}{\sqrt{3s}} (-v^2 t + 2tsv_\rho^2) B_\mu Z'^\mu + \frac{1}{\sqrt{3s}} (-v^2 t + 2tsv_\rho^2) Z'_\mu B^\mu \\ & \left. + \left(\frac{v^2}{3s} + 4t^2 v_\rho^2 + \frac{4}{3} s v_\chi^2 \right) Z'_\mu Z'^\mu \right), \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde $v^2 = v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 + 4v_{\sigma_1}^2$ e $s = 1 + 3t^2$.

Da diagonalização da matriz de mistura entre os bósons W^3 e B

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} v^2 & -\frac{t}{\sqrt{s}} v^2 \\ -\frac{t}{\sqrt{s}} v^2 & \frac{t^2}{s} v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

obtemos os seguintes auto-valores

$$m_A^2 = 0 \quad , \quad m_{Z^0}^2 = \frac{g^2}{4c_W^2} v^2, \quad (4.5)$$

cujos auto-vetores correspondem ao fóton, A , e ao bóson neutro padrão, Z^0 , os quais são a seguinte mistura entre B e W^3

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

onde $c_W = \cos(\theta_W)$ e $s_W = \sin(\theta_W)$, com $t^2 = \frac{g_N^2}{g^2} = \frac{s_W^2}{1-4s_W^2}$.

Depois dessa diagonalização, os termos de massa em (4.3) reduzem-se aos seguintes

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_{Z^0}^2 Z^{0\mu} Z_\mu^0 + \frac{g^2}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}s} (v^2 - 2s v_\rho^2) W_\mu^3 Z'^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}s} (-v^2 t + 2t s v_\rho^2) B_\mu Z'^\mu \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{3}s} (v^2 - 2s v_\rho^2) Z'_\mu W^{3\mu} + \frac{1}{\sqrt{3}s} (-v^2 t + 2t s v_\rho^2) B^\mu Z'_\mu \\ & \left. + \left(\frac{v^2}{3s} + 4t^2 v_\rho^2 + \frac{4}{3} s v_\chi^2 \right) Z'_\mu Z'^\mu \right). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Substituindo W^3 e B como função de A e Z^0 em (4.7), obtemos a seguinte mistura entre Z^0 e Z'

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^0 & Z'_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{Z^0}^2 & \delta_{Z^0 Z'} \\ \delta_{Z^0 Z'} & m_{Z'}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^{0\mu} \\ Z'^\mu \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

onde

$$\begin{aligned} m_{Z'}^2 &= \frac{g^2}{12h_W c_W^2} (v^2 h_W^2 + 12s_W^2 c_W^2 v_\rho^2 + 4c_W^4 v_\chi^2), \\ \delta_{Z^0 Z'} &= \frac{g^2}{4\sqrt{3}h_W c_W^2} (v^2 h_W - 2c_W^2 v_\rho^2). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Os auto-valores da matriz acima são

$$m_{Z_1}^2 \approx m_{Z^0}^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-1}) \quad , \quad m_{Z_2}^2 \approx m_{Z'}^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-1}), \quad (4.10)$$

onde $h_W = 1 - 4s_W^2$.

Os auto-vetores correspondentes aos auto-valores acima, denotamos de Z^1 e Z^2 , são a seguinte mistura entre Z^0 e Z'

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^1 \\ Z_\mu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\theta & -s_\theta \\ s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^0 \\ Z'_\mu \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Onde $\tan^2 \theta = \frac{m_{Z^1}^2 - m_{Z^0}^2}{m_{Z^2}^2 - m_{Z^0}^2}$.

Invertendo o caminho, podemos escrever

$$\begin{aligned} W_\mu^N &= -\tan_W(\sqrt{3}s_\theta + \sqrt{h_W c_\theta})Z_\mu^1 + \tan_W(\sqrt{3}c_\theta - \sqrt{h_W s_\theta})Z_\mu^2 + \sqrt{h_W}A_\mu, \\ W_\mu^3 &= c_W c_\theta Z_\mu^1 + c_W s_\theta Z_\mu^2 + s_W A_\mu, \\ W_\mu^8 &= \left(-\frac{\sqrt{h_W}}{c_W}s_\theta + \sqrt{3}\tan_W s_W c_\theta\right)Z_\mu^1 + \left(\frac{\sqrt{h_W}}{c_W}c_\theta + \sqrt{3}\tan_W s_W s_\theta\right)Z_\mu^2 \\ &\quad - \sqrt{3}s_W A_\mu. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Agora vamos obter os bósons de gauge carregados físicos da teoria. Com a quebra da simetria 3-3-1 para a 3-2-1, quatro bósons, além do Z' , ganharam massa: o V , $V^\dagger$, U e o $U^\dagger$. A quebra seguinte adicionará novos termos de massa a estes bósons e fornecerá massa às combinações : $\frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \pm iW^2)$, as quais formam os bósons de gauge padrões $W^\pm$. De (4.2) obtemos os seguintes termos de massa

$$\begin{aligned} &\frac{g^2}{2}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 + 2v_{\sigma_1}^2)W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2}{2}(v_\eta^2 + v_\chi^2 + v_{\sigma_2}^2 + 2v_{\sigma_1}^2)V_\mu^+ V^{-\mu} \\ &+ \frac{g^2}{2}(2\sqrt{2}v_{\sigma_1}v_{\sigma_2})W_\mu^+ V^{-\mu} + \frac{g^2}{2}(2\sqrt{2}v_{\sigma_1}v_{\sigma_2})W_\mu^- V^{+\mu} \\ &+ \frac{g^2}{2}(v_\rho^2 + v_\chi^2 + 4v_{\sigma_2}^2)U^{++\mu}U_\mu^{--}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Adiantamos acima as respectivas cargas destes bósons. No próximo capítulo, na seção “Correntes Carregadas”, verificaremos tais cargas. Os termos em (4.13) podem ser postos na seguinte forma

$$\begin{pmatrix} W_\mu^+ & V_\mu^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_W^2 & \delta_{WV} \\ \delta_{WV} & m_V^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{-\mu} \\ V^{-\mu} \end{pmatrix} + m_U^2 U^{++\mu} U_\mu^{--}, \quad (4.14)$$

onde $m_W^2 = \frac{g^2}{2}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 + 2v_{\sigma_1}^2)$, $m_V^2 = \frac{g^2}{2}(v_\eta^2 + v_\chi^2 + v_{\sigma_2}^2 + 2v_{\sigma_1}^2)$, $\delta_{WV} = \frac{g^2}{2}(2\sqrt{2}v_{\sigma_1}v_{\sigma_2})$ e $m_U^2 = \frac{g^2}{2}(v_\rho^2 + v_\chi^2 + 4v_{\sigma_2}^2)$.

Como podemos ver em (4.14), devido ao fato de considerarmos $\langle \sigma_1 \rangle \neq 0$, os bósons $W^\pm$ e $V^\pm$ ainda não são os físicos. Estes sairão da diagonalização da matriz de mistura em (4.14).

Os auto-valores desta matriz são

$$m_{\tilde{W}}^2 \approx m_W^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-1}) \quad , \quad m_{\tilde{V}}^2 \approx m_V^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-1}), \quad (4.15)$$

cujos auto-vetores misturam-se da seguinte forma

$$\begin{pmatrix} \tilde{W}_\mu^+ \\ \tilde{V}_\mu^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\theta^+} & -s_{\theta^+} \\ s_{\theta^+} & c_{\theta^+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ V_\mu^+ \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

onde o ângulo de mistura pode ser dado pela seguinte forma

$$\tan^2 \theta^+ = \frac{m_{\tilde{W}}^2 - m_W^2}{m_{\tilde{V}}^2 - m_V^2}. \quad (4.17)$$

4.2 Obtenção dos Férmions Físicos

A obtenção dos férmions físicos dá-se através da lagrangiana de Yukawa. No segundo capítulo, ao quebrarmos a simetria 3-3-1 para 3-2-1, obtivemos a lagrangiana de Yukawa invariante por 3-2-1. Agora, ao quebrarmos a simetria 3-2-1 para a 3-1, obtemos a lagrangiana que apresenta os férmions físicos.

4.2.1 Os Léptons Físicos

Quando na lagrangiana de Yukawa invariante por 3-2-1

$$\mathcal{L}_l^Y = \frac{G_{ab}}{2\sqrt{2}} \left((\overline{l'_{aL}})^c \Delta^* l'_{bL} + \overline{l'_{aL}} \Phi_3 l'_{bR} + \overline{e'_{bL}} H_2^{++} e'_{aR} \right) + h.c., \quad (4.18)$$

as componentes neutras de Δ e Φ_3 tomam um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\sigma_1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\sigma_1} + R_{\sigma_1} + iI_{\sigma_1}), \quad \sigma_2 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\sigma_2} + R_{\sigma_2} + iI_{\sigma_2}), \quad (4.19)$$

ela quebra para a seguinte invariante por 3-1

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_I^Y = & \left(\bar{\nu}_L^c \Theta_1 e_L h_2^+ + \bar{e}_L^c \Theta_2 \nu_L h_2^+ + \bar{e}_L^c \Theta_3 e_L H_1^{++} + \bar{\nu}_L \Theta_4 e_R + \bar{e}_R^c \Theta_5 e_R H_2^{++} \right) \\ & + \bar{\nu}_L^c \frac{M_\nu}{v_{\sigma_1}} \nu_L R_{\sigma_1} + \bar{e}_L \frac{M_e}{v_{\sigma_2}} e_R R_{\sigma_2} - i \bar{\nu}_L^c \frac{M_\nu}{v_{\sigma_1}} \nu_L I_{\sigma_1} - i \bar{e}_L \frac{M_e}{v_{\sigma_2}} e_R I_{\sigma_2} \\ & + \bar{e}_L M_e e_R + \bar{\nu}_L^c M_\nu \nu_L + h.c.,\end{aligned}\quad (4.20)$$

com $e = (e_1, e_2, e_3)^T$ e $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T$ sendo os léptons e os neutrinos físicos, os quais se relacionam com os simétricos por 3-2-1 através de operadores unitário

$$\nu_L = V_L^{\nu T} \nu'_L, \quad e_L = V_L^{e T} e'_L, \quad e_R = V_R^{e T} e'_R, \quad (4.21)$$

onde T significa transposto. Aqui, por simplificação, estamos supondo que estas matrizes são reais.

A matriz de massas dos léptons e dos neutrinos físicos são

$$\begin{aligned}M_e &= \frac{v_{\sigma_2}}{4} (V_L^{e T} G V_R^e) = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau), \\ M_\nu &= \frac{v_{\sigma_1}}{4} (V_L^{\nu T} G V_L^\nu) = \text{diag}(m_{\nu_e}, m_{\nu_\mu}, m_{\nu_\tau}).\end{aligned}\quad (4.22)$$

Os acoplamentos em (4.20) são

$$\begin{aligned}\Theta_1 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} V_L^{\nu T} G V_L^e, \quad \Theta_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_L^{e T} G V_L^\nu, \quad \Theta_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_L^{e T} G V_L^e \\ \Theta_4 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} V_L^{\nu T} G V_R^e, \quad \Theta_5 = \frac{1}{2\sqrt{2}} V_R^{e T} G V_R^e.\end{aligned}\quad (4.23)$$

4.2.2 Os Quarks Físicos

Das interações de Yukawa entre quarks invariante por 3-2-1

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_q^Y = & \lambda'_{1a} \bar{q}_{1L} \Phi_2 d'_{aR} + \lambda'_{ia} \bar{q}_{iL} \tilde{\Phi}_2 u'_{aR} + \lambda''_{1a} \bar{q}_{1L} \tilde{\Phi}_1 u'_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{q}_{iL} \Phi_1 d'_{aR} \\ & + \lambda'_{1a} \bar{J}'_{1L} \rho^{++} d'_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{J}'_{iL} \eta^- d'_{aR} + \lambda''_{1a} \bar{J}'_{1L} \eta^+ u'_{aR} + \lambda'_{ia} \bar{J}'_{iL} \rho^{--} u'_{aR} \\ & \frac{\lambda_1}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{1L} J'_{1R} R_\chi + \frac{\lambda_{22}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{2R} R_\chi + \frac{\lambda_{33}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{3R} R_\chi,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda_{23}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{3R} R_\chi + \frac{\lambda_{32}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{2R} R_\chi + \frac{\lambda_{1\chi}}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{1L} J'_{1R} \\
& + \frac{\lambda_{22} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{2R} + \frac{\lambda_{23} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{2L} J'_{3R} + \frac{\lambda_{32} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{2R} + \frac{\lambda_{33} v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}'_{3L} J'_{3R} \\
& + h.c.,
\end{aligned} \tag{4.24}$$

ao quebrarmos para a invariante por 3-1, isto é, quando as componentes neutras de Φ_1 e Φ_2 tomam um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\eta^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta + iI_\eta), \quad \rho^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\rho + R_\rho + iI_\rho), \tag{4.25}$$

obtemos a seguinte lagrangiana invariante por 3-1

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_q^Y = & \bar{u}_L M_u u_R + \bar{d}_L M_d d_R + m_{J_1} \bar{J}_{1L} J_{1R} + \bar{J}_{iL} M_J J_{iR} \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L V_L^{u\dagger} \delta \Gamma^u V_R^u u_R [(R_\eta + iI_\eta)/v_\eta - (R_\rho - iI_\rho)/v_\rho] + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L \frac{M_u}{v_\rho} u_R (R_\rho - iI_\rho) \\
& + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L V_L^{d\dagger} \delta \Gamma^d V_R^d d_R [(R_\rho + iI_\rho)/v_\rho - (R_\eta - iI_\eta)/v_\eta] + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L \frac{M_d}{v_\eta} d_R (R_\eta - iI_\eta) \\
& + \frac{m_{J_1}}{v_\chi} \bar{J}_{1L} J_{1R} R_\chi + \frac{1}{v_\chi} \bar{J}_L M_J J_R R_\chi + \lambda''_{1a} \bar{d}_{bL} (V_L^{d\dagger})_{b1} (V_R^u)_{ac} u_{cR} \eta_1^- \\
& + \lambda'_{ia} \bar{d}_{bL} (V_L^{d\dagger})_{bi} (V_R^u)_{ac} u_{cR} \rho_1^+ + \lambda'_{1a} \bar{u}_{bL} (V_L^{u\dagger})_{b1} (V_R^d)_{ac} d_{cR} \rho_1^+ \\
& - \lambda''_{ia} \bar{u}_{bL} (V_L^{u\dagger})_{bi} (V_R^d)_{ac} d_{cR} \eta_1^+ + \lambda'_{1a} \bar{J}_{1L} (V_R^d)_{ac} d_{cR} \rho^{++} \\
& + \lambda''_{1a} \bar{J}_{1L} (V_R^u)_{ac} u_{cR} \eta_2^+ + \lambda''_{ia} \bar{J}_{iL} (V_L^{J\dagger})_{li} (V_R^d)_{ac} d_{cR} \eta_2^- \\
& + \lambda'_{ia} \bar{J}_{iL} (V_L^{J\dagger})_{li} (V_R^u)_{ac} u_{cR} \rho^{--} + h.c.
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Onde $u = (u_1, u_2, u_3)^T$, $d = (d_1, d_2, d_3)^T$, $J = (J_2, J_3)^T$ e $\delta = \text{diag}(1, 0, 0)$. Aqui os índices tomam os seguintes valores: $i, l = 2, 3$ e $a, b, c = 1, 2, 3$.

Os campos físicos relacionam-se da seguinte maneira com os campos simétricos por 3-2-1

$$J_L = V_L^{J\dagger} J'_L, \quad J_R = V_R^{J\dagger} J'_R. \tag{4.27}$$

O quark exótico J_1 em (4.26) já é o físico.

Para os quarks up's e down's, temos

$$\begin{aligned} u_L &= V_L^{u\dagger} u'_L, \quad u_R = V_R^u u'_R \\ d_L &= V_L^{d\dagger} d'_L, \quad d_R = V_R^d d'_R. \end{aligned} \quad (4.28)$$

As massas desses quarks são obtidas da seguinte maneira

$$\begin{aligned} M_u &= V_L^u \Gamma^u V_R^{u\dagger} = \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \\ M_d &= V_L^d \Gamma^d V_R^{d\dagger} = \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \\ M_J &= V_L^J \Gamma^J V_R^{J\dagger} = \text{diag}(m_{J_2}, m_{J_3}), \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde

$$\begin{aligned} \Gamma^u &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda''_{11} v_\eta & \lambda''_{12} v_\eta & \lambda''_{13} v_\eta \\ -\lambda'_{21} v_\rho & -\lambda'_{22} v_\rho & -\lambda'_{23} v_\rho \\ -\lambda'_{31} v_\rho & -\lambda'_{32} v_\rho & -\lambda'_{33} v_\rho \end{pmatrix}, \\ \Gamma^d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda'_{11} v_\rho & \lambda'_{12} v_\rho & \lambda'_{13} v_\rho \\ \lambda''_{21} v_\eta & \lambda''_{22} v_\eta & \lambda''_{23} v_\eta \\ \lambda''_{31} v_\eta & \lambda''_{32} v_\eta & \lambda''_{33} v_\eta \end{pmatrix}, \\ \Gamma^J &= \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Os resultados mais interessantes deste capítulo são a troca de sabor com escalares neutros no setor de quarks e uma mistura entre W^+ e V^+ .

Capítulo 5

Correntes Neutras e Carregadas

As correntes neutras e carregadas surgem da abertura da lagrangiana de matéria fermiônica

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cin} = & \bar{L}_{\alpha_L} i \not{D} L_{\alpha_L} + \bar{Q}_{1_L} i \not{D} Q_{1_L} \\ & + \bar{Q}_{i_L} i \not{D} Q_{i_L} + \bar{u}_{\alpha_R} i \not{D} u_{\alpha_R} \\ & + \bar{d}_{\alpha_R} i \not{D} d_{\alpha_R} + \bar{J}_{\alpha_R} i \not{D} J_{\alpha_R},\end{aligned}\tag{5.1}$$

onde

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig_N N(f_L) W_\mu^N + i \frac{g}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu,\tag{5.2}$$

é a derivada covariante para os tripletos de mão-esquerda e

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig_N N(f_R) W_\mu^N,\tag{5.3}$$

a derivada covariante para os singletos de mão -direita.

Para os tripletos

$$\frac{g}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu = \begin{pmatrix} \frac{g}{2}(W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8) & -\frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & -\frac{g}{\sqrt{2}}V_\mu^- \\ -\frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^- & \frac{g}{2}(-W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8) & -\frac{g}{\sqrt{2}}U_\mu^{--} \\ -\frac{g}{\sqrt{2}}V_\mu^+ & -\frac{g}{\sqrt{2}}U_\mu^{++} & -\frac{g}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \end{pmatrix}.\tag{5.4}$$

Para anti-tripletos

$$\frac{g}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{W}_\mu = \begin{pmatrix} -\frac{g}{2}(W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8) & \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^+ & \frac{g}{\sqrt{2}}V_\mu^- \\ \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^- & -\frac{g}{2}(-W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8) & \frac{g}{\sqrt{2}}U_\mu^{--} \\ \frac{g}{\sqrt{2}}V_\mu^+ & i\frac{g}{\sqrt{2}}U_\mu^{++} & \frac{g}{2}\frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

onde $\bar{\lambda} = -\lambda^*$.

Substituindo os conteúdos de representação de matéria dado no primeiro capítulo e as matrizes acima na lagrangiana em (5.1), obtemos as correntes neutras e carregadas dos léptons e quarks.

5.1 Correntes Carregadas

Vejamos, primeiro, as correntes carregadas dos léptons.

$$\mathcal{L}_l^{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu V_{CKM}^l e_{aL} W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e}_{aL} O^V \gamma^\mu \nu_{aL} V_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e}_{aL} O^U \gamma^\mu e_{aL} U_\mu^{++} + h.c., \quad (5.6)$$

onde $V_{CKM}^l = V_L^{\nu\dagger} V_L^e$ é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa entre os léptons e: $O^V = V_R^e V_L^{\nu T}$, $O^U = V_R^e V_L^{eT}$.

Destas interações, através da conservação da carga elétrica e da carga leptônica, inferimos as cargas elétricas e leptônicas dos bósons vetoriais. Portanto V^+ e U^{++} são biléptons, isto é, carregam duas unidades de carga leptônica.

Para os quarks as correntes carregadas tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^{cc} = & \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_L V_{CKM}^q \gamma^\mu d_L W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}_{1L} \gamma^\mu (V_L^u)_{1a} u_{aL} - \bar{d}_{lL} (V_L^{d\dagger})_{il} (V_L^J)_{in} \gamma^\mu J_{nL} \right) V_\mu^+ \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}_{1L} \gamma^\mu (V_L^d)_{1a} d_{1L} + \bar{u}_{lL} (V_L^{u\dagger})_{il} (V_L^{J\dagger})_{in} \gamma^\mu J_{nL} \right) U_\mu^{++} + h.c., \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde $a = 1, 2, 3$, enquanto que $i, l, n = 2, 3$. $V_{CKM}^q = V_L^{u\dagger} V_L^d$ é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa entre os quarks. Dos últimos dois termos em (5.7), concluimos que os quarks exóticos J_a são leptoquarks, isto é, carregam carga leptônica e bariônica.

5.2 Correntes Neutras

Para obtermos as correntes neutras, devemos substituir em (5.3), (5.4) e (5.5) os W^3 , W^8 e W^N dados em (4.12). Vejamos primeiro as correntes neutras entre os léptons.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^{NC} = & -\frac{g}{2c_W} \left(c_\theta - \sqrt{\frac{h_W}{3}} s_\theta \right) \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^1 - \frac{g}{2c_W} \left(s_\theta + \sqrt{\frac{h_W}{3}} c_\theta \right) \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} Z_\mu^2 \\ & - \frac{g}{2c_W} \bar{e}_a \gamma^\mu (a_1 - b_1 \gamma^5) e_a Z_\mu^1 - \frac{g}{2c_W} \bar{e}_a \gamma^\mu (a_2 - b_2 \gamma^5) e_a Z_\mu^2, \end{aligned} \quad (5.8)$$

onde,

$$\begin{aligned} a_1 = & -\frac{1}{2}(\sqrt{3h_W} s_\theta + h_W c_\theta) , \quad b_1 = -\frac{1}{2}(c_\theta - \sqrt{3h_W} s_\theta) \\ a_2 = & -\frac{1}{2}(-\sqrt{3h_W} c_\theta + h_W s_\theta) , \quad b_2 = -\frac{1}{2}(s_\theta + \sqrt{3h_W} c_\theta). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Já as correntes neutras com os quarks up's e Z^1 tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z^1,u}^{NC} = & \frac{g}{2C_W} (\bar{u} \gamma_\mu [a_{1L}(u)(1 - \gamma_5) + a_{1R}(u)(1 + \gamma_5)] u + \\ & \bar{u} \gamma_\mu V_L^{u*} Y_{Z^1}^{mu} V_L^u (1 - \gamma_5) u s_\theta) Z_\mu^1, \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{1L}(u) = & \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} s_W^2 \right) c_\theta , \quad a_{1R}(u) = \left(\frac{2}{3} s_W^2 c_\theta + \frac{2}{\sqrt{3} h_W} s_W^2 s_\theta \right) , \\ Y_{Z^1}^{mu} = & \frac{1}{\sqrt{12} h_W} \text{diag}(1, -1 + 2s_W^2, -1 + 2s_W^2). \end{aligned} \quad (5.11)$$

As correntes neutras com os quarks down's e Z^1 tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z^1,d}^{NC} = & \frac{g}{2c_W} \left(\bar{d} \gamma_\mu [a_{1L}(d)(1 - \gamma_5) + a_{1R}(d)(1 + \gamma_5)] d + \right. \\ & \left. \bar{d} \gamma_\mu V_L^{d*} Y_{Z^1}^{md} V_L^d (1 - \gamma_5) d s_\theta \right) Z_\mu^1, \end{aligned} \quad (5.12)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{1L}(d) = & \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} s_W^2 \right) c_\theta , \quad a_{1R}(d) = \left(-\frac{1}{3} s_W^2 c_\theta - \frac{1}{\sqrt{3} h_W} s_W^2 s_\theta \right) , \\ Y_{Z^1}^{md} = & \frac{1}{\sqrt{12} h_W} \text{diag}(1, -1 + 2s_W^2, -1 + 2s_W^2). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Para os quarks exóticos e Z^1 temos

$$\mathcal{L}_{Z^1, J}^{NC} = \frac{g}{2c_W} \left(\bar{J}_1 \gamma_\mu [a_{1L}(J_1)(1 - \gamma_5) + a_{1R}(J_1)(1 + \gamma_5)] J_1 + \bar{J} \gamma_\mu [a_{1L}(J)(1 - \gamma_5) + a_{1R}(J)(1 + \gamma_5)] J \right) Z_\mu^1, \quad (5.14)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{1L}(J_1) &= \left(\frac{5S_W^2}{3} c_\theta - \frac{(1 - 6s_W^2)}{\sqrt{3}h_W} s_\theta \right), \quad a_{1R}(J_1) = \left(\frac{5s_W^2}{3} c_\theta + \frac{5s_W^2}{\sqrt{3}h_W} s_\theta \right), \\ a_{1L}(J) &= \left(-\frac{4s_W^2}{3} c_\theta + \frac{(1 - 5s_W^2)}{\sqrt{3}h_W} s_\theta \right), \quad a_{1R}(J) = \left(-\frac{4s_W^2}{3} s_W^2 c_\theta - \frac{4s_W^2}{\sqrt{3}h_W} s_\theta \right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Já as correntes neutras com os quarks up's e Z^2 tomam a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{Z^2, u}^{NC} = \frac{g}{2c_W} \left(\bar{u} \gamma_\mu [a_{2L}(u)(1 - \gamma_5) + a_{2R}(u)(1 + \gamma_5)] u + \bar{u} \gamma_\mu V_L^{u*} Y_{Z^2}^{2um} V_L^u (1 - \gamma_5) u c_\theta \right) Z_\mu^2, \quad (5.16)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{2L}(u) &= \left(\frac{2s_W^2}{3} - \frac{1}{2} \right) s_\theta, \quad a_{1R}(u) = \left(\frac{2}{3} s_W^2 s_\theta - \frac{2}{\sqrt{3}h_W} s_W^2 c_\theta \right), \\ Y_{Z^2}^{mu} &= \frac{1}{\sqrt{12}h_W} \text{diag}(1, 1 - 2s_W^2, 1 - 2s_W^2). \end{aligned} \quad (5.17)$$

As correntes neutras com os quarks down's e Z^2 tomam a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{Z^2, d}^{NC} = \frac{g}{2c_W} \left(\bar{d} \gamma_\mu [a_{2L}(d)(1 - \gamma_5) + a_{2R}(d)(1 + \gamma_5)] d + \bar{d} \gamma_\mu V_L^{d*} Y_{Z^2}^{dm} V_L^d (1 - \gamma_5) d c_\theta \right) Z_\mu^2, \quad (5.18)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{2L}(d) &= \left(-\frac{1s_W^2}{3} + \frac{1}{2} \right) s_\theta, \quad a_{2R}(d) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}h_W} s_W^2 c_\theta - \frac{1}{3} s_W^2 s_\theta \right), \\ Y_{Z^2}^{md} &= \frac{1}{\sqrt{12}h_W} \text{diag}(1, 1 - 2s_W^2, 1 - 2s_W^2). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Para os quarks exóticos e Z^2 , temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z^2,J}^{NC} = & \frac{g}{2c_W} \left(\bar{J}_1 \gamma_\mu [a_{2L}(J_1)(1 - \gamma_5) + a_{2R}(J_1)(1 + \gamma_5)] J_1 + \right. \\ & \left. \bar{J} \gamma_\mu [a_{2L}(J)(1 - \gamma_5) + a_{2R}(J)(1 + \gamma_5)] J \right) Z_\mu^2, \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde

$$\begin{aligned} a_{2L}(J_1) &= \left(\frac{5s_W^2}{3} s_\theta + \frac{(1 - 9s_W^2)}{\sqrt{3}h_W} c_\theta \right), \quad a_{2R}(J_1) = \left(\frac{5s_W^2}{3} s_\theta - \frac{5s_W^2}{\sqrt{3}h_W} c_\theta \right), \\ a_{2L}(J) &= \left(-\frac{4s_W^2}{3} s_\theta - \frac{(1 - 5s_W^2)}{\sqrt{3}h_W} c_\theta \right), \quad a_{2R}(J) = \left(-\frac{4s_W^2}{3} s_W^2 s_\theta + \frac{4s_W^2}{\sqrt{3}h_W} c_\theta \right). \end{aligned} \quad (5.21)$$

Capítulo 6

O Potencial do Modelo 3-3-1

Quando o tripleto χ adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero, a simetria 3-3-1 quebra para a 3-2-1 e cinco bósons de Goldstone são absorvidos pelas componentes longitudinais dos biléptons $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$ e do Z' . Aqui, como apenas um tripleto provoca a quebra, o conhecimento dos bósons de Goldstone torna-se trivial. Já na quebra da simetria 3-2-1 para a 3-1, três dubletos e um tripleto adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero. Neste caso o conhecimento dos bósons de Goldstones não é trivial, pois é necessário diagonalizar uma matriz de ordem 4×4 .

Os escalares físicos do modelo só são conhecidos quando da abertura do potencial, tarefa difícil em se tratando do potencial apresentado no cap.2[43], pois temos cinco escalares neutros de CP-par, quatro de CP-ímpar, cinco simplesmente carregados e três duplamente carregados. Isto significa que teremos de resolver problemas de auto-valores e auto-vetores de matrizes de quinta, quarta e terceira ordem, o que resulta em polinômios com as respectivas ordens. O de terceira ordem geralmente pode ser resolvido analiticamente, mas o normal nestes casos é o tratamento numérico.

O objetivo deste capítulo é conhecer o tipo de majoron, isto é, se ele é fortemente tripleto, ou dubleto. Mesmo assim explicitamos as matrizes de massa de todos os escalares tanto os carregados quanto os neutros.

Para isso, devemos substituir no potencial do modelo os escalares nas Eqs.(2.19), (2.20) e (3.2) com os seus respectivos valores esperados no vácuo diferentes de zero

$$\begin{aligned}\chi_0 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + R_\chi) \ , \ \rho_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\rho + R_\rho + iI_\rho) \\ \eta_0 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) \ , \ \sigma_1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\sigma_1} + R_{\sigma_1} + iI_{\sigma_1}) \\ \sigma_2 &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\sigma_2} + R_{\sigma_2} + iI_{\sigma_2}),\end{aligned}\tag{6.1}$$

O mínimo do potencial ocorre quando os coeficientes dos termos lineares nos campos de CP-par se anulam

$$V_{linear} = t_1 R_\eta + t_2 R_\rho + t_3 R_\chi + t_4 R_{\sigma_1} + t_5 R_{\sigma_2},\tag{6.2}$$

isto é, quando $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = 0$, onde[43]

$$\begin{aligned}t_1 &= \mu_1^2 v_\eta + \lambda_1 v_\eta^3 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\eta v_\chi^2 + \frac{f_1}{2\sqrt{2}} v_\rho v_\chi + \lambda_{12} v_\eta \left(\frac{v_{\sigma_1}^2}{2} + \frac{v_{\sigma_2}^2}{2} \right) \\ &\quad + \frac{v_{\sigma_2}}{2\sqrt{2}} (\lambda_{15} v_\chi^2 - \lambda_{16}^2 v_\rho^2) - \lambda_{17} v_{\sigma_2}^2 v_\eta + \frac{\lambda_{19}}{2} v_{\sigma_1}^2 v_\eta, \\ t_2 &= \mu_2^2 v_\rho + \lambda_2 v_\rho^3 + \frac{\lambda_4}{2} v_\rho v_\eta^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho v_\chi^2 + \frac{f_1}{2\sqrt{2}} v_\eta v_\chi + \lambda_{13} v_\rho \left(\frac{v_{\sigma_1}^2}{2} + \frac{v_{\sigma_2}^2}{2} \right) \\ &\quad + \frac{f_2}{4} v_{\sigma_2} v_\chi - \frac{\lambda_{16}}{\sqrt{2}} v_\rho v_{\sigma_2} v_\chi + \frac{\lambda_{20}}{2} v_{\sigma_2}^2 v_\rho, \\ t_3 &= \mu_3^2 v_\chi + \lambda_3 v_\chi^3 + \frac{\lambda_5}{2} v_\chi v_\eta^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\chi v_\rho^2 + \frac{f_1}{2\sqrt{2}} v_\eta v_\rho + \lambda_{14} v_\chi \left(\frac{v_{\sigma_1}^2}{2} + \frac{v_{\sigma_2}^2}{2} \right) \\ &\quad + \frac{f_2}{4} v_{\sigma_2} v_\rho + \frac{\lambda_{15}}{\sqrt{2}} v_\eta v_{\sigma_2} v_\chi + \frac{\lambda_{18}}{4} v_{\sigma_2}^2 v_\chi, \\ t_4 &= \mu_4^2 v_{\sigma_1} + \frac{\lambda_{11}}{2} v_{\sigma_1}^3 + \lambda_{10} (v_{\sigma_1}^3 + v_{\sigma_1} v_{\sigma_2}^2) + \frac{\lambda_{12}}{2} v_{\sigma_1} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\rho^2 v_{\sigma_1} \\ &\quad + \frac{\lambda_{14}}{2} v_{\sigma_1} v_\chi^2 + \frac{\lambda_{19}}{2} v_{\sigma_1} v_\eta^2, \\ t_5 &= \mu_4^2 v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{11}}{2} v_{\sigma_2}^3 + \lambda_{10} (v_{\sigma_2}^3 + v_{\sigma_2} v_{\sigma_1}^2) + \frac{\lambda_{12}}{2} v_{\sigma_2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2} v_\rho^2 v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{14}}{2} v_{\sigma_2} v_\chi^2 \\ &\quad + \frac{f_2}{4} v_\chi v_\rho + \frac{\lambda_{15}}{2\sqrt{2}} v_\eta v_\chi^2 - \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}} v_\eta v_\rho^2 - \lambda_{17} v_{\sigma_2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_{18}}{4} v_\chi^2 v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{20}}{4} v_\rho^2 v_{\sigma_2}.\end{aligned}\tag{6.3}$$

Estas condições são denominadas de vínculos do potencial.

Agora apresentamos os elementos da matriz de massa de todos os escalares do modelo. Primeiro dos escalares de CP-ímpar. É a seguinte a matriz de massa, M^I , para os escalares de CP-ímpar na base: $I_\eta, I_\rho, I_{\sigma_2}, I_{\sigma_1}$

$$\begin{aligned}
 M_{11}^I &= \frac{\mu_1^2}{2} + \frac{\lambda_1}{2}v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{4}v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{4}v_\chi^2 + \frac{1}{4}(\lambda_{12} + \lambda_{19})v_{\sigma_1}^2 + \left(\frac{\lambda_{17}}{2} + \frac{\lambda_{12}}{4}\right)v_{\sigma_2}^2, \\
 M_{12}^I &= M_{21}^I = -\frac{f_1 v_\chi}{4\sqrt{2}}, \\
 M_{13}^I &= M_{31}^I = -\frac{1}{4\sqrt{2}}\lambda_{15}v_\chi^2 + \frac{1}{4\sqrt{2}}\lambda_{16}v_\rho^2 + \lambda_{17}v_\eta v_{\sigma_2}, \\
 M_{14}^I &= M_{41}^I = 0, \\
 M_{22}^I &= \frac{\mu_2^2}{2} + \frac{\lambda_2}{2}v_\rho^2 + \lambda_4 \frac{v_\eta^2}{4} + \lambda_6 \frac{v_\chi^2}{4} + \lambda_{13} \frac{v_{\sigma_1}^2}{4} \\
 &\quad + \left(\frac{\lambda_{13}}{4} + \frac{\lambda_{20}}{8}\right)v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{11}}{2\sqrt{2}}v_\eta v_{\sigma_2}^2, \\
 M_{23}^I &= M_{32}^I = -\frac{f_2 v_\chi}{8}, \\
 M_{24}^I &= M_{42}^I = 0, \\
 M_{33}^I &= \frac{\mu_4^2}{2} + \left(\frac{\lambda_{10}}{2} + \frac{\lambda_{11}}{4}\right)v_{\sigma_2}^2 + \frac{\lambda_{10}}{2}v_{\sigma_1}^2 + \left(\frac{\lambda_{12}}{4} + \frac{\lambda_{17}}{2}\right)v_\eta^2 \\
 &\quad + \left(\frac{\lambda_{13}}{4} + \frac{\lambda_{20}}{8}\right)v_\rho^2 + \left(\frac{\lambda_{14}}{4} + \frac{\lambda_{18}}{8}\right)v_\chi^2, \\
 M_{34}^I &= M_{43}^I = 0, \\
 M_{44}^I &= \frac{\mu_4^2}{4} + \frac{1}{4}(\lambda_{10} + \lambda_{11})v_{\sigma_1}^2 + \frac{\lambda_{10}}{4}v_{\sigma_2}^2 + \frac{1}{8}(\lambda_{12} + \lambda_{19})v_\eta^2 \\
 &\quad + \frac{\lambda_{13}}{8}v_\rho^2 + \frac{\lambda_{14}}{4}v_\chi^2.
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Usando os vínculos, obtemos[43]

$$\begin{aligned}
 M_{11}^I &\rightarrow \frac{\lambda_{16}}{4\sqrt{2}} \frac{v_\rho^2 v_{\sigma_2}}{v_\eta} - \frac{\lambda_{15}}{4\sqrt{2}} \frac{v_\chi^2 v_{\sigma_2}}{v_\eta} - \frac{f_1}{4\sqrt{2}} \frac{v_\rho v_\chi}{v_\eta} + \lambda_{17} v_{\sigma_2}^2, \\
 M_{22}^I &\rightarrow -\frac{f_1}{4\sqrt{2}} \frac{v_\eta v_\chi}{v_\rho} - \frac{f_2}{8} \frac{v_{\sigma_2} v_\chi}{v_\rho},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{33}^I &\rightarrow \frac{\lambda_{16}}{4\sqrt{2}} \frac{v_\rho^2 v_\eta}{v_{\sigma_2}} - \frac{\lambda_{15}}{4\sqrt{2}} \frac{v_\chi^2 v_\eta}{v_{\sigma_2}} - \frac{f_2}{8} \frac{v_\rho v_\chi}{v_{\sigma_2}} + \lambda_{17} v_\eta^2, \\
M_{12}^I &= M_{21}^I = -\frac{f_1 v_\chi}{4\sqrt{2}}, \\
M_{13}^I &= M_{31}^I = -\frac{1}{4\sqrt{2}} \lambda_{15} v_\chi^2 + \frac{1}{4\sqrt{2}} \lambda_{16} v_\rho^2 + \lambda_{17} v_\eta v_{\sigma_2}, \\
M_{23}^I &= M_{32}^I = -\frac{f_2 v_\chi}{8}, \\
M_{14}^I &= M_{41}^I = 0, \\
M_{24}^I &= M_{42}^I = 0, \\
M_{34}^I &= M_{43}^I = 0, \\
M_{44}^I &\rightarrow 0.
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Resulta que os vínculos desacoplam o campo I_{σ_1} dos demais e dão-lhe massa zero. Este é o majoron, o qual estamos procurando[27]. A principal consequência desse desacoplamento é o fato do majoron interagir, no setor de matéria, apenas com os neutrinos.

Resta agora uma matriz de ordem 3×3 na base $I_\eta, I_\rho, I_{\sigma_2}$. Ao diagonalizarmos esta matriz, obtemos o seguinte bóson de goldstone, o qual se transformará na componente longitudinal do Z^0

$$G = \frac{1}{\sqrt{v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2}} (-I_\eta, I_\rho, I_{\sigma_2}), \tag{6.6}$$

e dois outros pseudo-escalares massivos A_1 e A_2 .

Os elementos da matriz de massa dos escalares neutros de CP-par na base $(\eta, \rho, \chi, \sigma_1, \sigma_2)$, já usando os vínculos, é

$$\begin{aligned}
M_{11}^H &= \lambda_1 v_\eta^2 + \frac{\lambda_{16}}{4\sqrt{2} v_\eta} v_\rho^2 v_{\sigma_2} - \frac{\lambda_{15}}{4\sqrt{2} v_\eta} v_\chi^2 v_{\sigma_2} - \frac{f_1}{4\sqrt{2} v_\eta} v_\rho v_\chi; \\
M_{22}^H &= \lambda_2 v_\rho^2 - \frac{f_1}{4\sqrt{2} v_\rho} v_\eta v_\chi - \frac{f_2}{8 v_\rho} v_{\sigma_2} v_\chi; \\
M_{33}^H &= \lambda_3 v_\chi^2 - \frac{f_1}{4\sqrt{2} v_\chi} v_\eta v_\rho - \frac{f_2}{8 v_\chi} v_{\sigma_2} v_\rho;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{44}^H &= \frac{1}{2}(\lambda_{10} + \lambda_{11})v_{\sigma_1}^2; \\
M_{55}^H &= (\lambda_{10} + \frac{\lambda_{11}}{2})v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{15}}{4\sqrt{2}}v_{\sigma_2}^2v_{\eta} + \frac{\lambda_{16}}{4\sqrt{2}}v_{\sigma_2}^2v_{\rho} - \frac{f_2}{8v_{\sigma_2}}v_{\rho}v_{\chi}; \\
M_{12}^H &= M_{21}^H = \frac{\lambda_4}{2}v_{\eta}v_{\rho} + \frac{f_1}{4\sqrt{2}}v_{\chi} - \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}v_{\sigma_2}; \\
M_{13}^H &= M_{31}^H = \frac{\lambda_5}{2}v_{\eta}v_{\chi} + \frac{\lambda_{15}}{2\sqrt{2}}v_{\chi}v_{\sigma_2} + \frac{f_1}{4\sqrt{2}}v_{\chi}v_{\sigma_2}; \\
M_{14}^H &= M_{41}^H = \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda_{12}v_{\eta}v_{\sigma_1} + \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda_{19}v_{\eta}v_{\sigma_1}; \\
M_{15}^H &= M_{51}^H = \frac{\lambda_{12}}{2}v_{\eta}v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{15}}{4\sqrt{2}}v_{\chi}^2 - \frac{\lambda_{16}}{4\sqrt{2}}v_{\rho}^2 - \lambda_{17}v_{\eta}v_{\sigma_2}; \\
M_{23}^H &= M_{32}^H = \frac{\lambda_6}{2}v_{\rho}v_{\chi} + \frac{f_1}{4\sqrt{2}}v_{\eta} + \frac{f_2}{8}v_{\sigma_2}; \\
M_{24}^H &= M_{42}^H = \frac{\lambda_{13}}{2}v_{\rho}v_{\sigma_2} + \frac{f_2}{8}v_{\chi} - \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}v_{\eta} + \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}v_{\sigma_2}; \\
M_{25}^H &= M_{52}^H = \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda_{13}v_{\rho}v_{\sigma_1}; \\
M_{34}^H &= M_{43}^H = \frac{\sqrt{2}}{4}\lambda_{14}v_{\chi}v_{\sigma_1}; \\
M_{35}^H &= M_{53}^H = \frac{\lambda_{14}}{2}v_{\chi}v_{\sigma_2} + \frac{f_2}{8}v_{\rho} + \frac{\lambda_{15}}{2\sqrt{2}}v_{\chi}v_{\eta} + \frac{\lambda_{18}}{4}v_{\chi}v_{\sigma_2}; \\
M_{45}^H &= M_{54}^H = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{2}}v_{\sigma_1}v_{\sigma_2}.
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Definindo $R_{\eta} = R_1$, $R_{\rho} = R_2$, $R_{\chi} = R_3$, $R_{\sigma_2} = R_4$ e $R_{\sigma_1} = R_5$, podemos expressar os campos não físicos em termo dos físicos do seguinte modo

$$R_i = O_{ij}H_j^0, \tag{6.8}$$

com H_j^0 's sendo os escalares físicos neutros de CP-par.

Os elementos da matriz de massa dos escalares simplesmente carregados na base $(\eta_1^+, \rho^+, h_1^+, \eta_2^+, h_2^+)$, já usando os vínculos, é a seguinte

$$\begin{aligned}
M_{11}^+ &= \frac{\lambda_7}{2}v_{\rho}^2 + \lambda_{17}v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{15}}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\chi}^2v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\rho}^2v_{\sigma_2} - \frac{f_1}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\rho}v_{\chi}; \\
M_{22}^+ &= \frac{\lambda_7}{2}v_{\eta}^2 + \frac{\lambda_{16}}{\sqrt{2}}v_{\sigma_2}v_{\eta} - \frac{f_1}{2\sqrt{2}v_{\rho}}v_{\eta}v_{\chi} - \frac{f_2}{4v_{\rho}}v_{\sigma_2}v_{\chi};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{33}^+ &= -\frac{3\lambda_{11}}{4}v_{\sigma_1}^2 + \frac{\lambda_{18}}{4}v_{\chi}^2 - \frac{\lambda_{19}}{4}v_{\eta}^2; \\
M_{44}^+ &= \frac{\lambda_8}{2}v_{\chi}^2 + \lambda_{17}v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{15}}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\chi}^2v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\rho}^2v_{\sigma_2} - \frac{f_1}{2\sqrt{2}v_{\eta}}v_{\rho}v_{\chi}; \\
M_{55}^+ &= -\frac{3\lambda_{11}}{4}v_{\sigma_1}^2 + \frac{\lambda_{11}}{8}v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{19}}{4}v_{\eta}^2 + \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}^2; \\
M_{12}^+ &= M_{21}^+ = \frac{\lambda_7}{2}v_{\eta}v_{\rho} - \frac{f_1}{2\sqrt{2}}v_{\chi} + \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}v_{\sigma_2}; \\
M_{13}^+ &= M_{31}^+ = \frac{\lambda_{19}}{4}v_{\eta}v_{\sigma_2} + \frac{3\lambda_{17}}{2}v_{\eta}v_{\sigma_2}; \\
M_{14}^+ &= M_{41}^+ = -\frac{\lambda_{17}}{\sqrt{2}}v_{\sigma_2}v_{\sigma_1}; \\
M_{15}^+ &= M_{51}^+ = \frac{\lambda_{19}}{2\sqrt{2}}v_{\eta}v_{\sigma_1} + \frac{\lambda_{17}}{4}v_{\eta}v_{\sigma_2}; \\
M_{23}^+ &= M_{32}^+ = \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}v_{\sigma_2} + \frac{f_2}{4}v_{\chi} - \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}v_{\eta}; \\
M_{24}^+ &= M_{42}^+ = 0; \\
M_{25}^+ &= M_{52}^+ = \frac{\lambda_{20}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}v_{\sigma_1}; \\
M_{34}^+ &= M_{43}^+ = \frac{\lambda_{19}}{2\sqrt{2}}v_{\eta}v_{\sigma_1}; \\
M_{35}^+ &= M_{53}^+ = \frac{\lambda_{11}}{\sqrt{2}}v_{\sigma_1}v_{\sigma_2}; \\
M_{45}^+ &= M_{54}^+ = \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\rho}^2 + \lambda_{17}v_{\eta}v_{\sigma_2} + \frac{\lambda_{19}}{4}v_{\eta}v_{\sigma_2}. \tag{6.9}
\end{aligned}$$

Os elementos da matriz de massa dos escalares duplamente carregados na base $(\rho^{++}, H_1^{++}, H_2^{++})$, já usando também os vínculos, é

$$\begin{aligned}
M_{11}^{++} &= -\lambda_2v_{\rho}^2 + \frac{\lambda_9}{2}v_{\chi}^2 + \frac{2\lambda_{16}}{\sqrt{2}}v_{\eta}v_{\sigma_2} - \frac{f_1}{2\sqrt{2}v_{\rho}}v_{\eta}v_{\chi} - \frac{f_2}{4v_{\rho}}v_{\chi}v_{\sigma_2}; \\
M_{22}^{++} &= -\frac{\lambda_{11}}{2}v_{\sigma_1}^2 + \frac{3\lambda_{11}}{8}v_{\sigma_2}^2 - \frac{\lambda_{12}}{4}v_{\eta}^2 - \frac{\lambda_{19}}{4}v_{\eta}^2 + \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}^2; \\
M_{33}^{++} &= -\frac{\lambda_{11}}{2}v_{\sigma_1}^2 + \frac{3\lambda_{11}}{8}v_{\sigma_2}^2 - \frac{1}{4}(\lambda_{12} + \lambda_{19})v_{\eta}^2 + \frac{\lambda_{18}}{4}v_{\chi}^2; \\
M_{12}^{++} &= M_{21}^{++} = \frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\eta}v_{\rho} + \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}v_{\sigma_2}; \\
M_{13}^{++} &= M_{31}^{++} = -\frac{\lambda_{16}}{2\sqrt{2}}v_{\eta}v_{\rho} + \frac{f_2}{4\sqrt{2}}v_{\chi} + \frac{\lambda_{20}}{4}v_{\rho}v_{\sigma_2};
\end{aligned}$$

$$M_{23}^{++} = M_{32}^{++} = \frac{\lambda_{11}}{4} v_{\sigma_2}^2. \quad (6.10)$$

Em suma, em se querendo atribuir massa aos neutrinos, deve-se considerar $\sigma_1 \neq 0$. Uma das conseqüências é um majoron desacoplado dos demais pseudo-escalares e por conseguinte interagindo apenas com os neutrinos[27].

Capítulo 7

Quebra Espontânea da Simetria Global Leptônica no Modelo 3-3-1

A questão das massas dos neutrinos é a área de partículas elementares que atualmente exige mais atenção devido os últimos resultados de Super-Kamiokande[22]. Mas a questão das massas não é tudo. Há uma outra de igual importância: são os neutrinos partículas de Dirac ou de Majorana?[44] No caso do modelo padrão com neutrinos sem massa, essa questão é irrelevante[45]. No caso de neutrinos massivos, a natureza dos neutrinos precisa ser determinada, visto que agora pode ser diferenciada e ambas conduzem a uma física diferente. Como exemplo citamos o caso do decaimento beta duplo sem neutrino[46], o qual é permitido quando os neutrinos são de Majorana. Mas é a questão das massas dos neutrinos que requer prioridade no momento[22, 23].

Dentro do modelo padrão tem-se várias maneiras de se gerar termos de massa para os neutrinos. A mais óbvia, e mais direta, ocorre se os neutrinos forem partículas de Dirac. Neste caso basta acrescentar três neutrinos de mão-direita ao conteúdo padrão. Se os neutrinos forem partículas de Majorana, o quadro muda completamente, visto que no modelo padrão termo de massa de Majorana exige uma extensão [24, 25, 47]. Já no modelo 3-3-1 neutrinos de Majorana surgem quando consideramos o modelo por completo[27].

Neste capítulo, tratamos teoricamente do segundo caso. Estudamos o esquema de

Gelmini-Roncadelli para incorporar neutrinos massivos de Majorana no modelo padrão. Em seguida fazemos um pouco da sua fenomenologia. Por fim analisamos como o modelo 3-3-1 incorpora esse esquema.

7.1 O Esquema de Gelmini-Roncadelli

O modelo padrão para as interações eletro-fracas possui o seguinte conteúdo de representação por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$

$$\begin{aligned} l_L &= \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \sim (2, -1), \quad e_R \sim (1, -2), \\ q_L &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \sim (2, \frac{1}{3}), \quad u_R \sim (1, \frac{4}{3}), \quad d_R \sim (1, -\frac{2}{3}). \end{aligned} \quad (7.1)$$

Os léptons e quarks adquirem massa através do mecanismo de Higgs. No caso do modelo padrão mínimo, isto é, alcançado com a introdução de um dubleto de escalar $\Phi = (\Phi^+ \ \Phi^0)^T$, o qual possui o seguinte potencial

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (7.2)$$

A lagrangiana do modelo padrão mínimo é esta

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MP} &= \bar{f}_{L,R} i \mathcal{D}_{L,R}^\mu f_{L,R} - \frac{1}{4} W^{q\mu\nu} W_{\mu\nu}^q - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + \\ & \left(g^e \bar{l}_L \Phi e_R + g^d \bar{q}_L \Phi d_R + g^u \bar{q}_L \tilde{\Phi} u_R + H.c \right) + (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi) - V(\Phi), \end{aligned} \quad (7.3)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_L^\mu &= \partial_\mu - i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu - i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \\ \mathcal{D}_R^\mu &= \partial_\mu - i \frac{g'}{2} Y B_\mu, \end{aligned} \quad (7.4)$$

são as derivadas covariante e $f_{L,R}$ são os multipletos de matéria dados em (7.1).

Os neutrinos encontram-se dentro de um dubleto. Sem neutrinos de mão-direita, o termo de massa de Majorana será formado apenas com o dubleto. O multipletto de escalar requerido para formar um termo de massa de Majorana com dubleto será obtido do produto abaixo[48]

$$\bar{l}_L^c \otimes l_L \sim (2, -1) \otimes (2, -1) = (1 \oplus 3, -2) \quad (7.5)$$

Conclui-se desse produto que se deve introduzir ou um singlete ou um tripleto de escalares. O singlete é descartado pelo fato de os elétrons serem partículas de Dirac. Resta-nos então o tripleto. Pela conservação da carga elétrica, o conteúdo deste tripleto é[25, 47, 48]

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}h_2^- \\ \frac{1}{\sqrt{2}}h_2^- & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (3, 2), \quad (7.6)$$

com a respectiva interação de Yukawa que gera massa de Majorana para os neutrinos[25]

$$\mathcal{L}_{\Delta,l}^Y = g^\nu \bar{l}_L^c \Delta l_L + H.c. \quad (7.7)$$

O potencial escalar agora toma a seguinte forma[25]

$$\begin{aligned} V(\Phi, \Delta) = & \mu_2^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda_1 (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \mu_3^2 \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_2 [\text{tr}(\Delta^\dagger \Delta)]^2 + \\ & \lambda_3 \Phi^\dagger \Phi \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta) + \lambda_4 \text{tr}(\Delta^\dagger \Delta \Delta^\dagger \Delta) + \lambda_5 (\Phi^\dagger \Delta^\dagger \Delta \Phi). \end{aligned} \quad (7.8)$$

Este potencial é invariante por $U(1)_L$ leptônico. Escolhendo-o assim a simetria leptônica será quebrada apenas espontaneamente.

Com a quebra espontânea da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$, as componentes neutras dos multipletos dos escalares desenvolvem um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\begin{aligned} \Phi^0 &= \frac{v_\Phi}{\sqrt{2}} + \frac{R_\Phi + iI_\Phi}{\sqrt{2}} \\ \Delta^0 &= \frac{v_\Delta}{\sqrt{2}} + \frac{R_\Delta + iI_\Delta}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Quando isso ocorre, a simetria global $U(1)_L$ leptônica também é quebrada, pois a lagrangiana em (7.7) desenvolverá um termo do tipo $v_\Delta \bar{\nu}_L^c \nu_L$, o qual viola o número leptônico por duas unidades.

Ambas as simetrias, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e $U(1)_L$ leptônico, foram quebradas espontaneamente, com a diferença que a primeira foi uma quebra espontânea local, e a segunda global. As consequências da quebra espontânea local são as massas dos férmions de Dirac carregados e o surgimento de três bósons vetoriais massivos, $W^\pm, Z^0$. As consequências da quebra espontânea global do número leptônico são um neutrino massivo de Majorana e um bóson de Goldstone físico. Tal Bóson de Goldstone foi denominado de majoron[25].

O surgimento do majoron é a consequência mais dramática da quebra espontânea global do número leptônico. Uma outra consequência é o surgimento de uma nova escala de energia. Para vermos isso, devemos partir da lagrangiana que compõe o setor escalar do esquema

$$\mathcal{L}_{sca}^{cin} = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi) + tr[(\mathcal{D}_\mu \Delta)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Delta)]. \quad (7.10)$$

A derivada covariante para dubletos, como definida em (7.4), quando aplicada ao valor esperado no vácuo do dubleto $\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0 \ v_\Phi)$, adquire a seguinte forma matricial

$$\mathcal{D}_\mu \langle \Phi \rangle_0 = \frac{v_\Phi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \\ i \frac{g}{2} W_\mu^3 - i \frac{g'}{2} B_\mu \end{pmatrix}. \quad (7.11)$$

A derivada covariante do tripleto, Δ , tem a seguinte expressão

$$\mathcal{D}_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta - i \frac{g}{2} ([\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu \Delta] + [\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu \Delta]^T) - i \frac{g'}{2} Y \Delta B_\mu. \quad (7.12)$$

Quando aplicada ao valor esperado no vácuo do tripleto, $\langle \Delta \rangle_0$, adquire a seguinte forma matricial

$$\mathcal{D}_\mu \langle \Delta \rangle_0 = \frac{v_\Delta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -ig W_\mu^3 + ig' B_\mu & -i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \\ -i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.13)$$

Com (7.11) e (7.13), a lagrangiana em (7.10) toma a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{sca}^{cin} = & \frac{g}{4}(v_\Phi^2 + 2v_\Delta^2)W_\mu^+W^{-\mu} + \\ & \left(\frac{v_\Phi^2}{8} + \frac{v_\Delta^2}{2}\right)(W_\mu^3 \ B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (7.14)$$

Diagonalizando a matriz acima, obtemos o fóton A e o Z^0

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu, \\ Z_\mu^0 &= -s_W B_\mu + c_W W_\mu^3, \end{aligned} \quad (7.15)$$

com a massa do Z^0 sendo dada por

$$M_Z^2 = \frac{g^2}{4c_W^2}(v_\Phi^2 + 4v_\Delta^2). \quad (7.16)$$

Da primeira linha de (7.14), obtemos o termo de massa para o bósons carregados $W^\pm$

$$M_W^2 = \frac{g^2}{4}(v_\Phi^2 + 2v_\Delta^2). \quad (7.17)$$

Com essas expressões para as massas dos bósons, o parâmetro ρ , definido por $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 c_W^2}$, adquire a seguinte forma

$$\rho = \frac{1 + 2\frac{v_\Delta^2}{v_\Phi^2}}{1 + 4\frac{v_\Delta^2}{v_\Phi^2}}. \quad (7.18)$$

Impondo o seu valor experimental, $\rho = 0.9998 \pm 0.0008[50]$, obtemos um limite superior para a nova escala de energia

$$v_\Delta \leq 5.5 \text{Gev}. \quad (7.19)$$

Vamos agora estudar os escalares neutros da extensão. O potencial em (7.8), quando substituído pelos multipletos com seus respectivos valores esperados no vácuo dados em (7.9), conduz ao seguinte termo linear nos campos neutros de cp-par

$$V_{linear} = t_\Phi R_\Phi + t_\Delta R_\Delta, \quad (7.20)$$

onde

$$\begin{aligned} t_\Phi &= v_\Phi(\mu_2^2 + \lambda_1 v_\Phi^2 + \frac{\lambda_3}{2} v_\Delta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\Delta^2), \\ t_\Delta &= v_\Delta(\mu_2^3 + \lambda_2 v_\Delta^2 + \frac{\lambda_3}{2} v_\Phi^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\Phi^2 + \lambda_4 v_\Delta^2). \end{aligned} \quad (7.21)$$

As condições de mínimo para o potencial em (7.8) são $t_\Phi = t_\Delta = 0$.

Já as massas vêm de termos quadráticos do potencial

$$V_{\text{quadrático}} = \frac{1}{2} (R_\Phi \ R_\Delta) M_R^2 \begin{pmatrix} R_\Phi \\ R_\Delta \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (I_\Phi \ I_\Delta) M_I^2 \begin{pmatrix} I_\Phi \\ I_\Delta \end{pmatrix}. \quad (7.22)$$

A matriz de massa para os escalares de cp-par é esta

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_\Phi^2 + \frac{t_\Phi}{v_\Phi} & (\lambda_3 + \lambda_5) v_\Phi v_\Delta \\ (\lambda_3 + \lambda_5) v_\Phi v_\Delta & 2(\lambda_2 + \lambda_4) v_\Phi^2 + \frac{t_\Delta}{v_\Delta} \end{pmatrix}. \quad (7.23)$$

A matriz de massa para os escalares de cp-ímpar é

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} \frac{t_\Phi}{v_\Phi} & 0 \\ 0 & \frac{t_\Delta}{v_\Delta} \end{pmatrix}. \quad (7.24)$$

Das condições de mínimo do potencial, vemos que os dois escalares de cp-ímpar não ganham massas, nem se misturam. O I_Φ se transformará na componente longitudinal do bóson vetorial Z^0 ; o I_Δ é o majoron.

Já os escalares de cp-par são massivos e se misturam. Usando a condição de mínimo e diagonalizando a matriz de massa em (7.23), obtemos os escalares físicos e suas respectivas massas

$$\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = O_R \begin{pmatrix} R_\Phi \\ R_\Delta \end{pmatrix}, \quad (7.25)$$

com

$$\begin{aligned} M_{H_1}^2 &= 2\lambda_1 v_\Phi^2 + 2(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2 - \frac{v_\Delta^2[4\lambda_1(\lambda_2 + \lambda_4) - (\lambda_3 + \lambda_5)^2]}{2\lambda_1 + 2(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2/v_\Phi^2}, \\ M_{H_2}^2 &= \frac{v_\Delta^2[4\lambda_1(\lambda_2 + \lambda_4) - (\lambda_3 + \lambda_5)^2]}{2\lambda_1 + 2(\lambda_2 + \lambda_4)v_\Delta^2/v_\Phi^2}, \end{aligned} \quad (7.26)$$

onde

$$\begin{aligned} H_1 &\cong R_\Phi + \frac{\lambda_3 + \lambda_5}{2\lambda_1} v_3/v_2 R_\Delta, \\ H_2 &\cong R_\Delta - \frac{\lambda_3 + \lambda_5}{2\lambda_1} v_3/v_2 R_\Phi. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Este é o esquema de Gelmini-Roncadelli de geração de massa para neutrinos de Majorana no modelo padrão. A sua principal característica é o surgimento de uma escala de energia inferior exclusivamente para as massas dos neutrinos. Além de neutrinos massivos do tipo Majorana, esta extensão possui um escalar de cp-ímpar sem massa, o majoron, e dois escalares neutro de cp-par, cujas massas estão dadas em (7.26). As consequências desse esquema podem ser observadas tanto nos experimentos de laboratórios, quanto cosmológicos e astrofísicos. No primeiro caso, as consequência manifestam-se na física do Z^0 . As consequências cosmológicas e astrofísicas estão fora do escopo desta tese.

7.1.1 Consequência do Esquema de Gelmini-Roncadelli na Física do Z^0

Pelo fato de originar-se de um tripleto, o majoron interage com o Z^0 . Então ele contribui para a largura invisível do Z^0 através do seguinte modo: $Z^0 \rightarrow JJJ$. Como o acoplamento entre três Majorons e o Z^0 não existe, mas sim $Z^0 J H_2$, então basta calcularmos o modo $Z^0 \rightarrow H_2 J$ [26], visto que o H_2 decai predominantemente em dois majorons [49].

A interação entre os escalares J , H_2 e o Z^0 é obtida da lagrangiana cinética em (7.10)

$$\mathcal{L}_{ZH_2J} = 2\frac{g}{c_W}(H_2\partial_\mu J - J\partial_\mu H_2)Z^\mu. \quad (7.28)$$

Deste termo extraímos o seguinte vértice

$$V_{ZH_2J} = 2\frac{g}{c_W}(p_{H_2} - p_J) \cdot \epsilon, \quad (7.29)$$

com ϵ sendo o vetor de polarização do Z^0 . Com esse vértice podemos calcular a amplitude de decaimento do modo $Z^0 \rightarrow H_2J$

$$|\mathcal{M}|^2 = 4\frac{g^2}{c_W^2}(p_{H_2} \cdot \epsilon - p_J \cdot \epsilon)^2. \quad (7.30)$$

No referencial do centro de massa, o qual impõe a condição : $|\vec{p}_{H_2}| = |\vec{p}_J| = |\vec{p}|$, junto com a cinemática, obtemos

$$\begin{aligned} p_{H_2}^\mu &= (E_{H_2}, |\vec{p}|s_\theta, 0, |\vec{p}|c_\theta), \quad p_J^\mu = (E_J, -|\vec{p}|s_\theta, 0, -|\vec{p}|c_\theta), \quad \epsilon^\mu = (0, 0, 0, 1), \\ E_{H_2} + E_J &= m_Z, \quad E_J = |\vec{p}_J| = |p|, \quad E_{H_2}^2 = |\vec{p}_{H_2}|^2 + m_{H_2}^2. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Dessas relações , obtemos

$$E_J = \frac{m_Z}{2}\left(1 - \frac{m_{H_2}^2}{m_Z^2}\right). \quad (7.32)$$

A largura de decaimento diferencial para processos do tipo $\alpha \rightarrow 1 + 2$ é [51]

$$\frac{d\Gamma_{ZH_2J}}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 m_\alpha^3} L_{12}, \quad (7.33)$$

onde $L_{12} = \sqrt{m_\alpha^2 + (m_1 - m_2)^2} \sqrt{m_\alpha^2 + (m_1 + m_2)^2}$. No nosso caso, L_{12} toma a seguinte forma

$$L_{12} = m_Z^2 \left(1 - \frac{m_{H_2}^2}{m_Z^2}\right). \quad (7.34)$$

De todas essas relações , obtemos

$$\frac{d\Gamma_{ZH_2J}}{d\Omega} = \frac{G_F m_Z^3}{2\sqrt{2}\pi^2} \left(1 - \frac{m_{H_2}^2}{m_Z^2}\right)^3 c_\theta^2. \quad (7.35)$$

No limite em que $m_{H_2} \ll m_Z$, obtemos

$$\Gamma_{ZH_2J} = \frac{2G_F m_Z^3}{3\sqrt{2}\pi}, \quad (7.36)$$

para largura de decaimento do Z^0 em um majoron e um escalar leve.

A largura total do Z^0 é

$$\Gamma = \Gamma_{ll} + \Gamma_{qq} + N\Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.37)$$

As larguras de decaimento em pares de léptons, Γ_{ll} , e pares de quarks, Γ_{qq} , são medidas diretamente. A largura invisível é medida indiretamente e é definida da seguinte forma

$$\Gamma_{inv} = \Gamma - \Gamma_{ll} - \Gamma_{qq} = N\Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.38)$$

O seu atual valor experimental é[50]

$$\Gamma_{inv}^{ex} = (2.993 \pm 0.011)\Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.39)$$

A expressão para o decaimento do Z^0 em dois neutrinos é[51]

$$\Gamma_{\nu\nu} = \frac{G_F m_Z^3}{12\sqrt{2}\pi}. \quad (7.40)$$

De (7.40) podemos escrever (7.36) da seguinte maneira

$$\Gamma_{ZH_2J} = 8\Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.41)$$

O modelo padrão possui três neutrinos. Então toda a contribuição para a largura invisível devido a física nova deve estar contida no excedente em (7.39). Disto obtém-se o seguinte vínculo

$$\Gamma_{inv}^{FN} \leq 0.004\Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.42)$$

De (7.41) e (7.42), conclui-se então que o esquema de Gelmini-Roncadelli está excluído no modelo padrão[26].

Um outro esquema de geração de massa para neutrinos de Majorana é o de Chikashige-Mohapatra-Peccei[24]. Este requer a introdução de neutrinos de mão-direita e um singlete de escalar. É este que gera o esquema “see-saw”. Em suma, os neutrinos de Majorana exigem uma extensão do modelo padrão.

7.2 O Esquema de Gelmini-Roncadelli no Modelo 3-3-1

No modelo padrão mínimo, os neutrinos inexoravelmente não possuem massas. Isso acontece porque o modelo padrão possui apenas neutrinos de mão-esquerda e apresenta a simetria global $U(1)_{B-L}$. Então, neutrinos massivos requer, em princípio, que se estenda o modelo padrão.

No modelo 3-3-1 o quadro muda um pouco de configuração. No modelo padrão termos de massas do tipo Dirac são mais naturais, mas no modelo 3-3-1 termos de massas do tipo Majorana é que são mais naturais. Para vermos isso basta olharmos para o setor de Yukawa e o setor escalar

No modelo 3-3-1, um sexteto de escalares é requerido para se obter as massas dos léptons. Com a quebra espontânea da simetria 3-3-1 para a 3-2-1, o conteúdo de representação do sexteto desacopla em um tripleto, em um dubleto e em um singlete de escalar

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} & \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} & \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} & H_2^{++} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Delta & \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} \\ \frac{h_2^-}{\sqrt{2}} & H_1^{--} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{h_1^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sigma_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + H_2^{++}. \quad (7.43)$$

Esse desacoplamento evidencia que o modelo 3-3-1 gera o esquema de Gelmini-Roncadelli de geração de massa para neutrinos de Majorana. E de fato é o que ocorre. Para vermos isso devemos olhar para o setor de Yukawa leptônico invariante por 3-2-1 obtido no cap.3.

O setor de Yukawa leptônico invariante por 3-2-1 é o seguinte

$$\mathcal{L}_l^Y = \frac{G_{ab}}{2} \left(\bar{l}_{aL}^c \Delta l_{bL} + \bar{l}_{aL} \Phi_1 e'_{bR} + \bar{e}_{bR}^c H_2^{++} e'_{aR} \right) + h.c. \quad (7.44)$$

O primeiro termo acima é o termo de massa de Majorana para neutrinos de acordo com o esquema de Gelmini-Roncadelli. O modelo 3-3-1, até então, sempre foi considerado com $\langle \sigma_1 \rangle = 0$, a fim de evitar termos de massa para os neutrinos a nível de árvore. Ao tratarmos o modelo 3-3-1 com $\sigma_1 \neq 0$, estamos tratando o modelo por completo pela primeira vez.

Estando cientes de que o modelo 3-3-1 recupera o esquema de Gelmini-Roncadelli de geração de massa para os neutrinos, vamos proceder como na aplicação desse esquema ao modelo padrão, feito na primeira seção deste capítulo. Assim, a primeira coisa a se investigar é se aqui esse esquema fornece uma escala de energia inferior.

Para tanto basta olharmos as expressões para as massas de Z_1 e $\tilde{W}$

$$M_{Z_1}^2 = \frac{g^2}{4c_W^2}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 + 4v_{\sigma_1}^2), \quad M_{\tilde{W}}^2 = \frac{g^2}{4}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 + 2v_{\sigma_1}^2). \quad (7.45)$$

Tomando $v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_{\sigma_2}^2 = v_{MP}^2 = (246\text{GeV})^2$, com v_{MP} sendo o valor esperado do vácuo do modelo padrão, temos a seguinte expressão para ρ

$$\rho = \frac{1 + 2\frac{v_{\sigma_1}^2}{v_{SM}^2}}{1 + 4\frac{v_{\sigma_1}^2}{v_{MP}^2}}. \quad (7.46)$$

Do valor experimental de ρ , obtemos

$$v_{\sigma_1} \leq 5.5\text{GeV}, \quad (7.47)$$

do mesmo modo que para o modelo padrão[52].

Da mesma maneira que na aplicação do esquema de Gelmini-Roncadelli no modelo padrão, aqui o majoron desacopla também, como está demonstrado em (6.5). Isso é espetacular, no que tange a complexidade da matriz de massa da qual o majoron emerge, como podemos ver no cap.3.

Na sequência analisamos as implicações deste esquema na física do Z^0 [27]. Tanto no modelo padrão, quanto no modelo 3-3-1, o majoron se acopla ao Z^0 . Então, ele contribuirá para a largura invisível do Z^0 da mesma forma que na aplicação do esquema de Gelmini-Roncadelli no modelo padrão, com a diferença de que o acoplamento do Z^0 com os escalares neutro de cp-par e com o majoron vem multiplicado pelos elementos de matriz da mistura entre os escalares de cp-par, os quais são funções das constantes de acoplamentos das auto-interações entre os

escalares,

$$V_{ZH_j J} = 2 \frac{gf(O_{ij}(\lambda))}{c_W} (H_j \partial_\mu J - J \partial_\mu H_j) Z^\mu. \quad (7.48)$$

Onde O_{ij} são os elementos da matriz de mistura entre R_i e H_j : $R_i = O_{ij} H_j$; os λ 's em $f(O_{ij}(\lambda))$ são aqueles do potencial dado em (2.21). Também as massas dos escalares H_j são funções desses λ 's, como podemos ver no cap.6. Nesse cenário temos duas situações possíveis. Na primeira, da diagonalização da matriz de massa dos escalares de cp-par no cap.6 resulta um escalar H_j leve, isto é, $M_{H_j} \ll M_{Z^0}$, tal qual a situação no modelo padrão da seção anterior. Neste caso o decaimento $Z^0 \rightarrow H_j J$ existe e sua largura de decaimento $\Gamma_{ZH_j J}$ agora adquire a seguinte forma

$$\Gamma_{ZH_j J} = \frac{2G_F f(O_{ij}(\lambda))^2 m_Z^3}{3\sqrt{2}\pi} = 8f(O_{ij}(\lambda))^2 \Gamma_{\nu\nu}. \quad (7.49)$$

Do limite experimental dado em (7.42), podemos concluir que a largura $\Gamma_{ZH_j J}$ escapa da largura invisível do Z^0 quando

$$f(O_{ij}(\lambda)) \leq 0.0224. \quad (7.50)$$

Na segunda situação, a diagonalização da matriz de massa dos escalares de cp-par não acomoda escalares leves. Neste caso não teremos o decaimento $Z^0 \rightarrow H_j J$, e o esquema pode também ser salvo. Teoricamente os dois casos são perfeitamente plausíveis. Quem decidirá de fato o cenário é a experiência.

7.2.1 Neutrinos Instáveis no Modelo 3-3-1

Como o esquema de Gelmini-Roncadelli é viável no modelo 3-3-1, o próximo passo é o cálculo da vida-média dos neutrinos instáveis. Supondo uma hierarquia, $m_1 < m_2 < m_3$, o neutrino mais pesado pode decair em um mais leve. No modelo 3-3-1, isso ocorre a nível quântico através de um loop. O modo $\nu_p \rightarrow \gamma \nu_l$, onde p significa pesado e l leve, ocorre tanto

no modelo padrão estendido para comportar massa para os neutrinos, quanto no modelo 3-3-1. Este modo já foi bastante estudado e fornece uma vida média superior a vida média do universo[53]; portanto, ele é irrelevante para a cosmologia de neutrino. No modelo 3-3-1, temos um modo a mais: $\nu_p \rightarrow J\nu_l$ [27]. Aqui o neutrino pesado, ν_p , é de mão-esquerda, enquanto o neutrino leve, ν_l , é de mão-direita, portanto sendo um neutrino estéril para a física padrão, pois as interações padrões envolvem apenas neutrino de mão-esquerda.

Nesta seção, calculamos a largura de decaimento deste modo e por conseguinte a vida média do respectivo neutrino.

Este decaimento ocorre de acordo com o gráfico de Feynman da Fig. (7.1). A fim de tornar o cálculo mais intuitivo, vamos considerar a mistura entre dois neutrinos apenas. As interações que possibilitam este decaimento são

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -2\left(\frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{1/2} c_\theta \bar{\nu} \gamma_\mu H_L e W^{+\mu} \\ & + 2\left(\frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{1/2} s_\theta \bar{\nu} \gamma_\mu H_R e V^{+\mu}, \\ & i \frac{4}{\sqrt{2}} G_F m_W^2 v_{\sigma_1} g_{\alpha\beta} W^{+\alpha} V^{+\beta} J,\end{aligned}\quad (7.51)$$

onde $H_{R,L} = (1 \pm \gamma^5)/2$, com c_θ e s_θ sendo os ângulos de mistura entre os neutrinos.

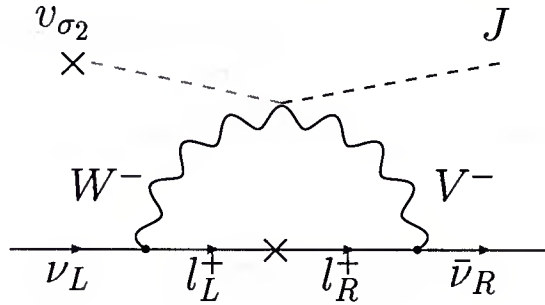


FIG. (7.1)

A amplitude de decaimento para o gráfico de Feynman da Fig. (7.1) é

$$\mathcal{M} = \bar{\nu}(k_2) [2i \left(\frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{1/2} \gamma_\nu H_R s_\theta] I^{\nu\mu} [-2i \left(\frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}}\right)^{1/2} \gamma_\mu H_L c_\theta] u(q). \quad (7.52)$$

No gauge de Feynman, $I^{\mu\nu}$ adquire a seguinte expressão

$$I^{\mu\nu} = - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i}{p} m_l \frac{i}{p} i \left(\frac{g^{\nu\alpha}}{(k_2 - p)^2 - m_V^2} \right) \left(\frac{4}{\sqrt{2}} G_F m_W^2 v_{\sigma_2} g_{\beta\alpha} \right) i \left(\frac{g^{\mu\beta}}{(q - p)^2 - m_W^2} \right). \quad (7.53)$$

Esta integral é bastante complicada, portanto resolve-la-emos numa aproximação. Restringindo o limite de integração ao alcance $p \ll m_W, m_V$, cairemos na seguinte integral

$$I^{\mu\nu} = - \frac{4}{\sqrt{2}} \frac{G_F v_{\sigma_2} m_l}{m_V^2} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{g^{\mu\nu}}{p^2} = - \frac{4 G_F m_l v_{\sigma_2}^2 \Lambda^2}{\sqrt{2} (4\pi)^2}, \quad (7.54)$$

com Λ , o “cutoff”, sendo o limite superior de integração. Assim a amplitude de decaimento adquire a seguinte forma

$$\mathcal{M} = - \frac{32 G_F^2 m_l v_{\sigma_2} s_{2\theta}}{(4\pi)^2} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^2 \Lambda^2 \bar{v}(k_2) H_L u(q). \quad (7.55)$$

Daí

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1024 G_F^4 m_l^2 v_{\sigma_2}^2 s_{2\theta}^2}{(4\pi)^4} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^4 \Lambda^4 \text{Tr}[(\not{k}_2 - m_{\nu_l}) H_L (\not{q} + m_{\nu_p}) H_R]. \quad (7.56)$$

O traço acima, usando a cinemática, resume-se no seguinte termo

$$\text{Tr}[(\not{k}_2 - m_{\nu_l}) H_L (\not{q} + m_{\nu_p}) H_R] \rightarrow 4 \not{k}_2 \cdot \not{q} \rightarrow 4 m_{\nu_p}^2. \quad (7.57)$$

Assim a amplitude de decaimento toma a seguinte forma

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{4096 G_F^4 m_l^2 m_{\nu_p}^2 v_{\sigma_2}^2 s_{2\theta}^2}{(4\pi)^4} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^4 \Lambda^4. \quad (7.58)$$

Usando a expressão para a amplitude de decaimento dada em (7.33), mas agora com $L_{12} = m_{\nu_p}^2$, obtemos

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{G_F^4 m_l^2 m_{\nu_p}^2 v_{\sigma_2}^2 s_{2\theta}^2}{4\pi^6} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^4 \Lambda^4. \quad (7.59)$$

Integrando em $d\Omega$, obtemos por fim uma expressão para a largura de decaimento de um neutrino pesado em outro mais leve

$$\Gamma = \frac{G_F^4 m_l^2 m_{\nu_p}^2 v_{\sigma_2}^2 s_{2\theta}^2}{\pi^5} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^4 \Lambda^4. \quad (7.60)$$

Falta somente discutir um valor para Λ . Normalmente, quando um certo processo está envolvido em uma certa escala de energia, a escala seguinte, relevante fisicamente, é tomada como o limite do “cutoff”. Por exemplo, no modelo padrão um “cutoff” natural é a escala de Planck, pois essa é a próxima escala relevante fisicamente. O processo de decaimento em questão envolve uma escala de energia da ordem de v_{σ_1} . Então um “cutoff” natural é a escala de energia que quebra a simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para a $SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$. Normalmente toma-se essa escala como sendo a massa do m_W . No entanto, vamos considerar uma hipótese desfavorável cujo cutoff é a massa do lépton carregado envolvido no loop, $\Lambda = m_l$. De acordo com essa hipótese, a largura de decaimento acima toma a seguinte forma

$$\Gamma = \frac{G_F^4 m_l^6 m_{\nu_p} v_{\sigma_2}^2 s_{2\theta}^2}{\pi^5} \left(\frac{m_W}{m_V} \right)^4. \quad (7.61)$$

Agora podemos obter um valor numérico para essa largura de decaimento. Considerando como lépton intermediário o tau, cuja massa é 1.777GeV; tomando a massa do neutrino e o ângulo de mistura dentro dos valores previstos pelo recentes experimentos[22], $M_{\nu_p} \sim 10^{-2}\text{eV}$ e $s_{2\theta} = 1$; tomando $m_V = 400\text{GeV}$; o valor esperado no vácuo, $v_{\sigma_2} = 100\text{GeV}$; e $m_W = 80.33\text{GeV}$ e $G_F = 1.155 \times 10^{-5}\text{GeV}^{-2}$ [15], obtemos o seguinte valor para a vida média do neutrino: $\tau = 1.72377 \times 10^4\text{s}$.

Então, na pior das hipóteses, a qual leva em conta o termo dominante do decaimento, o modelo 3-3-1 pode gerar um neutrino bastante instável, com uma vida-média bem mais curta que a vida-média do universo. A importância deste resultado está em cosmologia de neutrinos na parte de neutrinos primordiais.

Capítulo 8

A Natureza Vetorial do Eletromagnetismo e a Quantização da Carga Elétrica

8.1 No Modelo Padrão

Por que a natureza arranhou as coisas de tal maneira que o eletromagnetismo apresente um caráter vetorial e as cargas elétricas das partículas elementares apresentem um determinado padrão de quantização? Existe alguma correlação entre estas duas questões? Essas são algumas questões que uma teoria final das partículas e forças deve explicar. Portanto um modelo que explique estas questões deve ser visto como uma importante pista na busca de uma teoria final.

A primeira proposta de explicação da quantização da carga elétrica surgiu no contexto de dimensões superiores[2]. A segunda, no contexto de monopolos magnéticos[54]. A terceira, no contexto de teorias de gauge de grande unificação apoiadas em grupos simples[55].

Devido ao fato do modelo padrão está baseado num grupo semi-simples, isto é, num grupo que apresenta o fator $U(1)$, a quantização da carga elétrica não recebeu atenção nele até o final da década passada. No final da década passada, percebeu-se que, apesar de apresentar o fator $U(1)$, o modelo padrão poderia explicar a quantização da carga elétrica através de dois vínculos: invariância de gauge do modelo e a imposição de consistência teórica via cancelamento

das anomalias[56, 57]. Com estes vínculos, a quantização da carga elétrica é obtida no caso do modelo padrão com uma geração. No caso de três gerações, a quantização ocorre apenas quando estendemos o modelo padrão para comportar neutrinos com termos de massa de Majorana[56, 57, 58, 59]. Dessas investigações sobre a questão da quantização da carga elétrica, concluiu-se que um modelo de gauge baseado em um grupo semi-simples conduz à quantização da carga elétrica caso ele não apresente simetrias globais escondidas[56, 58]. Estas simetrias são simetrias globais que podem ser promovidas a locais. A condição para que uma simetria global possa ser promovida a local é que, quando promovida, seja livre de anomalias[56].

A natureza vetorial do eletromagnetismo é uma outra questão fundamental ainda não completamente entendida. Sabemos que uma corrente quiral eletromagnética apresenta anomalias no contexto da QED. Seria interessante que estas duas questões, ambas de natureza eletromagnética, estivessem de alguma forma correlacionadas.

Neste capítulo estudamos como e quando o padrão de quantização da carga elétrica está ligado a natureza vetorial do eletromagnetismo no modelo padrão e no modelo 3-3-1.

8.1.1 No Modelo Padrão com Uma Geração

No modelo padrão com uma geração os quarks e férmions vêm na seguinte representação de dubletos e singletos

$$\begin{aligned} L_L &= \begin{pmatrix} \nu \\ l \end{pmatrix}_L \sim (1, 2, Y_L), \quad l_R \sim (1, 1, Y_l), \\ Q_L &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \sim (3, 2, Y_q), \quad u_R \sim (3, 1, Y_u), \quad d_R \sim (3, 1, Y_d). \end{aligned} \quad (8.1)$$

O termo de matéria fermiônica invariante pelo grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é

$$\mathcal{L} = \bar{L}_L i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu Y_L + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu) L_L + \bar{l}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu Y_l) l_R$$

$$\begin{aligned}
& + \bar{Q}_L i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu Y_q + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu) Q_L + \bar{u}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu Y_u) u_R \\
& + \bar{d}_R i \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu Y_d) d_R.
\end{aligned} \tag{8.2}$$

Com o objetivo de quebrar espontaneamente a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para a $U(1)_{em}$, e assim obter as massas das partículas, tanto fermiônicas quanto bosônicas, introduz-se um dubleto de escalares $\Phi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_\Phi)$ que adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero

$$\langle \Phi \rangle_0 \sim \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \tag{8.3}$$

Em teorias de gauge baseada em grupos semi-simples, o operador de carga elétrica é uma combinação linear dos seus geradores diagonais

$$Q = a T_3 + b \frac{Y}{2}. \tag{8.4}$$

No modelo padrão, $a = (g/e) \sin \theta_W$ e $b = (g'/e) \cos \theta_W$. Ao se exigir que $U(1)_{em}$ não se quebre, $Q \langle \Phi \rangle_0$ deve ser zero. Desta imposição tira-se que $a = b Y_\Phi$. Usando a liberdade de escolha da escala da carga elétrica, vamos estabelecer $a = 1$. Então teremos $g \sin \theta_W = e$ e $g' \cos \theta_W = e/Y_\Phi$ [56, 57, 58, 59]. Destas considerações, obtemos a seguinte expressão geral para o operador de carga elétrica

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2 Y_\Phi}. \tag{8.5}$$

Com a quebra espontânea da simetria, o modelo padrão fornece as seguintes interações eletromagnéticas

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{em} = & -\frac{e}{4 Y_\Phi} [2(Y_L + Y_\Phi) \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \\
& + \bar{l} ((-Y_L - Y_l + Y_\Phi) + (-Y_L + Y_l + Y_\Phi) \gamma_5) \gamma^\mu l \\
& + \bar{u} ((-Y_q - Y_u - Y_\Phi) + (-Y_q + Y_u - Y_\Phi) \gamma_5) \gamma^\mu u \\
& + \bar{d} ((-Y_q - Y_d + Y_\Phi) + (-Y_q + Y_d + Y_\Phi) \gamma_5) \gamma^\mu d] A_\mu.
\end{aligned} \tag{8.6}$$

Como podemos ver acima, o modelo padrão possibilita dois tipos de interações eletromagnéticas: vetorial e vetor-axial. Também podemos ver que as hipercargas correlacionam o padrão de quantização da carga elétrica com a natureza do eletromagnetismo. Em suma, o padrão de quantização das hipercargas fornece o padrão de quantização das cargas elétricas e a natureza do eletromagnetismo.

De todos os termos da lagrangiana que compõem o modelo padrão, o único que não é trivialmente invariante pela simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é o termo de Yukawa

$$-\mathcal{L}^Y = g^l \bar{L}_L \Phi l_R + g^u \bar{Q}_L \tilde{\Phi} u_R + g^d \bar{Q}_L \Phi d_R + h.c. \quad (8.7)$$

A invariância de gauge deste termo impõe os seguintes vínculos nas hipercargas

$$\begin{aligned} -Y_L + Y_l + Y_\Phi &= 0, \\ -Y_q + Y_u - Y_\Phi &= 0, \\ -Y_q + Y_d + Y_\Phi &= 0. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Outros vínculos acerca das hipercargas é fornecido pelo requerimento do cancelamento das anomalias[60]. O modelo padrão possui apenas três anomalias não-triviais.

$$\begin{aligned} (i) \quad [SU(2)_L]^2 U(1)_Y &\implies 3Y_q + Y_L = 0, \\ (ii) \quad [U(1)_Y]^3 &\implies 6Y_q^3 + 2Y_L^3 - 3Y_u^3 - 3Y_d^3 - Y_l^3 = 0, \\ (iii) \quad [SU(3)_C]^2 U(1)_Y &\implies 2Y_q - Y_u - Y_d = 0. \end{aligned} \quad (8.9)$$

Destas, ao usarmos os vínculos em (8.8), apenas (i) e (ii) continuarão sendo não-triviais. Como resultado, temos um sistema de cinco equações e seis hipercargas

$$\begin{aligned} Y_L - Y_l - Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_u + Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_d - Y_\Phi &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3Y_q + Y_L &= 0, \\
6Y_q^3 + 2Y_L^3 - 3Y_u^3 - 3Y_d^3 - Y_l^3 &= 0,
\end{aligned} \tag{8.10}$$

o qual nos permite escolher uma hipercarga como arbitrária. Escolhemos Y_Φ e assim temos a seguinte solução

$$Y_L = -Y_\Phi, \quad Y_l = -2Y_\Phi, \quad Y_q = 1/3Y_\Phi, \quad Y_u = 4/3Y_\Phi, \quad Y_d = -2/3Y_\Phi. \tag{8.11}$$

Esta solução infere a quantização da carga elétrica e o caráter vetorial do eletromagnetismo quando substituídas em (8.6)[56, 57, 58, 59]

$$\mathcal{L}_{em} = e\bar{l}\gamma^\mu l A_\mu - \frac{2e}{3}\bar{u}\gamma^\mu u A_\mu + \frac{e}{3}\bar{d}\gamma^\mu d A_\mu. \tag{8.12}$$

Vamos agora adicionar um neutrino de mão-direita, $\nu_R \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_\nu)$, ao modelo. A primeira providência é adicionarmos em (8.2) seu termo de matéria, $\bar{\nu}_R i\gamma^\mu (\partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y_\nu)\nu_R$, o qual, com a quebra espontânea da simetria, conduz para a seguinte interação eletromagnética

$$\frac{e}{4Y_\Phi}\bar{\nu}_l ((-Y_L - Y_\nu - Y_\Phi) + (-Y_L + Y_\nu - Y_\Phi)\gamma_5)\gamma^\mu \nu_l A_\mu. \tag{8.13}$$

O termo de Yukawa que gera a massa deste neutrino é: $\bar{L}_L \tilde{\Phi} \nu_R$. Pela invariância de gauge, ele fornece a seguinte relação : $Y_L - Y_\nu + Y_\Phi = 0$. Ao adicionarmos esta relação àquelas em (8.8), o resultado é o cancelamento automático das anomalias (ii) e (iii). Esta situação nos deixa com o seguinte sistema de equações

$$\begin{aligned}
Y_L - Y_l - Y_\Phi &= 0, \\
Y_q - Y_u + Y_\Phi &= 0, \\
Y_q - Y_d - Y_\Phi &= 0, \\
Y_L - Y_\nu + Y_\Phi &= 0 \\
3Y_q + Y_L &= 0,
\end{aligned} \tag{8.14}$$

a qual nos fornece soluções em termos de duas hipercargas, deixando as interações eletromagnéticas com a seguinte forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{em} = & -\frac{e}{2Y_\Phi}[(Y_L + Y_\Phi)\bar{\nu}\gamma^\mu\nu + (-Y_L + Y_\Phi)\bar{l}\gamma^\mu l \\ & (Y_L/3 + Y_\Phi)\bar{u}\gamma^\mu u + (-Y_L/3 + Y_\Phi)\bar{d}\gamma^\mu d]A_\mu.\end{aligned}\quad (8.15)$$

Surpreendentemente, ao adicionarmos um neutrino de mão -direita, com termo de massa de Dirac, perdemos a quantização, no entanto a natureza vetorial do eletromagnetismo persiste. Na literatura este efeito foi chamado de de-quantização da carga elétrica[56, 58].

8.1.2 No Modelo Padrão com Três Gerações

Com três gerações, o conteúdo de representação fermiônica é

$$\begin{aligned}L_{i_L} &= \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_{L_i}), \quad l_{i_R} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_{l_i}), \\ Q_{i_L} &= \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_{q_i}), \quad u_{i_R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{u_i}), \quad d_{i_R} \sim (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_{d_i}).\end{aligned}\quad (8.16)$$

Com este conteúdo, as interações eletromagnéticas tomam a seguinte forma depois da quebra espontânea da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para a $U(1)_{em}$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{em} = & -\frac{e}{4Y_\Phi} \sum_i^3 [2(Y_{L_i} + Y_\Phi)\bar{\nu}_{i_L}\gamma^\mu\nu_{i_L} \\ & + \bar{l}_i((-Y_{L_i} - Y_{l_i} + Y_\Phi) + (-Y_{L_i} + Y_{l_i} + Y_\Phi)\gamma_5)\gamma^\mu l_i \\ & + \bar{u}_i((-Y_{q_i} - Y_{u_i} - Y_\Phi) + (-Y_{q_i} + Y_{u_i} - Y_\Phi)\gamma_5)\gamma^\mu u_i \\ & + \bar{d}_i((-Y_{q_i} - Y_{d_i} + Y_\Phi) + (-Y_{q_i} + Y_{d_i} + Y_\Phi)\gamma_5)\gamma^\mu d_i]A_\mu.\end{aligned}\quad (8.17)$$

A interação de Yukawa aqui é[59]

$$-\mathcal{L}^Y = \sum_{i,j}^{1,2,3} [g_{ii}^l \bar{L}_{i_L} \Phi e_{i_R} + g_{ij}^d \bar{Q}_{i_L} \Phi d_{j_R} + g_{ij}^u \bar{Q}_{i_L} \tilde{\Phi} u_{j_R}] + h.c. \quad (8.18)$$

Da sua invariância de gauge, surgem os seguintes vínculos entre as hipercargas

$$\begin{aligned} Y_{L_i} - Y_{l_i} - Y_\Phi &= 0, \\ Y_{q_i} - Y_{u_j} + Y_\Phi &= 0, \\ Y_{q_i} - Y_{d_j} - Y_\Phi &= 0, \end{aligned} \quad (8.19)$$

com $i, j = 1, 2, 3$. Dos dois últimos termos em (8.19), obtemos

$$\begin{aligned} Y_{q_1} &= Y_{q_2} = Y_{q_3} = Y_q, \\ Y_{u_1} &= Y_{u_2} = Y_{u_3} = Y_u, \\ Y_{d_1} &= Y_{d_2} = Y_{d_3} = Y_d, \end{aligned} \quad (8.20)$$

os quais reduzem (8.19) às seguintes equações

$$\begin{aligned} Y_{L_i} - Y_{l_i} - Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_u - Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_d + Y_\Phi &= 0. \end{aligned} \quad (8.21)$$

Das duas anomalias não-triviais

$$[\text{SU}(2)_L]^2 \text{U}(1)_Y \implies 9Y_q + \sum_i^3 Y_{L_i} = 0,$$

e

$$[\text{U}(1)_Y]^3 \implies 18Y_q^3 - 9Y_u^3 - 9Y_d^3 + \sum_i^3 (2Y_{L_i}^3 - Y_{l_i}^3) = 0, \quad (8.22)$$

junto com (8.21), obtemos o seguinte sistema

$$\begin{aligned} Y_{L_i} - Y_{l_i} - Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_u - Y_\Phi &= 0, \\ Y_q - Y_d + Y_\Phi &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9Y_q + \sum_i^3 Y_{L_i} &= 0, \\
18Y_q^3 - 9Y_u^3 - 9Y_d^3 + \sum_i^3 (2Y_{L_i}^3 - Y_{l_i}^3) &= 0.
\end{aligned} \tag{8.23}$$

A solução deste sistema conduz as seguintes interações eletromagnéticas

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{em} = & -\frac{e}{2Y_\Phi} \sum_i^3 [(Y_{L_i} + Y_\Phi) \bar{\nu}_{i_L} \gamma^\mu \nu_{i_L} + (-Y_{L_i} + Y_\Phi) \bar{l}_i \gamma^\mu l_i \\
& -(Y_q + Y_\Phi) \bar{u}_i \gamma^\mu u_i + (-Y_q + Y_\Phi) \bar{d}_i \gamma^\mu d_i] A_\mu.
\end{aligned} \tag{8.24}$$

Então, diferentemente do caso de uma geração, não temos nem a quantização nem o carácter vetorial do eletromagnetismo[56, 57, 58, 59]. Teoricamente temos uma quantização arbitrária e interações eletromagnéticas quirais entre os neutrinos e vetoriais entre os férmions com massa.

Embora não tenhamos obtido uma explicação para as duas questões, encontramos uma correlação, como explicitado em (8.24), que nos permite concluir que a natureza arranhou as coisas de tal modo que as cargas elétricas apresentam o padrão de quantização $Q_\nu = 0$, $Q_e = -e$, $Q_u = \frac{2}{3}e$ e $Q_d = -\frac{1}{3}e$ porque o eletromagnetismo é de natureza vetorial[61]. Em outras palavras, da arbitrariedade do padrão de quantização permitido em (8.24), apenas um padrão fornece a natureza vetorial do eletromagnetismo. E tal é o padrão requerido pela natureza. Este resultado é interessante, pois a natureza vetorial do eletromagnetismo é severamente comprovada pelas experiências.

No caso de neutrinos de mão-direita com termos de massas de Dirac, a interação de Yukawa passa a ser

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}^Y = & \sum_{i,j}^{1,2,3} [g_{ij}^l \bar{L}_{i_L} \Phi e_{j_R} + g_{ij}^\nu \bar{L}_{i_L} \tilde{\Phi} \nu_{j_R} \\
& + g_{ij}^d \bar{Q}_{i_L} \Phi d_{j_R} + g_{ij}^u \bar{Q}_{i_L} \tilde{\Phi} u_{j_R}] + h.c.
\end{aligned} \tag{8.25}$$

Esta lagrangiana fornece os seguintes vínculos entre as hipercargas

$$Y_L - Y_l - Y_\Phi = 0,$$

$$\begin{aligned}
Y_L - Y_\nu + Y_\Phi &= 0, \\
Y_q - Y_u + Y_\Phi &= 0, \\
Y_q - Y_d - Y_\Phi &= 0, \\
3Y_q + Y_L &= 0,
\end{aligned} \tag{8.26}$$

os quais conduzem às seguintes interações eletromagnéticas

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{em} = & -\frac{e}{2Y_\Phi} \sum_i^3 [(Y_L + Y_\Phi) \bar{\nu}_i \gamma^\mu \nu_i A_\mu + \bar{l}_i (-Y_L + Y_\Phi) \gamma^\mu l_i A_\mu \\
& - \bar{u}_i (-Y_L/3 + Y_\Phi) \gamma^\mu u_i A_\mu + \bar{d}_i (-Y_L/3 + Y_\Phi) \gamma^\mu d_i A_\mu],
\end{aligned} \tag{8.27}$$

onde a quantização continua arbitrária, mas a natureza vetorial do eletromagnetismo é novamente obtida.

De acordo com a Eq.(8.5), obter a quantização da carga elétrica é fixar de uma única maneira as hipercargas. Isso ocorre no modelo padrão com uma geração. A explicação vem das simetrias globais dentro do modelo que podem ser promovidas a locais. No caso de uma geração, temos duas simetrias globais: $U(1)_B$ e $U(1)_L$, onde B é o número bariônico e L o número leptônico. Nem separadamente, nem combinação alguma delas é livre de anomalias quando promovida à simetria local[56]. Quando acrescentamos um neutrino de mão-direita, a combinação U_{B-L} é livre de anomalias, quando promovida a local. Neste caso não sabemos qual grupo soma-se ao grupo $SU(2)_L$, pois tanto $U(1)_Y$ quanto $U(1)_Y \otimes U(1)_{B-L}$ são teoricamente possíveis. Então a suposta hipercarga é uma superposição do tipo $\cos\theta Y + \sin\theta Y'$, onde $Y' = B - L$ [56, 58].

No modelo padrão com três gerações, temos quatro simetrias globais devido a três números leptônicos e um bariônico. As possíveis combinações que podem ser promovidas a locais, sendo livre de anomalias, são $U_{L_e-L_\mu}$, $U_{L_e-L_\tau}$ ou $U_{L_\mu-L_\tau}$. Apenas uma por vez é livre de anomalias[56, 58].

Em suma, a pergunta que se faz para saber se um modelo explica ou não a quantização

da carga elétrica é se ele possui alguma simetria contínua global capaz de ser promovida a local. Esta simetria é também chamada de simetria escondida. Caso um modelo apresente alguma simetria escondida, pode-se afirmar que ele não explica a quantização da carga elétrica.

Vamos concluir esta seção com a seguinte observação a respeito dos neutrinos de Majorana. As massas destes neutrinos são obtidas através da quebra espontânea da simetria leptônica. Logo, uma extensão do modelo padrão para acomodar estes neutrinos deve explicar a quantização da carga elétrica. Isto é, o esquema de Gelmini-Roncadelli e o de Chikashige-Mohapatra-Peccei devem explicar a quantização da carga elétrica[57].

8.2 No Modelo 3-3-1

Depois do desfecho da seção anterior, o primeiro passo aqui passa a ser a verificação da existência de simetrias escondidas. O modelo 3-3-1 apresenta apenas uma simetria global: $U_F = U_{L+B}$, onde $L = L_e + L_\mu + L_\tau$ e B é o número bariônico[39]. Mas esta simetria não é uma simetria escondida, pois se promovida à local, ela não é livre de anomalias. Então podemos esperar explicação para a quantização da carga elétrica neste modelo.

No modelo 3-3-1, o operador de carga elétrica possui a seguinte forma

$$Q/a = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + \frac{b}{a}N, \quad (8.28)$$

com N sendo o operador gerador do grupo $U(1)_N$; λ_3 e λ_8 sendo as duas matrizes diagonais de Gell-Mann. Usando a liberdade de escolha da escala da carga elétrica, vamos estabelecer $a = 1$. Assim, as componentes dos multipletos do modelo devem exibir as seguintes cargas

$$Q(T) = \begin{pmatrix} bN \\ -1 + bN \\ 1 + bN \end{pmatrix}, \quad (8.29)$$

para os tripletos e

$$Q(S) = \begin{pmatrix} 2bN & -1 + 2bN & 1 + 2bN \\ -1 + 2bN & -2 + 2bN & 2bN \\ 1 + 2bN & 2bN & 2 + 2bN \end{pmatrix}, \quad (8.30)$$

para o sexteto.

Para se obter a massa dos férmions e a quebra espontânea da simetria, três tripletos de escalares e um sexteto são introduzidos

$$\eta \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_\eta) , \quad \rho \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_\rho) , \quad \chi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, N_\chi) , \quad S \sim (\mathbf{1}, \mathbf{6}, N_S). \quad (8.31)$$

Para gerar as massas corretamente, estes multipletos devem adquirir valores esperados no vácuo diferente de zero

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle_0 &\sim \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \rho \rangle_0 \sim \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix} \\ \langle \chi \rangle_0 &\sim \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}, \quad \langle S \rangle_0 \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_{\sigma_2} \\ 0 & v_{\sigma_2} & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Com o requerimento de que os operadores de carga aniquilem os vácuos, obtemos de (8.29) e (8.30) os seguintes vínculos entre os números quânticos N dos escalares

$$N_\eta = 0, \quad N_\rho = \frac{1}{b}, \quad N_\chi = -N_\rho, \quad N_S = 0. \quad (8.33)$$

Com este resultado, podemos escrever o operador carga elétrica em (8.28) na seguinte forma[62]

$$Q = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + \frac{N}{N_\rho}. \quad (8.34)$$

Através desta fórmula para Q , identificamos a operador de hipercarga Y pela seguinte expressão

$$\frac{Y}{2} = I_8 + \frac{N}{N_\rho}, \quad (8.35)$$

com $I_8 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\lambda_8$.

Após a quebra espontânea da simetria 3-3-1 para a 3-1, obtém-se do termo de matéria dos férmions exposto em (2.12), as seguintes interações eletromagnéticas[61]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{em} = & -e \frac{N_{L_a}}{N_\rho} \bar{\nu}_{aL} \gamma^\mu \nu_{aL} A_\mu + \frac{e}{N_\rho} \bar{e}_a (N_\rho - N_{L_a} \gamma_5) \gamma^\mu e_a A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{u}_1 [(N_{Q_1} + N_{u_1}) + (N_{Q_1} - N_{u_1}) \gamma_5] \gamma^\mu u_1 A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{u}_\alpha [(N_{Q_\alpha} + N_{u_\alpha} + N_\rho) + (N_{Q_\alpha} - N_{u_\alpha} + N_\rho) \gamma_5] \gamma^\mu u_\alpha A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{d}_1 [(N_{Q_1} + N_{d_1} - N_\rho) + (N_{Q_1} - N_{d_1} - N_\rho) \gamma_5] \gamma^\mu d_1 A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{d}_\alpha [(N_{Q_\alpha} + N_{d_\alpha}) + (N_{Q_\alpha} - N_{d_\alpha}) \gamma_5] \gamma^\mu d_\alpha A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{J}_1 [(N_{Q_1} + N_{J_1} + N_\rho) + (N_{Q_1} - N_{J_1} + N_\rho) \gamma_5] \gamma^\mu J_1 A_\mu \\ & - \frac{e}{2N_\rho} \bar{J}_\alpha [(N_{Q_\alpha} + N_{J_\alpha} - N_\rho) + (N_{Q_\alpha} - N_{J_\alpha} - N_\rho) \gamma_5] \gamma^\mu J_\alpha A_\mu, \end{aligned} \quad (8.36)$$

onde $a = 1, 2, 3$ e $\alpha = 2, 3$.

Um ponto central aqui é a lagrangiana de Yukawa do setor leptônico, dado no primeiro capítulo. Da sua invariância por $U(1)_N$, fixamos os números quânticos N dos léptons[61, 62]

$$N_{L_1} = N_{L_2} = N_{L_3} = 0. \quad (8.37)$$

Pela invariância por $U(1)_N$ da lagrangiana de Yukawa do setor de quarks, obtemos as seguintes relações

$$N_J = N_Q - N_\rho,$$

$$N_d = N_Q,$$

$$N_u = N_Q + N_\rho,$$

$$N_{J_1} = N_Q + 2N_\rho,$$

$$N_{Q_1} = N_Q + N_\rho,$$

onde

$$N_{u_1} = N_{u_2} = N_{u_3} = N_u,$$

$$N_{d_1} = N_{d_2} = N_{d_3} = N_d,$$

$$N_{Q_2} = N_{Q_3} = N_Q,$$

$$N_{J_2} = N_{J_3} = N_J. \quad (8.38)$$

A princípio o modelo apresenta três anomalias não-triviais, a saber: $[SU(3)_c]^2 U(1)_N$, $[SU(3)_L]^2 U(1)_N$ e $[U(1)_N]^3$. No entanto, depois das relações em (8.38), apenas uma continua sendo não-trivial

$$[SU(3)_L]^2 U(1)_N \implies N_{Q_1} + 2N_Q = 0. \quad (8.39)$$

As relações em (8.39) e (8.38) são suficientes para fixarem os números quânticos N dos quarks em função de N_ρ [61, 62]

$$\begin{aligned} N_{Q_1} &= \frac{2}{3}N_\rho, \quad N_Q = -\frac{1}{3}N_\rho, \quad N_u = \frac{2}{3}N_\rho, \\ N_d &= -\frac{1}{3}N_\rho, \quad N_{J_1} = \frac{5}{3}N_\rho, \quad N_J = -\frac{4}{3}N_\rho. \end{aligned} \quad (8.40)$$

Então (8.37) e (8.40) inferem a quantização da carga elétrica e a natureza vetorial do eletromagnetismo no modelo 3-3-1

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{em} &= +e\bar{e}_a\gamma^\mu e_a A_\mu + \\ &\quad -\frac{2e}{3}\bar{u}_a\gamma^\mu u_a A_\mu + \frac{e}{3}\bar{d}_a\gamma^\mu d_a A_\mu + \\ &\quad -\frac{5e}{3}\bar{J}_1\gamma^\mu J_1 A_\mu + \frac{4e}{3}\bar{J}_\alpha\gamma^\mu J_\alpha A_\mu. \end{aligned} \quad (8.41)$$

Este resultado também é válido para o caso de neutrinos com massa, visto que para tanto basta tomarmos $v_{\sigma_1} \neq 0$ no sexteto em (8.32).

Ao estendermos o modelo para que comporte neutrinos de mão-direita com termos de massa de Dirac, devemos acrescentar o seguinte termo de matéria fermiônica $\bar{\nu}_{a_R} \gamma^\mu (i\partial_\mu - g_N N_{R_a} W^N) \nu_{a_R}$. Também devemos acrescentar na lagrangiana de Yukawa leptônica o seguinte termo de massa: $\bar{L}_{a_L} \eta \nu_{a_R}$. Da invariância por $U(1)_N$, obtemos a seguinte relação: $N_{R_a} - N_{L_a} = 0$. Através de (8.37), $N_{R_a} \rightarrow 0$.

Em suma, no modelo 3-3-1 a invariância de gauge juntamente com a condição de cancelamento das anomalias fixam os números quânticos N de tal maneira que conduzem à quantização da carga elétrica e à natureza vetorial do eletromagnetismo, independentemente da natureza dos neutrinos e de terem massa. Então, como no modelo padrão, o padrão de quantização da carga elétrica impõe a natureza vetorial do eletromagnetismo.

Por fim, a imposição do padrão de quantização das cargas elétricas requer inexoravelmente a natureza vetorial do eletromagnetismo[61]. Já o contrário não funciona, isto é, a imposição da natureza vetorial do eletromagnetismo não exige um determinado padrão de quantização. Isso resume estas duas questões fundamentais a apenas uma, isto é, ao padrão de quantização das cargas elétricas. Então uma possível resposta para a questão do padrão de quantização da carga elétrica pode está na natureza vetorial do eletromagnetismo.

Capítulo 9

Ressonância de Escalares com Interações Leptofílicas no Colisor de Múons

Até onde a experiência nos permite conhecer, a natureza apresenta apenas dois tipos de campos fundamentais: os fermiônicos de spin $1/2$ e os bosônicos de spin 1 . Até o momento, campos escalares fundamentais ainda não foram descobertos. Na natureza, os escalares têm se manifestado apenas em sua forma composta.

Em se pensando num papel para escalares fundamentais, qual poderia ser este, visto que a natureza já reservou para os férmions o papel de comporem a matéria e para os bósons de spin 1 o de propagadores das forças? Já que os escalares têm se manifestado somente na forma composta, a observação desta forma deve fornecer alguma pista a fim de se imaginar um papel para campos escalares fundamentais. Neste sentido, o papel dos mésons π na quebra da simetria quiral $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ na física hadrônica forneceu uma importante pista na função dos escalares no modelo padrão[63].

Até parece uma ironia o fato de a natureza não ter reservado nada de especial para os escalares fundamentais, cujos campos dispõem das mais simples propriedades[63, 64]. Já no plano teórico as expectativas são outras. Está reservado para eles um papel muito especial: a

origem das massas[7].

Este papel está fortemente vinculado ao uso das simetrias na natureza como meio de estabelecer as propriedades estáticas e dinâmicas dos campos. Nos modelos de gauge com quebra espontânea de simetria todas as partículas, tanto de matéria, quanto de força, começam como campos sem massas. No final adquirem suas massas interagindo com a parte clássica de campos escalares, a qual se estende por todo espaço. A massa dos férmions surge de uma interação específica, a interação de Yukawa, entre eles e os escalares.

Uma analogia bastante útil para se entender esse mecanismo de geração de massa é a propagação da luz em um meio com índice de refração diferente de 1. Ao se propagar em um meio desses, a luz sofre redução na sua velocidade. Isto pode ser interpretado como se o fóton tivesse adquirido uma massa efetiva, entendendo por massa a capacidade de inércia de um corpo. No mecanismo de Higgs, os campos que interagem com o escalar sentem a sua parte clássica, quando esta aparece em uma certa fase da vida do universo e o permeia.

Esse artifício deixa como resíduo campos escalares físicos, o bóson de Higgs, interagindo com todas as partículas que receberam massas. É apenas através desse resíduo que se pode provar experimentalmente a existência do mecanismo de Higgs de geração de massa. Conclui-se, então, que as teorias de gauge de campos quânticos com quebra espontânea da simetria reservam um papel especial para os escalares fundamentais.

Esse resíduo não é acidental, visto que nos modelos com quebra espontânea da simetria o bóson de Higgs é necessário para que a teoria preserve a unitariedade[64].

A busca do Higgs está sendo feita pelos anéis de colisão de e^+e^- (LEP e SLC) com uma energia no centro (cm) de massa em cerca de 193 GeV, e de $p\bar{p}$ (TEVATRON) com uma energia no cm de cerca de 1.8 TeV[65]. Estes colisores são sensíveis a Higgs de massa 107 GeV[65] e 120 GeV[66], respectivamente. Projeta-se para um futuro próximo um colisor de $p\bar{p}$ com energia no C.M de 14 TeV, o qual será sensível a Higgs de massa próxima a 1 TeV[67]. Também cogita-se

de acelerador linear de e^+e^- , $e\gamma$ e $\gamma\gamma$ [68] e um colisor de $\mu^+\mu^-$ [69].

Os colisores de e^+e^- LEP-I(CERN) e o SLC(SLAC) entraram em funcionamento em 1989. Ambos começaram a funcionar na ressonância do Z^0 . As operações do LEP-I findaram em 1995 e deram lugar ao LEP-II[65]. O SLC continua operando na casa dos 91 GeV. O LEP-II começou suas operações em 1996 com uma energia de 135 GeV e se espera alcançar 200 GeV no período entre 1999-2000[70]. As reações básicas exploradas pelo LEP-I, cujos detectores são ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, e o SLC, cujo detector é o LSD, foram

$$e^+e^- \rightarrow f\bar{f}, \quad (9.1)$$

com f sendo qualquer dos férmions, exceto o quark top. O LEP-I atingiu uma precisão nos dados da ordem de 0.1%[16]. Esta precisão já é suficiente para que se leve em conta correções radioativas. Nessa situação a precisão nas medidas dos principais parâmetros da teoria passa a ser bastante importante.

A nível de árvore, qualquer observável dentro do modelo padrão pode ser previsto como função dos seguintes parâmetros: α (a constante de estrutura fina), m_W (a massa do bóson W), m_Z (a massa do bóson Z), m_f (as massas dos férmions) e V_{jk} (os elementos da matriz de mistura de sabor e Cabbibo-Kobayashi-Maskawa)[71]. Levando-se em conta correções radioativas, qualquer observável pode ser previsto como função dos seguintes parâmetros[71]

$$O_i = f_i(\alpha, \alpha_s, m_W, m_Z, m_H, m_f, V_{jk}), \quad (9.2)$$

onde m_H é a massa do Higgs, $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$, onde g_s é a constante de acoplamento da QCD, m_f é a massa dos férmions.

Medições precisas destes parâmetros devem se traduzir em importantes vínculos em física nova. Isto ocorre porque se espera que contribuições devido à física nova devem se manifestar nas correções radioativas do modelo padrão. Este é um dos objetivos do colisor $\mu^+\mu^-$: obter precisão nas massas dos m_t , m_W e m_Z [72]. Espera-se que este colisor forneça

medidas mais precisas destes parâmetros, visto que seu efeito de beamstrahlung é bastante reduzido[73]. Este efeito se caracteriza pela perda de energia através da emissão de fótons pelos férmions e é inversamente proporcional à massa dos férmions, $\beta(s) \sim \frac{2\alpha}{\pi} \ln(s/m_f)$ [64, 74]. Como o múon é aproximadamente duzentas vezes mais pesado que o elétron, espera-se uma razoável redução deste efeito, o que se traduz em precisão dos parâmetros m_t , m_W e m_Z [73]. Para se ter uma idéia deste efeito, a perda de energia devido ao beamstrahlung no colisor e^+e^- na ressonância do Z^0 é de cerca de 100MeV[74]. Isto é enorme em comparação com a precisão da massa do Z^0 .

Outra função do colisor de múons é a descoberta do Higgs através da sua ressonância[69, 73], diferentemente do LEP-II, o qual só pode descobri-lo através da reação $e^+e^- \rightarrow HZ$.

Em suma, uma das importâncias de um colisor de múons é a possibilidade de medidas mais precisas em alguns parâmetros de relevante importância para as correções radioativas e a investigação do mecanismo de Higgs através da sua ressonância.

Neste capítulo, estamos considerando um cenário de três Higgs, isto é, o modelo padrão estendido para comportar três dubletos de Higgs. Serão estudadas as colisões de $\mu^+\mu^-$ através dos processos $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \bar{b}b, W^+W^-$. O objetivo é ressaltar as características de amplificação que um setor escalar de multi-dublete de Higgs(multi-Higgs) com qualidades leptofílicas opera na ressonância dos Higgs em um colisor de múons. Interações leptofílicas são interações razoavelmente amplificadas em relação às interações do modelo padrão com um dublete de Higgs. Um cenário leptofílico requer multi-Higgs, onde apenas um dublete interage com os léptons.

Antes de enveredarmo-nos nos cálculos dos processos, vamos fazer alguns esclarecimentos. Nos referimos para as contribuições puras dos Higgs em $\sqrt{s} = m_{H_j}$, as contribuições de ressonância, como o sinal $S = \sigma_{H_j}$, e para as outras como background $B = \sigma_B$.

Dado um processo $\mu^+\mu^- \rightarrow X$ o número de eventos produzido por ele tem a seguinte

forma $N_X = \mathcal{L}_{\mu\mu} \sigma_X$, onde $\mathcal{L}_{\mu\mu}$ é a luminosidade do colisor e depende apenas da máquina; σ_X é a seção de choque total do processo. As seções de choques neste trabalho são obtidas utilizando o programa computacional CompHep. Uma vez que a razão $N_S/\sqrt{N_B} = \sqrt{\mathcal{L}_{\mu\mu} \sigma_{H_j}}/\sqrt{\sigma_B}$ depende apenas da máquina, focalizamos nossa atenção sobre a razão dimensional $\delta_x = S_x/\sqrt{B_x} = (\sigma_{H_j}/\sqrt{\sigma_B})_x(\text{cm})$, a qual depende do modelo em questão. Analisamos δ_x para $x = \mu\mu, bb, WW$. Investigamos tais processos na seguinte faixa de energia de $100 \leq \sqrt{s} \leq 200 \text{ GeV}$. Estamos cientes de que a luminosidade é uma função do feixe de energia, portanto, consideramos uma luminosidade constante da ordem de $\mathcal{L}_{\mu\mu}$ para as energias na faixa aqui considerada [69, 73]. Estamos considerando também um feixe de energia de alta resolução de modo que o erro rms ($\sigma_{\sqrt{s}}$) seja muito menor que a largura total do Higgs ($\sigma_{\sqrt{s}}$). Essas considerações são tomadas a fim de limparmos o terreno para que a idéia central deste capítulo apareça com clareza.

Os cálculos neste capítulo tanto servem para o modelo padrão com três dubletos de Higgs quanto para o modelo 3-3-1, visto que os bósons do modelo 3-3-1, tais como os biléptons e o Z' , são razoavelmente pesados para serem relevantes na faixa de energia aqui considerada. Os ângulos de mistura entre Z^0 - Z' e W^+ - V^+ são bastante pequenos a ponto de as aproximações $c_\theta = 1$ e $c_{\theta+} = 1$ serem razoáveis. Basicamente a principal característica que diferencia um modelo de multi-Higgs do modelo com um dubleto é a interação de Yukawa.

Por fim, para processos do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ a seção de choque toma a seguinte forma [51]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 s} \frac{L_{12}}{L_{34}}, \quad (9.3)$$

onde $L_{pq} = \sqrt{s + (m_p - m_q)^2} \sqrt{s + (m_p + m_q)^2}$.

9.1 Os Processos $\mu^+ \mu^- \rightarrow \mu^+ \mu^-, b\bar{b}, W^+ W^-$

Expomos aqui apenas as interações relevantes para estas reações. Contribui para esses processos as correntes vetoriais neutras

$$\mathcal{L}^{NC} = \left(\frac{8}{\sqrt{2}} G_F m_W^2 \right)^{1/2} s_W \bar{f} \gamma^\mu f A_\mu - \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\frac{G_F m_Z^2}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \times \bar{f} \gamma^\mu [(T^3 + 2Q_f s_W^2) - T^3 \gamma_5]/2] f Z_\mu, \quad (9.4)$$

as correntes vetoriais carregadas

$$\mathcal{L}^{CC} = -2 \left(\frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \bar{\nu}_l \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} l W_\mu^-, \quad (9.5)$$

as auto-interações de gauge

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{SG} = & \left(\frac{8}{\sqrt{2}} G_F m_W^2 \right)^{1/2} s_W A^\nu W^{-\sigma} W^{+\rho} [(p_{W+} - p_{W-})_\nu g_{\rho\sigma} \\ & - (k_A + p_{W+})_\sigma g_{\rho\nu} + (k_A + p_{W-})_\rho g_{\nu\sigma}] \\ & + \left(\frac{8}{\sqrt{2}} G_F M_W^2 \right)^{1/2} c_W Z^\nu W^{-\sigma} W^{+\rho} [(p_{W+} - p_{W-})_\nu g_{\rho\sigma} \\ & - (k_Z + p_{W+})_\sigma g_{\rho\nu} + (k_Z + p_{W-})_\rho g_{\nu\sigma}], \end{aligned} \quad (9.6)$$

e as seguintes interações entre escalares e férmions

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{escalar} = & -\frac{m_\mu O_{Sj}}{v_S} H_j \bar{\mu} \mu - \frac{m_b O_{\eta j}}{v_\eta} H_j \bar{b} b \\ & + 4 \frac{G_F m_W^2}{\sqrt{2}} (v_\eta O_{\eta j} + v_\rho O_{\rho j} + v_S O_{Sj}) H_j W^{+\mu} W_\mu^-, \end{aligned} \quad (9.7)$$

onde O_{ij} é a matriz de mistura entre os escalares físicos e os da simetria: $H_j = O_{ij} R_i$, com $i = S, \eta, \rho$; v_S , v_η e v_ρ são os valores esperados no vácuo dos três dubletos de Higgs.

As interações em (9.7) são suficientes para se inferir a qualidade leptofílica das interações entre léptons e escalares. O fator de intensidade da interação entre o múon, μ , e o escalar, H_j , é $\frac{m_\mu O_{Sj}}{v_S}$, onde v_S é o valor esperado no vácuo de um dubleto de escalar que interage exclusivamente

com os léptons, o qual se relaciona com os demais valores esperados no vácuo dos outros campos através do vínculo $v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_S^2 = v_{MP}^2 = (246 \text{ GeV})^2$. Como o valor esperado no vácuo v_S fornece exclusivamente as massas dos léptons, então é plausível que se atribua a ele um valor da ordem de poucos GeV's, visto que o lépton mais pesado é o τ , o qual possui uma massa da ordem de $m_\tau = 1.77 \text{ GeV}$. Ao tomarmos um valor relativamente pequeno para v_S , em comparação com o padrão, amplificamos razoavelmente a intensidade de interação entre léptons e escalares em relação ao modelo padrão com um dubleto, aonde a intensidade das interações dos férmions com o Higgs é da ordem $\frac{m_f}{v_{MP}}$.

9.1.1 O Processo $\mu^+ \mu^- \rightarrow W^+ W^-$

Para este processo, consideramos a seguinte distribuição de momentos e de spins

$$\mu^-(p_1, r_1) + \mu^+(p_2, r_2) \rightarrow W^-(p_3, r_3) + W^+(p_4, r_4).$$

Contribuem para esse processo um neutrino no canal-t, um fóton, A , no canal-s, um Z^0 no canal-s e o Higgs, H_j , no canal-s

$$\mathcal{M}^{WW} = \mathcal{M}_\nu^t + \mathcal{M}_A^s + \mathcal{M}_Z^s + \mathcal{M}_{H_j}^s, \quad (9.8)$$

onde $\mathcal{M}^t$ significa canal-t e $\mathcal{M}^s$ significa canal-s.

A contribuição com o neutrino no canal-t tem a seguinte amplitude de espalhamento

$$\mathcal{M}_\nu^t = -\frac{4iG_F m_W^2}{\sqrt{2}t} \bar{v}_2 \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \gamma^\rho (p_1 - p_3)_\mu \gamma^\mu \gamma^\sigma u_1 \epsilon_\rho^+ \epsilon_\sigma^-. \quad (9.9)$$

A contribuição com o fóton no canal-s tem a seguinte amplitude de espalhamento

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_A^s &= \frac{8iG_F m_W^2 s_W^2}{\sqrt{2}s} \bar{v}_2 \gamma_\nu u_1 \epsilon_\rho^+ \epsilon_\sigma^- \times \\ &((p_4 - p_3)^\nu g^{\rho\sigma} - (k + p_4)^\sigma g^{\rho\nu} + (k + p_3)^\rho g^{\nu\sigma}). \end{aligned} \quad (9.10)$$

A contribuição com o Z^0 no canal-s tem a seguinte amplitude de espalhamento

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_Z^s = & -\frac{4iG_F m_Z m_W c_W (s - m_Z^2 - im_Z \Gamma_Z)}{\sqrt{2}((s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2)} (g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m_Z^2}) \times \\ & \bar{v}_2 \gamma^\mu \left(2s_W^2 (1 + \gamma_5)/2 + (2s_W^2 - 1)(1 - \gamma_5)/2 \right) u_1 \epsilon_\rho^+ \epsilon_\sigma^- \times \\ & ((p_4 - p_3)^\nu g^{\rho\sigma} - (k + p_4)^\sigma g^{\rho\nu} + (k + p_3)^\rho g^{\nu\sigma}). \end{aligned} \quad (9.11)$$

A contribuição com o Higgs é a seguinte

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{H_j}^s = & \frac{4iG_F m_\mu m_W^2 O_{Sj}}{\sqrt{2}v_S ((s - m_{H_j}^2)^2 + m_{H_j}^2 \Gamma_{H_j}^2)} (O_{\eta j} v_\eta + O_{\rho j} v_\rho + O_{Sj} v_S) \times \\ & ((s - m_{H_j}^2) - im_{H_j} \Gamma_{H_j}) \bar{v}_2 u_1 g_{\rho\sigma} \epsilon^\rho \epsilon^\sigma. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Nestas amplitudes $v_2 = v(p_2, r_2)$ e $u_1 = u(p_1, r_1)$ são os spinores dos múons iniciais com r_1, r_2 sendo os spins e $k = p_1 + p_2$ sendo o momento trocado no canal-s.

A qualidade leptofílica das interações entre léptons e escalares se revela no fator de amplificação na ressonância $\sqrt{s} = m_{H_j}$ na amplitude em (9.12)

$$\frac{1}{m_{H_j} \Gamma_{H_j}} \left(\frac{O_{Sj}}{v_S} (O_{\eta j} v_\eta + O_{\rho j} v_\rho + O_{Sj} v_S) \right). \quad (9.13)$$

No caso do modelo padrão, este fator se resume a $\frac{1}{m_H \Gamma_H}$. Isso implica que o colisor de múons só pode revelar uma ressonância para pequenas larguras do Higgs. Para entendermos melhor isso, observe que no polo do Higgs ($\sqrt{s} = m_H$) a amplitude quadrática do Higgs é proporcional a $\frac{1}{m_H^2 \Gamma_H^2}$. A largura total do Higgs cresce muito rápido com a sua massa: ela vai de $\sim 3.1 \times 10^{-3}$ GeV para uma massa $m_H \sim 110$ GeV até ~ 1.6 GeV para uma massa $m_H \sim 200$ GeV[75]. Assim, a contribuição do Higgs é fortemente suprimida para valores largos da massa do Higgs.

Já num modelo de multi-Higgs a amplitude quadrática no polo do Higgs é proporcional a $\frac{1}{m_{H_j}^2 \Gamma_{H_j}^2} \left((\frac{O_{Sj}}{v_S})^2 (O_{\eta j} v_\eta + O_{\rho j} v_\rho + O_{Sj} v_S)^2 \right)$, onde os ângulos de mistura devem obedecer a condição de unitariedade $\sum_i O_{ij}^2 = 1$, com $i = \eta, \rho, S$, e os valores esperado no vácuo obedecendo ao vínculo $v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_S^2 = v_{MP}^2 = (246 \text{ GeV})^2$. Atribuindo valores a v_S da ordem de

10 GeV e, por motivo de simplicidade, tomando $v_\eta = v_\rho$, o colisor de múons adquire razoável potencial para descobrir ressonância de Higgs.

Como desejamos comparar um modelo de multi-Higgs com o modelo padrão, vamos definir o fator de amplificação do sinal do Higgs (FASH) como sendo a razão S_x^{MH}/S_x^{MP} para cada processo, onde MH significa modelo com multi-Higgs e MP , modelo padrão. No processo desta seção, o FASH adquire a seguinte forma

$$f_{WW} = \left(\frac{O_{Sj}}{v_S}\right)^2 (O_{\eta j}v_\eta + O_{\rho j}v_\rho + O_{Sj}v_S)^2 \quad (9.14)$$

O comportamento de f_{WW} como função de v_S , com uma certa escolha dos outros parâmetros, é mostrada na Fig. (9.1)[76].

Na Fig. (9.2) mostramos S e B para o processo $\mu^+\mu^- \rightarrow W^+W^-$ para o modelo padrão e para um modelo de multi-Higgs. Podemos ver que o FASH amplifica consideravelmente S , amplificando assim a razão $S/\sqrt{B}$, quando comparada ao modelo padrão[76]. Estas figuras foram construídas considerando a troca através do canal-s de um único Higgs nas amplitudes do modelo de multi-Higgs. Consideramos aqui $j = 3$, e daqui pra frente trabalharemos com $j = 3$.

9.1.2 O Processo $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

Para este processo consideraremos a seguinte distribuição de momentos e spins

$$\mu^-(p_1, r_1) + \mu^+(p_2, r_2) \rightarrow \mu^-(p_3, r_3) + \mu^+(p_4, r_4),$$

As amplitudes são as seguintes

$$\mathcal{M}^{\mu\mu} = \mathcal{M}_A^s + \mathcal{M}_Z^s + \mathcal{M}_H^s + \mathcal{M}_A^t + \mathcal{M}_Z^t + \mathcal{M}_{H_3}^t. \quad (9.15)$$

Estas amplitudes de espalhamentos têm a seguinte forma

$$\mathcal{M}_A^s = \frac{8iG_F m_W^2 s_W^2}{\sqrt{2}s} \bar{u}_3 \gamma_\mu v_4 \bar{v}_2 \gamma^\mu u_1,$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_A^t &= \frac{8iG_F m_W^2 s_W^2}{\sqrt{2}t} \bar{u}_3 \gamma_\mu u_1 \bar{v}_2 \gamma^\mu v_4, \\
\mathcal{M}_Z^s &= \frac{2iG_F m_Z^2}{\sqrt{2}(s - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z)} \bar{u}_3 \gamma^\mu [2s_W^2(1 + \gamma_5)/2 + (2s_W^2 - 1)(1 - \gamma_5)/2] v_4 \times \\
&\quad \bar{v}_2 \gamma^\nu [2s_W^2(1 + \gamma_5)/2 + (2s_W^2 - 1)(1 - \gamma_5)/2] u_1 (g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_Z^2}), \\
\mathcal{M}_Z^t &= \frac{2iG_F m_Z^2}{\sqrt{2}(t - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z)} \bar{u}_3 \gamma^\mu [2s_W^2(1 + \gamma_5)/2 + (2s_W^2 - 1)(1 - \gamma_5)/2] u_1 \times \\
&\quad \bar{v}_2 \gamma^\nu [2s_W^2(1 + \gamma_5)/2 + (2s_W^2 - 1)(1 - \gamma_5)/2] v_4 (g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_3)_\mu (p_1 - p_3)_\nu}{M_Z^2}), \\
\mathcal{M}_{H_3}^s &= \frac{-im_\mu^2 O_{33}^2}{v_3^2(s - m_{H_3}^2 + im_{H_3} \Gamma_{H_3})} \bar{u}_3 v_4 \bar{v}_2 u_1, \\
\mathcal{M}_{H_3}^t &= \frac{-im_\mu^2 O_{33}^2}{v_3^2(t - m_{H_3}^2 + im_{H_3} \Gamma_{H_3})} \bar{u}_3 u_1 \bar{v}_2 v_4.
\end{aligned} \tag{9.16}$$

onde $u_1 = u(p_1, r_1)$, $v_2 = v(p_2, r_2)$, $u_3 = u(p_3, r_3)$ e $v_4 = v(p_4, r_4)$ são os spinores dos férmions envolvidos no processo.

É bastante improvável a detecção do sinal de um Higgs no modelo padrão através deste processo, visto que cada vértice introduz um fator do tipo m_μ/v_{MP} . Aqui a principal contribuição de um Higgs via canal-s para S^{MP} é proporcional a $(m_\mu/v_{MP})^4/(m_{H_3}^2 \Gamma_3^2)$ no polo do Higgs. Então, no modelo padrão, m_μ/v_{MP} atua como um fator de supressão, portanto não se espera detectar ressonância de Higgs através deste processo.

Por outro lado, em um modelo de multi-Higgs, visto que o acoplamento de Yukawa entre escalares e léptons pode ser leptofílico, o sinal de um Higgs S^{MH} é proporcional a $\frac{(O_{S3})^4(m_\mu/v_S)^4}{(m_{H_3}^2 \Gamma_3^2)}$ na ressonância. Uma vez que v_S pode ser escolhido relativamente pequeno (10 – 50) GeV o fator $(O_{S3})^4(m_\mu/v_S)^4$ atua agora como amplificador, podendo amplificar consideravelmente o sinal do Higgs, quando comparado ao modelo padrão. Para vermos isso, vamos obter o FASH

$$f_{\mu\mu} = O_{S3}^4 (v_{MP}/v_S)^4. \tag{9.17}$$

Ele pode variar de 10^2 para $v_S = 50$ GeV até 10^5 para $v_S = 10$ GeV, assumindo $O_{S3} \sim \mathcal{O}(1)$, como mostrado na Fig. (9.1). Na Fig. (9.3) mostramos S e B como função de $\sqrt{s} = m_{H_3}$

e $\sqrt{s}$, respectivamente. Não mostramos $\sigma_{H_3}^{MP}$ por ser insignificante. Podemos ver nesta figura que para um Higgs relativamente leve, $\sigma_{H_3}^{MH}$ domina a seção de choque total. Para $m_{H_3} > 135$ GeV, o background B é que passa a dominar, e o sinal vai rápido a zero. Contudo o FASH é ainda razoável para permitir a detecção da ressonância de um Higgs com massa na seguinte faixa $m_{H_3} \sim 150 - 160$ GeV.

Embora o fator de amplificação permita um pronunciado pico na seção de choque total na ressonância de um Higgs leve, devemos notar que para estas massas a largura do Higgs é muito pequena e isto exigirá bastante da precisão do feixe de energia. Isso já não é o caso para a reação $\mu^+\mu^- \rightarrow W^+W^-$, como mostrado na Fig. (9.2). Aqui S^{MH} continua apreciável ainda para $m_{H_3} > 170$ GeV. Neste caso, a detecção de uma ressonância se torna bem mais fácil, visto que a largura do Higgs nestas massas se torna consideravelmente larga, e assim o requerimento da resolução do feixe de energia passa a ser menos importante.

9.1.3 O Processo $\mu^+\mu^- \rightarrow b\bar{b}$

Para este processo consideraremos a seguinte distribuição de momentos e spins

$$\mu^-(p_1, r_1) + \mu^+(p_2, r_2)^+ \rightarrow b^-(p_3, r_3) + b^+(p_4, r_4).$$

Este processo é mais simples que o anterior pelo fato de só apresentar contribuições através do canal-s

$$\mathcal{M}^{bb} = \mathcal{M}_A^s + \mathcal{M}_Z^s + \mathcal{M}_{H_3}^s. \quad (9.18)$$

A amplitude de espalhamento devido ao Higgs toma a seguinte forma

$$\mathcal{M}_{H_3}^s = -\frac{im_\mu m_b O_{S3} O_{\eta 3}}{v_S v_\eta (s - m_{H_3}^2 + im_{H_3} \Gamma_{H_3})} \bar{u}_3 v_4 \bar{v}_2 u_1. \quad (9.19)$$

$\mathcal{M}_A^s$ e $\mathcal{M}_Z^s$ são dadas em (9.16).

No modelo padrão, o estado final $b\bar{b}$ aumenta consideravelmente o S^{MP} devido a larga massa do quark b , como exibido na Fig. (9.4). Como podemos ver, diferentemente do processo $\mu^+\mu^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, o sinal do Higgs domina sobre o background até $m_{H_3} < 145$ GeV. Embora a seção de choque total para a produção de $b\bar{b}$ é bem menor que para a produção de $\mu^+\mu^-$, a elevada razão $S/\sqrt{B}$ fornecida por $b\bar{b}$ faz do processo $\mu^+\mu^- \rightarrow b\bar{b}$ o processo a ser estudado no colisor de múons a fim de detectar ressonância de Higgs relativamente leve.

A contribuição pura de um Higgs pelo canal-s para a produção de $b\bar{b}$ na ressonância é proporcional a $(1/m_{H_3}^2 \Gamma_{H_3}^2)(O_{S3}O_{\eta 3})^2(m_\mu m_b/v_S v_\eta)^2$. Neste caso, para $\sqrt{s} = m_{H_3}$, o FASH adquire a seguinte expressão

$$f_{bb} = (O_{S3}O_{\eta 3})^2 \left(v_{MP}^2 / (v_S v_\eta) \right)^2. \quad (9.20)$$

Como no caso da produção de $\mu^+\mu^-$, este fator permite a possibilidade de amplificação da amplitude de ressonância do Higgs como mostrado na Fig. (9.1).

Na Fig. (9.5) mostramos a quantidade $\delta_x = S_x/\sqrt{B_x} = (\sigma_{H_j}/\sqrt{\sigma_B})_x(\text{cm})$ para os três processos aqui considerados no modelo padrão e no modelo de multi-Higgs. Omitiremos $\delta_{\mu\mu}$ para o modelo padrão por ser negligível. Da Fig. (9.5) podemos ver que no modelo padrão, e assumindo que $N_S/\sqrt{N_B} \geq 5$ é necessário para a detecção[69, 73], o processo $b\bar{b}$ é capaz de detectar ressonância de Higgs para $m_{H_3} \sim 162$ GeV. Para massas superiores, apenas o processo W^+W^- fornece um δ_{WW} largo o suficiente para permitir a detecção de Higgs com massa da ordem de $m_{H_3} \sim 180$ GeV. Da mesma maneira, a Fig. (9.5) mostra que no modelo de multi-Higgs o processo $\mu\mu$ é sensível para detectar ressonância de Higgs com massa da ordem de $m_{H_3} \sim 167$ GeV. O processo $b\bar{b}$ é sensível até $m_{H_3} \sim 180$ GeV, e com o processo W^+W^- sendo o único possível de investigar ressonância com massa superior a 200 GeV. Neste caso deve-se usar uma luminosidade $\mathcal{L}_{\mu\mu} = 10^4 \text{pb}^{-1} \text{yr}^{-1}$. Também devemos ter um $\delta \geq 5 \times 10^{-2} \text{pb}^{1/2}$, a fim de ser compatível com o requerimento $N_S/\sqrt{N_B} \geq 5$. Esta linha limite, denotada por δ_l , é também mostrada na Fig. (9.5). Os valores dados acima, no tocante ao modelo de multi-

Higgs, devem ser tomados como indicativo apenas, uma vez que eles dependem de um grupo de parâmetros que são *a priori* livres. Na Tab.1, resumimos os resultados dados acima para S e B e os correspondentes N_S e N_B e precisões, para representativas massas dos Higgs.

A possibilidade da descoberta de uma ressonância bem acima da permitida no modelo padrão indicará, no mínimo, que aqueles escalares não mais pertencem ao modelo padrão mínimo, indicando assim sinais de física nova.

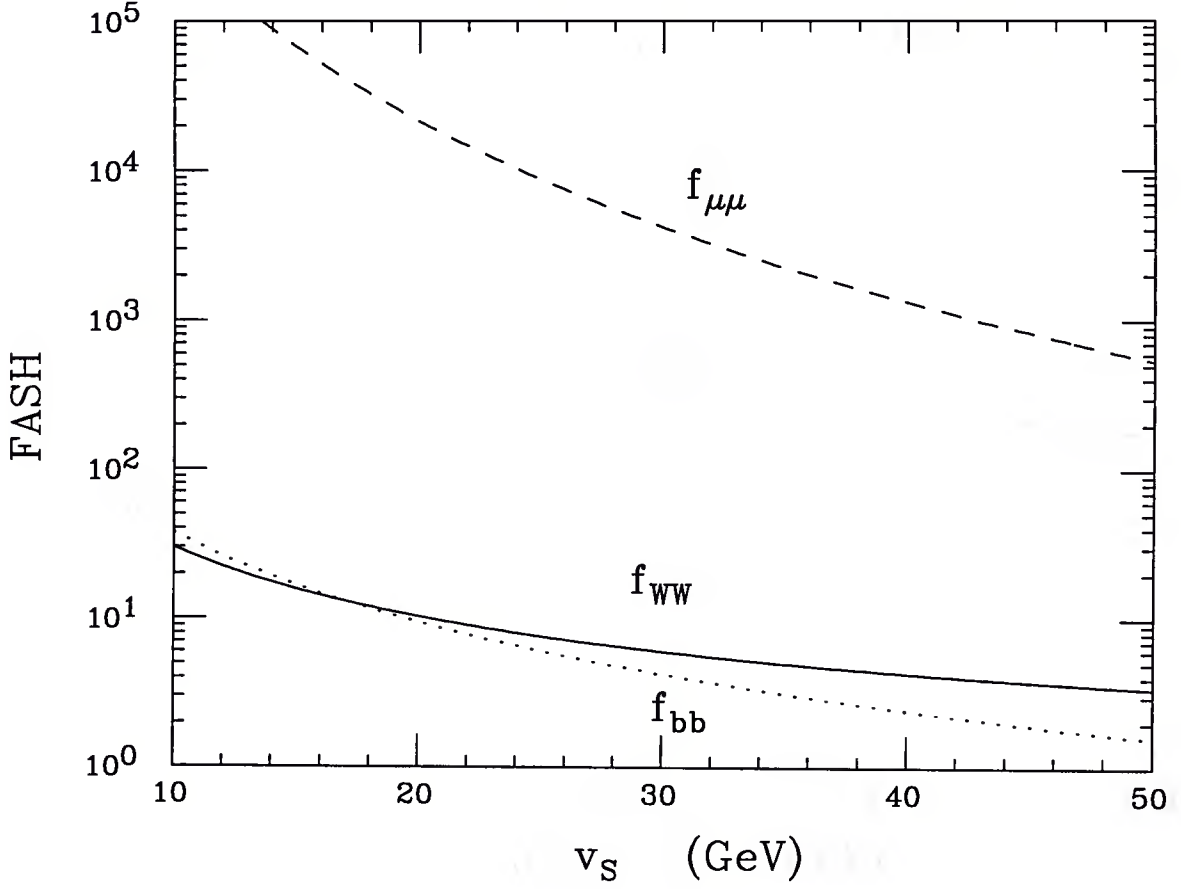


Figura 9.1: O FASH f_{WW} (linha sólida), $f_{\mu\mu}$ (linha tracejada) e $f_{b\bar{b}}$ (linha pontilhada) como uma função de v_S para $O_{\eta 3} = 0.18$, $O_{\rho 3} = 0.085$, $O_{S3} = 0.98$, e para $v_\eta = v_\rho = \sqrt{(v_{MP}^2 - v_S^2)/2}$.

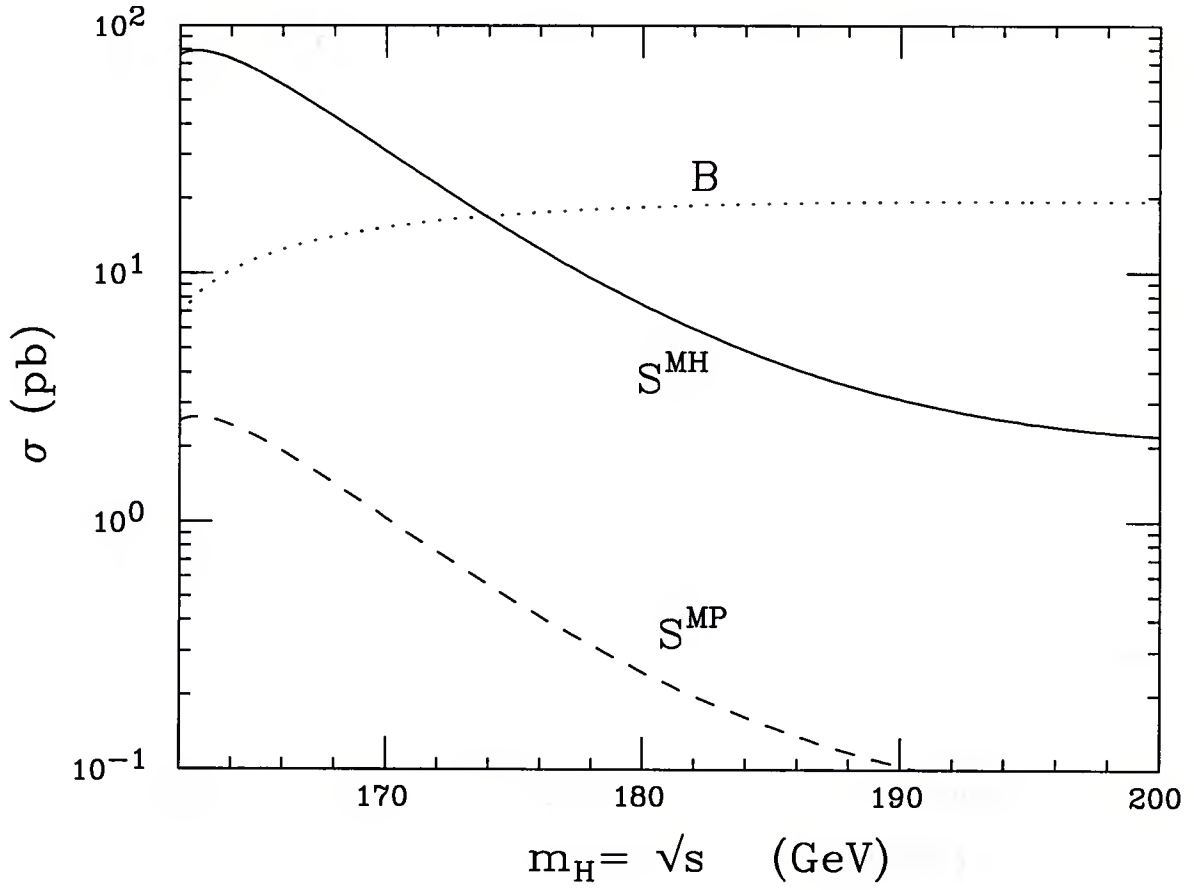


Figura 9.2: S para o MH (linha sólida) e para o MP (linha tracejada) como uma função de $\sqrt{s} = m_H$ e B (linha pontilhada) como uma função de $\sqrt{s}$ para o processo WW com $v_\eta = v_\rho = 173.8$ GeV, $v_S = 10$ GeV, $O_{\eta 3} = 0.18$, $O_{\rho 3} = 0.085$ e $O_{S3} = 0.98$.

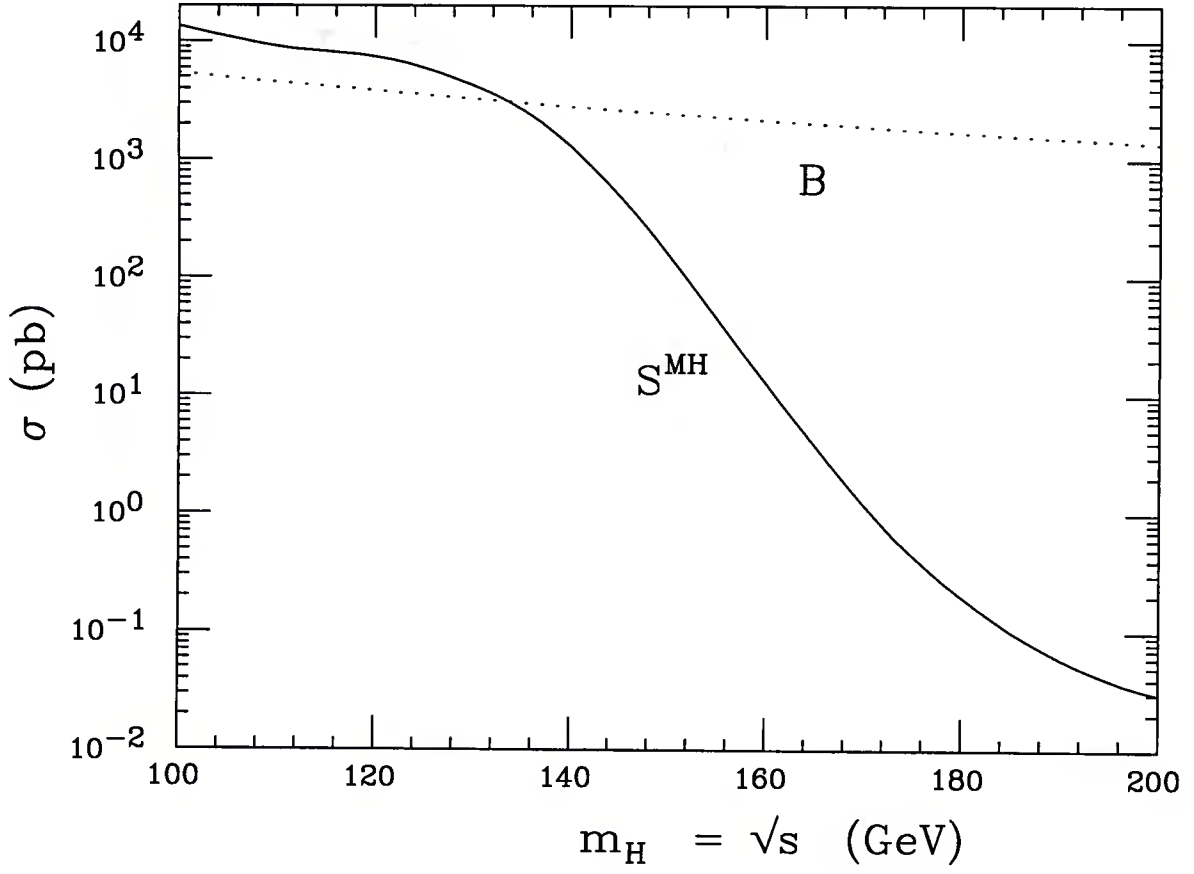


Figura 9.3: S para o MH (linha sólida) como uma função de $\sqrt{s} = m_H$ e B (linha pontilhada) como uma função de $\sqrt{s}$ para o processo $\mu\mu$ com $v_S = 10$ GeV

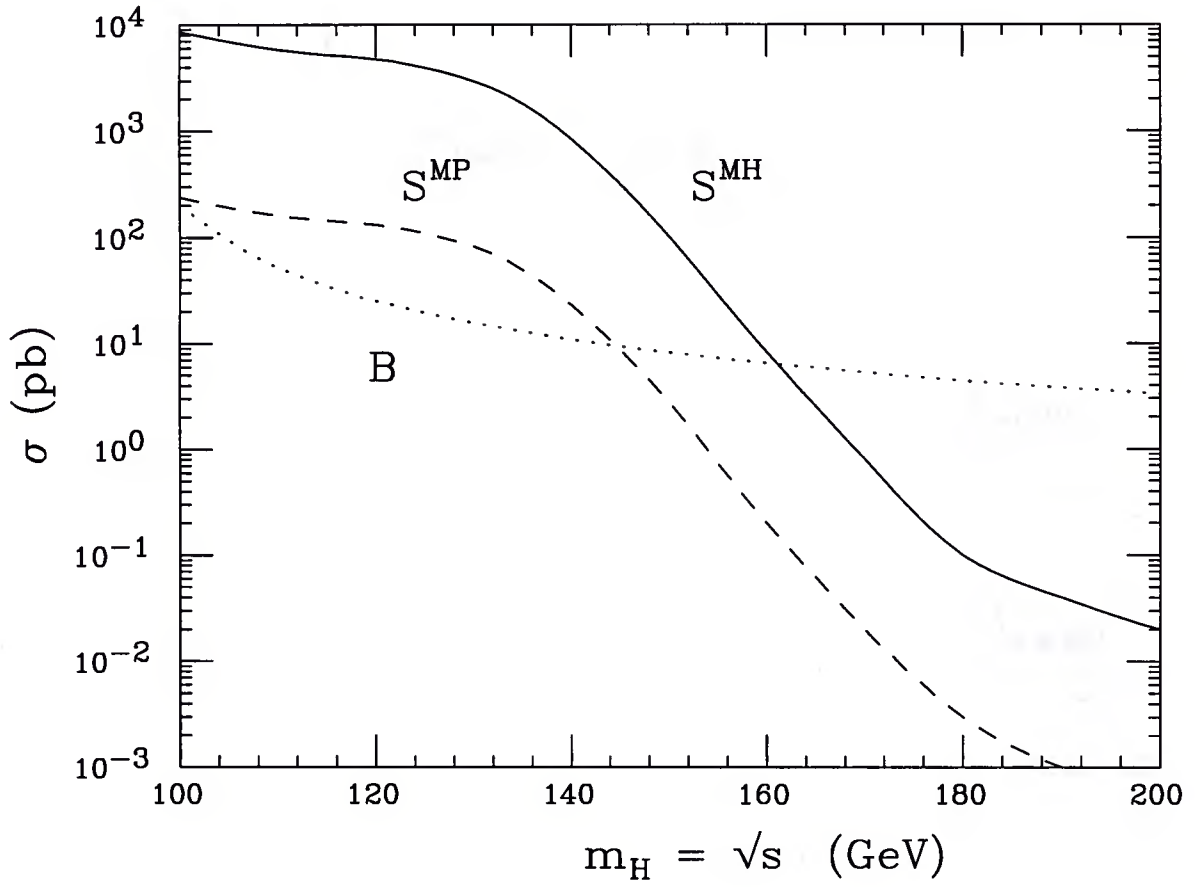


Figura 9.4: S para o MH (linha sólida) e para o MP (linha tracejada) como uma função de $\sqrt{s} = m_h$ e B (linha pontilhada) como uma função de $\sqrt{s}$ para o processo bb com $v_S = 10$ GeV, $v_\eta = 173.8$ GeV, $O_{S3} = 0.98$ e $O_{\eta3} = 0.18$.

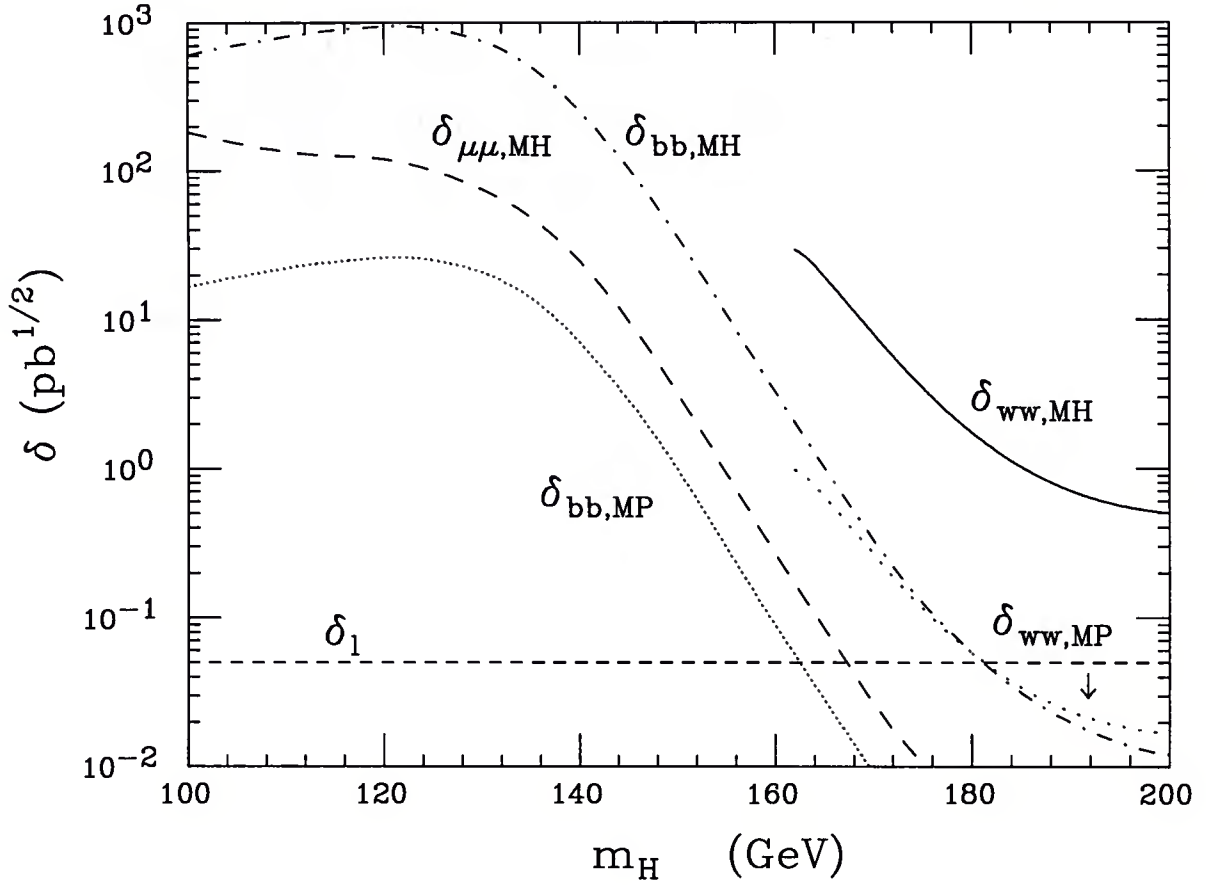


Figura 9.5: A quantidade $\delta = S/\sqrt{B}$ como uma função de m_H para os processos WW , $\mu\mu$ e bb no MH e no MP, como indicado nas linhas, para os mesmos parâmetros adotados nas Figs. 2–4. A linha limite $\delta_l = 0.05 \text{ pb}^{1/2}$ para $N_S/\sqrt{N_B} = 5$ para $\mathcal{L}_{\mu\mu} = 10^4 \text{ pb}^{-1}\text{yr}^{-1}$.

Tabela 9.1: As quantidades S , B , N_S , N_B e as precisões $N_S/\sqrt{N_B}$ e $\sqrt{N_S + N_B}/N_S$ para $\sqrt{s} = m_H$ e para $\mathcal{L}_{\mu\mu} = 10^4 \text{ pb}^{-1}\text{yr}^{-1}$.

processos	$m_H(\text{GeV})$	$S(\text{pb})$	$N_S(\text{eventos})$	$B(\text{pb})$	$N_S(\text{eventos})$	$N_S/\sqrt{N_B}$	$\sqrt{N_S + N_B}/N_S$
MP-bb	162	0.138	1380	6.219	62190	5.5	0.18
MP-WW	180	0.265	2650	19.364	193640	6.0	0.16
331- $\mu\mu$	167	2.334	23340	1984.943	19849430	5.2	0.19
331-bb	180	0.123	1230	4.431	44310	5.8	0.17
331-WW	200	1.153	11530	19.263	192630	26.3	0.04

Capítulo 10

Comentários e Conclusões

A principal conclusão que se pode extrair deste estudo do modelo 3-3-1 é da flexibilidade deste modelo em acomodar, de uma forma ou de outra, várias propriedades não permitidas no modelo padrão. E acomoda de uma maneira bastante interessante, visto que podem ser atenuadas e até suprimidas através da manipulação de alguns parâmetros. Flexibilidade é uma característica interessante, desde que se aceite a máxima que diz que tudo que não é proibido pode ocorrer. Vamos salientar a flexibilidade do modelo 3-3-1 com três exemplos.

i) Admite processos que violam o número leptônico. A simetria leptônica no modelo padrão é acidental, e agora, com as evidências de oscilação de neutrinos, é que ela perde força. No entanto, a violação do número leptônico pode ser suprimido tomando $\sigma_1 = 0$.

ii) Admite troca de sabor com correntes neutras tanto com bósons vetoriais, quanto com escalares. Com bósons vetoriais, o parâmetro que a controla é o ângulo de mistura entre Z^0 e Z' . Devido ao fato de ainda não ter sido observado nos aceleradores troca de sabor com correntes neutras, este ângulo deve ser bastante pequeno.

iii) Além da fonte padrão de violação de cp , isto é, nas correntes carregadas entre quarks e $W^\pm$, tem-se a fonte de violação de cp no setor escalar e provavelmente no setor de gauge.

Quanto à questão das pequenas massas dos neutrinos, o modelo fornece uma explicação razoável, visto que incorpora o esquema de Gelmini-Roncadelli.

Além destas características, o modelo explica dois dos problemas mais fundamentais da física de partículas: o problema das famílias e o padrão de quantização das cargas elétricas.

Notem que, em geral, extensões do modelo padrão sempre significam um avanço, visto que essas extensões de alguma maneira sempre explicam algo não explicado pelo modelo padrão. E como o modelo 3-3-1 explica questões tão importantes e apresenta várias propriedades esperadas em extensões do modelo padrão, podemos concluir que o modelo 3-3-1 é uma interessante extensão do modelo padrão.

Vamos concluir esta tese falando de possíveis continuidades e extensões do estudo desenvolvido aqui. Uma continuação imediata é o estudo das contribuições do modelo 3-3-1 ao decaimento beta duplo sem neutrinos. Este estudo se encontra em andamento e o resultado interessante é que a contribuição dominante ocorre com a troca de escalares[77]. Uma outra possibilidade de continuidade é o estudo de violação de CP devido ao setor de gauge do modelo, visto que na mistura entre $W^\pm$ e $V^\pm$ dada em (4.16) podemos ter uma fase que não é absorvida por interações do tipo: $V^+V^+U^{--}$. Uma outra possível continuidade é o estudo de troca de sabor com corrente neutras tanto com bósons vetoriais, quanto com escalares.

Em termos de extensões deste modelo, a imediata seria a extensão left-right. Depois o modelo 3-3-1 supersimétrico. Na sequência o modelo de grande unificação proveniente do modelo 3-3-1, o qual se baseia no grupo de simetria $SU(6)$ e, logicamente, a sua versão supersimétrica.

Um ponto não tocado por este estudo do modelo 3-3-1 foi suas implicações cosmológicas. Os dois tópicos mais apelativos à cosmologia neste modelo são : primeiro, cosmologia de neutrinos [78], devido ao fato do modelo possibilitar o decaimento de neutrinos em neutrinos de mão-direita, isto é, neutrinos estéreis, como mostrado no cap.7; segundo, a bariogênese eletrofraca[79], devido ao fato de que uma das condições para que a bariogênese ocorra é que haja violação de CP . A violação de CP que ocorre no modelo padrão não é suficiente para gerar a

bariogênese. No modelo 3-3-1, tem-se várias fontes de violação de cp.

Apêndice A

As Matrizes de Gell-Mann

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} ,$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} ,$$

$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} , \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.1})$$

Bibliografia

- [1] H. Weyl, *Gravitation und Elektrizitat*. Sitzungsberichte Akademie der Wissenschaften Berlin, 465-468 (1918). Siehe auch die *Gesammelten Abhandlungen*. 6 Vols. Ed. K. Chandrasekhara, Springer-Verlag; H. Weyl, *Ann. Physik.* **59**, 101 (1919). Para uma tradução inglesas ver L. O’Raifeartaigh, *The Dawning of Gauge theory*. Para uma introdução histórica ver L. O’Raifeartaigh and N. Straumann, *Early History of Gauge Theories and Kaluza-Klein Theories*, hep-ph/9810524. Para uma introdução elementar da idéia de invariância de escala ver K. Moriyasu, *An elementary Primer for Gauge Theory*, World Scientific, (1983).
- [2] T. Kaluza, *Sitzungober. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, p.966 (1921)(Para uma tradução inglesa ver L. O’Raifeartaigh, *The Dawning of Gauge theory*); G. Nordstrom, *Phys. Zeitschr.* **15**, 504 (1914); G. Nordstrom, *Phys. Zeitschr.* **13**, 533 (1912); *Annalen der Physik* **40**, 856 (1913); *Annalen der Physik* **42**, 533 (1913); O. Klein, *Z. Phys.* **37**, 895 (1926). Para uma introdução histórica ver L. O’Raifeartaigh and N. Straumann, *Early History of Gauge Theories and Kaluza-Klein Theories*, hep-ph/9810524; O. Klein, *Z. Phys.* **37**, 895 (1926).
- [3] H. Weyl, *Z. Physik.* **56**, 330 (1929); V. Fock, *Z. Physik.* **39**, 226 (1927); F. London, *Z. Physik.* **42**, 375 (1927).
- [4] C. N. Yang and R. L. Mills, *Phys. Rev.* **96**, 191 (1954); R. Shaw, *The problem of particle*

types and other contributions to the theory of elementary particles, Cambridge University thesis, (1955).

- [5] J. Schwinger, *Ann. Phys.* **2**, 407 (1957).
- [6] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22**, 579 (1961).
- [7] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264 (1967); A. Salam, *Proc. 8th Nobel Symposium*, ed N. Svarthom (Almqvist and Wiksell, Stockholm 1968) pg. **367**.
- [8] P. W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 132 (1964); P. W. Higgs, *ibid.* **13**, 321 (1964); P. W. Higgs, *Phys. Rev.* **145**, 1156 (1966).
- [9] G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B* **35**, 167 (1971); G. 't Hooft and M. Veltman, *ibid. B* **50**, 318 (1972); G. 't Hooft and M. Veltman, *ibid. B* **44**, 189 (1972); C. G. Bollini and J. J. Giambiagi, *Phys. Lett. B* **40**, 566 (1972); J. F. Ashmore, *Nuovo Cim. Lett.* **4**, 289 (1972).
- [10] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1688 (1971).
- [11] J. Dreitlein, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1243 (1974); M. Veltman, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 777 (1975).
- [12] S. Weinberg, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 1 (1989).
- [13] J. J. Aubert *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404 (1974); J. E. Augustin *et al.*, *ibid.* **33**, 1406 (1974); A. Benvenuti *et al.*, *ibid.* **34**, 419 (1975); E. J. Cazzoli *et al.*, *ibid.* **34**, 1125 (1975).
- [14] F. J. Hasert *et al.* (Gargamelle collaboration), *Phys. Lett. B* **46**, 121, 138 (1973); A. Benvenuti *et al.* (HPW collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **32**, 800, 1454, 1457 (1974).
- [15] Review of Particle Physics, *Eur. Phys. J. C* **3** (1998).

- [16] J. Erler and P. Langacker, hep-ph/9809352.
- [17] C. Quigg, hep-ph/9905369.
- [18] B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **6**, 429 (1958); B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **7**, 172 (1958); B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP **53**, 984 (1968).
- [19] M. Gell-Mann and A. Pais, Phys. Rev. **97**, 1387 (1955); A. Pais and O. Piccioni, Phys. Rev. **100**, 1487 (1955).
- [20] R. Davis Jr., in *neutrino '88*, ed. J. Schneps *et al.* (World Scientific 1988).
- [21] R. N. Mohapatra and P. B. Pal, “Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics”, Second Edition, World Scientific 1998; B. Kayser, F. Gibrat-Debu, F. Perbier, “The Physics of Massive Neutrinos”, World Scientific (1989).
- [22] Y. Fukuda *et al.*, Super-Kamiokande Coll., Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998).
- [23] V. Berezinsky, hep-ph/9904259; J. N. Bahcall, P. I. Krastev, A. Y. Smirnov; hep-ph/9905220; J. W. F. Valle; hep-ph/9906378; P. Fisher, B. Kayser and K. S. McFarland; hep-ph/9906244; W. C. Haxton and B. R. Holstein; hep-ph/9905257; S. M. Bilenky, C. Giunti and C. W. Kim, hep-ph/9902462; R. D. Peccei, hep-ph/9906509.
- [24] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra and R. D. Peccei, Phys. Rev. Lett. **45**, 1926 (1980).
- [25] G. B. Gelmini and M. Roncadelli; Phys. Lett. B **99**, 411 (1981).
- [26] M. C. Gonzalez-Garcia and Y. Nir; Phys. Lett. B **232**, 383 (1989).
- [27] J. C. Montero, C. A. de S. Pires and V. Pleitez, hep-ph/9903251, Aceito para Publicação na Phys. Rev.D.

- [28] A. Zee, Phys. Lett.B **93**, 389 (1980); K. S. Babu, Phys. Lett.B **203**, 132 (1988).
- [29] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe* (Addison-Wesley, Redwood City) (1990).
- [30] N. A. Bahcall and X. Fan, astro-ph/9803277; S. Permutter *et al.* LBNL preprint 41801 (1998); R. Caldwell *et al.*, Phys. Rev. Lett.**80**, 1582(1998); Supernova Cosmology Project, S. Perlmutter *et al.*, Nature **391** (1998).
- [31] G. Lazarides, hep-ph/9904502; P. B. Pal, hep-ph/9906447; M. S. Turner, hep-ph/9811366; hep-ph/9811364; hep-ph/9811545.
- [32] S. P. Martim, hep-ph/9709556.
- [33] J. Wess and B. Zumino, Nucl. Phys. B**70**, 39 (1974); H. P. Niles, Phys. Rep. **110**, 1 (1984).
- [34] P. Langacker, Proceedings of the *China Center of Advanced Science and Technology(World Laboratory)*, Symposium/Workshop, May 28-June 8, 1990.
- [35] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **46** , 410 (1992); P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. **69**, 2889 (1992).
- [36] F. Pisano, Mod. Phys. Lett. A **11**, 2639 (1996).
- [37] P. H. Frampton, hep-ph/9706237.
- [38] J. T. Liu, Phys. Rev. D **50**, 542 (1994); D. Ng, Phys. Rev. D **49**, 4805 (1994); J. T. Liu and D. Ng, Phys. Rev. D **50**, 548 (1994); J. T. Liu and D. Ng, Z. Phys. C **62**, 693 (1994); D. G. Dumm, F. Pisano and V. Pleitez, Mod. Phys. Lett. A **9**, 1609 (1994).
- [39] F. Pisano, V. Pleitez and M. D. Tonasse, "Flavor Chiral Extensions for the Standard Model", Preprint IFT-P.043/97.

- [40] J. Schechter and Y. Ueda, Phys. Rev. D **8**, 484 (1973); J. Schechter and M. Singer, Phys. Rev. D **9**, 1769 (1974); L. Clavelli and T. C. Yang, Phys. Rev. D **10**, 654 (1974); V. Gupta and H. S. Mani, Phys. Rev. D **10**, 1310 (1974); G. Segrè and J. Weyers, Phys. Lett. B **65**, 243 (1976); H. Fritzsch and P. Minkowski, Phys. Lett. B **63**, 204 (1976); J. Kandaswamy and J. Schechter, Phys. Rev. D **15**, 251 (1977); J. Kandaswamy and J. Schechter, Phys. Lett. B **70**, 204 (1977); B. W. Lee and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **38**, 1237 (1977); F. Buccella, M. Lusignoli and a. Pugliese, Phys. Rev. Lett. **40**, 1475 (1978); B. W. Lee and R. E. Shrock, Phys. Rev. D **17**, 2410 (1978); P. Langacker, G. Segrè and M. Golshani, Phys. Rev. D **17**, 1402 (1978); D. G. Sutherland and G. Zoupanos, Phys. Lett. B **78**, 455 (1978); H. Komatsu, Prog. Theor. Phys. **59**, 2013 (1978); T. Moriya, Prog. Theor. Phys. **59**, 2028 (1978); R. Fischer, Acta. Phys. Aust. **50**, 13 (1978); H. D. Dahmen, J. Nölle and L. Schülke, Il Nuovo Cimento. A **52**, 573 (1979); M. Singer, Phys. Rev. D **19**, 296 (1979); M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter, Phys. Rev. D **22**, 738 (1980).
- [41] R. Foot, O. F. Hernández, F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D **47**, 4158 (1993).
- [42] C. A. de S. Pires, *Um Modelo 3-3-1*, Métodos da Física Teórica III, Nota Interna do IFT, (1996).
- [43] M. Tonasse, Phys. Lett. B **381**, 191 (1996); M. B. Tully and G. C. Joshi, hep-ph/9810282; O. P. Ravinez, “ Violação de CP em modelos 3-3-1” Tese de Doutorado, 1998.
- [44] M. Zralek, *On the Possibilities of Distinguishing Dirac from Majorana Neutrinos*, hep-ph/9711506.
- [45] L. F. Li and F. Wilczek, Phys. Rev. D **35**, 143 (1982); B. Kayser and R. E. Shrock, Phys. Lett. B **112**, 137 (1982); B. Kayser, Phys. Rev. D **26**, 1662 (1982).
- [46] H. Klapdor-Kleingrothaus; hep-ex/9902014.

- [47] J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **25** , 774 (1982); Y. Chikashige, R. N. Mohapatra and R. D. Peccei , Phys. Lett. B **98** , 265 (1981).
- [48] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, OXFORD (1984).
- [49] L-F Li, Y. Liu and L. Wolfenstein, Phys. Lett. B **158**, 45 (1985).
- [50] Caso *et al.*, (Review of Particle Physics), Eur. Phys. J. C **.3** (1998).
- [51] C. Quigg, *Gauge Theory of the Strong, Weak and Eletromagnetics Fields*, Addison-Wesley (1983)
- [52] J. C. Montero, C. A de S. Pires and V. Pleitez, hep-ph/9901448, Aceito para Publicação na Phys. Rev .D.
- [53] P. B. Pal and L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **25**, 766 (1982); P. X. Yem, hep-ph/9903356.
- [54] P. A. M. Dirac, Proc. R. Soc. A **133**, 60 (1931).
- [55] P. Langacker, Phys. Rept. **72**, 185 (1981).
- [56] R. Foot, G. C. Joshi, H. Lee and R. R. Volkas, Mod. Phys. Lett. **A 5**, 2721 (1990); R. Foot, Mod. Phys. Lett. **A 6**, 527 (1991); R. Foot, H. Lee and R. R. Volkas, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19**, 269 (1993).
- [57] K. S. Babu and R. N. Mohapatra, Phys. Rev. Lett **63**, 938 (1989).
- [58] K. S. Babu and R. N. Mohapatra, Phys. Rev D **41**, 271 (1990).
- [59] S. Rudaz, Phys. Rev. D **41**, 2619 (1990); C. Q. Geng and R. E Marshak, Phys. Rev. D **39**, 693 (1989); E. Golowich and P. B. Pal, Phys. Rev. D **41**, 3757 (1990); J. Sladkowski and

- M. Zralek, Phys. Rev. D **45**, 1701 (1992); M. Nowakowski, A. Pilaftsis, Phys. Rev. D **48**, 259 (1993).
- [60] S. Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969); J. S. Bell, R. Jackiw, Nuovo Cimento. **A 60**, 49 (1969).
- [61] C. A. de S. Pires, hep-ph/9902406, Aceito para Publicação na Phys. Rev. D.
- [62] C. A. de S. Pires and O. P. Ravinez, Phys. Rev. D **58**, 35008 (1998);
- [63] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields I, II*, Cambridge University Press (1995).
- [64] M. E. Peskin, D. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley (1995); F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, John Wiley & Sons (1984); c. Itzykson and J-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill International Edition (1985).
- [65] V. Novikov, L. Okun, M. Vysotsky and A. Rozanov, hep-ph/9707359; M. Krawczyk; hep-ph/9812493; K. Desch, *Beyond SM Higgs Searches at LEP*, Talk in parallel session 10 at ICHEP'98, Vanvouver, Canada.
- [66] M. Carena and P. Zermas, *Higgs Working Group Physics at LEP2*, ed. By G. Altarelli, T. Sjöstrand and F. Zwirner, CERN Report, NO. 96-01; *Future EW Physics at TEVATRON*, fermilab-Pub-96/082, eds. D. Auide, R. Brock, hep-ph/9602250.
- [67] V. Barger, hep-ph/9808354.
- [68] E. Accomando *et al.*, Phys. Rep. **299**, 1 (1998); V. Telnov, hep-ph/9810019.
- [69] V. Barger *et al.*, Phys. Rep. **286**, 1 (1997).
- [70] J. Ellis, hep-ph-9707443.

- [71] F. Teubert, "Precision Tests of the SM from Z Physics", *Invited talk presented at the IVth International symposium on Radiative Corrections (RADCOR 98), Barcelona, Spain, Catalonia, September 8-12, 1998.*
- [72] J. F. Gunion, hep-ph/9707379; V. Barger, M. S. Berger, J. F. Gunion and T. Han, hep-ph/9702334; M. Demarteau and T. Han; hep-ph/9801407.
- [73] V. Barger, M. S. Berger, J. F. Gunion and T. Han, hep-ph/9704290; V. Barger, hep-ph/9803480.
- [74] R. D. Peccei, hep-ph/9611335.
- [75] J. F. Gunion *et al.*, *Higgs Hunter's Guide*(Addison-Wesley Publ. Comp., 1990).
- [76] J. C. Montero, C. A. de S. Pires and V. Pleitez, hep-ph/9812306, Aceito para Publicação na Phys. Rev. D.
- [77] J. C. Montero, C. A. de S. Pires and V. Pleitez, trabalho em andamento.
- [78] Subir Sarkar, hep-ph/9710273.
- [79] Mark Trodden, hep-ph/9803479; A. Riotto, hep-ph/9807454.

