

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

GABRIELA FRANCISCO SANTOS

Neutrinos e suas propriedades : Uma breve introdução

Guaratinguetá

2018

Gabriela Francisco Santos

Neutrinos e suas propriedades : Uma breve introdução

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Bacharelado em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Bacharelado em Física .

Orientador: Profº Dr. Célio Adrega de Moura Junior

Coorientador: Profº Dr. Júlio Marny Hoff da Silva

Guaratinguetá

2018

S237n	Santos, Gabriela Francisco Neutrinos e suas propriedades : uma breve introdução / Gabriela Francisco Santos – Guaratinguetá, 2019. 33 f : il. Bibliografia: f. 33 Trabalho de Graduação em Bacharel em Física – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019. Orientador: Prof. Dr. Célio Adrega de Moura Coorientador: Prof. Dr. Júlio Marny Hoff da Silva 1. Neutrinos 2. Partículas (Física nuclear) - Sabor. 3. Oscilações I. Título. CDU 539.12
-------	---

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

GABRIELA FRANCISCO SANTOS

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO
REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUANDO EM
BACHARELADO EM FÍSICA "

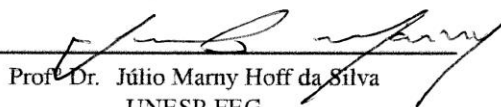
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM
BACHARELADO EM FÍSICA

Profº Dr. MARCO AURÉLIO ALVARENGA MONTEIRO
Coordenador

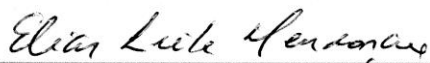
BANCA EXAMINADORA:



Profº Dr. Célio Adrega de Moura Junior
Orientador/UFABC



Profº Dr. Júlio Marny Hoff da Silva
UNESP-FEG



Profº Dr. Elias Leite Mendonça
UNESP-FEG

Dezembro , 2018

DADOS CURRICULARES

GABRIELA FRANCISCO SANTOS

NASCIMENTO 06/04/1996 - Guaratinguetá / SP

FILIAÇÃO José Santos
Benedita Rosa da Silva Francisco Santos

2014 / 2018 Graduação em Bacharelado em Física.
Universidade Estadual Paulista “Júlio de
Mesquita Filho”, Câmpus de Guaratinguetá

Dedico este trabalho a minha Vó Dita.

AGRADECIMENTOS

No momento em que escrevo meus agradecimentos, percebo quão longo ficaria se eu agradecesse a tudo e a todos que me ajudaram a chegar até aqui. Mas vou tentar resumir, começando pela minha família. Agradeço a vocês por terem cuidado bem de mim.

Outra fase importante na minha vida foi a “escola”. Sou muito grata aos meus educadores, principalmente aos professores, os quais me incentivaram nos estudos, como o Sor Ditão, e também a Professora Paula, apesar das poucas aulas, foram suficientes para despertar o meu sentimento pela Física. Também agradeço aos bons amigos junto com a diversão que vivi com a turma “Terceirão 2013”.

Meus agradecimentos para a equipe FEGVEST, em especial aos professores/amigos Regininha, Polano e Fran. Pessoas maravilhosas, me deram suporte nessa fase importante que foi o vestibular.

Agradeço aos amigos do Recanto do Bosque e Kero Mais, as favoritas: Maristela e Paloma, minhas confidentes.

Aos colegas de faculdade que de alguma maneira me ajudaram, seja com estudos ou com boa conversa. Também aos amigos que conheci no melhor curso de todos os tempos, como a Gi, a May, a Gabi e o conjunto de 4 estrelinhas que estão comigo desde o primeiro ano da física: Ana, Vanessa, Nilce e Milena. No caso eu sou a quinta estrelinha!

Não poderia me esquecer dos amigos da UNIFEI. Obrigada pelos bons momentos.

Gostaria de agradecer a UNESP e a todos professores que contribuíram na minha formação, em especial ao professor Elias, o qual me ajudou nos meus primeiros passos na vida acadêmica, e ao professor Júlio, um profissional muito admirável e que me ajudou no trabalho de conclusão de curso. Agradeço ao professor Célio que aceitou me orientar no TCC, mesmo que por videoconferência. Sou muito grata a todos vocês!

Nessa reta final da graduação não foi nada fácil, perdi pessoas queridas e tive que lidar com os desafios que eu mesma criei, fazer um TCC numa área que eu não estava familiarizada em pouquíssimo tempo. Foi dolorido passar por tudo isso mas contribuiu para o meu crescimento pessoal. Então aqui fica meu eterno carinho a todos que compreenderam tudo o que eu passei.

E por fim, o mais importante. Agradeço a Deus, pela imensa força e capacidade de não desistir.

*“As falhas são o combustível do sucesso.”
(Ishikawa)*

RESUMO

O primeiro neutrino foi proposto teoricamente em 1930 para salvar o princípio de conservação da energia no decaimento beta. Essa partícula seria leve, neutra e pouco interagente com a matéria, justificando assim a dificuldade em encontrá-la. Hoje, sabe-se que existem três tipos de neutrinos e que eles podem trocar de sabor através do mecanismo de oscilações. Na oscilação de neutrinos, os autoestados de sabor são escritos como superposição linear dos autoestados de massa por meio da matriz de mistura leptônica (PMNS), que depende dos ângulos de mistura e também da fase de Dirac (responsável pela violação da CP).

Nesse trabalho serão abordados de modo introdutório os principais problemas que cercam os neutrinos, bem como os primeiros experimentos que revolucionaram o modo de estudá-los. Também será apresentado o modelo de oscilações de neutrinos e suas implicações.

PALAVRAS-CHAVE: Oscilação de Neutrinos. SNO. Super-K. Sabores.

ABSTRACT

The first neutrino was theoretically proposed in 1930 in order to preserve the energy conservation in the beta decay. This particle would be light, neutral and just a little interagant with matter, justifying the difficulty to find it. Today it is known three types of neutrinos and that it can change in flavour through oscillations mechanism. In the neutrino oscillation, the eigenstates of flavour are written as a linear overlay of the eigenstates of mass by means of the Leptonic Mixing Matrix (PMNS), which depends on the mixing angles also with the Dirac phase (responsible for the violation of CP).

An introductory approach about the main problems surrounding neutrino will be made in this work, so as the first experiments that revolutionized the way of studying it. It will also be presented the neutrino oscillation models and its implications.

KEYWORDS: Neutrinos oscillations. SNO. Super-K. Flavours.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	Corrente Carregada
CP	Carga - Paridade
ES	Espalhamento Elástico
GALLEX	Experimento com Gálio
LNSD	Detector de Neutrino com Líquido Cintilador
MiniBooNE	Experimento no Fermilab projetado para observar oscilações de neutrinos (BooNE é um acrônimo para o Booster Neutrino Experiment)
MSP	Modelo Solar Padrão
NC	Corrente Neutra
PMNS	Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata
SAGE	Experimento com Gálio Soviética-Americana
SNO	Observatório de Neutrinos de Sudbury
Super-K	Experimento Super-Kamiokande
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UNESP	Universidade Estadual Paulista

Nesse trabalho serão utilizadas as unidades naturais:

$$\hbar = c = 1$$

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	PROPRIEDADES BÁSICAS DOS NEUTRINOS	14
3	NEUTRINOS	16
3.1	O PROBLEMA DOS NEUTRINOS SOLARES	16
3.1.1	O Super-Kamiokande	18
3.1.2	O experimento SNO	20
3.2	AUTOESTADOS DE MASSA E AUTOESTADOS FRACOS	23
3.2.1	Oscilação de dois sabores	24
3.2.2	Oscilação de três sabores	27
4	CONCLUSÃO	32
	REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO

Proposto por Wolfgang Pauli em 1930 para respeitar a conservação de energia no decaimento beta (SOLOMEY, 1997), o neutrino do elétron só foi descoberto depois de 26 anos de sua predição teórica, tornando-se uma das partículas mais interessantes da física. Como eles pouco interagem com a matéria, os neutrinos conseguem atravessar toda a Terra sem serem percebidos.

Embora os neutrinos estejam por todo universo, vindos de diferentes fontes como o Sol, a atmosfera, as rochas, de nós mesmos ou até mesmo das bananas¹, é um desafio detectá-los pois eles são partículas neutras (não sofrem a interação eletromagnética), que é uma das principais propriedades de qualquer matéria composta por átomos. Os neutrinos também quase não apresentam massa e, em alguns casos, é possível desprezá-la. Por tudo isso, o estudo de neutrinos se resumirá apenas ao entendimento da interação fraca que, como o próprio nome diz, é de baixa intensidade. Mas qual é a motivação para estudar essas partículas que praticamente não interagem com o universo? A resposta certamente está nos problemas que envolvem o neutrino.

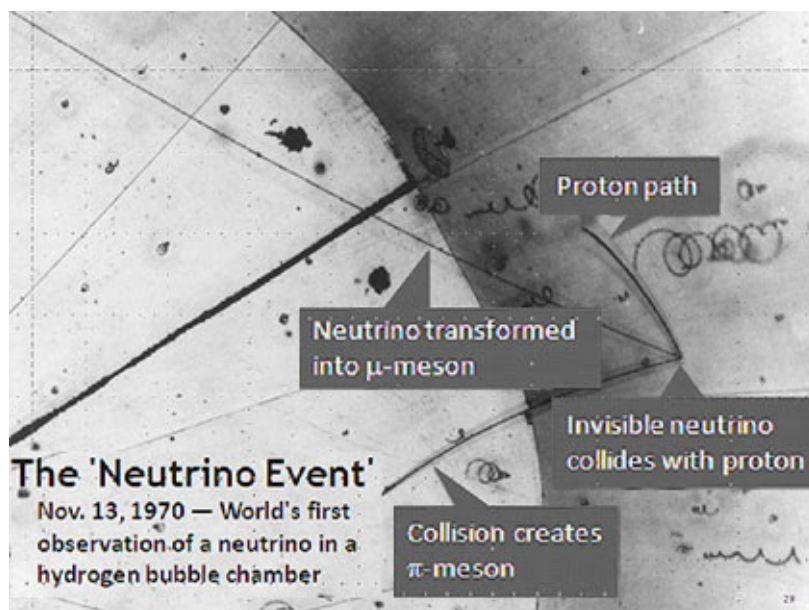
Existem várias fontes de neutrinos, como os produzidos pelos decaimentos radioativos naturais em rochas terrestres, os produzidos por raios cósmicos, e outros dois aos quais daremos ênfase, que são os neutrinos solares, que resultam das várias reações nucleares que ocorrem a todo tempo no núcleo do Sol; e ainda os neutrinos de reatores nucleares, que resultam das reações nucleares que acontecem nos núcleos dos reatores nas usinas nucleares.

Os neutrinos produzidos no núcleo do Sol viajam até a Terra sofrendo pouca interação e muitas vezes até mesmo passam por ela sem serem perturbados. O mais importante é que os neutrinos são capazes de carregar informação sobre o interior do Sol (onde a energia está sendo gerada). Durante anos foi constatado uma diferença entre o fluxo observado e o fluxo previsto de neutrinos solares que atingiriam a Terra. Esse déficit numérico entre as partículas previstas e as observadas ficou conhecido como “o problema dos neutrinos solares”, que recentemente pôde ser entendido a partir dos estudos da oscilação de sabor dos neutrinos (THOMSON, 2013).

Este trabalho relata algumas das propriedades dos neutrinos através do modelo de oscilação. Primeiramente, será apresentada uma breve introdução às principais características dessas partículas e alguns experimentos que corroboraram o entendimento do problema dos neutrinos solares. Em um segundo momento, será descrita a oscilação de neutrinos de dois e três sabores. Ainda, espera-se que exista uma quarta família de neutrinos (WIKIPEDIA, 2018), uma vez que os experimentos LSND (AGUILAR et al., 2001) e MiniBooNE (AGUILAR-AREVALO et al., 2007) mostram que apenas três tipos de neutrinos são insuficientes para explicar os resultados experimentais alcançado. As estimativas dos experimentos LSND e MiniBooNE indicam que a oscilação de neutrinos deve ocorrer do autoestado muônico para o eletrônico. Porém, é observado um excesso de neutrinos eletrônicos que pode ser explicado incluindo a existência de uma ou mais famílias de neutrinos estéreis (ACCIARRI et al., 2015). O modelo propõe que alguns neutrinos muônicos estejam oscilando para os neutrinos

¹ Sim, bananas emitem cerca de 1 milhão de neutrinos por dia a partir dos decaimentos dos átomos de potássio radioativos presentes em sua composição.

Figura 1 – Primeira observação de neutrino em uma câmara de bolhas de hidrogênio em 1970. O neutrino invisível atinge um próton e se originam três rastros de partículas. O neutrino se transforma em um μ -meson, o longo risco central. A faixa curta é o próton. A terceira faixa é um π -meson criado pela colisão.



Fonte: Argonne National Laboratory²

estéreis antes de mudarem a identidade novamente para os neutrinos eletrônicos. Ainda, o modelo sugere que os neutrinos estéreis sejam diferentes dos três sabores já conhecidos, estes seriam sem massa e não interagentes com a matéria (CONRAD, 2007).

Os neutrinos estéreis são bons candidatos a terem relação com a matéria escura, cuja a sua composição é um mistério para a ciência. Além disso, acredita-se que eles possam explicar eventos como o Big Bang. Mas esses problemas, ainda em aberto, não serão abordados nesse trabalho.

No capítulo 2 veremos algumas propriedades relevantes no estudo dos neutrinos, como massa, spin e sabor. No capítulo 3 serão apresentados dois importantes experimentos (o Super-Kamiokande e o SNO), que sugerem a oscilação de sabores de neutrinos. Também veremos o modelo matemático necessário para tal descrição. As considerações finais são apresentadas no último capítulo, onde são discutidos as implicações da oscilação de neutrinos, bem como os problemas em aberto no estudo dessas fascinantes partículas.

² Disponível em: <<http://philosophy-of-cosmology.ox.ac.uk/neutrinos.html>>. Acesso em: 11 de dez. de 2018.

2 PROPRIEDADES BÁSICAS DOS NEUTRINOS

Nesse capítulo serão abordadas as principais características dos neutrinos: spin, massa e sabor.

A Física de Partículas previu que as partículas atômicas eram constituídas por outras partículas ainda menores. Com o avanço dos estudos teóricos e experimentais, uma tabela foi construída descrevendo as principais propriedades e interações destes constituintes da matéria. Esta tabela é conhecida como o modelo padrão da física de partículas elementares (SYMMETRY, 2015), e classifica as partículas em dois tipos: os bósons e os férmions. Os primeiros são responsáveis pelas interações fundamentais na natureza e possuem spin inteiro, como os fótons. Por outro lado, existem os férmions, que são as partículas que constituem a matéria. Eles, por sua vez, apresentam spin semi-inteiros e obedecem ao Princípio de Exclusão de Pauli. Esse é o caso dos neutrinos.

Os neutrinos, e suas respectivas partículas carregadas, estão contidos em uma classe denominada léptons, que são férmions de spin-1/2 sem ligação com a força forte e que ocorrem em pares chamados gerações, escritos como dubletos:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Mas o que diferencia um lépton de um outro? Além das suas massas, as partículas associadas aos neutrinos, como o elétron, o múon e o tau, apresentam carga elétrica e por isso são afetadas pela interação eletromagnética, enquanto os neutrinos são afetados apenas pela interação fraca.

Com base na tabela a seguir é possível entender os motivos pelos quais o neutrino é tão problemático. Das quatro forças fundamentais existentes na natureza, apenas as duas últimas e mais fracas afetam os neutrinos.

Tabela 1 – “Tamanho” de cada força fundamental e seu respectivo bóson mediador¹.

Força	Bóson Mediador	“Tamanho” da força
Forte	Glúons	10
Eletromagnética	Fótons	10^{-2}
Fraca	Bósons W^+ , W^- e Z^0	10^{-13}
Gravitacional	Gráviton	10^{-42}

Fonte: Griffiths (2008).

Atualmente, sabe-se que existem três tipos de neutrinos: o neutrino eletrônico (ν_e), descoberto no ano de 1956 em Savannah River Plant por Cowan e Reines, o neutrino muônico (ν_μ), descoberto em 1962 por Schwartz, Lederman e Steinberger, em Brookhaven e o mais pesado deles, o neutrino tauônico (ν_τ), descoberto somente em 2000 por uma colaboração internacional, a Donut, no Fermilab. Cada um deles, com as respectivas massas² de $< 2eV$, $< 0.19MeV$ e $< 18.2MeV$, que são menores que as massas dos bósons mediadores.

¹ A tabela apresenta uma noção intrinsecamente ambígua, uma vez que a força depende da natureza da fonte e de quão longe você está. Os números na tabela não devem ser tomados literariamente (GRIFFITHS, 2008).

² O símbolo $<$ indica que as massas obtidas experimentalmente são sempre inferiores a sensibilidade do experimento.

Na física de partículas, o sabor refere-se a um conjunto de números quânticos que caracteriza os tipos de quarks e léptons, os quais seriam indistinguíveis perante outras propriedades. Os sabores nos permitem diferenciar certas classes de partículas cujas demais propriedades, como carga elétrica e spin, são similares.

De acordo com o modelo padrão das partículas, os quarks se diferenciam em seis sabores (up, down, strange, charm, bottom e top); assim como os léptons, que também se apresentam em seis sabores (I) sendo estes o elétron, o múon, o tau, e os seus respectivos neutrinos.

Os três sabores de neutrinos (neutrino do elétron, neutrino do múon e neutrino do tau), podem trocar de sabor, ou seja, de tipo. Isso ocorre pois a interação responsável pela troca de sabor é a força nuclear fraca, a qual afeta os neutrinos. Em particular, a ação dessa força é tal que permite a conversão de números quânticos descrevendo massa e carga elétrica de ambos os quarks e léptons de um tipo discreto para outro. Isso é conhecido como oscilação de sabor.

Mais a frente veremos o formalismo para o estudo de oscilações, mas por hora basta saber que cada um dos três sabores de neutrino é, na realidade, uma mistura de três estados quânticos com diferentes massas, rotulados como ν_1 , ν_2 e ν_3 .

3 NEUTRINOS

Por muito tempo acreditou-se que os neutrinos não possuíam massa. Mas as recentes descobertas de McDonald e Kajita em 2015 comprovaram a oscilação de sabores de neutrinos (TARONI, 2015). Kajita fazia parte da colaboração Super-Kamiokande no Japão, enquanto McDonald trabalhava com um grupo no Observatório de Neutrinos Sudbury, no Canadá. Calculava-se que grande parte dos neutrinos solares desapareciam durante o trajeto até a Terra sem explicação plausível.

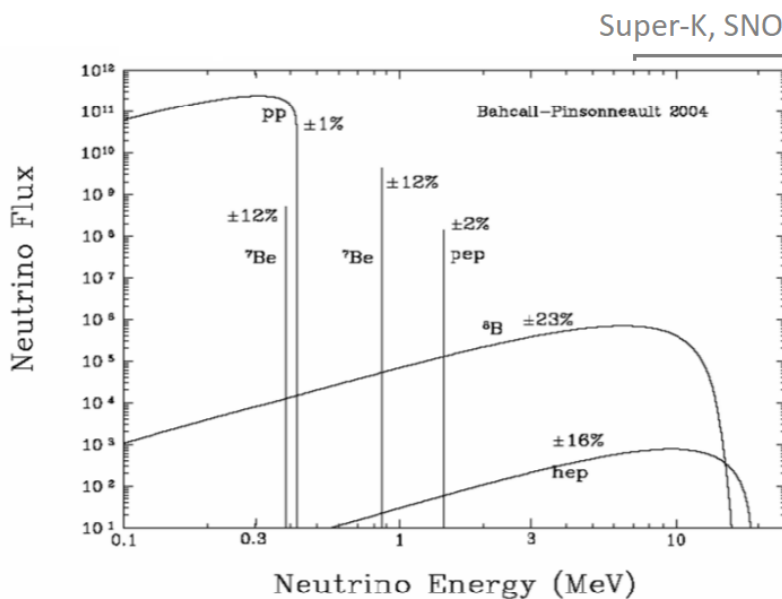
Neste capítulo serão discutidas as implicações desta confirmação da oscilação de neutrinos em dois experimentos: no Super-Kamiokande e no SNO (Sudbury Neutrino Observatory). Será também apresentado o formalismo matemático necessário para melhor entendimento dos resultados obtidos de ambos os experimentos.

3.1 O PROBLEMA DOS NEUTRINOS SOLARES

O Sol é uma grande fonte de neutrinos do elétron que está próximo de nós. De acordo com o modelo solar padrão (MSP), é esperado um fluxo de neutrinos do elétron provenientes do Sol de $2 \times 10^{38} \nu_e s^{-1}$ (THOMSON, 2013). Porém, o que se observa experimentalmente é uma redução nesse valor. Os neutrinos estão desaparecendo pelo caminho até a Terra ou simplesmente não estão sendo detectados? Esse mistério recebeu o nome de “o problema dos neutrinos solares”.

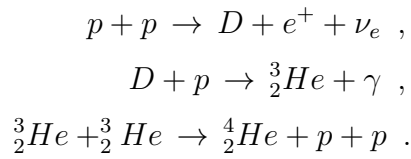
Sabe-se que a distância entre o Sol e a Terra é grande e que um detector massivo pode ser utilizado para encontrar essas rápidas partículas. Além disso, na fusão nuclear no Sol, onde são criados os neutrinos, ocorrem vários processos que resultam em vários estágios. A imagem a seguir ilustra o espectro de energia dos neutrinos solares resultante ilustrado, na Figura 2.

Figura 2 – O fluxo de neutrinos solares advindos dos principais processos nucleares do Sol em função da energia em que são emitidos.



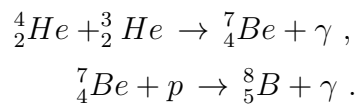
Fonte: Bahcall e Pinsonneault (2004).

O elemento químico mais abundante no Sol é o hidrogênio, sendo este um dos principais combustíveis da fusão nuclear. A sua queima (também conhecida como ciclo pp) produz neutrinos de baixas energias e, portanto, de difícil detecção. O ciclo pp é composto por três etapas:

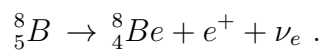


Na primeira etapa dois núcleos de hidrogênio se combinam formando um átomo de deutério, um pósitron e um neutrino do elétron. O deutério produzido pode reagir com outros átomos de hidrogênio gerando hélio-3 e emitindo fóton. O hélio resultante se junta com outro e forma hélio-4 e, novamente, dois hidrogênios. Esse processo é abundante, porém esse ciclo produz neutrinos com energias abaixo de 0,5 MeV, que são difíceis de medir experimentalmente e, por isso, o foco passou a ser a detecção dos neutrinos de energias ainda mais altas.

Um bom processo é o decaimento β do boro-8 (${}^8\text{B}$), pois fornece um fluxo de neutrinos apreciável, sendo este produzido na fusão entre dois núcleos de hélio. Vale lembrar que no processo primeiro é produzido berílio, que depois se combina com hidrogênio e produz o boro, ou seja,

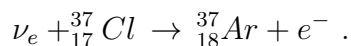


O boro, por sua vez, sofre um decaimento β e gera neutrinos de altas energias na ordem de 15 MeV. Essa reação é apresentada abaixo:



É importante notar que o decaimento do boro, apesar de contribuir pouco para o fluxo de neutrinos, é de extrema importância, uma vez que o experimento Super-Kamiokande trabalha com energias acima de 8 MeV e exclui diretamente as reações pp , pep e ${}^7\text{Be}$ ilustradas na [Figura 2](#). Em linhas gerais, o Super-Kamiokande irá detectar apenas reações com boro-8 e hep ¹.

Durante anos foram feitos vários experimentos para detectar os neutrinos solares, sendo um dos primeiros, o Homestake. O experimento foi montado em uma mina de ouro em Dakota do Sul à 1.478 metros de profundidade para evitar a interferência dos raios cósmicos. Sua estrutura consistia em um tanque com 615 toneladas de percloroetileno líquido (C_2Cl_4) rico em cloro. A técnica utilizada foi baseada em um processo no qual os neutrinos do elétron interagiram com os átomos de cloro e produziram elétrons e átomos de argônio radioativo. Essa reação que resultou na captura de neutrinos, está descrita como:



O fluxo de neutrinos solares foi obtido através da contagem do número de átomos de argônio-37. A

¹ O ciclo hep refere-se a combinação de um hélio-3 com um núcleo de hidrogênio. A sua reação é dada por: ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$, porém o fluxo de neutrinos produzidos nesse processo é pequeno e portanto não é considerado.

taxa obtida experimentalmente foi de $(0,48 \pm 0,04)$ interações de neutrinos por dia, sendo o esperado de 1,7 interações por dia (CLEVELAND et al., 1998).

Em outros experimentos, como SAGE e GALLEX, também foi observado este mesmo problema que é o desaparecimento dos neutrinos solares.

O fluxo de neutrinos previsto no modelo solar padrão não estava de acordo com os dados experimentais, gerando na época a seguinte dúvida: O modelo solar está prevendo mais neutrinos do que de fato é para constar ou o experimento não está conseguindo detectar todos os neutrinos que passam por ele? Os detectores de água Cherenkov (Super-Kamiokande e SNO) trouxeram a explicação para o déficit de neutrinos solares.

No experimento Super-Kamiokande, os neutrinos são detectados através da sua interação com os elétrons das moléculas de água contidas em um tanque. Com a técnica do espalhamento dos elétrons por neutrinos, pode-se obter informações sobre o fluxo para cada faixa de energia e em cada direção do espaço. Em 2002, o déficit médio no fluxo de neutrinos obtido (VALDIVIESSO; GUZZO, 2005) foi $(48 \pm 2)\%$.

Já o experimento SNO (Sudbury Neutrino Observatory) também utiliza a técnica de espalhamento, porém os átomos de hidrogênio são trocados por átomos de deutério. Como a molécula de água pesada contém dois nêutrons a mais do que a de água comum, conseguimos obter informações dos três sabores de neutrinos, pois as interações de corrente neutra afetam igualmente os três sabores de neutrinos. No experimento foi verificado um déficit (VALDIVIESSO; GUZZO, 2005) de $(35 \pm 2)\%$ de neutrinos do elétron, mas em compensação, o fluxo total² de neutrinos solares que chegam à Terra foi equivalente ao previsto pelo modelo padrão solar.

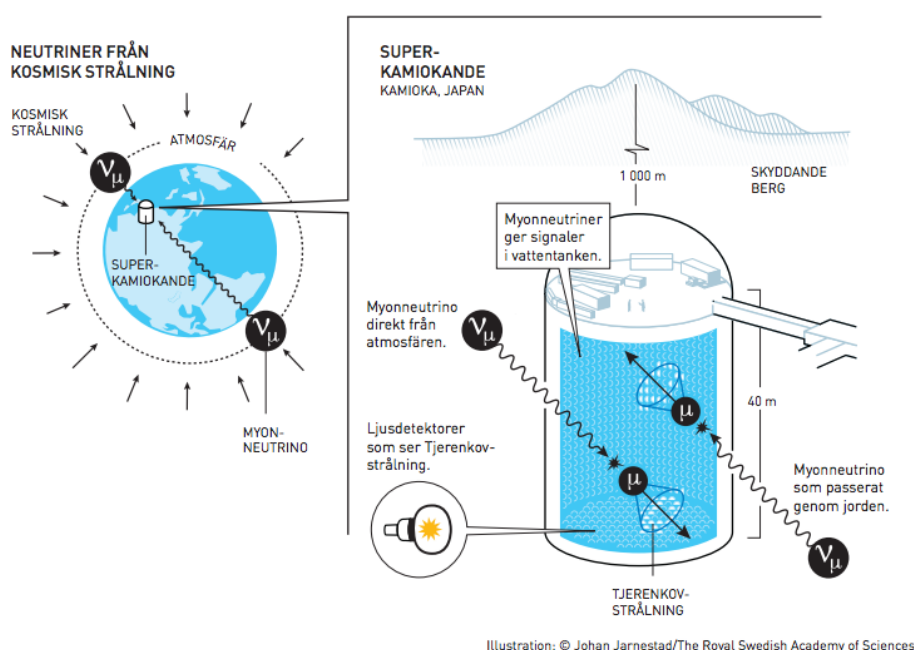
3.1.1 O Super-Kamiokande

O Super-Kamiokande (SUPER-KAMIOKANDE, 2018), também conhecido como Super-K, é um detector criado para o estudo de neutrinos solares, atmosféricos e artificiais. Trata-se de um tanque cilíndrico extremamente grande, com 50.000 toneladas de água pura cercada por mais de 11.000 tubos fotomultiplicadores que são capazes de detectar fótons criados na interação de neutrinos com os elétrons das moléculas de água. Afim de diminuir a interferência externa devido a outras partículas por exemplo, o super-K está localizado em uma mina no Japão a cerca de 1.000 metros de profundidade do solo, o que o torna um bom detector da radiação Cherenkov de partículas relativísticas produzidas no interior do tanque. A Figura 3 ilustra a estrutura do experimento e também, sucintamente, como a oscilação de neutrinos ocorre no Super-Kamiokande. Quando o neutrino chega ao detector, podendo ser o neutrino do elétron ou o neutrino do múon, este pode interagir com os elétrons da molécula de água e produzir uma partícula com velocidade superior a da luz na água, criando assim um cone de luz conhecido como radiação Cherenkov. Essa luz emitida é responsável por indicar a direção e no caso dos neutrinos atmosféricos, também a classe de neutrino que chega no detector.

Os neutrinos solares são detectados pelo processo de espalhamento elástico do neutrino eletrônico e sua partícula carregada correspondente, $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$.

² O fluxo total corresponde a soma dos fluxos totais individuais de cada sabor de neutrinos (ν_e, ν_μ e ν_τ).

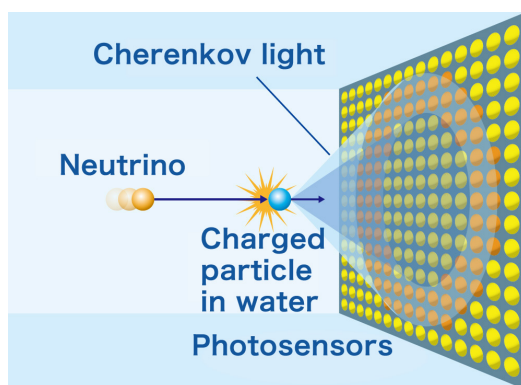
Figura 3 – Oscilação de neutrinos no Super-Kamiokande.



Fonte: Colaboração Ice Cube³.

Dessa maneira, o neutrino colide com o elétron e transfere alta energia cinética, enquanto que o elétron espalhado passa a ser relativístico e pode ser detectado a partir dos fótons da radiação Cherenkov, que são emitidos com um ângulo fixo em relação à sua direção de movimento conforme se move pela água. A medida da energia dos neutrinos e a direção em que o elétron é espalhado são obtidas

Figura 4 – Efeito Cherenkov.



Fonte: Colaboração Hyper-Kamiokande⁴.

através do anel que é formado nos fotomultiplicadores do detector, como ilustrado acima. Além disso, o Super-Kamiokande também consegue detectar o espalhamento elástico do neutrino do elétron com energias de até 5 MeV, igualmente ao dos neutrinos que foram produzidos pelo decaimento do Boro-8.

Através desse experimento é possível estudar as propriedades dos neutrinos para entender como a matéria foi criada no início do universo. Os neutrinos solares cumprem o papel de informar sobre as

³ Disponível em: <<https://icecube.wisc.edu/news/view/374>>. Acesso em: 11 de dez. de 2018.

⁴ Disponível em: <<http://www.hyper-k.org/en/cherenkov.html>>. Acesso em: 11 de dez. de 2018.

atividades no interior do Sol, enquanto os neutrinos de supernovas trazem informações detalhadas da explosão da estrela.

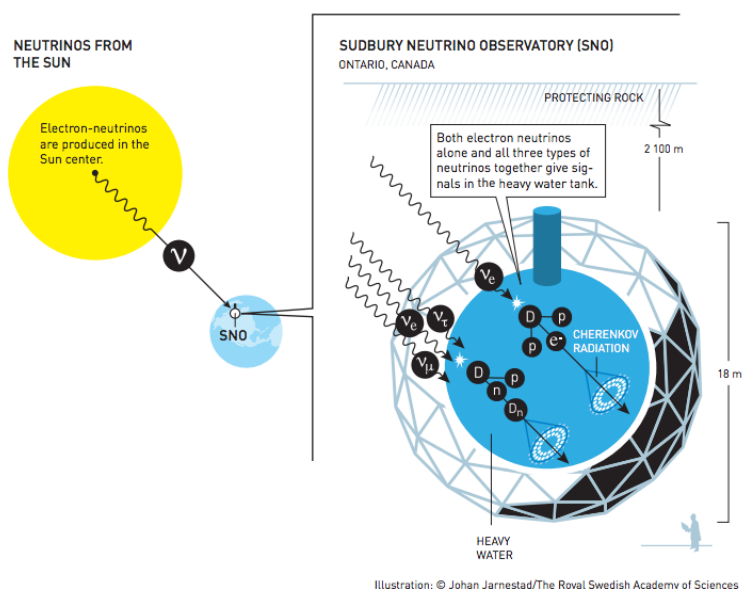
A seguir será apresentado o experimento SNO que trouxe grande impacto no estudo da oscilação de neutrinos.

3.1.2 O experimento SNO

O experimento de Neutrinos de Sudbury, SNO, foi projetado para determinar se o déficit de neutrinos solares observado era resultado de oscilações de neutrinos. Localizado a cerca de 2 quilômetros abaixo do solo em Sudbury, Canadá, o detector consistia em 1.000 toneladas de água pesada, D_2O , contidas em um grande tanque esférico com 12 metros de diâmetro e cercada por cerca de 9.600 foto multiplicadores.

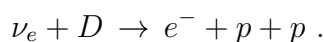
Os detectores de neutrinos solares anteriores ao SNO produziram bons resultados quanto aos neutrinos do elétron. Porém, traziam pouca informação sobre os neutrinos do múon e os neutrinos do tau. O grande diferencial de SNO foi o uso de água pesada para tornar o detector mais sensível às reações de todos sabores neutrinos, o que possibilitou observar a oscilação dos mesmos.

Figura 5 – Oscilação de neutrinos no SNO.



Fonte: Colaboração Ice Cube.

A energia de ligação do átomo de deutério é baixa e por isso na interação de corrente carregada o neutrino transforma o nêutron do hidrôgeno pesado em próton e emite um elétron, pelo processo descrito a seguir:



Os neutrinos solares apresentam energias tão baixa, que apenas os neutrinos eletrônicos (os mais energéticos) participam desse processo. O elétron emitido nessa reação é responsável por carregar a maior parte da energia do neutrino, sendo de ordem detectável no SNO, ao contrário do próton (que

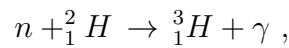
possui energias desprezíveis para o experimento). Além disso, o elétron, embora possa ser lançado em qualquer direção, apresenta uma tendência em preservar a direção em que o neutrino veio.

Assim, a interação de corrente carregada (CC) com o deutério é proporcional somente ao fluxo de neutrinos eletrônicos, em outras palavras,

$$CC \propto \phi(\nu_e) .$$

Já na interação de corrente neutra, todos os tipos de neutrinos têm a mesma oportunidade de participar da interação com o deutério.

O momento do neutrino é transferido ao deutério que se dissocia, quebrando-se em nêutrons e prótons. O nêutron gerado poderá eventualmente ser capturado no processo



no qual é liberado um fóton com energia da ordem de 6 MeV (sem relação com o ângulo de entrada do neutrino) que produzirá elétrons relativísticos que serão responsáveis pela emissão da luz Cherenkov.

O processo de corrente de neutra (NC) é proporcional a todos os fluxos de neutrinos de forma equivalente, isto é,

$$NC \propto \phi(\nu_e) + \phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau) .$$

Além disso, os neutrinos podem interagir com os elétrons pelo espalhamento elástico.

Como visto, os neutrinos eletrônicos podem ser obtidos através da interação de corrente carregada e também pela interação de corrente neutra, ambos os processos contribuem significativamente para a seção transversal de detecção. Por outro lado, os neutrinos do múon e do tau são obtidos somente pela interação de corrente neutra (que tem seção transversal menor).

O espalhamento elástico é sensível a todos tipos de neutrinos, porém o fluxo de neutrinos eletrônicos se sobressai em relação aos demais. A taxa de espalhamento elástico (ES) corresponde à

$$ES \propto \phi(\nu_e) + 0,154 [\phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau)] .$$

Cada interação (CC , NC e ES) resulta em um cone de luz (radiação Cherenkov) com ângulo e energia definidos, que nos permite encontrar separadamente as taxas de cada processo individual. Enquanto a interação de corrente carregada fornece o fluxo de neutrinos do elétron, a interação de corrente neutra fornece o fluxo total de neutrinos.

De acordo com os dados experimentais, a taxa de corrente carregada obtida foi consistente com o fluxo de neutrinos eletrônicos de $1,8 \times 10^{-6} cm^{-2}s^{-1}$, assim como a taxa de corrente neutra foi consistente com o fluxo total de neutrinos de $5,1 \times 10^{-6} cm^{-2}s^{-1}$. Tais resultados evidenciaram um fluxo inesperado de neutrinos muônicos e tauônicos provenientes do Sol.

Dos processos CC , NC e ES no SNO, é possível obter os fluxos de neutrinos eletrônicos e a soma

dos fluxos de neutrinos muônicos com tauônicos:

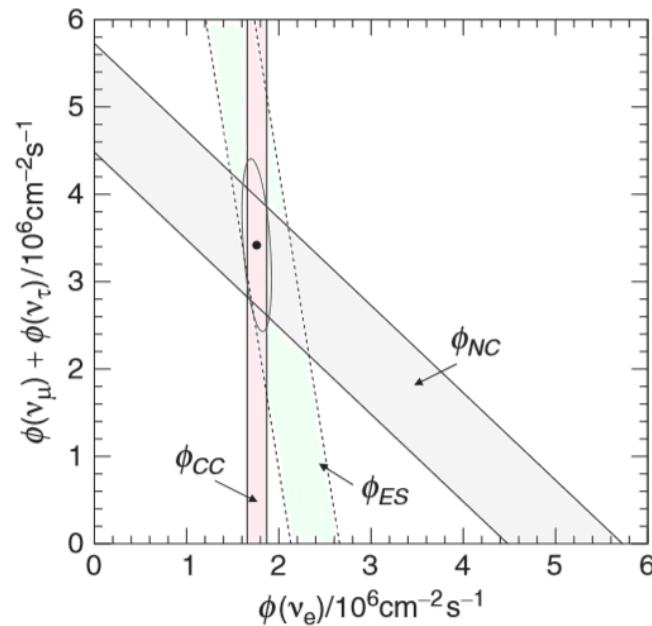
$$\begin{aligned}\phi(\nu_e) &= (1,76 \pm 0,10) \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}, \\ \phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau) &= (3,41 \pm 0,63) \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.\end{aligned}$$

O que se observa é que o fluxo total de neutrinos solares obtidos do processo de corrente neutra é coerente com a modelagem teórica do Sol, que sugere um fluxo de neutrinos eletrônicos de

$$\phi(\nu_e)_{prev} = (5,1 \pm 0,9) \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Portanto, de acordo com os dados de SNO, o fluxo total de neutrinos solares é consistente com a expectativa teórica, porém em vez de consistir apenas em ν_e , há uma grande contribuição de ν_μ e/ou ν_τ ⁵. O experimento SNO fornece evidências claras de transformações de sabores de neutrinos a grandes distâncias (THOMSON, 2013).

Figura 6 – Representação gráfica dos fluxos de ν_e e $\nu_\mu + \nu_\tau$ do Sol a partir dos dados do SNO. A banda sinaliza os erros de desvio padrão dos diferentes processos. O processo CC é sensível apenas ao ν_e , enquanto o processo de NC é sensível a todos os neutrinos. Já a taxa de ES é proporcional a $\phi(\nu_e) + 0,154 [\phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau)]$ e a elipse é o resultado de confiança de 68% resultante da combinação das medições. Adotado de Ahmad et al (2002).



Fonte: Thomson (2013).

Na próxima seção faremos os cálculos da probabilidade de conversão de sabores de neutrinos, para melhor entendimento.

⁵ A razão entre ν_μ e ν_τ não pode ser produzida nos processos de fusão no Sol.

3.2 AUTOESTADOS DE MASSA E AUTOESTADOS FRACOS

Atualmente existem três tipos de partículas que recebem o nome de neutrinos físicos, denominadas ν_1 , ν_2 e ν_3 , cada qual com as suas respectivas massas m_1 , m_2 e m_3 , ambas desprovidas de carga elétrica e de carga de cor. Os mediadores da interação fraca não acoplam diretamente com essas partículas, mas criam e aniquilam estados mistos de neutrinos físicos. Usualmente podemos associar os neutrinos ativos com os neutrinos físicos através de uma transformação realizada por uma matriz de mistura U , ou seja,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} . \quad (1)$$

A matriz U é composta por nove elementos, chamados de coeficientes de mistura. Cada termo da matriz é responsável por indicar o quanto de cada neutrino físico compõe cada autoestado de sabor. Para ser mantido a propriedade de unitariedade na transformação (1), a matriz de mistura precisa respeitar $UU^\dagger = 1$.

O primeiro vetor coluna corresponde a base de sabor, que diz respeito ao conjunto de autoestados de interação, que é na verdade o que observamos, enquanto o segundo vetor coluna equivale aos autoestados físicos contidos na base de massa, onde os neutrinos com massas bem determinadas se propagam.

Os autoestados fracos e os autoestados de massa não poderão ser determinados simultaneamente, uma vez que pertencem a espaços distintos. A diferença entre os autoestados de massa e os fracos é melhor entendida quando escrevemos um dos neutrinos como uma superposição dos demais autoestados de massa e seus coeficientes de mistura. O neutrino do elétron, por exemplo, pode ser representado como:

$$|\nu_e\rangle = U_{e1} |\nu_1\rangle + U_{e2} |\nu_2\rangle + U_{e3} |\nu_3\rangle . \quad (2)$$

Esse estado está ilustrados na Figura 7, e corresponde ao neutrino do elétron produzido juntamente com seu respectivo sabor de lépton carregado (pósitron) em uma interação fraca. O vértice $W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$, na realidade, é a soma de todos autoestados de massa possíveis. Sabe-se que esses estados de massa são os estados estacionários da hamiltoniana livre e portanto satisfazem a equação de Schrödinger

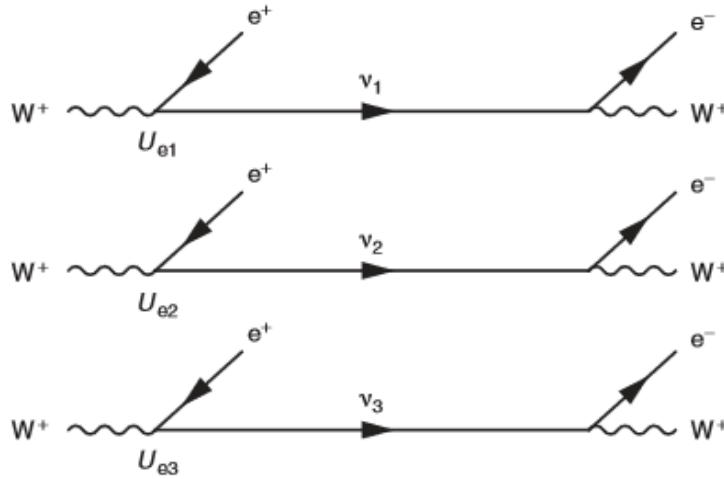
$$\hat{H}\psi = i\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi ,$$

sendo a sua evolução temporal dada por uma função de onda plana:

$$\psi(\vec{x}, t) = \phi(\vec{x})e^{-iEt} .$$

Sabemos que os neutrinos não decaem em outras partículas, mas podem mudar de sabor durante a sua propagação. Isso ocorre pois cada um dos três tipos de neutrinos é resultado de uma mistura de três estados quânticos com diferentes massas, que foram definidos acima como ν_1 , ν_2 e ν_3 . Essa propriedade de oscilação de sabor dos neutrinos será discutida a seguir, em primeira etapa entre dois tipos de neutrinos e depois entre três sabores.

Figura 7 – O vértice $W \rightarrow e^+ \nu_e$ em termos dos autoestados de massa.



Fonte: Thomson (2013).

3.2.1 Oscilação de dois sabores

Matricialmente, os autoestados fracos ν_e e ν_μ são representados como superposições independentes do tempo de autoestados de massa ν_1 e ν_2 por meio de uma matriz de rotação 2×2 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

onde a matriz de rotação U é composta por quatro coeficientes que dependem de θ , que representa o ângulo de mistura. Em notação de vetores de estados bras e kets, tem-se

$$\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle &= -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle \end{aligned}$$

Vamos considerar os vetores de estados ket como vetores coluna de duas componentes e então os operadores podem ser escritos em termos das matrizes de Pauli σ_i e de identidade $\mathbb{1}$. A base do espaço de vetores está relacionada com a base do espaço de estados através das seguintes igualdades:

$$|\nu_e\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_s, \quad |\nu_\mu\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_s, \quad |\nu_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_m, \quad |\nu_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_m, \quad (4)$$

nas quais os índices s e m indicam que o vetor está escrito na base dos autoestados de sabor ou de massa, respectivamente.

Os autoestados de massa ν_i descrevem partículas físicas com massa bem definida, que se propagam no vácuo como ondas planas e satisfazem a equação de Schrödinger dada por:

$$i \frac{d}{dt} \nu^m = H \nu^m, \quad \text{com } H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

onde H é a hamiltoniana do sistema e E_1 e E_2 correspondem as energias dos neutrinos físicos ν_1 e ν_2 .

Como não podemos interagir diretamente com os neutrinos físicos, precisamos obter uma versão da equação (5) para autoestados fracos notando que $\nu^m = U^\dagger \nu^s$:

$$U^\dagger i \frac{d}{dt} \nu^s = H U^\dagger \nu^s .$$

Aplicando U a esquerda e utilizando a relação de unitariedade, temos

$$i \frac{d}{dt} \nu^s = U H U^\dagger \nu^s = H_s \nu^s , \quad (6)$$

onde $H_s \equiv U H U^\dagger$ é definido como a hamiltoniana correspondente ao autoestado de sabor, que matricialmente pode ser escrita em termo das matrizes de Pauli e da matriz identidade como

$$H_s = \frac{E_1 + E_2}{2} \mathbb{1} + \frac{E_2 - E_1}{2} (\sigma_1 \sin 2\theta - \sigma_3 \cos 2\theta) . \quad (7)$$

Porém H_s equivale a uma matriz não diagonal, que significa que a probabilidade de transições entre ν_e e ν_μ não é nula. A solução geral da equação (6) é

$$\nu(s)(t) = e^{-i H_s t} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_s .$$

Substituindo H_s e utilizando a relação

$$e^{-i\alpha(\sigma_1 \sin \beta - \sigma_3 \cos \beta)} = \mathbb{1} \cos \alpha - i(\sigma_1 \sin \beta - \sigma_3 \cos \beta) \sin \alpha ,$$

temos

$$\nu(s)(t) = e^{-i(E_1 + E_2) \frac{t}{2}} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_s \times \left[\mathbb{1} \cos \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) - i \sigma_1 \sin 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) + i \sigma_3 \cos 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) \right] .$$

Retornando a notação de vetores de estados bras e ket ficamos com

$$|\nu_e(t)\rangle = e^{-i(E_1 + E_2) \frac{t}{2}} \left\{ \left[\cos \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) + i \cos 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) \right] |\nu_e\rangle - i \sin 2\theta \sin \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) |\nu_\mu\rangle \right\} ,$$

que equivale a forma compacta $|\nu_e(t)\rangle = C_e |\nu_e\rangle + C_\mu |\nu_\mu\rangle$, na qual podemos obter a probabilidade de conversão do neutrino do elétron em neutrino do múon em um certo tempo t como

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = C_\mu C_\mu^* = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{\Delta E t}{2} \right) .$$

Uma vez que as probabilidades estão normalizada, é fácil obter a probabilidade de sobrevivência do elétron, pois $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu)$. Portanto, a probabilidade de sobrevivência é

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{\Delta E t}{2} \right)$$

No entanto, neutrinos possuem massa muito pequena e velocidade próxima a da luz ($v_\nu \approx c$) e algumas

aproximações são importante para a fenomenologia. Em unidades naturais, a distância x precisa ser reinterpretada como tempo t , pois

$$x = v_\nu t \approx t \Rightarrow x \approx t$$

e as energias relativísticas E_1 e E_2 dos estados ν_1 e ν_2 são escritas como

$$E_1 = \sqrt{p^2 + m_1^2} \text{ e } E_2 = \sqrt{p^2 + m_2^2} ,$$

onde p^2 está associado a parte cinética e m a mc^2 . Então, os autovalores da hamiltoniana cumprem o papel de informar sobre a energia cinética dos neutrinos, assim como a massa.

De acordo com o modelo padrão solar, a energia dos neutrinos solares é da ordem de MeV, enquanto a massa do neutrino mais leve fornece um valor da ordem de eV. Como resultado, podemos considerar a energia total (autovalores da hamiltoniana) como aproximadamente a energia cinética da partícula, que equivale dizer que

$$m_i/p \ll 1 .$$

Com a aproximação (via expansão binomial), as energias relativísticas E_1 e E_2 dos estados ν_1 e ν_2 são escritas como

$$E_1 = p \left(1 + \frac{m_1^2}{p^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx p + \frac{m_1^2}{2p} \text{ e } E_2 \approx p + \frac{m_2^2}{2p} .$$

Pode-se definir a diferença entre as energias E_1 e E_2 como:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p} ,$$

e considerar que $p \approx E_i \equiv E$. Lembrando que essa última aproximação não significa que os autovalores da hamiltoniana são iguais, mas que E retrata a energia total dos estados de sabor e ΔE a diferença por conta da diferença entre os quadrados das massas Δm^2 .

Desta maneira, podemos escrever a probabilidade de oscilação de sabor no vácuo como função da distância e da diferença entre os quadrados das massas como:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left[\frac{(m_1^2 - m_2^2)x}{4E_\nu} \right] .$$

Reformulando as unidades para as escalas convenientes, transformando x em km , Δm^2 em eV^2 e a energia de neutrino em GeV , temos

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m^2 [eV^2] L [km]}{E_\nu} \right) ,$$

onde toda vez que a distância for múltiplo inteiro da distância característica (também conhecida como comprimento de oscilação), a probabilidade de oscilação do neutrino do elétron em neutrino do múon será nula, ou seja, a porcentagem de neutrinos do elétron no feixe é restaurada a seu valor inicial.

Portanto, o comprimento de oscilação é, dado por:

$$\lambda_{osc}[km] = \frac{\pi E_\nu [GeV]}{1.27 \Delta m^2 [eV^2]}$$

A probabilidade de sobrevivência de neutrino do elétron é, $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$, obtida a partir de $C_e C_e^*$ da conservação de probabilidade, é

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_1^2 - m_2^2)L}{4E_\nu}\right), \quad (8)$$

onde o quanto maior for o valor da energia do neutrino, maior será o seu comprimento de oscilação.

3.2.2 Oscilação de três sabores

Na descrição da oscilação entre três gerações de neutrinos os autoestados fracos estão associados aos autoestados de massa através da matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS), de ordem 3×3 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Cada componente da matriz PMNS vai informar o quanto de cada neutrino físico existe em um neutrino ativo. Também é possível obter uma relação inversa notando que a matriz U é unitária e, portanto, vale a relação $U^{-1} = U^\dagger$. Assim, os autoestados de massa podem ser escritos em função dos autoestados fracos,

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1}^* & U_{\mu1}^* & U_{\tau1}^* \\ U_{e2}^* & U_{\mu2}^* & U_{\tau2}^* \\ U_{e3}^* & U_{\mu3}^* & U_{\tau3}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Algumas características são extraídas da propriedade de unitariedade da matriz de mistura. Uma vez que $UU^\dagger = \mathbb{1}$, são obtidas nove relações importantes, das quais as duas primeiras serão utilizadas mais a frente para a obtenção da probabilidade de mudança de sabores do neutrino eletrônico para neutrino muônico:

$$U_{e1}U_{e1}^* + U_{e2}U_{e2}^* + U_{e3}U_{e3}^* = 1, \quad (11)$$

$$U_{e1}U_{\mu1}^* + U_{e2}U_{\mu2}^* + U_{e3}U_{\mu3}^* = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
U_{e1}U_{\tau 1}^* + U_{e2}U_{\tau 2}^* + U_{e3}U_{\tau 3}^* &= 0 , \\
U_{\mu 1}U_{e1}^* + U_{\mu 2}U_{e2}^* + U_{\mu 3}U_{e3}^* &= 0 , \\
U_{\mu 1}U_{\mu 1}^* + U_{\mu 2}U_{\mu 2}^* + U_{\mu 3}U_{\mu 3}^* &= 1 , \\
U_{\mu 1}U_{\tau 1}^* + U_{\mu 2}U_{\tau 2}^* + U_{\mu 3}U_{\tau 3}^* &= 0 , \\
U_{\tau 1}U_{e1}^* + U_{\tau 2}U_{e2}^* + U_{\tau 3}U_{e3}^* &= 0 , \\
U_{\tau 1}U_{\mu 1}^* + U_{\tau 2}U_{\mu 2}^* + U_{\tau 3}U_{\mu 3}^* &= 0 , \\
U_{\tau 1}U_{\tau 1}^* + U_{\tau 2}U_{\tau 2}^* + U_{\tau 3}U_{\tau 3}^* &= 1 .
\end{aligned}$$

O estado de neutrino produzido em uma interação fraca de corrente carregada junto com um elétron, equacionado em (2), corresponde a uma função de onda no tempo $t = 0$, logo,

$$|\psi(0)\rangle = |\nu_e\rangle \equiv U_{e1}|\nu_1\rangle + U_{e2}|\nu_2\rangle + U_{e3}|\nu_3\rangle . \quad (13)$$

A sua evolução temporal pode ser determinada pela evolução temporal dos autoestados de massa, considerando que $\phi_i = E_i t - \vec{p}_i \cdot \vec{x}$ seja a fase correspondente a onda plana do autoestado de massa ν_i . Então as interações subsequentes da corrente carregada do neutrino podem ser escritas em termos de seus autoestados fracos sendo

$$\begin{aligned}
|\psi(\vec{x}, t)\rangle &= U_{e1}|\nu_1\rangle e^{-i\phi_1} + U_{e2}|\nu_2\rangle e^{-i\phi_2} + U_{e3}|\nu_3\rangle e^{-i\phi_3} \\
&= U_{e1}(U_{e1}^*|\nu_e\rangle + U_{\mu 1}^*|\nu_\mu\rangle + U_{\tau 1}^*|\nu_\tau\rangle)e^{-i\phi_1} \\
&+ U_{e2}(U_{e2}^*|\nu_e\rangle + U_{\mu 2}^*|\nu_\mu\rangle + U_{\tau 2}^*|\nu_\tau\rangle)e^{-i\phi_2} \\
&+ U_{e3}(U_{e3}^*|\nu_e\rangle + U_{\mu 3}^*|\nu_\mu\rangle + U_{\tau 3}^*|\nu_\tau\rangle)e^{-i\phi_3} .
\end{aligned}$$

De forma simplificada podemos escrever $|\psi(\vec{x}, t)\rangle = C_e|\nu_e\rangle + C_\mu|\nu_\mu\rangle + C_\tau|\nu_\tau\rangle$, onde os coeficientes necessários para o cálculo das probabilidades estão indicados abaixo:

$$\begin{aligned}
C_e &= U_{e1}U_{e1}^*e^{-i\phi_1} + U_{e2}U_{e2}^*e^{-i\phi_2} + U_{e3}U_{e3}^*e^{-i\phi_3} , \\
C_\mu &= U_{e1}U_{\mu 1}^*e^{-i\phi_1} + U_{e2}U_{\mu 2}^*e^{-i\phi_2} + U_{e3}U_{\mu 3}^*e^{-i\phi_3} , \\
C_\tau &= U_{e1}U_{\tau 1}^*e^{-i\phi_1} + U_{e2}U_{\tau 2}^*e^{-i\phi_2} + U_{e3}U_{\tau 3}^*e^{-i\phi_3} .
\end{aligned}$$

A probabilidade de conversão de um neutrino eletrônico para um neutrino muônico em um determinado tempo é calculado como

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= |\langle \nu_\mu | \psi \rangle|^2 = C_\mu C_\mu^* \\
&= |U_{e1}U_{\mu 1}^*e^{-i\phi_1} + U_{e2}U_{\mu 2}^*e^{-i\phi_2} + U_{e3}U_{\mu 3}^*e^{-i\phi_3}|^2 .
\end{aligned}$$

Utilizando a relação $|z_1 + z_2 + z_3|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + 2 \operatorname{Re}\{z_1 z_2^* + z_1 z_3^* + z_2 z_3^*\}$ para simplificar a equação, temos

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= |U_{e1}U_{\mu1}^*|^2 + |U_{e2}U_{\mu2}^*|^2 + |U_{e3}U_{\mu3}^*|^2 + 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e2}^*U_{\mu2}\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\} + 2 \operatorname{Re}\{U_{e2}U_{\mu2}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\} e^{i\Delta\phi_{32}}.
\end{aligned}$$

Esses termos podem ser melhorados a partir da expressão (12), sendo

$$\begin{aligned}
|U_{e1}U_{\mu1}^* + U_{e2}U_{\mu2}^* + U_{e3}U_{\mu3}^*|^2 &= |U_{e1}U_{\mu1}^*|^2 + |U_{e2}U_{\mu2}^*|^2 + |U_{e3}U_{\mu3}^*|^2 + 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e2}^*U_{\mu2}\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\} + 2 \operatorname{Re}\{U_{e2}U_{\mu2}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\} = 0,
\end{aligned}$$

na qual isolamos o termo de interesse, que corresponde ao primeiro termo na probabilidade

$$\begin{aligned}
|U_{e1}U_{\mu1}^*|^2 &= -|U_{e2}U_{\mu2}^*|^2 - |U_{e3}U_{\mu3}^*|^2 - 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e2}^*U_{\mu2}\} \\
&- 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\} - 2 \operatorname{Re}\{U_{e2}U_{\mu2}^*U_{e3}^*U_{\mu3}\}.
\end{aligned}$$

Com a substituição do termo obtemos então a *probabilidade de conversão* de um neutrino eletrônico em um muônico:

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e2}^*U_{\mu2}(e^{i\Delta\phi_{21}} - 1)\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{\mu1}^*U_{e3}^*U_{\mu3}(e^{i\Delta\phi_{31}} - 1)\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{U_{e2}U_{\mu2}^*U_{e3}^*U_{\mu3}(e^{i\Delta\phi_{32}} - 1)\}.
\end{aligned}$$

A probabilidade de sobrevivência do neutrino do elétron é obtida de forma similar, a diferença é que os coeficientes da matriz PMNS estão juntos com os seus complexos conjugados, de modo que o produto nos fornecerá números reais. Assim

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= |U_{e1}U_{e1}^*|^2 + |U_{e2}U_{e2}^*|^2 + |U_{e3}U_{e3}^*|^2 + 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{e1}^*U_{e2}^*U_{e2}\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{U_{e1}U_{e1}^*U_{e3}^*U_{e3}\} + 2 \operatorname{Re}\{U_{e2}U_{e2}^*U_{e3}^*U_{e3}\} e^{i\Delta\phi_{32}}.
\end{aligned}$$

O primeiro termo da probabilidade pode ser obtido da relação (11), na qual

$$|U_{e1}U_{e1}^*|^2 = 1 - |U_{e2}U_{e2}^*|^2 - |U_{e3}U_{e3}^*|^2 - 2 \operatorname{Re}\{|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 + |U_{e1}|^2|U_{e3}|^2 + |U_{e2}|^2|U_{e3}|^2\}.$$

Logo, a probabilidade de sobrevivência do elétron é

$$\begin{aligned}
P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 + 2 \operatorname{Re}\{|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2(e^{i\Delta\phi_{21}} - 1)\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{|U_{e1}|^2|U_{e3}|^2(e^{i\Delta\phi_{31}} - 1)\} \\
&+ 2 \operatorname{Re}\{|U_{e2}|^2|U_{e3}|^2(e^{i\Delta\phi_{32}} - 1)\},
\end{aligned}$$

e pode ser simplificada ainda mais, pois

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}\{e^{i\Delta\phi_{ij}} - 1\} &= \operatorname{Re}\{\cos \Delta\phi_{ij} + i \sin \Delta\phi_{ij} - 1\} = \cos \Delta\phi_{ij} - 1 \\ &= -2 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi_{ij}}{2} \right),\end{aligned}$$

onde o argumento do seno é a metade da variação da fase, definida como

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\phi_{ij}}{2} &= \frac{\phi_i - \phi_j}{2} = \frac{1}{2} [(E_i t - \vec{p}_i \cdot \vec{x}) - (E_j t - \vec{p}_j \cdot \vec{x})] \\ &= \frac{1}{2} [(E_i - E_j)t - (\vec{p}_i - \vec{p}_j) \cdot \vec{x}] \\ &\approx (m_i^2 - m_j^2) \frac{L}{4E_\nu}\end{aligned}$$

Finalmente a *probabilidade de sobrevivência* do neutrino do elétron é determinada, sendo essa dependente da diferença entre o quadrado das massas

$$\begin{aligned}P(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - 4|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi_{21}}{2} \right) \\ &\quad - 4|U_{e1}|^2|U_{e3}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi_{31}}{2} \right) - 4|U_{e2}|^2|U_{e3}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi_{32}}{2} \right).\end{aligned}$$

Note que, as duas diferenças de massas são independentes e uma terceira que depende das demais escrita como

$$\Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2 = (\Delta m_{32}^2 + m_2^2) - m_1^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2.$$

Antes de usar as fórmulas acima para descrever os dados experimentais, vale a pena discutir o conhecimento atual das massas de neutrinos.

Massas de neutrinos e hierarquia de massa de neutrinos

Como visto, as probabilidades de conversão e de sobrevivência dos neutrinos dependem da diferença do quadrado das massas dos neutrinos. Se as massas dos três tipos de neutrinos fossem iguais ou nulas, não haveria oscilação de sabor entre eles, mas não é o que ocorre. Os neutrinos possuem massas diferentes e apesar de não se saber ao certo seu valor, inferimos os limites superiores.

Sabemos que o primeiro estado de massa de neutrino, o ν_1 , é pesado em sabor de elétrons (como ilustrado na [Figura 8](#)), já o segundo ν_2 é uma mistura uniforme dos três sabores, enquanto o terceiro ν_3 é composto principalmente pelos sabores de múon e tau.

Além disso, as massas dos dois primeiros neutrinos físicos são bem próximas ($m_1 \approx m_2$), enquanto a terceira possui um valor diferente das demais, podendo esta ser mais pesada ou mais leve. A incerteza quanto a ordem da terceira massa recebe o nome de hierarquia de massa de neutrinos, ou ainda, ordenação de massa de neutrinos.

Da cosmologia, os dados recentes da estrutura em larga escala do Universo sugerem que a soma

Figura 8 – Uma ilustração dos três estados de massa de neutrinos e os três sabores que os compõem (ν_e , ν_μ e ν_τ). Crédito: Fermilab / Sandbox Studios



Fonte: Universidade Estadual do Colorado⁶

das massas dos três neutrinos físicos deve ser inferior a 1 eV, ou seja,

$$\sum_{i=1}^3 m_{\nu_i} < 1 .$$

Isso significa que as suas massas dos neutrinos físicos são menores do que as dos neutrinos ativos. Apesar das massas não serem conhecidas separadamente, sabe-se também que são menores que as dos léptons carregados e dos quarks (THOMSON, 2013).

Os dados mais recentes advém dos experimentos de oscilação de neutrinos (experimentos KamLAND e de reator), que fornecem valores aproximados para a diferença do quadrado das massas de neutrinos

$$\begin{aligned} |\Delta m_{21}^2| &= |m_2^2 - m_1^2| \approx 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \\ |\Delta m_{32}^2| &= |m_3^2 - m_2^2| \approx 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2. \end{aligned}$$

Experimentos atuais ainda não são sensíveis o suficiente para classificar a ordem das massas, mas independentemente da hierarquia, na maioria das circunstâncias é razoável fazer a aproximação

$$|\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| .$$

⁶ Disponível em: <<https://source.colostate.edu/neutrinos-ever-bizarre-enjoy-the-spotlight/>>. Acesso em: 11 de dez. de 2018.

4 CONCLUSÃO

De acordo com o modelo solar padrão e os experimentos (SAGE e GALLEX), foi observado o desaparecimento dos neutrinos solares. E os detectores Super-Kamiokande e SNO trouxeram a explicação para esse déficit de neutrinos. Desses últimos, ambos utilizam a técnica do espalhamento dos elétrons por neutrinos como meio de detecção. Como visto, o SNO apresenta um diferencial comparado aos demais, pois utiliza átomos de deutério o que torna o experimento sensível aos três tipos de neutrinos.

Com os dados de SNO foi verificado que o fluxo total de neutrinos ($\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$) equivale ao fluxo previsto de neutrinos eletrônico no modelo padrão solar, ou seja, no trajeto entre o Sol e a Terra, os neutrinos eletrônicos estão mudando de sabor. Isso ocorre pois a interação responsável pela troca de sabor é a força nuclear fraca, a qual afeta os neutrinos. Além disso, cada um dos três sabores de neutrino é, na realidade, uma combinação linear de três estados quânticos com diferentes massas, rotulados como ν_1 , ν_2 e ν_3 .

Com os cálculos realizados obtemos uma relação para a probabilidade de oscilação de sabor (do neutrino do elétron para o neutrino do múon) no vácuo, sendo está uma função da distância e da diferença entre os quadrados das massas, ou seja,

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left[\frac{(m_1^2 - m_2^2)x}{4E_\nu} \right] .$$

Esse resultado mostra que toda vez que a distância for múltiplo inteiro do comprimento de oscilação λ_{osc} , a probabilidade de oscilação do neutrino do elétron para neutrino do múon será nula, isso quer dizer que a porcentagem de neutrinos do elétron no feixe é restaurada a seu valor inicial, $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1$. Outro ponto importante é que esse modelo garante que os neutrinos apresentam massas diferentes, pois se as massas dos três tipos de neutrinos fossem iguais ou nulas, não haveria oscilação de sabor entre eles, mas não é o que ocorre.

Em suma, as medições de neutrinos solares observaram claramente a mudança de sabor dos neutrinos, através do desaparecimento dos neutrinos do elétrons. Dos resultados dos experimentos como SNO e Super-Kamiokande, sabe-se que as oscilações de neutrinos ocorrem e isso implica que os neutrinos tenham massa, mesmo que as massas sejam muito pequenas, como é observado nos recentes experimentos KamLAND e MINOS (THOMSON, 2013).

Medições futuras tem como objetivo melhorar a precisão dos parâmetros de oscilação de forma significativa e, assim, fornecer restrições significativas em modelos teóricos que estendem o modelo padrão para partículas elementares. Os elementos da matriz PMNS, inclusive não estão totalmente determinados. O parâmetro final da matriz do PMNS, a fase de Dirac, ainda não é conhecido. O foco da próxima geração de experimentos é obter essa fase e, assim, estabelecer se a CP é violada em interações fracas leptônicas.

REFERÊNCIAS

- ACCIARRI, R. et al. A proposal for a three detector short-baseline neutrino oscillation program in the fermilab booster neutrino beam. arXiv: 1503.01520 [physics.ins-det], Mar 2015. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1503.01520>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- AGUILAR, A. et al. Evidence for neutrino oscillations from the observation of $\bar{\nu}_e$ appearance in a $\bar{\nu}_\mu$ beam. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 64, n. 22, p. 112007, Nov 2001. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.64.112007>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- AGUILAR-AREVALO, A. A. et al. Search for electron neutrino appearance at the $\Delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$ scale. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 98, n. 7, p. 231801, Jun 2007. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.231801>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- CLEVELAND, B. T. et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 496, n. 1, p. 505–526, mar 1998. Disponível em: <https://doi.org/10.1086%2F305343>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- CONRAD, J. M. Neutrino experiments. arXiv: 0708.2446 [hep-ex], Ago 2007. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/0708.2446>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles**. Second Edition. Frankfurt - Alemanha: Editora Wiley-VCH, 2008.
- SOLOMEY, N. The elusive neutrino. **Scientific American Library**, Scientific American Library : Distributed by W.H. Freeman and Co., 1997.
- SUPER-KAMIOKANDE, C. **Super-Kamiokande**. 2018. Disponível em: <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/sk/index-e.html>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- SYMMETRY. **The Standard Model of Particle Physics**. 2015. Disponível em: <https://www.symmetrismagazine.org/standard-model/>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- TARONI, A. Nobel prize 2015: Kajita and mcdonald. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, v. 11, p. 891–891, Out 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1038/nphys3543>. Acesso em: 11 dez. 2018.
- THOMSON, M. **Modern particle physics**. Nova York - Estados Unidos da América: Editora Cambridge University Press, 2013.
- VALDIVIESSO, G. do A.; GUZZO, M. M. Compreendendo a oscilação dos neutrinos. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 4, p. 495 – 506, Dez 2005. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172005000400002&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 11 dez. 2018.
- WIKIPEDIA, t. f. e. **Sterile neutrino**. 2018. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Sterile_neutrino. Acesso em: 11 dez. 2018.