UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

EXPLORANDO CONEXÕES ENTRE A MATEMÁTICA E A FÍSICA COM O USO DA CALCULADORA GRÁFICA E DO CBL

Fernanda Cesar Bonafini

Orientador: Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro – SP

2004

510.07 Bonafini, Fernanda Cesar
B697e Explorando conexões entre a matemática e a física com o uso da calculadora gráfica e do CBL / Fernanda Cesar Bonafini. – Rio Claro : [s.n.], 2004
275 f. : il., gráfs., tabs., fots.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. 3. Sistema CBL. 4. Física - Laboratório. 5. Calculadoras gráficas. I. Título

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

_____

Marcelo de Carvalho Borba

_____

Jussara de Loiola Araújo

_____

Telma Aparecida de Souza Gracias

_____

Fernanda Cesar Bonafini

Rio Claro, 29 de novembro de 2004

Resultado: _____

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha mãe Ailda, pelo amor, companheirismo e confiança inabaláveis e por estar sempre presente apoiando-me em todas as minhas decisões.

Agradecimentos

“Luz que me ilumina o caminho e que me ajuda a seguir. Claridade, fonte de amor que me acalma e seduz... Essa luz é claro que é Jesus”.

A minha mãe, amiga, que sempre esteve ao meu lado durante todos os passos dessa jornada e da minha vida.

À minha avó, pela preocupação e orações durante esse período de estrada.

Ao meu pai, meu avô e meu padrinho. Espíritos queridos que me assistem de uma outra dimensão e sei que torcem muito pela minha felicidade e crescimento espiritual.

Ao amigo Bruno Sestokas Filho por acreditar em meu potencial.

Ao Marcelo, por arriscar em orientar uma pessoa que ele jamais tinha visto e não ter se arrependido disso!

À Miriam, pela ajuda e as palavras de carinho.

Aos membros da Banca, pela atenciosa e dedicada leitura deste trabalho.

Ao Ricardo, pela sua amizade incansável mesmo antes de meu ingresso no mestrado e pela sua dedicação e prontidão extrema. Verdadeiro amigo o qual não conheço o rosto, mais já sei o valor de sua amizade, pois *o essencial é invisível para os olhos*.

Aos alunos Sheila e Marcelo Silva que participaram do piloto, agradeço o empenho e a boa vontade.

Aos alunos que participaram das atividades e fizeram questão que seus verdadeiros nomes compusesse essa pesquisa: Bruno, Clara, Elton, Diogo, Ivan, Marcos, Raphael e Rodrigo, agradeço o comprometimento e a seriedade.

Aos amigos que executaram as filmagens: Audria, Ana Flavia, Ana Paula, Elisa Moura, Geraldo Lima, Maurício, Norma, Simone e Vânia. Aproveito para agradecer, em especial, a dedicação, a participação e a vibração contínua da Sheila nas filmagens das atividades.

O meu agradecimento especial ao Ricardo, que se prontificou a colaborar em todas as fases deste trabalho, partilhando também das emoções desta pesquisa. *Sabendo que a amizade não se concretiza pelo excedente de elogios, mas sim, na orquestração de críticas necessárias*.

Aos meus colegas de curso: Patrícia, Deinha, Chateau, Edílson, Selma, Dulcyene, Mariângela, Adriana, Alceu, Elisangela, Regina, Gilli, Michela, Rodolfo.

Aos amigos do GPIMEM: Marcelo, Audria, Ana Flavia, Ana Paula, Antonio Olímpio, Adriana Richit, Francisco, Maria Helena, Maltempi, Maurício, Norma, Renata Moro, Ricardo Scucuglia, Rúbia, Simone Lírio, Simone Gouvêa, Silvana, Sueli e Telma, pelos momentos de convivência, aprendizado e pelas grandes contribuições nessa pesquisa.

Ao amigo FCB pelas palavras de incentivo e companheirismo durante o desenvolvimento desse trabalho.

Aos membros do GPIMEM pela participação ativa nas revisões das atividades e de trechos dessa dissertação.

À Professora Dra. Lourdes de La Rosa Onuchic pela vibração em ter vivenciado uma das atividades constantes nesta pesquisa.

À Ana, Elisa, Geraldo Lima e funcionários da seção de pós-graduação, pela cortesia e educação de sempre.

À Suely, Moema e funcionários da biblioteca, pela cordialidade, simpatia e atendimento.

À Cristina Vasques, por ter aceitado a empreitada das aulas de inglês, valeu a pena!

À Marisa, Elisa, Eduardo e André pelo apoio e torcida durante a seleção e pela convivência saudável ao longo de todo o curso.

Ao Creso, amigo da Faculdade, pelas palavras carinhosas durante toda essa caminhada.

Aos colegas de trabalho e de profissão.

Aos amigos: Ana Paula Araújo, Bruno Sestokas Filho, Carla Regina, Cristina Matos, Creso, Eduardo Reis, Kátia, Gislene Arjonas, Gisele Paulino, Miua e Ricardo por estarem na torcida para que eu vencesse esse desafio.

“Cada um de nós compõe a sua história e cada ser em si carrega o dom de ser capaz de ser feliz”

Sumário

Índice ..... **i**

Índice de Figuras ..... **v**

Resumo ..... **x**

Abstract ..... **xi**

Capítulo I: Apresentação da Pesquisa **001**

Capítulo II: As Atividades Experimentais em Laboratório **012**

Capítulo III: Os Instrumentos **031**

Capítulo IV: Reorganização do Pensamento e as Tecnologias Portáteis **038**

Capítulo V: Metodologia de Pesquisa **061**

Capítulo VI: Descrição dos Dados: As Atividades de Experimentação **080**

Capítulo VII: Análise: Discussão dos Resultados **206**

Capítulo VIII: Convergências, Perspectivas e Considerações Finais **229**

Referências **239**

Anexos **251**

Índice

Capítulo I: Apresentação da Pesquisa..... 001

1.1 – Introdução..... 001
1.2 – Caminhos que levaram à pesquisa..... 001
1.3 – Problemática e a pergunta de pesquisa..... 006
1.4 – Contribuições do estudo..... 008
1.5 – Estrutura da Dissertação..... 009

Capítulo II: As Atividades Experimentais em Laboratório..... 012

2.1 – Introdução..... 012
2.2 – A Física e a Matemática: pontos em evidência..... 013
2.3 – As atividades experimentais no ensino de Física..... 014
2.3.1 – Retrato de uma aula laboratorial de Física..... 018
2.4 – As atividades experimentais no ensino de Matemática..... 021
2.4.1 – Retrato de uma aula laboratorial de Matemática..... 022
2.5 – Um novo olhar para atividades em laboratórios..... 028

Capítulo III: Os Instrumentos..... 031

3.1 – Introdução..... 031
3.2 – As Calculadoras Gráficas..... 031
3.3 – O CBR..... 033
3.4 – O CBL..... 034
3.5 – O sistema MBL..... 035
3.6 – O sistema CBL..... 036

Capítulo IV: Reorganização do Pensamento e as Tecnologias Portáteis..... 038

4.1 – Introdução..... 038
4.2 – A Reorganização do Pensamento..... 039
4.3 – Tecnologias Portáteis..... 044
4.3.1 – As Calculadoras Gráficas..... 044
4.3.2 – O MBL/CBR e o movimento..... 048
4.3.3 – O CBL e suas aplicações..... 054

Capítulo V: Metodologia de Pesquisa..... 061

5.1 – Introdução..... 061
5.2 – Opção Metodológica de Pesquisa..... 061
5.3 – Estudo Piloto..... 064
5.4 – Os participantes..... 065
5.5 – O contexto da coleta de dados..... 068
5.6 – Considerações Éticas..... 069
5.7 – Procedimentos metodológicos para a coleta de dados..... 069
5.7.1 – Os Experimentos de Ensino..... 070
5.7.2 – A Entrevista..... 074
5.7.3 – A Documentação..... 076
5.7.3.1 – O processo de Construção das Atividades de Experimentação.... 076

Capítulo VI: Descrição dos Dados:
As Atividades de Experimentação..... 080

6.1 – Introdução..... 080
6.2 – O uso do vídeotape..... 081
6.3 – A construção dos episódios..... 082
6.4 – Características textuais do capítulo..... 083
6.5 – Uma primeira análise dos dados..... 085
6.6 – As Atividades de Experimentação..... 086
6.6.1 – Misturando duas Soluções..... 087
6.6.1.1 – Episódio 1 Diogo e Marcos:
A predição, um momento de discussão..... 088
6.6.1.2 – Episódio 2 Bruno e Clara:
Da prática para a teoria, ou seria da teoria para a prática? 099
6.6.2 – Luminosidade versus Distância..... 105
6.6.2.1 – Episódio 1 Ivan e Elton:
A Construção do gráfico “de ré”..... 106
6.6.2.2 – Episódio 2 Ivan e Elton:
A função “Basencial” e a análise de seus coeficientes..... 115
6.6.2.3 – Episódio 3 Ivan e Elton:
Tenho que aplicar o logaritmo ao invés de calcular a raiz?..... 121
6.6.3 – Filtros sobre uma fonte de luz..... 126
6.6.3.1 – Episódio 1 Diogo e Marcos:
Da reta para a exponencial – o uso do zoom..... 127

6.6.3.2 – Episódio 2 Ivan e Elton:

Cadê a distância?..... 141

6.6.3.3 – Episódio 3 Ivan e Elton:

1/x e o domínio alterado..... 145

6.6.4 – Lei de Resfriamento de Newton..... 158

6.6.4.1 – Episódio 1 Raphael e Rodrigo:

Quanto tempo?..... 161

6.6.4.2 – Episódio 2 Raphael e Rodrigo:

Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?..... 179

6.6.4.3 – Episódio 3 Raphael e Rodrigo:

Como se comporta o resfriamento quando utilizamos potes de materiais diferentes?..... 185

6.6.4.4 – Episódio 4 Raphael e Rodrigo:

O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação..... 199

Capítulo VII: Análise: Discussão dos Resultados..... 206

7.1 – Introdução..... 206

7.2 – A utilização do sistema CBL nos experimentos e a Reorganização do Pensamento..... 207

7.3 – Um convite à Física e a Matemática: As atividades investigativas..... 214

7.4 – Estratégias para obtenção da função matemática através dos dados experimentais 217

7.5 – A Experimentação caracterizando as Atividades Práticas..... 218

7.6 – A integração das atividades propostas..... 220

7.7 – Os estudantes e suas experiências com o CBL..... 223

7.8 – A Professora, o sistema CBL e os Experimentos de Ensino..... 225

Capítulo VIII: Convergências, Perspectivas e Considerações Finais..... 229

8.1 – Introdução..... 229

8.2 – Convergências..... 230

8.3 – Possíveis perspectivas de se trabalhar com o sistema CBL em sala de aula..... 232

8.3.1 – O professor desenvolve o experimento..... 232

8.3.2 – Um grupo de alunos coleta os dados e compartilha com toda a sala..... 233

8.3.3 – Cada grupo realiza por completo o experimento..... 234

8.4 – Considerações Finais..... 236

Referências..... 239

Anexo I – Misturando duas Soluções..... 251

Anexo II – Intensidade de Luz x Distância..... 253

Anexo III – Filtro sobre uma Fonte de Luz (Acetatos)..... 259

Anexo IV – A Lei de Resfriamento de Newton..... 264

Anexo V – Principais Procedimentos na Calculadora..... 270

Anexo VI – Entrevista Final..... 275

Índice de Figuras

Figura 01: Gráfico da função de Heaviside..... 003
Figura 02: Poliedros construídos com canudos exemplificando um material de laboratório em Matemática..... 023
Figura 03: a) Calculadora Gráfica [HP-48GX] ; b) Calculadora Gráfica [TI-83]..... 032
Figura 04: CBR – Calculator Based Ranger..... 033
Figura 05: CBL – Calculator Based Laboratory..... 034
Figura 06: Sensor de Intensidade de Luz (Light Probe)..... 034
Figura 07: Sensor de Temperatura (Temperature Probe)..... 035
Figura 08: Sensor de Tensão (Voltage Probe)..... 035
Figura 09: Sistema MBL..... 036
Figura 10: Sistema CBL..... 037
Figura 11: Disposição física dos participantes nos experimentos..... 066
Figura 12: Disposição física dos participantes na entrevista..... 075
Figura 13: Atividade 1 Mistura – Bruno escolhendo a quantidade de água a ser colocada em qual recipiente..... 100
Figura 14: Atividade 1 Mistura – Bruno colocando água no recipiente e Clara fazendo as contas..... 101
Figura 15: Bruno e Clara fazendo os cálculos de Tm..... 104
Figura 16: Atividade 2 Luminosidade – Elton e Ivan executando a experiência..... 107
Figura 17: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico experimental da Intensidade de Luz versus distância..... 109
Figura 18: Atividade 2 Luminosidade – Elton e Ivan executando a experiência com o apoio das fitas VHS..... 110
Figura 19: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico semelhante ao obtido experimentalmente por Elton e Ivan..... 111
Figura 20: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico de pontos semelhante ao obtido experimentalmente pelos alunos..... 112
Figura 21: Atividade 2 Luminosidade – Identificação do erro experimental no gráfico apresentado pela calculadora. 115
Figura 22: Atividade 2 Luminosidade – Tela STAT PLOT 1 da calculadora..... 118
Figura 23: Gráfico original da função: $y = 264{,}947.x^{-1{,}696}$..... 118
Figura 24: Gráfico da função variando o coeficiente b para valores 2 e 6: $y = 264{,}947.x^{\{2\,,\,6\}}$..... 119

Figura 25: Gráfico da função variando o coeficiente b para valores -2 e -6: $y = 264{,}947.x^{\{-2\ ,\ -6\}}$ 119
Figura 26: Gráfico da função variando o coeficiente a para valores 300 e 600: $y = \{300\ ,\ 600\}.x^{-1{,}696}$. 120
Figura 27: Gráfico da função variando o coeficiente a para valores -300 e -600: $y = \{-300\ ,\ -600\}.x^{-1{,}696}$. 120
Figura 28: Variação do coeficiente a, indicando a família de funções $y = \{300, 600, 900, 1200\}.x^{-1{,}696}$ 120
Figura 29: Zonas constantes das lâmpadas de 60 e 100 watts. 123
Figura 30: Características físicas da lâmpada incandescente 124
Figura 31: Atividade 3 Acetatos – Tela STATPLOT 1 da calculadora 128
Figura 32: Atividade 3 Acetatos – Gráfico de pontos experimentais 128
Figura 33: Atividade 3 Acetatos – Diogo e Marcos comparando o gráfico obtido na calculadora com o gráfico feito por eles anteriormente 129
Figura 34: Atividade 3 Acetatos – Regressão linear (a), gráfico experimental (b) e ajuste da tela feitos por Diogo (c). 130
Figura 35: Atividade 3 Acetatos – Regressão exponencial (a), gráfico experimental (b) e ajuste da tela feitos por Marcos (c). 131
Figura 36: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem o primeiro ponto (a), cálculo da regressão exponencial (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Marcos (c) 131
Figura 37: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem o primeiro ponto (a), cálculo da regressão linear (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Diogo (c) 132
Figura 38: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental com a regressão linear feito por Diogo 133
Figura 39: Atividade 3 Acetatos – Zoom no ponto x = 4 no gráfico experimental (a) e de regressão linear (b) 133
Figura 40: Atividade 3 Acetatos – Zoom no ponto x = 5, no gráfico experimental e de regressão linear 134
Figura 41: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem os dois primeiros pontos (a), cálculo da regressão linear (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Diogo (c) 134
Figura 42: Desenho da predição de Ivan, feito por Fernanda 142
Figura 43: Atividade 3 Acetatos – Gráfico de pontos experimentais apresentado na calculadora do Ivan 142
Figura 44: Atividade 3 Acetatos – Elton fazendo gráfico dos pontos experimentais na calculadora 144

Figura 45: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados originais (a) e Lista com os dados alterados por Ivan (b) 148
Figura 46: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados alterados (a), regressão POWER REG (b) e gráficos experimental e regressão (c), feitos por Ivan..... 149
Figura 47: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados alterados (a), regressão POWER REG (b) e gráficos experimental e regressão (c), feitos por Elton..... 149
Figura 48: Atividade 3 Acetatos – Apresentação dos dados experimentais de Ivan (a) e Elton (b)..... 152
Figura 49: Atividade 4 Resfriamento – Raphael e Rodrigo manipulando a calculadora gráfica e o sensor de temperatura na coleta de dados..... 163
Figura 50: Atividade 4 Resfriamento – Gráfico dos dados experimentais..... 164
Figura 51: Atividade 4 Resfriamento – Apontamento dos valores máximo e mínimo do experimento..... 164
Figura 52: Atividade 4 Resfriamento – Zoom em uma região do gráfico experimental..... 167
Figura 53: Atividade 4 Resfriamento – Gráfico dos dados experimentais obtidos por Raphael e Rodrigo com a coleta de 28 minutos..... 168
Figura 54: Atividade 4 Resfriamento – Listas L1 e L2 originais (a), Retirada da Tambiente da lista L2 e armazenagem em L3 (b). 176
Figura 55: Atividade 4 Resfriamento – Tela STAT PLOT das Listas L1 e L3 (a), Gráfico dos dados sem a Tambiente (b), gráfico comparativo dos dados com e sem a Tambiente (c)..... 176
Figura 56: Atividade 4 Resfriamento – Tela da regressão exponencial com as listas L1 e L3 (a), Cálculo dos parâmetros da equação do modelo (b)..... 176
Figura 57: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a Tambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b)..... 176
Figura 58: Atividade 4 Resfriamento – Imagem dos recipientes nomeados por Raphael de “copão” e “copito” 181
Figura 59: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos obtidos com o resfriamento no “copão” (P1) e “copito” (P2) de porcelana..... 181
Figura 60: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no copito de porcelana..... 182
Figura 61: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no copão de porcelana. 182
Figura 62: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos das equações dos modelos para valores iguais do coeficiente a..... 183

Figura 63: Atividade 4 Resfriamento – Diferença apontada por Raphael na equação dos modelos experimentais devido ao número de casas decimais do parâmetro b..... 183
Figura 64: Atividade 4 Resfriamento – Raphael e Rodrigo coletando dados experimentais no recipiente de alumínio..... 188
Figura 65: Atividade 4 Resfriamento – Modelo para o resfriamento realizado no recipiente plástico..... 189
Figura 66: Atividade 4 Resfriamento – Modelo para o resfriamento realizado no recipiente de alumínio..... 189
Figura 67: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos para o resfriamento realizado nos recipientes alumínio P1 e plástico P2..... 189
Figura 68: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos para o resfriamento realizado nos recipientes plástico e alumínio, mantendo-se igual o coeficiente a das equações..... 190
Figura 69: Atividade 4 Resfriamento – Figura desenhada por Fernanda na calculadora refletindo a interpretação da fala de Raphael..... 192
Figura 70: Atividade 4 Resfriamento – Análise da concavidade com relação ao parâmetro b, feita por Raphael..... 192
Figura 71: Atividade 4 Resfriamento – Análise da concavidade com relação ao parâmetro b, feita por Fernanda..... 193
Figura 72: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no copito de porcelana..... 193
Figura 73: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no copão de porcelana..... 194
Figura 74: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no recipiente de plástico..... 194
Figura 75: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes a e b para o modelo no recipiente de alumínio..... 194
Figura 76: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos feitos com os recipientes porcelana (copito e copão), plástico e alumínio..... 195
Figura 77: Atividade 4 Resfriamento – Parâmetros da janela de visualização (a) e Gráficos dos modelos feitos com os recipientes porcelana (copito e copão), plástico e alumínio observando a variação do coeficiente b (b)..... 195
Figura 78: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos semelhantes aos feitos por Raphael analisando área de contato com o ambiente, volume do recipiente e temperatura inicial da água. 196

Figura 79: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a T ambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b)..... 200
Figura 80: Atividade 4 Resfriamento – Raphael analisando pela calculadora quando T assume o valor de T ambiente..... 201
Figura 81: Atividade 4 Resfriamento – Raphael utilizando o ZOOM da calculadora para encontrar o momento que T assume o valor de T ambiente..... 202
Figura 82: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a T ambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b)..... 211
Figura 83: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico de pontos semelhante ao obtido experimentalmente pelos alunos..... 213
Figura 84: Atividade 2 Luminosidade – Idéia dos estudantes para a construção do gráfico de pontos experimentais..... 213

R E S U M O

Este estudo nasce de uma inquietação sobre a possibilidade de se integrar a Matemática à Física no Ensino Superior, utilizando tecnologias informáticas. Assim, esta dissertação objetiva analisar como os alunos trabalham conceitos matemáticos e físicos em um ambiente de experimentação, lançando mão de tecnologias portáteis, especificamente, a calculadora gráfica e o CBL (*Calculator Based Laboratory*). O referencial teórico se apóia nas noções de Reorganização do Pensamento e seres-humanos-com-mídia, estabelecendo a importância das tecnologias informáticas no processo de mediação, enquanto atores, na produção do conhecimento. A modalidade de pesquisa utilizada foi o Experimento de Ensino (E.E.), que se enquadra dentro de procedimento que vem sendo denominado de pesquisa qualitativa. Os dados foram construídos e transcritos sob a forma de episódios, dentre os quais destaco: a) o Resfriamento, sendo possível verificar o comportamento deste fenômeno, utilizando recipientes de materiais diferentes; b) Luminosidade, em que tanto o CBL quanto a calculadora gráfica propiciaram aos estudantes a análise das variações dos coeficientes da expressão $y = a.x^b$, obtendo respostas gráficas em tempo real, de forma que a Matemática e a Física se apresentaram sem estarem dissociadas; c) Mistura, onde os alunos chegaram à generalização da média aritmética e, respectivamente, a média ponderada, ao observarem a temperatura da mistura de duas substâncias para volumes iguais e sua extensão para volumes diferentes; d) Filtros sobre uma fonte de luz (acetatos), ao apresentar o caminhar dos alunos do ajuste linear para o exponencial, na escolha do modelo, utilizando o ZOOM da calculadora. Com isso, esta dissertação expõe caminhos para que alunos, servindo-se da calculadora gráfica e do CBL produzam conhecimentos relativos a tópicos, como: equações diferenciais, ajuste de curvas e coordenação entre modelos analíticos e dados experimentais gerados via CBL e calculadora gráfica. Evidencia, também, a possível integração dessas disciplinas, considerando a importância das tecnologias portáteis, enquanto espera, ainda, contribuir significativamente para o ramo de pesquisa no ensino de laboratório e, acima de tudo, fomentar várias frentes de discussão, no vasto campo da Educação Matemática.

Palavras-chave: Calculadora Gráfica, Sistema CBL, Laboratório de Matemática, Laboratório de Física e Educação Matemática.

ABSTRACT

This study grew out of an interest in the possibility of integrating the teaching of Mathematics and Physics in university-level courses, using information technology. The objective was to analyze how students work with mathematics and physics concepts in an environment of experimentation, using portable technologies, specifically graphing calculators and the Calculator-Based Laboratory (CBL). The theoretical reference is based on the notions of Reorganization of Thinking and Humans-with-Media, which establish the importance of information technologies in mediating and being actors in the production of knowledge. The research methodology used was Teaching Experiments (T.E.), within a qualitative research perspective. The data were constructed and transcribed in the form of episodes, of which the following are highlighted: a) Cooling, in which it was possible to verify the behavior of this phenomenon, using containers made of different materials; b) Luminosity, in which the CBL and graphing calculator enabled the students to analyze variations in the coefficients of the expression $y = a.x^b$, providing graphic responses in real time in such a way that the Mathematics and the Physics are associated; c) Mixture, in which students arrived at generalizations regarding the arithmetic mean and, respectively, the weighted mean, when observing the temperature of a mixture of two substances of equal volume, and its extension to different volumes; d) Filters over a light source (acetates), when presenting the students' steps from the linear fit to the exponential fit, in the choice of the model, using the zoom on the calculator. This study describes the paths followed by the students, using the graphing calculator and the CBL, to produce knowledge about topics such as: differential equations, curve fit, and coordination between analytical models and experimental data generated with the CBL and graphing calculator. Evidence is provided of the possibility for integrating these disciplines, considering the importance of portable technologies, and will hopefully contribute significantly to the research in laboratory teaching and, above all, foment discussion in the broad field of Mathematics Education.

Key words: Graph Calculator, CBL System, Mathematics Laboratory, Physics Laboratory and Mathematics Education.

"As calculadoras são amplamente usadas na Educação Matemática, campo no qual elas têm uma contribuição importante" (BAUGHAN, 1998?, p. 04).

1.1 – Introdução

Este primeiro capítulo inicialmente apresenta alguns caminhos que contribuíram para que a pesquisa articulasse o universo da Matemática e da Física ao uso da tecnologia, especificamente através da calculadora gráfica, e dos sistemas de aquisição de dados e os sensores. Em seguida, descrevo a problemática da pesquisa, bem como sua pergunta diretriz. Posteriormente, apresento algumas contribuições deste estudo para alunos, professores e também para pesquisas em Educação Matemática. Por fim, exponho a estrutura da dissertação, perpassando a temática desenvolvida ao longo dos seus capítulos.

1.2 – Caminhos norteadores da presente pesquisa

Ao ingressar na graduação em Engenharia Elétrica, pude constatar que a maioria dos alunos possuía uma calculadora gráfica[1]. De posse dessa informação inicial, procurei conhecer esse tipo de equipamento e saber quais "benefícios" ele poderia me trazer. Conhecendo a calculadora[2], logo me adaptei ao seu modo de operação (**N**otação **P**olonesa **R**eversa – **RPN**) e passei a utilizá-la durante toda a graduação.

De 1995 a 1998, tive oportunidade de ser monitora de diversas disciplinas[3], função que me permitia grande interação com alunos que, comigo, vinham dirimir dúvidas a respeito da utilização desse equipamento eletrônico.

[1] As calculadoras gráficas eram: HP 48 S, SX e série G, produzidas pela Hewlett Packard Company.
[2] Neste capítulo utilizarei os termos calculadora gráfica e calculadora sinonimicamente.
[3] Cálculo Diferencial e Integral I e III, Geometria Analítica e Álgebra Linear.

Uma vez concluído o curso de Engenharia Elétrica, aceitei convite para lecionar na Faculdade em que havia me formado. Ingressando como professora no Ensino Superior, no decorrer dos anos, lecionei várias disciplinas[4] do núcleo básico nos cursos de Engenharia Elétrica e Civil. Com o intuito de complementar a minha formação, cursei Licenciatura em Matemática e, transitando nessa área, tímida e paulatinamente fui integrando a calculadora gráfica em minha prática profissional.

Durante esse período, procurei saber mais sobre as calculadoras, interesse que me levou a entrar em contato com vários tipos de calculadoras num workshop coordenado pelo Prof. Dr. Marcius Giorgetti durante o *International Conference on Engineering and Computer Education* (ICECE), 2000. Posteriormente, participei de alguns encontros em que a tônica era a discussão do uso das calculadoras, sendo que, dentre elas, elenco a palestra intitulada "Utilizando a calculadora em sala de aula: muito mais do que uma máquina de fazer contas", proferida pelo Sr. Daniel Storch da Texas Instruments.

Convicta da empatia estabelecida pelas calculadoras, busquei orientação para um trabalho de mestrado envolvendo calculadoras gráficas e Ensino Superior, ainda sem nenhuma especificidade. Encontrei essa orientação no programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, sob responsabilidade do Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, curso em que ingressei em 2002.

Por ocasião do meu ingresso, pretendia trabalhar com calculadoras gráficas no ensino de Cálculo, mas me deparei com pesquisas semelhantes já efetivadas, dente elas, a de Villareal (1999) no ensino de Cálculo e a de Souza (1996), que, como eu pretendia, também se valia de calculadoras gráficas.

Diante disso, decidi, então, mudar parcialmente o tema. Optei por trabalhar, no mestrado, com conteúdos de Matemática e Física utilizando calculadoras gráficas e sensores, mais precisamente o CBL[5], no Ensino Superior.

Ao longo dos anos de magistério, ministrando disciplinas nas Engenharias, constatei uma não integração entre algumas matérias do núcleo básico. Esta integração também era escassa entre as disciplinas do básico e as do núcleo profissionalizante. Para entender melhor este cenário, primeiramente procurei uma justificativa na formação dos professores. Acreditava que não havia intercâmbio de informações, pois os docentes do núcleo básico eram, em geral, matemáticos e os

[4] Cálculo Diferencial e Integral I e III, Cálculo Numérico, Geometria Analítica, Álgebra Linear e Física Geral e Experimental I.
[5] Este termo será amplamente trabalhado no capítulo 03.

docentes do núcleo profissionalizante, em sua maioria, engenheiros. Tendo esse tipo de impressão inicial, eu acreditava que poderia quebrar essa barreira, principalmente pelo fato de ser uma engenheira a lecionar disciplinas do núcleo básico.

Entretanto, mesmo com o passar dos anos, esse cenário não se alterou, a dicotomia permaneceu entre as disciplinas básicas e também junto às profissionalizantes. Um exemplo, marcante para mim, se materializava em Cálculo I, no conteúdo de limites laterais, que era "ensinado" da seguinte maneira:

> Escrevemos $\lim_{x \to a^-} f(x) = L$ e dizemos que o **limite esquerdo de f(x) quando x tende a *a* (ou o limite de f(x) quando x tende a *a* pela esquerda**) é igual a L, se pudermos tornar os valores de f(x) arbitrariamente próximos de L, tornando-se x suficientemente próximo de *a* e x menor do que *a* (STEWART, 2001, p. 95, grifo do autor).

Todavia, os alunos obtinham escassos exemplos em sua área profissional, pouco acesso tinham a uma contextualização ou, ainda, a um exemplo de aplicação.

Por outro lado (concomitantemente com a situação já descrita), os alunos nas aulas de Circuitos Elétricos, "aprendiam" a função de Heaviside H(t), cujo gráfico característico possui uma descontinuidade em t = 0, como ilustrado na figura 01. Essa função, cujo nome homenageia o Engenheiro Eletricista Oliver Heaviside (1850-1925), "pode ser usada para descrever uma corrente elétrica que é estabelecida quando t = 0" (STEWART, 2001, p.95).

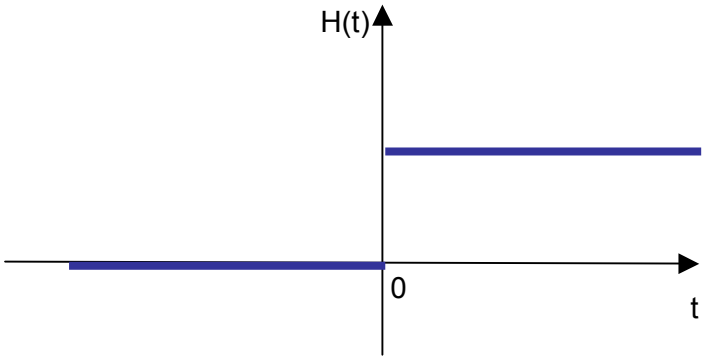


Figura 01: Gráfico da Função de Heaviside.

> Quando t tende a 0 pela esquerda, H(t) tende a 0. Quando t tende a 0 pela direita, H(t) tende a 1. Não há um número único para o qual H(t) tende quando t tende a 0. Portanto, $\lim_{t\to 0} H(t)$ não existe (STEWART, 2001, p. 95).

Neste exemplo, notei que as disciplinas (Cálculo I e Circuitos Elétricos) não tinham suas atividades de ensino articuladas, não havia comunicação entre os conceitos trabalhados, pois como visto em Stewart (2001), a função de Heaviside seria um bom exemplo para se ensinar limites laterais para o curso de Engenharia Elétrica. Na tentativa de mudar esse quadro, foi que resolvi, então, integrar a Matemática à Física em algumas disciplinas que ministrava, e em outras integrar a Matemática à Engenharia.

Prosseguindo nesse histórico, ainda quando aluna, observei que havia professores que proibiam o uso de calculadoras em sala de aula e nas avaliações. Acreditava que essa prática era temporária devido às "colas eletrônicas" que surgiam com o uso dessas citadas calculadoras. As colas eletrônicas podem ser entendidas como programas desenvolvidos e colocados em calculadoras para serem utilizados como "facilitadores" em provas. Além disso, podem ser vistas como uma espécie de "troca eletrônica de informações", entre alunos, durante uma avaliação, utilizando-se a saída infravermelho da calculadora. Outro tipo de cola eletrônica pode ser levado a efeito, devido ao fato de serem essas calculadoras alfanuméricas e possibilitarem, até por isso, o armazenamento de um grande volume de textos.

Diante desse quadro, o que consolava a mim e a outros alunos era a indiferença exibida por outros professores em relação ao emprego desses instrumentos: não se importavam quanto ao uso ou não em suas disciplinas. Nessa posição de aluna, eu não entendia o porquê disso.

Como docente, vejo esse posicionamento de indiferentemente aceitar ou proibir[6], de forma diversa. Noto que alguns docentes ainda não incorporaram em suas aulas as tecnologias presentes nos dias atuais. Com esse comportamento, eles ainda insistem em lecionar suas disciplinas nos mesmos moldes em que as aprenderam, rejeitando ou postergando qualquer forma de tecnologia, para que essas não interfiram em sua prática docente.

[6] Uma discussão sobre o uso pedagógico de calculadoras gráficas por professores e alunos é feita em Bonafini e Sestokas-Filho (2003, 2003a).

Para compreender melhor esse tipo de comportamento, busquei referência na literatura (WETZEL, 2001; CUNHA, LEÃO e LIMA, 2000) e percebi que cada professor tem um estilo de ensino e que este é influenciado por fatores pessoais, incluindo suas crenças e sua personalidade. Entretanto, os estilos de todos os professores são influenciados pelo contexto da estrutura organizacional em que eles lecionam. Alguns docentes optam pelo ensino que valoriza a independência do aluno, acompanhando e colaborando para que seus aprendizes tenham sucesso em suas atividades, porém o comportamento de um grande número de professores ainda se baseia no ensino tradicional e com pouco uso de tecnologia.

Olhando agora, sob um outro ponto de vista, a escolha em trabalhar com as calculadoras gráficas e os sensores também se deu por essas possuírem uma baixa curva de obsolescência[7] e um baixo investimento inicial.

Eu, ao longo de minha trajetória, sempre procurei trabalhar com as calculadoras gráficas, ao invés dos computadores, pelo fato de serem portáteis, não necessitarem de softwares adicionais, possuírem um baixo custo e, ainda, pela sua praticidade, eis que a maioria dos alunos para os quais lecionava já possuía esse instrumento, apesar de apenas o sub-utilizarem.

Entendo que, com a adoção das calculadoras, evitam-se os eventuais problemas burocráticos que podem surgir ao usar o laboratório[8] (ambiente), os quais podem desestimular o professor. Assim, as calculadoras podem inverter a direção e levar o laboratório até os alunos.

No Curso de Mestrado, estudo e pesquisa sintetizados nesta dissertação, procurei integrar o uso de calculadoras gráficas com os sensores, criando, assim, atividades práticas, no sentido de inferir que os alunos trabalhariam dados reais por eles coletados e, com isso, poderiam ter uma conexão da Matemática com a Física. Em sala de aula, essa integração poderia ser feita tanto nas aulas de Física quanto nas aulas de Matemática ou, na melhor das hipóteses, nas duas, agindo em parceria.

A pergunta norteadora desta pesquisa reflete uma trajetória, um caminhar da pesquisadora, não surgindo assim, de um dia para o outro. Desta forma, na próxima seção será adequadamente apresentada.

[7] Quando digo que as calculadoras gráficas e os sensores possuem uma baixa curva de obsolescência, estou me baseando, por exemplo, no fato de que a calculadora gráfica que meus alunos adquirem hoje é a mesma que possuo há 10 anos, somente com mais memória. Assim, creio ser esta uma outra justificativa na adoção desses equipamentos para a pesquisa e para as aulas, de um modo geral.

[8] Este termo será amplamente discutido no capítulo seguinte.

1.3 – Problemática e a pergunta de pesquisa

Na atuação profissional, em quase todas as áreas, exige-se hoje uma adaptação bastante rápida às evoluções tecnológicas e sociais, universo de conhecimento em que a capacidade de identificar, recolher, interligar saberes, selecionar e interpretar informações será de fundamental importância.

Neste âmbito, tem-se que as tecnologias, de um modo geral, constituem-se em um dos principais agentes de transformação da sociedade, pois, sob meu ponto de vista, elas modificam as formas de produção e o cotidiano das pessoas, influenciando a escrita, a visão, a criação e, principalmente, a aprendizagem.

De posse desse ponto de vista e direcionando meu olhar às Instituições de Ensino Superior, no sentido de indagar se estas formam estudantes tecnologicamente capazes para atuarem numa sociedade rica em informação e com um crescimento tecnológico complexo (WETZEL, 2001), entendo que os alunos deveriam estar preparados para viver numa sociedade tecnológica e matemática, em que viver significa ser um elemento crítico, atuante e preparado para mudanças.

Adentrando as Instituições de Ensino Superior e observando as diversas disciplinas ali ministradas, coloco em evidência Matemática e Física, uma vez que estão presentes na maior parte dos cursos superiores e, principalmente, nas áreas que enfeixam matérias exatas.

Focalizando essas duas disciplinas, acredito que elas devam se preocupar com que o aluno desenvolva habilidades na resolução de problemas, lidando com situações da realidade, utilizando a tecnologia como elemento mediador dessas atividades. Deste modo, infiro que tais disciplinas necessitam possuir características diferentes das relatadas na citação abaixo:

> [...] o professor chamava alguém para fazer os trabalhos de casa, fazia a revisão da aula anterior, dava nova matéria, resolvia no quadro alguns exemplos de aplicação e, a partir daí, até o fim da aula, tratava-se de começar a treinar o novo tipo de exercícios (APM, 1998, p. 50).

Elas deverão ser ciências dinâmicas e flexíveis, visando conexões entre os seus vários conceitos e modos de representação, buscando relações com outros

campos científicos, deixando para trás o espectro de serem disciplinas extremamente difíceis, que lidam com teorias totalmente abstratas e incompreensíveis, provocando em alguns alunos um forte "apelo mecânico". Este "apelo mecânico" está, de um lado, intensamente associado às técnicas de Cálculo e, de outro, associado a procedimentos algorítmicos utilizados em Física.

Grant e Searl (1996, p. 71) afirmam que "a Matemática é um instrumento importante na comunicação, com ela pode-se resolver problemas, **descrever a realidade** e testar afirmações". Ao descrever a realidade auxiliado pela Matemática, o aluno estará resolvendo problemas. Para isso, é necessário que tais disciplinas atuem de forma consorciada, visando enfatizar a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo, o respeito mútuo e a autonomia nos alunos. Nesse panorama, torna-se fundamental a interação dos alunos uns com os outros e com o professor num ambiente de sala de aula.

Assim, acredito que, se a Matemática e a Física fossem adicionadas de **recursos tecnológicos,** poderiam contribuir na formação do estudante, dando a ele a oportunidade de realizar conjecturas, verificá-las na prática, buscar possíveis generalizações e, por fim, formalizar os resultados.

Dentre os vários recursos tecnológicos, comumente chamados de **Tecnologias Informáticas (TI´s)** presentes no Ensino Superior, privilegiarei neste trabalho o uso das calculadoras gráficas e sensores em atividades envolvendo conteúdos das disciplinas de Matemática e Física.

Cabe, então, esclarecer o porquê de minha opção em trabalhar com calculadoras gráficas e sensores. Tanto a **calculadora gráfica** quanto os **sensores** são instrumentos de fácil manuseio, com custo acessível, constituindo instrumentos **portáteis**, que estão cada vez mais presentes em sala de aula no Ensino Superior. Diferentemente de outras tecnologias informáticas, essa **portabilidade** abre a possibilidade de que os alunos portem os instrumentos na classe ou em outro ambiente, enquanto realizam suas atividades, e até mesmo nas avaliações.

Creio que o trabalho conjunto das calculadoras gráficas e sensores em uma atividade possibilitem a conexão da Matemática e da Física, sendo essa conexão um processo transparente para o aluno. Isso porque ele poderá realizar a análise matemática dos dados físicos reais coletados pelos sensores e, então, trabalhar esses dados matematicamente, num processo dinâmico.

A portabilidade é um aspecto central desses instrumentos que, nesta investigação, serão caracterizados por **Tecnologia Portátil**. Essa nomenclatura será explicitada tecnicamente no capítulo 03 e retratada na literatura de pesquisa, a ser apresentada no capítulo 04.

Sintetizando, então, os principais pontos abordados até aqui, declaro que esta dissertação reflete a minha preocupação em integrar conceitos matemáticos e físicos, com o uso de tecnologias informáticas. Sendo assim, esta pesquisa concentra, especificamente, um estudo sobre como os alunos em nível universitário de um curso de Licenciatura em Matemática lidam com a Matemática e a Física presentes em atividades, envolvendo calculadoras gráficas e sensores. Essas indagações desembocam na pergunta norteadora da presente pesquisa:

Como estudantes trabalham conceitos matemáticos e físicos utilizando o CBL (Calculator Based Laboratory) e a Calculadora Gráfica em atividades de experimentação?

A problemática de pesquisa, bem como a minha trajetória, foram de fundamental importância para que a dissertação se consolidasse da forma em que está apresentada. Assim, tendo essa indagação por norte, foram desenvolvidas atividades investigativas envolvendo assuntos de Matemática e Física. Esses assuntos se referem, em Matemática, ao estudo de funções, aplicações de derivadas, integrais e noções iniciais de construção e solução de equações diferenciais ordinárias; em Física, abordam o estudo de termologia e de luminosidade.

1.4 – Contribuições do estudo

As atividades propostas neste estudo procurarão desenvolver o raciocínio matemático e de argumentação, trabalhando com questões diversas, como: *"*o que acontecerá se...", usando e reconhecendo argumentos válidos e não-válidos em determinadas atividades. Deste modo, a Matemática e a Física poderão se integrar

em tais atividades, nas quais será possível instigar idéias e propor aplicações práticas aos estudantes.

Uma outra contribuição dessa dissertação será a possibilidade de o aluno explorar conceitos matemáticos e físicos, conjecturando e formulando suas generalizações a partir de experiências. Nessas atividades, acredito que seja possível criar situações nas quais o aluno possa identificar modelos matemáticos dos fenômenos físicos, desenvolver estratégias para sua resolução, formular hipóteses, testá-las no experimento e interpretar os resultados.

Outras investigações (SOUZA, 1996; SCHEFFER, 2001; BORBA e SCHEFFER, 2003) ressaltam que o trabalho com calculadoras gráficas e sensores é plausível não só em nível superior, ao qual se propõe esta pesquisa, mas também no ensino médio e/ou fundamental. Os instrumentos são de fácil manuseio, deste modo é possível que professores de todos os níveis possam trabalhar e/ou adaptar as atividades aqui propostas.

Assim, esta pesquisa visa explorar as potencialidades didáticas e pedagógicas das calculadoras gráficas e sensores em atividades de experimentação, com caráter investigativo. Esta dissertação objetiva contribuir para a execução de atividades experimentais, tanto em sala de aula, quanto em um outro ambiente. Com isso, acredito que a presente investigação traz contribuições importantes à Educação Matemática, juntando-se às pesquisas já realizadas. É, pelo que temos notícia, a primeira dissertação neste campo que discute o uso de dispositivos de coleta de dados, como é o caso do CBL, relacionando a Matemática e a Física no Ensino Superior.

1.5 – Estrutura da Dissertação

Neste capítulo, procurei apresentar alguns caminhos que contribuíram para que a pesquisa envolvesse o uso de Matemática e Física juntamente com a tecnologia portátil, no caso, a calculadora gráfica e os sensores. De forma análoga, também descrevi os objetivos dessa investigação concentrados na pergunta norteadora e, finalmente, teci algumas contribuições desse estudo tanto para alunos

quanto para professores. Todas essas considerações foram feitas a partir de minha trajetória como pesquisadora.

Dando encaminhamento a esta dissertação, no segundo capítulo, na primeira seção, procuro levantar pontos em evidência nas disciplinas de Física e Matemática, suscitando a necessidade de atividades práticas. Posteriormente, são apresentadas as atividades experimentais, designadas como atividades de laboratório no ensino de Física, retratando uma aula laboratorial. São, então, apresentadas as atividades experimentais no ensino de Matemática, caracterizando primeiramente um laboratório sem tecnologia informática e posteriormente com essa tecnologia. Ainda nesse capítulo, são feitas algumas considerações sobre a Matemática e a Física, bem como são apresentadas as atividades experimentais em ambas disciplinas, buscando uma integração delas com o uso das tecnologias informáticas, pontuando, finalmente, o objetivo desta investigação no cenário desenhado durante esse capítulo.

No capítulo 03, são apresentados e nomeados de Tecnologia Portátil, os instrumentos que serão empregados nesta pesquisa. São expostos tecnicamente a calculadora gráfica, os dispositivos de coleta de dados, o CBR e o CBL, além dos sistemas MBL e CBL, pontuando este último como tecnologia portátil empregada nas atividades propostas na presente investigação.

Partindo do princípio de que minha proposta de trabalho é focar a utilização de tecnologias em sala de aula, procurei, através da revisão de literatura – capítulo 04, pesquisas que envolvessem tais tecnologias, sob o referencial teórico de como essa interação é efetivada entre alunos, professores e tecnologias.

Desta forma, os procedimentos metodológicos adotados para o trabalho de campo são descritos e discutidos detalhadamente no capítulo 05, bem como a opção pela metodologia qualitativa de pesquisa. Nesse capítulo, são apresentados os participantes da pesquisa e a maneira como as atividades de experimentação foram compostas.

O capítulo 06 refere-se à apresentação dos dados, sendo composto pelos episódios construídos junto a cada dupla de estudantes. Assim, cada episódio é apresentado já com uma análise inicial, propondo conexões com a pergunta de pesquisa.

A análise dos dados compõe o capítulo 07. Nessa altura, pontos principais dos episódios, detectados no capítulo anterior e ainda novos pontos são analisados

à luz da literatura pesquisada e do referencial teórico. Em seguida, as considerações finais são feitas no capítulo 08, apresentando uma discussão final sobre a experimentação, caracterizando as atividades práticas, como as realizadas nesta pesquisa e, ainda, quais seriam as possíveis formas, por mim sugeridas, para o trabalho do professor, utilizando o sistema CBL em sala de aula.

"Na verdade, o ensino de laboratório se ressente seriamente de pesquisa. Não se questiona a importância do ensino de laboratório e muitos esforços são feitos para melhorar esse ensino, através do desenvolvimento de novos materiais e experimentos, ou da busca de alternativas que permitam a realização de atividades experimentais mesmo em condições adversas, no que concerne à disponibilidade de equipamentos e local adequados. Entretanto, apesar disso, pouco se faz em termos de pesquisa no ensino de laboratório". (MOREIRA e LEVANDOWSKI, 1983, p. 112).

2.1 – Introdução

No capítulo anterior, além de minha trajetória, apresentei a pergunta diretriz desta pesquisa e rapidamente a sua problemática. Neste capítulo, primeiramente, levanto pontos em evidência, pontos em comum, das disciplinas de Física e Matemática, suscitando a necessidade de atividades experimentais, práticas.

Com o objetivo de discorrer um pouco mais sobre a problemática desta pesquisa, a seguir apresento as atividades experimentais, designadas como atividades de laboratório, tanto no ensino de Física quanto no de Matemática, procurando, assim, retratar uma aula laboratorial de ambas disciplinas. A palavra "laboratório", neste capítulo, será entendida muitas vezes pela atividade experimental ou ainda pelo local no qual as atividades laboratoriais ocorrem nas Universidades.

O enfoque diferencial dessas duas atividades de laboratório é que, no ensino de Matemática, apresento primeiramente um laboratório sem tecnologia informática e posteriormente com essa tecnologia. Já no ensino de Física, não há essa separação, visto que os laboratórios são constituídos de uma infra-estrutura adaptada para os experimentos contidos nas grades curriculares.

Por fim, são feitas algumas considerações sobre a Matemática e a Física, apresentadas ao longo do capítulo, bem como sobre as atividades experimentais em ambas as disciplinas, buscando, nessa última seção, uma integração da Matemática

com a Física, utilizando tecnologias informáticas, pontuando, finalmente, o objetivo desta investigação no cenário desenhado ao longo do capítulo.

2.2 – A Física e a Matemática: pontos em evidência

Temas como Estática, Cinemática e Dinâmica são exemplos que poderiam propiciar o estudo de certos assuntos em Matemática. Esperar-se-ia que os alunos tivessem melhores possibilidades de compreender a Matemática envolvida em tópicos de Física, se tivessem oportunidade de fazer o seu tratamento matemático, tanto nas aulas de Física como nas aulas de Matemática. É nesse quadro que o desenvolvimento de atividades nessas disciplinas poderia ganhar uma dimensão geradora de uma dinâmica de sucesso na aprendizagem de Física e de Matemática dos estudantes (KRASILCHIK, 1987).

Pela observação e consultando a literatura (FRANCHI, 1995; VILLARREAL, 1999; ESCOBAR, 2002), denoto que uma das características centrais das aulas de teoria (de ambas as disciplinas) é sua forma expositiva, centrada na fala do professor, totalmente apoiada no livro texto, o que mantém os estudantes ociosos. Nessas aulas, os conteúdos são apresentados de forma pronta e inquestionável, na maioria das vezes não são feitas as conexões de assuntos dentro da própria disciplina e, com isso, raríssimas vezes a disciplina relaciona-se com outras adjacentes, como, por exemplo, interação entre a Física e a Matemática, o que poderia mostrar aos alunos relações e aspectos comuns nos conceitos estudados entre essas duas áreas.

Direcionando-me às aulas de Matemática, vejo que estas são caracterizadas pela seqüência: "definições, enunciados, teoremas e demonstrações [matemáticas], seguidos de cálculo e exercícios" (VILLARREAL 1999, p. 24). Franchi (1993) afirma que essa estrutura está presente também em livros didáticos, seqüência quebrada somente em alguns livros que abordam as aplicações da Matemática.

De um outro lado, noto que nas aulas de Física há algumas características semelhantes às aulas de Matemática, ilustradas no parágrafo antecedente. Como afirmam Jesková e Onderová (2000):

> na maioria das aulas, os alunos não 'fazem' Ciência. Eles ouvem exposições sem grandes conexões com suas experiências diárias. Os alunos, usualmente, não têm a oportunidade de formar suas próprias idéias, eles raramente têm a chance de trabalhar de um modo engajado na descoberta, construção e teste de modelos para explicar o mundo que os rodeia, como os cientistas o fazem (p. 01).

Em face a isso, McDermott (1996) comenta que alguns professores criticam a tendência de ensinar a matéria de Física como tem sido ensinada há mais de cinqüenta anos e argumenta que a forma como tradicionalmente se ensina Física não se ajusta bem às necessidades da maioria dos estudantes, especialmente dos que se encontram em nível introdutório. Acrescenta que, ainda, há uma discrepância entre o currículo tradicional de Física que se ensina aos alunos e o que os físicos realmente fazem.

Assim, embora as características e objetivos das aulas de Física e Matemática tenham se modificado com o passar dos anos, noto ainda em ambas disciplinas, uma necessidade de aulas práticas, de modo a tornar o ensino mais ativo e relevante para o aluno. Essas aulas práticas, na maioria das vezes, têm seu espaço no laboratório.

Com essa diretriz determinada, a seguir apresentarei as atividades experimentais, designadas como atividades de laboratório no ensino de Física, retratando uma aula laboratorial. Após isso, apresento as atividades experimentais no ensino de Matemática, caracterizando primeiramente um laboratório sem tecnologia informática e, posteriormente, com essa tecnologia.

2.3 – As atividades experimentais no ensino de Física

Quando se fala de atividades experimentais, de aulas práticas no ensino de Física, automaticamente remonta-se à idéia de que tais atividades ocorrem em um laboratório. Segundo Krasilchik (1987), esse laboratório, no sentido de ambiente, é como uma "dependência adaptada para o trabalho prático, devendo ter condições especiais relativas à presença de água, bico de gás, piso adequado e condições de segurança" (p. 49).

Acrescentam ainda Moreira e Levandowski (1983) que a atividade de laboratório é um componente indispensável ao ensino da Física e que essa atividade

pode ser orientada para diferentes objetivos, tais como: a facilitação da aprendizagem de habilidades motoras, técnicas e manuseio de aparelhos ou da aprendizagem de conceitos, relações, leis e princípios ou ainda, da aprendizagem da experimentação em si.

Valendo-me das considerações acima, sabe-se que esse tipo de laboratório (ambiente) é essencial às Instituições de Ensino Superior que possuem cursos na área de exatas, sendo uma condição fundamental para a autorização de determinados cursos. Porém, mesmo com a existência desse ambiente, freqüentemente as aulas de Física são ensinadas com uma seqüência de fenômenos e teorias. Assim, para muitos alunos, aprender Física significa decorar um amontoado de nomes, fórmulas, descrições de aparelhos, enunciado de leis, resultando em um processo desgastante. Nessas aulas, os alunos não são estimulados a discutirem, a relacionarem o fenômeno com a prática, nem a verificarem as aulas de teoria no laboratório.

Como comentam Sá e Borges (2001), nas aulas laboratoriais, o aluno senta nas bancadas e recebe o roteiro da atividade sem, muitas vezes, compreender com clareza os propósitos pedagógicos da atividade que irá realizar. Nesse panorama, Bernhard (2000, p. 08) afirma que

> o laboratório é o único item no curso tradicional de Física onde é esperado do aluno ser ativamente engajado durante o período de aula. Infelizmente, em muitos casos o laboratório tem se tornado um lugar para 'demonstrar a verdade de alguma coisa estudada na teoria ou um lugar para 'produzir um bom resultado'. O foco, em ambos os casos, está no conteúdo e não no que poderia ser valorizado para um estudante aprender de uma atividade.

Com isso, acredito que o ensino se restringe apenas aos resultados já comprovados pela ciência, sem ter um trabalho experimental (prático), feito pelos estudantes.

Em contrapartida, McDermott (1996a, p. 35) declara que "para se desenvolver uma compreensão ativa da Física que lhes é ensinada, os estudantes, devem passar de uma participação passiva para uma participação ativa[1] no processo de aprendizagem", incluindo não só habilidade de observação e manipulação, mas também indagação, curiosidade e construção de idéias e argumentos próprios. Para

[1] Uma discussão sobre a participação ativa dos alunos em atividades envolvendo conteúdos de Física pode ser vista em Wetzel (2001) e Bonafini e Sestokas-Filho (2003, 2003a).

tanto, é essencial a intensa e profunda integração de cada um dos alunos no processo de estudo (participação ativa) e este cenário pode ser concretizado em uma atividade laboratorial, por exemplo.

Moreira e Levandowski (1983) distinguem as nomenclaturas **'laboratório estruturado'** e **'laboratório não estruturado'** para tais atividades. O **primeiro** é aquele que dá ao aluno instruções detalhadas, guiando-o através de um procedimento destinado a produzir certos resultados específicos, enquanto que o **segundo** simplesmente especifica o objetivo, deixando o procedimento a cargo do aluno.

Para os autores, a noção de laboratório estruturado baseia-se na idéia de laboratório programado, o qual lança mão de guias ou roteiros de laboratório baseados nos princípios da instrução programada, a se valer de pequenas etapas, respostas ativas (participação ativa do aluno, no sentido de esse escrever alguma coisa), verificação imediata (do acerto ou erro), ritmo próprio e checagem do programa (o que ocorre com a própria atuação do aluno, isto é, se o roteiro não estiver bem elaborado isso refletirá no desempenho do aluno). Além disso, os autores esclarecem que o 'laboratório estruturado' enfatizaria a verificação experimental de princípios físicos, procurando facilitar a aprendizagem de conteúdo, enquanto que o 'não estruturado' encorajaria a redescoberta desses princípios, buscando a relação entre experimentação e teoria.

Uma outra terminologia para a atividade laboratorial é encontrada em Cunha, Leão e Lima (2000) que denominam o primeiro de **'laboratório no modelo comportamentalista',** o qual "enfatiza os objetivos comportamentais do estudante, determinando o cumprimento de etapas de forma a garantir a obtenção de metas bem definidas, mediante um planejamento de estudos logicamente seqüenciado" (CUNHA, LEÃO e LIMA, 2000, p. 01).

Para esses autores, o segundo é denominado de **'laboratório no modelo cognitivista'**, cuja "ênfase é dada à pesquisa, à investigação, à resolução de problemas pelo próprio aluno, dando prioridade ao processo e não ao produto" (CUNHA, LEÃO e LIMA, 2000, p. 01).

Noto que a diferença entre os autores se faz somente na terminologia adotada, pois as características listadas tanto por Moreira e Levandowski (1983), quanto por Cunha, Leão e Lima (2000) são semelhantes.

Olhando para a literatura internacional, encontro o termo *cookbook*[2], que aparece em artigos tais como: *A Cure for Cookbook Laboratories* (LOCHHEAD e COLLURA, 1981), *Decookbook It!* (SHILAND, 1997) e A Recipe for *Uncookcooking Laboratory Investigations* (LEONARD, 1991). O laboratório *cookbook,* segundo Royuk (2002) é definido como

> procedimentos laboratoriais que seguem uma 'receita', dando instruções detalhadas que não refletem em questões integradas no procedimento experimental, 'campos em branco', tabelas e questões específicas que freqüentemente ocorrem após o exercício ser finalizado (p. 27).

Percebo que o laboratório *cookbook* se assemelha em características ao laboratório estruturado/comportamentalista, definido pelos autores anteriores. Acredito que as características das atividades laboratoriais expostas, tanto em Moreira e Levandowski (1983), quanto em Cunha, Leão e Lima (2000), são **extremistas**. Sobre o sentido em que uso o termo extremistas, vale esclarecer que: os primeiros autores reconhecem esse fato quando dizem que há um *continuum* entre esses extremos. A mesma medida é tomada pelos últimos autores, ao declarar que não é "possível delimitar, na prática, uma linha divisória exata entre essas tendências pedagógicas, isto é, [elas] não aparecem de uma forma pura, nem se excluem mutuamente" (p. 01). Sabendo da tonicidade de tais terminologias, adianto-me dizendo que as atividades propostas nesta pesquisa não estão enquadradas nesta ou naquela visão.

A seguir, aponto algumas características encontradas nas aulas de laboratório. É importante ressaltar que, em alguns momentos, tais recortes serão representações da concepção de laboratório estruturado.

Assim, é comum no laboratório de Física, o aluno trabalhar em experiências (atividades) que já são bem planejadas e esquematizadas, para que ele "conclua, o que já está concluído". Moreira e Levandowski (1983, p. 113) relatam "a rotina do ensino de laboratório: o aluno recebe um roteiro com algumas instruções e um conjunto de equipamentos, através dos quais deve chegar a um resultado pré-determinado". Na maioria dos casos, as experiências são roteiros que direcionam os passos dos alunos na atividade laboratorial, tornando-o um agente passivo no seu

[2] *Cookbook* pode ser entendido como "livro de receitas". Um estudo sobre os laboratórios utilizando *cookbook* pode ser encontrado em Royuk (2002).

processo de aprendizagem. Neste caso, o foco, segundo Cunha, Leão e Lima, (2000) é o controle das condições que asseguram a transmissão e a recepção de informações, sendo que ao estudante cabe responder a essas questões.

Características dessas atividades podem ser encontradas em Masson, Bernardini e Silva (1998)[3], em que há passagens, como: "medir as três arestas do corpo-de-prova" (p. 77); "utilizando a balança analítica determine a massa do corpo de prova, devidamente acompanhada de sua incerteza" (p. 79), entre outras. Sendo assim, este parágrafo poderia conter um grande número desses tipos de fragmentos que têm o intuito de "orientar" o aluno durante seu trabalho experimental. Esses aspectos vêm reforçar uma acepção de laboratório estruturado, enfatizando: equações, resultados, argumentação quantitativa, em que, na maioria dos casos, a maior interação ocorrida dá-se entre o aluno e os materiais utilizados.

Caracterizando ainda essa visão, o aluno e o professor procurarão seguir plenamente esse roteiro, o que contribuirá para que a aula corra dentro do previsto. Deste modo, o aluno fará perguntas pertinentes ao contexto e o professor terá um total domínio da aula, mesmo sendo ela laboratorial. A justificativa para esse cenário é que o docente, na maioria dos casos, domina muito bem os "roteiros de experiência", que raramente são alterados de ano para ano. Royuk (2002) acrescenta ainda que essas características são conhecidas pela maioria de cientistas e educadores nos dias de hoje, pois esse formato foi utilizado largamente durante a formação desses profissionais.

Ao apresentar as atividades laboratoriais no ensino de Física, acredito ser importante também retratar uma aula desse tipo. Diante disso, é o que faço na seção a seguir, procurando destacar que, mesmo sendo a aula laboratorial, emana algumas exigências para os alunos que a freqüentam.

2.3.1 – Retrato de uma aula laboratorial de Física

Focalizando o alvo da disciplina laboratorial, ou seja, a experiência, Vuolo[4] (2000) declara que atividades de laboratório têm o objetivo de "tornar o aluno apto a fazer julgamentos criteriosos sobre o conteúdo de informação num resultado

[3] As atividades propostas na obra Física Experimental I discorrem sobre o conteúdo de Mecânica.
[4] Apostila de Física experimental para os cursos de Física, Geofísica e Meteorologia da Universidade de São Paulo.

experimental" (p. 01). Assim, o autor enfatiza a Física como portadora da possibilidade de extrair e representar informações frente a um problema.

Em ambas as visões (laboratório estruturado e não estruturado), noto que a aula experimental está repleta de regras, normas, precauções, objetivos, critérios e metas, ou seja, pontilhada de exigências, de um modo geral. Esse panorama, presente tanto no formato laboratório estruturado, quanto no não estruturado, pode ser contra-producente em termos pedagógicos, em diversas situações, pois pode gerar no aluno o dever do cumprimento de tais exigências, fazendo com que somente execute as **experiências** ao longo do curso, sem o entendimento global da atividade.

Ao tratar das experiências, eu as nomeio como kernel, o coração, a essência, a parte mais importante da atividade laboratorial. Isso porque, sempre que os alunos se dirigem ao laboratório de Física, muito provavelmente irão executar uma experiência. Em linhas gerais, as experiências contidas em Vuolo (2000, 2000a), Cruz et al. (1997), Masson, Bernardini e Silva (1998) e Ramos (1984) consistem em fichas ou roteiros que informam ao aluno o objetivo da experiência, fornecem uma pequena introdução teórica e alguns modelos que relacionam as grandezas que serão estudadas na experiência (normalmente esse modelo é composto por uma fórmula, como por exemplo, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ para o pêndulo simples); situação experimental (material utilizado); experiência (esse tópico sintetiza a experiência, dizendo o que deve ser feito); procedimento experimental (são os procedimentos da experiência, por exemplo: medir com o cronômetro 10 oscilações do pêndulo) e análise dos dados (entre outras coisas, nesse item são elaborados gráficos dos resultados obtidos, como no exemplo: gráfico dos períodos de oscilação do pêndulo). Como fechamento da experiência, as fichas possuem questões para que o aluno possa aperfeiçoar seu conhecimento.

Em concordância, Cunha, Leão e Lima (2000, p. 02) descrevem que

> o texto utilizado [em tais experiências, consistia de] uma apostila com roteiros de procedimentos, [que] direcionava excessivamente o aluno para resultados previamente estipulados, inibindo, em parte, a sua iniciativa em relação ao processo de abordagem de um problema.

Constato, então, que esses roteiros sugerem características de laboratório estruturado.

Em contraste, Axt e Guimarães (1991) conferem ao ensino de laboratório um papel de conduzir o estudante no desenvolvimento de habilidades e técnicas, orientadas para a identificação do fenômeno observado. Para eles, os roteiros de experiências contêm apenas instruções básicas para o aluno prosseguir na atividade com o auxílio do professor, como os apresentados em Hennies, Guimarães, Roversi e Vargas (1991).

Nessa linha, Cunha, Leão e Lima (2000) propõem que o texto de orientação das aulas forneça apenas indicativos relacionados ao tema do bloco a ser estudado, indicando os tópicos específicos da matéria que os alunos deverão transformar em uma verificação prática. Os autores confiam em que, desta maneira, o material não terá característica de um "guia" de aulas práticas, pois o texto não se propõe a conduzir o aluno passo a passo na experimentação. Para eles, a meta é fazer com que os próprios alunos, em grupo, estruturem (por si) os passos da experiência (processo), partindo da hipótese do problema até atingir a análise final dos resultados.

Voltando à referência de Moreira e Levandowski (1983), verifico que tanto Axt e Guimarães (1991), quanto Cunha, Leão e Lima (2000) postulam a acepção de laboratório não estruturado. Percebo, de um modo geral, que o papel do professor, no desenrolar da experiência, toma forma de apresentar aos alunos um volume (maior ou menor) de informação estruturada, objetivando o aprendizado do estudante. Contudo, creio que o docente deve intensificar a investigação do aluno nos fenômenos físicos durante as experiências, utilizando os equipamentos disponíveis, dando oportunidade aos alunos de realizarem conjecturas e verificá-las na prática.

Conforme Valadares (2002?), são os alunos que, mais ou menos guiados pelo professor, encontrarão as respostas às questões vindas do fenômeno e, deste modo, construirão novos conhecimentos.

Como conseqüência de uma experiência realizada em um laboratório de Física, tem-se o relatório, sendo esse quase uma exigência. Vuolo (2000) aponta os objetivos do relatório que, segundo ele, ajuda o aluno a escrever, organizar e expressar as idéias e resultados, compreender e expressar um fato. Cunha, Leão e Lima (2000), também destacam a importância do relatório final referente a cada

assunto, cujo texto de orientação das aulas (roteiro) fornece uma metodologia para esta confecção, indicando os tópicos a serem desenvolvidos, de forma a orientar o aluno nesse processo. Ambos os trabalhos sustentam argumentos que assim o estudante tem a oportunidade de lidar com a linguagem técnica e de desenvolver a capacidade de comunicação escrita.

Complementando, Turtelli (2000) declara que os relatórios são fundamentais no processo de aprendizagem de Física, pois eles são a divulgação dos resultados obtidos durante uma experiência. Esse relatório, segundo Vuolo (2000), deve ser organizado da seguinte maneira: resumo do trabalho; introdução ao assunto; descrição experimental; resultados de medições; cálculos e conclusões; discussão final e referências bibliográficas.

Em síntese, tanto na visão de laboratório estruturado quanto na de laboratório não estruturado, há uma convergência nas diretrizes para a confecção de relatórios, os quais podem ser feitos individualmente ou em grupo, e uma preocupação em passar para o aluno a sua importância. Essa convergência se justifica, uma vez que, na maioria das aulas laboratoriais, a avaliação do aluno é feita através de uma prova final, da análise dos relatórios entregues ao longo do período e da sua participação durante as aulas.

Apresentadas as características das atividades experimentais no ensino de Física, passo à seção seguinte, na qual procuro condensar as atividades experimentais no ensino de Matemática.

2.4 – As atividades *experimentais* no ensino de Matemática

Quando observo as atividades experimentais em Matemática, penso também em um laboratório. Tratarei primeiramente da especificação de laboratório sem tecnologia informática, pois esse tipo de ambiente, quando disponível, é o mais comum nos cursos de Licenciatura em Matemática nas Instituições de Ensino Superior. Posteriormente, tratarei de outras investigações que, sob o meu ponto de vista, também constituem-se em atividades experimentais no ensino de Matemática.

Porém, esse laboratório é basicamente constituído por tecnologias informáticas, tais como softwares e calculadoras gráficas.

Perez (1993) retrata que um laboratório de Matemática ou de Ensino da Matemática ou, ainda, na atualidade denominado como Laboratório de Educação Matemática é um ambiente (local), no qual os alunos realizam experiências com materiais didáticos. Esses materiais didáticos são diversos, podendo ser artefatos manipuláveis, como, por exemplo: caleidoscópios, sólidos e poliedros; jogos adquiridos ou construídos pelos alunos e/ou professor ou ainda produtos construídos com sucatas, materiais descartáveis, madeira, entre outros. Em algumas instituições, esse ambiente pode ser uma sala de aula caracterizada por laboratório, ou ainda a própria sala de aula tradicional acrescida de alguns materiais.

Turrioni (2003, p.01) ressalta a necessidade do laboratório nos cursos de Licenciatura em Matemática, enfatizando que este ambiente "deve criar oportunidades para a realização de experiências reais para a integração entre teoria e prática". A autora propõe que o Laboratório de Educação Matemática seja entendido como um ambiente no qual os alunos criam situações (problemas), elaboram hipóteses e analisam seus resultados. Segundo ela, o objetivo central desse laboratório seria o desenvolvimento de atitudes investigativas, nas quais os estudantes estariam aptos a aprender e a cooperar, estimulando o trabalho em equipe.

Definido o que vem a ser um laboratório em Matemática, a seguir apresento mais especificamente esses laboratórios, incluindo ou não a tecnologia informática.

2.4.1 – Retrato de uma aula laboratorial de Matemática

Retratando o laboratório sem tecnologia informática, vejo que este deverá facilitar a utilização dos materiais didáticos característicos da Matemática, como: compasso, esquadro, transferidor, sólidos geométricos, ábaco, tangram[5], material dourado[6] entre outros. Além e integrar a utilização de outros tipos de materiais,

[5] Trata-se de um quebra-cabeça milenar, de origem chinesa, que foi introduzido no ocidente por volta da metade do século XIX.
[6] Material confeccionado em madeira, composto por: cubos, placas, barras e cubinhos. Destina-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar as operações fundamentais, ou seja, os algoritmos da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão.

como por exemplo: barbante, fita crepe, palitos, sucatas, com o objetivo de os estudantes construírem materiais experimentais com os quais possa ser possível trabalhar conceitos matemáticos.

Aplicam-se também às atividades de laboratório em Matemática o desenvolvimento de pesquisas com os estudantes, utilizando leituras, entrevistas, recortes de jornais, objetivando aplicações práticas de conceitos matemáticos.

Todavia, nem todo material didático presente nesse tipo de laboratório necessita de uma construção complexa ou ainda de um investimento monetário alto. Como ilustra Miyasaki (2003), canudinhos de refrigerante podem ser utilizados na construção de estruturas geométricas como poliedros, conforme figura 02. Outras atividades podem ser desenvolvidas no ensino de Geometria, como, por exemplo, o uso de dobraduras para fixação de conceitos de simetria, ângulo, mediatriz, diagonal, dentre outras.

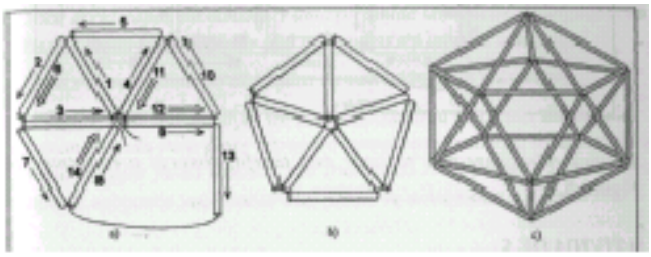


Figura 02: Poliedros construídos com canudos exemplificando um material de laboratório em Matemática.

É possível que essas aulas contemplem o manuseio de outros tipos de materiais, tais como, geoplanos, que podem ou não ser construídos pelos alunos e ainda jogos diversos destinados a diversos conteúdos matemáticos. Nessas aulas laboratoriais, muitas vezes os alunos são organizados em grupos, com o professor percorrendo a classe, fazendo intervenções e orientações às investigações dos estudantes.

Entretanto, Miyasaki (2003) ressalta que a utilização de atividades de laboratório é uma tarefa complexa e ampla para o professor de Matemática, exigindo um grande empenho deste em pesquisar e adaptar materiais para os conteúdos matemáticos com os quais deseja trabalhar.

Como visto no título desta seção, chamei a atenção do leitor para o termo ***experimentais***. Esta marcação vem frisar que as atividades experimentais ocorrem no ensino de Matemática (como exemplificado acima), porém estas são diferentes

das atividades experimentais no ensino de Física. Nesta última, as atividades experimentais estão concentradas em uma disciplina distinta, com avaliações a que todos os alunos devem se submeter.

Em outras palavras, no ensino de Física, essas atividades já estão institucionalizadas, visto que a utilização do laboratório é uma prática obrigatória nesta disciplina. Todavia, as atividades experimentais em Matemática, muitas vezes, são fruto de pesquisas como as apresentadas acima, pois são atividades feitas, em sua maioria, no decorrer de uma aula, durante a explicação de um determinado conteúdo matemático ou, então, realizadas nas aulas de prática de ensino e/ou estágio supervisionado.

Com isso, muitas vezes, as atividades experimentais em Matemática estão a cargo do professor que leciona determinada disciplina. Assim, há professores que não se utilizam de materiais, ou deste tipo de abordagem em suas aulas, por diversas razões, dentre elas: não se sentir confortável com as atividades práticas; a escola não providenciar a compra de um determinado material e não fornecer condições para confecção deste, fazendo com que o professor tenha que investir recursos próprios para viabilizar a realização da atividade junto aos alunos.

Dessa forma, creio que esta dissertação venha a contribuir para a discussão de atividades experimentais (práticas) na disciplina de Matemática, propondo atividades com características investigativas, envolvendo a Matemática e a Física.

Para retratar as atividades experimentais com o uso de tecnologias informáticas, baseio-me em algumas atividades, muitas vezes objetos de pesquisas, feitas pelo GPIMEM[7] em Matemática, sendo algumas delas em Cálculo. Ressalto que esse grupo de pesquisa, do qual participo, tem desenvolvido investigações em diversas frentes, dentre elas a aprendizagem com o uso de novas tecnologias e a elaboração de atividades didático-pedagógicas que incorporem o uso das citadas tecnologias em sala de aula. Segundo Borba e Penteado (2002)

> o GPIMEM tem desenvolvido uma série de estudos que envolvem o conceito de funções e outros associados a ele, como a derivada taxa de variação integral. Essas pesquisas são desenvolvidas tanto em sala de aula, como em laboratórios, onde 'experimentos' de ensino são realizados. (p. 242)

[7] GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Home Page: www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html.

Um desses estudos é apresentado por Benedetti (2003, 2003a) que trabalhou em atividades envolvendo o uso de um software gráfico (*Graphmatica*[8]) na coordenação das representações múltiplas do conceito de funções. Seu estudo foi realizado com pares de estudantes da primeira série do Ensino Médio, em que tais estudantes trabalharam conceitos de famílias de funções, para eles conhecidas ou não. O autor destaca a importância do uso de software gráfico no ensino de Matemática e dá uma ênfase especial à possibilidade de se trabalhar com softwares gratuitos, devido à sua acessibilidade.

Também trabalhando com software gratuito, as atividades desenvolvidas por Allevato (2003), se concentram no ensino da Matemática num curso superior de Administração de Empresas, através de resolução de problemas usando computadores. Com o emprego do software *Winplot*[9] a autora busca compreender o processo de ensino, aprendizagem e avaliação, quando é dada aos alunos a oportunidade de aprender Matemática, através da resolução de problemas.

Soma-se aos trabalhos apresentados anteriormente, as investigações de Borba (1993, 1995), nas quais foram possíveis trabalhar as representações múltiplas de funções quadráticas, modulares entre outras. Para isso foi utilizado o software *Function Probe* objetivando compreender as transformações dessas funções, feitas por estudantes norte-americanos na idade equivalente ao Ensino Médio. As transformações de funções são entendidas como manipulações algébricas, gráficas e tabulares.

Já no Ensino Superior, as atividades desenvolvidas por Villarreal (1999) buscam compreensões sobre os processos do pensamento matemático dos estudantes de Cálculo Diferencial e Integral ao trabalhar num ambiente computacional, utilizando o software *Derive*, envolvendo questões relacionadas ao conceito de derivada.

Similarmente ao *Derive*, o software *Maple* também é um sistema de computação algébrica (CAS). Assim, ambos possuem a capacidade de desenvolver cálculos simbólicos, além de resolver cálculos numéricos. Utilizando o software *Maple*, Olímpio-Júnior (2003) destaca atividades que viabilizem o trabalho de

[8] Software gráfico que disponibiliza simultaneamente gráfico, tabela e expressão analítica de uma função de uma variável. Maiores informações podem ser obtidas em: http://www8.pair.com/ksoft/. Acesso em 15/12/2003.

[9] O Winplot é um software gráfico gratuito, sendo amplamente utilizado para o estudo de funções, derivadas, integrais e outros temas matemáticos. Esse software está disponível em: http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html. Acesso em: 13/05/2003.

conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, tais como: função, limite, continuidade e diferenciabilidade, centralizando-se nas concepções dos estudantes manifestadas sob a forma escrita.

Paralelamente às atividades anteriores, que utilizaram *softwares* matemáticos, Souza (1996) apresenta um trabalho com alunos de 8ª série, envolvendo o conteúdo de funções quadráticas utilizando calculadoras gráficas. Ela desenvolveu uma proposta didático-pedagógica para esse conteúdo, apresentando funções distintas das tradicionalmente estudadas nesta série. As atividades propostas por Souza (1996) são caracterizadas pelo uso das mídias calculadora gráfica e lápis-e-papel, buscando trabalhar com os estudantes as representações múltiplas.

Borba, Meneghetti e Hermini (1997, p. 63) afirmando que a modelagem "pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor", descrevem um trabalho feito por alunas do curso de Ciências Biológicas, utilizando calculadoras gráficas. Os autores afirmam que

> o uso das calculadoras no enfoque calculadora-experimental possibilitou, entre outras coisas, que, durante os trabalhos de modelagem, grupos de alunos [...] fizessem uso da mesma sem serem explicitamente solicitados (p. 68).

Esse fato evidenciado pelos autores denota a calculadora gráfica sendo utilizada pelos estudantes de maneira natural. Para um melhor entendimento, faço uma associação com a utilização do lápis-e-papel, mídia cujo uso, para nós, já se tornou transparente. Com isso, Borba e Penteado (2001) afirmam que a modelagem matemática vista com um enfoque-pedagógico pode ser beneficiada pelo uso das tecnologias informáticas.

Ainda no Ensino Superior, Sestokas-Filho e Bonafini (2002a) apresentam um trabalho realizado em sala de aula utilizando calculadora gráfica, envolvendo Séries Infinitas, tais como a Série de Taylor, as Funções de Bessel e a Série de Fourier. Neste artigo, juntamente com o uso da calculadora, são tratadas também as funções especiais, como a Integral de Fresnel e a Função Erro. Os autores relatam que, com o uso de calculadoras gráficas, é possível introduzir nas aulas tópicos e aplicações da matemática avançada, de uma maneira que não seria possível somente com o

uso do lápis-e-papel. Com a inserção desta nova mídia, a calculadora gráfica, abre-se um espaço privilegiando a visualização.

Nesta pesquisa, adoto a postura de Borba e Penteado (2002), os quais afirmam que os *softwares* matemáticos ou calculadoras gráficas fazem ajustes de curvas, permitindo que os estudantes discutam sobre qual tipo de ajuste eles irão realizar, ao invés de fazer as contas para obter tal ajuste. Nesse sentido, segundo os autores, a informática permite que mais facilmente sejam utilizadas práticas ligadas a laboratórios que invertem a seqüência tradicional teoria-exemplo-exercícios, para uma em que conjecturas são desenvolvidas e comparadas por diversos grupos e, através da coordenação do professor, são socializadas.

Além da possibilidade de exploração de vários conceitos matemáticos com o uso das calculadoras gráficas e softwares gráficos, Borba e Penteado (2001) enfatizam a **experimentação** como um ponto alto dessas mídias. Segundo esses autores, "o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e as facilidades de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas". (p. 43). Deste modo, acredito que essas mídias podem desempenhar um papel importante no processo de construção de idéias matemáticas, agindo não somente como um instrumento auxiliar nas atividades experimentais no ensino de laboratório.

As atividades com o uso de tecnologias informáticas descritas acima foram, basicamente, objeto de pesquisas de seus autores. Todavia, muitas delas se assemelham à prática de sala de aula, em que o professor faz uso do laboratório de informática, transformando-o em um laboratório de ensino de Matemática, ou ainda quando o professor (muitos dos quais pesquisadores), faz uso da calculadora gráfica, associando-a à modelagem, propondo uma nova estrutura curricular, ou simplesmente adotando-a em sala de aula.

Meu intuito, com esses exemplos, foi poder evidenciar a existência das atividades experimentais no ensino de Matemática com o uso de tecnologias informáticas.

2.5 – Um novo olhar para atividades em laboratórios

Neste momento, teço algumas considerações sobre a Matemática e a Física, abrangendo atividades experimentais em ambas disciplinas. Com isso, nesta última seção, busco uma integração da Matemática com a Física, utilizando tecnologias informáticas, pontuando, finalmente, o objetivo desta investigação no cenário desenhado ao longo do capítulo.

Quanto à Física, retomo aqui a discussão apresentada por Moreira e Levandowski (1983), Cunha, Leão e Lima (2000), pontuando que ambas as abordagens (laboratório estruturado e não estruturado) possuem características extremistas. Assim sendo, as atividades experimentais propostas nesta pesquisa se posicionam numa visão intermediária desse espectro, podendo, em alguns momentos, oscilar entre esses extremos. Por exemplo, o leitor, ao ler as fichas de trabalho, poderá dizer que as atividades desenvolvidas se assemelham ao laboratório estruturado. Outrossim, esse mesmo leitor, ao ler os episódios vividos pelos estudantes, poderá se deparar com características do laboratório não estruturado. Esse tipo de característica reforça que realmente há um *continuum* entre esses dois extremos.

Relembro que, **num extremo,** o aluno passa pela situação de seguir um roteiro experimental e comprovar alguns fenômenos na prática, seara em que, muitas vezes, o próprio aluno não se dá conta do que está realmente fazendo. Ele é cobrado pelo preenchimento de "formulários" e assim se comporta preenchendo os roteiros de tais ensaios. Nota-se, então, que esse procedimento parece não ser apropriado para o ensino de laboratório voltado para a descoberta (aluno com a liberdade de escolha).

Num outro extremo, surgem dificuldades, uma vez que os alunos nem sempre cumprem integralmente todas as ações do laboratório não estruturado, acabando por prejudicar o andamento das atividades. Neste âmbito, muitas vezes os alunos têm dificuldades em administrar o seu tempo durante a atividade. Cunha, Leão e Lima (2000) relatam que há grupos de alunos que nem sempre se empenham na preparação prévia do trabalho, comprometendo o desenvolvimento

da atividade. No entanto, a maioria dos estudantes demonstra interesse nas tarefas laboratoriais.

Entretanto, ambos os enfoques podem ser sugeridos em determinadas situações em sala de aula, como, por exemplo, quando a abordagem laboratorial de um curso se destina a ilustrar e a facilitar a aquisição de conteúdo. Podem também ser válidos, quando se tem insuficiência de equipamentos, um número grande de alunos por sala e falta de auxiliares para o professor.

Saliento, através da observação feita, que essas abordagens funcionam muito bem na **Física pela própria Física**. Essa expressão significa que pouco se estimula a integração das aulas de Matemática com as de Física, utilizando os laboratórios. Em contraste com este cenário, Sestokas Filho e Bonafini (2001, 2002) sugerem que o professor deve procurar integrar a Matemática com outras disciplinas, apropriando-se das linguagens e ferramentas de sua época. Deste modo, as aulas laboratoriais podem ser um campo propício a essa integração.

A literatura sugere, no ensino de Matemática, além das atividades com materiais manipuláveis, uma integração de conteúdos matemáticos com a tecnologia informática (softwares e calculadoras gráficas). Entretanto, os trabalhos apresentados não objetivavam uma "ponte" com os conceitos físicos. Desta forma, apresento pesquisas, no campo da Educação Matemática, que buscaram essa integração entre a Física, a Matemática e as tecnologias informáticas. Essa integração é apresentada nos trabalhos de Scheffer (2001, 2003), Borba e Scheffer (2001, 2003) que procuraram, no Ensino Fundamental, integrar ambas disciplinas com o uso da calculadora gráfica e um sensor de movimento (CBR).

Diante da necessidade de pesquisas envolvendo essa **tríade: Física, Matemática e Tecnologias Informáticas**, proponho, neste trabalho, atividades experimentais, aliadas a tecnologias, as quais procurarão desenvolver o uso da argumentação nos alunos de um curso superior, buscando questões como "o que acontecerá se...", dando a oportunidade ao estudante de experimentar, fato que o ajudará a reconhecer e a analisar um argumento, buscando reconhecer nele os conhecimentos matemáticos e físicos dos alunos, ao mesmo tempo em que valoriza os processos de criação desses conhecimentos e não somente o resultado final de algoritmos ou roteiros de experiências.

Schaeffer e Richter (2000) ainda afirmam que muitos problemas podem ser entendidos mais facilmente se forem acompanhados de exemplos práticos. Deve-se

oferecer aos estudantes a possibilidade de fazer seu próprio exemplo prático e experimental, pois os comportamentos físicos podem ser mais bem entendidos se a explicação e a formulação matemática forem acompanhadas de experiências pessoais.

Assim, creio que as atividades experimentais, contidas nesta dissertação, possibilitarão a integração e a aplicação da Matemática em outros campos de conhecimento, neste caso a Física, instigando idéias e propondo aplicações práticas para que o aluno possa trabalhar com problemas reais. Devido à portabilidade dos instrumentos, abre-se, então, a possibilidade de serem estas atividades realizadas em um laboratório (ambiente), conforme a definição de Krasilchik (1987) e/ou em uma sala de aula convencional como se apresentam as atividades experimentais no campo da Matemática.

Acreditando que a integração da Matemática e da Física seja facilitada no desenvolvimento destas atividades com o uso de tecnologias portáteis, nesta pesquisa, as atividades experimentais serão realizadas num ambiente comum (local) em virtude da portabilidade destes **instrumentos** que irão compor o laboratório. Tais instrumentos integrarão os materiais de laboratório para o desenvolvimento das atividades. No capítulo seguinte são expostos, de um modo geral, os instrumentos portáteis que podem compor uma experiência laboratorial, explicitando quais instrumentos tecnológicos serão utilizados nesta pesquisa.

Embora a aprendizagem em Física e Matemática seja um assunto que suscita pesquisas e que, conseqüentemente, desperta interesse nos pesquisadores, é importante destacar que, nas atividades desenvolvidas nesta dissertação, estarei focalizando meu olhar em como os alunos interagem com as tecnologias e lidam com a Matemática e a Física que ali se apresentam. Desta forma, esta investigação procura contribuir para amenizar a crítica apresentada na epígrafe deste capítulo, propondo uma alternativa para que os alunos trabalhem com dados reais, por eles produzidos com o uso de tecnologia. Espera-se, também, que esta investigação possa contribuir significativamente para o ramo de pesquisa no ensino de laboratório.

"Calculadoras têm rapidamente se co-desenvolvido com os avanços dos computadores e da micro-tecnologia" (CASEY, 2001, p. 03).

3.1 – Introdução

Este capítulo apresenta os instrumentos: calculadora gráfica, CBR, CBL e MBL, os quais receberão, no próximo capítulo, a nomenclatura de Tecnologia Portátil.

Inicialmente, é apresentada a calculadora gráfica. Posteriormente, são expostos os dispositivos de coleta de dados: o CBR e o CBL. Por fim, são apresentados os sistemas MBL e CBL, sendo que este último será empregado nas atividades desenvolvidas no capítulo 06.

3.2 – As Calculadoras Gráficas

Segundo Casey (2001), as calculadoras vêm sendo empregadas no ensino após 1970. Desde então, têm-se tornado cada vez mais sofisticadas, em termos tecnológicos. Sua evolução deu-se a partir de calculadoras elementares, que permitiam ao usuário fazer cálculos aritméticos simples.

Após isso, surgiram as calculadoras científicas, as quais já permitiam realizar operações antes trabalhosas como, por exemplo, os logaritmos. A calculadora científica engloba as funções mais utilizadas, tais como: as funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente), estatística de uma variável, conversão decimal-Hora-Minuto-Segundo, conversões angulares, dentre outras. "No Ensino Fundamental e Médio, calculadoras científicas têm sido utilizadas apoiando alguns dos principais temas [conteúdos] estudados em Matemática" (BAUGHAN, 1998, p. 04).

Além das características acima descritas, as calculadoras científicas possuem uma capacidade maior de *display* e ainda lhe são adicionadas características especiais, como as teclas para cálculo de potência (y^n) e raiz ($\sqrt[n]{x}$), teclas para o

cálculo do logaritmo e exponencial, tecla para a obtenção do inverso de um número (1/x), entre outras.

No decorrer dos anos 80, a capacidade de representação gráfica foi incorporada em pequenas calculadoras portáteis, sendo-lhes atribuída a denominação de calculadoras gráficas[1] (figura 03 a, b). A partir de 1990, essas calculadoras começaram a ser utilizadas no ensino (CASEY, 2001).

As calculadoras gráficas, diferentemente das científicas, possuem, além de inúmeras funções adicionais, a propriedade de confeccionar diversos tipos de gráficos partindo de funções ou tabelas de dados inseridos pelo usuário. Segundo Borba (1999a), essa possibilidade que as calculadoras gráficas possuem de "remeter um conjunto de pontos para a janela gráfica", ou, então, de "enviar pontos selecionados de um gráfico para as tabelas" (p. 18), faz abrir uma importante trilha para a investigação matemática em sala de aula.

Figura 03: a) Calculadora Gráfica [HP-48GX] ; b) Calculadora Gráfica [TI-83]

A partir de 1995, uma nova geração de calculadoras chega ao mercado, as calculadoras (CAS) Computer Algebra Systems. Elas possuem a capacidade de desenvolver cálculos simbólicos, além de resolver cálculos numéricos como as calculadoras gráficas, em Álgebra e Cálculo (BAUGHAN, 1998?).

Todas essas calculadoras são instrumentos portáteis que podem dar ao aluno a possibilidade de recolher, trabalhar e trocar dados com professores e colegas dentro e fora da sala de aula, não só nas atividades de Matemática, mas também em aulas de Física, Química, Biologia e disciplinas afins de cada currículo.

Projetadas para os mais variados usos, tais calculadoras, segundo Casey (2001), servem para uma dupla proposta. Primeiramente, elas podem ser usadas de maneira isolada, trabalhando com várias linhas de símbolos matemáticos, funções e

[1] Nesta pesquisa, será utilizada uma calculadora gráfica TI-83 da Texas Instruments, ilustrada na figura 03b.

informações gráficas. Adicionalmente, elas podem ser conectadas a um dispositivo de coleta de dados, designando um sistema CBL. Tais dispositivos serão apresentados na seção seguinte.

3.3 – O CBR

O CBR[2] (Calculator Based Ranger – figura 04) é um detector sônico, geralmente utilizado para estudo das leis de movimento (medição de distâncias) e suas análises posteriores, como velocidade e aceleração.

Segundo Oldknow e Taylor (2000, p. 09), o

> detector de movimento [CBR] emite sinais ultra-sônicos que são refletidos pelo objeto mais próximo a ele. Através do tempo entre o envio e recebimento do sinal, o detector pode calcular a distância até esse objeto [anteparo].

O CBR é um instrumento manual, alimentado por pilhas, que foi desenvolvido para facilitar o registro de dados de movimentos (ALBRECHT e FIREDRAKE, 2000). Esses autores afirmam que "o CBR é uma ferramenta excelente para aprender e ensinar Física, assim como para explorar conceitos matemáticos durante o ensino fundamental e médio" (p. 30).

Figura 04: CBR – Calculator Based Ranger

Com esse equipamento conectado a uma **calculadora gráfica**, pode-se explorar conceitos matemáticos e físicos, tais como: o movimento – distância, velocidade, aceleração; gráfico – eixos de coordenadas, inclinações, intersecções;

[2] Dispositivo de coleta de dados (sensor) fabricado pela Texas Instruments.

funções – linear, quadrática, exponencial, senoidal; cálculo – derivadas, integrais e ainda, análise estatística dos dados.

3.4 – O CBL

O CBL[3] (Calculator Based Laboratory – figura 05) também é um dispositivo utilizado para a coleta de dados. É um aparelho portátil que funciona com pilhas e, por possuir memória e um microprocessador próprio, é possível utilizá-lo como um dispositivo **autônomo** na medição de grandezas.

Figura 05: CBL – Calculator Based Laboratory

Por ter dimensões compactas, ele pode ser usado em qualquer ambiente, em atividades de Matemática e Ciências, de um modo geral. Juntamente com o CBL, são fornecidos três sensores: de intensidade de luz (figura 06), de temperatura (figura 07) e de tensão (figura 08).

Figura 06: Sensor de Intensidade de Luz (*Light Probe*)

[3] Nesta pesquisa, será utilizado o dispositivo de coleta de dados (CBL) fabricado pela Texas Instruments, ilustrado na figura 05.

Figura 07: Sensor de Temperatura (*Temperature Probe*)

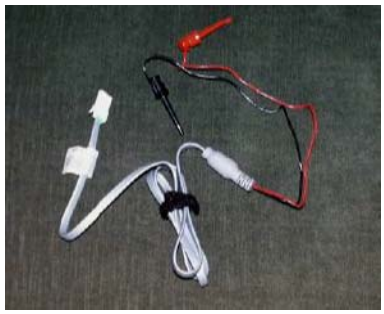


Figura 08: Sensor de Tensão (*Voltage Probe*)

Existem, porém, muitos outros sensores (ponta de prova, sondas eletrônicas) fabricados tanto pela Texas Instruments quanto pela Vernier Software, dentre eles: detector de movimento, pH, pressão, campos magnéticos, condutividade, calor, turbidez, força, aceleração, batimentos cardíacos e muitos outros.

É importante elucidar que somente os sensores acima não são capazes de efetivar um experimento. Para isso, são necessários dispositivos que coletem os dados que, na literatura, denominam-se CBR e CBL.

3.5 – O sistema MBL

O que caracteriza um sistema MBL (Microcomputer Based Laboratory) é a visualização e armazenamento dos dados coletados feitos por um microcomputador. A partir dessa conceituação, tem-se um sistema MBL comercial, em sua configuração mais comum, ilustrado na figura 09.

Figura 09: Sistema MBL

Para que os dados sejam visualizados faz-se necessária a utilização de um programa de computador que indica ao sensor o procedimento a adotar e, desse modo, os dados obtidos são armazenados no computador e podem, posteriormente ou em tempo real, ser utilizados para análises, tais como a construção de gráficos. Para processar e obter os gráficos dos dados, podem ser usados softwares especialmente desenvolvidos para MBLs ou as ferramentas de planilha do *Microsoft Works ou Microsoft Office.*

3.6 – O sistema CBL

Se for utilizada uma calculadora gráfica para a visualização e armazenamento dos dados coletados, caracteriza-se, então, um sistema CBR e CBL.

Ao longo dos próximos capítulos, o sistema composto de calculadora gráfica e CBL (figura 10) será chamado somente de **sistema CBL**. Bom lembrar que, nesse sistema, a calculadora gráfica tem três funções, a saber: a operação de programas que controlam o CBL, o armazenamento dos dados para manipulação e a apresentação de gráficos desses dados.

O sistema CBL transforma uma calculadora gráfica num míni-sistema de laboratório (WETZEL, 2001). O sistema composto de microcomputador e CBL, por sua vez, será chamado de **sistema MBL**.

Figura 10: Sistema CBL

Segundo Borba (1999a), esses equipamentos devem permitir uma maior aproximação entre as Ciências e a Matemática, em situações de ensino e aprendizagem. Em ambos os casos, o aparelho CBL (equipado com o devidos sensores) faz a coleta de dados que pode ser visualizada tanto no microcomputador como na calculadora.

Vantagens do sistema MBL em relação ao sistema CBL podem ser resumidas nestas: o processamento rápido de dados, as diferenças de memória entre o microcomputador e a calculadora e, ainda, a resolução da tela gráfica do computador para a análise desses dados. Em contrapartida, destaco o sistema CBL como favorável, levando-se em conta a sua portabilidade, além do baixo custo quando comparado ao custo de um microcomputador para a visualização dos dados coletados. De posse dessa premissa, na presente pesquisa, será utilizado o sistema CBL, como ilustrado na figura 10.

Neste capítulo, apresentei itens técnicos referentes à calculadora gráfica, os sistemas de aquisição de dados CBR e CBL, bem como os sensores utilizados por este último. Tais detalhamentos são importantes, não apenas para a familiarização do leitor com as tecnologias empregadas nesta pesquisa, mas também para a análise de como as mesmas se constituirão em protagonistas de atividades de experimentação, as quais serão posteriormente detalhadas.

Procurando estudar o que já foi desenvolvido em atividades educacionais com tais tecnologias, em especial no campo da Educação Matemática, analiso, no próximo capítulo, trabalhos que envolveram na sua elaboração os instrumentos aqui apresentados.

"As calculadoras gráficas e os sistemas [MBLs e CBLs] oferecem aos alunos o potencial de tornar a Matemática e suas aplicações acessíveis de uma maneira que antigamente era impossível" (CASEY, 2001, p. 10).

4.1 – Introdução

No capítulo 02, apresentei a problemática da pesquisa envolvendo atividades experimentais no ensino de Física e Matemática. Mais especificamente no ensino de Matemática, destaquei os laboratórios com e sem tecnologia informática. Já no capítulo 03, apresentei as possíveis tecnologias informáticas, vale dizer, os instrumentos, que podem ser utilizados nas atividades experimentais visando à integração destas duas disciplinas.

Neste capítulo, primeiramente, apresento as teorias de Tikhomirov (1981), que dizem respeito às maneiras como o computador afeta a atividade intelectual humana. O computador aqui está simbolizando as tecnologias informáticas apresentadas no capítulo anterior, e que, neste, receberão a nomenclatura de tecnologias portáteis. Dentre as teorias apresentadas, o objetivo desta seção é destacar o referencial teórico que será adotado ao longo desta investigação.

Isso feito, apresento pesquisas contidas na literatura, que utilizaram tais tecnologias, como as calculadoras gráficas em sala de aula, o MBL/CBR para o estudo do movimento, e por fim, a utilização do CBL. Em linhas gerais, essas pesquisas relacionam-se com o ensino de diversas disciplinas, dentre elas a Física e a Matemática.

Meu intuito, nesta revisão de literatura, é de apresentar ao leitor pesquisas que envolveram o uso destas tecnologias e, com isso, destacar esta dissertação na literatura apresentada.

4.2 – A Reorganização do Pensamento

Nesta seção, são exibidas as idéias de Tikhomirov (1981), que propôs três teorias para discutir se o computador afeta a atividade intelectual humana. A tônica principal desse autor está no uso do computador em suas teorias, no entanto, procuro ampliar essa idéia para qualquer instrumento informático, que, nesta pesquisa, são as calculadoras gráficas e o CBL ou, ainda, o sistema CBL. Porém continuarei, particularmente nesta seção, a utilizar a palavra computador para manter a nomenclatura do autor.

A primeira teoria considerada é a da **substituição**. Nela, o computador substituiria o ser humano no âmbito intelectual. Mais precisamente, a memória humana e a capacidade de resolver problemas seriam substituídas pelo computador. Assim, os humanos designariam atividades ao computador toda vez que se sentissem incapazes de realizar tais tarefas. Neste caso, Tikhomirov (1981) analisa a argumentação corrente de que o computador é capaz de chegar aos mesmos resultados que o ser humano na resolução de certos tipos de problemas.

Ele rejeita fortemente esta teoria, argumentando que os processos utilizados pelo primeiro, na busca da solução de um problema, não são os mesmos processos usados pelo segundo para a mesma tarefa. Sendo assim, essa teoria não expressa a relação entre o trabalho do computador e o pensamento humano.

Um exemplo pode ser visto no ensino de diversas disciplinas, à medida que alguns professores insistem em dizer que seus alunos ficarão dependentes do uso de calculadoras e perderão capacidades e conhecimentos, se esta for utilizada de forma contínua. Na visão da substituição, outros questionamentos surgem, tal como relatado em Borba (1999a, p. 17), quando afirma que nesta visão "os alunos deixarão de saber se passarem a usar as novas tecnologias com freqüência".

O segundo ponto de vista, denominado teoria da **suplementação**, sugere que o computador complementa o ser humano, ou seja, o primeiro resolve problemas que são de difícil solução para o segundo. Borba (1999) esclarece que, segundo esta teoria, algumas partes do processo são realizadas pelo ser humano, enquanto outras são realizadas pelo computador. A união dessas partes equivale ao resultado final que, anteriormente, era realizado somente pelo ser humano.

Nesta visão, há uma justaposição entre o computador e o ser humano. O computador vem suplementar o pensamento humano no processamento de informações, aumentando assim a velocidade e o volume deste processo, permitindo ao ser humano processar informações, cada vez mais rápido e, talvez, com mais precisão. Noto que nesta visão há somente um aumento quantitativo da atividade humana, não se considerando os aspectos qualitativos do pensamento, tais como a busca de possíveis soluções de um determinado problema. Novamente há uma separação entre técnica e ser humano, a qual permite a divisão de tarefas, não havendo interação entre o computador e o pensamento humano.

Um exemplo desta teoria é apresentado por Borba e Villarreal (1999, p. 118) que advertem que:

> se alguém vê o computador apenas como um suplemento, ele pode estar inclinado a programar tarefas que são similares àquelas designadas para resolver problemas sem computadores, restringindo o uso de computadores (ou computadores portáteis como as calculadoras gráficas) à verificação de resultados ou ilustração de um dado tópico.

Assim, Tikhomirov (1981) argumenta que as duas teorias anteriores, a da substituição e a da suplementação, fracassam em suas validades, pois não consideram o papel essencial da mediação numa atividade humana. Para o autor, não se trata apenas de considerar o computador substituindo processos mentais, ou então permitir um aumento puramente quantitativo nos processos psicológicos já existentes. O foco deve ser a visão do computador como uma tecnologia que pode **mediar**[1] a atividade humana.

Tikhomirov (1981) sustenta, então, que o computador não apenas expande a capacidade da atividade existente, mas atuando como mediador, faz também emergir um novo estágio de pensamento. Esta visão caracteriza sua terceira teoria, que é a da **reorganização**, em que o computador é visto como uma tecnologia mediando as atividades humanas. Esse caráter mediador, originado pela teoria Vygotskiniana, produz uma reorganização dos processos de criação, armazenamento de informação e nas relações humanas, condicionando, a produção de conhecimento construído pelos seres humanos.

[1] Mediar nesta pesquisa é entendido como permear, perpassar, interferir e intervir.

Nesse sentido, não assumo as tecnologias apenas como meios neutros, visto que a produção de conhecimento é permeada por elas. Desta forma, acredito que novas possibilidades de integração da Matemática com a Física possam ser criadas, uma vez que os estudantes irão utilizar a calculadora gráfica e o CBL em atividades de experimentação.

Compatível com a teoria da reorganização de Tikhomirov (1981), trago o conceito de tecnologias da inteligência baseado em Lévy (1993). Para este autor, a história da humanidade está impregnada de tecnologias intelectuais, nas quais deve ser levado em conta que todo conhecimento possui um vínculo com algum tipo de tecnologia.

Numa linha temporal, Lévy (1993) caracteriza a oralidade, a escrita e a informática como tecnologias intelectuais que permeiam as sociedades. De acordo com este autor, essas tecnologias, disponíveis ao longo da história da humanidade, condicionam sem, no entanto, determinar o pensamento. Assim, o pensamento é exercido por um coletivo pensante homens-coisas. Desta forma, Lévy (1993) aponta que as tecnologias intelectuais influenciam as formas de pensamento da sociedade.

A primeira delas, a oralidade, era utilizada para estender a memória de uma sociedade e está bastante ligada às primeiras formas de comunicação entre os seres. Nesta, os indivíduos se valiam de mitos e rituais procurando preservar suas crenças e culturas. "Numa sociedade oral primária, quase todo o edifício cultural está fundado sobre as lembranças dos indivíduos. A inteligência, nestas sociedades, encontra-se muitas vezes identificada com a memória, sobretudo a auditiva" (LÉVY, 1993, p. 77).

Com o surgimento da mídia escrita, as informações passaram a ser registradas em matéria e não mais na memória dos indivíduos. Desta forma, o objetivo de extensão da memória se acentuou. Diferentemente da oralidade, a escrita permitiu o surgimento da linearidade de raciocínio, e que este se apresentasse sem interferências entre o produtor e o receptor de informações, possibilitando uma comunicação entre pessoas que não estavam no mesmo espaço temporal e/ou físico, como, por exemplo, a publicação de livros (BORBA, 2001).

Essa linearidade é modificada pelo surgimento das tecnologias informáticas. A informática é entendida como uma nova maneira de extensão de memória. Ela possui diferenças qualitativas em relação às tecnologias intelectuais anteriores, como a possibilidade de "quebrar" a linearidade de raciocínios e informações. Abre-

se, então, a oportunidade de simulação e experimentação, num processo instantâneo, proporcionado pelo uso de determinadas mídias informáticas, sendo que isso poderia ser exemplificado pelo uso de sistemas de aquisição de dados, como o CBL acoplado à calculadora gráfica.

Assim, baseada nestes dois autores, noto que a sucessão das tecnologias orais, escritas e informáticas não se dá por substituição ou justaposição, mas, sim, num processo de transformação, pois, o que poderia ser um problema em uma atividade baseada no uso de uma determinada tecnologia, passa a ser alvo de investigação quando uma tecnologia diferente está presente.

Por exemplo, analisar famílias de funções variando seus coeficientes em uma expressão algébrica, poderia ser um trabalho maçante para os estudantes, se estes se valessem somente do uso de lápis-e-papel. Entretanto, essa mesma atividade quando feita com uma tecnologia informática (computador, calculadora, entre outros), pode abrir novas possibilidades de discussões matemáticas, baseadas na visualização e na resposta fornecidas pelo instrumento em uso. Desta forma, creio que os instrumentos, as tecnologias, podem reorganizar o pensamento dos atores humanos.

Acredito que, nas atividades que serão desenvolvidas nesta pesquisa, pontos de vista dos participantes possam ser modificados e conceitos possam ser expandidos, quando estes utilizarem a calculadora gráfica e o CBL, ressaltando que as mídias (oralidade, escrita e informática) não são excludentes, havendo, sim, um deslocamento de centros de gravidade.

Benedetti (2003, p. 15), esclarece que os momentos de ensino e aprendizagem podem ocorrer

> na interação entre os estudantes, ora [com] o uso mais intenso do computador, ora do livro, ora da fala, ou ainda pode haver similaridade na maneira como essas mídias atuam. Ou seja, verifica-se que o uso das mídias ocorre de formas e intensidades variadas. Num contexto mais amplo, conceitos trabalhados ora numa mídia, ora com outra, compõem uma rede de significados construídos junto às tecnologias intelectuais.

Se, de um lado, vejo em Tikhomirov (1981) que o que deve importar, em termos educacionais, é que criemos problemas que podem ser resolvidos por um sistema formado por ser-humano-computador, de um outro lado, Lévy (1993)

procura ir além deste sistema, apresentando a noção de coletivo pensante homens-coisas. Assim, o sistema ser-humano-computador é expandido para um sistema pensante homens-coisas, no qual estão incluídas as tecnologias intelectuais disponíveis ao longo da história. Baseada nestes dois autores, entendo que os estudantes, nesta pesquisa, farão uso das tecnologias disponíveis (oralidade, escrita, informática) para expressar seu pensamento.

Neste âmbito, Borba e Penteado (2001) propõem a metáfora seres-humanos-com-mídias. Assumindo que uma nova tecnologia não somente se justapõe aos seres humanos, mas interage com eles, os autores propõem que o pensamento é exercido pelo **sistema seres-humanos-com-mídias**. Esses autores não adotam as mídias apenas como suporte de uma mensagem, mais que isso, para eles, as tecnologias (oralidade, escrita e informática) também são consideradas mídias.

A noção seres-humanos-com-mídias, proposta por esses autores (BORBA, 1999, 2001; BORBA e PENTEADO, 2001) é uma confluência dos elementos caracterizados no conceito de inteligência coletiva de Lévy (1993, 1999) e no papel reorganizador do computador nas atividades humanas apresentado por Tikhomirov (1981). Esta noção, segundo Borba (2001, p. 139), procura "mostrar como o pensamento se reorganiza com a presença das tecnologias da informação e que tipos de problemas são gerados por coletivos que incluem seres humanos e mídias, como o lápis-e-papel e diversas facetas das tecnologias da informação".

Neste sentido, me apoiarei nesta visão para discutir a pesquisa relatada nesta dissertação, pois, creio que, do ponto de vista educacional, seja relevante saber como os estudantes lidam com a Matemática e a Física presentes em atividades de experimentação, com o uso de calculadoras gráficas e CBL, ou ainda que questões podem ser criadas e/ou trabalhadas em atividades envolvendo conteúdos dessas duas disciplinas, quando os estudantes têm a oportunidade de se valer do uso desta tecnologia.

É com esta visão teórica que passo à seção seguinte, na qual apresento pesquisas que utilizaram tecnologias informáticas, como as calculadoras gráficas, o MBL/CBR, e o CBL no ensino de diversas disciplinas, destacando as atividades propostas nesta dissertação.

4.3 – Tecnologias Portáteis

Como no capítulo anterior foram apresentados, numa abordagem mais técnica, os instrumentos que poderiam compor uma atividade laboratorial, neste capítulo, esses equipamentos são nomeados por Tecnologia Portátil. Denomino de tecnologias portáteis, pois esses são instrumentos manuais que podem ser transportados, não necessitando de condições especiais (em relação ao ambiente) para seu uso e funcionamento. Vejo essa **portabilidade** como um destaque dessas tecnologias.

Aproveito esse momento para destacar que, nesta investigação, serão utilizados dois desses instrumentos: a calculadora gráfica e o CBL. Assim, muitas vezes, durante a revisão de literatura, utilizarei os termos CBL e sistema CBL sinonimicamente, subentendendo, que a calculadora gráfica já está acoplada ao CBL, formando, assim, o sistema CBL.

4.3.1 – As Calculadoras Gráficas

O uso de tecnologia portátil, como as calculadoras gráficas, vem sendo objeto de estudo de vários pesquisadores. Dentre eles, destaco as pesquisas de Kemp, Kissane e Bradley (1996), que procuraram incorporar o uso da calculadora gráfica na estrutura curricular, possibilitando que o aluno a utilizasse inclusive nas provas. Waits (1992), em um de seus trabalhos, enumera dez temas que podem ser explorados com a calculadora gráfica em sala de aula, dentre eles a modelagem, a simulação e a condução de experiências matemáticas, em que o aluno pode formular e testar suas próprias conjecturas.

Do mesmo modo, Watanabe (1996) enfatiza a importância da presença das calculadoras gráficas, como elemento transformador na educação matemática japonesa, que tem como característica um ensino formal e fortemente centrado na resolução de exercícios. Salienta, com exemplos, esse uso em aulas de pré-cálculo, cálculo diferencial e resolução de problemas, criando um ambiente que pode

despertar a criatividade dos alunos e fazê-los construir conceitos matemáticos, enquanto lidam com os problemas apresentados.

De um outro lado, Widmer e Sheffield (2000) sugerem que os conteúdos, nos ensinos fundamental e médio, sejam introduzidos de modo a levar o aluno a construir modelos físicos e, a partir daí, explorarem os mesmos matematicamente. Eles declaram que a investigação feita pelos alunos pode ser facilitada pelo uso de modelos físicos e da calculadora gráfica, de modo a estimular a exploração aprofundada de conceitos matemáticos. Para os autores, esta exploração vai além das possibilidades de exercícios feitos com a mídia tradicional, lápis-e-papel.

Dunham e Dick (1994) sustentam que as calculadoras gráficas utilizadas em sala de aula podem facilitar a mudança dos papéis do professor e do aluno, resultando em um ambiente de maior interação e exploração. Relatam que observações feitas em sala de aula mostraram que a calculadora gráfica tem alterado significativamente o relacionamento dos alunos (entre eles e entre alunos e professor).

Neste sentido, Sestokas-Filho e Bonafini (2000, 2001 e 2002) afirmam que, para o uso de calculadoras gráficas, o ideal é promover um ambiente de aprendizagem, onde os estudantes são encorajados a realizar as suas próprias descobertas. Neste ambiente, segundo Heid (1997), os estudantes assumem uma maior autoridade sobre o desenvolvimento de seu próprio conhecimento, sendo possível, então, criar um currículo centrado no estudante estimulando-o a reflexão. Deste modo, completam Wetzel (2001) e McDermott (1996a), os estudantes tornam-se participantes ativos no processo de aprendizagem.

Sestokas-Filho e Bonafini (2000, 2001 e 2002) recomendam que atividades envolvendo o uso de calculadoras gráficas em sala sejam realizadas em 15 ou 20 minutos do tempo da aula. Sugerem que, nestas atividades, os alunos trabalhem em pequenos grupos, enquanto o professor percorre a sala de aula auxiliando-os. Salientam que, deste modo, os alunos têm a oportunidade de negociar idéias, formular conceitos e construir seu próprio conhecimento, em um ambiente favorável à experimentação.

Noto, nas pesquisas acima, tanto o uso da calculadora gráfica, como a sua incorporação, provocando uma alteração na dinâmica da aula e no relacionamento dos alunos de um modo geral.

Assim, procurando utilizar a calculadora gráfica como um instrumento pedagógico em sala de aula, Souza (1996), Borba (1995), Souza e Borba (1996,1998) propõem seu uso, envolvendo o estudo de funções e de funções quadráticas. Nessas atividades, os alunos estudam famílias de funções, estabelecendo relações entre suas representações gráficas e algébricas. Os autores afirmam que a calculadora gráfica, quando utilizada como instrumento pedagógico, permite que os alunos, durante a construção dos gráficos, reavaliem constantemente suas hipóteses e conjecturas, possibilitando assim um método empírico de aprender matemática. O **caráter empírico**, para esses autores, e também para Sestokas-Filho e Bonafini (2000, 2001 e 2002), deve-se à possibilidade de o aluno experimentar a construção de gráficos, funções e tabelas em sala de aula com o uso da calculadora gráfica.

Cabe esclarecer ao leitor que, ao se trabalhar com sistema de aquisição de dados, como o CBL, a experimentação toma uma forma maior, ou seja, ela é também entendida pelo caráter empírico abordado pelos autores acima (investigação matemática com a calculadora gráfica), adicionado à possibilidade dada aos estudantes de gerarem seus próprios dados experimentais com o uso do sistema CBL, caracterizando uma nova abordagem para a experimentação, a qual será adotada nesta dissertação.

Noto que, de uma forma geral, a construção e a análise de gráficos pode ser viabilizada com o uso das calculadoras gráficas, e esta é uma atividade importante, tanto no ensino de Matemática, quanto no ensino de Física.

Especificamente no ensino de Física, a construção de gráficos exige dos estudantes procedimentos não físicos, destacados por Sestokas-Filho e Bonafini (2002), como: desenho de linhas retas (com régua) para os eixos x e y, trabalho com escalas, desenho dos pontos no gráfico, cálculo da barra de erro, desenho da 'melhor linha' entre os pontos e interpretação da inclinação do gráfico, se este for uma reta. Tais procedimentos estão presentes em atividades laboratoriais, tanto na perspectiva de laboratório estruturado, quanto na perspectiva de laboratório não-estruturado.

Um contraponto a esses procedimentos poderia ser feito se os estudantes se valessem não somente da escrita na construção de gráficos. Se essas atividades

utilizassem outras tecnologias, como a informática[2], novas possibilidades poderiam surgir, ou seja, o foco a ser trabalhado poderia se modificar, para, por exemplo, procurar uma função que se ajusta a uma dada tabela, calcular a área sob uma curva ou ainda, procurar a inclinação de um gráfico num determinado ponto particular.

Adie (1998) reforça que as calculadoras gráficas fazem essas operações, facilmente pressionando-se alguns botões. Entretanto, os alunos necessitam compreender os significados dos gradientes, divergentes, coeficientes, áreas e unidades para interpretar os resultados fornecidos pela calculadora.

Creio que, se uma nova mídia for utilizada, como afirma Adie (1998), a ênfase do ensino nos procedimentos para se conseguir resultados será mudada para uma solução qualitativa, indagando, junto aos alunos, quão bom o resultado fornecido pela calculadora gráfica significa. Ao adicionar esta nova mídia, acredito que o foco poderá ser mudado, estabelecendo novos tipos de perguntas baseadas na sondagem e na análise de dados obtidos, explorando a investigação dos alunos na atividade, o que, segundo Heid (1997), estimulará a reflexão nos alunos.

Arrisco dizer que, em alguns trabalhos observados (MOKROS e TINKER, 1987; HORNTON, 1990; CASEY, 2001), a calculadora gráfica é inserida em sala de aula visando somente a um aumento quantitativo nos procedimentos específicos de uma determinada disciplina. Entretanto, não é possível afirmar que estes autores concebem o uso de tecnologias informáticas (calculadora gráfica e outros dispositivos), sob a perspectiva da suplementação de Tikhomirov (1981), uma vez que tais autores utilizam a calculadora gráfica em disciplinas de "aplicação", e os objetivos de aprendizado matemático não estão incluídos nos objetivos da disciplina em questão, ou seja, a matemática não está integrada a outra disciplina, como, por exemplo, à Física. Desta forma, creio ser relevante pesquisar como os estudantes lidam com a Matemática e a Física, em atividades de experimentação, utilizando a calculadora gráfica e um sistema de aquisição de dados.

Finalizando esta seção, vejo em alguns trabalhos (ADIE, 1998; MOKROS e TINKER, 1987; CASEY, 2001) que a calculadora gráfica está sendo utilizada como "um instrumento auxiliar", no decorrer dos conteúdos de Física. De um outro lado, vejo em algumas pesquisas (WATANABE, 1996; WIDMER e SHEFFIELD, 2000?;

[2] São entendidos aqui como tecnologias informáticas: programas de computador, como, por exemplo, o *Winplot*, *Graphmatica* *Excel* e outros.

SOUZA, 1996; BORBA, 1995; SOUZA e BORBA, 1996, 1998) a calculadora gráfica sendo utilizada visando despertar nos estudantes o entendimento dos principais conceitos matemáticos.

É neste bojo que esta pesquisa se insere, na literatura de calculadoras gráficas, propondo que a Matemática e a Física sejam relacionadas quando os alunos utilizarem essas tecnologias informáticas, criando a possibilidade de o aluno perceber determinados fenômenos físicos e os processos matemáticos presentes em uma determinada atividade.

4.3.2 – O MBL/CBR e o movimento

Partindo das pesquisas apresentadas com o uso de calculadoras gráficas, e visando uma maior aproximação da Matemática com a Física, observo pesquisas realizadas utilizando o MBL e o CBR, sendo o primeiro acoplado a um microcomputador e o segundo a uma calculadora gráfica.

Basicamente os trabalhos apresentados a seguir estão direcionados ao estudo do tema movimento, incluindo os conceitos de posição, velocidade e aceleração, envolvendo o uso dessas tecnologias.

Como já abordado, sabe-se que o gráfico é uma boa sintetização da relação funcional entre duas variáveis. Desta forma, muitos professores consideram o uso de gráficos, num cenário de laboratório, como sendo de alta importância para reforçar e desenvolver o entendimento de muitos assuntos da Física, especialmente o movimento.

Se a utilização de gráficos é um item importante, tanto no ensino de Física, quanto no ensino de Matemática, cabe saber como os alunos estão desenvolvendo essa habilidade. Neste momento, baseada na literatura, esclareço que nesta pesquisa a **habilidade gráfica** é definida como capacidade de usar um gráfico qualitativamente. Entendo que esta habilidade facilitaria ao aluno conectar gráficos com conceitos físicos em situações do mundo real, ao mesmo tempo em que também permitiria transformar eventos físicos em gráficos e vice-versa.

As habilidades gráficas, segundo Kwon (2002), consistem de três componentes: a interpretação, a modelagem e a transformação. Baseada neste

autor, nesta pesquisa, a interpretação é entendida como a capacidade de transformar as representações múltiplas, oriundas de um contexto real, em expressões verbais. A modelagem matemática é definida como uma capacidade de descrever e interpretar fenômenos físicos, onde o aluno procura traduzir situações do mundo real em procedimentos matemáticos.

E, por fim, a transformação é entendida como a capacidade de o aluno ver e desenhar uma variedade de gráficos, descrevendo eventos distintos. Por exemplo, a capacidade que tem o aluno em predizer o gráfico da velocidade versus tempo, uma vez sabida a relação entre distância e tempo de um fenômeno.

Estudos têm identificado alunos com dificuldades em tais habilidades gráficas. Na maioria dos casos, o estudante enfrenta apuros ao fazer conexões entre gráficos com diferentes variáveis, conceitos físicos e mundo real. Deste modo, os gráficos são percebidos por eles como uma figura (LINN, LAYMAN e NACHMIAS, 1987; MCDERMOTT, 1996; MCDERMOTT, ROSENQUIST e VAN ZEE, 1987).

Autores (LINN, LAYMAN e NACHMIAS, 1987; MCDERMOTT, ROSENQUIST e VAN ZEE, 1987; HEID, 1997; BERNHARD, 2000; CASEY, 2001), que defendem o uso de Microcomputer Based Laboratory (MBL), atestam que computadores desenham gráficos de objetos em movimento, sendo o MBL fundamental nessas atividades, ou seja, um detector sônico de movimentos faz medições de distância de um objeto e cria um gráfico de distância em função do tempo, de acordo com o movimento deste objeto (em tempo real).

Alunos podem mover-se e ver o gráfico no computador como uma resposta a seu movimento. Com isso, tem-se uma excelente oportunidade de explorar a conexão entre a construção de gráficos e o aprendizado de conceitos de Física. Com estudantes do nível médio ou universitário, o MBL tem demonstrado a potencialidade de aprimorar os conhecimentos dos alunos em Física e melhorar as habilidades, como a observação e a predição[3].

Esses autores atribuem ao MBL uma efetividade (em termos de tempo gasto) na execução de atividades, quando comparado a métodos utilizados em laboratórios tradicionais (sem tecnologia informática). Nesses últimos, a coleta de dados e o desenho do gráfico são feitos "à mão", criando um grande espaço de tempo entre o evento e sua representação. Em contrapartida, o MBL pode diminuir esses espaços,

[3] A predição, nesta dissertação, será entendida como uma introdução à atividade. É o momento em que o aluno é convidado a conjecturar, predizer, indagar sobre como o experimento acontecerá, quais são as relações, entre a Matemática e a Física, que ele vislumbra naquela atividade. As fases da atividade, incluindo a predição serão apresentadas no capítulo 06.

uma vez que é possível mostrar os dados graficamente, enquanto o movimento é realizado. Dessa maneira, a atividade torna-se uma experiência cinestésica[4], possibilitando, assim, que os alunos desenvolvam suas habilidades gráficas (THORNTON e SOKOLOFF, 1990; LINN, LAYMAN e NACHMIAS, 1987; MOKROS e TINKER, 1987; BRASELL, 1987).

Linn, Layman e Nachmias (1987), Mokros e Tinker (1987) e Brasell (1987), apresentam em seus trabalhos resultados das interpretações de gráficos produzidos pelo MBL. Os autores realizaram testes sobre o tema movimento, em turmas com e sem o uso do MBL. Deste modo, eles indicaram diferenças significativas entre o laboratório tradicional (sem tecnologias informáticas) e o laboratório baseado em MBL, sendo este último mais apropriado na construção de conceitos físicos pelos estudantes.

Visando um melhor entendimento de gráficos cinemáticos, segundo Elliott (2000), alguns pesquisadores enfatizam atividades com o uso do MBL. Assim, nota-se uma incidência de artigos utilizando este sistema em revistas científicas a partir dos anos 80, pois nessa década pesquisadores de várias universidades iniciaram formalmente um olhar em como computadores pessoais poderiam ser usados como ferramentas de coleta e análise de dados na sala de aula.

Em 1987, tem-se as publicações dos artigos (MOKROS e TINKER, 1987; BRASELL, 1987), os quais são considerados centrais para o desenvolvimento de pesquisa com o uso do MBL.

O primeiro deles é o artigo de Mokros e Tinker[5] (1987), cujo principal assunto abordado é o papel que os laboratórios MBL podem ter nas habilidades gráficas dos estudantes. Três estudos aqui são apresentados, os dois primeiros retratam as dificuldades que os estudantes têm na discriminação entre gráficos como uma representação de uma situação Física e o gráfico como uma figura. No terceiro estudo, estudantes trabalharam em grupos, em suas bancadas, para investigar vários fenômenos usando o sistema MBL. O estudo foi conduzido em um período de três meses, com os estudantes usando o MBL por cinco tópicos separados nas aulas de Ciências. Estudantes eram pré e pós-testados no uso e interpretação de

[4] Experiência cinestésica é entendida como experiência sentida com o corpo, produzida através de movimentos musculares com o uso de sensores.

[5] Quando escreveram o artigo, os autores eram participantes do TERC - Technical Education Research Center. <www.terc.edu> Acesso em: 15/11/2002. Em 1980 o TERC liderou o desenvolvimento de uma ferramenta de laboratório baseada em microcomputador (MBL) para estudantes de Ciências do ensino médio. Este projeto visava o desenvolvimento de materiais curriculares que usariam o computador no laboratório para coletar e analisar dados em tempo real.

gráficos. Os autores perceberam, através dos testes, uma mudança significativa nas habilidades dos estudantes em interpretar e usar os gráficos.

O segundo artigo é a pesquisa de Brasell (1987) que investiga, nas aulas de Física, os efeitos do gráfico em tempo real produzidos pelo sistema MBL nas habilidades dos estudantes para compreender gráficos de distância-tempo e velocidade-tempo no conteúdo de cinemática.

Brasell introduziu um determinado espaço de tempo (*delay*) entre a ocorrência do fenômeno físico e sua representação gráfica. Com isso, notou a importância da simultaneidade na construção do gráfico presente no MBL. Com esse tempo entre os eventos, os alunos tinham maior dificuldade em conectar o fenômeno físico com o gráfico apresentado.

Observo, nos artigos de Mokros e Tinker (1987) e Brasell (1987) que, em cada um, foi feita uma análise estatística dos pontos obtidos pelos pré e/ou pós-testes para aferir as habilidades dos estudantes na compressão de gráficos. Uma evidência nestes é que seus autores tiveram a intenção de que tais trabalhos fossem lidos por professores. Dessa forma, a pesquisa de cada um é claramente baseada em sala de aula, para ensino médio ou nível superior.

De um outro lado, Bassok e Holyoak (1989) utilizaram o MBL para observar as dificuldades dos estudantes na conexão de gráficos com conceitos físicos e constataram que conceitos isomórficos[6] na sala de aula de Matemática permitiram que os alunos transferissem os conceitos matemáticos da Álgebra para as aulas de Física. Contudo, quando conteúdos físicos isomórficos ao currículo de Matemática foram trabalhados primeiramente na aula de Física, os alunos não conseguiam estabelecer as relações com o conteúdo matemático. As mesmas dificuldades foram constatadas também por McDermott (1996a). Assim, Bassok e Holyoak (1989) acreditam que, se usarmos a Matemática para apoiar os conceitos vindos de outras disciplinas, como a Física, a transferência de conceitos físicos para conceitos matemáticos venha a existir.

Em suas pesquisas, Dykstra, Bolye e Monarch (1992) citados em Hale (2000), chegaram à conclusão de que nas atividades com o MBL é possível que os estudantes tenham uma visão diferenciada do comportamento da velocidade e aceleração, o que às vezes não é possível somente ao olhar um gráfico pronto.

[6] Isomorfismo é a correspondência biunívoca entre os elementos de dois grupos que preserva as operações de ambos. Aqui os conceitos isomórficos são entendidos como conceitos correspondentes em Matemática e Física.

Acreditam que as atividades com MBL são usadas para ajudar os estudantes a confrontar conflitos que surgem quando eles vêem gráficos similares representando grandezas distintas.

Ainda no veio do conceito de movimento e da construção de gráficos, analiso o trabalho de Scheffer (2001) que pesquisou a relação entre os movimentos corporais e as representações gráficas cartesianas desses movimentos, quando produzidos com o uso do CBR.

Seu estudo mostra o fato de os estudantes, às vezes, associarem o movimento produzido com a figura de sua trajetória quando utilizam o sensor[7], fato que vem corroborar com os resultados das pesquisas de Mokros e Tinker (1987); Linn, Layman e Nachmias (1987); McDermott, Rosenquist e van Zee (1987). A autora declara que o ato de associar o movimento com o gráfico de sua trajetória se justifica, se nesses momentos os alunos estiverem representando o desenho de uma trajetória e não um gráfico, no plano cartesiano, que descreve uma função a partir de uma variável.

Nas experiências corporais[8] com o CBR, descritas pela autora, o movimento assumiu diferentes representações para os estudantes. Os gráficos foram resultados de uma situação de movimento vivenciados por eles com os sensores e não somente uma representação de um conjunto de pontos. Resultados semelhantes a esses foram encontrados por Aspetsberger e Aspetsberger (2002), ao trabalhar atividades com o CBR junto a alunos na faixa etária de 16 a 18 anos.

Nesse ambiente de discussão criado pelas mídias os estudantes observaram, analisaram e estabeleceram relações, enriquecendo suas concepções acerca do tema movimento, conforme apresentado em Borba e Scheffer (2001, 2003). Scheffer (2001, p. 214) afirma que a visão de movimento se modifica quando se trabalha com os sensores porque

> o movimento não é mais considerado como aquele observado a partir de um objeto em movimento, mas passa a ser o movimento do próprio corpo com o sensor, nesse sentido, o movimento, mídias e gráfico cartesiano, podem ser vistos como integrantes fundamentais da relação corpo-mídias-matemática.

[7] Scheffer utiliza a nomenclatura sensor para o uso do CBR que é um sensor de movimento.
[8] As experiências corporais com o CBR, no trabalho de Scheffer (2001), caracterizam-se por gráficos gerados pelos movimentos dos alunos utilizando o sensor.

Nesse sentido, complementa Kwon (2002) que as atividades com o uso do CBR, desenvolveram nos estudantes as capacidades gráficas, tais como interpretação, modelagem e transformação de fenômenos. E, segundo Oldknow e Taylor (2000), nesse ambiente os alunos são encorajados a escrever ou falar sobre suas experiências, e dizer como suas idéias iniciais mudaram, ou se fortaleceram após o desenvolvimento da atividade.

De um outro lado, visando uma aproximação da Física abordada até aqui, com a Matemática, Frant (2001), baseada nos resultados de exames como o vestibular e o Provão[9], indica o alto índice de reprovação nestas disciplinas, sublinhando as muitas dificuldades que os alunos possuem na leitura e/ou construção de gráficos quando esses expressam o movimento. Como maneira de suavizar esse quadro, a autora declara que o estudo do movimento não é contemplado no currículo de Matemática e, desta maneira, o aluno só tem contato com esse conteúdo em nível universitário ou nas aulas de cinemática.

De modo a enfrentar esse histórico, a autora procura introduzir as calculadoras gráficas e os sensores,[10] desenvolvendo atividades para as aulas de Matemática com o intuito de que as mesmas favoreçam a produção de significados pelos alunos.

Para Frant (2001, p.129), a tecnologia é vista como prótese, de modo que

> pensa-se na prótese como algo reparador, por exemplo, em uma pessoa que tem problemas visuais pode-se pensar nas lentes de contato como próteses, elas 'reparam' a visão. No caso de um cego é difícil dizer onde termina sua mão, nos dedos ou na bengala. Neste caso, fica mais claro que a bengala não é apenas um objeto auxiliar da visão, mas um artefato que modifica a percepção de quem o usa.

Segundo a autora, a idéia de prótese vai além de reparar uma falta, sendo ela em si um objeto. Assim, uma pessoa equipada com uma prótese pode fazer coisas que ela não faria sem esse aparelho. Desse modo, o sensor é acoplado ao corpo juntamente com a calculadora trazendo assim "uma nova experiência corpórea para o aluno-'robô' e para os [alunos] que o comandam [durante a atividade]" (p. 132).

[9] O Exame Nacional de Cursos – Provão – é uma avaliação realizada pelos formandos dos cursos de graduação da Educação Superior. Maiores informações sobre o Provão, pode ser encontrada em: http://www.inep.gov.br/superior/provao/. Acesso em: 11/05/2003.

[10] Em Frant (2001), o sensor utilizado é o CBR – Detector Sônico de Movimento.

Por fim, noto que as pesquisas acima procuraram, em maior ou em menor intensidade, relacionar a Matemática com a Física presente na atividade. Desta forma, com o uso do MBL/CBR, foi possível trabalhar conceitos físicos e, conseqüentemente, matemáticos, que incluam as variantes do tema movimento, tendo como um ponto de destaque as atividades cinestésicas (SCHEFFER, 2001; FRANT, 2001; LINN, LAYMAN e NACHMIAS, 1987; MOKROS e TINKER, 1987; BRASELL, 1987). Já as pesquisas apresentadas na próxima seção com o uso do CBL, se ampliam em conceitos de diferentes áreas, devido à flexibilidade do CBL em ser um sistema de aquisição de dados para diferentes sensores.

Meu objetivo nesta revisão de literatura, com o uso do MBL/CBR, foi o de apresentar ao leitor pesquisas, envolvendo sistemas de aquisição de dados, contemplando atividades na Física e uma possível aproximação com a Matemática.

Ao longo desta seção, esta aproximação é por mim notada em poucos trabalhos, o que pode vir a justificar pesquisas que envolvam essas duas áreas com o uso de sistema de aquisição de dados.

4.3.3 – O CBL e suas aplicações

Para ampliar o domínio de atuação dessas tecnologias em atividades experimentais, o sistema CBL surge após o sistema MBL ter sido amplamente difundido no ensino de Física, sendo este novo sistema mais versátil que o anterior, conforme apresentado no capítulo 03.

Com o uso deste sistema, encontro algumas pesquisas no ensino de Química e suas aplicações. Pesquisas como as de Cortés-Figueroa e Moore (1999); Torzo et al. (2001) e Aspetsberger e Aspetsberger (2002), enfatizaram com exemplos que o CBL (Calculator Based Laboratory) vem facilitar a execução de experimentos em Química, devido ao seu baixo custo, quando comparado a um computador ou à instrumentação de coleta de dados específica dessa área.

Sabendo que a instrumentação laboratorial é de extrema importância para o futuro pesquisador químico, esses autores destacam o uso do sistema CBL em atividades durante a graduação, salientando que, com este uso, há uma mudança no aprendizado analítico dos estudantes.

Devido à versatilidade do equipamento em se conectar com diferentes sensores, além do seu uso nos cursos de Química, exponho a pesquisa de Giorgetti (2002), que descreve a estrutura, o objetivo e a metodologia para uma nova disciplina[11] presente nos cursos de Engenharia, utilizando o CBL e a calculadora gráfica.

Segundo o autor, "a incorporação de um sistema de aquisição de dados em tempo real, preciso e portátil, trouxe uma grande contribuição para a importante fase da experimentação realizada em sala de aula, no laboratório ou em experimentos de campo" (GIORGETTI, 2000, p. 02). Além da portabilidade explorada nas atividades com o uso do sistema CBL, a disciplina se propõe a sintetizar tópicos da Matemática e a desenvolver a habilidade dos alunos em formular problemas. Desta maneira, a disciplina assume um caráter de facilitadora integrando disciplinas básicas com as disciplinas da Engenharia.

Uma outra vertente em pesquisas com uso do CBL são investigações com professores (formados e em formação), visando saber como eles implementaram e integraram o CBL em seus currículos (WETZEL, 2001; WETZEL e VARELLA, 2000), procurando perceber se houve mudanças na pedagogia de tais docentes, na cultura e clima organizacional da escola e também se ocorreram transformações curriculares relacionadas à integração do CBL.

Visando a integração da Matemática com outras disciplinas, utilizando o sistema CBL, Grant e Searl (1996, p.71), afirmam que

> as atividades [com o uso do sistema CBL] podem facilitar o '*cruzamento-curricular*' integrando as disciplinas de Matemática e Ciências. Estas [atividades] dão significados para o desenvolvimento conceitual nos estudantes e comprovam aplicações práticas da Matemática.

Os autores comentam ainda que, "muitas atividades com o CBL são apropriadas para uso em várias áreas distintas, complementando a Matemática, tais como: as ciências biológicas e físicas, a agricultura, a medicina, a música e a estatística" (p. 84). Além da integração entre disciplinas, Oldknow e Taylor (2000) ainda completam que esses instrumentos podem ser veículos encorajadores para a cooperação entre professores de diferentes áreas.

[11] Segundo o autor, "tal disciplina é oferecida como optativa para os estudantes de Engenharia Civil da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, nos últimos seis anos. E a mesma proposta foi incluída como disciplina semestral, regular, nos cursos que serão oferecidos pela FADISC – Faculdades Integradas de São Carlos" (GIORGETTI, 2002, p.01).

Neste sentido, objetivando aplicações da Matemática, Keller (1998) utiliza o sistema CBL relacionando intensidade de luz e profundidade. Ele começa o experimento perguntando quais são as conjecturas dos alunos em relação ao comportamento do gráfico da intensidade da luz em função de sua profundidade. Esses momentos vividos por Keller (1998), serão caracterizados nesta pesquisa por predição.

Nessa atividade, segundo o autor, os estudantes devem usar suas idéias matemáticas sobre como a intensidade da luz se modifica quando esta passa através da água ou qualquer outra barreira. Similarmente a Keller (1998), na presente pesquisa, os estudantes desenvolverão investigações, visando explorar como se dá a intensidade da luz ao perpassar um determinado meio, os acetatos.

Para este autor, após esse momento inicial (predição), o experimento é realizado. Então, através de fichas de trabalho, observação, participação e análise dos gráficos resultantes, os estudantes usam diferentes equações para determinar o modelo, de decaimento exponencial, para tal fenômeno. Esses momentos destacados pelo autor serão caracterizados nesta pesquisa por experimentação, onde o estudante, além de coletar seus dados, pode experimentar diferentes equações para modelar o fenômeno em análise.

O autor sugere, que a atividade pode ser feita após os alunos terem tido contato com a função exponencial ou ainda para introduzir o conceito dessa função. Aconselha que os alunos devem comentar sobre o que estão fazendo, verificando se a função se ajusta aos dados e, se não, procurando o porquê de tais discrepâncias, o que nesta pesquisa caracterizará as atividades investigativas, na qual o aluno indaga "o que acontece se...", ou ainda o porquê de alguma coisa.

Também trabalhando com intensidade de luz, a pesquisa de Clarke (1997) explora o conteúdo de funções associadas ao conceito de movimento periódico, utilizando um pêndulo associado a um sensor de luminosidade. Com isso, foram explorados os conceitos de período, freqüência e amplitude.

O autor ressalta que o ciclo de predição – experimentação – avaliação – modificação é importante para que os estudantes entendam um fenômeno que para eles não era familiar. Em síntese, para Adie e Zoltowski (2000), quando o sistema CBL é utilizado numa atividade de Física laboratorial, "a ênfase é dada ao entendimento do estudante ao identificar os fenômenos físicos e com isso utilizar as

ferramentas matemáticas para analisar os resultados e delas extrair algum significado" (p. 05).

Por outro lado, na disciplina de Matemática, Caldwell (1996) afirma que, com o uso do sistema CBL, os estudantes estão aptos a observar fisicamente a relação funcional entre duas variáveis e, então, observar uma representação gráfica dessa relação, como um gráfico de pontos (*scatter plot*).

Os estudantes também podem observar a representação numérica dessa relação, pelo traço entre os pontos do gráfico e pela observação das listas, nas quais os dados foram armazenados. Dessa maneira, eles podem, então, usar a calculadora gráfica para determinar uma equação, de modo a ajustar os pontos coletados, através do CBL e obter uma representação simbólica dessa relação.

O sistema CBL permite, portanto, que os estudantes trabalhem as representações múltiplas de funções, semelhante às apresentadas em Borba (1995) e Benedetti (2003).

Diferentemente dos anteriores, o artigo de Cates (2001) investiga a utilização do sistema CBL em comparação com o uso exclusivo da calculadora gráfica no estudo de funções. As indagações de pesquisa da autora estavam ligadas a alguns pontos: como os alunos interpretavam e entendiam as representações de funções e sua estrutura; quais eram as habilidades dos estudantes em modelar fenômenos reais com o uso de funções; como os estudantes poderiam superar as concepções errôneas de gráfico com uma figura e ainda de inclinação da reta como altura no eixo das ordenadas.

Essa investigação, feita sob a ótica da pesquisa quantitativa, considerou uma turma experimental e outra de controle. Os resultados deste estudo indicaram que as atividades com o CBL podem ajudar os estudantes na construção apropriada de conceitos relacionados a problemas reais, promovendo uma compreensão estrutural desse conceito e a habilidade de interpretar qualitativamente um gráfico.

Nas atividades com o sistema CBL, os estudantes exploraram e investigaram o comportamento de um problema real. A autora ressalta que o ambiente acabou por contribuir na solução desse problema. Entretanto, a eficácia das atividades com o CBL dependerão do período no qual os instrumentos são empregados e ainda da natureza das atividades. Ela sugere que as atividades com o uso do sistema CBL devem enfatizar um desenvolvimento conceitual e não procedural de funções e, no

bojo disso, a interpretação qualitativa dos gráficos e uma comunicação entre os estudantes incentivando o desafio de opiniões diversas sobre gráficos e funções.

Nesse sentido, Grant e Searl (1996) afirmam que atividades com

> dados experimentais não são tão organizadas quanto questões de um livro-texto. Erros e graus sensíveis de precisão necessitam ser levados em consideração. Professores, geralmente estão inseguros, [pois] eles não têm o controle total do que os alunos aprenderão, e [as vezes] preferem não arriscar a perder tempo de aula [com tais atividades] (p. 84).

Assim, Grant (1996a) ressalta que as atividades práticas (com o uso do sistema CBL) podem modificar o ambiente de ensino e aprendizagem, pois durante a coleta e análise dos dados há uma oportunidade para a discussão entre os alunos e alunos e professor.

Deste modo, os alunos são encorajados a debater e, com isso, refinar suas idéias. Com esse procedimento, os estudantes têm a possibilidade de expressar o que estão pensando sobre a atividade que está sendo executada com o uso de tais equipamentos. Desta forma, nesta pesquisa, o sistema CBL será uma mídia viabilizando a expressão do pensamento dos estudantes, quando esses investigam a Matemática e a Física presentes em determinadas atividades.

Neste sentido, Grant (1996) enfatiza, ainda, que a resolução de problemas utilizando dados reais, gerados e coletados pelos próprios alunos, é um grande argumento para o uso do sistema CBL.

Corroborando com a pesquisa de Caldwell (1996), Doerr e Zangor (2000) encontraram cinco formas de uso da calculadora gráfica, que surgiram da prática: o uso como ferramenta computacional, ferramenta transformacional, ferramenta para coleta e análise de dados e como ferramenta de visualização e verificação.

Olhando mais especificamente a calculadora gráfica acoplada ao CBL, como uma ferramenta de coleta e análise de dados experimentais, as autoras observaram que nas atividades propostas, os estudantes coletaram, armazenaram, compararam e re-coletaram dados até que eles pudessem decidir se tinham adquirido um conjunto satisfatório de dados.

Na maioria das atividades, elas perceberam que os estudantes repetiam o mesmo experimento muitas vezes, até que o conjunto de dados por eles coletados

combinasse com as expectativas que eles tinham sobre o comportamento do fenômeno.

Grant e Searl (1996) explicam que esse tipo de comportamento dos alunos se dá porque a atividade com o uso do CBL tem a característica de não ser copiada, particularidade de uma atividade prática. Os autores denominam essa propriedade de algo não familiar aos alunos, o que esclarece tal comportamento.

Neste tipo de uso do sistema CBL, os estudantes necessitaram se engajar no entendimento do contexto da atividade e na decisão a ser tomada, embora, o processo de conjecturas, refinamento e negociação tenha se constituído somente para escolher um conjunto satisfatório de dados.

Os resultados desse estudo sugerem que a natureza das atividades matemáticas, o papel, o conhecimento e as crenças do professor influenciaram no uso dos instrumentos. As autoras também perceberam que o uso da calculadora gráfica, como um dispositivo pessoal, pode inibir a comunicação em um pequeno grupo; em contrapartida, o uso desse instrumento como dispositivo coletivo permite o aprendizado matemático e a interação entre os alunos da classe.

Assim, Hale (2000) também ressalta um benefício dos dispositivos de coleta de dados, qual seja, uma maior interação dos estudantes, incorporando conceitos gráficos. Para ela, fica evidente que o sistema CBL com a comunicação dos estudantes favoreceram o desenvolvimento do conhecimento matemático e científico dos alunos que participaram das atividades.

Neste trabalho, ela examina como os estudantes constroem e reconstroem entendimentos conceituais, usando o discurso juntamente com o sistema CBL. Oldknow (1998?), Casey (2001) e Hale (2000) encontraram no uso do CBL grupos cooperativos de alunos, nos quais em alguns casos os alunos trabalharam como um time buscando eficiência e cooperação ao realizar suas investigações.

Membros do grupo assumiram determinados papéis baseados em interesses ou experiências anteriores, por exemplo, um membro do grupo poderia operar o sensor enquanto outro manuseava a calculadora gráfica (CASEY, 2001). Hale (2000) notou que os discursos de alguns alunos, nas atividades, poderiam levar outros a concepções errôneas e a autora aproveitou esses momentos para esclarecer os conceitos, sem esquecer que as concepções errôneas fazem parte da construção do conhecimento e que não devem ser eliminadas do processo de aprendizagem.

Esta seção finaliza a revisão de literatura. Assim, acredito que os instrumentos utilizados nesta pesquisa (calculadora gráfica e CBL, ou ainda sistema CBL), não sejam instrumentos neutros. Creio que este uso irá possibilitar uma reorganização no pensamento dos atores que vivenciarem a execução das atividades.

Nesse sentido, saliento que a reorganização do pensamento não é estabelecida pelo simples uso de alguma tecnologia, como ilustrado na suplementação. Aqui o fundamental para a análise deve ser a influência da mídia e/ou transformação que ela acaba por provocar numa determinada situação, provocando nos atores uma forma de participação e refinamento (construção e reconstrução) de suas conjecturas, estabelecendo, assim, investigações e, ainda, grupos colaborativos.

Acredito que, nas atividades propostas, a calculadora e o CBL terão o caráter de mídias, não somente complementando os estudantes, mas interagindo com eles, fazendo com que dessa forma o pensamento seja exercido pelo sistema seres-humanos-com-mídias.

Por fim, adotado o referencial teórico para esta dissertação, posiciono, na literatura pertinente, que meu o objetivo principal é o de compreender como estudantes podem trabalhar conceitos matemáticos e físicos utilizando o CBL e a calculadora gráfica em atividades de experimentação. O trabalho dos estudantes, nesta dissertação, será entendido pelo processo de como eles interagem, negociam e então, constroem conhecimentos, aperfeiçoando suas predições, utilizando as mídias existentes.

Nestas atividades, em consonância com Grant e Searl (1996), o foco não estará nos procedimentos algorítmicos, mas sim na interpretação gráfica e no desenvolvimento do modelo matemático empregado dentro de um contexto real.

A seguir, apresento a opção e os procedimentos metodológicos utilizados na construção e realização das atividades experimentais.

"Pesquisa não é o mesmo que cartola de mágico! É bem verdade que, de lá, ele retira coisas que empolgam a platéia – embora, rigorosamente, nenhum item contribua sobremaneira para a solução de problemas técnicos ou humanos. Além disso, o que o mágico retira da cartola foi previamente colocado lá: não há surpresa, não há pesquisa!". (COSTA, 2001, p. xv)

5.1 – Introdução

Uma das características desta pesquisa é o seu enfoque qualitativo, a sua metodologia e, conseqüentemente, seus resultados. Desta forma, apresento, neste capítulo, a opção metodológica utilizada, a importância da realização do piloto de pesquisa, os participantes e o contexto da coleta de dados, bem como as considerações éticas utilizadas na presente investigação.

Procuro também descrever detalhada e amplamente os experimentos de ensino, a entrevista e a documentação, procedimentos metodológicos utilizados por mim no trabalho de campo.

Por fim, esclareço como se deu o processo de construção das atividades de experimentação utilizadas na coleta de dados.

5.2 – Opção Metodológica de Pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida numa perspectiva qualitativa, uma vez que a pergunta diretriz: **Como estudantes trabalham conceitos matemáticos e físicos utilizando o CBL (Calculator Based Laboratory) e a Calculadora Gráfica em atividades de experimentação?** – envolve dados descritivos obtidos pelo contato direto da pesquisadora com os participantes. Dessa maneira, acredito que a pergunta diretriz esteja em harmonia com a **metodologia escolhida.** Faz-se necessário, então, um entendimento mais detalhado da pergunta diretriz.

Quando escrevo ***como os estudantes trabalham***, volto o meu olhar para as possibilidades que acontecem nesse ambiente de aprendizagem, indagando como os estudantes negociam e, então, constroem conhecimentos, articulando gráficos, funções e a tecnologia. O emprego de ***conceitos matemáticos e físicos*** foi uma opção feita por mim diante do cenário apresentado no capítulo 02 desta dissertação, acreditando que seja possível integrar a Matemática e a Física em atividades investigativas.

Não obstante os conceitos de Matemática e Física coligados numa mesma atividade, observo como se realiza essa dinâmica quando os alunos se valem da tecnologia portátil**;** neste caso, ***utilizando o CBL e a calculadora gráfica.*** Nessa observação, um dos meus objetivos é descobrir como a tecnologia, no caso as calculadoras gráficas e os sensores, influenciam a interação dos estudantes.

Para que essas atividades fossem realizadas, propus trabalhar ***em atividades de experimentação****,* caracterizadas nesta pesquisa por um ambiente investigativo, no qual o aluno tem a oportunidade de experimentar, tanto matemática quanto fisicamente uma conjectura inicial e verificar, perceber, como realmente se realiza um fenômeno, quais condições são ou não toleráveis, dentre outras características. Desta forma, acredito que essas propiciem a observação de como os estudantes aperfeiçoam suas predições e descrições.

Uma vez detalhadas as características da pergunta de pesquisa e, em consonância com essas características, este trabalho utiliza, como metodologia, a abordagem qualitativa, pois nela o

> pesquisador colhe informações, examina cada caso separadamente e tenta construir um quadro geral [de uma dada] situação. É um exercício de ir juntando as peças, como num quebra-cabeça, até o entendimento global do problema (COSTA, 2001, p. 41).

Nesta visão, "a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma trajetória etc" (GOLDENBERG, 2000, p. 14). Segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001, p. 131), "a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição 'compreensiva' ou interpretativa" e por estar preocupada em investigar, como os estudantes relacionam a Matemática e a Física em atividades com o uso da

calculadora gráfica e o CBL, acredito que metodologia qualitativa seja a mais adequada a esta pesquisa, além do fato de essa abordagem "permitir ao pesquisador a oportunidade de identificar e considerar **fenômenos não esperados** e gerar teorias emergentes com o estudo desenvolvido" (CASEY, 2001, p. 22).

Quando falo em fenômenos não esperados, o leitor pode não conseguir imaginar essa situação, porém adianto-me dizendo que tais fenômenos não esperados ocorreram nesta pesquisa e eles ficarão mais bem evidenciados no próximo capítulo, no qual os dados são apresentados. Esse tipo de observação e posterior análise, só é possível devido à metodologia utilizada, neste caso, a qualitativa.

Assim, creio que a metodologia qualitativa esteja articulada a esta pesquisa, uma vez que meu objetivo é o de observar o estudante trabalhando, ver o significado tanto físico quanto matemático que eles estão construindo no decorrer das atividades, buscando estudar, assim, o processo pelo qual os alunos chegam a determinadas conclusões e não somente os resultados apresentados. Preocupam-me menos os relatórios e mais o processo pelo qual os estudantes estão passando naquele momento, expondo seus conhecimentos, utilizando as mídias existentes.

Embora eu tenha anseios de analisar o processo cognitivo, o intento da presente pesquisa, porém, centra-se em como os alunos interagem com os conceitos presentes nas atividades, não elucidando a questão cognitiva, mas, sim, o processo de exploração dos mesmos. Deste modo, estarei olhando o **durante**. Não analisarei somente o "relatório" que o aluno entregou (afunilado num resultado) e, sim, o conhecimento/pensamento exteriorizado pelo aluno.

Em consonância com a metodologia, por estar focando e priorizando o processo, não se tem como objetivo fazer asserções expressando resultados, tais como índices de melhoria e/ou de aproveitamento no aprendizado dos estudantes. Segundo Borba (2001, p. 140)

> ao privilegiarmos uma noção de conhecimento baseada na compreensão, as perguntas e os procedimentos, como filmagem, entrevistas gravadas, experimentos de ensino (onde o pensamento dos estudantes é modelado por pesquisadores que agem como 'professores particulares') – se harmonizam e interagem, permitindo que façamos pesquisas de cunho marcadamente epistemológico e outras de cunho tipicamente pedagógico.

Finalmente, muitas experiências e idéias, vividas por mim, contribuíram para a estrutura desta pesquisa, como pontuado no capítulo 01. Isso é evidenciado na seleção da literatura e teorias ali feitas, denotando uma escolha pessoal. Numa perspectiva objetiva ou positivista, esse procedimento poderia ser chamado de "*bias* do pesquisador"[1], mas o modo qualitativo acredita que as pesquisas, de um modo geral, envolvem uma decisão, uma escolha e uma perspectiva pessoal.

5.3 – Estudo Piloto

Utilizando o método qualitativo de pesquisa descrito anteriormente, foi conduzido um estudo piloto, em agosto de 2003, com alunos do primeiro e segundo anos de Licenciatura em Matemática. A proposta desse estudo era investigar como os alunos relacionam conteúdos matemáticos e físicos, utilizando calculadoras gráficas e o CBL, além de verificar se as atividades estariam claras, legíveis, de modo que o grupo a ser pesquisado, no experimento de ensino, pudesse desenvolver tais atividades.

Além deste piloto com alunos, foram realizados pilotos com pós-graduandos, membros do grupo GPIMEM. Tanto em um grupo, quanto em outro, surgiu a necessidade da construção de uma ficha com os principais procedimentos no uso (manuseio) da calculadora e o CBL (anexo V), pois poderia haver alunos participantes das atividades que nunca tiveram experiência com calculadoras gráficas.

Além disso, era realmente necessária uma ficha auxiliar contendo uma seqüência de comandos para se executar uma determinada ação com o uso da calculadora. Surgiram também ligeiras correções de escrita no conteúdo das atividades e os membros do GPIMEM recomendaram a separação em partes (divididas em encontros) de algumas atividades, de modo que essas fluíssem mais tranqüilamente. Em síntese, esta fase teve uma contribuição importante para o desenvolvimento das atividades.

[1] Segundo Goldenberg (2000), *bias* pode ser entendido como viés, parcialidade ou, ainda, como a personalidade do pesquisador.

5.4 – Os participantes

Apesar de a literatura indicar que o pesquisador, quando escolhe uma amostra, já o faz com alguma intenção ou com algum critério (Lincoln e Guba, 1985), informo que intenções realmente eu já as tinha, porém a princípio não utilizei nenhum critério especial para a seleção dos participantes, como por exemplo a informação da professora sobre os melhores ou os piores alunos naquela disciplina.

Como as atividades envolvem conteúdos matemáticos de cálculo e pré-cálculo, centralizei este estudo em alunos ingressantes no Ensino Superior, mais especificamente, alunos da Licenciatura em Matemática.

Para a seleção dos participantes, fui até a sala, na aula de Cálculo Diferencial e Integral I, e fiz o convite a todos os alunos presentes na classe. Informei que as atividades possuíam um caráter investigativo, que seriam em duplas, vídeo-filmadas, no horário disponibilizado pela dupla e que a realização de todas as atividades teriam uma previsão máxima de sete semanas de duração. Isso posto, surgiram treze interessados. Posteriormente, por e-mail, somente oito desses alunos forneceram a disponibilidade de dias e horários para a participação nos encontros.

É importante esclarecer que a opção de trabalhar com duplas não foi uma decisão inicial, pois antes de convidar os alunos, já tinha em mente que eles estariam dispostos em trios, uma vez que essa dinâmica se aproximava mais de uma aula laboratorial convencional no ensino de Física, aula em que os estudantes trabalham dispostos de três a seis alunos por bancada. Devido à restrição imposta pela sonorização das filmagens, resolvi agrupar os alunos em duplas, pois assim um membro do grupo poderia operar o sensor, enquanto outro manuseava a calculadora gráfica (CASEY, 2001).

Além disso, essa disposição iria facilitar o meu trabalho de pesquisadora após a coleta de dados, mais precisamente na transcrição dos diálogos registrados em fita de vídeo.

No que se refere aos participantes das atividades, havia a pesquisadora e os alunos, estes os sujeitos da pesquisa, dispostos em duplas, conforme figura 11. Em relação aos últimos, eram alunos na faixa etária de 17 a 22 anos, de uma mesma sala de aula, do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista – Unesp, Rio Claro.

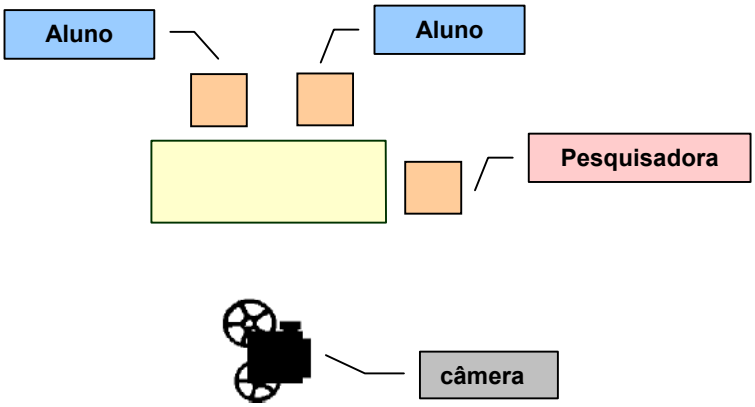


Figura 11: Disposição física dos participantes nos experimentos.

O critério utilizado por mim na formação das duplas foi a disponibilidade de dias e horários dos alunos. Sendo assim, foram formadas quatro duplas de estudantes abaixo apresentadas. A coleta de dados deu-se no período de 27 de agosto a 02 de outubro de 2003.

Tentando retratar, ainda que, de modo impreciso, a seguir descreverei algumas características, percebidas por mim nos alunos componentes de cada dupla.

Dupla 01 – Diogo (22 anos) e Marcos (19 anos)
Encontros: quarta-feira das 14h às 17h

Apesar de estarem esses alunos dispostos em duplas, percebi ao longo das atividades que eles não formavam uma dupla no sentido de trabalho em equipe, em parceria. De um lado Diogo, um aluno que se manteve mais calado e, de outro, Marcos, um aluno falante e cheio de sugestões inovadoras, dentre elas: a idéia de fazer uma entrevista coletiva no final das atividades e a sugestão de emitir um certificado de participação para todos os alunos que participaram dos experimentos de ensino.

Dupla 02 – Raphael (18 anos) e Rodrigo (21 anos)
Encontros: quarta-feira das 19h às 22h

Esses alunos realmente formavam uma dupla. O elo de amizade entre esses dois rapazes fez com que eles desenvolvessem todas as atividades em dupla, sem exceção, estabelecendo um clima de companheirismo e de parceria. Rodrigo, sempre com comentários pontuais. Raphael, o mais falante, extrovertido, ativo, gerador de idéias inusitadas, as quais acabaram contagiando a professora.

Dupla 03 – Bruno (17 anos) e Clara (18 anos)
Encontros: quinta-feira das 14h às 17h

Uma dupla de opostos. Bruno se mostrou um aluno falante, sem muito medo de errar, extrovertido. Clara uma aluna que não se expôs com facilidade. Essa dupla se deu muito bem e se manteve integrada, estimulada por Bruno, nas atividades que realizaram juntas.

Dupla 04 – Elton (17 anos) e Ivan (18 anos).
Encontros: quinta-feira das 19h às 22h

Elton e Ivan, alunos que se ajustaram no trabalho em dupla. Elton, um estudante ativo, falante, participativo, curioso e com muita vontade de aprender as aplicações da Matemática. Ivan, um aluno calado, que pensa bastante antes de falar, mas que, em seus momentos, deu boas contribuições para o crescimento da dupla.

No decorrer das atividades, mais especificamente na atividade 03, Clara não pôde comparecer e Bruno me informou que não mais poderia participar, devido a um compromisso profissional assumido em Campinas. Por esse motivo, essa dupla só teve a oportunidade de realizar, trabalhando em conjunto, as duas primeiras atividades. As restantes, Clara realizou sozinha com o acompanhamento da professora.

Enfim, posso dizer que minha relação com os participantes foi amigável e de respeito mútuo. Quanto às filmagens, alguns alunos, inicialmente ou em momentos isolados, se deram conta de que estavam sendo filmados e, em algumas ocasiões, percebi que eles se contiveram ao proferir determinados comentários.

Em contrapartida, todos os alunos ficaram extremamente lisonjeados, por serem fotografados durante as atividades. Essa minha iniciativa gerou um elo entre mim e os participantes, e entre eles de uma forma geral. Isso se constata no fato de que eles se interessavam pelas fotos no final das atividades, comentavam entre si, o que acabou culminando na produção de um CD com as fotos de cada dupla.

5.5 – O contexto da coleta de dados

Na abordagem qualitativa, a escolha do campo onde os dados são colhidos, bem como dos participantes, é feita em função das questões de interesse do estudo e também das condições de acesso e permanência no campo, além da disponibilidade dos sujeitos (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2001).

Sendo assim, Casey (2001) afirma que o pesquisador, ao se encaminhar para a coleta de dados, já o faz com "um conjunto de suposições, teorias e crenças que apóiam e guiam os seus estudos. [...] São as nomeadas 'lentes', que servem para a direcionar e focar a proposta do pesquisador" (p.22).

Como os dados foram coletados na própria Unesp, campus Rio Claro, o contexto da coleta se deu, ora no laboratório do GPIMEM, ora no anfiteatro do departamento de Matemática dessa instituição.

Embora o ambiente de coleta de dados tenha se constituído tanto no laboratório do GPIMEM, quanto no anfiteatro do departamento de Matemática, é importante ressaltar que a coleta se deu em tais ambientes devido à sonorização e a disponibilidade de uma grande mesa, na qual os estudantes poderiam trabalhar à vontade com os equipamentos, facilitando assim as filmagens.

5.6 – Considerações Éticas

Antes de coletar os dados, algumas precauções éticas foram levadas em conta por mim. Nesse sentido, Goldenberg (2000, p.99) afirma que "não se deve violar confidências ou causar dano às pessoas que se estuda. Para tanto, é importante que as propostas do pesquisador tenham ficado claras desde o início da pesquisa".

Valendo-me dessa premissa, procurei esclarecer aos participantes quais eram os objetivos da pesquisa com os dados coletados. Encaminhei-lhes um e-mail, perguntando se os mesmos gostariam de ser citados nesta dissertação pelos nomes reais ou fictícios, sendo que todos os alunos optaram (por escrito) por serem citados pelos nomes reais.

5.7 – Procedimentos metodológicos para a coleta de dados

Estudando um grupo de alunos em profundidade, as técnicas no campo qualitativo de pesquisa geraram ricas interpretações dos eventos e atividades ocorridas neste grupo. Casey (2001, p. 22) afirma que "essa abordagem [a qualitativa] permite ao pesquisador explorar aspectos físicos e teóricos dos quais os participantes atuaram".

Deste modo, como procedimentos metodológicos, foram utilizados: os experimentos de ensino, a entrevista e, ainda, a documentação, caracterizada pelas fichas de trabalho e pelas fitas de vídeo. Assim, com esta combinação de procedimentos, acredito que estive apta a explorar a influência da tecnologia nos alunos, participando e vendo-os trabalhando engajados no manuseio das tecnologias em atividades que entrelaçavam a Matemática e a Física. A seguir, são detalhados os procedimentos metodológicos.

5.7.1 – Os Experimentos de Ensino

Foi adotado o construto teórico da Reorganização do Pensamento, tendo por objetivo conhecer como a tecnologia, no caso as calculadoras gráficas e os sensores, influenciam na interação dos estudantes; também pesquisou-se como os estudantes negociam e, a partir de então, constroem conhecimentos, articulando o uso de gráficos, funções e tecnologia; como os estudantes aperfeiçoam as suas predições, descrições e que diferentes recursos são empregados por eles para descrever e indicar suas indagações. Como procedimento metodológico, optou-se pelos Experimentos de Ensino **(E.E.)**, de modo a criar um espaço onde os alunos trabalhem em pequenos grupos, enquanto o professor-pesquisador, através da análise das conjecturas, procura auxiliá-los.

Os Experimentos de Ensino são uma seqüência de episódios de ensino buscando a "[...] exploração e explicação da **atividade matemática dos estudantes**" (STEFFE e THOMPSON, 2000, p. 273). Com relação à postura do professor-pesquisador em investigar a atividade matemática dos estudantes, Steffe e Thompson (2000, p. 278) declaram "que os pesquisadores não adotam essa posição somente no começo de um Experimento de Ensino, mais do que isso, eles mantêm essa posição durante todo o percurso do experimento".

Segundo Steffe e Thompson (2000), os episódios de ensino devem conter: um **agente educador**, um ou mais alunos participantes, uma **testemunha do episódio de ensino** e um método de **registro dos episódios**.

O agente educador foi papel preenchido pela professora-pesquisadora, e a figura da testemunha ficou caracterizada por alguns membros do GPIMEM que, além de filmarem, também observaram a maioria das atividades. O olhar **da testemunha teve uma importância fundamental nos experimentos.** Por exemplo, nas atividades 01 e 02, as duplas trabalharam somente com uma calculadora e um CBL, valendo registrar que uma testemunha percebeu, em uma dupla, especificamente, a existência da "monopolização da calculadora" por um estudante. Visando evitar esse tipo de comportamento, na atividade seguinte, disponibilizei uma calculadora gráfica para cada aluno das duplas.

Para os registros dos episódios, têm-se as filmagens e as fichas de trabalho. Os autores afirmam que tais registros podem ser utilizados tanto no preparo de

episódios subseqüentes, quanto na condução de uma análise conceitual retrospectiva dos Experimentos de Ensino.

Durante os E.E., os pesquisadores procuram explorar o raciocínio dos estudantes, sempre se perguntando: "o que essa pessoa [aluno] pode estar pensando, para que suas ações façam sentido do seu ponto de vista?..." (Ibid, p. 294), isso se visualiza nesta pesquisa quando a professora pergunta aos alunos "o que acontecerá se...". Sendo assim, professor-pesquisador pode encontrar os alunos operando de maneiras inesperadas e aparentemente novas. Há, ainda, ocasiões quando o observador (testemunha) fará, por qualquer motivo, uma interpretação da ação do aluno diferente da interpretação do professor-pesquisador. O observador pode captar elementos importantes das ações dos alunos que aparentemente passaram despercebidas pelo professor-pesquisador. Nestes casos, o observador comporá uma outra opinião e, como ressaltam os autores, cabe ao professor-pesquisador acatar ou rejeitar esse ponto de vista.

Nas atividades desta pesquisa, muitas vezes, as testemunhas auxiliaram no procedimento de coleta, ora modificando a disposição dos alunos, visando uma maior interação com a professora, ora advertindo/elogiando a professora sobre algum procedimento executado, sugerindo mudanças no encaminhamento da atividade, entre outras contribuições.

Entendo que, mesmo não estando preocupada com os resultados finais apresentados em relatórios, em consonância com Steffe e Thompson (2000), isso não quer dizer que as atividades não tenham o objetivo de contribuir para o aprendizado dos alunos. Em particular, o objetivo é observar as explorações que os alunos fazem **espontaneamente** e utilizá-las de modo a responder à pergunta de pesquisa.

Quanto ao termo **espontâneo**, vale salientar que, sob meu ponto de vista, o aprendizado pode ser espontâneo nos alunos, mas ele é provocado pelo pesquisador que, muitas vezes, age intencionalmente. Steffe e Thompson (2000) afirmam que, em um Experimento de Ensino, a intenção do professor-pesquisador não está centralizada no fato de os alunos aprenderem a resolver um único problema; ao invés disso, o interesse estará em que os alunos entendam o que estão fazendo em conseqüência de suas atividades matemáticas. Mais especificamente nesta pesquisa, objetivo que os alunos entendam e relacionem a Matemática e a Física presentes nas atividades que integrem o uso do sistema CBL.

Nos Experimentos de Ensino, o pesquisador age constantemente buscando uma possibilidade de um resultado ou encaminhamento diferente daquele que o estudante possa estar fazendo. Com isso, é comum que o professor-pesquisador pergunte ou faça comentários com a intenção de "induzir um elemento de dúvida nos alunos: por exemplo, o professor-pesquisador pode fazer uma contra-sugestão, tal como: "Uma outra criança que vimos ontem achou que... você acha que isso faz sentido" (ACKERMANN, 1995, p.347 citado em STEFFE e THOMPSON, 2000, p. 291).

Cabe ao professor-pesquisador conduzir o aluno a explicar como ele chegou a uma determinada situação ou, ainda, como ele resolveu aquele determinado problema. Do mesmo modo, o professor-pesquisador, pode responder uma determinada pergunta dos estudantes, visando fazer um **contraste** entre a questão feita e situações diversas, dentro e fora da atividade. Para Steffe e Thompson (2000, p. 292), ao fazer o contraste, "o objetivo do professor é que os alunos reorganizem seu raciocínio de tal maneira que eles acabem por encontrar uma solução para a [aquela] situação".

Uma outra **técnica** utilizada nos E.E. é a de pedir aos alunos que antecipem o resultado de suas operações. Segundo os autores, essa técnica é semelhante à idéia de convidar os alunos a adivinharem (anteciparem) e expressarem essas adivinhações de várias maneiras. Eles ressaltam que ao usarmos esse método, geralmente encorajamos os alunos a agirem, como algo do tipo: "vamos tentar e ver o que acontece!" (p. 292). Eles alertam que o professor-pesquisador deve estar sempre preparado para "abandonar uma determinada situação quando fica claro que os alunos não conseguirão encontrar um caminho até a reorganização prevista" (p. 292).

Essa técnica ficou caracterizada no desenvolvimento das atividades desta pesquisa. Pedir que os alunos antecipem suas indagações constituiu-se o início de cada experimento, fase denominada no presente trabalho de **predição**. Para o termo predição atribuí o mesmo significado que os autores: o de prognosticar características e antecipar como seria o gráfico de determinado fenômeno.

Os Experimentos de Ensino constituem-se ambientes propícios para o professor-pesquisador encorajar os alunos a usarem seus conhecimentos prévios em situações que incluam, ou não, **elementos novos**, os quais, neste caso, se

caracterizaram pelos **instrumentos portáteis**, dado que as atividades foram, para todos os alunos, o primeiro contato com a calculadora gráfica e com o CBL.

Esse ambiente propicia a formulação de hipóteses pelo aluno, fazendo com que as teste experimentalmente, reconstrua essas hipóteses formando, assim, um ciclo. Vale frisar que, nesse caso, o processo cíclico não significa necessariamente rotina, mas, sim: cada vez que o experimento é refeito, novos questionamentos podem ser formulados, caracterizando, desta forma, um rico e produtivo processo de aprendizagem. Ao mesmo tempo, o pesquisador pode começar com uma hipótese, um modelo preliminar, construído na base de suas suposições teóricas e experiências anteriores e, no decorrer dos E.E., modificar sua pergunta de pesquisa para justificar observações talvez inesperadas.

Os autores ainda afirmam que os E.E. não são modelos previamente construídos e, assim, é de extrema importância que os pesquisadores divulguem como suas pesquisas foram feitas, bem como seus resultados. Observam, ainda, que não faz sentido exigir que um Experimento de Ensino seja generalizado, de tal forma que se possa esperar as mesmas respostas e características obtidas na realização de um E.E., ao se trabalhar com outras amostras aleatórias. Dessa forma, questões que envolvem generalizações não são os objetivos centrais dos E.E.

De um outro lado, é possível falar de generalizações ocorridas internamente nos E.E., como a maioria dos alunos optarem por um determinado tipo de resolução de um problema ou, ainda, por um grupo de alunos partir para uma solução diferenciada dos outros participantes. Esses casos são úteis na organização e na condução de atividades futuras feitas pelo pesquisador. Os autores afirmam que o E.E. torna-se conceitualmente generalizado quando o pesquisador pode reorganizar sua maneira de pensar para um próximo Experimento de Ensino, ou seja, se o pesquisador pode aprender novos aspectos com a atividade antiga que gerarão novas relações (ou não) no experimento futuro.

Em síntese, quando o professor-pesquisador interage com alunos em um Experimento de Ensino, as ações dos alunos e professores são co-dependentes. Para os autores, "a conscientização de que o pesquisador é um participante nas construções dos alunos e que os alunos são participantes ativos nas construções do pesquisador é precisamente o que a metodologia do experimento de ensino recomenda" (p. 301).

Para eles, tanto o pesquisador quanto o aluno não ingressam nos E.E. como folhas em branco. Desse modo, os E.E. foram traçados com o propósito de eliminar a separação entre a prática de pesquisa e a prática de ensino. Acredito que os E.E. se constituíram, como estratégia metodológica, numa atmosfera propícia para os alunos negociarem e formularem conceitos, além de explorarem conhecimentos tanto físicos quanto matemáticos, em um ambiente favorável à experimentação.

5.7.2 – A Entrevista

Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001, p.168) declaram que as entrevistas na perspectiva qualitativa podem ser pouco estruturadas, não contendo, então, uma ordem rígida de perguntas e respostas. Entendo que, desse modo, elas se assemelham a uma conversa com o objetivo de coleta de dados. Nas entrevistas, o pesquisador está "interessado em compreender o significado atribuído pelos sujeitos a eventos, situações, processos" (Ibid, p. 168) vivido por eles durante a coleta de dados.

Assim sendo, inicialmente, previa que, após o término das atividades, fossem realizadas **entrevistas separadamente com as duplas**, visando delinear o perfil dos participantes e também saber o que eles acharam das atividades que realizaram, levantando pontos positivos e negativos. Então, ainda na realização das atividades, quando informei as características acima e meus objetivos especificamente à dupla Diogo e Marcos, o aluno Marcos sugeriu que a **entrevista** fosse **coletiva**, da qual todos os alunos participariam simultaneamente.

Acatando a sugestão do aluno participante, optei pela entrevista coletiva semi-estruturada, sabendo que essa

> se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente, permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações; são esquemas mais livres, menos estruturados, ou seja, com base num **roteiro**, mas com grande flexibilidade; é preciso ter um clima de confiança, para que o informante se sinta à vontade para se expressar livremente (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 34, grifo meu).

Desta forma, utilizei um pequeno **roteiro** para guiar a entrevista (anexo VI), de modo que cada participante pudesse dar a sua contribuição para todo o grupo. A **entrevista coletiva** me exigiu uma maior atenção, com relação ao balanceamento da participação dos pesquisados, pois no grupo alguns alunos eram mais falantes e outros mais introvertidos.

Autores, como Barros e Lehfeld (2000), Bauer e Gaskell (2002) destacam também que o **ambiente** em que se realiza a entrevista deve ser adequado, garantindo a privacidade, o respeito, de modo a adquirir a confiança dos entrevistados. Nesse ambiente, a fala do entrevistado é essencial. Sendo assim, os participantes não devem se sentir intimidados, pressionados ou coagidos, de modo que as respostas por eles fornecidas reflitam os dados que se querem coletar.

Em conformidade com as descrições anteriores, procurei construir este ambiente conforme a figura 12. Percebi, também, que este ambiente favoreceu a fala descontraída, as brincadeiras entre os estudantes e entre eles e a pesquisadora e o estímulo a contar peculiaridades e/ou características presentes nas atividades desenvolvidas pelas duplas. A entrevista coletiva foi registrada em fita de vídeo, com a autorização dos entrevistados para uso posterior, tal como a figura abaixo.

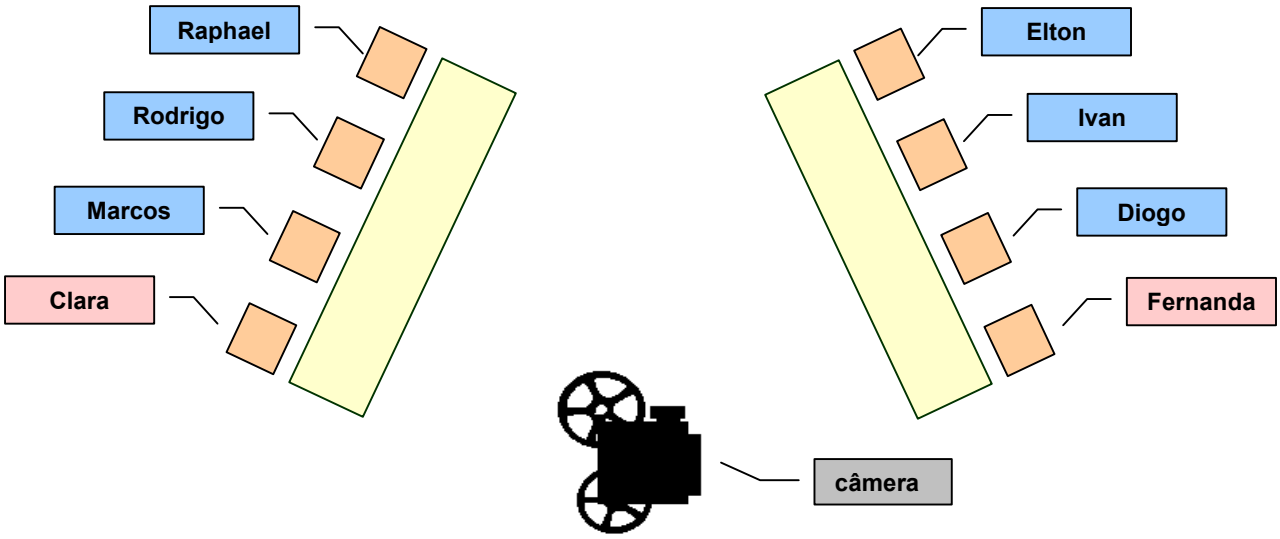


Figura 12: Disposição física dos participantes na entrevista.

5.7.3 – A Documentação

Além das 60 horas em fitas de vídeo como documentos, a pesquisa comporta as fichas das atividades produzidas pelos alunos e orientadas por mim, incluindo gráficos e tabelas. As fichas de trabalho originais se encontram nos anexos I, II, III e IV.

Esses documentos foram analisados em conjunto com o vídeo tape, de modo a explorar as idéias e conceitos dos alunos durante a atividade envolvendo calculadoras gráficas e o CBL.

A seguir, apresento "como" as atividades foram construídas, destacando o meu caminhar como pesquisadora, bem como os objetivos de cada atividade.

5.7.3.1 – O processo de Construção das Atividades de Experimentação

Para delinear as atividades, primeiramente, verifiquei quais sensores estavam disponíveis no laboratório do GPIMEM e foram, então, prontamente disponibilizados os sensores de luminosidade, temperatura e tensão.

Com isso, parti para uma extensa pesquisa documental, procurando atividades já publicadas, utilizando esses sensores. Dentre o vasto material encontrado e avaliado, optei inicialmente por trabalhar com os três sensores, realizando ao menos uma atividade com cada tipo de sensor. Porém, a escolha do tema, sensor, conteúdo matemático e físico, aliado ao caráter investigativo, exigiu um **malabarismo** a ser exercido por mim, no caráter de pesquisadora. Sendo assim, optei por utilizar somente dois **sensores**, os de luminosidade e temperatura.

Ter abandonado o uso do sensor de tensão foi uma decisão muito difícil para mim. Porém, acreditei que eu, como Engenheira Eletricista, poderia interferir no andamento da atividade (com o uso desse sensor), durante a aplicação, uma vez que gostaria de estar o mais aberta possível ao que poderia acontecer.

Vários **temas,** tanto matemáticos (introdução a: funções, derivadas, integrais e equações diferenciais) quanto físicos (calorimetria, termologia e ótica em nível inicial), passaram pelo meu estudo durante o processo de concepção das atividades.

Nesse malabarismo, mais uma variável foi introduzida, gostaria de **explorar a portabilidade dos instrumentos** (calculadora gráfica e CBL). Sendo assim, os aparatos necessários para a realização das atividades deveriam ser minimizados, com o objetivo de que estas fossem realizadas em qualquer tipo de ambiente escolar e não necessariamente num laboratório de Física.

Com isso em mente, foi planejada a primeira atividade, intitulada Lei de Resfriamento de Newton, que contemplava a termologia em Física e a função exponencial em Matemática. Nesse período, acreditava que seria possível iniciar a investigação, a partir da atividade Lei de Resfriamento de Newton. Em reuniões com o grupo de pesquisa, GPIMEM, percebi a necessidade de gerar atividades com um nível menor de sofisticação e extensão. Essas atividades iriam anteceder a atividade específica de resfriamento.

Trabalhando, então, a segunda atividade, que utilizava o sensor de luminosidade e envolvia conceitos físicos relativos ao efeito da luz, ao perpassar por um determinado meio, e conceitos matemáticos, tais como derivadas, integrais e resolução de equações diferenciais ordinárias, essa atividade foi nomeada como "os acetatos".

Em virtude do tempo de permanência em campo, nessa atividade, especificamente, foi suprimida a coleta de dados experimentais pelos estudantes. Acreditando, assim, que essa atividade iria contribuir para que o aluno soubesse mexer na calculadora, utilizasse os modelos de regressão, desenhasse e tomasse decisões sob os gráficos dos dados experimentais e, de uma forma ou de outra, explorasse a portabilidade presente nos instrumentos.

Novamente em reunião com o GPIMEM, o grupo, em consenso, achou que a atividade ficou com um caráter matemático mais acentuado e por não ter coleta de dados, houve perda da característica investigativa. Embora entendendo a argumentação do grupo, achei por bem insistir na viabilização dessa atividade, visto que acredito poder haver investigação matemática, como mostrado na literatura, com o uso mais intensivo da calculadora gráfica, pois um dos objetivos da proposta é verificar a negociação dos alunos, quando estes utilizam as mídias em todas as suas peculiaridades.

Ainda com o objetivo de gerar atividades com um nível menor de sofisticação e extensão, uma outra atividade foi concebida: a que envolvia a mistura de duas substâncias, trabalhando com conceitos de calorimetria e termologia e com o

conceito de equações, funções. Assim, essa atividade, seria a primeira a ser realizada com os alunos.

Nesse mesmo período, utilizando o sensor de luminosidade, ainda outra atividade foi concebida, relacionando distância e luminosidade. Ela abordava conceitos de luz e funções polinomiais. Essa atividade se tornou, então, a segunda a ser aplicada nos experimentos de ensino.

Após isso, os processos ficaram mais claros em minha cabeça e as atividades já estavam posicionadas. A atividade 01 – Mistura de duas Soluções, trabalharia o conceito de temperatura da mistura de duas substâncias em temperaturas diferentes, de mesmo volume e de volumes distintos. Em Matemática, seria possível o trabalho com equações, funções e variáveis dependentes e independentes.

A atividade 02 – Luminosidade versus Distância, trabalharia com o conceito de decaimento da intensidade da luz, à medida que o sensor se afasta da fonte luminosa. Essa atividade foi dividida em duas partes, sendo que, na primeira, o aluno deveria investigar o modelo que descrevia o fenômeno, e, na segunda parte, o estudante iria aprender um pouco mais sobre o experimento. Nessa última parte, intensificaram-se os conceitos de fontes de luz primária e secundária, espectro eletromagnético e, finalmente, a Lei do Quadrado Inverso. Em Matemática, foram exploradas as funções polinomiais, do tipo $y = a.x^b$. Concomitante a isso, foi criada uma ficha de procedimentos específicos para os alunos trabalharem com os programas e funções da calculadora. Essa ficha especial continha somente comandos, objetivando a familiarização dos alunos com os instrumentos e tal ficha acompanhou os estudantes até o final dos experimentos.

À terceira atividade, a dos acetatos, caberia estudar o efeito de oclusão em uma fonte de luz. Foi dividida em duas partes: na primeira, o aluno investigava o modelo que descrevia o fenômeno e, na segunda, aprendia um pouco mais sobre o experimento, caracterizando a Lei de Beer-Lambert. Em virtude de os dados já estarem coletados, enfatizou-se, nessa atividade, a parte matemática, dando oportunidade aos alunos de montarem uma equação diferencial, a partir dos dados experimentais, entendendo, assim, as informações fornecidas pelo fenômeno.

Houve a oportunidade de resolução dessa equação diferencial ordinária e, posteriormente, a verificação da equação do modelo obtido, através das equações padrões de regressão da calculadora. Imaginou-se e, posteriormente, foi posto em prática o procedimento de que a parte da montagem e resolução da equação

diferencial ordinária fosse feita pelos alunos, nessa atividade, sob a coordenação e encaminhamento da professora.

Assim, a atividade de resfriamento tornou-se a quarta e última atividade dos experimentos. Para isso, ela foi ampliada e dividida também em duas partes, com o mesmo objetivo da anterior. Na segunda parte dessa atividade, era esperado que os alunos fossem capazes de montar e resolver a equação diferencial que rege o fenômeno.

Em síntese, o conjunto das quatro atividades foi montado num grau de dificuldades/habilidades matemáticas para os estudantes. Detalhes de cada atividade podem ser vistos no próximo capítulo. O **malabarismo** da pesquisadora esteve em equacionar o uso dos sensores, conceitos matemáticos e físicos em atividades investigativas.

"Estudantes poderiam não ser apenas ouvintes passivos de leituras, eles poderiam vir a ser participantes ativos do processo de aprendizagem. Eles poderiam 'fazer' ciência de maneira similar ao trabalho dos cientistas. Eles poderiam formular suas próprias questões, criar hipóteses, teorias próprias, fazer avaliações e predições sobre o futuro do processo físico, eles poderiam preparar experimentos, coletar e processar dados físicos, manipular, discutir e pensar sobre eles, e por último, mas não menos importante, eles poderiam comunicar e colaborar com seus pares".

(JESKOVÁ e ONDEROVÁ, 2000, p. 01).

6.1 – Introdução

Este capítulo concentra-se na descrição dos dados, os quais acredito ter fundamental importância para elaborar possíveis respostas à pergunta norteadora desta pesquisa. Faz-se necessário, então, apresentar ao leitor a estrutura do capítulo.

Inicialmente, é apresentada a importância e a contribuição do uso do vídeo tape para esse trabalho, destacando suas vantagens e desvantagens. Em seguida, apresento como os episódios foram construídos, bem como qual o significado das características textuais deste capítulo. Posteriormente, esclareço ao leitor como foi feita e o que conterá a análise apresentada durante os episódios.

Ainda neste capítulo são descritas as diferentes partes das atividades que nesta dissertação recebem a nomenclatura de "atividades de experimentação". Após isso, são apresentadas as atividades que compõem os experimentos de ensino, descrevendo seu "desenvolvimento padrão", são elas: Mistura de duas Soluções, Luminosidade x Distância, Os Acetatos e A Lei de Resfriamento de Newton. Dentro de cada atividade, foram elencados os episódios, sendo que esses foram verticalizados pelas duplas participantes.

6.2 – O uso do vídeo tape

O uso do vídeo tape teve fundamental importância para que os episódios fossem construídos. Assim, dedico esta seção à discussão deste tema.

Autores como Powell et al. (2001) e Benedetti (2003) enfatizam o uso e análise do vídeo como um instrumento importante na análise de dados. Em seus trabalhos, os autores citam as vantagens e as desvantagens do uso do vídeo tape.

Dentre as vantagens, têm-se: a capacidade de captar procedimentos e interações dos estudantes, possibilidade de recursividade, ou seja, de as cenas serem vistas várias vezes e a contribuição de ações não verbais, tais como os gestos e movimentos. As desvantagens podem ser entendidas como as limitações da câmera de vídeo que, mesmo abrangente, só filma um determinado cenário, tornando as cenas seletivas.

Sabendo que vídeo tape auxilia o pesquisador a estudar a complexidade e significado dos processos ocorridos em uma atividade, este recurso foi utilizado nesta pesquisa procurando sempre focalizar a discussão ocorrida entre a dupla envolvendo o uso das calculadoras e o CBL, bem como a interação desse grupo com a pesquisadora. Mesmo com o uso do vídeo tape, destaca Casey (2001, p. 32) que "esse recurso foca algumas atividades ocorridas na sala, porém outras, neste momento, são omitidas".

Merece destaque no uso do vídeo tape um aspecto denominado **permanência**. A permanência é entendida pelos autores (POWELL et al., 2001 e BENEDETTI, 2003), como a possibilidade de o pesquisador assistir várias vezes à mesma cena, buscando elementos de análise que contribuirão para a resposta da pergunta de pesquisa, objetivo central do pesquisador, durante a coleta e análise dos dados. Além disso, a possibilidade de outras pessoas, outros pesquisadores, assistirem às cenas, faz com que a cada observação novos aspectos possam surgir e que, neste processo, a análise se torne mais refinada, ou ainda, construída sob outros pontos de vista.

Ambos autores descrevem os procedimentos que utilizaram na análise dos vídeos. Creio então, ser necessário o esclarecimento ao leitor dos procedimentos utilizados nesta pesquisa.

Para se ter uma maior abrangência dos fatos ocorridos, os experimentos de ensino videogravados foram transcritos e posteriormente digitados, tendo em mente que os dados oriundos dessas sessões são "descrições detalhadas de situações, eventos, pessoas, interações e comportamentos observados; citações literais do que as pessoas falam sobre suas experiências, atitudes, crenças e pensamentos [...]" (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2001, p.132).

As gravações em vídeo foram gravações "caseiras", ou seja, sem nenhum aparato técnico especializado. Em virtude desse informe limitante, o áudio das fitas ficou bastante prejudicado, gerando uma maior dificuldade no momento das transcrições. Em relação às imagens, pode-se dizer que essas ficaram satisfatórias.

Separadas as fitas, devidamente catalogadas com: nome da atividade, participantes, data e parte da atividade que a fita continha, encaminhei-me para o trabalho das transcrições. Muitas vezes, para fazer essa transcrição, tive que regravar as fitas de vídeo em fitas cassetes, de modo a ouvir melhor o que os alunos falavam. Durante as transcrições, tive a preocupação de apresentá-las com o mais alto nível de detalhe e riqueza possível, para que o leitor pudesse "entrar" na cena vivida ali, pelos atores (estudantes e professora).

Devido ao grande volume de informações geradas pelas transcrições, nem todas as falas estão integralmente nos episódios. Foi necessário que eu resumisse e descrevesse alguns diálogos, deixando a transcrição literal das falas somente nos momentos nos quais eu julgasse importante o pronunciamento dos alunos.

6.3 – A construção dos episódios

Como já dito anteriormente, as fitas foram literalmente transcritas e posteriormente digitadas. Com o material já digitado, houve o trabalho de **verificação**, ou seja, com esse material em mãos, retornei aos vídeos e re-assisti às fitas, corrigindo eventuais erros de digitação e audição que as transcrições poderiam conter. Esta revisão também tinha o objetivo de preencher algumas lacunas na transcrição, em virtude de eu não entender, ou de não conseguir ouvir o que os atores estavam falando.

Foi com esta transcrição revista que efetuei a "**seleção**", termo dado por mim à junção de algumas cenas e/ou exclusão de alguns diálogos menos importantes, tais como, diálogos paralelos e diálogos não identificados. Posteriormente, esta transcrição reduzida foi transformada. A **transformação** é entendida aqui pelo ato que tive em gerar uma narração, a partir das transcrições revisadas. Assim, tive o papel de narradora, entrelaçando a narrativa aos diálogos dos atores; deste modo os episódios foram construídos. Na busca de insumos para responder à pergunta de pesquisa, os episódios, aqui, são entendidos como uma atividade completa ou como parte de uma atividade, feita pelos estudantes.

Para construir os episódios, foi necessária uma preocupação com a estética e apresentação textual dos dados, de modo que o leitor pudesse compreender o que ocorreu nas atividades. Tais detalhes serão apresentados na próxima seção.

6.4 – Características textuais do capítulo

Visando a uma melhor leitura do capítulo, esclareço que as transcrições dos diálogos foram mantidas tal como ocorreram, com isso, tem-se erros de fonética, concordância, frases truncadas e pensamentos não acabados.

Tais diálogos são iniciados por seus autores identificados com as iniciais em negrito, divididos em duplas: **M:** Marcos e **D:** Diogo; **Ra:** Raphael e **Ro:** Rodrigo; **B:** Bruno e **C:** Clara; **E:** Elton e **I:** Ivan e **F:** Fernanda, a professora-pesquisadora, que participou de todos os episódios. Muitas vezes, até por isso, será somente designada de professora. Para facilitar a leitura, em concordância com Benedetti (2003), na descrição dos dados, refiro-me a Fernanda tanto na terceira pessoa, quanto nomeando-a de 'professora', visando distingui-la da autora deste texto. A seguir, são esclarecidas as características textuais presentes neste capítulo:

a) Ações não verbais aparecem em itálico e entre colchetes. Muitas vezes, essas ações vêm enriquecer a descrição dos dados. Exemplo:

F: Se fosse por outro número de acetatos, você acha que ficaria quebrado, assim tipo uma escadinha? Assim ó, se fosse assim, por exemplo? [***F:** desenha*]

b) A supressão de algum trecho é indicada por: [...]. Exemplo:

I: Não, não sei se é uma parábola, aqui nesse caso tudo bem. [...] Pode ser uma parábola.

c) Quando ocorre ausência de alguma palavra ou indagação, para um melhor entendimento da transcrição, a palavra ausente é adicionada entre colchetes ao diálogo. Exemplos:

B: Isso [a fórmula] é matemático, tem que ser com precisão.

M: Ele [o CBL] não armazena [processa e exibe os dados] ou [ele] passa [transfere os dados] para a máquina [calculadora gráfica]?

B: Calma, aí. Então [o CBL] mede os dois [temperaturas] separados e depois mede os dois juntos?

d) As reticências "..." foram usadas, quando o autor da fala não deu continuidade à frase pronunciada. Exemplos:

B: Não, porque ficou 54... tem mais alguma coisa aqui que tem que ter...

E: Fez um topo, depois começou a cair de forma... que estranho. Aqui deve ser por volta de 15 a 20.

Ra: Eu acho, porque... Eu acho que... Igual a gente usou um Δx muito pequeno, a variação foi pequena também...

e) Diálogos não nítidos na fita de vídeo ou ações feitas pelos atores, porém importantes para o desencadeamento do enredo foram discriminados em itálico entre colchetes. Exemplo:

D: Considera sempre o mesmo material. Ai o coeficiente **c** vai sair fora. [***M:** faz a expressão, manipula as variáveis, **D:** auxilia nas passagens*] Tem que isolar a temperatura.

f) Possíveis reações entre os participantes são expressas entre parênteses. Exemplos:

C: Quanto daria? (Risos) Pela fórmula não dá!

F: Cara de fotossíntese! (Risos)

F: Basencial, é claro, lógico! (Risos)

h) Palavras características de comandos, teclas da calculadora ou CBL serão apresentadas em maiúsculas. Exemplos:

F: Espera ai, deixa eu apertar ENTER, quer repetir? Não, deixa eu sair do programa.

D: Pra diminuir o tamanho do ZOOM.

M: ZOOM STAT. Tem um ZOOM que eu defino o intervalo que eu quero, x e y?

i) Palavras ou frases, que estão sublinhadas, referem-se às transcrições com que a autora chama a atenção do leitor para um diálogo ou frase que julga importante para posterior análise contida no episódio. Exemplo:

M: Se fosse exatamente o mesmo [volume] nos dois, talvez melhorasse um pouco, mas acho que só de ter trocado o recipiente melhorou bastante.

Elucidadas as características textuais presentes nos episódios, a seguir apresento o que será visto na análise inicial dos dados, durante a leitura de cada episódio.

6.5 – Uma primeira análise dos dados

Durante a transcrição e, posteriormente. na "seleção" e transformação de alguns diálogos em narração, foi possível identificar falas e ações que me chamaram a atenção. Esses fatos estarão destacados, nesta primeira análise, junto aos dados, em negrito. Foi ainda durante esse extenso trabalho de transcrições e digitações, que a análise foi iniciada, de modo a procurar "[...] categorias, tendências, padrões, relações, desvendando-lhes o significado" (ALVES-MAZZOTTI e GEWANDSZNAJDER, 2001, p.170).

A resposta a um questionamento sobre o porquê da construção de determinado episódio, muitas vezes, está feita no próprio título do mesmo, ou ainda durante o desenrolar de sua apresentação. O leitor encontrará, no transcorrer das cenas, uma primeira análise, na qual já teço comentários sobre o comportamento dos atores, conceito e conteúdos matemáticos e físicos que surgiram, uso dos equipamentos, apoiando-me algumas vezes na literatura já apresentada, objetivando sempre uma aproximação com a pergunta de pesquisa.

No processo de transcrição, seleção e transformação das transcrições, foram evidenciadas categorias, segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001), as quais serão nomeadas por temas que serão amplamente discutidos e analisados no capítulo 07, sob a luz da literatura pertinente e também sob o referencial teórico adotado nesta pesquisa.

Antes de o leitor se encaminhar para os dados, abaixo segue um resumo dos procedimentos utilizados para a construção deste capítulo:

1. Assistir às fitas.
2. Transcrever "a mão" as fitas em sua totalidade.
3. Digitar as transcrições manuscritas.
4. Verificar as transcrições digitadas junto aos vídeos, procurando identificar lacunas ou erros existentes.
5. Reduzir e transformar as transcrições digitadas, retirando diálogos menos importantes e não identificados, gerando, enfim, a partir das transcrições, uma narração entrelaçando os diálogos dos atores. Foram assim constituídos os episódios.
6. Caracterizar textualmente o episódio, de modo a que o leitor pudesse "ver os atores em cena".
7. Fazer uma primeira análise junto ao episódio, indicando algumas passagens relevantes, discutindo as estratégias utilizadas pelos estudantes e evidenciando conteúdos e conceitos matemáticos trabalhados na atividade. Esta primeira análise reflete o que o episódio retrata sobre a pergunta de pesquisa.

6.6 – As Atividades de Experimentação

As atividades realizadas pelos estudantes foram denominadas de atividades de experimentação. Elas se iniciam com uma introdução ao fenômeno físico, que será estudado no experimento. Esta **introdução** da atividade é nomeada como **predição**. É o momento em que o aluno é convidado a pensar sobre o problema, conjecturar, predizer, indagar sobre como o experimento acontecerá, quais são as relações entre a Matemática e a Física que ele vislumbra.

Na maioria dos episódios, os alunos são convidados a predizer como seria o gráfico daquele experimento, qual função melhor modelaria o fenômeno e o porquê de tal escolha. Após o experimento realizado, os alunos têm a oportunidade de confrontar os dados coletados com suas predições e com isso refletir sobre suas conjecturas iniciais.

Os procedimentos específicos para os alunos trabalharem com os programas e funções da calculadora foram agrupados em uma ficha especial, que continha somente comandos, objetivando a familiarização dos alunos com os instrumentos. Anexo há as fichas de todos os experimentos, contendo todos os detalhes das atividades, bem como a ficha de principais procedimentos.

Na fase "obtendo e analisando resultados", os alunos, com o uso do sistema CBL, examinam os dados de seus experimentos e tiram conclusões do fenômeno físico, auxiliados pela matemática que foi utilizada para modelar este fenômeno. É nesse momento que os alunos podem realizar o confronto entre a predição inicial, o gráfico experimental na tela da calculadora e o gráfico da função que modela o fenômeno.

Durante a análise dos resultados obtidos, é necessário que os alunos encontrem uma função que se ajuste ao fenômeno. Lembrando que, como os dados são oriundos de uma experiência real, não há uma função perfeitamente correta e que valerá para todas as repetições de tal experimento (GRANT e SEARL, 1996). A cada vez que a atividade é realizada, novos parâmetros são gerados, porém o fenômeno adotará (em todas as repetições) o mesmo tipo de equação.

Foram concebidas quatro atividades utilizando o sistema CBL e envolvendo os tópicos da Matemática e Física. A seguir, as atividades são detalhadas e, na seqüência, seus episódios são apresentados.

6.6.1 – Misturando duas Soluções

Na ficha de trabalho, foi pedido aos participantes que descobrissem a temperatura da mistura de duas soluções em temperaturas distintas, utilizando o CBL e a calculadora gráfica.

Inicialmente, os alunos imaginaram que duas bebidas, uma quente e a outra fria, fossem misturadas e que se quisesse saber, então, qual era a temperatura da

mistura (Tm). Passada essa fase inicial, os estudantes executaram a atividade, manipularam os instrumentos e, através da experiência, descobriram o valor de Tm.

A temperatura da mistura é calculada pela média aritmética $Tm = \frac{T_1 + T_2}{2}$, quando os volumes dos recipientes são iguais e, para volumes distintos, a temperatura da mistura pode ser calculada pela média ponderada, ficando: $Tm = \frac{T_1 V_1 + T_2 V_2}{V_1 + V_2}$.

6.6.1.1 – Episódio 1 Diogo e Marcos: A predição, um momento de discussão

Através deste episódio, pretendo mostrar ao leitor a importância dos momentos de predição observados no desenvolvimento da atividade descrita na ficha 1. A linearidade da descrição do episódio requereu uma análise pormenorizada da transcrição original. Todavia, devido à própria limitação da mídia escrita em não poder representar alguns efeitos cinestésicos, tais como a expressão de contentamento dos alunos quando "encontram" resultados satisfatórios observados na interação com o sistema CBL, um gesto, um sorriso, acabam sendo também uma característica desta análise e busca do referencial teórico discutido no capítulo 04, no mesmo tempo que estabelece conexões ao curso da pergunta norteadora.

Buscando a primeira tentativa de responder à questão apresentada na ficha de atividades: qual é a temperatura da mistura (Tm), Marcos imediatamente associa a tentativa de resposta à necessidade de recorrer a uma fórmula matemática para encontrar a temperatura da mistura de duas substâncias. No caso da atividade, eles usaram água, separada em dois recipientes iguais com temperatura distintas. Para Marcos, em uma indagação a Diogo, o resultado seria obtido "por uma fórmula de física [...] É mc alguma coisa". Diogo verbaliza a equação: "$\Delta Q = mc\Delta\theta$". Ainda nesse processo, Marcos afirma "se for o mesmo [líquido] é só tirar a média, se for a mesma quantidade, o mesmo volume e o mesmo conteúdo: água, leite, é a média, né?" No caso do primeiro experimento, ainda sem o auxílio do CBL e calculadora gráfica, diz Marcos que a Tm "seria (60 + 7)/2, se fosse o mesmo líquido". Já Diogo, provavelmente associando a resposta à fórmula da variação de temperatura, afirma

ser a diferença entre as temperaturas, dizendo que "o quente vai ceder calor para o menos frio, misturou para ele chegar a 53º, foi 60º - 7º".

Atenta ao fato de Marcos se aproximar um pouco mais da proposta da atividade em relação a Diogo neste primeiro instante de discussões, a professora pergunta a Marcos se seria possível obter uma fórmula mais geral, e, em resposta, Marcos afirma que "É! Quantidade do recipiente 1, na temperatura do recipiente 1, mais a quantidade do recipiente 2, na temperatura do recipiente 2, divido por dois [*e escreve na ficha*]".

E é sob a luz dessas duas respostas, a saber, a diferença entre temperaturas de Diogo e a média feita por Marcos, que a professora inicia a leitura da ficha da atividade e explica algumas funções e características básicas do CBL e da calculadora gráfica. Durante esse procedimento, Marcos demonstra uma curiosidade a respeito do CBL, perguntando se "ele [o CBL] não armazena [processa e exibe os dados] ou [se ele] passa [transfere os dados] para a máquina [calculadora gráfica]". Demonstrando, ao que parece, uma percepção sobre possíveis analogias com algum outro dispositivo informático. Fernanda esclarece que o CBL tem a função de coletar os dados, no caso do experimento: a temperatura da água, porém cabe a um outro dispositivo analisá-los, função exercida pela calculadora gráfica. Com essas explicações, inicia-se a atividade.

Os alunos afirmam que nunca tinham mexido com uma calculadora gráfica antes e muito menos com um CBL. Desta forma, a professora ajuda os alunos a ligarem os equipamentos, ao mesmo tempo em que os auxilia na realização do primeiro experimento. Com a obtenção dos dados e suas visualizações na calculadora gráfica [T1 = 13ºC, T2 = 64,6ºC e Tm = 30,7ºC], os alunos são convidados a iniciar uma discussão sobre a fórmula de Marcos e compará-la ao resultado obtido, caracterizando o primeiro momento de interação entre as mídias informáticas e pessoas ali expostas. Nesse jogo de perguntas e respostas, e mediante a posição afirmativa de Diogo sobre a obtenção da Tm através da média, Diogo, é instigado pela professora para descrever os procedimentos realizados em função de sua afirmação. Diogo descreve todas as etapas, que segundo ele, foram necessárias para a obtenção do resultado exposto em seus cálculos.

D: Então! Eu estava montando as equações aqui e realmente dá a média, né?

F: Dá? Vamos fazer. O que você fez aí?

D: Peguei Q1 e Q2 = 0, ou seja, está em equilíbrio. Aí eu pego mc variação da temperatura, que é a T inicial que é 6 menos a T final que eu tô querendo o equilíbrio mais a massa e o **c** que eu considero que são iguais e a Ti eu sei que é 60 menos, não! É a Tf - Ti, então fica Tf - 60. Eu vou calculando, vai ficar Qf - 60 + Qf - 7. [Tenho] 2Qf - 67 = 0. Eu passo esse 67 pra lá, fica Qf = 67/2.

Após ouvir toda a explicação de Diogo, Fernanda verifica com eles os dados experimentais e mostra-lhes a possibilidade dos cálculos serem efetuados na calculadora gráfica, pois esta fornece também todos os elementos comuns de quaisquer máquinas de calcular. Anteriormente a isso, os alunos estavam utilizando as mídias lápis-e-papel. Diogo faz as contas na calculadora gráfica sob a conferência de Marcos.

Intrigado com os resultados, Diogo percebe que as quantidades de água no experimento são diferentes, o que, segundo ele, causaria resultados divergentes: "Não deu esse valor 30,7, porque as quantidades de água não eram as mesmas, se não, tinha chegado a 38,8". Questionado pela professora, Diogo diz que a quantidade da água nos recipientes geraria diferença nos resultados obtidos, ou seja, a quantidade da água interferiria no resultado. No entanto, Marcos afirma que a temperatura da mistura será influenciada sensivelmente pela variação da temperatura da quantidade maior.

Dando ritmo à atividade, Fernanda pergunta aos alunos sobre suas expectativas quanto aos resultados da medição (coletados pelo CBL versus apontados na predição pelos alunos). Marcos, surpreso com o resultado, afirma que esperava que a Tm (temperatura apresentada pelo CBL) e a Tméd (temperatura apresentada pelos alunos) fossem parecidas, ou seja, apresentassem valores aproximados, como eles haviam afirmado no início do experimento.

Diogo faz uma ressalva: "Acho que essa margem de variação é pouca". A professora questiona se de fato essa diferença não seria significativa no experimento e Diogo acha que para esse tipo de experimento, a variação de 4º C é pouca. Fernanda direciona a questão para Marcos e ele, semelhantemente a Diogo, acha que a diferença de 4º é pequena para esse experimento.

Saindo um pouco do campo experimental e indo buscar exemplos do cotidiano, Fernanda pergunta aos alunos sobre a sensibilidade dessa diferença de 4ºC, se ela é percebida e se, de fato, não faz diferença no experimento em questão. Sugere, então, para que se faça novamente a experiência e pergunta aos alunos se

a diferença obtida não poderia ter sido ocasionada por outro fator. Diogo diante dessa questão afirma: "Eu acho que o ambiente, não está isolado", sugerindo a interferência da temperatura ambiente.

Neste momento, uma longa discussão se estabelece entre os estudantes e a professora, a respeito da interferência do ambiente no experimento. Os alunos fazem e refazem o experimento com outros tipos de recipientes, visando uma diminuição dessa interferência. Nesse ínterim, Diogo adverte que o material utilizado também deve ser relevante para a atividade.

Ao refazerem o experimento sob a luz da premissa da interferência do ambiente, como fator da diferença apurada entre as temperaturas, os alunos optam por utilizar potes plásticos. Com os dados coletados e armazenados na calculadora gráfica, afirmam que os valores medidos ficaram melhores, ou seja, menos discrepantes (Tm e Tméd).

Já com um instrumento de medida de volumes, Marcos afirma que apenas a troca de recipientes, como foi o caso, ajudou bastante na obtenção dos resultados, diz ele que "se fosse exatamente o mesmo [volume] nos dois, talvez melhorasse um pouco, mas acho que só de ter trocado o recipiente melhorou bastante". Diogo, por sua vez, acredita que a precisão só viria se os potes estivessem devidamente fechados, dando passagem somente ao sensor: "Eu acho que se o potinho [medidor] tivesse tampa e só um furinho para o sensor, iria ficar mais preciso ainda [demonstrando uma acentuada consideração sobre a necessidade do isolamento térmico, até então não comentado]". Sob esta afirmação, Fernanda comenta:

F: E ele [o líquido] não ia perder calor para o objeto?

D: Ah é, né! Não é isolante.

F: É! Ia ser a mesma coisa.

Diante disso, a professora insiste sobre a relevância da diferença entre a Tm apresentada pelo sistema CBL e a Tm calculada por eles, aqui denominada de Tméd. Ela relembra com os estudantes que a diferença entre as temperaturas caiu de 8 para 4, depois de 4 para 2 graus, e questiona se essa diferença seria significativa para o experimento: "Será que esses 2 graus [de diferença] é tolerável? Gostaria muito que desse igual e a nossa proposição fosse…" Marcos intervém e diz: "Verdadeira. [Tm = (T1 + T2)/2 = Tméd]".

De modo a validar a fórmula proposta por Marcos, novamente alunos refazem o experimento, só que dessa vez adicionando água fria no recipiente com água

quente. Os alunos fazem as anotações e finalmente obtêm um outro resultado, ou seja, a diferença de 1,2ºC entre as duas temperaturas.

Pela variação de resultados até então apresentados, a professora inicia a tentativa de se obter dos alunos, uma fórmula matemática que pudesse descrever o fenômeno, considerando a relevância da variação das diferenças apontadas nos experimentos. Fernanda pergunta se através dos resultados apresentados pela calculadora, é possível afirmar que para volumes iguais a temperatura da mistura (Tm) pode ser calculada pela Tmédia. Marcos declara que essa afirmação seria possível somente se os volumes e os líquidos forem iguais também:

M: Para volume igual e líquido igual, né?

F: Líquido igual? Você diz assim, café e água, café e café, não daria a mesma coisa? [aqui também fica evidenciado o uso de exemplos rotineiros para os exemplos de substâncias]

M: É por causa da densidade. Se você colocar um brigadeiro grossão, não vai dar. Eu acho! Se a gente desprezar essa perda, né? Porque essa diferença é de perda, quanto mais a gente vai melhorando mais vai diminuindo.

Fernanda retoma a questão da diferença de 1 grau, utilizando exemplos do cotidiano, onde 4 graus são significativos à percepção, já 1 grau não. Nesse caso, pergunta aos alunos se de fato essa diferença de 1 grau deve ser considerada.

Após alguns exemplos dados, os alunos concluem que apenas 1 grau não faz tanta diferença no experimento. Marcos diz: "Eu acho! [que...] se a gente desprezar essa perda, né!? Porque essa diferença é de perda, quanto mais a gente vai melhorando, mais vai diminuindo [a diferença]. Se a gente for desprezar as perdas...1 grau ele troca com o ambiente, com os recipientes, né? Troca calor com o que está sendo utilizado [recipiente, ambiente], se fosse perfeito aqui [ambiente completamente isolado]. Será que se a gente passasse de um [recipiente] pro outro [e] não perdesse nada, não perdesse calor nenhum, eu acho que seria perfeito". Nesta fala, Marcos está tentando verbalizar a importância do isolamento térmico, que segundo ele é necessário para a obtenção exata da temperatura da mistura.

Os estudantes, através da atividade, percebem que, para volumes iguais a temperatura da mistura pode ser calculada pela média das temperaturas. Assim, ela questiona como calcular a temperatura da mistura para volumes diferentes. Marcos responde que a temperatura "é proporcional ao volume". Diogo descreve os procedimentos para se obter o resultado do cálculo: "Como calcularia? Ah, você

pega a T do primeiro recipiente multiplicado pelo volume dele mais a T do segundo recipiente multiplicado pelo volume dele, dividido pelo volume dos recipientes."

Há um longo debate, ocasionando uma **predição** sobre a concepção da fórmula para a temperatura da mistura utilizando volumes distintos. Após isso, Marcos pergunta à Fernanda se devem ser considerados os materiais, porém Fernanda lembra Marcos que os materiais são iguais, nesse caso, Diogo afirma: "Considera sempre o mesmo material. Aí o coeficiente **c** vai sair fora. [***M:** faz a expressão, manipula as variáveis, **D:** auxilia nas passagens*]. Tem que isolar a temperatura".

Marcos, finalmente, apresenta uma fórmula, ou resposta para a questão levantada pela atividade: "(T1V1 + T2V2)/(V1+V2) = Tm". Fernanda sugere aos alunos executar o experimento com volumes diferentes. Os alunos executam o experimento e Marcos, manipulando a calculadora, obtém os seguintes valores: T1 = 14,7ºC, T2 = 66,4ºC, Tm = 33,ºC e Tméd = 35,38ºC. Diogo faz as contas utilizando a calculadora gráfica e Marcos confere visualmente.

Novamente, com o surgimento de uma diferença entre as temperaturas Tm e Tméd, Fernanda interroga os alunos se existe a possibilidade de ter algum erro na fórmula e Diogo afirma: "Na fórmula, eu acho que não. Só se for na hora de fazer o experimento". Embora alunos refaçam os cálculos, a diferença entre a Tm e Tméd permanece, no caso, a diferença é de 2,38ºC.

Os alunos e a professora verificam a possibilidade de melhorar o resultado. Porém, Diogo relembra que a menor diferença obtida no experimento, de 1,2ºC, foi apontada quando o experimento foi realizado, considerando água fria despejada no recipiente com água quente. Nesse caso, Fernanda sugere que se variem os volumes. Marcos propõe colocar o mesmo volume, para constatar de fato se há mudança.

Os alunos fazem o experimento, os valores coletados são: T1 = 70,3ºC, T2 = 15,2ºC, Tm = 38,4ºC e Tméd = 40,4ºC. Diogo faz as contas na calculadora direto com o uso dos parênteses (a iniciativa da utilização dos parênteses foi manifestada pelo próprio aluno, caracterizando a facilidade de operação da calculadora) e no final constatam a diferença de 2ºC, que para o desapontamento de Marcos não era o 1 grau esperado.

Procurando uma maneira de associar os sucessivos resultados e suas características durante toda a seqüência de experimentos, Fernanda relembra o

resultado da primeira coleta, em que o valor da diferença era de aproximadamente 1 grau. Em seguida, retoma a questão da influência dos fatores externos no resultado do experimento. Diante do problema, a professora sugere que se refaça o experimento, alterando-se o volume. Os alunos dão continuidade ao experimento: Diogo mede as águas 100 mL fria e 300 mL quente, Marcos esquenta a água e Diogo manipula a calculadora, coletando os valores: T1 = 62,1ºC, T2 = 16,9ºC, Tm = 52,2ºC e Tméd = 50,8ºC. Diogo faz as contas na calculadora e Marcos acompanha.

Nesse momento, após sucessivas tentativas de aproximação de resultados, percebe-se a familiaridade dos alunos com as tecnologias informáticas ali presentes. A inibição encontrada inicialmente, devido à falta de habilidade com os mecanismos, não mais está sendo percebida. Os alunos interagem constantemente com as mídias, caracterizando um dos objetivos da proposta no experimento, e ao mesmo tempo conduzindo a reflexões constantes na pesquisadora sobre as conexões entre a Física e a Matemática, num ambiente de interação do CBL e calculadora gráfica.

Refeita a experiência e apurados os valores, todos discutem sobre o resultado (diferença de 1,4ºC entre as temperaturas) que, segundo os alunos, foi satisfatório.

Fazendo questão de recordar aos alunos de que dessa vez (a pedido deles) o experimento foi feito jogando-se água fria na água quente, a professora pergunta a eles se esse foi o fator da diminuição da diferença entre as temperaturas, em relação ao experimento anterior. Marcos responde que "na teoria não era pra ser não, né!? Acho que era pra ser a mesma coisa". A professora reformula a questão e a direciona para Diogo, que responde: "Eu acho que também [concordando com o Marcos]".

Utilizando as analogias do cotidiano, Fernanda emprega exemplos para verificar com os alunos se a diferença obtida é relevante no experimento. Ela utiliza a analogia da temperatura do corpo humano para verificar com os alunos se a diferença obtida no experimento deve ser relevante ou não.

Diogo levanta uma hipótese de que o tempo poderia influenciar nos resultados, por perceber a oscilação do CBL: "Ah, mas não sei essas variações não podem ter sido porque, quando a gente aperta pra travar os valores ele [o CBL] ainda tá oscilando, né, um pouquinho. É! Tá oscilando um pouquinho, o tempo que, às vezes, a gente demora pra colocar a outra água pode tá... Influenciando um pouco, porque vai passando o tempo, vai perdendo temperatura, buscando o

equilíbrio com o meio ambiente e isso também deve estar dando essa margem de erro aí. Fora o recipiente estar perdendo calor do líquido".

Marcos concorda com a hipótese de Diogo e levanta outras variantes: "É! É aquela coisa que a gente faz; demora ou derruba um pouquinho, ou até trocar de sensor, tá contribuindo pra aumentar. Acho que é isso!".

Fernanda, porém, reporta aos alunos que a questão levantada é a relevância da diferença encontrada em todas as medições desenvolvidas, ou seja, quanto são significativas as margens de erros.

M: Hum, hum [expressão de afirmação] Eu acho que tá dentro, por exemplo, que nem aqui, 4, ou 8 como deu na primeira, tá fora. Agora de 1 a 2 a gente tá conseguindo por aí. De 1 a 2 vai ser sempre nossa precisão e sempre é pra cima, né?

D: Nem sei se aquele de 8 [lembrando do primeiro experimento] tá fora também, né? Se a gente fizesse de novo do mesmo jeito que a gente fez o primeiro.

M: É! A gente não mediu a quantidade de água né? [Marcos encontrando uma possível resposta para a discrepância apurada em comparação do primeiro experimento aos demais]

D: Aquele que deu 4, então que a gente fez com o pote de louça. Se a gente tivesse feito outras vezes e desse a mesma diferença, eu acho que ia dar dentro, porque esse 4 foi a margem de erro daquele pote. [Diogo, a exemplo de Marcos, "procura" uma possível explicação sobre as variações encontradas]

M: E 2 é a margem de erro nesse pote aqui.

D: Eu acho que é isso.

M: Para medidas iguais a gente chegou em 1,3 de diferença. Agora a gente tá com 1,4 nos volumes diferentes. Então de 1 a 1,5 a gente vai dar como tolerável, se não, a gente tem que jogar fora o que a gente fez, fórmula e tudo!

D: Eu acho tolerável.

Marcos, questionado por Fernanda, sobre a tolerância 2ºC, pensa e responde: "Tanto é erro que a gente não erra sempre igual. Tem hora que é pra mais, pra menos, nessa última a gente errou pra, deu 2 a mais do que. Deu 1,4 a mais do que era pra dar. No anterior deu 2 a menos, né. A nossa margem de erros é 2, tanto pra mais quanto pra menos". Quando questionado sobre a oscilação dessa diferença, tanto para maior quanto para menor, Marcos responde: "Na outra deu pra menos,

deu 38 a nossa 40. Nessa, deu 52 pra 50, então em todos eles tá variando, uns é pra mais outros é pra menos. Essa é a nossa margem de erro".

Nesse momento, Fernanda retoma a pergunta inicial, ou seja, como obter a temperatura da mistura com substâncias diferentes, ao que Diogo responde: "Faz a média das duas temperaturas". Fernanda pergunta se sempre pode ser feita a média, quando Marcos, por fim, fecha a discussão, com sua análise: "Tem vários casos: Se for com o mesmo volume é a média, se for com diferentes volumes, mas o mesmo líquido, mesmo material aí a gente usa essa daqui [*apontando para a fórmula* Tm = (T1V1 + T2V2)/(V1+V2)]. Aí se forem volumes diferentes [e] materiais diferentes, aí, não tem jeito, tem que usar a fórmula de material vezes variação de temperatura. Nesse caso a gente precisa saber qual é cada bebida e qual é cada volume, precisava saber os dois [volumes]". Ela pergunta aos alunos se é possível concluir a atividade. Diogo afirma que para volumes diferentes a resposta para a temperatura da mistura (Tm) era a média ponderada.

Marcos declara que não sabe bem o que vem a ser média ponderada e Diogo aproveita a oportunidade para exemplificar calculando a média ponderada das notas em uma disciplina que ambos tem em comum. A professora fecha a discussão, estabelecendo a importância do volume na expressão encontrada (Tm = (T1V1 + T2V2)/(V1+V2)), como afirmou Marcos.

No episódio acima, com relação à análise da **Matemática dos estudantes**, é possível notar o uso de uma fórmula Física ($\Delta Q = mc\Delta\theta$), advinda dos conceitos de calorimetria caindo "como uma luva", segundo os alunos.

Quanto à **Física dos estudantes**, noto que eles procuraram utilizar a equação fundamental da Calorimetria: Q = m.c.ΔT, que representa a quantidade de calor sensível recebida ou cedida por um corpo, em função da variação de temperatura. Há indícios de que os alunos tentaram utilizar também o princípio fundamental da calorimetria: se vários corpos trocam calor, os de maior temperatura cedem calor aos de menor temperatura, até que se estabeleça o equilíbrio térmico. Com isso, a soma dos calores trocados pode ser expressa por: Q1 + Q2 + Qn = 0. Desta forma, acredito que nesta atividade o equilíbrio térmico também foi entendido pelos estudantes como uma tendência natural para a concepção da fórmula do experimento.

Posteriormente, eles fazem uma associação dessa fórmula com a fórmula Matemática da média aritmética (Tm = (T1 + T2)/2) e ainda, a sua ampliação para média ponderada (Tm = (T1V1 + T2V2)/(V1+V2)).

Embute-se nesta atividade os conceitos de proporção, termos em evidência e a modificação da expressão inicial, sendo posteriormente igualada a zero, para representar uma situação de equilíbrio térmico entre os líquidos. Ocorre também, a eliminação de variáveis, como no caso do calor específico (**c**) dos líquidos, sabendo que **c** é uma característica da substância e não do corpo, pois, cada substância tem o seu calor específico. Por exemplo, diferentes blocos de ferro têm o mesmo calor específico, pois são constituídos da mesma substância. Como eles estavam utilizando substâncias iguais, atribuíram o caráter de constante a esta grandeza.

A professora, ao longo de todo o encontro, procurou instigar discussões e, com isso, formalizar os resultados, como, por exemplo, quando pergunta a Marcos se a fórmula para calcular a temperatura da mistura, defendida por ele, valeria para outros casos.

Neste episódio há uma extensão, feita pelo aluno Marcos, à restrição de utilização de mesmos líquidos para a fórmula concebida por eles, pois se tivéssemos líquidos distintos o calor específico desses líquidos seria diferente.

Desenvolveu-se uma grande discussão sobre a margem de erro, erro tolerável, aceitável e fatores que poderiam influenciar a atividade (as medições). Eles deram algumas sugestões, dentre as quais: fazer mais rápido a mistura, colocar a água quente na fria, ou ainda a fria na quente, trocar os recipientes, objetivando diminuir esses possíveis erros.

Noto que, durante a atividade, os alunos ficaram "presos" aos conceitos de sistema isolado, sistema ideal, exato versus experimental. Nesta fala de Marcos, por exemplo, é possível observar a tendência do aluno para uma precisão: "Se fosse exatamente o mesmo [volume] nos dois, talvez melhorasse um pouco, mas acho que só de ter trocado o recipiente melhorou bastante".

Ele diz "exatamente o mesmo volume, talvez melhorasse um pouco", ou seja, mesmo aproximando ao máximo o experimento das condições ideais, isso talvez não fosse refletido nos dados obtidos. Novamente esse comportamento é evidenciado quando Diogo sugere que, se o pote medidor tivesse tampa e somente a passagem (furo) para o sensor, conseguir-se-ia obter uma maior precisão nas medidas.

Inusitadamente, essa predisposição para o exato cai por terra quando eles assumem que uma diferença de dois graus não seria significativa, atribuindo a essa diferença todos os erros incidentais de medição, tais como: influência da temperatura ambiente, erros de leitura, aferição dos equipamentos, tempo de coleta de dados, entre outras.

Questionados pela professora sobre a margem de erro da experiência, eles executam outras vezes o experimento e conseguem minimizar esse erro e, aí sim, atribuem esse um grau de diferença a perdas do sistema, tais como troca de temperatura com o ambiente e com os recipientes.

Durante o desenvolvimento da atividade, a professora percebe que há uma noção intuitiva de resfriamento nos alunos, no momento em que ela pergunta o que está influenciando a atividade e os alunos respondem que, à medida que o tempo vai passando, o líquido vai perdendo temperatura para o recipiente e buscando equilíbrio com o ambiente, gerando assim uma margem de erro.

Com esse pressuposto dos alunos, novamente remonta-se a idéia de precisão, exatidão, tão frisada em Matemática. Esse tipo de comportamento também se apresenta em outras atividades e em outras duplas. De modo a "vencer" esse erro experimental, os estudantes sugerem um outro tipo de recipiente (metal) e, então, há uma discussão sobre a influência dos materiais utilizados.

A professora busca constantemente o contraste, questionando se a diferença entre a temperatura apresentada pelo sistema CBL e calculada por eles é significativa, ou, ainda, até quanto esse erro seria admissível. É dada, então, a oportunidade aos alunos de tomar a decisão e justificar (baseada no uso do sistema CBL) esta decisão quanto a essa diferença. Com isso, os alunos chegam a afirmar que cada recipiente teria a sua margem de erro. Creio que, assim, os estudantes estabeleceram um ambiente de negociações e discussões, de modo a chegar a um objetivo comum, ou seja, a um erro tolerável.

O episódio mostra, ainda, a criatividade de Marcos manifestada no momento no qual era necessária a medição dos volumes que, a princípio, não tinham um instrumento adequado para essa medição. Com essa situação, eles percebem o volume dos líquidos como sendo fator preponderante para se obter a temperatura da mistura.

Destaca-se também, nesse primeiro encontro, a curiosidade e a posterior interação dos alunos com os instrumentos, pois ambos nunca tinham manipulado

uma calculadora gráfica, e muito menos um CBL. Assim sendo, a professora procurou deixá-los à vontade com os equipamentos, otimizando o seu uso e isso pode ser notado em vários trechos do episódio.

Percebo que houve um trânsito dos alunos entre diversas **mídias** que estavam presentes na atividade: lápis-e-papel, calculadora, CBL, os sensores e os materiais de um modo geral. Há de se notar que, inicialmente, os alunos se valeram mais do lápis-e-papel, porém, durante o desenvolvimento da atividade, os alunos já estavam manuseando os equipamentos e efetuando cálculos mais avançados na calculadora. Esse desempenho já mostra os estudantes interagindo com as mídias disponíveis no experimento e relacionando a Física com a Matemática, de maneira a encontrar uma expressão para a temperatura da mistura.

Em consonância com Borba e Penteado (2001, p. 43), destaco o rápido *feedback* do sistema CBL, apresentando simultaneamente a ação dos estudantes, as temperaturas iniciais dos líquidos, bem como a temperatura da mistura da substância. Desta forma, os atores (humanos e não humanos) estiveram imbuídos na proposta da atividade. Acredito que o uso do sistema CBL favoreceu questionamentos e significações, que talvez não se manifestassem se tais atores não estivessem presentes no experimento.

6.6.1.2 – Episódio 2 Bruno e Clara: Da prática para a teoria, ou seria da teoria para a prática?

Uma das características observadas no episódio anterior foi a negociação de argumentos durante o desenvolvimento da atividade. No episódio a seguir, além dessas evidências, percebi que a dupla Bruno e Clara tinha um elemento a mais a ser "desmistificado", a saber, a dicotomia intrínseca entre o exercício prático e sua produção teórica. Desta forma, por se tratar do mesmo experimento, não irei detalhar todo o processo descritivo/narrativo, tal como fiz no episódio anterior, mas, sim, a elucidação do processo investigativo de suas diferenças, no mesmo tempo em que identifico possibilidades de respostas à pergunta diretriz.

Neste episódio, a fase da **predição** é caracterizada por uma busca constante de uma saída para o problema da temperatura da mistura (Tm), evidenciado na fala

de Clara: "Aí, ou você corre pra fórmula, ou você, não sei, usa algum instrumento que mede a temperatura". Analisando este episódio, noto que, para essa dupla, só há duas saídas para encontrar a temperatura da mistura: uma experimental (instrumento que mede a temperatura) e outra Matemática (fórmula) e, em primeira análise, essas duas saídas são disjuntas. Em face a isso, Bruno sugere o uso dos equipamentos disponíveis, calculadora gráfica, CBL e sensores, para medir a temperatura da mistura, enfatizando a prática oriunda da medição ou, então, através da teoria, utilizando as "fórmulas físicas". Nota-se uma separação nas duas estratégias.

Visto o dilema dos alunos em lembrar a fórmula de cabeça, a professora convida-os a executar o experimento, sugerindo que este talvez pudesse auxiliar os alunos na busca da fórmula para a temperatura da mistura. Assim, a professora lê a atividade, explicando as características dos equipamentos e como seria a sua execução.

Bruno, surpreso, indaga: "Calma, aí. Então [o CBL] mede os dois [temperaturas] separados e depois mede os dois juntos? Temperatura... já vai medir, direto, a mistura, ou vai medir o nº 1 e o nº 2?". De posse da pergunta de Bruno, a professora esclarece como serão feitas as medições, mostra as instruções no programa, apresenta as teclas da calculadora e posteriormente os alunos colocam as águas nos recipientes, como visto na figura 13 para iniciar as medições.

Figura 13: Atividade 1 Mistura – Bruno escolhendo a quantidade de água a ser colocada em qual recipiente.

Clara pergunta à professora se ela não testou a atividade em nenhum recipiente para tirar a medida, sugerindo algo relacionado às "massas" contidas nos recipientes. Bruno percebe que ele não tem um recipiente para medir e necessita de

uma medida padrão para o volume. Então, em discussão, ele sugere utilizar a metade do recipiente, quer dizer, o recipiente com líquido até a metade. Nota-se, então, como visto na outra dupla (Marcos e Diogo), que Bruno e Clara sentem a necessidade de algum instrumento de medida para estabelecer o volume, mas, mesmo assim, eles executam a experiência e percebem que a temperatura da mistura (Tm) apresentada pela calculadora ficou diferente da temperatura Tm calculada por eles, através das mídias lápis-e-papel.

Como os alunos não estão conseguindo encontrar a temperatura da mistura, através da subtração da temperatura mais fria da mais quente, Fernanda cogita se a atividade seria influenciada caso os alunos tivessem uma precisão no volume. Os alunos concordam.

Então, agora, com o medidor de volumes, eles escolhem 300 mL de água para repetir a atividade. Bruno, ao medir os volumes, conforme a figura 14, declara: "Isso [a fórmula] é matemático, tem que ser com precisão".

Figura 14: Atividade 1 Mistura – Bruno colocando água no recipiente e Clara fazendo as contas.

A professora pergunta se é possível achar a temperatura da mistura. Bruno pondera que, para achar essa temperatura, é necessário fazer a diferença entre elas. Ele calcula (fazendo a diferença entre as temperaturas) e percebe que, mesmo assim, não encontrou o resultado, ou seja, a Tm apresentada pela calculadora é diferente da Tm que ele estava calculando através da subtração. Numa tentativa de justificar, Bruno diz: "Não, porque ficou 54... tem mais alguma coisa aqui que tem que ter...".

Clara diz que a temperatura ambiente influenciaria na atividade, Bruno, porém, argumenta que ela só iria influenciar, se deixássemos a experiência um

longo tempo acontecendo e, então, Clara se opõe, dizendo: "Mas você nunca tem uma temperatura precisa da mistura…". Bruno finaliza essa discussão, dizendo que ele acredita que ainda falta algum detalhe, que não deve ser somente tirar uma temperatura da outra.

Automaticamente, ao se falar de teorias e fórmulas, Bruno declara que tinha tudo, tudo em mente (devido ao estudo para o vestibular), mas que não se lembrava no momento. Questionados pela pesquisadora sobre uma possível fórmula para o experimento, ambos se surpreendem com a idéia de conceber uma fórmula e insinuam que, para isso, seria necessário conhecer todos os fatores envolvidos no experimento.

A **Matemática dos estudantes** neste episódio foi se revelando paulatinamente no trânsito deles pelas "alas" da teoria e da prática. Primeiramente, eles utilizaram a idéia de troca de calor, um líquido cedendo calor para o outro. Posteriormente, em confronto com a temperatura apresentada pelo sistema CBL, surgiu, então, a idéia de precisão, bastante enfatizada por essa dupla.

A precisão estava associada inicialmente ao volume dos recipientes, como na fala de Bruno: "Isso [a fórmula] é matemático, tem que ser com precisão" e, posteriormente, à temperatura, conforme a afirmação de Clara: "Mas você nunca tem uma temperatura precisa da mistura…". As idéias de nunca versus precisão são uma tônica desse episódio.

Sem perceber, os alunos foram montando, construindo a fórmula que, para eles, estava no campo da teoria. Percebem-se frases do tipo: "Não, mas eu acho que tá faltando algum detalhe. Não é só tirar um do outro", expressando um erro desvelado pela experiência, na provável fórmula concebida por eles. Finalmente, Bruno se lembra de uma fórmula que envolve a quantidade de calor, a massa do líquido, calor específico e variação de temperatura.

Estimulados pela professora e pela ficha de trabalho, os alunos sentem a necessidade da concepção de uma fórmula. Isso acaba por desencadear uma procura, tal como um desafio, de suas componentes até então desconhecidas e pertencentes ao domínio da teoria, bem como a análise dos fatores de interferência (temperatura do recipiente, temperatura ambiente entre outros).

No desenrolar do experimento, os alunos citam várias vezes a interferência, neste caso negativa, do resfriamento do líquido durante a execução da experiência e também da influência dos recipientes utilizados (porcelana). Nesse sentido, Clara

solicita a troca dos recipientes e esses são substituídos por recipientes plásticos, o que para ela seria uma condição de solução do problema. Com isso, surgem idéias de conservação de calor e evaporação da água.

Questionados pela pesquisadora sobre a margem de erro entre as temperaturas da mistura apresentadas pelo sistema CBL e por eles calculadas após executar a experiência várias vezes, os alunos atribuem essa diferença a uma hipótese de sempre ser um valor positivo, ocasionado pela quantidade de líquido em cada recipiente.

Mesmo com a lembrança das componentes da fórmula, ainda não expressa em termos matemáticos, nota-se que isso não ajudou muito os estudantes:

B: Era a massa de líquido multiplicada pela constante de calor e a variação de temperatura. É bom para calcular o quanto de calor ele recebeu ou perdeu, mas a temperatura mesmo, quanto daria?

C: Quanto daria? (Risos) Pela fórmula, não dá!

Devido a algumas tentativas "frustradas" de conceber a fórmula, ambos partem para uma concepção extrema, a qual eu poderia dizer, uma concepção "matematizada" do problema:

C: Tinha que ter aquelas caixas que isolam tudo, sabe?

B: Ambiente ideal pra não perder vapor.

Essa exatidão, precisão tão defendida por eles, é rapidamente abandonada quando a professora questiona se uma diferença de três graus entre as temperaturas seria tolerável. E ambos rebatem, dizendo que essa diferença é "pouca coisa". Como artifício e buscando um referencial para que os alunos pudessem tomar decisões, a pesquisadora utiliza a temperatura do corpo humano. Assim, surge uma longa discussão sobre a variação da temperatura do corpo humano, na qual os alunos percebem que a alteração de três graus na temperatura do corpo já muda o estado do ser, ou seja, já o deixa em estado febril, necessitando de cuidados médicos.

Noto o contraste feito pela professora, ao utilizar a temperatura do corpo humano para situar os estudantes em suas decisões. Essa postura de contraste do pesquisador é também discutida em Steffe e Thompson (2000).

Quando os alunos concebem a fórmula $Q = m.c.\Delta\theta$, Clara sugere a idéia de equilíbrio e Bruno afirma: "Aí tem alguma coisa pra calcular isso, mas eu não tô lembrado, a gente vai ter que deduzir...": Ambos sugerem, então, a idéia de igualar

Q_1= m.c.$\Delta\theta$ a Q_2 = m.c.$\Delta\theta$. Novamente a noção de precisão aparece, agora sob a forma de "absurdo". Absurdo esse entendido como absurdo matemático. Se Q_1= Q_2, m_1.c.(θ_f - θ_i) = m_2.c.(θ_f - θ_i), as massas sendo iguais, tem-se: $m\theta_f$ - $m\theta_l$ = $m\theta_f$ - $m\theta_l$, eles perceberam que a fórmula não chegava a lugar algum, por isso o "absurdo". Após isso surge a idéia de equilíbrio e, finalmente, a fórmula é montada: $\Delta Q = m.c.\Delta\theta$, sendo a variação de Q, zero no equilíbrio. A tônica novamente se faz presente quando Clara substitui os valores obtidos experimentalmente na fórmula e percebe que não dá zero, como a fórmula estaria indicando (figura 15). Eles atribuem essa diferença (1,8º C) aos valores terem vindo da prática, e não da teoria, e acreditam que essa diferença seria um valor tolerável.

Figura 15: Bruno e Clara fazendo os cálculos de Tm.

Este episódio está centrado na oscilação dos estudantes entre a teoria e a prática vista como "alas" dicotômicas. Essa dicotomia e uma não aproximação se caracterizam nas afirmações de Bruno.

A fixação por uma teoria fez com que, no decorrer da atividade, eles não se dessem conta de que a abstração para a concepção da fórmula poderia vir dos parâmetros físicos utilizados na execução da atividade feita por eles. Os alunos despenderam muito tempo, tentando lembrar uma possível fórmula "da salvação" e não se ativeram a entender o funcionamento da experiência, o que, verdadeiramente, ali, estava acontecendo. Nessa jornada, rumo à "fórmula prometida", foram inseridos os conceitos de equilíbrio, de conversão de unidades (quilos, gramas) e de equivalência de unidades (mililitros, miligramas).

Diferentemente das outras duplas que realizaram o experimento da mistura de duas substâncias, creio ser importante a apresentação desta, sendo possível inferir que, para estes alunos, houve um entendimento da experimentação como fim

de uma demonstração ou verificação da teoria e de suas leis. Utilizando o sistema CBL, eles freqüentemente expressam suspeita com relação aos dados que obtiveram, considerando que um eventual modelo teórico teria primazia sobre os resultados experimentais.

Também fazem parte desse universo alguns comentários que buscam articular dados empíricos com o universo teórico, aparentemente respondendo ao que denomino de confronto entre as fases da predição e da experimentação, propiciado pelo uso da calculadora gráfica e do CBL. É relevante acrescentar que esses estudantes explicitam sempre uma articulação entre os dois mundos da teoria e dos dados, muito embora esta relação (diferente dos outros alunos) aponte para uma visão aparentemente equivocada, segundo o qual, a experiência serve para "confirmar" a teoria: se este não é o caso, então, os dados são eventualmente descartados para "salvar" a teoria.

Noto que os alunos recorrem à teoria que aprenderam anteriormente e o fazem de maneira aparentemente intuitiva, já que não explicitam quais são suas hipóteses, nem justificam suas escolhas teóricas, a partir das características da situação experimental. Deste modo, percebo que estes estudantes não viram a experiência como um todo. Para eles, houve uma separação muito forte entre a teoria e a prática.

6.6.2 – Luminosidade versus Distância

Com o objetivo de determinar como a intensidade da luz decai à medida que nos distanciamos de sua fonte, utilizando o sistema CBL, a ficha de trabalho foi dividida em duas partes. No início da primeira parte, era pedido aos participantes para desenhar como eles achavam que seria o gráfico que melhor representaria a maneira que a intensidade de luz decai quando nos distanciamos de sua fonte. Passada essa fase inicial, os estudantes executaram a atividade, manipularam os instrumentos e, através da experiência, descobriram uma equação para modelar os dados experimentais.

A segunda parte da experiência é composta de uma seção na qual os alunos conhecem um pouco mais sobre o experimento que estão realizando. Nesse momento, são discutidos o espectro eletromagnético e o espectro visível. São

também discutidas as fontes de luz primárias e secundárias, situando que, no experimento, trabalhamos com uma fonte primária, cuja intensidade de luz é a quantidade de energia por unidade de área e que pode ser medida em miliwatts por centímetro quadrado (mW/cm^2). Especificando que a intensidade de luz varia inversamente com o quadrado da distância entre a luz e sua fonte, essa relação é conhecida como lei do quadrado inverso e pode ser representada pela equação $\mathbf{I = k.d^{-2}}$, onde **I** é a intensidade de luz, **d** é distância entre a fonte de luz e o objeto que mede a intensidade e **k** é a constante que depende das características físicas da fonte de luz. Há uma discussão sobre quais são as características da fonte de luz. Para finalizar a atividade, ainda são feitos alguns questionamentos sobre o fenômeno e sobre a mudança desta fonte de luz.

6.6.2.1 – Episódio 1 Ivan e Elton: A Construção do gráfico "de ré"

Uma das características do CBL apresentadas no capítulo 03 foi a sua portabilidade associada à flexibilidade de adaptação com outros componentes periféricos, tais como os sensores. Neste e nos próximos dois episódios, dentre outros destaques, evidencio a importância desta praticidade atrelada à criatividade originada num ambiente interativo propício para a construção de conhecimentos.

Os episódios retratam três momentos: o primeiro caracteriza-se pela análise dos dados coletados pelo CBL, juntamente com a utilização do suporte periférico construído pelos alunos para diminuir a margem de erro, obtida na primeira coleta dos dados experimentais. Outro elemento importante observado durante o episódio foi a quebra de paradigma na percepção da construção do gráfico "de ré", de forma que a atividade acentua a questão do aperfeiçoamento de predições e construção de conhecimentos matemáticos e físicos dos alunos pela interação com as tecnologias. O segundo momento se dá em um ambiente de negociação e explicação, no qual foi "criado" um inusitado silogismo de autoria do aluno Elton: Função "Basencial", quando na verdade queria se referir a Função Polinomial. Esse fato provocou muitos risos entre todos, ao mesmo tempo em que configurou um clima de descontração levado até o final da atividade. O terceiro e último momento se concentra na elaboração algébrica da expressão matemática do fenômeno, que

acabou requerendo da professora um aparte para esclarecimentos de alguns conceitos matemáticos necessários a essa atividade, o uso do logaritmo e da raiz.

Ao iniciarem a atividade, os alunos percebem que os eixos do gráfico apresentados na calculadora gráfica são distância (abscissa) versus luminosidade (ordenada). Essa nomenclatura, de início, causa uma certa estranheza a Elton, que sugere incluir no experimento a velocidade de distanciamento da fonte luminosa. Em discussão com Ivan, ele diz a Elton que "a velocidade não altera na distância", sugerindo que a velocidade não deveria ser levada em consideração.

Após mostrar os equipamentos, a professora apresenta o programa na calculadora que os alunos irão utilizar e os auxilia na montagem e preparação dos instrumentos para a execução da experiência.

Elton denota uma preocupação com a luz ambiente e solicita que a luz da sala seja apagada, alegando que a claridade poderia interferir no experimento. Assim, a professora pergunta qual a lâmpada da sala eles gostariam que fosse apagada e, após isso, eles começam as medições, conforme a figura 16:

Figura 16: Atividade 2 Luminosidade – Elton e Ivan executando a experiência.

I: Pode ir? **F:** Pode. **E:** 100, 95. [Elton fornece a distância a cada 5 centímetros e Ivan coleta os dados] **I:** Maluco! [olhando no visor do CBL, Ivan se espanta].
E: 90, 85, 80, 75. [...] **I:** Quanto deu? **E:** 85. **I:** 85? **E:** É.
E: 80, 75. **E:** Caramba, aumenta! [Elton exibe uma reação de espanto ao ler os números no visor do CBL] **E:** 70.
F: Tá indo? Tá indo de 5 em 5? **I:** E agora é? **E:** 65. **F:** Tranqüilo. **E:** 60. **I:** 60, né?
E: É. 261, vichi!! [olhando o valor da intensidade de luz no CBL].
E: 55. Caramba onde você tava 296? **E:** 50. Dá um tempo ai.

F: O que tá acontecendo? **I:** Ele tá oscilando muito.

E: 45. **I:** 45? **E:** É. 40, 35 **I:** 35? **E:** É. 30.

F: Espera aí, deixe-me desenrolar aqui ó! [o cabo do sensor].

E: 25. **I:** 3072, constante, é isso? **E:** 20, 15. **E:** 10. **I:** 5. **E:** 5.

F: E o zero?

I: Tá colado agora.

E: Diminuiu?

I: Que a lâmpada tá pra cima.

E: Tem alguma coisa errada se calcular aqui [se referindo a posição zero centímetro].

F: Por quê? **E:** zero. **I:** Põe. **E:** Põe, vai interferir.

Após as medições, os alunos analisam o gráfico gerado pelos dados experimentais. Elton diz: "Tem um pico aqui, meu?!! [*olhando o gráfico na calculadora*]. Intensidade dele [*mostrando na calculadora*] deu ok., intensidade pela distância?". Olhando o gráfico apresentado pela máquina, Ivan diz ser uma equação de primeiro grau. A professora sugere que eles usem o TRACE da calculadora para verem melhor os pontos do gráfico e pergunta: "[...] Olhando pro gráfico, esse gráfico que deu dos dados experimentais, a gente pode descrever como é que a intensidade de luz decai à medida que a gente se distancia da fonte?"

Analisando o gráfico, Elton diz: "Fez um topo depois começou a cair de forma... que estranho. Aqui deve ser por volta de 15 a 20". A professora pergunta a eles qual seria o ponto máximo da curva apresentada na calculadora:

E: 10. **F:** 10? **E:** 10, caramba!

F: Então, como a gente pode falar sobre o comportamento da intensidade luminosa com esse gráfico aqui?

E: Distância tem um ponto que cuja intensidade é máxima e depois ela vai diminuindo, não é? Tem uma distância que a gente sabe que a intensidade é máxima, então, naquele ponto a intensidade é total, depois ele começa a cair.

I: Não entendi.

Com a dúvida de Ivan, Elton explica que seu gráfico desenhado no papel fica parecido com o gráfico do experimento, somente a partir de 10 centímetros. Ele esclarece: "Quando eu coloco aqui, difere, mesmo que seja a mesma distância, difere. Porque o zero é pra ser o ponto máximo ele estava em contato não com a

parte da lâmpada aqui do [sensor] estava na parte de baixo, se eu colocasse aqui [levanta o sensor até a lâmpada]".

Elton percebe que essa medida influenciou a experiência, Ivan complementa que se deveria medir novamente e Elton sugere: "Vai fazendo assim, ó! [com o sensor na mão, no alto, e a fita métrica embaixo]. Pra mim interferiu, com certeza". A professora pergunta onde está a interferência e Ivan responde que foi de 0 a 10 cm.

Fernanda pergunta aos alunos se as medições tivessem sido feitas com o sensor em cima, o que aconteceria no gráfico, questiona se alguma parte do gráfico, conforme a figura 17, não ia existir. Elton diz: "Não, ia existir, só que ia ser bem maior, a intensidade ia ser maior. Eu acredito que seja assim, ó, ia ter um topo aqui e descia assim, ó [*desenha no papel*]".

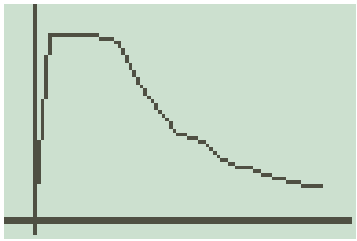


Figura 17: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico experimental da Intensidade de Luz versus distância.

F: Mas aqui não está encostando, não né? Esse seu gráfico não tá encostando lá no y, não?

E: Acho que vai tá encostando, sim, porque tem um ponto no y, numa intensidade máxima, entendeu? Vai ter, com certeza, não é uma coisa infinita. Acho que é isso. Depois, vai ter um zero, vai ter um ponto no meio da distância que não vai ter mais nada. É igual quando a gente está num lugar escuro, a gente vê um ponto de luz. Assim, à medida que a gente se aproxima, aquele ponto parece que vai crescendo, vai ficando com maior intensidade, quando se distancia, chega uma hora que a gente não vê mais a lâmpada.

Para eliminar esse problema ocorrido na medição de zero centímetro, Elton sugere fazer a medição em cima (no alto). Na busca de um apoio, Ivan pega três fitas de vídeo para colocar o sensor, conforme figura 18:

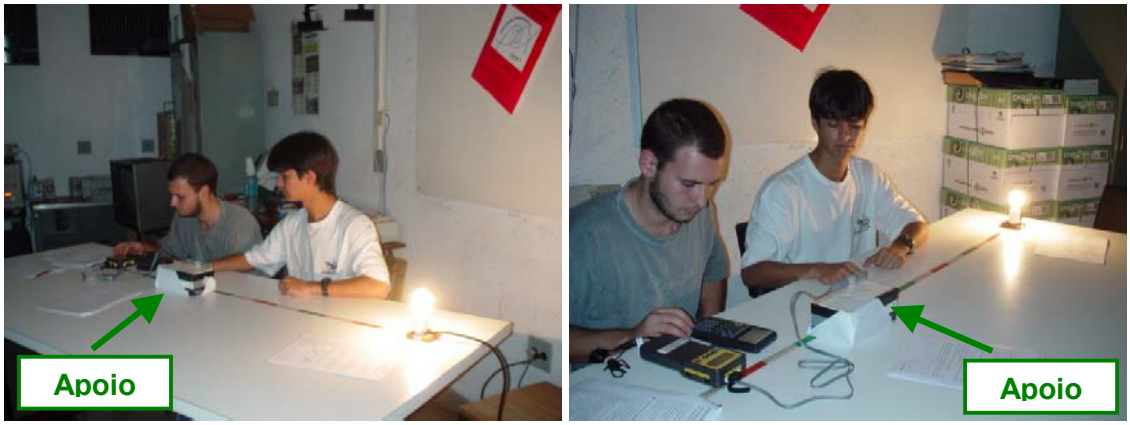


Figura 18: Atividade 2 Luminosidade – Elton e Ivan executando a experiência com o apoio das fitas VHS.

Com o apoio das três fitas de vídeo, os alunos refazem a experiência visando retirar o problema gerado na medição do zero. Elton solicita novamente que as luzes da sala sejam apagadas, agora não mais somente uma, mas todas, alegando que a outra lâmpada acesa poderia interferir na medição. Eles realizam as medições, após isso, as luzes são acesas e Elton diz, espantado: "Nossa!". A professora pergunta o que aconteceu e ele responde:

E: O pico dele não oscilou, não.

I: Procurando o zero.

F: Espera ai, deixa eu apertar ENTER, quer repetir? Não, deixa eu sair do programa.

I: Tá invertido [com relação as setas]. **E:** Pra trás é pra cima.

F: O que está invertido?

I: Pra trás ele aumenta a distância, ele vem pra direita. **E:** É, né?

F: Deixa eu ver o desenho, melhorou ou ficou a mesma coisa?

E: Não, melhorou o pico é no zero.

Procurando uma melhor explicação do gráfico, a professora pergunta: "Que momento que é esse, tão crítico que começa a cair?" Ivan responde: 30 segundos, centímetros é isso!

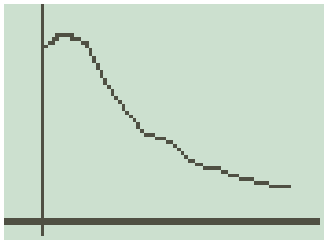


Figura 19: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico semelhante ao obtido experimentalmente por Elton e Ivan.

F: 30 centímetros. É esse aqui, né? Você faz como? Mais ou menos. Bom, comparando nosso segundo gráfico com o primeiro, sumiu essa parte aqui, né, que a gente estava querendo... Por que será?

I: Pela altura [do sensor na lâmpada].

E: Com certeza.

F: Então, tá, então realmente essa parte aqui é porque o sensor estava baixo mesmo. Levantou, ficou ótimo.

A professora questiona os alunos se algo poderia ter afetado o experimento. Eles alegam que, na primeira execução da atividade, a altura do sensor interferiu nas medições. Elencam, então, uma série de fatores que poderiam interferir ou interferiram na segunda medição, como: possibilidade de ter colocado o sensor de maneira incorreta, as luzes terem sido apagadas para diminuir a interferência e a sensibilidade do sensor de luminosidade, quando os alunos apertavam TRIGER no CBL, o valor apresentado no CBL se modificava.

Neste momento, Elton questiona sobre o sensor: "Ele mede o quê, calor?". A professora diz: "Ele mede luminosidade em miliwatts por cm^2". Elton diz que, em nem todas as medições, ele colocou o sensor certinho, de frente para a lâmpada, e que isso poderia ter influenciado no experimento, e justifica:

E: Essa curvinha aqui é, talvez por isso..., porque pra mim a minha idéia seria assim alto e cai, diminuindo aqui.

F: Sem esse pedaço aqui [parte crescente], né?

E: É, sem isso. [...] Na minha idéia é.

F: Por exemplo, se eu tirasse essa parte aqui [crescente]. Assim, né?

F: Ó, será que esse gráfico reflete o que a gente realmente fez? Qual foi o primeiro ponto que a gente mediu?

E: 100.

I: Ah! Por isso que ele tava ao contrário.

F: Então, é por isso, ele foi pela ordem que a gente coletou. Então, primeiro a gente viu o 100, depois 95, nam nam nam. Esse gráfico está em que ordem? Ele mediu 100, depois 95?

E: 5 por 5.

F: 5 em 5. Primeiro a gente mediu a distância, o quê? Maior, não foi?

E: Hum, hum. [Expressão de concordância]

F: Dá maior [distância] para menor, não tá? [assim representado?]

Os pontos experimentais foram coletados, nesta ordem, conforme a marcação feita na figura 20. A primeira medida de intensidade luminosa foi feita a 100cm, segunda medida a 95cm e assim sucessivamente. Essa figura se assemelha aos dados coletados pelos alunos.

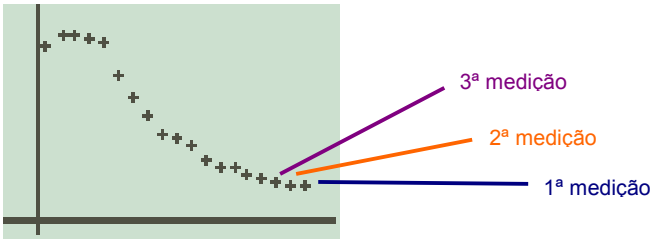


Figura 20: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico de pontos semelhante ao obtido experimentalmente pelos alunos.

F: Então, foi isso, a gente fez decrescente.

E: Então, o gráfico está baixo? [de baixo para cima]

F: Andando pra cá, a gente está acostumado a desenhar o gráfico assim, não de ré.

E: Hum, hum!...

Durante o decorrer da atividade, os estudantes estranharam a maneira como o gráfico foi apresentado na tela da calculadora, uma vez que eles mexiam nas setinhas e elas não refletiam o movimento desejado. Assim, se o aluno pressionava a seta para a direita, para andar no gráfico, o cursor andava para a esquerda e vice-versa.

Esse estranhamento também ficou evidenciado no piloto da pesquisa, experiência anterior da pesquisadora. Enquanto no piloto a aluna atribuiu essa característica (movimento invertido) a um possível erro de software, argumentando que alguma configuração deveria estar errada, os alunos, agora, perceberam essa

inversão na calculadora, mas não atinaram para o porquê de tal inversão. Isso foi elucidado pela professora ao pedir para que eles andassem no gráfico, esclarecendo que as medições foram feitas de maneira descendente e não ascendente, como estamos habituados a proceder. Tem-se aí uma quebra de costume ao desenhar um gráfico, padrão este imposto, muitas vezes, pela mídia lápis-e-papel. Abre-se, então, a possibilidade gerada por uma nova mídia, a de se desenhar o gráfico "de ré", ou seja, com os dados descendentes, diferentemente do nosso hábito, que é sempre desenhar os pontos a partir dos eixos coordenados (que nos dão os referenciais).

Destaca-se também a possibilidade de executar um experimento real, gerando um gráfico que não esteja em função do tempo, como algo diferente para os estudantes. Eles remontam várias vezes a idéia intuitiva de que o gráfico deveria ser feito em função do tempo. Creio que essa intuição de o gráfico ser construído em função do tempo procede, devido à ênfase que é dada no ensino de gráficos oriundos de fenômenos físicos, os quais normalmente se têm uma grandeza Z, (por exemplo) em função do tempo t, Z(t).

Os alunos sugerem que os eixos coordenados sejam em escalas distintas, porém, creio que essa afirmação seja somente uma alusão à percepção de que, ao "andar" muito no eixo das abscissas, isso pouco reflete no eixo das ordenadas.

Um diferencial desta dupla em relação às demais é que, no momento da coleta de dados, esta se preocupou mais intensamente com os fatores que poderiam interferir na medição. Isto se evidencia quando os alunos pedem para apagar a luz da sala: uma luz inicialmente e, posteriormente, todas as luzes, ficando a filmagem praticamente na penumbra.

Outro ponto distinto desta dupla, se comparada às outras, foi o momento de detecção da medida de zero centímetro. Rapidamente, os alunos sugeriram levantar o sensor, de modo a ficar na mesma linha de ação da lâmpada. Esta decisão foi tomada, basicamente, por essa medição interferir fortemente no gráfico resultante do experimento, ou seja, foi uma estratégia de redução do erro experimental. Percebe-se, assim, que houve a descoberta física do problema, em virtude de o mesmo estar representado graficamente através da calculadora. Creio que esse tipo de comportamento dos alunos tenha sido propiciado pelos instrumentos utilizados, sendo possível a conexão imediata entre o gráfico desenhado na tela da calculadora e o fenômeno físico que o gráfico queria representar. Neste episódio, os estudantes

pensaram com o sistema CBL, sendo possível notar o seres-humanos-com-mídias, na concepção de Borba e Penteado (2001).

A calculadora gráfica e o CBL, durante toda a atividade, foram utilizados como agentes na tomada de decisão e verificação do fenômeno físico. Por exemplo, quando Elton percebe pelo CBL e Ivan, pela calculadora gráfica, que a luminosidade está aumentando à medida que o sensor se aproxima da fonte de luz.

Os alunos atribuem ao CBL uma possível margem de erro, em virtude da sensibilidade que possui o sensor de luminosidade, ou seja, os alunos posicionavam o sensor e, no visor do CBL, aparecia uma medição, mas no momento de selecionar essa medida, ao pressionar o botão, esse número rapidamente se modificava para um valor não esperado por eles, contudo pertinente ao "*range*" das medições. É atribuída também ao CBL uma certa limitação, pelo fato de o sensor ser cilíndrico e reto, ou seja, ele só captar a luz num ângulo pequeno de abertura.

O sistema seres-humanos-com-mídias se dá na medida em que os estudantes aperfeiçoam suas predições com uso do CBL e da calculadora gráfica. De forma que os instrumentos serviram para que os atores humanos pudessem decidir, baseados no confronto da predição com os dados experimentais, como por exemplo, quando Elton percebe, pela calculadora gráfica, que os dados possuem um ponto de intensidade máxima, denominado por ele de "pico".

Noto que, durante toda a atividade, os alunos procuraram vários subterfúgios para reduzir os erros experimentais, tais como: erros de medição nos aparelhos, erros no manuseio do operador, erros de leitura e uma possível troca de unidades.

Os alunos associaram muito facilmente o pico, topo do gráfico, com o valor máximo ou extremo da função. O aluno Elton associou uma lista a um conjunto de dados contendo valores experimentais. Ele percebeu a diferença entre as listas ofertadas pela calculadora e as tabelas, normalmente construídas com lápis-e-papel. Atribui às listas, a vantagem de, após o experimento, poder utilizá-las para diferentes fins, fato que não é tão comum com as tabelas.

6.6.2.2 – Episódio 2 Ivan e Elton: A função "Basencial" e a análise de seus coeficientes

Dando encaminhamento à atividade, a professora pergunta aos alunos como seria a equação que poderia representar o gráfico daquele fenômeno, ao que Elton prontamente responde:

E: Tempo, né? intensidade pelo tempo.

F: Tem cara do quê? Cara de reta?

E: Não.

F: Por exemplo, se a gente tirar essa parte aqui, melhora?

E: 1/x. **I:** 1/x, depois. **E:** Ah, tá!

A professora está se referindo à retirada da região do gráfico marcada em azul na figura 21:

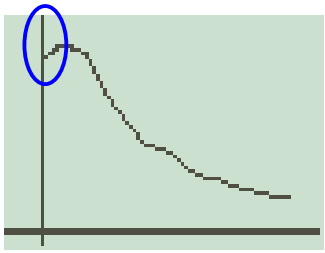


Figura 21: Atividade 2 Luminosidade – Identificação do erro experimental no gráfico apresentado pela calculadora.

F: Se a gente tira, tem cara de 1/x, ou tem cara de outras coisas?

F: Qual que era essa daqui que você desenhou?

I: Não sei, não sei dar exemplo.

F: Parábola?

I: Não, não sei se é uma parábola, aqui, nesse caso, tudo bem. [...] Pode ser uma parábola.

Os alunos retiram parte dos dados experimentais e decidem entre si que o ponto de corte inferior desses dados será a abscissa igual a 30 e o ponto de corte superior será a abscissa igual a 100, ou seja, há uma preservação dos dados restantes.

Elton utiliza a equação y = 1/x da calculadora para modelar os dados. Dando seqüência na atividade, Fernanda formaliza, dizendo que a equação, que Elton tinha

abordado anteriormente (y = 1/x), pode ser escrita de maneira mais genérica, pela fórmula $y = a.x^{-1}$.

F: Por exemplo, essa função aqui a gente chama do quê? X elevado a alguma?

E: Como assim?

F: Quando x tá elevado a alguma coisa, a gente chama essas funções de que? Que tipo?

E: Exponencial? Não é?

F: Funções exponenciais são aquelas que x está no expoente.

E: É

F: Não é, Ivan?

I: Não me pergunte o nome da função.

F: Por exemplo, quando x está no expoente, **a** elevado a x, **b** elevado a x, expoente, é por isso que chama de exponencial.

E: Basencial?

F: Nesse nosso caso, o x está na base, não é? Quando x está elevado a alguma coisa, a gente chama do quê?

E: Basencial?

F: Basencial, é claro, lógico! (Risos)

E: Não sei.

F: Sabe, sim, por exemplo, se aqui fosse outro valor, faz de conta, y =...

E: Polinomial.

F: Isso, polinomial, se fosse outro por exemplo.

E: É verdade?

F: É.

E: x^2, x^3.

F: É, x elevado a alguma potência, a gente chama de polinomial.

E: Basencial.

F: Basencial! (risos); da onde você tirou essa? Claro, não é polinomial... (risos) Claro que o valor de **b** no expoente pode ser o nome genérico assim ó, $a.x^b$.

E: Tá.

F: Por exemplo, **b** aqui é 2, 3, 4. **b** qualquer valor, **b** é -1, certo?

E: Então, tá fixo, **b** não varia?

F: Nosso **b** não vai variar, **b** vai ser um número.

E: O **a** também não?

F: O **a** também não, **a** e **b** são constantes, o que vai variar é o x e o y.

E: Tá.

F: Legal, sim?

I: Sim.

[...]

F: O ln, a exponencial, a POWERREG. Esse aqui é o de potências, quando x tá elevado a potências, depois tem a logística e a seno. [*Fernanda, mostrando as regressões da calculadora aos alunos*].

E: Não tem o nosso.

F: Qual seria a nossa?

E: Do expoente lá, né?

F: Qual do expoente? POWERREG, onde o x tá elevado a potências?

E: É.

[...]

É interessante notar o trânsito do aluno Elton, na nomenclatura de funções, quando x se posiciona na base e não no expoente. Ele fez uma associação sátira de que funções cujo x está no expoente são chamadas exponenciais e funções cujo x está na base seriam chamadas de "basenciais". Esse tipo de comportamento reflete o clima de descontração, parceria, em que os alunos são convidados e "pensar alto", sem nenhum medo, vergonha ou receio de errar, caracterizando as atividades investigativas. Após isso, auxiliado pela professora, Elton atribui o nome conhecido matematicamente para este tipo de função, ou seja, função polinomial. Ainda é feita uma extensão desse conhecimento, justificando o porquê das funções do tipo $y = a.x^b$ serem chamadas de polinomiais. Elton atribuiu valores ao parâmetro **b** e percebeu que a função se apresentava como um polinômio.

A professora ensina detalhadamente os comandos para executar a regressão, de acordo com o modelo escolhido pelos estudantes. Ao ser indagada por Elton se a equação de regressão será guardada em alguma lista, tal como os dados experimentais, ela esclarece mostrando esse procedimento na calculadora.

Os alunos e a professora anotam os valores dos coeficientes **a** e **b** da regressão $y = a.x^b$ e a professora pergunta se esse seria um bom modelo para os dados experimentais, tomando por base os valores apresentados. Vendo que os alunos gostariam de saber os valores de x e y, ela sugere que eles vejam o gráfico feito na calculadora, utilizando a tecla TRACE. Elton verifica se as setas ainda estão

ao contrário e percebe que esse problema já foi regularizado. A professora propõe que eles desenhem o gráfico do modelo juntamente com os dados experimentais.

Devido à dificuldade de visualização dos gráficos na tela da calculadora, a professora aconselha aos alunos que o gráfico experimental seja marcado com quadrados, conforme figura 22.

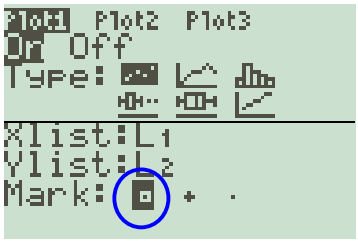


Figura 22: Atividade 2 Luminosidade – Tela STAT PLOT 1 da calculadora.

Os alunos visualizam ambos os gráficos e trabalham com o uso dos ZOOMS para ver se o modelo se aproxima dos pontos experimentais.

Eles verificaram o comportamento da função (tipo $y = a.x^b$) quando se variam seus parâmetros **a, b** e x. Inicialmente, os estudantes imaginam uma variação numérica na expressão algébrica da função. Estimulados pela professora, eles constroem os gráficos dessas variações, trabalhando, então, com famílias de funções (conforme indicadas nas figuras 23, 24, 25, 26, 27 e 28). Nesse ponto, percebem que x possui uma relação inversa com y, caracterizando a Lei do Quadrado Inverso, que rege o fenômeno. Como a discussão da mudança dos coeficientes foi longa, creio ser interessante apresentá-la, de forma resumida, a seguir.

Ivan parte da premissa de que, se **b** diminuir, y também diminuiria. Já Elton pensa que, se **b** diminuir, y aumentaria. A professora pede para que eles desenhem os gráficos na calculadora. Deste modo, foram desenhados gráficos similares aos das figuras 23, 24, 25:

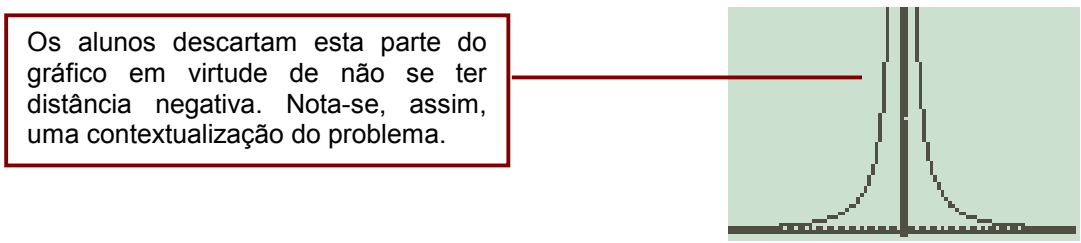


Figura 23: Gráfico original da função: $y = 264{,}947.x^{-1{,}696}$.

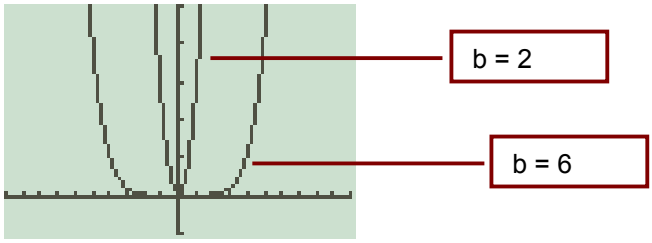


Figura 24: Gráfico da função variando o coeficiente **b** para valores 2 e 6:
$y = 264{,}947.x^{\{2\ ,\ 6\}}$.

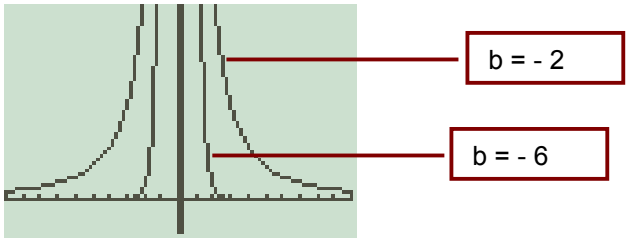


Figura 25:Gráfico da função variando o coeficiente **b** para valores -2 e -6:
$y = 264{,}947.x^{\{-2\ ,\ -6\}}$.

Enquanto Ivan dizia que, à medida que **b** diminui, y também diminui, ele estava pensando numericamente. Isso também é possível de ser visualizado através do gráfico da figura 25, mantendo-se x constante. Em contrapartida, a proposição de Elton não é válida, se analisado o gráfico para valores negativos de **b** (figura 25). Entretanto, tal afirmação pode ser aceita, se considerarmos o gráfico para valores positivos de **b** (figura 24). Isso porque, nesse, à medida que **b** aumenta, os valores de y diminuem, mantendo-se x constante. Esta análise só pode ser feita levando-se em consideração o seu respectivo gráfico. Com isso, ambos os alunos estariam corretos em suas afirmações. Todavia, não é possível afirmar que os alunos estavam pensando dessa maneira no momento da discussão.

Elton associa o valor de **a** positivo à função crescente e **a** negativo à função decrescente, enquanto Ivan pensa nos valores numéricos, ou seja, se **a** aumentar, y também aumentará, e vice-versa, mantendo sempre o x constante. Nota-se que Elton teve uma concepção equivocada do gráfico da função, produzindo uma associação não verdadeira com relação ao coeficiente **a** e o crescimento/decrescimento da função. Para auxiliar os estudantes em suas afirmações, a professora sugere fazer os gráficos variando o coeficiente **a** da equação (figuras 26 e 27), como por exemplo:

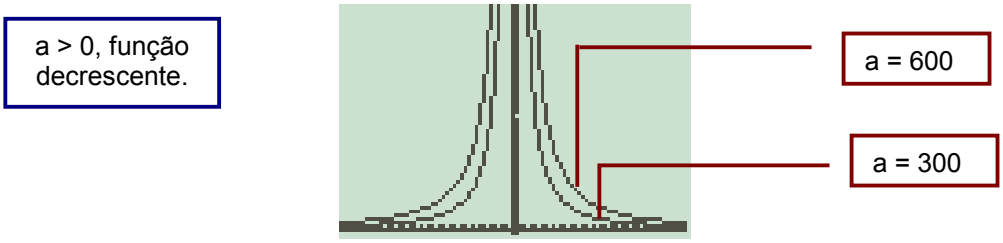


Figura 26: Gráfico da função variando o coeficiente **a** para valores 300 e 600: $y = \{300 , 600\}.x^{-1,696}$.

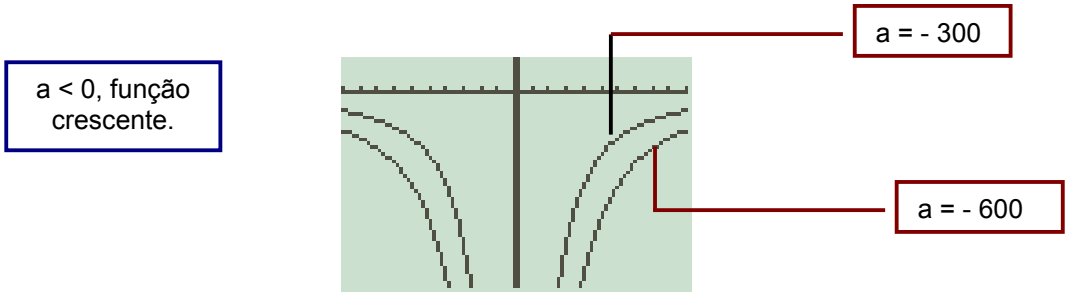


Figura 27: Gráfico da função variando o coeficiente **a** para valores -300 e -600: $y = \{-300 , -600\}.x^{-1,696}$.

Automaticamente, o aluno Elton percebe que, fisicamente, o gráfico da figura 27 seria impossível de se obter no experimento, uma vez que **a** reflete as características físicas da lâmpada e, deste modo, o coeficiente **a** nunca poderia ser negativo.

Eles observam que, à medida que aumentam o valor de **a**, o gráfico se movimenta "para a direita" enquanto que, quando diminuem o valor de **a**, o gráfico se movimenta "para a esquerda", conforme figura 28:

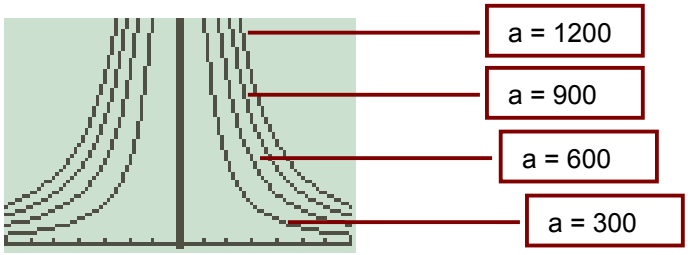


Figura 28: Variação do coeficiente **a**, indicando a família de funções y = {300, 600, 900, 1200}.$x^{-1,696}$.

Verificam que, quando **b**, negativo, se torna maior em módulo, o gráfico se aproxima da origem e quando **b**, negativo, se torna menor em módulo, o gráfico se distancia da origem (figura 25).

Com relação aos instrumentos, o uso do CBL, associado a visualização da calculadora gráfica, propiciou aos estudantes desenvolverem as análises acima descritas, no tempo destinado à atividade. É possível dizer que, sem essas mídias, talvez essas análises não ocorressem da maneira como foram desenvolvidas. Desta forma, o sistema CBL foi fundamental para a construção deste episódio, constituindo o sistema seres-humanos-com-mídias.

6.6.2.3 – Episódio 3 Ivan e Elton: Tenho que aplicar o logaritmo ao invés de calcular a raiz?'

Após essas discussões, a professora faz o encaminhamento da segunda parte da atividade, na qual os alunos conhecem um pouco mais sobre o experimento que estão realizando. Eles discutem o espectro eletromagnético e o espectro visível. Os alunos fazem associações das ondas de rádio, microondas, com aparelhos que temos em casa e que levam o mesmo nome. A onda infravermelha é elucidada por Elton como a onda utilizada no controle remoto.

Há uma discussão física sobre os dois tipos de lâmpadas: as incandescentes (lâmpadas de filamento) e as luminescentes (lâmpadas fluorescentes). A professora pergunta aos alunos quais seriam as características físicas da fonte de luz. Os alunos respondem, enumerando algumas delas: o material de que é feita; a intensidade luminosa de cada lâmpada; o formato da lâmpada (redondinha, baixinha, gordinha) e as cores, se elas são externas (invólucro) ou internas (caracterizadas pelo filamento).

Quando questionado sobre o ponto crítico[1], Ivan diz que só seria possível mudar este ponto se a lâmpada fosse alterada. Fernanda relembra que na última medição o ponto crítico foi de 30 centímetros e sugere que, se eles colocassem uma lâmpada de 100 watts, o ponto crítico poderia continuar sendo 30, pois a lâmpada somente aumentaria o valor da constante **a**. Elton não concorda e Ivan verbaliza seu

[1] Nessas discussões o ponto crítico é entendido pelos alunos e pela professora como o momento no qual o gráfico inicia o seu decaimento, ou seja, como ponto no qual os dados experimentais são excluídos.

argumento sobre o ponto crítico: "Vai ser maior do que 30". Elton rebate, dizendo que o **a** também poderia ser menor e sugere: "Vamos fazer a experiência de novo?". Para não perder os dados já coletados, Ivan propõe transferi-los para outras listas na calculadora. Antes de iniciar a medição, a professora observa que o comportamento do gráfico deve ser o mesmo em todas as medições e ambos os alunos concordam com ela.

Iniciam, então, as medições: Elton movendo o sensor e Ivan operando a calculadora e o CBL. Durante a medição, Ivan percebe que o sensor só está variando a terceira casa da grandeza medida. Elton afirma que essa lâmpada é bem mais forte que a anterior.

Após o término das medições, a professora pergunta se o gráfico experimental ficou com alguma parte constante, da mesma forma que o gráfico feito anteriormente. Elton verifica na calculadora e infere:

E: Ah tem, aí, não é mais 30, não, aumentou.

I: 45, quanto maior a intensidade...

E: Quanto maior a intensidade, a potência da lâmpada, maior o ponto crítico né?

I: É. **E:** É, mais é.

F: Ih, mudou!

E: Mas mudou pouco de 60 para 100 watts, de 30 para 45.

F: Onde é aquele ponto crítico lá, no corte?

E: 40. Quanto que é 45? **I:** 55 **E:** Quase dobrou.

F: 55 esse ponto.

E: Quase dobrou a potência da lâmpada.

F: Quer dizer, não vai cortar nos mesmos 30 que a gente estava achando, né?

E: Não corta, então.

A professora sugere desenhar o gráfico experimental, na calculadora, fazer a regressão e verificar se o valor de **a** aumentou ou diminuiu em relação às medições anteriores. Isso feito, eles argumentam:

F: Quer dizer que, se a gente muda o **a**, o meu tá o **a**, tá em 400, então, ele tá aqui mais ou menos, né?

E: É, o espaço que você tira é maior, né? [o corte da parte constante]. É porque ia ter em todo o gráfico um negócio mais ou menos assim.

F: Isso.

E: Em constante ia apagar, né?

F: Isso. Então, quanto maior o **a**, [...] tem uma maior parte constante.

E: A intensidade.

I: Depois que passa o ponto crítico, os pontos são quase os mesmos, a intensidade.

F: Hum, hum, porque o **b** variou muito pouco [de um experimento para o outro], não é? Oh!

E: É.

Há uma pequena confusão feita por Elton entre calor e luminosidade. Creio que a causa dessa confusão seja o tipo da lâmpada utilizada, a incandescente, ou seja, sua luminosidade estar altamente associada à dissipação de calor emitida pela fonte. O comportamento deste aluno pode ser entendido, se ele estivesse pensando intuitivamente em radiação térmica (mecânica quântica), como, por exemplo, a radiação solar. Similarmente à radiação solar, uma lâmpada incandescente é um emissor térmico de luz.

Através da execução da atividade, os alunos percebem, primeiramente, o estabelecimento de uma zona constante de luminosidade e, posteriormente, detectam o raio de abrangência dessa zona constante, sendo que, para a lâmpada de 60W, essa zona tem raio de 30cm e, já para a lâmpada de 100W, a zona é expandida para 55cm, conforme ilustrado na figura 29. Após isso, eles decidem retirar a zona constante do conjunto de dados experimentais, para obter o modelo de regressão de decaimento da luz à medida que se distancia de sua fonte.

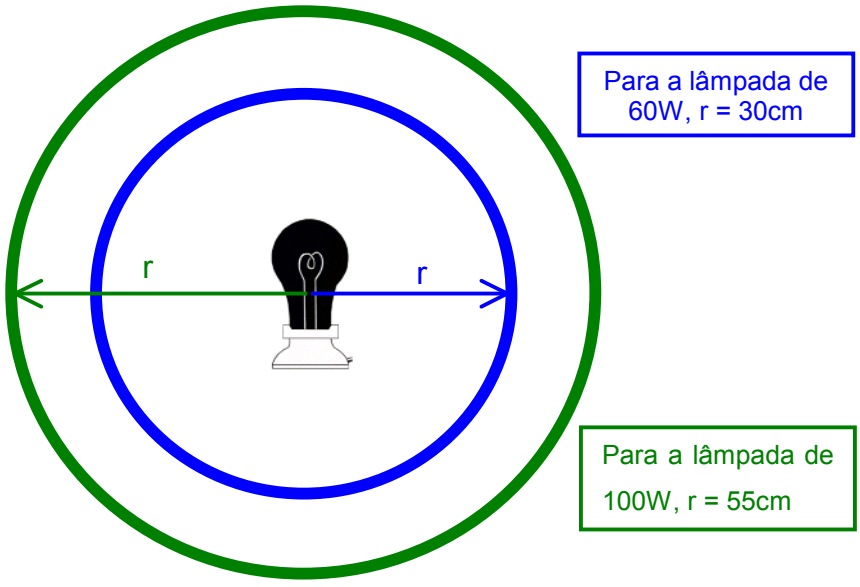


Figura 29: Zonas constantes das lâmpadas de 60 e 100 watts.

Nesse segmento, surgem várias perguntas, tais como: qual a diferença de material entre a lâmpada utilizada na atividade e a lâmpada que ilumina a sala (fluorescente), do que é feito o filamento, o que tem dentro da lâmpada, se seria ar ou vácuo, entre outras características, como explicitado na figura 30.

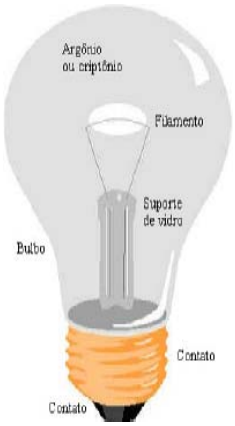


Figura 30: Características físicas da lâmpada incandescente.

Uma tônica da **Matemática dos estudantes** foi o trabalho, neste episódio, com o log ou ln. Era necessário que os alunos isolassem o valor de x na expressão $y = a.x^b$; para isso, eles necessitavam aplicar o logaritmo em ambos os membros. Elton, com alguma dificuldade, realizou esse procedimento (lembrando da propriedade $\log a^b = x$, então é possível escrever $b.\log a = x$), porém, Ivan não escreveu nada na ficha e, algum tempo depois, disse que nunca tinha entendido o porquê do uso dos logaritmos: "Não, tirando isso tudo que tirou com o log até hoje, sinceramente, eu não entendi direito. [...] Fiquei olhando, mas não consegui entender". Com isso, a professora teve que explicar todo o procedimento de aplicação dos logaritmos na equação em questão e, mesmo assim, Ivan não entendia por que deveria aplicar o log, ao invés de calcular a raiz. A questão era:

$$16 = 454{,}165.x^{-1{,}564}$$
$$x^{-1{,}564} = 0{,}03522$$

Ao chegar na expressão $\log_{10} x^{-1{,}564} = \log_{10}(0{,}03522)$, a professora explica que o valor de x ainda não foi encontrado, que eles ainda estão em um outro campo, o campo dos logaritmos e que é necessário fazer uma transformação para chegar ao valor de x. Ela esclarece que essa transformação pode ser obtida calculando o log/ln

ou, ainda, aplicando a exponencial em ambos os lados, operação inversa do ln. Isso feito, Ivan insiste na possibilidade de se utilizar a raiz. A professora pergunta se ele entendeu aquele procedimento, ao que ele responde: "Não. Eu sei. Não é assim, tem que usar tal propriedade tal hora, é aí que eu me perco".

Neste momento, deveríamos aplicar o log em ambos os membros da equação:

$$\log_{10} x^{-1,564} = \log_{10}(0,03522)$$
$$-1,564 \log_{10} x = -1,45321$$
$$\log_{10} x = \frac{1,45321}{1,564}$$
$$x = 10^{\frac{1,45321}{1,564}} = 8,4948$$

Ivan gostaria que a equação fosse resolvida utilizando raiz, assim:

$$16 = 454,165.x^{-1,564}$$
$$x^{-1,564} = 0,03522$$
$$\frac{1}{x^{1,564}} = 0,03522$$
$$x^{1,564} = \frac{1}{0,03522}$$
$$x^{1,564} = 28,392$$
$$\sqrt[1,564]{x^{1,564}} = \sqrt[1,564]{28,392}$$
$$x = (28,392)^{\frac{1}{1,564}}$$
$$x = 8,4948$$

Ambas as resoluções foram feitas pela professora. Se, de um lado, a solução apresentada por Elton é a solução clássica encontrada nos livros de Matemática, se olharmos por outro ângulo, a solução apresentada por Ivan é facilitada pelo uso da calculadora gráfica e seus recursos. Na solução dada por Elton, foi necessário saber o uso dos logaritmos e suas propriedades, e na proposta de Ivan foi necessário saber as propriedades de potências, uma vez que a calculadora não resolve a expressão: $\sqrt[1,564]{28,392}$, a não ser que esta raiz seja escrita em forma de potência. É importante esclarecer que essa nova maneira de resolver a equação se caracterizou somente devido à resistência de Ivan em trabalhar com os logaritmos.

Quando questionados pela professora, os alunos na maioria dos casos optaram pela verificação algébrica, ao invés da verificação gráfica. Ela, por sua vez, procura sempre indicar aos alunos a possibilidade de alguma verificação gráfica,

como no caso da variação dos coeficientes da função ($y = a.x^b$), tratada no episódio anterior. Atribuo esse tipo de comportamento ao viés algébrico que é gerado nesses estudantes, durante toda sua trajetória escolar, conforme apontado por Benedetti (2003) em sua pesquisa.

6.6.3 – Filtros sobre uma fonte de luz

Diferentemente das outras, essa atividade, especificamente, não teve coleta direta dos dados pelos alunos. Essa posição foi tomada em virtude do tempo de permanência em campo, tanto por mim, quanto pelos participantes da pesquisa. Se os dados dessa atividade também fossem coletados, isso iria adicionar uma semana aos encontros.

Com o objetivo de determinar o efeito de filtro (oclusão) sobre uma fonte de luz, a ficha de trabalho foi dividida em duas partes, a saber: primeiramente, foi exposta aos alunos uma situação, fase que se caracteriza pela predição. Através da predição, foi pedido aos alunos que desenhassem o gráfico da intensidade de luz ao perpassar um determinado meio. Assim com os dados já coletados, os alunos manipularam a calculadora gráfica, objetivando descobrir uma equação para modelar os dados experimentais.

Na segunda parte da atividade, os alunos tiveram a oportunidade de saber um pouco mais sobre o experimento no qual estavam trabalhando. Nesse momento, foi apresentada a eles a **Lei de Beer-Lambert**[2], que é a relação, passível de verificação experimental, que descreve a atenuação[3] gradativa do fluxo associado a um feixe monocromático colimado (ou seja, raios paralelos) ao longo do meio atravessado. É discutido, nesse ponto, o que são meios absorvedores de ondas, visando à concepção da equação que rege o fenômeno.

Nesse momento, os alunos percebem que, no experimento, há uma variação de intensidade de luz (**ΔI**) proporcional à intensidade de luz multiplicada pela variação da espessura do acetato (**I.ΔL**), gerando então uma equação de proporcionalidade: $\Delta I \propto I.\Delta L$, ou, ainda, uma igualdade: $\Delta I = a.N.I.\Delta L$, onde:

[2] Maiores informações sobre a Lei de Beer-Lambert podem ser encontradas em: Glossário de Termos Técnicos em Radiação Atmosférica (2000?).

[3] Diminuição gradativa do fluxo que se propaga num meio.

a = constante de proporcionalidade; **N** = centros absorvedores do sistema (concentração).

Mostra-se aos alunos que o comprimento "L" da amostra é um decréscimo na intensidade da onda incidente, assim: $dI = -a.N.I.dL$. O sinal negativo indica decréscimo. Para se saber a intensidade da onda incidente, deve-se resolver a equação diferencial: $dI = -a.N.I.dL$. Para isso, são utilizados conceitos de derivadas e integrais. Em virtude do tempo, optei por não coletar os dados experimentais junto com os alunos, uma vez que essa atividade tem uma acentuação matemática. Por esse motivo, deu-se preferência à construção e desenvolvimento da equação, que rege as características do fenômeno.

6.6.3.1 – Episódio 1 Diogo e Marcos: Da reta para a exponencial – o uso do zoom

Diferentemente de outros experimentos, em que foi observada todo o acompanhamento inicial de coleta de dados e sua posterior análise gráfica, o episódio a seguir inicia-se com os dados previamente coletados e inseridos na calculadora gráfica. Dessa forma, destaco a grande influência que a ação da medição da intensidade luminosa trouxe para os alunos, quando questionados sobre qual seria o gráfico e a equação que representaria o fenômeno ali exibido. Por fim, enfatizo a maneira pela qual os alunos, com mais intensidade Diogo, caminharam da reta para a exponencial, na escolha do modelo utilizando o ZOOM da calculadora.

Sendo esta a terceira atividade da dupla, a fase da **predição** se caracterizou por duas opções para escolha do gráfico: a reta e a exponencial. Questionados sobre como é o comportamento da luz ao passar por um meio, Marcos diz que "vai ter uma quantidade de acetatos que você vai pôr, que vai parar de tudo, então não tem zero. Tem quantidade máxima". Com isso, ele estabelece as grandezas de cada eixo coordenado (abscissa: número de acetatos e ordenada: luminosidade). Afirma ainda que a luminosidade é proporcional à quantidade de acetato colocada. Já Diogo diz que o gráfico "não ficou bem uma reta, ficou... é que eu estou pensando se talvez uma quantidade... Eu sei que, se não for uma quantidade muito grande, vai chegar uma hora que não vai passar luz, mas eu acho que talvez, em algum ponto,

seria ideal uma quantidade menor, apesar de que eu acho que não. É, eu acho que é uma reta mesmo".

Nesta atividade, há uma calculadora para cada estudante, uma vez que os dados experimentais já estavam coletados e armazenados nas LISTAS L5 e L6 da calculadora. Desta forma, ambos tentam construir o gráfico a partir das listas e solicitam a ficha de procedimentos para manusear a calculadora.

Trabalhando com a calculadora e selecionando o tipo de gráfico a ser traçado, Marcos pergunta quais seriam as diferenças entre os gráficos marcados em vermelho e azul na figura 31. A professora explica que aquele tipo de gráfico para dados experimentais é um histograma (marcado em azul na figura 31), ou seja, um gráfico de barras e que, naquela atividade, só seriam utilizados os tipos de gráfico 1 e 2, marcados em vermelho na figura 31.

Figura 31: Atividade 3 Acetatos – Tela STATPLOT 1 da calculadora.

Marcos e Diogo pensam separadamente enquanto constroem o gráfico na calculadora. Fernanda, tentando atrair a atenção dos alunos, questiona: "está todo mundo com o gráfico na tela? Então, eu vou copiar gráfico M e gráfico D". Marcos afirma que o gráfico "não é uma reta". Diogo acrescenta que precisaria mudar a sua janela de visualização, pois seu gráfico está mostrando apenas os pontos experimentais.

F: O que você acha que tem que fazer aqui, para melhorar?

D: Pra diminuir o tamanho do ZOOM.

F: Ah! Você usou o quê, Marcos? [referindo-se ao gráfico apresentado na calculadora do Marcos, semelhante ao que demonstra a figura 32]

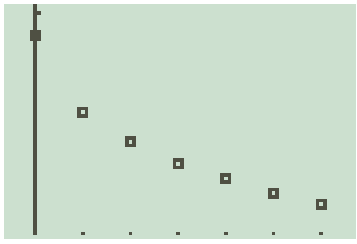


Figura 32: Atividade 3 Acetatos – Gráfico de pontos experimentais.

M: ZOOM STAT. Tem um ZOOM que eu defino o intervalo que eu quero, x e y?
F: Tem o WINDOW, janela da calculadora. Você define Xmin. Xmax., Ymin. Ymax. […] Você pode mexer, se quiser. Está saindo? [para o Diogo, sobre o gráfico].
D: Não, estou mexendo na janela de visualização.

Diogo quer diminuir o intervalo das ordenadas, para obter um gráfico mais bem apresentado na tela. Ele faz as alterações e conclui ter conseguido o seu intento. A professora pergunta, então, se o gráfico construído por eles, na calculadora, com os dados experimentais, assemelha-se ao gráfico por eles desenhado na predição, utilizando as mídias lápis-e-papel. Marcos, olhando para a sua ficha e para o gráfico feito na calculadora, diz que não, que os gráficos não se comparam. Diogo, fazendo o mesmo procedimento, argumenta que, se fosse aquele outro gráfico (referindo-se à curva inicialmente feita por ele e sua posterior mudança para reta, conforme a figura 33), talvez pudesse ser comparado, mas, como ele decidiu mudar, seu gráfico agora não está nada parecido com os dados experimentais apresentados na calculadora.

Figura 33: Atividade 3 Acetatos – Diogo e Marcos comparando o gráfico obtido na calculadora com o gráfico feito por eles anteriormente

Durante a discussão, Marcos diz que o gráfico que melhor expressaria os dados experimentais seria uma curva e complementa asseverando que, se fosse tirado o primeiro ponto experimental, o gráfico poderia ser expresso por uma curva.

Questionados pela professora sobre qual equação se adaptaria melhor aos dados, Marcos responde: "Vai depender. Acho $a.b^{-x}$. Caiu na prova isso aí. Prova de Cálculo. Caiu uma questão que a solução era visualizar que era uma equação [exponencial] desse tipo. Era decaimento de radiação". Fernanda retifica: "Ah!

Decaimento radioativo", Marcos acrescenta: "É, sei que era algum decaimento e o gráfico dava assim" [apontando para a tela da calculadora].

Retomando a discussão, a professora continua questionando: "Por exemplo, eu estava mostrando para o Marcos que, se eu tirar esse ponto, não fica com cara de reta?", Diogo concorda. Dando continuidade ao seu raciocínio, ela argumenta: "Porque o Marcos também achou que era uma reta, daí ele falou: Ah! Eu não sei, tem a concavidade", diante do que, Diogo propõe que, para os dados experimentais serem modelados por uma reta, seria necessária a retirada dos dois primeiros pontos experimentais, x = 0 e x = 1, e conclui: "Eh! Pode até ser uma reta". Com isso, eles discutem quais pontos deveriam ser removidos.

F: A gente tem essa suposição do Marcos: $y=a.b^{-x}$ e mais nenhuma idéia para ver qual é a melhor, né?

D: Então, é uma reta; será que não pode ser?

Para que os dados experimentais sejam modelados por uma reta, Diogo argumenta em favor da retirada da primeira medição: "Porque... da mesma forma que na semana passada tive alguns erros na coleta de dados, pode ter acontecido novamente dessa vez; aí o gráfico não deu realmente o que podia ser".

Procurando estimular um trabalho em equipe, a professora pergunta: "Qual [gráfico] a gente vai fazer primeiro?", Diogo escolhe: "A reta a.x+b", não seguido por Marcos, que prefere: "Faz a equação exponencial". Diante desse impasse, a professora sugere que cada qual faça o seu. Ela aproveita esse momento para auxiliar Diogo, tal como procedeu com Marcos, no cálculo da equação de regressão.

A figura 34 representa o procedimento feito por Diogo, obtendo a regressão linear na calculadora sem a exclusão de pontos experimentais, desenhando o gráfico experimental juntamente com a regressão na janela apresentada.

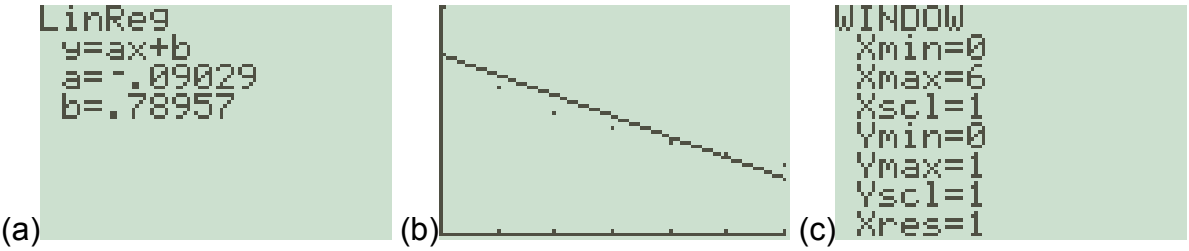


Figura 34: Atividade 3 Acetatos – Regressão linear (a), gráfico experimental (b) e ajuste da tela feitos por Diogo (c).

D: Eu acho que, se eu cortasse primeiro o x = 0, essa reta ia me dar outros valores, não ia? **F:** Ia, sim.

Desta forma, Diogo sugere a retirada do primeiro ponto para depois executar a regressão linear. De um outro lado, a figura 35 representa o procedimento feito por Marcos para obter a regressão exponencial, desenhando o gráfico experimental juntamente com a regressão na janela apresentada. O ponto que Marcos gostaria de cortar está marcado por um círculo na figura central.

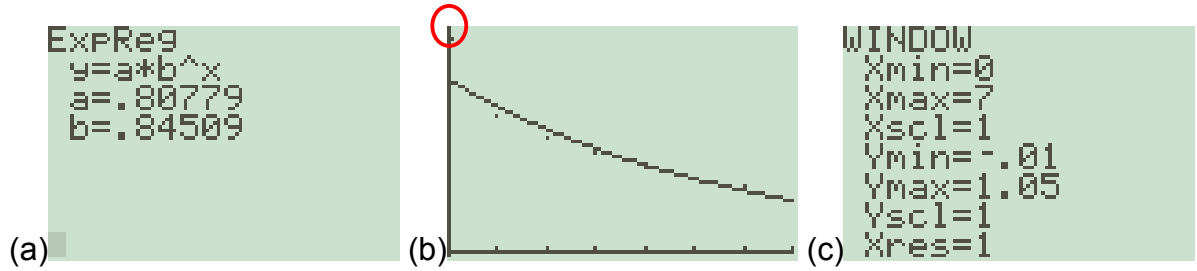


Figura 35: Atividade 3 Acetatos – Regressão exponencial (a), gráfico experimental (b) e ajuste da tela feitos por Marcos (c).

Marcos efetua o corte do seu ponto e refaz a regressão. Observando o gráfico na calculadora, com a regressão exponencial, ele afirma: "Então agora pegou todos os pontos, sem exceção". A professora sugere que eles comparem ambos os gráficos, de autoria de Marcos (figura 36) e de Diogo (figura 37).

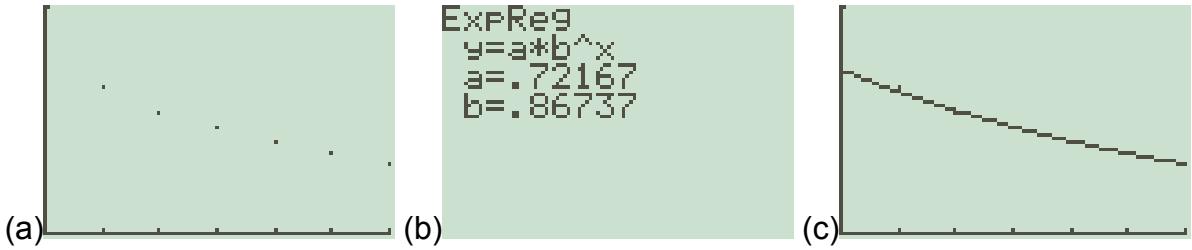


Figura 36: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem o primeiro ponto (a), cálculo da regressão exponencial (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Marcos (c).

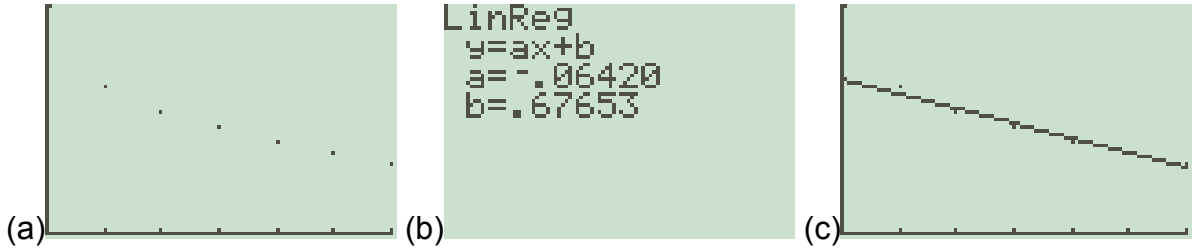


Figura 37: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem o primeiro ponto (a), cálculo da regressão linear (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Diogo (c).

Eles fazem comentários gerais sobre os gráficos e Diogo sugere que se aplique um ZOOM em seu gráfico, para confirmar se o modelo da reta está bom. Percebendo que cada aluno estava utilizando um modelo matemático para os dados experimentais, a professora diz: "Já que temos dois modelos diferentes, um em cada máquina, vamos olhar primeiro o do Diogo, depois a gente olha o do Marcos, certo? Será que esse modelo do Diogo, de uma reta, está bom?"

D: Tchu, tchu, [afirmando que não].

F: Não está bom?

M: Não está bom, mas, que nem esse aqui, eu acho que esse aqui, não sei se ele cruza o eixo [das abscissas], eu... o dele, a reta, a gente tem certeza que cruza o eixo. Acho que, se vamos pensar no acetato, chega uma hora que se você por muito... não vai passar mais, o que vai passar é zero. Esse aqui [a exponencial], acho que é bom para chegar em zero, não sei.

F: Entendi.

M: Como é uma reta, você tem certeza de que vai cruzar o eixo [das abscissas].

Marcos acredita que o modelo linear não iria mostrar a saturação de acetatos. A professora mostra que só seria possível essa verificação, sugerida por Marcos, olhando no modelo, pois com os dados experimentais não é possível ter essa visão, argumentação com a qual ele concorda.

Diogo, auxiliado por Marcos, olhando na calculadora os gráficos dos dados experimentais e o do modelo, diz que, para a reta (modelo de regressão feita por ele) o primeiro ponto passou por baixo, os outros por cima e o último por baixo. Usando esse raciocínio, ele justifica o ajuste dos dados pela reta: "Por quê? Porque não está pegando nenhum ponto. Dos cinco pontos que têm aqui, que foi feito o experimento, só está pegando um", conforme figura 38.

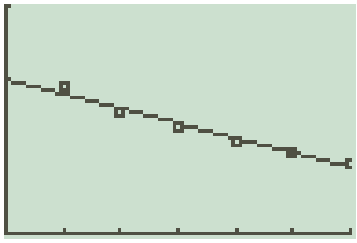
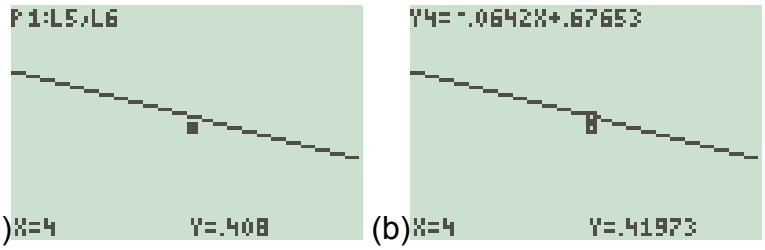


Figura 38: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental com a regressão linear feito por Diogo.

A professora argumenta que, apesar de a imagem se mostrar bonita, dando a impressão de estar boa, na verdade, não está pegando todos os pontos, nem a maioria, nem mesmo a metade. Marcos concorda com o argumento e diz: "É! De seis pontos ela pegou só um". Fernanda apresenta sua argumentação: "Só pegou um. Quer dizer, é um modelo que não está pegando todos os pontos, apesar de achar que está próximo ao gráfico experimental. Parece que estão bem próximos, né? Vamos dar um ZOOM, para ver se está próximo, mesmo?". Diogo conclui, de pronto: "Não dá para usar [este modelo]. Eu estava vendo aqui, quando você mexe, ele dá as coordenadas. Se você colocar em cima do gráfico e depois no ponto [experimental], você tem uma idéia". Diogo analisa, utilizando o ZOOM, as distâncias nas ordenadas de ambos os gráficos, para saber quão longe os gráficos estão. Ele verifica o ponto x = 4, y = 0,408 nos dados experimentais e o mesmo para a reta, x = 4 e y = 0,419. Depois disso, ele indaga: "É, então está perto, não está? 408, 419". Eles fazem um ZOOM neste ponto, conforme figura 39. Diogo, utilizando o ZOOM, visualiza: "É! E aquele parece que pega mesmo na reta, não está pegando também?" Diante da fala de Diogo, os participantes percebem que o gráfico da regressão não passa por nenhum dos dados experimentais (figura 40).



(a) (b)

Figura 39: Atividade 3 Acetatos – Zoom no ponto x = 4 no gráfico experimental (a) e de regressão linear (b).

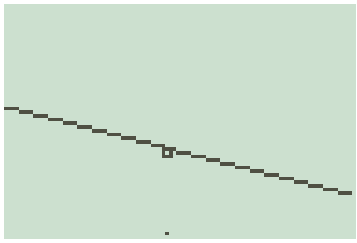
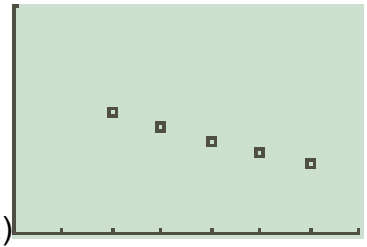
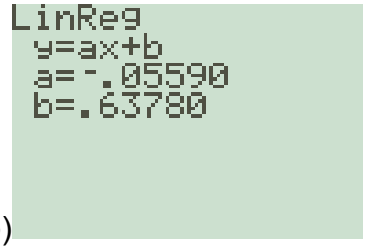


Figura 40: Atividade 3 Acetatos – Zoom no ponto x = 5, no gráfico experimental e de regressão linear.

Marcos e Diogo fazem amplo uso do ZOOM, bem como de suas variantes, ZOOM IN (aproximação) e ZOOM OUT (afastamento). Marcos percebe que, na ação de ZOOM IN e posteriormente ZOOM OUT, a janela não se preserva na mesma escala.

Eles observam que a reta não passou em nenhum ponto experimental e inferem que a reta não seria um modelo adequado aos dados, mesmo com a retirada do primeiro ponto experimental.

Os alunos entendem que a regressão linear melhorou com a retirada do primeiro ponto e a professora sugere que eles "andem" no gráfico utilizando a tecla TRACE. Diogo, pensativo, reflete: "Eu estou vendo, se eu cortasse... Estou vendo a proporção de cada ponto e eu acho que, sem esse aqui, a reta ia ser mais certinha [sugerindo a retirada de outro ponto experimental]. Mas, aí eu acho que vai tirar quase todos os dados; já tirou um e agora vai tirar mais um. Corta de novo?". Diogo manipula a calculadora com a intenção de retirar o segundo ponto experimental (conforme a figura 41):

(a)  (b) 

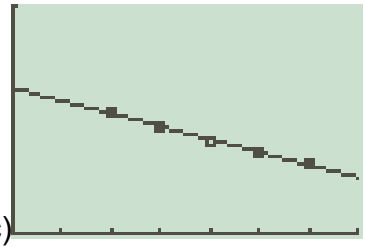
(c) 

Figura 41: Atividade 3 Acetatos – Gráfico experimental sem os dois primeiros pontos (a), cálculo da regressão linear (b), gráfico experimental e da regressão feitos por Diogo (c).

Os alunos, através da calculadora, verificam que, mesmo tirando mais um ponto dos dados experimentais, a reta não passa em nenhum dos pontos restantes.

Diogo, ainda verificando o modelo de regressão, afirma que o gráfico não passa pelos dois últimos pontos. Pelo exposto, Fernanda se certifica:

F: Quer dizer, não pega em nenhum ponto então? Aquele do meio estava bem claro que não pegava. Porque, olhando no primeiro ZOOM, parecia que pegava em quatro [figura 41c] e estavam assim mais ou menos os quatro. Aí, olhando com o ZOOM nestes daqui, vejo que não pega, depois, olhando com o ZOOM nesse daqui, também não pega. Então, não pega nenhum! Ou tem algum que pega aí, Diogo?

D: Não [em nenhum].

Diogo sugere que seria interessante, ao se trabalhar com o ZOOM, a possibilidade de se movimentar no gráfico, ou seja, ao se pressionar a seta para a direita, que o gráfico fosse sendo empurrado para a esquerda. Ele alega que, se isso fosse possível: "aí você já olhava, num ZOOM só, todos os pontos". A professora esclarece que não é possível esse passeio no gráfico, devido à limitação imposta na janela (WINDOW). Para que isso ocorra, a cada saturação, é necessário arrumar os parâmetros da janela.

Fernanda pergunta aos alunos o que eles irão fazer com o modelo de regressão linear e Diogo responde: "Jogar fora". Ela justifica que devemos descartar esse modelo, uma vez que dois pontos experimentais já foram retirados dos dados visando um melhor ajuste e que, mesmo assim, a reta ainda não passa por nenhum ponto experimental. Assim, ela sugere verificar o gráfico feito por Marcos, utilizando o modelo exponencial.

Na seqüência da discussão, Marcos, mexendo no gráfico da calculadora, conclui que somente dois pontos ficaram fora do modelo de regressão exponencial. Diogo ratifica e diz que somente um ponto ficou fora do modelo e que a precisão da regressão exponencial seria semelhante à da regressão linear.

A professora sugere que Diogo utilize a tecla ZOOM STAT para verificar se os pontos possuem uma tendência de reta ou de curva. Com o comando na calculadora, Diogo diz: "Eu acho que tem uma tendência de curva. Os dois da extremidade estão acima da reta e os dois do meio, abaixo da reta". Ela complementa:

F: Então, os pontos do gráfico têm tendência de curva, não tem? Por isso é que a reta não ficou bem adequada. Vamos ver a do Marcos: aqui vemos que são os mesmos pontos e que estão com tendência de curva. Apesar de a reta ficar muito

parecida na forma com a da exponencial, os dados parecem que têm cara de curva, não é?

M: Com certeza.

F: Você não chegou a tirar o segundo ponto que ele tirou, né? [perguntando para Marcos]

M: Não.

[...]

D: Eu fiz exponencial agora com aquele ponto cortado. Está bem distribuído, você não acha?

F: Um pra cima, um pra baixo, um no meio. Olhando no gráfico, como eu posso dizer que a intensidade da luz se modifica quando eu vou colocando mais acetatos?

D: Ela forma uma exponencial.

F: Mas, como seria o comportamento da luz, por exemplo; descreva o comportamento da luz olhando no gráfico.

D: É, pelo visto, ficou a mesma fórmula da semana passada. Uma constante pela distância, no caso, a espessura do acetato ao quadrado; no caso, não sei se tem ao quadrado. Tem mais alguma coisa aí?

F: Está aí a ficha da semana passada.

M: $I = k.d^{-2}$.

F: Da semana passada, né? Quer dizer, a da semana passada relacionava qual a intensidade de luz, à medida que eu vou me distanciando da fonte. As experiências são iguais; essa daqui é igual?

M: Não.

D: Eu acho que sim, só que, no caso, a gente estava aproximando, né? Agora, com o acetato, a gente vai se distanciando da luz.

F: O que você acha, Marcos?

M: O decaimento é parecido, né?

F: O decaimento é parecido, mas e o procedimento? O que a gente fez a semana passada é a mesma coisa que eu estou propondo agora? A gente está distanciando ou aproximando, como a gente fez na semana passada?

M: Está aumentando a quantidade de acetato.

F: Isso!

M: Se é semelhante a você aumentar a distância? Acho que sim.

F: Mas eu não estou aumentando a distância aqui, estou? Estou mexendo na distância.

D: Não, a gente está falando de espessura.

M: Mas talvez seja proporcional essa distância com a quantidade de acetato, talvez tenha uma relação! Mesma coisa que você colocar esse tanto de acetato, mesma coisa que isso de distância, algo assim. Talvez tenha, né?

Finalizando este episódio, a professora convida os alunos para saberem um pouco mais sobre o experimento, bem como sobre as características da equação que rege o fenômeno.

Analisando a atividade, percebo que surgiram os conceitos de valor máximo (maior valor de intensidade luminosa), intersecção da curva com os eixos coordenados, proporcionalidade, função polinomial ($y = a.x^b$) e distribuição de dados (dispersão).

Destaca-se, neste episódio, o comportamento de Diogo, ao afirmar no início que a luz relacionada com o acetato se comportaria como uma reta decrescente. Em contrapartida, Marcos já afirmava, no começo da análise, de que o comportamento do gráfico era uma curva e, posteriormente, observou alguma função exponencial. Ele ainda ilustra sua predição, dizendo que o gráfico experimental é semelhante ao visto por ele numa prova de Cálculo envolvendo o decaimento radioativo.

Com relação aos **instrumentos**, diferentemente das atividades anteriores, a professora disponibilizou uma calculadora para cada aluno, uma vez que os dados já estavam coletados e armazenados. Uma máquina para cada aluno propiciou o surgimento de diálogos fragmentados, como por exemplo:

F: O que você está fazendo? [para o Marcos]

M: Selecionando as listas.

F: Que vão ser trabalhadas. O que você está fazendo, Diogo?

D: Selecionando o tipo de gráfico.

F: Ah, tá!

Percebe-se que ocorrem simultaneamente duas experiências individuais com os alunos, apesar de eles estarem dispostos em dupla. Assim sendo, foi exigido da professora uma maior atenção para o desenrolar da experiência, que **não aconteceu de forma síncrona, ou seja, simultânea** com os dois alunos.

Interessante notar que este fato não se apresentou em outras duplas, nesta atividade. Parecia que ambos estavam sozinhos com a professora, desse modo ela teve que agir como uma mediadora nas interlocuções. Sob o meu ponto de vista, os diálogos desse encontro possuem a marcação de **chat**, ou seja, dois diálogos paralelos (ou sobrepostos) que raramente se cruzam e, quando isso acontece, temos o encontro somente para verificação ou auxílio em algum procedimento, como por exemplo:

D: Selecionei [o gráfico], mas eu acho que não saiu não, porque não está mostrando. Como eu faço para caminhar aqui?

M: Você esqueceu de ligar, que nem eu, né?

F: Ligar o quê?

M: O segundo STAT PLOT; aqui está OFF, né?

É possível notar a característica mediadora a professora intercambiando os diálogos, visando à aproximação dos estudantes. Acredito ser interessante neste episódio verificar como as calculadoras gráficas e o CBL influenciaram a interação dos estudantes. Parece-me que os instrumentos viabilizaram a integração da Matemática à Física, presente no experimento, porém o mesmo não posso afirmar com relação à interação dos estudantes.

Entretanto, creio que disponibilizar aos alunos o uso exclusivo de uma calculadora gráfica durante todo o experimento fez com que eles interagissem mais com os equipamentos e se tornassem mais independentes, além de explorarem com maior profundidade o uso das ferramentas disponíveis na calculadora, tal como: ZOOMS (ZOOM IN, ZOOM OUT); definição da janela de visualização (WINDOW); seleção de pontos experimentais (SORT) e ainda a escolha dos diversos tipos de gráfico e regressões.

Um ponto principal de convergência dos estudantes para uma única experiência foi no momento de comparação entre o gráfico escrito na fase da predição, utilizando a mídia lápis-e-papel e o gráfico obtido experimentalmente, utilizando o sistema CBL. Quando a professora pergunta se os gráficos se comparam ou se o gráfico experimental representa o que eles imaginariam que fosse, ambos dizem que o gráfico se compararia àquele que foi desenhado no início da atividade e não com a reta, modelo adotado por Diogo, posteriormente.

No ir e vir de discussões, momentaneamente Marcos "convence" Diogo de uma "possível" curva, porém este ainda continua com a concepção de reta para o

decaimento da luz ao perpassar por um determinado meio. A professora teve um papel importante, e até influenciador, durante a decisão de Diogo, pois ela sugeriu para que ele se sentisse mais confortável com o modelo escolhido, um "estudo" sobre a possível retirada de algum ponto experimental. Com isso, Diogo acaba retirando dois dos pontos experimentais, alegando inicialmente que poderia ter havido erro de medição, imprecisão e posteriormente que, para que a reta melhor se enquadrasse nos dados experimentais, seria necessário a retirada de um segundo ponto.

Um outro momento de convergência, que elucida o caminhar da predição à experimentação, é encontrado no uso do ZOOM, tanto por Marcos quanto por Diogo, sendo que o ZOOM para este último foi um veículo importantíssimo para a tomada de decisão em relação à escolha do modelo. À primeira vista, o gráfico da reta passava por alguns pontos experimentais, mas foi através do ZOOM na calculadora que Diogo percebeu que aqueles pontos pelos quais o gráfico dava a impressão de passar, na verdade, não passava exatamente no ponto, mas em suas proximidades. Assim sendo, Diogo percebeu, pela **experimentação** na calculadora, sob a ótica de Souza (1996), Borba (1995), Souza e Borba (1996,1998), que a reta não seria um bom modelo para os dados. Quando questionado sobre o porquê da equação não ser um bom modelo, ele afirma que a equação não passava por nenhum ponto experimental. Ao invés de utilizar somente o ZOOM, Diogo ainda constrói uma argumentação baseada nos gráficos (experimental e modelo) apresentados pela calculadora, utilizando o conceito de variação nas ordenadas dos dois gráficos ($\Delta y = y_2 - y_1$).

Apesar de explorarem nos experimentos, alunos e a professora, muito fortemente as características visuais do fenômeno (tais como: observar e tomar decisões baseadas na visualização dos dados experimentais e equação de regressão, descartar este ou aquele modelo, em virtude de uma equação não ter tocado os pontos experimentais, excluir pontos experimentais coletados para que o modelo "melhor" se ajuste aos dados, entre outras ações), em uma situação conflitante na escolha do modelo, baseada nos dados experimentais, os atores poderiam fazer uso das ferramentas estatísticas contidas na calculadora gráfica, como, por exemplo, a análise do coeficiente de correlação ofertada pela máquina no cálculo da regressão. Faço essas observações, mas ressalto que não foi meu objetivo, ao realizar os experimentos junto aos estudantes, o uso dos dispositivos

estatísticos presentes na calculadora. Desta forma, fica aberta uma nova opção para auxiliar o aluno na escolha da equação de regressão para os dados experimentais.

Nesse episódio, é possível notar a **influência da atividade anterior** nos alunos. Ambos sentem necessidade de utilizar a distância para entender o modelo ou descrever o fenômeno. A interferência da atividade anterior (luminosidade versus distância) é tão grande que eles chegam a abandonar todo o procedimento feito nesta atividade, dizendo que o modelo dos acetatos poderia ser o mesmo modelo utilizado na intensidade de luz versus distância, alegando que poderia haver alguma semelhança entre os gráficos ou, ainda, alguma proporcionalidade entre as grandezas distância e acetato. Conforme apontado pela literatura (LINN, LAYMAN e NACHMIAS, 1987; MCDERMOTT, ROSENQUIST e VAN ZEE, 1987; MOKROS e TINKER, 1987 e SCHEFFER, 2001), creio que Marcos observou o gráfico da atividade dos acetatos como uma figura e associou este gráfico ao realizado na atividade anterior (luminosidade versus distância). Semelhantemente aos dados apresentados na pesquisa de Dykstra, Bolye e Monarch citados Hale (2000), neste caso, Marcos não estava levando em consideração que gráficos semelhantes podem representar grandezas distintas, tal como apresentado nas atividades que eles realizaram.

Durante a atividade, a professora reverte essa situação, mostrando aos alunos que a distância não foi utilizada em momento algum no experimento. Acredito que essa interferência da atividade anterior tenha aflorado muito fortemente nos estudantes, pois neste experimento eles não coletaram os dados experimentais, eis que já estavam prontos na calculadora, então a única lembrança de coleta de dados que eles possuíam provinha da atividade anterior. Creio que seja pertinente o desenvolvimento dessa temática no capítulo de análise, explorando esse fato que também foi percebido em diferentes intensidades em outras duplas.

Quando analiso o episódio sob um outro ponto de vista, novos questionamentos emergem: **Será que a estratégia escolhida pela professora, dados experimentais já coletados, foi a mais adequada para esta atividade? Até que ponto a coleta de dados experimentais é importante? Será que este tipo de atividade poderia ser mais facilmente adaptado para a sala de aula, em virtude do tempo e da quantidade de alunos por sala?**

6.6.3.2 – Episódio 2 Ivan e Elton: Cadê a distância?

Mesmo considerando-se que os episódios construídos pela dupla Elton e Ivan, na atividade dos acetatos, também apresentem estes estudantes utilizando a calculadora gráfica como um dispositivo pessoal e, ainda que um dos alunos tenha adquirido um maior domínio sobre essa mídia, este episódio difere "em sua forma" da dupla anterior, pois em momento algum essa evidência minimizou o espírito de equipe demonstrado durante toda a atividade, mantendo os estudantes integrados.

Além da influência da atividade anterior (luminosidade), apresentada neste episódio, outro momento de destaque se dá quando os alunos observam um erro exibido pela calculadora gráfica, na tentativa de descrever a equação que regia o fenômeno do experimento. Esse momento foi condicionante para que a dupla explorasse conceitos matemáticos e físicos, além dos já levantados por Marcos e Diogo no episódio anterior. Somada a esse momento está a tônica, que acabou nomeando o segundo episódio: a tentativa de Ivan em "alterar" os dados coletados pela calculadora, o que proporcionou um grande e importante caminho de investigação matemática sobre a interatividade entre estudantes e tecnologia.

Inicialmente, os alunos estranham as variáveis do gráfico e, desta forma, a fase da **predição** é caracterizada por duas vertentes para a concepção do gráfico do fenômeno: Ivan decide trabalhar com intensidade luminosa versus espessura, enquanto Elton decide trabalhar com intensidade luminosa versus acetatos colocados a uma certa distância.

Por ser esta a terceira atividade da dupla, noto uma grande **influência da atividade anterior** (luminosidade versus distância), também percebida junto à dupla Diogo e Marcos. Assim sendo, os alunos querem embutir o conceito de distância na execução da atividade. Essa interferência perdurou por quase todo o episódio, tanto que estes momentos serão retomados durante esta análise.

Inicialmente, Ivan acredita que o gráfico que representa a luz, ao perpassar por um determinado meio possa ser descrito por uma função escada ou definida por trechos, conforme a figura 42.

F: "Se fosse por outro número de acetatos, você acha que ficaria quebrado, assim tipo uma escadinha? Assim, ó, se fosse assim, por exemplo? [*Fernanda desenha, como na figura 42*]".

I: Hum, hum [*confirmando*] "Se seria assim de tracinho, ou seria só o ponto?"- e ele explica: "É porque, se você tivesse trabalhando com um acetato, com um acetato e meio, na verdade é preferível por espessura".

Os eixos são definidos como: intensidade luminosa (I.L.), ordenada e placas (P), abscissa.

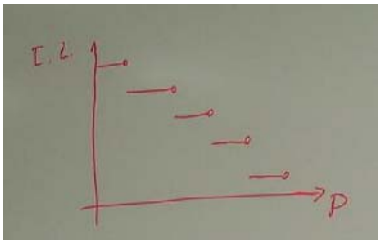


Figura 42: Desenho da predição de Ivan, feito por Fernanda.

Percebo que Ivan, inicialmente, concebeu o gráfico do fenômeno como uma figura, no sentido apresentado por Scheffer (2001), ou seja, ele associou a figura da execução da experiência ao gráfico que esta representa. Para ele, fica estabelecido, neste momento, que o eixo das abscissas estaria representado pela espessura, formada pelo acúmulo dos acetatos, e não pelo número de acetatos, como a ficha descreve o desenvolvimento da experiência.

Ivan sugere que Elton use o comando ZOOM STAT, para que o gráfico apareça na tela, como feito por ele na figura 43. Elton diz que o gráfico experimental ficou parecido com o gráfico que eles desenharam.

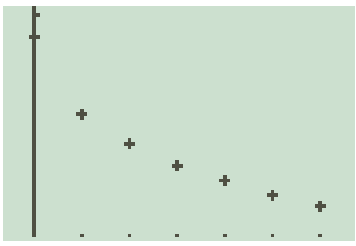


Figura 43: Atividade 3 Acetatos – Gráfico de pontos experimentais apresentado na calculadora do Ivan.

Um momento interessante ocorre quando Ivan indaga que a experiência sem esses equipamentos (sistema CBL) poderia ser diferente:

F: Mas, você acha que seria assim mais fácil se eu fizesse com a espessura?

I: Sei lá, é que aqui, no caso, a gente usa a calculadora, mas eu se fosse fazer o gráfico, preferia pela espessura, daí eu já teria uma certeza do que ocorreria entre os dois pontos.

Nota-se que Ivan atribui uma "eventual" facilidade na construção do gráfico à calculadora gráfica, pelo fato de esta desenhar o gráfico experimental, através do número de acetatos em confronto com o lápis-e-papel que, segundo Ivan, facilitaria o desenho do gráfico, valendo-se da espessura para o eixo das abscissas. Com auxílio da professora, Ivan percebe que é possível expressar o gráfico pela espessura dos acetatos, mas que os dados foram coletados dispondo os acetatos um a um e medidas, respectivamente, às intensidades luminosas.

De um outro lado, Elton associa muito fortemente a noção de distância oriunda da atividade anterior e chega a sugerir que os acetatos sejam colocados um a um a uma certa distância da fonte luminosa: "É, tava pensando assim, coloco aqui, aí tem um acetato, mede, aí perde a intensidade, aqui vai perdendo, perdendo... a medida da distância". Isso difere sua predição da de Ivan, sendo que este indica a colocação dos acetatos juntos e sem distância.

Em seguida, a professora questiona se essa idéia de Elton mudaria o gráfico do fenômeno. Ele acredita que, ao se trabalhar com distância, o gráfico ficaria mais acentuado. Neste momento, há a oportunidade de os estudantes analisarem as diferenças entre a "concavidade" das funções.

No momento de estabelecer as variáveis dependentes e independentes do experimento, Elton, associa o termo "variáveis" às condições do experimento, ou seja, quais seriam as variáveis que poderiam modificar o experimento (cor do acetato, cor da lâmpada, tipo de lâmpada, entre outras), enquanto que a professora está somente solicitando a nomenclatura dos eixos coordenados, isto é, as variáveis que estão envolvidas na atividade. Eles ainda questionam o tipo de acetato (material, qualidade, espessura e coloração), alegando que esses fatores interferem no gráfico da intensidade luminosa, fazendo-o decair mais criticamente.

Partindo da predição dos estudantes, a professora retoma, dizendo que o gráfico poderia ser feito em função do acetato ou em função da espessura, como proposta dos alunos. Ela informa que os dados estão disponíveis nas listas L5 e L6, os números de acetatos estão nas listas L5 e a intensidade de luz em mW por cm² está na lista L6. Informa que o gráfico obtido no experimento representa a

intensidade de luz ao passar por determinado meio e convida-os a construir o gráfico com os dados coletados.

Os alunos utilizam o roteiro de procedimentos para criar e definir os parâmetros de um gráfico a partir das listas que já estavam armazenadas na calculadora, conforme ilustra a figura 44.

Figura 44: Atividade 3 Acetatos – Elton fazendo gráfico dos pontos experimentais na calculadora.

Quanto ao uso dos **instrumentos** percebe-se, novamente pelas observações da **testemunha**, que o aluno Ivan tinha uma maior performance no manuseio dos equipamentos, uma vez que, na atividade anterior, Elton manipulou somente o CBL enquanto Ivan usava a calculadora. Os trechos dos diálogos abaixo mostram uma certa dificuldade de Elton com a calculadora.

E: O meu não tá aparecendo nada. **F:** Não? **E:** Não. **F:** Já ligou? **E:** Liguei é?

F: Tá, agora vai lá, vai ter que apertar 2ª função amarelo. **E:** Apertei.

Esses diálogos se repetiram ao longo de toda a atividade, ora em telas da calculadora não localizadas, entradas em menus errados, não exibição das listas, ora em gráficos não feitos pela calculadora e, quando feitos, não ajustados ou apresentados na tela, caracterizando dificuldades de "navegação" nos menus, telas e sub-telas da calculadora.

Em contrapartida, a destreza de Ivan é percebida não só pela professora mas também por Elton, quando diz: "Tá fera nisso, hein? Quero ver na prova de Cálculo!?".

Nesta atividade, essas dificuldades de manuseio da calculadora não foram empecilhos para que a dupla continuasse o experimento imbuída de objetivos comuns, isto é, agindo em parceria, expondo idéias e discutindo, de forma a chegar

num objetivo em comum, diferentemente da dupla Marcos e Diogo, que não exerceu esse espírito de equipe. Deste modo, este episódio mostra que os instrumentos utilizados pelos estudantes influenciaram na interação entre eles e deles com a professora.

6.6.3.3 – Episódio 3 Ivan e Elton: 1/x e o domínio alterado.

Como visto acima, a influência da atividade anterior também se faz presente neste episódio ficando os alunos totalmente baseados nos conceitos absorvidos anteriormente. No momento de predizer o modelo da função, ambos optam pela equação y = 1/x e sua generalização ($y = a.x^b$), em virtude de essa ter sido o modelo da atividade luminosidade versus distância. Aparecem também os conceitos físicos adquiridos por eles na atividade anterior tais como, o valor de **a** na equação $y = a.x^b$, sabendo-se que **a** reflete as características físicas da lâmpada.

No momento de colocar a expressão $y = a.x^b$, como equação de regressão para os dados experimentais, a calculadora apresenta um erro na tela, dando a opção de fechar o comando ou retornar e verificar (QUIT or GO TO).

F: Ué, o que deu?

E: QUIT or GO TO!

F: Deu erro?

E: Deu.

F: O seu também deu?

I: Não sei [...] Deu!

F: Ih! Vamos ver, eu vou olhar aqui, espera ai. [...] Tá escrito [na tela da calculadora] DOMAIN, domínio? Tá dando erro de domínio.

E: QUIT or GO TO!

F: Erro de domínio: fecha ou volta o programa.

E: Então, volta, o que tá errado? Sempre dá errado?

F: [neste caso] deu um erro de domínio.

E: Como faz pra parar?

F: Precisamos analisar bem o que tá acontecendo, o que significa isso? O que é esse domínio ai? [*eles manipulam a calculadora*]

Tentando encontrar uma justificativa para o erro encontrado, Ivan utiliza o comando EDIT para ver os valores contidos nas listas L5 e L6. Ele pergunta se teria alguma diferença na ordem do comando na calculadora (PWRREG L5, L6, Y1), ou seja, se ele poderia trocar as listas de ordem (PWRREG L6, L5, Y1). A professora esclarece que a troca não seria possível, pois a L5 representa a abscissa, variável independente e a L6 a ordenada, variável dependente. Assim, o par ordenado a ser representado graficamente é composto por L5, L6, nesta ordem.

Elton pergunta se é esse o erro que a máquina estaria acusando e a professora esclarece que não, que a calculadora está acusando um erro de domínio. Sugere que eles pensem no que está acontecendo, o que seria um erro de domínio? Elton, olhando para os dados na calculadora, responde: "1, 2, 3...", posteriormente conclui, estimulado pela professora, que o domínio da função é dado pela lista 5 ou, ainda, pelos valores de x. Assim, a professora questiona sobre a causa daquele erro.

I: Valor negativo de x?

F: Nos estamos usando valor negativo aí, Elton? Para valor x? Não.

E: Não existe, né? Número de acetatos negativos.

F: Não existe, tem que ser positivo, o que mais? Então já viu que não é, estamos só com o valor de x maior que zero. Quais são nossos primeiros valores do domínio da LISTA 5, dá pra ver no gráfico? Ah, dá para ver no gráfico, não dá no TRACE?

I: Dá 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

F: 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Qual que é o domínio dessa função desse tipo aqui $y = a.x^b$?

E: São os reais. [O coeficiente] **a** não pode ser negativo e x não pode ser 0.

F: Ah, o x nunca pode ser zero?

E: Depende, se **b** for negativo.

F: Como assim?

E: Se **b** for negativo, vai ficar 1/x, se x for 0 não tem domínio, que não faz parte, não pode ter x [zero] no denominador.

F: Peraí, nós não sabemos se **b** é negativo. O **b**, ela [a calculadora] vai dar; bom, além do mais, quanto que deu y aí, nos dados? Tem aí a L6, os valores?

I: Tem.

F: Só o começo.

I: ponto 92.

I: ponto 864.

I: ponto 53.

F: Quando x, você falou que x não pode ser zero, quando **b** é negativo? Porque 1/0 vai dar problema, é isso?

E: Não pode.

F: Não existe, suponhamos que o **b** seja positivo.

E: O x pode ser zero.

F: O x pode ser zero, mas a gente tem os valores de x e y, certo?

E: Entendi, lista 5.

F: A gente tem a lista 5 e a lista 6.

E: Pode ser x tem zero.

F: Tem zero em x. Quando x é zero, quanto que é o valor de y?

E: Valor máximo é o topo.

F: Quando x é zero, a gente tem o valor máximo de intensidade, não é isso?

E: É só usar a lista 6.

F: Isso.

E: O meu deu 0,92.

F: É, então, quando x é zero, deu 92, intensidade máxima.

E: Certo

F: Legal, essa fórmula dá para achar esses valores?

E: É.

F: Se eu botasse esses valores de x...

Neste diálogo, a professora gostaria que Elton substituísse os pontos experimentais (0, 0,92) no modelo de equação $y = a.b^x$, de modo que ele verificasse o erro de domínio apresentado pela calculadora, porém Ivan interrompe apresentando uma solução para o problema:

I: Na lista de x, você substitui o zero por 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

F: Ah você cortou?

I: Eu chamei o 0 de 1, 1 de 2, 2 de 3.

F: Ah, subiu.

I: Isso.

A figura 45, à esquerda, mostra os dados originais que estavam na calculadora dos alunos. Já a figura 45, à direita mostra os dados alterados por Ivan, ou seja, sem o valor zero para a abscissa:

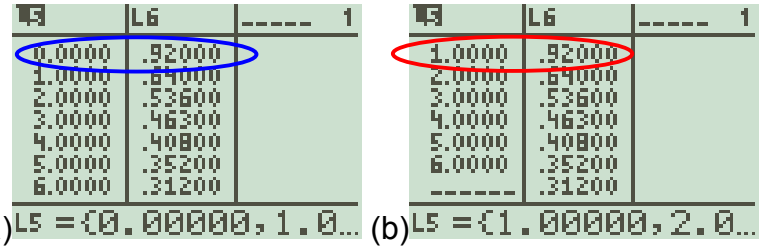


Figura 45: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados originais (a) e Lista com os dados alterados por Ivan (b).

E: Eu coloquei y = a.x^b, no lugar de x coloquei zero, 92 igual a zero é impossível.

F: Impossível o quê? De fazer a conta?

E: É ; 92 não é igual a zero, tá errado. Porque qualquer número vezes zero é zero.

F: Isso, então é esse erro que tá dando. Erro de domínio, quer dizer, um lado não é igual a outro, por isso você não consegue fazer. Entendeu?

E: É. Entendi.

F: E você?

I: Entendi.

[...]

F: Por isso ela [a calculadora] não conseguiu desenhar, ela não consegue traçar o ponto no plano com essa função aqui; bom, aí o que a gente faz? O Ivan teve uma idéia.

E: Pega o próximo, substitui o próximo.

F: Aí, vale né?

E: Vale.

F: Quando você subiu 1, 2, você só fez isso, apagou 1 e pôs 2, foi isso, não foi? Ou você cortou esse ponto aqui?

I: Não, eu cortei só o zero, depois fui na lista apaguei só o zero o valor daqui [y] continua o mesmo.

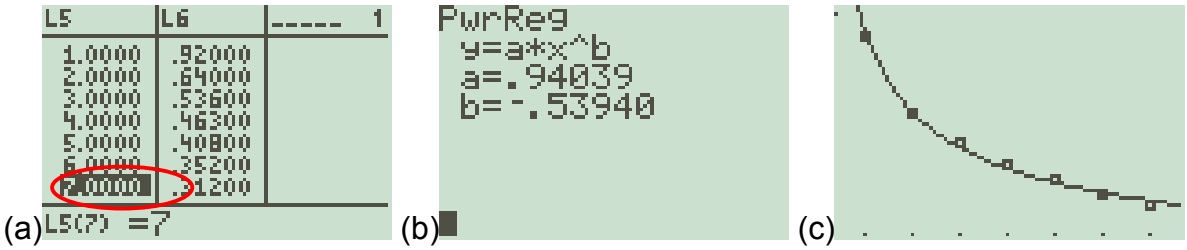
F: Ai você digitou 1 é esse, 2 é esse, 3 é esse 4... Você salvou deu para salvar?

I: É, a calculadora trabalha desse jeito, se eu apagar o primeiro o resto vai subir.

Nesta ação, Ivan não cortou o primeiro ponto da lista como eles já haviam feito em experiências anteriores, usando o comando SELECT. Com esse comando, ele cortaria o primeiro par ordenado e não foi isso que Ivan havia feito. Ivan somente retirou o valor da abscissa do primeiro ponto, e esta ação é diferente de excluir um

ponto experimental, o par ordenado (x,y). Com esses dois caminhos, os estudantes resolvem analisar primeiro os dados gerados por Ivan.

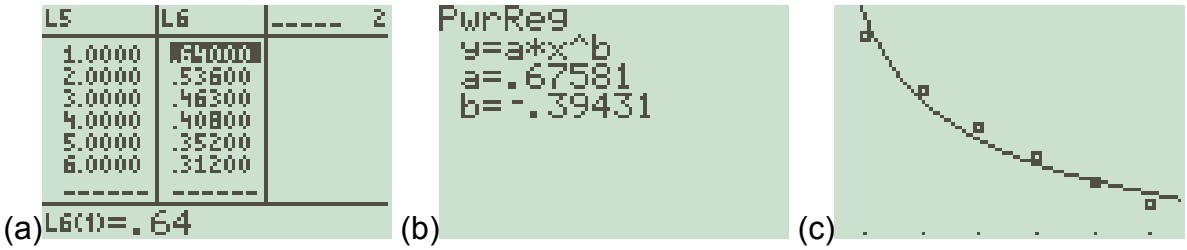
Para não dar incompatibilidade nas dimensões das listas L5 e L6, Ivan inseriu o número 7 no campo que estava em branco da lista L5, conforme marcação em vermelho na figura 46a. Com isso, ele conseguiu executar a regressão, obter os valores das constantes **a** e **b** do modelo $y = a.x^b$ (figura 46b) e desenhar os gráficos (figura 46c).



(a) (b) (c)

Figura 46: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados alterados (a), regressão POWER REG (b) e gráficos experimental e regressão (c), feitos por Ivan.

Elton olha o gráfico na calculadora e diz que ficou ótimo, bem ajustado. Ele faz a regressão em sua calculadora excluindo o par ordenado (0, 0,92), usando o comando SELECT, efetua o corte do par ordenado (zero acetato, intensidade máxima) dos dados experimentais, calcula o modelo de regressão e desenha os gráficos (figura 47a, b e c).



(a) (b) (c)

Figura 47: Atividade 3 Acetatos – Lista com os dados alterados (a), regressão POWER REG (b) e gráficos experimental e regressão (c), feitos por Elton.

Os gráficos da figura 46 e 47 estão apresentados, utilizando o comando ZOOM STAT, ou seja, um melhor enquadramento dos pontos experimentais na tela da calculadora. Porém, tanto Elton quanto Ivan não utilizaram o ZOOM STAT; com isso, eles se valeram dos recursos de ZOOM IN e ZOOM OUT, para verificar se o gráfico passava ou não nos pontos experimentais. Ivan dá um ZOOM OUT nos gráficos das duas calculadoras e observa:

I: No gráfico, parece que só deu uma ajeitada. Tá apertado, quase a mesma coisa.

F: Quer dizer, ficou praticamente a mesma coisa, mas os dados originais não são mais iguais, são?

I: Não, porque eu troquei o valor do primeiro.

Em continuidade, a professora pergunta aos alunos qual seria o valor da luminosidade para x igual a zero. Elton diz que, em seu gráfico, ele não consegue obter essa informação, porque ele cortou dos dados o primeiro par ordenado, a intensidade máxima. Por conseqüência, seu gráfico começa a partir do ponto 1. Ela direciona a questão para Ivan, perguntando a ele o que significa fisicamente a exclusão que ele havia feito, concretizada na movimentação da lista L5, no 0 ele pôs 1; no 1 ele pôs 2, no 2 ele pôs 3 e, assim, sucessivamente.

Elton interfere: "Ele colocou a intensidade máxima, como se tivesse um acetato, né?" A professora explica que, no caso de Elton, ele não tem intensidade máxima, devido à exclusão do par ordenado. Elton afirma que Ivan possui a intensidade máxima e Ivan argumenta:

I: É só admitir que o x_0, sem nenhum acetato, o nome dele é 1. É que o meu valor, sem nenhum, continua aqui e o valor dele [Elton] começa a partir de um acetato.

F: É, mas olhando...

E: A minha intensidade é maior que a dele, não é a mesma coisa; é como se o 1 dele fosse a intensidade máxima o meu 1 é menor do que o dele, o meu gráfico lá cai mais, né?

I: Eu tenho intensidade máxima.

E: Eu não!

E: O dele é como se fosse um acetato em intensidade máxima; o meu não tem, é como se fizesse a experiência já com o acetato, se [ao invés] a gente medir sem acetato, entendeu?

F: Entendi. Na verdade, quer dizer, essa manipulação que a gente fez na calculadora do Ivan, a gente pode fazer? É aconselhável?

E: Não, porque você vai estar mudando seu experimento.

I: Você escrevendo do lado que o 1 é sem acetato, o 2...

F: Um, mas se o x é o nº de acetatos, como é que eu vou falar que o 1 é sem acetato?

I: Ah! Tá... admitindo que o x aí seja... hum... tô me enrolando...

F: Quer ajudar [Elton]?

I: A 1ª etapa, a 1ª etapa é sem. Aí, tem a 2ª etapa aí começo com 1.

F: Etapa? A 1ª etapa é 1, a 2ª etapa usaria dois.

I: O 1 é a primeira etapa do experimento; a primeira etapa é sem [acetato].

F: Ah, tá, entendi, até dá para tentar enganar, é porque na hora que você for falar...

I: Se eu for pegar simplesmente o que tá escrito y intensidade x o número de acetato vai confundir tudo.

F: Confunde tudo. Você entendeu?

Além dessa modificação que Ivan executou, Elton levanta o fato de estar na origem a intersecção dos eixos coordenados em seus dados, e para Ivan essa origem seria diferente. Em discussão, Elton observa que os dados de Ivan, não estão representando o fenômeno analisado, vale dizer, um acetato com intensidade máxima, fisicamente isto é falso. Diante disso, Elton argumenta: "É, ele transpôs isso. Quando é zero tem intensidade máxima, ele corta o eixo y, agora ele mudou invés de ser zero, ele colocou 1, é como se no lugar de zero fosse 1". Ivan confirma esta ação. Elton, ainda, continua seu questionamento: "É, mas tem intensidade máxima no 1? Você entendeu, Fernanda?"

Em meio à discussão, Elton diz que Ivan **alterou o domínio**, que esse tipo de movimentação, feita por Ivan é falsa, que isso não poderia acontecer. A professora interfere e explica que a calculadora não apresenta os dados como Elton estava imaginado. Que mesmo que Ivan tenha para x = 1 acetato a intensidade máxima, isso não seria mostrado sobre o eixo das ordenadas, ou seja, que a máquina não executa esse ajuste. Ela explica, ainda, que o quê Elton disse, faz sentido, porém, nós não estamos acostumados a desenhar o gráfico como o ele sugeriu. Mesmo que o primeiro ponto seja o 1, na maioria dos casos, não colocamos esse ponto no cruzamento dos eixos coordenados, e a calculadora (figura 48), por sua vez, também não apresenta os dados, como sugeriu Elton.

Isto exposto, ela questiona os alunos perguntando se a ação feita por Ivan é válida. Ambos os estudantes dizem que não. Ivan acrescenta que quem está acompanhando o procedimento, que ele fez, até poderia entender. Entretanto, quem não acompanhou o procedimento executado, ou não realizou o experimento, jamais vai entender os dados apresentados por ele. E disse mais: que os dados podem gerar dúvidas com relação ao fenômeno, em si.

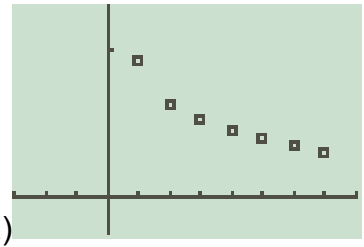
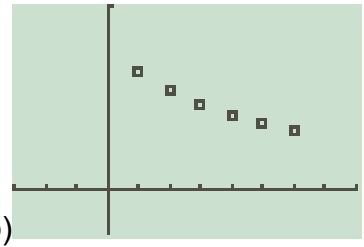
(a)  (b) 

Figura 48: Atividade 3 Acetatos – Apresentação dos dados experimentais de Ivan (a) e Elton (b).

Neste momento, a professora explica que ambos os gráficos (figura 48) não correspondem ao que realmente aconteceu no experimento, ou seja, desprovido de acetatos, o gráfico deveria apontar a intensidade máxima (0,92) e tanto no gráfico do Elton, quanto no do Ivan, isso não está acontecendo. Assim, ela novamente pergunta se essa regressão é um bom modelo para os dados. Elton diz que o modelo está bom, já Ivan declara que seu está com problemas, que ele percebe que o modelo está passando por 3 dos 7 pontos do gráfico. Elton, por sua vez, acrescenta que seu modelo passa por dois dos 6 pontos. Diante disso, a professora sugere, então, que Ivan use o ZOOM, a fim de verificar se o gráfico realmente está passando pelos 3 pontos. Acatando o sugerido, Ivan executa o ZOOM:

I: Há, há!!! [expressando espanto]

F: Um ponto?

I: Não, não [ponto abaixo do gráfico]

[...]

F: Há, há!!! Sabia! Eu senti que tá lá pra cima, olha que legal, o ponto que parecia que pegava não tá pegando.

E: E, agora? (Risos)

F: [...] Vê lá [Ivan] se os outros 2 [pontos] estão pegando, voltamos o ZOOM STAT o que você fez aí?

I: Tcham!! [expressão de desapontamento) não passou.

F: Não passou, naquele outro?

I: Não!!!

[...]

F: Também não? Deixa eu ver. Ah, também não passa, esse daí é um bom modelo?

I: Não.

Como se percebe, os alunos descobrem, utilizando o ZOOM da calculadora que o gráfico da regressão feito por Ivan ($y = a.x^b$), não pega nenhum dos dados experimentais e, diante da descoberta, ele indaga: "A calculadora não pega dados que você deu e faz uma aproximação para ter uma única função?". A professora responde que a calculadora faz uma regressão utilizando o método dos mínimos quadrados e ajusta a regressão de acordo com a função desejada. Ivan argumenta que a regressão não está passando nos dados experimentais, devido a possíveis erros ocorridos na coleta de dados. Fernanda contra-argumenta, dizendo que a regressão não passou por nenhum dos pontos experimentais, questionando se esse modelo seria aceitável. Elton responde dizendo que não, que este não deve ser o melhor modelo para os dados.

Na seqüência, Elton pergunta para Ivan como ele fez para saber que o gráfico não passava pelos pontos. Em resposta, Ivan diz que usou o ZOOM e explica seu procedimento. Dando continuidade à experiência, a professora pergunta como se dá a intensidade da luz à medida que se aumenta o número de acetatos, ou seja, como seria esse comportamento. Os alunos respondem:

E: Diminui um pouco.

I: A primeira queda é bem brusca, aí você vai aumentando [x] e vai diminuindo [y] quase constante.

Mediante as respostas, a professora questiona Ivan se ele está se referindo ao fato de o decaimento ser constante e ele reforça, dizendo que a primeira queda é maior do que o restante. Acrescenta que, após a primeira queda, o decaimento vira quase uma constante. A professora insiste:

F: Se você fala que é quase constante, se eu cortar aqui, isso pode ser uma reta?

I: Não.

E: O meu não vai ser uma reta, não!

Surge uma discussão sobre o tipo (material) do acetato, relacionando-o com a absorção, sendo para a dupla, uma condição fundamental no decaimento da função. Elton, olhando para o gráfico, explica: "Absorve, solta um pouco, o outro vai absorver esse tanto que foi mandando pro primeiro e vai mais um pouquinho, por isso que tem esse decaimento aqui [*apontando para o gráfico*]. E, daí, vai diminuindo, vai chegar um momento em que você vai colocar bastante acetato, mas não vai enxergar mais".

Em seguida, a professora pergunta aos alunos se eles acham que os dados foram coletados com ou sem distância. Elton responde: "Sem distância? Se não vai ser bem maior [o decaimento]".

Ele questiona se esse procedimento foi feito próximo à lâmpada e a professora confirma. Ele justifica a sua dúvida: "Porque, se você coloca mais distante, vai cair bem mais rápido [...], entendeu? Quanto mais distância, mais a intensidade cai".

Baseada na justificativa de Elton, a professora aproveita para recapitular um conceito de zona constante da lâmpada, tratado na atividade da luminosidade. Ivan diz que a zona constante da lâmpada, ou seja, a intensidade máxima era 30cm na lâmpada de 60 watts, e 55cm na lâmpada de 100 watts. Fernanda relembra que isso significava que a lâmpada "garantia" num raio de 30cm a intensidade máxima, ou, ainda, a potência máxima. Ela questiona os alunos, se eles acreditam que a experiência foi realizada dentro ou fora desta zona. Elton diz que deve ter sido na região menor do que 30 centímetros.

Remonta-se a idéia de distância embutida na coleta de dados, porém, agora, sob uma nova ótica. Questionados se os dados experimentais foram colhidos com ou sem distância, os alunos respondem prontamente que foram sem distância e, mais: se houvesse distância, o decaimento seria muito mais acentuado. Com isso, houve uma **associação das duas atividades** (luminosidade e acetatos), não prevista inicialmente pela professora. Eles percebem que, se a distância fosse acrescida ao experimento, a função a ser obtida não seria somente uma função de uma variável, f(x) e, sim, de duas variáveis, f(x,y).

Analisando as restrições da atividade, os estudantes entenderam o porquê de não trabalhar com a distância e que, se essa opção fosse feita, teríamos uma função não mais desenhada no plano, e a necessidade de surgimento de um terceiro eixo para que a função fosse desenhada no espaço. Esclarece-se que essa modificação na atividade seria possível, porém, daria muito mais trabalho operacional, uma vez que seria necessário um instrumento de precisão para medir a espessura o acetato.

Enquanto isso, Ivan está mexendo na calculadora, aumentando o número de acetatos e verificando qual é o valor da intensidade luminosa:

I: Colocando 8269 acetatos, da I=0.008

Ele utiliza a calculadora, olhando através do ZOOM, quando percebe que, se para 6 acetatos, a intensidade era de 0,312, para 20 acetatos, a intensidade é de 0,19. Auxiliados pela professora, eles concluem que "[...] andou muito aqui [x] e caiu pouco aqui [y]" em outras palavras, aumentaram bastante os acetatos e houve pouca diminuição da luz. Dessa forma, Ivan diz que, nesse trecho, o gráfico se torna constante.

Questionados pela professora se eles vão continuar utilizando o modelo $y = a.x^b$, ou se eles têm alguma outra idéia para a equação dos dados experimentais, os alunos ficam em dúvida. Ivan sugere fazer outra experiência e a professora argumenta, perguntando se é possível a equação representante do fenômeno não trazer a informação da intensidade máxima:

E: Possível! Matemática? Não, na Matemática não pode, o que pode é diminuir.

I: No limite, isso.

E: É, no limite, tendendo a...

[...]

F: Mas, o modelo, se ele vai representar o fenômeno, ele tem que trazer essa informação, não tem? Vocês não precisam?

I: Tem.

F: Eu sei que eu vou lá, meço com o sensor, isso eu consigo fisicamente, é fácil de fazer, a gente já fez a semana passada [obter a intensidade máxima], mas eu tô querendo dizer assim [...] não tá pegando em todos os pontos? E não tá me mostrando, eu olho para esse $y = a.x^b$, falta quando de x = 0 ele me diz que y é zero. Isso não é verdade eu sei que quando eu não tenho nenhum acetato, y é máximo porque a gente sabe medir.

E: Acho que zero não faz parte do domínio.

F: Isso, zero não faz parte do domínio [dessa equação].

E: Acho que zero não faz parte do domínio dessa função.

F: Entendeu, Ivan?

I: Hum, hum!

F: Porque [...] eu olho pra cá [para o modelo] e ele não fala a verdade, isso que eu quero dizer. Quando x = 0, y é igual a alguma coisa.

I: Essa daí y = 0.92

E: É isso, aí.

I: E os outros..., vale [o modelo], mas você não pode generalizar. [referindo-se aos seus dados alterados] [...] Tem que ir com o sensor lá medir [x = 0, Imáx]
F: Exatamente.

Auxiliados pela professora, eles percebem que esse modelo não é o mais adequado para os dados experimentais. Diante disso, ela sugere que eles pensem em um outro modelo para aqueles dados. Ivan diz: "Hum, eu posso tá falando bobagem, uma equação que o x seja no lugar do **b** [...] Porque x no elevado, o zero vai dar um vezes alguma coisa, aqui". Ele justifica que, dessa forma, seria possível abranger o primeiro par ordenado, que teve que ser retirado no modelo $y = a.x^b$. Elton sugere que seja a função exponencial: "Porque ela cresce muito, aí vai descer... [...] [Algo] elevado a x".

Esse erro apresentado na calculadora (QUIT or GO TO), inesperado pelos estudantes, possibilitou a exploração dos conjuntos domínio e imagem e ainda a associação desses conjuntos com uma função. Com isso, foi possível trabalhar na prática a definição clássica de função e, assim, verificar que esta equação não era a mais apropriada para representar o fenômeno.

Esse fato propiciou que a **Matemática dos estudantes** fosse revelada no momento em que os alunos expressam o domínio da função, fazendo uso das mídias lápis-e-papel e calculadora gráfica, verificando que matematicamente esse domínio seria o conjunto dos reais. Posteriormente, ao avaliar o domínio da função em contraste com os dados experimentais, os estudantes tiraram do experimento as restrições desse domínio, como, por exemplo: x não poderia assumir valores negativos, uma vez que ele representava a quantidade de acetatos; desta forma, ao atribuírem zero na expressão matemática, eles obtinham uma inconsistência ($0,92 = a.0^b$) e a constante **a** deveria ser um número positivo, lembrando que ela reflete as características físicas da lâmpada.

Um fator preponderante para o abandono, ainda que temporário, da equação $y = a.x^b$ era que x não poderia assumir o valor zero, fisicamente representado pela intensidade máxima de luz, ou seja, sem nenhum acetato. Nesse ponto, Elton elimina o "erro de domínio", simplesmente eliminando a primeira medição, primeiro par ordenado, conforme figura 47.

Ivan, por sua vez, "apropria-se" do modelo e **força** o conjunto de dados a satisfazer a equação. Ivan altera os dados experimentais da abscissa, com o mesmo

intuito, o de fazer o modelo se encaixar nos dados. As figuras 45 e 46 ilustram as modificações feitas por Ivan. Há uma longa e extensa discussão entre eles e a professora sobre a validade dos métodos por eles utilizados. Somente a discussão não tem poder de convencimento e, então, os estudantes partem para a experimentação.

Eles percebem, pela **experimentação**, que os dados de ambos são distintos e que não estão refletindo o que ocorreu no experimento. Há uma ampla discussão e negociação dos estudantes entre si e deles com a professora comparando os dados experimentais em cada calculadora com o que havia ocorrido experimentalmente. Desta forma, é possível destacar os seres-humanos-com-mídias construindo conhecimentos, utilizando a oralidade, escrita e informática, articulando gráficos, funções e dados experimentais.

Quando questionados se a decisão de alterar ou ainda eliminar os dados seria aconselhável, os estudantes reconhecem que estariam mudando o experimento. Na fala de Ivan, percebe-se novamente uma tentativa de validação do modelo adotado, em virtude dos dados forjados por ele, como uma maneira, um subterfúgio para a adoção da equação. Ainda tentando convencer a equipe, Ivan diz que o gráfico pode ser entendido por etapas, onde cada etapa identificaria o número de acetatos, ou seja, a primeira etapa seria equivalente a zero acetato, a segunda etapa equivaleria a um acetato, e assim por diante. Essa noção de mudança de variáveis é rapidamente refutada pela professora, em conjunto com Elton, alegando que essa modificação somente traria uma confusão maior ao experimento.

Quando a professora pergunta mais firmemente sobre a validade da operação executada por Ivan, eles admitem o problema. Notam, assim, a fragilidade da proposta de alteração de domínio e descartam essa possibilidade para o conjunto das abscissas.

Percebem, através da calculadora gráfica, que o modelo adotado ($y = a.x^b$) passa por três dos sete pontos experimentais. Através do ZOOM, os estudantes verificam que, na verdade, a função não passa em nenhum ponto experimental, estando somente em suas proximidades.

Finalmente, a conversão da função polinomial para uma função exponencial dá-se novamente, através do estudo do domínio da função $y = a.x^b$. Interessante notar que essa conversão é feita pelos alunos, com o uso da calculadora gráfica, ao perceberem a necessidade de o modelo refletir o fenômeno em toda a sua extensão.

No decorrer do episódio, surgem conceitos de função definida por trechos (figura 42), função polinomial, idéias de continuidade, aplicação de função de duas variáveis, representação no plano e no espaço, conversão de unidades de escala e combinação linear. São discutidas também idéias de refração, absorção, velocidade, aplicabilidade de instrumentos de medição, conversão de unidades (milímetros, centímetros e metros) e potência da lâmpada associada ao raio da circunferência, no qual a luminosidade é máxima.

A **influência da atividade anterior,** neste episódio, inicialmente foi tomada pela professora como um fator ruim e talvez não esperado. Isso fez com que ela tivesse que estar duplamente atenta, pois muitas eram as vezes em que os alunos buscavam referencial para a tomada de decisão, não somente nos dados apresentados ou ainda na dinâmica que se fazia ali presente, mas, sim, em conceitos absorvidos na atividade anterior. É importante destacar, nesta análise, que essa influência, no início julgada negativa, foi transformada pela professora com os estudantes e as mídias disponíveis em um fator positivo e, com isso, foi possível os alunos desenvolverem outros conceitos, de modo a alicerçar qualquer encaminhamento feito na atividade corrente.

6.6.4 – Lei de Resfriamento de Newton

Objetivando saber a temperatura de resfriamento da água, em qualquer instante, utilizando o sistema CBL, a ficha de trabalho foi dividida em duas partes. No início da primeira parte, era perguntado aos alunos quanto tempo eles achariam que a água demoraria para se resfriar à temperatura da sala e como seria o gráfico desse resfriamento. Passada essa fase inicial, os estudantes, executaram a atividade, manipularam os instrumentos, de modo a determinar a temperatura da sala e a temperatura inicial da água e, através da experiência, descobriram uma equação para modelar os dados experimentais.

A segunda parte da atividade iniciou-se adentrando um pouco mais ao experimento, no qual os alunos estavam trabalhando. Nesse momento, é apresentada a eles a **Lei de Resfriamento de Newton**, resultante de uma equação diferencial ordinária. Os alunos percebem que, no experimento, há uma variação de

temperatura num intervalo de tempo $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$, e que esta é **proporcional** à diferença entre a temperatura e a temperatura de equilíbrio $(T - T_{eq})$, gerando a expressão: $\frac{\Delta T}{\Delta t} \alpha (T - T_{eq})$, ou, ainda, uma igualdade $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -p.(T - T_{eq})$, onde p é uma constante de proporcionalidade entre as expressões e o sinal negativo (-) indica o resfriamento. Para solucionar essa equação diferencial que rege as características do fenômeno, os alunos devem fazer uso dos conhecimentos adquiridos na atividade anterior, os acetatos.

Após o desenvolvimento da equação diferencial, tem-se: $T = T_{eq} + (T_0 - T_{eq}).e^{-p.t}$. É necessário que os alunos façam a conversão da equação para as equações de regressão padrão da calculadora, confrontando o modelo obtido matematicamente com a equação escolhida por eles para modelar os dados experimentais. Com isso, há um processo de verificação do melhor modelo para ajustar os dados experimentais e é necessário que o aluno perceba a necessidade de sua equação conter a temperatura ambiente, gerando uma equação do tipo **$T = L + C.k^t$,** onde: **L** é a temperatura de equilíbrio, **C** é a diferença entre a temperatura inicial e a temperatura de equilíbrio e **k** é uma constante gerada a partir de **e^{-p}.**

Para finalizar a atividade, são feitos alguns questionamentos físicos e matemáticos sobre o fenômeno, tais como: quanto tempo levará para que a água se resfrie à temperatura ambiente, que materiais diferentes reterão calor de forma diferente, entre outras. São discutidos aspectos gráficos gerados com a mudança do valor de k e relações entre os parâmetros da equação, ao repetir o experimento. Finalmente, foi perguntado aos estudantes como seria uma curva de aquecimento.

Devido à atividade de resfriamento ser extensa, compreendida em dois encontros com todas as duplas, a análise dessa atividade será apresentada fragmentada em vários episódios, cada um com um tema específico. Vale registrar que a extensão desses encontros foi expressivamente maior com a dupla Raphael e Rodrigo.

Ressalto, por fim, que os episódios não são disjuntos, a junção deles compõe em sua totalidade a atividade de resfriamento realizada com estes alunos. Deste modo, os episódios foram nomeados por:

1 – Quanto tempo?

2 – Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?

3 – Como se comporta o resfriamento, quando utilizamos potes de materiais diferentes?

4 – O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação.

Durante a atividade de resfriamento, os primeiros dados, que emergiram, foram da dupla Raphael e Rodrigo. O experimento de resfriamento realizado por eles não se ateve somente ao desenvolvimento das atividades propostas na ficha de trabalho. Esta dupla, guiada por Raphael, nesta e em todas as outras atividades, sempre propôs algo adicional aos experimentos. Por esse motivo, entre outros, esta única dupla é apresentada, em sua totalidade, na atividade de resfriamento.

Os episódios construídos com esta dupla foram secções de uma atividade extensa realizada pelos alunos integrantes e a professora em dois encontros com duração média de três horas cada um deles. Esses encontros geraram cerca de 150 páginas de transcrições.

No início deste capítulo, mostrei como foram feitos os episódios, tendo eles passado por um processo de seleção e transformação. Entretanto, mesmo com esse processo, os episódios que constituem a atividade de resfriamento da dupla Raphael e Rodrigo ficaram extensos, devido à riqueza de detalhes trazida pela dupla.

Apesar de os episódios estarem seccionados, bem como suas análises, gostaria que o leitor, após ler a atividade do resfriamento, executada por Raphael e Rodrigo, tivesse uma visão do todo da atividade. A visão geral deve ser da análise unificada, em virtude da experiência ser uma só, entretanto ela está separada em episódios somente para facilitar a leitura do leitor.

6.6.4.1 – Episódio 1 Raphael e Rodrigo: Quanto tempo?

A atividade inicia-se com os estudantes supondo a seguinte situação: uma xícara com água quente, a 75 graus, é colocada numa sala, na qual a temperatura é de 20 graus. A partir daí, eles devem inferir quanto tempo a água levará para se resfriar à temperatura da sala e como seria o gráfico desse resfriamento ao longo do tempo. Essas questões dão início à fase da predição.

Os alunos desenham em suas fichas o gráfico do resfriamento em função do tempo. Raphael justifica seu gráfico apoiando-se naquele outro gráfico feito na atividade luminosidade versus distância. Rodrigo comenta:

Ro: Oh, o que eu imaginei é assim: ele tem, ele vai ser tipo o recipiente vai tá quente, aí vai entrar em contato com o outro, que vai ser a temperatura ambiente. Conforme vai passando o tempo, vai caindo a temperatura daquele que tá quente, como se fosse... Ah, como se entrasse... é, fizesse... até chegar a um ponto que vai ser mais ou menos constante, a temperatura, sabe?

Ra: É, igual mais ou menos a idéia que a gente teve na [atividade] passada, cai sempre uma proporção, uma porcentagem em relação à intensidade que tem, em relação à temperatura, né?

Raphael esclarece que 20 graus seria a temperatura ambiente, a temperatura colocada no momento da predição, enquanto eles estavam pensando no problema, ainda sem o uso do sistema CBL. Assim, ele justifica que a temperatura inicial da xícara, 75 graus, com o passar do tempo, vai ficando cada vez mais próxima da temperatura ambiente de 20 graus, ou seja, delta y, que segundo ele, vai diminuindo.

Rodrigo complementa, dizendo que "uma hora vai chegar a um tempo que vai estar em equilíbrio. Não vai mais perder calor, a temperatura não vai conseguir mais abaixar". Acrescenta a dedução de que, no gráfico, o equilíbrio seria a temperatura ambiente (Tamb), e que estaria próxima aos 20 graus.

Durante a **predição**, os estudantes explicitam verbalmente o que estão pensando em relação ao gráfico do fenômeno. Há uma pequena influência das **atividades anteriores**, quando Raphael se lembra da luz versus distância e, posteriormente, do modelo utilizado na atividade dos acetatos, indicando que o decaimento da temperatura deveria ser proporcional à temperatura inicial.

Ainda na predição, a professora os questiona se o decaimento poderia ser uma reta decrescente e ambos acreditam que não, alegando que a curva desenhada por eles, melhor expressaria o fenômeno, e justificam:

Ra: Ah, eu pus que a temperatura cai numa mesma proporção, em relação à temperatura anterior. Tá beleza? Preciso pôr mais alguma coisa? [...] Porque, quer dizer, quanto menor for a temperatura, menor vai ser o delta y, o índice de proporcionalidade, vamos dizer, é o mesmo, né? Só que, quanto menor vai ser a quantidade de... vamos dizer, quanto menor for a temperatura, menor vai ser essa variação.

Ro: Eu coloquei aqui que, se a medida de tempo vai aumentando, a temperatura vai diminuir, até que vai chegar a um ponto, depois de um certo tempo, em que a temperatura vai atingir o equilíbrio. E, a partir desta etapa, não vai mais diminuir, por mais que passe o tempo.

Os alunos começam a manipular o sistema CBL para executar o experimento. Aproveitam a opção do programa chamada MONITOR INPUT (que mostra na tela da calculadora e do CBL a grandeza medida) para medir a temperatura ambiente detectando 24 graus. Ainda, durante os comandos na calculadora, a uma certa altura, os alunos devem escolher de quanto em quanto tempo o sensor fará uma medida de temperatura na água. A ficha de trabalho sugere o intervalo de 5 em 5 segundos e que essa medição seja feita 120 vezes. Raphael propõe uma mudança desses parâmetros, mas, em concordância com Rodrigo, mantém neste momento a sugestão da ficha de trabalho. Eles escolhem a opção do gráfico realizado em tempo real, isto é, simultaneamente ao experimento.

Raphael questiona como estão sendo feitas as medidas pelo CBL, se nesta atividade está ocorrendo a oscilação percebida por eles na coleta de dados da atividade da luminosidade (figura 49). Fernanda esclarece que a cada 5 segundos o CBL faz uma tomada de temperatura do líquido, ou seja, o tempo atribuído por eles é de 5 segundos vezes 120 medidas, ou seja, 600 segundos.

Figura 49: Atividade 4 Resfriamento – Raphael e Rodrigo manipulando a calculadora gráfica e o sensor de temperatura na coleta de dados.

Raphael responde, olhando o gráfico experimental na calculadora: "Tá indo, só que não tá aparecendo o que a gente tava imaginando, não". A professora pergunta o que está aparecendo na calculadora e eles dizem:

Ra: Parece até meio constante, meio que uma reta, assim.

Ro: Aqui, oh! Ela subiu um pouquinho, pra depois começar a cair, assim.

[...]

Ra: Tá parecendo uma reta.

Raphael e Rodrigo visualizam o gráfico:

Ra: Nossa!

F: O que aconteceu?

Ra: Não deu! É que tá aparecendo um outro gráfico. Agora ele [o sistema CBL] deu outro. Não, foi?

Ro: Apareceu totalmente diferente.

F: Deixa eu ver. O quê que estava aparecendo?

Ra: Ah, estava aparecendo um negócio tipo assim, oh! [*desenha*]. Uns pontinhos aqui, uns pontinhos mais embaixo... Parecia que é tipo uma reta, aqui, assim, sabe? [figura 50].

Ro: É, parecia ser assim. [*faz gesto com a mão de reta decrescente*]

Ra: Agora já deu outra coisa.

F: Não, mas aqui tá com cara de reta, não tá?

Ro: É, eu acho que foi...

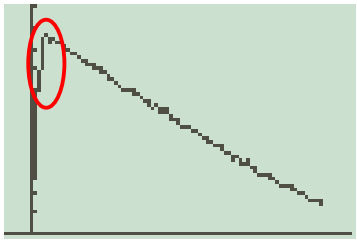


Figura 50: Atividade 4 Resfriamento – Gráfico dos dados experimentais.

Os alunos percebem que, no trecho marcado em vermelho no gráfico da figura 50, não houve resfriamento e que essa primeira parte do gráfico não tem sentido para o experimento de resfriamento. Raphael argumenta: "A partir do momento em que ele [o sensor] atingiu o equilíbrio térmico com a água, né? Atingiu a mesma temperatura. [...] Aí ele começou [a medir] o resfriamento da água".

A professora pergunta se o gráfico obtido no experimento se assemelha ao gráfico desenhado inicialmente por eles. Raphael indaga: "Só que... este daqui eu não sei. Alguma coisa meio assim, e esse daqui tá mais ou menos uma reta, né? Tá parecendo uma reta".

Com relação à pergunta feita pela professora, se eles conseguiriam utilizando o sistema CBL determinar a temperatura da sala e a temperatura inicial da água, Raphael diz que a temperatura inicial da água é a temperatura obtida no "pico" do gráfico, ou seja, "na parte mais alta" do gráfico. Já com relação à temperatura ambiente, Raphael declara: "Ambiente eu acho que a gente não pode analisar por esse gráfico, porque a água não estabilizou ainda, né? Tá caindo ainda a temperatura dela, né? Ela não chegou em equilíbrio térmico com o meio, ainda". Com isso, Rodrigo sugere que seja visto a menor temperatura na calculadora e diz que deu quase 50ºC, conforme figura 51:

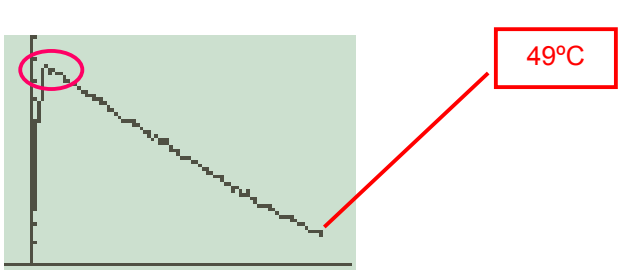


Figura 51: Atividade 4 Resfriamento – Apontamento dos valores máximo e mínimo do experimento.

Raphael diz que seria possível medir com o sistema CBL a temperatura ambiente, que deveríamos somente deixar o sensor fora da água, como eles fizeram no início da atividade. Isto posto, eles utilizam o TRACE para saber qual seria a temperatura inicial da água que está localizada na região marcada em rosa da figura acima. Eles encontram a temperatura de 63,76ºC para a temperatura inicial da água.

Após isso, eles descrevem verbalmente o comportamento do resfriamento:

Ra: Parece que, parece como uma reta. Parece uma constante. Como posso falar..., parece que cai, vamos dizer um delta y constante.

F: Diferente daquilo que você tinha falado no começo?

Ra: Diferente.

Ro: É, porque a gente falou que não seria proporcional, o decaimento da temperatura.

Ra: É, eu falei que variava em função do quê? Da temperatura, que se tinha naquele instante, né? E aqui, pelo gráfico, aparenta que não importa qual é a temperatura, sempre vai cair numa mesma...

Ro: Taxa.

Ra: Uma mesma taxa, você entendeu? Uma mesma quantidade.

Noto que, na coleta de dados, tanto Raphael quanto Rodrigo, por instantes, chegam a pensar na reta para o decaimento. Somente quando a janela dos dados experimentais é ajustada, é que Raphael retoma a sua concepção de curva e não mais de reta. Isso faz com que eles rejeitem fortemente a reta como modelo e, até por isso, decidem fazer o experimento por um maior tempo, visando a uma melhor coleta de dados.

Raphael diz que, se aumentasse o tempo de coleta, a curva seria mais acentuada. Sugere, então, que ao invés de o sensor fazer medidas de 5 em 5 segundos, que o faça de 20 em 20, por exemplo, alegando que assim a curva ficaria mais acentuada. Há uma discussão sobre como obter uma "boa curva" experimental. A professora esclarece que aumentar o tempo total do experimento é diferente de aumentar o intervalo de tempo entre as medições.

Após essa discussão, Raphael sugere fazer uma coleta de dados com uma temperatura inicial pouco elevada para observar a região do gráfico, quando a temperatura do líquido se aproxima da temperatura ambiente. A professora contra-argumenta lembrando que eles tinham falado que, nesta região de análise, a função seria uma constante e Raphael se justifica: "Eu não vejo, sabe? Igual, assim... No

meu ponto de vista, embora tá dando tipo uma reta, aí. Eu não consigo imaginar uma reta. Eu vejo, tipo assim, que quando vai se aproximando de 24, vai chegar a um certo T, que é a temperatura ambiente, vai ser igual a temperatura da água e, a partir desse T, todos os outros vão ser a temperatura ambiente. A temperatura da água vai ser igual. Eu vejo assim. Chegando numa temperatura ambiente, vai ser tipo uma constante".

É interessante notar o contraste que Raphael faz com a predição e os dados experimentais apresentados na calculadora. Eles justificam que deve haver uma zona de estabilidade, pois se a função fosse somente decrescente, iria chegar um momento em que a temperatura seria negativa, ou seja, cruzaria a temperatura ambiente.

Assim, eles aquecem a água objetivando fazer novamente o experimento, desta feita com uma temperatura inicial menor. Eles acreditam que, com uma temperatura inicial menor, a região próxima da temperatura ambiente teria um comportamento diferente no gráfico. A professora pergunta se eles querem trocar de recipiente, porcelana por plástico. Raphael conclui que, se a troca fosse feita, isso poderia influenciar no comportamento gráfico da temperatura e ela deixa esse questionamento em aberto, para que os alunos possam verificar essa indagação e a ela encontrarem resposta, através da experiência.

Eles refazem o experimento, agora com uma temperatura inicial mais baixa, e aproveitam a oportunidade para medir a temperatura ambiente com o CBL. Raphael insere na calculadora que as medidas de temperatura da água sejam coletadas de 20 em 20 segundos e que o CBL faça esse procedimento por 120 vezes, totalizando 2400 segundos de experiência. Após terem inserido os dados na calculadora e o experimento ter se iniciado, os estudantes se dão conta de que o tempo total do experimento estava muito grande. Eles alteram, então, o tempo total para 1600 segundos, ou seja, a cada 20 segundos o CBL coleta uma medida e repete esse procedimento por 80 vezes. Rodrigo diz que, com esse tempo maior, será possível analisar melhor a curva de resfriamento. Os alunos afirmam que, com este procedimento, o gráfico ficará mais parecido com uma curva, mas ainda não expressam essa curva algebricamente.

Como a coleta de dados do experimento está demorando, a professora pergunta a eles quanto tempo daria uma coleta com 1600 segundos. Eles fazem as contas e respondem que em, aproximadamente, 28 minutos. É neste momento que

todos percebem o tempo que o experimento irá demorar. Os alunos brincam entre si e com a professora, dizendo que está sendo um pouco demorado, mas que, para analisar e fazer os cálculos, esse tempo do experimento vai ser bom. Eles se justificam pela demora da coleta em virtude da fita de vídeo estar filmando sem eles estarem "fazendo" a atividade. Rodrigo alega que, com esse grande tempo de coleta, o gráfico seria mais preciso. Raphael faz as contas e percebe que o CBL coleta 3 pontos por minuto.

Rodrigo mostra uma certa preocupação, indagando se pode acontecer de, mesmo com essa coleta demorada, o gráfico dar uma reta. Ele completa dizendo que há muita demora para que a temperatura do líquido chegue a temperatura ambiente.

A professora observa que, na primeira experiência, eles finalizaram a coleta com a temperatura de 49 graus e que, na presente, eles estão começando a coletar os dados com 50 graus, ou seja, o último ponto da primeira experiência pode ser entendido com primeiro ponto da seguinte.

Raphael observa o gráfico formado na calculadora pelos dados experimentais e diz que não está ficando uma reta, mas, sim, uma curva "bem de leve", e complementa: "Eu acho que, para se ter uma curva mais acentuada, tem que aumentar cada vez mais o intervalo de tempo. Porque aí a diferença de temperatura vai ser maior e aí a caída é maior". Rodrigo entende que o gráfico é proporcional ao tempo de coleta.

Raphael observa na calculadora que o gráfico, segundo ele, fica parecendo uma "cobrinha, tem hora que parece que tá aumentando, diminuindo..." (conforme ilustrado na figura 52).

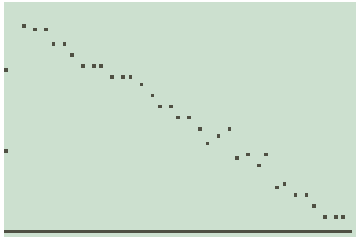


Figura 52: Atividade 4 Resfriamento – Zoom em uma região do gráfico experimental.

Argumenta que o gráfico está parecido com uma reta e diz que é difícil imaginar uma função que, por exemplo, quando o tempo tende ao infinito ela fica uma

constante, ou seja, a temperatura ambiente. Que é mais fácil para ele pensar numa função que t tende a zero do que t tender ao infinito.

A professora pergunta:

F: Quando $x \to \infty$, Raphael? Assim, o gráfico estaria onde?

Ra: Lá em cima.

F: $x \to \infty$; $y \to \infty$, x aumenta e y aumenta?

Ro: Tem que ser ao contrário.

Ra: É, seria mais ou menos como a 1/x, quando x se aproxima de zero, y vai para ∞. É, agora já tá começando a aparecer uma curva, rasa de leve. [...] É, mas pra ficar mais curva, eu acho que teria que aumentar o intervalo de tempo.

F: Aumentar mais o intervalo de 20 em 20, e não o tempo total?

Ra: Eu quero aumentar o tempo de tanto em tanto, assim a queda vai ser maior. Por exemplo, poderia fazer um gráfico de 10 repetições (amostras) de 1 minuto, eu acho que daria um gráfico mais acentuado. Eu acho que a variação das amostras seria maior e daria pra ver mais acentuado. Olhando pro gráfico, eu acho que vai ficar com cara de curva, sim! [...] Já acabou [o experimento]. Aí!! Já deu uma curva!! (figura 53)

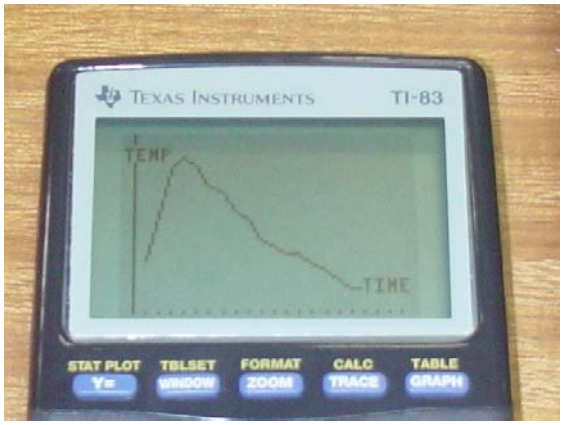


Figura 53: Atividade 4 Resfriamento – Gráfico dos dados experimentais obtidos por Raphael e Rodrigo com a coleta de 28 minutos.

Eles analisam os dados do gráfico, através da função TRACE da calculadora e notam que o ponto no qual o gráfico pára de "subir" e começa a "descer" é no tempo 40 segundos a uma temperatura de 55,6 graus. Rodrigo percebe que T = 55º,6 é a temperatura máxima. A professora pergunta se esse valor seria a temperatura máxima ou a temperatura inicial. Raphael diz que esse valor não seria a temperatura máxima (Tmáx) da água, somente seria o ponto em que o sensor entrou

em equilíbrio com a água e, a partir de então, começa a decair a temperatura. Ela questiona os alunos:

F: Esse gráfico tem cara do quê? De reta?

Ra: Não, de curva. Você fala tem cara de função?

F: Hum hum!

Ra: Não consigo imaginar uma função. Tô pensando em assíntota horizontal.

Ro: Hein??

Ra: É, vai ter, quando x tende a ∞, y tende a T ambiente, vai ter uma assíntota horizontal, não é?

Ro: É...

Com relação à escolha dos gráficos experimentais (do primeiro ou o do segundo experimento), Raphael diz: "Eu acho, porque... Eu acho que... Igual a gente usou um Δx muito pequeno, a variação foi pequena também... [no primeiro experimento]. O primeiro ficou parecendo uma reta, mas só que foi do tipo uma visualização mais distante. Até porque o intervalo de tempo que a gente usou era menor, o intervalo total. O tempo era menor, esse daqui parece uma aproximação melhor, né?". Rodrigo conclui: "Eu acho que a diferença [entre gráficos] tá aí, no tempo".

Pensando em qual equação melhor modelaria os dados e eles dizem:

Ro: Eu tava tentando pegar alguma função que... Ah, eu estava vendo por partes: primeiro se o tempo fosse zero ia ter uma T inicial, seria y igual a alguma coisa. Aí, eu ia tentar ver a outra parte que envolveria o tempo, é isso que eu ia ver.

Ra: Eu pensei em algo desse tipo, onde eu tenho a temperatura inicial vezes e^{-x} mais a T final, onde x é o tempo, ou seja, conforme eu vou aumentando o tempo, $x \rightarrow \infty$, esse e^{-x} tá tendendo a zero, não tá? Então, aí conforme ele vai tendendo a zero vai ficando somente a temperatura final.

F: O que é T final?

Ra: T ambiente, eu quis dizer. Quando x é zero eu tenho a variação da temperatura, mas..., deixa eu pensar... Seria a inicial menos a final, entendeu? Nesse lugar, que eu coloquei a temperatura inicial, seria a temperatura inicial menos a final, a T ambiente.

A professora pergunta a Raphael se Tamb, To e Tfinal seriam a mesma coisa. Para Raphael Tamb é a Tfinal: "Porque, aí, na hora que fosse tendendo a $+\infty$ não ia influenciar isso daí né?... esse (Ti - Tf)".

F: Peraí! Quando vai para ∞, $1/\infty$ é zero...

Ra: Isso daí vai tender a zero e vai ficar só a Tamb = Tf.

F: E quando vai pra zero...

Ra: E quando vai pra zero e^{-x} vai tender a 1, não é? Ai eu vou ter a variação entre a (Ti - Tf) + Tfinal. Eu vou ter a T inicial. [...], eu só não sei se ela vai se comportar do mesmo jeito. Tipo assim, uma curva.

Com base nas conjecturas matemáticas de Raphael, a professora sugere que eles comecem a pensar tal como no experimento dos acetatos, ou seja, tentar conceber a fórmula, a partir dos dados experimentais:

F: Lembra como a gente construiu a função da semana passada [dos acetatos]?

Ro: A gente pegou dos dados.

F: Legal! $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \propto ?\right)$ A variação de temperatura num intervalo de tempo é proporcional a quê? Na verdade o que acontece aqui? À medida que o tempo vai passando, essa temperatura vai se aproximando de quê?

Ra Ro: da T ambiente.

Ra: Por exemplo $\Delta T/\Delta t$, eu tenho que ter a T ambiente, porque varia em função da T ambiente. Quanto mais fria a Tamb, mais vai perder calor para o meio.

F: Como eu colocaria isso?

Ra: Não sei; pode-se fazer isso?

F: Tá, ou então, (Ti - Tf) a Tf é a ambiente, não é?

Ra Ro: É.

F: Eu vou dizer mais, nós fizemos duas vezes, nós chegamos na T ambiente? Não! Nós chegamos em que temperatura?

Ra: 37ºC

F: O que significa essa temperatura de 37º?

Ra: Que o experimento não terminou ainda. Não alcançou o equilíbrio.

Junto com eles, a professora esclarece que 37ºC representa o equilíbrio entre o pote e o sensor. Que, se eles esperassem mais tempo, o equilíbrio se aproximaria da temperatura ambiente. Dessa forma, ela escreve (T - Tamb). Explica que não

está utilizando a temperatura inicial (como feito por Raphael acima), porque o experimento depende de qual temperatura marca o início da coleta de dados. Rodrigo conclui que a temperatura inicial vai depender de cada experimento.

Para que os alunos não se percam no desenvolvimento matemático da expressão, a professora reforça o objetivo deles, que é o de encontrar uma equação para a temperatura T, em qualquer tempo. Sugere, então, trocar o símbolo $\propto$ (proporcional) por uma igualdade. E para que eles preservem a homogeneidade dimensional, tudo o que tem de um lado, deve haver do outro. Assim, o símbolo $\propto$ deve ser entendido como uma constante k de proporcionalidade, garantindo a homogeneidade dimensional na igualdade. Ela pergunta aos estudantes, qual seria o valor dessa constante k. Eles dizem que ainda não têm esse valor. Fernanda, dando continuidade ao seu propósito, pergunta aos alunos se a temperatura está aumentando ou diminuindo. Rodrigo diz que a temperatura está diminuindo e logo Raphael diz que o sinal de k deve ser negativo.

F: No nosso caso, num pequeno intervalo de tempo, eu poderia transformar um ΔT, dois valores discretos (T final – T inicial) para valores contínuos? Por quê? A gente pegou 5 segundos, uma amostra, totalizando 120 amostras. O nosso gráfico tinha 120 pontos em pouco tempo. Praticamente um ponto em cima do outro. [...] Então se eu pudesse fazer num pequeno instante de tempo, posso trocar ΔT por dT, ficando: $\frac{dT}{dt} = -k\left(T - T_{eq}\right)$. Qual é o meu objetivo mesmo?

Ro: Encontrar uma expressão para T.

[...]

F: Eu tenho como achar T numa expressão já isolada? O que eu tenho que fazer agora? T é o valor que a gente quer saber, T é o mesmo que y. A gente quer uma expressão que valesse para qualquer t de tempo. Lembra de alguma coisa que nós fizemos na semana passada?

Ra: É, integral!!!

Ro: Integral!!! É, só que antes a gente precisar isolar o T.

F: Separar. Porque, se não, a gente não consegue achar. Separa aí, Rodrigo.

Ro: Peraí, a expressão é do T e esse T equilíbrio?

F: É a T ambiente.

Ro: Então o T vai ficar em função disso.

Ra: Deixa eu perguntar: a integral de x + y é igual a integral de x + a integral de y?

F: Se as variáveis forem iguais, tudo em x, por exemplo: $\int x dx + \int y dx = \int (x + y) dx$, é.

Ra: Eu posso multiplicar essa constante k, não posso? [aplicar a distributiva].

F: Convém? Eu quero separar tudo o que for T pra um lado e tudo o que não for pro outro.

Ro: Passo o dt pra lá e isso daqui [T – Teq] pra cá. [Como ilustrado na expressão: $\frac{dT}{(T - T_{eq})} = -k.dt$]

Ra: Só que, aí, eu não tô passando só o T, tô passando T equilíbrio também.

F: Não tem problema, é um número, mas ele é T também. Tudo que for T é do lado de cá.

F: Separou? Agora dá pra calcular, como eu faço? Tenho um dT e quero T? Uma temperatura em qualquer instante.

Ra: Integral, né?

Ro: É, integral.

F: Em ambos os lados da equação $\left[\int \frac{dT}{(T - T_{eq})} = \int -k.dt \right]$. Então, tá. Se a gente aplica integral, temos que definir os limites de integração. Vamos aplicar e pensar nos limites. Como é que variam os limites? A temperatura varia de quanto a quanto?

Ra: De T inicial a Teq.

F: Até uma T final. Vamos chamar de To [a inicial].

Ra: Deixa eu perguntar: aí, eu não tô adotando um intervalo de To a T?

F: Ta.

Ra: Mas, aí, na integral, o intervalo não teria que ser em x? Porque, aí, o intervalo, eu tô usando em y.

F: Tudo bem, onde está o x?

Ra: O x, neste caso, é o tempo.

F: Então, vamos fazer o do tempo primeiro. O tempo varia de quanto a quanto?

Ra: Varia de to (inicial) até um tempo final, o tempo que atingir o equilíbrio.

F: Até um tempo t, que pode ser 49, 53... cada vez que eu faço pára num lugar.

Ro: Era isso que eu ia perguntar: se tem problema isso que ele falou dos intervalos.

F: Os intervalos caminham juntos, no instante inicial t vale quanto? A T inicial.

Ro: Isso! Uma T inicial vai estar num tempo inicial.

Ra: Eu posso associar, tanto, por exemplo, porque o f(x) varia em função do x, não é? Então, eu posso adotar o intervalo em f(x), eu sei que eu tenho o x, eu posso adotar ele?

F: Como adotar? Eu não entendi. Escrever primeiro?

Ra: É, escrever primeiro, porque eu ainda não tenho o x, entendeu o que eu quero dizer? Pegando um intervalo em baixo, através desse intervalo, que eu tô pegando, eu tenho a minha imagem aqui, no intervalo em y. Eu posso partir desse y, porque geralmente eu parto do x para chegar no y e aí eu parto do y para chegar no x.

Diante da dúvida de Raphael, a professora esclarece que os limites de integração estão coligados, ou seja, é possível marcar primeiro os limites de integração em T e depois marcar os limites de integração em t. Ela diz que essa operação é permitida sabendo que t é a variável independente e que T é a dependente e que eles estão coligados, isto é, no instante zero a temperatura vale To, no instante t a temperatura vale T. Ela retoma que o instante t, chamado por eles no começo de t final, pode ser qualquer instante em que se queira parar o experimento, como, por exemplo: 600, 1600 segundos. E que, neste instante t, a temperatura vale T, porque ela depende do momento em que o experimento será encerrado.

F: O que você acha, Rodrigo, do que ele perguntou? É uma boa pergunta?

Ro: É, porque pode até ser ao contrário, porque geralmente a gente dá o valor pro x, pra você ter o y, ou como se você desse o valor para t pra achar a temperatura.

F: Então, quando a gente define os limites de integração, a gente não tá definindo quem é função de quem. A gente não tá indo ao contrário do que a gente falou que T(t).

Ra: Deixa eu perguntar: aqui os intervalos têm que ser os mesmos? Podem ser iguais? Os intervalos, aqui, eu tô falando em relação à dT (temperatura), então, os intervalos que eu tenho que pôr...

F: Tem que ser temperatura.

A professora esclarece que os limites de integração devem estar condizentes com variáveis que serão integradas, neste caso, dT e dt. Ressalta que deve ser coerente para existir a igualdade. Para que eles possam entender melhor os limites das integrais, ela sugere que eles observem o gráfico do resfriamento. Num tempo t inicial, que é o zero, a temperatura é To, T inicial. Num tempo t (qualquer), a

temperatura é T (qualquer). Por exemplo, quando t é 600 a T vai dar um valor. Com isso, os estudantes dizem que agora é possível integrar a expressão.

F: Vamos lembrar essa integral, ela tem cara do quê?

Ra: Do ln.

F: In do quê? Desse pacote ($T - T_{eq}$). Variando nos limites de quê?

Ro: Traço e depois substitui To à T.

F: Igual... e agora vou fazer do outro lado. Quanto é a integral de –kdt?

Ra: O –k você pode tirar fora. Tira e fica $\int dt$, que é t.

Ro: É, mas, aí, teria mais constante.

F: Isso, que depois...

Ro: Iria cancelar.

Ra: Aí é que tá! Dá a impressão de que essa constante vai cancelar com essa. Mas, quem me garante que essas duas constantes têm o mesmo valor?

Ro: Dá a impressão.

F: Chama uma delas de D e substitui os limites. [...] A gente vai substituir o limite superior menos o limite inferior, na variável.

Ra: $\ln|T - T_{eq}| - \ln|T_o - T_{eq}|$. T_o e T_{eq} não são os mesmos?

F: Não, quem é T_{eq}?

Ro: T ambiente.

F: E To?

Ro Ra: T inicial.

F: Do outro lado, onde eu vou colocar os limites?

Ro: <u>No t; (-kt + D) – (-kt + D). Então esse D vai cancelar.</u>

F: Entendeu, Raphael? Não vai cancelar esse com esse [um lado com o outro da expressão], eles vão se cancelar entre eles.

Partindo da expressão $\ln|T - T_{eq}| - \ln|T_0 - T_{eq}| = -k.t$, buscando isolar T, os alunos mudam de membro o termo $\ln|T_o - T_{eq}|$, aplicam a exponencial em ambos os lados da igualdade:

$$\ln|T - T_{eq}| = -k.t + \ln|T_0 - T_{eq}| \Rightarrow e^{\ln|T-T_{eq}|} = e^{-k.t+\ln|T_0-T_{eq}|} \Rightarrow T - T_{eq} = e^{-k.t}.e^{\ln|T_0-T_{eq}|} \Rightarrow$$

$T - T_{eq} = e^{-k.t}.(T_0 - T_{eq})$ e finalmente isolam a temperatura: $T = e^{-k.t}.(T_0 - T_{eq}) + T_{eq}$

A professora estranha esse desenvolvimento, perguntando ao Raphael por que ele não utilizou a propriedade da subtração dos logaritmos:

$\ln|T - T_{eq}| - \ln|T_0 - T_{eq}| = \ln\left|\frac{T - T_{eq}}{T_0 - T_{eq}}\right|$, utilizada por Rodrigo. Ele diz que quase nunca se lembra dessa propriedade e, por esse motivo, prefere resolver o problema, como feito acima. Após isso, Fernanda pede para que eles comparem a expressão por eles obtida com a expressão dada pela ficha de trabalho:

Ra: A gente chegou, sim, só mudou a constante de proporcionalidade que entrou ali. E as temperaturas né? Ali, no caso Teq, né? Que eu tinha falado.

F: T Final.

Ra: T ambiente, né? Que seria T final. Na verdade, é o T em equilíbrio, né?

F: Que, às vezes, se transforma em T ambiente.

Ro: Às vezes, pode ser, dependendo do caso.

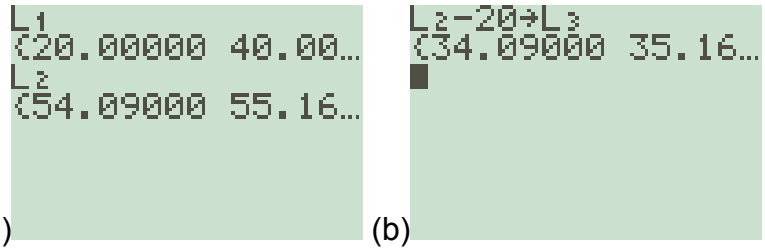
F: Faz sentido, né? **Ra:** Faz.

Após isso, os alunos são questionados se essa equação modela os dados que eles coletaram. A professora questiona como conseguir uma equação deste tipo, dentro dos padrões da calculadora. Rapidamente, Raphael percebe que a equação obtida matematicamente é do tipo: $\mathbf{T = L + C.p^t}$, onde $\mathbf{L = T_{eq}}$, $\mathbf{C = (T_0 - T_{eq})}$, $\mathbf{p = e^{-k}}$. E que a calculadora somente fornece equações exponenciais do tipo: $\mathbf{y = a.b^x}$. Então, Fernanda sugere que os alunos comparem as equações e vejam o que eles necessitam para desenhar o gráfico do modelo na calculadora. Os alunos concluem que, para que as equações fiquem iguais, é necessário que na equação $\mathbf{y = a.b^x}$, apareça a T equilíbrio, ou seja, o **L**.

Para que os alunos possam melhor acompanhar o desenvolvimento matemático da expressão, a professora retoma os procedimentos feitos até aqui, lembrando que Teq pode ser entendida como temperatura ambiente. Dessa forma, L é igual a temperatura ambiente. Ela explica aos estudantes que todas as medições experimentais foram feitas a partir da temperatura ambiente. Ela lembra que, durante outras atividades, os estudantes sempre indicavam que não estavam em um sistema isolado e, dessa forma, a experiência sofria influência do ambiente.

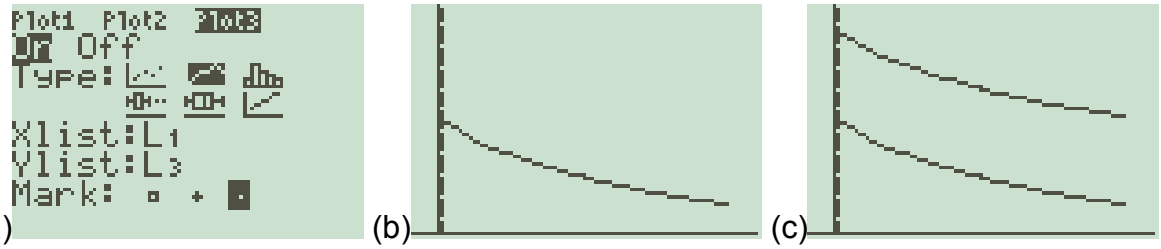
Como os dados experimentais foram coletados, a partir da temperatura ambiente, a professora propõe que esta seja retirada dos dados experimentais (figura 54b). Para uma melhor visualização do efeito da temperatura ambiente, ambos os gráficos são desenhados numa mesma tela (figura 55c). Após isso, seria possível aplicar o decaimento exponencial aos dados L1, L3, conforme figura 56.

Entretanto, para que o modelo represente o fenômeno em questão, é necessário que a temperatura ambiente apareça na expressão, como deduzido anteriormente. Assim, após obter o modelo de regressão exponencial, deve-se somar a temperatura ambiente e desenhar o modelo, juntamente com os dados originais (figura 57). Para uma melhor visualização dos procedimentos, os mesmos são apresentados, a seguir:



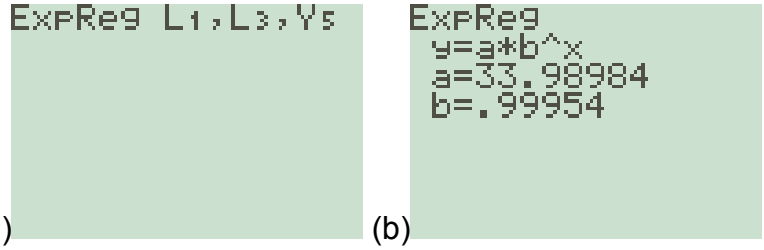
(a) (b)

Figura 54: Atividade 4 Resfriamento – Listas L1 e L2 originais (a), Retirada da Tambiente da lista L2 e armazenagem em L3 (b).



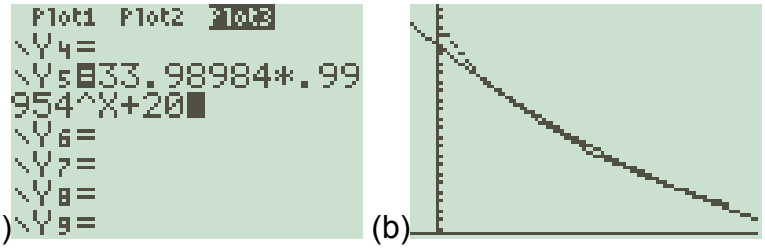
(a) (b) (c)

Figura 55: Atividade 4 Resfriamento – Tela STAT PLOT das Listas L1 e L3 (a), Gráfico dos dados sem a Tambiente (b), gráfico comparativo dos dados com e sem a T ambiente (c).



(a) (b)

Figura 56: Atividade 4 Resfriamento – Tela da regressão exponencial com as listas L1 e L3 (a), Cálculo dos parâmetros do modelo (b).



(a) (b)

Figura 57: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a T ambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b).

Após esses procedimentos, os alunos ainda utilizam os recursos da função ZOOM, para verificarem o quanto o modelo se distancia dos dados experimentais e dizem que o modelo ficou muito próximo dos dados:

F: Quer dizer, a gente pode informar, então, que o modelo que rege o fenômeno é esse nosso aqui? 33,98 vezes 0,99 elevado a x, mais 20?

Ra: Acho que sim.

F: Pegou a maioria dos pontos, né?

Ro: É, então pegou.

F: Modelou os nossos dados.

Ra: A função resfriamento vai ficar 33,989 vezes esse 0,999 elevado a t. É, mais essa...

F: Mais esses 20

Ra: Esses 20.

Diferentemente de outras duplas, somente Rodrigo e Raphael tiveram a iniciativa de coletar os dados por um tempo maior. Raphael inseriu os parâmetros na calculadora e eles coletaram os dados experimentais por vinte e oito minutos, deixando essa coleta com um tempo recorde de duração. Esse fato, destacado na atividade, vem nomear o primeiro episódio da dupla: ***Quanto tempo?***

Essa coleta por vinte e oito minutos mostrou uma iniciativa da dupla e despertou a curiosidade da professora em ver o gráfico com um número maior de pontos. Quando questionados pela professora com relação ao tempo levado para o líquido se resfriar, Raphael afirma não ter noção se o resfriamento iria ser rápido ou lento. Posteriormente, através da **experimentação**, essas noções de espaço e de tempo vão aflorando nos estudantes e eles acabam percebendo que o resfriamento de um líquido é demorado em relação à temperatura ambiente.

Como na primeira medição os dados experimentais não ficaram próximos da temperatura ambiente; finalizando a coleta em 49ºC, os alunos decidem novamente coletar os dados, de modo a trabalhar na região próxima à temperatura ambiente. Há indícios de que os alunos estão pensando inicialmente no resfriamento como uma curva decrescente e, quando próximo da temperatura ambiente, como uma função constante. Esses indícios suscitam a idéia de gráfico composto por trechos. Apesar de não ser possível afirmar que os estudantes estavam pensando dessa

forma, esse tipo de pensamento, com relação ao resfriamento, também se fez presente em outras experiências com outros estudantes.

Os alunos desenvolvem uma noção intuitiva de limite, quando eles analisam graficamente o que acontece com a função quando o tempo tende a infinito e, ainda, quando o tempo tende a zero. Eles transitam suavemente pelos termos matemáticos "tender", "infinito" e "zero", fazem uma forte ligação desses termos com as regiões do gráfico e com a situação física.

Um objetivo desta atividade era que os estudantes utilizassem a integral durante o desenvolvimento da resolução da equação diferencial. Este fato foi mais evidenciado nesta dupla do que em outras. Isso porque, nas outras duplas, a professora teve que deduzir toda a expressão do resfriamento, tendo os alunos uma menor participação neste processo.

De um modo geral, creio que a baixa participação dos estudantes nos conceitos das integrais se deu devido a eles ainda não terem esse conceito formalizado nas aulas. Sendo assim, era um assunto novo para eles, tal como o experimento em si. Entretanto, com esta dupla, o experimento despertou a curiosidade sobre o assunto integrais nos estudantes. Isso pode ser notado nas várias perguntas feitas por Raphael, dentre elas se a integral da soma seria a soma das integrais.

Neste episódio, para os alunos, a matemática surgiu naturalmente, ou seja, da necessidade de se criar um modelo para descrever o fenômeno que era estudado, com o uso do sistema CBL.

No momento de se estabelecer os limites das integrais, Raphael relaciona os limites de integração à atribuição de valores às variáveis dependentes e independentes. A professora, junto com eles, indica primeiro que a temperatura varia de To a T. Raphael observa que a temperatura é a variável dependente e que deveríamos primeiro atribuir os "valores" à variável independente, ou seja, ao tempo.

Creio que, quando Raphael levantou essa colocação, ele tenha tido uma concepção equivocada entre as variáveis dependentes e independentes de funções e os limites de integração. Acredito que os conceitos de variáveis dependentes e independentes sejam muito fortes para esses estudantes e a atribuição de limites para as integrais despertou essa associação em Raphael. Ainda durante a atividade, a professora esclarece esse equívoco junto aos estudantes.

Para Raphael, os conceitos de domínio e imagem são bastante intensos, fato este que despertou sua curiosidade quando a professora atribuiu primeiro os limites de integração para a temperatura e posteriormente para o tempo. Esse tipo de confusão ocorreu, pois Raphael estava trabalhando com integrais se valendo dos conceitos de funções, em que é necessário um x para definir um f(x). O que deve ser ressaltado na atribuição de limites para a temperatura e tempo é que eles devem estar coligados: por exemplo, no instante zero, a temperatura inicial vale To, no instante t, a temperatura vale T.

O sistema CBL deu a possibilidade aos alunos de inserir os parâmetros que eles desejavam para construir o gráfico, como, por exemplo, a coleta de trinta minutos, caracterizando o episódio: ***Quanto tempo?*** A opção dos estudantes em escolher o gráfico em tempo real fez com que os alunos trabalhassem de maneira dinâmica, entre eles e a professora. Eles vibraram com a possibilidade de o gráfico do experimento ser realizado em tempo real, ou seja, simultaneamente à coleta de dados experimentais. Essa característica das mídias propicia aos estudantes um constante refinamento de suas predições, tal como apontado por Brasell (1987) em sua pesquisa com o uso do MBL. Desta forma, creio que os estudantes puderam, com uso do sistema CBL, aperfeiçoarem suas predições, negociando e construindo conhecimentos, com o uso das mídias disponíveis.

6.6.4.2 – Episódio 2 Raphael e Rodrigo: Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?

Este foi um outro episódio vivido pela dupla. Raphael, ainda no episódio anterior, tinha citado que o resfriamento poderia ser afetado com relação à área de contato com o ambiente. Segundo Raphael, para verificarmos a influência da área de contato com o ambiente, no resfriamento do líquido, deveríamos utilizar dois recipientes de mesmo material e neles colocar o mesmo volume de água. Isso porque, para ele, o recipiente que tivesse maior contato com o ambiente iria resfriar mais rápido. Nesta proposta, a professora pergunta a eles como seria o decaimento, ao utilizarmos recipientes iguais com áreas de contato diferentes com o ambiente. Raphael diz que no recipiente de área maior o decaimento seria mais rápido, ou seja, mais acentuado. É nesta indagação que este episódio se concretiza.

Essa experiência se diferencia das outras feitas por esta e por outras duplas, pois os estudantes querem ter uma temperatura inicial igual nos dois recipientes. Para isso, o aquecimento da água com aquecedor deve ser monitorado pelo sistema CBL. Os alunos devem aquecer a água e ficar atentos às medidas discretas apresentadas no CBL. Esse procedimento fez com que os estudantes fizessem vários cálculos para que o experimento pudesse ser realizado, pois eles aqueciam a água até a temperatura desejada, então, necessitavam reiniciar a calculadora e o CBL. Neste ínterim, a água se resfriava e eles não sabiam a temperatura no início das medições.

Raphael fez uma continha e, também através das experiências, percebeu que a água perdia aproximadamente 6 graus em um minuto e meio. Com essa premissa, os estudantes elevavam a água até a temperatura desejada e deixavam que a mesma subisse uns graus a mais, graus esses que iriam decair, enquanto eles reinicializavam o sistema CBL.

A professora os ajuda, dizendo que, quanto maior for a temperatura inicial, mais rápido será o decaimento. Eles fazem a primeira medição para o pote pequeno de porcelana e obtêm a temperatura máxima de 77º,2 C. Assim, eles devem pegar dois copos de água (unidade padrão de medida adotada por eles) e aquecer no pote grande de porcelana a 77ºC.

Raphael pergunta se é possível colocar os dois gráficos na mesma tela. Todos se confundem com quais listas se refeririam a um determinado recipiente. Há muitas risadas pela confusão, mas Raphael esclarece que as listas L1 e L2 são do "copão" e as listas L3 e L4 são do "copito". Os termos "copão" e "copito" foram dados por Raphael e serão utilizados por mim ao longo de todo o experimento. Os recipientes reais são mostrados na figura 58.

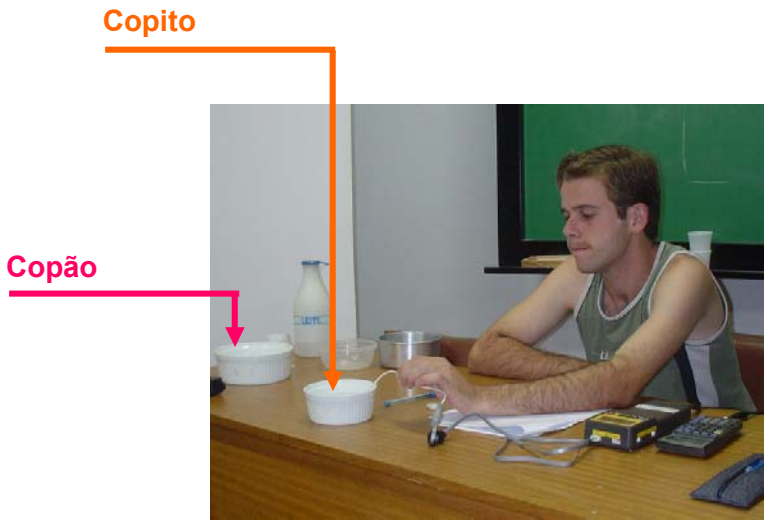


Figura 58: Atividade 4 Resfriamento – Imagem dos recipientes nomeados por Raphael de "copão" e "copito".

Eles fazem os dois gráficos na mesma tela (figura 59), como gostaria Raphael:

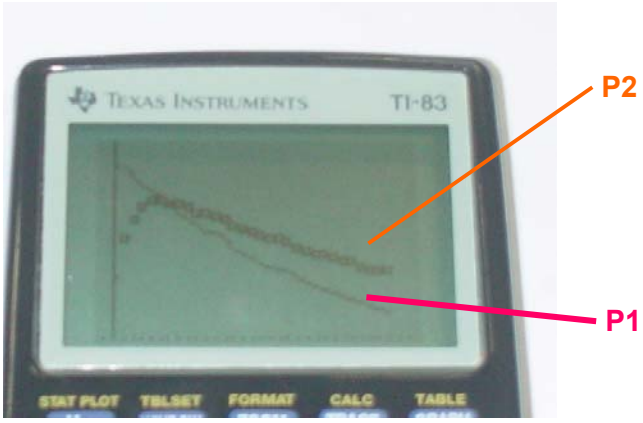


Figura 59: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos obtidos com o resfriamento no "copão" (P1) e "copito" (P2) de porcelana.

Raphael observa os gráficos, nota que eles ficaram diferentes e questiona se toda essa diferença foi devido à água nos recipientes. Rodrigo diz que não, que a água não poderia ter interferido dessa forma nos gráficos. Eles sugerem cortar o começo do gráfico P2, que está subindo, devido a um erro experimental. Raphael sugere que o ponto de corte deva ser o ponto no qual as duas são iguais, ou seja, quando elas têm a mesma temperatura, que ocorre no ponto de cruzamento das curvas. O corte é efetuado em T = 25ºC com o uso da tecla ZOOMSTAT.

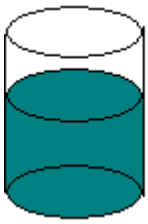
Ra: Nós queremos analisar a variação em função da área, né? A variação do...

F: A variação do k, em função da área.

Somente com os dados experimentais necessários para o experimento, os alunos efetuam as regressões (EXPREG) em ambos os dados L1 e L2, L3 e L4, com o objetivo de comparar o valor de k na expressão do fenômeno: $T = e^{-k.t}.(T_0 - T_{eq}) + T_{eq}$, ou na calculadora y = a.b^x, somando a esta expressão a temperatura de equilíbrio (L = T_{eq}), neste caso entendida como a T ambiente. Para ambos decaimentos, os coeficientes são: a = (T_0 - T_{eq}) e b = e^{-k}.

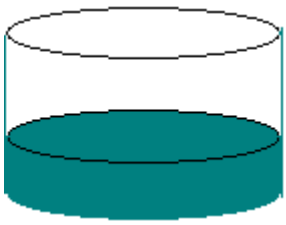
A professora observa que, para ambos experimentos, o valor de **b** não teve nenhuma mudança significativa, apenas o valor de **a** foi alterado. Não se computou a T ambiente, lembrando que ela é a mesma para ambos experimentos, uma vez que eles gostariam de observar somente o decaimento, nas regressões.

Para um melhor entendimento dos dados experimentais obtidos pela dupla, a seguir são apresentadas as equações obtidas pelos estudantes para cada recipiente:

Copito:  **Volume de água:**

Listas utilizadas: L3 e L4 no PLOT2: y = a.b^x , a = 78,56599343 , b = 0,9992340211

Figura 60: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no copito de porcelana.

Copão:  **Volume de água:**

Listas utilizadas: L1 e L2 no PLOT1: y = a.b^x , a = 78,49656674 , b = 0,9988619153

Figura 61: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no copão de porcelana.

Com as equações de ambos os recipientes, os gráficos experimentais e dos modelos de seus recipientes são desenhados numa mesma tela, conforme figura 62:

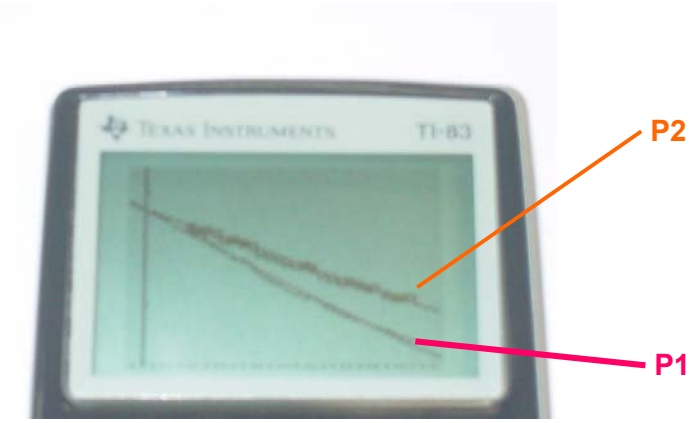


Figura 62: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos das equações dos modelos para valores iguais do coeficiente **a**.

A professora observa que os valores de **a** dos modelos ficaram bem parecidos; ela justifica os valores semelhantes, devido à constante **a** refletir a diferença entre a temperatura original do objeto em resfriamento e a temperatura ambiente. Entretanto, a temperatura original dos líquidos foi deixada igual para ambas as medições e a temperatura ambiente não variou de uma medição para a outra, motivo central das constantes **a** assumirem valores semelhantes.

Raphael observa que o **b** varia, a partir da terceira casa depois da vírgula. Ele ressalta a importância dessa variação, uma vez refletida no número de casas decimais utilizadas no modelo. Ele atribui a diferença entre os gráficos (apontado em rosa na figura 63) às casas decimais do parâmetro **b**.

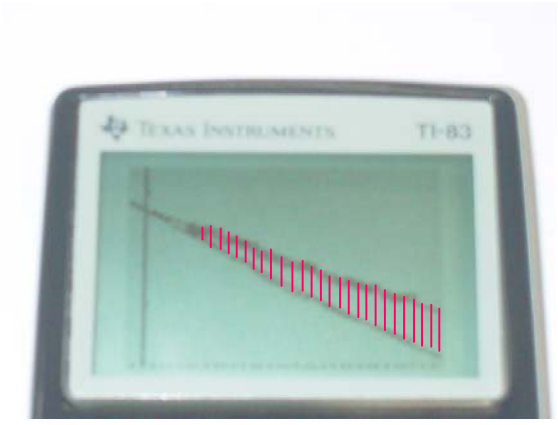


Figura 63: Atividade 4 Resfriamento – Diferença apontada por Raphael nos modelos experimentais devido ao número de casas decimais do parâmetro **b**.

A professora pergunta a eles o que é possível concluir com o experimento realizado. Raphael diz que, com a experimentação, é possível afirmar como ocorre o

resfriamento feito num recipiente de mesmo material, porém os recipientes tendo áreas diferentes de contato com o ambiente, a área de contato influencia o comportamento do gráfico. Diz que o recipiente que tem maior área de contato com o ambiente perde mais rápido temperatura e, dessa forma, seu decaimento é mais acentuado, como visto na calculadora.

É possível dizer que, nesses primeiros episódios, os estudantes puderam negociar, construir e reconstruir conhecimentos utilizando o sistema CBL. Desta forma, este sistema se constituiu em uma mídia, reorganizando o pensamento dos estudantes com relação ao resfriamento.

Os alunos percebem graficamente, através da calculadora, que, quanto maior for a área de contato do líquido a ser resfriado com o ambiente, maior será o seu decaimento no gráfico. Em outras palavras, esse decaimento será mais acentuado, mais crítico.

Os alunos utilizam intensamente o sistema CBL, seja aquecendo a água, coletando os dados e fazendo o gráfico simultaneamente, ou, ainda, desenhando vários gráficos numa mesma tela.

Durante a atividade, a calculadora gráfica e o CBL foram utilizados como **mídias**, ora transformando o que os estudantes tinham pensado (a idéia de reta e posteriormente de curva para o gráfico, no primeiro episódio), ora reforçando os conceitos que eles já possuíam (aquecimento do sensor refletida na parte crescente do gráfico) ou, ainda, modificando o pensamento dos estudantes (por exemplo, a análise do encostar na T ambiente).

É importante ressaltar que este episódio foi construído sobre uma conjectura de Raphael. Desta forma, os estudantes puderam experimentar na prática esta conjectura e descobrir as implicações e/ou resultados que tal hipótese pôde ter.

Como já dito, atribuo ao sistema CBL um papel fundamental na concretização/realização desta conjectura de Raphael. Acredito que, sem essas mídias (calculadora gráfica e CBL), não seria possível que tal análise se realizasse dentro do tempo disponível para a execução do experimento.

Em síntese, nesses episódios, com relação à **Matemática dos estudantes**, foi possível trabalhar: proporcionalidade, valor máximo, análise de concavidade, existência de assíntota horizontal, taxa de variação, função exponencial

decrescente, derivadas, integrais, integrais definidas, propriedades do logaritmo e exponencial e, ainda, a análise matemática dos coeficientes da equação $y = a.b^x$.

Quanto à **Física dos estudantes**, nestes episódios surgiram conceitos, como: troca de calor, homogeneidade dimensional, equilíbrio térmico, resfriamento de líquidos iguais em materiais diferentes, resfriamento de líquidos, levando em consideração a área de contato deste com o ambiente, o significado físico dos coeficientes da equação $y = a.b^x$ e a interferência deles na representação gráfica do modelo.

6.6.4.3 – Episódio 3 Raphael e Rodrigo: Como se comporta o resfriamento quando utilizamos potes de materiais diferentes?

Durante a atividade, os estudantes têm a oportunidade de analisar a variação dos coeficientes do modelo, de equação $y = a.b^x + L$. Entretanto, diferentemente de outras duplas, Rodrigo e, principalmente, Raphael fizeram uma associação intrínseca entre os coeficientes matemáticos e suas representações gráficas e físicas no experimento. Essas associações geraram os episódios: ***Como se comporta o resfriamento quando utilizamos potes de materiais diferentes?*** *e* ***Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?***

Observando mais cuidadosamente este episódio, vemos que os estudantes, partindo do que eles realizaram no episódio anterior, fazem uma análise do coeficiente **b** da expressão do fenômeno $y = a.b^x + L$, cujos valores obtidos por eles na regressão foram a = 33,98 e b = 0,999. Para Raphael, se o coeficiente **b** tivesse valor 1, o tempo não influenciaria na experiência. Porém, com b = 0,999, à medida que se aumenta o tempo, a temperatura cai muito pouco, isso para ele justifica a demora do decaimento. Ele lembra que o experimento foi feito para valores de t até 1600 segundos.

Ambos os alunos dizem que os pontos importantes do encontro anterior foram: a resolução da integral e o encontro de uma expressão para o resfriamento de um líquido. Fernanda pergunta para Raphael como ele fez para encontrar a expressão do fenômeno, o que ele havia pensado:

Ra: Eu pensei primeiro em alguma coisa, assim, do 1 sobre x, mas por quê? Eu pensei assim, porque quando o tempo vai tendendo ao infinito, essa função vai tender à temperatura ambiente, aí eu pensei: então, quando o x... vou ter que achar uma função, um f(x) que quando o x tender ao infinito, vai sobrar só a temperatura ambiente. Aí, essa eu vou somar, porque vai ser uma constante, né? Vai ser temperatura ambiente. Agora, vou ter que tentar trabalhar isso, pra que isso daqui quando chegue a zero, vai dar a temperatura inicial. Aí, tanto é que eu pus a temperatura inicial vezes e^{-x}. Aí, depois que você falou ali, que eu vi que não dava certo. Teria que ser a variação, variação da temperatura inicial menos a temperatura ambiente, para que, chegando nisso, depois de eu somar com a ambiente. [...] Fui analisando, tipo, quanto ela tender a zero, e quando ela tender a mais infinito. Analisando como ela tinha que se comportar quando ela... aí, que eu pensei. Pensei e^{x}, por quê? Porque quando tender a zero, seria 1, né? Se eu pegasse só 1/x não tem como, pois tendia ao infinito, né?

Raphael aproveita sua explicação para perguntar se seria possível, neste caso, encontrar o valor numérico de k da expressão do resfriamento. A professora pede para que eles tentem calcular e Raphael faz o cálculo conforme descrito abaixo, descobrindo k:

$T = e^{-k.t}.(T_0 - T_{eq}) + T_{eq}$ ou $T = L + C.p^t$, onde $L = T_{eq}$, $C = (T_0 - T_{eq})$, $p = e^{-k}$. Na calculadora tem-se $y = a.b^x$, com a = 33,98 e b = 0,999. Então, $b = 0,999 = p = e^{-k}$,

$$0,999 = e^{-k} \Rightarrow \ln(0,999) = \ln\left(e^{-k}\right) \Rightarrow -k = \ln(0,999) \Rightarrow k = 1,005.10^{-3}$$

Há uma longa discussão sobre o quê representa o parâmetro k na expressão e como encontrá-lo para outros líquidos. Neste momento, Raphael questiona a professora, perguntando se a equação que eles encontraram valeria para qualquer líquido ou somente para a água. Ele gostaria de saber se k refletiria as características do líquido, assim ele poderia calcular o resfriamento para qualquer outro líquido de seu interesse. Fernanda esclarece que k é a constante relacionada ao material sendo resfriado e a seu recipiente. Novamente, abre-se a discussão sobre o que estaria englobado nas características do material, tal como fundição, esmaltação e espessura.

Com isso, Raphael tem a idéia de realizar o resfriamento em um outro recipiente, o alumínio. Partindo da hipótese de que o alumínio "puxa" a temperatura mais rápido, porém perde temperatura mais rápido, também. Deste modo, ele

gostaria de saber como seria o comportamento do gráfico do resfriamento, bem como os valores de seus parâmetros, mantendo o volume do recipiente e a temperatura inicial do líquido semelhantes aos do experimento anterior. Nestas condições, somente o material do recipiente variaria e isso deveria atribuir um novo valor para o parâmetro k. Raphael diz que as vasilhas deveriam ser o mais iguais possíveis, devido à influência da área de contato com o ar. É a execução desta nova experiência que está apresentada neste episódio.

Inicialmente, a professora pergunta qual dos recipientes reteria mais calor: alumínio, porcelana ou plástico? Ambos os estudantes dizem que a porcelana reteria mais calor e, em contrapartida, que a água no alumínio resfriaria mais rápido.

Eles decidem medir o volume dos recipientes em copos, para que os volumes fiquem iguais. Raphael alerta para o fato de que a área de contato dos potes de porcelana e de alumínio são um pouco diferentes, pois o potinho de alumínio é um pouco maior do que o de porcelana, por isso eles decidem fazer o experimento com um recipiente de alumínio e outro de plástico.

Optam por colocar dois copos para o volume dos recipientes. Devido à impossibilidade de a água ser aquecida no recipiente plástico, os alunos e a professora combinaram que iriam esquentar a água no recipiente de porcelana e, posteriormente, transferi-la para o recipiente plástico. Deste modo, a porcelana serviria somente para o aquecimento da água.

Raphael lembra que, no aquecimento da água, ambos os potes devem estar numa mesma temperatura. Para se ter uma temperatura inicial igual nos dois recipientes, os alunos efetuam o aquecimento da água com aquecedor, monitorado pelo sistema CBL. Os alunos devem aquecer a água e ficar atentos às medidas discretas apresentadas no CBL. Eles limitam a temperatura da água novamente em 77 graus para o aquecimento.

F: Vai deixar até quanto, mais ou menos?

Ra: Ah, vou deixar até uns 80.

F: 80 torra o negócio... [o sensor] Não torra? (risos)

Ra: Não, mas àquela hora a gente tinha a temperatura de 77, né?

F: Agora vamos lá, conecta aqui.

Ra: 81, 82, 83. Nossa! Foi demais. (risos)

F: Foi demais?

Ra: Nossa! 86, não , pára!

F: Vai torrar o negócio, tô falando... (risos)

Ra: 85, tá começando a cair.

Com a água aquecida por volta de 80 graus, todos ficam super ansiosos para fazer a coleta de dados. Assim, um liga o CBL, outro liga a máquina e as medições se iniciam. Raphael percebe que todos estão fazendo o experimento no material errado, ou seja, no recipiente de porcelana, ao invés de plástico. Todos riem bastante e, por esse motivo, o experimento é paralisado e reinicializado várias vezes.

Ainda nesta experiência, os estudantes aqueceram extremamente a água, tornando praticamente impossível transferi-la do recipiente de porcelana para o de plástico. Eles aguardam uns momentos para que a água se resfrie e transferem a água aquecida para o recipiente plástico. Raphael acredita que o plástico perde pouco calor, assim, ele acredita que coeficiente **b** do plástico deva ser 0,9999. "Acho que vai ter mais 9 do que o da porcelana, porque dá impressão de que tá sendo mais constante do que a porcelana".

Após a coleta de dados no recipiente plástico, a professora transfere os dados experimentais das listas L1 e L2 para as listas L3 e L4, respectivamente. Eles iniciam o aquecimento da água no recipiente de alumínio, como ilustrado na figura 64. Raphael observa, com relação à porcelana, que o **a** da expressão do modelo irá mudar. Ele comenta que acreditava que o alumínio iria perder mais temperatura, ou seja, perder temperatura mais rapidamente.

Figura 64: Atividade 4 Resfriamento – Raphael e Rodrigo coletando dados experimentais no recipiente de alumínio.

Inicialmente, Raphael cogita que a análise seja feita sobre o parâmetro **a** da equação. Posteriormente, auxiliado pela professora, ele percebe que o parâmetro **a**

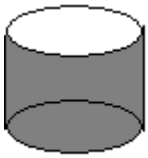
da equação só reflete a temperatura inicial e final e que, na verdade, o que eles querem observar está refletido no parâmetro **b** da equação: que **b** reflete as características do recipiente. Mesmo assim, Raphael sugere que as temperaturas iniciais fossem iguais em recipientes diferentes, alegando que isso iria facilitar a visualização do gráfico na calculadora.

Com isso em mente, a professora auxilia os estudantes a fazerem ambos os gráficos: plástico e alumínio, na mesma tela. Após isso, eles efetuam as equações das regressões exponenciais, conforme as ilustrações das figuras 65 e 66:

Plástico: **Volume de água:**

Listas utilizadas: L3 e L4 no PLOT2: $y = a.b^x$, a = 71,62456487 , b = 0,9992931131

Figura 65: Atividade 4 Resfriamento – Modelo para o resfriamento realizado no recipiente plástico.

Alumínio:  **Volume de água:**

Listas utilizadas: L1 e L2 no PLOT1: $y = a.b^x$, a = 77,15327408 , b = 0,9990365643

Figura 66: Atividade 4 Resfriamento – Modelo para o resfriamento realizado no recipiente de alumínio.

Com as equações de ambos recipientes, os estudantes desenham ambos os gráficos dos modelos de seus recipientes numa mesma tela, conforme figura 67:

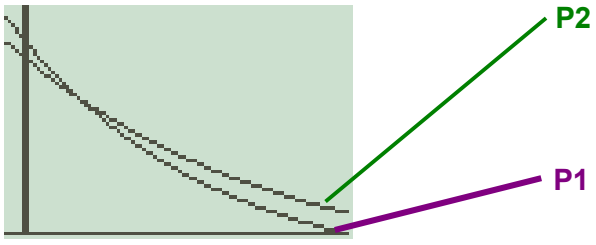


Figura 67: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos para o resfriamento realizado nos recipientes alumínio P1 e plástico P2.

Para que ambos os gráficos iniciem de um mesmo ponto, como preconizado anteriormente por Raphael, ele sugere que seja retirada a temperatura ambiente dos coeficientes **a**, ou, ainda, que os parâmetros **a** das equações dos dois recipientes fossem igualados. Assim, o coeficiente foi padronizado em a = 71,62456487, para ambas as equações. O gráfico contendo essa alteração é apresentado na figura 68.

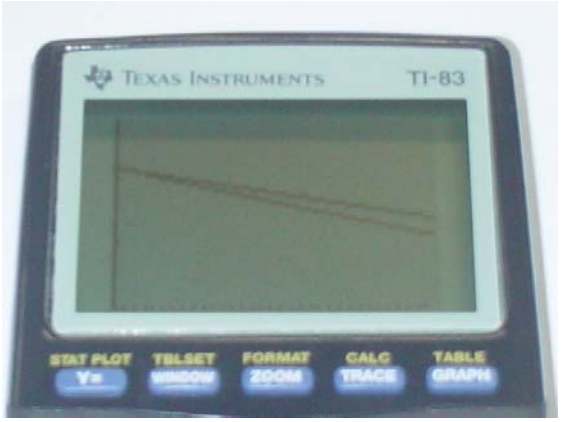


Figura 68: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos para o resfriamento realizado nos recipientes plástico e alumínio, mantendo-se igual o coeficiente **a** das equações.

O intuito de Raphael era que se tivéssemos ambas as equações com o mesmo parâmetro **a**, o gráfico seria somente influenciado pela variação no parâmetro **b**, dessa forma, eles poderiam encontrar o valor de k em cada modelo e verificar visualmente a interferência de k no gráfico.

Devido aos estudantes estarem interessados somente na influência do k nos gráficos, ambos os modelos foram obtidos visando somente o decaimento. Desse modo, nestes modelos, não foram somados a temperatura ambiente, uma vez que essa grandeza não interferiria no valor de k.

Como esse experimento partiu das idéias de Raphael, neste momento, a professora pergunta a ele se o grupo tinha conseguido o que gostaria ou, ainda, se as idéias iniciais foram refutadas pela experiência. Há uma longa discussão e revisão dos procedimentos adotados pelo grupo, como: adicionar ou não a temperatura ambiente ao modelo; a real necessidade de se igualar os coeficientes **a** das equações; quais eram os objetivos iniciais da atividade; o que gostaríamos de observar; qual coeficiente refletiria o que iríamos observar; qual era o significado físico de cada coeficiente e, ainda, o que concluir de tudo isso.

Raphael percebe que, para a análise do coeficiente **b**, não seria necessário que os coeficientes **a** das equações fossem os mesmos. Igualando-os, isso somente ajudaria no aspecto visual do gráfico. Nesse turbilhão de dúvidas, a professora retoma o objetivo central deles. Esse objetivo é manifestado sob a forma de hipótese inicial para o experimento:

F: Hipótese: Experimentou e o que a gente [pode] concluir? Tinha essa hipótese aqui, será que os ks seriam diferentes? Essa é a pergunta. E a gente viu e fez que o k dá diferente.

Ra: Dá, só que essa diferença de k é influência do material e da área de contato, também. Não só por causa do material, né? Porque a área de contato é diferente.

F: Muito pouco, você não acha? Do plástico para o alumínio?

Apesar de a professora dizer que a diferença de áreas de contato com o ambiente em relação aos potinhos de alumínio e de plástico era pequena. Em outras palavras, ela gostaria de dizer que essa diferença poderia até ser desconsiderada para o experimento, Raphael iniciou uma outra discussão com relação à área de contato dos recipientes com a temperatura ambiente. Essa discussão foi mostrada no episódio: **Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?**

Voltando à discussão sobre a influência do material do recipiente no decaimento das curvas, a professora pergunta a Raphael se ele já poderia concluir alguma coisa. Raphael responde afirmativamente, dizendo que o decaimento é mais "rápido" no alumínio. Para alicerçar sua conclusão, ele observa os coeficientes **b** de ambas equações, $b_{alumínio} = 0{,}9990365643$ e $b_{plástico} = 0{,}9992931131$ e diz que o **b** do plástico está mais próximo de 1 do que o b do alumínio. "Então, se ele está mais próximo de 1, ele decai menos, não decai? Porque, se fosse 1, seria uma constante".

Para uma melhor compreensão de todos e, até mesmo da professora, ela desenha o que Raphael tinha falado. Intuitivamente, Raphael dizia que, quanto mais próxima fosse a base de 1, menor seria a sua concavidade. Durante o experimento, a professora fez um desenho a mão e o mesmo está agora representado na calculadora, sob a forma da figura 69:

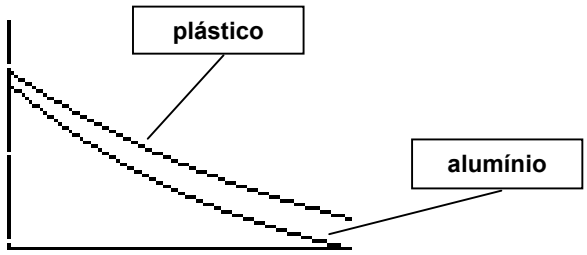


Figura 69: Atividade 4 Resfriamento – Figura desenhada por Fernanda, na calculadora, refletindo a interpretação da fala de Raphael.

A professora concorda com Raphael e pede que eles retomem os valores dos parâmetros feitos na porcelana para que eles não tenham dúvidas sobre suas conclusões, porcelana b_{copito} = 0,9992340211 e $b_{copão}$ = 0,9988619153.

Raphael observa que **b** do "copito" é maior do que o **b** do "copão", por esse motivo P1 decai mais rapidamente do que P2, sendo P1 e P2 os gráficos da porcelana. Ele acredita que quanto mais a base for se aproximando de 1, mais o gráfico se pareceria com uma reta (uma constante), como ilustrado na figura 70:

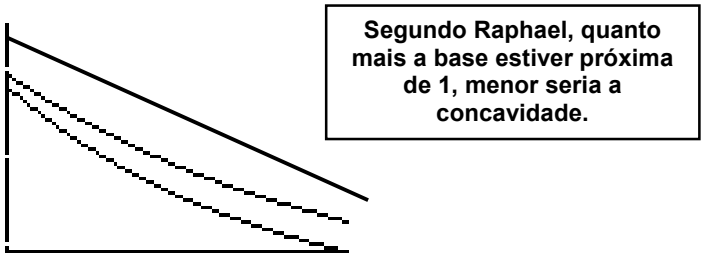
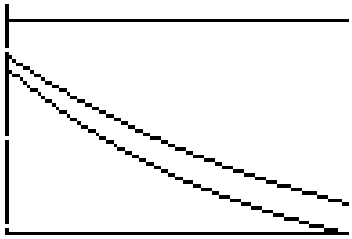


Figura 70: Atividade 4 Resfriamento – Análise da concavidade com relação ao parâmetro **b,** feita por Raphael.

Num primeiro instante, a professora concordou com ele, porém visando descobrir a matemática dos estudantes, pediu para que eles revisassem o que estavam falando. Neste momento, ela percebe que o gráfico proposto por Raphael não está totalmente certo, pois ele deveria ser feito segundo a figura 71, ou seja, a palavra "constante" deveria ser representada por uma função constante e não por uma reta decrescente, como visto na figura anterior.



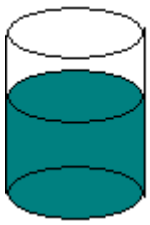
À medida que b aumenta, a concavidade diminui.

Figura 71: Atividade 4 Resfriamento – Análise da concavidade com relação ao parâmetro **b,** feita por Fernanda.

Raphael acaba fazendo uma confusão ao analisar a base da função. Apesar de sua afirmação estar correta, ela deveria refletir o conceito entre valor da base e a concavidade da função. No entanto, Raphael faz uma associação da palavra "constante" à representação de uma reta decrescente e não a uma função constante. Esse equívoco é expresso, através do gráfico feito por Raphael e corrigido pela professora, conforme as figuras 70 e 71, respectivamente.

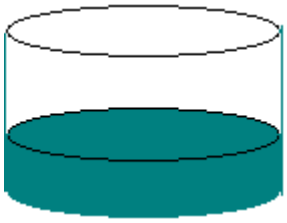
Logo após essa pequena confusão, eles observam que quanto maior o valor de **b**, menor seria a sua inclinação, portanto decaem mais rapidamente as funções que possuem os valores menores para **b**.

Durante a experiência, há uma imensa discussão sobre esses gráficos e valores, porém, nem a professora e tampouco os alunos pensam em fazer os gráficos na calculadora para verificar simultaneamente essas conjecturas. O grupo conclui, de forma disjunta, que: na porcelana (objeto de outro episódio), a área de contato maior com o ambiente reflete em um decaimento mais acentuado no gráfico e (neste episódio) que o plástico tem um decaimento menor do que o alumínio, o que significa dizer que o alumínio resfria mais rápido do que o plástico, hipótese inicial levantada por Raphael. Entretanto, para um melhor esclarecimento de todos esses dados, a seguir apresento-os de forma compacta:

Copito porcelana:  **Volume de água:**

Listas utilizadas: L3 e L4 no PLOT2: $y = a.b^x$, a = 78,56599343 , b = 0,9992340211

Figura 72: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no copito de porcelana.

Copão porcelana:  **Volume de água:**

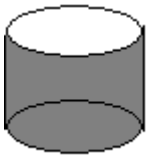
Listas utilizadas: L1 e L2 no PLOT1: $y = a.b^x$, a = 78,49656674 , b = 0,9988619153

Figura 73: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no copão de porcelana.

Plástico: **Volume de água:**

Listas utilizadas: L3 e L4 no PLOT2: $y = a.b^x$, a = 71,62456487 , b = 0,9992931131

Figura 74: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no recipiente de plástico.

Alumínio:  **Volume de água:**

Listas utilizadas: L1 e L2 no PLOT1: $y = a.b^x$, a = 77,15327408 , b = 0,9990365643

Figura 75: Atividade 4 Resfriamento – Geração dos coeficientes **a** e **b** para o modelo no recipiente de alumínio.

Sintetizando, temos, então, quatro gráficos a serem desenhados. Seguindo a proposta do Raphael, os valores de **a** de todas as equações serão uniformizados para o valor do parâmetro **a** do plástico, de tal forma que todos os gráficos partam de um mesmo ponto, ou, ainda, tenham um mesmo valor máximo na função **$y = a.b^x$**:

Copito porcelana: a = 71,62456487, b = 0,9992340211

Copão porcelana: a = 71,62456487 , b = 0,9988619153

Alumínio: a = 71,62456487 , b = 0,9990365643

Plástico: a = 71,62456487 , b = 0,9992931131

Com isso, todos os gráficos são desenhados numa mesma tela da calculadora, conforme a figura 76.

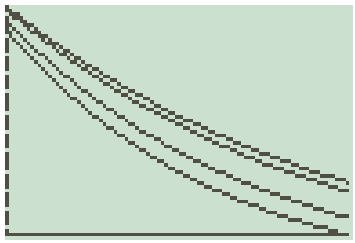
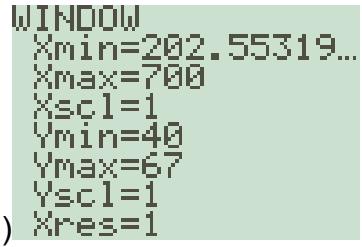


Figura 76: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos dos modelos feitos com os recipientes porcelana (copito e copão), plástico e alumínio.

Para facilitar a localização de cada equação, a janela de visualização foi alterada conforme a figura 77:

(a)



(b)

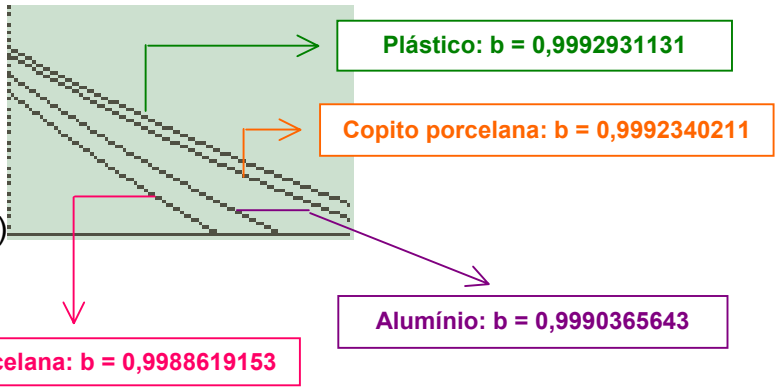


Figura 77: Atividade 4 Resfriamento – Parâmetros da janela de visualização (a) e Gráficos dos modelos feitos com os recipientes porcelana (copito e copão), plástico e alumínio observando a variação do coeficiente **b** (b).

Segundo os alunos e a professora, e mesmo após esta última análise feita por mim, não é possível afirmar que o resfriamento no alumínio decai mais rapidamente, única e exclusivamente devido ao seu material, uma vez que há uma pequena diferença entre as áreas de contato com o ambiente em relação ao plástico:

Ra: Igual, eu assim, eu acredito que se fossem os dois da mesma área de contato e a gente colocasse o mesmo volume, o decaimento ia ser maior do alumínio, essa é a minha impressão. No meu jeito de ver, ele ia ser maior do que o do plástico, agora, o

distanciamento entre as funções seria menor do que esse que a gente tem, porque essa área, acho que ajudou a distanciar um pouco mais.

F: Ah, isso aqui? Essa diferença aqui?

Ra: É, eu acho que se área fosse a mesma, eu acho que eles estariam mais próximos, o decaimento seria menor, você entendeu?

F: Você conseguiria desenhar essa idéia sua, essa suposição? [perguntando a Raphael]. **Ra:** Como assim? **F:** Esses gráficos.

Ra: Acho que sim, né? Sei lá. Posso tentar.

Raphael faz os desenhos no papel em sua ficha, semelhantes aos construídos por mim, na figura 78:

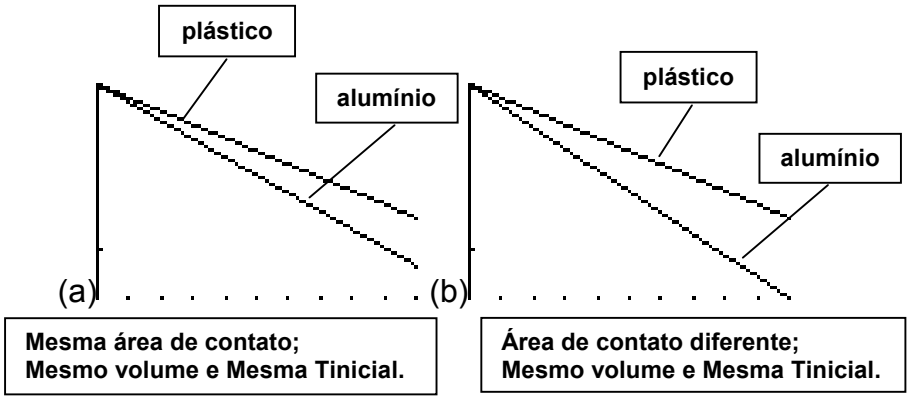


Figura 78: Atividade 4 Resfriamento – Gráficos semelhantes aos feitos por Raphael analisando área de contato com o ambiente, volume do recipiente e temperatura inicial da água.

Ra: Aqui, eu imagino isso, Fernanda, oh! Assim, oh! [figura 78]. Se eu tivesse duas coisas com o mesmo volume e mesma [...] temperatura inicial, mesma área de contato, vamos dizer, né? Mesma quantidade de água e mesma área de contato, se eu pegasse uma temperatura inicial, o decaimento seria menor, já esse daqui eu imagino, como eu peguei o alumínio com uma área de contato maior...

F: Espera aí, espera aí que eu viajei. Aqui, qual que é o alumínio? E qual que é o plástico, por exemplo?

Ra: Aqui, é o plástico.

F: Plástico e alumínio, nós estamos com a mesma área de contato, escreve aí, embaixo.

[...]

Ra: Só que isso daqui é o que eu acredito, no sentido de que o alumínio decai mais do que o plástico, sei lá, a água no alumínio decai mais do que no plástico, isso é no que eu acredito, e isso daqui mais ou menos foi o que a gente provou, né? Esse outro aqui, [...] é a área de contato diferente.

Ro: Mesmo volume.

F: Escreve área diferente, põe um símbolo de diferente.

Ra: Temperatura igual também.

Ro: Então, tem que colocar nas duas, que ele não colocou.

Ra: Não, é porque as duas são de materiais diferentes. É isso que eu acredito, oh! Porque a gente sabe que, quando a área do contato é maior, o decaimento é maior, não é? Como esse daqui, eu tenho que a área de contato é maior, o decaimento foi maior em relação a esse que tem a mesma área de contato.

F: Putz! Que legal, né? Você está me dizendo que plástico retém mais calor do que o alumínio?

Ro: Ele [o plástico] segura mais, quando passa o tempo ele segura mais o calor.

Ra: O alumínio absorve calor mais rápido, só que ele perde calor mais rápido também.

Ro: Tanto é verdade que o plástico absorve mais rápido, que ele demora mais pra perder o calor, em relação ao alumínio.

Neste episódio, a dupla e a professora exploram a idéia de Raphael em realizar o resfriamento em um recipiente de plástico e outro em recipiente de alumínio. Vale ressaltar que a professora nunca tinha feito o resfriamento em um recipiente de alumínio e, muito menos, tinha à sua disposição tal recipiente. Assim sendo, Raphael se dispôs a trazer um potinho de alumínio de sua casa, para que a experiência pudesse ser realizada.

O objetivo central deste episódio foi verificar como seria o comportamento do gráfico do resfriamento, bem como os valores de seus parâmetros, mantendo o volume dos recipientes e a temperatura inicial dos líquidos semelhantes ao experimento anterior, feito em porcelana. Nestas condições, somente o material do recipiente variaria (plástico e alumínio) e isso atribuiu um novo valor para o parâmetro k da expressão $T = e^{-k.t}.(T_0 - T_{eq}) + T_{eq}$.

Esse novo valor para k foi visualizado pelos estudantes, através da calculadora gráfica, porém, ainda de maneira parcial. Tanto os estudantes, quanto a professora não pensaram em desenhar todas as análises em um só gráfico, isto é, porcelana (copito e copão), alumínio e plástico. Isto é feito e apresentado, posteriormente por mim, neste episódio. Evidencio o sistema seres-humanos-com-mídias, ressaltando a importância da calculadora gráfica na visualização dessas análises, acreditando que, sem um dispositivo informático, não seria possível a concretização das conjecturas de Raphael.

Para que os estudantes pudessem analisar o parâmetro k das equações dos modelos para o plástico e o alumínio, ou seja, na expressão $y = a.b^x$ fornecida pela calculadora, a análise estava concentrada sobre o parâmetro $b = e^{-k}$. De modo a propiciar uma melhor **visualização** do gráfico, Raphael sugere igualar o coeficiente a um único valor, fazendo com que ambos os gráficos partissem de um mesmo ponto, ou, ainda, tivessem valores iniciais iguais.

Eles concluem, com o uso do sistema CBL, que, quanto maior o valor de **b**, menor seria a inclinação do gráfico. Isso lhes permite afirmar que decaem mais rapidamente as funções que possuem os valores menores para **b** e, neste caso, o alumínio, quando comparado ao plástico.

Noto, em vários trechos deste episódio, que Raphael pensou com o sistema CBL, tanto na coleta de dados, no aquecimento da água, quanto no momento em que ele gostaria de igualar o coeficiente **a** das equações, quando ele pôde ver, através da calculadora, as diferenças no decaimento dos gráficos construídos com materiais diferentes. No presente episódio, o sistema CBL, caracterizado pela calculadora gráfica acoplada ao CBL, teve o papel de mídia, muitas vezes reorganizando o pensamento dos atores humanos, com relação à própria experiência e, conseqüentemente, a análise matemática. Tanto a professora, quanto os estudantes pensaram com o sistema CBL, integrando a Matemática à Física, vivenciando as atividades investigativas.

6.6.4.4 – Episódio 4 Raphael e Rodrigo: O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação

Durante esta longa atividade, a professora passa por momentos denominados na literatura por **zona de risco** (Borba e Penteado, 2001). A zona de risco é aqui entendida como "perda" de domínio na condução da experiência pela professora e um conseqüente "temor" de que os objetivos traçados para aquela determinada atividade não fossem alcançados dentro do tempo estabelecido. O conceito contido na literatura sobre a expressão 'zona de risco' será trabalhado posteriormente, no capítulo de análise dos dados.

Quando os estudantes querem aquecer a água a 77 graus, para analisar o comportamento do resfriamento em recipientes de materiais diferentes, há momentos em que eles elevam demasiadamente a temperatura da água. Estes momentos também se caracterizam como uma zona de risco para a professora, em virtude de que esse aquecimento pode danificar o sensor e não ser possível o desenvolvimento da atividade naquele encontro. De um modo geral, a professora procurou deixar os alunos à vontade para experimentarem; porém, sempre estava alerta aos possíveis descuidos dos estudantes com relação à água quente.

Um dos pontos marcantes da vivência da professora na zona de risco se caracterizou nos momentos vividos junto à dupla Raphael e Rodrigo. Estes estudantes decidem, neste encontro, recoletar os dados. Com o desenho dos dados experimentais na tela da calculadora, eles perceberam que o gráfico não estava semelhante ao feito por eles, na semana anterior. Desta forma, os alunos digitam na calculadora os valores dos parâmetros da equação de regressão, que ambos haviam anotado na atividade preposta. Superficialmente, bastaria que eles desenhassem o gráfico do modelo junto aos dados experimentais.

O centro desse episódio está justamente nesta ação feita pelos estudantes. Eles inseriram os valores dos coeficientes e o gráfico do modelo ficou distante do gráfico de pontos experimentais, conforme figura 79.

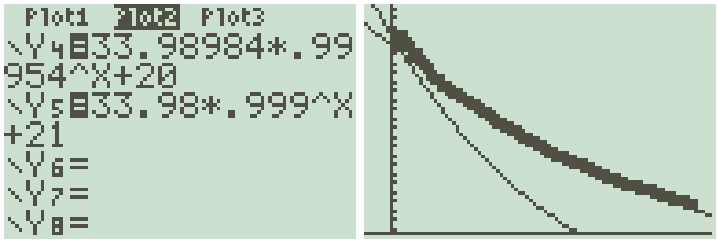


Figura 79: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a T ambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b).

Obviamente, os estudantes mostraram o fato para a professora e perguntaram por que isso estava acontecendo. Primeiramente, ela se certificou junto aos alunos se eles haviam inserido a temperatura ambiente na equação. Os alunos confirmam esta ação e, mesmo assim, o gráfico continuava bem distante dos dados experimentais.

Ela refaz a ação dos alunos e o gráfico não se modifica. Resolve, então, refazer a regressão exponencial, a partir dos dados experimentais. Com esse procedimento, ela obtém novamente os valores dos coeficientes **a** e **b** da equação $y = a.b^x$. Desenha na calculadora os dados experimentais e o modelo encontrado e, assim, a equação volta a ser desenhada junto aos dados. A professora se sentiu numa zona de risco, devido a este fato imprevisível. Conseguiu, no entanto, solucionar o problema que ali se apresentava.

Este episódio merece destaque, em razão das mídias utilizadas. Se os gráficos: experimental e do modelo fossem desenhados, utilizando-se somente a mídia convencional, lápis-e-papel, talvez essas discussões sobre a interferência das casas decimais no modelo, não tivessem surgido.

Ao se trabalhar com uma mídia informática, novos questionamentos surgem e, assim, são geradas novas possibilidades de se trabalhar um fenômeno. Obviamente, sem um dispositivo automático de coleta de dados (CBL), bem como sem uma calculadora gráfica, não seria possível que os estudantes e a professora descobrissem a sensibilidade da equação de regressão com relação às casas decimais.

Cotidianamente, nós utilizamos, em média, três casas depois da virgula. Foi dessa maneira que os estudantes entraram com os valores dos parâmetros. O rápido *feedback* propiciado pela calculadora fez com que ocorresse uma reorganização do pensamento, tanto nos estudantes, quanto na professora,

influenciando também suas conjecturas posteriores. Assim, é possível notar o sistema seres-humanos-com-mídias, de modo que os instrumentos foram de fundamental importância para que este episódio se concretizasse.

Solucionado o problema de casas depois da vírgula no modelo, a professora procura retomar a experiência, perguntando se eles acharam o valor experimental da temperatura para t igual a um minuto e pede para que eles encontrem este valor pelo modelo.

Eles partem do modelo e começam a fazer as contas. A professora pergunta se eles não tiveram uma outra idéia, ela sugere que eles usem a calculadora. Raphael diz que, através da máquina, ele somente obteria o valor da temperatura experimental. Fernanda explica que eles estão com os dois gráficos desenhados na tela e é possível obter simultaneamente os valores da temperatura experimental e da temperatura do modelo, somente utilizando a tecla TRACE da máquina.

A professora pergunta se eles poderiam inferir, de acordo com o modelo, quanto tempo levará para que o líquido se resfrie à temperatura da sala. Raphael pergunta: "Eu não posso, por essa fórmula aqui que eu tenho, pensar que acontece quando $a.b^x$ for zero?" Ela esclarece que ele não deve fazer $a.b^x$ igual a zero e, sim, pensar quando a temperatura T assumir o valor de T ambiente. Raphael questiona que, para isso acontecer, a expressão tem que ser igual a zero, ou seja, x ser $+\infty$.

Devido à impossibilidade de se calcular o tempo para que o líquido se resfrie à temperatura da sala pela equação, Raphael parte para a verificação na calculadora (figura 80):

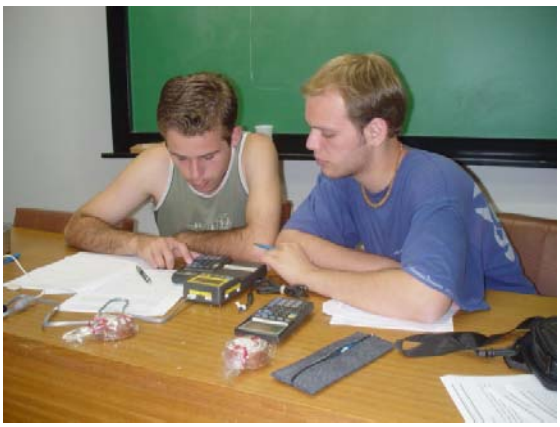


Figura 80: Atividade 4 Resfriamento – Raphael analisando pela calculadora quando T assume o valor de T ambiente.

Ra: Tô pensando... pela fórmula que a gente tem, aproximando ela, quando y se aproxima de 20, pra ver quanto o x vai dar. Falta pouco!

F: Quanto está?

Ra: 35 [valor da temperatura].

Raphael faz vários ajustes da tela da calculadora, janela WINDOW, de modo a visualizar o tempo para quando temperatura for igual a 20ºC, para isso ele utiliza a tecla TRACE.

Ra: Fernanda, vou ter que aumentar mais. Vou pôr 500, então. Não dá pra ver nada mais aqui.

F: Vai andando com o TRACE.

Ra: Ah! Já chegou no 5000, aqui de novo! Eu tô falando! Tá tendendo a infinito esse número aqui. 23!! Então, mas a temperatura ambiente era 20, não era? Pela fórmula, dá pra saber que está tendendo a infinito, então, eu não sei. Dá a impressão de que vai chegar uma hora que vão estabilizar as duas, não vão? Então, vamos pôr mais [ZOOM] aqui.

Raphael aumenta a janela para 6000, 7000, 8000 e chega aos 10000, conforme a figura 81.

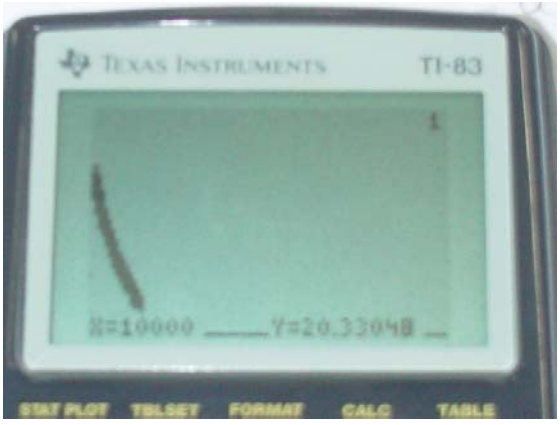


Figura 81: Atividade 4 Resfriamento – Raphael utilizando o ZOOM da calculadora para encontrar o momento que T assume o valor de T ambiente.

Raphael diz que já chegou em 10000 e que a temperatura não chegou na temperatura ambiente. Chega à conclusão de que isso significaria mais de 3 horas de experimento e que o gráfico não encostava em T ambiente:

Ra: Então, pela... a impressão que a gente tem é de que vai chegar uma hora que vai atingir o equilíbrio. Só que, pelo modelo que a gente tem, a impressão é de que o x vai tender a infinito.

F: Isso só vai acontecer no infinito?

Ra: É! A impressão que dá é essa, que só vai acontecer no infinito, ou seja, sei lá, não vai acontecer... Parece que nunca toca, se entendeu?

Fernanda explica aos alunos que, matematicamente, parece que nunca toca, pois: $T = 33{,}98.0{,}99^x + 20 \Rightarrow 20 = 20 + 33{,}98.0{,}99^x \Rightarrow 33{,}98.0{,}99^x = 0$. Raphael complementa que, para achar o valor de x, devemos passar o número 33,98 para o outro lado da igualdade, dividindo: "Então o x, eu vou chegar que nisso daqui é igual a zero e, para isso, se aproximar de zero, o x tem que estar tendendo a infinito, vai se aproximando...". Fernanda pergunta a Raphael se, matematicamente, isso irá acontecer e ele responde prontamente que não. Ela pergunta, então, se fisicamente isso aconteceria. Ele diz que, fisicamente, pelo menos até há bem pouco tempo, ele pensava que T assumiria o valor de T ambiente.

Eles verificam se o CBL ainda está ligado. Notam que, no dia da atividade, a temperatura não é de 20 graus, como na semana anterior, que naquele dia eles estão com uns 30 graus. Fernanda reforça com Raphael o que ele disse, que matematicamente ele tem certeza de que não chega, porém, fisicamente, ele acreditava que chegava:

Ra: Então... matematicamente..., igual, eu tenho dúvidas, num sentido, assim... porque o modelo, por exemplo, que a gente pegou, matemático, é uma aproximação também, não é? [...] Ele não representa, assim, exata essa equação, não é? É uma representação do fenômeno, por exemplo, se a gente for prestar atenção, ela não pega todos os pontos do experimento que a gente tem... Então, eu não sei, não.

F: Pelo modelo, você pode afirmar que não chega? Pelo modelo matemático?

Ra: Pelo modelo que a gente tem, eu posso afirmar que não chega.

F: Mas você está pensando se há um modelo que faça chegar?

Ra: Não sei, a gente vem, parece, tendo uma noção de que chega uma hora em que elas vão igualar. Então, é difícil, de uma hora pra outra, se pensar num modelo que não vai chegar, entendeu?

Visando a construção do conceito, a professora retoma a reflexão, com os estudantes, dizendo que matematicamente nunca chega, porque alguma coisa elevada a x tem que ser zero e isso não é possível. De um outro lado, pela física, os alunos acreditam que a temperatura do líquido alcançará a T ambiente.

Desta forma, Fernanda sugere que os alunos comecem a coletar a temperatura ambiente com o CBL. Eles notam que a temperatura está decaindo com

o passar do tempo. Como esse processo é demorado, ela explica aos estudantes que, para longos períodos de tempo, a temperatura ambiente não é mais constante. A temperatura varia e o sensor sempre busca medir essa variação. Para que fique mais claro, os estudantes fazem a conta de quanto seriam 10000 segundos, aproximadamente 5 horas. Assim, fica nítido para os estudantes que, em 5 horas de coleta, a própria temperatura ambiente variou, não sendo mais uma função constante.

Eles percebem que a expressão do resfriamento obtida por eles só é válida em um intervalo pequeno de tempo (como, por exemplo, 30 minutos, tempo do experimento feito por eles). Isso porque, num grande intervalo de tempo, a própria temperatura ambiente iria oscilar e isso criaria uma função com mais uma variável.

Analisando este episódio, em consonância com Benedetti (2003), percebo que, muitas vezes, os estudantes partem para uma concepção algébrica de um determinado problema, ao invés de utilizarem a concepção gráfica. Creio que isso se deva à pouca ênfase que as atividades gráficas têm na formação desses estudantes. Em alguns momentos, para os alunos, a concepção algébrica é mais forte do que a visual ofertada pela calculadora. Quando a professora pergunta: "Usando o modelo, determine a temperatura indicada no termômetro, 2 minutos após ter sido colocado na água quente", os alunos entendem somente: calcule T para t = 2min ou 120 segundos. Neste caso, em específico, Raphael diz que a primeira coisa que lhe veio à cabeça nessa pergunta "foi a visão do TRACE", e (segundo ele), posteriormente, através do Rodrigo, veio a idéia de calcular pelo modelo. Já Rodrigo declara que pensou logo de cara em calcular numericamente. Incentivados pela professora, nesta questão, eles obtêm o valor da temperatura, utilizando somente os gráficos do modelo e experimental. Neste momento, devido à mídia calculadora, abre-se a oportunidade de os alunos compararem simultaneamente as medidas experimental e a do modelo, para um mesmo valor de tempo.

Procurando respostas à pergunta colocada pela professora: "Vocês poderiam inferir, de acordo com o modelo, quanto tempo levará para que o líquido se resfrie à temperatura da sala?", Raphael, após ter tentado encontrar a resposta matematicamente, pela equação, utiliza a calculadora, fazendo constantes alterações na janela, de modo a visualizar a temperatura ambiente. Raphael fica um pouco dividido entre a matemática "lhe dizendo que o gráfico não encosta em T

ambiente" e a possibilidade de "em um novo ZOOM ou ajuste de janela encontrar a T ambiente".

Por fim, o que emerge deste episódio é que os alunos perceberam, pela experimentação, que a Física e a Matemática não são disjuntas. Se, de um lado, a Matemática garante que a temperatura não encosta em T ambiente, de outro, a Física mostra que, para longos períodos de tempo, a própria T ambiente é variável. Deste modo, o sensor sempre está em busca da T ambiente.

Posteriormente, essa noção fica mais latente em Raphael, quando ele afirma que a T ambiente é uma assíntota da função de resfriamento, e conclui que o gráfico não irá encostar. A professora completa, dizendo que, fisicamente, a temperatura medida pelo sensor oscila em torno dessa temperatura.

Finalizado este extenso capítulo de dados, a seguir apresento o capítulo de análise, cujo objetivo principal será o de analisar os dados aqui apresentados, baseando-me na revisão de literatura, sob a luz do referencial teórico, sempre buscando responder à pergunta norteadora desta pesquisa.

"A Matemática é uma ferramenta da Física e a Física é uma aplicação da Matemática, por isso elas já estão unidas. Elas estão entrelaçadas". (Marcos - Aluno participante das atividades apresentadas no capítulo anterior)

7.1 – Introdução

Neste capítulo, são apresentados temas envolvendo os episódios construídos no capítulo anterior, a revisão de literatura e também o referencial teórico adotado nesta pesquisa.

Tais **temas** foram desenvolvidos visando construir possíveis respostas para a pergunta diretriz: **Como estudantes trabalham conceitos matemáticos e físicos utilizando o CBL (Calculator Based Laboratory) e a Calculadora Gráfica em atividades de experimentação?**

A metodologia de pesquisa aqui se faz presente, ressaltando que o objetivo desta análise não é estabelecer uma única resposta à questão acima, mas suscitar frentes que possam apoiar as considerações finais desta investigação.

Os temas apresentados nesta análise, muitas vezes se destacaram na análise desenvolvida no capítulo anterior, durante a apresentação dos episódios. Diante disso, irei recorrer a esses episódios várias vezes ao longo da presente apresentação. Tais temas foram surgindo no decorrer da construção do capítulo de dados e também durante toda esta análise.

7.2 – A utilização do sistema CBL nos experimentos e a Reorganização do Pensamento

Este tema tem o intuito de abordar, primeiramente, como os estudantes utilizaram o sistema CBL nos experimentos e, posteriormente, como a reorganização do pensamento se apresenta nesta utilização. Desta forma, este tema tem relação central com a pergunta de pesquisa e com o quadro teórico.

Os instrumentos calculadora gráfica, CBL ou, ainda, **sistema CBL**, foram utilizados em todos os experimentos pelas duplas de estudantes, como mídias, dando a estes equipamentos a possibilidade de transformar o conhecimento de tais estudantes, ao mesmo tempo em que possibilitaram criar situações que só poderiam ser propiciadas com o uso dessas mídias. Alguns episódios destacam essa potencialidade do sistema CBL, dentre eles, os episódios da atividade de resfriamento: "***Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?"; "Como se comporta o resfriamento, quando utilizamos potes de materiais diferentes?"*** e "***O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação"***.

O sistema CBL possibilitou aos estudantes: modificar os parâmetros experimentais do fenômeno em observação, como no episódio da luminosidade versus distância, vivido por Elton e Ivan; refazer o experimento (coleta de dados) tantas vezes quantas forem necessárias, como vivido pelas duplas Bruno e Clara e Marcos e Diogo, na atividade da mistura; ou, ainda, transformar o experimento, de acordo com os pensamentos de cada dupla, tal qual se evidenciaram nos episódios vividos pela dupla Raphael e Rodrigo, na atividade do resfriamento.

Tanto o CBL quanto a calculadora gráfica, e mais fortemente este último, propiciaram aos estudantes Elton e Ivan analisarem as variações dos coeficientes da expressão $y = a.x^b$, na atividade de luminosidade, como apresentado no capítulo anterior. A possibilidade de alterar os coeficientes e obter **simultaneamente** a resposta gráfica deu dinamismo à análise desses dados e também propiciou que os estudantes percebessem, através do gráfico apresentado pela calculadora,

características físicas do experimento, de maneira que eles puderam associar esses coeficientes a essas características.

Neste sentido, as mídias informáticas, representadas nesta pesquisa pelo sistema CBL propiciaram uma interação entre humanos e as mídias, no sentido atribuído por Borba e Penteado (2001), dado que a análise das variações dos coeficientes da expressão $y = a.x^b$, que poderia ser um problema, ao se utilizar somente a mídia lápis-e-papel, é transformada em uma nova possibilidade de se aprender Matemática e relacioná-la com a Física, no instante em que a calculadora gráfica se fez presente como mais um ator integrante daquele coletivo. Segundo esses autores, com a utilização da calculadora gráfica, a **visualização** das mudanças nos coeficientes do gráfico resultante assume um papel central na atividade, enfatizando a **experimentação**.

Durante o episódio ***"Tenho que aplicar o logaritmo ao invés de calcular a raiz?"***, da dupla Elton e Ivan, noto que Ivan **pensou com a calculadora** ao executar sua conjectura de calcular a expressão $\sqrt[1,564]{x^{1,564}} = \sqrt[1,564]{28,392}$, trilhando um caminho alternativo quanto à utilização dos logaritmos para determinar o valor de x.

Na atividade dos acetatos realizada pela dupla Marcos e Diogo, foi **através do ZOOM** que Diogo percebeu que os pontos nos quais "parecia" que o gráfico passava, na verdade não passava exatamente no ponto experimental, mas em suas proximidades. Deste modo, Diogo percebeu, **utilizando a calculadora**, que a reta não seria um "bom modelo" para os dados. Desta forma, nas cenas deste episódio, Diogo **pensou com a calculadora**.

Já, na atividade de resfriamento executada pela dupla Raphael e Rodrigo, foi dada aos estudantes a possibilidade de executar ou não o **experimento em tempo real** (*real time*) e todos os alunos optaram por este tipo de coleta de dados. Confirmando o que afirmam Giorgetti (2002), Mcdermott, Rosenquist e Van zee (1987), Heid (1997), Bernhard (2000) e Casey (2001) esta possibilidade propiciou aos estudantes um constante refinamento de suas predições, de acordo com o gráfico que se apresentava na tela da calculadora. Com isso, houve oportunidade de **explorar a conexão entre habilidades gráficas e aprendizado de conceitos físicos e matemáticos dos estudantes.**

Em consonância com diversos autores[1] apresentados na revisão de literatura, esta pesquisa mostra uma característica do sistema CBL, ao apresentar dados em tempo real, ou seja, ao mesmo tempo em que ocorre o experimento. Esses momentos, em que os dados foram apresentados pela calculadora em tempo real, podem ser mais bem observados nas atividades de luminosidade e resfriamento. Assim, os estudantes puderam **pensar** com o **sistema CBL**. Como afirmam Borba e Penteado (2001, p. 51) é possível notar "como a calculadora gráfica se torna imperativa para que uma determinada conjectura seja desenvolvida por um coletivo seres-humanos-com-tecnologia", ou ainda, pelo sistema seres-humanos-com-mídias, como, por exemplo, no episódio "***O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação***" vivido pela professora e pela dupla Raphael e Rodrigo, na atividade de resfriamento.

Ainda nessa atividade, atribuo ao sistema CBL a possibilidade de realizar as conjecturas desses estudantes, que não seriam possíveis se esses instrumentos não estivessem disponíveis, gerando assim os episódios ***"Como se comporta o resfriamento quando utilizamos potes de materiais diferentes?"*** e ***"Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?"***

Em harmonia com Borba e Penteado (2001, p. 43), o enfoque experimental das atividades exploraram amplamente as possibilidades de **rápido *feedback* da calculadora gráfica,** gerando inúmeros gráficos, além de favorecer a facilidade da **coleta automática de dados experimentais propiciada pelo CBL.** Assim, para que os estudantes pudessem maximizar o uso dos instrumentos, as atividades se mantiveram abertas para a possível formulação e verificação de conjecturas dos mesmos.

Através do capítulo anterior, é possível notar o sistema CBL como um "condutor", gerando uma maior interação entre estudantes, incorporando conceitos matemáticos e físicos, no sentido apontado por Hale (2000). Destaco o sistema CBL, favorecendo a construção de conhecimentos matemáticos e físicos nos alunos que participaram dos experimentos. Desta forma, a produção de conhecimentos é feita pelo sistema seres-humanos-com-mídias.

Em consonância com Grant e Searl (1996), percebo que, se o sistema CBL for utilizado de maneira coletiva, vale dizer, um sistema CBL por equipe, os instrumentos podem propiciar uma maior interação entre seus componentes, como

[1] Thornton e Sokoloff (1990), Linn, Layman e Nachmias (1987), Mokros e Tinker (1987), Brasell (1987).

visto nos episódios vividos pelas duplas Raphael e Rodrigo e Ivan e Elton. Entretanto, se os instrumentos forem utilizados como um dispositivo pessoal pelos estudantes (como, por exemplo, no caso de Marcos e Diogo), isso poderá reforçar as experiências de modo individualizado, inibindo a comunicação e a parceria entre participantes.

A análise com relação aos instrumentos aponta na mesma direção das pesquisas de Oldknow (1998?), Casey (2001) e Hale (2000), podendo se dizer que, com o uso do sistema CBL, afloraram **grupos cooperativos de alunos**, nos quais os mesmos trabalharam como um time, buscando eficiência e cooperação ao realizar suas investigações, como verificado na dupla Raphael e Rodrigo, Elton e Ivan e Bruno e Clara. Desta forma, percebi que membros de um determinado grupo assumiram diferentes papéis baseados em interesses ou experiências anteriores, como pode se evidenciado na atividade da luminosidade, ou seja, no episódio ***"Construção do gráfico 'de ré'"***, da dupla Elton e Ivan, episódio em que, durante a coleta de dados, um aluno manipulava a calculadora e o CBL e o outro manipulava o sensor, ambos de forma síncrona, de modo a coletar os dados experimentais.

Do ponto de vista do referencial teórico, abordado no capítulo 04, procurei utilizar a calculadora gráfica e o CBL sob a concepção da reorganização do pensamento, não apenas estendendo a capacidade existente dos estudantes, mas fazendo emergir nestes novos conhecimentos com relação à Física e à Matemática presentes nos trabalhos desenvolvidos. Isto pode ser elucidado na atividade da mistura, com as duplas Marcos e Diogo e Bruno e Clara, nas quais a professora se vale dos instrumentos como veículo para que os estudantes concebessem a expressão matemática para a temperatura da mistura, quando utilizados iguais e diferentes volumes para os líquidos. O estudo da margem de erro, feito no episódio ***"Da prática para a teoria, ou seria da teoria para a prática?"***, teve o intuito de proporcionar aos estudantes um possível caminho para se determinar, empiricamente, a temperatura da mistura e, posteriormente, executar sua abstração matemática.

Observo que, na atividade da luminosidade, com a dupla Elton e Ivan, no momento da predição, eles afirmam que o gráfico que melhor representaria o fenômeno seria a função y = 1/x. Posteriormente, e através da **experimentação**, sob a ótica de Souza (1996), Borba (1995), Souza e Borba (1996,1998) e análise dos

valores constantes nas listas do experimento armazenadas na calculadora, os estudantes re-analisaram e perceberam, experimentando, que esta função não era a mais adequada para o fenômeno. Neste episódio, a calculadora gráfica se somou aos atores humanos, permitindo a estes uma re-avaliação constante de hipóteses e conjecturas, durante a construção dos gráficos, possibilitando, assim, um **método empírico de aprender matemática.**

A reorganização do pensamento é evidenciada no episódio "***O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação***", vivido pelos atores humanos e não humanos, durante a atividade. A construção deste episódio só foi possível devido ao **destaque da calculadora gráfica entre as mídias existentes.** Esse destaque é entendido pela possibilidade de se resgatar um determinado conjunto de dados na calculadora, depois que a coleta experimental já foi realizada. No caso, a calculadora tem a função de armazenar e recuperar os dados experimentais aliados ao gráfico do modelo, sendo que os parâmetros da equação que representa o fenômeno foram armazenados pelos estudantes utilizando a mídia lápis-e-papel, gerando insumos para a construção deste episódio.

Se, de um lado é possível contrastar as formas de armazenamento das mídias utilizadas pelos estudantes, o que vale ressaltar nesta análise é que esse contraste só foi percebido pelos atores humanos no episódio, devido à calculadora gráfica possibilitar a visualização de tal contraste em sua tela, mostrando aos estudantes e professora que o modelo executado por eles, no encontro anterior, destoava fortemente dos dados experimentais coletados neste mesmo período.

Todos esses argumentos discorridos sobre este fato, sentimentos, emoções e reações vividas pelos atores, podem ser sintetizados na imagem apresentada pela calculadora gráfica, conforme figura abaixo:

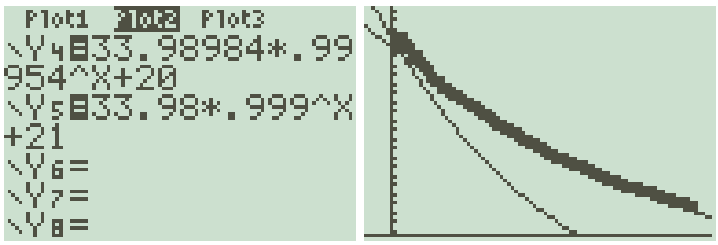


Figura 82: Atividade 4 Resfriamento – Modelo com a T ambiente (a), Gráfico dos dados experimentais juntamente com o modelo obtido (b).

Neste, e em outros episódios apresentados no capítulo anterior, houve reorganização do pensamento dos estudantes e da professora, por eles terem tratado estes assuntos de maneira diferente do que se não tivessem essas mídias disponíveis. Com isso, os instrumentos não foram assumidos como meios neutros ou, ainda, como máquinas que poderiam somente aumentar a velocidade de alguma ação que eles pudessem realizar. Nestes episódios, o pensamento foi exercido pelo sistema seres-humanos-com-mídias, caracterizado nesta pesquisa pelos **estudantes-com-sistema-CBL-integrando-a-Matemática-à-Física**. Nos episódios citados, a tecnologia, no caso a calculadora gráfica e o CBL, está interagindo com os estudantes e, mais que isso, fazendo com que o pensamento deles seja exercido com estas mídias.

É importante ressaltar, nesta análise, que, apesar de esse tema privilegiar a contribuição do sistema CBL, outras mídias, como a oralidade, a escrita e a informática, existentes nas atividades, não foram excludentes. Noto que, durante os experimentos de ensino, houve um **deslocamento do centro de gravidade**, como relata Benedetti (2003), em suas pesquisas. Esse centro de gravidade pode ser entendido pela interação dos estudantes, ora com a ficha de trabalho, ora com o sensor e o CBL, coletando os dados experimentais, ora com a calculadora, desenhando os gráficos ou, ainda, utilizando a oralidade e interagindo com outros atores na atividade.

Assim, a reorganização do pensamento também se fez presente quando os estudantes analisaram em suas fichas, utilizando basicamente a escrita, qual seria a melhor expressão para a temperatura da mistura de duas substâncias para volumes iguais e sua extensão para volumes diferentes, generalizando na média aritmética para o primeiro e média ponderada para o segundo.

Um outro momento da reorganização do pensamento, propiciado pelo uso do sistema CBL, se deu no decorrer da atividade da luminosidade, com a dupla Elton e Ivan. Nessa atividade, os estudantes estranharam a maneira como o gráfico foi apresentado na tela da calculadora (figura 83), pelo fato de estarem acostumados com a construção de gráficos como mostra a figura 84. Os estudantes perceberam a inversão dos dados na calculadora, mas não perceberam o porquê de tal inversão. Desta forma, a calculadora foi um veículo para que os alunos verificassem que o gráfico foi desenhado com os dados descendentes, diferentemente do que estavam

acostumados a trabalhar, isto é, sempre desenhar os pontos, a partir dos eixos coordenados (os referenciais).

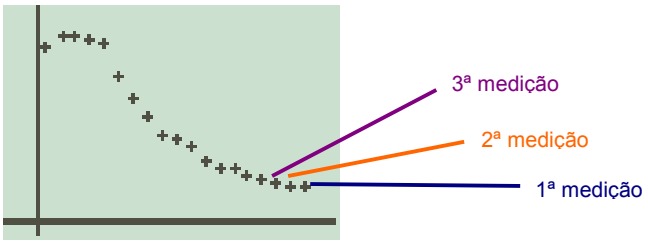


Figura 83: Atividade 2 Luminosidade – Gráfico de pontos semelhante ao obtido experimentalmente pelos alunos.

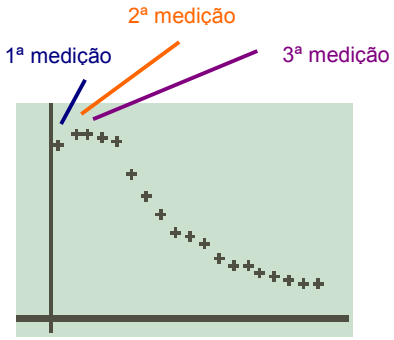


Figura 84: Atividade 2 Luminosidade – Idéia dos estudantes para a construção do gráfico de pontos experimentais.

Esse episódio apresenta uma quebra de paradigma nos desenhos de gráficos, padrão imposto, muitas vezes, pela mídia lápis-e-papel. O destaque se dá **à possibilidade de executar um experimento real, gerando na calculadora, simultaneamente à execução das medições, um gráfico que não esteja em função do tempo como algo diferente para os estudantes,** além de lhes possibilitar a interferência no gráfico construído, eliminando parte dos dados experimentais, por estes não representarem o fenômeno que estava sendo observado. Essa **visualização** de possíveis erros experimentais refletidos no gráfico do fenômeno só foi possível devido à mídia utilizada (calculadora gráfica) e à coleta automática de dados (CBL).

7.3 – Um convite à Física e a Matemática: As atividades investigativas

Este tema procura analisar os dados destacando as atividades investigativas como um caminho para se trabalhar conceitos físicos e matemáticos. Ao longo deste tema, observando a minha própria trajetória, concentrar-me-ei na matemática dos estudantes. Entretanto, os dados de pesquisa assinalam que é possível, com as atividades investigativas, trabalhar conceitos físicos, tais como: luminosidade, resfriamento, variações de temperatura, comportamento da luz ao perpassar por um meio, entre outros.

Acredito que o interesse do aluno pela Física e Matemática não irá se manifestar, se o conteúdo dessas disciplinas for repassado de uma forma linear, ou seja, do livro, através do professor, para o caderno do aluno, sem que haja de ambas as partes uma reflexão de seus significados. Na proposta aqui apresentada, sintetizada no capítulo de dados, a Física foi trabalhada aproveitando suas manifestações experimentais e atribuindo aos estudantes uma **participação ativa** no processo de produção do conhecimento e, conseqüentemente, **maior responsabilidade pelo seu aprendizado**.

A professora e os atores não humanos participaram desta construção do conhecimento com o compromisso de mediar a aprendizagem dos estudantes. Considerando a aprendizagem um processo no qual o aluno é a peça-chave, a presença e participação da professora, juntamente com os atores não humanos, foram fundamentais neste processo. Nesta interação, ela atuou como agente articuladora, ou ainda indutora, promovendo a evolução de conceitos matemáticos e físicos nos alunos.

Analisando os dados da pesquisa, nas atividades experimentais realizadas pelos atores humanos, tinha-se a preocupação de buscar informações sobre um dado fenômeno físico. Seguindo a ficha de trabalho, os estudantes fizeram observações e asserções sobre a coleta e a interpretação dos dados, levantando questões e respondendo a elas, emitindo opiniões e tirando conclusões, caracterizando, enfim, as **atividades investigativas.**

Assim, a ficha de trabalho teve o papel de, ao final da experiência, sintetizar uma sinopse da mesma e não de ser apenas um *script* no qual os alunos não poderiam imprimir as suas marcas interferindo na forma de execução do experimento. Isso significa que, para uma dupla de alunos, o andamento da atividade ocorreu de uma certa maneira, enquanto que para outra o andamento foi diferente, entretanto ambas chegaram a um mesmo objetivo. Em outras palavras, a ficha de trabalho teve o intuito de dar forma à atividade que eles realizaram.

Nas atividades investigativas, apresentadas ao longo do capítulo de dados, foi possível trabalhar com os alunos: a **interatividade**, propiciando a incorporação do sistema CBL; a **reflexão**, abrindo espaço para que os alunos reflitam com o uso da calculadora gráfica; a **autonomia de escolha**, dando oportunidade de discernimento aos estudantes, para que saibam o que fazer em determinado ponto da experiência; a **construção do conhecimento**, apresentando-lhes inovações tecnológicas que poderão integrar seu cotidiano escolar e profissional e, por fim, o **trabalho cooperativo** entendendo que o trabalho experimental é um processo, e que quando se está em grupo isso só se faz através da colaboração mútua.

Nos Experimentos de Ensino realizados foi possível perceber a Matemática dos estudantes. No âmbito dessa Matemática, destacam-se as expressões matemáticas mais acentuadas em Marcos, na atividade da mistura, e o uso dos logaritmos, como uma dificuldade para quase todas as duplas, e mais marcadamente para Ivan, sendo sanada somente quando este teve a possibilidade de utilizar a raiz para calcular o valor de x na expressão.

Um ponto importante dessa Matemática foi a possibilidade que eles tiveram de utilizar um conceito matemático totalmente integrado à atividade que eles estavam realizando. Esses momentos se apresentaram na atividade de resfriamento em todas as duplas, representado no capítulo de dados pela dupla Raphael e Rodrigo.

É necessário que se esclareça que, no momento da realização da atividade dos acetatos, os estudantes ainda não tinham tido o conceito formal de integral e também, na atividade de resfriamento, esse conceito, ainda, era muito incipiente nas aulas normais. Então, para eles, o conceito de integral teve uma roupagem diferente dos conceitos já aprendidos em Cálculo I. A possibilidade de criar um modelo, a

partir das evidências experimentais, ou seja, dos dados e, para isso, se valer dos conceitos de integral, foi um grande ganho para esses estudantes.

Na verdade, a concepção matemática do modelo surgiu, a partir dos dados pertinentes ao próprio fenômeno que eles estavam observando. Essas cenas caracterizaram momentos de integração síncrona entre a Matemática e a Física.

Muitas vezes, os alunos foram postos em xeque, no que tange a essa relação entre as disciplinas. Um desses momentos está representado no episódio ***"O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação"*** vivido por Raphael e Rodrigo analisando se a temperatura do líquido em resfriamento alcançaria a temperatura ambiente. Dentre as diversas respostas que surgiram, todos os estudantes afirmavam que esta resposta, sendo baseada na Física ou na Matemática, deveria representar uma harmonia entre essas áreas do conhecimento.

Vários momentos retratam a presença da Matemática dos estudantes, tal como escolher a melhor equação para o modelo do fenômeno, no episódio ***"1/x e o domínio alterado"***; a possibilidade de análise dos coeficientes da função na atividade da luminosidade no episódio ***"A função 'Basencial' e a análise de seus coeficientes"***, ambos realizados por Elton e Ivan; a extensa coleta de dados e, posteriormente, a concepção matemática de uma equação para a temperatura T de um líquido em resfriamento, vividos por Raphael e Rodrigo, no episódio ***"Quanto tempo?".***

Nos momentos de confronto, vivido pelos estudantes, entre suas concepções e as evidências (os dados), eles tiveram a oportunidade de ver o experimento de uma outra maneira, aprendendo efetivamente a característica do fenômeno que ali se estudava e ainda a oportunidade de explorar conhecimentos, conectando a Matemática à Física com o uso do sistema CBL.

Estes episódios mostram que as atividades experimentais abertas, chamadas neste trabalho de **atividades investigativas** significam um espaço importante para o desenvolvimento da Física e da Matemática dos estudantes. Assim, as atividades investigativas são potencialmente ricas como fontes de problemas abertos a serem resolvidos pelos atores, como os apresentados nos episódios deste trabalho.

7.4 – Estratégias para obtenção da função matemática através dos dados experimentais

Ao analisar possíveis respostas à pergunta diretriz, no que diz respeito à exploração de conceitos matemáticos e físicos, a investigação sobre os experimentos mostra que há duas estratégias, as quais chamarei de métodos, para encontrar a função matemática que se ajusta aos dados: o método das tentativas e erros e o uso das equações de regressão contidas na calculadora.

No método de tentativas e erros, os alunos desenham o gráfico dos pontos experimentais na calculadora e tentam encontrar a função que modela o fenômeno. Com a função em mente, digitam tal função na calculadora e solicitam, então, um gráfico simultâneo desta função com o gráfico dos dados. O aspecto visual do gráfico exibido na calculadora acaba ajudando os alunos na decisão da adoção ou não da função.

Refletindo sobre este método, sob a ótica do professor, vejo que o docente poderá ajudar os alunos a "chutarem", ou seja, escolherem uma função mais próxima das características do fenômeno. Com isso, são acentuados nos alunos os conceitos dos diferentes parâmetros em uma função, a inclinação de um gráfico, entre outros.

Uma desvantagem desse método é que ele pode demandar um longo período de tempo, muitas vezes não disponível pelo professor, em sala de aula. Vale salientar também que, se a tentativa ("chute da função") já tiver algum conhecimento matemático, o gráfico da função ficará muito próximo (parecido) com o gráfico dos dados e, então, neste caso, somente o aspecto visual poderá não ser um instrumento para decisão, fazendo-se necessário o uso de outros argumentos para escolha da função, como, por exemplo, a análise do coeficiente de correlação.

Esse método foi utilizado pelos estudantes na atividade da mistura. Nesta atividade, os alunos deveriam encontrar uma expressão matemática para o valor da temperatura da mistura quando utilizados volumes iguais e diferentes. Apesar desta atividade não contemplar o uso de gráficos e modelos de regressão e nem de ser este o seu objetivo inicial, visto ser esta a primeira atividade dos estudantes, ela pode ser um exemplo, dentro desta dissertação, do método de tentativa e erro.

No segundo método, utilizado nas outras atividades realizadas, a calculadora por possuir funções estatísticas, fornece ao aluno os parâmetros do ajuste que ele solicitou, conforme um modelo pré-estabelecido no *setup* da máquina. Este método é bastante rápido, uma vez que os alunos pressionam algumas teclas e, em segundos, a função é apresentada na tela da calculadora (RANDALL, 1998, p. 11). Entretanto, observo que os alunos, para melhor utilizarem esse método, devem manter em mente que a calculadora gráfica fornecerá um bom coeficiente de regressão, mas a equação solicitada a modelar o fenômeno poderá não ser a mais indicada para tal experimento. Desta forma, é essencial que os estudantes tenham um entendimento do problema em si e de quais decisões devem tomar com relação à regressão apresentada pela calculadora.

Em síntese, ambos os métodos beneficiaram a predição e a experimentação vivenciadas pelos alunos durante a atividade. Ambos os caminhos possibilitaram aos estudantes expressarem seus entendimentos sobre o fenômeno, suas dúvidas e, conseqüentemente, fazer a análise matemática dos dados que estavam coletando. Desta forma, tanto um quanto outro método de obtenção da função matemática viabilizou a integração da Matemática à Física, utilizando o sistema CBL.

7.5 – A Experimentação caracterizando as Atividades Práticas

Este tema se conecta à pergunta de pesquisa, ao procurar mostrar que, com o uso dos instrumentos, os estudantes têm a oportunidade de pôr em prática suas próprias conjecturas, negociando idéias e formulando conceitos, e percebendo, através da **experimentação**, a Matemática e a Física existentes nos experimentos.

Conforme abordado no capítulo 02, o uso de alguma atividade experimental em aulas de Física e Matemática é adotado, de uma forma ou de outra, por professores em todos os níveis acadêmicos. Há um volume elevado de recursos de diversos tipos, descrevendo montagens e procedimentos para diferentes experimentos. O grau de sofisticação do equipamento necessário varia desde "sucata", materiais manipuláveis, até equipamentos caros e especializados, normalmente disponíveis em universidades.

Quando o experimento envolve conceitos físicos, muitos destes equipamentos coincidem com material utilizado em laboratório nestas disciplinas, como por exemplo, Física Experimental. Ressalto, no entanto, que os experimentos apresentados neste trabalho são atividades que podem ocorrer dentro de uma sala de aula (ambiente) comum. Cabe, agora, discutir o papel da **experimentação** com relação aos aspectos do ensino de Física e Matemática.

É comum a percepção dos estudantes de que existem dois tipos de aula nessas disciplinas: a teórica e a experimental. A aula teórica é aquela na qual tradicionalmente se leciona com quadro negro (lousa) e giz, sendo constituída essencialmente de explicações, definições, fórmulas e exemplos de "aplicação" sintetizados em exercícios e problemas. A aula experimental ocorre, na maioria das vezes, em laboratórios (ambiente) especialmente equipados, quase invariavelmente com os alunos organizados em equipes e seguindo um roteiro experimental que tipicamente os conduz, ao longo de uma atividade que "comprova a validade" de alguma lei ou resultado teórico.

Esta noção de que há aulas teóricas e aulas experimentais, mais fortemente visualizada na Física, está associada à concepção de que existem dois tipos de Física: a teórica e a experimental. O mesmo se aplica para a Matemática, sendo as aulas experimentais, muitas vezes, caracterizadas pelas aulas de Prática de Ensino.

Em consonância com McDermott (1996a), esta percepção é confrontada pelas atividades descritas nesta pesquisa, integrando essas duas disciplinas de modo a promover um aprendizado participativo e centrado no estudante. Segundo Schaeffer e Richter (2000), nas atividades realizadas, foram dadas aos estudantes a possibilidade de fazer seu próprio experimento prático e experimental. Isso fez com que eles entendessem o comportamento físico do fenômeno, e pudessem formular e explicar o modelo matemático que este representava.

Nestas atividades se, por um lado, apresentou-se o processo de ensino e aprendizagem que ocorre nas atividades de laboratórios, expondo os alunos a alguns exemplos de metodologias de ensino que fogem das chamadas atividades de "livro de receitas", por outro lado, foi enfatizado o enorme potencial pedagógico dos experimentos realizados durante as atividades, denominados por Lottis, Machado e Hiar (2003) de **A**tividades **P**ráticas (**AP**'s), quando os experimentos são realizados por todos os alunos organizados em grupos.

Uma das propostas desta dissertação foi enfatizar que a **experimentação** deixa de ser um mero complemento, como na maioria das vezes é tratada pelos livros didáticos de Física, conforme abordado o capítulo 02, ou ainda nas aulas sob a ótica de laboratório estruturado, para se constituir em uma das bases do processo ensino e aprendizagem dos estudantes.

Desta forma, as atividades realizadas assumiram uma função diferenciada daquelas em que são utilizadas apenas como um recurso didático para comprovar ou reforçar algo supostamente já sabido pelos alunos nas aulas de teoria.

A experimentação, nesta dissertação, é caracterizada pela construção do conhecimento pelo aluno, auxiliado pelo professor, criando o trinômio **experimentação-física-matemática**. Assim, a experimentação, ou ainda exploração do fenômeno, foi para os alunos uma fonte geradora de idéias e investigações tanto físicas quanto matemáticas.

Além da ficha de trabalho, os alunos tiveram a oportunidade de verificar suas conjecturas, explorando questões como "o que acontecerá se...". Esses questionamentos ficaram evidenciados, por exemplo, na dupla Raphael e Rodrigo, gerando os episódios: ***"Quanto tempo?"; Como a área de contato com o ambiente influencia no processo de resfriamento?" e "Como se comporta o resfriamento, quando utilizamos potes de materiais diferentes?".***

As atividades propiciaram aos estudantes trabalhar conceitos matemáticos e físicos, explicitando seu pensamento sobre a experiência ocorrida. Isto se concretizou através do confronto das predições com as situações vivenciadas pelos mesmos, com o uso das tecnologias informáticas: calculadora gráfica e CBL. Essas situações valorizaram a forma de pensar dos estudantes, a formação de uma postura crítica, reflexiva e participativa frente a problemas gerados pelo próprio experimento.

7.6 – A integração das atividades propostas

As atividades foram vistas de forma integrada pelos alunos, fazendo com que o conhecimento produzido por eles fosse um produto resultante das atividades já realizadas e das mídias presentes na execução das mesmas. Essa influência

emergiu muito fortemente nos dados, mostrando uma nova "face" da pergunta diretriz.

As atividades experimentais foram montadas, a princípio, sem nenhuma relação entre elas. Imaginava-se que o desenvolvimento da equação diferencial na atividade dos acetatos iria se realizar de forma mais direcionada junto aos estudantes, ou seja, com uma maior participação da professora. Isso para que, posteriormente, os alunos pudessem desenvolver mais autonomamente essa equação presente na atividade de resfriamento. Entretanto, essa visão idealizada no início não se manteve na prática.

A influência da atividade anterior tem seu ponto máximo na atividade dos acetatos. Nesta, todas as duplas utilizaram a distância para descrever o fenômeno, como mostrado no episódios ***"Cadê a distância?"*** e ***"Da reta para a exponencial – o uso do zoom"***. Lembro que neste caso, o que deve ser observado é como a luz se comporta ao perpassar por um determinado meio.

No episódio ***"Da reta para a exponencial – o uso do zoom"***, com a dupla Diogo e Marcos, a interferência da atividade anterior (luminosidade versus distância) é tão grande que eles chegam a abandonar todo o procedimento feito na atividade, dizendo que o modelo dos acetatos poderia ser o mesmo utilizado na atividade da intensidade de luz versus distância, alegando que poderia haver alguma semelhança entre os gráficos ou, ainda, alguma proporcionalidade entre as grandezas: distância e acetato. Para reverter essa situação, foi mostrado aos alunos que a distância não foi utilizada em momento algum nesta atividade.

Posteriormente, junto aos estudantes, essa influência foi transformada em uma integração no episódio ***"1/x e o domínio alterado"***. Eles percebem que, utilizando a distância na coleta de dados, o gráfico do fenômeno ficaria mais acentuado, ou seja, teria uma maior concavidade. Notam que, adicionando a distância ao experimento, a função obtida seria uma função de duas variáveis, f(x,y), sendo x o acetato e y a sua distância da fonte de luz, desenhada no espaço. Assim, há uma integração entre as duas atividades (luminosidade e acetatos).

Ainda nesse episódio é possível notar a relação intrínseca entre a Matemática e a Física representada pela associação das atividades. Nesta associação, os alunos demonstram um total domínio sobre as atividades realizadas. Como já dito, não era esperado que os estudantes associassem certos dados ou conceitos obtidos

em atividades distintas. Entretanto, devido às atividades serem de caráter aberto, isso permitiu que os estudantes fizessem tais associações.

Esse tema de análise vem suscitar alguns questionamentos: será que essa influência da atividade de luminosidade sobre a atividade dos acetatos só existiu, na medida em que nesta última não houve coleta de dados experimentais? Até que ponto a coleta de dados experimentais é importante no contexto da atividade?

Para buscar respostas as essas questões, apóio-me em diversos autores (BORBA, MENEGHETTI e HERMINI 1997; BORBA e VILLARREAL 1999; HEID 1997; SESTOKAS-FILHO e BONAFINI 2002; SESTOKAS-FILHO, BONAFINI e ANTUNES 2003; SOUZA 1996), acreditando que a experimentação e a reflexão nos alunos podem ocorrer quando lhes é dada a oportunidade de **experimentar com a calculadora gráfica,** característica da atividade dos acetatos. Nesta, os estudantes tiveram a oportunidade de expandir seus conceitos matemáticos, explorando os conjuntos de domínio e imagem da função $y = a.x^b$. Mas, até que ponto o professor pode suprimir a coleta de dados experimentais dos estudantes, em virtude de uma investigação mais matemática dos dados já coletados? Como o professor pode se beneficiar, em termos de ensino e aprendizagem, das interferências entre as atividades experimentais? Como o professor deve planejar tais atividades em sala de aula?

A literatura de atividades de laboratório apresentada no capítulo 02 não retrata esses tipos de ocorrências, uma vez que as atividades executadas no laboratório estruturado não compreendem esse tipo de abordagem. Muitas vezes, os alunos vêem os experimentos como experiências compartimentadas. Já na perspectiva de laboratório não-estruturado, os alunos são estimulados a investigar o fenômeno de uma forma aberta e sem direcionamentos. Entretanto, não encontrei na literatura de laboratórios (capítulo 02), nem na literatura sobre o uso de tecnologias (capítulo 04), indícios de como os professores trabalharam, ou devem trabalhar com a influência das atividades anteriores junto aos estudantes. Isso mostra que são necessárias pesquisas envolvendo essas questões.

Do ponto de vista do referencial teórico, este tema se enlaça à pergunta de pesquisa, abrindo espaço e mostrando que a construção do conhecimento pelos estudantes não é algo seccional ou ainda fragmentado. Que o conhecimento é produzido ao longo do tempo e valendo-se das tecnologias disponíveis, neste caso, a oralidade (diálogo entre os estudantes e estudantes e professora), a escrita (uso

do lápis-e-papel) e a tecnologia-informática (representada pelo uso da calculadora gráfica e o CBL).

Creio que esta influência não seria tão marcante nos dados se tais atividades não se valessem de tecnologias informáticas. Enfim, a ausência da coleta de dados na atividade dos acetatos fez com que emergissem nos estudantes novas idéias e produção de novos experimentos.

7.7 – Os estudantes e suas experiências com o CBL

Os fatos relatados neste tema foram extraídos, em sua maioria, da entrevista coletiva realizada com os estudantes após o encerramento dos Experimentos de Ensino. Este tema vem retratar a visão dos estudantes com relação às atividades que eles realizaram com o sistema CBL, auxiliando-me a responder, ora implicitamente, ora mais explicitamente a pergunta-diretriz desta pesquisa.

Os alunos acreditam que, apesar de a atividade ser a mesma para todas as duplas, cada uma havia desenvolvido o experimento à sua maneira, havendo diferenças entre as duplas. Por este motivo Marcos sugeriu a entrevista coletiva, visando saber o que cada um havia feito. Essa característica, notada pelos estudantes, é atribuída às atividades investigativas.

De um modo geral, eles criticaram a condução das atividades em laboratório nas quais já participaram antes do experimento com o CBL e argumentaram que tais atividades foram conduzidas, não ocorrendo investigação. Disseram, ainda, que a maioria dos gráficos ou procedimentos eram feitos somente para ilustrar o que já tinha sido visto na teoria.

Quando questionados sobre a integração da Matemática e da Física, nas atividades realizadas com o sistema CBL, todos os alunos opinam no sentido de que esta integração existiu, sendo que alguns exemplificam da seguinte maneira:

Marcos: "Um exemplo disso foi na hora de integrar, a gente nunca tinha visto aquilo, mas você estava na Física e caiu na Matemática. A gente aprendeu integração fazendo Física e eu acho que essa interação foi boa.";

Raphael: "A chance de você poder pegar o fenômeno físico e colocar numa equação matemática é uma integração das duas.";

Ivan: "Nas atividades, não dava pra esquecer da Física e ir pra Matemática e vice-versa.";

Diogo: "A todo o momento, houve a integração das duas nas atividades.";

Elton: "Eu senti essa integração na hora da exponencial igual a zero, na atividade do resfriamento. Eu percebi que as duas andam juntas.".

Com relação aos Experimentos de Ensino, os estudantes destacaram a possibilidade de lidar com as condições do fenômeno, ou seja, de alterar essas condições, como feito pela dupla Rodrigo e Raphael na atividade de resfriamento, modificando o recipiente e analisando a área de contato com o ambiente entre outros.

Os estudantes ressaltam, como ponto positivo, o fato de as atividades serem feitas em duplas, gerando a possibilidade de discussão e de posterior mudança de opinião ou, ainda, de defesa de determinado ponto de vista. Elton diz: "Eu gostei da interação que a gente fez, cada um vai falando uma coisa e vai clareando as idéias. A discussão ajudava a entender a perspectiva do todo".

Rodrigo ressalta, como ponto positivo, o fato de a atividade ser aberta, não restringindo o estudante somente à ficha de trabalho, mas, ao contrário, dando a possibilidade de ir além, ou seja, incitando o aluno a investigar suas curiosidades.

Essa visão dos estudantes, com relação às atividades realizadas, se junta aos outros temas já analisados, ressaltando a importância da pergunta diretriz da presente pesquisa. Essa importância, muitas vezes, toma forma, devido à não integração hoje em sala de aula dessas disciplinas.

Se, de um lado, os alunos não vêem sentido na Matemática, devido à sua abstração, muitas vezes, esses mesmos alunos sentem o mesmo em relação à Física, não entendendo o porquê de adotar o vácuo, um plano sem atrito, entre outras condições.

Isso me leva a crer que são necessárias pesquisas nesta área, investigações que busquem, como esta, a integração entre essas duas disciplinas. Nesse cenário, a Educação Matemática tem sido um campo fértil para alicerçar essas pesquisas.

7.8 – A Professora, o sistema CBL e os Experimentos de Ensino

Através dos dados é possível notar que o trabalho do professor traz como característica a potencialização de ações que ajudem o aluno na exploração do seu conhecimento. Desta forma, este tema se associa à pergunta de pesquisa, à medida que explora as experiências que a professora vivenciou nos Experimentos de Ensino (E.E.).

Antes da realização dos E.E., imaginava que não deveria dar as respostas para os estudantes e também não deveria influenciar as respostas fornecidas pelos mesmos, já que as atividades deveriam ser abertas, de modo a estimular a Matemática dos estudantes. Com esta concepção, fui a campo.

Em campo, diferentes fatos se apresentaram, tais como: na atividade da mistura, os estudantes modificarem os recipientes, alterarem os volumes dos líquidos e não caminharem de forma espontânea à finalização do experimento.

Nestes momentos, por muitas vezes, a professora direcionou os estudantes para o seu objetivo de trabalho didático previamente planejado. Durante os E.E., a ação da professora objetivou estimular o contraste, no sentido atribuído por Steffe e Thompson (2000), para que os estudantes pudessem relacionar a Matemática e a Física presentes nas atividades. Desta forma, em alguns episódios, ela conduziu o experimento, ou ainda direcionou os momentos de ensino e aprendizagem junto aos estudantes. Muitas vezes, auxiliando os alunos tecnicamente na execução do experimento, seja na definição de comandos, na retirada de dados experimentais ou, ainda, na escolha de menus e telas da calculadora, os dados de pesquisa indicam que o professor tem um papel fundamental nas decisões manifestadas pelos alunos, mormente nas atividades nas quais o sistema CBL (ou uma tecnologia informática) está presente.

Sob o ponto de vista dos Experimentos de Ensino, as diversas dúvidas instauradas pela professora nos estudantes serviram para desestabilizar as concepções destes alunos naqueles momentos, trazendo aspectos positivos na construção de um aprendizado apoiado na experimentação produzida por eles.

Particularmente, nesses momentos de experimentação e posterior discussão, a professora teve uma participação importante, articulando o trinômio: **visão do aluno, evidências experimentais e modelos teóricos físicos/matemáticos**. Desta forma, nota-se a professora estimulando comparações entre este ou aquele modelo, confrontando diferenças e semelhanças junto aos dados experimentais, visando a uma transformação no aprendizado dos estudantes.

Ora, esse posicionamento exigiu que a mesma estivesse atenta para coordenar, junto com os alunos, a leitura, a experimentação e o uso dos equipamentos, destacando os conceitos físicos e matemáticos presentes nas atividades.

De um outro lado, as atividades propiciaram aos estudantes o desenvolvimento de atitudes, pois, ao manifestar seu modo de pensar sobre determinado assunto, cada aluno teve, também, a oportunidade de exercitar atitudes de convivência em sua dupla de trabalho. Além de os estudantes dizerem o que pensam e assumirem posicionamentos próprios, cada aluno soube também ouvir, respeitar a opinião do outro colega e possivelmente com ele negociar sobre as diferentes leituras de um mesmo problema.

Não era esperado que os alunos conseguissem chegar sozinhos à expressão matemática do fenômeno em análise, ou seja, sem a participação da professora nesse processo. Entretanto, com as informações obtidas nos experimentos (medidas e observações), eles puderam externar seus pensamentos, através das diversas mídias presentes (oralidade, escrita e informática). Desta forma, as atividades com o uso do sistema CBL propiciaram aos estudantes situações favoráveis para explicitar suas concepções sobre o tema que era estudado no experimento, trabalhando de forma igualitária a Matemática e a Física ali existentes.

Esses momentos propiciaram à professora acesso aos saberes dos alunos, denominado por Steffe e Thompson (2000) de Matemática dos estudantes. Tais momentos ocorreram naturalmente, pois o aluno, ao responder questões específicas sobre o tema em estudo, propostas na ficha de trabalho, expôs seu modo de pensar, socializando-o e sendo valorizado como co-participante na construção do conhecimento por aquele coletivo.

De um modo geral, acredito que o papel do professor no desenvolvimento da experiência toma forma de apresentar aos alunos um volume maior ou menor de informação estruturada, objetivando sempre o aprendizado do estudante. Não

obstante, a professora priorizou a investigação feita pelo aluno dos fenômenos físicos e das relações matemáticas existentes nas experiências. Em consonância com Valadares (2002), foram os alunos que, mais ou menos guiados pela professora, encontraram respostas às questões vindas do fenômeno e, deste modo, construíram novos conhecimentos tanto físicos quanto matemáticos.

Fatos inusitados surpreenderam a professora, como, por exemplo, a dupla Raphael e Rodrigo, na atividade de resfriamento, coletar os dados experimentais por 28 minutos. Apesar de os E.E. serem feitos em um ambiente extra-sala de aula, as **tensões** que podem ocorrer nos E.E.s são similares às da sala de aula. Uma tensão marcante foi a diferença de casas decimais ocorrida entre o modelo e os dados experimentais, nomeando o episódio ***"O número de casas decimais utilizadas nas constantes do modelo da equação"***, construído pela dupla Raphael e Rodrigo, na atividade de resfriamento. Nesta atividade, a professora sentiu-se deslocada da zona de conforto à zona de risco, conforme discutido por Borba e Penteado (2001).

Os conceitos de **zona de conforto e zona de risco** abordam questões ligadas ao risco de perda de controle e obsolescência; entretanto, nesta análise, focalizarei somente a temática quanto à perda de controle.

Para os autores, esta perda surge "em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador" (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 55). Os problemas técnicos podem ser diversos e, dependendo de sua dimensão, podem paralisar uma atividade.

Quando o professor trabalha com tecnologias informáticas (computadores, calculadoras gráficas e sistemas de aquisição de dados), é possível que os alunos façam algum tipo de questionamento no qual o professor ainda não tenha pensado. São essas experiências que caracterizam o caminhar do professor pela zona de risco. Seguindo essa linha de pensamento, apresento um dos pontos marcantes da vivência da professora na zona de risco, caracterizado no número de casas decimais utilizadas no modelo do fenômeno com a dupla Raphael e Rodrigo.

O que ocorreu nesse episódio foi uma sensibilidade do modelo ao número de casas decimais utilizadas. Num primeiro encontro, os estudantes coletaram os dados experimentais e fizeram a regressão exponencial na calculadora. Posteriormente, no outro encontro, os estudantes resgataram os dados experimentais armazenados na

calculadora e re-digitaram a equação que representa o fenômeno e, devido ao número de casas decimais utilizadas, este ficou extremamente distante dos dados experimentais.

Outro ponto de tensão vivido pela professora deu-se quando os alunos, ao observarem a curva de aquecimento da água, aqueceram-na até sua ebulição. Há um risco em danificar os sensores, devido à exposição a altas temperaturas.

Esta análise indica que cabe ao professor coordenar os grupos de trabalho, ficando atento às dúvidas dos estudantes com relação à execução da atividade, procurando não interferir demasiadamente nas opções conceituais dos alunos. Antes de dar respostas, o professor deve incentivar o aluno a explicitar livremente suas idéias sobre o fenômeno em estudo.

Os momentos de predição devem ser vistos pelo professor como momentos de interação entre os alunos**,** como no episódio ***"A predição, um momento de discussão"***, não importando se as idéias por eles manifestadas estão ou não de acordo com as idéias aceitas pela Ciência de um modo geral. Isto porque todas as questões veiculadas, durante o trabalho experimental, bem como os resultados alcançados, serão novamente discutidos, analisados e avaliados no grupo, posteriormente, numa ação conjunta de professor e aluno.

Neste capítulo, apresentei uma análise dos episódios, procurando entrelaçá-los com a literatura pertinente, apresentada em capítulos anteriores, sob a luz do referencial teórico. Desta forma, este capítulo propiciou a construção de possíveis respostas à pergunta de pesquisa, manifestadas nos temas aqui apresentados.

No próximo capítulo, retomo alguns pontos importantes apresentados durante toda a dissertação, bem como algumas dessas respostas à pergunta de pesquisa, de maneira a apontar caminhos possíveis tanto para o professor quanto para futuras pesquisas na área de Educação Matemática.

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável [...] para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer" (Albert Einstein)

8.1 – Introdução

Iniciei esta dissertação apresentando a pesquisa, sua problemática, bem como a minha trajetória como pesquisadora. Esses pontos desembocaram na pergunta de pesquisa, que se manteve, com pequenos ajustes, durante todo caminhar desta investigação: **Como estudantes trabalham conceitos matemáticos e físicos utilizando o CBL (Calculator Based Laboratory) e a Calculadora Gráfica em atividades de experimentação?**

Devido à necessidade de pesquisas envolvendo a Matemática e a Física, a problemática de pesquisa foi expandida no capítulo 02, mostrando os pontos em comum entre essas duas disciplinas e também as particularidades das atividades experimentais de ambas.

O capítulo 03 aborda tecnicamente os instrumentos: calculadora gráfica, CBL e sensores, empregados nesta pesquisa. Fez-se pertinente, então, uma revisão de literatura, retratando como estes instrumentos foram utilizados por outros pesquisadores, dentro e fora da Educação Matemática, proposta que caracterizou o desenvolvimento do capítulo 04.

A concepção teórica desta dissertação toma seu lugar também nesse capítulo de revisão de literatura. São adotadas as perspectivas de reorganização do pensamento de Tikhomirov (1981), assumindo que uma nova tecnologia não somente se justapõe aos seres humanos, mas interage com eles. Dessa forma, o pensamento é exercido pelo sistema seres-humanos-com-mídias, no sentido

proposto por Borba (1999, 2001). Esse sistema vem simbolizar que não deve haver uma dicotomia entre a técnica e o ser humano.

Os procedimentos metodológicos que foram adotados nesta investigação são expostos no capítulo 05, gerando dados que são apresentados na forma de episódios, no capítulo 06, e analisados por temas, no capítulo 07, sob a luz da revisão de literatura, problemática e referencial teórico, procurando responder à pergunta norteadora desta pesquisa.

Neste capítulo, além da breve síntese da dissertação acima, teço uma discussão final desta proposta, vislumbrando possíveis formas para o trabalho do professor, utilizando o sistema CBL em sala de aula e, por fim, faço um encerramento pessoal deste trabalho.

8.2 – Convergências

Este trabalho tem por objetivo verificar como os estudantes relacionam a Matemática e a Física, presentes em atividades de experimentação, com o uso do sistema CBL.

Durante a realização das atividades, os estudantes trouxeram suas concepções matemáticas, as quais foram enriquecidas e também ampliadas com o uso do sistema CBL. Deste modo, as mídias, muitas vezes, condicionaram o pensamento desses estudantes, fazendo-os pensar com o sistema CBL, produzindo significados que talvez não seriam possíveis sem o uso desses instrumentos.

Nesse sentido, viu-se que os estudantes integraram a Física com a Matemática, utilizando as mídias disponíveis. Embora alguns estudantes, mesmo executando os experimentos, ainda mantiveram separadas essas disciplinas, ou, ainda, perceberam a teoria não associada com a prática. Este estudo vem mostrar a importância de atividades abertas, dando a oportunidade para que os alunos possam vivenciar suas conjecturas matemáticas e físicas.

Em todos os episódios, os estudantes partiram dos dados experimentais (evidências) e de suas concepções, para conceber a equação do modelo. Muitas vezes, tal equação foi expressa pelos estudantes através da linguagem verbal, escrita, tabelas, gráficos e manuseio dos instrumentos. Essas mídias articuladas

pelos atores fizeram emergir neles uma nova forma de pensamento, na qual a Matemática e a Física se apresentaram sem estarem dissociadas.

Na predição e na experimentação, fases constituídas nas atividades, o mais importante não foi a busca do consenso de opiniões dentro do grupo, mas, sobretudo, o levantamento de questões, nas quais cada aluno pôde se sentir à vontade para colocar suas dúvidas e tentar explicar, à sua maneira, o fenômeno físico observado. Embora as manifestações dos alunos estejam de acordo com os princípios da ciência constituída, o que se esperava era o fluxo de idéias próprias e alternativas, a formulação de perguntas com relação ao fenômeno em questão e, acima de tudo, que eles pudessem relacionar a Matemática e a Física aos experimentos.

Todas as idéias e as informações veiculadas durante o trabalho experimental, como observações, medidas, conclusões, dúvidas e questões levantadas, foram devidamente socializadas no grupo. Posteriormente, coordenado pela professora e com a efetiva participação dos alunos, essas informações foram sistematizadas, analisadas e avaliadas.

Assim, os resultados da pesquisa estão diretamente ligados à natureza das atividades propostas, sendo estas físicas e matemáticas, e que o papel e o conhecimento do professor influencia os estudantes no uso dos instrumentos durante a execução das atividades. O professor torna-se relevante para realizar fechamentos, contrastes e/ou articulações, como os apresentados no capítulo de dados e análise.

Portanto, tratando-se da integração dessas disciplinas em um ambiente de experimentação e ensino, apresento, a seguir, algumas perspectivas que vislumbro sobre as possíveis formas de se trabalhar as atividades experimentais em sala de aula.

As sugestões feitas a seguir não estão diretamente apoiadas na pesquisa feita, como verá o leitor. São, entretanto, possibilidades que vislumbro buscando uma aproximação das atividades contidas nesta dissertação com a sala de aula.

8.3 – Possíveis perspectivas de se trabalhar com o sistema CBL em sala de aula

Durante o desenvolvimento da dissertação, o leitor, muitas vezes professor, poderá pensar: como eu poderia desenvolver atividades, utilizando a calculadora gráfica e o CBL em minha sala de aula? Como eu poderia transpor as experiências vividas, por um pequeno grupo, nesta dissertação, à sala de aula na Universidade na qual leciono?

Foram esses questionamentos em minha mente que convergiram para a criação desta seção, na qual faço uma ampliação das formas que o professor poderá trabalhar com as atividades propostas por esta pesquisa. Essas formas emergiram dos dados analisados no capítulo anterior. Entretanto, vale ressaltar que a maneira de trabalho desenvolvida pelo docente dependerá dos equipamentos a que ele terá acesso, da quantidade de alunos por sala, do tempo de aula disponível para tais atividades e do nível de conforto deste professor para a realização de tais tarefas, além, é claro, da estrutura organizacional da Instituição à qual este docente pertence.

O objetivo desta seção é destacar maneiras possíveis de se trabalhar as atividades utilizando o sistema CBL em sala de aula. Em cada uma delas, o leitor perceberá pontos de destaque, ou, ainda, identificará sua realidade escolar na forma de trabalho do docente, descrita abaixo. Assim, o professor saberá optar pela forma de trabalho que melhor se adequar à sua realidade escolar e, quem sabe ainda, criar uma própria estratégia de trabalho, envolvendo o uso do sistema CBL.

8.3.1 – O professor desenvolve o experimento

Para ilustrar a questão da primeira forma de trabalho, o professor desenvolve o experimento para a sala de aula, com objetivo de mostrar como se realiza uma experiência prática, utilizando o sistema CBL. Depois de coletados os dados experimentais, o professor transfere tais dados para as máquinas dos estudantes e esses, por sua vez, trabalham, modelando matematicamente o fenômeno. Neste

modo de trabalho, o leitor pode perceber que os alunos não têm a oportunidade de manusear o CBL, somente a calculadora gráfica com os dados já coletados.

Devido ao tempo de duração dos Experimentos de Ensino, foi utilizado parcialmente[1] este método nas atividades dos acetatos, suprimindo desta a coleta de dados experimentais feita pelo CBL, para enfatizar, junto aos estudantes, a experimentação matemática com o uso da calculadora gráfica.

Essa forma de trabalho traz a vantagem de ser possível executar um experimento real em sala de aula, sem ter muitos equipamentos ou suprimentos de laboratório, pois as calculadoras são as mais utilizadas. Segundo Randall (1998, p. 14), "essa técnica pode ser usada quando o professor dispuser de somente uma unidade de um tipo de sensor", justificando, então, tal experiência. Com essa técnica, o experimento toma pouco tempo do período de aula.

De um outro lado, noto que nessa perspectiva de trabalho, os alunos nunca têm a oportunidade de manusear um experimento por completo. Neste caso, em específico, não é dada a eles a chance de coletar seus próprios dados experimentais.

8.3.2 – Um grupo de alunos coleta os dados e compartilha com toda a sala

Nesta segunda abordagem, todos os alunos passam pela fase da predição, porém somente um pequeno grupo[2] de alunos realiza o procedimento de coleta de dados. A esse grupo de alunos cabe a realização do experimento na presença de toda a classe ou efetuar o experimento fora da sala de aula (em momentos de monitoria, por exemplo). Após o grupo recolher os dados experimentais, eles compartilham com a sala esses dados e toda a sala efetua o tratamento matemático com o auxílio do professor.

Nesta forma de trabalho, é possível utilizar o sistema CBL em classes de qualquer tamanho, uma vez que o experimento requer somente uma unidade do aparelho CBL. Esse tipo de estratégia desenvolve nos alunos participantes da coleta

[1] Nesta forma de trabalho, o professor coleta dos dados na sala de aula. Na atividade dos acetatos, os dados foram coletados sem a presença dos alunos.
[2] A escolha deste grupo pode ser aleatória ou feita por rodízio na classe de modo que, ao longo do ano, todos possam participar do grupo executor da experiência.

de dados um espírito de liderança em relação à classe e, posteriormente, um senso de solidariedade, no mesmo grupo, no compartilhamento desses dados experimentais.

Em contrapartida, noto que todos alunos terão acesso somente a um único conjunto de dados, não sendo possível a confrontação de dados experimentais entre grupos, além do fato de o processo de coleta de dados ser feito somente por alguns alunos, enquanto o restante da classe somente assiste.

8.3.3 – Cada grupo realiza por completo o experimento

Nesta terceira abordagem, os alunos trabalham em pequenos grupos, desenvolvendo todos os passos da atividade. Neste modo de trabalho, cada grupo possui um CBL e os alunos podem transferir seus dados experimentais para outras calculadoras gráficas.

Este tipo de abordagem permite envolver todos os alunos na execução do experimento. Com isso, todos os alunos vivenciam as fases de predição, desenvolvimento e análise dos dados.

Na sala de aula, diferentes grupos podem gerar dados diferentes (GRANT, 1996a), dando a oportunidade aos alunos de comparar diferentes dados, oriundos de um mesmo experimento. Um ponto de destaque dessa forma de trabalho, para Randall (1998), é a possibilidade de grupos de alunos trabalharem, por exemplo, com substâncias diferentes e analisarem a influência de tais substâncias no resultado do experimento.

Adie e Zoltowski (2000) e Grant (1996a) afirmam que, neste modo de trabalho, todas as análises são desenvolvidas pelos estudantes em suas próprias calculadoras, dando-lhes a oportunidade de analisar os resultados dos outros alunos, de modo a desenvolver seus conhecimentos e habilidades num dado experimento.

Sob um outro ponto de vista, essa forma de trabalho demanda mais equipamentos, uma maior organização tanto do professor, quanto dos alunos em sala de aula, sendo, então, mais difícil de ser aplicada em salas com grande número de alunos.

É importante observar que o professor, em primeira instância, será responsável na decisão por uma das opções de trabalho discutidas acima. Ao olhar para a sua prática, junto à Instituição na qual está vinculado, este profissional também deverá decidir qual direcionamento dará para uma dada atividade, ou, ainda, se essa será uma atividade totalmente livre à exploração ou se terá fichas de trabalho para facilitar o uso dos equipamentos.

Nas atividades realizadas (Luminosidade versus Distância, Acetatos e Resfriamento), evidencia-se os procedimentos presentes na terceira forma de trabalho, ou seja, todos os alunos participantes do Experimento de Ensino realizaram por completo o processo da experiência (predição, desenvolvimento e análise dos dados experimentais). É possível dizer que esse método de trabalho estimulou a participação dos estudantes para perguntar e responder a suas próprias questões, para expressar suas predições, testar suas hipóteses e comunicar os resultados. Arrisco-me a dizer que essa forma de trabalho auxiliou os alunos a entenderem melhor a natureza do fenômeno observado e a relacionarem a Matemática à Física ali existente.

Como já enfocado anteriormente, uma aproximação da primeira forma de trabalho foi vivida pelos atores, na atividade dos acetatos. Nesta, os dados já haviam sido coletados e armazenados nas calculadoras gráficas e, a partir daí, os alunos iniciaram suas investigações.

Destaco, na terceira perspectiva, a oportunidade dada aos alunos de vivenciarem experiências empíricas no aprendizado de Matemática e Física. Creio que esta seja uma das maneiras de propiciar aos estudantes a possibilidade de formar seus próprios conceitos em experiências concretas e ricas de significado. Neste sentido, os alunos têm um **aprendizado ativo,** experimentando com o uso do sistema CBL.

Nesta discussão, meu intuito não foi o de postular uma forma de trabalho em detrimento de outra. O que deve ser ressaltado é que, mesmo com as dificuldades que muitos professores universitários enfrentam quando optam por atividades experimentais, eles não devem deixar de lado a integração das tecnologias em suas aulas. Assim, ao adotar qualquer uma dessas perspectivas, o docente deverá ter em mente que as tecnologias deverão ser vistas como agentes transformadores da dinâmica da sala de aula, tendo um papel fundamental na formação daqueles alunos.

Quando falo sobre a formação dos alunos e, ao mesmo tempo, enfatizo a função transformadora das tecnologias informáticas (calculadora gráfica e CBL), tenho em mente a questão observada na análise dos dados, que foi o registro real da possibilidade de haver uma integração entre a Matemática e a Física em atividades de experimentação, ativando, desta forma, um processo de ensino e aprendizagem para os estudantes, construído pela associação interativa de seres-humanos-com-mídias, sendo as tecnologias não apenas acessórios complementares, mas sim, membros participantes na exploração de conceitos elementares destas disciplinas.

As atividades configuradas pelo sistema CBL não se resumem somente ao ambiente de salas de aula, ou a um laboratório, ambiente fechado. Elas vão além, permitindo ao aluno "sair" deste espaço e explorar conceitos, estendendo seu campo investigativo, tal como muitas vezes acontecia nas atividades. Considero, assim, que muitas questões simples como essa, mas de fundamental importância para o aluno na constatação de suas hipóteses, foram uma das grandes contribuições do sistema CBL na exploração de conceitos matemáticos e físicos, focalizando, assim, uma das contribuições desta dissertação.

8.4 – Considerações Finais

Difícil concluir um trabalho, um projeto que, encampado na Unesp de Rio Claro, levou cerca de dois anos e meio de pesquisa e interação com os meus pares, tanto nas disciplinas, como no "viver o programa" de pós-graduação.

Embora as atividades com calculadoras gráficas estivessem presentes em minha vida acadêmica até a inserção no Mestrado, aceitei um desafio de orientar meus estudos à compreensão da Matemática e da Física, num contexto de ensino e aprendizado com o CBL, uma tecnologia ainda pouco difundida aqui no Brasil.

E foi com essa mistura de ansiedade e, ao mesmo tempo, expectativa, que segui adiante em um trabalho investigativo, que muitas vezes requereu uma atenção especial do GPIMEM, visto que muitas idéias foram discutidas com o grupo e muitas delas levadas a campo.

Uma de minhas preocupações iniciais era não somente exibir os resultados de todo o processo empírico, mas também qual seria a melhor alternativa para que este processo tivesse êxito, pois já havia no GPIMEM investigações realizadas, utilizando sensores e, desta forma, queria somar a elas um trabalho de qualidade semelhante. Assim, esta pesquisa junta-se a essas investigações, à medida que este estudo mostra de maneira particular o papel que o sistema CBL desempenha na reorganização do pensamento dos alunos, conectando a experiência sensorial com a Matemática que os alunos já traziam. Assim, o sistema CBL se torna um fator importante para mostrar novas facetas da Matemática que podem produzir os estudantes.

Em cada linha, em cada palavra selecionada, tal como diz a epígrafe deste capítulo, era um motivo de aprendizado ímpar e constante. Lembro-me das conversas, reuniões, reflexões, ansiedades e do entusiasmo em querer produzir algo que, não somente respondesse às minhas inquietações, mas que, de certa forma, também respondesse ao desejo de todos às suas colaborações.

À medida que me aprofundava no conhecimento sobre as características do CBL, estimulava-me ainda mais a conhecer os seus possíveis campos pedagógicos de atuação. Dessa forma, participei, utilizando partes desse projeto em alguns congressos e seminários, produzindo, assim, pequenas publicações desta pesquisa, gerando uma maior confiança para explorá-lo em sala de aula.

Esses momentos foram concretizados, ora apresentando parte da revisão de literatura, ora a problemática da pesquisa, mostrando aos outros pesquisadores como seria a atividade, em alguns encontros executando a experiência com os presentes, em outros momentos expondo os dados coletados no piloto de pesquisa, ou ainda aplicando essas atividades em uma sala de aula num curso de formação de professores em Ensino de Física e Educação Matemática, sem contar, é claro, com a realização do meu seminário, etapa em que, pude ter contribuições e indicativos de que a pesquisa teria relevância. Que ela simbolizaria em suas partes experiências que os alunos gostariam de vivenciar, ou ainda que em determinados capítulos ela representaria um cenário bem conhecido de todos nós, as atividades experimentais.

Em todos os lugares que passei, ao longo do mestrado, falando, expondo, apresentando, contando desta pesquisa, sempre ouvi uma menção positiva de que

valia a pena pesquisar esse assunto, esse tema, ou ainda lidar com essas áreas do conhecimento.

E foi com esta evidência e motivação de espírito que me empenhei em concretizar o projeto nos moldes em que foi apresentado. De tal maneira que, graças a todos os participantes e colaboradores contidos nessa proposta, pude, tal como a epígrafe sugere: **aprender pela oportunidade**.

Referências

ADIE, G.; The impact of the graphics calculator on Physics Teaching. *Physics Education,* London, v. 33, n. 1, p.50-54, 1998.

ADIE, G.; ZOLTOWSKI, B. The impact of handheld technology on physics teaching for engineers. In: EUROPEAN CONFERENCE ON PHYSICS TEACHING IN ENGINEERING EDUCATION – PTEE, 2., 2000, Budapest. *Proceedings*... Budapest: University of Technology and Economics Budapest, 2000. Disponível em: <http://www.bme.hu/ptee2000/proceed.html>. Acesso em: 08 set. 2002.

ALLEVATO, N. S. G. Iniciando Reflexões sobre o Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas usando Computadores. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2003, Rio Claro. *Anais eletrônicos...* Rio Claro, Unesp, 2003.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais:* pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 2001. 203p.

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - APM. *A renovação do currículo de Matemática.* Lisboa: APM, 1988.

ASPETSBERGER, B.; ASPETSBERGER, K. Modelling and interpreting experimental data. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICS, 2., Crete. *Proceedings…* Crete, Greece: University of Crete, 2002. Disponível em: <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/ICTM2_Presentations_by_Theme.html >. Acesso em: 19 dez. 2003.

AXT, R.; GUIMARÃES, V. H. *Física Experimental:* Manual de laboratório para mecânica e calor. 2. ed, Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 1991. 91p.

BAUGHAN, M. *Advanced Calculators and Mathematics Education*. A Paper for Discussion and Consultation - Report on Consultation. Scottish, [1998?]. Disponível em: <www.svtc.org.uk/resources/SCCC/maths/maths.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2003.

BASSOK, M.; HOLYOAK, K. Interdomain Transfer between Isomorphic Topics in Algebra and Physics. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition,* Arlington, v. 15, p.153-166, 1989.

BARROS, A. J. S.; LEHFELD, N. A. S. *Fundamentos de Metodologia Científica. Um Guia para a Iniciação Científica*. São Paulo: Makron Books, 2000. 122p.

BAUER, M. W.; GASKELL, G. *Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som:* um manual prático. Petrópolis: Vozes, 2000. 516p.

BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003. 316 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2003.

BENEDETTI, F. C. A coordenação das representações de funções racionais com um software gráfico. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2003, Rio Claro. *Anais eletrônicos...* Rio Claro, Unesp, 2003a.

BERNHARD, J. Improving Engineering Physics Teaching – Learning Form Physics Education Research. In: EUROPEAN CONFERENCE ON PHYSICS TEACHING IN ENGINEERING EDUCATION – PTEE, 2., 2000, Budapest. *Proceedings*... Budapest: University of Technology and Economics Budapest, 2000. Disponível em: <http://www.bme.hu/ptee2000/proceed.html>. Acesso em: 08 jul. 2002.

BONAFINI, F. C.; SESTOKAS-FILHO, B. Análise das possibilidades para o uso das calculadoras gráficas nos cursos de Engenharia. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION - ICECE, 3., 2003, Santos. *Proceedings*... Santos: Universidades Lusíadas, 2003.

BONAFINI, F. C.; SESTOKAS-FILHO, B. Um estudo sobre o uso de calculadoras gráficas pelos professores nos cursos de engenharia. In: SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA - SBPC, 55., 2003, Recife. *Anais eletrônicos...* Recife: SBPC, 2003a.

BORBA, M. C. *Students' understanding of transformations of functions using multi-representational software*. 1993. 377 f. Tese (Doutorado em Filosofia) - Cornell University, Ithaca,1993.

BORBA, M. C. O uso de calculadoras gráficas no ensino de funções na sala de aula. In: SEMANA DE ESTUDOS EM PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1995, Local. *Anais... Local:* UFPE, 1995. p. 67-73.

BORBA, M.C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática:* Concepções & Perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.

BORBA, M. C. Calculadoras Gráficas no Brasil. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (Org.) Calculadoras gráficas e Educação Matemática. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999a. p. 15-34.

BORBA. M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2001, Curitiba. *Anais...* Trabalhos Completos. [Curitiba]: UFPR; Universidade Tuiuti do Paraná; PUC-PR, 2001, p. 135-146.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104p.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Dossiê: A pesquisa em Educação matemática no Brasil. In: Educação em Revista, p. 239-252, n. 36, Belo Horizonte: Faculdade de Educação, UFMG, Brasil, 2002.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas. *Revista de Educação Matemática da SBEM-SP,* [São José do Rio Preto], v. 5, n. 3, p. 63-70, 1997.

BORBA, M. C.; SCHEFFER, N. F. The mathematics of motion, sensor, and the introduction of function to eight graders in Brazil. Math in motion: Investigating the relationship and between formal mathematics body action. In: ANNUAL MEETING OF THE AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION – AERA, 82., 2001, Boston. *Proceedings*... Boston: Instituição, 2001

BORBA, M. C.; SCHEFFER, N. F. Sensors, Body, Technology and Multiple Representations. In: INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION – PME, 27.2003, Hawaii. *Proceedings*... Estados Unidos: Instituição, p.121-126, 2003.

BORBA. M. C.; VILLARREAL M. E. Calculadoras gráficas e reorganização do pensamento: a transição de funções para derivadas. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (Org.). *Calculadoras gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Art Bureau, 1999. p. 115 – 130.

BRASELL, H. The effects of real-time laboratory graphing on learning graphic representation of distance and velocity. *Journal of Research in Science Teaching*, New York, v. 24, n.4, 385-395, 1987.

CALDWELL, F. Bring functions and graphs to life with the CBL. In: *AMATYC* ANNUAL CONFERENCE, 1996, Local. *Proceedings*… Local: *AMATYC*, 1996. Disponível em: <www.amatyc.org/Proceedings/LongBeach22/Caldwell.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2003.

CASEY, D. A. *A Cultural Study of a Science Classroom and Graphing Calculator-based Technology*. 2001. Tese (Doutorado) - Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001. Disponível em: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-12052001-221551/unrestricted/edfront.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2003.

CATES, B. B. CBL Activities and Students' Conceptual Knowledge of Functions Calculators. In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON TECHNOLOGY IN COLLEGIATE MATHEMATICS - EPICTCM, 40., 2001, Baltimore, *Electronic Proceedings...* Baltimore: Instituição Responsável pelo evento, 2001. Disponível em: <http://archives.math.utk.edu/ICTCM/EP-14/C23/html/paper.html>. Acesso em: 15 dez. 2003.

CLARKE, L. Getting into the "Swing" of functions. The Mathematics Teacher, Syracuse - NY, v. 90, n. 02, p.102-106, 1997.

CORTÉS-FIGUEROA, J. E.; MOORE, D. A. Using CBL technology and a graphing calculator to teach the kinetics of consecutive first-order reactions. *Journal of Chemical Education*, Easton - PA., v. 76, n. 05, p. 635-638, 1999.

COSTA, S. F. *Método Científico:* os caminhos da investigação. São Paulo: Harbra, 2001. 100p

CRUZ, C. H. B.; et al, *F129 - Física Experimental I, Guia do Curso de Laboratório*. Instituto de Física Gleb Wataghin - Unicamp, 1997 33p.

CUNHA, F. M.; LEÃO, J. A.; LIMA, E. N. C. Metodologia para Aulas de Laboratório: Uma Experiência com Circuitos Elétricos. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION - ICECE, 2., 2000, São Paulo. *Proceedings...* São Paulo: Faculdades Senac, 2000.

DOERR, H.; ZANGOR, R. Creating Meaning for and with the Graphing Calculator. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht - Holanda, v. 41. p.143-163, 2000.

DUNHAM, P. H.; DICK, T. P. Research on Graphing Calculators. *Mathematics Teacher*, Syracuse - NY, v. 87, p. 440-445, 1994.

ELLIOTT, D. *Enduring Science Report.* ESCI 9020, 2000. Disponível em: <www.arches.uga.edu/~delliott/courses/esci9020/Enduring%20Sciencie%20Report.pdf>. Acesso em: 09 set. 2002.

ESCOBAR, D. Are Mathematics for other disciplines different mathematics? In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICS, 2., 2002, Crete. *Proceedings…* Crete, Greece: University of Crete, Greece, 2002. Disponível em: <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/ICTM2_Presentations_by_Theme.html>. Acesso em: 19 dez. 2003.

FRANCHI, R. *A modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia*. 1993. 148 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1993.

FRANCHI, R. Cursos de Cálculo: uma proposta alternativa. *Temas e Debates, Blumenau*, v. 8, n. 6, p. 39-43, 1995.

FRANT, J. B. Tecnologia, corpo, linguagem: cognição. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2001, Curitiba. *Anais...* [Curitiba]: UFPR; Universidade Tuiuti do Paraná; PUC-PR, p. 121-134. 2001.

GIORGETTI, M. F. Formulação e Solução de problemas em engenharia através de estratégia de integração com disciplinas de formação básica. In: ENCONTRO REGIONAL DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA. 1., 2000, Porto Alegre. *Anais Eletrônicos....* Porto Alegre: PUC-RS, 2000.

GIORGETTI, M. F. Simulação matemática de problemas de engenharia: Sobre a arte da formulação de modelos matemáticos. 2002. Disponível em: <www.asee.org/internacional/INTERTECH2002/628.pdf >. Acesso em: 07 ago. 2002.

Glossário de Termos Técnicos em Radiação Atmosférica. *Lei de Beer-Bouguer-Lambert*. [2000?]. Disponível em: http://www3.cptec.inpe.br/satelite/metsat/pesquisa/gloss/gloss_fo.htm#lei de Beer-Bouguer-Lambert. Acesso em: 24/05/03.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar:* como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 4 ed. Rio de Janeiro: Record, 2000. 107p.

GRANT, F. *Using graphics calculators in classroom*. Mathematical Modelling with a CBL. [1996?] Association of Teachers of Mathematics (ATM). Disponível em:

<http://www.atm.org.uk/publications/articles/mmarchivepdfs/mm123grant.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2003.

GRANT, F. *The calculator based laboratory and distance-time graphs.* [1996a?] Association of Teachers of Mathematics (ATM). Disponível em: <http://www.atm.org.uk/publications/articles/mmarchivepdfs/mm123granta.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2003.

GRANT, F.; SEARL, J. Mathematical Modelling with a Graphics Calculator. In. GOMES, P.; WAITS, B. *Roles of Calculators in the Classroom.* 1996. p. 71-86. Disponível em: <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/tg18/ArchivosPDF/Grant.pdf>. Acesso em: 29 abr. 2003.

HALE, P. Connecting Research to Teaching: Kinematics and Graphs: Students´Difficulties and CBLs. *Mathematics Teacher*, Syracuse - NY, v. 93, p. 414-418, 2000.

HEID, M. K. The technological revolution and the reform of school mathematics. (Reforming the third R: Changing the School Mathematics Curriculum). *American Journal of Education*, Chicago, v. 106, n. 01, p.05-57, 1997.

HENNIES, C. E.; GUIMARÃES, W. O. N.; ROVERSI, J. O.; VARGAS, H. *Problemas Experimentais em Física.* 3. ed, v. 2. São Paulo: Editora da Unicamp, 1991,165p. ISBN: 85-268-0105-8

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS ANÍSIO TEIXEIRA - INEP. O que é o SAEB*?*. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/oquee.htm>. Acesso em: 11 mai. 2003.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS ANÍSIO TEIXEIRA - INEP. Exame Nacional de Cursos – *Provão*. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/superior/provao/>.Acesso em: 11 mai. 2003.

JESKOVÁ, Z., ONDEROVÁ, L. Active Learning in Physical Laboratory. In: EUROPEAN CONFERENCE ON PHYSICS TEACHING IN ENGINEERING EDUCATION – PTEE, 2., 2000, Budapest. *Proceedings*... Budapest: University of Technology and Economics Budapest, 2000. Disponível em: <http://www.bme.hu/ptee2000/proceed.html>. Acesso em: 08 jul. 2002.

KELLER, B. A. Shedding Light on the Subject. *The Mathematics Teacher*, Syracuse - NY, v. 91, n. 9, p. 756-767, 1998.

KEMP, M.; KISSANE, B.; BRADLEY, J. Graphics calculator use in examinations: Accident or design? *Australian Senior Mathematics Journal*, Local, v. 10, n.1, p.36-50, 1996.

KRASILCHIK, M. *O professor e o currículo de Ciências*. São Paulo: EDUSP, 1987. (Temas Básicos de Educação e Ensino).

KWON, O. N. The effect of Calculator-Based Ranger Activities on Students´ Graphing Ability. *School Science and Mathematics*, Menasha, Wis., v. 102, n. 2, p.57-67, 2002.

LEONARD, W.H. A recipe for Uncookbooking laboratory investigations. *Journal of College Science Teaching*, Washington, v. 21, n. 02, p. 84-87, 1991.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência. o futuro do pensamento na era da informática*. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993. 203 p.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 1999. 212 p.

LINCOLN,Y.S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills: Sage Publ, 1985.

LINN, M.C.; LAYMAN, J.; NACHMIAS, R. Cognitive consequences of microcomputer-based laboratories: Graphing skill development. *Contemporary Educational Psychology,* San Diego - Califórnia*.,* v. 12, n. 3, p. 244-253, 1987.

LOCHHEAD, J.; COLLURA, J. A cure for cookbook laboratories. *The Physics Teacher*, College Park - Md., v. 19, n. 1, p. 46-50, 1981.

LOTTIS, D. K.; MACHADO, M. L.; HIAR, L. L. Abordagem de demonstrações práticas na disciplina "Instrumentação para Ensino de Física". In: Garcia, Nilson M. D. (org.). *Atas do XV Simpósio Nacional de Ensino de Física*. Curitiba : CEFET-PR, 2003. p. 1417 a 1425. 1 CD-ROM.

LUDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas*.* São Paulo: EPU, 1986.

MASSON, T. J.; BERNARDINI, P. J.; SILVA, G. *Física Experimental I*. São Paulo: PKR Gráfica e Editora Ltda, 1998. 183p

MCDERMOTT, L.C. Como enseñamos y como aprenden los estudiantes: Un desajuste? – Primera Parte. In: ESCOLA LATINO-AMERICANA SOBRE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA - ELAIEF, 3., 1996, Porto Alegre. Atas... Porto Alegre: UFRGS, 1996. p. 11-25.

MCDERMOTT, L.C. Como enseñamos y como aprenden los estudiantes: Un desajuste? – Segunda Parte. In: ESCOLA LATINO-AMERICANA SOBRE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA - ELAIEF, 3., 1996a, Porto Alegre. Atas... Porto Alegre: UFRGS, 1996. p. 27-28.

MCDERMOTT, L.C.; ROSENQUIST, M.L.; VAN ZEE, E.H. Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, New York, v.55, n.6, p. 503-513, 1987.

MIYASAKI, M. M. *Materiais Didáticos despertam interessa dos alunos na aula de Matemática*? São Carlos, 2003. Disponível em: <http://www2.dm.ufscar.br/~darezzo/tb2003/melissa_militie.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2004.

MOREIRA, M. A.; LEVANDOWSKI, C. E. *Diferentes abordagens ao ensino de laboratório.* Porto Alegre: Editora da UFRGS, 1983. 117p.

MOKROS, J.R.; TINKER, R.F. The impact of micro-computer based labs on children's ability to interpret graphs. *Journal of Research in Science Teaching,* New York*,* v. 24, n. 4, p. 369-383, 1987.

OLDKNOW, *A. Real data in the mathematics classroom.* [1998?]. Association of Teachers of Mathematics (ATM). Disponível em: <http://www.atm.org.uk/publications/articles/mmarchivepdfs/mm142oldknow.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2003.

OLDKNOW, A.; TAYLOR, R. *Teaching Mathematics with ICT*. London: Continuum, 2000. 243p.

OLÍMPIO-JÚNIOR, A. Escrita, sistema de computação algébrica, e concepções sobre conceitos fundamentais do Cálculo. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2003, Rio Claro. *Anais eletrônicos...* Rio Claro: Unesp, 2003.

PEREZ, G. *O Laboratório de Ensino e os Materiais Didáticos no Ensino da Matemática*. Rio Claro: UNESP,1993. Apostila.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. An analytical model for studying the development of mathematical ideas using videotape data. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 23., 2001, Snowbird. [New Brunswick: Department of Learning and Teaching, Graduate School of Education, Rutgers University], 2001. 23p.

RAMOS, L. A. M. *Física Experimental*. Porto Alegre: Editora Mercado Aberto, 1984. 342p.

RANDALL, J. *Sensor Sensibility*. Algebra Explorations with a CBL, a TI-82 or TI83, and Sensors. United States of America: Key Curriculum Press, 1998.

ROYUK, B. *Interactive-engagement vs. cookbook laboratory procedures in MBL mechanics exercises*. 2002. 154f. Tese (Doutorado em Filosofia) - University of Nebraska, Lincoln; Nebraska, 2002. Disponível em: <http://www.dwb.unl.edu/Diss/Royuk/Royuk_Diss_Full.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2002.

SÁ, E. F.; BORGES, O. Como os alunos e professores compreendem os propósitos de uma atividade de laboratório. In: MOREIRA, M. A. ; COSTA, S. C. (Org.). Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Porto Alegre: ABRAPEC, 2001.

SCHAEFFER, L.; RICHTER, A. Importance of the Consolidation of the Laboratories in the Current Brazilian Educational System. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION - ICECE, 2., 2000, São Paulo. *Proceedings*... São Paulo: Faculdades Senac, 2000.

SCHEFFER, N. F. *Sensores, Informática e o Corpo: A Noção de Movimento no Ensino Fundamental*. 2001. 242f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

SCHEFFER, N. F. Interação de Sensores, Informática e o Corpo-Próprio: Uma Discussão Matemática sobre a Noção de Movimento. BOLEMA - Boletim de Educação Matemática, p. 37-55, Ano 16, n. 20, Rio Claro, São Paulo, Brasil, 2003.

SESTOKAS-FILHO, B.; BONAFINI, F.C. Graphics Calculator as a Personal Mathematical Assistant in Engineering Courses. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION - ICECE, 2., 2000, São Paulo. *Proceedings*... São Paulo: Faculdades Senac, 2000.

SESTOKAS-FILHO, B.; BONAFINI, F. C. Os Ensinamentos da Matemática e da Física podem ser conectados através de Calculadoras Gráficas?. In: SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA - SBPC, 53., 2001. Salvador. *Anais eletrônicos...* Salvador: SBPC, 2001.

SESTOKAS-FILHO, B.; BONAFINI, F.C. The use of Graphics Calculators to extract meaning from parameters. 2002. Disponível em: <www.asee.org/internacional/INTERTECH2002/140.pdf >. Acesso em: 07 ago. 2002.

SESTOKAS-FILHO, B.; BONAFINI, F.C. Hand-Held Technologies in Classroom Activities: New Problems with New Goals. 2002. Disponível em: < www.asee.org/international/INTERTECH2002/139.pdf >. Acesso em: 07 ago. 2002a.

SESTOKAS-FILHO, B.; BONAFINI; F.C.; ANTUNES, G. S. A Incorporação das Calculadoras Gráficas nas Disciplinas Básicas dos Cursos de Física e Engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA- COBENGE, 31, 2003, Rio de Janeiro. *Anais Eletrônicos...* Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2003.

SHILAND, T. W. Decookbook it!. *Science and Children*, Washington, v. 35, n. 3, p.14-18, 1997.

SOUZA, T. A. *Calculadoras Gráficas:* Uma Proposta Didático-Pedagógica para o Tema Funções Quadráticas. 221f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1996.

SOUZA, T.A.; BORBA, M.C. Calculadoras Gráficas e Funções. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPEM, 4., 1996, São Paulo. *IV Encontro aulista de Educação Matemática*. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1996. p.89-96.

SOUZA, T.A.; BORBA, M.C. Calculadoras Gráficas e Funções na Aula de Matemática. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPEM, 6,. São Leopoldo.*IV Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Leopoldo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática/Unisinos, 1998. p.274-275.

STEFFE, L. P.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In: LESH, R.; KELLY, A. E. (Ed.). *Handbook of research data design in mathematics and science education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 2000. p.267-307.

STORCH, D. *Utilizando a Calculadora em sala de aula: muito mais do que uma máquina de fazer contas.* Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM), 2001, São Paulo. Palestra

STEWART, J. *Cálculo*. 4. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. 579p.

TERC - Technical Education Research Center. Disponível em: <www.terc.edu> Acesso em: 15 nov. 2002.

TIKHOMIROV, O.K. The Psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J.V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology.* New York: M.E.Sharpe, 1981. p. 256-278.

THORNTON, R. K. Tools for scientific thinking: learning physical concepts with real-time laboratory measurement tools. Reading, MA: 1990.

THORNTON, R. K.; SOKOLOFF, D.R. Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools. *American Journal of Physics*, New York, v. 58, n. 9, p. 858-867, 1990.

TORZO, G. et al. A new microcomputer-based laboratory version of the Rüchardt experiment for measuring the ratio g = Cp/Cv in air. *American Journal of Physics*, New York, v. 69, n. 11, p.1208 - 1211, 2001.

TURTELLI, A. *Introdução e roteiro teórico para o curso de F 129, com sugestões sobre elaboração de relatório; medidas; algarismos significativos; teoria de erros simplificada; elaboração de tabelas e gráficos; uso de papel dilog e monolog; alguns exercícios.* [2000?]. Disponível em: <http://www.ifi.unicamp.br/~turtelli/apost1.html> Acesso em: 25 nov. 2002.

TURRIONI, A. M. S. O Laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,7., 2003, Rio Claro. *Anais eletrônicos*... Rio Claro: Unesp, 2003.

VALADARES, J. Estratégias Construtivistas e Investigativas no Ensino das Ciências. [2002?]. Disponível em: <http://www.ciencias-exp-no-sec.org/documentos/publicacoes_estrat_const.pdf>. Acesso em: 01 mai. 2003.

VILLARREAL, M. E. O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas. 1999. 402f. Tese (Doutorado em Educação

Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

VUOLO, J. H. et al. *Física Experimental I – FEP113, Bacharelado em Física, Geofísica e Meteorologia.* Instituto de Física - Universidade de São Paulo. São Paulo: [s.n.], 2000, 104p.

VUOLO, J. H. et al. *Física Experimental II – FEP114, Bacharelado em Física, Geofísica e Meteorologia*. Instituto de Física - Universidade de São Paulo. São Paulo: [s.n.], 2000a, 73p.

WAITS, B. *The Power of Visualization in Calculus.* Local: Editora,1992. (TICAP Project).

WATANABE, S. The Change of the Method in Mathematics Education with TI-82 in Japan. In: GOMES, P.; WAITS, B. *Roles of Calculators in the Classroom.* 1996. p.197-206. Disponível em: <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/tg18/archivospdf/watanabe.pdf>. Acesso em: 07 ago. 2002.

WIDMER, C.; SHEFFIELD, L. Formando conceitos matemáticos: O uso de modelos físicos e que utilizam calculadora e computador para ensinar área e perímetro. In: BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação a Distância. Programa Nacional de Informática na Educação. *Atividades Computacionais na Prática Educativa de Matemática e Ciências*. [Brasília]; [2000?]. Disponível em: <www.proinfo.mec.gov.br/biblioteca/publicacoes/livro19.pdf>. Acesso em: 25 nov. 2002.

WETZEL, D. *A model for pedagogical and curricula transformation for integration of technology in middle school science*. 2001. Disponível em: <http://facstaf.bloomu.edu/dwetzel/pdffiles/NARST2001Paper.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2003.

WETZEL, D. R.; VARELLA, G. F. *Pre-service secondary teachers´concerns regarding use of calculator-based laboratory scientific probeware*. [2000?]. Disponível em: <www.ed.psu.edu/CI/Journals/2000AETS/00file1.asp>. Acesso em: 05 abr. 2003.

Misturando duas Soluções[1].

<u>Objetivo</u>: Descobrir a temperatura da mistura de duas soluções em temperaturas distintas, utilizando o CBL e a calculadora gráfica.

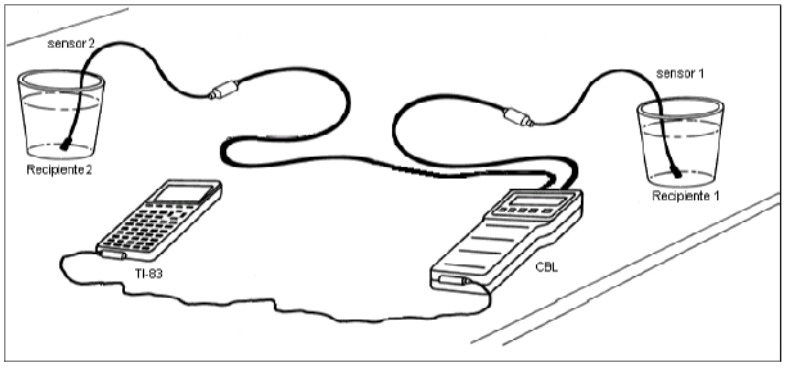
Pensando sobre o problema

Suponha que uma bebida quente e uma bebida fria fossem misturadas e você quisesse saber a temperatura dessa mistura. Se por exemplo, a temperatura de uma bebida no recipiente 1 for de 7ºC e no recipiente 2 for de 60ºC. Qual seria a temperatura da mistura (T_m)?

$T_m =$

Nesta atividade você irá verificar a temperatura resultante, quando duas soluções em diferentes temperaturas são misturadas. Os dados necessários para desenvolver esses cálculos serão coletados usando um par de sensores de temperatura e o sistema CBL.

☑ Equipamentos necessários

Para esse experimento, você utilizará os seguintes equipamentos: Sistema CBL, Calculadora gráfica TI83 com o cabo unidade-unidade, 02 Sensores de temperatura, 01 recipiente graduado em ml (mililitros), Água quente e fria, 2 recipientes médios (copos)	Efetue a montagem conforme a figura abaixo: 

Desenvolvendo o experimento

1. Já com os recipientes nomeados de 1 e 2.

[1] Atividade baseada em Real Word Math with the CBL System: Activities for the TI83 and TI83 plus.

2. Ligar a calculadora.
3. Na calculadora, pressione **PRGM.**
4. Pressione seta para baixo (⩛) até a opção **MIXTURE** e pressione **ENTER**, **ENTER**.
5. Pressione **ENTER**, para entrar no programa.
6. Escolha a opção **1 YES**, para ver as direções das conexões. Pressione **ENTER**.
7. Conectar o sensor 1 de temperatura ao canal 1 do CBL. Pressione **ENTER** na calculadora.
8. Conectar o sensor 2 de temperatura ao canal 2 do CBL. Pressione **ENTER** na calculadora.
9. Ligar o CBL. Pressione **ENTER** na calculadora.
10. A calculadora fará o teste de conexão com o CBL. Se o status estiver OK, pressione **ENTER**. Caso contrário verifique os cabos de conexão.
11. Colocar o sensor 1 no copo 1 e o sensor 2 no copo 2. Pressione **ENTER**.
12. O CBL medirá ambas temperaturas, as quais aparecerão na tela da calculadora.
13. Pressione **+** na calculadora quando as temperaturas estiverem estáveis.
14. Rapidamente adicione o conteúdo do copo 2 no copo 1, após isso pressione **ENTER.**
15. Pressione **+** na calculadora quando a temperatura da mistura estiver estável.
16. A calculadora mostrará as temperaturas coletadas. Anote-as abaixo e pressione **ENTER.**

☐ Obtendo e analisando os resultados

1. O resultado apresentado na calculadora se assemelha com o valor por você indicado? Porque?

_____

_____

2. Encontre uma expressão para a temperatura da mistura ($\mathbf{T_m}$).

_____

_____

Intensidade de Luz versus Distância[1]

Objetivos: Usar o sensor de luminosidade para coletar dados oriundos do processo de distanciamento da fonte de luz.

Pensando sobre o problema

Você já percebeu que ao se aproximar de uma fonte de luz, seu brilho parece mais intenso? Isso ocorre, geralmente, quando dirigimos um carro à noite. A luz dos faróis de um carro vindo em nossa direção, em uma certa distância, não parece brilhar muito. Mas, à medida que o carro se aproxima, a luz parece muito mais brilhante.

Quando um facho de luz se distância de sua fonte, sua propagação e cobertura aumentam. Conseqüentemente, percebemos que a intensidade de propagação de luz está associada com seu decaimento. O objetivo desta exploração é determinar como a intensidade da luz decai à medida que nos distanciamos da sua fonte. A intensidade de luz decai numa taxa constante? Ela decai primeiro vagarosamente e depois mais rapidamente? Ou a intensidade de luz decai primeiro rapidamente e depois lentamente? Poderíamos dizer que a intensidade de luz decresce à medida que a distância de sua fonte aumenta?

Sendo assim, como você acha que seria o gráfico que melhor representa a maneira que a intensidade de luz decai quando nos distanciamos de sua fonte? Explique suas razões:

_____

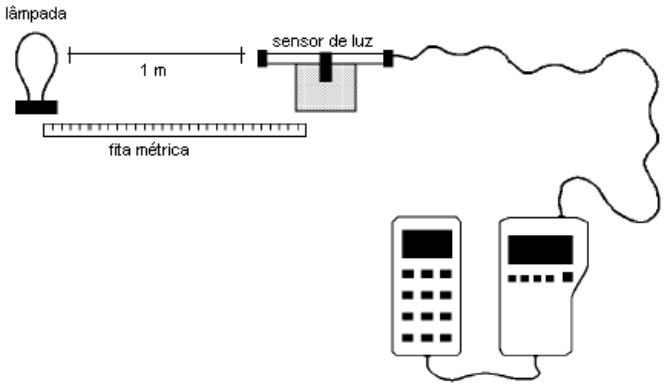
_____

_____

_____

[1] Atividade baseada em CBL Explorations in Álgebra for TI-82 and TI-83 e Sensor Sensibility. Algebra Explorations with a CBL, a TI-82 or TI83, and Sensors.

☑ Equipamentos necessários

Para esse experimento, você utilizará os seguintes equipamentos: Sistema CBL, Calculadora gráfica TI83 com o cabo unidade-unidade, Sensor de luz, Uma fonte de luz (uma lâmpada de 60 watts ou menos), Uma fita métrica.	Efetue a montagem conforme a figura abaixo: 

Desenvolvendo o experimento

1. Conectar a calculadora ao CBL.
2. Conectar o sensor de intensidade de luz ao CBL.
3. Ligar a calculadora e o CBL.
4. Na calculadora, pressione **PRGM.**
5. Pressione seta para baixo (⩛) até a opção **PHYSICS** e pressione **ENTER**, **ENTER**.
6. Pressione **ENTER**, para entrar no programa. Escolha a opção **1 SET UP PROBES** (tipo de sensor).
7. Em **NUMBER OF PROBES**, escolha **1** ou desça até a opção **ONE**, **ENTER**.
8. Em **SELECT PROBE**, escolha **7** para **MORE PROBES.**
9. Selecione **LIGHT** pressionando **1** ou pressione **ENTER**.
10. O sensor de luz deverá estar conectado ao canal 1 do CBL, após isso pressione **1** ou pressione **ENTER**.
11. Digite **2** ou desça até a opção **COLLECT DATA** e pressione **ENTER**.
12. Neste experimento, os dados serão coletados e os valores correspondentes inseridos na calculadora. Por isso, selecione a opção **TRIGGER/PROMPT** pressionando **3**.
13. Arrume conforme a figura a fita métrica, a fonte de luz e o sensor. O sensor de luz deverá estar a 1m da fonte de luz. As intensidades de luz serão coletadas a cada 5cm.
14. Da fita métrica de 1 metro, se a fonte de luz está em uma extremidade e o sensor em outra, a distância entre eles é de 1 metro. Ande com a fonte de luz 5cm, a distância

entre eles será de 95cm. Pressione **TRIGGER** no CBL e entre com o valor **95,** na calculadora e pressione **ENTER**.

15. Escolha **MORE DATA** pressionando **1** ou **ENTER.**
16. Ande com a fonte de luz 5cm mais próxima do sensor e a distância entre eles será de 90cm. Pressione **TRIGGER** no CBL e entre com o valor **9Ø,** na calculadora e pressione **ENTER**.
17. Escolha **MORE DATA** pressionando **1** ou **ENTER.**
18. Ande com a fonte de luz 5cm mais próxima do sensor e a distância entre eles será de 85cm. Pressione **TRIGGER** no CBL e entre com o valor **85,** na calculadora e pressione **ENTER**.
19. Escolha **MORE DATA** pressionando **1** ou **ENTER.**
20. Repita esse processo até que a fonte de luz e o sensor se encontrem, fazendo a distância entre eles ser zero.
21. Pressione **TRIGGER** no CBL e entre com o valor **Ø,** na calculadora e pressione **ENTER**.
22. Escolha a opção 2 **STOP AND GRAPH**, para finalizar o gráfico.
23. Com o gráfico na tela, pressione **ENTER** e escolha **NO** para não repetir o experimento.
24. Em **MAIN MENU**, pressione **7** ou desça (com uso das setas) até a opção **QUIT** e pressione **ENTER,** com isso o programa está encerrado.
25. Para visualizar o gráfico dos dados obtidos, pressione a tecla **GRAPH.**

Obtendo e analisando os resultados

1. Os dados do experimento estão armazenados nas listas L1 e L2. As distâncias, em centímetros, são armazenadas na L1 e as intensidades de luz, em miliwatts por centímetro quadrado, são armazenadas em L2. O gráfico de pontos obtido neste experimento representa as intensidades de luz com suas respectivas distâncias. Desenhe o gráfico obtido no espaço abaixo.

2. Use o gráfico de pontos para descrever como a intensidade de luz decai em relação ao distanciamento de sua fonte.

_____

_____

3. Há alguma diferença entre o gráfico de pontos experimentais e o gráfico inicial por você indicado?

_____

_____

4. Você acredita que algo possa ter afetado o seu experimento? Liste alguns fatores físicos.

_____

_____

5. Observando o gráfico que resultou do experimento físico, qual equação matemática melhor se ajustaria aos dados?
Escreva o tipo de equação:
Utilizando a calculadora, escreva o resultado da equação obtida: y =

6. Utilizando a calculadora gráfica, esboce o gráfico da equação acima no espaço abaixo. Este gráfico se compara ao gráfico de pontos experimentais? Este modelo se ajusta bem aos dados? Explique sua resposta.

_____

_____

_____

_____

🕮 Sabendo um pouco mais sobre o experimento

A Luz é uma radiação eletromagnética, capaz de provocar sensação visual num observador. Ela transporta uma energia chamada energia radiante, que é capaz de sensibilizar as células de nossa retina e provocar a sensação de visão. A luz visível ocupa uma posição intermediária na escala dos comprimentos de onda e apresenta tanto propriedades ondulatórias como corpusculares.

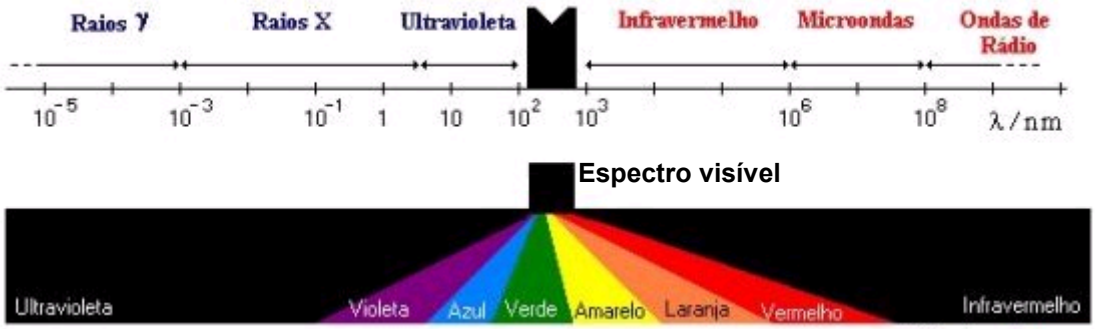


Figura 01: Espectro Eletromagnético

Fontes de luz são aquelas capazes de emitir luz e se classificam em:

Primárias

Que são as fontes que emitem luz própria, ou seja, a luz que produzem. Onde essas se subdividem em: *incandescentes*, são aquelas que emitem luz em virtude de sua elevada temperatura. Exemplos: o sol, as lâmpadas de filamento. *Luminescentes*, são as que emitem luz em temperaturas mais baixas. Exemplos: lâmpada fluorescente; substâncias fosforescentes, que re-emitem uma fração da luz que absorveram momentos atrás.

Secundárias

Que são os corpos iluminados, que não possuem luz própria. Constituem a classe de todos os objetos que, por reflexão, retransmitem a luz que recebem. Exemplos: as plantas e satélites do sistema solar e de um modo geral, todos os objetos que enxergamos.

Nesse experimento, lidamos com fontes primárias. A intensidade de luz é a quantidade de energia por unidade de área e pode ser medida em miliwatts por centímetro quadrado (mW/cm^2). Essa intensidade de luz varia inversamente com o quadrado da distância entre a luz e sua fonte. Essa relação é conhecida como **lei do quadrado inverso** e pode ser representada pela equação:

$$\mathbf{I=k.d^{-2}}$$

onde:

I é a intensidade de luz, **d** é distância entre a fonte de luz e o objeto que mede a intensidade e **k** é a constante que depende das características físicas da fonte de luz.

8. Baseando-se na equação que rege o modelo $y = a.x^b$, varie os coeficientes a, b, x e veja o que eles representam física e matematicamente?

_____

_____

_____

9. Sabemos que o valor de k depende de várias características físicas da fonte de luz. Como k varia quando fontes diferentes são usadas? Investigue, repetindo o experimento usando outras fontes. Escreva todas as equações, resultados e conclusões. Utilizando a análise feita no item 8, descreva como é que o valor de k influencia o gráfico ao longo do tempo?

_____

_____

_____

10. Use os resultados dessa atividade para resolver as seguintes questões:

a) Suponha que você está parado a 100 metros de uma fonte de luz, qual é a intensidade de luz nesta distância?

b) Em qual distância, a intensidade de luz é de 16mW/cm^2?

c) Se você se move 100 metros mais longe de onde estava, qual é a intensidade de luz recebida nesta distância? (Assuma que não há outra fonte de luz).

Filtros sobre uma fonte de luz[1].

<u>Objetivo</u>: Este experimento mostra o efeito de filtro (oclusão) sobre uma fonte de luz.

✍ Pensando sobre o problema

A próxima vez que você assistir um show, peça de teatro ou ir ao estádio, dê uma olhada na iluminação do ambiente. Exceto a luz branca, cada fonte de luz tem um pedaço de plástico grosso colado às lentes. Estes filmes ajudam a criar as cores e produzir os efeitos especiais. A utilização da cor correta é muito importante se por exemplo, numa peça teatral, um ator precisa de uma luminosidade diferente como pano de fundo para uma determinada ação de seu personagem.

Neste experimento, os dados foram obtidos mantendo uma fonte de luz constante e adicionando pedaços plásticos (acetatos) sobre a fonte de luz. Cada pedaço plástico ou filtro teve a função de anteparo para luz que era emitida pela fonte. Foram medidas: a intensidade de luz da fonte e depois as intensidades de luz acrescentando (mais) acetatos.

Como você acredita ser o gráfico, obtido do experimento acima, que representa a intensidade de luz ao perpassar por um determinado meio?

Desenhe o gráfico ao lado:

☑ Equipamentos necessários

Como os dados já foram coletados (com o uso do CBL e o sensor de luminosidade), para esse experimento, você utilizará a calculadora gráfica TI83.

[1] Atividade baseada em CBL Explorations in Álgebra for TI-82 and TI-83 e Sensor Sensibility. Algebra Explorations with a CBL, a TI-82 or TI83, and Sensors.

❒ Obtendo e analisando os resultados

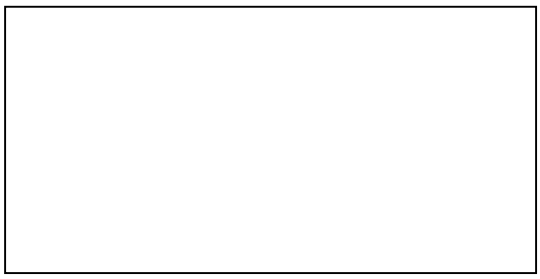
1. Quais são as variáveis independente e dependente do experimento?

_____

_____

2. Os dados coletados no experimento foram armazenados nas listas L5 e L6. O número de acetatos (0, 1, 2, 3...) está armazenado na lista L5, e as intensidades de luz (em milliwatts por centímetro quadrado), estão armazenadas na lista L6. O gráfico obtido do experimento representa a intensidade de luz ao perpassar um determinado meio.

Desenhe, no espaço abaixo, o gráfico obtido do experimento:



3. Observando o gráfico que resultou do experimento físico, qual equação matemática melhor se ajustaria aos dados?
Escreva o tipo de equação:
Utilizando a calculadora, escreva a equação resultante: y =

4. O gráfico obtido pela equação acima se compara ao gráfico de pontos experimentais? Quais as razões para a equação acima escolhida, ser o melhor ajuste para esse experimento?

_____

_____

5. Use o gráfico obtido para *verbalmente* descrever como a intensidade de luz se modifica à medida que são colocados diferentes acetatos. Você pode utilizar o **TRACE** para ver os pontos de ambos os gráficos.

_____

_____

6. Você poderia predizer como ficaria a intensidade de luz se você colocasse mais acetatos (7, 8, 9 ou 10 lâminas) sobre a fonte de luz? Explique sua resposta.

_____

_____

7. Quantos acetatos você necessitaria para bloquear 80% da luz emitida pela fonte?

_____

_____

🕮 Sabendo um pouco mais sobre o experimento

Esse experimento mostra o efeito de transmissão ou absorção da intensidade de luz, através de um filtro. Essa propriedade é descrita pela **Lei de Beer-Lambert**[2], que é a relação, verificada experimentalmente, que descreve a atenuação[3] gradativa do fluxo associado a um feixe monocromático colimado (ou seja, raios paralelos) ao longo do meio atravessado.

Caso uma onda possua: **intensidade de luz inicial "I_0"** e após sair de um corpo absorvedor (por exemplo, o acetato) **intensidade de luz final "I"**, temos que a intensidade final **(I)** será tanto menor quanto maior for **a espessura "L"** da amostra e quanto maior for a **concentração "N"** de centros absorvedores do sistema considerado (estes centros absorvedores são geralmente átomos, moléculas ou outro defeito capaz de absorver a luz), como ilustrado na figura abaixo.

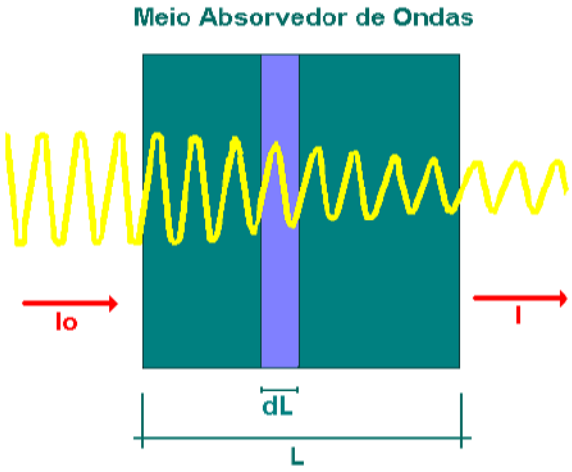


Figura 01: Meio Absorvedor de Ondas.

Sabendo que a variação de intensidade de luz é **proporcional** a intensidade de luz multiplicada pela a variação da espessura (comprimento), então: $\Delta I \quad \alpha \quad I.\Delta L$

Ou: $\Delta I = a.N.I.\Delta L$,

onde:

a = constante de proporcionalidade

N = centros absorvedores do sistema (concentração)

Verificamos que o comprimento "L" da amostra insere um decréscimo na intensidade da onda incidente, assim: $dI = -a.N.I.dL$. O sinal negativo indica decréscimo.

Para sabermos a intensidade da onda incidente, devemos resolver essa expressão:

$$dI = -a.N.I.dL$$

[2] Maiores informações sobre a Lei de Beer-Lambert podem ser encontradas em: Glossário de Termos Técnicos em Radiação Atmosférica (2000?) e Absorção das Ondas (1997).
[3] Diminuição gradativa do fluxo que se propaga num meio.

Primeiro, vamos separar as variáveis: $\frac{dI}{I} = -a.N.dL$

Aplicando a integral em ambos os membros: $\int \frac{dI}{I} = \int -a.N.dL$

Definindo os limites de integração, temos: $\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = \int_{L_1}^{L_2} -a.N.dL$

Resolvendo as integrais: $\ln(I)\Big|_{I_0}^{I} = -a.N.(L)\Big|_{L_1}^{L_2}$

Substituindo os limites de integração: $\ln(I - I_0) = -a.N.(L_2 - L_1)$

Sabendo que $(L_2 - L_1) = L$, reescrevemos a expressão: $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -a.N.L$

Aplicando a exponencial (e) em ambos os lados, visando isolar a variável I, temos: $e^{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)} = e^{-a.N.(L_2 - L_1)}$ ou $e^{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)} = e^{-a.N.L}$

Simplificando: $\left(\frac{I}{I_0}\right) = e^{-a.N.L}$

Finalmente, isolando I: $I = I_0.e^{-a.N.L}$

Essa é a expressão para a **Lei de Beer-Lambert**: $I = I_0.e^{-a.N.L}$

De um outro lado, sabemos que transmitância (T) é a razão entre a **intensidade de luz final "I"** e **intensidade de luz inicial "I_0"**, $T = \frac{I}{I_0}$.

Por sua vez, a absorvidade é dada por: $A = -\ln(T)$, $A = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$, ou ainda: $A = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$.

Partindo da expressão: $\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -a.N.L$, com a relação acima da absorvidade, podemos escrever: $A = a.N.L$, ou seja, a absorvidade é proporcional a **espessura "L"** da amostra e a **concentração "N"** de centros absorvedores. Essa é uma outra maneira de expressar a **Lei de Beer-Lambert**: $A = a.N.L$

Nesse experimento foi medida uma diminuição da intensidade de luz ocorrida com o efeito do acetato.

A Lei de Resfriamento de Newton[1]

<u>Objetivos</u>: Usar o sensor de temperatura para coletar dados oriundos do processo de resfriamento da água. Verificar a Lei de Resfriamento de Newton através das temperaturas coletadas. Usar o modelo gerado a partir dos dados para saber a temperatura de resfriamento da água em qualquer instante.

Pensando sobre o problema

Lembra-se da última vez que você tomou alguma bebida quente? Você provavelmente teve que deixá-la esfriar por algum tempo para que pudesse beber sem se queimar. Você não deve ter percebido, mas sua bebida esfriou de acordo com o princípio chamado **Lei de Resfriamento de Newton**. Nesta exploração, você usará um sistema CBL e um sensor de temperatura para investigar esse princípio.

Quando você ouve o termo temperatura, você provavelmente pensa sobre quão quente ou quão frio o objeto está. Contudo, temperatura é verdadeiramente uma medida da média cinética da energia das moléculas em um objeto. Quando um objeto está mais quente, as moléculas se movem mais rapidamente fazendo a energia cinética ser mais alta. Quando um objeto está frio, as moléculas se movem mais vagarosamente, então a energia cinética média é mais baixa.

Quando duas substâncias de temperaturas diferentes são colocadas próximas uma da outra, a substância com temperatura mais alta transferirá sua energia para a substância com menor temperatura. Isso ocorrerá até ambas substâncias chegarem à mesma temperatura. Este fluxo de energia é chamado calor. Calor é a energia térmica que flui de um objeto para outro por causa da diferença de temperatura entre eles.

Suponha que uma xícara com água quente (75ºC) seja colocada em uma sala na qual a temperatura é 20ºC. Quanto tempo você pensa que levará para a água se resfriar a temperatura da sala? Como você acredita ser o gráfico desse resfriamento ao longo do tempo?

Desenhe o gráfico ao lado:

[1] Atividade baseada em CBL Explorations in Álgebra for TI-82 and TI-83 e Manual de Experimentos do Sistema CBL.

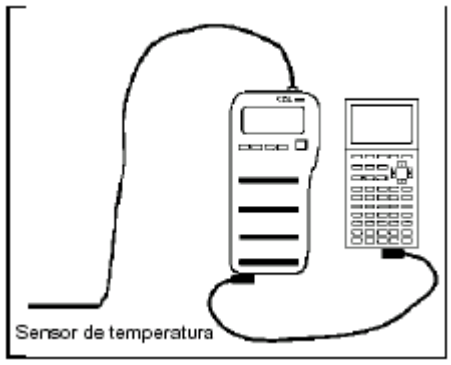
Justifique sua resposta.

_____

_____

_____

☑ Equipamentos necessários

Para esse experimento, você utilizará os seguintes equipamentos: Sistema CBL, Calculadora gráfica TI83 com o cabo unidade-unidade, Sensor de temperatura, Recipientes, Água quente.	Efetue a montagem conforme a figura abaixo: 

Desenvolvendo o experimento

1. Conectar a calculadora ao CBL.
2. Conectar o sensor de temperatura ao CBL.
3. Ligar a calculadora e o CBL.
4. Na calculadora, pressione **PRGM.**
5. Pressione seta para baixo (⍒) até a opção **PHYSICS** e pressione **ENTER**, **ENTER**.
6. Pressione **ENTER**, para entrar no programa. Escolha a opção **1 SET UP PROBES** (tipo de sensor).
7. Em **NUMBER OF PROBES**, escolha **1** ou desça até a opção **ONE**, **ENTER**.
8. Em **SELECT PROBE**, escolha **6** ou desça até a opção **TEMPERATURE**, **ENTER**.
9. Se o sensor já estiver conectado ao canal 1 do CBL, pressione **ENTER**.
10. Digite **2** ou desça até a opção **COLLECT DATA** e pressione **ENTER**.
11. Digite **1** ou **ENTER**, para escolher a opção **MONITOR INPUT**.
12. Verifique se a medida mostrada na tela da calculadora corresponde a temperatura ambiente.
13. Para sair, pressione **+**.
14. Digite **2** ou escolha a opção **TIME GRAPH** (gráfico em função do tempo).

15. Digite o intervalo de tempo (em segundos) entre as amostras, por exemplo: **5**, **ENTER**.
16. Digite o número de amostras, por exemplo: **12Ø**.
17. Confira o tempo total do experimento, neste caso: **6ØØ** segundos, **ENTER**.
18. Se o tempo total estiver correto, escolha a opção **1**. Caso contrário, opção **2** e repita os passos 15 à 17.
19. Escolha a opção **2** para poder visualizar o gráfico em tempo real.
20. Digite as coordenadas Y (temperatura) para escolher a escala do gráfico, por exemplo: **Ymin**: 20, **ENTER**; **Ymax**: 80, **ENTER**; **Yscl**:10, **ENTER**.
21. Pressione **ENTER** quando o experimento estiver pronto para começar.

Obtendo e analisando os resultados

1. Você saberia obter com o uso do sistema CBL as temperaturas abaixo?

temperatura da sala =

temperatura inicial da água =

2. Os dados coletados no experimento serão armazenados nas listas L1 e L2. O tempo em segundos é armazenado na lista L1, e as temperaturas, em graus Celsius, são armazenadas na lista L2.

22. Para visualizar o gráfico pressione **ENTER**.
23. Caso queira repetir o experimento, pressione **ENTER**. Em **REPEAT**, escolha **YES**, opção 2 **ENTER**. Então refaça os passos 20 e 21.
24. Em **REPEAT**, escolha **NO** ou pressione **1**, para não repetir o experimento.
25. No **MAIN MENU**, pressione **7** ou desça (com uso das setas) até a opção **QUIT** e pressione **ENTER**, com isso o programa está encerrado.
26. Para visualizar o gráfico dos dados obtidos, pressione a tecla **GRAPH**.

O gráfico obtido do experimento representa as temperaturas com relação ao tempo. Esboce o gráfico encontrado.

3. Os pontos coletados alcançarão y = 0? Qual é a menor temperatura que será registrada?

_____

_____

4. Use o gráfico obtido para verbalmente descrever como o líquido se resfriou.

5. O que deveria ser feito para se obter uma "boa curva" usando a água quente?

6. Observando o gráfico que resultou do experimento físico, qual modelo matemático que melhor se ajustaria aos dados?

Escreva o resultado da equação: y =

7. Esboce o gráfico da equação acima no espaço abaixo. Este gráfico se comprara ao gráfico de pontos? Este modelo é um bom ajuste? Explique sua resposta.

_____

_____

_____

_____

🕮 Sabendo um pouco mais sobre o experimento

Uma variação de temperatura num intervalo de tempo é proporcional a diferença entre a temperatura e temperatura de equilíbrio: $\frac{\Delta T}{\Delta t} \alpha \left(T - T_{eq}\right)$.

Gerando uma igualdade entre as expressões, temos o surgimento de uma constante de proporcionalidade p: $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -p.(T - T_{eq})$. O sinal negativo (-) indica o resfriamento.

Quando a variação do tempo é pequena, escrevemos: $\frac{dT}{dt} = -p.(T - T_{eq})$. Assim, temos uma equação diferencial ordinária. Vamos resolvê-la, lembrando dos conceitos aprendidos na atividade dos acetatos.

Separando as variáveis: $\frac{dT}{(T - T_{eq})} = -p.dt$

Aplicando a integral em ambos os membros: $\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{(T - T_{eq})} = \int_{0}^{t} -p.dt$

Resolvendo as integrais, temos: $\ln\left|T - T_{eq}\right|\Big|_{T_0}^{T} = -p.t$

Substituindo os limites de integração: $\ln\left|T - T_{eq}\right| - \ln\left|T_0 - T_{eq}\right| = -p.t$, $\ln\left|\frac{T - T_{eq}}{T_0 - T_{eq}}\right| = -p.t$

Aplicando a exponencial (e) em ambos os lados, visando isolar a variável T: $e^{\ln\left|\frac{T-T_{eq}}{T_0-T_{eq}}\right|} = e^{-p.t}$

; $\left|\frac{T - T_{eq}}{T_0 - T_{eq}}\right| = e^{-p.t}$; $T - T_{eq} = (T_0 - T_{eq}).e^{-p.t}$,

logo, isolando T na expressão: $T = T_{eq} + (T_0 - T_{eq}).e^{-p.t}$.

Ajustando a função acima à **$T = L + C.k^t$,** temos:

$L = T_{eq}$, **$C = (T_0 - T_{eq})$,** **$k = e^{-p}$.**

Agora, sabendo a função que melhor modela o fenômeno é a função exponencial, descrita acima, onde:

T é a temperatura do objeto em resfriamento, **L** é a temperatura ambiente (em graus Celsius), **C** é a diferença entre a temperatura original do objeto em resfriamento e a temperatura ambiente, **k** é a constante relacionada ao material sendo resfriado e a seu recipiente e **t** é o tempo (em segundos) desde a primeira leitura.

8. Verifique a equação colocada em 6. Ela se compara com a equação (**$T = L + C.k^t$**) que rege o fenômeno?

_____

_____

9. O que é preciso fazer para melhorar o ajuste?

_____

_____

10. Use as características do **TRACE** para determinar a temperatura do sensor um minuto após ter sido colocado em água quente. Você poderia inferir, de acordo com o modelo obtido, quanto tempo levará para que a água se resfrie à temperatura da sala?

_____

_____

11. Quando a água terá a temperatura de 1ºC acima da temperatura ambiente?

12. Porque o valor de k deve ser inferior a 1? Qual o aspecto da curva se k for igual a 1? E superior a 1?

_____

_____

13. Usando o modelo, determine a temperatura indicada no termômetro 2 minutos depois de ter sido colocado na água quente.

_____

_____

14. Faça o experimento por no mínimo duas vezes e verifique se há diferenças entre os dois experimentos modelados.
O modelo para o primeiro resfriamento é: T=
O modelo para o segundo resfriamento é: T=

15. Analise os parâmetros dos modelos. É possível estabelecer alguma relação a partir desses parâmetros?

_____

_____

16. Os experimentos foram realizados utilizando-se o mesmo recipiente plástico. Será que um recipiente de material diferente (vidro, porcelana) retém o calor de forma diferente?

_____

_____

17. Se dois recipientes contiverem a mesma quantidade de água e a mesma temperatura, que material reterá melhor o calor?

_____

_____

18. E quanto a uma curva de aquecimento, como ela seria?

_____

_____

A Lei de Resfriamento de Newton[1]

<u>Objetivos</u>: Usar o sensor de temperatura para coletar dados oriundos do processo de resfriamento da água. Verificar a Lei de Resfriamento de Newton através das temperaturas coletadas. Usar o modelo gerado a partir dos dados para saber a temperatura de resfriamento da água em qualquer instante.

Pensando sobre o problema

Lembra-se da última vez que você tomou alguma bebida quente? Você provavelmente teve que deixá-la esfriar por algum tempo para que pudesse beber sem se queimar. Você não deve ter percebido, mas sua bebida esfriou de acordo com o princípio chamado **Lei de Resfriamento de Newton**. Nesta exploração, você usará um sistema CBL e um sensor de temperatura para investigar esse princípio.

Quando você ouve o termo temperatura, você provavelmente pensa sobre quão quente ou quão frio o objeto está. Contudo, temperatura é verdadeiramente uma medida da média cinética da energia das moléculas em um objeto. Quando um objeto está mais quente, as moléculas se movem mais rapidamente fazendo a energia cinética ser mais alta. Quando um objeto está frio, as moléculas se movem mais vagarosamente, então a energia cinética média é mais baixa.

Quando duas substâncias de temperaturas diferentes são colocadas próximas uma da outra, a substância com temperatura mais alta transferirá sua energia para a substância com menor temperatura. Isso ocorrerá até ambas substâncias chegarem à mesma temperatura. Este fluxo de energia é chamado calor. Calor é a energia térmica que flui de um objeto para outro por causa da diferença de temperatura entre eles.

Suponha que uma xícara com água quente (75ºC) seja colocada em uma sala na qual a temperatura é 20ºC. Quanto tempo você pensa que levará para a água se resfriar a temperatura da sala? Como você acredita ser o gráfico desse resfriamento ao longo do tempo?

Desenhe o gráfico ao lado:

[1] Atividade baseada em CBL Explorations in Álgebra for TI-82 and TI-83 e Manual de Experimentos do Sistema CBL.

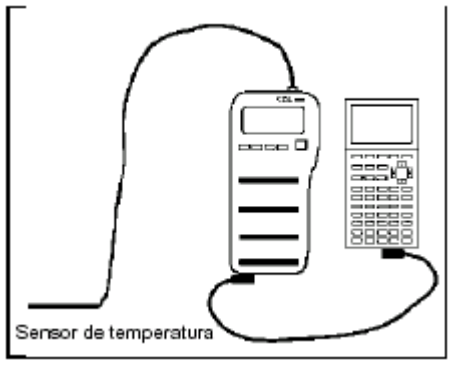
Justifique sua resposta.

_____

_____

_____

☑ Equipamentos necessários

Para esse experimento, você utilizará os seguintes equipamentos: Sistema CBL, Calculadora gráfica TI83 com o cabo unidade-unidade, Sensor de temperatura, Recipientes, Água quente.	Efetue a montagem conforme a figura abaixo: 

Desenvolvendo o experimento

1. Conectar a calculadora ao CBL.
2. Conectar o sensor de temperatura ao CBL.
3. Ligar a calculadora e o CBL.
4. Na calculadora, pressione **PRGM.**
5. Pressione seta para baixo (⍒) até a opção **PHYSICS** e pressione **ENTER**, **ENTER**.
6. Pressione **ENTER**, para entrar no programa. Escolha a opção **1 SET UP PROBES** (tipo de sensor).
7. Em **NUMBER OF PROBES**, escolha **1** ou desça até a opção **ONE**, **ENTER**.
8. Em **SELECT PROBE**, escolha **6** ou desça até a opção **TEMPERATURE**, **ENTER**.
9. Se o sensor já estiver conectado ao canal 1 do CBL, pressione **ENTER**.
10. Digite **2** ou desça até a opção **COLLECT DATA** e pressione **ENTER**.
11. Digite **1** ou **ENTER**, para escolher a opção **MONITOR INPUT**.
12. Verifique se a medida mostrada na tela da calculadora corresponde a temperatura ambiente.
13. Para sair, pressione **+**.
14. Digite **2** ou escolha a opção **TIME GRAPH** (gráfico em função do tempo).

15. Digite o intervalo de tempo (em segundos) entre as amostras, por exemplo: **5**, **ENTER**.
16. Digite o número de amostras, por exemplo: **12Ø**.
17. Confira o tempo total do experimento, neste caso: **6ØØ** segundos, **ENTER**.
18. Se o tempo total estiver correto, escolha a opção **1**. Caso contrário, opção **2** e repita os passos 15 à 17.
19. Escolha a opção **2** para poder visualizar o gráfico em tempo real.
20. Digite as coordenadas Y (temperatura) para escolher a escala do gráfico, por exemplo: **Ymin**: 20, **ENTER**; **Ymax**: 80, **ENTER**; **Yscl**:10, **ENTER**.
21. Pressione **ENTER** quando o experimento estiver pronto para começar.

Obtendo e analisando os resultados

1. Você saberia obter com o uso do sistema CBL as temperaturas abaixo?

temperatura da sala =

temperatura inicial da água =

2. Os dados coletados no experimento serão armazenados nas listas L1 e L2. O tempo em segundos é armazenado na lista L1, e as temperaturas, em graus Celsius, são armazenadas na lista L2.

22. Para visualizar o gráfico pressione **ENTER**.
23. Caso queira repetir o experimento, pressione **ENTER**. Em **REPEAT**, escolha **YES**, opção 2 **ENTER**. Então refaça os passos 20 e 21.
24. Em **REPEAT**, escolha **NO** ou pressione **1**, para não repetir o experimento.
25. No **MAIN MENU**, pressione **7** ou desça (com uso das setas) até a opção **QUIT** e pressione **ENTER**, com isso o programa está encerrado.
26. Para visualizar o gráfico dos dados obtidos, pressione a tecla **GRAPH**.

O gráfico obtido do experimento representa as temperaturas com relação ao tempo. Esboce o gráfico encontrado.

3. Os pontos coletados alcançarão y = 0? Qual é a menor temperatura que será registrada?

_____

_____

4. Use o gráfico obtido para verbalmente descrever como o líquido se resfriou.

5. O que deveria ser feito para se obter uma "boa curva" usando a água quente?

6. Observando o gráfico que resultou do experimento físico, qual modelo matemático que melhor se ajustaria aos dados?

Escreva o resultado da equação: y =

7. Esboce o gráfico da equação acima no espaço abaixo. Este gráfico se comprara ao gráfico de pontos? Este modelo é um bom ajuste? Explique sua resposta.

_____

_____

_____

_____

🕮 Sabendo um pouco mais sobre o experimento

Uma variação de temperatura num intervalo de tempo é proporcional a diferença entre a temperatura e temperatura de equilíbrio: $\frac{\Delta T}{\Delta t} \alpha \left(T - T_{eq}\right)$.

Gerando uma igualdade entre as expressões, temos o surgimento de uma constante de proporcionalidade p: $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -p.(T - T_{eq})$. O sinal negativo (-) indica o resfriamento.

Quando a variação do tempo é pequena, escrevemos: $\frac{dT}{dt} = -p.(T - T_{eq})$. Assim, temos uma equação diferencial ordinária. Vamos resolvê-la, lembrando dos conceitos aprendidos na atividade dos acetatos.

Separando as variáveis: $\frac{dT}{(T - T_{eq})} = -p.dt$

Aplicando a integral em ambos os membros: $\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{(T - T_{eq})} = \int_{0}^{t} -p.dt$

Resolvendo as integrais, temos: $\ln\left|T - T_{eq}\right|\Big|_{T_0}^{T} = -p.t$

Substituindo os limites de integração: $\ln\left|T - T_{eq}\right| - \ln\left|T_0 - T_{eq}\right| = -p.t$, $\ln\left|\frac{T - T_{eq}}{T_0 - T_{eq}}\right| = -p.t$

Aplicando a exponencial (e) em ambos os lados, visando isolar a variável T: $e^{\ln\left|\frac{T-T_{eq}}{T_0-T_{eq}}\right|} = e^{-p.t}$

; $\left|\frac{T - T_{eq}}{T_0 - T_{eq}}\right| = e^{-p.t}$; $T - T_{eq} = (T_0 - T_{eq}).e^{-p.t}$,

logo, isolando T na expressão: $T = T_{eq} + (T_0 - T_{eq}).e^{-p.t}$.

Ajustando a função acima à **$T = L + C.k^t$,** temos:

$L = T_{eq}$, **$C = (T_0 - T_{eq})$,** **$k = e^{-p}$.**

Agora, sabendo a função que melhor modela o fenômeno é a função exponencial, descrita acima, onde:

T é a temperatura do objeto em resfriamento, **L** é a temperatura ambiente (em graus Celsius), **C** é a diferença entre a temperatura original do objeto em resfriamento e a temperatura ambiente, **k** é a constante relacionada ao material sendo resfriado e a seu recipiente e **t** é o tempo (em segundos) desde a primeira leitura.

8. Verifique a equação colocada em 6. Ela se compara com a equação (**$T = L + C.k^t$**) que rege o fenômeno?

_____

_____

9. O que é preciso fazer para melhorar o ajuste?

_____

_____

10. Use as características do **TRACE** para determinar a temperatura do sensor um minuto após ter sido colocado em água quente. Você poderia inferir, de acordo com o modelo obtido, quanto tempo levará para que a água se resfrie à temperatura da sala?

_____

_____

11. Quando a água terá a temperatura de 1ºC acima da temperatura ambiente?

12. Porque o valor de k deve ser inferior a 1? Qual o aspecto da curva se k for igual a 1? E superior a 1?

_____

_____

13. Usando o modelo, determine a temperatura indicada no termômetro 2 minutos depois de ter sido colocado na água quente.

_____

_____

14. Faça o experimento por no mínimo duas vezes e verifique se há diferenças entre os dois experimentos modelados.
O modelo para o primeiro resfriamento é: T=
O modelo para o segundo resfriamento é: T=

15. Analise os parâmetros dos modelos. É possível estabelecer alguma relação a partir desses parâmetros?

_____

_____

16. Os experimentos foram realizados utilizando-se o mesmo recipiente plástico. Será que um recipiente de material diferente (vidro, porcelana) retém o calor de forma diferente?

_____

_____

17. Se dois recipientes contiverem a mesma quantidade de água e a mesma temperatura, que material reterá melhor o calor?

_____

_____

18. E quanto a uma curva de aquecimento, como ela seria?

_____

_____

Manipulando a calculadora gráfica para visualizar e construir gráficos a partir de listas.

a) Para visualizar as listas:

1. Pressione **ON** para ligar a calculadora.
2. Pressione **STAT**, **1** ou **ENTER** (**EDIT**), para ver as listas.
3. Para ver as listas L5 e L6, por exemplo, pressione seta para direita (➢), até encontrar as listas procuradas ou chame a lista desejada digitando, por exemplo, **2nd** e a tecla 5, para a lista L5.
4. Perceba que a abscissa estará armazenada, nesse caso, na L5 e a respectiva ordenada na L6.
5. Para sair dessa função pressione **2nd** e a tecla **MODE** (quit).

b) Para construir um gráfico a partir das listas:

1. Pressione **2nd Y=** (para acionar o menu **STAT PLOT**)
2. Tecle **1** para selecionar o primeiro modo gráfico.
3. Pressione **ENTER** para ativar o modo gráfico **plot1**.
4. Com o uso das setas, escolha o tipo de traçado do gráfico. Sugere-se a primeira opção, tecle **ENTER**.
5. Selecione em **Xlist**: a lista L5 e em **Ylist**: a lista L6, por exemplo. Para inserir a lista L5, pressione **2nd** e a tecla **5** (L5). Após esse passo, selecione um dos símbolos **(▫) caixa, (+) cruz e (.) ponto** para os pontos no gráfico, após isso pressione **ENTER**.
6. Para desenhar o gráfico dos pontos experimentais, pressione a tecla **GRAPH**, automaticamente o gráfico será desenhado na tela. Caso o gráfico não fique bem enquadrado na janela de visualização, utilize os recursos da tecla **ZOOM**, até que a visualização gráfica seja satisfatória. Veja o item **f** abaixo e escolha o zoom mais apropriado para este caso.

c) Selecionando pontos de uma lista:

1. Com o gráfico de pontos experimentais na tela, pressione **2nd STAT**, para acessar o menu **LIST.**
2. Pressione seta para direita (➢), no menu **OPS** digite **8**, para acessar a função **SELECT.**

7. Digite as respectivas listas, por exemplo: **2nd** e a tecla **5**, para a primeira lista L5, digite **,** e repita o procedimento para a segunda lista. Pressione **ENTER**.
8. Na tela do gráfico selecione o local que será a marcação do limite esquerdo, para isso utilize as setas. Depois de selecionado, pressione **ENTER**.
3. Repita o procedimento anterior para o limite direito. as setasNa tela do gráfico selecione o local que será a marcação do limite esquerdo, para isso utilize as setas. Com isso tem-se o novo gráfico desenhado na tela.

d) Colocando os pontos da lista em ordem crescente/decrescente:

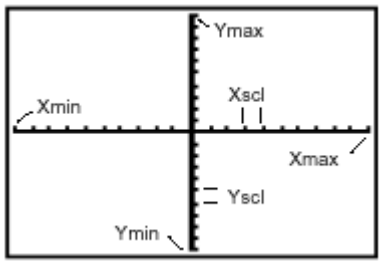
1. Para colocar os elementos de uma lista em ordem crescente ou decrescente, na tela principal da calculadora pressione **2nd STAT**, para acessar o menu **LIST.** Pressione seta para direita (➢), no menu **OPS** digite **1**, para acessar a função **SortA(,** ordenar os elementos em ordem crescente. Pressione **ENTER**.
2. Digite as respectivas listas, por exemplo: **2nd** e a tecla **5**, para a primeira lista L5, digite **,** e repita o procedimento para a segunda lista. Pressione **ENTER** e os elementos já estarão ordenados de forma crescente.
3. Para ordenar uma lista de forma decrescente, selecione o comando **SortD(.**

e) Ajustando a janela gráfica (WINDOW) da calculadora:

Caso o gráfico não apareça na janela de visualização da calculadora é necessário ajustá-la, para isso pode-se usar o WINDOW ou ainda os recursos de ZOOM que será mostrado a seguir.

1. Para ajustar a janela, pressione a tecla WINDOW e digite os valores desejados dos parâmetros:

Xmin= extremo inferior da janela para o eixo x
Xmax= extremo superior da janela para o eixo x
Xscl= escala do eixo x
Ymin= extremo inferior da janela para o eixo y
Ymax= extremo superior da janela para o eixo y
Yscl= escala do eixo y



Xres= define a resolução de pixels (1 a 8) apenas para gráficos de funções. A predefinição é 1. Em Xres=1, as funções são calculadas e traçadas em cada pixel no eixo x. Em Xres=8, as funções são calculadas e traçadas de oito em oito pixels ao longo do eixo x. Os valores Xres mais baixos aumentam a resolução do gráfico, mas podem fazer com que a TI-83 desenhe os gráficos mais lentamente.

As condições Xmin<Xmax e Ymin<Ymax têm de ser verdadeiras para a calculadora poder elaborar o gráfico.

f) Utilizando os recursos de ZOOM da calculadora:

Com o mesmo objetivo anterior, podemos utilizar os recursos de ZOOM para melhor visualizar um gráfico na tela da calculadora.

1. Para visualizar o menu ZOOM, pressione **ZOOM**, neste menu é possível ajustar rapidamente a janela de visualização do gráfico de vários modos, para isso basta pressionar o número correspondente à opção e então obter o tipo de zoom desejado, a saber:

1:Zbox Desenha uma caixa para definir a janela de visualização gráfica.

2:Zoom In Amplia o gráfico à volta do cursor.

3:Zoom Out Visualiza uma área maior do gráfico à volta do cursor. As definições XFact e YFact determinam a extensão do zoom.

4:Zdecimal Define ΔX e ΔY como 0.1. E definem o valor X e Y de cada pixel como uma casa decimal.

5:Zsquare Define pixels do mesmo tamanho nos eixos X e Y. Ajusta apenas numa direção tal como $\Delta X = \Delta Y$. Xscl e Yscl permanecem inalterados. O ponto médio do gráfico atual (e não a intersecção dos eixos) passa a ser o ponto central do novo gráfico.

6:Zstandard Define as variáveis de janela padrão. Atualiza as variáveis da janela para os valores standard mostrados abaixo.

Xmin= -10	Ymin= -10	Xres=1
Xmax=10	Ymax=10	
Xscl=1	Yscl=1	

7:Ztrig Define a janela para os valores predefinidos apropriados para traçar funções trigonométricas. No modo Radianos, os valores predefinidos são:

Xmin= $-(47/24)\pi$	Ymin= -4
Xmax= $(47/24)\pi$	Ymax= 4
Xscl= $\pi/2$	Yscl=1

8:Zinteger Define valores inteiros nos eixos X e Y.

9:ZoomStat Define a janela de visualização de forma a que todos os pontos de dados estatísticos (vindo das listas) sejam apresentados.

0:ZoomFit Traça novamente as funções, recalculando YMin e YMax de forma a incluir os valores Ymínimo e máximo da função atual.

Modelando os dados experimentais através das equações padrões da calculadora.

a) Para criar uma equação de regressão:

1. Com o gráfico dos dados experimentais na tela, pressione **STAT**, seta para direita (➢), menu **CALC**. Selecione o tipo de regressão desejada, utilize as setas para selecionar e **ENTER** para a escolha.
2. Após a regressão ser escolhida ela aparecerá na tela. Digite então (nesta ordem e separados por vírgula) a lista que contém a variável independente, a lista que contém a variável dependente e a equação Y, na qual a regressão deverá ser armazenada. Para isso observe o exemplo abaixo, para ajustar os dados a uma função linear (ax + b), temos:
   - Pressione **STAT**, **4** (para acionar a regressão linear).
   - Selecione a L5, pressionando **2nd** e a tecla **5** (L5), pressione a tecla **,**
   - Selecione a L6, pressionando **2nd** e a tecla **6** (L6), pressione a tecla **,**
   - Selecione a equação Y, na qual a função de ajuste será armazenada. Para isso pressione **VARS**, seta para direita (➢), **Y-VARS**, **1** (função). Escolha utilizando as setas, qual Y a função será armazenada. Por exemplo **Y1**, para isso pressione (**1** ou **ENTER**).
   - Após isso, basta teclar **ENTER** e a regressão será feita e a função será armazenada na **Y1**. Nesse exemplo, os dados apresentados para uma função do tipo y = ax + b, são: a = -0,09028571 e b = 0,78957142

b) Para desenhar a equação de regressão criada juntamente com os dados experimentais (já plotados):

1. Pressione **Y=** para acessar a função de regressão armazenada em Y.
2. Posicione o cursor (com o uso das setas) sobre o símbolo de igual **(=)** da expressão. Pressione **ENTER** para que ele fique iluminado. Com isso você está habilitando o gráfico da expressão contida em **Y1**.
3. Pressione a tecla **GRAPH** e automaticamente o gráfico será desenhado na tela, juntamente com o anterior.
4. Caso a expressão não seja a melhor regressão, repita o procedimento modificando a equação de regressão, até que um bom ajuste seja por você evidenciado.

Utilizando o TRACE para ver os pontos de um gráfico.

1. Com o gráfico dos dados experimentais e da regressão na tela, pressione a tecla **TRACE** para ver as coordenadas dos pontos na tela. Se os dois gráficos estiverem na mesma tela, ao pressionar o **TRACE** será mostrada as coordenadas de um gráfico. Para mudar de gráfico e verificar suas coordenadas, basta pressionar seta para cima (▲).
2. Para andar ao longo do gráfico basta utilizar as setas para direita (▶) e esquerda (◀). Ao pressionar seta até um extremo da tela, o gráfico será re-arranjado na janela de visualização.

Entrevista Final

1. Porque escolheram o curso de Matemática? (bacharelado/licenciatura)
2. O que vocês acham de estudar Física? (Vocês acham importante um matemático ou professor de Matemática saber/estudar Física?)
3. É possível obter a integração da Física e da Matemática? (E nas nossas atividades?)
4. O que vocês sabiam de calculadoras antes de nossas atividades? Quais tipos de calculadoras já conheciam? (Conheciam algum software matemático ou físico?)
5. Vocês poderiam contar um pouco mais sobre como foi a realização das atividades? Fale aspectos **positivos e negativos** que vocês identificaram nas atividades.
6. Vocês acham que é possível introduzir um conceito novo com o uso de uma tecnologia nova, como essas que vocês usaram?
7. O que vocês acham que pode ocorrer de indesejável ao se ensinar com tais tecnologias?
8. Vocês acham que as atividades são adequadas a sala de aula, no primeiro ano do curso superior? Vocês as utilizariam em suas salas de aula?