

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA
FILHO”**

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RODRIGO ROMAIS

**RECONFIGURAÇÃO ÓTIMA DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA USANDO UMA FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM
INTEIRA MISTA**

Ilha Solteira

2013

RODRIGO ROMAIS

**RECONFIGURAÇÃO ÓTIMA DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
ELÉTRICA USANDO UMA FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM
INTEIRA MISTA**

Texto apresentado à Faculdade de Engenharia
do Campus de Ilha Solteira – UNESP como
parte dos requisitos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica
Área de Conhecimento: Automação

Marcos Julio Rider Flores

Orientador

Ilha Solteira
2013

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

R757r Romais, Rodrigo.
Reconfiguração ótima dos sistemas de distribuição de energia elétrica usando uma formulação cônica de segunda ordem inteira mista / Rodrigo Romais. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2013
100 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2013

Orientador: Marcos Julio Rider Flores
Inclui bibliografia

1. Reconfiguração de sistemas de energia elétrica. 2. Programação cônica de segunda ordem inteira mista. 3. Sistemas de distribuição de energia elétrica radiais.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Reconfiguração ótima dos sistemas de distribuição de energia elétrica usando uma formulação cônica de segunda ordem inteira mista

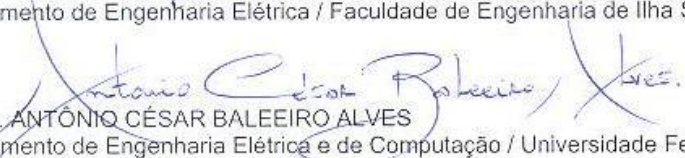
AUTOR: RODRIGO ROMAIS

ORIENTADOR: Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ANTONIO CÉSAR BALEEIRO ALVES
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação / Universidade Federal de Goiás

Data da realização: 24 de fevereiro de 2014.

In Memoriam de Vera Lúcia Romais (1957-2013). Mãe, conselheira, serva de Cristo, a qual arriscou sua vida para que eu pudesse vir ao mundo e, conseqüentemente, estar aqui hoje defendendo este mestrado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida, pelos dons recebidos e por esta oportunidade de mestrado.

À minha mãe, *in memoriam* Vera Lúcia Romais, que nos deixa muitas saudades no ano de 2013. Em vida, ofereceu-me os melhores conselhos, e dedicados ensinamentos dos quais levarei para todo o sempre.

Ao meu pai, Luciano Romais, pelo incondicional apoio nos momentos difíceis tanto na graduação, como no mestrado. Sempre ao meu lado fazendo com que eu não desanimasse quando a opção mais forte era desistir. O maior exemplo que posso citar aqui.

Ao eterno amigo, *in memoriam* Fernando Hildebrandt, aos vinte e cinco anos nos deixou no último onze de setembro. Ficam as boas lembranças de uma grande amizade.

Aos meus irmãos, Carlos Henrique Romais e Carolina Romais, que sempre me deram força para seguir adiante nos estudos.

Aos meus primos, em especial Sergio Pisch, pela grande amizade e companhia de todos os momentos.

Aos meus amigos de graduação, em especial a Adriana e Tiago que seguiram a vida acadêmica com mestrado em Santo André.

Aos amigos de mestrado, Diogo, Henrique, Jeferson e Júlio, e demais amigos e colegas de laboratório.

Aos alunos do Dinter, em que alguns deles foram meus professores da graduação, Rogério, Vera, Milton e Silvio e que hoje também são colegas de laboratório.

À João Zamperin, estudante de doutorado deste departamento, o qual, dividi moradia neste período conturbado, porém, abençoado.

Aos professores do departamento da Engenharia Elétrica, em especial os professores da Pós-Graduação dos quais tive esta oportunidade durante a contemplação dos créditos realizados.

Ao orientador, Marcos J. Rider, pela excepcional orientação de mestrado, e pela oportunidade honrosa de ter trabalhado ao seu lado.

“Jesus continua sendo minha alegria, o conforto e a seiva do meu coração, Jesus refreia a minha tristeza, Ele é a força da minha vida; É o deleite e o sol dos meus olhos, o tesouro e a grande felicidade da minha alma; Por isso, eu não deixarei ir Jesus do meu coração e da minha presença.” - Johann Sebastian Bach (*Jesu, Joy Of Man's Desiring*).

RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais. A intenção desta pesquisa é propor uma nova metodologia que seja eficiente para resolver o problema de reconfiguração de sistema de distribuição que geralmente é modelado por um problema de programação não linear inteiro misto. Foi provado que o ponto de operação em regime permanente de sistemas de distribuição radial pode ser modelado matematicamente como um problema de programação cônica de segunda ordem. Este modelo matemático foi estendido para resolver o problema de reconfiguração de sistema de distribuição. O uso de um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista garante a convergência para a solução ótima usando as ferramentas de otimização clássica existentes. Os sistemas testes de 33, 70, 136 e 417 nós são utilizados para evidenciar a precisão do modelo matemático proposto, como também a eficiência destas técnicas de soluções para o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais.

Palavras-chave: Reconfiguração de sistemas de energia elétrica. Programação cônica de segunda ordem inteira mista. Sistemas de distribuição de energia elétrica radiais.

ABSTRACT

This paper presents the development of a model of mixed integer second-order cone programming to solve the problem of reconfiguration systems power distribution radial. The intent of this research is to propose a new methodology that is efficient to solve the reconfiguration problem of distribution system which is usually modeled as a problem of mixed integer nonlinear programming. It was proven that the operating point in steady radial distribution systems can be modeled mathematically as a problem of second-order cone programming. This mathematical model has been extended to solve the problem of reconfiguration of distribution system. The use of a model mixed integer second-order cone programming ensures convergence to the optimal solution using the existing classical optimization tools. Systems tests 33, 70, 86, 136 and 417 nodes are used to assess the accuracy of the mathematical model, but also the efficiency of these technical solutions to the problem of reconfiguration of distribution systems of electric power radial.

Keywords - Reconfiguration systems of the electric power. Mixed-integer second-order conic programming. Systems of electric power distribution radial.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Padronização cônica em uma função não convexa	17
Figura 2 – Função Convexa e Não Convexa	29
Figura 3 – Problema nem côncavo e nem convexo	29
Figura 4 – Método de Ponto Interior $\times$ Método Simplex	30
Figura 5 – Cone Convexo	33
Figura 6 – Representação quadrática das restrições do exemplo 1	35
Figura 7 – Representação cônica das restrições do exemplo 1	37
Figura 8 – Sistema de distribuição de três nós	41
Figura 9 – Sistema com 2 nós e 1 circuito	49
Figura 10 – Restrições (b3)-(c3) com reta $a-b$ é a região factível	49
Figura 11 – Sistema de 4 barras e 1 circuito	50
Figura 12 – Sistema de distribuição radial	63
Figura 13 – Representação de uma parte do sistema de distribuição.	69
Figura 14 – Controle do estado do circuito de um SDEE	69
Figura 15 – Sistema de 14 barras malhado	70
Figura 16 – Configuração Radial do Sistema de 14 barras	71
Figura 17 - Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 14 nós	72
Figura 18 - Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 14 nós	74
Figura 19 - Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 14 nós	75
Figura 20 - Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 14 nós	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Perdas Potencia Ativa (kW)	53
Tabela 2 - Perdas de Energia Ativa (kWh)	53
Tabela 3 - Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)	54
Tabela 4 - Magnitude de Tensão Mínima (kV)	54
Tabela 5 - Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)	54
Tabela 6 - Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)	54
Tabela 7 - Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVar)	55
Tabela 8 - Perdas Potencia Ativa (kW)	55
Tabela 9 - Perdas de Energia Ativa (kWh)	56
Tabela 10 - Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)	56
Tabela 11 - Magnitude de Tensão Mínima (kV)	56
Tabela 12 - Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)	57
Tabela 13 - Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)	57
Tabela 14 - Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVar)	57
Tabela 15 - Perdas Potencia Ativa (kW)	58
Tabela 16 - Perdas de Energia Ativa (kWh)	58
Tabela 17 - Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)	58
Tabela 18 - Magnitude de Tensão Mínima (kV)	59
Tabela 19 - Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)	59
Tabela 20 - Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)	59
Tabela 21 - Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVar)	59
Tabela 22 - Perdas Potencia Ativa (kW)	60
Tabela 23 - Perdas de Energia Ativa (kWh)	60
Tabela 24 - Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)	61
Tabela 25 - Magnitude de Tensão Mínima (kV)	61
Tabela 26 - Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)	61
Tabela 27 - Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)	61
Tabela 28 - Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVar)	62
Tabela 29 - Configuração do Sistema de 33 nós	73
Tabela 30 - Configuração do Sistema de 70 nós	75
Tabela 31 - Configuração do Sistema de 136 nós	76

LISTA DE ABREVIATURAS

AMPL	A Modeling Language for Mathematical Programming
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CNOPO	Condições Necessárias de Otimalidade de Primeira Ordem
FC	Fluxo de Carga
KNITRO	Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer
LAPSEE	Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica
MCSOIM	Modelo Cônico de Segunda Ordem Inteiro Misto
MNL	Modelo Não Linear
MNLIM	Modelo Não Linear Inteiro Misto
PCSO	Programação Cônica de Segunda Ordem
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteiro Misto
PNL	Programação Não Linear
PQ	Programação Quadrática
PSO	Particle Swarm Optimization
SD	Sistema de Distribuição
SDEE	Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica
SOCP	Second-Order Cone Programming

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

- Ω_l Conjunto dos circuitos.
 Ω_b Conjunto de nós.
 Ω_d Conjunto de níveis de demandas.
 Ω_c Conjunto de barras que podem ser conectadas somente por meio de circuitos.

Variáveis:

- V_i Magnitude de tensão no nó i .
 $V_{i,d}$ Magnitude de tensão no nó i no nível de demanda d .
 V_i^{qdr} Variável que representa o quadrado de V_i .
 $V_{i,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $V_{i,d}$ no nível de demanda d .
 I_{ij} Magnitude da corrente no circuito ij .
 $I_{ij,d}$ Magnitude da corrente no circuito ij no nível de demanda d .
 I_{ij}^{qdr} Variável que representa o quadrado de I_{ij} .
 $I_{ij,d}^{qdr}$ Variável que representa o quadrado de $I_{ij,d}$ no nível de demanda d .
 P_{ij} Fluxo de potência ativa no circuito ij .
 $P_{ij,d}$ Fluxo de potência ativa no circuito ij no nível de demanda d .
 Q_{ij} Fluxo de potência reativa no circuito ij .
 $Q_{ij,d}$ Fluxo de potência reativa no circuito ij no nível de demanda d .
 P_i^S Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação no circuito ij .
 $P_{i,d}^S$ Fluxo de potência ativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
 Q_i^S Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação no circuito ij .
 $Q_{i,d}^S$ Fluxo de potência reativa fornecido pela subestação no circuito ij no nível de demanda d .
 P_{ij}^+ Fluxo de potência ativa no circuito ij no sentido positivo
 P_{ij}^- Fluxo de potência ativa no circuito ij no sentido negativo
 P_i^G Potência ativa gerada no nó i
 Q_i^G Potência reativa gerada no nó i

V_i^{qdr}	Quadrado da magnitude de tensão no nó i
y_{ij}^+	Variável binária que controla o fluxo de potência no sentido positivo
y_{ij}^-	Variável binária que controla o fluxo de potência no sentido negativo
P_{ij}	Fluxo de potência ativa no circuito ij
a_{ij}	Variável auxiliar no modelamento do estado do circuito ij

Constantes:

Z_{ij}	Impedância do circuito ij .
R_{ij}	Resistência do circuito ij .
X_{ij}	Reatância do circuito ij .
P_i^D	Demanda de potência ativa no nó i .
$P_{i,d}^D$	Demanda de potência ativa no nó i no nível de demanda d .
Q_i^D	Demanda de potência reativa no nó i .
$Q_{i,d}^D$	Demanda de potência reativa no nó i no nível de demanda d .
$\underline{V}$	Magnitude da tensão mínima (kV).
$\overline{V}$	Magnitude da tensão máxima (kV).
$\bar{I}_{ij}$	Limite máximo da magnitude de corrente no circuito ij .
N	Número de barras

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	17
1.2	REVISÃO DA LITERATURA	19
1.3	CONSIDERAÇÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
1.4	OBJETIVOS	24
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	25
2	REVISÃO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	26
2.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR, QUADRÁTICA E NÃO LINEAR	26
2.2	PROBLEMAS CONVEXOS E NÃO CONVEXOS	28
2.3	MÉTODO DE PONTO INTERIOR	31
2.4	OTIMIZAÇÃO CÔNICA	32
2.5	APLICAÇÕES	40
3	CÁLCULO DE PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM	41
3.1	INTRODUÇÃO	41
3.2	EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS.	42
3.3	PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR	44
3.4	PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM	45
3.5	TESTES E RESULTADOS	52
3.5.1	<i>SISTEMA DE 70 NÓS</i>	52
3.5.2	<i>SISTEMA DE 136 NÓS</i>	55
3.5.3	<i>SISTEMA DE 202 NÓS.</i>	57
3.5.4	<i>SISTEMA DE 400 NÓS.</i>	59
4	PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS	63
4.1	INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO	63
4.2	MODELO NÃO LINEAR INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE	64

4.3	MODELO CÔNICO DE SEGUNDA ORDEM INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE	66
4.4	RESTRIÇÕES ADICIONAIS NO MODELO DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE RADIAIS	68
4.5	EXEMPLO ILUSTRATIVO	70
5	TESTES E RESULTADOS	73
5.1	SISTEMA DE 33 NÓS	73
5.2	SISTEMA DE 70 NÓS	74
5.3	SISTEMA DE 136 NÓS	76
5.4	SISTEMA DE 417 NÓS	77
6	CONCLUSÕES	79
	REFERÊNCIAS	80
	APÊNDICE A – Dados dos sistemas de distribuição testados	83
	A.1 - Sistema de distribuição de 70 nós	83
	A.2 - Sistema de distribuição de 136 nós	85
	A.3 - Sistema de distribuição de 202 nós	88
	A.4 - Sistema de distribuição de 400 nós	93

1 INTRODUÇÃO

1.1 O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Os Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica (SDEE) são planejados como redes malhadas interconectadas, entretanto, o SDEE opera com uma topologia ou configuração radial permitindo uma operação eficiente, apresentando dois fatores relevantes: a) facilitar a coordenação da proteção, e b) reduzir a corrente de curto-circuito deste sistema. A topologia do SDEE poderá ser modificada pela operação das chaves de interconexão para transferir as demandas do sistema entre os diferentes alimentadores. O problema de reconfiguração do SDEE consiste na abertura e/ou fechamento de chaves em pontos específicos de um sistema, modificando a topologia inicial, de modo a garantir a radialidade do SDEE e com os objetivos de diminuir perdas ativas de energia, isolar faltas e/ou melhorar o perfil da magnitude de tensão em todo o sistema. A reconfiguração ótima é uma importante ferramenta para aumentar a confiabilidade de um SDEE, e atualmente é um problema relevante, especialmente quando a automação avançada nos SDEE e tecnologias de redes inteligentes tornam-se mais importantes e mais acessíveis às empresas de distribuição. (PEREIRA, 2010).

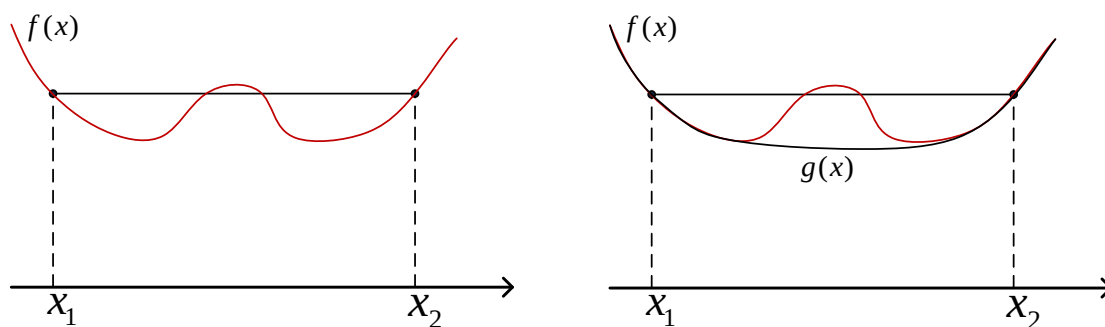
Matematicamente, a reconfiguração de um SDEE é um problema combinatorial e pode ser modelado utilizando a programação não linear inteira mista (LAVORATO et al., 2012) objetivando minimizar as perdas de potência ativa no sistema, sujeito a um conjunto de restrições como limites de tensão nos nós do SDEE, limites dos circuitos, balanço de potências ativa e reativa, operação radial do SDEE, dentre outros. A dimensão do problema de reconfiguração é diretamente associada à quantidade de chaves de interconexão presentes no sistema, sendo assim, um sistema possuindo C chaves, através da combinação e do princípio multiplicativo, o número de topologias possíveis consiste em um problema binário, já que a chave estará ou aberta ou fechada, e este problema está na forma de 2^C . Boa parte dessas topologias não são factíveis, por não satisfazerem as restrições de radialidade ou conter nodos desconectados (SCHMIDT et al., 2005).

Várias pesquisas estudam esta problemática, porém, poucos trabalhos mostram uma metodologia que garante de encontrar um ponto de ótimo global. Dentre os

trabalhos publicados com este propósito abordam diversas metodologias de resolução, tais como: Iniciar com uma rede malhada, e respectivamente adotar um índice de sensibilidade para abrir interruptores e desligar circuitos passo a passo até atingir uma configuração radial; Iniciar com uma rede radial, em seguida trocar os circuitos ativos com chaves de interconexão de maneira que mantenha a radialidade, até encontrar um ótimo local (algoritmo *branch exchange*); Técnicas metaheurísticas especializadas; Algoritmos híbridos que usam estratégias anteriormente descritas.

Nesta dissertação será descrito um modelo de programação não linear inteiro misto que descreve o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica que opera de forma radial, entretanto, há dificuldades de se resolver um problema não linear inteiro misto, devido à presença de variáveis inteiras, a não convexidade do problema, a não garantia de se encontrar o ponto ótimo do problema, e o porte do problema. Para contornar estas dificuldades existe a padronização cônica que será aplicada ao modelo de reconfiguração, pois um modelo cônico pode ser a representação de qualquer outro modelo de otimização, isto é, seja um modelo inicialmente linear, quadrático ou até alguns modelos não lineares, eles podem ser representados como um modelo de otimização cônica. A Figura 1 ilustra um exemplo da padronização cônica.

Figura 1 – Padronização cônica em uma função não convexa



Fonte: Próprio autor

Graficamente a Figura 1 representa um dos benefícios conquistados através da padronização cônica na figura representada por $g(x)$, que é a garantia de um problema não convexo (lado esquerdo da Figura 1), tornar-se convexo (lado direito da Figura 1). Maiores detalhes e suas propriedades serão vistos no capítulo seguinte.

Para o problema da reconfiguração de um SDEE radial será implementada uma modificação em uma das restrições do modelo não linear tornando-o um novo modelo de otimização cônica de segunda ordem inteiro misto. Com as condições iniciais impostas ao problema de reconfiguração e garantindo a radialidade do sistema, neste trabalho deseja-se mostrar que a solução de ambos os modelos encontram o mesmo ponto de operação em regime permanente.

1.2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção serão destacados alguns trabalhos e artigos que abordam o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição, onde diferentes trabalhos foram publicados com diversas técnicas de solução para minimizar perdas de energia.

O problema de reconfiguração do SDEE vem sendo estudado desde meados dos anos 70. Um dos primeiros a resolver o problema de reconfiguração foi Merlin e Back (1975) formulando um modelo matemático do problema de reconfiguração e resolvendo este utilizando *Branch & Bound*, no qual utiliza critérios de sondagem limitantes, inferior e superior. O limitante inferior é representado pelas perdas mínimas calculadas da configuração malhada associada ao nó correspondente da árvore de *Branch & Bound*. O limitante superior é representado pelas perdas associadas à configuração radial obtida de forma iterativa, iniciando com a topologia malhada associada ao nó correspondente e eliminando a linha com o menor fluxo em cada passo.

Já Cinvalar et al. (1988) propõem um método heurístico para o problema de reconfiguração de um SDEE, chamado *branch-exchange*, partindo com uma proposta de solução com topologia radial. No decorrer do processo iterativo são realizadas trocas nos ramos, em que uma chave é aberta com o fechamento de outra. Este mecanismo preserva a topologia radial e busca uma solução de melhor qualidade que apresente uma redução nas perdas ativas do sistema. A metodologia proposta, ainda sugere estratégias heurísticas para reduzir o espaço de busca, sendo eliminados da solução final os chaveamentos que não produzem a redução de perdas de energia para o SDEE.

Baran e Wu (1989) usaram o algoritmo *Branch Exchange* empregando uma fórmula diferente de Cinvalar et al. (1988), para estimar as perdas após uma transferência de carga. Esta técnica aplicada consistia em fechar uma única chave de

interconexão por vez, formando um laço e/ou uma malha. Tendo em conta uma condição imposta, o processo de solução prossegue abrindo outro circuito para garantir a radialidade do sistema, porém o próximo circuito a ser aberto deverá ser aquele que possuir uma chave de interconexão. O objetivo da metodologia apresentada consiste em reduzir as perdas do sistema e reduzir o balanço de carga entre os alimentadores.

Shirmohammadi e Hong (1989) apresentam uma modificação ao que Merlin e Back (1975). Descrevendo um método heurístico eficiente e robusto para a reconfiguração de redes de distribuição. Os autores incluem restrições de limites de tensão nas barras e limites de fluxo de correntes nas linhas e, consideram as perdas reativas do sistema obtidas pelo cálculo do fluxo de carga. Este trabalho apresenta três sistemas testes com soluções consideradas satisfatórias.

Outra técnica para resolver o problema de reconfiguração dos SDEE foi proposta por Goswami e Basu (1992), em que há melhoria em relação ao algoritmo de Shirmohammadi e Hong (1989), também utilizando o cálculo do fluxo de carga para a reconfiguração de sistema de distribuição, onde há comparações dos resultados encontrados. A mudança da topologia de uma rede é realizada pela abertura e/ou fechamento de chaves de interconexões existentes no sistema. Essas alterações geralmente ocorrem quando a radialidade do sistema é preservada. Diferente das outras técnicas já apresentadas, esta consiste em fechar uma única chave por vez, formando um único laço, permanecendo assim, outra chave ou a mesma chave deverá ser aberta para manter a radialidade da rede, entretanto, a chave que deverá ser aberta necessariamente deve pertencer ao mesmo laço. Este processo é repetido até encontrar uma configuração que possui o menor valor para a perda ativa do sistema.

Mantovani et al. (2000), propuseram um algoritmo heurístico para o problema de reconfiguração visando à minimização de perda de potência ativa e o balanço de carga nos alimentadores. A heurística desenvolvida baseia-se no limite máximo da queda de tensão nos alimentadores. O processo heurístico consiste em fazer uma combinação com as chaves abertas da topologia inicial para que as mesmas possam ser fechadas. A combinação com as chaves abertas iniciam uma a uma, em seguida, duas a duas, até n_a a n_a , onde n_a é o número total de chaves abertas em um SDEE. Usando uma técnica de troca de ramos, é possível gerar novas configurações, a cada chave que está aberta, quando fechada gera um novo laço, e cada chave deste laço que é aberta obtém novas configurações. Quando a combinação das chaves que estão abertas for realizada duas a

duas, então necessariamente duas chaves fecham-se formando novos laços, em seguida, deve-se abrir uma chave de cada laço para obter as novas configurações, e o processo se repete até que todas as chaves possam ser combinadas n_a a n_a de forma que todas as combinações possíveis sejam obtidas.

Guimarães et al. (2004) propõe um algoritmo para o problema de reconfiguração de um SDEE baseado na *Tabu Search* para maximizar a margem de segurança ao colapso de tensão, ou maximizar a margem de carregamento da rede. O sistema parte com diversas configurações iniciais – malhadas e radiais, a escolha das melhores propostas de solução é feita utilizando os índices de estabilidade de tensão em cada ramo.

Gomes et al. (2005) apresentam um método dividido em duas partes para o problema de reconfiguração. Na primeira é sugerida uma heurística para encontrar uma solução com configuração radial, partindo de uma topologia malhada, que em cada passo do processo um dos circuitos é removido. Com isto, estas chaves são abertas com a intenção de desfazer os laços do sistema. Para a segunda parte é realizado uma melhora na solução encontrada na primeira parte, através das trocas de ramos, até encontrar uma solução de melhor qualidade.

Uma formulação mais completa para a reconfiguração foi proposto por Ramos et. al. (2005) modelando restrições topológicas tornando o modelo mais próximo da realidade que os modelos propostos anteriormente. Os autores resolveram este problema utilizando duas técnicas de otimização: um algoritmo genético e um *solver* de programação linear inteiro misto (PLIM), em que inicialmente a função objetivo e as restrições foram linearizadas. Em 2010 um modelo de programação quadrática inteira mista para o problema de reconfiguração de rede foi desenvolvido por (ROMERO-RAMOS; RIQUELME-SANTOS; REYES, 2010), com a vantagem de evitar as variáveis não lineares e as variáveis binárias.

Mendoza et al. (2006) propõem um algoritmo genético para resolver o problema de reconfiguração do SDEE, reduzindo o espaço de busca diminuindo a população inicial, conseqüentemente, reduzindo drasticamente o tempo computacional. Isto ocorre enquanto uma nova configuração radial do sistema é encontrada. A população reduzida é criada entre os ramos que formam um “sistema de loops”, implicando que quase todos os indivíduos propostos pelo algoritmo apresentem solução radial.

Zhang et al. (2007) empregam um algoritmo Tabu Search melhorado utilizando expressões similares à fórmula de Baran e Wu para reduzir o espaço de busca, já que, dependendo do tamanho do porte do sistema a lista Tabu pode gerar muitos candidatos à solução ótima. O operador de mutação que é usado no algoritmo genético é introduzido para enfraquecer a dependência da capacidade de busca global da lista Tabu, ganhando velocidade no processo de convergência.

Raju e Bijwe (2008) propuseram um método que emprega índices de sensibilidade e heurísticas em duas fases. A primeira fase começa com todos os interruptores fechados, rede malhada, conseqüentemente determina-se a linha para sair segundo o melhor índice de diminuição de perdas com relação à impedância até atingir uma rede radial. Na segunda fase, efetua-se uma troca das linhas que saíram na primeira fase com outra da vizinhança identificada ainda na primeira fase.

Chang (2008) apresenta uma metodologia utilizando um algoritmo de busca por colônia de formigas, com objetivo de apresentar um novo algoritmo para resolver o problema de reconfiguração do SDEE. Uma solução aproximada é encontrada através de um conjunto de agentes cooperativos que localizam no sistema os pontos onde podem ser reduzidas as perdas, utilizando uma metodologia radial.

Martin et al. (2008) apresentam uma nova abordagem, até então, para resolver o problema de reconfiguração por uma operação de comutação de chaves, a fim de reduzir as perdas de sistemas de distribuição de energia. Ao usar a técnica heurística proposta com embasamento referente ao sentido dos fluxos de alimentação do ramo, uma nova configuração de melhor qualidade da rede é obtida. Este algoritmo começa com uma topologia radial, e em cada etapa, um interruptor que está aberto é fechado, a heurística proposta estabelece opções de comutação reduzindo de modo significativo o número de ramos candidatos a ser aberto dentro de um *loop*. Finalmente, após a comutação mais eficaz aplicada à minimização de perdas ativas, é encontrado depois de alguns cálculos de fluxos de carga.

Oliveira et al. (2009) propuseram um algoritmo para a reconfiguração de sistema de distribuição de energia elétrica, que tem como objetivo principal a minimização da perda total de energia considerando diferentes níveis de carregamento. O processo de solução inicia com a rede malhada devido ao fechamento de todas as chaves de interconexões. A partir desta configuração todas as chaves vão sendo abertas de forma sequencial até que uma configuração radial seja encontrada.

Abdelaziz et al. (2009) utilizam o algoritmo por enxame de partículas (PSO) para resolver o problema de reconfiguração do SDEE para redução de perdas de energia. O algoritmo é apresentado com algumas modificações, tais como a utilização de uma massa de inércia que diminui linearmente durante a simulação. Esta configuração permite que a PSO explore uma grande área no início da simulação, apresentando uma modificação do número de iterações e o tamanho da população, dado para sistemas de rede de grande porte, o que tornaria o processo mais lento.

Rao e Narasimham (2011) apresentam uma nova abordagem para o problema de reconfiguração ótima de sistemas de distribuição radiais, aplicando um algoritmo num conjunto de heurísticas simples e proposto em duas partes: uma delas é determinar as melhores combinações de comutação em todas as malhas com um mínimo de esforço computacional e a outra é calcular as perdas de potência ativa através do fluxo de carga.

Em Lavorato et al. (2012) é proposta uma revisão de literatura com o objetivo de incorporar as restrições de radialidade para um sistema de distribuição. Essa é uma das maiores dificuldades no problema de reconfiguração e foi apresentada de maneira simples e eficiente pelos autores. Os modelos de otimização que contem as restrições que garante a radialidade do SDEE permitem a resolução de problemas referentes ao sistema de distribuição que necessitam ter uma configuração radial do sistema.

Jarb, Pal e Singh (2012) apresentaram dois modelos para um problema de reconfiguração de um SDEE. Um deles utiliza a programação cônica inteira mista para o problema de reconfiguração da rede em um modelo convexo. O segundo é uma formulação de programação linear inteiro misto, baseado em uma representação poliédrica das restrições cônicas utilizadas no primeiro modelo.

Franco et al. (2013) propõem um modelo de programação linear inteiro misto para resolver o problema de recondutoramento em sistema de distribuição radiais. O modelo opera em regime permanente do sistema de distribuição radial e é modelado através de expressões lineares. A metodologia é composta pela utilização deste modelo linear comparada a uma heurística, onde ambos foram testados em sistemas reais de distribuição e, ainda, garante a convergência utilizando *solvers* comerciais.

Borges et al. (2013) apresenta um modelo de programação não linear inteiro misto (PNLIM), que representa o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica radial. Este modelo PNLIM é linearizado transformando este em um modelo de programação linear inteiro misto (PLIM) equivalente para o

problema de reconfiguração do SDEE, tendo como principal objetivo a redução das perdas ativas do sistema. Foi considerado que todos os ramos do sistema possuem uma chave de interconexão que pode ser aberta ou fechada a fim de encontrar a melhor topologia da rede. Com os resultados encontrados, esta metodologia apresenta soluções de qualidade e satisfatórias para a operação em regime permanente do SDEE.

Por meio da filosofia apresentada em Borges (2013), neste trabalho será apresentada uma proposta alternativa para resolver o problema de programação não linear inteiro misto que representa a reconfiguração de um sistema de distribuição de energia elétrica radial. Através de uma alteração em uma das restrições do modelo PNLIM, a natureza deste problema se transforma, tornando-o um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista (PCSOIM). Com este novo modelo proposto para resolver o problema de reconfiguração, obtêm-se resultados satisfatórios na medida em que estes são confrontados com os resultados presentes na literatura especializada.

1.3 CONSIDERAÇÕES DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem diversas metodologias aplicadas ao problema de reconfiguração dos sistemas de distribuição de energia elétrica, constatando-se que há um processo evolutivo nos métodos de otimização utilizados para resolvê-lo este problema. Entretanto, a maioria dos métodos adota algoritmos heurísticos construtivos e metaheurísticas e pouquíssimos trabalhos são encontrados que abordam as técnicas de otimização clássica para solucionar o problema de reconfiguração.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo desta dissertação de mestrado é desenvolver um modelo cônico de segunda ordem inteiro misto para resolver o problema de reconfiguração dos sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) radiais. Demonstrar que o ponto de operação em regime permanente dos SDEE radiais pode ser modelado matematicamente como um problema de programação cônica de segunda ordem.

O emprego do modelo cônico de segunda ordem inteiro misto (MCSOIM) garante convergência para o problema de reconfiguração dos SDEE radiais, utilizando ferramentas de otimização clássica existentes.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma:

No Capítulo 1 foi apresentada uma introdução ao problema de reconfiguração dos SDEE radiais com revisão bibliográfica, ressaltando algumas considerações, contendo também os objetivos desta pesquisa.

No Capítulo 2 estão descritos de forma sintetizada uma revisão de programação matemática, descrevendo e estruturando a otimização clássica, por fim, apresentando a programação cônica de forma geral.

No Capítulo 3 é mostrado o cálculo de ponto de operação em regime permanente de SDEE radiais, apresentando as equações de fluxo de carga, consequentemente apresentando o problema não linear e o problema cônico de segunda ordem definitivamente aparece como proposta de metodologia para resolver as equações de fluxo de carga. Ainda neste capítulo são realizadas as primeiras simulações para comprovar a metodologia.

No Capítulo 4 é apresentado o problema de reconfiguração de sistemas de energia elétrica e sua proposta de resolução. É apresentada também uma implementação de novas restrições de corte ao modelo de reconfiguração para diminuir o esforço computacional da sua solução.

O Capítulo 5 apresentam os testes simulados e seus respectivos resultados para o problema de reconfiguração de SDEE radiais apresentado no capítulo anterior.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões do desenvolvimento do trabalho.

2 REVISÃO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A otimização ou programação matemática é uma técnica de resolução que busca encontrar uma solução de melhor qualidade sobre determinadas circunstâncias. Em outras palavras, é o ramo da matemática que estuda maximizar ou minimizar uma função, sujeito ou não a um conjunto de restrições. Tais problemas são modelados a partir de aplicações reais.

O desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização e o desenvolvimento das técnicas de resolução desses modelos são de extrema importância para a obtenção de soluções que nem sempre podem ser obtidas por procedimentos analíticos. Tais modelos de otimização podem ser formulados como problemas de Programação Linear (PL), Programação Quadrática (PQ) e Programação Não Linear (PNL). Métodos numéricos surgem como alternativa para a resolução de diversos problemas de otimização.

Um problema de otimização consiste de variáveis de decisão x , uma função objetivo $f(x)$ a ser maximizada ou minimizada, e as restrições $g_i(x)$ e $h_j(x)$ que impõem limites sobre outras funções das variáveis, como o seguinte modelo:

$$\min f(x) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$g_i(x) = 0 \quad \forall i \in 1 \dots n_g \quad (2)$$

$$h_j(x) \leq 0 \quad \forall j \in 1 \dots n_h \quad (3)$$

2.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR, QUADRÁTICA E NÃO LINEAR

Na programação linear, a função objetivo e as restrições são todas lineares, assim, uma das diversas formas de representar um PL segue conforme a equação (4)-(6):

$$\min: c^T x \quad (4)$$

Sujeito a:

$$Ax = b \quad (5)$$

$$x \geq 0 \quad (6)$$

Em que:

c^T é um vetor linha (c transposto);

A é uma matriz $m \times n$;

b é um vetor coluna.

Na programação quadrática, a função objetivo é generalizada em forma de uma função de grau dois conforme segue o modelo de otimização (7)-(9):

$$\min x^T Q x \quad (7)$$

Sujeito a:

$$b_l \leq Ax \leq b_u \quad (8)$$

$$x_l \leq x \leq x_u \quad (9)$$

Sendo b_l e b_u os limites inferior e superior de Ax . x_l e x_u os limites inferior e superior de x . E Q é uma matriz de coeficientes de ordem $n \times n$, e que a função objetivo a ser minimizada $x^T Q x$ é uma função quadrática, como apresentado em (10).

$$x^T Q x = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]_{1 \times n} \times \begin{bmatrix} q_{1 \times 1} & q_{1 \times 2} & \cdots & q_{1 \times n} \\ q_{2 \times 1} & q_{2 \times 2} & \cdots & q_{2 \times n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{n \times 1} & q_{n \times 2} & \cdots & q_{n \times n} \end{bmatrix}_{n \times n} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (10)$$

Se a matriz Q é uma matriz diagonal com elementos $c_1, c_2 \dots c_n$ então a resultante de $x^T Q x$ é um escalar:

$$x^T Q x = [c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 + \cdots + c_n x_n^2]_{1 \times 1} \quad (11)$$

Em que $c_1, c_2 \dots c_n$ são coeficientes resultantes do produto dos elementos da matriz Q , e as variáveis de decisão x .

A principal característica da programação quadrática clássica, é que todas as restrições são lineares. Um conjunto de restrições quadráticas transformaria o problema de otimização em um problema não linear.

A Programação Não Linear é um campo de pesquisa bem ativo, com aplicação em diversas áreas de conhecimento. Para que um problema de programação seja dito não linear, basta que apenas uma das equações ou inequações, função objetivo e/ou uma equação das restrições, seja não linear. Mas a grande dificuldade de resolução de

problemas na otimização não está entre um modelo de programação ser ou não linear, está entre o problema ser ou não convexo.

A programação não linear é um campo da programação matemática bem desenvolvida, com algoritmos de solução para diversos problemas e sua forma generalizada é representada conforme conjunto de equações (12)-(14):

$$\min f(x) \quad (12)$$

Sujeito a:

$$b_l \leq G(x) \leq b_u \quad (13)$$

$$x_l \leq x \leq x_u \quad (14)$$

A função objetivo $f(x)$ é dita função suave e tem por característica ser uma função contínua e diferenciável. Em outros termos, é uma classe de funções que admite derivadas de todas as ordens. A função $G(x)$ é um vector de funções suaves em função de x . Os problemas de programação linear e quadrática são casos especiais de funções suaves, desta forma, $f(x) = c^T x$ ou $f(x) = x^T Qx + c^T x$, e $G(x) = Ax$.

Os algoritmos de solução para este tipo de problema, em geral só podem garantir que a solução do problema seja um dos pontos de ótimo local até poderá ser um ponto de ótimo global, se for garantida as condições de Karush–Kuhn–Tucker.

O tempo necessário para encontrar uma solução globalmente ótima pode crescer exponencialmente com o número de variáveis e restrições. Isso limita o tamanho dos problemas que podem ser resolvidos com a otimalidade global.

O que torna um problema de otimização difícil de resolver, não é o fato de que as funções $f(x)$ e $G(x)$ sejam não lineares, conforme mostrado em (12)-(14), mas sim, se devem pelo fato de que estas funções sejam não convexas.

2.2 PROBLEMAS CONVEXOS E NÃO CONVEXOS

Uma das técnicas de resolução de problemas não lineares é a padronização do problema não linear em um problema linear, um processo chamado de linearização. A linearização ocorre com vistas a facilitar o processo de resolução esse processo requer a implementação de algum artifício ou método numérico específico para ocorrer a linearização.

Um problema linearizado apresenta vantagens e desvantagens. Uma grande vantagem é que um problema linearizado pode apresentar ganho computacional, uma vez que um sistema linear é resolvido com maior velocidade que um não linear. Mas a principal desvantagem é que esta linearização pode gerar custos, acrescentar erros aos modelos de otimização, já que estes processos são numéricos e geram erros em testes computacionais, isto é, o problema pode perder em otimalidade, mas este erro gerado é relativo, depende principalmente do problema envolvido. Mas para contornar esta problemática há processos de minimização dos erros gerados para auxiliar o problema original linearizado.

Em se tratando de resolução numérica torna-se importante fazer uma análise aprofundada de diversas propriedades matemáticas que permitem um direcionamento no processo de otimização, consequentemente melhorar essa busca pela melhor solução. Porém, nem sempre é um processo simples, mas pode representar a diferença de um problema de otimização ser computacionalmente viável ou não. Quanto mais rápida for a resolução numérica dentro de um número aceitável de iterações, melhor será seu modelo de otimização.

Um problema de otimização convexa é aquele em que todas as restrições são equações convexas, e o conjunto dessas equações formam um conjunto convexo. Já um problema de otimização não convexo é qualquer caso onde a função objetivo as restrições sejam equações não convexas.

Problemas de otimização convexa podem ser resolvidos com eficiência quanto a otimalidade global com até muitas variáveis de decisão em seu domínio. Em contrapartida, os melhores métodos para otimização global em computadores modernos geralmente podem resolver problemas não convexas de algumas centenas de variáveis estimando o ótimo global.

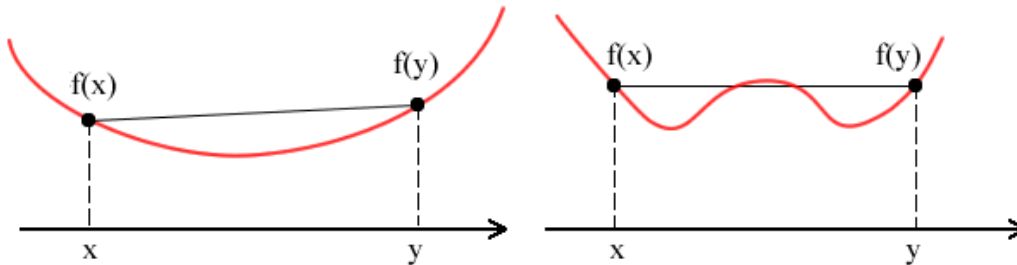
Até um problema quadrático pode se tornar um problema difícil de ser resolvido, principalmente se a função objetivo for uma função concava, ou a matriz Q for indefinida, ou em problemas específicos que Q apresentar determinante nulo. Situações que comprometem a otimalidade do problema.

Algebricamente, f é convexa se, para quaisquer x e y e qualquer $\lambda \in (0, 1)$, $f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$.

Geometricamente, uma função é dita convexa se for encontrado em um segmento de linha desenhado a partir de qualquer ponto $(x, f(x))$ para outro ponto

$(y, f(y))$ em que chamando de *acorde* de x a y , caso contrário f é dita não convexa, como representa na Figura 2, uma função convexa e outra função não convexa, respectivamente:

Figura 2 – Função Convexa e Não Convexa



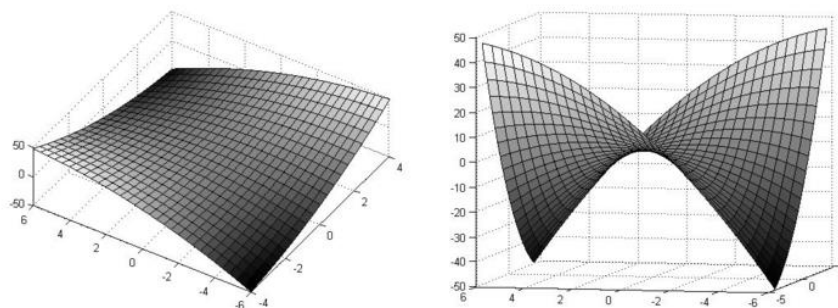
Fonte: Próprio autor

Uma função é dita côncava se $-f$ for convexa, ou seja, se o acorde de x a y está em f , ou abaixo do gráfico de f . Graficamente é fácil perceber se uma função linear ou quadrática é convexa ou côncava. Se $f(x) = x^T Q x$ é uma função quadrática, f será convexa se Q for uma matriz definida positiva; ou côncava se Q for definida negativa.

Uma função não convexa com "curvas acima e para baixo" não é côncava e ao mesmo tempo não é convexa, um bom exemplo são as funções seno e cosseno que apresentam curvas para cima e curvas para baixo.

Nos problemas quadráticos cuja função $x^T Q x$, em que Q é uma matriz indefinida, como o exemplo da seguinte função quadrática $f(x) = x_1^2 - 2x_1 x_2 - \frac{1}{2}(x_2^2 - 1)$ expresso na Figura 3:

Figura 3 – Superfícies nem côncavo e nem convexo.



Fonte: Próprio autor

Funções não lineares podem ser convexas ou não convexas, e em um problema de grande porte com a presença de funções não convexas, torna-se necessário a

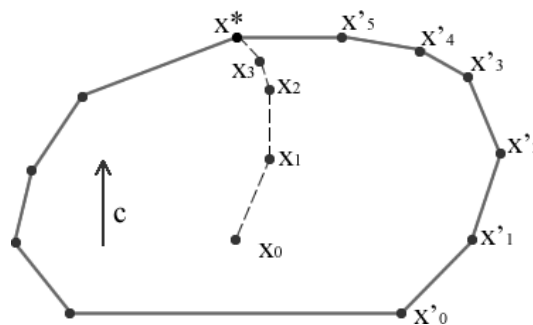
abordagem de outras estratégias para resolução, tais como a implementação de um método de ponto interior.

2.3 MÉTODO DE PONTO INTERIOR

Basicamente, os métodos de ponto interior são utilizados para resolver problemas de programação linear e de programação não linear. Tal procedimento numérico torna-se necessário, já que a obtenção de resultados por procedimentos analíticos tornam-se inviáveis para problemas de grande porte. Esses métodos evitam essas dificuldades, utilizando meios alternativos para obter solução de um problema.

A principal vantagem quando comparado ao método simplex que depende basicamente do fato de que as restrições são lineares, os métodos de ponto interior baseiam-se apenas no fato de que as restrições sejam convexas, e tem o comportamento de “caminhar” dentro de uma região factível até um ponto, ainda no interior, aproximando de um ponto extremo que é a solução do problema. A Figura 4 representa a trajetória de um método de ponto interior em comparação com o método simplex:

Figura 4 – Método de ponto interior × método simplex para programação linear



Fonte: Próprio autor

Em que:

x_i – Pontos da trajetória de um método de ponto interior;

x'_i - Pontos da trajetória do método simplex;

x^* - Solução ótima;

c – Sentido de maior descida.

Conforme Figura 4, um método de ponto interior pode mostrar uma melhor trajetória para encontrar uma solução ótima, porém, esta solução requer processos

computacionais pelos pontos interiores de um conjunto de restrições. Isso quer dizer que quando comparado o método de ponto interior com o método simplex, pode-se dizer que ambos são métodos eficientes, mas basicamente, o método simplex exige muitas iterações pelas arestas enquanto que o método de ponto interior usa poucas iterações *caras* pelos pontos do interior do conjunto viável.

Softwares comerciais de otimização de ponto interior que tratam de problemas de grande porte, tais como os otimizadores CPLEX, MOSEK e o *solver* de barreira no *Frontline Systems Premium Solver Platform* para o Excel.

Tais *solvers* são robustos e eficientes, de modo que são adequados para resolver problemas de grande porte com tempo computacional relativamente bom, com a finalidade de resolver problemas de programação linear, quadrática, inteira mista e a cônica.

2.4 OTIMIZAÇÃO CÔNICA

A otimização é uma área em crescimento constante e a diversidade dos problemas de programação vem sendo exploradas à medida que novos modelos matemáticos são desenvolvidos. Em específico, a otimização cônica surge como uma nova alternativa para solucionar diversos problemas que até então, são de difíceis resoluções (BOYD; VANDENBERGHE, 2004).

A principal ideia da programação cônica surgiu em modelos financeiros ou modelos de mercado, como a minimização de portfólios, que são problemas aplicados e específicos de otimização. Nestes problemas a função objetivo a ser minimizada é uma função de segundo grau, sujeito a restrições lineares e não lineares, com grande possibilidade de confrontar-se com problemas não convexos. Estes problemas passaram de “teoricamente interessante” para “praticamente significativo” com o desenvolvimento de métodos do gênero.

Intuitivamente, o que ocorre em um processo de padronização de um problema qualquer, convexo ou não convexo, para um problema cônico convexo, se o objetivo de pesquisadores da otimização era encontrar uma generalização de problemas de otimização, foi obtido com sucesso, pois este processo de otimização cônica é tratado

como revolucionário, pois surge como alternativa para a obtenção de resultados que até então, eram de difícil resolução, ou exigiam um grande custo computacional.

Um problema de otimização cônica pode ser escrito como um problema de programação linear, mas contém pelo menos uma restrição cônica. Uma restrição cônica específica é um vetor formado por um conjunto de variáveis de decisão e estão dentro de um cone pontiagudo convexo e fechado. Basicamente é um problema de otimização linear, em que as restrições pertencem e/ou estão limitadas a um cone, este problema pode ser representado conforme equações (15)-(17).

$$\min_x c^T x \quad (15)$$

Sujeito a:

$$Ax \leq b \quad (16)$$

$$x \in K \quad (17)$$

Em que K é um cone convexo pertencente a R^n e $c^T x$ função objetivo linear a ser minimizada.

Definição (Cone Convexo):

Um cone é um conjunto não vazio $K \subset R^n$, tal que para qualquer $x \in K$, tem-se um $\alpha x \in K$, $\forall \alpha \geq 0$. Onde K é um conjunto convexo, sendo assim, chamado de cone convexo e deverá satisfazer as seguintes condições (BOYD; VANDENBERGHE, 2004):

- a) K é um conjunto fechado
- b) $K \cap (-K) = \{0\}$
- c) $\text{int}(K) \neq \emptyset$, equivalente a $K + (-K) = R^n$

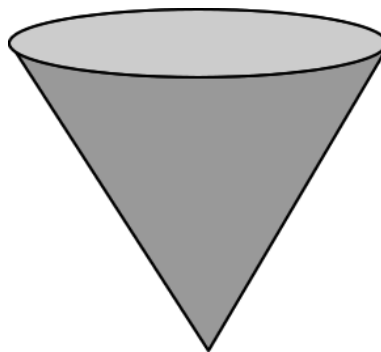
A questão objetiva consiste em encontrar os cones K convexos, nos quais, podem-se adaptar aos métodos de otimização linear, conforme é representado nas equações (15)-(17), como o conjunto solução é factível, e pode ser representado por um subespaço linear $\{x : Ax = b\}$, com as variáveis de folga positivas pertencente a R_+^n (Conjunto dos Reais positivos com a dimensão n).

Os pesquisadores tentaram generalizar o modelo de otimização linear de uma forma que mantinha a complexidade do modelo. Tentativas iniciais de generalizar o modelo linear consistiam em permitir que o conjunto de restrições seja não linear. Uma tentativa sem grandes sucessos, pois a não linearidades em restrições de igualdade, o modelo torna-se não convexo e de inviável resolução numérica.

Outro caminho é tentar modificar as restrições “estruturais” de $x \in R_+^*$. Se substituir uma variável de folga não negativa por outra, e esta pertencente a um conjunto K , assim obtém-se uma generalização de otimização linear. Claramente, K é um conjunto convexo e ainda, supondo que ele seja um cone (se não, se pode introduzir uma nova variável e uma nova restrição de igualdade, a fim de satisfazer essa condição).

Um exemplo simples de conjunto fechado convexo de um cone pontiagudo, que abrange muitos problemas de otimização de interesse, é o cone de segunda ordem também chamado de cone de Lorentz ou "casquinha de sorvete" na forma de $z = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, geometricamente conforme a Figura 8:

Figura 8 – Cone Convexo



Fonte: Próprio autor

Qualquer restrição quadrática convexa pode ser reformulada como uma restrição cônica, embora isto requeira vários procedimentos matemáticos, especificamente, várias etapas da álgebra linear. Um processo de “padronização cônica” de um problema quadrático é da seguinte forma: Seja uma função objetivo $f = x^T Q x$ a ser minimizada pode ser tratada por introduzir uma nova variável t , fazendo com que a nova função objetivo “minimizar t ”, adicionando a restrição $x^T Q x \leq t$. Isto é, esta nova restrição, e a função objetivo estão em uma forma cônica.

Há dois modelos ideais para se representar uma restrição cônica quadrática, conforme as seguintes equações (18) e (21).

$$K = x \in \mathbb{R}^n: x_1 \geq \sqrt{\sum_{j=2}^n x_j^2} \quad (18)$$

A equação (21) consiste na restrição de um cone quadrático em que K um cone quadrático, $\mathbb{R}^n$ o domínio das variáveis de decisão x_j .

Dois casos especiais de cones quadráticos de acordo com a equação (21).

a) cone Quadrático com uma dimensão:

$$\{x \in \mathbb{R}^1 : x_1 \geq 0\} \quad (19)$$

b) cone Quadrático com duas dimensões:

$$\{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 \geq \|x_2\|\} \quad (20)$$

Com isso, pode-se dizer que a otimização linear é um caso especial da otimização cônica quadrática. Outra maneira de se representar uma restrição cônica quadrática vem conforme equação (21):

$$K = x \in \mathbb{R}^n: 2x_1x_2 \geq \sum_{j=3}^n x_j^2; x_1, x_2 \geq 0 \quad (21)$$

Outra propriedade importante que exemplifica um cone quadrático é a seguinte equivalência:

$$\|x\|_2 \leq t \Leftrightarrow \begin{pmatrix} t & x_1 & \cdots & x_n \\ x_1 & t & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n & 0 & \cdots & t \end{pmatrix} \geq 0 \quad (22)$$

Para mostrar a equivalência desta propriedade, primeiramente calcula-se o determinante da matriz semidefinida positiva apresentada em (22):

$$t^{n+1} - x_1^2 t^{n-1} - x_2^2 t^{n-1} - \dots - x_n^2 t^{n-1} \geq 0 \quad (23)$$

Dividindo toda a equação (23) por t^{n-1} :

$$t^2 - x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2 \geq 0 \quad (24)$$

Ou ainda:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq t^2 \quad (25)$$

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2} \leq t \quad (26)$$

Claramente tem-se $\|x\|_2 \leq t$

Exemplo 1 - Minimizar o problema de otimização quadrática:

$$\min f_0 = x_1^2 + x_2^2 \quad (27)$$

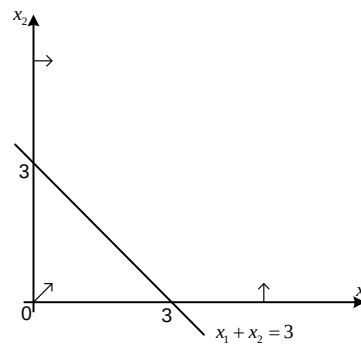
Sujeito a:

$$x_1 + x_2 = 3 \quad (28)$$

$$x_1, x_2 \geq 0. \quad (29)$$

Este problema tem a característica quadrática com restrições lineares. Uma das maneiras de se resolver este problema é utilizando um método de penalidades com função lagrangeana. Sabendo que a solução está contida na reta $x_1 + x_2 = 3$, por se tratar de restrição de igualdade. A Figura 6 ilustra a região na qual se encontra a solução do problema.

Figura 6 – Representação quadrática das restrições do exemplo 1



Fonte: Próprio autor

A função lagrangeana $\mathcal{L}$ consiste no agrupamento das restrições na função objetivo:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, y) = x_1^2 + x_2^2 + y(x_1 + x_2 - 3) \quad (30)$$

Em que y é o multiplicador de Lagrange. Calculando as seguintes derivadas parciais e igualando-as a zero:

$$\frac{\delta L}{\delta x_1} = 2x_1 + y = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_2} = 2x_2 + y = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\delta L}{\delta y} = x_1 + x_2 - 3 = 0 \quad (33)$$

Com as derivadas parciais é possível montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 + 1y = 0 \\ 0x_1 + 2x_2 + 1y = 0 \\ 1x_1 + 1x_2 + 0y = 3 \end{cases} \text{ Ou ainda, na forma matricial: } \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Resolvendo o respectivo sistema, as variáveis de decisão correspondem aos seguintes valores: $x_1 = 1,5$, $x_2 = 1,5$ e $y = -3$. Que aplicados na função objetivo $f_0^* = 4,5$.

Agora, transformando o problema quadrático em problema cônico, utilizando a padronização cônica, tem-se:

$$\min f_1 = t \quad (34)$$

Sujeito a:

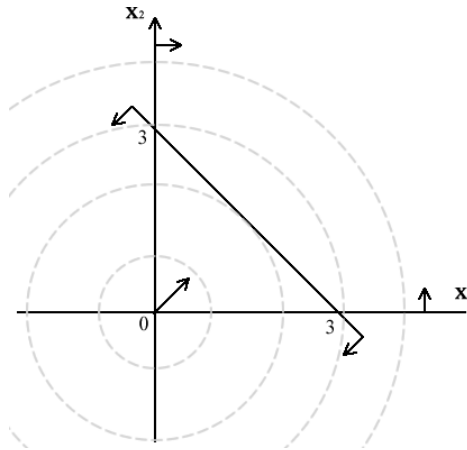
$$x_1^2 + x_2^2 \leq t \quad (35)$$

$$x_1 + x_2 = 3 \quad (36)$$

$$x_1, x_2 \geq 0. \quad (37)$$

No novo gráfico de restrições são implementadas circunferências de raio $\sqrt{t}$, condizente com a nova restrição cônica $x_1^2 + x_2^2 \leq (\sqrt{t})^2$ conforme Figura 7.

Figura 7 - Representação cônica das restrições do exemplo 1



Fonte: Próprio autor

Então, a função lagrangeana $\mathcal{L}$ tem a respectiva forma:

$$\mathcal{L}(t, x_1, x_2, y_1, y_2) = t + y_1(x_1^2 + x_2^2 - t) + y_2(x_1 + x_2 - 3) \quad (38)$$

Em que y_1 e y_2 são os multiplicadores de Lagrange. Calculando as respectivas derivadas parciais e igualando-as a zero:

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta t} = 1 - y_1 = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x_1} = 2x_1y_1 + y_2 = 0 \quad (40)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta x_2} = 2x_2y_1 + y_2 = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta y_1} = x_1^2 + x_2^2 - t = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta y_2} = x_1 + x_2 - 3 = 0 \quad (43)$$

Este problema em específico é um problema equivalente ao problema resolvido anteriormente. Assim, montando o seguinte sistema linear (44):

$$\begin{cases} y_1 & = 1 \\ 2x_1 & + y_2 = 0 \\ 2x_2 & + y_2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 & = t \\ x_1 + x_2 & = 3 \end{cases} \quad (44)$$

Resolvendo o sistema, obtêm-se: $x_1 = 1,5$; $x_2 = 1,5$; $y_1 = 1$; $y_2 = -3$; $t = 4,5$. Assim, a função objetivo ótima: $f_1^* = 4,5$ e, portanto, $f_0^* = f_1^*$.

Para o exemplo 1 em específico não houve grandes modificações, mas para problemas de otimização com muitas variáveis de decisão, pode representar grandes modificações no modelo matemático. Em outros termos, $\min f_0$ poderá ser de grande custo, enquanto que $\min f_1$ poderá representar uma vantajosa alternativa de resolução.

Outro exemplo, explorando as propriedades mais gerais de otimização cônica, segue no exemplo 2 que em geral, são aproximações de problemas não lineares.

Exemplo 2 - Seja o seguinte modelo não linear:

$$\min 0,5\|Q^0x\|_2 + c^T x \quad (45)$$

Sujeito a:

$$0,5\|Q^i x\|_2 + a_i x \leq b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots \quad (46)$$

O modelo cônico quadrático equivalente é o seguinte:

$$\min c^T x + t_0 \quad (47)$$

Sujeito a:

$$t_i + a_i x = b_i \quad \forall i = 1, 2, \dots \quad (48)$$

$$Q^i x - y^i = 0 \quad \forall i = 0, 1, \dots \quad (49)$$

$$z_i = 1 \quad \forall i = 0, 1, \dots \quad (50)$$

$$\|y^i\|_2 \leq 2t_i z_i \quad \forall i = 0, 1, \dots \quad (51)$$

De fato, isso ocorre devido à restrição geral cônica quadrática, demonstrada anteriormente:

$$0,5\|Q^i x\|_2 \leq t_i \quad \forall i = 0, 1, \dots \quad (52)$$

Solvers comerciais que são utilizados na otimização cônica, tal como CPLEX e MOSEK, são importantes já que permitem apoio na resolução analítica de um problema para melhorar a eficiência na resolução numérica, de modo a reduzir os custos computacionais. Tais algoritmos têm característica de resolver diversos problemas de programação, como a linear, inteira mista e a quadrática de grande porte.

2.5 APLICAÇÕES

Dentre as aplicações de problemas de otimização cônica podem ser encontrados em diversas áreas do conhecimento, na área de finanças, por exemplo, encontram-se problemas de minimização de portfólios e modelos de otimização de ações. Na área computacional, diversas aplicações são encontradas como em equilíbrio de redes, que consiste na implementação de algoritmos que estabilizam a quantidade de sinais recebidos e enviados em uma rede específica, de forma a mantê-los em equilíbrio; outra aplicação desta área é a manipulação de imagens, que é possível através da padronização cônica, modificar a qualidade de uma imagem de forma a torná-la nítida quando mudada de dimensão; como também problemas de localização, dentre outros.

Tais aplicações são tratadas também como uma forma de generalização de problemas de programação não linear. A transformação em um modelo cônico pode gerar um aumento na dimensão do problema, consequentemente gera um custo computacional extra, mas este tipo de problema pode garantir que o problema tenha solução.

3 CÁLCULO DE PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO RADIAL UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM

Neste capítulo é demonstrado que um modelo de programação cônica de segunda ordem (PCSO) pode ser utilizado para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial. O modelo proposto de PCSO é uma formulação convexa que permite encontrar a solução ótima do problema usando *solvers* comerciais.

3.1 INTRODUÇÃO

De maneira geral, o objetivo do Fluxo de Carga (FC) em um sistema de energia elétrica é determinar as tensões nodais, isto é, calcular as magnitudes de tensão e os ângulos em fases de todos os nós e demais grandezas descendentes destas, como fluxos de potências ativa e reativa, a magnitude de corrente nos circuitos, perdas de potência ativa e reativa, dentre outros.

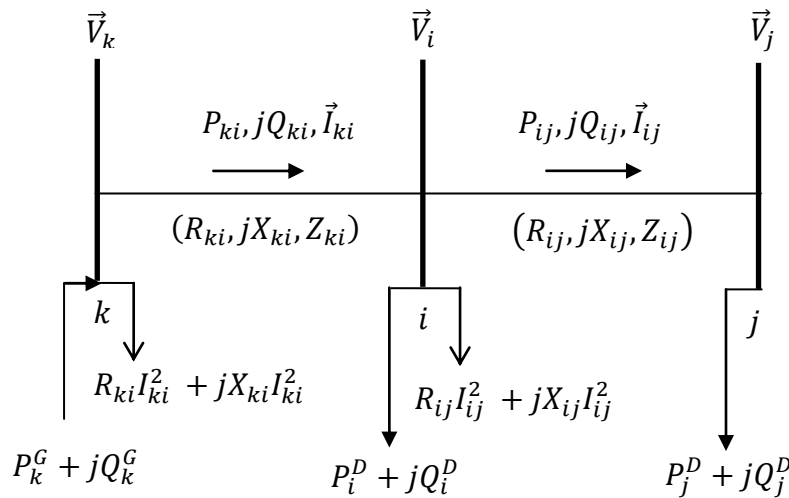
Matematicamente, um problema de FC pode ser modelado por um conjunto de equações algébricas não lineares. Muitos algoritmos foram desenvolvidos para resolver o problema de FC baseado no Método de Newton, e nas suas versões desacopladas, especificamente para sistemas de transmissão de energia elétrica (MONTICELLI; GARCIA, 2003). Nos Sistemas de Distribuição (SD) há duas características importantes: (i) Apesar destes sistemas geralmente apresentarem estrutura malhada, o SD opera de forma radial. Implica em uma vantagem já que simplifica o problema de FC; (ii) Normalmente os SD apresentam uma alta relação R/X (reatância por resistência). O segundo ponto pode ser considerada uma desvantagem, já que os métodos de solução do FC desenvolvidos para sistemas de transmissão podem se tornar inadequados para alguns casos.

3.2 EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO RADIAIS.

Com o objetivo de representar o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial de energia elétrica, são consideradas algumas hipóteses iniciais, em que geralmente são usadas em programas de FC de varredura (SHIRMOHAMMADI, 1988), respectivamente representadas em Figura 8:

- a) as demandas das cargas são representadas como potências ativas e reativas constantes;
- b) as perdas de potência ativa e reativa no circuito ij estão concentradas no nó i .
- c) o sistema de distribuição é balanceado e representado por um equivalente monofásico.

Figura 8 – Sistema de distribuição de três nós



Fonte: Próprio autor.

De acordo com a Figura 8, os termos $\vec{V}_i$ e $\vec{I}_{ij}$ representam o fasor da tensão do nó i e o fasor do fluxo de corrente no circuito ij , respectivamente. $R_{ij}I_{ij}^2$ e $X_{ij}I_{ij}^2$ representam as perdas de potências ativa e reativa do circuito ij , respectivamente.

No circuito ij , conforme ilustra a Figura 8, tem-se que, para cada nível de demanda, a queda de tensão é definida pela equação (53):

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (53)$$

Em que $\vec{I}_{ij}$ pode ser calculada usando a equação (54) e Ω_l representa o conjunto dos circuitos.

$$\vec{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (54)$$

Substituindo a equação (54) em (53) obtêm-se a equação (55).

$$(\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (55)$$

Considerando que $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$, $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$ e $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, em que θ_i é o ângulo de fase da tensão na barra i , a equação (55) pode ser escrita como mostrado na equação (56).

$$V_i V_j [\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}] - V_j^2 = (P_{ij} - jQ_{ij})(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (56)$$

Separando a equação (56) em outras duas, em que (57) é obtida da parte real, e (58) da parte imaginária, obtém-se:

$$V_i V_j \cos \theta_{ij} = V_j^2 + (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (57)$$

$$V_i V_j \sin \theta_{ij} = X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (58)$$

Elevando ao quadrado as equações (57) e (58), e somando-as e aplicando a identidade trigonométrica entre as funções seno e cosseno, tal que $\sin^2(\theta_{ij}) + \cos^2(\theta_{ij}) = 1$, obtém-se a equação (59).

$$V_i^2 - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (59)$$

Em que o quadrado da magnitude do fluxo de corrente I_{ij} é mostrado na equação (60).

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (60)$$

A equação (59) não depende da diferença entre os ângulos de fases das tensões, então é possível obter a magnitude de tensão do último nó (V_j) e em termos da magnitude do nó inicial (V_i), do fluxo de potência ativa (P_{ij}), do fluxo de potência reativo (Q_{ij}), a corrente (I_{ij}) e os parâmetros elétricos do ramo ij . As equações de balanço de carga convencional são mostradas nas equações (61) e (62), como mostradas na Figura 8.

$$P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^G = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (61)$$

$$Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^G = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (62)$$

Em que k representa o nó anterior ao nó i . O sistema de equações não lineares das equações (59)-(62) representam a operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial. Diversos métodos são propostos na literatura para resolver este sistema de equações.

3.3 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

A princípio, analisam-se as equações não lineares de (59)-(62) consequentemente é possível representar um problema de programação não linear para calcular o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial como mostrado nas equações de (63)-(67) (ALVES, 2012).

É possível realizar uma mudança de variáveis com as magnitudes de corrente I_{ij} e de tensão V_i , que só aparecem em diversas equações na sua forma quadrática, I_{ij}^2 e V_i^2 , então: $I_{ij}^{qdr} = I_{ij}^2$ e $V_{ij}^{qdr} = V_{ij}^2$

Assim, o problema de programação não linear é:

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (63)$$

Sujeito a

$$P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^G = P_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (64)$$

$$Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^G = Q_i^D \quad \forall i \in \Omega_b \quad (65)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (66)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (67)$$

Em que V_i^{qdr} e I_{ij}^{qdr} são variáveis positivas que representam o quadrado da magnitude de tensão no nó i e o quadrado da magnitude do fluxo de corrente no ramo ij , respectivamente. P_{ij} e Q_{ij} representam, respectivamente, o fluxo de potência ativa e reativa no ramo ij . R_{ij} , X_{ij} e Z_{ij} representam, respectivamente, a resistência, a reatância e a impedância do circuito ij . P_i^D e Q_i^D representam, respectivamente, a demanda de potência ativa e reativa no nó i . Ω_b e Ω_l representam, respectivamente, os conjuntos de nós e ramos. As equações (63)-(66) são equações lineares, enquanto que (67) é uma equação não linear devido ao produto de V_j^{qdr} e I_{ij}^{qdr} e ao quadrado dos fluxos de potência ativa e reativa. A função objetivo representa a minimização das perdas de potência ativa do sistema. As equações de balanço de carga convencional são mostradas nas equações (64) e (65).

3.4 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM

Sejam consideradas as seguintes três características:

- a) minimização das perdas de potência ativa no sistema;
- b) a operação radial dos sistemas de distribuição;
- c) a não negatividade das variáveis V_i^{qdr} e I_{ij}^{qdr} .

Então é possível substituir a restrição não linear (67) pela restrição cônica de segunda ordem (68).

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (68)$$

Assim, o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial pode ser calculado usando um problema de programação cônica de segunda ordem, definido de pelas equações (63)-(66) e (68), e pode ser solucionado usando os *solvers* comerciais CPLEX ou MOSEK. Pode-se mostrar que no ponto de solução do problema (63)-(67) e (68), a restrição (67) está ativa e é igual à restrição (68).

Deseja-se demonstrar a equivalência na solução gerada entre o MNL e o MCSO. Em outras palavras, o modelo cônico de segunda ordem (69)-(73) não é equivalente ao modelo não linear (63)-(67), mas à uma equivalência na solução gerada entre os modelos que será mostrada. Adotando algumas condições e restrições para o mesmo ponto de operação, pode-se encontrar a mesma solução para os diferentes modelos.

Seja o modelo de programação cônico de segunda ordem que representa o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial de energia elétrica dada por (69)-(73).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (69)$$

Sujeito a

$$P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^G - P_i^D = 0 \quad \varphi_i: \forall i \in \Omega_b \quad (70)$$

$$Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^G - Q_i^D = 0 \quad \omega_i: \forall i \in \Omega_b \quad (71)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad \pi_{ij}: \forall ij \in \Omega_l \quad (72)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \rho_{ij}: \forall ij \in \Omega_l \quad (73)$$

Em que φ_i , ω_i , π_{ij} e ρ_{ij} são as variáveis duais das respectivas restrições. O objetivo é mostrar que no ponto de solução do problema (69)-(73) a restrição (73) deve

estar ativa ($V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$). A função lagrangeana $\mathcal{L}$ do problema (69)-(73) é dada como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} + \sum_{i \in \Omega_b} \varphi_i \left(\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^G - P_i^D \right) \\
& + \sum_{i \in \Omega_b} \omega_i \left(\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^G - Q_i^D \right) \\
& + \sum_{ij \in \Omega_l} \pi_{ij} (V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr}) \\
& + \sum_{ij \in \Omega_l} \rho_{ij} (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr})
\end{aligned} \tag{74}$$

A solução do problema (69)-(73) pode ser calculada como o ponto estacionário da função lagrangeana. As Condições Necessárias de Otimalidade de Primeira Ordem (CNOPO) de Karush-Kuhn-Tucker são:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dI_{ij}^{qdr}} = R_{ij} - R_{ij}\varphi_i - X_{ij}\omega_i - Z_{ij}^2\pi_{ij} - \rho_{ij}V_j^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \tag{75}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dP_{Gi}} = \varphi_i = 0 \quad \forall i \in SE \tag{76}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dQ_{Gi}} = \omega_i = 0 \quad \forall i \in SE \tag{77}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dP_{ij}} = -\varphi_i + \varphi_j - 2R_{ij}\pi_{ij} + 2\rho_{ij}P_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \tag{78}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dQ_{ij}} = -\omega_i + \omega_j - 2X_{ij}\pi_{ij} + 2\rho_{ij}Q_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \tag{79}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{dV_i^{qdr}} = \sum_{j \in \Omega_{b_i}^+} \pi_{ij} - \pi_{ki} - \rho_{ki} I_{ki}^{qdr} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \tag{80}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\varphi_i} = P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^G - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \tag{81}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\omega_i} = Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^G - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \tag{82}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\pi_{ij}} = V_i^{qdr} - 2(R_{ij}P_{ij} + X_{ij}Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^{qdr} - V_j^{qdr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}}{d\rho_{ij}} \rightarrow (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = 0 \text{ e } \rho_{ij} > 0) \text{ ou } (0 > P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - \\ > P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \text{ e } \rho_{ij} = 0) \end{aligned} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (84)$$

A restrição (84) representa as restrições de complementaridade do problema, e depende se (73) está ativa ($P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = 0$) ou inativa ($0 > P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 - V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr}$) na solução do problema (69)-(73).

Usando (80) pode-se escrever uma equação (85) para π_{ki} em função das variáveis associadas aos ramos que estão a jusante do ramo ki .

$$\pi_{ki} = \sum_{j \in \Omega_b} \pi_{ij} - \rho_{ki} I_{ki}^{qdr} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (85)$$

Como para um nó terminal i não existem ramos ij , então $\pi_{ki} = -\rho_{ki} I_{ki}^{qdr}$. Assim pode-se expressar π_{ki} em termos das variáveis ρ_{mn} correspondentes aos ramos que ficam a jusante da barra $k(\Omega_{F_k})$.

$$\pi_{ki} = - \sum_{mn \in \Omega_{F_k}} I_{mn}^{qdr} \rho_{mn} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (86)$$

De (76) e (77) se sabe que φ_i e ω_i são iguais a zero na subestação, assim usando (78) e (79) pode-se reescrever uma relação recursiva para expressar as variáveis φ_j e ω_j :

$$\varphi_j = \varphi_i + 2R_{ij}\pi_{ij} - 2\rho_{ij}P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (87)$$

$$\omega_j = \omega_i + 2X_{ij}\pi_{ij} - 2\rho_{ij}Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (88)$$

Usando a relação (86) φ_j e ω_j são escritas em função das variáveis associadas aos ramos que estão à montante da barra $j(\Omega_{B_j})$ conforme (89) e (90):

$$\varphi_j = -2 \sum_{hk \in \Omega_{B_j}} \left[R_{hk} \left(\sum_{mn \in \Omega_{F_h}} I_{mn}^{qdr} \rho_{mn} \right) - P_{hk} \rho_{hk} \right] \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (89)$$

$$\omega_j = -2 \sum_{hk \in \Omega_{B_j}} \left[X_{hk} \left(\sum_{mn \in \Omega_{F_h}} I_{mn}^{qdr} \rho_{mn} \right) - Q_{hk} \rho_{hk} \right] \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (90)$$

Então, a equação (75) é escrita como:

$$R_{ij} = V_j^{qdr} \rho_{ij} + Z_{ij}^2 \pi_{ij} + R_{ij} \varphi_i + X_{ij} \omega_i \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (91)$$

Usando as (86), (89) e (90) tem-se:

$$\begin{aligned} R_{ij} = & V_j^{qdr} \rho_{ij} - Z_{ij}^2 \sum_{mn \in \Omega_{F_i}} I_{hk}^{qdr} \rho_{mn} \\ & - 2R_{ij} \sum_{mn \in \Omega_{B_i}} \left[R_{hk} \left(\sum_{mn \in \Omega_{F_h}} I_{mn}^{qdr} \rho_{mn} \right) - P_{hk} \rho_{hk} \right] \\ & - 2X_{ij} \sum_{mn \in \Omega_{B_i}} \left[X_{hk} \left(\sum_{mn \in \Omega_{F_h}} I_{mn}^{qdr} \rho_{mn} \right) - Q_{hk} \rho_{hk} \right] \end{aligned} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (92)$$

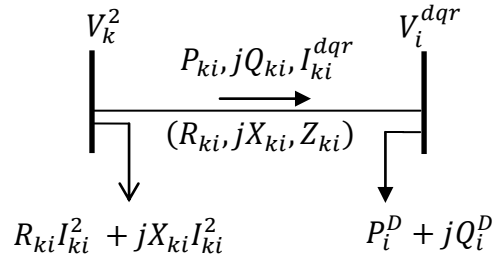
Assumindo que existe uma solução para o problema (69)-(73) e que os fluxos de potência, as tensões e as correntes do sistema correspondem a essa solução, as equações (92) representam um sistema de equações lineares para as variáveis ρ_{ij} . Esse sistema é diagonalmente dominante devido de que o fator V_j^{qdr} associado a ρ_{ij} é muito maior que os demais coeficientes.

Além disso, pode-se mostrar que os coeficientes acima da diagonal do sistema de equações (92) são negativos, já que os fluxos de potência (os números que poderiam deixar o coeficiente positivo se esses fluxos são negativos) somente aparecem em ramos a montante do nó i ; nesse caso os coeficientes abaixo da diagonal são positivos.

O sistema pode ser escalonado para que corresponda a uma matriz triangular superior com os elementos fora da diagonal negativos. Como os termos independentes R_{ij} são positivos, a única forma em que o sistema apresenta solução é que as variáveis ρ_{ij} deverão ser maiores que zero. Dessa forma a restrição (73) está ativa e $V_j^{qdr} I_j^{qdr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$, $\forall ij \in \Omega_l$. Em outras palavras, esta solução do problema cônico é igual à solução encontrada no problema não linear para o mesmo ponto de operação de um sistema radial.

Exemplo 3: seja o sistema ilustrativo mostrado na Figura 9, com dois nós.

Figura 9 – Sistema com 2 nós e 1 circuito.



Fonte: Próprio autor

O problema de programação não linear é dado pelo sistema de equações (93)-(95) a seguir:

$$\min v = R_{ki}I_{ki}^{qdr} \quad (93)$$

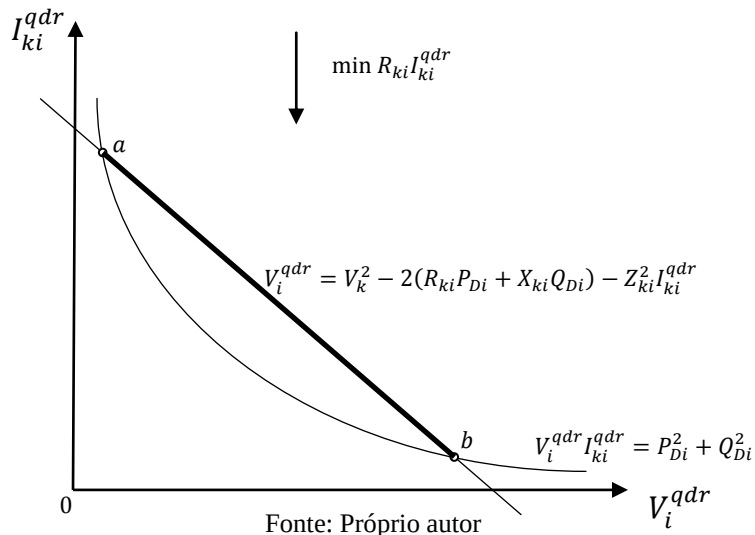
Sujeito a

$$V_k^2 - 2(R_{ki}P_{Di} + X_{ki}Q_{Di}) - Z_{ki}^2I_{ki}^{qdr} - V_i^{qdr} = 0 \quad (94)$$

$$V_i^{qdr}I_{ki}^{qdr} \geq P_{Di}^2 + Q_{Di}^2 \quad (95)$$

A Figura 10 graficamente representa este sistema.

Figura 10 – Restrições (94)-(95) sendo o segmento de reta $a-b$ é a região factível

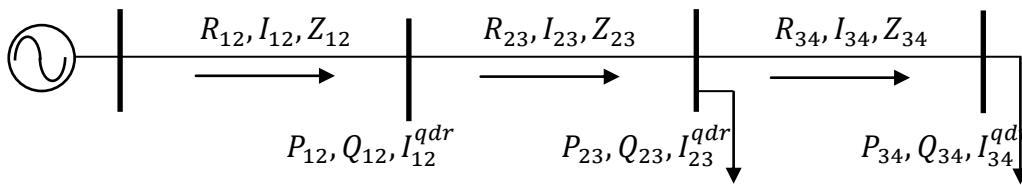


Deseja-se minimizar as perdas de potência ativa ($v = R_{ki} I_{ki}^{qdr}$) no sistema ij ilustrado na Figura 9. A solução do problema (93)-(95) pode ser encontrada graficamente, como ilustrado na Figura 10.

Sendo assim, a reta $a-b$ é a região factível do problema definida pelas restrições (94)-(95), e a solução deste problema é dada pelo ponto b da Figura 13 com a restrição (95) ativa.

Exemplo 4: O Sistema de 4 barras mostrado na Figura 14 tem uma tensão na subestação de 10kV. As impedâncias dos ramos são $2 + j1 \Omega$.

Figura 14 – Sistema de 4 barras e 1 circuito



Fonte: Próprio autor

Se a demanda do nó 3 é zero e a demanda do nó 4 é $1000 + j500kVA$. As tensões de operação são: $V_2 = 0,9727pu$; $V_3 = 0,9455pu$; $V_4 = 0,9183pu$.

A matriz dos coeficientes das variáveis ρ_{ij} é:

$$\begin{vmatrix} 104,4187 & -0,0160 & -0,0702 \\ 4,4507 & 108,9178 & -0,1544 \\ 4,4507 & 4,5148 & 118,4042 \end{vmatrix}$$

A solução das variáveis são: $\rho_{12} = 1,917 \times 10^{-5}$; $\rho_{23} = 1,760 \times 10^{-5}$; $\rho_{34} = 1,550 \times 10^{-5}$.

Se a demanda do nó 3 é $1000 + j500kVA$ e a demanda do nó 4 é $-2000 - j1000kVA$. As tensões de operação são: $V_2 = 1,0219pu$; $V_3 = 1,0438pu$; $V_4 = 1,0897pu$.

A matriz dos coeficientes das variáveis ρ_{ij} :

$$\begin{vmatrix} 94,6048 & -0,0247 & -0,0247 \\ -5,3755 & 89,3329 & -0,0543 \\ -5,3755 & -5,2767 & 84,2095 \end{vmatrix}$$

A solução das variáveis é: $\rho_{12} = 2,115 \times 10^{-5}$; $\rho_{23} = 2,368 \times 10^{-5}$; $\rho_{34} = 2,658 \times 10^{-5}$.

3.5 TESTES E RESULTADOS

Neste capítulo serão analisados os sistemas de testes de 70, 136, 202 e 400 nós para mostrar a eficiência do modelo cônico de segunda ordem e consequentemente, realizar comparações com os resultados obtidos com o modelo não linear e desta forma verificar o erro encontrado, utilizando o cálculo do erro relativo conforme equação (96):

$$\varepsilon = 100 \frac{|S_N - S_C|}{S_N} \quad (96)$$

Em que, ε é o erro dado em percentual, S_N é a solução obtida com o modelo não linear, enquanto que S_C é a solução obtida com o modelo cônico. Para todos os sistemas, serão calculadas a magnitude de tensão (V_i), fluxo de potência ativa (P_{ij}), fluxo de potência reativa (Q_{ij}), magnitude de corrente (I_{ij}), constatando também as perdas de potência ativa, perdas de energia elétrica e o custo da operação.

Os modelos não linear e cônico de segunda ordem foram implementados na linguagem de modelagem AMPL. As soluções do modelo não linear e do modelo cônico de segunda ordem foram obtidas utilizando os *solvers* comerciais KNITRO e CPLEX, respectivamente.

3.5.1 SISTEMA DE 70 NÓS

Para o sistema de 70 nós, foram considerados três níveis de demanda: demanda leve, demanda média e demanda pesada. Os dados apresentados no anexo A.1. são da demanda pesada, sendo que a demanda leve e média correspondem a 50% e 80% da demanda pesada, respectivamente. O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo dividido para os níveis de demanda leve, média e pesada com uma duração de 1.000,

6.760 e 1.000 horas, respectivamente. A magnitude de tensão nominal é de 12,66 kV. O custo das perdas de energia de potência ativa é de 0,06 US\$/kWh (RIBEIRO, 2013).

Na Tabela 1 são mostradas as perdas de potência ativa, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, para cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais.

Tabela 1 - Perdas Potencia Ativa (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	51,61	51,61	0
Média	138,91	138,92	$7,20 \times 10^{-3}$
Pesada	225,02	225,02	0

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 1 é possível obter as perdas de energia ativa para este sistema, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado Tabela 2.

Tabela 2 - Perdas de Energia Ativa (kWh)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	51610,45	51612,47	$3,91 \times 10^{-3}$
Média	225019,33	225021,32	$8,48 \times 10^{-4}$
Pesada	939064,12	939077,49	$1,42 \times 10^{-3}$
TOTAL	1215693,9	1215711,28	$1,43 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 2 é possível obter o custo das perdas de energia ativa para ambos os modelos em cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 – Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	3096,63	3096,75	$3,91 \times 10^{-3}$
Média	56343,85	56344,65	$1,42 \times 10^{-3}$
Pesada	13501,16	13501,28	$8,48 \times 10^{-4}$
TOTAL	72941,64	72942,68	$1,43 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

A magnitude de tensão mínima para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 – Magnitude de Tensão Mínima (kV)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	12,51023 (nó 66)	12,51022 (nó 66)	$8,68 \times 10^{-5}$
Média	12,11153 (nó 66)	12,11152 (nó 66)	$8,25 \times 10^{-5}$
Pesada	11,75809 (nó 66)	11,75809(nó 66)	0

Fonte: Próprio Autor

A máxima magnitude de fluxo de corrente para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5 – Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	387,29077(ramo 12)	387,3559(ramo 12)	$1,68 \times 10^{-2}$
Média	306,33177(ramo 12)	306,39504(ramo 12)	$2,06 \times 10^{-2}$
Pesada	188,45613(ramo 12)	188,5466(ramo 12)	$4,80 \times 10^{-2}$

Fonte: Próprio autor

O máximo fluxo de potência ativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6 – Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	1952,687(ramo 12)	1952,689(ramo 12)	$4,74 \times 10^{-4}$
Média	3180,620(ramo 12)	3180,621(ramo 12)	$9,11 \times 10^{-4}$
Pesada	4027,134(ramo 12)	4027,136(ramo 12)	$3,80 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência reativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7 – Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVAr)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	1370,812(ramo 12)	1370,814(ramo 12)	$7,25 \times 10^{-4}$
Média	2218,780 (ramo 12)	2218,781(ramo 12)	$5,17 \times 10^{-4}$
Pesada	2796,601 (ramo 12)	2796,603(ramo 12)	$3,79 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

3.5.2 SISTEMA DE 136 NÓS

Os dados do sistema de distribuição de 136 nós são apresentados no anexo A.2 e foram retirados do site do LAPSEE (Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica). Os dados apresentados no anexo A.2, são da demanda média, sendo que a demanda leve e pesada correspondem a 60% e 150%, respectivamente. O número de horas no ano é de 8.760 horas, sendo dividido para os níveis de demanda leve, média e pesada com uma duração de 1.000, 6.760 e 1.000 horas, respectivamente. A magnitude de tensão nominal é de 13,8 kV. O custo das perdas de energia de potência ativa é de 0,06 US\$/kWh. Na Tabela 8 são mostradas as perdas de potência ativa, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, para cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais.

Tabela 8 - Perdas Potencia Ativa (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	111,69	111,7	$8,95 \times 10^{-3}$
Média	320,27	320,28	$3,12 \times 10^{-3}$
Pesada	753,27	753,28	$1,32 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 8 é possível obter as perdas de energia ativa para este sistema, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado Tabela 9.

Tabela 9 - Perdas de Energia Ativa (kWh)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	111692,2	111702,38	$9,11 \times 10^{-3}$
Média	2165001,76	2165067,23	$3,02 \times 10^{-3}$
Pesada	753267,42	753276,61	$1,22 \times 10^{-3}$
TOTAL	3029961,38	3030046,22	$2,80 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 9 é possível obter o custo das perdas de energia ativa para ambos os modelos em cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado na Tabela 10.

Tabela 10 – Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	6701,53	6702,14	$9,11 \times 10^{-3}$
Média	129900,11	129904,03	$3,02 \times 10^{-3}$
Pesada	45196,05	45196,6	$1,22 \times 10^{-3}$
TOTAL	181797,69	181802,77	$2,80 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

A magnitude de tensão mínima para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 11.

Tabela 11 – Magnitude de Tensão Mínima (kV)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	12,84401 (nó 117)	12,84400 (nó 117)	$8,13 \times 10^{-5}$
Média	12,28814 (nó 117)	12,28813 (nó 117)	$7,44 \times 10^{-5}$
Pesada	12,11153 (nó 117)	12,11152 (nó 117)	$2,89 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

A máxima magnitude de fluxo de corrente para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 12.

Tabela 12 – Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	145,1763(ramo 1-100)	145,1939(ramo 1-100)	$1,21 \times 10^{-2}$
Média	248,5049(ramo 1-100)	248,5145(ramo 1-100)	$3,88 \times 10^{-3}$
Pesada	387,2335(ramo 1-100)	387,2396(ramo 1-100)	$1,54 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência ativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 13.

Tabela 13 – Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	1818,5191(ramo 1-100)	1818,5208(ramo 1-100)	$9,98 \times 10^{-4}$
Média	3078,8786(ramo 1-100)	3078,8802(ramo 1-100)	$5,28 \times 10^{-4}$
Pesada	4722,1782(ramo 1-100)	4722,1797(ramo 1-100)	$3,28 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência reativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 14.

Tabela 14 – Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVAr)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Leve	839,7894(ramo 1-100)	839,7918(ramo 1-100)	$1,51 \times 10^{-3}$
Média	1507,8033(ramo 1-100)	1507,8054(ramo 1-100)	$8,63 \times 10^{-4}$
Pesada	2495,5925(ramo 1-100)	2495,5950(ramo 1-100)	$5,55 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

3.5.3 SISTEMA DE 202 NÓS.

Os dados do sistema de distribuição de 202 nós serão consideradas apenas dois níveis de demanda e são apresentados no anexo A.3, em que foram retirados de (ALVES, 2012). Os valores das demandas apresentadas no anexo A.3 correspondem a uma situação de demanda média, sendo que para este problema de alocação de BC foram considerados os níveis de demanda média e demanda pesada, em que a demanda pesada corresponde a 166% da demanda média. O número de horas no ano para os níveis de demanda média e pesada são de 7760 e 1000, respectivamente. O custo das perdas de energia de potência ativa é de 0,06 US\$/kWh.

Na Tabela 15 são mostradas as perdas de potência ativa, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, para cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais.

Tabela 15 - Perdas Potencia Ativa (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Média	552,01	552,03	$3,63 \times 10^{-3}$
Pesada	1603,64	1603,68	$2,49 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 15 é possível obter as perdas de energia ativa para este sistema, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado Tabela 16.

Tabela 16 - Perdas de Energia Ativa (kWh)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Pesada	4283577,92	4283724,21	$3,41 \times 10^{-3}$
Média	1603637,58	1603680	$2,64 \times 10^{-3}$
TOTAL	5887215,5	5887404,21	$3,20 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 16 é possível obter o custo das perdas de energia ativa para ambos os modelos em cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado na Tabela 17.

Tabela 17 – Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Pesada	257014,68	257023,45	$3,41 \times 10^{-3}$
Média	96218,25	196220,80	$2,64 \times 10^{-3}$
TOTAL	353232,93	353244,25	$3,20 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

A magnitude de tensão mínima para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 18.

Tabela 18 – Magnitude de Tensão Mínima (kV)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Média	13,20837(nó 202)	13,20836(nó 202)	$1,51 \times 10^{-4}$
Pesada	12,78421 (nó 202)	12,78420(nó 202)	$2,33 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

A máxima magnitude de fluxo de corrente para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 19.

Tabela 19 – Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Média	910,0238 (ramo 1-59)	911,2757(ramo 1-59)	$13,75 \times 10^{-2}$
Pesada	1551,9594(ramo 1-59)	1552,6401(ramo 1-59)	$2,26 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência ativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 20.

Tabela 20 – Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Média	10503,2533(ramo 1-59)	10503,2533(ramo 1-59)	$2,35 \times 10^{-4}$
Pesada	17697,9167(ramo 1-59)	17697,9212(ramo 1-59)	$1,41 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência reativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 21.

Tabela 21 – Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVAr)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Média	6884,2788 (ramo 1-59)	6884,2835 (ramo 1-59)	$1,51 \times 10^{-4}$
Pesada	12061,2337(ramo 1-59)	12061,2426(ramo 1-59)	$1,48 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

3.5.4 SISTEMA DE 400 NÓS.

Os dados do sistema de distribuição de 400 nós são apresentados no anexo A.4 e foram retirados de (ALVES, 2012). Este sistema tem característica mista (área urbana e rural). Os valores de demandas apresentados no anexo A.4 correspondem à operação com demanda média. A demanda pesada equivale a 150% dos valores da demanda média. A tensão mínima está localizada no nó 400 nos dois modelos testados. O custo das perdas de energia de potência ativa é de 0,02 US\$/kWh.

Na Tabela 22 são mostradas as perdas de potência ativa, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, para cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais.

Tabela 22 - Perdas Potencia Ativa (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ϵ (%)
Média	149,63	149,63	0
Pesada	356,73	356,73	0

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 22 é possível obter as perdas de energia ativa para este sistema, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado Tabela 23.

Tabela 23 - Perdas de Energia Ativa (kWh)

Modelo	Não Linear	Cônico	ϵ (%)
Média	356730,05	356732,88	$7,93 \times 10^{-4}$
Pesada	1161103,04	1161126,82	$2,04 \times 10^{-3}$
TOTAL	1517833,09	1517859,70	$1,75 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

Com os resultados mostrados na Tabela 23 é possível obter o custo das perdas de energia ativa para ambos os modelos em cada nível de demanda, com seus respectivos erros percentuais, como mostrado na Tabela 24.

Tabela 24– Custo das Perdas de Energia Ativa (US\$)

Modelo	Não Linear	Cônico	ϵ (%)
Pesada	23222,06	23222,54	$2,06 \times 10^{-3}$
Média	7134,60	7134,66	$8,41 \times 10^{-4}$
TOTAL	30356,66	30357,20	$1,78 \times 10^{-3}$

Fonte: Próprio Autor

A magnitude de tensão mínima para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 25.

Tabela 25 – Magnitude de Tensão Mínima (kV)

Modelo	Não Linear	Cônico	ϵ (%)
Pesada	13,20837(nó 400)	13,20836(nó 400)	$1,51 \times 10^{-4}$
Média	12,78421 (nó 400)	12,78420(nó 400)	$2,33 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

A máxima magnitude de fluxo de corrente para os três níveis de demanda, obtidas pelos modelos não linear e cônico de segunda ordem, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 26.

Tabela 26 – Mag. Fluxo de Corrente Máxima (A)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Pesada	335,01805 (ramo 1-2)	335,01880(ramo 1-2)	$8,74 \times 10^{-5}$
Média	514,70156 (ramo 1-2)	514,70201(ramo 1-2)	$2,23 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência ativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 27.

Tabela 27 – Fluxo de Potência Ativa Máxima (kW)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Pesada	3517,1841 (ramo 1-2)	3517,1871 (ramo 1-2)	$2,17 \times 10^{-4}$
Média	5404,4161 (ramo 1-2)	5404,4189(ramo 1-2)	$1,44 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

O máximo fluxo de potência reativa para os três níveis de demanda, obtidas pelos ambos os modelos, com seus respectivos erros percentuais, são mostrados na Tabela 28.

Tabela 28 – Fluxo de Potência Reativa Máxima (kVAr)

Modelo	Não Linear	Cônico	ε (%)
Pesada	1477,0716 (ramo 1-2)	1477,0725 (ramo 1-2)	$2,56 \times 10^{-4}$
Média	2257,8059 (ramo 1-2)	2257,8067(ramo 1-2)	$1,13 \times 10^{-4}$

Fonte: Próprio Autor

Comentários do capítulo

Um modelo cônico de segunda ordem para calcular o ponto de operação em regime permanente de sistemas de distribuição radiais foi apresentado, sendo implementado na linguagem de modelagem AMPL e solucionado usando o *solver* comercial CPLEX. O modelo garante convergência e otimalidade usando técnicas de otimização clássica. Matematicamente, o modelo cônico de segunda ordem não é um

modelo equivalente do modelo não linear, porém mostrou-se que na solução ambos os modelos geram o mesmo ponto de operação de um sistema de distribuição radial.

Quatro sistemas testes foram utilizados para mostrar a eficiência e a exatidão do modelo proposto, considerando o modelo não linear como referência. Dos resultados encontrados pode-se concluir que o modelo proposto apresenta boa precisão. Das Tabelas 1-28 percebe-se que os erros relativos encontrados estão próximos de zero.

O MCSO pode ser utilizado para modelar outros problemas de otimização de sistemas de distribuição radiais (por exemplo, alocação de bancos de capacitores, alocação de reguladores de tensão, seleção ótima de condutores e recondutoramento e reconfiguração do sistema de distribuição) e resolvê-los utilizando técnicas de otimização clássica.

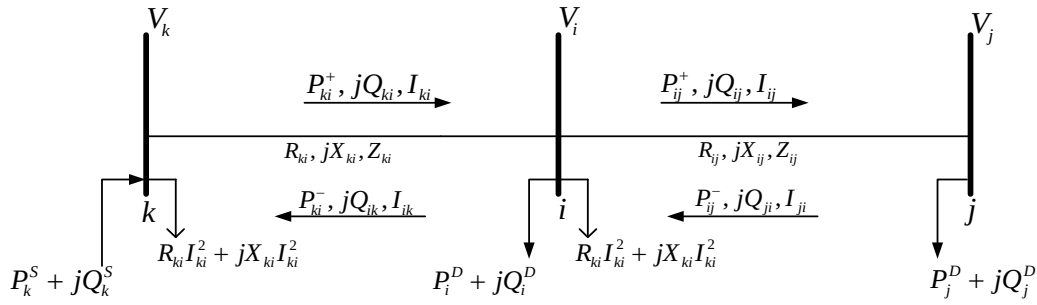
4 PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS

Neste capítulo será apresentado o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição radiais modelado inicialmente por um problema de otimização não linear inteiro misto, consequentemente mostrando uma reformulação deste modelo tornando-o cônico de segunda ordem inteiro misto e adicionalmente, novas restrições de corte ao modelo serão apresentadas.

4.1 INTRODUÇÃO AO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO

Com objetivo de representar o funcionamento em regime permanente de um sistema de distribuição de energia elétrica radial, serão feitas algumas hipóteses, geralmente utilizadas nas formulações de Fluxo de Carga de Varredura (SHIRMOHAMMADI, 1988), tal sistema é representado conforme Figura 12:

Figura 12 - Sistema de distribuição radial



Fonte: Próprio autor

De acordo com a Figura 12 seguem as hipóteses para o funcionamento do referente sistema:

- as demandas nas cargas no sistema de distribuição são representadas como potência ativa e reativa, constantes;
- o sistema é balanceado e representado pelo seu equivalente monofásico;
- as perdas de potência ativa e reativa no circuito ij estão concentradas no nó i ;
- todos os circuitos têm chaves de interconexões.

Parte-se da suposição que todos os circuitos têm chaves de interconexões, podendo estar fechadas ou abertas (conectadas ou desconectadas, respectivamente) com o objetivo de encontrar a melhor topologia radial para a operação do sistema.

Se a demanda de potência em um determinado nó do sistema constatar zero, o que indica que este nó é apenas um nó de passagem, então será considerado um valor de demanda de potência ativa próximo de zero, porém não nulo, para não desconsiderá-la na topologia final. Isso identificará que o sistema deverá considerar estes nós no problema de reconfiguração, de modo a encontrar a melhor topologia radial para cada sistema teste, tendo como objetivo a minimização das perdas ativas do sistema.

4.2 MODELO NÃO LINEAR INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE

Como já constatado nesta dissertação, os sistemas de distribuição de energia elétrica possuem uma estrutura malhada mas operam de forma radial, de modo que as chaves de interconexão podem estar abertas ou fechadas mantendo a topologia radial. Sendo assim, o problema de reconfiguração é governado por um modelo matemático não linear inteiro misto.

Este modelo apresenta uma função objetivo que minimiza a perda de potência ativa de um sistema de distribuição, com a presença de algumas restrições lineares, quadráticas e não lineares. Como discutido no capítulo 2, a resolução de problemas não lineares apresentam algumas dificuldade tais como a não convexidade das restrições do problema; a não garantia de se encontrar uma solução; a não garantia de determinar a solução ótima, sendo que estes problemas apenas garantem solução em pontos de mínimos ou máximos locais; e ainda, o grande gasto computacional para resolver estes problemas.

Com a forte presença de *solvers* comerciais existentes no mercado e sua respectiva utilização no desenvolvimento pesquisas de otimização clássica, as maiores dificuldades que são encontradas quanto a resolução destes modelos não está em sua natureza, se é linear ou não linear, mas se o problema é convexo ou não convexo.

Com essas considerações iniciais, o problema de reconfiguração de um sistema de distribuição radial pode ser representado utilizando um modelo de programação não linear inteiro misto, como é mostrado em (97) – (111).

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (97)$$

sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^s - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (98)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^s - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (99)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^{qdr} - a_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (100)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (101)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (102)$$

$$I_{ij}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (103)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (104)$$

$$0 \leq P_{ij}^+ \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (105)$$

$$0 \leq P_{ij}^- \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} y_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (106)$$

$$-\bar{V} \bar{I}_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \leq Q_{ij} \leq \bar{V} \bar{I}_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (107)$$

$$|a_{ij}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - (y_{ij}^+ + y_{ij}^-)) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (108)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) = N - 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (109)$$

$$y_{ij}^+ + y_{ij}^- \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (110)$$

$$y_{ij}^+, y_{ij}^- \text{ Binário} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (111)$$

A função objetivo formulada em (97) representa as perdas de potência ativa do sistema. As equações (98) e (99) correspondem ao balanço de potência ativa e reativa, respectivamente. A queda de tensão nos circuitos é representada por (100) e o cálculo da corrente é expresso por (101). Os limites de tensão e à capacidade de corrente dos circuitos são representados por (102) e (103), respectivamente. O fluxo de potência

ativa do sistema é identificado usando duas variáveis na equação (104), visando representar o fluxo de potência ativa no sentido ij e ji , com as variáveis P_{ij}^+ e P_{ij}^- , respectivamente. Essas variáveis são limitadas por (105) e (106). O fluxo de potência reativa está limitado por (107).

A variável auxiliar a_{ij} é igual a zero se o circuito ij estiver ativo, de acordo com (108); em caso contrário a_{ij} fica livre dentro dos limites definidos por (109) com o fim de manter e satisfazer a igualdade da restrição (110). As restrições de balanço de potência (98) e (99), junto com a equação (109), são usadas para garantir que a topologia encontrada seja radial. A equação (110) permite que somente uma variável binária relacionada com a direção do fluxo de potência seja ativa. As equações mostradas constituem um modelo de programação não linear inteiro misto que representa o problema de reconfiguração do sistema de distribuição de energia elétrica.

Uma variável importante deste modelo de reconfiguração é a variável binária que descreve o estado da chave de interconexão do circuito. Para este modelo são utilizadas duas variáveis binárias que representam o estado de um circuito do sistema, por apresentar maior eficiência computacional na sua solução quando comparado com um modelo que emprega somente uma variável. As variáveis binárias y_{ij}^+ e y_{ij}^- estão associadas a uma direção do fluxo de potência. y_{ij}^+ representa a ligação da linha no sentido ij e y_{ij}^- representa a ligação do circuito no sentido ji . Se ambas variáveis são nulas temos que a chave de interconexão do circuito está aberta. Para representar uma chave de interconexão fechada no sistema de distribuição de energia elétrica tem-se uma das variáveis com valor igual a 1, e portanto, a soma de y_{ij}^+ e y_{ij}^- é menor ou igual a 1.

4.3 MODELO CÔNICO DE SEGUNDA ORDEM INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE

Para o problema de reconfiguração de um SDEE sejam consideradas estas três características:

- a) minimização das perdas de potência ativas no sistema;
- b) a operação final radial dos sistemas de distribuição;
- c) a não negatividade das variáveis V_i^{qdr} e I_{ij}^{qdr} ;

Mantendo essas condições, analogamente como mostrado no capítulo anterior, é possível substituir a restrição não linear (101) pela restrição cônica de segunda ordem como em (112):

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (112)$$

Assim, o problema de reconfiguração do sistema de distribuição de energia elétrica pode ser calculado usando um modelo cônico de segunda ordem inteiro misto (MCSOIM). Este modelo é definido pelas equações (97)-(111) substituindo a equação (101) pela nova restrição (112), e agora pode ser resolvido pelo *solver* CPLEX no AMPL.

De mesma forma ao que foi proposto e demonstrado no capítulo 3, e como no final do processo de otimização o SDEE terá uma topologia radial, existe a equivalência quanto à solução gerada para ambos os modelos, o modelo não linear inteiro misto e o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto, e esta nova restrição (112) está ativa e é igual à restrição (101) para o mesmo ponto de operação final.

Então o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto para o problema de reconfiguração de um sistema de distribuição de energia elétrica ficará descrito conforme equações (113)-(127):

$$\min v = \sum_{ij \in \Omega_l} R_{ij} I_{ij}^{qdr} \quad (113)$$

sujeito a:

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + R_{ij} I_{ij}^{qdr}) + P_i^s - P_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (114)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} + X_{ij} I_{ij}^{qdr}) + Q_i^s - Q_i^D = 0 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (115)$$

$$V_i^{qdr} - 2(R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) - Z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^{qdr} - a_{ij} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (116)$$

$$V_j^{qdr} I_{ij}^{qdr} \geq P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (117)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_i^{qdr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (118)$$

$$I_{ij}^{qdr} \leq \bar{I}_{ij}^2 (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (119)$$

$$P_{ij}^+ - P_{ij}^- = P_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (120)$$

$$0 \leq P_{ij}^+ \leq \overline{V} I_{ij} y_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (121)$$

$$0 \leq P_{ij}^- \leq \overline{V} I_{ij} y_{ij}^- \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (122)$$

$$-\overline{V} I_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \leq Q_{ij} \leq \overline{V} I_{ij} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (123)$$

$$|a_{ij}| \leq (\overline{V}^2 - \underline{V}^2)(1 - (y_{ij}^+ + y_{ij}^-)) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (124)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij}^+ + y_{ij}^-) = N - 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (125)$$

$$y_{ij}^+ + y_{ij}^- \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (126)$$

$$y_{ij}^+, y_{ij}^- \text{ Binário} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (127)$$

A função objetivo, as restrições, as variáveis, as constantes, os conjuntos presentes no modelo (113)-(127) são as mesmas e têm as mesmas propriedades que o modelo (97)-(111).

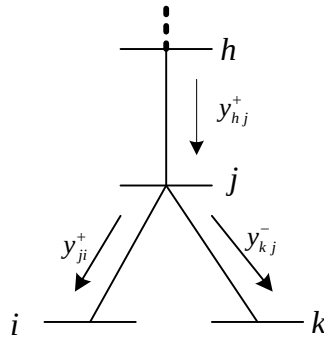
4.4 RESTRIÇÕES ADICIONAIS NO MODELO DE RECONFIGURAÇÃO DE SDEE RADIAIS

Para um SDEE sem geração distribuída, e considerando a restrição de radialidade, tem-se por definição que na topologia final cada nó é alimentado por um e somente um circuito. Essa condição é representada por uma restrição que garante que, para a barra j , a soma das suas variáveis binárias que limitam o fluxo de potência positivo das linhas (i, j) e das variáveis binárias que limitam o fluxo de potência negativo das linhas (i, j) tem que ser igual a um, como mostrado na equação (128)

$$\sum_{ij \in \Omega_l} y_{ij}^+ + \sum_{ij \in \Omega_l} y_{ij}^- = 1 \quad \forall j \in \Omega_b \quad (128)$$

Exemplo: tomando a Figura 13 como referência para supor um determinado circuito hj que alimenta o nó j , isto é, $y_{hj}^+ = 1$. Consequentemente, as variáveis associadas a fluxos que poderiam alimentar a barra j , que são y_{hj}^- , y_{ji}^- e y_{kj}^- deverão ser iguais a zero, já que $y_{hj}^+ + y_{hj}^- \leq 1$, assim, de (128) tem-se: $y_{hj}^+ + y_{kj}^+ + y_{ji}^- = 1$

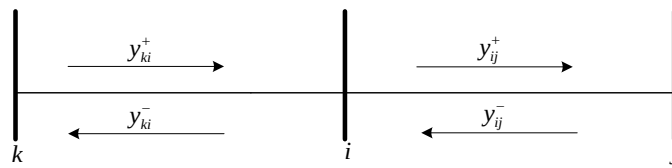
Figura 13 - Representação de uma parte do sistema de distribuição.



Fonte: Próprio autor

Outra restrição adicional é definida para as barras que podem ser conectadas somente por meio de dois circuitos, e serão representadas pelo conjunto Ω_c . Supondo que exista um circuito (k, i) com a barra final i , para que o fluxo de potência positivo do circuito (i, j) deva ser diferente de zero, é necessário que o fluxo de potência positivo do circuito (k, i) esteja ativo. De forma análoga, para que o fluxo de potência do circuito ki na direção negativa possa ser diferente de zero é necessário que o fluxo de potência do circuito ij na direção negativa seja diferente de zero, em outras palavras, y_{ij}^- deverá estar ativa, isto é, $y_{ij}^- \neq 0$. A Figura 14 representa o controle do estado do circuito de algum SDEE.

Figura 14 - Controle do estado do circuito de um SDEE.



Fonte: Próprio autor

Assim, tem-se a seguinte restrição:

$$\begin{cases} y_{ij}^+ \leq y_{ki}^+ \\ y_{ki}^- \leq y_{ij}^- \end{cases} \quad \forall i \in \Omega_c \quad (129)$$

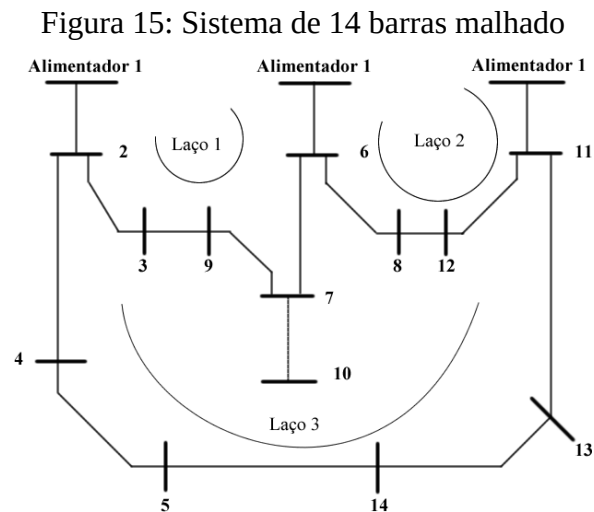
Uma cota superior inicial é adicionada ao modelo que limita superiormente a função objetivo do problema. Esta cota corresponde as perdas de potência ativa associada à topologia inicial do SDEE. Esta cota superior inicial permite ao algoritmo

Branch & Bound que sejam sondados nos nós da árvore de busca com função objetivo maior que as perdas iniciais do sistema, em consequência, poderão ser reduzidas a quantidade de cálculos durante o processo de busca.

4.5 EXEMPLO ILUSTRATIVO

Será apresentado um exemplo ilustrando a metodologia para isso será utilizado um sistema de 14 barras que está presente em diversas publicações e trabalhos da área e com diversificadas metodologias de resolução. Este sistema de 14 barras será resolvido com a formulação cônica de segunda ordem inteira mista proposta para o problema de reconfiguração de um SDEE, mantendo as restrições de corte apresentadas recentemente.

Seja o sistema teste de 14 barras conforme ilustrado na Figura 15.



Fonte: Próprio autor

A Figura 15 apresenta o sistema teste de 14 barras, malhado com três laços e este sistema será utilizado para ilustrar a metodologia proposta neste trabalho. Observa-se que o ramo 7-10 não pode ser retirado do sistema, causando problemas de isolamento, isto é, a barra 10 ficaria sem alimentação.

Como já descrito, o problema de reconfiguração de um SDEE radial geralmente é governado por um modelo matemático com equações não lineares, e para este sistema teste de 14 barras serão apresentados duas metodologias de resolução. A primeira, a

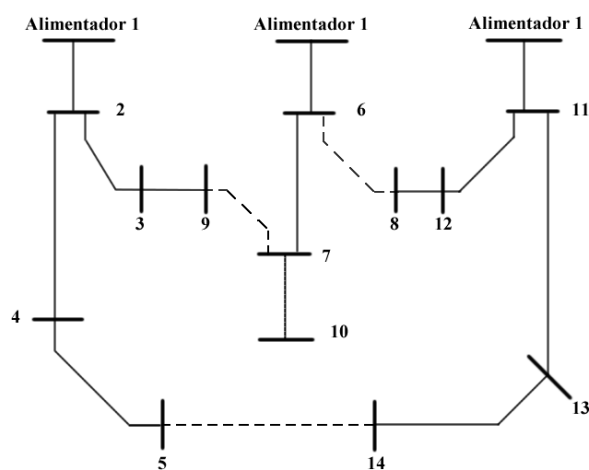
solução do modelo não linear inteiro misto utilizando o *solver* KNITRO e na segunda, a resolução do modelo cônico de segunda ordem inteiro misto utilizando o *solver* CPLEX, para destacar algumas diferenças e características para fixação de conhecimento, como o perfil de tensões e as perdas ativas dos modelos.

Uma solução infactível foi encontrada para o problema de reconfiguração de um SDEE radial do sistema de 14 barras, quando foi utilizada a metodologia não linear inteiro misto.

Com a proposta de aplicar as modificações apresentadas anteriormente, aplica-se a reformulação cônica de segunda ordem inteiro misto para o problema de reconfiguração de um SDEE. Sendo assim, a solução para o problema de reconfiguração de um SDEE radial do sistema de 14 barras tem os seguintes circuitos abertos: 6-8, 7-9 e 5-14.

O problema de reconfiguração do SDEE radial utilizando a metodologia cônica de segunda ordem, para o sistema de 14 barras, foi calculado através do *solver* CPLEX. As perdas de potência ativa para este sistema são iguais a 466,1306 kW e levou 0,84 segundos para calcular este problema. A tensão mínima encontrada no sistema está localizada na barra 10, equivale a 0,967518 pu. A topologia radial final encontrada é ilustrada na Figura 16.

Figura 16 - Configuração Radial do Sistema de 14 barras

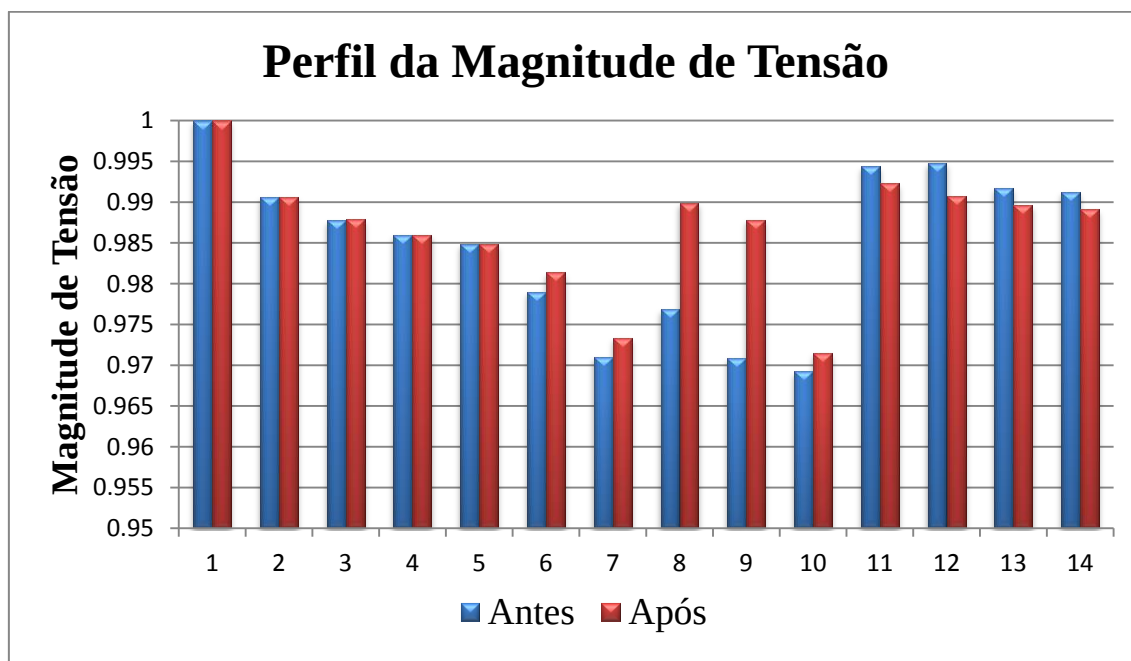


Fonte: Próprio autor

Há outras considerações a serem feitas com estes resultados destes testes iniciais.

O perfil da magnitude de tensão do sistema de 14 barras pode ser visto conforme a Figura 17. Percebe-se uma melhora no perfil das tensões, comparando os dados nas barras entre antes e após a reconfiguração.

Figura 17 – Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 14 nós



Fonte: Próprio autor

Quanto ao tempo computacional, o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto mostrou maior velocidade e convergência para este problema de reconfiguração, chegando a ser trinta vezes mais rápido com relação ao modelo não linear inteiro misto, que não apresentou solução factível.

Quanto às perdas ativas do sistema, o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto mostrou-se ser eficiente quando comparado com os resultados presentes na literatura, encontrando as mesmas perdas de potência ativa no sistema de 14 nós.

Portanto, com este modelo cônica de segunda ordem inteiro misto para o problema de reconfiguração de um SDEE, apresentou rapidez e eficiência, e consequentemente, apresenta uma melhoria no perfil de tensões.

No próximo capítulo serão feitos testes computacionais para os sistemas de 33, 70, 136 e 417 nós, utilizando o MCSOIM como seguem nas equações (113)-(127).

5 TESTES E RESULTADOS

Com a metodologia proposta para resolver o problema de reconfiguração de um SDEE radial, serão realizados testes computacionais utilizando a linguagem de programação AMPL (2002). O software CPLEX (2002) será utilizado para resolver o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto para os sistemas de 33, 70, 136 e 417 nós. Todas as simulações foram efetuadas utilizando um computador com processador Intel i7PC de 1.87 GHz.

Em cada um dos sistemas analisados serão destacado o cálculo da tensão mínima encontrada e seu respectivo nó, a configuração de chaveamento e as respectivas perdas ativas encontradas no sistema.

Os resultados obtidos nos testes serão comparados com a literatura presente, em que sistemas de 33, 70, 136 e 417 nós, foram retirados de Chiou, Chang e Su (2005), Chiang e Jean-Jumeau (1990), Carreño, Romero e Feltrin (2008) e Ramírez e Bernal, (1998), respectivamente.

5.1 SISTEMA DE 33 NÓS

Este sistema possui , 1 subestação e 37 circuitos, tendo como tensão nominal 12,66 kV e potência base de 100 MVA e as condições nominais de carga total ativa e reativa são 3.715 kW e 2.315 kVAr. Este sistema possui 32 chaves de interconexões normalmente fechadas e 5 chaves abertas.

A configuração radial encontrada para o método proposto pode ser visualizada conforme a Tabela 29.

Tabela 29 – Configuração do Sistema de 33 nós.

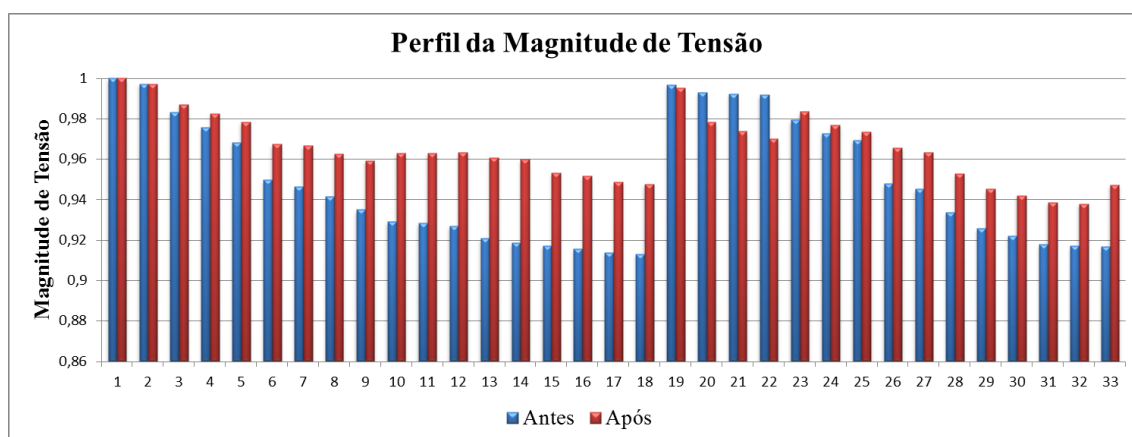
Configuração	Chaves Abertas	Perdas Ativas (kW)	Tempo (s)
Resultado Final	7, 9, 14, 32 e 37	139,55	2,19
Borges et. al. (2013)	7, 9, 14, 32 e 37	139,55	4

Fonte: Próprio Autor

Na configuração inicial, a menor tensão do sistema se encontra no nó 17 com valor de 0,91309 p.u., com uma queda de tensão maior que a permitida pelas normas da ANEEL, (2010), após a reconfiguração a menor tensão é encontrada no nó 31 com um valor de 0,937819 p.u., cuja queda de tensão não viola o limite mínimo exigido por norma que é de 7%.

Com a reconfiguração implementada no sistema de 33 nós, pode-se analisar o perfil da magnitude de tensão ocorrida neste processo, conforme Figura 18.

Figura 18 – Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 33 nós



Fonte: Próprio Autor

A metodologia proposta apresentou a mesma configuração radial e mesma função objetivo considerando duas casas decimais, porém, o modelo proposto neste trabalho é um pouco mais rápido do que o comparado na literatura. O tempo computacional gasto para encontrar a solução neste sistema foi de aproximadamente 2 segundos.

5.2 SISTEMA DE 70 NÓS

O sistema de 70 nós possui 69 nós de carga, 1 subestação e 74 circuitos. A tensão base é de 12,66 kV, potência base de 100 MVA, as condições de carga total ativa e reativa são 1.117,86 kW e 902,25 kVAr e este sistema possui 5 chaves de interconexão inicialmente abertas.

A configuração radial encontrada para os modelos pode ser visualizada conforme a Tabela 30.

Tabela 30 – Configuração do Sistema de 70 nós.

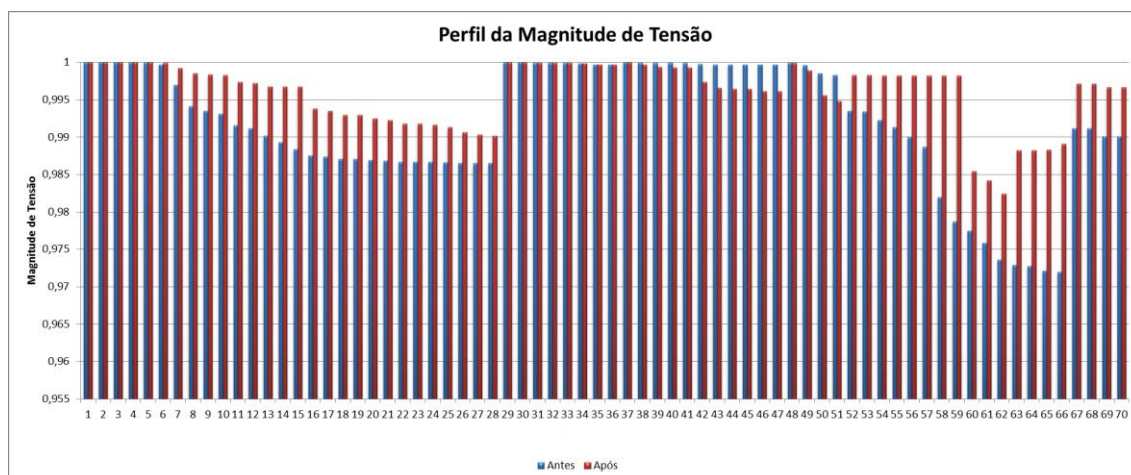
Configuração	Chaves Abertas	Perdas Ativas (kW)	Tempo (s)
Resultado Final	15, 59, 62, 70, 71	9,41	5,50
Borges et. al. (2013)	15, 59, 62, 70 e 71	9,95	8

Fonte: Próprio Autor

Na configuração inicial, a menor tensão do sistema se encontra no nó 66 com valor de 0,971963 p.u., após a reconfiguração, a menor tensão é encontrada no nó 62 com um valor de 0,982400 p.u., cuja queda de tensão não viola o limite mínimo exigido por norma. O tempo computacional gasto para encontrar a solução neste sistema foi de menos de 6 segundos.

Com a reconfiguração do sistema de 70 nós, pode-se analisar o perfil da magnitude de tensão, conforme Figura 19.

Figura 19 – Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 70 nós



Fonte: Próprio Autor

De acordo com Tabela 30, novamente a configuração final é equivalente para ambos os testes e, mais uma vez, o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto

mostrou-se mais rápido e com uma leve melhora nas perdas ativas do sistema de 70 barras.

5.3 SISTEMA DE 136 NÓS

Este sistema possui 136 nós e 156 circuitos e possui como tensão base 13,8 kV, a potência base de 100 MVA, as condições de carga total ativa e reativa são 18.313,809 kW e 9.384,827 kVAr, respectivamente. Este sistema possui 21 circuitos com chaves de interconexão inicialmente abertas.

A reconfiguração encontrada para os modelos pode ser visualizada conforme a Tabela 31

Tabela 31 – Configuração do Sistema de 136 nós.

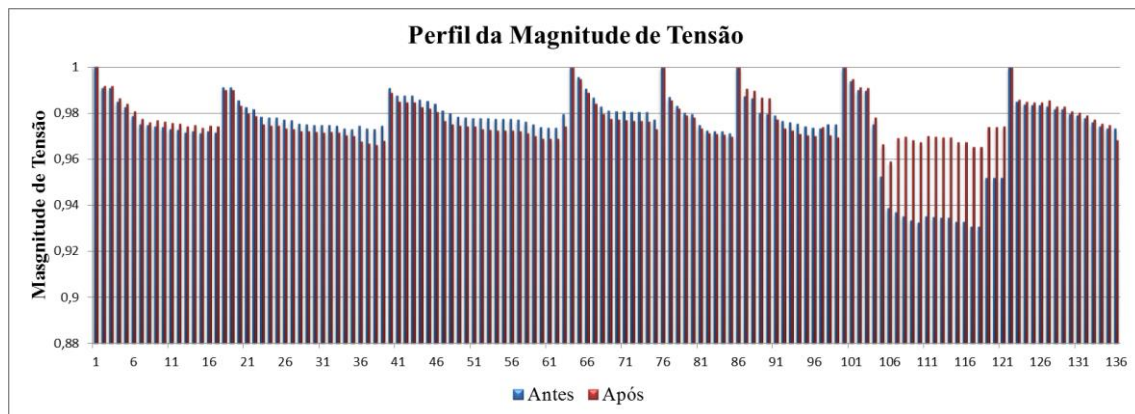
Configuração	Chaves abertas	Perdas ativas (<i>kW</i>)	Tempo (s)
Resultado Final	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151 e 155	280,19	262,27
Borges et. al. (2013)	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151 e 155	280,19	1.236

Fonte: Próprio Autor

O resultado encontrado para o sistema de 136 nós, utilizando o método proposto é igual o melhor resultado encontrado na literatura como pode ser comprovado em Borges et. al. (2013). E o tempo computacional gasto para encontrar a solução neste sistema foi de 262 segundos. Após a reconfiguração, a menor tensão encontrada no sistema foi de 0,9589 p.u. no nó 106, acima da queda de tensão mínima permitida. Em relação à configuração inicial a menor tensão encontrada foi de 0,958910 p.u. no nó 106, sendo assim a reconfiguração do sistema melhorou o perfil de tensão existente no mesmo.

Assim, o perfil da magnitude de tensão para este sistema é representado pela Figura 23.

Figura 20 – Perfil da Magnitude de Tensão do Sistema de 136 nós.



Fonte: Próprio Autor

5.4 SISTEMA DE 417 NÓS

Este sistema possui 415 nós e 473 circuitos e é um sistema de distribuição de grande porte, tendo como tensão base 10,0 kV e potência base de 100 MVA, as condições de carga total ativa e reativa são 27.958,01 kW e 13.736,81 kVAr, respectivamente. Este sistema possui 59 circuitos com chaves de interconexão inicialmente abertas.

A configuração encontrada para os modelos pode ser visualizada conforme a Tabela 32.

Tabela 32 – Configuração do Sistema de 417 nós.

Configuração	Chaves Abertas	Perdas Ativas (kW)	Tempo (s)
Resultado Final	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 195, 199, 214, 221, 252, 254, 266, 282, 321, 322, 325, 358, 362, 369, 392, 395, 396, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449	581,74	389,21
Borges et. al. (2012)	1, 4, 15, 16, 29, 31, 34, 40, 43, 46, 65, 70, 73, 75, 83, 84, 94, 97, 107, 110, 115, 123, 136, 146, 156, 158, 163, 168, 169, 183, 199, 201, 209, 211, 214, 236, 252, 290, 297, 302, 321, 322, 358, 366, 367, 369, 376, 380, 388, 395, 404, 415, 416, 423, 426, 427, 436, 445 e 446	581,80	7444,0

Fonte: Próprio Autor

O resultado encontrado para o sistema de 417 nós, utilizando o método proposto é melhor que o resultado encontrado na literatura como pode ser comprovado em Borges et al. (2013). E o tempo computacional gasto para encontrar a solução neste sistema foi de 389 segundos. Após a reconfiguração a menor tensão encontrada no sistema foi de 0,954233 p.u. no nó 48, que é um valor acima da queda de tensão mínima permitida.

Pode-se destacar também que as configurações finais são diferentes, entretanto, as soluções estão bem próximas em que, há uma pequena melhora nas perdas ativas do sistema, porém com convergência mais rápida.

6 CONCLUSÕES

Nesta dissertação foi desenvolvido um modelo matemático para resolver o problema de reconfiguração de um sistema de distribuição de energia elétrica. Este modelo é de programação cônica de segunda ordem inteiro misto. Inicialmente, o problema de reconfiguração de um SDEE é modelado por um problema de programação não linear inteiro misto, e esta reformulação cônica garantem a convergência e otimalidade usando *solvers* comerciais.

O ponto de operação em regime permanente do sistema de distribuição radial foi modelado utilizando expressões cônicas de segunda ordem. No modelo cônico de segunda ordem, a restrição do cálculo da magnitude de corrente foi modelada como uma restrição cônica, e foi demonstrado que no ponto de solução a restrição cônica está ativa, mostrando que a solução é igual ao modelo não linear. Dos resultados encontrados podemos concluir que este modelo apresenta uma boa precisão para calcular o ponto de operação em regime permanente de um SDEE radiais, com ganho de velocidade na solução computacional.

Os sistemas testes de 70, 136, 202 e 400 nós no terceiro capítulo foram utilizados para mostrar a eficiência e a exatidão da metodologia proposta, quando comparado o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto com o modelo não linear inteiro misto. Pode ser constatado nas simulações que o modelo proposto reduz as perdas de potência ativa nos sistemas testes, e minimizaram as violações das magnitudes de tensões em todos os sistemas testados, que se encontram dentro dos limites adequados exigidos pela ANEEL.

Para os sistemas testes de 33, 70, 136 e 417 nós testados e analisados no capítulo 5, nos quais foram comparados com outra metodologia presente na literatura, pode-se constatar que o modelo cônico de segunda ordem inteiro misto mostrou ser eficiente, rápido e encontrou uma melhor solução para o sistema teste de 417 nós.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se considerar o desenvolvimento de modelos matemáticos de programação cônica de segunda ordem inteira mista para resolver os seguintes problemas: a) planejamento da operação dos sistemas de distribuição de energia elétrica; b) alocação simultânea de banco de capacitores e reguladores de tensão; e c) planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica.

REFERÊNCIAS

ABDELAZIZ, A. Y.; MEKHAMER, S. F.; BADR, M. A. L.; MOHAMED, F. M.; ELSAADANY, E. F. A modified particle swarm algorithm for distribution systems reconfiguration. In: POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2009, Canadá. **Proceedings...** Canadá: PES General Meeting, 2009. p. 1-8.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA - ANEEL. **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional (PRODIST):** módulo 8: qualidade da energia elétrica. Brasília, DF, 2010. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Modulo8_Revisao_1.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2010.

ALVES, R. P. **Localização ótima de reguladores de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais usando uma formulação linear inteira mista.** 2012. 95 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.

BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Trans. Power Delivery**, New York, v. 4, n. 2, p. 1401-1407, 1989.

BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. **Convex optimization.** Cambridge: Cambridge University, 2004.

BORGES, M. C. O; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal Reconfiguration of Electrical Distribution Systems Using Mathematical Programming. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, London, v. 1, n. 2, p. 1-9, 2013. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs40313-013-0070-x>>. Acesso em: 20 set. 2013.

CARREÑO, E.; ROMERO, R.; FELTRIN, A. P. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 23, n. 4, p. 1542–1551, 2008.

CHANG, C. F. Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution systems by ant colony search algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 23, n. 4, p. 1747-1755, 2008.

CHIANG, H. D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 2: solution algorithms and numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 3, p. 1568-1574, 1990.

CHIOU, J. P.; CHANG, C. F.; SU, C. T. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 20, n. 2, p. 668–674, 2005.

CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; LEE, S. S. H. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. **IEEE Transaction on Power Delivery**, New York, v. 3, n. 3, p. 1217–1223, 1988.

CPLEX. **Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0**. Incline Village: CPLEX Division, 2008.

FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO M.; ROMERO, R. A mixed-integer LP model for the reconfiguration of radial electric distribution systems considering distributed generation. **International Journal of Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 97, p. 51– 60. 2013.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. **IEEE Trans. Power Delivery**, New York, v. 7, n. 3, p. 1484-1491, 1992.

GOMES, F. V.; CARNEIRO JÚNIOR, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; ARAUJO, L. R. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution system. **IEEE Transactions on Power System**, New York, v. 20, n. 3, p. 1373-1378, 2005.

GUIMARÃES, M. A. N.; LORENZETI, J. F. C.; CASTRO C. A. Reconfiguration of distribution system for voltage stability margin enhancement using tabu search. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2004, Singapore. **Proceedings...** Singapore: POWERCON, 2004. p. 1556-1561.

JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. **IEEE Transaction on Power Systems**, New York, v. 27, n. 2, p. 1106-1115, 2012.

LAVORATO, M.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 11, n. 3, p. 172 – 180, 2012.

MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. **SBA Controle and Automação**, São Paulo, v. 11, n. 3, p. 150 – 159, 2000.

MARTIN, J. A.; GIL, A. J. A new heuristic approach for distribution systems loss reduction. **International Journal of Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 78, n. 11, p. 1953-1958, 2008.

MENDOZA, J.; LOPEZ, R.; MORALES, D.; LOPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: real application. **IEEE Transaction on Power Systems**, New York, v. 21, n. 2, p. 948–954, 2006.

MERLIN, A.; BACK, H. Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system. In: POWER SYSTEM

COMPUTATION CONFERENCE, 5., 1975, Cambridge. **Proceedings...** Zurich: PSCC, 1975. p. 1-18.

MONTICELLI, A. J.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas: Editora da Unicamp, 2003. 249 p.

OLIVEIRA, M. L. **Planejamento integrado da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2010. 216 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Departamento de Sistemas de Energia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

PEREIRA, F. S. **Reconfiguração ótima de sistemas de distribuição de energia elétrica baseado no comportamento de colônias de formigas**. 2010. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

RAJU, G.; BIJWE, P. R. An efficient algorithm for minimum loss reconfiguration of distribution system based on sensitivity and heuristics. **IEEE Transactions Power Systems**, New York, v. 23, n. 3, p. 1280-1287, 2008.

RAMÍREZ, I. J. R.; BERNAL, J. L. A. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. **IEEE Transactions Power Systems**, New York, v. 13, n. 2, p. 696-703, 1998.

RAMOS, E. R.; EXPOSITO, A. G.; SANTOS, J. R.; IBORRA, F. L. Path-Based distribution network modeling: application to reconfiguration for loss reduction. **IEEE Transactions Power Systems**, New York, v. 20, n. 2, p. 556 – 564, 2005.

RIBEIRO, E. T. A. **Modelos de programação inteira mista para a alocação ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição de energia elétrica radiais**. 2013. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013.

ROMERO-RAMOS, E.; RIQUELME-SANTOS, J.; REYES, J. A simpler and exact mathematical model for the computation of the minimal power losses tree. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 80, n. 5, p. 562–571, 2010.

RAO, S. R.; NARASIMHAM, S. V. L. A New Heuristic approach for optimal network reconfiguration in distribution systems. **International Journal of Engineering and Applied Sciences**, Nova York, v. 3, n. 9, p. 606-612, 2009.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 3, n. 2, p. 753-762, 1988.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. An improved tabu search algorithm for loss minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 77, n. 5-6, p. 685–694, 2007.

APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO TESTADOS

A.1 - SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 70 NÓS

Tabela A.1— Dados do sistema de distribuição de 70 nós

(continua)

Trecho		Resistência	Reatância	Carga barra final		Imax
Inicial	Final	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kVAr)	(kA)
1	2	0,0005	0,0012	0	0	400
2	3	0,0005	0,0012	0	0	400
3	4	0,0001	0,0001	0	0	400
3	29	0,0044	0,0108	0	0	400
4	5	0,0015	0,0036	0	0	400
4	37	0,0044	0,0108	0	0	400
5	6	0,0251	0,0294	2,6	2,2	400
5	48	0,0034	0,0084	40,4	30	400
6	7	0,3660	0,1864	75	54	400
7	8	0,3811	0,1941	30	22	400
8	9	0,0922	0,0470	28	19	400
9	10	0,0493	0,0251	145	104	400
9	52	0,0928	0,0473	145	104	400
10	11	0,8190	0,2707	8	5,5	400
10	54	0,1740	0,0886	8	5,5	400
11	12	0,1872	0,0619	0	0	400
12	13	0,7114	0,2351	45,5	30	400
12	67	0,2012	0,0611	60	35	400
13	14	1,0300	0,3400	60	35	400
13	69	0,7394	0,2444	0	0	400
14	15	1,0440	0,3450	1	0,6	400
15	16	1,0580	0,3496	114	81	400
16	17	0,1966	0,0650	5,3	3,5	400
17	18	0,3744	0,1238	0	0	400
18	19	0,0047	0,0016	28	20	400
19	20	0,3276	0,1083	0	0	400
20	21	0,2106	0,0696	14	10	400
21	22	0,3416	0,1129	14	10	400
22	23	0,0140	0,0046	26	18,6	400
23	24	0,1591	0,0526	26	18,6	400
24	25	0,3463	0,1145	0	0	400
25	26	0,7488	0,2475	0	0	400
26	27	0,3089	0,1021	0	0	400
27	28	0,1732	0,0572	14	10	400
29	30	0,0640	0,1565	19,5	14	400
30	31	0,3978	0,1315	6	4	400
31	32	0,0702	0,0232	26	18,55	400
32	33	0,3510	0,1160	26	18,55	400
33	34	0,8390	0,2816	0	0	400
34	35	1,7080	0,5646	24	17	400

(conclusão)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
35	36	1,4740	0,4873	24	17	400
37	38	0,0640	0,1565	1,2	1	400
38	39	0,1053	0,1230	0	0	400
39	40	0,0304	0,0355	6	4,3	400
40	41	0,0018	0,0021	0	0	400
41	42	0,7283	0,8509	39,22	26,3	400
42	43	0,3100	0,3623	39,22	26,3	400
43	44	0,0410	0,0478	0	0	400
44	45	0,0092	0,0116	79	56,4	400
45	46	0,1089	0,1373	384,7	274,5	400
46	47	0,0009	0,0012	384,7	274,5	400
48	49	0,0851	0,2083	40,5	28,3	400
49	50	0,2898	0,7091	3,6	2,7	400
50	51	0,0822	0,2011	4,35	3,5	400
52	53	0,3319	0,1114	26,4	19	400
54	55	0,2030	0,1034	24	17,2	400
55	56	0,2842	0,1447	0	0	400
56	57	0,2813	0,1433	0	0	400
57	58	1,5900	0,5337	0	0	400
58	59	0,7837	0,2630	100	72	400
59	60	0,3042	0,1006	0	0	400
60	61	0,3861	0,1172	1244	888	400
61	62	0,5075	0,2585	32	23	400
62	63	0,0974	0,0496	0	0	400
63	64	0,1450	0,0738	227	162	400
64	65	0,7105	0,3619	59	42	400
65	66	1,0410	0,5302	18	13	400
67	68	0,0047	0,0014	18	13	400
69	70	0,0047	0,0016	28	20	400

Fonte: Próprio Autor

A.2 - SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 136 NÓS

Tabela A.2 —Dados do sistema de distribuição de 136 nós

(continua)

Trecho		Resistência	Reatância	Carga barra final		Imax
Inicial	Final	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kVAr)	(kA)
1	2	0,33205	0,76653	0	0	247
2	3	0,00188	0,00433	47,78	19,009	247
3	4	0,2234	0,51535	42,551	16,929	243
4	5	0,09943	0,22953	87,022	34,622	239
5	6	0,15571	0,35945	311,31	123,86	230
6	7	0,16321	0,37677	148,87	59,228	201
7	8	0,11444	0,26417	238,67	94,956	22
7	9	0,05675	0,05666	62,299	24,786	163
9	10	0,52124	0,27418	124,59	49,571	11
9	11	0,10877	0,1086	140,16	55,768	145
11	12	0,39803	0,20937	116,81	46,474	11
11	13	0,91744	0,31469	249,2	99,145	24
11	14	0,11823	0,11805	291,45	115,59	97
14	15	0,50228	0,26421	303,72	120,84	29
14	16	0,05675	0,05666	215,39	85,695	39
16	17	0,29379	0,15454	198,59	79,007	19
1	18	0,33205	0,76653	0	0	223
18	19	0,00188	0,00433	0	0	223
19	20	0,22324	0,51535	0	0	223
20	21	0,10881	0,25118	30,127	14,729	223
21	22	0,71078	0,37388	230,97	112,92	227
21	23	0,18197	0,42008	60,256	29,459	198
23	24	0,30326	0,15952	230,97	112,92	22
23	25	0,02439	0,0563	120,51	58,915	169
25	26	0,04502	0,10394	0	0	157
26	27	0,01876	0,04331	56,981	27,857	157
27	28	0,11823	0,1123	364,67	178,28	151
28	29	0,02365	0,02361	0	0	115
29	30	0,18954	0,0997	124,65	60,939	18
30	31	0,39803	0,20937	56,981	27,857	5
29	32	0,05675	0,05666	0	0	97
32	33	0,09477	0,04985	85,473	41,787	47
33	34	0,41699	0,21934	0	0	39
34	35	0,11372	0,05982	396,74	193,96	39
32	36	0,07566	0,07555	0	0	49
36	37	0,3696	0,19442	181,15	88,563	42
37	38	0,26536	0,13958	242,17	118,39	24
36	39	0,05675	0,0566	75,316	36,821	7
1	40	0,33205	0,76653	0	0	246
40	41	0,11819	0,27283	1,254	0,531	246
41	42	2,96288	1,01628	6,274	2,66	1
41	43	0,00188	0,00433	0	0	246
43	44	0,06941	0,16024	117,88	49,971	246
44	45	0,81502	0,42872	62,668	25,566	5

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
44	46	0,06378	0,14724	172,29	73,034	228
46	47	0,13132	0,30315	458,56	194,39	212
47	48	0,06191	0,14291	262,96	111,47	168
48	49	0,11444	0,26417	235,76	99,942	121
49	50	0,28374	0,28331	0	0	10
50	51	0,28374	0,28321	109,22	46,298	10
49	52	0,04502	0,10394	0	0	87
52	53	0,02626	0,06063	72,809	30,865	87
53	54	0,06003	0,13858	258,47	109,57	33
54	55	0,03002	0,06929	69,169	29,322	8
55	56	0,02064	0,04764	21,843	9,26	2
53	57	0,10881	0,25118	0	0	46
57	58	0,25588	0,1346	20,527	8,702	46
58	59	0,41699	0,21934	150,55	63,819	44
59	60	0,50228	0,26421	220,69	93,552	30
60	61	0,3317	0,17448	92,384	39,163	9
61	62	0,20849	0,10967	0	0	1
48	63	0,13882	0,32047	226,69	96,098	21
1	64	0,0075	0,01732	0	0	147
64	65	0,27014	0,62362	294,02	116,97	147
65	66	0,3827	0,88346	83,015	33,028	119
66	67	0,33018	0,7622	83,015	33,028	111
67	68	0,3283	0,75787	103,77	41,285	103
68	69	0,17072	0,39409	176,41	70,184	94
69	70	0,55914	0,29412	83,015	33,028	7
69	71	0,05816	0,13425	217,92	86,698	69
71	72	0,7013	0,3689	23,294	9,267	10
72	73	1,02352	0,53839	5,075	2,019	10
71	74	0,06754	0,15591	72,638	28,899	45
74	75	1,32352	0,45397	405,99	161,52	38
1	76	0,01126	0,02598	0	0	158
76	77	0,72976	1,68464	100,18	42,468	158
77	78	0,22512	0,51968	142,52	60,417	149
78	79	0,20824	0,48071	96,042	40,713	135
79	80	0,0469	0,10827	300,45	127,37	126
80	81	0,6195	0,61857	141,24	59,873	97
81	82	0,34049	0,33998	279,85	118,63	83
82	83	0,56862	0,29911	87,312	37,013	8
82	84	0,10877	0,1086	243,85	103,37	47
84	85	0,56862	0,29911	247,75	105,03	24
1	86	0,01126	0,02598	0	0	265
86	87	0,41835	0,96575	89,878	38,101	265
87	88	0,10499	0,13641	1137,3	482,11	108
87	89	0,43898	1,01338	458,34	194,3	148
89	90	0,0752	0,02579	385,2	163,29	104
90	91	0,07692	0,17756	0	0	66
91	92	0,33205	0,76653	79,608	33,747	66

(conclusão)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
92	93	0,08442	0,19488	87,312	37,013	59
93	94	0,1332	0,30748	0	0	50
94	95	0,2932	0,29276	74,001	31,37	43
95	96	0,21753	0,21721	232,05	98,369	36
96	97	0,26482	0,26443	141,82	60,119	13
94	98	0,10318	0,23819	0	0	7
98	99	0,13507	0,31181	76,449	32,408	7
1	100	0,00938	0,02165	0	0	298
100	101	0,16884	0,38976	51,322	21,756	298
101	102	0,11819	0,27283	59,874	25,381	293
102	103	2,28608	0,78414	9,065	3,843	1
102	104	0,45587	1,05236	2,092	0,887	286
104	105	0,696	1,60669	16,735	7,094	286
105	106	0,45774	1,05669	1506,5	638,63	268
106	107	0,20298	0,26373	313,02	132,69	116
107	108	0,21348	0,27737	79,831	33,842	85
108	109	0,54967	0,28914	51,322	21,756	46
109	110	0,54019	0,28415	0	0	25
108	111	0,0455	0,05911	202,44	85,815	31
111	112	0,47385	0,24926	60,823	25,874	10
112	113	0,86241	0,45364	45,618	19,338	4
113	114	0,56862	0,29911	0	0	1
109	115	0,77711	0,40878	157,07	66,584	15
115	116	1,08038	0,5683	0	0	1
110	117	1,06633	0,57827	250,15	106,04	25
117	118	0,47385	0,24926	0	0	1
105	119	0,32267	0,74488	68,809	28,593	16
119	120	0,14633	0,33779	32,072	13,596	9
120	121	0,12382	0,28583	61,084	25,894	6
1	122	0,01126	0,02598	0	0	197
122	123	0,6491	1,49842	94,622	46,26	197
123	124	0,04502	0,10394	49,858	24,375	188
124	125	0,5264	0,18056	123,16	60,214	12
124	126	0,02064	0,04764	78,35	38,304	171
126	127	0,53071	0,27917	145,48	71,121	14
126	128	0,09755	0,2252	21,369	10,447	149
128	129	0,11819	0,27283	74,789	36,564	7
128	130	0,13882	0,32047	227,93	111,43	140
130	131	0,04315	0,09961	35,614	17,411	116
131	132	0,09192	0,2122	249,29	121,88	114
132	133	0,16134	0,37244	316,72	154,84	89
133	134	0,37832	0,37775	333,82	163,2	57
134	135	0,39724	0,39664	249,29	121,88	24
135	136	0,2932	0,29276	0	0	1

Fonte: Próprio Autor

A.3 - SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 202 NÓS

Tabela A.3 — Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(continua)

Trecho Inicial	Trecho Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final (kW)	Carga barra final (kVAr)	Imax (kA)
1	2	0	0	0	0	1520
2	3	0,01883	0,04232	38,25	23,7	1493
3	4	0,065905	0,14812	0	0	1484
4	5	0,03766	0,08464	63,75	39,5	1484
5	6	0,01883	0,04232	0	0	1470
6	7	0	0	0	0	1497
7	8	0,01883	0,04232	38,25	23,7	1470
8	9	0,016947	0,038088	95,2	58,99	1463
9	10	0,01883	0,04232	63,75	39,5	1442
10	11	0	0	0	0	408
11	12	0,05935	0,04654	510	316,02	111
10	13	0,01883	0,04232	0	0	1197
13	14	0	0	0	0	1224
10	15	0	0	0	0	410
15	16	0,046705	0,02445	63,75	39,5	125
16	17	0,09341	0,0489	127,5	79,01	111
17	18	0,074728	0,03912	63,75	39,5	15
17	19	0,18682	0,0978	63,75	39,5	69
19	20	0,074728	0,03912	255	158,01	56
14	21	0,03766	0,08464	0	0	1197
21	22	0,041426	0,093104	0	0	1197
22	23	0	0	255	158,01	1224
23	24	0,00659	0,014812	255	158,01	1143
24	25	0,00659	0,014812	382,5	237,02	1089
25	26	0	0	0	0	879
26	27	0,024479	0,055016	191,25	118,51	779
25	28	0	0	0	0	420
28	29	0,065387	0,03423	51	31,6	243
29	30	0,046705	0,02445	95,63	59,25	197
30	31	0,046705	0,02445	95,63	59,25	176
31	32	0,046705	0,02445	0	0	155
32	33	0,059416	0,02026	350,63	217,26	78
32	34	0,089124	0,03039	350,63	217,26	78
29	35	0,09341	0,0489	0	0	35
35	36	0	0	0	0	77
36	37	0,037364	0,01956	63,75	39,5	15
35	38	0	0	0	0	110
38	39	0,037364	0,01956	95,63	59,25	23
27	40	0,009415	0,02116	0	0	740
40	41	0,037135	0,012663	255	158,01	57
40	42	0,009415	0,02116	0	0	687
42	43	0,009415	0,02116	191,25	118,51	575
43	44	0,009415	0,02116	95,63	59,25	534
42	45	0,059416	0,02026	0	0	147

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
45	46	0	0	0	0	77
46	47	0,037135	0,012663	63,75	39,5	17
45	48	0	0	0	0	402
48	49	0,037135	0,012663	605,63	375,27	134
44	50	0,014122	0,03174	573,75	355,52	515
50	51	0,013181	0,029624	191,25	118,51	398
51	52	0,011298	0,025392	255	158,01	360
52	53	0,011298	0,025392	765	474,03	312
53	54	0,011298	0,025392	255	158,01	198
54	55	0,011298	0,025392	0	0	141
55	56	0,07427	0,025325	0	0	141
56	57	0	0	318,75	197,51	410
57	58	0,103978	0,035455	318,75	197,51	71
1	59	0	0	0	0	4088
59	60	0,01597	0,04095	25,5	15,8	2108
60	61	0,099014	0,25389	0	0	2102
61	62	0	0	0	0	2117
62	63	0,041522	0,10647	0	0	2102
63	64	0	0	0	0	2066
63	65	0,019164	0,04914	95,63	59,25	53
65	66	0	0	0	0	162
66	67	0,01597	0,04095	38,25	23,7	32
67	68	0	0	0	0	120
68	69	0,133686	0,045585	102	63,2	23
64	70	0,01883	0,04232	0	0	2051
70	71	0,111405	0,037988	89,25	55,3	20
70	72	0	0	0	0	44
72	73	0,133686	0,045585	0	0	9
73	74	0,081697	0,027858	38,25	23,7	9
70	75	0,020713	0,046552	0	0	2024
75	76	0	0	0	0	405
76	77	0,163394	0,055715	510	316,02	113
75	78	0,011298	0,025392	595	368,69	1913
78	79	0,007532	0,016928	0	0	1784
79	80	0	0	0	0	347
79	81	0,009415	0,02116	382,5	237,02	1439
81	82	0,011298	0,025392	0	0	1356
80	83	0,126259	0,043053	350,63	217,26	78
82	84	0	0	0	0	1383
84	85	0,013181	0,029624	38,25	23,7	12
84	86	0,004707	0,01058	255	158,01	1349
86	87	0,005649	0,012696	446,25	276,52	1293
87	88	0,009415	0,02116	382,5	237,02	1199
79	89	0	0	0	0	425
89	90	0,178248	0,06078	0	0	275
90	91	0	0	0	0	110
91	92	0,111405	0,037987	95,63	59,25	23

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
90	93	0	0	191,25	118,51	428
93	94	0,056046	0,027924	216,75	134,31	212
94	95	0,028023	0,013962	95,63	59,25	164
95	96	0,028023	0,013962	191,25	118,51	141
96	97	0,028023	0,013962	63,75	39,5	99
97	98	0,051375	0,025597	382,5	237,02	86
88	99	0,020713	0,046552	0	0	1116
99	100	0	0	0	0	1143
100	101	0,014122	0,03174	63,75	39,5	17
100	102	0,005649	0,012696	0	0	1103
102	103	0	0	0	0	77
103	104	0,07427	0,025325	63,75	39,5	15
102	105	0,004707	0,01058	127,5	79,01	1041
105	106	0,005649	0,012696	95,63	59,25	1014
102	107	0,00659	0,014812	106,25	65,84	53
107	108	0,010356	0,023276	127,5	79,01	32
106	109	0,011298	0,025392	95,63	59,25	993
109	110	0	0	0	0	1010
110	111	0,007532	0,016928	127,5	79,01	974
111	112	0,007532	0,016928	127,5	79,01	947
112	113	0,007532	0,016928	0	0	921
113	114	0	0	0	0	77
113	115	0,005649	0,012696	318,75	197,51	249
115	116	0,007532	0,016928	350,63	217,26	179
116	117	0,009415	0,02116	446,25	276,52	101
114	118	0,051989	0,017727	63,75	39,5	17
113	119	0,007532	0,016928	127,5	79,01	719
119	120	0,007532	0,016928	63,75	39,5	690
120	121	0,00659	0,014812	382,5	237,02	677
121	122	0,005649	0,012696	0	0	594
122	123	0	0	76,5	47,4	335
122	124	0	0	255	158,01	608
124	125	0,015064	0,033856	191,25	118,51	471
123	126	0,065387	0,03003	255	158,01	57
125	127	0,009415	0,02116	233,75	144,84	431
127	128	0,009415	0,02116	573,75	355,52	129
127	129	0,015064	0,033856	276,25	171,18	321
129	130	0,013181	0,029624	255	158,01	260
130	131	0,013181	0,029624	393,13	243,6	203
131	132	0,016947	0,038088	510	316,02	116
1	133	0	0	0	0	2036
133	134	0,069671	0,156584	0	0	2019
134	135	0	0	0	0	2034
135	136	0,015064	0,033856	0	0	2019
136	137	0,060256	0,135424	0	0	2019
137	138	0,009415	0,02116	0	0	14
137	139	0	0	63,75	39,5	1986

(continuação)						
Trecho		Resistência	Reatância	Carga barra final		Imax
Inicial	Final	(Ω)	(Ω)	(kW)	(kVAr)	(kA)
139	140	0,020713	0,046552	0	0	1958
140	141	0	0	0	0	77
140	142	0,009415	0,02116	38,25	23,7	1944
142	143	0,005649	0,012696	38,25	23,7	1935
141	144	0,028023	0,01467	63,75	39,5	15
137	145	0	0	0	0	240
145	146	0,074728	0,03912	63,75	39,5	48
146	147	0,056046	0,02934	0	0	21
147	148	0	0	0	0	110
148	149	0,037364	0,01956	95,63	59,25	23
146	150	0	0	0	0	77
150	151	0,046705	0,02445	63,75	39,5	15
143	152	0,005649	0,012696	0	0	1928
152	153	0	0	0	0	77
152	154	0,005649	0,012696	63,75	39,5	1914
154	155	0,005649	0,012696	212,5	131,68	1901
155	156	0,005649	0,012696	63,75	39,5	1854
153	157	0,037364	0,01956	63,75	39,5	15
156	158	0,005649	0,012696	0	0	1841
158	159	0,028023	0,01467	63,75	39,5	23
159	160	0,046705	0,02445	38,25	23,7	9
158	161	0,009415	0,02116	63,75	39,5	1818
161	162	0,011298	0,025392	0	0	1805
162	163	0	0	0	0	1820
163	164	0	0	95,63	59,25	1820
164	165	0,01883	0,04232	0	0	1784
165	166	0	0	0	0	399
165	167	0,005649	0,012696	446,25	276,52	1652
167	168	0,005649	0,012696	191,25	118,51	1556
168	169	0,007532	0,016928	255	158,01	1514
166	170	0,065387	0,03423	605,63	375,27	135
169	171	0	0	63,75	39,5	1484
171	172	0,07122	0,055848	127,5	79,01	29
171	173	0,009415	0,02116	63,75	39,5	1418
173	174	0,009415	0,02116	191,25	118,51	1404
174	175	0,009415	0,02116	0	0	1362
175	176	0	0	0	0	230
176	177	0,074728	0,03912	208,25	129,04	47
175	178	0,003766	0,008464	191,25	118,51	1317
178	179	0,003766	0,008464	127,5	79,01	1277
179	180	0,005649	0,012696	127,5	79,01	1248
180	181	0	0	0	0	3930
181	182	0	0	0	0	152
181	183	0,046705	0,02445	255	158,01	57
182	184	0,0607165	0,031785	127,5	79,01	29
181	185	0,005649	0,012696	850	526,7	1140
185	186	0,005649	0,012696	127,5	79,01	962

(conclusão)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
186	187	0,005649	0,012696	510	316,02	935
187	188	0,005649	0,012696	0	0	879
188	189	0	0	0	0	396
188	190	0	0	0	0	212
190	191	0,0385775	0,030251	191,25	118,51	44
189	192	0,0504475	0,039559	448,38	277,83	101
188	193	0,022596	0,050784	255	158,01	740
193	194	0,065387	0,03423	510	316,02	114
193	195	0,046705	0,02445	382,5	237,02	452
195	196	0,046705	0,02445	255	158,01	375
196	197	0,046705	0,02445	191,25	118,51	326
193	198	0,009415	0,02116	446,25	276,52	131
198	199	0,009415	0,02116	133,88	82,96	33
197	200	0,046705	0,02445	95,63	59,25	290
200	201	0,112092	0,05868	382,5	237,02	86
200	202	0,09341	0,0489	1030,2	638,36	233

Fonte: Próprio Autor

A.4 - SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 400 NÓS

Tabela A.4 — Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(continua)

Trecho Inicial	Trecho Final	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
				(kW)	(kVAr)	
1	2	0,0378	0,0125	0	0	731
2	3	0,0305	0,0101	0	0	731
3	4	0,0309	0,0102	0	0	731
4	5	0,0331	0,0109	0	0	731
5	6	0,0378	0,0125	0	0	731
6	7	0,0326	0,0107	0	0	723
7	8	0,0378	0,0125	0	0	723
8	9	0,0422	0,0139	0	0	723
9	10	0,0326	0,0107	0	0	30
10	11	0,0331	0,0109	0	0	30
11	12	0,0305	0,0101	69	29,25	30
12	13	0,0378	0,0125	0	0	15
13	14	0,0378	0,0125	0	0	15
14	15	0,0378	0,0125	0	0	10
6	16	0,0378	0,0125	46	19,5	10
14	17	0,0422	0,0139	0	0	15
17	18	0,0368	0,0121	0	0	15
18	19	0,0347	0,0114	0	0	15
19	20	0,0431	0,0093	0	0	15
20	21	0,0516	0,0111	0	0	15
21	22	0,0331	0,0109	69	29,25	15
9	23	0,0378	0,0125	0	0	15
23	24	0,0339	0,0112	69	29,25	15
9	25	0,0339	0,0112	0	0	685
25	26	0,0378	0,0125	0	0	685
26	27	0,042	0,0139	0	0	685
27	28	0,0441	0,0146	0	0	685
28	29	0,0378	0,0125	0	0	645
29	30	0,0378	0,0125	0	0	645
30	31	0,0378	0,0125	0	0	645
31	32	0,0368	0,0121	0	0	645
32	33	0,0347	0,0114	0	0	645
33	34	0,0284	0,0094	0	0	645
34	35	0,0326	0,0107	0	0	645
35	36	0,0326	0,0107	0	0	645
36	37	0,0441	0,0146	0	0	15
37	38	0,0422	0,0139	0	0	15
38	39	0,0378	0,0125	0	0	15
39	40	0,0378	0,0125	0	0	15
40	41	0,0331	0,0109	0	0	15
41	42	0,0305	0,0101	69	29,25	15
28	43	0,0339	0,0112	0	0	10
43	44	0,0305	0,0101	0	0	10
44	45	0,0309	0,0102	0	0	10

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
45	46	0,0309	0,0102	0	0	10
46	47	0,0326	0,0107	41,4	17,55	10
28	48	0,0331	0,0109	0	0	39
48	49	0,0294	0,0097	0	0	39
49	50	0,0305	0,0101	69	29,25	39
50	51	0,0378	0,0125	0	0	24
51	52	0,0378	0,0125	0	0	24
52	53	0,0331	0,0109	0	0	24
53	54	0,0339	0,0112	0	0	24
54	55	0,0339	0,0112	69	29,25	24
55	56	0,0422	0,0139	41,4	17,55	10
36	57	0,0378	0,0125	0	0	632
57	58	0,0339	0,0112	103,5	43,88	632
58	59	0,042	0,0139	0	0	614
59	60	0,0441	0,0146	0	0	614
60	61	0,0284	0,0094	0	0	77
61	62	0,0305	0,0101	0	0	77
62	63	0,0331	0,0109	0	0	77
63	64	0,0326	0,0107	0	0	77
64	65	0,0284	0,0094	0	0	77
65	66	0,0378	0,0125	0	0	10
66	67	0,0305	0,0101	0	0	10
67	68	0,0378	0,0125	0	0	10
68	69	0,0284	0,0094	0	0	10
69	70	0,0326	0,0107	0	0	10
70	71	0,0441	0,0146	0	0	10
71	72	0,042	0,0139	41,4	17,55	10
65	73	0,0339	0,0112	0	0	67
73	74	0,0331	0,0109	27,6	11,7	67
74	75	0,0309	0,0102	0	0	61
75	76	0,0294	0,0097	0	0	61
76	77	0,0368	0,0121	0	0	61
77	78	0,0347	0,0114	69	29,25	61
78	79	0,0305	0,0101	0	0	46
79	80	0,0347	0,0114	0	0	46
80	81	0,0422	0,0139	0	0	46
81	82	0,0326	0,0107	0	0	46
82	83	0,0284	0,0094	69	29,25	46
83	84	0,0326	0,0107	0	0	31
84	85	0,0441	0,0146	0	0	31
85	86	0,042	0,0139	0	0	31
86	87	0,0378	0,0125	69	29,25	31
87	88	0,0378	0,0125	0	0	15
88	89	0,0284	0,0094	0	0	15
89	90	0,0309	0,0102	0	0	15
90	91	0,0294	0,0097	0	0	15
91	92	0,0368	0,0121	69	29,25	15

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
60	93	0,0326	0,0107	0	0	556
93	94	0,0339	0,0112	0	0	556
94	95	0,0331	0,0109	0	0	556
95	96	0,0326	0,0107	0	0	556
96	97	0,0284	0,0094	0	0	556
97	98	0,0368	0,0121	0	0	10
98	99	0,0368	0,0121	0	0	10
99	100	0,0441	0,0146	0	0	10
100	101	0,0294	0,0097	0	0	10
101	102	0,0309	0,0102	0	0	10
102	103	0,0284	0,0094	41,4	17,55	10
97	104	0,0326	0,0107	0	0	549
104	105	0,0378	0,0125	0	0	549
105	106	0,0331	0,0109	0	0	549
106	107	0,0331	0,0109	0	0	549
107	108	0,0378	0,0125	0	0	39
108	109	0,0339	0,0112	0	0	39
109	110	0,0331	0,0109	0	0	39
110	111	0,0305	0,0101	0	0	39
111	112	0,0378	0,0125	0	0	39
112	113	0,0378	0,0125	103,5	43,88	39
113	114	0,0284	0,0094	0	0	15
114	115	0,042	0,0139	0	0	15
115	116	0,0441	0,0146	0	0	15
116	117	0,0326	0,0107	0	0	15
117	118	0,0284	0,0094	0	0	15
118	119	0,0347	0,0114	69	29,25	16
107	120	0,0378	0,0125	0	0	23
120	121	0,0368	0,0121	0	0	23
121	122	0,0347	0,0114	103,5	43,88	23
107	123	0,0305	0,0101	0	0	507
123	124	0,0305	0,0101	0	0	507
124	125	0,0331	0,0109	0	0	507
125	126	0,0339	0,0112	69	29,25	507
126	127	0,0347	0,0114	0	0	497
127	128	0,0368	0,0121	0	0	497
128	129	0,0284	0,0094	0	0	497
129	130	0,0326	0,0107	0	0	497
130	131	0,0378	0,0125	41,4	17,55	10
130	132	0,0441	0,0146	0	0	491
132	133	0,0326	0,0107	0	0	491
133	134	0,0441	0,0146	0	0	491
134	135	0,042	0,0139	41,4	17,55	491
135	136	0,0378	0,0125	0	0	485
136	137	0,042	0,0139	0	0	485
137	138	0,0378	0,0125	0	0	485
138	139	0,0347	0,0114	0	0	485

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
139	140	0,0368	0,0121	0	0	114
140	141	0,0331	0,0109	0	0	114
141	142	0,0422	0,0139	27,6	11,7	114
142	143	0,0305	0,0101	0	0	108
143	144	0,0378	0,0125	0	0	108
144	145	0,0441	0,0146	0	0	108
145	146	0,0339	0,0112	0	0	108
146	147	0,042	0,0139	0	0	108
147	148	0,0305	0,0101	0	0	108
148	149	0,0305	0,0101	0	0	16
149	150	0,0642	0,0138	0	0	16
150	151	0,0463	0,01	0	0	16
151	152	0,0503	0,0108	69	29,25	16
148	153	0,0284	0,0094	0	0	92
153	154	0,0368	0,0121	13,8	5,85	92
154	155	0,0347	0,0114	0	0	89
155	156	0,0441	0,0146	0	0	89
156	157	0,0495	0,0107	0	0	89
157	158	0,0575	0,0124	0	0	89
158	159	0,0575	0,0124	391	165,75	89
139	160	0,0294	0,0097	0	0	426
160	161	0,0284	0,0094	0	0	426
161	162	0,0441	0,0146	0	0	426
162	163	0,0326	0,0107	0	0	426
163	164	0,042	0,0139	46	19,5	426
164	165	0,0378	0,0125	0	0	422
165	166	0,0331	0,0109	0	0	422
166	167	0,0378	0,0125	0	0	34
167	168	0,0422	0,0139	0	0	34
168	169	0,0378	0,0125	0	0	34
169	170	0,0441	0,0146	0	0	25
170	171	0,0305	0,0101	0	0	25
171	172	0,0642	0,0138	69	29,25	16
171	173	0,0516	0,0111	41,4	17,55	10
169	174	0,0378	0,0125	0	0	10
174	175	0,0331	0,0109	0	0	10
175	176	0,0294	0,0097	0	0	10
176	177	0,0326	0,0107	0	0	10
177	178	0,0284	0,0094	41,4	17,55	10
166	179	0,0305	0,0101	0	0	409
179	180	0,0378	0,0125	0	0	409
180	181	0,0331	0,0109	0	0	409
181	182	0,0305	0,0101	0	0	409
182	183	0,0339	0,0112	0	0	409
183	184	0,0294	0,0097	41,4	17,55	10
183	185	0,0347	0,0114	0	0	24
185	186	0,0378	0,0125	0	0	24

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
186	187	0,0339	0,0112	0	0	24
187	188	0,0378	0,0125	0	0	24
188	189	0,0294	0,0097	0	0	24
189	190	0,0284	0,0094	0	0	24
190	191	0,0422	0,0139	0	0	24
191	192	0,0378	0,0125	0	0	24
192	193	0,0331	0,0109	0	0	24
193	194	0,0331	0,0109	9,2	3,9	24
194	195	0,0284	0,0094	0	0	22
195	196	0,0326	0,0107	0	0	22
196	197	0,0642	0,0138	0	0	22
197	198	0,0431	0,0093	0	0	22
198	199	0,0559	0,012	0	0	10
199	200	0,0516	0,0111	27,6	11,7	10
198	201	0,0516	0,0111	0	0	16
201	202	0,0503	0,0108	0	0	16
202	203	0,0326	0,0107	69	29,25	16
183	204	0,0326	0,0107	0	0	399
204	205	0,0305	0,0101	0	0	399
205	206	0,0378	0,0125	0	0	399
206	207	0,0378	0,0125	0	0	399
207	208	0,0326	0,0107	0	0	399
208	209	0,0326	0,0107	0	0	399
209	210	0,0422	0,0139	0	0	399
210	211	0,0331	0,0109	0	0	399
211	212	0,0339	0,0112	0	0	399
212	213	0,0331	0,0109	9,2	3,9	399
213	214	0,0305	0,0101	0	0	399
214	215	0,0378	0,0125	9,2	3,9	399
215	216	0,0326	0,0107	0	0	398
216	217	0,0441	0,0146	0	0	398
217	218	0,0305	0,0101	0	0	398
218	219	0,0331	0,0109	0	0	398
219	220	0,0368	0,0121	9,2	3,9	398
220	221	0,0339	0,0112	0	0	398
221	222	0,0284	0,0094	0	0	398
222	223	0,0326	0,0107	0	0	398
223	224	0,0503	0,0108	0	0	398
224	225	0,0516	0,0111	13,8	5,85	398
225	226	0,042	0,0139	0	0	397
226	227	0,0441	0,0146	0	0	397
227	228	0,0339	0,0112	0	0	397
228	229	0,0767	0,0101	0	0	31
229	230	0,099	0,013	0	0	31
230	231	0,0891	0,0117	0	0	31
231	232	0,1039	0,0137	0	0	31
232	233	0,0767	0,0101	0	0	31

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
233	234	0,0866	0,0114	0	0	31
234	235	0,0668	0,0088	0	0	31
235	236	0,0816	0,0108	0	0	31
236	237	0,0559	0,012	0	0	31
237	238	0,0527	0,0113	0	0	31
238	239	0,0668	0,0088	0	0	31
239	240	0,0671	0,0144	9,2	3,9	10
239	241	0,0767	0,0101	0	0	29
241	242	0,0717	0,0095	0	0	10
241	243	0,0891	0,0117	0	0	29
243	244	0,0767	0,0101	0	0	29
244	245	0,0995	0,0131	0	0	29
245	246	0,0799	0,0105	0	0	29
246	247	0,0816	0,0108	0	0	29
247	248	0,0668	0,0088	0	0	10
248	249	0,1039	0,0137	0	0	10
249	250	0,0799	0,0105	0	0	10
250	251	0,0779	0,0103	0	0	10
248	252	0,0767	0,0101	0	0	10
252	253	0,0995	0,0131	0	0	10
253	254	0,0891	0,0117	0	0	10
254	255	0,0717	0,0095	0	0	10
255	256	0,0891	0,0117	0	0	10
256	257	0,0779	0,0103	41,4	17,55	10
247	258	0,0891	0,0117	0	0	19
258	259	0,0575	0,0124	0	0	19
259	260	0,0463	0,01	41,4	17,55	10
259	261	0,0575	0,0124	0	0	10
261	262	0,0995	0,0131	0	0	10
262	263	0,0799	0,0105	0	0	10
263	264	0,0767	0,0101	41,4	17,55	10
263	265	0,0799	0,0105	0	0	10
265	266	0,0891	0,0117	0	0	10
266	267	0,0866	0,0114	0	0	10
267	268	0,0816	0,0108	0	0	10
228	269	0,0368	0,0121	0	0	322
269	270	0,0339	0,0112	0	0	322
270	271	0,0305	0,0101	0	0	322
271	272	0,0495	0,0107	0	0	10
272	273	0,0671	0,0144	0	0	10
273	274	0,0575	0,0124	9,2	3,9	10
271	275	0,0305	0,0101	0	0	322
275	276	0,0378	0,0125	0	0	322
276	277	0,0331	0,0109	0	0	322
277	278	0,0305	0,0101	0	0	322
278	279	0,0378	0,0125	0	0	322
279	280	0,042	0,0139	69	29,25	322

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		I _{max} (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
280	281	0,0378	0,0125	0	0	318
281	282	0,0378	0,0125	0	0	318
282	283	0,0339	0,0112	0	0	318
283	284	0,0378	0,0125	0	0	318
284	285	0,0378	0,0125	0	0	318
285	286	0,0495	0,0107	27,6	11,7	10
285	287	0,0326	0,0107	0	0	317
287	288	0,0378	0,0125	0	0	317
288	289	0,0422	0,0139	0	0	317
289	290	0,0284	0,0094	0	0	317
290	291	0,0309	0,0102	0	0	317
291	292	0,0431	0,0093	103,5	43,88	24
291	293	0,0331	0,0109	0	0	314
293	294	0,0559	0,012	0	0	10
294	295	0,0447	0,0096	0	0	10
295	296	0,0495	0,0107	0	0	10
296	297	0,0431	0,0093	0	0	10
293	298	0,0305	0,0101	0	0	314
298	299	0,0331	0,0109	0	0	314
299	300	0,042	0,0139	0	0	314
300	301	0,0441	0,0146	0	0	314
301	302	0,0575	0,0124	0	0	11
302	303	0,0503	0,0108	0	0	11
303	304	0,0463	0,01	46	19,5	11
301	305	0,0368	0,0121	0	0	313
305	306	0,0339	0,0112	0	0	313
306	307	0,0347	0,0114	0	0	313
307	308	0,0495	0,0107	41,4	17,55	10
307	309	0,0378	0,0125	0	0	313
309	310	0,042	0,0139	0	0	313
310	311	0,0463	0,01	0	0	10
311	312	0,0575	0,0124	0	0	10
312	313	0,0642	0,0138	0	0	10
313	314	0,0495	0,0107	0	0	10
314	315	0,0431	0,0093	0	0	10
315	316	0,0503	0,0108	27,6	11,7	10
315	317	0,047	0,0101	0	0	10
317	318	0,0495	0,0107	0	0	10
318	319	0,0642	0,0138	0	0	10
319	320	0,0431	0,0093	13,8	5,85	10
310	321	0,0339	0,0112	0	0	313
321	322	0,0516	0,0111	27,6	11,7	10
321	323	0,0331	0,0109	0	0	313
323	324	0,0378	0,0125	0	0	313
324	325	0,0378	0,0125	0	0	313
325	326	0,0326	0,0107	0	0	313
326	327	0,0527	0,0113	0	0	13

(continuação)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
327	328	0,0495	0,0107	0	0	13
328	329	0,0639	0,0137	0	0	13
329	330	0,0671	0,0144	0	0	13
330	331	0,0575	0,0124	41,4	17,55	10
330	332	0,0463	0,01	0	0	10
332	333	0,0516	0,0111	13,8	5,85	10
326	334	0,0331	0,0109	0	0	313
334	335	0,0284	0,0094	0	0	313
335	336	0,0527	0,0113	0	0	16
336	337	0,0559	0,012	0	0	16
337	338	0,0516	0,0111	0	0	16
338	339	0,0503	0,0108	0	0	16
339	340	0,0463	0,01	69	29,25	16
335	341	0,0339	0,0112	0	0	315
341	342	0,0378	0,0125	0	0	315
342	343	0,0378	0,0125	0	0	315
343	344	0,0671	0,0144	0	0	10
344	345	0,0639	0,0137	41,4	17,55	10
343	346	0,0326	0,0107	0	0	316
346	347	0,0378	0,0125	0	0	316
347	348	0,0378	0,0125	0	0	316
348	349	0,0305	0,0101	0	0	195
349	350	0,0331	0,0109	0	0	195
350	351	0,0339	0,0112	0	0	25
351	352	0,0331	0,0109	0	0	25
352	353	0,0378	0,0125	0	0	25
353	354	0,0378	0,0125	0	0	25
354	355	0,0642	0,0138	41,4	17,55	10
354	356	0,0305	0,0101	0	0	16
356	357	0,0422	0,0139	0	0	10
356	358	0,0422	0,0139	0	0	16
358	359	0,0326	0,0107	0	0	10
358	360	0,0326	0,0107	0	0	16
360	361	0,0339	0,0112	0	0	16
361	362	0,0463	0,01	0	0	16
362	363	0,0671	0,0144	0	0	16
363	364	0,0575	0,0124	0	0	16
364	365	0,0639	0,0137	0	0	16
365	366	0,0431	0,0093	0	0	16
366	367	0,0527	0,0113	69	29,25	16
350	368	0,0717	0,0095	0	0	82
368	369	0,0693	0,0091	0	0	82
369	370	0,0891	0,0117	0	0	16
370	371	0,0891	0,0117	0	0	16
371	372	0,0799	0,0105	0	0	16
372	373	0,0779	0,0103	0	0	16
373	374	0,0575	0,0124	69	29,25	16

(conclusão)						
Trecho		Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Carga barra final		Imax (kA)
Inicial	Final			(kW)	(kVAr)	
369	375	0,0668	0,0088	0	0	79
375	376	0,0816	0,0108	0	0	79
376	377	0,0866	0,0114	0	0	79
377	378	0,0799	0,0105	0	0	79
378	379	0,0779	0,0103	0	0	79
379	380	0,0717	0,0095	0	0	79
380	381	0,0799	0,0105	0	0	16
381	382	0,0891	0,0117	0	0	16
382	383	0,0891	0,0117	69	29,25	16
380	384	0,0503	0,0108	0	0	79
384	385	0,0516	0,0111	0	0	79
385	386	0,0503	0,0108	0	0	79
386	387	0,0463	0,01	0	0	79
387	388	0,0575	0,0124	0	0	79
388	389	0,0575	0,0124	0	0	79
389	390	0,0639	0,0137	0	0	79
390	391	0,0671	0,0144	0	0	79
391	392	0,0642	0,0138	0	0	10
392	393	0,0575	0,0124	41,4	17,55	10
391	394	0,0503	0,0108	0	0	80
394	395	0,0463	0,01	0	0	80
395	396	0,0575	0,0124	0	0	80
396	397	0,0575	0,0124	0	0	80
397	398	0,0516	0,0111	0	0	80
398	399	0,0503	0,0108	0	0	16
399	400	0,0559	0,012	69	29,25	16

Fonte: Próprio Autor