UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

GABRIEL GONÇALVES BUFFO

Análise de falha de materiais compósitos em flexão 3-pontos :

São João da Boa Vista
2022

Gabriel Gonçalves Buffo

Análise de falha de materiais compósitos em flexão 3-pontos :

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estatual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Murilo Sartorato
Coorientador:

São João da Boa Vista
2022

B929a

Buffo, Gabriel Gonçalves
Análise de falhas em materiais compósitos sob flexão 3-pontos / Gabriel Gonçalves Buffo. -- São João da Boa Vista, 2022
50 p. : fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista
Orientador: Murilo Sartorato

1. Materiais compostos. 2. Mecânica do dano contínuo. 3. Resistência à flexão. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Análise de falha de materiais compósitos em flexão 3-pontos

Aluno: Gabriel Gonçalves Buffo
Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Carlos do Carmo Pagani Júnior (Examinador)
- Marcelo Jorge Filho (Examinador)

A ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no prontuário do aluno (Expediente nº 123/2021)

São João da Boa Vista, 04 de novembro de 2022

DADOS CURRICULARES

GABRIEL GONÇALVES BUFFO

NASCIMENTO 13/07/1999 - São João da Boa Vista / SP

FILIAÇÃO Sebastião Celso Buffo
Sônia Sueli Gonçalves Buffo

Dedico este trabalho a todos que fizeram parte da minha trajetória acadêmica, docentes, família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer e dedicar esse trabalho de conclusão de curso:

Ao docente Murilo Sartorato, por ter sido meu orientador e ter desempenhado tal função com dedicação, maestria e amizade.

Aos meus pais e ao meu irmão, que me incentivaram nos momentos difíceis e compreenderam a minha ausência enquanto eu me dedicava à realização deste trabalho.

Aos meus amigos da vida, que sempre estiveram ao meu lado, pela amizade incondicional.

Aos meus amigos da universidade pelo apoio demonstrado ao longo de todo o período de tempo de graduação.

Aos professores, pelas correções, por todos os conselhos e ensinamentos que me permitiram apresentar um melhor desempenho no meu processo de aprendizado e formação profissional ao longo do curso.

À instituição de ensino UNESP, essencial no meu processo de formação profissional, pela dedicação, e por tudo o que aprendi ao longo dos anos do curso.

A todos que participaram, direta ou indiretamente do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o meu processo de aprendizado.

Às pessoas cm quem convivi a longo desses anos de curso, que me incentivaram e que certamente tiveram impacto na minha formação acadêmica.

“Tudo bem não saber todas as respostas. É melhor admitir ignorância do que acreditar em verdades que são falsas. Fingir saber de tudo fecha as portas para que a gente enxergue a realidade da forma como ela é.“

(Neil deGrasse Tyson)

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a contribuição para o conhecimento de análises e modelos de falha em materiais compósitos poliméricos e sua aplicação no software comercial Ansys. Esses materiais são materiais multifásicos que combinam as propriedades de seus componentes na forma de reforço e matriz de forma superior a de suas fases isoladas. Apesar do seu alto custo esses materiais são amplamente utilizados na indústria aeronáutica pois proporcionam uma alta resistência com a vantagem de uma baixa densidade. Os compósitos são materiais anisotrópicos o que permite projetá-los de acordo com a necessidade e aplicação de resistência, formato e peso, porém essa mesma anisotropia torna mais complexa a análise e previsibilidade dos modos de falhas. Na revisão bibliográfica foi feito um estudo das principais relações constitutivas de tensão e deformação e de modelos de falha para compósitos e possibilitou o entendimento de como se dá a ocorrência de falhas intralaminares e a degradação do material por meio do modelo de Puck. Em seguida, com a definição e construção de seis laminados de interesse, foram simulados os resultados não lineares para o material sob flexão 3-pontos no modelo de elementos finitos *Explicit Dynamics* no Ansys. Os resultados desse estudo de caso foram transcritos em gráficos a fim de observar o comportamento do laminado a falhas progressivas de camadas porém sem a possibilidade de falha completa do material devido ao modelo de atrito empregado. Enfim, é possível observar a degradação do material nos gráficos assim como a ocorrência de falhas intralaminares e a redistribuição de cargas entre as lâminas íntegras.

PALAVRAS-CHAVE: materiais compósitos, laminados, critério de falha, Puck, análise por elementos finitos, progressão de dano.

ABSTRACT

This final paper aims to contribute to the knowledge of analisys and failure models in polymeric composite materials and their application in the comercial software Ansys. These are multiphase materials which combine its components properties in the forms of reinforcement and matrix in a superior way than their isolated fases. Despite its high cost, these materials are widely used at the aeronautical industry due to their high resistance with the advantage of a low density. The composities are anisotropic materials, which allows them to be designed according its application in resistance, shape and weight, although this same anisotropy makes its failure modes analysis and predictability even more complex. In the literature review, a study was made about the mainly constitutive relationships of stress, strain and failure models for composites and made it possible to understand how intralaminar failures occur and how the degradation of the material is given through Puck's model. Then, with the definition and construction of six laminates of interest, the nonlinear results of the material were simulated under 3-point bending in the finite element model Explicit Dynamics in Ansys. The results of this case study were transcribed into graphics in order to observe the laminate's behavior to consecutive layer failures without the possiblity of ultimate laminate failure due to the friction model applied. Finally, it is possible to observe the material degradation in the graphs as well as the occurence of intralaminar failures and the loads redistribution between the whole layers.

KEYWORDS: composite materials, stackups, failure criteria, Puck, finite elements analysis, damage progression.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Distribuição de materiais Boeing 787 16
Figura 2 Distribuição de materiais Airbus A350 16
Figura 3 Representações esquemáticas das várias características geométricas e espaciais das partículas da fase dispersa que podem influenciar as propriedades dos compósitos (a) concentração, (b) tamanho, (c) forma, (d) distribuição e (e) orientação. 17
Figura 4 Classificação dos tipos de compósitos 18
Figura 5 Vista Explodida de um laminado assimétrico [0º,45º,90º,-45º,0º] 18
Figura 6 Compósitos reforçados por partículas grandes e pequenas 19
Figura 7 Compósitos reforçados por partículas microscópicas e nanoscópicas 19
Figura 8 Compósitos reforçados por fibras curtas desordenadas e alinhadas 20
Figura 9 Compósitos reforçados por partículas microscópicas e nanoscópicas 20
Figura 10 Diferença entre os estudos da macromecânica e da micromecânica de materiais compósitos 21
Figura 11 Mecanismos de falha de materiais compósitos reforçados por fibra 22
Figura 12 Estado de tensões triplo em um corpo nas direções 1, 2 e 3 24
Figura 13 Sistemas de coordenadas local (1,2,3) e global (x,y,z) 27
Figura 14 Empilhamento 28
Figura 15 Plano médio de referência 29
Figura 16 Laminado não-deformado e deformado baseado na Teoria de Cisalhamento de Primeira Ordem 29
Figura 17 Diferentes esforços mecânicos sobre a lâmina 30
Figura 18 Resistência a tração de uma lâmina de fibra de vidro-epóxi 32
Figura 19 Resistência à cargas de tração, compressão e cisalhamento de uma lamina de fibra de vidro-epóxi 33
Figura 20 Resistência à cargas de flexão mista de um laminado de fibra de vidro-epóxi . . 34
Figura 21 Superficies de falha 2D para os diferentes critérios e modelos de falha 34
Figura 22 Evolução de dano em um laminado para o caso de ULF 36
Figura 23 WorldWide Failure Exercise - XXXX 37
Figura 24 Exemplo de superfície de falha para o Critério de Máxima Tensão para $\tau_{xy} = 0$ 38
Figura 25 Tensão x Deformação para diferentes orientações de lâminas 39
Figura 26 Exemplo de superfície de falha para o Critério de Tsai-Hill para $\tau_{xy} = 0$ 40
Figura 27 Modos de falha pelo critério de Tsai-Hill 41
Figura 28 Exemplo de superfície de falha para o Critério de Tsai-Wu para $\tau_{xy} = 0$ 41
Figura 29 Ângulo do plano de falha e tensões normal e cisalhantes atuantes sobre ele. . . 43
Figura 30 Superfície de falha do modelo de Puck representada pelos modos de falha A, B e C 44
Figura 31 Valores típicos para os parâmetros de Puck com $\phi = 60\%$ 46
Figura 32 Degradação das propriedades mecânicas após a ocorrência da IFF 46

Figura 33 Fluxograma das atividades desenvolvidas nesse trabalho 47
Figura 34 Fibra de vidro 48
Figura 35 Exemplos de laminados quase-iso 49
Figura 36 Exemplos de laminados cross-ply e angle-ply simétricos com 3 camadas, ... 50
Figura 37 Exemplo de construção do laminado quase-iso utilizando ACP-Pré 51
Figura 38 Comportamento de cargas em um corpo sob flexão pura em 3 pontos 52
Figura 39 (a) Condições de contorno para o modelo de flexão. (b) Malha do modelo . . . 53
Figura 40 Setup computacional da simulação 54
Figura 41 Momento de escape do corpo dos apoios durante a simulação 56
Figura 42 Simulação da tensão em Y para a camada 7 [90°] do laminado quase-isotrópico 56
Figura 43 Tensão em X por deformação para o laminado Quase-isotrópico 57
Figura 44 Cisalhamento por deformação para o laminado Quase-isotrópico 58
Figura 45 Tensão em X por deformação para o laminado Angle-ply 58
Figura 46 Tensão em X por deformação para o laminado Double-double 58
Figura 47 Cisalhamento por deformação para o laminado Angle-ply 59
Figura 48 Cisalhamento por deformação para o laminado Double-double 59
Figura 49 Tensão em X por deformação para o laminado Cross-ply 60
Figura 50 Tensão em Y por deformação para o laminado Cross-ply 60
Figura 51 Cisalhamento por deformação para o laminado Cross-ply 61
Figura 52 Tensão em x por deformação para o laminado 0º 61
Figura 53 Cisalhamento por deformação para o laminado 0º 62
Figura 54 Tensão em x por deformação para o laminado 90º 62
Figura 55 Cisalhamento por deformação para o laminado 90º 63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação das propriedades mecânicas de materiais aeronáuticos 15
Tabela 2 – Espessura e empilhamento dos laminados utilizados na simulação 52
Tabela 3 – Propriedades mecânicas do material no Ansys 54
Tabela 4 – Constantes de Puck do material gerada pelo Ansys 55

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO, MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS 15
1.1 Introdução 15
1.1.1 Materiais compósitos 17
1.1.2 Modelos e mecanismos de falha 21
1.2 Objetivos 23
1.2.1 Objetivo geral 23
1.2.2 Objetivos específicos 23

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 24
2.1 Relações constitutivas de Lâmina 24
2.2 Teoria Classica dos Laminados e Teoria de Cisalhamento de primeira Ordem . . . 28
2.2.1 Resistência dos laminados 32
2.3 Superfícies de falha 34
2.4 Critérios de falha 35
2.5 Critérios de falha históricos 38
2.5.1 Critério de máxima tensão 38
2.5.2 Critério de máxima deformação 38
2.6 Critério de Tsai-Hill 39
2.7 Critério de Tsai-Wu 41
2.8 Critério de Hashin 42
2.9 Modelo de Puck 43

3 METODOLOGIA 47
3.1 Escolha dos laminados 48
3.1.1 Composição 48
3.1.2 Orientações 48
3.1.2.1 Orientação pura 48
3.1.2.2 quase-isotrópico 49
3.1.2.3 cross-ply 49
3.1.2.4 angle-ply 49
3.1.3 Laminados de interesse 50
3.2 Implementação no Ansys 51
3.2.1 Construção dos Laminados 51
3.2.2 Modelo de Flexão 3-pontos 52

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 54
4.1 Laminado Quase-iso 57
4.2 Laminados Angle-ply e Double- Double 58

4.3 Laminado Cross-ply 60
4.4 Laminado 0° 61
4.5 Laminado 90° 62

5 CONCLUSÃO 64

REFERÊNCIAS 65

1 INTRODUÇÃO, MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

1.1 INTRODUÇÃO

Tradicionalmente, o material mais utilizado na indústria aeroespacial para a construção de aeronaves e componentes é o alumínio. Nos dias de hoje, com o avanço da tecnologia, a relação entre a resistência e a densidade do alumínio que outrora era ótima, está se tornando insuficiente para suprir a demanda das estruturas aeronáuticas atuais, que além de todos os requisitos estruturais de resistência, rigidez e de leveza, necessitam ainda de uma alta estabilidade termo-elástica e química. Por esses motivos, o uso de materiais compósitos em estruturas aeroespaciais vêm crescendo rapidamente ao longo das ultimas década (NIU, 1998). A Tabela 1 mostra a comparação das propriedades mecânicas de metais de alto desempenho amplamente utilizados na aeronáutica com as de materiais compósitos.

Tabela 1 – Comparação das propriedades mecânicas de materiais aeronáuticos

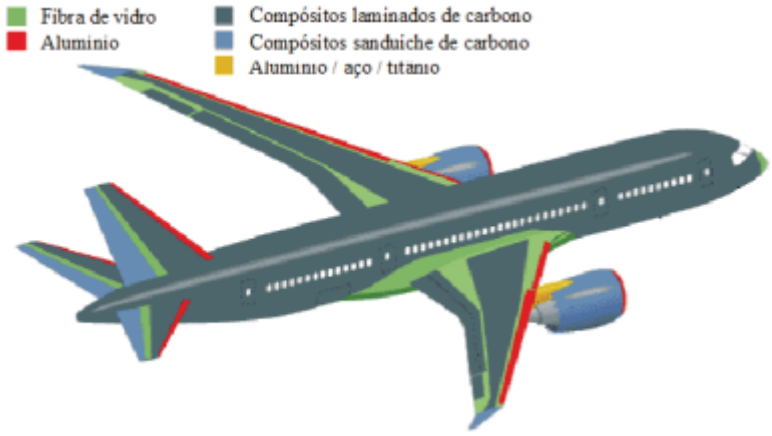
Material	Densidade (g/cm^3)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Resistência a tração (MPa)
Alumínio 2024 T3	2,80	73	414
Titânio-6Al4Vn	4,40	116	930
Fibra de carbono-epóxi	1,80	240	3800
Fibra de vidro-epóxi (S-glass)	2,50	87	4890

Fonte: (Online Materials Information Resource - MatWeb, 2022)

O uso de materiais compósitos vem sendo estudado desde a década de 1960, começando pela fase de construção de protótipos sem a intenção de uso; a próxima fase foi a construção de peças de reposição em aeronaves para substituir as peças metálicas já existentes; depois o objetivo foi o de projetar a aeronave já utilizando estruturas feitas de material compósito; o último estágio da industria aeronáutica é a construção de uma aeronave construída inteiramente de material compósito. O que temos de mais avançado hoje na indústria aeronáutica em relação a utilização de compósitos são os dois aviões comerciais mais modernos do mundo, o Boeing 787 que é composto, em massa, por 50% de materiais compósitos, e o Airbus A350, composto por 54%. Colocando a relação em termos de volume, os materiais compósitos representam de 80 a 90% da estrutura dessas aeronaves, como pode ser observado na Figura 1 e na Figura 2 (cortesias de BOEING e AIRBUS).

Contudo, na industria aeronáutica, a performance não define sozinha o projeto de uma aeronave, os custos envolvidos no processo são de extrema importância. Ao substituir os materiais metálicos por um material mais leve, como compósitos reforçados por fibras de carbono, têm-se um peso estrutural menor, implicando em uma redução do consumo de combustível, um aumento da autonomia e também da carga paga da aeronave. Essa substituição, no entanto, também acarreta a um aumento não só nos custos do material, que são superiores ao do alumínio e do aço, mas também um aumento nas dificuldades e nos custos de *design*, certificação, produção, inspeções não destrutivas e manutenções

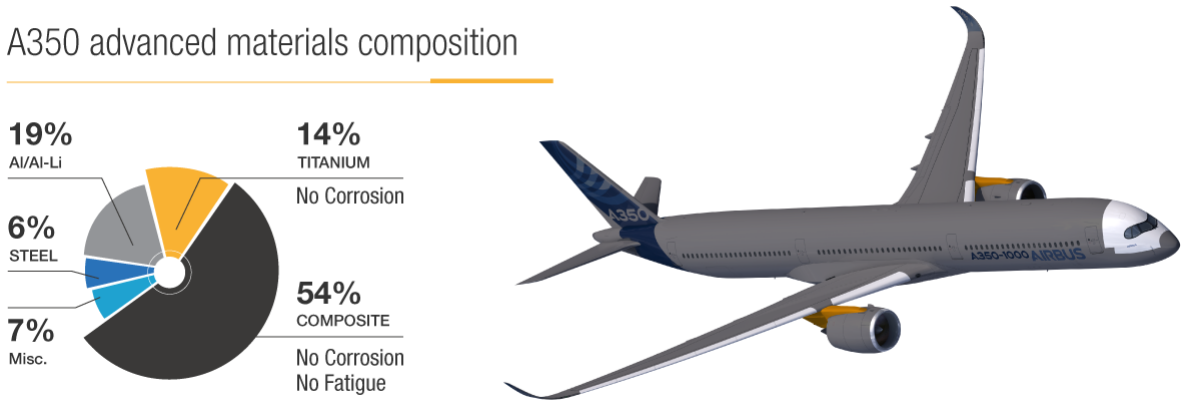
Figura 1 – Distribuição de materiais Boeing 787



Materiais (Peso)	
Compósitos	50%
Alumínio	20%
Titânio	15%
Aço	10%
Outros	5%

Fonte: Adaptado de Boeing

Figura 2 – Distribuição de materiais Airbus A350



Fonte: Airbus

em relação aos metais (NIU, 1998). Portanto, para cada projeto esses fatores devem ser analisados de maneira conjunta a fim de otimizar o uso dos materiais compósitos sem que o custo envolvido se torne inviável e sempre com foco na missão do projeto.

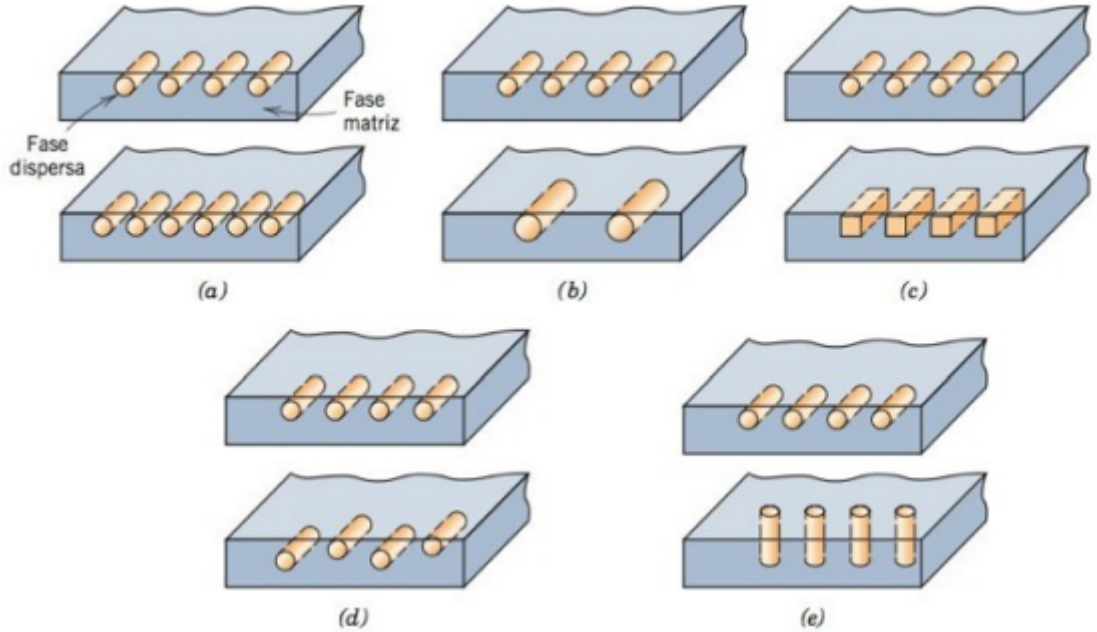
De forma geral os materiais compósitos são materiais de interesse em muitas áreas da indústria, por causa de sua alta resistência específica e de uma gama de propriedades que podem ser atingidas pela combinação de suas fases e orientações. Porém diferentemente dos materiais isotrópicos, a anisotropia de um compósito faz com que sejam necessários modelos específicos e dedicados para análise e s previsão de falhas. Nesse sentido, esses tópicos serão melhor discutidos nas seções a seguir.

1.1.1 Materiais compósitos

Um compósito é um material multifásico proveniente da combinação de outros dois materiais homogêneos que podem ser: metálicos, cerâmicos e poliméricos. Por apresentarem propriedades significativas de ambas as fases do qual é constituído, esses materiais têm propriedades específicas que nenhum material monolítico pode oferecer isoladamente, fazendo com que haja uma gama de combinações destes materiais para aplicações em alta tecnologia. (CALLISTER, 2013)

As fases presentes em um compósito são divididas em: uma fase rígida e resistente, chamada de reforço ou fase dispersa, que pode ser formada por fibras (Figura 3) ou particulados e é a fase que suporta as principais cargas sobre o material; e uma fase contínua, também chamada de matriz , que mantêm a fase dispersa unida, serve como um meio de distribuição da carga, geralmente através do transporte de cargas cisalhantes e também protege o reforço do ambiente externo. (REDDY, 2004)

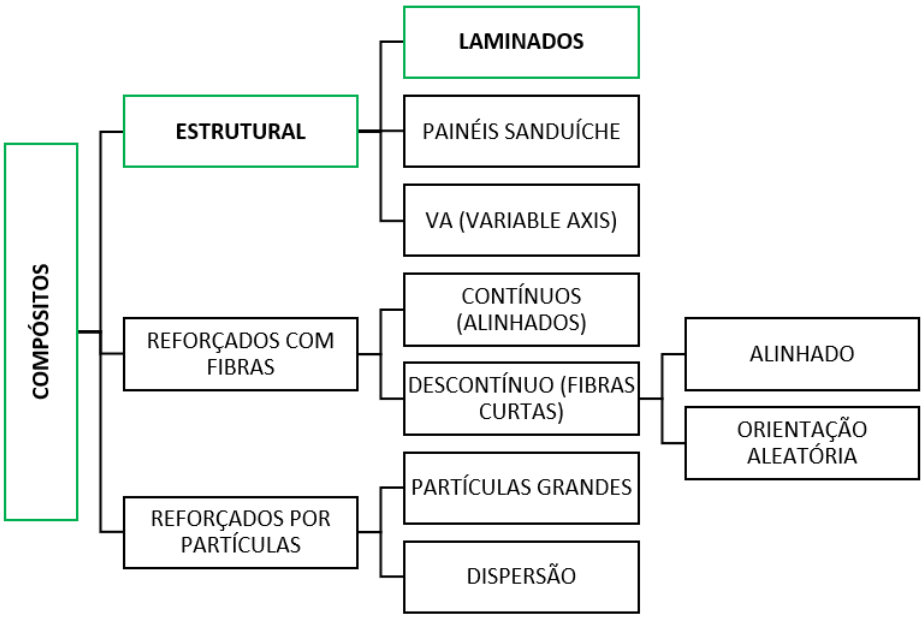
Figura 3 – Representações esquemáticas das várias características geométricas e espaciais das partículas da fase dispersa que podem influenciar as propriedades dos compósitos (a) concentração, (b) tamanho, (c) forma, (d) distribuição e (e) orientação.



Fonte: (CALLISTER, 2013)

Os materiais compósitos são classificados em 3 diferentes grupos: Reforçados por partículas, Reforçados por fibras e Compósito Estrutural (CALLISTER, 2013). Nesse trabalho iremos abordar os compósitos estruturais do tipo laminados, como destacado na Figura 4.

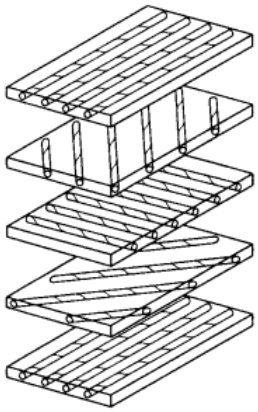
Figura 4 – Classificação dos tipos de compósitos



Fonte: Elaborado pelo autor

Laminados são materiais estruturados formados por lâminas de material compósito empilhadas, onde as fibras de cada lâmina podem estar em diferentes orientações a fim de atingir diferentes propriedades específicas para cada laminado. Pode-se observar na Figura 5 uma vista explodida de um laminado não-simétrico de orientação [0°,45°,90°,-45°,0º] (JONES, 2006). Segundo (REDDY, 2004) laminados compósitos devem apresentar, por construção, suas dimensões planares com uma ou duas ordens de grandeza maiores que a própria espessura.

Figura 5 – Vista Explodida de um laminado assimétrico [0º,45º,90º,-45º,0º]



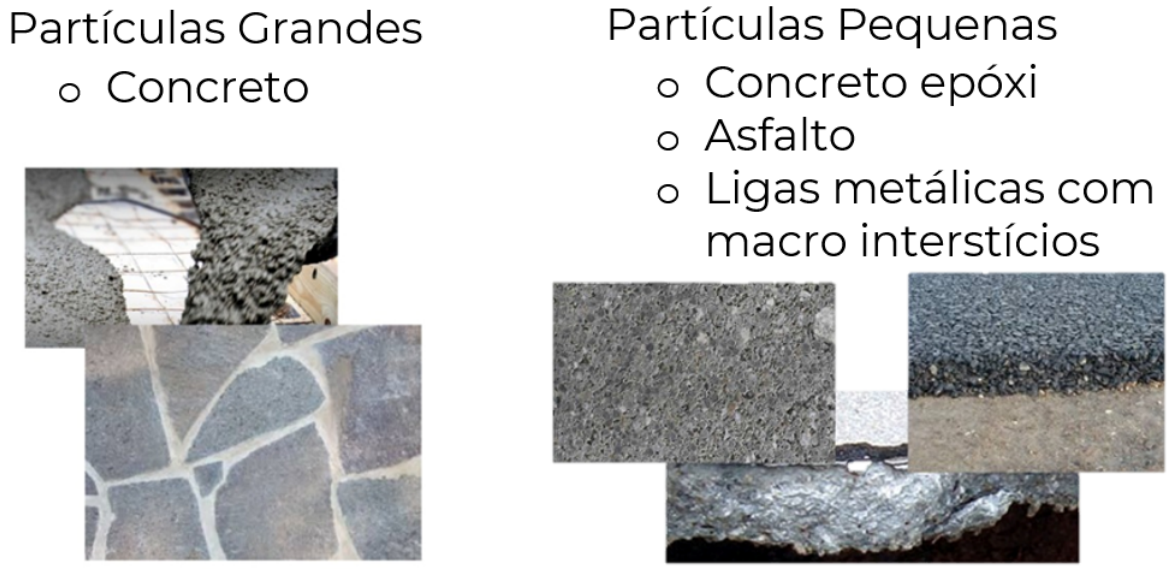
Fonte: (JONES, 2006)

Os compósitos abordados nesse trabalho serão os laminados clássicos do tipo: quasi-isotrópico, *cross-ply, angle-ply, double-double*, e os laminados unidirecionais nas direções 0° e 90°. Esses laminados serão melhor abordados mais a frente neste trabalho.

Alguns exemplos de materiais compósitos não estruturais podem ser vistos nas imagens abaixo.

Compósitos reforçados por partículas macroscópicas:

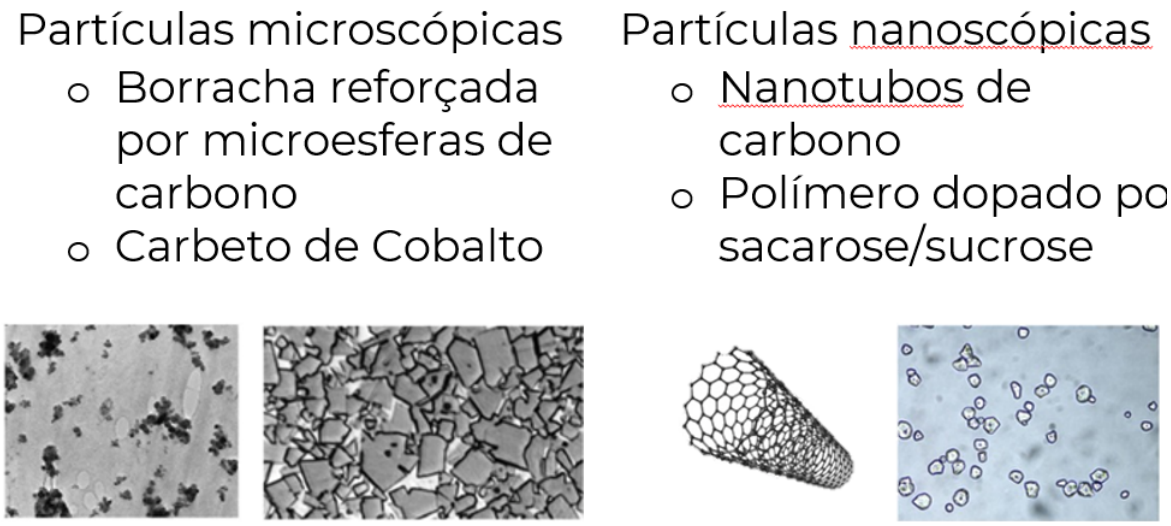
Figura 6 – Compósitos reforçados por partículas grandes e pequenas



Fonte: Google Imagens

Compósitos reforçados por partículas microscópicas:

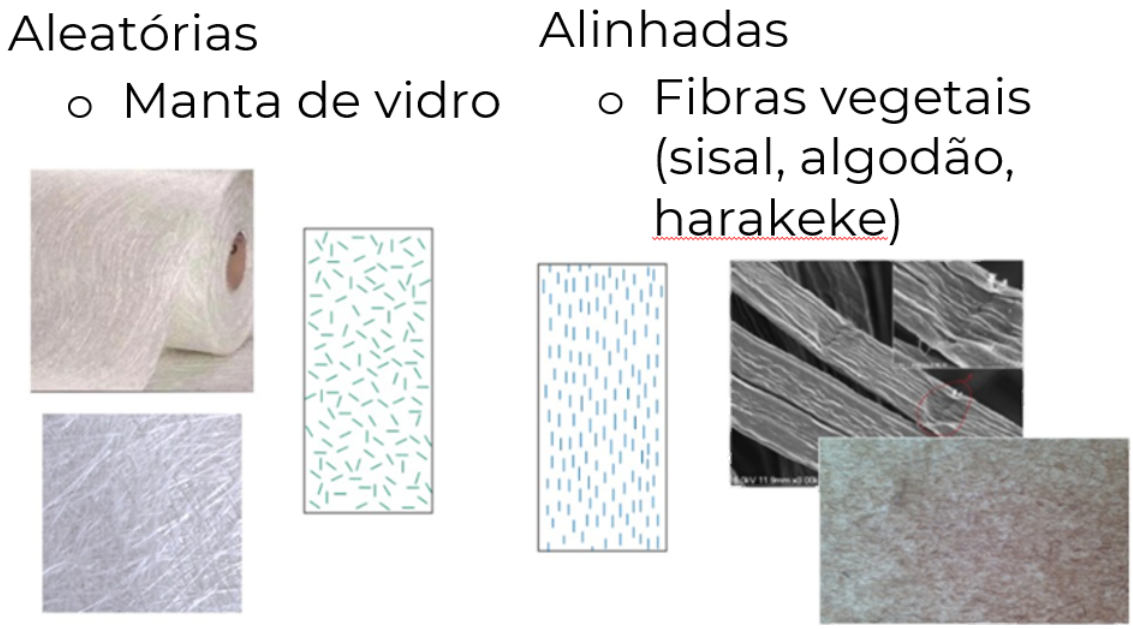
Figura 7 – Compósitos reforçados por partículas microscópicas e nanoscópicas



Fonte: Google Imagens

Compósitos reforçados por fibras curtas:

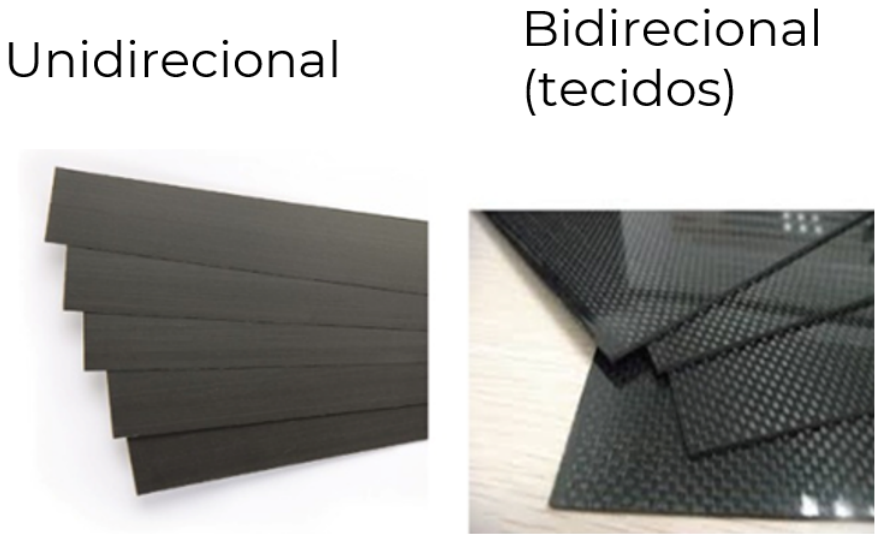
Figura 8 – Compósitos reforçados por fibras curtas desordenadas e alinhadas



Fonte: Google Imagens

Compósitos reforçados por fibras longas uni e bidirecionais:

Figura 9 – Compósitos reforçados por partículas microscópicas e nanoscópicas

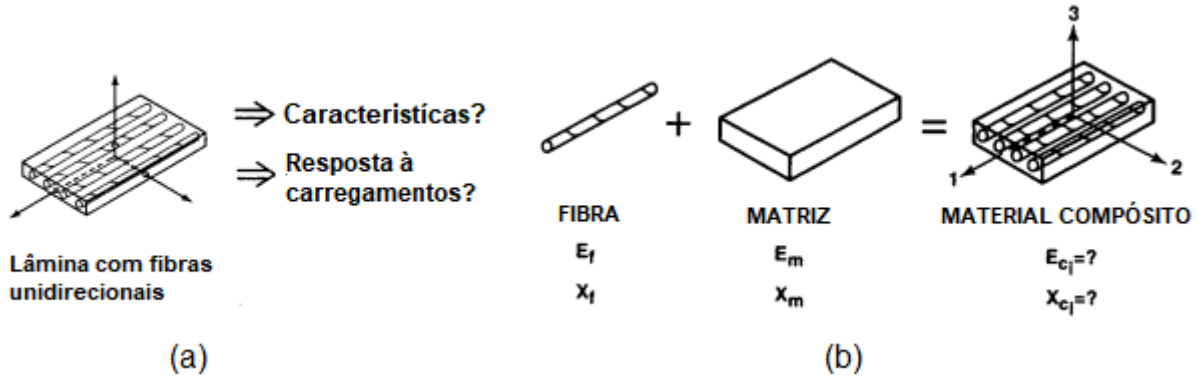


Fonte: Google Imagens

1.1.2 Modelos e mecanismos de falha

Os materiais compósitos, por serem materiais heterogêneos, são estudados através de duas vertentes: Macromecânica, que estuda o comportamento e as propriedades mecânicas do material como um todo, onde importam apenas as características conjuntas do material, e como esse conjunto responde à aplicação de cargas (Figura 10(a)); e Micromecânica, que estuda as propriedades da interação entre as fases do material, como as propriedades individuais e quantidades de cada fase se relacionam com as propriedades mecânicas do compósito (Figura 10(b)).

Figura 10 – Diferença entre os estudos da macromecânica e da micromecânica de materiais compósitos



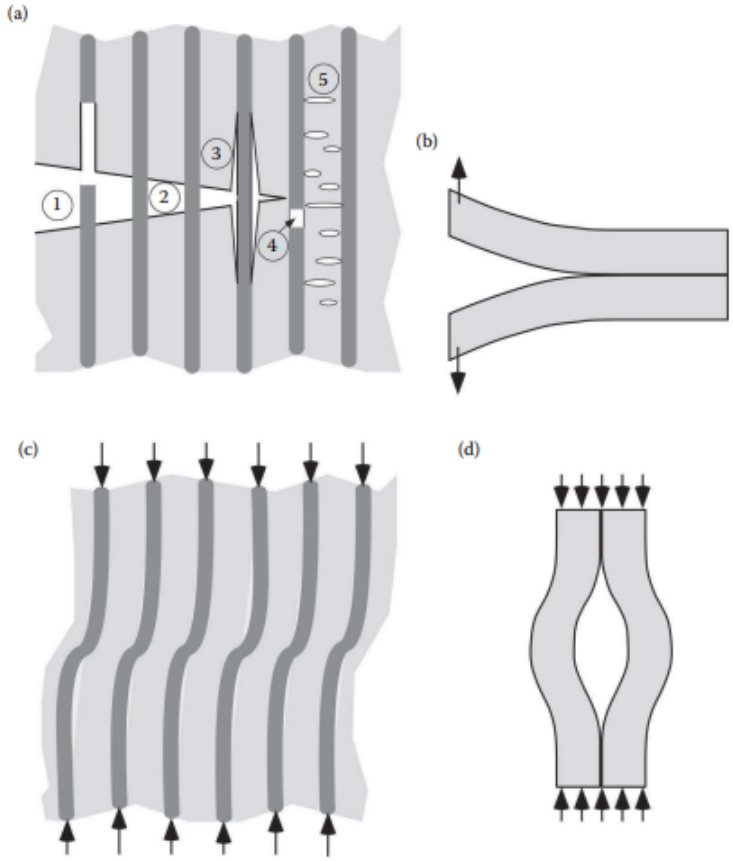
Fonte: (JONES, 2006)

Também devido à sua heterogeneidade materiais compósitos apresentam propriedades anisotrópicas, o que significa que um ponto qualquer no material apresenta propriedades mecânicas, térmicas, elétricas diferentes em qualquer direção assim como também não existe nenhum plano de simetria que passe por esse ponto (JONES, 2006). Essa anisotropia presente nos materiais compósitos, somada às interações entre diferentes fases causadas pela heterogeneidade, faz com que haja uma dificuldade muito grande de previsão dos modos de falha, sendo necessária a aplicação de elevadas margens de segurança na estrutura e consequentemente prejudicando a utilização desses materiais em potenciais mais elevados de otimização a fim de atingir um peso estrutural ainda menor. (ANGÉLICO, 2009)

Pode-se encontrar em compósitos diversos mecanismos de falha devido a diferentes tipos de carga aplicadas ao material ou estrutura que geram respostas e comportamentos que são diferentes dos mecanismos encontrados em materiais homogêneos. Em materiais homogêneos como alumínio e aço por exemplo, geralmente observa-se uma trinca única, formada em regiões criticas de carregamento ou com concentradores de tensão, que pode apresentar um crescimento estável ou instável, porém com direção e tamanho previsíveis. Para materiais compósitos os mecanismos de falha se manifestam como várias micro trincas distribuídas por todo o material, incluindo ambas as fases, matriz e fibra, e não por uma trinca única estável e previsível (ANDERSON, 2017). Portanto, não há uma maneira precisa de se fazer uso das mesmas teorias de falhas utilizadas em materiais homogêneos para materiais compósitos.

Na Figura 11 pode-se observar os diferentes mecanismos de falha que ocorrem em materiais compósitos reforçados por fibra, que é o escopo deste trabalho.

Figura 11 – Mecanismos de falha de materiais compósitos reforçados por fibra



Fonte: (ANDERSON, 2017)

Na Figura 11(a) pode-se observar alguns mecanismos de falha intralaminares causados por tensões trativas como: (1) *Fiber pull-out* - Arrancamento da fibra; (2) *Fiber bridging* - Arrancamento da matriz; (3) *Fiber/Matrix debonding* - Descolamento da matriz da fibra; (4) *Fiber failure* - Rompimento da fibra; (5) *Matrix cracking* - Rompimento da matriz. Tensões aplicadas fora do plano do laminado pode causar um fenômeno chamado de delaminação, que ocorre em um laminado quando uma lâmina começa a se descolar da outra, como visto na Figura 11(b). Fenômenos de compressão podem ocasionar tanto uma microflambagem das fibras Figura 11(c) como também uma delaminação por flambagem da lâmina Figura 11(d) (ANDERSON, 2017).

Para a predição de falhas em compósitos utiliza-se modelos de falha clássicos como Máxima Tensão, Máxima Deformação, Tsai-Wu, Tsai-Hill, porém esses modelos contemplam apenas as falhas de origem macromecânica. Modelos mais avançados e atuais como Hashin, Puck (derivado do Hashin), Ladevese e McMilliam analisam também as falhas que podem ocorrer na micromecânica dos materiais compósitos acoplando essas falhas micromecânicas a partir de modelos de dano que causam degeneração das propriedades do material. (TALREJA, 2014)

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Estudar e implementar o modelo de falha de Puck em laminados compósitos clássicos por meio da realização de ensaios mecânicos no software de elementos finitos ANSYS Mechanical.

1.2.2 Objetivos específicos

1. Selecionar laminados estruturais clássicos utilizados na indústria aeronáutica.
2. Implementar o modelo de falha de Puck no software de elementos finitos do *Ansys*
3. Realizar ensaios mecânicos flexão 3-pontos nesses laminados no software comercial de elementos finitos *Ansys* utilizando o método de simulação *Explicit Dynamics* e analisar os resultados via Método dos Elementos Finitos (FEM) desses laminados estruturais.

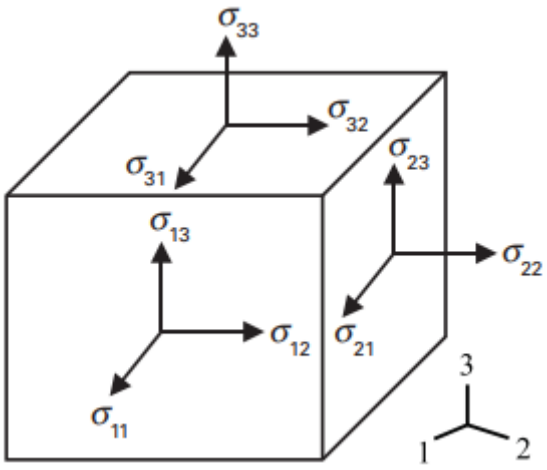
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada a teoria da mecânica de materiais compósitos que está fundamentada nas referências (ANGÉLICO, 2009), (TALREJA, 2014), (REDDY, 2004), (DANIEL I.M.; ISHAI, 2006). Dentro dessa teoria, serão abordadas as relações constitutivas de tensão de uma lâmina e de um laminado assim como os modelos de análise de falhas aplicados em materiais compósitos.

2.1 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS DE LÂMINA

Considerando um corpo contínuo deformável qualquer submetido a um estado de tensões genérico, onde cada componente é denotado por σ_{ij} é definido na Figura 12. Para a análise constitutiva deve-se considerar este corpo como sendo uma lâmina de material compósito, constituída por fibras continuas que podem ser consideradas transversalmente ortotrópicas, de forma a simplificar o material como uma lamina bidimensionalmente ortotrópica do ponto de vista macromecânico. No presente trabalho apenas laminas com fibras unidirecionais serão consideradas, sendo tecidos e tramas fora do escopo.

Figura 12 – Estado de tensões triplo em um corpo nas direções 1, 2 e 3



Fonte: (TALREJA, 2014)

As propriedades mecânicas de uma lâmina de material compósito são obtidas pelas combinações das propriedades das fases constituintes. Uma lâmina com comportamento ortotrópico apresenta três propriedades elásticas independentes em cada direção, sendo assim existem três Módulos de Elasticidade ($E_1, E_2 \; e \; E_3$), três Módulos de Cisalhamento ($G_{12}, G_{13} \; e \; G_{23}$) e três Coeficientes de Poisson ($\nu_{12}, \nu_{13} \; e \; \nu_{23}$). Considerando as propriedades planas e a Regra das Misturas, essas relações, considerando um estado plano de tensões, são mostradas na equações de 1 a 5.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \tag{1}$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \tag{2}$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \tag{3}$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \tag{4}$$

$$\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} \tag{5}$$

Onde:

V_f - Fração em volume de fibra; V_m - Fração em volume de matriz;

E_f - Módulo de Elasticidade da fibra; E_m - Módulo de Elasticidade da matriz;

G_f - Módulo de Cisalhamento da fibra; G_m - Módulo de Cisalhamento da matriz;

ν_f - Coeficiente de Poisson da fibra; ν_m - Coeficiente de Poisson da matriz.

Além disso, assume-se essa lâmina com um comportamento linear elástico sob o escopo de estudo da Lei de Hooke generalizada expressa pela Equação 6 , que relaciona as tensões aplicadas sobre o corpo com a sua deformação resultante por meio de um tensor de rigidez de quarta ordem. (TALREJA; SINGH, 2012)

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{6}$$

Onde:

σ_{ij} - Tensor de tensão genérico;

ε_{ij} - Tensor de deformação genérico;

C_{ijkl} - Tensor de rigidez.

O tensor de rigidez é inicialmente composto por 81 coeficientes, porém apenas 21 deles são independentes por conta de sua simetria. Para o caso analisado onde a lâmina é unidirecional e ortotrópica, esse número de coeficientes independentes é reduzido para 9, como pode ser exemplificado no sistema de equações dado pela Equação 7 uma vez que $C_{21} = C_{12}$, $C_{31} = C_{13}$ e $C_{32} = C_{23}$.(TALREJA; SINGH, 2012)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \tag{7}$$

Onde, as componentes da matriz de rigidez são

$$
\begin{aligned}
C_{11} &= \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} \\
C_{22} &= \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} \\
C_{12} &= \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} = \frac{\nu_{12}+\nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_3\Delta} \\
C_{23} &= \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} = \frac{\nu_{23}+\nu_{21}\nu_{13}}{E_1E_2\Delta} \\
C_{13} &= \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} = \frac{\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23}}{E_1E_2\Delta} \\
C_{33} &= \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1E_2\Delta} \\
C_{44} &= G_{23} \\
C_{55} &= G_{31} \\
C_{66} &= G_{12}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

e Δ é dado como

$$
\Delta = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{31}\nu_{13}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_2E_3} \tag{9}
$$

Importante notar também, da Equação 7, que os fenômenos físicos são desacoplados, ou seja, tensões normais (C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}) não geram cisalhamento e tensões cisalhantes (C_{21}, C_{31}, C_{32}) não geram deformações normais sobre o corpo.

Como a espessura de uma lâmina é muito pequena se comparada com as suas outras dimensões pode-se assumir um estado plano generalizado de tensões sobre essa lâmina. Portanto, segundo a Teoria Clássica dos Laminados toda a tensão aplicada fora do plano da lâmina pode ser desconsiderado, equacionalmente isso implica que: $\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0$ (TALREJA; SINGH, 2012). A relação constitutiva mostrada na Equação 7 para uma lamina pode ser reduzida para um estado plano de tensões, em notação de Voigt, para a Equação 10.

$$
\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{10}
$$

Onde os coeficientes Q_{ij} da Equação 10 são escritos em função das propriedades mecânicas do material compósito vistas anteriormente nas equações 1 a 5

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{11}$$

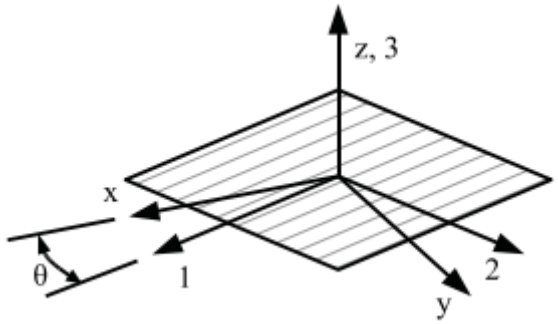
$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{12}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \tag{13}$$

$$Q_{66} = G_{12} \tag{14}$$

As relações vistas anteriormente estão em um sistema de coordenadas da lâmina, onde 1 representa a direção no sentido da fibra, 2 representa a direção perpendicular à fibra e 3 a direção no sentido da espessura da fibra Figura 13. No entanto nem sempre o sistema de coordenadas adotado para a lâmina ira coincidir com o sistema de coordenadas global (x,y,z) que é onde serão aplicadas as tensões, sendo necessária uma mudança do sistema de coordenadas.(ANGÉLICO, 2009)

Figura 13 – Sistemas de coordenadas local (1,2,3) e global (x,y,z)



Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

A mudança do sistema de coordenadas local para o sistema de coordenadas global tanto para a tensão quanto para a deformação é dada por uma matriz de transformação [T] (Equação 17).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$[T] = \begin{bmatrix} cos(\theta)^2 & sin(\theta)^2 & 2sin(\theta)cos(\theta) \\ sin(\theta)^2 & cos(\theta)^2 & -2sin(\theta)cos(\theta) \\ -sin(\theta)cos(\theta) & sin(\theta)cos(\theta) & cos(\theta)^2 - sin(\theta)^2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

Onde θ é o ângulo formado entre o sistema de coordenadas local e principal (Figura 13). Utilizando as equações 10 e 14 temos a relação entre tensão e deformação no sistema de coordenadas global (Equação 18).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \tag{18}$$

Onde:

$$\overline{Q}_{11} = Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}m^2n^2 + Q_{22}n^4 \tag{19}$$

$$\overline{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \tag{20}$$

$$\overline{Q}_{22} = Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}m^2n^2 + Q_{22}m^4 \tag{21}$$

$$\overline{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})mn^3 \tag{22}$$

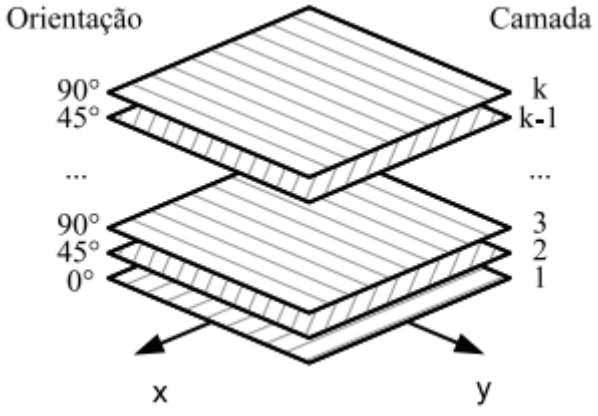
$$\overline{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})m^3n \tag{23}$$

$$\overline{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{66}(m^4 + n^4) \tag{24}$$

2.2 TEORIA CLASSICA DOS LAMINADOS E TEORIA DE CISALHAMENTO DE PRIMEIRA ORDEM

Uma laminado é composto pela junção de duas ou mais lâminas, esses laminados podem ser construídos com lâminas do mesmo material ou diferentes. Se o laminado for construído com dois ou mais materiais diferentes, ele recebe o nome de híbridos ou especificamente sanduíche quando o material mais interno for muito menos denso e rígido que o externo. Cada lâmina que forma o laminado pode ter uma orientação diferente de suas fibras Figura 14 de acordo com as necessidades de projeto e as propriedades que deseja-se obter com essa combinação. (ANGÉLICO, 2009)

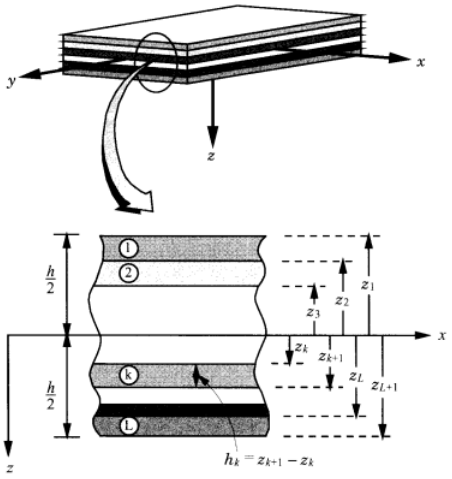
Figura 14 – Empilhamento



Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

As equações que regem o comportamento de um laminado são feitas a partir de suposições de um número de camadas *k* na direção z com um plano em xy médio à sua sua espessura, de modo a separar o laminado com coordenadas positivas negativas em z Figura 15.

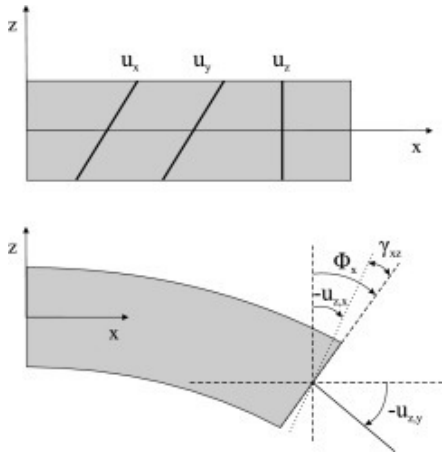
Figura 15 – Plano médio de referência



Fonte: (REDDY, 2004)

A hipótese de mecânica de materiais compósitos mais utilizada é a Teoria Clássica dos Laminados (do inglês CLT - *Classic Laminate Theory*) que consiste em reduzir um problema tridimensional elástico para um sistema mecânico bidimensional (REDDY, 2004). A CLT é baseada na cinemática de Kirchhoff-Love, porém neste trabalho os problemas serão abordados por meio da uma Teoria de Cisalhamento de Primeira Ordem, também conhecida como Teoria de Reissner-Mindlin (do ingles FOST - *First Order Shear Theory*), onde as normais perpendiculares ao plano central continuam retas após a deformação, mas nao necessariamente se mantêm perpendiculares ao plano central deformado. A FOST é a utilizada na programação de elementos finitos do *Ansys*. As equações do plano de deslocamento de primeira ordem são escritas com base na Figura 16.

Figura 16 – Laminado não-deformado e deformado baseado na Teoria de Cisalhamento de Primeira Ordem



Fonte: (CARRERA E.; FAZZOLARI, 2017)

$$u(x, y, z) = u_x(x, y) + z\phi_x(x, y) \tag{25}$$

$$v(x, y, z) = u_y(x, y) + z\phi_y(x, y) \tag{26}$$

$$w(x, y, z) = u_z(x, y) \tag{27}$$

Onde

(u_x, u_y, u_z) são deslocamentos do plano central em relação aos eixos (x,y,z).

ϕ_x *e* ϕ_y são as rotações da normal em torno dos eixos x e y, respectivamente.

Essas rotações podem ser aproximadas pelas inclinações da deflexão transversal por meio da hipótese de laminados finos (Equação 28), onde u_x, u_y, u_z correspondem à u_0, v_0, w_0 respectivamente nas equações subsequentes:

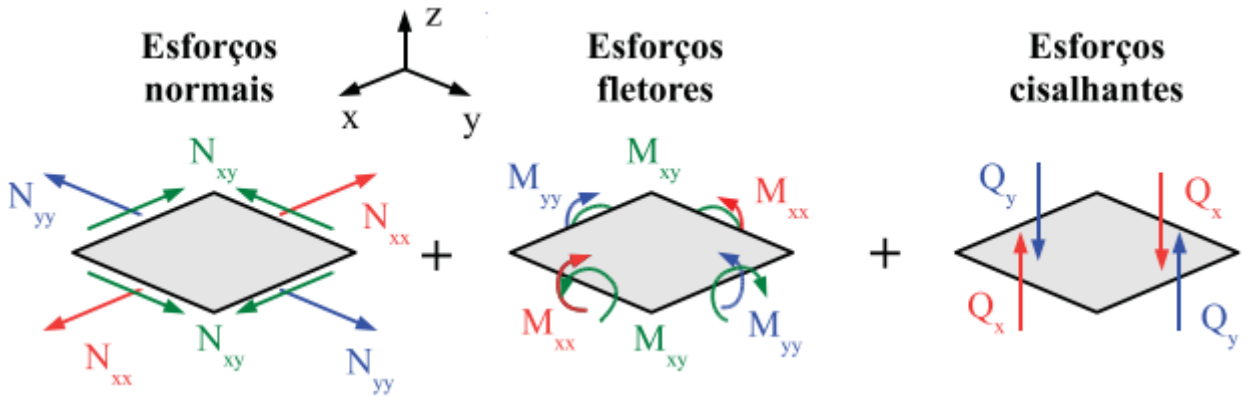
$$\phi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \qquad \phi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \tag{28}$$

As equações de deslocamento (equações 27) estão associadas ao estado de deformação (Equação 29) do laminado por meio de equações não-lineares. A partir dos deslocamentos e giros de um plano de referência é possível calcular o estado de deformação do corpo em qualquer ponto do eixo z. Essas deformações mostradas na Equação 29 são as deformações não-lineares simplificadas de von Karman.

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon^0_{xx} \\ \epsilon^0_{yy} \\ \gamma^0_{yz} \\ \gamma^0_{xz} \\ \gamma^0_{xy} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \epsilon^1_{xx} \\ \epsilon^1_{yy} \\ \gamma^1_{yz} \\ \gamma^1_{xz} \\ \gamma^1_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial y})^2 \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{29}$$

As forças atuantes em um laminado podem ser de natureza normal, fletora ou cisalhante, na Figura 17 temos que N_{xx}, N_{yy} *e* N_{xy} correspondem aos esforços normais atuantes sobre o laminado, M_{xx}, M_{yy} *e* M_{xy} aos momentos e Q_x *e* Q_y às cortantes. Esses esforços devem satisfazer às equações de equilíbrio dadas por 30, 31, 32 para cada uma das lâminas k. (REDDY, 2004)

Figura 17 – Diferentes esforços mecânicos sobre a lâmina



Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \tag{30}$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \tag{31}$$

As deformações cisalhantes transversais são constantes ao longo da espessura do laminado, assume-se então que as tensões cisalhantes ao longo da espessura também serão constantes. Entretanto, a literatura clássica diz que a condição básica de equilíbrio de um corpo impõe que o cisalhamento em suas bordas seja nulo, portanto o cisalhamento ao longo da espessura de um corpo apresenta uma distribuição parabólica. Utilizando a FOST, o fator de correção do cisalhamento é dado pelo termo entre parênteses da integral na Equação 32. Para laminados simétricos esse fator pode ser reduzido a uma constante K. (REDDY, 2004)

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left(1 - \frac{z^2}{h^2}\right) \begin{bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz \tag{32}$$

Essas forças resultantes podem ser relacionadas com os deslocamentos e rotações por meio da combinação das equações de estado de tensões 18 e do estado de deformações 29, resultando nas equações 33, 34 e 35.

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial y})^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial y})^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial W_0}{\partial x} + \phi_x \end{bmatrix} \tag{35}$$

Onde

A_{ij} - Matriz de rigidez de membrana:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{n} \overline{Q_{ij}^{(k)}}(z_{k-1} - z_k) \tag{36}$$

B_{ij} - Matriz de acoplamento entre rigidez no plano e de torção e flexão:

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \overline{Q_{ij}^{(k)}}(z_{k-1}^2 - z_k^2) \tag{37}$$

D_{ij} - Matriz de rigidez à torção e flexão:

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n} \overline{Q_{ij}^{(k)}}(z_{k-1}^3 - z_k^3) \tag{38}$$

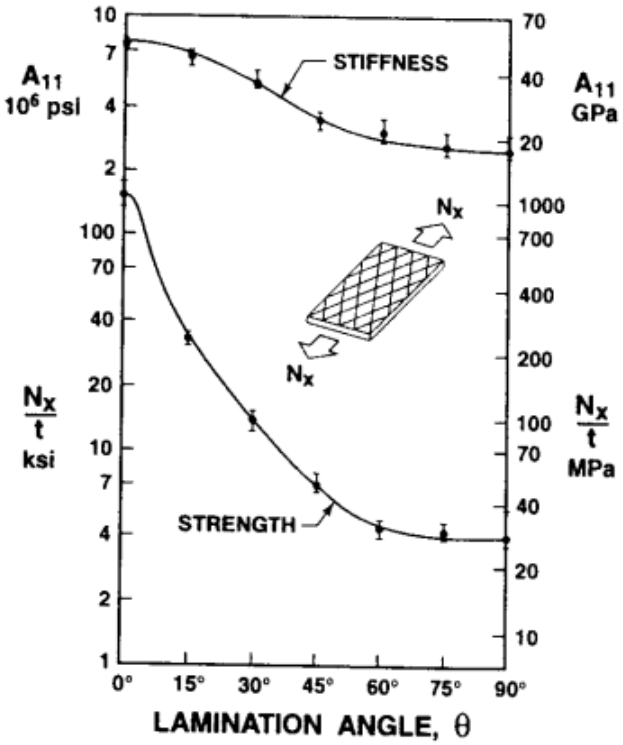
Portanto, conhecendo o sistema global de tensões e de deformações, pode-se encontrar as tensões e deformações locais para cada lâmina k por meio das equações matriciais 39.

$$[\sigma]_{1,2}^k = T^k[\sigma]_{x,y}^k \qquad\qquad [\varepsilon]_{1,2}^k = T^k[\varepsilon]_{x,y}^k \tag{39}$$

2.2.1 Resistência dos laminados

Os laminados podem apresentar diferentes comportamentos mecânicos sob ação do mesmo carregamento de acordo com a orientação de suas fibras. Na Figura 18 pode-se observar o comportamento normalizado de uma lâmina de fibra de vidro-epóxi quando submetida a uma carga de tração de acordo com a orientação de suas fibras em relação à direção principal de aplicação da força.

Figura 18 – Resistência a tração de uma lâmina de fibra de vidro-epóxi



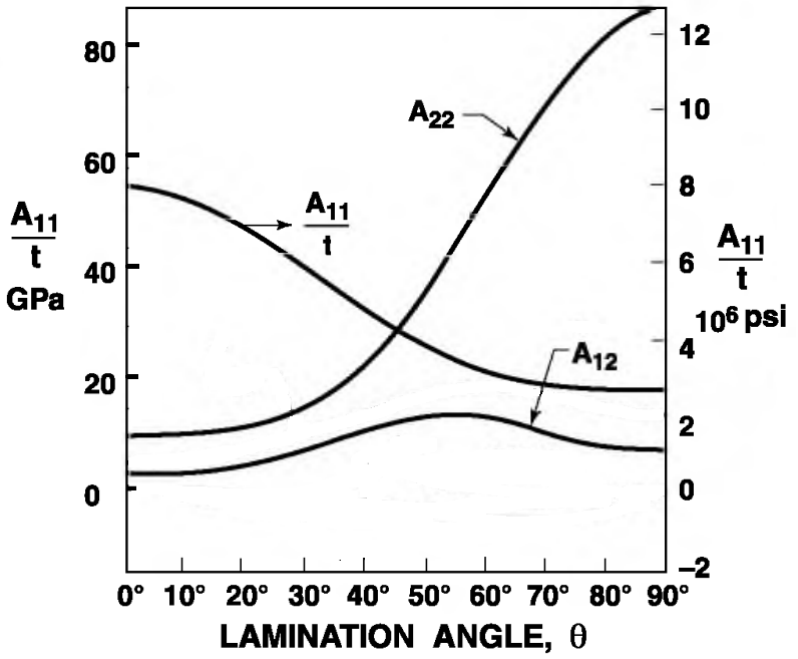
Fonte: (JONES, 2006)

Quando o ângulo das fibras o é 0° em relação ao eixo de aplicação da força a resistência à tração aplicada no sentido principal do laminado (longitudinal às fibras) (A_{11}) é máxima. Quando a lâmina é rotacionada até 90° temos a aplicação de uma carga trativa transversal às fibras, sendo o mínimo valor de resistência à tração da lâmina.

Na Figura 19 pode-se observar a resistência da lâmina quando a tração é aplicada na direção transversal à fibra (A_{22}) variando conforme a rotação da lâmina, note que as curvas correspondentes a

A_{11} e a A_{22} são inversas porém a magnitude de A_{11} é menor pois está normalizado pela espessura t da lâmina.

Figura 19 – Resistência à cargas de tração, compressão e cisalhamento de uma lamina de fibra de vidro-epóxi



Fonte: (JONES, 2006)

Onde

A_{11} é a resistência à tração aplicada na direção da fibra;

A_{22} é a resistência à tração aplicada na direção transversal à fibra;

A_{12} é a resistência ao cisalhamento da lâmina;

N_x é a carga aplicada à lâmina;

t é a espessura da lâmina.

Ainda na Figura 19 pode-se observar a resposta ao cisalhamento da lâmina de acordo com a orientação da fibra. Nota-se que o ponto de máxima resistência ao cisalhamento A_{12} está deslocado de 45°, isso ocorre pois a resistência da lâmina no sentido longitudinal das fibras é muito maior do que no sentido transversal.

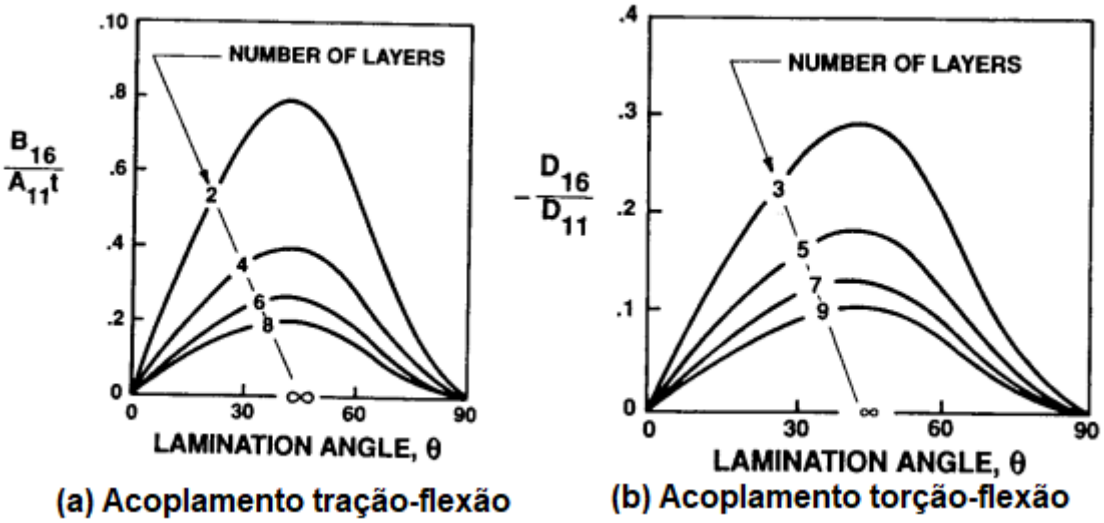
Na Figura 20 têm-se o comportamento de um laminado de fibra de vidro-epóxi sob ação de flexão mista variando de acordo com o número de camadas e sua orientação. Pode-se observar que um laminado mais fino apresenta uma resistência normalizada maior do que um laminado mais grosso. Analisando agora de maneira geral, uma lamina ou um laminado composto por laminas orientadas entre 30° e 60° terá uma resistência maior à flexão do que um que possua laminas orientadas a 0° ou 90°.

Onde

B_{16} é a resistência ao acoplamento tração-flexão da lâmina;

D_{11} é a resistência ao acoplamento torção-flexão da lâmina;

Figura 20 – Resistência à cargas de flexão mista de um laminado de fibra de vidro-epóxi



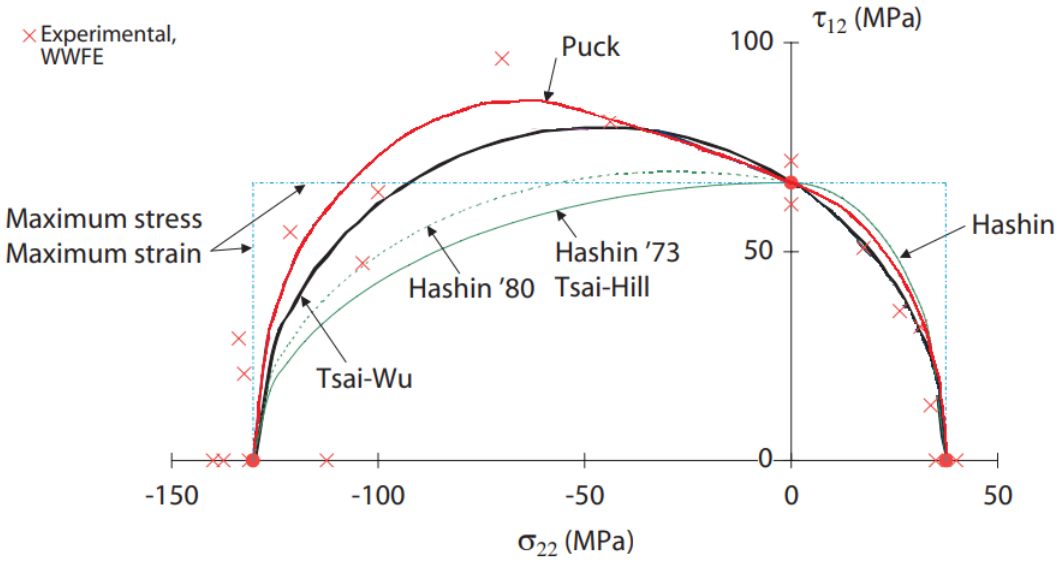
Fonte: (JONES, 2006)

2.3 SUPERFÍCIES DE FALHA

As superfícies de falha são representações gráficas e matematicas em função da tensão máxima principal (σ_x) e da tensão mínima principal (σ_y) dos critérios de falha que apresentam algum significado físico. Visualmente a superfície de falha significa que se um conjunto de tensões está dentro da superfície representada para tal critério, a superfície não falhou, consequentemente, se esse conjunto de tensões estiver fora da superfície, considera-se a falha do material.

Na Figura 21 pode-se observar os diferentes formatos das superfícies de falha para cada um dos critérios a serem abordados adiante nesse trabalho.

Figura 21 – Superficies de falha 2D para os diferentes critérios e modelos de falha



Fonte: (GUTKIN R.; PINHO, 2010)

O conhecimento da definição de superfícies de falha será utilizado no capítulo seguinte para melhor entendimento dos diferentes modelos de falha.

2.4 CRITÉRIOS DE FALHA

A análise de falhas em materiais compósitos vai além da instabilidade do crescimento de trincas como é analisado em materiais metálicos, deve-se levar em conta outros fatores como a formação múltipla de trincas na matriz, o acoplamento das superfícies trincadas além de extensivas falhas nas fibras. Esses fatores podem gerar tensoes e deformações não planejadas fazendo com que o laminado falhe, perdendo sua função de projeto. Portanto, critérios de falha e leis de degradação em compósitos devem ter como prioridade analisar e prever esses comportamentos críticos a fim de evitar esse tipo de falha.

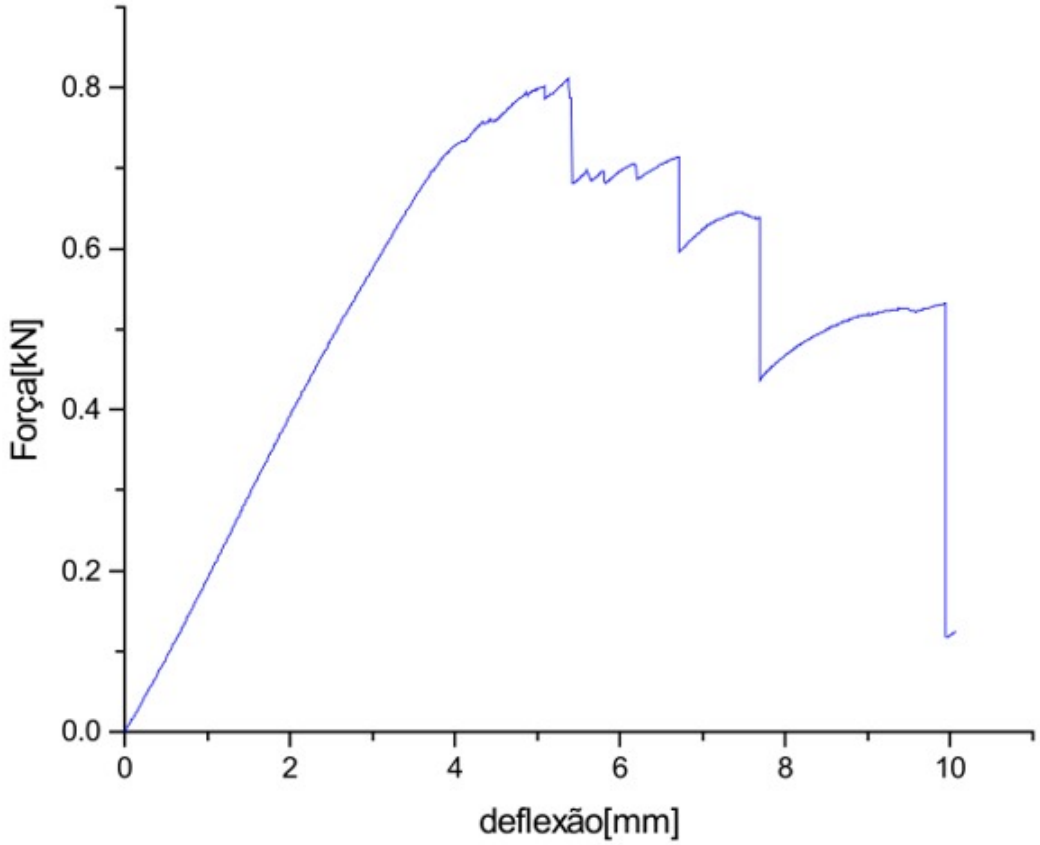
Para analisar os critérios de falha em um laminado, deve-se primeiramente contextualizar os dois conceitos principais envolvendo análise de falhas, o conceito de falha da primeira camada (do ingles: FPF - *first ply failure*) e o conceito de falha completa do laminado (do ingles: ULF - *ultimate laminate failure*). O conceito de *first ply failure* é uma filosofia de projeto na qual se considera a falha do compósito no momento em que ocorre a primeira falha em alguma camada ou grupo de camadas. Tomando como exemplo um laminado [0,90,0] sob os esforços de uma carga qualquer, em um primeiro momento irão surgir trincas na camada de 90°, após as trincas irão surgir delaminações e então o rompimento ou falha das fibras, nesse momento verifica-se a falha dessa camada. Nessa filosofia então considera-se como falha do material. O conceito de falha última por outro lado, considera a falha do compósito somente quando todas suas camadas falham ao mesmo tempo (quebra do material) ou no momento em que o material perde completamente sua capacidade de realizar trabalho e suportar carga. No exemplo citado, só consideraria-se a falha do material quando as duas camadas orientadas a 0° também falhassem.

Diferenciar estes dois conceitos é importante pois todos os critérios de falha abordados geram uma margem de segurança (MS), e essa margem é calculada individualmente para cada lâmina. No conceito de FPF, considera-se a MS do laminado como a menor margem de segurança dentre todas as lâminas. Considerando novamente o exemplo do laminado [0,90,0], sendo que a MS da lâmina orientada a 0° seja maior do que a MS da lâmina à 90°, no conceito de FPF considera-se a MS da lâmina à 90° como a MS global do laminado. Já para o caso da ULF esse processo se torna iterativo, uma vez que ao falhar a primeira camada, os esforços serão redistribuídos para as camadas integras restantes, sendo assim as MS também devem ser recalculadas, e assim sucessivamente para cada camada até a falha da última camada. Voltamos ao exemplo do laminado, no momento em que a lâmina à 90° falha, os esforços que esta camada suportava são redistribuídos para as duas camadas à 0° restantes, sendo necessário assim recalcular a MS para estas também.

Na Figura 22 pode-se observar o comportamento de um laminado para o caso de ULF, onde cada queda abrupta de força no gráfico representa a falha de uma lâmina e a redistribuição das cargas pelas camadas restantes, a resistência do material é reduzida pois a falha ocorre cada vez mais cedo e assim suscetivamente até a falha completa do material.

Na indústria o conceito mais utilizado na análise de falhas de compósitos é o de *first ply failure* não apenas por ser mais simples de ser calculado mas como também ser o mais seguro, uma vez que, ao assumir a falha do compósito na primeira camada, não há o risco de ocorrer a falha completa e perda de função do material ou da estrutura como um todo. Sendo este o conceito empregado neste trabalho.

Figura 22 – Evolução de dano em um laminado para o caso de ULF



Esse tipo de segurança é importante, principalmente na indústria aeronáutica, uma vez que ao assumir a MS de uma falha completa de uma estrutura corre-se o risco de haver uma perda de função de uma asa feita de material compósito, por exemplo, e a ocorrência de um acidente. O problema de fazer-se uso dessa filosofia é a ocorrência de estruturas mais pesadas e menos otimizadas.

Atualmente, essa dualidade de conceitos está sendo quebrada, pois aviões mais modernos e com projetos mais complexos como Boeing 787 e Airbus A350, que têm sua estrutura majoritariamente construída em material compósito, fazem uso de uma combinação entre FPF e ULF a fim de otimizar ao máximo o projeto estrutural sem a perda de segurança.

Inúmeras teorias de predição de falhas em materiais compósitos surgiram ao longo da história, para sua aplicação efetiva na indústria o método deve ser validado experimentalmente. Para testar como cada uma dessas teorias lidam com os dados experimentais surgiu um exercício global chamado *WorldWide Failure Exercise* (WWFE), os resultados do exercicio XXXX estão mostrados na Figura 23.

Figura 23 – WorldWide Failure Exercise - XXXX

Contributor	Lamina strength prediction	Nonlinear analysis	Elastic laminate constants	Laminate strength prediction	Large deformation prediction	Capturing features	Crack density prediction	Initial strength prediction	Micro- mechanics	Fibre failure prediction	3-D stress analysis	Computer Code availability	Linkage to FE code
Chamis	✓		✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
Eckold	✓		✓										
Edge	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	
Hart-Smith(1)	✓		✓	✓		✓				✓			
Hart-Smith(2)	✓		✓	✓						✓			
Hart-Smith(3)	✓			✓						✓			
McCartney(A)			✓				✓	✓	✓		✓	✓	
McCartney(B)			✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓	✓	
Puck	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓
Rotem	✓	✓	✓	✓				✓					
Sun(L)	✓		✓	✓		✓		✓		✓			
Sun(NL)		✓	✓				✓	✓			✓	✓	
Tsai(A)	✓		✓	✓		✓		✓				✓	
Tsai(B)	✓		✓	✓	✓	✓		✓			✓	✓	
Wolfe	✓	✓	✓	✓		✓		✓					
Wolfe(B)	✓	✓	✓	✓		✓		✓				✓	
Zinoviev	✓		✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	
Bogetti	✓	✓	✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓	
Mayes	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
Mayes(B)	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	✓	✓	✓
Cuntze(A)	✓	✓	✓	✓		✓		✓					
Cuntze(B)	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓	
Huang	✓	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓ FF ✓ IFF		✓	✓	

Fonte: (SODEN P. D.; KADDOUR, 2004)

Neste trabalho, entre as exemplificadas pelo WWFE, serão desenvolvidos os modelos clássicos de Máxima Tensão e Máxima Deformação, Tsai-Wu, Tsai-Hill, e os mais modernos e avançados que são os de Hashin e Puck.

Para os critérios de falha abordados serão consideradas as seguintes variáveis (com exceção de Puck, que terá sua nomenclatura própria apresentada posteriormente):

X_T : Máxima tensão na direção da fibra

X_C : Máxima compressão na direção da fibra

Y_T : Máxima tensão transversal à fibra

Y_C : Máxima compressão transversal à fibra

S_{xy} : Máximo cisalhamento da lâmina

σ_x : Tensão aplicada na direção da fibra

σ_y : Tensão aplicada transversalmente à fibra

τ_{xy} : Tensão de cisalhamento sobre o laminado

X^* : Elongação máxima na direção da fibra
Y^* : Elongação máxima transversal à fibra
S^* : Elongação cisalhante máxima
ε_x: Deformação na direção da fibra
ε_y: Deformação transversal à fibra
γ_{xy}: Deformação cisalhante da lâmina

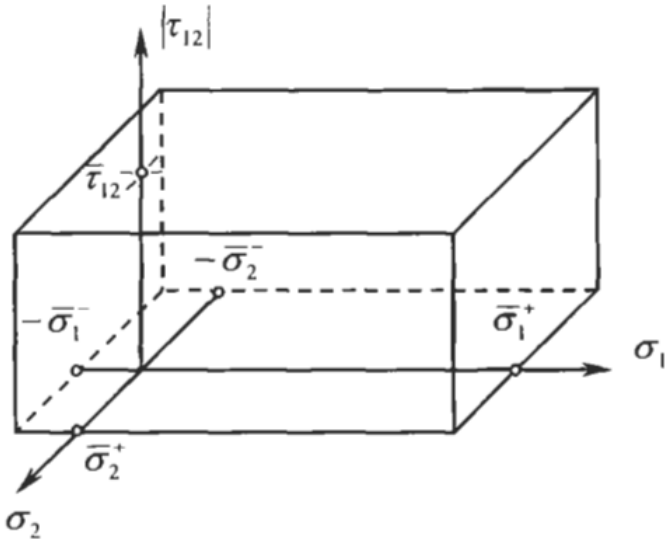
2.5 CRITÉRIOS DE FALHA HISTÓRICOS

2.5.1 Critério de máxima tensão

No critério de Máxima tensão, a falha ocorre quando uma componente da tensão aplicada exceder os valores máximos do material naquela direção, paralela ou transversal as fibras, ou seja, quando um dos valores de (σ_x, σ_y, τ_{xy}) for maior do que os limites ($X_{T,C}$, $Y_{T,C}$, $S_{x,y}$).

Portanto, podemos calcular a MS de um laminado pelo critério de máxima tensão, aplicando o conceito de FPF, considerando como MS do material o menor valor entre tração, compressão ou cisalhamento entre todas as camadas, como é dado na Equação(40). Na Figura 24 pode-se observar a superfície de falha para o Critério de Máxima tensão.

Figura 24 – Exemplo de superfície de falha para o Critério de Máxima Tensão para $\tau_{xy} = 0$



Fonte: (VASILIEV V.V.; MOROZOV, 2001)

$$MS = Min\left(\frac{\sigma_x}{X_{T,C}}, \frac{\sigma_y}{Y_{T,C}}, \frac{\tau_{xy}}{S_{xy}}\right) \tag{40}$$

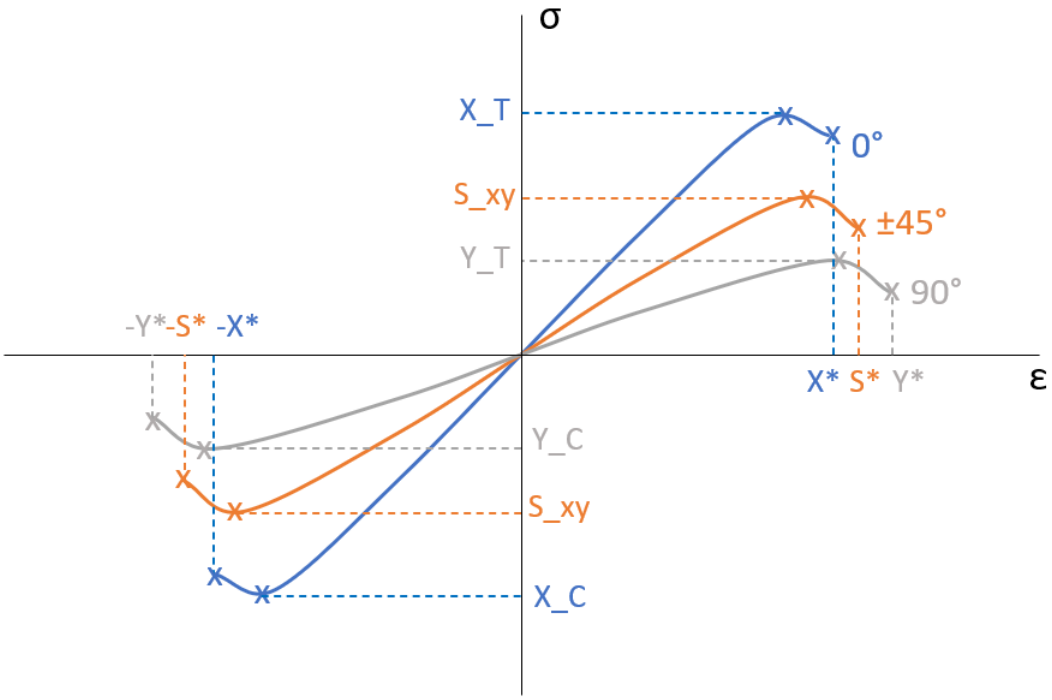
2.5.2 Critério de máxima deformação

Similarmente ao critério de máxima tensão, a falha irá ocorrer quando a deformação em alguma direção exceder o máximo do material, ou seja, quando (ε_x, ε_y, γ_{xy}) for maior do que os limites (X^*, Y^*, S^*).

Portanto, pode-se calcular a MS de um laminado pelo critério de máxima deformação, aplicando o conceito de FPF, considerando como MS global o menor valor correspondente à deformação uma das três direções entre todas as camadas, como é dado na Equação (41).

$$MS = Min\left(\frac{\varepsilon_x}{X^*}, \frac{\varepsilon_y}{Y^*}, \frac{\gamma_{xy}}{S^*}\right) \tag{41}$$

Figura 25 – Tensão x Deformação para diferentes orientações de lâminas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se (Figura 25) que a curva tem o mesmo formato da curva $\sigma x \varepsilon$ de um material isotrópico, porém fisicamente esta se comporta de maneira diferente. Materiais compósitos, por terem a possibilidade de possuírem fibras orientadas à $\pm 45°$, podem medir a força de cisalhamento utilizando a tração pelo fato de que o cisalhamento máximo, pelo circulo de Mohr, estar na mesma direção da fibra quando existirem camadas orientadas à 45°.

Tanto o critério de máxima tensão quanto o de máxima deformação apresentam definições e condições bem simples e de fácil entendimento, porém sua aplicação é considerada obsoleta hoje em dia.

2.6 CRITÉRIO DE TSAI-HILL

O critério de Von Mises descreve fisicamente o modo de falha para materiais dúcteis e isotrópicos como sendo a tensão equivalente que fazem o corpo mudar de forma, ou seja, o que leva um material a falhar são todas as forças às quais um corpo está submetido que geram uma mudança de forma neste, a mudança apenas de volume do corpo não causa falha. O critério de Von Mises em um estado triplo de tensões é dado pela Equação 42. Para um estado plano de tensões essa equação é simplificada, pois desconsidera-se todas as componentes de cargas fora do plano do laminado, ou seja, no eixo z.

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\left({\tau_{xy}}^2 + {\tau_{yz}}^2 + {\tau_{zx}}^2\right) = 2E^2 \tag{42}$$

Onde E é o limite de escoamento do material.

Hill(1948) adaptou matematicamente o critério de Von Mises, partindo do mesmo princípio físico de que apenas uma mudança de forma causaria falha, para materiais anisotrópicos, ou seja, materiais que têm propriedades diferentes em todas as direções.

Em 1965, Azzi e Tsai, dentre as primeiras tentativas de desenvolvimento de teorias de falha para materiais compósitos, adaptaram a teoria de Hill (Equação 43) para materiais transversalmente isotrópicos.

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2\left(L{\tau_{yz}}^2 + M{\tau_{zx}}^2 + N{\tau_{xy}}^2\right) = 1 \tag{43}$$

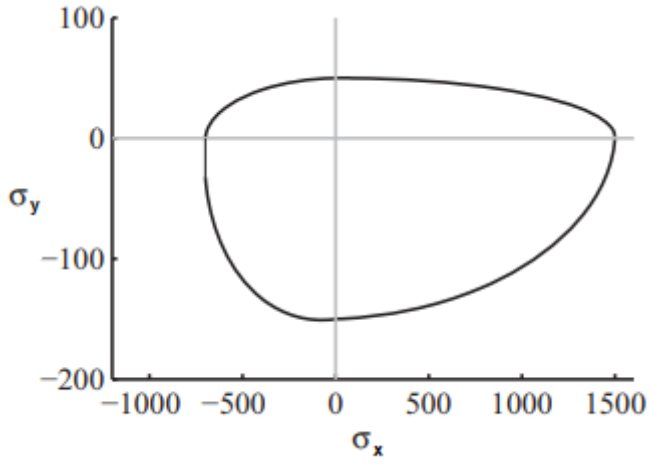
Onde F, G, H, L, M e N representam o limite de escoamento do material em cada direção.

Considerando que, em um laminado unidirecional, as fibras estando alinhadas com o eixo x quaisquer infinitos planos transversais à ele (y e z) são planos de isotropia, da equação 43, isso significa que $G = H$. Utilizando-se ainda da Teoria Clássica dos Laminados, que considera uma lâmina como um estado plano de tensões, temos o critério de falha de Tsai-Hill (Equação 44).

$$\frac{{\sigma_x}^2}{X^2} + \frac{{\sigma_y}^2}{Y^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{X^2} + \frac{{\tau_{xy}}^2}{S^2} = 1 \tag{44}$$

Onde X, Y são os limites de escoamento das direções x e y respectivamente e S é o limite de cisalhamento puro do material. A superfície de falha para o modelo de Tsai-Hill é exemplificada genéricamente na Figura 26

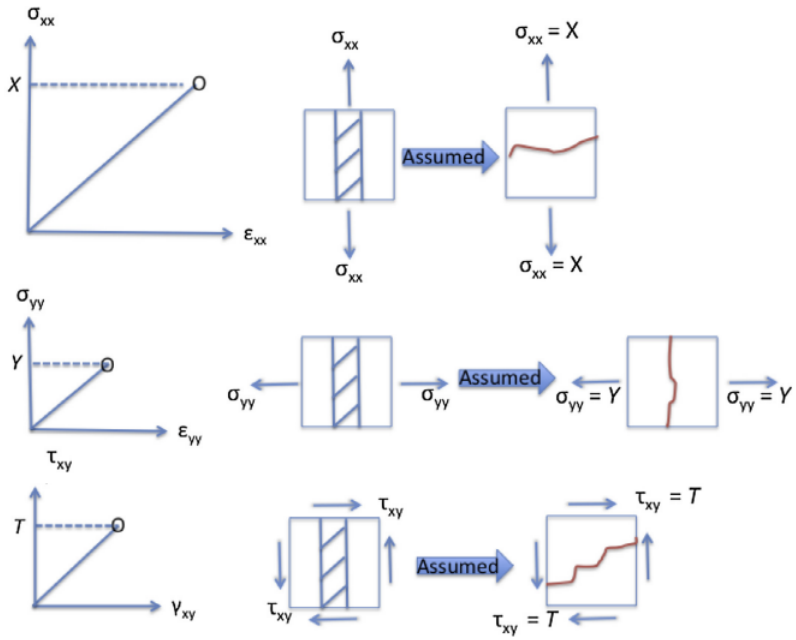
Figura 26 – Exemplo de superfície de falha para o Critério de Tsai-Hill para $\tau_{xy} = 0$



Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

A falha para esse caso, na filosofia FPF, ocorre quando a carga aplicada atinge o limite linear elástico do material em qualquer uma das componentes em qualquer uma das lâminas, que é o momento em que a equação 44 deixa de ser satisfeita. No entanto a física por trás do critério de Tsai-Hill ainda é a mesma dos critérios de Von Mises e de Hill. Uma representação gráfica de cada um dos modos de falha por Tsai-Hill é mostrada na Figura 27.

Figura 27 – Modos de falha pelo critério de Tsai-Hill

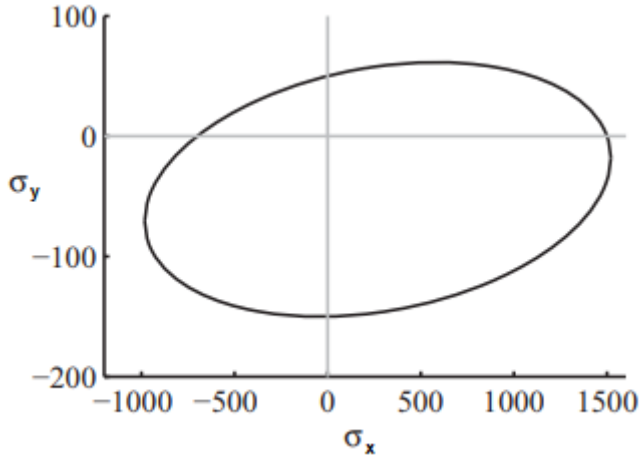


Fonte: (TALREJA, 2014)

2.7 CRITÉRIO DE TSAI-WU

Baseando-se no critério de Tsai-Hill, Tsai e Wu (1971) focaram na criação de um critério de falha baseado em uma superfície de falha elipsoidal mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Exemplo de superfície de falha para o Critério de Tsai-Wu para $\tau_{xy} = 0$



Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

Uma vez que, para materiais não-isotrópicos tem-se como referência também, além das tensões principais, ($\sigma_x e \sigma_y$) o cisalhamento (τ_{xy}). O critério de falha de Tsai-Wu é dado por:

$$F_1\sigma_x + F_2\sigma_y + F_{11}{\sigma_x}^2 + F_{22}{\sigma_y}^2 + 2F_{12}\sigma_x\sigma_y + F_{66}{\tau_{xy}}^2 = 1 \tag{45}$$

Onde $F_1, F_2, F_{11}, F_{22}, F_{12} e F_{66}$ são as contantes do elipsoide associadas às resistências nas diferentes direções do material, dadas por:

$$
\begin{aligned}
F_1 &= \frac{1}{X_T} + \frac{1}{X_C} \\
F_2 &= \frac{1}{Y_T} + \frac{1}{Y_C} \\
F_{11} &= -\frac{1}{X_T X_C} \\
F_{22} &= -\frac{1}{Y_T Y_C} \\
F_{66} &= \frac{1}{{S_{xy}}^2}
\end{aligned}
\tag{46}
$$

Wu, no entanto, não conseguiu chegar em uma correlação matemática para a determinação do fator F_{12}, que portanto deve ser obtido através de ensaios biaxiais ((TSAI S.W.; WU, 1971)). Sabendo, porém, que para que as equações de compatibilidade sejam respeitadas num material transversalmente isotrópico, temos que:

$$
F_{12} \quad \in \quad \left(-\sqrt{F_1 F_2}, \sqrt{F_1 F_2}\right) \tag{47}
$$

Uma das aproximações para esse coeficiente pode ser feita segundo Hyer (1998) pela equação(48).

$$
F_{12} \approx -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11} F_{22}} \tag{48}
$$

No entanto, esse tipo de representação elipsoidal de um estado plano de tensões para lâminas unidirecionais é tratado somente como um postulado puramente matemático, portanto não é baseado nem suportado por nenhuma consideração física ((TALREJA, 2014)), embora existam validações experimentais para laminados unidirecionais sob carregamentos uniaxiais simples.

2.8 CRITÉRIO DE HASHIN

Em 1980, Hashin (HASHIN, 1980) analisando os critérios de Tsai-Hill e Tsai-Wu, percebeu que esses critérios de falha eram apenas modelos matemáticos e não representavam fisicamente os modos de falha da lâmina.

O Critério de Hashin faz a distinção dos métodos de falha do laminado baseando-se em falhas da fibra e da matriz que diferentes carregamentos, tração e compressão, podem ocasionar. O critério de falha de Hashin, considerando-se um estado plano de tensões, é dado pelas equações de 49 a 52.

- Falha da fibra sob tração:

$$
\left(\frac{\sigma_x}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 = 1 \tag{49}
$$

- Falha da fibra sob compressão:

$$
\left(\frac{\sigma_x}{X_C}\right)^2 = 1 \tag{50}
$$

- Falha da matriz sob tração:

$$
\left(\frac{\sigma_y}{X_C}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 = 1 \tag{51}
$$

- Falha da matriz sob compressão:

$$\left(\frac{\sigma_y}{2Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S_{xy}}\right)^2 = 1 - \left[\left(\frac{X_C}{2S_{yz}}\right)^2 - 1\right] \tag{52}$$

O critério de Hashin para a falha da matriz se baseia na identificação de um plano crítico de falha, no qual a interação entre as tensões normais e de cisalhamento dentro da matriz seriam as causadoras de trincas nessa direção.

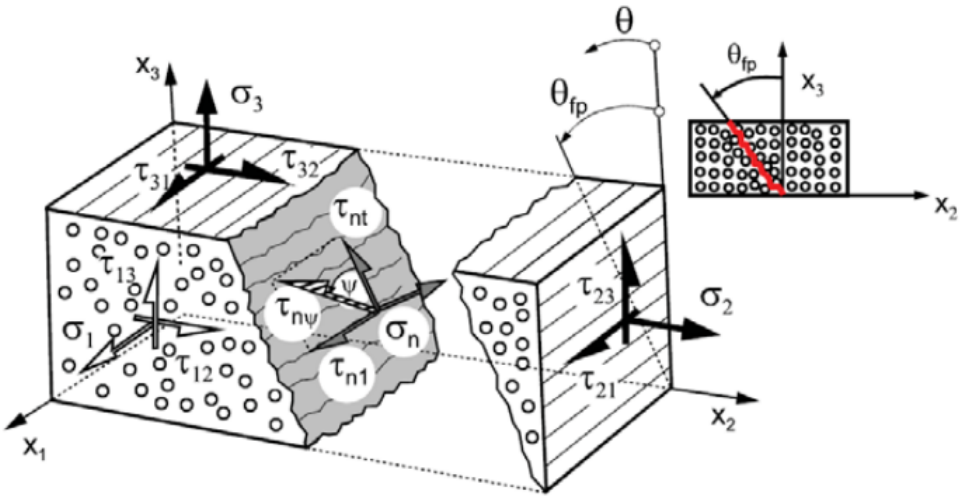
2.9 MODELO DE PUCK

Dentre os trabalhos de análise falhas em compósitos mais modernos destacam-se os de Puck, (PUCK, 2002) e (PUCK A.; SCHüRMANN, 1998) que consistem em um modelo semi-empírico de falha.

O modelo de falha de Puck para a falha das fibras é matematicamente o mesmo do critério de Hashin, correlacionando a tensão de falha com a deformação causada, o que difere os dois modelos é que, baseando-se no modelo de Hashin (HASHIN, 1980), Puck aprimorou os modos de falha para matriz ja descritos como modo de falha entre-fibras (do inglês: *inter fiber-failure* - IFF).

A IFF é descrita como sendo paralela às fibras e ocorrendo em um determinado o ângulo de inclinação (θ_{fp}) do plano de falha assim como as tensões críticas atuantes sobre ele ($\sigma_n, \tau_{nt}, \tau_{nl}$) (Figura 29).

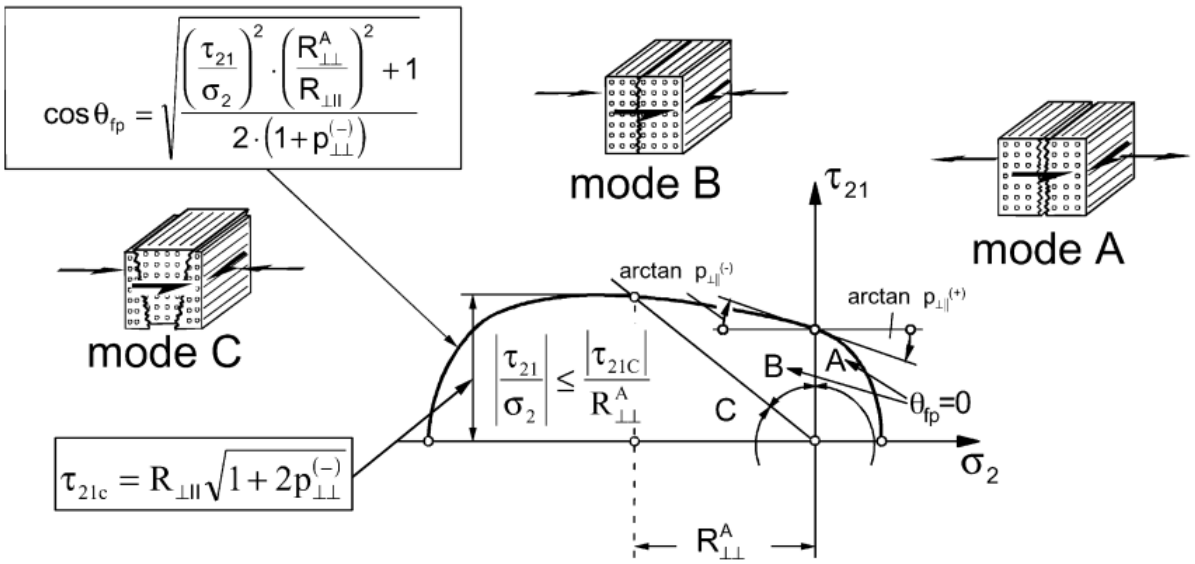
Figura 29 – Ângulo do plano de falha e tensões normal e cisalhantes atuantes sobre ele.



Fonte: (PUCK, 2002)

Neste plano de falha, Puck identifica experimentalmente a ocorrência de três modos de falha, descritos como A, B e C, que estão relacionados à combinação de tensão, entre compressão (σ_y) e cisalhamento (τ_{xy}), as quais os corpos de prova testados por Puck estavam submetidos. Os modos de falha A, B e C estão descritos nas equações de 53, até 55 e estão exemplificadas e ilustradas na Figura 30.

Figura 30 – Superfície de falha do modelo de Puck representada pelos modos de falha A, B e C



Fonte: (PUCK, 2002)

- Modo A: O modo de falha A ocorre quando o material está sob ação da combinação entre uma tensão trativa na direção transversal às fibras ($\sigma_{\perp}^{+}$) e uma tensão de cisalhamento ($\tau_{\perp\parallel}$). Na Figura 30 esse modo é representado estando entre o limite de resistência trativa pura $R_{\perp}^{+}$ e o limite de cisalhamento puro $R_{\perp\parallel}$.

$$f_{IFF} = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R^{+}{}_{\perp}} - \frac{p^{+}{}_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}}\right)\sigma_y\right]^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2} + \frac{p^{+}{}_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}}\sigma_y, \quad \sigma_y \geq 0 \tag{53}$$

- Modo B: O modo de falha B ocorre quando o material está sob ação da combinação entre uma tensão compressiva na direção transversal às fibras ($\sigma_{\perp}^{-}$) e uma tensão de cisalhamento $\tau_{\perp\parallel}$ até o limite de resistência do plano de falha. Na Figura 30 esse modo é representado estando entre o limite de resistência à cisalhamento puro e o limite de resistência do plano de ação à falha $R_{\perp\parallel}$ e $-R_{\perp\perp}^{A}$.

$$f_{IFF} = \sqrt{\left(\frac{\tau_{xy}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{p^{-}{}_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}}\sigma_y\right)^2} + \frac{p^{-}{}_{\perp\parallel}}{R_{\perp\parallel}}\sigma_y, \quad \sigma_y < 0, \quad \left|\frac{\sigma_y}{\tau_{xy}}\right| \leq \left|\frac{R^{A}{}_{\perp\perp}}{\tau_{xy,c}}\right| \tag{54}$$

- Modo C: O modo de falha C ocorre quando o material está sob ação da combinação entre uma tensão compressiva na direção transversal às fibras ($\sigma_{\perp}^{-}$) e uma tensão de cisalhamento $\tau_{\perp\parallel}$ abaixo do limite de resistência do plano de falha. Na Figura 30 esse modo é representado estando entre $-R_{\perp\perp}^{A}$ e o limite de resitência a compressão pura. $-R_{\perp}^{-}$.

$$f_{IFF} = \left[\left(\frac{\tau_{xy}}{2\left(1 + p^{-}{}_{\perp\perp}\right)R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{R^{-}{}_{\perp}}\right)^2\right]\frac{R^{-}{}_{\perp}}{-\sigma_y}, \quad \sigma_y < 0, \quad \left|\frac{\sigma_y}{\tau_{xy}}\right| \geq \left|\frac{R^{A}{}_{\perp\perp}}{\tau_{xy,c}}\right| \tag{55}$$

Onde, os sobrescritos $+$ e $-$ significam tração e compressão e os subscritos $\perp$ e $\parallel$ representam as

direções transversal e longitudinal da fibra, respectivamente. Portanto:

$R_{\parallel}^{+}$: Resistência longitudinal à tração sob ação uniaxial de $\sigma_{\parallel}^{+}$;

$R_{\perp}^{+}$: Resistência transversal à tração sob ação uniaxial de $\sigma_{\perp}^{+}$;

$R_{\perp}^{-}$: Resistência transversal à compressão sob ação uniaxial de $\sigma_{\perp}^{-}$;

$R_{\perp\parallel}$: Resistência longitudinal ao cisalhamento sob ação de cisalhamento puro $\tau_{\perp\parallel}$;

$R_{\perp\perp}^{A}$: Resistência do plano de ação contra a fratura devido ação de $\tau_{\perp\perp}$ atuante no plano;

$p_{\perp\parallel}^{+}$ e $p_{\perp\parallel}^{-}$: Inclinações da superfície de falha, exemplificados também na Figura 30.

$$R_{\perp\perp}^{A} = \frac{R_{\perp}^{-}}{2(1+p_{\perp\perp}^{-})} \tag{56}$$

$$R_{\perp\parallel} = \frac{p_{\perp\parallel}^{-}}{p_{\perp\perp}^{-}} R_{\perp\perp}^{A} \tag{57}$$

$$\tau_{21,c} = R_{\perp\parallel}\sqrt{1+2p_{\perp\perp}^{-}} \tag{58}$$

Importante ressaltar que essa notação é a mesma utilizada por Puck em seus trabalhos.

Pode-se observar também pelas representações dos modos de falha na Figura 30 que o ângulo de falha (θ_{fp}) nos modos A e B é nulo, enquanto para o modo de falha C o módulo desse ângulo pode variar entre 0º e 55º dependendo da combinação de tensões aplicadas. Para o modo de falha C, o ângulo de falha do plano pode ser calculado pela equação 59.

$$cos(\theta_{fp}) = \sqrt{\frac{1}{2(1+p_{\perp\perp}^{-})}\left[\left(\frac{R_{\perp\perp}^{A}\sigma_{xy}}{R_{\perp\parallel}\sigma_{y}}\right)^{2}+1\right]} \tag{59}$$

O critério de Puck foi avaliado mundialmente como um dos mais completos para análise de falhas em materiais compósitos de acordo com o WWFE, como visto anteriormente na Figura 23. Porém sua maior desvantagem é sua aplicabilidade, uma vez que a determinação de sua superfície de falha é totalmente experimental, ou seja, é necessária uma grande quantidade de corpos de prova e de ensaios mecânicos para sua construção onde devem-se obter sete parâmetros independentes, sendo 3 parâmetros de resistência ($R_{\perp}^{+}$,$R_{\perp\parallel}$,$R_{\perp}^{-}$), assim como 4 parâmetros de inclinações da curva ($p_{\perp\parallel}^{+}$, $p_{\perp\parallel}^{-}$, $p_{\perp\perp}^{+}$, $p_{\perp\perp}^{-}$), necessários nas equações de 56 à 58.

No entanto em um de seus trabalhos, (PUCK, 2002), são apresentados valores típicos para esses parâmetros para os compósitos de fibra de vidro/epóxi (*Glass reinforced plastic* - GRP ou *fibreglass*) e de fibra de carbono/epóxi (*Carbon fibre-reinforced polymer* - CFRP) na Figura 31 onde $\phi = 60\%$ representa a fração volumétrica de fibra no material.

Figura 31 – Valores típicos para os parâmetros de Puck com $\phi = 60\%$

$\varphi - 60\%$	$R_{\perp}^{(+)}$ [N/mm²]	$R_{\perp}$ [N/mm²]	$R_{\perp}^{(-)}$ [N/mm²]	$p_{\perp\parallel}^{(+)}$ [–]	$p_{\perp\parallel}^{(-)}$ [–]
Glass-fibre/epoxy	45	65	145	0.3	0.25
Carbon-fibre/epoxy	50	100	230	0.35	0.3

	$P_{\perp\perp}^{(-)}$ [–]	$p_{\perp\perp}^{(+)}$[–]
GRP	0.20 to 0.25	0.20 to 0.25
CFRP	0.25 to 0.30	0.25 to 0.30

Fonte: (PUCK, 2002)

Uma vez que há uma ocorrência de falha em um material compósito ocorre a degradação de suas propriedades mecânicas, (PUCK A.; SCHüRMANN, 1998) propõem como relação de degradação a equação 60. Os parâmetros de degradação do material η_r, c e ξ são determinados experimentalmente.

$$\eta = \frac{1 - \eta_r}{1 + c(f_{IFF} - 1)^{\xi}} + \eta_r \tag{60}$$

As propriedades mecânicas do material após a ocorrência da IFF são atualizadas de acordo com a Figura 32.

Figura 32 – Degradação das propriedades mecânicas após a ocorrência da IFF

Propriedades elásticas	Propriedades degradadas
E_{22}	$\overline{E_{22}} = \eta_E E_{22}$
ν_{12}	$\overline{\nu_{12}} = \nu_{12}$
G_{12}	$\overline{G_{12}} = \eta_G G_{12}$

Fonte: (ANGÉLICO, 2009)

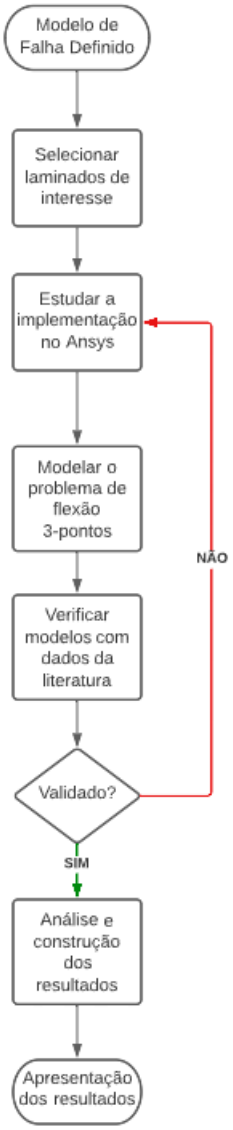
Encontra-se também nas literatura outros modelos e leis de degradação para compósitos como o de Tita (TITA, 2003) e o de Matzenmiller (MATZENMILLER A.; LUBLINER, 1995), que, no entanto, não serão abordados nesse trabalho.

3 METODOLOGIA

Dentre os críterios e modelos de falha abordados no Capítulo 2, o modelo de Puck, por ser considerado um dos modelos mais completos e modernos para predição de falhas em materiais compósitos foi escolhido como escopo deste trabalho, cujas metodologias de implementação e de simulação serão apresentadas nesse capítulo.

Inicialmente serão abordados os comportamentos e justificativas para os diferentes laminados compósitos escolhidos. Estes serão analisados pelos diferentes modelos estruturais de elementos finitos presentes no software Ansys® e em seguida esses resultados serão analisados por meio de uma rotina em Python. As etapas que serão abordadas em seguida podem ser melhor compreendidas por meio do fluxograma apresentado na Figura 33.

Figura 33 – Fluxograma das atividades desenvolvidas nesse trabalho



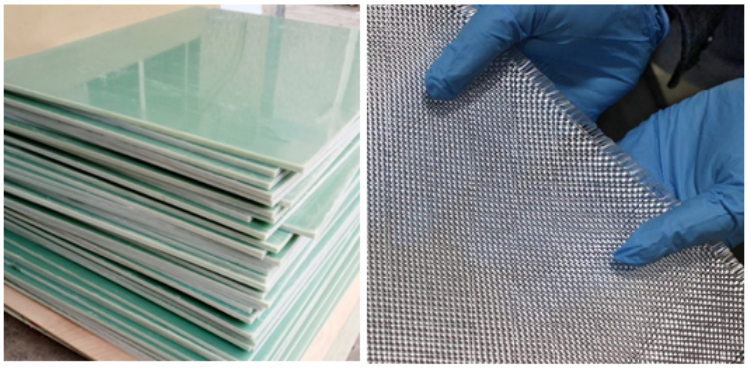
Fonte: ELABORADO PELO AUTOR.

3.1 ESCOLHA DOS LAMINADOS

3.1.1 Composição

Definido o modelo de falha a ser aplicado, deve-se agora definir quais serão os tipos e orientações dos laminados de interesse para o trabalho. Os laminados serão compostos de uma matriz polimérica de epóxi reforçados por fibras de vidro (*fiberglass)* como exemplo na Figura 34.

Figura 34 – Fibra de vidro



Laminado de fibra de vidro **Tecido de fibra de vidro**

Fonte: Google Imagens

Os compósitos *fiberglass* serão utilizados nesse trabalho devido à sua fácil disponibilidade, baixo custo, quando comparado à compósitos carbono-epóxi, além de sua facilidade de confecção, de forma a facilitar a realização de futuros ensaios experimentais para a aplicação do modelo de Puck. Além de suas propriedades como sua alta resistência mecânica específica, alta inércia química (CALLISTER, 2013) e versatilidade nas formas de *E-glass* e *S-glass*, destacando a sua baixa densidade.

O *E-glass* é o tipo mais comum, utilizado em aplicações que necessitam de alta resistência elétrica ou uma baixa condutividade, como por exemplo em radomes de aeronaves.

O *S-glass* é mais resistente que o *E-glass* e é utilizado em aplicações estruturais quando não há a utilização de reforços de carbono ou aramida.

3.1.2 Orientações

Os laminados apresentam diferentes classificações e propriedades, dependendo da orientação de suas camadas, número de camadas, empilhamento, simetria e rotação. Os mais comumente conhecidos são classificados como laminados: de orientação pura; quase-isotrópico; cross-ply e angle-ply. Sua quantidade de camadas e sua simetria variam de acordo com os requisitos de projeto e sua aplicação. Logo abaixo serão discutidas suas propriedades mecânicas e particularidades de construção.

3.1.2.1 Orientação pura

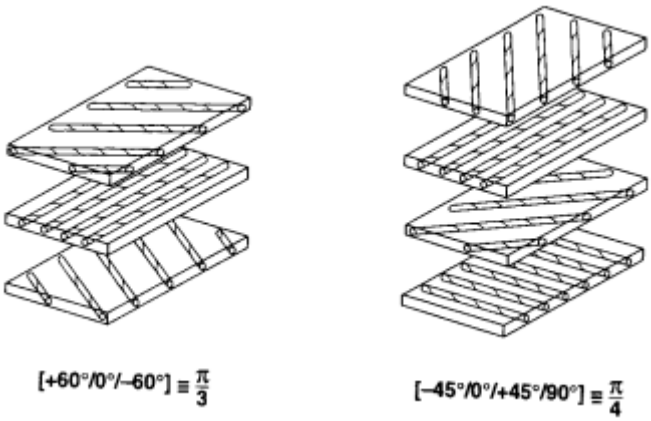
Laminados de orientação pura têm a mesma direção em todas as camadas. Estes laminados são baratos e de fácil fabricação e apresentam alta resistência a tração na direção longitudinal à fibra. Porém por serem laminados de orientação pura são muito frágeis à tração na direção transversal às

fibras, e também apresentam as menores resistências à flexão, por esse motivo são pouco comumente utilizados.

3.1.2.2 quase-isotrópico

Esse tipo de laminado, como o próprio nome já diz, possui o comportamento próximo de um material isotrópico para carregamentos em qualquer direção no plano através da colocação de fibras orientadas a diversas direções, tendo assim fibras resistindo em direções próximas a "qualquer carregamento". Apenas ensaios de flexão podem distinguir um laminado quase-iso de um material isotrópico, uma vez que a resposta do material à flexão varia de acordo com a rotação do laminado no plano ((JONES, 2006)). Por apresentarem esse comportamento mecânico os laminados quase-iso são mais fáceis de serem projetados em relação a diversos casos de carga, porém serão menos otimizados dependendo da sua aplicação. É o tipo de laminado mais utilizado na indústria. Alguns exemplos de laminados quase-iso podem ser observados na Figura 35.

Figura 35 – Exemplos de laminados quase-iso



Fonte: (JONES, 2006)

3.1.2.3 cross-ply

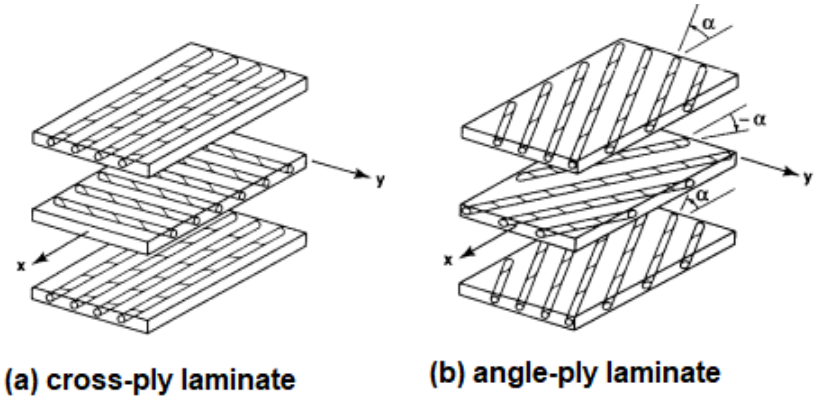
É um tipo de laminado em que suas camadas têm orientações alternadas entre 0° e 90°, análogo ao quase-iso ele também apresenta uma proximidade transversalmente-isotrópicos, uma vez que a alternância de camadas entre 0° e 90° faz com que as fibras do laminado se comportem como se fossem um tecido de trama simétrica. Também é muito utilizado na indústria pela sua facilidade de ser manufaturado. A Figura 36 exemplifica um laminado cross-ply simétrico de 3 camadas de orientação [0/90/0].

3.1.2.4 angle-ply

É um tipo de laminado cujas camadas têm orientações angulares alternadas entre angulações positivas e negativas porém diferentes de 0° e 90°, este tipo de laminado apresenta e uma maior resistência ao cisalhamento, uma maior dificuldade de projeto e uma construção mais complexa. Na Figura 36 pode-se observar também um exemplo de um laminado angle-ply simétrico de 3 camadas

com orientações variando entre α e $-\alpha$. Ele é particularmente bastante utilizado em fuselagens devido a limitações no orientação das fibras do processo de fabricação de *filament winding* geralmente utilizado nessas estruturas.

Figura 36 – Exemplos de laminados cross-ply e angle-ply simétricos com 3 camadas,



Fonte: (JONES, 2006)

3.1.3 Laminados de interesse

Portanto, baseando-se nas diferentes propriedades mecânicas que podem ser apresentadas, foram selecionados 6 laminados de interesse:

- Laminado de orientação pura com 8 camadas à 0°.

  $[0°]_8$;

- Laminado de orientação pura com 8 camadas à 90°.

  $[90°]_8$;

- Laminado quase-iso simétrico de 8 camadas.

  $[0°/90°/45°/-45°]_s$;

- Laminado cross-ply simétrico de 7 camadas.

  [0°/90°/0°/90°/0°/90°/0°];

- Laminado angle ply simétrico de 8 camadas com $\alpha = 60°$.

  $[60°/-60°/60°/-60°]_s$;

- Laminado angle ply antissimétrico de 8 camadas com $\alpha = 60°$ (Também chamado de Double-Double).

  $[60°/-60°/60°/-60°]_a$

3.2 IMPLEMENTAÇÃO NO ANSYS

Foram analisados os comportamentos dos seis diferentes laminados de interesse descritos por meio de simulações utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEM) suportado pelo *software* do *Ansys Mechanical*. Serão relizadas simulações de ensaios de flexão 3-pontos para cada um dos laminados.

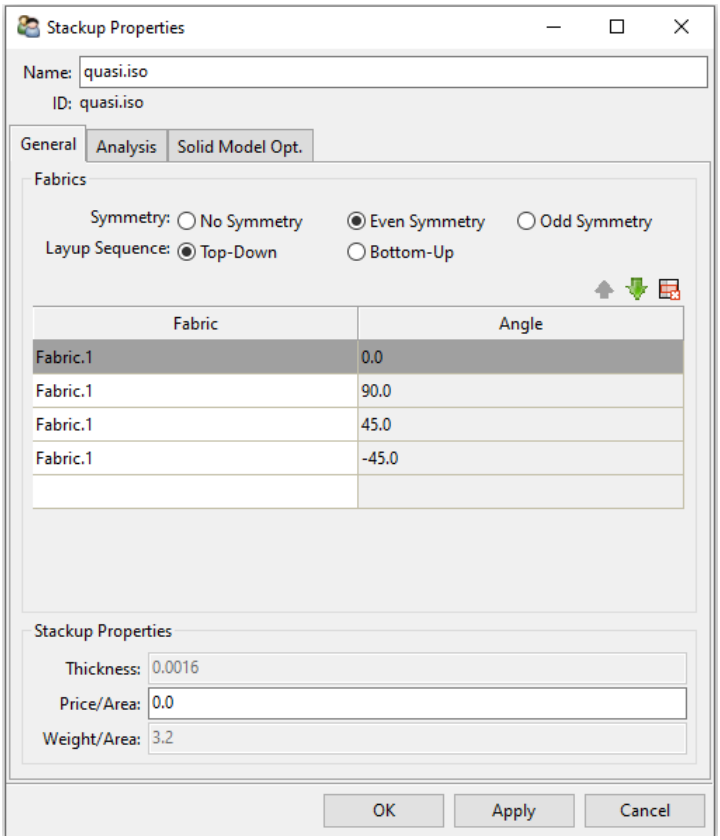
3.2.1 Construção dos Laminados

O primeiro passo para a construção dos laminados foi a escolha do material na biblioteca de acordo com as propriedades desejadas, e como explicitado no capítulo anterior, o material selecionado para a análise no software foi o "Epoxy E-Glass UD".

As dimensões dos corpos de prova dependem do tipo de ensaio a ser realizado, de acordo com as normas ASTM, e foram construídos por meio da ferramenta do *SpaceClaim* presente no Ansys. A espessura do material será definida pelo empilhamento do laminado.

A construção dos laminados foi feita pela ferramenta "ACP-Pré"presente no Ansys, que permite a construção das camadas do material (*fabrics*) e dos laminados (*stackups*) com as orientações e quantidades de camadas desejadas (Figura 37).

Figura 37 – Exemplo de construção do laminado quase-iso utilizando ACP-Pré



Fonte: Ansys

Para os fins de modelagem consideram-se laminados com camadas de mesma espessura. A espessura e o empilhamento de cada corpo de prova laminado pode ser observado na Tabela 2.

Tabela 2 – Espessura e empilhamento dos laminados utilizados na simulação

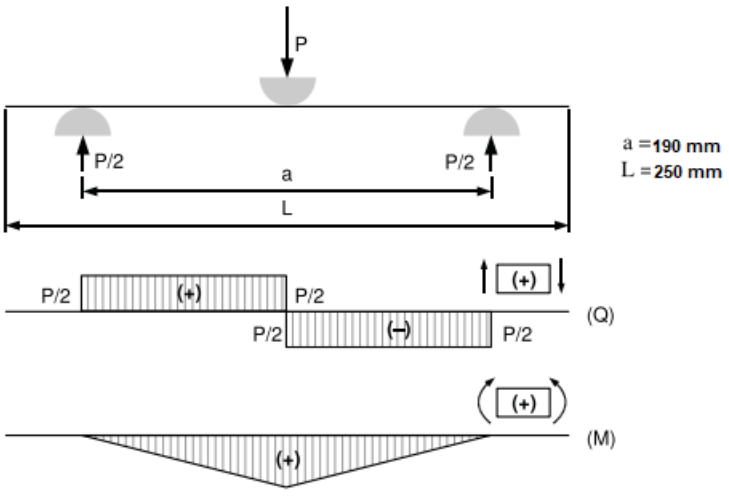
Laminado	Espessura da Lâmina [mm]	Empilhamento	Espessura do Laminado [mm]
0°	0,1	8	0,8
90°	0,1	8	0,8
Cross-ply	0,1	7	0,7
Quase-iso	0,1	8	0,8
Angle-ply	0,1	8	0,8
Double - Double	0,1	8	0,8

Com o laminado construído, ainda no ACP-Pré, devem também ser definidos os eixos (*rosetta*) e orientações de laminação.

3.2.2 Modelo de Flexão 3-pontos

O ensaio da estrutura sob flexão em 3 pontos é modelado pelo modelo de "Explicit Dynamics"presente no Ansys. Os corpos de prova têm 250 mm de comprimento e 20 mm de largura. O ensaio de flexão segue a norma ASTM D3043 17. Na Figura 38 são representados os diagramas de esforços cortantes e momentos fletores sob uma estrutura sob flexão em 3 pontos. Por meio dessa figura pode-se verificar a mudança de magnitude do esforço cortante no ponto de aplicação de carga e que o momento fletor máximo é gerado no ponto de aplicação da carga.

Figura 38 – Comportamento de cargas em um corpo sob flexão pura em 3 pontos



O laminado é suportado por dois apoios distantes de 190 mm entre si, e a carga é aplicada por uma cunha no plano médio entre os apoios na direção z. O corpo de prova foi discretizado em elementos retangulares e de mesmo tamanho, similar ao ensaio anterior.

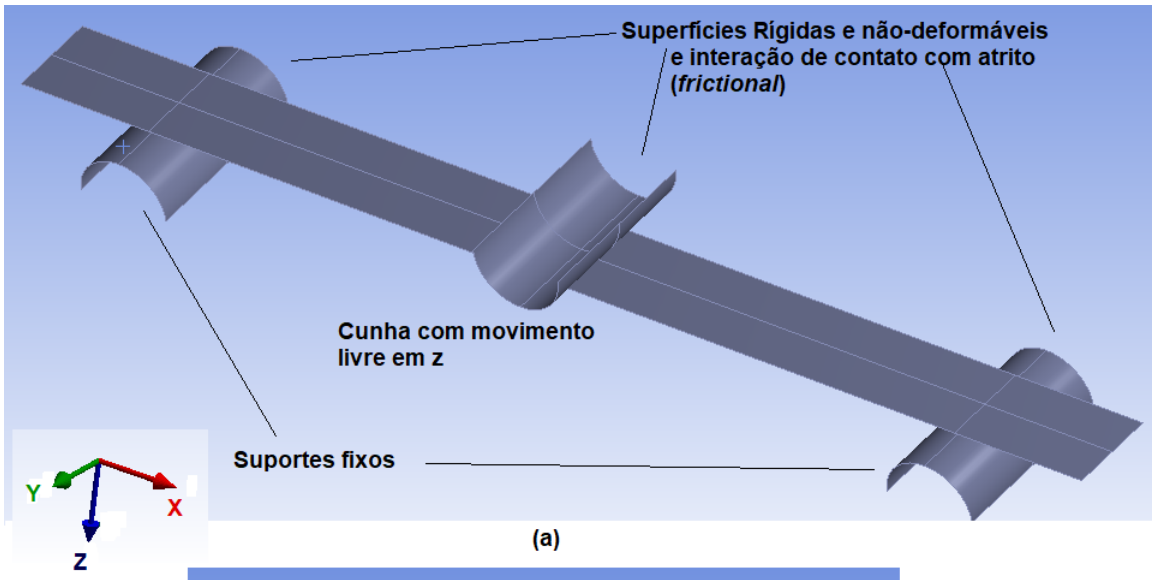
As condições de contorno aplicadas envolvem a restrição de movimento dos dois apoios e a translação do aplicador é restrita apenas ao eixo z. Isso define que as superfícies dos apoios e aplicador

sejam rígidas fazendo com que apenas o laminado seja deformável. O modelo apresenta simetria em relação aos planos xz e yz. A interação entre o laminado e os apoios e aplicador foi modelada como contato com atrito, "*frictional*"no Ansys, com coeficiente de atrito dinâmico de valor 1,5.

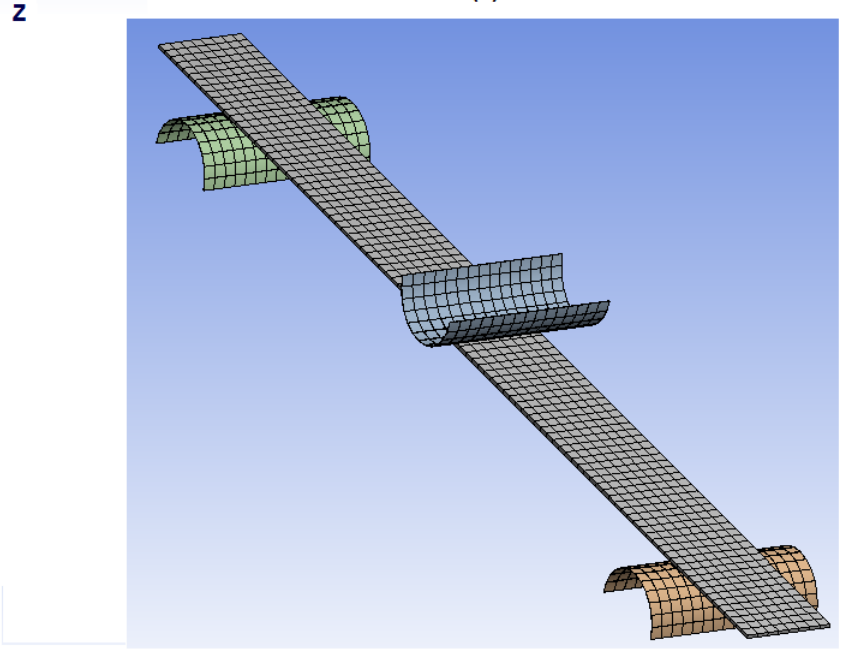
Na simulação foi definida como posicionamento inicial entre o aplicador e o plano médio do laminado uma distância de 1,1 mm, fazendo com que, pela espessura do empilhamento, seja simulada uma situação de contato sem a existência de pré carregamentos sobre a estrutura. O deslocamento do aplicador durante a simulação sobre a superfície que representa o laminado foi de 100 mm na direção z.

O modelo mecânico e de malha estão mostrados na Figura 39

Figura 39 – (a) Condições de contorno para o modelo de flexão. (b) Malha do modelo



(a)



(b)

Fonte: Ansys

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir das simulações de flexão 3-pontos descritas no capítulo anterior e das propriedades do material aplicou-se o modelo de elementos finitos "*Explicit Dynamics* presente no Ansys para cada um dos diferentes laminados.

O setup computacional para o *Explicit Dynamics* definido para todas as simulações está mostrado na Figura 40. Além disso, foi definida a coleta de 50 pontos para compor os resultados de cada simulação. Importante o destaque para o erro máximo de energia definido como 0,1 de modo que a simulação seja interrompida quando a variação de energia de deformação do sistema for maior do que 10% entre um passo de tempo e o seguinte.

Figura 40 – Setup computacional da simulação

Step Controls	
Number Of Steps	1
Current Step Number	1
End Time	0,1
Resume From Cycle	0
Maximum Number of Cycles	1e+07
Maximum Energy Error	0,1
Reference Energy Cycle	0
Initial Time Step	0,1 s
Minimum Time Step	Program Controlled
Maximum Time Step	1,e-004 s
Time Step Safety Factor	0,9
Characteristic Dimension	Diagonals
Automatic Mass Scaling	No

Solver Controls	
Solve Units	mm, mg, ms
Beam Solution Type	Bending
Beam Time Step Safety Factor	0,5
Hex Integration Type	Exact
Shell Sublayers	3
Shell Shear Correction Factor	0,8333
Shell BWC Warp Correction	Yes
Shell Thickness Update	Nodal
Tet Integration	Average Nodal Pressure
Shell Inertia Update	Recompute
Density Update	Program Controlled
Minimum Velocity	1,e-003 mm s^-1
Maximum Velocity	1,e+013 mm s^-1
Radius Cutoff	1,e-003
Minimum Strain Rate Cutoff	1,e-010

Fonte: Ansys

Além das propriedades do material, retiradas da biblioteca do Ansys e mostradas na Tabela 3, na simulação conseguiu-se extrair as constantes de Puck e os fatores de degradação exatos do material por meio da ferramenta "Composite Failure Tool".

Tabela 3 – Propriedades mecânicas do material no Ansys

Propriedade	**Valor**	**Unidade**
E_X	45	GPa
E_Y	10	GPa
E_Z	10	GPa
G_{XY}	5	GPa
G_{YZ}	3,8	GPa
G_{XZ}	5	GPa
ν_{XY}	0,3	
ν_{YZ}	0,4	
ν_{XZ}	0,3	

Fonte: Ansys

Com as constantes e os valores de resistência da Tabela 4. foi possível calcular ${R^A}_{\perp\perp}$, $R_{\perp\parallel}$ e $\tau_{21,c}$.

Tabela 4 – Constantes de Puck do material gerada pelo Ansys

Propriedade	**Valor**	**Unidade**
${R^+}_{\parallel}$	1100	MPa
${R^+}_{\perp}$	35	MPa
${R^-}_{\parallel}$	675	MPa
${R^-}_{\perp}$	120	MPa
${R^+}_{\perp\parallel}$	80	MPa
${p^+}_{\perp\parallel}$	0,325	
${p^-}_{\perp\parallel}$	0,275	
${p^+}_{\perp\perp}$	0,225	
${p^-}_{\perp\perp}$	0,225	
η_r	0,8	
c	0,5	
ξ	0,5	

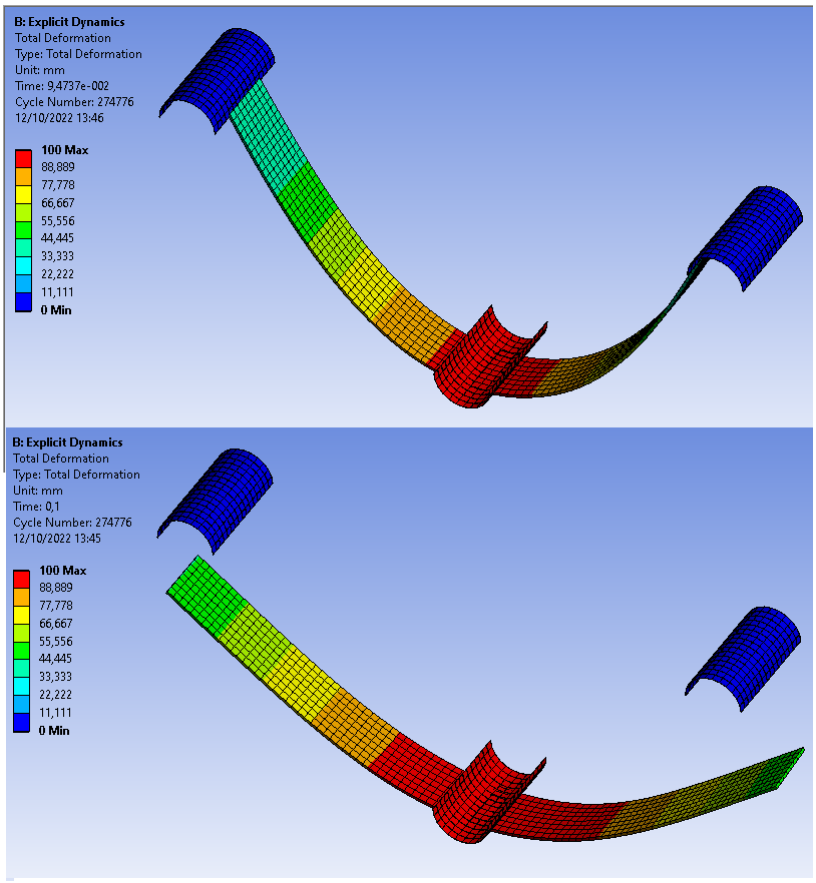
Fonte: Ansys

$$ {R^A}_{\perp\perp} = 49\ MPa $$
$$ R_{\perp\parallel} = 60\ MPa $$
$$ \tau_{21,c} = 72\ MPa $$

Ao rodar a simulação de flexão 3-pontos exatamente da maneira exposta anteriormente e no capítulo anterior não se fez possível observar a quebra completa do material por ULF. Devido ao modelo de atrito aplicado funcionando corretamente, o corpo de prova escapa dos apoios no momento anterior ao máximo deslocamento. Esse fato pode ser observado na Figura 41 e suas implicações poderão ser vistas graficamente nas seções seguintes.

Foram realizadas simulações para cada uma das camadas de cada um dos laminados, e com esses dados foi possível a construção de gráficos de σ_x x ε, σ_y x ε e τ_{xy} x ε para os laminados e observando o comportamento não linear de cada uma das lâminas pôde-se estimar as falhas ocorridas nos corpos de prova e como o mesmo se comporta após cada falha. Nas próximas seções serão analisados os comportamentos de cada um dos laminados individualmente.

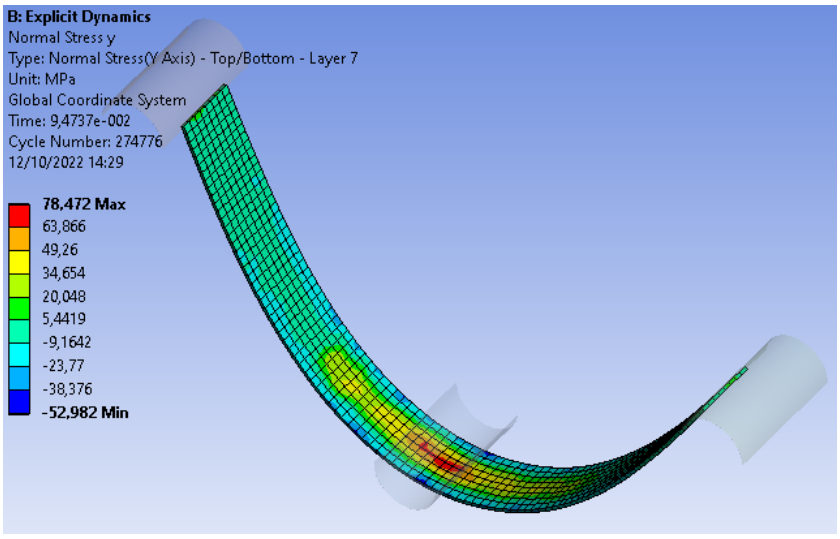
Figura 41 – Momento de escape do corpo dos apoios durante a simulação



Fonte: Ansys

Na Figura 42 podemos observar o resultado da simulação da tensão em Y para a camada 7 [90°] do laminado quase-isotrópico. Tanto a Figura 41 quanto a Figura 42 estão representadas por um fator de escala 1, ou seja, em escala real.

Figura 42 – Simulação da tensão em Y para a camada 7 [90°] do laminado quase-isotrópico

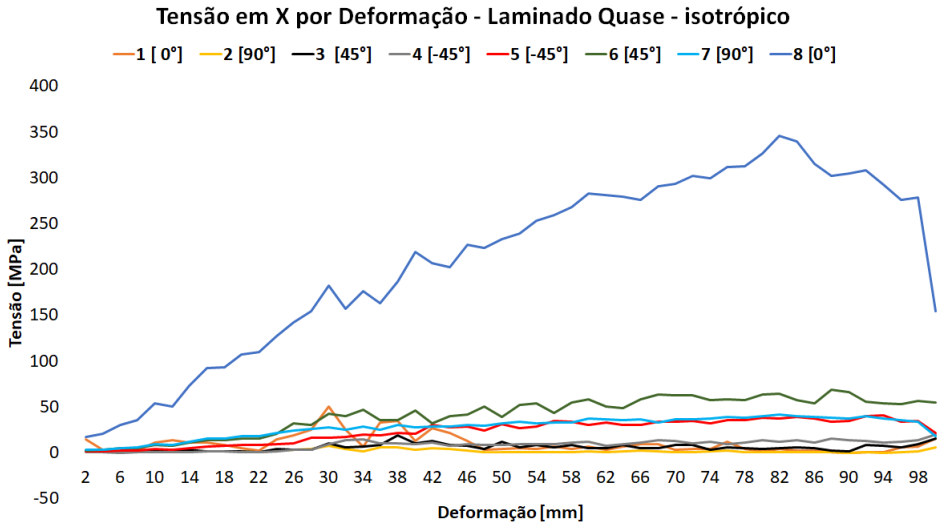


Fonte: Ansys

4.1 LAMINADO QUASE-ISO

O resultado da tensão em x por deformação para o laminado quase-isotrópico é mostrado no gráfico da Figura 43.

Figura 43 – Tensão em X por deformação para o laminado Quase-isotrópico



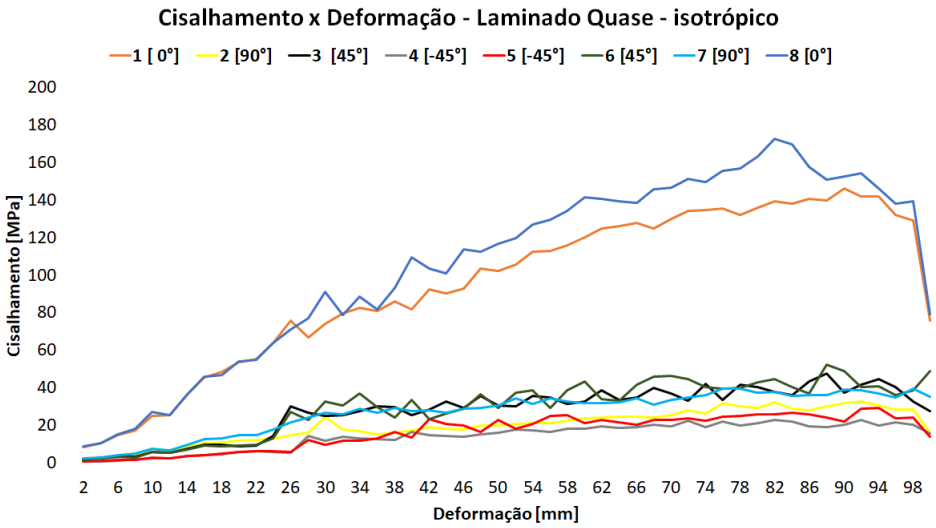
Na Figura 43 a primeira coisa que podemos notar é a diferença de carga suportada pela última camada (8) em relação às demais. Isso ocorre devido à variação de ângulo entre as camadas, da camada 7 para a 8 ocorre uma variação de 90º por exemplo.

Em 82 mm de deformação pode ser observada a inflexão da curva, onde a tensão na 8ª camada começa a cair continuamente, isso pode indicar uma ocorrência de falha nas fibras da camada. Importante notar que a queda abrupta que ocorre à 98 mm não é devido à falha completa do material, e sim devido ao escorregamento do corpo dos apoios.

Outro ponto de atenção é no ponto em torno de 30 mm de deformação onde pode ser identificada a ocorrência de alguma falha ou degradação de matriz devido a uma pequena redistribuição de carga que pode ser verificada com o aumento da carga em tensões mais baixas. A degradação também se da pela ligeira redução do coeficiente angular da curva que pode ser identificada após o evento.

O gráfico de Cisalhamento no plano por deformação pode esclarecer de forma mais simples a ocorrência dessa degradação ocorrida em 30 mm. O cisalhamento ocorre de maneira simétrica em relação ao plano médio dos materiais, ou seja, o cisalhamento na 8ª camada apresenta o mesmo comportamento e intensidade que o da 1ª camada. Na Figura 44 é visível a simetria que ocorre no cisalhamento até o momento de 30 mm que então, após esse evento, o mesmo deixa de ser paralelo e passam a ter magnitudes distintas, isso de seve ao fato que uma das lâminas sofreu algum tipo de dano ou degradação e deixou de apresentar o mesmo comportamento mecânico que a sua correspondente simétrica.

Figura 44 – Cisalhamento por deformação para o laminado Quase-isotrópico



4.2 LAMINADOS ANGLE-PLY E DOUBLE- DOUBLE

Os resultados da tensão em x por deformação para o laminado angle-ply e double-double são mostrados nos gráficos das Figura 45 e Figura 46.

Figura 45 – Tensão em X por deformação para o laminado Angle-ply

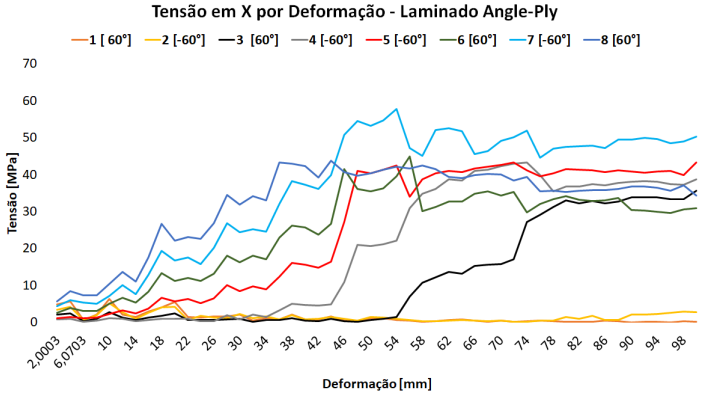
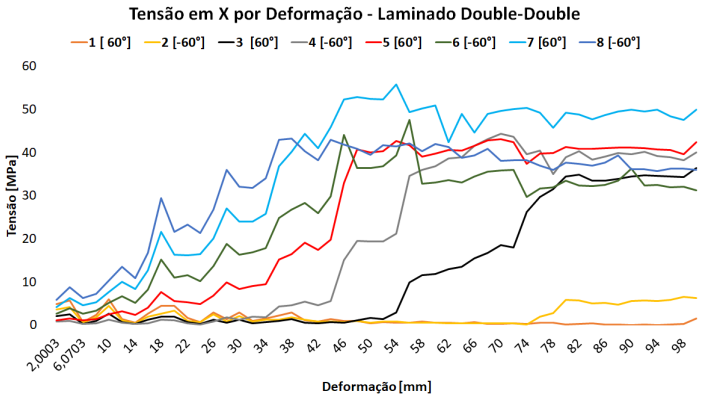


Figura 46 – Tensão em X por deformação para o laminado Double-double



Para estes casos a redistribuição de cargas para as camadas superiores devido à evolução de dano dada por falhas consecutivas é mais perceptível que no caso anterior, pode-se observar no momento de

38 mm de deformação a ocorrência de uma falha na 8ª camada e a redistribuição das cargas para a 4ª camada, que até então não suportava cargas. O mesmo ocorre em 54 mm quando há a redistribuição de cargas para a 3ª camada que também não suportava cargas. As camadas 1 e 2 não sofrem cargas significativas até o ponto da simulação.

Figura 47 – Cisalhamento por deformação para o laminado Angle-ply

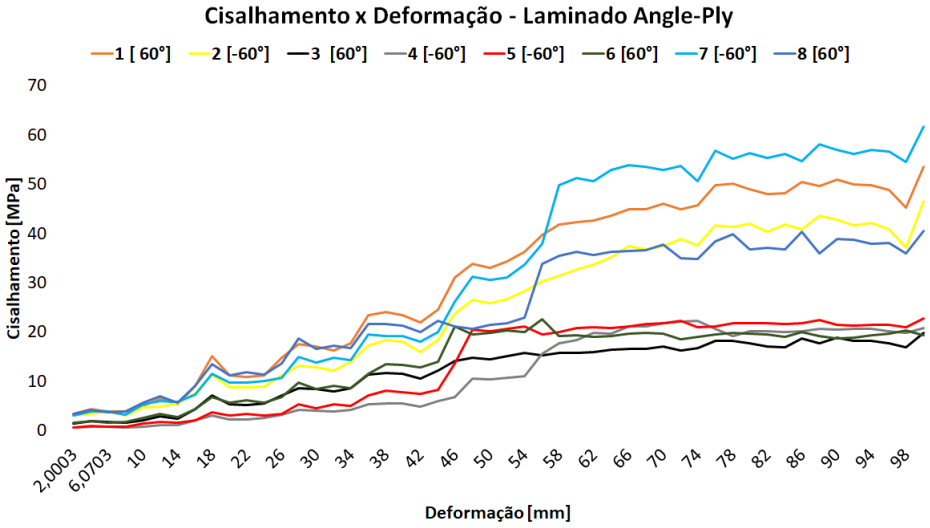
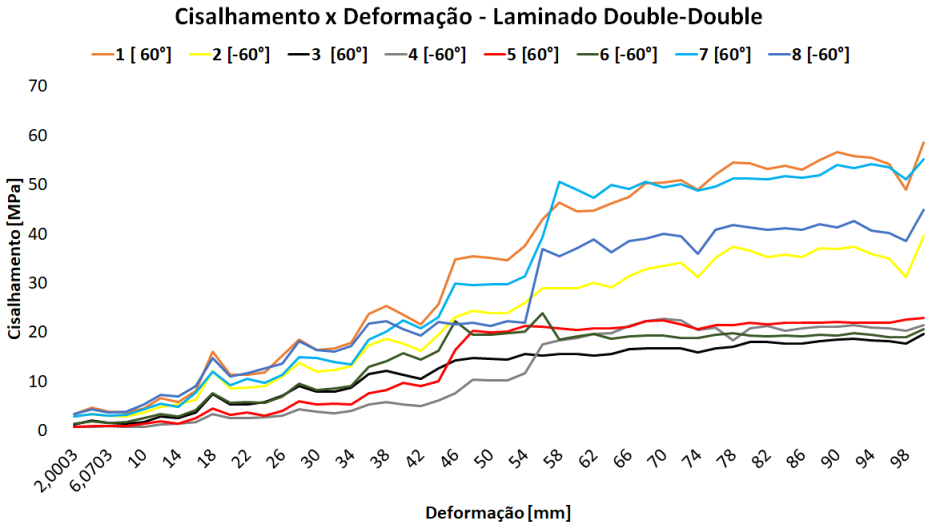


Figura 48 – Cisalhamento por deformação para o laminado Double-double



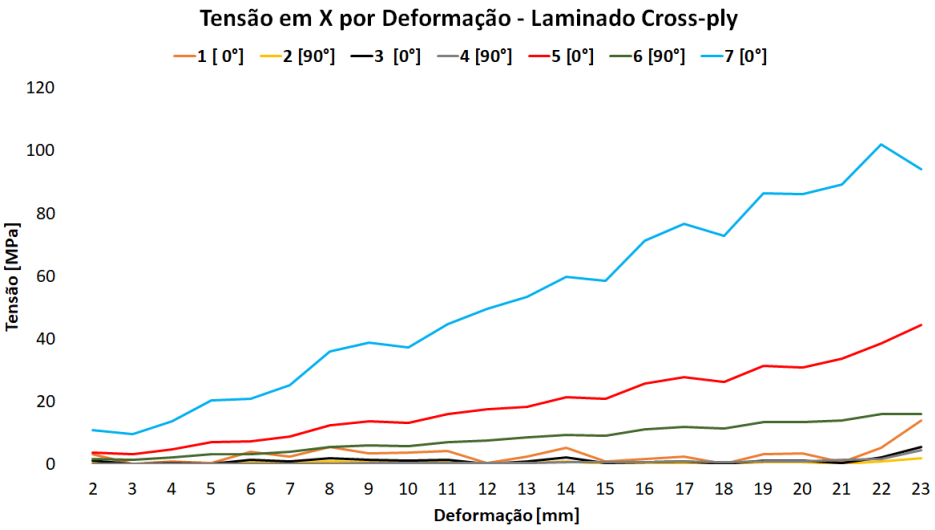
No cisalhamento, das Figura 47 e Figura 48, o mesmo comportamento do laminado quase-iso pode ser observado, a simetria das cargas cortantes até o momento da ocorrência da primeira falha e a discrepância das cargas cortantes após esse momento.

Nestes casos, ambos os laminados apresentam comportamentos muito semelhantes, a diferença entre eles é em sua magnitude de cargas devido à assimetria de construção do laminado double-double em relação ao angle-ply.

4.3 LAMINADO CROSS-PLY

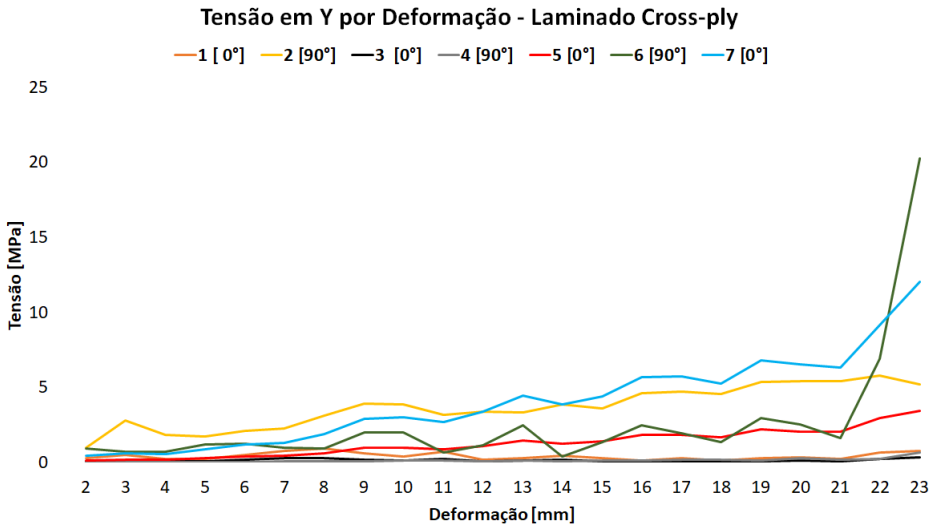
O resultado da tensão em x por deformação para o laminado cross-ply é mostrado no gráfico da Figura 49.

Figura 49 – Tensão em X por deformação para o laminado Cross-ply



Diferentemente dos casos anteriores, a simulação para esse laminado foram interrompidas em 23 mm devido à ocorrência da variação da energia de deformação maior do que 10% entre os passos de tempo. Essa interrupção pode ser explicada por uma falha ocorrida no material, uma vez que temos uma queda na camda 7 e uma elevação de tensão na camada 5. Essa redistribuição não ocorre para a 6ª camada devido a essa camada estar orientada a 90º, ou seja, apresenta uma resistência muito pequena na direção X.

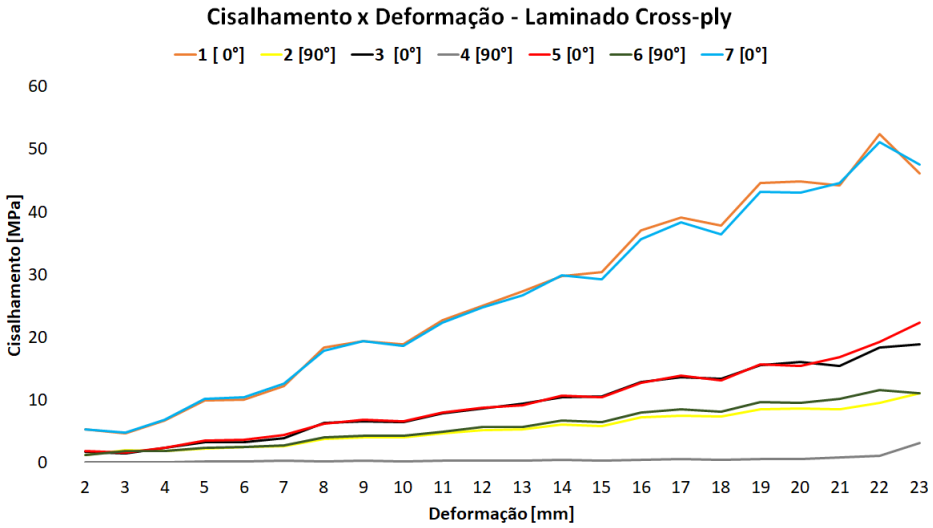
Figura 50 – Tensão em Y por deformação para o laminado Cross-ply



Por outro lado, pode-se observar no gráfico de tensão em y por deformação da Figura 50 uma elevação abrupta da tensão na direção y da 6ª camada em 22 mm, pois é a sua direção de maior resistência. Essa elevação muito abrupta de tensão pode ter sido a causa da interrupção por erro de energia como consequência de uma falha do material.

No gráfico de cisalhamento por deformação da Figura 51 pode-se observar mais claramente a simetria das cargas entre as camadas opostas quando ambas ainda estão integras.

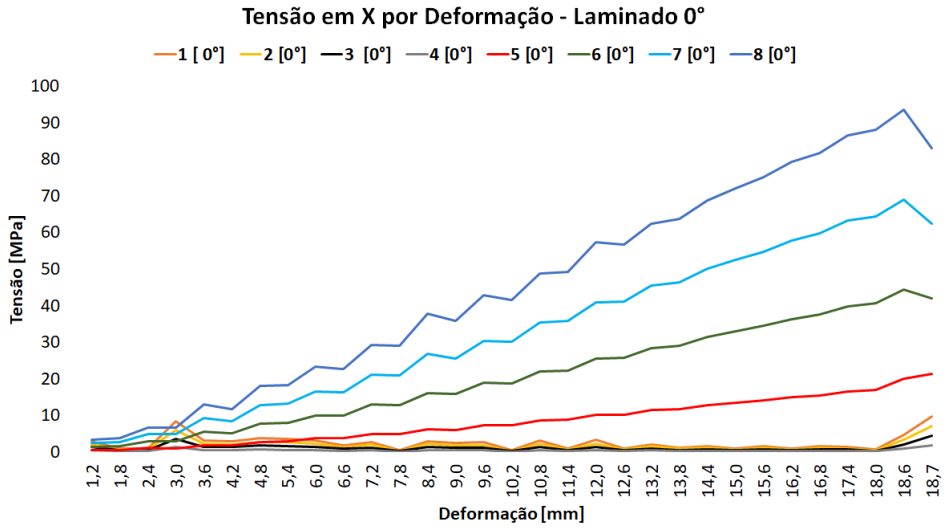
Figura 51 – Cisalhamento por deformação para o laminado Cross-ply



4.4 LAMINADO 0°

O resultado da tensão em x por deformação para o laminado unidirecional a 0º é mostrado no gráfico da Figura 52.

Figura 52 – Tensão em x por deformação para o laminado 0º

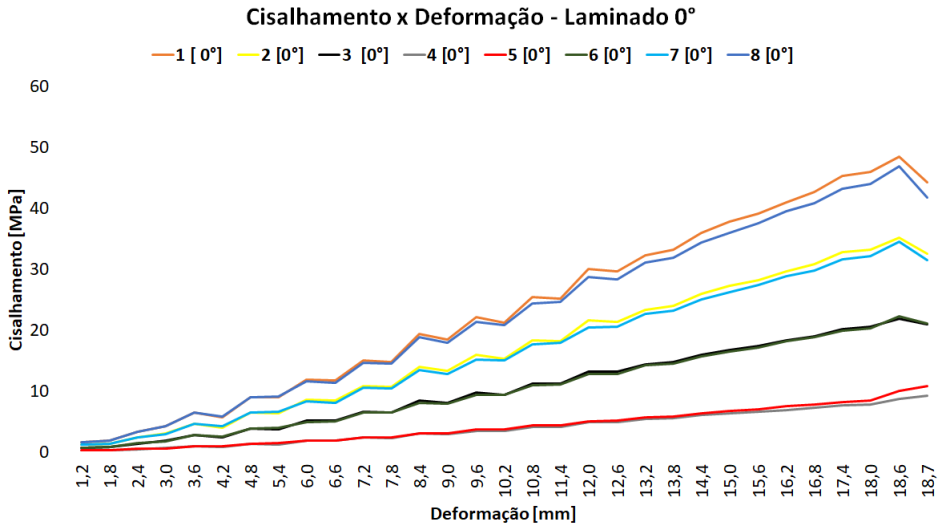


Para esse laminado, pode-se notar a distribuição de cargas proporcionalmente entre as camadas, diferentemente do caso quase-iso, pois agora não há variação de ângulo.

Semelhante à simulação do laminado Cross-ply, a simulação também foi encerrada devido ao erro de energia em 18,7 mm de deformação. Essa variação de energia maior do que 10% pode ser explicada por um efeito dominó de falhas ocorridas nas camadas inferiores no momento da interrupção, o que ocasionou uma redistribuição de cargas caótica pelo material.

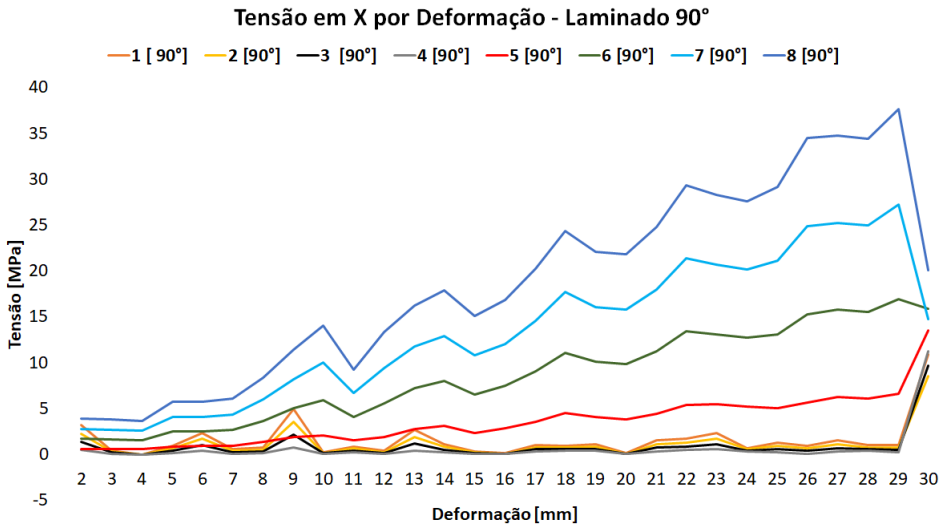
Pode-se notar também que para o laminado à 0º a falha ocorrida foi nas fibras, pois não é possível observar nenhum tipo de degradação por meio dos coeficientes angulares das curvas. Assim como não é possível observar a assimetria no cisalhamento antes da falha.

Figura 53 – Cisalhamento por deformação para o laminado 0º



4.5 LAMINADO 90°

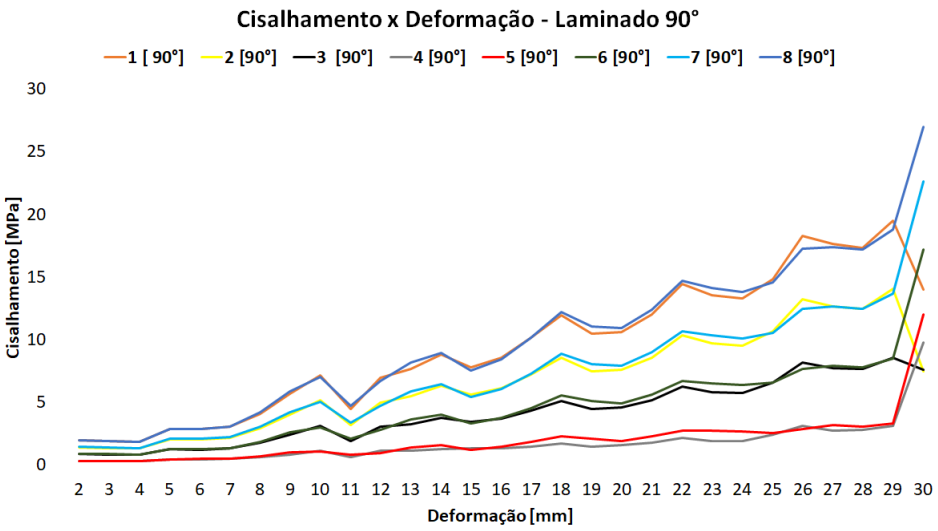
Figura 54 – Tensão em x por deformação para o laminado 90º



O laminado unidirecional a 90º é o menos resistente à tensões no eixo x, o que pode ser observado no momento de interrupção da simulação em que há a ocorrência de falha completa das lâminas 7 e 8 ao mesmo tempo e a redistribuição de cargas para todas as outras camadas, o que ocasiona a elevada variação de energia.

Outro fator que pode ser observado para essa quebra completa é o gráfico de cisalhamento por deformação, onde no momento da falha ocorre a total divergência de cargas entre as camadas simétricas, observada em 30 mm.

Figura 55 – Cisalhamento por deformação para o laminado 90º



Por fim, pôde-se observar das simulações a diferença entre os comportamentos dos diferentes laminado em relação à falha, enquanto os laminados mais simples como os unidirecionais e o cross-ply apresentam respostas caóticas e frágeis à falhas por flexão, os laminados mais complexos e um pouco mais otimizados em relação à respostas mecânicas, como o quase-isotrópico, angle-ply e double-double, conseguiram ter uma resposta mais ordenada e controlada à evolução de dano causada pela mesma flexão.

Para um possível ensaio de tração uniaxial, os laminados unidirecionais orientados longitudinalmente à carga poderiam ser a melhor escolha, por exemplo. Corroborando com a afirmativa de que os laminados podem apresentar diversos comportamentos e respostas dependendo de sua função em projeto, podendo atingir propriedades tão complexas quanto se queira.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho avaliou-se a resposta de um material em relação à análise progressiva de falhas e redistribuição de cargas. Inicialmente, foram introduzidos conceitos sobre materiais compósitos e empilhamento de laminados, como aplicações e mecanismos de falha. Em sequência apresentaram-se as principais relações que definem a análise de tensão e deformação em um laminado e por fim a evolução dos critérios e modelos de falhas que englobam materiais compósitos.

Por meio deste estudo foi possível a coleta de resultados simulados de resposta de diversos laminados à flexão 3-pontos. Os resultados foram obtidos por meio de simulações feitas no modelo de elementos finitos *Explicit Dynamics* disponível no software comercial Ansys. Os resultados então foram analisados a fim de observar-se a progressão de falhas das camadas do material.

As simulações não foram capazes de gerar uma falha completa no laminado (UTF), devido ao modelo de atrito aplicado o corpo de prova foi deformado até que escapasse dos apoios do ensaio. Porém foi possível, em alguns casos, identificar a ocorrência de falhas nas camadas e a redistribuição de cargas para as demais.

Por meio dos resultados, foi possível também a obtenção dos valores exatos para as constantes de Puck e parâmetros de degradação do material estudado.

Houveram dificuldades na simulação quanto ao incremento de tempo e o deslocamento final, que acabaram facilitando a ocorrência de erros de energia maiores do que 10% em 3 dos 6 laminados estudados, 3 esses que eram os laminados de construção mais simples menos otimizada e também menos resistentes à diferentes tipos de carregamentos.

Com os dados gerados por essa simulação e com a ajuda do software do Excel, foram plotados gráficos de cada laminado visando uma melhor visualização e facilidade das análises.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Fourth edition**. Boca Raton, Florida - USA: Taylor & Francis, 2017.

ANGÉLICO, R. A. **Avaliação de modelos de falhas progressivas para estruturas em material compósito**. São Carlos, São Paulo - Brasil: [s.n.], 2009.

CALLISTER, W. D. **Ciencia e Engenharia de Materiais: Uma introducao**. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - Brasil: LTC, 2013.

CARRERA E.; FAZZOLARI, F. C. M. **Thermal Stress Analysis of Beams, Plates and Shells**. [S.l.]: Academic Press, 2017.

DANIEL I.M.; ISHAI, O. **Engineering mechanics of composite materials**. [S.l.]: Oxford University Press, 2006.

GUTKIN R.; PINHO, S. **Review on failure of laminated composites: Experimental perspective and modelling**. London - U.K.: [s.n.], 2010.

HASHIN, Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. **J Appl Mech**, v. 47, p. 329–334, 1980.

JONES, R. M. **Mechanics of Composite Materials**. New York, New York - USA: Taylor & Francis, 2006.

MATZENMILLER A.; LUBLINER, J. T. R. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. ***Mechanics of Materials***, v. 20, p. 125–152, 1995.

NIU, M. C.-Y. **Airframe structural design: Practical design information and data on Aircraft Structures**. Hong Kong: Conmilit Press Ltd., 1998.

PUCK, A. e. a. Guidelines for the determination of the parameters in puck's action plane strength criterion. **Compos Sci Technol**, v. 62, p. 371–378, 2002.

PUCK A.; SCHüRMANN, H. Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. **Compos Sci Technol**, v. 58, p. 1045–1067, 1998.

REDDY, J. N. **Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis**. Boca Raton, Florida - USA: CRC Press, 2004.

SODEN P. D.; KADDOUR, A. H. M. Recomendations for designers and researchers resultim from world-wide failure excercise. **Composites Science and Technology**, v. 64, p. 589–604, 2004.

TALREJA, R. Assessment of the fundamentals of failure theories for composite materials. **Composites Science and Technology**, v. 105, p. 190–201, 2014. ISSN 0266-3538. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353814003765>.

TALREJA, R.; SINGH, C. V. **Damage and failure of Composite Materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

TITA, V. **Contribuição ao estudo de danos e falhas progressivas em estruturas de material compósito polimérico**. São Carlos, São Paulo - Brasil: [s.n.], 2003.

TSAI S.W.; WU, E. A general theory of strength for anisotropic materials. **J Compos Mater**, v. 5, p. 58–80, 1971.

VASILIEV V.V.; MOROZOV, E. **Mechanics and Analysis of Composite Materials**. [S.l.]: Elsevier, 2001.