

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JULIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PAULO NOCERA ALVES JUNIOR

**Gestão de estoque no setor de varejo calçadista: Abordagem
via Análise Multivariada e Teoria do Controle Ótimo**

Bauru

2014

PAULO NOCERA ALVES JUNIOR

**Gestão de estoque no setor de varejo calçadista: Abordagem
via Análise Multivariada e Teoria do Controle Ótimo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Faculdade de Engenharia da UNESP, Campus de Bauru, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Gestão de Operações e Sistemas

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Gladys Dorotea Cacsire Barriga

Bauru

2014

Alves Junior, Paulo Nocera.

Gestão de estoque no setor de varejo calçadista:
Uma abordagem via Análise Multivariada e Teoria do
Controle Ótimo / Paulo Nocera Alves Junior, 2014
105 f.

Orientador: Gladys Dorotea Cacsire Barriga

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2014

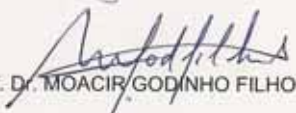
1. Controle de estoque. 2. Análise Multivariada.
3. Teoria do Controle Ótimo. 4. Varejo. 5.
Calçados. I. Universidade Estadual Paulista.
Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE PAULO NOCERA ALVES JUNIOR, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 02 dias do mês de julho do ano de 2014, às 09:30 horas, no(a) Anfiteatro da Seção Técnica de Pós-graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Profa. Dra. GLADYS DOROTEA CACSIRE BARRIGA do(a) Departamento de Engenharia de Produção / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. JOSE DE SOUZA RODRIGUES do(a) Departamento de Engenharia de Produção / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. MOACIR GODINHO FILHO do(a) Departamento de Engenharia de Produção/UFSCar, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de PAULO NOCERA ALVES JUNIOR, intitulado "MODELAGEM, CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DE MODELOS DE CONTROLE DE ESTOQUE NO SETOR DE VAREJO CALÇADISTA". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Profa. Dra. GLADYS DOROTEA CACSIRE BARRIGA


Prof. Dr. JOSE DE SOUZA RODRIGUES


Prof. Dr. MOACIR GODINHO FILHO

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A BANCA EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
PAULO NOCERA ALVES JUNIOR

DE: "MODELAGEM, CARACTERIZAÇÃO E ESTUDO DE MODELOS DE CONTROLE DE ESTOQUE NO
SETOR DE VAREJO CALÇADISTA"

PARA:

Gestão de Estoque no setor de Varejo calçadista;
Avaliação via Análises Multivariadas e
teoria de controle ótimo.

Bauru, 02 de julho de 2014.


Prof.ª Dr.ª **Gladys Dorotea Cacsire Barriga**
Orientadora

DEDICO este trabalho aos meus pais, Paulo e Marisa, que sempre me apoiaram durante todos esses anos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, inicialmente, à Prof.^a Dr.^a Gladys Dorotea Cacsire Barriga, pela orientação;

Ao Prof. Dr. Charbel José Chiappetta Jabbour, pelo auxílio;

Ao Prof. Dr. Antônio Fernando Crepaldi, pela atenção;

Ao Prof. Dr. José de Souza Rodrigues e ao Prof. Dr. Moacir Godinho Filho, pelas contribuições em meu exame de Qualificação;

Aos amigos e familiares, por torcerem por mim;

Aos professores do Departamento de Engenharia de Produção da UNESP de Bauru/SP, pelos ensinamentos;

Aos funcionários da Seção de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia da UNESP de Bauru/SP, pelo apoio concedido;

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho;

Finalmente, à CAPES, pelo apoio financeiro.

Aquilo que não puderes controlar, não ordenes.

Sócrates

RESUMO

Um estoque inadequado pode inviabilizar um negócio, e uma caracterização pode influenciar em seu controle e gestão. O objetivo deste trabalho é avaliar a gestão de estoque do setor de varejo calçadista através do auxílio de técnicas de Análise Multivariada e da Teoria do Controle Ótimo. Foi aplicada a Análise Multivariada com a finalidade de criar índices para caracterizar as lojas de calçados; criar uma função discriminante para avaliar a diferença entre grupos de lojas com e sem excesso de estoque; utilizar esta função para classificar novas lojas nesses grupos; verificar os grupos de lojas e adaptar um modelo de controle de estoque com a Teoria do Controle Ótimo de Sethi e Thompson (2006). Para isso foram utilizados questionários para coletar dados de 30 lojas da região polo do interior do Estado de São Paulo, que foram divididas em grupos. Utilizando análise multivariada o trabalho cria dois índices de segurança através de componentes principais, para caracterizar as lojas e as variáveis mais importantes, e através da análise discriminante cria uma função discriminante linear de Fisher para avaliar diferença significativa entre grupos e classificar as lojas, para que futuras lojas possam ser alocadas aos grupos que tem excesso de estoque ou um nível adequado. Já a Teoria do Controle Ótimo foi utilizada para adaptar um modelo de controle ótimo de estoque para o setor de varejo calçadista. Foi feita uma aplicação com dados reais das 30 lojas para a análise multivariada e de uma loja para o modelo adaptado do setor de varejo calçadista do polo de Franca, e análise de sensibilidade do modelo. Com isso os objetivos foram alcançados e este estudo pode servir de apoio a estudos sobre gerenciamento de estoque e auxiliar à tomada de decisão de lojas do setor, para torná-las mais competitivas.

Palavras-chave: Controle de estoque, Análise Multivariada, Teoria do Controle Ótimo, Análise de Sensibilidade, Calçados.

ABSTRACT

Inappropriate inventory may collapse a business, and a characterization can influence its control and management. The aim of this paper is to evaluate the inventory management of the retail footwear sector through multivariate analysis techniques and the Optimal Control Theory. Techniques of Multivariate Analysis was applied in order to create indexes to characterize the footwear stores, create a discriminant function to evaluate the difference between groups with and without excess inventory and allocate future stores to the groups; verifying the groups of stores; and adapting a model of inventory control with Optimal Control Theory of Sethi and Thompson (2006). Questionnaires were administered to 30 stores at the region of a footwear pole on the state of São Paulo, which were divided into groups. Using multivariate analysis, the paper creates two safety indexes, through principal components, to characterize the footwear stores and the most important variables and, through discriminant analysis, creating a Fisher's linear discriminant function to evaluate a significant difference between the groups, classifying the stores, so future stores can be allocated to the groups with excess inventory or adequate inventory level. The Optimal Control Theory was used to adapt a model of optimal inventory control to the retail footwear sector. An application was made with actual data from 30 stores using multivariate analysis, and a store of the retail footwear sector of the region of Franca using the adapted model, and the sensitivity analysis of the model. The objectives were achieved and this study can support studies on inventory management and assist the decision-making of stores, making them more competitive.

Keywords: Inventory Control, Multivariate Analysis, Optimal Control Theory, Sensitivity Analysis, Footwear.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura da dissertação	20
Figura 2 – Gráfico dos autovalores (Scree-Plot)	55
Figura 3 – Escores da 1ª e 2ª componentes	58
Figura 4 – Dendograma - Método Ward	64
Figura 5 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t .	72
Figura 6 – Gráfico da função objetivo J .	73
Figura 7 – Gráfico da função objetivo J com $I_0=9600$.	73
Figura 8 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $I_0\pm 20\%$.	76
Figura 9 – Gráfico da função objetivo J variando $I_0\pm 20\%$.	76
Figura 10 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $ES\pm 20\%$.	78
Figura 11 – Gráfico da função objetivo J variando $ES\pm 20\%$.	78
Figura 12 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $Ps\pm 20\%$.	80
Figura 13 – Gráfico da função objetivo J variando $Ps\pm 20\%$.	80
Figura 14 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $h\pm 20\%$.	81
Figura 15 – Gráfico da função objetivo J variando $h\pm 20\%$.	82
Figura 16 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $c\pm 20\%$.	83
Figura 17 – Gráfico da função objetivo J variando $c\pm 20\%$.	84
Figura 18 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando grau de 3 a 6	86
Figura 19 – Gráfico da função objetivo J variando grau de 3 a 6	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Descrição de funções, variáveis e parâmetros	51
Tabela 2 – Medidas resumo dos dados coletados	53
Tabela 3 – Correlação entre variáveis	54
Tabela 4 – Autovalores, variância explicada e % acumulada	55
Tabela 5 – Correlação entre componentes principais e variáveis	57
Tabela 6 – Medidas resumo do grupo G1	60
Tabela 7 – Medidas resumo do grupo G2	60
Tabela 8 – Média dos grupos e ponto médio	61
Tabela 9 – Verificação da hipótese de diferença significativa entre as médias dos grupos	62
Tabela 10 – Resultados da classificação	63
Tabela 11 – Medidas resumo do grupo G1 da Análise de Agrupamentos	64
Tabela 12 – Medidas resumo do grupo G2 da Análise de Agrupamentos	65
Tabela 13 – Estoques de Segurança médio e calculados	66
Tabela 14 – Variações nas funções, variando o parâmetro I_0 em $\pm 20\%$	75
Tabela 15 – Variações nas funções, variando o parâmetro ES em $\pm 20\%$	77
Tabela 16 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro Ps	79
Tabela 17 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro h	81
Tabela 18 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro c	83
Tabela 19 – Variações nas funções, variando o grau do polinômio da previsão	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DcteLTv	Demanda constante e lead time variando
DvLTv1	Demanda variando e lead time variando (segundo Brown)
DvLTv2	Demanda variando e lead time variando (segundo Eppen e Martin)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. PROBLEMA DE PESQUISA	17
1.2 OBJETIVOS	18
1.3. JUSTIFICATIVA.....	18
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1. REFERENCIAL TEÓRICO BÁSICO	22
2.1.1. Gestão de estoque	22
2.1.1.1. Custos.....	24
2.1.1.2. Estoque de segurança	24
2.1.1.3. Elementos do controle de estoque	26
2.1.2. Gestão de demanda	28
2.1.2.1. Previsão de demanda.....	28
2.1.3. Controle ótimo.....	34
2.1.4. Análise multivariada	35
2.1.4.1. Análise de componentes principais.....	35
2.1.4.2. Análise discriminante.....	37
2.1.4.3. Análise de agrupamentos	39
2.2. REVISÃO DE LITERATURA	40
2.2.1. Gestão de estoque	40
2.2.2. Controle ótimo.....	42
2.2.3. Análise Multivariada	44
3. MÉTODO DE PESQUISA.....	46
4. RESULTADOS	53
4.1. ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS	53

4.2. ANÁLISE DISCRIMINANTE	59
4.3. ANÁLISE DE AGRUPAMENTOS	63
4.4. ESTOQUE DE SEGURANÇA.....	66
4.4. CONTROLE ÓTIMO.....	67
4.4.1. Aplicação no setor calçadista	70
4.4.2. Análise de sensibilidade.....	74
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	88
REFERÊNCIAS.....	91
APÊNDICES.....	97
APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO	97
APÊNDICE B: SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO.....	98
APÊNDICE C: MOVIMENTO BROWNIANO	104
APÊNDICE D: DEMONSTRAÇÃO DO DESVIO PADRÃO DA DEMANDA DURANTE O LEAD TIME PARA ESTOQUE DE SEGURANÇA.....	107

1. INTRODUÇÃO

Modelos de controle de estoque podem ser utilizados no auxílio à tomada de decisão, como, por exemplo, na determinação de quanto pedir, produzir, estocar, entre outras.

A tomada de decisão envolve um grande número de fatores que nem sempre tem um mesmo valor na hora da escolha, podendo fazer com que variáveis de grande influência não sejam identificadas quando a decisão é tomada apenas de forma intuitiva (VICINI, 2005), então é necessário utilizar ferramentas, métodos, conceito e desenvolver modelos que tornem o processo decisório mais racional e com maiores chances de sucesso.

A ferramenta estatística de análise Multivariada pode ser utilizada para tratar as amostras de dados em grupos, ao invés de utilizar os dados como um único grupo, pois assim os dados ficam mais representativos e menos dispersos, ou seja, com melhor qualidade (MOORI; MARCONDES; ÁVILA, 2002).

Já a Teoria do Controle Ótimo, que serve para otimizar o controle de sistemas dinâmicos (SETHI; THOMPSON, 2006), consiste, basicamente, em minimizar uma função objetivo, que geralmente é a soma dos custos quadráticos em um sistema linear de controle de estoque (BERTSEKAS, 2005).

Um estoque inadequado pode inviabilizar um negócio, pois uma manutenção de estoque superestimada incorre em custos altos, que podem facilmente superar a margem de lucro do comerciante. Por exemplo: calçados femininos, por serem produtos de moda, podem ser considerados como se fossem produtos perecíveis, já que a cada coleção (primavera-verão e outono-inverno) o comerciante deve desfazer-se de todo o estoque, diminuindo o lucro. (ZAPAROLLI, 2009).

No Brasil, o mercado de calçados tem um papel importante e o segmento conta com mais de cinco mil indústrias instaladas em quatro polos nacionais: Vale dos Sinos do Rio Grande do Sul, interior de São Paulo, Ceará e Bahia (SOUSA, 2008).

Os polos calçadistas do interior do Estado de São Paulo estão concentrados, principalmente, nas cidades de Franca, Jaú e Birigui, conhecidas, como as capitais dos calçados masculinos, femininos e infantis, respectivamente.

A produção nacional beneficia o setor varejista, mas, embora “contar com a projeção de uma marca forte, produtos exclusivos e realizar um bom atendimento sejam fatores importantes” (ZAPAROLLI, 2009), isso não garante o sucesso no varejo de calçados, pois o gerenciamento adequado do estoque também é fundamental (ZAPAROLLI, 2009).

1.1. PROBLEMA DE PESQUISA

Quando comparado com o setor industrial, o setor varejista no Brasil teve o desenvolvimento tardio de seus métodos de gestão de estoques (SUCUPIRA, 2003), que são importantes para ter maiores lucros e menores custos, mas para isso é necessário saber como controlá-los.

Segundo Passos (2010), é comum no setor varejista o uso do conceito de revisão periódica em modelos de controle de estoque (com um período de apuração de até 3 meses, diminuindo a confiabilidade do sistema em relação à revisão contínua), que, segundo Godinho Filho e Fernandes (2010), aumenta o estoque médio, sendo conveniente para itens baratos e que não tem impacto significativo sobre o custo de manutenção de estoque.

No setor varejista também é comum, segundo Sucupira (2003), o uso do conceito de lote econômico para calcular a quantidade a pedir, que, assim como Godinho Filho e Fernandes (2010), faz críticas comentando a sua perda de relevância.

Segundo Ignaciuk (2013), a globalização do Mercado e o aumento da diversidade de produtos aumentaram a incerteza e a variabilidade da demanda, tornando-se mais difícil construir um plano eficiente de ressuprimento de estoque, e as distâncias, operando em grandes áreas, aumentam o lead time. Uma possível solução é olhar para esses problemas da perspectiva dos sistemas dinâmicos e da teoria do controle ótimo.

Segundo Kouvelis e Gutierrez (1997), do ponto de vista de gestão de produção, a diferença de tempo entre as estações de vendas no ano em um mercado global de “bens de estilo”, como por exemplo, é o caso de calçados, é uma oportunidade a ser explorada para aumentar a rentabilidade, e esta situação pode ser modelada com a Teoria do Controle Ótimo.

Em se tratando de modelos de controle ótimo no setor calçadista, foi encontrado apenas o artigo de Kouvelis e Gutierrez (1997), que trata de um problema de pesquisa operacional chamado de “newsvendor”, mas no mercado global e com uma abordagem via

teoria do controle ótimo. No varejo, segundo Passos (2010), é oportuna a elaboração de um modelo de gestão e controle de estoque para este setor.

Com esse entendimento, neste trabalho foi feita a seguinte questão:

Como avaliar a gestão de estoque do setor de varejo calçadista através da Análise Multivariada e da Teoria de Controle Ótimo, para auxiliar a tomada de decisão das lojas do setor, para aumentar o lucro, reduzir os custos e torná-las mais competitivas?

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo geral avaliar a gestão de estoque do setor de varejo calçadista através do auxílio de técnicas de Análise Multivariada e da Teoria do Controle Ótimo.

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Criar índices através de Componentes Principais para caracterizar as lojas de calçados;
- Criar uma função discriminante através de Análise Discriminante para avaliar a diferença entre grupos de lojas com e sem excesso de estoque e utilizar estas funções para classificar novas lojas nesses grupos;
- Considerar Análise de Agrupamentos para verificar os grupos de lojas;
- Adaptar um modelo de controle ótimo.

1.3. JUSTIFICATIVA

Este trabalho pode servir de apoio a estudos sobre gerenciamento de estoque, auxiliar à tomada de decisão de lojas, tanto no sentido de diminuir o risco da falta de estoque, quanto para que um gerenciamento visando a proteção das vendas, não venha a impactar no excesso de estoque e não incorrer em custos e torná-las mais competitivas.

Segundo Aguiar e Sampaio (2013) poucos estudos sobre falta de estoque foram realizados no Brasil, mas essa ruptura de estoque é reconhecida como sendo um problema

crítico no varejo, pois isso distorce a previsão de demanda, aumentando os erros que resultam em perdas de receita e investimentos exagerados em estoque.

Diversos modelos de controle de estoque foram desenvolvidos por outros pesquisadores e utilizados por setores industriais nas últimas décadas a fim de avaliar os estoques utilizando diferentes técnicas e conceitos estatísticos. Poucos trabalhos mostram a aplicação de Análise multivariada em controle de estoque. A utilização de Análise de Agrupamentos pode ser encontrada no trabalho de Moori, Marcondes e Ávila (2002), e de Componentes Principais no trabalho de Thornhill e Naim (2006).

Outros modelos utilizam o lote econômico como uma razoável aproximação, ou até mesmo otimização, da quantidade a pedir ou produzir, mas o lote econômico será ótimo apenas quando algumas premissas forem satisfeitas, como, por exemplo, a demanda ser constante e não existir incertezas quanto ao *lead time* (RITZMAN E KRAJEWSKI, 2007). Além dessas restrições, Godinho Filho e Fernandes (2010) criticam o lote econômico, pois ele sempre leva a estoque remanescente e não balanceia o fluxo.

Em complemento às técnicas estatísticas multivariadas aplicadas em controle de estoque, pode-se utilizar a teoria de controle ótimo. “A teoria do controle ótimo estocástico lida com problemas envolvendo decisões dinâmicas sob incertezas” (SILVA FILHO, 2000), e esta teoria pode ser aplicada aos modelos de controle de estoque, para otimizar esse sistema dinâmico (por exemplo: minimizando os custos associados a ele) e auxiliar a tomada de decisão nas empresas. A teoria do controle ótimo tem sido bem estabelecida nas indústrias como um método de modelagem de controle de estoque, como pode ser observado nos trabalhos de: Ceryan, Duenyas e Koren (2012), Federgruen e Zheng (1992), Hwang e Koh (1992), Lahmar e Kulkarni (2006), Lototskii e Mandel (1979), Sana (2010) e Sethi e Thompson (2006).

Já as aplicações de controle ótimo envolvendo o setor de varejo são poucas, e podem ser encontrado nos trabalhos de Chen (2010), Chen e Samroengraja (2000), Fujiwara, Soewandi e Sedarage (1997), Jorgensen e Kort (2002), Tang, Xu e Zhou (2007), Xu, Yao e Zheng (2011) e Zhang e Lv (2008).

O único trabalho encontrado sobre a aplicação da Teoria do Controle Ótimo especificamente no setor calçadista foi o trabalho de Kouvelis e Gutierrez (1997). No presente trabalho, o modelo adaptado é diferente do modelo do artigo dos autores principalmente quanto à modelagem das funções demanda, custo e objetivo.

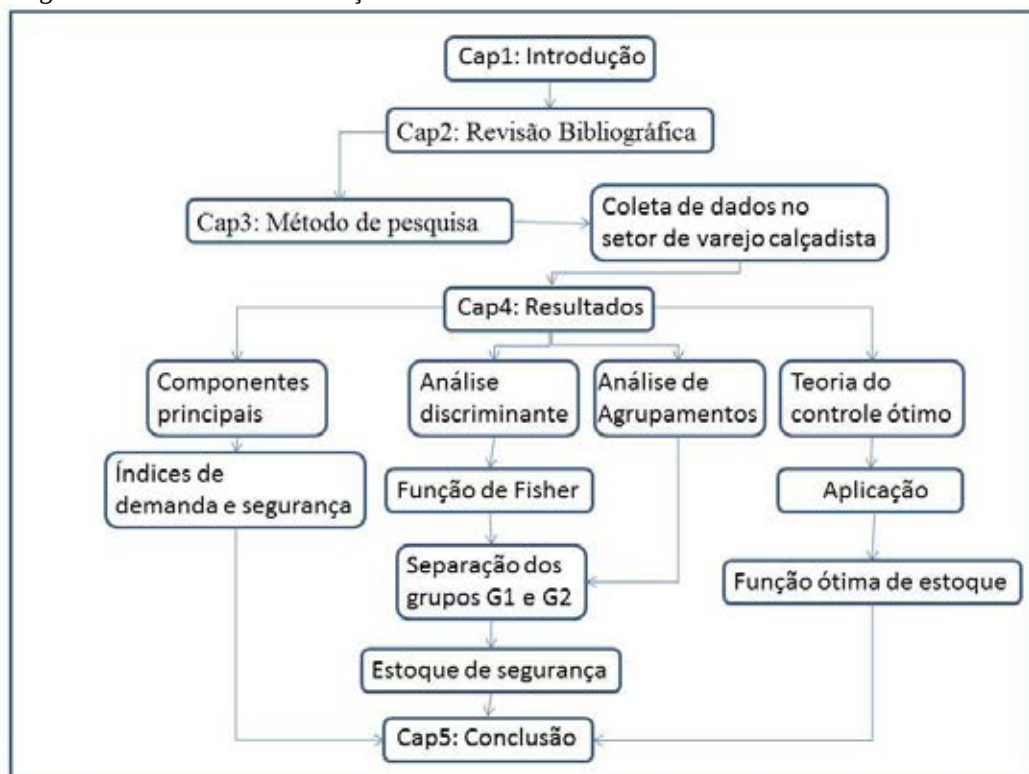
Assim, a proposta desse trabalho consiste em utilizar Análise multivariada para desenvolver modelos de componentes principais, discriminantes e agrupamentos, identificar as variáveis mais importantes, criar índices, classificar as lojas, criar uma função discriminante e verificar os agrupamentos de lojas; e a Teoria do Controle Ótimo para desenvolver o modelo de controle de ótimo estoque e obter funções dinâmicas ótimas de quantidade a pedir e nível de estoque a se manter.

Com isso, esta pesquisa pode ser justificada devido ao fato de que “a decisão de qual modelo será utilizado pode tornar-se um diferencial na busca pela redução de custos” (ROSA; MAYERLE; GONÇALVES, 2010, p. 636).

1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está estruturado conforme a Figura 1:

Figura 1 – Estrutura da dissertação



Fonte: Elaborado pelo autor

O capítulo 2 trata da revisão bibliográfica, onde são apresentados os conceitos de gestão de estoque, gestão de demanda, controle ótimo e análise multivariada;

O capítulo 3 descreve a metodologia de pesquisa;

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos;

Por fim, o capítulo 5 apresenta as considerações finais.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo traz tópicos relativos à Gestão e controle de estoque, que é o tema central deste trabalho; Gestão e previsão de demanda, que será utilizada para se obter a função de demanda prevista no modelo de controle ótimo; Teoria de Controle ótimo, para se obter as funções dinâmicas ótimas de pedido e estoque; e Análise Multivariada, para determinar os modelos de componentes principais, para identificar as variáveis mais importantes e criar os índices para avaliar se a loja consegue atender a demanda com segurança, e de análise discriminante, para classificar as lojas nos grupos de lojas com e sem excesso de estoque, além da Análise de Agrupamentos.

Os artigos recentes de cada sessão deste capítulo foram pesquisados a fim de se saber o estado da arte de cada tema, mesmo que fora do setor de varejo calçadista, pois existem poucos trabalhos sobre modelos de controle de estoque no setor calçadista, teoria do controle ótimo de estoque no varejo ou que relacionem análise multivariada e controle de estoque.

2.1. REFERENCIAL TEÓRICO BÁSICO

Esta sessão traz o referencial teórico básico sobre tópicos relativos à Gestão e controle de estoque; Gestão e previsão de demanda; Teoria do Controle ótimo; e Análise Multivariada.

2.1.1. Gestão de estoque

“Estoques são itens guardados por um tempo para posterior consumo dos clientes internos ou externos, ou seja, um *buffer* (pulmão) entre o suprimento e a demanda” (GODINHO FILHO; FERNANDES, 2010, p. 163) e existirão sempre que houver uma diferença entre a taxa de fornecimento e a de demanda, sendo que, quando a taxa de fornecimento for maior do que a de demanda, haverá um aumento do estoque; quando for menor, o estoque diminuirá (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2008).

Segundo Hobbs, “um estoque é justificado se você, ao desfazer-se dele, tiver de perder dinheiro” (HOBBS, 1976, p. 15), mas também é conveniente tentar minimizar os níveis de estoque e, conseqüentemente, os custos (ALVES JUNIOR, 2011).

Para fazer a gestão de estoque, segundo Fiorioli (2002), é importante levar algumas questões em consideração, como:

- A frequência de avaliação dos estoques;
- A quantidade que deve ser pedida;
- O momento em que deve ser pedido.

O controle de estoque feito através de um sistema de revisão contínua consiste em verificar o nível de estoque restante sempre que houver saída de material do estoque, para então, caso o nível de estoque atinja o ponto de ressuprimento, repor uma determinada quantidade de material (CORREA, GIANESI e CAON, 2009).

Já a revisão periódica consiste em verificar o nível de estoque periodicamente, e determinar a quantidade a ser repostada para que o estoque atinja um nível máximo predeterminado (CORREA, GIANESI e CAON, 2009).

Segundo Godinho Filho e Fernandes (2010), é conveniente usar o sistema de revisão periódica para itens baratos, pois não há impacto significativo sobre o custo de manutenção de estoque.

Estudos recentes sobre gestão de estoque envolvem critérios de sustentabilidade, como pode ser visto em Bouchery et al. (2012), controle de estoque no setor de varejo e ambiente online, como pode ser visto em Arreola, Leng e Parlar (2012), análise do impacto na cadeia de suprimentos utilizando correlação canônica, como pode ser visto em Chaharsooghi e Heydari (2010), e várias aplicações de controle ótimo, como pode ser visto em Ignaciuk e Bartoszewicz (2012), que estuda o controle ótimo de estoque de produtos que podem ser considerados perecíveis em sistemas de revisão periódica, e Kebli e Feng (2012), que fizeram um estudo sobre controle ótimo de estoque em um sistema de montagem sob encomenda (Make To Assembly), mas com componentes para estoque (Make To Stock), e Oliva (2005), que também considera os custos de transporte para a decisão de quanto comprar para estocar.

2.1.1.1. Custos

Conforme Ching (1999), Pozo (2004) e Ballou (2006 *apud* ALMEIDA, 2007), a função mais importante do controle de estoque é a administração dos níveis de estoques, sendo que os tipos principais de custos são:

- Custo de pedido: também chamado de custo de aquisição ou fixo, é o preço do processamento de um pedido, incluindo o transporte e a conferência.
- Custo de manutenção de estoque: é a combinação dos custos envolvidos na manutenção do material em estoque (custo de oportunidade, operação, ocupação e obsolescência):

$$C_e = C * i \quad (1)$$

Onde: C_e é o Custo de manutenção de estoque; C é o Custo unitário do produto; e i é a Taxa de manutenção de estoque durante um período.

- Custo de falta: são os custos ocorridos quando houver falta de estoque, como os custos por perda de vendas, multas, ociosidade, entre outros:

$$C_{falta} = C * f \quad (2)$$

Onde: C_{falta} é o Custo de falta; C é o Custo unitário do produto; e f é a Taxa de falta durante um período.

- Custo total: é a soma de todos os custos.

De acordo com Almeida (2007), como há um alto custo associado a estoques, é economicamente viável administrá-los. Assim, é economicamente viável administrá-los para tentar minimizar os custos associados ao pedido e à sua manutenção, e um estoque de segurança pode ser incorporado para que não falem itens e não incorra em custos de falta.

2.1.1.2. Estoque de segurança

Existem vários tipos de modelos de controle de estoque considerados por vários autores, mas alguns apenas possuem nomes diferentes com a mesma formulação, por exemplo, o que Hobbs (1976) chama de estoque para greves o que autores mais recentes, por

exemplo, Pozo (2004) e Correa, Giansesi e Caon (2009), chamam de estoque de segurança (ALVES JUNIOR, 2011).

Em vários trabalhos, ao considerar um modelo estocástico, assume-se que a demanda segue uma distribuição normal, ou uma aproximação de uma curva normal.

Segundo Correa, Giansesi e Caon (2009), o estoque de segurança pode ser calculado de forma mais geral utilizando uma abordagem probabilística.

- Estoque de segurança (abordagem probabilística):

$$ES = FS * \sigma_{DduranteLT} \quad (3)$$

Onde: ES é o estoque de segurança; FS é o fator de segurança (em função do nível de serviço); e $\sigma_{DduranteLT}$ é o desvio-padrão da demanda durante o *lead time*, que pode ser modelado de várias maneiras diferentes.

O FS é calculado, em função do nível de serviço, com base na distribuição normal de probabilidade.

O desvio-padrão da demanda durante o período do lead time ($\sigma_{DduranteLT}$) pode ser calculado, segundo Correa, Giansesi e Caon (2009), das seguintes formas:

- Desvio-padrão da demanda durante o lead time com variação tanto da demanda quanto do lead time (probabilidade conjunta):

$$\sigma_{DduranteLT} = \sqrt{\sigma_D^2 * \sigma_{LT}^2 + D^2 * \sigma_{LT}^2 + LT^2 * \sigma_D^2} \quad (3.1)$$

- Desvio-padrão da demanda durante o lead time com variação tanto da demanda quanto do lead time (movimento browniano):

$$\sigma_{DduranteLT} = \sqrt{D^2 * \sigma_{LT}^2 + LT * \sigma_D^2} \quad (3.2)$$

- Desvio-padrão da demanda durante o lead time com variação da demanda e lead time constante, ou seja, $\sigma_{LT} = 0$:

$$\sigma_{DduranteLT} = \sigma_D * \sqrt{LT} \quad (3.3)$$

- Desvio-padrão da demanda durante o lead time com demanda constante e variação do lead time, ou seja, $\sigma_D = 0$:

$$\sigma_{DduranteLT} = \sigma_{LT} * D \quad (3.4)$$

Onde: $\sigma_{DduranteLT}$ é o desvio-padrão da demanda durante o lead time; D é a Demanda média; σ_{LT} é o desvio-padrão do lead time; LT é o lead time de ressuprimento; σ_D é o desvio-padrão da demanda.

As demonstrações das equações do desvio-padrão da demanda durante o período do lead time ($\sigma_{DduranteLT}$) estão no Apêndice D.

2.1.1.3. Elementos do controle de estoque

Segundo Hobbs (1976), um suprimento é entregue em resposta a uma ordem. Tanto para quantidade de reposição quanto para estoque de segurança, devem-se levar em consideração alguns fatores, como, por exemplo, o risco de falta e a possibilidade de deterioração do material estocado.

Segundo Correa, Giansi e Caon (2009), modelos de controle de estoque podem conter os elementos descritos a seguir:

- Lote Econômico de Compra: é a quantidade comprada para ressuprir o estoque de maneira econômica.

$$LEC = \sqrt{\frac{2 * DA * Cf}{Ce}} \quad (4)$$

Onde: LEC é o Lote Econômico de Compra; DA é a Demanda anual; Cf é o Custo de pedido; e Ce é o Custo de manutenção de estoque.

- Quantidade a pedir em modelos de revisão periódica: é a quantidade comprada para ressuprir o estoque de maneira a atingir um nível máximo de estoque em modelos de revisão periódica.

$$Q = M - (E + QP) \quad (5)$$

Onde: Q é a Quantidade a pedir; M é o Estoque máximo; E é o Estoque presente; e QP é a Quantidade pendente.

- Estoque máximo: nível máximo de estoque (usado na revisão periódica).

$$M = D * (P + LT) + ES \quad (6)$$

Onde: M é o Estoque máximo; D é a Demanda; P é o Período de revisão; LT é o *lead time*; e ES é o estoque de segurança.

- Ponto de ressuprimento: é o nível de estoque que determina quando será comprada ou produzida uma certa quantidade para ressuprir o estoque (essa fórmula coincide com o chamado, por Zipkin (2000), de nível ótimo de estoque base para uma aproximação normal, sendo que este estoque base também depende do estoque de segurança e do fator de segurança).

$$PR = D * LT + ES \quad (7)$$

Onde: PR é o ponto de ressuprimento; D é a demanda média; LT é o *lead time*; e ES é o estoque de segurança.

O período, no caso da revisão periódica, pode ser calculado pensando em quantos dias o lote econômico irá durar atendendo a demanda média:

$$P = \frac{LE}{D} \quad (8)$$

Onde: P é o Período de revisão; LE é o Lote Econômico; e D é a demanda média.

A mesma caracterização dos modelos de controle de estoque, descrita acima, pode ser encontrada em outros autores, como Pozo (2004), Slack, Chambers e Johnston (2008), entre outros.

Apesar das críticas feitas ao lote econômico, existem trabalhos recentes com aplicações e comparações, como é feito nos trabalhos de Andrade, Yoshizaki e Silva (2011) e Moreira, Silva e Ferreira (2010), e também existem novos modelos de controle de estoque que ainda o utilizam, mas incorporando outros critérios ou utilizando-o para obter parâmetros para outros modelos, como pode ser visto no trabalho de Bouchery et al. (2012), que incluem critérios de sustentabilidade, considerando a emissão de carbono e atribuindo um “custo verde” a ser minimizado, no estudo de Rosa (2010), que propõe um modelo em redes dinâmicas utilizando programação dinâmica estocástica (usada em controle ótimo estocástico) para obter uma política ótima de controle de estoque em pontos de demanda a serem atendidos, bem como seu custo, e o lote econômico para quantidades, ou no trabalho de Palomino e Carli (2008), que fazem um estudo do modelo de controle de estoque em uma empresa de pequeno porte.

2.1.2. Gestão de demanda

A demanda é uma variável importante ao se fazer o controle de estoque, portanto também é necessário fazer a gestão da demanda, e o principal processo da gestão de demanda é sua previsão.

Segundo Correa, Giansesi e Caon (2009), a habilidade de fazer a previsão de demanda com certa precisão é muito importante e para isso a empresa deve manter uma base de dados históricos de vendas, obter e compreender informações que expliquem sua variação (fatores internos, promoções, fatores externos, mercado, clima, economia, etc.), e utilizar-se de modelos matemáticos para explicar o seu comportamento e conseguir estimar a demanda futura.

2.1.2.1. Previsão de demanda

Segundo Correa, Giansesi e Caon (2009), todo planejamento sofre com os erros de previsão, pois nunca se consegue uma previsão 100% correta. Uma das fontes dessas incertezas é o próprio mercado instável, que também afetará os concorrentes. A outra fonte de erros está no método de previsão de demanda utilizado pela empresa, que fará diferença no seu desempenho em relação aos concorrentes.

Ainda Segundo Correa, Giansesi e Caon (2009), as principais informações que devem ser consideradas para a previsão são:

- Dados históricos por período;
- Informações que expliquem comportamentos atípicos da demanda;
- Dados de variáveis relacionadas à demanda e que expliquem seu comportamento;
- Situação atual de variáveis correlacionadas ao comportamento da demanda;
- Previsão da situação futura de variáveis correlacionadas ao comportamento da demanda.

- Conhecimento sobre a situação econômica atual e sua previsão;
- Informações de clientes;
- Informações sobre decisões comerciais.

De forma geral, o processo de previsão de demanda consiste em se obter dados de variáveis que a expliquem, históricos e informações sobre comportamento atípico, que serão tratados estatisticamente e analisados juntamente com outras informações relacionadas.

Segundo Beutel e Minner (2011), a imprecisão da previsão de demanda pode levar à falta de estoque, então se deve manter um estoque de segurança para alcançar determinado nível de serviço.

Considerando um item perecível, com zero de lead time, sistema de revisão periódica e um meio onde a demanda dependa de fatores externos, como preço e clima, então uma série temporal seria inadequada, Beutel e Minner (2011) utilizam previsão de demanda causal e programação linear, para atingir determinado nível de serviço ou minimizar os custos, aplicando o modelo no varejo.

Como esperado, o resultado encontrado por Beutel e Minner (2011) indica que ao tentar atingir um nível de serviço muito alto pode-se aumentar significativamente o nível de estoque, mas este problema pode ser resolvido ajustando a estimativa da previsão de demanda e nível alvo de estoque.

Segundo Godinho Filho e Fernandes (2010), o processo de previsão pode ser composto de cinco etapas: identificar o objetivo da previsão, selecionar uma abordagem de previsão (qualitativa, causal ou séries temporais), selecionar métodos de previsão e estimar os parâmetros, elaborar a previsão, monitorar, interpretar e atualizar a previsão.

Comparando as abordagens de previsão, dentre as abordagens descritas por Godinho Filho e Fernandes (2010), para Correa, Giansi e Caon (2009) elas podem ser influenciadas pelo prazo (curto, médio ou longo) e devem ser feitas de formas diferentes, descritas a seguir.

Para previsões de curto prazo é utilizada a hipótese de que o futuro seja uma continuação do passado recente, portanto são usados modelos de séries temporais, considerando que a demanda futura tem correlação com a demanda passada e o período observado, além de se comportar com tendência ou permanência (com ou sem sazonalidade).

Os modelos de projeção mais comuns são:

- Média móvel:

$$S_{f(t+1)} = \frac{S_t + S_{t-1} + \dots + S_{t-N}}{N} \quad (9.1)$$

Onde: $S_{f(t+1)}$ é a previsão de demanda para o próximo período e $\frac{S_t + S_{t-1} + \dots + S_{t-N}}{N}$ é a média móvel da demanda dos últimos N meses (quanto maior for o número de períodos passados N, maior é a suavização das variações e menor é a sensibilidade a mudanças).

- Média móvel ponderada:

$$S_{f(t+1)} = \frac{\alpha_1 S_t + \alpha_2 S_{t-1} + \dots + \alpha_N S_{t-N}}{N} \quad (9.2)$$

Onde: $S_{f(t+1)}$ é a previsão de demanda para o próximo período, α são as ponderações (normalmente são atribuídos pesos maiores a valores mais recentes, assumindo que esses valores mais recentes são mais confiáveis como projeção futura) e $\frac{\alpha_1 S_t + \alpha_2 S_{t-1} + \dots + \alpha_N S_{t-N}}{N}$ é a média móvel ponderada da demanda dos últimos N meses.

- Suavizamento exponencial e Hipótese de permanência:

$$S_{f(t)} = B_{t-1}$$

$$B_t = \alpha S_t + (1 - \alpha) B_{t-1}$$

$$\therefore S_{f(t+1)} = B_t = \alpha S_t + \alpha(1 - \alpha) S_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 S_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 S_{t-3} + \dots \quad (10.1)$$

Onde: $S_{f(t+1)}$ é a previsão de demanda para o próximo período, α são as constantes de suavizamento, B_t é um valor base dessazonalizado para o cálculo da previsão, e S_t é a demanda real no período t.

- Suavizamento exponencial e Hipótese sazonal com permanência:

$$S_{f(t)} = B_{t-1} \cdot F_t \quad (10.2)$$

$$B_t = \alpha \frac{S_t}{F_t} + (1 - \alpha) B_{t-1} \quad (10.3)$$

Onde: $S_{f(t)}$ é a previsão de demanda para o período t , α é a constante de suavizamento, B_t é um valor base dessazonalizado para o cálculo da previsão, F_t é o coeficiente de sazonalidade para o período t , e S_t é a demanda real no período t .

- Suavizamento exponencial e Hipótese de tendência:

$$S_{f(t)} = B_{t-1} + R_{t-1}$$

$$S_{f(t+n)} = B_{t-1} + R_{t-1}(n+1) \quad (10.4)$$

$$B_t = \alpha \frac{S_t}{F_t} + (1 - \alpha)(B_{t-1} + R_{t-1}) \quad (10.5)$$

$$R_t = \beta(B_t - B_{t-1}) + (1 - \beta)R_{t-1} \quad (10.6)$$

Onde: $S_{f(t)}$ é a previsão de demanda para o período t , α é a constante de suavizamento, β é a constante de suavizamento da tendência, B_t é um valor base dessazonalizado para o cálculo da previsão, R_t é a taxa de tendência no período t , e S_t é a demanda real no período t .

- Suavizamento exponencial e Hipótese sazonal com tendência:

$$S_{f(t)} = (B_{t-1} + R_{t-1})F_t$$

$$S_{f(t+n)} = (B_{t-1} + R_{t-1}(n+1))F_{t+n} \quad (10.7)$$

$$B_t = \alpha \frac{S_t}{F_t} + (1 - \alpha)(B_{t-1} + R_{t-1}) \quad (10.8)$$

$$R_t = \beta(B_t - B_{t-1}) + (1 - \beta)R_{t-1} \quad (10.9)$$

Onde: $S_{f(t)}$ é a previsão de demanda para o período t , α é a constante de suavizamento, β é a constante de suavizamento da tendência, B_t é um valor base dessazonalizado para o cálculo da previsão, F_t é o coeficiente de sazonalidade para o período t , R_t é a taxa de tendência no período t , e S_t é a demanda real no período t .

Para previsões de médio prazo é utilizada a hipótese de a demanda ter correlação com outras variáveis que a expliquem, portanto são usados modelos causais.

O resultado da correlação da demanda com outras variáveis é uma equação do tipo:

$$V = a_1 x_1^{y_1} + a_2 x_2^{y_2} + \dots a_n x_n^{y_n} \quad (11)$$

Onde: x são as variáveis que explicam a demanda e y são as quantidades que serão demandadas.

Outros tipos de modelos causais descritos por Godinho Filho e Fernandes (2010) são os de análise de regressão, que podem ser linear simples, curvilínea ou múltipla. Para medir a direção e a força da relação entre as variáveis é calculado o coeficiente de correlação (r) e para medir o grau de qualidade do ajuste da regressão é calculado o coeficiente de determinação (r^2).

- Regressão linear simples:

$$d_t = a + bx_{t-k} \quad (12.1)$$

$$b = \frac{n \sum_{t=1}^n x_t d_t - \sum_{t=1}^n x_t \sum_{t=1}^n d_t}{n \sum_{t=1}^n x_t^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_t \right)^2} \quad (12.2)$$

$$a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n d_t - \frac{b}{n} \sum_{t=1}^n x_t \quad (12.3)$$

Onde: d_t é a demanda, a é o coeficiente linear da reta, b é o coeficiente angular da reta e x é a variável independente que influencia a demanda.

Regressões curvilíneas:

- Função exponencial:

$$y = a_1 e^{a_2 x} \quad (13.1)$$

- Função logarítmica:

$$y = a_1 \ln x + a_2 \quad (13.2)$$

- Função potência:

$$y = a_1 x^{a_2} \quad (13.3)$$

- Função quadrática:

$$y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \quad (13.4)$$

- Função cúbica:

$$y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 \quad (13.5)$$

- Função polinomial de ordem 4:

$$y = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 + a_5 x^4 \quad (13.6)$$

Onde: y é a variável dependente, x é a variável independente e a são os coeficientes das curvas.

- Regressão múltipla:

$$d_t = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_m x_m \quad (14)$$

Onde: dt é a demanda, x são as variáveis independentes e b são os parâmetros a serem estimados.

- Coeficiente de correlação (r):

$$r = \frac{n \sum_{t=1}^n x_t d_t - \sum_{t=1}^n x_t \sum_{t=1}^n d_t}{\sqrt{\left[n \sum_{t=1}^n x_t^2 - \left(\sum_{t=1}^n x_t \right)^2 \right] \left[n \sum_{t=1}^n d_t^2 - \left(\sum_{t=1}^n d_t \right)^2 \right]}} \quad (15)$$

Onde: r é o coeficiente de correlação, dt é a demanda e x é a variável independente que influencia a demanda.

- Coeficiente de determinação (r^2): é o coeficiente de correlação elevado ao quadrado.

Segundo Sethi e Thompson (2006), é comum que a demanda assuma o comportamento de um polinômio variando no tempo, com isso, neste trabalho, será utilizado a regressão curvilínea polinomial de ordem 4 como função de demanda na aplicação da teoria do controle ótimo, devido ao próprio comportamento da demanda estudada (com 3 concavidades), por ser o menor grau capaz de se ajustar aos dados e com coeficiente de determinação mais alto, próximo ao de graus maiores.

2.1.3. Controle ótimo

A Teoria do Controle Ótimo envolve o controle de sistemas dinâmicos, sendo que algumas de suas principais aplicações são na gestão da produção e no controle de estoque (SETHI; THOMPSON, 2006).

Segundo Bertsekas (2005), o modelo mais simples da aplicação da Teoria do Controle Ótimo consiste na minimização de custos quadráticos em um sistema linear de controle de estoque.

Segundo Sethi e Thompson (2006), a função objetivo J pode ser escrita como minimizar os custos associados à produção e estocagem no tempo t , e está sujeita à condição da equação diferencial de estado que pode ser a variação do estoque (diferença entre a produção P e a demanda S).

Função objetivo:

$$\min J = \int_0^T e^{-\alpha t} \left[\frac{h}{2} (I - \hat{I})^2 + \frac{c}{2} (P - \hat{P})^2 \right] dt \quad (16)$$

Sujeito a:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = P(t) - S(t) \quad (17)$$

Onde essa função objetivo J pode ser interpretada da seguinte maneira: $e^{-\rho t}$ é o fator de desconto, que serve para evitar que a integral divirja para infinito no caso do problema ser de horizonte de tempo T infinito ($T \rightarrow +\infty$), $\frac{h}{2}(I - \hat{I})^2$ impõe que terá custos de estocagem h maiores quando o nível de estoque I estiver abaixo do estoque de segurança $\hat{I}$ (ex: custo por falta de estoque, por não atender a demanda, senão a melhor alternativa seria 0 de estoque) ou acima de $\hat{I}$ (ex: custo por excesso de estoque), e $\frac{c}{2}(P - \hat{P})^2$ impõe que terá custos de produção c maiores quando a taxa de produção P estiver abaixo da meta de produção $\hat{P}$ (ex: custo por não atingir a meta de produção, por não atender a demanda, senão a melhor alternativa seria 0 de produção) ou acima de $\hat{P}$ (ex: custo por excesso de produção, por gerar um excesso de estoque).

2.1.4. Análise multivariada

Esta sessão descreve as técnicas multivariadas utilizadas no trabalho.

2.1.4.1. Análise de componentes principais

Para Hair et al (2006) a análise de componentes principais é usada quando se quer resumir a maior parte da informação original (variância) de um número mínimo de fatores para propósitos de previsão.

De acordo com Malhotra (2001) a análise dos componentes principais leva em consideração a variância total dos dados. A diagonal da matriz de correlação é composta por unidades e a variância plena é introduzida na matriz de fatores. Essa abordagem é recomendada quando a preocupação maior está em determinar o número mínimo de fatores

que respondam pela máxima variância nos dados para utilização em análises multivariadas subsequentes. Esses fatores são chamados de componentes principais.

Os métodos mais utilizados para estimar o número de componentes principais significantes, são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON, WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor da componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, segundo Hair (2006), a variância acumulada explicada pelos componentes principais deve ser superior a 60%. Estes critérios são adequados quando utilizados com uma matriz de correlação. Caso contrário, a matriz de covariância somente poderá ser utilizada para um conjunto original de respostas escritas em alguma escala.

Os índices Y, que são as componentes principais, podem ser determinados, segundo Johnson e Wichern (2002), a partir de variáveis originais:

$$Y_i = e_{i1}X_1 + e_{i2}X_2 + \dots + e_{ip}X_p \quad (18.1)$$

Onde “Y” são componentes principais, “e” são autovetores, “X” são as variáveis originais, e “p” é o número de variáveis, com $i = 1, 2, \dots, p$.

Ou, a partir de variáveis padronizadas:

$$Y_i = e_{i1}Z_1 + e_{i2}Z_2 + \dots + e_{ip}Z_p \quad (18.2)$$

Onde “Y” são componentes principais, “e” são autovetores, “Z” são as variáveis padronizadas, e “p” é o número de variáveis, com $i = 1, 2, \dots, p$.

As variáveis padronizadas podem ser obtidas da seguinte maneira:

$$Z_i = \frac{(X_i - \mu_i)}{\sigma_{ii}} \quad (19)$$

Onde “Z” são as variáveis padronizadas, “X” são as variáveis originais, μ são as médias das variáveis originais, σ são os desvios-padrão das variáveis originais, e “p” é o número de variáveis, com $i = 1, 2, \dots, p$.

Utilizando o software R, basta calcular a matriz de correlações, os autovalores para verificar a porcentagem da variância total explicada pelas componentes principais, e os autovetores, que são os coeficientes da combinação linear das componentes, utilizados também para verificar a importância das variáveis originais nas componentes e calcular os escores dos objetos.

2.1.4.2. Análise discriminante

A análise discriminante envolve a determinação de uma variável discriminante como uma combinação linear de duas ou mais variáveis independentes que melhor discriminam entre os elementos nos grupos definidos a priori (HAIR JR. et al., 2009).

Segundo Johnson e Wichern (2002), a Análise Discriminante é uma técnica de Análise Multivariada usada para separar conjuntos distintos de objetos e alocar novos objetos a grupos previamente definidos.

O objetivo da Análise Discriminante é descrever de forma gráfica (quando se tem no máximo 3 dimensões) ou algébrica, as características que diferenciam os grupos de objetos conhecidos, e encontrar discriminantes com valores que separam os grupos o máximo possível.

Para fazer a separação dos grupos conhecidos pode-se utilizar a classificação estatística linear através da função discriminante linear amostral de Fisher, que pode ser calculada da seguinte maneira:

$$D(x) = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)' S^{-1} x = \hat{L}' x \quad (20)$$

Onde $D(x)$ é a função discriminante linear amostral de Fisher, $\hat{L}'$ é a estimativa do vetor discriminante, $\bar{X}_1$ é o vetor de média da amostra da população 1, $\bar{X}_2$ é o vetor de média da amostra da população 2, e S^{-1} é a matriz inversa da matriz de covariância amostral.

A matriz de covariância comum entre dois grupos pode ser estimada da seguinte maneira:

$$S = \frac{(n_1 - 1)S_1 + (n_2 - 1)S_2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (21)$$

Onde S é a matriz de covariância comum, S_1 é a matriz de covariância do grupo 1 (G1), S_2 é a matriz de covariância do grupo 2 (G2), n_1 é o número de objetos do grupo 1 (G1), e n_2 é o número de objetos do grupo 2 (G2).

A estimativa do vetor discriminante pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\hat{L}' = (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) S^{-1} \quad (22)$$

Onde $\hat{L}'$ é a estimativa do vetor discriminante, $\bar{X}_1$ é o vetor de média da amostra da população 1, $\bar{X}_2$ é o vetor de média da amostra da população 2, e S^{-1} é a matriz inversa da matriz de covariância amostral.

Para alocar os novos objetos em dois grupos previamente definidos, utiliza-se a regra do m, que é o ponto médio entre as duas populações:

$$\hat{m} = \frac{1}{2} \hat{L}' (\bar{X}_1 + \bar{X}_2) = \frac{1}{2} (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) \quad (23)$$

Se o valor do discriminante for maior que $\hat{m}$, o novo objeto é alocado no grupo G1, caso contrário, no grupo G2.

Segundo Jun e Hui-min (2007), é importante verificar se há uma boa regra de classificação. Para isso, segundo Rencher (2002), substituem-se os dados originais na função discriminante e comparam-se os grupos à priori com a previsão obtida.

Com isso é possível obter a taxa de erro aparente e a taxa de classificação correta.

Taxa de classificação correta:

$$\frac{n_{11} + n_{22}}{n} \quad (24.1)$$

Onde n são todos os objetos, n_{11} são os objetos inicialmente classificados como G1 e que permaneceram em G1 com a previsão obtida, e n_{22} são os objetos inicialmente classificados como G2 e que permaneceram em G2 com a previsão obtida.

Taxa de erro aparente:

$$\frac{n_{12} + n_{21}}{n} \quad (24.2)$$

Onde n são todos os objetos, n_{12} são os objetos inicialmente classificados como G1, mas classificados como G2 na previsão, e n_{21} são os objetos inicialmente classificados como G2, mas classificados como G1 na previsão.

2.1.4.3. Análise de agrupamentos

Segundo Vicini (2005), a análise de agrupamentos estuda um conjunto de relações interdependentes, não fazendo distinção entre variáveis dependentes e independentes, como por exemplo, entre variáveis do tipo causa e efeito, com a finalidade de criar e caracterizar grupos de objetos homogêneos em termos de variáveis, mas que (os grupos) sejam heterogêneos entre si.

Esta técnica tem como base o cálculo da distância entre os agrupamentos criados, sendo estas distâncias entre os grupos representadas graficamente em um dendograma (“gráfico em árvore”), unindo os grupos por ordem decrescente de semelhança.

Para que a análise de agrupamentos não seja influenciada pela escala, é necessário padronizar as variáveis antes de calcular as distâncias.

Para padronizar as variáveis, utiliza-se a seguinte função:

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{S_j} \quad (20)$$

Onde $\bar{X}_j$ é o valor médio da variável, S_j é o desvio padrão da variável, Z_{ij} é o valor padronizado, com média 0 e variância 1, e X_{ij} é o valor do i-ésimo objeto da j-ésima variável, com $i = 1, 2, \dots, n$ (sendo n o número de objetos) e $j = 1, 2, \dots, p$ (sendo p o número de variáveis).

As distâncias podem ser calculadas através de alguns métodos, como por exemplo:

Distância Euclidiana (entre dois objetos i e i'):

$$d_{ii'} = \left[\sum_{j=1}^p (X_{ij} - X_{i'j})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (25.1)$$

Distância Euclidiana Média:

$$d = \sum_{j=1}^p \frac{(X_{ij} - X_{i'j})^2}{X_{ij}} \quad (25.2)$$

Distância de Mahalanobis (D^2):

$$D^2_{ii'} = (\bar{X}_i - \bar{X}_{i'})' S^{-1} (\bar{X}_i - \bar{X}_{i'}) \quad (25.3)$$

Segundo Johnson e Wichern (2002), Moori, Marcondes e Ávila (2002) e Dutra, Sperandio e Coelho (2008), após o cálculo das distâncias, utiliza-se um método de agrupamento, como, por exemplo, ligação simples (objeto mais próximo), ligação completa (objeto mais distante), média das distâncias, Ward (método hierárquico para minimizar soma quadrática dos erros internos entre os dados de cada grupo) e k-médias (método não-hierárquico utilizado quando os grupos já são conhecidos a priori e que, assim como o método Ward, minimiza a soma quadrática dos erros), entre outros.

2.2. REVISÃO DE LITERATURA

Esta sessão traz uma revisão de artigos relativos à Gestão de estoque; Teoria de Controle ótimo e Análise Multivariada; relacionados a controle de estoque, varejo e calçados.

2.2.1. Gestão de estoque

Segundo Aguiar e Sampaio (2013) poucos estudos sobre falta de estoque foram realizados no Brasil, mas essa ruptura de estoque é reconhecida como sendo um problema crítico no varejo, pois isso distorce a previsão de demanda, aumentando os erros que resultam em perdas de receita e investimentos exagerados em estoque.

Segundo Kouki et al. (2013), itens perecíveis é uma fonte de desperdício devido ao tempo de vida limitado. Grande parte das análises de sistemas de estoque perecível assume que a política de revisão é contínua e o tempo de vida é estocástico, mas muitas vezes é usada, na prática, a política de revisão periódica (e o tempo de vida pode ser considerado como determinístico). O autor compara o modelo proposto, considerando revisão periódica e tempo de vida estocástico, com o modelo clássico que não considera os itens como sendo perecíveis e com o modelo de tempo de vida determinístico. Os resultados obtidos levam à conclusão de que o uso do modelo clássico para controle de estoque de itens perecíveis aumentam os custos (chega a aumentar os custos em até 33% do valor). Comparando com o caso determinístico, a

conclusão é a mesma, chegando a aumentar os custos em até 14,81%. Eles também comentam que a diferença entre os custos dos modelos diminui com o aumento de ordens pendentes.

Segundo Maddah et al. (2013) um pressuposto implícito dos modelos tradicionais de controle de estoque é o suprimento contínuo, sendo que na prática interrupções podem ocorrer. Os autores propõem um modelo de controle de estoque para demanda determinística com estoque de segurança preventivo para lidar com essa restrição de interrupção no suprimento, mas com um fator importante de deterioração exponencial desse estoque, que pode reduzir cerca de 5% dos custos comparado com modelos sem esse fator, ou 15% em alguns casos com o modelo clássico distinto, embora o modelo proposto aumente o nível de estoque de segurança para dar suporte às perdas por deterioração, mas diminuindo as faltas.

Zhu (2013) estudou um modelo de decisão conjunta sob incerteza de demanda e de suprimento. Hoje em dia, com o risco de interrupção do suprimento, muitas empresas mantêm um estoque de segurança, afetando o preço de venda e a demanda sensível ao preço. O autor conclui acerca do modelo proposto por ele que se preocupar com um suprimento confiável tem um impacto mais significativo no lucro do que com a variabilidade da demanda, portanto a empresa não deve se preocupar em usar toda a matéria-prima estocada, pois isso aumentaria a quantidade e a necessidade de ressuprimento, tendo impacto negativo no lucro em caso de interrupção.

Segundo Soni e Patel (2013), um item que mantém suas qualidades por certo período de tempo antes de perder sua utilidade é chamado de item com deterioração não instantânea, como por exemplo, é o caso de produtos que seguem a moda ou componentes eletrônicos, e muitas vezes a demanda desses produtos depende do preço. Os autores desenvolveram um modelo para lidar com esse problema encontrado no setor de varejo, onde o tempo em que a deterioração ocorrerá é incerto, com demanda não estocástica, mas sensível ao preço, e examinaram como a imprecisão do tempo de deterioração afeta as decisões de precificação e as políticas de ressuprimento nesse modelo de otimização.

Considerando um depósito e um grupo de varejistas, Wang e Axsater (2013) desenvolveram um modelo de controle de estoque para revisão periódica com o objetivo de minimizar os custos relacionados aos estoques. Nesse sistema de distribuição, onde a demanda é um processo estocástico seguindo uma distribuição de Poisson, os varejistas podem fazer pedidos a custo fixo ao depósito, que é reabastecido por um fornecedor externo, e também são considerados custos de manutenção de estoque e de falta ou atraso.

Segundo Sainathan (2013), um dos problemas de controle de estoque encontrado por varejistas consiste no fato de que um produto se deteriora em dois períodos (um produto novo fica velho de um período para o outro e um produto velho fica impróprio de um período para o outro), então se deve optar, de um período para o outro, entre vender produtos velhos junto com novos ou não, os preços e a política de ressuprimento de cada um deles. O autor verifica, com seu modelo proposto, que alguns comportamentos, como descartar produtos velhos ou vender produtos velhos e novos com o mesmo preço, não são lucrativos, ou outros, como aumentar o preço do produto novo para vender mais do produto velho podem parecer lucrativos para o período, mas prejudicam vendas futuras.

Também se pode pensar em outras situações. Varejistas tendem a colocar produtos velhos em promoção para acabar com o seu estoque, o que pode ser uma boa ideia nos casos em que a demanda do produto velho é substituída quando se acaba o estoque e os consumidores passam a comprar o produto novo, mas dependendo da situação pode-se ter um efeito negativo sobre as vendas do produto novo, pois clientes que comprariam o produto novo acabaram por comprar o produto velho, ou, em uma situação oposta e dependendo da política do varejista, pode até mesmo ser lucrativo comprar mais unidades do produto velho a um custo suficientemente baixo.

Segundo Cheong (2012), muitas vezes no varejo uma loja possui excesso de estoque de um produto perecível, correndo o risco de vencer, enquanto outra loja do mesmo dono está com nível baixo de estoque, correndo o risco de faltar. Uma possível solução para esse problema, que pode fazer as lojas incorrerem em custos de falta, vencimento, ou de estocagem sem necessidade, é fazer uma redistribuição dos estoques. Considerando um produto perecível com tempo de vida de dois períodos, o autor propôs um modelo conjunto de controle de estoque e de redistribuição, onde as decisões de ressuprimento e de redistribuição dos estoques são feitas simultaneamente, e a cada período, para evitar que incorram em custos desnecessários. Examinando um caso com duas lojas, o autor mostra que a redistribuição pode reduzir o número de unidades vencidas em estoque.

2.2.2. Controle ótimo

Segundo Ignaciuk (2013), a globalização do Mercado e o aumento da diversidade de produtos aumentaram a incerteza e a variabilidade da demanda, tornando-se mais difícil

construir um plano eficiente de ressuprimento de estoque, e as distâncias, operando em grandes áreas, aumentando o lead time. Uma possível solução é olhar para esses problemas da perspectiva dos sistemas dinâmicos e da teoria do controle ótimo.

Ignaciuk (2013) propôs um modelo discreto de controle robusto de estoque com itens perecíveis e faz comparações com um modelo clássico com compensações e um de controle ótimo saturado. Sua conclusão é de que o modelo clássico não fornece uma performance satisfatória devido às oscilações transientes, enquanto o modelo de controle ótimo supera estes problemas, mas é muito sensível às mudanças bruscas da demanda.

Segundo Kouvelis e Gutierrez (1997), do ponto de vista de gestão de produção, a diferença de tempo entre as estações de vendas no ano em um mercado global de “bens de estilo”, como por exemplo, no caso de calçados, é uma oportunidade a ser explorada para aumentar a rentabilidade, e esta situação pode ser modelada com a Teoria do Controle Ótimo.

Kouvelis e Gutierrez (1997) propôs um modelo de controle ótimo de estoque com sistema estocástico, à política de controle, podendo ser centralizada ou descentralizada, considerando os custos de produção, transporte, penalidade, preço de venda, e levando em conta que dois locais diferentes em um mercado global têm duas estações de vendas diferentes para o mesmo produto (calçados esportivos), então o estoque não precisaria ser desfeito em um local primário ao fim de uma estação, pois poderia ser vendido em um local secundário.

Assim como o artigo de Kouvelis e Gutierrez (1997), Jorgensen e Kort (2002) propõem um modelo de controle ótimo para determinar o preço ótimo e a política de controle ótima para tomadas de decisão centralizadas e descentralizada, mas considerando uma demanda como sendo dependente do estoque disponível na loja de varejo.

Zhang e Lv (2008) propõem um modelo de controle ótimo para produtos perecíveis (sendo considerados produtos de moda e computadores como perecíveis) de uma loja de varejo inserida em uma cadeia de suprimentos onde é permitido à loja devolver o estoque no final de uma estação. Embora os autores contextualizem o problema em uma cadeia de suprimentos, o modelo proposto permite estudar a melhor política de controle de estoque do ponto de vista do varejo.

Segundo Xu, Yao e Zheng (2011) é comum observar no varejo a situação onde o consumidor não encontra o produto que deseja em estoque, mas compra um produto parecido. Considerando essa substituição de demanda, os autores propõem um modelo de controle

ótimo para encontrar a quantidade ótima a ser ressuprida e mantida em estoque em situações onde o consumidor pode levar um produto similar, com desconto ou mais caro.

O modelo de controle ótimo robusto proposto é uma solução para esses problemas apresentados e uma solução para resolver problemas de controle ótimo, através do Princípio do Máximo de Pontryagin, pode ser verificada no Apêndice B.

2.2.3. Análise Multivariada

Segundo Thornhill e Naim (2006), a variabilidade da demanda pode levar a uma sazonalidade, a um aumento da produção, do nível de estoque, e consequentemente dos custos, mas uma “falsa sazonalidade” pode ser criada pelo próprio sistema de controle de estoque e produção. Através a análise de componentes principais espectrais, essas sazonalidades podem ser detectadas, e as “falsas sazonalidades” detectadas e diagnosticadas para que possam ser corrigidas.

Segundo Moori, Marcondes e Ávila (2002), a análise de agrupamentos pode ser utilizada como instrumento de apoio à melhoria da qualidade dos serviços aos clientes, pois fazendo a análise de agrupamentos com base no giro de estoque e margem de contribuição, é possível verificar quais grupos de produtos devem ter seus níveis de serviço priorizados para satisfazer os clientes.

Em seu estudo, Aguiar e Sampaio (2013) verificaram, através da análise de agrupamentos, fatores que afetam a ruptura de estoque, sendo que as variáveis mais representativas foram o número de reposições em um determinado dia da semana e o giro de estoque, e ainda identificaram 3 grupos de lojas, o primeiro de lojas próximas do fornecedor, alto giro de estoque e poucas promoções, o segundo de lojas distantes do fornecedor e com baixo giro de estoque, e o terceiro de lojas próximas ao fornecedor, alta taxa de reposição e muitas promoções no ano, sendo que o segundo agrupamento foi o que obteve melhor desempenho, enquanto o primeiro apresentou o pior desempenho (resultado considerado inesperado por eles, dada a uma discrepância observada entre os resultados encontrados em países desenvolvidos e no mercado brasileiro).

Comparando com os trabalhos de outros autores, este trabalho se difere por relacionar Análise Multivariada e controle de estoque, já que foram encontrados apenas 3 artigos

relevantes relacionando estes temas; sendo que um utilizava componentes principais para verificar sazonalidade; e dois utilizavam Análise de Agrupamentos, um para observar as características de grupos de lojas do varejo onde ocorriam falta de estoque e outro para observar as características de grupos de peças de uma loja para priorização de nível de serviço; e por adaptar um modelo de controle ótimo para o setor de varejo calçadista, considerando algumas variáveis e a característica típica da demanda deste setor.

3. MÉTODO DE PESQUISA

O presente trabalho, dividido em cinco etapas, envolve um estudo sobre controle de estoque, análise multivariada, e controle ótimo; e um levantamento de dados tipo *survey*, método de pesquisa que pode ser classificado, segundo Miguel (2010), como observacional (sem intervenção) e retrospectiva (dados passados), com abordagem quantitativa, onde serão coletados dados, utilizando o principal instrumento de coleta de dados deste método, segundo Berto e Nakano (1998), que são os questionários (com perguntas do tipo: “Qual a taxa de demanda média?”, “Qual o estoque médio?”, etc.), referentes às variáveis relacionadas aos elementos dos modelos de controle de estoque (estoque médio, demanda, etc.) do setor varejista do segmento calçadista, nas cidades das regiões geográficas administrativas onde estão inseridos os polos calçadistas do interior do Estado de São Paulo.

Na primeira etapa, que consistiu de uma pesquisa bibliográfica, foi feita uma revisão de literatura em livros e buscados trabalhos científicos em bases de dados, como Web of Science, Scopus, e SciELO (Scientific Electronic Library Online).

As buscas de artigos em bases de dados foram feitas utilizando termos relacionados a: “optimal control”, “multivariate analysis”, “discriminant analysis”, “principal component”, “inventory control”, “retail”, “footwear”, etc, e suas respectivas traduções: “controle ótimo”, “análise multivariada”, “análise discriminante”, “componentes principais”, “controle de estoque”, “varejo”, e “calçados”, bem como a combinação dessas palavras para refinar resultados. Como as palavras centrais do tema deste trabalho são “controle de estoque”, “varejo” e “calçados”, elas foram utilizadas para refinar todos os resultados.

Ao fazer a busca por “Optimal Control” no Web of Science, foram encontrados 34068 artigos, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 101 artigos, já refinando por “retail” foi encontrado 1 artigo, sendo que nenhum artigo era relacionado a calçados; no Scopus foram encontrados 61505 artigos sobre “Optimal Control”, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 648 artigos, já refinando por “retail” foram encontrados 24 artigos, sendo que apenas 1 artigo era relacionado a calçados; já no SciELO foram encontrados 90 artigos sobre “Optimal Control”, refinando com as palavras “inventory control” foi encontrado apenas 1 artigo, sendo que nenhum artigo era relacionado a varejo ou calçados.

Ao fazer a busca por “Multivariate Analysis” no Web of Science, foram encontrados 98514 artigos, refinando com as palavras “inventory control” foi encontrado apenas 1 artigo, sendo que nenhum artigo era relacionado a varejo ou calçados; no Scopus foram encontrados 204283 artigos sobre “Multivariate Analysis”, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 14 artigos, sendo que nenhum artigo era relacionado a varejo ou calçados; já no SciELO foram encontrados 2498 artigos sobre “Multivariate Analysis”, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados.

Ao fazer a busca por “Discriminant Analysis” no Web of Science, foram encontrados 26994 artigos, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados; no Scopus foram encontrados 39278 artigos sobre “Discriminant Analysis”, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados; já no SciELO foram encontrados 325 artigos sobre “Discriminant Analysis”, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados.

Ao fazer a busca por “Principal Component” no Web of Science, foram encontrados 65301 artigos, refinando com as palavras “inventory control” foi encontrado apenas 1 artigo, sendo que nenhum artigo era relacionado a varejo ou calçados; no Scopus foram encontrados 100186 artigos sobre “Principal Component”, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 25 artigos, sendo que nenhum artigo era relacionado a varejo ou calçados; já no SciELO foram encontrados 974 artigos sobre “Principal Component”, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados.

Ao fazer a busca por “Cluster analysis” no Web of Science, foram encontrados 39631 artigos, sendo que nenhum artigo era relacionado a controle de estoque, varejo ou calçados; no Scopus foram encontrados 100186 artigos sobre “Cluster analysis”, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 44 artigos, refinando com as palavras “retail” foram encontrados 6 artigos, sendo que nenhum artigo era relacionado a calçados; já no SciELO foram encontrados 1067 artigos sobre “Cluster analysis”, refinando com as palavras “inventory control” foram encontrados 2 artigos, sendo estes relacionados ao varejo, mas nenhum artigo era relacionado a calçados.

Nem todos esses artigos eram relacionados diretamente ao tema deste trabalho, à engenharia de produção ou a modelos matemáticos para controle de estoque, pois alguns artigos eram mais voltados para a demanda (e não tratavam realmente de estoque) ou tratavam de outros assuntos, como por exemplo, equipamentos tecnológicos para a gestão, estoque de carbono, erros, etc..

Na segunda etapa foi feita a coleta de dados. A amostra de dados foi tomada de forma aleatória simples e, no caso de cidades vizinhas pequenas e com poucas lojas, seguindo a lógica de, se não for possível coletar os dados da loja sorteada, tomá-la de forma estratificada, ou seja, coletar de acordo com a subdivisão da distribuição geográfica (coletar os dados de uma loja geograficamente próxima a esta).

Nesta etapa uma primeira amostra foi tomada de forma não aleatória, por conveniência, coletando os dados de lojas conhecidas para se ter uma ideia inicial e calcular o tamanho da amostra, enquanto o restante foi tomado segundo a forma descrita acima (aleatória simples e seguindo uma lógica estratificada), e foram obtidos alguns resultados utilizando Análise Discriminante e Análise de Componentes Principais na etapa seguinte.

Segundo Cochran (1977), para calcular o tamanho da amostra, primeiramente deve-se calcular uma primeira aproximação para quando o tamanho da população N é grande ($N \rightarrow +\infty$).

$$n_0 = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{E} \right)^2 \quad (26.1)$$

Onde: n_0 é o tamanho da amostra, $z_{\alpha/2}$ é o valor padronizado para $\alpha/2$, α é o nível de significância, σ é o desvio-padrão, e E é a diferença máxima aceitável entre a média amostral e a verdadeira em porcentagem.

Ainda segundo Cochran (1977), para populações finitas, onde a relação n_0 / N não pode ser desprezada, o tamanho da amostra deve ser calculado da seguinte maneira:

$$n = \frac{n_0}{1 + (n_0 / N)} = \frac{(z_{\alpha/2} \sigma / E)^2}{1 + [(z_{\alpha/2} \sigma / E)^2 / N]} \quad (26.2)$$

Onde: n é o tamanho da amostra finita, n_0 é uma primeira aproximação para o tamanho da amostra quando $N \rightarrow +\infty$, N é o tamanho da população, $z_{\alpha/2}$ é o valor padronizado para $\alpha/2$, α é o nível de significância, σ é o desvio-padrão, e E é a diferença máxima aceitável entre a média amostral e a verdadeira em porcentagem.

Para este trabalho, o tamanho da amostra foi baseado na variável de maior impacto em controle de estoque, que são demanda e lead time. Como os desvios-padrão das variáveis demandam, estoque médio e estoque de segurança são grandes, da ordem de 10^3 , e o tamanho da amostra seria tão grande quanto o próprio tamanho da população de 230 lojas, logo seria

inviável coletar todos os dados pelo fato de que nem todas as lojas aceitam responder os questionários, então foram desconsiderados os tamanhos de amostras que deveriam ser coletados de acordo com estas três variáveis, e, entre as demais, foram considerados os dados da variável lead time da amostra piloto, que foi a variável que se pode observar o maior tamanho de amostra viável de ser coletada, além de ser uma variável importante.

No caso do lead time, considerando um erro amostral de 0,125, nível de confiança de 90% e considerando que a amostra piloto revelou um desvio padrão de 0,38, o tamanho da amostra recomendável é de no mínimo 23 lojas. Como na prática é considerado um tamanho de amostra de no mínimo 30 elementos para suposição de normalidade dos dados, então o tamanho da amostra que consideramos foi de 30 lojas.

O questionário (Apêndice A) usado na coleta de dados continha 21 questões referentes à loja e seu controle de estoque, mas apenas foram utilizadas informações referentes a 8 questões, pois as demais foram coletadas pensando em pesquisas futuras.

A terceira etapa foi fazer uma investigação acerca dos dados coletados. Para fazer a análise dos dados coletados, foram utilizadas ferramentas computacionais, como, por exemplo, o software R, onde o desenvolvimento de rotinas computacionais foi programado pelo próprio autor, e análises, que podem ser justificadas, segundo algumas diretrizes expostas por Miguel (2010).

Na aplicação da análise multivariada de dados foi utilizado o software R, para calcular correlação entre as variáveis, medidas resumo, autovetores, autovalores, componentes principais, variância explicada pelas componentes, fazer o gráfico dos autovalores (scree-plot), análise discriminante, construir a função discriminante linear de Fisher, testar hipóteses e verificar a taxa de classificação correta da função. Para isso foram utilizadas as seguintes variáveis de controle de estoque:

- X1: Estoque médio (média de pares em estoque em um mês);
- X2: ES (Estoque de segurança);
- X3: Demanda média (média pares vendidos por mês);
- X4: Lead time (tempo de ressuprimento, em meses);
- X5: Nível de serviço (quantidade da demanda atendida, em porcentagem);
- X6: FS (Fator de segurança);

- X7: C_e (Custo de manutenção de estoque);
- X8: C_{falta} (Custo de falta).

Na quarta etapa foram testados os estoques de segurança dos modelos de controle de estoque, por grupos, de acordo com a divisão feita na análise discriminante. Os resultados foram tabulados.

Posteriormente, na quinta etapa realizou-se uma aplicação da teoria do controle ótimo, a partir dos dados coletados em 2012 e 2013 (12 meses), em uma loja de calçado da cidade de Franca, onde se encontra um dos polos calçadistas. Para tal, foi adaptado um modelo a partir do modelo de Sethi e Thompsom (2006), considerando custos de falta e pedido de compra ao invés de custos de produção e quantidade produzida.

As variáveis e parâmetros utilizados no modelo de controle ótimo podem ser vistos na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 – Descrição de funções, variáveis e parâmetros

Funções, variáveis e parâmetros:	Descrições:
J	Função objetivo;
t	Tempo;
$I(t)$	Nível do estoque no tempo t (variável de estado);
$P(t)$	Quantidade do pedido no tempo t (variável de controle);
$S(t)$	Demanda no tempo t (variável exógena);
H	Função Hamiltoniana;
$\lambda(t)$	Variável adjunta;
$Q(t)$	Solução particular;
T	Horizonte do tempo t de planejamento;
$\hat{I}$	Estoque de segurança;
I_0	Estoque inicial;
$\hat{P}$	Meta de vendas;
h	Coefficiente do custo de estocagem;
c	Coefficiente do custo de falta;
ρ	Taxa de desconto.

Fonte: Elaborado pelo autor

Nesta etapa foi utilizado o software Excel para fazer a regressão curvilínea polinomial de ordem 4, assim como verificar a direção e a força da relação entre as variáveis e o grau de qualidade do ajuste da regressão, calculando os coeficientes de correlação (r) e determinação (r^2). A previsão resultou em uma função com coeficientes de correlação $r=0,8805$, ou seja, uma relação forte, e com coeficiente de determinação $r^2=0,7753$, ou seja, é um bom ajuste, onde 77,53% da demanda podem ser explicadas pelo tempo.

Também foi utilizado o software Matlab no final da modelagem para a aplicação da teoria de controle ótimo, calculando todas as funções, derivadas, parâmetros e coeficientes,

além de fazer os gráficos mostrando a relação entre as funções de estoque, pedido e demanda em relação ao tempo, e o da função objetivo.

4. RESULTADOS

Este capítulo traz os resultados da aplicação das técnicas de análise multivariada (componentes principais e análise discriminante), das fórmulas de estoque de segurança e da teoria de controle ótimo.

Os resultados abaixo envolvendo a análise de componentes principais também podem ser encontrados no artigo de Alves Junior et al. (2013a), e os que envolvem a análise discriminante também podem ser encontrados no artigo de Alves Junior et al. (2013b).

4.1. ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

Primeiramente foram calculadas as estatísticas descritivas de cada uma das variáveis. As medidas resumo dos dados coletados podem ser observadas na Tabela 2. Como houve discrepâncias acentuadas nas variâncias que poderiam influenciar na determinação dos índices de custo de segurança e demanda, foi importante padronizar as variáveis e fazer a análise de componentes principais utilizando a correlação entre as variáveis.

Tabela 2 – Medidas resumo dos dados coletados

	Média	Desvio padrão	Variância da amostra	Mínimo	Máximo
X1 (Estoque médio)	3332,27	4194,83	17596601	150	15000
X2 (Estoque de segurança)	1409	2319,97	5382258	0	9600
X3 (Demanda)	914,53	1118,76	1251617	50	4700
X4 (Lead time)	1,17	0,42	0,18	0,5	2
X5 (Nível de serviço)	0,83	0,15	0,02	0,5	0,999
X6 (Fator de segurança)	1,17	0,77	0,60	0	3,1
X7 (Custo de estocagem)	0,09	0,12	0,01	0	0,5
X8 (Custo de falta)	0,16	0,20	0,04	0	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a correlação entre as variáveis (Tabela 3), pode-se observar que as variáveis estoque médio e demanda possuem uma correlação muito forte, assim como o nível de serviço e fator de segurança. Pode-se observar também uma forte correlação entre o fator de segurança e o custo de falta. Já as variáveis nível de serviço, custo de manutenção de estoque e custo de falta, assim como o estoque médio, estoque de segurança e lead time, possuem uma correlação moderada. Apesar da correlação moderada entre estoque de segurança e lead time, vale a pena ressaltar que o cálculo do estoque de segurança pelos modelos teóricos não depende da média do lead time, apenas de sua variabilidade, mas como neste trabalho utilizam-se dados reais, estes possuem o viés da prática. As correlações entre as demais variáveis são fracas.

Tabela 3 – Correlação entre variáveis

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
X1	<u>1</u>							
X2	0,48	<u>1</u>						
X3	0,88	0,24	<u>1</u>					
X4	0,4	0,45	0,3	<u>1</u>				
X5	-0,15	-0,12	-0,31	0,28	<u>1</u>			
X6	-0,15	0,05	-0,26	0,31	0,85	<u>1</u>		
X7	0,07	0,27	-0,22	0,35	0,41	0,38	<u>1</u>	
X8	-0,13	0,15	-0,19	0,36	0,5	0,65	0,47	<u>1</u>

Fonte: Elaborado pelo autor

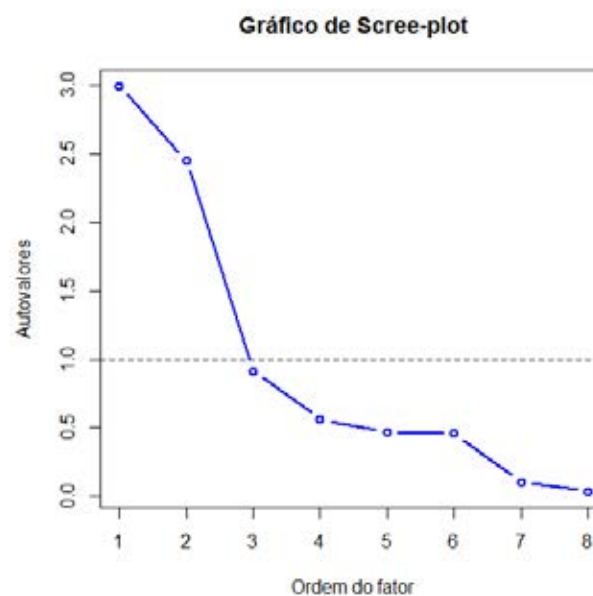
Ao aplicar a análise de componentes principais, observou-se que a variabilidade das variáveis pode ser explicada por 2 componentes principais conforme pode ser visto nos autovalores maiores que 1 (Tabela 4) e no scree-plot (Figura 1), que juntas explicam 68,07% da variância total. Na prática, muitas vezes um valor superior a 50% pode ser considerado alto.

Tabela 4 – Autovalores, variância explicada e % acumulada

Autovalores	Variância explicada	% acumulada
2,99	37,43	37,43
2,45	30,64	68,07
0,92	11,44	79,51
0,56	7,04	86,55
0,47	5,89	92,44
0,46	5,72	98,17
0,11	1,35	99,52
0,04	0,48	100

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 2 – Gráfico dos autovalores (Scree-Plot)



Fonte: Elaborado pelo autor

As componentes principais foram calculadas utilizando o software R, levando em consideração a matriz de correlação devido à discrepância na variabilidade dos dados e observando para verificar a importância das variáveis originais nas componentes e calcular os escores dos objetos.

Segue abaixo as componentes principais obtidas:

$$Y_1 = 0,14Z_1 - 0,58Z_2 + 0,22Z_3 - 0,27Z_4 + 0,00Z_5 + 0,24Z_6 + 0,19Z_7 + 0,66Z_8 \quad (33.1)$$

$$Y_2 = -0,06Z_1 - 0,45Z_2 - 0,55Z_3 + 0,37Z_4 - 0,36Z_5 + 0,40Z_6 + 0,10Z_7 - 0,22Z_8 \quad (33.2)$$

Onde os coeficientes são os autovetores normalizados, “Z” são as variáveis padronizadas e “Y” são as componentes principais.

Analisando as variáveis das componentes principais, pode-se verificar que:

- A primeira componente, ou índice 1, é a comparação (de forma inversa) entre as variáveis padronizadas estoque de segurança e custo de falta, que indica o índice do custo de segurança, pois o estoque de segurança é mantido para absorver os riscos de imprevistos, como um aumento da demanda ou do lead time, para que estes não incorram em custos de falta;
- A segunda componente, ou índice 2, destaca principalmente a importância da variável padronizada demanda e sua comparação com a variável padronizada estoque de segurança, que indica o índice de segurança da demanda. Apesar desta relação entre estoque de segurança e demanda, vale a pena ressaltar que o cálculo do estoque de segurança pelos modelos teóricos não depende da média da demanda, apenas de sua variabilidade, mas como neste trabalho utilizam-se dados reais, estes possuem o viés da prática.

Analisando as correlações entre componentes principais e variáveis padronizadas de controle de estoque (Tabela 5), pode-se observar que a componente Y1 tem correlações mais fortes com as variáveis padronizadas referentes a custos e atendimento da demanda (custo de falta, custo de manutenção de estoque, fator de segurança e nível de serviço), enquanto a componente Y2 tem correlações mais fortes com as variáveis padronizadas relacionadas aos fatores que, na prática, estão mais ligados à função estoque (demanda, lead time, estoque médio e estoque de segurança). Embora a componente Y1 apresente uma correlação fraca com o estoque de segurança (Z2), na prática este possui influência nos custos e no atendimento à demanda e não pode ser descartado.

Tabela 5 – Correlação entre componentes principais e variáveis

Variáveis/Componentes	Y1	Y2
Z1	0,24	-0,90
Z2	-0,10	-0,70
Z3	0,42	-0,77
Z4	-0,42	-0,69
Z5	-0,85	0,080
Z6	-0,89	0,00
Z7	-0,66	-0,24
Z8	-0,79	-0,11

Fonte: Elaborado pelo autor

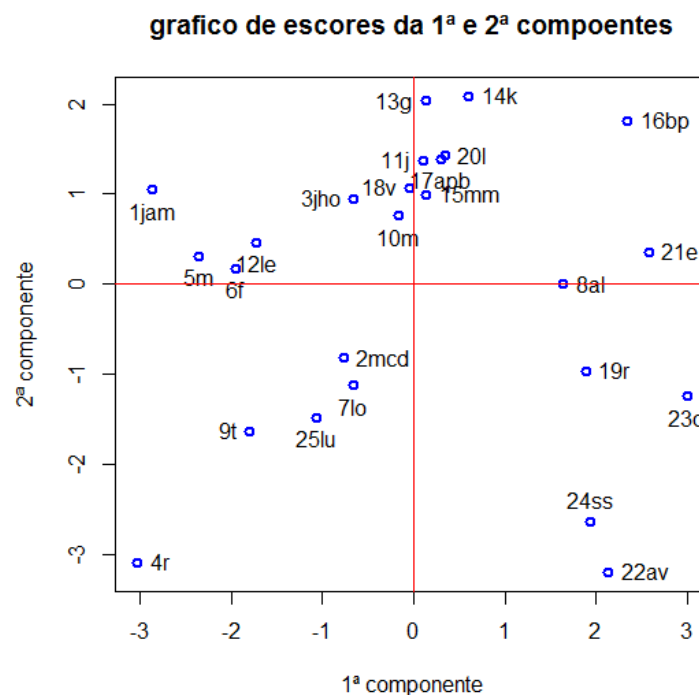
O gráfico de escores das 2 primeiras componentes pode ser visto na Figura 3. Podem-se observar no gráfico que as melhores lojas, segundo as componentes principais, são as lojas que conseguem atender um número maior de demanda, mas com o mínimo possível de estoque (para não incorrer em altos custos de manutenção de estoque), mas com segurança, para não incorrer em custos de falta, ou seja, interpretando os coeficientes dos índices, quanto menor for a componente principal 1 ($\text{índice1} < 0$), menor é o custo de falta e maior a segurança, e quanto maior a componente principal 2 ($\text{índice2} > 0$), maior é a demanda atendida com segurança, e melhor é a loja.

Observando os dois índices deste modelo, o gráfico de escores (Figura 3), e pensando do ponto de vista da gestão de estoque, no geral:

- Grupo de lojas do quadrante 2: se $\text{índice1} < 0$ e $\text{índice2} > 0$ a loja atende a demanda com segurança, sem incorrer em custos de falta e com níveis de estoque adequados;
- Grupo de lojas do quadrante 1: se $\text{índice1} > 0$ e $\text{índice2} > 0$ a loja atende parte da demanda, mas sem segurança e incorrendo em custos de falta maiores, devendo rever o estoque de segurança para que atenda uma porcentagem maior da demanda e diminua o custo de falta incorrido;

- Grupo de lojas do quadrante 3: se $\text{índice1} < 0$ e $\text{índice2} < 0$ a loja atende a demanda com muita segurança, podendo diminuir o estoque de segurança e consequentemente o custo de estocagem ou buscar atender uma demanda maior;
- Grupo de lojas do quadrante 4: já se $\text{índice1} > 0$ e $\text{índice2} < 0$ a loja atende apenas parte da demanda, sem segurança e incorrendo em custos de falta maiores, devendo rever o estoque de segurança, ou até mesmo implantar um controle de estoque (já que algumas lojas com esses índices foram as que não controlavam seu estoque), para que atenda uma porcentagem maior da demanda e diminua o custo de falta incorrido, e também buscar uma demanda maior após acertar os níveis de estoque.

Figura 3 – Escores da 1ª e 2ª componentes



Fonte: Elaborado pelo autor

Quando necessário, seja para saber, diminuir ou aumentar o estoque de segurança, uma das maneiras de calculá-lo é utilizando a equação (3), e após definir o estoque de segurança adequado, a loja pode utilizar as funções (52) e (53) do modelo de controle ótimo desenvolvido neste trabalho para saber as quantidades a pedir e nível de estoque a se manter.

As melhores lojas, segundo os escores (Figura 3), foram: 1jam, 3jho, 5m, 6f, 10 m, 12le e 18v. O grupo dessas lojas possui, em média, estoque médio suficiente para atender 2,96 meses de demanda, sendo que o estoque de segurança é capaz de suportar um atraso de 22,22% do lead time (os fornecedores dessas lojas demoram, em média, 1,14 meses para

entregar um pedido), com um nível de serviço de 94,13%, baixos custos de manutenção de estoque, e, embora elas considerem um alto custo de falta, eles não são incorridos, pois apenas 5,87% da demanda deixa de ser atendida.

As melhores lojas foram as que obtiveram escores negativo no índice 1 e scores positivos no índice 2. Um ponto a ser destacado é que estas lojas possuem um custo de falta menor do que das demais e um estoque médio menor capaz de atender menos do que 3 meses de demanda. Em virtude dos melhores resultados no segundo quadrante, sugere-se que as lojas que não se encontram neste quadrante deveriam avaliar melhor o seu estoque de segurança, pois normalmente na prática é comum o erro de calculá-lo levando em conta a média da demanda, mas segundo a literatura e os modelos teóricos existentes, deve-se levar em conta sua variabilidade.

4.2. ANÁLISE DISCRIMINANTE

Antes de fazer a análise discriminante, os dados foram divididos em dois grupos (G1 e G2), onde o grupo de lojas que possuíam estoque médio para atender abaixo de 3 meses de demanda média mensal de calçados (ou seja, $x_1 / x_3 < 3$), que contém o grupo das melhores lojas segundo o modelo de componentes principais, foi chamado de G1, enquanto o grupo de lojas que possuíam estoque médio suficiente para atender no mínimo 3 meses da demanda (ou seja, $x_1 / x_3 \geq 3$), que se pode considerar como um grupo com excesso de estoque foi chamado de G2.

Como as variáveis X1 e X3 foram utilizadas como critério de separação dos grupos, elas não foram consideradas para a análise. O limite de 3 meses foi utilizado, pois o grupo de melhores lojas possuía um estoque médio para atender menos de 3 meses de demanda, na prática das lojas pesquisadas, os fornecedores fazem entregas em no máximo a cada 3 meses, e segundo Passos (2010) a apuração do estoque deste setor é realizada em períodos de 3 meses.

Analisando as medidas resumo de cada grupo, pode-se verificar que as médias do grupo G1 (Tabela 6) são menores que as do grupo G2 (Tabela 7), com exceção da variável custo de falta, que é menor em G2. G2 possui, em média, um estoque de segurança cerca de 171,10% maior do que G1, o lead time é a variável que possui a menor diferença entre os grupos (3,85% maior em G2), G2 também consegue atender uma demanda maior (nível de serviço 6,83% maior), com fator de segurança 12,14% maior, porém incorrendo em custos de

estocagem 23,91% maiores. G1, por possuir estoque de segurança bem menor, assume um risco maior de faltar produto em estoque, fazendo com que o grupo incorra em custos de falta 88,74% maiores que G2.

Tabela 6 – Medidas resumo do grupo G1

	Média	Desvio padrão	Variância da amostra	Mínimo	Máximo
X2	715,38	914,10	835576,9	0	3000
X4	1,14	0,47	0,22	0,5	2
X5	0,80	0,19	0,04	0,5	0,999
X6	1,10	0,92	0,84	0	3,1
X7	0,08	0,09	0,01	0	0,2
X8	0,22	0,24	0,06	0	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 7 – Medidas resumo do grupo G2

	Média	Desvio padrão	Variância da amostra	Mínimo	Máximo
X2	1939,41	2904,97	8438843	0	9600
X4	1,18	0,40	0,16	0,67	2
X5	0,85	0,12	0,01	0,5045	0,999
X6	1,23	0,66	0,44	0,011	3,1
X7	0,10	0,14	0,02	0	0,5
X8	0,11	0,17	0,03	0	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se observar nas medidas resumo (Tabelas 6 e 7) que as variáveis Estoque de Segurança (X2), Custo de estocagem (X7) e Custo de falta (X8), possuem um valor mínimo de 0. Isso ocorreu devido ao fato de que algumas lojas não se preocupam em deixar certa quantidade mínima de estoque para cobrir a demanda durante o tempo de ressuprimento, não calculam esses custos, ou não informaram os valores.

Utilizando a Análise Discriminante, construímos a função discriminante de Fisher e testamos a hipótese de diferença significativa entre as médias dos dois grupos para validar a

função discriminante, primeiramente verificamos a normalidade dos dados utilizando o teste Shapiro-Wilk de normalidade multivariada dos dados.

Foi verificado que os dados de 23 lojas com as variáveis consideradas se aproximam de uma distribuição normal, já que se pode fazer esta afirmação de forma significativa (valor- $p=0,0714 > 0,05$) de acordo com a realização do teste Shapiro-Wilk de normalidade multivariada dos dados.

Para fazer esta verificação, criou-se um algoritmo no software R, onde eram retirados cada um dos objetos, um a um, o teste de normalidade era refeito para todas as possibilidades, excluía-se o objeto que, ao ser retirado, aumentava mais a significância do teste de normalidade, e executava-se o algoritmo novamente, até que se chegou à conclusão de que com os dados de 23 das 30 lojas já era possível afirmar que esses dados seguiam uma distribuição normal multivariada (valor- $p > 0,05$).

Na análise discriminante calcularam-se as médias dos grupos (Tabela 8) utilizando a função discriminante linear amostral de Fisher, e o ponto médio. Caso uma loja, utilizando esta função, obtiver um valor superior ao ponto médio, esta será alocada ao grupo G1, caso contrário, ao grupo G2.

Tabela 8 – Média dos grupos e ponto médio

D(X1)	D(X2)	M
-5,88	-7,62	-6,75

Fonte: Elaborado pelo autor

Do ponto de vista da gestão de estoque, se a loja for alocada ao grupo G2, ela deverá se preocupar com um possível excesso de estoque não justificado, devendo rever seu estoque de segurança, quantidades a pedir e nível de estoque a se manter. Uma das maneiras de se calcular o estoque de segurança é segundo a equação (3). Uma das maneiras de saber as quantidades a pedir e nível de estoque a se manter, é segundo as funções (52) e (53) do modelo adaptado neste trabalho para o setor de varejo calçadista.

Na sequência foi construída a função discriminante linear de Fisher, dada por:

$$D(x) = -0,0004X_2 - 1,0382X_4 - 7,0794X_5 - 0,1574X_6 - 3,1842X_7 + 7,6934X_8 \quad (34)$$

Pode-se observar nesta função obtida que a variável X2 (ES – Estoque de Segurança) não tem importância para discriminação, pois o coeficiente associado a ela é bem próximo de zero (da ordem de 10^{-4}), mas apesar desta variável ser importante ao controle de estoque, isso

ocorreu devido ao fato de que algumas lojas não se preocupam em deixar certa quantidade mínima de estoque para cobrir a demanda durante o tempo de ressuprimento (lead time, que é o tempo que o fornecedor demora em entregar o pedido feito pela loja), assumindo um risco maior de falta de estoque na loja, então foi atribuído o valor 0 nesses casos (enquanto a média geral de estoque de segurança das amostras foi da ordem de 10^3).

Testou-se a hipótese de a diferença entre as médias ser nula, com a finalidade de verificar a validade da função discriminante de Fisher, já que se caso não for possível dizer que as médias dos grupos são significativamente diferentes, então também não será possível afirmar que existem dois grupos, ou seja, a função poderá não ser válida se a diferença entre as médias não for verificada de forma significativa. As hipóteses formuladas são:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Onde H_0 é a hipótese nula (não há diferença entre as médias), H_1 é a hipótese alternativa (há diferença entre as médias), μ_1 seria a média da população de objetos do grupo G1, e μ_2 seria a média da população de objetos do grupo G2.

Foi verificado que a diferença entre as médias dos grupos era significativa (Tabela 9), pois se rejeitou a hipótese nula (T de Hotelling $> F$), logo também foi verificada a validade da função discriminante $D(x)$.

Tabela 9 – Verificação da hipótese de diferença significativa entre as médias dos grupos

D(x1)-D(x2)	T de Hotelling	F
1,74	12,79	1,20

Fonte: Elaborado pelo autor

O próximo passo do trabalho foi verificar a taxa de classificação correta (Tabela 10), com o intuito de saber qual a probabilidade de uma loja ser alocada corretamente a um dos grupos.

Tabela 10 – Resultados da classificação

Modelo de Estoque de Segurança	G1	G2	Total
G1 original	9	4	13
%	69,23	30,77	100
G2 original	6	11	17
%	35,29	64,71	100

Fonte: Elaborado pelo autor

Analisando a Tabela 10, pode-se verificar que 20 das 30 lojas (66,67%) foram classificadas corretamente, sendo que 9 das 13 lojas (69,23%) inicialmente classificadas como G1, permaneceram em G1, e 11 das 17 lojas (64,71%) inicialmente classificadas como G2 permaneceram em G2.

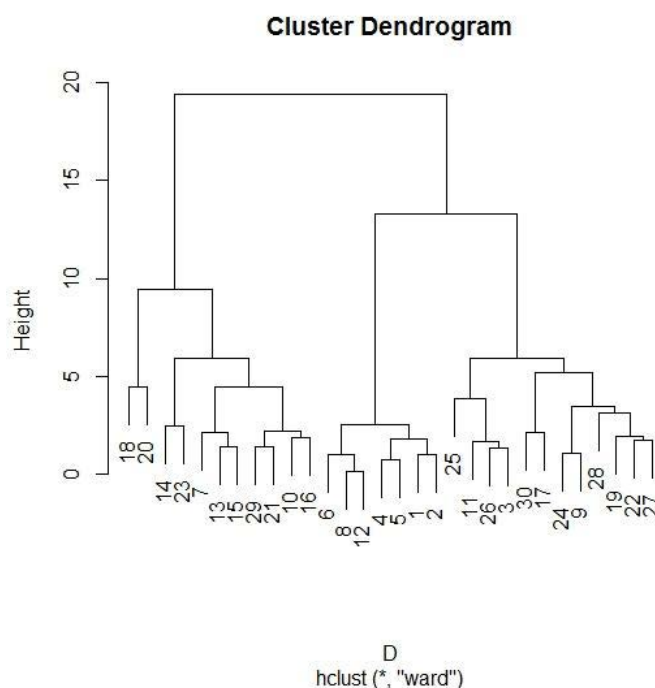
Também foi verificada a alocação das 7 lojas, que não seguiam a distribuição normal multivariada (pois embora no geral pode-se supor a normalidade dos dados das 30 lojas, essa afirmação não pode ser feita de forma significativa para os dados coletados em 7 lojas, sendo feita uma verificação separada), aos grupos com base no ponto médio (Tabela 8), utilizando a função discriminante. Das 7 lojas, 4 foram alocadas corretamente, ou seja, 57,14%, sendo que 3 lojas possuíam um estoque médio para atender menos de 3 meses de demanda, ou seja, eram do grupo G1 a priori, mas 1 foi alocada ao grupo G2 (66,67%), enquanto 4 possuíam um estoque médio para atender mais de 3 meses de demanda, ou seja, eram do grupo G2 a priori, mas 2 foram alocadas ao grupo G1 (50%).

As lojas do grupo G2 segundo a função discriminante tiveram uma taxa de classificação pior, devido ao possível excesso de estoque poder ser justificado, ou seja, o excesso de estoque não é totalmente refletido nos custos, nem nas outras variáveis.

4.3. ANÁLISE DE AGRUPAMENTOS

Ao fazer a análise de agrupamento, utilizando a distância euclidiana e o método de Ward, pode-se verificar a formação de dois grandes grupos distantes (Figura 4). Analisando os dados coletados chega-se à conclusão de que o grande grupo da direita é composto (em sua maioria) por lojas que possuem um estoque médio suficiente para atender no mínimo 3 meses da demanda (em média), enquanto assume-se o contrário para o outro grupo.

Figura 4 – Dendrograma - Método Ward



Fonte: Elaborado pelo autor

As medidas resumo dos grupos G1 e G2 obtidos a partir da Análise de Agrupamentos podem ser observadas nas Tabelas 11 e 12. Pode-se observar nessas tabelas que as variáveis Estoque de Segurança (X2), Custo de estocagem (X7) e Custo de falta (X8), possuem um valor mínimo de 0. Isso ocorreu devido ao fato de que algumas lojas não considerarem deixar um estoque mínimo na loja, não calculam esses custos, ou não informaram os valores. Quanto às médias, pode-se observar que são semelhantes às dos grupos definidos anteriormente.

Tabela 11 – Medidas resumo do grupo G1 da Análise de Agrupamentos

	Média	Desvio padrão	Variância da amostra	Mínimo	Máximo
X2	651,82	742,32	551036,4	0	2000
X4	1,00	0,43	0,19	0,5	2
X5	0,79	0,19	0,04	0,5	0,96
X6	0,93	0,63	0,40	0	1,75
X7	0,05	0,07	0,005	0	0,22
X8	0,04	0,07	0,005	0	0,2

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 – Medidas resumo do grupo G2 da Análise de Agrupamentos

	Média	Desvio padrão	Variância da amostra	Mínimo	Máximo
X2	1847,37	2795,01	7812076	0	9600
X4	1,26	0,39	0,16	0,67	2
X5	0,85	0,13	0,02	0,50	0,999
X6	1,31	0,83	0,69	0,01	3,1
X7	0,12	0,13	0,02	0	0,5
X8	0,23	0,22	0,05	0	0,6

Fonte: Elaborado pelo autor

Como a relação x_1 / x_3 para o grupo G1 da Análise de Agrupamentos teve um valor próximo a 3, foram feitos testes de hipótese acerca dessa relação $x_1 / x_3 \geq 3$ para os grupos.

$$H_0 : \mu_1 = 3 \quad H_0 : \mu_2 = 3$$

$$H_1 : \mu_1 > 3 \quad \text{e} \quad H_1 : \mu_2 > 3$$

Onde H_0 é a hipótese nula (a média da relação x_1/x_3 é igual a 3), H_1 é a hipótese alternativa (a média da relação x_1/x_3 é maior do que 3), μ_1 seria a média da relação x_1/x_3 da população de objetos do grupo G1 da Análise de Agrupamentos, e μ_2 seria a média da relação x_1/x_3 da população de objetos do grupo G2 da Análise de Agrupamentos.

A um nível de significância de 5%, a hipótese nula da média da relação x_1/x_3 do grupo G2 da Análise de Agrupamentos foi rejeitada, ou seja, a relação realmente é maior do que 3, enquanto a hipótese nula da média da relação x_1/x_3 do grupo G1 da Análise de Agrupamentos não pode ser rejeitada, ou seja, não se pode afirmar que a relação é maior do que 3, indo de encontro com os grupos a priori.

Também foi verificada a alocação dos objetos dos grupos obtidos com relação aos grupos à priori. Pode-se observar que 54,55% das lojas inicialmente classificadas como G1, permaneceram em G1, enquanto que 57,89% inicialmente classificadas como G2 permaneceram em G2, ou seja, no geral, 56,67% das lojas permaneceram com a mesma classificação dos grupos à priori.

4.4. ESTOQUE DE SEGURANÇA

Utilizando parâmetros obtidos nas medidas resumo das variáveis de cada grupo da Análise Discriminante, calcularam-se os estoques de segurança segundo modelos existentes, conforme (Tabela 13).

Tabela 13 – Estoques de Segurança médio e calculados

Estoque de Segurança (X2)	G1	G2
Média dos grupos	716	1940
Usando equações (3) e (3.1)	1547	1859
Usando equações (3) e (3.2)	1360	1636
Usando equações (3) e (3.3)	1277	1572
Usando equações (3) e (3.4)	468	454

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se observar através das medidas resumo dos grupos G1 e G2 da Análise Discriminante (Tabela 6 e Tabela 7) e dos estoques de segurança calculados segundo modelos teóricos (Tabela 13), que os grupos possuem demandas e lead times semelhantes, mas diferentes quantidades de estoque de segurança para suprir atrasos, fazendo com que o grupo G2 possua estoque de segurança médio maior do que o modelo que obtém o maior nível de segurança, e consequentemente o maior nível de estoque, incorrendo em maiores custos, enquanto o grupo G1 possui um valor onde possa considerar uma das variáveis constantes (modelos mais simples).

Do ponto de vista da gestão de estoque, um dos motivos do grupo G1 possuir um estoque menor é que as lojas deste grupo possuem uma demanda ou lead time mais estável, sem muita dispersão, podendo ser considerada como constante e utilizar modelos teóricos mais simples. Já para o grupo G2 pode-se supor que o estoque de segurança é calculado com base na média da demanda ou do lead time e não com base em sua variabilidade, um viés comum de se encontrar na prática, devendo as lojas deste grupo recalcularem seus estoques para que o excesso não se reflita em custos.

4.4. CONTROLE ÓTIMO

Adaptando a função objetivo J , descrita por Sethi e Thompson (2006), apresentada acima na revisão bibliográfica deste trabalho, para um problema de maximização (do negativo dos custos) com horizonte de tempo finito, que no caso deste estudo considerou-se o período T de 12 meses (1 ano), obtém-se a seguinte função:

$$\max J = \int_0^T \left[-\frac{h}{2}(I - \hat{I})^2 - \frac{c}{2}(P - \hat{P})^2 \right] dt \quad (35)$$

No caso deste estudo, como no setor de varejo calçadista existem pedidos de compra das lojas ao invés de produção (a produção seria das indústrias), e existem os custos de falta e de pedido (que não será considerado na modelagem, por não ser significativo perto dos custos totais) ao invés dos custos de produção, para fins de uma correta consideração do problema

prático, a função poderá ser interpretada da seguinte maneira: $\frac{h}{2}(I - \hat{I})^2$ impõe que terá custos de estocagem h maiores quando o nível de estoque I estiver abaixo do estoque de segurança $\hat{I}$ (ex: custo por falta de estoque, por não atender a demanda, senão a melhor alternativa seria 0 de estoque) ou acima de $\hat{I}$ (ex: custo por excesso de estoque), e $\frac{c}{2}(P - \hat{P})^2$ impõe que terá custos de falta c maiores quando a quantidade do pedido P estiver abaixo da meta de venda estipulada pela previsão da demanda média $\hat{P}$ (ex: custo de falta por não atender a demanda, não atingir a meta de vendas, senão a melhor alternativa seria não fazer nenhum pedido) ou acima de $\hat{P}$ (ex: penalização por gerar um excesso de estoque).

Esta função objetivo está sujeita à seguinte condição da equação diferencial de estado, que é a variação do estoque (diferença entre a quantidade do pedido P e a demanda S):

$$\frac{\partial I}{\partial t} = P(t) - S(t) \quad (36)$$

Como é descrito por Sethi e Thompson (2006), pode-se assumir que a demanda $S(t)$ é um polinômio de grau $2p$ ou $2p-1$ variando no tempo de acordo com a seguinte equação:

$$S(t) = C_0 t^{2p} + C_1 t^{2p-1} + \dots + C_{2p} \quad (37)$$

Com t variando de 0 a T .

Levando em conta o próprio comportamento da demanda (diminui de janeiro a abril, aumenta em maio, diminui de junho a novembro e aumenta em dezembro), pode-se modelar a demanda como um polinômio de grau 4, portanto, neste caso para obter-se a equação da demanda $S(t)$ deve-se resolver um sistema de equações lineares, onde C são os coeficientes, com equações do tipo:

$$S(t) = C_0 t^4 + C_1 t^3 + C_2 t^2 + C_3 t + C_4 \quad (38)$$

A partir da equação anterior, calcula-se a variação da demanda em relação ao tempo:

$$\frac{\partial S(t)}{\partial t} = 4C_0 t^3 + 3C_1 t^2 + 2C_2 t + C_3 \quad (40)$$

E suas derivadas de ordem ímpar (que precisam ser calculadas para se obter a solução particular):

Derivada de ordem 3:

$$\frac{\partial^3 S(t)}{\partial t^3} = 24C_0 t + 6C_1 \quad (41)$$

Derivada de ordem 5:

$$\frac{\partial^5 S(t)}{\partial t^5} = 0 \quad (42)$$

Para resolver o problema desse estudo de caso, primeiro obtém-se a solução particular.

Uma das maneiras de se obter a solução particular é através de uma soma de derivadas para resolver pela equação (71).

Solução particular:

$$Q(t) = \hat{I} + \frac{c}{h} \frac{\partial S}{\partial t} + \left(\frac{c}{h}\right)^2 \frac{\partial^3 S}{\partial t^3} + \left(\frac{c}{h}\right)^3 \frac{\partial^5 S}{\partial t^5} \quad (43)$$

Resolvendo-a obtém-se:

$$Q(t) = \hat{I} + 4\frac{c}{h} C_0 t^3 + 3\frac{c}{h} C_1 t^2 + \left[24\left(\frac{c}{h}\right)^2 C_0 + 2\frac{c}{h} C_2 \right] t + \left[6\left(\frac{c}{h}\right)^2 C_1 + \frac{c}{h} C_3 \right] \quad (44)$$

O próximo passo é calcular $I(t)$ e $P(t)$, Para isso é necessário derivar a solução particular $Q(t)$ encontrada para utilizá-la no cálculo de $P(t)$, e calcular m_1 , m_2 , b_1 , b_2 , a_1 e a_2 que são parâmetros de ambos $I(t)$ e $P(t)$.

Derivada da solução particular $Q(t)$:

$$\frac{\partial Q(t)}{\partial t} = 12 \frac{c}{h} C_0 t^2 + 6 \frac{c}{h} C_1 t + \left[24 \left(\frac{c}{h} \right)^2 C_0 + 2 \frac{c}{h} C_2 \right] \quad (45)$$

Cálculo dos parâmetros:

$$m_1 = -\sqrt{\frac{h}{c}} \quad (46)$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{h}{c}} \quad (47)$$

$$b_1 = I_0 - \left[\hat{I} + 6 \left(\frac{c}{h} \right)^2 C_1 + \frac{c}{h} C_3 \right] \quad (48)$$

$$b_2 = -12 \frac{c}{h} C_0 T^2 - 6 \frac{c}{h} C_1 T - 24 \left(\frac{c}{h} \right)^2 C_0 - 2 \frac{c}{h} C_2 \quad (49)$$

$$a_1 = \frac{b_1 \sqrt{\frac{h}{c}} e^{\sqrt{\frac{h}{c}} T} - b_2}{\sqrt{\frac{h}{c}} \left(e^{\sqrt{\frac{h}{c}} T} + e^{-\sqrt{\frac{h}{c}} T} \right)} \quad (50)$$

$$a_2 = \frac{b_2 + b_1 \sqrt{\frac{h}{c}} e^{-\sqrt{\frac{h}{c}} T}}{\sqrt{\frac{h}{c}} \left(e^{\sqrt{\frac{h}{c}} T} + e^{-\sqrt{\frac{h}{c}} T} \right)} \quad (51)$$

Com todos os coeficientes e parâmetros calculados, deve-se obter o estoque $I(t)$ e a quantidade do pedido $P(t)$, que minimizam os custos associados à estocagem e ao pedido, através das equações (63.1) e (65).

$$I(t) = a_1 e^{-\sqrt{\frac{h}{c}} t} + a_2 e^{\sqrt{\frac{h}{c}} t} + \hat{I} + 4 \frac{c}{h} C_0 t^3 + 3 \frac{c}{h} C_1 t^2 + \left[24 \left(\frac{c}{h} \right)^2 C_0 + 2 \frac{c}{h} C_2 \right] t + \left[6 \left(\frac{c}{h} \right)^2 C_1 + \frac{c}{h} C_3 \right] \quad (52)$$

$$P = \sqrt{\frac{h}{c}} \left(a_2 e^{\sqrt{\frac{h}{c}}t} - a_1 e^{-\sqrt{\frac{h}{c}}t} \right) + C_0 t^4 + C_1 t^3 + \left(12 \frac{c}{h} C_0 + C_2 \right) t^2 + \left(6 \frac{c}{h} C_1 + C_3 \right) t + 24 \frac{c^2}{h^2} C_0 + 2 \frac{c}{h} C_2 + C_4 \quad (53)$$

Do ponto de vista da gestão de estoque, com as funções de estoque $I(t)$ e quantidade do pedido $P(t)$ obtidas anteriormente, basta à loja calcular os parâmetros a_1 e a_2 com as equações (50) e (51), calcular os coeficientes da função demanda prevista (por exemplo, pode-se utilizar uma planilha do software Excel, inserir um gráfico com os dados da demanda e adicionar uma linha de tendência polinomial de ordem 4, assim aparecerá no gráfico uma equação do tipo $Y = C_0 x^4 + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4$), e substituir juntamente com o período t do ano desejado nas equações (52) e (53), para saber quanto pedir e quanto manter em estoque naquele período.

4.4.1. Aplicação no setor calçadista

Foi feito uma aplicação na loja de calçados de número 28, onde foi possível coletar dados históricos da média mensal aproximada de pares de calçados vendidos em cada mês do ano e o estoque inicial de janeiro.

Considerando os meses de janeiro, junho, julho, agosto, setembro, outubro e novembro como meses de vendas normais, maio vendendo o dobro por ser o mês do dia das mães, dezembro vendendo o triplo por ser final de ano, mês de festas, mas fevereiro vendendo 70% do que é vendido nos meses normais, e nos meses de março e abril chegando a cair as vendas para 60% das vendas consideradas normais.

A meta média das vendas mensais normais é cerca de 4700 pares, enquanto o estoque de segurança é de 9600 pares para poder cobrir aumento inesperado da demanda, atrasos no lead time do fornecedor, entre outros riscos.

Portanto, neste estudo, foram considerados os seguintes parâmetros: $\hat{P} = S(t)$, $\hat{I} = 9600$, $I_0 = 14400$, $T = 11$, $\rho = 0$, $h = 0,04$ e $c = 0,02$, com uma demanda inicial média normal $S(0) = 4700$ e a demanda variando no tempo de acordo com a seguinte equação:

Resolvendo o sistema da equação (38), obtém-se a seguinte equação:

$$S(t) = 17,889t^4 - 353,56t^3 + 2145,4t^2 - 3832,7t + 4813 \quad (54)$$

A partir da equação anterior, calcula-se a variação da demanda em relação ao tempo:

$$\frac{\partial S(t)}{\partial t} = 71,556t^3 - 1060,68t^2 + 4290,8t - 3832,7 \quad (55)$$

E sua derivada de ordem 3:

$$\frac{\partial^3 S(t)}{\partial t^3} = 429,336t - 2121,36 \quad (56)$$

Resolvendo a equação particular e calculando sua derivada, para resolver o problema dessa aplicação, obtém-se:

Solução particular:

$$Q(t) = 35,778t^3 - 530,34t^2 + 2252,734t + 7153,31 \quad (57)$$

Derivada da solução particular $Q(t)$:

$$\frac{\partial Q(t)}{\partial t} = 107,334t^2 - 1060,68t + 2252,734 \quad (58)$$

O próximo passo é calcular $I(t)$ e $P(t)$, Para isso é necessário calcular m_1 , m_2 , b_1 , b_2 , a_1 e a_2 que são parâmetros de ambos $I(t)$ e $P(t)$.

Cálculo dos parâmetros:

$$m_1 = \frac{0 - \sqrt{0^2 + 4 \frac{0,02}{0,04}}}{2} = -0,7071068 \quad (59)$$

$$m_2 = \frac{0 + \sqrt{0^2 + 4 \frac{0,02}{0,04}}}{2} = 0,7071068 \quad (60)$$

$$b_1 = 14400 - (7153,31) = 7246,69 \quad (61)$$

$$b_2 = 107,334 * 11^2 - 1060,68 * 11 + 2252,734 = -3572,668. \quad (62)$$

$$a_1 = \frac{7246,69 * 0,7071068e^{0,707106811} + 3572,668}{0,7071068e^{0,707106811} + 0,7071068e^{-0,707106811}} = 7248,8 \quad (63)$$

$$a_2 = \frac{-3572,668 - 7246,69 * (-0,7071068)e^{-0,707106811}}{0,7071068e^{0,707106811} + 0,7071068e^{-0,707106811}} = -2,1146 \quad (64)$$

Com todos os coeficientes e parâmetros calculados, deve-se obter o estoque $I(t)$ e a quantidade do pedido $P(t)$, que minimizam os custos associados à estocagem e ao pedido, através das equações (52) e (53).

$$I = 7248,8e^{-0,7071068} - 2,1146e^{0,7071068} + 35,778t^3 - 530,34t^2 + 2252,734t + 7153,31 \quad (65)$$

$$P = -5125,676e^{-0,7071068} - 1,49525e^{0,7071068} + 17,889t^4 - 353,56t^3 + 2252,734t^2 - 4893,38t + 7065,734 \quad (66)$$

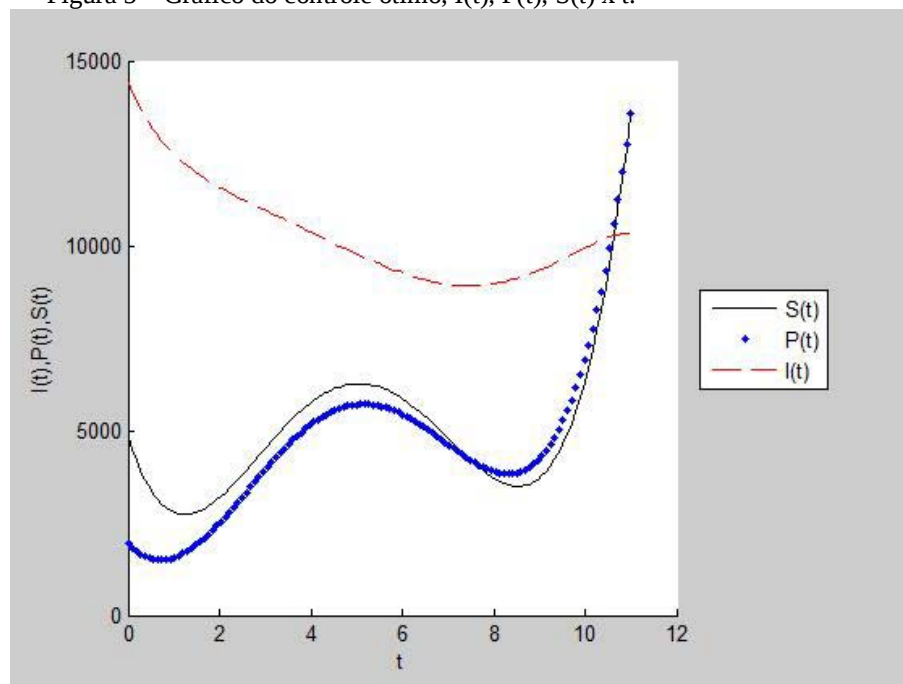
Após calcular I e P, calcula-se a função quadrática dos custos utilizando a função objetivo.

$$J = \int_0^{11} \left[\frac{0,04}{2} (I - 9600)^2 + \frac{0,02}{2} (P - S)^2 \right] dt = 5,76 * 10^5 \quad (67)$$

Com os resultados em mãos, pode-se analisa-los graficamente em relação ao tempo.

Como se pode observar no gráfico feito com as funções P(t), S(t) e I(t) obtidas anteriormente (Figura 5), inicialmente a função I(t) diminui, por estar acima do estoque de segurança, até o valor de 8921 unidades que é 7,07% abaixo do estoque de segurança, mas logo volta a aumentar até o valor de 10335 unidades que é 7,66% acima do estoque de segurança, por causa da meta imposta e atender a demanda prevista.

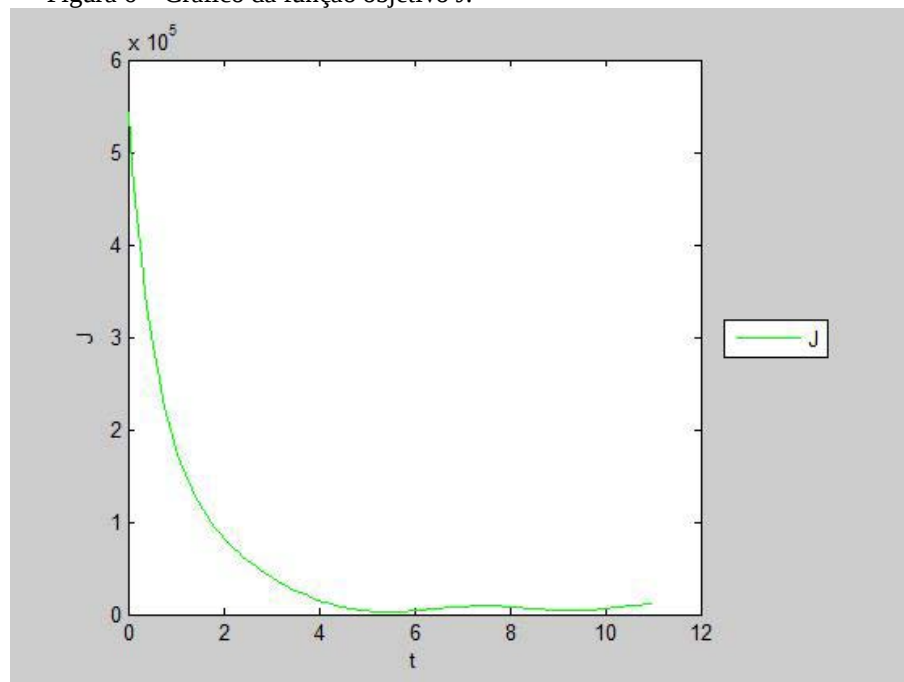
Figura 5 – Gráfico do controle ótimo, I(t), P(t), S(t) x t.



Fonte: Elaborado pelo autor

Como se pode observar, inicialmente a função objetivo J possui um valor da ordem de 10^5 (Figura 6), diminui exponencialmente até um valor mínimo próximo a 0 e começa a oscilar de forma amortecida em torno deste valor até o último período.

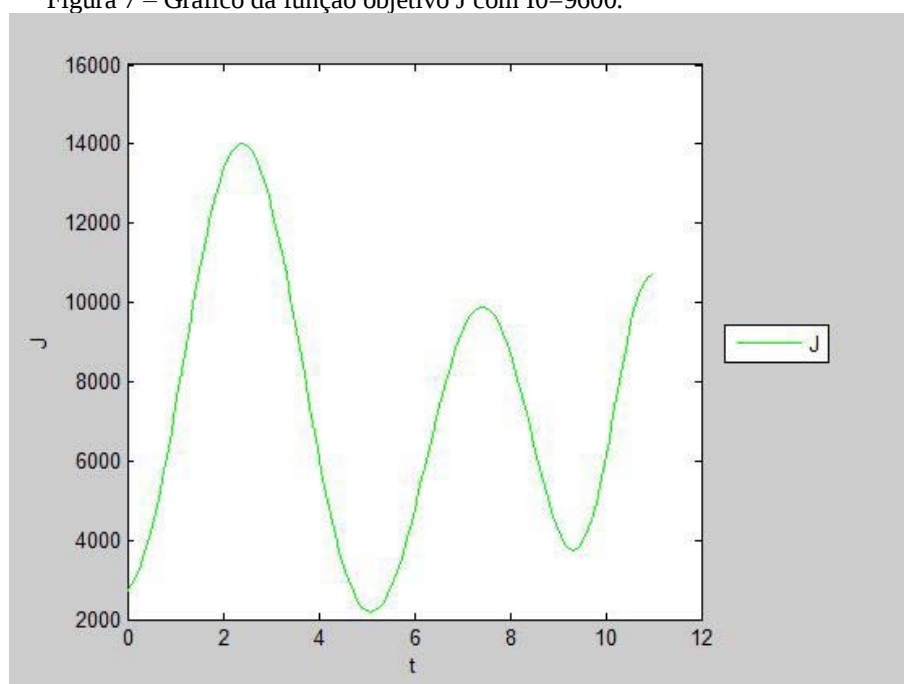
Figura 6 – Gráfico da função objetivo J.



Fonte: Elaborado pelo autor

O fato de J diminuir inicialmente de forma exponencial é por causa do excesso de estoque inicial. Se o estoque de janeiro da loja fosse próximo do estoque de segurança, a função J já oscilaria de forma amortecida desde o período inicial (Figura 7).

Figura 7 – Gráfico da função objetivo J com $I_0=9600$.



Fonte: Elaborado pelo autor

4.4.2. Análise de sensibilidade

Para verificar a robustez do modelo, a partir dos resultados da aplicação da teoria do controle ótimo, foi feita análise de sensibilidade das funções, verificando o nível de alteração de seus comportamentos em relação à variação dos valores dos parâmetros do modelo.

Cada um dos parâmetros foi alterado individualmente, ou seja, os outros parâmetros do modelo continuaram com o seu valor original.

As análises de sensibilidade dos parâmetros do modelo foram realizadas variando os valores da aplicação de cada parâmetro em $\pm 20\%$, com variações de 5% em 5% para visualizar nos gráficos, e verificação do comportamento das funções em relação a essas variações.

Para cada variação dos valores de cada parâmetro em $\pm 20\%$ foram calculadas a porcentagem da diferença entre os valores de cada função com o parâmetro variado e o valor da função com o parâmetro utilizado na aplicação do modelo sem a variação, em relação ao mesmo período. As variações foram calculadas para os períodos inicial (0), final (T), e para o período todo com a “integral das diferenças encontradas em todas as variações do modelo em relação aos valores nominais” (HARDT, 2007).

$$\frac{\int_0^T |x(t) - x_{nom}(t)| dt}{\int_0^T |x_{nom}(t)| dt} \cdot 100\% \quad (68)$$

Como se pode observar nos gráficos e tabelas a seguir, o único parâmetro que altera a função estoque no tempo inicial 0, $I(0)$, é o próprio estoque inicial I_0 , enquanto o único parâmetro que altera a função pedida no tempo final T, $P(T)$, é a meta estabelecida. Já a demanda prevista, $S(t)$, é alterada de acordo com o grau da função polinomial usada na previsão.

A Tabela 14 mostra as variações dos valores das funções com modificação nos valores do estoque inicial, I_0 , e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 8) e da função objetivo J (Figura 9). Observando as tabelas, como normalmente o estoque inicial da loja em Janeiro é acima do estoque de segurança definido pela mesma e próximo a 3 vezes o valor da demanda normal, pode-se concluir que o modelo apresenta sensibilidade maior a esse parâmetro.

Como se pode observar, quanto maior é o estoque inicial, maior é o valor da função objetivo e menor é a quantidade a ser pedida nos primeiros períodos, mas as funções se corrigem para que os pedidos atinjam a meta, enquanto o nível de estoque se corrige para oscilar em torno do estoque de segurança. Já a função objetivo J começa com um valor da ordem de pelo menos 10^4 , diminui exponencialmente até um valor mínimo próximo a 0 e começa a oscilar de forma amortecida em torno deste valor até o último período.

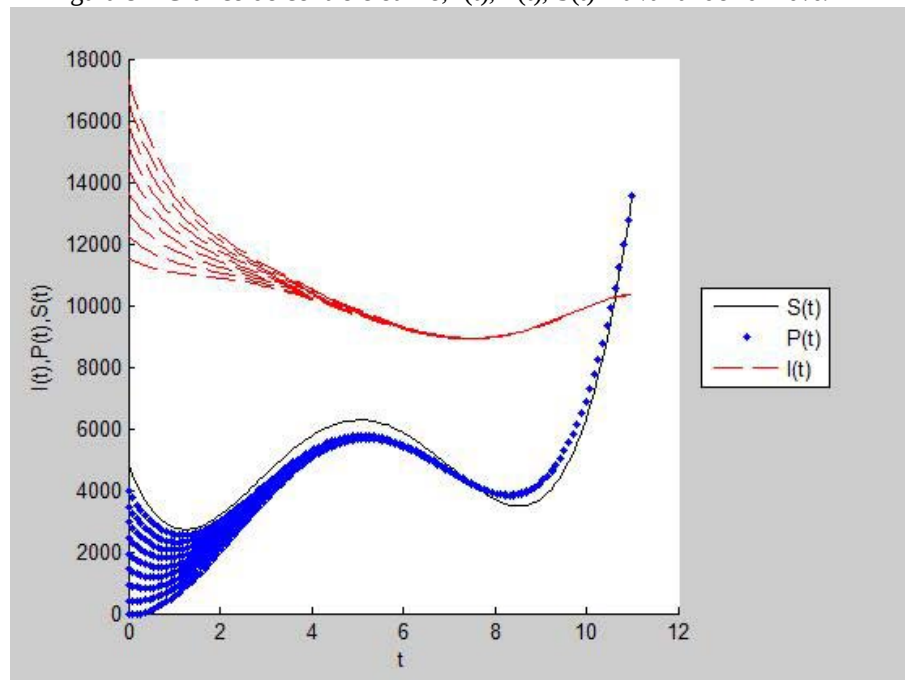
Do ponto de vista da gestão de estoque, como o modelo é sensível ao parâmetro I_0 , a loja deveria se preocupar mais com o estoque do final do ano e as vendas de dezembro, pois assim teriam um estoque inicial próximo ao estoque de segurança de janeiro, diminuindo seus custos.

Tabela 14 – Variações nas funções, variando o parâmetro I_0 em $\pm 20\%$

Parâmetro variado:		I_0	
Período	Função	-20%	+20%
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	-85,14%	+161,46%
	$P(0)$	+105,05%	-100%
	$I(0)$	-20%	+20%
Final, $t = T$	$J(T)$	-0,65%	+0,66%
	$P(T)$	0	0
	$I(T)$	-0,02%	+0,02%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	-68,49%	+119,43%
	$P(t)$	+5,65%	-5,65%
	$I(t)$	-3,58%	+3,58%

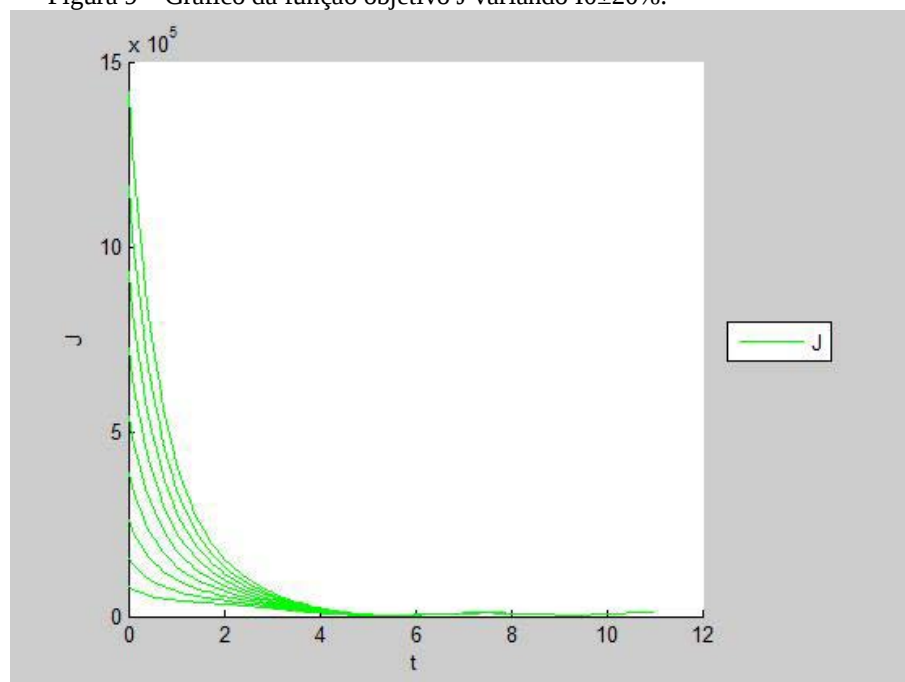
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 8 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $I_0 \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 9 – Gráfico da função objetivo J variando $I_0 \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 15 mostra as variações dos valores das funções com modificação nos valores do estoque de segurança, ES , e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 10) e da função objetivo J (Figura 11).

Como se pode observar, quanto maior é o estoque de segurança, menor é o valor da função objetivo e maior é a quantidade a ser pedida nos primeiros períodos, enquanto o nível

de estoque tem uma correção menos acentuada, mas se corrige para oscilar em torno do estoque de segurança.

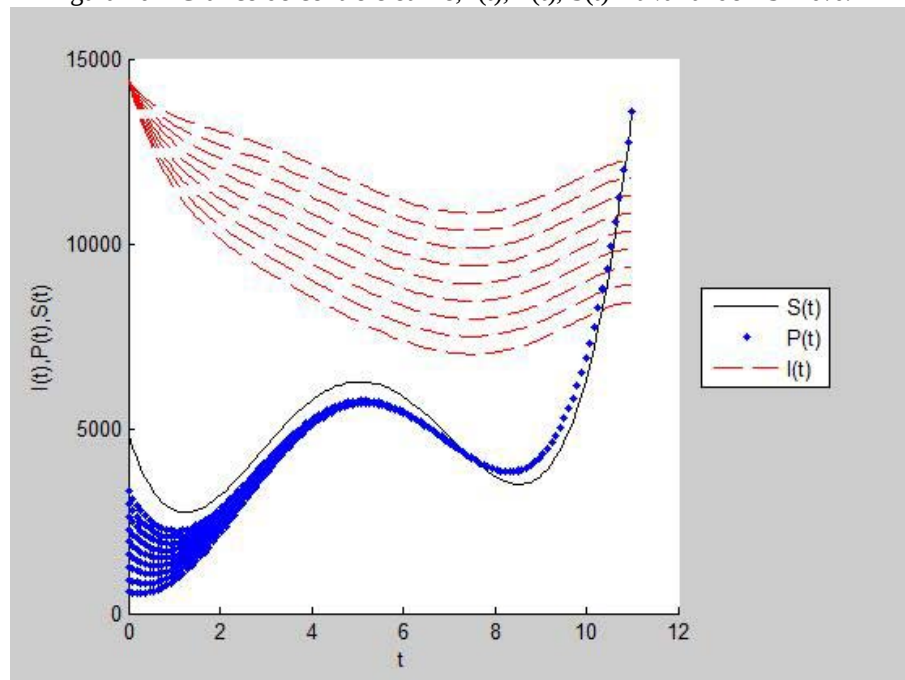
Já a função objetivo J começa com um valor da ordem de 10^5 , diminui exponencialmente até um valor mínimo próximo a 0 e começa a oscilar de forma amortecida em torno deste valor até o último período, mas como se supõe no modelo que foi definido um estoque de segurança adequado, então essa diminuição de custo se dá devido a uma menor diferença entre seu valor e o nível de estoque, ou seja, essa diminuição somente será efetiva caso haja aumento no risco de falta de estoque, mas é relevante observar que muitas vezes na prática as lojas calculam o estoque de segurança de forma errada, levando em consideração a média da demanda e não sua variabilidade.

Tabela 15 – Variações nas funções, variando o parâmetro ES em $\pm 20\%$

Parâmetro variado:		ES	
Período	Função	-20%	+20%
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	+99,16%	-65,24%
	$P(0)$	-70,03%	+70,03%
	$I(0)$	0	0
Final, $t = T$	$J(T)$	+0,44%	-0,44%
	$P(T)$	0	0
	$I(T)$	-18,56%	+18,56%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	+73,96%	-51,32%
	$P(t)$	-3,77%	+3,77%
	$I(t)$	-16,18%	+16,18%

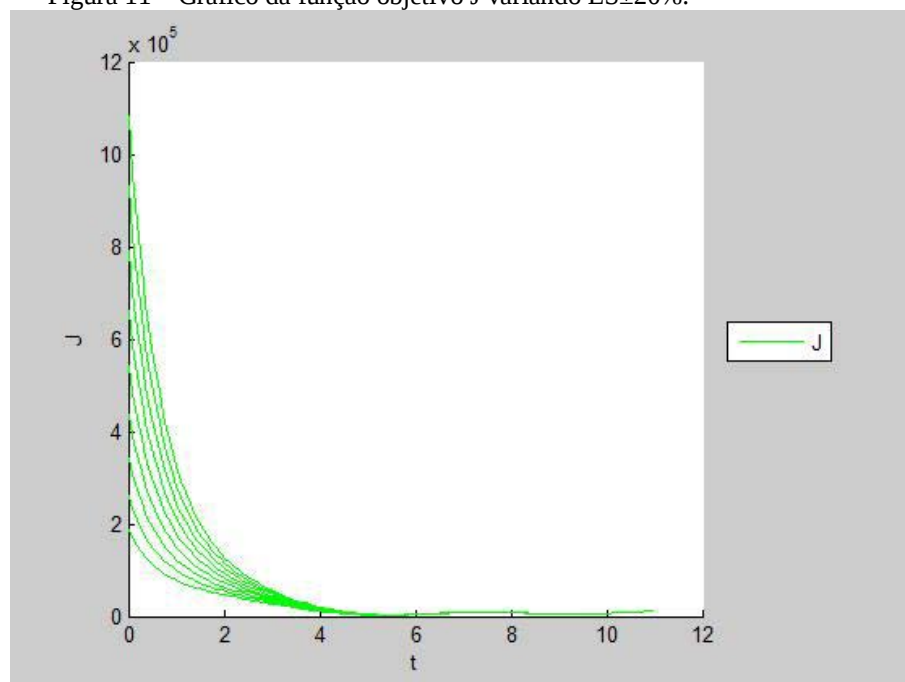
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 10 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $ES \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 11 – Gráfico da função objetivo J variando $ES \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 16 mostra as variações dos valores das funções com modificação nos valores da meta, P_s , e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 12) e da função objetivo J (Figura 13).

Como se pode observar, quanto maior é a meta, maior é o valor da função objetivo e maior é o nível de estoque nos últimos períodos.

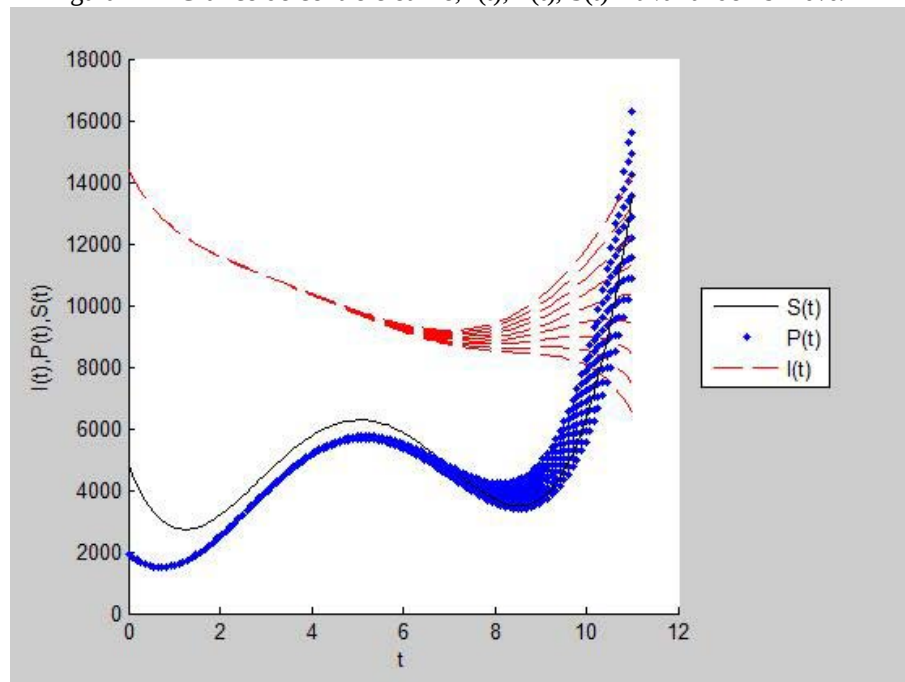
A função objetivo J começa com um valor da ordem de 10^5 e diminui exponencialmente, mas volta a aumentar conforme a meta varia, pois o valor pedido acima da demanda prevista gera custo de estocagem, enquanto o valor pedido abaixo da demanda prevista incorre em custo de falta, mas como a quantidade do pedido é a variável de controle, caso o custo aumenta nos últimos períodos, deve-se ajustar uma meta condizente com a demanda prevista, supondo que no modelo foi definida uma previsão de demanda adequada.

Tabela 16 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro P_s

Parâmetro variado:		P_s	
Período	Função	-20%	+20%
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	-8,46%	+11,86%
	$P(0)$	-0,12%	+0,12%
	$I(0)$	0	0
Final, $t = T$	$J(T)$	+3764,43%	+1677,85%
	$P(T)$	-20%	+20%
	$I(T)$	-37,12%	+37,12%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	+23,41%	+71,92%
	$P(t)$	-7,53%	+7,53%
	$I(t)$	-4,77%	+4,77%

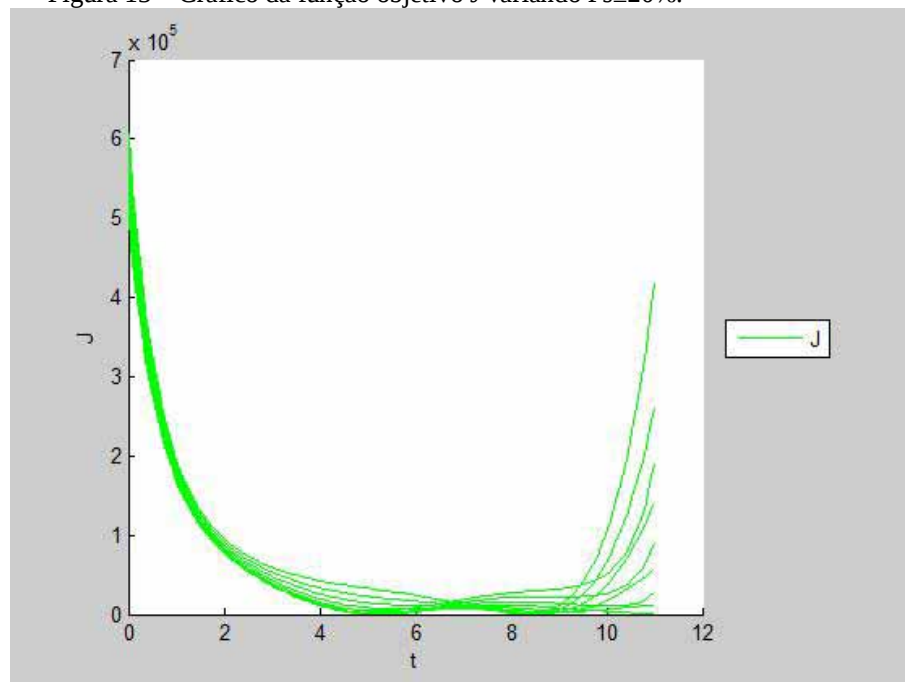
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 12 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $P_s \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 13 – Gráfico da função objetivo J variando $P_s \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 17 mostra as variações dos valores das funções com modificação nos valores do custo de estocagem, h , e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 14) e da função objetivo J (Figura 15).

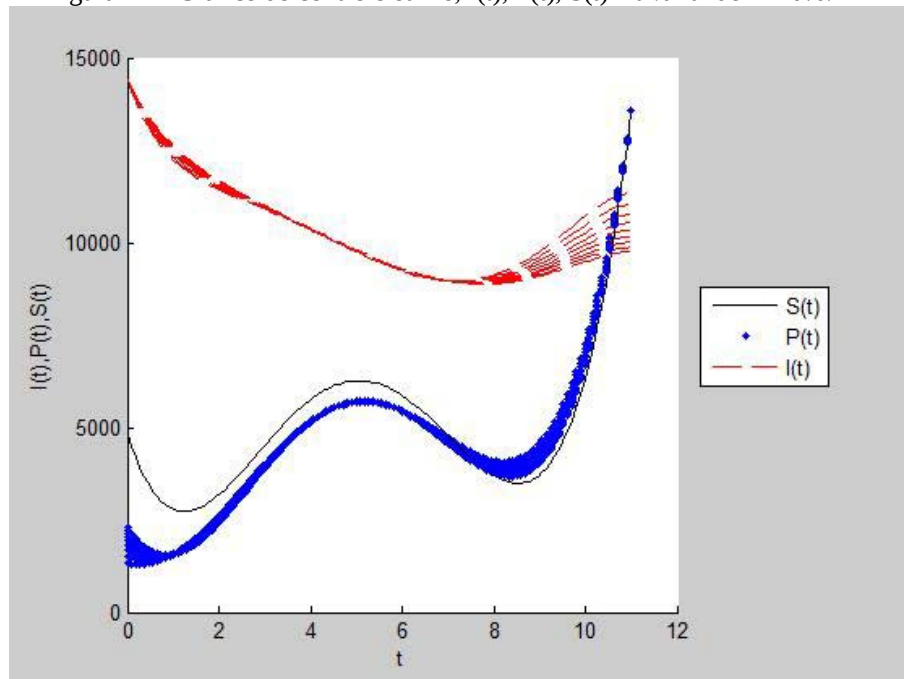
Como se pode observar, quanto maior é o custo de estocagem, maior é o valor da função objetivo, mas são menores as quantidades do pedido e em estoque, pois ambos são inversamente influenciados por este parâmetro.

Tabela 17 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro h

Parâmetro variado:		h	
Período	Função	-20%	+20%
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	-9,68%	+13,34%
	$P(0)$	-32,05%	+18,83%
	$I(0)$	0	0
Final, $t = T$	$J(T)$	+348,83%	-95,02%
	$P(T)$	0	0
	$I(T)$	+9,74%	-5,67%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	-14,94%	+22,80%
	$P(t)$	+1,98%	-1,15%
	$I(t)$	+1,15%	-0,58%

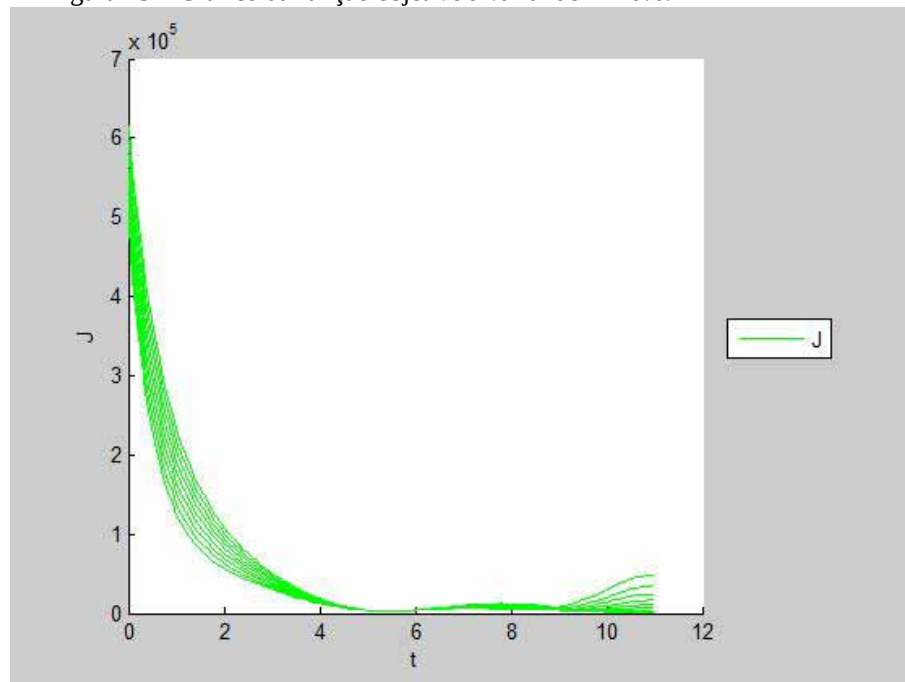
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 14 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $h \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 15 – Gráfico da função objetivo J variando $h \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 18 mostra as variações dos valores das funções com modificação nos valores do custo de falta, c , e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 16) e da função objetivo J (Figura 17).

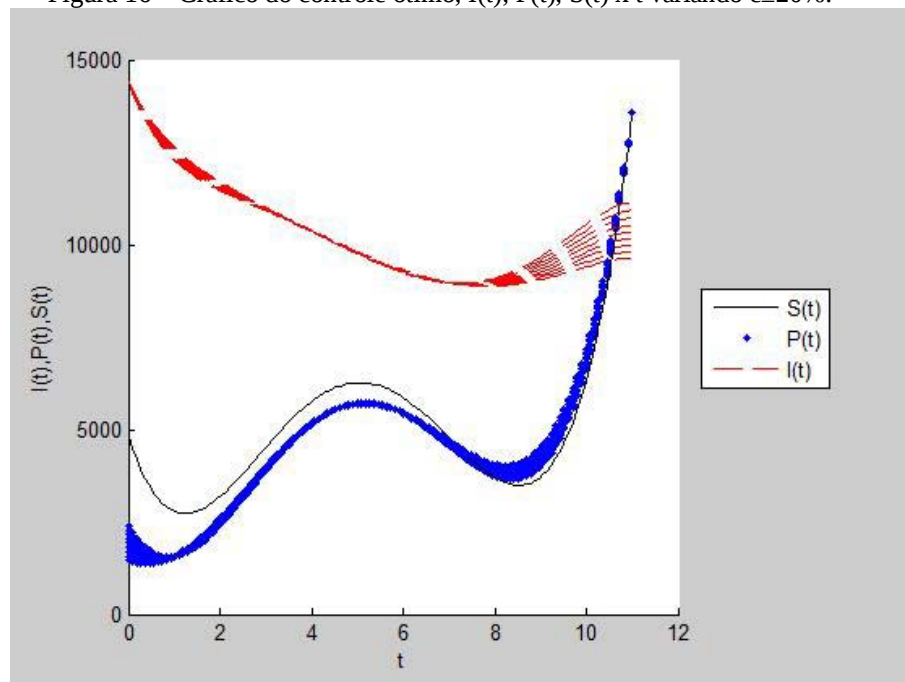
Como se pode observar, quanto maior é o custo de falta, maiores são os valores da função objetivo, pedido e estoque, pois são influenciados diretamente por este parâmetro e compensa fazer um pedido maior para manter o excesso em estoque do que faltar e incorrer em custos de falta altos.

Apesar de não ser esperado, o modelo não é muito sensível à variação dos custos, isso ocorre devido ao fato do modelo levar em consideração a relação entre os custos e não os seus valores individuais. Por exemplo, se os custos são iguais, não importa a ordem de seus valores individuais, se são 0,1 ou 1, pois o modelo terá o mesmo comportamento no geral, variando apenas a escala.

Tabela 18 – Variações nas funções, variando $\pm 20\%$ no parâmetro c

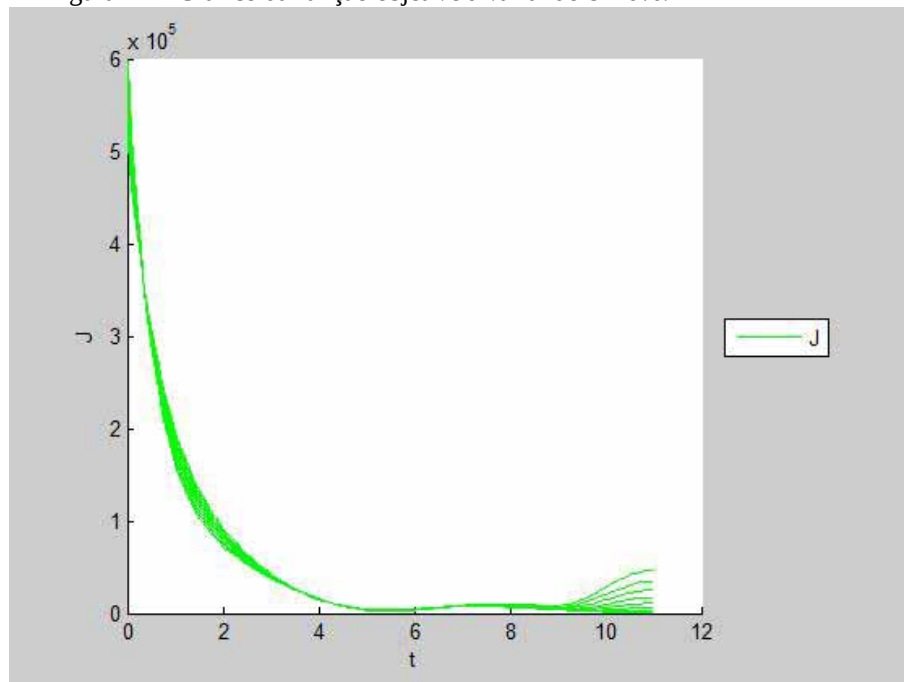
Parâmetro variado:		c	
Período	Função	-20%	+20%
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	-6,44%	+9,78%
	$P(0)$	+22,39%	-25,23%
	$I(0)$	0	0
Final, $t = T$	$J(T)$	-99,67%	+332,51%
	$P(T)$	0	0
	$I(T)$	-6,71%	+7,68%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	+3,28%	+3,92%
	$P(t)$	-1,36%	+1,56%
	$I(t)$	-0,67%	+0,9%

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 16 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando $c \pm 20\%$.

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 17 – Gráfico da função objetivo J variando $c \pm 20\%$.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 19 mostra as variações dos valores das funções com modificação no grau do polinômio de previsão da demanda, e os gráficos a seguir mostram o comportamento das funções $S(t)$, $I(t)$, $P(t)$ (Figura 18) e da função objetivo J (Figura 19).

Enquanto a demanda continua com o mesmo comportamento no geral, um grau menor ou igual a 3 não possui uma boa qualidade de previsão, como se pode observar no valor do coeficiente de determinação (R^2) abaixo de 0,7, e um grau maior ou igual a 6 aumenta os custos, neste caso, em mais de 100%.

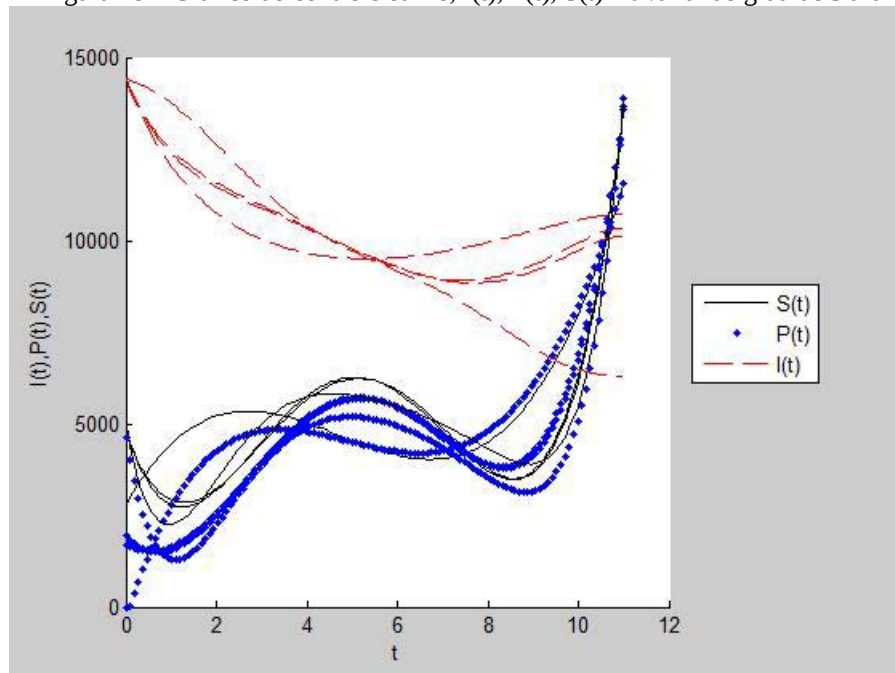
Pode-se concluir que o menor grau com previsão aceitável é o de grau 4 utilizado, enquanto o de grau 5 diminui ligeiramente os valores das funções.

Tabela 19 – Variações nas funções, variando o grau do polinômio da previsão

Período	Função	grau		
		3	5	6
Inicial, $t = 0$	$J(0)$	+3,01%	+1,66%	-15,00%
	$P(0)$	-100%	-11,98%	+139,45%
	$I(0)$	0	0	0
	$S(0)$	-42,05%	-1,64%	+3,36%
Final, $t = T$	$J(T)$	+132,17%	-50,23%	+1908,34%
	$P(T)$	-14,92%	+0,58%	+2,36%
	$I(T)$	+3,73%	-2,10%	-39,00%
	$S(T)$	-14,92%	+0,58%	+2,36%
Integral, $t = 0$ a T	$J(t)$	-20,39%	-4,15%	+145,87%
	$P(t)$	+6,69%	-0,43%	-9,52%
	$I(t)$	+0,48%	-0,85%	-5,59%
	$S(t)$	+5,49%	0	-1,48%
	R^2	0,5084	0,7761	0,7952

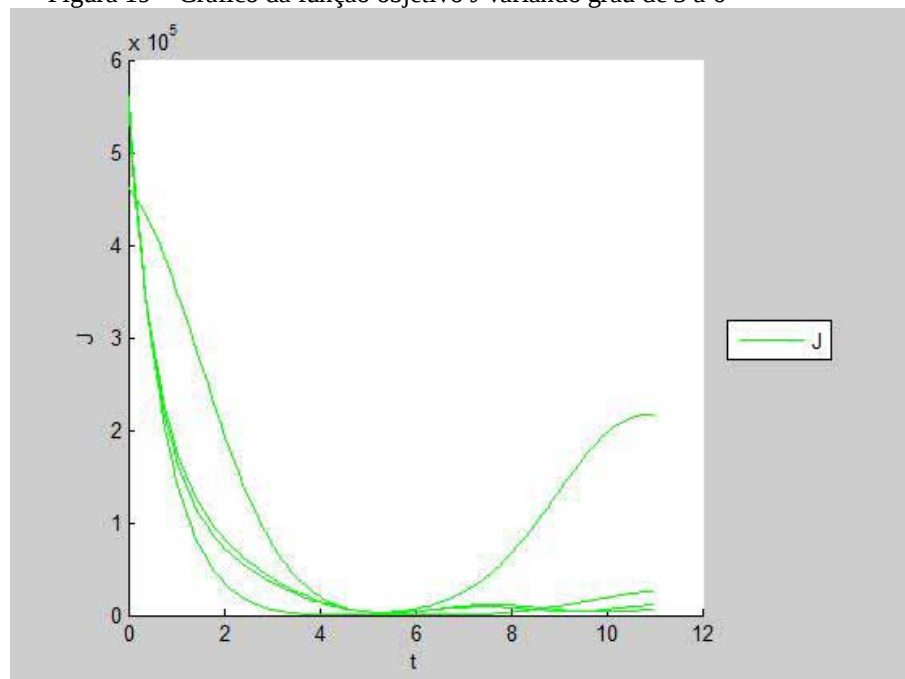
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 18 – Gráfico do controle ótimo, $I(t)$, $P(t)$, $S(t)$ x t variando grau de 3 a 6



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 19 – Gráfico da função objetivo J variando grau de 3 a 6



Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se observar na análise de sensibilidade que o modelo é mais sensível ao parâmetro estoque inicial de janeiro, o I_0 , devido ao excesso de estoque inicial no começo do ano após a alta demanda do final do ano, então pode-se sugerir que a loja avalie melhor sua gestão ao final do ano para diminuir o estoque inicial do próximo ano.

Quanto ao comportamento das funções geradas pelo modelo, se for observado um crescimento exponencial dos custos nos períodos finais, a loja deve reavaliar a sua meta de vendas e sua previsão de demanda, enquanto se for observado um decaimento exponencial dos custos nos períodos iniciais, a loja deve reavaliar seu estoque de segurança e avaliar melhor sua gestão ao final do ano para diminuir o estoque inicial do próximo ano (já que esse decaimento exponencial está relacionado principalmente à diferença entre o estoque inicial e o estoque de segurança).

Também foi verificado que as funções se corrigem, por exemplo, modificando um parâmetro que afete principalmente o estado inicial de uma função, ela se corrige para atender a meta no estado final da mesma maneira.

Apesar de não ser esperado, o modelo não é muito sensível à variação dos custos, isso ocorre devido ao fato do modelo levar em consideração a relação entre os custos e não os seus valores individuais. Por exemplo, se os custos são iguais, não importa a ordem de seus valores individuais, se são 0,1 ou 1, pois o modelo terá o mesmo comportamento no geral, variando apenas a escala.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho é importante para servir de apoio a futuros estudos de gerenciamento adequado de estoque do setor varejista e de suporte às futuras lojas do setor de varejo calçadista, que desejam saber sobre os grupos desse mercado, onde seriam alocadas, para pensarem em como deveriam agir de acordo com o grupo, saber a quantidade a pedir, o nível de estoque a ser mantido, e tomar decisões para serem mais competitivas.

Neste estudo foram desenvolvidos modelos de controle de estoque através do auxílio de técnicas de Análise Multivariada (por exemplo, Componentes Principais e Análise Discriminante) e da Teoria do Controle Ótimo, ou seja, os objetivos foram alcançados.

Analizando a correlação entre as variáveis, observou-se uma correlação moderada entre estoque de segurança e lead time, mas o cálculo do estoque de segurança pelos modelos teóricos não depende da média do lead time, apenas de sua variabilidade, sendo observado o viés da prática das lojas, já que neste trabalho utiliza-se dados reais.

Foi observado que as variáveis mais importantes para a explicação da dispersão dos dados foram o estoque de segurança, o custo de falta, e a demanda.

O modelo de componentes principais consiste de dois índices com os fatores que mais influenciam no estoque, sendo o primeiro um índice do custo de segurança e o segundo de segurança da demanda. Esse modelo pode ser utilizado para verificar se a demanda está sendo atendida satisfatoriamente e de forma segura, mas principalmente sem incorrer em altos custos de falta. Quanto menor for o índice 1 e quanto maior for o índice 2, melhor.

Em virtude dos melhores resultados no segundo quadrante, onde o índice 1 é menor que zero e o índice 2 é maior do que zero, e analisando o índice 2 que relaciona estoque de segurança e demanda, sugere-se que as lojas que não se encontram neste quadrante deveriam avaliar melhor o seu estoque de segurança, pois normalmente na práticas das lojas ele é calculado levando em conta a média da demanda, mas segundo a literatura e os modelos teóricos existentes, deve-se levar em conta a sua variabilidade.

O modelo discriminante consiste de uma função que aloca a loja em um dos grupos existentes para verificar um possível excesso de estoque.

Foi considerando a existência de dois grupos de lojas, um de lojas com melhores índices e possuem um estoque médio para atender abaixo de 3 meses da demanda (em média), e outro de lojas que possuem estoque médio para atender no mínimo 3 meses da demanda (em média).

Ao separar os grupos, das 30 lojas, 13 foram consideradas G1 e 17 como G2, sendo que na classificação utilizando a função discriminante, foi verificado que, no geral, houve uma correta classificação de 66,67% das lojas, sendo que 69,23% das lojas do grupo G1 foram classificadas corretamente, mas apenas 64,71% das classificadas no outro grupo estavam corretas, ou seja, as lojas do grupo G1 tiveram uma classificação um pouco melhor, mas nem sempre o estoque alto de algumas empresas do grupo G2 gera um aumento significativo nas outras variáveis, fazendo com que estas sejam classificadas como G1.

Também foi verificada a alocação de 7 lojas, que não seguiam a distribuição normal multivariada, aos grupos. Com essas lojas obteve-se uma taxa de classificação correta inferior à das outras lojas, e as lojas do grupo G1 também tiveram uma classificação um pouco melhor. Das 7 lojas, 4 foram alocadas corretamente, ou seja, 57,14%, sendo que 3 lojas possuíam um estoque médio para atender menos de 3 meses de demanda (grupo G1), mas 1 foi alocada ao grupo G2 (66,67%), enquanto 4 possuíam um estoque médio para atender mais de 3 meses de demanda (grupo G2), mas 2 foram alocadas ao grupo G1 (50%).

As lojas do grupo G2 segundo a função discriminante tiveram uma taxa de classificação pior, devido ao possível excesso de estoque poder ser justificado, ou seja, o excesso de estoque não é totalmente refletido nos custos, nem nas outras variáveis.

Com a Análise de Agrupamentos foi verificada a existência de dois grupos, com médias semelhantes às dos grupos definidos anteriormente, sendo que também foi verificada a alocação dos objetos dos grupos obtidos com relação aos grupos à priori. Foi observado que 54,55% das lojas inicialmente classificadas como G1, permaneceram em G1, enquanto que 57,89% inicialmente classificadas como G2 permaneceram em G2, ou seja, no geral, 56,67% das lojas permaneceram com a mesma classificação dos grupos à priori.

Acerca do estoque de segurança, pode-se observar que o grupo mantém quantidades diferentes para suprir atrasos, mesmo com demanda e lead times semelhantes, fazendo com que o grupo G2 possua estoque de segurança médio maior do que o modelo que obtém o maior nível de segurança, e consequentemente o maior nível de estoque, incorrendo em maiores custos, enquanto o grupo G1 possui um valor onde possa considerar uma das variáveis constantes (modelos mais simples).

Também foi desenvolvido um modelo de controle ótimo utilizando a demanda como sendo uma função polinomial de grau 4. Com o desenvolvimento do modelo foram geradas duas funções dinâmicas, uma de pedido e outra de estoque, onde as lojas podem verificar qual a quantidade a pedir e o nível de estoque a se manter em cada período do ano.

Foi feita uma aplicação deste modelo de controle ótimo com dados coletados em uma loja do setor de varejo calçadista da cidade de Franca, onde se encontra um dos polos calçadistas. Os dados são de 2012 e 2013 referentes ao estoque inicial em janeiro e à demanda média mensal aproximada durante um ano, sendo utilizada a regressão curvilínea para obter-se a função demanda do modelo, e também foram coletados os dados referentes aos custos de estocagem e de falta considerados, do estoque de segurança e da meta definidos por esta loja.

Além do desenvolvimento e aplicação do modelo de controle ótimo, foi feita uma análise de sensibilidade variando os parâmetros da aplicação. Com isso pode-se verificar a qual parâmetro o modelo é mais sensível, que no caso deste trabalho foi o I_0 , devido ao excesso de estoque inicial no começo do ano após a alta demanda do final do ano e verificar o comportamento das funções geradas pelo modelo caso os parâmetros fossem individualmente alterados, que no caso foi verificado que neste modelo o custo dos períodos finais depende principalmente da meta e da demanda prevista, enquanto os períodos iniciais dependem principalmente da diferença entre o estoque inicial e o estoque de segurança. Também foi verificado que as funções se corrigem, por exemplo, modificando um parâmetro que afete principalmente o estado inicial de uma função, ela se corrige para atender a meta no estado final da mesma maneira.

Apesar de não ser esperado, o modelo não é muito sensível à variação dos custos, isso ocorre devido ao fato do modelo levar em consideração a relação entre os custos e não os seus valores individuais. Por exemplo, se os custos são iguais, não importa a ordem de seus valores individuais, se são 0,1 ou 1, pois o modelo terá o mesmo comportamento no geral, variando apenas a escala.

Este modelo possui algumas limitações. A meta e o estoque de segurança devem ser definidos de forma adequada pela loja, e o modelo usa isso como parâmetro, ou seja, uma meta ou um estoque de segurança não condizentes com a demanda fariam o modelo incorrer em custos, nos períodos finais ou iniciais. Outro ponto é a função demanda, que conforme recomendado por Sethi e Thompson (2006), pode-se utilizar uma função polinomial, mas o seu grau deve ser tal que não seja alto o suficiente para causar distorções no modelo (no caso deste trabalho, um grau maior do que metade dos pontos utilizados para gerar a previsão) e a função da demanda prevista seja a mais próxima da demanda real.

Para trabalhos futuros, pode-se sugerir a criação de um modelo multivariado teórico de controle de estoque, uma investigação profunda acerca das limitações (previsão de demanda, estoque de segurança e meta), do uso outras variáveis e restrições, de outra função objetivo, a utilização de um número maior de dados e de outros polos.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, F. H. O; SAMPAIO, M. *Identificação dos fatores que afetam a ruptura de estoque utilizando análise de agrupamentos*. **Revista Produção**. São Carlos. 2013.
- ALMEIDA, T. R. *Desenvolvimento de uma política de decisões de ressurgimento para materiais de demanda dependente*. 2007. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora.
- ALVES JUNIOR, P. N. *Estudo sobre a variação do lead time em modelos de controle de estoque*. 2011. 76 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade de Franca, Franca.
- ALVES JUNIOR, P. N, et al. *Análise multivariada aplicada às variáveis de controle de estoque do setor de varejo calçadista de Franca*. In: XXXIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Salvador/BA, 2013a.
- ALVES JUNIOR, P. N, et al. *Análise discriminante aplicada às lojas do setor de varejo calçadista de Franca*. In: XX SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Bauru/SP, 2013b.
- ANDRADE, L. E. W. A; YOSHIZAKI, H. T. Y.; SILVA, R. F. *Comparação de modelos de estoque através de simulação de monte carlo: Estudo de caso de uma empresa metalúrgica em um ambiente de demanda estocástica*. In: XXXI ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Belo Horizonte/MG, 2011.
- ARREOLA, R. B.; LENG, M.; PARLAR, M. *Online retailers' promotional pricing, free-shipping threshold, and inventory decisions: A simulated-based analysis*. **EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH**. v. 230, n. 1, p. 272-283, apr., 2012.
- BERTESEKAS, D. P. *Dynamic programming and optimal control*. Belmont: Athena Scientific, 2005.
- BERTO, R. M. V. S; NAKANO, D. N. *Metodologia da pesquisa e a engenharia de produção*. In: XVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 1998.
- BEUTEL, A. L.; MINNER, S. *Safety stock planning under casual demand forecasting*. **International Journal of Production Economics**. v. 140, p. 637-645, apr., 2011.
- BOUCHERY, Y. et al. *Including sustainability criteria into inventory models*. **EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH**. v. 222, n. 2, p. 229-240, oct., 2012.
- CERYAN, O.; DUENYAS, I.; E KOREN, Y. *Optimal control of an assembly system with demand for the end-product and intermediate components*. **IIE TRANSACTIONS**. v. 44, n. 5, p. 386-403, mai., 2012.

CHAHARSOOGHI, S. K.; HEYDARI, J. *LT variance or LT mean reduction in supply chain management: Which one has a higher impact on SC performance?*. **INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION ECONOMICS**. v. 124, n. 2, p. 229-240, aug., 2010.

CHEN, L. *Bounds and heuristics for optimal Bayesian inventory control with unobserved lost sales*. **INFORMS Operations Research**. v. 58, n. 2, p. 396-413, mar., 2010.

CHEN, F.; SAMROENGRAJA, R. *Staggered ordering policy for one-warehouse, multiretailer systems*. **INFORMS Operations Research**. v. 48, n. 2, p. 281-293, mar., 2000.

CHEONG, T. *Joint inventory and transshipment control for perishable products of a two-period lifetime*. **International journal of Advanced Manufacturing Technology**. v. 66, p. 1327-1341, aug., 2012.

CHING, H. Y. *Gestão de estoques na cadeia de logística integrada: Supply chain*. São Paulo: Atlas, 1999.

COCHRAN, W. G. *Sampling techniques*. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1977.

CORREA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M. *Planejamento, programação e controle da produção*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2001.

CORREA, H. L.; GIANESI, I. G. N.; CAON, M. *Planejamento, programação e controle da produção*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

DUTRA, R. M. O.; SPERANDIO, M.; COELHO, J. *O Método Ward de Agrupamento de Dados e sua Aplicação em associação com os Mapas Auto-Organizáveis de Kohonen*. Florianópolis: LabPlan. 2008

FEDERGRUEN, A.; ZHENG, Y. S. *Efficient algorithm for computing an optimal (r, Q) policy in continuous review stochastic inventory systems*. **INFORMS Operations Research**. v. 40, n. 4, p. 808-813, ago., 1992.

FIORIOILLI, J. C. *Modelagem estocástica de sistemas hierárquicos de estoques*. 2002. 96 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FIORIOILLI, J. C. *Modelagem matemática do efeito chicote em cadeias de abastecimento*. 2007. 96 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FUJIWARA, O.; SOEWANDI, H.; SEDARAGE, D. *An optimal ordering and issuing policy for a two-stage inventory system for perishable products*. **EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH**. v. 222, n. 2, p. 229-240, oct., 2012.

GARDINER, C. W. *Handbook of stochastic methods: For physics, chemistry and the natural sciences*. New York: Springer, 2003.

GODINHO FILHO, M.; FERNANDES, F. C. F. *Planejamento e controle da produção: dos fundamentos ao essencial*. São Paulo: Atlas, 2010.

HAIR, J. F.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L.; BLACK, W. C. *Multivariate data analysis*. 5. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2006.

HAVRENNE, P. P. D.; MESQUITA, M. A. *Aplicação da simulação para parametrização de modelos de reposição de estoque em um complexo hospitalar*. In: XXIX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Salvador/BA, 2009.

HOBBS, J. A. *Controles de estoque e de produção*. Tradução de Manoel Galhart Vieira. São Paulo: McGraw-Hill, 1976. Título original: *Control Over Inventory and Production*.

HWANG, H.; KOH, S. G. *Optimal control of work-in-process with dual limit switches in two-stage transfer line*. **European Journal of Operational Research**. v. 63, p. 66-75, nov., 1992.

IGNACIUK, P.; BARTOSZEWICZ, A. *Linear-Quadratic optimal control of periodic-review perishable inventory systems*. **IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL**. University of Notre Dame, Notre Dame, v. 20, n. 5, p. 1400-1407, sep., 2012.

IGNACIUK, P. *Discrete inventory control in system with perishable goods*. **IET Control Theory and Applications**. sep., 2013.

JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*. São Paulo: Prentice Hall. 2002.

JORGENSEN, S.; KORT, P. M. *Optimal pricing and inventory policies: Centralized and decentralized decision making*. **EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH**. v. 138, p. 578-600, mai., 2002.

JUN, Z.; HUI-MIN, D. *Cluster and discriminant Analyses of the trade protectionism*. In: 14th INTERNATIONAL CONFERENCE ON MANAGEMENT SCIENCE AND ENGINEERING, Harbin/P.R.China, 2007.

KAMIEN, M. I.; SCHWARTZ, N. L. *Dynamic optimization: The calculus of variations and optimal control in economics and management*. New York: Elsevier, 2001.

KASPEZAK, M. C. M.; SEANDELARI, L. *Cash flow system: Na empiric study in small business financial administration*. In: XIII INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND OPERATIONS MANAGEMENT, Iguassu Falls/PR, Brazil, 2007.

KEBLIS, M. F.; FENG, Y. *Optimal pricing and production control in na assembly system with a general stockout cost*. **IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL**. University of Notre Dame, Notre Dame, v. 57, n. 7, p. 1821-1826, jul., 2012.

KOUKI, C. et al. *Analysis of a periodic review inventory control system with perishables having random lifetime*. **International Journal of Production Research**. v. 52, n. 1, p. 283-298, jul., 2013.

KOUVELIS, P.; GUTIERREZ, G. J. *The newsvendor problem in a global market: Optimal centralized and decentralized control policies for a two-market stochastic inventory system.* **INFORMS Management Science**. v. 43, n. 5, p. 571-585, mai., 1997.

LAHMAR, M.; KULKARNI, N. R. *Optimal control policies for production/inventory systems with exchange transactions.* **IIIE Annual Conference and Exhibition**. mai., 2006.

LOTOTSKII, V. A.; MANDEL, A. S. *Models and methods of multiproduct inventory control.* **Automation and Remote Control**. v. 40, n. 6, p. 888-896, jun., 1979.

MADDAH, B. et al. *Reserve stock models: Deterioration and preventive replenishment.* **European Journal of Operational Research**. v. 232, p. 64-71, jul., 2013.

MALHOTRA, N. K. *Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada*. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001

MIGUEL, P. A. C. et al. *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MONKS, J. G. *Administração da produção*. Tradução de Lauro Santos Blandy. São Paulo: McGraw-Hill, 1987. Título original: *Operations Management*.

MOORI, R. G.; MARCONDES, R. C.; ÁVILA, R. T. *A análise de agrupamentos como instrumento de apoio à melhoria de qualidade dos serviços aos clientes.* **Revista de Administração Contemporânea**. Curitiba, v. 6, n. 1, p. 63-84, abr., 2002.

MOREIRA, B. B. et al. *Aplicação de técnicas do planejamento e controle da produção em uma indústria de bebidas visando à otimização do atendimento das necessidades de materiais*. In: XXX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, São Carlos/SP, 2010.

OLIVA, G. M. *Planejamento conjunto e colaborativo da cadeia de suprimentos: Modelo de controle ótimo multiobjetivo com custos de transporte*. 2005. 248 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PALOMINO, R. C.; CARLI, F. S. *Modelo de controle de estoque em uma empresa de pequeno porte*. In: XXVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Rio de Janeiro/RJ, 2008.

PASSOS, L. A. *A fragilidade do controle de estoque varejista face à dinâmica mercadológica.* **Revista Urutágua**. Universidade Estadual de Maringá, Maringá, n. 20, jan.-abr., 2010.

PEDROSO, C. P.; FAVARETTO, F.; SAMPAIO, R. J. B. *Análise de problemas no controle de estoque gerados por erros nos registros de movimentações*. In: XXXI ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Belo Horizonte/MG, 2011.

POZO, H. *Administração de recursos materiais e patrimoniais: Uma abordagem logística*. São Paulo: Atlas, 2004.

RENCHE, A. C. *Methods of multivariate analysis*. Canada: Wiley. 2002.

RITZMAN, L. P.; KRAJEWSKI, L. J. *Administração da produção e operações*. Tradução de Roberto Galman. São Paulo: Prentice Hall. 2007. Título original: *Foundations of operations management*.

ROSA, H. *Um modelo conjunto de localização e operação de estoque em redes dinâmicas*. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

ROSA, H.; MAYERLE, S. F.; GONÇALVES, M. B. *Controle de estoque por revisão contínua e revisão periódica: uma análise comparativa utilizando simulação*. **Revista Produção**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, v. 20, n. 4, p. 626-638, out.-dez., 2010.

SAINATHAN, A. *Pricing and replenishment of competing perishable product variants under dynamics demand substitution*. **Production and Operations Management**. V. 22, n. 5, p. 1157-1181, out., 2013.

SALINAS, S. R. A. *Einstein e a teoria do movimento browniano*. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. V. 27, n. 2, p. 263-269, 2005.

SANA, S. S. *A production-inventory model in an imperfect production process*. **European Journal of Operational Research**. v. 200, n. 2, p. 451-464, jan., 2010.

SETHI, S. P.; THOMPSON, G. L. *Optimal control theory: applications to management science and economics*. New York: Springer, 2006.

SILVA, N. S. *Processos de difusão: Uma aplicação nos seguros*. 2010. 52 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Aveiro, Aveiro.

SILVA FILHO, O. S. *Estratégias sequenciais subótimas para planejamento agregado da produção sob incertezas*. **Revista Gestão e Produção**. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, v. 7, n. 3, dez., 2000.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. *Administração da produção*. Tradução de Maria Teresa Corrêa de Oliveira, Fábio Alher. São Paulo: Atlas. 2008. Título original: *Operations management*.

SODRÉ, U. *Equações Diferenciais Ordinárias*. 2003. 60 f. Notas de aula (Computação, Engenharia Elétrica e Engenharia Civil) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

SONI, H. N.; PATEL, K. A. *Joint pricing and replenishment policies for non-instantaneous deteriorating items with imprecise deterioration free time and credibility constraint*. **Computers & Industrial Engineering**. v. 66, p. 944-951, sep., 2013.

SOUSA, P. C. B. *Ideias de negócios: loja de calçados*. Brasília: SEBRAE Nacional, 2008.

SUCUPIRA, C. A. C. *Gestão de estoque e compras no varejo*. Rio de Janeiro: Cezar Sucupira Educação e Consultoria, 2003.

TANG, Y.; XU, D. S.; ZHOU, W. H. *Inventory rationing in a capacitated system with backorders and lost sales*. **IEEE Management**, p. 1579-1583, 2007.

THORNHILL, N. F.; NAIM, M. M. *An exploratory study to identify rogue seasonality in a steel company's supply network using spectral principal component analysis*. **European Journal of Operational Research**. v. 172, p. 146-162, dec., 2006.

VICINI, L. *Análise multivariada: Da teoria à prática*. Santa Maria: UFSM - CCNE, 2005.

WANG, Q.; AXSATER, S. *Fixed-interval joint-replenishment policies for distribution system with multiple retailers and stochastic demand*. **European Journal of Operational Research**. v. 60, n. 8, p. 637-951, dec., 2013.

WANKE, P.; SALIBY, E. *Proposta para a gestão de estoque de novos produtos: Solução do modelo (Q, r) para a distribuição uniforme da demanda e do lead time de suprimento*. **Revista Gestão & Produção**. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, v. 12, n. 1, p. 1-9, jan.-abr., 2005.

XU, H.; YAO, D. D.; ZHENG, S. *Optimal control of replenishment and substitution in an inventory system with nonstationary batch demand*. **PRODUCTION AND OPERATIONS MANAGEMENT**. v. 20, n. 5, p. 727-736, sep., 2011.

ZAPAROLLI, D. *Em um ramo aparentemente saturado, redes de calçados mostram que a força da marca faz diferença*. **Revista Pequenas Empresas & Grandes Negócios**. São Paulo, n. 246, jul., 2009.

ZHANG, X.; LV, L. *Optimal control policies for a supply chain with perishable products*. **IEEE Xplore**, p. 1-4, 2008.

ZHU, S. X. *Dynamic replenishment, production, and pricing decisions, in the face of supply disruption and random price-sensitive demand*. **International Journal of Production Economics**. v. 146, p. 612-619, aug., 2013.

ZIPKIN, P. H. *Foundations of inventory management*. New York: McGraw-Hill. 2000.

APÊNDICES

APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO

Qual o estilo da loja (do fabricante, multimarcas ou franqueada)?

Qual o público alvo (masculino, feminino ou infantil)?

Há quanto tempo a loja está no mercado?

A loja utiliza algum modelo de controle de estoque? Qual?

Qual o sistema de revisão de estoque (contínuo ou periódico)? Qual o período?

Qual o lead time de ressuprimento (tempo de entrega em dias)?

Qual a variância do lead time de ressuprimento?

Qual a taxa de demanda média (mensal)?

Qual a variância da demanda?

Qual o nível de serviço (porcentagem da demanda atendida)?

Qual o estoque médio (quantidade de pares de calçados em estoque)?

Qual o estoque mínimo (de segurança) de calçados?

Qual o estoque máximo de calçados?

Qual o ponto de ressuprimento (nível de estoque que é feito novo pedido)?

Qual o tamanho do lote de compra (quantidade mínima por pedido)?

Qual o custo fixo (estimado por pedido)?

Qual o custo de armazenamento de um par de calçados?

Qual o custo de falta?

Qual o custo do produto (custo unitário de um par de calçados)?

Qual o custo total?

Qual a faixa de preços dos calçados?

APÊNDICE B: SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO

A Teoria do Controle Ótimo, assim como a Pesquisa Operacional, consiste de uma função objetivo a ser otimizada, sujeita a restrições, mas na otimização do controle a função objetivo é um funcional com integral, enquanto a restrição é uma variação (derivada), tornando a otimização um problema complexo, devendo utilizar técnicas de cálculo variacional e programação dinâmica para resolver este problema.

Para resolver este problema de otimização, pelo Princípio do Máximo de Pontryagin, utiliza-se a função Hamiltoniana, que consiste na soma da função integrando (sem o fator de desconto) com a multiplicação de variáveis adjuntas pelas equações de condição do sistema.

Associando a variável adjunta $\lambda(t)$ à equação (17), pode-se escrever a função Hamiltoniana da seguinte maneira:

$$H = \lambda(P - S) - \frac{h}{2}(I - \hat{I})^2 - \frac{c}{2}(P - \hat{P})^2 \quad (56)$$

Nota-se que derivando a função Hamiltoniana em relação à variável adjunta, obtém-se novamente a equação (17):

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \lambda} &= \frac{\partial(\lambda(P - S))}{\partial \lambda} + \frac{\partial\left(-\frac{h}{2}(I - \hat{I})^2 - \frac{c}{2}(P - \hat{P})^2\right)}{\partial \lambda} \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 1(P - S) + 0 \\ \therefore \frac{\partial H}{\partial \lambda} &= (P - S) \end{aligned} \quad (57)$$

Para obter o controle ótimo utilizando o Princípio do Máximo de Pontryagin, deve-se derivar a função Hamiltoniana em relação à variável de controle, mas esta variação deve ser igual a zero.

$$\frac{\partial H}{\partial P} = 0$$

$$\lambda - c(P - \hat{P}) = 0$$

$$P = \hat{P} + \frac{\lambda}{c} \quad (58)$$

Substituindo a equação (58) em (17), obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \hat{P} + \frac{\lambda}{c} - S \quad (59)$$

Para obter a equação diferencial adjunta deve-se calcular a derivada da função Hamiltoniana em relação à variável de estado.

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial I} &= \frac{\partial(\lambda(P-S))}{\partial I} - \frac{\partial\left(\frac{h}{2}(I-\hat{I})^2\right)}{\partial I} - \frac{\partial\left(\frac{c}{2}(P-\hat{P})^2\right)}{\partial I} \\ \frac{\partial H}{\partial I} &= 0 - 2\frac{h}{2}(I-\hat{I}) - 0 \\ \frac{\partial H}{\partial I} &= -h(I-\hat{I})\end{aligned}\tag{60}$$

A equação diferencial adjunta é calculada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \lambda}{\partial t} &= \rho \lambda - \frac{\partial H}{\partial I} \\ \therefore \frac{\partial \lambda}{\partial t} &= \rho \lambda + h(I-\hat{I})\end{aligned}\tag{61}$$

A equação (7) possui um valor inicial $I(0) = I_0$, e a equação (61) possui um valor de contorno $\lambda(T) = 0$, então, após obter a equação diferencial adjunta, têm-se dois problemas para resolver, um de valor inicial, na equação (59), e um de valor de contorno, na equação (61).

Sethi e Thompson (2006) sugerem que para este tipo de problema (com dois valores, um inicial e outro de contorno) a equação (59) deve ser derivada e então substituir $\frac{\partial \lambda}{\partial t}$ pela equação (61).

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \lambda}{\partial t} - \frac{\partial S}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= \frac{\rho \lambda + h(I-\hat{I})}{c} - \frac{\partial S}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= \rho \frac{\lambda}{c} + \frac{h}{c}(I-\hat{I}) - \frac{\partial S}{\partial t}\end{aligned}\tag{62}$$

Isolando a variável adjunta λ da equação (59) e substituindo-a em (62) é possível obter uma equação diferencial ordinária linear não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes.

$$\lambda = c \left(\frac{\partial I}{\partial t} - \hat{P} + S \right)\tag{62.1}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= \rho \frac{c \left(\frac{\partial I}{\partial t} - \hat{P} + S \right)}{c} + \frac{h}{c} (I - \hat{I}) - \frac{\partial S}{\partial t} \\
\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} &= \rho \frac{\partial I}{\partial t} - \rho \hat{P} + \rho S + \frac{h}{c} I - \frac{h}{c} \hat{I} - \frac{\partial S}{\partial t} \\
\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - \rho \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{h}{c} I &= \rho (S - \hat{P}) - \frac{h}{c} \hat{I} - \frac{\partial S}{\partial t}
\end{aligned} \tag{63}$$

Segundo Sodré (2003), esse tipo de equação diferencial possui uma solução geral do tipo $I = I_h(t) + I_p(t)$, onde $I_p(t) = Q(t)$ é a solução particular e $I_h(t) = a_1 I_1(t) + a_2 I_2(t)$ é a solução da equação característica homogênea associada a ela, que pode ser resolvida obtendo os autovalores do operador diferencial linear.

$$\left(D^2 - \rho D - \frac{h}{c} \right) I = 0$$

$$\left(D - \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 + 4 \frac{h}{c}}}{2} \right) \left(D - \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 + 4 \frac{h}{c}}}{2} \right) I = 0$$

$$(D - m_1)(D - m_2)I = 0$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = mI$$

$$\int \frac{\partial I}{I} = \int m \partial t$$

$$\ln(I) = mt + k$$

$$I = e^{mt+k}$$

$$I = ae^{mt}$$

$$\therefore \begin{cases} I_1(t) = e^{m_1 t} \\ I_2(t) = e^{m_2 t} \end{cases} \Rightarrow$$

$$I_h(t) = a_1 e^{m_1 t} + a_2 e^{m_2 t}$$

$$I(t) = a_1 e^{m_1 t} + a_2 e^{m_2 t} + Q(t) \tag{63.1}$$

$$\text{Onde } a = e^k, \quad m_1 = \frac{\rho - \sqrt{\rho^2 + 4 \frac{h}{c}}}{2} < 0 \quad e \quad m_2 = \frac{\rho + \sqrt{\rho^2 + 4 \frac{h}{c}}}{2} > 0.$$

Derivando (62.1) e substituindo em (63.1), obtém-se a variável adjunta λ .

$$\frac{\partial I}{\partial t} = a_1 m_1 e^{m_1 t} + a_2 m_2 e^{m_2 t} + \frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$\lambda = c \left(a_1 m_1 e^{m_1 t} + a_2 m_2 e^{m_2 t} + \frac{\partial Q}{\partial t} - \hat{P} + S \right) \quad (64)$$

Para obter a produção ótima, tem-se que substituir a equação anterior em (58).

$$P = a_1 m_1 e^{m_1 t} + a_2 m_2 e^{m_2 t} + \frac{\partial Q}{\partial t} + S \quad (65)$$

Agora que se tem $I(t)$, $I(0)$, $\lambda(t)$, $\lambda(T)$, pode-se calcular os coeficiente a_1 e a_2 através de um sistema de equações usando (63.1) e (64).

$$I(0) = a_1 e^{m_1 0} + a_2 e^{m_2 0} + Q(0)$$

$$a_1 + a_2 = I_0 - Q(0)$$

$$\lambda(T) = c \left(a_1 m_1 e^{m_1 T} + a_2 m_2 e^{m_2 T} + \frac{\partial Q(T)}{\partial t} - \hat{P} + S(T) \right)$$

$$a_1 m_1 e^{m_1 T} + a_2 m_2 e^{m_2 T} = \hat{P} - \frac{\partial Q(T)}{\partial t} - S(T)$$

Para facilitar as contas, monta-se o sistema de equações fazendo as seguintes substituições: $b_1 = I_0 - Q(0)$ e $b_2 = \hat{P} - \frac{\partial Q(T)}{\partial t} - S(T)$.

Então, pode-se escrever o sistema da seguinte maneira:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = b_1 \\ a_1 m_1 e^{m_1 T} + a_2 m_2 e^{m_2 T} = b_2 \end{cases} \quad (66)$$

Este sistema de equações pode ser resolvido pela regra de Cramer:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ m_1 e^{m_1 T} & m_2 e^{m_2 T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Obtendo a_1 :

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & 1 \\ b_2 & m_2 e^{m_2 T} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m_1 e^{m_1 T} & m_2 e^{m_2 T} \end{vmatrix}}$$

$$a_1 = \frac{b_1 m_2 e^{m_2 T} - b_2}{m_2 e^{m_2 T} - m_1 e^{m_1 T}}$$

Obtendo a_2 :

$$a_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & b_1 \\ m_1 e^{m_1 T} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m_1 e^{m_1 T} & m_2 e^{m_2 T} \end{vmatrix}}$$

$$a_2 = \frac{b_2 - b_1 m_1 e^{m_1 T}}{m_2 e^{m_2 T} - m_1 e^{m_1 T}}$$

Após obter a solução geral e seus coeficientes, deve-se calcular a solução particular, que pode ser escrita como:

$$Q(t) = q_1(t)I_1(t) + q_2(t)I_2(t) \quad (67)$$

Segundo Sodré (2003), nesse caso, para obtê-la, pode-se utilizar o método da variação dos parâmetros (Lagrange), que consiste em supor que os coeficientes sejam uma função de t,

ou seja, $q_1 = q_1(t)$ e $q_2 = q_2(t)$, e deve-se impor que $\frac{\partial q_1(t)}{\partial t} I_1(t) + \frac{\partial q_2(t)}{\partial t} I_2(t) = 0$, forçando

$$\frac{\partial q_1(t)}{\partial t} \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} + \frac{\partial q_2(t)}{\partial t} \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} = f(t), \text{ onde } f(t) = \rho(S - \hat{P}) - \frac{h}{c} \hat{I} - \frac{\partial S}{\partial t}.$$

Com isso é possível

montar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{\partial q_1}{\partial t} I_1(t) + \frac{\partial q_2}{\partial t} I_2(t) = 0 \\ \frac{\partial q_1}{\partial t} \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} + \frac{\partial q_2}{\partial t} \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} = f(t) \end{cases}$$

Este sistema de equações pode ser resolvido pela regra de Cramer.

$$\begin{bmatrix} I_1(t) & I_2(t) \\ \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} & \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial t} \\ \frac{\partial q_2}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ f(t) \end{bmatrix}$$

Obtendo $q_1(t)$:

$$\frac{\partial q_1}{\partial t} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & I_2(t) \\ f(t) & \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I_1(t) & I_2(t) \\ \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} & \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} \end{vmatrix}} = \frac{-I_2(t) f(t)}{I_1(t) \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} - I_2(t) \frac{\partial I_1(t)}{\partial t}}$$

$$q_1(t) = \int \frac{-I_2(t) f(t)}{I_1(t) \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} - I_2(t) \frac{\partial I_1(t)}{\partial t}} dt \quad (68)$$

Obtendo $q_2(t)$:

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} = \frac{\begin{vmatrix} I_1(t) & 0 \\ \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} & f(t) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} I_1(t) & I_2(t) \\ \frac{\partial I_1(t)}{\partial t} & \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} \end{vmatrix}} = \frac{I_1(t) f(t)}{I_1(t) \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} - I_2(t) \frac{\partial I_1(t)}{\partial t}}$$

$$q_2(t) = \int \frac{I_1(t) f(t)}{I_1(t) \frac{\partial I_2(t)}{\partial t} - I_2(t) \frac{\partial I_1(t)}{\partial t}} dt \quad (69)$$

Após obter $q_1(t)$ e $q_2(t)$, a solução particular pode ser calculada substituindo (68) e (69) em (67).

Um outro método para se calcular a solução particular é descrito por Sethi e Thompson (2006), assumindo que a demanda $S(t)$ é um polinômio de grau $2p$ ou $2p-1$:

$$S(t) = C_0 t^{2p} + C_1 t^{2p-1} + \dots + C_{2p} \quad (70)$$

Pode-se calcular $Q(t)$ somando as derivadas através da seguinte equação:

$$Q(t) = \hat{I} + \frac{c}{h} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{c^2}{h^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + \dots + \frac{c^p}{h^p} \frac{\partial^{2p-1} S}{\partial t^{2p-1}} \quad (71)$$

APÊNDICE C: MOVIMENTO BROWNIANO

O Movimento Browniano pode ser utilizado para descrever o comportamento da demanda durante o lead-time de ressuprimento de estoque.

Segundo Salinas (2005), um exemplo bastante simples de um processo de difusão do movimento Browniano é o passeio aleatório unidimensional.

Supondo que deslocamento na direção x com passos de tamanho “ L ”, mas com igual probabilidade de dar um passo à frente ou um passo atrás ($p=1/2$)

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \\ \langle x \rangle &= 0 \\ \sigma^2 &= \langle x^2 \rangle \\ \sigma &= \sqrt{\langle x^2 \rangle}\end{aligned}\tag{27}$$

Onde: $\langle x \rangle$ é a média de x , σ^2 é a variância e σ é o desvio padrão.

Se X_n é a distância em relação ao ponto inicial após n passos, tem-se então:

$$\begin{cases} \langle x_1 \rangle = (1/2)(L) + (1/2)(-L) = 0 \\ \langle x_1^2 \rangle = (1/2)(L)^2 + (1/2)(-L)^2 = L^2 \\ \langle x_2 \rangle = \langle x_1 \pm L \rangle = (1/4)(2L) + (1/4)(0L) + (1/4)(-0L) + (1/4)(-2L) = 0 \\ \langle x_2^2 \rangle = \langle (x_1 \pm L)^2 \rangle = \langle x_1^2 \rangle \pm 2L \langle x_1 \rangle + (\pm L)^2 = 2L^2 \\ \langle x_n \rangle = \langle x_{n-1} \pm L \rangle = 0 \\ \langle x_n^2 \rangle = \langle (x_{n-1} \pm L)^2 \rangle = \langle x_{n-1}^2 \rangle \pm 2L \langle x_{n-1} \rangle + (\pm L)^2 = (n-1)L^2 + L^2 = nL^2 \end{cases}\tag{28}$$

Portanto, de maneira geral:

$$\begin{aligned}\langle x_n \rangle &= 0 \\ \langle x_n^2 \rangle &= nL^2 \\ \sqrt{\langle x_n^2 \rangle} &= \sqrt{nL^2} = \sqrt{n}L\end{aligned}\tag{29}$$

Onde: $\langle x_n \rangle$ é a média, $\langle x_n^2 \rangle$ é a variância e $\sqrt{\langle x_n^2 \rangle}$ é o desvio padrão.

Processo de Wiener ou Movimento Browniano

Segundo Silva (2010), um processo estocástico W será chamado de Movimento Browniano ou processo de Wiener se as seguintes condições forem satisfeitas:

Começa em zero: $W(0)=0$;

Possui incrementos independentes;

Para $s < t$ a variável aleatória $W(t)-W(s)$ possui distribuição Normal $N(0, \sqrt{t-s})$;

Possui trajetórias contínuas (sem saltos);

Pode-se tomar o desenvolvimento de W durante um período de tempo relativamente longo, T .

Denotando esse incremento $W(T)-W(0)$ e considerando a soma dos incrementos em W

em N pequenos intervalos de tempo Δt onde $N = \frac{T}{\Delta t}$, então:

$$W(T) - W(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (30)$$

Onde ε_i são v.a. com distribuição $N(0,1)$.

Assim, $W(T)-W(0)$ é normalmente distribuído, com:

$$\begin{aligned} E[W(T) - W(0)] &= 0 \\ \text{var}[W(T) - W(0)] &= N\Delta t = T \\ \sigma[W(T) - W(0)] &= \sqrt{T} \end{aligned} \quad (31)$$

Segundo Gardiner (2003), o Movimento Browniano com “drift” tem o seguinte comportamento:

$$X_t = \mu t + \sigma W_t \quad (32)$$

Onde: μt é determinístico e σW_t é aleatório.

Demonstrando:

$$E[W_t] = 0$$

$$X_t = \mu t + \sigma W_t$$

$$E[X_t] = E[\mu t + \sigma W_t] = E[\mu t] + E[\sigma W_t] = \mu t + \sigma E[W_t] = \mu t$$

$$\begin{aligned} \text{var}[X_t] &= E[X_t^2] - E[X_t]^2 = E[(\mu t + \sigma W_t)^2] - \mu^2 t^2 = E[\mu^2 t^2 + 2\mu t \sigma W_t + \sigma^2 W_t^2] - \mu^2 t^2 = \\ &= E[\mu^2 t^2] + 2\mu t \sigma E[W_t] + \sigma^2 E[W_t^2] - \mu^2 t^2 = \mu^2 t^2 + \sigma^2 E[W_t^2] - \mu^2 t^2 = \sigma^2 E[W_t^2] = \\ &= \sigma^2 [\text{var}(W_t) - E[W_t]^2] = \sigma^2 \text{var}(W_t) = \sigma^2 T \\ \sigma[X_t] &= \sigma \sqrt{T} \end{aligned}$$

Considerando que a demanda quando variável se comporta como um processo estocástico W, ou de acordo com o Movimento Browniano, então é possível demonstrar a equação (3.3) segundo essa teoria. A demonstração encontra-se no Apêndice D (Lead time constante e Movimento Browniano).

APÊNDICE D: DEMONSTRAÇÃO DO DESVIO PADRÃO DA DEMANDA DURANTE O LEAD TIME PARA ESTOQUE DE SEGURANÇA

Demanda e Lead time constantes:

Se ambos forem constantes, o desvio-padrão é 0, mas existem outros casos onde uma das variáveis, ou ambas, podem não ser constantes.

Apenas a demanda constante (equação 3.3):

$$D = cte$$

$$\sigma_D = 0$$

$$D_{lt} = DLT$$

$$E(D_{lt}) = DLT$$

$$\text{var}(D_{lt}) = D^2 \text{var}(LT) = D^2 \sigma_{LT}^2$$

$$\sigma_{DduranteLT} = \sqrt{D^2 \sigma_{LT}^2} = D \sigma_{LT}$$

Lead time constante e Movimento Browniano (equação 3.2):

Considerando a demanda durante o lead time como um Movimento Browniano:

$$LT = cte$$

$$\sigma_{LT} = 0$$

$$D_{lt} = \mu lt + \sigma_D W_{lt}$$

$$E(D_{lt}) = \mu lt$$

$$\text{var}(D_{lt}) = \mu^2 lt^2 + \sigma_D^2 E(W_{lt}^2) - \mu^2 lt^2 = \sigma_D^2 LT$$

$$\sigma_{DduranteLT} = \sqrt{\sigma_D^2 LT} = \sigma_D \sqrt{LT}$$

Demanda e lead time variáveis (equação 3.1):

Pode-se demonstrar a existência da fórmula (3.1), referente ao desvio-padrão da demanda durante o lead time, segundo Brown (1982 apud CORREA, GIANESI e CAON, 2001), utilizando probabilidade (conjunta) de variáveis independentes, da seguinte maneira:

$$E(d) = D$$

$$E(lt) = LT$$

$$\text{var}(d) = \sigma^2_D = E(d^2) - E(d)^2$$

$$\text{var}(lt) = \sigma^2_{LT} = E(lt^2) - E(lt)^2$$

$$f(dlt) = f(d)f(lt)$$

$$E(dlt) = E(d)E(lt)$$

$$E(d^2lt^2) = E(d^2)E(lt^2)$$

$$\text{var}(dlt) = E(d^2lt^2) - E(dlt)^2 = E(d^2)E(lt^2) - E(d)^2E(lt)^2 =$$

$$= (\text{var}(d) + E(d)^2)(\text{var}(lt) + E(lt)^2) - E(d)^2E(lt)^2 =$$

$$= \text{var}(d)\text{var}(lt) + E(lt)^2\text{var}(d) + E(d)^2\text{var}(lt) + E(d)^2E(lt)^2 - E(d)^2E(lt)^2 =$$

$$= \text{var}(d)\text{var}(lt) + E(lt)^2\text{var}(d) + E(d)^2\text{var}(lt) =$$

$$= \sigma^2_D\sigma^2_{LT} + LT^2\sigma^2_D + D^2\sigma^2_{LT}$$

$$dp(dlt) = \sqrt{\text{var}(dlt)} = \sigma_{DduranteLT} = \sqrt{\sigma^2_D * \sigma^2_{LT} + D^2 * \sigma^2_{LT} + LT^2 * \sigma^2_D}$$