

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Thiago Galbiati Lagoin

**Análise de Desempenho de Suspensões Semi-Ativas Dotadas de
Amortecedores Magnetoreológicos**

Ilha Solteira
2017

Thiago Galbiati Lagoín

**Análise de Desempenho de Suspensões Semi-Ativas Dotadas de
Amortecedores Magnetoreológicos**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu

Ilha Solteira

2017

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

L177a Lagoin, Thiago Galbiati.
Análise de desempenho de suspensões semi-ativas dotadas de amortecedores magnetoreológicos / Thiago Galbiati Lagoin. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2017
128 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2017

Orientador: Gustavo Luiz Chagas Manhães
Inclui bibliografia

1. Controle semi-ativo. 2. Suspensões veiculares. 3. Amortecedores magnetoreológicos.

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA TESE: Análise de Desempenho de Suspensões Semi-Ativas Dotadas de Amortecedores Magnetoreológicos

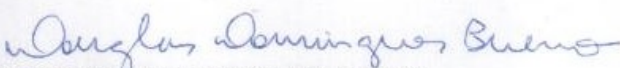
AUTOR: THIAGO GALBIATI LAGOIN

ORIENTADOR: GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Doutor em ENGENHARIA MECÂNICA, área: MECANICA DOS SÓLIDOS pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCIO ANTONIO BAZANI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. DOUGLAS DOMINGUES BUENO
Departamento de Matemática / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. ISRAEL JORGE CÁRDENAS NUÑEZ
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM


Prof. Dr. ALDEMIR APARECIDO CAVALINI JUNIOR
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal de Uberlândia - UFU

Ilha Solteira, 28 de setembro de 2017

*Dedico este trabalho a minha esposa Alliny, a minha filha Gabriela e a minha família que
sempre me deu apoio.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças para buscar o Seu santo nome todos os dias, pela sabedoria e pelo conhecimento adquiridos nesta fase da vida.

Ao Professor Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu, um agradecimento especial. Pela sua competência e disposição estando sempre presente em todos os momentos, não medindo esforços para que esse trabalho se concretizasse. Além de um grande orientador, tornou-se um grande amigo.

Aos professores Fábio Roberto Chavarette e Marcio Antonio Bazani pelas sugestões dadas. Também aos demais professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica.

Aos grandes companheiros e amigos Marcelo Francisco Maestá, Sanderson M. da Conceição, Camila Gonsalez, Danilo Damasceno Sabino, Andreyson Bicudo Jambersi, José Augusto Ignácio da Silva, Oscar Scussel, Camilo Carranza, Lucas Rangel de Oliveira, Vinícius Germanos Cleante e tantos outros amigos que conviveram em momentos de trabalho e descontração tão importantes durante este período.

A todos os amigos e colegas que tive contato e que me ajudaram de alguma forma durante o desenvolvimento deste trabalho. Aos membros da Banca Examinadora pelas sugestões e comentários.

A Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS) que possibilitou a execução deste trabalho com dedicação exclusiva.

"Um pouco de ciência nos afasta de Deus. Muito, nos aproxima."
— *Louis Pasteur*

"Quanto mais me aprofundo da ciência, mais me aproximo de Deus."
— *Albert Einstein*

RESUMO

Fluidos magnetoreológicos (MR) são fluidos capazes de alterar suas propriedades reológicas quando um campo magnético é aplicado sobre ele. Uma das aplicações mais importantes do fluido MR é em amortecedores de vibrações, utilizados principalmente na construção civil, veículos automotivos e outros sistemas mecânicos sujeitos a excitações que provocam vibrações indesejáveis. Na indústria automobilística, atualmente a tecnologia dos amortecedores que utilizam fluido MR vem se destacando como uma solução que pode trazer benefícios de conforto e segurança aos usuários de veículos em geral. Este trabalho discute a modelagem não-linear de um veículo que considera a dinâmica vertical, lateral e longitudinal, simulado em diferentes condições de condução que buscam avaliar o conforto, a aderência à estrada, a dirigibilidade, a rolagem e a deflexão da suspensão. Pretende, também, contribuir com a área de controle de vibrações em suspensões veiculares que utilizam amortecedores MR, avaliando o desempenho dos controladores ótimo (LQR), nebuloso e FEB (*Frequency-Estimation-Based*) projetados em 1/4 de veículo e aplicados ao modelo não-linear do veículo. O trabalho termina comentando as potencialidades da metodologia apresentada, discutindo as facilidades e dificuldades encontradas na sua implementação e aponta propostas para a sua continuidade.

Palavras-chave: Controle semi-Ativo. Suspensões veiculares. Amortecedores magnetoreológicos.

ABSTRACT

Magnetorheological fluids (MR) are capable of changing their rheological properties when a magnetic field is applied. One of the most important applications of the MR fluid is in vibration dampers, mainly used in construction, automobiles and other mechanical systems subjected to excitations that cause unwanted vibrations. In the automotive industry, nowadays the technology of dampers using MR fluid has emerged as a solution which can bring benefits of comfort and safety to overall vehicle users. This work discusses the non-linear modeling of a vehicle which considers the vertical, lateral and longitudinal dynamics, simulated in different driving conditions aiming evaluate the comfort, the road holding, the handling, the roll and the suspension deflection. It also aims to contribute to the field of vibration control in vehicular suspensions that use magnetoreological dampers, evaluating the performance of controllers optimal (LQR), fuzzy and FEB (*Frequency-Estimation-Based*) designed in 1/4 of vehicle and applied to the non-linear model of the vehicle. This work is concluded presenting the potentialities of the design methodology proposed and future developments to be implemented.

Keywords: Semi-Active control. Vehicular suspensions. Magnetorheological dampers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema do modelo não-linear do veículo com 10 GDL's com os sistemas de coordenadas utilizados	26
Figura 2 - Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel $B1$ em torno do eixo Z	28
Figura 3 - (a) Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo y' e (b) Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo x''	29
Figura 4 - Descrição das forças e velocidades na extremidade direita dianteira de um veículo.	32
Figura 5 - Representação esquemática para obtenção do deslocamento inicial das suspensões dianteiras e traseiras.	35
Figura 6 - Representação esquemática para obtenção do deslocamento inicial dos pneus dianteiros e traseiros.	35
Figura 7 - Forças e velocidades no plano de rolagem da parte frontal.	40
Figura 8 - Forças e velocidades no plano de arfagem da parte lateral direita.	41
Figura 9 - Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_1	42
Figura 10 - Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_2	43
Figura 11 - Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_3	43
Figura 12 - Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_4	44
Figura 13 - Diagrama de corpo livre da massa suspensa m	45
Figura 14 - Sistema de coordenadas móvel Cardaniano C ($\hat{e}_\varphi, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\psi$).	47
Figura 15 - Definição das componentes de velocidade longitudinais e laterais de cada pneu no sistema de coordenadas móvel $B1$ e das forças longitudinais e laterais de cada pneu.	51
Figura 16 - Definição do ângulo de deslizamento lateral α_{ij}	52

Figura 17 - Veículo de corrida do tipo FORMULA.	54
Figura 18 - Trajeto da pista utilizado na primeira etapa de validação numérica.	56
Figura 19 - Velocidade longitudinal $u = 10 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	56
Figura 20 - Velocidade longitudinal $u = 15 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	57
Figura 21 - Velocidade longitudinal $u = 20 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	57
Figura 22 - Velocidade longitudinal $u = 25 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	57
Figura 23 - Velocidade longitudinal $u = 30 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	57
Figura 24 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 10 \text{ km/h}$	58
Figura 25 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 15 \text{ km/h}$	59
Figura 26 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 20 \text{ km/h}$	59
Figura 27 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 25 \text{ km/h}$	60
Figura 28 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 30 \text{ km/h}$	60
Figura 29 - Trajeto de pista utilizado na segunda etapa de validação numérica.	61
Figura 30 - Velocidade longitudinal $u = 120 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	61

Figura 31 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 120 \text{ km/h}$	62
Figura 32 - Entradas para o modelo do pneu Pacejka (<i>MF-Tyre 5.2</i>): (a) Carga vertical $F_{z_{gfr}}$, (b) Ângulo de deslizamento lateral α_{fr} e (c) Razão de deslizamento longitudinal k_{fr}	63
Figura 33 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo do pneu com os dados gerados pelo CARSIM®: (a) Força longitudinal F_{xtfr} e (b) Força lateral F_{ytfr}	64
Figura 34 - Comparação dos resultados obtidos pelo modelo do pneu com os dados gerados pelo CARSIM®: (a) Momento de rolagem M_{xtfr} , (b) Momento de resistência ao rolamento M_{ytfr} e (c) Momento de alinhamento M_{ztfr}	64
Figura 35 - Modelo de suspensão equivalente a 1/4 de veículo.	66
Figura 36 - Diagrama de corpo livre das massas suspensa m_{fr} e não-suspensa m_1	67
Figura 37 - Representação esquemática para obtenção das massas suspensas dianteiras e traseiras de 1/4 de veículo.	69
Figura 38 - Diagrama de blocos do sistema de suspensão com amortecedor convencional.	73
Figura 39 - Resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ para o sistema de suspensão convencional.	73
Figura 40 - Resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ para o sistema de suspensão convencional.	74
Figura 41 - Diagrama de blocos do sistema de controle semi-ativo com amortecedor MR.	75
Figura 42 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com a presença do amortecedor MR.	75
Figura 43 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com a presença do amortecedor MR.	76

Figura 44 - Diagrama de blocos do sistema de controle ótimo com amortecedor MR.	78
Figura 45 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle ótimo.	79
Figura 46 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle ótimo.	79
Figura 47 - Conjunto de funções de pertinência usada.	81
Figura 48 - Diagrama de blocos do sistema de controle nebuloso com amortecedor MR.	83
Figura 49 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle nebuloso.	84
Figura 50 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle nebuloso.	84
Figura 51 - Diagrama de blocos do sistema de controle FEB com amortecedor MR.	86
Figura 52 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle FEB.	87
Figura 53 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle FEB.	87
Figura 54 - Comparação dos índices de desempenho para diferentes sistemas de controle. Critérios de conforto - $\tilde{J}_c$ (conjunto de histograma à esquerda) e de aderência à pista $\tilde{J}_{rh}$ (conjunto de histograma à direita).	88
Figura 55 - Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores convencionais.	92
Figura 56 - Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle semi-ativo.	92
Figura 57 - Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle ótimo.	93
Figura 58 - Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle nebuloso.	93

Figura 59 - Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle FEB.	94
Figura 60 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{w}}$ para as estratégias de controle apresentadas.	95
Figura 61 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef_r}}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef_l}}$ (extremidade dianteira) para as estratégias de controle apresentadas.	95
Figura 62 - Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef_r}}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef_l}}$ (extremidade traseira) para as estratégias de controle apresentadas.	96
Figura 63 - Comparação dos índices de desempenho $\tilde{J}_c$ (Critério de conforto) para diferentes sistemas de controle.	96
Figura 64 - Comparação dos índices de desempenho para diferentes sistemas de controle. Critérios de aderência à pista - $\tilde{J}_{rh}$ (<i>dianteira</i>) (histograma à esquerda) e $\tilde{J}_{rh}$ (<i>traseira</i>) (histograma à direita).	97
Figura 65 - Velocidade longitudinal $u = 50 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2	98
Figura 66 - Comparação das acelerações verticais da massa suspensa ($\dot{w}$) no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas.	98
Figura 67 - Comparação das acelerações laterais da massa suspensa ($\dot{v}$) no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas.	99
Figura 68 - Comparação das velocidades angulares $\dot{\varphi}$ no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas	99
Figura 69 - Comparação dos ângulos de rolagem φ no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas	100
Figura B.1 -Modelo Bouc-Wen Modificado para amortecedores MR.	118
Figura B.2 -Representação esquemática do amortecedor MR acoplado ao modelo do veículo.	120
Figura B.3 -Representação gráfica do algoritmo <i>Clipped Control</i>	123
Figura B.4 -Curva característica do amortecedor convencional utilizado.	125
Figura B.5 -Representação esquemática do amortecedor convencional acoplado ao modelo do veículo.	126

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-	Parâmetros do Modelo Não-Linear do Veículo	27
Tabela 2-	Parâmetros físicos e geométricos de um carro de corrida do tipo FORMULA.	55
Tabela 3-	Parâmetros físicos adotados para o modelo de 1/4 de veículo (extremidade dianteira direita).	69
Tabela 4-	Base de regras otimizada.	82
Tabela 5-	Projeto do controlador FEB (Extremidade dianteira).	86
Tabela 6-	Parâmetros físicos e geométricos de um veículo do tipo <i>A-class</i>	91
Tabela 7-	Projeto do controlador FEB (Extremidade traseira).	94
Tabela 8-	Valores da área retificada de $\dot{w}$, $\dot{v}$, $\dot{\varphi}$, φ e v	101
Tabela A.1-	Fatores de Escala do Usuário	110
Tabela B.1-	Parâmetros do amortecedor MR utilizados por Lai e Liao (2002).	120
Tabela B.2-	Valores dos termos das Funções Polinomiais.	124
Tabela B.3-	Erro Percentual Médio das Funções Polinomiais.	125

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

$[A]$	-	Matriz dinâmica em espaço estado
$[B_1]$	-	Matriz de entrada de excitação em espaço estado
$[B_2]$	-	Matriz de entrada de controle em espaço estado
F	-	Força
F_1	-	Força referente ao amortecedor dianteiro direito
F_2	-	Força referente ao amortecedor dianteiro esquerdo
F_3	-	Força referente ao amortecedor traseiro direito
F_4	-	Força referente ao amortecedor traseiro esquerdo
g	-	Aceleração gravitacional
h	-	Distância vertical do c.g. da massa suspensa até a pista
I_x	-	Momento de inércia longitudinal da massa suspensa
I_y	-	Momento de inércia lateral da massa suspensa
I_z	-	Momento de inércia vertical da massa suspensa
I_{wij}	-	Momento de inércia de cada conjunto de roda
k_{ij}	-	Razão de deslizamento longitudinal
K_{s_1}	-	Rigidez da suspensão dianteira direita
K_{s_2}	-	Rigidez da suspensão dianteira esquerda
K_{s_3}	-	Rigidez da suspensão traseira direita
K_{s_4}	-	Rigidez da suspensão traseira esquerda
K_{t_1}	-	Rigidez do pneu dianteiro direito
K_{t_2}	-	Rigidez do pneu dianteiro esquerdo
K_{t_3}	-	Rigidez do pneu traseiro direito
K_{t_4}	-	Rigidez do pneu traseiro esquerdo
l	-	Comprimento
l_x	-	Distância entres eixos longitudinal
l_{yf}	-	Distância entres eixos lateral dianteira
l_{yr}	-	Distância entres eixos lateral traseira

m	-	Massa Suspensa
m_1	-	Massa do conjunto da roda dianteira direita (Massa não-suspensa)
m_2	-	Massa do conjunto da roda dianteira esquerda (Massa não-suspensa)
m_3	-	Massa do conjunto da roda traseira direita (Massa não-suspensa)
m_4	-	Massa do conjunto da roda traseira esquerda (Massa não-suspensa)
M	-	Momento
${}^B r_{ij}$	-	Raio instantâneo do conjunto de roda
T_ψ	-	Matriz de transformação do sistema de coordenadas inercial G para o sistema de coordenadas móvel $B1$
T_θ	-	Matriz de transformação com rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo y'
T_φ	-	Matriz de transformação com rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo x''
u	-	Velocidade longitudinal
v	-	Velocidade lateral
w	-	Velocidade vertical
x	-	Deslocamento longitudinal do c.g. da massa suspensa
x_f	-	Distância longitudinal do c.g. da massa suspensa até o eixo dianteiro
x_r	-	Distância longitudinal do c.g. da massa suspensa até o eixo traseiro
y	-	Deslocamento lateral do c.g. da massa suspensa
y_{ij}	-	Distância lateral dianteira do c.g. da massa suspensa em cada extremidade
z	-	Deslocamento vertical do c.g. da massa suspensa

Letras Gregas

α_{ij}	-	Ângulo de deslizamento lateral
θ	-	Deslocamento angular em relação ao eixo y
φ	-	Deslocamento angular em relação ao eixo x
ψ	-	Deslocamento angular em relação ao eixo z
ω_{uij}	-	Velocidade angular de cada conjunto de roda
ω_x	-	Velocidade angular de rolagem
ω_y	-	Velocidade angular de arfagem
ω_z	-	Velocidade angular de guinada

Subescrito

- g - Relativo à pista
- ij - Denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr)
- if - Relativo às medidas iniciais dianteiras
- ir - Relativo às medidas iniciais traseiras
e traseira esquerda (rl)
- s - Relativo à massa suspensa
- t - Relativo ao pneu
- u - Relativo à massa não-suspensa
- x - Relativo à direção x
- y - Relativo à direção y
- z - Relativo à direção z

Sobrescrito

- B - Sistema de coordenadas móvel $B (x\ y\ z)$
- $B1$ - Sistema de coordenadas móvel $B (x'\ y'\ z')$
- G - Sistema de coordenadas inercial $G(XYZ)$

LISTA DE SIGLAS

<i>AR</i>	-	<i>Área Retificada</i>
<i>c.g.</i>	-	<i>Centro de Gravidade</i>
<i>DLC</i>	-	<i>Double Lane Change</i>
<i>FEB</i>	-	<i>Frequency Estimation Based</i>
<i>LQR</i>	-	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
<i>MR</i>	-	<i>Magnetoreológico</i>
<i>NB</i>	-	<i>Negativo Baixo</i>
<i>NG</i>	-	<i>Negativo Grande</i>
<i>NM</i>	-	<i>Negativo Médio</i>
<i>PB</i>	-	<i>Positivo Baixo</i>
<i>PG</i>	-	<i>Positivo Grande</i>
<i>PM</i>	-	<i>Positivo Médio</i>
<i>Z</i>	-	<i>Zero</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	OBJETIVOS	23
1.2	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	23
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	24
2	MODELAGEM MATEMÁTICA DO VEÍCULO	25
2.1	MODELO NÃO-LINEAR DO VEÍCULO	25
2.1.1	Sistemas de forças e momentos do veículo	38
2.2	MODELO DO PNEU	50
2.2.1	Definições	50
2.2.1.1	<i>Razão de deslizamento longitudinal</i>	51
2.2.1.2	<i>Ângulo de deslizamento lateral</i>	52
2.2.1.3	<i>Carga vertical do pneu</i>	52
2.3	RESOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO	52
3	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DESENVOLVIDO	54
3.1	PARÂMETROS DO VEÍCULO	54
3.2	ANÁLISE DINÂMICA DO VEÍCULO	55
3.3	AFERIÇÃO DO MODELO DO PNEU	63
4	CONTROLE SEMI-ATIVO DE VIBRAÇÕES EM SUSPENSÕES VEICULARES	66
4.1	MODELO DE 1/4 DE VEÍCULO	66

4.2	AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . .	70
4.2.1	Resposta em Frequência	70
4.2.2	Cálculo dos Índices de Desempenho	71
4.3	SISTEMA DE SUSPENSÃO COM AMORTECEDOR CONVENCIONAL	72
4.4	SISTEMA DE SUSPENSÃO COM AMORTECEDOR MR	74
4.5	CONTROLE ÓTIMO	76
4.6	CONTROLE NEBULOSO	80
4.7	CONTROLE BASEADO NA ESTIMAÇÃO EM FREQUÊNCIA (FEB) . .	85
5	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	90
5.1	PARÂMETROS DO VEÍCULO	90
5.2	ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS CONTROLADORES	91
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	102
	REFERÊNCIAS	104
	Apêndice A – MODELO DO PNEU PACEJKA	109
A.1	PARÂMETROS DO MODELO DO PNEU PACEJKA	114
	Apêndice B – AMORTECEDORES	117
B.1	AMORTECEDORES MAGNETOREOLÓGICOS	117
B.1.1	Modelo de Bouc-Wen Modificado	117
B.1.2	Algoritmo de Controle Utilizado em Amortecedores MR	121
B.1.3	Algoritmo de Controle Grampeado	122
B.2	AMORTECEDOR CONVENCIONAL	123
	Apêndice C – AMORTECEDOR CONVENCIONAL(A-CLASS)	127

1 INTRODUÇÃO

Durante as últimas décadas tecnologias avançadas em sistemas de suspensão veicular têm sido desenvolvidas e o conceito principal envolvido se resume em estabelecer um equilíbrio entre os seguintes índices de desempenho: aderência à pista e conforto na condução do veículo. A aderência à pista, refere-se em quais condições os pneus estão submetidos permanecendo em contato com a superfície da pista enquanto se realiza manobras. Já o conforto na condução, refere-se à transmissão de vibrações para os passageiros e exige um isolamento da massa suspensa à partir de vibrações causadas por irregularidades da superfície da pista.

Em geral, uma boa suspensão deve gerar um passeio confortável e uma melhor dirigibilidade. Todavia, os critérios de projeto dependem do propósito do veículo. Por exemplo, um motorista de carro esportivo, ou de corridas, aceita uma suspensão com alto coeficiente de amortecimento para uma boa dirigibilidade, principalmente em curvas em alta velocidade. Nesse caso, as vibrações são significativamente transmitidas ao motorista. Já em carros de passeio, em geral as suspensões possuem baixo coeficiente de amortecimento no intuito de se obter conforto através da redução da transmissibilidade. Há várias pesquisas atuais de projetos de amortecedores ativos que conseguem modificar o seu modo de operação, passando de uma condição em que exige estabilidade para outra de conforto e vice-versa (ABREU et al., 2013).

Para a suspensão com amortecedor passivo, o desafio é encontrar um componente de amortecimento equilibrado com ambas condições. Já em uma suspensão com amortecedor semi-ativo conectado a um sistema de controle, ambos índices de desempenho (aderência à pista e conforto na condução) podem ser adaptados conforme as condições de operação. Resultados de projetos de pesquisa mostram que uma suspensão semi-ativa pode diminuir a aceleração e o deslocamento vertical da massa suspensa em até 52% e 20%, respectivamente (BARAK, 1992).

De acordo com Savaresi et al. (2010), as suspensões controláveis podem ser classificadas com base em duas características principais:

- 1) Entrada de energia: quando a energia é "acrescentada" ao sistema de suspensão, a suspensão é classificada como "ativa". Entretanto, quando a mesma é modificada sem

inserção de energia (além de uma pequena quantidade de energia utilizada para acionar o componente controlado), a suspensão é chamada de semi-ativa.

2) Largura de banda em frequência: o componente controlado da suspensão pode ser modificado com um tempo de resposta específico. Este recurso caracteriza fortemente o sistema de suspensão, uma vez que inerentemente define a largura de banda em frequência máxima alcançável correspondente do sistema de controle em malha fechada.

Ao se comparar o sistema de atuação entre amortecedores semi-ativos e ativos, os ativos têm um melhor desempenho de isolamento, mas devido a sua relativa complexidade apresenta maiores custos de manutenção e menor confiabilidade. O fator segurança está muito ligado à confiabilidade do sistema, uma vez que uma falha no sistema de suspensão pode desestabilizar o veículo e, conseqüentemente, ser responsável por graves acidentes. Por outro lado, são comumente mais caros porque requerem fonte de alimentação externa, enquanto que os amortecedores semi-ativos costumam ser mais baratos e com desempenho aceitável. Deste modo, sistemas de controle semi-ativos potencialmente oferecem a confiabilidade dos dispositivos passivos e, ainda assim, mantêm a versatilidade e a adaptabilidade dos sistemas ativos.

O conceito de suspensão semi-ativa foi introduzido no início da década de 70 (CROSBY; KARNOPP, 1973) e, desde a sua concepção, os amortecedores semi-ativos têm sido utilizados em diversas aplicações durante as últimas décadas, tais como: trens (KLINGER et al., 1976), tratores e veículos *off-road* (MARGOLIS; HROVAT, 1976) e tanques militares (MILLER; NOBLES, 1988).

No campo do controle de vibrações veiculares, novos materiais foram desenvolvidos como atuadores possibilitando o projeto de controladores mais robustos e adaptativos às variações temporais e/ou paramétricas da planta. Destacam-se os fluidos magnetoreológicos (MR) (RAINBOW, 1948) que estão sendo amplamente aplicados, principalmente em amortecedores veiculares (KAWABE et al., 1998; LAUWERYS et al., 2002) e em construções civis (DYKE et al., 1996; KO et al., 2003). Vale ressaltar que os amortecedores MR são dispositivos semi-ativos capazes de gerar forças dissipativas, ou seja, são capazes de controlar apenas as forças que se opõem ao movimento. No caso de restrição ou transmissão de um movimento, ou atenuação de vibrações, as forças dissipativas são predominantes, o que torna os amortecedores semi-ativos atrativos, pois além de serem em geral mais baratos que os atuadores ativos, requerem pouca energia para sua operação.

Na indústria automobilística, as suspensões semi-ativas já são uma realidade (LAI; LIAO, 2002). Essa evolução dos veículos com suspensão passiva para semi-ativa foi atingida graças a diversos estudos científicos realizados em grandes centros de pesquisa (LAUWERYS et al., 2002). Há várias companhias de automóveis que utilizam essa tecnologia dos amortecedores MR, tais como: Ford (FODOR; REDFIELD, 1995), Toyota (OHSAKU et al., 1999) e Nissan (KAWABE et al., 1998). A fabricante de sistemas automotivos Delphi foi a primeira a comercializar o amortecedor MagneRide™, que foi instalado no Cadillac Seville STS 2002.

Na literatura existem inúmeros trabalhos sobre controle semi-ativo de vibrações em sistemas de suspensões automotivas com amortecedores MR para melhorar o conforto e a segurança dos ocupantes do veículo. Diferentes estratégias de controle têm sido propostas, algumas delas baseadas nas teorias de controle não-linear (LAM; LIAO, 2001; LAI; LIAO, 2002; CHAMSEDDINE et al., 2006; KAFIFY et al., 2012), controle robusto (CHOI et al., 2002; ZRIBI; KARKOUB, 2004; CRIVELLARO, 2008; CHADLI et al., 2010; YIM, 2011), controle LQR (*Linear Quadratic Regulator*) (JAHROMI; ZABIHOLLAH, 2010), ou controle LQG (*Linear Quadratic Gaussian*) (KARKOUB; ZRIBI, 2006; ZAREH et al., 2011; METERED, 2012). Essas técnicas oferecem resultados atraentes quando se têm um modelo de veículo preciso ou existem medidas suficientes que podem descrever a dinâmica não-linear para projetar um observador/estimador. A dificuldade no estabelecimento de modelos representativos e de fácil tratamento matemático para automóveis levam a utilização dos controladores baseados em Inteligência Artificial, tais como, o controlador nebuloso (HUANG; LIN, 2003; YU et al., 2006; ABREU et al., 2013) e o controlador baseado em redes neurais artificiais (GUO et al., 2004; METERED et al., 2010), não prescindindo o conhecimento detalhado dos modelos dos elementos do processo a ser controlado.

Por outro lado, controladores *On-Off*, por exemplo o *sky-hook* (AHMADIAN; PARE, 2000; LEE; CHOI, 2000; SHEN et al., 2006), *ground-hook* (KOO et al., 2004), *acceleration driven damper* (SAVARESI et al., 2004; SAVARESI et al., 2005), etc., representam a solução mais fácil para controlar a taxa de amortecimento em um sistema de suspensão semi-ativo. Além disso, em Poussot-Vassal et al. (2012), Shojaei et al. (2013), Khajepour e Agrawal (2014) e Lozoya-Santos et al. (2015) são apresentados métodos de controle avançado que utilizam combinações de controladores *On-Off* e que buscam estabelecer um equilíbrio entre os índices de desempenho: aderência à pista e conforto na condução do veículo.

Dada a simplicidade na formulação, os modelos de veículo que consideram a dinâmica vertical ou a dinâmica lateral separadamente, por sua vez, vêm sendo empregados em projetos de controladores. No entanto, alguns efeitos dinâmicos importantes são desconsiderados. Neste trabalho, propõe-se um modelo de veículo que considera a dinâmica vertical, lateral e longitudinal, as não-linearidades dos amortecedores MR e as não-linearidades dos pneus, visando simular diferentes condições de condução do veículo. Pretende-se, também, contribuir com a área de controle de vibrações em suspensões veiculares que utilizam amortecedores MR, avaliando o desempenho dos controladores ótimo (LQR), nebuloso e aqueles baseados na estimação em frequência (*FEB-Frequency Estimation Based*), especialmente projetados em 1/4 de veículo e aplicados ao modelo não-linear do veículo. O trabalho termina comentando as potencialidades da metodologia apresentada, discutindo as facilidades e dificuldades encontradas na sua implementação e aponta propostas para a sua continuidade.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um modelo não-linear de um veículo dotado de suspensões com amortecedores magnetoreológicos, a fim de avaliar o desempenho de estratégias de controle ótimo linear e não-lineares, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. A motivação principal deste estudo é garantir que os passageiros do veículo tenham mais conforto e que o veículo apresente melhor estabilidade, a partir da minimização da aceleração da massa suspensa e da aderência do pneu à pista.

1.2 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Dentre as principais contribuições geradas pela presente pesquisa, os seguintes itens podem ser destacados:

- Modelagem não-linear de um veículo com 10 graus de liberdade com suspensões dotadas de amortecedores magnetoreológicos e
- Comparação do desempenho das estratégias de controle ótimo linear e não-lineares aplicadas em veículos que trafegam em pistas retas e curvas.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é organizado em seis capítulos, descritos abaixo:

- Capítulo 1: Introdução, objetivos, contribuição e organização do trabalho;
- Capítulo 2: Modelagem não-linear do veículo inteiro;
- Capítulo 3: Validação do modelo não-linear do veículo e aferição do modelo do pneu;
- Capítulo 4: Projeto e análise de desempenho dos sistemas de controle: semi-ativo, ótimo, nebuloso e baseado na estimação da frequência para 1/4 de veículo;
- Capítulo 5: Análise de desempenho dos sistemas de controle: semi-ativo, ótimo, nebuloso e baseado na estimação da frequência projetados aplicados ao modelo não-linear do veículo;
- Capítulo 6: Considerações finais e próximas etapas do trabalho.

Além destes capítulos, a tese conta com os apêndices:

- Apêndice A: Apresentação do modelo do pneu Pacejka;
- Apêndice B: Apresentação do modelo de Bouc-Wen modificado (Amortecedor MR) e do modelo polinomial segmentado (Amortecedor convencional).
- Apêndice C: Apresentação dos dados da curva característica do amortecedor convencional ideal A-class.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO VEÍCULO

Este capítulo apresenta, de forma detalhada, o procedimento para obtenção do modelo matemático não-linear de um veículo dotado de suspensões com amortecedores magnetoreológicos ou convencionais. Para o presente estudo, propõe-se a utilização de um modelo com dez graus de liberdade. As equações diferenciais de movimento do modelo são encontradas através do método Newton-Euler, enquanto que o pneu (Magic Formula 5.2) e a suspensão com amortecedores magnetoreológicos (modelo de Bouc-Wen modificado) são modelados como componentes do veículo.

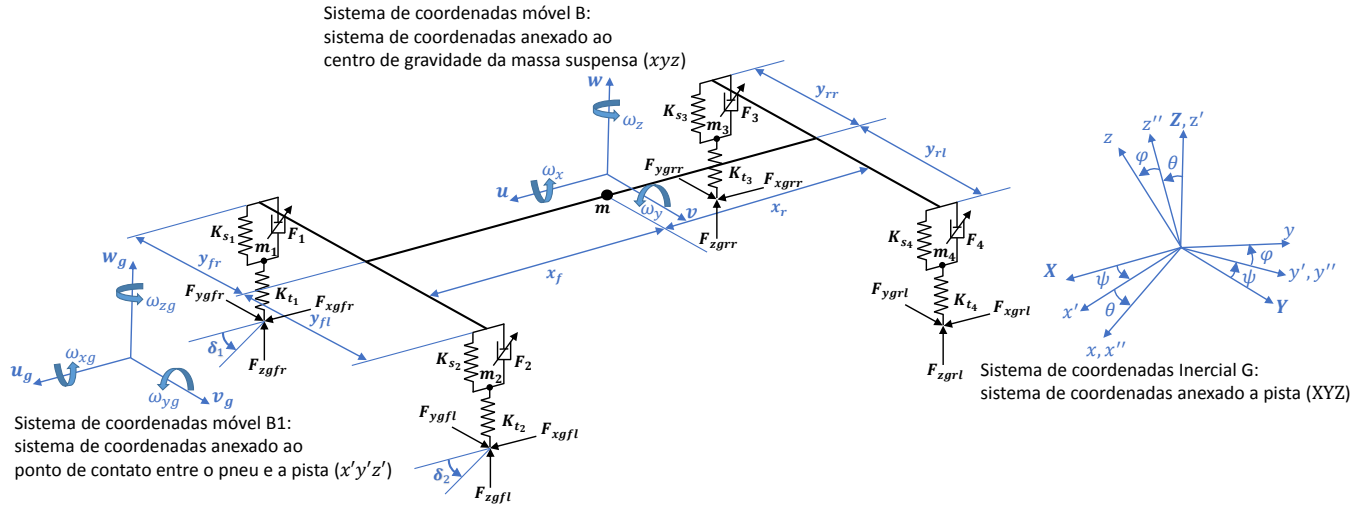
2.1 MODELO NÃO-LINEAR DO VEÍCULO

O modelo não-linear do veículo, adaptado de Shim e Ghike (2007), é composto de dez graus de liberdade (figura 1), sendo quatro graus de liberdade para descrever o movimento de cada conjunto de roda independentes (z_{ufr} , z_{ufl} , z_{urr} e z_{url}), três graus de liberdade para os movimentos de translação vertical (*bounce*, z), longitudinal (x) e lateral (y) do centro de gravidade (c.g.) da massa suspensa e três graus de liberdade para os movimentos de rotação, referente ao ângulo de rolagem (*roll*) em torno do eixo x (φ), ângulo de arfagem (*pitch*) em torno do eixo y (θ) e ângulo de guinada (*yaw*) em torno do eixo z (ψ). Já os pneus são representados por molas.

As considerações e hipóteses simplificadoras consideradas neste modelo são:

- a flexibilidade do chassi é desconsiderada, ou seja, a massa suspensa é rigidamente fixada no sistema de suspensão;
- *Camber* constante nos eixos dianteiro e traseiro e
- os efeitos aerodinâmicos são desconsiderados;

Figura 1- Esquema do modelo não-linear do veículo com 10 GDL's com os sistemas de coordenadas utilizados



Fonte: Adaptado de Shim e Ghike (2007)

A partir das dimensões apresentadas na figura 1, a distância entres eixos lateral dianteira, lateral traseira e longitudinal, são dadas por:

$$l_{yf} = y_{fl} + y_{fr} \quad (1)$$

$$l_{yr} = y_{rl} + y_{rr} \quad (2)$$

$$l_x = x_f + x_r \quad (3)$$

A tabela 1 a seguir mostra a descrição dos parâmetros usados na figura 1 e nas equações diferenciais do modelo que regem o movimento do sistema.

Tabela 1- Parâmetros do Modelo Não-Linear do Veículo

Parâmetros		Descrição	
Direita	Esquerda		
z_{ufr}	z_{ufl}	Deslocamento vertical do conjunto da roda	Dianteira
z_{gfr}	z_{gfl}	Excitações da pista	
m_1	m_2	Massa do conjunto da roda (Massa não-suspensa)	
ω_{ufr}	ω_{ufl}	Velocidade angular do conjunto da roda	
K_{s_1}	K_{s_2}	Rigidez da suspensão	
K_{t_1}	K_{t_2}	Rigidez do pneu	
y_{fr}	y_{fl}	Distância lateral do c.g. da massa suspensa	
x_f		Distância longitudinal do c.g. da massa suspensa até o eixo	
z_{urr}	z_{url}	Deslocamento vertical do conjunto da roda	Traseira
z_{grr}	z_{grl}	Excitações da pista	
m_3	m_4	Massa do conjunto da roda (Massa não-suspensa)	
ω_{urr}	ω_{url}	Velocidade angular do conjunto da roda	
K_{s_3}	K_{s_4}	Rigidez da suspensão	
K_{t_3}	K_{t_4}	Rigidez do pneu	
y_{rr}	y_{rl}	Distância lateral do c.g. da massa suspensa	
x_r		Distância longitudinal do c.g. da massa suspensa até o eixo	
h		Distância vertical do c.g. da massa suspensa até a pista	
x		Deslocamento longitudinal do c.g. da massa suspensa	
y		Deslocamento lateral do c.g. da massa suspensa	
z		Deslocamento vertical do c.g. da massa suspensa	
φ		Deslocamento angular em relação ao eixo x	
θ		Deslocamento angular em relação ao eixo y	
ψ		Deslocamento angular em relação ao eixo z	
m		Massa Suspensa	

Fonte: Próprio Autor

Considere um veículo que se move no espaço, como ilustrado na figura 1. Um sistema de coordenadas móvel B (xyz) é anexado ao c.g.(Centro de Gravidade) da massa suspensa e alinhado com as direções principais. As velocidades longitudinal, lateral e vertical são representadas por u , v e w e as velocidades angulares de rolagem, de arfagem e de guinada por: ω_x , ω_y e ω_z , respectivamente da massa suspensa.

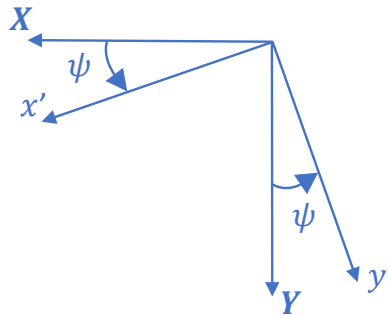
A orientação e a posição do corpo, representada no sistema de coordenadas inercial $G(XYZ)$, pode ser determinada por meio de sucessivas transformações de coordenadas através dos ângulos de Cardan (isto é, o ângulo de rolagem φ , o ângulo de arfagem θ , e o ângulo de guinada ψ), como mostrado na figura 1. O sistema de coordenadas móvel $B1$ é obtido pela rotação do sistema de coordenadas inercial G através do ângulo de guinada ψ (Figura 2). Em outras palavras, o sistema de coordenadas móvel B é obtido pela rotação do sistema de coordenadas $B1$ primeiro, através do ângulo de arfagem θ (Figura 3 (a)) e, em seguida, através do ângulo de rolagem φ (Figura 3 (b)).

As matrizes de transformação do sistema de coordenadas inercial G para o sistema de coordenadas móvel $B1$, do sistema de coordenadas móvel $B1$ para o sistema de coordenadas móvel B e do sistema de coordenadas inercial G para o sistema de coordenadas móvel B , são dadas, respectivamente, por:

$${}^{B1}\mathbf{S} = \mathbf{T}_{\psi} {}^G\mathbf{S}$$

$${}^{B1}\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^G\mathbf{S} \quad (4)$$

Figura 2- Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel $B1$ em torno do eixo Z



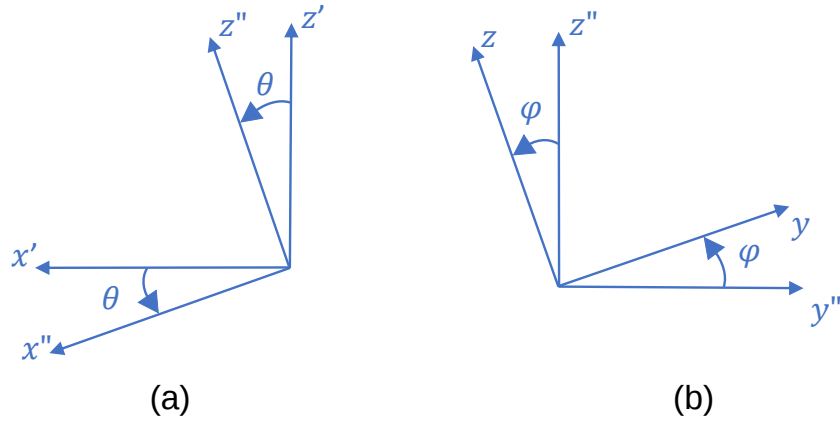
Fonte: Próprio Autor

$${}^B\mathbf{S} = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta {}^{B1}\mathbf{S}$$

$${}^B\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} {}^{B1}\mathbf{S}$$

$${}^B\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\sin\theta & -\sin\varphi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} {}^{B1}\mathbf{S} \quad (5)$$

Figura 3- (a) Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo y' e (b) Rotação positiva do sistema de coordenadas móvel B em torno do eixo x''



Fonte: Próprio Autor

$${}^B\mathbf{S} = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta \mathbf{T}_\psi {}^G\mathbf{S}$$

$${}^B\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}^G\mathbf{S}$$

$${}^B\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\sin\theta\cos\psi & \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\theta\sin\psi & \sin\varphi\cos\theta \\ \sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\sin\theta\cos\psi & -\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\theta\sin\psi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} {}^G\mathbf{S} \quad (6)$$

Após a definição dos sistemas de referência inercial $G(XYZ)$ e móveis $B1(x'y'z')$ e $B(xyz)$, tem-se as matrizes de rotação dos sistemas móveis para o sistema inercial e vice-versa.

Para obtenção das equações do movimento do corpo rígido aplica-se as equações de Newton e Euler, de modo que, aplicando a 2ª Lei de Newton no sistema de coordenadas móvel B , tem-se:

$${}^B\mathbf{F}_{cg} = {}^B\dot{\mathbf{p}} = \frac{d}{dt} (m {}^B\mathbf{v}_{cg}) = m {}^B\dot{\mathbf{v}}_{cg} + m {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times {}^B\mathbf{v}_{cg} \quad (7)$$

sendo ${}^B\mathbf{F}_{cg}$ a resultante vetorial das forças externas atuantes no corpo rígido e $\dot{\mathbf{p}}$ é a taxa de variação do momento linear do corpo rígido. Como a massa do corpo é invariante com o tempo, a taxa de variação do momento linear é a soma da parcela de variação da amplitude ($m {}^B\dot{\mathbf{v}}_{cg}$) com a parcela de variação da direção ($m {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times {}^B\mathbf{v}_{cg}$).

O momento angular foi representado no sistema de coordenadas móvel B , pois a sua origem está exatamente em cima do centro de gravidade do corpo rígido e o tensor de inércia permanece independente do tempo, assim o momento angular é descrito pela seguinte relação:

$${}^B\mathbf{L} = {}^BI {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \quad (8)$$

As equações de Euler, por sua vez, são obtidas a partir do cálculo da taxa de variação do momento angular do corpo rígido. Porém o momento angular está representado no sistema de coordenadas móvel B e ao derivar um vetor no sistema móvel, perdem-se as informações relacionadas com a variação de sua direção, e para obter sua variação absoluta deve-se somar o produto do vetor velocidade angular do sistema de referência ${}^B\boldsymbol{\omega}_{cg}$ pelo vetor a ser derivado, no caso, o vetor momento angular ${}^B\mathbf{L}$. Assim:

$${}^B\mathbf{M}_{cg} = \frac{d}{dt} ({}^B\mathbf{L}) + {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times {}^B\mathbf{L} \quad (9)$$

Substituindo a equação (8) na equação (9), tem-se:

$${}^B\mathbf{M}_{cg} = {}^BI {}^B\dot{\boldsymbol{\omega}}_{cg} + {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times ({}^BI {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg}) \quad (10)$$

sendo ${}^B\mathbf{M}_{cg}$ a soma dos torques externos atuantes no corpo rígido, $({}^BI {}^B\dot{\boldsymbol{\omega}}_{cg})$ a parcela de variação da amplitude e $({}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times {}^BI {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg})$ a parcela de variação da direção.

Os vetores de força, de momento e cinemáticos para o veículo, expressos no sistema de coordenadas móvel B , são dados por:

$${}^B\mathbf{F}_{cg} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad {}^B\mathbf{M}_{cg} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$${}^B\mathbf{v}_{cg} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad {}^B\dot{\mathbf{v}}_{cg} = \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$${}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad {}^B\dot{\boldsymbol{\omega}}_{cg} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Assumindo que o sistema de coordenadas móvel B tem os eixos coordenados coincidentes com os eixos principais do corpo rígido, tem-se um tensor de inércia diagonal, com os produtos de inércia nulos.

$${}^BI = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Substituindo os vetores das equações (11) a (13) e o tensor de inércia (equação 14) nas equações diferenciais do movimento (7) e (10), tem-se:

$${}^B\mathbf{F}_{cg} = m {}^B\dot{\mathbf{v}}_{cg} + m {}^B\boldsymbol{\omega}_{cg} \times {}^B\mathbf{v}_{cg}$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = m \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} + m \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m\dot{u} + m\omega_y w - m\omega_z v \\ m\dot{v} + m\omega_z u - m\omega_x w \\ m\dot{w} + m\omega_x v - m\omega_y u \end{Bmatrix} \quad (15)$$

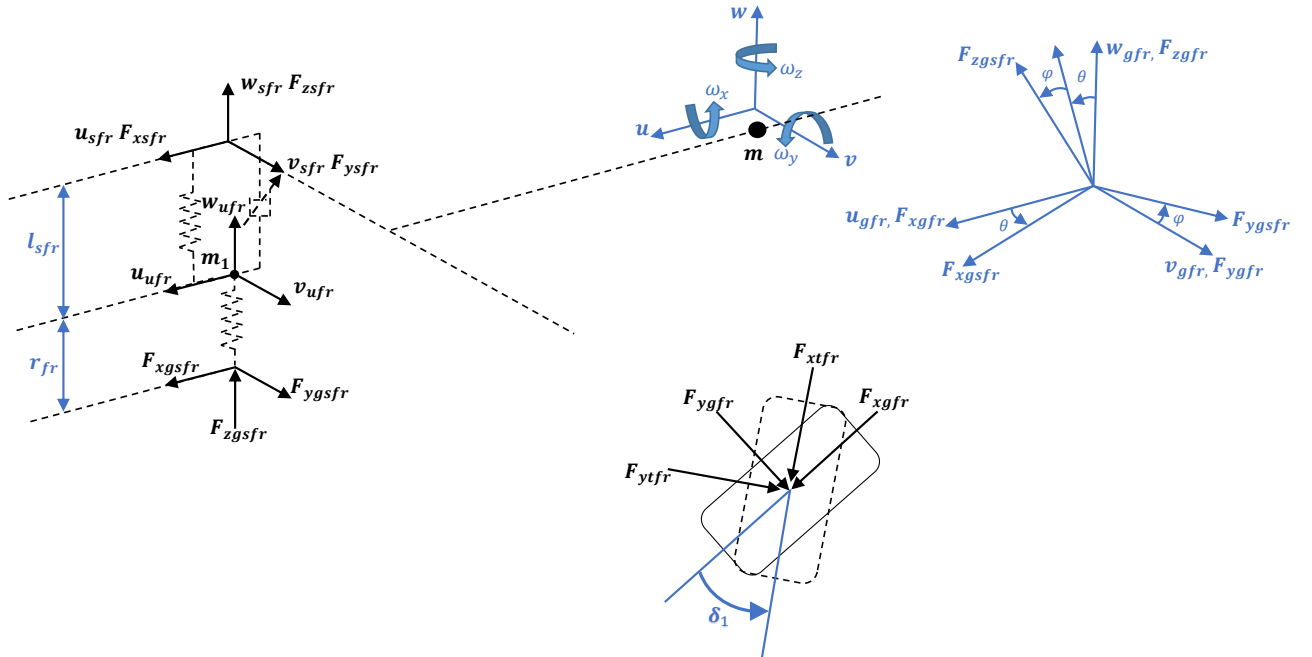
$${}^B\mathbf{M}_{cg} = {}^B I {}^B \dot{\boldsymbol{\omega}}_{cg} + {}^B \boldsymbol{\omega}_{cg} \times ({}^B I {}^B \boldsymbol{\omega}_{cg})$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \right) \\ \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_x I_1 - \omega_y \omega_z I_2 + \omega_y \omega_z I_3 \\ \dot{\omega}_y I_2 + \omega_x \omega_z I_1 - \omega_x \omega_z I_3 \\ \dot{\omega}_z I_3 - \omega_x \omega_y I_1 + \omega_x \omega_y I_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

As três equações de Newton (15) são as que descrevem os movimentos de translação e as três equações de Euler (16) são as que descrevem os movimentos de rotação. Assim, as equações (15) e (16) compõem um conjunto de equações diferenciais do movimento para um veículo rígido em movimento espacial.

A figura 4 mostra os componentes de força e velocidade da extremidade direita dianteira do veículo e a relação das forças geradas nos pneus com o ângulo de direção.

Figura 4- Descrição das forças e velocidades na extremidade direita dianteira de um veículo.



Fonte: Adaptado de Shim e Ghike (2007)

Por meio da análise do movimento relativo, tem-se que a velocidade relativa de um corpo rígido é dada por:

$$V_B = V_A + \omega \times r_{B/A} \quad (17)$$

sendo V_B a velocidade do ponto B , V_A a velocidade do ponto de base A , ω velocidade angular do corpo e $r_{B/A}$ vetor posição do ponto B relativamente a A .

Assim as velocidades da massa suspensa da extremidade dianteira direita u_{sfr} , v_{sfr} e w_{sfr} e dos demais extremos do veículo nas direções longitudinal, lateral e vertical, podem ser descritas no sistema de coordenadas móvel B através da definição da velocidade relativa de um corpo rígido, logo as equações que descrevem essas velocidades, são dadas por:

$$\begin{pmatrix} u_{sfr} \\ v_{sfr} \\ w_{sfr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_f \\ -y_{fr} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} u_{sfl} \\ v_{sfl} \\ w_{sfl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_f \\ y_{fl} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{pmatrix} u_{srr} \\ v_{srr} \\ w_{srr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -x_r \\ -y_{rr} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} u_{srl} \\ v_{srl} \\ w_{srl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -x_r \\ y_{rl} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

De forma análoga, as velocidades da massa suspensa das extremidades dianteiras e traseiras, as velocidades da massa não-suspensa u_{uij} e v_{uij} e as velocidades do ponto de contato do pneu com a pista u_{gsij} e v_{gsij} no sistema de coordenadas móvel B , são determinadas através da definição da velocidade relativa. Uma vez que as velocidades verticais de excitação da pista w_{gsij} são entradas do modelo e que a velocidade vertical da massa não-suspensa w_{uij} representa um grau de liberdade e será descrita posteriormente. Assim, as equações que descrevem as velocidades longitudinal e lateral da massa não-suspensa e do ponto de contato do pneu com a pista em todas as extremidades do

veículo, são dadas por:

$$u_{uij} = u_{sij} - l_{sij}\omega_y \quad (22)$$

$$v_{uij} = v_{sij} + l_{sij}\omega_x \quad (23)$$

$$u_{gsij} = u_{uij} - r_{ij}\omega_y \quad (24)$$

$$v_{gsij} = v_{uij} + r_{ij}\omega_x \quad (25)$$

sendo que o subescrito ij denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr) e traseira esquerda (rl).

Transformando as velocidades u_{gsij} e v_{gsij} do ponto de contato do pneu com a pista do sistema de coordenadas móvel B para o sistema de coordenadas móvel $B1$, obtém-se as equações que descrevem cada uma das velocidades longitudinal e lateral em todos os extremos do veículo, dadas por:

$$u_{gij} = \cos\theta(u_{uij} - r_{ij}\omega_y) + \sin\theta(\cos\varphi w_{uij} + \sin\varphi(v_{uij} + r_{ij}\omega_x)) \quad (26)$$

$$v_{gij} = \cos\varphi(v_{uij} + r_{ij}\omega_x) - \sin\varphi w_{uij} \quad (27)$$

A deflexão instantânea de cada suspensão x_{sij} e a deflexão instantânea de cada pneu x_{tij} , são obtidas realizando a integração das seguintes equações:

$$\dot{x}_{sij} = -w_{sij} + w_{uij} \quad (28)$$

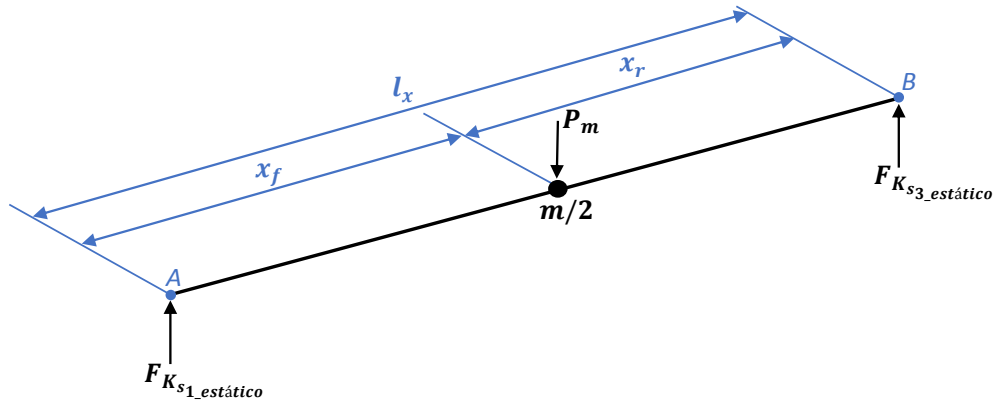
$$\dot{x}_{tij} = {}^G w_{gij} - {}^G w_{uij}$$

$$\dot{x}_{tij} = \cos\theta \cos\varphi w_{gij} - (\cos\theta(\cos\varphi w_{uij} + \sin\varphi v_{uij}) - \sin\theta u_{uij}) \quad (29)$$

sendo ${}^G w_{gij}$ a velocidade vertical de excitação da pista em cada roda no sistema de coordenadas inercial G e ${}^G w_{uij}$ a velocidade vertical da massa não-suspensa no sistema de coordenadas inercial G .

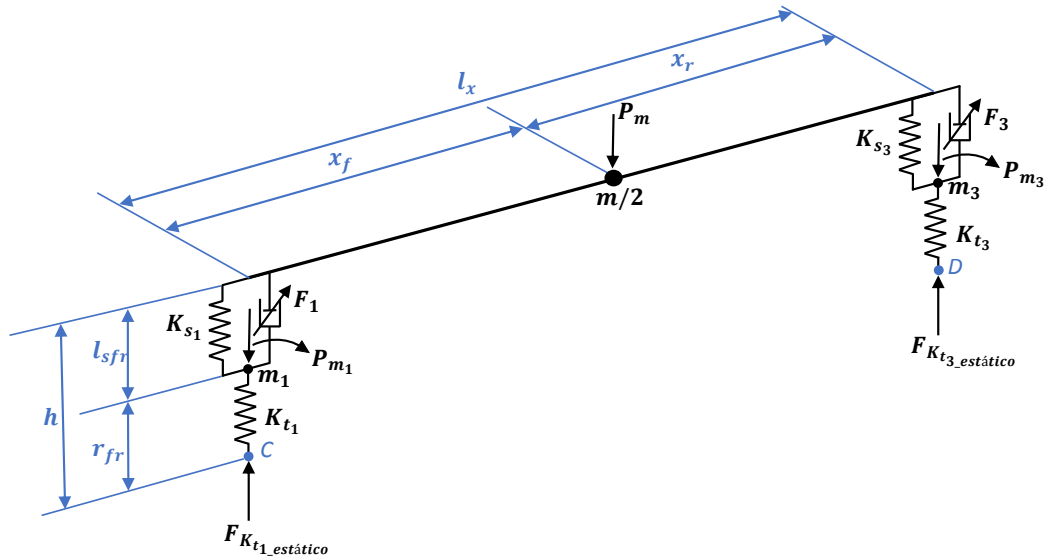
Ao analisar o veículo sob condições de equilíbrio estático (figuras 5 e 6) e desprezando a gravidade, pois a força peso já é considerada nas equações do movimento. O deslocamento inicial das suspensões dianteiras e traseiras (x_{sif} e x_{sir}) e o deslocamento inicial dos pneus dianteiros e traseiros (x_{tif} e x_{tir}) são determinados pela somatória dos momentos em torno dos pontos A, B, C e D iguais a zero.

Figura 5- Representação esquemática para obtenção do deslocamento inicial das suspensões dianteiras e traseiras.



Fonte: Próprio Autor

Figura 6- Representação esquemática para obtenção do deslocamento inicial dos pneus dianteiros e traseiros.



Fonte: Próprio Autor

Da figura 5, o deslocamento inicial das suspensões dianteiras e traseiras (x_{sif} e x_{sir}) são dados por:

$$\sum M_B = 0;$$

$$P_m x_f - F_{K_{s1_estatico}} l_x = 0$$

$$\frac{m}{2} x_r + K_{s1} x_{sif} l_x = 0$$

$$x_{sif} = \frac{m x_r}{2 l_x K_{s1}} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\sum \mathbf{M}_A &= 0; \\
-P_m x_f + F_{K_{s3_estatico}} l_x &= 0 \\
-\frac{m}{2} x_f + K_{s3} x_{sir} l_x &= 0 \\
x_{sir} &= \frac{m x_f}{2 l_x K_{s3}}
\end{aligned} \tag{31}$$

Da figura 6, o deslocamento inicial dos pneus dianteiros e traseiros (x_{tif} e x_{tir}) e o comprimento inicial das suspensões dianteiras e traseiras (l_{sif} e l_{sir}) são determinados pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\sum \mathbf{M}_D &= 0; \\
-F_{K_{t1_estatico}} l_x + P_{m1} l_x + P_m x_r &= 0 \\
-K_{t1} x_{tif} l_x + m_1 l_x + \frac{m}{2} x_r &= 0 \\
x_{tif} &= \frac{(m x_r / 2 l_x) + m_1}{K_{t1}}
\end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
\sum \mathbf{M}_C &= 0; \\
F_{K_{t3_estatico}} l_x - P_{m3} l_x - P_m x_f &= 0 \\
K_{t3} x_{tir} l_x + m_3 l_x + \frac{m}{2} x_f &= 0 \\
x_{tir} &= \frac{(m x_f / 2 l_x) + m_3}{K_{t3}}
\end{aligned} \tag{33}$$

$$l_{sif} = h - (r_0 - x_{tif}) \tag{34}$$

$$l_{sir} = h - (r_0 - x_{tir}) \tag{35}$$

sendo r_0 o raio do conjunto de roda.

Uma vez definido o deslocamento dos pneus x_{tij} , é possível obter o raio instantâneo do conjunto de roda ${}^B r_{ij}$ descrito pela relação a seguir:

$${}^G r_{ij} = \mathbf{T}_\psi^T \mathbf{T}_\varphi^T \mathbf{T}_\theta^T {}^B r_{ij} = r_0 - x_{tij}$$

considerando somente a componente da direção z , tem-se:

$$\begin{aligned} {}^G r_{ij} &= \cos\theta \cos\varphi {}^B r_{ij} = r_0 - x_{tij} \\ {}^B r_{ij} &= \frac{r_0 - x_{tij}}{\cos\theta \cos\varphi} \end{aligned} \quad (36)$$

As componentes de velocidade de rolamento de cada pneu para a parte traseira são iguais as velocidades longitudinais no ponto de contato do pneu com a pista ($u_{trr} = u_{grr}$) e ($u_{trl} = u_{grl}$). Já para a parte dianteira, as velocidades de rolamento u_{tfr} e u_{tfl} são obtidas a partir da relação das velocidades longitudinais (u_{gfr} e u_{gfl}) e lateral (v_{gfr} e v_{gfl}) na área de contato dos pneus com os ângulos de direção (δ_1 e δ_2), e são dadas por:

$$u_{tfr} = u_{gfr} \cos(\delta_1) + v_{gfr} \sin(\delta_1) \quad (37)$$

$$u_{tfl} = u_{gfl} \cos(\delta_2) + v_{gfl} \sin(\delta_2) \quad (38)$$

$$u_{trr} = u_{grr} \quad (39)$$

$$u_{trl} = u_{grl} \quad (40)$$

A velocidade angular de cada roda ω_{ij} , por sua vez, pode ser representada pela seguinte relação:

$$\omega_{ij} = \frac{u_{tij}}{{}^B r_{ij}} \quad (41)$$

O comprimento instantâneo de cada suspensão l_{sij} , utilizado nas equações (22) e (23), é descrito pela equação (42) para a parte dianteira, e pela equação (43) para a parte traseira.

$$l_{sij} = l_{sif} - (x_{sij} - x_{sif}), \text{ para } ij = fr, fl \quad (42)$$

$$l_{sij} = l_{sir} - (x_{sij} - x_{sir}), \text{ para } ij = rr, rl \quad (43)$$

2.1.1 Sistemas de forças e momentos do veículo

Para descrever as forças e momentos aplicados na massa suspensa e nas massas não-suspensas, deve-se efetuar a transformação das forças e momentos externos dos sistemas de coordenadas móvel $B1$ e inercial G para o sistema de coordenadas móvel B .

As forças $F_{xsi j}$, $F_{ysi j}$ e $F_{zsi j}$ são as forças transmitidas para a massa suspensa ao longo das direções longitudinal, lateral e vertical, respectivamente, no sistema de coordenadas móvel B . As forças $F_{xgsi j}$, $F_{ygsi j}$ e $F_{zgsi j}$ são as forças agindo no ponto de contato do pneu com a pista no mesmo sistema de coordenadas móvel B . Estas forças podem ser escritas em termos das forças dos pneus $F_{xgi j}$, $F_{ygi j}$ e $F_{zgi j}$ pela projeção dos seus componentes ao longo do sistema de coordenadas móvel $B1$ como:

$${}^B\mathbf{F}_{gsi j} = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta {}^{B1}\mathbf{F}_{gi j}$$

$$\begin{Bmatrix} F_{xgsi j} \\ F_{ygsi j} \\ F_{zgsi j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\sin\theta & -\sin\varphi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{xgi j} \\ F_{ygi j} \\ F_{zgi j} \end{Bmatrix} \quad (44)$$

As forças $F_{xgi j}$ e $F_{ygi j}$ são obtidas a partir da relação das forças longitudinal $F_{xti j}$ e lateral $F_{yti j}$ na área de contato do pneu com o ângulo de direção (δ_k), conforme ilustrado na figura 4, em que as forças ($F_{xti j} = F_x$) e ($F_{yti j} = F_y$) são dadas pelas equações (A.43) e (A.52), ambas encontradas no Apêndice A. Logo, as forças $F_{xgi j}$ e $F_{ygi j}$ são dadas por:

$$F_{xgi j} = F_{xti j}\cos\delta_k - F_{yti j}\sin\delta_k \quad (45)$$

$$F_{ygi j} = F_{xti j}\sin\delta_k + F_{yti j}\cos\delta_k \quad (46)$$

sendo que o subescrito $k = \{1, 2, 3 \text{ e } 4\}$ denota cada extremidade do veículo e as forças estão relacionadas as massas não-suspensas.

A força vertical $F_{zgi j}$ agindo no ponto de contato do pneu com a pista, no sistema de coordenadas móvel $B1$, pode ser escrita em termos da rigidez do pneu (K_{t_k}) e da deflexão instantânea do pneu (x_{tij}), definida como:

$$F_{zgi j} = F_{zti j} = x_{tij} K_{t_k} \quad (47)$$

Para obter as forças $F_{xsi j}$ e $F_{ysi j}$, transmitidas para a massa suspensa ao longo dos eixos u e v do sistema de coordenadas móvel B , subtrai-se a força peso e as forças de inércia da massa não-suspensa das forças $F_{xgsi j}$ e $F_{ygsi j}$ que agem no ponto de contato do pneu com a pista. Já a força vertical $F_{zsi j}$, transmitida para a massa suspensa ao longo do eixo w , no mesmo sistema de coordenadas móvel B , é obtida pela soma da força da rigidez e do amortecedor MR ou convencional. Logo as equações que descrevem as forças transmitidas para a massa suspensa, são dadas por:

$$F_{xsi j} = F_{xgsi j} + m_k g \sin \theta - m_k \dot{u}_{uij} + m_k \omega_z v_{uij} - m_k \omega_y w_{uij} \quad (48)$$

$$F_{ysi j} = F_{ygsi j} - m_k g \sin \varphi \cos \theta - m_k \dot{v}_{uij} + m_k \omega_x w_{uij} - m_k \omega_z u_{uij} \quad (49)$$

$$F_{zsi j} = x_{si j} K_{s_k} + F_k \quad (50)$$

De forma análoga, as forças longitudinais e laterais geradas nos pneus, os momentos $M_{xgi j}$ e $M_{ygi j}$ que atuam no ponto de contato do pneu com a pista, no sistema de coordenadas móvel $B1$, são dados por:

$$M_{xgi j} = M_{xti j} \cos \delta_k - M_{yti j} \sin \delta_k \quad (51)$$

$$M_{ygi j} = M_{xti j} \sin \delta_k + M_{yti j} \cos \delta_k \quad (52)$$

e o momento $M_{zgi j}$ que atua no ponto de contato do pneu com a pista, no sistema de coordenadas móvel $B1$, é considerado igual ao momento gerado por cada pneu, assim tem-se que:

$$M_{zgi j} = M_{zti j} \quad (53)$$

sendo ($M_{xti j} = M_x$), ($M_{yti j} = M_y$) e ($M_{zyti j} = M_z$) os momentos gerados por cada pneu que são dados pelas equações (A.53), (A.54) e (A.61), ambas encontradas no Apêndice A.

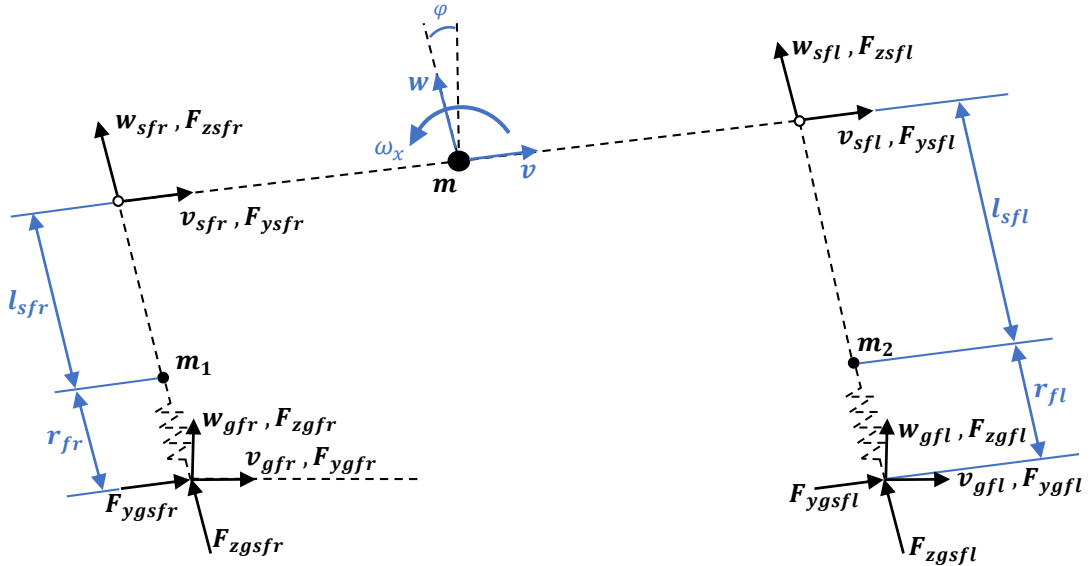
Os momentos $M_{xsi j}$, $M_{ysi j}$ e $M_{zsi j}$, transmitidos para a massa suspensa no sistema de coordenadas móvel B , podem ser escritos em termos dos momentos $M_{xgi j}$, $M_{ygi j}$ e $M_{zgi j}$, pela projeção dos seus componentes ao longo do sistema de coordenadas móvel $B1$ como:

$${}^B\mathbf{M}_{si j} = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta {}^{B1}\mathbf{M}_{gi j}$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xsi j} \\ M_{ysi j} \\ M_{zsi j} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\sin\theta & -\sin\varphi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{xgi j} \\ M_{ygi j} \\ M_{zgi j} \end{Bmatrix} \quad (54)$$

Na figura 7 são ilustradas as forças e as velocidades no plano de rolagem da parte frontal. Geralmente, a altura do centro de rolagem é definida com referência à pista. Além disso, segundo a norma SAE J670e (1976) - *Vehicle Dynamics Terminology*, define-se o centro de rolagem como sendo um ponto no plano transversal (direção vertical) de qualquer par de rodas que esteja sobre um mesmo eixo transversal, sendo que as forças laterais podem ser aplicadas sem que se produza rolagem da suspensão.

Figura 7- Forças e velocidades no plano de rolagem da parte frontal.



Fonte: Adaptado de Shim e Ghike (2007)

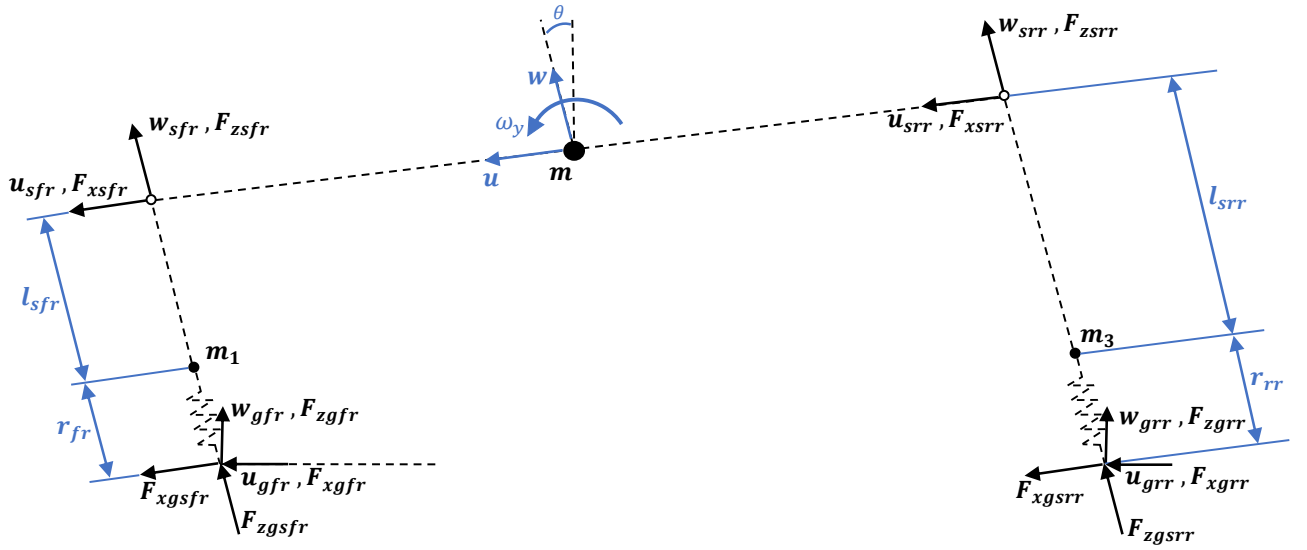
Na ausência de um centro de rolagem, o centro de rolagem é assumido no plano da pista e os momentos de rolagem M_{xij} , transmitidos para a massa suspensa ao longo da direção ω_x (veja figura 7) são dados por:

$$M_{xij} = F_{ygsij}(l_{sij} + r_{ij}) - (m_k g \sin \varphi \cos \theta + m_k \dot{v}_{uij} - m_k \omega_x w_{uij} + m_k \omega_z u_{uij}) l_{sij}$$

$$M_{xij} = F_{ygsij} r_{ij} + F_{ysij} l_{sij} \quad (55)$$

A figura 8 mostra as forças e as velocidades no plano de arfagem da parte lateral direita.

Figura 8- Forças e velocidades no plano de arfagem da parte lateral direita.



Fonte: Próprio Autor

Com base na figura 8, os momentos de arfagem M_{yij} e guinada M_{zij} , transmitidos para a massa suspensa ao longo das direções ω_y e ω_z , são dados por:

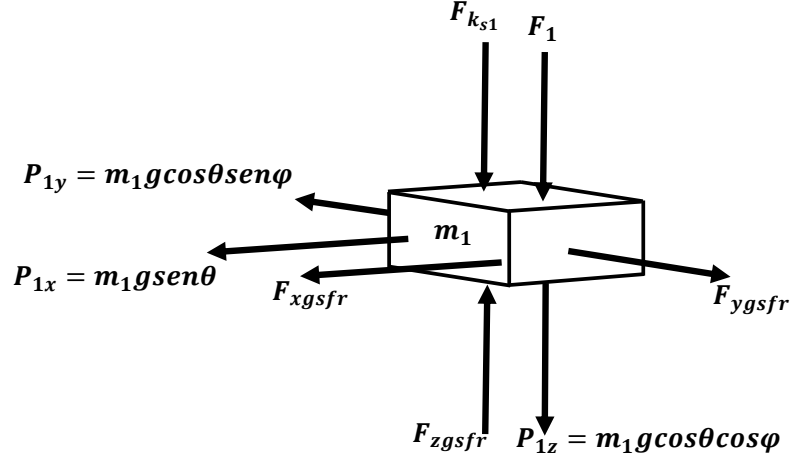
$$M_{yij} = -(F_{xgsij}(l_{sij} + r_{ij}) - (-m_k g \sin \theta + m_k \dot{u}_{uij} - m_k \omega_z v_{uij} + m_k \omega_y w_{uij}) l_{sij})$$

$$M_{yij} = -(F_{xgsij} r_{ij} + F_{xsiij} l_{sij}) \quad (56)$$

$$M_{zij} = 0 \quad (57)$$

A partir dos diagramas de corpo livre apresentados nas figuras 9, 10, 11, 12 e 13, referentes às massas não-suspensas m_1 , m_2 , m_3 e m_4 e à massa suspensa m , aplica-se o método de Newton-Euler e obtêm-se as equações diferenciais de movimento do veículo.

Figura 9- Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_1 .

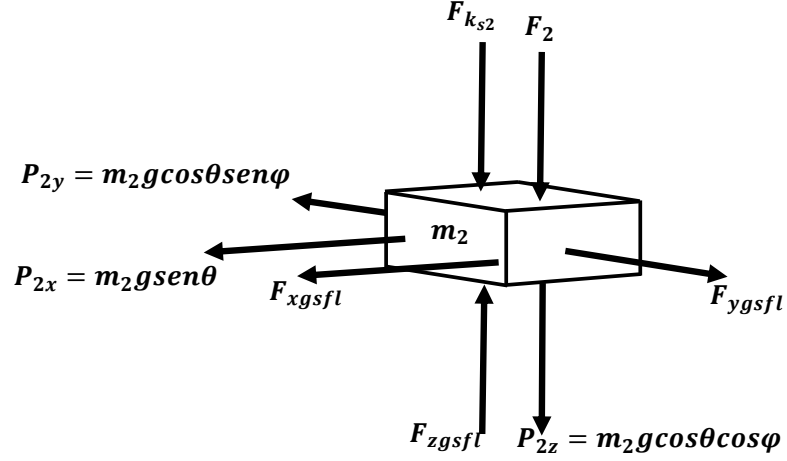


Fonte: Próprio Autor

$$m_1(\dot{w}_{ufr} + \omega_x v_{ufr} - \omega_y u_{ufr}) = F_{zgsfr} - P_{1z} - F_{K_{s1}} - F_1$$

$$m_1 \dot{w}_{ufr} = \cos\varphi(\cos\theta(F_{zgsfr} - m_1g) + \sin\theta F_{xgsfr}) - \sin\varphi F_{ygsfr} - x_{sfr} K_{s1} - F_1 - m_1\omega_x v_{ufr} + m_1\omega_y u_{ufr} \quad (58)$$

sendo $F_{K_{s1}}$ a força referente à rigidez da suspensão dianteira direita, F_1 é a força referente ao amortecedor dianteiro direito dada pela equação(B.5) do Apêndice B se for considerado o amortecedor MR ou dada pelas equações(B.13 e B.14) do Apêndice B se for considerado o amortecedor convencional, F_{zgsfr} é a força vertical referente ao ponto de contato do pneu com a pista no canto dianteiro direito e P_{1z} é a força peso na direção z referente a massa não-suspensa 1.

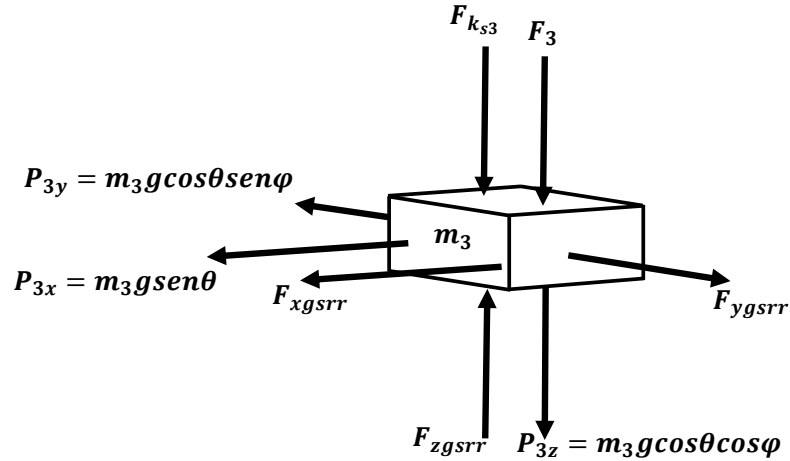
Figura 10- Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_2 .

Fonte: Próprio Autor

$$m_2(\dot{w}_{ufl} + \omega_x v_{ufl} - \omega_y u_{ufl}) = F_{zgsfl} - P_{2z} - F_{K_{s_2}} - F_2$$

$$m_2 \dot{w}_{ufl} = \cos\varphi(\cos\theta(F_{zgsfl} - m_2g) + \sin\theta F_{xgsfl}) - \sin\varphi F_{ygsfl} - x_{sfl} K_{s_2} - F_2 - m_2\omega_x v_{ufl} + m_2\omega_y u_{ufl} \quad (59)$$

sendo $F_{K_{s_2}}$ a força referente à rigidez da suspensão dianteira esquerda, F_2 é a força referente ao amortecedor dianteiro esquerdo dada pela equação(B.5) do Apêndice B se for considerado o amortecedor MR ou dada pelas equações(B.13 e B.14) do Apêndice B se for considerado o amortecedor convencional, F_{zgsfl} é a força vertical referente ao ponto de contato do pneu com a pista no canto dianteiro esquerdo e P_{2z} é a força peso na direção z referente a massa não-suspensa 2.

Figura 11- Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_3 .

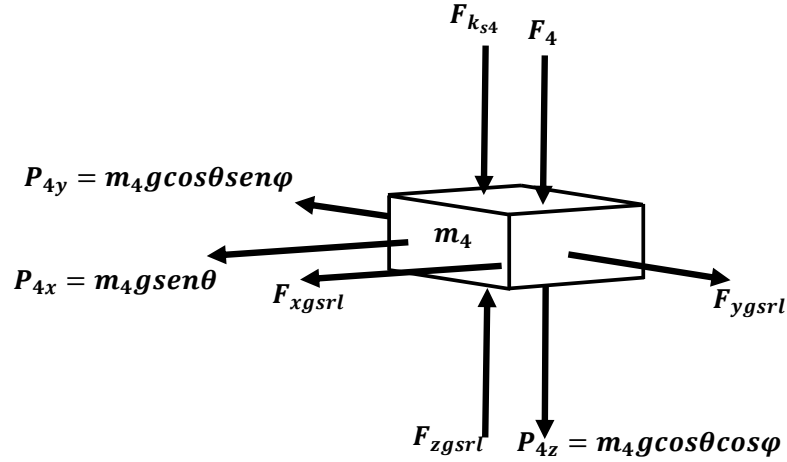
Fonte: Próprio Autor

$$m_3(\dot{w}_{urr} + \omega_x v_{urr} - \omega_y u_{urr}) = F_{zgsrr} - P_{3z} - F_{K_{s_3}} - F_3$$

$$m_3\dot{w}_{urr} = \cos\varphi(\cos\theta(F_{zgsrr} - m_3g) + \sin\theta F_{xgsrr}) - \sin\varphi F_{ygsrr} - x_{srr}K_{s_3} - F_3 - m_3\omega_x v_{urr} + m_3\omega_y u_{urr} \quad (60)$$

sendo $F_{K_{s_3}}$ a força referente à rigidez da suspensão traseira direita, F_3 é a força referente ao amortecedor traseiro direito dada pela equação(B.5) do Apêndice B se for considerado o amortecedor MR ou dada pelas equações(B.13 e B.14) do Apêndice B se for considerado o amortecedor convencional, F_{zgsrr} é a força vertical referente ao ponto de contato do pneu com a pista no canto traseiro direito e P_{3z} é a força peso na direção z referente a massa não-suspensa 3.

Figura 12- Diagrama de corpo livre da massa não-suspensa m_4 .



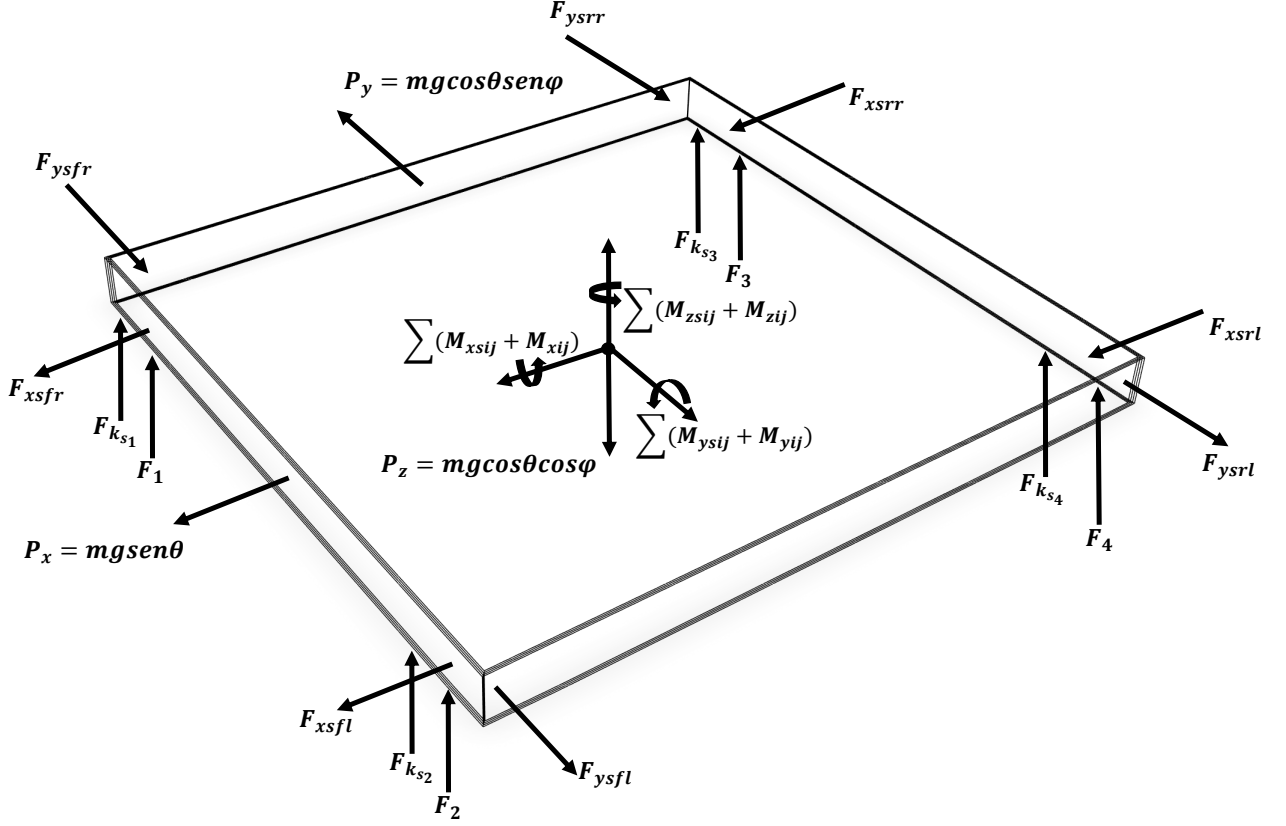
Fonte: Próprio Autor

$$m_4(\dot{w}_{url} + \omega_x v_{url} - \omega_y u_{url}) = F_{zgsrl} - P_{4z} - F_{K_{s_4}} - F_4$$

$$m_4\dot{w}_{url} = \cos\varphi(\cos\theta(F_{zgsrl} - m_4g) + \sin\theta F_{xgsrl}) - \sin\varphi F_{ygsrl} - x_{srl}K_{S_4} - F_4 - m_4\omega_x v_{url} + m_4\omega_y u_{url} \quad (61)$$

sendo $F_{K_{s_4}}$ a força referente à rigidez da suspensão traseira esquerda, F_4 é a força referente ao amortecedor traseiro esquerdo dada pela equação(B.5) do Apêndice B se for considerado o amortecedor MR ou dada pelas equações(B.13 e B.14) do Apêndice B se for considerado o amortecedor convencional, F_{zgsrl} é a força vertical referente ao ponto de contato do pneu com a pista no canto traseiro esquerdo e P_{4z} é a força peso na direção z referente a massa não-suspensa 4.

Figura 13- Diagrama de corpo livre da massa suspensa m .



Fonte: Próprio Autor

Uma vez definidos, as forças e os momentos atuantes na massa suspensa, tem-se que:

$$F_x = F_{xsfr} + F_{xsfl} + F_{xsrr} + F_{xsrl} + mg \sin \theta \quad (62)$$

$$F_y = F_{ysfr} + F_{ysfl} + F_{ysrr} + F_{ysrl} - mg \cos \theta \sin \varphi \quad (63)$$

$$F_z = F_{zsfr} + F_{zsfl} + F_{zsrr} + F_{zsrl} - mg \cos \theta \cos \varphi \quad (64)$$

$$M_x = M_{xsfr} + M_{xsfl} + M_{xsrr} + M_{xsrl} + M_{xfr} + M_{xfl} + M_{xrr} + M_{xrl} + \\ + F_{zsfl} y_{fl} + F_{zsrl} y_{rl} - F_{zsfr} y_{fr} - F_{zsrr} y_{rr} \quad (65)$$

$$M_y = M_{ysfr} + M_{ysfl} + M_{ysrr} + M_{ysrl} + M_{yfr} + M_{yfl} + M_{yrr} + M_{yrl} + \\ + F_{zsrl} x_r + F_{zsrr} x_r - F_{zsfr} x_f - F_{zsfl} x_f \quad (66)$$

$$M_z = M_{zsfr} + M_{zsfl} + M_{zsrr} + M_{zsrl} + M_{zfr} + M_{zfl} + M_{zrr} + M_{zrl} + \\ + (F_{ysfr} + F_{ysfl}) x_f - (F_{ysrl} + F_{ysrr}) x_r + F_{xsfr} y_{fr} - F_{xsfl} y_{fl} + F_{xsrr} y_{rr} - F_{xsrl} y_{rl} \quad (67)$$

Na análise precedente, os eixos principais do veículo foram considerados coincidentes com os eixos coordenados do sistema de coordenadas móvel B . Assim, os momentos de inércia da massa suspensa são iguais aos momentos de inércia principais ($I_x = I_1$, $I_y = I_2$ e $I_z = I_3$). Substituindo as equações (62) a (64) na equação (15) e as equações (65) a (67) na equação (16), obtêm-se as equações diferenciais do movimento da massa suspensa que são descritas por:

$$m\dot{u} + m\omega_y w - m\omega_z v = F_{xsfr} + F_{xsfl} + F_{xsrr} + F_{xsrl} + mg\sin\theta \quad (68)$$

$$m\dot{v} + m\omega_z u - m\omega_x w = F_{ysfr} + F_{ysfl} + F_{ysrr} + F_{ysrl} - mg\cos\theta\sin\varphi \quad (69)$$

$$m\dot{w} + m\omega_x v - m\omega_y u = F_{zsfr} + F_{zsfl} + F_{zsrr} + F_{zsrl} - mg\cos\theta\cos\varphi \quad (70)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x I_1 - \omega_y \omega_z I_2 + \omega_y \omega_z I_3 = & M_{xsfr} + M_{xsfl} + M_{xsrr} + M_{xsrl} + M_{xfr} + M_{xfl} + M_{xrr} + M_{xrl} + \\ & + F_{zsfl}y_{fl} + F_{zsrl}y_{rl} - F_{zsfr}y_{fr} - F_{zsrr}y_{rr} \end{aligned} \quad (71)$$

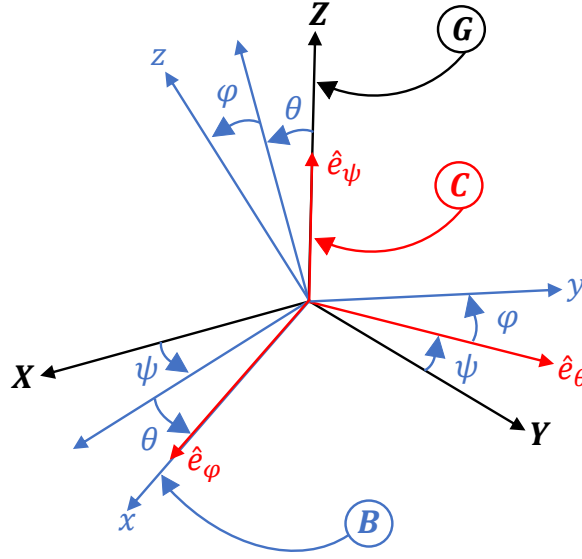
$$\begin{aligned} \dot{\omega}_y I_2 - \omega_x \omega_z I_1 + \omega_x \omega_z I_3 = & M_{ysfr} + M_{ysfl} + M_{ysrr} + M_{ysrl} + M_{yfr} + M_{yfl} + M_{yrr} + M_{yrl} + \\ & + F_{zsrl}x_r + F_{zsrr}x_r - F_{zsfr}x_f - F_{zsfl}x_f \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z I_3 - \omega_x \omega_y I_1 + \omega_x \omega_y I_2 = & M_{zsfr} + M_{zsfl} + M_{zsrr} + M_{zsrl} + M_{zfr} + M_{zfl} + M_{zrr} + M_{zrl} + \\ & + (F_{ysfr} + F_{ysfl})x_f - (F_{ysrl} + F_{ysrr})x_r + F_{xsfr}y_{fr} - F_{xsfl}y_{fl} + F_{xsrr}y_{rr} - F_{xsrl}y_{rl} \end{aligned} \quad (73)$$

Com a intenção de evitar singularidades, pois para $\theta = 0$ tem-se que $\sin\theta \approx 0$ e como consequência φ e ψ tornam-se coplanares e indistinguíveis. De acordo Jazar (2007) o sistema de coordenadas descritos pelos ângulos de Cardan não é singular em $\theta = 0$, deste modo o mesmo foi adotado para descrever o movimento.

Para descrever os ângulos de Cardan, é introduzido um sistema de coordenadas móvel Cardaniano C ($\hat{e}_\varphi$, $\hat{e}_\theta$, $\hat{e}_\psi$), definido pelos vetores unitários $\hat{e}_\varphi$, $\hat{e}_\theta$ e $\hat{e}_\psi$, como ilustrado na figura 14.

Figura 14- Sistema de coordenadas móvel Cardaniano C ($\hat{e}_\varphi$, $\hat{e}_\theta$, $\hat{e}_\psi$).



Fonte: Próprio Autor

O vetor velocidade angular ${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$ do sistema de coordenadas móvel B em relação ao sistema de coordenadas inercial G pode ser escrito no sistema de coordenadas móvel Cardaniano C como a soma dos três vetores de variação dos ângulos de *Cardan*.

$${}^C_G\boldsymbol{\omega}_{cg} = \dot{\varphi}\hat{e}_\varphi + \dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{\psi}\hat{e}_\psi \quad (74)$$

sendo que a taxa de variação dos ângulos de *Cardan*, $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\psi}$ são chamadas de velocidades angulares de *Cardan*.

Para encontrar o vetor velocidade angular ${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$ no sistema de coordenadas móvel B , transforma-se os vetores unitários $\hat{e}_\varphi$, $\hat{e}_\theta$ e $\hat{e}_\psi$ para o sistema de coordenadas móvel B . O vetor unitário $\hat{e}_\varphi = \{1 \ 0 \ 0\}^T = \hat{i}$, já encontra-se no sistema de coordenadas móvel B e é dado por:

$${}^B\hat{e}_\varphi = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (75)$$

O vetor unitário $\hat{e}_\theta = \{0 \ 1 \ 0\}^T = \hat{j}'$ está no sistema de coordenadas móvel $B1$ e precisa de duas rotações θ e φ para ser transformado para o sistema de coordenadas móvel B e é dado por:

$${}^B\hat{e}_\theta = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta \hat{e}_\theta$$

$${}^B\hat{e}_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi & \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\sin\theta & -\sin\varphi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$${}^B\hat{e}_\theta = \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos\varphi \\ -\sin\varphi \end{Bmatrix} \quad (76)$$

O vetor unitário $\hat{e}_\psi = \{0 \ 0 \ 1\}^T = \hat{K}$ está no sistema de coordenadas inercial G e precisa de três rotações ψ , θ e φ para ser transformado para o sistema de coordenadas móvel B e é dado por:

$${}^B\hat{e}_\psi = \mathbf{T}_\varphi \mathbf{T}_\theta \mathbf{T}_\psi \hat{e}_\psi$$

$${}^B\hat{e}_\psi = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\sin\theta\cos\psi & \cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\theta\sin\psi & \sin\varphi\cos\theta \\ \sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\sin\theta\cos\psi & -\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\sin\theta\sin\psi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$${}^B\hat{e}_\psi = \begin{Bmatrix} -\sin\theta \\ \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\cos\theta \end{Bmatrix} \quad (77)$$

Assim, o vetor velocidade angular ${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$ pode ser expresso no sistema de coordenadas móvel B como:

$${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg} = \dot{\varphi} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \dot{\theta} \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos\varphi \\ -\sin\varphi \end{Bmatrix} + \dot{\psi} \begin{Bmatrix} -\sin\theta \\ \sin\varphi\cos\theta \\ \cos\varphi\cos\theta \end{Bmatrix}$$

$${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg} = (\dot{\varphi} - \dot{\psi}\sin\theta)\hat{i} + (\dot{\theta}\cos\varphi + \dot{\psi}\sin\varphi\cos\theta)\hat{j} + (-\dot{\theta}\sin\varphi + \dot{\psi}\cos\varphi\cos\theta)\hat{k} \quad (78)$$

e os componentes do vetor velocidade angular ${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$ no sistema de coordenadas móvel B são relacionados com o sistema de coordenadas móvel Cardaniano C pela seguinte relação:

$${}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg} = \mathbf{T}_C {}^C_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$$

$$\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \cos\varphi & \text{sen}\varphi\cos\theta \\ 0 & -\text{sen}\varphi & \cos\varphi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (79)$$

sendo $\mathbf{T}_C$ a matriz de transformação do sistema de coordenadas Cardaniano C para o sistema de coordenadas móvel B .

Como a matriz de transformação $\mathbf{T}_C$ não é uma matriz ortogonal, pois a sua matriz transposta é diferente da sua matriz inversa ($\mathbf{T}_C^T \neq \mathbf{T}_C^{-1}$), as velocidades angulares de *Cardan* são dadas por:

$${}^C_G\boldsymbol{\omega}_{cg} = \mathbf{T}_C^{-1} {}^B_G\boldsymbol{\omega}_{cg}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\cos\theta} \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta\text{sen}\varphi & \text{sen}\theta\cos\varphi \\ 0 & \cos\theta\cos\varphi & -\cos\theta\text{sen}\varphi \\ 0 & \text{sen}\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad (80)$$

Desenvolvendo a equação (80), chega-se nas equações (81) a (83). Uma vez definidas as velocidades angulares de *Cardan*, equações (81) a (83), os ângulos de *Cardan* φ , θ , ψ , mencionados acima, são obtidos realizando a integração dessas velocidades angulares.

$$\dot{\varphi} = \omega_x + \omega_y \text{sen}\varphi \text{tg}\theta + \omega_z \cos\varphi \text{tg}\theta \quad (81)$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \cos\varphi - \omega_z \text{sen}\varphi \quad (82)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\omega_y \text{sen}\varphi}{\cos\theta} - \frac{\omega_z \cos\varphi}{\cos\theta} \quad (83)$$

2.2 MODELO DO PNEU

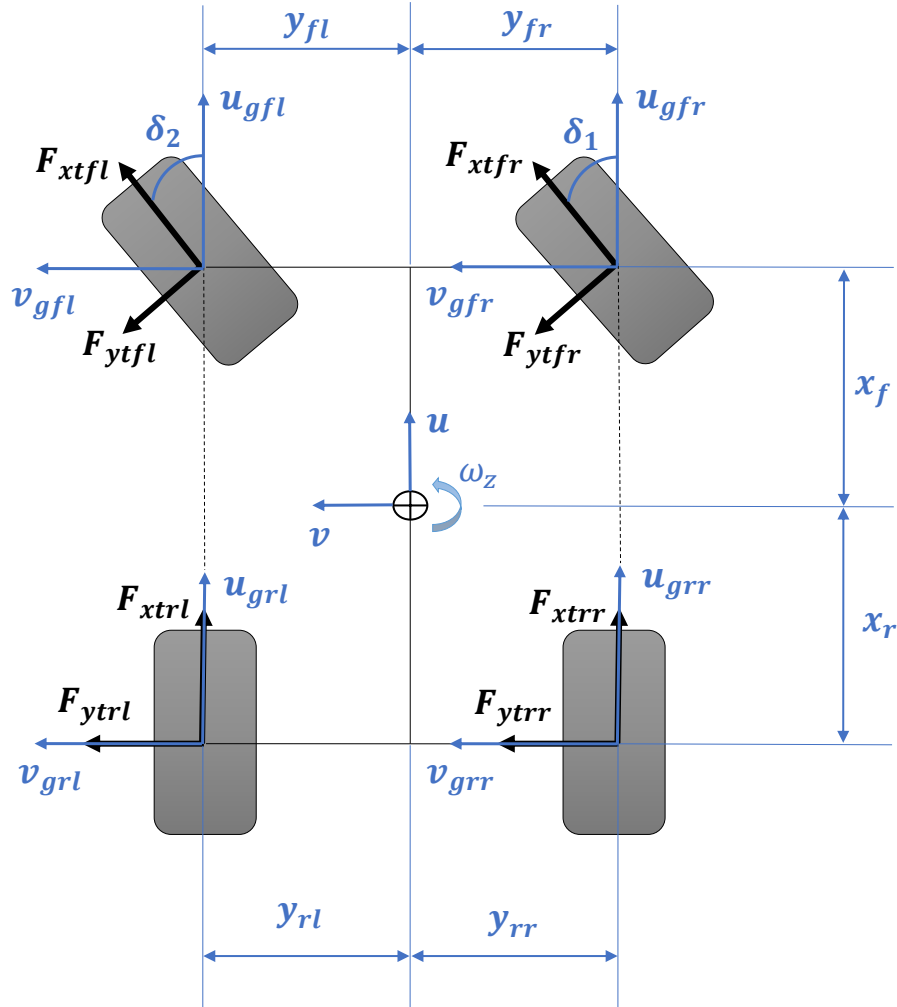
As forças dominantes que agem em um veículo são geradas na área de contato dos pneus com a pista. O pneu serve como um componente do veículo para suportar o peso do veículo e absorver as irregularidades da pista, tanto para desenvolver as forças longitudinais de aceleração e frenagem, quanto para gerar as forças laterais necessárias ao controle da direção do veículo. Assim, a fim de simular e analisar a região completa de dirigibilidade do veículo, é importante prever com precisão as forças geradas pelos pneus. Estas forças são geralmente dependentes de muitos parâmetros. Para um determinado par de pista-pneu, o atrito pode ser razoavelmente estimado com precisão através da carga do pneu, da razão de deslizamento longitudinal e do ângulo de deslizamento lateral instantâneos.

2.2.1 Definições

Os pneus podem ser considerados como um gerador de forças com duas saídas de maiores magnitudes: força longitudinal F_{xtij} , força lateral F_{ytij} , e três saídas de menores magnitudes: momento de alinhamento M_{ztij} , momento de rolagem M_{xtij} e momento de resistência ao rolamento M_{ytij} . As entradas do gerador de forças são a carga do pneu F_{ztij} , a razão de deslizamento longitudinal k_{ij} , o ângulo de deslizamento lateral α_{ij} e o ângulo *camber* γ_{ij} .

Para determinar as entradas: razão de deslizamento longitudinal k_{ij} e ângulo de deslizamento lateral α_{ij} , é necessário conhecer as componentes de velocidade longitudinais e laterais no ponto de contato do pneu com a pista u_{gij} e v_{gij} . A figura 15, ilustra as componentes de velocidade longitudinais e laterais de cada pneu no sistema de coordenadas móvel $B1$ e as forças longitudinais e laterais de cada pneu.

Figura 15- Definição das componentes de velocidade longitudinais e laterais de cada pneu no sistema de coordenadas móvel $B1$ e das forças longitudinais e laterais de cada pneu.



Fonte: Próprio Autor

2.2.1.1 Razão de deslizamento longitudinal

A razão de deslizamento longitudinal k_{ij} é definida como a razão da diferença entre a velocidade de rolamento do pneu (u_{tij}) e a velocidade do centro da roda ($r_{ij}\omega_{ij}$), pelo módulo da velocidade de rolamento do pneu, e é dada por:

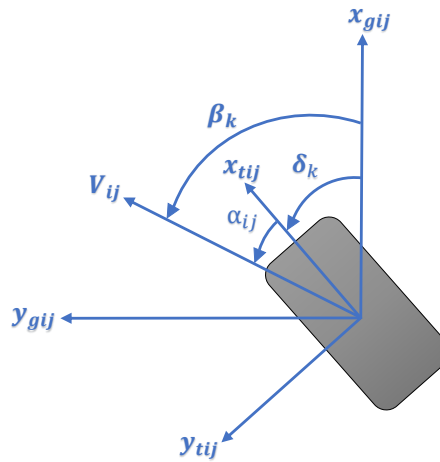
$$k_{ij} = \frac{r_{ij}\omega_{ij} - u_{tij}}{|u_{tij}|} \quad (84)$$

2.2.1.2 Ângulo de deslizamento lateral

O ângulo de deslizamento lateral do pneu α_{ij} é definido como o ângulo entre a direção da roda (eixo x_{tij}) e a direção em que a roda trafega (V_{ij}). O ângulo de deslizamento lateral α_{ij} é ilustrado na figura 16 e pode ser expresso como:

$$\alpha_{ij} = t_g^{-1} \left(\frac{v_{gij}}{u_{gij}} \right) - \delta_k \quad (85)$$

Figura 16- Definição do ângulo de deslizamento lateral α_{ij} .



Fonte: Próprio Autor

2.2.1.3 Carga vertical do pneu

A quantidade de carga vertical em um pneu determina as forças atuantes nos pneus. As cargas verticais dos pneus são normalmente determinadas pelo peso do veículo e pela posição do c. g. No entanto, as cargas verticais do pneu variam com a transferência de carga dinâmica, que resulta em forças inerciais geradas pela aceleração das massas do veículo. Portanto, o modelo do veículo também deve contemplar essa transferência de carga. A carga vertical instantânea de cada pneu é descrita pela equação (47).

2.3 RESOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO

Para as simulações numéricas que serão apresentadas no Capítulo 5, um programa foi implementado para a resolução numérica das equações diferenciais do movimento do modelo não-linear do veículo. Os passos para a resolução do sistema são enumerados como segue:

1. Entra-se com os parâmetros do modelo do pneu Pacekja; parâmetros do amortecedor MR Bouc-Wen modificado; parâmetros do veículo como: massa suspensa, massas não-suspensas, rigidezes das suspensões, rigidezes dos pneus, momentos de inércia e parâmetros geométricos; parâmetros de simulação: tempo final e passo de tempo variável, como utiliza-se um integrador com passo variável, adota-se um passo de tempo constante para salvar os resultados e condições iniciais: deslocamento, velocidade, aceleração, ângulo de direção e excitação da pista.
2. Estima-se as forças longitudinal F_{xtij} e lateral F_{ytij} (equações A.43 e A.52) e os momentos de rolagem M_{xtij} , de resistência ao rolamento M_{ytij} e de alinhamento M_{ztij} (equações A.53, A.54 e A.61) gerados pelos pneus;
3. Calcula-se as quantidades cinemáticas do veículo através das equações 18 à 43. Em seguida calcula-se as forças e os momentos do veículo por meio das equações 44 à 57.
4. Estima-se a aceleração, a velocidade e o deslocamento do conjunto de equações diferenciais do movimento (58) a (61) e (68) a (73), além de (81) a (83) através de integração numérica utilizando o método de Runge-Kutta (ode45).
5. Calcula-se o erro ¹ das equações diferenciais do movimento, onde se o mesmo for menor que uma tolerância pré-estabelecida, passa-se para o próximo passo de tempo executando os passos de 2 a 4 para cada intervalo de tempo. Caso contrário, o passo 4 é refeito.

Uma vez definido o conjunto de equações diferenciais de movimento através do método Newton-Euler para o veículo dotado de suspensões com amortecedores magnetoreológicos ou convencionais, a próxima etapa busca a validação dos modelos apresentados.

¹Os integradores de passo variável usam técnicas de controle padrão para monitorar o erro local em cada passo de tempo. Durante cada passo de tempo, os integradores calculam os valores das variáveis de estado no final do passo e determinam o erro local (o erro estimado desses valores das variáveis de estado). Em seguida, eles comparam o erro local com o erro aceitável, que é uma função que depende da tolerância relativa (*rtol*) e da tolerância absoluta (*atol*). Se o erro local for maior que o erro aceitável para qualquer variável de estado, o integrador reduz o tamanho do passo e tenta novamente. O integrador requer que o erro para o *i*-ésimo estado satisfaça:

$$e_i \leq \max(\text{rtol} \times |x_i|, \text{atol}_i)$$

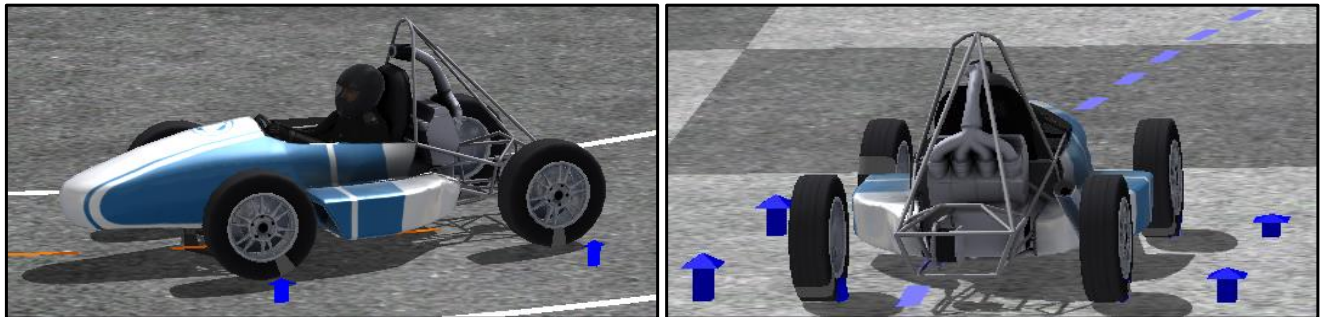
3 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DESENVOLVIDO

Neste capítulo, os resultados obtidos a partir do modelo não-linear do veículo desenvolvido, utilizando-se o método de Newton-Euler e o modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*), são comparados com os dados gerados pelo programa de simulação comercial CARSIM[®] ¹. Um conjunto de testes numéricos é realizado no sentido de validar o modelo não-linear do veículo e aferir o modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*).

3.1 PARÂMETROS DO VEÍCULO

Um veículo de corrida do tipo FORMULA é utilizado como exemplo para a validação numérica. A figura 17 ilustra o veículo utilizado nas simulações.

Figura 17- Veículo de corrida do tipo FORMULA.



Fonte: Próprio Autor

Os valores dos parâmetros físicos e geométricos do veículo foram baseados em um carro de corrida do tipo FORMULA e estão dispostos na tabela 2.

¹O programa comercial CarSim[®] simula o comportamento dinâmico de veículos de passageiros, carros de corrida, caminhões leves e veículos utilitários. É capaz de animar os testes simulados e disponibiliza mais de 800 variáveis calculadas para serem analisadas na forma de gráficos ou exportadas para outros softwares como o MATLAB/Simulink, Excel e ferramentas de otimização. O CarSim[®] é o software de simulação de dinâmica de veículos mais amplamente utilizado no setor automotivo. Dentre as empresas que utilizam o software, destacam-se: GM, Volkswagen, Toyota, Ford, Fiat, Honda, Mitsubishi, Land Rover, Harley-Davidson e etc.

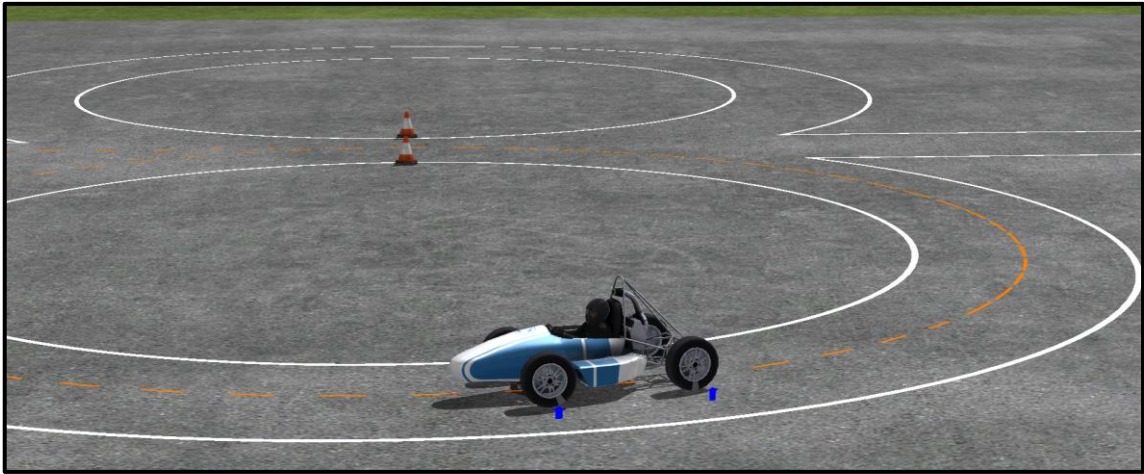
Tabela 2- Parâmetros físicos e geométricos de um carro de corrida do tipo FORMULA.

Parâmetros do Veículo FORMULA
Massa suspensa $m = 165 \text{ kg}$
Momento de inércia Longitudinal da massa suspensa $I_x = 16,5 \text{ kgm}^2$
Momento de inércia Lateral da massa suspensa $I_y = 85,25 \text{ kgm}^2$
Momento de inércia Vertical da massa suspensa $I_z = 89,99 \text{ kgm}^2$
Distância do c.g. da massa suspensa até eixo dianteiro $x_f = 0,9 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até o eixo traseiro $x_r = 0,8 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado esquerdo dianteiro $y_{fl} = 0,62 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado direito dianteiro $y_{fr} = 0,62 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado esquerdo traseiro $y_{rl} = 0,605 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado direito traseiro $y_{rr} = 0,605 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até a pista $h = 0,225 \text{ m}$
Massa não-suspensa dianteira $m_1 = m_2 = 28,5 \text{ kg}$
Massa não-suspensa traseira $m_3 = m_4 = 26 \text{ kg}$
Rigidez da suspensão dianteira $K_{s1} = K_{s2} = 15 \text{ kN/m}$
Rigidez da suspensão traseira $K_{s3} = K_{s4} = 15 \text{ kN/m}$
Rigidez do pneu dianteiro $K_{t1} = K_{t2} = 127 \text{ kN/m}$
Rigidez do pneu traseiro $K_{t3} = K_{t4} = 127 \text{ kN/m}$
Camber dianteiro = $-1,25^\circ$
Camber traseiro = $-1,5^\circ$
Raio do pneu nominal $r_0 = 0,298 \text{ m}$

3.2 ANÁLISE DINÂMICA DO VEÍCULO

Num primeiro momento, o trajeto da pista, ilustrado pela figura 18, foi utilizado para as simulações numéricas. O modelo não-linear do veículo descrito pelo conjunto de equações (58) a (61) e (68) a (73), foi simulado num microcomputador pessoal por meio do *Simulink*[®], sendo que as equações foram integradas (admitindo condições iniciais nulas) usando um integrador de Runge-Kutta (ode45) e passo variável. O tempo de simulação utilizado nos testes numéricos foi assumido como sendo de 30 segundos e os pneus foram do tipo 175/70 R13.

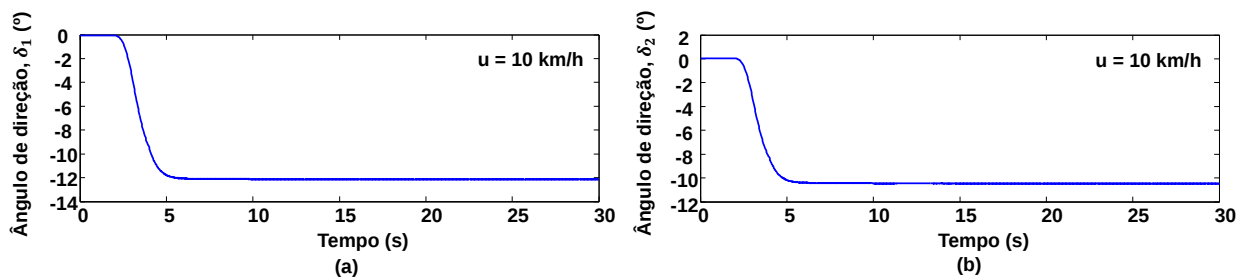
Figura 18- Trajeto da pista utilizado na primeira etapa de validação numérica.



Fonte: Próprio Autor

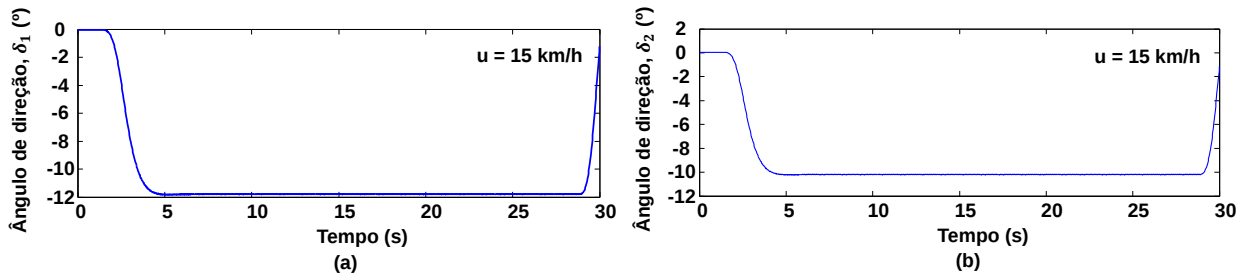
Nestas simulações, o veículo Formula foi submetido as seguintes velocidades longitudinais constantes (u): 10 km/h , 15 km/h , 20 km/h , 25 km/h e 30 km/h . Para cada velocidade longitudinal u , os ângulos de direção das rodas dianteiras foram descritos conforme ilustram as figuras 19, 20, 21, 22 e 23.

Figura 19- Velocidade longitudinal $u = 10\ km/h$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



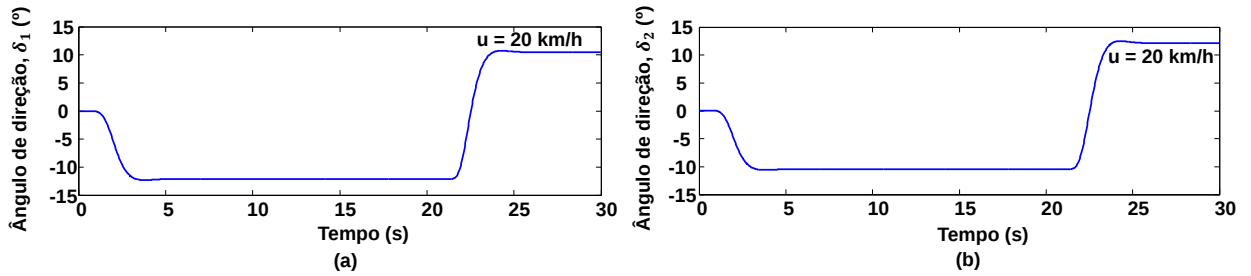
Fonte: Próprio Autor

Figura 20- Velocidade longitudinal $u = 15 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



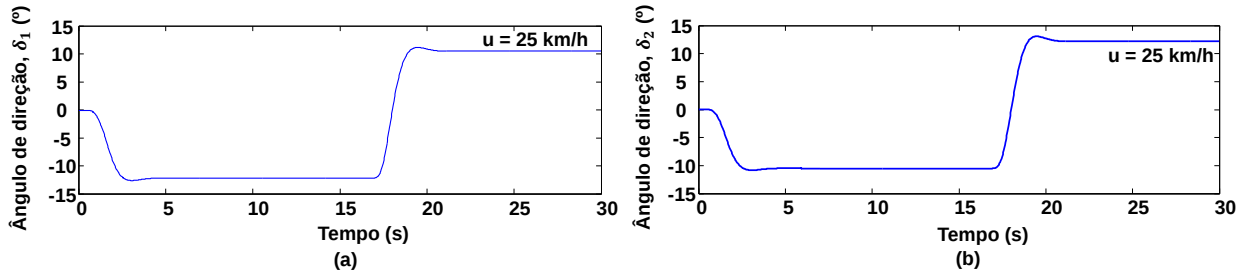
Fonte: Próprio Autor

Figura 21- Velocidade longitudinal $u = 20 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



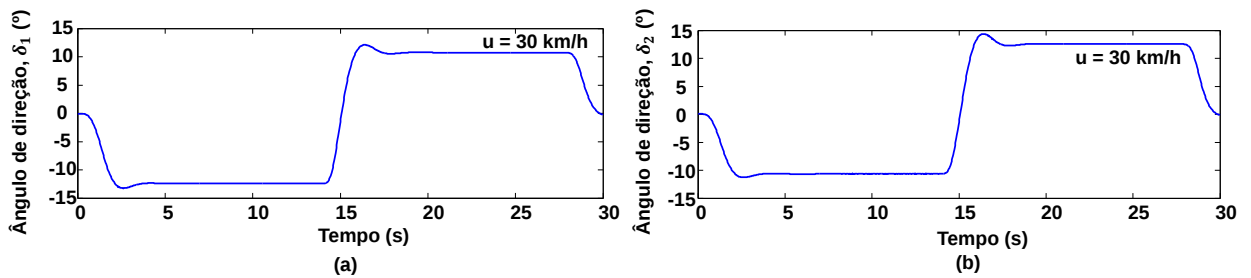
Fonte: Próprio Autor

Figura 22- Velocidade longitudinal $u = 25 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



Fonte: Próprio Autor

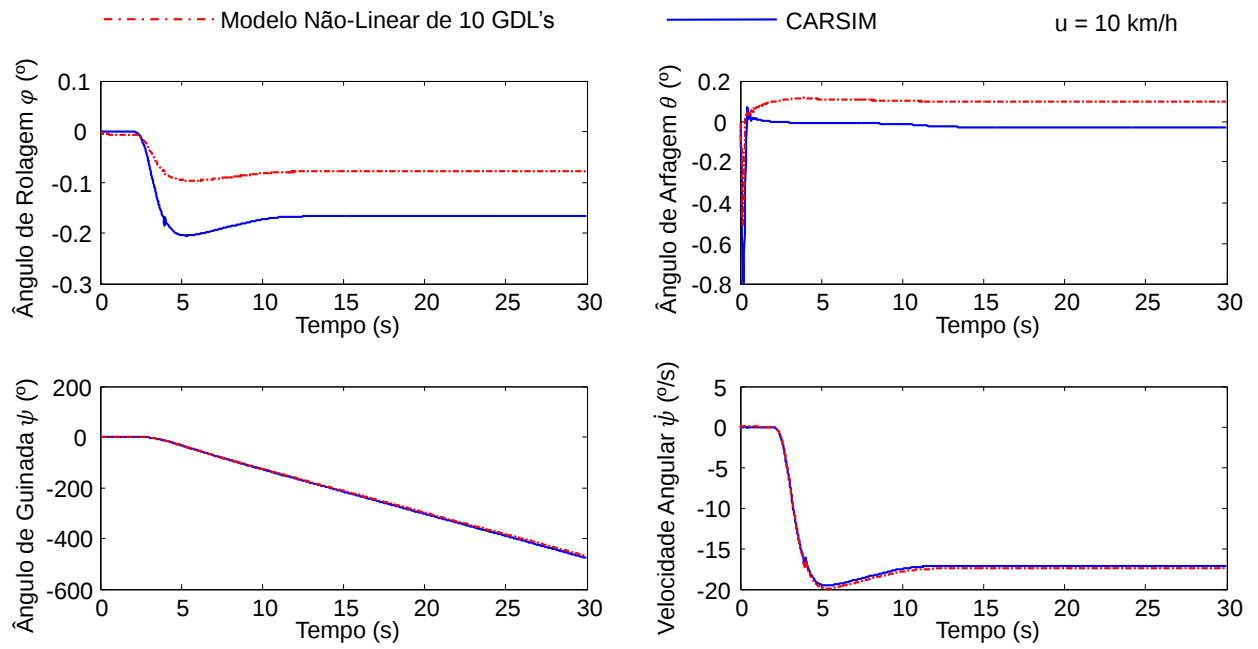
Figura 23- Velocidade longitudinal $u = 30 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



Fonte: Próprio Autor

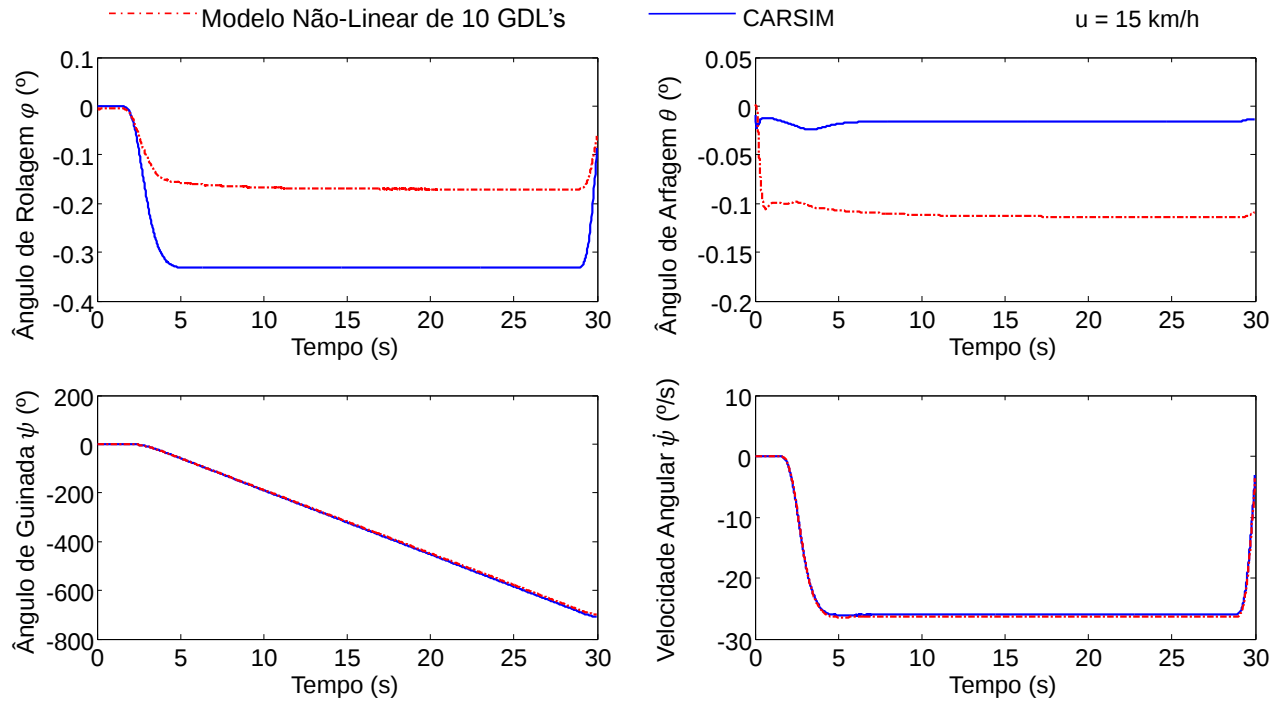
As figuras 24, 25, 26, 27 e 28 ilustram, respectivamente, os resultados obtidos pelo programa de simulação CARSIM[®] e a comparação do ângulo de rolagem φ , do ângulo de arfagem θ , do ângulo de guinada ψ e da velocidade angular $\dot{\psi}$, determinados pelo modelo não-linear do veículo apresentado no Capítulo 2, Seção 2.1.

Figura 24- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM[®] a uma velocidade longitudinal $u = 10 \text{ km/h}$.



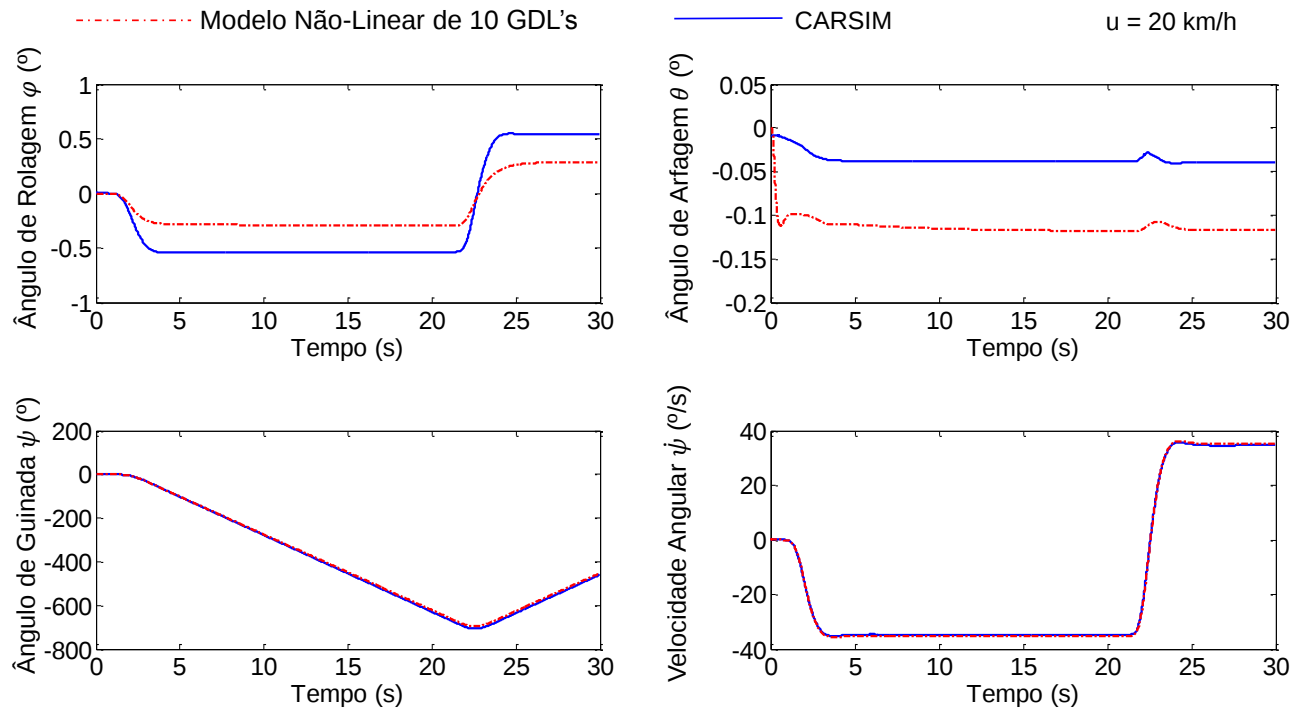
Fonte: Próprio Autor

Figura 25- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 15 \text{ km/h}$.



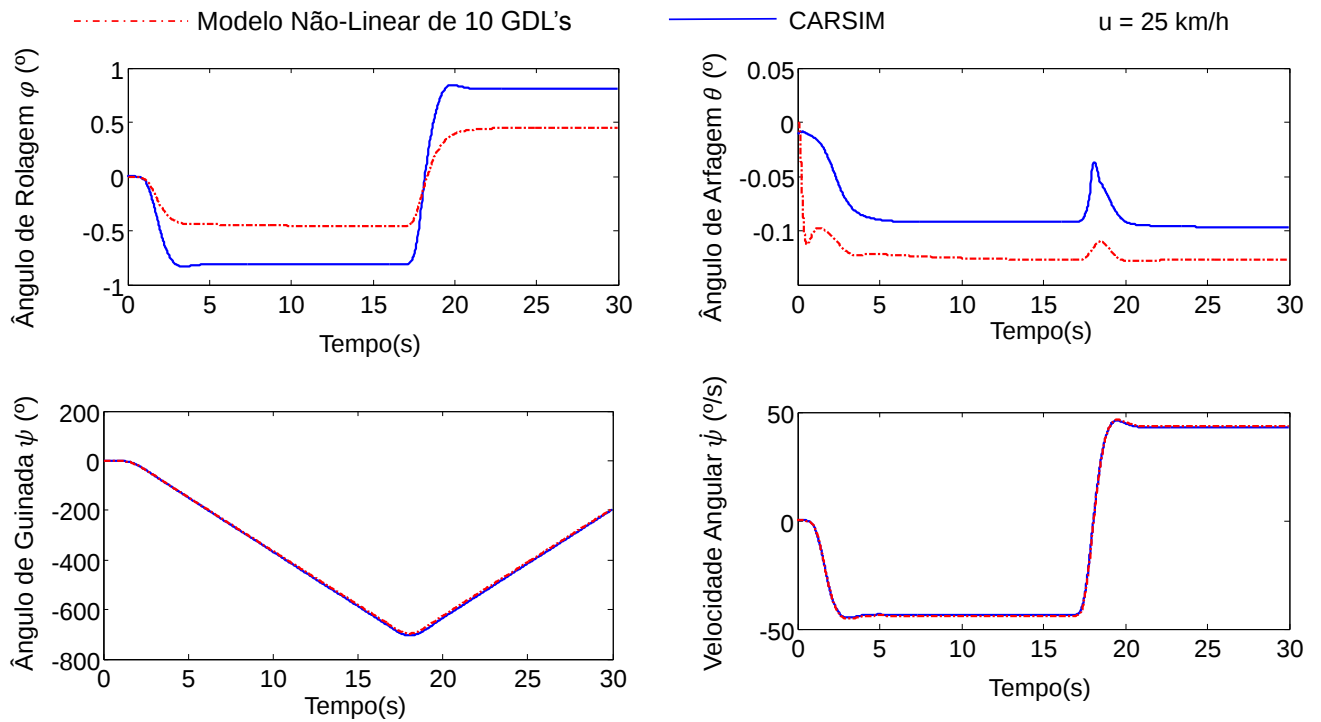
Fonte: Próprio Autor

Figura 26- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 20 \text{ km/h}$.



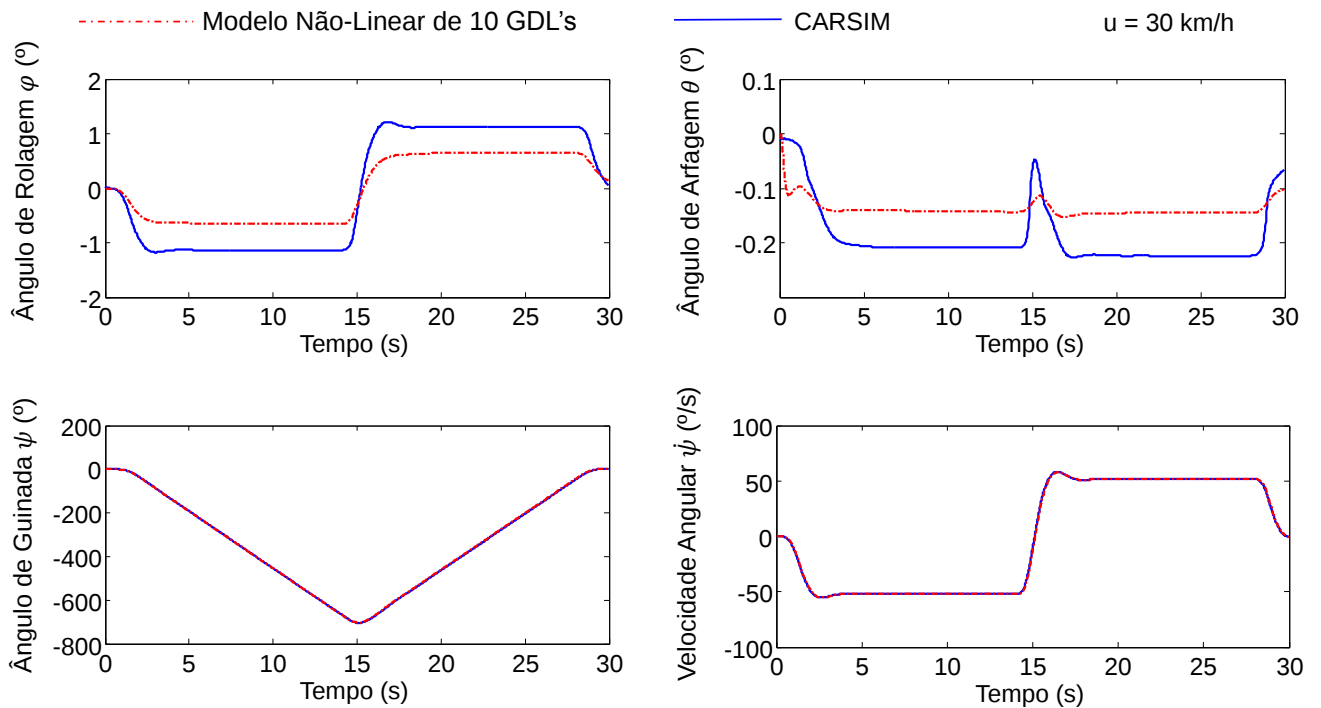
Fonte: Próprio Autor

Figura 27- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 25 \text{ km/h}$.



Fonte: Próprio Autor

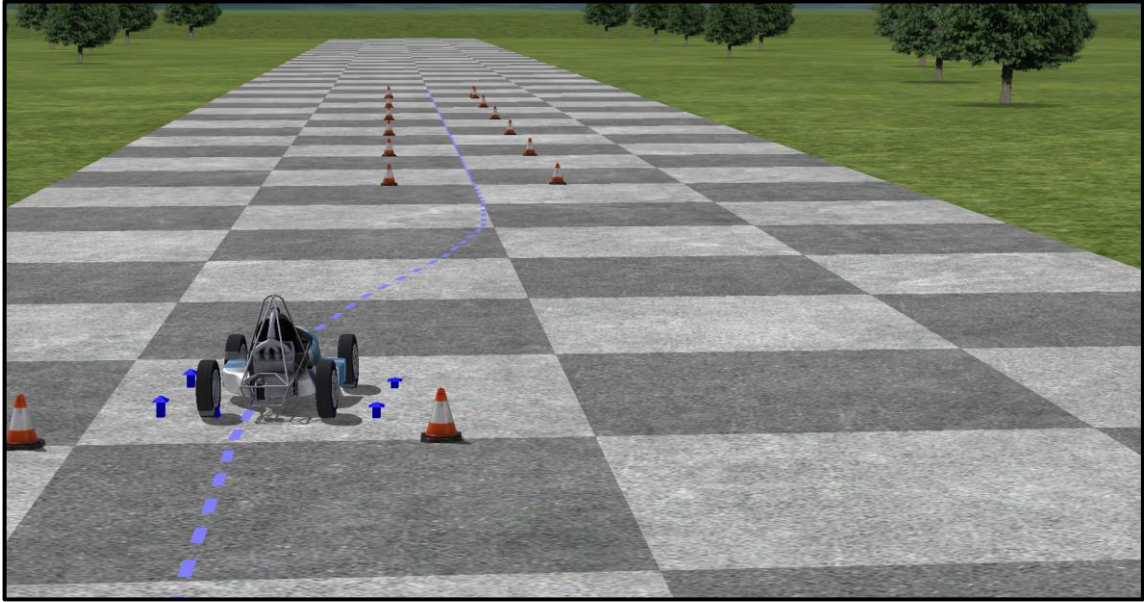
Figura 28- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 30 \text{ km/h}$.



Fonte: Próprio Autor

Numa segunda etapa deste mesmo procedimento de validação, foi utilizado um trajeto de pista ilustrado pela figura 29.

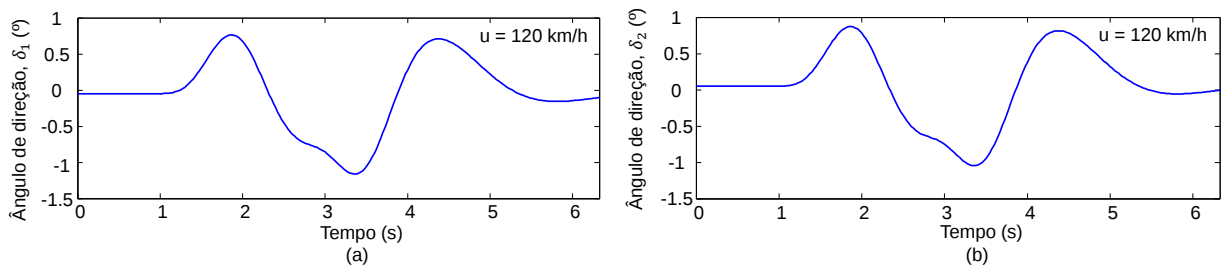
Figura 29- Trajeto de pista utilizado na segunda etapa de validação numérica.



Fonte: Próprio Autor

Para este teste numérico, foi assumido um tempo de simulação de 6.325 segundos, uma velocidade longitudinal constante (u) de 120 km/h , e ângulos de direção das rodas dianteiras representados pela figura 30.

Figura 30- Velocidade longitudinal $u = 120 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .

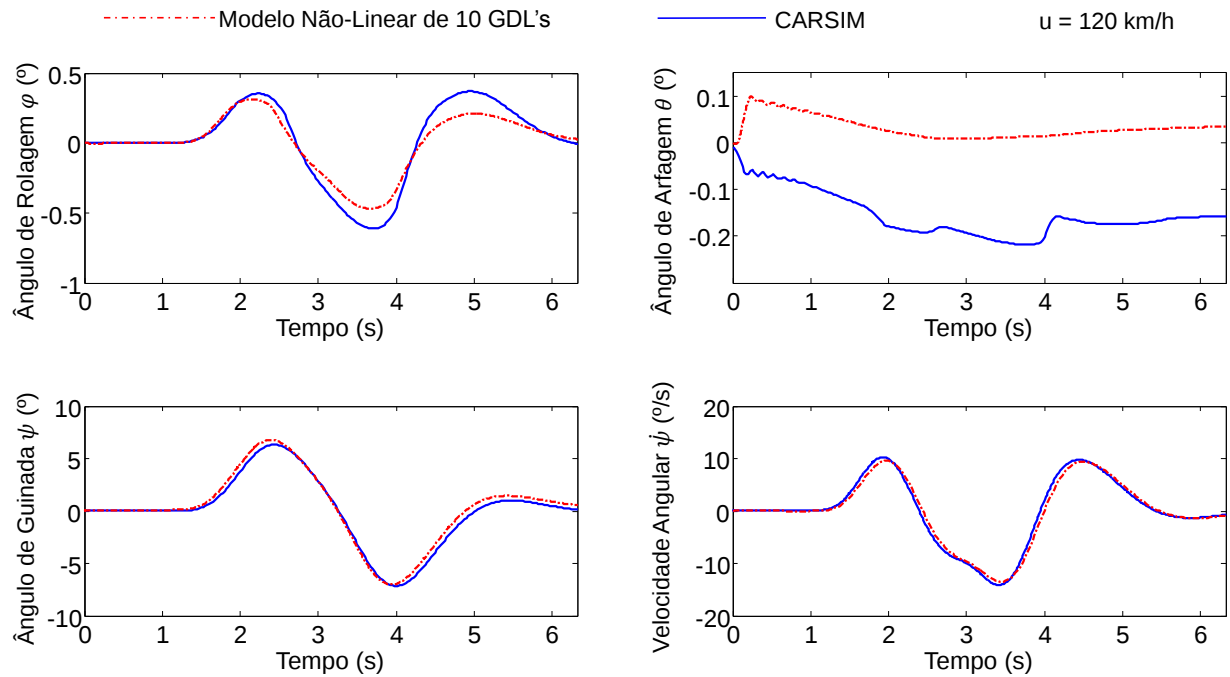


Fonte: Próprio Autor

A comparação das variáveis obtidas pelo modelo não-linear de 10 GDL's e pelo programa de simulação CARSIM[®], quais sejam: ângulo de rolagem φ , ângulo de arfagem θ , ângulo de guinada ψ e velocidade angular $\dot{\psi}$, são ilustradas pela figura 31.

A figura 31 ilustra, respectivamente, os resultados obtidos pelo programa de simulação CARSIM® e a comparação do ângulo de rolagem φ , do ângulo de arfagem θ , do ângulo de guinada ψ e da velocidade angular $\dot{\psi}$ determinados pelo modelo não-linear do veículo apresentado.

Figura 31- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo não-linear de 10 GDL's com os dados gerados pelo programa CARSIM® a uma velocidade longitudinal $u = 120 \text{ km/h}$.



Fonte: Próprio Autor

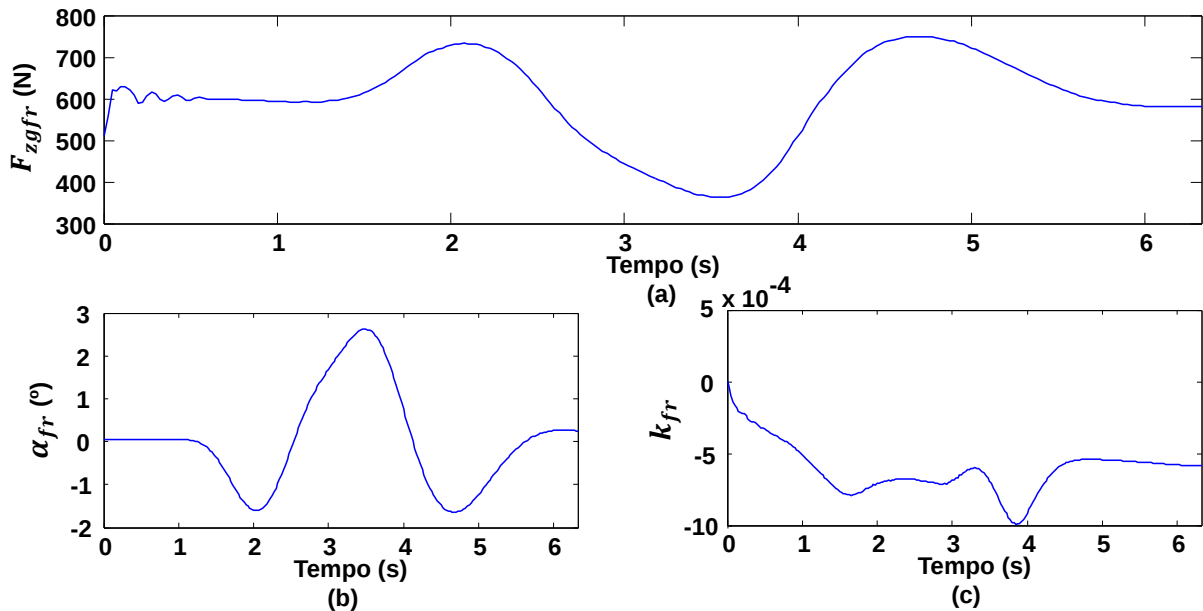
A partir da análise das figuras precedentes, verificou-se que os resultados apresentados mostraram uma boa aproximação entre os resultados gerados pelo modelo não-linear do veículo e pelo o programa de simulação CARSIM®. O ângulo de rolagem φ e o ângulo de arfagem θ apresentaram uma diferença, pois, na ausência de um centro de rolagem, o centro de rolagem foi assumido no plano da pista. Assim, os resultados ilustrados nas figuras apresentadas foram quase idênticos e confirma-se a eficiência das técnicas de modelagem desenvolvidas quando comparadas com o programa de simulação comercial utilizado.

3.3 AFERIÇÃO DO MODELO DO PNEU

Para a aferição do modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*), apresentado no Apêndice A, foi assumido um pneu do tipo 175/70 R13. Os valores dos parâmetros do modelo utilizados na simulação encontram-se no Apêndice A, seção A.1.

Na simulação efetuada, foi assumido o trajeto de pista ilustrado pela figura 29 e as mesmas condições apresentadas anteriormente. A razão de deslizamento longitudinal k_{fr} , ângulo de deslizamento lateral α_{fr} e carga vertical F_{zgr} , que foram adotadas para roda dianteira direita, são ilustradas pela figura 32.

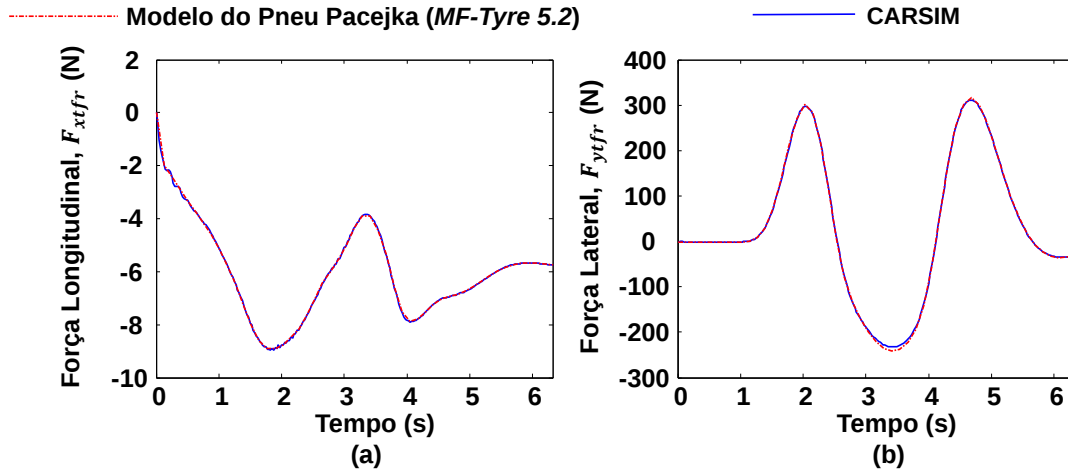
Figura 32- Entradas para o modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*): (a) Carga vertical F_{zgr} , (b) Ângulo de deslizamento lateral α_{fr} e (c) Razão de deslizamento longitudinal k_{fr} .



Fonte: Próprio Autor

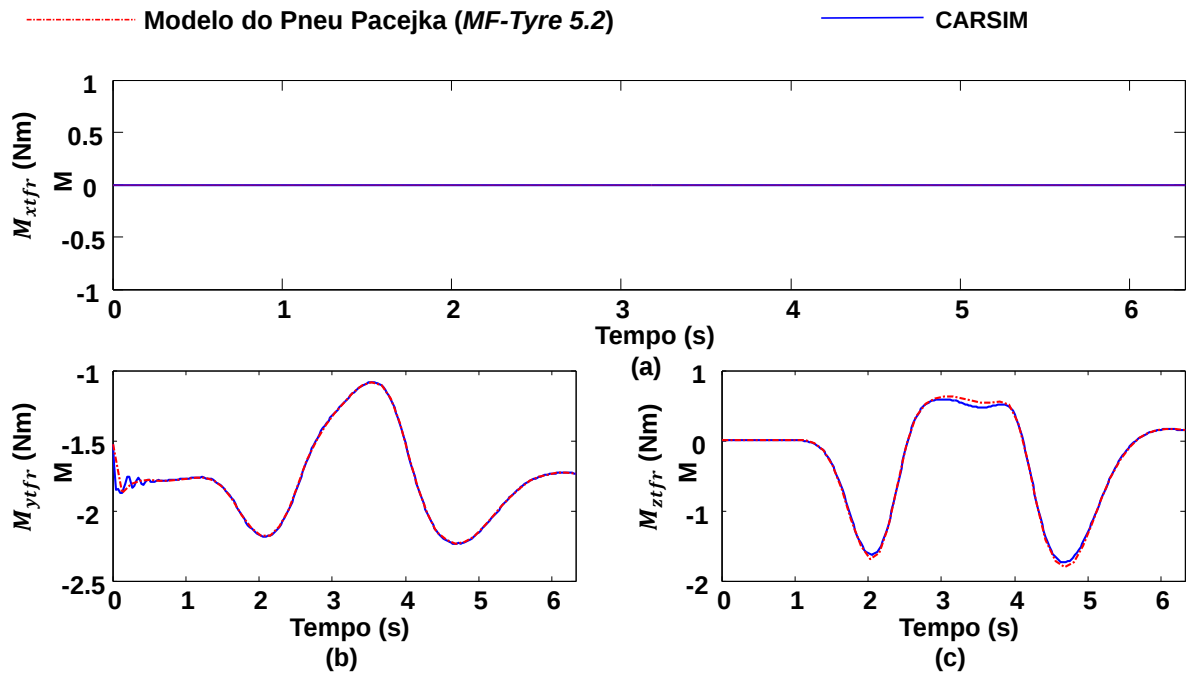
A comparação das variáveis obtidas pelo modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*) e pelo programa de simulação CARSIM®, quais sejam: força longitudinal F_{xtfr} , força lateral F_{ytfr} , momento de rolagem M_{xtfr} , momento de resistência ao rolamento M_{ytfr} e momento de alinhamento M_{ztfr} , são ilustradas pelas figuras 33 e 34.

Figura 33- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo do pneu com os dados gerados pelo CARSIM®: (a) Força longitudinal F_{xtfr} e (b) Força lateral F_{ytfr} .



Fonte: Próprio Autor

Figura 34- Comparação dos resultados obtidos pelo modelo do pneu com os dados gerados pelo CARSIM®: (a) Momento de rolagem M_{xtfr} , (b) Momento de resistência ao rolamento M_{ytfr} e (c) Momento de alinhamento M_{ztfr} .



Fonte: Próprio Autor

Observa-se claramente, nas figuras 33 e 34, a excelente concordância entre os resultados apresentados pelo modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*) e o programa de simulação CARSIM®.

Assim, diante dos resultados auferidos, comprova-se que o conjunto de modelos apresentados consegue representar o movimento espacial de um veículo por completo. Deste modo, procede-se para à fase de projeto dos controladores para um modelo de 1/4 de veículo.

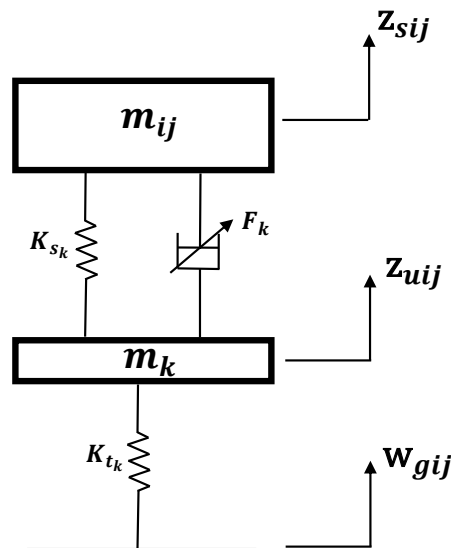
4 CONTROLE SEMI-ATIVO DE VIBRAÇÕES EM SUSPENSÕES VEICULARES

Neste capítulo são apresentados, inicialmente, o modelo de 1/4 de veículo, sua representação nos domínios do tempo e da frequência e métricas para os índices de desempenho: aderência do pneu à pista e conforto dos passageiros na condução do veículo. Numa fase posterior, são avaliados e comparados o desempenho do sistema de suspensão convencional com os sistemas de controle: semi-ativo, ótimo, nebuloso e baseado na estimação em frequência (*FEB – frequency estimation based*).

4.1 MODELO DE 1/4 DE VEÍCULO

O modelo de um sistema de suspensão veicular mais utilizado e empregado na literatura é o modelo de 1/4 de veículo, cujo desenho esquemático considerado para este caso está ilustrado na figura 35. Este modelo tem como objetivo descrever as interações entre o sistema de suspensão, o pneu e o chassi de 1/4 de veículo.

Figura 35- Modelo de suspensão equivalente a 1/4 de veículo.

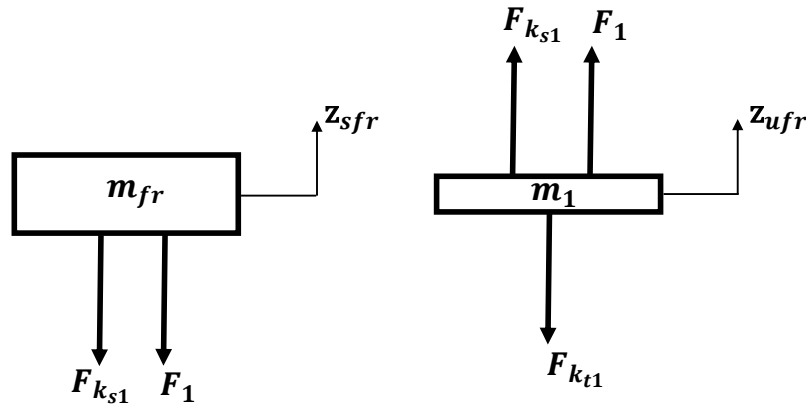


Fonte: Próprio Autor

O modelo compõe-se da massa suspensa m_{ij} de 1/4 de veículo e da massa não-suspensa m_k , que corresponde à massa do conjunto da roda incluindo os componentes de ligação da roda e do pneu em cada lado. Neste caso, o pneu é modelado como uma mola linear com constante de elasticidade K_{t_k} . O sistema de suspensão, propriamente dito, consiste de uma mola K_{s_k} em paralelo com um amortecedor convencional ou um amortecedor controlado por uma força de controle semi-ativa F_k . Uma entrada de deslocamento vertical w_{gij} modela a perturbação relacionada com a interface entre o pneu e a pista. Os subscritos $k = \{1, 2, 3 \text{ e } 4\}$ indicam cada extremidade do veículo, e "ij" denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr) e traseira esquerda (rl).

Considera-se a extremidade dianteira direita para determinar as equações diferenciais do movimento. Logo, o diagrama de corpo livre das massas suspensa m_{fr} e não-suspensa m_1 são ilustrados pela figura 36.

Figura 36- Diagrama de corpo livre das massas suspensa m_{fr} e não-suspensa m_1 .



Fonte: Próprio Autor

A partir dos diagramas de corpo livre apresentados na figura 36, aplica-se a Segunda Lei de Newton e obtêm-se as equações diferenciais do movimento para o modelo de 1/4 de veículo, dadas por:

$$\begin{aligned} m_{fr} \ddot{z}_{sfr} &= -F_{K_{s1}} - F_1 \\ m_{fr} \ddot{z}_{sfr} &= -K_{s1}(z_{sfr} - z_{ufr}) - F_1 \end{aligned} \quad (86)$$

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_{ufr} &= F_{K_{s1}} + F_1 - F_{K_{t1}} \\ m_1 \ddot{z}_{ufr} &= K_{s1}(z_{sfr} - z_{ufr}) + F_1 - K_{t1}(z_{ufr} - w_{gfr}) \end{aligned} \quad (87)$$

Para representação do modelo de 1/4 de veículo em espaço de estados, primeiramente, isola-se as acelerações nas equações (86) e (87) e tem-se:

$$\ddot{z}_{sfr} = -\frac{K_{s1}}{m_{fr}} z_{sfr} + \frac{K_{s1}}{m_{fr}} z_{ufr} - \frac{F_1}{m_{fr}}$$

$$\ddot{z}_{ufr} = \frac{K_{s1}}{m_1} z_{sfr} - \frac{(K_{s1} + K_{t1})}{m_1} z_{ufr} + \frac{F_1}{m_1} + \frac{K_{t1}}{m_1} w_{gfr}$$

Adotando as variáveis de entrada como, $w=w_{gfr}$; $F=F_1$ e as variáveis de estado como, $x_1=z_{sfr}$; $x_2=z_{ufr}$; $x_3=\dot{z}_{sfr}$ e $x_4=\dot{z}_{ufr}$, em que x_1 é o deslocamento da massa suspensa, x_2 é o deslocamento da massa não-suspensa, x_3 é a velocidade da massa suspensa (1/4 do veículo), x_4 é a velocidade da massa não-suspensa (conjunto da roda), $w(t)$ é a entrada de deslocamento vertical e $F(t)$ é a entrada de força do amortecedor, tem-se:

$$\dot{x}_3 = -\frac{K_{s1}}{m_{fr}} x_1 + \frac{K_{s1}}{m_{fr}} x_2 - \frac{F}{m_{fr}}$$

$$\dot{x}_4 = \frac{K_{s1}}{m_1} x_1 - \frac{(K_{s1} + K_{t1})}{m_1} x_2 + \frac{F}{m_1} + \frac{K_{t1}}{m_1} w$$

Assim, o modelo de 1/4 de veículo pode ser representado em espaço de estados na forma matricial por:

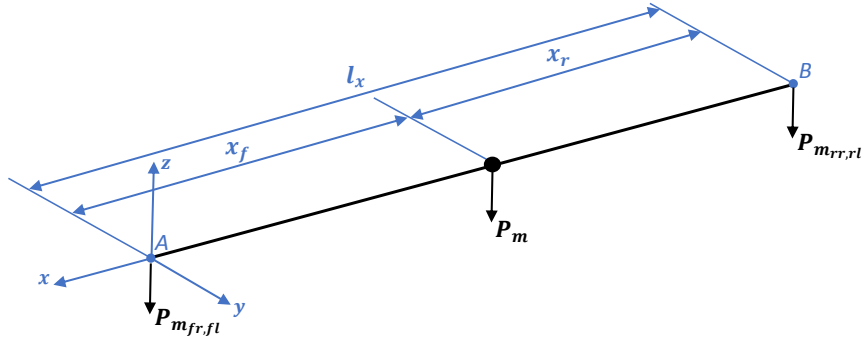
$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_2 \mathbf{F}(t) \quad (88)$$

sendo:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_{s1}}{m_{fr}} & \frac{k_{s1}}{m_{fr}} & 0 & 0 \\ \frac{k_{s1}}{m_1} & -\frac{(k_{s1}+k_{t1})}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_{t1}}{m_1} \end{bmatrix} \quad e \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_{fr}} \\ \frac{1}{m_1} \end{bmatrix}$$

A massa suspensa " m_{ij} " de 1/4 de veículo é determinada por meio da definição de centro de gravidade. A figura 37 ilustra a representação esquemática para obtenção das massas suspensas dianteiras e traseiras de 1/4 de veículo.

Figura 37- Representação esquemática para obtenção das massas suspensas dianteiras e traseiras de 1/4 de veículo.



Fonte: Próprio Autor

A partir da figura 37, as massas suspensas dianteiras e traseiras (m_{fr} , m_{fl} e m_{rr} , m_{rl}) de 1/4 de veículo são determinadas pela somatória dos momentos em torno dos pontos A e B iguais a zero.

$$\begin{aligned}
 \sum \mathbf{M}_A &= 0; & \sum \mathbf{M}_B &= 0; \\
 P_m x_f + P_{m_{rr},m_{rl}} l_x &= 0 & P_m x_r + P_{m_{fr},m_{fl}} l_x &= 0 \\
 \frac{m}{2} g x_f + m_{rr,rl} g l_x &= 0 & \frac{m}{2} g x_r + m_{fr,fl} g l_x &= 0 \\
 m_{rr,rl} &= -\frac{m x_f}{2 l_x} & m_{fr,fl} &= -\frac{m x_r}{2 l_x}
 \end{aligned} \tag{89}$$

sendo x_f e x_r a distância da extremidade dianteira e traseira até o centro de gravidade (c.g.) do veículo, l_x é a distância longitudinal entre os eixos dianteiro e traseiro e m é a massa suspensa do veículo.

Os valores dos parâmetros físicos adotados para o sistema são baseados em um veículo do tipo *A-class*, considerando a extremidade dianteira direita, e estão dispostos na tabela 3.

Tabela 3- Parâmetros físicos adotados para o modelo de 1/4 de veículo (extremidade dianteira direita).

Parâmetros	Valores
m_{fr}	199,47 kg
m_1	41,5 kg
k_{s1}	18 kN/m
k_{t1}	230 kN/m

O sistema dinâmico, representado pela equação (88), foi simulado num microcomputador pessoal por meio do *Simulink*®, sendo que as equações foram computadas (admitindo condições iniciais nulas) usando um integrador de Runge-Kutta (ode45) de passo variável. O tempo de simulação utilizado nos testes numéricos foi assumido como sendo de 10 segundos, tempo suficiente para o sistema entrar em regime permanente.

O objetivo do sistema de controle é obter um compromisso entre os seguintes índices de desempenho: aderência do pneu à pista e conforto dos passageiros na condução do veículo. Os procedimentos de projeto usuais utilizam critérios de desempenho baseados na minimização do ganho da aceleração da massa suspensa ($\dot{x}_3$) e do ganho da deflexão do pneu ($x_2 - w$), respectivamente.

O modelo de 1/4 de veículo de um sistema de suspensão ajustado para que se tenha conforto, aderência à pista e deflexões seguras da suspensão, devem seguir as definições matemáticas propostas em Poussot-Vassal et al. (2012), que são:

- Aceleração da massa suspensa $\dot{x}_3$, resposta para distúrbios da pista w (ou seja, ganho $F_{\dot{x}_3}(f)$) entre 0 e 20 Hz representa a aceleração sentida pelo motorista, isto é, especificação do conforto na condução.
- Deflexão do pneu ($x_{sdef} = x_2 - w$), resposta para distúrbios da pista w (ou seja, ganho $F_{x_{sdef}}(f)$) entre 0 e 30 Hz representa a habilidade da roda de ficar em contato com a pista, isto é, especificação de aderência à pista.

4.2 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Esta seção tem como propósito introduzir as métricas baseadas no domínio da frequência para avaliar o desempenho dos controladores semi-ativo aplicados no sistema de suspensão veicular.

4.2.1 Resposta em Frequência

A fim de avaliar o desempenho de um sistema de suspensão semi-ativa, a resposta em frequência pode ser computada. A representação em frequência é amplamente desenvolvida e utilizada tanto em pesquisas acadêmicas quanto na área industrial, uma vez que fornece uma informação mais ampla do desempenho do sistema de suspensão veicular. Como se trata de sistemas não-lineares e, também, para obter a resposta em

frequência dos sistemas de controle propostos, utilizou-se um algoritmo capaz de avaliar a resposta do sistema em cada frequência individualmente (*Single Frequency*).

Para calcular a resposta em frequência aproximada de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}(f)$ ou $\tilde{F}_{x_1}(f)$ - característica de conforto; e $\tilde{F}_{x_{sdef}}(f)$ - característica de aderência de um sistema de suspensão não-linear, o seguinte procedimento descrito abaixo é aplicado:

Single Frequency. Cálculo da Resposta em Frequência para Sistemas Não-lineares

Dados de entrada: O intervalo de frequência f , a amplitude da pista A e o número de períodos P .

1. Uma perturbação senoidal da pista $w(t)$ aplicada ao modelo dinâmico do veículo ao longo de P períodos, de modo que:

$$w(t) = A \sin(2\pi f t)$$

onde $A = 1 \text{ cm}$, $f \in [\underline{f}; \overline{f}] \subseteq [1; 30] \text{ Hz}$ e $t \in [P/\overline{f}; P/\underline{f}] \text{ s}$, onde $\{P \in \mathbb{Z} \mid P > 1\}$ é o número de períodos do sinal. Por simplificação, opta-se por: $P = 10$.

2. Os sinais de saída do sistema $y(t)$ são medidos, sendo $y(t) = \dot{x}_3(t)$ (massa suspensa) e $x_{sdef}(t) = x_2(t) - w(t)$ (deflexão do pneu).

3. Para cada sinal, o espectro correspondente, $Y(f)$ de $y(t)$ e $U(f)$ de $w(t)$, é computado por meio da transformada de Fourier discreta.

4. As densidades espectrais dos sinais: $Y(f)$ e $U(f)$ são calculadas e denotadas por: $G_y(f)$ e $G_u(f)$.

5. Para cada sinal de saída de interesse, o ganho correspondente é calculado como:

$$\tilde{F} = \overline{G}_y / \overline{G}_u.$$

Nesse caso, são obtidos os sinais ($\tilde{F}_{\dot{x}_3}(f)$ ou $\tilde{F}_{x_1}(f)$) e $\tilde{F}_{x_{sdef}}(f)$.

De acordo com Savaresi et al. (2010), o parâmetro P visa evitar o ganho computacional sobre o período transitório do sistema não-linear. Ao fixar $P = 10$, calcula-se o ganho correspondente em estado estacionário.

4.2.2 Cálculo dos Índices de Desempenho

De acordo com o algoritmo apresentado na Seção 4.2.1, os índices de desempenho do sistema de suspensão podem ser computados com o objetivo de caracterizar os desempenhos de conforto na condução do veículo e a aderência do pneu à pista.

Os índices de desempenho do sistema de suspensão ($\tilde{J}$ -índice) são definidos pela função $C : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por:

$$C(X, \underline{f}, \bar{f}) = \int_{\underline{f}}^{\bar{f}} |X(f)|^2 df \quad (90)$$

sendo $X(f)$ o sinal de interesse em função da frequência, obtido pelo algoritmo *Single Frequency*, $\underline{f}$ e $\bar{f}$ são os limites inferior e superior do intervalo de frequência de interesse.

Assim, os critérios de conforto e aderência à pista são definidos como:

- $\tilde{J}_{\dot{x}_3}$, Critério de Conforto ou $\tilde{J}_c$:

$$\tilde{J}_{\dot{x}_3} = \frac{C(\tilde{F}_{\dot{x}_3}(f), 0, 20)}{C(\tilde{F}_{\dot{x}_3}^{nom}(f), 0, 20)} \quad (91)$$

- $\tilde{J}_{x_{sdef}}$, Critério de Aderência à Pista ou $\tilde{J}_{rh}$:

$$\tilde{J}_{x_{sdef}} = \frac{C(\tilde{F}_{x_{sdef}}(f), 0, 30)}{C(\tilde{F}_{x_{sdef}}^{nom}(f), 0, 30)} \quad (92)$$

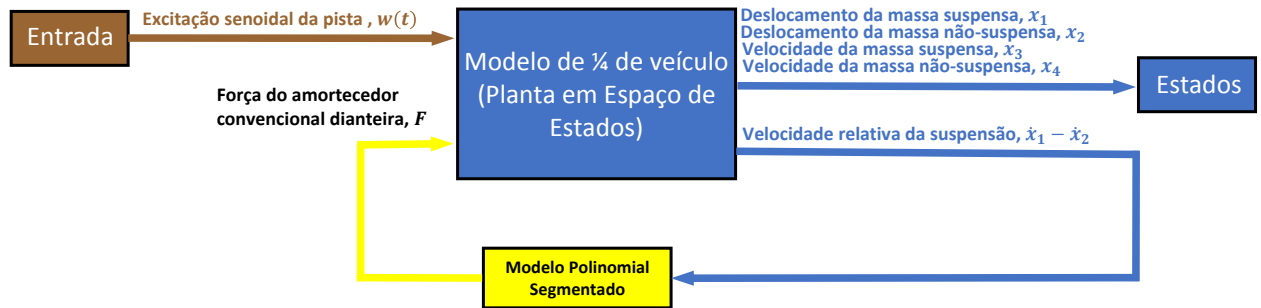
sendo $\tilde{F}_{\dot{x}_3}(f)$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}(f)$ os ganhos do sistema considerado, obtidos usando o algoritmo *Single Frequency*, $\tilde{F}_{\dot{x}_3}^{nom}(f)$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}^{nom}(f)$ são os ganhos do sistema de suspensão nominal, ou seja, ganhos com referência a um sistema de suspensão com amortecedor convencional (sem controle), obtidos pelo mesmo algoritmo.

As seções que se seguem ilustram o procedimento utilizado para avaliar o sistema de suspensão com amortecedor convencional e os sistemas de controle semi-ativo da suspensão, utilizando como atuador o amortecedor MR de Lai e Liao (2002), apresentado no Apêndice B, Seção B.1.1. Para as simulações numéricas efetuadas são considerados os valores dos parâmetros físicos de um veículo do tipo *A-class* apresentados na tabela 3.

4.3 SISTEMA DE SUSPENSÃO COM AMORTECEDOR CONVENCIONAL

Para avaliar o desempenho do sistema de suspensão com amortecedor convencional (sem controle), deve-se realizar a simulação do sistema descrito pela equação (88), assumindo que $F(t)$ é a força gerada pelo amortecedor convencional dada pelas equações (B.14 e B.15) e que $w(t)$ é uma função senoidal utilizada pelo algoritmo *Single Frequency*. Na figura 38 é mostrado o diagrama de blocos do sistema de suspensão convencional.

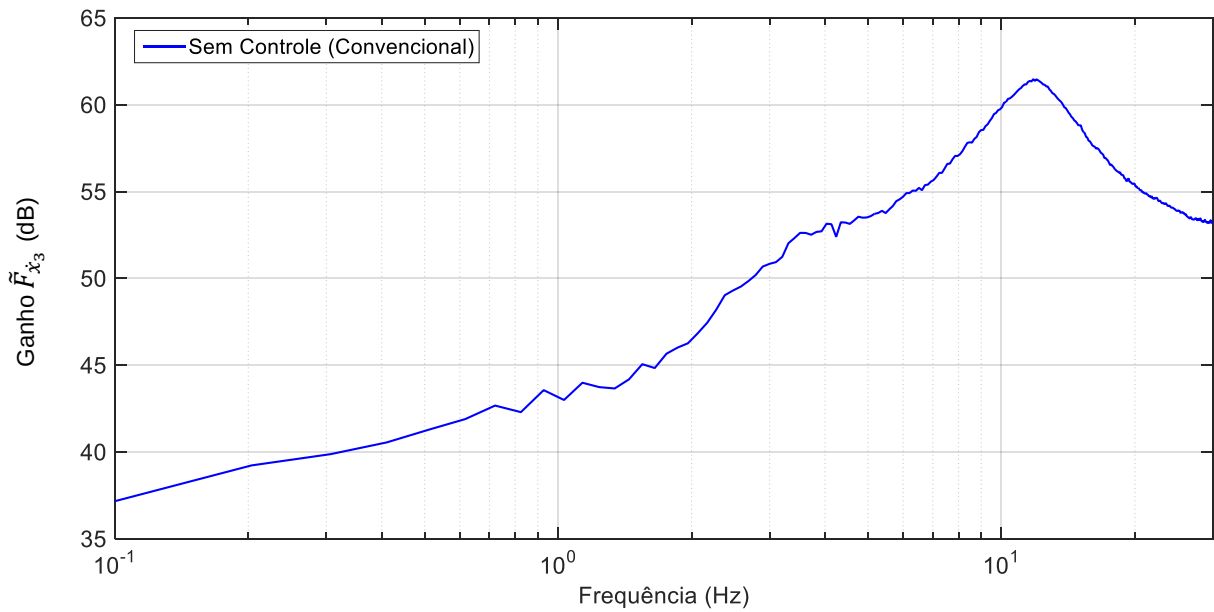
Figura 38- Diagrama de blocos do sistema de suspensão com amortecedor convencional.



Fonte: Próprio Autor

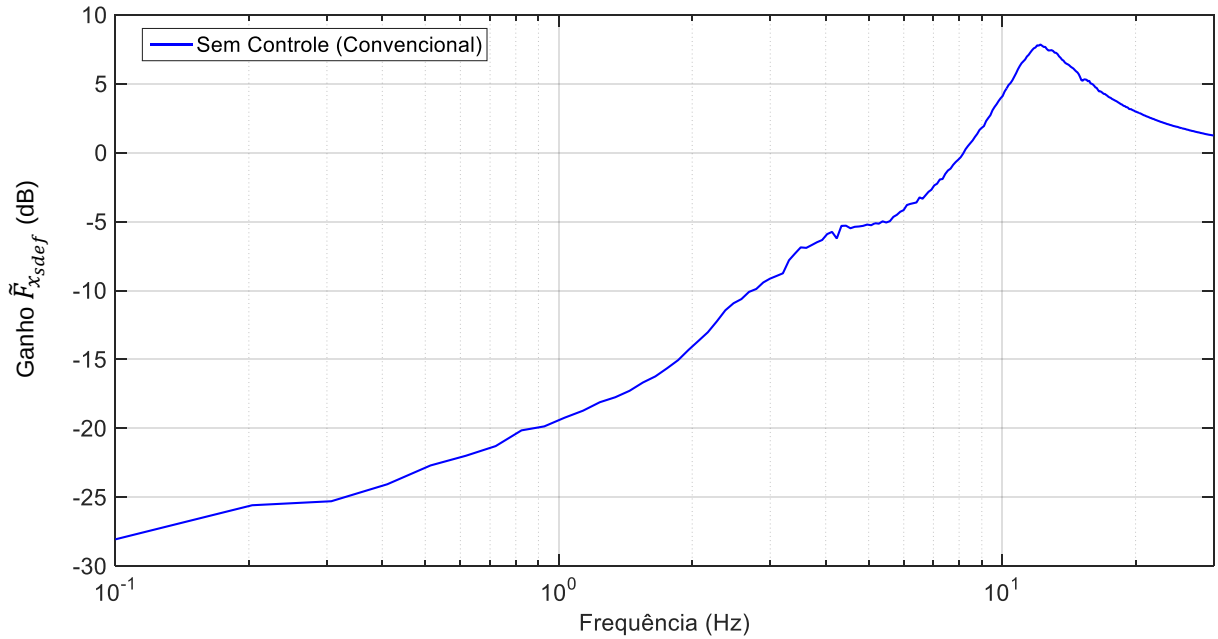
Pela aplicação do algoritmo *Single Frequency* obtêm-se as figuras 39 e 40 que apresentam, respectivamente, as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{def}}$ associadas à aceleração da massa suspensa e à deflexão do pneu.

Figura 39- Resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ para o sistema de suspensão convencional.



Fonte: Próprio Autor

Figura 40- Resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ para o sistema de suspensão convencional.



Fonte: Próprio Autor

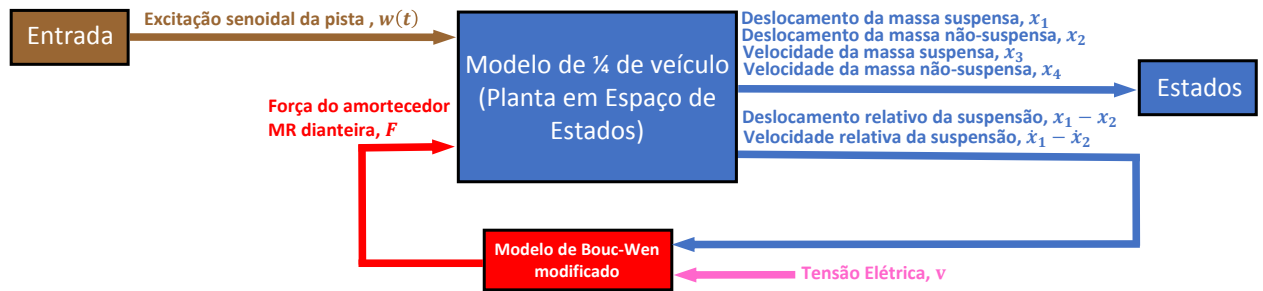
Pela análise das figuras precedentes, nota-se que as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ apresentam características semelhantes a um amortecedor com baixo coeficiente de amortecimento.

Na seção seguinte é descrita a atuação do controle semi-ativo com a presença do amortecedor MR, quando submetido a três tensões elétricas de alimentação: 0 V, 1 V e 2 V.

4.4 SISTEMA DE SUSPENSÃO COM AMORTECEDOR MR

Para verificar a eficiência do sistema de suspensão passiva com a presença do amortecedor MR, foi realizada a simulação do sistema, descrito pela equação (88), assumindo que $F(t)$ é a força gerada pelo amortecedor MR (veja Apêndice B, Seção B.1.1) e que $w(t)$ é uma função senoidal utilizada pelo algoritmo *Single Frequency*. Na figura 41 abaixo é mostrado o diagrama de blocos do sistema de controle semi-ativo com amortecedor MR.

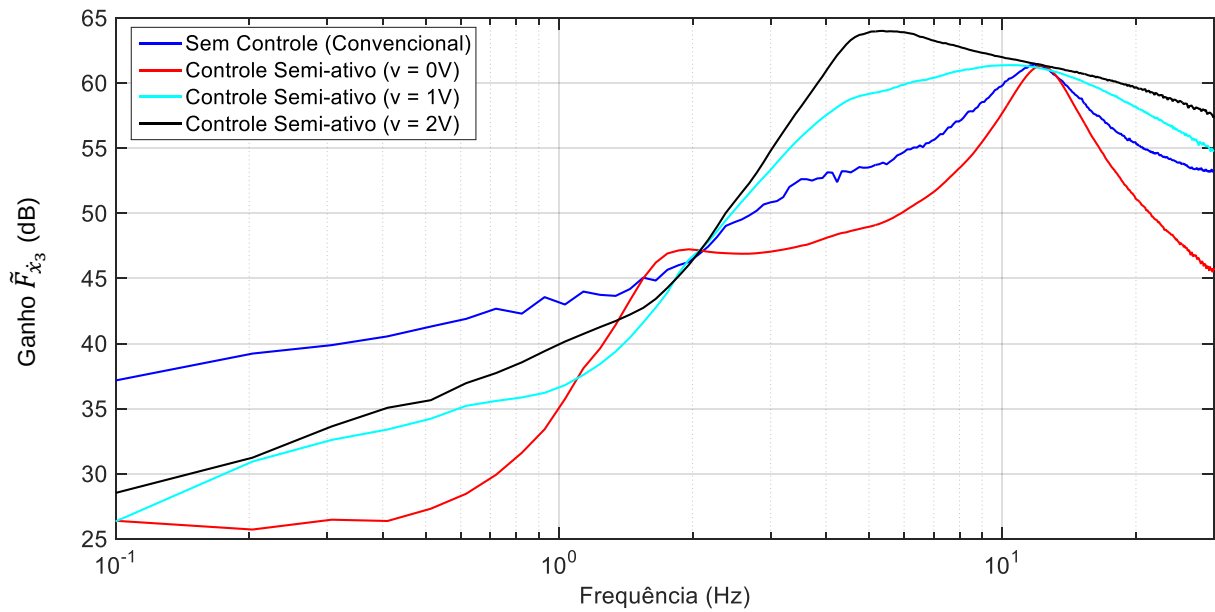
Figura 41- Diagrama de blocos do sistema de controle semi-ativo com amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

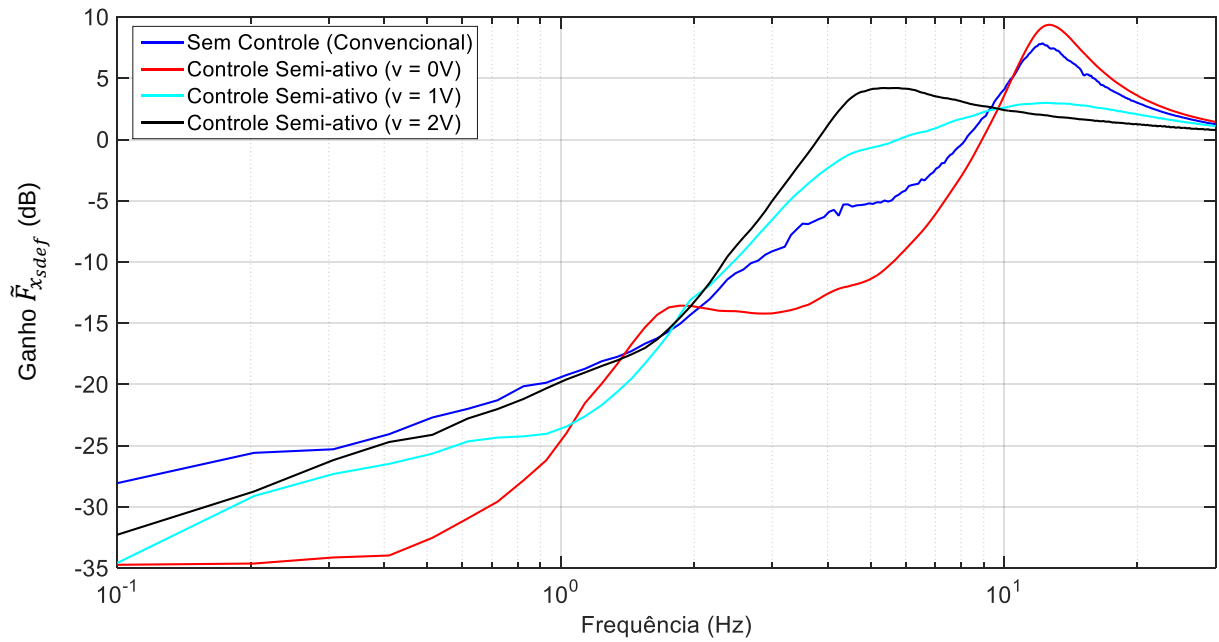
Aplicando o algoritmo *Single Frequency*, obtêm-se as figuras 42 e 43 que ilustram, respectivamente, as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}$, para o sistema de suspensão convencional e com controle semi-ativo ($v = 0\text{ V}$, $v = 1\text{ V}$ e $v = 2\text{ V}$).

Figura 42- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com a presença do amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

Figura 43- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com a presença do amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

Pela análise dos gráficos mostrados pelas figuras 42 e 43, observa-se que o sistema de controle semi-ativo, com a aplicação de tensão elétrica nula ($v = 0 V$), apresenta picos acentuados de amplitude de vibração (baixo coeficiente de amortecimento). Já, com a aplicação da tensão elétrica máxima ($v = 2 V$), percebe-se a presença de valores bem atenuados de amplitude de vibração (alto coeficiente de amortecimento), na mesma faixa de frequência analisada. Com a aplicação da tensão elétrica média ($v = 1 V$), percebe-se um comportamento dinâmico semelhante ao sistema de suspensão com amortecedor convencional, mas com uma diferença no coeficiente de amortecimento, ou seja, apresenta-se um sistema com um coeficiente de amortecimento maior.

Assim, diante do exposto e como etapa natural do processo de minimização dos índices de desempenho, a seção seguinte descreve, em detalhes, a construção de um controlador semi-ativo, formulado segundo a teoria clássica de controle ótimo.

4.5 CONTROLE ÓTIMO

A lei de controle ótimo (LQR) é obtida a partir do modelo matemático de 1/4 de veículo. Desta forma, considerando que todos os estados são mensuráveis, a lei de controle ótimo proposta é dada por (LEWIS; SYRMOS, 1995):

$$F_{LQR}(t) = -Kx(t) \quad (93)$$

Esse problema de otimização busca garantir a minimização de um funcional quadrático, descrito pela equação:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + F^T R F) dt \quad (94)$$

sendo Q uma matriz diagonal semidefinida positiva que pondera o estado x , e R é uma matriz definida positiva que pondera o esforço de controle F .

O ganho de controle K é obtido através da relação:

$$K = R^{-1} B_2^T P \quad (95)$$

sendo P a solução da seguinte equação matricial reduzida de Riccati:

$$A^T P + P A - P B_2 R^{-1} B_2^T P + Q = 0 \quad (96)$$

A existência e a unicidade da solução da equação acima são garantidas se o par (A, B_2) do sistema for controlável.

Para resolver o problema de controle ótimo, isto é, determinar o ganho de realimentação do regulador ótimo K , neste trabalho, as matrizes Q e R foram escolhidas iguais, respectivamente, a:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } R = 5 \times 10^{-10} \quad (97)$$

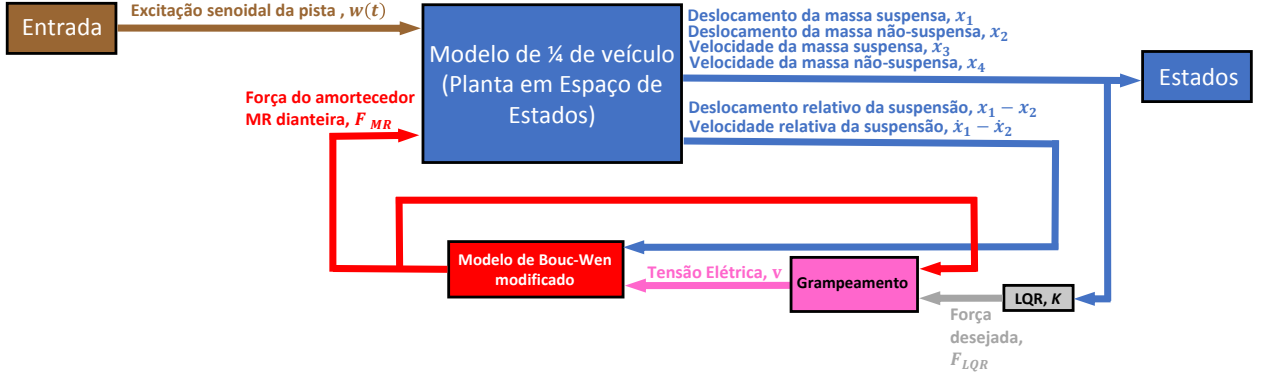
sendo que o requisito de projeto de controle relativo à matriz Q pondera, dentre as variáveis de estado, o deslocamento da massa não-suspensa e a velocidade da massa suspensa.

Resolvendo a equação de Riccati em (96) e substituindo em (95), o vetor de ganho ótimo resulta em:

$$K_f = [-5, 5480 \times 10^{-10} \quad 29264, 24 \quad -44731, 57 \quad 127, 49] \quad (98)$$

Para verificar o desempenho do controlador ótimo projetado, foi realizada a simulação do sistema, descrito pela equação (88). A figura 44 mostra o diagrama de blocos construído.

Figura 44- Diagrama de blocos do sistema de controle ótimo com amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

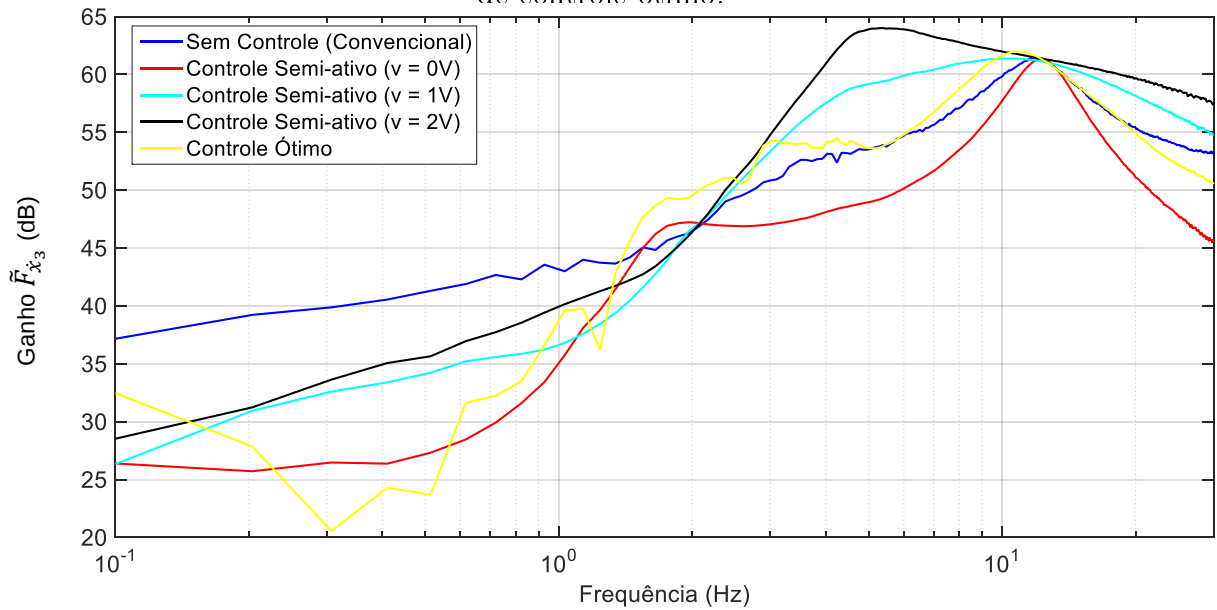
No processo ilustrado na figura 44, a regra utilizada para o grampeamento (*Clipped*) do sinal de força, através da tensão de alimentação v , foi definida pela equação (B.13) do Apêndice B e é reescrita na forma:

$$v = \begin{cases} v_{\max} & \text{se } |F_{LQR}| > |F_{MR}| \text{ e } \text{sgn}(F_{LQR}) = \text{sgn}(F_{MR}) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (99)$$

em que F_{LQR} e F_{MR} são as forças geradas, respectivamente, pelo controlador ótimo e pelo amortecedor MR (veja a figura 44).

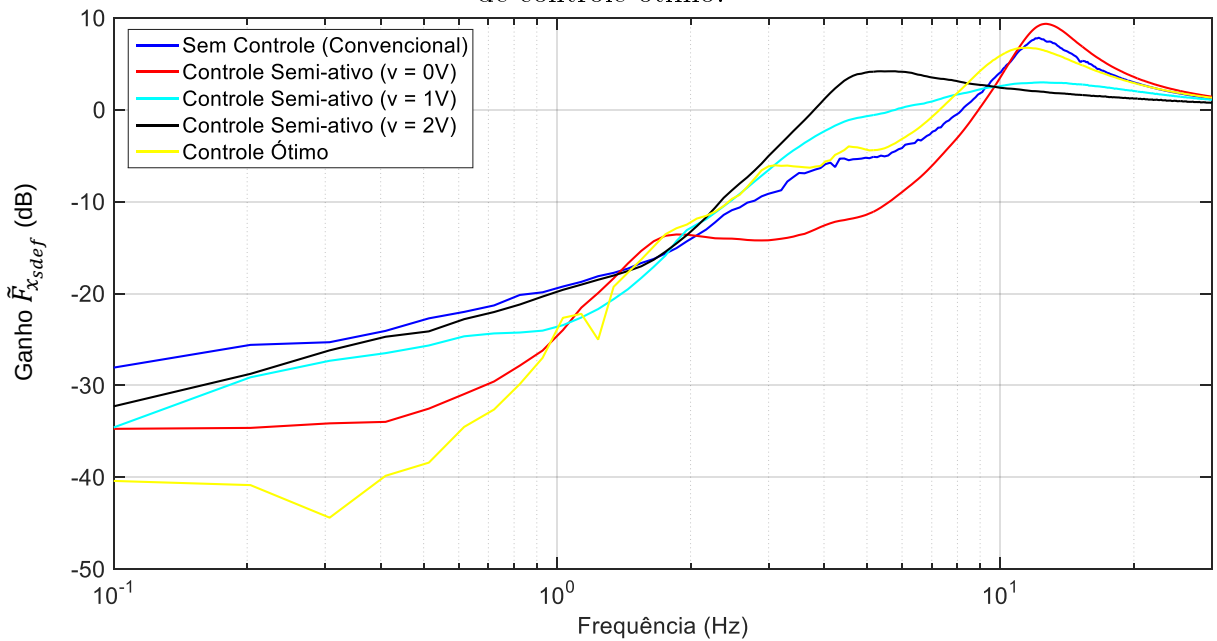
As figuras 45 e 46 apresentam, respectivamente, as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{def}}$, para o sistema de suspensão convencional, com controle semi-ativo ($v = 0 \text{ V}$, $v = 1 \text{ V}$ e 2 V) e com controle ótimo.

Figura 45- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle ótimo.



Fonte: Próprio Autor

Figura 46- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle ótimo.



Fonte: Próprio Autor

Com base nos gráficos mostrados pelas figuras 45 e 46, nota-se que o sistema de controle ótimo é capaz de atenuar o segundo pico de vibração quando comparado com o sistema de controle convencional e semi-ativo ($v = 0 V$). Por outro lado, em relação ao primeiro pico, são observados valores acentuados de amplitude de vibração, também verificados no sistema de suspensão com amortecedor MR, quando submetido à uma tensão elétrica nula ($v = 0 V$).

A partir dos resultados apresentados, procede-se então à fase de construção e implementação numérica do controlador nebuloso aplicado no controle semi-ativo do sistema dinâmico descrito pela equação (88).

4.6 CONTROLE NEBULOSO

Em oposição à teoria clássica de controle, onde as entradas/saídas do processo assumem valores bem definidos, os controladores nebulosos tratam as entradas/saídas como um conjunto de informações muitas vezes vagas, imprecisas e não adequadamente quantificadas. Esta metodologia de controle baseia-se na teoria dos sistemas nebulosos (SIMOES; SHAW, 2007) e envolve a superação de 5 etapas bem definidas, a saber: a) definição das variáveis de entrada e saída; b) caracterização do intervalo de valores das variáveis de entrada e saída; c) definição do conjunto de funções de pertinência; d) definição da base de regras e e) definição do mecanismo de inferência nebulosa.

Para o problema de controle da suspensão mostrada na figura 35, as etapas de construção do controlador nebuloso são descritas a seguir.

a) Definição das variáveis de entrada e saída

Como variáveis de entrada, existem na literatura basicamente 3 propostas adotadas, a saber: 1) velocidade absoluta de m_{fr} e velocidade relativa entre m_{fr} e m_1 (LI et al., 2004; DONG et al., 2010); 2) deslocamento absoluto de m_{fr} e deslocamento relativo entre m_{fr} e m_1 (RASHID et al., 2011) e 3) velocidade e aceleração absolutas de m_{fr} (LI et al., 2008). Devido à facilidade de implementação prática, dentre as propostas de variáveis de entrada apresentadas, considera-se a proposta 3: velocidade de m_{fr} (x_3) e aceleração m_{fr} ($\dot{x}_3$). Já, para a variável de saída, escolhe-se a força de controle F_{NEB} .

b) Caracterização do intervalo de valores das variáveis de entrada e saída

Os intervalos de valores que as variáveis de entrada podem assumir são definidos observando os comportamentos transitórios das mesmas quando se utiliza o sistema em malha aberta, considerando $v = 2 \text{ V}$ e uma entrada de perturbação $w(t)$ dada pela forma impulsiva definida a seguir (TUSSET, 2008).

$$w(t) = \delta(t) = 0,1m \quad (100)$$

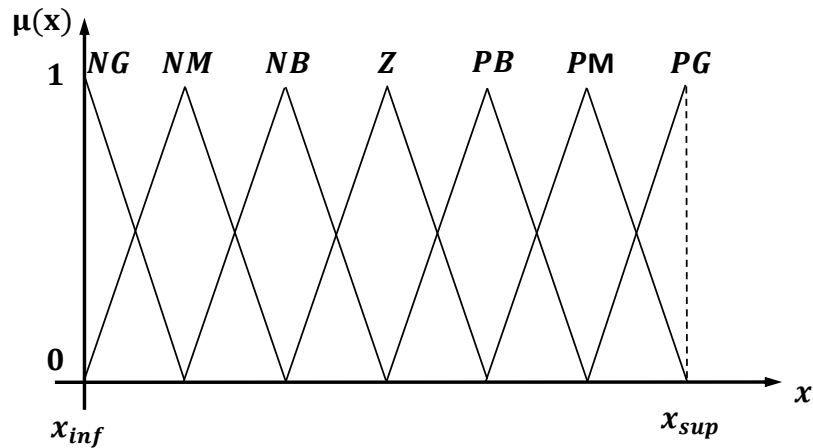
válida no intervalo de: $1, 0 \leq t \leq 1, 1s$.

Neste trabalho, os universos de variação da velocidade e aceleração de m_{fr} (x_3 e $\dot{x}_3$) são definidos, respectivamente, nos intervalos de $[-1,8,1,8]$ m/s e $[-80,80]$ m/s^2 . Já em relação à variável de saída F_{NEB} , seu universo de variação é definido no intervalo de $[-2000,2000]$ N .

c) Definição do conjunto de funções de pertinência

Para cada variável de entrada e saída, o universo de variação ou o universo de discurso é dividido em 7 funções de pertinência triangulares igualmente espaçadas, que descrevem as variáveis do sistema através de rótulos, ou variáveis linguísticas, a saber: "Negativo Grande" (NG), "Negativo Médio" (NM), "Negativo Baixo" (NB), "Zero" (Z), "Positivo Baixo" (PB), "Positivo Médio" (PM) e "Positivo Grande" (PG). A figura 47 ilustra a distribuição adotada.

Figura 47- Conjunto de funções de pertinência usada.



Fonte: Próprio Autor

A escolha do formato da função de pertinência mais adequada nem sempre é óbvia, podendo inclusive não estar ao alcance do conhecimento para uma determinada aplicação (CHIOU; LIU, 2009). No entanto, existem sistemas nebulosos cujos parâmetros das funções de pertinências podem ser completamente definidos por especialistas. Nestes casos, a escolha de funções triangulares e trapezoidais é mais comum, pois a ideia de se definir regiões de pertinências total, média e nula é mais intuitiva do que a especificação do valor médio e de dispersão, conceitos estes ligados às funções gaussianas.

d) *Definição da base de regras*

Na lógica nebulosa, as entradas e a saída do controlador se relacionam através de um conjunto de regras bem estabelecidas do tipo "Se...então". A base de regras tem a função de representar de forma estruturada o raciocínio humano sobre a política de controle a ser adotada. Neste trabalho, a base de regras é baseada no trabalho de (LI et al., 2008) que otimiza, através de algoritmos genéticos, uma base de regras nebulosas para o controle de vibrações de um modelo de 1/4 de veículo (veja tabela 4).

Tabela 4- Base de regras otimizada.

		x_3						
		NG	NM	NB	Z	PB	PM	PG
$\dot{x}_3$	NG	PG	PG	PM	PM	PM	PB	Z
	NM	PG	PM	PM	PM	PB	Z	NB
	NB	PM	PM	PB	PB	Z	NB	NB
	Z	PM	PB	Z	Z	NB	NB	NM
	PB	PB	Z	Z	NB	NB	NM	NM
	PM	PB	Z	NB	NB	NM	NM	NG
	PG	Z	NB	NB	NM	NM	NG	NG

Fonte: Li et al. (2008)

Cada uma das células da tabela 4 representa uma regra construída da seguinte forma:

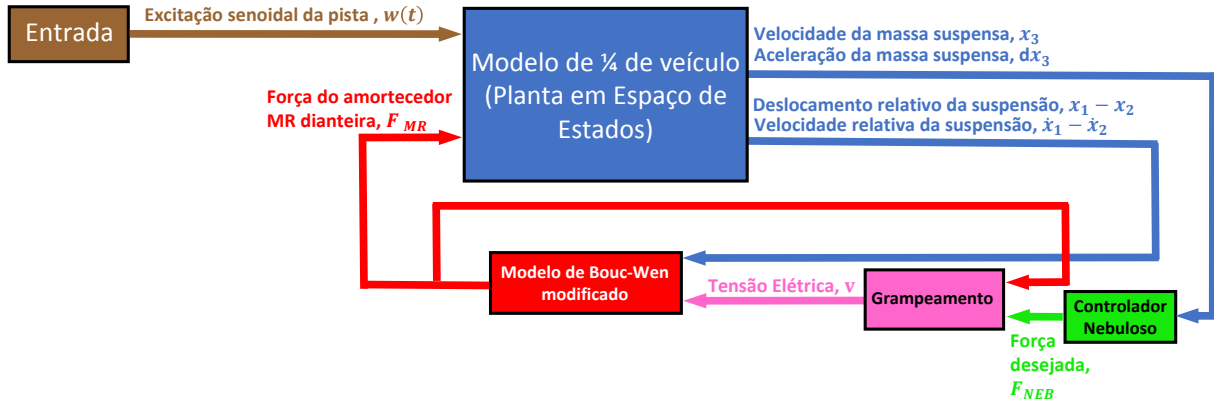
$$R^1 : \mathbf{SE} \ x_3 \ \acute{e} \ NG \ \mathbf{E} \ \dot{x}_3 \ \acute{e} \ NG \ \mathbf{ENT\tilde{A}O} \ F_{NEB} \ \acute{e} \ PG \quad (101)$$

e) *Definição do mecanismo de inferência nebulosa*

Uma vez definidas as regras derivadas a partir da linguagem simbólica construída para o sistema de controle, passa-se à fase da tradução matemática desta linguagem. Isto é conduzido através da utilização da implicação nebulosa *mínimo* (tipo Mamdani) realizada através do conectivo **E**. Para a transformação do conjunto nebuloso de saída, em uma ação de controle numérica, a estratégia de desnebulização adotada é o *centro de área* (DRIANKOV et al., 1996).

Para verificar a eficiência do controlador nebuloso proposto é construído o diagrama de blocos do sistema em malha fechada conforme ilustra a figura 48.

Figura 48- Diagrama de blocos do sistema de controle nebuloso com amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

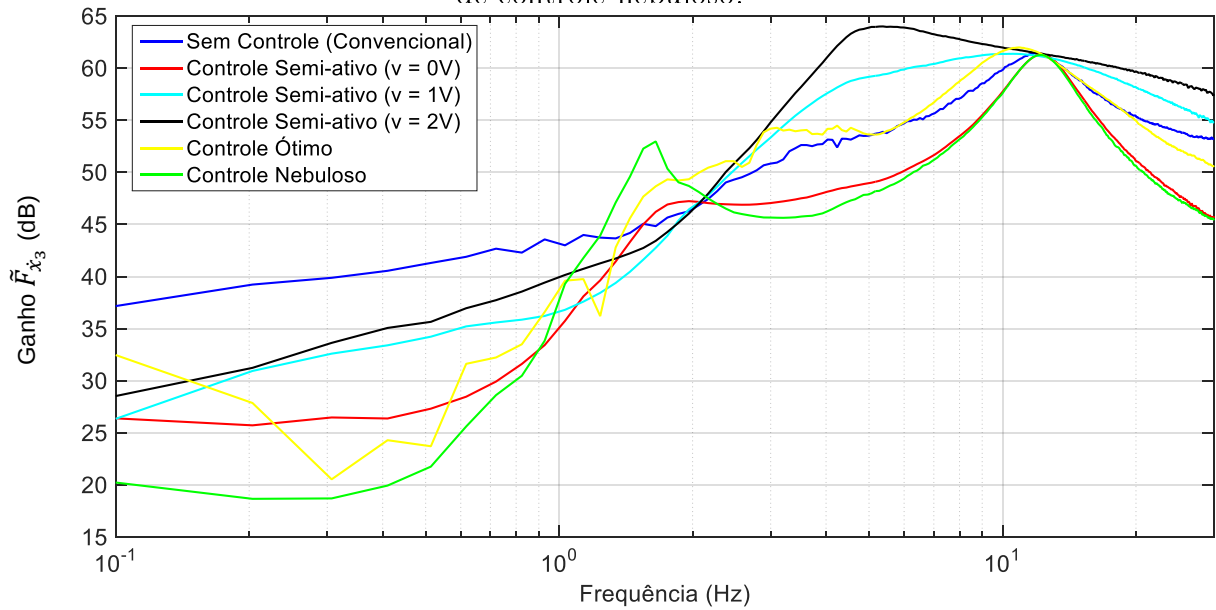
Da mesma forma como descrito pela equação (99), no caso acima, a regra utilizada para o grampeamento (*Clipped*) do sinal da força nebulosa (F_{NEB}), através da tensão de alimentação v , é definida por:

$$v = \begin{cases} v_{\max} & \text{se } |F_{NEB}| > |F_{MR}| \text{ e } \text{sgn}(F_{NEB}) = \text{sgn}(F_{MR}) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (102)$$

em que F_{NEB} e F_{MR} são as forças geradas, respectivamente, pelo controlador nebuloso e pelo amortecedor MR (veja a figura 48) e se $\text{sgn}(F_{NEB}) \neq \text{sgn}(F_{MR})$, a tensão elétrica aplicada no amortecedor MR deve ser nula ($v = 0 \text{ V}$).

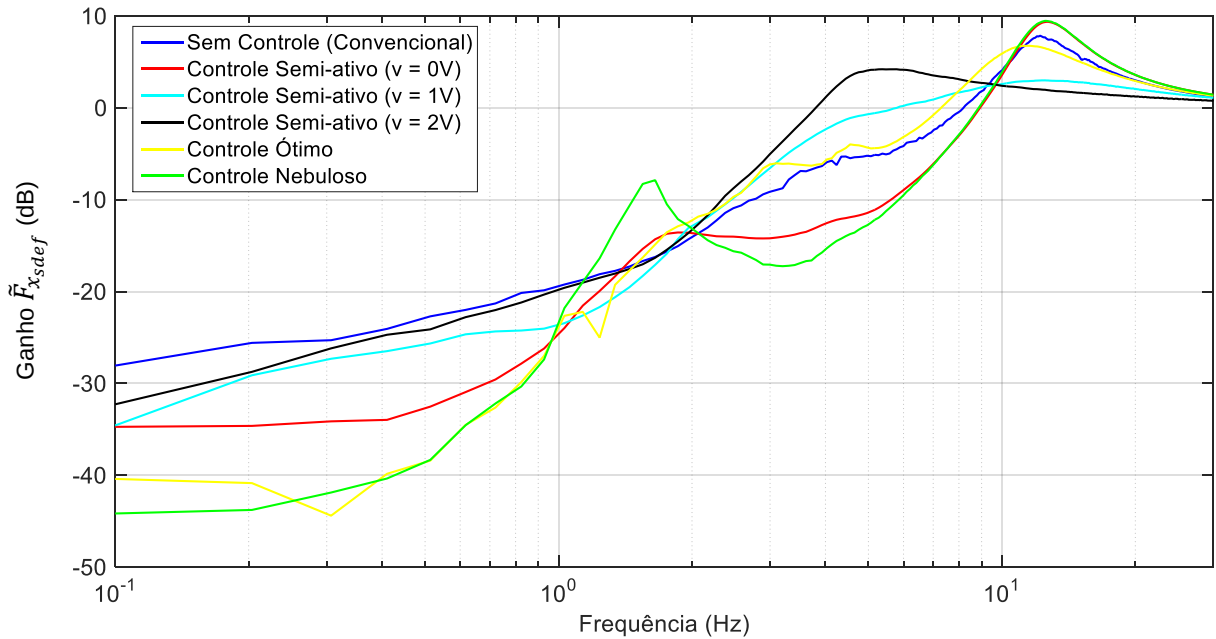
As figuras 49 e 50 apresentam, respectivamente, as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}$, para o sistema de suspensão convencional, com controles: semi-ativo ($v = 0 \text{ V}$, $v = 1 \text{ V}$ e $v = 2 \text{ V}$), ótimo e nebuloso.

Figura 49- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle nebuloso.



Fonte: Próprio Autor

Figura 50- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle nebuloso.



Fonte: Próprio Autor

Pela análise das figuras 49 e 50, percebe-se que o sistema de controle nebuloso exibe um comportamento dinâmico semelhante ao sistema de suspensão com amortecedor MR submetido a uma tensão elétrica nula ($v = 0 \text{ V}$), para o intervalo de frequência de 8 a 30 Hz .

A partir dos resultados apresentados, procede-se então à fase de construção e implementação numérica do controlador FEB (*Frequency Estimation Based*) a ser aplicado no controle semi-ativo do sistema dinâmico descrito pela equação (88).

4.7 CONTROLE BASEADO NA ESTIMAÇÃO EM FREQUÊNCIA (FEB)

Para o controlador FEB (*Frequency Estimation Based*) o princípio de funcionamento baseia-se na seleção de um coeficiente de amortecimento alto ou baixo aplicado em cada tempo de amostragem a fim de atingir uma condução confortável ou uma adequada aderência do pneu à pista, de acordo com a frequência do perfil da pista. Segundo Lozoya-Santos et al. (2013), o algoritmo de controle FEB é dado por:

$$v = \begin{cases} v_1, & 0 < \hat{f}_w \leq f_1 \\ v_2, & f_1 < \hat{f}_w \leq f_2 \\ v_3, & f_2 < \hat{f}_w \leq f_3 \\ v_4, & f_3 < \hat{f}_w \leq f_4, \end{cases}$$

$$\hat{f}_w = \frac{w_{rms}}{2 \pi z_{rms}}. \quad (103)$$

sendo z_{rms} e w_{rms} o valor *rms* do deslocamento e da velocidade da pista.

O projeto do controlador FEB consiste no atendimento de três passos principais: a) determinação das frequências que apresentam as máximas amplitudes para as repostas em frequência referentes ao modelo de 1/4 de veículo; b) definição dos limites dos intervalos de frequência, de acordo com os objetivos do controle; c) definição dos valores de tensão elétrica para cada intervalo de frequência.

O primeiro passo é determinar as frequências que apresentam as máximas amplitudes para o modelo de 1/4 de veículo ($f_{m_{fr}}$ e f_{m_1}), de acordo com as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{def}}$.

O segundo passo é a definição dos intervalos de frequência baseado em $f_{m_{fr}}$ e f_{m_1} . Para altos valores de tensão elétrica, mantém-se o conforto e baixa aceleração vertical da massa suspensa. Baixas variações de aderência à pista na deflexão do pneu, figuras 42 e 43, são observadas nas frequências de máxima amplitude referentes à massa suspensa m_{fr} e a massa não-suspensa m_1 , respectivamente.

Assim, os limites de cada intervalo de frequência da equação (103) pode ser definido com base nas frequências que apresentam maiores amplitudes $f_{m_{fr}}$ e f_{m_1} , obtidas a partir dos gráficos das figuras 42 e 43. As equações que definem estes limites foram modificadas de Lozoya-Santos et al. (2013), visto que bandas de frequências mais largas apresentaram resultados melhores para este caso, logo as equações são dadas por:

$$f_1 = f_{m_{fr}} + \frac{f_{m_{fr}}}{6}, \quad f_2 = f_{m_1} - \frac{f_{m_1}}{6}, \quad f_3 = f_{m_1} + \frac{f_{m_1}}{2} \quad e \quad f_4 = 30Hz. \quad (104)$$

Finalmente, considerando simultaneamente os índices de desempenho (conforto na condução e aderência do pneu à pista), o sistema de controle é escolhido com maior coeficiente de amortecimento ($v = 2 V$), nos intervalos de largura de banda que contêm as frequências que apresentam as máximas amplitudes, e coeficiente de amortecimento menor ($v = 0 V$) nos intervalos restantes, de acordo com as respostas em frequência apresentadas nas figuras 42 e 43.

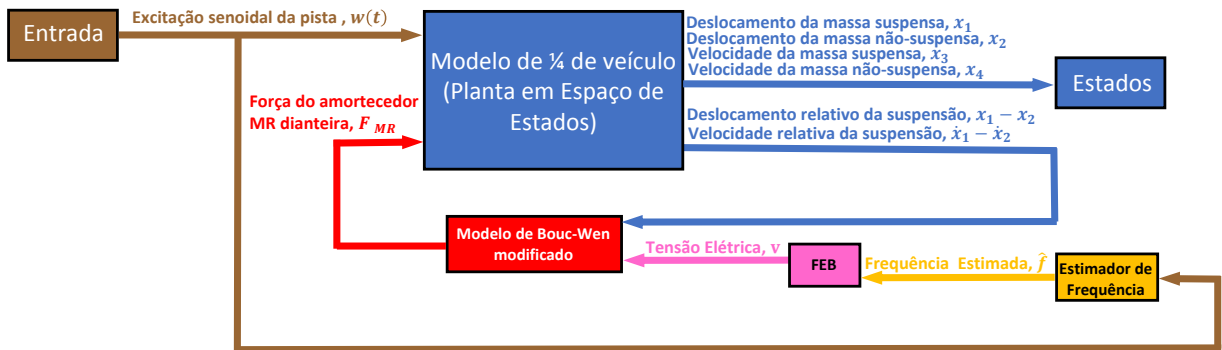
A partir das frequências de máxima amplitude $f_{m_{fr}}$ e f_{m_1} , calcula-se os intervalos de frequências para o controlador FEB, através da equação (103). A tabela 5 apresenta as frequências de máxima amplitude $f_{m_{fr}}$ e f_{m_1} e os intervalos de frequências para o controlador FEB.

Tabela 5- Projeto do controlador FEB (Extremidade dianteira).

	$f_{m_{fr}}$	f_{m_1}	$0 - f_1$	$f_1 - f_2$	$f_2 - f_3$	$f_3 - f_4$
Dianteira	1,859 Hz	12,51 Hz	0 - 2,16 Hz	2,16 - 10,42 Hz	10,42 - 18,77 Hz	18,77 - 30 Hz
Tensão elétrica (V)			2 (Conforto)	0	2 (Aderência)	0

Da mesma forma, como exposto nas seções anteriores, para verificar a eficiência do controlador FEB proposto, considera-se o diagrama de blocos do sistema em malha fechada conforme ilustra a figura 51.

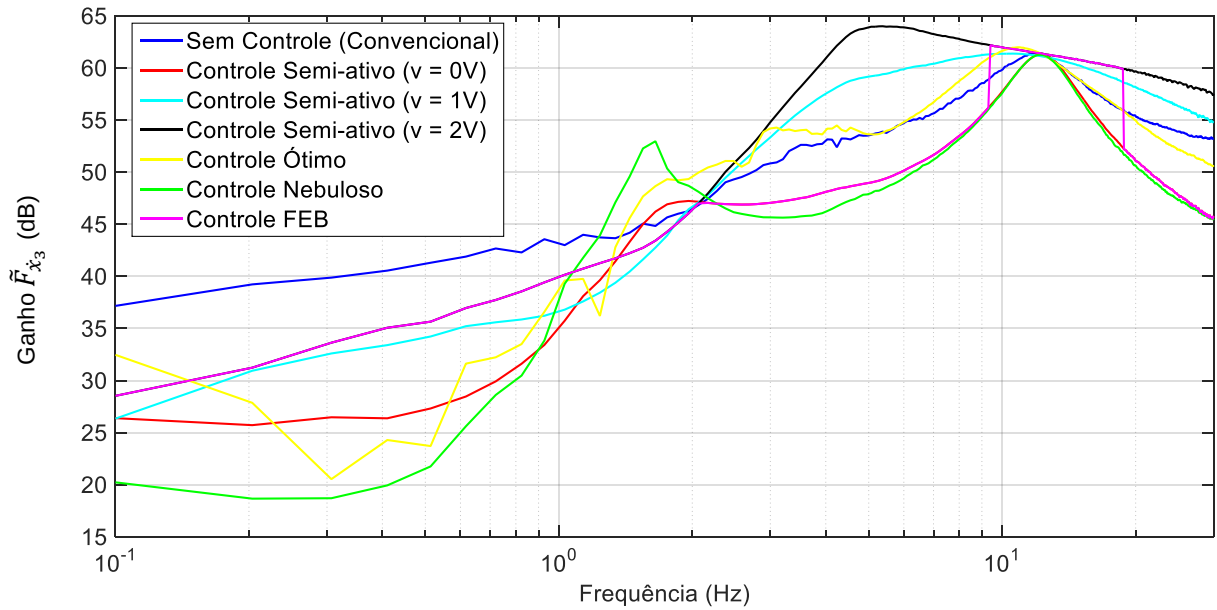
Figura 51- Diagrama de blocos do sistema de controle FEB com amortecedor MR.



Fonte: Próprio Autor

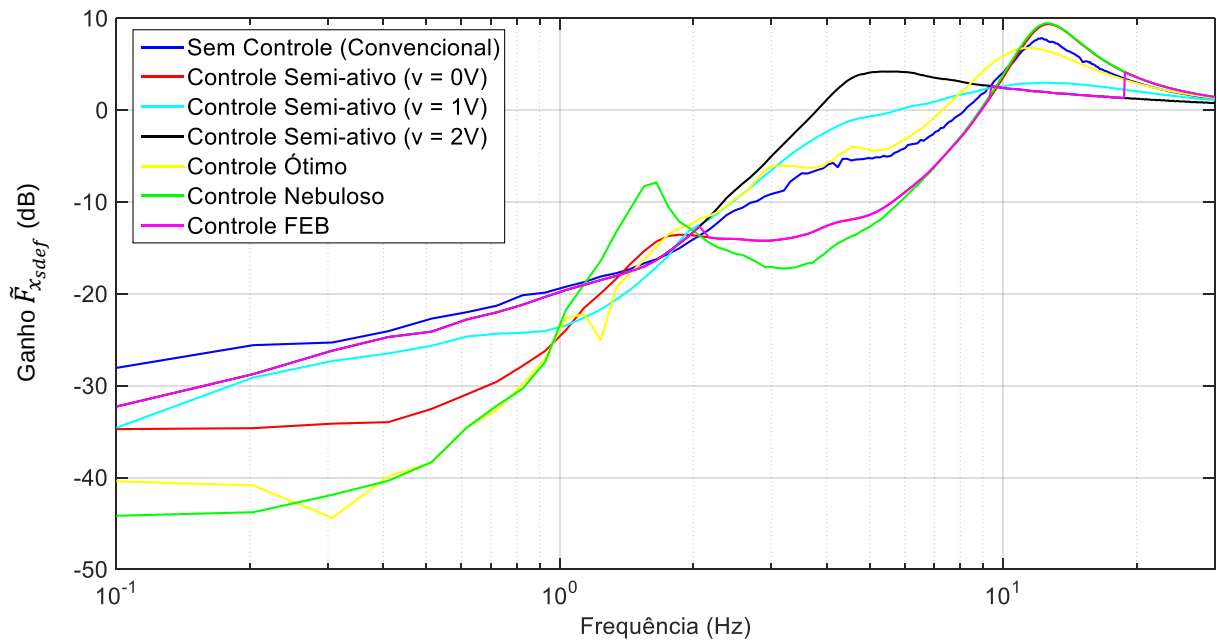
As figuras 52 e 53 apresentam, respectivamente, as respostas em frequência dos ganhos $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef}}$, para o sistema de suspensão convencional, com controles: semi-ativo ($v = 0 V$, $v = 1 V$ e $v = 2 V$), ótimo, nebuloso e FEB.

Figura 52- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ com o sistema de controle FEB.



Fonte: Próprio Autor

Figura 53- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef}}$ com o sistema de controle FEB.

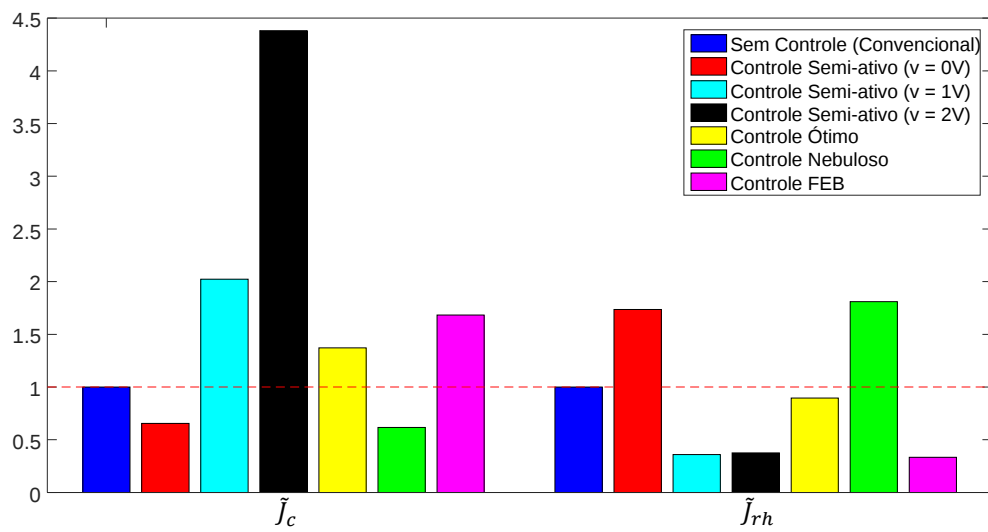


Fonte: Próprio Autor

Pela análise das figuras 52 e 53, nota-se que o sistema de controle FEB apresenta uma forte atenuação nos pontos de maiores amplitudes, porém para o ganho $\tilde{F}_{\dot{x}_3}$ no intervalo de frequência que apresenta o segundo pico não é possível observar essa atenuação.

Com base nos resultados apresentados nas figuras 52 e 53, calcula-se os índices de desempenho $\tilde{J}_c$ e $\tilde{J}_{rh}$, através das equações (91) e (92), considerando como coeficiente de amortecimento nominal, o sistema de suspensão com o amortecedor convencional. A figura 54 apresenta a comparação entre os controladores propostos para os critérios de conforto - $\tilde{J}_c$ (histograma à esquerda) e de aderência do pneu à pista $\tilde{J}_{rh}$ (histograma à direita).

Figura 54- Comparação dos índices de desempenho para diferentes sistemas de controle. Critérios de conforto - $\tilde{J}_c$ (conjunto de histograma à esquerda) e de aderência à pista $\tilde{J}_{rh}$ (conjunto de histograma à direita).



Fonte: Próprio Autor

A partir da análise da figura 54 e para uma suspensão com um coeficiente de amortecimento maior (com $v = 2 V$), o critério de conforto ($\tilde{J}_c$) é maior que 1 e o carro é considerado "desconfortável", ou pelo menos apresenta uma maior susceptibilidade à transmissão de vibrações que o modelo de suspensão convencional. Já o critério de aderência à pista ($\tilde{J}_{rh}$) é visualmente inferior a 1 e proporciona melhores propriedades de aderência do pneu à pista em relação à suspensão convencional. Por outro lado, quando se considera uma suspensão com um coeficiente de amortecimento menor ($v = 0 V$), o critério de conforto ($\tilde{J}_c$) é inferior a 1 e o automóvel é considerado "confortável", enquanto o critério de aderência do pneu à pista ($\tilde{J}_{rh}$) é superior a 1 e apresenta menor aderência do pneu à pista em relação à suspensão convencional.

Observa-se, ainda, que o sistema de controle FEB apresenta resultados bastante otimistas em relação à minimização dos critérios de conforto - $\tilde{J}_c$ e de aderência do pneu à pista $\tilde{J}_{rh}$, caracterizando-se, para o caso estudado, como uma alternativa eficiente em comparação com as outras estratégias de controle propostas.

Visando uma possível implementação experimental, outro benefício verificado no sistema de controle FEB é a economia de sensores, uma vez que necessita de apenas 1 (por exemplo: posição da massa não-suspensa) em sua aplicação. Já os sistemas de controle ótimo e nebuloso necessitam, respectivamente, de 5 sensores (2 de posição e 2 de velocidade das massas suspensa e não-suspensa e 1 de força) e 3 sensores (1 de velocidade e 1 de aceleração da massa suspensa e 1 de força).

Uma vez apresentados os resultados auferidos pelos controladores com relação ao desempenho frente ao modelo com coeficiente de amortecimento nominal, a próxima etapa busca a verificação do desempenho dos controladores apresentados nas Seções 4.4 a 4.7 quando aplicados ao modelo não-linear do veículo.

5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo, as estratégias de controle, apresentadas no Capítulo 4, Seções 4.4 a 4.7, são aplicadas ao modelo não-linear do veículo, e um conjunto de simulações numéricas são realizadas a fim de avaliar o desempenho dos controladores propostos por meio das técnicas apresentadas no Capítulo 4, Seções 4.2.1 e 4.2.2. Os resultados destas simulações são discutidos no final deste capítulo.

5.1 PARÂMETROS DO VEÍCULO

O veículo adotado para as simulações é um veículo mini do tipo *A-class* do segmento A, de acordo com a classificação dada pela comissão da União Europeia. Tal escolha está de acordo com a magnitude da força de amortecimento gerada pelo amortecedor MR, observando o comportamento do veículo quando o amortecedor está submetido à uma tensão de alimentação ($v = 0\text{ V}$). Se a suspensão possui alto coeficiente de amortecimento nesta condição de operação, o veículo avaliado não é adequado, pois a suspensão deve apresentar um baixo coeficiente de amortecimento.

Os valores dos parâmetros físicos e geométricos adotados para o veículo estão dispostos na tabela 6. Para os pneus, são considerados pneus do tipo 175/70 R13 e os valores dos parâmetros do modelo do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*) encontram-se no Apêndice A.

Tabela 6- Parâmetros físicos e geométricos de um veículo do tipo *A-class*.

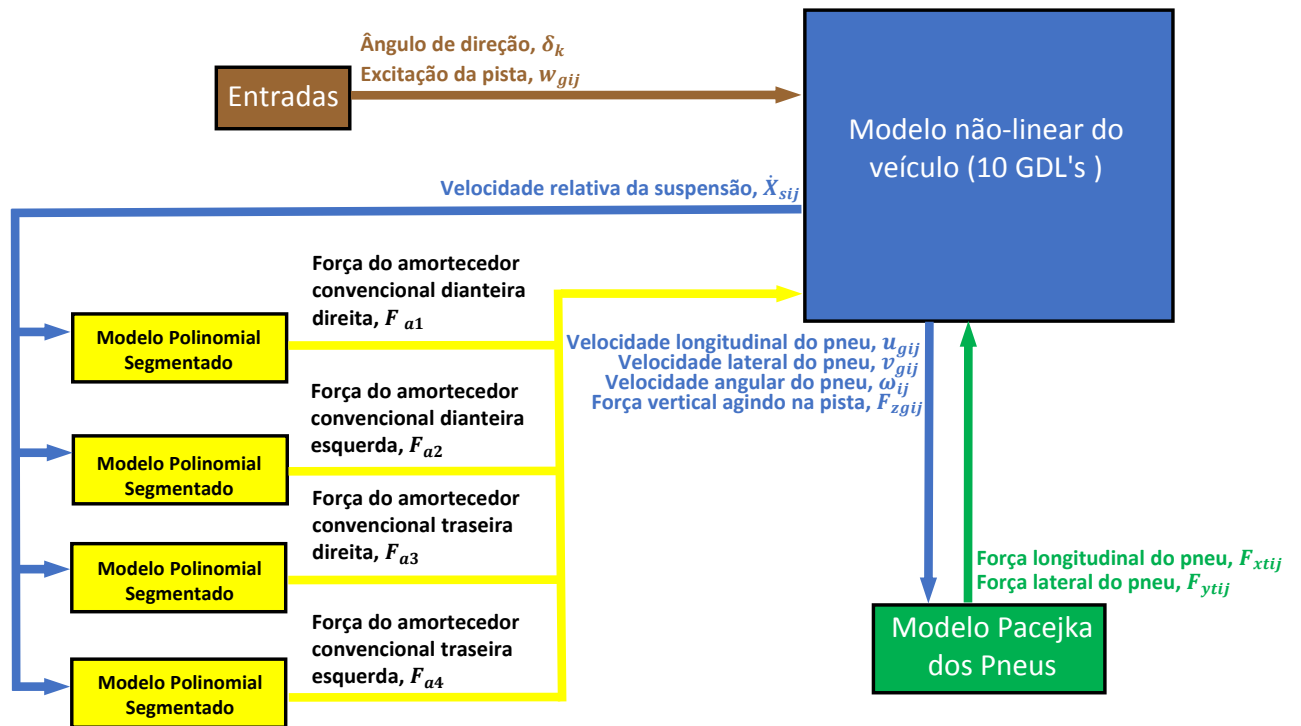
Parâmetros do Veículo A-class
Massa suspensa $m = 750 \text{ kg}$
Momento de inércia Longitudinal da massa suspensa $I_x = 270 \text{ kgm}^2$
Momento de inércia Lateral da massa suspensa $I_y = 750 \text{ kgm}^2$
Momento de inércia Vertical da massa suspensa $I_z = 750 \text{ kgm}^2$
Distância do c.g. da massa suspensa até eixo dianteiro $x_f = 1,1 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até o eixo traseiro $x_r = 1,25 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado esquerdo dianteiro $y_{fl} = 0,7075 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado direito dianteiro $y_{fr} = 0,7075 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado esquerdo traseiro $y_{rl} = 0,6875 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até lado direito traseiro $y_{rr} = 0,6875 \text{ m}$
Distância do c.g. da massa suspensa até a pista $h = 0,540 \text{ m}$
Massa não-suspensa dianteira $m_1 = m_2 = 41,5 \text{ kg}$
Massa não-suspensa traseira $m_3 = m_4 = 41,5 \text{ kg}$
Rigidez da suspensão dianteira $K_{s1} = K_{s2} = 18 \text{ kN/m}$
Rigidez da suspensão traseira $K_{s3} = K_{s4} = 18 \text{ kN/m}$
Rigidez do pneu dianteiro $K_{t1} = K_{t2} = 230 \text{ kN/m}$
Rigidez do pneu traseiro $K_{t3} = K_{t4} = 230 \text{ kN/m}$
Camber dianteiro = $-0,5^\circ$
Camber traseiro = 0°
Raio do pneu nominal $r_0 = 0,298 \text{ m}$

5.2 ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS CONTROLADORES

Para a aplicação dos controladores, apresentados no Capítulo 4, Seções 4.4 a 4.7, no modelo não-linear do veículo, torna-se necessário conhecer o deslocamento z_{sij} , a velocidade w_{sij} e a aceleração vertical $\dot{w}_{sij}$ na direção z em cada extremidade do veículo, sendo que o subscrito " ij " denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr) e traseira esquerda (rl).

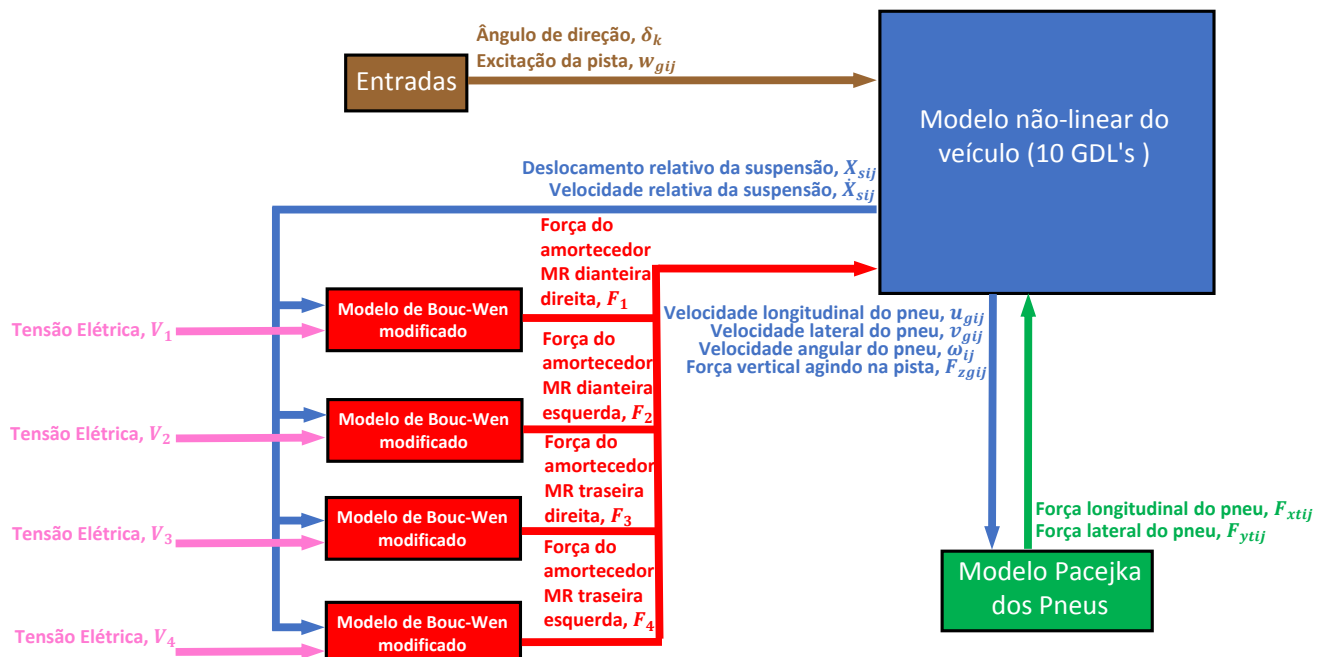
A fim de realizar um conjunto de simulações associadas ao sistema de suspensão com amortecedor convencional e a cada controlador apresentado no Capítulo 4, Seções 4.4 a 4.7, foram construídos os diagramas de blocos ilustrados pelas figuras 55 a 59, que dizem respeito ao sistema de suspensão com amortecedor convencional, aos controladores: semi-ativo com amortecedor MR ($v = 0 \text{ V}$, $v = 1 \text{ V}$ e $v = 2 \text{ V}$), ótimo, nebuloso e FEB.

Figura 55- Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores convencionais.



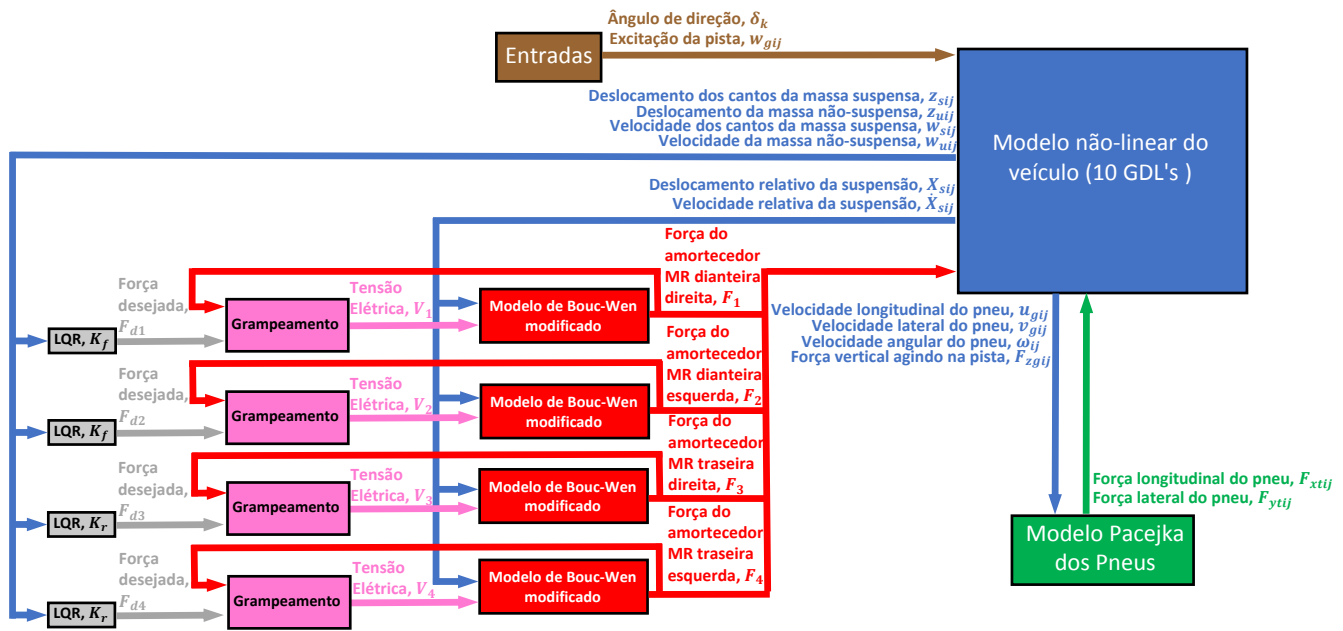
Fonte: Próprio Autor

Figura 56- Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle semi-ativo.



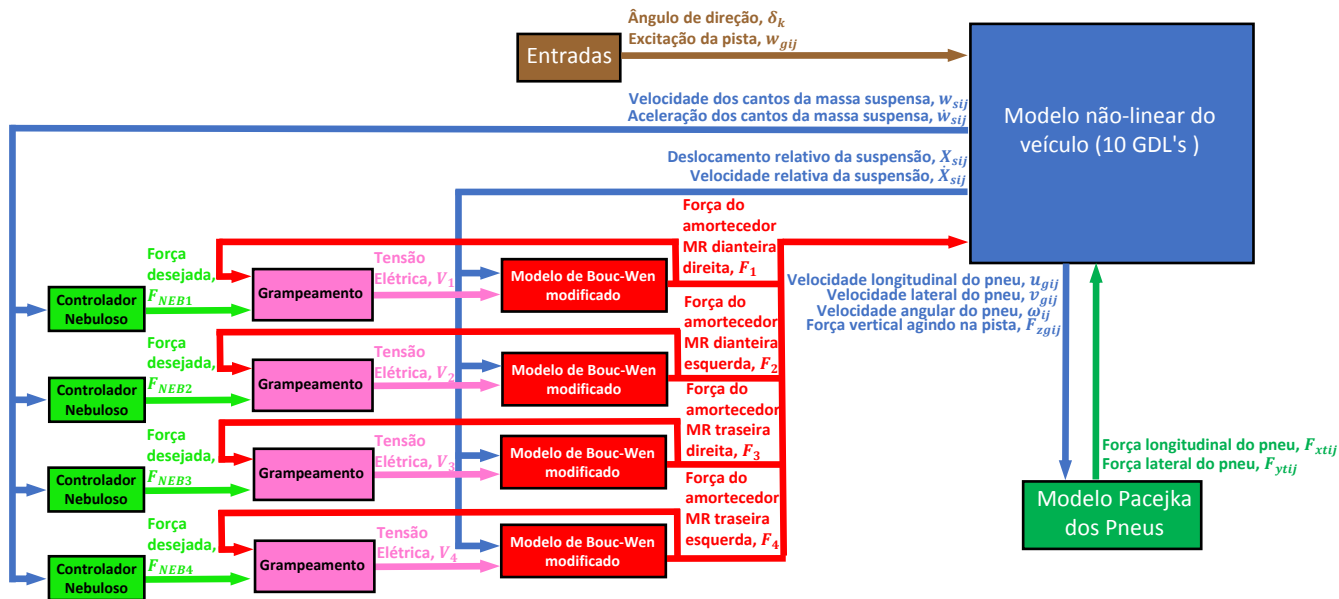
Fonte: Próprio Autor

Figura 57- Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle ótimo.



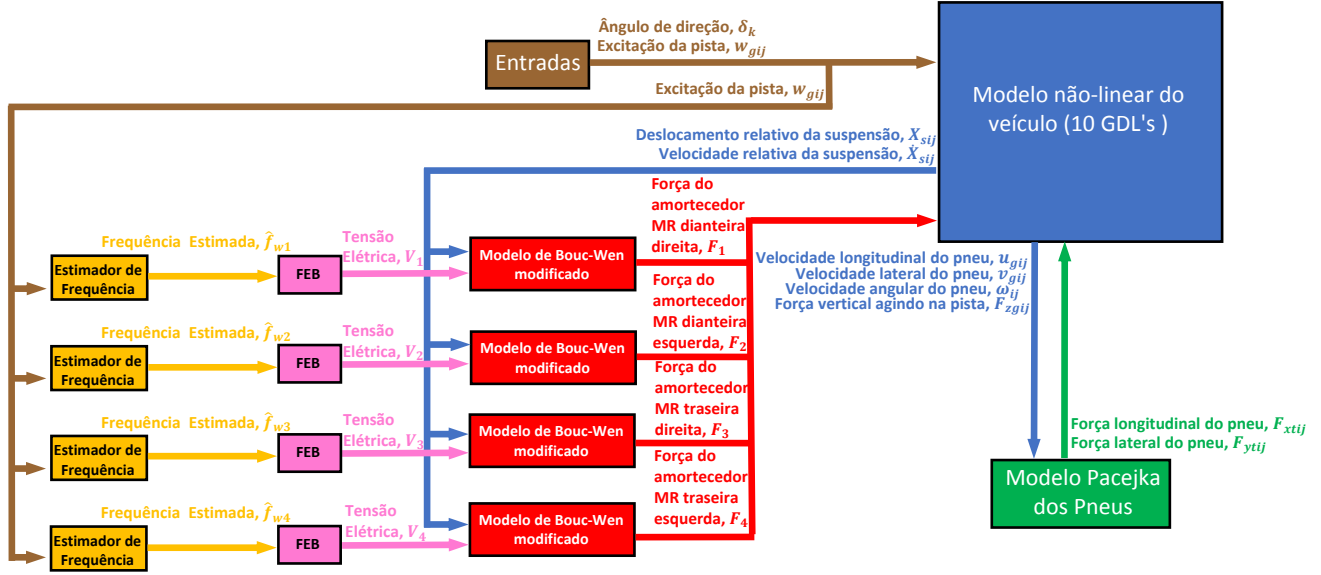
Fonte: Próprio Autor

Figura 58- Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle nebuloso.



Fonte: Próprio Autor

Figura 59- Diagrama de blocos representando o modelo não-linear do veículo dotado de amortecedores MR com controle FEB.



Fonte: Próprio Autor

Neste caso os controladores ótimo e FEB devem ser projetados para a extremidade traseira do veículo do tipo *A-class*. Os valores das matrizes Q e R são iguais aos apresentados na equação (97), e as frequências f_{mrr} e f_{m3} , que apresentam os maiores picos para o modelo de 1/4 de veículo, são obtidas de acordo com as respostas em frequência para a extremidade traseira.

Assim, o vetor de ganho ótimo K_r é obtido resolvendo a equação de Riccati em (96) e, substituindo em (95) e os limites dos intervalos de frequências do controlador FEB para a extremidade traseira, são calculados pela equação (104) que resultam em:

$$K_r = [-1,8338 \times 10^{-10} \quad 29469,51 \quad -44730,41 \quad 112,90] \quad (105)$$

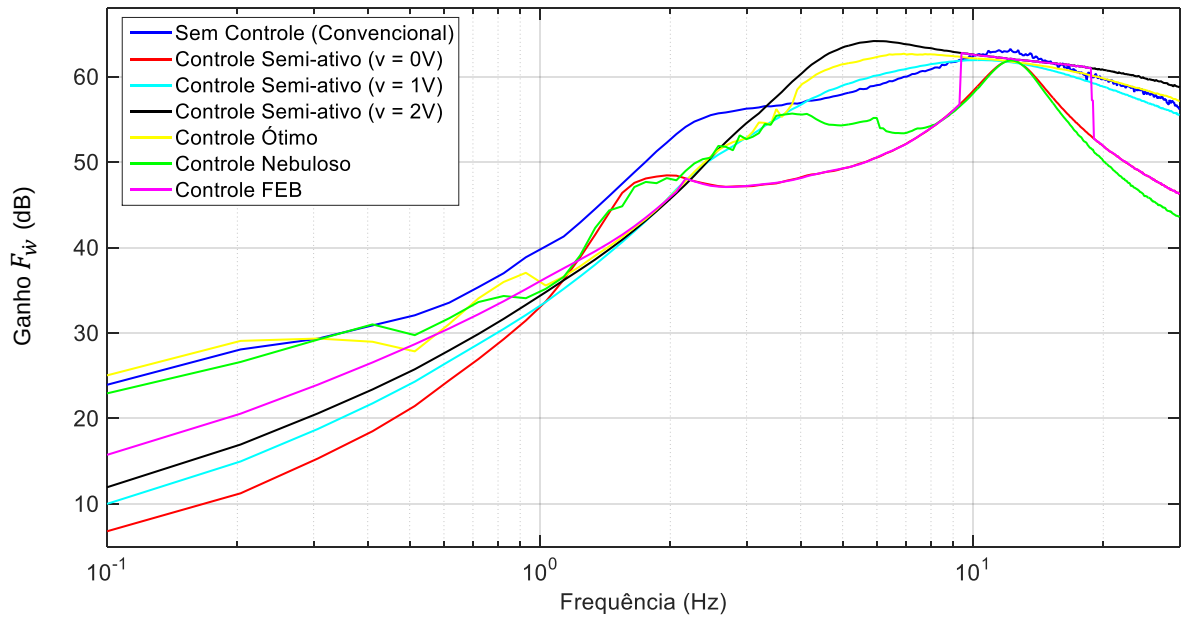
Tabela 7- Projeto do controlador FEB (Extremidade traseira).

	f_{mrr}	f_{m3}	$0 - f_1$	$f_1 - f_2$	$f_2 - f_3$	$f_3 - f_4$
Traseira	2,06 Hz	12,62 Hz	0 - 2,4 Hz	2,4 - 10,51 Hz	10,51 - 18,93 Hz	18,93 - 30 Hz
Tensão elétrica (V)	2		0		2	
	(Conforto)		(Aderência)		0	

Nesta etapa, busca-se avaliar o desempenho dos controladores propostos quando o sistema descrito pelo conjunto de equações diferenciais (58) a (61) e (68) a (73), que descrevem o movimento espacial de um veículo rígido, são submetidas a uma perturbação senoidal, dada pelo algoritmo *Single Frequency*, aplicada a cada roda do veículo (w_{gfr} , w_{gfl} , w_{grr} e w_{grl}) com condições iniciais nulas e sem movimentos nas direções longitudinal e transversal $u = 0 \text{ km/h}$, $v = 0 \text{ km/h}$ e $\psi = 0^\circ$.

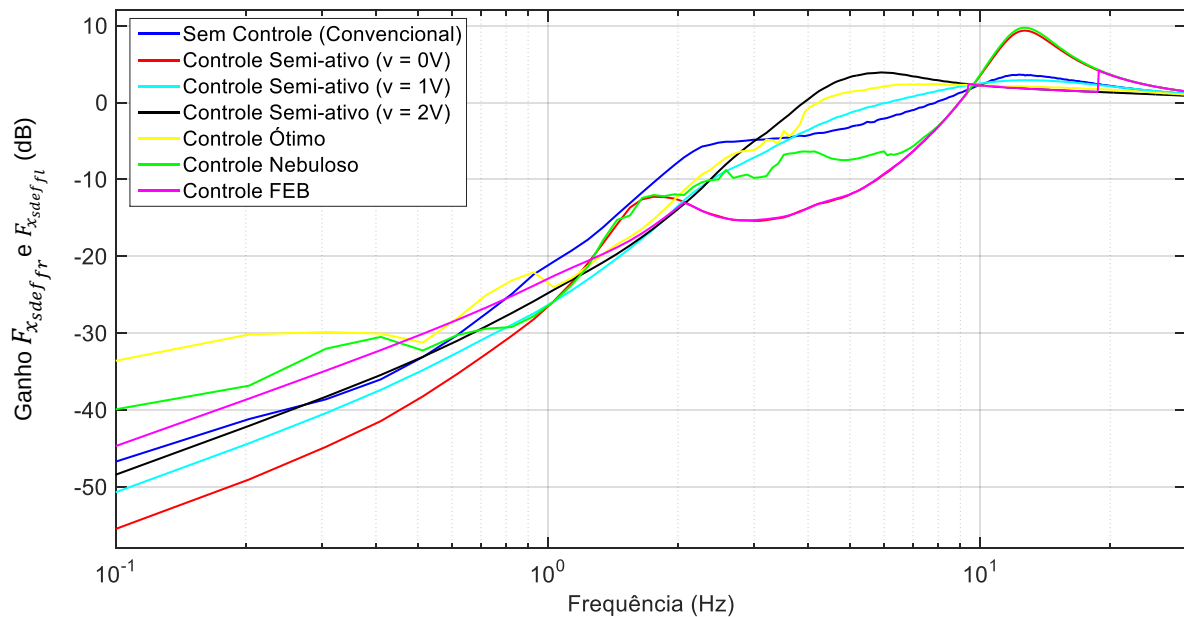
As respostas em frequência dos ganhos relacionados à aceleração da massa suspensa ($\tilde{F}_{\dot{w}}$) e à deflexão dos pneus ($\tilde{F}_{x_{sdef_{fr}}}$, $\tilde{F}_{x_{sdef_{fl}}}$, $\tilde{F}_{x_{sdef_{rr}}}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef_{rl}}}$) são apresentadas nas figuras 60 a 62. Assim, os sistemas de suspensão convencional e com controles: semi-ativo ($v = 0\text{ V}$, $v = 1\text{ V}$ e $v = 2\text{ V}$), ótimo, nebuloso e FEB, são então comparados.

Figura 60- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{\dot{w}}$ para as estratégias de controle apresentadas.



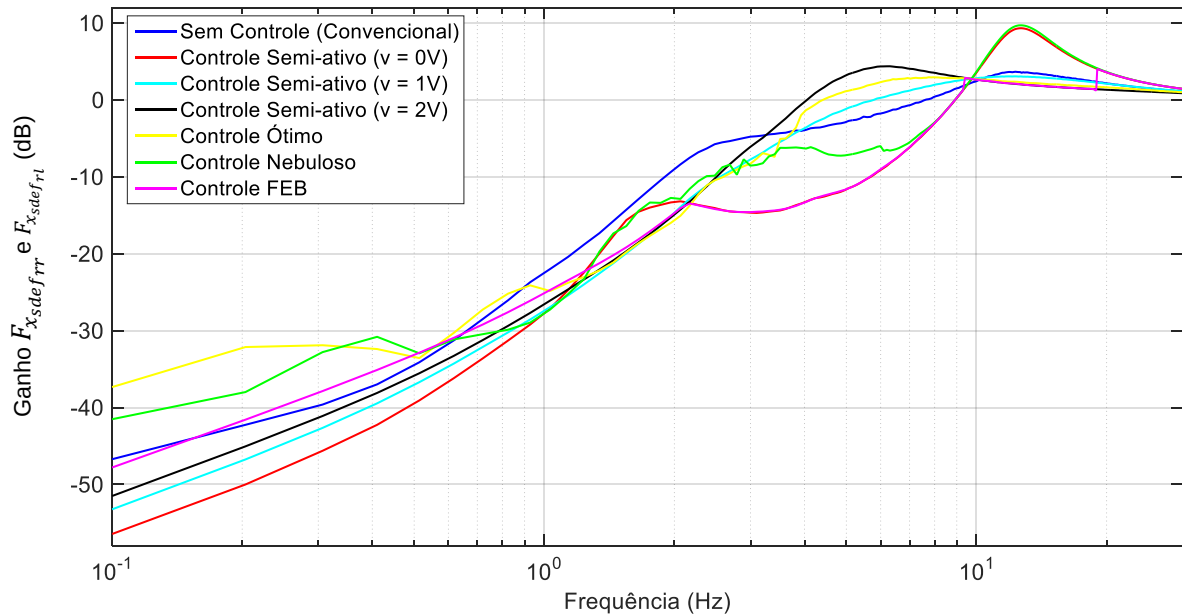
Fonte: Próprio Autor

Figura 61- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdef_{fr}}}$ e $\tilde{F}_{x_{sdef_{fl}}}$ (extremidade dianteira) para as estratégias de controle apresentadas.



Fonte: Próprio Autor

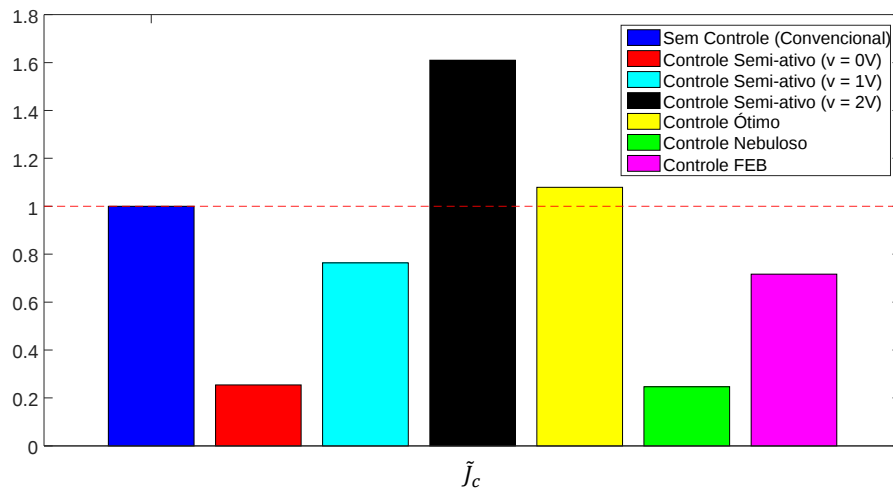
Figura 62- Comparação da resposta em frequência de $\tilde{F}_{x_{sdefrr}}$ e $\tilde{F}_{x_{sdefrl}}$ (extremidade traseira) para as estratégias de controle apresentadas.



Fonte: Próprio Autor

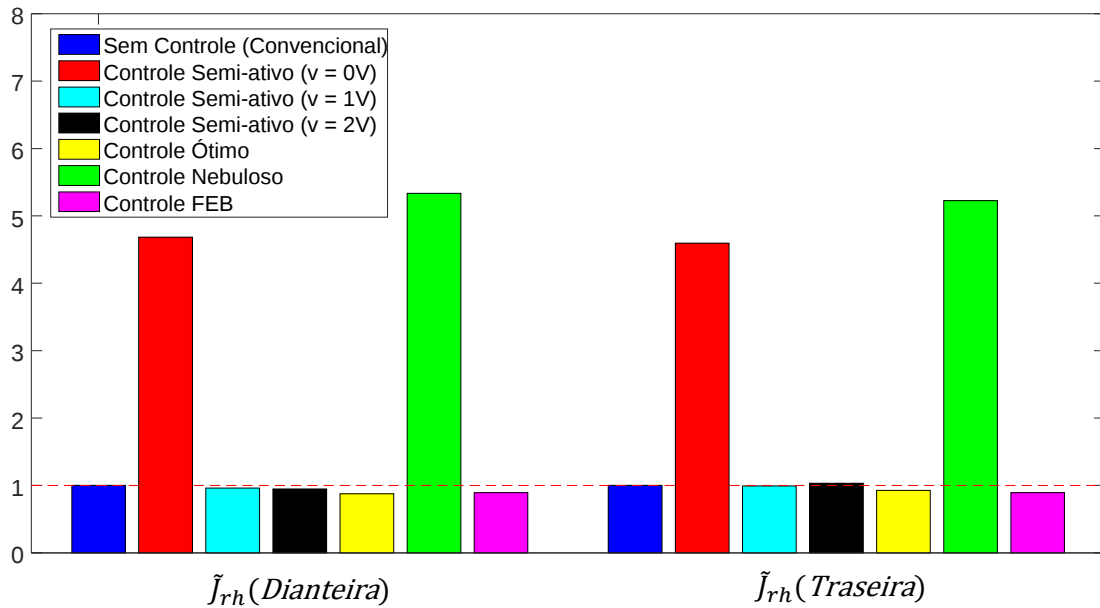
A partir dos resultados apresentados nas figuras 60 a 62, os índices de desempenho $\tilde{J}_c$ e $\tilde{J}_{rh}$ (extremidade dianteira e traseira) são computados através das equações (91) e (92), considerando o valor nominal referente ao sistema de suspensão com o amortecedor convencional. As figuras 63 e 64 apresentam a comparação entre os controladores propostos nas seções anteriores, através dos critérios de conforto - $\tilde{J}_c$ e de aderência à pista $\tilde{J}_{rh}$ (*dianteira*) - histograma à esquerda e $\tilde{J}_{rh}$ (*traseira*) - histograma à direita.

Figura 63- Comparação dos índices de desempenho $\tilde{J}_c$ (Critério de conforto) para diferentes sistemas de controle.



Fonte: Próprio Autor

Figura 64- Comparação dos índices de desempenho para diferentes sistemas de controle. Critérios de aderência à pista - $\tilde{J}_{rh}$ (*dianteira*) (histograma à esquerda) e $\tilde{J}_{rh}$ (*traseira*) (histograma à direita).



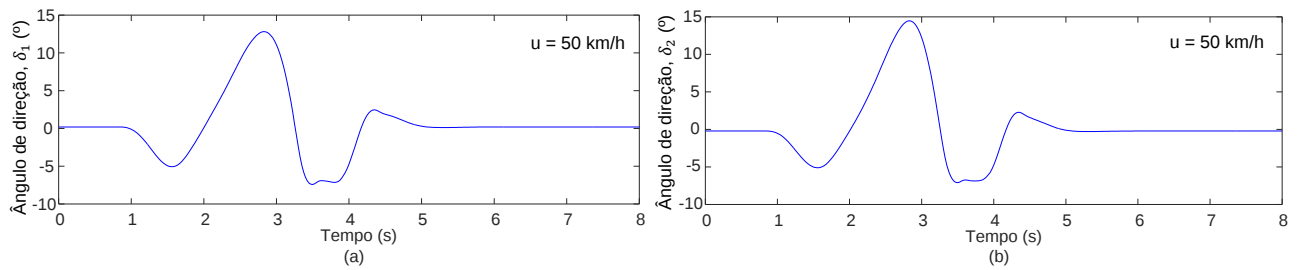
Fonte: Próprio Autor

Como resultado da análise dos gráficos das figuras 63 e 64, verifica-se que o sistema de controle semi-ativo ($v = 1 V$) apresenta uma melhora em torno de 20 % para o índice de desempenho conforto na condução do veículo $\tilde{J}_c$, já os índices de desempenho aderência do pneu à pista $\tilde{J}_{rh}$ (*dianteira*) e $\tilde{J}_{rh}$ (*traseira*) percebeu uma melhora em torno de 1 e 4 % respectivamente. O sistema de controle FEB apresenta a maior minimização e o melhor compromisso entre os índices de desempenho analisados $\tilde{J}_c$, $\tilde{J}_{rh}$ (*dianteira*) e $\tilde{J}_{rh}$ (*traseira*).

Numa etapa final de análise, realiza-se o teste de mudança de pista dupla (*DLC* - *Double Lane Change*), que simula uma manobra de emergência e visa verificar a dirigibilidade e estabilidade do veículo no período transiente. O teste é comumente adotado porque se correlaciona bem com o fato de que quanto mais controlável e seguro for um veículo quando, ao ser submetido aos seus limites de dirigibilidade, mais chances os ocupantes do veículo têm de evitar um acidente nas situações em que um objeto encontra-se no caminho. A dinâmica do veículo nesta situação pode impedir o controle e resultar em capotamento ou um impacto com algum objeto.

As simulações numéricas são realizadas para o teste *DLC* à uma velocidade longitudinal constante (u) de 50 *km/h*. A manobra é realizada no período de tempo de $t = 1$ a 5 *s*, ângulos de direção das rodas dianteiras descritos conforme ilustra a figura 65 e um tempo de simulação de 8 segundos.

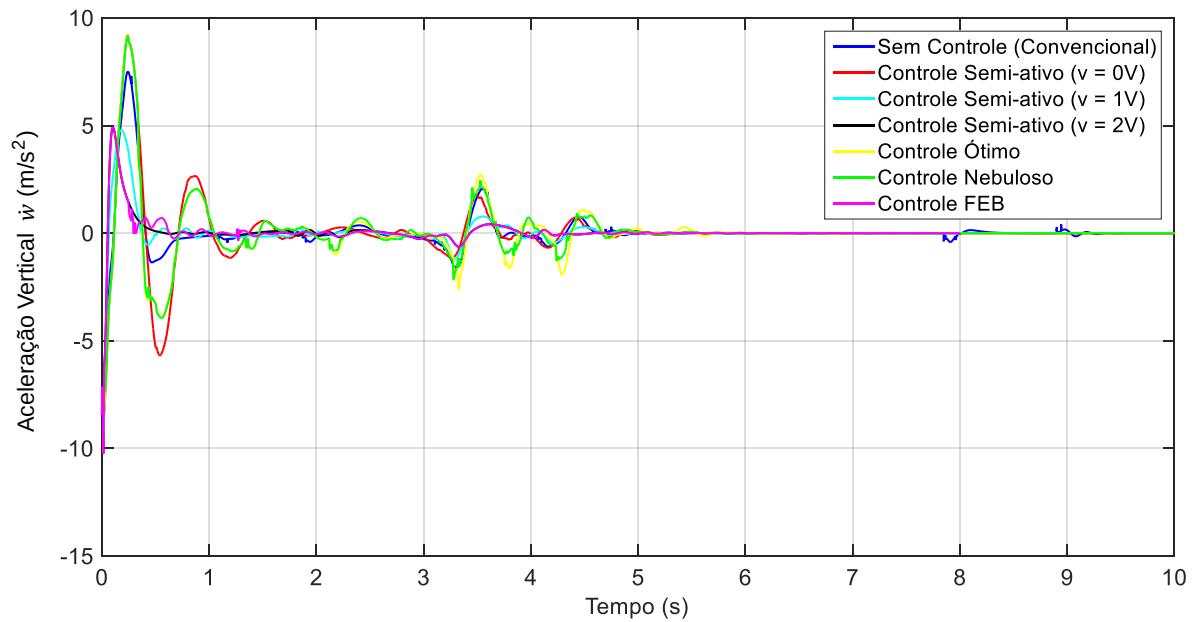
Figura 65- Velocidade longitudinal $u = 50 \text{ km/h}$: (a) Ângulo de direção δ_1 e (b) Ângulo de direção δ_2 .



Fonte: Próprio Autor

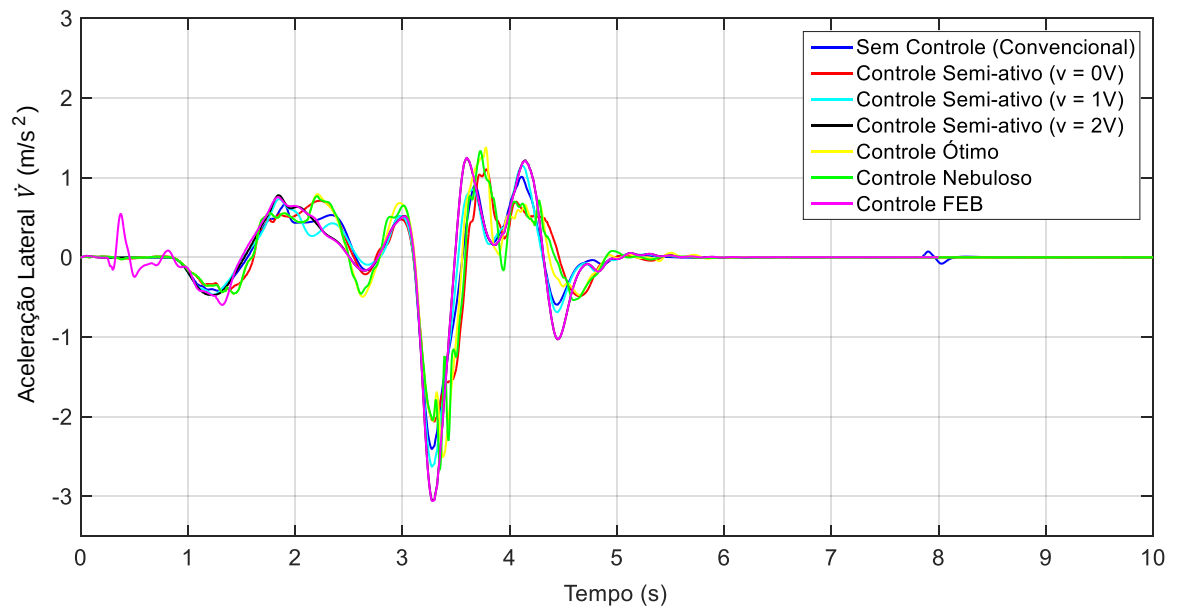
As respostas no domínio do tempo da aceleração vertical da massa suspensa ($\dot{w}$), da aceleração lateral da massa suspensa ($\dot{v}$), da velocidade angular $\dot{\varphi}$ e do ângulo de rolagem φ , são apresentadas nas figuras 66 a 69, respectivamente.

Figura 66- Comparação das acelerações verticais da massa suspensa ($\dot{w}$) no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas.



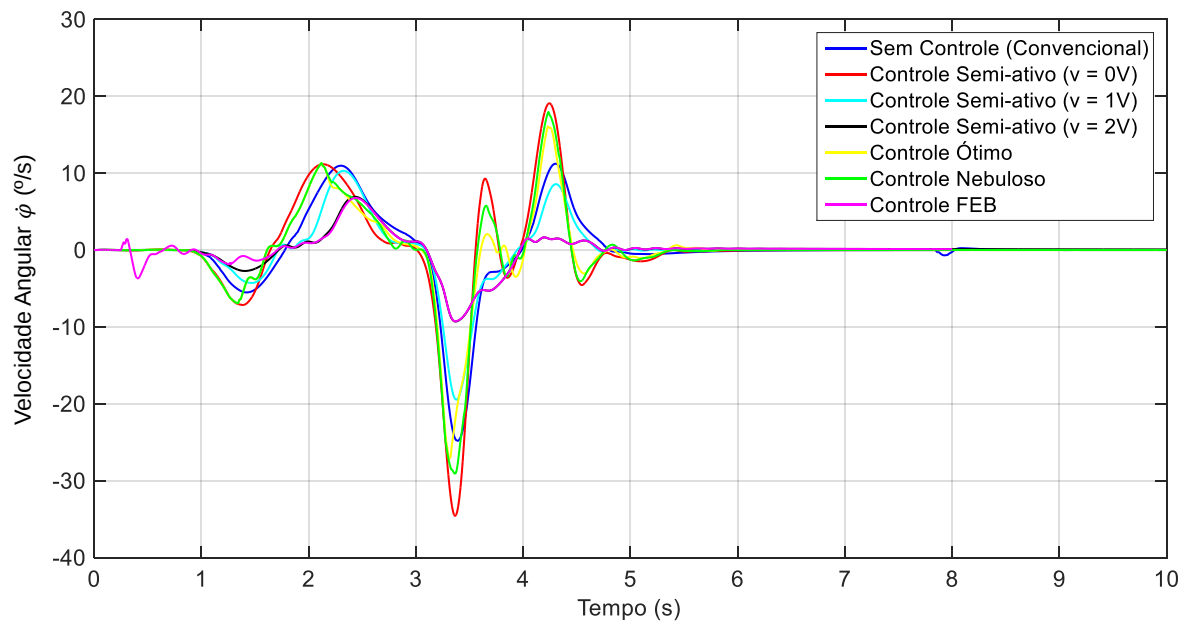
Fonte: Próprio Autor

Figura 67- Comparação das acelerações laterais da massa suspensa ($\dot{v}$) no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas.



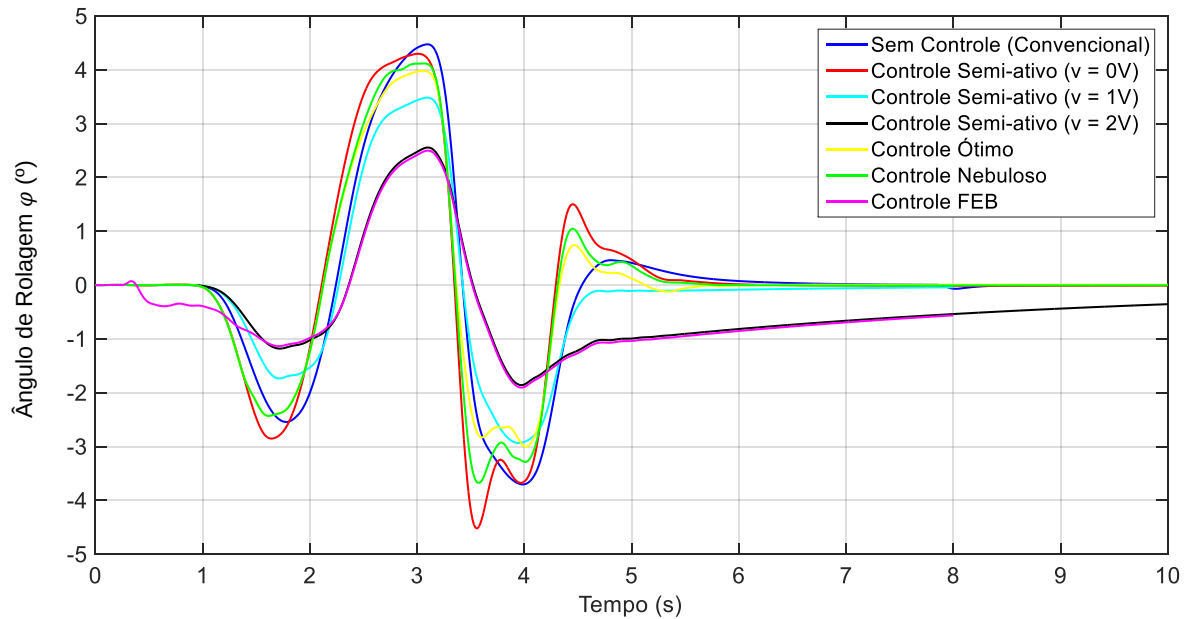
Fonte: Próprio Autor

Figura 68- Comparação das velocidades angulares $\dot{\phi}$ no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas



Fonte: Próprio Autor

Figura 69- Comparação dos ângulos de rolagem φ no domínio do tempo para as estratégias de controle apresentadas



Fonte: Próprio Autor

A partir da análise da figura 66, observa-se que os sistemas de controle semi-ativo ($v = 0 \text{ V}$), ótimo e nebuloso não conseguem atenuar, de maneira rápida, as oscilações do sistema dinâmico (que apresenta elevados níveis de aceleração vertical da massa suspensa). Já, com os controles: semi-ativo ($v = 1 \text{ V}$ e $v = 2 \text{ V}$), FEB e convencional, percebe-se forte atenuação das oscilações do sistema e uma diminuição nos níveis de aceleração vertical da massa suspensa.

A figura 67 mostra a resposta temporal da aceleração lateral da massa suspensa, onde se observa que o sistema convencional e com controles semi-ativo ($v = 0 \text{ V}$ e $v = 1 \text{ V}$) apresentam os menores níveis de amplitude, resultando em melhor aderência do pneu à pista.

Pela análise dos gráficos mostrados pelas figuras 67 e 68, nota-se que com os sistemas de controle semi-ativo ($v = 0 \text{ V}$), ótimo e nebuloso, o veículo apresenta muitas oscilações. Já para o sistema de controle semi-ativo ($v = 1 \text{ V}$) e convencional, o veículo apresenta uma atenuação nas oscilações, mas não consegue minimizar o ângulo de rolagem. Já para os sistemas de controle semi-ativo ($v = 2 \text{ V}$) e FEB, o veículo apresenta uma forte atenuação nas oscilações e uma minimização no ângulo de rolagem.

A partir dos resultados apresentados nas figuras 66 a 69, tem-se a tabela 8, onde são comparados os níveis de área retificada dos sinais de $\dot{w}$, $\dot{v}$, $\dot{\phi}$, φ e v , dados pela equação (106), sendo t_{max} o tempo total do sinal $x(t)$ e AR é a área retificada do sinal.

$$AR = \int_0^{t_{max}} |x(t)| dt \quad (106)$$

Tabela 8- Valores da área retificada de $\dot{w}$, $\dot{v}$, $\dot{\phi}$, φ e v .

Condição	$\dot{w}(m/s^2)$	$\dot{v}(m/s^2)$	$\dot{\phi}(^\circ/s)$	$\varphi(^\circ)$	$v(V)$
Sem Controle (Convencional)	3,4549	1,9146	22,5116	8,5805	—
Controle Semi-ativo ($v = 0 V$)	5,3536	2,0661	27,2546	9,4022	0
Controle Semi-ativo ($v = 1 V$)	2,1160	1,9485	16,3224	6,6844	8
Controle Semi-ativo ($v = 2 V$)	1,5418	2,2369	10,8499	7,9	16
Controle Ótimo	5,6984	2,1953	21,0372	7,6288	1,9670
Controle Nebuloso	5,4361	2,1783	23,4185	8,3369	1,3786
Controle FEB	1,5821	2,3514	10,7722	7,4806	15,5131

Pela análise da tabela 8 e dos gráficos precedentes, nota-se que o sistema com controles FEB e semi-ativo ($v = 2 V$) apresentaram resultados bastante otimistas em relação à minimização das variáveis $\dot{w}$, $\dot{\phi}$ e φ , estas relacionadas ao conforto e estabilidade. Em contrapartida, mostram-se mais dispendiosos em relação a quantidade de energia gasta para a alimentação do amortecedor MR e maiores valores de aceleração lateral $\dot{u}$. Assim, caracterizando-se para o caso estudado, como alternativas eficientes em comparação com as outras estratégias de controle apresentadas.

De uma maneira geral e à luz das simulações realizadas e tendo em vista o propósito de assegurar a estabilidade do veículo e fornecer mais conforto e melhor dirigibilidade, simultaneamente, em qualquer situação de condução, o sistema de controle FEB revela-se bastante eficiente e apresenta melhor condição de equilíbrio entre os índices de desempenho em conforto dos passageiros e aderência do pneu à pista, quando comparados com as demais estratégias de controle apresentadas.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foi apresentado, de forma sistemática e organizada, uma metodologia completa para a modelagem não-linear de um veículo dotado de suspensões com amortecedores magnetoreológicos. A partir do modelo não-linear do veículo desenvolvido, utilizando-se o método de Newton-Euler e dos modelos do amortecedor magnetoreológico de Bouc-Wen modificado e do pneu Pacejka (*MF-Tyre 5.2*). As equações de movimento foram validadas com os resultados fornecidos pelo programa comercial de simulação CARSIM®. Os resultados obtidos comprovaram a eficiência das técnicas de modelagem elaboradas e propiciaram a compreensão da dinâmica veicular envolvendo suspensões dotadas de materiais inteligentes.

Para elaboração dos sistemas de controle: passivo, ótimo, nebuloso e baseado na estimação da frequência (*FEB – frequency estimation based*), foi considerado o modelo de 1/4 de veículo visando diminuir a quantidade de sensores em uma eventual aplicação experimental e avaliar as estratégias de controles propostas, tanto no domínio do tempo quanto da frequência.

O trabalho evoluiu para a investigação numérica dos procedimentos teóricos discutidos. Nesta etapa, duas simulações numéricas foram efetuadas para avaliar a eficiência e a potencialidade dos controladores projetados. Uma no domínio da frequência, utilizando o algoritmo *Single Frequency*, que teve como objetivo avaliar os índices de desempenho: aderência do pneu à pista e conforto dos passageiros na condução do veículo; e outra no domínio do tempo, através do teste de mudança de pista dupla *DLC (Double Lane Change)*, para avaliar a dirigibilidade e estabilidade do veículo no período transiente. Os resultados obtidos permitiram a elaboração das seguintes conclusões:

- *Quanto ao modelo não-linear do veículo*

O modelo não-linear completo do veículo, obtido pelas técnicas de modelagem desenvolvidas, apresentou resultados compatíveis com os exibidos no ambiente CARSIM®. Por não considerar os efeitos aerodinâmicos, a flexibilidade do chassi, a orientação dos suportes da suspensão em relação à massa suspensa, foram observadas pequenas diferenças entre as respostas do modelo não-linear do veículo, quando comparado com o programa comercial utilizado. Apesar disto, o modelo não-linear do veículo

desenvolvido representou, de maneira adequada, o comportamento do veículo na maioria dos casos estudados.

- *Quanto as estratégias de controle*

Neste trabalho foram avaliados três tipos de controladores (ótimo, nebuloso e FEB) e comparados com o sistema de suspensão com controle passivo ($v = 0\text{ V}$, 1 V e 2 V) e com amortecedor convencional. Nas simulações realizadas, pode-se ver que os controladores passivo ($v = 0\text{ V}$) e FEB apresentaram uma boa minimização para o critério de conforto. Similarmente, os controladores passivo ($v = 1\text{ V}$ e 2 V), ótimo e FEB mostram-se eficientes em relação a melhoria do critério de aderência à pista. No entanto, o controlador FEB foi o que apresentou o melhor compromisso para os critérios de conforto e de aderência à pista, enquanto que os outros controladores mostraram uma boa minimização para um critério ao mesmo tempo que degradavam o outro.

O controlador FEB também apresentou resultados bastante otimistas em relação aos critérios de conforto e de aderência do pneu à pista, caracterizando-se deste modo, para os casos estudados, como uma alternativa eficiente em comparação com as outras estratégias de controle propostas. Observa-se, ainda que, para a aplicação experimental do sistema de controle FEB, torna-se necessário a aquisição de 4 sensores (1 de posição fixado em cada suspensão), enquanto que para os sistemas de controle nebuloso e ótimo, há necessidade de se utilizar, respectivamente: 12 sensores (sendo 1 de velocidade e 1 de aceleração e 1 de força fixados em cada canto do veículo) e 20 sensores (2 de posição, 2 de velocidade e 1 de força fixados em cada canto do veículo).

Assim, a despeito do sucesso e da eficiência de toda formulação apresentada, alguns desafios são postos para o futuro, quais sejam:

- incorporação dos efeitos aerodinâmicos e do comportamento não-linear da rigidez da suspensão no modelo matemático do sistema;
- implementação experimental dos controladores propostos em microcontroladores de baixo custo e a realização de testes em malha fechada;

REFERÊNCIAS

- ABREU, G. L. C. M.; MELO, G. P.; LOPES, V. Fuzzy control embedded in microcontroller and applied to an experimental apparatus using magnetorheological fluid damper. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 24, n. 1-2, p. 54-69, 2013.
- AHMADIAN, M.; PARE, C. A. A quarter-car experimental analysis of alternative semiactive control methods. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 11, n. 8, p. 604-612, 2000.
- BAKKER, E.; NYBORG, L.; PACEJKA, H. Tire modeling for use in vehicle dynamics studies. **SAE Paper**, Warrendale, n. 870421, 1987.
- BAKKER, E.; PACEJKA, H.; LIDNER, L. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. **SAE Paper**, Warrendale, n. 890087, 1989.
- BARAK, P. Passive versus active and semi-active suspension from theory to application in north american industry. **SAE Tech. Pap.**, Warrendale, n. 922140, 1992.
- BAYLE, P.; FORISSIER, J.; LAFON, S. A new tyre model for vehicle dynamics simulation. In: AUTOTECHNOLOGIES CONFERENCE AND EXPOSITION, 1993, [S. l.]. **Proceedings...** [S. l.]: Automotive Technology International, 1993. p. 221.
- CHADLI, M.; HAJJAJI, A. E.; RABHI, A. Hinf observer-based robust multiple controller design for vehicle lateral dynamics. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2010, Baltimore. **Proceedings...** Baltimore: [s. n.], 2010.
- CHAMSEDDINE, A.; RAHARIJAONA, T.; NOURA, H. Sliding mode control applied to active suspension using nonlinear full vehicle and actuator dynamics. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION & CONTROL, 45., 2006, San Diego. **Proceedings...** San Diego: [s. n.], 2006.
- CHIOU, J. S.; LIU, M. T. Using fuzzy logic controller and evolutionary genetic algorithm for automotive active suspension system. **International Journal of Automotive Technology**, Heidelberg, v. 10, n. 6, p. 703-710, 2009.
- CHOI, S.-B.; LEE, H.-S.; PARK, Y.-P. H8 control performance of a full-vehicle suspension featuring magnetorheological dampers. **Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, Abingdon, v. 38, n. 5, p. 341-360, 2002.
- CRIVELLARO, C. Controle robusto de suspensão semi-ativa para caminhonetes utilizando amortecedores magneto-reológicos. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) – **Universidade de São Paulo**, São Paulo, 2008.
- CROSBY, M.; KARNOPP, D. The active damper: a new concept for shock and vibration control. **Shock Vibration Bulletin**, New York, p.35-42, 1973.

CUI, Y.; KURFESS, T. R.; MESSMAN, M. Testing and modeling of nonlinear properties of shock absorbers for vehicle dynamics studies. In: **WORLD CONGRESS ON ENGINEERING AND COMPUTER SCIENCE**, 2010, San Francisco. **Proceedings...** San Francisco: [s. n.], 2010. v. 2, p. 949-954.

DONG, X.; YU, M.; LIAO, C.; CHEN, W. Comparative research on semi-active control strategies for magneto-rheological suspension. **Nonlinear Dynamics**, Dordrecht, v. 59, n. 3, p. 433-453, 2010.

DRIANKOV, D.; HELLENDORF, H.; REINFRANK, M. **An Introduction to Fuzzy Control**. 2. ed. New York: Springer, 1996.

DYKE, S. J.; SPENCER, B. F.; SAIN, M. K.; CARLSON, J. D. Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. **Smart Materials and Structures**, Bristol, v. 5, p. 565-575, 1996.

FODOR, M.; REDFIELD, R. C. Resistance control, semi-active damping performance. **ASME-Dynamic Systems and Control Division**, New York, v. 56, p. 161-169, 1995.

GUO, D. L.; HU, H. Y.; YI, J. Q. Neural network control for a semi-active vehicle suspension with a magnetorheological damper. **Journal of Vibration and Control**, London, v.10, n. 3, p. 461-471, 2004.

HUANG, S.; LIN, W. A self-organizing fuzzy controller for an active suspension system. **Journal of Vibration and Control**, London, v.9, n. 9, p. 1023-1040, September 2003.

JAHROMI, A. F.; ZABIHOLLAH, A. Linear quadratic regulator and fuzzy controller application in full-car model of suspension system with magnetorheological shock absorber. In: **IEEE/ASME INTERNATIONAL CONFERENCE ON MECHATRONICS AND EMBEDDED SYSTEMS AND APPLICATIONS (MESA)**, 2010, Qingdao. **Proceedings...** New York: IEEE, 2010.

JAZAR, R. N. **Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control**. [S.l.]: Springer, 2007.

KAFAY, M.; DEMERDASH, S. M.; RABEI, M. Automotive ride comfort control using mr fluid damper. **Engineering**, Don Mills, v. 4, p. 179-187, 2012.

KARKOUB, M. A.; ZRIBI, M. Active/semi-active suspension control using magnetorheological actuators. **International Journal of Systems Science**, Abingdon, v.37, n. 1, p. 35-44, 2006.

KAWABE, T.; ISOBE, O.; WATANABE, Y.; HANBA, S.; MIYASATO, Y. New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping. **Control Engineering Practice**, Kidlington, v. 6, n. 10, p. 1183-1191, 1998.

KHAJEPOUR, A.; AGRAWAL, A. A new adaptive controller for performance improvement of automotive suspension systems with mr dampers. **SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.**, Warrendale, v.7, n. 3, September 2014.

- KLINGER, D. L.; COOPERRIDER, N. K.; HEDRICK, J. K.; WHITE, R. C.; CILZADO, A.; SAYERS, M.; WORMLEY, D. Guideway vehicle cost reduction, parts i and ii. [S. l.]: National Technical Information Service Reports DT-TST, 1976. p. 75-95.
- KO, J. M.; NI, Y. Q.; CHEN, Z. Q.; SPENCER, B. F. Implementation of mr dampers to dongting lake bridge for cable vibration mitigation. In: WORLD CONFERENCE ON STRUCTURAL CONTROL, 2003, [S. l.]. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2003. v.3, p. 767-775.
- KOO, J.-H.; AHMADIAN, M.; SETAREH, M.; MURRAY, T. In search of suitable control methods for semi-active tuned vibration absorbers. **Journal of Vibration and Control**, London, v.10, n. 2, p. 163-174, 2004.
- LAI, C. Y.; LIAO, W. H. Vibration control of a suspension system via a magnetorheological fluid damper. **Journal of Vibration and Control**, London, v.8, n. 4, p. 527-547, 2002.
- LAM, H. F.; LIAO, W. H. Semi-active control of automotive suspension systems with magnetorheological dampers. In: SMART STRUCTURES AND MATERIALS 2001: SMART STRUCTURES AND INTEGRATED SYSTEMS, 2001, [S.l.]. **Proceedings...** [S. l.]: SPIE, 2001. v. 4327.
- LAUWERYS, C.; SWEVER, J.; SAS, P. Linear control of car suspension using nonlinear actuator control. In: ISMA, 2002, Leuven. **Proceedings...** Leuven: [s. n.], 2002. p. 1-8.
- LEE, H.-S.; CHOI, S.-B. Control and response characteristics of a magneto-rheological fluid damper for passenger vehicles. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 1, n. 1, p. 80-87, 2000.
- LEWIS, F.; SYRMOS, V. L. **Optimal Control**. New York: Wiley, 1995.
- LI, R.; CHEN, W.; YU, M.; LIU, D. K. Fuzzy intelligent control of automotive vibration via magneto-rheological damper. In: IEEE CONFERENCE ON CYBERNETICS AND INTELLIGENT SYSTEMS, 2004, Singapore. **Proceedings...** New York: IEEE, 2004. p. 503-507.
- LI, Z.; YANG, Y.; GONG, X.; LIN, Y.; LIU, G. Fuzzy control of the semi-active suspension with mr damper based on μ GA. In: IEEE VEHICLE POWER AND PROPULSION CONFERENCE, 2008, Harbin. **Proceedings...** Harbin:[s. n.], 2008.
- LOZOYA-SANTOS, J.; MORALES-MENENDEZ, R.; RAMIREZ-MENDOZA, R. A. Evaluation of on-off semi-active vehicle suspension systems by using the hardware-in-the-loop approach and the software-in-the-loop approach. **Journal of Automobile Engineering**, Chennai, v. 229, n. 1, p. 52-69, January 2015.
- LOZOYA-SANTOS, J.; MORALES-MENENDEZ, R.; RAMIREZ-MENDOZA, R. A.; VIVAS-LOPEZ, C. A. Influence of mr damper modeling on vehicle dynamics. **Smart Materials and Structures**, Dordrecht, v. 22, n. 12, p. 1-13, 2013.
- MARGOLIS, D.; HROVAT, D. Semi-active heavy and pitch control of a high seed tracked air cushion vehicle. In: INTERSOCIETY TRANSPORTATION CONFERENCE, 1976, Los Angeles. **Proceedings...** [S. l.: s.n.], 1976.

METERED, H. Application of nonparametric magnetorheological damper model in vehicle semi-active suspension system. **SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.**, Warrendale, v.5, n. 1, p. 715-726, 2012.

METERED, H.; BONELLO, P.; OYADIJI, S. O. An investigation into the use of neural networks for the semi-active control of a magnetorheologically damped vehicle suspension. **Journal of Automobile Engineering**, Chennai, v.224, n. 7, p. 829-848, July 2010.

MILLER, L. R.; NOBLES, C. M. The design and development of a semi-active suspension for military tank. **SAE Paper**, Duesseldorf, n. 881133, 1988.

OHSAKU, S.; NAKAYAMA, T.; KAMIMURA, I.; MOTOZONO, Y. Nonlinear hinf control for semi-active suspension. **JSAE Review**, Tokyo, v. 20, n. 4, p. 447-452, 1999.

PACEJKA, H. **Tire and vehicle dynamics**. [S.l.]: Elsevier, 2012.

PACEJKA, H. B.; BAKKER, E. The magic formula tyre model. **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, Bucks, v. 21, p. 1-18, 1992.

POUSSOT-VASSAL, C.; SPELTA, C.; SENAME, O.; SAVARESI, S.; DUGARD, L. Survey and performance evaluation on some automotive semi-active suspension control methods: A comparative study on a single-corner model. **Annual Reviews in Control**, Kidlington, v. 36, n. 1, p. 148-160, April 2012.

RAINBOW, J. The magnetic fluid clutch. **AIEE Transactions**, Piscataway, v. 67, p. 1308-1315, 1948.

RASHID, M. M.; RAHIM, N. A.; HUSSAIN, M. A.; RAHMAN, M. A. Analysis and experimental study of magnetorheologicalbased damper for semi-active suspension system using fuzzy hybrids. **IEEE Transaction on Industry Applications**, Piscataway, v. 47, n. 2, p. 1051-1059, 2011.

SAVARESI, S.; SILANI, E.; BITTANTI, S. Semi-active suspensions: an optimal control strategy for a quarter-car model. In: IFAC SYMPOSIUM ON ADVANCES IN AUTOMOTIVE CONTROL (AAC), 2004, [S.l.]. **Proceedings...** [S. l.: s. n.], 2004. p. 572-577.

SAVARESI, S. M.; POUSSOT-VASSAL, C.; SPELTA, C.; SENAME, O.; DUGARD, L. **Semi-Active Suspension Control Design for Vehicles**. [S.l.]: Elsevier, 2010.

SAVARESI, S. M.; SILANI, E.; BITTANTI, S. Acceleration-driven-damper (add): An optimal control algorithm for comfort-oriented semiactive suspensions. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, New York, v.127, n. 2, p. 218-229, 2005.

SHEN, Y.; GOLNARAGHI, M. F.; HEPPLER, G. R. Semi-active vibration control schemes for suspension systems using magnetorheological dampers. **Journal of Vibration and Control**, London, v. 12, n. 1, p. 3-24, 2006.

SHIM, T.; GHIKE, C. Understanding the limitations of different vehicle models for roll dynamics studies. **Vehicle System Dynamics**, Abingdon, v. 45, n. 3, p. 191-216, 2007.

- SHOJAEI, A.; METERED, H.; SHOJAEI, S.; OYADIJI, S. O. Theoretical and experimental investigation of magneto-rheological damper based semi-active suspension systems. **Int. J. Vehicle Structures & Systems**, Chennai, v. 5, n. 3-4, p. 109-120, 2013.
- SIMOES, M. G.; SHAW, I. S. **Controle e modelagem FUZZY**. 2. ed. [S.l.]: Blucher, 2007.
- SPENCER, B. F.; DYKE, S. J.; SAIN, M. K.; CARLSON, J. D. Phenomenological model for magnetorheological dampers. **Journal of Engineering Mechanics**, Reston, v. 122, n. 3, 1996.
- STUTZ, L. T. Síntese e análise de uma suspensão semi-ativa magneto-reológica baseada na abordagem de controle com estrutura variável. 2005. Tese (Doutorado) COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.
- THIEL, C.; SCHMIDT, J.; ZYL, A. V.; SCHMID, E. Cost and well-to-wheel implications of the vehicle fleet CO₂ emission regulation in the european union. **Transportation Research Part A Policy and Practice**, Kidlington, v. 63, p. 25-42, May 2014.
- TUSSET, A. M. Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico. 2008. 174 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Escola de Engenharia, UFRS, Porto Alegre, 2008.
- WANG, X.; GORDANINEJAD, F. Flow analysis of field-controllable, electro- and magneto-rheological fluids using herschel-bulkley model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 10, n. 8, p. 601-608, 1999.
- YIM, S. Design of a robust controller for rollover prevention with active suspension and differential braking. **Journal of Mechanical Science and Technology**, Heidelberg, v. 26, n. 1, p. 213-222, 2011.
- YU, M.; LIAO, C. R.; CHEN, W. M.; HUANG, S. L. Study on mr semi-active suspension system and its road testing. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v.17, n. 8-9, p. 801-806, 2006.
- ZAREH, S. H.; SARRAFAN, A.; JAHROMI, A. F.; KHAYYAT, A. A. Linear quadratic gaussian application and clipped optimal algorithm using for semi active vibration of passenger car. Turkey: IEEE, 2011. p. 122-127.
- ZRIBI, M.; KARKOUB, M. Robust control of a car suspension system using magnetorheological dampers. **Journal of Vibration and Control**, London, v.10, p. 507-524, 2004.

APÊNDICE A – MODELO DO PNEU PACEJKA

Segundo Pacejka e Bakker (1992), na literatura existe um número expressivo de modelos de pneus que consideram forças e momentos. Estes modelos foram desenvolvidos para o uso em estudos de dinâmica veicular. Alguns destes modelos são baseados na natureza física do pneu, outros, no entanto, são obtidos empiricamente. Quase todos os modelos que visam uma descrição razoavelmente precisa das características medidas depende em parte de formulações empíricas.

Um modelo de pneu semi-empírico amplamente utilizado para o cálculo das forças e dos momentos característicos do pneu no estado estacionário é baseado no modelo do pneu *Magic Formula* (PACEJKA, 2012). O desenvolvimento do modelo foi iniciado em meados dos anos 80. Em um esforço cooperativo, entre a Universidade de Tecnologia Delft e a Volvo, foram desenvolvidas várias versões de modelos (BAKKER et al., 1987), (BAKKER et al., 1989), (PACEJKA; BAKKER, 1992). Nestes modelos, a situação de deslizamento combinado foi modelado a partir de um ponto de vista físico. Em 1993, a Michelin (BAYLE et al., 1993) introduziu um método puramente empírico usando as equações do modelo *Magic Formula* para descrever a geração de força horizontal do pneu no deslizamento combinado. Esta abordagem tem sido adotada em versões subsequentes do Modelo de Pneu *Magic Formula*.

Neste trabalho, o modelo do pneu, desenvolvido por (PACEJKA, 2012) (referido como *MF-Tyre 5.2*), é usado para caracterizar o comportamento não-linear do pneu. Os valores dos parâmetros do modelo *MF-Tyre 5.2* são obtidos por meio de testes experimentais e não têm qualquer significado físico direto, mas apenas define a forma das curvas de força. Os valores dos parâmetros utilizados neste trabalho foram incluídos no apêndice A (pneu 175/70 R13).

As equações do modelo *Magic Formula*, listadas abaixo, estão de acordo com a descrição dada pelo manual do usuário *MF-Tyre 5.2*. As equações contêm parâmetros adimensionais p , q , r e s e um conjunto de fatores de escala λ .

O efeito de se ter um pneu com uma carga nominal diferente do usual pode ser aproximado utilizando o fator de escala $\lambda_{F_{z0}}$:

$$F'_{z0} = \lambda_{F_{z0}} F_{z0} \quad (\text{A.1})$$

Além disso, foi introduzida uma mudança normalizada na carga vertical, na forma:

$$d_{fz} = \frac{F_z - F'_{z0}}{F'_{z0}} \quad (\text{A.2})$$

Fatores de Escala do Usuário

A tabela A.1 a seguir apresenta a descrição de um conjunto de fatores de escala λ . O valor nominal destes fatores são iguais a 1.

Tabela A.1- Fatores de Escala do Usuário

Fatores de Escala λ	
Deslizamento puro	Deslizamento combinado
$\lambda_{F_{z0}}$ - carga nominal	$\lambda_{x\alpha}$ - influência de α em $F_x(k)$
$\lambda_{\mu x,y}$ - coeficiente de atrito de pico	λ_{yk} - influência de k em $F_y(\alpha)$
λ_{Kx} - rigidez de deslizamento de freio	$\lambda_{Vyk} k$ - induzido em 'ply-steer' F_y
λ_{Ky} - rigidez nas curvas	λ_s - momento M_z braço de F_x
$\lambda_{Cx,y}$ - fator de forma	Outros
$\lambda_{Ex,y}$ - fator de curvatura	λ_{Mx} - rigidez do momento de rolagem
$\lambda_{Hx,y}$ - deslocamento horizontal	λ_{VMx} - deslocamento vertical do momento de rolagem
$\lambda_{Vx,y}$ - deslocamento vertical	λ_s - momento M_z braço de F_x
λ_t - trilha pneumática	
λ_{Mr} - Torque residual	

Para as três forças e três momentos que agem na área de contato dos pneus com a pista, as equações foram definidas, num primeiro momento, para a condição de deslizamento puro (incluindo camber) e, posteriormente, para a condição de deslizamento combinado.

Força Longitudinal, F_{x0} (Deslizamento Longitudinal Puro, $\alpha = 0$)

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2} d_{fz}) \lambda_{Hx} \quad (\text{A.3})$$

$$S_{Vx} = F_z (p_{Vx1} + p_{Vx2} d_{fz}) \lambda_{Vx} \lambda_{\mu x} \quad (\text{A.4})$$

$$k_x = k + S_{Hx} \quad (\text{A.5})$$

$$C_x = p_{Cx1} \lambda_{Cx} \quad (> 0) \quad (\text{A.6})$$

$$\mu_x = (p_{Dx1} + p_{Dx2} d_{fz}) (1 - p_{Dx3} \gamma^2) \lambda_{\mu x} \quad (\text{A.7})$$

$$E_x = (p_{Ex1} + p_{Ex2} + p_{Ex3} d_{fz}^2) (1 - p_{Ex4} \operatorname{sgn}(k_x)) \lambda_{Ex} \quad (\leq 1) \quad (\text{A.8})$$

$$D_x = \mu_x F_z \quad (> 0) \quad (\text{A.9})$$

$$K_x = F_z (p_{Kx1} + p_{Kx2} d_{fz}) \exp(p_{Kx3} d_{fz}) \lambda_{Kx} \quad (\text{A.10})$$

$$(\quad = B_x C_x D_x = \frac{\partial F_{x0}}{\partial k_x} \text{ em } k_x = 0) \quad (\quad = C_{Fk})$$

$$B_x = K_x / (C_x D_x + \varepsilon_x) \quad (\text{A.11})$$

$$F_{x0} = D_x \text{sen}[C_x \arctan\{B_x k_x - E_x(B_x k_x - \arctan(B_x k_x))\}] + S_{V_x} \quad (\text{A.12})$$

Força Lateral, F_{y0} (Deslizamento Lateral Puro, $k = 0$)

$$C_y = p_{Cy1} \lambda_{Cy} \quad (> 0) \quad (\text{A.13})$$

$$\mu_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} d_{fz})(1 - p_{Dy3} \gamma^2) \lambda_{\mu y} \quad (\text{A.14})$$

$$D_y = \mu_y F_z \quad (\text{A.15})$$

$$K_y = p_{Ky1} F'_{z0} (1 - p_{Ky3} |\gamma|) \text{sen} \left[2 \arctan \left(\frac{F_z}{p_{Ky2} F'_{z0}} \right) \right] \lambda_{Ky} \lambda_{F_{z0}} \quad (\text{A.16})$$

$$(\quad = B_y C_y D_y = \frac{\partial F_{y0}}{\partial \alpha_y} \text{ em } \alpha_y = 0) \quad (\quad = C_{F\alpha})$$

$$B_y = K_y / (C_y D_y + \varepsilon_y) \quad (\text{A.17})$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} d_{fz}) \lambda_{Hy} + p_{Hy3} \gamma \quad (\text{A.18})$$

$$S_{Vy} = F_z ((p_{Vy1} + p_{Vy2} d_{fz}) \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4} d_{fz}) \gamma) \lambda_{\mu y} \quad (\text{A.19})$$

$$\alpha_y = \alpha + S_{Hy} \quad (\text{A.20})$$

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} d_{fz}) \{1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \gamma) \text{sgn}(\alpha_y)\} \lambda_{Ey} \quad (\leq 1) \quad (\text{A.21})$$

$$F_{y0} = D_y \text{sen}[C_y \arctan\{B_y \alpha_y - E_y(B_y \alpha_y - \arctan(B_y \alpha_y))\}] + S_{Vy} \quad (\text{A.22})$$

Torque de alinhamento, M_{z0} (Deslizamento Lateral Puro, $k = 0$)

$$S_{Ht} = q_{Hz1} + q_{Hz2} d_{fz} + (q_{Hz3} + q_{Hz4} d_{fz}) \gamma \quad (\text{A.23})$$

$$\alpha_t = \alpha + S_{Ht} \quad (\text{A.24})$$

$$S_{Hf} = S_{Hy} + S_{Vy} / K_y \quad (\text{A.25})$$

$$\alpha_r = \alpha + S_{Hf} \quad (= \alpha_f) \quad (\text{A.26})$$

$$B_t = (q_{Bz1} + q_{Bz2} d_{fz} + q_{Bz3} d_{fz}^2) (1 + q_{Bz4} \gamma + q_{Bz5} |\gamma|) \lambda_{Ky} / \lambda_{\mu y} \quad (> 0) \quad (\text{A.27})$$

$$C_t = q_{Cz1} \quad (> 0) \quad (\text{A.28})$$

$$D_t = F_z (R_0 / F'_{z0}) (q_{Dz1} + q_{Dz2} d_{fz}) (1 + q_{Dz3} \gamma + q_{Dz4} \gamma^2) \lambda_{Mr} \quad (> 0) \quad (\text{A.29})$$

$$E_t = (q_{Ez1} + q_{Ez2} d_{fz} + q_{Ez3} d_{fz}^2) \left\{ 1 + (q_{Ez4} + q_{Ez5} \gamma) \frac{2}{\pi} \arctan(B_t C_t \alpha_t) \right\} \quad (\leq 1) \quad (\text{A.30})$$

$$B_r = q_{Bz9} \lambda_{Ky} / \lambda_{\mu y} + q_{B10} B_y C_y \quad (\text{A.31})$$

$$t_0 = D_t \cos[C_t \arctan\{B_t \alpha_t - E_t(B_t \alpha_t - \arctan(B_t \alpha_t))\}] \cos(\alpha) \quad (\text{A.32})$$

$$D_r = F_z R_0 [(q_{Dz6} + q_{Dz7} d_{fz}) \lambda_{Mr} + (q_{Dz8} + q_{Dz9} d_{fz}) \gamma] \lambda_{\mu y} \quad (\text{A.33})$$

$$M_{zr} = D_r \cos[\arctan(B_r \alpha_r)] \cos(\alpha) \quad (\text{A.34})$$

$$M_{z0} = -t_0 F_{y0} + M_{zr} \quad (\text{A.35})$$

Força Longitudinal, F_x (Deslizamento Combinado)

$$S_{Hx\alpha} = r_{Hx1} \quad (\text{A.36})$$

$$E_{x\alpha} = r_{ex1} + r_{ex2} d_{fz} \quad (\leq 1) \quad (\text{A.37})$$

$$C_{x\alpha} = r_{Cx1} \quad (\text{A.38})$$

$$B_{x\alpha} = r_{Bx1} \cos[\arctan(r_{Bx2} k)] \lambda_{x\alpha} \quad (> 0) \quad (\text{A.39})$$

$$\alpha_s = \alpha + S_{Hx\alpha} \quad (\text{A.40})$$

$$G_{x\alpha 0} = \cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha} S_{Hx\alpha} - E_{x\alpha}(B_{x\alpha} S_{Hx\alpha} - \arctan(B_{x\alpha} S_{Hx\alpha}))\}] \quad (\text{A.41})$$

$$G_{x\alpha} = \cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha} \alpha_s - E_{x\alpha}(B_{x\alpha} \alpha_s - \arctan(B_{x\alpha} \alpha_s))\}] / G_{x\alpha 0} \quad (> 0) \quad (\text{A.42})$$

$$F_x = G_{x\alpha} F_{x0} \quad (\text{A.43})$$

Força Lateral, F_y (Deslizamento Combinado)

$$D_{Vyk} = \mu_y F_z (r_{Vy1} + r_{Vy2} d_{fz} + r_{Vy3} \gamma) \cos[\arctan(r_{Vy4} \alpha)] \quad (\text{A.44})$$

$$S_{Vyk} = D_{Vyk} \sin[r_{Vy5} \arctan(r_{Vy6} k)] \lambda_{Vyk} \quad (\text{A.45})$$

$$S_{Hyk} = r_{Hy1} + r_{Hy2} d_{fz} \quad (\text{A.46})$$

$$E_{yk} = r_{ey1} + r_{ey2} d_{fz} \quad (\leq 1) \quad (\text{A.47})$$

$$C_{yk} = r_{Cy1} \quad (\text{A.48})$$

$$B_{yk} = r_{By1} \cos[\arctan\{r_{By2}(\alpha - r_{By3})\}] \lambda_{Vyk} \quad (> 0) \quad (\text{A.49})$$

$$G_{yk0} = \cos[C_{yk} \arctan\{B_{yk} S_{Hyk} - E_{yk}(B_{yk} S_{Hyk} - \arctan(B_{yk} S_{Hyk}))\}] \quad (\text{A.50})$$

$$G_{yk} = \cos[C_{yk} \arctan\{B_{yk} k_s - E_{yk}(B_{yk} k_s - \arctan(B_{yk} k_s))\}] / G_{yk0} \quad (> 0) \quad (\text{A.51})$$

$$F_y = G_{yk} F_{y0} + S_{Vyk} \quad (\text{A.52})$$

Momento de Rolagem, M_x

$$M_x = F_z R_0 \left[q_{sx1} \lambda_{VMx} - q_{sx2} \gamma + q_{sx3} \left(\frac{F_y}{F_{z0}} \right) \right] \lambda_{Mx} \quad (\text{A.53})$$

Momento de Resistência ao Rolamento, M_y

$$M_y = F_z R_0 \left[q_{sx1} + q_{sx2} \left(\frac{F_x}{F_{z0}} \right) + q_{sx3} \left| \frac{V_x}{V_0} \right| + q_{sx4} \left(\frac{V_x}{V_0} \right)^4 \right] \lambda_{My} \quad (\text{A.54})$$

Torque de alinhamento, M_z (Deslizamento Combinado)

$$\alpha_{r,eq} = \sqrt{\alpha_r^2 + \left(\frac{K_x}{K_y} \right)^2 k^2} \operatorname{sgn}(\alpha_r) \quad (\text{A.55})$$

$$\alpha_{t,eq} = \sqrt{\alpha_t^2 + \left(\frac{K_x}{K_y} \right)^2 k^2} \operatorname{sgn}(\alpha_t) \quad (\text{A.56})$$

$$s = R_0 \left[s_{sz1} + s_{sz2} \left(\frac{F_y}{F'_{z0}} \right) (s_{sz3} + s_{sz4} df_z) \gamma \right] \lambda_s \quad (\text{A.57})$$

$$M_{zr} = D_r \cos[\arctan(B_r \alpha_{r,eq})] \cos(\alpha) \quad (\text{A.58})$$

$$F'_y = F_y - S_{Vyk} \quad (\text{A.59})$$

$$t = D_t \cos[C_t \arctan\{B_t \alpha_{t,eq} - E_t(B_t \alpha_{t,eq} - \arctan(B_t \alpha_{t,eq}))\}] \cos(\alpha) \quad (\text{A.60})$$

$$M_z = -t F'_y + M_{zr} + s F_x \quad (\text{A.61})$$

A.1 PARÂMETROS DO MODELO DO PNEU PACEJKA

Os dados do pneu 175/70 R13 para o *MF-Tyre 5.2* usado nesta tese são listados abaixo.

$$R_0 = 0,298m, F_{z0} = 4100N$$

Fatores de Escala

$$\lambda_{F_{z0}} = 1$$

$$\lambda_{C_x} = 1$$

$$\lambda_{\mu_x} = 1$$

$$\lambda_{E_x} = 1$$

$$\lambda_{K_x} = 1$$

$$\lambda_{H_x} = 0$$

$$\lambda_{V_x} = 0$$

$$\lambda_{C_y} = 1$$

$$\lambda_{\mu_y} = 1$$

$$\lambda_{E_y} = 1$$

$$\lambda_{K_y} = 1$$

$$\lambda_{H_y} = 0$$

$$\lambda_{V_y} = 0$$

$$\lambda_t = 1$$

$$\lambda_{Mr} = 0$$

$$\lambda_{x\alpha} = 0$$

$$\lambda_{yk} = 0$$

$$\lambda_{V_{yk}} = 0$$

$$\lambda_s = 0$$

$$\lambda_{M_x} = 0$$

$$\lambda_{VM_x} = 0$$

$$\lambda_{M_y} = 1$$

Força Longitudinal

$$p_{Cx1} = 1,62$$

$$p_{Dx1} = 1,035$$

$$p_{Dx2} = -0,0487$$

$$p_{Dx3} = -2,27$$

$$p_{Ex1} = 0,5$$

$$p_{Ex2} = -0,122$$

$$p_{Ex3} = -0,063$$

$$p_{Ex4} = 0$$

$$p_{Kx1} = 19,4$$

$$p_{Kx2} = -0,13$$

$$p_{Kx3} = 0,171$$

$$p_{Hx1} = -0,0005$$

$$p_{Hx2} = 8,42e - 5$$

$$p_{Vx1} = 0$$

$$p_{Vx2} = 0$$

$$r_{Bx1} = 9$$

$$r_{Bx2} = -8,75$$

$$r_{Cx1} = 1,125$$

$$r_{ex1} = 0,078$$

$$r_{ex2} = -0,16$$

$$r_{Hx1} = -0,03$$

Força Lateral

$$p_{Cy1} = 1,29$$

$$p_{Dy1} = -0,9$$

$$p_{Dy2} = 0,18$$

$$p_{Dy3} = -4,5$$

$$p_{Ey1} = -1,07$$

$$p_{Ey2} = 0,68$$

$$p_{Ey3} = -0,63$$

$$p_{Ey4} = -12,35$$

$$p_{Ky1} = -12,95$$

$$p_{Ky2} = 1,72$$

$$p_{Ky3} = 0,22$$

$$p_{Hy1} = 0,0035$$

$$p_{Hy2} = -0,003$$

$$p_{Hy3} = 0,045$$

$$p_{Vy1} = 0,045$$

$$p_{Vy2} = -0,03$$

$$p_{Vy3} = -0,174$$

$$p_{Vy4} = -0,45$$

$$r_{By1} = 6,38$$

$$r_{By2} = 7,95$$

$$r_{By3} = -0,06$$

$$r_{Cy1} = 1,1$$

$$r_{ey1} = 0,23$$

$$r_{ey2} = 0,41$$

$$r_{Hy1} = 0,0007$$

$$r_{Hy2} = 0,024$$

$$r_{Vy1} = 0$$

$$r_{Vy2} = 0$$

$$r_{Vy3} = 0$$

$$r_{Vy4} = 10$$

$$r_{Vy5} = 1,95$$

$$r_{Vy6} = -50$$

Momento de Rolagem

$$q_{Sx1} = 0$$

$$q_{Sx2} = 0$$

$$q_{Sx3} = 0$$

Momento de Resistência ao Rolamento

$$q_{Sy1} = 0,01$$

$$q_{Sy2} = 0$$

$$q_{Sy3} = 0$$

$$q_{Sy4} = 0$$

Torque de alinhamento

$$q_{Bz1} = 8,37$$

$$q_{Bz2} = -2,92$$

$$q_{Bz3} = 0,48$$

$$q_{Bz4} = -0,45$$

$$q_{Bz5} = -0,44$$

$$q_{Bz9} = 3,44$$

$$q_{Bz10} = 0$$

$$q_{Cz1} = 1,19$$

$$q_{Dz1} = 0,11$$

$$q_{Dz2} = -0,003$$

$$q_{Dz3} = -0,56$$

$$q_{Dz4} = 8,4$$

$$q_{Dz6} = -0,003$$

$$q_{Dz7} = 0,005$$

$$q_{Dz8} = -0,12$$

$$q_{Dz9} = 0,12$$

$$q_{Ez1} = -2,9$$

$$q_{Ez2} = -0,55$$

$$q_{Ez3} = 0$$

$$q_{Ez4} = -0,13$$

$$q_{Ez5} = -3,68$$

$$q_{Hz1} = 0,003$$

$$q_{Hz2} = 0,00082$$

$$q_{Hz3} = 0,154$$

$$q_{Hz4} = 0,12$$

$$s_{sz1} = 0,025$$

$$s_{sz2} = 0$$

$$s_{sz3} = 0,5$$

$$s_{sz4} = -0,27$$

APÊNDICE B – AMORTECEDORES

Neste apêndice são apresentados os modelos matemáticos que descrevem o comportamento dinâmico de amortecedores que utilizam fluidos MR e hidráulico (convencional). Também é abordado um algoritmo de controle adotado nas análises numéricas para a limitação da força gerada em amortecedores magnetoreológicos.

B.1 AMORTECEDORES MAGNETOREOLÓGICOS

Para desenvolver algoritmos de controle que utilizem amortecedores MR, um número significativo de modelos matemáticos tem surgido com o objetivo de descrever o comportamento não-linear intrínseco destes dispositivos (SPENCER et al., 1996).

O modelo matemático apresentado a seguir é um modelo paramétrico, ou seja, são funções matemáticas cujos coeficientes são ajustados de tal modo que os resultados numéricos se aproximem de resultados experimentais. Desta forma, a resposta dinâmica dos dispositivos MR é representada por relações semi-empíricas. Segue uma breve descrição e comentários do modelo de Bouc-Wen modificado.

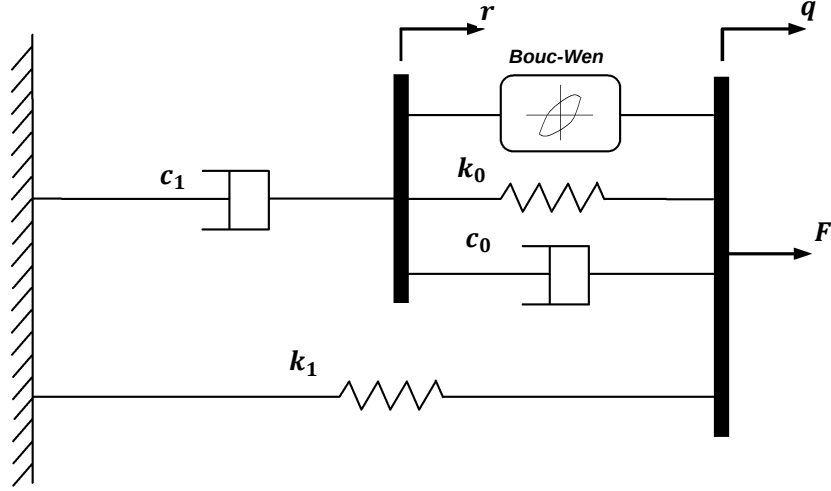
Há outros modelos que se baseiam em formulações mais complexas, como é o caso do trabalho de Wang e Gordaninejad (1999), porém, estes são menos adequados para aplicação em controle, uma vez que a sua maior complexidade não traz vantagem significativa para a representação do amortecedor MR e apresenta um custo computacional maior.

B.1.1 Modelo de Bouc-Wen Modificado

Com o intuito de obter um modelo mais próximo possível de resultados experimentais, uma modificação do modelo de Bouc-Wen foi proposta por Spencer et al. (1996). A modificação consiste na introdução de um amortecedor viscoso e uma mola linear no modelo original de Bouc-Wen, visando descrever o comportamento de dispositivos que apresentam uma rápida queda da força quando a velocidade do pistão passa por zero ("*roll-off*"), ou seja, na região onde a aceleração e a velocidade têm sinais opostos (ou alternativamente, quando a velocidade e o deslocamento têm o mesmo sinal) e a magnitude

das velocidades são pequenas (velocidades próximas de zero). Tal modelo é ilustrado na figura B.1.

Figura B.1- Modelo Bouc-Wen Modificado para amortecedores MR.



Fonte: Adaptado de Spencer et al. (1996)

Para obter as equações que descrevem este modelo, considere apenas a parte superior deste modelo (figura B.1). As forças em ambos os lados da barra rígida são equivalentes, logo:

$$c_1 \dot{r} = \alpha z + c_0 (\dot{q} - \dot{r}) + k_0 (q - r) \quad (\text{B.1})$$

em que, a variável histerética z , é dada pela integração da seguinte relação:

$$\dot{z} = -\lambda |\dot{q} - \dot{r}| z |z|^{n-1} - \gamma (\dot{q} - \dot{r}) |z|^n + \beta (\dot{q} - \dot{r}) \quad (\text{B.2})$$

e, isolando $\dot{r}$ na equação (B.1), resulta em:

$$\dot{r} = \frac{1}{c_0 + c_1} [\alpha z + c_0 \dot{q} + k_0 (q - r)] \quad (\text{B.3})$$

A força total gerada pelo sistema é, então, encontrada pela soma das forças da parte superior e inferior do sistema ilustrado na figura B.1, dada por:

$$F = \alpha z + c_0 (\dot{q} - \dot{r}) + k_0 (q - r) + k_1 (q - q_0) \quad (\text{B.4})$$

Da equação (B.1), a força total pode ser escrita como:

$$F = c_1 \dot{r} + k_1 (q - q_0) \quad (\text{B.5})$$

Nas equações acima, o coeficiente de rigidez do acumulador é representado por k_1 e o coeficiente de amortecimento observado em altas velocidades é representado por c_0 . O coeficiente de amortecimento c_1 é incluído no modelo para produzir o efeito de "*roll-off*" observado nos dados experimentais em baixas velocidades, k_0 representa o controle de rigidez em altas velocidades, q_0 é o deslocamento inicial da mola k_1 associado com a força de amortecimento nominal devido ao acumulador, q é a variável dependente (deslocamento da extremidade móvel) e $\dot{r}$ e r são, respectivamente, a velocidade e o deslocamento interno introduzidos no modelo para melhor capturar o comportamento do amortecedor nos casos de "*roll-off*".

O desempenho ótimo de um sistema de controle é esperado quando o campo magnético aplicado é continuamente variado conforme a resposta do sistema medida. Para determinar um modelo que seja capaz de prever o comportamento do amortecedor MR submetido a flutuações do campo magnético observa-se que a tensão de cisalhamento do fluido MR depende diretamente do campo magnético aplicado. Assim, assume-se que α , c_0 e c_1 nas equações (B.3) e (B.5) são parâmetros que dependem e variam linearmente com a tensão elétrica (v) aplicada na bobina do amortecedor, na forma:

$$\alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u \quad (\text{B.6})$$

$$c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u \quad (\text{B.7})$$

$$c_1(u) = c_{1a} + c_{1b} u \quad (\text{B.8})$$

$$\dot{u} = -\eta(u - v) \quad (\text{B.9})$$

As equações (B.6), (B.7) e (B.8) apresentam parâmetros que são dependentes da variável u , que por sua vez é resultante de um filtro de primeira ordem que representa o retardo da corrente do circuito elétrico em relação a tensão de entrada v (equação B.9).

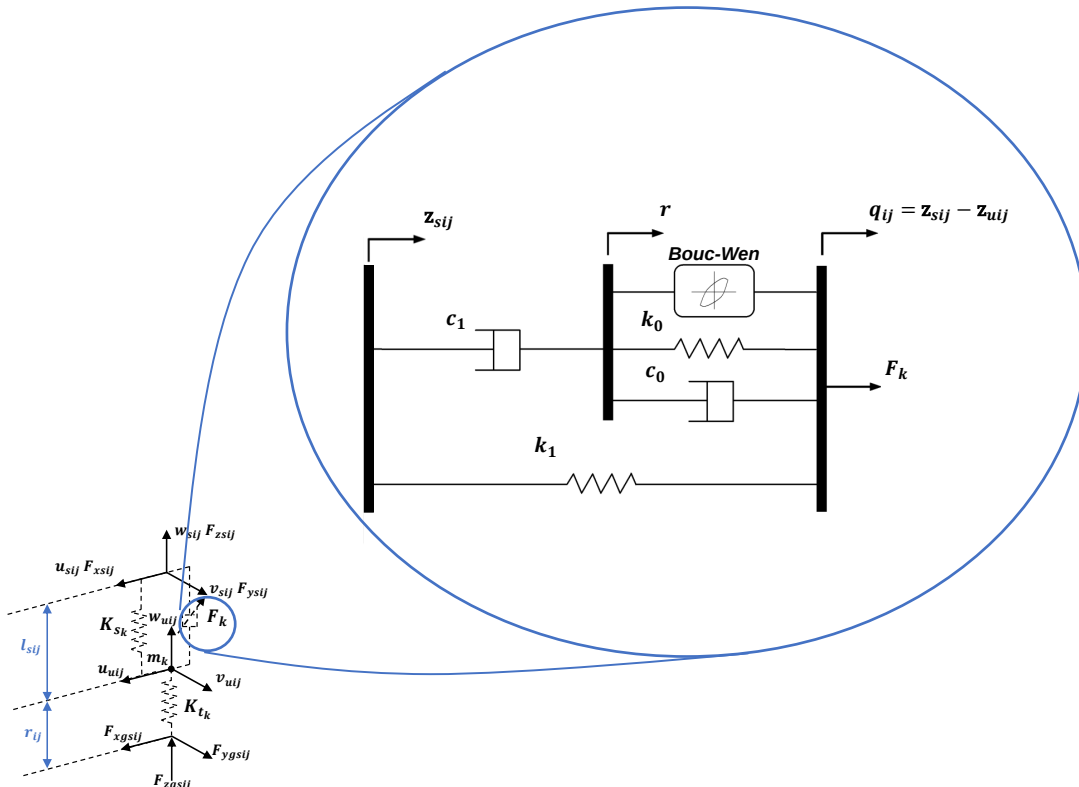
O modelo de amortecedor MR empregado nas simulações numéricas foi derivado do modelo Bouc-Wen modificado - Eqs. (B.2) a (B.8). Todos os parâmetros deste modelo foram coletados do trabalho de Lai e Liao (2002) e estão dispostos na tabela B.1.

Tabela B.1- Parâmetros do amortecedor MR utilizados por Lai e Liao (2002).

Parâmetros	Valores
c_{0a}	784 Ns/m
c_{0b}	1803 Ns/Vm
k_0	3610 N/m
c_{1a}	14649 Ns/m
c_{1b}	34622 Ns/Vm
k_1	840 N/m
x_0	0,0245 m
α_a	12441 N/m
α_b	38430 N/Vm
λ	136320 m^{-2}
γ	2059020 m^{-2}
β	58
n	2
η	190 s^{-1}

Para incluir o modelo de Bouc-Wen Modificado no modelo não-linear do veículo, a extremidade fixa ilustrada na figura B.1 estará em movimento para o caso considerado, com isso, a figura B.2 a seguir ilustra a nova representação esquemática considerando os graus de liberdade do modelo do veículo.

Figura B.2- Representação esquemática do amortecedor MR acoplado ao modelo do veículo.



Fonte: Próprio Autor

sendo q_{ij} o deslocamento relativo z_{sij} , o deslocamento da massa suspensa, z_{usij} o deslocamento da massa não-suspensa, $\dot{q} = \dot{q}_{ij}$ a velocidade relativa, $F = F_k$ a força do amortecedor MR com $\{k = 1, 2, 3 \text{ e } 4\}$ indicando cada extremidade do veículo, e o subscrito " ij " denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr) e traseira esquerda (rl).

B.1.2 Algoritmo de Controle Utilizado em Amortecedores MR

Em um amortecedor convencional a força é função das propriedades reológicas (viscosidade, elasticidade e plasticidade) do fluido do amortecedor, dos seus parâmetros geométricos e da velocidade relativa de suas extremidades. Num amortecedor MR, por sua vez, as propriedades reológicas do fluido dependem da tensão elétrica aplicada ao circuito eletromagnético do amortecedor. Assim, a força é controlada indiretamente através do controle da intensidade da tensão elétrica. No entanto, devido a sua complexidade dinâmica, o desenvolvimento de algoritmos para a determinação da tensão elétrica necessária para a realização de uma força de controle apropriada, tem se mostrado uma tarefa difícil na utilização desta tecnologia (STUTZ, 2005).

Os algoritmos de controle dos amortecedores MRs adotados na literatura basicamente diferem no que diz respeito à utilização de um modelo do amortecedor na determinação da tensão elétrica de controle. Nos algoritmos que utilizam um modelo do amortecedor MR, a determinação da tensão elétrica de controle se dá como segue. Um modelo inverso do amortecedor MR que expressa a tensão elétrica (v) em função da força gerada (F), do deslocamento (x) e da velocidade ($\dot{x}$) relativas às extremidades do mesmo pode ser escrito na forma:

$$v = f^{-1}(F, x, \dot{x}) \quad (\text{B.10})$$

Para uma determinada aplicação, determina-se uma força de controle desejada para o amortecedor MR. Geralmente a força desejada resulta de uma lei de controle ativo. A tensão elétrica, apropriada para que a força gerada (F) pelo amortecedor seja idealmente igual a força desejada (F_d) é, portanto, obtida a partir da seguinte equação:

$$v = f^{-1}(F_d, x, \dot{x}) \quad (\text{B.11})$$

Os algoritmos de controle baseados num modelo inverso do amortecedor MR, devido à sua dificuldade de obtenção, são pouco frequentes na literatura. Tusset (2008) propôs um

modelo inverso do amortecedor usando um sistema nebuloso para determinar a corrente elétrica a ser aplicada no amortecedor MR.

Dentre os algoritmos de controle que não utilizam um modelo do amortecedor MR, um dos mais presentes na literatura é o *Clipped Control* ou Controle Grampeado. O conceito de grampeamento do controle requer que o amortecedor MR reproduza continuamente a força gerada por uma lei de controle ativo. Esta estratégia de limitar, ou grampear, a força do amortecedor MR em determinadas condições é chamada de controle semi-ativo grampeado (*Clipped Control*) (DYKE et al., 1996). Este algoritmo é adotado nas análises numéricas efetuadas neste trabalho e é apresentado a seguir.

B.1.3 Algoritmo de Controle Grampeado

No algoritmo de grampeamento, a tensão elétrica de controle é determinada considerando-se a natureza passiva do amortecedor MR. Para uma dada aplicação, determina-se a força desejada para o amortecedor MR. Quando a força gerada pelo amortecedor é igual a força desejada, a tensão elétrica aplicada ao amortecedor permanece inalterada. Quando a magnitude da força é menor do que da força desejada e ambas possuem o mesmo sentido, a tensão elétrica aplicada ao amortecedor é aumentada ao seu máximo valor possível no intuito de aumentar a força gerada pelo amortecedor. Caso contrário, a tensão elétrica aplicada ao amortecedor é nula, ou seja, quando a magnitude da força é maior do que a da força desejada, ou quando as forças possuem sentidos opostos, a tensão elétrica aplicada é nula. Assim, projeta-se o controlador como sendo ativo e "grampeia-se" o sinal do amortecedor MR nos momentos em que o controle solicita uma força ativa.

A regra usual utilizada para o grampeamento do sinal de força é definida como (DYKE et al., 1996):

$$v = v_{\max} H[(F_d - F) F] \quad (\text{B.12})$$

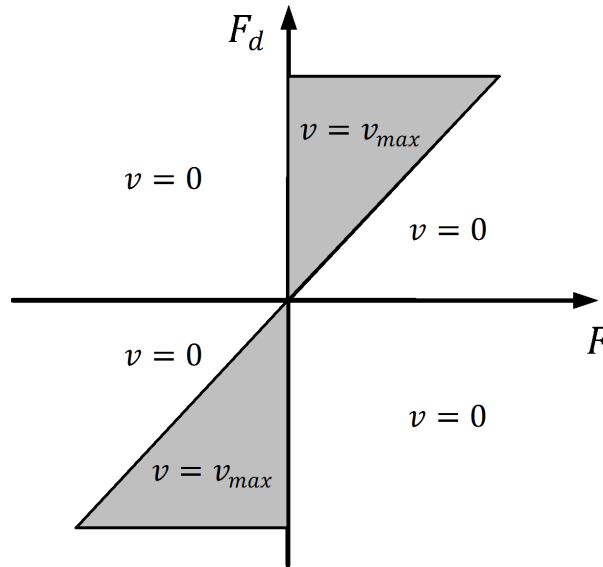
onde $H[\cdot]$ ¹ denota a função degrau unitário ou função Heaviside (utilizada para representar descontinuidades).

1

$$H(z - z_0) = \begin{cases} 1, & \text{se } z > z_0 \\ 0, & \text{se } z \leq z_0 \end{cases}$$

Deve-se notar que a tensão elétrica determinada segundo a equação (B.12) é descontínua no tempo e seu valor permuta entre os valores $v = 0 \text{ V}$ e $v = v_{\max}$, sendo que a tensão elétrica máxima ($v_{\max}$) geralmente é a tensão elétrica de saturação do campo magnético gerado pelo amortecedor MR. A figura B.3 apresenta a representação gráfica do algoritmo *Clipped Control* dado pela equação (B.12).

Figura B.3- Representação gráfica do algoritmo *Clipped Control*.



Fonte: Dyke et al. (1996)

Assim, pela análise do gráfico acima, a representação matemática de v em função de F_d e F , é dada por:

$$v = \begin{cases} v_{\max} & \text{se } |F_d| > |F| \text{ e } \text{sgn}(F_d) = \text{sgn}(F) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

onde $\text{sgn}()$ é a função sinal e para $\text{sgn}(F_d) \neq \text{sgn}(F)$, tem-se que: $v = 0 \text{ V}$.

B.2 AMORTECEDOR CONVENCIONAL

O amortecedor convencional considerado neste trabalho é o mesmo utilizado em veículos do tipo mini, como o *Fiat 500* e o *Renaut Twingo*. Tais veículos são classificados como *A-class*, sendo que o segmento *A* é o primeiro segmento da classificação da União Europeia e se refere aos veículos de tamanho *Microcar* (terminologia Americana) ou *Bubble car* (terminologia Britânica). O trabalho de Thiel et al. (2014) apresenta uma tabela com a classificação de vários veículos típicos vendidos na União Europeia.

Os dados da curva característica do amortecedor convencional utilizado foram coletados a partir do programa comercial de simulação CARSIM[®] e encontram-se no apêndice C. Para a aproximação da curva característica ideal, foi utilizado o modelo de amortecedor polinomial segmentado (Cui et al., 2010), em que funções polinomiais foram usadas para ajustar o amortecedor em diferentes velocidades.

A fim de determinar a ordem das funções polinomiais para cada intervalo de velocidade foi verificado o erro percentual médio que cada ordem de função polinomial apresenta. De acordo com Cui et al. (2010) o movimento de compressão é dividido em 3 intervalos de velocidade ($v_e \leq v_{e1}$, $v_{e1} < v_e \leq v_{e2}$ e $v_{e2} < v_e \leq 0$) e o movimento de extensão em 2 intervalos de velocidade ($0 < v_e \leq v_{e3}$ e $v_e > v_{e3}$).

Com base nos dados que encontram-se no apêndice C, os valores dos limites dos intervalos de velocidades utilizados são dados por: $v_{e1} = -0.7m/s$, $v_{e2} = -0.25m/s$ e $v_{e3} = 0.25m/s$. Uma vez definidos os intervalos de velocidades, obtêm-se os valores dos termos adotados em cada função polinomial (equações B.14 e B.15) por meio da função *polyfit* do Matlab[®] e calcula-se o erro percentual médio de cada ordem de função polinomial, os valores dos termos e o erro percentual médio das funções polinomiais estão dispostos nas tabelas B.2 e B.3.

Tabela B.2- Valores dos termos das Funções Polinomiais.

Movimento de Compressão					
$v_e \leq v_{e1}$		$v_{e1} < v_e \leq v_{e2}$		$v_{e2} < v_e \leq 0$	
F.P. de 2 ^a Ordem		F.P. de 2 ^a Ordem		F.P. de 3 ^a Ordem	
Termos	Valores	Termos	Valores	Termos	Valores
a_{12}	-0,0763	a_{22}	-350,7322	a_{33}	1,2288x10 ⁵
a_{11}	1,2027x10 ³	a_{21}	1,3939x10 ³	a_{32}	5,5746x10 ⁴
a_{10}	-947,9850	a_{20}	-635,9271	a_{31}	1,1542x10 ⁴
				a_{30}	152,3404
Movimento de Extensão					
$0 < v_e \leq v_{e3}$			$v_e > v_{e3}$		
F.P. de 4 ^a Ordem			F.P. de 2 ^a Ordem		
Termos	Valores		Termos	Valores	
a_{44}	1,8259x10 ⁵		a_{52}	44,3489	
a_{43}	-3,2677x10 ⁴		a_{51}	929,1847	
a_{42}	-1,3813x10 ⁴		a_{50}	215,4874	
a_{41}	4,6035x10 ³				
a_{40}	9,0753				

F.P. - Função Polinomial

Tabela B.3- Erro Percentual Médio das Funções Polinomiais.

Erro Percentual Médio					
	Movimento de Compressão			Movimento de Extensão	
	$v_e \leq v_{e1}$	$v_{e1} < v_e \leq v_{e2}$	$v_{e2} < v_e \leq 0$	$0 < v_e \leq v_{e3}$	$v_e > v_{e3}$
1ª Ordem	7,3704x10 ⁻⁴ %	0,4135%	5,7270%	40,0045%	0,3955%
2ª Ordem	7,7914x10 ⁻⁴ %	0,1542%	1,8734%	7,1834%	0,2152%
3ª Ordem		0,0607%	0 %	0,7177%	0,1224%
4ª Ordem		0,0625%		0 %	0,0764%
5ª Ordem		0,0243%			

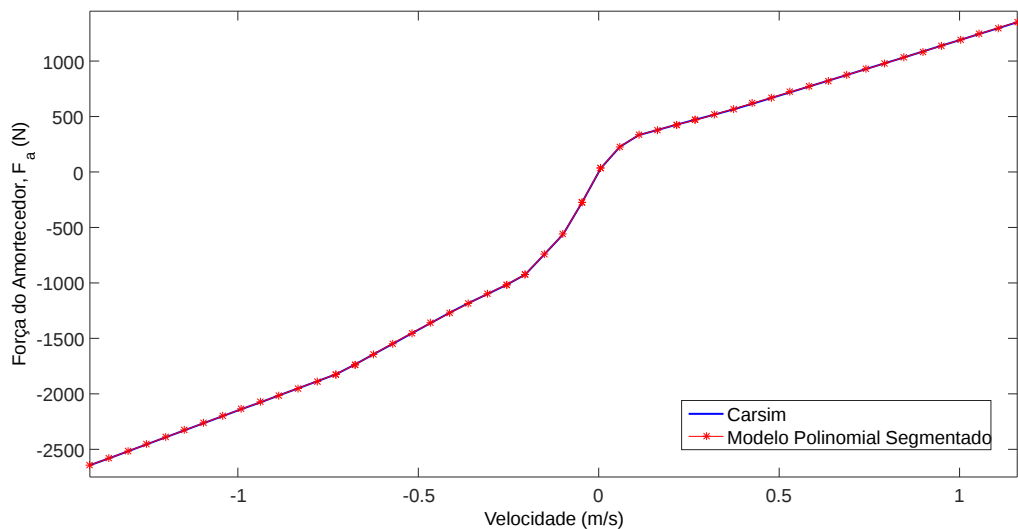
Pela análise da tabela B.3 observa-se que o método produziu bons ajustes com polinômios de 4ª, 3ª e 2ª ordens, em que o máximo erro percentual médio encontrado para os polinômios usados nas equações (B.14 e B.15) é de 0,2152%. A seguir as equações para o movimento de extensão e compressão, são dadas por:

$$F_a(v_e) = \begin{cases} a_{12} v_e^2 + a_{11} v_e + a_{10} & \text{se } v_e \leq v_{e1} \\ a_{22} v_e^2 + a_{21} v_e + a_{20} & \text{se } v_{e1} < v_e \leq v_{e2} \\ a_{33} v_e^3 + a_{32} v_e^2 + a_{31} v_e + a_{30} & \text{se } v_{e2} < v_e \leq 0 \end{cases} \quad (\text{Compressão}) \quad (\text{B.14})$$

$$F_a(v_e) = \begin{cases} a_{44} v_e^4 + a_{43} v_e^3 + a_{42} v_e^2 + a_{41} v_e + a_{40} & \text{se } 0 < v_e \leq v_{e3} \\ a_{52} v_e^2 + a_{51} v_e + a_{50} & \text{se } v_e > v_{e3} \end{cases} \quad (\text{Extensão}) \quad (\text{B.15})$$

sendo F_a a força do amortecedor e v_e a velocidade do amortecedor.

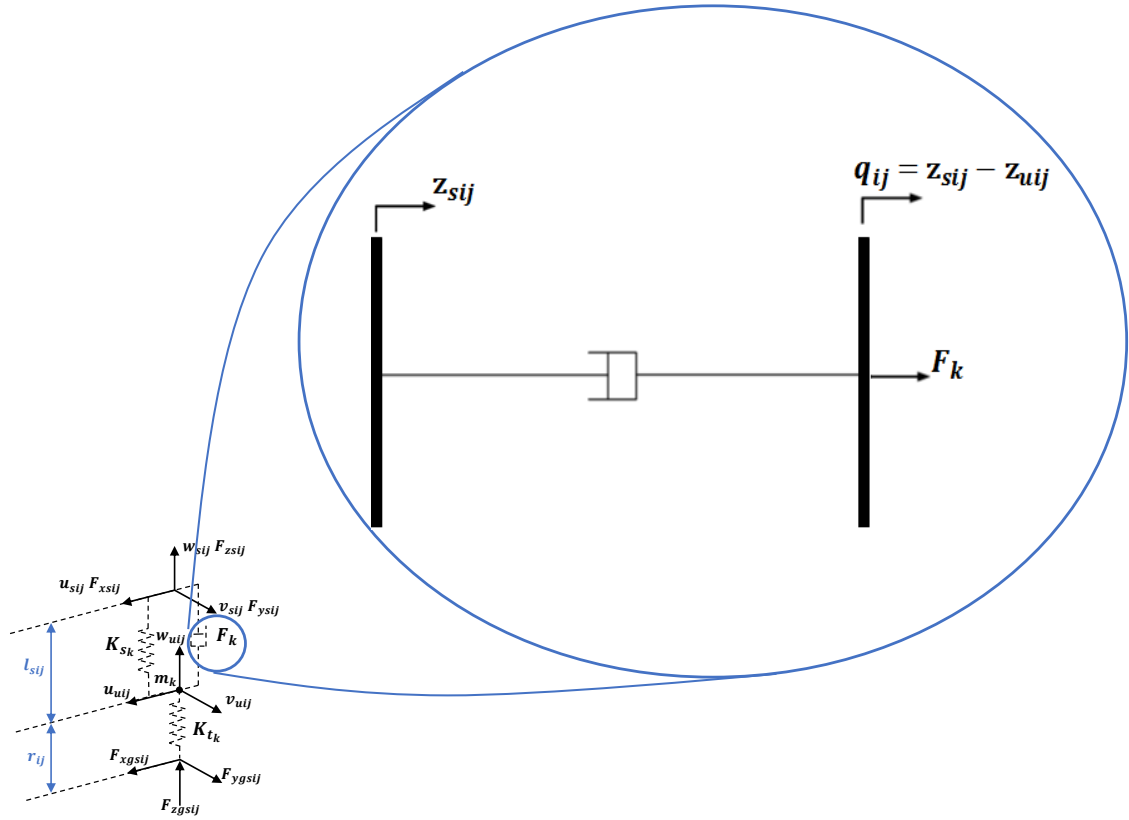
A comparação das curvas características (força de amortecimento versus velocidade) do amortecedor convencional adotado e do modelo polinomial segmentado é apresentada na figura B.4 a seguir.

Figura B.4- Curva característica do amortecedor convencional utilizado.

Fonte: Próprio Autor

A figura B.5 a seguir ilustra a representação esquemática da inclusão do amortecedor convencional considerando os graus de liberdade do modelo do veículo.

Figura B.5- Representação esquemática do amortecedor convencional acoplado ao modelo do veículo.



Fonte: Próprio Autor

sendo q_{ij} o deslocamento relativo, z_{sij} o deslocamento da massa suspensa, z_{usij} o deslocamento da massa não-suspensa, $v_e = \dot{q}_{ij}$ a velocidade relativa, $F_a = F_k$ a força do amortecedor convencional com $\{k = 1, 2, 3 \text{ e } 4\}$ indicando cada extremidade do veículo, e o subscrito " ij " denota frente direita (fr), frente esquerda (fl), traseira direita (rr) e traseira esquerda (rl).

APÊNDICE C – AMORTECEDOR CONVENCIONAL(A-CLASS)

Os dados da curva característica do amortecedor convencional *A-class* usado nesta tese são listados abaixo.

		v_e (m/s)	F_a (N)
v_e - Velocidade do Amortecedor		-0,51837	-1455,3
F_a - Força de Amortecimento		-0,46592	-1362
v_e (m/s)	F_a (N)	-0,41347	-1268,7
		-0,36102	-1181,8
-1,410	-2644	-0,30857	-1099,9
-1,3576	-2581	-0,25612	-1018
-1,3051	-2517,8	-0,20367	-924,16
-1,2527	-2454,8	-0,15122	-743,21
-1,2002	-2391,6	-0,098775	-562,27
-1,1478	-2328,6	-0,046327	-274,95
-1,0953	-2265,4	0,0061225	36,735
-1,0429	-2202,4	0,058571	226,9
-0,99041	-2139,3	0,11102	332,92
-0,93796	-2076,2	0,16347	380,12
-0,88551	-2013,1	0,21592	426,99
-0,83306	-1950	0,26837	473,09
-0,78061	-1886,9	0,32082	519,19
-0,72816	-1823,8	0,37327	565,3
-0,67571	-1735,2	0,42571	615,52
-0,62327	-1641,9	0,47816	667,68
-0,57082	-1548,6	0,53061	719,85

v_e (m/s)	F_a (N)
0,58306	772,02
0,63551	824,18
0,68796	876,35
0,74041	928,52
0,79286	981,11
0,84531	1033,9
0,89776	1086,8
0,9502	1139,6
1,0027	1192,5
1,0551	1245,3
1,1076	1298,2
1,160	1351