UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA

JOÃO PEDRO MARCATO SILVA

ESTUDO E OTIMIZAÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS DE RIGIDEZ AXIAL VARIÁVEL DISCRETA:

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA POR FINITE ELEMENT METHOD - ANSYS

São João da Boa Vista - SP
2025

João Pedro Marcato Silva

ESTUDO E OTIMIZAÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS DE RIGIDEZ AXIAL VARIÁVEL DISCRETA:

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA POR FINITE ELEMENT METHOD - ANSYS

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Aeronáutica do Campus de São João da Boa Vista, Universidade Estatual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Aeronáutica .

Orientador: Profº Dr. Murilo Sartorato

São João da Boa Vista - SP
2025

S586e

Silva, João Pedro Marcato

Estudo e otimização de materiais compósitos laminados de rigidez axial variável discreta : Estudo e otimização de materiais compósitos laminados de rigidez axial variável discreta / João Pedro Marcato Silva. -- São João da Boa Vista, 2025

75 p. : il., tabs., fotos

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Aeronáutica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, São João da Boa Vista

Orientador: Murilo Sartorato

1. Materiais compostos. 2. Análise modal. 3. Método dos elementos finitos. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE SÃO JOÃO DA BOA VISTA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AERONÁUTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ESTUDO E OTIMIZAÇÃO DE MATERIAIS COMPÓSITOS LAMINADOS DE RIGIDEZ AXIAL VARIÁVEL DISCRETA

Aluno: João Pedro Marcato Silva
Orientador: Prof. Dr. Murilo Sartorato

Banca Examinadora:

- Murilo Sartorato (Orientador)
- Éder Luiz Oliveira (Examinador)
- Lucas Daniel Del Rosso Calache (Examinador)

Os formulários de avaliação e a ata da defesa, na qual consta a aprovação do trabalho, devidamente assinados pela banca encontram-se no prontuário eletrônico do aluno.

São João da Boa Vista, 09 de dezembro de 2025

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a minha família, por todo o apoio incondicional e por sempre me incentivarem a buscar as melhores oportunidades. Por todo o esforço e dedicação que sempre demonstraram, oferecendo-me sempre o melhor mesmo que isso significasse abrir mão de suas próprias necessidades.

À minha mãe, Silvana, pelo cuidado e preocupação constantes, e por estar sempre ao meu lado em todos os momentos, mesmo quando eu me ausentava ou deixava de dar notícias por longos períodos. Seu amor e apoio foram fundamentais.

Ao meu pai, Inivaldo, por sempre me incluir em todas as suas atividades e por me incentivar a ser proativo e curioso. Sua presença e orientação foram fundamentais para moldar o profissional e a pessoa que sou hoje.

À minha irmã, Manuela, que ainda não compreende a importância da sua presença e a imensa saudade que sinto por estar longe.

À minha namorada, Maria Fernanda, pelo apoio constante desde o início do nosso relacionamento. Por me reaproximar de Deus, me ajudando a ver o que realmente importa, e por me acalmar em momentos de crise, trazendo paz e equilíbrio à minha jornada.

A todas as amizades que fiz ao longo desses anos na universidade, em especial Mário e João, com quem dividi grande parte da vida acadêmica e a experiência de morar juntos. Aos colegas de turma João Pedro, Maria Júlia, Maria Gabriela, Enrico, Wagner, Lucas, Mateus, Márcio e Raíssa, que tornaram todo o processo mais leve.

Aos amigos da equipe Adelphi AerodDesign Team, com quem compartilhei as melhores experiências da graduação.

Por fim, gostaria de expressar minha imensa gratidão ao meu orientador, Professor Dr. Murilo Sartorato. Pelo seu apoio, conselhos e pelo vasto conhecimento compartilhado. Agradeço pela confiança que depositou em mim, permitindo-me tomar decisões cruciais em todos os projetos em que trabalhamos juntos. Muito obrigado pelos anos de contato e aprendizado.

“Em frente à sua casa, todos os dias, passa um cavalo com sela e rédeas prontas. Às vezes, o deixamos seguir, na esperança de que ele retorne no dia seguinte, mas talvez ele não volte nunca mais.“

(Inivaldo José da Silva)

RESUMO

O uso de materiais compósitos tem crescido na indústria aeronáutica devido à sua alta rigidez e baixo peso, e uma das abordagens para otimizar ainda mais o seu desempenho é o estudo de compósitos de rigidez variável (VSC), ou compósitos de ângulo de fibra variável (VA). Esses materiais são caracterizados pela variação na orientação das fibras, o que permite otimizar a rigidez e a resistência em regiões específicas. Diferentemente dos compósitos tradicionais com alinhamento uniforme de fibras, os compósitos VA permitem que as fibras sigam caminhos curvos ou não lineares, melhorando o desempenho ao ajustar as propriedades mecânicas para requisitos específicos. Uma abordagem de fabricação mais simples envolve patches discretos com orientações de fibra constantes, dispostos de forma escalonada, evitando maquinários complexos de deposição de fibras, reduzindo custos e distribuindo cargas e tensões de maneira mais uniforme. Nesse contexto, o presente estudo adota uma metodologia numérico-experimental. A caracterização das propriedades estruturais do laminado foi realizada por meio de ensaios de tração em corpos de prova e determinação de densidade. As análises numéricas (simulações) de uma placa compósita foram conduzidas utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEM) com integração Python-ANSYS e, para validação, utilizou-se a Análise Modal Experimental (AME). Os resultados demonstraram que a variação do ângulo das fibras permite a manipulação da frequência natural da estrutura e o reposicionamento das linhas e picos modais. A aplicação de um algoritmo de otimização possibilitou a minimização da frequência natural do painel, conferindo um alto nível de flexibilidade para a customização do seu comportamento dinâmico. Os testes experimentais, por sua vez, atestaram a veracidade das simulações, indicando uma discrepância aceitável entre os resultados e justificando a confiabilidade dessa metodologia para a mitigação de fenômenos aeroelásticos.

Palavras-chave: materiais compósitos; rigidez variável discreta; FEM; ANSYS; análise modal.

ABSTRACT

The use of composite materials has grown in the aeronautical industry due to their high stiffness and low weight. One of the approaches to further optimize their performance is the study of variable stiffness composites (VSC), or variable tow angle (VA) composites. These materials are characterized by varying fiber orientations, which allows for the optimization of stiffness and strength in specific regions. Unlike traditional composites with uniform fiber alignment, VA composites enable fibers to follow curved or non-linear paths, improving performance by tailoring mechanical properties to specific requirements. A simpler manufacturing approach involves discrete patches with constant fiber orientations arranged in a staggered fashion, which avoids complex deposition machinery, reduces costs, and distributes loads and stresses more uniformly. In this context, the present study employs a coupled numerical-experimental methodology. The structural properties of the laminate were initially characterized through uniaxial tensile testing on coupon specimens and density determination. Subsequent numerical simulations of the composite plate were executed using the Finite Element Method (FEM) integrated with Python-ANSYS scripting. For rigorous validation of these models, Experimental Modal Analysis (EMA) was conducted. The results demonstrated that varying the fiber angle allows for the manipulation of the structure's natural frequency and the repositioning of modal lines and peaks. The application of an optimization algorithm made it possible to minimize the panel's natural frequency, providing a high level of flexibility for customizing its dynamic behavior, which is crucial for mitigating aeroelastic phenomena. The experimental tests, in turn, attested to the veracity of the simulations, indicating an acceptable discrepancy between the results and justifying the reliability of this methodology.

Keywords: composite materials; discrete variable stiffness; FEM; ANSYS; modal analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Laminado convencional. 15
Figura 2 – Tendências no uso de materiais compósitos em aeronaves Airbus. 16
Figura 3 – Laminado de rigidez variável contínuo. 16
Figura 4 – Laminado de rigidez variável discreta. 17
Figura 5 – Diagrama de classificação dos materiais compósitos. 20
Figura 6 – Diferentes tipos de empilhamento em compósitos laminados. 21
Figura 7 – Curva Tensão-Deformação típico de materiais compósitos. 23
Figura 8 – Laminado de rigidez variável contínuo. 24
Figura 9 – Laminado de rigidez variável discreta. 25
Figura 10 – Ilustração da angulação dos corpos de prova. 31
Figura 11 – Materiais principais para laminação. 31
Figura 12 – Laminação dos corpos de prova. 32
Figura 13 – Corpo de prova sem utilização de peel-ply. 32
Figura 14 – Painéis finalizados. 33
Figura 15 – Marcação dos corpos de prova de 0°, 90° e $\pm 45°$. 33
Figura 16 – Corpos de prova finalizados. 34
Figura 17 – Obtenção das dimensões pelo projetor de perfil. 34
Figura 18 – Amostras cortadas dos corpos de prova. 35
Figura 19 – Obtenção da densidade pelo princípio de Arquimedes. 36
Figura 20 – Sensor BX 120 3 CA. 36
Figura 21 – PCB para straingauges. 37
Figura 22 – Instalação dos sensores nos corpos de prova. 37
Figura 23 – Módulo de aquisição de dados NI-9237. 38
Figura 24 – Esquema elétrico para sensores Quarter Bridge. 38
Figura 25 – PCB para resistores complementares. 39
Figura 26 – Diagrama de blocos desenvolvido no LabVIEW. 39
Figura 27 – Interface de calibração dos sensores. 40
Figura 28 – Monitoramento em tempo real. 40
Figura 29 – Máquina universal de ensaios Biopdi. 41
Figura 30 – Setup dos ensaios de tração. 42
Figura 31 – Ilustração das camadas pares e impares. 43
Figura 32 – Geometrias criadas. 44
Figura 33 – Gráfico de Skewness. 45
Figura 34 – Tecido utilizado no painel Quasi-Iso. 48
Figura 35 – Processo de laminação do painel Quasi-Iso. 48
Figura 36 – Painel Quasi-Iso finalizado. 49
Figura 37 – Patches recortados. 49

Figura 38 – Laminação das camadas do painel otimizado. 50
Figura 39 – Painel otimizado finalizado. 50
Figura 40 – Presilhas de fixação. 51
Figura 41 – Disposição dos acelerômetros nos painéis. 51
Figura 42 – Setup dos ensaios modais. 52
Figura 43 – Amostra de 90° após o ensaio. 54
Figura 44 – Tensão X Deformação (90°) - Máquina de tração. 55
Figura 45 – Tensão X Deformação (90°) - Strain gauges 55
Figura 46 – Tensão X Deformação (45°) - Máquina de tração. 56
Figura 47 – Amostra de 45° após o ensaio. 57
Figura 48 – Abaulamento da amostra de 45° após o ensaio. 57
Figura 49 – Tensão X Deformação (45°) - Strain gauges 58
Figura 50 – Tensão X Deformação (0°) - Máquina de tração. 59
Figura 51 – Escorregamento das amostras de 0° durante os ensaios. 59
Figura 52 – Tensão X Deformação (0°) - Strain gauges 60
Figura 53 – Coeficiente de Poisson X Tempo - Strain gauges 61
Figura 54 – Modos de vibração do painel Quasi-Iso. 63
Figura 55 – Modos de vibração do painel de rigidez variável otimizado. 64
Figura 56 – Sinais no domínio do tempo (Força de impacto e resposta de aceleração). 67
Figura 57 – Conjunto de 16 *FRFs* do painel Quasi-Iso. 68
Figura 58 – Conjunto de 16 *FRFs* do painel otimizado. 68
Figura 59 – *FRF* de um ponto de medição aleatório. 69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Combinação de ângulos θ em cada seção. 43
Tabela 2 – Resultados médios da densidade obtida pelo método geométrico (amostras inteiras). 53
Tabela 3 – Resultados da densidade obtida por deslocamento de fluido (princípio de Arquimedes). 53
Tabela 4 – Propriedades do Material Obtidas para o Lamínado Unidirecional. 61
Tabela 5 – Ângulos de fibra otimizados (θ_i) definidos pelo AG. 62
Tabela 6 – Frequência natural dos painéis [Hz]. 66
Tabela 7 – Frequências naturais experimentais dos painéis [Hz]. 69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3D	Tridimensional
AG	Algoritmo Genético
AFP	Colocação Automática de Fibras (*Automated Fiber Placement*)
CC	Condições de Contorno
CRF	Compósito Reforçado por Fibras
DFT	Transformada Discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*)
EMA	Análise Modal Experimental (*Experimental Modal Analysis*)
FEM	Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method*)
FFT	Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)
FRFs	Funções de Resposta em Frequência (*Frequency Response Functions*)
MDOF	Múltiplos Graus de Liberdade (*Multiple Degrees of Freedom*)
PCB	Placa de Circuito Impresso (*Printed Circuit Board*)
TCL	Teoria Clássica de Laminação
UD	Unidirecional
VA	Eixo ou Ângulo Variável (*Variable Axis/Angle*)
VSC	Compósito de Rigidez Variável (*Variable Stiffness Composite*)
VSL	Laminados de Rigidez Variável (*Variable Stiffness Laminates*)

LISTA DE SÍMBOLOS

ϵ	Deformação (geral)
ϵ_l	Deformação longitudinal
ϵ_t	Deformação transversal
ϵ_2	Deformação lateral
ν	Coeficiente de Poisson (geral)
$\nu_{\mathbf{12}}$	Coeficiente de Poisson principal
ρ	Densidade
σ	Tensão (geral)
σ_1	Tensão longitudinal
θ	Angulação das fibras do compósito (geral)
θ_i	Angulações das fibras de cada patch
ϕ_n	Forma modal (Autovetor)
ω_n	Frequências naturais
A_0	Área inicial da seção transversal
E_1	Módulo de elasticidade longitudinal
E_2	Módulo de elasticidade transversal
F	Força aplicada
$\mathbf{G_{12}}$	Módulo de Cisalhamento no Plano
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez
L_0	Comprimento inicial
ΔL	Variação de comprimento
ΔL_{garra}	Deslocamento da Garra
m	Massa
$\mathbf{M}$	Matriz de massa
$\mathbf{u}$	Vetor de deslocamentos

V	Volume
f_{exc}	Frequência de excitação de uma carga externa
f_{target}	Valor de frequência alvo
e	Número de Euler

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 15

2 OBJETIVOS 18

2.1 Organização do Trabalho 18

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 19

3.1 Materiais Compósitos 19

3.1.1 Lâminas e Estruturas Laminadas 20

3.2 Teoria Clássica de Laminação (TCL) 21

3.2.1 Anisotropia, Ortotropia e Módulos de Engenharia 21

3.2.2 Comportamento Tensão-Deformação e Módulos Elásticos 22

3.3 Laminados de Rigidez Variável (VSL) 23

3.3.1 Rigidez Variável Contínua (*Continuous Variable Stiffness*) 23

3.3.2 Rigidez Variável Discreta (*Discrete Variable Stiffness*) 24

3.4 Fundamentos de Análise Dinâmica e Estrutural 25

3.4.1 Análise Modal e Frequências Naturais 25

3.4.2 Linhas e Picos Modais 26

3.4.3 Fenômeno de Ressonância 27

3.4.4 Softwares de Análise Estrutural e Ensaios Experimentais 27

3.5 Otimização Estrutural e Algoritmos Genéticos 28

3.5.1 Classificação dos Algoritmos de Otimização 28

3.5.2 Algoritmos Genéticos (GA) 29

4 MATERIAIS E MÉTODOS 30

4.1 Obtenção das Propriedades Mecânicas 30

4.1.1 Fabricação dos Corpos de Prova 31

4.1.2 Obtenção da Densidade do Laminado 34

4.1.2.1 Método Geométrico 34

4.1.2.2 Método por Deslocamento de Fluido (Princípio de Arquimedes) 35

4.1.3 Sensores e Módulo de Aquisição de Dados 36

4.1.4 Execução dos Ensaios de Tração 40

4.2 Modelagem e Análise Numérica - (*FEM*) 42

4.2.1 Análise Preliminar 43

4.2.2 Simulação no ANSYS 43

4.2.3 Automação e Otimização por *PYTHON* 45

4.3 Ensaios Modais e Validação Experimental 47

4.3.1 Fabricação dos Painéis para Ensaio Modal 48

4.3.2 Execução dos Ensaios Modais 51

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO 53
5.1 Propriedades Mecânicas Obtidas 53
5.1.1 Resultados do Cálculo da Densidade 53
5.1.2 Resultados dos Ensaios de Tração 54
5.2 Resultados das Simulações Numéricas 62
5.2.1 Angulação Otimizada (Resultados do Algoritmo Genético) 62
5.2.2 Análise Modal Comparativa 62
5.3 Resultados dos Ensaios Modais 66
5.3.1 Análise do Sinal e Obtenção das Frequências Naturais 66
5.3.2 Frequências Naturais Obtidas 69

6 CONCLUSÃO 70
6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros 71
6.1.1 Aprimoramento da Caracterização Experimental 71
6.1.2 Expansão da Manufatura e Aplicação 71
6.1.3 Avanços nas Análises Estruturais 72
6.2 Dificuldades Encontradas 72

REFERÊNCIAS 73

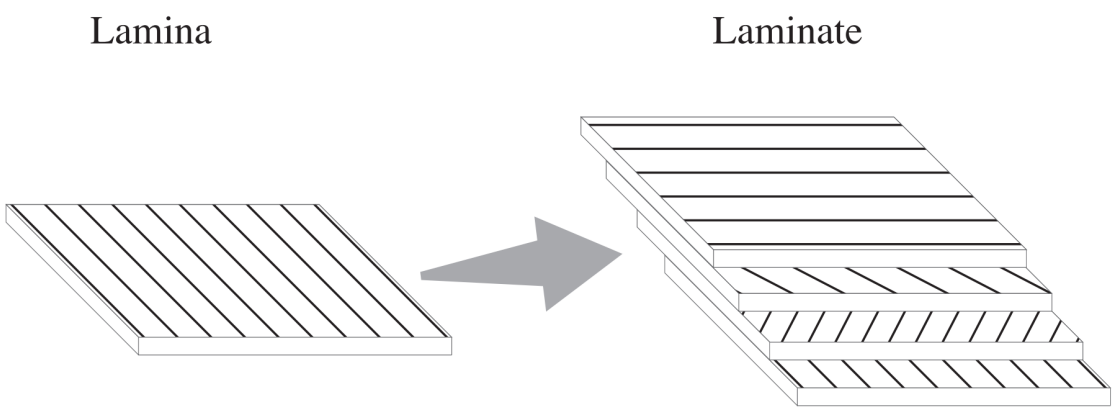
1 INTRODUÇÃO

Materiais compósitos são formados pela combinação de dois ou mais componentes com propriedades físicas ou químicas distintas, resultando em um material com propriedades superiores em comparação com seus constituintes individuais. Por serem materiais multifásicos, os compósitos exibem propriedades intermediárias, que surgem da interação entre suas fases, além das propriedades inerentes de cada componente. As fases que compõem os compósitos são a matriz e a fase dispersa. A matriz é a fase contínua que envolve e suporta a fase dispersa, que é geralmente composta por fibras ou partículas. A fase dispersa é responsável por fornecer as propriedades mecânicas desejadas, que são influenciadas por sua geometria, distribuição, orientação e compatibilidade com a matriz.

Devido à grande variedade de combinações possíveis entre a matriz e a fase dispersa, os materiais compósitos podem ser classificados de diferentes maneiras. Nos últimos anos, a demanda por materiais de alta resistência, alta rigidez e baixa densidade aumentou significativamente. Nesse contexto, os materiais compósitos laminados (uma das categorias mencionadas acima) ganharam destaque devido à sua excelente relação resistência-peso, substituindo materiais convencionais em diversas aplicações estruturais. Além disso, devido à sua alta resistência à corrosão e à fadiga, esses materiais têm sido cada vez mais utilizados nas indústrias naval, aeroespacial e, em especial, aeronáutica.

Com os avanços tecnológicos, abordagens inovadoras para a fabricação de materiais compósitos laminados surgiram, particularmente através do uso de processos de manufatura como o bobinamento de filamentos (*filament winding*), a colocação de fibras (*fiber placement*) e a manufatura aditiva, permitindo que propriedades estruturais como a rigidez sejam ajustadas para uma otimização adicional do projeto. Compósitos laminados convencionais são compostos por múltiplas camadas, cada uma com uma orientação de fibra fixa. A rigidez permanece constante em todas essas camadas, com as únicas modificações possíveis sendo a orientação das fibras em cada camada individual e o número total de camadas, conforme ilustrado na Figura 1 (Reddy, 2003); (Vasiliev; Morozov, 2018). Os principais tipos de laminados convencionais incluem: *Cross-Ply* $(0°/90°)$, *Angle-Ply* $(\pm\theta)$, e *Quasi-Iso* $(0°/90°/\pm 45°)$.

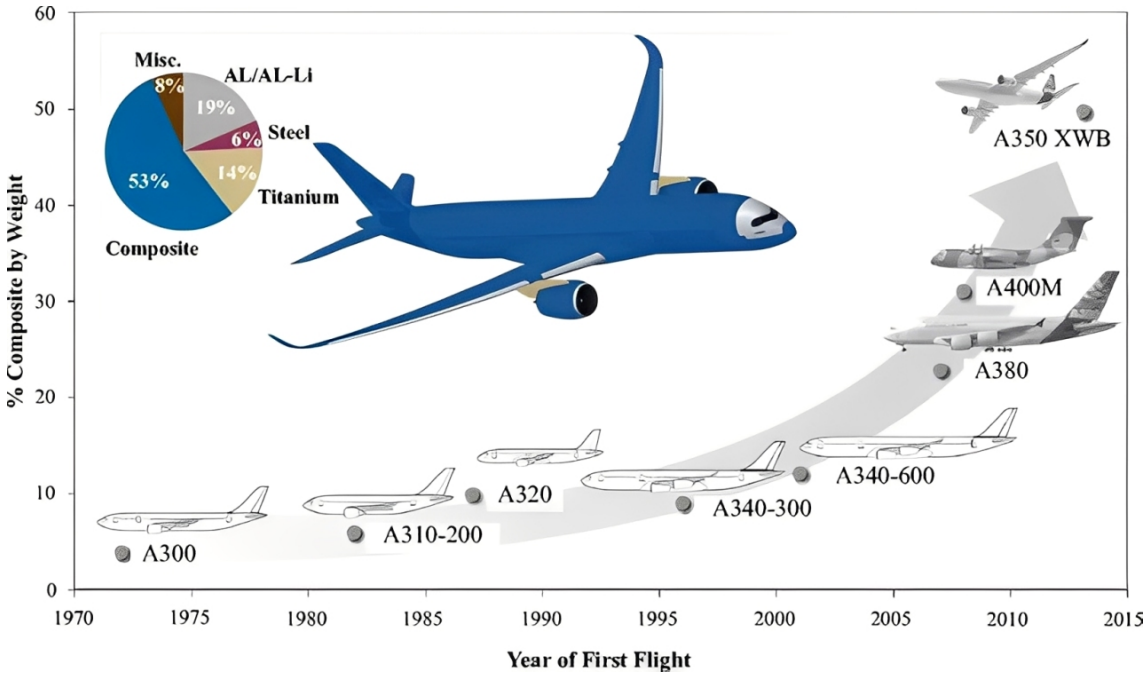
Figura 1 – Laminado convencional.



Fonte: Adaptado de Ijsselmuiden (2011).

O uso de laminados em aeronaves cresceu exponencialmente nos últimos anos, conforme mostrado na Figura 2. Dada essa crescente demanda, estudos focados nesses materiais tornaram-se altamente relevantes, e a busca por melhorias e otimizações tornou-se essencial para atender aos requisitos impostos pelo mercado.

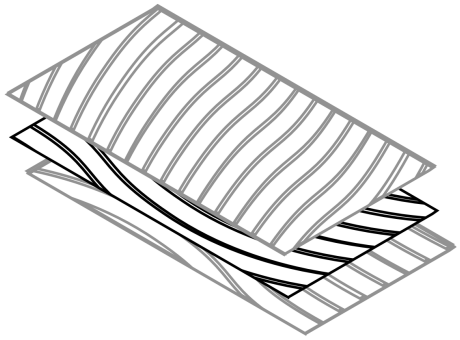
Figura 2 – Tendências no uso de materiais compósitos em aeronaves Airbus.



Fonte: (Trzepieciński *et al.*, 2021).

Em laminados de rigidez variável, o ângulo das fibras varia ao longo da camada, como mostra a Figura 3. Essa variação permite alcançar propriedades específicas em diferentes regiões do laminado, otimizando a distribuição de carga. No entanto, essa técnica envolve processos de fabricação mais complexos e caros.

Figura 3 – Laminado de rigidez variável contínuo.



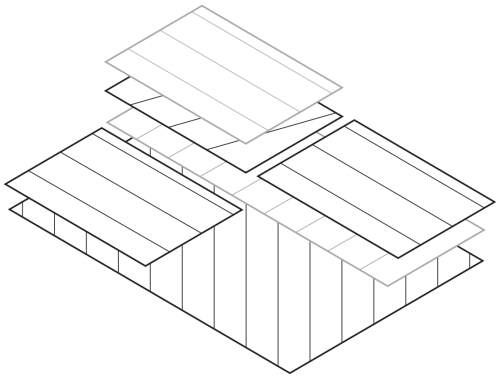
Fonte: Adaptado de Ijsselmuiden (2011).

Essas placas utilizam uma combinação de materiais com alto módulo de elasticidade e técnicas de projeto inovadoras, como a colocação automatizada de fibras (*Automated Fiber Placement*), para criar estruturas que possam redistribuir cargas de forma eficiente e aprimorar o desempenho mecânico sob carregamento de tração (Falcó *et al.*, 2014). A integração de polímeros com memória de forma permite

deformações reversíveis significativas e variações na rigidez, alcançando módulos de elasticidade entre 5 e mais de 30 GPa (McKnight; Henry, 2005; McKnight; Henry, 2008). Além disso, a incorporação de um planejamento de caminho de fibra curvo, baseado em funções de escoamento potencial, mostrou-se capaz de aprimorar a resistência à tração e o módulo de elasticidade em até 129% (Niu *et al.*, 2016). Além disso, esses compósitos podem sofrer alterações permanentes de forma por meio da rigidez programável, utilizando mecanismos de sensoriamento e atuação embutidos (McEvoy; Correll, 2015). Em geral, as placas compósitas de rigidez variável representam um avanço significativo na engenharia de materiais, particularmente para aplicações em estruturas deformáveis (*morphing*) e componentes aeroespaciais.

Laminados de rigidez variável discreta, por outro lado, são compostos por segmentos de formato quadrado (*patches*), cada um com orientações de fibra constantes, dispostos de maneira escalonada, como representado na Figura 4 (Campen *et al.*, 2008; Campen, 2023). Essa configuração resulta na variação da rigidez ao longo do laminado, eliminando a necessidade de maquinário avançado, o que simplifica e agiliza o processo de fabricação e permite uma otimização mais precisa, dado o grande aumento na quantidade de variáveis no espaço de otimização (Marques; Mota; Loja, 2020).

Figura 4 – Laminado de rigidez variável discreta.



Fonte: Adaptado de Xu *et al.* (2018).

Para otimizar compósitos de rigidez axial variável discreta, podem ser utilizadas diferentes abordagens. A parametrização de laminados permite combinar ângulos discretos e pesos de projeto como variáveis, possibilitando a otimização baseada em gradientes com restrições de fabricação (Kennedy; Martins, 2013). O uso de variáveis contínuas simplifica a otimização das orientações de fibras, especialmente na análise de flambagem, viabilizando soluções analíticas para poucos ângulos e estratégias evolucionárias em casos mais complexos (Muc, 2016). Outra possibilidade é a otimização das regiões de remoção gradual de camadas (*ply drop*), inspirada em métodos de otimização topológica, que ajusta ângulos e densidades das fibras para garantir uma distribuição de material mais eficiente (Peeters; Abdalla, 2016).

Com base nas informações coletadas até o momento, é evidente que o estudo do comportamento de materiais compósitos laminados fabricados com uma abordagem de rigidez variável discreta é crucial para aplicações aeronáuticas, particularmente devido à importância de investigar fenômenos relacionados aos modos de vibração de uma aeronave.

2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal caracterizar as propriedades estruturais de um material compósito laminado e validar experimentalmente as simulações numéricas de uma placa compósita, utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEM) com integração entre Python e ANSYS.

A partir desse objetivo geral, definem-se os seguintes objetivos específicos:

- Caracterizar o material estudado por meio de ensaios de tração em corpos de prova confeccionados de acordo com as normas vigentes;
- Modelar, no ambiente FEM-ANSYS, placas compósitas laminadas quadradas com rigidez variável discreta;
- Analisar o comportamento estrutural das placas em função da variação da angulação das fibras nos *patches*;
- Implementar um algoritmo genético para otimizar os ângulos de orientação das fibras nos *patches* em diferentes cenários de projeto;
- Automatizar as etapas de simulação no módulo ACP-Pré do ANSYS por meio de scripts desenvolvidos em Python;
- Fabricar protótipos de placas em material compósito, empregando a metodologia de rigidez variável discreta com *patches* otimizados;
- Realizar ensaios modais para medir frequências naturais e modos de vibração das placas.
- Comparar os resultados experimentais com os obtidos nas simulações numéricas, analisando discrepâncias e ajustando o modelo quando necessário.

2.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em quatro capítulos principais. O Capítulo 3 fornece o suporte teórico, abordando os fundamentos dos materiais compósitos, os princípios de análise dinâmica, vibração e análise modal, e a teoria de otimização estrutural, com ênfase nos Algoritmos Genéticos. O Capítulo 4 detalha o procedimento de pesquisa, dividido na caracterização das propriedades mecânicas do laminado, nas simulações numéricas utilizando o Método dos Elementos Finitos (FEM), e na validação experimental dos resultados via Análise Modal Experimental (AME) no painel otimizado. No Capítulo 5, são apresentados e analisados os dados obtidos das simulações numéricas e dos ensaios experimentais, destacando a comparação entre as frequências naturais, os modos de vibração e as propriedades mecânicas, a fim de atestar a confiabilidade da metodologia. Por fim, o Capítulo 6 sintetiza os principais achados, avalia o cumprimento dos objetivos e discute a viabilidade e as implicações da aplicação de compósitos de rigidez variável discreta na indústria aeronáutica.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A busca incessante por estruturas com maior eficiência, menor massa e elevado desempenho mecânico tem posicionado os materiais compósitos como componentes cruciais nas indústrias aeronáutica e aeroespacial. A capacidade de projetar e fabricar materiais com propriedades personalizadas de rigidez e resistência, que superam as ligas metálicas tradicionais, justifica a crescente adoção de compósitos laminados em componentes estruturais críticos.

No entanto, o uso desses materiais avançados também torna o processo de projeto mais complexo. Como os compósitos são formados por diferentes fases e apresentam comportamento anisotrópico, é necessário recorrer a modelos específicos (como a Teoria Clássica de Laminação) para descrever e prever seu desempenho em operação. Além disso, o estudo de técnicas para otimizar a rigidez das estruturas tem papel fundamental, pois busca aproveitar ao máximo o potencial mecânico ao longo de toda a estrutura.

Além dos desafios da análise estática, as estruturas que operam em ambientes dinâmicos e aeroelásticos necessitam de uma caracterização aprofundada. O controle da resposta vibracional, a determinação precisa das frequências naturais e a prevenção de fenômenos de instabilidade, como a ressonância e flutter, são requisitos mandatórios para segurança e certificação de voo.

Desta forma, o presente capítulo tem como objetivo estabelecer o embasamento teórico necessário para o desenvolvimento deste trabalho. Serão abordados os conceitos fundamentais dos materiais compósitos, suas classificações estruturais, as ferramentas de análise da rigidez (TCL e Rigidez Variável), e os princípios essenciais da análise dinâmica e da caracterização experimental dos materiais.

3.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Um material compósito é um sistema multifásico onde se combinam, em escala macroscópica, duas ou mais fases constituintes para obter um material final com características e desempenho superiores àqueles de seus componentes individuais (Ijsselmuiden, 2011; Soares; Freitas, 1999). O reconhecimento dos compósitos como uma classe de material única ocorreu a partir da metade do século XX, com o desenvolvimento deliberado de compósitos multifásicos, como os polímeros reforçados com fibras de vidro. Essa abordagem de engenharia oferece vastas oportunidades para o projeto de materiais que exibem combinações de características que materiais monolíticos (como ligas metálicas, cerâmicas ou poliméricas tradicionais) não podem fornecer (Callister; Rethwisch, 2016).

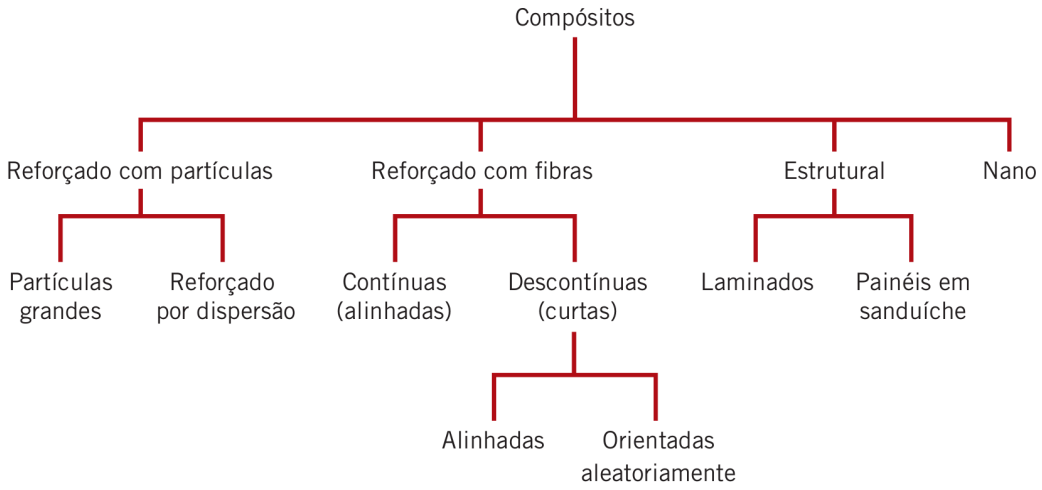
Os compósitos são essencialmente formados por duas fases. A primeira é a matriz, que constitui a fase contínua do material, apresenta menor rigidez e tem como funções principais envolver e proteger o reforço, além de assegurar a transferência de carga entre seus elementos. As matrizes podem ser classificadas como termofixas, que passam por um processo de cura irreversível durante a fabricação, ou termoplásticas, que podem ser reaquecidas e reprocessadas por ciclos de fusão e solidificação, permitindo maior reciclagem e tenacidade (Ijsselmuiden, 2011).

A segunda fase é o reforço, de natureza descontínua, mais rígida e resistente, responsável por conferir ao compósito suas propriedades mecânicas desejadas, como elevada resistência aos esforços. O

comportamento estrutural resultante depende fortemente da geometria, da distribuição e da orientação dessas fibras, bem como da compatibilidade química entre reforço e matriz (Callister; Rethwisch, 2016).

Dada a ampla variedade de materiais que podem compor a matriz e a fase dispersa (metais, cerâmicas ou polímeros), os materiais compósitos são classificados em categorias distintas, baseadas principalmente na geometria da fase de reforço. A classificação abrange os compósitos reforçados com partículas, reforçados com fibras, estruturais e nanocompósitos . O estudo dessas classificações é fundamental para entender a aplicação e o desempenho de cada sistema.

Figura 5 – Diagrama de classificação dos materiais compósitos.



Fonte: Adaptado de Callister; Rethwisch (2016).

Dentre as classificações, os compósitos reforçados com fibras (CRF) são formados por reforços de alta resistência e alto módulo, sendo o tipo mais relevante em aplicações de engenharia de alto desempenho. Os compósitos estruturais, por sua vez, são aqueles projetados para apresentar baixa massa específica e alto grau de integridade estrutural, sendo os *laminados* e os painéis sanduíche os exemplos mais comuns. (Sanches, 2011). A partir da próxima seção, o foco será direcionado para o estudo detalhado das estruturas laminadas, que constituem a base deste trabalho.

3.1.1 Lâminas e Estruturas Laminadas

Um laminado é construído a partir de múltiplas **lâminas** (ou camadas) bidimensionais unidas umas às outras, onde cada lâmina individual consiste em fibras embutidas em uma matriz. A ordem específica em que essas lâminas são empilhadas define a *sequência de empilhamento* (ou esquema de laminação), um parâmetro crucial que estabelece as propriedades mecânicas do laminado. As propriedades finais do laminado são uma função do material das fibras, do número total de camadas e, principalmente, da orientação relativa das fibras em cada lâmina (Callister; Rethwisch, 2016).

Devido à direção preferencial de alta rigidez conferida pelas fibras, uma lâmina individual é caracterizada como **ortotrópica**, um caso especial de anisotropia onde as propriedades elásticas variam significativamente nas direções dos eixos principais. A rigidez longitudinal (E_1), medida na direção

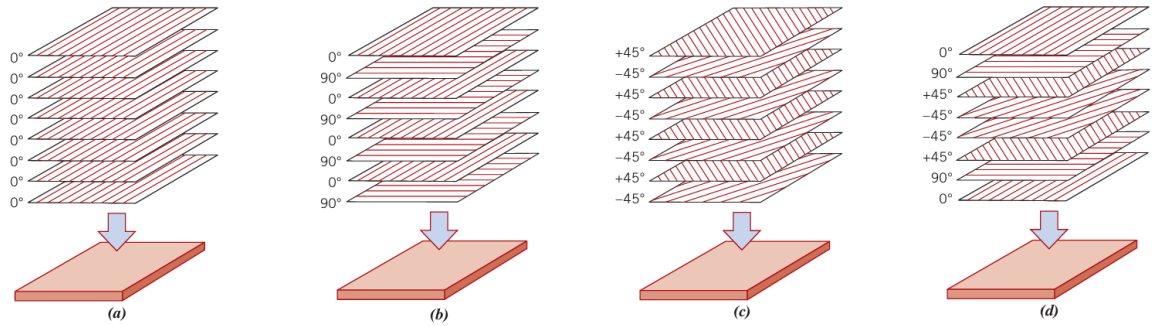
das fibras, é tipicamente uma ordem de grandeza maior do que a rigidez transversal (E_2) (Ijsselmuiden, 2011).

A classificação dos laminados varia conforme o arranjo das orientações das lâminas:

1. **Unidirecional**: Todas as lâminas possuem a mesma orientação, resultando em propriedades altamente anisotrópicas.
2. **Cruzado** ($0°/90°$): As camadas alternam entre as orientações de $0°$ e $90°$.
3. **Camadas em Ângulo**: Alternância entre $+\theta$ e $-\theta$, como $\pm 45°$, otimizando a capacidade de suportar cargas de cisalhamento.
4. **Multidirecional**: Possuem diversas orientações, e são frequentemente projetados para aproximar um comportamento isotrópico no plano.

No projeto de laminados, as camadas são tipicamente empilhadas de maneira simétrica em relação ao plano central, um arranjo que previne a torção e a flexão fora do plano durante o carregamento. Contudo, o laminado apresenta uma desvantagem inerente: o desajuste de propriedades entre as camadas pode induzir tensões de cisalhamento interlaminares nas bordas, o que frequentemente leva ao modo de falha conhecido como *delaminação*.

Figura 6 – Diferentes tipos de empilhamento em compósitos laminados.



Fonte: Adaptado de Callister; Rethwisch (2016).

3.2 TEORIA CLÁSSICA DE LAMINAÇÃO (TCL)

A *Teoria Clássica de Laminação (TCL)* fornece a base teórica e matemática essencial para calcular a rigidez e a resistência de laminados compósitos a partir das propriedades individuais de cada lâmina.

3.2.1 Anisotropia, Ortotropia e Módulos de Engenharia

O comportamento mecânico dos compósitos é caracterizado pela **anisotropia**, uma propriedade na qual as características do material (como rigidez e resistência) variam drasticamente dependendo da direção em que são medidas.

No caso de uma lâmina unidirecional (*UD*) isolada, o material é classificado como **ortotrópico**. Isso significa que ele possui três planos de simetria material mutuamente perpendiculares, onde as

propriedades são máximas ou mínimas. Devido à presença das fibras, a rigidez na direção paralela à fibra (eixo 1, longitudinal) é muito superior à rigidez na direção transversal (eixo 2) e na espessura (eixo 3).

Para caracterizar essa diferença de rigidez, a engenharia de compósitos utiliza os *Módulos de Engenharia*, que são as propriedades elásticas medidas nos eixos principais do material e que devem ser obtidas experimentalmente.

- **Módulo de Young Longitudinal ($\mathbf{E_1}$)**: Representa a rigidez na direção da fibra (eixo 1). É a maior rigidez do material e é obtido através de ensaios de tração em amostras a $0°$.
- **Módulo de Young Transversal ($\mathbf{E_2}$)**: Representa a rigidez na direção perpendicular à fibra (eixo 2). Esta rigidez é dominada pela matriz e é significativamente menor que E_1. É obtido através de ensaios de tração em amostras a $90°$.
- **Módulo de Cisalhamento no Plano ($\mathbf{G_{12}}$)**: Representa a rigidez do material sob tensões de cisalhamento. É obtido através de ensaios de tração em amostras a $\pm 45°$.
- **Coeficiente de Poisson ($\boldsymbol{\nu_{12}}$)**: Descreve a deformação lateral (ϵ_2) que ocorre devido a uma tensão longitudinal (σ_1), medindo o acoplamento entre as direções.

3.2.2 Comportamento Tensão-Deformação e Módulos Elásticos

A determinação experimental das propriedades acima é feita a partir da curva *Tensão-Deformação* ($\sigma \times \epsilon$). Ao contrário dos materiais isotrópicos, que geralmente seguem uma lei linear, o compósito apresenta um comportamento bifásico que reflete as propriedades da fibra e da matriz, como ilustrado na Figura 7.

A curva Tensão-Deformação do compósito é geralmente dividida em estágios, refletindo o comportamento sequencial dos constituintes:

- **Estágio I**: É o regime elástico inicial. Ocorre a deformação elástica tanto da matriz quanto das fibras. A inclinação da curva (*rigidez*) é alta, e a maior parte da carga é transferida pelas fibras. Os Módulos de Engenharia são calculados a partir da inclinação desta região.
- **Estágio II**: Ocorre o escoamento ou microfraturamento da matriz (dependendo do polímero), enquanto as fibras continuam a se comportar de forma elástica, sustentando a carga. A inclinação da curva (*rigidez do compósito*) diminui significativamente neste estágio.

O regime elástico é governado pela Lei de Hooke generalizada. O Módulo de Young é a inclinação da curva no Estágio I, e é calculado pela razão entre a tensão (σ) e a deformação (ϵ):

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F/A_0}{\Delta L/L_0} \tag{1}$$

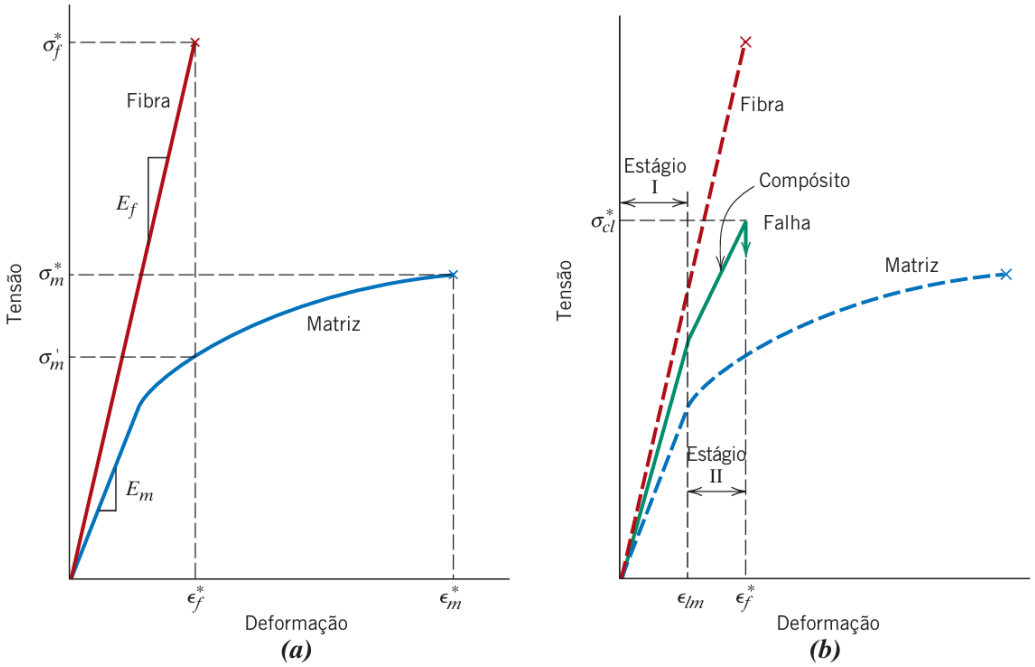
Onde F é a força aplicada, A_0 é a área inicial da seção transversal, ΔL é a variação de comprimento e L_0 é o comprimento inicial.

O **Coeficiente de Poisson** (ν), fundamental para o ν_{12}, mede a razão entre a deformação transversal (ϵ_t) e a deformação longitudinal (ϵ_l) no regime elástico:

$$\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_l} \tag{2}$$

A precisão destes cálculos exige a utilização de **extensômetros** (*strain gauges*), pois o deslocamento medido diretamente pela máquina de tração não captura com fidelidade a deformação local do material na região elástica de interesse.

Figura 7 – Curva Tensão-Deformação típico de materiais compósitos.



Fonte: Adaptado de Callister; Rethwisch (2016).

3.3 LAMINADOS DE RIGIDEZ VARIÁVEL (VSL)

Em contraste com os laminados convencionais, onde a orientação das fibras é mantida fixa em cada lâmina (e a rigidez é constante em todo o plano), os laminados de rigidez variável modificam a orientação das fibras localmente ao longo da camada (McKnight; Henry, 2005). Essa variação permite alcançar propriedades específicas e uma distribuição de rigidez otimizada em diferentes regiões do laminado, aprimorando o desempenho mecânico sob carregamento, como a tração (Falcó *et al.*, 2014) e flambagem (Gürdal; Tatting; Wu, 2008).

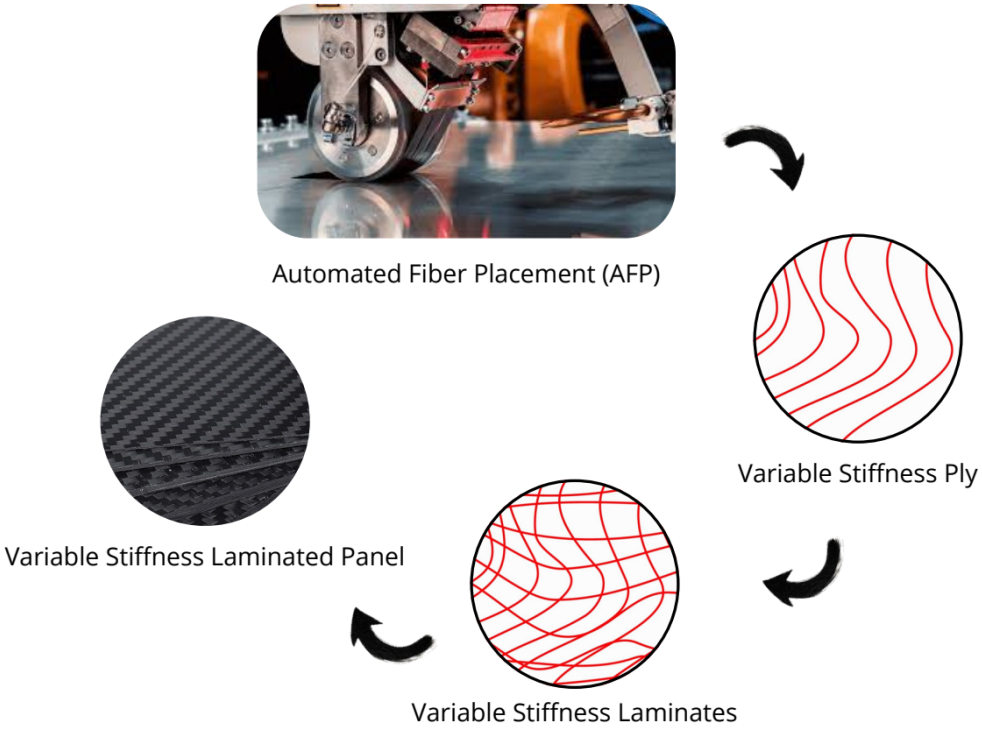
A tecnologia de rigidez variável divide-se em duas categorias principais, distintas principalmente pelos seus métodos de manufatura e pelo grau de flexibilidade estrutural que oferecem:

3.3.1 Rigidez Variável Contínua (*Continuous Variable Stiffness*)

O laminado de rigidez variável contínua, também conhecido como *Tow-Steered* ou *Fiber Placement* (Alhajahmad; Abdalla; Gürdal, 2010), é caracterizado pela variação do ângulo das fibras de forma

gradual e contínua ao longo de uma mesma lâmina, como ilustrado na Figura 8. Esta variação permite o máximo potencial de otimização da distribuição de carga, viabilizando o ajuste fino das propriedades estruturais em qualquer ponto da placa (Marques; Mota; Loja, 2020). No entanto, sua fabricação exige maquinário especializado de alto custo e alta precisão, como a colocação automatizada de fibras (*Automated Fiber Placement - AFP*), que utiliza cabeçotes controlados para depositar *tows* curvos ou com caminhos não-geodésicos (Niu *et al.*, 2016). Essa técnica é complexa e requer a aplicação de planejamento de caminho de fibra, sendo seu custo um fator limitante para a pesquisa experimental de menor escala.

Figura 8 – Laminado de rigidez variável contínuo.



Fonte: Adaptado de Gao *et al.* (2022).

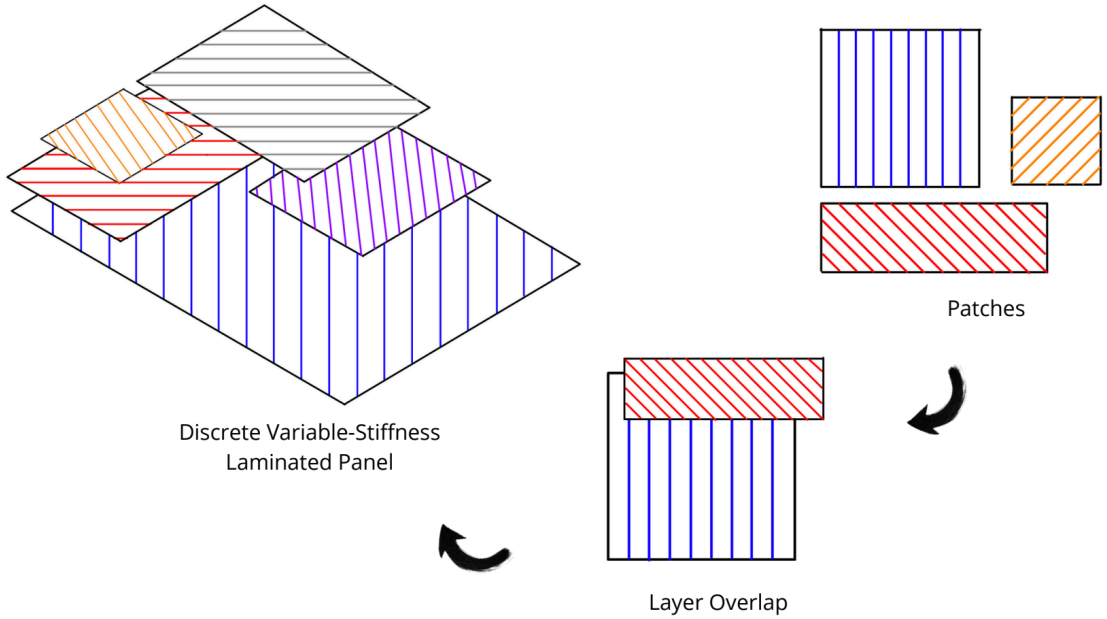
3.3.2 Rigidez Variável Discreta (*Discrete Variable Stiffness*)

O laminado de rigidez variável discreta, abordado neste trabalho, é composto por segmentos de formato definido (***patches***) onde a orientação da fibra é constante, como mostrado na Figura 9 (Campen *et al.*, 2008; Campen, 2023). A rigidez varia apenas nos limites entre esses *patches*, e não de forma gradual dentro deles.

Esta configuração apresenta um *trade-off* claro entre custo e complexidade de design. Por um lado, a manufatura é significativamente simplificada, pois elimina a necessidade de maquinário avançado como o *AFP* (Campen, 2023), tornando a fabricação viável por processos manuais ou semi-automatizados de menor custo, como o utilizado neste estudo. Por outro lado, o design e a otimização são desafiados pelo grande aumento na quantidade de variáveis discretas no espaço de otimização, o que pode aumentar a complexidade algorítmica para encontrar a solução ideal (Marques; Mota; Loja, 2020).

A variação da rigidez é alcançada pela alocação estratégica de ângulos em cada *patch* através de algoritmos de otimização (Kennedy; Martins, 2013). A disposição dos *patches* é crítica; para um laminado composto por camadas pares e ímpares, as camadas podem ser dispostas de maneira escalonada, criando uma geometria de rigidez que se alterna em cada seção do painel. A complexidade do projeto reside, então, na determinação dos ângulos ideais para cada um dos segmentos discretos.

Figura 9 – Laminado de rigidez variável discreta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4 FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DINÂMICA E ESTRUTURAL

O estudo do comportamento dinâmico de uma estrutura é fundamental para garantir sua segurança e desempenho sob carregamentos variáveis. O movimento é classicamente descrito por equações diferenciais envolvendo a inércia (massa), a resistência à deformação (rigidez) e a dissipação de energia (amortecimento) (Meirovitch, 2001).

3.4.1 Análise Modal e Frequências Naturais

A Análise Modal é uma técnica indispensável na caracterização dinâmica de sistemas estruturais, pois permite determinar suas propriedades intrínsecas: as frequências naturais, os modos de vibração (ou formas modais) e os fatores de amortecimento (Meirovitch, 2001; Inman, 2013).

As frequências naturais (ω_n) são valores característicos do sistema estrutural, representando as taxas em que a estrutura vibrará se for deslocada de sua posição de equilíbrio e liberada, sem a ação de forças externas ou amortecimento. Cada frequência natural está associada a uma forma modal (ϕ_n) específica, que descreve o padrão geométrico ou o perfil espacial de deformação da estrutura quando ela vibra naquela frequência.

O conhecimento dessas frequências é crítico para o projeto estrutural, pois a ocorrência de uma excitação externa com frequência próxima a uma frequência natural do sistema pode levar ao fenômeno

de ressonância, que será detalhado adiante, amplificando drasticamente as respostas vibratórias e, potencialmente, causando falha estrutural (Inman, 2013).

A formulação do problema modal é derivada da equação de movimento de um sistema discreto de múltiplos graus de liberdade (MDOF) sem amortecimento e sem carregamento externo:

$$\mathbf{M\ddot{u}} + \mathbf{Ku} = \mathbf{0} \tag{3}$$

onde $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez e $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos. Buscando uma solução harmônica do tipo $\mathbf{u}(t) = \phi e^{i\omega t}$, obtém-se o clássico problema de autovalores:

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\phi = \mathbf{0} \tag{4}$$

As soluções para ω representam as frequências naturais do sistema (ω_n), e os autovetores ϕ são os modos de vibração associados (ϕ_n).

Em sistemas contínuos, como placas, cascas ou laminados compósitos, existem, teoricamente, infinitos modos de vibração. No entanto, na prática de engenharia, apenas um número finito de modos é necessário, geralmente os que possuem as frequências mais baixas. Isso se deve ao fato de que os primeiros modos são responsáveis pela maior parte da energia de deformação da estrutura e, consequentemente, pela maior contribuição para sua resposta dinâmica global, especialmente sob excitações de baixa frequência.

As frequências naturais e as formas modais são fortemente dependentes das condições de contorno (CC) impostas à estrutura (ex: livre-livre, engastado-livre, engastado-engastado). Uma alteração na CC implica uma mudança na matriz de rigidez ($\mathbf{K}$), o que altera a solução do problema de autovalores (Eq. 4).

Por exemplo, considere uma placa plana em análise modal:

- Placa com Apoios Fixos (Engastado ou Simplesmente Apoiado): Neste caso, os modos de vibração começam a partir do primeiro modo elástico (o primeiro modo de flexão ou torção).
- Placa Livre-Livre (Totalmente Solta no Espaço): Para este tipo de CC, os seis primeiros modos de vibração são considerados modos de corpo rígido (também chamados de modos de translação e rotação). Estes seis modos possuem frequência natural $\omega \approx 0$ (ou muito próxima de zero, devido a pequenas instabilidades numéricas) e não causam deformação elástica na placa; eles representam apenas a translação da placa em três direções e a rotação em torno de três eixos. Assim, para a análise de deformação elástica da placa (o que realmente importa), estes seis modos são desconsiderados, e a análise de interesse começa a partir do sétimo modo, que é o primeiro modo de deformação elástica. O número de modos de corpo rígido é sempre seis para uma estrutura 3D livre-livre, e é imperativo que sejam removidos da análise.

3.4.2 Linhas e Picos Modais

As formas modais (ϕ_n), obtidas a partir da Análise Modal, são essenciais para visualizar como a estrutura se deforma.

Quando se representa uma forma modal, observam-se regiões de máximo e de zero deslocamento:

- Linhas (ou Superfícies) Modais: São as regiões na estrutura onde o deslocamento é zero durante a vibração naquele modo específico. Esses pontos ou linhas permanecem parados (nós) enquanto o resto da estrutura se move. Em uma placa, a complexidade e o número de linhas nodais geralmente aumentam com o número do modo de vibração.
- Picos Modais (Antinós): São os pontos ou regiões de máximo deslocamento (ou amplitude) da estrutura durante a vibração naquele modo específico.

A visualização das linhas nodais é crucial para entender a estabilidade e a resposta de um sistema, pois, em teoria, pontos ao longo de uma linha nodal não se movem (Ewins, 2000).

3.4.3 Fenômeno de Ressonância

A Ressonância é um fenômeno físico em que um sistema é forçado a oscilar em sua frequência natural. Ocorre quando a frequência de excitação de uma carga externa (f_{exc}) coincide (ou está muito próxima) de uma das frequências naturais (ω_n) da estrutura:

$$f_{exc} \approx \omega_n \tag{5}$$

Quando esta condição é satisfeita, mesmo uma força externa de pequena amplitude pode resultar em um aumento cumulativo e potencialmente ilimitado da amplitude de vibração do sistema (se o amortecimento for nulo). Na prática, o amortecimento da estrutura limita a amplitude máxima da vibração, mas esta ainda pode atingir valores destrutivos, superando a resistência do material e levando à fadiga ou à falha catastrófica.

A ressonância é o princípio físico subjacente a fenômenos aeroelásticos como Flutter e Buffeting (Buffett), que são particularmente críticos em estruturas de engenharia aeronáutica e civil e que requerem uma análise dinâmica detalhada para sua prevenção.

3.4.4 Softwares de Análise Estrutural e Ensaios Experimentais

O comportamento modal de estruturas pode ser determinado tanto numericamente quanto experimentalmente. No campo numérico, softwares de elementos finitos, como ANSYS, Abaqus e Nastran, são amplamente utilizados para resolver o problema modal representado pelas Equações (3) e (4) com alta precisão (Inman, 2013). Tais ferramentas permitem modelar materiais compósitos, incluindo efeitos anisotrópicos, sequências de laminação e variações de rigidez espacial, como ocorre em laminados VSL.

No âmbito experimental, a Análise Modal Experimental (EMA) envolve a excitação da estrutura por martelos instrumentados ou excitadores eletrodinâmicos, registrando a resposta dinâmica por meio de acelerômetros. A partir das Funções de Resposta em Frequência (FRFs), é possível estimar as frequências naturais, modos de vibração e amortecimento utilizando estimadores como H1, H2, HV e métodos de ajuste polinomial (Inman, 2013).

A correlação entre modelos numéricos e dados experimentais — processo denominado Model Updating, é crucial para a validação de modelos estruturais e para garantir a confiabilidade das análises modais numéricas.

3.5 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL E ALGORITMOS GENÉTICOS

O processo de otimização estrutural visa encontrar o melhor projeto (conjunto de variáveis) que minimize ou maximize uma função objetivo específica, enquanto satisfaz um conjunto de restrições de desempenho e fabricação (Bakker; Dijk, 2016). Na engenharia de compósitos, o objetivo de otimização frequentemente se relaciona à minimização de massa, maximização de rigidez ou ajuste de frequências naturais (como é o caso do presente trabalho).

3.5.1 Classificação dos Algoritmos de Otimização

Os métodos de otimização podem ser categorizados de várias formas, dependendo de sua abordagem e da natureza do problema. Uma classificação comum os divide em:

1. Métodos Determinísticos (Baseados em Gradiente): Utilizam derivadas (gradientes) da função objetivo e das restrições para determinar a direção do próximo passo. São eficientes para problemas convexos e lineares. No entanto, exigem que a função seja diferenciável e são propensos a convergirem para ótimos locais em problemas complexos não-convexos. Exemplos incluem o Método de Newton e Métodos de Programação Linear.

2. Métodos Estocásticos (Busca Direta ou *Heurística*): Não dependem de gradientes e exploram o espaço de busca de forma aleatória ou semi-aleatória. São robustos e particularmente adequados para problemas não-lineares, com espaços de busca descontínuos ou com múltiplas soluções ótimas locais. Essa categoria engloba a maioria das abordagens meta-heurísticas.

Dentro dos métodos estocásticos, destacam-se os *Algoritmos Bioinspirados* (ou Meta-heurísticas Evolutivas), que simulam processos biológicos ou físicos da natureza para encontrar soluções. Esses algoritmos são amplamente utilizados na otimização de compósitos devido à natureza discreta e complexa das variáveis de orientação de fibra (Bakker; Dijk, 2016).

- Algoritmos Evolutivos: Baseados na teoria da evolução de Charles Darwin, utilizam princípios como seleção natural, mutação e recombinação. O principal exemplo é o *Algoritmo Genético (GA)*.

- Algoritmos de Inteligência de Enxames (*Swarm Intelligence*): Inspirados no comportamento social de animais, como a busca por alimento. Exemplos incluem Otimização por Enxame de Partículas (PSO) e Algoritmo da Colônia de Formigas (ACO).

- Algoritmos Baseados em Física: Simulam fenômenos físicos. O principal exemplo é a Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*).

3.5.2 Algoritmos Genéticos (GA)

O Algoritmo Genético (GA), introduzido por Holland e popularizado por Goldberg (Goldberg, 1989), é o método bioinspirado mais utilizado para a otimização de *layups* de compósitos e otimização de perfis de fibra. O GA opera sobre um conjunto de soluções potenciais, conhecido como população, onde cada solução é codificada como um cromossomo (ou indivíduo). No contexto do presente trabalho, um cromossomo representa o conjunto de ângulos de fibra de cada *patch* do laminado de rigidez variável discreta.

O processo evolutivo do GA se desenvolve através de gerações sucessivas, onde a qualidade de cada indivíduo é determinada pela sua aptidão (*fitness*), que é o valor da função objetivo. O objetivo do algoritmo é selecionar os indivíduos mais aptos para produzirem a próxima geração.

Os operadores genéticos responsáveis pela exploração e convergência do espaço de busca são:

- Seleção: Os indivíduos mais aptos de uma população são selecionados para a reprodução, garantindo que as características de alto desempenho sejam transmitidas para a próxima geração.
- Crossover: É o principal operador responsável pela exploração do espaço de busca. Envolve a troca de material genético (variáveis de projeto) entre dois indivíduos (pais) selecionados, gerando novos descendentes (filhos). Por exemplo, em uma otimização de *layup*, o *crossover* pode trocar o conjunto de ângulos de metade do laminado entre dois indivíduos.
- Mutação: Introduz variabilidade aleatória na população, alterando aleatoriamente uma ou mais partes do cromossomo. A mutação é essencial para evitar a estagnação do algoritmo em um ótimo local, permitindo que o processo explore novas regiões do espaço de busca (Kramer, 2017).

O ciclo se repete até que um critério de parada seja atingido, como um número máximo de gerações ou a convergência da aptidão da população. A robustez do GA, especialmente em otimizar variáveis discretas (como os ângulos de fibra do VSC discreto), justifica sua escolha para a otimização dinâmica do painel compósito no escopo desta dissertação.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

O presente estudo adota uma abordagem de pesquisa quantitativa e de natureza aplicada, caracterizada pela combinação de métodos numérico-experimentais. A metodologia foi estruturada para validar um modelo computacional otimizado por meio de evidências empíricas. Portanto, a investigação se desenvolve em uma sequência lógica e interdependente de processos, visando a comparação e validação dos resultados das simulações numéricas com os ensaios realizados em painéis compósitos. A abordagem de pesquisa foi dividida em três etapas principais: Caracterização das Propriedades Mecânicas do Material; Modelagem e Análise Numérica via Método dos Elementos Finitos (FEM); e Ensaios Modais para Validação. A seguir, serão detalhados os procedimentos e técnicas empregados para a realização de cada etapa.

4.1 OBTENÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Os softwares de Elementos Finitos, como o ANSYS, que será empregado neste trabalho, possuem amplas bibliotecas de materiais com propriedades mecânicas predefinidas. Em geral, esses dados são coletados a partir de materiais industriais com processos de fabricação altamente controlados e de elevado refinamento, ou são baseados em valores de referência amplamente aceitos na literatura técnica. Ocorre que as características mecânicas de um compósito são intrinsecamente sensíveis ao seu processo de manufatura. Enquanto as bibliotecas de software utilizam dados de materiais com consistência industrial, o compósito para este trabalho será produzido por meio de laminação manual, utilizando resina e fibra de carbono específicas. Essa diferença no processo de fabricação (manual versus industrial) pode introduzir variações e imperfeições que alteram significativamente as propriedades finais do material.

Portanto, a utilização direta dos dados das bibliotecas do ANSYS comprometeria a fidelidade das simulações, gerando discrepâncias na comparação com os ensaios experimentais. A caracterização experimental do material compósito laminado torna-se, assim, uma etapa imprescindível da metodologia, garantindo que o modelo FEM seja alimentado com as propriedades mecânicas mais representativas do material real, conferindo maior confiabilidade à análise comparativa final.

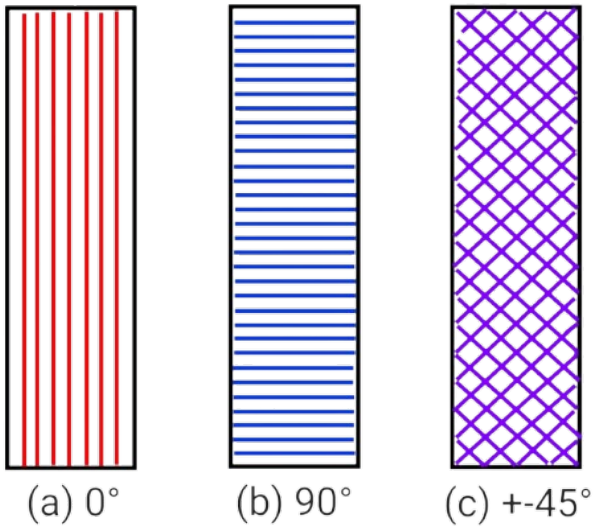
Dessa forma, a caracterização dos materiais foi feita com base nas normas ASTM D3039/D3039M - 17 (American Society for Testing and Materials, 2017) e ASTM D3518/D3518M - 13 (American Society for Testing and Materials, 2013). As normas definem os procedimentos para ensaios de tração em materiais compósitos de matriz polimérica e orientam sobre a fabricação dos corpos de prova que serão utilizados nesses ensaios.

As diretrizes foram seguidas rigorosamente na preparação dos corpos de prova, determinando a definição das dimensões, o número de espécimes a serem testados e o posicionamento dos sensores. Devido às características do laminado, foi dispensada a utilização de abas de extremidade (tabs), o que simplificou o processo de preparação.

Foram fabricados corpos de prova com orientações de 0° e 90° (para módulo de Young e coeficiente de Poisson), e $\pm 45^\circ$ (para módulo de cisalhamento), conforme as orientações exigidas pelas normas.

Uma representação visual dessas orientações é apresentada na Figura 10.

Figura 10 – Ilustração da angulação dos corpos de prova.

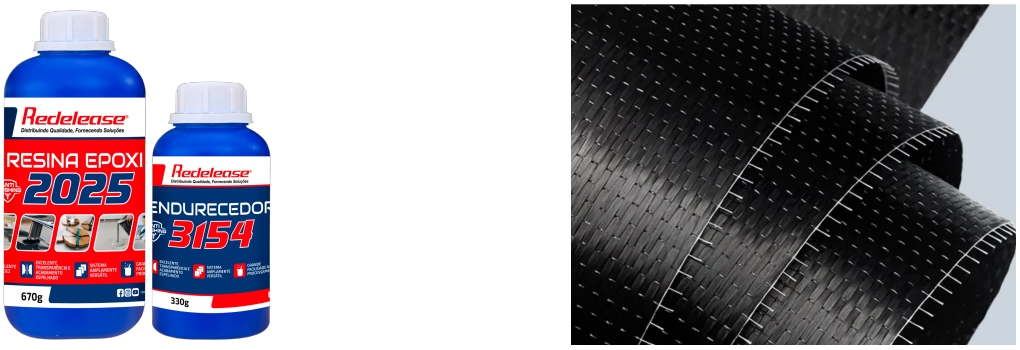


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.1 Fabricação dos Corpos de Prova

Para fabricar os corpos de prova, utilizou-se um sistema de resina epóxi de média viscosidade com seu respectivo endurecedor, e um tecido de fibra de carbono unidirecional (UD). Os componentes podem ser vistos na Figura 11.

Figura 11 – Materiais principais para laminação.



(a) Resina epóxi e endurecedor. (b) Trama de carbono.

Fonte: Adaptado de REDECENTER (2025).

Em vez de laminar cada peça separadamente, foram feitos dois painéis maiores, cada um com seis camadas (lâminas), mantendo a mesma proporção de peso resina-fibra. O Painel A foi laminado com todas as camadas na mesma direção ($[0°]_6$), e o Painel B teve camadas intercaladas ($[0°/90°]_{3S}$).

O processo de laminação foi feito manualmente (*hand lay-up*) entre duas chapas de vidro temperado, com a resina sendo aplicada por meio de um pincel. A cada camada, um rolete foi usado para garantir a boa impregnação da fibra e remover o ar. Durante a cura, os painéis ficaram sob um peso constante para melhorar a adesão entre as lâminas e diminuir a porosidade, como visto na Figura 12.

Figura 12 – Laminação dos corpos de prova.

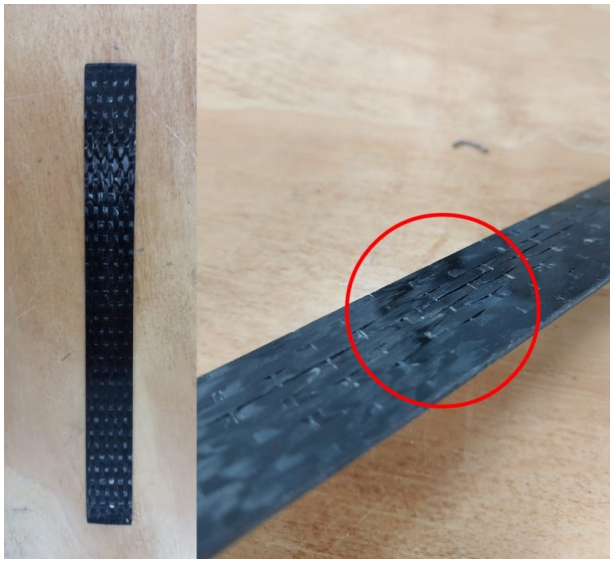


(a) Processo de laminação dos corpos de prova. (b) Cura sob peso constante.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Durante os testes preliminares de fabricação, foi laminado um corpo de prova de referência sem o uso do tecido de destacamento (*peel-ply*). Após a cura, observou-se que a superfície do espécime se apresentava excessivamente lisa, podendo dificultar a aderência nas garras da máquina de ensaio. Adicionalmente, esse corpo de prova exibiu pequenas trincas na resina superficial, que podem ser vistas na Figura 13.

Figura 13 – Corpo de prova sem utilização de peel-ply.



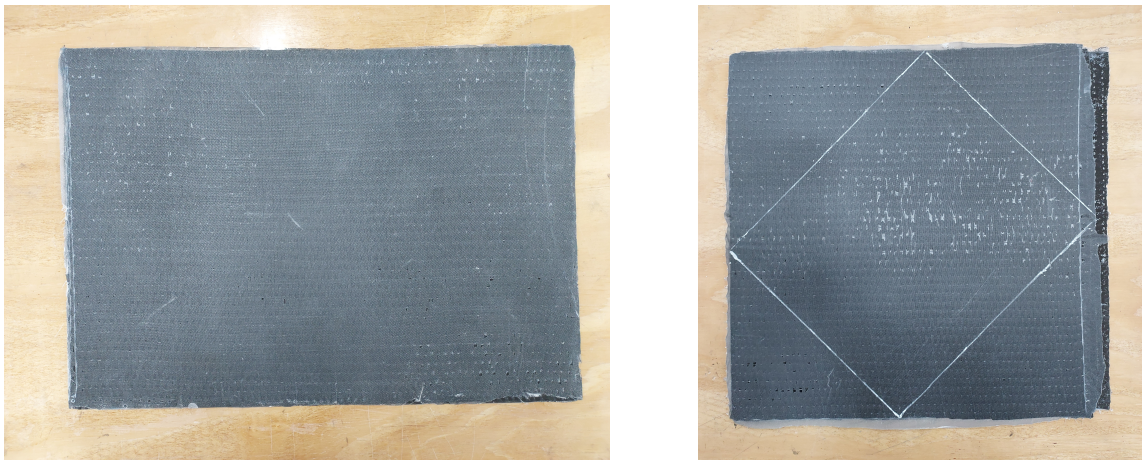
Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, o *peel-ply* se mostrou indispensável no processo de fabricação dos painéis. Ele serviu não apenas como desmoldante, mas também para criar uma textura rugosa na superfície do compósito. Essa rugosidade é essencial, pois promove maior aderência nas garras da máquina de ensaio de tração, evitando deslizamento durante o teste.

Após o tempo de cura especificado pelo fabricante para a resina epóxi, foram obtidos o Painel A e

o Painel B, conforme ilustra a Figura 14. A demarcação dos corpos de prova seguiu um planejamento distinto para garantir todas as orientações de fibra necessárias:

Figura 14 – Painéis finalizados.

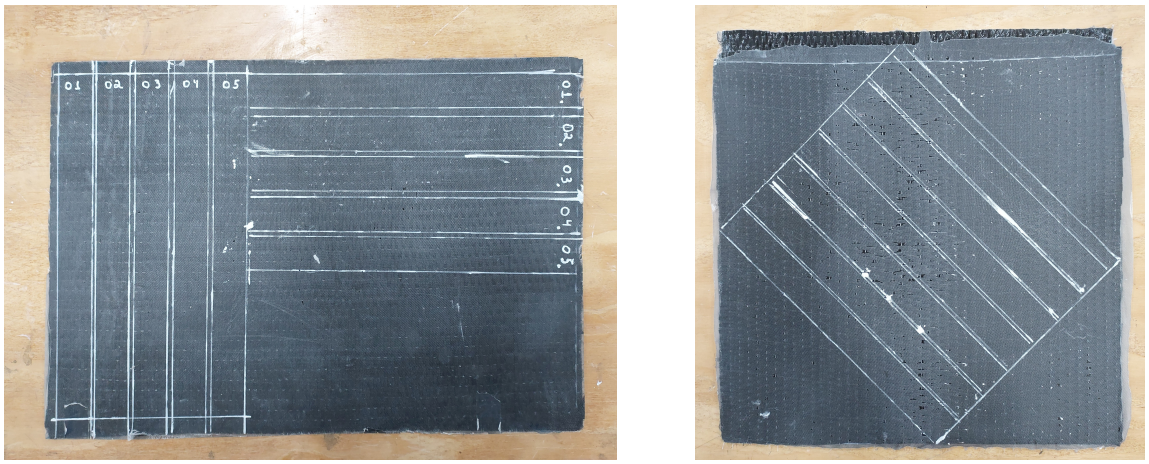


(a) Painel A. (b) Painel B.

Fonte: Elaborado pelo autor.

- Do Painel A (orientação $[0°]_6$), foram extraídos os corpos de prova nas direções de $0°$ e $90°$, conforme o esquemático apresentado na Figura 15 (a).
- O Painel B (orientação $[0°/90°]_{3S}$) foi rotacionado em $45°$ para a demarcação dos corpos de prova na angulação correta, conforme o esquemático apresentado na Figura 15 (b).

Figura 15 – Marcação dos corpos de prova de 0°, 90° e $\pm 45°$.

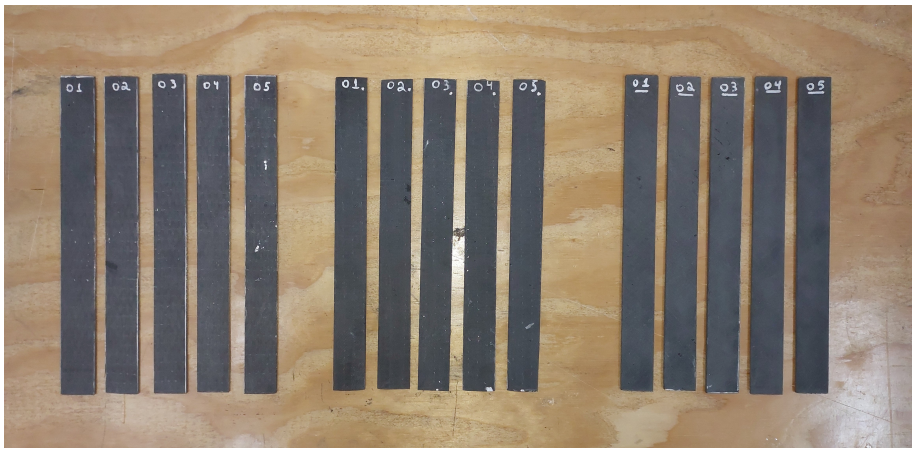


(a) Marcação 0° e 90°. (b) Marcação $\pm 45°$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os corpos de prova foram, então, cortados respeitando as dimensões e tolerâncias definidas pelas normas ASTM citadas. O procedimento resultou em um total de 15 corpos de prova, sendo cinco espécimes para cada tipo de angulação ($0°$, $90°$ e $\pm 45°$), como mostra a Figura 16.

Figura 16 – Corpos de prova finalizados.



Fonte: Elaborado pelo autor.

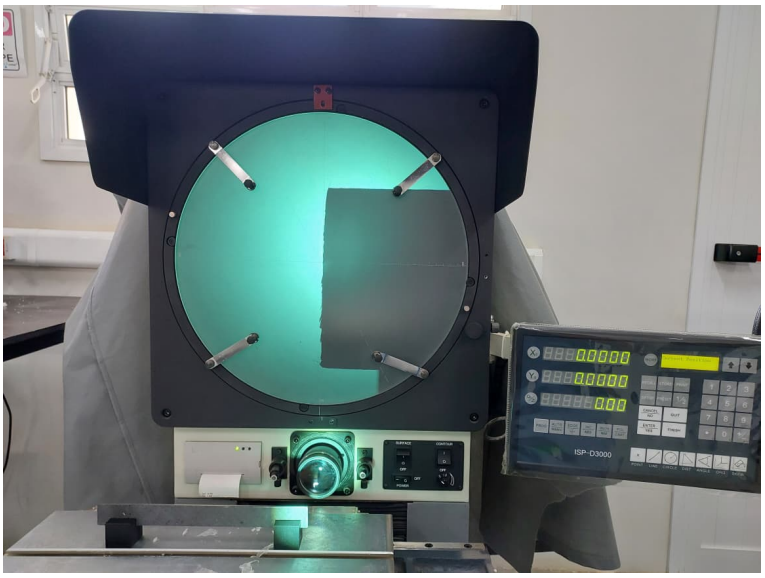
4.1.2 Obtenção da Densidade do Laminado

A determinação da densidade (ρ) do material é uma etapa crucial da caracterização, pois este dado é utilizado tanto para o cálculo da fração volumétrica de fibra/resina, quanto como parâmetro de entrada para as simulações numéricas. Para conferir maior confiabilidade ao resultado, o procedimento de medição foi realizado utilizando duas técnicas distintas, visando a validação mútua dos resultados: o método geométrico e o método por deslocamento de fluido (Princípio de Arquimedes).

4.1.2.1 Método Geométrico

Neste primeiro método, três corpos de prova distintos, um para cada angulação de fibra, foram utilizados para a medição do volume. As três dimensões (comprimento, largura e espessura) foram obtidas utilizando um paquímetro e um projetor de perfil, como mostra a Figura 17.

Figura 17 – Obtenção das dimensões pelo projetor de perfil.



Fonte: Elaborado pelo autor.

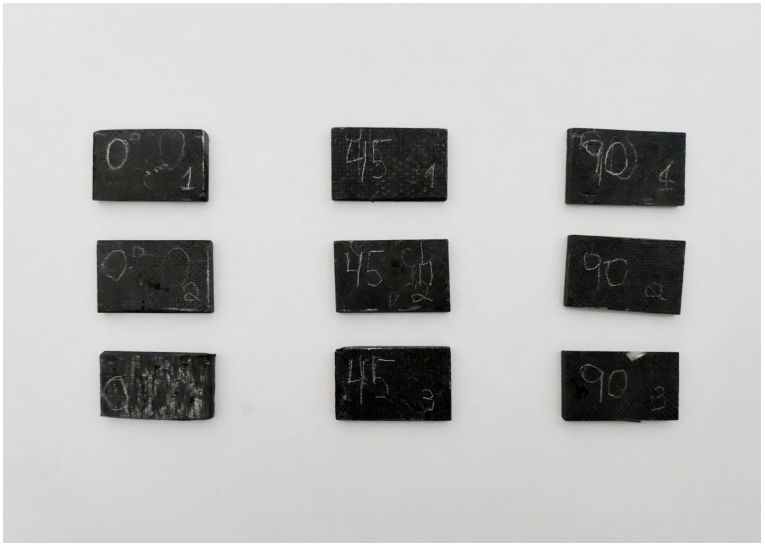
Cada dimensão foi medida em dez pontos distintos da amostra, e as dez medidas foram usadas para calcular um valor médio representativo. A massa de cada espécime também foi determinada por meio de pesagem em uma balança de precisão, repetida dez vezes para a obtenção de um valor médio. A densidade foi calculada pela razão entre a massa e o volume, conforme a Equação 6:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{6}$$

4.1.2.2 Método por Deslocamento de Fluido (Princípio de Arquimedes)

Para fins de confirmação, foi empregado o princípio de Arquimedes em espécimes sobressalentes. Corpos de prova inteiriços foram cortados em três pedaços menores cada, resultando em três amostras para cada angulação, como mostra a Figura 18.

Figura 18 – Amostras cortadas dos corpos de prova.



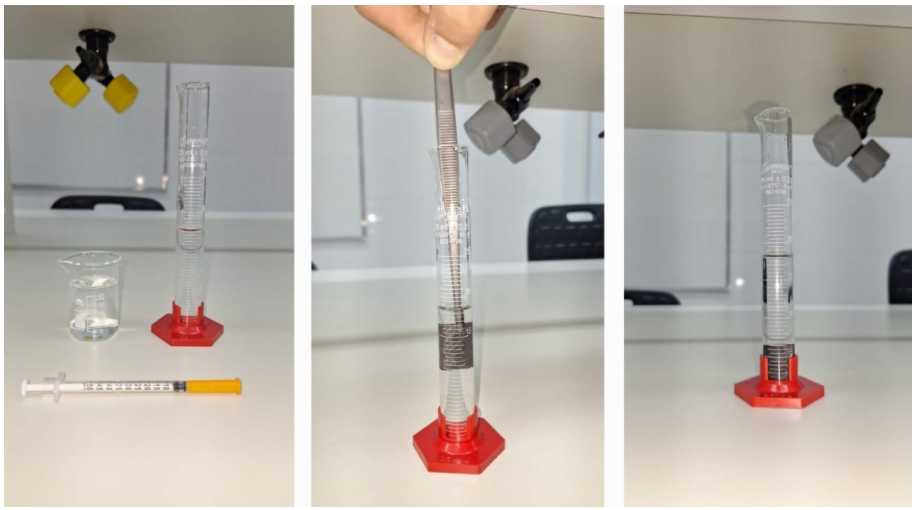
Fonte: Elaborado pelo autor.

A massa desses pequenos espécimes foi obtida seguindo a mesma metodologia de dez repetições do método anterior. O procedimento para determinação do volume consistiu em:

1. Definir o volume inicial de água destilada em uma proveta graduada.
2. Inserir o corpo de prova, garantindo a total submersão.
3. Medir o novo volume, sendo o volume do espécime obtido pela diferença entre o volume final e o volume inicial.

A densidade também foi calculada aplicando-se a razão entre massa e volume de líquido, conforme a Equação 6. Os resultados de ambos os métodos foram comparados para estabelecer o valor final de densidade utilizado nas simulações.

Figura 19 – Obtenção da densidade pelo princípio de Arquimedes.



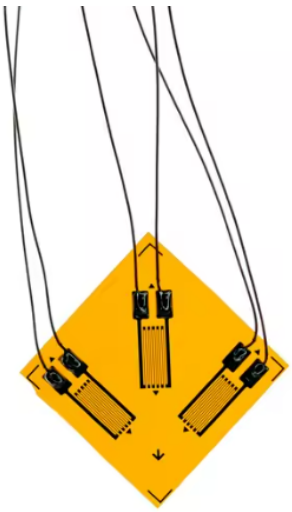
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.3 Sensores e Módulo de Aquisição de Dados

A medição precisa da deformação (ε) durante o ensaio de tração é crucial, especialmente em materiais compósitos que apresentam comportamento anisotrópico. A máquina universal de ensaios, por medir o deslocamento na garra, não oferece a precisão necessária na região de interesse do corpo de prova. Por esta razão, empregou-se instrumentação externa composta por extensômetros (*strain gauges*) e um módulo de aquisição de dados dedicado.

Os sensores de deformação utilizados foram as rosetas triaxiais de extensômetros (*strain gauges*) da série *BX 120 3 CA*. Este tipo de sensor consiste em três extensômetros dispostos em angulações de $0°$, $45°$ e $90°$, como mostra a Figura Figura 20.

Figura 20 – Sensor BX 120 3 CA.



Fonte: Adaptado de SKC Acoustics Technology Co., Ltd. (2025).

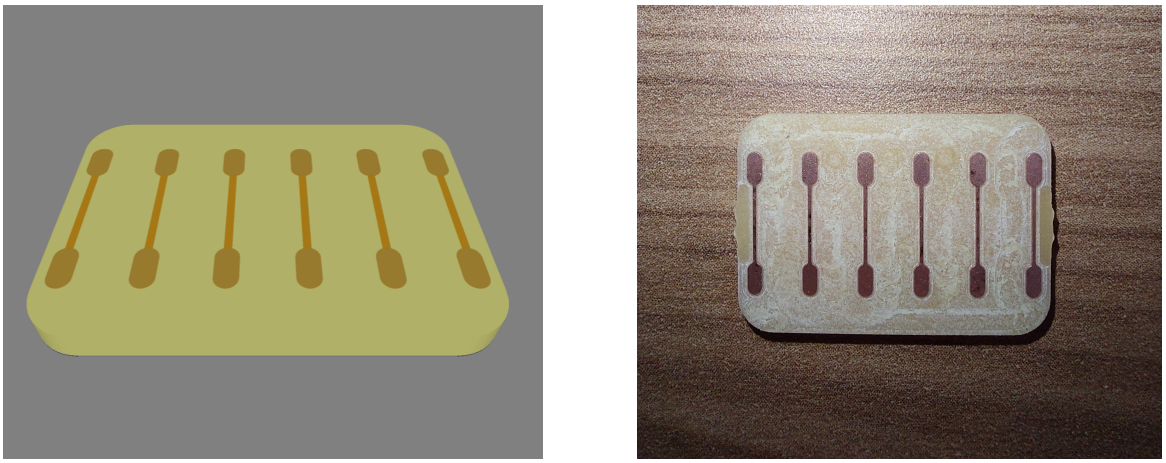
Os principais parâmetros do sensor são:

- Resistência Nominal: $120\ \Omega$.

- Gauge Factor (Fator de Calibração): $2.08 \pm 1\%$.
- Configuração: Um Quarto de Ponte (*Quarter Bridge*).

Devido à natureza sensível e quebradiça do sensor de filme fino, o manuseio direto e a soldagem dos cabos de aquisição poderiam comprometer sua integridade. Para mitigar o risco de danos, falhas de solda ou queima do sensor, uma placa de circuito impresso (PCB) foi desenvolvida e manufaturada especificamente para este trabalho (Figura 21). A PCB serviu como uma ponte de ligação protegida, onde o sensor foi primeiramente soldado, e só então a PCB foi conectada aos fios de aquisição.

Figura 21 – PCB para straingauges.

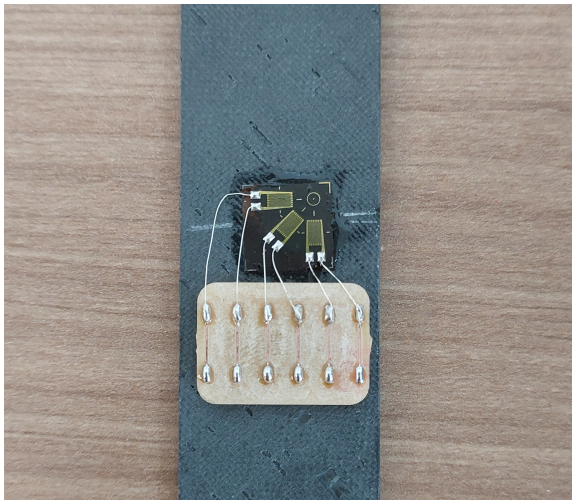


(a) Projeto da PCB. (b) PCB finalizada.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O sensor BX 120 3 CA foi fixado à superfície do corpo de prova utilizando cola epóxi. A PCB, por sua vez, foi fixada com fita dupla face, garantindo que sua conexão e massa não interferissem na deformação da amostra e na medição final. O resultado da instalação dos sensores nos corpos de prova pode ser visto na Figura 22.

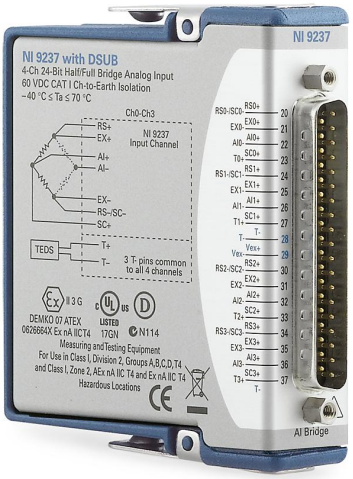
Figura 22 – Instalação dos sensores nos corpos de prova.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A aquisição dos sinais de deformação foi realizada por meio do módulo *National Instruments NI 9237* (Figura 23, compatível com as configurações de ponte de Wheatstone (*Quarter, Half* e *Full Bridge*).

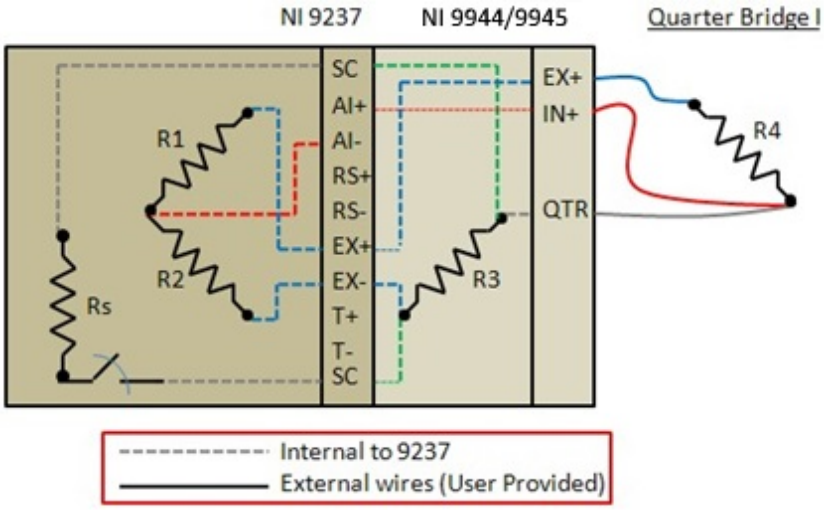
Figura 23 – Módulo de aquisição de dados NI-9237.



Fonte: Adaptado de National Instruments (2025a).

Por ser um sensor do tipo "Um Quarto de Ponte", é tipicamente necessária a utilização dos módulos de terminação de ponte NI 9944 ou NI 9945 para completar o circuito com resistores de precisão. Estes módulos fornecem o terceiro resistor, sendo o quarto resistor o próprio extensômetro, fechando assim a ponte (Figura 24).

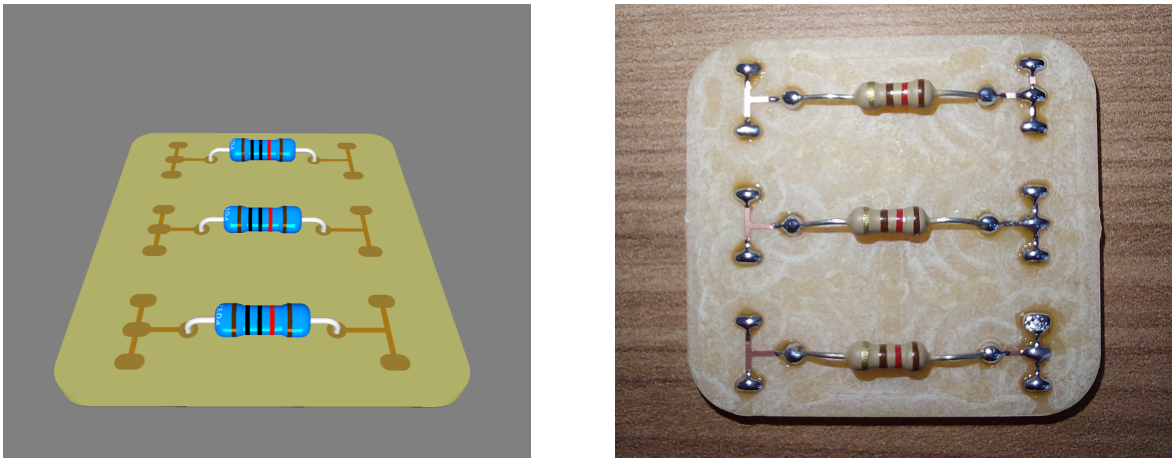
Figura 24 – Esquema elétrico para sensores Quarter Bridge.



Fonte: Adaptado de National Instruments (2025b).

Devido à indisponibilidade destes módulos, foi desenvolvida uma segunda placa de circuito impresso (PCB) para cumprir a função de terminação de ponte. Essa PCB foi fabricada utilizando resistores de precisão e seguiu o esquema elétrico exatamente conforme as especificações da *National Instruments*. Desta forma, a PCB adaptada atuou como um elemento passivo para completar a ponte de Wheatstone, garantindo que o sinal de deformação pudesse ser lido pelo NI 9237 com a precisão necessária e sem introdução de ruídos ou interferências externas no experimento.

Figura 25 – PCB para resistores complementares.

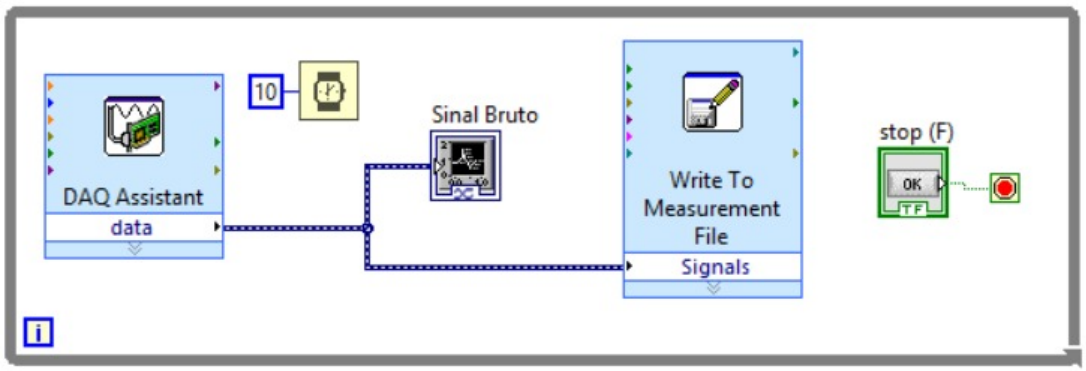


(a) Projeto da PCB. (b) PCB finalizada.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O módulo NI 9237 foi interligado ao computador, e o processo de aquisição dos dados foi controlado por meio da plataforma de programação gráfica da National Instruments, o *LabVIEW*. No LabVIEW, utilizou-se o bloco *DAQ Assistant*, responsável pela configuração dos três canais de aquisição, correspondentes a cada uma das angulações da roseta. O diagrama final desenvolvido na plataforma pode ser visto na Figura 26

Figura 26 – Diagrama de blocos desenvolvido no LabVIEW.

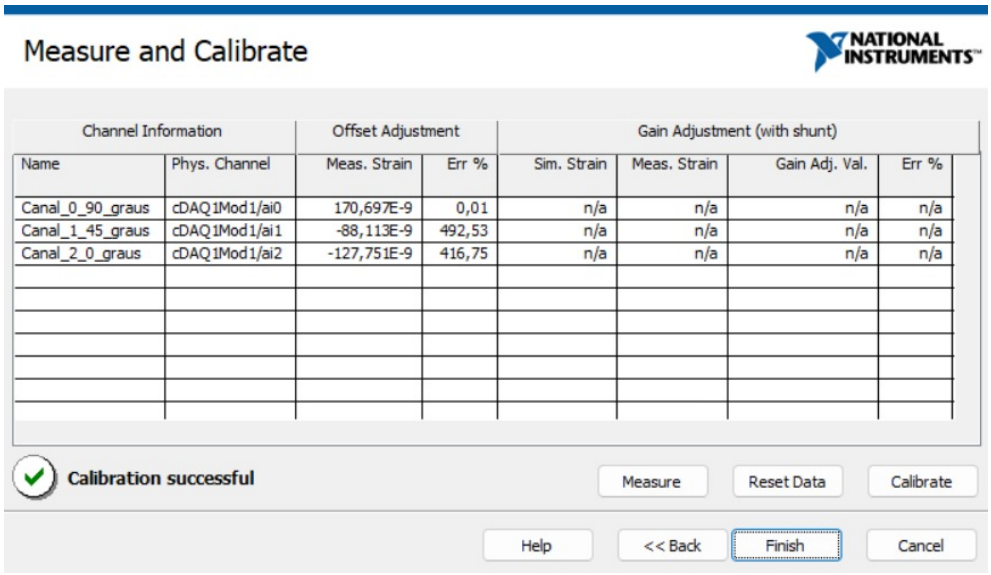


Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o reconhecimento das características do sensor, foi indispensável realizar a calibração de offset dos canais. Os sensores apresentavam uma leitura inicial de deformação diferente de zero; portanto, foi necessário aplicar uma tensão inicial e calibrar o sistema para que a leitura de deformação

se iniciasse precisamente em zero, garantindo a eliminação de erros de base. A interface de calibração e as tensões utilizadas no offset podem ser observadas na Figura 27

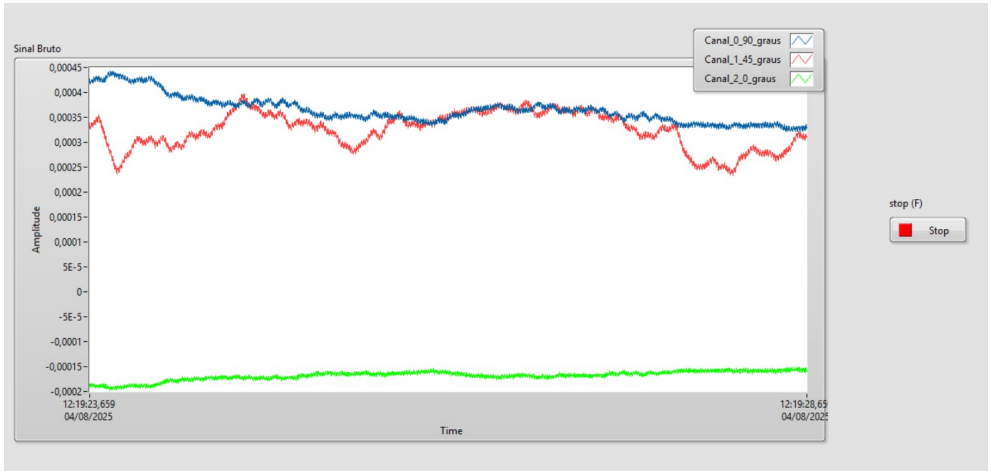
Figura 27 – Interface de calibração dos sensores.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O sistema foi configurado para gravar o sinal em um arquivo TXT para análise posterior, enquanto permitia o monitoramento dos sinais em tempo real, o que possibilitou a rápida identificação e correção de eventuais falhas durante a execução dos ensaios.

Figura 28 – Monitoramento em tempo real.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1.4 Execução dos Ensaios de Tração

A fase de caracterização do material culmina na execução dos ensaios de tração uniaxial. Os corpos de prova, previamente instrumentados com extensômetros e conectados ao módulo NI 9237, conforme detalhado na Seção 4.1.3, foram então submetidos ao teste.

Os ensaios foram realizados na *Máquina Universal de Ensaios Biopdi* (10.000 kgf Autoportante), ilustrada na Figura 29.

Figura 29 – Máquina universal de ensaios Biopdi.



Fonte: Adaptado de Biopdi (2025).

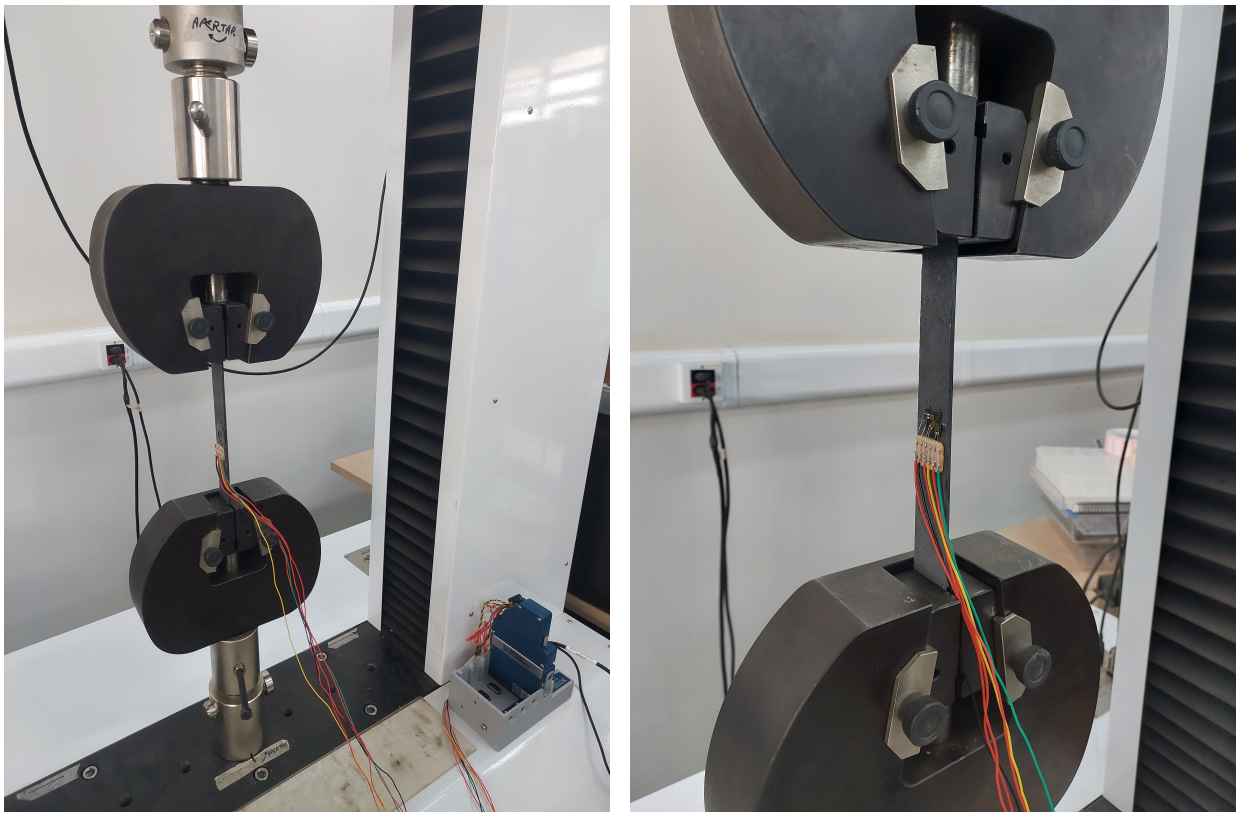
O corpo de prova foi fixado por meio de aperto manual nas garras da máquina. O ensaio foi conduzido a uma velocidade de avanço constante de 0.5 mm/min. Esta baixa taxa de avanço foi escolhida para materiais compósitos de matriz polimérica com o objetivo de garantir que as propriedades viscoelásticas do material não afetassem a resposta elástica, simulando, assim, condições quase-estáticas, conforme sugerido pela norma técnica. O *setup* final, com o corpo de prova posicionado e o sistema de aquisição conectado, é apresentado na Figura 30.

A máquina de ensaios fornece os dados brutos de *Força* (F) aplicada ao corpo de prova e o *Deslocamento da Garra* (ΔL_{garra}). Contudo, para se obter a *Tensão* e a *Deformação*, que são as variáveis necessárias para a determinação do *Módulo de Young* e da resistência do material, é preciso realizar medições e conversões específicas.

Para esta conversão, duas dimensões foram registradas em cada espécime antes do início do teste: a *Área Inicial de Seção Transversal* (A_0) e o *Comprimento Inicial entre as Garras* (L_0).

A *Tensão* (σ) foi calculada utilizando-se a Força aplicada (F) e a Área Inicial de Seção Transversal (A_0), conforme a Equação 7:

Figura 30 – Setup dos ensaios de tração.



(a) Setup completo. (b) Corpo de prova fixado.

Fonte: Elaborado pelo autor.

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \tag{7}$$

A *Deformação* (ϵ) é classicamente obtida pela razão entre o deslocamento (ΔL) e o Comprimento Inicial entre as Garras (L_0), conforme a Equação 8:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \tag{8}$$

É importante ressaltar que, embora a máquina forneça um valor de deslocamento global (ΔL_{garra}), os valores de deformação utilizados na análise de resultados serão predominantemente aqueles medidos diretamente pelos extensômetros. Estes sensores, acoplados na região central do corpo de prova, fornecem a medida de deformação mais precisa e localizada para a determinação das propriedades elásticas do laminado.

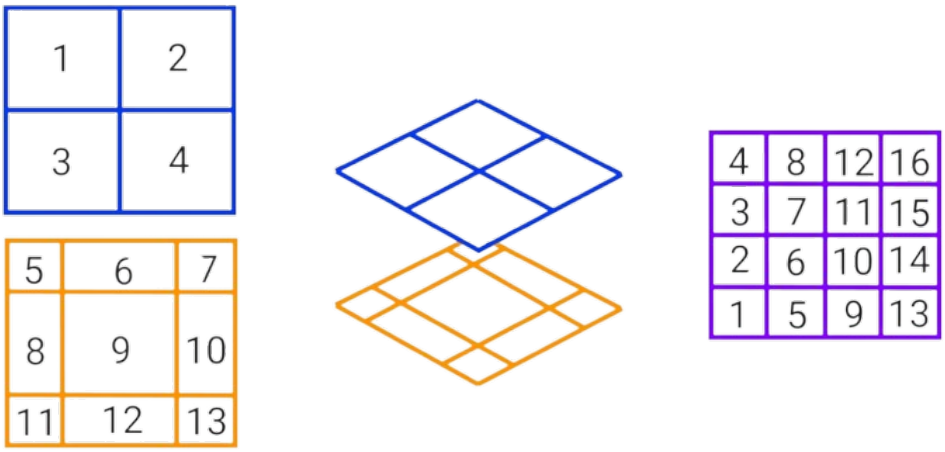
4.2 MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA - (*FEM*)

O presente estudo visa analisar as diferenças entre materiais compósitos laminados convencionais e laminados de rigidez variável discreta, aplicados a um painel quadrado medindo 300×300 mm, sob condições de contorno livre-livre.

4.2.1 Análise Preliminar

O laminado de rigidez variável discreta foi definido com uma distribuição alternada entre camadas pares e ímpares. A camada par consiste em quatro *patches*, enquanto a camada ímpar apresenta uma distribuição escalonada composta por nove *patches*. A partir desta configuração, foram determinados 13 ângulos distintos, um para cada *patch*. Estes ângulos serão referenciados como θ_i, onde $i \in [1, 13]$ ao longo do trabalho. Ao combinar essas duas camadas, obtém-se uma geometria com 16 seções, como mostra a Figura 31, cada uma com dois ângulos distintos: um correspondente à camada par e outro à camada ímpar. A combinação de ângulos em cada uma das 16 seções pode ser vista na Tabela Tabela 1. A escolha específica dos ângulos será discutida posteriormente.

Figura 31 – Ilustração das camadas pares e impares.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 1 – Combinação de ângulos θ em cada seção.

N° da Seção	1	2	3	4	5	6	7	8
Combinação de θ's	3 e 11	3 e 8	1 e 8	1 e 5	3 e 12	3 e 9	1 e 9	1 e 6
N° da Seção	9	10	11	12	13	14	15	16
Combinação de θ's	4 e 12	4 e 9	2 e 9	2 e 6	4 e 13	4 e 10	2 e 10	2 e 7

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com esta geometria, o painel apresenta 13 variáveis, permitindo várias combinações para alcançar a variação de rigidez. O laminado de referência escolhido para comparação foi o laminado Quasi-Iso de 4 camadas ($0°$, $90°$, $+45°$ e $-45°$).

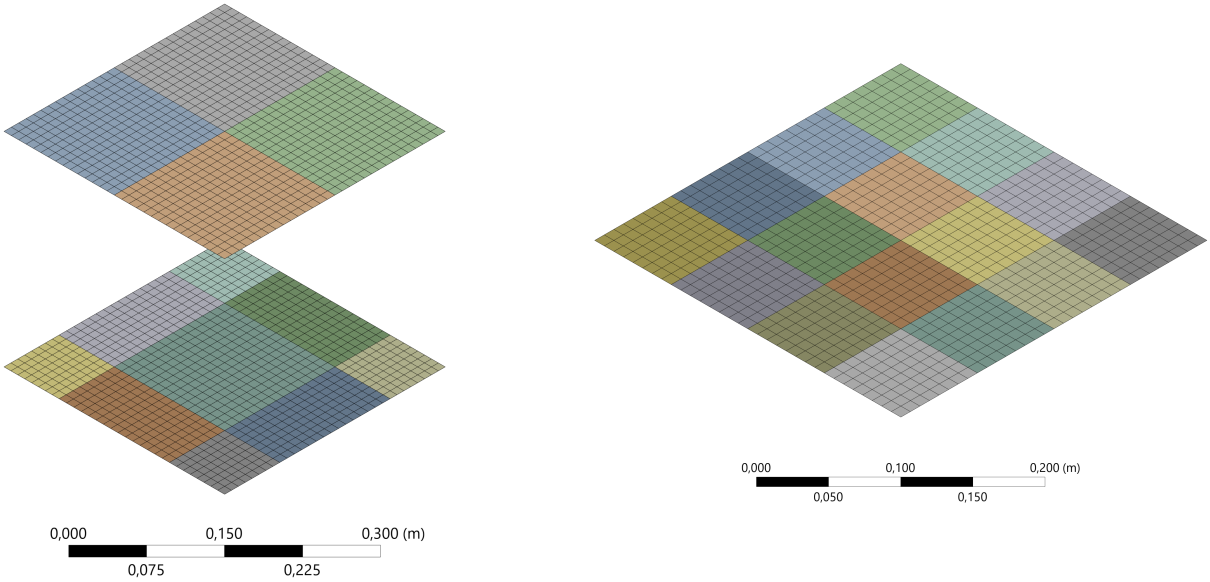
4.2.2 Simulação no ANSYS

O primeiro passo para iniciar a simulação no software *ANSYS* foi a definição das propriedades do material. Devido à natureza da manufatura manual do compósito, e conforme detalhado na Seção 4.1, foi essencial criar um novo material no módulo *Engineering Data* do software. Utilizando os dados obtidos na caracterização experimental (Módulo de Young, Coeficiente de Poisson e Densidade), o material foi customizado e denominado ***Epoxy Carbon UD Caracterizado***.

Com as propriedades experimentais inseridas, este novo material foi então empregado para a definição de cada camada do laminado, garantindo que as simulações numéricas refletissem as características do painel compósito real.

Após a definição do material, a geometria foi criada utilizando o módulo *SpaceClaim*. Em vez de criar camadas pares e ímpares separadas, como mostra a Figura 32 (a), e depois uni-las para formar o laminado, a geometria mostrada na Figura 32 (b) foi desenvolvida diretamente de acordo com o esboço apresentado anteriormente. Assim, a geometria do painel consiste em um painel de 300×300 mm dividido em 16 seções. Os ângulos das fibras, espessuras e combinações de *patches* foram definidos no módulo *ACP-PRE*, o que será discutido em detalhes posteriormente.

Figura 32 – Geometrias criadas.



(a) Camadas separadas. (b) Geometria final.

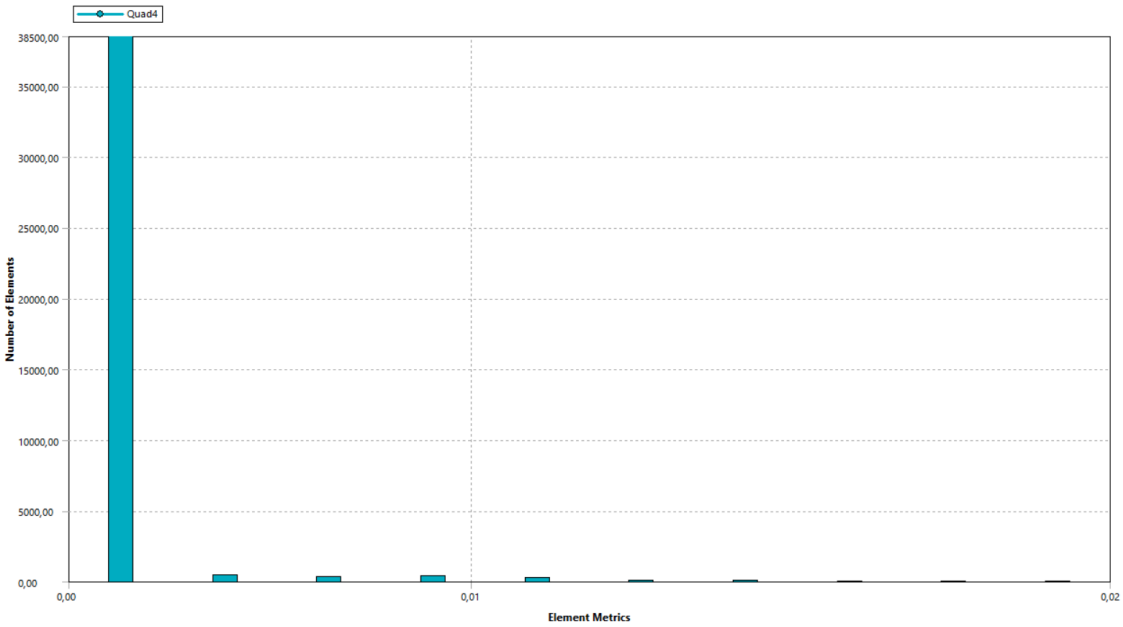
Fonte: Elaborado pelo autor.

A geração da malha foi concluída sem problemas devido à baixa complexidade da geometria, tornando desnecessária a aplicação de métodos de otimização. As análises foram conduzidas variando o tamanho do elemento de 0.1 a 0.001 m. Com base nos resultados, foi determinado que esta variação não afetava o tempo de simulação, sendo selecionado o menor valor. Consequentemente, a malha final consistiu em aproximadamente 40.000 elementos.

Para atestar a qualidade da malha, foi utilizada uma ferramenta no software *ANSYS* chamada *Skewness*, que mede a distorção dos elementos da malha com base em sua geometria ideal. Quanto mais próximo de zero, mais realista é a malha criada. O resultado é mostrado na Figura 33, atestando a confiabilidade dos resultados.

Com a malha definida, foi possível determinar os *patches* e ângulos correspondentes a cada uma das 16 seções do painel. Para a análise proposta, quatro subdivisões principais do módulo *ACP-PRE* são suficientes para entender as diretrizes adotadas neste estudo. O processo de design do laminado compósito começou definindo o *Fabric*, selecionando o *Epoxy Carbon UD Caracterizado* como material e adotando uma espessura de camada de 0.39 mm, em linha com os dados obtidos das laminações. *Stackups* foram então estabelecidos para representar as sequências de camadas: quatro ângulos distintos

Figura 33 – Gráfico de Skewness.



Fonte: Elaborado pelo autor.

(0°, 90°, 45° e −45°) foram usados em um laminado *Quasi-Iso*, enquanto 16 *stackups* com dois ângulos possíveis cada foram criados para um laminado de rigidez variável discreta. *Oriented Selections* foram desenvolvidas para cada uma das 16 seções do painel, definindo a direção de empilhamento ao longo do eixo *Y* devido à geometria do plano *XZ* do painel. Finalmente, os *ModelingPlys* integraram esses elementos, atribuindo cada *oriented selection* a um *stackup* correspondente, culminando no laminado final, onde, no caso *Quasi-Iso*, as 16 seções receberam *stackups* com ângulos de $0°$, $90°$, $45°$ e $-45°$.

Para o laminado de rigidez variável discreta, cada uma das 16 seções foi configurada com dois ângulos diferentes, resultando na atribuição de dois *stackups* à mesma *oriented selection*, gerando assim 16 *modelingplys* distintos.

As simulações e análises modais foram conduzidas com condições de contorno livre-livre, conforme o desenvolvimento descrito:

- Um painel com laminado de referência Quasi-Iso $(0°, 90°, 45°, -45°)$;
- Um painel com 13 ângulos de fibra otimizados.

A definição dos 13 ângulos de fibra otimizados será descrita na próxima seção.

4.2.3 Automação e Otimização por *PYTHON*

Dentro do ambiente *ANSYS*, é possível gerar scripts em *Python* que convertem todas as ações realizadas nas diversas subdivisões (*Engineering Data*, *SpaceClaim*, *Mechanical* e *ACP-PRE*) em comandos específicos *ANSYS-Python*. Isso permite a automação completa da criação da geometria, do *meshing* e dos procedimentos mencionados no *ACP*. Assim, o presente estudo foi totalmente automatizado, eliminando a necessidade de atribuições manuais e desenvolvimento passo a passo no

ambiente *ANSYS* padrão. Agora, todas as características do estudo podem ser modificadas diretamente no script *Python*, que pode ser facilmente anexado à interface do software.

No entanto, a interface *ANSYS* armazena vários comandos de seleção e troca de posição que são desnecessários para a geração de geometrias e características dentro do *ACP-PRE*. Essa redundância torna o script muito longo, limitando sua flexibilidade e permitindo apenas a alteração manual das variáveis do projeto. Para resolver esse problema, foram implementados laços de repetição juntamente com matrizes de variáveis, o que reduziu o tamanho do código em 70% e aumentou a velocidade de modificação das variáveis do projeto.

Além disso, embora semelhantes ao *Python*, os scripts internos do *ANSYS* não permitem o uso de bibliotecas como **numpy** e **os**, que são essenciais para a otimização complexa. Desta forma, o desenvolvimento de rotinas que dependem dessas bibliotecas foi realizado em um script *Python* externo, e seus resultados são armazenados em um arquivo de texto. Este arquivo é lido posteriormente pelo script interno do *ANSYS*, garantindo a continuidade do processo sem depender de recursos externos incompatíveis.

Essa automação possibilitou o teste de inúmeras combinações de ângulos de *patch* em um tempo muito menor do que seria necessário com a abordagem tradicional. Devido à flexibilidade e variedade de funções matemáticas, foi possível substituir, por exemplo, a entrada manual de ângulos por matrizes contendo 13 variáveis distintas. O uso de uma linguagem de programação também abre possibilidades para a aplicação de algoritmos de otimização, como o Algoritmo Genético, que foi utilizado para definir o painel de rigidez variável otimizado. A escolha específica do Algoritmo Genético deu-se pela afinidade e experiência prévia do autor com este tipo de meta-heurística. Contudo, abordagens como Otimização por Enxame de Partículas (PSO) ou Recozimento Simulado são candidatas igualmente válidas para exploração em trabalhos futuros. Com base em uma função objetivo e nas definições do projeto, é possível encontrar combinações ideais para cada situação.

A otimização dos ângulos θ em cada seção da estrutura, visando minimizar, maximizar ou atingir uma frequência natural específica para os primeiros seis modos de vibração, foi realizada utilizando um algoritmo genético. Neste contexto, seja $f|g|h(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{13})$ a frequência natural do painel para uma combinação específica de θ nas camadas. Três funções objetivo para a otimização podem ser definidas: uma que minimiza a i-ésima frequência natural (Equação 9), uma que maximiza a i-ésima frequência natural (Equação 10) e uma que busca minimizar a diferença entre essa frequência calculada e o valor alvo ω_{target}, alcançando assim a melhor aproximação possível da frequência desejada (Equação 11).

$$\text{minimize } f(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{13}) = \omega_i \tag{9}$$

$$\text{minimize } g(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{13}) = -\omega_i \tag{10}$$

$$\text{minimize } h(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{13}) = (\omega_i - \omega_{\text{target}})^2 \tag{11}$$

A população inicial foi gerada utilizando a técnica de amostragem de *Latin Hypercube*, uma abordagem que fornece uma cobertura mais uniforme do espaço de busca e demonstrou convergência

mais rápida em comparação com outras técnicas. Esta técnica é particularmente vantajosa para otimizações em espaços de alta dimensão, como no caso da definição de múltiplos ângulos de fibra no painel.

Neste processo de otimização, a função objetivo depende de 13 variáveis, cada uma representando um ângulo, distribuídas entre as camadas par e ímpar do painel, cada uma restrita a um intervalo específico (dependendo dos requisitos do projeto). Além disso, a cada seção do painel é atribuída uma combinação específica de θ_i conforme a configuração de camadas par e ímpar mostrada na Tabela Tabela 1.

Cada ângulo é restrito a um dos 16 valores discretos, que são fixados em intervalos que variam de $-80°$ a $90°$. Para representar esses ângulos em uma estrutura de algoritmo genético, a codificação foi feita como uma única variável binária composta por 13 blocos de quatro bits cada.

Cada bloco de quatro bits mapeia diretamente para um dos 16 valores de ângulo possíveis. Especificamente, a sequência binária de quatro bits dentro de cada bloco representa um índice para o ângulo correspondente em uma lista predefinida de 16 valores possíveis. Essa codificação permite que o algoritmo genético avalie e otimize as configurações de ângulo manipulando cromossomos binários, onde cada cromossomo representa um conjunto específico de ângulos com base na combinação de bits dentro de seus 13 blocos.

A função de *fitness* calcula a diferença absoluta entre a frequência resultante dos ângulos e o valor alvo f_{target}, indicando o quão próxima a solução atual está do objetivo desejado. Para a seleção individual, foi empregada a técnica da roleta, onde os indivíduos mais aptos recebem uma proporção maior na roleta, que é então girada múltiplas vezes para determinar os pares de acasalamento.

Os hiperparâmetros foram ajustados por tentativa e erro para obter um tempo de convergência viável. O algoritmo também utilizou seleção de estado estacionário para o elitismo com 5 pais selecionados entre as gerações, uma taxa de mutação de 10% e 10 indivíduos por geração.

O critério de convergência adotado foi o número máximo de gerações, tomado como 150. Assim, o algoritmo continua até atingir o número definido de iterações, permitindo o refinamento contínuo das soluções ao longo das gerações na busca pela melhor configuração de ângulo θ para atender à frequência alvo.

Após a convergência do Algoritmo Genético para as três formulações de função objetivo (minimização, maximização e aproximação de frequência alvo), foi necessário definir o caso a ser utilizado para a validação experimental. A função de minimização da frequência natural do i-ésimo modo foi selecionada como o critério final, pois resultou em uma configuração de ângulos dos patches que apresentava maior simplicidade e viabilidade de manufatura. Essa escolha foi crucial para garantir a fidelidade entre o painel otimizado simulado e a peça física, minimizando os erros inerentes ao processo de laminação manual de rigidez variável

4.3 ENSAIOS MODAIS E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

O estudo de viabilidade para aplicação de compósitos de rigidez variável discreta exige que os resultados da *Análise Numérica por Elementos Finitos* (*FEM*), detalhada na Seção 4.2, sejam validados

experimentalmente. Para isso, foi necessária a fabricação em escala real dos dois painéis centrais comparados nas simulações: o painel de referência Quase-Iso e o painel de rigidez variável otimizado.

4.3.1 Fabricação dos Painéis para Ensaio Modal

Para garantir a consistência dos dados, os painéis foram fabricados seguindo o mesmo processo de manufatura (*hand lay-up*) e utilizando os mesmos materiais (resina e fibra de carbono) empregados na confecção dos corpos de prova para a caracterização mecânica (Seção 4.1). Isso minimiza divergências nas propriedades do material causadas pelo processo de fabricação.

O painel Quase-Iso foi o primeiro a ser laminado. Sua estrutura em $0°$, $90°$, $+45°$ e $-45°$ totalizou 4 camadas de tecido continuo que podem ser observados na Figura 34.

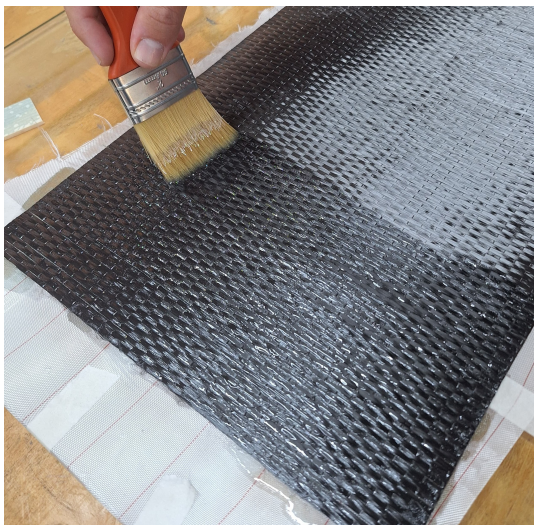
Figura 34 – Tecido utilizado no painel Quasi-Iso.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A proporção de resina-tecido foi mantida a mesma, com aplicação feita por um pincel, replicando o método utilizado na fabricação dos corpos de prova (Seção 4.1.1), conforme ilustrado na Figura Figura 35.

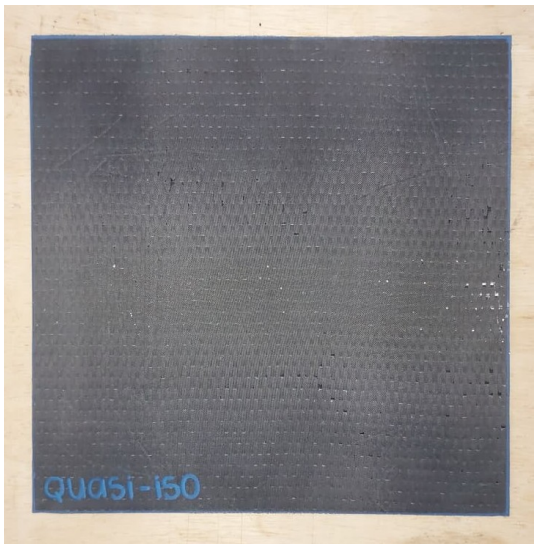
Figura 35 – Processo de laminação do painel Quasi-Iso.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após o tempo de cura, as bordas do painel foram cortadas para atingir as mesmas dimensões de 300×300 mm, alinhando o modelo físico com a geometria utilizada na simulação *FEM* (Figura 36).

Figura 36 – Painel Quasi-Iso finalizado.



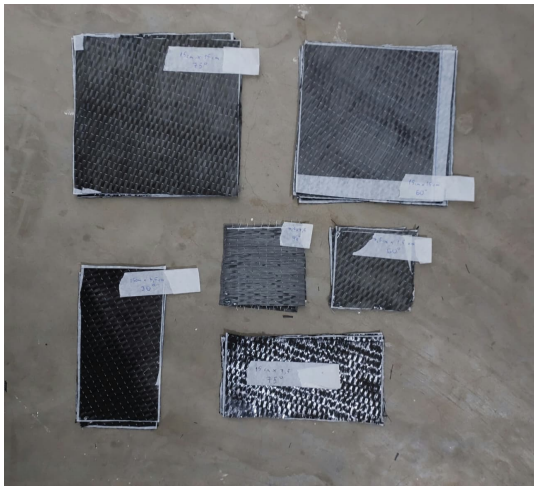
Fonte: Elaborado pelo autor.

A fabricação do painel de *Rigidez Variável Otimizado* exigiu um procedimento de laminação distinto e mais complexo, dada a natureza dos *patches* com diferentes ângulos em cada camada. Primeiramente, foi realizada uma marcação da geometria de referência diretamente na superfície do *peel-ply*, servindo como guia para a colocação das camadas subsequentes.

Ao invés de utilizar tecidos inteiros, os *patches* foram recortados individualmente, multiplicados pelo número total de camadas, para formar um "quebra-cabeça"de ângulos. Para garantir a angulação correta das fibras em cada *patch* antes do corte, foram utilizados um esquadro e um transferidor de precisão.

Para a camada par (correspondente às seções 1, 2, 3 e 4 da Figura Figura 31), foram recortados quatro quadrados de 15×15 cm. Já para a camada ímpar, a geometria mais complexa exigiu o recorte de um quadrado de 15×15 cm, quatro quadrados de 7.5×7.5 cm e quatro retângulos de 15×7.5 cm, totalizando os 9 *patches* por camada ímpar. A Figura 37 mostra o recorte dos tecidos.

Figura 37 – Patches recortados.



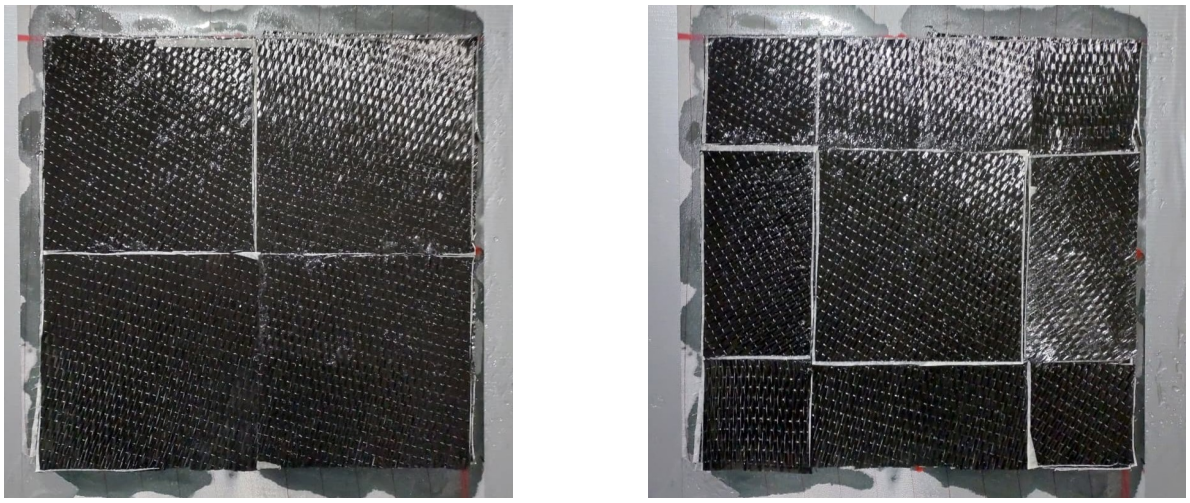
Fonte: Elaborado pelo autor.

A decisão de fabricar o painel otimizado com quatro camadas (duas pares e duas ímpares, interca-

ladas) foi tomada para manter a consistência com o painel de referência Quasi-Iso que também foi limitado a quatro camadas por mais simplicidade na manufatura.

O processo de laminação começou com a aplicação de resina no *peel-ply* para garantir a aderência. A primeira camada (par), composta pelos quatro quadrados maiores, foi colada. Para a demarcação da geometria da camada ímpar (que era mais complexa), foi utilizado um marcador de drywall (barbante com giz) como referência, facilitando a colocação subsequente dos 9 *patches* da camada. A metodologia de laminação foi semelhante à dos corpos de prova, com a ressalva de que o rolete não pôde ser utilizado, a fim de evitar o desvio na angulação das fibras já posicionadas. A Figura 38 mostra as duas camadas laminadas.

Figura 38 – Laminação das camadas do painel otimizado.

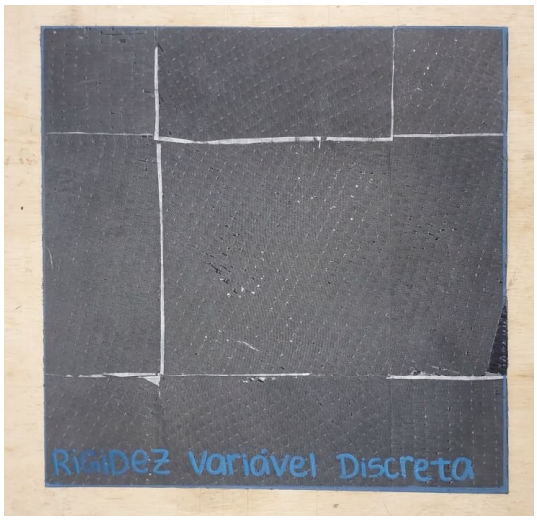


(a) Camada par. (b) Camada impar.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, assim como no painel Quasi-Iso, as bordas do painel otimizado foram cortadas para garantir a precisão geométrica e a condizência com as dimensões de 300×300 mm utilizadas nas simulações.

Figura 39 – Painel otimizado finalizado.



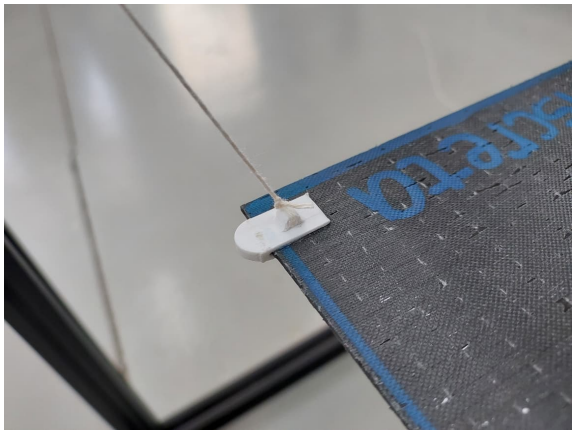
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.2 Execução dos Ensaios Modais

Os ensaios modais foram conduzidos utilizando a técnica de Análise Modal Experimental (*AME*), com o objetivo de obter as frequências naturais e as formas modais do painel Quasi-Iso e do painel Otimizado para validação do modelo numérico.

Para replicar a condição de contorno Livre-Livre (*Fully Free*) simulada no *ANSYS*, os painéis foram suspensos em uma estrutura treliçada de alumínio . A fixação foi realizada por meio de quatro presilhas impressas em polímero, as quais foram acopladas às extremidades do painel (Figura 40).

Figura 40 – Presilhas de fixação.

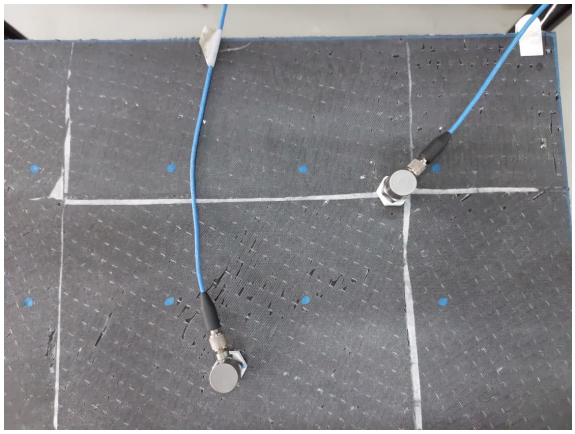


Fonte: Elaborado pelo autor.

Estas presilhas foram amarradas à estrutura de alumínio por um barbante com um módulo de tensão extremamente baixo. A escolha desse material de suspensão garantiu que a rigidez imposta ao painel pelo aparato de suporte fosse minimizada, assegurando que os modos de vibração observados fossem puramente modos de deformação estrutural, a partir do sétimo modo.

A instrumentação do ensaio consistiu na utilização de um martelo de impacto instrumentado (*ICP Impact Hammer* modelo LW45160SN) para excitação e dois acelerômetros inerciais (NI 352C33) para captação da resposta. Os acelerômetros foram dispostos na direção da espessura da placa, medindo a aceleração no eixo z. Todo o sistema de aquisição de dados foi centralizado no *módulo NI 9234* da National Instruments.

Figura 41 – Disposição dos acelerômetros nos painéis.



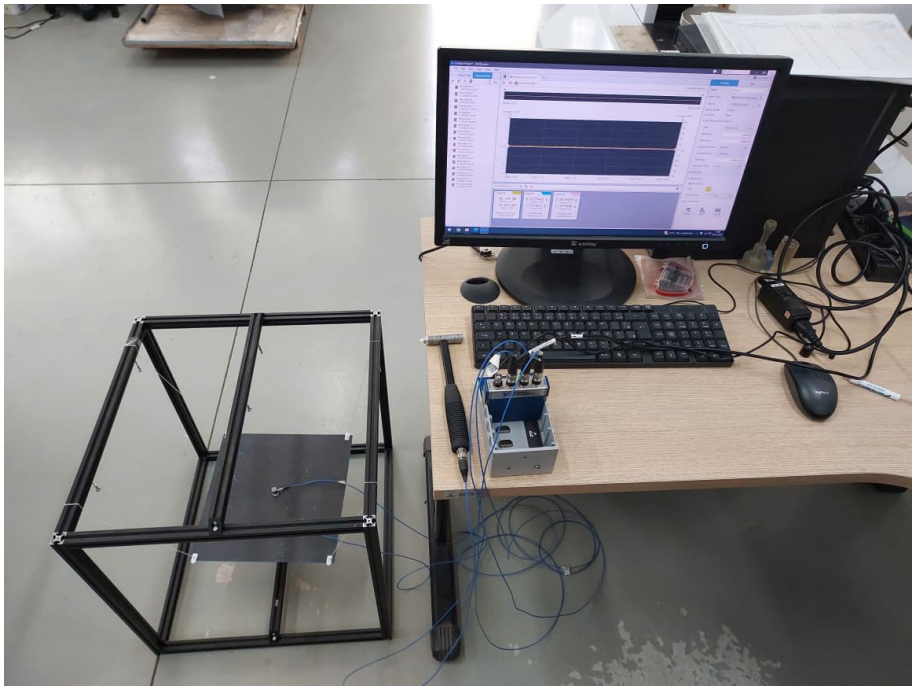
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os dois acelerômetros foram fixados em pontos estratégicos da placa por meio de suportes impressos: um no centro e outro no ponto médio da diagonal superior, como mostra a Figura 41. Essa redundância foi intencional, pois o uso de dois sensores fixos em posições distintas é crucial para garantir que pelo menos um deles não coincida com um nó modal (ponto de aceleração nula) para os modos de vibração analisados.

A estratégia de medição explorou o princípio da reciprocidade, aplicável a sistemas lineares, permitindo otimizar o tempo de ensaio. Ao invés de mover os acelerômetros, o martelo de impacto foi movido sequencialmente por diversos pontos, enquanto os sensores permaneceram fixos.

Para a medição, o painel foi dividido em uma grade 4×4, totalizando 16 pontos de impacto, os quais foram previamente demarcados com uma caneta na superfície da placa. O martelo de impacto foi utilizado para excitar sequencialmente cada um dos 16 pontos. Os sinais de força (martelo) e de aceleração (acelerômetros) foram capturados e registrados pelo software *LabVIEW*. Para cada ponto de impacto, foram registradas as Funções de Resposta em Frequência (*FRFs*) correspondentes. O setup completo para realização do ensaio pode ser visto na Figura 42.

Figura 42 – Setup dos ensaios modais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos seguindo a metodologia do Capítulo 4. Primeiro, são mostrados os valores obtidos na caracterização experimental dos materiais por meio das curvas dos ensaios de tração e os resultados do cálculo de densidade. Em seguida, são apresentados os resultados das simulações numéricas por FEM, comparando o painel Quase-Isotrópico com o painel Otimizado, destacando as linhas modais, os picos de resposta e as frequências naturais de cada modo de vibração. Por fim, são exibidos os resultados da validação experimental, com os ensaios modais e sua comparação direta com as simulações.

5.1 PROPRIEDADES MECÂNICAS OBTIDAS

5.1.1 Resultados do Cálculo da Densidade

A determinação da densidade (ρ) do laminado foi realizada utilizando duas abordagens distintas (método geométrico e método de deslocamento de fluido), conforme detalhado na Seção 4.1.2. As medições dimensionais (espessura, largura e comprimento) e de massa, que envolveram dez repetições para cada parâmetro, foram processadas para obter os valores médios apresentados na Tabela Tabela 2.

Esta tabela apresenta os resultados médios obtidos pelo método geométrico utilizando as três amostras completas.

Tabela 2 – Resultados médios da densidade obtida pelo método geométrico (amostras inteiras).

Parâmetro	**Amostra 0°**	**Amostra 45°**	**Amostra 90°**
Massa m [g]	22,0875	21,1362	21,09
Espessura [mm]	2,37	2,58	2,55
Largura [mm]	26,61	25,24	25,58
Comprimento [mm]	250,9088	251,262	248,44
Volume [mm^3]	15623,7391	16361,98043	16205,49276
Densidade ρ [kg/m^3]	1395,85	1291,79	1301,41

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os valores de densidade obtidos por meio do método geométrico apresentaram uma média de $1329,68$ kg/m^3. Para validação, este resultado, foi comparado com o método de deslocamento de fluido, cujos resultados médios são apresentados na Tabela Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados da densidade obtida por deslocamento de fluido (princípio de Arquimedes).

Angulação	**Média ρ [kg/m^3]**
0°	1348,00
45°	1383,11
90°	1337,56

Fonte: Elaborado pelo autor.

A comparação entre as médias obtidas pelos dois métodos distintos demonstrou uma boa convergência dos valores. Dessa forma, a densidade final adotada para o material *Epoxy Carbon UD*

Caracterizado nas simulações numéricas foi a média geral de todos os resultados obtidos, sendo adotado o valor de:

$$\rho_{\text{final}} = 1343 \text{ kg/m}^3$$

5.1.2 Resultados dos Ensaios de Tração

A determinação das propriedades elásticas do laminado compósito (*Módulos de Young*, *Módulo de Cisalhamento* e *Coeficiente de Poisson*) foi realizada a partir dos ensaios de tração em cinco corpos de prova para cada angulação: $0°$, $90°$ e $\pm 45°$.

A aquisição de dados utilizou um sistema de coleta duplo: a máquina de tração forneceu a *Força* e o *Deslocamento global das garras* (essenciais para a análise do comportamento didático do material), enquanto os strain gauges, acoplados a um módulo de aquisição, capturaram a *Deformação local* com maior precisão na região de interesse.

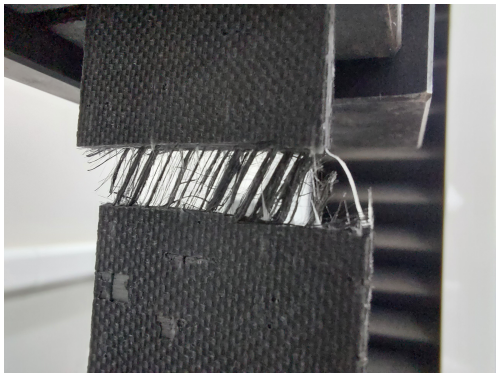
Para o cálculo dos módulos elásticos, apenas a região linear e elástica das curvas foi considerada. Dada a necessidade de alta precisão, os dados foram submetidos a um tratamento digital com o *Filtro Savitzky-Golay*. Este filtro foi adotado por sua capacidade de suavizar o ruído, preservando a geometria física do sinal através de um ajuste polinomial por mínimos quadrados, superando em fidelidade a filtros mais simples, como o Gaussiano. A seguir, os resultados são divididos por angulação de fibra e a análise será apresentada sob as seguintes frentes para cada angulação:

1. Gráfico da Máquina de Tração: ilustra o comportamento macroscópico da tensão;
2. Gráfico do Strain Gauge: utilizado para a extração dos valores de rigidez; e
3. Análise do Corpo de Prova Pós-Ensaio, detalhando o modo de falha.

Corpos de Prova a 90°

As amostras com fibras a $90°$ apresentaram as menores tensões máximas entre todos os ensaios, uma vez que a resistência mecânica recai principalmente sobre a matriz epóxi, e não sobre as fibras, que não estão alinhadas ao eixo de tração. Por esta razão, estas amostras são utilizadas para a determinação do *Módulo de Young Transversal* (E_2).

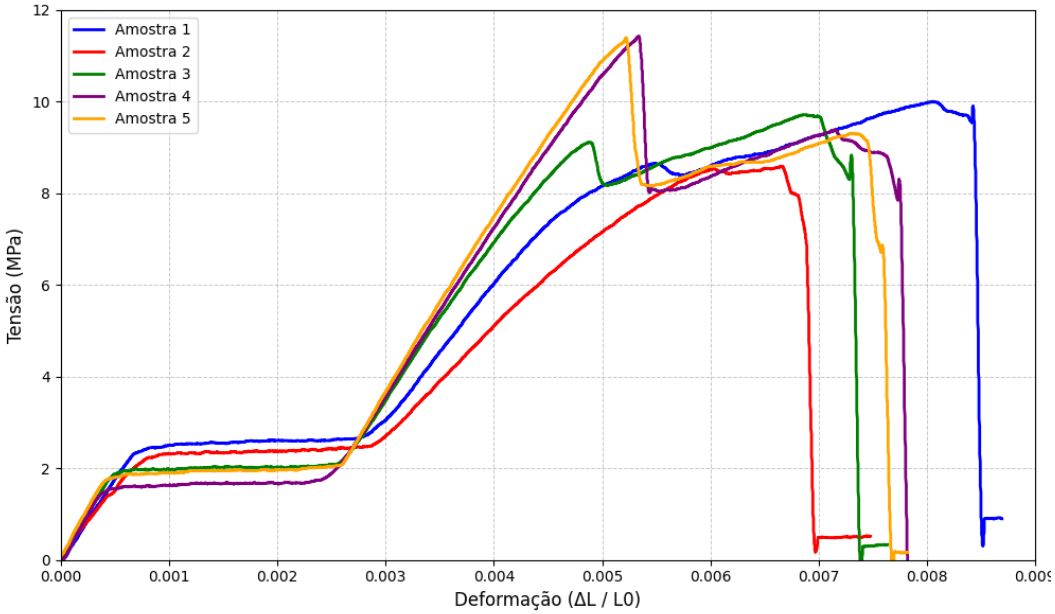
Figura 43 – Amostra de 90° após o ensaio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A falha nessas amostras é abrupta, pois a matriz epóxi se comporta como um material *frágil*, quebrando repentinamente sem alongamento significativo, o que é evidenciado pela trinca seca e direta observada no corpo de prova pós-ensaio (Figura 43).

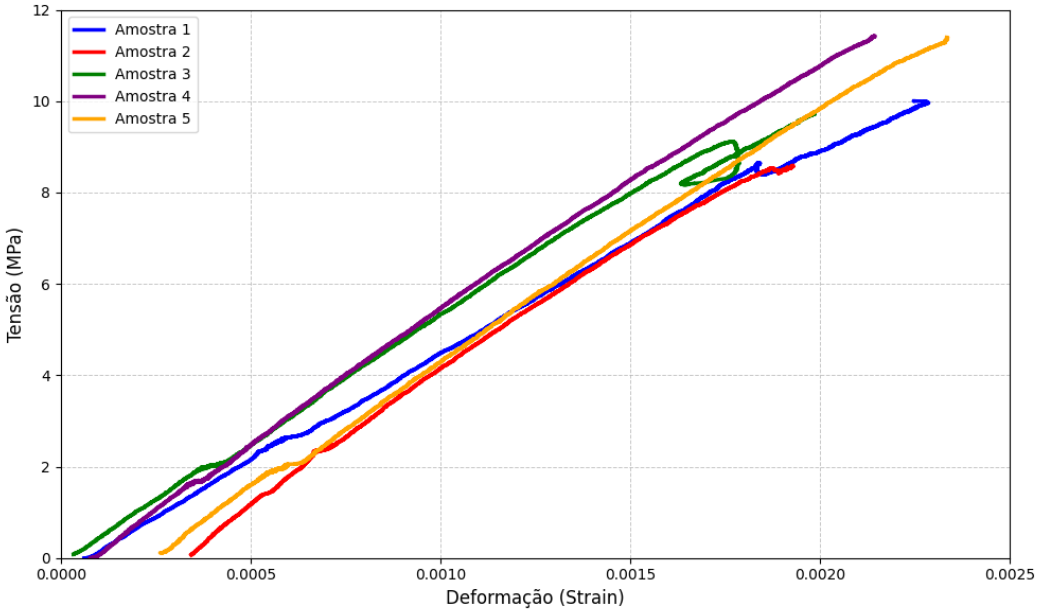
Figura 44 – Tensão X Deformação (90°) - Máquina de tração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao analisar o gráfico da máquina de tração (Figura 44), que ilustra o comportamento macroscópico, observa-se que, na região inicial, houve um aumento de deformação sem um aumento correspondente de tensão. Este fenômeno, mais notório nas amostras de $90°$ devido à baixa tensão final, se deve ao ajuste mecânico e acomodação dos corpos de prova nas pinças. Além disso, a curva exibe duas quedas clássicas de tensão.

Figura 45 – Tensão X Deformação (90°) - Strain gauges



Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira queda é referente à criação de trincas na matriz, o que gera um efeito de *sanfonamento*, onde as fibras ainda sustentam a carga. O segundo pico, seguido pela segunda queda, ocorre quando a fibra mais próxima rompe, levando à falha total do corpo de prova.

Para a determinação precisa do *Módulo Transversal* (E_2), foi utilizada a curva Tensão-Deformação gerada pelo strain gauge (Figura 45), que forneceu uma resposta muito mais linear e precisa na região elástica de interesse. A inclinação desta curva permitiu o cálculo do módulo E_2, resultando no valor de **5.49863e9 Pa**.

Para a modelagem computacional, assumiu-se a simplificação de que::

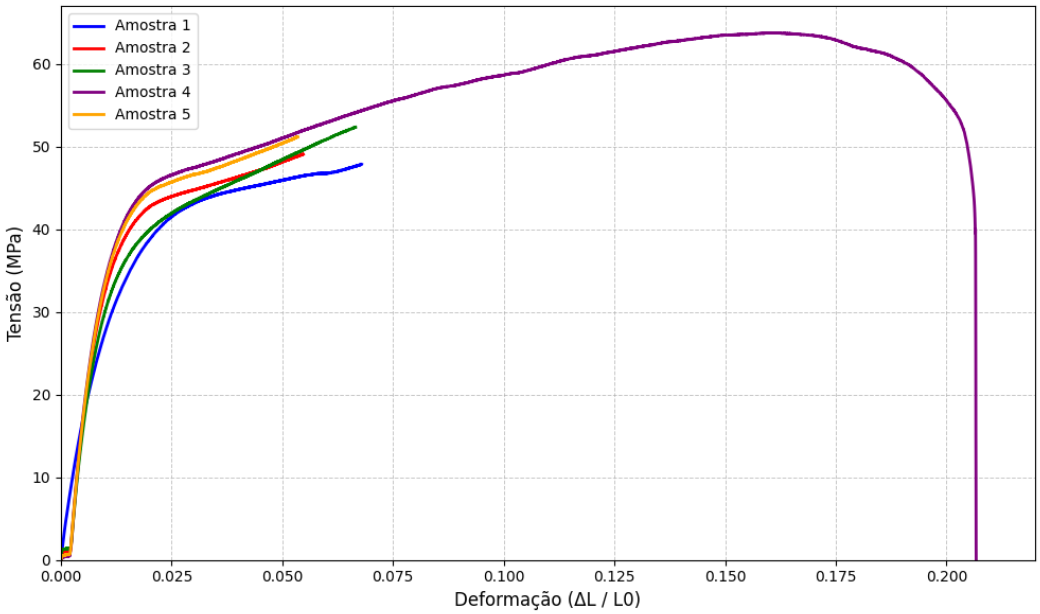
$$E_3 = E_2 \tag{12}$$

Esta premissa é adotada porque a direção 3 é a direção da espessura do laminado, e as propriedades de rigidez e resistência ao longo da espessura (E_3) são majoritariamente governadas pela matriz. Como a direção 2 (transversal no plano) também é controlada principalmente pela matriz, as propriedades são consideradas equivalentes para fins práticos de análise em elementos finitos.

Corpos de Prova a +-45°

As amostras laminadas a $\pm 45°$ apresentaram a maior deformação total e, consequentemente, a maior duração de ensaio entre todas as angulações testadas (Figura 46). Este comportamento é esperado, pois o carregamento uniaxial aplicado nesta angulação induz predominantemente tensões de cisalhamento no plano da laminação, sendo este o ensaio padrão para a determinação do *Módulo de Cisalhamento* (G_{12}).

Figura 46 – Tensão X Deformação (45°) - Máquina de tração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico da máquina de tração mostra que a ruptura não ocorreu de forma abrupta, mas sim de forma progressiva. A falha é caracterizada pelo desalinhamento gradual das fibras e a subsequente

delaminação final do material. Este modo de falha progressiva, mostrado por uma distorção das fibras e separação das camadas, é um comportamento clássico em compósitos sob cisalhamento e pode ser observado na Figura 47.

Apenas uma das amostras foi levada à ruptura completa (Amostra 4), visto que a região de interesse para a determinação do *Módulo de Cisalhamento* (G_{12}) reside na porção linear e elástica da curva Tensão-Deformação.

Figura 47 – Amostra de 45° após o ensaio.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a remoção da carga, um fenômeno interessante foi observado nos corpos de prova: em vez de retornarem ao formato plano, eles apresentaram um *abaulamento* ou uma curvatura no plano, permanecendo no formato de uma parábola suave antes de voltarem à planicidade nas extremidades, como mostra a Figura 48.

Figura 48 – Abaulamento da amostra de 45° após o ensaio.

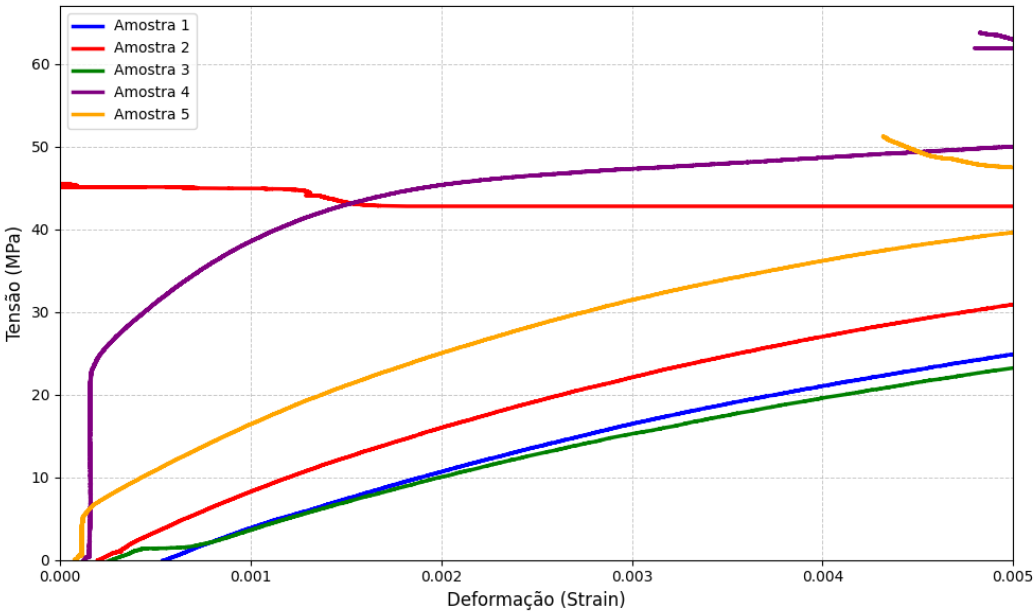


Fonte: Elaborado pelo autor.

Este comportamento é geralmente indicativo de uma deformação plástica significativa ocorrida na matriz e entre as camadas durante o cisalhamento, resultando em tensões residuais que causam a curvatura quando a restrição das garras é removida.

Para o cálculo de G_{12}, foi utilizada a curva Tensão-Deformação gerada pelo strain gauge (Figura Figura 49), a qual forneceu uma resposta mais linear e precisa na região elástica. A inclinação desta curva filtrada resultou no valor final do módulo de cisalhamento: **5.08618e9 Pa**.

Figura 49 – Tensão X Deformação (45°) - Strain gauges



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se um comportamento não físico na curva de deformação (o retorno ou "volta"do sinal) após um determinado regime de deformação. Esta anomalia é atribuída à falha mecânica do próprio extensômetro, que, devido à alta deformação e ao intenso cisalhamento na amostra, sofreu um fenômeno de *sanfonamento* ou *enrugamento*. O sensor perdeu, assim, a aderência e a capacidade de realizar leituras precisas. Contudo, essa falha da leitura ocorreu após a região de interesse elástica do material, não comprometendo a validade dos dados utilizados.

Para fins de modelagem numérica no *ANSYS* e devido à simetria do material, simplificações nas propriedades de cisalhamento fora do plano foram assumidas . Conforme é prática comum na literatura de compósitos bidimensionais, foi considerado que:

$$G_{13} = G_{12} \tag{13}$$

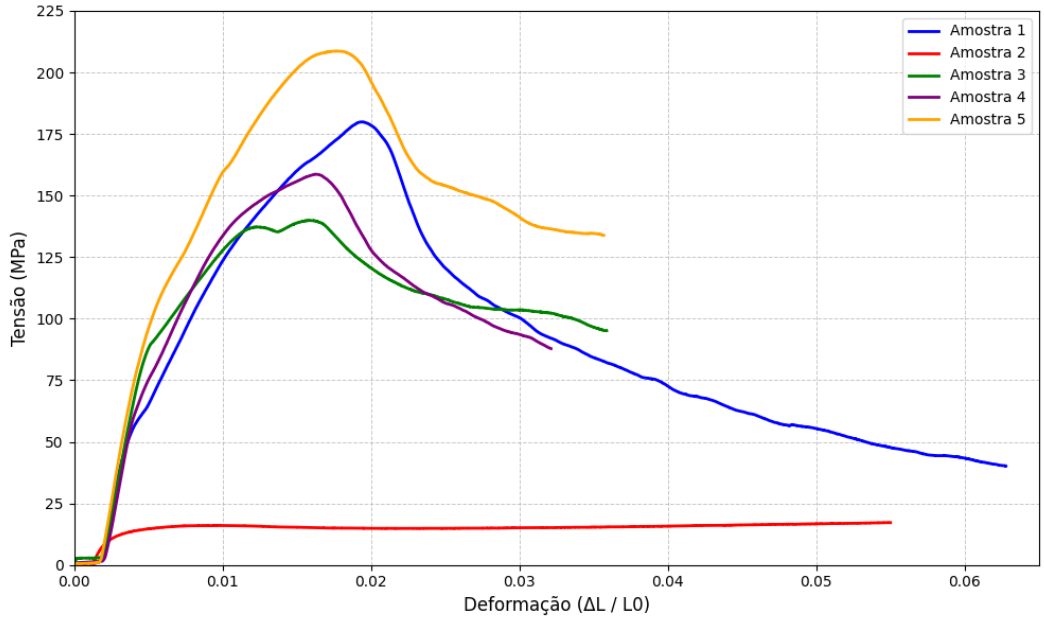
$$G_{23} = G_{12} \tag{14}$$

Essa premissa simplifica a matriz de rigidez do material, assumindo que as propriedades de cisalhamento nos planos (1-3) e (2-3) são equivalentes ao módulo de cisalhamento determinado no plano (1-2) devido à natureza ortotrópica do laminado.

Corpos de Prova a 0°

As amostras com fibras alinhadas ao eixo de tração ($0°$) apresentam a maior tensão e rigidez entre todos os ensaios, bem como a menor deformação (Figura 50). Este comportamento é esperado, pois as fibras, que possuem rigidez superior à da matriz, são o principal suporte da carga de tração que está sendo exercida. As amostras a $0°$ são utilizadas para a determinação do *Módulo de Young Longitudinal* (E_1).

Figura 50 – Tensão X Deformação ($0°$) - Máquina de tração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A tensão máxima atingida é altamente sensível ao alinhamento das fibras. Como observado no gráfico, a curva que apresentou o maior pico de tensão (Amostra 5) provavelmente teve suas fibras mais perfeitamente alinhadas a $0°$, enquanto as demais sofreram com pequenos desvios de angulação.

Figura 51 – Escorregamento das amostras de $0°$ durante os ensaios.

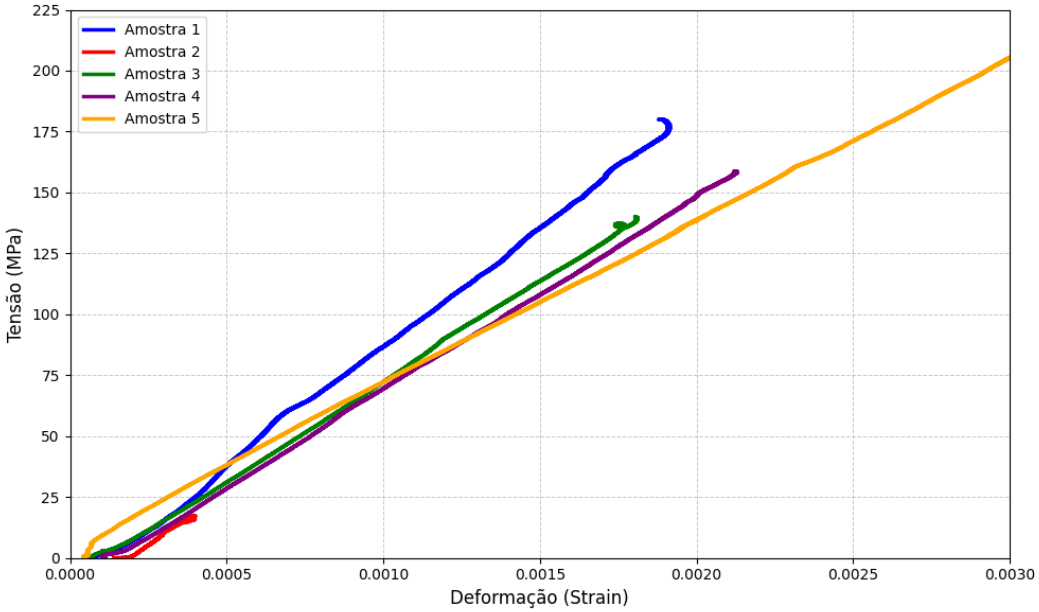


Fonte: Elaborado pelo autor.

Devido ao aperto manual das pinças na máquina de tração, observou-se o fenômeno de *escorregamento* ao longo de todas as amostras, sendo este mais acentuado na Amostra 2, que foi, consequentemente, desconsiderada nos cálculos das propriedades. O escorregamento, que pode ser visto na Figura 51, impediu que os corpos de prova fossem levados até a ruptura.

No entanto, o ensaio foi considerado válido para a extração dos dados de rigidez, pois a região de interesse para o cálculo do *Módulo Longitudinal* (E_1) é a primeira região, ou seja, a porção elástica inicial. O Módulo E_1 é definido como a rigidez do material na direção principal da fibra.

Figura 52 – Tensão X Deformação (0°) - Strain gauges



Fonte: Elaborado pelo autor.

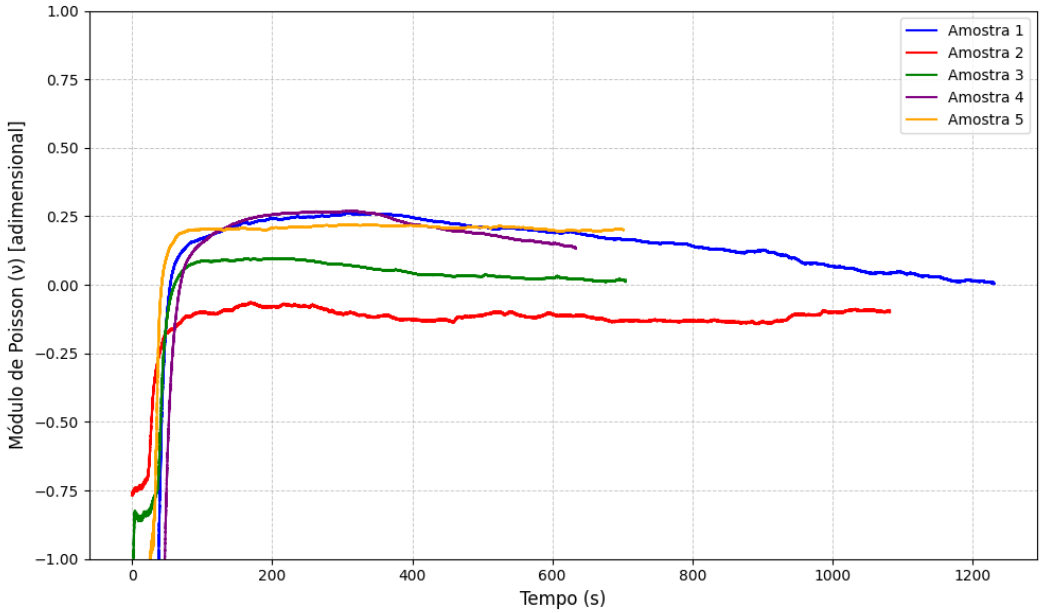
Para sua determinação precisa, foi utilizada a curva Tensão-Deformação gerada pelo strain gauge (Figura 52) na sua região linear. A inclinação desta curva filtrada permitiu o cálculo do módulo E_1, resultando no valor de **81.175e9 Pa**.

Cálculo e Análise do Coeficiente de Poisson (ν_{12}) Ainda nos corpos de prova de $0°$, foi possível determinar o *Coeficiente de Poisson* (ν_{12}). O cálculo é baseado na razão entre a deformação transversal (medida pelo extensômetro a $90°$) e a deformação longitudinal (medida pelo extensômetro a $0°$), conforme a Equação 15:

$$\nu_{12} = -\frac{\epsilon_{90°}}{\epsilon_{0°}} \tag{15}$$

O gráfico da razão de Poisson em função do tempo (Figura Figura 53) é um dado crucial, pois demonstra a estabilização da propriedade durante o ensaio. No início, observa-se uma grande variação, que é o efeito de ajuste mecânico das garras e a acomodação inicial dos strain gauges. Após a estabilização da curva, a leitura do ν_{12} torna-se válida.

Figura 53 – Coeficiente de Poisson X Tempo - Strain gauges



Fonte: Elaborado pelo autor.

Devido ao escorregamento mais acentuado, a Amostra 2 foi desconsiderada na determinação do valor médio final. A média das demais amostras resultou no valor de ν_{12} igual a **0.2123**. .

Para a modelagem computacional, assumiu-se a simplificação de que:

$$\nu_{13} = \nu_{12} \tag{16}$$

$$\nu_{23} = \nu_{12} \tag{17}$$

Esta aproximação se justifica pela simetria transversal do material compósito laminado e pela natureza fina das lâminas, onde as propriedades de acoplamento entre os eixos principais (1 e 2) e a direção da espessura (3) são consideradas equivalentes para simplificar a matriz de rigidez do material no ambiente computacional.

Propriedades Finais

Dessa forma, as propriedades mecânicas do laminado compósito *Epoxy Carbon UD Caracterizado* foram extraídas com sucesso e podem ser visualizadas na Tabela Tabela 4.

Tabela 4 – Propriedades do Material Obtidas para o Lamínado Unidirecional.

Propriedade	**Valor**	**Unidade**
E_1	81.1750×10^9	Pa
E_2, E_3	5.49863×10^9	Pa
G_{12}, G_{13}, G_{23}	5.08618×10^9	Pa
ν_{12}, ν_{13}, ν_{23}	0.2123	–
ρ	1348	kg/m^3

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Esta seção detalha os resultados obtidos com o *Algoritmo Genético* de otimização (*AG*), que foi o ponto de partida para a definição dos ângulos do painel otimizado e também os resultados das simulações via ANSYS, mostrando os modos de vibração dos painéis e suas frequências naturais respectivas.

5.2.1 Angulação Otimizada (Resultados do Algoritmo Genético)

O *AG* foi aplicado com a função objetivo de minimizar a frequência natural do i-ésimo modo de vibração. A escolha deste critério foi baseada na viabilidade de manufatura dos ângulos resultantes. A convergência do algoritmo resultou em um conjunto de 13 ângulos de fibra, θ_i, que definem a configuração final do painel de rigidez variável. Estes ângulos são apresentados na Tabela Tabela 5 para fins de replicabilidade e melhor entendimento da geometria otimizada.

Tabela 5 – Ângulos de fibra otimizados (θ_i) definidos pelo AG.

Ângulo	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8	θ_9	θ_{10}	θ_{11}	θ_{12}	θ_{13}
Valor (°)	60	75	75	75	60	75	90	30	60	30	90	75	60

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.2 Análise Modal Comparativa

As simulações da *Análise Modal* foram conduzidas no software *ANSYS* utilizando as propriedades experimentais obtidas na Seção 5.1. Os resultados consistem na comparação direta dos modos de vibração entre o painel Quasi-Iso (4 camadas: $0°, 90°, \pm 45°$) e o painel de Rigidez Variável Otimizado (4 camadas, θ_i da Tabela Tabela 5).

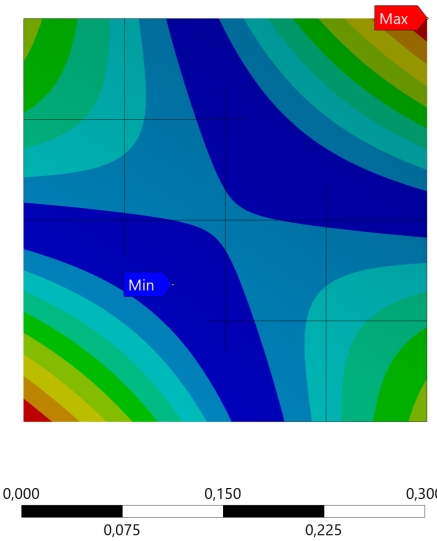
É importante ressaltar que as simulações foram conduzidas utilizando a condição de contorno *Livre–Livre* (*Fully Free*). Nesse tipo de vínculo, a estrutura não possui qualquer restrição de deslocamento ou rotação, permitindo movimentos rígidos em todas as direções. Como consequência direta, os seis primeiros modos de vibração (*Modos 1 a 6*) correspondem exclusivamente aos modos de corpo rígido: três translações (x, y, z) e três rotações em torno desses mesmos eixos.

Esses modos apresentam frequência igual a zero (ou numericamente próxima de zero), pois não há rigidez associada aos deslocamentos rígidos quando a estrutura está completamente livre. Assim, eles não representam deformações reais do painel, mas sim movimentos globais que não fornecem informação útil para a análise modal estrutural.

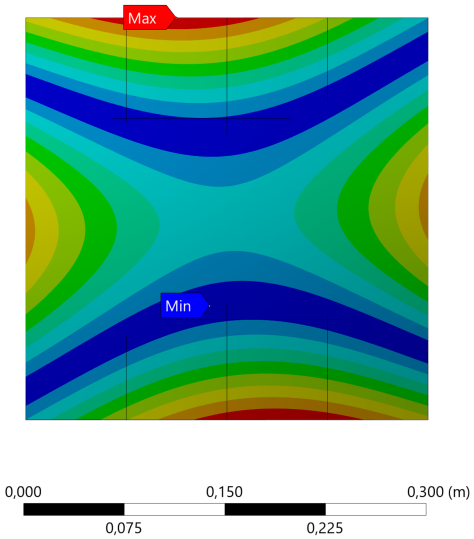
Dessa forma, a interpretação física relevante inicia-se apenas a partir do *Modo 7*, que é o primeiro modo associado a uma deformação real do componente. Portanto, a discussão dos resultados concentra-se nos modos de deformação estrutural, compreendidos entre os *Modos 10* e *12*.

A comparação dos modos obtidos é realizada confrontando a forma modal e a frequência correspondente, ou seja, o *Modo 7* do painel Quasi-Iso é comparado ao *Modo 7* do painel Otimizado, e assim sucessivamente. A Figura 54 e a Figura 55 mostram os modos de vibração de cada um dos painéis.

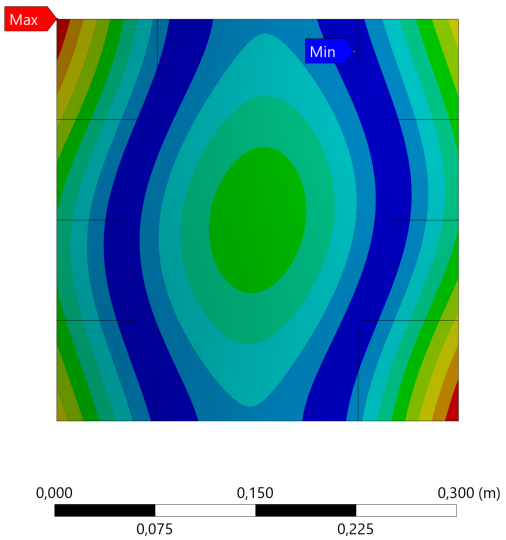
Figura 54 – Modos de vibração do painel Quasi-Iso.



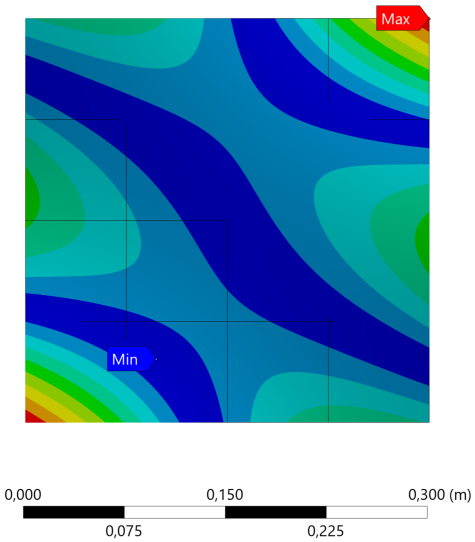
(a) 7° modo.



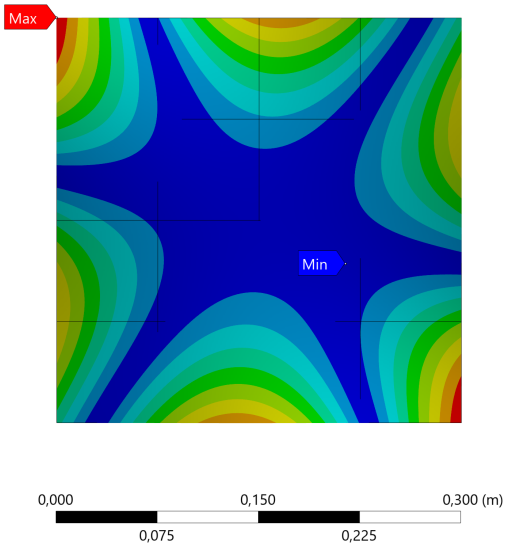
(b) 8° modo.



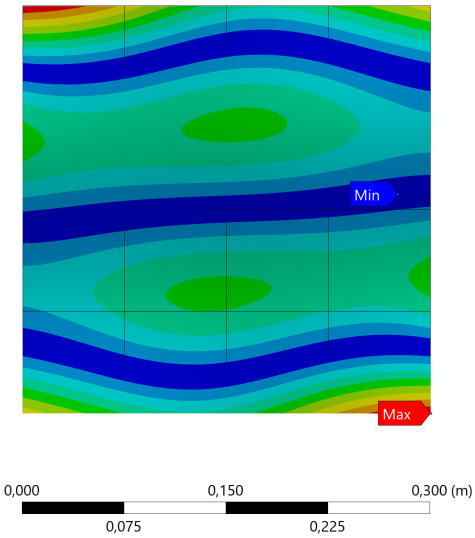
(c) 9° modo.



(d) 10° modo.



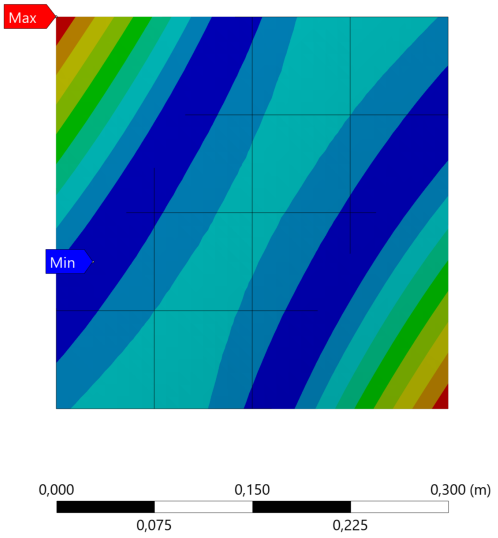
(e) 11° modo.



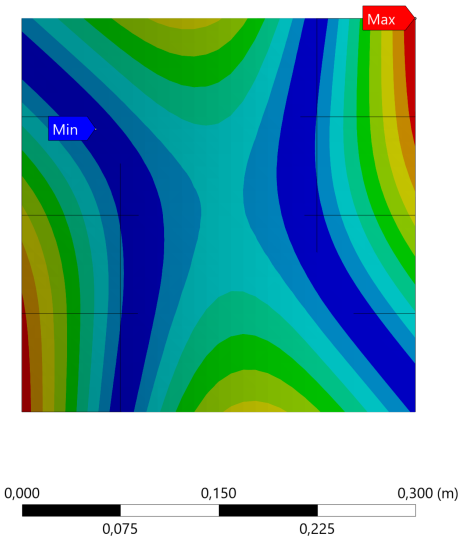
(f) 12° modo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

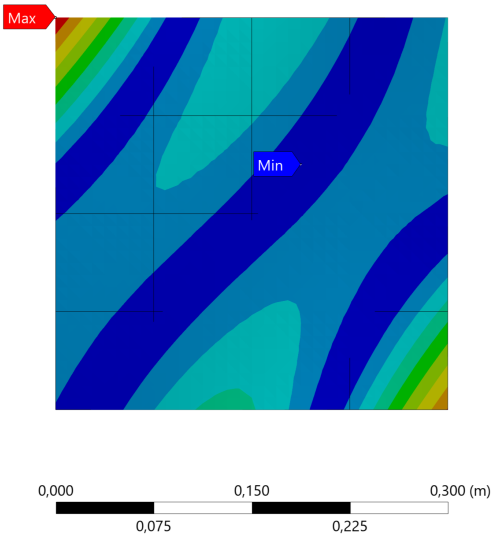
Figura 55 – Modos de vibração do painel de rigidez variável otimizado.



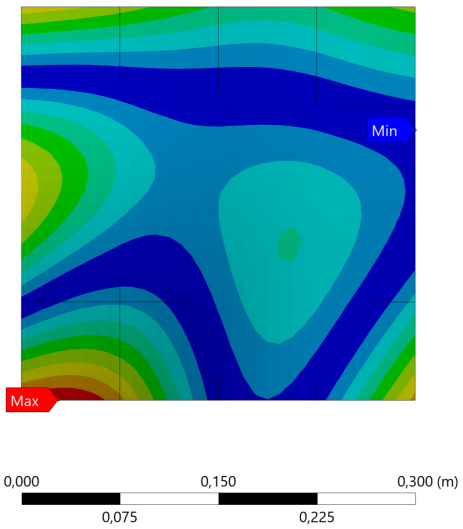
(a) 7° modo.



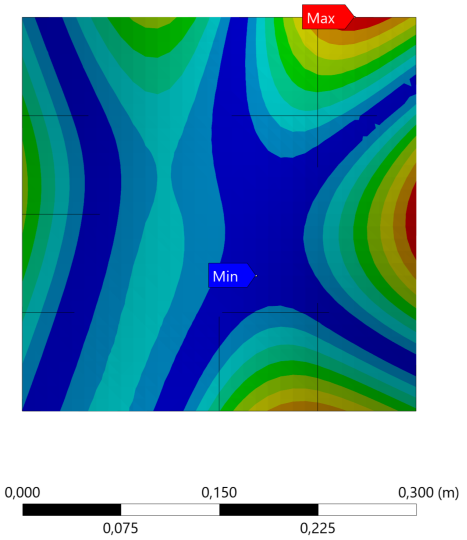
(b) 8° modo.



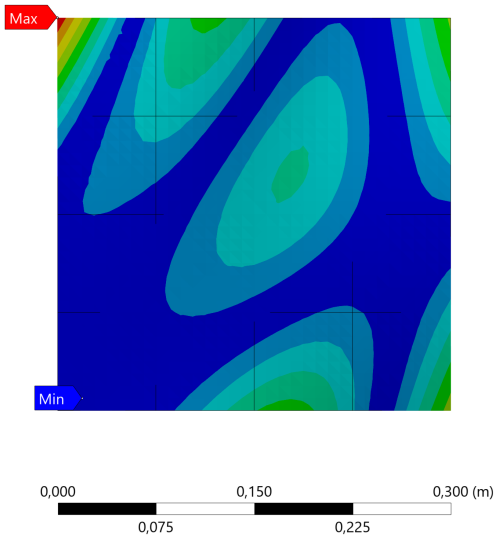
(c) 9° modo.



(d) 10° modo.



(e) 11° modo.



(f) 12° modo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Interpretação das Formas Modais

Pela observação das formas modais, nota-se uma variação significativa na distribuição da deformação do painel otimizado em relação ao painel Quasi-Iso. As formas modais são representadas por duas regiões cruciais: as **Linhas Modais** (regiões em azul), que correspondem às áreas que não sofrem deslocamentos significativos (nós espaciais), e os **Picos Modais** (regiões em vermelho), que representam as áreas com maiores deslocamentos.

Essas características estão diretamente relacionadas ao modo de vibração considerado e à rigidez local distribuída pelas diferentes seções do painel. À medida que os modos aumentam, o número de nós espaciais também cresce, fazendo com que novas linhas e picos modais apareçam nos modos superiores.

O impacto da otimização pode ser observado já no *Modo 7*, onde a deformação máxima se inverteu, deslocando-se da diagonal principal para a diagonal secundária no painel otimizado. O painel Quasi-Iso demonstrou rigidez maior na área central, enquanto o otimizado apresentou linhas modais mais estreitadas, indicando uma redistribuição de rigidez na região central da placa. O *Modo 8* sofreu uma rotação de aproximadamente 90° no painel otimizado, embora a forma geral e a intensidade das linhas e picos tenham sido mantidas.

No *Modo 9*, apesar de a localização geral dos picos modais ter sido mantida, observou-se uma mudança significativa nas linhas modais, passando de duas no painel Quasi-Iso para três no otimizado. As linhas modais no painel otimizado ficaram levemente rotacionadas, o que sugere uma maior rigidez induzida no centro do painel.

Curiosamente, o *Modo 10* do painel Quasi-Iso não apresenta semelhança com o *Modo 10* do otimizado, mas sim com o *Modo 9*, tendo sofrido apenas uma rotação. Isso indica que a otimização alterou a sequência modal da estrutura.

O *Modo 11* do painel Quasi-Iso apresentou a maior rigidez em sua área central, mas o modo otimizado apresentou uma forma modal completamente diferente.

Por fim, o *Modo 12* apresentou grandes divergências entre as formas modais dos dois painéis. No painel otimizado, este foi o modo com a maior rigidez geral observada, apresentando o menor pico modal e a maior área de baixo deslocamento. No painel Quasi-Iso, a distribuição de rigidez promoveu o deslocamento e a suavização das linhas e picos modais, o que demonstra o potencial de reduzir deformações em regiões específicas da placa por meio da alteração de sua rigidez.

Esses comportamentos complexos decorrem da combinação específica dos ângulos θ_i (Tabela Tabela 5) que foram alocados na estrutura, o que resultou em um aumento ou diminuição da rigidez associada a cada modo de vibração analisado.

Interpretação das Frequências Naturais

Outro resultado muito relevante pode ser observado na Tabela Tabela 6, que apresenta as frequências naturais (ou frequências de ressonância) de cada modo de vibração das placas. A análise da tabela evidencia uma redução significativa nas frequências naturais da estrutura, sem qualquer alteração em seu peso.

Tabela 6 – Frequência natural dos painéis [Hz].

Modo	Painel Quasi-Iso	Painel Otimizado
7	41,648	32,634
8	59,791	45,967
9	97,648	74,546
10	101,232	101,621
11	125,773	113,852
12	184,964	142,071

Fonte: Elaborado pelo autor.

A análise dos resultados do painel otimizado permite concluir que a minimização da frequência do primeiro modo de vibração (*Modo 7*) tendeu a reduzir as frequências dos modos seguintes. Embora o *Modo 10* tenha mantido uma frequência semelhante ($\Delta \approx 0,4$ Hz), esse comportamento geral indica que a otimização focada no primeiro modo impacta diretamente os demais, promovendo uma redução global das frequências naturais da estrutura.

A possibilidade de manipular essas frequências por meio de compósitos de rigidez variável, sem aumento de peso, é extremamente valiosa em aplicações onde o fenômeno de ressonância deve ser evitado (como em pás de turbinas e fenômenos aeroelásticos). O algoritmo genético demonstrou ser eficaz na redução dessas frequências, contribuindo para evitar a coincidência entre as frequências naturais da estrutura e as frequências de excitação externa (*flutter*, *buffeting* ou turbulência).

Caso a função objetivo seja modificada para fixar uma frequência desejada ao invés de minimizá-la, torna-se possível determinar os ângulos correspondentes de cada seção necessários para atingir tal frequência alvo.

Na próxima seção, os resultados das simulações serão comparados ao ensaios modais realizados nos painéis fabricados.

5.3 RESULTADOS DOS ENSAIOS MODAIS

Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir da campanha experimental de análise modal, realizada sob a condição de contorno *Livre-Livre* e utilizando a metodologia de impacto descrita na Seção 4.3.

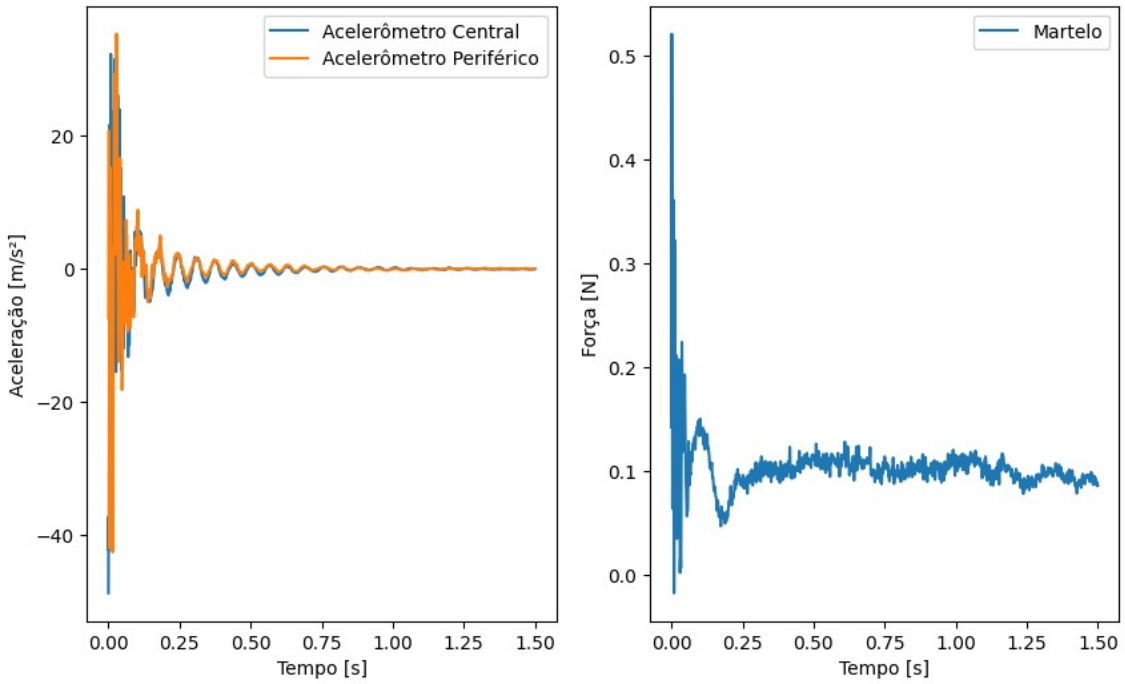
5.3.1 Análise do Sinal e Obtenção das Frequências Naturais

Conforme detalhado na metodologia, foram realizadas medições de impacto em 16 pontos distintos para cada painel, utilizando um martelo de impacto instrumentado (para medir a força de excitação) e acelerômetros (para medir a resposta da estrutura). Esta configuração resultou na captação de 16 Funções de Resposta em Frequência (*FRFs*) por sensor fixo, por painel.

O sinal bruto de força de impacto e de aceleração de resposta é coletado primeiramente no domínio do tempo (eixo X = Tempo, eixo Y = Força/Aceleração). Para extrair as características dinâmicas intrínsecas da estrutura, como as frequências naturais, é indispensável converter estes sinais para o domínio da frequência (eixo X = Frequência, eixo Y = Amplitude/Magnitude).

Para realizar esta conversão, utilizou-se a *Transformada Rápida de Fourier (FFT)*. A FFT é um algoritmo eficiente para calcular a Transformada Discreta de Fourier (DFT), decompondo o sinal complexo no tempo em seus componentes de frequência constituintes.

Figura 56 – Sinais no domínio do tempo (Força de impacto e resposta de aceleração).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a transformação, a *FRF* ($H(f)$) foi calculada no domínio da frequência como o quociente entre o espectro de saída ($Y(f)$, no caso a aceleração) e o espectro de entrada ($X(f)$, a força de impacto), conforme a Equação 18:

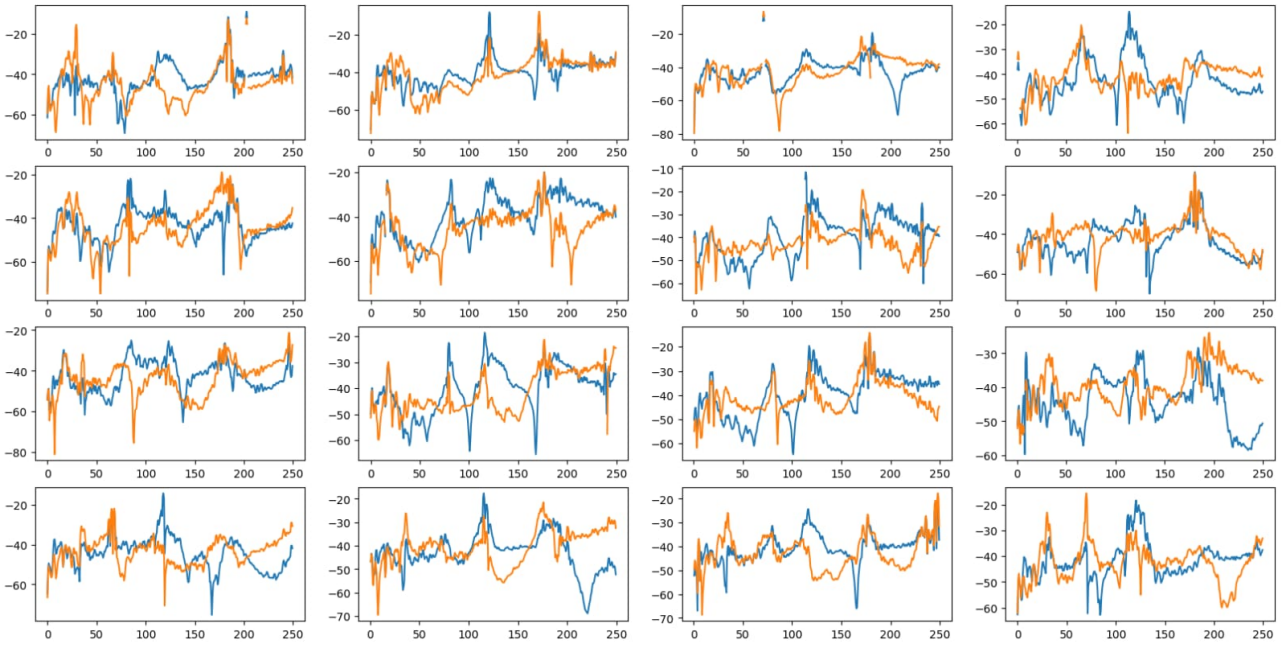
$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} \tag{18}$$

Os picos de amplitude resultantes na função *FRF* correspondem diretamente às frequências naturais da estrutura (fenômeno de ressonância), enquanto os vales (ou anti-ressonâncias) representam frequências onde o deslocamento do ponto de medição é minimizado.

O conjunto de 16 medições, em pontos distintos, é fundamental para garantir dados espaciais suficientes para a confirmação das frequências naturais.

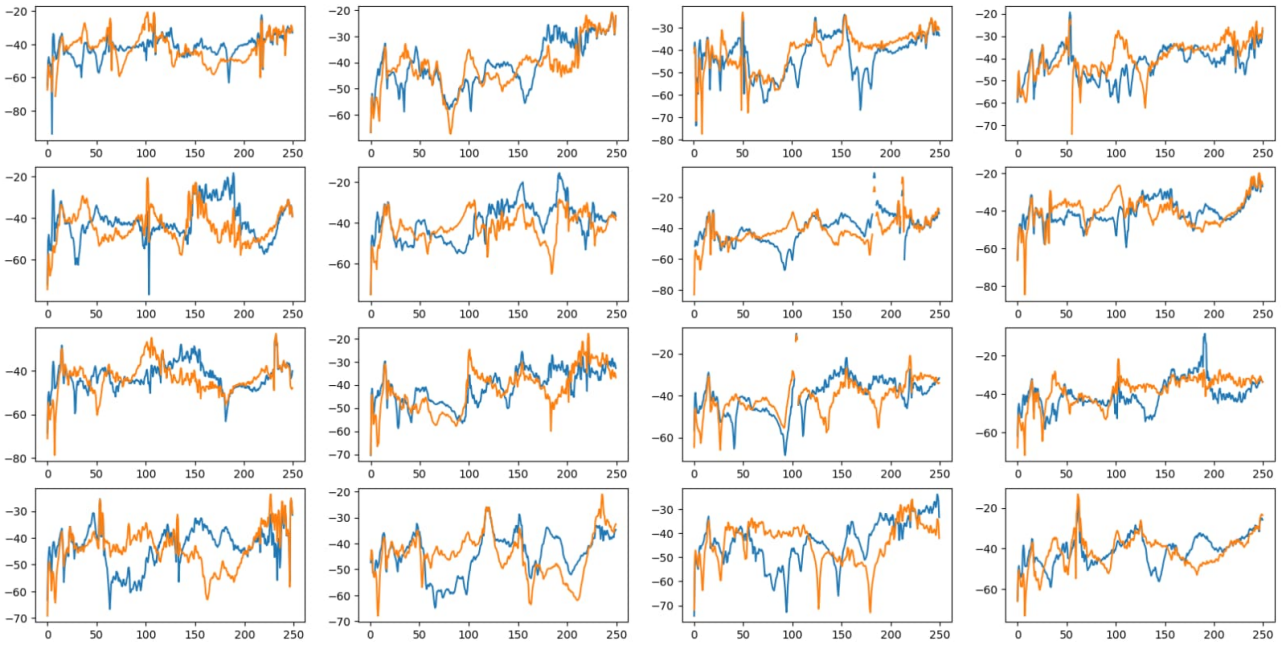
Para obter os valores mais robustos e representativos das frequências naturais para cada painel, foi realizada uma média ponderada dos picos de amplitude identificados nas *FRFs* de todos os 16 pontos de medição. Essa técnica de média reduz o ruído e minimiza a influência de pontos que possam estar próximos a linhas nodais (onde a resposta é baixa), permitindo que a frequência natural seja isolada com maior precisão.

Figura 57 – Conjunto de 16 *FRFs* do painel Quasi-Iso.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 58 – Conjunto de 16 *FRFs* do painel otimizado.

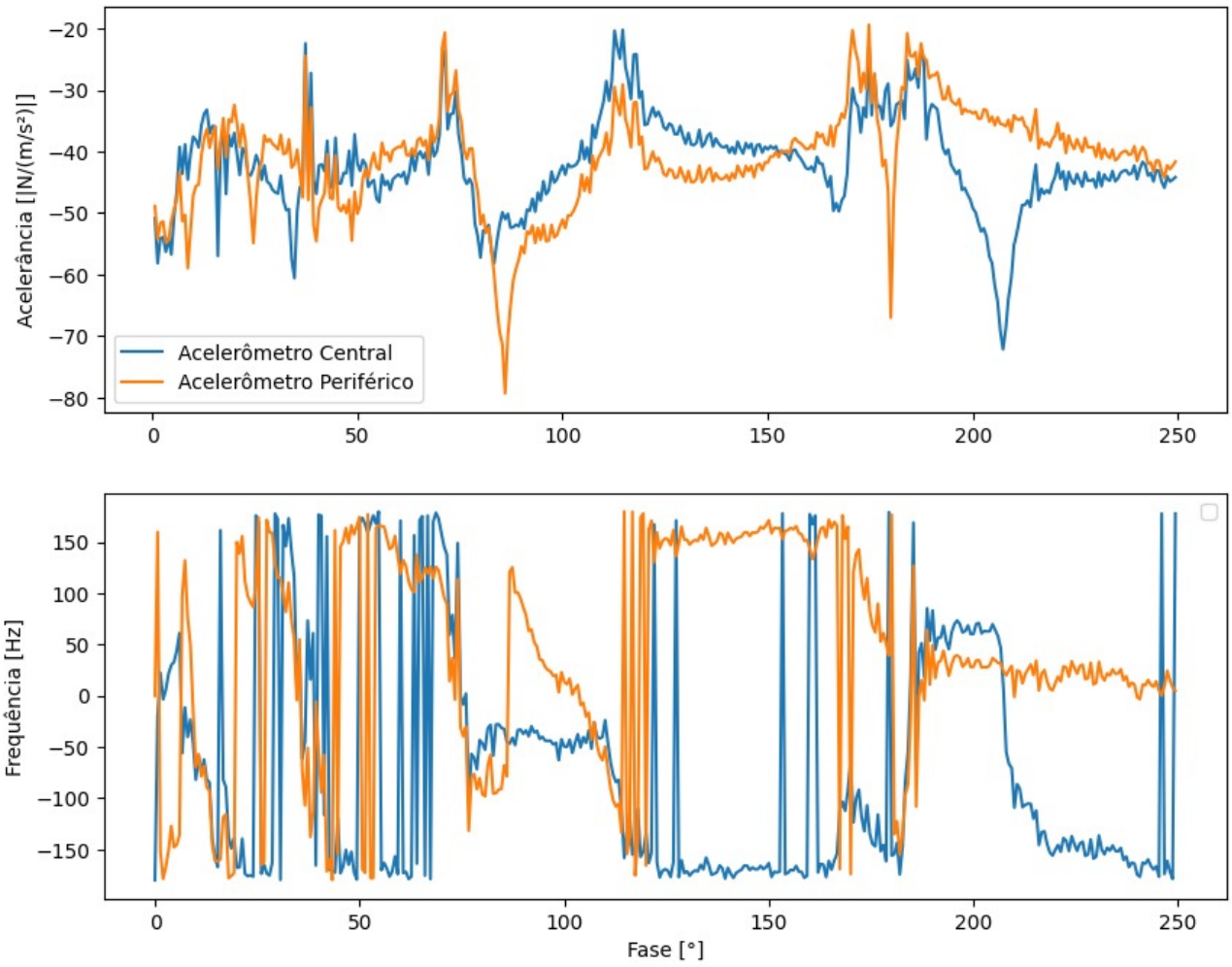


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 59 apresenta um trecho ampliado da *FRF* obtida em um dos pontos de medição, evidenciando a correspondência entre os picos de ressonância e as frequências naturais identificadas. Observa-se que o sinal apresenta um nível de ruído relativamente elevado, consequência direta da utilização de apenas uma medição por ponto.

Ainda assim, a resposta em frequência mostrou-se suficiente para permitir o tratamento adequado dos dados e a identificação precisa das frequências naturais. Trabalhos futuros podem empregar múltiplas excitações por ponto para reduzir o ruído e aumentar a confiabilidade das curvas *FRF*.

Figura 59 – *FRF* de um ponto de medição aleatório.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3.2 Frequências Naturais Obtidas

A Tabela Tabela 7 resume as frequências naturais obtidas experimentalmente (após a média das *FRFs*) para os primeiros modos elásticos (Modos 7 a 12) de cada painel. A análise foi focada nestes modos devido à condição de contorno Livre-Livre, que implica a desconsideração dos seis primeiros modos de corpo rígido.

Tabela 7 – Frequências naturais experimentais dos painéis [Hz].

Modo	Painel Quasi-Iso	Painel Otimizado
7	41,33	32,00
8	58,67	48,00
9	97,67	78,67
10	102,00	104,00
11	126,67	116,34
12	186,50	144,67

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÃO

A conclusão deste estudo é apresentada de forma estruturada, refletindo o fluxo da metodologia desenvolvida, desde a caracterização inicial do material até a otimização do painel compósito de rigidez variável.

Os resultados da caracterização do material, incluindo os ensaios de tração e as análises das curvas Tensão-Deformação, validaram a procedência do método experimental. Foi possível observar diversos fenômenos relacionados a laminados compósitos bem estabelecidos na literatura (como o sanfonamento da matriz, a falha progressiva por cisalhamento e a fragilidade da matriz a $90°$). O comportamento semelhante ao esperado validou a manufatura dos corpos de prova e a condução dos ensaios, confirmando a robustez dos dados de propriedades elásticas e de densidade inseridos no modelo numérico.

As simulações no *ANSYS* comprovaram a eficácia da implementação do *Algoritmo Genético*. Os ângulos gerados pelo algoritmo resultaram em uma diminuição significativa das frequências naturais do painel, confirmando que a otimização do *lay-up* discreto atingiu seu objetivo.

A automação do processo de análise, implementada por meio de *Scripts ANSYS-Python*, desempenhou um papel crucial, aumentando a produtividade e reduzindo drasticamente o tempo necessário para alterar as variáveis de design. A capacidade de gerar e testar várias combinações de rigidez sem a necessidade de intervenções manuais passo a passo no ambiente do software representa um ganho considerável de eficiência na engenharia de projetos.

A análise dos resultados demonstrou que a variação das variáveis angulares θ_i nos painéis permitiu o controle sobre o posicionamento das linhas e picos modais, bem como a manipulação das frequências naturais e formas de vibração. Essa característica confere um alto grau de flexibilidade, viabilizando a customização do comportamento dinâmico da estrutura, um fator crucial em aplicações aerodinâmicas e aeroelásticas.

O controle da frequência natural é particularmente relevante, pois previne a coincidência com frequências de turbulência e fenômenos destrutivos, como *flutter* e *buffeting*. O controle de tais fenômenos é essencial para a segurança e o desempenho de aeronaves. Além disso, a possibilidade de otimizar a estrutura para definir pontos ideais para linhas e picos modais, ajustando as frequências para evitar ressonâncias perigosas e maximizar o desempenho estrutural, tudo isso sem o aumento de peso, representa uma inovação significativa na engenharia aeronáutica.

Os resultados obtidos por meio dos ensaios modais permitiram avaliar, de forma consistente, o comportamento dinâmico dos painéis fabricados e verificar a aderência dos modelos numéricos utilizados. Embora o primeiro modo de vibração do painel Quasi-Iso não tenha sido identificado experimentalmente, foi possível observar uma tendência clara de redução das frequências naturais no painel de rigidez variável discreta. Esse efeito confirma que a variação controlada da rigidez ao longo do laminado, mesmo quando implementada por um processo manual, é capaz de alterar de maneira significativa a resposta dinâmica da estrutura.

Além disso, as frequências naturais obtidas experimentalmente para ambos os painéis apresentaram

boa concordância com aquelas previstas nas simulações realizadas no *ANSYS*. Essa proximidade valida não apenas o método numérico empregado, mas também o processo de fabricação adotado, demonstrando que a abordagem manual foi suficientemente precisa para reproduzir o comportamento previsto nas simulações.

Dessa forma, os resultados confirmam a viabilidade da fabricação de painéis de rigidez variável discreta por métodos acessíveis, sem a necessidade de sistemas automatizados de posicionamento de fibras. A combinação entre a metodologia de otimização, a modelagem numérica e a manufatura experimental mostrou-se consistente, evidenciando o potencial dessa classe de estruturas para aplicações no contexto aeronáutico.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho abriu diversas frentes de estudo em compósitos de rigidez variável discreta. Para dar continuidade e aprofundar os resultados obtidos, são propostas as seguintes sugestões de trabalhos futuros, que visam refinar a precisão metodológica e expandir as aplicações práticas do modelo desenvolvido.

6.1.1 Aprimoramento da Caracterização Experimental

A etapa de caracterização do material, embora tenha sido validada, pode ser aprimorada, idealmente como um estudo dedicado. Sugere-se:

- Realizar a *manufatura dos corpos de prova sob vácuo*, o que aumentaria a impregnação da resina e a precisão do teor de fibra, resultando em um laminado de melhor qualidade.
- Implementar um sistema de *aperto pneumático nas pinças* da máquina de tração, eliminando o escorregamento das amostras e fornecendo dados de deformação mais limpos.
- Adotar métodos mais precisos de *cálculo de densidade* e incluir o *teste de queima* (*burnout test*) para quantificar o percentual de bolhas e vazios, fornecendo uma validação mais robusta da qualidade do material compósito.

6.1.2 Expansão da Manufatura e Aplicação

No que tange à aplicação do painel otimizado, o trabalho pode ser expandido para:

- Desenvolver um *gabarito de laminação de maior precisão* para a manufatura dos painéis, visando minimizar as variações angulares inerentes ao processo manual e melhorar a acurácia dos protótipos.
- Realizar simulações em *geometrias mais complexas*, como uma seção de asa ou um componente aerodinâmico, a fim de validar a transmissão dos efeitos de otimização de rigidez para estruturas de engenharia reais.

- Explorar a substituição da rigidez variável discreta pela *rigidez variável contínua* (Fiber Placement), o que, apesar de exigir maquinário mais custoso, permitiria um refinamento ainda maior na otimização do desempenho estrutural.

6.1.3 Avanços nas Análises Estruturais

Por fim, o escopo de análise pode ser ampliado:

- Realizar *outras análises estruturais* além da modal, como testes de flexão, torção e flambagem, que são parâmetros de dimensionamento críticos na indústria aeronáutica e forneceriam uma avaliação mais completa do comportamento do painel otimizado.

- Focar a otimização em *novas funções objetivo* ou multi-objetivo, como a otimização da resistência final ou a minimização simultânea de frequência e peso, expandindo o impacto do Algoritmo Genético.

6.2 DIFICULDADES ENCONTRADAS

Durante o desenvolvimento deste trabalho, que evoluiu de uma iniciação científica para o escopo final, diversas dificuldades inerentes a uma pesquisa experimental e numérica foram observadas. O primeiro desafio significativo residiu no planejamento cronológico da pesquisa. A ausência de uma definição inicial rigorosa dos requisitos de input para o modelo de Elementos Finitos (FEM) resultou na necessidade de realizar ensaios de caracterização (como a determinação da densidade do laminado) em momentos posteriores aos testes de tração, impactando a eficiência e o fluxo do trabalho. Sugere-se que, em projetos futuros, a primeira etapa seja a criação de um mapa de dependências entre os dados de entrada e as ferramentas de simulação.

O segundo desafio concentrou-se nos aspectos de instrumentação e tratamento de dados experimentais. Embora a montagem e a calibração dos módulos de aquisição e sensores tenham sido realizadas, a confirmação imediata da coerência dos dados obtidos durante os ensaios representou uma dificuldade. O procedimento ideal teria envolvido a realização de amostras-teste com tratamento de dados intermediário, antes de submeter os corpos de prova finais. Esta prática permitiria verificar a adequação dos métodos de filtragem e processamento dos sinais (como o uso de filtros digitais), um tópico que exigiu dedicação e aprofundamento adicional por parte do pesquisador para garantir a confiabilidade dos resultados finais. Por fim, o planejamento a longo prazo de um projeto que se estendeu por três anos demonstrou ser um fator crítico para a gestão de recursos e tempo.

REFERÊNCIAS

ALHAJAHMAD, A.; ABDALLA, M.; GÜRDAL, Z. Optimal design of tow-placed fuselage panels for maximum strength with buckling considerations. **Journal of Aircraft**, Reston, v. 47, n. 3, p. 775–782, 2010.

American Society for Testing and Materials. **Standard test method for in-plane shear response of polymer matrix composite materials by tensile test of a 45 laminate**. 2013. Designation: D3518/D3518M–13.

American Society for Testing and Materials. **Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials**. 2017. Designation: D3039/D3039M–17.

BAKKER, R. D.; DIJK, W. van. An introduction to structural optimization. *In*: **Lecture notes on structural optimization**. Delft: Delft University of Technology, 2016. Material didático.

BIOPDI. **Máquina universal de ensaios**. 2025. Página de Produto. Disponível em: https://biopdi.com.br/ensaios-mecanicos/maquina-universal-de-ensaios/. Acesso em: 5 set. 2025.

CALLISTER, W.; RETHWISCH, D. **Ciência e engenharia de materiais**: uma introdução. 9. ed. [*S. l.*]: LTC, 2016.

CAMPEN, J. van. Lifecycle metric integration in lamination parameters design space for structural optimization of variable stiffness composite structures. *In*: **International Conference on Composite Materials (ICCM)**. Belfast: ICCM, 2023. Proceedings.

CAMPEN, J. van *et al.* General blending definitions for stacking sequence design of composite laminate structures. *In*: AIAA, 49. **49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference**. Schaumburg: AIAA, 2008.

EWINS, D. J. **Modal testing**: theory, practice and application. 2th. ed. [*S. l.*]: Research Studies Press/Wiley, 2000.

FALCÓ, O. *et al.* Variable-stiffness composite panels: defect tolerance under in-plane tensile loading. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Oxford, v. 60, p. 1–17, 2014.

GAO, Y. *et al.* Aerothermoelastic analysis of curvilinear fiber variable stiffness laminated panels in supersonic flow. **Acta Mechanica**, Springer, Vienna, v. 233, 2022.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. [*S. l.*]: Addison-Wesley, 1989.

GÜRDAL, Z.; TATTING, B.; WU, C. Variable stiffness composite panels: effects of stiffness variation on the in-plane and buckling response. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Oxford, v. 39, n. 6, p. 911–922, 2008.

IJSSELMUIDEN, S. T. **Optimal design of variable stiffness composite structures using lamination parameters**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Aeroespacial) — Faculty of Aerospace Engineering, Technische Universiteit Delft, Delft, 2011.

INMAN, D. **Engineering vibration**. 4th. ed. [*S. l.*]: Pearson, 2013.

KENNEDY, G. J.; MARTINS, J. R. A laminate parametrization technique for discrete ply-angle problems with manufacturing constraints. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Berlin, v. 48, n. 3, p. 503–516, 2013.

KRAMER, O. **Evolutionary algorithms**: the next generation. [*S. l.*]: Springer, 2017.

MARQUES, F.; MOTA, A.; LOJA, M. Variable stiffness composites: optimal design studies. **Journal of Composites Science**, Basel, v. 4, n. 2, 2020.

MCEVOY, M.; CORRELL, N. Shape change through programmable stiffness. *In*: **Encyclopedia of robotics**. Berlin: Springer, 2015.

MCKNIGHT, G.; HENRY, C. P. Variable stiffness materials for reconfigurable surface applications. *In*: SPIE. **Smart Structures and Materials 2005: Active Materials: Behavior and Mechanics**. Bellingham: SPIE, 2005. v. 5761, p. 119–126.

MCKNIGHT, G.; HENRY, C. P. Large strain variable stiffness composites for shear deformations with applications to morphing aircraft skins. *In*: SPIE. **Behavior and Mechanics of Multifunctional and Composite Materials 2008**. Bellingham: SPIE, 2008. v. 6929, p. 692919.

MEIROVITCH, L. **Fundamentals of vibrations**. [*S. l.*]: McGraw-Hill, 2001.

MUC, A. Choice of design variables in the stacking sequence optimization for laminated structures. **Mechanics of Composite Materials**, New York, v. 52, n. 5, p. 589–602, 2016.

National Instruments. **Documentation and support**. 2025. Disponível em: https://www.ni.com/#documentation. Acesso em: 22 out. 2025.

National Instruments. **Esquemático de fiação de tensão e ponte para módulo NI 9237**. 2025. Artigo da Base de Conhecimento. Disponível em: https://knowledge.ni.com/KnowledgeArticleDetails. Acesso em: 3 ago. 2025.

NIU, X. *et al.* Tensile properties of variable stiffness composite laminates with circular holes based on potential flow functions. **Archive of Applied Mechanics**, Berlin, v. 86, n. 7, p. 1225–1237, 2016.

PEETERS, D.; ABDALLA, M. Optimization of ply drop locations in variable-stiffness composites. **AIAA Journal**, Reston, v. 54, n. 11, p. 3643–3653, 2016.

REDDY, J. **Mechanics of laminated composite plates and shells**. 2th. ed. [*S. l.*]: CRC Press, 2003.

REDECENTER. **Produtos**: resinas, fibras e ferramentas. 2025. Distribuidora Oficial da Redelease. Disponível em: https://www.redelease.com.br/produtos. Acesso em: 15 set. 2025.

SANCHES, F. J. **Metodologia de otimização de estruturas de material compósito laminado**. 2011. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

SKC Acoustics Technology Co., Ltd. **SKC product manual**. [*S. l.*], 2025. Disponível em: www.skcaudio.com. Acesso em: 15 set. 2025.

SOARES, C. M.; FREITAS, M. Mechanics of composite materials and structures. *In*: NATO. **NATO Advanced Study Institute**. Troia: Springer, 1999. Proceedings.

TRZEPIECIŃSKI, T. *et al.* New advances and future possibilities in forming technology of hybrid metal-polymer composites used in aerospace applications. **Journal of Composites Science**, Basel, v. 5, p. 217, 2021.

VASILIEV, V.; MOROZOV, E. **Advanced mechanics of composite materials and structures**. 4. ed. Oxford: Elsevier, 2018.

XU, Y. *et al.* A review on the design of laminated composite structures: constant and variable stiffness design and topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 55, p. 1425–1446, 2018.