

**MOBILIDADE ASTEROIDAL INDUZIDA POR
ENCONTROS PRÓXIMOS COM VÁRIOS
ASTEROIDES MASSIVOS.**

Mariela Huaman Espinoza

Mariela Huaman Espinoza

Mobilidade asteroidal induzida por encontros próximos com vários asteroides massivos.

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia do Campus de Guaratinguetá,
Universidade Estadual Paulista, para a
obtenção do título de Mestre em Física na
área de Astronomia Dinâmica.

Orientador: Prof. Dr. Valerio Carruba

GUARATINGUETÁ

2012

Huaman, Mariela Espinoza
E776m Mobilidade asteroidal induzida por encontros próximos com vários
asteroides massivos / Mariela Huaman Espinoza – Guaratinguetá : [s.n],
2013.
60 f : il.
Bibliografia: f. 53-56

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2013.
Orientador: Prof. Dr Valério Carruba

1. Mecânica celeste 2. Asteróides I. Título

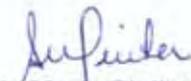
CDU 521.1(043)

MARIELA HUAMAN ESPINOZA

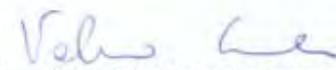
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

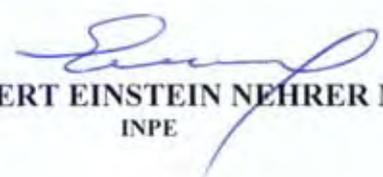
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr.ª Silvia Marja Giuliatti Winter
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. VALERIO CARRUBA
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
Unesp-Feg


Prof. Dr. ELBERT EINSTEIN NEHRER MACAU
INPE

Março de 2013

DADOS CURRICULARES

MARIELA HUAMAN ESPINOZA

NASCIMENTO 27.12.1981 – LIMA / PERU

FILIAÇÃO Jose Huaman Paz

Maria del Pilar Espinoza Jauregui

2002/2007 Curso de Graduação em Física

na Faculdade de Ciências Naturais e Matemática, Escola de Física da
Universidad Nacional del Callao

2011/2013 Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Mestrado

na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da
Universidade Estadual Paulista

Dedico este trabalho a meu familia, pela confianza, carinho e amor me dam e porque eles são minha Luz e Força.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por colocar sempre em minha vida à pessoas maravilhosas.

À meus pais Jose y Maria porque ñao comprendiendo meo trabalho nunca deixaram de me apoiar e o mesmo con tuda minha familia.

À meu orientador Dr. Valerio Carruba pela dedicada orientação, e pelo incentivo para melhorar sempre profissionalmente.

Á todos meus professores da pós-graduação por tanto terem me ensinado.

À meus minhos amigos en geral pelos momentos de distração, por sempre estar do meu lado torcendo pelo meu sucesso.

Aos meus amigos da pós, pelas horas de estudos, pela disposição em ajudarme, e pela agradável companhia, em especial a Rita C. Domingos, Ricardo Moraes e Augusto Rueda.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de
Nível Superior - **CAPES**

“Si no se peca a veces contra la razón, no se descubre nada.”
“Se as vezes não se vai contra a razão, não se descobre nada.”

Albert Einstein

HUAMAN, M. Mobilidade asteroidal induzida por encontros próximos com vários asteroides massivos. 2013. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

Resumo

Encontros próximos com asteroides massivos são conhecidos por ser um mecanismo de mobilidade dinâmica que pode alterar significativamente elementos próprios de corpos menores, e eles são a principal fonte de mobilidade dinâmica para asteroides médios e grandes dimensões ($D > 20$ km, aproximadamente).

A mobilidade orbital causada pelos encontros próximos com asteroides massivos foi estudado no passado e pode ser um mecanismo viável para produzir a localização atual orbital de alguns dos asteroides tipo V atualmente fora da família Vesta. É bem conhecido, no entanto, que as frequências próprias da precessão do pericentro g e longitude do nodo s de planetas terrestres mudam quando um ou mais dos outros planetas não é considerado no esquema de simulação. Por exemplo as frequências g_4 e s_4 são diferentes quando o sistema solar completo é considerado ou quando somente Marte e os planetas jovianos foram contabilizadas. Neste trabalho consideramos os efeitos de que a inclusão de um ou mais asteroides massivos no esquema de simulação tiver na órbita dos asteroides massivos e, indirectamente, sobre as estatísticas de mudanças no semieixo maior causada pelos encontros próximos com este asteroide massivo.

Nós descobrimos que os asteroides massivos, as frequências próprias são dependentes do número de outros asteroides massivos considerados no esquema de simulação e que, como resultado, as estatísticas inteiras do encontros com asteroides massivos também é afetada. As variações da mudança no semieixo maior próprio a causada pelos quatro asteroides mais massivos variou de até 36,3% nos cinco esquemas de simulações que utilizamos, e o número de encontros que causou a fortes mudanças na semieixo maior variou até um fator de 2. O efeito indireto causado pela presença de outros asteroides massivos, portanto, introduz uma fonte adicional de incerteza na estimativa do efeito a longo prazo de encontros próximos com asteroides massivos que não foi contabilizado em trabalhos anteriores sobre o assunto, e que afeta fortemente as estimativas do expoente de Hurst.

PALAVRAS-CHAVE: Planetas menores, asteroides, mecânica celeste.

HUAMAN, M. Mobilidade asteroidal induzida por encontros próximos com vários asteroides massivos. 2013. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

Abstract

Close encounters with massive asteroids are known to be a mechanism of dynamical mobility that can significantly alter proper elements of minor bodies, and they are the main source of dynamical mobility for medium-sized and large asteroids ($D > 20 \text{ km}$, approximately).

Orbital mobility caused by close encounters with massive asteroids has been studied in the past and could be a viable mechanism to produce the current orbital location of some of the V-type asteroids currently outside the Vesta family. It is well known, however, that the proper frequencies of precession of pericenter g and longitude of the node s of terrestrial planets change when one or more of the other planets is not considered in the integration scheme. For instance, the g_4 and s_4 frequencies are different when the full solar system is considered or when only Mars and the Jovian planets are accounted for. In this work we consider the effect that including one or more massive asteroids in the integration scheme has on the massive asteroids orbit, and, indirectly on the statistics of changes in semi-major axis caused by close encounters with this com mais de um massive asteroid.

We find that massive asteroid proper frequencies are dependent on the number of other massive asteroids considered in the integration scheme and that, as a result, the whole statistics of encounters with asteroid is also affected. Variances of the change in proper a caused by the four most massive asteroids varied up to 36.3% in the five integration schemes that we used, and the number of encounters that caused the strongest changes in semi-major axis varied up to a factor 2. The indirect effect caused by the presence of other massive asteroids therefore introduces an additional source of uncertainty in estimating the long-term effect of close encounters with massive asteroids that was not accounted for in previous works on the subject, and that strongly affects estimates of its Hurst exponent.

KEY WORDS: Minor planets, asteroids, Celestial Mechanics.

Lista de Figuras

2.1	Mostra a fracção da massa de cinturão principal como uma função do número de asteroides massivos.	9
3.1	Mapa dos elementos próprios sintéticos no plano $(a, sen(i))$ na região de (4) Vesta. As linhas verticais vermelhas estão associados com as principais ressonâncias do movimento medio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (4) Vesta.	12
3.2	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, sen(i))$ perto à região de (10) Hygiea. As linhas verticais vermelhas estão associados com os principais ressonâncias do movimento medio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (10) Hygiea.	13
3.3	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, sen(i))$ na região de (2) Pallas. As linhas verticais vermelhas estão associados com as principais ressonâncias do movimento médio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (2) Pallas.	14
3.4	Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, sen(i))$ perto à região de (31) Euphrosyne. As linhas verticais vermelhas estão associados com os principais ressonâncias do movimento medio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (31) Euphrosyne.	15
4.1	Espectro de Fourier das frequências de precessão de pericentro g , para (4) Vesta.	18
4.2	Painel A: variação da frequência g de (4) Vesta como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela A.1. Painel B: número de encontros próximos com (4) Vesta com uma função do número de asteroides.	19

4.3	Painel C: variação da frequência g de (10) Hygiea como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. Painel D: número de encontros próximos com (10) Hygiea com uma função do número de asteroides.	21
4.4	Painel E: variação da frequência g de (2) Pallas como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. Painel F: número de encontros próximos com (2) Pallas com uma função do número de asteroides.	22
4.5	Painel G: variação da frequência g de (31) Euphrosyne como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. Painel H: número de encontros próximos com (31) Euphrosyne com uma função do número de asteroides.	23
5.1	A figura mostra a distribuição de probabilidade de uma variável do valor real aleatório	29
5.2	A figura mostra a medida da dispersão da distribuição das variáveis reais aleatórias	29
5.3	Panel A, mostra uma projecção no plano $(a, sen(i))$ dos asteroides reais (pontos pretos) que da simulação S_1 . Os pequenos pontos azuis mostram a localização de objetos que experimentaram $ da $ com valores abaixo de σ_{ruido} . Os vermelhos são asteroides com $ da > 3\sigma_{ruido}$ o pontos magenta identifica a posição de (4) Vesta.	31
5.4	Histogramas das mudanças no semieixo maior causada por (4) Vesta o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura	34
5.5	Histogramas das mudanças no semieixo maior causada por (10) Hygiea o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura	36
5.6	Histogramas das mudanças no semieixo maior causada por (2) Pallas o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura	38

5.7	Histogramas das mudanças no semieixo maior causada por (31) Euphrosyne o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura	39
5.8	Movimento do M relativo a m . Se a trajetória foram imperturbável (reta pontilhada), o vetor da maior aproximação seria r_{mim} . No interacción hiperbólica, o vector da velocidade relativa é dado por um ângulo 2χ no sentido de r_{mim}	41
5.9	Plotagem de contorno do \log_{10} das mudanças nas velocidades heliocêntricas ΔU_0 como uma função do r_{min} e V para (10) Hygiea de acordo com a Eq.5.7.	42
5.10	Histograma de mudanças no Δa calculado usando o modelo de Greenberg (1982) para diferentes números de encontros com (10) Hygiea.	43

Lista de Tabelas

2.1	Elementos próprios a , e e i , e radio de Hill obtidos do AstDyS site.	8
5.1	Resultados do teste para o tempo de passo das simulações.	27
5.2	Números de encontros próximos, momentos e expoentes das Hurst do distribuições causadas pelos encontros próximos com (4) Vesta.	34
5.3	Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (10) Hyguiea.	36
5.4	Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (2) Pallas.	37
5.5	Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (31) Euphrosyne.	39
6.1	Expoentes de Hurst para clones de asteroides reais com $H < 13.5$	49
A.1	Massas astrométricas dos asteroides, dados de Baer	58
B.1	Massas astrométricas dos asteroides, dados de Carry (asteroides com * foram usados em Carruba(2012)).	60

Conteúdo

Dados curriculares	iii
Agradecimentos	v
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1.1 O problema da mobilidade dinâmica causada pelos encontros próximos	2
2 Os esquemas de integração.	4
2.1 Integração numérica	5
2.2 Parâmetros das simulações	6
2.2.1 Dados de AstDyS site	6
2.2.2 Esfera de Hill	6
2.2.3 Passo de tempo	7
2.2.4 Dados de Massas astrométricas	9
3 Mobilidade Dinâmica na região	11
3.1 Mapa dinâmico na região de (4) Vesta	11
3.2 Mapa dinâmico na região de (10) Hygiea.	13
3.3 Mapa dinâmico na região de (2) Pallas.	14
3.4 Mapa dinâmico na região de (31) Euphrosyne.	15

4	Estudo da estabilidade das frequências próprias	17
4.1	Frequências Próprias para (4) Vesta	18
4.1.1	Qual é a causa das flutuações em g ?	20
4.2	Frequências Próprias para (10) Hygiea	20
4.3	Frequências Próprias para (2) Pallas	21
4.4	Frequências Próprias para (31) Euphrosyne	22
5	Efeito a longo prazo de encontros próximos com asteroides massivos.	24
5.1	Mudança no semieixo maior próprio	25
5.2	Verificação do passo de tempo	26
5.3	O expoente de Hurst	27
5.4	Distribuição estatística dos encontros próximos	28
5.5	Análises gerais da região de (4) Vesta	30
5.5.1	Distribuição estatística na região de (4) Vesta	32
5.6	Análises geral na região de (10) Hygiea	35
5.7	Análises geral da região de (2) Pallas	37
5.8	Análises geral na região de (31) Euphrosyne	38
5.9	O Número Mínimo de Encontros Próximos	40
6	Encontros próximos com asteroides massivos considerando os efeitos Yarkovsky e YORP.	45
6.1	O efeito Yarkovsky	45
6.2	O efeito YORP	46
6.3	Análises das Simulações com o integrador São Paulo	48
7	Conclusões.	51
	Referências bibliográficas	52

A	Massas astrométricas de Baer	57
B	Massas astrométricas de Carry	59

Capítulo 1

Introdução

A mobilidade orbital causada pelos encontros próximos entre pequenos e grandes asteroides do cinturão principal mostrou ser um mecanismo capaz de produzir a difusão dos elementos próprios de pequenos corpos a longo prazo nas vizinhanças das órbitas de asteroides massivos como (1) Ceres e (4) Vesta (Laskar 2011).

Para o estudo de encontros próximos consideramos parâmetros importantes, como a velocidade e a distancia relativa dos asteroides, que permitem trocas de energia e momento angular entre os corpos em cada encontro. Em nosso caso este efeito é máximo quando a velocidade relativa de um asteroide pequeno com respeito ao asteroide massivo e sua distância mútua são relativamente pequenas. Esta proximidade pode causar desvios gravitacionais com uma consequente alteração nos elementos orbitais heliocêntricos (Carruba et al. 2007a). Assim, muitos encontros próximos produzem perturbações nas órbitas de pequenos asteroides nas vizinhanças das órbitas dos asteroides massivos. Desta forma, os efeitos da passagem dos pequenos asteroides seriam cumulativos, o que leva a uma mudança nos elementos próprios nas órbitas de asteroides vizinhos orbitalmente ao asteroide massivo.

O efeito a longo prazo da mobilidade orbital causada por encontros próximos mostraram que as estatísticas nas mudanças do semieixo maior (a), excentricidade (e) e da inclinação (i) próprios é afetada pela presença de asteroides massivos. Isto pode ter contribuído para a difusão de alguns dos membros da família de asteroides cujas órbitas não poderiam ser facilmente explicadas devido aos efeitos Yarkovsky, YORP, interação com ressonâncias orbitais de movimento médio e seculares, ou ambos.

Estudos prévios de Carruba et al. de (2003, 2007a) e Delisle & Laskar (2012) mostraram que as mudanças nos elementos orbitais devido a encontros próximos não foram desprezíveis, mas importante somente em regiões caracterizadas por altas probabilidades de colisões com um dos asteroides massivos.

1.1 O problema da mobilidade dinâmica causada pelos encontros próximos

Em trabalhos anteriores, como o de Laskar et al. (2011), mostrou-se que quando os cinco corpos maiores do cinturão principal (1) Ceres, (2) Pallas, (4) Vesta, (7) Iris, (324) Bamberga e os oito planetas do sistema solar foram incluídos nas simulações, os movimentos dos asteróides principais são muito mais caótico do que se pensava anteriormente. Isto é particularmente verdadeiro para (1) Ceres e (4) Vesta, as dois mais fortes interações durante os encontros próximos também afetarem os movimentos planetários e aparecem como o principal fator limitante para estabelecer uma solução a longo prazo dos elementos orbitais da Terra, e limitada a 50 milhões de anos.

Resultados análogos foram encontrados no trabalho de Delisle & Laskar (2012) que estudou o problema da difusão caótica na região da família de Vesta causada pelos encontros próximos com onze asteroides massivos do cinturão principal. Naquele trabalho constatou-se que, como em estudos prévios de Carruba et al. (2003, 2007a), a maioria da mobilidade orbital foi causada por encontros com (4) Vesta e (1) Ceres. Os efeitos Yarkovsky e YORP são significativos somente para objetos menores.

Sabe-se que as frequências próprias de precessão do pericentro g e longitude do nodo s , dos planetas terrestres mudam quando o sistema solar completo é considerado, ou quando apenas Marte e os planetas gigantes foram considerados no esquema de simulação, gerando perturbações nas órbitas dos asteroides massivos. Portanto, o que aconteceria quando mais do um corpo massivo é considerado no esquema de simulação? Isto pode ser suficiente para alterar a mobilidade orbital dos pequenos asteroides? Como é a difusão orbital a longo prazo causado pelos encontros próximos com asteroides massivos e de alta inclinação? E como isso afeta as taxas de desvio do semieixo maior nas diferente regiões dos asteroides?

Neste trabalho, nós pretendemos responder à estas perguntas estudando a difusão dos elementos próprios de corpos pequenos nas regiões das famílias dos asteroides massivos, como o caso de (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne. Para isso utilizamos integrações numéricas que dependem do número de asteroides massivos e dos planetas do sistema solar. Nós comparamos os diferentes cenários para verificar a mobilidade orbital causada pelos asteroides antes mencionados, quando eles se encontraram sozinhos e quando são afetados pelos outros asteroides massivos. Além disso, nós verificamos os valores da extrapolação do efeito global de encontros próximos com os onze asteroides do artigo de Delisle & Laskar (2012). Nós também simulamos a difusão orbital dos asteroides reais nas regiões dos asteroides antes mencionados, que foram causados pelos encontros próximos, e os efeitos Yarkovsky e YORP. Obtivemos também estimativas do coeficiente de Hurst para prazos de 30 milhões de anos (Carruba et al. 2007a).

A seguir apresentamos a estrutura deste trabalho.

- No segundo capítulo, apresentamos os esquemas de simulações e parâmetros importantes para nosso estudo.
- No terceiro capítulo, nós investigamos a mobilidade dinâmica na região de cada asteroide masivo e o comportamento caótico de partículas na região de nossos asteroides.
- No quarto capítulo, descrevemos o problema da estabilidade das frequências próprias dos asteroides: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne.
- No quinto capítulo, estudamos os efeitos gravitacionais a longo prazo de encontros próximos de (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne com asteroides reais. Estudamos os efeitos que a presença de outros asteroides massivos exercem sobre as estatísticas de mudanças no semieixo maior próprio.
- No sexto capítulo, investigamos a difusão orbital a longo prazo quando os efeitos Yarkovsky e YORP são considerados. Nós analisamos a taxa de *desvio* no semieixo maior próprio em cada região de estudo.
- Finalmente, no último capítulo, apresentamos as considerações finais.

Capítulo 2

Os esquemas de integração.

De acordo com Delisle & Laskar (2012), os encontros próximos com asteroides massivos são mais eficientes se um único objeto massivo é considerado, em vez de ter vários asteroides pequenos de massa equivalente.

Neste trabalho nós pretendemos investigar o papel indireto que os encontros próximos com asteroides massivos podem ter quando mais que um asteroide é considerado. Por exemplo, o número de encontros com um único asteroide massivo muda quando mais de um asteroide massivo é considerado? e como isso afeta a dinâmica caótica na região?

Para este estudo, as integrações numéricas, dependem do número de asteroides massivos considerados. A seguir, nossos esquemas de integração numérica são apresentados. A diferença entre os esquemas estão no número de asteroides considerados em cada integração numérica.

- S_0 : oito planetas do sistema solar;
- S_1 : oito planetas e o asteroide massivo da região do estudo;
- S_{11} : oito planetas e 11 asteroides massivos da região do estudo;
- S_{23} : oito planetas e 23 asteroides massivos da região do estudo;
- S_{51} : oito planetas e 51 asteroides do cinturão principal com massas maiores do que $1 \cdot 10^{-14} M_{\odot}$.

Ao comparar os diferentes cenários planejamos verificar como a mobilidade dinâmica causada pelos seguintes asteroides massivos: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne

é afetada quando os asteroides mais massivos são considerados, e se na extrapolação o efeito global de encontros próximos com todos os asteroides do cinturão principal é significativo.

2.1 Integração numérica

Os integradores numéricos são ferramentas muito úteis para a modelagem aproximada de sistemas dinâmicos por intervalos de tempo muito longos. Eles se comportam como simuladores que conseguem reproduzir muito bem as características dinâmicas globais de um dado sistema como pontos de equilíbrio, regiões de regularidade e caoticidade no espaço de fase, escalas de tempo de difusão e de instabilidade global, etc. É possível mostrar que eles conservam exatamente as integrais primeiras vinculadas as simetrias do problema como o momento angular e o movimento do centro de massa.

Para nossas integrações numéricas, nós escolhemos o SyMBA (Symplectic Massive Body Algorithm), um pacote que foi desenvolvido por Duncan et al. (1998) para integrar um conjunto de corpos massivos interagindo gravitacionalmente entre si e com um grupo de partículas teste que sofrem a influência gravitacional dos corpos massivos. Este pacote apresenta técnicas de integração capazes de simular encontros próximos entre as partículas e os corpos massivos.

Em particular, nós utilizamos o programa SWIFT-SKEEL discutido em Levison & Duncan (2000), também utilizamos os códigos para simular a dinâmica de difusão. O Integrador SWIFT-SKEEL usa variáveis canônicas heliocêntricas (ou democracia heliocêntrica), e divide o Hamiltoniano em três partes:

- Uma parte kepleriana, que é avançada com as funções de Gauss para as frequências de precessão de pericentro g e do nodo s (Danby 1988).
- Uma segunda parte com a perturbação dependente apenas das coordenadas heliocêntrica e que produz um “salto” nos momentos baricêntricos.
- Uma terceira parte que diz respeito ao movimento baricêntrico do Sol, o que provoca um deslocamento linear em coordenadas heliocêntrica.

Também utilizamos o integrador São Paulo (Carruba et al. 2007a) para investigar a dinâmica de difusão devido aos efeitos de Yarkovsky, YORP e encontros próximos simultaneamente.

Este integrador é baseado na divisão do integrador SKEEL de Biesiadecki & Hamilton (1993) criado por Carruba et al. (2007a), que simula também as versões diurna e sazonal do efeito Yarkovsky.

2.2 Parâmetros das simulações

Alguns parâmetros são importantes para simular os encontros próximos com asteroides massivos. Esses parâmetros são apresentados a seguir.

2.2.1 Dados de AstDyS site

Usamos um conjunto de elementos próprios cujos dados podem ser obtidos na página Asteroids Dynamic (AstDyS) calculados por meio de uma teoria analítica. Os elementos próprios analíticos são obtidos para todos os asteroides numerados e de múltipla posição (Milani & Knežević 1994).

Os dados obtidos da página AstDyS contêm semieixo maior próprio, excentricidade, seno da inclinação, frequências fundamentais (variação do perihélio e variação do nodo), código de ressonância secular (RFL), os códigos de qualidade para média (QCM), elementos osculadores (QCO) e a magnitude absoluta do asteroide. Também são listados alguns dados auxiliares, como as longitudes próprias do perihélio e do nodo.

2.2.2 Esfera de Hill

Um dos parâmetros mais importantes quando se trata de encontros próximos com asteroides massivos é o raio da esfera de Hill. Corpos menores podem experimentar mudanças significativas nos elementos próprios se eles entraram na esfera de Hill de corpos massivos.

Para asteroides em órbitas excêntricas tais como (2) Pallas e (31) Euphrosyne, pode ser mostrado analiticamente que o raio da esfera de Hill pode ser calculado como (Hamilton & Burns, 1991):

$$R_{Hill} = a(1 - e)\left(\frac{m}{3M_{\odot}}\right)^{1/3} \quad (2.1)$$

Onde M_{\odot} é a massa solar e m , e e a são a massa, excentricidade e semieixo maior do corpo massivo, respectivamente.

A tabela. 2.1 resume os dados obtidos da página AstDyS de 51 asteroides massivos. A primeira coluna informa um nome de asteroides, a segunda coluna o semieixo maior próprio, a terceira coluna a excentricidade própria e a quarta coluna mostra os raio de Hill calculado utilizando a Equação (2.1) para cada valor de semieixo maior próprio. Podemos observar que, com a exceção de (1) Ceres, (2) Pallas, (4) Vesta e (10) Hygiea, os corpos tem os raios da esfera de Hill menores que 6×10^{-3} U. A.

2.2.3 Passo de tempo

No estudo numérico de encontros próximos, o passo de tempo deve ser suficientemente curto para o integrador não perder possíveis encontros próximos entre os asteroides. Por exemplo, se o tempo necessário para que um asteroide atravessasse a esfera de Hill de (4) Vesta é de cinco dias, uma integração usando um passo de tempo maior perderia este encontro particular. Por outro lado, usar um passo de tempo muito curto pode aumentar significativamente a duração da integração numérica, em alguns casos, tornando-a impraticável.

Neste trabalho estamos interessados principalmente nos encontros que ocorrem à baixas velocidades relativas e distâncias mutuas entre os corpos perturbador e o perturbado, pois estes são os encontros que causam a maior mudança no espaço de elementos próprios e que dominam o efeito a longo prazo da mobilidade dos asteroides (Carruba et al. 2007a).

Delisle & Laskar (2012) mostraram que as mudanças no semieixo maior próprio são afetados por efeitos seculares cujo desvio padrão é cerca de $\sigma_a = 2 \times 10^{-4}$ U. A. As mudanças no semieixo maior próprio causadas por encontros próximos para valores inferiores a $3\sigma_a$ não são facilmente distinguíveis das variações causadas por outros efeitos.

Como uma primeira estimativa do passo de tempo necessário para encontrar todos os encontros próximos que causam um $da > 3\sigma_a$ U. A. = 6×10^{-4} U. A., nós consideramos que um encontro deveria causar uma mudança na velocidade heliocêntrica (dU_0) de $10m/s$. Este valor foi estimado usando a velocidade orbital de (4) Vesta de aproximadamente $18,3 km/s$ e a relação:

$$da = dU_0 \times \frac{a_{vesta}}{V_{orb}}. \quad (2.2)$$

Tabela 2.1: Elementos próprios a , e e i , e radio de Hill obtidos do AstDyS site.

Asteroide	Semieixo maior próprios [U. A.]	excentricidade próprias	R_{Hill} [U. A.]
(1) Ceres(*)	2.7670962	0.1161977	0.132E-02
(4) Vesta(*)	2.3615126	0.0987580	0.748E-03
(2) Pallas(*)	2.7709176	0.2812580	0.643E-03
(10) Hygiea(*)	3.1417827	0.1356315	0.663E-03
(31) Euphrosyne	3.1550838	0.2076977	0.534E-03
(704) Interamnia(*)	3.0608722	0.1043115	0.512E-03
(511) Davida	3.1741546	0.1896880	0.476E-03
(532) Herculina(*)	2.7718744	0.2043388	0.392E-03
(15) Eunomia(*)	2.6436660	0.1485956	0.393E-03
(3) Juno(*)	2.6693661	0.2335060	0.345E-03
(52) Europa	3.0967567	0.1185128	0.426E-03
(16) Psyche	2.9221279	0.1022472	0.409E-03
(88) Thisbe	2.7681623	0.1451616	0.344E-03
(7) Iris(*)	2.3862106	0.2125516	0.262E-03
(13) Egeria	2.5762947	0.1276830	0.312E-03
(29) Amphitrite	2.5543020	0.0728087	0.323E-03
(87) Sylvia	3.4852852	0.536765	0.446E-03
(6) Hebe	2.4252710	0.1584864	0.263E-03
(451) Patientia	3.0622948	0.704788	0.365E-03
(444) Gyptis	2.7707182	0.1328031	0.308E-03
(48) Doris	3.1123958	0.634353	0.369E-03
(9) Metis	2.3864354	0.1271833	0.258E-03
(24) Themis	3.1345042	0.1527786	0.328E-03
(107) Camilla	3.4859694	0.927143	0.39E-03
(324) Bamberga(*)	2.6837227	0.2964340	0.232E-03
(65) Cybele	3.4259374	0.1338592	0.359E-03
(19) Fortuna(*)	2.4420129	0.1345231	0.236E-03
(22) Kalliope	2.9092730	0.100238	0.293E-03
(14) Irene	2.5875534	0.1988235	0.218E-03
(130) Elektra	3.1178637	0.1849984	0.263E-03
(11) Parthenope	2.4522563	0.744620	0.229E-03
(702) Alauda	3.1942624	0.213216	0.314E-03
(45) Eugenia	2.7207542	0.1130449	0.238E-03
(39) Laetitia	2.7687248	0.697880	0.253E-03
(121) Hermione	3.4499665	0.134559	0.29E-03
(804) Hispania	2.8390850	0.1154876	0.21E-03
(20) Massalia	2.4086388	0.1618339	0.166E-03
(18) Melpomene	2.2957625	0.1801599	0.15E-03
(8) Flora	2.2014283	0.1448717	0.146E-03
(49) Pales	3.0892344	0.1985964	0.19E-03
(21) Lutetia	2.4352604	0.1292457	0.161E-03
(47) Aglaja	2.8800613	0.1127452	0.182E-03
(17) Thetis	2.4711314	0.1378521	0.132E-03
(762) Pulcova	3.1566235	0.1281303	0.17E-03
(283) Emma	3.0460575	0.1131876	0.166E-03
(90) Antiope	3.1461917	0.1538194	0.138E-03
(379) Huenna	3.1360348	0.1552254	0.106E-03
(253) Mathilde	2.6477820	0.2189155	0.535E-04
(189) Phthia	2.4503641	0.151247	0.449E-04
(243) Ida	2.8616141	0.456271	0.505E-04
(433) Eros	1.4580000	0.2330000	0.116E-04

onde da é a mudança no semi eixo maior, dU_0 é a mudança na velocidade heliocêntrica, a_{vesta} é o semi eixo maior de (4) Vesta e V_{orb} é a velocidade da órbita de (4) Vesta. A velocidade mútua máxima que pode causar uma mudança na velocidade heliocêntrica é de 500 m/s (Carruba et al. 2007). A esta velocidade, a esfera de Hill de Vesta será atravessada em aproximadamente 2,3 dias. Nós consideramos que um passo de tamanho de 2 dias devie ser razoável.

2.2.4 Dados de Massas astrométricas

Um outro parâmetro importante é o valor das massas dos asteroides porque os resultados da integração numérica podem variar dependendo dos dados de massa utilizados. Em nossas integrações numéricas foram utilizados os dados mais recentes de massas astrométricas. No caso de (4) Vesta, nós utilizamos os dados de Baer et al.(2011) mostrados na Tabela. A.1 em ANEXO. No caso de (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne, nós utilizamos os valores de massas astrométricas de Carry et al.(2012) que estão na Tabela. B.1 em ANEXO.

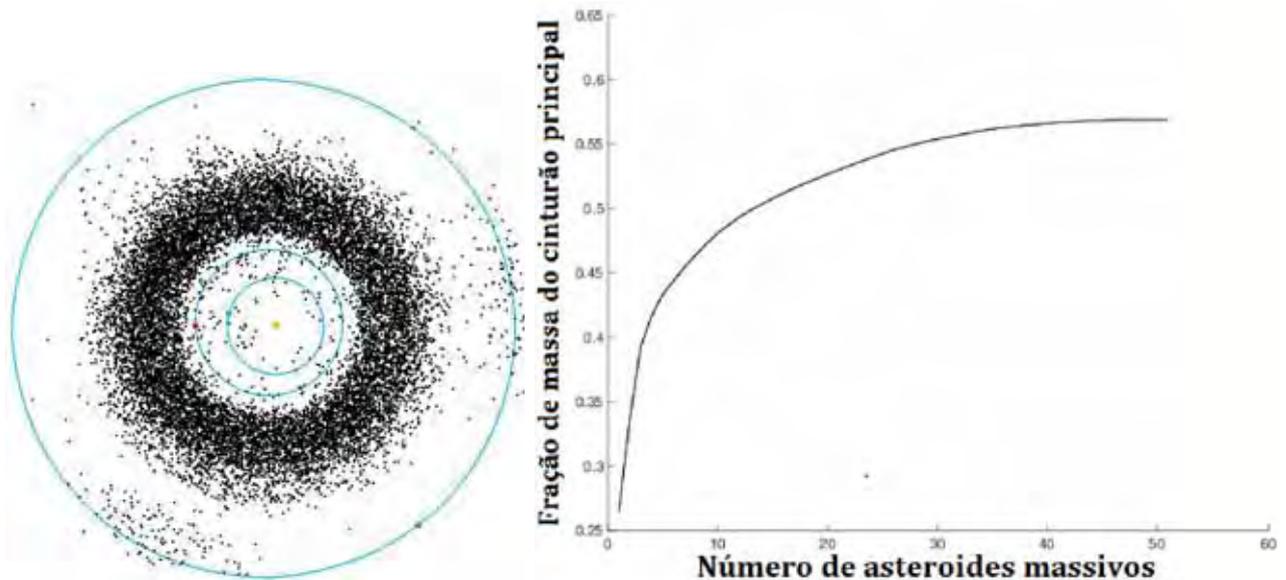


Figura 2.1: Mostra a fracção da massa de cinturão principal como uma função do número de asteroides massivos.

Para uma comparação da fracção da massa total do cinturão principal que nós estamos utilizando, a seguir apresentamos algumas considerações. Uma estimativa da massa do cinturão principal é dada por Krasinsky et al. (2002) de $18 \times 10^{-10} M_{\odot}$. Outros autores dão valores mais baixos para a massa total do cinturão principal, como por exemplo, $15 \times 10^{-10} M_{\odot}$ dada por Fienga et al. (2011).

Nos apresentamos na Figura 2.1 um gráfico que mostra a fração de massa do cinturão principal em função do número de asteroides massivos. Podemos notar que a partir dos trinta primeiros asteroides não há uma variação significativa da massa total do cinturão principal. Assim nossos esquemas de integração são bem representativos em relação a variação de massa do cinturão principal em função do número de asteroides massivos considerados.

Nos esquemas de integração, os asteroides estão ordenados como uma função da sua massa. A massa de (1) Ceres é cerca de 26,45% da massa total do cinturão principal. A massa calculada para (4) Vesta é 5,10% da massa total dos asteroides (Krasinsky et al. 2002), enquanto as massas dos 11 asteroides identificados no artigo de Delisle & Laskar et.al (2012) é 46,40% da massa total do cinturão principal. A massa dos 51 asteroides calculada para as integrações numéricas é 56,85% da massa total.

Capítulo 3

Mobilidade Dinâmica na região

Para o estudo da mobilidade dinâmica causada pelos encontros próximos, nós primeiro analisamos as regiões orbitais de (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne. Integramos numericamente a evolução orbital de um conjunto de partículas teste com condições iniciais reais e sob a ação dos oito planetas mais o asteriote massivo na região de estudo. Nós utilizamos o integrador *SWIFT-WHM* (Wisdom & Holman 1991).

3.1 Mapa dinâmico na região de (4) Vesta

Foram integrados numericamente 6160 partículas teste com condições iniciais escolhidas da seguinte forma: (i) 61 intervalos no semieixo maior a partir de $a = 2,2$ U. A. e com um passo de $0,2$ U. A., (ii) 101 intervalos de inclinação (i) a partir de 0° e um passo de $0,1^\circ$. (iii) as excentricidades e os outros ângulos das partículas foram aqueles do (4) Vesta em *J2000*. Os elementos próprios sintéticos foram obtidos usando os métodos descritos em Knežević e Milani et al. (2003) e Carruba et al. (2010b). Nós usamos o valor de massa de (4) Vesta dada na tabela A.1.

Na Figura 3.1 mostramos um mapa dinâmico no domínio do espaço de elementos próprios ($a, \sin(i)$) para as partículas na região de (4) Vesta. Os pontos pretos mostram o valor de elementos próprios associados com os originais igualmente espaçados nas condições iniciais. O ponto magenta mostra a localização orbital de (4) Vesta. As linhas verticais vermelhas estão associados com as principais ressonâncias do movimento medio da região que aparecem como regiões de mais baixa densidade no número de partículas.

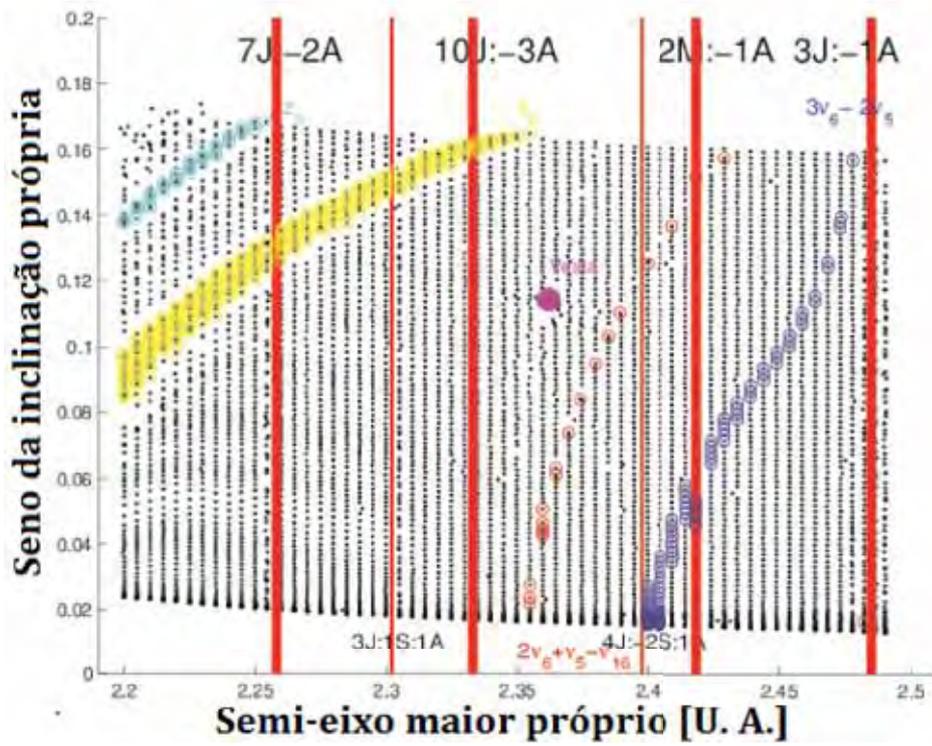


Figura 3.1: Mapa dos elementos próprios sintéticos no plano $(a, \text{sen}(i))$ na região de (4) Vesta. As linhas verticais vermelhas estão associadas com as principais ressonâncias do movimento médio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (4) Vesta.

As bandas inclinadas de pontos alinhados estão relacionadas com ressonâncias seculares: os círculos azul claro mostram asteroides entre mais e menos segundo de arco a partir do centro da ressonância secular $z_3 = 3(g - g_6) + s - s_6$, onde as frequências g e s com os índices 5 e 6 referem-se aos planetas Júpiter e Saturno, respectivamente. Os círculos amarelos estão associados com as partículas perto da ressonância secular $z_2 = 2(g - g_6) + s - s_6$. Os círculos vermelhos estão associados à ressonância $2\nu_6 + \nu_5 - \nu_{16}$ (onde $\nu_6 = g - g_6$, $\nu_5 = g - g_5$ e $\nu_{16} = s - s_6$). Os círculos azuis mostram a localização orbital da ressonância do tipo-g $3\nu_6 - \nu_5 = 3(g - g_6) - (g - g_5) = 2g - 3g_6 + g_5$ (Machuca & Carruba et al. 2011).

Outras ressonâncias do movimento médio com menor semieixo maior, tais como o $2J : 6S : -6U : -1A$, $4J : 1S : -6U : 1A$. Pode-se notar uma região de menor densidade de partículas perto de (4) Vesta, provavelmente causado por espalhamento devido aos encontros próximos com asteroides em órbitas próximos a (4) Vesta.

3.2 Mapa dinâmico na região de (10) Hygiea.

O asteroide (10) Hygiea é o quarto corpo mais massivo do cinturão principal (Milani & Knežević, 1994). (10) Hygiea e sua família ocupam uma área bastante estável do cinturão principal externo entre as ressonâncias de movimento médio como $9J : -4A$ e $2J : -1A$. A ressonância secular mais notável é a $z_1 = g - g_6 + s - s_6$ que é calculada para os valores de semieixo maior, excentricidade e inclinação próprias de (10) Hygiea. Ela atravessa uma região abaixo das valores típicos de inclinação dos membros da família Koronis.

Para a região de (10) Hygiea, nós obtivemos um mapa dinâmico de elementos próprios sintéticos, calculado com o método da aproximação de Knežević & Milani et al. (2003) e Carruba (2010b). Integramos 6464 partículas no semieixo maior a partir de 2,95 U.A. com um tamanho de passo de 0,005 U.A. e na inclinação entre 0° a 10° , com um tamanho de passo de $0,1^\circ$. Todos os outros elementos das partículas foram de (10) Hygiea em $J2000$.

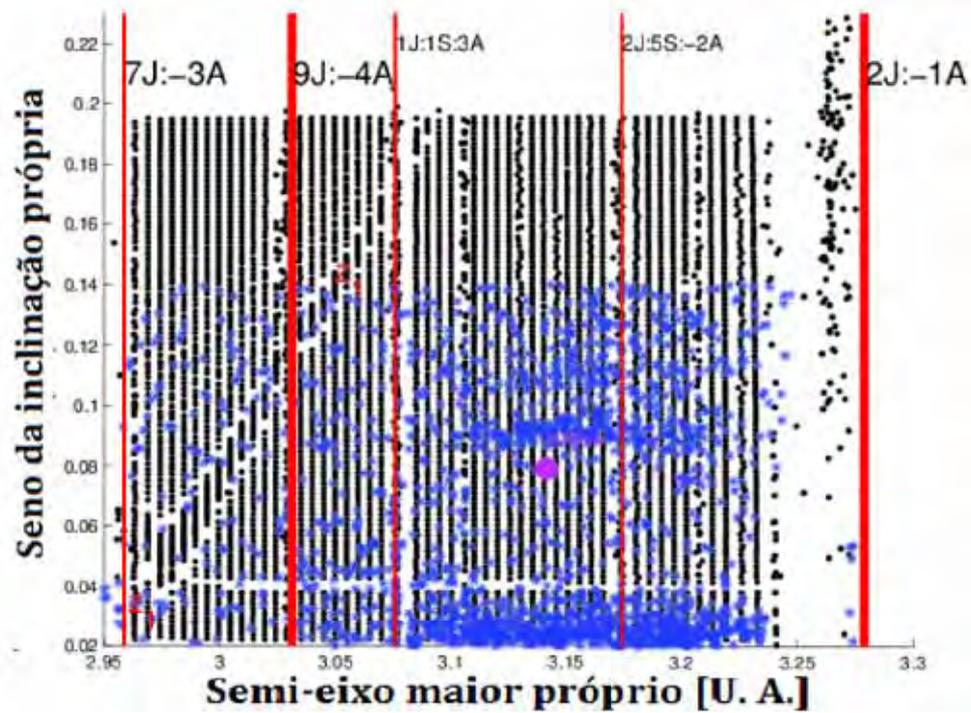


Figura 3.2: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, \text{sen}(i))$ perto à região de (10) Hygiea. As linhas verticais vermelhas estão associados com os principais ressonâncias do movimento medio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (10) Hygiea.

Os nossos resultados são mostrados na figura 3.2. As partículas aparecer como pontos pretos. A posição de (10) Hygiea é mostrado como um ponto magenta. Nós mostramos também as posições orbitais de todos os asteroides reais com magnitudes absolutas $H < 13.5$ no mesmo intervalo do plano $(a - i)$ das partículas (asteriscos azuis).

Para evitar incluir membros da família de Eos, só foram selecionados os asteroides com $sen(i) < 0.14$ para a região de (10) Hygiea. Podemos notar que a família de Hygiea fica em uma região bastante regular perto de 0.1 em $sen(i)$.

3.3 Mapa dinâmico na região de (2) Pallas.

Para estudar a região de (2) Pallas integramos 5000 partículas entre 2.7 e 2.85 U. A., no semieixo maior, com passo de 0,0025 U.A., de 25° a 48° na inclinação, com um passo de 0.2° . Todos os outros elementos das partículas foram de (2) Pallas em $J2000$.

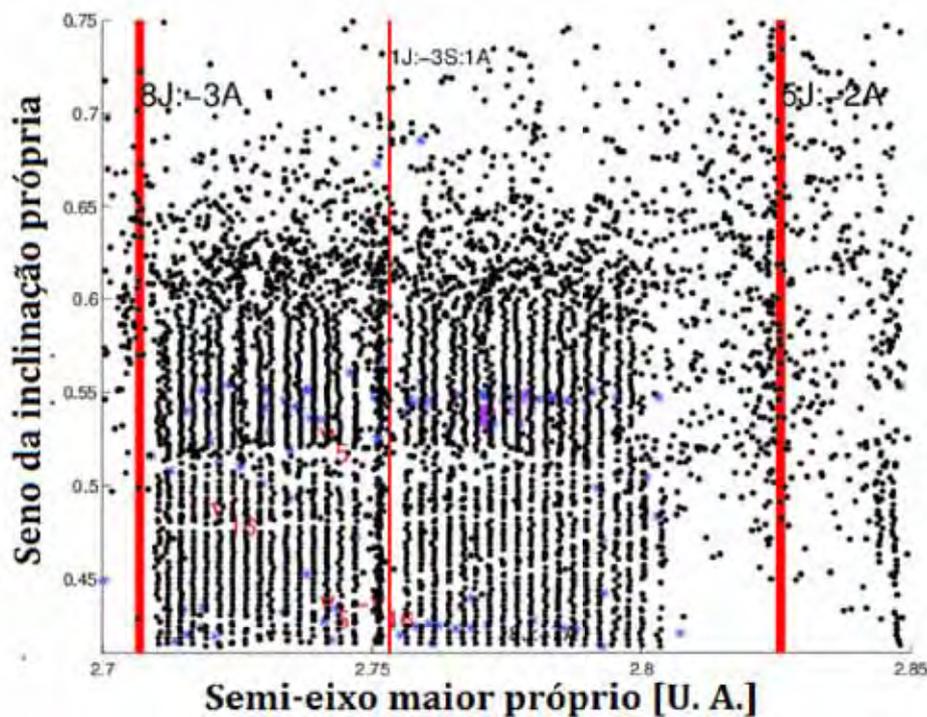


Figura 3.3: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, sen(i))$ na região de (2) Pallas. As linhas verticais vermelhas estão associados com as principais ressonâncias do movimento médio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (2) Pallas.

Nós definimos a região da família de Pallas como uma região regular de população uniforme de partículas representadas com pontos pretos na figura 3.3. A posição de (2) Pallas é representada como um ponto magenta e é limitada no semieixo maior pelas ressonâncias de movimento médio $8J : -3A$ e $5J : -2A$ (linhas verticais vermelhas) com baixas densidades de partículas de testes e delimitada em baixa inclinação pela ressonância seculares que aparecem como alinhamentos alongados de corpos na diagonal.

Nós também mostramos na figura 3.3 a posição orbital de todos os asteroides reais com asteriscos.

3.4 Mapa dinâmico na região de (31) Euphrosyne.

Para investigar a estabilidade dinâmica desta região nós integramos 4500 partículas entre 3.03 e 3.325 U. A., no semieixo maior, e, entre 20° e 35° na inclinação (o que corresponde a valores do $\text{sen}(i)$ entre 0.20 e 0.55), aqui nós usamos os tamanhos de passos de 0.005 U. A. no semieixo maior e de 0.2° na inclinação i . Os outros elementos como as excentricidades iniciais e os outros ângulos das partículas foram obtidas de (31) Euphrosyne para o $J2000$.

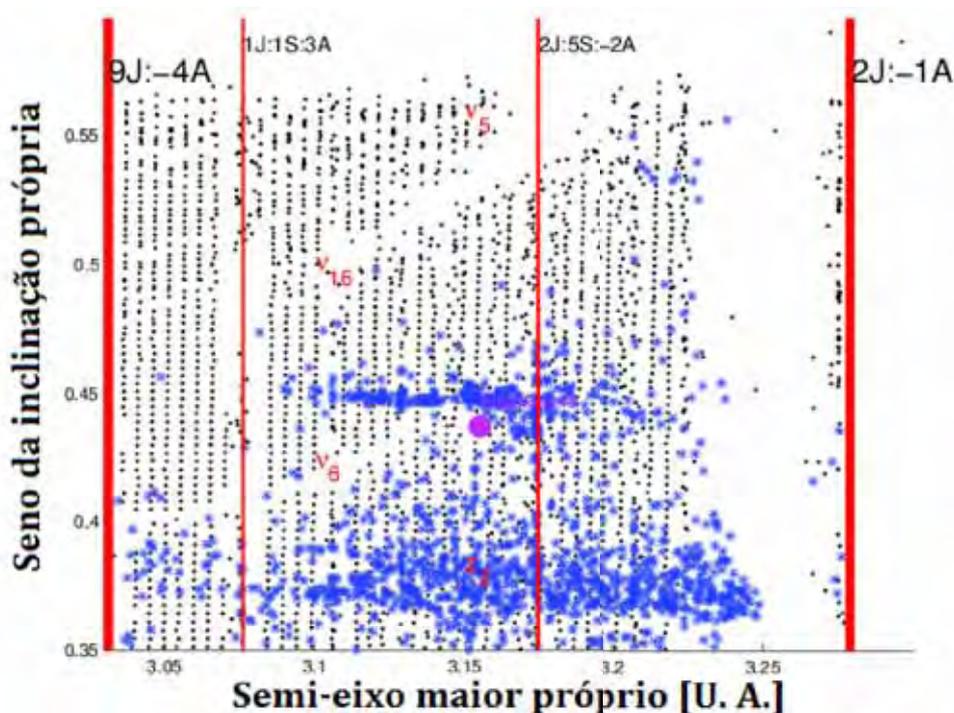


Figura 3.4: Mapa de elementos próprios sintéticos no plano $(a, \text{sen}(i))$ perto à região de (31) Euphrosyne. As linhas verticais vermelhas estão associados com os principais ressonâncias do movimento medio da região, e o ponto magenta mostra a localização orbital de (31) Euphrosyne.

A figura 3.4 mostra o mapa dos elementos próprios para esta região. Observamos as ressonâncias de movimento médio de $1J : 1S : -3A$ e $2J : 5S : -2A$ e uma região que é significativamente afetada pela presença da ressonância $2J : -1A$, com exceção da população de asteroides próxima ao centro da ressonância que esta em uma linha de estabilidade.

Muitos dos objetos encontrados na região tem uma inclinação menor que o centro na ressonância ν_6 , e a maioria da população com $\text{sen}(i) > 0.3$ na região de Euphrosyne é consi-

derada como de “alta inclinação”. Finalmente, asteroides reais são identificados por asteriscos azuis com $H < 13.5$ no mesmo intervalo de $(a - i)$ das partículas.

Capítulo 4

Estudo da estabilidade das frequências próprias

Para investigar os efeitos indiretos causados pela presença de vários asteroides massivos, nós obtivemos os valores das frequências próprias de precessão do pericentro g e de longitude de nodo s nas regiões dos seguintes asteroides massivos: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne.

Para investigar a evolução no tempo dos elementos próprios $(a), (e), (i)$ dos asteroides massivos de nosso estudo, integramos um sistema composto pelos asteroides e os planetas, desde Vênus a Netuno, sendo Mercúrio contabilizado como uma correção baricêntrica nas condições iniciais. A inclinação, os argumentos do pericentro e do nodo foram consideradas no plano invariável do Sistema Solar. O tempo total da integração foi de 30 milhões de anos. Para isso foi utilizado o integrador simplético *SWIFT-SKEEL*, que utiliza o método de mapeamento das frequências (Wisdom & Holman et al. 1991; Levison & Duncan 2000).

As frequências próprias foram obtidas com o método MFT (*Transformada de Fourier Modificada*) de Laskar (1988, 1990) para análise das soluções numéricas de sistemas seculares para o movimento planetário. O algoritmo que nós utilizamos o de Šidlichovský & Nesvorný (1997) que assume uma correção das frequências geradas pelo MFT e uma nova determinação das amplitudes e que é chamado como *Transformada de Fourier Modificada das Frequências*, (FMFT). Além disso, nós também utilizamos o método de Knežević & Milani (2003), para eliminar o espectro da transformada de Fourier dos elementos equinociais de todas as frequências

planetárias e, designamos como as frequências próprias os maiores valores dos espectros que ainda foram observáveis.

4.1 Frequências Próprias para (4) Vesta

Para o estudo na região de (4) Vesta, nós consideramos os 51 asteroides listados na Tabela A.1 (ver apêndice). Nós calculamos o espectro de Fourier das frequências próprias de g para (4) Vesta, nos esquemas de simulações: S_1 , S_{11} e S_{51} .

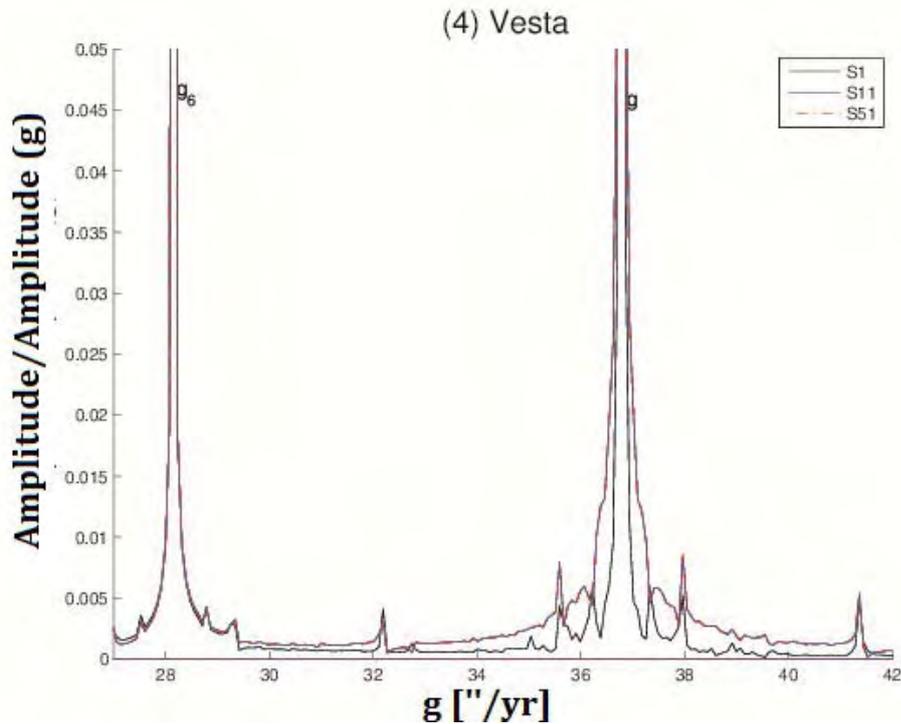


Figura 4.1: Espectro de Fourier das frequências de precessão de pericentro g , para (4) Vesta.

Na Figura 4.1, nós podemos notar que a linha associada com a frequência g é muito mais ampla para as simulações S_{11} e S_{51} , que no caso de S_1 . Isso significa que o espectro de frequências g difere para os esquemas de integração, ou seja, nós não podemos concluir que as frequências próprias g dependem do esquema de integração.

Nós calculamos também os valores das frequências g e s para todos os 51 esquemas de integração. Foram considerados quatro intervalos de tempo de 8,192 milhões de anos utilizando o método de Knežević e Milani (2003).

A média dos quatro valores foi considerada como uma estimativa das frequências próprias e o desvio padrão como uma estimativa do erro. Agora, a Figura 4.2, no painel A, mostra como

a frequência g de (4) Vesta depende do número de asteroides massivos incluídos no esquema de simulação. As linhas verticais pretas exibem o erro associado com cada valor de frequência, a linha horizontal azul mostra o valor médio das frequências g para os 51 esquemas de integração, e as linhas horizontais vermelhas exibem os valores das frequências entre o valor médio menos e mais o desvio padrão dos dados (este intervalo é considerado como o nível de confiança).

Podemos notar que as frequências próprias de (4) Vesta podem mudar significativamente quando mais de um asteroide massivo é considerado no esquema de integração. As alterações são em muitos casos maiores que os erros calculados nas frequências próprias quando (4) Vesta foi considerado sozinho. As frequências não diminuem se uma maior parte da massa do cinturão principal é considerado. Assim, a maior variação na frequência g com respeito ao seu valor médio (resultados são semelhantes para a frequência s) é observada como um resultado do esquema de integração S_{47} .

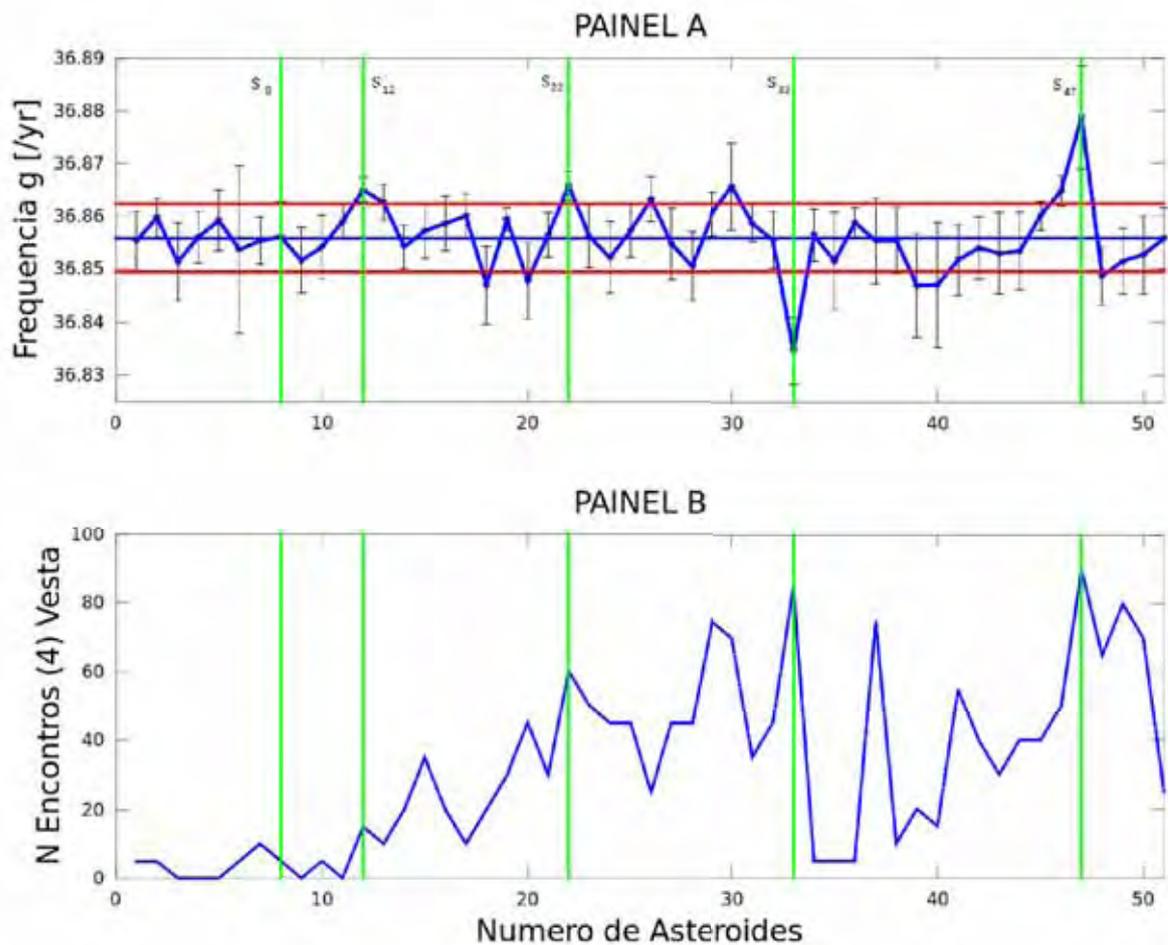


Figura 4.2: Painel A: variação da frequência g de (4) Vesta como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela A.1. Painel B: número de encontros próximos com (4) Vesta com uma função do número de asteroides.

4.1.1 Qual é a causa das flutuações em g ?

O painel B da Figura. 4.2, mostra o número de encontros próximos com asteroides massivos que (4) Vesta experimentou nos vários esquemas de simulações. Observamos que se não houve nenhuma correlação simple entre o número de encontros e as alterações na frequência g podemos observar que as alterações mais fortes na frequência de precessão de pericentro g , estão associados ao caso quando (4) Vesta experimentou muitos encontros com muitos asteroides massivos, como no caso dos esquemas de simulações S_{22} , S_{33} e S_{47} .

Muitos encontros próximos entre asteroides massivos e (4) Vesta podem causar mudanças significantes nas frequências próprias deste asteroide, e desta forma mudar a história orbital de (4) Vesta e de outros asteroides. A mobilidade orbital causada por encontros próximos com (4) Vesta também pode ser bastante afetada, sendo necessário verificar os efeitos a longo prazo desta mudança para estimar a eficacia deste mecanismo de mobilidade orbital. ¹

4.2 Frequências Próprias para (10) Hygiea

Para o estudo na região de (10) Hygiea, nós consideramos 39 asteroides listados na Tabela B.1, (Apêndice). Nós envolvemos progressivamente em nossos esquemas de simulações de asteroides para massas maiores do $8,5 \times 10^{18}$ kg encontrados no artigo de Carry et al. (2012).

Nós calculamos os valores das frequências g e s para cada uma das 39 simulações com asteroides massivos e consideramos novamente quatro intervalos de tempo de 8.192 milhões de anos. Novamente, nós consideramos a média dos quatro valores como uma estimativa das frequências próprias e o desvio padrão como uma estimativa do erros. A Figura 4.3, painel C, mostra como a frequência g , de (10) Hygiea depende do número de asteroides massivos incluídos na simulação.

Os simbolos são as mesmas de Figura 4.2. Neste caso pode-se notar que para (10) Hygiea o número de encontros próximos sofridos por este asteroide foi limitado comparado aos resultados para o caso (4) Vesta. O primeiro valor da frequência que estava próximo ao valor médio ocorreu para os seis primeiros asteroides, enquanto o primeiro pico da frequência g foi observado para os nove primeiros asteroides.

¹Os encontros com (4) Vesta podem ocorrer em baixas velocidades relativas e a distâncias menores, ou diferentes encontros podem causar uma mudança total insignificante no espaço dos elementos próprios.

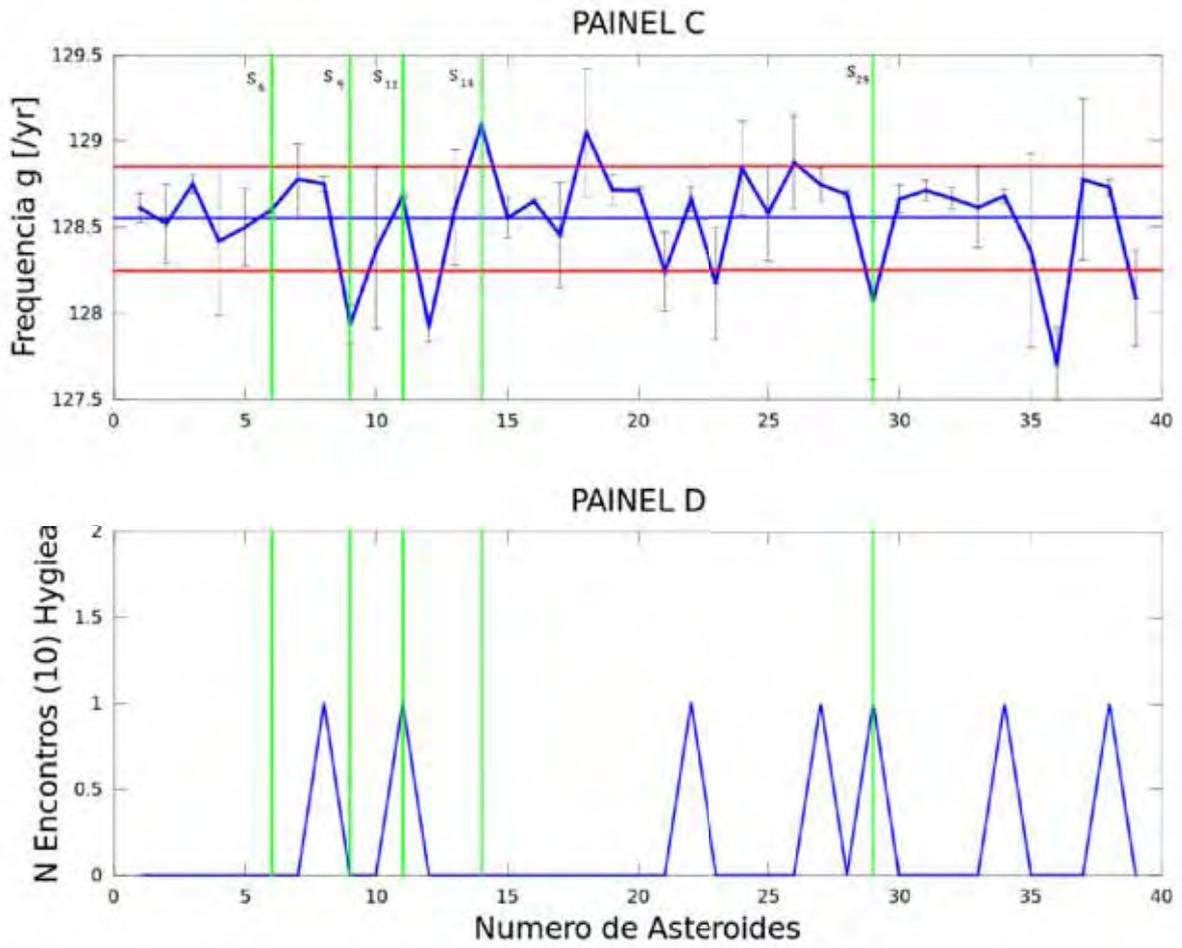


Figura 4.3: Painele C: variaçao da frequencia g de (10) Hygiea como uma funçao do numero N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. Painele D: numero de encontros proximos com (10) Hygiea com uma funçao do numero de asteroides.

Outros mecanismos de encontros proximos com asteroides massivos, por exemplo, como a perturbaçao secular da frequencia g de (10) Hygiea por outros asteroides massivos, devem explicar os diferentes valores das frequencias seculares nesses casos.

4.3 Frequências Próprias para (2) Pallas

Para o estudo na região de (2) Pallas, nós esquemas de integração foram considerados os mesmos asteroides do caso (10) Hygiea.

A Figura 4.4, painele E, mostra como a frequencia g , de (2) Pallas depende do numero de asteroides massivos incluídos na simulacao. Nós podemos notar que para (2) Pallas enquanto o numero de encontros proximos foi maior que no caso (10) Hygiea, ainda não se observa nenhuma

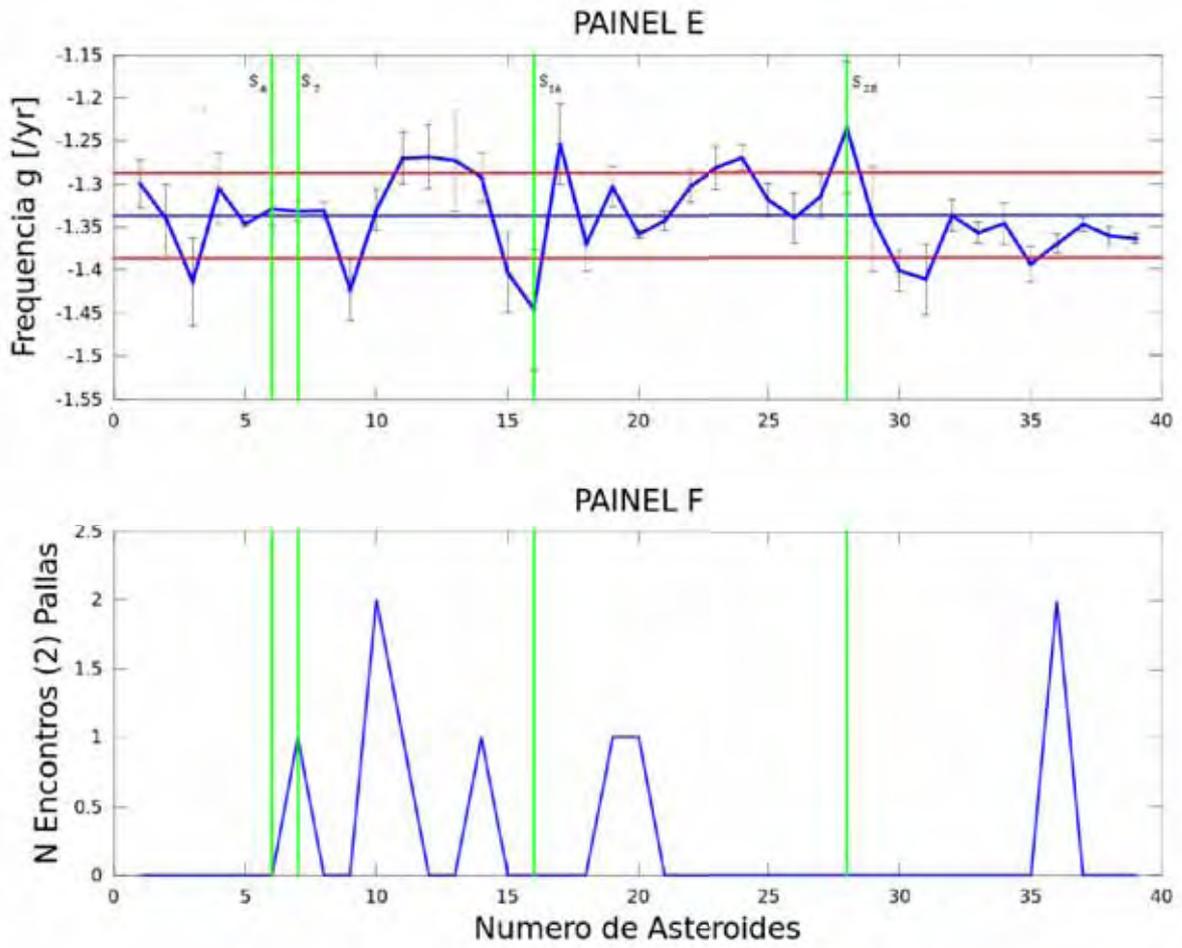


Figura 4.4: Painel E: variação da frequência g de (2) Pallas como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. Painel F: número de encontros próximos com (2) Pallas com uma função do número de asteroides.

correspondência clara entre o esquema de simulação com maior número de encontros próximos e os picos da distribuição de g .

Os maiores picos (esquema de simulação S_{16} e S_{28}) não estão associados a eventos com encontros próximos. Isto porque ao analisar os painéis da Figura 4.4, não observamos nenhuma correlação entre os picos de frequências g e o número de encontros. O primeiro esquema de simulação para o qual a frequência estava próximo ao valor médio foi o esquema de simulação S_6 , por outro lado o primeiro pico observado foi da frequência g na simulação S_7 .

4.4 Frequências Próprias para (31) Euphrosyne

Para o estudo na região de (31) Euphrosyne, nós consideramos novamente 39 asteroides listados na Tabela B.1, do apêndice.

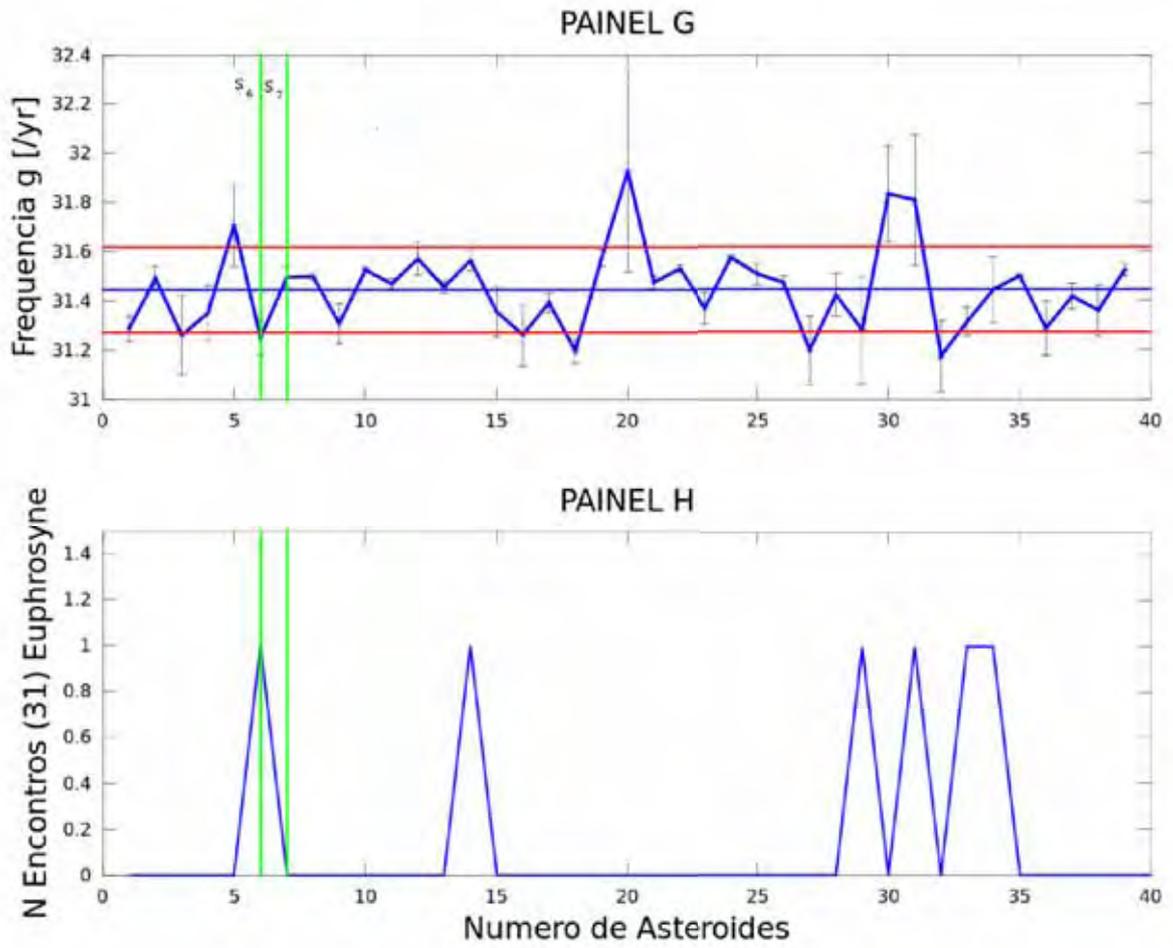


Figura 4.5: PAINEL G: variação da frequência g de (31) Euphrosyne como uma função do número N de asteroides massivos. De acordo da Tabela B.1. PAINEL H: número de encontros próximos com (31) Euphrosyne com uma função do número de asteroides.

Nós calculamos os valores das frequências g e s para cada uma das 39 simulações com asteroides massivos, da mesma forma que para (10) Hygiea e (2) Pallas. Observamos na Figura 4.5, que para o caso (31) Euphrosyne, o número do encontros é mais limitado quando comparado com os casos de (10) Hygiea e (2) Pallas. O primeiro esquema de simulação para a frequência g de Pallas que estava próximo do valor médio ocorreu para sete asteroides, enquanto que o primeiro pico na frequência g para o caso de (31) Euphrosyne foi observado para os seis primeiros asteroides.

Em geral observamos que os esquemas de simulações para S_6 , S_7 e S_9 são bom candidatos para investigar o comportamento a longo prazo da difusão caótica causada pelos encontros próximos com os asteroides massivos considerados neste estudo.

Capítulo 5

Efeito a longo prazo de encontros próximos com asteroides massivos.

Quando um asteroide pequeno se aproxima de um asteroide massivo do cinturão principal, uma perturbação ocorre em suas órbitas chamada "*difusão de órbitas*". A proximidade pode causar desvios gravitacionais e a alteração dos elementos orbitais próprios heliocêntricos como semieixo maior, excentricidade e inclinação, dos pequenos corpos, o qual é um mecanismo que a longo prazo não é desprezível, discutido em Carruba et al. (2007a). Quando a velocidade e a distância relativas do pequeno corpo são baixas, a troca de energia e momento angular entre os corpos durante o evento são máximas.

Desta forma, os efeitos da mobilidade orbital dos pequenos corpos causados pelos encontros próximos com um asteroide massivo seriam cumulativas, portanto, são dominantes com relação aos efeitos Yarkovsky e YORP para objetos de grande tamanho¹. Usamos a seguinte relação de Bowell et al. (1989) para o cálculo dos diâmetros:

$$D[km] = 1329 \frac{10^{-H/5}}{\sqrt{p_v}}, \quad (5.1)$$

onde D , H e p_v são a distância em Km, a magnitude absoluta e o albedo geométrico. Nós usamos os valores de parametros típicos para asteroides reais como:

¹Os efeitos Yarkovsky e YORP será mais detalhado no capítulo seguinte.

- **Objetos do tipo S**, com um albedo geométrico aproximadamente de $p_v \approx 0,2$ de acordo com Masiero et al. (2011), para esse valor temos diâmetros aproximadamente de 5,93 km. com uma magnitude absoluta de $H = 13,5$.
- **Objetos do tipo C**, com um albedo geométrico de $p_v = 0,05$ e diâmetros de 11,86 km.

Esses diâmetros estão no regime em que a mobilidade orbital causada pelos encontros próximos são significantes comparado com a mobilidade causada pelo efeito Yarkovsky. A equivalência dos dois efeitos acontece para $D = 19$ km em escalas de tempo de 250 milhões de anos (Delisle e Laskar et al. 2012).

Para analisar o efeito a longo prazo de encontros próximos com vários asteroides massivos nas regiões orbitais de: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne, nós utilizamos o integrador *SWIFT-SKEEL* para obter a evolução no tempo dos elementos orbitais. Durante a simulação, nós monitoramos se a distância entre o asteroide massivo e o corpo pequeno foi menor do que o raio da esfera de Hill (vêja a Tabela. 2.1).

5.1 Mudança no semieixo maior próprio

Nós obtivemos na integração numérica à longo prazo de uma órbita são dados como séries de tempo dos elementos orbitais apresentados em intervalos regulares, muito mais longos do que o intervalo de tempo de integração em si. Os valores do semieixo maior próprio ($a_j(t)$) foram obtidos pela remoção das perturbações de curto período da série temporal do semieixo maior osculador a_j . As perturbações de segunda ordem são muito pequenas (Milani et al. 1987), e elas são raramente a principal fonte de variação no tempo do semieixo maior próprio, mas os efeitos caóticos são dominantes na maioria dos casos.

Para caracterizar a dispersão nas regiões calculamos o desvio padrão do semieixo maior σ_a no tempo t a partir de N corpos que estão na região do asteroide da seguinte forma:

$$\sigma_a(t) = \sqrt{\frac{\sum_j [a_j(t) - a_j(0)]^2}{N - 1}} \quad (5.2)$$

onde $a_j(0)$ é a média dos valores de $a_j(t)$ é dezir sobre os N corpos na região. Assim podemos obter o desvio padrão do semieixo maior de toda a população de corpos pequenos em um tempo t com respeito aos valores iniciais sobre os 200 Kyr (Carruba et al. 2003).

Uma vez que a fórmula de Bienaymé afirma que a variância da soma (ou a diferença) das variáveis aleatórias, não correlacionadas é a soma de suas variações, a variação em tamanhos de salto obtido a partir de uma simulação numérica com asteroides massivos será a soma da variância da difusão real e da variância do ruído. Portanto, a difusão real resultante de encontros próximos será dada por:

$$\bar{\sigma}_a^2[1] = \sigma_a^2[1] - \sigma_{ruído}^2[1]. \quad (5.3)$$

Nós integramos os asteroides por 30 milhões de anos e utilizamos o esquema de simulação S_0 para estimar o ruído na mudança do semieixo maior próprio causada pelos efeitos seculares. Calculamos a dispersão de mudanças associadas com encontros próximos no esquema S_0 ("ruído", associado a efeitos seculares) e encontramos um valor do desvio padrão igual a $\sigma_{ruído} \approx 2 \cdot 10^{-4}$ U. A. Como as maiores mudanças do semieixo maior próprios (identificado como da) são aquelas que: (i) são mais significativas para a mobilidade dinâmica causada pelos encontros próximos com asteroides massivos (Carruba et al. 2003), e (ii) são aquelas que têm menor probabilidades de ser causados por efeitos seculares; nós concentramos nossa atenção sobre os valores $da > 3\sigma_{ruído}$, ou seja, 6×10^{-4} U.A.

5.2 Verificação do passo de tempo

Para verificar a validade de nossa escolha de dois dias do tamanho do passo de tempo, nós integramos com *SWIFT-SKEEL* para um tempo de 30 milhões de anos 279 asteroides com magnitudes absolutas de $H < 13,5$, sob a influência gravitacional de todos os planetas e (4) Vesta, com quatro passos de integração: 0,25, 0,5, 1 e 2 dias.

A tabela 5.1 apresenta para cada paso de tempo (coluna 1) o número de encontros, (coluna 2) e a variação no semieixo maior de (4) Vesta (coluna 3). Nós podemos notar que conforme ao passo de tempo aumenta o número de encontros próximo diminue mas a variação no semieixo maior de (4) Vesta permanece constante.

Tabela 5.1: Resultados do teste para o tempo de passo das simulações.

Passo de Tempo (dias)	Nº Encontros	da $(6 \times 10^{-4})U.A.$
0,25	123	6
0,5	81	6
1	60	6
2	21	6

Com este resultado, nós concluímos que com um passo de tempo de dois dias provavelmente perderemos vários encontros que acontecerão com altas velocidade relativas superiores a 500 m/s, mas o efeito sobre as mudanças de semieixo maior próprio maiores que três vezes o ruído dos efeitos seculares não serão afetadas.

Como o efeito a longo prazo da mobilidade orbital causada pelos encontros próximos é dominada por encontros próximos que acontecem a velocidades menores que 500 m/s, nós acreditamos que usando um tamanho de passo de tempo de 2 *dias* é uma escolha razoável.

5.3 O expoente de Hurst

O expoente de Hurst T permite definir o carácter do processo de difusão, ou seja, quanto o processo de difusão de um dado intervalo depende ou não do que aconteceu nos intervalos anteriores.

- Para $T = 0,5$, isso corresponde a um movimento sem correlação, típico de um movimento browniano.
- Para $T > 0,5$, cada valor de mudanças dos elementos orbitais é relacionado a eventos no passado.
- Para $0 < T < 0,5$, temos séries de dados que são anti-persistente, ou seja, a cada valor de dados é mais provável ter uma correlação negativa com os valores anteriores.

Nós estimamos esse parâmetro para cada 10 milhões de anos e calculamos a variância das mudanças no semieixo maior próprio, $\sigma_a^2[1]$, utilizando a definição na Seção. 5.1, causada pelos

encontros próximos com asteroides massivos nas regiões de: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne.

Nós calculamos o expoente de Hurst (T) das mudanças em $\bar{\sigma}_a^2[1]$. Assumiu-se que as variações com o tempo deste parâmetro poder ser escrito como uma lei de potência do tempo da forma:

$$\bar{\sigma}_a[1](t) = Ct^T \quad (5.4)$$

$$T = \frac{\ln\left(\frac{\bar{\sigma}_a[1](t)}{C}\right)}{\ln t} \quad (5.5)$$

onde C é uma constante. Foram utilizados três valores de $\bar{\sigma}_a^2[1](t)$, calculados cada 10 milhões de anos. Determinamos assim os valores de T para cada esquema de simulação.

A partir da Seção. 5.5.1 mostramos os resultados na última coluna das Tabelas para cada região do estudo, e observamos que nossos resultados estão de acordo com os encontrados para as famílias Adeona e Gefion (Carruba et al. 2003), no limite dos erros.

Perguntas surgem sobre as estatísticas de encontros próximos com os asteroides massivos: quanto é afetada a função de distribuição de probabilidade quando diferentes esquemas de simulações são considerados? Como isso se reflete em nossa compreensão sobre a mobilidade caótica causada pelos encontros próximos com asteroides massivos?

5.4 Distribuição estatística dos encontros próximos

Para responder as perguntas anteriores foi estudada a distribuição estatística dos encontros com só os asteroides massivos em nossas simulações.

A função distribuição de probabilidade de mudanças em elementos próprios causadas por encontros próximos com asteroides massivos é caracterizado por assimetria e amplas caudas associadas com as mudanças de semieixo maior devido aos encontros que ocorrem em baixas velocidades e a curtas distâncias relativas entre o asteroide massivo e o corpo pequeno (Carruba et al. 2007a), Assim sendo a função distribuição de probabilidade não é gaussiana, então

para cada distribuição de mudanças no semieixo maior próprios, nós não calculamos só $\bar{\sigma}_a^2[N]$ (Eq. 5.3) mas também os momentos normalizados para a assimetria γ_1 e o curtose γ_2 .

A **Assimetria** γ_1 é uma medida da assimetria da distribuição de probabilidade de uma variável do valor real aleatório. O valor de assimetria γ_1 pode ser positivo, negativo ou mesmo nula, como apresentamos na Figura 5.1 assimetria para uma simple distribuição.

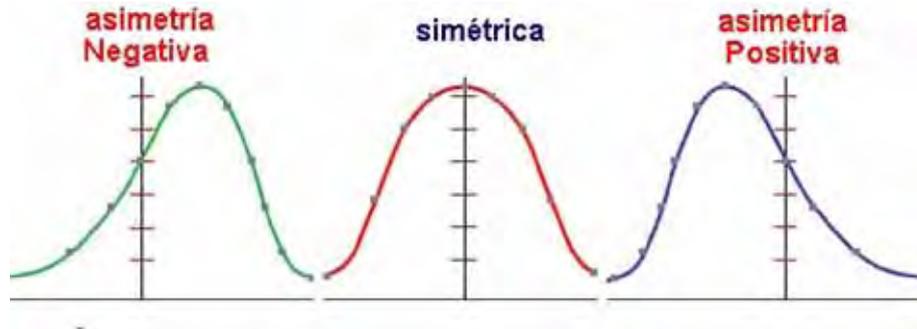


Figura 5.1: A figura mostra a distribuição de probabilidade de uma variável do valor real aleatório

- Se $\gamma_1 < 0$, a distribuição tem uma cauda sobre o lado esquerdo da função densidade de probabilidade que é maior do que o lado direito e o volume dos valores (incluindo a mediana) pode encontrar-se para a direita da média.
- Se $\gamma_1 > 0$, a cauda do lado direito é mais longo do que a do lado esquerdo e o volume dos valores está a esquerda da média.
- Se $\gamma_1 = 0$, a distribuição dos valores é relativamente ou uniformemente distribuída em ambos os lados da média, mas não necessariamente isso implica uma distribuição simétrica.

A **Curtose** γ_2 , é uma medida da dispersão que caracteriza o pico ou "achatoamento" da curva da função da distribuição de probabilidade de uma variável de valor real aleatório. Mostramos na Figura 5.2 as tres probabilidade de Curtose.

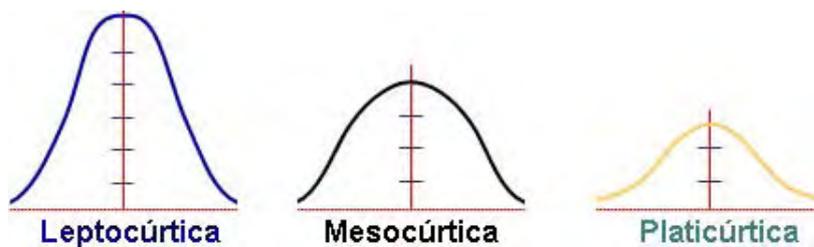


Figura 5.2: A figura mostra a medida da dispersão da distribuição das variáveis reais aleatórias

- Se γ_2 é alta, a distribuição tem uma maior pico e caudas mais magras.

- Se γ_2 é baixa, a distribuição tem um pico mais arredondado, e mais curto, e caudas largas.
- Se $\gamma_2 = 0$, a distribuição é normal, e chamada de *mesocúrticas*.

O exemplo mais importante de uma distribuição *mesocúrtica* é a distribuição normal. Uma distribuição com excesso positivo de *curtose* é chamado *leptocúrtica*. Em termos de forma, uma distribuição *leptocúrtica* tem um pico mais agudo e caudas mais altas, como é o caso da distribuição de mudanças em elementos próprios causadas por encontros próximos com asteroides massivos.

Uma distribuição com excesso negativo de *curtose* é chamado *platicúrtica*. Em termos de forma, uma distribuição *platicúrtica* tem um pico menor mais magro, e caudas largas. Exemplos de distribuições *platicúrtica* incluem as distribuições uniformes contínuas ou descontínuas.

5.5 Análises gerais da região de (4) Vesta

Uma vez que foi decidido o passo de tempo mais apropriado para as integrações numéricas, nós simulamos 1829 asteroides reais no mesmo intervalo (semieixo, excentricidade e inclinação) usados para obter nossos mapas dinâmicos. Nós calculamos para cada uma das simulações de encontros as mudanças de posição e velocidade das partículas em relação ao plano invariável do sistema solar e as mudanças no semieixo maior próprios.

Para analisar o efeito de encontros próximos com asteroides massivos, nós usamos o esquema S_1 , e depois integramos os mesmos asteroides com o esquema de S_4 com os quatro menores asteroides do cinturão principal (Carruba et al. 2003), e os esquemas S_{11} , S_8 e S_{12} de acordo com o antes estabelecido na Seção 2. Estes dois últimos esquemas são os esquemas com o menor número de asteroides para as quais a frequência de (g) próprias de (4) Vesta, é mais próxima e mais distante com respeito ao valor médio, respectivamente. A Figura 5.3, painel A, mostra uma projecção no plano $(a, \text{sen}(i))$ dos asteroides reais (pontos pretos) que foram integrados na nossa simulação S_1 . Todos os pequenos pontos azuis mostram a localização de objetos que experimentaram $|da|$ com valores abaixo de $\sigma_{\text{ruído}}$, e todos os grandes pontos vermelhos são asteroides com $|da| > 3\sigma_{\text{ruído}}$, e o ponto magenta identifica posição de (4) Vesta.

Houve um total de 5791 encontros próximos durante a simulação, sendo 86 com $|da| > 3\sigma_{\text{ruído}}$ e 94 asteroides que experimentaram encontros próximos repetidos com Vesta. Pode-

se notar que os encontros próximos que causaram mudanças mais fortes no semieixo maior (pontos azuis e vermelho), não necessariamente são limitados a região da família de (4) Vesta, mas podem ser observados também na região das famílias de Baptistina e Massalia.

Isto pode ser explicado pelo fato que apesar de pequenas diferenças da inclinação, os corpos da região de Baptistina e Massalia ainda podem ter uma maior probabilidade de colisão com (4) Vesta do que os de sua zona, desde que os encontros ocorram perto das linhas de pericentro ou apocentro de ambos objetos. Como se pode mostrar a quantidade de mudanças em elementos próprios, realmente depende da geometria relativa das duas órbitas e não da proximidade no espaço de elementos próprios.

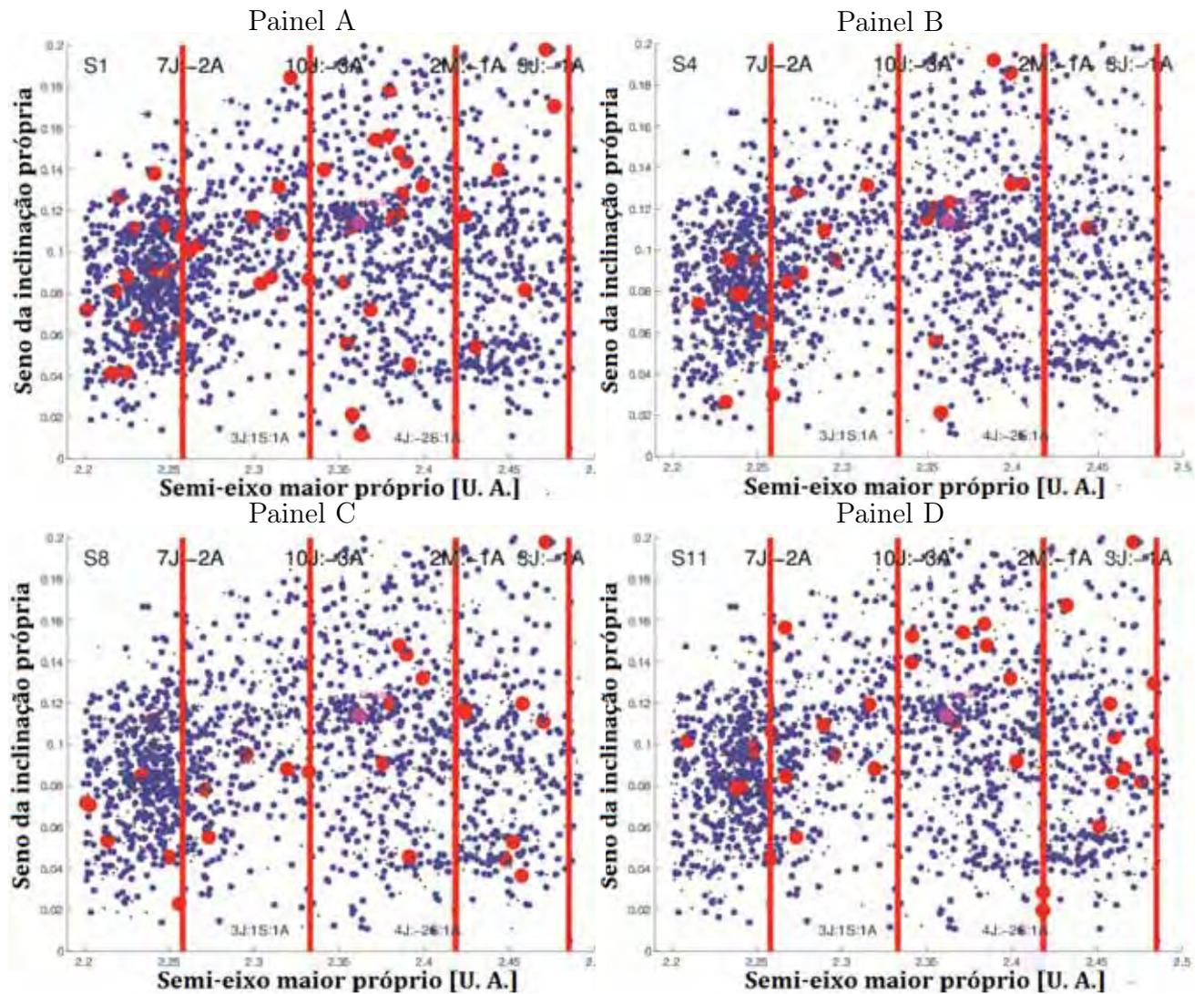


Figura 5.3: Panel A, mostra uma projecção no plano $(a, sen(i))$ dos asteroides reais (pontos pretos) que da simulação S_1 . Os pequenos pontos azuis mostram a localização de objetos que experimentaram $|da|$ com valores abaixo de σ_{ruido} . Os vermelhos são asteroides com $|da| > 3\sigma_{ruido}$ o pontos magenta identifica a posição de (4) Vesta.

Repetimos a simulação usando o esquema S_4 . A Figura 5.3, painel B, mostra nossos resultados. Nós usamos os valores da média e desvio padrão obtida com a simulação S_1 , a identificação os pontos azuis, verde e vermelho. Pode-se notar que:

- O número total de encontros próximos, 2590, diferiu da simulação S_1 .
- A localização orbital dos asteroides que experimentaram encontros próximos só com (4) Vesta, foi diferente com respeito ao caso anterior.
- Houve um número de 50 objetos que tiveram um $|da| > 3\sigma_{ruído}$, com relação aos quatro casos observados na simulação S_1 .

Uma situação similar é observada também para a simulação S_{11} onde temos 2423 encontros próximos com (4) Vesta, e a 49 asteroides (pontos vermelhos), com $|da| > 3\sigma_{ruído}$, para as simulações S_8 e S_{12} temos, (2596 e 2538 encontros próximos com (4) Vesta), com $|da| > 3\sigma_{ruído}$ a 34 e 39 asteroides (pontos vermelhos), respectivamente, por uma questão de brevidade, não mostram os resultados para a simulação S_{12} na Figura 5.3. Os esquemas de simulações S_8 e S_{12} foram escolhidas porque eles eram aqueles em que as frequências de (g) próprias de (4) Vesta obtiveram valores com o desvio máximo e mínimo com respeito ao média dos 51 valores determinados na Seção. 4, respectivamente. Como encontrado em Delisle e Laskar (2012), confirmamos que 99% da difusão total na variação para a simulação S_{11} é causada por (4) Vesta e (1) Ceres.

Nossos resultados mostraram que encontros próximos com (4) Vesta são dependentes do esquema de simulação que é usado. Um asteroide que experimentou um encontro no esquema S_1 não vai necessariamente experimentar um encontro próximo quando mais de um asteroide massivo é considerado. O número de encontros próximos não é constante quando diferentes esquemas de simulações são usados.

5.5.1 Distribuição estatística na região de (4) Vesta

A Tabela 5.2, mostra os valores de $\bar{\sigma}_a^2[N]$, a assimetria γ_1 e curtose γ_2 para a distribuição de variação do semieixo maior próprio causada por (1) Ceres, (4) Vesta, (2) Pallas, e (10) Hygiea, nos esquemas de simulações S_1 , S_4 , S_{11} , S_{15} e S_{23} . Também é apresentado o valor médio de cada quantidade com o seu erro calculado como o desvio padrão.

Encontramos que o número de encontros com $|da| > 3\sigma_{\text{ruído}}$ e os momentos das distribuições de variação do semieixo maior próprio flutuam consideravelmente quando diferentes esquemas de simulações são considerados. No caso de (4) Vesta, o número de encontros que causaram mudanças fortes no semieixo maior foi um mínimo de 34 na simulação S_8 e um máximo de 86 na simulação S_1 . Esta é uma alteração de um fator aproximadamente de 2,2. Também notamos mudanças consideráveis na assimetria para a distribuição da variação do semieixo maior. No caso de (10) Hygiea a mudança foi de uma assimetria negativa até uma positiva com mudanças em toda a simetria na distribuição e, na distribuições da curtose com mudanças no parâmetro de até um fator de 2.

Também apresentamos na Tabela. 5.2, os valores da média e o desvio padrão do número de encontros e momentos da distribuição. Nos podemos notar que:

- Os desvios padrões nas mudanças das variâncias no semieixo maior pode ser significativo, como para o caso de (4) Vesta (36.3% do valor médio) ou para (10) Hygiea (82.9% do valor médio).
- A maior parte dos valores de assimetrias γ_1 são compatíveis, dentro dos erros, com uma distribuição simétrica. Há uma possível e ligeira predominância de mudanças positivas em semieixo maior com relação à mudanças negativa.
- Enquanto há elevada flutuação nos valores de curtose γ_2 , todos os valores indicam que a distribuição das mudanças no semieixo maior é dominado por uma cauda "*larga*" de grandes mudanças.

No trabalho de Carruba et al. (2003) os autores apresentaram valores de expoentes de Hurst T para a difusão causada por encontros próximos com (1) Ceres para os membros das famílias Adeona e Gefion, no intervalo de $0,58 - 0,72$. O que sugeria que o espalhamento de encontros próximos era correlatos e persistente no processo da difusão. Nenhuma estimativa se encontrava ainda disponível para a região da família de (4) Vesta.

Para verificar até que ponto as diferentes distribuições das mudanças no semieixo maior próprio causada por cada asteroide massivo nossos diferentes esquemas de simulações são compatíveis, se realizou o teste $K-S$ (definido na Seção. 3) para cada uma das distribuições observadas.

Tabela 5.2: Números de encontros próximos, momentos e expoentes das Hurst do distribuições causadas pelos encontros próximos com (4) Vesta.

Asteroide	Simulação	Nº de Encontros	$N(d_a) > 3\sigma_{ruido}$	$\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$	γ_1	γ_2	Expoentes de Hurst
(1) Ceres	S_4	2557	61	57.5	21.3	535.7	0.71
(1) Ceres	S_8	2648	56	95.1	17.7	455.0	0.80
(1) Ceres	S_{11}	2598	58	79.4	6.8	554.4	0.68
(1) Ceres	S_{12}	2567	53	82.3	-24.9	668.3	0.62
(1) Ceres		(2592±41)	(57±3)	(78.6±15.6)	(5.2±21.0)	(553.4±87.9)	(0.70±0.08)
(4) Vesta	S_1	5791	86	39.8	1.2	267.8	0.68
(4) Vesta	S_4	2590	50	25.4	-9.4	267.6	0.88
(4) Vesta	S_8	2596	34	19.3	5.0	255.8	0.51
(4) Vesta	S_{11}	2423	49	42.1	18.0	443.1	0.78
(4) Vesta	S_{12}	2538	39	20.9	1.6	200.2	0.87
(4) Vesta		(3187±1457)	(51±20)	(29.5±10.7)	(3.3±9.8)	(286.9±91.7)	(0.74±0.15)
(2) Pallas	S_4	2463	48	14.6	12.1	311.9	0.69
(2) Pallas	S_8	2540	44	5.8	-1.7	155.3	0.76
(2) Pallas	S_{11}	2498	46	10.4	6.7	189.7	0.75
(2) Pallas	S_{12}	2534	45	11.1	9.2	163.1	0.73
(2) Pallas		(2508±36)	(46±2)	(10.5±3.6)	(6.6±5.9)	(205±72.8)	(0.73±0.03)
(10) Hygiea	S_4	510	22	2.3	13.5	180.0	0.54
(10) Hygiea	S_8	482	21	23.7	-12.4	176.5	0.69
(10) Hygiea	S_{11}	505	23	12.6	6.6	179.8	0.64
(10) Hygiea	S_{12}	510	24	40.9	-11.1	182.5	0.69
(10) Hygiea		(502±13)	(22±1)	(19.9±16.5)	(-0.9±12.9)	(179.7±2.5)	(0.64±0.07)

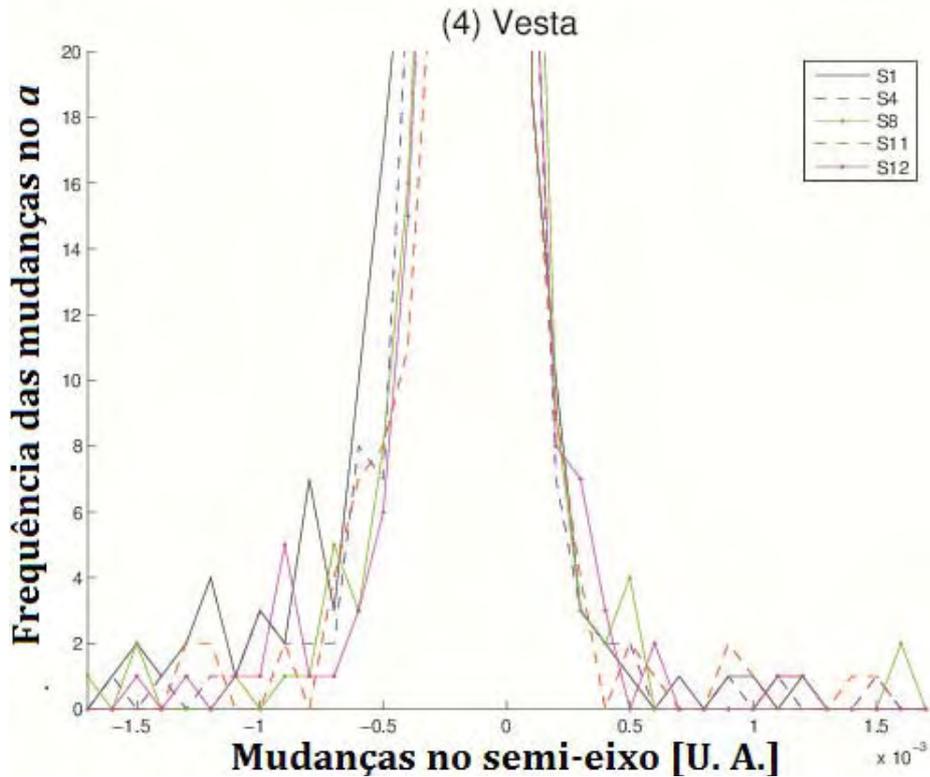


Figura 5.4: Histogramas das mudanças no semi-eixo maior causada por (4) Vesta o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura

Para a análise utilizamos os valores de $|da| > 3\sigma_{ruido}$, para minimizar o efeito das mudanças no semi-eixo maior causada por efeitos seculares. A Figura 5.4 mostra histogramas das

mudanças no semieixo maior causada por (4) Vesta. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações. Foi utilizado um tamanho de bin em semieixo maior de 10^{-4} U. A., a partir de 1.7×10^{-3} U. A.

Encontramos que as distribuições das mudanças no semieixo maior para $|da| > 3\sigma_{ruído}$ em diferentes esquemas de simulações são compatíveis em 90% do nível ou maiores para os histogramas de (1) Ceres e todos os outros asteroides massivos que consideramos. Existem diferenças significativas para as distribuições causadas por (4) Vesta. No caso particular a distribuição no esquema S_1 não é compatível com os valores obtidos dos esquemas S_8 e S_{11} estão em um nível de confiança de 22%, e a distribuição S_4 não é compatível com o S_{11} em um nível de confiança de 49%.

Como as fortes mudanças no semieixo maior são mais prováveis de acontecer se a distância orbital entre o perturbador e o perturbado é pequena, como é o caso para a maioria dos asteroides na região de (4) Vesta, acreditamos que o fato de os resultados do teste $K-S$ mostrou que $|da| > 3\sigma_{ruído}$ das distribuições obtidos com diferentes esquemas de simulações não são necessariamente compatíveis podem ser uma indicação que a presença de outros asteroides que não sejam (4) Vesta pode-se ser significativo sobre o efeito a longo prazo da difusão orbital causada por este asteroide.

5.6 Análises geral na região de (10) Hygiea

Para a região de (10) Hygiea, nos simulamos 2914 asteroides reais com $H < 13.5$, sob a influência de todos os planetas mais o asteroide (10) Hygiea, usando os esquemas de simulações como se definiu na Seção 2. e monitoram durante as simulações se a distância deste asteroide foi inferior a 0,001 U. A. (ver Tabela 2.1 no Anexo).

Neste estudo foram utilizados cinco esquemas de simulações: S_0 , S_1 , S_4 , e aqueles onde a frequências de precessão g foi o primeiro valor da média e o primeiro pico: S_6 e S_9 . Verificou-se que os mesmos asteroides não experimentaram um encontro próximo nos diferentes esquemas de simulações que houve variações nas estatísticas das mudanças do semieixo maior (a) próprio.

A Tabela 5.3 resume os resultados obtidos das distribuições estatísticas. Os histogramas das frequências das mudanças do semieixo maior próprio (como: N_i / N_{tot} , onde N_i é o número

Tabela 5.3: Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (10) Hygieia.

Asteroide	Simulação	Nº de Encontros	$N(d_a) > 3\sigma_{ruído}$	$\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$	γ_1	γ_2	Expoentes de Hurst
(10) Hygieia	S_1	4484	558	71.2	2.4	36.1	0.48
(10) Hygieia	S_4	4348	551	109.8	10.2	246.1	0.94
(10) Hygieia	S_6	4410	543	107.3	-9.3	463.1	0.52
(10) Hygieia	S_9	4422	543	74.8	-1.6	108.8	0.71
(10) Hygieia		(4416 ± 56)	(548 ± 7)	(90.8 ± 20.6)	(0.4 ± 8.1)	(213.5 ± 187.8)	(0.66 ± 0.21)

de encontros no bin i -ésimo e N_{tot} é o número total de encontros), para os quatro esquemas de simulações mostradas na Figura 5.5. Inesperadamente se encontram valores maiores que $\bar{\sigma}_a^2[1]$ causadas pelos encontros próximos com (10) Hygieia com o valor médio de $\bar{\sigma}_a^2[1] = (90.8 \pm 20.6) \times 10^{-5}$ U. A., é ainda maior do que o correspondente ao valor médio de $\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5 = (78.6 \pm 15.6) \times 10^{-5}$ U. A., causada por encontros com (1) Ceres, o perturbador principal do cinturão principal na região de (4) Vesta.

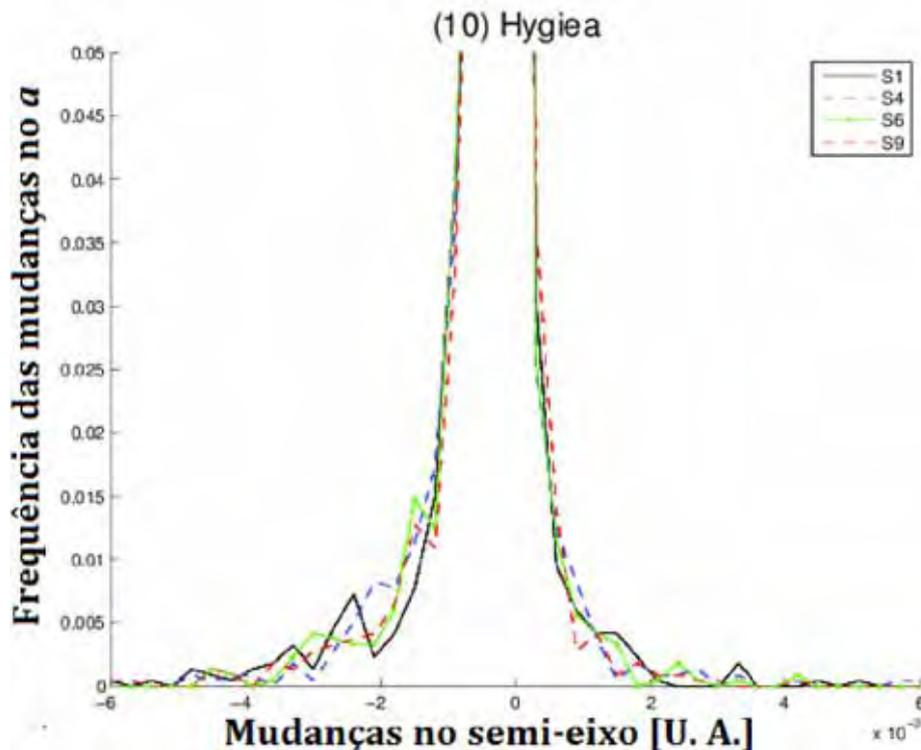


Figura 5.5: Histogramas das mudanças no semi-eixo maior causada por (10) Hygieia o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura

Observamos também que 12,4% dos encontros próximos tiveram uma mudança no semi-eixo maior $3\sigma = 6 \times 10^{-4}$ U. A. Esta é a maior fração percentual já encontrada em nossas simulações até agora. A elevada taxa de desvio do semi-eixo maior próprio (a), causada por encontros

próximos com (10) Hygiea, pode ter um papel significativo ainda a ser investigado na evolução orbital da família de Hygiea.

5.7 Análises geral da região de (2) Pallas

Para a região de (2) Pallas, nós simulamos 300 asteroides reais com $H < 13.5$, usando os esquemas de simulações que se definiu na Seção 2. O número limitado de objetos conhecidos na região de (2) Pallas é causada pelo fato que esta é uma região altamente inclinada bem acima das ressonâncias seculares ν_6 e ν_5 (Carruba e Machuca et al. 2011) sobre a população de asteroides altamente inclinada em áreas estável e instáveis).

Nós utilizamos os esquemas de simulações S_1 , S_4 , mais o esquema S_6 e S_9 associado com o primeiro valor médio e o primeiro pico da frequência do precessão g para (2) Pallas, discutidos Seção 4. Os resultados das estatísticas para o semieixo maior próprio $\bar{\sigma}_a^2[1]$ causada por encontros próximo com (2) Pallas estão resumidos na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (2) Pallas.

Asteroide	Simulação	Nº de Encontros	$N(d_a) > 3\sigma_{ruído}$	$\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$	γ_1	γ_2	Expoentes de Hurst
(2) Pallas	S_1	65	1	14.6	-2.3	11.0	0.50
(2) Pallas	S_4	57	1	21.9	-2.4	10.3	0.61
(2) Pallas	S_6	69	2	24.2	-4.8	30.5	0.56
(2) Pallas	S_9	60	3	22.5	-3.4	12.3	0.63
(2) Pallas		(62±5)	(2±1)	(20.8±4.2)	(-3.2±1.1)	(16.0±9.7)	(0.57±0.05)

O histograma das frequências dos valores de mudanças no semieixo maior próprio é mostrado na Figura 5.6. Ao contrário do encontrado para (10) Hygiea, obtivemos um baixo valor de $\bar{\sigma}_a^2[1] = (20.6) \times 10^{-5}$ U. A., o que é apenas um fator de dois acima do encontrado na região de Vesta que para o caso de (2) Pallas.

Observamos um número muito limitado de encontros próximos que satisfazem nosso critério de análise para as mudanças no semieixo maior próprio como o discutido antes, observamos como máximo só três para a simulação S_9 o que é um valor muito baixo de encontros próximos para o semieixo maior próprio na região de (2) Pallas, o que parece confirmar a hipótese de Bottke et al (1994), que os encontros próximos com asteroides de orbitas altamente inclinados

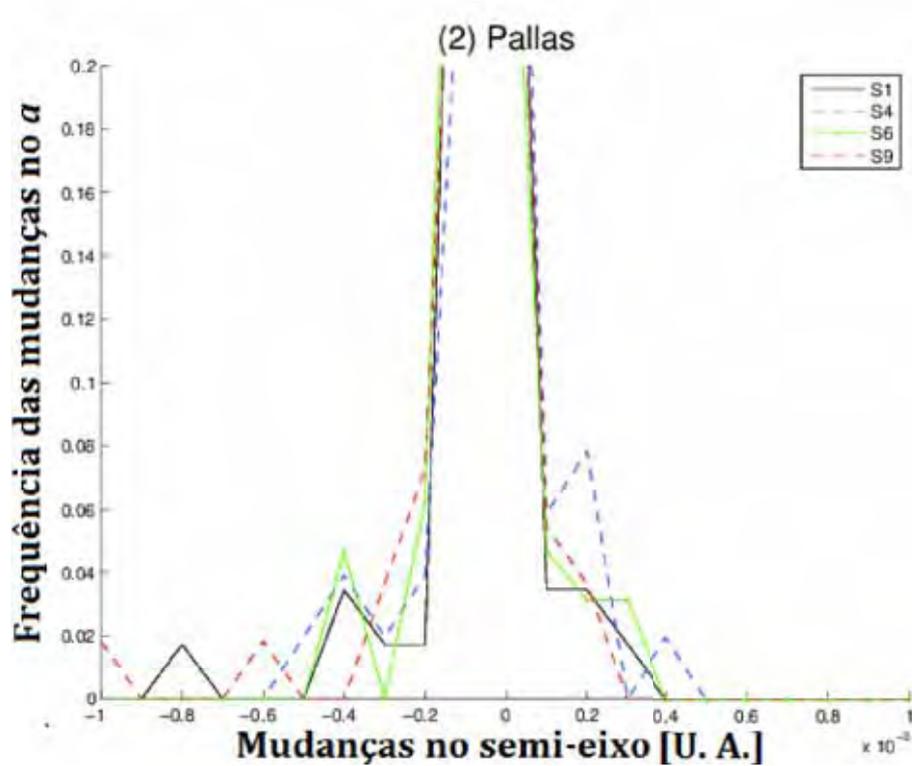


Figura 5.6: Histogramas das mudanças no semieixo maior causada por (2) Pallas o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura

ocorrem principalmente para altas velocidades relativas e distâncias. Portanto, causam mudanças limitadas nos elementos próprios de suas órbitas. Para investigar esta hipótese, nos consideramos o caso de (31) Euphrosyne.

5.8 Análises geral na região de (31) Euphrosyne

Para a região de (31) Euphrosyne simulamos 2138 asteroides reais com $H < 13.5$, sob a influência de todas as mais planetas (31) Euphrosyne, usando os esquemas de simulações que se definiu na Seção 2. Os resultados são também apresentados na Tabela 5.5, e um histograma das frequência das mudanças dos valores do semieixo maior próprio, mostrado na Figura 5.7

Nós encontramos um valor médio das taxas dos desvios bastante elevado para (31) Euphrosyne de $\bar{\sigma}_a^2[1] = (72.9) \times 10^{-5}$ U. A., que é maior ao valor médio obtido para (4) Vesta, e menor que o valor médio de (1) Ceres.

Tabela 5.5: Números de encontros próximos, momentos e expoentes de Hurst das distribuições causadas pelos encontros próximos com (31) Euphrosyne.

Asteroide	Simulação	Nº de Encontros	$N(d_a) > 3\sigma_{ruido}$	$\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$	γ_1	γ_2	Expoentes de Hurst
(31) Euphrosyne	S_1	459	92	61.7	3.7	36.3	0.50
(31) Euphrosyne	S_4	606	138	92.5	2.9	20.4	0.54
(31) Euphrosyne	S_6	474	113	71.8	-1.2	12.7	0.86
(31) Euphrosyne	S_7	434	82	65.5	-10.0	12.8	0.60
(31) Euphrosyne		(493 ± 77)	(106 ± 24)	(72.9 ± 13.7)	(-1.2 ± 6.3)	(20.6 ± 11.1)	(0.63 ± 0.16)

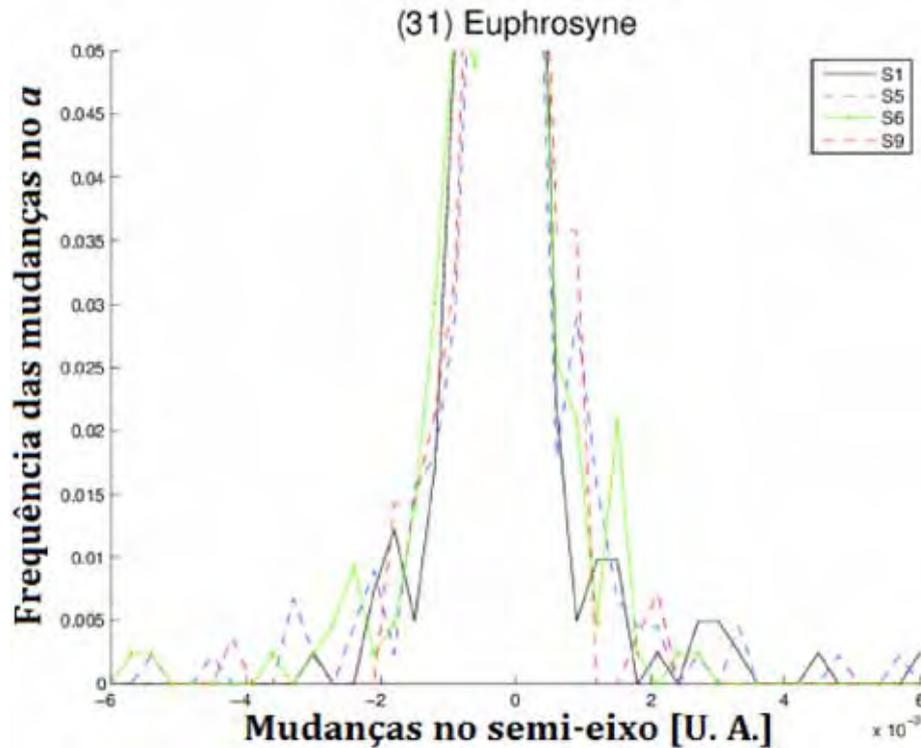


Figura 5.7: Histogramas das mudanças no semi-eixo maior causada por (31) Euphrosyne o principal perturbador da região. Cada linha refere-se aos resultados obtidos em diferentes esquemas de simulações, de acordo com a legenda da figura

Estes resultados inesperados demonstram que não existe uma correlação simples entre a inclinação elevada e as taxas de desvios do semi-eixo maior próprio (a) causados pelos encontros próximos. Uma pergunta que pode surgir é agora o quão longe estamos de obter uma amostra estatisticamente satisfatória. Nossos valores das funções de distribuição de frequência (fdf) de da são uma boa aproximação da função real probabilidade de distribuição (pdf), ou deve ser considerada uma amostra maior de encontros próximos para obter uma estatística satisfatória?. Se uma amostra maior é necessária, qual pode ser o número mínimo de encontros próximos necessários para obter uma aproximação do pdf ótima, por exemplo, para um nível de 3σ (o que significa uma probabilidade de 99,73% das duas distribuições sejam compatíveis).

Para testar quão satisfatória são nossas fdf no intervalo onde mudam as da , que nós estamos interessados ($0,0006 < |da| < 0,006$ U.A., ou seja, entre $3\sigma_{noise}$ valores em a próprios e 10 vezes este valor), foram realizados testes de Kolmogorod-Smirnoff de probabilidade ($S-K$) para cada uma das distribuições observadas nos níveis de confiança de 1σ , 2σ e 3σ , com as probabilidades de distribuições que são compatíveis em 68,27%, 95,34% e 99,73%, respectivamente. As Figuras 5.5, 5.6, 5.7 mostra histogramas de frequência de alterações no a próprio causada por (10) Hygiea, (2) Pallas, e (31) Euphrosyne, nos diferentes esquemas de integração.

Nenhuma das distribuições obtidas era compatível a um nível 3σ . No entanto, descobrimos que todas as distribuições Hygiea eram compatíveis a um nível 2σ neste intervalo de $|da|$, toda a distribuição de Eufrosina eram compatíveis a nível 1σ (mas apenas o S_1 e S_5 , eo S_6 eo S_7 eram compatíveis com um nível 2σ), e apenas as distribuições S_1 e S_6 Pallas eram compatíveis a um nível 1σ .

Nossos resultados mostram que estamos obtendo uma ótima aproximação da fdp para (10) Hygiea, uma decente para (31) Eufrosina, e uma pobre para (2) Pallas. Melhorar a integridade dos $fdfs$, possivelmente para um nível 3σ permanece a ser um desafio para trabalhos futuros.

5.9 O Número Mínimo de Encontros Próximos

Na seção anterior, obtivemos várias distribuições de mudanças no semieixo maior próprio (funções de distribuição de frequência, fdf) para os diferentes asteróides massivos nos esquemas de integração. Nós podemos observar flutuações no número de encontros e nos momentos das distribuições. Mas, antes de fazer isso, podemos perguntar qual é o número mínimo de encontros próximos necessários para obter uma estatística mais satisfatória?

Para tentar responder a esta questão, voltamos nossa atenção para o trabalho de Greenberg (1982). Nesse trabalho foram computados a mudança da velocidade heliocêntrica ΔU_0 , causada por um encontro com um corpo massivo, como uma função da distância de maior aproximação r_{min} e da velocidade relativa com respeito ao asteróide massivo V . No modelo de Greenberg o seno do ângulo (χ) em que a órbita do asteroide serão desviadas, devido ao encontro próximo é calculado por:

$$\sin \chi = \left[1 + \left(\frac{r_{min} \cdot V^2}{G(M + m)} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (5.6)$$

onde: G é a constante gravitacional, M , a massa do corpo massivo, e m a massa (assumido insignificante) do asteróide entrada.

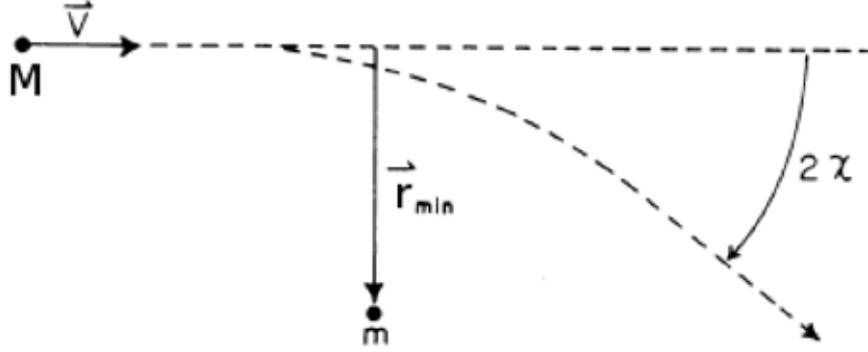


Figura 5.8: Movimento do M relativo a m . Se a trajetória foram imperturbável (reta pontilhada), o vetor da maior aproximação seria r_{min} . No interacção hiperbólica, o vector da velocidade relativa é dado por um ângulo 2χ no sentido de r_{min} .

A alteração na velocidade heliocêntrica U_0 é então dado por:

$$\Delta U_0 = \left(\frac{M}{M + m} \right) V [\sin 2\chi \mathbf{d} + (\cos 2\chi - 1) \mathbf{V}], \quad (5.7)$$

onde d e V são os vectores de unidade que aponta na direcção da r_{min} e \mathbf{V} . Na Figura 5.9, mostra um gráfico de mudanças nas velocidades heliocêntricas como uma função de r_{min} e V para (10) Hygiea (por questão de brevidade, não mostramos gráficos análogos de (2) Pallas e (31) Euphrosyne). Os encontros com baixas velocidades relativas e mínimas distâncias causam a alteração máxima nas velocidades heliocêntricas, Carruba et al. (2007). A máxima mudança na velocidade heliocêntrica é da ordem da velocidade de escape a partir do corpo massivo da ordem de $200m/s$ para corpos de massas e tamanhos de (2) Pallas, (4) Vesta, e (10) Hygiea.

Sendo que estamos interessados em determinar o número mínimo de encontros próximos necessário para obter uma fdf satisfatório no a próprio, usamos então a equação de Gauss:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{2}{na(1 - e^2)^{1/2}} [(1 + e \cos f) \Delta V_T + (e \sin f) \Delta V_R], \quad (5.8)$$

onde ΔV_T , ΔV_R são o tangencial e radial ao plano orbital dos componentes da mudança de velocidade heliocêntrica (ΔU_0), n , a , e e f são o movimento médio do menor corpo, o semieixo

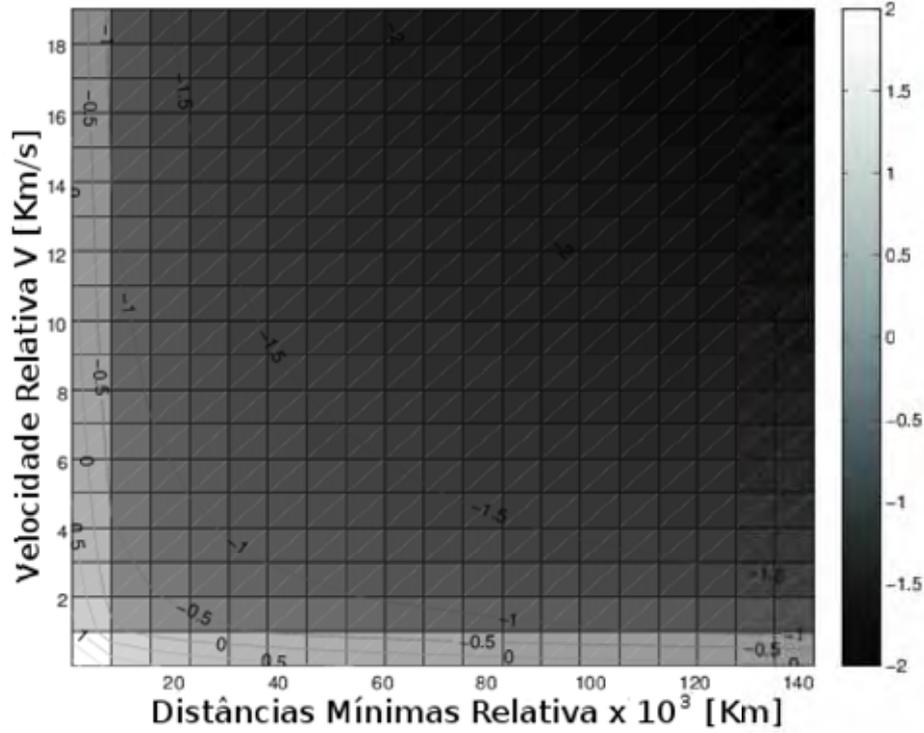


Figura 5.9: Plotagem de contorno do \log_{10} das mudanças nas velocidades heliocêntricas ΔU_0 como uma função do r_{min} e V para (10) Hygiea de acordo com a Eq.5.7.

maior e excentricidade, e a anomalia verdadeira no instante do encontro próximo. Para simplificar assumimos que a excentricidade do corpo menor é zero e que toda a mudança na velocidade radial vai para o componente tangencial (esta última hipótese presumimos que introduzir um erro de um fator 3), então a Eq.5.8 reduz-se a:

$$\Delta a \approx \frac{2}{n} \Delta U_0, \quad (5.9)$$

Podemos então utilizar modelo de Greenberg para calcular as alterações máximas no semieixo maior (a) próprios para os diferentes valores de r_{min} e V . A Figura 5.10, mostra a frequência de da , valores calculados com as Eqs 5.9 e 5.7, o número de encontros com (10) Hygiea com valores diferentes e igualmente espaçados de r_{min} e V (resultados são semelhantes para (2) Pallas e (31) Euphrosyne). Os valores de r_{min} e V usados na Eq. 5.7. Estão na mesma ordem dos mostrados na Figura. 5.9. O teste $K-S$ mostram que as distribuições começam a ser compatível para 3000 encontros igualmente espaçados (testamos distribuições para até 6 milhões de encontros com resultados semelhantes), que define um limite inferior para o número mínimo de encontros próximos que precisa ser testado para obter uma satisfatória fdf e que

parece estar de acordo com o que encontramos numericamente para as simulações com (10) Hygiea.

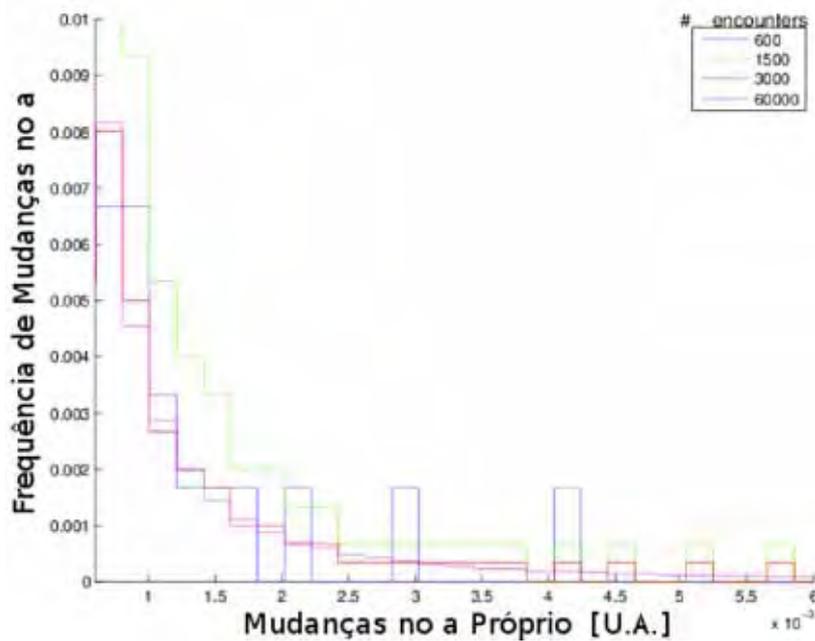


Figura 5.10: Histograma de mudanças no Δa calculado usando o modelo de Greenberg (1982) para diferentes números de encontros com (10) Hygiea.

Com outro teste numérico, calculamos o desvio padrão das alterações em um modelo obtido com Greenberg para 600, 1500, 3000, e 60000 encontros próximos. Este teste apenas nos proporciona valores absolutos das alterações em no semieixo maior (a) e o desvio padrão do Δa não corresponde à deriva taxas, então calculado a variância das distribuições, adaptada a uma média igual a zero, usando a seguinte fórmula:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n ((\Delta a - 0)^2), \quad (5.10)$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (|\Delta a|^2), \quad (5.11)$$

onde N é o número de encontros próximos. Aqui assumimos que o valor médio das distribuições das mudanças em a é 0, o que parece ser confirmada pelos nossos resultados das seções anteriores, em que os valores médios foram todos menos do que 10^{-6} U.A., ie, menor do que o erro numérico em δa .

Foram obtidos valores de taxas de desvios de 230,7; 180,1; 127,4; $102,6 \times 10^5$ U.A. para as quatro distribuições, os dois últimos valores estavam na faixa do que foi encontrado nas seções

anteriores, para as simulações com asteroides reais com integradores simpléticos. O teste $S-K$ das distribuições para os valores de $\Delta a > 3\sigma_{noise}$ mostram que as distribuições para 3000 e 60000 encontros são compatíveis entre si, mas não com aqueles com 600 e 1500 encontros. O aumento do número de valores observados para as aproximações podem, evidentemente, melhorar a convergência das fdf . Obtivese o caso melhor do pdf para (10) Hygiea.

Capítulo 6

Encontros próximos com asteroides massivos considerando os efeitos Yarkovsky e YORP.

Para um estudo mais detalhado da difusão orbital causada pelos encontros próximos com asteroides massivos, é necessário considerar as forças não gravitacionais como os efeitos Yarkovsky e YORP. Sabemos que a evolução orbital das ressonâncias seculares não lineares são bastante lentas quando somente forças gravitacionais são consideradas, na mudança em excentricidade e inclinação pode ser bastante significativa quando efeitos não gravitacionais são considerados.

6.1 O efeito Yarkovsky

O efeito Yarkovsky é uma força devido ao aquecimento diurno sobre um pequeno corpo em rotação causada pela emissão anisotrópica de fótons térmicos, que transportam o momento linear. A longo prazo, isto pode afetar as órbitas de pequenos asteroides. O efeito Yarkovsky tem essencialmente duas componentes:

- **O efeito diurno.** Em um corpo em rotação iluminado pelo Sol, a superfície é mais quente na tarde que na manhã. Por causa disso, mais calor é emitido no hemisfério da tarde com respeito ao hemisfério matutino, causando uma força de radiação na direção

oposta. Para corpos em rotação progradada, esta força é na direção do movimento da órbita, causando um aumento do semieixo maior da órbita. Corpos em rotação retrogradada tem uma diminuição da órbita. A componente diurna do efeito Yarkovsky é dominante para corpos com diâmetros maiores que 100 m.

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{diurnal} \approx \cos \varepsilon \quad (6.1)$$

Onde a taxa de desvio (da/dt), depende da obliquidade do eixo de rotação “ ε ”, (Vokrouhlický 1999).

- **O efeito sazonal.** Enquanto um corpo se move em volta do Sol um hemisferio será aquecido mais que o outro, invariavelmente na direção do movimento orbital. O excesso de radiação termica naquela direção causará uma força de frenamento, resultante em uma diminuição do semieixo maior.

$$\left(\frac{da}{dt}\right)_{sazonal} \approx -\sin^2 \varepsilon \quad (6.2)$$

Onde a taxa de desvio (da/dt), depende da obliquidade do eixo de rotação “ ε ”, (Vokrouhlický 1999).

O efeito Yarkovsky foi observado pela primeira vez no asteroide (6489) Golevka de 1991 a 2003. A aceleração observada fora de $10^{-10}m/s^2$, que sobre milhões de anos pode perturbar significativamente a órbita do asteroide.

6.2 O efeito YORP

YORP é um acrônimo para *Yarkovsky-O’Keefe-Radzievskii-Paddack*. Este efeito se pode explicar como a resultante da transmissão de momento linear a um astro por parte da radiação electromagnética incidente sobre ele, que resulte em um aumento de velocidade de rotação de ordem de 1 milésimo de segundo ao ano. Este efeito é mais preponderante em objetos pequenos (114 m no asteroide em estudo original) e com formas irregulares.

A explicação do YORP pode ser feita com analogias simples a efeitos que todos nós já conhecemos. Note-se solo quando as pedras estão mais quentes no início da noite do que ao

amanhecer. A simples constatação deste fato levou à formulação da hipótese de que a luz do Sol deveria ser capaz de levar alguns asteroides a girar cada vez mais rápido (teoria de Yarkovsky).

A teoria agora está confirmada por observações. Os asteroides re-emitem a luz do Sol sob a forma de radiações infravermelhas, ou calor, do seu lado “*escuro*”, enquanto giram. Esta re-emissão causa uma pequeníssima propulsão, que é explicada pela teoria de YORP. Ao devolver o calor do Sol ao espaço, segundo Stephen Lowry " *o asteroide acaba por ser ligeiramente empurrado na direção oposta*".

Naturalmente é um processo bastante lento. Observando um aumento na taxa de rotação do corpo pequeno, a aceleração dá-se com valores mínimos, mas constante. Mas também o efeito YORP pode funcionar ao contrário, desacelerando um asteroide. Tudo depende de detalhes e pequenas irregularidades na superfície do asteroide. Daí que a irregularidade da superfície dos asteroides seja tão importante.

O efeito combinado da evolução em ressonâncias seculares e os efeitos Yarkovsky e YORP pode significativamente mudar a excentricidade e a inclinação de corpos menores. Exemplos disso foram observados nas famílias dinâmicas de Eos, Vesta, e Koronis.

Nós também utilizamos para este estudo o integrador simplético São Paulo (SP) desenvolvido por Carruba et al. (2007a), considerando o modelo de Vokrouhlický (Vokrouhlický et al. 1999) que simula a versão diurna do efeito Yarkovsky, de modo que a taxa de *desvio* no semieixo maior é dada por:

$$\left(\frac{da}{dt}\right) = K_1 \cos \varepsilon + K_2 \cdot \text{sen}^2 \varepsilon \quad (6.3)$$

onde K_1 e K_2 são as funções que dependem dos parâmetros da superfície térmicas e do tamanho respectivamente, e ε é a obliquidade do eixo de rotação (Vokrouhlický 1999).

Em nossas simulações um corpo pequeno sofreu um encontro próximo com um asteroide massivo, se sua distância a partir do asteroide massivo ((4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne), foi menor do que o raio de Hill do asteroide massivo. Nós calculamos o raio para cada asteroide utilizando sua magnitude absoluta e um albedo geométrica típico para objetos de tipo S e V igual a $p_v = 0.1$ usando a Equação. 5.1, nós também usamos os valores típicos dos parâmetros do efeito Yarkovsky para asteroides reais com $H < 13.5$: Objectos tipo V, o tipo espectral da maior parte dos membros da família Vesta, com uma condutividade térmica $K = 0.01 \text{ W/m/Kelvin}$ (Delbo et al 2007.), capacidade térmica $C = 680 \text{ J/kg/K}$, uma

densidade de superfície $\rho_{superfície} = 1500 \text{ kg/m}^3$, uma densidade volumétrica $\rho_{volumétrica} = 2500 \text{ kg/m}^3$, um albedo de Bond $A = 0.1$; e uma emissividade térmica $\epsilon = 0.95$.

De acordo com o método de Delisle e Laskar (2012) assumiu-se que a obliquidade dos fragmentos permanece constante durante um ciclo de YORP, com valores máximos de $\epsilon = 0^\circ$ ou $\epsilon = 180^\circ$, o que produz uma força máxima para a versão diurna do efeito Yarkovsky e uma força mínima para o sazonal, e que as reorientações atuam quase instantaneamente no final de cada ciclo de YORP, assumido com uma escala de tempo de 30 milhões de anos para objetos de tamanho em quilômetros.

6.3 Análises das Simulações com o integrador São Paulo

Nos integramos asteroides reais com uma magnitude absoluta de $H < 13.5$, na região das famílias de (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas y (31) Euphrosyne, sob a influência gravitacional de todos os planetas mais (4) Vesta (Mercúrio foi contabilizado com uma correção baricêntrica das condições iniciais do Sol) sobre 30 milhões de anos, considerando dois tipos de obliquidade do spin, $\epsilon = 0^\circ$ ou $\epsilon = 180^\circ$, o que maximiza o *desvio* causado pela versão diurna do efeito Yarkovsky.

Nós utilizamos os esquemas de simulações S_1 e S_0 (onde S_0 foi utilizado para estimar os valores de $\sigma_{ruído}$, como o discutido na seção anterior), foram utilizados os valores do desvio padrão do semieixo maior próprio sobre os momentos, obtidos no capítulo anterior para estimar os possíveis erros associados a nosso particular esquema de simulação.

Como na seção anterior, foram utilizados os três valores de $\bar{\sigma}_a^2[1](t)$, calculados cada 10 milhões de anos para determinar o valor do expoente de Hurst “ T ”, mas com relação a trabalhos anteriores, consideramos também a incerteza associada com as mudanças no $\bar{\sigma}_a^2[1](t)$, entre integrações com os diferentes esquemas.

Assumindo que os erros nas $\bar{\sigma}_a^2[1](t)$, são da ordem dos desvios padrão encontrados no capítulo anterior, para (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas, (31) Euphrosyne, ou seja, 36.3%, 22.7%, 20.0% e 18.8% do valor médio respectivamente, onde podemos estimar o valor de “ T ” e seu erro usando as técnicas convencionais de regressão linear (Press et al. 2001).

A Tabela. 6.1 mostra os valores de número de encontros próximos, $\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$ U. A., e coeficiente de Hurst T para os asteroides massivos: (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas, (31) Euphrosyne para cada esquema de simulação se considerou um valor de obliquidade: para:

- a simulação com $\varepsilon = 0^\circ$.
- a simulação com $\varepsilon = 180^\circ$.
- para todas os clones de asteroides.

Tabela 6.1: Expoentes de Hurst para clones de asteroides reais com $H < 13.5$.

Asteroide	Simulação	Nº de Encontros	$\bar{\sigma}_a^2[1] \times 10^5$ U. A.	Expoentes de Hurst
(4) Vesta	$\varepsilon = 0^\circ$	2510	(72.9±13.7)	(0.75 ^{+1.85} _{-0.75})
	$\varepsilon = 180^\circ$	2550	(72.9±13.7)	(0.74 ^{+1.34} _{-0.74})
	All	5060	(72.9±13.7)	(0.74 ^{+1.03} _{-0.74})
(10) Hygiea	$\varepsilon = 0^\circ$	4880	(70.8±16.3)	(0.83 ^{+1.16} _{-0.83})
	$\varepsilon = 180^\circ$	4719	(81.8±18.8)	(0.81 ^{+0.84} _{-0.81})
	All	9599	(76.3±17.5)	(0.82 ± +0.64)
(2) Pallas	$\varepsilon = 0^\circ$	71	(7.9±1.6)	(0.63 ^{+1.02} _{-0.63})
	$\varepsilon = 180^\circ$	66	(7.5±1.5)	(0.56 ^{+0.74} _{-0.56})
	All	137	(7.7±1.5)	(0.60 ± 0.57)
(31) Euphrosyne	$\varepsilon = 0^\circ$	508	(39.1±7.3)	(0.65 ^{+0.95} _{-0.65})
	$\varepsilon = 180^\circ$	507	(51.5±9.7)	(0.55 ^{+0.69} _{-0.55})
	All	1015	(45.3±8.5)	(0.60 ± 0.53)

A dispersão Este fato pode ser causado por um número limitado de encontros próximos que ocorrem durante as simulações para estes asteroides, que é consideravelmente mais baixo do que o número mínimo de encontros para obter um fdf completa de ≈ 3000 encontros. Enquanto os valores de T que melhor se ajustaram aos nossos dados ainda são compatíveis com o espalhamento dos asteroides massivos sendo um processo correlativo e persistente, as incertezas são tão grandes que as conclusões finais não podem ser alcançadas de forma positiva.

Valores anteriores dos expoentes de Hurst encontrada na literatura, que não contabilizam as incertezas em variância padrão em mudanças no semi eixo maior causada pelo efeito indireto da presença de outros asteroides massivos devem, portanto, ser consideradas com alguma cautela.

Capítulo 7

Conclusões.

Neste trabalho estudamos o problema da difusão orbital no semieixo maior de corpos menores devido aos encontros próximos com asteroides massivos. Os principais resultados obtidos podem ser resumidos como segue:

1. Foram obtidas as frequências próprias de precessão do argumento de pericentro g e a longitude do nodo s para (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne, quando todos os planetas do sistema Solar e outros asteroides massivos foram considerados. Os valores oscilaram além de um 3σ nível de confiança quando 16 dos asteroides massivos (S_{16} esquema de simulação) foram considerados, e a flutuações menores também foram observadas para os diferentes regimes de integrações. tramamientos similar foram observados para (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne.
2. Nós investigamos a mobilidade orbital causada por encontros próximos com asteroides massivos para 1892 asteroides reais nas regiões de (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne com magnitude absoluta de $H < 13,5$. Para o caso de (4) Vesta encontramos que não somente os asteroides tiveram encontros próximos com (4) Vesta mas também com os outros asteroides massivos no mesmo esquema de integração.

As estatísticas completas das variações do semieixo maior para as quatro regiões de nosso estudo mostraram que o número de encontros próximos com (4) Vesta foi maior que em todos os casos portanto se considera como o maior agente perturbador na região. O número de encontros com (2) Pallas e (31) Euphrosyne não foi significativo mas os resultados podem ser atribuídos as altas velocidades relativas dos encontros próximos. As

variações da mudança de semieixo próprios causada nos asteroides da região de (4) Vesta variaram até 36,3%. Nos cinco esquemas de simulações que consideramos para (4) Vesta o número de encontros que causaram as fortes mudanças no semieixo maior variaram de até um fator de 2.2.

3. Foram estudados os efeitos da encontros com asteroides massivos quando os efeitos Yarkovsky e YORP foram também considerados e calculado o valor do expoente Hurst T da difusão como uma função do tempo, incluindo o efeito da incerteza causada pela diferença dos esquemas de simulações. Encontramos que, enquanto os valores de T que melhor se ajustaram os dados ainda são compatíveis com o espalhamento de asteroides massivos sendo um processo persistente e correlatos ($0,5 < T < 1,0$), infelizmente, as incertezas são tão grandes que nenhuma conclusão final pode ser alcançada. Valores anteriores dos expoentes de Hurst encontradas na literatura devem ser considerados com alguma cautela.

O foco principal deste trabalho foi estudar o efeito indireto que a presença de outros asteroides massivos tinha em (4) Vesta e outros corpos principais do cinturão principal. O fato de que as frequências próprias de (4) Vesta e as estatísticas total de mudanças no semieixo maior causado por encontros próximos com asteroides massivos muda quando diferentes esquemas de simulações são adotados, introduz uma nova incerteza sobre a estimativa de mobilidade caótica causada por encontros próximos com asteroides massivos. Quantificar o valor desta incerteza para os corpos massivos no cinturão principal de asteroides para outros asteroides massivos que não sejam (4) Vesta, (10) Hygiea, (2) Pallas e (31) Euphrosyne são desafios que permanecem para possíveis trabalhos futuros.

Referências bibliográficas

BOWELL, E., HAPKE, B., DOMINGUE, D. **In Asteroids II.** Ed. R.P. Binzel, T. Gehrels, M.S. Matthews (The University of Arizona Press, Tucson.) 524, 1989.

BOTTKE, W.F., NOLAN, M.C., KOLVOORD, R.A., GREENBERG, R. **Velocity distribution among colliding asteroids.** *Icarus* v.107, p.255-268, 1994.

BROŽ, M. **Orbital Evolution of Asteroid Fragments Due to Planet Gravitation and Thermal Effects.** Thesis, Charles University, Prague, Czech Republic, 1999.

CARPINO, M.; MILANI, A.; NOBILI, A. M. **Long-term numerical integrations and synthetic theories for the motion of the outer planets.** *Astronomy & Astrophysics*, A&A v. 181, p. 182-194, 1987.

CARRUBA, V. **The stable archipelago in the region of the Pallas and Hansa dynamical families.** *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 408, p. 580-600, 2010b.

CARRUBA, V.; MICHTECHENKO, T. A. **A frequency approach to identifying asteroid families.** *Astronomy & Astrophysics*, A&A v. 475, p. 1145-1158, 2009.

CARRUBA, V., HUAMAN, M., DOUWENS, S., DOMINGOS, R. C., ROIG, F. **Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids II. The regions of (10) Hygiea, (2) Pallas and (31) Euphrosyne.** *Astronomy & Astrophysics*, A&A 550, A85 2013.

CARRUBA, V., HUAMAN, M., DOUWENS, S., DOMINGOS, R. C. **Chaotic diffusion caused by close encounters with several massive asteroids The (4) Vesta case.** Astronomy & Astrophysics, A&A 543, A105, 2012.

CARRUBA, V.; BURNS, J. A.; BOTTKKE, W. NESVORNÝ, D. **Orbital evolution of the Gefion and Adeona asteroid families: close encounters with massive asteroids and the Yarkovsky effect.** Icarus, v. 162, p. 308-327, 2003.

CARRUBA, V, F. ROIG, T. MICHTCHEKNO, S. FERRAZ-MELLO, D. NESVORNÝ. **Modeling close encounters with massive asteroids: a Markovian approach. An application to the Vesta family.** Astronomy and Astrophysics, A&A 465, 315-300, 2007a.

CARRUBA, V.; MACHUCA, J. F. **On the Emmenthal distribution of highly inclined asteroids.** Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, in press, 2011.

DELISLE, LASKAR, J. **Chaotic diffusion of the Vesta family induced by close encounters with asteroids.** Astronomy and Astrophysics, A&A 540, A118, 2012.

DUNCAN, M., LEVISON, H., MAN HOI LEE **A Multiple Time step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters.** The Astronomical Journal, v.116 p.2067-2077, 1998.

GREEBERG, R. **Orbital Interactions: A New Geometrical Formalism.** The Astronomical Journal, v.87 p.184-195, 1982.

LASKAR, J. **Strong chaos induced by close encounters with Ceres and Vesta.** Astronomy and Astrophysics, A&A 532, L4, 2011.

LEVISON, H., DUNCAN, M. **Symplectically Integrating Close Encounters with The Sun.** Astronomy & Astrophysics, A&A v.120 p.2117-2123, 2000.

KNEŽEVIĆ, Z.; MILANI, A. **Proper element catalogs and asteroid families.** Astronomy & Astrophysics, A&A v.403, p.1165-1173, 2003.

KNEŽEVIĆ, Z.; MILANI, A. **Synthetic proper elements for outer main belt asteroids.** Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 78, p. 17-46, 2000.

MACHUCA, J.F., CARRUBA, V. **Secular dynamics and family identification among highly inclined asteroids in the Euphrosyne region.** Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 420, 1779-1798, 2011.

MILANI, A.; KNEŽEVIĆ, Z. **Asteroid Proper Elements and the Dynamical Structure of the Asteroid Main Belt.** Icarus, v.107, p.219-254, 1994.

MILANI, A.; NOBILI, A. M.; CARPINO, M. **Secular variations of the semimajor axes: theory and experiments.** Astronomy & Astrophysics, A&A v.172, p.265-279, 1987.

MARTIN J. DUNCAN, HAROLD F. LEVISON, MAN HOI LEE, **A multiple time step symplectic algorithm for integrating close encounters.** The Astronomical Journal, 116 : 2067 é 2077, 1998.

MILANI, A.; KNEŽEVIĆ, Z. **Asteroid proper elements and secular resonances.** Icarus, v. 98, p. 211-232, 1992.

MILANI, A.; NOBILI, A. M.; KNEŽEVIĆ, Z. **Stable chaos in the asteroid belt.** Icarus, v. 125, p. 13-31, 1997.

ŠIDLICHOVSKÝ, M.; NESVORNÝ D. **Frequency modified fourier transform and its application to asteroids.** Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v.65, p.137-148, 1997.

VOKROUHLICKÝ, D. **A complete linear model for the Yarkovsky thermal**

force on spherical asteroid fragments. Astronomy & Astrophysics, A&A v.344, p.362-366, 1999.

WISDOM, J., HOLMAN, M. **Symplectic maps for the N-body problem.** The Astronomical Journal, v.102, p.1528, 1991.

Apêndice A

Massas astrométricas de Baer

Para nossas simulações com (4) Vesta, foram utilizados os dados de massas astrométricas de Baer et al. (2011), dados mais recentes na época que se executaram as integrações.

A tabela. A.1 resume os resultados do artigo de Baer et al. (2011) como uma função da massa, a partir da mais massivos ao menores; asteriscos identificam os onze objetos na simulação de Delisle e Laskar (2012). A primeira coluna informa o nome de asteroides e identificação, a segunda coluna mostra a massa do asteroides em unidades de massa solar.

Tabela A.1: Massas astrométricas dos asteroides, dados de Baer

Asteroide	Massa (em M_{\odot})	Incerteza (em M_{\odot})
(1) Ceres(*)	0.476E-09	7.2E-10
(4) Vesta(*)	0.13E-09	5.3E-10
(2) Pallas(*)	0.101E-09	6.5E-09
(10) Hygiea(*)	0.436E-10	7.4E-10
(31) Euphrosyne	0.292E-10	9.9E-09
(704) Interamnia(*)	0.195E-10	8.9E-10
(511) Davida	0.19E-10	9.9E-10
(532) Herculina(*)	0.168E-10	2.8E-09
(15) Eunomia(*)	0.16E-10	1.5E-10
(3) Juno(*)	0.144E-10	2.3E-09
(52) Europa	0.114E-10	7.9E-10
(16) Psyche	0.114E-10	4.2E-10
(88) Thisbe	0.919E-11	5.5E-10
(7) Iris(*)	0.812E-11	4.6E-10
(13) Egeria	0.8E-11	2.2E-09
(29) Amphitrite	0.763E-11	3.1E-10
(87) Sylvia	0.743E-11	3E-11
(6) Hebe	0.64E-11	6.7E-10
(451) Patientia	0.63E-11	3.4E-09
(444) Gypsis	0.63E-11	1.2E-09
(48) Doris	0.61E-11	3E-09
(9) Metis	0.57E-11	1.1E-09
(24) Themis	0.567E-11	2.15E-09
(107) Camilla	0.563E-11	1.5E-10
(324) Bamberga(*)	0.553E-11	1E-11
(65) Cybele	0.53E-11	9.6E-10
(19) Fortuna(*)	0.418E-11	3.6E-10
(22) Kalliope	0.407E-11	1E-10
(14) Irene	0.349E-11	8.2E-10
(130) Elektra	0.332E-11	2E-10
(11) Parthenope	0.309E-11	2E-11
(702) Alauda	0.304E-11	2E-10
(45) Eugenia	0.286E-11	6E-11
(39) Laetitia	0.283E-11	7.3E-10
(121) Hermione	0.236E-11	1.01E-10
(804) Hispania	0.175E-11	4E-10
(20) Massalia	0.168E-11	3.5E-10
(18) Melpomene	0.151E-11	5.1E-10
(8) Flora	0.141E-11	4.2E-10
(49) Pales	0.135E-11	2.5E-10
(21) Lutetia	0.131E-11	4.4E-10
(47) Aglaja	0.109E-11	4.3E-10
(17) Thetis	0.721E-12	2.5E-10
(762) Pulcova	0.704E-12	5E-11
(283) Emma	0.694E-12	1.51E-11
(90) Antiope	0.417E-12	1E-11
(379) Huenna	0.193E-12	1E-11
(253) Mathilde	0.519E-13	2.2E-12
(189) Phthia	0.193E-13	4.1E-12
(243) Ida	0.19E-13	1E-12
(433) Eros	0.336E-14	1.5E-15

Apêndice B

Massas astrométricas de Carry

Para nossas simulações com (10) Hygiea, (2) Pallas, (31) Euphrosyne, foram utilizados os dados de massas astrométricas de Carry et al. (2012), dados mais recentes na época que se executaram as integrações.

Tabela B.1: Massas astrométricas dos asteroides, dados de Carry (asteroides com * foram usados em Carruba(2012)).

Asteroide	mass* (M_{\odot})	Uncertainty (M_{\odot})	mass**(M_{\odot})	Uncertainty (M_{\odot})
(1) Ceres	0.476E-09	0.720E-12	0.474E-09	0.030E-10
(4) Vesta	0.130E-09	0.530E-12	0.132E-09	0.025E-10
(2) Pallas	0.101E-09	0.650E-11	0.103E-09	0.020E-10
(10) Hygiea	0.436E-10	0.740E-12	0.434E-10	0.261E-11
(31) Euphrosyne (*)	0.292E-10	0.990E-11	0.638E-11	0.327E-11
(704) Interamnia	0.195E-10	0.890E-12	0.165E-10	0.226E-11
(511) Davida	0.190E-10	0.990E-12	0.170E-10	0.513E-11
(532) Herculina(*)	0.168E-10	0.280E-11	0.578E-11	0.141E-11
(15) Eunomia	0.160E-10	0.150E-12	0.158E-10	0.090E-11
(3) Juno	0.144E-10	0.230E-11	0.137E-10	0.146E-11
(52) Europa	0.114E-10	0.790E-12	0.120E-10	0.291E-11
(16) Psyche	0.114E-10	0.420E-12	0.137E-10	0.377E-11
(88) Thisbe(*)	0.919E-11	0.550E-12	0.767E-11	0.156E-11
(7) Iris	0.812E-11	0.460E-12	0.648E-11	0.106E-11
(13) Egeria(*)	0.800E-11	0.220E-11	0.443E-11	0.214E-11
(29) Amphitrite(*)	0.763E-11	0.310E-12	0.948E-11	0.101E-11
(87) Sylvia	0.743E-11	0.300E-13	0.744E-11	0.0
(6) Hebe	0.640E-11	0.670E-12	0.698E-11	0.050E-11
(451) Patientia	0.630E-11	0.340E-11	0.548E-11	0.266E-11
(444) Gypsis	0.630E-11	0.120E-11	0.556E-11	0.140E-11
(48) Doris(*)	0.610E-11	0.300E-11	0.308E-11	0.148E-11
(9) Metis(*)	0.570E-11	0.110E-11	0.421E-11	0.839E-12
(24) Themis	0.567E-11	0.215E-11	0.296E-11	0.960E-12
(107) Camilla	0.563E-11	0.150E-12	0.563E-11	0.015E-11
(324) Bambergia	0.553E-11	0.100E-13	0.518E-11	0.050E-11
(65) Cybele(*)	0.530E-11	0.960E-12	0.638E-11	0.156E-11
(19) Fortuna	0.418E-11	0.360E-12	0.432E-11	0.734E-12
(22) Kalliope	0.407E-11	0.100E-12	0.400E-11	0.156E-12
(14) Irene(*)	0.349E-11	0.820E-12	0.146E-11	0.945E-12
(130) Elektra	0.332E-11	0.200E-12	0.332E-11	0.201E-12
(11) Parthenope	0.309E-11	0.200E-13	0.297E-11	0.226E-12
(702) Alauda	0.304E-11	0.200E-12	0.305E-11	0.181E-11
(45) Eugenia	0.286E-11	0.600E-13	0.291E-11	0.070E-12
(39) Laetitia	0.283E-11	0.730E-12	0.237E-11	0.573E-12
(121) Hermione	0.236E-11	0.101E-12	0.250E-11	0.166E-12
(804) Hispania	0.175E-11	0.400E-12	0.251E-11	0.894E-12
(20) Massalia	0.168E-11	0.350E-12	0.251E-11	0.523E-12
(18) Melpomene	0.151E-11	0.510E-12	0.162E-11	0.643E-12
(8) Flora(*)	0.141E-11	0.420E-12	0.461E-11	0.879E-12
(49) Pales(*)	0.135E-11	0.250E-12	0.212E-11	0.108E-11
(21) Lutetia(*)	0.131E-11	0.440E-12	0.854E-12	0.005E-12
(47) Aglaja(*)	0.109E-11	0.430E-12	0.163E-11	0.844E-12
(17) Thetis	0.721E-12	0.250E-12	0.668E-12	0.060E-12
(762) Pulcova	0.704E-12	0.500E-13	0.704E-12	0.050E-12
(283) Emma	0.694E-12	0.151E-13	0.693E-12	0.015E-12
(90) Antiope	0.417E-12	0.100E-13	0.417E-12	0.101E-13
(379) Huemma	0.193E-12	0.100E-13	0.192E-12	0.101E-13
(253) Mathilde	0.519E-13	0.220E-14	0.518E-13	0.020E-13
(189) Phthia	0.193E-13	0.410E-14	0.193E-13	0.407E-14
(243) Ida	0.190E-13	0.100E-14	0.190E-13	0.101E-14
(433) Eros	0.336E-14	0.150E-17	0.336E-14	0.0