

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Renan Sanches Geronel

**Controle de Vibrações em Rotores Flexíveis Utilizando Fios de
Liga com Memória de Forma**

Ilha Solteira

2018

FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Renan Sanches Geronel

**Controle de Vibrações em Rotores Flexíveis Utilizando Fios de
Liga com Memória de Forma**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu

Ilha Solteira
2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

Geronel, Renan Sanches.

G377c Controle de vibrações em rotores flexíveis utilizando fios de liga com memória de forma / Renan Sanches Geronel. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2018
92 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Mecânica dos Sólidos, 2018

Orientador: Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu

Inclui bibliografia

1. Fios de liga com memória de forma. 2. Controle semi-ativo de vibrações.
3. Rotores flexíveis.

Raiane da Silva Santos
Raiane da Silva Santos

Supervisora Técnica de Seção
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação
CRB/8 - 9999

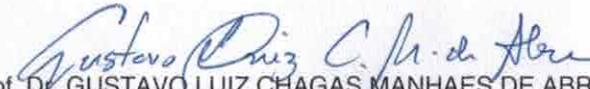
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Controle de Vibrações em Rotores Flexíveis Utilizando Fios de Liga com Memória de Forma

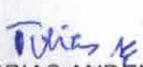
AUTOR: RENAN SANCHES GERONEL

ORIENTADOR: GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA MECÂNICA, área: MECANICA DOS SÓLIDOS pela Comissão Examinadora:


Prof. Dr. GUSTAVO LUIZ CHAGAS MANHAES DE ABREU
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. MARCIO ANTONIO BAZANI
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. TOBIAS ANDERSON GUIMARÃES
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM

Ilha Solteira, 28 de setembro de 2018

Dedico este trabalho à minha irmã Maiby (e futura sobrinha Isadora) por estar sempre ao meu lado durante todas as etapas de minha vida. À meus pais, Clarice e Jair, que sempre me deram o suporte necessário para que eu completasse essa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dar forças, pela sabedoria e pelo conhecimento adquiridos dia a dia, e também pelas oportunidades e objetivos conquistados.

Ao Professor Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu por toda sua competência, disposição e atenção dispendida, estando presente em todos os momentos, ajudando a tornar possível esse trabalho. Também aos demais professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual Paulista - UNESP (Ilha Solteira). Agradeço ainda em especial aos prof. Amarildo Tabone, Gilberto Pechoto, Márcio Bazani e Tobias Guimarães por estarem dispostos a dar informações valiosas para o término desse trabalho.

Gostaria ainda de deixar um agradecimento especial ao professor Marco Túlio Santana Alves por todo conhecimento, ajuda, paciência e acima de tudo amizade, ao professor Marcelo Amorim Savi e Søren Enemark por toda contribuição, atenção e conhecimento despedindo quando foi mais necessário.

Aos meus amigos de pós graduação Mateus Zanitti, Frederico Albuquerque, Rafael Mattei, Lucas Chaim, Marcus Omori, João Trentin, Jessé Augusto; Gabriel Schubert, Murilo Juliati e Guilherme Franzé, Juliana Prado, amigos que levarei da graduação pra vida e demais amigos da UNESP e UNICAMP (especialmente: André, Danilo, Lucas, Otávio) por compartilharem momentos, dificuldades e sempre estarem dispostos a contribuir. A toda a minha família e amigos de longa data que estão sempre comigo.

À Universidade Estadual Paulista (UNESP) que, juntamente com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) possibilitaram a execução deste trabalho com dedicação exclusiva.

"Cada sonho que você deixa pra trás, é um pedaço do seu futuro que deixa de existir"

— Steve Jobs

RESUMO

Os sistemas rotativos estão frequentemente sujeitos a excitações externas e internas que provocam vibrações indesejáveis, colocando em risco a própria integridade estrutural do sistema e até mesmo a saúde dos usuários. No âmbito industrial, por exemplo, a atenuação das vibrações pode permitir aos sistemas rotativos, uma operação mais eficiente e segura, proporcionando manutenções periódicas menos frequentes evitando com isso gastos dispendiosos. Neste contexto, o controle de vibrações tem sido objeto de preocupação de inúmeros centros de pesquisa e a literatura especializada é rica em propostas de soluções para esta questão. Este trabalho apresenta uma proposta teórica de um controle semi-ativo de vibrações em rotores flexíveis usando fios de liga com memória de forma (LMF). O rotor em questão é apoiado sobre dois mancais e um deles é suspenso por fios de LMF, cuja finalidade é promover o amortecimento das vibrações laterais presentes no sistema rotativo decorrentes de forças de perturbação, notadamente das forças de desbalanceamento. O controle proposto tem por objetivo possibilitar a passagem do rotor pelas velocidades críticas, com segurança.

Palavras-chave: Fios de liga com memória de forma. Controle semi-ativo de vibrações. Rotores flexíveis.

ABSTRACT

Rotational systems are often subjected to external and internal excitations which cause undesired vibrations and risk to the structural integrity of the system and the user's health. In the industrial field, the vibration attenuation may allow rotating systems more efficiency and safety, making periodical maintenance less frequent and reducing costs. In this context, the vibration control has been a concern for many research centers and the specialized literature is rich in solution proposals for this subject. This study presents a theoretical proposal of a semi-active control of vibrations in flexible rotors using shape memory alloy (SMA) wires. The rotor is supported by two bearings and one of them it is suspended by SMA wires to promote attenuation of the lateral vibration present in rotating machines due to disturbance forces, especially unbalancing forces. The proposed theory control has a goal to allow the rotor passing through critical speeds safely.

Keywords: Shape memory alloy wires. Semi-active vibration control. Flexible rotors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ensaio experimental realizado: a) geometria do sistema b) atuação por molas de LMFs.	22
Figura 2 - Esquematização experimental de um rotor flexível com molas LMF.	23
Figura 3 - Esquematização experimental de uma suspensão de mancal.	24
Figura 4 - Suspensão do mancal por fios.	24
Figura 5 - Representação do sistema de controle utilizado.	25
Figura 6 - Transformação de fase de LMF induzida pela temperatura na ausência de carregamento mecânico.	27
Figura 7 - Transformação de fase de LMF induzida por tensão e temperatura.	28
Figura 8 - Efeito com memória de forma em um gráfico tensão-deformação-temperatura para LMF.	29
Figura 9 - Ciclo de carregamento pseudoelástico para LMF.	30
Figura 10 - Exemplo de aplicação de um <i>stent</i> feito de LMF para desobstrução de um vaso arterial.	31
Figura 11 - Instalação de <i>chevron</i> na saída da turbina.	32
Figura 12 - Esquematização de <i>chevron</i> isolado.	32
Figura 13 - Diagrama de Fases: Tensão vs Temperatura.	37
Figura 14 - Tensões na fronteira da região de transformação (<i>I</i>) direta e (<i>II</i>) inversa.	38
Figura 15 - Comparação entre as curvas a) Lagoudas e b) Enemark.	40
Figura 16 - Regiões para a modelagem de Brinson.	41
Figura 17 - Esquematização de rotor em sua totalidade.	45
Figura 18 - Esquema de suspensão do mancal por fios: (a) rotor em repouso (pré-tensionado) e (b) rotor em operação.	46

Figura 19 - Representação dos graus de liberdade no eixo do rotor.	49
Figura 20 - Modelo mecânico do rotor flexível.	50
Figura 21 - Representação do modelo estudado.	52
Figura 22 - Deslocamento horizontal do mancal 2 na direção horizontal em função da velocidade de rotação.	53
Figura 23 - Deslocamento do mancal 2 na direção horizontal no domínio da frequência.	53
Figura 24 - Força aplicada pelos fios de LMF.	54
Figura 25 - Ciclo de histerese da LMF para a primeira velocidade crítica.	55
Figura 26 - Ciclo de histerese da LMF para a terceira velocidade crítica.	55
Figura 27 - Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF.	56
Figura 28 - Deslocamento do disco na direção horizontal.	57
Figura 29 - Deslocamento do disco na direção vertical.	57
Figura 30 - Deslocamento do disco na direção vertical.	58
Figura 31 - Deslocamento do disco na direção horizontal.	59
Figura 32 - Órbita do disco na primeira velocidade crítica do rotor.	60
Figura 33 - Órbita do disco na segunda velocidade crítica do rotor.	60
Figura 34 - Órbita do disco na terceira velocidade crítica do rotor.	61
Figura 35 - Resposta temporal da tensão elétrica aplicada em cada fio de LMF.	63
Figura 36 - Comportamento transitório da temperatura de controle do fio de LMF, mediante a aplicação de tensões elétricas de 4V em 7 segundos.	64
Figura 37 - Deslocamentos do mancal na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.	65
Figura 38 - Resposta no domínio da frequência dos deslocamentos do mancal na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.	65
Figura 39 - Força aplicada pelos fios de LMF considerando temperatura variável nos fios de LMF.	66

Figura 40 - Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF considerando temperatura variável nos fios de LMF.	66
Figura 41 - Deslocamentos do disco na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.	67
Figura 42 - Resposta no domínio da frequência dos deslocamentos do disco na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.	67
Figura A.1 -Sistema de coordenadas de um rotor flexível.	73
Figura A.2 -Sistema de coordenadas de um disco rígido.	75
Figura A.3 -Elemento de eixo.	78
Figura A.4 -Sistema de coordenadas do eixo.	81
Figura A.5 -Fundação ligada ao rotor pelo mancal.	85
Figura A.6 -Massa de desbalanceamento.	87
Figura B.1 -Deslocamento horizontal do mancal 2 na direção horizontal em função da velocidade de rotação.	89
Figura B.2 -Deslocamento do mancal 2 na direção horizontal no domínio da frequência.	89
Figura B.3 -Força aplicada pelos fios de LMF.	90
Figura B.4 -Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF.	91
Figura B.5 -Deslocamento do disco na direção horizontal.	92
Figura B.6 -Deslocamento do disco na direção horizontal.	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Parâmetros de controle para a curva de <i>Bézier</i> , segundo Ene-mark et al. (2015).	40
Tabela 2 -	Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF.	50
Tabela 3 -	Propriedades do fio de LMF.	50
Tabela 4 -	Parâmetros dos mancais.	51
Tabela 5 -	Parâmetros do rotor flexível.	51
Tabela 6 -	Velocidades críticas com e sem a presença dos fios de LMF.	52
Tabela 7 -	Máximas amplitudes do mancal 2 na direção horizontal.	54
Tabela 8 -	Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco.	58
Tabela 9 -	Parâmetros utilizados no modelo térmico.	62
Tabela 10 -	Gasto energético resultante.	63
Tabela 11 -	Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do mancal con-siderando temperatura variável nos fios de LMF.	68
Tabela 12 -	Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco consi-derando temperatura variável nos fios de LMF.	68
Tabela B.1 -	Velocidades críticas com e sem a presença dos fios de LMF.	88
Tabela B.2 -	Máximas amplitudes do mancal 2 na direção horizontal.	90
Tabela B.3 -	Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco.	93

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

A_f	-	Temperatura final de formação de austenita
A_s	-	Temperatura de início de formação de austenita
a_M	-	Constante do material
a_A	-	Constante do material
b_M	-	Constante do material
b_A	-	Constante do material
a_0	-	Deslocamento do fio relativo a pré-tensão estática
a_1	-	Deslocamento do fio relativo a pré-tensão dinâmica do lado 1
a_2	-	Deslocamento do fio relativo a pré-tensão dinâmica do lado 2
c_0	-	Comprimento do fio alongado para o rotor em repouso
c_1	-	Comprimento do fio alongado do lado 1 para o rotor em operação
c_2	-	Comprimento do fio alongado do lado 2 para o rotor em operação
C_A	-	Coefficiente de influência de tensão (austenita)
C_M	-	Coefficiente de influência de tensão (martensita)
E	-	Módulo de elasticidade
E_A	-	Módulo de elasticidade da austenita pura
E_M	-	Módulo de elasticidade da martensita pura
F_i	-	Força
F_{1x}	-	Força ocasionada pela LMF na direção x para o lado 1
F_{2x}	-	Força ocasionada pela LMF na direção x para o lado 2
F_{LMF}	-	Força ocasionada pela LMF total na direção x
$h_{B(x)}$	-	Função de <i>hardening</i> para Brinson
$h_{L(x)}$	-	Função de <i>hardening</i> para Lagoudas
k_f	-	Variável auxiliar para avaliar fração de martensita na função direta
k_r	-	Variável auxiliar para avaliar fração de martensita na função inversa
M_f	-	Temperatura final de formação de martensita
M_s	-	Temperatura inicial para formação de martensita
n^A	-	Vetor característico no diagrama de fase (Brinson)
n^{MD}	-	Vetor característico no diagrama de fase (Brinson)

n_1^f	-	Parâmetro de controle de <i>Bézier</i> para a função direta
n_2^f	-	Parâmetro de controle de <i>Bézier</i> para a função direta
n_1^r	-	Parâmetro de controle de <i>Bézier</i> para a função inversa
n_2^r	-	Parâmetro de controle de <i>Bézier</i> para a função inversa
T	-	Temperatura
T_{cin}	-	Energia cinética
T_0	-	Temperatura inicial do material
U	-	Energia potencial
x_b	-	Deslocamento do mancal
x_p	-	Deslocamento relativo a geração da pré-tensão estática

Letras Gregas

α_0	-	Ângulo entre o fio e a vertical para o rotor em repouso
α_1	-	Ângulo entre o fio e a vertical do lado 1 para o rotor em operação
α_2	-	Ângulo entre o fio e a vertical para o lado 2 para o rotor em operação
ε	-	Deformação do material
ε_0	-	Deformação inicial
ε_1	-	Deformação inicial relativo ao lado 1
ε_2	-	Deformação inicial relativo ao lado 2
ε_L	-	Deformação residual
ν	-	Coefficiente de Poisson
ξ	-	Fração martensítica
ξ_0	-	Fração martensítica inicial
ξ_j	-	Fração martensítica do último ponto de transformação
ξ_S	-	Fração martensítica induzida por tensão mecânica (não maclada)
ξ_{S0}	-	Fração martensítica inicial induzida por tensão mecânica
ξ_T	-	Fração martensítica induzida por temperatura (maclada)
ξ_{T0}	-	Fração martensítica inicial induzida por temperatura
σ	-	Tensão mecânica
σ_{A_f}	-	Tensão final de transformação de austenita
σ_{f_s}	-	Tensão inicial da região de transformação direita
σ_{A_s}	-	Tensão de início de transformação de austenita
σ_{f_f}	-	Tensão final da região de transformação direita

- σ_f - Tensão crítica final de alinhamento das variantes martensíticas
- σ_s - Tensão de início de alinhamento das variantes martensíticas
- $\bar{\sigma}$ - Tensão efetiva
- σ_{M_f} - Tensão final de transformação
- σ_{r_s} - Tensão inicial da região de transformação inversa
- σ_{M_s} - Tensão de início de transformação de martensita
- σ_{r_f} - Tensão final da região de transformação inversa
- τ' - Direção tangente ao caminho do carregamento
- $\dot{\phi}$ - Velocidade de rotação

Lista de Siglas

- LMF - Liga com memória de forma.

SUMÁRIO

	Página
1	INTRODUÇÃO 18
1.1	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO 19
1.2	OBJETIVOS 20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 21
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAS 21
2.2	LMF APLICADA EM CONTROLE DE VIBRAÇÃO 21
3	LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA 26
3.1	PROPRIEDADES DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA 26
3.2	EFEITO MEMÓRIA DE FORMA 28
3.3	PSEUDOELASTICIDADE 29
3.4	APLICAÇÕES DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA 30
3.4.1	Aplicações Biomédicas 30
3.4.2	Aplicações Aeroespaciais 31
4	MODELOS CONSTITUTIVOS DE LIGA COM MEMÓRIA DE FORMA 33
4.1	MODELOS CONSTITUTIVOS 33
4.1.1	Modelo de Tanaka e de Boyd e Lagoudas 33
4.1.2	Modelo de Liang e Rogers 35
4.1.3	Modelo de Brinson 36
5	ROTOR FLEXÍVEL COM FIOS DE LMF 43

5.1	MODELAGEM DO ROTOR	43
5.2	SUSPENSÃO DO MANCAL POR FIOS DE LMF	45
6	CONTROLE DE VIBRAÇÕES COM FIOS DE LMF	49
6.1	MODELO DO ROTOR	49
6.2	PARÂMETROS DO SISTEMA	50
6.3	TEMPERATURA CONSTANTE NOS FIOS DE LMF	52
6.4	CONTROLE DE TEMPERATURA NOS FIOS DE LMF	61
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
	REFERÊNCIAS	70
	Apêndice A – Modelagem Matemática de Rotores Flexíveis	73
A.1	MODELO DO ROTOR	73
A.2	DISCO	74
A.3	O EIXO	77
A.3.1	Energia cinética do eixo	77
A.3.2	Energia de deformação do eixo sob flexão	78
A.3.3	Energia de deformação do eixo devido a uma força axial	80
A.3.4	Energia de deformação total do eixo	80
A.4	O MANCAL	85
A.5	FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO	86
	Apêndice B – Comportamento do Rotor para Diferentes Temperaturas nos Fios de LMF	88

1 INTRODUÇÃO

O problema das vibrações mecânicas indesejáveis inevitavelmente ocorre nas mais diversas aplicações de máquinas rotativas. A presença de perturbações indesejáveis pode ocasionar grandes níveis de vibrações, especialmente na passagem pelas velocidades críticas, diminuir o tempo de vida dos rotores, produzindo desgaste prematuro e emissão excessiva de ruídos e, por fim, causar falhas por fadiga em algum de seus componentes (ALVES, 2015).

Tradicionalmente, uma máquina rotativa pode passar rapidamente e com segurança por sua velocidade crítica ao aumentar consideravelmente sua velocidade de rotação. Porém, esse método é geralmente ineficaz, principalmente nos casos onde a máquina não possui alta potência requerida. Para garantir um bom funcionamento, mesmo na presença de vibrações, o estudo e o desenvolvimento de abordagens mais inovadoras, como aquelas que utilizam materiais inteligentes, estão se tornando cada vez mais promissoras.

O problema do amortecimento dos níveis de vibrações é indiscutivelmente um dos temas mais importantes da área de dinâmica de rotores flexíveis e a literatura é rica em propostas de solução para esta questão. Neste sentido, as soluções empregadas se diferenciam ou pela natureza das forças de amortecimento aplicadas ou pelo modo de operação dos controladores, podendo ser ativos, passivos ou semi-ativos (SIMÕES et al., 2006). Para os controladores ativos, há a necessidade de fornecimento de energia externa ao sistema. Em relação aos controladores passivos, não há a necessidade de introduzir energia externa ao sistema e para cumprir tal tarefa, é necessária a incorporação de dispositivos passivos que alteram a rigidez e o amortecimento do sistema mecânico rotativo. Já os sistemas semi-ativos utilizam pouca energia externa para ativação dos elementos de atuação. É o caso das molas helicoidais com memória de forma que possuem a capacidade de alterar, reversivelmente, suas propriedades (rigidez e amortecimento) por meio da aplicação de uma corrente elétrica controlável (AQUINO, 2011).

Um método que vem sendo estudado pelos pesquisadores é a capacidade de controlar a rigidez e amortecimento do sistema utilizando materiais inteligentes. Tais materiais possuem a capacidade de alterar suas características mecânicas, tais como rigidez e amortecimento, quando submetidos a um determinado estímulo como: variação de temperatura, tensão mecânica ou campo elétrico aplicado. Pesquisas mais recentes com materiais

inteligentes (HE et al., 2007; AQUINO, 2011; ALVES et al., 2015; ENEMARK et al., 2015) mostram que as ligas de memória de forma são vistas como substitutos potenciais aos dispositivos mecânicos presentes nos mancais de sistemas rotativos.

Como dito, as LMFs possui a habilidade de recuperar a sua forma original quando aquecidas à uma determinada temperatura. Durante a recuperação de sua forma, uma histerese é formada e como consequência energias podem ser absorvidas e dissipadas. Histereses também surgem quando as LMFs são sujeitas à carregamentos cíclicos. Essas características fazem com que as LMFs sejam utilizadas como elementos em atenuadores de vibrações. (LAGOUDAS, 2008)

Nota-se uma abordagem sistêmica sobre todos os processos utilizados para esse trabalho. Inicialmente é visto um breve detalhamento do modelo constitutivo, evidenciando suas fases e fenômenos. Posteriormente é realizado a abordagem matemática e equacionamento dos fios inseridos no rotor. Por fim, é exibida todos os parâmetros, números de nós, detalhes do rotor para realizar a simulação numérica desejada.

1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esse trabalho é dividido em 6 capítulos. No capítulo 2, é realizado uma abordagem sobre a evolução na utilização de ligas com memória de forma em máquinas rotativas, onde se vê a possibilidade de amenização e controle de vibrações nos mais diferentes modelos e situações.

No capítulo 3 é discutido os principais fenômenos vivenciados pelas ligas com memória de forma quando sujeitas a estímulos termomecânicos. Suas propriedades, caminhos de transformação, temperaturas características são alguns dos itens apresentados. Além disso, pode ser verificado a importância em utilizar esses materiais, visto que estão sujeitos a diversas aplicações na engenharia e ciência.

No capítulo 4 é analisado a evolução de modelos constitutivos para ligas com memória de forma, estando divididos em relação a sua estrutura e complexidade. Somado a isso, pode ser notado o caminho e cinética de transformação do modelo adotado.

No capítulo 5 é realizada a modelagem matemática com elementos finitos para rotores, mostrando como a equação pode ser definida e discretizada. Além disso, evidencia-se o modelo matemático das ligas inseridas no rotor.

No capítulo 6 é realizado toda a abordagem computacional, verificando para dife-

rentes situações (modelo com temperatura constante e temperatura variável) respostas e possíveis comparações.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar uma proposta teórica de um controlador semi-ativo de temperatura em fios de liga com memória, cuja finalidade é promover o amortecimento das vibrações laterais presentes em rotores flexíveis. O controle proposto tem como meta possibilitar a passagem do sistema rotativo pelas velocidades críticas, com segurança.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAS

No presente capítulo é apresentado uma revisão bibliográfica visando o controle de vibração em estruturas e máquinas rotativas. Pode-se ainda verificar a inclusão das ligas com memória de forma, em suas variadas formas, na amenização de vibrações especialmente em rotores.

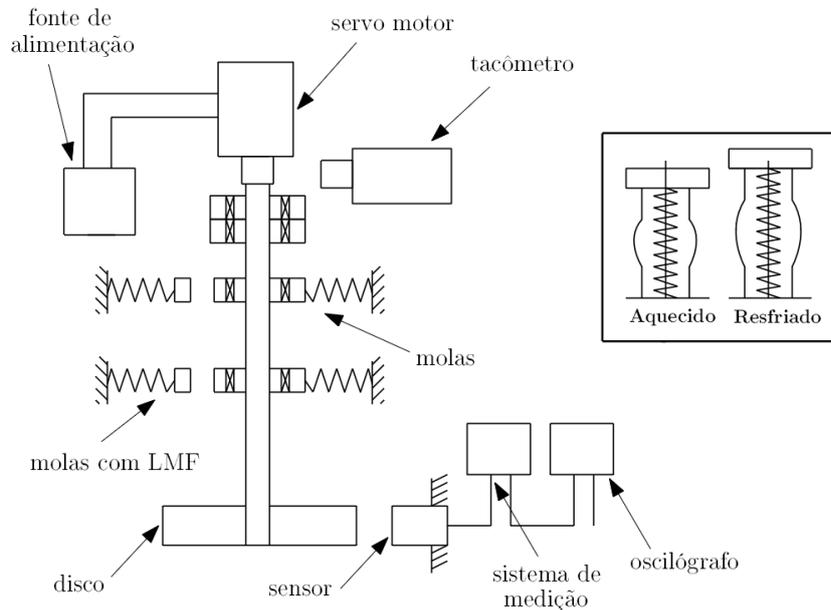
2.2 LMF APLICADA EM CONTROLE DE VIBRAÇÃO

Rotores podem ser encontrados nas mais diversas áreas industriais sendo notado algo comum: geralmente são suportados por mancais. Torna-se interessante que o rotor apresente baixa perda de energia (baixo atrito), alto coeficiente de amortecimento e capacidade de suportar altas cargas. Entretanto, observa-se que modelos tradicionais de rotores suportados por mancais apresentam uma limitação desses fatores, fazendo com que as LMFs se tornem uma técnica promissora. (ENEMARK, 2015)

Há inúmeros estudos e publicações científicas sobre aplicação de ligas com memória de forma para o acionamento ou atenuação de vibrações em estruturas mecânicas. Entretanto, a utilização dessa classe de material em máquinas rotativas ainda é pouco explorada. Assim, uma revisão bibliográfica acerca desse assunto foi realizada.

As ligas com memória de forma (LMF) são uma classe de materiais metálicos, que sob estímulos termomecânicos (temperatura e tensão mecânica), apresentam características singulares. O efeito memória de forma e a pseudoelasticidade são os dois principais fenômenos presentes nessas ligas. No efeito memória de forma, essas ligas são capazes de retornarem à sua forma inicial após sofrerem aquecimento a uma determinada temperatura. Durante a recuperação de sua forma, uma histerese é formada e conseqüentemente a energia disponível pode ser dissipada. O fenômeno da histerese também surge quando as LMFs são sujeitas à carregamentos cíclicos. Tal característica faz com que as LMFs sejam utilizadas principalmente como elementos atenuadores de vibrações (LAGOUDAS, 2008). No efeito pseudoelástico, nota-se a capacidade de realização de grandes deformações recuperáveis no material, por meio de aplicação de um carregamento mecânico.

Figura 1- Ensaio experimental realizado: a) geometria do sistema b) atuação por molas de LMFs.



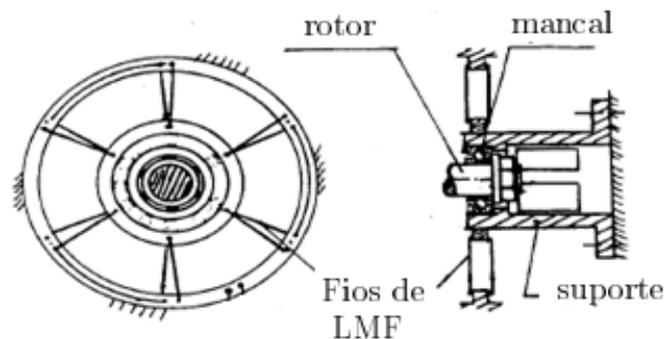
Fonte: Adaptado de Nayaga et al. (1987).

Nayaga et al. (1987) propuseram um controlador ativo para minimizar as vibrações decorrentes da passagem nas velocidades críticas de um eixo rotativo utilizando um suporte de mancal com molas de LMF atuando em conjunto com molas de aço convencionais. O princípio de funcionamento do controlador é baseado na alteração da rigidez com a temperatura, sendo que no aquecimento há o encurtamento das molas, aumentando sua rigidez, e no resfriamento provoca-se o efeito inverso, diminuindo a rigidez do sistema. A Fig. 1 mostra a configuração final do experimento realizado.

Lees et al. (2007) avaliaram experimentalmente um controlador de rigidez de um pedestal de mancal por uma série de fios de LMF, dispostos em forma de bobina. O controle da temperatura foi realizado pela injeção de corrente elétrica nos fios de tal forma que o aquecimento provoca um aumento de rigidez e o resfriamento a sua diminuição. Por fim, os resultados teóricos simulados foram confrontados com os experimentais, especialmente durante o regime transiente para verificar a influência do aquecimento e resfriamento dos fios de LMF no comportamento dinâmico do sistema mecânico.

Zhu et al. (2009) realizaram experimentalmente o controle de vibrações de um rotor flexível utilizando o método de análise estatística multivariada. Um modelo não linear de histerese foi utilizado a fim de interpretar a curva de carga e descarga da LMF. O método de regressão múltipla foi aplicado com a finalidade de encontrar uma relação entre a tensão, deformação e temperatura. Realizou-se um controle ativo do tipo PID a fim de descrever a curva de tensão-deformação em diferentes temperaturas, além de verificar a região de temperatura em que o controle de vibração é mais eficiente. A Fig. 2 apresenta o sistema contendo: o rotor, suporte flexível e fios de LMF cuja função principal é variar a rigidez do sistema.

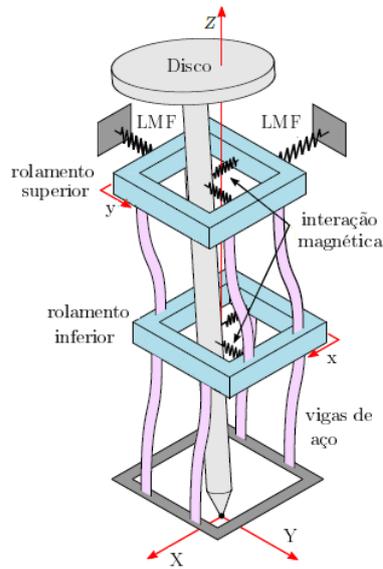
Figura 2- Esquematização experimental de um rotor flexível com molas LMF.



Fonte: Adaptado de Zhu et al. (2009).

Enemark et al. (2015) realizaram uma investigação experimental acerca da aplicação de molas helicoidais de LMF, em diferentes temperaturas, a fim de avaliar o comportamento dinâmico de um rotor flexível (veja Fig. 3). Os resultados experimentais mostraram que as mudanças na rigidez e o comportamento histerético das molas de LMF alteram substancialmente a dinâmica do sistema, tanto em termos de velocidade crítica quanto das formas modais de vibração.

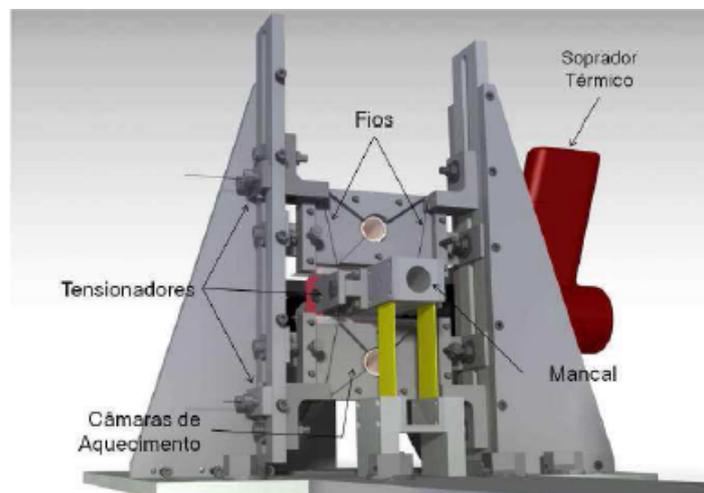
Figura 3- Esquemática experimental de uma suspensão de mancal.



Fonte: Adaptado de Enemark et al. (2015).

Alves (2015) propôs um controle semi-ativo de vibrações em rotores flexíveis usando fios de LMF. O rotor em questão foi apoiado sobre dois mancais com bases flexíveis e suspenso por fios de LMF. O controle de vibrações foi realizado pelo tracionamento dos fios em ambos os lados do mancal de base flexível, funcionando como um amortecedor. Com isso, a pré-tensão gerada é obtida a fim de que haja um ângulo entre o fio e a vertical, fazendo com que as forças exercidas pelos fios sejam decompostas em um plano e as atuantes estejam na direção horizontal. A suspensão do mancal foi encapsulada por uma câmara de aquecimento que visa controlar a temperatura dos fios de LMF. A representação da suspensão do mancal por fios pode ser visto na Fig. 4.

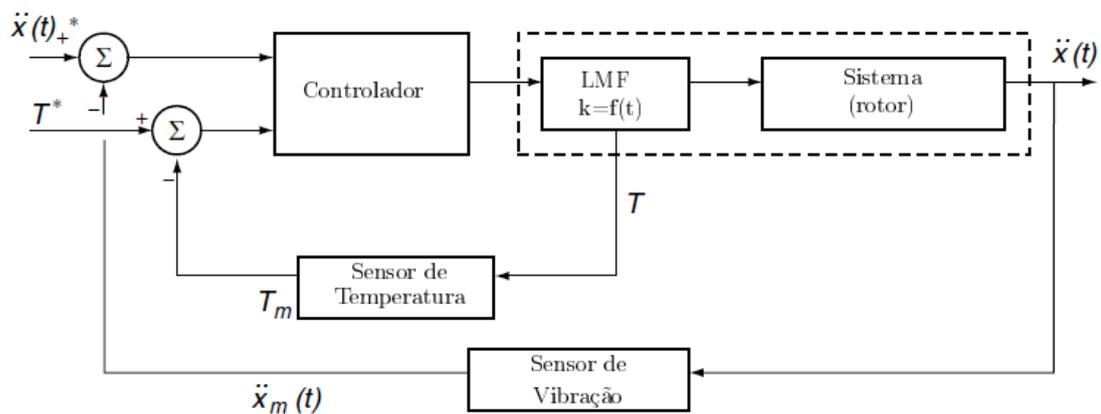
Figura 4- Suspensão do mancal por fios.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

Borges et al. (2016) apresentaram um estudo sobre o controle de vibrações em um rotor com molas de LMF presentes nos mancais. Neste estudo, foi utilizado um controlador do tipo *Fuzzy* para modificar a temperatura das molas de LMF através da alteração da corrente elétrica aplicada. Além disso, jatos de ar foram utilizados para resfriar as molas de maneira eficiente. A representação esquemática do sistema de controle utilizado pode ser visto na Fig. 5. Quando o sistema de controle foi aplicado durante a passagem do rotor pela região de ressonância, houve uma atenuação na ordem de 60% nas amplitudes de vibração do sistema rotativo.

Figura 5- Representação do sistema de controle utilizado.



Fonte: Adaptado de Borges et al. (2016).

3 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

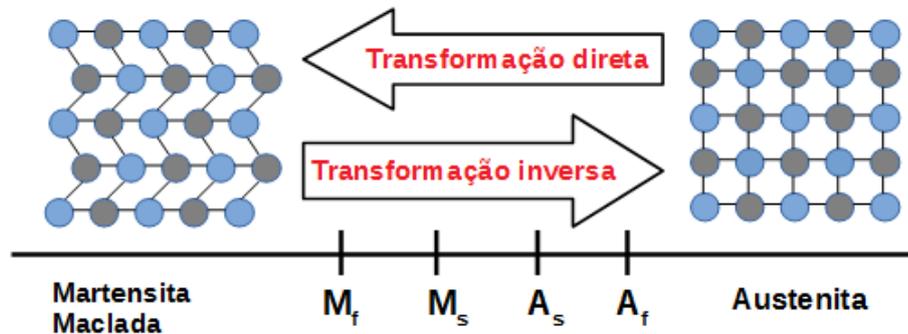
Neste capítulo serão apresentadas as principais características das ligas com memória de forma e algumas de suas principais aplicações comerciais e industriais.

3.1 PROPRIEDADES DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

As ligas com memória de forma (LMFs) são uma classe de ligas metálicas que conseguem recuperar sua forma e dimensão original quando sujeitos a ciclo térmicos ou tensão mecânica apropriados. Basicamente, esse material pode existir em duas fases bem distintas: martensita e austenita, com três tipos de estruturas cristalinas: martensita maclada, martensita não maclada e austenita. A martensita é a fase que na ausência de tensão, é estável a baixas temperaturas, sendo facilmente deformável. Quando é induzida por temperatura, é chamada de martensita maclada e apresenta 24 tipos de orientações cristalográficas, denominadas variantes. Por outro lado, na presença de tensão mecânica, essas 24 variantes iniciais serão reorientadas de acordo com a solicitação aplicada, formando uma única variante, chamada de martensita não maclada (YOO et al., 2015). A austenita é a fase mais organizada e estável a altas temperaturas possuindo uma única variante. Como visto, as transformações de uma fase para a outra pode ser analisado, através da variação das propriedades físicas ou mecânicas (SAVI; PAIVA, 2005).

As transformações de uma fase para a outra pode seguir dois caminhos distintos, sendo denominados: transformação direta e transformação inversa. Para o primeiro caso, vê-se a transformação da fase austenita para a martensita, onde ocorre dentro de uma determinada faixa de temperatura que varia de acordo com os componentes da liga, enquanto para o segundo caso, vê-se o caminho inverso, iniciando na martensita para a austenita. Torna-se importante notar que há quatro pontos que são correspondentes a todas as ligas, independente de sua composição. Para a transformação direta, M_s e M_f serão as temperaturas onde a fase martensítica se inicia e termina, respectivamente. Já no caso da transformação inversa, o processo se direciona da fase martensita para a austenita e suas temperaturas envolvidas serão A_s e A_f , sendo designadas por serem as temperaturas do início e término da transformação austenítica, respectivamente. Através da Fig. 6 é possível notar esses processos.

Figura 6- Transformação de fase de LMF induzida pela temperatura na ausência de carregamento mecânico.

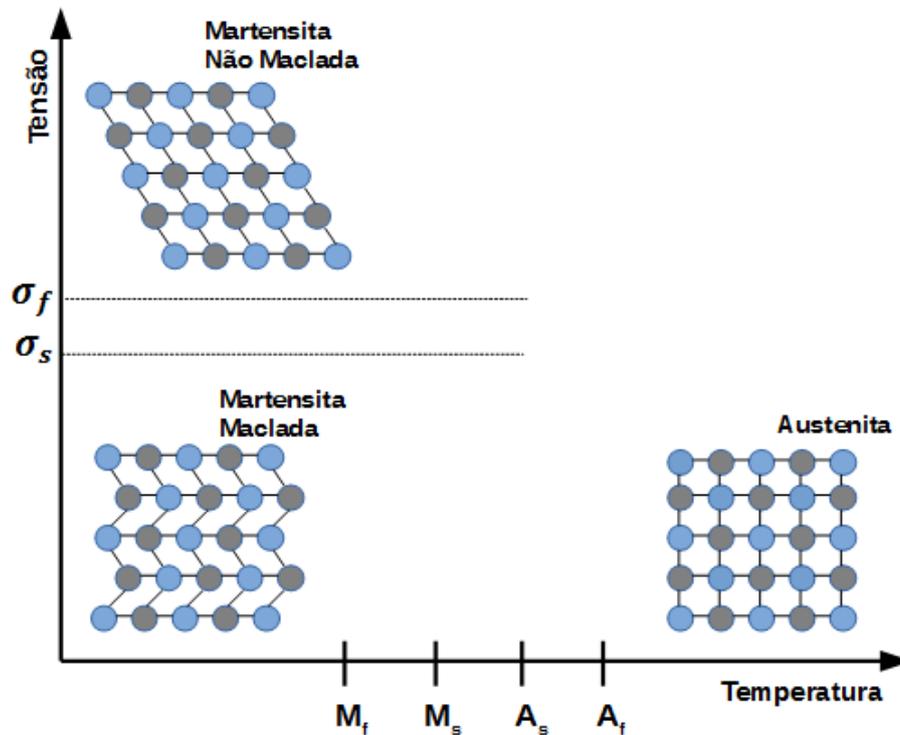


Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

Se uma tensão mecânica axial é aplicada ao material na fase da martensita maclada (à baixa temperatura) é possível que haja a reorientação das variáveis resultando em apenas uma, conseqüentemente a martensita não maclada será exibida. Haverá uma mudança macroscópica, onde a configuração poderá ser restaurada no descarregamento. É importante destacar que para haver essa transformação, são necessárias duas tensões mecânicas: σ_s e σ_f , sendo que σ_s se relaciona ao mínimo de tensão necessária para iniciar a formação de martensita não maclada, enquanto que σ_f para a transformação completa. Um subseqüente aquecimento acima da temperatura A_f resultará numa transformação de fase para a austenita, a partir da martensita não maclada. Por fim, resfriando abaixo da temperatura M_f , a martensita maclada será restaurada. Assim, como visto na Fig. 7, é possível verificar a transformação de fase passando pelas três estruturas cristalinas, através da indução termomecânica.

As características e fenômenos que aparecem nas LMFs estão associados as suas fases e conseqüentemente as suas transformações. A seguir serão descritos os principais fenômenos decorrentes da aplicação de estímulos termomecânicos em ligas com memória de forma, verificando a combinação dessas propriedades com as transformações de fases.

Figura 7- Transformação de fase de LMF induzida por tensão e temperatura.

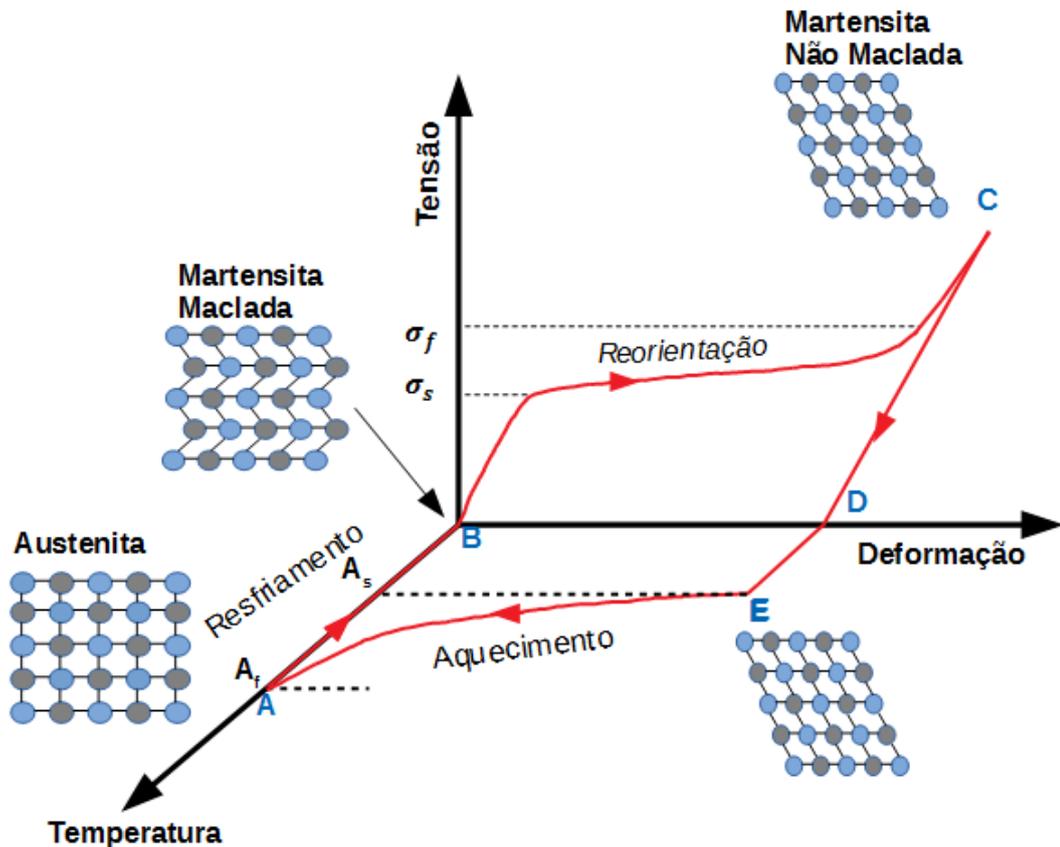


Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

3.2 EFEITO MEMÓRIA DE FORMA

A Fig. 8 apresenta o diagrama tensão-deformação-temperatura de uma liga com memória de forma. Inicia-se no ponto *A* na fase austenita, onde através do resfriamento da liga, com ausência de tensão aplicada, a martensita maclada será exibida, caracterizada pelo ponto *B*. Quando a martensita maclada é submetida a uma tensão mecânica que exceda a tensão do início da transformação da martensita não maclada (σ_s), vê-se a reorientação de um certo número de variantes. Na tensão σ_f , o processo de reorientação de variáveis é finalizado e com isso a fase de martensita não maclada é totalmente exibida. O final do processo de transformação (σ_f) é marcado por uma mudança na inclinação da curva durante o carregamento, onde a partir daí qualquer sollicitação adicional acarretará numa deformação elástica, atingindo o ponto *C*. O material então é descarregado até o ponto *D* sem que haja mudança de fase. Nesse ponto do processo, vemos que a liga apresenta uma deformação residual. Assim, aquecendo o material, na ausência de tensão, a transformação inversa se inicia quando a temperatura atinge A_s ou o ponto *E*, e estará completa em A_f . Neste ponto, a liga apresentará apenas a fase austenítica e a forma original será recuperada (LAGOUDAS, 2008).

Figura 8- Efeito com memória de forma em um gráfico tensão-deformação-temperatura para LMF.



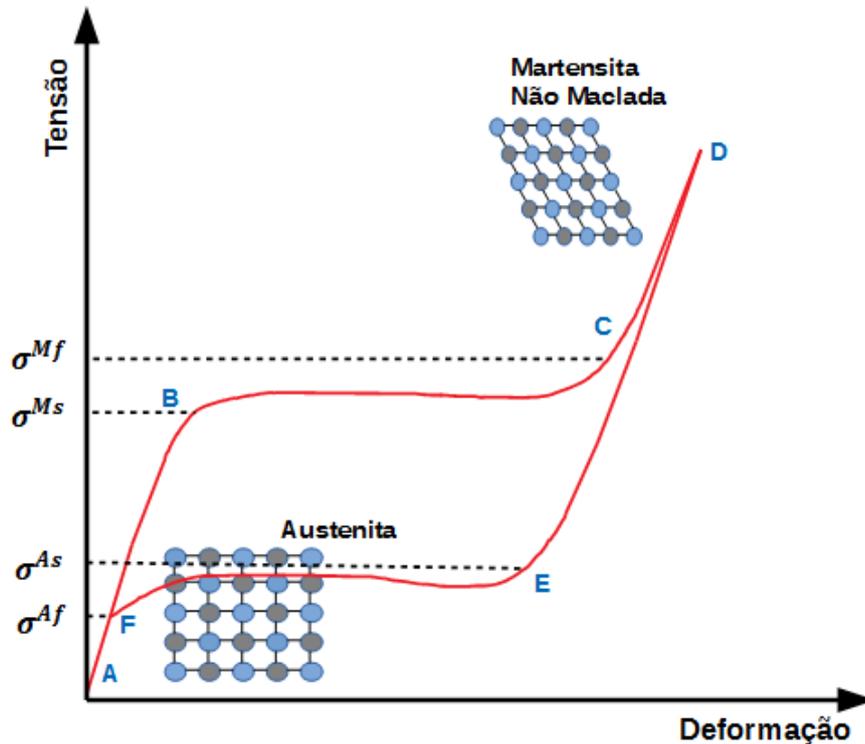
Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

3.3 PSEUDOELASTICIDADE

Torna-se importante destacar que a temperatura se apresenta acima da T_f . Assim a pseudoelasticidade da LMF pode ser explicada através da curva de tensão-deformação, visto pela Fig. 9. Inicialmente, um carregamento mecânico ocasiona uma resposta elástica até que um valor crítico de tensão seja alcançado (σ^{M_s}) em relação ao ponto B. Essa tensão representa o início da transformação de austenita para martensita não maclada. Observa-se ainda que a transformação induzida pela tensão é acompanhada por grande deformação inelástica. Para valores de tensão acima σ^{M_f} , no ponto C, toda a estrutura cristalina da amostra é exibida em martensita não maclada. Essa transformação é completada no momento da mudança de inclinação da curva tensão-deformação (ponto D). Caso haja um aumento da tensão a partir deste ponto, a LMF apresenta uma resposta linear. Assim, o material é descarregado, o nível de tensão mecânica a qual o material inicia e completa sua transformação reversa será indicado por σ^{A_s} (ponto E) e σ^{A_f} (ponto F), respectivamente. Quando o material se encontra em um estado livre de tensões, a sua

estrutura se encontra na fase austenita e o material recupera a deformação (ponto *A*). Essa relação de transformação direta e inversa durante o ciclo pseudoelástico completo resultará no laço de histerese, o que está associado a energia dissipada ou absorvida durante o ciclo de transformação (LAGOUDAS, 2008).

Figura 9- Ciclo de carregamento pseudoelástico para LMF.



Fonte: Adaptado de Lagoudas (2008).

3.4 APLICAÇÕES DAS LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

As LMFs estão disponíveis em inúmeras aplicações, devido as suas propriedades mecânicas combinadas aos seus efeitos de memória de forma e pseudoelasticidade. Assim, as LMFs vêm atraindo grande interesse tecnológico principalmente nas áreas aeroespacial (MABE et al., 2006; ABREU et al., 2015), biomédica (HAGA et al., 2005) entre outros (LAGOUDAS, 2008), se destacando também no controle de vibrações (SILVA, 2017).

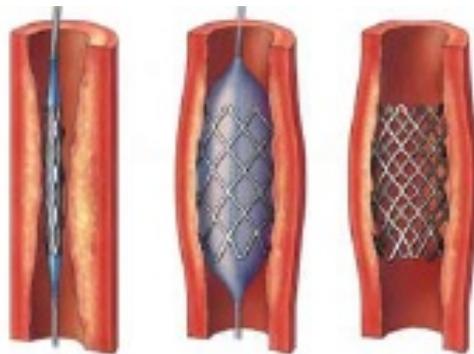
3.4.1 Aplicações Biomédicas

A inserção de ligas com memória de forma na área biomédica ocasionou grande interesse devido a esses materiais possuírem características propícias às necessidades até

então requeridas. Aparelhos médicos menores, menos invasivos, biocompatibilidade, interferência dinâmica, são algumas dessas peculiaridades que tornaram tão promissoras, como o desenvolvimento de *stents*, fios ortodônticos, pequenas ferramentas cirúrgicas e implantes. Dependendo da combinação dos elementos das ligas de LMFs e da geometria que as utilizam, podem-se notar altos índices de deformação para uma pequena carga aplicada (NACEUR et al., 2014).

O *stent* de LMF é uma estrutura utilizada para desobstruir um vaso arterial ou venoso, quando este apresenta obstrução parcial ou total. Antes de ser colocado no corpo humano, o *stent* deverá ser comprimido a uma temperatura suficientemente baixa para que a fase presente seja martensítica. Essa operação ocorrerá a fim de apresentar uma geometria menor e conseqüentemente menos invasiva. Após a introdução no vaso desejado e com o aquecimento da temperatura do corpo, esse material se expande e retorna à forma original, dilatando o vaso obstruído (NACEUR et al., 2014) (veja Fig. 10).

Figura 10- Exemplo de aplicação de um *stent* feito de LMF para desobstrução de um vaso arterial.

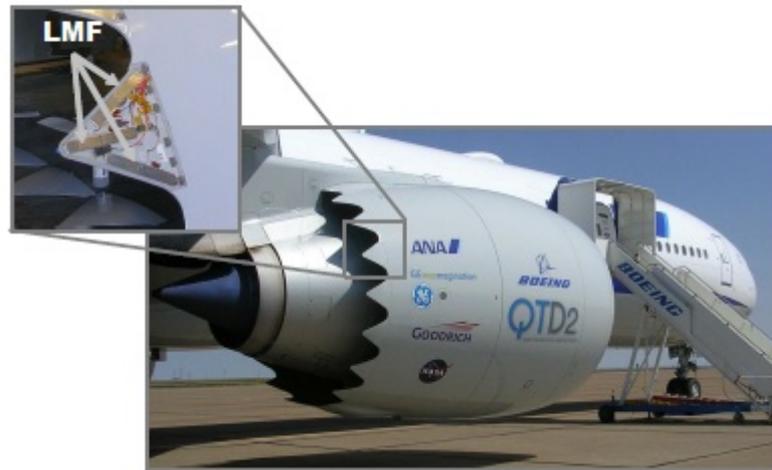


Fonte: Adaptado de Naceur et al. (2014).

3.4.2 Aplicações Aeroespaciais

O aumento expressivo do fluxo de aviões e a proximidade dos aeroportos com grandes centros urbanos criou um novo desafio a ser solucionado: controlar a vibração das partes do avião e conseqüentemente reduzir o ruído causado pelos mesmos. Uma solução para adequar esses ruídos aos níveis permissíveis é a utilização de LMFs. Basicamente são instalados *chevrans* com barras de LMFs nas saídas das turbinas para distribuir adequadamente o fluxo de gases de exaustão e reduzir o ruído gerado (veja Fig. 11).

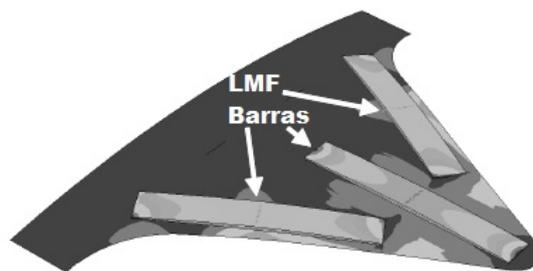
Figura 11- Instalação de *chevron* na saída da turbina.



Fonte: Adaptado de Hartl e Lagoudas (2007).

As barras de LMF curvam os *chevrons* sobre os fluxos de gases na combustão, durante o voo a baixa altitude/velocidade, aumentando a mistura de gases e assim reduzindo o ruído gerado. Quando a aeronave está em alta velocidade/altitude, as barras são resfriadas e retornam para a fase martensítica. Assim, a mudança de fase da estrutura de LMF, altera a forma dos *chevrons* de maneira adequada, fazendo com a vibração seja controlada. A Fig. 12 mostra um protótipo do *chevron* isolado (HARTL; LAGOUDAS, 2007).

Figura 12- Esquemática de *chevron* isolado.



Fonte: Adaptado de Hartl e Lagoudas (2007).

4 MODELOS CONSTITUTIVOS DE LIGA COM MEMÓRIA DE FORMA

Neste capítulo será apresentado diversos modelos matemáticos de LMF a fim de avaliar o comportamento das ligas, sendo estes modelos divididos em dois tipos de abordagem: microscópica e macroscópica. Alguns destes modelos constitutivos são descritos a seguir.

4.1 MODELOS CONSTITUTIVOS

4.1.1 Modelo de Tanaka e de Boyd e Lagoudas

O modelo de Tanaka e Nagaki (1982) foi originalmente desenvolvido para descrever problemas tridimensionais envolvendo o fenômeno de memória de forma, entretanto a sua implementação ficou restrita a problemas unidimensionais. Assim, a transformação de fase da austenita para martensita, é expressa por:

$$\xi = 1 - \exp[-a_M(M_s - T) - b_M\sigma] - \xi_0 \quad (1)$$

sendo a_M e b_M constantes do material, ξ a fração volumétrica da martensítico, T dado pela temperatura enquanto ξ_0 representa a fração volumétrica da martensita quando se inicia a transformação. O limite que determina o início da transformação de fase é dado por:

$$\sigma_{M_s} = \frac{a_M}{b_M(T - M_s)} \quad (2)$$

Uma vez que a transformação é regida por uma lei exponencial, a variável ξ tende assintoticamente para o valor unitário. Entretanto para contornar esse problema, considera-se que a transformação está completa em $\xi = 0.99$. A expressão que determina a tensão mecânica para o término da transformação é dada por:

$$\sigma_{M_f} \geq \frac{2 \ln(10)}{b_M} - \frac{a_M}{b_M}(M_s - T) \quad (3)$$

Analogamente, para a transformação de martensita para austenita, tem-se:

$$\xi = \xi_0 \exp[-a_A(T - A_s) - b_A \sigma] \quad (4)$$

sendo a_A e b_A constantes do material e ξ_0 a fração volumétrica de martensita quando se inicia a transformação. Esta equação se aplica a valores de tensões iguais a:

$$\sigma_{A_s} \leq \frac{a_A}{b_A(T - A_s)} \quad (5)$$

Idealmente, considerando o término da transformação em $\xi = 0.01$, a tensão mecânica é dada por:

$$\sigma_{A_f} \geq \frac{-2 \ln(10)}{b_A} - \frac{a_A}{b_A}(A_s - T) \quad (6)$$

O modelo de Boyd e Lagoudas (1996) apresenta modificações no modelo de Tanaka e Nagaki (1982) que permite o desenvolvimento para uma teoria tridimensional. A cinética de transformação é escrita de maneira similar, sendo a_M , b_M , a_A e b_A constantes e definidas de forma diferente. Para a transformação direta, tem-se:

$$\xi = 1 - \exp[-a_M(M_s - T) - b_M \bar{\sigma}] - \xi_0 \quad (7)$$

onde $\bar{\sigma} = [\frac{3}{2} \sigma : \sigma]^{\frac{1}{2}}$ representa a tensão efetiva. Além disso, as constantes são denotadas por:

$$a_M = \frac{2 \ln(10)}{M_s - M_f} \quad e \quad b_M = \frac{a_M}{c_M} \quad (8)$$

sendo c_M uma constante. Para a transformação inversa:

$$\xi = \xi_0 \exp[-a_A(T - A_s) - b_A \bar{\sigma}] \quad (9)$$

onde:

$$a_A = \frac{-2 \ln(10)}{A_s - A_f} \quad e \quad b_A = \frac{a_A}{c_A} \quad (10)$$

sendo c_A também uma constante.

4.1.2 Modelo de Liang e Rogers

O modelo de Liang e Rogers (1990) considera uma lei de transformação envolvendo cossenos. A lei de transformação da austenita para a martensita (transformação direta) é expressa por:

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \cos\left[a_M\left(T - A_f - \frac{\sigma}{C_M}\right)\right] + \frac{1 - \xi_0}{2} \quad (11)$$

que ocorre para:

$$C_M(T - M_s) < \sigma < C_M(T - M_f) \quad (12)$$

sendo C_M o coeficiente de influência da tensão nas temperaturas de transformação para a martensita, T é a temperatura da liga, A_s é a temperatura de início de transformação para austenita e σ é a tensão normal na LMF. Já para a transformação de martensita para austenita (transformação inversa), tem-se:

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \left\{ \cos\left[a_A\left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A}\right)\right] + 1 \right\} \quad (13)$$

sendo possível ocorrer quando:

$$C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s) \quad (14)$$

Analogamente, C_A corresponde ao coeficiente de influência da tensão mecânica nas temperaturas de transformação para a austenita. Por fim, os coeficientes a_M e a_A serão dados por:

$$a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \quad (15)$$

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s} \quad (16)$$

4.1.3 Modelo de Brinson

Assim como no modelo de Liang e Rogers (1990), o modelo de Brinson (1993) utiliza expressões cossenoidais. Entretanto esse apresentou uma inovação frente aos demais, separando a fração martensítica em duas partes: a primeira caracterizada por ser induzida por tensão mecânica (ξ_S) e a segunda, induzida por temperatura (ξ_T), de forma que:

$$\xi = \xi_S + \xi_T \quad (17)$$

A partir da consideração dessas novas variáveis, a equação constitutiva é reescrita da seguinte forma:

$$\sigma = E(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_L \xi_S) \quad (18)$$

sendo σ a tensão; $E(\xi)$ é o módulo de elasticidade; ε é a deformação atual; ε_L é a deformação residual máxima; ξ_S é a fração volumétrica da martensita não maclada. Somado a isso Brinson (1993), estabelece uma relação linear envolvendo os módulos de elasticidade do material, correspondente às fases austenítica E_A e martensítica E_M :

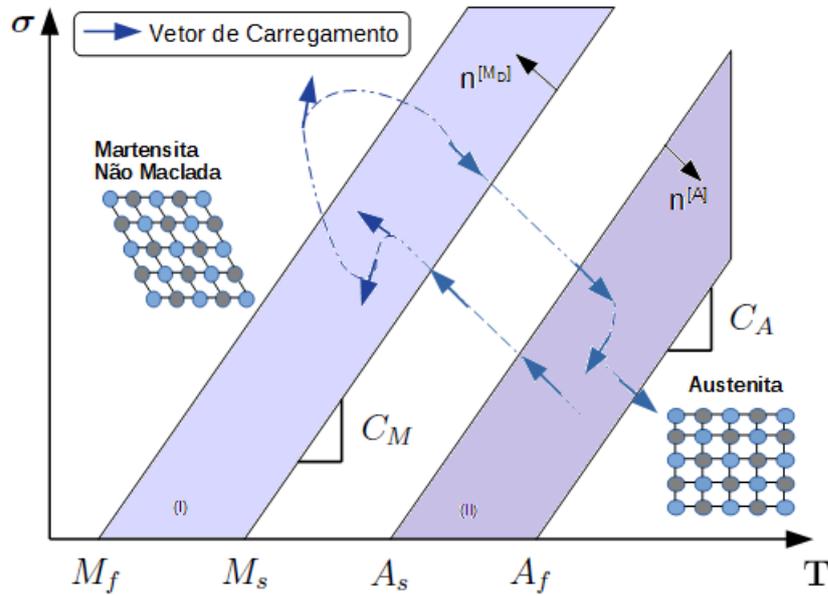
$$E(T, \sigma) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (19)$$

$$\varepsilon(T, \sigma) = \frac{\sigma}{E(T, \sigma)} + \varepsilon_L[\xi(T, \sigma)] \quad (20)$$

O Diagrama de Fases

A Fig. 13 estabelece os critérios para demarcar as regiões de estabilidade de fase e regiões de transformação.

Figura 13- Diagrama de Fases: Tensão vs Temperatura.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

Essas regiões são divididas em estabilidade para a austenita e martensita não maclada, sendo respectivamente expressas por:

$$T \geq A_s; \quad \sigma \leq C_A(T - A_s); \quad \xi = \xi_S = 0; \quad (21)$$

$$T \geq M_f; \quad \sigma \leq C_M(T - M_f); \quad \xi = \xi_S = 1; \quad (22)$$

Na região de transformação, existem dois caminhos a serem percorridos, sendo um para a transformação direta ($A \rightarrow M_D$) e a outra para inversa ($M_D \rightarrow A$), definidas respectivamente como:

$$T \leq M_s \quad C_M(T - M_s) \leq \sigma \leq C_M(T - M_f) \quad (23)$$

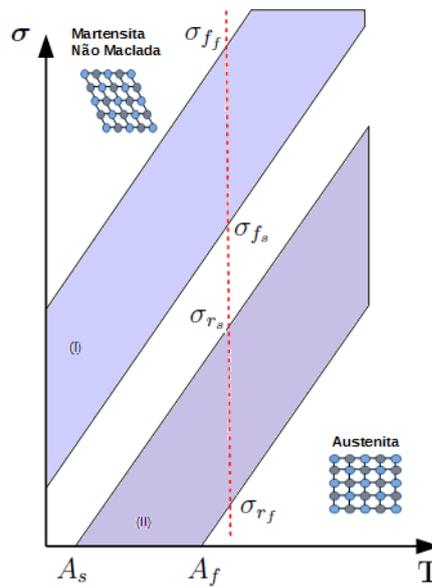
$$T \leq A_f \quad C_A(T - A_f) \leq \sigma \leq C_A(T - A_s) \quad (24)$$

Existem ainda dois vetores característicos $n^{[M_D]} = (-C_M, 1)^T$ e $n^{[A]} = (C_A, -1)^T$ que são normais às fronteiras das regiões (I) e (II), como podem ser observados na Fig.

13. Assim, para que a transformação realmente ocorra é necessário que a projeção do vetor de carregamento ($\tau' = (\dot{T}, \dot{\sigma})^T$) esteja em caminho positivo ou nulo com os vetores anteriormente citados (vetores paralelos). Além disso, nota-se que as regiões em branco, denominadas *Dead Zones*, são responsáveis por não ocorrer transformação.

Assim, as transformações vão ser delimitadas por valores característicos de tensão em suas fronteiras (veja Fig. 14).

Figura 14- Tensões na fronteira da região de transformação (I) direta e (II) inversa.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

Neste caso, $\sigma_{f_s} = C_M(T - M_s)$ representa a tensão inicial da região de transformação direta, $\sigma_{f_f} = C_M(T - M_f)$ a tensão final da região de transformação direta, $\sigma_{r_s} = C_A(T - A_s)$ a tensão inicial da região de transformação inversa e $\sigma_{r_f} = C_A(T - A_f)$ a tensão final da região de transformação inversa.

Assim, para avaliar a fração volumétrica de martensita, uma variável auxiliar é definida por k_f , expresso, respectivamente, para transformação direta e inversa, segundo as expressões:

$$k_f = \frac{\sigma - \sigma_{f_s}}{\sigma_{f_f} - \sigma_{f_s}} \quad (25)$$

$$k_r = \frac{\sigma - \sigma_{r_f}}{\sigma_{r_s} - \sigma_{r_f}} \quad (26)$$

Função de endurecimento

A função *hardening* ou endurecimento foi originalmente utilizada por Brinson (1993), podendo ser escrita na forma: $f(k) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\pi k)$. Posteriormente implementada por Lagoudas (2008), essas funções são dadas por:

$$h_{B(x)} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1}(1 - 2y) \quad (27)$$

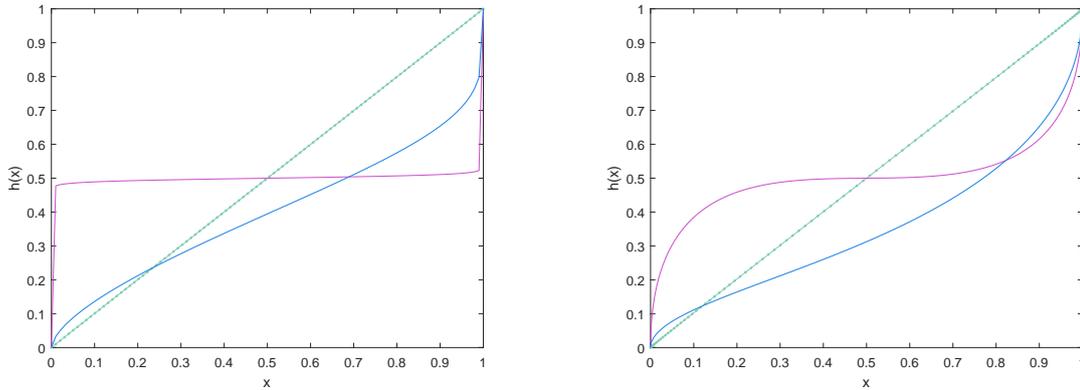
$$h_{L(x)} = \frac{1}{2}(1 + x^{n_a} - (1 - x)^{n_b}) \quad (28)$$

Entretanto, Enemark et al. (2015) propôs a utilização de uma função $f(k)$ baseada no modelo de Lagoudas (2008), tendo parâmetros responsáveis pelo controle da curvatura. Esse controle é realizado utilizando-se a curva de *Bézier* que é formada por quatro pontos principais: $p_1 = (0, 0)$, $p_2 = (\delta, n_a)$, $p_3 = (1 - \delta, 1 - n_b)$ e $p_4 = (1, 1)$. O valor para tornar a função válida deve ser $\delta \ll 1$, ou ainda ser nulo, como no caso do modelo de Brinson (1993). A representação das equações gerais são dadas por:

$$\begin{cases} H_x(t) \\ H_y(t) \end{cases} = \begin{cases} -2(1 - 3\delta)t^3 + 3(1 - 3\delta)t^2 + 3\delta t \\ (3n_a + 3n_b - 2)t^3 + 3(1 - 2n_a - n_b)t^2 + 3n_a t \end{cases}, t \in [0, 1] \quad (29)$$

Torna-se importante destacar que para a utilização da curva de *Bézier*, por definição, o intervalo válido é $(0, 1)$. Constantes dadas por n_a e n_b são utilizadas, onde para cada caminho de transformação, diferentes pares são utilizados para o controle da curvatura. Na transformação direta, vê-se a utilização de (n_1^f, n_2^f) e na inversa, nota-se (n_1^r, n_2^r) . Sua principal importância reside na suavização na transição da região pseudo-elástica com a região de transformação de fase.

Figura 15- Comparação entre as curvas a) Lagoudas e b) Enemark.



Fonte: Adaptado de Enemark (2015).

Para o controle da curva, mostrada na Fig. 15, são utilizados os pares $(0.99,0.99)$, $(0.01,0.01)$ e $(0.6,0.2)$. Assim, torna-se interessante verificar que a curva obedece os princípios de Lagoudas (2008), podendo ser observados contornos mais suaves em suas transições. A fim de realizar a implementação, Enemark et al. (2015) sugerem a utilização de valores ótimos para a curva de *Bézier*, mostrados na Tab. 1 abaixo:

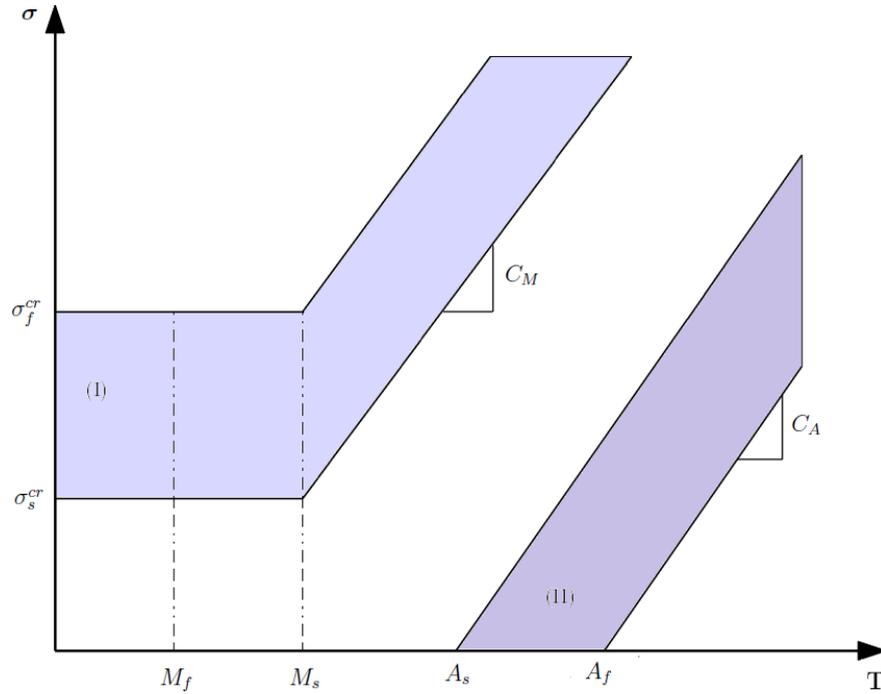
Tabela 1- Parâmetros de controle para a curva de *Bézier*, segundo Enemark et al. (2015).

n_1^f	n_2^f	n_1^r	n_2^r
0.737	0.999	0.580	0.998

Cinética de Transformação

Por fim, a cinética de transformação é dada através das equações envolvendo cossenos que descrevem a evolução da martensita. As três regiões que serão detalhadas matematicamente abaixo podem ainda ser notadas pela Fig. 16.

Figura 16- Regiões para a modelagem de Brinson.



Fonte: Adaptado de Brinson (1993).

A transformação direta e inversa serão expressas por:

- Transformação para martensita não maclada

Se $T > M_s$ e $\sigma_s^{CRIT} + C_M(T - M_s) < \sigma < \sigma_f^{CRIT} + C_M(T - M_s)$:

$$\xi_S = \frac{1 - \xi_{S0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} [\sigma - \sigma_f^{CRIT} - C_M(T - M_s)] \right\} + \frac{1 + \xi_{S0}}{2} \quad (30)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{S0}} \xi_S - \xi_{S0} \quad (31)$$

Se $T < M_s$ e $\sigma_s^{CRIT} < \sigma < \sigma_f^{CRIT}$

$$\xi_S = \frac{1 - \xi_{S0}}{2} \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{CRIT} - \sigma_f^{CRIT}} (\sigma - \sigma_f^{CRIT}) \right] + \frac{1 + \xi_{S0}}{2} \quad (32)$$

$$\xi_T = \xi_{T0} - \frac{\xi_{T0}}{1 - \xi_{S0}} (\xi_S - \xi_{S0}) + \Delta_{T\xi} \quad (33)$$

onde:

$$\Delta_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{T0}}{2} \cos[a_M(T - M_f)] + 1 \quad \text{se } M_F < T < M_s \quad \text{e } T < T_0 \quad (34)$$

$\Delta_{T\xi} = 0$, para demais casos.

- Transformação para austenita

Para $T > A_s$ e $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$

$$\xi_S = \frac{\xi_{S0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (35)$$

$$\xi_T = \frac{\xi_{T0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (36)$$

de modo que a_M e a_A são similares ao definido em Liang e Rogers (1990), enquanto que ξ_{S0} e ξ_{T0} representam as frações volumétricas de martensitas induzidas por tensão e temperatura, respectivamente.

5 ROTOR FLEXÍVEL COM FIOS DE LMF

Nesta seção é realizada a modelagem matemática em elementos finitos de rotores flexíveis com a presença de fios de LMF localizados em um dos mancais do rotor.

5.1 MODELAGEM DO ROTOR

Os rotores flexíveis pertencem a uma classe de sistemas dinâmicos que apresentam componentes como: discos, eixos flexíveis e mancais. Tradicionalmente, as equações do movimento para o rotor podem ser obtidas aplicando-se as equações de Lagrange, Eq. 37, nas expressões disponíveis no Apêndice A, que fornecem as energias cinética e potencial dos elementos que o compõem.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_{cin}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T_{cin}}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F_i \quad (37)$$

sendo $1 \leq i \leq N$, N o número de graus de liberdade de um rotor; q_i é a i -ésima coordenada generalizada independente; F_i é o i -ésimo esforço generalizado; T_{cin} e U são as energias cinética e potencial, respectivamente.

Neste trabalho o disco é considerado como elemento rígido, o que implica na existência somente da energia cinética. No eixo flexível, há a composição da energia cinética e energia potencial. Já para os mancais, nota-se que além da rigidez e amortecimento, as inércias de acoplamento que os compõe devem ser incorporados ao rotor. Assim, pode-se representar a equação do movimento do sistema rotativo, em notação matricial, como sendo (ALVES, 2015):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [D_s + \dot{\phi}C]\{\dot{u}\} + [K_s + \ddot{\phi}K_2]\{u\} = F(t) \quad (38)$$

sendo

- $[M]$: Matriz de massa ou inércia do sistema.
- $[D_s]$: Matriz de amortecimento.
- $[C]$: Matriz giroscópica.

- $[K_s]$: Matriz de rigidez.
- $[K_2]$: Matriz de rigidez devido ao movimento transiente (variação da velocidade angular).
- $\dot{\phi}(t)$: Velocidade angular.
- $\ddot{\phi}(t)$: Aceleração angular.
- $\{u\}$: Vetor deslocamento.
- $\{\dot{u}\}$: Vetor velocidade.
- $\{\ddot{u}\}$: Vetor aceleração.
- $\{F(t)\}$: Vetor de forças atuantes no sistema devido a presença dos fios de LMF.

Vale ressaltar que $F(t)$ é o vetor de forças composto por: F_{LMF} que é a força externa devido a presença da liga e F_{out} , representada pela soma das forças externas atuantes (desbalanceamento e peso). Geralmente, sistemas representados pela Eq. 38 possuem inúmeros graus de liberdade. Assim, como passo inicial, transforma-se o sistema em um problema de primeira ordem através de $y = \{u \ \dot{u}\}^T$, ou seja:

$$\begin{bmatrix} 0 & M \\ M & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & D \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & G \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (39)$$

ou ainda:

$$\tilde{M}\dot{y} + \tilde{K}y + \omega\tilde{G}y = \tilde{F} \quad (40)$$

onde \tilde{M} , \tilde{K} , \tilde{G} e \tilde{F} são as matrizes de massa, rigidez, efeito giroscópico e forças aplicadas, respectivamente. Além disso, para realizar a implementação numérica, torna-se necessário converter o sistema de coordenadas físicas para modais:

$$V\Lambda V^{-1} = -\tilde{M}^{-1}\tilde{K} \quad (41)$$

onde Λ é a matriz diagonal, contendo os autovalores (pares complexos conjugados) e V é a matriz que contém os autovetores correspondentes. Neste sentido, é possível obter:

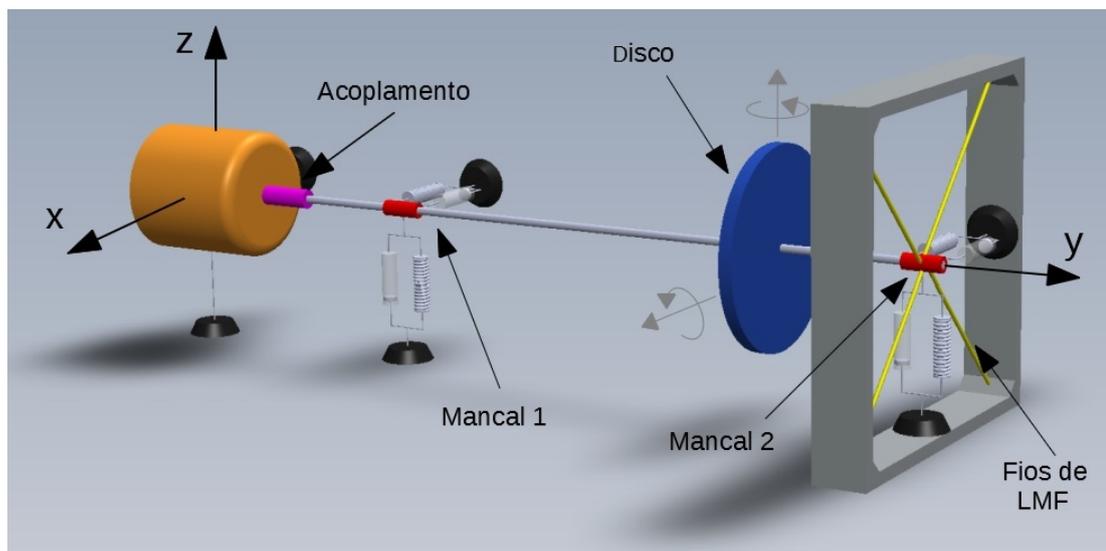
$$\dot{z} = \Lambda z - \omega(\tilde{M}V)^{-1}\tilde{G}Vz + (\tilde{M}V)^{-1}F \quad (42)$$

Para se recuperar as coordenadas originais do sistema físico, faz-se então $y = Vz$.

5.2 SUSPENSÃO DO MANCAL POR FIOS DE LMF

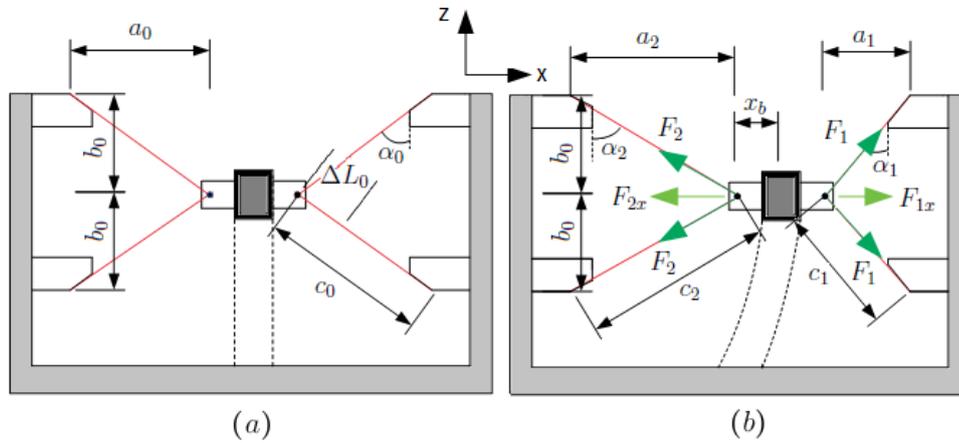
Os fios de LMF pré-tensionados são então introduzidos no mancal. Cabe salientar que as forças descritas abaixo atuam somente na direção horizontal, uma vez que a rigidez do mancal na vertical é cerca de quatro ordens de grandezas superior (ALVES, 2015). Assim, para que a atuação seja apenas na horizontal, fios de LMF são instalados em ambos os lados do mancal de tal forma que eles trabalhem sempre tracionados. Cabe ainda verificar que nessa conexão dos fios, haverá a formação de um ângulo entre o fio e a vertical, de modo que esse ângulo deverá ser pequeno suficiente para permitir que a LMF trabalhe de forma eficiente. Um ângulo muito grande iria fazer com que a rigidez do sistema aumentasse muito e conseqüentemente a transformação da liga seria dificultada, fazendo com que o fio de LMF não trabalhasse de forma desejada (ALVES, 2015). A Fig. 17 apresenta o modelo esquemático do rotor trabalhado. É importante notar que os fios estão inseridos no mancal 2, representados com a cor amarela. A Fig. 18 mostra como esses fios estão posicionados em relação ao mancal do rotor.

Figura 17- Esquemática de rotor em sua totalidade.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

Figura 18- Esquema de suspensão do mancal por fios: (a) rotor em repouso (pré-tensionado) e (b) rotor em operação.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

sendo:

- ΔL_0 : alongamento do fio na pré-tensão;
- x_b : deslocamento do mancal;
- $a_0 = x_p = c_0 \sin(\alpha_0)$: deslocamento relativo a geração da pré-tensão estática;
- $b_0 = L$: comprimento relaxado do fio (metade, devido à simetria);
- $c_0 = L + \Delta L_0$: comprimento do fio alongado para o rotor em repouso (pré-tensionado);
- $a_1 = x_p - x_b$: deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica do lado 1;
- c_1 : comprimento do fio alongado do lado 1 para o rotor em operação;
- $a_2 = x_p + x_b$: deslocamento relativo a pré-tensão dinâmica do lado 2;
- c_2 : comprimento do fio alongado do lado 2 para o rotor em operação;
- α_0 : ângulo entre o fio e a vertical para o rotor em repouso;
- α_1 : ângulo entre o fio e a vertical do lado 1 para o rotor em operação;
- α_2 : ângulo entre o fio e a vertical do lado 2 para o rotor em operação;

A deformação inicial ε_0 , devido a pré-tensão, é calculada por:

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta L_0}{L} = \frac{c_0 - b_0}{b_0} \quad (43)$$

Cabe ainda determinar, através da Fig. 18, os comprimentos do fio alongado do lado 1 e 2 do rotor em operação (c_1 e c_2). Assim, aplicando-se o Teorema de Pitágoras e a Eq. 43 para c_1 , obtém-se:

$$\begin{aligned}
c_1^2 &= a_1^2 + b_0^2 \\
c_1^2 &= (x_p - x_b)^2 + L^2 \\
c_1^2 &= x_p^2 - 2x_p x_b + x_b^2 + L^2 \\
c_1 &= \sqrt{x_b^2 - 2x_b(L + \Delta L_0)\sin\alpha_0 + (L + \Delta L_0)^2} \\
c_1 &= \sqrt{x_b^2 - 2x_b(L + \varepsilon_0 L)\sin\alpha_0 + (L + \varepsilon_0 L)^2} \\
c_1 &= \sqrt{x_b^2 - 2x_b L(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}
\end{aligned} \tag{44}$$

e analogamente para c_2 :

$$\begin{aligned}
c_2^2 &= a_2^2 + b_0^2 \\
c_2^2 &= (x_p + x_b)^2 + L^2 \\
c_2^2 &= x_p^2 + 2x_p x_b + x_b^2 + L^2 \\
c_2 &= \sqrt{x_b^2 + 2x_b(L + \Delta L_0)\sin\alpha_0 + (L + \Delta L_0)^2} \\
c_2 &= \sqrt{x_b^2 + 2x_b(L + \varepsilon_0 L)\sin\alpha_0 + (L + \varepsilon_0 L)^2} \\
c_2 &= \sqrt{x_b^2 + 2x_b L(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}
\end{aligned} \tag{45}$$

Similarmente à Eq. 43, sabe-se que como a tensão no fio ocorre axialmente e para o lado 1 do fio, tem-se que:

$$\varepsilon_1 = \frac{c_1 - b_0}{b_0} \tag{46}$$

Substituindo-se a Eq. 44 na Eq. 46, chega-se:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sqrt{x_b^2 - 2x_b L(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2} - L}{L} \tag{47}$$

Similarmente, para ε_2 , obtém-se:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sqrt{x_b^2 + 2x_bL(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2} - L}{L} \quad (48)$$

A força atuante em um fio é representado por $F = \sigma A$, onde σ é a tensão axial e A a área da seção transversal. Logo, a força F_{1x} é dada por:

$$F_{1x} = 2F_1\sin\alpha_1 \quad (49)$$

$$F_{1x} = \frac{2\sigma_1 A(x_p - x_b)}{\sqrt{x_b^2 - 2x_bL(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}}$$

$$F_{1x} = \frac{2\sigma_1 A(L(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 - x_b)}{\sqrt{x_b^2 - 2x_bL(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}} \quad (50)$$

e F_{2x} , por:

$$F_{2x} = 2F_2\sin\alpha_2 \quad (51)$$

$$F_{2x} = \frac{2\sigma_2 A(x_p + x_b)}{\sqrt{x_b^2 + 2x_bL(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}}$$

$$F_{2x} = \frac{2\sigma_2 A(L(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + x_b)}{\sqrt{x_b^2 + 2x_bL(1 + \varepsilon_0)\sin\alpha_0 + [L(1 + \varepsilon_0)]^2}} \quad (52)$$

É importante destacar que as forças estão em função de ε_0 e x_b . Portanto, a força total aplicada pelo fio sobre o rotor através do mancal é expressa por:

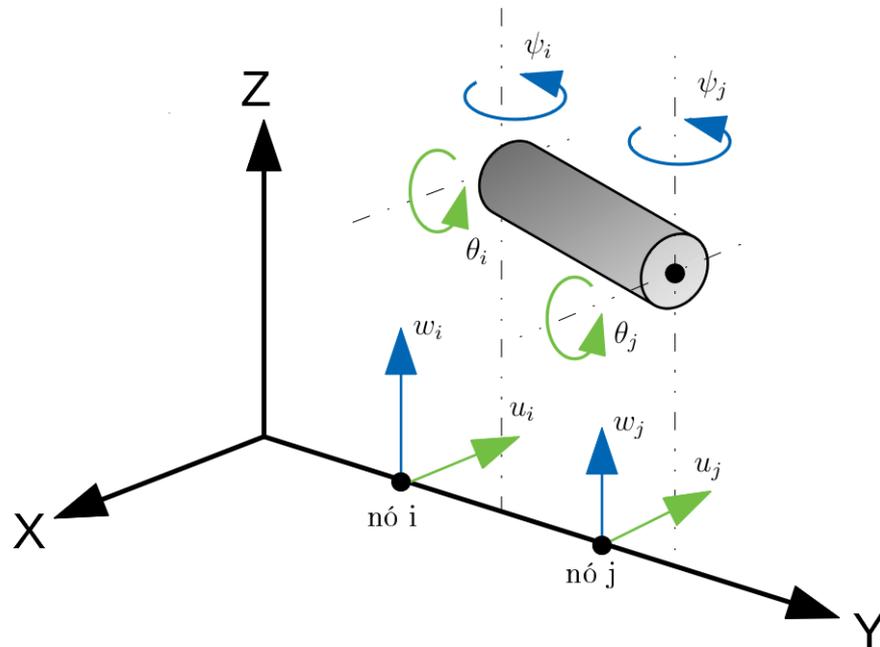
$$F_{LMF} = F_{1x} - F_{2x} \quad (53)$$

6 CONTROLE DE VIBRAÇÕES COM FIOS DE LMF

6.1 MODELO DO ROTOR

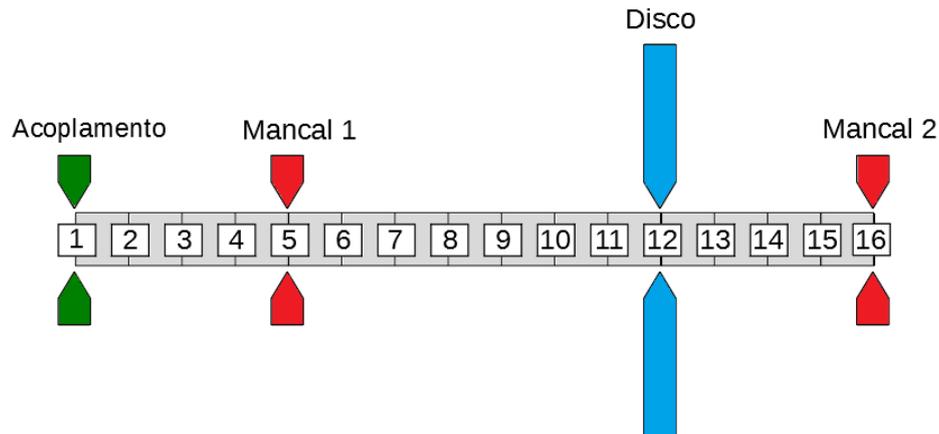
O modelo do rotor em questão é constituído de quatro graus de liberdade por nó: dois de rotação (θ , ψ) e dois de translação (u , w). O modelo mecânico considerado é representado pela Fig. 19.

Figura 19- Representação dos graus de liberdade no eixo do rotor.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

Na Fig. 20, nota-se que o rotor foi discretizado em 15 elementos finitos com 16 pontos nodais. O acoplamento do motor é representado no nó 1, sendo que o disco está posicionado no nó 12. Os mancais (1 e 2) estão localizados nos nós 5 e 16, sendo que os fios de liga com memória de forma estão posicionados no nó 16.

Figura 20- Modelo mecânico do rotor flexível.

Fonte: Adaptado de Alves (2015).

6.2 PARÂMETROS DO SISTEMA

Alves (2015) verificou que para $\xi_0 = 50\%$ e $T_0 = 30^\circ\text{C}$, foi possível obter $\varepsilon_0 = 3\%$. Assim, notou-se que o intervalo adequado para o ângulo está entre 10° a 15° . Neste sentido, a partir da deformação inicial (ε_0) e do máximo deslocamento do mancal calculado ($x_b^{max} = x_p = 17 \text{ mm}$), um ângulo de $\alpha_0 = 12^\circ$ foi adotado neste trabalho (ALVES, 2015).

As Tab. 2 e 3 mostram os parâmetros termo-mecânicos e geométricos dos fios de LMF utilizados nas simulações numéricas efetuadas. Vale ressaltar que o diâmetro do fio de LMF deve ser tal que não o enrijeça a ponto de inibir a transformação de fase (ALVES, 2015). Valores disponíveis comercialmente.

Tabela 2- Propriedades termo-mecânicas do fio de LMF.

ε_L	E_A	E_M	C_A	C_M	A_S	A_F	M_S	M_F
[%]	[GPa]	[GPa]	$[\frac{MPa}{C}]$	$[\frac{MPa}{C}]$	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]
4.08	44.5	25.8	5.23	6.30	0.8	17.0	11.8	-6.5

Fonte: Alves (2015).

Tabela 3- Propriedades do fio de LMF.

Parâmetro	Unidade	Dimensão
Diâmetro do Fio	mm	0.25
Comprimento do Fio	mm	80.0

Fonte: Alves (2015).

Além disso, as Tab. 4 e 5 mostram todos os parâmetros dos mancais e rotor flexível utilizados.

Tabela 4- Parâmetros dos mancais.

Parâmetro	Massa [Kg]	Rigidez - Direção x <i>Horizontal</i> [N/m]	Rigidez - Direção z <i>Vertical</i> [N/m]
Mancal 1	0.140	$1.25 \cdot 10^5$	$3.83 \cdot 10^8$
Mancal 2	0.407	$1.31 \cdot 10^4$	$1.35 \cdot 10^8$
Acoplamento	-	$2.00 \cdot 10^4$	$2.60 \cdot 10^4$

Fonte: Alves (2015).

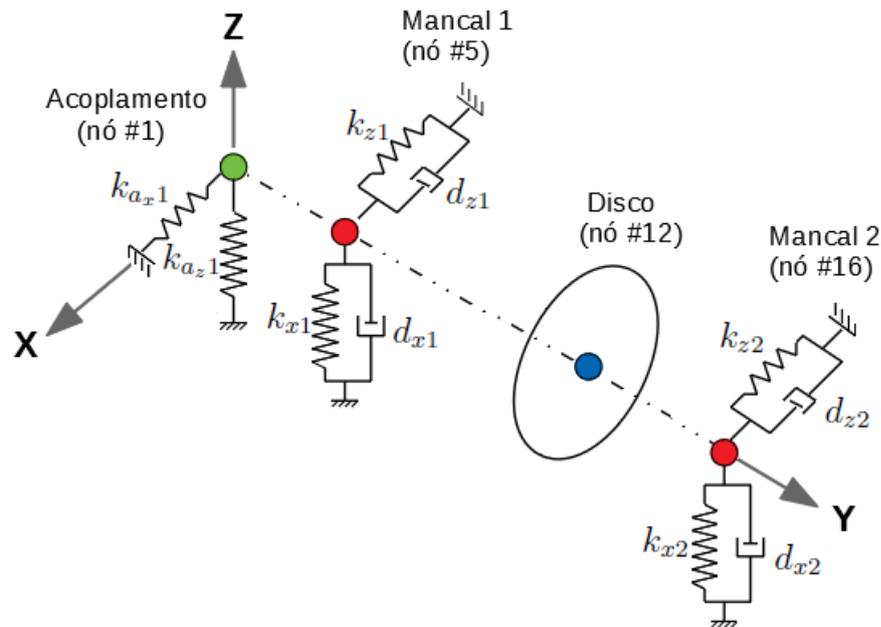
Tabela 5- Parâmetros do rotor flexível.

Parâmetro	Unidade	Dimensão
Diâmetro do Eixo	<i>mm</i>	6.0
Comprimento do Eixo	<i>mm</i>	581.0
Massa do Eixo	<i>kg</i>	0.129
Diâmetro externo do Disco	<i>mm</i>	120
Espessura do Disco	<i>mm</i>	11.0
Massa do Disco	<i>kg</i>	0.860
Material Eixo e Disco	-	<i>Aço</i>
Módulo de Young do Mancal	<i>GPa</i>	205
Densidade	<i>kg/m³</i>	7800
Desbalanceamento	<i>g.mm</i>	45.0

Fonte: Alves (2015).

A Fig. 21 ilustra a representação esquemática da localização dos mancais e disco no rotor flexível.

Figura 21- Representação do modelo estudado.



Fonte: Adaptado de Alves (2015).

6.3 TEMPERATURA CONSTANTE NOS FIOS DE LMF

Para as simulações numéricas efetuadas, considerou-se a influência da temperatura constante (30°C , 40°C e 50°C) nos fios de LMF. A Tab. 6 mostra a comparação entre as três primeiras velocidades críticas do rotor, com e sem a presença dos fios de LMF.

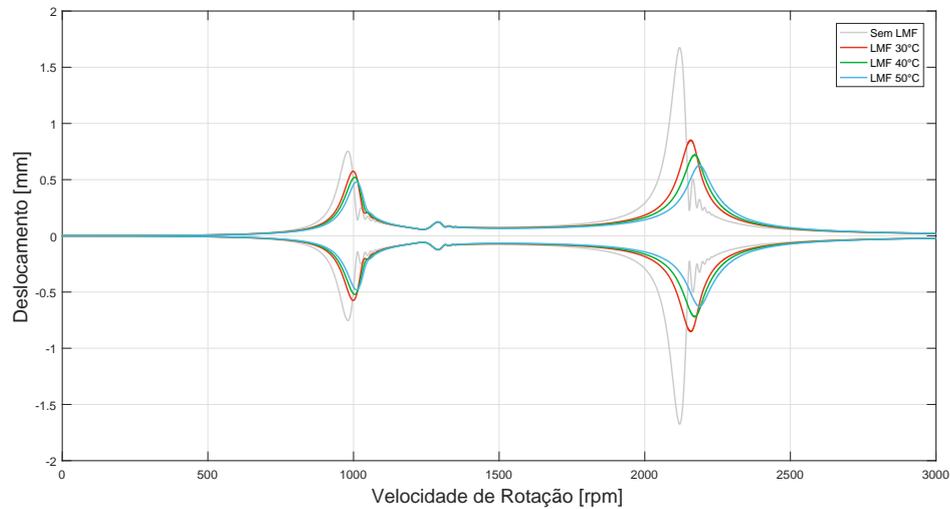
Tabela 6- Velocidades críticas com e sem a presença dos fios de LMF.

Condição	1 ^a Crítica [rpm]	2 ^a Crítica [rpm]	3 ^a Crítica [rpm]
Sem LMF	980.4	1290.0	2119.2
LMF 30°C	998.4	1290.6	2157.6
LMF 40°C	1005.0	1290.6	2170.8
LMF 50°C	1009.8	1290.6	2187.0

Fonte: Autor.

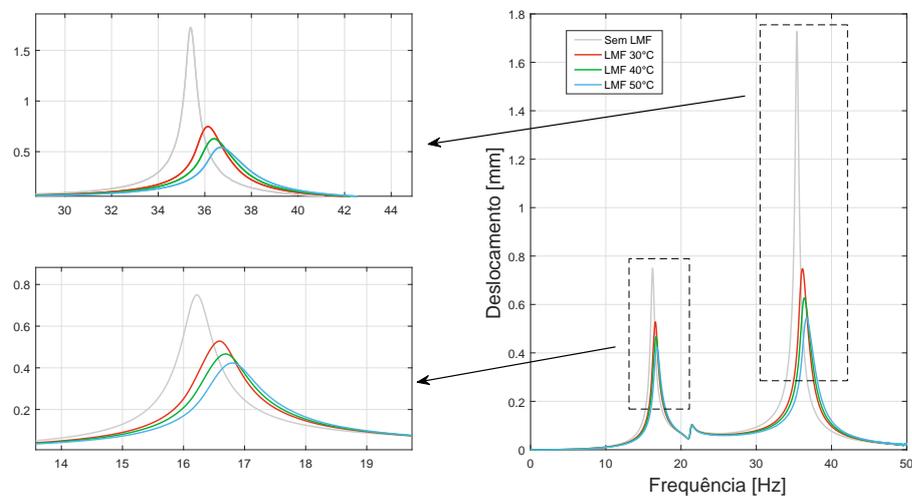
Os resultados numéricos obtidos para os deslocamentos horizontais do rotor no mancal 2 em função da velocidade de rotação e no domínio da frequência são mostrados, respectivamente, nas Fig. 22 e 23.

Figura 22- Deslocamento horizontal do mancal 2 na direção horizontal em função da velocidade de rotação.



Fonte: Autor.

Figura 23- Deslocamento do mancal 2 na direção horizontal no domínio da frequência.



Fonte: Autor.

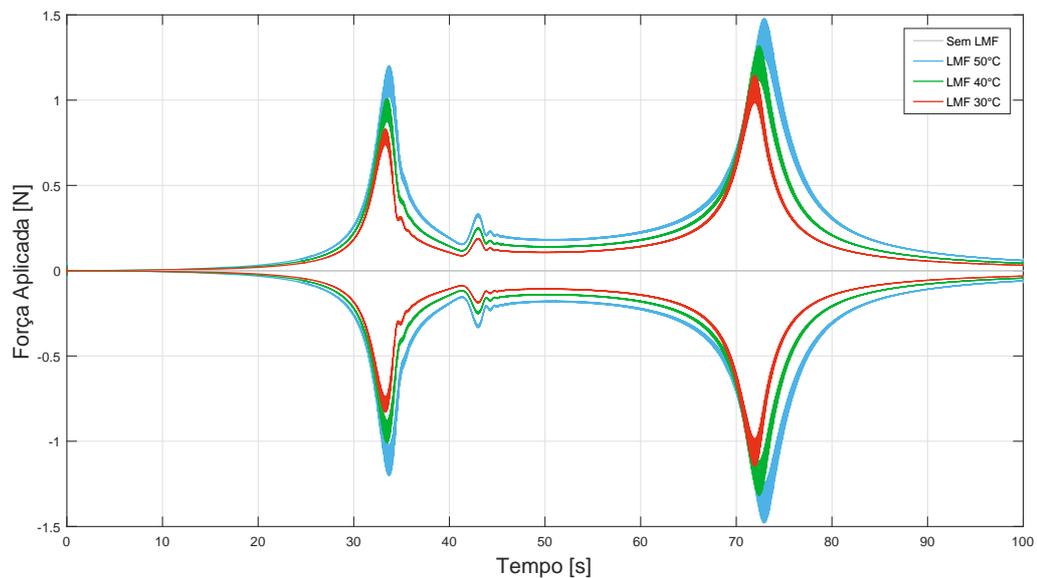
Pela análise das Fig. 22 e 23, observa-se que as novas velocidades críticas serão atingidas devido ao aumento da temperatura. A alteração na rigidez é obtida, pois no aquecimento dos fios há uma mudança da fase martensítica para a austenítica, cujo módulo de elasticidade E_A é cerca de 72% maior que E_M (veja Tab. 2), fazendo com que a suspensão fique mais "rígida". A Tab. 7 apresenta os pontos de maior amplitude da Fig. 22 e as reduções percentuais das amplitudes em relação ao sistema sem a presença dos fios de LMF.

Tabela 7- Máximas amplitudes do mancal 2 na direção horizontal.

Condição	1ª Crítica		2ª Crítica		3ª Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	0.7536	-	0.1218	-	1.6720	-
LMF 30°C	0.5747	23.7	0.1215	-	0.8515	49.07
LMF 40°C	0.5209	30.8	0.1215	-	0.7202	56.92
LMF 50°C	0.4805	36.3	0.1215	-	0.6280	62.40

Fonte: Autor.

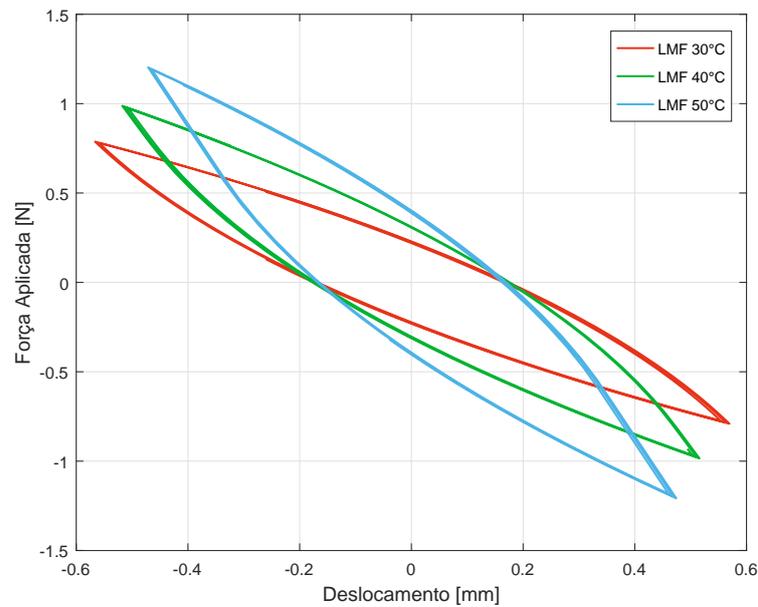
Pela análise da Tab. 7, verifica-se que houve uma diminuição expressiva, em termos percentuais, para o máximo deslocamento do mancal 2. Na segunda velocidade crítica, onde a vibração do rotor é predominantemente vertical, é importante observar que não há alteração significativa na velocidade crítica, visto que a suspensão é ativada apenas para a direção horizontal. Observou-se que a terceira velocidade crítica é mais significativa que a primeira, fato que se justifica pelo nível de vibração nessa faixa ser bem superior. Além disso, nota-se que a atenuação da amplitude de vibração na terceira velocidade crítica é superior que a primeira, provocada pela maior atuação da força aplicada pelos fios de LMF (veja Fig. 24).

Figura 24- Força aplicada pelos fios de LMF.

Fonte: Autor.

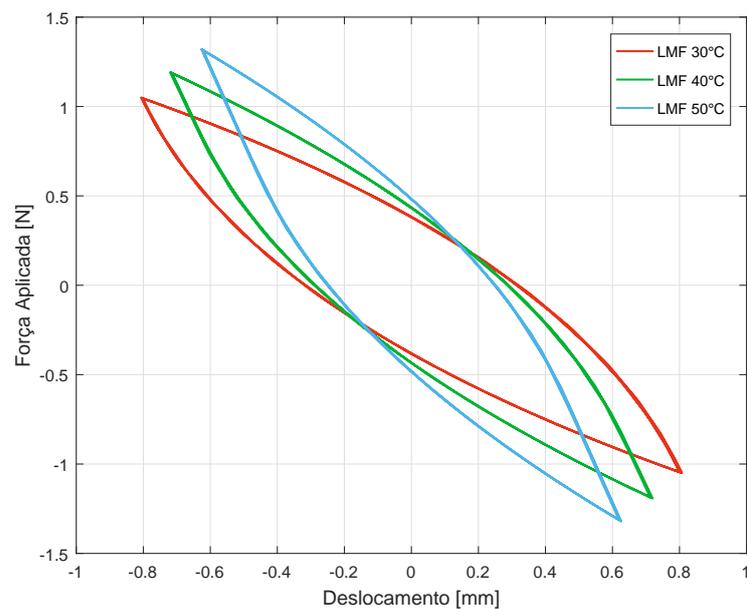
Para avaliar a dissipação de energia, torna-se necessário verificar o ciclo de histerese (força da suspensão versus deslocamento no mancal 2) para a primeira e terceira velocidades críticas. As Fig. 25 e 26 ilustram tal comportamento.

Figura 25- Ciclo de histerese da LMF para a primeira velocidade crítica.



Fonte: Autor.

Figura 26- Ciclo de histerese da LMF para a terceira velocidade crítica.

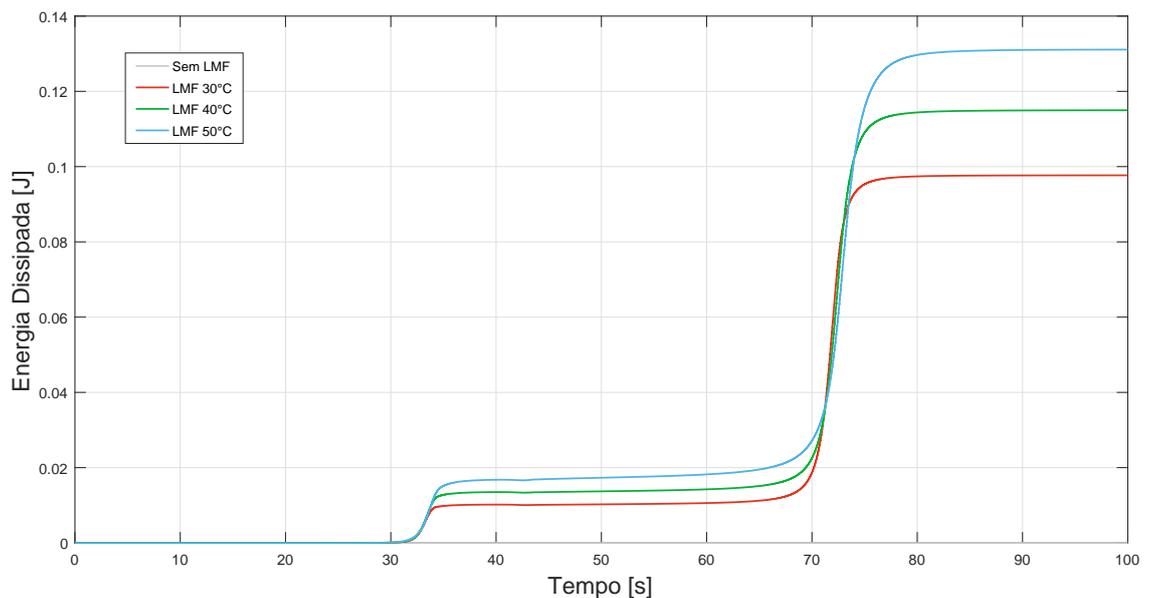


Fonte: Autor.

Pela análise das Fig. 25 e 26, observa-se que, tanto na primeira quanto na terceira velocidade crítica, o ciclo de histerese tende para a vertical quando há um incremento de temperatura, denotando um aumento da rigidez na suspensão. Além disso, quando se deseja avaliar as velocidades críticas, observa-se que os ciclos de histerese para a terceira são maiores e mais abertos, além de tenderem para a direção vertical.

Assim, para uma maior temperatura, haverá uma maior indução na transformação de fase (mais rígido o sistema). Neste sentido, a combinação desta alteração de rigidez somada à inserção de uma força será responsável pela dissipação de energia no sistema. Essa dissipação é evidenciada quando se integra a potência dissipada em cada passo do tempo, fazendo-se: $\int (F_{LMF} \frac{d_{x,b}}{dt}) dt$, sendo a dissipação proporcional à inclinação da curva (ALVES, 2015). Além disso, é possível notar na Fig. 27, há um aumento na dissipação de energia com o incremento da temperatura.

Figura 27- Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF.

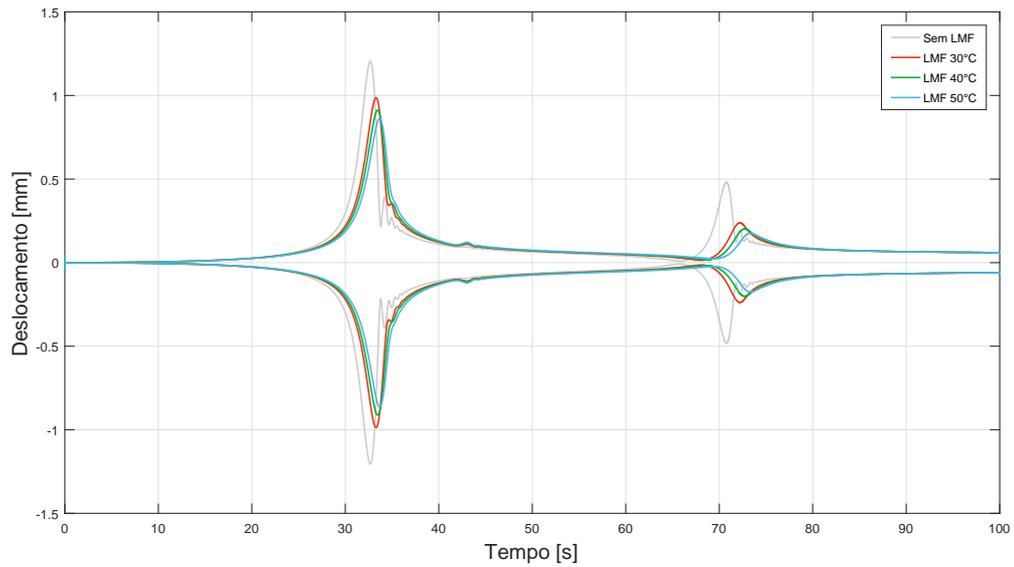


Fonte: Autor.

Pela Fig. 27 nota-se que para maiores temperaturas, valores mais expressivos de energia são dissipados. Além disso, observa-se que as dissipações (inclinação) estão relacionadas para as faixas da primeira e terceira velocidades críticas, sendo que para a terceira, valores mais significativos são alcançados, como era esperado devido aos ciclos de histereses maiores, conforme observados na Fig. 26.

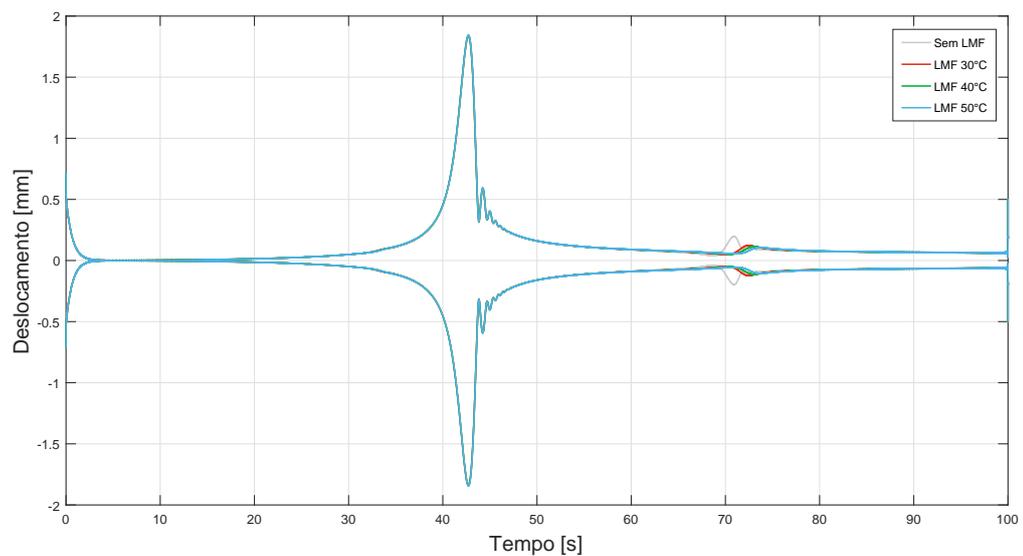
Assim, torna-se interessante analisar o deslocamento sofrido no disco, tanto na direção horizontal, quanto na vertical. A Fig. 28 são apresentados os resultados obtidos para a direção horizontal. Para a direção vertical (veja Fig. 29), nota-se que a velocidade crítica se mantém, já que não há a atuação da LMF nessa direção.

Figura 28- Deslocamento do disco na direção horizontal.



Fonte: Autor.

Figura 29- Deslocamento do disco na direção vertical.



Fonte: Autor.

Assim, como observado no mancal, realiza-se o mesmo procedimento para verificação dos máximos picos de amplitudes de deslocamento do disco. A Tab. 8 mostra os valores calculados na direção horizontal com as reduções percentuais obtidas. Cabe salientar que tal redução percentual é feita sempre em relação ao rotor sem a atuação dos fios de LMF.

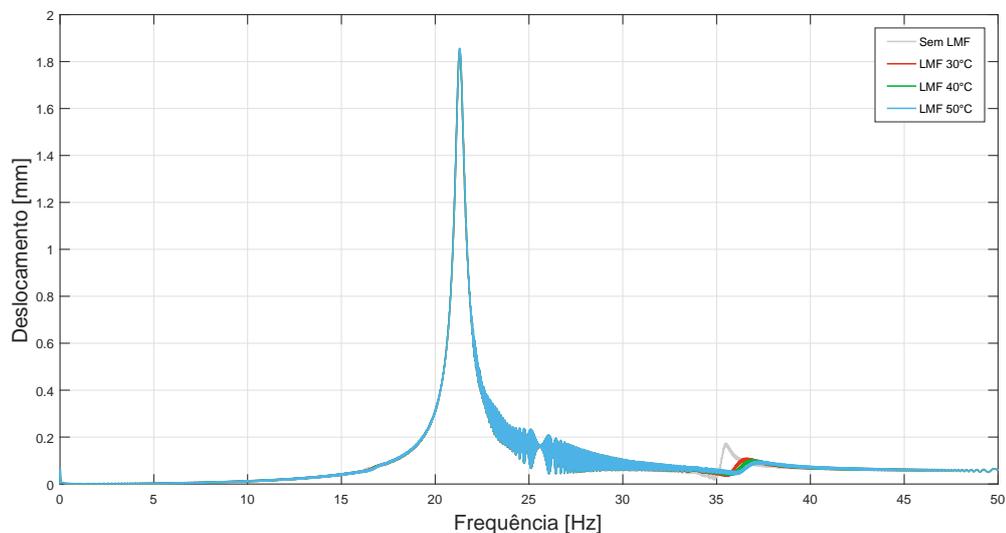
Tabela 8- Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco.

Condição	1ª Crítica		2ª Crítica		3ª Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	1.2060	-	0.1098	-	0.4816	-
LMF 30°C	0.9875	18.11	0.1101	-	0.2389	50.49
LMF 40°C	0.9125	24.33	0.1152	-	0.2023	57.98
LMF 50°C	0.8625	28.48	0.1216	-	0.1760	63.45

Fonte: Autor.

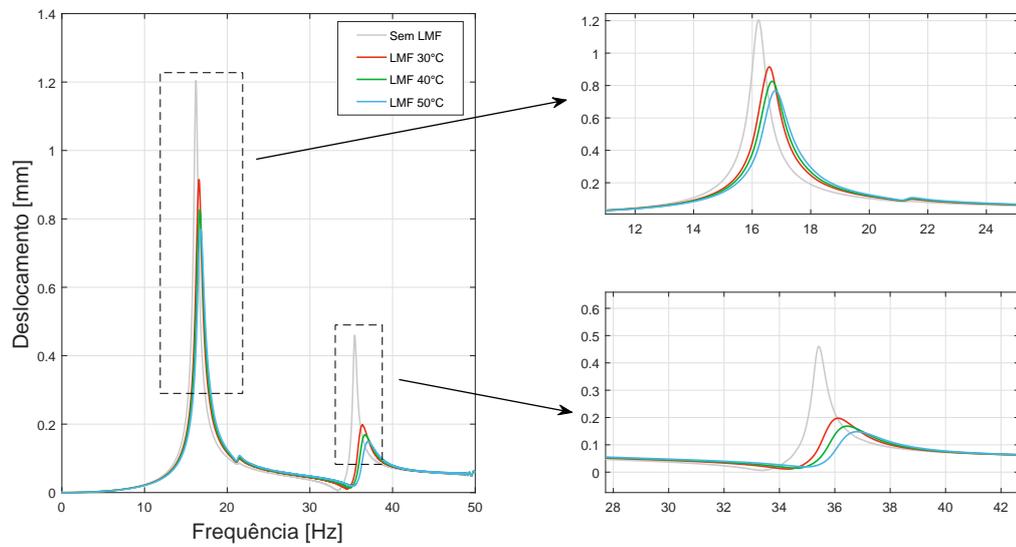
Assim como no mancal 2, pode ser notada uma diminuição percentual expressiva para a primeira e terceira velocidades críticas. Assim, através da Tab. 8, pode-se constatar que a presença dos fios de LMF no mancal 2 foi bastante positiva do ponto de vista da atenuação de vibrações do sistema rotativo. As Fig. 30 e 31 ilustram o comportamento, no domínio da frequência, do deslocamento do disco nas direções vertical e horizontal, respectivamente.

Figura 30- Deslocamento do disco na direção vertical.



Fonte: Autor.

Figura 31- Deslocamento do disco na direção horizontal.

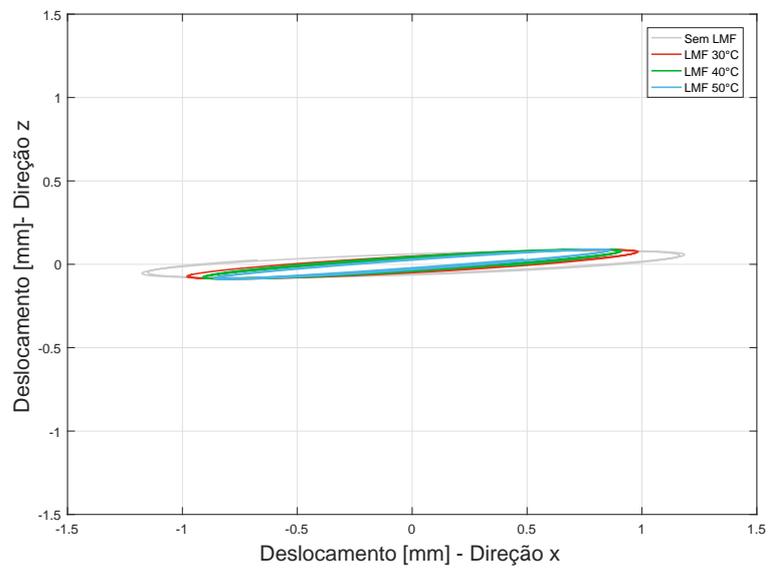


Fonte: Autor.

Pela análise da Fig. 30, observa-se claramente que a velocidade crítica não sofre alteração, visto que a suspensão possui atuação apenas na horizontal. Por outro lado, na Fig. 31, pode-se notar como essa modificação é evidente. Nota-se ainda que comparado ao rotor sem LMF, houve uma diminuição positiva nas amplitudes de vibração. Além disso, pode-se observar o aumento da velocidade crítica provocado pelo aumento da rigidez do sistema decorrente do incremento da temperatura nos fios de LMF.

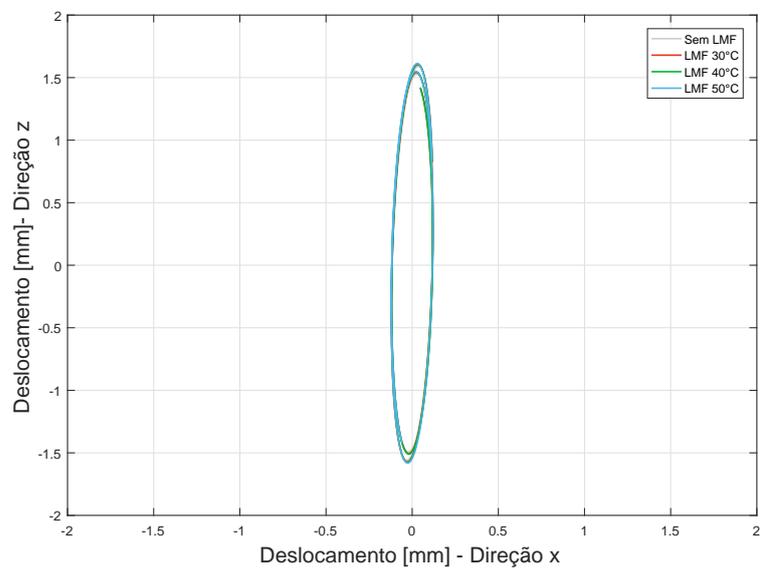
As Fig. 32, 33 e 34 ilustram as órbitas do disco relativas à primeira, segunda e terceira velocidades críticas.

Figura 32- Órbita do disco na primeira velocidade crítica do rotor.



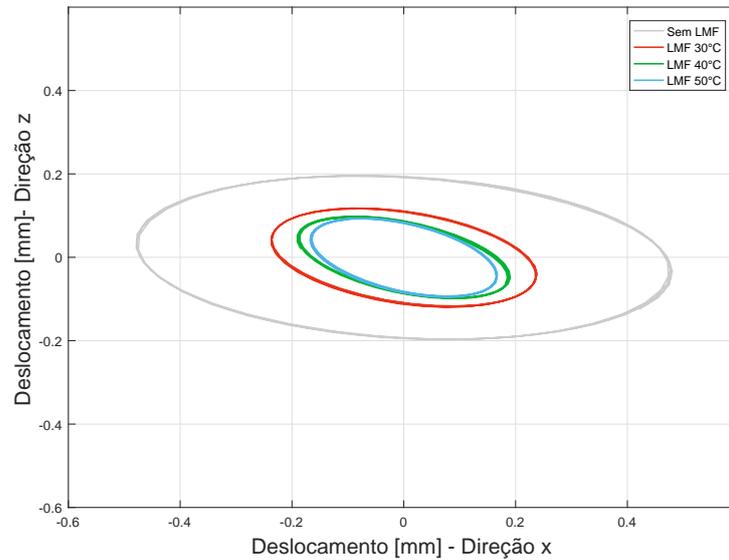
Fonte: Autor.

Figura 33- Órbita do disco na segunda velocidade crítica do rotor.



Fonte: Autor.

Figura 34- Órbita do disco na terceira velocidade crítica do rotor.



Fonte: Autor.

Assim, para a primeira velocidade crítica (Fig. 32), observa-se que as órbitas são preferencialmente dispostas ao longo do eixo x , caracterizando uma vibração praticamente na horizontal. No caso da segunda velocidade crítica, nota-se que as órbitas estão preferencialmente na direção vertical. Por fim, as órbitas para a terceira velocidade crítica configuram uma visualização mais abrangente, onde é possível notar a atenuação das amplitudes de vibração nas três temperaturas constantes aplicadas nos fios de LMF.

6.4 CONTROLE DE TEMPERATURA NOS FIOS DE LMF

Até aqui foi possível observar a introdução de uma temperatura constante aplicada no fio. Neste ponto, uma mudança de temperatura no fio será ocasionada através do Efeito Joule. Assim, torna-se importante estabelecer um modelo matemático, onde a variação da temperatura esteja relacionado em função da tensão elétrica aplicada (V), expresso por (LEO, 2007):

$$\rho AC_p \frac{dT(t)}{dt} = \frac{V^2}{R_w} - hA_c [T(t) - T_{amb}] \quad (54)$$

sendo ρ a densidade de massa do fio de LMF; A é a área da seção transversal (calculada por $A = \frac{\pi d^2}{4}$), C_p o calor específico do fio; R_w resistência elétrica do fio por unidade de comprimento; h é o coeficiente de transferência de calor por convecção; A_c é a área de

troca de calor por unidade de comprimento (calculada por $A_c = \pi d$); T_{amb} é a temperatura ambiente e V é a tensão elétrica aplicada nas extremidades de cada fio de LMF.

O coeficiente de transferência de calor por convecção (h) é um parâmetro dependente da diferença de temperatura do material em relação ao ar ambiente e a geometria do corpo. Tradicionalmente o coeficiente de transferência de calor por convecção se define em uma faixa, entretanto na literatura, diversas são as estimativas para a obtenção deste coeficiente. Uma dessas estimativas é dada por HOLMAN (1999):

$$h = 1.32 \left[\left(\frac{T_{op} - T_{amb}}{d} \right)^{1/4} \right] \quad (55)$$

sendo d o diâmetro do fio de LMF e T_{op} a temperatura de operação do fio.

A Tab. 9 apresenta os parâmetros utilizados no modelo térmico (ABREU et al., 2015) (as propriedades dos fios de LMF foram mostrados na Tab. 3).

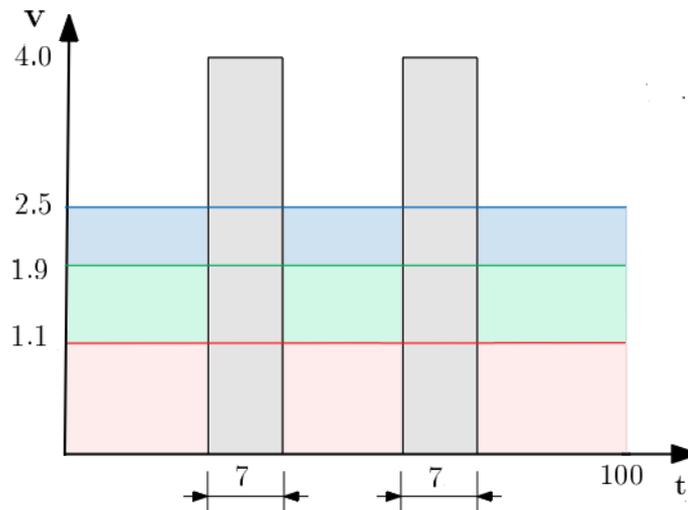
Tabela 9- Parâmetros utilizados no modelo térmico.

Parâmetro	Unidade	Dimensão
Temperatura ambiente (T_{amb})	$^{\circ}C$	25
Densidade do fio de LMF (ρ)	kg/m^3	6450
Área do fio de LMF (A)	m^2	$4.9087 \cdot 10^{-8}$
Área por unid. de comprimento (A_c)	m^2	$7.854 \cdot 10^{-4}$
Calor específico (C_p)	$J/(kg \cdot ^{\circ}C)$	837
Resistividade elétrica (R_w)	$\mu.\Omega.m$	3.75
Transf. de calor por convecção (h)	$W/(m^2 \cdot ^{\circ}C)$	83.25

Fonte: Autor.

No modelo térmico (Eq. 54), a tensão elétrica (V) necessária para atingir as temperaturas constantes de $30^{\circ}C$, $40^{\circ}C$, $50^{\circ}C$ são, respectivamente: $1.1V$, $1.9V$ e $2.5V$. Neste trabalho, propõe-se a utilização de uma tensão elétrica máxima de $4V$ (veja Fig. 35) em um intervalo de tempo de 7 segundos (tempo necessário para atingir uma temperatura máxima próxima de $80^{\circ}C$ - veja Fig. 36).

Figura 35- Resposta temporal da tensão elétrica aplicada em cada fio de LMF.



Fonte: Autor.

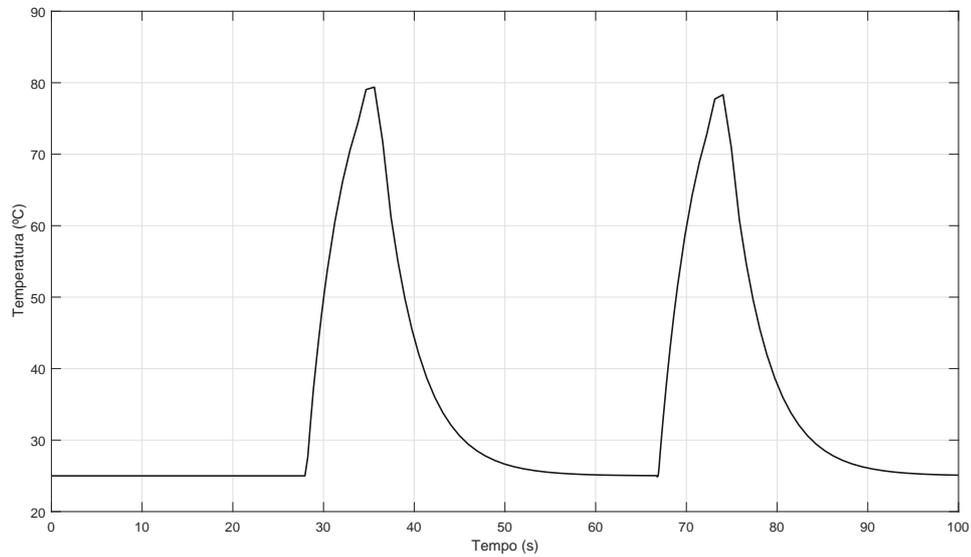
Neste caso, o gasto energético pode ser calculado pela área sob a curva de cada tensão elétrica aplicada (veja Tab. 10). O intuito principal deste teste numérico é verificar a influência da tensão elétrica constante, dentro de um intervalo de 7 segundos (visando obter menor gasto energético), na atenuação das vibrações do sistema rotativo. Deste modo, uma atenuação eficiente das amplitudes de vibração do disco e mancal pode ser atingida aplicando-se tensões elétricas constantes em instantes pré-estabelecidos, de modo que a temperatura em cada fio de LMF seja máxima (próxima de 80°C), especialmente durante a passagem do rotor flexível em suas velocidades críticas (veja Fig. 36).

Tabela 10- Gasto energético resultante.

Tensão Elétrica	Temperatura	Gasto energético
[V]	[°C]	[V.s]
1.1	30	110
1.9	40	190
2.5	50	250
4.0	80	56

Fonte: Autor.

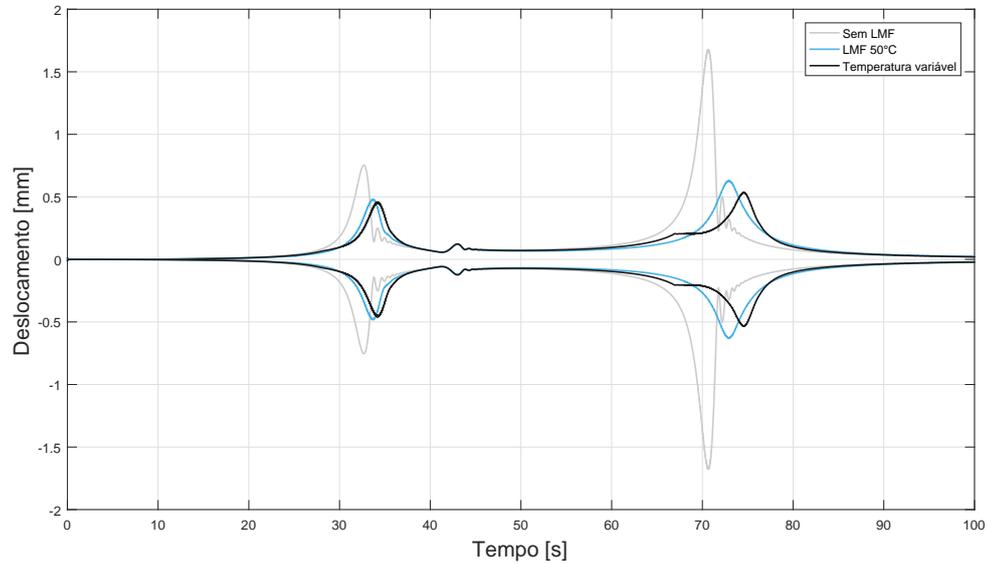
Figura 36- Comportamento transitório da temperatura de controle do fio de LMF, mediante a aplicação de tensões elétricas de 4V em 7 segundos.



Fonte: Autor.

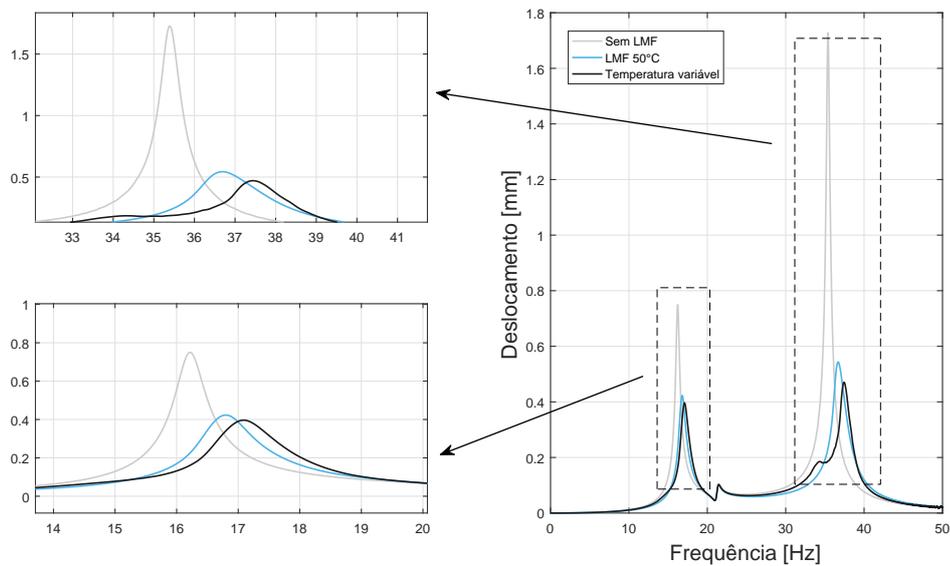
A Fig. 37 apresenta o deslocamento sofrido pelo mancal na direção horizontal para o sistema rotativo sem atuação dos fios de LMF, com uma temperatura constante de maior atenuação de vibração avaliada anteriormente (50°C - veja Fig. 28) e, por fim, considerando a temperatura variável ilustrada na Fig. 36. A Fig. 38 apresenta o mesmo comportamento no domínio da frequência.

Figura 37- Deslocamentos do mancal na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.



Fonte: Autor.

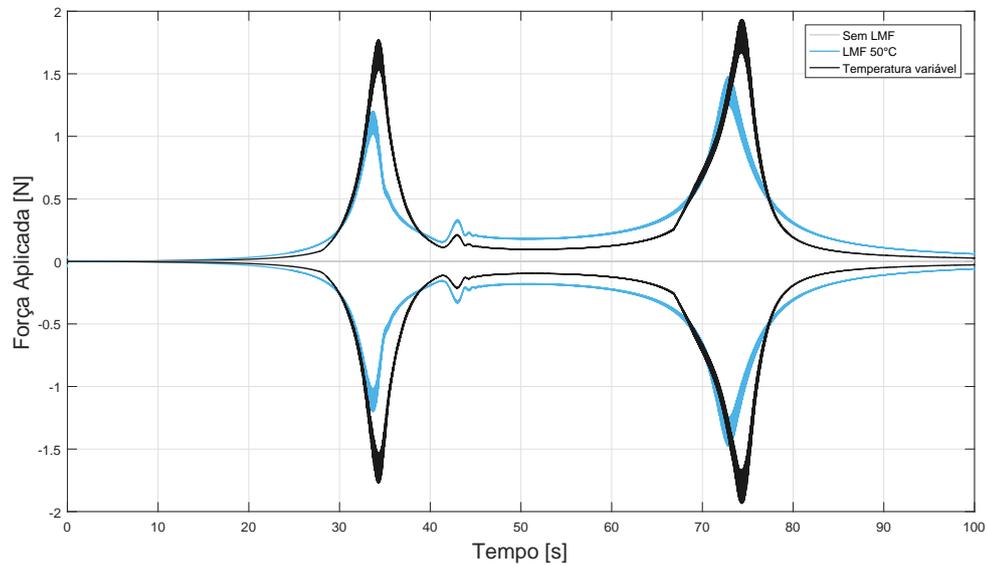
Figura 38- Resposta no domínio da frequência dos deslocamentos do mancal na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.



Fonte: Autor.

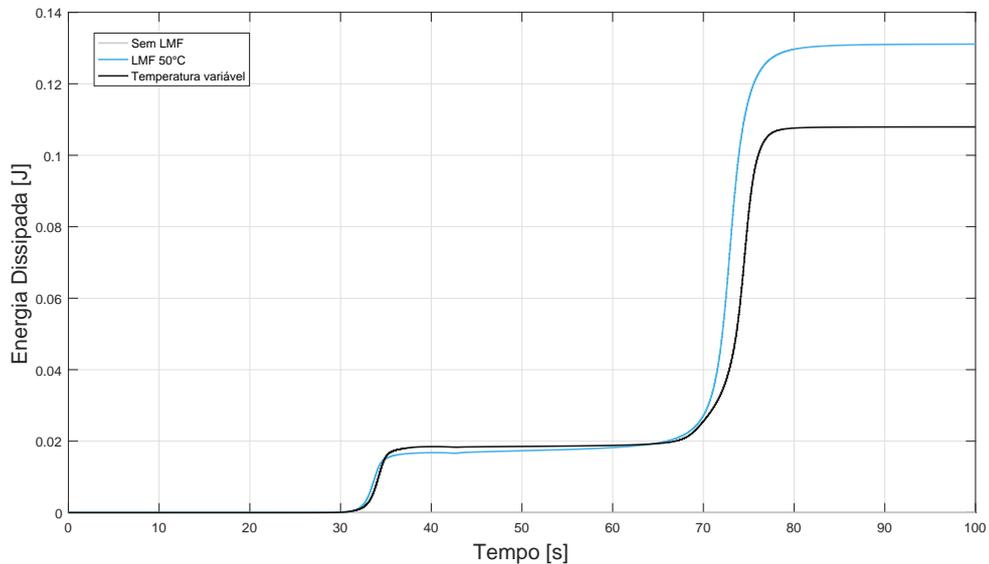
As forças geradas pelos fios de LMF são representadas pela Fig. 39, enquanto a Fig. 40 ilustra a dissipação de energia ocorrida no mancal.

Figura 39- Força aplicada pelos fios de LMF considerando temperatura variável nos fios de LMF.



Fonte: Autor.

Figura 40- Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF considerando temperatura variável nos fios de LMF.

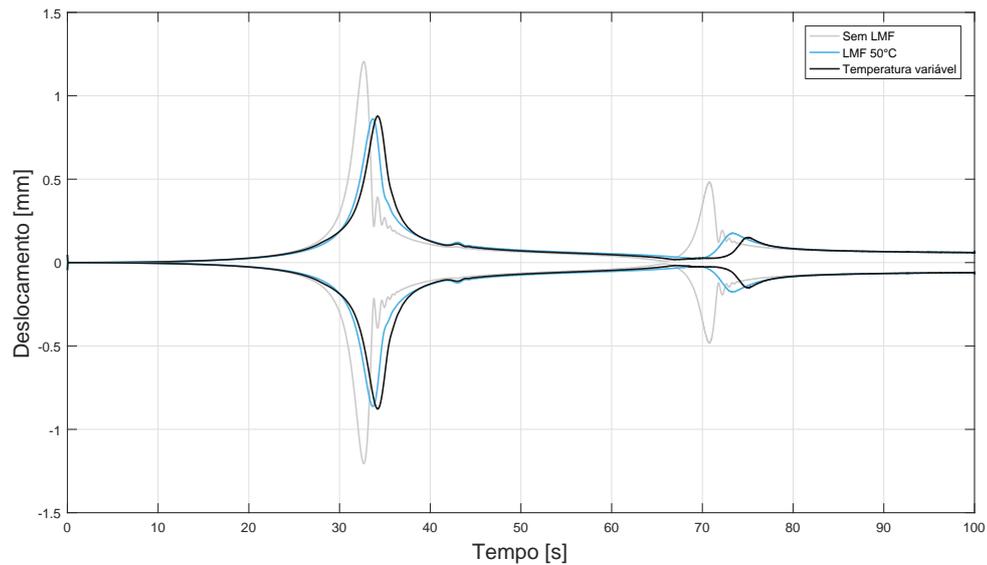


Fonte: Autor.

Portanto, observa-se que a força será maior devido ao aumento de temperatura nos fios de LMF, o que provoca consequentemente um aumento na rigidez do mancal. No caso da dissipação de energia, nota-se valores menores devido ao fato de um menor desloca-

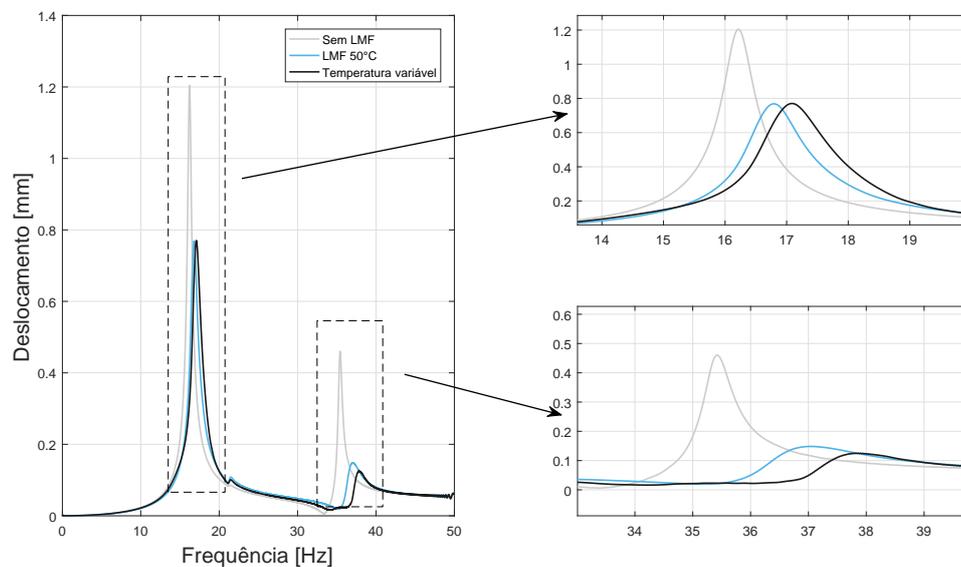
mento no mancal, com transformação de fase menos significativa (veja tal comportamento no Apêndice B). A Fig. 41 apresenta os deslocamentos sofridos pelo disco na direção horizontal, enquanto a Fig. 42 ilustra o comportamento no domínio da frequência.

Figura 41- Deslocamentos do disco na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.



Fonte: Autor.

Figura 42- Resposta no domínio da frequência dos deslocamentos do disco na direção horizontal considerando temperatura variável nos fios de LMF.



Fonte: Autor.

Por fim, pode-se notar a atenuação sofrida nas máximas amplitudes de deslocamento, tanto para o disco quanto para o mancal. As Tab. 11 e 12 apresentam os valores e suas respectivas atenuações percentuais.

Tabela 11- Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do mancal considerando temperatura variável nos fios de LMF.

Condição	1 ^a Crítica		2 ^a Crítica		3 ^a Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	0.7536	-	0.1218	-	1.6720	-
LMF 50°C	0.4805	36.30	0.1218	-	0.6280	62.40
Temperatura variável	0.4589	39.80	0.1101	-	0.5343	67.73

Fonte: Autor.

Tabela 12- Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco considerando temperatura variável nos fios de LMF.

Condição	1 ^a Crítica		2 ^a Crítica		3 ^a Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	1.2060	-	0.1098	-	0.4816	-
LMF 50°C	0.8625	28.48	0.1218	-	0.1760	63.45
Temperatura variável	0.8771	27.26	0.1101	-	0.1502	68.81

Fonte: Autor.

Pela análise das Tab. 11 e 12, nota-se uma atenuação considerável (superiores a 60%, especialmente na terceira velocidade crítica) em relação as máximas amplitudes atingidas no mancal e disco. Já a máxima amplitude do disco na primeira faixa de velocidade crítica, verificou-se um discreto aumento em relação a temperatura de 50°C. Tal comportamento se deve ao modo de vibrar do rotor na primeira faixa crítica somado as propriedades inerentes do sistema rotativo (veja maiores detalhes no Apêndice B).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, pôde-se verificar que as ligas com memória de forma apresentam características especiais que as tornam muito atraentes, principalmente na área de controle de vibrações em máquinas rotativas. Os efeitos pseudoelástico e de memória de forma são os dois fenômenos principais que as diferenciam dos demais materiais metálicos existentes. Esses fenômenos são responsáveis pela deformação e retorno à forma original da liga e pela formação do laço de histerese durante o carregamento e descarregamento termo-mecânico.

Conforme pôde ser visto neste trabalho, uma mudança na temperatura nos fios de LMF, provoca uma modificação na rigidez do sistema rotativo, alterando as condições de ressonância do sistema. Neste sentido, a energia de histerese dissipada/absorvida é a responsável pela diminuição na amplitude de vibração, especialmente nas regiões mais críticas. Assim, os fios de LMF mostram-se como um mecanismo eficiente a ser aplicado em máquinas rotativas principalmente durante a passagem pelas velocidades críticas onde ocorrem as máximas amplitudes de vibração do sistema.

Por fim, quando se analisa o comportamento do sistema mecânico rotativo frente ao controle da temperatura dos fios de LMF, observa-se que uma atenuação eficiente das amplitudes de vibração do disco e mancal pode ser atingida aplicando-se tensões elétricas constantes em instantes pré-estabelecidos (visando menor gasto energético) de modo que a temperatura seja máxima especialmente durante a passagem do rotor flexível em suas velocidades críticas.

Como proposta natural de continuidade do trabalho, propõe-se a utilização de controladores ativos de temperatura nos fios de LMF visando atenuar otimamente as vibrações do rotor flexível frente às incertezas inerentes ao modelo dinâmico do sistema.

REFERÊNCIAS

- ABREU, G. L. C. M. de; MAESTA, M. F.; JUNIOR, V. L.; JUNIOR, C. D. M.; FARIA, C. T.; INMAN, D. J. Active angular control of a sectioned airfoil using shape memory alloys and fuzzy controller. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Heidelberg, v. 37, n. 5, p. 1555–1567, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40430-014-0293-1>>. Acesso em: 05 set. 2017.
- ALVES, M. T. S. **Controle de vibrações em máquinas rotativas usando ligas com memória de forma**. 2015. 119 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia (UFU), 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14768>>. Acesso em: 20 out. 2017.
- ALVES, M. T. S.; ENEMARK, S.; JR, V. S.; SANTOS, I. Vibration control of a flexible rotor using shape memory alloy wires. **DINAME 2015 - Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**, Denmark, 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Soren_Enemark/publication/278671297_Vibration_control_of_a_flexible_rotor_using_shape_memory_alloy_wires/links/5582685f08ae12bde6e4bdf0/Vibration-control-of-a-flexible-rotor-using-shape-memory-alloy-wires.pdf>. Acesso em: 04 out. 2017.
- AQUINO, A. S. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. 2011. 117 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal da Paraíba (UFPB), 2011. Disponível em: <<http://tede.biblioteca.ufpb.br:8080/handle/tede/5310>>. Acesso em: 02 out. 2017.
- BORGES, J.; SILVA, A.; ARAÚJO, C.; FERNANDES, E.; PIMENTEL, R.; SANTIAGO, A. Rotor-bearing vibration control system based on fuzzy controller and smart actuators. **The International Journal of Multiphysics**, Krakow, v. 7, n. 3, p. 12, 2016. Disponível em: <<http://journal.multiphysics.org/index.php/IJM/article/view/234>>. Acesso em: 22 jun. 2017.
- BOYD, J.; LAGOUDAS, D. A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. part i. the monolithic shape memory alloy. **International Journal of Plasticity**, New York, v. 12, n. 6, p. 805 – 842, 1996. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0749641996000307>>. Acesso em: 03 fev. 2018.
- BRINSON, L. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, 4, n. 2, p. 229–242, 1993. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9300400213>>. Acesso em: 28 set. 2017.
- ENEMARK, S. **Integration of shape memory alloys into low-damped rotor-bearing systems: modelling, uncertainties and experimental vlow-damped**. 2015,

244 f. Tese (Doutorado), 2015. Disponível em: <http://orbit.dtu.dk/files/123902073-/Integration_of_Shape_Memory_Alloys_into_Low_Damped_Rotor_Bearing_Systems.pdf>. Acesso em: 19 out. 2017.

ENEMARK, S.; SANTOS, I. F.; SAVI, M. A. Shape memory alloys applied to improve rotor-bearing system dynamics an experimental investigation. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS OF MECHANICS DINAME, 17., 2015, Natal. **Proceedings...** Natal: [s.n.], 2015. p. 1-11. Disponível em: <<http://abcm.org.br/anais/diname/2015/PDFS/DIN-2015-0009.PDF>>. Acesso em: 15 dez. 2017.

HAGA, Y.; MIZUSHIMA, M.; MATSUNAGA, T.; ESASHI, M. Medical and welfare applications of shape memory alloy microcoil actuators. **Smart materials and structures**, Bristol, v. 14, n. 5, p. 266, 2005. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0964-1726/14/5/015/meta>>. Acesso em: 15 out. 2017.

HARTL, D. J.; LAGOUDAS, D. C. Aerospace applications of shape memory alloys. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, London, v. 221, n. 4, p. 535-552, 2007. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1243/09544100JAERO211>>. Acesso em: 12 jul. 2017.

HE, Y.-Y.; OI, S.; CHU, F.-L.; LI, H.-X. Vibration control of a rotor-bearing system using shape memory alloy: Ii. experimental study. **Smart Materials and Structures**, Hong Kong, v. 16, n. 1, p. 122, 2007. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/16/i=1/a=015>>. Acesso em: 02 out. 2017.

HOLMAN, J. P. **Transferência de calor**. São Paulo: McGraw-Hill, 1999.

LAGOUDAS, D. **Shape memory alloys: modeling and engineering applications**. New York, 2008. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=jY-qVrZkqBEC>>. Acesso em: 11 maio 2017.

LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics prediction in engineering**, 2nd ed. Chichester: John Wiley, 1998. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=JONSAAAAMAAJ>>. Acesso em: 12 ago. 2017.

LEES, A. W.; JANA, S.; INMAN, D. J.; CARTMELL, M. P. The control of bearing stiffness using shape memory alloy. In: CONFERENCE AND EXPOSITION ON STRUCTURAL DYNAMICS, 25., 2007, Orlando. **Proceedings...** Orlando: [s.n.], 2007, p. 1-7. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/8837-8471968bd32f0d305150a2d78cd632278e07.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2017.

LEO, D. J. **Engineering analysis of smart material systems**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.

LIANG, C.; ROGERS, C. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, London, v. 1, n. 2, p. 207-234, 1990. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/1045389X9000100205>>. Acesso em: 03 nov. 2017.

MABE, J. H.; CALKINS, F. T.; BUTLER, G. W. Boeing's variable geometry chevron, morphing aerostructure for jet noise reduction. **AIAA Paper No. AIAA-2006-2142**, Newport, Rhode Island, 2006. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2006-2142>>. Acesso em: 04 out. 2017.

NACEUR, I. B.; CHARFI, A.; BOURAOUI, T. et al. Finite element modeling of superelastic nickel-titanium orthodontic wires. **Journal of biomechanics**, Elmsford, v. 47, n. 15, p. 3630–3638, 2014. Disponível em: <[https://www.jbiomech.com/article/S0021-9290\(14\)00526-0/fulltext](https://www.jbiomech.com/article/S0021-9290(14)00526-0/fulltext)>. Acesso em: 02 jan. 2018.

NAYAGA, K.; TAKEDA, S.; TSUKUI, Y.; KUMAIDO, T. Active control method for passing through critical speeds of rotating shafts by changing stiffness of the support with use of memory metals. **Journal of Sound and Vibration**, Elmsford, v. 113, p. 307–317, 1987. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X87802171?via%3Dihub>>. Acesso em: 20 dez. 2017.

SAVI, M.; PAIVA, A. Describing internal subloops due to incomplete phase transformations in shape memory alloys. **Archive of Applied Mechanics**, Berlim, v. 74, n. 9, p. 637–647, 2005. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s00419-005-0385-6>>. Acesso em: 10 set. 2017.

SILVA, R. O. **Atenuação de vibrações em sistemas que utilizam molas de liga de memória de forma**. 2017, 101 f. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira., 2017. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/150444>>. Acesso em: 15 abr. 2017.

SIMÕES, R. C. et al. **Controle modal ótimo de um rotor flexível utilizando atuadores piezelétricos do tipo pilha**. 2006. 145 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Uberlândia, 2006. Disponível em: <<https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/14671>>. Acesso em: 23 set. 2017.

TANAKA, K.; NAGAKI, S. A thermomechanical description of materials with internal variables in the process of phase transitions. **Ingenieur-Archiv**, Berlim, v. 51, n. 5, p. 287–299, 1982. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF00536655>>. Acesso em: 20 dez. 2017.

YOO, Y.-I.; KIM, Y.-J.; SHIN, D.-K.; LEE, J.-J. Development of martensite transformation kinetics of niti shape memory alloys under compression. **International Journal of Solids and Structures**, Elmsford, v. 64, p. 51–61, 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768315001286>>. Acesso em: 18 out. 2017.

ZHU, Z. W.; WANG, H. L.; XU, J. Application on rotor vibration control of sma model based on multivariate statistical analysis. In: WORLD CONGRESS ON COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION ENGINEERING, 2009, Los Angeles. **Proceedings...** Los Angeles: [s.n.], 2009. p. 1-13. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5170574/?reload=true>>. Acesso em: 15 out. 2017.

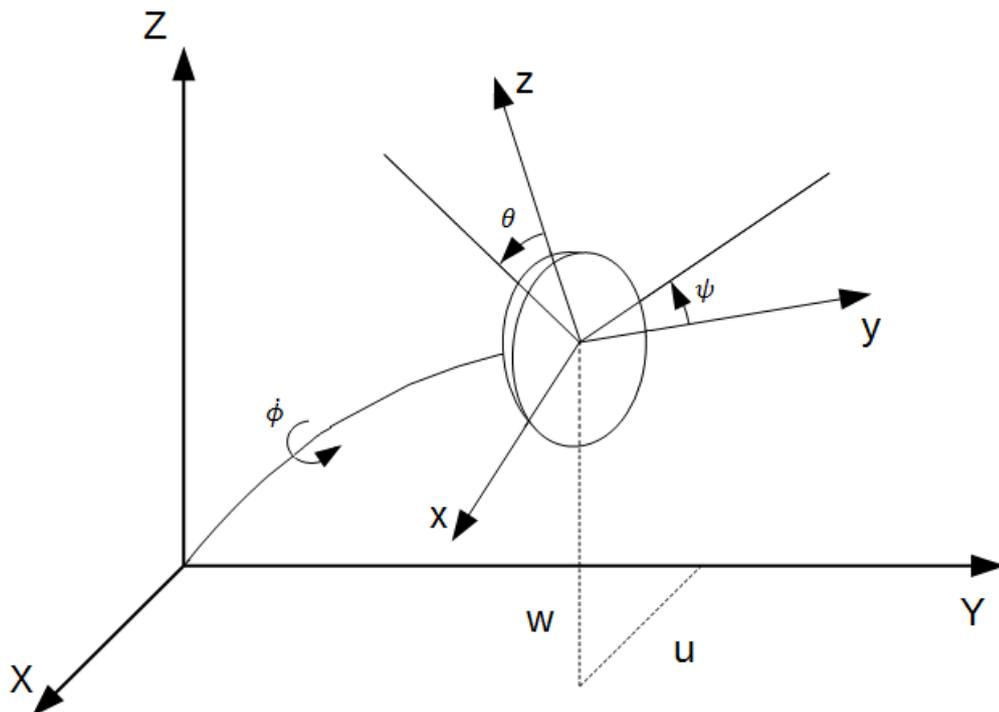
APÊNDICE A – Modelagem Matemática de Rotores Flexíveis

Este anexo apresenta o modelo matemático de um rotor flexível descrevendo todos os elementos estruturais que o compõe. Para a obtenção das equações do movimento de rotores, é considerada a energia cinética do disco, cinética e deformação para o eixo e o efeito das forças exercidas no mancal na presença dos fios.

A.1 MODELO DO ROTOR

Para essa análise, considera-se um rotor flexível, onde os elementos básicos são caracterizados por: discos, eixo flexível e mancais. Considera-se uma velocidade de rotação $\dot{\phi}$ em torno de um eixo principal. O sistema descrito possui quatro graus de liberdade, sendo dois (u e w) designados a translação e dois (θ e ψ) a rotação.

Figura A.1- Sistema de coordenadas de um rotor flexível.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

O sistema de coordenadas mostrados na Fig. A.1 será utilizado para a obtenção da energia cinética, da energia potencial e do trabalho virtual realizado por cada um destes elementos, sendo:

[XYZ] – Sistema de coordenadas fixo.

[xyz] – Sistema de coordenadas móvel, ligado ao disco ou a um elemento de árvore definido.

A.2 DISCO

Os elementos do disco serão considerados como rígido, sendo caracterizado apenas pela energia cinética. O sistema de coordenadas móvel xyz está relacionado com o sistema de coordenadas fixo XYZ através do conjunto de ângulos θ , ϕ e ψ . A primeira rotação do referencial móvel é feita em torno do eixo Z , caracterizando o ângulo ψ . Então, rotaciona-se o sistema de coordenadas de um ângulo θ em torno do novo eixo $x(x_1)$. Por último, rotaciona-se o referencial móvel de ϕ em torno do eixo y . A velocidade angular instantânea no referencial xyz então é dada por:

$$\vec{w}_{R_1/R_0} = \dot{\psi}Z + \dot{\theta}x_1 + \dot{\phi}y \quad (\text{A.1})$$

Assim, a energia cinética do disco é fornecida pela seguinte expressão:

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}(I_{Dx}\omega_x^2 + I_{Dy}\omega_y^2 + I_{Dz}\omega_z^2) \quad (\text{A.2})$$

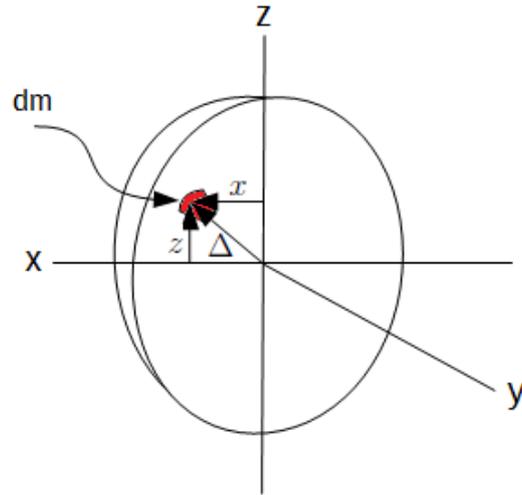
onde u e w são coordenadas nas direções x e z do centro de inércia do disco. m_D é a massa do disco de densidade volumétrica ρ e I_{Dx} , I_{Dy} e I_{Dz} são as massas de inércia do disco em relação ao sistema de coordenadas de referência, como visto na Fig. A.2.

O centro do disco (O) está localizado nas coordenadas u e w no referencial fixo R_0 . A massa do disco m_D e o tensor de inércia em O como xyz serão expressas pelas direções principais, dado por:

$$I = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

sendo:

Figura A.2- Sistema de coordenadas de um disco rígido.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

$$I_{Dx} = \int z^2 \rho dV \quad I_{Dy} = \int x^2 \rho dV \quad I_{Dz} = \int \Delta^2 \rho dV \quad (\text{A.4})$$

Através dos movimentos de rotação descrito anteriormente, a velocidade angular do rotor é dada por:

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\phi) + \dot{\theta} \cos(\phi) \\ \dot{\phi} + \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) + \dot{\theta} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo a equação A.5 na equação A.2, tem-se que:

$$\begin{aligned} T_D = & \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \sin^2 \phi - 2\dot{\psi}^2 \cos \theta \sin \phi \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi) + \\ & I_{Dy} (\dot{\phi}^2 + 2\dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta) + I_{Dz} (\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \cos^2 \phi + 2\dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \dot{\theta} \sin \phi + \dot{\theta}^2 \sin^2 \phi) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Algumas considerações deverão ser feitas, como o disco sendo simétrico, ou seja, os momentos de inércia em torno de z e x são iguais ($I_{Dx} = I_{Dz}$), os ângulos θ e ψ são pequenos ($\cos \theta = \cos \psi \cong 1$) e a velocidade de rotação do disco é uma função do tempo ($\dot{\phi} = \dot{\phi}(t)$). Assim, após essas simplificações, nota-se que:

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_{Dx}(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + \frac{1}{2}I_{Dy}(\dot{\phi}^2 + 2\dot{\phi}\dot{\psi}\theta) \quad (\text{A.7})$$

ou na forma expandida:

$$T_D = \frac{1}{2}m_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_{Dx}(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + I_{Dy}\dot{\phi}\dot{\psi}\theta + \frac{1}{2}I_{Dy}\dot{\phi}^2 \quad (\text{A.8})$$

O terceiro termo do segundo membro da equação acima representa o efeito giroscópico e o último termo desta equação representa a energia de rotação do disco em torno do seu próprio eixo de rotação.

Se as coordenadas u , w , θ , ψ e ϕ são as coordenadas independentes que descrevem o movimento do centro do disco, aplicando-se a equação de Lagrange na Eq. A.8, obtêm-se as seguintes expressões:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial u} = M_D \ddot{u} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{w}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial w} = M_D \ddot{w} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \theta} = I_{Dx} \ddot{\theta} - I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\psi} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \psi} = I_{Dx} \ddot{\psi} + I_{Dy} \dot{\phi} \dot{\theta} + I_{Dy} \ddot{\phi} \theta \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_D}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial T_D}{\partial \phi} = I_{Dy} \dot{\psi} \theta + I_{Dy} \dot{\psi} \dot{\theta} + I_{Dy} \ddot{\phi} \quad (\text{A.13})$$

Ainda é possível representar as Eq. A.9 a A.12 pela forma matricial, onde são expressas por:

$$\begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \ddot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

onde a primeira matriz, $[M_D]$ é a matriz de massa do disco, a segunda, $[C]$ é a matriz

giroscópica ou de amortecimento do disco e por fim a terceira ou $[K_{DT}]$ é a matriz de rigidez resultante do movimento transiente, sendo:

$$m_D = \pi(R_{eD}^2 - R_{iD}^2)t_D\rho_D \quad (\text{A.15})$$

$$I_{Dx} = \frac{m_D}{2}(R_{eD}^2 - R_{iD}^2) \quad (\text{A.16})$$

$$I_{Dy} = \frac{m_D}{4}(R_{eD}^2 - R_{iD}^2) + \frac{m_D}{12}t_D^2 \quad (\text{A.17})$$

onde I_{Dx} é o momento de inércia de massa polar do disco; I_{Dy} o momento de inércia de massa transversal do disco; m_D a massa do disco; R_{eD} o raio externo do disco; R_{iD} raio interno do disco; t_D espessura do disco e ρ_D é a densidade do material do disco.

A.3 O EIXO

A árvore do rotor é composto por elementos de viga (eixo) com características geométricas que variam linearmente ao longo de um elemento e que admitem movimentos de translação (u e w) e rotação (θ e ψ) em torno dos eixos X e Z . Na Fig. A.3, mostra-se um elemento de viga (eixo) para o qual são considerados os efeitos de cisalhamento e da inércia de rotação da seção transversal.

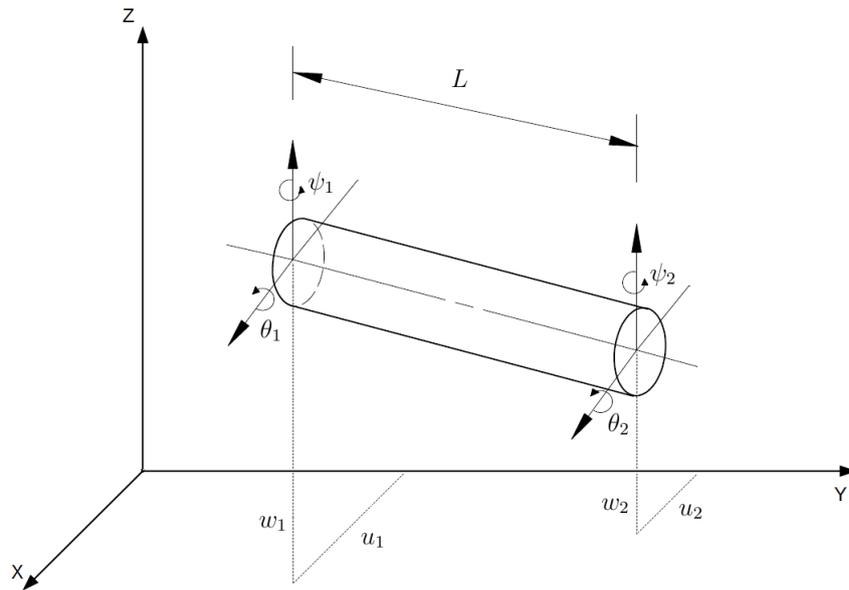
A.3.1 Energia cinética do eixo

A energia cinética de um elemento de eixo é representado como sendo uma viga de seção circular e é caracterizado por apresentar energia cinética e energia de deformação. A formulação geral da energia cinética do eixo vem da extensão da Eq. (A.2) do disco sendo escrita por:

$$T_s = \frac{\rho S}{2} \int_0^L \{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\} dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\} dy + 2\rho I \dot{\phi} \int_0^L \dot{\psi} \theta dy + \rho I L \dot{\phi}^2 \quad (\text{A.18})$$

onde ρ é a densidade volumétrica do material, S é área da seção transversal da viga, supondo ser constante e I é o momento de inércia de área de seção transversal da viga.

Figura A.3- Elemento de eixo.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

A.3.2 Energia de deformação do eixo sob flexão

A deformação de um ponto $B(x, z)$ contido na seção transversal da viga, mostrada na Fig. A.3, é dada por:

$$\varepsilon = -x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{A.19})$$

A equação acima pode ser separada em uma parcela linear e outra não linear:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_{nl} \quad (\text{A.20})$$

Sendo que ε_l é igual aos dois primeiros termos do segundo membro da Eq. A.19 e ε_{nl} é igual aos dois últimos termos da mesma equação e corresponde a parcela não linear da equação.

A energia de deformação de uma viga submetida a uma tensão σ é dada pela seguinte expressão:

$$U_1 = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^t \sigma dV \quad (\text{A.21})$$

onde ε é a deformação longitudinal de um ponto x, y da secção, σ é o vetor de esforços e

V é o volume da viga considerada. A relação entre tensão e deformação é dada por:

$$\sigma = E.\varepsilon \quad (\text{A.22})$$

Substituindo-se a Eq. A.22 na Eq. A.21 tem-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} \varepsilon^t \varepsilon dV \quad (\text{A.23})$$

substituindo-se a Eq. A.20 na Eq. A.23 obtêm-se:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_{\tau} (\varepsilon_l^2 + 2\varepsilon_l \varepsilon_{nl} + \varepsilon_{nl}^2) dV \quad (\text{A.24})$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z , tem-se que:

$$\int_{\tau} \varepsilon_{nl} \varepsilon_l = 0 \quad (\text{A.25})$$

e o terceiro termo da integral da Eq. A.24 é um termo de segunda ordem e pode ser desprezado. Considerando-se esta simplificação e substituindo-se o valor de ε_l nesta equação, tem-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left(-x \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 dS dy \quad (\text{A.26})$$

Após manipulação algébrica obtêm-se:

$$U_1 = \int_0^L \int_S \left[x^2 \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2xz \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right] dS dy \quad (\text{A.27})$$

Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação aos eixos x e z , a integral do terceiro termo entre colchetes na Eq. A.27 é nula. Os momentos de inércia de área em relação aos eixos x e z são dados respectivamente por:

$$I_x = \int_S z^2 dS \quad (\text{A.28})$$

$$I_z = \int_S x^2 dS \quad (\text{A.29})$$

Substituindo-se as Eq. A.28 e A.29 na Eq. A.27, esta se torna:

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.30})$$

A.3.3 Energia de deformação do eixo devido a uma força axial

Já nessa seção é possível considerar que o rotor esteja submetido uma força axial F_0 sobre uma seção transversal A . A energia de deformação devido a essa força será descrita pela Eq. A.31, assim:

$$U_2 = \int_0^L \frac{F_0}{A} (\varepsilon_l + \varepsilon_n l) dV \quad (\text{A.31})$$

As deformações foram obtidas assim como na seção anterior, porém agora os termos não lineares são adicionados. Devido a simetria da seção transversal do eixo em relação a x e z , a integral do primeiro termo entre parênteses na equação acima é nulo. Substituindo-se o valor de $\varepsilon_n l$ na equação acima, tem-se:

$$U_2 = \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.32})$$

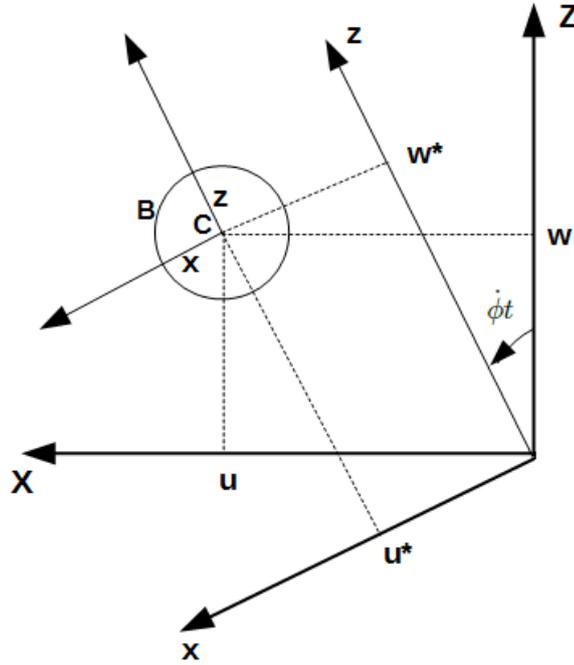
A.3.4 Energia de deformação total do eixo

A energia total de deformação do eixo U_S é dada pela soma das Eq. A.30 e A.32:

$$U_S = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w^*}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.33})$$

As coordenadas u^* e w^* são coordenadas dependentes do tempo, mas podem ser reescritas em função de u e w como é mostrado na Fig. A.4.

Figura A.4- Sistema de coordenadas do eixo.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

$$u^* = u \cos(\dot{\phi}t) - w \sin(\dot{\phi}t) \quad (\text{A.34})$$

$$w^* = u \sin(\dot{\phi}t) + w \cos(\dot{\phi}t) \quad (\text{A.35})$$

Substituindo-se as derivadas de u^* e w^* na Eq. A.33, têm-se:

$$U_S = \frac{E}{2} \int_0^L \left[I_z \left(\cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + I_x \left(\sin(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sin(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\sin(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \cos(\dot{\phi}t) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.36})$$

Para eixos de seção transversal circular, $I_x = I_y = I$. Após algumas simplificações algébricas para a Eq. A.36 se tem a expressão final para a energia de deformação do eixo:

$$U_S = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.37})$$

Desprezando-se os esforços axiais ($F_0 = 0$), a equação acima é simplificada.

$$U_S = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy \quad (\text{A.38})$$

O eixo é modelado como uma viga de seção circular constante. Para a aplicação do método dos elementos finitos é utilizado dois nós, totalizando oito graus de liberdade (quatro deslocamentos e 4 rotações). A relação entre eles é expressa por:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad \psi = \frac{\partial -u}{\partial y} \quad (\text{A.39})$$

O vetor de deslocamento nodal δ inclui δ_u e δ_w , assim:

$$\delta_u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^{T_{cin}} \quad \delta_w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^{T_{cin}} \quad (\text{A.40})$$

Após algumas etapas, que podem ser encontradas em diversos livros de elementos finitos (LALANNE; FERRARIS, 1998), aplica-se Lagrange (Eq. 37) obtendo:

$$\frac{d(\partial T_{cin})}{dt(\partial \dot{\delta})} - \frac{\partial T_{cin}}{\partial \dot{\delta}} = (Mt_S + Mr_S)\ddot{\delta} + G_S\dot{\delta} \quad (\text{A.41})$$

onde:

$$Mt_S = \frac{m_S}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.42})$$

$$Mr_S = \frac{Id_S}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.43})$$

$$G_S = \frac{Ip_S}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.44})$$

As matrizes Mt_S e Mr_S são as matrizes globais de massa do eixo devido ao movimento linear e angular, respectivamente. Já a matriz G_S é definida como sendo a matriz giroscópica dos elementos do eixo. Define-se:

$$A_S = \pi(R_{eS}^2 - R_{iS}^2) \quad (\text{A.45})$$

$$m_S = \rho_S A_S L_S \quad (\text{A.46})$$

$$Id_S = \rho_S A_S \frac{(R_{eS}^2 - R_{iS}^2)}{4} \quad (\text{A.47})$$

$$Ip_S = \rho_S A_S \frac{(R_{eS}^2 - R_{iS}^2)}{2} \quad (\text{A.48})$$

onde A_S é área da seção transversal; R_{eS} raio externo do eixo; R_{iS} raio interno do eixo;

ρ_S densidade do material que é feito o eixo; I_{d_S} e I_{p_S} momento de inércia do eixo.

Além disso, novamente pela equação de Lagrange, porém nesse caso para a energia potencial, nota-se que:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K_S \delta \quad (\text{A.49})$$

com

$$K_S = Kb_S + Kab_S \quad (\text{A.50})$$

e assim,

$$Kb_S = \frac{E_S II_S}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.51})$$

$$Kab_S = \frac{I_{p_S}}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & 3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.52})$$

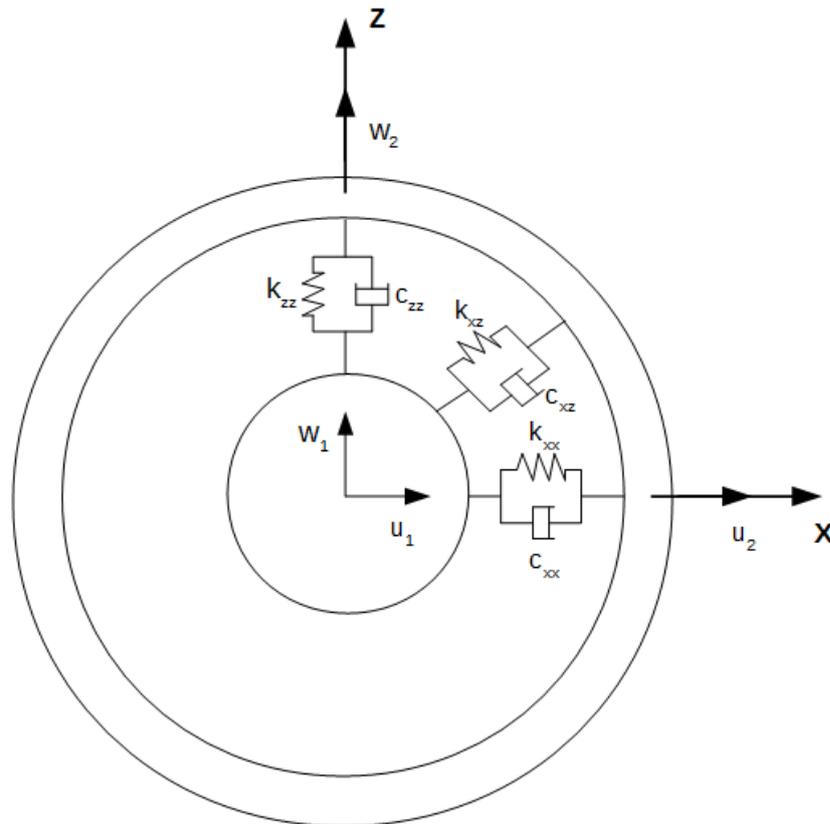
onde II_S é o momento de inércia da área dos elementos de eixo, expresso por:

$$II_S = \pi \frac{(R_{eS}^4 - R_{iS}^4)}{4} \quad (\text{A.53})$$

A.4 O MANCAL

Os mancais são elementos estruturais que estabelecem ligações entre os graus de liberdade de translação de dois nós, um no rotor e outro pode ser no engastamento fixo ou apoiado sobre uma fundação elástica, conforme mostra a Fig. A.5.

Figura A.5- Fundação ligada ao rotor pelo mancal.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

O princípio do Trabalho Virtual é usado para calcular as forças que o mancal exerce sobre o eixo. Assume-se que os valores dos termos de rigidez e amortecimento são conhecidos, então o trabalho sobre o eixo é dado por:

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad (\text{A.54})$$

ou

$$\delta W = F_u\delta u + F_w\delta w \quad (\text{A.55})$$

onde

$$F_u = -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \quad (\text{A.56})$$

e

$$F_w = -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u} \quad (\text{A.57})$$

Considerando que os momentos fletores e as rotações são nulas, $F_\theta = F_\phi = 0$, pode escrever as Eq. A.56 e A.57 numa forma matricial.

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_\theta \\ F_w \\ F_\psi \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \\ w \\ \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.58})$$

A primeira é a matriz de rigidez do mancal e a segunda é a matriz de amortecimento viscoso.

A.5 FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO

O desbalanceamento é normalmente definido como uma massa m a uma distância d do centro geométrico do elemento, onde sua energia cinética T_u pode ser calculada. A massa permanece sempre no plano xz e sua coordenada ao longo do eixo y é constante.

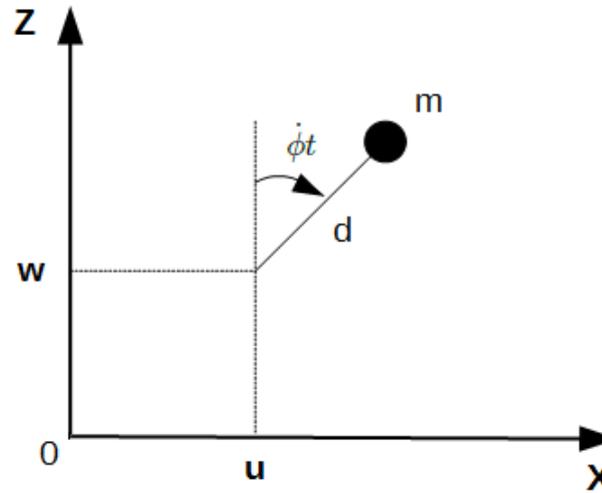
No sistema de coordenadas R_o , as coordenadas da massa são:

$$OD = \begin{bmatrix} u + d\sin(\phi) \\ \text{constante} \\ w + d\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{A.59})$$

Então:

$$V = \frac{dOD}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u} + \dot{\phi}d\sin(\phi) \\ 0 \\ \dot{w} - \dot{\phi}d\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (\text{A.60})$$

Figura A.6- Massa de desbalanceamento.



Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (1998).

O cálculo da energia cinética da massa de desbalanceamento (m) para um sistema transiente é obtida por meio da equação dada por:

$$T_{cin} = \frac{mV^2}{2} = \frac{m}{2}(\dot{u}^2 + \dot{w}^2 + \dot{\phi}^2 d^2 + 2\dot{\phi}d\dot{u}\cos(\phi) - 2\dot{\phi}d\dot{w}\sin(\phi)) \quad (\text{A.61})$$

O terceiro termo da Eq. A.61 é uma constante e não tem influência nas equações. A massa m é muito menor que a massa do rotor, logo a energia cinética pode ser expressa por:

$$T_{cin} = md\dot{\phi}(\dot{u}\cos(\phi) - \dot{w}\sin(\phi)) \quad (\text{A.62})$$

APÊNDICE B – Comportamento do Rotor para Diferentes Temperaturas nos Fios de LMF

Este anexo tem como objetivo avaliar o comportamento do sistema rotativo para temperaturas constantes, variando entre 30°C à 80°C. Para as simulações numéricas efetuadas, considerou-se a influência da temperatura (30°C, 40°C, 50°C, 60°C, 70°C e 80°C) nos fios de LMF. A Tab. B.1 mostra a comparação entre as três primeiras velocidades críticas do rotor, com e sem a presença dos fios de LMF.

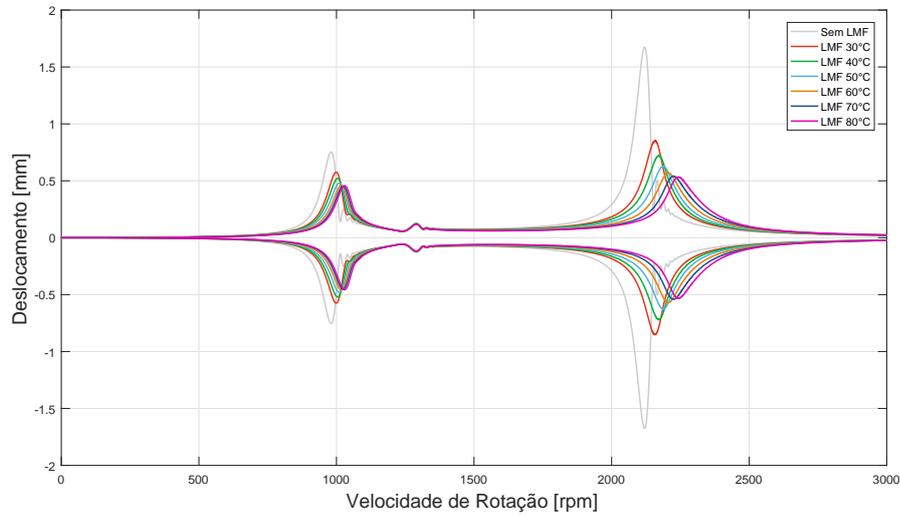
Tabela B.1- Velocidades críticas com e sem a presença dos fios de LMF.

Condição	1 ^a Crítica [Hz]	2 ^a Crítica [Hz]	3 ^a Crítica [Hz]
Sem LMF	980.4	1290.0	2119.2
LMF 30°C	998.4	1290.6	2157.6
LMF 40°C	1005.0	1290.6	2170.8
LMF 50°C	1009.8	1290.6	2187.0
LMF 60°C	1017.0	1290.6	2208.0
LMF 70°C	1023.6	1290.6	2223.0
LMF 80°C	1030.2	1290.6	2241.6

Fonte: Autor.

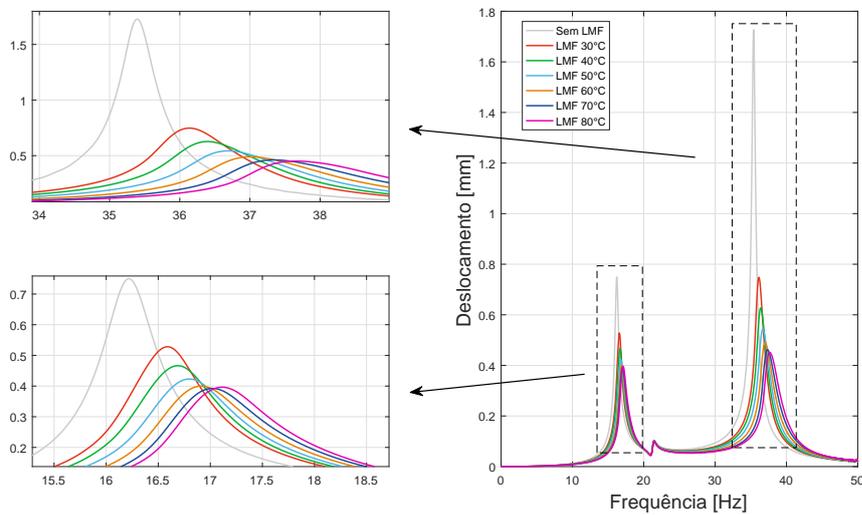
Os resultados numéricos obtidos para os deslocamentos horizontais do rotor no mancal 2 em função da velocidade de rotação e no domínio da frequência são mostrados, respectivamente, nas Fig. B.1 e B.2.

Figura B.1- Deslocamento horizontal do mancal 2 na direção horizontal em função da velocidade de rotação.



Fonte: Autor.

Figura B.2- Deslocamento do mancal 2 na direção horizontal no domínio da frequência.



Fonte: Autor.

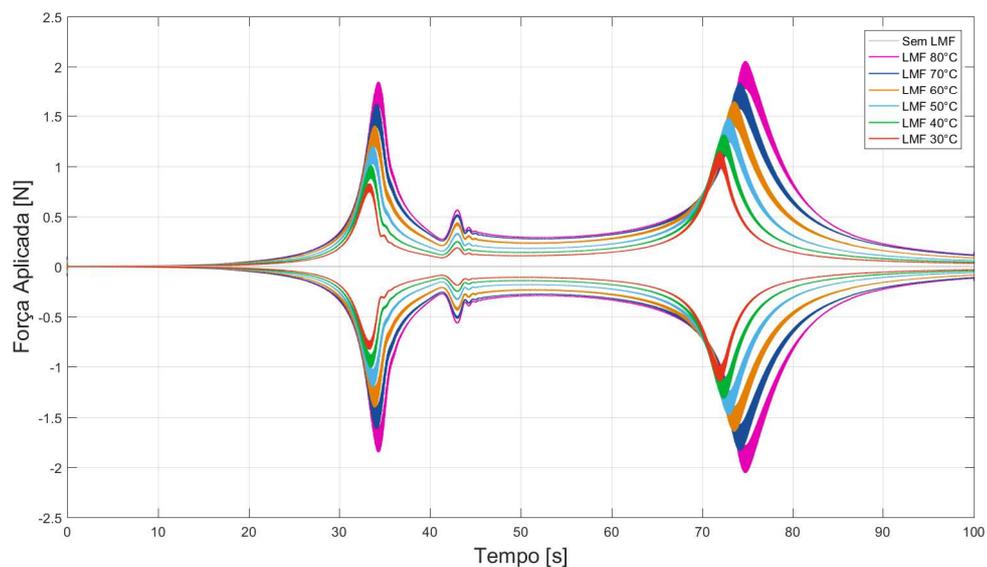
Pela análise das Fig. B.1 e B.2, observa-se que quanto maior a temperatura, mais rígida se torna cada fio de LMF, pois no aquecimento há uma mudança da fase martensítica para a austenítica (a qual possui um maior módulo de elasticidade). A Tab. B.2 apresenta as máximas amplitudes sofridas pelo mancal.

Tabela B.2- Máximas amplitudes do mancal 2 na direção horizontal.

Condição	1 ^a Crítica		2 ^a Crítica		3 ^a Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	0.7536	-	0.1218	-	1.6720	-
LMF 30°C	0.5747	23.7	0.1215	-	0.8515	49.07
LMF 40°C	0.5209	30.8	0.1215	-	0.7202	56.92
LMF 50°C	0.4805	36.3	0.1215	-	0.6280	62.40
LMF 60°C	0.4593	39.0	0.1215	-	0.5699	65.91
LMF 70°C	0.4530	39.8	0.1215	-	0.5413	67.62
LMF 80°C	0.4574	39.3	0.1215	-	0.5332	68.10

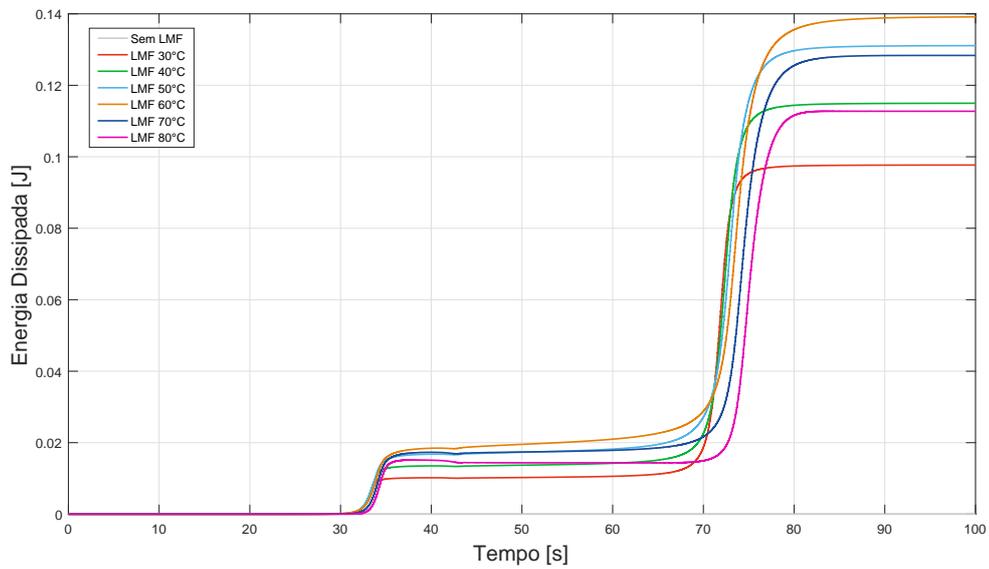
Fonte: Autor.

Nota-se ainda que na faixa da primeira velocidade crítica, houve uma diminuição percentual dos valores máximos de amplitude, enquanto que para a terceira crítica houve uma diminuição ainda mais expressiva no mancal 2. Como esperado, na segunda velocidade crítica, onde a vibração do rotor é predominantemente vertical, não há alteração significativa na velocidade crítica (devido a suspensão ser ativada apenas para a direção horizontal). A Fig. B.3 ilustra o comportamento das forças geradas por cada fio de LMF.

Figura B.3- Força aplicada pelos fios de LMF.

Fonte: Autor.

Figura B.4- Energia Dissipada pela suspensão com fios de LMF.

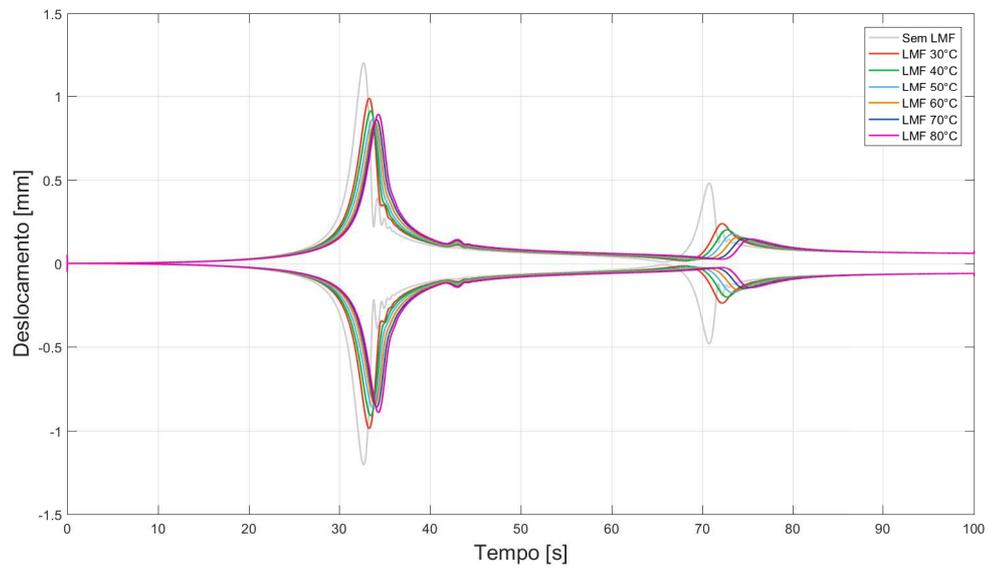


Fonte: Autor.

Portanto, torna-se importante destacar que as forças serão maiores com o aumento da temperatura devido a liga se tornar mais rígida. No caso da dissipação de energia, nota-se que ela crescerá até uma temperatura onde o deslocamento sofrido pelo mancal 2 seja suficientemente alto para induzir uma transformação de fase cada vez maior. A partir de 70°C, observa-se uma discreta diminuição da energia dissipada.

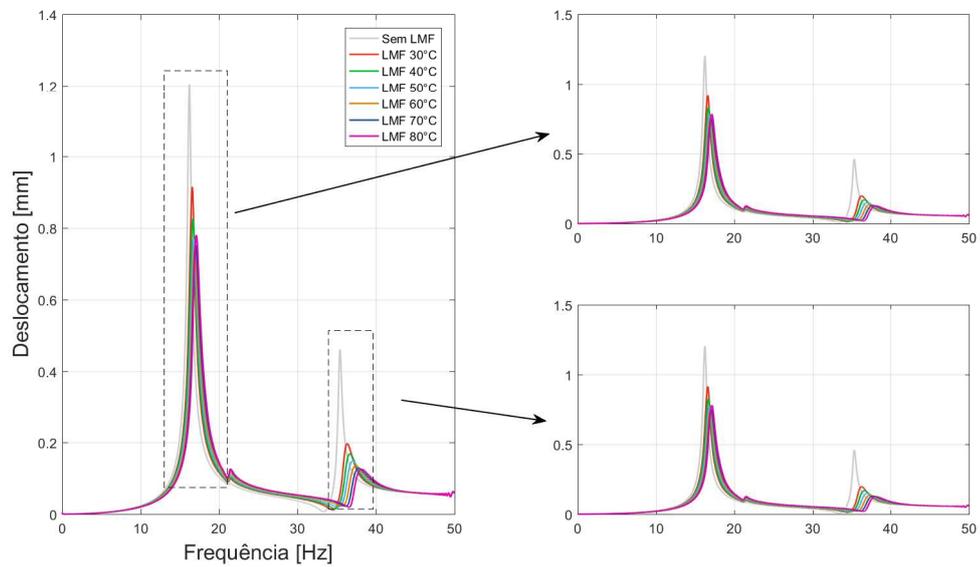
Por fim, as Figs. B.5 e B.6 ilustram o deslocamento sofrido pelo disco na direção horizontal, no domínio do tempo e frequência, respectivamente.

Figura B.5- Deslocamento do disco na direção horizontal.



Fonte: Autor.

Figura B.6- Deslocamento do disco na direção horizontal.



Fonte: Autor.

A Tab. B.3 mostra os valores calculados na direção horizontal com as reduções percentuais obtidas. Cabe salientar que tal redução percentual é feita sempre em relação ao rotor sem a atuação dos fios de LMF.

Tabela B.3- Máximas amplitudes de deslocamento horizontal do disco.

Condição	1 ^a Crítica		2 ^a Crítica		3 ^a Crítica	
	[mm]	[%]	[mm]	[%]	[mm]	[%]
Sem LMF	1.2060	-	0.1098	-	0.4816	-
LMF 30°C	0.9875	18.11	0.1101	-	0.2389	50.49
LMF 40°C	0.9125	24.33	0.1152	-	0.2023	57.98
LMF 50°C	0.8625	28.48	0.1216	-	0.1760	63.45
LMF 60°C	0.8574	28.90	0.1238	-	0.1594	66.90
LMF 70°C	0.8602	28.62	0.1249	-	0.1498	68.89
LMF 80°C	0.8920	26.04	0.1271	-	0.1458	69.72

Fonte: Autor.

Além disso, observa-se que a amplitude de vibração na terceira velocidade crítica é superior a primeira, provocada pela maior atuação dos fios de LMF no mancal 2.

A partir de 70°C (para primeira velocidade crítica), a amplitude de vibração do disco sofre um discreto aumento. Tal fato é justificado pelo modo de vibrar do rotor na primeira velocidade crítica. Nota-se que para temperaturas elevadas, o deslocamento no mancal 2 se torna menor o que acarreta numa menor dissipação de energia.

Cabe ainda salientar que a rigidez da suspensão na horizontal é em torno de 4 mil vezes menor que na vertical. Além disso, na terceira crítica, observa-se uma composição dos planos de vibração, onde em sua totalidade, a maior parcela se concentra no plano vertical, sendo possível obter uma maior atenuação quando comparada com a primeira crítica (predominantemente horizontal).