

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE FÍSICA TEÓRICA

EDISON TADEU FRANCO

MODELOS DE SEESAW COM $U(1)$ ADICIONAL E TEORIA DE GRANDE
UNIFICAÇÃO EM $SU(5)$ SEM SUPERSIMETRIA

São Paulo
2009



Instituto de Física Teórica - IFT
Universidade Estadual Paulista - UNESP

TESE DE DOUTORADO

IFT-D.003/2009

Modelos de Seesaw com $U(1)$ Adicional e Teoria de Grande Unificação em $SU(5)$ sem Supersimetria

Edison Tadeu Franco

Orientador

Professor Dr. Vicente Pleitez



4 de Maio de 2009

Agradecimentos

Primeiramente quero agradecer à Deus por permitir que eu realizasse esse trabalho. Jesus sempre esteve me ajudando e dando forças para não desistir e nem me desviar nos diversos momentos de dificuldade deste doutoramento. Em segundo, agradeço à minha esposa Xaieny Luiza, por todo seu Amor e compreensão que teve durante os momentos mais difíceis durante esse tempo que estamos juntos, sempre ao meu lado disposta a superar os desafios, não importando qual o lugar, no Brasil ou em Portugal. Foi ao seu lado que o meu amadurecimento, como pessoa e como cientista, aconteceu. Te Amo.

Gostaria de agradecer ao professor Dr. Vicente Pleitez, sem qual o apoio e orientação durante esses anos teria sido impossível a realização desse estudo. Ao professor Juan Monteiro pelas discussões nas reuniões de grupo. Agradeço também aos demais professores do IFT pela clareza no ensino e a dedicação à pesquisa. Aos professores do Instituto Superior Técnico em Lisboa - Portugal, que foram de fundamental importância para a conclusão desta tese: professores Ricardo González Felipe, David Emmanuel-Costa e Gustavo Castelo-Branco. Aos Professores da Universidade Federal de Rio Grande, Marcos Cardoso Rodriguez pelos ensinamentos sobre Supersimetria e Supergravidade e ao Professor Cláudio Masumi Maekawa pela amizade durante minha estadia naquela universidade.

Agradeço à todos funcionários do IFT, por sempre ajudarem os alunos. Em especial, agradeço à Marcela, pelos auxílios na biblioteca enquanto lá trabalhou e à equipe de pós-graduação: Meire, Luzinete, Rosane e Vilma, por sempre tirarem as dúvidas e ajudarem das mais diversas formas.

Agradeço a todos amigos e colegas que fiz durante esses cinco anos de doutorado no IFT e IST. A ajuda de todos foi definitiva para a conclusão do meu doutoramento, tanto na parte psicológica quanto na parte acadêmica. Seria impossível lembrar, depois de tanto tempo, todos os nomes e a importância que cada um teve na construção dessa tese. Entretanto, espero não me esquecer de nenhum (peço desculpas aos que me esqueci). Agradeço ao Adriano Doff, ao Alex Dias, ao Caio Gomes, ao Carlos Mafra, ao Carlos Bonin, ao Celso Nishi, ao Clélio Brasil, ao Clóvis Maia, à Dáfine Marchioro, ao Daniel Nedel, ao Douglas Fregolente, à Elaine Fortes, ao Fernando Gardim, ao Geová Maciel, ao German Zambrano, à Gabriela Campos, ao Leandro Ymai, ao Mário Bertin, ao Marcelo Dias, ao Marcelo Pinheiro, ao Paulo Tilles, ao Tiago Leite, ao Oscar Bedoya, ao Rodrigo Bufalo, à Nadiane Cassol, ao Otávio Augusto. Também quero agradecer aos amigos que fiz em Portugal durante os seis meses que estive por lá, ao Thomas Kernreiter e Satoru Kaneko pelos inúmeros cafés e discussões sobre tudo, ao Paulo Torres, ao David Seixas, à Catarina Simões, à Catarina Bastos, pela amizade e as boas horas de almoço.

Em especial quero agradecer ao meu *irmão* mais velho, Anselmo Augusto, pela amizade dedicada

por todos esses anos, ao Carlos Henrique Eduardo pelos vinte anos de amizade, à Carina Zanetti, por todo suporte ao L^AT_EX e pelo companheirismo na sala 1 do IFT, ao Ricardo Farias pelas ajudas no WinEdt[©] e Scientific WorkPlace[©], ao Hiroshi Kimura pelas inúmeras discussões e auxílio com “FeynCalc et al” e a amizade imensurável, ao Fábio Kana pelas muitas risadas geradas pelas sonecas durante o período de matérias e o companheirismo dos primórdios da nossa pós-graduação, à Ana Machado pela ajuda com as apresentações e ao Carlos Senise, por compartilhar muito das suas habilidades e pela grande amizade dentro e fora do IFT.

Aos meus familiares que tanto me apoiaram. Ao meu pai Edison Franco (*in memoriam*), cuja a saudade é incomensurável, à minha mãe Sonia de Carvalho por me incentivar e apoiar para seguir meus sonhos e nos ajudar a cuidar da Enaile enquanto a tese me ocupava, ao meu padraсто Luiz Cláudio pelo apoio, à minha irmã Cíntia Franco, ao meu cunhado Alex Macari, à minha avó Nair Paganelli de Carvalho pelo seu apoio infindável e auxílio em todos os sentidos para me ajudar tornar o que sou hoje, desde o cursinho até aqui, no final do doutorado.

Agradeço também à minha *família busca-pé in law*. À minha sogra Eliane Júlia e ao meu sogro Luiz Carlos, que sempre me acolheram como um filho enquanto eu estava em Governador Valadares e cujos quais não teria conseguido terminar de digitar esta tese durante os choros da nossa querida Enaile Sophie em São Paulo e em Valadares. Aos meus cunhados Xarlys Luiz e Xaniny Lilian.

Agradeço pela alegria proporcionada pelas minhas sobrinhas e sobrinho durante esta etapa final da tese: Juju, Tatá e Guigui. Também agradeço pela alegria que minha filha Enaile me trouxe nessa transição de várias fases.

Por último, agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP 2003/13869-3) pelo apoio financeiro durante esse período.

Dedicatória

Aos meus avós Paulo de Carvalho (*in memorian*) e Nair Paganelli de Carvalho. Aos meus pais Edison Batista Franco (*in memorian*) e Sonia Maria de Carvalho. Aos Amores da minha vida, minha esposa Xaieny Luiza e nossa filha Enaile Sophie.

Resumo

A construção de modelos de unificação continua sendo de grande interesse fenomenológico. As teorias baseadas no grupo de simetrias $SU(5)$, apesar de terem suas versões mínimas, com apenas um multiplete da representação fundamental e um decuplete fermiônicos, praticamente excluídas pelos dados experimentais, continuam sendo de grande interesse desse ponto de vista. Modelos experimentalmente plausíveis, onde o decaimento do próton é evitado pela separação dos setores de léptons e quarks do Modelo Padrão (MP) em diferentes multipletos, em conjunto com a implementação de simetrias cíclicas discretas, Z_n , poderiam explicar o porquê do próton ter se mantido estável até a idade atual do universo. De fato, ao mesmo tempo que as simetrias cíclicas protegem o próton de operadores que induzem seu decaimento, elas são naturalmente implementadas quando o problema de CP forte é resolvido via áxion invisível, mantendo, ao mesmo tempo, o áxion livre de possíveis efeitos gravitacionais para uma simetria cíclica Z_{13} . Entretanto, a fenomenologia completa para os modelos $SU(5)$ deve ser cuidadosamente formulada, uma vez que deseja-se que qualquer nova teoria que venha complementar o MP implemente, por exemplo, massa para todas as partículas conhecidas. Todavia, a simples estruturação da teoria pode não ser suficiente para a solução das massas dos neutrinos. De fato, os modelos mais simples, enquanto explicam os dados de oscilação dos neutrinos, geram problemas para o decaimento do próton, uma vez que introduzem fases da simetria Z_n que geram operadores perigosos. A solução para esse problema é a inclusão de massas apenas pela quebra espontânea de uma simetria adicional. O termo de Yukawa direto na Lagrangiana é acoplado à uma $U(1)$ quirial adicional, que é espontaneamente quebrada pelo singlete acoplado aos neutrinos ativos. Mostra-se que, quando essas simetrias são localmente implementadas, complementando a estrutura de gauge do MP, os mecanismos de seesaw do tipo I e do tipo III não podem ser simultaneamente executados. Nesse mesmo sentido, o mecanismo de seesaw dos tipos I, II e III têm o número mínimo de escalares restrito pelas transformações de $U(1)$. Dessa forma, qualquer teoria que tenha como grupo de gauge $SU(5)$ e simetria adicional de $U(1)$ pode ter os efeitos de fenomenologia restringidos pela característica da evolução dos acoplamentos. Portanto, uma análise fenomenológica das possíveis evoluções dos acoplamentos é apresentada em conformidade com a teoria de gauge proposta, que deverá ser observada em maiores detalhes em um momento posterior, afim de se testar a compatibilidade com os dados experimentais.

Palavras Chaves: Mecanismos de Seesaw; Neutrinos Massivos; Física Além do Modelo Padrão; Violação de CP Forte; Áxions; Teorias de Grande Unificação.

Áreas do conhecimento: Física de Partículas Elementares e Campos;

Abstract

The construction of unification models remain of great phenomenological interesting. The theories based on $SU(5)$ symmetry group, despite having their minimalist versions, with only a fermionic multiplet of fundamental representation an one decuplet, almost excluded from experimental data, remain of great interest from this point of view. Experimentally plausible models, where the proton decay is avoided by separation of Standard Model (SM) lepton and quark sectors in different multiplets, together with the implementation of cyclic symmetries, Z_n , could explain why the proton has remained stable until the current age of the universe. Indeed, while protecting the proton from operators that induces their decay, discrete symmetries are naturally implemented when the strong CP problem is solved by invisible axion, keeping, at the same time, the axion protected against possible semi-classical gravitational effects for a cyclical Z_{13} symmetry. However, the complete phenomenology for $SU(5)$ models should be carefully formulated, once one want to have that any new theory, which complement the SM, implement, for example, mass for all known particles. However, the simple structure of the theory may not be sufficient for the solution of the neutrino masses. In fact, the simplest models, while explaining the data of neutrino oscillation, create problems for proton decay, since introduces Z_n symmetry charges that generate dangerous operators. The solution to this problem is the inclusion of mass term only by additional symmetry. The direct Yukawa term in the Lagrangian is coupled to an additional chiral $U(1)$ symmetry, which is spontaneously broken by the singlet coupled to the active neutrinos. It shows that when these symmetries are implemented locally, complementing the gauge structure of the SM, the seesaw mechanism of types I and III can not be simultaneously executed. In this sense, the seesaw mechanism of types I, II and III have the minimum scalar numbers restricted by $U(1)$ transformations. Thus, any theory which has the $SU(5)$ gauge group and an additional $U(1)$ symmetry may have phenomenology effects restricted by the characteristic of the evolution of couplings. Therefore, a phenomenological analysis of possible runnings of couplings is presented in accordance with the gauge theory proposed, which must be improved further, in order to test the compatibility with experimental data.

Senhor, quando eu errar a culpa será sempre minha. Quando eu acertar, a glória será sempre Tua.
(autor desconhecido)

*Disse o rei ao profeta Natã: Eis que eu moro em casa de cedro, e a arca de Deus mora dentro de cortinas. E disse
Natã ao rei: Vai, e faz tudo quanto está no teu coração; porque o SENHOR é contigo.*
(2 Samuel 7:2-3)

*Deus vivo seja louvado, pois Tu, Jesus, tens andado do meu lado e me guiado conforme a tua vontade. Que a
minha vitória seja para a honra e glória do Teu precioso nome!*

Sumário

1	Introdução	p.1
2	Mecanismos de Seesaw	p.5
2.1	Introdução	p.5
2.2	Tipo I	p.6
2.3	Tipo II	p.7
2.4	Tipo III	p.8
2.5	Tipo I+II+III	p.9
3	Vínculos de Anomalias e Modelos Mínimos de Seesaw	p.10
3.1	Introdução	p.10
3.2	Anomalias e Lagrangiana de Yukawa	p.11
3.3	Teoria com $U_X(1)$ de Gauge	p.14
3.4	$U_X(1)$ Global e Limites das Anomalias para $U_X(1)$ de Gauge	p.15
3.4.1	Um singleto escalar ($x_T = x_\nu$)	p.16
3.4.1.1	Solução em termos de x_d e x_Q	p.16
3.4.1.2	Solução em termos de x_e e x_Q	p.17
3.4.1.3	Solução em termos de x_ν e x_T	p.18
3.4.2	Dois singletos escalares ($x_T \neq x_\nu$): Caso Geral	p.18
3.5	Mecanismos de Seesaw com simetria de Gauge	p.20
3.5.1	Seesaw do tipo I: $N_R = N_g$ e $N_T = 0$	p.20
3.5.1.1	Parametrização α	p.20
3.5.1.2	Região fenomenológica do bóson X	p.21
3.5.2	Seesaw do tipo I: $N_R = 2$ e $N_T = 0$	p.22

3.5.2.1	Parametrização α	p. 24
3.5.2.2	Região fenomenológica do bóson X	p. 24
3.5.3	Seesaw do tipo III: $N_R = 0$ e $N_T = N_g$	p. 25
3.5.3.1	Parametrização α	p. 25
3.5.3.2	Região do bóson X	p. 26
3.6	Setor escalar	p. 26
3.6.1	Número mínimo de escalares	p. 26
3.6.1.1	Número de dubletos escalares	p. 26
3.6.2	Número de dubletos escalares nas soluções de gauge	p. 27
3.6.2.1	Seesaw do tipo I	p. 27
3.6.2.2	Seesaw do tipo I ($N_R = 2$)	p. 27
3.6.2.3	Seesaw do tipo I+II	p. 28
3.6.2.4	Seesaw do tipo III	p. 28
3.6.2.5	Seesaw do tipo II+III	p. 28
3.6.3	Lagrangiana Escalar e Potencial Escalar	p. 28
3.6.4	Mistura dos bósons de Gauge	p. 30
3.6.5	Generalização para N – dubletos escalares	p. 33
3.7	Limite diagonal dos bósons de gauge	p. 35
3.7.1	Condições de Seesaw tipo I	p. 35
3.7.1.1	$N_R = 3$	p. 35
3.7.1.2	$N_R = 2$ sem H_S	p. 36
3.7.1.3	$N_R = 2$ com H_S	p. 36
3.7.2	Condições de Seesaw tipo I + II	p. 37
3.7.2.1	$N_R = 3$	p. 37
3.7.3	Condições de Seesaw tipo III	p. 37
3.7.4	Condições de Seesaw tipo III + II	p. 38
3.8	Minimização do potencial escalar	p. 38

3.9	Anomalias Globais	p. 40
4	Problema de CP Forte, Áxion e Modelos de Unificação em $SU(5)$	p. 42
4.1	Introdução	p. 42
4.2	Problema de CP forte e solução via Áxion de DFSZ	p. 42
4.3	O grupo $SU(5)$	p. 47
4.4	A extensão do grupo $SU(5)$	p. 48
4.5	Teoria de grande unificação $SU(5)$ não supersimétrica	p. 49
4.5.1	Construção dos termos de Yukawa via multiplicação tensorial	p. 50
4.5.2	O papel da simetria Z_{13}	p. 51
4.5.3	A Lagrangiana de Yukawa	p. 53
4.6	Potencial escalar	p. 54
4.7	Evolução das constantes de acoplamento	p. 55
4.7.0.1	Dois loops	p. 57
4.8	Estabilização do próton	p. 58
5	Evolução dos Acoplamentos em Modelos de $SU(5)$	p. 61
5.1	Introdução	p. 61
5.2	Evolução dos Acoplamentos Generalizados	p. 61
5.3	Grupo $SU(5)$	p. 64
5.3.1	Estrutura do grupo	p. 64
5.4	Análise numérica	p. 67
5.4.1	Estudo dos F'_i s	p. 68
5.4.2	Casos específicos	p. 69
5.4.2.1	Independência de ativação de conteúdo fermiônico completo	p. 69
5.5	Ativação das escalas	p. 70
5.6	Seesaw do tipo I	p. 72
5.7	Seesaw do tipo II	p. 72
5.7.1	$M_{EI} = T$	p. 72

5.7.2	$M_{\text{EI}} = T + \Sigma_3$	p.73
5.7.3	$M_{\text{EI}} = T \rightarrow \Sigma_3$	p.74
5.7.4	$M_{\text{EI}} = T \rightarrow \Sigma_3$	p.74
5.7.5	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T$	p.74
5.7.6	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T$	p.75
5.7.7	$M_{\text{EI}} = T + \Sigma_3 + \Sigma_8$	p.76
5.7.8	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$	p.77
5.7.9	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$	p.78
5.7.10	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$	p.78
5.7.11	$M_{\text{EI}} = T \rightarrow \Sigma_3 \rightarrow \Sigma_8$	p.78
5.7.12	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow \Sigma_8 \rightarrow T$	p.79
5.8	Seesaw do tipo III	p.80
5.8.1	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3^F$	p.81
5.8.2	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3^F + \Sigma_3$	p.82
5.8.3	$M_{\text{EI}} = \Sigma_3^F + \Sigma_3 + T$	p.82
5.9	Singleto $S \sim (1,1)_2$	p.83
5.9.1	$M_{\text{EI}} = S$	p.83
5.9.2	$M_{\text{EI}} = S + \Sigma_3$	p.83
5.9.3	$M_{\text{EI}} = S \rightarrow \Sigma_3$	p.84
5.9.4	$M_{\text{EI}} = S + T + \Sigma_3$	p.84
5.9.5	$M_{\text{EI}} = \text{Exótico} + S \rightarrow \Sigma_3$	p.84
6	Conclusões e Perspectivas	p.87
	Apêndice A - Convenções	p.92
	Apêndice B - Programa para a evolução generalizada dos acoplamentos	p.94
	Apêndice C - Um Modelo de Grande Unificação $SU(5) \otimes Z_{13}$	p.100
	Apêndice D - Vínculos Livres de Anomalias e Modelos de Seesaw para Neutrinos	p.107

1. Introdução

Este trabalho tem como objetivo principal analisar o processo de modernização da agricultura brasileira, com ênfase na adoção de técnicas e equipamentos modernos. Para isso, será realizado um levantamento bibliográfico sobre o tema, buscando identificar os principais fatores que influenciaram esse processo. Além disso, serão analisados os impactos sociais e econômicos da modernização agrícola no Brasil.

A metodologia utilizada para a realização deste trabalho foi a pesquisa bibliográfica, com foco em artigos científicos, livros e documentos oficiais. Os dados foram organizados em tópicos, permitindo uma análise mais detalhada de cada aspecto do tema.

Os resultados da pesquisa indicam que a modernização da agricultura brasileira ocorreu em etapas distintas, desde a introdução de técnicas simples até a adoção de tecnologias avançadas. Um dos principais fatores que influenciaram esse processo foi a necessidade de aumentar a produtividade e a eficiência da produção agrícola. Além disso, a disponibilidade de recursos financeiros e humanos também desempenhou um papel fundamental. Os impactos sociais e econômicos da modernização agrícola foram significativos, com a criação de empregos e o aumento da renda das famílias rurais.

Conclui-se que a modernização da agricultura brasileira foi um processo complexo e multifacetado, envolvendo a adoção de técnicas e equipamentos modernos, a melhoria das condições de trabalho e a criação de empregos. Apesar dos desafios enfrentados, a modernização agrícola trouxe benefícios significativos para a sociedade brasileira, contribuindo para o desenvolvimento econômico e social do país.

1 Introdução

Nas últimas décadas a Física de Partículas Elementares tem mostrado grande êxito quando relacionada pelo chamado Modelo Padrão (MP) de Partículas Elementares. Essa teoria é descrita pelo grupo de simetrias locais $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, envolvendo o grupo de cor, $SU(3)_C$, que realiza a interação exclusivamente dos quarks através dos bósons de gauge da QCD, os glúons, e o grupo eletrofraco, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que age sobre todo setor de partículas da teoria através dos bósons de gauge intermediadores da força fraca, $W^\pm$ e Z^0 , e da força eletromagnética, γ , o fóton (aqui representado pelo campo A^0). Isso significa que três das quatro interações conhecidas são reproduzidas nessa simples estrutura.

O caráter quiral do MP é devido ao diferenciamento sob o grupo de simetrias $SU(2)_L$ dos férmions dessa teoria: enquanto as componentes esquerdas dos campos de matéria devem estar contidas nas representações fundamentais desse grupo, as componentes direitas são singletos nesse agrupamento.

O grande sucesso do MP padrão pôde ser observado em uma série de experimentos, nas quais há destaque para: os experimentos com correntes neutras [Has1973a, Has1973b, Ben74], em 1973; a produção do estado J/Ψ [Au74, Aug74], confirmando a existência dos quarks *charmosos*, c , em 1974; a confirmação do lépton τ , em 1975, como o primeiro indício da terceira geração fermiônica [Perl75, Perl76, Perl77], que já havia sido sugerida teoricamente dois anos [Ca63, Ko73] antes para a acomodação da mistura dos quarks nas reações eletrofracas; os processos $e^-e^+ \rightarrow 3jets$, provando, em 1979, a existência dos glúons da QCD [Bar79]; a detecção, em 1983, dos bósons de gauge intermediadores da força fraca nas colisões próton-antipróton [Arn83a, Ban83, Arn83b]; a confirmação, entre 1989 e 1991, do decaimento do bóson de gauge Z^0 em apenas três neutrinos leves ativos, quais deveriam estar relacionados à apenas três famílias fermiônicas [Abr89, Ad91]; a observação do quark top [Abe94, Abe95], em 1995, fechando o conteúdo de campos de matéria do MP.

A despeito de todo esse progresso obtido, algumas perguntas também foram criadas ao decorrer desses anos. Entre as mais fundamentais encontram-se o porquê de até agora o mecanismo de massa realizado pela quebra espontânea de simetria ainda não ter sido completamente visualizado: o bóson de Higgs, responsável por este mecanismo, até o presente momento não foi detectado experimentalmente. Em segundo lugar, a pergunta que vem da cosmologia, mas que apenas a física de partículas elementares poderá responder, diz respeito à quantidade de matéria sobre antimatéria do universo. Dentro do MP há uma geração simetria dessas quantidades. Em terceiro, mas não menos importante,

está a observação, em 1998, no experimento Super-Kamiokande, de que os neutrinos podiam ser detectados em diferentes sabores após percorrer distâncias macroscópicas. Isto indicou que a oscilação entre os sabores leptônicos neste setor era indubitável.

A confirmação dos resultados do Super-Kamiokande foi realizada com esse mesmo aparato experimental e também em outros três experimentos, conhecidos como SNO, KamLand e K2K. Uma explicação simples apenas poderia ser dada se os neutrinos fossem consideradas partículas massivas, ao contrário do que prevera o MP, já que neste protótipo as componentes de quiralidade direita para os léptons neutros, ν_R , não eram introduzidas. De fato, duas diferenças quadráticas de massas, $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$, foram medidas, com valores menores do que 0.003eV^2 . Isso implica, por princípios de naturalidade, que a escala dessas massas, e não apenas as diferenças quadráticas, deve ser extremamente pequena comparada à qualquer das massas dos léptons carregados no MP, que tem valores que diferem de, no mínimo, sete ordens de grandeza ($\sqrt{|\Delta m_{32}^2|} = \sqrt{0.003}\text{eV} \simeq 0.55 \times 10^{-7}\text{MeV}$ frente a 0.511MeV do elétron).

Uma possível explicação para esses valores residuais das massas dos neutrinos de mão esquerda poderia ser advindo de operadores efetivos não renormalizáveis de dimensão $d = 5$, envolvendo tanto o dubleto de léptons (ℓ), quanto o dubleto de escalares (H), $\ell H \ell H$, e que devido à quebra espontânea de simetria, um fator de supressão por uma grande massa, M , realizaria a introdução das massas diminutas dos léptons neutros. Dessa forma, o fator quadrático do valor esperado do vácuo (vev) na escala eletrofraca, v^2 , seria corrigido pela imponente massa das componentes direitas no denominador, M , formando $v^2 \times M^{-1}$. Obviamente mais quantidades estão envolvidas na forma matricial, o que resulta numa complexidade para o cálculo direto entre as matrizes do setor de Yukawa.

Uma realização nesse sentido é explicada pelos mecanismos de *seesaw*. Enquanto a componente direita do lépton neutro deve ter uma grande contribuição para as massas, sua contraparte, a componente esquerda, pode conceber massas extraordinariamente pequenas. Nesse tipo de mecanismo a supressão é devida à massa das componentes direitas, M_R . Conforme essa última for maior, a massa das componentes esquerdas deve ser ainda menor; se M_R for pequena, maior será a contribuição para as componentes esquerdas. É isso o que forma a *gangorra* de massas.

Por outro lado, uma explicação para a introdução da massa M_R não é introduzida de forma natural em nenhum dos mecanismos de *seesaw* existentes. Além disso, a simples quebra de simetria do MP não conseguiria explicar a introdução dessa massa enorme. Isso significa que o grupo do MP (GMP) deve ser alargado afim de incorporar uma nova quebra de simetria numa energia muito maior do que a escala eletrofraca.

Uma forma mínima de se ir além do MP é introduzir uma simetria $U(1)$ adicional ao GMP, na forma $\text{GMP} \otimes U_X(1)$, sendo que a quebra espontânea da simetria $U_X(1)$ pode ser alta o suficiente para explicar os dados de oscilação dos neutrinos através de algum dos mecanismos de *seesaw*. Obviamente quem dirá a realidade deste fenómeno será a experiência, mas como primeira extensão pode-se assumir

este tipo de implementação.

Outra observação a respeito do MP é que ele não unifica as três constantes de acoplamento das simetrias $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. Para que essas três interações sejam simultaneamente acopladas é necessário incorporar o GMP em alguma simetria maior. O grupo de simetria $SU(5)$ tem o mesmo rank que o GMP e é o menor grupo que pode conter essa estrutura de simetrias. De fato, historicamente a proposta para a uma teoria unificada foi realizada com o embebedimento do MP nesse grupo.

Infelizmente a análise teórica da estrutura mínima mostrou que para haver unificação dos três acoplamentos era necessário adicionar matéria extra ao modelo de $SU(5)$ mais simples. De fato, foi com a supersimetria que a evolução dos acoplamentos de gauge, com uma precisão incrível, mostrou seu caráter unificador. Contudo, experimentos mostraram que a estrutura da teoria supersimétrica eram excluídas pelos dados experimentais: o próton era mais estável do que a idade do universo. De fato, qualquer nova teoria que queira realizar a unificação, deve, a princípio, estabilizar os nucleons, pelo menos nas ordens mais baixas.

No contexto de vários dubletos, foi mostrado que uma teoria na escala eletrofraca pode unificar todo o conteúdo de férmions do MP apenas adicionando-se quatro dubletos e um tripleto escalares. Além disso, a teoria incluía termos de massa para os neutrinos ao mesmo tempo que um singlete escalar explicava o problema de CP forte do MP. O áxion do modelo é protegido contra efeitos gravitacionais por uma simetria cíclica Z_{13} , naturalmente implementada com os vínculos dos dados cosmológicos para o decaimento de tal partícula. Dessa forma, a pergunta a se fazer é: existe alguma possibilidade para se construir os multipletos embebidos num grupo $SU(5)$ de forma que o próton seja estabilizado a nível de árvore? Além dessa pergunta, pode-se indagar: será que é possível utilizar as simetrias cíclicas que protegem o áxion para proteger o próton de alguma forma?

Se for possível realizar a unificação, é perceptível que um estudo a respeito da ativação das partículas em Escalas Intermediárias (EI) deve ser realizado: as partículas com massas robustas não podem ser consideradas à escala eletrofraca. Nas hipóteses dos mecanismos de seesaw algumas partículas têm naturalmente seu avivamento em um setor entre a unificação e a região fenomenologicamente conhecida. Logo, a próxima pergunta a ser respondida é: como a introdução de tais partículas em EI estragam a unificação ou podem ser ajustadas para corroborar para que esta ocorra mais suavemente? De fato, para explicar os dados de oscilação e unificar a estrutura teórica da escala eletrofraca uma examinação sobre as possíveis unificações dos acoplamentos de gauge com a inclusão de algumas partículas nas escalas de interesse fenomenológico para os sistemas de seesaw devem ser consideradas com muita atenção.

A distribuição desta tese está contida na seguinte estrutura: no *Capítulo 2* é apresentado os chamados mecanismos de seesaw, imprecindíveis para toda a análise deste trabalho; no *Capítulo 3* a

utilização da extensão mínima é realizada através de uma simetria $U_X(1)$ adicional e complementar à estrutura do grupo do Modelo Padrão. No **Capítulo 4** o modelo prévio, arquitetado para ser realizado a baixas energias, é unificado por um grupo de mesma classe ($rank=4$) pelo grupo de simetria $SU(5)$, de forma diferente ao feito nas primeiras hipóteses de grande unificação, sem que a supersimetria seja invocada. No **Capítulo 5** a evolução dos acoplamentos de gauge de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é executada e diversas alterações são obtidas com a inclusão de certas contribuições para os mecanismos de seesaw em escalas intermediárias. No **Capítulo 6** as consequências fenomenológicas, conclusões e perspectivas futuras são exibidas.

2 Mecanismos de Seesaw

2.1 Introdução

A observação das conversões dos sabores dos neutrinos, juntamente com sua interpretação no contexto da oscilação entre essas três espécies, trouxe novas informações cruciais a respeito das massas e das misturas entre as gerações dos léptons neutros [Antu04a, Antu04c, Mo04]. Neutrinos são partículas massivas, é a resposta mais simples dada pelos dados experimentais. Nesse sentido, duas diferenças quadradas de massas foram medidas [Am08], com a definição $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$,

$$\Delta m_{21}^2 = (7.9 \pm 0.3) \times 10^{-5} \text{eV}^2 \equiv m_{\odot}^2, \quad |\Delta m_{32}^2| = (2.6 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{eV}^2 \equiv m_{\oplus}^2, \quad (2.1)$$

onde $m_{\odot}^2$ [Br02] indica a diferença quadrática de massas entre os neutrinos da primeira e segunda gerações, denominada solar, e $m_{\oplus}^2$ indica a diferença quadrática de massas entre os neutrinos da segunda e terceira gerações, denominada atmosférica. Estas são quantidades extremamente pequenas e, ao contrário do setor de quarks, deve haver uma grande mistura dos sabores entre os léptons [Sm93]. Isso significa que o Modelo Padrão de Partículas Elementares (MP) carece ser estendido afim de incorporar a física além do previsto pela escala eletrofraca [El01].

O mecanismo de seesaw é a tentativa mais promissora [Dav87, Mo79] de se explicar o porquê da escala de massa dos neutrinos ser tão baixa quando comparada às outras partículas do MP [Antu04c]. Nele há a observação dos neutrinos serem partículas de Majorana. Além da explicação aos dados de oscilação, esse método também pode ser aplicado para manifestar a geração do número bariônico do universo [Lut92]. Existem três tipos de realizações dos modelos de seesaw, os quais diferem pelas propriedades das partículas pesadas que são trocadas a nível de loop [Dav08]. Se, de fato, os neutrinos forem partículas de Majorana, eles violam o número leptônico e possuem uma matriz de massa com a seguinte configuração:

$$L_{m\nu} = \frac{1}{2} \overline{\nu_{\alpha}^c} [m]_{\alpha\beta} \nu_{\beta} + \text{h.c.}, \quad (2.2)$$

onde ν são espinores de Dirac completos de quatro componentes. Os mecanismos de seesaw são classificados segundo a estrutura dessas novas partículas pesadas que são introduzidas no MP [Dav08]:

- Tipo I: $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ - singleto de férmions;
- Tipo II: $SU(2)$ - tripleto escalares;

- Tipo III: $SU(2)$ - tripleto de férmions.

2.2 Tipo I

No seesaw do tipo I, a extensão mais econômica do MP, dois ou três singletos fermiônicos (muitas vezes referidos simplesmente como neutrinos de mão direita) são adicionados ao MP. Assume-se que eles tenham grandes massas de Majorana. A parte leptônica da Lagrangiana de Yukawa pode ser escrita na base de massa dos léptons carregados e dos singletos fermiônicos como

$$-\mathcal{L}^I = Y_{ij}^e \bar{\ell}_{Li} e_{Rj} H + Y_{ij}^\nu \bar{\ell}_{Li} \nu_{Rj} \tilde{H} + \frac{1}{2} M_i^I \nu_{Ri}^T C \nu_{Ri} + \text{h.c.} \quad (2.3)$$

e quando o campo que figura o singlete neutro é integrado à altas energias na teoria o feito é a formação de um operador efetivo para as componentes de mão esquerda com a estrutura $(\ell_L H) (\ell_L H)$, que descreve um operador não renormalizável de dimensão 5. Isso exprime que a contribuição dos neutrinos pesados gera um operador efetivo não renormalizável à escala eletrofraca. Quando o dubleto de Higgs ganha um valor esperado do vácuo (v.e.v.), v , fazendo com que $h^0 \rightarrow h^0 + v/\sqrt{2}$ uma contribuição de massa é efetivamente introduzida. Na base $\begin{pmatrix} \nu_R^c & \nu_R^T \end{pmatrix}^T$, onde a notação $\nu_R^c = (\nu^c)_R$ foi empregada. Dessa forma, a matriz de massa dos neutrinos é escrita como

$$-\mathcal{L}_m^I = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix}^T C \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M^I \end{pmatrix}}_{= \mathcal{M}^I} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.4)$$

com a matriz de massa de Dirac dada por $m_{Dij} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^\nu$. Sendo M pesada e diagonal na base dos léptons carregados, a diagonalização dessa matriz de massa gera uma contribuição efetiva para a massa dos neutrinos leves segundo a seguinte disposição,

$$m_{\text{eff}}^I = -m_D (M^I)^{-1} m_D^T. \quad (2.5)$$

sendo as matrizes de Yukawa complexas, o sinal negativo da massa acima não significa necessariamente que são massas negativas uma vez que este pode ser absorvido por uma transformação de quiralidade. Desta forma,

$$-\mathcal{L}_m^I = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix}^T C \begin{pmatrix} m_{\text{eff}}^I & 0 \\ 0 & M^I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (2.6)$$

e os novos autoestados, $\nu_R^c \approx \nu_R^c$ e $\nu_R' \approx \nu_R$, estão escritos de forma que a matriz de massa é bloco-diagonal [Br07]. A rotação completa para os autoestados de massa deve ser realizada por matrizes unitárias apropriadas, da forma usual, como no mecanismo de PMNS (com o correspondente CKM para o setor dos quarks) [Am08].

2.3 Tipo II

O mecanismo de seesaw do tipo II inclui um termo na Lagrangiana da seguinte forma [Antu04b]

$$-\mathcal{L}^{II} = \frac{1}{2} M_{\Delta}^2 |\Delta|^2 + Y_{ij}^{II} \ell_{Li\alpha}^T C \ell_{Lj\beta} (i\tau_2 \Delta)_{\alpha\beta} + \lambda_{\Delta} M_{\Delta} H_{\alpha} H_{\beta} \Delta_{\alpha\beta} + \text{h.c.} \quad (2.7)$$

onde $\alpha, \beta = 1, 2$ são índices de $SU(2)$.

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \delta^+ & \sqrt{2}\delta^{++} \\ \sqrt{2}\delta^0 & -\delta^+ \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Essa contribuição, quando o tripleto escalar é integrado na teoria, faz com que apareça um operador efetivo que contribui com pequenas massas para as componentes esquerdas, $(\ell_L H)(\ell_L H)$, da mesma forma que no tipo I. Note que a última contribuição da Lagrangiana na Eq.(2.7), com coeficiente λ_{Δ} , é um termo de potencial, mas que deve ser introduzido para que o campo do tripleto escalar possa mediar a violação de número leptônico, ou seja, para que exista as contribuições para massas pequenas a nível de loops. Um fato importante a ser notado é que mecanismo de seesaw do tipo II não pode ser implementado isoladamente [Antu04a]. Pode-se entender melhor o problema explicitando a Lagrangiana de massa para este exemplo de fenomenologia:

$$-\mathcal{L}_m^{II} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix}^T C \underbrace{\begin{pmatrix} m^{II} & m_D \\ m_D^T & 0 \end{pmatrix}}_{= \mathcal{M}_{\text{Puro}}^{II}} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.9)$$

na base $\begin{pmatrix} \nu_R^c & \nu_R \end{pmatrix}^T$, quando o tripleto escalar ganha um v.e.v., v_T , $(i\tau_2 \Delta)_{11} = \delta^0 \rightarrow \delta^0 + \frac{v_T}{\sqrt{2}}$, onde $m_{ij}^{II} = \frac{v_T}{\sqrt{2}} Y_{ij}^{II}$ é a massa do seesaw do tipo II exclusivamente. Nota-se então que na diagonalização de $\mathcal{M}_{\text{Puro}}^{II}$, quando a condição $m^{II} \gg m_D$ é observada (efeitos de seesaw), não se é possível inverter a ponderação imposta pelas grandes massas da submatriz m^{II} no bloco-entrada 11 (correspondente à uma submatriz 3×3) da matriz 6×6 , $\mathcal{M}_{\text{Puro}}^{II}$, ou seja, a diagonalização dessa matriz requer que os autoestados pesados sejam os das componentes esquerdas, ν_R^c , enquanto que as componentes direitas recebem contribuições de massa suprimidas. Essa forma de seesaw fornece um modo invertido do mecanismo conjecturado.

Assim, quando se faz menção à seesaw do tipo II significa que o mecanismo final é seesaw do tipo

I+II. Essa estrutura teórica é fornecida pela seguinte Lagrangiana:

$$-\mathcal{L}_m^{II} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix}^T C \underbrace{\begin{pmatrix} m^{II} & m_D \\ m_D^T & M^I \end{pmatrix}}_{= \mathcal{M}^{II}} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.10)$$

e a matriz dos neutrinos leves é, dessa forma, descrita pela soma das duas contribuições:

$$m_L^\nu = m^{II} + m^I, \quad (2.11)$$

com m^I dada pela Eq. (2.5).

A base bloco diagonal é escrita como

$$-\mathcal{L}_m^{II} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R' \end{pmatrix}^T C \begin{pmatrix} m_L^\nu & 0 \\ 0 & M^I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R' \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.12)$$

e a matriz de massa foi bloco-diagonalizada, enquanto que os autoestados ainda não estão representados na base física.

2.4 Tipo III

Para o mecanismo de seesaw do tipo III tripletos fermiônicos, T_R , devem ser adicionados,

$$T_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} T_R^0 & \sqrt{2}T_R^+ \\ \sqrt{2}T_R^- & -T_R^0 \end{pmatrix}, \quad (2.13)$$

e sua interação, a nível de Lagrangiana [Li09], é dada por

$$-\mathcal{L}^{III} = Y_{ij}^{III} \bar{\ell}_{Li} T_{Rj} \tilde{H} + \frac{1}{2} M_{ij}^{III} Tr(T_{Ri}^T C T_{Rj}) + \text{h.c.}, \quad (2.14)$$

de maneira similar ao tipo I. Isso significa que o mecanismo de seesaw do tipo III pode ser implementado mesmo sozinho, como no tipo I, ou juntamente com o mecanismo do tipo II (uma vez que a matriz de massa possui todas as entradas relevantes) e, também, de forma ainda mais geral, com todos os tipos de seesaw (veja próxima seção). Quando apenas o mecanismo de seesaw do tipo III é introduzido, obtém-se

$$-\mathcal{L}_m^{III} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ T_R^0 \end{pmatrix}^T C \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & m'_D \\ m_D'^T & M^{III} \end{pmatrix}}_{= \mathcal{M}^{III}} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ T_R^0 \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.15)$$

onde $m'_{Dij} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^{III}$ quando o dubleto escalar ganha v.e.v.,

$$m^{III} = -m'_D (M^{III})^{-1} m_D^T, \quad (2.16)$$

e a forma bloco diagonal da matriz de massa é similar ao obtido na Eq.(2.6), tal qual os vetores da base. O seesaw do tipo III+II pode ser facilmente obtido a partir dos resultados do tipo I+II.

2.5 Tipo I+II+III

Quando os três tipos de seesaw são levados em conta, a matriz de massa dos neutrinos, escrita na base das três componentes dos léptons neutros, $\left(\nu_R^{cT} \quad \nu_R^T \quad T_R^{0T} \right)^T$, é dada por

$$-\mathcal{L}_m^{I+II+III} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \\ T_R^0 \end{pmatrix}^T C \begin{pmatrix} m^{II} & m_D & m'_D \\ m_D^T & M^I & 0 \\ m_D'^T & 0 & M^{III} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ \nu_R \\ T_R^0 \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.17)$$

e a bloco diagonalização é substancialmente mais intrincada. Note que até o presente momento uma interação entre os seesaw do tipo I e III ainda não foi considerada. Contudo, para se ter a matriz de massa dos neutrinos na sua forma mais geral possível [Per08b], sem texturas adicionais, é necessário a inclusão de um novo termo de interação entre singletos e tripletos fermiônicos, preenchendo assim os elementos 23 e 32.

3 *Vínculos de Anomalias e Modelos Mínimos de Seesaw*

3.1 Introdução

Quantização pode ser sinônimo de complicação. É isso o que significa a palavra *anomalia* aqui utilizada. A renormalizabilidade da teoria não pode ser garantida sem que certas condições sejam satisfeitas entre os números quânticos dos férmions da teoria. Esses são os triângulos de Adler-Bell-Jackiw no qual todos os férmions da teoria podem interagir com os bósons de gauge em cada um dos três vértices (nos casos de simetrias globais, são apenas correntes globais no devido vértice), formando um loop de férmions. A contabilização da contribuição do loop gerado nesses triângulos fornece uma relação entre as cargas de todos os férmions da teoria. É o que se chama aqui de *condições de anomalias*. Para cada grupo de estrutura inserido na teoria um novo conjunto de equações deve ser respeitado, mesmo quando a simetria é obedecida apenas globalmente.

Em contrapartida, a implementação de uma simetria adicional, $U_X(1)$, espontaneamente quebrada, em adição ao grupo de gauge do MP (GMP), tanto na forma de gauge quanto global, formando $\text{GMP} \otimes U_X(1)$, é, no mínimo, uma condição proeminente para a implementação natural de massas espontâneas para os neutrinos [Em09a] e mesmo para o enquadramento dos efeitos cosmológicos empiricamente já constados [Val06]. Os mecanismos de seesaw mostram-se excelentemente favoráveis neste sentido, tornando a escala de quebra da nova simetria $U_X(1)$ suficientemente grande para a geração de pequenas massas por um singlete escalar, ϕ .

Será mostrado neste capítulo que mecanismos de seesaw reais, dos tipos -I, -II e -III, espontaneamente implementados [Ma01, Ma02, Ma07], podem sempre ocorrer se a simetria for do tipo global [Kan87]. Dessa forma, a massa dos neutrinos é regida pelo v.e.v. do escalar que quebra a simetria $U_X(1)$. Se, por outro lado, esta for uma simetria local, as condições de anomalias para esta circunstância de gauge impõem uma maior restrição sobre as inúmeras possibilidades de simetrias globais, as quais, agora, podem ser categorizadas em função de um parâmetro α . A região fenomenologicamente permitida do bóson de gauge associado, X , pode indicar qual das infinitas soluções entre as classes de gauge é a correta. Um caso interessante, que não será tratado aqui, é aquele no qual as massas dos neutrinos podem estar correlacionadas à quebra da simetria de PQ localmente anômala, via o v.e.v. do campo do áxion.

Na classe de modelos globais a introdução dessa nova simetria implica uma restrição muito forte sobre o número de escalares permitidos no modelo. Para a simetria de gauge há uma diminuição nesse número de escalares, tornando esses tipos de modelos mais economicos. De fato, esse delineamento impõe a existência de um número fixo de dubletos de Higgs para que os mecanismos de seesaw possam ser viáveis quando a simetria $U_X(1)$ não trivial é introduzida, caso os escalares não ocorram com números quânticos degenerados. Será mostrado neste capítulo que, no caso local, exceto no tipo-I puro, isso elimina modelos que contém apenas um dubleto de Higgs e também elimina qualquer simetria $U_X(1)$ de gauge com conteúdo de escalares muito grande. Em alguns casos o número mínimo de dubletos escalares é ainda maior do que dois.

3.2 Anomalias e Lagrangiana de Yukawa

Para se construir um modelo livre de problemas a nível quântico é necessário observar a ausência das anomalias do tipo vetor-axial quando a simetria $U_X(1)$ é introduzida [Ba89]. Nesta seção será dada uma breve revisão de como edificar uma teoria livre dessas anormalidades para extensões que contenham grupo de simetria $\text{GMP} \otimes U_X(1)$. Quando esse for um grupo de gauge deve-se embutir sua nova contribuição na derivada covariante que desenvolverá termos adicionais para a massa dos bósons de gauge vetoriais. Esse grupo de estrutura induz a seguinte derivada covariante para os dubletos dessa teoria:

$$\mathcal{D}_{i\mu} = \partial_\mu + ig' A_\mu Y_i + ig_X X_\mu x_i + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{b}_\mu, \quad (3.1)$$

onde g' é o acoplamento usual de $U_Y(1)$ de hipercarga, com respectivo bóson de gauge A_μ . Y_i 's são as hipercargas para cada uma das partículas i desta extensão. A constante g_X representa o acoplamento do novo grupo de simetria $U_X(1)$, enquanto que o respectivo bóson de gauge é designado por X_μ . x_i 's são as cargas relacionadas com esta simetria para a i -ésima partícula. Note que existem contribuições adicionais do grupo $SU_L(2)$ na derivada covariante quando representações desta simetria são introduzidas, com g denotando o acoplamento $SU_L(2)$, enquanto que τ^k são as matrizes de Pauli (veja Apêndice A). Para $U_X(1)$ global essas cargas estão apenas associadas às transformações globais. Escreve-se abaixo, na Tab. 1, como estão distribuídas todas as cargas das partículas do modelo*.

Aqui define-se os férmions do modelo da forma usual do MP com a adição de dois novos campos, um singlete e um tripleto fermiônicos, ν_R e T_R da Eq. (2.13), essenciais para os mecanismos de seesaw dos tipos I e III, respectivamente. Para realizar a quebra espontânea de simetria desta teoria por dois setores distintos é necessário adicionar-se ao mínimo um novo singlete escalar, ϕ , que quebra separadamente a simetria $U_X(1) \otimes \text{GMP}$ para o GMP. O último grupo restante é quebrado na forma tradicional para os grupos de cor e eletromagnetismo pelo mecanismo de Higgs do MP. Desta

*Muito embora sejam as cargas dos singletos correlacionadas aos férmions singlete e tripleto denotadas por $z_{1,2}$, respectivamente, quando houver apenas uma dessas partículas fermiônicas, a respectiva carga do singlete escalar associado será denotada apenas por z_ϕ . O mesmo vale quando os dubletos escalares forem o mesmo, tendo sua carga denotado por z_H .

Tabela 1: Conteúdo de partículas e distribuição de cargas

Multiplete	$SU_C (3) \otimes SU_L (2) \otimes U_Y (1)$	$U_X (1)$
$Q = (u, d)_L^T$	$(3, 2, \frac{1}{6})$	x_Q
u_R	$(3, 1, \frac{2}{3})$	x_u
d_R	$(3, 1, -\frac{1}{3})$	x_d
$L = (\nu, e)_L^T$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$	x_L
ν_R	$(1, 1, 0)$	x_ν
e_R	$(1, 1, -1)$	x_e
T	$(1, 3, 0)$	x_T
ϕ_ν	$(1, 1, 0)$	z_1
ϕ_T	$(1, 1, 0)$	z_2
$H_u = (h_u^0, h_u^-)^T$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$	z_u
$H_d = (h_d^+, h_d^0)^T$	$(1, 2, \frac{1}{2})$	z_d
$H_\nu = (h_\nu^0, h_\nu^-)^T$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$	z_ν
$H_e = (h_e^+, h_e^0)^T$	$(1, 2, \frac{1}{2})$	z_e
$H_\Delta = (h_\Delta^0, h_\Delta^-)^T$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$	z_δ
$H_T = (h_T^0, h_T^-)^T$	$(1, 2, -\frac{1}{2})$	z_T
Δ	$(1, 3, 1)$	z_Δ

forma, é importante enfatizar que para haver geração de massa espontânea para o setor dos neutrinos é necessário a inclusão de novos campos singletos escalares, ϕ 's. Esses campos são exigidos para os mecanismos de seesaw do tipo I e III, e estão acoplados aos neutrinos de mão direita e aos tripletos fermiônicos de modo totalmente independentes, os quais podem ser parametrizados por:

$$\phi_i = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_i^1 + i\phi_i^2), \quad (3.2)$$

sendo $i = 1, 2$, que representam, respectivamente, os singletos escalares que devem produzir massas ao setor do singlete fermiônico, ν_R , e do tripleto escalar, T_R . Já para o mecanismo de seesaw do tipo II a partícula operante é o tripleto escalar não hermitiano, Δ , definido na Eq. (2.8).

Na presença de $U_X (1)$, numa teoria com N_g gerações de férmions do MP, N_R singletos fermiônicos de Majorana e N_T tripletos fermiônicos, sendo que estes estão acoplados de forma diferente dos neutrinos de Majorana, as condições de anomalias [Ba89], então, tornam-se, para qualquer $U_X (1)$ global[†],

$$U_X (1) [SU_C (3)]^2 : A_1 = N_g (2x_Q - x_u - x_d), \quad (3.3a)$$

$$U_X (1) [SU_L (2)]^2 : A_2 = N_g (x_L + 3x_Q) / 2 - 2N_T \times x_T, \quad (3.3b)$$

$$U_X (1) [U_Y (1)]^2 : A_3 = N_g (2x_L Y_L^2 - x_e Y_e^2 + 3 (2x_Q Y_Q^2 - x_u Y_u^2 - x_d Y_d^2)), \quad (3.3c)$$

[†]Note que a condição da Eq. (3.3f) pode ser necessária globalmente.

e, para $U_X(1)$ de gauge, deve-se incluir os seguintes vínculos:

$$[U_X(1)]^2 U_Y(1) : A_4 = N_g (2x_L^2 Y_L - x_e^2 Y_e + 3(2x_Q^2 Y_Q - x_u^2 Y_u - x_d^2 Y_d)), \quad (3.3d)$$

$$[U_X(1)]^3 : A_5 = N_g (2x_L^3 - x_e^3 + 3(2x_Q^3 - x_u^3 - x_d^3)) - (N_R x_\nu^3 + 3N_T x_T^3). \quad (3.3e)$$

Por outro lado, por completeza, é necessário adicionar-se ao conjunto de equações acima o vínculo de ausência de anomalia gauge-gravitacional,

$$U_X(1) : A_6 = N_g (2x_L - x_e + 3(2x_Q - x_u - x_d)) - (N_R x_\nu + 3N_T x_T), \quad (3.3f)$$

que impõe um cancelamento sobre a soma de todas as cargas $U_X(1)$ dos férmions do modelo. Por simplicidade denota-se A_i cada uma das anomalias triangulares. Note que uma circunstância similar ao MP, com a simetria $U(1)_X$ significando uma réplica da simetria de hipercarga, denominada de *hipercarga replicada* (denominação minha), é retomada ao se fazer o número de neutrinos de mão direita justamente igual ao número de gerações, $N_R = N_g$, na ausência de tripletos, $N_T = 0^\dagger$.

Todavia, eventualmente pode haver uma distribuição heterogênea das cargas, sendo que dois dos neutrinos possuem a mesma carga enquanto que um terceiro é habilitado a carregar outra diferente. Outra possibilidade é a existência de dois ou três neutrinos, mas com cargas distintas umas das outras ou em certas combinações (dois a dois). Essas situações implicam a adição de um número maior de singletos escalares para a geração das massas espontaneamente [Adh08]. Isso deve acontecer para que a interação democrática entre as famílias de léptons, $Y_{ij} \bar{\ell}_i \nu_j \phi$, não estrague as cargas dos singletos fermiônicos.

Além dessa descrição, é necessário lembrar que para haver geração de massa espontânea para todo o setor de férmions espera-se que a Lagrangiana de seesaw completa associada ao setor de Yukawa seja dada por:

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y = & Y_{ij}^u \bar{Q}_{Li} u_{Rj} H_u + Y_{ij}^d \bar{Q}_{Li} d_{Rj} H_d + Y_{ij}^e \bar{\ell}_{Li} e_{Rj} H_e + Y_{ij}^\nu \bar{\ell}_{Li} \nu_{Rj} H_\nu + Y_{ij}^I \nu_{Ri}^T C \nu_{Rj} \phi_\nu \\ & + Y_{ij}^{II} \bar{\ell}_{Li}^T C i \tau_2 \ell_{Lj} \Delta + Y_{ij}^{III} \text{Tr} (T_{Ri}^T C T_{Rj}) \phi_T + Y_{ij}^T \bar{\ell}_{Li} i \tau_2 T_{Rj} H_T + \lambda_\Delta M_\Delta H_\Delta H_\Delta \Delta + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde os campos H_i 's são os dubletos escalares associados a cada contribuição de massa dos férmions do MP. Note que há explicitamente dois mecanismos diferentes para a geração de massa dos neutrinos. O primeiro é o termo usual de Dirac, que está associado às matrizes de Yukawa Y_{ij}^e e Y_{ij}^T . O segundo acoplamento é do tipo Majorana e está associado às matrizes de Yukawa Y_{ij}^I , Y_{ij}^{II} e Y_{ij}^{III} . Dentre essas três últimas matrizes, a primeira e a última geram contribuições de massa de Majorana após a simetria $U_X(1)$ ser espontaneamente quebrada, enquanto que a segunda depende do v.e.v. do triplete escalar da Eq.(2.13), Δ .

Desta forma, existem outras nove equações provenientes do conjunto de equações da Lagrangiana

[†]Nessa situação a simetria $U_X(1)$ pode tanto corresponder à simetria $U_Y(1)$ de hipercarga do MP quanto à uma simetria adicional, porém, replicada à ela.

de Yukawa na Eq.(3.4)[§], dadas abaixo na Eq.(3.5), que devem ser levadas em consideração, garantindo, assim, a existência de uma teoria livre de anomalias e com as interações de Yukawa convenientemente escolhidas. Aqui é fundamental salientar que, no caso de mecanismos de seesaw menos gerais (por exemplo, apenas um dos tipos de seesaw), é necessário que se exclua algumas das interações de Yukawa para que as transformações não estejam restritas às situações gerais, com as cargas definidas inconvenientemente com vínculos desnecessários. A relação entre as cargas deve ser tal que sejam mantidas as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
 -x_q + x_u + z_u &= 0, & -x_q + x_d + z_d &= 0, \\
 -x_\ell + x_e + z_e &= 0, & -x_\ell + x_\nu + z_\nu &= 0, \\
 -x_\ell + x_T + z_T &= 0, & 2x_\nu + z_1 &= 0, \\
 2x_\ell + z_\Delta &= 0, & 2x_T + z_2 &= 0, \\
 2z_\delta + z_\Delta &= 0.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Note que a equação $2x_T + z_2 = 0$ só entra por consistência quando se inclui um único singlete, $z_1 = z_2$, gerando massas simultaneamente para ν_R e para T_R , já que nesta condição haveria naturalmente a imposição adicional sobre a transformação dos singletos escalares, $\phi_\nu = \phi_T$.

3.3 Teoria com $U_X(1)$ de Gauge

Para a simetria $U_X(1)$ local deve-se ter todas as condições de anomalias, Eq. (3.3), simultaneamente anuladas. Primeiramente inclui-se apenas um singlete escalar do GMP, já que é desejado que os efeitos de seesaw estejam na mesma escala de energia, ou seja, efeitos provenientes de singletos e tripletos fermiônicos são distinguíveis apenas pela estrutura das matrizes de Yukawa. As soluções compatíveis com esse tipo de estrutura são frequentemente apresentadas na literatura em termos de hipercarga (*hipercarga replicada*) ou da simetria $B - L$ [¶]. Será mostrado, contudo, que a simetria $B - L$ e a *hipercarga replicada*, de fato, são soluções, mas apenas duas das possíveis soluções particulares numa dada parametrização geral (parâmetro α).

Quando somente as equações de anomalias na Eq.(3.3) são consideradas, apenas alguns dos férmions do modelo têm suas cargas fixadas. Todavia, as condições de anomalias na Eq. (3.3), em adição à Lagrangiana acima, Eq. (3.4) representada pelas Eqs. (3.5), quando o número de neutrinos é igual ao número de gerações, $N_R = N_g$, definem as cargas dos escalares em função das cargas de alguns férmions. O estudo de tais cargas é relevante quando se deseja analisar o comportamento da teoria com a inclusão do número mínimo de escalares (veja subseção 3.6.1.1), em concordância com os mecanismos de seesaw.

[§]Uma vez que será demonstrado que mecanismos de seesaw I e III nunca podem ser implementados simultaneamente com simetria $U_X(1)$ de gauge, na forma aqui apresentada, existem, efetivamente, no máximo oito equações com os vínculos de Yukawa

[¶]Uma aplicação do mecanismo de áxion para essa simetria pode ser encontrada em [Mo82]

Quando a solução de gauge for a *hipercarga replicada*, com o neutrino transformando-se igualmente ao tripleto fermiônico, $x_\nu = x_T$, ou seja, quando houver apenas um singlete escalar gerando todas as massas para os férmions neutros, as cargas da teoria, solução das Eqs.(3.3) e (3.5), estarão distribuídas de tal maneira que:

$$z_\phi = 0, z_H = 3x_Q, x_u = 4x_Q, x_d = -2x_Q, x_\nu = 0, x_e = -6x_Q, x_L = -3x_Q, \quad (3.6)$$

para uma carga arbitrária do dubleto de quarks, x_Q . Note que nesta solução tem-se $z_\phi = x_\nu = 0$, o que permite introduzir qualquer termo de massa de Majorana à baixas energias, sem que seja necessária a introdução de uma simetria adicional para haver geração de massa espontânea^{||}. Soluções deste tipo serão desconsideradas e o interesse será a procura por novas simetrias. Será visto que esta solução de *hipercarga replicada* sempre pode ser obtida sem maiores restrições nas duas parametrizações mais gerais, tomando-se um valor específico para α .

Por outro lado, como destacado anteriormente, pode-se ter uma teoria na qual existam dois neutrinos que ganham massas de maneira diferente de um terceiro, ou seja, dois neutrinos ganham massa pela quebra de um singlete, ϕ_ν , enquanto que um terceiro, S , está acoplado a um singlete com uma carga de $U_X(1)$ dissemelhante, ϕ_S . Este mecanismo poderia revelar uma estrutura de sabor um pouco mais determinada para as matrizes de Dirac [Ke07]. Será evidenciado que mecanismos para exclusão de anomalias dos férmions são compatíveis com estruturas desse aspecto (conforme subseção 3.5.2), porém, a inclusão de um conteúdo de escalares mais rico é necessário para a reprodução das massas de todos os férmions neutros [Adh08].

3.4 $U_X(1)$ Global e Limites das Anomalias para $U_X(1)$ de Gauge

Simetrias $U(1)$ globalmente estabelecidas quebram as condições de anomalias para $U_{\text{Local}}(1)$ locais, $[U_{\text{Local}}(1)]^2 U_Y(1)$ e $U_{\text{Local}}(1)[U_Y(1)]^2$. Essas dois requisitos devem ser estabelecidos para a eliminação de quaisquer contribuições de anomalias triangulares dos bósons de gauges com $U_{\text{Local}}(1)$ **. Dessa forma, os modelos de gauge podem ser vistos como um limite das circunstâncias globalmente implementadas, no qual as anomalias $[U_{\text{Local}}(1)]^2 U_Y(1) = 0$ e $U_{\text{Local}}(1)[U_Y(1)]^2 = 0$ devem ser obedecidas para se obter a simetria localmente.

Por outro lado, quando $U_X(1)$ é uma simetria de gauge esta pode apenas corresponder à uma parametrização que contém $B - L$, que daria contribuição para seesaw do tipo I, ou outra simetria de gauge, que contém um caso proposto em [Ma07] (aqui denominada por *solução tipo Ma*), para $N_T = 3$ e $N_R = 0$, onde N_T e N_R são os números de tripletos fermiônicos e singletos fermiônicos, respectivamente. Isso constitui, num aspecto amplo, um vínculo importante para os mecanismos de seesaw dos

^{||} Isso é verdade levando-se em consideração que a simetria de número leptônico, L , é espontaneamente quebrada com a introdução de qualquer termo de massa de Majorana.

^{**} Além dessas duas condições as outras quatro condições são sempre necessárias para a introdução de qualquer nova simetria $U(1)$, mesmo este grupo global [Ba89]

tipos -I e -III, com ou sem mecanismo de seesaw do tipo II. Mostra-se que ambas simetrias podem ser parametrizadas por uma variável α que, em certas condições muito específicas, recupera as simetrias de $B - L$ e *hipercarga replicada*, enquanto que a solução *tipo Ma* é sempre definida no seesaw do tipo-III. Esse ponto de vista limiar das simetrias globais tornado-se locais é o que será explorado nesta seção.

3.4.1 Um singleto escalar ($x_T = x_\nu$)

A primeira situação relevante é aquela no qual apenas um singleto escalar gera massa espontânea para os férmions neutros. Será mostrado nos tópicos seguintes que cada tipo de resolução em função de algumas cargas carrega algumas vantagens em relação às outras amostragens.

3.4.1.1 Solução em termos de x_d e x_Q

A solução geral não trivial das Eqs.(3.3) e (3.5) para as cargas de U_X (1) pode ser dada por:

$$\begin{aligned} x_u &= -x_d + 2x_Q, & x_e &= \frac{1}{2} (2x_d + x_L - 5x_\nu), & x_T &= x_\nu, \\ z_\phi &= -2x_\nu, & z_u &= x_d - x_Q, & z_d &= -x_d + x_Q, \\ z_\nu &= x_L - x_\nu, & z_e &= \frac{1}{2} (-2x_d + x_L + 5x_Q), & z_\delta &= x_L, \\ z_T &= -x_L - x_\nu, & z_\Delta &= -2x_L, \end{aligned} \quad (3.7)$$

em termos das cargas x_d, x_Q, x_L e x_ν . Já para o número de partículas obtém-se as seguintes condições:

$$N_R = \frac{N_g}{4x_\nu} (-4x_d + 3x_L + x_Q), \quad N_T = \frac{N_g}{4x_\nu} (x_L + 3x_Q). \quad (3.8)$$

Essa solução implica em anomalias quase canceladas, exceto as condições (3.3d) e (3.3e), que, embora sejam necessárias apenas quando a simetria $U(1)_X$ é localmente implementada, ficam dadas por,

$$A_5 = \frac{1}{4} N_g (4x_d - 3x_L - x_Q) (x_L + 3x_Q). \quad (3.9)$$

$$A_4 = N_g \left[\frac{x_\nu^2}{2} (2x_d - 3x_L - 5x_Q) + \left(2x_L^3 - \frac{1}{8} (2x_d + x_L - 5x_Q)^3 - 18 (x_d - x_Q)^2 x_Q \right) \right]. \quad (3.10)$$

Pode-se extrair daqui os seguintes entendimentos: da Eq. (3.9) é possível verificar que apenas duas soluções são compatíveis com U_X (1) de gauge. Isso implica que $x_L + 3x_Q = 0$ ou $4x_d - 3x_L - x_Q = 0$. Um fato importante a se notar é que a solução só é de gauge se o número de neutrinos de mão direita, N_R , for igual à zero, ou se o número de tripletos fermiônicos, N_T , for igual à zero, já que $(x_L + 3x_Q)$ é proporcional à N_T enquanto que $(4x_d - 3x_L - x_Q)$ é proporcional à N_R , segundo as equações gerais para os número de partículas como função das cargas de $U_X(1)$, Eq. (3.8). Por outro lado, a forma como está apresentada acima, a análise fenomenológica é um tanto complicada, apesar de mostrar explicitamente a dependência no fator $x_L + 3x_Q$.

Desse ponto de vista deve-se notar que uma parametrização entre x_L e x_Q não induz à nenhuma parametrização generalizada. Isso pode ser visto comparando-se, por exemplo, a *hipercarga replicada* com $B - L$. Se $x_L = -3x_Q$ não é possível distinguir entre qual das duas simetrias a relação das cargas conectada, uma vez que ambas simetrias preservam esta relação. Além do mais, isso sempre acontece quando se tenta parametrizar as cargas do(s): i) setor de dois dubletos ou dois singletos fermiônicos de $SU(2)_L$ separadamente; ii) setores de quarks e léptons separadamente (parametrização entre cargas apenas de quarks ou apenas de léptons).

Na próxima subseção e na subsequente serão apresentados os resultados das Eqs. (3.3) e (3.5) em termos das cargas que x_e e x_Q e dos números de partículas, N_T e N_R . Para facilitar-se ainda mais a análise deve-se verificar o que acontece em cada situação com número de tripletos e de singletos fermiônicos específicos. Essa examinação será apresentada nas subseção 3.6.1.1 e na seção 3.9, onde serão exibidos os números de dubletos e as anomalias locais, respectivamente, com um e dois singletos escalares, para três e quatro gerações.

3.4.1.2 Solução em termos de x_e e x_Q

Quando a solução das Eqs.(3.3) e (3.5) for dada em termos de x_e , x_Q , N_R e N_T , as cargas das partículas ficam manifestadas por:

$$\begin{aligned}
 x_u &= -m((N_R - 3N_T)x_e + 2(N_R + N_T)x_Q), & x_d &= m((N_R - 3N_T)x_e + 4(N_R - 2N_T)x_Q), \\
 x_L &= -m(4N_Tx_e + 3N_Rx_Q + 9N_Tx_Q), & x_\nu &= -N_g m(x_e + 6x_Q), \\
 z_\phi &= 2N_g m(x_e + 6x_Q), & z_u &= m(-3N_T(x_e + x_Q) + N_R(x_e + 3x_Q)), \\
 z_d &= -z_u, & z_\nu &= m(N_g(x_e + 6x_Q) - 4N_Tx_e - 3(N_R + N_T)x_Q), \\
 z_e &= m(N_T(x_e - 9x_Q) - N_R(x_e + 3x_Q)), & z_\delta &= -m(4N_Tx_e + 3N_Rx_Q + 9N_Tx_Q), \\
 z_\Delta &= m(8N_Tx_e + 6(N_R + 3N_T)x_Q),
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

onde $m = (N_R - 5N_T)^{-1}$ que não corresponde a nenhuma singularidade física, como é possível ver na subseção 3.4.1.3.

As anomalias são expressas por:

$$A_4 = -4N_g \frac{(x_e + 6x_Q)^2}{(N_R - 5N_T)^3} N_R N_T, \tag{3.12}$$

$$A_5 = N_g \frac{(x_e + 6x_Q)^2}{(N_R - 5N_T)^3} \{ [N_g^2 (N_R + 3N_T) - (N_R^3 + 3N_T^3)] \times \tag{3.13}$$

$$(x_e + 6x_Q) + 3N_R N_T (N_R - 5N_T) (5x_e + 6x_Q) \}. \tag{3.14}$$

Contudo, quando a condição $x_e + 6x_Q = 0$ é satisfeita, essa solução é sempre proporcional à *hipercarga (hipercarga replicada)*, como será notado explicitamente no caso da parametrização α (pois pode-se sempre normalizar o fator global x_Q no qual são dependentes todas as outras cargas). Essa

apresentação é conveniente quando se está preocupado em reconhecer explicitamente qual a relação necessária entre x_e e x_Q , cujos quais pode-se realizar a parametrização para que algumas fenomenologias importantes ocorram, como é o tipo *Ma* e *B - L*. Por outro lado, nas próximas duas seções serão mostradas as formas mais eficientes para a descrição das anomalias, em termos de x_ν e x_T e dos respectivos números de partículas, N_R e N_T .

3.4.1.3 Solução em termos de x_ν e x_T

A solução universal das Eqs.(3.3) e (3.5) em termos dos números de partículas, N_R e N_T , e das cargas x_ν e x_e é escrita como:

$$\begin{aligned} x_Q &= -(6N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_R - 5N_T) x_\nu), & x_u &= (3N_g)^{-1} (-2N_g x_e + (N_R + N_T) x_\nu), \\ x_d &= (3N_g)^{-1} (N_g x_e + 2(2N_T - N_R) x_\nu), & x_L &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_R + 3N_T) x_\nu), \\ z_\phi &= -2x_\nu, & z_u &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_T - N_R) x_\nu), \\ z_d &= -z_u, & z_\nu &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + (3N_T - 2N_g - 2N_R) x_\nu), \\ z_e &= -(2N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_T - N_R) x_\nu), & z_\delta &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_R + 3N_T) x_\nu), \\ z_\Delta &= -(N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_R + 3N_T) x_\nu), \end{aligned} \quad (3.15)$$

enquanto que as duas anomalias locais ficam aduzidas por:

$$A_4 = -\frac{4N_R N_T x_\nu^2}{N_g}, \quad (3.16)$$

$$A_5 = -\frac{x_\nu^2}{N_g^2} \{ N_R x_\nu (N_R^2 - N_g^2) + 3x_\nu N_T (N_T^2 - N_g^2) + 3N_R N_T (4N_g x_e + (5N_T - N_R) x_\nu) \} \quad (3.17)$$

Neste desenvolvimento vê-se que só há três formas de se eliminar a anomalia A_4 : com $N_R = 0$, com $N_T = 0$ ou com $x_\nu = 0$. Como evidenciado anteriormente na Eq.(2.6), a última premissa elimina simultaneamente a anomalia A_5 e induz à solução de *hipercarga replicada*, uma vez que $x_e + 6x_Q = 0$. Dessa forma, o empenho estará sempre em se obter um dos dois primeiros requisitos para o caso de gauge, afim de evitar essa replicação de simetria. Logo, o caso em que o singlete e o tripleto fermiônicos adquirem massas de formas diferentes é fenomenologicamente mais interessante. Esse perfil de teoria será tratado na próxima subseção.

3.4.2 Dois singletos escalares ($x_T \neq x_\nu$): Caso Geral

É relevante analisar como é a distribuição de cargas geral de todo conteúdo de partículas gerada pelos termos de anomalias da Eq.(3.3) e somada às equações de Yukawa Eq.(3.5) com dois singletos escalares, ϕ_ν e ϕ_T , dando massa de forma espontânea para os singletos e para os tripletos fermiônicos.

A solução sistêmica em função de x_ν , x_T , x_e , N_R e N_T é retratada por:

$$\begin{aligned}
 x_Q &= -(6N_g)^{-1} (N_g x_e + N_R x_\nu - 5N_T x_T), & x_u &= (3N_g)^{-1} (N_R x_\nu - 2N_g x_e + N_T x_T), \\
 x_d &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e - 2N_R x_\nu + 4N_T x_T), & x_L &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + N_R x_\nu + 3N_T x_T), \\
 z_1 &= -2x_\nu, & z_2 &= -2x_T, \\
 z_u &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e - N_R x_\nu + N_T x_T), & z_d &= -(2N_g)^{-1} (N_g x_e - N_R x_\nu + N_T x_T), \\
 z_\nu &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + (N_R - 2N_g) x_\nu + 3N_T x_T), & z_e &= (2N_g)^{-1} (N_R x_\nu + 3N_T x_T - N_g x_e), \\
 z_T &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e - 2N_R x_\nu + (3N_T - 2N_g) x_T), & z_\delta &= (2N_g)^{-1} (N_g x_e + N_R x_\nu + 3N_T x_T), \\
 z_\Delta &= -(N_g)^{-1} (N_g x_e + N_R x_\nu + 3N_T x_T), & &
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

e as anomalias são identificadas por:

$$A_4 = -\frac{4N_R N_T x_\nu x_T}{N_g}, \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
 A_5 &= -\frac{1}{N_g^2} \{ x_\nu^3 N_R (N_R^2 - N_g^2) + 3x_T^3 N_T (N_T^2 - N_g^2) \\
 &\quad + 3N_R N_T x_\nu x_T (5N_T x_T + 4N_g x_e - N_R x_\nu) \}. \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

A primeira conclusão possível é que, para $U_X(1)$ de gauge, nunca pode-se auferir o número de neutrinos de mão direita e o número de tripletos fermiônicos diferentes de zero em simultâneo. Mais especificamente, isso significa dizer que, mesmo as massas sendo geradas de formas diferentes e arbitrárias, se é desejado introduzir uma simetria $U_X(1)$ de gauge espontaneamente quebrada para a massa dos neutrinos, nunca é possível haver uma teoria com seesaw natural do tipo I e do tipo III simultaneamente pois a anomalia A_4 , Eq. (3.19), preserva sua estrutura de combinação dos números de partículas, $N_R N_T$. Inevitavelmente um dos tipos de seesaw deve ser retirado da teoria.

A anomalia A_5 , Eq. (3.20), pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 A_5 &= \frac{N_R}{N_g^2} (N_R^2 - N_g^2) x_\nu^3 + 3 \frac{N_T}{N_g^2} (N_T^2 - N_g^2) x_T^3 \\
 &\quad - \frac{3}{4N_g} A_4 (4N_g x_e - N_R x_\nu + 5N_T x_T), \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

que se reduz à

$$A_5 = \frac{1}{N_g^2} [N_R (N_R^2 - N_g^2) x_\nu^3 + 3N_T (N_T^2 - N_g^2) x_T^3], \tag{3.22}$$

uma vez que a condição $A_4 = 0$ é imposta para simetrias de gauge. Na próxima seção mostra-se como obter uma distinção entre os mecanismos de seesaw que são permitidos pela simetria de gauge.

3.5 Mecanismos de Seesaw com simetria de Gauge

3.5.1 Seesaw do tipo I: $N_R = N_g$ e $N_T = 0$

Quando o número de neutrinos de mão direita é igual ao número de gerações, com o número de tripleto nulo, a única anomalia remanescente é a anomalia A_5 na Eq. (3.22),

$$A_5 = -\frac{1}{N_g^2} x_\nu^3 N_R (N_R^2 - N_g^2), \quad (3.23)$$

já que a anormalidade A_4 é cancelada devido a sua proporcionalidade ao fator $N_R N_T$, como pode ser visto na Eq.(3.19). As condições das Eqs. (3.3) em adição aos vínculos provenientes da Lagrangiana na Eq. (3.4), com $N_R = N_g$ e $N_T = 0$, ou seja, excluindo-se devidamente as interações onde os tripletos fermiônicos são considerados, resulta na seguinte solução, com cargas em função de x_Q e x_e : $x_L = -3x_Q$, $x_\nu = -(x_e + 6x_Q)$, $x_u = -(x_e + 2x_Q)$, $x_d = (x_e + 4x_Q)$, $x_T = -(x_e + 6x_Q)$, $z_u = (x_e + 3x_Q)$, $z_d = z_e = -z_\nu = -z_u$ (este tipo de transformação para os escalares é compatível com um único dubleto já que estes possuem os mesmos números quânticos), $z_\delta = -3x_Q$, $z_\Delta = 6x_Q$, $z_\phi = 2(x_e + 6x_Q)$. Esta simetria contém a simetria $B - L$. Contudo, a simetria $B - L$ pode ser vista apenas se a seguinte condição adicional for imposta: $x_e = -3x_Q$ que é, de fato, $B - L$ a menos de um fator global, x_Q , como também foi mostrado no caso da *hipercarga replicada*. Todas as outras resoluções de gauge nesse conjunto são resultados independentes.

Por outro lado, há a outra solução, com arbitrariedade sobre N_g , N_R e N_T , dada por $z_\phi = 0$, $z_H = 3x_Q$, $x_u = 4x_Q$, $x_d = -2x_Q$, $x_\nu = 0$, $x_e = -6x_Q$, $x_L = -3x_Q$. Estas cargas são novamente proporcionais à hipercarga e nenhuma simetria de gauge diferente foi introduzida, apenas uma simetria de *hipercarga replicada*, que, apesar de também poder ser uma simetria extra ao **GMP**, é teoricamente desfavorecida do ponto de vista de novos modelos. Novamente, $z_\phi = 0$ e $x_\nu = 0$, permite a introdução de qualquer tipo de massa de Majorana à baixas energias sem que seja necessário o estabelecimento do mecanismo de quebra espontânea de simetrias.

Além do mais, verifica-se que se obtém: i) hipercarga se $x_e = -6x_Q$ ii) $B - L$ se $x_e = -3x_Q$. Nesse sentido, para esta classe de soluções, é possível fazer a parametrização $x_e = -\alpha x_Q$, denominada *parametrização- α* (grifo meu).

3.5.1.1 Parametrização α

A solução geral das Eqs. (3.3) e (3.5) é, então, dada por

$$\begin{aligned} x_u &= (\alpha - 2)x_Q, & x_d &= (4 - \alpha)x_Q, & x_L &= -3x_Q, & x_\nu &= (\alpha - 6)x_Q, \\ x_e &= -\alpha x_Q, & z_1 &= 2(6 - \alpha)x_Q, & z_u &= (3 - \alpha)x_Q, & z_d &= -(3 - \alpha)x_Q, \\ z_\nu &= (3 - \alpha)x_Q, & z_e &= -(3 - \alpha)x_Q, & z_\delta &= -3x_Q, & z_\Delta &= 6x_Q. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Desta forma, conclui-se que apenas um dubleto de Higgs é necessário para o seesaw do tipo I e outro dubleto de Higgs para o seesaw do tipo II, uma vez que $z_u = -z_d = z_\nu = -z_e$ pode corresponder à um único dubleto de Higgs. A tentativa de se eliminar o dubleto de Higgs adicional do seesaw do tipo II (quando o mecanismo é seesaw tipo I/II) iguala sua transformação à do dubleto acoplado ao setor de extensão do MP usual (com adição de um singlete fermiônico por geração) apenas quando $\alpha = 6$ e, assim, a única solução encontrada é a *hipercarga replicada*.

3.5.1.2 Região fenomenológica do bóson X

Foi demonstrado que, quando, por exemplo, $\alpha = 3(6)$ a solução é $B - L$ (*hipercarga replicada*). Além dessas soluções usuais e específicas pode-se notar, neste caso de gauge, que existem infinitas possibilidades para o parâmetro α , induzindo diferentes resultados. Para que esse parâmetro possa ser empiricamente vinculado deve-se verificar as possíveis fenomenologias da teoria. Nesse sentido, se um novo bóson de gauge, X , fosse encontrado na escala dos próximos aceleradores [Go08], isso significaria que talvez os modelos de geração de massa espontânea fossem realizadas pela simetria $U_X(1)$ adicional ao GMP, com escala natural na ordem dos TeVs e, dessa forma, talvez o mecanismo responsável pela geração das pequenas massas dos neutrinos fosse, de fato, o seesaw como resultado de uma escala de massas dos neutrinos praticamente degeneradas, o que também poderia explicar a mônita da predominância de partículas frente as antipartículas. Neste sentido, pode-se vincular α pelo decaimento do possível bóson de gauge, X , afim de se obter a região do espaço de parâmetros α fenomenologicamente permitida (os resultados para os dois tipos de seesaw do tipo-I e o do tipo-III estão apresentados na Fig.2).

De fato, uma das possibilidades atrativas de teorias com simetria $U_X(1)$ de gauge extra é sua rica fenomenologia frente ao MP. A quebra espontânea dessa simetria permite um novo bóson neutro de gauge massivo X (frequentemente chamado de Z') que, se for cinematicamente acessível nas escalas dos próximos colisores, poderia ser detectado, por exemplo, no LHC. Neste último caso, o canal de decaimento desse bóson na terceira geração de quarks, $pp \rightarrow X \rightarrow b\bar{b}$ e $pp \rightarrow X \rightarrow t\bar{t}$, que têm a vantagem de reduzir as incertezas teóricas, poderiam ser usados para discriminar entre os diferentes modelos [Go08]. Em particular, as razões de decaimento de quarks para produção $\mu^+\mu^-$, $R_{b(t)\mu}$, são dadas por:

$$R_{b\mu} = \frac{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow b\bar{b})}{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq \frac{3K_q ((g_L^b)^2 + (g_R^b)^2)}{((g_L^\mu)^2 + (g_R^\mu)^2)} \simeq 3K_q \frac{x_q^2 + x_d^2}{x_\ell^2 + x_e^2}, \quad (3.25a)$$

$$R_{t\mu} = \frac{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow t\bar{t})}{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq \frac{3K_q ((g_L^t)^2 + (g_R^t)^2)}{((g_L^\mu)^2 + (g_R^\mu)^2)} \simeq 3K_q \frac{x_q^2 + x_u^2}{x_\ell^2 + x_e^2}. \quad (3.25b)$$

A notação aqui é tal que g_L (g_R) representa o acoplamento da componente esquerda (direita) para cada um dos campos. Dessa forma, por exemplo, g_L^b é diretamente proporcional ao acoplamento do dubleto de quarks, x_Q , uma vez que ambas componentes, *up* e *down*, desta quiralidade sofrem a mesma

transformação sob $U_X(1)$, pois estão no mesmo múltiplo de $SU(2)_L$; já para as componentes direitas, cada um dos acoplamentos é distinto dos demais, uma vez que são campos singletos de $SU(2)_L$. Se for considerado, por exemplo, o acoplamento g_R^t , este é proporcional à carga dos quarks do tipo up de mão direita, x_u , e o fator de proporcionalidade deve ser dependente apenas da simetria, ou seja, é idêntico para todos acoplamentos, fazendo um cancelamento completo entre o numerador e o denominador das Eqs.(3.25a) e (3.25b). Aqui $K_q \sim \mathcal{O}(1)$ é a constante da QCD e depende dos fatores de correção eletrofraca.

Note que, como essas razões de decaimento, Eq. (3.25), dependem das cargas de $U_X(1)$ dos quarks e léptons carregados, portanto, uma análise do espaço de parâmetros, $R_{t\mu} - R_{b\mu}$, poderia permitir a determinação dessas cargas e, por consequência, distinguir entre os possíveis modelos. Utilizando a parametrização apresentada na Eq. (3.24),

$$R_{b\mu} \simeq \frac{3(17 - 8\alpha + \alpha^2)}{9 + \alpha^2}, \quad R_{t\mu} \simeq \frac{3(5 - 4\alpha + \alpha^2)}{9 + \alpha^2}. \quad (3.26)$$

A ilustração que representa as taxas de decaimento acima pode ser vista na Fig. 1 e a região dessas taxas de decaimento é mostrada na Fig. 2. Destarte, se o bóson de gauge X for observado no LHC, é possível determinar o parâmetro α empiricamente a partir dos seus canais de decaimento em $\bar{q}q$, $\bar{l}l$ e $\bar{\nu}\nu$, que será dado em termos das razões de decaimento acima definidas, Eq. (3.26) desta subseção.

Será mostrada na próxima subseção como a análise é realizada para um parâmetro α para dois neutrinos, ν_{R1} e ν_{R2} , com transformações distintas de um singlete fermiônico adicional, ν_S . A parametrização, por sua vez, não faz distinção entre o modelo de cargas degeneradas pelas gerações e o modelo com as cargas de dois dos neutrinos iguais e diferentes de um terceiro singlete, ν_S .

Outra solução espectável é quando se tem exatamente o caso oposto em relação ao número de partículas, com $N_R = 0$ e $N_T = N_g$. Esta situação tem sido discutida na literatura com a adição de singletos fermiônicos e transformações idênticas entre os singletos e tripletos fermiônicos [Adh08]. Esse caso será tratado em maiores detalhes na subseção 3.5.3.

3.5.2 Seesaw do tipo I: $N_R = 2$ e $N_T = 0$

Os dados de oscilação dos neutrinos não impõem a existência de três neutrinos de mão direita para implementar com sucesso o mecanismo de seesaw do tipo I. De fato, a presença de apenas dois campos ν_R dão conta da grande mistura leptônica e das diferenças quadráticas solar e atmosférica das massas. Este é um cenário preditivo uma vez que o neutrino mais leve pode ser não-massivo, enquanto que os outros dois neutrinos têm suas massas fixadas pelas diferenças quadráticas acima referidas. É, portanto, conveniente perguntarmos a nós mesmos se uma teoria com um $U_X(1)$ de gauge extra pode adimplir esse mecanismo. Isso pressupõe que é necessário relaxar a condição $N_R = N_g$ imposta pelo vínculo da anomalia A_5 , e que só é possível se nova matéria for adicionada na teoria na forma

de singletos escalares [Adh08]. A possibilidade mais simples é assumir um singlete de mão direita “estéril”, ν_S , que não participa do mecanismo de seesaw e tem carga de $U_X(1)$, x_S , diferente da carga x_ν dos neutrinos “ativos”, ν_R . Claramente, um singlete escalar adicional, ϕ_S , é necessário para gerar massa para os neutrinos de mão direita, evitando partículas não massivas. Nesta abordagem, duas das condições de anomalias, dadas pelas vínculos das Eqs. (3.3e) e (3.3f), são modificadas, tornando-se:

$$A_5 = N_g (6x_q^3 + 2x_\ell^3 - 3x_u^3 - 3x_d^3 - x_e^3) - N_R x_\nu^3 - N_S x_S^3 = 0, \quad (3.27a)$$

$$A_6 = N_g (6x_q + 2x_\ell - 3x_u - 3x_d - x_e) - N_R x_\nu - N_S x_S = 0, \quad (3.27b)$$

onde N_S é o número de singletos estéreis. Assumindo $N_g = 3$, $N_R = 2$ e $N_S = 1$, o sistema de equações Eqs. (3.3a)-(3.3c) e Eq. (3.27) prevê que as cargas dos férmions devem agora ser dadas por:

$$x_L = \frac{N_g x_e + N_R x_\nu + x_S}{2N_g}, \quad (3.28a)$$

$$x_Q = -\frac{N_g x_e + N_R x_\nu + x_S}{6N_g}, \quad (3.28b)$$

$$x_u = -\frac{2N_g x_e - N_R x_\nu - x_S}{3N_g}, \quad (3.28c)$$

$$x_d = \frac{N_g x_e - 2N_R x_\nu - 2x_S}{3N_g}. \quad (3.28d)$$

Com essas cargas, todas as anomalias globais são eliminadas, inclusive, outrossim, a anomalia local A_4 . Mas, quando $N_R = 2$ e $N_g = 3$, a anomalia A_5 permanece como:

$$A_5 = -\frac{2}{9} (x_\nu - x_S)^2 (5x_\nu + 4x_S). \quad (3.29)$$

Assim, há obviamente duas formas de se tornar esse tipo de simetria local. A primeira maneira é considerar o caso completamente degenerado pelas gerações, impondo as transformações $x_\nu = x_S$, como já tratado na seção anterior, enquanto que a segunda possibilidade é quando a anomalia é anulada pela relação das cargas dos campos neutros,

$$x_S = -\frac{5}{4}x_\nu. \quad (3.30)$$

Com a imposição dos termos de Yukawa, Eq. (3.4), em adição a contribuição para massa dos férmions estéreis, $Y^S \nu_S^T \nu_S \phi_S$, as cargas dos escalares não mudará, apenas um novo singlete escalar, ϕ_S , acoplado ao singlete fermiônico, ν_S , é adicionado para cada um dos casos (seesaw tipo I ou seesaw tipo I+II). Por outro lado, um novo dublete escalar, H_S , deve ser adicionado se for desejado que esse singlete fermiônico estéril receba uma contribuição de massa de Dirac.

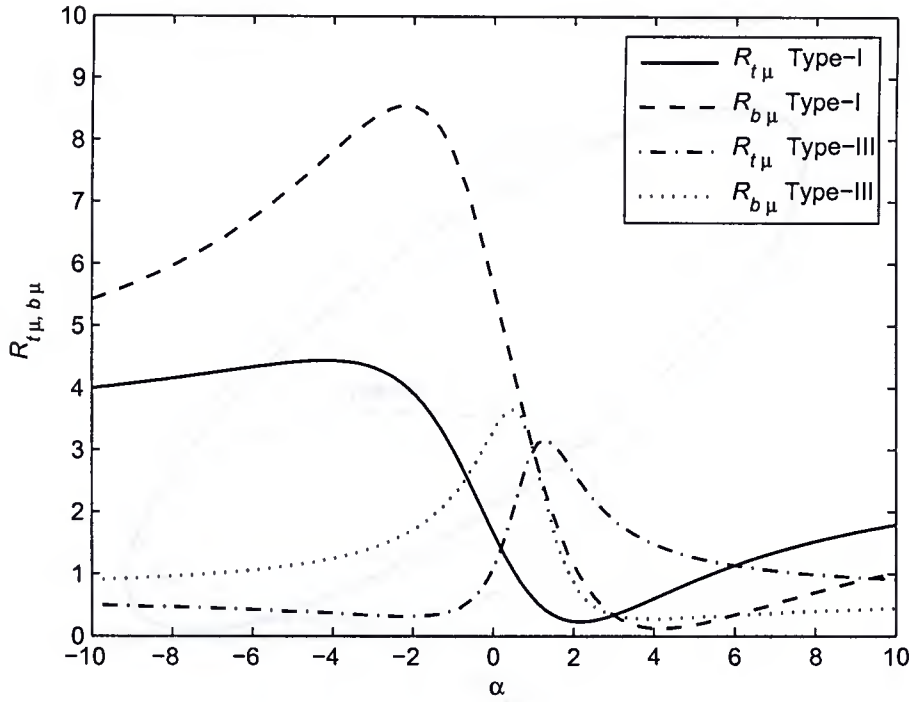


Figura 1: Razões de decaimento do X em quarks e múons com função da razão das cargas α .

3.5.2.1 Parametrização α

Resolvendo-se o as Eqs.(3.3a)-(3.3d) e (3.27), a parametrização- α fica dada, desta forma, por:

$$\begin{aligned} x_u &= (\alpha - 2)x_Q, & x_d &= (4 - \alpha)x_Q, & x_L &= -3x_Q, \\ x_\nu &= 4(\alpha - 6)x_Q, & x_e &= -\alpha x_Q, & x_S &= -5(\alpha - 6)x_Q, \end{aligned} \quad (3.31)$$

onde percebe-se que apenas as cargas dos singletos fermiônicos neutros mudam, segundo a Eq. (3.30), tal qual as cargas dos respectivos dubletos escalares. A carga de H_ν passa a ser $z_\nu = (21 - 4\alpha)x_Q$. Caso seja introduzido o novo dubleto H_S , a transformação, devidamente parametrizada, deverá ser $z_S = (5\alpha - 33)x_Q$, enquanto que o singlete escalar, ϕ_S , que dá massa de Majorana para o singlete fermiônico desacoplado, ν_S , deverá ter carga $z_{\phi_S} = 10(\alpha - 6)$

3.5.2.2 Região fenomenológica do bóson X

Nessa situação a região para o bóson X é idêntica ao caso anterior (veja Fig. 1 e Fig. 2), uma vez que as razões de decaimento são independentes de como são modificadas as cargas do setor dos léptons neutros (veja Eq.(3.25)). Logo, a região fenomenológica de parâmetros α é a mesma que a dada pela Eq. (3.26).

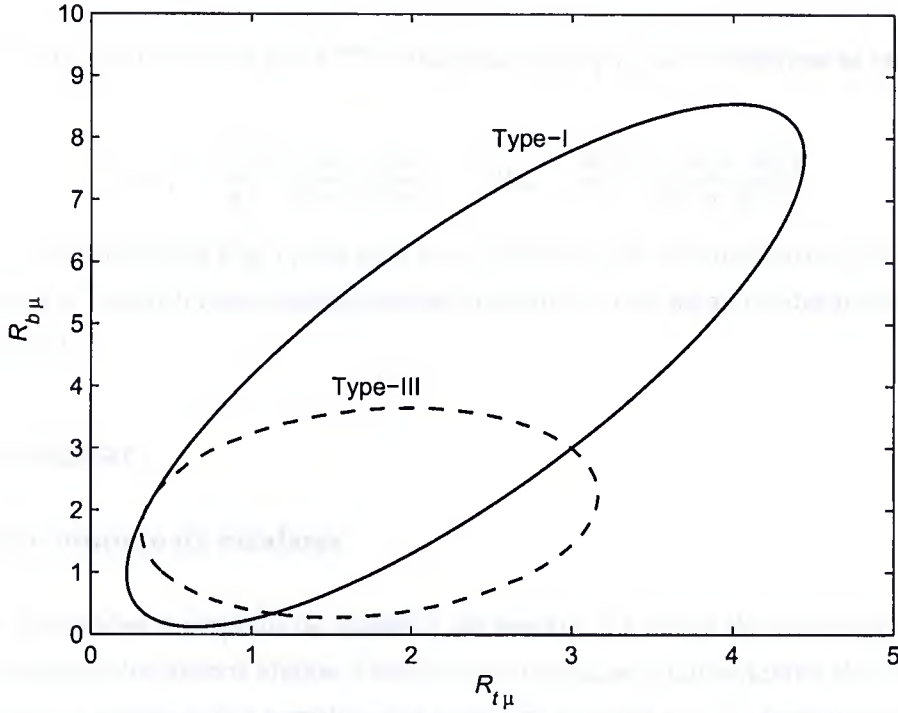


Figura 2: Plano $R_{t\mu} - R_{b\mu}$ para realizações de seesaw do tipo I e tipo III.

3.5.3 Seesaw do tipo III: $N_R = 0$ e $N_T = N_g$

3.5.3.1 Parametrização α

Introduzindo-se todas as interações de Yukawa possíveis, Eq. 3.4, e resolvendo-se as equações das anomalias em conjunto com os vínculos de Yukawa, Eqs. (3.3) e (3.5), as cargas do conteúdo de partículas fica com a seguinte *parametrização- α* :

$$\begin{aligned}
 x_u &= \frac{1}{5} (2 + 3\alpha) x_Q, & x_d &= \frac{1}{5} (8 - 3\alpha) x_Q, & x_L &= \frac{1}{5} (9 - 4\alpha) x_Q, & x_T &= \frac{1}{5} (6 - \alpha) x_Q, \\
 x_e &= -\alpha x_Q, & z_2 &= \frac{2}{5} (6 - \alpha) x_Q, & z_u &= \frac{3}{5} (1 - \alpha) x_Q, & z_d &= -\frac{3}{5} (1 - \alpha) x_Q, \\
 z_T &= \frac{3}{5} (1 - \alpha) x_Q, & z_e &= \frac{1}{5} (9 + \alpha) x_Q, & z_\delta &= \frac{1}{5} (9 - 4\alpha) x_Q, & z_\Delta &= -\frac{2}{5} (9 - 4\alpha) x_Q.
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

Desse modo, dois dubletos de Higgs são necessários para o seesaw do tipo III e outro dubleto de Higgs é exigido para seesaw do tipo II, se esse último mecanismo for introduzido, já que $z_u = -z_d = z_T$, enquanto que os outros dubletos têm cargas distintas, $z_e \neq -z_\delta$ e $(-z_e, z_\delta) \neq z_u$. Novamente, ao ser imposta qualquer igualdade entre o produto da hipercarga pela sua transformação sob $U_X(1)$, $Y_{Hi} \times z_{Hi} = Y_{Hj} \times z_{Hj}$, para dois dubletos de cargas distintas, i e j , infere $\alpha = 6$, ou seja, só há solução com *hipercarga replicada*.

3.5.3.2 Região do bóson X

Quando a parametrização na Eq.(3.32) é utilizada nas Eqs. (3.25), obtém-se as razões das taxas de decaimento,

$$R_{b\mu} \simeq \frac{3(89 - 48\alpha + 9\alpha^2)}{81 - 72\alpha + 41\alpha^2}, \quad R_{t\mu} \simeq \frac{3(29 + 12\alpha + 9\alpha^2)}{81 - 72\alpha + 41\alpha^2}, \tag{3.33}$$

e os gráficos são mostrados na Fig. 1 para cada uma das razões de decaimento em função do parâmetro α , enquanto que a região fenomenologicamente combinada das taxas de decaimento, $R_{t\mu} - R_{b\mu}$, é mostrada na Fig. 2.

3.6 Setor escalar

3.6.1 Número mínimo de escalares

Uma das conclusões a respeito de modelos de seesaw, do ponto de vista aqui analisado, é que quando são considerados ambos efeitos, vínculos de anomalias e Lagrangiana de Yukawa, o número mínimo de dubletos escalares fica restrito pelas cargas da simetria U_X (1). Isso quer dizer que, quando se tem dois escalares carregando a mesma carga, com a correspondente hipercarga corrigida, o dubleto deverá ser o mesmo. Essa conclusão é válida para um cenário mínimo, quando não se quer que os dubletos sejam réplicas uns dos outros, possuindo exatamente os mesmos números quânticos. Nessa seção serão apresentados esses números mínimos de dubletos.

3.6.1.1 Número de dubletos escalares

Da análise das transformações para cada uns dos casos, tem-se que o número mínimo de escalares é dado pela Tab. 2 para 3 gerações e pela Tab. 3 para 4 gerações. Qualquer tentativa de se reduzir esse

Tabela 2: Número de dubletos para $N_g = 3$ para seesaw tipo I/II

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	3	3	2	3
1	3	4	3	4	4
2	4	3	4	4	4
3	3	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4

número de escalares, igualando-se, por exemplo, a transformação de dois dubletos quaisquer induz sempre à transformação gerada pela *hipercarga replicada*, ou seja, com $\alpha = 6$ e, logo, $Y \equiv (x_e + 6x_Q) = 0$. Esse número de dubletos é independente das transformações dos singletos e dos tripletos fermiônicos.

Note que, em adição ao número de dubletos, existe, também, dois singletos e um triplete escalares

Tabela 3: Número de dubletos para $N_g = 4$ para seesaw tipo I/II

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	3	3	3	2
1	4	3	4	3	4
2	4	4	3	4	4
3	4	3	4	4	4
4	3	4	4	4	4

que sempre estão presentes quando se deseja implementar seesaw do tipo I, tipo III ou do tipo II com transformações distintas entre T_R e ν_R . Com a condição de mesma transformação entre os tripletos e singletos fermiônicos, o número de escalares fica reduzido por um singlete escalar, que não é mais necessário para gerar massas de Majorana distintas por seesaw dos tipos I e III. Quando o seesaw do tipo II é retirado da teoria, deve-se diminuir um dubleto escalar nas Tab. 2 e Tab. 3. Todavia, os pontos sem significado físico nos elementos 00 são devidos a se estar considerando essa formulação de mecanismos de seesaw *a priori*. Eles indicam que o MP com apenas um dubleto faz todos os papéis na teoria com uma única $U_Y(1)$ de hipercarga.

3.6.2 Número de dubletos escalares nas soluções de gauge

Com o número mínimo de dubletos dados pelas Tab. 2 e Tab. 3, pode-se perceber que os pontos onde há simetria de gauge, $N_R = N_g(0)$ e $N_T = 0(N_g)$, o número de dubletos é reduzido simultaneamente com a abreviação do número de singletos (que deixa de ser dois e passa a ser naturalmente um único singlete escalar). Além desse fato, simetrias locais fazem mais sentido quando se procura modelos de unificação com simetria adicional, por exemplo, unificação em $SO(10)$, $SU(5) \otimes U(1)$, entre outras teorias (veja, as possíveis aplicações nesse aspecto para a teoria $SU(5)$ no capítulo 4). Assim, faz-se necessário uma melhor explanação desses tipos de teorias locais. É o que será sondado nessa subseção, novamente focada nos mecanismos de seesaw para os neutrinos.

3.6.2.1 Seesaw do tipo I

Para o mecanismo apenas de seesaw do tipo I, $N_R = N_g$, $N_T = 0$, um dubleto faz todo o papel necessário para a geração das massas dos neutrinos em conjunto com um único singlete escalar, segundo a Eq. (3.24).

3.6.2.2 Seesaw do tipo I ($N_R = 2$)

Para o mecanismo de seesaw do tipo I, com $N_R = 2$, $N_S = 1$, $N_T = 0$, dois dubletos (cargas z_u e z_ν) são necessários para a geração de massa dos neutrinos, segundo a Eq. (3.24) em adição as conclusões da subseção 3.5.2.1. Se essa contagem for feita com a introdução de um termo de massa de Dirac adicional

para os singletos fermiônicos adicionais, ν_S , $Y_{\text{Dirac}}^S \bar{\ell}_i \nu_S H_S$, deve-se somar um dubleto escalar, H_S , em conjunto com dois singletos escalares, ϕ_ν e ϕ_S , cada qual acoplado à um setor de carga dos neutrinos, x_ν e x_S , e com cargas z_1 e z_{ϕ_S} , respectivamente.

3.6.2.3 Seesaw do tipo I+II

Para o mecanismo de seesaw do tipo I+II a única modificação em relação ao seesaw do tipo I (ou do caso anterior) é a adição de um dubleto acoplado ao tripleto escalar, H_Δ , para formar o termo de potencial necessário para a existência de operadores de dimensão $d=5$, $\lambda_\Delta H_\Delta H_\Delta$, na Lagrangiana, Eq. (3.4), realizando o mecanismo de seesaw. Nesse aspecto, o seesaw do tipo I+II implica haver dois dubletos escalares (cargas z_u e z_δ) fazendo o desempenho necessário para a geração de massa dos neutrinos em conjunto com um singlete escalar, ϕ_ν , e um tripleto escalar, Δ , conforme é apresentado na Tab. 2.

3.6.2.4 Seesaw do tipo III

Para o mecanismo de seesaw do tipo III com tripletos fermiônicos, dois dubletos, H_u e H_e , fazem a atribuição necessária para a geração de massa dos neutrinos, segundo a Eq. (3.32). Em adição, há um singlete escalar acoplado ao tripleto fermiônico, ϕ_T , para a geração espontânea de massa de Majorana dos neutrinos, com respectiva carga z_2 .

3.6.2.5 Seesaw do tipo II+III

Para o mecanismo de seesaw do tipo II+III, a única modificação em relação ao caso anterior é a introdução de um dubleto acoplado ao tripleto escalar, componente necessária para a existência de operadores de dimensão $d=5$ na Lagrangiana, como no seesaw do tipo I+II acima. Nesse aspecto, o seesaw do tipo II+III implica a existência de três dubletos para haver a geração de massa dos neutrinos. Nas outras representações escalares, há um singlete, ϕ_T , e um tripleto, Δ , que geram as massas de Majorana dos neutrinos requeridas.

Na seção 3.7 será apresentado como esses escalares fazem uma função importante quando se elimina qualquer tipo de mistura entre o bóson Z^0 do MP e o novo bóson da simetria $U_X(1)$, X . As próximas duas subseções são dedicadas à análise do potencial escalar permitido e as prováveis misturas entre os bósons de gauge neutros.

3.6.3 Lagrangiana Escalar e Potencial Escalar

É necessário que se inclua a Lagrangiana escalar completa com todos os escalares da teoria para a

contribuição da massa dos bósons de gauge. Nesse sentido, escreve-se

$$\mathcal{L}_{\text{Escalar}} = \sum_{u,d,\nu,e,T,\delta} (\mathcal{D}_\mu H_i)^\dagger \mathcal{D}^\mu H_i + \sum_{i=\nu,T} (\mathcal{D}_\mu \phi_i)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi_i + \text{Tr} [(\mathcal{D}_\mu \Delta)^\dagger \mathcal{D}^\mu \Delta] - V, \quad (3.34)$$

e pode-se perceber que, de forma geral, o tripleto escalar não gera contribuição de massa para o setor de gauge neutro, apenas para o setor de gauge carregado^{††}. O potencial renormalizável mais geral não supersimétrico, V , é dado por:

$$\begin{aligned} V = & \sum_{i=u,d,\dots}^n \left(m_{H_i}^2 H_i^\dagger H_i + \lambda_H (H_i^\dagger H_i)^2 \right) + \sum_{j=\nu,T} \left(m_\phi^2 \phi_j^* \phi_j + \lambda_\phi (\phi_j^* \phi_j)^2 \right) + m_\Delta^2 \Delta^\dagger \Delta \\ & + \lambda_\Delta (\Delta^\dagger \Delta)^2 + \sum_{i=u,d,\dots}^n \sum_{j=\nu,T} \lambda'_i (H_i^\dagger H_i) (\phi_j^* \phi_j) + \sum_{i=u,d,\dots}^n \lambda''_i (H_i^\dagger H_i) (\Delta^\dagger \Delta) \\ & + \sum_{j=\nu,T} \lambda'''_j (\phi_j^* \phi_j) (\Delta^\dagger \Delta) + \sum_{i,j=u,d,\dots}^n f_{ij} H_i H_j \Delta + \sum_{i \neq j=u,d,\dots}^n \sum_{k=\nu,T} g_{ij}^k H_i \bar{H}_j \phi_k. \end{aligned} \quad (3.35)$$

O penúltimo termo deve ser entendido da seguinte forma: $\sum_{i,j=u,d,\dots}^n f_{ij} H_i H_j \Delta$ é a soma de todas possíveis contribuições entre quaisquer dubletos, transformados de tal forma que as hipercargas sejam devidamente idênticas e iguais à $Y = -1/2$ (isso quer dizer que o escalar associado à contribuição de massa do neutrino de mão direita, tal como a contribuição para o quark u de mão direita, deve ser tomada na sua forma natural, enquanto os setores inferiores, d e e , devem ser tomados na forma transformada sob $SU_L(2)$, como $i\sigma_2 H_\nu^*$). Esse somatório contribui com 15 interações. O último termo, $\sum_{i \neq j=u,d,\dots}^n \sum_{k=\nu,T} g_{ij}^k H_i \bar{H}_j \phi_k$, é a soma de todas as contribuições com hipercarga anulada diretamente pela contribuição dos dubletos escalares (similarmente ao caso anterior), num total de 10 interações para cada tipo de escalar singleto, ϕ_ν e ϕ_T , entre as formas natural e complexo conjugada, contabilizando um total de 40 interações, já que contribuições para dubletos iguais estão descartadas pela conservação da hipercarga nas interações dos escalares.

Esses elementos são importantes pois realizam a mistura dos escalares do modelo. Para isso, primeiro deve-se observar as atribuições de cargas gerais na Eq. (3.18) e verificar se com a introdução de qualquer dos termos do potencial geral na Eq. (3.35) a *hipercarga replicada* é obtida, ou seja, se a condição $x_e + 6x_Q = 0$ é necessária, ou se há a ausência de soluções para α . Não serão discutidos maiores detalhes sob essa perspectiva para a restrição do potencial escalar nem observação de simetrias acidentais na teoria, mas esse estudo pode ser interessante pois consegue exprimir se há problemas relacionados aos bósons de Goldstone.

Na próxima seção será enfatizada a construção de teorias com $U_X(1)$ de gauge sob a óptica da

^{††}Pode-se ver isso explicitando o termo de derivada covariante do tripleto Δ , $\mathcal{D}_\mu \Delta = \partial_\mu \Delta + ig' A_\mu Y_\Delta \Delta + ig_X B_\mu X_\Delta \Delta + \frac{ig}{2} (b_\mu^a \tau^a \Delta + \Delta b_\mu^a (\tau^a)^\dagger)$. Logo, vê-se que o último termo cancela exatamente a contribuição para os bósons de gauge neutros, eliminando por completo a entrada OO . Já no caso dos dubletos isso não é verdade uma vez que o termo de derivada covariante é diferente, e não contém duas contribuições de $SU_L(2)$, e sim apenas uma, que não autocancela as contribuições de massa.

mistura dos bósons de gauge, com apenas um dubleto e um singlete escalares. A forma generalizada pode ser encontrada na seção 3.6.5.

3.6.4 Mistura dos bósons de Gauge

Foi observado que, uma vez determinada a existência de um novo bóson de gauge, X , pode-se sempre inferir, através de certos canais de decaimento específicos, o parâmetro α que está associado à transformação dos campos sob $U_X(1)$. Será visto nessa seção como deve ser o comportamento desse novo bóson de gauge do ponto de vista da mistura com o Z^0 usual do MP no contexto dos modelos de seesaw dos tipos I e III na formação dos novos autoestados físicos. O singlete escalar faz justamente o papel de quebrar a simetria $U_X(1)$ de gauge. Dessa forma, é necessário discorrer sobre como o mecanismo de mistura envolve a fenomenologia acima proposta. Nessa seção será explorado os aspectos gerais para uma situação simples, com apenas um dubleto escalar e um singlete escalar, sem a consideração de possíveis restrições no potencial escalar devido a introdução de novas simetrias. Na próxima seção a aplicação geral, com vários dubletos, será explorada e os vínculos para os mecanismos de seesaw poderão ser manifestados segundo a contribuição das cargas dos escalares.

Com apenas um dubleto, a Lagrangiana do setor escalar é dada por [Ap02]

$$\mathcal{L}_{\text{Escalar}} = (\mathcal{D}_\mu H)^\dagger \mathcal{D}^\mu H + (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi - V, \quad (3.36)$$

e, nesta situação, o potencial renormalizável mais geral, sem supersimetria, é dado por:

$$V = m_H^2 H^\dagger H + \lambda_H (H^\dagger H)^2 + m_\phi^2 \phi^* \phi + \lambda_\phi (\phi^* \phi)^2 + \lambda (H^\dagger H) (\phi^* \phi), \quad (3.37)$$

já considerando-se que o singlete escalar, ϕ , possui uma carga não trivial da simetria $U_X(1)$. Esse potencial pode ser minimizado afim de se encontrar a matriz de massa dos campos escalares (veja seção 3.8).

Escrevendo a contribuição para os bósons de gauge na base dos autoestados de simetria,

$$\mathcal{L}_{\text{Massa}}^{\text{Gauge}} = \frac{1}{4} v_H^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathcal{A}_\mu & b_\mu^3 & X_\mu \end{pmatrix} (M) \begin{pmatrix} \mathcal{A}^\mu \\ b^{3\mu} \\ X^\mu \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

onde a matriz de mistura das massas quadráticas dos bósons de gauge é definida por:

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} v_H^2 g'^2 & -\frac{1}{4} v_H^2 g' g & \frac{1}{2} v_H^2 g' g_X z_H \\ -\frac{1}{4} v_H^2 g' g & \frac{1}{4} v_H^2 g^2 & -\frac{1}{2} v_H^2 g g_X z_H \\ \frac{1}{2} v_H^2 g' g_X z_H & -\frac{1}{2} v_H^2 g g_X z_H & (v_H^2 z_H^2 + v_\phi^2 z_\phi^2) g_X^2 \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

sendo v_H o v.e.v. do dubleto escalar, enquanto que v_ϕ é o v.e.v. do singlete. Pode-se diagonalizar a

matriz M na Eq. (3.39) por duas rotações consecutivas, através de duas matrizes ortogonais, O_1 e O_2 ,

$$M_{\text{Diag}} = OMO^T = O_1O_2MO_2^TO_1^T. \quad (3.40)$$

Neste sentido, espera-se que a transformação interna, O_2 , coloque a matriz M numa forma bloco-diagonal (BD),

$$M_{\text{BD}} = O_2MO_2^T, \quad (3.41)$$

onde essa transformação bloco-diagonaliza através de uma rotação do ângulo eletrofraco,

$$O_2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_W) & \sin(\theta_W) & 0 \\ -\sin(\theta_W) & \cos(\theta_W) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.42)$$

tal que a relação entre as constantes de acoplamento do MP é preservada,

$$\tan(\theta_W) = \frac{g'}{g}. \quad (3.43)$$

Essa rotação faz com que o fóton seja totalmente desacoplado dos outros bósons neutros,

$$M_{\text{BD}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4}v_H^2(g^2 + g'^2) & -\frac{1}{2}v_H^2gX\sqrt{g^2 + g'^2}z_H \\ 0 & -\frac{1}{2}v_H^2gX\sqrt{g^2 + g'^2}z_H & g_X^2(v_H^2z_H^2 + v_\phi^2z_\phi^2) \end{pmatrix}, \quad (3.44)$$

mostrando, assim, que o bóson Z^0 do MP possui uma nova mistura com o bóson X da simetria $U_X(1)$, onde os autoestados eletrofracos do fóton, A_μ , e do Z_μ^0 são dados como no MP,

$$A_\mu^{\text{MP}} = \cos(\theta_W) A_\mu + \sin(\theta_W) b_\mu^3, \quad (3.45a)$$

$$Z_\mu^{\text{MP}} = -\sin(\theta_W) A_\mu + \cos(\theta_W) b_\mu^3. \quad (3.45b)$$

Veja que, apesar do fóton já estar escrito na base física, Z^{MP} , este sofre uma mistura com o bóson X para formar Z^{Fs} , que é, agora, o bóson físico. Desta forma, escreve-se a submatriz 2×2 de M_{BD} como:

$$\mathcal{L}_{\text{Massa}}^{\text{ZB}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu^{\text{MP}} & X_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{4}v_H^2(g^2 + g'^2) & -\frac{1}{2}v_H^2gX\sqrt{g^2 + g'^2}z_H \\ -\frac{1}{2}v_H^2gX\sqrt{g^2 + g'^2}z_H & g_X^2(v_H^2z_H^2 + v_\phi^2z_\phi^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^{\text{MP}} \\ X_\mu \end{pmatrix}, \quad (3.46)$$

A Eq. (3.46) acima mostra que existem duas diferentes possibilidades para cada um dos tipos de seesaw. A primeira é quando $z_H = 0$ para $N_R = N_g$ e os dois bósons são completamente desacoplados por não haver termo de mistura. Por exemplo, para o mecanismo de seesaw puramente do tipo I, a inexistência de mistura implica em todos os quarks ganhando mesma carga $x_Q = x_u = x_d = x$, enquanto que o setor de léptons ganha outra carga $x_L = x_e = x_\nu = -3x$, que também é degenerado

por todo setor de léptons, e $x_\phi = 6x$. Essas atribuições, compatíveis com os testes de precisão do MP, uma vez que não há nenhuma mistura entre os bósons de Gauge, é a representação da simetria $B - L$ quando o fator global for exatamente $x = 1/3$ (embora esse fator global possa ser absorvido). Se a simetria for exatamente esta, as massas quadráticas dos bósons de gauge totalmente desacoplados são dadas por:

$$M_{X^{\text{Fs}}}^2 = v_\phi^2 g_X^2 z_\phi^2, \quad (3.47)$$

$$M_{Z^{\text{Fs}}}^2 = \frac{v_H^2 (g^2 + g'^2)}{4}. \quad (3.48)$$

A segunda possibilidade, por outro lado, é quando mesmo com a condição $N_R = N_g$ preservada, encontra-se uma mistura tal que essa seja permitida pelos testes de precisão do MP. Uma hipótese seria considerar g_X muito suprimido, o que, todavia, não é natural. Além disso, a imposição de g_X pequeno minimiza os efeitos de massa dos bósons X , já que existe a dependência em g_X^2 na matrix de massa dos escalares, Eq. (3.47).

Considerando-se, por exemplo, que a escala onde a simetria $U_X(1)$ é espontaneamente quebrada é muito maior do que a escala eletrofraca, $v_\phi \gg v_H$, é possível fazer uso de aproximações afim de se obter soluções para os autovalores da matriz de massa dos bósons de gauge, M , Eq. (3.39), e dos autoestados físicos. Tal procedimento será descrito abaixo, considerando-se $(v_H/v_\phi)^2 \ll 1$.

Tomando-se somente as contribuições prioritárias, a resposta para essa diagonalização de massas, em termos das cargas dos escalares e dos respectivos v.e.v's, é dada por:

$$M_{X^{\text{Fs}}}^2 \simeq g_X^2 v_\phi^2 z_\phi^2 \left(1 + \frac{v_H^2 z_H^2}{v_\phi^2 z_\phi^2} \right) + M_{Z^0}^2 \frac{v_H^2 z_H^2}{v_\phi^2 z_\phi^2}, \quad (3.49a)$$

$$M_{Z^{\text{Fs}}}^2 \simeq \frac{v_H^2 (g^2 + g'^2)}{4} \left(1 - \frac{z_H^2 v_H^2}{z_\phi^2 v_\phi^2} \right). \quad (3.49b)$$

Pode-se perceber que a Eq. (3.49b) pode ser escrita em termos da massa do bóson de gauge neutro do MP, Z_μ^{MP} , $M_Z^2 = (g^2 + g'^2) v_H^2/4$, como:

$$M_{Z^{\text{Fs}}}^2 \simeq M_{Z^0}^2 \left(1 - \frac{z_H^2 v_H^2}{z_\phi^2 v_\phi^2} \right). \quad (3.50)$$

Essa massa recebe uma contribuição negativa adicional do termo de mistura. Devido à supressão dos v.e.v's, há um bóson X^{Fs} com massa quadrática prioritariamente $g_X^2 v_\phi^2 z_\phi^2$ e outro, o novo bóson Z^{Fs} , com massa quadrática prioritariamente $M_{Z^0}^2$. A mistura entre os autoestados dos campos de gauge é

descrita pelas seguintes equações:

$$X_\mu^{\text{Fs}} = X_\mu - \left(\frac{v_H^2 z_H}{2v_\phi^2 z_\phi^2} \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g_X} \right) Z_\mu^{\text{MP}}, \quad (3.51a)$$

$$Z_\mu^{\text{Fs}} = Z_\mu^{\text{MP}} + \left(\frac{v_H^2 z_H}{2v_\phi^2 z_\phi^2} \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g_X} \right) X_\mu. \quad (3.51b)$$

Vê-se que somente uma pequena contribuição ao bóson Z^{MP} é dado pelo novo bóson X da simetria $U_X(1)$, sendo suprimida por correções de ordem $\mathcal{O}(v_H^2/v_\phi^2)$, formando, assim, o bóson físico, Z^{Fs} . Se for considerado, por exemplo, que uma pequena mistura é permitida na massa do bóson de gauge neutro eletrofraco, supondo um erro de apenas 1% e considerando o acoplamento muito pequeno, $g_X \sim 10^{-3}$, é necessário impor uma escala para quebra da nova simetria $U_X(1)$ da ordem de $v_\phi \gtrsim 10^7 \text{ GeV}$. Sendo esse v.e.v. do singlete o responsável pelos mecanismos de leptogênese [Br03], observa-se que quando $v_\phi \gtrsim 10^9 \text{ GeV}$, a escala compatível com mecanismos de seesaw, a mistura entre os bósons de gauge neutros fica ainda mais suprimida.

3.6.5 Generalização para N – dubletos escalares

Pode-se generalizar a estrutura acima estudada para o caso de N dubletos de Higgs. Nesse caso, deve-se definir primeiramente as seguintes quantidades necessárias x , y , e z :

$$x = \overline{v_H^2}/v_\phi^2, \quad y = \overline{v_H^2 z_H}/(v_\phi^2 z_\phi), \quad z = \overline{v_H^2 z_H^2}/(v_\phi^2 z_\phi^2), \quad (3.52)$$

onde,

$$\overline{v_H^2} = \sum_{i=1,2,\dots} v_{Hi}^2 \leq 246 \text{ GeV}, \quad \overline{v_H^2 z_H} = \sum_{i=1,2,\dots} v_{Hi}^2 z_{Hi}, \quad \overline{v_H^2 z_H^2} = \sum_{i=1,2,\dots} v_{Hi}^2 z_{Hi}^2, \quad (3.53)$$

que contabilizam todas as contribuições dos escalares tipo *down*, com hipercarga $Y = +1/2$, como apresentado na subseção 3.6.3. Por exemplo, para o conteúdo de partículas apresentado na Tab.1 obtém-se^{††}

$$\overline{v_H^2 z_H} = v_d^2 z_d - v_u^2 z_u + v_e^2 z_e - v_\nu^2 z_\nu \dots \quad (3.54)$$

Isto significa que é possível introduzir as cargas de $U_X(1)$ como:

$$\overline{v_H^2 z_H} = v_d^2 (+z_d) + v_u^2 (-z_u) + v_e^2 (+z_e) + v_\nu^2 (-z_\nu) \dots, \quad (3.55)$$

que pode ser compreendido como todos os dubletos sendo estabelecidos na forma do tipo *down*, com hipercarga $+1/2$. Assim, a correção do sinal é feita nas cargas de $U_X(1)$, ou seja, deve haver um sinal negativo na frente das cargas dos dubletos com hipercarga $-1/2$. A matriz de massa quadrática que

^{††}Note que basta trocar por um sinal as contribuições de escalares com hipercarga $Y = -1/2$. Para se evitar confusão, o leitor pode pensar nos termos reescritos segundo a transformação $-\frac{1}{2}v_H^2 z_H \rightarrow -v_H^2 z_H Y_H$, onde o último subentende uma soma simultânea entre o v.e.v., as cargas de $U_X(1)$ e das hipercargas dos dubletos escalares.

mistura os bósons de gauge neutros é dada por:

$$\mathcal{L}_{Mass}^{ZB} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu & X_\mu \end{pmatrix} M_{ZB}^{G2} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ X^\mu \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

com

$$M_{ZB}^{G2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \overline{v_H^2} (g^2 + g'^2) & -\frac{1}{2} \overline{v_H^2} z_H \sqrt{g^2 + g'^2} g_X \\ -\frac{1}{2} \overline{v_H^2} z_H \sqrt{g^2 + g'^2} g_X & g_X^2 \left(\overline{v_H^2} z_H^2 + v_\phi^2 z_\phi^2 \right) \end{pmatrix}. \quad (3.57)$$

Logo, usando-se a Eq. (3.52) e a Eq. (3.53), a matriz de massa quadrática generalizada, M_{ZB}^{G2} , tem os seguintes autovalores gerais:

$$\mu_1^2 = \frac{\overline{v_H^2}}{8x} \left(x (g^2 + g'^2) + 4 (1 + z) g_X^2 z_\phi^2 + \frac{x}{\overline{v_H^2}} r(x, y, z) \right), \quad (3.58)$$

$$\mu_2^2 = \frac{\overline{v_H^2}}{8x} \left(x (g^2 + g'^2) + 4 (1 + z) g_X^2 z_\phi^2 - \frac{x}{\overline{v_H^2}} r(x, y, z) \right), \quad (3.59)$$

onde

$$r(x, y, z) = \frac{\overline{v_H^2}}{x} \sqrt{x^2 (g^2 + g'^2)^2 + 8 g_X^2 z_\phi^2 \left[(2y^2 - x(1+z)) (g^2 + g'^2) + 2(1+z)^2 g_X^2 z_\phi^2 \right]}, \quad (3.60)$$

já em termos das razões x, y e z , que podem ser usadas para expandir $r(x, y, z)$ as expressões de interesse físico para tais parâmetros pequenos. Obviamente, a validade das expansões está em $z_\phi \neq 0$. Todavia, deseja-se que essa transformação nunca seja nula uma vez que transformações triviais para os escalares singletos implicaria na *hipercarga replicada* ao invés de uma nova simetria de gauge, como analisado na seção 3.5.

Dessa forma, se o quadrado do v.e.v. do singlete escalar, v_ϕ^2 , for muito maior que do que a soma das componentes quadradas dos dubletos, $\overline{v_H^2}$, e esses não tiverem cargas diminutas (é natural que essa afirmação seja verdadeira uma vez que cargas aproximadamente nulas implicam na *hipercarga replicada* para o singlete e $B - L$ para os dubletos), pode-se expandir para x, y e z pequenos, obtendo-se os seguintes autovalores aproximados:

$$\mu_1^2 \simeq g_X^2 \left(v_\phi^2 z_\phi^2 + \overline{v_H^2} z_H^2 \right) + \frac{(g^2 + g'^2)}{4} \frac{\left(\overline{v_H^2} z_H \right)^2}{v_\phi^2 z_\phi^2}, \quad (3.61)$$

$$\mu_2^2 \simeq \frac{(g^2 + g'^2)}{4} \overline{v_H^2} \left(1 - \frac{\left(\overline{v_H^2} z_H \right)^2}{v_H^2 v_\phi^2 z_\phi^2} \right), \quad (3.62)$$

até a ordem de $\mathcal{O}(x^1)$, $\mathcal{O}(y^1)$ e $\mathcal{O}(z^1)$. Já no MP com N -dubletos e sem escalares, tem-se o seguinte resultado [Br85]:

$$M_Z^2 = \frac{(g^2 + g'^2)}{4} \overline{v_H^2}, \quad (3.63)$$

o que permite definir os autovalores em função de M_Z^2 como:

$$M_{X^{Fs}}^2 \simeq g_X^2 v_\phi^2 z_\phi^2 \left(1 + \frac{\overline{v_H^2 z_H^2}}{v_\phi^2 z_\phi^2} \right) + M_Z^2 \frac{\left(\overline{v_H^2 z_H^2} \right)^2}{v_H^2 v_\phi^2 z_\phi^2}, \quad (3.64)$$

$$M_{Z^{Fs}}^2 \simeq M_Z^2 \left(1 - \frac{\left(\overline{v_H^2 z_H^2} \right)^2}{v_H^2 v_\phi^2 z_\phi^2} \right). \quad (3.65)$$

Isso significa que, da Eq. (3.64), há um bóson X^{Fs} com massa quadrática prioritariamente dada por $g_X^2 v_\phi^2 z_\phi^2$ e outro, da Eq. (3.65), o bóson neutro, Z^{Fs} , com massa quadrática majoritariamente dada por M_Z^2 . Os novos autoestados são, agora, definidos por:

$$X_\mu^{Fs} = X_\mu - \left(\frac{\overline{v_H^2 z_H^2}}{2v_\phi^2 z_\phi^2} \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g_X} \right) Z_\mu^{MP} \quad (3.66)$$

$$Z_\mu^{Fs} = Z_\mu^{MP} + \left(\frac{\overline{v_H^2 z_H^2}}{2v_\phi^2 z_\phi^2} \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{g_X} \right) X_\mu \quad (3.67)$$

De forma menos geral, pode-se sempre anular o fator $\overline{v_H^2 z_H^2}$ na matriz de mistura dos bósons de gauge, Eq. (3.57), para contribuições multi-dubletos afim de obter uma matriz de mistura completamente diagonal, desde que se mantenham certas condições entre as cargas dos escalares. Estas transformações, definidas em função da parametrização α , restringe a região do parâmetro como função dos valores esperados do vácuo dos escalares. Esse é o tópico da próxima seção.

3.7 Limite diagonal dos bósons de gauge

Nessa seção será estudado como deve ser o comportamento de uma a teoria, como função do parâmetro α , afim de se obter uma matriz de mistura de massas quadráticas dos bósons de gauge completamente diagonalizada, sem novos efeitos para mistura entre os bósons neutros, Z^0 e X , do GMP e da simetria $U_X(1)$, respectivamente

3.7.1 Condições de Seesaw tipo I

3.7.1.1 $N_R = 3$

Para o mecanismo de seesaw do tipo I acontecer é necessário que se tenha apenas um dubleto (considerando que esse é o H_u). Ao se fazer $v_u^2 z_u = 0$ tem-se que $z_u = (3 - \alpha) x_Q$, o que significa que a única solução é quando $\alpha = 3$. Logo, a única solução possível nesse caso é quando a simetria é $B - L$, como discutido previamente.

3.7.1.2 $N_R = 2$ sem H_S

Quando um dos singletos está desacoplado dos outros dois, sem que o campo S ganhe massa de Dirac, pode-se contabilizar a contribuição dos elementos fora da diagonal, segundo a Eq.(3.53), como:

$$v_\nu^2 z_\nu + v_u^2 z_u = v_\nu^2 (21 - 4\alpha) x_Q + v_u^2 (3 - \alpha) x_Q = 0, \quad (3.68)$$

ou seja,

$$\alpha = \frac{3(7v_\nu^2 + v_u^2)}{4v_\nu^2 + v_u^2}, \quad (3.69)$$

onde considera-se que os dois dubletos fundamentais são H_u e H_ν , conforme subseção 3.5.2.1. O limite da soma quadrática dos valores esperados do vácuo para modelos multi-dubletos é bem definida [Am08],

$$v^2 = \sum_i v_i^2 = \overline{v_H^2} \simeq (246\text{GeV})^2, \quad (3.70)$$

assim,

$$\alpha = \frac{3(7v^2 - 6v_u^2)}{4v^2 - 3v_u^2}. \quad (3.71)$$

A Eq. (3.71) representa o modelo mais simples para seesaw do tipo I com dois neutrinos (veja Fig.3).

3.7.1.3 $N_R = 2$ com H_S

Nesta situação há a adição de mais um dubleto, H_S , que ganha um v.e.v., v_s . A matriz de mistura é completamente diagonalizada, conforme a Eq.(3.53), se a seguinte condição for mantida:

$$v_\nu^2 z_\nu + v_u^2 z_u + v_s^2 z_s = v_\nu^2 (21 - 4\alpha) x_Q + v_u^2 (3 - \alpha) x_Q + v_s^2 (5\alpha - 33) x_Q = 0, \quad (3.72)$$

usando os resultados da subseção 3.5.2.1. Em termos do parâmetro α , as valores de expectação do vácuo são invertidos e a solução para α em função dos v.e.v's é dada por:

$$\alpha = \frac{3(7v_\nu^2 + v_u^2 - 11v_s^2)}{4v_\nu^2 + v_u^2 - 5v_s^2}, \quad (3.73)$$

e, fazendo uso da Eq. (3.70), obtém-se que:

$$\alpha = \frac{3(7v^2 - 6v_u^2 - 18v_s^2)}{4v^2 - 3v_u^2 - 9v_s^2}. \quad (3.74)$$

3.7.2 Condições de Seesaw tipo I + II

3.7.2.1 $N_R = 3$

Para o seesaw tipo I+II deve-se analisar primeiramente se é possível fazer $\overline{v_H^2 z_H} = 0$. Para as soluções gerais, escrevendo a Eq. (3.53) em termos do parâmetro α :

$$v_\delta^2 z_\delta + v_u^2 z_u = v_\delta^2 (-3x_Q) - v_u^2 (3 - \alpha) x_Q = 0, \quad (3.75)$$

onde o dubleto escalar fundamental, H , é do tipo u , ou seja, com hipercarga $-1/2$. H_Δ também é necessário. Claramente para $\alpha = 0$ temos que os v.e.v's são idênticos e a solução é diferente da hipercarga. Sem a introdução de vínculos adicionais,

$$\alpha = 3 \left(1 - \frac{v_\delta^2}{v_u^2} \right). \quad (3.76)$$

A Eq. (3.76) quer dizer que, em geral, se o tripleto escalar ganhar massa à altas escalas, o parâmetro α estará restrito à seção negativa. Sem que haja essa imposição, apenas pela positividade da relação v_δ^2/v_H^2 , tem-se que $\alpha < 3$. Impondo a condição Eq.(3.70) obtém-se:

$$\alpha = 3 \left(2 - \frac{v^2}{v_u^2} \right). \quad (3.77)$$

A Eq. (3.77) representa o modelo mais simples para seesaw do tipo I/II (veja Fig.3).

3.7.3 Condições de Seesaw tipo III

Para seesaw do tipo III, segundo a Eq. (3.53), observa-se que a soma de elementos que deve ser anulada é escrita como:

$$\overline{v_H^2 z_H} = v_u^2 z_u - v_e^2 z_e = \left[v_u^2 \frac{3}{5} (1 - \alpha) - v_e^2 \frac{1}{5} (9 + \alpha) \right] x_Q = 0, \quad (3.78)$$

utilizando a parametrização da Eq. (3.32). Essa condição impõe que $-9 < \alpha < 1$ para que a razão entre os v.e.v's, v_u^2/v_e^2 , seja positiva. Então,

$$\alpha = \frac{-9v_e^2 + 3v_u^2}{v_e^2 + 3v_u^2}. \quad (3.79)$$

Por outro lado, se os v.e.v's forem iguais, $\alpha = -3$. Impondo a condição na Eq.(3.70), diferente de qualquer solução trivial,

$$\alpha = \frac{-9v^2 + 12v_u^2}{v^2 + 2v_u^2}. \quad (3.80)$$

A Eq. (3.80) representa o modelo mais simples para seesaw do tipo III (veja Fig.3).

3.7.4 Condições de Seesaw tipo III + II

Para o seesaw do tipo III+II as soluções gerais, segundo a Eq. (3.53), em termos do parâmetro α , Eq. (3.32), é dado por

$$v_\delta^2 z_\delta + v_u^2 z_{H_u} - v_e^2 z_{H_e} = 0, \quad (3.81)$$

$$v_\delta^2 \frac{1}{5} (9 - 4\alpha) x_Q + v_u^2 \left(\frac{3}{5} (1 - \alpha) x_Q \right) - v_e^2 \left(\frac{1}{5} (9 + \alpha) x_Q \right) = 0, \quad (3.82)$$

Se todos os dubletos tiverem o mesmo v.e.v., da Eq. (3.82), a equação vincular impõe que $(9 - 4\alpha) + 3(1 - \alpha) - (9 + \alpha) = 0$. Então, $\alpha = \frac{3}{8}$, o que é totalmente permitido e não gera hipóteses para *hipercarga replicada*. Para quaisquer valores de α , os v.e.v.'s podem ser relacionados conforme a Eq. (3.82), por:

$$(9 - 4\alpha) + \frac{v_u^2}{v_\delta^2} 3(1 - \alpha) = \frac{v_e^2}{v_\delta^2} (9 + \alpha), \quad (3.83)$$

assim,

$$\alpha = 3 \frac{(3v_\delta^2 + v_u^2 - 3v_e^2)}{(4v_\delta^2 + 3v_u^2 + v_e^2)} \quad (3.84)$$

podendo, agora, o parâmetro α estar em qualquer região já que não há qualquer restrição ou indicação sobre como os dubletos devem ganhar seus respectivos v.e.v.'s, a não ser pelo vínculo da Eq.(3.70).

Se o v.e.v. do dubleto associado ao tripleto escalar, v_δ^2 , for maior do que qualquer um dos outros dois dubletos associados aos férmions, v_u^2 e v_e^2 , então $\alpha > 0$ sempre pois a única contribuição negativa vem do fator $-3v_e^2/v_\delta^2$. Assim, a única maneira de se obter α negativo é quando $v_e^2 > v_\delta^2$ e, também, $v_e^2 \gg v_u^2$. Impondo a condição Eq.(3.70),

$$\alpha = \frac{3(3v^2 - 2v_u^2 - 6v_e^2)}{4v^2 - v_u^2 - 3v_e^2}. \quad (3.85)$$

Este resultado depende de dois parâmetros (v.e.v.'s). Esse tipo de modelo é uma extensão não mínima do MP. Uma análise 3-dimensional talvez colocasse maiores restrições na região de v.e.v.'s permitidos.

3.8 Minimização do potencial escalar

Nessa seção será tratada a minimização do potencial para o caso mais simples possível, quando há apenas um dubleto e um singleto escalares.

Dessa forma, o potencial descrito na Eq.(3.37) pode ser minimizado à baixas escalas, resultando nas seguintes massas dos escalares neutros [Gog08],

$$M_{H1}^2 \simeq 2\lambda_H v_H^2 - \frac{\lambda^2}{2\lambda_\phi} v_H^2, \quad (3.86a)$$

$$M_{H2}^2 \simeq 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \frac{\lambda^2}{2\lambda_H} v_H^2, \quad (3.86b)$$

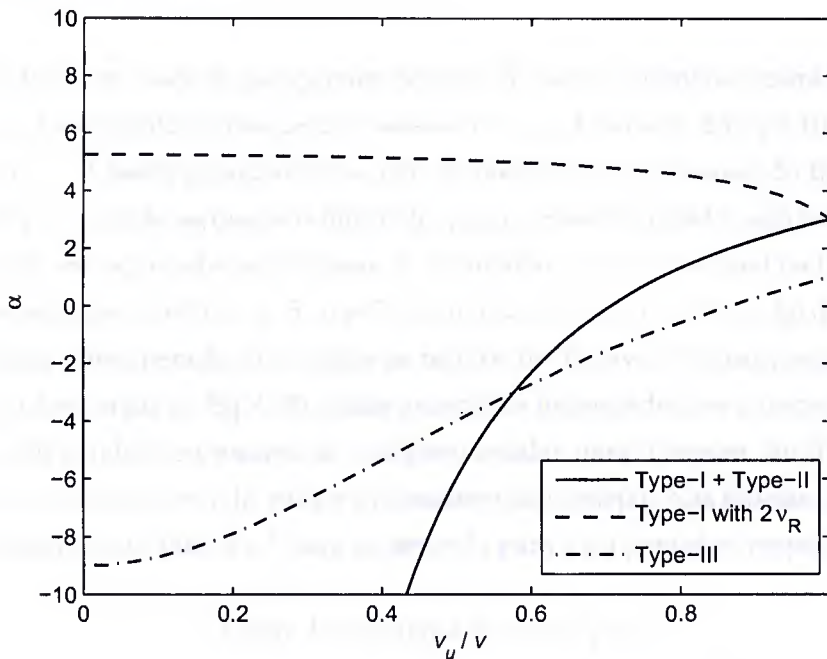


Figura 3: Razões das cargas de $U(1)_X$, α , como função da razão dos v.e.v.'s dos dubletos, $r_u = v_u/v$, para uma mistura nula entre $Z - X$.

onde a aproximação $v_H^2 \ll v_\phi^2$ foi usada. É possível perceber que a massa de H_2 é a contribuição associada à escala mais alta, enquanto que H_1 é praticamente uma contribuição da escala eletrofraca e deve ser identificado experimentalmente como Higgs no LHC nas colisões próton-próton [DeR02, Du04]. Os novos autoestados são dados por:

$$H_1 = \eta_H + \frac{\lambda v_H}{2\lambda_\phi v_\phi} \eta_\phi, \quad (3.87)$$

$$H_2 = \eta_\phi - \frac{\lambda v_H}{2\lambda_\phi v_\phi} \eta_H. \quad (3.88)$$

Isso significa que um bóson de Goldstone não massivo, H_2 , permanece na teoria até ser comido pelo bóson de gauge, X , e este último se torna um campo massivo. Este campo de Goldstone pode ser associado ao Áxion se a simetria $U_X(1)$ for global. De fato, a escala associada à escala de Peccei Quinn é muito próxima da escala onde o neutrino ganha massa, como foi discutido na subseção 3.6.4. Esses dois fatos importantes serão usados como fonte para a aplicação dessa estrutura teórica nos modelos de interesse fenomenológicos relevantes para a unificação num momento posterior [Em09b]. Para os casos mais complexos uma melhor análise é desejada afim de se obter a fenomenologia correta dos campos escalares descritos pelo potencial geral, Eq.(3.35).

3.9 Anomalias Globais

Foi visto que todos os casos de gauge para geração de massa espontânea para os neutrinos podem ser resumidos em três manifestações gerais: seesaw do tipo I, seesaw do tipo III e seesaw do tipo I, com $N_R = 2$ e $N_S = 1$ (sempre somadas ou não ao mecanismo de seesaw do tipo II). Porém, pode ocorrer situações em que não se deseja o limite de gauge. Esses resultados são fenomenologicamente relevantes e podem ser resumidos em tabelas de anomalias globais (na qual os limites de gauge são certas posições específicas das Tabs. 4, 5, 6 e 7). Aqui usa-se $Y = (x_e + 6x_Q)$, tal que ao se fazer $Y = 0$ a *hipercarga replicada* é recuperada, com todos os termos de Yukawa inclusos, segundo a Eq. (3.4) e a respectiva relação das cargas na Eq. (3.5). Essas anomalias independem se a transformação do tripleto é igual ou não à do singleto ou mesmo se o tripleto escalar para o seesaw do tipo II estiver ou não incluso (com a ativação do termo de Yukawa necessário caso esteja). Nas tabelas dessa seção um fator Y^2 deve ser subtendido nas Tabs. 4 e 5 para se obter A_4 para 3 e 4 gerações, respectivamente.

Tabela 4: Anomalia A_4 com $N_g = 3$.

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	0	0	0	0
1	0	$-\frac{3}{4}Y^2$	$-\frac{8}{3}Y^2$	$-9Y^2$	$-48Y^2$
2	0	$-\frac{8}{27}Y^2$	$-\frac{3}{4}Y^2$	$-\frac{72}{49}Y^2$	$-\frac{8}{3}Y^2$
3	0	$-\frac{9}{49}Y^2$	$-\frac{72}{169}Y^2$	$-\frac{3}{4}Y^2$	$-\frac{144}{121}Y^2$
4	0	$-\frac{48}{361}Y^2$	$-\frac{8}{27}Y^2$	$-\frac{144}{289}Y^2$	$-\frac{3}{4}Y^2$

Tabela 5: Anomalia A_4 com $N_g = 4$.

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	0	0	0	0
1	0	$-Y^2$	$-\frac{32}{9}Y^2$	$-12Y^2$	$-64Y^2$
2	0	$-\frac{32}{81}Y^2$	$-Y^2$	$-\frac{96}{49}Y^2$	$-\frac{32}{9}Y^2$
3	0	$-\frac{12}{49}Y^2$	$-\frac{96}{169}Y^2$	$-Y^2$	$-\frac{192}{121}Y^2$
4	0	$-\frac{64}{361}Y^2$	$-\frac{32}{81}Y^2$	$-\frac{192}{289}Y^2$	$-Y^2$

Tabela 6: Anomalia A_5 com $N_g = 3$. (Subentende-se um fator Y^2).

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	$24Y$	$\frac{15}{4}Y$	0	$-\frac{21}{16}Y$
1	$-\frac{72}{125}Y$	$\frac{21}{16}x_e - \frac{45}{8}x_Q$	$\frac{56}{9}x_e - \frac{32}{3}x_Q$	$\frac{99}{4}x_e - \frac{27}{2}x_Q$	$192x_e + 288x_Q$
2	$-\frac{9}{100}Y$	$\frac{232}{243}x_e + \frac{32}{81}x_Q$	$\frac{165}{64}x_e + \frac{63}{32}x_Q$	$\frac{1800}{343}x_e + \frac{1728}{343}x_Q$	$\frac{359}{36}x_e + \frac{71}{6}x_Q$
3	0	$\frac{933}{1372}x_e + \frac{531}{686}x_Q$	$\frac{3480}{2197}x_e + \frac{4032}{2197}x_Q$	$\frac{45}{16}x_e + \frac{27}{8}x_Q$	$\frac{6024}{1331}x_e + \frac{7632}{1331}x_Q$
4	$\frac{63}{2000}Y$	$\frac{192}{361}x_e + \frac{288}{361}x_Q$	$\frac{1117}{972}x_e + \frac{253}{162}x_Q$	$\frac{9432}{4913}x_e + \frac{12528}{4913}x_Q$	$\frac{741}{256}x_e + \frac{495}{128}x_Q$

Obviamente, todas anomalias do tipo A_4 e A_5 podem ser eliminadas fazendo-se apenas $Y = 0$, o que significa, como descrito e destacado acima, que a solução de *hipercarga replicada* foi encontrada.

Tabela 7: Anomalia A_5 com $N_g = 4$. (Subentende-se um fator Y^2).

N_T	$N_R = 0$	$N_R = 1$	$N_R = 2$	$N_R = 3$	$N_R = 4$
0	—	$60Y$	$12Y$	$\frac{28}{9}Y$	0
1	$-\frac{36}{25}Y$	$-18x_Q$	$\frac{28}{9}x_e - \frac{136}{3}x_Q$	$12x_e - 144x_Q$	$60x_e - 792x_Q$
2	$-\frac{36}{125}Y$	$\frac{244}{243}x_e - \frac{88}{81}x_Q$	$3x_e$	$\frac{12888}{343}x_e + \frac{4752}{343}x_Q$	$12x_e + 8x_Q$
3	$-\frac{28}{375}Y$	$\frac{92}{81}x_e + \frac{16}{27}x_Q$	$\frac{4332}{2197}x_e + \frac{3528}{2197}x_Q$	$\frac{32}{9}x_e + \frac{10}{3}x_Q$	$\frac{7668}{1331}x_e + \frac{7992}{1331}x_Q$
4	0	$\frac{4500}{6859}x_e + \frac{5112}{6859}x_Q$	$\frac{356}{243}x_e + \frac{136}{81}x_Q$	$\frac{12156}{4913}x_e + \frac{14184}{4913}x_Q$	$\frac{15}{4}x_e + \frac{9}{2}x_Q$

Para cada caso particular, os campos recebem um tipo específico de transformação, o que não será apresentado nesta tese, afim de não extendê-la por demasiado.

4 Problema de CP Forte, Áxion e Modelos de Unificação em $SU(5)$

4.1 Introdução

Neste capítulo descreve-se uma teoria de unificação, tão boa quanto a Supersimetria (SUSY) para a evolução dos acoplamentos, baseada numa simetria de gauge $SU(5)$ [Di07]. Nesse contexto é apresentado o problema de CP forte e sua solução mais elegante, através dos áxions [Don78, Kan06, Ki08, Pe06], em conformidade com a adição de simetrias cíclicas, Z_n . Estas, por sua vez, fazem o papel de, ao mesmo tempo que mantêm o áxion protegido de possíveis efeitos gravitacionais, estabilizar o próton contra operadores perigosos, que podem mediar o decaimento dos núcleons, mesmo a nível de árvore. O mecanismo que pode ser bem implementado no contexto de $SU(5)$ é o chamado mecanismo de áxion invisível, com a introdução de um singlete, ϕ , que possui na sua parte imaginária o campo do áxion. Para que a simetria de PQ seja devidamente introduzida, uma breve explanação a respeito do problema de CP forte é dada a seguir. Posteriormente é realizada toda a análise necessária para a introdução do modelo $SU(5)$ com conteúdo fermiônico do MP mais novos férmions exóticos misturados, formando um *twisted* $SU(5)$ (grifo meu).

4.2 Problema de CP forte e solução via Áxion de DFSZ

Um dos desafios ao MP tem sido em relação ao entendimento do problema de CP forte. A Lagrangiana da cromodinâmica quântica contém um termo de contribuição de CP forte, que pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{QCD} \supset \theta \frac{g^2}{32\pi^2} F_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{a\mu\nu}, \quad (4.1)$$

onde $F_a^{\mu\nu}$ é o tensor campo de força dos glúons, $\tilde{F}_{a\mu\nu}$ seu dual, g é o acoplamento de gauge da QCD e θ é um parâmetro adimensional que contabiliza a violação de números quânticos. Este termo viola ambas as invariâncias de P e CP explicitamente. Assim sendo, é conveniente notar que na Lagrangiana completa de QCD não é apenas o parâmetro θ que aparece, mas sim o parâmetro físico, $\bar{\theta}$, definido por

$$\bar{\theta} = \theta + \arg(\det M_u \det M_d), \quad (4.2)$$

onde o argumento do determinante das matrizes de massa dos quarks tipo u e tipo d aparecem. Se as matrizes dos quarks forem puramente reais, $\bar{\theta} = \theta$. Sem perda de generalidade, a violação de CP observada nas interações eletrofracas indicam que a fase complexa na matriz da Cabibbo-Kobayashi-Maskawa é de ordem da unidade. Sem adição de outras simetrias, isso implica que as matrizes de massa e, portanto, seus determinantes, também contenham fases complexas. Assim, espera-se que $\bar{\theta}$ seja de ordem 1 afim de não violar a naturalidade entre todas as grandezas físicas. Porém, isto está em desacordo com os dados experimentais que tentam medir o momento de dipolo elétrico do nêutron (MDE do nêutron). A eq. (4.2) induz um MDE do nêutron da ordem de $d_n \simeq 5 \times 10^{-16} \bar{\theta} e \cdot \text{cm}$, que relaciona o parâmetro experimental, d_n , e o parâmetro que descreve a violação de CP forte, $\bar{\theta}$ [Am08]. O valor experimentalmente medido para d_n , todavia, é $d_n < 2.9 \times 10^{-26} e \cdot \text{cm}$ [Bak06], o que implica num valor para $\bar{\theta}$ muito pequeno, da ordem de $\bar{\theta} < 10^{-10}$. A não naturalidade do porquê desse parâmetro ser tão pequeno enquanto que sua escala natural é da ordem da unidade constitui o problema de CP forte.

Uma forma elegante de se resolver esse problema foi proposto inicialmente por Peccei-Quinn num contexto de extensões do MP com multi-escalares [Pe77b, Pe77a]. Ao se adicionar ao MP apenas uma simetria quiral que não é quebrada, nunca se tem problema de CP forte. Isto é como ter um quark sem massa já que por transformações quirais pode-se rodar o parâmetro de violação de CP forte, $\bar{\theta}$, para ser eliminado sempre sem introdução ou perda de qualquer quantidade. Um caso fisicamente relevante é aquele no qual é possível introduzir-se uma nova simetria $U(1)$ ao MP (ou suas extensões), tal que essa simetria seja espontaneamente quebrada [Wi82]. Por ser uma simetria quiral a teoria não está livre de anomalias a não ser que certas condições sejam satisfeitas entre os números quânticos dos férmions, como visto no capítulo anterior. A anomalia de Adler-Bell-Jackiw no setor de QCD altera a Lagrangiana usual para a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & -\frac{1}{4g} F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu} + \sum_i \bar{q}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_{q_i}) q_i + \frac{g^2}{32\pi^2} \left(\frac{a(x)}{f_a} \xi + \bar{\theta} \right) F_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{a\mu\nu} \\ & -\frac{1}{2} \partial_\mu a(x) \partial^\mu a(x) + \mathcal{L}(\partial_\mu a(x), q), \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde os dois primeiros termos correspondem à Lagrangiana do MP no setor de QCD, $a(x)$ é o campo do áxion, f_a é a respectiva constante de decaimento e ξ uma constante dependente do modelo.

Peccei e Quinn notaram que se introduzissem essa simetria quiral e global, atualmente denotada por $U(1)_{PQ}$, de forma a ser espontaneamente quebrada numa dada escala, v_{PQ} , o parâmetro de violação de CP forte, $\bar{\theta}$, era ajustado sempre para ter um valor nulo. Aqui ξ e $\mathcal{L}(\partial_\mu a(x), q)$ são dependentes do modelo e relacionam como os férmions do modelo se transformam sobre a nova simetria $U(1)_{PQ}$. O fato de $\mathcal{L}(\partial_\mu a(x), q)$ depender apenas de derivadas do campo $a(x)$ é essencial, como será visto logo abaixo, Eqs. (4.5) e (4.6). A constante de decaimento do áxion na Lagrangiana, f_a , é diretamente relacionado à escala da quebra dessa simetria $U(1)_{PQ}$, v_{PQ} . O campo $a(x)$ está também associado à quebra espontânea dessa simetria e aparece como uma interação com os glúons da QCD e

é denominado por *áxion*. O áxion, em aspectos gerais, é um bóson de Goldstone que sobrevive à quebra de simetria; é uma combinação não trivial das componentes imaginárias de todos os campos escalares da teoria. Pode-se inferir campos singletos para serem quase o áxion (como dito acima, escolhe-se a parte imaginária do singlete escalar para ser o campo do áxion). Esses tipos de modelos são denominados modelos de áxions invisíveis [Ro00].

Quando há a inclusão de um novo singlete escalar ao MP estendido à dois dubletos associa-se o áxion à parte imaginária deste campo singlete e, de forma mais geral, para vários dubletos escalares com um único singlete, pode-se sempre rodar o áxion para ser a componente imaginária do campo singlete. Apesar de ser um bóson de Goldstone, o áxion ganha uma pequena contribuição de massa por efeitos não perturbativos, caracterizando-o como um bóson pseudo-Goldstone. Nesse contexto, Peccei e Quinn mostraram que o parâmetro $\bar{\theta}$ passa a se comportar de forma dinâmica, ou seja, é promovido para ser um campo dinâmico, dependendo essencialmente do campo do Goldstone $a(x)$, $\bar{\theta} \rightarrow a(x)/f_a + \bar{\theta}$ [Pe06].

O potencial $V(\theta)$ é rodado para $V(\bar{\theta}) \rightarrow V(a(x)/f_a + \bar{\theta})$, e esse é minimizado quando $\langle a(x) \rangle = -\bar{\theta}f_a/\xi$, o que elimina por completo efeitos de violação de CP na Lagrangiana da QCD . O campo do áxion físico, $a_{fis}(x)$, sofre um deslocamento pelo seu valor esperado do vácuo, $\langle a \rangle$, e passa a ser escrito como:

$$a_{fis}(x) = a(x) - \langle a \rangle. \quad (4.4)$$

A Lagrangiana efetiva é, também, deslocada para

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{MP} + \mathcal{L}(\partial_\mu a_{fis}(x), q) - \frac{1}{2} \partial_\mu a_{fis}(x) \partial^\mu a_{fis}(x) + \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{a_{fis}(x)}{f_a} \xi F_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{a\mu\nu}, \quad (4.5)$$

e assim a presença do campo dinâmico do áxion elimina as contribuições para violação de CP forte no parâmetro $\bar{\theta}$. Além disso, Vafa e Witten provaram que a paridade não pode ser quebrada espontaneamente no setor de QCD [Va84], o que, juntamente com o áxion, resolve todos os problemas de violação de CP no setor dos quarks.

De fato, pode-se simplesmente considerar a equação de movimento do áxion segundo a equação de Euler-Lagrange,

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{eff}}{\partial a} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{eff}}{\partial (\partial_\mu a)} = 0. \quad (4.6)$$

Isso implica que o termo cinético do áxion está vinculado pela equação [Pe88]:

$$+\partial^\mu \partial_\mu a - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu a)} + \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{\xi}{f_a} F_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{a\mu\nu} = 0. \quad (4.7)$$

Assim, o valor esperado da derivada em relação ao campo do áxion no potencial efetivo fica dado por:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{\partial V_{eff}}{\partial a} \right\rangle &= \left\langle \partial^\mu \partial_\mu a - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu a)} \right\rangle \\ &= -\frac{g^2}{32\pi^2} \frac{\xi}{f_a} \left\langle F_a^{\mu\nu} \tilde{F}_{a\mu\nu} \right\rangle = 0. \end{aligned} \quad (4.8)$$

O valor esperado do vácuo da densidade de violação de CP é periódica no parâmetro $\bar{\theta}$ da teoria. Da Eq.(4.3), isto é simplesmente $\bar{\theta} + \frac{\langle a \rangle}{v_{PQ}} \xi$ e o valor esperado de $F\tilde{F}$ no vácuo desaparece exatamente quando a equação $\langle a(x) \rangle = -\bar{\theta} f_a / \xi$ é levada em conta.

Sem perda de generalidade, v_{PQ} e f_a estão relacionados através do número de vácuos degenerados que surgem quando a simetria $U(1)_{PQ}$ é espontaneamente quebrada. Por outro lado, para grandes escalas de quebra de simetria e modelos de áxion invisível, v_{PQ} pode ser diretamente associado à constante de decaimento do áxion, $v_{PQ} = f_a$. Em relação ao MP, se essa escala for muito maior que a escala de quebra eletrofraca, $v_{PQ} \gg v_{EF}$, os acoplamentos com o áxion dependerão fundamentalmente do inverso de sua taxa de decaimento, o que torna o áxion pouco acoplado à qualquer campo na escala EF. Isto explica o porquê do nome “quase invisível”.

Para o MP e extensões multi-dubletos esse campo, ϕ , é um singlete da simetria $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, porém deve possuir carga de PQ não trivial sob $U(1)_{PQ}$. Os modelos com vários dubletos, porém com singlete adicional, têm suas origens em dois trabalhos com uma extensão do MP de dois dubletos e um singlete, primeiramente estudado por Dine-Fischler-Srednicki-Zhitnitskii (DFSZ) [Din81, Din82, Zh80]. Nestes tipos de modelos com áxions os férmions do MP carregam cargas de Peccei-Quinn não triviais.

Esse campo, embora resolva o problema de CP forte, introduz outro problema devido à essa ser um campo dinâmico na teoria. De fato, o áxion adquire uma massa como resultado da anomalia quiral,

$$m_a^2 = \left\langle \frac{\partial^2 V_{eff}}{\partial a^2} \right\rangle = -\frac{\xi}{v_{PQ}} \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{\partial}{\partial a} \langle F\tilde{F} \rangle \Big|_{\langle a \rangle = -\bar{\theta} v_{PQ} / \xi}, \quad (4.9)$$

é a massa não perturbativa do áxion e essa massa é proporcional à curvatura do potencial efetivo induzido pela anomalia. Por outro lado, dimensionalmente o áxion deve ter uma massa inversamente proporcional ao seu v.e.v.,

$$m_a^2 \sim \frac{\Lambda_{QCD}^4}{v_{PQ}^2}, \quad (4.10)$$

onde Λ_{QCD} tipifica a escala do valor esperado de $F\tilde{F}$, $\langle F\tilde{F} \rangle$. Para o caso em que a quebra da simetria de $U(1)_{PQ}$ ocorre à altas energias, pode-se ver claramente, da Eq. (4.10), que sua massa é suprimida pela escala de PQ, v_{PQ} .

A escala da constante de decaimento do áxion, f_a , é vinculada por uma combinação de limites de laboratório, astrofísicos e cosmológicos e está num intervalo de $10^{10} \text{GeV} \lesssim f_a \lesssim 10^{12} \text{GeV}$ [Am08, Chen87, Dic79, Ga02, Ki86, Kol88, Laza92, Ra00, Tu89]. Isso quer dizer que se f_a estiver muito acima da escala eletrofraca, os áxions produzidos no interior das estrelas podem escapar livremente, uma vez que o limite superior está relacionado à estabilidade de estrelas e supernovas. Nos modelos de áxions invisíveis, as massas dos áxions são estimadas para serem extremamente pequenas [Ro00, Si83], $m_a \sim f_\pi m_\pi / f_a \sim 10^{-4} \text{eV}$. Por outro lado, uma motivação adicional é que áxions com massa dessa ordem são excelentes candidatos para matéria escura [Ab89, Co89, Gi88, Han03, Han07, Han08, Haw87, Ho82,

Ka95, Lav87, St82].

Efeitos gravitacionais podem violar a simetria de PQ global que é necessária para o áxion [Barr92]. Estes efeitos, associados à buracos negros, *worm-holes* entre outros, acredita-se que violem qualquer simetria global, porém respeitem todas as simetrias de gauge [Ab89, Co89, Gi88, Haw87, Ka95, Lav87, Ru96]. Quando uma simetria local é quebrada espontaneamente é usual que uma simetria discreta sobreviva [Kr88]. Essas simetrias permanecem intactas pelos efeitos gravitacionais. Se, por exemplo, a simetria remanescente permitir um termo no potencial efetivo da seguinte forma:

$$V \supset \frac{\phi^n}{M_{\text{Pl}}^{n-4}}, \quad (4.11)$$

onde M_{Pl} é a escala de Planck e n é um número inteiro qualquer, esse termo induz uma contribuição para o parâmetro $\bar{\theta}$,

$$\bar{\theta} \simeq \frac{f_a^n}{M_{\text{Pl}}^{n-4} \Lambda_{\text{QCD}}^4}. \quad (4.12)$$

A escala da QCD, $\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 0.2\text{GeV}$, e os limites para f_a implicam num valor para n extremamente grande,

$$n = \frac{\ln(\bar{\theta}) + 4 \ln\left(\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{M_{\text{Pl}}}\right)}{\ln\left(\frac{f_a}{M_{\text{Pl}}}\right)}. \quad (4.13)$$

Esse vínculo impõe, com os dados atuais [Am08, Dic79, Hagm98, Ki08, Pe06, Ro00], que $n \gtrsim 10$, uma vez que os observáveis envolvidos não estão fortemente vinculados. Isso quer dizer que operadores com $n < 10$ seriam perigosos e ameaçariam o mecanismo de Peccei-Quinn como uma solução do problema de CP forte [Di04a]. Por outro lado, um valor grande para n não é natural num contexto geral. Nesse sentido, como analisado por Krauss e Wilczek [Kr88], quando se introduz simetrias cíclicas discretas, Z_n , o acoplamento torna-se natural para valores de n grandes [Ba02, Si82], e essa simetria pode ainda estar contida dentro de um grupo de gauge que foi espontaneamente quebrado [Kr88]. Isso significa que as interações gravitacionais não violam tal simetria que é advinda de um grupo de gauge. Assim, observar um grupo discreto na escala eletrofraca equivaleria a observar uma relíquia de um grupo local à altas energias e que foi espontaneamente quebrado numa certa escala de PQ. Modelos desse tipo têm sido estudados na literatura e são bastantes preditivos [Di02a, Di02b, Di04b, Di05].

Para o problema de CP forte vê-se que o áxion induz à uma ótima solução. Poderia ser ainda mais interessante se, por exemplo, o áxion estivesse associado à outras fenomenologias. Um exemplo prático é tentar implementar massa para os neutrinos pelos mecanismos de áxions [Di05, Fa01]. No capítulo anterior foi mostrado que a implementação de modelos quando uma nova simetria $U_X(1)$ global ou de gauge, adicional ao grupo do MP, é introduzida, esta poderia estabelecer uma certa naturalidade para os mecanismos de seesaw. Na próxima seção será inserida a simetria necessária para unificação sem que seja considerado os mecanismos de seesaw, porém, com a solução do problema de CP forte.

4.3 O grupo $SU(5)$

O menor grupo de simetrias unitárias que unifica todo o conteúdo de matéria do MP é o grupo $SU(5)$. Isto acontece porque o grupo $SU(5)$ [Sl81] tem uma decomposição em $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, o grupo de simetrias do MP. Agrupar, então, o conteúdo de matéria do MP nesse grupo maior deve ser simples. Foi o que fizeram inicialmente Georgi e Glashow no trabalho [Ge74], quando construíram o modelo onde o conteúdo de matéria do MP era imbutido em um mesmo multipletto de $SU(5)$, nas representações 5^* e 10 , na primeira tentativa de unificação em $SU(5)$. No entanto, toda expectativa de que o grupo $SU(5)$ fosse o grupo fundamental de unificação de três das forças fundamentais da matéria, fraca, eletromagnética e forte [El79], começou a perder incentivos com as investigações experimentais a respeito do decaimento do próton e dos outros núcleons [Bi81, Br80, Da83, Gol80, Ja78]. De fato, a vida média do próton estimada teve seu valor experimentalmente testado e provou-se que a teoria estava no mínimo incompleta. Além, também, deste problema, a versão não supersimétrica da $SU(5)$ foi excluída por ter um valor do ângulo de mistura eletrofraco no pólo do Z que não concordava com os dados experimentais [Mar80], ou seja, as três constantes de acoplamento não se encontravam numa mesma escala de energia quando somente partículas do MP eram consideradas.

Há outro problema relacionado às massas do elétron e do quark *down*, que são iguais na escala de unificação. Porém, espera-se que tais massas não sofram esse ajuste fino nesta escala de energia. O quarto problema, mas não menos importante, é que os neutrinos não têm massa nesse modelo de unificação minimalista, assim como também são não massivos no MP.

A versão supersimétrica é a que parecia corrigir alguns dos problemas, como a unificação das constantes de acoplamento exatamente [Dim81]. Nesse tipo de teoria todo o conteúdo de matéria era unificado de uma única vez, o que não necessariamente é o caminho natural da unificação, como será visto no capítulo seguinte. Por outro lado, essa versão trouxe outros problemas como, por exemplo, a massa das superpartículas deveriam ser idênticas às das suas parceiras do MP, e manteve o principal dos problemas: o próton continuava sendo uma partícula instável [Ha94, Lu82, Mu01] (note, porém, que apesar da SUSY $SU(5)$ mínima predizer $Y_d = Y_e$ na escala de unificação, o que está relacionado com o decaimento dos núcleons, pouco se sabe acerca da parametrização de Yukawa e modelos SUSY não mínimos* podem ser obtidos para respeitarem o decaimento do próton [Em03]).

No entanto, a supersimetria impôs outra escala para este decaimento assim como o decaimento dos núcleons impõe fortes vínculos sobre a escala da quebra de supersimetria [Yam92]. Nesse sentido, experimentos foram realizados afim de se testar a validade desta teoria. No entanto, sem sucesso até o momento, o tempo de vida do próton foi estimado bem maior do que a idade do universo [Am08]. Outros tipos de modelos SUSY-Gut's foram propostos afim de solucionar estes problemas. Em algumas propostas há a utilização de dimensões extras. Nesta classe de modelos muitas das propriedades das

*A construção de modelos SUSY não mínimos é bem compatível com a unificação [Baj02b] até à nível de 2-loops [Bj85] e mesmo, também, com o decaimento do próton [Baj02a, Dor06b]

teorias de grande unificação são mantidas, como unificação e quantização da carga, enquanto que propriedades indesejáveis da forma de quebra do mecanismo convencional, como o *splitting* entre dubleto e tripleto [Hag92], são proibidas [Alt01, Ber96, Kaw00]. No contexto da supersimetria local, mostrou-se que o grupo $SU(5)$ reproduz o MP de forma efetiva quando campos em representações de $SU(5)$ mais exóticas são introduzidas [Fe82].

Um problema, não relacionado aos citados acima, refere-se a existência de áxions, como mencionado no início deste capítulo. Se o áxion realmente existir é importante conhecer o modelo realístico [Wis81] no qual as cargas de Peccei-Quinn possam ser automaticamente implementadas [Barb81] e, também, como os parâmetros do áxion podem ser estabilizados contra possíveis efeitos gravitacionais. Esses efeitos geram problemas como a não observação de cordas cósmicas, a não observação de paredes de domínio, entre outros possíveis problemas cosmológicos [Ge90, Hay83], já mencionados anteriormente. No contexto de $SU(5)$, esse problema pode ser resolvido [Barr82b] pelo mecanismo de áxion invisível.

4.4 A extensão do grupo $SU(5)$

Apesar de todos os problemas acima citados, a idéia de unificação, principalmente com o grupo $SU(5)$, ainda é uma alternativa interessante para física além do MP [Na07]. Na tentativa de se preencher tais lacunas geradas pelos problemas encontrados na unificação das três forças, foram descobertas várias outras possibilidades em escalas mais baixas de como é possível se unificar as três constantes de acoplamento rigorosamente em um único ponto em uma escala de energia abaixo daquela predita por SUSY-GUT baseada em $SU(5)$.

Foi mostrado [Di04b], porém, que no contexto de extensões do tipo multi-Higgs do MP com um áxion invisível é possível *i)* auferir unificação das três constantes de acoplamento próxima a escala de Peccei-Quinn; *ii)* expressar corretamente o valor do ângulo de mistura no pólo do Z ; *iii)* estabilizar o áxion e os núcleons por intermédio de simetrias cíclicas e discretas, $Z_{13} \otimes Z_3$; finalmente, *iv)* inferir as propriedades corretas dos neutrinos. Embora as componentes esquerdas obtenham uma massa de Dirac arbitrária via operadores efetivos de $d = 10$, $\Lambda_{PQ}^{-1} \Lambda^{-5} LL\Phi_\nu\Phi_\nu\phi^5$, as componentes direitas adquirem ademais uma massa de Majorana $M_{\text{Maj}} \leq 2\text{eV}$ e os neutrinos de mão direita ganham um grande termo de massa de Majorana via operadores efetivos de $d = 7$, $\Lambda_{PQ}^{-3} \overline{\nu_{aR}^c}(M_R)_{ab}\nu_{bR}(\phi^*\phi)^2$, implementando, desta forma, um mecanismo de seesaw na escala de PQ.

Do ponto de vista do grupo de gauge $SU(5)$, porém, não há porque supor que todo conteúdo de matéria do MP pertença a um mesmo multipletto do grupo (mesmo no caso de outro grupo maior que gere a unificação). Pode-se, portanto, construir um modelo onde os membros de um multipletto contenha partículas do MP e outras não pertencentes a este, misturando no mesmo multipletto férmions do MP e férmions exóticos. Nesse limite de férmions pesados supõe-se que ainda não se tem conhe-

cimento sobre essas partículas, mas que é possível testá-las na próxima escala do LHC, a escala dos TeV's. Obviamente, ser mais massivo não pode implicar num desvio de massa extremamente grande, já que a quebra de simetria gera naturalmente massas na mesma escala para todos os férmions do MP e exóticos, a não ser que as matrizes de Yukawa sejam sutilmente ajustadas. Nesse sentido, fica evidente que é possível montar um modelo construindo-se as representações necessárias para agrupar o conteúdo de partículas exigido à baixas energias (MP). É o que será mostrado na próxima seção.

4.5 Teoria de grande unificação $SU(5)$ não supersimétrica

Na Ref. [Di02b] o conteúdo de representação do modelo padrão foi modificado pela adição de vários campos escalares e neutrinos de mão direita, de forma que uma simetria discreta, $Z_{13} \otimes Z_3$, fosse implementada no modelo. Explicitamente, o conteúdo de partículas do modelo é o seguinte: $Q_L = (u, d)_L^T \sim (3, 2, 1/6)$, $L_L = (\nu, l)_L^T \sim (1, 2, -1/2)$ denotam quaisquer dubletos de quarks e léptons; $u_R \sim (3, 1, 2/3)$, $d_R \sim (3, 1, -1/3)$, $l_R \sim (1, 1, -1)$, $\nu_R \sim (1, 1, 0)$, representam os quarks *up* de mão direita, os quarks *down* de mão direita, os léptons carregados de mão direita e os neutrinos de mão direita, respectivamente. Também foi assumido que cada setor de carga ganha massa de dubletos de escalares diferentes. Sendo assim, é necessário introduzir os seguintes dubletos escalares: Φ_u , Φ_d , Φ_l e Φ_ν , que geram massas de Dirac para quarks tipo *u*, tipo *d*, léptons carregados e neutrinos, respectivamente (todos eles da forma $(1, 2, +1/2) = (\varphi^+, \varphi^0)^T$). Também foram adicionados outros campos escalares para permitir a realização completa da simetria: um singlete complexo neutro, $\phi \sim (1, 1, 0)$, um singlete carregado, $h^+ \sim (1, 1, +1)$ e, finalmente, um triplete, $\vec{T} \sim (1, 3, +1)$. De qualquer forma, se é desejado implementar uma teoria unificada em $SU(5)$ com uma simetria Z_{13} é necessário adicionar novos férmions e campos escalares como no modelo da Ref. [Di02b].

Neste sentido, o conteúdo de representação do modelo $SU(5)$ é o seguinte. Para cada família de férmions, o conteúdo de representação sob $SU(5) \supset SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, são dois 5^* : $(\Psi^c)_{dL} = (d^c, d^c, d^c, E^-, -N)_L^T$, e $(\Psi^c)_{eL} = (D^c, D^c, D^c, e^-, -\nu_e)_L^T$ e dois 10 :

$$\Xi_{dL} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u^1 & -d^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u^2 & -d^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u^3 & -d^3 \\ u^1 & u^2 & u^3 & 0 & -E^+ \\ d^1 & d^2 & d^3 & E^+ & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (4.14)$$

onde E e N são os léptons pesados, carregado e neutro, respectivamente, e

$$\Xi_{eL} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & U_3^c & -U_2^c & -U^1 & -D^1 \\ -U_3^c & 0 & U_1^c & -U^2 & -D^2 \\ U_2^c & -U_1^c & 0 & -U^3 & -D^3 \\ U^1 & U^2 & U^3 & 0 & -e^+ \\ D^1 & D^2 & D^3 & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (4.15)$$

onde U, D são os quarks pesados, com números quânticos similares aos dos respectivos tipo *up* e tipo *down*. Finalmente, no setor leptônico é necessário adicionar singletos fermiônicos neutros $(N^c)_L \equiv N_L^c$ e $(\nu^c)_L \equiv \nu_L^c$. Note que desde que se tenha em mente que quarks e léptons pertencem à diferentes representações de $SU(5)$, é necessário impor que ambos quarks e léptons, e não quarks e anti-léptons, têm as mesmas interações de gauge via componetes de mão esquerda. No MP e suas extensões não há motivos porque quarks *up* e *down* do MP devam aparecer com o elétron e seu neutrino. Esse arranjo não tem base experimental e reflete justamente a ordem na qual são encontradas as partículas.

Os escalares do modelo são os seguintes: o adjunto usual **24**, aqui denotado por Φ_{24} , com v.e.v. $\langle \Phi_{24} \rangle = v_{24} \text{diag}(1, 1, 1, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$, responsável pela quebra de $SU(5)$; um singlete complexo, ϕ_0 , que é quase o áxion (note que pela consideração de um **24** complexo é possível implementar o áxion neste modelo [?]. Porém, isto pode introduzir problemas com o decaimento do próton.). Para a geração da massa dos férmions é necessário dois **5**, e dois **45*** de modo a proibir que haja uma relação direta entre as massas dos quarks e dos léptons $m_e(M_U) = m_d(M_U)$ na escala de unificação [Hay82] (O uso de **45** para proibir esta relação de massas foi feito nas Refs. [Fr79].) Finalmente, adiciona-se um **10** (D_{10}) que contém o singlete de Zee [Ze80] h^+ e um **15** (T_{15}) que contém o tripleto de Cheng-Li, T [Cheng80]. Modelos de $SU(5)$ com o conteúdo fermiônico da representação 15-dimensional são, de fato, restritivos e a implementação de mecanismos de seesaw é possível [Dor06b]. Denota-se o **5** como $H_a^5 = (h_a^1, h_a^2, h_a^3, h_a^+, h_a^0)$ com $a = e, d$; e seus respectivos v.e.v.'s são dados por $\langle H_a^{5i} \rangle = (v_{a5}/\sqrt{2})\delta_5^i$; o **45*** será denotado por $H_a^{45} \equiv (H_a)_{ij}^k$ ($H_k^{ij} = -(H_a)_{ij}^k$; $(H_a)_{ij}^i = 0$), com $\langle H_a^{45} \rangle_{ij}^k = (v_{a45}/\sqrt{2})(\delta_k^i - 4\delta_4^k \delta_5^i)\delta_5^j$; enquanto que, $\langle T_{15} \rangle = (v_{15}/\sqrt{2})\delta_5^i \delta_5^j$. Uma vez que o singlete ϕ_0 não contribui para interações de Yukawa Eq. (4.19), seu v.e.v. não gera correções para a massa dos férmions. O decuplete, D_{10} , não ganha necessariamente v.e.v. à ordem mais baixa. Como neste modelo todos os v.e.v.'s dos escalares são da ordem da escala eletrofraca, exceto Φ_{24} e ϕ_0 , que ganham v.e.v. na ordem das escalar de GUT e PQ, respectivamente, o problema da hierarquia é mantido no modelo. Este problema só é um pouco melhorado devido à escala de GUT ser mais baixa do que em outros modelos de unificação, que possuem a escala de GUT na ordem usual das supercordas ($\sim 10^{16}\text{GeV} - 10^{17}\text{GeV}$) [Em03].

4.5.1 Construção dos termos de Yukawa via multiplicação tensorial

Para que se possa construir termos da Lagrangiana é necessário observar se o acoplamento de tais campos dentro deste termo forma um singlete do grupo, ou seja, tomando o produto tensorial

de todas as representações deste termo, o resultado tem que ser singleto. Para realizar este trabalho deve-se observar as seguintes regras de decomposição do grupo:

$$SU(5) \longrightarrow SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1) \quad (4.16)$$

onde as regras de decomposição são necessárias (para maiores detalhes veja Eq. (5.6)). Observar isto é importante já que há diversas possibilidades para formação de termos de massa na Lagrangiana de Yukawa e também diversos outros termos no potencial quando a análise é feita apenas sob o ponto de vista de teoria de grupos. De fato, essas multiplicações para a Lagrangiana de Yukawa resultam em 52 termos possíveis, representados por:

$$\begin{aligned}
1 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Psi_{eL} D_{10}^* & 14 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_{e45}^* & 27 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_e^{5*} & 40 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_{d45} \\
2 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Psi_{eL} T_{15} & 15 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_e^5 & 28 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_{e45} & 41 : \overline{\Psi}_{eR}^c \nu_L^c H_e^5 \\
3 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Psi_{eL} D_{10}^* & 16 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_{e45}^* & 29 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_e^{5*} & 42 : \overline{\Psi}_{dR}^c \nu_L^c H_e^5 \\
4 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Psi_{eL} T_{15} & 17 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_d^5 & 30 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_{e45} & 43 : \overline{\Psi}_{eR}^c N_L^c H_e^5 \\
5 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Psi_{dL} D_{10}^* & 18 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_{d45}^* & 31 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_e^{5*} & 44 : \overline{\Psi}_{dR}^c N_L^c H_e^5 \\
6 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Psi_{dL} T_{15} & 19 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_d^5 & 32 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_{e45} & 45 : \overline{\Xi}_{eR}^c \nu_L^c D_{10} \\
7 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Psi_{dL} D_{10}^* & 20 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_{d45}^* & 33 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_d^{5*} & 46 : \overline{\Xi}_{dR}^c \nu_L^c D_{10} \\
8 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Psi_{dL} T_{15} & 21 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_d^5 & 34 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_{d45} & 47 : \overline{\Xi}_{eR}^c N_L^c D_{10} \\
9 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_e^5 & 22 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_{d45}^* & 35 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_d^{5*} & 48 : \overline{\Xi}_{dR}^c N_L^c D_{10} \\
10 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_{e45}^* & 23 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_d^5 & 36 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_{d45} & 49 : \overline{\Psi}_{eR}^c \nu_L^c H_d^5 \\
11 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_e^5 & 24 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{dL} H_{d45}^* & 37 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_d^{5*} & 50 : \overline{\Psi}_{dR}^c \nu_L^c H_d^5 \\
12 : \overline{\Xi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_{e45}^* & 25 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_e^{5*} & 38 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_{d45} & 51 : \overline{\Psi}_{eR}^c N_L^c H_d^5 \\
13 : \overline{\Xi}_{eR}^c \Xi_{dL} H_e^5 & 26 : \overline{\Psi}_{eR}^c \Xi_{eL} H_{e45} & 39 : \overline{\Psi}_{dR}^c \Xi_{eL} H_d^{5*} & 52 : \overline{\Psi}_{dR}^c N_L^c H_d^5,
\end{aligned} \quad (4.17)$$

onde não são levados explicitamente em consideração a simetrização ou antisimetrização dos multipletos (o que, de fato, é uma consequência direta da multiplicação tensorial), apenas considerando-se os possíveis acoplamentos.

Nesse passo deve-se notar que os multipletos das representações Φ_{24} e ϕ_0 não são acoplados aos férmions. Isso ocorre pois esses termos só se acoplam à conteúdos fermiônicos que estejam na representação antifundamental multiplicado por um multipletto da representação fundamental, ou vice-versa, o que não é o caso, já que termos deste tipo (para Yukawa) não são permitidos pela conservação de quiralidade. Dessa forma, a construção da Lagrangiana de Yukawa abaixo (veja Eq. (4.19)) deve-se ao fato de vários desses termos serem bloqueados por uma simetria Z_{13} que será imposta, como será mostrado a seguir.

4.5.2 O papel da simetria Z_{13}

A quantidade de termos possíveis para o setor de Yukawa e para o potencial mais geral é incrivelmente grande e deve-se, por isso, encontrar um meio de eliminarmos algumas dessas interações para

não sobraem operadores perigosos para o decaimento dos nucleons [Em03] (lembre aqui que os produtos dizem respeito à simetria $SU(5)$ e as multiplicações tensoriais implícitas contêm muitos termos como os índices contraídos das mais variadas formas). Para isso vale lembrar que o primeiro modelo de unificação continha alguns dos possíveis termos, mas com interações perigosas para o próton. Termos como aqueles podem ser interessantemente introduzidos aqui também, com as interações entre léptons e quarks do MP proibidas. Obter massas diferentes para quarks e léptons também é importante. Por isso, algumas interações com escalares da representação 45^* devem ser introduzidas (outras são obtidas como consequência). Contribuições de massa de Majorana são usualmente introduzidas na literatura e também serão introduzidas neste modelo com a finalidade de se obter implicações cosmológicas posteriores. Assim, fica fácil escolher uma simetria discreta que satisfaça esses vínculos.

De fato, usando o fato de que a simetria Z_n com n sendo um número primo não possui qualquer subgrupo e não pode ser decomposto como $Z_p \otimes Z_q$, onde $p < n$ e $q < n$. Além disso, foi visto na introdução a este capítulo que tais simetrias protegem o áxion de possíveis efeitos gravitacionais. Então, conclui-se que a simetria Z_n pode ser um subgrupo de um único $U(1)$ local. Neste sentido, é possível se impor uma simetria Z_{13} , uma vez que $13 > 10$ como requerido pela Eq.(4.13), nas interações de Yukawa permitidas acima, de modo que somente os acoplamentos da Eq. (4.19) logo abaixo sejam permitidas. Dessa forma, os campos desse $SU(5)$ transformam-se sob Z_{13} como:

$$\begin{aligned} (\Psi^c)_{eL} &\rightarrow \omega_3(\Psi^c)_{eL}, (\Psi^c)_{dL} \rightarrow \omega_1^{-1}(\Psi^c)_{dL}, \Xi_{eL} \rightarrow \omega_1^{-1}\Xi_{eL}, \Xi_{dL} \rightarrow \omega_4^{-1}\Xi_{dL}, \\ (\nu^c)_L &\rightarrow \omega_5^{-1}(\nu^c)_L, (N^c)_L \rightarrow \omega_6 N_L^c, H_e^5 \rightarrow \omega_2 H_e^5, H_e^{45} \rightarrow \omega_2^{-1} H_e^{45}, H_d^5 \rightarrow \omega_5^{-1} H_d^5, \\ H_d^{45} &\rightarrow \omega_5 H_d^{45}, D_{10} \rightarrow \omega_3 D_{10}, T_{15} \rightarrow \omega_6^{-1} T_{15}, \Phi_{24} \rightarrow \omega_0 \Phi_{24}, \phi_0 \rightarrow \omega_4 \phi_0. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Outra coisa importante a se notar é que essas transformações não são únicas. Várias outras transformações podem ser encontradas sem que se modifique a Lagrangiana de Yukawa. Porém, o mesmo não pode ser dito sobre o potencial escalar. Esse é altamente dependente de que tipos de interações são introduzidas, o que impõe que as cargas de Peccei-Quinn obtidas automaticamente no modelo são também modificadas. As fases de Z_{13} devem ser atribuídas de tal forma que sejam praticamente distintas entre o conteúdo de partículas do modelo. Isso garante que um mesmo setor de representação de $SU(5)$ não seja acoplado à setores proibidos (que induzam o decaimento do próton) ao mesmo tempo que a simetria seja a total responsável pela distinção entre os campos de $SU(5)$, sendo utilizadas todas as cargas em todo setor de partículas, sem repetições.

4.5.3 A Lagrangiana de Yukawa

Com esse conjunto de transformações, Eq.(3.18), obtém-se as seguintes interações de Yukawa:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y = & \overline{(\Psi_e)_R} [G_{e5} \Xi_{eL} H_e^{5*} + G_{e45} \Xi_{eL} H_e^{45} + G_\nu \nu_L^c H_e^5] + \overline{(\Xi_e^c)_R} \epsilon K_U \Xi_{eL} H_e^{45*} \\
 & + \overline{(\Psi_d)_R} [G_{d5} \Xi_{dL} H_d^{5*} + G_{d45} \Xi_{dL} H_d^{45} + G_N N_L^c H_d^5] + \overline{(\Xi_d^c)_R} \epsilon K_d \Xi_{dL} H_d^{45*} \\
 & - \overline{(\Xi_e^c)_R} \epsilon F_U \Xi_{eL} H_e^5 - \overline{(\Xi_e^c)_{dR}} \epsilon F_d \Xi_{dL} H_d^5 - \overline{(\Psi_e)_R} G_{e15} \Psi_{eL}^c T_{15} + H.c., \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

onde G, K, F são matrizes complexas 3×3 , sendo omitidos os índices de geração e de $SU(5)$; ϵ denota o tensor totalmente antisimétrico de $SU(5)$. Com a Eq. (4.19) obtém-se as seguintes matrizes de massa (T denota a matriz transposta nas gerações):

$$\begin{aligned}
 M_e = G_{e5}^T \frac{v_{e5}^*}{2} - 3G_{e45}^T v_{e45}, \quad M_D = G_{e5} \frac{v_{e5}^*}{2} + G_{e45} v_{e45}, \\
 M_U = \sqrt{2} v_{e5} (F_U + F_U^T) + 2\sqrt{2} v_{e45}^* (K_U^T - K_U), \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 M_E = G_{d5}^T \frac{v_{d5}^*}{2} - 3G_{d45}^T v_{d45}, \quad M_d = G_{d5} \frac{v_{d5}^*}{2} + G_{d45} v_{d45}, \\
 M_u = \sqrt{2} v_{d5} (F_d + F_d^T) + 2\sqrt{2} v_{d45}^* (K_d^T - K_d), \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

$$M_\nu^{\text{Dirac}} = (v_{e5}/\sqrt{2})G_\nu^T, \text{ e } M_N^{\text{Dirac}} = (v_{d5}/\sqrt{2})G_N^T.$$

É natural que os neutrinos sejam partículas massivas em modelos de unificação baseados em $SU(5)$ [Alt01]. De fato, é conhecido que modelos baseados na simetria $SU(5)$ sem supersimetria são razoáveis quando o mecanismo de seesaw do tipo II é introduzido [Fi08]. Os neutrinos de mão esquerda têm um termo de massa de Majorana proveniente do T_{15} : $M_\nu^{\text{Majorana}} = (v_{15}/\sqrt{2})G_{e15}^T$. Ambos $v_{(e,d)5}$ e $v_{(e,d)45}$ são da ordem da escala eletrofraca, de fato $\sum_a (|v_{a5}|^2 + |v_{a45}|^2) + |v_{15}|^2 = (246 \text{ GeV})^2$, $a = e, d$, com $|v_{15}| < 3.89 \text{ GeV}$ [Mon99]. Por exemplo, se $v_{e5} = v_{e45} \equiv v_e$, assumindo que estes v.e.v.'s são reais e omitindo v_{15} , obtém-se, das Eqs. (4.20) e (4.21), $M_e = (G_{e5}^T/2 - 3G_{e45}^T)v_e$ e $M_D = (G_{e5}/2 + G_{e45})v_e$ (similar para M_E e M_d), então deve-se escolher as constantes de acoplamento de Yukawa para serem tais que $M_e \ll M_D$, $M_u \ll M_U$ e $M_d \ll M_E$. No contexto de três gerações todas essas matrizes de massa são matrizes 3×3 e as relações entre as massas referem-se aos seus autovalores. Componentes de mão direita dos neutrinos e dos léptons neutros pesados ganham termos de massa de Majorana com o áxion [Di05]. Não obstante, simetrias adicionais podem fazer o papel de restringir as matrizes de Yukawa experimentalmente compatíveis [Fu98].

O conteúdo de representação do modelo implica que os bósons vetoriais não incluem, a nível de árvore, o decaimento de núcleons, já que estas interações envolvem os quarks usuais e léptons pesados, ou quarks pesados com léptons usuais, o que garante que não haja decaimento de nucleons. O mesmo é verdade para as interações de Yukawa se elas são dadas somente por estas na Eq. (4.19). Isto diminui a importância dos vínculos vindos do decaimento dos nucleons sobre a massa dos campos

leptoquarks [Dor05b]. Assim, eles podem ter uma massa menor que a escala de unificação. No entanto, quando é estudada a evolução das constantes de acoplamento, pode-se perceber que todos eles são suficientemente pesados e não é necessário introduzi-los no *running* dos acoplamentos em escalas intermediárias.

4.6 Potencial escalar

O potencial escalar envolve diversos termos. Muito deles hermitianos são trivialmente introduzidos observando-se o produto tensorial dos campos. Existem termos quadráticos hermitianos, construídos da forma $\mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi$, similar ao mecanismo usual de quebra espontânea de simetria, que sempre são possíveis e necessários para quebrar a simetria eletrofraca. Há também termos trilineares e quárticos do tipo hermitiano (no caso dos trilineares esses devem envolver um campo da representação adjunta $\phi_{24} \chi^\dagger \chi$ e dos quadrilineares $\chi^\dagger \chi \chi'^\dagger \chi'$). Neste sentido, os únicos termos de auto-interação não hermitianos permitidos pelas simetrias do modelo no potencial escalar são os seguintes trilineares:

$$H_e^5 H_e^{45} \phi_{24}, \quad H_d^5 H_d^{45} \phi_{24}, \quad H_d^5 H_d^5 D_{10}^*, \quad H_d^5 H_d^{45*} D_{10}^*, \quad (H_d^{45})^2 D_{10}, \quad (4.22)$$

e os seguintes termos quárticos:

$$\begin{aligned} & H_d^5 H_d^{45} |T_{15}|^2, \quad H_d^5 H_d^{45} \phi_{24}^2, \quad H_d^5 H_d^{45*} D_{10}^* \phi_{24}, \quad H_d^5 H_d^{45} H_e^{5*} H_e^{45*}, \quad H_d^5 H_d^{45*} (H_d^{5*})^2, \\ & (H_e^{45})^3 T_{15}^*, \quad T_{15} D_{10}^* \phi_{24} \phi_0^*, \quad (H_d^{45})^2 D_{10}^* \phi_{24}, \quad (H_e^5)^2 H_e^{45*} T_{15}, \quad (H_d^{45})^2 T_{15} \phi_0^*, \\ & (H_e^5)^2 H_e^{5*} H_e^{45}, \quad (H_e^5)^2 (H_e^{45})^2, \quad (H_d^5)^2 (H_d^{45})^2, \quad H_e^5 H_d^5 H_e^{45} H_d^{45*}, \quad H_e^5 H_d^{5*} H_e^{45} H_d^{45*}, \\ & H_e^5 H_e^{45} H_e^{45*} H_e^{45*}, \quad H_e^5 H_e^{45} H_d^{45} H_d^{45*}, \quad H_e^5 H_e^{45} D_{10} D_{10}^*, \quad H_e^5 H_e^{45} T_{15} T_{15}^*, \quad H_e^5 H_e^{45} \phi_{24}^2, \\ & H_e^5 H_e^{5*} H_d^5 H_d^{45}, \quad H_e^5 (H_e^{45*})^2 T_{15}, \quad (H_d^5)^2 H_d^{5*} H_d^{45}, \quad (H_d^5)^2 D_{10}^* \phi_{24}, \quad (H_d^5)^2 T_{15}^* \phi_0, \\ & H_d^5 H_d^{45} |H_e^{45}|^2, \quad H_d^5 H_d^{45} |H_d^{45}|^2, \quad H_d^5 H_d^{45} |D_{10}|^2. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Além disso, com as interações na Eq. (4.19) e as interações não hermitianas nas Eqs. (4.22) e (4.23), permitidas pela simetria Eq. (4.18), a simetria de Peccei-Quinn é naturalmente uma simetria automática. As cargas de PQ são mostradas entre parêntesis em unidades das cargas de PQ do Ψ_d :

$$\begin{aligned} & \Psi_e(-1/3), \quad \Psi_d(1), \quad \Xi_e(1/9), \quad \Xi_d(-1/3), \quad \nu_L^c(5/9), \quad N_L^c(-5/3), \quad H_e^5(-2/9), \\ & H_d^5(2/3), \quad H_e^{45}(2/9), \quad H_d^{45}(-2/3), \quad D_{10}(4/3), \quad T_{15}(2/3), \quad \Phi_{24}(0), \quad \phi_0(-2/3). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Como no modelo de áxion da Ref. [Di02b], a Z_{13} aqui apresentada protege o áxion contra possíveis efeitos gravitacionais semi-clássicos [Ge90]. O modelo com essas transformações não sofre de problemas semi-clássicos, ou seja, o áxion é protegido de possíveis efeitos gravitacionais [Ki86].

4.7 Evolução das constantes de acoplamento

Tão importante quanto a construção da estrutura da Lagrangiana permitida, do ponto de vista de simetrias e dos multipletos, é a investigação de como os acoplamentos se comportam segundo o aumento da escala de energia, ou seja, se de fato há a unificação dos acoplamentos eletromagnético, fraco e forte em certa escala de energia, como será visto detalhadamente no Capítulo 5. Para tanto, deve-se fazer a análise das funções beta regidas pelo grupo de renormalização *loop a loop*. Considerando-se todos os efeitos devidos a 1-*loop* nos campos e levando-se em conta que há uma certa escala intermediária (IS) onde os novos graus de liberdade dos férmions exóticos são ativados, as seguintes equações para evolução das constantes de acoplamento α_i ($i = 1, 2, 3$), são necessárias:

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} - \frac{1}{2\pi} \left[b_i \ln \frac{\mu_{IS}}{M_Z} + b_i^{IS} \ln \frac{\mu}{\mu_{IS}} \right]. \quad (4.25)$$

Note que a nível de 1-*loop* essas três equações são desacopladas. O mesmo não ocorre com correções de ordem maior ou igual que dois *loops* [Jo81].

Dado que os coeficientes de um grupo $SU(N)$ geral são dados por $b_i = (2/3) \sum T_{Ri}(F) + (1/3) \sum T_{Ri}(S) - (11/3) C_{2i}(G)$ para férmions de Weyl (F) e para escalares complexos (S), e $T_R(I) \delta^{ab} = \text{Tr}\{T^a(I), T^b(I)\}$ com $I = F, S$; $T_R(I) = 1/2$ para a representação fundamental, $C_2(G) = N$ quando $N \geq 2$, para $U(1)$, $C_2(V) = 0$, e $T_{R1}(S_a, F_a) = (3/5) \text{Tr}(Y_a^2)$ diz respeito a hipercarga padrão destas partículas. O mesmo é válido para b_i^{IS} , com a contagem estendida para as representações de férmions exóticos. No nível de energia do $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, com N_g gerações, N_H dubletos escalares ($Y = \pm 1/2$), N_T tripletos não hermitianos ($Y = 1$) e N_S singletos escalares ($Y = 1$), obtém-se que

$$b_1 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{10}N_H + \frac{3}{5}N_T + \frac{1}{5}N_S \quad (4.26a)$$

$$b_2 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{6}N_H + \frac{2}{3}N_T - \frac{22}{3} \quad (4.26b)$$

$$b_3 = \frac{4}{3}N_g - 11, \quad (4.26c)$$

onde o fator 3/5 de normalização da grande unificação para a hipercarga Y é incluído em b_1 .

Assim, de acordo com as representações no começo desta seção, somente os férmions pesados são ativados acima de μ_{IS} e abaixo da escala de unificação, com o conteúdo do modelo na ref.[Di04b] ($N_g = 3, N_H = 4, N_T = 1, N_S = 0$, com $N_g \rightarrow N_g + 3$ para a escala intermediária IS), obtém-se:

$$(b_1, b_2, b_3) = (5, -2, -7), \quad (b_1^{IS}, b_2^{IS}, b_3^{IS}) = (9, 2, -3). \quad (4.27)$$

Observe que não há liberdade assintótica em α_2 à nível de 1-*loop*, conforme Fig 4, já que é possível notar α_2^{-1} é decrescente com a escala. Considerando-se apenas uma escala intermediária, onde ativa-se os novos graus de liberdade fermiônicos. Assim, as quantidades físicas relevantes são analisadas em função da massa de unificação, M_{GUT} , e em termos da massa intermediária μ_{IS} , sendo a teoria

posta em prova teórica quando analisada, por exemplo, a predição que faz sobre o ângulo eletrofraco comparado aos dados experimentais de $\sin^2 \theta_W$ no pólo de $\mu = M_Z$:[†]

$$M_{GUT} = \mu_{IS} \exp \left\{ 2\pi \frac{\left[\frac{3}{5} \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{5} \alpha_3^{-1}(M_Z) \right]}{\left(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS} \right)} \right\} \times \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right)^{\frac{(b_1 + \frac{3}{5} b_2 - \frac{8}{5} b_3)}{(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS})}} \quad (4.28)$$

$$\sin^2 \theta_W = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} \left[(b_1 - b_2) \ln \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right) + (b_1^{IS} - b_2^{IS}) \ln \left(\frac{\mu_{IS}}{M_{GUT}} \right) \right] \quad (4.29)$$

As funções beta modificadas na Eq. (4.26), com a introdução apenas dos graus de liberdade fermiônicos, ou seja, limite de *high fermions* para *IS*, obtêm-se as seguintes funções reajustadas quando o número de gerações passa de N_g para $N_g + n'$, com n' gerações exóticas completas,

$$b_1^{IS} = \frac{4}{3} (N_g + n) + \frac{1}{10} N_H + \frac{3}{5} N_T = b_1 + \frac{4}{3} n, \quad (4.30)$$

$$b_2^{IS} = \frac{4}{3} (N_g + n) + \frac{1}{6} N_H + \frac{2}{3} N_T - \frac{22}{3} = b_2 + \frac{4}{3} n, \quad (4.31)$$

$$b_3^{IS} = \frac{4}{3} (N_g + n) - 11 = b_3 + \frac{4}{3} n. \quad (4.32)$$

Os fatores que entram nas quantidades físicas são os seguintes:

$$\begin{aligned} \left(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS} \right) &= \left(b_1 + \frac{3}{5} b_2 - \frac{8}{5} b_3 + \left(\frac{20 + 12 - 32}{15} \right) n' \right) \\ &= \left(b_1 + \frac{3}{5} b_2 - \frac{8}{5} b_3 \right), \end{aligned} \quad (4.33)$$

e este termo é independente do número de réplicas feitas do conteúdo fermiônico. Da mesma forma $(b_1^{IS} - b_2^{IS}) = (b_1 + \frac{4}{3} n - b_2 - \frac{4}{3} n) = (b_1 - b_2)$. Assim,

$$\begin{aligned} M_{GUT} &= \mu_{IS} \exp \left\{ 2\pi \frac{\left[\frac{3}{5} \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{5} \alpha_3^{-1}(M_Z) \right]}{\left(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS} \right)} \right\} \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right)^{\frac{(b_1 + \frac{3}{5} b_2 - \frac{8}{5} b_3)}{(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS})}} \\ &= M_Z \exp \left\{ 2\pi \frac{\alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{3} \alpha_3^{-1}(M_Z)}{\frac{5}{3} b_1 + b_2 - \frac{8}{3} b_3} \right\}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

ou seja, como dito antes, a unificação das três constantes de acoplamento são de fato independentes das escalas de energia intermediárias onde os graus de liberdade fermiônicos são ativados. Além disso,

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_W &= \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} \left[(b_1 - b_2) \ln \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right) + (b_1^{IS} - b_2^{IS}) \ln \left(\frac{\mu_{IS}}{M_{GUT}} \right) \right] \\ &= \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} (b_1 - b_2) \ln \left(\frac{M_Z}{M_{GUT}} \right), \end{aligned} \quad (4.35)$$

o que significa que escalas intermediárias ativando novas réplicas de gerações puramente fermiônicas não podem mudar os valores observacionais do $\sin^2 \theta$ no pólo do Z_0 (em M_Z). Alterações de conteúdos

[†]Note, no entanto, que é interessante analisar o que acontece quando introduzimos diversas escalas intermediárias, como as diversas situações do próximo capítulo.

Tabela 8: Unificação assintótica

$M_{GUT} (10^{12}\text{GeV})$	$\sin^2 \theta_W$	$\frac{\sin^2 \theta_W - 0.23122}{0.23122} (\%)$
2.5	0.24426	5.6
5.0	0.24049	4.0
7.5	0.23828	3.1
10.0	0.23672	2.4
25.0	0.23173	0.2
27.459	0.23122	0.0
28.5819	0.23100	~ 0.1

fermiônicos diferentes modificam tais observáveis, conforme análise do próximo capítulo.

Impondo, a 1-loop, unificação das três constantes de acoplamento e fazendo uso dos valores experimentais para $M_Z = 91.1876\text{GeV}$, $\alpha_s = 0.1176$, $\sin^2\theta_W = 0.23119$ e $\alpha = 1/128$, obtém-se escala de energia de unificação, $M_{GUT} \simeq 2.86 \times 10^{13}\text{GeV}$. Por outro lado, obter um valor do $\sin^2 \theta_W$ compatível com os últimos experimentos é um tanto mais difícil. Entretanto, o valor obtido para este parâmetro é de $\sin^2 \theta_W = 0.23100$, que concorda muito bem com as medidas mais recentes, comparado a medida experimental de 0.23119, com um erro apenas na quarta casa decimal.

Uma análise pode ser realizada, conforme Tab. 8, sem que se imponha diretamente a unificação, mas seja feita análises nos pontos próximos a ela. Percebe-se que para um valor exato de $\sin^2 \theta_W$ (sem consideração de imprecisões experimentais) a unificação deixa de ser completamente pontual no modelo. Uma investigação mais aprofundada de efeitos devido a dois loops podem dizer se a teoria continua tão boa nesse nível. O procedimento básico neste sentido a ser seguido, em linhas gerais, será apresentado na seção seguinte.

4.7.0.1 Dois loops

A nível de 1-loop a evolução das constantes é totalmente desacoplada. O mesmo não acontece a nível de dois loops [Jo81]. Neste estágio os parâmetros de grupo b_i devem ser corrigidos para $b_i + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^3 b_{ij} \alpha_j(\mu)$, onde b_{ij} são matrizes corrigindo efeitos de dois loops devido à renormalização das funções de onda, do setor escalar e dos gráficos de interações entre quatro bósons [Davy96]. Assim, fica-se com as seguintes equações acopladas e não lineares:

$$\mu \frac{d \alpha_i(\mu)}{d \mu} = \frac{1}{2\pi} \left[b_i + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^3 b_{ij} \alpha_j(\mu) \right] \alpha_i(\mu)^2. \tag{4.36}$$

Uma análise da evolução dos acoplamentos deve ser feita usando esta aproximação para se verificar a qualidade da teoria [Jo81].

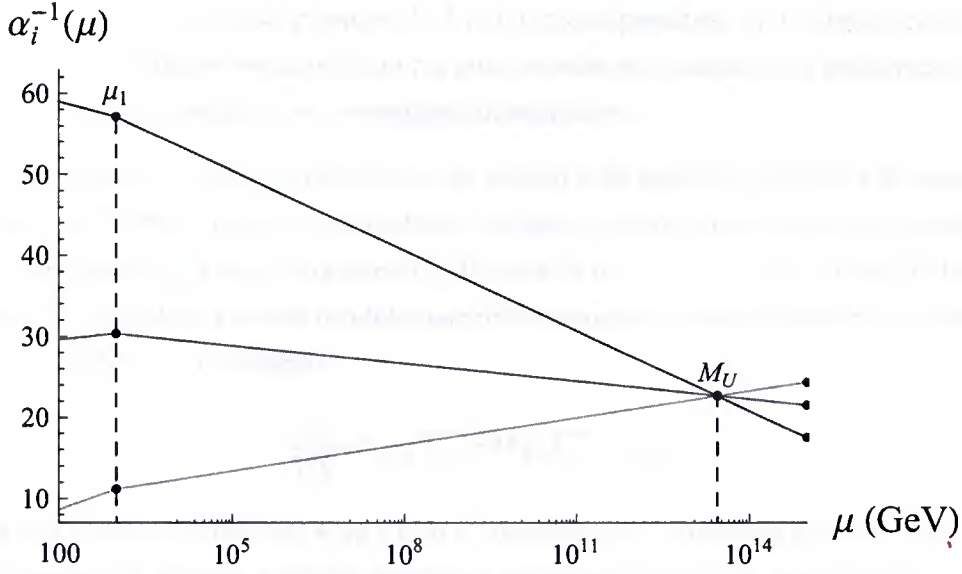


Figura 4: Nesta figura mostra-se a convergência das constantes de acoplamento obtida neste modelo $SU(5)$. A escala intermediária μ_1 corresponde à escala dos férmions exóticos.

4.8 Estabilização do próton

Como dito antes, os decaimentos dos núcleons são proibidos à nível de árvore. No contexto supersimétrico, existem modelos que o próton pode ser estabilizado, onde operadores de ordens maiores do que a usual são inseridos naturalmente [Em03]. Além disso, operadores de dimensão cinco fazem o papel de constrangir versões de modelos $SU(5)$ flipados[†] no contexto de supercordas [Ant87, Ant89, Barr88, El02, Leon91], impondo restrições sobre o decaimento do próton. No contexto de dimensões extras o decaimento do próton é naturalmente suprimido ou mesmo proibido com a implementação cuidadosa das simetrias de paridade na brana [Alt01]. Por outro lado, modelos com supersimetria, como $SU(5)$ SUGRA GUT [An99, Arno93], os maiores efeitos para o decaimento do próton são devido à operadores $RRRR$ através do Higgsino [Got98].

Operadores com dimensão seis [We79], $d=6$, que podem induzir a desintegração do próton não operam neste modelo porque os vetores leptoquarks sempre misturam férmions usuais com pesados [Bu86]. Todavia, ainda permanecem operadores perigosos de $d=4$ provenientes dos acoplamentos de Yukawa com os escalares de Higgs H^{45} . Por exemplo, sem a introdução da simetria Z_{13} , interações de Yukawa como $\bar{\Psi}_{eR}\Xi_{dL}H_e^{45}$ and $\bar{\Xi}_{dR}^c\Xi_{dL}\epsilon H_e^{45*}$ são permitidas. Estes termos induzem o decaimento do próton através de interações como $\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\vec{\sigma}\cdot\vec{\eta}_m L$, and $\epsilon_{mnp}\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\vec{\sigma}\cdot\vec{\eta}_n Q_{pL}$, respectivamente; aqui $\epsilon = i\sigma_2$, m, n, p são índices de cor, e $\vec{\eta}_m$ é o tripleto escalar colorido pertencente à H_e^{45} .

Uma vez que a simetria Z_{13} é introduzida, as interações de Yukawa permitidas são justamente as dadas na Eq. (4.19), e elas induzem somente interações como $\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\vec{\sigma}\cdot\vec{\eta}_m L'_L$ and $\epsilon_{mnp}\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\vec{\sigma}\cdot\vec{\eta}_n Q'_{pL}$,

[†]Modelos que contêm conteúdo fermiônico na representação adjunta 24.

onde os campos “linha” são quarks pesados, U, D , ou léptons pesados, E, N . Daqui, com as interações na Eq. (4.19), independentemente da mistura no setor escalar, os núcleons não podem decair a nível de árvore. O modelo é, nesse sentido, fenomenologicamente salvo.

De fato, a idéia de se proibir o decaimento do próton pela escolha cuidadosa de simetrias discretas não é algo novo [Sa81]. Em geral, simetrias discretas podem não ser livre de anomalias, muito embora seja interessante procurar uma simetria discreta cíclica que seja livre de anomalias. Por outro lado, a simetria Z_{13} introduzida neste modelo permite interações efetivas [We80] com correntes neutras mudando sabor (FCNC). Por exemplo,

$$\frac{g_{Z_N}^2}{M_{Z_N}^2} h_{abcd} \overline{L_{aL}} \gamma^\mu L_{bL} \overline{L_{cL}} \gamma_\mu L_{dL}, \quad (4.37)$$

onde a, b, c, d são índices de família, e g_{Z_N} e M_{Z_N} denotam as constantes de acoplamento da $Z_N \subset U(1)_{local}$ e a massa dos bósons vetoriais (pesados) associados com esta simetria, respectivamente e h_{abcd} são constantes adimensionais (existem também interações efetivas induzidas pelo escalar pesado que condensa à energias muito elevadas. As interações na Eq. (4.37) induzem transições raras como $\mu \rightarrow eee$. Negligenciando a massa do elétron, pode-se escrever a largura para este decaimento em termos da largura de decaimento do múon, como:

$$\Gamma_{\mu \rightarrow 3e} = \left(\frac{g_{Z_N}}{g_2} \frac{M_W}{M_{Z_N}} \right)^4 \Gamma_{\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}}^{MP}, \quad (4.38)$$

onde g_2 e M_W são todos parâmetros bem conhecidos do MP e pode-se ver que sempre que $g_{Z_N} \sim O(g)$ com $M_{Z_N} > 10^3 M_W$, obtém-se um fator de supressão de 10^{-12} . Todavia, é mais usual que M_{Z_N} seja da ordem da quebra da simetria local $U(1)$, ou seja, no mínimo da ordem da escala de PQ. Pode também ser interessante assumir que $g_{Z_N} \ll g$ à baixas energias, de forma que, uma vez que g_{Z_N} não é um parâmetro assintoticamente livre, pode-se fitar com g à altas energias e a outra constante de acoplamento do modelo à baixas energias.

Como no outro exemplo, há também interações como

$$\frac{g_{Z_N}^2}{M_{Z_N}^2} h'_{abcd} \overline{Q_{aL}} \gamma^\mu Q_{bL} \overline{F_{cL}} \gamma_\mu F_{dL}, \quad (4.39)$$

onde $F = Q, L$ e h' é outra matriz adimensional. Quando $F = Q$ esta interação induzirá uma contribuição para ΔM_K e outros parâmetros relacionados. Note, porém, que

$$\Delta M_K \propto \left(\frac{g_{Z_N}}{g} \frac{M_W}{M_{Z_N}} \right)^2 G_F B_K f_K^2 m_K, \quad (4.40)$$

uma contribuição para ΔM_K é um pouco menor para os mesmos valores dos parâmetros de Z_N do que os obtidos na Eq. (4.38).

Se $g_{Z_N} \leq g$ a transição violando a conservação de B e de L induzida pela anomalia da simetria Z_N será menor que $e^{-16\xi\pi^2/g^2} \approx 10^{-117\xi}$ [tHo76], com $\xi = O(1)$ um parâmetro que é dependente

do modelo, e seus efeitos são desprezíveis à temperatura zero. Porém, eles podem ser importantes nos estágios iniciais do universo como um mecanismo para a leptogênese através dos decaimentos dos léptons neutros se a violação de CP for implementada [Ni02, Tr98b, Tr98a]. Nas teorias $SU(5)$ esse fenômeno pode ocorrer de forma espontânea [Br80]. De fato, o modelo permite, aparentemente, algumas maneiras de se implementar bariogênese e leptogênese [Bu05, Fry80, Fry80]. Além disso, é possível introduzir simetrias de tetradas para a $SU(5)$ afim de se obter a matriz de mistura leptônica tri-bimáxima [Che07, Mo06](veja também que modelos $SU(5)$ com dimensões extras com simetria de sabor A_4 reproduzem muito bem esses dados experimentais [Alt08]). Os elementos da matriz de CKM para os quarks também são obtidos assim como uma origem dinâmica da hierarquia de massa entre m_b e m_t . Neste tipo de modelo, simetrias cíclicas também suprimem o decaimento dos nucleons.

5 *Evolução dos Acoplamentos em Modelos de $SU(5)$*

5.1 Introdução

Neste capítulo será estudado como dada uma teoria com grupo de unificação geral $SU(N)$ pode-se sempre obter convergência do GMP de forma universal *. Nesse aspecto, a forma generalizada da unificação é apresentada na seção seguinte. Na seção 5.3 será investigado quando esse grupo de gauge é o $SU(5)$ e serão apresentados quais os requisitos mínimos para se obter unificação em diversos modelos.

5.2 Evolução dos Acoplamentos Generalizados

Quando feita a transição de uma teoria quântica de campos livre para uma contendo interações encontra-se divergências em ordens elevadas da teoria de perturbação. Essas divergências podem ser extraídas dos parâmetros físicos da teoria no contexto do programa de renormalização, os quais agora matêm valores finitos. O processo de renormalização na teoria quântica de campos é inequivocamente uma realização de renormalizações finitas. Quando, por exemplo, uma renormalização da carga é feita encontra-se que a quantidade responsável por esse procedimento, δg , é inequivocamente definida através de uma integral covariante, porém, divergente. Todavia, quaisquer valores finitos podem ser adicionados ou subtraídos desta integral. A carga física é obtida a partir da carga nua (não-renormalizada), $g_b^\dagger$, e da contribuição de renormalização, sendo a quantidade física dada por $g_{Fs} = g_b + \delta g$. Uma equação diferencial em relação à escala de energia pode ser obtida para esse parâmetro. A integração desse conjunto de equações para as diversas simetrias da teoria fornece o esquema de evolução dos acoplamentos.

Logo, da teoria de renormalização [Barde78, Bo03, Dev97, Dev83, Dia05, Cab02, vO89, Stu87], quando se tem as três constantes de acoplamento evoluindo definitivamente para um ponto, ou seja,

*Veja, porém, unificação em outros tipos de modelos [Ba03, Dia05]

[†] b do inglês *bare*.

quando não se introduz qualquer escala intermediária, o *running* ocorre da seguinte forma [Giv91],

$$\frac{1}{\alpha_k(\mu)} = \frac{1}{\alpha_k(M_Z)} - \frac{1}{2\pi} b_k \ln \left(\frac{\mu}{M_Z} \right), \quad (5.1)$$

onde $k = 1, 2, 3$ e, nesse caso, μ é a escala de unificação, com os fatores b_k 's dados por:

$$b_k = \frac{2}{3} \sum_F \text{Tr}_k(F) + \frac{1}{3} \sum_S \text{Tr}_k(S) - \frac{11}{3} C_{2k}, \quad (5.2)$$

onde F são os férmions de Weyl da teoria, S os campos escalares e os fatores C_{2k} são os Casimir de cada representação nessa teoria.

Entretanto, é conveniente ressaltar que para cada nova escala é possível ativar campos novos na teoria. Pode-se entender esta análise de uma forma inversa: fisicamente isso significa que, ao decorrer do esfriamento do universo, em determinada energia o campo ganhou massa e passou a decair em outras partículas, tornando-se desacoplado da teoria. Esse campo deixou de ser observado à baixas escalas. Mas, quando se considera todos acoplamentos em evolução, ele deve ser levado em conta uma vez que esteve presente em determinada época do universo. É nesse sentido que devem ser incluídas as escalas intermediárias. Esse efeito se traduz numa mudança dos parâmetros b_k 's escala à escala. Agora, ao se partir do estado físico da escala eletrofraca, deve-se ir mudando cada um dos parâmetros conforme a luz da ativação dos novos campos. Desta forma, em cada nova escala temos um parâmetro novo, b_k^i , o fator da simetria k definido à i -ésima escala. Neste caso, todo tratamento é realizado à nível de 1-loop, uma vez que efeitos à 2-loops não implicam muitas correções [Giv91].

Para que esses efeitos de escalas sejam visualizáveis nas constantes de acoplamento, deve-se definir os *projetores de escala* (denominação minha) da seguinte forma:

$$G_k^i(\mu) = \sum_{j=1}^i \left[b_k^{j-1} \ln \left(\frac{\mu_j}{\mu_{j-1}} \right) \right] + b_k \ln \left(\frac{\mu}{\mu_i} \right), \quad \text{para } \mu_{i+1} > \mu \geq \mu_i, \quad (5.3)$$

Aqui μ^j (assim como b_k^j) indica a j -ésima escala intermediária e não deve ser confundido com a j -ésima exponencial da escala μ . Deve-se, todavia, definir o operador de projeção de escala de forma efetiva, pelo seguinte: primeiro é escolhida efetivamente quantas escalas intermediárias serão tratadas na teoria, dada pelo número n , entre a escala eletrofraca, identificada pela massa do Z , M_Z , e a escala de unificação, M_U . Se, por exemplo, não houver escalas intermediárias, $i = 0$, e o somatório possui apenas as contribuições usuais, restando somente a contribuição entre a escala μ^0 e a escala de unificação, M_U . Logo, juntamente com a Eq.(5.1), verifica-se que $\mu^0 = M_Z$. Assim, o operador fica determinado para cada número de escalas intermediárias segundo a definição acima na Eq.(5.3). Explicitamente, tem-se

que

$$\begin{aligned}
 G_k^i(\mu) &= b_k^0 \ln \left(\frac{\mu}{\mu_0} \right), & \text{para } \mu_1 > \mu \geq \mu_0 \\
 G_k^i(\mu) &= b_k^0 \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) + b_k^1 \ln \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right), & \text{para } \mu_2 > \mu \geq \mu_1 \\
 G_k^i(\mu) &= b_k^0 \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) + b_k^1 \ln \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) + b_k^2 \ln \left(\frac{\mu}{\mu_2} \right), & \text{para } \mu_3 > \mu \geq \mu_2 \\
 &\vdots & \vdots \\
 G_k^i(\mu) &= b_k^0 \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) + b_k^1 \ln \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) + \dots + b_k^n \ln \left(\frac{\mu}{\mu_n} \right), & \text{para } \mu_{n+1} > \mu \geq \mu_n,
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

onde os índices i 's contam em qual escala intermediária o respectivo conteúdo de partículas está sendo analisado. Dessa forma, na i -ésima escala intermediária, a evolução dos acoplamentos ocorre segundo a equação projetada em cada escala intermediária,

$$\frac{1}{\alpha_k(\mu)} = \frac{1}{\alpha_k(M_Z)} - \frac{1}{2\pi} G_k^i(\mu), \tag{5.5}$$

o que depende essencialmente da energia dos acoplamentos. Isso significa que os acoplamentos evoluem de formas diferentes dependendo da escala de energia em que está acontecendo a ativação de novas partículas. Note, entretanto, que após atingir o valor da escala de unificação as três constantes devem evoluir ou estabilizar juntas[†].

É importante salientar que durante a evolução os parâmetros b 's dependem fundamentalmente da escala da evolução. À baixas energias é necessário sempre se obter o caso do MP e de suas extensões minimalistas, afim de ser coerente com os dados experimentais. Esses efeitos para a unificação são cada vez mais fortes, ou seja, Eq. (5.3) e Eq.(5.5) informam que: primeiro, $\ln(\mu^j/\mu^{j-1})$ é sempre um fator positivo, assim como o fator $\ln(\mu/\mu^j)$ também é, pois a escala sempre cresce. Isso resulta em um valor para $G_k^i(\mu)$ cada vez maior conforme os parâmetros b_k^i 's vão ficando maiores (veja a próxima seção). Isso acontece porque sempre são acoplados mais campos e, uma vez acoplado, esse campo jamais se desacopla conforme a energia vai aumentando. Assim, ele passa a ser um campo ativo no universo nesta escala; segundo, o valor para $\alpha_k^{-1}(\mu)$ sempre é menor do que o da escala anterior e cada vez diminui mais, a não ser que haja liberdade assintótica, com $b_k < 0$. Isso significa que os acoplamentos são cada vez maiores, como deve ser conforme a escala é maior (sem efeitos de liberdade assintótica). Isso quer dizer que as escalas intermediárias introduzem um efeito de crescimentos mais fortes nos acoplamentos de $U(1)$ e $SU(2)$..

Na próxima seção será apresentado como estes projetores de escala desempenham o papel essencial na evolução dos acoplamentos para o grupo de unificação $SU(5)$.

[†] Todavia, afim de se analisar a essência dos efeitos dos acoplamentos após ser atingida a escala de unificação, apenas serão mantidas válidas as equações de evoluções da última escala para $\mu > M_U$.

5.3 Grupo $SU(5)$

A partir desta seção o tratamento será restringido para o grupo de simetrias de gauge $SU(5)$. Nas próximas subseções serão apresentadas as quantidades fundamentais para o estudo de unificação nesse contexto. Na subseções 5.6, 5.7 e 5.8 as análises computacionais são apresentadas afim de se obter unificação e certas situações de interesse fenomenológico serão tratadas.

5.3.1 Estrutura do grupo

Para compreender melhor como é atribuída cada nova contribuição das componentes dos multipletos para um grupo de unificação específico, será analisado como essas contribuições são identificadas no caso de acoplamentos evoluindo para um grupo de gauge $SU(5)$ e como estes se tornam importantes para a unificação. Para isto, deve-se primeiramente observar cada uma das regras de decomposição dos multipletos de $SU(5)$ em componentes do grupo de simetrias do MP. Nesse caso, temos as seguintes decomposições, na notação $(SU_C(3), SU_L(2))_Y$, por exemplo,

$$\begin{aligned}
 5 &= (1, 2)_{1/2} + (3, 1)_{-1/3}, \\
 10 &= (1, 1)_1 + (\bar{3}, 1)_{-2/3} + (3, 2)_{1/6}, \\
 15 &= (1, 3)_1 + (3, 2)_{1/6} + (6, 1)_{-2/3}, \\
 24 &= (1, 1)_0 + (1, 3)_0 + (3, 2)_{-5/6} + (\bar{3}, 2)_{5/6} + (8, 1)_0, \\
 45 &= (1, 2)_{1/2} + (3, 1)_{-1/3} + (3, 3)_{-1/3} + (\bar{3}, 1)_{4/3} + (\bar{3}, 2)_{-7/6} + (\bar{6}, 1)_{-1/3} + (8, 2)_{1/2}.
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Note que aqui não estende-se a análise para os casos onde ocorrem representações maiores que 45, nem, porém, para casos onde se considera a inclusão de multipletos na representação $40^{\S}$. No entanto, o caso aqui considerado é de grande interesse fenomenológico, já que conteúdo fermiônico fica bem comportado com a inclusão de campos 5, 10 e 24 [Dor05a, Dor06a], enquanto que campos escalares só podem estar contidos em representações 5, 45 e 24 se não houver nada de muito exótico no modelo além, é claro, dos singletos de cada setor. Neste caso introduz-se a seguinte notação para contagem geral de multipletos eletrofracos:

$$\begin{aligned}
 S &= (1, 1)_1 & \Sigma_3 &= (1, 3)_0 & T_6 &= (6, 1)_{-2/3} & \bar{Q}_{32} &= (\bar{3}, 2)_{-7/6} \\
 D &= (1, 2)_{1/2} & \Sigma_8 &= (8, 1)_0 & T_{32} &= (3, 2)_{1/6} & \bar{Q}_{61} &= (\bar{6}, 1)_{-1/3} \\
 T &= (1, 3)_1 & \Sigma_{32} &= (3, 2)_{-5/6} & Q_{33} &= (3, 3)_{-1/3} & Q_{82} &= (8, 2)_{1/2} \\
 \Sigma_0 &= (1, 1)_0 & \bar{\Sigma}_{32} &= (\bar{3}, 2)_{5/6} & \bar{Q}_{31} &= (\bar{3}, 1)_{4/3} & \varphi_{31} &= (3, 1)_{-1/3}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Aqui, por exemplo, o campo S representa todos singletos carregados com hipercarga $Y = 1$, D são os dubletos com hipercarga $Y = 1/2$. T denota os tripletos não hermitianos, enquanto que Σ_3 pode

^{\S}Todavia, a inclusão de multipletos escalares da representação 40-dimensional não permite a inclusão de termos de massa para o conteúdo usual do MP. Extensões com esse tipo de campo requerem um conteúdo de matéria distribuído de forma diferente do que o usual ou, então, requer que toda a estrutura de escalares seja mantida e haja, além disso, a inclusão da representação 40-dimensional.

representar o tripleto de férmions quando a representação adjunta, 24, for fermiônica. Quando, por exemplo, 24 é uma representação de campos escalares Σ_3 é a representação do tripleto de bósons de gauge do MP, enquanto que Σ_8 representa os glúons da QCD. Dessa forma, obtém-se as equações para os parâmetros b_1 , b_2 e b_3 , dados por:

$$b_1 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{10}N_D + \frac{3}{5}N_T + \frac{1}{5}N_S + \frac{5}{6}(N_{\Sigma_{32}} + N_{\bar{\Sigma}_{32}}) + \frac{8}{15}N_{T6} + \frac{1}{30}N_{T32} + \frac{1}{5}N_{Q33} + \frac{16}{15}N_{\bar{Q}31} + \frac{49}{30}N_{\bar{Q}32} + \frac{2}{15}N_{\bar{Q}61} + \frac{4}{5}N_{Q82} + \frac{1}{15}N_{\varphi31}, \quad (5.8)$$

$$b_2 = \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{6}N_D + \frac{1}{4}(N_T + N_{\Sigma_3} + N_{Q33}) + \frac{1}{6}(N_{\Sigma_{32}} + N_{\bar{\Sigma}_{32}} + N_{T32} + N_{\bar{Q}32} + N_{Q82}) - \frac{22}{3}, \quad (5.9)$$

$$b_3 = \frac{4}{3}N_g + (N_{\Sigma_8} + N_{Q82}) + \frac{5}{6}(N_{T6} + N_{\bar{Q}61}) + \frac{1}{6}(N_{\Sigma_{32}} + N_{\bar{\Sigma}_{32}} + N_{T32} + N_{Q33} + N_{\bar{Q}31} + N_{\bar{Q}32} + N_{\varphi31}) - 11. \quad (5.10)$$

Por outro lado, quando a última escala intermediária, n -ésima, foi ultrapassada, os acoplamentos evoluem segundo as seguintes equações que identificam a escala de unificação

$$\alpha_1^{-1}(\mu) = \alpha^{-1}(M_Z) \frac{3}{5} \cos^2 \theta_W(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_1^n(\mu), \quad (5.11a)$$

$$\alpha_2^{-1}(\mu) = \alpha^{-1}(M_Z) \sin^2 \theta_W(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_2^n(\mu), \quad (5.11b)$$

$$\alpha_3^{-1}(\mu) = \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_3^n(\mu), \quad (5.11c)$$

onde já deve ser levado em conta o fato do fator U_Y (1) ser Abelian e implicar em fatores de normalização através do ângulo eletrofraco, θ_W . Assim, os fatores $G_k^n(\mu)$ são entendidos, conforme a Eq.(5.3), como somas de contribuições até a última escala intermediária e evoluídas a partir daí até a unificação.

Na unificação deve-se ter, obrigatoriamente,

$$\alpha_1^{-1}(M_U) = \alpha_3^{-1}(M_U) = \alpha_3^{-1}(M_U) \equiv \alpha_U^{-1}(M_U),$$

ou seja,

$$\alpha_U^{-1}(M_U) = \alpha^{-1}(M_Z) \frac{3}{5} \cos^2 \theta_W(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_1^n(M_U) \quad (5.12a)$$

$$\alpha_U^{-1}(M_U) = \alpha^{-1}(M_Z) \sin^2 \theta_W(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_2^n(M_U) \quad (5.12b)$$

$$\alpha_U^{-1}(M_U) = \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{1}{2\pi} G_3^n(M_U), \quad (5.12c)$$

Assim, $3/5$ da Eq.(5.12b) somada com a Eq.(5.12a) resulta num valor para $\alpha_U^{-1}(M_U)$. Esse valor $\alpha_U^{-1}(M_U)$ deve ser, então, igualado ao compreendido na Eq.(5.12c). Desse procedimento pode-se reti-

rar um valor para a massa de unificação, M_U , dependente das escalas intermediárias, dos parâmetros b_k^i 's e dos acoplamentos à baixas energias,

$$M_U = \mu_n \exp \left\{ \frac{2\pi \left[\frac{3}{5} \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{5} \alpha_3^{-1}(M_Z) \right]}{P_n} \right\} \prod_{j=1}^n \left(\frac{\mu_{j-1}}{\mu_j} \right)^{\frac{P_{j-1}}{P_n}}, \quad (5.13)$$

onde define-se o fator de proporcionalidade da simetria, P_k , que para o caso do grupo $SU(5)$ será dado por:

$$P_k \equiv \left(b_1^k + \frac{3}{5} b_2^k - \frac{8}{5} b_3^k \right), \quad (5.14)$$

sempre independente do número de gerações do MP acopladas de uma escala para outra[¶], restrito somente pela quantidade de campos escalares associados a cada escala (Maiores detalhes na subseção 5.4.2.1).

Ao serem igualadas as equações Eq.(5.12b) e Eq.(5.12c), extraí-se uma expressão para $\sin^2 \theta_W(M_Z)$ com a seguinte estrutura

$$\sin^2 \theta_W(M_Z) = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} [G_1^n(M_U) - G_2^n(M_U)]. \quad (5.15)$$

Note que essa expressão depende apenas das escalas intermediárias, as quais deseja-se obter vínculos umas em relações às outras, dos parâmetros eletrofracos, que são dados experimentais, e da escala de unificação. Explicitamente:

$$\sin^2 \theta_W(M_Z) = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} \sum_{k=0}^n \left[(b_1^k - b_2^k) \ln \left(\frac{\mu_{k+1}}{\mu_k} \right) \right], \quad (5.16)$$

ou seja,

$$\sin^2 \theta_W(M_Z) = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} \left[(b_1^0 - b_2^0) \ln \left(\frac{\mu_1}{\mu_0} \right) + (b_1^1 - b_2^1) \ln \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) + \cdots + (b_1^n - b_2^n) \ln \left(\frac{M_U}{\mu_n} \right) \right] \quad (5.17)$$

Usando a Eq.(5.13) na Eq.(5.17) obtém-se a equação vincular de todas as escalas intermediárias

$$C_n - \sum_{k=1}^n \left(b_1^{k-1} - b_2^{k-1} - B_n P^{k-1} \right) \ln \left(\frac{\mu_k}{\mu_{k-1}} \right) = 0 \quad (5.18)$$

onde, $B_j = (b_1^j - b_2^j)/P_j$ e C_n é definido por

$$C_n = \frac{2\pi}{\alpha(M_Z)} \left[\frac{3}{5} (1 - B_n) - \frac{8}{5} \left(\sin^2 \theta_W - B_n \frac{\alpha(M_Z)}{\alpha_3(M_Z)} \right) \right] \quad (5.19)$$

[¶]Fatores como este devem aparecer em teorias de grande unificação com grupos de simetria diferentes do grupo $SU(5)$ uma vez que é natural que a unificação produza os efeitos aqui descritos. Por exemplo, é natural que os efeitos dos acoplamentos aumentem conforme a escala aumenta, independentemente de quantas réplicas fermiônicas existam. É isso que diz o fator de proporcionalidade da simetria.

Isso permite relacionar as escalas iterativamente através da Eq.(5.18), por

$$\mu_n = \mu_{n-1} \exp \left\{ \frac{C_n - \sum_{k=1}^{n-1} (b_1^{k-1} - b_2^{k-1} - B_n P^{k-1}) \ln \left(\frac{\mu_k}{\mu_{k-1}} \right)}{b_1^{n-1} - b_2^{n-1} - B_n P^{n-1}} \right\}, \quad (5.20)$$

entre a penúltima e a última escalas intermediárias. De forma mais geral, pode-se restringir entre as $(j-1)$ -ésima e j -ésima escalas intermediárias por:

$$\mu_j = \mu_{j-1} \exp \left\{ \frac{C_n - \sum_{k=1, k \neq j}^{n-1} (b_1^{k-1} - b_2^{k-1} - B_n P^{k-1}) \ln \left(\frac{\mu_k}{\mu_{k-1}} \right)}{b_1^{n-1} - b_2^{n-1} - B_n P^{n-1}} \right\}. \quad (5.21)$$

5.4 Análise numérica

Utilizando a Eq.(5.20) é possível realizar uma estimativa da região onde as escalas intermediárias atuam. Se, por exemplo, deseja-se que um máximo de diferenças entre $(n-1)$ -ésima escala e a n -ésima escala intermediária seja tal que $\mu_{n-1} \approx 1\text{TeV}$ e $\mu_n \approx 10^{12}\text{GeV}$, obtem-se

$$6.91 \leq \frac{C_n - \sum_{k=1}^{n-1} (b_1^{k-1} - b_2^{k-1} - B_n P^{k-1}) \ln \left(\frac{\mu_k}{\mu_{k-1}} \right)}{b_1^{n-1} - b_2^{n-1} - B_n P^{n-1}} \leq 27.63 \quad (5.22)$$

Entretanto, definindo-se a quantidade,

$$F_k = b_1^k - b_2^k - B_n P^k, \quad (5.23)$$

a equação de vínculo Eq.(5.18) fica dada em termos dos parâmetros F_k s, por

$$C_n = \sum_{k=1}^n F_{k-1} \ln \left(\frac{\mu_k}{\mu_{k-1}} \right). \quad (5.24)$$

Logo, para minimizar o efeito que C_n causa, deve-se ter, via Eq.(5.19), $C_n \approx 0$,

$$B_n \approx \frac{(3/8 - \sin^2 \theta_W)}{(3/8 - \alpha/\alpha_3)} \approx 0.466. \quad (5.25)$$

Isso significa que para valores em torno deste B_n é possível ajustar as escalas. Do ponto de vista da Eq.(5.19), uma pequena variação crescente de B_n , ΔB_n , ajusta a escala de tal forma

$$\begin{aligned} C'_n &= \frac{2\pi}{\alpha(M_Z)} \left[\frac{3}{5} (1 - (B_n + \Delta B_n)) - \frac{8}{5} \left(\sin^2 \theta_W - (B_n + \Delta B_n) \frac{\alpha(M_Z)}{\alpha_3(M_Z)} \right) \right] \\ &= C_n - 397.063 \Delta B_n, \end{aligned} \quad (5.26)$$

o que quer dizer que uma pequena variação ΔB_n faz C_n variar enormemente, o que não permite uma relação trivial entre as escalas intermediárias na Eq. (5.24). A única forma de obter um C'_n compatível seria ter ΔB_n suprimido, $\Delta B_n \sim 10^{-(2-3)}$. Entretanto, B_j é naturalmente grande, o que faz com que

C_n suprimido seja mais natural. Isso significa que os efeitos das escalas devem, naturalmente, se auto-cancelarem, segunda a Eq. (5.24).

5.4.1 Estudo dos F'_i s

Uma análise que pode ser feita é através da expansão da Eq.(5.24), tal que,

$$F_{n-1} \ln \mu_n = C_n + F_0 \ln \mu_0 + (F_1 - F_0) \ln \mu_1 + (F_2 - F_1) \ln \mu_2 + \cdots + (F_{n-1} - F_{n-2}) \ln \mu_{n-1}. \quad (5.27)$$

A equação (5.27) diz que a dependência das escalas aparece sempre de forma que os parâmetros F'_i s aparecem como diferenças entre as escalas subsequentes. Da Eq.(5.23) e Eq.(5.14) podemos verificar as variações dos parâmetros b'_i s. Nesse caso, tem-se

$$F_i = (1 - B_n) b_1^i - \left(1 + \frac{3}{5} B_n\right) b_2^i + \frac{8}{5} B_n b_3^i. \quad (5.28)$$

Isso significa que tomando a relação relevante as diferenças entre F'_i s subsequentes, obtém-se:

$$\Delta F_i \equiv F_{i+1} - F_i = (1 - B_n) \Delta b_1^i - \left(1 + \frac{3}{5} B_n\right) \Delta b_2^i + \frac{8}{5} B_n \Delta b_3^i, \quad (5.29)$$

onde $\Delta b_k^i = (b_k^{i+1} - b_k^i)$. Entretanto, b_1^i 's são sempre somas de números positivos, exceto pelo fator de Casimir (que pode contribuir para efeitos de liberdade assintótica). Porém, tal fator sempre se anula nas diferenças acima, Δb_k^i . A Eq. (5.29) é sempre maior que zero, logo,

$$(1 - B_n) \Delta b_1^i - \left(1 + \frac{3}{5} B_n\right) \Delta b_2^i + \frac{8}{5} \Delta b_3^i > 0,$$

e essa equação nos restringe a região de parâmetros à apenas seis casos

$$\Delta b_1^i > \Delta b_2^i > \Delta b_3^i, \quad (5.30a)$$

$$\Delta b_3^i > \Delta b_1^i > \Delta b_2^i, \quad (5.30b)$$

$$\Delta b_2^i > \Delta b_3^i > \Delta b_1^i, \quad (5.30c)$$

$$\Delta b_1^i > \Delta b_3^i > \Delta b_2^i, \quad (5.30d)$$

$$\Delta b_3^i > \Delta b_2^i > \Delta b_1^i, \quad (5.30e)$$

$$\Delta b_2^i > \Delta b_1^i > \Delta b_3^i, \quad (5.30f)$$

Os valores razoáveis de B_n giram em torno de $1/2$ (conforme Eq. (5.25)) e, com esse valor, encontra-se que os únicos casos compatíveis são das Eq.(5.30a) e Eq.(5.30e). Isso quer dizer que a variação de Δb_2^i entre as escalas i e $i + 1$ nunca pode ser anulada quando as outras variações ocorrem, ou seja, nenhum acoplamento tipo singlete de $SU(2)$ pode ocorrer sozinho em escalas intermediárias já que não contribuirá para Δb_2^i e esse fator deve sempre aumentar para ocorrer a escala intermediária. Isso significa que é necessário acoplar mais de um campo simultaneamente para manter as relações

Eq.(5.30a) e Eq.(5.30e). Isso pode impor constrangimentos sobre quais tipos de partículas podem ser acoplados, segundo as Eqs. (5.8), (5.9) e (5.10).

5.4.2 Casos específicos

Serão tratados aqui os casos específicos no qual se analisa a unificação de forma geral. Para isso será considerado que a escala de ativação das partículas é a escala da sua massa. Os modelos no qual será focada esta análise estão baseados num conteúdo de matéria onde o estado de energia mais baixo está preenchido pelos campos fermiônicos do MP com singletos de neutrinos. Entretanto, os campos escalares adicionais devem aparecer na análise para ser realizada a unificação numa certa escala. Nesse sentido introduzimos o conteúdo máximo de campos tipo dubletos de $SU_L(2)$. O conteúdo dessa extensão baseia-se no modelo de unificação obtido em [Di02a, Di02b, Di04b, Di05], afim de se obter modificações razoáveis do modelo do capítulo anterior.

Da Eq.(5.21) pode-se ver que no caso de apenas duas escalas intermediárias, onde a primeira é onde os férmions exóticos são ativados, obtém-se que a segunda escala intermediária é função do parâmetro B_2 ,

$$\mu_2(B_2) = M_Z \exp \left(\frac{185.054 - 397.063 B_2}{\frac{106}{15} - 14 B_2} \right). \quad (5.31)$$

Dessa forma, essa escala deve ter um fator exponencial muito grande para que a escala subsequente seja grande o suficiente para entrar na escala, por exemplo, de leptogênese, uma vez que $M_Z \sim 100\text{GeV}$ e é necessário um fator $\sim 10^9 - 10^{12}\text{GeV}$. De fato, um fator de aproximadamente $B_2 \simeq 0.505$ (que é o ponto de divergência) faz esse papel para $B_2 = 0.5047619058$ ($\mu_2 = 10^9\text{GeV}$) e $B_2 = 0.5047619047$ ($\mu_2 = 10^{12}\text{GeV}$).

5.4.2.1 Independência de ativação de conteúdo fermiônico completo

A primeira pergunta a ser feita e que pode ser respondida com o estudo até aqui realizado é como muda a unificação ao se fazer réplicas do MP na evolução das constantes de acoplamento. Para isso deve-se notar primeiramente que todas as quantidades físicas que interessam para a evolução dependem sempre das combinações entre as diferenças de $b_1^k - b_2^k$, de P_k 's, e das combinações de escalas subsequentes, ou seja, dependem, por exemplo na Eq.(5.27), das combinações subsequentes de F_k 's. Note que da Eq.(5.23),

$$F_k = b_1^k - b_2^k - B_n P^k. \quad (5.32)$$

Agora, usando a Eq.(5.14) e Eqs.(5.8), (5.9) e (5.10) vemos que o acoplamento de novas gerações sempre se dá de tal forma que

$$b_i^{k+1} = \frac{4}{3} N_g + b_i^k. \quad (5.33)$$

A combinação $b_1^k - b_2^k$ é evidentemente nula. O arranjo

$$\begin{aligned}
 P_{k+1} &= \left(b_1^{k+1} + \frac{3}{5}b_2^{k+1} - \frac{8}{5}b_3^{k+1} \right) \\
 &= \left(b_1^k + \frac{3}{5}b_2^k - \frac{8}{5}b_3^k \right) + \left(\frac{4}{3}N_g + \frac{3}{5}\frac{4}{3}N_g - \frac{8}{5}\frac{4}{3}N_g \right) \\
 &= P_k,
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

também é mantido. A última relação na segunda linha acima é evidentemente anulada independentemente de quantas réplicas com números quânticos do MP (férmions exóticos) são introduzidas. Isso significa que a escala intermediária onde os férmions exóticos são introduzidos não é importante do ponto de vista da unificação. Assim, segundo a Eq. (5.29), o termo onde os férmions exóticos são introduzidos, e se somente eles são introduzidos nessa escala, anulam totalmente a diferença entre os F_i 's subsequentes. Isso desacopla totalmente os efeitos da escala, segundo a Eq. (5.27).

Nenhum efeito físico pode ser devido à introdução dessa escala pois ela não muda, nem sequer, a massa de unificação. Do ponto de vista fenomenológico, isso é um pouco ruim. Pode-se analisar como o modelo permite introduzir outras partículas fermiônicas em escalas intermediárias afim de modificar a unificação e a detecção dessas partículas na próxima escala experimental seria imprecindível para a realização do modelo. Estando essa escala desacoplada das demais, uma outra escala intermediária introduzida fica completamente definida, dependendo apenas da(s) partícula(s) que é (são) ativada(s) nesse momento na evolução dos acoplamentos. Do ponto de vista da unificação, pode-se, por exemplo, colocar a escala intermediária dos férmions exóticos na região dos TeVs e, assim, possivelmente pode ser observado no LHC. Entretanto, nada impede de forçar a introdução dos férmions exóticos em escalas mais altas ou mais baixas^{||}.

O estudo dos efeitos da escalas intermediárias torna-se, portanto, importantíssimo quando se deseja que a teoria, devidamente unificada, contenha ingredientes mínimos para haver compatibilidade fenomenológica. Na próxima seção serão tratados tais efeitos em cada caso específico. Mostraremos como construir a teoria compatível com uma simetria de gauge extra, $U_X(1)$, que gera massas de Majorana dos neutrinos, como visto no Cap.3. Não serão utilizados as aproximações numéricas estudadas até esta seção, mas sim os procedimentos para a resolução da unificação de forma computacional.

5.5 Ativação das escalas

Foi visto no Cap.3 que há possibilidades para a teoria $SU(5)$ ser fenomenologicamente compatível com os dados atuais já que o próton permanece estável a nível de árvore. Foi observado também que, para a unificação acontecer, são necessários alguns ingredientes chaves. Naquele caso específico

^{||}Note que, do ponto de vista dos acoplamentos de Yukawa, escalas mais altas que a região dos TeVs são desfavorecidas para se obter setor escalar gerando massa simultaneamente para os setores de férmions do MP e férmions exóticos. Além disso, acoplamentos de Yukawa maiores que 1 introduzem efeitos não perturbativos que não podem ser contabilizados por teoria quântica de campos usual.

foram necessários: 4 dubletos e um tripleto escalares à baixas energias, juntamente com os férmions do modelo padrão (e os singletos dos neutrinos que não geram quaisquer contribuições para a unificação). Na escala de aproximadamente 1 TeV uma réplica pesada dos férmions do MP é ativada na evolução como papel dos exóticos. A partir daí, a evolução ocorre numa escala única e imposta, M_U . Dessa forma, deseja-se, agora, acoplar outros tipos de escalares em escalas superiores. Aqui deve-se notar que, excluindo-se os dois primeiros estágios intermediários (onde apenas o conteúdo fermiônico do MP, juntamente com os escalares e o singlete dos neutrinos, e a réplicação do conteúdo fermiônico são ativados na primeira e segunda escalas, respectivamente, sem acionamento do tripleto escalar), o conteúdo escalar fará o papel das escalas intermediárias.

Se for desejado incluir férmions exóticos em escalas intermediárias durante o *running* não é necessário incluir novos ingredientes na revisão feita nessa seção uma vez que, do ponto de vista de unificação, logo, do ponto de vista dos grupos de simetrias, o comportamento do conteúdo fermiônico e do bosônico é idêntico. A mudança estará, também, em se incluir diferentes parâmetros segundo as Eqs.(5.8), (5.9) e (5.10). Um exemplo claro nesse sentido é que, quando se deseja ter o mecanismo de seesaw do tipo III, logo é necessário a inclusão de um tripleto fermiônico, exclusivamente contido na representação 24 [Per08a]. Se esse férmion é o único capaz de gerar massa para os neutrinos sem que a matriz de Yukawa sofra indesejados ajustes finos (impostos à mão), é necessário incluir o tripleto fermiônico, Σ_3^F , numa certa escala. Se o incluirmos sem o restante do conteúdo da representação 24, a única alteração será a inclusão de um elemento $N_{\Sigma 3}$ na Eq.(5.9) não nulo. Essa alteração não possui qualquer diferença de, no caso da teoria do capítulo anterior, se tomar o tripleto escalar da representação 24 já contido na teoria, Σ_3^S , e inseri-lo na mesma escala intermediária**.

Nesse sentido, é conveniente ressaltar que todos os casos a seguir são compatíveis com a extensão do capítulo anterior com a inclusão de todos os campos escalares ali tratados à altas energias com as escalas intermediárias completadas por conteúdos fermiônicos de novas extensões.

Aqui adota-se a seguinte notação:

$$M_Z \rightarrow M_{F-Ex} \rightarrow M_{EI} \rightarrow M_U,$$

onde M_{F-Ex} é a escala intermediária dos férmions exóticos replicados. Uma soma em M_{EI} é subentendida de tal forma que todas as outras escalas intermediárias são relacionadas das mais diversas formas possíveis, desde uma escala com uma única partícula até várias escalas com várias partículas novas em cada uma dessas escalas.

**Os campos Σ_3 e Σ_8 podem ter suas escala diminuídas para auxiliar na unificação [Hi92], o que requer acoplamentos de Yukawa extremamente pequenos

5.6 Seesaw do tipo I

A primeira extensão que se pode extrair alguma informação fenomenológica é aquela no qual se introduz singletos escalares, Σ_0 , numa escala intermediária. Devido ao fato de singletos de hipercarga nula, tanto fermiônicos quanto escalares, nunca contribuírem para os efeitos dos parâmetros b 's, Eqs.(5.8), (5.9) e (5.10), sua introdução é uma extensão natural para a inclusão de efetiva do mecanismo de seesaw do tipo I quando há uma simetria $U_X(1)$ extra, localmente ou globalmente implementada, como foi visto no capítulo 2. Situações onde o singlete é incluído são, portanto, totalmente compatíveis com a unificação, uma vez que deixa invariante os parâmetros b 's, podendo ser introduzidos um número muito grande de singletos escalares, tal qual os férmions. Um caso diferente é a inclusão do singlete com $Y = 1$ no running dos acoplamentos. Esse tipo de fenomenologia será estudada na seção 5.9.

5.7 Seesaw do tipo II

5.7.1 $M_{EI} = T$

A segunda extensão fenomenológica possível é aquela no qual se introduz um tripleto, T , numa escala intermediária. Essa extensão deve incluir naturalmente os efeitos para o mecanismo de seesaw do tipo II quando há uma simetria $U_X(1)$ extra. Nesse sentido, esse tipo de modelo não permite a inclusão de T à altas escalas. Note que o caso onde o conteúdo fermiônico se acopla numa escala diferente de 1TeV deve, também, ser considerada para eliminar ou vincular o tripleto de forma diferente. Mas, como foi visto no capítulo anterior, sempre é possível se obter unificação se o tripleto for considerado à baixas escalas.

Quando há a simetria $U(1)$ de gauge gerando massa para os neutrinos é necessário incluir, no mínimo, dois novos dubletos escalares para gerar os efeitos de seesaw. Desse ponto de vista, é possível incluir à baixas energias de 1 à 4 dubletos (necessários para gerar todas as massas dos férmions) em adição de um dubleto para o seesaw do tipo II. Pode-se, todavia, fazer com que um desses dubletos sejam o mesmo que o do seesaw do tipo II. Essa fenomenologia implica em *hipercarga replicada*, pois $\alpha = 6$. Isso significa que pode ser importante o estudo quando uma simetria $U(1)$ local é incluída em modelos com simetrias de gauge em $SU(5)$, com as massas dos neutrinos geradas pelos singletos. Essas extensões de $SU(5) \otimes U(1)$ podem restringir mais o conteúdo escalar. Contudo, esse grupo de simetrias é natural num contexto $SO(10)$, uma vez que esse grupo possui, naturalmente, uma decomposição em $SU(5) \otimes U(1)$ [Sl81]. Nesse capítulo, porém, não há o objetivo de se resolver simultaneamente todos os dois problemas, mecanismo de seesaw por $U(1)$ adicional e unificação, mas sim localizar as escalas de fenomenologia nas quais são possíveis se implementar, por exemplo, leptogênese e mecanismo de seesaw. Assim, mostra-se aqui o comportamento das escalas com inclusão de algumas fenomenologias compatíveis com o modelo [Di07].

5.7.2 $M_{EI} = T + \Sigma_3$

A primeira contribuição significativa para a unificação é aquela na qual se tem o MP com quatro dubletos escalares indo para uma extensão com o conteúdo exótico de férmions pesados. Logo depois acoplam-se os novos campos escalares, acoplando-se um tripleto T e um Σ_3 , respectivamente, na ordem inversa, ou simultaneamente. Da maneira mais geral, as escalas (representadas efetivamente pelas suas massas) podem ser vinculadas, usando-se as Eqs. (5.8), (5.9), (5.10), (5.14), (5.23) e (5.27), juntamente com os resultados das seções 5.3 e 5.4, obtém-se

$$\ln M_{\Sigma_3} + 0.575 \ln M_T = 33.288, \quad (5.35)$$

válida para os três casos em questão, sendo as massas dadas em GeVs.

Aqui restringe-se o problema à situação em que ambas as partículas são acopladas na mesma escala, ou seja, quando $M_{\Sigma_3} = M_T$, na Fig. 5. Nesse sentido, a massa da fenomenologia do tripleto escalar é dada por $M_{\Sigma_3} = M_T \simeq 1.51 \times 10^9 \text{ GeV}$ que é uma escala compatível para modelos de seesaw tipo II, ou seja, quando o tripleto T é incluído é natural a geração da leptogênese sem que haja inclusão de outros campos nesse tipo de modelo. Note que deve sempre ser possível encontrar teorias que introduzam o conteúdo mínimo para a unificação juntamente com o conteúdo do Σ_3 e do T no intuito de se obter alguma fenomenologia, que devem ser introduzidas das mais variadas formas possíveis.

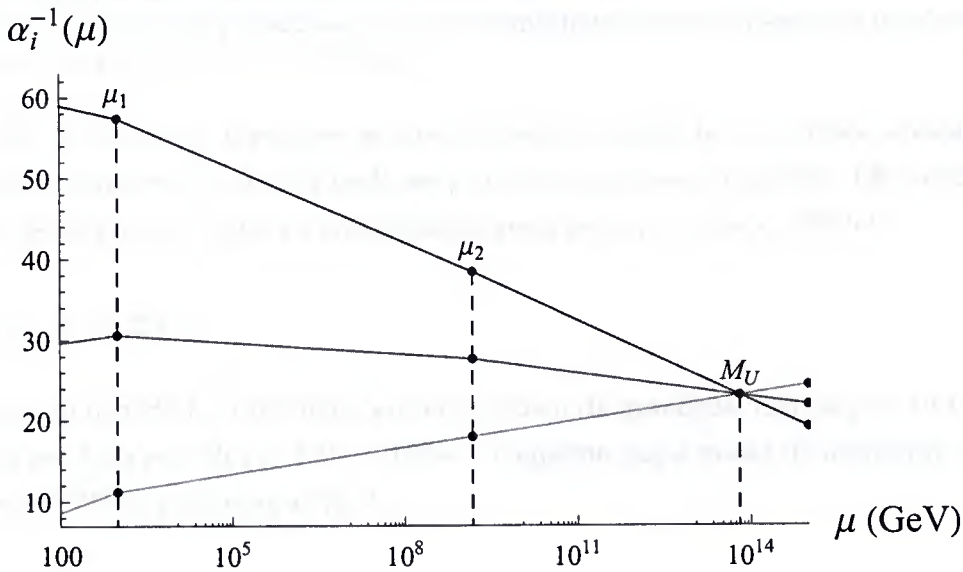


Figura 5: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{T+\Sigma_3}$ sendo a escala onde T e Σ_3 são acoplados simultaneamente.

5.7.3 $M_{EI} = T \rightarrow \Sigma_3$

Quando o tripleto T é ativado antes do Σ_3 , T pode ser ligado em diferentes escalas. As escalas mais interessantes para a fenomenologia do modelo continuam sendo aquelas onde o tripleto deve ter massa, no mínimo, da ordem de 10^9 GeV para não haver problemas com a leptogênese [Ham00, Ham03]. Nesse caso, com $M_T \simeq 10^9 \text{ GeV}$, obtém-se $M_{\Sigma_3} \simeq 1.91 \times 10^9 \text{ GeV}$, conforme a Fig. 6. Note que, com-

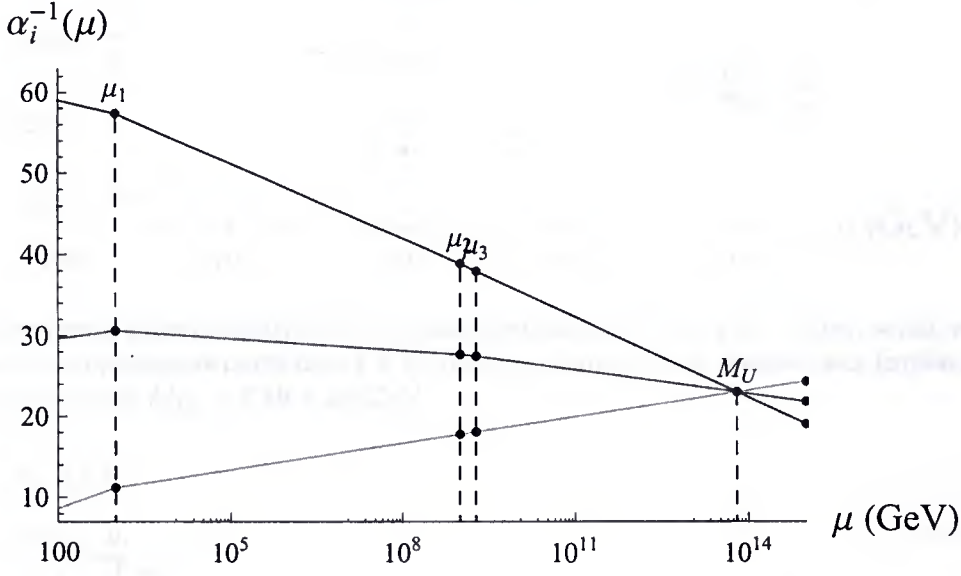


Figura 6: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_T$ e $\mu_3 = M_{\Sigma_3}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas T e Σ_3 não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_T = 10^9 \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 1.91 \times 10^9 \text{ GeV}$

parando as Fig. 5 com a Fig. 6 percebe-se que conforme a escala de M_{Σ_3} cresce, a escala de T decresce. O oposto também é verdade e pode ser visto analisando-se a Eq.(5.35). Obviamente, a escala de unificação deverá mudar. Agora a unificação ocorrerá em $M_U = 6.38 \times 10^{13} \text{ GeV}$.

5.7.4 $M_{EI} = T \rightarrow \Sigma_3$

Se a escala do tripleto for diminuída em uma ordem de grandeza, logo $M_T \simeq 10^8 \text{ GeV}$, a massa do Σ_3 passa a ser dada por $M_{\Sigma_3} \simeq 7.19 \times 10^9 \text{ GeV}$, enquanto que a massa de unificação diminui para $M_U = 5.69 \times 10^{13} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 7.

5.7.5 $M_{EI} = \Sigma_3 \rightarrow T$

Se a escala do tripleto escalar for ainda maior, por exemplo, elevando-a para a ordem de $M_T \simeq 10^{10} \text{ GeV}$, a massa do Σ_3 passa a ser dada por $M_{\Sigma_3} \simeq 5.09 \times 10^8 \text{ GeV}$, enquanto que a massa de unificação aumenta para $M_U = 7.16 \times 10^{13} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 8.

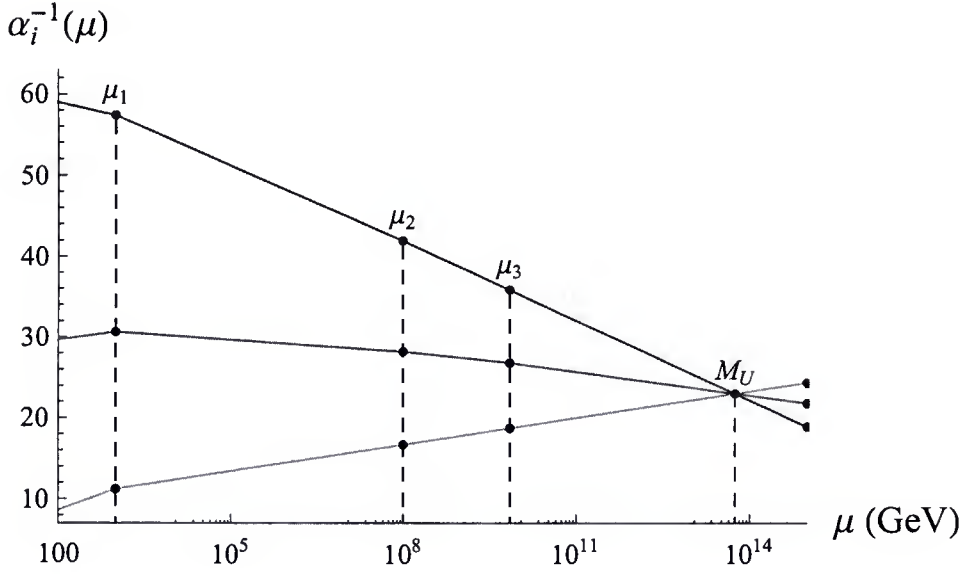


Figura 7: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_T$ e $\mu_3 = M_{\Sigma_3}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas T e Σ_3 não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_T = 10^8 \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 7.19 \times 10^9 \text{ GeV}$.

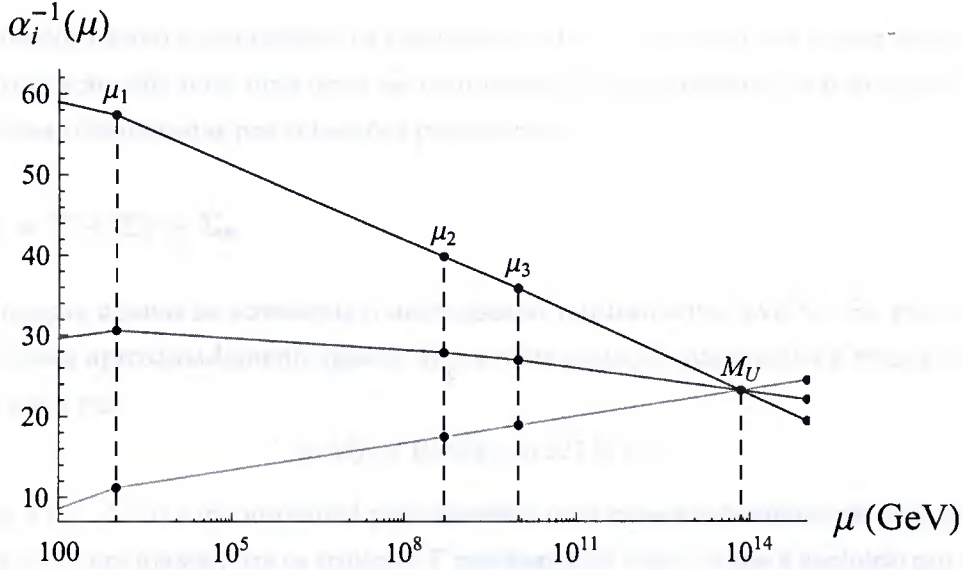


Figura 8: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_T$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e T não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_T = 10^{10} \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 5.09 \times 10^8 \text{ GeV}$.

5.7.6 $M_{EI} = \Sigma_3 \rightarrow T$

Quando eleva-se a escala do tripleto escalar para $M_T \simeq 10^{11} \text{ GeV}$, a massa do Σ_3 passa a ser dada por $M_{\Sigma_3} \simeq 1.35 \times 10^8 \text{ GeV}$, enquanto que a massa de unificação aumenta para $M_U = 8.03 \times 10^{13} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 9.

Além do Σ_3 poder ter escala mais baixa, Σ_8 também possui essa propriedade [Dor05b]. Nas

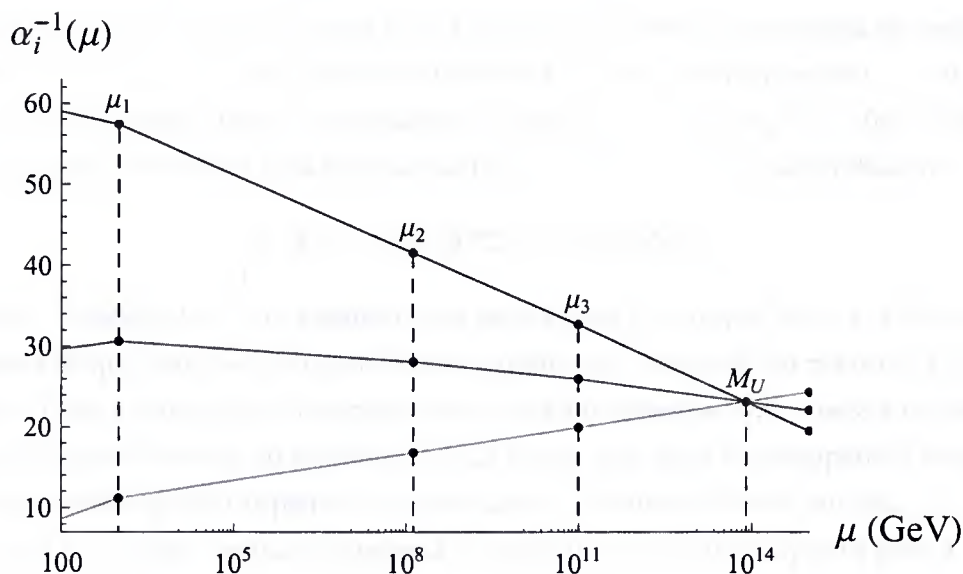


Figura 9: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_T$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e T não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_T = 10^{11} \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 1.35 \times 10^8 \text{ GeV}$.

próximas subseções serão considerados os esquemas onde o Σ_8 recebe uma massa mais baixa do que a escala de unificação, ativando uma nova escala intermediária e também entrando juntamente com as outras partículas consideradas nas subseções precedentes.

5.7.7 $M_{\text{EI}} = T + \Sigma_3 + \Sigma_8$

Nessa situação, apenas se acrescenta o outro escalar naturalmente leve Σ_8 . Se, por exemplo, Σ_3 e Σ_8 tiverem massas aproximadamente iguais, M_Σ , a nova equação que vincula a massa do tripleto T e dos Σ 's será dada por

$$\ln M_T \simeq 10.889 - 0.221 \ln M_\Sigma \quad (5.36)$$

Não obstante, a Eq. (5.36) é incompatível pois introduz uma massa extremamente pequena para o tripleto T . Em geral, gera massa para os tripletos T menores que 1 GeV , o que é excluído por consistência, já que o T foi introduzido após a escala dos TeVs. Isso significa que, definitivamente, não é possível associar os Σ 's numa mesma escala para ser compatível experimentalmente em conjunto com o tripleto escalar. Como a incompatibilidade está em assumir que a escala de ambos os Σ 's estão na mesma escala, pode-se obter unificação com certas correções. Quando, por exemplo, calcula-se o distanciamento de forma geral, com cada componente entrando numa dada escala diferente, representada pela sua massa M_i , obtém-se o seguinte:

$$\ln M_T \simeq 10.887 - 1.618 \ln M_{\Sigma_3} + 1.397 \ln M_{\Sigma_8}. \quad (5.37)$$

Por outro lado, se o tripleto estiver numa escala compatível com fenomenologia de neutrinos para a leptogênese, $10^{12}\text{GeV} > M_T > 10^8\text{GeV}$, em termos da Eq.(5.37), resulta que $8.801 > -0.850 \ln M_{\Sigma_3} + 0.734 \ln M_{\Sigma_8} > 3.960$, assim, em termos dos fatores numéricos, $1.6 \times 10^5 M_{\Sigma_3}^{1.158} < M_{\Sigma_8} < 2.2 \times 10^2 M_{\Sigma_3}^{1.158}$. Outro caso é se colocarmos Σ_8 e T na mesma escala, $M_{\Sigma_8} = M_T = M$, o que implica em

$$\ln M = -4.792 (5.722 - 0.850 \ln M_{\Sigma_3}), \quad (5.38)$$

ou seja, $5.722 - 0.850 \ln M_{\Sigma_3} < 0$, gerando uma escala para Σ_3 tal que $M_{\Sigma_3} > 837\text{GeV}$. No limite superior espera-se que, para ser compatível com a unificação, tenha-se, no máximo, a própria escala de unificação. Com a introdução de escalas intermediárias espera-se que a escala de unificação seja suprimida em algumas ordens de grandeza, de tal forma que, para ser compatível com essa escala, a massa da fenomenologia do tripleto, M_T , deve ser no máximo 10^{13}GeV , ou seja, $M_T \leq 10^{13}\text{GeV}$. Analisando-se a Eq. (5.38), verifica-se que essa equação impõe o limite superior para a escala de Σ_3 , $M_{\Sigma_3} < 1.3 \times 10^6\text{GeV}$. Logo

$$837\text{GeV} < M_{\Sigma_3} < 1.3 \times 10^6\text{GeV}, \quad (5.39)$$

Sem que se imponha qualquer vínculo nas escalas, a massa da fenomenologia fica bem determinada segundo a equação Eq.(5.37) quando todas as massas são idênticas, $M_T \simeq 7.48\text{TeV}$, então, $M_U \simeq 2.68 \times 10^{14}\text{GeV}$, conforme a Fig. 10.

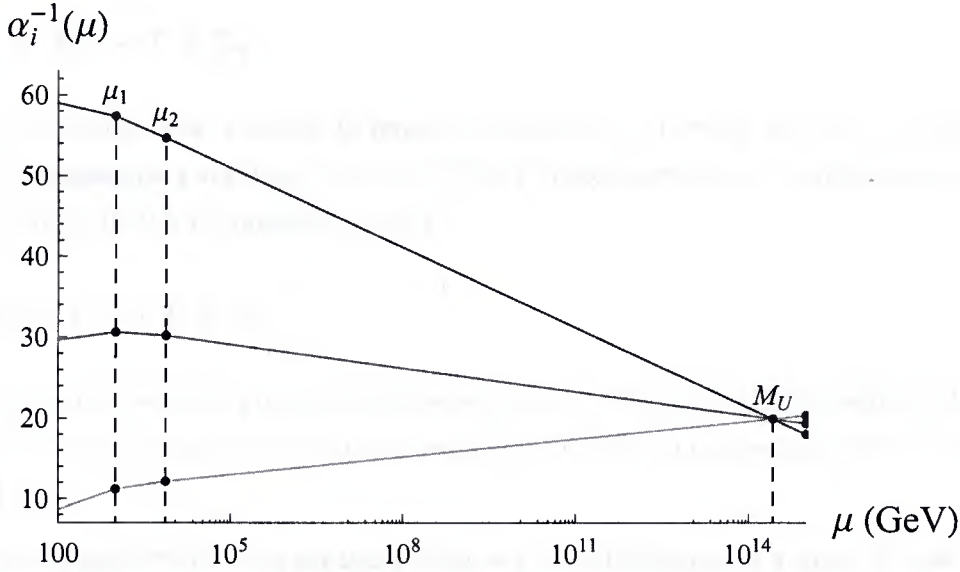


Figura 10: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{T+\Sigma_3+\Sigma_8}$, sendo as partículas intermediárias acopladas na mesma escala. Nesse caso, obtém-se que $M_{T+\Sigma_3+\Sigma_8} \simeq 7.48\text{TeV}$.

5.7.8 $M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$

Se a escala da fenomenologia for definida para $M_T = 10^9\text{GeV}$, a escala do Σ_3 fica bem determinada em $M_{\Sigma_3} \simeq 1.36 \times 10^5\text{GeV}$ e tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 1.74 \times 10^{14}\text{GeV}$,

conforme a Fig. 11.

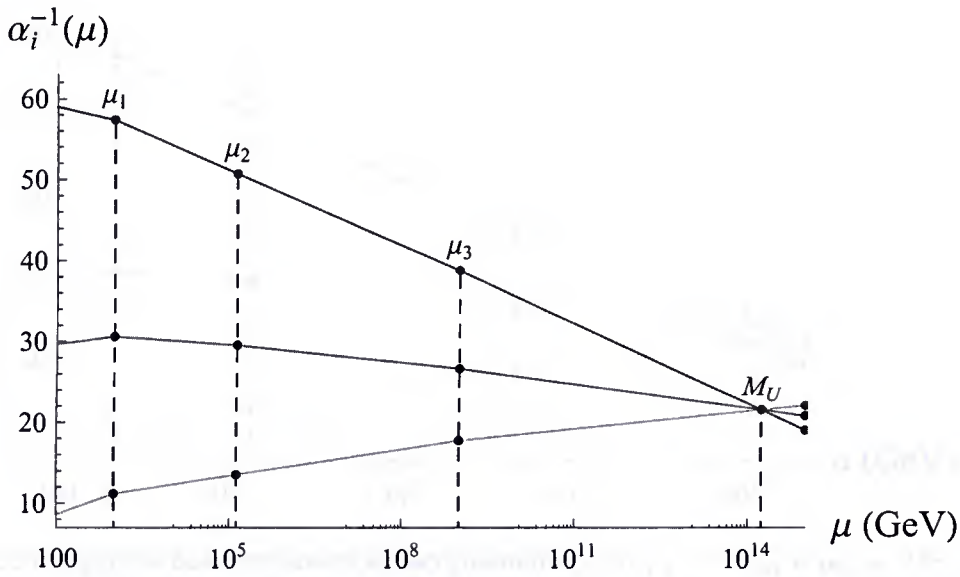


Figura 11: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_{T+\Sigma_8}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e $T + \Sigma_8$, sendo essas duas últimas acopladas simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_{T+\Sigma_8} = 10^9 \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 1.35 \times 10^5 \text{ GeV}$.

5.7.9 $M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$

Quando, por outro lado, a escala da fenomenologia para o tripleto for $M_T = 10^{10} \text{ GeV}$, então, a escala do Σ_3 é reajustada para $M_{\Sigma_3} \simeq 2.39 \times 10^5 \text{ GeV}$, logo, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 1.60 \times 10^{14} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 12.

5.7.10 $M_{\text{EI}} = \Sigma_3 \rightarrow T + \Sigma_8$

Se, por exemplo, a escala da fenomenologia para $M_T = 10^{12} \text{ GeV}$, então, a escala do Σ_3 passa a ser $M_{\Sigma_3} \simeq 7.39 \times 10^5 \text{ GeV}$. Daqui, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 1.36 \times 10^{14} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 13.

Sem perda de generalidade, as escalas podem ser introduzidas uma a uma. Se esse for o caso, a análise das escalas fica modificada. Nas próximas subseções tais casos serão considerados em alguns exemplos específicos.

5.7.11 $M_{\text{EI}} = T \rightarrow \Sigma_3 \rightarrow \Sigma_8$

Quando, a escala da fenomenologia for $M_T = 10^5 \text{ GeV}$, e a escala de Σ_3 , $M_{\Sigma_3} \simeq 10^6 \text{ GeV}$, a escala do Σ_8 é mudada para $M_{\Sigma_8} \simeq 1.39 \times 10^7 \text{ GeV}$. Daqui, obtém-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 1.56 \times 10^{14} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 14.

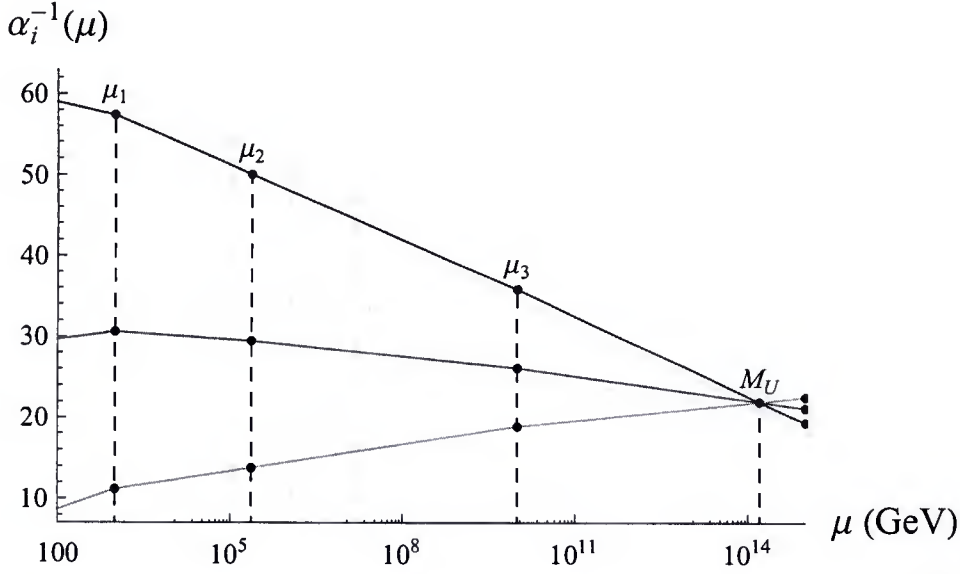


Figura 12: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_{T+\Sigma_8}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e $T + \Sigma_8$, sendo essas duas últimas acopladas simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_{T+\Sigma_8} = 10^{10}\text{GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 2.39 \times 10^5\text{GeV}$.

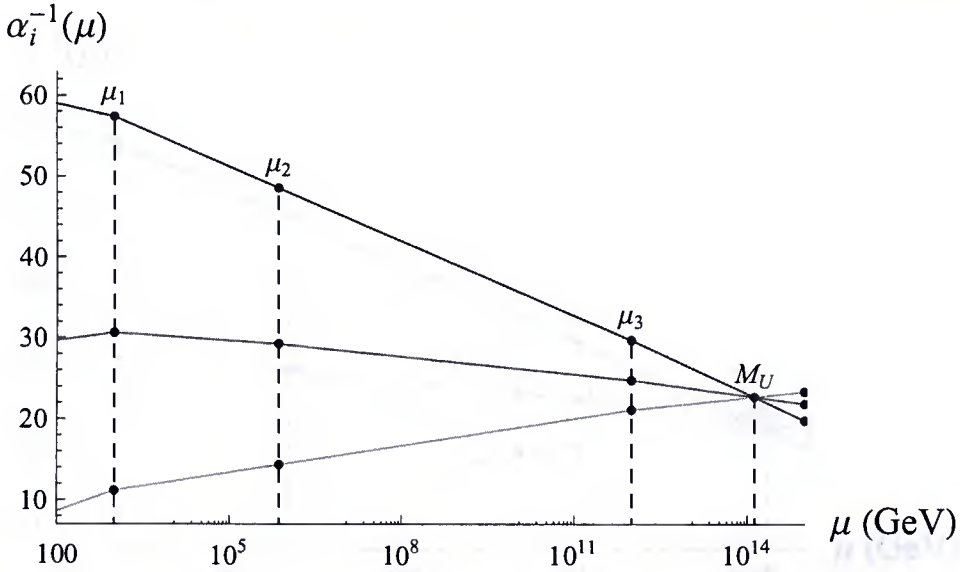


Figura 13: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_{T+\Sigma_8}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e $T + \Sigma_8$, sendo essas duas últimas acopladas simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_{T+\Sigma_8} = 10^{12}\text{GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 7.39 \times 10^5\text{GeV}$.

5.7.12 $M_{EI} = \Sigma_3 \rightarrow \Sigma_8 \rightarrow T$

Se, por outro lado, a escala da fenomenologia for $M_T = 10^{11}\text{GeV}$ e com a escala de Σ_3 , $M_{\Sigma_3} = 10^6\text{GeV}$, a escala do Σ_8 sofre um reajuste para $M_{\Sigma_8} \simeq 1.01 \times 10^{10}\text{GeV}$. Logo, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 1.97 \times 10^{14}\text{GeV}$, conforme a Fig. 15.

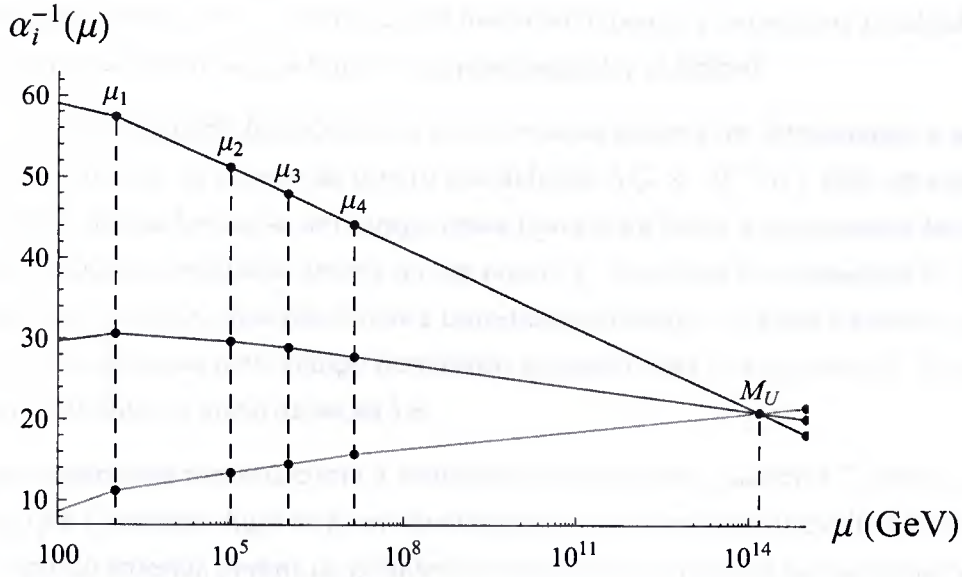


Figura 14: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_T$, $\mu_3 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_4 = M_{\Sigma_8}$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 , Σ_8 e T , sendo elas em escalas completamente diferentes. Nesse caso, impõe-se que $M_{\Sigma_3} = 10^6 \text{ GeV}$, $M_T = 10^5 \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_8} \simeq 1.39 \times 10^7 \text{ GeV}$.

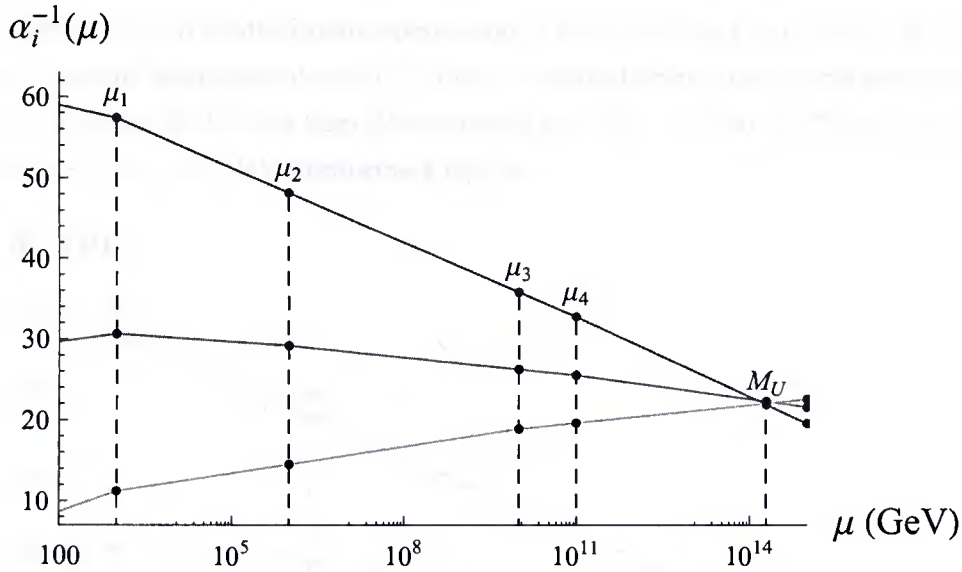


Figura 15: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$, $\mu_3 = M_{\Sigma_8}$ e $\mu_4 = M_T$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 , Σ_8 e T , sendo elas em escalas completamente diferentes. Nesse caso, impõe-se que $M_{\Sigma_3} = 10^6 \text{ GeV}$, $M_T = 10^{11} \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_8} \simeq 1.01 \times 10^{10} \text{ GeV}$.

5.8 Seesaw do tipo III

Na seção 3.5 foi visto quais são os campos mínimos necessários para a inclusão do singlete fermiônico e do tripleto escalar, afim de se implementar localmente os mecanismos de seesaw do tipo I e III, respectivamente. Porém, nada foi dito aqui a respeito do mecanismo de seesaw do tipo III no contexto das

teorias baseadas na simetria $SU(5)$. Para que tal mecanismo ocorra é necessário a inclusão de campos fermiônicos ainda mais exóticos, contidos na representação 24_F [Dor05a].

Se, por exemplo, conteúdo fermiônico na representação adjunta for introduzido, a massa dos escalares para o mecanismo de seesaw do tipo III fica definida $M_{\rho 3} < 10^{2.1}\text{GeV}$ com um cutoff na escala de Plank [Dor06b]. Dessa forma, se um campo desse tipo for incluído, a componente fermiônica a ser introduzida na escala intermediária deverá ser um novo Σ_3^F . Nos casos das subseções 5.7.2, 5.7.3, 5.7.4, 5.7.5 e 5.7.6 da seção anterior, onde não houve a introdução do campo Σ_8 , nada é alterado, apenas basta dizer que há a inclusão desse novo campo fermiônico ao invés de ser o campo escalar da representação 24, como havia sido dito no início da seção 5.6.

Porém, é conveniente mostrar como a unificação pode ocorrer quando Σ_3^F extra é acoplado ao mesmo tempo que Σ_3 escalar. Aqui serão mostradas apenas 3 outros tipos de evolução fora do contexto da teoria do capítulo anterior, porém, de grande relevância fenomenológica para a implementação mais realística do modelo. Esses casos são convenientes quando a teoria é do estilo $SU(5)$ flipada.

5.8.1 $M_{EI} = \Sigma_3^F$

Quando o grupo $SU(5)$ é introduzido apenas com a fenomenologia para efeitos de seesaw do tipo III, apenas um tripleto férmionico do tipo Σ_3^F deve ser introduzido numa certa escala intermediária. Nessa situação, a escala de Σ_3^F fica bem determinada por $M_{\Sigma_3^F} \simeq 2.36 \times 10^6\text{GeV}$, com a unificação ocorrendo à $M_U \simeq 1.14 \times 10^{14}\text{GeV}$, conforme a Fig. 16.

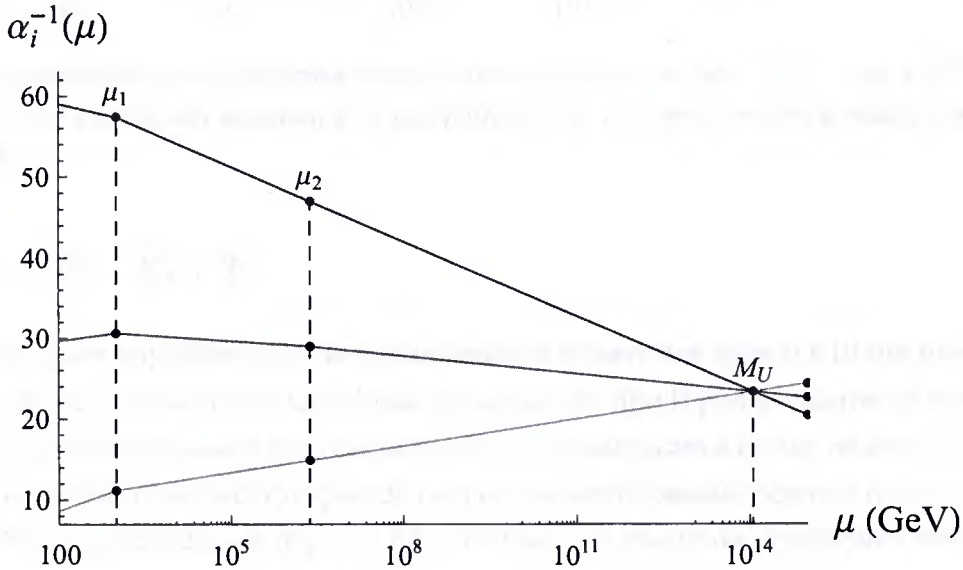


Figura 16: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3^F} \simeq 2.36 \times 10^6\text{GeV}$, sendo a respectiva escala onde é acoplada a partícula Σ_3^F , sendo a escala completamente determinada.

Essa escala é relativamente baixa para os mecanismos de seesaw que se deseja reproduzir. Se hou-

ver inclusão de outros campos, tal escala pode ser significativamente elevada com o ajuste da energia de introdução das novas partículas introduzidas. Nesse sentido, seesaw do tipo III não é uma boa condição sem que haja outras partículas na evolução dos acoplamentos, nestes tipos de modelos.

5.8.2 $M_{EI} = \Sigma_3^F + \Sigma_3$

Pode-se, por exemplo, usar o próprio Σ_3 bosônico para elevar a escala do Σ_3^F fermiônico. Se ambos forem introduzidos numa única escala, obtém-se que a escala de Σ_3^F fica determinada em $M_\Sigma \simeq 1.64 \times 10^{10} \text{ GeV}$. A escala de unificação permanece ocorrendo à $M_U \simeq 1.14 \times 10^{14} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 17.

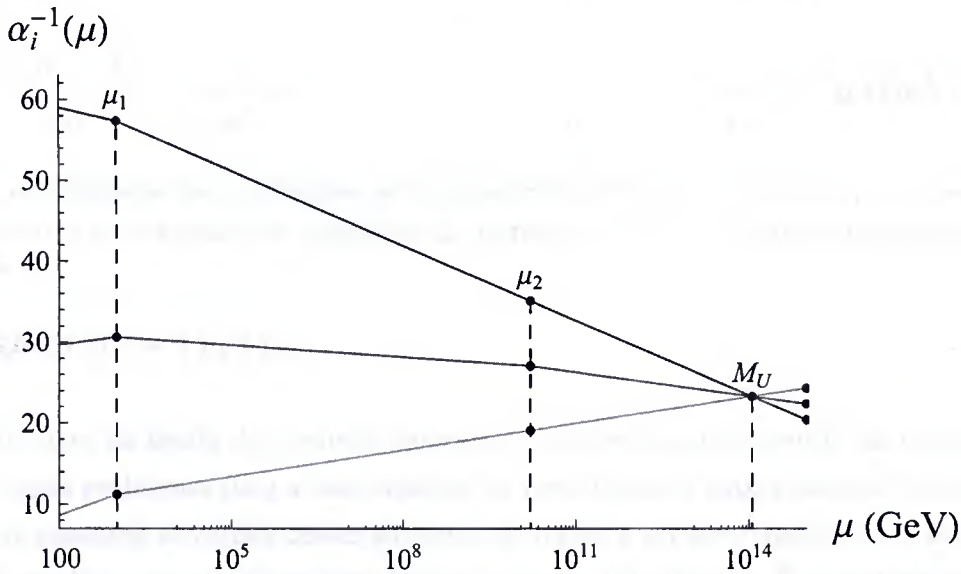


Figura 17: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3^F + \Sigma_3} \simeq 1.64 \times 10^{10} \text{ GeV}$, sendo a respectiva escala onde são acopladas as partículas Σ_3^F e Σ_3 , sendo assim a escala completamente determinada.

5.8.3 $M_{EI} = \Sigma_3^F + \Sigma_3 + T$

A condição para implementação de mecanismos de seesaw dos tipos II e III (ou mesmo todos os mecanismos devido à invariância da inclusão do seesaw do tipo I) podem ocorrer se forem incluídas as partículas responsáveis, assim como as partículas que estabilizam a escala, no caso, Σ_3 , na maneira adequada. Num contexto específico, quando os mecanismos de seesaw ocorrem numa mesma escala, a massa de Σ_3^F fica definida por $M_\Sigma \simeq 1.03 \times 10^{11} \text{ GeV}$. A escala de unificação é modificada para $M_U \simeq 8.05 \times 10^{13} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 18.

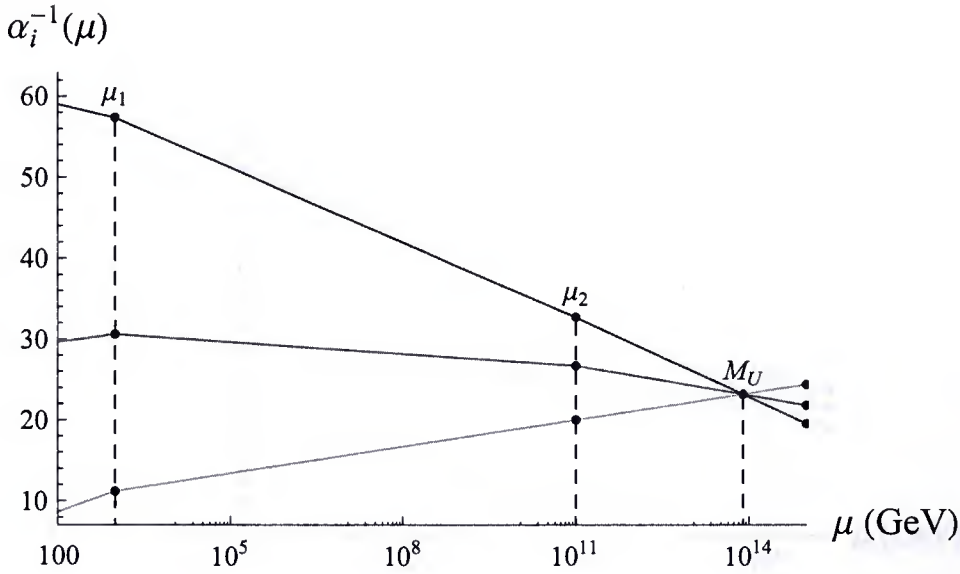


Figura 18: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{\Sigma_3^F + \Sigma_3 + T} \simeq 1.64 \times 10^{10} \text{ GeV}$, sendo a respectiva escala onde são acopladas as partículas Σ_3^F , Σ_3 e T , com a escala completamente determinada.

5.9 Singleto $S \sim (1, 1)_2$

Como foi visto na teoria do capítulo anterior, o singleto escalar, contido na representação 10-dimensional, gera problemas para a unificação se for introduzido à baixas escalas. Nessa seção serão observadas as possíveis ativações desses singletos de forma a ser compatível com a unificação completa naquele modelo, sem que S seja introduzido na escala de unificação. É importante notar que esse singleto corresponde à h^+ daquele caso. Dessa forma, pode-se obter M_{EI} para esse tipo de teoria com as condições descritas nas subseções seguintes.

5.9.1 $M_{\text{EI}} = S$

Com a condição de a única escala intermediária ser a escala do singleto S não há compatibilidade sob o ponto de vista de unificação e não é possível se obter o running.

5.9.2 $M_{\text{EI}} = S + \Sigma_3$

Se, por exemplo, o singleto for acoplado numa escala intermediária juntamente com Σ_3 , a escala da fenomenologia fica determinada por $M_S \simeq 170 \text{ TeV}$. Daqui, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 8.05 \times 10^{13} \text{ GeV}$, conforme a Fig. 19.

De fato, a equação que vincula as escalas intermediárias quando S e Σ_3 são acoplados durante a evolução dos acoplamentos é dada por

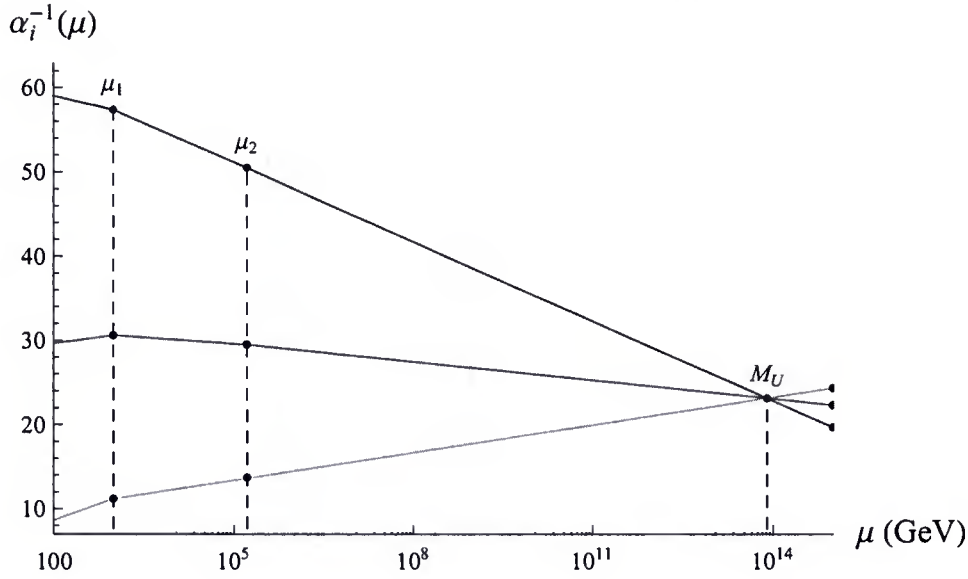


Figura 19: Convergência das constantes de acoplamento com $\mu_2 = M_{S+\Sigma_3} \simeq 170\text{TeV}$ sendo a escala onde S e Σ_3 são acoplados simultaneamente.

$$\ln M_{\Sigma_3} = 10.490 + 0.129 \ln M_S, \quad (5.40)$$

5.9.3 $M_{\text{EI}} = S \rightarrow \Sigma_3$

Se, por exemplo, o singlete for acoplado numa escala intermediária mais elevada como, por exemplo, $M_S = 10^9\text{GeV}$, Σ_3 adquire uma escala maior, porém, um tanto restrita, $M_{\Sigma_3} \simeq 524\text{TeV}$. Daqui, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 9.34 \times 10^{13}\text{GeV}$, como pode ser visto na Fig. 20.

Se continuarmos a elevar a escala para o singlete, $M_S = 10^{12}\text{GeV}$, Σ_3 entra numa escala de $M_{\Sigma_3} \simeq 1.28 \times 10^6\text{GeV}$, como pode ser observado na Fig. 21. Isso significa que a escala do Σ_3 é aumentada pelo singlete.

5.9.4 $M_{\text{EI}} = S + T + \Sigma_3$

Se, por exemplo, os três campos de interesse forem acoplados simultaneamente em uma única escala intermediária, essa escala de fenomenologia fica bem definida para $M_T \simeq 5.38 \times 10^8\text{GeV}$. Daqui, tem-se que a unificação ocorrerá numa escala $M_U \simeq 5.11 \times 10^{13}\text{GeV}$, conforme a Fig. 22.

5.9.5 $M_{\text{EI}} = \text{Exótico} + S \rightarrow \Sigma_3$

Outra ativação de escalas intermediárias de interesse fenomenológico é aquela na qual S é acoplado juntamente com a escala dos férmions exóticos, à 1TeV . Nesse contexto, a escala do Σ_3 será 87.8TeV enquanto a unificação ocorrerá em $M_U \simeq 7.36 \times 10^{13}\text{GeV}$, como se pode observar na Fig. 23.

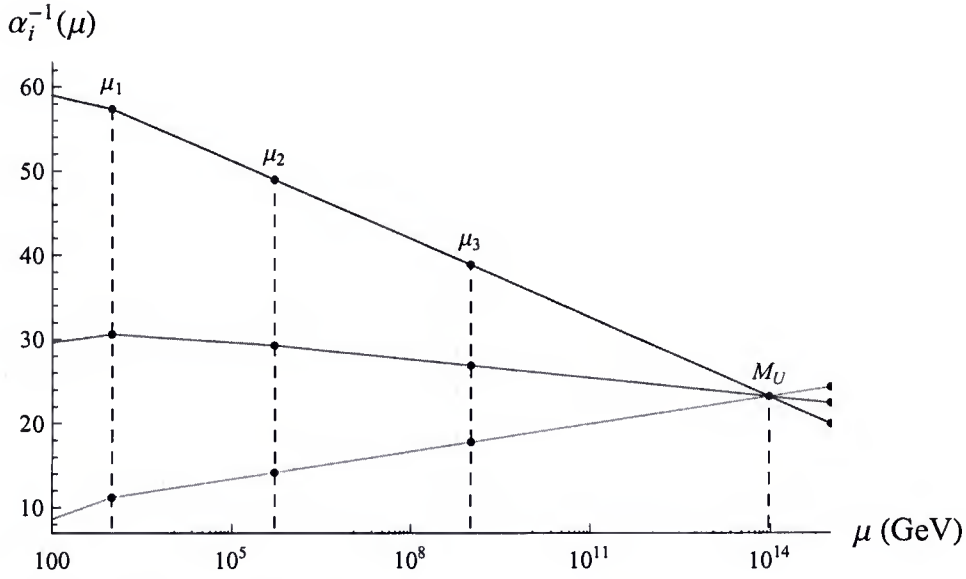


Figura 20: Convergência das constantes de acoplamento com a escala $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_S$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e T não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_S = 10^9 \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 524 \text{ TeV}$.

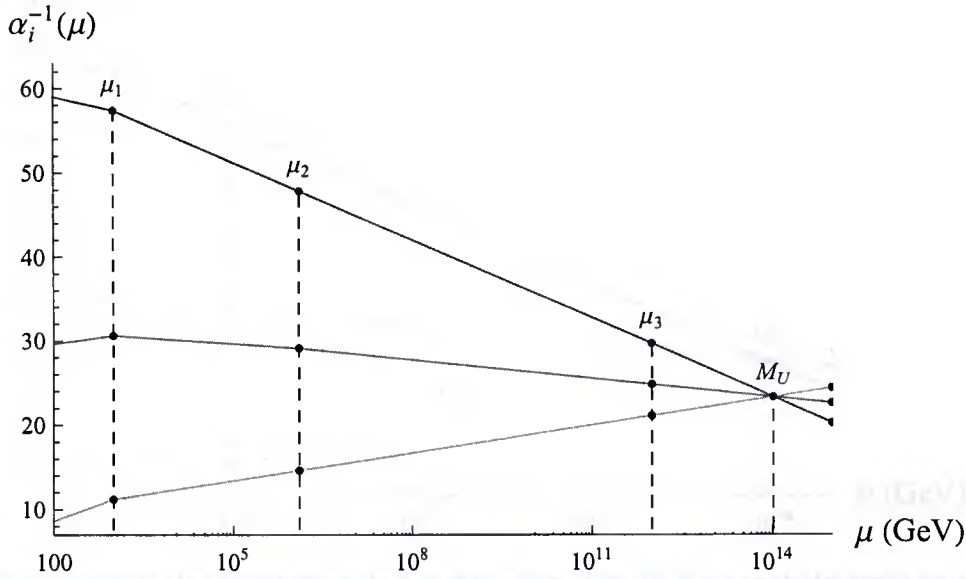


Figura 21: Convergência das constantes de acoplamento com a escala $\mu_2 = M_{\Sigma_3}$ e $\mu_3 = M_S$, sendo as respectivas escalas onde são acopladas as partículas Σ_3 e T não simultaneamente. Nesse caso, impõe-se que $M_S = 10^{12} \text{ GeV}$ e obtém-se que $M_{\Sigma_3} \simeq 1.28 \times 10^6 \text{ GeV}$.

Nos tipos de unificação acima apresentados foi visto que a região de unificação, a nível de 1-loop, sempre está em escalas da ordem de $M_U \sim 10^{13-14} \text{ GeV}$. Essa escala é algumas ordens de grandeza mais reduzida do que aquelas usualmente obtidas [Dor05a, Em03]. Observou-se que, com certas condições para a introdução de partículas, efeitos fenomenológicos são compatíveis e, nesse caso, pode-se realizar os mecanismos de seesaw dos tipos I, II e III, que podem ser introduzidas de forma compatível com uma simetria do tipo global ou de gauge $U(1)$. Também há compatibilidade para a

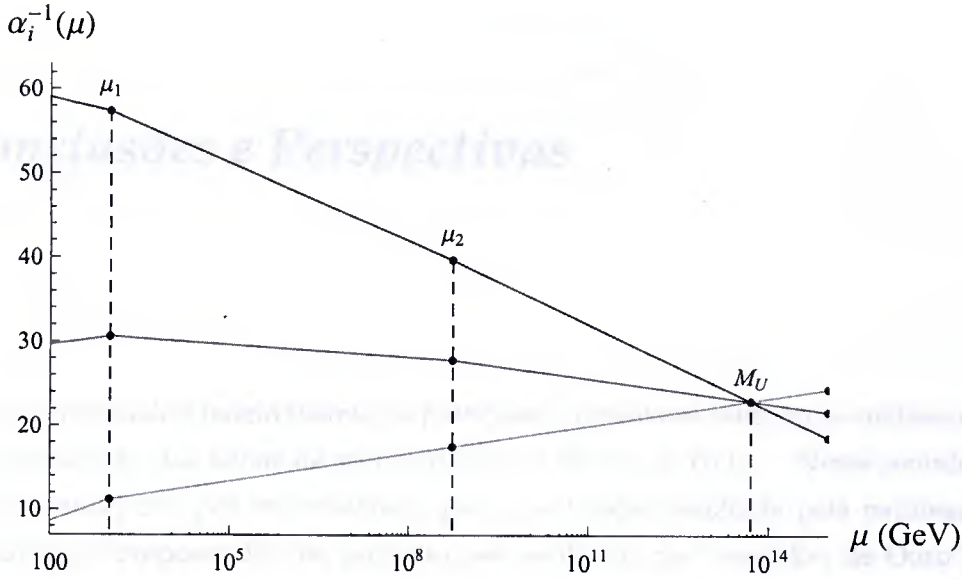


Figura 22: Convergência das constantes de acoplamento com a escala $\mu_2 = M_{S+T+\Sigma_3} \simeq 5.38 \times 10^8 \text{ GeV}$ sendo a escala onde S e Σ_3 são acoplados simultaneamente.

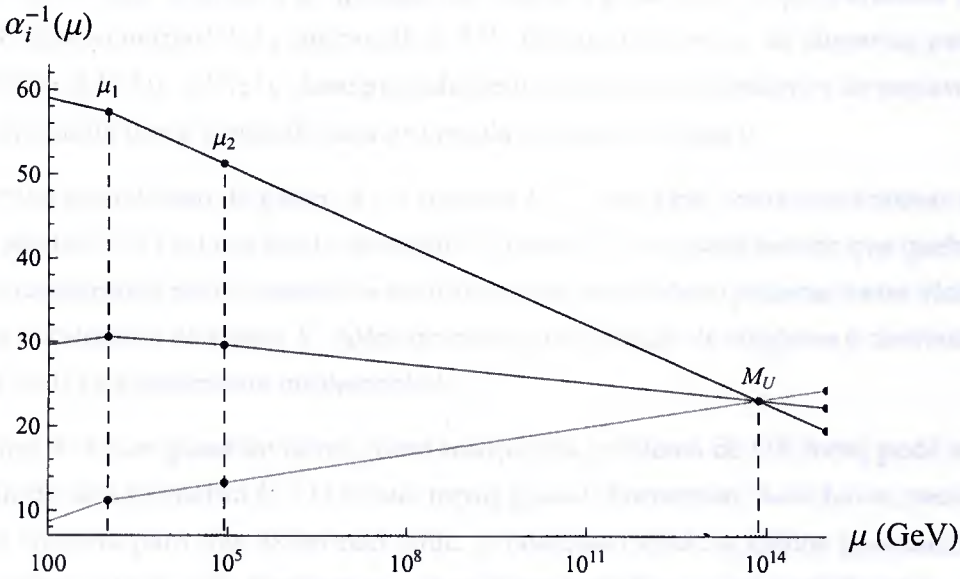


Figura 23: Convergência das constantes de acoplamento quando S é acoplado junto com os férmions exóticos, enquanto que a escala intermediária é devida à inclusão de $\mu_2 = M_{\Sigma_3} \simeq 87.8 \text{ TeV}$ sendo a escala do Σ_3 .

leptogênese na sua forma usual. Para a bariogênese direta [Kol79, Se80], por exemplo, a versão SUSY mínima coloca a escala do tripleto de cor na região $2 \times 10^{13} \text{ GeV} \leq M_{\varphi_{31}} \leq 2 \times 10^{17} \text{ GeV}$, sendo compatível com a escala de geração de assimetria e com a própria escala de unificação das extensões acima obtidas [Hi92, Mas82].

6 Conclusões e Perspectivas

Extensões mínimas do Modelo Padrão de partículas elementares revelam as análises mais promissoras para a explicação das falhas da teoria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Nesse sentido, uma nova era de experimentos pode pôr em evidência qual a realização escolhida pela natureza. Qualquer nova fenomenologia proposta deverá, portanto, ser verificada na "Nova Era de Ouro" para a física de partículas, que será iniciada com a ativação do LHC [Wi07]. Modelos que implementem a massa dos neutrinos são de fundamental importância para o ajuste experimental satisfatório do MP. Consequentemente, esses mecanismos de geração das massas podem ser implementados de forma espontânea por uma simetria $U(1)_X$ adicional ao MP, tornando o grupo de simetrias estendido para $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X$. Esse procedimento vincula os mecanismos de seesaw fermiônicos (tipo I e III), enquanto que o conteúdo escalar vincula o seesaw do tipo II.

Encontrar um novo bóson de gauge X da simetria $U_X(1)$ no LHC traria expectativas a respeito de qual tipo de modelo $U(1)$ estaria sendo observado. Assim, se o singlete escalar que quebra a simetria for, de fato, o responsável pelas massas dos neutrinos, esse novo bóson poderia trazer vínculos através dos canais de decaimento do bóson X . Além do mais, a introdução de singletos é conveniente quando esse simetria $U_X(1)$ é globalmente implementada.

Mecanismo de áxion quase invisível, como solução do problema de CP forte, pode ser executado com a introdução dessa simetria $U_X(1)$ na sua forma global. Entretanto, deve haver, necessariamente, uma simetria discreta para que áxion não tenha problemas devido à efeitos gravitacionais. Nesse aspecto, as simetrias cíclicas, Z_n , proibem que operadores perigosos gerem contribuições semi-clássicas ao singlete. No contexto do grupo de simetria $SU(5)$ replicado ($SU(5) \otimes SU(5)$), esse problema pode ser resolvido de maneira um pouco mais natural [Cl81]. Por outro lado, a implementação do mecanismo de áxion pode ser introduzido no contexto de teorias mais fundamentais, como na teoria M [Cho97], que por sua vez também podem ser construídas compativelmente com a geração da assimetria matéria-antimatéria [Be98].

Quando, porém, são implementadas diferentes realizações de seesaw nas extensões mínimas do GMP, adicionando-se apenas uma simetria $U_X(1)$ que não gera contribuições para a carga elétrica, a quebra espontânea dessa simetria pode conceber massa de Majorana para os neutrinos, no qual o limite local dessa simetria mostrou-se muito peculiar no sentido que proíbe certos tipos de implementação

de seesaw. Em particular, foi mostrado que na hipótese de simetria $U_X(1)$ de gauge, mecanismos de seesaw do tipo I e tipo III não podem ser simultaneamente produzidos na teoria, a não ser que a simetria $U_X(1)$ seja uma réplica da hipercarga do MP ou se singletos fermiônicos forem adicionados, tornando a teoria não mínima. No contexto da simetria $SU(5)$, pelo menos na sua versão supersimétrica, o desbalanço dos ângulos de mistura de sabor entre os setores de quark e lépton pode ser entendido em termos do mecanismo do seesaw [Hag98].

Quando seesaw dos tipos I/II ou III/II são considerados, é sempre possível introduzir cargas livres de anomalias não triviais aos campos. As consequências fenomenológicas dos mecanismos de seesaw podem ser visíveis no bóson neutro extra X (ou Z') e, em particular, no seu decaimento na terceira geração de quarks. Com a introdução de dubletos escalares necessariamente adicionados, os v.e.v's desses campos neutros podem ser analisados e uma mistura nula com o bóson Z do MP, vincula esses tipos de modelos de seesaw. Quando o singlete escalar ganha v.e.v. da ordem da escala de PQ, a teoria tem uma mistura entre os bósons de gauge neutros naturalmente pequena.

Por outro lado, a era do LHC é uma oportunidade excepcional para se explorar e descobrir física além do MP. Os modelos mínimos de seesaw estudados aqui são extensões bem motivadas (não-supersimétricas) do MP. A descoberta de um novo bóson de gauge, com uma massa pouco acima dos TeV e acoplamentos típicos de escala eletrofraca poderia representar uma das primeiras evidências experimentais do novo setor dos TeVs. Se a simetria de gauge extra, $U(1)$, é quebrada em tais energias, os campos pesados responsáveis para o mecanismo de seesaw são esperados para estar na mesma escala de massa. Neste caso, para manter a naturalidade dos mecanismos de seesaw, algumas simetrias de sabor [Ke07], que produzem corretamente a massa dos neutrinos leves, enquanto são mantidos os tamanhos dos acoplamentos de Yukawa, poderiam ser invocadas.

Estudos de outras extensões do MP são, também, necessários, tal como a implementação dos mecanismos de seesaw por simetria de gauge no contexto das simetrias $SU(3) \otimes SU(3) \otimes U(1)$. Modelos de Pati-Salam podem ser construídos compativelmente com esse mecanismo da mesma forma. Por outro lado, modelos de $SU(5)$ com simetria $U(1)$ adicional podem determinar a simetria de sabor associada [Alt00b, Sh99], mesmo com a estabilização do próton [Sh02].

No caso da $SU(5)$, foi obtida uma extensão $SU(5)$ de um modelo prévio das Refs. [Di02b, Di04b], que é tão boa quanto a SUSY $SU(5)$ com respeito à unificação das interações eletrofraca e forte. Neste tipo de modelo o próton é estável e PQ é uma simetria automática da Lagrangiana clássica, com o áxion invisível protegido contra possíveis efeitos gravitacionais por uma simetria Z_{13} , compatível com os dados experimentais mais recentes [Am08]. Esse tipo de simetria é compatível, por exemplo, com cosmologia e inflação [Gu81, Sh83], da mesma forma que a solução do problema de CP forte também pode ser compatível [Bank91, Ly91]. A unificação das três constantes de acoplamento ocorre próximo à escala de PQ como na Ref. [Di04b].

É importante notar que o modelo não permite supersimetria, no mínimo, à baixas energias. Porém,

foi visto que, para ocorrer a unificação, a supersimetria não é mais um fator indispensável. Modelos com SUSY $SU(5)$ podem ser formulados consistentemente para a análise dos vínculos experimentais de mecanismos de violação de sabor [Bare00]. Claramente, a implementação da SUSY [Na92] poderia indicar um modelo do tipo SUSY SUGRA [Arno92, Arno93, Cr82, Cr82, Dr85, Hi03, Hi04, Hi08, Ib82, Kom01], onde a escala da supersimetria não é necessariamente da ordem da escala eletrofraca [Fra09, Hu99, Lo92, Na92]. Esses tipos de modelo tem uma estrutura de superpotencial complicada, permitindo vários tipos de fenomenologias. Além do mais, SUGRA é compatível também com a estrutura de grupo $SU(5) \otimes U(1)$ [Arno92, Ch82, Lo93a, Lo93b], no contexto dos modelos de $SU(5)$ flipados. Por outro lado, modelos de SUSY [Hi94] e de SUGRA conseguem implementar simetria de PQ [deA84].

Embora os escalares e os leptoquarks vetoriais não induzam o decaimento dos núcleons à nível de árvore, suas massas são da ordem da escala de unificação. Como esta escala é, aproximadamente, da ordem de PQ isto significa que ambas escalas de energia podem ser relacionadas uma com a outra $M_{\nu_R} \sim M_{PQ} \sim M_{GUT}$. Por outro lado, o limite experimental sobre léptons e quarks exóticos, como E , N e U , D , respectivamente, são dependentes do modelo. Todavia, desde que todas essas partículas ganhem v.e.v.'s da ordem da escala eletrofraca eles não devem ser muito pesados. Por exemplo, dos dados experimentais obtém-se os seguintes limites inferiores sobre as massas (em GeV) da possível quarta família [Ala03, Am08, Ar96]: para o lépton carregado sequencial $E^\pm$, obtém-se que $m > 100.8$, CL=95% (decai para νW); para léptons carregados pesados estáveis $m > 102.6$, CL=95%; para léptons neutros pesados estáveis os limites são $m > 45.0$, CL=95% (Dirac) e $m > 39.5$, CL=95% (Majorana).

Finalmente, para quarks extras os limites são do tipo b (b' 4a geração) os limites inferiores são $m > 190$, CL=95% (quase-estável b') ou $m > 199$, CL=95% (correntes neutras); se este decai em $ll + \text{jets}$, $l + \text{jets}$, obtém-se que $m > 128$, CL=95%. Claro, estes limites são fortemente dependentes do modelo (em algumas situações a quarta família é quase degenerada [Dat93]).

Uma análise adicional deve ser obtida em relação aos parâmetros eletrofracos S , T e U [Am08], afim de se verificar se o modelo é experimentalmente admissível sem modificações adicionais. Uma vez que esses parâmetros são contribuições à nível de 1-loop, férmions adicionais ao MP devem contribuir positivamente para o parâmetro S , enquanto que novos escalares no loop contribuem negativamente, tal como as partículas de Majorana. Por exemplo, uma família ordinária pesada degenerada ou *mirror family* pode induzir um fator adicional ao parâmetro S de $2/3\pi$, desajustando-o suficientemente do valor experimental, $S = -0.10 \pm 10(-0.08) \sim 0$ [Am08]. A adição de uma geração extra de férmions, sem a complementação de novos escalares, por exemplo, é excluída pelo parâmetro S com uma precisão de 6σ . A análise do parâmetro T é, porém, um pouco mais complicada numa discussão em linhas gerais, uma vez que este parâmetro é dependente do modelo em consideração.

Por outro lado, como foi dito antes, o modelo tem um mixing geral entre os campos de mesmo setor de carga elétrica, assim a análise do triângulo unitário da matrix de CKM [Le04] pode ser usado para derivar limites superiores sobre os coeficientes dos operadores efetivos induzindo tais mixings [Bon07,

La07].

O modelo tem neutrinos de mão direita que podem ser naturalmente pesados, pelo menos no contexto de supersimetria [Hi97]. Logo, é possível que uma $SO(10)$ seja mais apropriada para a unificação do modelo, uma vez que os singletos em $SU(5)$ tornam-se naturais nesse outro tipo de extensão Ref. [Di02b]. Todavia, como $SU(5) \subset SO(10)$, o modelo $SU(5)$ aqui apresentado já é suficientemente bom para implementar uma teoria GUT para a extensão do MP com estabilidade do próton. Um problema pode estar relacionado à possíveis monopólos e dyons da teoria [Da79, Dok79, Gu81].

Uma possível modificação do Modelo $SU(5)$ é a introdução de um conteúdo menos rico de campos escalares. Nesse sentido, se for extraído o campo D_{10} , que só é importante na escala de unificação neste modelo, nada seria alterado em relação aos acoplamentos de gauge. Além disso, foi visto no Cap.1 que uma simetria Z_n , com $n > 10$ é suficiente para ser compatível a implementação de simetrias cíclicas, uma vez que está no limiar dos limites experimentais [Am08]. Nesse sentido, uma simetria cíclica Z_{11} poderia ser imposta ao invés da Z_{13} aqui proposta. Uma vez que modelos baseados em $SU(5)$ podem ser fenomenologicamente compatíveis com $U(1)$ adicionais [Grin82], espera-se que seja possível incluir, além da fenomenologia aqui proposta, mecanismos de leptogênese e bariogênese [Ak98, Bu97, Bu04, Bu05, Bu07, Br02, Br03, Cov96, Din03, Fal06, Fl94, Fri06, Fry80, Fry80, Har81, Ku87, Kr99, Liu99, Ly91, Pi97, Pl96, Ya80], mesmo sem unificação [Fu86, Ni01]. Esses podem ser compatíveis, a nível de $SU(5)$, com violação de CP e com a inflação [Ac93]. De fato, existem modelos baseados no mecanismo de preheating que podem ser compatíveis com o modelo aqui proposto [An96, Cor00, Cor01, Gar97, Gar99, Gar02, Gar03, Gri00, Kol98, Kof94]. Um problema neste sentido é que quando introduzido o mecanismo de leptogênese usual, através de mecanismos de seesaw do tipo I ou tipo II [Ham03], a simetria de PQ deixa de ser uma simetria automática. Isso acontece porque os campos passam a se transformar trivialmente sob PQ e sob Z_n , independentemente do n utilizado.

Dessa forma, é necessário introduzir mecanismos adicionais que sejam compatíveis, simultaneamente, com $SU(5)$, mecanismo de leptogênese e seesaw. Além do mais, a não introdução dessa simetria discreta gera operadores proibidos pelo decaimento do próton, deixando a teoria longe de ser salva. Esse problema pode ser resolvido induzindo-se uma massa de Majorana para os neutrinos de mão direita no setor de Yukawa, $Y_1 \phi (\nu_L^c)^T \nu_L^c$. Assim, o singlete ϕ pode gerar contribuição de massa espontânea. Ao mesmo tempo, esse singlete pode resolver o problema de CP forte, introduzindo, assim, o mecanismo de áxion quase-invisível.

Por outro lado, a representação 15-dimensional, apesar de conter um tripleto de Cheng-Li [Chen82], que poderia mediar a geração de operadores efetivos de dimensão $d = 5$ para a leptogênese, não consegue resolver simultaneamente o problema das transformações das simetrias discretas e é incapaz de gerar o mecanismo do seesaw do tipo II, uma vez que destrói a naturalidade das cargas de PQ. Assim, essa representação deve ser desacoplada do setor dos léptons leves. Além disso, o singlete dos

férmions neutros (setor exótico) não precisa necessariamente ser introduzido. Pode-se, por exemplo, acoplar o tripleto escalar para gerar massas de Majorana diretas e pesadas para essas partículas, por uma interação de Yukawa $\Psi_{dR} Y_{e15} \Psi_{dL}^c T_{15}$. Com todas essas modificações, uma possível distribuição de cargas de Z_{11} é a seguinte: $\Psi_{eL}^c \rightarrow \omega_2 \Psi_{eL}^c$, $\Psi_{dL}^c \rightarrow \omega_5^{-1} \Psi_{dL}^c$, $\Xi_{eL} \rightarrow \omega_3 \Xi_{eL}$, $\Xi_{dL} \rightarrow \omega_2^{-1} \Xi_{dL}$, $\nu_{eL}^c \rightarrow \omega_4 \nu_{eL}^c$, $\nu_{dL}^c \rightarrow \omega_1 \nu_{dL}^c$, $H_e^5 \rightarrow \omega_5 H_e^5$, $H_e^{45} \rightarrow \omega_5^{-1} H_e^{45}$, $H_d^5 \rightarrow \omega_4 H_d^5$, $H_d^{45} \rightarrow \omega_4^{-1} H_d^{45}$, $T_{15} \rightarrow \omega_1^{-1} T_{15}$, $\phi_{24} \rightarrow \omega_0 \phi_{24}$, $\phi_0 \rightarrow \omega_3 \phi_0$, onde o sigleto ν_{dL}^c foi mantido. Com essas transformações a contribuição não hermitiana para o potencial escalar fica bem definida [Em09b].

Dessa forma, verificou-se que modelos consistentes tanto com unificação quanto como com a geração de massa espontânea para os neutrinos e solução de CP forte por áxions são possíveis para a implementação de uma simetria de gauge unificada $SU(5)$. Muitas são as possibilidades para restringir melhor o modelo, como, por exemplo, a inserção de mecanismos de seesaw. Nesse sentido, uma melhor análise é necessária, e deverá ser feita, para que seja possível a descrição de uma teoria ainda mais completa do ponto de vista fenomenológico. É o que se deseja realizar numa etapa posterior.

APÊNDICE A – Convenções

As matrizes de Pauli, designadas por τ_i , são dadas por:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \text{ e } \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

As matrizes de Dirac, γ , são definidas pela relação de anticomutação:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}, \quad (\text{A.2})$$

onde $\eta^{\mu\nu}$ descreve a métrica de Minkowski, $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$. As matrizes γ possuem as seguintes propriedades:

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0. \quad (\text{A.3})$$

A matriz $\gamma^5 = \gamma^{5\dagger}$, que define os projetores de quiralidade, R e L , é definida por:

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3, \quad (\text{A.4})$$

enquanto os projetores são definidos por:

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \quad R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5). \quad (\text{A.5})$$

O operador de conjugação de carga, C , é definido da seguinte forma:

$$C = i\gamma^2\gamma^0, \quad (\text{A.6})$$

atuando somente nos índices espinorais. Logo, a sua atuação nos espinores é realizada pela seguinte operação:

$$\Psi^c = C\gamma^0\Psi^*. \quad (\text{A.7})$$

Assim, a convenção adotada durante o texto é tal que

$$\Psi_L^c = (\Psi^c)_L = (\Psi_R)^c, \quad (\text{A.8})$$

$$\Psi_R^c = (\Psi^c)_R = (\Psi_L)^c. \quad (\text{A.9})$$

Unificação Generalizada

Programa interativo para construção de gráficos de

APÊNDICE B – Programa para a evolução generalizada dos acoplamentos

```

// Declarações de variáveis e constantes
// ...

// Função principal
void main() {
    // ...

    // Chamada de função para cálculo dos acoplamentos
    // ...

    // Exibição dos resultados
    // ...
}

// Função para cálculo dos acoplamentos
// ...

// Função para exibição dos resultados
// ...

```

Unificação Generalizada

Programa interativo para construção de gráficos de unificação

```

In[1]:= Clear[Ng, NgExo, Nd, Nt, Ns, NSig3, NSig8, NSig32, NSig32bar, NT6, NT32, NQ33,
  NQ31bar, NQ32bar, NQ61bar, NQ82, Nphi31, b1, b2, b2, bb1, bb2, bb3, CC, B, DD]
Clear[Bii, B, b1, b2, b3, bli, b2i, b3i, blii, b2ii, b3ii, b1z,
  b2z, b3z, mii, Mu,  $\mu$ ii, P,  $\mu$ , kk, Esc, l, ll, v1, v0]
ClearAll[ $\mu$ ,  $l\mu$ ,  $ll\mu$ ]
(*Clear[l0, l1, l2, l3, l4, l5, l6, l7, l8, l9, l10, l0, ll1, ll2, ll3, ll4, ll5, ll6, ll7, ll8, ll9, ll10]*)
a3 = 0.1176;
a = 1/128;
se2 = 0.23119;
co2 = 1 - se2;
Mz = 91.1876;
p = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Define the figure label for Thesis"],
  Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
  Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]], Button["5", DialogReturn[5]],
  Button["6", DialogReturn[6]], Button["7", DialogReturn[7]], Button["8", DialogReturn[8]],
  Button["9", DialogReturn[9]], Button["10", DialogReturn[10]],
  Button["11", DialogReturn[11]], Button["12", DialogReturn[12]]}]];
n = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Intermediate Scales"],
  Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
  Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]], Button["5", DialogReturn[5]],
  Button["6", DialogReturn[6]], Button["7", DialogReturn[7]], Button["8", DialogReturn[8]],
  Button["9", DialogReturn[9]], Button["10", DialogReturn[10]],
  Button["11", DialogReturn[11]], Button["12", DialogReturn[12]]}]];
Do[Ng = 3;
  NgExo = DialogInput[
    DialogNotebook[{TextCell["Number of Exotic generations at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
      Button["0", DialogReturn[0]], Button["3", DialogReturn[3]]}]];
  Nd = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Dublets at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
    Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]}]];
  Nt = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Triplets at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]]}]];
  Ns = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Singlets"], Button["0", DialogReturn[0]],
    Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]]}]];
  If[Ns > 0, int[i] = i, int[i] = 100];
  NSig3 =
    DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Activate the Sig3 at Stage (" <> ToString[i] <> ")?"],
      Button["No", DialogReturn[0]], Button["Yes", DialogReturn[1]]}]];
  NSig8 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Activate the Sig8 at Stage (" <> ToString[i] <>
    ")?"], Button["No", DialogReturn[0]], Button["Yes", DialogReturn[1]]}]];
  Vinc = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Activate the mixed Scalars at Stage (" <>
    ToString[i] <> ")?"], Button["No", DialogReturn[0]], Button["Yes", DialogReturn[1]]}]];
  If[Vinc <= 0, (NSig32 = NSig32bar = NT6 = NT32 = NQ33 = NQ31bar = NQ32bar = NQ61bar = NQ82 = Nphi31 = 0),
    NSig32 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Activate the Sig32?"],

```



```

    Button["No", DialogReturn[0]], Button["Yes", DialogReturn[1]]]]];
NSig32bar = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Activate the Sig3bar at Stage (" <>
    ToString[i] <> ")?"]], Button["No", DialogReturn[0]], Button["Yes", DialogReturn[1]]]]];
NT6 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of T6 at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]],
    Button["2", DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]]]]];
NT32 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of T32 at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]],
    Button["2", DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]]]]];
NQ33 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Q33 at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
    Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];
NQ31bar = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Q31BAR at Stage (" <>
    ToString[i] <> ")"], Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]],
    Button["2", DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];
NQ32bar = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Q32BAR at Stage (" <>
    ToString[i] <> ")"], Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]],
    Button["2", DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];
NQ61bar = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Q61 at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
    Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];
NQ82 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of Q82 at Stage (" <> ToString[i] <> ")"],
    Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2", DialogReturn[2]],
    Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];
Nphi31 = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Number of PHI31 at Stage (" <> ToString[i] <>
    ")"], Button["0", DialogReturn[0]], Button["1", DialogReturn[1]], Button["2",
    DialogReturn[2]], Button["3", DialogReturn[3]], Button["4", DialogReturn[4]]]]];

b1[i] =  $\frac{4}{3} * Ng + \frac{4}{3} * NgExo + \frac{1}{10} * Nd + \frac{3}{5} * Nt + \frac{1}{5} * Ns + \frac{5}{6} * (NSig32 + NSig32bar) + \frac{8}{15} * NT6 +$ 
 $\frac{1}{30} * NT32 + \frac{1}{5} * NQ33 + \frac{16}{15} * NQ31bar + \frac{49}{30} * NQ32bar + \frac{2}{15} * NQ61bar + \frac{4}{5} * NQ82 + \frac{1}{15} * Nphi31;$ 

b2[i] =  $\frac{4}{3} * Ng + \frac{4}{3} * NgExo + \frac{1}{6} * Nd + \frac{2}{3} * (Nt + NSig3 + NQ33) +$ 
 $\frac{1}{6} * (NSig32 + NSig32bar + NT32 + NQ32bar + NQ82) - \frac{22}{3};$ 

b3[i] =  $\frac{4}{3} * Ng + \frac{4}{3} * NgExo + (NSig8 + NQ82) +$ 
 $\frac{1}{6} * (NSig32 + NSig32bar + NT32 + NQ33 + NQ31bar + NQ32bar + Nphi31) + \frac{5}{6} * (NT6 + NQ61bar) - 11;$ 

Clear[Ng, NgExo, Nd, Nt, Ns, NSig3, NSig8, NSig32, NSig32bar, NT6, NT32,
    NQ33, NQ31bar, NQ32bar, NQ61bar, NQ82, Nphi31], {i, 0, n}];

(*AQUI É REALIZADA A ANÁLISE NECESSÁRIA*)

Mu =  $\mu[n] * \text{Exp}\left[\frac{2 * \text{Pi} * \left(\frac{3}{5 * a} - \frac{8}{5 * a^3}\right)}{P[n]}\right] * \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu[i-1]}{\mu[i]}\right)^{(P[i-1] / P[n])};$ 

P[j_] =  $\left(b1[j] + \frac{3}{5} * b2[j] - \frac{8}{5} * b3[j]\right);$ 

B[j_] =  $\frac{(b1[j] - b2[j])}{P[j]};$ 

CC[j_] =  $\frac{2 * \text{Pi}}{5 * a} * \left(3 * (1 - B[j]) - 8 * \left(\text{se2} - B[j] * \frac{a}{a^3}\right)\right);$ 

F[j_] =  $b1[j] - b2[j] - B[n] * P[j];$ 

```

```

lμ0 = Log[Mz];
μ[0] = Mz;
(*Aqui coloca-se sempre os férmions exóticos na escala dos TeVs*)
lμ1 = Log[1000];
μ[1] = 1000;

If[n > 1,
  kk = Min[Table[int[i], {i, 0, n}]];
  If[n ≥ 3,
    Esc = DialogInput[
      DialogNotebook[{TextCell["Scale of Phenomenology" μj], Button["103 GeV", DialogReturn[103]},
        Button["104 GeV", DialogReturn[104]}, Button["105 GeV", DialogReturn[105]},
        Button["106 GeV", DialogReturn[106]}, Button["107 GeV", DialogReturn[107]},
        Button["108 GeV", DialogReturn[108]}, Button["109 GeV", DialogReturn[109]},
        Button["1010 GeV", DialogReturn[1010]}, Button["1011 GeV", DialogReturn[1011]},
        Button["1012 GeV", DialogReturn[1012]}, Button["1013 GeV", DialogReturn[1013]]]];
    lμkk = Log[Esc];
    μ[kk] = Esc;]

  If[n ≤ 3, If[kk ≠ n,
    v1 = ExpressionCell[Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1})) - CC[n]$ ]]] == 0];

    {{ln}} = Solve[{Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1}))$ ]]] == CC[n]}, lμn];

    ln;
    lln = lμn /. ln;
    μ[n] = Exp[lln]]]

  If[n ≤ 3, If[kk == n, If[n ≠ 2,
    v1 = ExpressionCell[Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1})) - CC[n]$ ]]] == 0];

    {{ln-1}} = Solve[{Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1}))$ ]]] == CC[n]}, lμn-1];

    ln-1;
    lln-1 = lμn-1 /. ln-1;
    μ[n-1] = Exp[lln-1],

    v1 = ExpressionCell[Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1})) - CC[n]$ ]]] == 0];

    {{ln}} = Solve[{Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (lμ_j - lμ_{j-1}))$ ]]] == CC[n]}, lμn];

    ln;
    lln = lμn /. ln;
    μ[n] = Exp[lln]]]]]

  If[n > 3,

```

```

If[kk ≠ n, {Do[1μi = Log[μ[i]], {i, 0, n - 1}];

If[n > 3, {Do[{μ[j] = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Scale of " μj],
  Button["103 GeV", DialogReturn[103]], Button["104 GeV", DialogReturn[104]],
  Button["105 GeV", DialogReturn[105]], Button["106 GeV", DialogReturn[106]],
  Button["107 GeV", DialogReturn[107]], Button["108 GeV", DialogReturn[108]],
  Button["109 GeV", DialogReturn[109]], Button["1010 GeV", DialogReturn[1010]],
  Button["1011 GeV", DialogReturn[1011]], Button["1012 GeV", DialogReturn[1012]],
  Button["1013 GeV", DialogReturn[1013]]}], {j, 2, kk - 1}];
Do[{μ[j] = DialogInput[DialogNotebook[{TextCell["Scale of " μj], Button["103 GeV",
  DialogReturn[103]], Button["104 GeV", DialogReturn[104]],
  Button["105 GeV", DialogReturn[105]], Button["106 GeV", DialogReturn[106]],
  Button["107 GeV", DialogReturn[107]], Button["108 GeV", DialogReturn[108]],
  Button["109 GeV", DialogReturn[109]], Button["1010 GeV", DialogReturn[1010]],
  Button["1011 GeV", DialogReturn[1011]], Button["1012 GeV", DialogReturn[1012]],
  Button["1013 GeV", DialogReturn[1013]]}], {j, kk + 1, n - 1}]];

Do[1μi = Log[μ[i]], {i, 2, n - 1}];

v1 = ExpressionCell[Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j - 1] * (1μ_j - 1μ_{j-1})) - CC[n]$ ]] = 0];

{{1n}} = Solve[{Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j - 1] * (1μ_j - 1μ_{j-1}))$ ]] = CC[n]}, 1μn];

1n;
11n = 1μn /. 1n;
μ[n] = Exp[11n], {Do[1μi = Log[μ[i]], {i, 0, n - 1}]}

If[n > 3, {Do[
  {μ[j] = DialogInput[DialogNotebook[{If[j == kk, TextCell["Scale of (Phenomenological) " μj],
    TextCell["Scale of " μj]], Button["103 GeV", DialogReturn[103]], Button["104 GeV",
    DialogReturn[104]], Button["105 GeV", DialogReturn[105]], Button["106 GeV",
    DialogReturn[106]], Button["107 GeV", DialogReturn[107]], Button["108 GeV",
    DialogReturn[108]], Button["109 GeV", DialogReturn[109]], Button["1010 GeV",
    DialogReturn[1010]], Button["1011 GeV", DialogReturn[1011]], Button["1012 GeV",
    DialogReturn[1012]], Button["1013 GeV", DialogReturn[1013]]}], {j, 2, n - 2}]];

Do[1μi = Log[μ[i]], {i, 2, n - 1}];

v1 = ExpressionCell[Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j - 1] * (1μ_j - 1μ_{j-1})) - CC[n]$ ]] = 0];

{{1n-1}} = Solve[{Simplify[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j - 1] * (1μ_j - 1μ_{j-1}))$ ]] = CC[n]}, 1μn-1];

1n-1;
11n-1 = 1μn-1 /. 1n-1;
μ[n - 1] = Exp[11n-1]]]
];

```

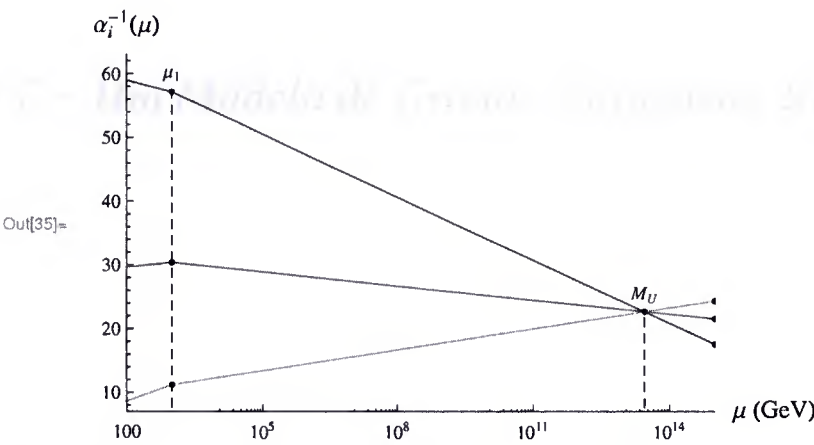
```

Mu =  $\mu[n] * \text{Exp}\left[\frac{2 * \text{Pi} * \left(\frac{3}{5+a} - \frac{8}{5+a3}\right)}{P[n]}\right] * \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu[i-1]}{\mu[i]}\right)^{(P[i-1]/P[n])};$ 
 $\mu[n+1] = \text{Mu};$ 
Do[If[Mu <  $\mu[i]$ , {DialogInput[DialogNotebook[{TextCell[
  "The coupling occurs even before a scale be enabled! It's give a wrong unification mass"
   $\mu_i$ , Button["Proceed", DialogReturn[1]]}]}], {i, 0, n}];
(* Agora já temos todas as escalas intermediárias, assim como todos os parâmetros
necessários para fazermos o plot do running *)
G1[i_, x_] :=  $\sum_{j=1}^4 \left(b1[j-1] * \text{Log}\left[\frac{\mu[j]}{\mu[j-1]}\right]\right) + b1[i] * \text{Log}\left[\frac{x}{\mu[i]}\right];$ 
G2[i_, x_] :=  $\sum_{j=1}^4 \left(b2[j-1] * \text{Log}\left[\frac{\mu[j]}{\mu[j-1]}\right]\right) + b2[i] * \text{Log}\left[\frac{x}{\mu[i]}\right];$ 
G3[i_, x_] :=  $\sum_{j=1}^4 \left(b3[j-1] * \text{Log}\left[\frac{\mu[j]}{\mu[j-1]}\right]\right) + b3[i] * \text{Log}\left[\frac{x}{\mu[i]}\right];$ 
(*note que nos ifs abaixo, o primeiro elemento apenas tem sentido para nao travar a evolucao das
constantes apos unificar e nao tem significado fisico, apenas para o plot ficar completo*)
GG1[x_] := If[x ≥  $\mu[n+1]$ , G1[n, x],  $\sum_{i=0}^n \text{If}[\mu[i+1] > x \geq \mu[i], G1[i, x], 0]$ ];
GG2[x_] :=
  If[x ≥  $\mu[n+1]$ , G2[n, x],  $\sum_{i=0}^n \text{If}[\mu[i+1] > x \geq \mu[i], G2[i, x], \text{If}[x > \mu[n+1], G2[n, x], 0]]$ ];
GG3[x_] := If[x ≥  $\mu[n+1]$ , G3[n, x],  $\sum_{i=0}^n \text{If}[\mu[i+1] > x \geq \mu[i], G3[i, x], \text{If}[x > \mu[n+1], G3[n, x], 0]]$ ];
 $\alpha1[x_] := \left(a^{(-1)} * \frac{3}{5} * \text{co2} - \frac{1}{2 * \text{Pi}} * \text{GG1}[x]\right)^{(-1)};$ 
 $\alpha2[x_] := \left(a^{(-1)} * \text{se2} - \frac{1}{2 * \text{Pi}} * \text{GG2}[x]\right)^{(-1)};$ 
 $\alpha3[x_] := \left(a3^{(-1)} - \frac{1}{2 * \text{Pi}} * \text{GG3}[x]\right)^{(-1)};$ 
FigU[p] = Show[LogLinearPlot[{ $\alpha1[x]^{(-1)}$ ,  $\alpha2[x]^{(-1)}$ ,  $\alpha3[x]^{(-1)}$ },
  {x, 10^2, 10^15}, (*GridLines->{Table[{ $\mu[i]$ , Dashed}, {i, 1, n+1}], {10}}, *)
  AxesLabel->{Style[" $\mu$  (GeV)", Medium], Style[" $\alpha_i^{-1}(\mu)$ ", Medium]}, PlotRange->{7, 63}
  (*, PlotLabel->"Gauge Coupling Unification for SME "TextCell["Scale of " $\mu_j$ "]*),
  Mesh->{Table[{ $\mu[i]$ }, {i, 1, n+1}]}, ListLogLinearPlot[
  Table[{ $\mu[j]$ ,  $\alpha1[\mu[j]]^{(-1)}$ }, {j, 1, n+1}], Filling->0, FillingStyle->Dashed];
Show[FigU[p], Table[Graphics[Text[ $\mu \rightarrow \text{ToString}[i]$ ], {N[Log[ $\mu[i]$ ]],  $\alpha1[\mu[i]]^{(-1)} + 3$ }], {i, 1, n}],
  Graphics[Text[ $M_U$ , {N[Log[ $\mu[n+1]$ ]],  $\alpha1[\mu[n+1]]^{(-1)} + 3$ }}]
Clear[p]
{"Mu" -> Mu, " $\mu_2$ " ->  $\mu[2]$ , " $\mu_{kk}$ " ->  $\mu[kk]$ }

"Equação antes"
ExpressionCell[Expand[ $\sum_{j=1}^n (F[j-1] * (\log \mu_j - \log \mu_{j-1})) - \text{CC}[n] == 0$ ]] /. {log  $\mu_0$  -> Log[Mz]} // Simplify

"Equação depois"
v1

```

Out[37]= {Mu → 2.85819×10¹³, μ₂ → 2.85819×10¹³, μ_{kk} → μ[kk]}

Out[38]= Equação antes

Out[39]= False

Out[40]= Equação depois

Out[41]= v1

$SU(5) \otimes Z_{13}$ grand unification modelAlex G. Dias,^{1,*} Edison T. Franco,^{2,†} and Vicente Pleitez^{2,‡}¹*Centro de Ciências Naturais e Humanas, Universidade Federal do ABC, Rua Santa Adélia 166, 09210-170, Santo André, SP, Brazil*²*Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, Rua Pamplona 145, 01405-900, São Paulo, SP, Brazil*

(Received 3 September 2007; published 12 December 2007)

We propose an $SU(5)$ grand unified model with an invisible axion and the unification of the three coupling constants which is in agreement with the values, at M_Z , of α , α_s , and $\sin^2\theta_W$. A discrete, anomalous, Z_{13} symmetry implies that the Peccei-Quinn symmetry is an automatic symmetry of the classical Lagrangian protecting, at the same time, the invisible axion against possible semiclassical gravity effects. Although the unification scale is of the order of the Peccei-Quinn scale the proton is stabilized by the fact that in this model the standard model fields form the $SU(5)$ multiplets completed by new exotic fields and, also, because it is protected by the Z_{13} symmetry.

DOI: 10.1103/PhysRevD.76.115010

PACS numbers: 12.10.Dm, 12.10.Kt, 14.80.Mz

I. INTRODUCTION

The unification idea, mainly in $SU(5)$ [1], is still an interesting alternative for the physics beyond the standard model [2]. Unfortunately, the minimal nonsupersymmetric $SU(5)$ model has been ruled out by experimental data: (i) the proton is more stable than the prediction of the minimal model [3]; (ii) the value of weak mixing angle at the Z -peak $\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.23122(15)$ [or alternatively $\alpha_s(M_Z)$] does not agree with experimental data [4]. It means that the three coupling constants do not meet at a single point if only the standard model particles are taken into account; (iii) the electron and d -like quark masses are equal at the unification scale, and (iv) last but not least, neutrinos are massless in the model. Moreover, the supersymmetric version, i.e., supersymmetric (SUSY) $SU(5)$, although it allows a unification of the coupling constants, it has serious problems with the proton decay [5] (however, see [6]) and probably also with the electroweak data [7]. Thus, it appears natural to ask ourselves if there are other options besides SUSY $SU(5)$ that yield convergence of the couplings, the observed value of the weak mixing angle, and the other parameters at the Z -pole, an appropriately stable proton and, at the same time, realistic fermion masses including neutrino masses. Another problem, not necessarily related to the previous one, concerns the existence of axions [8]. Recently, the interest in theories involving such particles has raised also due experiments devoted to the search of axionlike particles [9]. If the axion does exist it is important to know the realistic model in which the Peccei-Quinn symmetry (PQ) can be automatically implemented and how the axion parameters can be stabilized against possible semiclassical gravitational effects [10].

On the other hand, it was shown in Ref. [11] that in the context of the multi-Higgs extension of the standard model

with an invisible axion proposed in Ref. [12] we have: (i) the unification of the three gauge coupling constants near the Peccei-Quinn scale; (ii) the model predicts the correct value of the weak mixing angle at the Z -peak; (iii) the axion and the nucleon are stabilized by the cyclic $Z_{13} \otimes Z_3$ discrete symmetries; finally, (iv) although neutrinos got an arbitrary Dirac mass, through the effective $d = 10$ operators $\Lambda_{PQ}^{-1} \Lambda^{-5} L \Phi_\nu L \Phi_\nu \phi^5$, the left-handed neutrinos also get a Majorana mass ≤ 2 eV and the right-handed neutrinos acquire a large Majorana mass term via $d = 7$ effective operator $\Lambda_{PQ}^{-3} \overline{\nu_{aR}^c} (M_R)_{ab} \nu_{bR} (\phi^* \phi)^2$, implementing in this way a seesaw mechanism at the PQ energy scale.

Here we will consider an $SU(5)$ grand unified theory which unifies the model of Ref. [12], in such a way that the partner of the standard model fields in $SU(5)$ multiplets are new heavy fields. This model allows a stable proton, unification of the three coupling constants, a natural Peccei-Quinn symmetry of the classical Lagrangian, and the axion being protected against semiclassical gravity effects.

The outline of the paper is as follows. In Sec. II we give the representation content of the model and the Z_{13} and PQ charge assignments of the several multiplets. Next, in Sec. III, we consider the running equations for the three gauge coupling constants related to the low energy $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ symmetry group. In Sec. IV we consider the proton stabilization and other phenomenological consequences concerning the model; finally the last section is devoted to our conclusions.

II. NON-SUSY $SU(5)$ GRAND UNIFIED THEORY

In Ref. [12] the representation content of the standard model was augmented by adding scalar fields and three right-handed neutrinos, in such a way that a discrete $Z_{13} \otimes Z_3$ symmetry was implemented in the model there. Explicitly, the particle content of the model is the following: $Q_L = (u, d)_L^T \sim (3, 2, 1/3)$, $L_L = (\nu, l)_L^T \sim (1, 2, -1)$ denote quark and lepton doublets, respectively; $u_R \sim (3, 1, 4/3)$, $d_R \sim (3, 1, -2/3)$, $l_R \sim (1, 1, -2)$, $\nu_R \sim (1, 1, 0)$ are the right-handed components. It was also as-

*alex.dias@ufabc.edu.br

†edisontf@ift.unesp.br

‡vicente@ift.unesp.br

sumed that each charged sector gains mass from a different scalar doublet: H_u , H_d , H_l , and H_ν which generate Dirac masses for u -like, d -like quarks, charged leptons, and neutrinos, respectively [all of them of the form $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1) = (\varphi^+, \varphi^0)^T$]. Some other scalar fields were also considered in order to permit the full symmetry realization: a neutral complex singlet $\phi \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$, a singly charged singlet $h^+ \sim (\mathbf{1}, \mathbf{1}, +2)$, and a triplet $\vec{T} \sim (\mathbf{1}, \mathbf{3}, +2)$. Next, we wonder what is the simplest group embedding the above representation content. The answer is $SU(5)$. To achieve this, along with a Z_{13} symmetry, we have to add new fermions and scalar fields.

In this vein, the representation content of our $SU(5)$ model is as follows. For each family, the fermion representation content under $SU(5) \supset SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, there are two $\mathbf{5}^*$: $(\Psi^c)_{dL} = (d_1^c, d_2^c, d_3^c, E^-, -N)_L^T$, and $(\Psi^c)_{eL} = (D_1^c, D_2^c, D_3^c, e^-, -\nu_e)_L^T$ and two $\mathbf{10}$:

$$\Phi_{dL} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u_1 & -d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u_2 & -d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u_3 & -d_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 & -E^+ \\ d_1 & d_2 & d_3 & E^+ & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (1)$$

and

$$\Phi_{eL} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & U_3^c & -U_2^c & -U_1 & -D_1 \\ -U_3^c & 0 & U_1^c & -U_2 & -D_2 \\ U_2^c & -U_1^c & 0 & -U_3 & -D_3 \\ U_1 & U_2 & U_3 & 0 & -e^+ \\ D_1 & D_2 & D_3 & e^+ & 0 \end{pmatrix}_L, \quad (2)$$

where E and N are heavy charged and neutral leptons, respectively, and U , D are heavy quarks having the same electric charge of the respective quarks u , d . Finally, in the fermion sector we have to add fermionic neutral singlets $(N^c)_L \equiv N_L^c$ and $(\nu^c)_L \equiv \nu_L^c$. We have used a notation in which the subindex $e(d)$ denotes the multiplet to which the known leptons (d -like quarks) belong to; on the other hand, the u -like quarks always belong to the decuplet Φ_d . Notice that since the known quarks and leptons belong to different representations of $SU(5)$, we have to impose that both quarks and leptons, and not quarks and antileptons, have gauge interactions through the left-handed components [13].

The scalars of the model are the usual $\mathbf{24}$, here denoted by ϕ_{24} , with vacuum expectation value (VEV) $\langle \phi_{24} \rangle = v_{24} \text{diag}(1, 1, 1, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$; a complex singlet ϕ_0 which is almost the axion (we note that by considering a complex $\mathbf{24}$ it is possible to implement the axion in this model [14], however, this may introduce troubles with proton decay). In order to break the $SU(2) \otimes U(1)$ symmetry and generate the fermion's Dirac masses we use four Higgs multiplets: two $\mathbf{5}$, and two $\mathbf{45}^*$ to avoid the prediction $m_e(M_U) = m_d(M_U)$. (The using of $\mathbf{45}$ for avoiding this mass relation was done in Ref. [15].) Finally, we add a $\mathbf{10}$ (D_{10}) and a $\mathbf{15}$

(T_{15}) which contains, respectively, the singlet h^+ and the triplet $\vec{T}$ of Ref. [12]. T_{15} gives Majorana masses to the active neutrinos. We will denote the $\mathbf{5}$ as $H_a^5 = (h_a^1, h_a^2, h_a^3, h_a^+, h_a^0)$ with $a = e, d$; and their VEVs are $\langle H_a^5 \rangle = (v_{a5}/\sqrt{2})\delta_5^\alpha$; the $\mathbf{45}^*$ will be denoted by $H_a^{45} \equiv (H_a^{45})_\rho^{\alpha\beta}$; $(H_a^{45})_\rho^{\alpha\beta} = -(H_a^{45})_\rho^{\beta\alpha}$; $(H_a^{45})_\alpha^{\alpha\beta} = 0$, with $\langle H_a^{45} \rangle_\rho^{\alpha\beta} = (v_{a45}/\sqrt{2})(\delta_\rho^\alpha - 4\delta_\rho^4\delta_4^\alpha)\delta_5^\beta$; finally, $\langle T_{15}^{\alpha\beta} \rangle = (v_{15}/\sqrt{2})\delta_5^\alpha\delta_5^\beta$. The decuplet D_{10} does not necessarily get a VEV at lowest order. Since in this model all scalar's VEVs are of the order of the electroweak scale, except ϕ_{24} and ϕ_0 which have VEVs of the order of grand unified theory (GUT) and PQ scale, respectively, we have still the hierarchy problem. It is only ameliorated because the GUT scale is lower (as we will show below) than in other grand unification models.

Consider the following Yukawa interactions,

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y = & \overline{(\Psi_e)_R} [G_{e5}\Phi_{eL}H_e^{5*} + G_{e45}\Phi_{eL}H_e^{45} + G_\nu\nu_L^cH_e^5] \\ & + \overline{(\Phi_e^c)_R}\epsilon K_U\Phi_{eL}H_e^{45*} + \overline{(\Psi_d)_R} [G_{d5}\Phi_{dL}H_d^{5*} \\ & + G_{d45}\Phi_{dL}H_d^{45} + G_N N_L^c H_d^5] + \overline{(\Phi_d^c)_R}\epsilon K_d\Phi_{dL}H_d^{45*} \\ & - \overline{(\Phi_e^c)_R}\epsilon F_U\Phi_{eL}H_e^5 - \overline{(\Phi^c)_dR}\epsilon F_d\Phi_{dL}H_d^5 \\ & - \overline{(\Psi_e)_R}G_{e15}\Psi_e^c T_{15} + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (3)$$

where G , K , F are 3×3 complex matrices but we have omitted generation and $SU(5)$ indices; ϵ denotes the $SU(5)$ fully antisymmetric tensor. With Eq. (3) we obtain the mass matrices (T denotes the transpose matrix)

$$\begin{aligned} M_e &= G_{e5}^T \frac{v_{e5}^*}{2} - 3G_{e45}^T v_{e45}, \\ M_D &= G_{e5} \frac{v_{e5}^*}{2} + G_{e45} v_{e45}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$M_U = \sqrt{2}v_{e5}(F_U + F_U^T) + 2\sqrt{2}v_{e45}^*(K_U^T - K_U),$$

and

$$\begin{aligned} M_E &= G_{d5}^T \frac{v_{d5}^*}{2} - 3G_{d45}^T v_{d45}, \\ M_d &= G_{d5} \frac{v_{d5}^*}{2} + G_{d45} v_{d45}, \\ M_u &= \sqrt{2}v_{d5}(F_d + F_d^T) + 2\sqrt{2}v_{d45}^*(K_d^T - K_d), \end{aligned} \quad (5)$$

$M_\nu^{\text{Dirac}} = (v_{e5}/\sqrt{2})G_\nu^T$, and $M_N^{\text{Dirac}} = (v_{d5}/\sqrt{2})G_N^T$. The left-handed neutrinos have a Majorana mass term coming from the T_{15} : $M_\nu^{\text{Majorana}} = (v_{15}/\sqrt{2})G_{e15}^T$. Both v_{a5} and v_{a45} are of the order of the electroweak scale, in fact $\sum_a (|v_{a5}|^2 + |v_{a45}|^2) + |v_{15}|^2 = (246 \text{ GeV})^2$, $a = e, d$, with $|v_{15}| < 3.89 \text{ GeV}$ [16]. For instance, using only one generation, if $v_{e5} = v_{e45} \equiv v_e$, assuming that these VEV are real and neglecting v_{15} , we have, from Eqs. (4) and (5), $M_e = (G_{e5}^T/2 - 3G_{e45}^T)v_e$ and $M_D = (G_{e5}/2 + G_{e45})v_e$ (and similarly for M_E and M_d), so we can choose the Yukawa coupling constants must be such that $M_e \ll M_D$,

$M_u \ll M_U$ and $M_d \ll M_E$. In the context of three generations all these mass matrices are 3×3 matrices and those relations among the masses refer to the respective eigenvalues. Right-handed components of neutrinos and the neutral leptons N_R get also a Majorana mass term through the interactions with the axion [17].

We see that the representation content of the model implies that the vector bosons do not induce, at the tree level, the nucleon decay because these interactions involve the usual quarks and heavy leptons; or heavy quarks with the usual leptons. The same is true for the Yukawa interactions if they are given only by these in Eq. (3). This diminishes the importance of the constraints coming from nucleon decay on the leptoquarks masses. Thus, they may have a mass lower than the unification scale. Notwithstanding, when studying the evolution of the coupling constants, we will assume that all leptoquarks are heavy enough and do not consider them in the running of the couplings. Next, we will show that the Yukawa interactions in Eq. (3) are the only ones allowed by an appropriate discrete symmetry.

Let us use the fact that a Z_N symmetry with N being a prime number does not have any subgroup; in other words, it cannot be decomposed as $Z_p \otimes Z_q$, ($p, q < N$), so that the Z_N symmetry may be a subgroup of a unique local group $U(1)$. In this vein, let us introduce the following Z₁₃

symmetry in the Yukawa interactions in such a way that only these interactions in Eq. (3) are allowed. The fields of the model transform under Z₁₃ as follows:

$$\begin{aligned} (\Psi^c)_{eL} &\rightarrow \omega_3 (\Psi^c)_{eL}, & (\Psi^c)_{dL} &\rightarrow \omega_1^{-1} (\Psi^c)_{dL}, \\ \Phi_{eL} &\rightarrow \omega_1^{-1} \Phi_{eL}, & \Phi_{dL} &\rightarrow \omega_4^{-1} \Phi_{dL}, \\ \nu_L^c &\rightarrow \omega_5^{-1} \nu_L^c, & N_L^c &\rightarrow \omega_6 N_L^c, & H_e^5 &\rightarrow \omega_2 H_e^5, \\ H_e^{45} &\rightarrow \omega_2^{-1} H_e^{45}, & H_d^5 &\rightarrow \omega_5^{-1} H_d^5, \\ H_d^{45} &\rightarrow \omega_5 H_d^{45}, & D_{10} &\rightarrow \omega_3 D_{10}, \\ T_{15} &\rightarrow \omega_6^{-1} T_{15}, & \phi_{24} &\rightarrow \omega_0 \phi_{24}, & \phi_0 &\rightarrow \omega_4 \phi_0. \end{aligned} \quad (6)$$

We have assumed that the three generations are replicas under Z₁₃. However, it could be interesting to consider the case when this is not the case.

The scalar potential has Hermitian quadratic terms $\mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi$ (where χ denotes any of the Higgs scalar multiplets of the model), which are needed to break the electroweak symmetry, trilinear and quartic Hermitian terms, and non-Hermitian self-interactions which are trilinears:

$$\begin{aligned} H_e^5 H_e^{45} \phi_{24}, & \quad H_d^5 H_d^{45} \phi_{24}, & (H_d^5)^2 D_{10}^*, \\ H_d^5 H_d^{45*} D_{10}^*, & & (H_d^{45})^2 D_{10}, \end{aligned} \quad (7)$$

and quartic:

$$\begin{aligned} H_d^5 H_d^{45} |T_{15}|^2, & \quad H_d^5 H_d^{45} \phi_{24}^2, & H_d^5 H_d^{45*} D_{10}^* \phi_{24}, & H_d^5 H_d^{45} H_e^5 H_e^{45*}, & H_d^5 H_d^{45*} (H_d^{45*})^2, & (H_e^{45})^3 T_{15}^*, \\ T_{15} D_{10}^* \phi_{24} \phi_0^*, & (H_d^{45})^2 D_{10}^* \phi_{24}, & (H_e^5)^2 H_e^{45*} T_{15}, & (H_d^{45})^2 T_{15} \phi_0^*, & (H_e^5)^2 H_e^5 H_e^{45}, & (H_e^5)^2 (H_e^{45})^2, \\ (H_d^5)^2 (H_d^{45})^2, & H_e^5 H_e^{45} |H_d^5|^2, & H_e^5 H_e^{45} |H_e^{45}|^2, & H_e^5 H_e^{45} |H_d^{45}|^2, & H_e^5 H_e^{45} |D_{10}|^2, & H_e^5 H_e^{45} |T_{15}|^2, \\ H_e^5 H_e^{45} \phi_{24}^2, & |H_e^5|^2 H_d^5 H_d^{45}, & H_e^5 (H_e^{45*})^2 T_{15}, & H_e^5 H_e^{45} H_d^5 H_d^{45}, & (H_d^5)^2 H_d^5 H_d^{45}, & (H_d^5)^2 D_{10}^* \phi_{24}, \\ (H_d^5)^2 T_{15}^* \phi_0, & H_d^5 H_d^{45} |H_e^5|^2, & H_d^5 H_d^{45} |H_d^5|^2, & H_d^5 H_d^{45} |D_{10}|^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Moreover, with the interactions in Eq. (3) and the non-Hermitian interactions in (7) and (8), allowed by the symmetry in Eq. (6), the Peccei-Quinn is an automatic symmetry and the PQ charges are shown between parenthesis in units of the PQ charge of Ψ_d :

$$\begin{aligned} (\Psi^c)_{eL}(-1/3), & \quad (\Psi^c)_{dL}(1), & \Phi_{eL}(1/9), \\ \Phi_{dL}(-1/3), & \quad \nu_L^c(5/9), & N_L^c(-5/3), \\ H_e^5(-2/9), & \quad H_e^{45}(2/9), & H_d^5(2/3), \\ H_d^{45}(-2/3), & \quad D_{10}(4/3), & T_{15}(2/3), \\ \phi_{24}(0), & \quad \phi_0(-2/3). \end{aligned} \quad (9)$$

As in the model of Ref. [12], the Z₁₃ protect the axion against possible semiclassical gravity effects. The model has no domain wall problem [18].

III. EVOLUTION OF THE COUPLING CONSTANTS

In order to study the running of the coupling constants in a consistent way with the present model, we augmented the representation content of the model of Ref. [12]. Hence, we assume that the only extra degrees of freedom that are active at low energies, i.e., below the unification scale but above the electroweak scale, transforming under the standard model (SM) symmetries are (per family) $(N, E)_L^T \sim (3, 2, -1)$, $(U, D)_L^T \sim (3, 2, 1/3)$ and the respective singlets $E_R \sim (1, 2, -2)$, $N_R \sim (1, 1, 0)$, $U_R \sim (3, 2, 2/3)$, and $D_R \sim (3, 1, -1/3)$. In the Higgs boson sector we add also four scalar doublets, two of them H_d , H_l are those that belong to **5** and two others, say H_u and H_ν , which belong to the **45**; a triplet T belonging to T_{15} and the singlet h^+ which is part of the D_{10} . As in Ref. [11] only h^+ will be considered with mass of the order of the unification scale.

Let us look at the evolution equations at the 1-loop approximation, with all the new fermions entering only

above an intermediate energy scale μ_{IS} which is certainly bigger than the electroweak scale. Some of the new fermions could have mass below the known heavier standard model particles, but we will not consider such possibility. Below we comment more on that (see Sec. V). Thus, the 1-loop equations are

$$\frac{1}{\alpha_i(\mu)} = \frac{1}{\alpha_i(M_Z)} - \frac{1}{2\pi} \left[b_i \ln \frac{\mu_{IS}}{M_Z} + b_i^{IS} \ln \frac{\mu}{\mu_{IS}} \right], \quad (10)$$

where $\alpha_i(M_Z) = g_i^2(M_Z)/4\pi$ are the usual gauge couplings defined for these equations, and b_i the well-known coefficients for a general $SU(N)$ gauge group, given by $b_i = (2/3) \sum T_{Ri}(F) + (1/3) \sum T_{Ri}(S) - (11/3) C_{2i}(G)$ for Weyl fermions (F) and complex scalars (S), and $T_R(I) \delta^{ab} = \text{Tr}\{T^a(I), T^b(I)\}$ with $I = F, S$; $T_R(I) = 1/2$ for the fundamental representation, $C_2(G) = N$ when $N \geq 2$, for $U(1)$, $C_2(V) = 0$, and $T_{R1}(S_a, F_a) = (3/5) \text{Tr}(Y_a^2/4)$. The same is valid for the b_i^{IS} with the counting extending to the exotic fermions representations. At the $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ energy level with N_g fermion generations, N_H scalar doublets ($Y = \pm 1$) and N_T non-Hermitian scalar triplets ($Y = 2$), and N_s charged singlets, we have

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{10}N_H + \frac{3}{5}N_T + \frac{1}{5}N_s, \\ b_2 &= \frac{4}{3}N_g + \frac{1}{6}N_H + \frac{2}{3}N_T - \frac{22}{3}, \\ b_3 &= \frac{4}{3}N_g - 11, \end{aligned} \quad (11)$$

where a grand unification normalization factor (3/5) for the hypercharge Y assignment is included in b_1 . So that according the additional representations in the beginning of this section only the heavy fermions are activated above μ_{IS} , we have (with $N_s = 0$)

$$(b_1, b_2, b_3) = (5, -2, -7), \quad (b_1^{IS}, b_2^{IS}, b_3^{IS}) = (9, 2, -3). \quad (12)$$

Note that there is no asymptotic freedom in α_2 at the one loop level. The grand unification mass scale and the weak mixing angle are given by

$$\begin{aligned} M_{\text{GUT}} &= \mu_{IS} \exp \left[2\pi \frac{\left[\frac{3}{5} \alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{5} \alpha_3^{-1}(M_Z) \right]}{(b_1^{IS} + \frac{3}{5} b_2^{IS} - \frac{8}{5} b_3^{IS})} \right] \\ &\times \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right)^{(b_1 + (3/5)b_2 - (8/5)b_3)/(b_1^{IS} + (3/5)b_2^{IS} - (8/5)b_3^{IS})}, \end{aligned} \quad (13)$$

and

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_W &= \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} \left[(b_1 - b_2) \ln \left(\frac{M_Z}{\mu_{IS}} \right) \right. \\ &\quad \left. + (b_1^{IS} - b_2^{IS}) \ln \left(\frac{\mu_{IS}}{M_{\text{GUT}}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

However, since

$$\begin{aligned} b_1 - b_2 &= b_1^{IS} - b_2^{IS}, \\ b_1 + \frac{3}{5}b_2 - \frac{8}{5}b_3 &= b_1^{IS} + \frac{3}{5}b_2^{IS} - \frac{8}{5}b_3^{IS}, \end{aligned} \quad (15)$$

M_{GUT} , and $\sin^2 \theta_W(M_Z)$ defined at the Z boson mass, do not depend on the scale μ_{IS} and we are left with

$$M_{\text{GUT}} = M_Z \exp \left[2\pi \frac{\alpha^{-1}(M_Z) - \frac{8}{5} \alpha_3^{-1}(M_Z)}{\frac{5}{3} b_1 + b_2 - \frac{8}{3} b_3} \right], \quad (16)$$

and

$$\sin^2 \theta_W(M_Z) = \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \frac{\alpha(M_Z)}{2\pi} (b_1 - b_2) \ln \left(\frac{M_Z}{M_{\text{GUT}}} \right). \quad (17)$$

Both M_{GUT} and $\sin^2 \theta_W(M_Z)$, at the one loop level, are the same as in Ref. [11]. Using $M_Z = 91.1876$ GeV, $\alpha(M_Z) = 1/128$, and $\alpha_3(M_Z) = 0.1176$ [4], we obtain $M_{\text{GUT}} = 2.86 \times 10^{13}$ GeV and $\sin^2 \theta_W(M_Z) = 0.23100$, in agreement with the usual value [4]. Moreover, using the evolution equations in Eq. (10) we get $\alpha_{\text{GUT}}^{-1} \approx 23(21)$, if $\mu_{IS} \approx 1$ TeV ($\mu_{IS} = M_Z$). The inclusion of the scalar singlet at low energies ($N_s = 1$) gives worse values for this mixing angle, so it must be considered with mass near the unification scale. In Fig. 1 we show the evolution of the coupling constants at the one loop level in the present model. An analysis at the 2-loop can be done, but in general it does not lead to a prediction unless the top quark and all extra fermion and scalar fields are taken into account. This results in a large set of coupled equations [19] that deserve more careful study.

Notice that in this extension of the SM, the Yukawa interactions can be similar to those in Ref. [12], but it is worth noting that, if we want to avoid a general mixing in each charge sector the extra quark (lepton) generation must transform under Z_{13} in a different way from those of the usual lepton (quarks). However, we recall that getting a

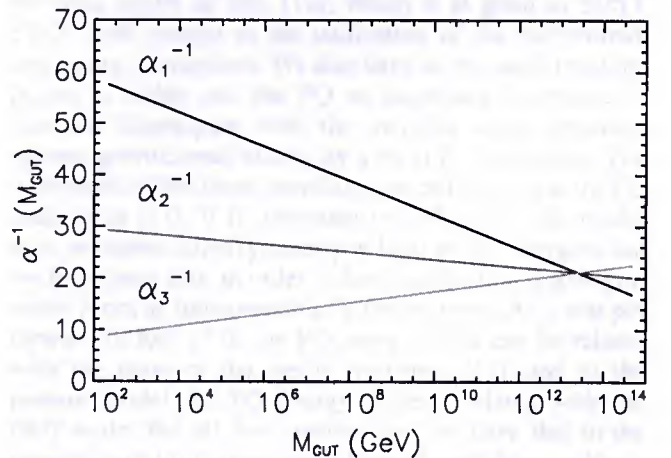


FIG. 1 (color online). In this figure we show the convergence point for the $SU(5)$ model here.

small mixing it can be interesting if in the future a departure from unitarity in the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa mixing matrix would be observed [20]. In fact, even the usual three generations can be transformed under Z₁₃ different from each other in such a way that predictive mass matrices can be obtained.

IV. STABILIZING THE PROTON

As we said before, in this model nucleon decays are forbidden at the tree level. Here we will discuss this point in more detail. The effective operators with dimension six [21], $d = 6$, that can induce the proton disintegration do not operate in our model because vector leptoquarks always mix the usual fermions with the heavy ones. However, without the Z₁₃ symmetry, there are still dangerous $d = 4$ operators coming from the Yukawa couplings with the H^{45} Higgs scalars. For instance, without that discrete symmetry, Yukawa interactions like $\bar{\Psi}_{eR}\Phi_{dL}H_e^{45}$ and $\bar{\Phi}_{dR}^c\Phi_{dL}\epsilon H_e^{45*}$ are allowed. These terms induce the proton decay through interactions like $\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\tilde{\sigma}\cdot\tilde{\eta}_mL$, and $\epsilon_{mnp}\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\tilde{\sigma}\cdot\tilde{\eta}_nQ_{pL}$, respectively; here $\epsilon = i\sigma_2$, and m, n, p , are color indices, and $\tilde{\eta}_m$ is the colored scalar triplet belonging to H_e^{45} . Once the Z₁₃ symmetry is introduced the Yukawa interactions allowed are just those given in Eq. (3), and they only induce interactions like $\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\tilde{\sigma}\cdot\tilde{\eta}_mL'_L$ and $\epsilon_{mnp}\bar{Q}_{mR}^c\epsilon\tilde{\sigma}\cdot\tilde{\eta}_nQ'_{pL}$, where the primed fields are heavy quarks, U, D , or heavy leptons, E, N . Hence, with the interactions in Eq. (3), independent of the mixing in the scalar sector, the nucleon is not allowed to decay at the tree level. The model is in this respect phenomenologically safe.

The Z₁₃ symmetry introduced in this model allows effective interactions with flavor changing neutral current. For instance,

$$\frac{g_{Z_N}^2}{M_{Z_N}^2} h_{abcd} \bar{L}_{aL} \gamma^\mu L_{bL} \bar{L}_{cL} \gamma_\mu L_{dL}, \quad (18)$$

here a, b, c, d are family indices, and g_{Z_N} and M_{Z_N} denote the coupling constant of the $Z_N \subset U(1)_{\text{local}}$ and the mass of the (heavy) vector boson associated with this symmetry, respectively, and h_{abcd} are dimensionless constants (there are also effective interactions induced by the heavy scalar that condensate at very high energies). The interactions in Eq. (18) induce rare transitions like $\mu \rightarrow eee$. Neglecting the electron masses we can write the width of this decay in terms of the muon decay width as follows:

$$\Gamma_{\mu \rightarrow 3e} = \left(\frac{g_{Z_N}}{g_2} \frac{M_W}{M_{Z_N}} \right)^4 \Gamma_{\mu \rightarrow e\nu\bar{\nu}}^{\text{SM}}, \quad (19)$$

where g_2 and M_W are the well-known parameters of the standard model and we see that even if $g_{Z_N} \sim O(g)$ with $M_{Z_N} > 10^3 M_W$, we have already got a suppression factor of 10^{-12} . However, it is more natural that M_{Z_N} be of the

order of the breakdown of the local $U(1)$ symmetry i.e., at least of the order of the PQ scale. It may be also interesting to assume that $g_{Z_N} \ll g$ at low energies, in such a way that, since g_{Z_N} which is not an asymptotic free parameter can fit with g at a high energy and the other coupling constant of the low energy model.

Just as another example, there are also interactions like

$$\frac{g_{Z_N}^2}{M_{Z_N}^2} h'_{abcd} \bar{Q}_{aL} \gamma^\mu Q_{bL} \bar{F}_{cL} \gamma_\mu F_{dL}, \quad (20)$$

where $F = Q, L$, and h' is another dimensionless matrix. When $F = Q$ this interaction will induce a contribution to ΔM_K and other related parameters. Notice, however, that

$$\Delta M_K \propto \left(\frac{g_{Z_N}}{g} \frac{M_W}{M_{Z_N}} \right)^2 G_F B_K f_K^2 m_K. \quad (21)$$

We see that this contribution to ΔM_K is rather small for the same values of the Z_N parameters in Eq. (19).

In general discrete symmetries may be not free of anomalies. Although it is interesting looking for cyclic local discrete symmetries that are anomaly free, we would like to emphasize that it is not necessarily a loophole of models with anomalous Z_N symmetries. If $g_{Z_N} \leq g$ the transition violating B and L conservation induced by the anomaly of the Z_N symmetry will be smaller than $e^{-16\xi\pi^2/g^2} \approx 10^{-117\xi}$ [22], with $\xi = O(1)$ a model dependent parameter. Although this transition is negligible at zero temperature it may be important in earlier ages of the Universe as a mechanism for leptogenesis generation through the decays of the heavy neutral leptons if CP violation is implemented in it. In fact, the model allows several ways to implement baryogenesis and leptogenesis [23,24] as we will show elsewhere.

V. CONCLUSIONS

Summarizing, we have obtained an $SU(5)$ extension of a previous model of Ref. [12], which is as good as SUSY $SU(5)$ with respect to the unification of the electroweak and strong interactions. We also have in this model that the proton is stable and the PQ an automatic symmetry of classical Lagrangian, with the invisible axion protected against gravitational effects by a local Z₁₃ symmetry. The unification of the three coupling constants occurs at the PQ scale as in [11]. It is important to realize that the model does not admit supersymmetry at least at low energies, but we have seen that, in order to have unification, supersymmetry is not an indispensable factor anymore. As it was put forward in Ref. [17], the PQ energy scale can be related with the mass of the sterile neutrinos [17], and in the present model the PQ energy scale is related with the GUT scale. Put all this together and we have that in the present model it is possible to have $M_{\nu_R} \ll M_{PQ} \sim M_{\text{GUT}}$ or $M_{\nu_R} \sim M_{PQ} \sim M_{\text{GUT}}$, depending on the Z₁₃ charges assignment.

Although the scalar and vector leptoquarks do not induce the nucleon decay at the tree level, their masses are of the order of the unification scale (they gain masses from the $\langle 24 \rangle$). Since this scale is of the order of the PQ scale it means that both energy scales can be related to each other. On the other hand, the exotic quarks and leptons U , D , E gain mass from $\mathbf{5}$ and $\mathbf{45}$ which have VEVs of the order of the electroweak energy scale and, for this reason, they could not be very heavy. We recall that the experimental limits on the exotic leptons and quarks like E , N and U , D , respectively, are model dependent but since all of them gain mass from VEVs of the order of the electroweak scale they must not be very heavy indeed. For instance, from data we have lower bounds on the masses (in GeV) of a possible fourth family [4]: for sequential $E^\pm$ charged lepton, we have $m > 100.8$, C.L. = 95% (decay to νW); for stable charged heavy leptons $m > 102.6$, C.L. = 95%; for stable neutral heavy lepton the limits are $m > 45.0$, C.L. = 95% (Dirac) and $m > 39.5$, C.L. = 95% (Majorana). Finally, for extra quarks of the b -type (b' fourth generation) the lower limits are $m > 190$, C.L. = 95% (quasistable b') or $m > 199$, C.L. = 95% (neutral currents); if it

decays in $ll + \text{jets}$, $l + \text{jets}$, we have $m > 128$, C.L. = 95%. Of course, these limits are strongly model dependent (in some models the fourth family is almost degenerate [25]). On the other hand, as we said before, the model has a general mixing among the fields of the same electric charge sector, thus the generalized unitarity triangle analysis of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrix [20] can be used for deriving upper bounds on the coefficients of the effective operators inducing such mixings [26].

The model has right-handed neutrinos, so it is possible that an $SO(10)$ would be more appropriate for the unification of the model of Ref. [12]. However since $SU(5) \subset SO(10)$ our $SU(5)$ model is already good enough for implementing a GUT theory for the extension of the standard model with proton stability.

ACKNOWLEDGMENTS

E. T. F. was supported by FAPESP and V. P. was supported partially by CNPq under the processes 03/13869-3 and 300613/2005-9, respectively. A. G. D. also thanks FAPESP for financial support.

-
- [1] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974).
 - [2] P. Nath and P. Fileviez Perez, Phys. Rep. **441**, 191 (2007).
 - [3] Y. Hayato *et al.* (SuperKamiokande Collaboration), Phys. Rev. Lett. **83**, 1529 (1999).
 - [4] W.-M. Yao *et al.* (PDG Collaboration), J. Phys. G **33**, 1 (2006).
 - [5] P. Fileviez Perez, Phys. Lett. B **595**, 476 (2004), and references therein.
 - [6] T. Roy, Phys. Rev. D **71**, 035010 (2005).
 - [7] W. de Boer and C. Sander, Phys. Lett. B **585**, 276 (2004).
 - [8] For a review see H. Murayama (Part I), G. G. Raffelt (Part II), C. Hagmann, K. van Bibber, and L. J. Rosenberg (Part III), in Ref. [4], and references therein.
 - [9] For a recent review on the experiments devoted to axion-like particles see R. Battesti *et al.*, arXiv:0705.0615.
 - [10] H. Georgi, L. J. Hall, and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **192**, 409 (1981); R. Holman *et al.*, Phys. Lett. B **282**, 132 (1992); M. Kamionkowski and J. March-Russell, Phys. Lett. B **282**, 137 (1992); S. M. Barr and D. Seckel, Phys. Rev. D **46**, 539 (1992); R. D. Peccei, in *Sources and Detection of Dark Matter and Dark Energy in the Universe*, edited by D. Cline (Springer-Verlag, Berlin, 2001).
 - [11] A. G. Dias and V. Pleitez, Phys. Rev. D **70**, 055009 (2004).
 - [12] A. G. Dias, V. Pleitez, and M. D. Tonasse, Phys. Rev. D **69**, 015007 (2004).
 - [13] In the standard model and its extensions we do not know why the up and down quark have to go together with electron and its neutrino. This arrangement have no experimental basis and it just reflects the order in which we met the particles [27].
 - [14] H. Georgi *et al.*, in Ref. [10].
 - [15] P. H. Frampton, S. Nandi, and J. J. G. Scanio, Phys. Lett. **85B**, 225 (1979); H. Georgi and C. Jarlskog, Phys. Lett. **86B**, 297 (1979).
 - [16] J. C. Montero, C. A. de S. Pires, and V. Pleitez Phys. Rev. D **60**, 098701 (1999).
 - [17] A. G. Dias and V. Pleitez, Phys. Rev. D **73**, 017701 (2006).
 - [18] J. E. Kim, Phys. Rep. **150**, 1 (1987).
 - [19] D. R. T. Jones, Phys. Rev. D **25**, 581 (1982); M. E. Machacek and M. T. Vaughn, Nucl. Phys. B **222**, 83 (1983).
 - [20] K. Y. Lee, Phys. Rev. D **71**, 115008 (2005); however, it appears that the 2.4σ discrepancy in the unitarity condition $\sum_{i=d,s,b} |V_{ui}|^2 = 1$ has recently been eliminated by new measurement of $|V_{ub}|$; see P. Langacker, Czech. J. Phys. **55**, B501 (2005), and references therein.
 - [21] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **43**, 1566 (1979).
 - [22] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **37**, 8 (1976).
 - [23] J. N. Fry, K. A. Olive, and M. S. Turner, Phys. Rev. D **22**, 2953 (1980); **22**, 2977 (1980).
 - [24] W. Buchmüller, R. D. Peccei, and T. Yanagida, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **55**, 311 (2005), and references therein.
 - [25] A. Datta and S. Raychaudhuri, Phys. Rev. D **49**, 4762 (1994); E. Aric, O. Cakir, S. A. Cetin, and S. Sultansoy, Acta Phys. Pol. B **37**, 2839 (2006).
 - [26] H. Lacker, arXiv:0708.2731; M. Bona *et al.* (UTfit Collaboration), arXiv:0707.0636.
 - [27] C. Quigg, arXiv:hep-ph/0502070.

APÊNDICE D – Vínculos Livres de Anomalias e Modelos de Seesaw para Neutrinos

Anomaly-free constraints in neutrino seesaw models

D. Emmanuel-Costa,^{1,*} Edison T. Franco,^{2,1,†} and R. González Felipe^{3,1,‡}

¹*Departamento de Física and Centro de Física Teórica de Partículas (CFTP), Instituto Superior Técnico, Avenida Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal*

²*Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, Rua Doutor Bento Teobaldo Ferraz 271 - Bloco II, 01140-070 - São Paulo, SP, Brazil*

³*Área Científica de Física, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Rua Conselheiro Emídio Navarro 1, 1959-007 Lisboa, Portugal*

(Received 13 February 2009; published 3 June 2009)

The implementation of seesaw mechanisms to give mass to neutrinos in the presence of an anomaly-free $U(1)_X$ gauge symmetry is discussed in the context of minimal extensions of the standard model. It is shown that type-I and type-III seesaw mechanisms cannot be simultaneously implemented with an anomaly-free local $U(1)_X$, unless the symmetry is a replica of the well-known hypercharge. For combined type-I/II or type-III/II seesaw models it is always possible to find nontrivial anomaly-free charge assignments, which are however tightly constrained, if the new neutral gauge boson is kinematically accessible at LHC. The discovery of the latter and the measurement of its decays into third-generation quarks, as well as its mixing with the standard Z boson, would allow one to discriminate among different seesaw realizations.

DOI: 10.1103/PhysRevD.79.115001

PACS numbers: 12.60.Cn, 11.15.Ex, 14.60.Pq

I. INTRODUCTION

The smallness of neutrino masses is elegantly explained in the context of seesaw models. Since in the standard model (SM) neutrinos are massless, new physics is required beyond the model to account for their tiny masses. The simplest possibility consists of the addition of singlet right-handed neutrinos, which seems natural once all the other fermions in the SM have their right-handed counterparts. In this framework, known as a type-I seesaw mechanism [1], neutrinos acquire Majorana masses at tree level via a unique dimension-five effective operator. Alternatively, neutrino masses can be generated by a type-II seesaw [2] through the tree-level exchange of $SU(2)$ -triplet scalars, which are color singlets and carry unit hypercharge. A third possibility, often referred as type-III seesaw [3], consists of the introduction of color-singlet $SU(2)$ -triplet fermions with zero hypercharge.

Adding to the theory new fermions with chiral couplings to the gauge fields unavoidably raises the question of anomalies, i.e. the breaking of gauge symmetries of the classical theory at the quantum level. For consistency, anomalies should be exactly canceled. In the SM this cancellation occurs for each fermion generation with the hypercharge assignment. On the other hand, in many SM extensions and, particularly, in various grand unified and string models, extra $U(1)$ factors naturally appear, thus bringing additional anomaly cancellation constraints [4]. These extra factors also typically lead to a richer phenomenology that might have definite signatures at the forthcoming Large Hadron Collider (LHC) experiments.

In this paper we address the above question in the context of minimal extensions of the SM, based on the gauge structure $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X$ and coexisting with a seesaw-type mechanism for neutrino masses. In this framework, the heavy (singlet or triplet) fermions responsible for the seesaw will acquire large Majorana masses, after the new gauge symmetry is spontaneously broken by singlet scalar fields with nontrivial $U(1)_X$ charges. As it turns out, the axial-vector [5] and mixed gravitational-gauge [6] anomaly-free conditions are quite constraining. Furthermore, Yukawa interactions, necessary to give masses to SM fermions as well as to implement the seesaw mechanism, restrict the number of Higgs doublets required by the theory.

Furthermore, Yukawa interactions, necessary to give masses to SM fermions as well as to implement the seesaw mechanism, restrict the number of Higgs doublets required by the theory.

II. ANOMALY CONSTRAINTS ON SEESAW

We consider a simple extension of the SM with minimal extra matter content, so that neutrinos obtain seesaw masses and all fields are nontrivially charged under a new $U(1)_X$ gauge symmetry. We include singlet right-handed neutrinos ν_R and color-singlet $SU(2)$ -triplet fermions T with zero hypercharge to implement type-I and type-III seesaw mechanisms, respectively. To give masses to quarks and leptons, 4 Higgs doublets (H_u, H_d, H_ν, H_e) are in general required, while another 2 scalar doublets, H_δ and H_T , and one $SU(2)$ -triplet scalar Δ are necessary to generate Yukawa terms for type-II and type-III seesaw mechanisms. Finally, a singlet scalar field ϕ is introduced to give Majorana masses to ν_R and T .

To render the theory free of anomalies the following set of constraints must be satisfied:

*david.costa@ist.utl.pt

†edisonetf@ift.unesp.br

‡gonzalez@cftp.ist.utl.pt

$$A_1 = N_g(2x_q - x_u - x_d) = 0, \quad (1a)$$

$$A_2 = N_g(x_\ell/2 + 3x_q/2) - 2N_T x_T = 0, \quad (1b)$$

$$A_3 = N_g(x_q/6 + x_\ell/2 - 4x_u/3 - x_d/3 - x_e) = 0, \quad (1c)$$

$$A_4 = N_g(x_q^2 - x_\ell^2 - 2x_u^2 + x_d^2 + x_e^2) = 0, \quad (1d)$$

$$A_5 = N_g(6x_q^3 + 2x_\ell^3 - 3x_u^3 - 3x_d^3 - x_e^3) - N_R x_\nu^3 - 3N_T x_T^3 = 0, \quad (1e)$$

$$A_6 = N_g(6x_q + 2x_\ell - 3x_u - 3x_d - x_e) - N_R x_\nu - 3N_T x_T = 0, \quad (1f)$$

where x_i denote the fermion charges under $U(1)_X$ (the subscript i refers to the field), N_g is the number of generations, N_R is the number of right-handed neutrinos, and N_T is the number of fermionic triplets. Equations (1a)–(1e) arise from the requirement of the cancellation of the axial-vector anomaly, while Eq. (1f) results from the cancellation of the gravitational-gauge anomaly.

Making use of Eqs. (1a)–(1c) and (1f) we can express the charges x_q , x_ℓ , x_u , and x_d in terms of x_e , x_ν , and x_T as

$$\begin{aligned} x_q &= -\frac{N_g x_e + N_R x_\nu - 5N_T x_T}{6N_g}, \\ x_\ell &= \frac{N_g x_e + N_R x_\nu + 3N_T x_T}{2N_g}, \\ x_u &= -\frac{2N_g x_e - N_R x_\nu - N_T x_T}{3N_g}, \\ x_d &= \frac{N_g x_e - 2N_R x_\nu + 4N_T x_T}{3N_g}. \end{aligned} \quad (2)$$

Substituting these expressions into Eq. (1d) for the A_4 anomaly, we derive the condition

$$A_4 = -\frac{4N_R N_T x_\nu x_T}{N_g} = 0, \quad (3)$$

which, clearly, has only the trivial solutions $N_R = 0$, $N_T = 0$, $x_\nu = 0$, or $x_T = 0$. Thus, we conclude that it is not possible to have an anomaly-free local $U(1)_X$ and, simultaneously, type-I ($N_R \neq 0$) and type-III ($N_T \neq 0$) seesaw models, unless $U(1)_X$ is proportional to the hypercharge $U(1)_Y$, in which case no new gauge symmetry is obtained. Of course, both types of seesaw could coexist if new extra matter content is added to the theory [7]. In such a case, at least two extra singlets charged under $U(1)_X$ are needed to cancel the A_4 and A_5 anomalies.

Once $A_4 = 0$ is enforced, the anomaly condition A_5 given in Eq. (1e) can be written in terms of x_ν and x_T as

$$A_5 = \frac{1}{N_g^2} [N_R(N_R^2 - N_g^2)x_\nu^3 + 3N_T(N_T^2 - N_g^2)x_T^3]. \quad (4)$$

A. Type-I seesaw case with $N_R = N_g$

If no fermion triplet is introduced and the type-I seesaw mechanism is responsible for neutrino masses, the anomaly constraint $A_5 = 0$ implies $N_R = N_g$ (the solution $x_\nu = 0$

leads to the hypercharge). Thus, one right-handed neutrino per generation is required. In this case, all $U(1)_X$ charge assignments can be expressed in terms of the quark doublet charge x_q and the charge ratio $\alpha \equiv -x_e/x_q$, as presented in Table I, leading to an infinite class of anomaly-free local $U(1)_X$ symmetries. Note that, in this parametrization, $\alpha = 6$ corresponds to the hypercharge and $\alpha = 3$ gives the usual $U(1)_{B-L}$ gauge symmetry. Any other value of α would correspond to a new anomaly-free gauge symmetry.

B. Type-III seesaw case with $N_T = N_g$

In the absence of right-hand neutrinos ($N_R = 0$) and invoking a type-III seesaw to give masses to neutrinos, the anomaly constraint $A_5 = 0$ yields $N_T = N_g$ (the solution $x_T = 0$ would lead once again to the hypercharge). Therefore, a fermion triplet per family is required to cancel all the anomalies. The corresponding $U(1)_X$ charge assignments are displayed in Table I as a function of the ratio α . Although in this case the hypercharge solution can be recovered by choosing $\alpha = 6$, there is no value of α that leads to the $U(1)_{B-L}$ gauge symmetry. The choice $\alpha = 3$ and $x_q = 1/3$ implies $x_u = 11/5$, $x_d = x_\ell = -1/5$, $x_e = -1$, and $x_T = 1/5$, which obviously do not correspond to the correct $(B - L)$ charges. This peculiar type of solution was first found in Ref. [8] and, more recently, it has been the subject of several studies [9].

C. Type-I seesaw case with $N_R \neq N_g$

Neutrino oscillation data do not demand the existence of three right-handed neutrinos to successfully implement a type-I seesaw mechanism. In fact, the presence of just two ν_R fields can account for the large leptonic mixing and the

TABLE I. $U(1)_X$ fermion charges (normalized with x_q) as a function of the ratio $\alpha \equiv -x_e/x_q$ in different minimal seesaw realizations.

	Type I $N_R = N_g$	Type III $N_T = N_g$	Type I $N_g = 3, N_R = 2$
$U(1)_X$ charge			
x_u	$\alpha - 2$	$\frac{1}{5}(2 + 3\alpha)$	$\alpha - 2$
x_d	$4 - \alpha$	$\frac{1}{5}(8 - 3\alpha)$	$4 - \alpha$
x_ℓ	-3	$\frac{1}{5}(9 - 4\alpha)$	-3
x_ν	$\alpha - 6$		$4(\alpha - 6)$
x_T		$\frac{1}{5}(6 - \alpha)$	
x_S			$5(6 - \alpha)$

solar and atmospheric mass-squared differences. This is a predictive scenario since the lightest neutrino is massless, while the other two neutrino masses are fixed by the observed solar and atmospheric mass-squared differences. It is therefore legitimate to ask ourselves whether such a theory admits an anomaly-free $U(1)_X$ gauge symmetry. This would require one to relax the condition $N_R = N_g$ imposed by the A_5 anomaly constraint, which is only possible if new matter content is added to the theory. The simplest possibility is to assume a “sterile” right-handed singlet ν_S , which does not participate in the seesaw mechanism and has a $U(1)_X$ charge x_S different from the charge x_ν of the “active” ν_R neutrinos. Clearly, an additional scalar singlet field, ϕ_S , would be necessary to generate mass for the sterile right-handed neutrino. In this framework, the anomaly conditions given in Eqs. (1e) and (1f) must be modified. Assuming three generations, two active and one sterile right-handed neutrinos, the anomaly-free system of equations implies the charge assignments given in the last column of Table I. For $\alpha = 6$, the hypercharge is reproduced, while $\alpha = 3$ does not lead to $B - L$ since $x_{\ell,e} = -1$, $x_{u,d,q} = 1/3$, $x_\nu = -4$, and $x_S = 5$ [10].

III. QUARK AND LEPTON MASSES

We now consider the constraints coming from the Yukawa terms responsible for the quark and lepton masses. The most general Lagrangian terms to generate fermion masses, and which are compatible with type-I, type-II, and type-III seesaw models for Majorana neutrinos, are given by

$$\begin{aligned} & Y_u \bar{q}_L u_R H_u + Y_d \bar{q}_L d_R H_d + Y_e \bar{\ell}_L e_R H_e + Y_\nu \bar{\ell}_L \nu_R H_\nu \\ & + Y_T \bar{\ell}_L i\tau_2 T H_T + Y_1 \nu_R^T C \nu_R \phi + Y_{11} \ell_L^T C i\tau_2 \ell_L \Delta \\ & + Y_{111} \text{Tr}(T^T C T) \phi + \lambda_\Delta H_\delta H_\delta \Delta + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (5)$$

The following relations then hold for the z_i boson charges under $U(1)_X$: $x_q = x_u + x_d = x_d + x_d$, $x_\ell = x_e + x_e$, $x_\ell = x_\nu + z_\nu$, $x_\ell = x_T + z_T$, $2x_\nu + z_\phi = 0$, $2x_\ell + z_\Delta = 0$, $2x_T + z_\phi = 0$, and $2z_\delta + z_\Delta = 0$. The solutions of these equations are presented in Table II, for the three minimal seesaw models considered above. We conclude that, for a type-I seesaw scenario with a right-handed neutrino per family, only one Higgs doublet H_u is required to give masses to all fermions. On the other hand, for a minimal type-I seesaw solution with $N_g = 3$ and $N_R = 2$, while the same Higgs doublet H_u is sufficient to give mass to the quarks and charged leptons, a second one, H_ν , is needed to implement the type-I seesaw and give mass to light neutrinos. If a type-II seesaw is also present, then we must introduce an extra Higgs doublet H_δ . Of course, for the standard hypercharge solution ($\alpha = 6$) all three Higgs doublets coincide, $H_u = H_\nu = H_\delta$.

For the type-III seesaw case, one can see from the Table II that a single Higgs doublet H_u can simultaneously

TABLE II. $U(1)_X$ boson charges (normalized with x_q) as a function of the ratio $\alpha \equiv -x_e/x_q$ in different minimal seesaw realizations.

$U(1)_X$ charge	Types I/II $N_R = N_g$	Types III/II $N_T = N_g$	Types I/II $N_g = 3, N_R = 2$
z_u	$3 - \alpha$	$\frac{3}{5}(1 - \alpha)$	$3 - \alpha$
z_d	$\alpha - 3$	$\frac{3}{5}(\alpha - 1)$	$\alpha - 3$
z_e	$\alpha - 3$	$\frac{1}{5}(9 + \alpha)$	$\alpha - 3$
z_ν	$3 - \alpha$		$21 - 4\alpha$
z_T		$\frac{3}{5}(1 - \alpha)$	
z_ϕ	$2(6 - \alpha)$	$\frac{2}{5}(\alpha - 6)$	$8(6 - \alpha)$
z_Δ	6	$\frac{2}{5}(4\alpha - 9)$	6
z_δ	-3	$\frac{1}{5}(9 - 4\alpha)$	-3
z_S			$10(\alpha - 6)$

give masses to the quarks and to the light neutrinos through the seesaw. Yet, another Higgs doublet H_e must account for the charged lepton masses. When the type-II seesaw is also introduced, one more Higgs doublet H_δ is needed. Once more, for the standard hypercharge solution all three Higgs doublets can be identified as a unique doublet.

We remark that the analysis presented above should be taken just as a generic statement on the minimal number of Higgs doublets required to give mass to fermions, while keeping the theory free of anomalies. This, of course, does not preclude the presence of different Higgs doublets charged under the $U(1)_X$ symmetry.

IV. PHENOMENOLOGICAL IMPLICATIONS

One of the attractive features of theories with extra $U(1)$ gauge symmetries is their richer phenomenology, when compared with the SM. Indeed, the spontaneous breaking of the symmetry leads to new massive neutral gauge bosons X (often called Z') which, if kinematically accessible, could be detectable at LHC. In the latter case, its decays into third-generation quarks, $pp \rightarrow X \rightarrow b\bar{b}$ and $pp \rightarrow X \rightarrow t\bar{t}$ could be used to discriminate between different models [11]. In particular, the branching ratios of quark to $\mu^+ \mu^-$ production,

$$R_{b\mu} = \frac{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow b\bar{b})}{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow \mu^+ \mu^-)} \simeq 3K_q \frac{x_q^2 + x_d^2}{x_\ell^2 + x_e^2}, \quad (6a)$$

$$R_{t\mu} = \frac{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow t\bar{t})}{\sigma(pp \rightarrow X \rightarrow \mu^+ \mu^-)} \simeq 3K_q \frac{x_q^2 + x_u^2}{x_\ell^2 + x_e^2}, \quad (6b)$$

have the advantage of reducing the theoretical uncertainties [11]. Here $K_q \sim \mathcal{O}(1)$ is a constant which depends on QCD and electroweak correction factors. Notice that these ratios depend on the quark and charged lepton $U(1)_X$ charges. Therefore, an analysis of the $R_{t\mu} - R_{b\mu}$ parameter space would allow one to determine these charges and, in turn, to distinguish the models. Using the charge values given in Table I we obtain

$$R_{b\mu} \simeq \frac{3(17 - 8\alpha + \alpha^2)}{9 + \alpha^2}, \quad R_{l\mu} \simeq \frac{3(5 - 4\alpha + \alpha^2)}{9 + \alpha^2}, \quad (7)$$

for the type-I seesaw cases, and

$$R_{b\mu} \simeq \frac{3(89 - 48\alpha + 9\alpha^2)}{81 - 72\alpha + 41\alpha^2}, \quad (8)$$

$$R_{l\mu} \simeq \frac{3(29 + 12\alpha + 9\alpha^2)}{81 - 72\alpha + 41\alpha^2},$$

for the type-III seesaw case. As can be seen from Figs. 1 and 2, the above branching ratios indeed allow one to discriminate among the models.

Electroweak precision data also severely constrain any mixing with the ordinary Z boson to the subpercent level [4]. In the models under consideration, the $Z - X$ mixing appears due to the presence of Higgs bosons which transforms under the SM gauge group and the new $U(1)_X$ Abelian gauge symmetry. Generically, such mixing is proportional to the combination $g_Z g_X \sum_i y_i x_i v_i^2$, where g_i are the gauge couplings, and $v_i \equiv \langle H_i \rangle$ are the vacuum expectation values of the Higgs doublets with $\sum_i v_i^2 = v^2$. Hence, the requirement of vanishing $Z - X$ mixing imposes an additional constraint on the $U(1)_X$ charges. In particular, for minimal setups with only two Higgs doublets, it is possible to determine α as a function of a single ratio, e.g. $r_u = v_u/v$. For type-I seesaw with $N_R = N_g$ together with type-II seesaw, we find

$$\alpha = 6 - \frac{3}{r_u^2}, \quad (9)$$

while a type-I seesaw with only 2 right-handed neutrinos yields

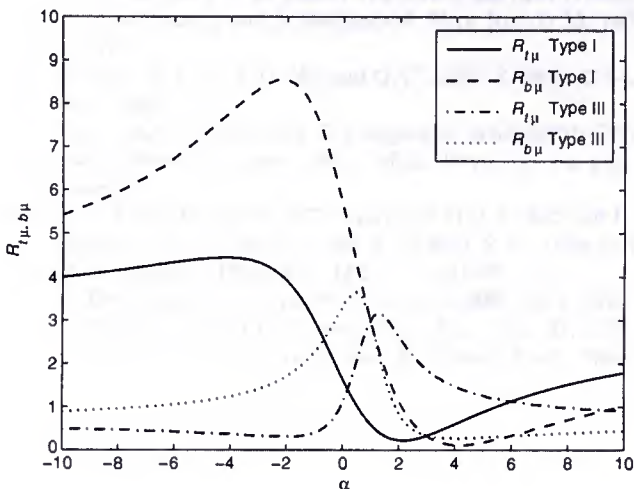


FIG. 1. Branching ratios of the X decays into quarks and muons as a function of the charge ratio α .

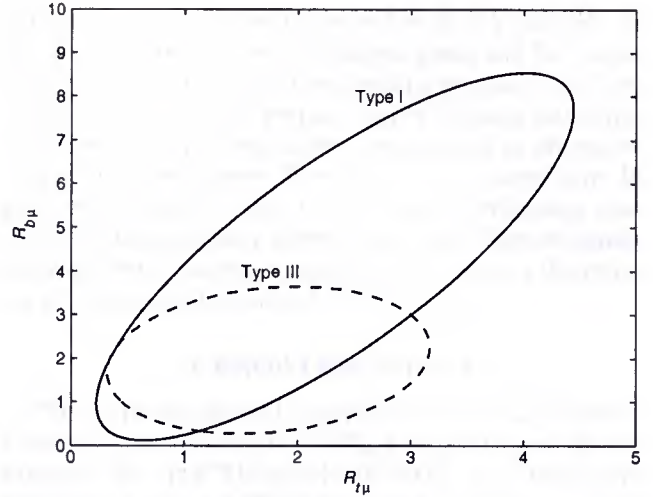


FIG. 2. $R_{l\mu} - R_{b\mu}$ plane for type-I and -III seesaw realizations.

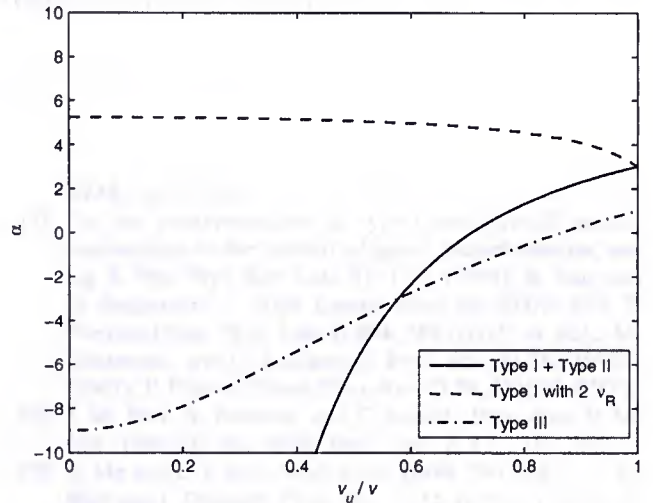


FIG. 3. The $U(1)_X$ charge ratio α as a function of the ratio $r_u = v_u/v$ for vanishing $Z - X$ mixing.

$$\alpha = \frac{21 - 18r_u^2}{4 - 3r_u^2}. \quad (10)$$

Finally, a type-III seesaw realization implies

$$\alpha = \frac{12r_u^2 - 9}{1 + 2r_u^2}. \quad (11)$$

Once again, the different models are clearly distinguishable, as can be seen from Fig. 3.

V. CONCLUSION

In summary, we have implemented minimal seesaw realizations in extensions of the SM with a local $U(1)_X$ symmetry. We have shown that type-I and type-III seesaw mechanisms cannot be simultaneously realized, unless the

$U(1)_X$ symmetry is a replica of the standard hypercharge or new fermionic fields are added to the theory. When combined type-I/II or type-III/II seesaw models are considered, we have seen that it is always possible to assign nontrivial anomaly-free charges to the fields.

The LHC era is an exceptional opportunity to explore and discover physics beyond the SM. The minimal seesaw models studied here are well-motivated (nonsupersymmetric) extensions of the SM. The discovery of a new neutral gauge boson with a mass up to a few TeV and typical electroweak scale couplings would be one of the first evidences of a new TeV scale sector. We have demonstrated how the gauge boson signature at LHC, like its decays into third-generation quarks and mixing with the ordinary Z boson, could allow one to constrain these seesaw models and discriminate among them. Furthermore, these indirect seesaw signatures have the advantage of being independent of the Yukawa interactions of the heavy neutrino fields with the SM charged leptons. The latter interactions are expected to be very suppressed and lead to unobservable production rates of the heavy fields, if the

extra $U(1)$ gauge symmetry is broken at TeV energies. In this scenario, the seesaw mechanism could still be natural if some flavor symmetries that correctly reproduce the light neutrino masses, while keeping sizable Yukawa couplings, are invoked [12]. Clearly, there is much more phenomenology with the seesaw than the one considered here. In particular, when the decays of X to heavy Majorana neutrinos are kinematically allowed, like-sign dilepton signals offer another interesting possibility for studying the physics of new gauge bosons at LHC [13,14].

ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially supported by Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT, Portugal) through the Projects No. POCTI/FNU/44409/2002, No. PDCT/FP/63914/2005, No. PDCT/FP/63912/2005, and No. CFTP-FCT UNIT 777, and also partially funded by POCTI (FEDER). The work of E.T.F. was supported by Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) under the Project No. 03/13869-3.

-
- [1] P. Minkowski, Phys. Lett. **67B**, 421 (1977); T. Yanagida, in *Proceedings of the Workshop on Unified Theory and Baryon Number in the Universe*, edited by O. Sawada and A. Sugamoto (KEK, Tsukuba, Japan, 1979); S. L. Glashow, in *Quarks and Leptons, Cargèse 1979*, edited by M. Lévy *et al.* (Plenum, New York, 1980), p. 707; M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky, in *Supergravity*, edited by D. Freedman and P. van Nieuwenhuizen (North-Holland, Amsterdam, 1979), p. 315; R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980).
 - [2] M. Magg and C. Wetterich, Phys. Lett. **94B**, 61 (1980); J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **22**, 2227 (1980); R. N. Mohapatra and G. Senjanović, Phys. Rev. D **23**, 165 (1981).
 - [3] R. Foot, H. Lew, X. G. He, and G. C. Joshi, Z. Phys. C **44**, 441 (1989).
 - [4] For a recent review, see P. Langacker, arXiv:0801.1345 and references therein [Rev. Mod. Phys. (to be published)].
 - [5] S. L. Adler, Phys. Rev. **177**, 2426 (1969); J. S. Bell and R. Jackiw, Nuovo Cimento A **60**, 47 (1969); S. L. Adler and W. A. Bardeen, Phys. Rev. **182**, 1517 (1969).
 - [6] R. Delbourgo and A. Salam, Phys. Lett. **40B**, 381 (1972); T. Eguchi and P. G. O. Freund, Phys. Rev. Lett. **37**, 1251 (1976); L. Alvarez-Gaume and E. Witten, Nucl. Phys. **B234**, 269 (1984).
 - [7] For the implementation of type-I and type-III seesaw mechanisms in the context of grand unified theories, see e.g. E. Ma, Phys. Rev. Lett. **81**, 1171 (1998); B. Bajc and G. Senjanović, J. High Energy Phys. **08** (2007) 014; P. Fileviez Pérez, Phys. Lett. B **654**, 189 (2007); B. Bajc, M. Nemevsek, and G. Senjanović, Phys. Rev. D **76**, 055011 (2007); P. Fileviez Pérez, Phys. Rev. D **76**, 071701 (2007).
 - [8] S. M. Barr, B. Bednarsz, and C. Benesh, Phys. Rev. D **34**, 235 (1986); E. Ma, Mod. Phys. Lett. A **17**, 535 (2002).
 - [9] E. Ma and D. P. Roy, Nucl. Phys. **B644**, 290 (2002); S. M. Barr and I. Dorsner, Phys. Rev. D **72**, 015011 (2005); R. Adhikari, J. Erler, and E. Ma, Phys. Lett. B **672**, 136 (2009).
 - [10] J. C. Montero and V. Pleitez, Phys. Lett. B **675**, 64 (2009).
 - [11] S. Godfrey and T. A. W. Martin, Phys. Rev. Lett. **101**, 151803 (2008).
 - [12] J. Kersten and A. Y. Smimov, Phys. Rev. D **76**, 073005 (2007); A. Abada *et al.*, J. High Energy Phys. **12** (2007) 061; F. del Aguila and J. A. Aguilar-Saavedra, Phys. Lett. B **672**, 158 (2009).
 - [13] W. Y. Keung and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **50**, 1427 (1983).
 - [14] F. del Aguila and J. A. Aguilar-Saavedra, J. High Energy Phys. **11** (2007) 072, and references therein.

Referências

- [Ab89] L. F. Abbott e M. B. Wise, "Wormholes And Global Symmetries", Nucl. Phys. B **325**, 687 (1989).
- [Abe94] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], "Evidence for top quark production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV", Phys. Rev. D **50**, 2966 (1994).
- [Abe95] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], "Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions", Phys. Rev. Lett. **74**, 2626 (1995) [arXiv:hep-ex/9503002].
- [Abe'08] S. Abe *et al.* [KamLAND Collaboration], "Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND", Phys. Rev. Lett. **100**, 221803 (2008) [arXiv:0801.4589 [hep-ex]].
- [Abr89] G. S. Abrams *et al.*, "Measurements of Z Boson Resonance Parameters in e^+e^- Annihilation", Phys. Rev. Lett. **63**, 2173 (1989).
- [Ac93] A. Acker, H. Kikuchi, E. Ma e U. Sarkar, "CP violation and leptogenesis", Phys. Rev. D **48**, 5006 (1993) [arXiv:hep-ph/9305290].
- [Ad91] B. Adeva *et al.* [L3 Collaboration], "Measurement of electroweak parameters from hadronic and leptonic decays of the Z^0 ", Z. Phys. C **51**, 179 (1991).
- [Ad98] B. Adeva *et al.* [Spin Muon Collaboration], "A next-to-leading order QCD analysis of the spin structure function g_1 ", Phys. Rev. D **58**, 112002 (1998).
- [Adh08] R. Adhikari, J. Erler e E. Ma, "Seesaw Neutrino Mass and New U(1) Gauge Symmetry", arXiv:0810.5547 [hep-ph].
- [Ak98] E. K. Akhmedov, V. A. Rubakov e A. Y. Smirnov, "Baryogenesis via neutrino oscillations", Phys. Rev. Lett. **81**, 1359 (1998) [arXiv:hep-ph/9803255].
- [Ak03] E. K. Akhmedov, M. Frigerio e A. Y. Smirnov, "Probing the seesaw mechanism with neutrino data and leptogenesis", JHEP **0309**, 021 (2003) [arXiv:hep-ph/0305322].
- [Ala03] A. T. Alan, A. Senol e O. Cakir, "Anomalous production of fourth family up quarks at future lepton hadron colliders", Europhys. Lett. **66**, 657 (2004) [arXiv:hep-ph/0312021].
- [Alt00b] G. Altarelli, F. Feruglio e I. Masina, "From minimal to realistic supersymmetric $SU(5)$ grand unification", JHEP **0011**, 040 (2000) [arXiv:hep-ph/0007254].
- [Alt01] G. Altarelli e F. Feruglio, " $SU(5)$ grand unification in extra dimensions and proton decay", Phys. Lett. B **511**, 257 (2001) [arXiv:hep-ph/0102301].
- [Alt08] G. Altarelli, F. Feruglio e C. Hagedorn, "A SUSY $SU(5)$ Grand Unified Model of Tri-Bimaximal Mixing from A_4 ", JHEP **0803**, 052 (2008) [arXiv:0802.0090 [hep-ph]].
- [Am08] C. Amsler *et al.* [Particle Data Group], "Review of particle physics", Phys. Lett. B **667**, 1 (2008).
- [An96] G. W. Anderson, A. D. Linde e A. Riotto, "Preheating, supersymmetry breaking and baryogenesis", Phys. Rev. Lett. **77**, 3716 (1996) [arXiv:hep-ph/9606416].
- [An99] G. Anderson, H. Baer, C. h. Chen e X. Tata, "The reach of Fermilab Tevatron upgrades for $SU(5)$ supergravity models with non-universal gaugino masses", Phys. Rev. D **61**, 095005 (2000) [arXiv:hep-ph/9903370].
- [Ant87] I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin e D. V. Nanopoulos, "Supersymmetric Flipped $SU(5)$ Revitalized", Phys. Lett. B **194**, 231 (1987).
- [Ant89] I. Antoniadis, J. R. Ellis, J. S. Hagelin e D. V. Nanopoulos, "The Flipped $SU(5) \times U(1)$ String Model Revamped", Phys. Lett. B **231**, 65 (1989).
- [Antu02] S. Antusch, J. Kersten, M. Lindner e M. Ratz, "Neutrino mass matrix running for non-degenerate see-saw scales", Phys. Lett. B **538**, 87 (2002) [arXiv:hep-ph/0203233].
- [Antu04a] S. Antusch e S. F. King, "From hierarchical to partially degenerate neutrinos via type II upgrade of type I see-saw models", Nucl. Phys. B **705**, 239 (2005) [arXiv:hep-ph/0402121].
- [Antu04b] S. Antusch e S. F. King, "Type II leptogenesis and the neutrino mass scale", Phys. Lett. B **597**, 199 (2004) [arXiv:hep-ph/0405093].

- [Antu04c] S. Antusch, P. Huber, J. Kersten, T. Schwetz e W. Winter, "Is there maximal mixing in the lepton sector?", *Phys. Rev. D* **70**, 097302 (2004) [arXiv:hep-ph/0404268].
- [Ap02] T. Appelquist, B. A. Dobrescu e A. R. Hopper, "Nonexotic neutral gauge bosons", *Phys. Rev. D* **68**, 035012 (2003) [arXiv:hep-ph/0212073].
- [Ar96] E. Arik *et al.*, "Search for the fourth family up quarks at CERN LHC", *Phys. Rev. D* **58**, 117701 (1998).
- [Ar06] E. Arik, O. Çakir, S. A. Çetin e S. Sultanov, *Acta Physica Polonica* **B37**, 2839 (2006), hep-ph/0502050.
- [Arn83a] G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], "Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $s^{1/2} = 540\text{-GeV}$ ", *Phys. Lett. B* **122**, 103 (1983).
- [Arn83b] G. Arnison *et al.* [UA1 Collaboration], "Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around $95\text{-GeV}/c^2$ at the CERN SPS collider", *Phys. Lett. B* **126**, 398 (1983).
- [Arno92] R. Arnowitt e P. Nath, "SUSY mass spectrum in $SU(5)$ supergravity grand unification", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 725 (1992).
- [Arno93] R. Arnowitt e P. Nath, "Cosmological constraints and $SU(5)$ supergravity grand unification", *Phys. Lett. B* **299**, 58 (1993) [Erratum-ibid. **B 307**, 403 (1993)] [arXiv:hep-ph/9302317].
- [Au74] J. J. Aubert *et al.* [E598 Collaboration], "Experimental Observation Of A Heavy Particle J", *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1404 (1974).
- [Aug74] J. E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], "Discovery Of A Narrow Resonance In E^+E^- Annihilation", *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1406 (1974).
- [Ba84] K. S. Babu e E. Ma, "Suppression Of Proton Decay In $SU(5)$ Grand Unification", *Phys. Lett. B* **144**, 381 (1984).
- [Ba89] K. S. Babu e R. N. Mohapatra, "Quantization Of Electric Charge From Anomaly Constraints And A Majorana Neutrino", *Phys. Rev. D* **41**, 271 (1990).
- [Ba02] K. S. Babu, I. Gogoladze e K. Wang, "Stabilizing the axion by discrete gauge symmetries", *Phys. Lett. B* **560**, 214 (2003) [arXiv:hep-ph/0212339].
- [Ba03] K. S. Babu, E. Ma e S. Willenbrock, "Quark lepton quartification", *Phys. Rev. D* **69**, 051301 (2004) [arXiv:hep-ph/0307380].
- [Baj02a] B. Bajc, P. Fileviez Perez e G. Senjanovic, "Proton decay in minimal supersymmetric $SU(5)$ ", *Phys. Rev. D* **66**, 075005 (2002) [arXiv:hep-ph/0204311].
- [Baj02b] B. Bajc, P. Fileviez Perez e G. Senjanovic, "Minimal supersymmetric $SU(5)$ theory and proton decay: Where do we stand?", arXiv:hep-ph/0210374.
- [Baj06] B. Bajc e G. Senjanović, "Seesaw at LHC", *JHEP* **0708**, 014 (2007);
- [Bak06] C. A. Baker *et al.*, "An improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 131801 (2006) [arXiv:hep-ex/0602020].
- [Ban83] M. Banner *et al.* [UA2 Collaboration], "Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in events with missing transverse energy at the CERN anti-p p collider", *Phys. Lett. B* **122**, 476 (1983).
- [Bank91] T. Banks, M. Dine e N. Seiberg, "Irrational axions as a solution of the strong CP problem in an eternal universe", *Phys. Lett. B* **273**, 105 (1991) [arXiv:hep-th/9109040].
- [Bar79] D. P. Barber *et al.*, "Discovery Of Three Jet Events And A Test Of Quantum Chromodynamics At Petra Energies", *Phys. Rev. Lett.* **43**, 830 (1979).
- [Barb79] R. Barbieri, J. R. Ellis e M. K. Gaillard, "Neutrino Masses And Oscillations In $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **90**, 249 (1980).
- [Barb81] R. Barbieri, D. V. Nanopoulos e D. Wyler, "An $SU(5)$ Model With Hierarchical Fermion Masses And A Phantom Axion", *Phys. Lett. B* **106**, 303 (1981).
- [Barde78] W. A. Bardeen, A. J. Buras, D. W. Duke e T. Muta, "Deep Inelastic Scattering Beyond The Leading Order In Asymptotically Free Gauge Theories", *Phys. Rev. D* **18** (1978) 3998.
- [Bardi99a] D. Y. Bardin, "Field Theory And The Standard Model", *Prepared for 1999 European School of High-Energy Physics (ESHEP 99), Casta-Papernicka, Slovak Republic, 22 Aug - 4 Sep 1999*
- [Bardi99b] D. Y. Bardin, "Field Theory and the Standard Model",
- [Bare00] G. Barenboim, K. Huitu e M. Raidal, "Flavour violation in SUSY $SU(5)$ GUT at large $\tan(\beta)$ ", *Phys. Rev. D* **63**, 055006 (2001) [arXiv:hep-ph/0005159].

- [Barr82a] S. M. Barr, D. B. Reiss e A. Zee, "Families, The Invisible Axion, And Domain Walls", Phys. Lett. B **116** (1982) 227.
- [Barr82b] S. M. Barr, X. C. Gao e D. Reiss, "Peccei-Quinn Symmetries Without Domains", Phys. Rev. D **26** (1982) 2176.
- [Barr88] S. M. Barr, "Some Comments On Flipped $SU(5) \times U(1)$ And Flipped Unification In General", Phys. Rev. D **40**, 2457 (1989).
- [Barr92] S. M. Barr e D. Seckel, "Planck scale corrections to axion models", Phys. Rev. D **46**, 539 (1992).
- [Be98] K. Benakli e S. Davidson, "Baryogenesis in models with a low quantum gravity scale", Phys. Rev. D **60** (1999) 025004 [arXiv:hep-ph/9810280].
- [Ben74] A. C. Benvenuti and e. al., "Observation Of Muonless Neutrino Induced Inelastic Interactions", Phys. Rev. Lett. **32**, 800 (1974).
- [Ber96] Z. Berezhiani e Z. Tavartkiladze, "Anomalous $U(1)$ symmetry and missing doublet $SU(5)$ model", Phys. Lett. B **396**, 150 (1997) [arXiv:hep-ph/9611277].
- [Bi81] K. Biswal, L. Maharana e S. P. Misra, "Proton Decay In $SU(5)$ In A Field Theoretic Quark Model", Phys. Rev. D **25**, 266 (1982).
- [Bj85] J. E. Bjorkman e D. R. T. Jones, "The Unification Mass, $\sin^2\theta_W$ And $M(B) / M(\text{Tau})$ In Nonminimal Supersymmetric $SU(5)$ ", Nucl. Phys. B **259**, 533 (1985).
- [Bo03] W. de Boer e C. Sander, "Global electroweak fits and gauge coupling unification", Phys. Lett. B **585**, 276 (2004) [arXiv:hep-ph/0307049].
- [Boh86] M. Bohm, H. Spiesberger e W. Hollik, "On the One Loop Renormalization of the Electroweak Standard Model and Its Application to Leptonic Processes", Fortsch. Phys. **34** (1986) 687.
- [Bon07] M. Bona *et al.* [UTfit Collaboration], "Model-independent constraints on $\Delta F=2$ operators and the scale of new physics", JHEP **0803**, 049 (2008) [arXiv:0707.0636 [hep-ph]].
- [Br80] G. C. Branco, "Spontaneous CP Violation In $SU(5)$ And Proton Decay", Phys. Rev. D **23**, 2702 (1981).
- [Br85] G. C. Branco e M. N. Rebelo, "The Higgs Mass In A Model With Two Scalar Doublets And Spontaneous CP Violation", Phys. Lett. B **160**, 117 (1985).
- [Br02] G. C. Branco, R. Gonzalez Felipe, F. R. Joaquim, I. Masina, M. N. Rebelo e C. A. Savoy, "Minimal scenarios for leptogenesis and CP violation", Phys. Rev. D **67** (2003) 073025 [arXiv:hep-ph/0211001].
- [Br03] G. C. Branco, "Cosmology and CP violation", *In the Proceedings of Flavor Physics and CP Violation (FPCP 2003), Paris, France, 3-6 Jun 2003, pp VEN05* [arXiv:hep-ph/0309215].
- [Br07] G. C. Branco e M. N. Rebelo, "Neutrino Physics and CP violation", Acta Phys. Polon. B **38**, 3819 (2007) [arXiv:0711.2650 [hep-ph]].
- [Bra94] R. H. Brandenberger, A. C. Davis e M. Trodden, "Cosmic strings and electroweak baryogenesis", Phys. Lett. B **335** (1994) 123 [arXiv:hep-ph/9403215].
- [Bu86] W. Buchmuller e D. Wyler, "Constraints on $SU(5)$ Type Leptoquarks", Phys. Lett. B **177**, 377 (1986).
- [Bu97] W. Buchmuller e M. Plumacher, "CP asymmetry in Majorana neutrino decays", Phys. Lett. B **431** (1998) 354 [arXiv:hep-ph/9710460].
- [Bu02] W. Buchmuller, "Baryo- and leptogenesis (brief summary)", *Prepared for ICTP Summer School on Astroparticle Physics and Cosmology, Trieste, Italy, 17 Jun - 5 Jul 2002*
- [Bu04] W. Buchmuller, P. Di Bari e M. Plumacher, "Leptogenesis for pedestrians", Annals Phys. **315** (2005) 305 [arXiv:hep-ph/0401240].
- [Bu05] W. Buchmuller, R. D. Peccei e T. Yanagida, "Leptogenesis as the origin of matter", Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55** (2005) 311 [arXiv:hep-ph/0502169].
- [Bu07] W. Buchmuller, "Baryogenesis - 40 Years Later", arXiv:0710.5857 [hep-ph].
- [Bu09] C. Burrage, A. C. Davis e D. J. Shaw, "Active Galactic Nuclei Shed Light on Axion-like Particles", arXiv:0902.2320 [astro-ph.CO].
- [Ca63] N. Cabibbo, "Unitary Symmetry and Leptonic Decays", Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [Cab02] L. G. Cabral-Rosetti e M. A. Sanchis-Lozano, "Appell functions and the scalar one-loop three-point integrals in Feynman diagrams", J. Phys. Conf. Ser. **37** (2006) 82 [arXiv:hep-ph/0206081].
- [Ch82] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt e P. Nath, "Locally Supersymmetric Grand Unification", Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 970.

- [Che07] M. C. Chen e K. T. Mahanthappa, "CKM and Tri-bimaximal MNS Matrices in a $SU(5) \times {}^{(d)}T$ Model", *Phys. Lett. B* **652**, 34 (2007) [arXiv:0705.0714 [hep-ph]].
- [Che07] M. C. Chen, "TASI 2006 Lectures on Leptogenesis", arXiv:hep-ph/0703087.
- [Chen82] H. Y. Cheng, "Spontaneous CP Violation In $SU(5)$ And The Invisible Axion", *Phys. Lett. B* **119**, 357 (1982).
- [Chen87] H. Y. Cheng, "The Strong CP Problem Revisited", *Phys. Rept.* **158**, 1 (1988).
- [Cheng80] T. P. Cheng e L. F. Li, "Neutrino Masses, Mixings And Oscillations In $SU(2) \times U(1)$ Models Of Electroweak Interactions", *Phys. Rev. D* **22**, 2860 (1980).
- [Cho85] K. Choi e J. E. Kim, "Harmful Axions In Superstring Models", *Phys. Lett. B* **154**, 393 (1985) [Erratum-ibid. **156B**, 452 (1985)].
- [Cho97] K. Choi, "Axions and the strong CP problem in M-theory", *Phys. Rev. D* **56**, 6588 (1997) [arXiv:hep-th/9706171].
- [Chu98] D. J. H. Chung, E. W. Kolb e A. Riotto, "Nonthermal supermassive dark matter", *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 4048 [arXiv:hep-ph/9805473].
- [Cl81] M. Claudson, A. Yildiz e P. H. Cox, "Strong CP Solution With $SU(5) \times SU(5)$ ", *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1698 (1981).
- [Co89] S. R. Coleman e K. M. Lee, "Wormholes made Without Massless Matter Fields", *Nucl. Phys. B* **329**, 387 (1990).
- [Col74] J. C. Collins, "Structure Of Counterterms In Dimensional Regularization", *Nucl. Phys. B* **80** (1974) 341.
- [Cor00] J. M. Cornwall e A. Kusenko, "Baryon number non-conservation and phase transitions at preheating", *Phys. Rev. D* **61** (2000) 103510 [arXiv:hep-ph/0001058].
- [Cor01] J. M. Cornwall, D. Grigoriev e A. Kusenko, "Resonant amplification of electroweak baryogenesis at preheating", *Phys. Rev. D* **64** (2001) 123518 [arXiv:hep-ph/0106127].
- [Cov96] L. Covi, E. Roulet e F. Vissani, "CP violating decays in leptogenesis scenarios", *Phys. Lett. B* **384** (1996) 169 [arXiv:hep-ph/9605319].
- [Cr78] E. Cremmer, B. Julia, J. Scherk, S. Ferrara, L. Girardello e P. van Nieuwenhuizen, "Spontaneous Symmetry Breaking And Higgs Effect In Supergravity Without Cosmological Constant", *Nucl. Phys. B* **147**, 105 (1979).
- [Cr82] E. Cremmer, S. Ferrara, L. Girardello e A. Van Proeyen, "Coupling Supersymmetric Yang-Mills Theories To Supergravity", *Phys. Lett. B* **116** (1982) 231.
- [Cr82] E. Cremmer, S. Ferrara, L. Girardello e A. Van Proeyen, "Yang-Mills Theories With Local Supersymmetry: Lagrangian, Transformation Laws And Superhiggs Effect", *Nucl. Phys. B* **212** (1983) 413.
- [Da79] M. Daniel, G. Lazarides e Q. Shafi, " $SU(5)$ Monopoles, Magnetic Symmetry And Confinement", *Nucl. Phys. B* **170**, 156 (1980).
- [Da83] M. Daniel e J. A. Penarrocha, "Next-To-Leading Enhancement Factor For Proton Decay In $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **127**, 219 (1983).
- [Dat93] A. Datta e S. Raychaudhuri, "Quark masses and mixing angles in a four generation model with a naturally heavy neutrino", *Phys. Rev. D* **49**, 4762 (1994).
- [Dav87] A. Davidson e K. C. Wali, "Universal Seesaw Mechanism?", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 393 (1987).
- [Dav08] S. Davidson, E. Nardi e Y. Nir, "Leptogenesis", *Phys. Rept.* **466**, 105 (2008) [arXiv:0802.2962 [hep-ph]].
- [Davy96] A. I. Davydychev, "Some techniques for calculating two-loop diagrams", *Acta Phys. Polon. B* **28** (1997) 841 [arXiv:hep-ph/9610510].
- [deA84] S. P. de Alwis, " $SU(5)$ And Pq Symmetry In No Scale Models", *Phys. Lett. B* **142**, 271 (1984).
- [De91] A. Denner, "Techniques for calculation of electroweak radiative corrections at the one loop level and results for W physics at LEP-200", *Fortsch. Phys.* **41** (1993) 307 [arXiv:0709.1075 [hep-ph]].
- [DeR02] A. De Roeck, V. A. Khoze, A. D. Martin, R. Orava e M. G. Ryskin, "Ways to detect a light Higgs boson at the LHC", *Eur. Phys. J. C* **25**, 391 (2002) [arXiv:hep-ph/0207042].
- [Dev97] G. G. Devidze e G. R. Jibuti, "The two and three point one loop functions", arXiv:hep-ph/9710283.
- [Dev83] A. Devoto e D. W. Duke, "Table Of Integrals And Formulae For Feynman Diagram Calculations", *Riv. Nuovo Cim.* **7N6** (1984) 1.

- [Di02a] A. G. Dias, V. Pleitez e M. D. Tonasse, "Naturally light invisible axion in models with large local discrete symmetries", *Phys. Rev. D* **67** (2003) 095008 [arXiv:hep-ph/0211107].
- [Di02b] A. G. Dias, V. Pleitez e M. D. Tonasse, "Naturally light invisible axion and local $Z(13) \times Z(3)$ symmetries", *Phys. Rev. D* **69** (2004) 015007 [arXiv:hep-ph/0210172].
- [Di04a] A. G. Dias, *O Problema da Violação de CP Forte e o Limite Perturbativo em Extensões $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ do Modelo Padrão*, Tese de doutorado, Abril de 2004.
- [Di04b] A. G. Dias e V. Pleitez, "Grand unification and proton stability near the Peccei-Quinn scale", *Phys. Rev. D* **70**, 055009 (2004) [arXiv:hep-ph/0407074].
- [Di05] A. G. Dias e V. Pleitez, "The invisible axion and neutrino masses", *Phys. Rev. D* **73**, 017701 (2006) [arXiv:hep-ph/0511104].
- [Di07] A. G. Dias, E. T. Franco e V. Pleitez, "An $SU(5) \otimes Z_{13}$ Grand Unification Model", *Phys. Rev. D* **76**, 115010 (2007) [arXiv:0708.1009 [hep-ph]].
- [Dia05] R. A. Diaz, D. Gallego e R. Martinez, "Renormalization group and grand unification with 331 models", *Int. J. Mod. Phys. A* **22** (2007) 1849 [arXiv:hep-ph/0505096].
- [Dic79] D. A. Dicus, E. W. Kolb, V. L. Teplitz e R. V. Wagoner, "Astrophysical Bounds On Very Low Mass Axions", *Phys. Rev. D* **22**, 839 (1980).
- [Dim81] S. Dimopoulos e H. Georgi, "Softly Broken Supersymmetry And $SU(5)$ ", *Nucl. Phys. B* **193**, 150 (1981).
- [Din81] M. Dine, W. Fischler e M. Srednicki, "A Simple Solution To The Strong CP Problem With A Harmless Axion", *Phys. Lett. B* **104**, 199 (1981).
- [Din82] M. Dine e W. Fischler, "The not-so-harmless axion", *Phys. Lett. B* **120**, 137 (1983).
- [Din91] M. Dine, P. Huet e R. L. Singleton, "Baryogenesis at the electroweak scale", *Nucl. Phys. B* **375** (1992) 625.
- [Din03] M. Dine e A. Kusenko, "The origin of the matter-antimatter asymmetry", *Rev. Mod. Phys.* **76** (2004) 1 [arXiv:hep-ph/0303065].
- [Do88] S. Dodelson, "Baryogenesis in an Inflationary Universe",
- [Dok79] C. P. Dokos e T. N. Tomaras, "Monopoles And Dyons In The $SU(5)$ Model", *Phys. Rev. D* **21**, 2940 (1980).
- [Don78] T. W. Donnelly, S. J. Freedman, R. S. Lytel, R. D. Peccei e M. Schwartz, "Do Axions Exist?", *Phys. Rev. D* **18**, 1607 (1978).
- [Dono79] J. F. Donoghue, "Proton Lifetime and Branching Ratios In $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **92**, 99 (1980).
- [Dor05a] I. Dorsner e P. Fileviez Perez, "Unification without supersymmetry: Neutrino mass, proton decay and light leptoquarks", *Nucl. Phys. B* **723**, 53 (2005) [arXiv:hep-ph/0504276].
- [Dor05b] I. Dorsner, P. Fileviez Perez e R. Gonzalez Felipe, "Phenomenological and cosmological aspects of a minimal GUT scenario", *Nucl. Phys. B* **747**, 312 (2006) [arXiv:hep-ph/0512068].
- [Dor06a] I. Dorsner e P. Fileviez Perez, "Unification versus proton decay in $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **642**, 248 (2006) [arXiv:hep-ph/0606062].
- [Dor06b] I. Dorsner e P. Fileviez Perez, "Upper Bound on the Mass of the Type III Seesaw Triplet in an $SU(5)$ Model", *JHEP* **0706**, 029 (2007) [arXiv:hep-ph/0612216].
- [Dr85] M. Drees, "N=1 Supergravity Guts With Noncanonical Kinetic Energy Terms", *Phys. Rev. D* **33** (1986) 1468.
- [Du04] M. Duhrssen, S. Heinemeyer, H. Logan, D. Rainwater, G. Weiglein e D. Zeppenfeld, "Extracting Higgs boson couplings from LHC data", *Phys. Rev. D* **70**, 113009 (2004) [arXiv:hep-ph/0406323].
- [El79] J. R. Ellis e M. K. Gaillard, "Fermion Masses And Higgs Representations In $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **88**, 315 (1979).
- [El87] J. R. Ellis, K. Enqvist, D. V. Nanopoulos e K. A. Olive, "Inflationary Fluctuations, Entropy Generation and Baryogenesis", *Phys. Lett. B* **191**, 343 (1987).
- [El01] J. R. Ellis, J. Hisano, S. Lola e M. Raidal, "CP Violation in the Minimal Supersymmetric Seesaw Model", *Nucl. Phys. B* **621**, 208 (2002) [arXiv:hep-ph/0109125].
- [El02] J. R. Ellis, P. Kanti e D. V. Nanopoulos, "Intersecting branes flip $SU(5)$ ", *Nucl. Phys. B* **647**, 235 (2002) [arXiv:hep-th/0206087].
- [Em03] D. Emmanuel-Costa e S. Wiesenfeldt, "Proton decay in a consistent supersymmetric $SU(5)$ GUT model", *Nucl. Phys. B* **661**, 62 (2003) [arXiv:hep-ph/0302272].

- [Em09a] D. Emmanuel-Costa, E. T. Franco e R. G. Felipe, "Anomaly-free constraints in neutrino seesaw models", arXiv:0902.1722 [hep-ph].
- [Em09b] D. Emmanuel-Costa, Edison T. Franco e R. González Felipe, Em preparação.
- [En02] T. Endoh, S. Kaneko, S. K. Kang, T. Morozumi e M. Tanimoto, "CP violation in neutrino oscillation and leptogenesis", Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 231601 [arXiv:hep-ph/0209020].
- [Fa01] M. Fabbrichesi, M. Piai e G. Tasinato, "Axion and neutrino physics from anomaly cancellation", Phys. Rev. D **64**, 116006 (2001) [arXiv:hep-ph/0108039].
- [Fal06] D. Falcone, "Neutrino mass and baryogenesis", arXiv:hep-ph/0607287.
- [Fe82] S. Ferrara, D. V. Nanopoulos e C. A. Savoy, "Hierarchical Supergravity Induced $SU(2) \times U(1)$ Breaking In $SU(5)$ Guts", Phys. Lett. B **123**, 214 (1983).
- [Fi08] W. Fischler e R. Flauger, "Neutrino Masses, Leptogenesis, and Unification in the Absence of Low Energy Supersymmetry", JHEP **0809**, 020 (2008) [arXiv:0805.3000 [hep-ph]].
- [Fl94] M. Flanz, E. A. Paschos e U. Sarkar, "Baryogenesis from a lepton asymmetric universe", Phys. Lett. B **345** (1995) 248 [Erratum-ibid. B **382** (1996) 447] [arXiv:hep-ph/9411366].
- [Fr79] P. H. Frampton, S. Nandi e J. J. G. Scanio, "Estimate Of Flavor Number From $SU(5)$ Grand Unification", Phys. Lett. B **85**, 225 (1979).
- [Fr83] P. H. Frampton e S. L. Glashow, "Staying Alive With $SU(5)$ ", Phys. Lett. B **131**, 340 (1983) [Erratum-ibid. B **135**, 515 (1984)].
- [Fra09] Edison T. Franco e M. C. Rodriguez, Em preparação.
- [Fre76] D. Z. Freedman, P. van Nieuwenhuizen e S. Ferrara, "Progress Toward A Theory Of Supergravity", Phys. Rev. D **13** (1976) 3214.
- [Fri06] M. Frigerio, T. Hambye e E. Ma, "Right-handed sector leptogenesis", JCAP **0609** (2006) 009 [arXiv:hep-ph/0603123].
- [Fry80] J. N. Fry, K. A. Olive e M. S. Turner, "Evolution Of Cosmological Baryon Asymmetries", Phys. Rev. D **22** (1980) 2953.
- [Fry80] J. N. Fry, K. A. Olive e M. S. Turner, "Higgs Bosons And The Evolution Of Baryon Asymmetries", Phys. Rev. D **22** (1980) 2977.
- [Fu86] M. Fukugita e T. Yanagida, "Baryogenesis Without Grand Unification", Phys. Lett. B **174** (1986) 45.
- [Fu98] M. Fukugita, M. Tanimoto e T. Yanagida, "Embedding phenomenological quark-lepton mass matrices into $SU(5)$ gauge models", Phys. Rev. D **59**, 113016 (1999) [arXiv:hep-ph/9809554].
- [Ga02] G. Gabadadze e M. Shifman, "QCD vacuum and axions: What's happening?", Int. J. Mod. Phys. A **17**, 3689 (2002) [arXiv:hep-ph/0206123].
- [Gar97] J. Garcia-Bellido e A. D. Linde, "Preheating in hybrid inflation", Phys. Rev. D **57** (1998) 6075 [arXiv:hep-ph/9711360].
- [Gar99] J. Garcia-Bellido, D. Y. Grigoriev, A. Kusenko e M. E. Shaposhnikov, "Non-equilibrium electroweak baryogenesis from preheating after inflation", Phys. Rev. D **60** (1999) 123504 [arXiv:hep-ph/9902449].
- [Gar02] J. Garcia-Bellido, M. Garcia Perez e A. Gonzalez-Arroyo, "Symmetry breaking and false vacuum decay after hybrid inflation", Phys. Rev. D **67** (2003) 103501 [arXiv:hep-ph/0208228].
- [Gar03] J. Garcia-Bellido, M. Garcia-Perez e A. Gonzalez-Arroyo, "Chern-Simons production during preheating in hybrid inflation models", Phys. Rev. D **69** (2004) 023504 [arXiv:hep-ph/0304285].
- [Ge82] H. Georgi e M. B. Wise, "Hiding The Invisible Axion", Phys. Lett. B **116**, 123 (1982).
- [Ge74] H. Georgi and S. L. Glashow, "Unity Of All Elementary Particle Forces", Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974).
- [Ge90] C. Q. Geng e J. N. Ng, "The Domain Wall Number in Various Invisible Axion Models", Phys. Rev. D **41** (1990) 3848.
- [Gi88] S. B. Giddings e A. Strominger, "Baby Universes, Third Quantization and the Cosmological Constant", Nucl. Phys. B **321**, 481 (1989).
- [Giu03] G. F. Giudice, A. Notari, M. Raidal, A. Riotto e A. Strumia, "Towards a complete theory of thermal leptogenesis in the SM and MSSM", Nucl. Phys. B **685** (2004) 89 [arXiv:hep-ph/0310123].
- [Giun91] C. Giunti, C. W. Kim e U. W. Lee, "Running coupling constants and grand unification models", Mod. Phys. Lett. A **6** (1991) 1745.
- [Giv91] A. Givon, L. J. Hall e U. Sarid, " $SU(5)$ unification revisited", Phys. Lett. B **271**, 138 (1991).

- [Go08] S. Godfrey e T. A. W. Martin, "Identification of Extra Neutral Gauge Bosons at the LHC Using b- and t-Quarks", *Phys. Rev. Lett.* **101**, 151803 (2008).
- [Gog08] I. Gogoladze, N. Okada e Q. Shafi, "Higgs Boson Mass Bounds in the Standard Model with Type III and Type I Seesaw", *Phys. Lett. B* **668**, 121 (2008) [arXiv:0805.2129 [hep-ph]].
- [Gol80] J. T. Goldman e D. A. Ross, "How Accurately Can We Estimate The Proton Lifetime In An $SU(5)$ Grand Unified Model?", *Nucl. Phys. B* **171** (1980) 273.
- [Gon03] R. Gonzalez Felipe, F. R. Joaquim e B. M. Nobre, "Radiatively induced leptogenesis in a minimal seesaw model", *Phys. Rev. D* **70** (2004) 085009 [arXiv:hep-ph/0311029].
- [Got98] T. Goto e T. Nihei, "Effect of RRRR dimension 5 operator on the proton decay in the minimal $SU(5)$ SUGRA GUT model", *Phys. Rev. D* **59**, 115009 (1999) [arXiv:hep-ph/9808255].
- [Gr97] P. B. Greene, L. Kofman, A. D. Linde e A. A. Starobinsky, "Structure of resonance in preheating after inflation", *Phys. Rev. D* **56** (1997) 6175 [arXiv:hep-ph/9705347].
- [Gri00] D. Grigoriev, "Electroweak baryogenesis at and after preheating: What's the difference?", arXiv:hep-ph/0006115.
- [Grin82] B. Grinstein, "A Supersymmetric $SU(5)$ Gauge Theory With No Gauge Hierarchy Problem", *Nucl. Phys. B* **206**, 387 (1982).
- [Gu81] A. H. Guth e E. J. Weinberg, "Cosmological Consequences Of A First Order Phase Transition In The $SU(5)$ Grand Unified Model", *Phys. Rev. D* **23**, 876 (1981).
- [Ha94] J. S. Hagelin, S. Kelley e V. Ziegler, "Using gauge coupling unification and proton decay to test minimal supersymmetric $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **342**, 145 (1995) [arXiv:hep-ph/9406366].
- [Hag92] K. Hagiwara e Y. Yamada, "Grand Unification Threshold Effects In Supersymmetric $SU(5)$ Models", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 709 (1993).
- [Hag98] K. Hagiwara e N. Okamura, "Quark and lepton flavor mixings in the $SU(5)$ grand unification theory", *Nucl. Phys. B* **548**, 60 (1999) [arXiv:hep-ph/9811495].
- [Hagm98] C. Hagmann *et al.*, "Results from a high-sensitivity search for cosmic axions", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2043 (1998) [arXiv:astro-ph/9801286].
- [Hal93] E. Halyo, "Can the axions of standard - like superstring models solve the strong CP problem?", *Phys. Lett. B* **318**, 597 (1993) [arXiv:hep-ph/9308211].
- [Ham00] T. Hambye, E. Ma e U. Sarkar, "Supersymmetric Triplet Higgs Model of Neutrino Masses and Leptogenesis", *Nucl. Phys. B* **602**, 23 (2001) [arXiv:hep-ph/0011192].
- [Ham03] T. Hambye e G. Senjanovic, "Consequences of triplet seesaw for leptogenesis", *Phys. Lett. B* **582** (2004) 73 [arXiv:hep-ph/0307237].
- [Han03] S. Hannestad e G. Raffelt, "Cosmological mass limits on neutrinos, axions, and other light particles", *JCAP* **0404**, 008 (2004) [arXiv:hep-ph/0312154].
- [Han07] S. Hannestad, A. Mirizzi, G. G. Raffelt e Y. Y. Y. Wong, "Cosmological constraints on neutrino plus axion hot dark matter", *JCAP* **0708**, 015 (2007) [arXiv:0706.4198 [astro-ph]].
- [Han08] S. Hannestad, A. Mirizzi, G. G. Raffelt e Y. Y. Y. Wong, "Cosmological constraints on neutrino plus axion hot dark matter: Update after WMAP-5", *JCAP* **0804**, 019 (2008) [arXiv:0803.1585 [astro-ph]].
- [Har81] J. A. Harvey, E. W. Kolb, D. B. Reiss e S. Wolfram, "Cosmological Baryon Number Generation In Grand Unified Models", *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 391.
- [Has1973a] F. J. Hasert *et al.*, "Search for elastic muon neutrino electron scattering", *Phys. Lett. B* **46**, 121 (1973).
- [Has1973b] F. J. Hasert *et al.* [Gargamelle Neutrino Collaboration], "Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment", *Phys. Lett. B* **46**, 138 (1973).
- [Haw87] S. W. Hawking, "Quantum Coherence Down the Wormhole", *Phys. Lett. B* **195**, 337 (1987).
- [Hay82] H. Hayashi, A. Murayama e M. J. Hayashi, "Roles Of 45 Higgs In $SU(5)$ Gut", *Phys. Rev. D* **26** (1982) 1185.
- [Hay83] M. J. Hayashi e A. Murayama, " $SU(5)$ Axion Model With Georgi-Jarlskog Mass Matrices But Without Domain Walls", *Phys. Lett. B* **129**, 47 (1983).
- [Hay99] Y. Hayato *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], "Search for proton decay through $p \rightarrow \bar{\nu} K^+$ in a large water Cherenkov detector", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1529 (1999) [arXiv:hep-ex/9904020].

- [He01] H. J. He, N. Polonsky e S. f. Su, "Extra families, Higgs spectrum and oblique corrections", Phys. Rev. D **64**, 053004 (2001) [arXiv:hep-ph/0102144].
- [Hi92] J. Hisano, H. Murayama e T. Yanagida, "Nucleon decay in the minimal supersymmetric $SU(5)$ grand unification", Nucl. Phys. B **402**, 46 (1993) [arXiv:hep-ph/9207279].
- [Hi94] J. Hisano, T. Moroi, K. Tobe e T. Yanagida, "Suppression of proton decay in the missing partner model for supersymmetric $SU(5)$ GUT", Phys. Lett. B **342**, 138 (1995) [arXiv:hep-ph/9406417].
- [Hi97] J. Hisano, D. Nomura e T. Yanagida, "Atmospheric neutrino oscillation and large lepton flavour violation in the SUSY $SU(5)$ GUT", Phys. Lett. B **437**, 351 (1998) [arXiv:hep-ph/9711348].
- [Hi03] J. Hisano e Y. Shimizu, "GUT relation in neutrino induced flavor physics in SUSY $SU(5)$ GUT", Phys. Lett. B **565**, 183 (2003) [arXiv:hep-ph/0303071].
- [Hi04] J. Hisano, M. Kakizaki, M. Nagai e Y. Shimizu, "Hadronic EDMs in SUSY $SU(5)$ GUTs with right-handed neutrinos", Phys. Lett. B **604**, 216 (2004) [arXiv:hep-ph/0407169].
- [Hi08] J. Hisano e Y. Shimizu, "CP Violation in B_s Mixing in the SUSY $SU(5)$ GUT with Right-handed Neutrinos", Phys. Lett. B **669**, 301 (2008) [arXiv:0805.3327 [hep-ph]].
- [Ho82] R. Holman, G. Lazarides e Q. Shafi, "Axions And The Dark Matter Of The Universe", Phys. Rev. D **27**, 995 (1983).
- [Ho92] R. Holman, S. D. H. Hsu, T. W. Kephart, E. W. Kolb, R. Watkins e L. M. Widrow, "Solutions to the strong CP problem in a world with gravity", Phys. Lett. B **282**, 132 (1992) [arXiv:hep-ph/9203206].
- [Hol93] W. Hollik, "Renormalization of the Standard Model",
- [Hu99] K. Huitu, Y. Kawamura, T. Kobayashi e K. Puolamaki, "Phenomenological constraints on SUSY $SU(5)$ GUTs with non-universal gaugino masses", Phys. Rev. D **61**, 035001 (2000) [arXiv:hep-ph/9903528].
- [Ib82] L. E. Ibanez, "Locally Supersymmetric $SU(5)$ Grand Unification", Phys. Lett. B **118** (1982) 73.
- [Ja78] C. Jarlskog e F. J. Yndurain, "Matter Instability In The $SU(5)$ Unified Model Of Strong, Weak And Electromagnetic Interactions", Nucl. Phys. B **149**, 29 (1979).
- [Jo81] D. R. T. Jones, "The Two Loop Beta Function For A $G(1) \times G(2)$ Gauge Theory", Phys. Rev. D **25**, 581 (1982).
- [Jos01] A. S. Joshipura, E. A. Paschos e W. Rodejohann, "A simple connection between neutrino oscillation and leptogenesis", JHEP **0108** (2001) 029 [arXiv:hep-ph/0105175].
- [Ka95] R. Kallosh, A. D. Linde, D. A. Linde and L. Susskind, "Gravity and global symmetries", Phys. Rev. D **52**, 912 (1995) [arXiv:hep-th/9502069].
- [Kam92] M. Kamionkowski e J. March-Russell, "Planck scale physics and the Peccei-Quinn mechanism", Phys. Lett. B **282**, 137 (1992) [arXiv:hep-th/9202003].
- [Kan87] K. Kang, "Axions, Majorons And Neutrino Masses",
- [Kan06] D. Kang *et al.* [CAST Collaboration], "The search for solar axions in the CAST experiment", arXiv:hep-ex/0605049.
- [Kaw00] Y. Kawamura, "Triplet-doublet splitting, proton stability and extra dimension", Prog. Theor. Phys. **105**, 999 (2001) [arXiv:hep-ph/0012125].
- [Ke07] J. Kersten e A. Y. Smirnov, "Right-Handed Neutrinos at LHC and the Mechanism of Neutrino Mass Generation", Phys. Rev. D **76**, 073005 (2007) [arXiv:0705.3221 [hep-ph]].
- [Kh96] S. Y. Khlebnikov e I. I. Tkachev, "Resonant decay of Bose condensates", Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1607 [arXiv:hep-ph/9610477].
- [Ki81] J. E. Kim, "Invisible Axion And Neutrino Oscillation In $SU(11)$ ", Phys. Rev. D **24**, 3007 (1981).
- [Ki86] J. E. Kim, "Light Pseudoscalars, Particle Physics and Cosmology", Phys. Rept. **150**, 1 (1987).
- [Ki08] J. E. Kim e G. Carosi, "Axions and the Strong CP Problem", arXiv:0807.3125 [hep-ph].
- [KI91] F. R. Klinkhamer, "Classical aspects of weak interactions", Nucl. Phys. A **546** (1992) 165.
- [Ko73] M. Kobayashi and T. Maskawa, "CP Violation In The Renormalizable Theory Of Weak Interaction", Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [Kof94] L. Kofman, A. D. Linde e A. A. Starobinsky, "Reheating after inflation", Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 3195 [arXiv:hep-th/9405187].
- [Kol79] E. W. Kolb e S. Wolfram, "Baryon Number Generation In The Early Universe", Nucl. Phys. B **172** (1980) 224 [Erratum-ibid. B **195** (1982) 542].

- [Kol88] E. W. Kolb e M. S. Turner, "Limits to the Radiative Decays of Neutrinos and Axions from Gamma-Ray Observations of SN 1987a", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 509 (1989).
- [Kol96] E. W. Kolb, A. D. Linde e A. Riotto, "GUT baryogenesis after preheating", *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 4290 [arXiv:hep-ph/9606260].
- [Kol98] E. W. Kolb, A. Riotto e I. I. Tkachev, "GUT baryogenesis after preheating: Numerical study of the production and decay of X-bosons", *Phys. Lett. B* **423** (1998) 348 [arXiv:hep-ph/9801306].
- [Kom01] S. Komine e M. Yamaguchi, "Bottom-tau unification in SUSY $SU(5)$ GUT and constraints from $b \rightarrow s$ gamma and muon $g-2$ ", *Phys. Rev. D* **65**, 075013 (2002) [arXiv:hep-ph/0110032].
- [Kr88] L. M. Krauss e F. Wilczek, "Discrete Gauge Symmetry in Continuum Theories", *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1221 (1989).
- [Kr99] L. M. Krauss e M. Trodden, "Baryogenesis below the electroweak scale", *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1502 [arXiv:hep-ph/9902420].
- [Ku87] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov e M. E. Shaposhnikov, "Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation and GUT Mechanism for Baryogenesis", *Phys. Lett. B* **191** (1987) 171.
- [La07] H. Lacker, "CKM matrix fits including constraints on New Physics", *In the Proceedings of 5th Flavor Physics and CP Violation Conference (FPCP 2007), Bled, Slovenia, 12-16 May 2007, pp 018* [arXiv:0708.2731 [hep-ph]].
- [Lan86] P. Langacker, R. D. Peccei e T. Yanagida, "Invisible Axions and Light Neutrinos: Are They Connected?", *Mod. Phys. Lett. A* **1**, 541 (1986).
- [Lan05] P. Langacker, "Status and phenomenology of the standard model", *Czech. J. Phys.* **55**, B501 (2005) [arXiv:hep-ph/0503068].
- [Lav87] G. V. Lavrelashvili, V. A. Rubakov e P. G. Tinyakov, "Disruption of Quantum Coherence upon a Change in Spatial Topology in Quantum Gravity", *JETP Lett.* **46**, 167 (1987) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **46**, 134 (1987)].
- [Laz82] G. Lazarides e Q. Shafi, "Axion Models With No Domain Wall Problem", *Phys. Lett. B* **115**, 21 (1982).
- [Laza92] D. M. Lazarus, G. C. Smith, R. Cameron, A. C. Melissinos, G. Ruoso, Y. K. Semertzidis e F. A. Nezrick, "A Search For Solar Axions", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2333 (1992).
- [Le04] K. Y. Lee, "Unitarity violation of the CKM matrix in a nonuniversal gauge interaction model", *Phys. Rev. D* **71**, 115008 (2005) [arXiv:hep-ph/0410381].
- [Leo85] J. Leon, J. Perez-Mercader, M. Quiros e J. Ramirez-Mittelbrunn, "A Sensible Finite $SU(5)$ Susy Gut?", *Phys. Lett. B* **156**, 66 (1985).
- [Leon91] G. K. Leontaris e K. Tamvakis, "Constraints from proton decay in the flipped $SU(5) \times U(1)$ superstring model", *Phys. Lett. B* **260**, 333 (1991).
- [Li09] Y. Liao, J. Y. Liu e G. Z. Ning, "Radiative Neutrino Mass in Type III Seesaw Model", arXiv:0902.1434 [hep-ph].
- [Liu99] Y. Liu e U. Sarkar, "CP violation in neutrino mixing matrix e leptogenesis", *Mod. Phys. Lett. A* **16** (2001) 603 [arXiv:hep-ph/9906307].
- [Lo92] J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos e H. Pois, "Proton decay and cosmology strongly constrain the minimal $SU(5)$ supergravity model", *Phys. Rev. D* **47**, 2468 (1993) [arXiv:hep-ph/9209220].
- [Lo93a] J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos, X. Wang e A. Zichichi, "SUSY signals at HERA in the no scale flipped $SU(5)$ supergravity model", *Phys. Rev. D* **48**, 4029 (1993) [arXiv:hep-ph/9304235].
- [Lo93b] J. L. Lopez, D. V. Nanopoulos e X. Wang, "Large $(G-2)$ -Mu In $SU(5) \times U(1)$ Supergravity Models", *Phys. Rev. D* **49**, 366 (1994) [arXiv:hep-ph/9308336].
- [Lu82] W. Lucha, "Proton Decay In The Minimal Supersymmetric $SU(5)$ Gut", *Nucl. Phys. B* **221**, 300 (1983).
- [Lut92] M. A. Luty, "Baryogenesis Via Leptogenesis", *Phys. Rev. D* **45** (1992) 455.
- [Ly91] D. H. Lyth, "Axions and Inflation: Sitting In The Vacuum", *Phys. Rev. D* **45**, 3394 (1992).
- [Ma73] S. k. Ma, "Introduction to the renormalization group", *Rev. Mod. Phys.* **45** (1973) 589.
- [Ma01] E. Ma, "Making neutrinos massive with an axion in supersymmetry", *Phys. Lett. B* **514**, 330 (2001) [arXiv:hep-ph/0102008].
- [Ma02] E. Ma, "Supersymmetric axion neutrino merger", *J. Phys. G* **29**, 313 (2003) [arXiv:hep-ph/0209321].

- [Ma07] E. Ma, "Gluino Axion, Neutrino Seesaw, Dynamical Gaugino Mass, and $A = 0$ Supersymmetry", *Mod. Phys. Lett. A* **22**, 2721 (2007) [arXiv:0707.1518 [hep-ph]].
- [Mac83] M. E. Machacek e M. T. Vaughn, "Two Loop Renormalization Group Equations In A General Quantum Field Theory. 1. Wave Function Renormalization", *Nucl. Phys. B* **222**, 83 (1983).
- [Mar80] W. J. Marciano e A. Sirlin, "Precise $SU(5)$ Predictions For $\sin^2\theta(W)$, $M(W)$ And $M(Z)$ ", *Phys. Rev. Lett.* **46**, 163 (1981).
- [Mas82] A. Masiero, D. V. Nanopoulos, K. Tamvakis e T. Yanagida, "Naturally Massless Higgs Doublets In Supersymmetric $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **115**, 380 (1982).
- [Mo79] R. N. Mohapatra e G. Senjanovic, "Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation", *Phys. Rev. Lett.* **44**, 912 (1980).
- [Mo82] R. N. Mohapatra e G. Senjanovic, "The Superlight Axion And Neutrino Masses", *Z. Phys. C* **17**, 53 (1983).
- [Mo04] R. N. Mohapatra *et al.*, "Theory of neutrinos", arXiv:hep-ph/0412099.
- [Mo06] R. N. Mohapatra e H. B. Yu, "Connecting leptogenesis to CP violation in neutrino mixings in a tri-bimaximal mixing model", *Phys. Lett. B* **644** (2007) 346 [arXiv:hep-ph/0610023].
- [Mon99] J. C. Montero, C. A. de Sousa Pires e V. Pleitez, "Comment on 'Majoron emitting neutrinoless double beta decay in the electroweak chiral gauge extensions' ", *Phys. Rev. D* **60**, 098701 (1999) [arXiv:hep-ph/9902448].
- [Mu01] H. Murayama e A. Pierce, "Not even decoupling can save minimal supersymmetric $SU(5)$ ", *Phys. Rev. D* **65**, 055009 (2002) [arXiv:hep-ph/0108104].
- [Na92] P. Nath e R. L. Arnowitt, "Predictions in $SU(5)$ supergravity grand unification with proton stability and relic density constraints", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3696 (1993) [arXiv:hep-ph/9302318].
- [Na07] P. Nath e P. Fileviez Perez, "Proton stability in grand unified theories, in strings, and in branes", *Phys. Rept.* **441**, 191 (2007) [arXiv:hep-ph/0601023].
- [Ni01] H. B. Nielsen e Y. Takanishi, "Baryogenesis via lepton number violation in anti-GUT model", *Phys. Lett. B* **507** (2001) 241 [arXiv:hep-ph/0101307].
- [Ni02] H. B. Nielsen e Y. Takanishi, "Baryogenesis via lepton number violation and family replicated gauge group", *Nucl. Phys. B* **636** (2002) 305 [arXiv:hep-ph/0204027].
- [Nie81] P. Van Nieuwenhuizen, "Supergravity", *Phys. Rept.* **68** (1981) 189.
- [Nil84] H. P. Nilles, "Supersymmetry, Supergravity And Particle Physics", *Phys. Rept.* **110** (1984) 1.
- [Pe77a] R. D. Peccei e H. R. Quinn, "Constraints Imposed By CP Conservation In The Presence Of Instantons", *Phys. Rev. D* **16**, 1791 (1977).
- [Pe77b] R. D. Peccei e H. R. Quinn, "CP Conservation In The Presence Of Instantons", *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).
- [Pe88] R. D. Peccei, "The Strong CP Problem", *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **3**, 503 (1989).
- [Pe01] R. D. Peccei, in *Sources and Detection of Dark Matter and Dark Energy in the Universe*, D. Cline (Ed.), Springer-Verlag, Berlin, 2001. hep-ph/0009030 (unpublished).
- [Pe06] R. D. Peccei, "The strong CP problem and axions", *Lect. Notes Phys.* **741**, 3 (2008) [arXiv:hep-ph/0607268].
- [Per04] P. Fileviez Perez, "Fermion mixings vs $d = 6$ proton decay", *Phys. Lett. B* **595**, 476 (2004) [arXiv:hep-ph/0403286].
- [Per08a] P. Fileviez Perez, H. Iminniyaz e G. Rodrigo, "Proton Stability, Dark Matter and Light Color Octet Scalars in Adjoint $SU(5)$ Unification", *Phys. Rev. D* **78**, 015013 (2008) [arXiv:0803.4156 [hep-ph]].
- [Per08b] P. Fileviez Perez, "Type III Seesaw and Left-Right Symmetry", arXiv:0809.1202 [hep-ph].
- [Perl75] M. L. Perl *et al.*, "Evidence for anomalous lepton production in e^+e^- annihilation", *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1489 (1975).
- [Perl76] M. L. Perl *et al.*, "Properties Of Anomalous $E\mu$ Events Produced In E^+E^- Annihilation", *Phys. Lett. B* **63**, 466 (1976).
- [Perl77] M. L. Perl *et al.*, "Properties Of The Proposed Tau Charged Lepton", *Phys. Lett. B* **70**, 487 (1977).
- [Pi97] A. Pilaftsis, "CP violation and baryogenesis due to heavy Majorana neutrinos", *Phys. Rev. D* **56** (1997) 5431 [arXiv:hep-ph/9707235].

- [Pl96] M. Plumacher, "Baryogenesis and lepton number violation", *Z. Phys. C* **74** (1997) 549 [arXiv:hep-ph/9604229].
- [Qu05] C. Quigg, "Nature's greatest puzzles", *In the Proceedings of 32nd SLAC Summer Institute on Particle Physics (SSI 2004): Natures Greatest Puzzles, Menlo Park, California, 2-13 Aug 2004, pp L001* [arXiv:hep-ph/0502070].
- [Ra00] G. G. Raffelt, "Astrophysics probes of particle physics", *Phys. Rept.* **333**, 593 (2000).
- [Ro00] L. J. Rosenberg e K. A. van Bibber, "Searches for invisible axions", *Phys. Rept.* **325** (2000) 1.
- [Roy04] T. S. Roy, "Unification, multiplets and proton decay", *Phys. Rev. D* **71**, 035010 (2005) [arXiv:hep-ph/0408291].
- [Ru96] V. A. Rubakov e M. E. Shaposhnikov, "Electroweak baryon number non-conservation in the early universe and in high-energy collisions", *Usp. Fiz. Nauk* **166** (1996) 493 [*Phys. Usp.* **39** (1996) 461] [arXiv:hep-ph/9603208].
- [Sa81] N. Sakai e T. Yanagida, "Proton Decay In A Class Of Supersymmetric Grand Unified Models", *Nucl. Phys. B* **197**, 533 (1982).
- [Se80] G. Segre e H. A. Weldon, " $SU(5)$ Theories With Both Proton Stability And Cosmological Baryon Number Generation", *Phys. Rev. Lett.* **44**, 1737 (1980).
- [Sh83] Q. Shafi e A. Vilenkin, "Inflation With $SU(5)$ ", *Phys. Rev. Lett.* **52**, 691 (1984).
- [Sh99] Q. Shafi e Z. Tavartkiladze, "Neutrino mixings and fermion masses in supersymmetric $SU(5)$ ", *Phys. Lett. B* **451**, 129 (1999) [arXiv:hep-ph/9901243].
- [Sh02] Q. Shafi e Z. Tavartkiladze, "Neutrino democracy, fermion mass hierarchies and proton decay from 5D $SU(5)$ ", *Phys. Rev. D* **67**, 075007 (2003) [arXiv:hep-ph/0210181].
- [Si82] P. Sikivie, "Of Axions, Domain Walls And The Early Universe", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1156 (1982).
- [Si83] P. Sikivie, "Experimental tests of the *invisible* axion", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1415 (1983) [Erratum-ibid. **52**, 695 (1984)].
- [Sl81] R. Slansky, "Group Theory For Unified Model Building", *Phys. Rept.* **79**, 1 (1981).
- [Sm93] A. Y. Smirnov, "Seesaw enhancement of lepton mixing", *Phys. Rev. D* **48**, 3264 (1993) [arXiv:hep-ph/9304205].
- [St82] F. W. Stecker e Q. Shafi, "The Evolution Of Structure In The Universe From Axions", *Phys. Rev. Lett.* **50**, 928 (1983).
- [Stu87] R. G. Stuart, "Algebraic Reduction of one Loop Feynman Diagrams to Scalar Integrals", *Comput. Phys. Commun.* **48** (1988) 367.
- [Sul01] A. K. Ciftci, R. Ciftci e S. Sultansoy, "A search for the fourth SM family fermions and E(6) quarks at $\mu^+ \mu^-$ colliders", *Phys. Rev. D* **65**, 055001 (2002) [arXiv:hep-ph/0106222].
- [Th93] S. D. Thomas, "Topics in axion and neutrino physics, time reversal violation, and Higgs detection",
- [tHo72] G. 't Hooft e M. J. G. Veltman, "Regularization And Renormalization Of Gauge Fields", *Nucl. Phys. B* **44** (1972) 189.
- [tHo76] G. 't Hooft, "Symmetry breaking through Bell-Jackiw anomalies", *Phys. Rev. Lett.* **37**, 8 (1976).
- [Tr98a] M. Trodden, "Electroweak baryogenesis", *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 1463 [arXiv:hep-ph/9803479].
- [Tr98b] M. Trodden, "Electroweak baryogenesis: A brief review", arXiv:hep-ph/9805252.
- [Tu89] M. S. Turner, "Windows on the Axion", *Phys. Rept.* **197**, 67 (1990).
- [Va84] C. Vafa and E. Witten, "Parity Conservation In QCD", *Phys. Rev. Lett.* **53**, 535 (1984).
- [Val06] J. W. F. Valle, "Neutrino physics overview", *J. Phys. Conf. Ser.* **53** (2006) 473 [arXiv:hep-ph/0608101].
- [vO89] G. J. van Oldenborgh e J. A. M. Vermaseren, "New Algorithms for One Loop Integrals", *Z. Phys. C* **46** (1990) 425.
- [We79] S. Weinberg, "Baryon And Lepton Nonconserving Processes", *Phys. Rev. Lett.* **43**, 1566 (1979).
- [We80] S. Weinberg, "Effective Gauge Theories", *Phys. Lett. B* **91** (1980) 51.
- [Wi82] F. Wilczek, "Axions And Family Symmetry Breaking", *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1549 (1982).
- [Wi07] F. Wilczek, "Anticipating a New Golden Age", *Int. J. Mod. Phys. A* **23**, 1791 (2008) [*Eur. Phys. J. C* **59**, 185 (2009)] [arXiv:0708.4236 [hep-ph]].
- [Wil04] S. Willenbrock, "Symmetries of the standard model", arXiv:hep-ph/0410370.

- [Wis81] M. B. Wise, H. Georgi e S. L. Glashow, " $SU(5)$ And The Invisible Axion", Phys. Rev. Lett. **47** (1981) 402.
- [Ya80] T. Yanagida e M. Yoshimura, "Heavy Majorana Leptons And Cosmological Baryon Excess", Phys. Rev. D **23** (1981) 2048.
- [Yam92] Y. Yamada, "SUSY and GUT threshold effects in SUSY $SU(5)$ models", Z. Phys. C **60**, 83 (1993).
- [Ze80] A. Zee, "A Theory Of Lepton Number Violation, Neutrino Majorana Mass, And Oscillation", Phys. Lett. B **93**, 389 (1980) [Erratum-ibid. B **95**, 461 (1980)].
- [Ze74] Y. B. Zeldovich, I. Y. Kobzarev e L. B. Okun, "Cosmological Consequences Of The Spontaneous Breakdown Of Discrete Symmetry", Zh. Eksp. Teor. Fiz. **67**, 3 (1974) [Sov. Phys. JETP **40**, 1 (1974)].
- [Zh80] A. R. Zhitnitsky, "On Possible Suppression Of The Axion Hadron Interactions. (In Russian)", Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 260 (1980) [Yad. Fiz. **31**, 497 (1980)].
- [Zi04] K. Zioutas *et al.* [CAST Collaboration], "First results from the CERN Axion Solar Telescope (CAST)", Phys. Rev. Lett. **94**, 121301 (2005) [arXiv:hep-ex/0411033].

