

Rafael Ramos de Souza

Programação do despacho termo-eólico por
fluxo de potência ótimo ativo/reactivo
solucionado por métodos de pontos
interiores/exteriores.

Brasil

Novembro de 2020

Rafael Ramos de Souza

**Programação do despacho termo-eólico por fluxo de
potência ótimo ativo/reactivo solucionado por
métodos de pontos interiores/exteriores.**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia
de Bauru da Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho" como parte dos re-
quisitos para obtenção do título de Doutor
em Engenharia Elétrica, Programa de pós-
graduação em Engenharia Elétrica.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"

Faculdade de Engenharia de Bauru

Orientador: Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo

Coorientador: Prof. Dr. Leonardo Nepomuceno

Brasil

Novembro de 2020

S729p

Souza, Rafael Ramos de

Programação do despacho termo-eólico por fluxo de potência ótimo ativo/reactivo solucionado por métodos de pontos interiores/exteriores / Rafael Ramos de Souza. -- Bauru, 2020

99 p. : il., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Antonio Roberto Balbo

Coorientador: Leonardo Nepomuceno

1. Fluxo de potência ótimo estocástico. 2. Função de densidade de probabilidade de Weibull. 3. Energia eólica. 4. Método de pontos interiores/exteriores. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA TESE DE DOUTORADO DE RAFAEL RAMOS DE SOUZA, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 04 dias do mês de setembro do ano de 2020, às 14:00 horas, no(a) Via sistemas de videoconferência e outras ferramentas para comunicação a distância, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO - Orientador(a) do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. GUILHERME GUIMARÃES LAGE do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA do(a) Departamento de Matemática / Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru - UNESP, Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da TESE DE DOUTORADO de RAFAEL RAMOS DE SOUZA, intitulada **O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO PROBABILÍSTICO SOLUCIONADO POR MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES/EXTERIORES**. Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO _____. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. ANTONIO ROBERTO BALBO

Prof. Dr. GUILHERME GUIMARÃES LAGE

Prof. Dr. DIEGO NUNES DA SILVA

Prof^a. Dr^a. EDILAINE MARTINS SOLER

Prof. Dr. ANDRE CHRISTOVAO PIO MARTINS

Observação: A defesa foi realizada de forma síncrona através do Google Meet.

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

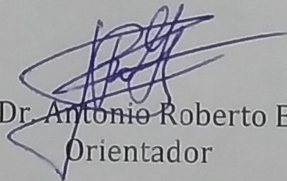
A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DO ALUNO:
RAFAEL RAMOS DE SOUZA

DE: "O PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO PROBABILÍSTICO SOLUCIONADO POR
MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES/EXTERIORES"

PARA:

PROGRAMAÇÃO DO Despacho Termo-eóLico por Fluxo
de Potência Ótimo Ativo/reativo solucionado
por Métodos de Pontos Interiores/Exteriores.

Bauru, 04 de setembro de 2020.


Prof. Dr. Antonio Roberto Balbo
Orientador

*Dedico a minha família,
pelo amor e compreensão.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus e a minha Mãe Divina por me darem sabedoria, força e iluminarem o meu caminho.

Ao meu orientador, professor Dr. Antonio Roberto Balbo, pela oportunidade de realizar este trabalho e pelo bom relacionamento durante toda essa jornada.

Ao meu co-orientador, professor Dr. Leonardo Nepomuceno, por toda a contribuição e dedicação.

À minha família, pelo apoio e compreensão em relação aos prazos e ao tempo em que me dediquei em mais essa etapa.

À professora Dra. Edilaine Martins Soler, ao professor Dr. Andre Christovão Pio Martins, ao professor Dr. Guilherme Guimarães Lage e ao professor Dr. Diego Nunes da Silva, por participarem das bancas de avaliação e pelas contribuições para este trabalho.

Aos colegas Andréa Camila dos Santos Martins, Ricardo Bento Nogueira Mori Pinheiro, Jéssica Antonio Delgado e Diego Nunes da Silva pelas contribuições no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e da Licenciatura em Matemática da UNESP - Bauru, que contribuíram para a minha formação acadêmica.

Aos funcionários da Seção Técnica de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru e do Departamento de Matemática, pela presteza e atenção concedida.

*“Voe, e que todo vento a bem te soe ao descobrir
A natureza da centelha divina que existe em si.”
Plano de Voo (Criolo)*

RESUMO

A inserção de fontes renováveis em sistemas de potência trazem incertezas para a programação do despacho de potência ativa por meio de problemas de Fluxo de Potência Ótimo. Neste trabalho, propõe-se um modelo de Fluxo de Potência Ótimo Estocástico para sistemas termo-eólicos com o objetivo de minimizar os custos de geração, que consideram os custos da geração termelétrica e os custos da geração eólica. A potência eólica é uma variável aleatória, de modo que o custo de geração eólica é determinado pela subestimação (penalidade) e superestimação (reserva) da geração através da função de densidade de probabilidade de Weibull. Para a resolução do modelo proposto, uma abordagem de solução é desenvolvida com base em métodos de gradiente. Para a utilização destes, uma das contribuições deste trabalho está na utilização do Teorema Fundamental do Cálculo para a determinação das derivadas de primeira e segunda ordem dos custos de reserva e penalidade associados a geração eólica. Para o custo termelétrico, considerado com pontos de carregamento de válvula, restrições de desigualdade são utilizadas para tratar, de forma equivalente, a função valor absoluto senoidal, uma vez que essa é não diferenciável nestes pontos. As estratégias apresentadas permitem a utilização de métodos de gradiente, sendo desenvolvido e adaptado um método primal-dual de pontos interiores/exteriores para a resolução do modelo. O método citado foi implementado em linguagem Matlab e aplicado aos sistemas IEEE 30, 39, 57 e 118 barras para testar e validar a metodologia proposta.

Palavras-chave: Fluxo de potência ótimo estocástico, Função de densidade de probabilidade de Weibull, Energia eólica, Método de pontos interiores/exteriores.

ABSTRACT

Recent insertion of renewables in electric power systems introduces sources of uncertainties in power generation scheduling problems, which are traditionally solved by means of Optimal Power Flow models. In this work, we propose a Stochastic Optimal Power Flow model for thermal-wind systems whose objective is the minimization of generation costs, which include thermal cost and the expected wind power costs. Wind power output is a random variable, such that wind power costs is calculated by underestimation (penalty) and overestimation (reserve) of wind power generation, by means of the Weibull probability density function. The model proposed is solved by means of a gradient-based approach. The utilization of such class of methods is conveyed by the derivation of the exact expressions for the first and second order derivatives of the reserve and penalty wind power cost functions, which are proposed in this paper, by using the Fundamental Theorem of Calculus. For handling non-differentiability associated with the valve-point loading effect of thermal costs, we propose an equivalent optimization model which introduces additional inequality constraints. The strategies proposed for reformulating the problem allow for the application of primal-dual interior/exterior-point methods for solving the equivalent problem. The method proposed is implemented in Matlab and applied for solving the IEEE 30-, 39-, 57- and 118-bus systems, for testing and validating the methodology proposed.

Keywords: Stochastic optimal power flow, Weibull probability density function, Wind energy, Interior/exterior point method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Gráfico da função de densidade de probabilidade de Weibull	35
Figura 2.2 – Gráfico da função de distribuição acumulada	36
Figura 2.3 – Saída de potência ativa eólica em função da velocidade do vento.	37
Figura 2.4 – Manual técnico de uma turbina eólica.	37
Figura 2.5 – FDPW conforme a variável aleatória da potência eólica	38
Figura 2.6 – Custos de Reserva e Penalidade	42
Figura 5.1 – A curva f^W para o gerador eólico usado nos experimentos computacio- nais com os sistemas IEEE 30 e 57 barras.	70
Figura 5.2 – A curva f^W para o gerador eólico usado nos experimentos computacio- nais com o sistema 39 barras.	78
Figura 5.3 – FDPW para a produção de energia da unidade de energia eólica locali- zada na barra 36.	81
Figura 5.4 – FDPW para a produção de energia da unidade de energia eólica locali- zada na barra 49.	82
Figura A.1 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 1$	93
Figura A.2 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 1$	93
Figura A.3 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 1$	94
Figura A.4 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 3$	94
Figura A.5 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 3$	95
Figura A.6 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 3$	95
Figura A.7 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 5$	96
Figura A.8 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 5$	96
Figura A.9 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 5$	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Resultados para o sistema IEEE 30 barras - Casos 1-3	71
Tabela 5.2 – Resultados para o sistema IEEE 30 barras - Casos 4-6 - $\omega_j^R = \omega_j^P = 2$.	72
Tabela 5.3 – Resultados para o sistema IEEE 57 barras - Casos 7-9	74
Tabela 5.4 – Resultados para o sistema IEEE 57 barras - Casos 10-12 - $\omega_j^R = \omega_j^P = 2$	75
Tabela 5.5 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 13: Variação do gerador eólico - 1	77
Tabela 5.6 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 13: Variação do gerador eólico - 2	77
Tabela 5.7 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 14: Variação do gerador eólico - 1	79
Tabela 5.8 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 14: Variação do gerador eólico - 2	79
Tabela 5.9 – Dados para a função de densidade de probabilidade Weibull da produção de energia na cidade de Fortaleza, Brasil.	81
Tabela 5.10–Resultados do sistema IEEE 118 barras - Casos 15 e 16 - $\omega^R = \omega^P = 1$.	82
Tabela 5.11–Custos da geração eólica - Caso 16 - $\omega^R = \omega^P = 1$	83
Tabela 5.12–Resultados do sistema IEEE 118 barras - Casos 15 e 17 - $\omega^R = \omega^P = 10$.	84
Tabela 5.13–Custos da geração eólica - Caso 17 - $\omega^R = \omega^P = 10$	85
Tabela B.1 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 30 barras	98
Tabela B.2 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 57 barras	98
Tabela B.3 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 39 barras	98
Tabela B.4 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 118 barras	99

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BLM	Método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logaritmica modificada
CS	Modified cuckoo search
DE	Despacho Econômico
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função de Densidade de Probabilidade
FDPW	Função de Densidade de Probabilidade de Weibull
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
FPOE	Fluxo de Potência Ótimo Estocástico
FPOP	Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico
FPOR	Fluxo de Potência Ótimo Reativo
MMSA	Modified moth swarm algorithm
PSO	Particle swarm optimisation
PV	Efeito de carregamento de ponto de válvula
SAEP	Self-adaptive evolutionary programming
SHADE-SF	Success history based adaptive differential evolution - superiority of feasible solutions
SIN	Sistema Interligado Nacional
TFC	Teorema Fundamental do Cálculo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	A ENERGIA EÓLICA E A FDPW	29
2.1	Histórico da representação da geração eólica em problemas de FPO	29
2.2	Função de Densidade de Probabilidade, Função de Distribuição Acumulada e Esperança de variáveis aleatórias contínuas	32
2.3	Função de Densidade de Probabilidade de Weibull (FDPW) . .	34
2.4	Cálculo da potência eólica	36
2.5	A FDPW expressa conforme a potência eólica	38
2.6	Custos da geração eólica	40
2.6.1	Custo Linear	40
2.6.2	Custo de Reserva	40
2.6.3	Custo de Penalidade	41
2.6.4	Cálculo dos Custos de Reserva e Penalidade	42
2.6.5	Cálculo das derivadas dos custos da geração eólica	43
3	FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO ESTOCÁSTICO (FPOE) .	45
3.1	Nomenclatura	45
3.2	O modelo de FPOE	47
3.2.1	Função Objetivo	48
3.2.2	Restrições de Igualdade	49
3.2.3	Restrições de Desigualdade	49
4	METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO	51
4.1	Estratégia para o tratamento do valor absoluto na função objetivo	52
4.2	O Método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada	53
4.2.1	O sistema de direções de busca	56
4.2.2	Cálculo das direções	59
4.2.2.1	Procedimento Previsor	59
4.2.2.2	Procedimento Corretor	62
4.2.3	Estratégia de condição de positividade local	63
4.2.4	Cálculo do tamanho do passo	64
4.2.5	Cálculo do novo ponto	64

4.2.5.1	Estratégia 1	65
4.2.5.2	Estratégia 2	65
4.2.6	Atualização dos parâmetros μ e δ	66
4.2.7	Critério de Parada	66
4.2.8	Inicialização	67
4.2.9	O Algoritmo do método BLM	67
5	RESULTADOS	69
5.1	Sistema IEEE 30 barras	70
5.2	Sistema IEEE 57 barras	73
5.3	Sistema IEEE 39 barras	76
5.4	Sistema IEEE 118 barras	80
6	CONCLUSÃO	86
7	TRABALHOS PUBLICADOS	87
	REFERÊNCIAS	88
	APÊNDICES	91
	APÊNDICE A – PARÂMETROS DE WEIBULL	92
	APÊNDICE B – DADOS DOS GERADORES	98

1 INTRODUÇÃO

Segundo a (ABEEólica, 2019) a capacidade instalada de potência eólica na última década no Brasil passou de 600 MW para 15,45 GW. Somente em 2019 a capacidade instalada foi de 744,95 MW. A geração em 2019 foi de 55,9 TWh, sendo a fonte eólica responsável por uma média de 9,71% de toda a geração no Sistema Interligado Nacional (SIN).

No Brasil, ainda de acordo com (ABEEólica, 2019), os investimentos em novos projetos no setor eólico representaram 53% dos investimentos realizados em fontes renováveis em 2019. Uma das vantagens da geração eólica está na redução da emissão de CO_2 na atmosfera. Em 2019 foram evitadas 22,58 milhões de toneladas de CO_2 . Outra vantagem de acordo com (ANEEL, 2001), é a complementariedade sazonal de chuvas e ventos em determinadas regiões do país, em períodos de pouca chuva temos ventos favoráveis para a produção de energia eólica.

Publicada pela (GWEC, 2019), no ranking mundial de capacidade instalada o Brasil ocupa a 7ª posição, liderada pela China que possui uma capacidade instalada de 229,56 GW de potência. As fontes renováveis tem tido um crescimento mundial e maior participação na geração nos sistemas elétricos de potência. Pesquisadores vêm explorando a inserção de fontes renováveis nos sistemas elétricos e um dos maiores desafios está na incerteza provocada por essas fontes.

O Fluxo de Potência Ótimo (FPO) busca otimizar algum critério relacionado a geração, transmissão ou distribuição da energia dos sistemas elétricos de potência, de acordo com restrições físicas e operacionais e determinando variáveis de controle ótimo. A inclusão da geração eólica a esses sistemas torna o FPO um problema de programação com incertezas.

Na literatura encontramos duas principais vertentes de pesquisa relacionadas a esses problemas. Os estudos envolvendo a primeira questão foram conduzidos principalmente por meio do problema de FPO Probabilístico (FPOP). No problema de FPOP, algumas de suas variáveis de entrada são caracterizadas como variáveis aleatórias. A maioria dos métodos para resolver o problema de FPOP é baseada na execução do problema de FPO determinístico diversas vezes, uma para cada conjunto de valores das variáveis aleatórias de entrada e na avaliação da correlação com as variáveis de saída específicas analisadas no ponto de solução encontrado. Deste modo, permite o estudo de características estatísticas em torno da solução calculada pelo problema de FPOP. De acordo com (Verbic; Canizares, 2006), o termo FPOP é proposto em (Madrigal; Ponnambalam; Quintana, 1998), e desde então uma série de estudos sobre vários parâmetros de entrada incertos para os problemas

de FPOP têm sido estudados. A segunda linha de pesquisa é a investigada neste trabalho e é detalhada a seguir.

Os estudos relacionados a segunda abordagem de problemas de FPO com incertezas foram conduzidos principalmente por meio de problemas de FPO Estocástico (FPOE). No problema de FPOE, reconhece-se que, uma vez que os dados de entrada incertos são descritos por uma coleção de diferentes conjuntos de dados, a função objetivo resultante do FPOE também é incerta. Em geral, os problemas de FPOE adotam como função objetivo o valor esperado das funções objetivo dos problemas determinísticos de FPO. Portanto, a tomada de decisão sob incerteza envolve o cálculo de um conjunto de controles ótimos que otimiza o valor esperado dos critérios adotados nos problemas de FPO. A implementação de tais controles no sistema pré-posiciona o tomador de decisão da melhor maneira possível, considerando os conjuntos de dados de entrada conhecidos (Conejo; Carrión; Morales, 2010).

Neste trabalho é proposto um modelo de FPOE ativo/reativo para calcular a programação ótima de potência ativa e reativa com o objetivo de minimizar os custos da geração de sistemas termo-eólicos, por meio de uma abordagem de otimização baseada em gradiente da função com tempos computacionais viáveis. Os custos da geração termelétrica levam em consideração os pontos de carregamento de válvula e os custos esperados relacionados à produção de energia eólica foram baseados em (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008) e (Mishra; Singh; Rokadia, 2015).

A geração de energia eólica é uma importante fonte de energia renovável e tende a reduzir os custos de geração dos sistemas elétricos de potência, porém suas características incertas relacionadas a velocidade do vento tornam ineficazes a programação ótima calculada por problemas de FPO determinísticos. É necessário levar em consideração um conjunto de probabilidades para determinar uma solução que esteja mais próxima da realidade, tornando o despacho seguro e confiável. Para isso o operador do sistema deve programar quantidades adequadas de recursos de reserva de geração, de modo que a indisponibilidade de geração ocasionada pela intermitência dos geradores eólicos possa ser compensada por outras fontes disponíveis. Essas reservas representam custos adicionais para o sistema, encontrados na literatura como custos de reserva de geração ou superestimação da geração. A minimização destes custos de reserva pode reduzir substancialmente a geração eólica, deste modo é adotado um custo por não utilizar a energia eólica disponível, conhecido como custo de penalidade ou subestimação da geração.

Esses custos de reserva e penalidade são geralmente formulados como termos expressos por integrais definidas, cuja formulação é baseada na função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW). Esses termos integrais não possuem solução analítica, ou seja, sua solução pode ser obtida apenas por método numéricos.

Para o cálculo dos custos da geração eólica diversos autores ao longo dos anos

utilizaram a subestimação e superestimação da geração eólica nos sistemas. Em (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008) foi proposto um modelo de despacho econômico que incorporou na função objetivo os custos da geração eólica, os autores realizaram simulações numéricas com uma *toolbox* de otimização do Matlab.

Em (Shi et al., 2012), para a resolução do FPO foram utilizados histogramas para a potência eólica que eram determinados através de simulações de Monte Carlo. Considerando a FDPW, de acordo com a velocidade do vento, os balanços de potência eram resolvidos por um fluxo de carga. Os autores utilizaram uma programação evolutiva auto-adaptativa (SAEP) na resolução do problema.

Outros autores também resolveram o problema de FPO com sistemas termo-eólicos, determinando os balanços de potência ativa e reativa através de um fluxo de carga para posteriormente resolver o sistema com métodos meta-heurísticos, como em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015). Neste trabalho os autores calculam os custos da geração do sistema. O método utilizado é um algoritmo de Cuckoo modificado.

Em trabalhos mais recentes há a inserção de outras fontes renováveis nos problemas de FPO, além da geração eólica como, por exemplo, a geração solar. Em (Biswas; Suganthan; Amaratunga, 2017) foi utilizado um método de evolução diferencial (SHADE-SF) para resolver o FPO com a inclusão da energia solar. E em (Elattar, 2019) foi apresentado um modelo de FPO com um sistema combinado de calor e energia que incorpora energia eólica, os resultados foram obtidos de um algoritmo de enxame de mariposas modificado (MMSA).

Neste trabalho, propomos uma nova abordagem para o tratamento dos termos integrais relacionados às funções de custo de energia eólica, que não dependem da construção de funções aproximadas nem de aproximações dos termos integrais, ou de suas derivadas, por meio de uma soma de termos. Em nossa abordagem, calculamos os termos integrais por métodos de integração numérica, dentro do procedimento iterativo de resolução do problema de FPOE. Além disso, obtemos expressões analíticas exatas para as derivadas de primeira e segunda ordem dos termos integrais, utilizando o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC). Desta forma a abordagem permitiu a utilização de abordagens baseadas em gradiente para a solução do problema, uma vez que as derivadas determinadas são utilizadas na construção do vetor gradiente da função objetivo e na matriz Hessiana do problema. Utilizamos o método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada (BLM) para resolver o problema. Os sistemas IEEE 30, 39, 57 e 118 barras foram utilizados pela abordagem proposta.

Dentre as principais contribuições deste trabalho destacamos: (i) Formulação de um problema de FPOE ativo/reactivo para sistemas termo-eólicos; (ii) Através do TFC determinamos as derivadas de primeira e segunda ordem das integrais que compõem os custos de reserva e penalidade associados aos custos da geração eólica tornando possível a

utilização de abordagens baseadas em gradiente; (iii) Tratamos a não diferenciabilidade associada aos pontos de carregamento de válvula dos custos termelétricos.

Este trabalho está organizado como segue: no Capítulo 2 apresentamos a FDPW, o histórico da subestimação e superestimação da geração eólica e a proposta de determinação das derivadas dos custos da geração eólica através do TFC. No Capítulo 3 apresentamos o modelo de FPOE. A metodologia de resolução do FPOE e o método BLM são vistos no Capítulo 4. Os Resultados dos testes realizados são apresentados no Capítulo 5 e as conclusões no Capítulo 6.

2 A ENERGIA EÓLICA E A FDPW

No modelo do problema de FPOE proposto neste trabalho, temos como objetivo minimizar o custo de geração de energia, em que as fontes de geração do sistema são a termelétrica e a eólica. No caso da geração termelétrica, a potência despachada para cada gerador produzir é controlável, pois basta que o operador determine a quantidade a ser gerada para atender a demanda. Porém no caso da geração eólica, por considerar o vento para sua produção, que é incerto, é necessário determinar a probabilidade de ocorrência da potência eólica disponível, pois o custo da geração eólica é calculado a partir da subestimação e superestimação da geração.

Como a velocidade do vento é uma variável aleatória, a potência eólica real gerada a partir da velocidade do vento torna-se uma variável aleatória estocástica. A potência eólica programada é uma das variáveis do modelo, com isso temos um modelo de FPOE ativo/reactivo para sistemas termo-eólicos.

Neste capítulo veremos como usualmente são determinados os custos da geração eólica que foram inseridos na função objetivo do modelo. Apresentamos definições da área de probabilidade, a função de densidade de probabilidade de Weibull, que representa a incerteza da velocidade do vento e uma das propostas deste trabalho, o cálculo das derivadas de primeira e segunda ordem dos custos da geração eólica através do TFC. Apresentamos também, o estado da arte da geração eólica no FPO.

2.1 Histórico da representação da geração eólica em problemas de FPO

Nesta seção revisamos na literatura, como usualmente os custos da geração eólica são representados, inseridos nos modelos de FPO e os métodos de resolução.

A velocidade do vento é uma variável aleatória contínua e sua distribuição de probabilidade pode ser representada através da função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW) que utiliza dois parâmetros para essa representação, o parâmetro de forma k e escala c , descritos ao longo deste capítulo.

Uma consequência da estocasticidade da velocidade do vento é que a potência eólica gerada também é uma variável aleatória. Por este motivo em (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008) foi proposta uma transformação na FDPW para representar a distribuição de probabilidade da potência eólica, pois os autores inseriram geradores eólicos em um problema de Despacho Econômico (DE) clássico, em que a potência dos geradores eram as variáveis do problema.

Com a distribuição de probabilidade da potência eólica os autores consideraram duas possibilidades para a potência eólica programada no sistema, ou a potência estaria abaixo da média (subestimação) ou estaria acima da média (superestimação). Para o caso da subestimação da geração eólica, a potência eólica programada estaria abaixo da potência eólica disponível na região ou período, assim temos um custo de penalidade e para o caso da superestimação a potência eólica programada estaria acima da média disponível e caso esta potência não ocorra, devido a variabilidade do vento, uma reserva de energia seria necessária para suprir a demanda, ocasionando um custo de reserva. Os autores consideraram ainda um custo linear associado a amortização e manutenção dos parques eólicos, desta forma os custos linear, reserva e penalidade foram inseridos na função objetivo do modelo de DE para o cálculo dos custos da geração de um sistema termo-eólico. Simulações numéricas com uma *toolbox* de otimização do Matlab foram realizadas para um sistema teste com 2 geradores termelétricos e 2 geradores eólicos. As conclusões dos autores foram que com o aumento do parâmetro de escala c relacionado com a média de velocidade do vento, o despacho de potência eólica aumentava, assim como para o coeficiente de penalidade K^P . No caso de aumentar o coeficiente de reserva K^R o despacho tende a diminuir. Esses coeficientes associados aos custos da geração eólica serão apresentados ao longo do capítulo e tem por objetivo auxiliar o operador do sistema na variação do preço da geração eólica no sistema.

(Jabr; Pal, 2009) empregaram um modelo de FPO com geração termo-eólica em que os custos da geração eólica foram inseridos na função objetivo e utilizaram histogramas ao invés da FDPW no cálculo dos custos. Para resolução, as expressões dos balanços de potência são linearizadas e o modelo é resolvido através de um método de ponto interior e para os resultados são realizadas simulações.

Um novo modelo para quantificar o custo da geração eólica, foi proposto em (Shi et al., 2012). Através de simulações de Monte Carlo e da FDPW, conforme a velocidade do vento, os autores determinaram uma distribuição de frequência para a potência eólica. O modelo pode tornar-se custoso para uma análise em diferentes períodos de tempo ou regiões. Os autores definem o custo de reserva como custo de oportunidade da escassez de energia eólica, caso a potência eólica programada não seja atendida. O custo de penalidade é definido como custo de oportunidade do excedente de energia e pode ser relacionado também com a perda de benefício ambiental causada pela diminuição da geração eólica, no caso da potência eólica programada estar abaixo da potência eólica disponível.

Este modelo foi aplicado a um FPO, com função objetivo determinada pela função de custo das termelétricas, considerando os pontos de carregamento de válvula e a função custo da geração eólica. Os autores não consideram um custo linear para a geração eólica. As variáveis do problema foram as potências termelétrica e eólica e as magnitudes de tensão. Para resolução foi utilizada programação evolutiva auto-adaptativa(SAEP),

em que as equações dos fluxos de potência foram resolvidos diretamente e as restrições de desigualdade foram adicionadas a função objetivo com uma penalidade. Os autores comparam os custos da geração do sistema ao alternar a integração de um gerador eólico em diferentes barras do sistema.

Em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015) foi proposto um método de Cuckoo Modificado (CS), que foi comparado a um método de PSO, para a solução do problema de FPO com sistema termo-eólico. O modelo de FPO tem como função objetivo a minimização dos custos das termelétricas sem considerar os pontos de carregamento de válvula e o custo de geração eólica, composto da superestimação e subestimação da geração eólica, sem considerar um custo linear. Para a resolução, assim como em Shi (2012), os autores calculam os fluxos de potência ativa e reativa através de um fluxo de carga e as demais restrições são adicionadas a função objetivo através de penalidades. Para a superestimação e subestimação da geração eólica, os autores utilizam a função de densidade de probabilidade de Weibull para a parte contínua da variável aleatória da potência eólica. Os autores consideram o custo de subestimação da geração não como um custo real e sim um termo de penalidade por não explorar o recurso disponível. Para os testes, foi considerada uma região com parâmetro de escala $c = 10$ e de forma $k = 2$ e foi verificada a influência do coeficiente de reserva K^R no despacho de potência eólica, assim foi possível observar que com o aumento do coeficiente de reserva o sistema despachou menos potência eólica. O método de CS foi superior nos resultados em relação ao PSO.

No trabalho de (Reddy; Momoh, 2016), os custos da geração do sistema foram considerados como uma restrição de desigualdade com um limitante superior, enquanto o objetivo do FPO foi minimizar a emissão de poluentes na atmosfera. Nos custos para a geração termelétrica foi considerado o custo quadrático e na geração eólica o modelo de superestimação e subestimação da geração com custo linear e utilização da FDPW. Segundo os autores esta forma de estimar os custos da geração eólica é usada na maior parte do mundo. Para a resolução foi utilizado um Algoritmo de Oposição baseado na dinâmica de bactérias e nos testes são considerados dois casos, o FPO sem e com restrições de custo. São comparadas várias demandas de carga (80%, 100% e 120% da carga nominal). Sem restrições, a medida que aumenta a demanda, a geração eólica aumenta. No caso do FPO com as restrições de custo, a geração eólica variou menos e teve maior participação no despacho para as diferentes demandas.

Com uma técnica de adaptação de parâmetros baseada no histórico de sucesso da evolução diferencial (SHADE-SF), (Biswas; Suganthan; Amaratunga, 2017) resolveram um modelo proposto de FPO com inserção de geração eólica e solar, com o objetivo de minimizar os custos de geração. Nos custos das termelétricas foram considerados os pontos de carregamento de válvula e uma taxa de carbono. A determinação dos custos da geração eólica e solar foi semelhante ao proposto em (Shi et al., 2012). Foram determinadas

distribuições de frequência por simulações de Monte Carlo a partir da FDPW para a geração eólica e uma função de densidade de probabilidade lognormal para a geração solar. As variáveis do problema foram as potências ativas dos geradores e as magnitudes de tensão das barras. Nos resultados foram realizados testes com variação do parâmetro de escala c , coeficiente de reserva K^R e coeficiente de penalidade K^P , para um mesmo parâmetro de forma k , além da minimização dos custos em relação a geração renovável e com a taxa de carbono.

Em um trabalho mais recente, (Elattar, 2019) propôs um modelo de FPO com sistema combinado de calor e energia que incorpora energia eólica, com objetivo de minimizar os custos operacionais, perdas e desvio do perfil de tensão dos sistemas. Assim como outros trabalhos apresentados, não incorpora os fluxos de potência na função objetivo e os resolve a parte. A FDPW, conforme a potência eólica, é utilizada para a subestimação e superestimação da geração. Um algoritmo de enxame de mariposa modificado (MMSA) foi proposto e foram realizados testes com dois sistemas verificando a variação dos custos da geração eólica em relação a potência eólica programada, além do fator de escala c e coeficientes K^R e K^P . Para o sistema IEEE 118 barras foram adicionados 2 geradores eólicos.

Como foi apresentado, todos os autores citados resolveram o modelo de FPOE utilizando métodos meta-heurísticos. Neste trabalho foram desenvolvidas estratégias para tratar a função de custo termelétrica com pontos de carregamento de válvula e uma proposta para o cálculo das integrais que compõem os custos associados a geração eólica, que permitem utilizar métodos determinísticos para a resolução do FPOE, determinando ao menos soluções ótimas locais para o modelo, diferentemente dos autores citados.

2.2 Função de Densidade de Probabilidade, Função de Distribuição Acumulada e Esperança de variáveis aleatórias contínuas

A velocidade do vento é uma variável aleatória contínua, cuja distribuição é representada por uma função de densidade de probabilidade (FDP). Nesta seção definimos a FDP. As variáveis discretas possuem distribuição que é representada por uma função de distribuição de probabilidade. As duas funções possuem função de distribuição acumulada.

Atráves dessas funções é possível calcular a probabilidade de ocorrência de um intervalo de velocidade do vento, para uma determinada região. Utilizamos a potência eólica como uma das variáveis do modelo de FPO e a mesma depende da velocidade do vento, tornando-se uma variável aleatória também.

No caso da potência eólica, como veremos, há intervalos de velocidade que a

potência é constante, como no caso da velocidade do vento ser menor que a velocidade mínima de operação da turbina, ou no caso da velocidade do vento atingir a geração de potência nominal da turbina.

Nesses casos temos a parte discreta da variável aleatória da potência eólica com função de distribuição de probabilidade.

A parte contínua da geração de potência eólica corresponde a velocidades do vento mínima para a operação da turbina eólica, até a geração de potência nominal.

Na parte contínua, temos uma função de densidade de probabilidade (FDP). Esta parte será a utilizada neste trabalho. A definição da FDP é dada a seguir.

Definição: Uma **função de densidade de probabilidade** (FDP) é uma função $f(x)$ que satisfaz as seguintes propriedades:

-

$$f(x) \geq 0$$

-

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

- Dada uma função $f(x)$ satisfazendo as propriedades acima, então $f(x)$ representa alguma variável aleatória contínua X , de modo que:

$$Pr(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

A FDP nos fornece as informações sobre a variável aleatória contínua X , ou seja, a partir da FDP, podemos calcular qualquer probabilidade associada à variável aleatória X . Também podemos calcular probabilidades associadas a uma variável aleatória contínua X a partir da **função de distribuição acumulada** (também denominada simplesmente função de distribuição), cuja definição é dada a seguir.

Definição: Dada uma variável aleatória X , a **função de distribuição acumulada** (FDA) de X é definida por:

$$F(x) = Pr(X \leq x), \forall x \in \mathbb{R}$$

e satisfaz as seguintes propriedades:

- $0 \leq F(x) \leq 1$;

- $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$;
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$;
- $a < b \rightarrow F(a) \leq F(b)$.

Existe uma relação entre a função de densidade de probabilidade e a função de distribuição acumulada, que é resultante do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC). Por definição, temos o seguinte resultado:

$$F(x) = Pr(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u)du$$

e do TFC resulta que

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$$

isto é, a função de densidade de probabilidade é a **derivada** da função de distribuição acumulada.

Agora que temos claro a diferença das funções de densidade e distribuição veremos outro conceito utilizado para os custos da energia eólica, a Esperança de variáveis aleatórias contínuas.

Definição: Seja X uma variável aleatória contínua com função de densidade de probabilidade f . A **esperança** (ou **média** ou **valor esperado**) de X é definida como:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

A função de densidade de probabilidade de Weibull (FDPW), dentre várias aplicações é amplamente utilizada para o cálculo da probabilidade da variável aleatória de velocidade do vento.

2.3 Função de Densidade de Probabilidade de Weibull (FDPW)

A FDPW estima a probabilidade de ocorrência da velocidade do vento em determinada região ou período. A seguir temos a definição da FDPW, de acordo com (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008):

$$f^V(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{(k-1)} \exp\left(-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right), 0 < v < \infty \quad (2.1)$$

em que:

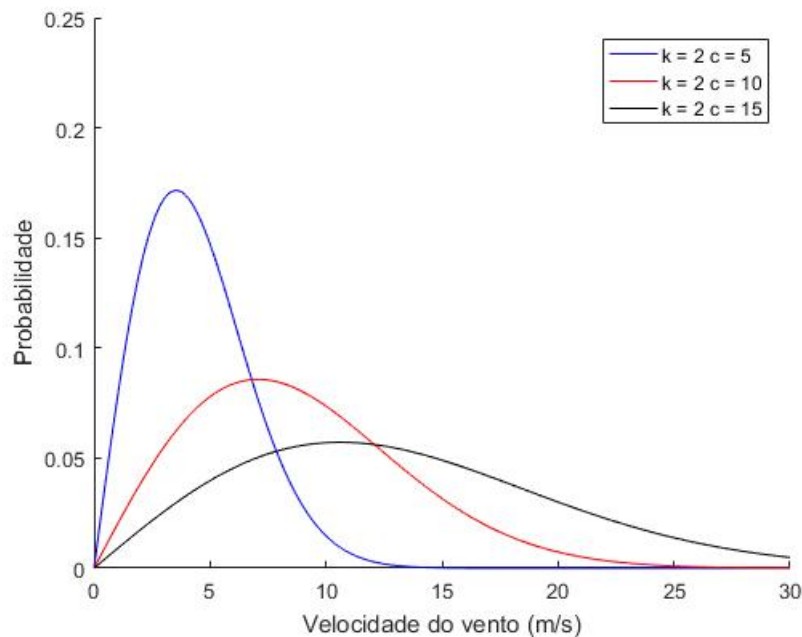
v Velocidade do vento;

c Fator de escala em um determinado local, relacionado com a velocidade média;

k Fator de forma em um determinado local, referente à uniformidade da distribuição dos valores da velocidade do vento.

Na Figura (2.1) apresentamos o gráfico da Função (2.1) com fator de forma $k = 2$ e diferentes valores do fator de escala c . Através da velocidade média do vento e desvio padrão de uma determinada região ou período, é possível calcular os fatores de escala e forma. Neste trabalho os fatores de escala e forma são apresentados no Apêndice A com gráficos para diferentes valores.

Figura 2.1 – Gráfico da função de densidade de probabilidade de Weibull



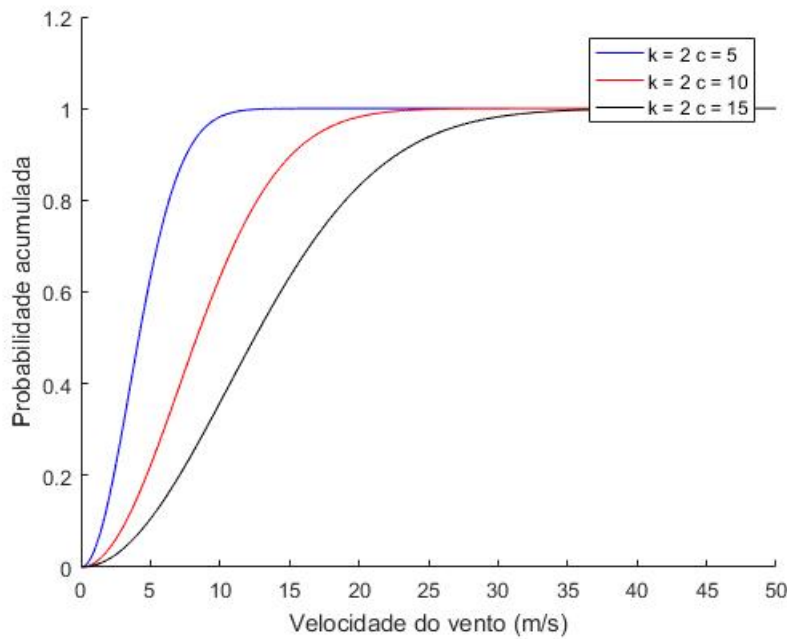
A função de distribuição acumulada da FDPW é definida como:

$$F^V(v) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right), v \geq 0 \quad (2.2)$$

O gráfico da função de distribuição acumulada (2.2) é representado na Figura 2.2.

Para a FDPW, dada uma velocidade do vento a mesma estima a probabilidade de ocorrência do vento na região ou período. No modelo de FPOE proposto neste trabalho, a variável aleatória não é a velocidade do vento em si e sim a potência eólica calculada a partir da velocidade do vento. Desta forma, na próxima seção apresentamos o cálculo da potência eólica a partir da velocidade do vento.

Figura 2.2 – Gráfico da função de distribuição acumulada



2.4 Cálculo da potência eólica

Para expressar a variável aleatória da potência eólica (p_j^G), relativa aos geradores eólicos ($j \in \Omega_E$), em função da velocidade do vento (v), consideram-se as restrições físicas da turbina eólica, relativas à velocidade mínima (v^I), velocidade nominal (v^R) e velocidade de corte (v^O) do vento (ver Figura 2.3), tal que a potência eólica em função da velocidade do vento é definida como segue em (2.3):

$$p_j^G = \begin{cases} 0, & \text{para } v < v^I \text{ e } v > v^O \\ P^n \frac{(v-v^I)}{(v^R-v^I)} & \text{para } v^I \leq v \leq v^R \\ P^n & \text{para } v^R \leq v \leq v^O \end{cases} \quad (2.3)$$

em que:

P^n Potência nominal;

v^I Velocidade mínima do vento para início da operação da turbina eólica;

v^R Velocidade do vento em que a turbina eólica atinge a potência nominal P^n ;

v^O Velocidade de corte do vento, que cessa a operação da turbina eólica.

A Figura 2.3 mostra a interpretação gráfica da Função (2.3), que é uma linearização da curva de potência representada na Figura 2.4.

Figura 2.3 – Saída de potência ativa eólica em função da velocidade do vento.

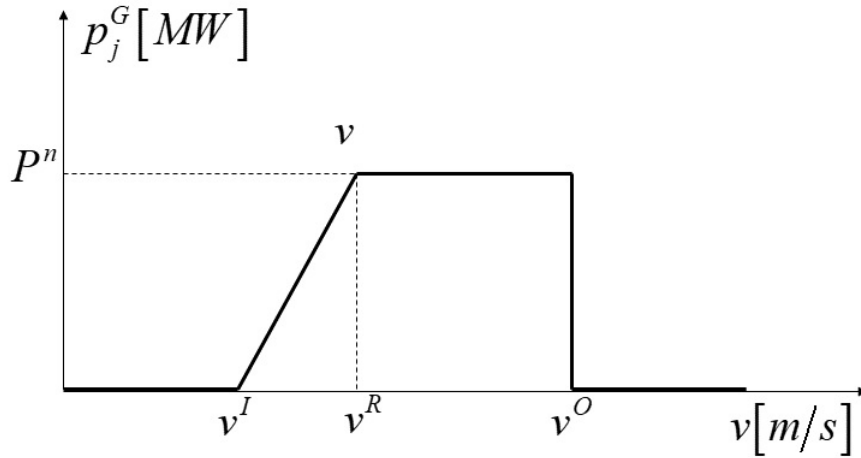
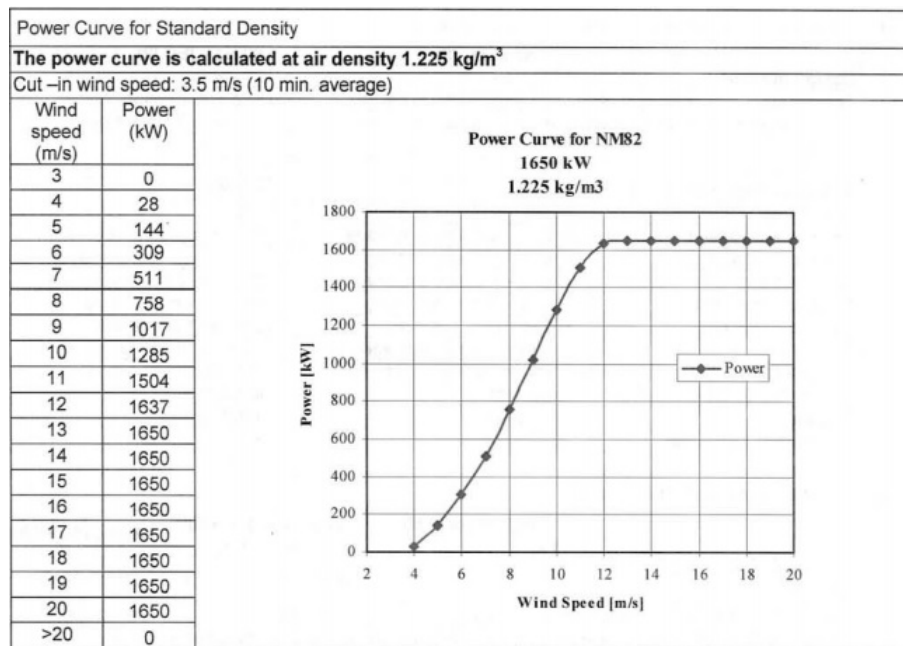


Figura 2.4 – Manual técnico de uma turbina eólica.



Fonte: (VESTAS, 2005)

Os valores utilizados para a operação das turbinas eólicas nos testes são apresentados no Capítulo 5. O conjunto de turbinas eólicas formam um parque eólico, neste trabalho um conjunto de parques eólicos com uma determinada potência nominal representam um gerador eólico que acrescentamos ou substituímos um gerador termelétrico nos sistemas estudados.

A velocidade do vento é uma variável aleatória contínua, com isso temos uma distribuição definida por uma função de densidade de probabilidade. A potência eólica, calculada a partir desta variável aleatória contínua, torna-se uma variável aleatória mista, em decorrência da curva de potência da turbina eólica possuir valores discretos e contínuos,

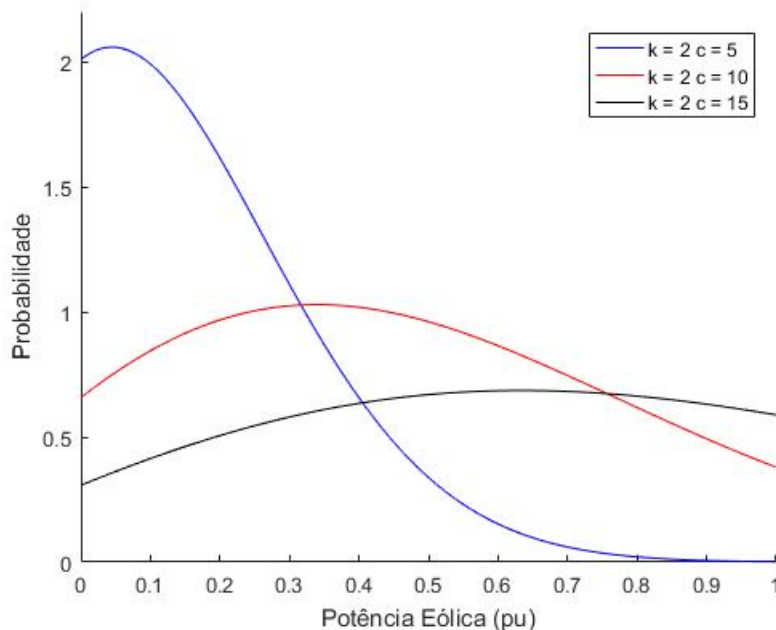
assim para a parte discreta temos uma distribuição definida pela função de distribuição de probabilidade.

No Capítulo 5 veremos cenários para o caso da velocidade do vento entre v^I e v^R , que corresponde à parte contínua da variável aleatória da potência eólica. Para calcular a probabilidade de ocorrência de uma saída de potência eólica é utilizada a FDPW.

2.5 A FDPW expressa conforme a potência eólica

No trabalho de (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008) foi proposta uma transformação na FDPW conforme o vento para o cálculo das probabilidades de ocorrência da potência eólica. Neste trabalho utilizamos a FDPW conforme a potência eólica de (Mishra; Singh; Rokadia, 2015), com o qual realizamos comparações dos resultados apresentados no Capítulo 5. Baseados no cálculo da geração eólica em função da velocidade do vento (2.3), através da função definida em (2.9) é possível estimar os custos para a geração eólica, essa função possui variáveis aleatórias discretas e contínuas e sua interpretação gráfica é apresentada na Figura 2.5.

Figura 2.5 – FDPW conforme a variável aleatória da potência eólica



Para as partes discretas de saída de potência eólica utiliza-se a função de distribuição acumulada, assim temos para a função (2.4) as probabilidades de potência eólica para os intervalos de velocidade do vento abaixo da velocidade mínima de operação das turbinas ou acima da velocidade de corte, caso em que por questões físicas da turbina, a geração é interrompida. Na função (2.5) as probabilidades de potência eólica são para o intervalo

entre a velocidade nominal e a velocidade de corte da turbina.

$$\Pr \{P = 0\} = F(v^I) + (1 - F(v^O)) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{v^I}{c}\right)^k\right) + \exp\left(-\left(\frac{v^O}{c}\right)^k\right) \quad (2.4)$$

$$\Pr \{P = P^n\} = F(v^O) - F(v^R) = \exp\left(-\left(\frac{v^R}{c}\right)^k\right) - \exp\left(-\left(\frac{v^O}{c}\right)^k\right) \quad (2.5)$$

Neste trabalho estamos considerando a parte contínua para o cálculo das probabilidade de ocorrência da potência eólica programada, assim temos a FDPW conforme a potência eólica (2.9) no intervalo entre a velocidade mínima de operação da turbina e a velocidade em que a turbina eólica atinge a potência nominal de operação. A cada iteração do método a partir do valor calculado de potência eólica programada para o gerador eólico teremos a probabilidade de ocorrência, utilizada para calcular os custos de penalidade e reserva.

De acordo com a função de potência eólica dada em (2.3), e assumindo que a velocidade do vento v está dentro da porção linear, onde v é limitado por $v^I \leq v \leq v^R$, podemos isolar v em (2.3) conforme mostrado em (2.6):

$$v = \frac{p_j^G (v^R - v^I)}{P^n} + v^I. \quad (2.6)$$

Substituindo a expressão de v dada em (2.6) na função de densidade de probabilidade de Weibull (2.1), obtemos (2.7):

$$f^V(v(p_j^G)) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n}\right)^{(k-1)} e^{-\left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n}\right)^k}, 0 < v < \infty. \quad (2.7)$$

Ao usar a regra da cadeia do cálculo, também podemos derivar a relação descrita em (2.8):

$$f^W(p_j^G) = f^V(v(p_j^G)) \frac{dv}{dp_j^G} = f^V(v(p_j^G)) \frac{(v^R - v^I)}{P^n}. \quad (2.8)$$

Finalmente, ao substituir (2.7) em (2.8), obtemos uma função de densidade de probabilidade para a geração eólica, conforme descrito em (2.9):

$$f^W(p_j^G) = \frac{k (v^R - v^I)}{c P^n} \left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n}\right)^{(k-1)} e^{-\left(\frac{p_j^G (v^R - v^I) + P^n v^I}{c P^n}\right)^k}, 0 < p_j^G < P^n. \quad (2.9)$$

2.6 Custos da geração eólica

Para o cálculo dos custos da geração de potência eólica, vamos supor que o operador de um sistema termo-eólico precise definir o despacho para um gerador eólico, com isso, segundo (Hetzer; Yu; Bhattacharai, 2008), duas situações podem ocorrer.

Uma superestimação da produção, gerando um custo de reserva ou uma subestimação da produção, gerando um custo de penalidade.

Através da FDPW, para a parte contínua da variável aleatória da potência eólica, podemos programar uma potência eólica mais próxima da disponível no local.

Apesar da energia eólica ser renovável e ser gerada a partir do vento ela possui custos para sua geração. Uma das maneiras de determinar esses custos é através da probabilidade de ocorrência de uma potência eólica e da média ou valor esperado de ocorrência. Em (Hetzer; Yu; Bhattacharai, 2008) foram definidos custos para a geração eólica.

Os custos associados a geração eólica são: o custo linear (C^L), o custo penalidade (C^P) e o custo reserva (C^R), sendo Ω_E o conjunto dos geradores eólicos e ω_j^R e ω_j^P os fatores de ponderação propostos neste trabalho, os quais serão discutidos nos Capítulos 3 e 5. Assim o custo de geração eólica é expresso em (2.10):

$$C_j^E(p_j^G) = C_j^L(p_j^G) + \omega_j^R C_j^R(p_j^G) + \omega_j^P C_j^P(p_j^G), \forall j \in \Omega_E \quad (2.10)$$

2.6.1 Custo Linear

São levados em consideração para o cálculo do Custo Linear, a amortização da implementação do parque eólico e a manutenção deste, associando diretamente o custo linear a potência eólica programada.

$$C_j^L(p_j^G) = d_j p_j^G \quad (2.11)$$

em que d_j é o coeficiente linear de custo dos geradores eólicos.

2.6.2 Custo de Reserva

O Custo de Reserva está associado a superestimação da geração eólica. Caso o operador do sistema programasse uma geração muito acima da disponível, devido à incerteza da velocidade do vento, seria necessário garantir o atendimento da demanda através de outras fontes de geração.

Esse custo associa-se à confiabilidade do atendimento da demanda e é definido em (2.12), equivalente a (2.13):

$$C_j^R(p_j^G) = K_j^R \int_0^{p_j^G} (p_j^G - w) f^W(w) dw \quad (2.12)$$

$$C_j^R(p_j^G) = K_j^R \left(p_j^G \int_0^{p_j^G} f^W(w) dw - \int_0^{p_j^G} w f^W(w) dw \right) \quad (2.13)$$

em que K_j^R é o coeficiente de reserva e f^W é a função descrita em (2.9).

2.6.3 Custo de Penalidade

O Custo de Penalidade tem relação com a subestimação da geração eólica. No caso do operador do sistema programar uma potência para o gerador eólico muito abaixo da média disponível, deixa-se de gerar mais energia renovável, economizar no custo das termelétricas e emitir menos CO_2 na atmosfera. Assim, tem-se um custo de penalidade, o qual é expresso em (2.14), que é equivalente a (2.15):

$$C_j^P(p_j^G) = K_j^P \int_{p_j^G}^{P_j^n} (w - p_j^G) f^W(w) dw \quad (2.14)$$

$$C_j^P(p_j^G) = K_j^P \left(\int_{p_j^G}^{P_j^n} w f^W(w) dw - p_j^G \int_{p_j^G}^{P_j^n} f^W(w) dw \right) \quad (2.15)$$

em que K_j^P é o coeficiente de penalidade e P_j^n é a potência nominal do gerador eólico.

Observamos que no caso das integrais $\int f(w) dw$ estamos calculando a probabilidade de ocorrência da potência eólica programada no sistema, enquanto que na integral $\int w f(w) dw$ estamos calculando a média ou valor esperado para a ocorrência da potência eólica em questão.

No caso do Custo de Reserva, calculamos a diferença entre a probabilidade de ocorrência da potência eólica e a média de ocorrência dessa potência, no intervalo de zero até a potência eólica programada.

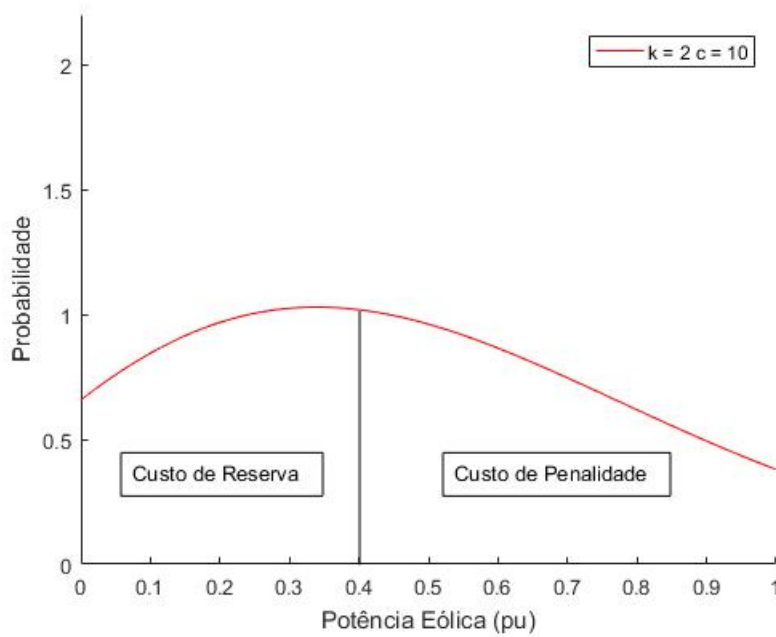
Se essa diferença é muito grande o custo de Reserva aumenta pois estamos estimando uma potência acima da média esperada e com isso precisaremos de mais garantias caso isso não ocorra.

No Custo de Penalidade, calculamos a diferença entre a média ou valor esperado de ocorrência da potência eólica, pela probabilidade dessa potência, no intervalo da potência programada até a potência nominal P^n .

Se essa diferença é muito grande o Custo de Penalidade aumenta pois estamos despachando uma potência abaixo da média e com isso estamos deixando de gerar energia renovável.

Com os coeficientes de Reserva (K^R) e Penalidade (K^P) é possível que o operador do sistema varie os preços da geração eólica.

Figura 2.6 – Custos de Reserva e Penalidade



Na Figura 2.6 temos um exemplo de um gerador eólico com potência eólica programada para 0.4 pu (40 MW), com isso temos os limites de integração do Custo de Reserva e Penalidade e a área utilizada para o cálculo das probabilidades.

2.6.4 Cálculo dos Custos de Reserva e Penalidade

Para a definição do Algoritmo 1 visto a seguir vamos considerar uma simplificação nos custos de reserva (2.16) e penalidade (2.17), em que $p_j^G = P$ e P é uma variável.

Custo de Reserva

$$C^R = K^R \int_0^P (P - w) f(w) dw \quad (2.16)$$

Custo de Penalidade

$$C^P = K^P \int_P^{P^n} (w - P) f(w) dw = K^P \int_{P^n}^P (P - w) f(w) dw \quad (2.17)$$

No Algoritmo 1 temos a forma como calculamos os custos de reserva e penalidade, através do comando **trapz** (Integração numérica trapezoidal), disponível em linguagem de programação Matlab.

Algoritmo 1: Cálculo dos custos

- 1 Determinar dois vetores w_r e w_p com números igualmente espaçados entre os limites de integração de cada custo através do comando **linspace**;
 - 2 Determinar os vetores f_r e f_p com o valor da função $(P - w)f(w)$ para cada componente dos vetores w_r e w_p , respectivamente;
 - 3 Determinar $I_r = \mathbf{trapz}(w_r, f_r)$ e $I_p = \mathbf{trapz}(w_p, f_p)$;
 - 4 Calcular $C^R = K^R I_r$ e $C^P = K^P I_p$
-

2.6.5 Cálculo das derivadas dos custos da geração eólica

No método BLM utilizado neste trabalho para a resolução do problema de FPOE foi necessário determinar as derivadas de primeira e segunda ordem da função objetivo e restrições do modelo. Para o cálculo das derivadas dos custos de reserva e penalidade presentes na função objetivo do modelo utilizaremos o Teorema Fundamental do Cálculo.

Teorema 2.1 (Teorema Fundamental do Cálculo). *Seja $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ contínua no intervalo I . As seguintes afirmações a respeito de uma função $F : I \rightarrow \mathbb{R}$ são equivalentes:*

1. F é uma integral indefinida de f , isto é, existe $a \in I$ tal que $F(x) = F(a) + \int_a^x f(t)dt$, para todo $x \in I$.
2. F é uma primitiva de f , isto é, $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in I$.

Assim teremos nos Custos:

$$C(P) = \int_0^P f(w)dw \Rightarrow C'(P) = f(P) \quad (2.18)$$

$$C_1(P) = \int_0^P wf(w)dw \Rightarrow C'_1(P) = Pf(P) \quad (2.19)$$

Utilizando a simplificação nas notações temos:

Custo de Reserva

$$C(P) = \int_0^P (P - w)f(w)dw \quad (2.20a)$$

$$C(P) = P \int_0^P f(w)dw - \int_0^P wf(w)dw \quad (2.20b)$$

$$C'(P) = 1 \int_0^P f(w)dw + Pf(P) - Pf(P) \quad (2.20c)$$

$$C'(P) = \int_0^P f(w)dw \quad (2.20d)$$

$$C''(P) = f(P) \quad (2.20e)$$

Custo de Penalidade

$$C(P) = \int_{P^n}^P (P - w)f(w)dw \quad (2.21a)$$

$$C(P) = P \int_{P^n}^P f(w)dw - \int_{P^n}^P wf(w)dw \quad (2.21b)$$

$$C'(P) = 1 \int_{P^n}^P f(w)dw + Pf(P) - Pf(P) \quad (2.21c)$$

$$C'(P) = \int_{P^n}^P f(w)dw \quad (2.21d)$$

$$C''(P) = f(P) \quad (2.21e)$$

Deve-se considerar nas derivadas de primeira e segunda ordem do custo de reserva (2.20), o coeficiente de reserva K^R e o fator de ponderação ω^R pré-multiplicando as expressões. Assim como no custo de penalidade, pré-multiplicar as expressões (2.21) pelo coeficiente de penalidade K^P e o fator de ponderação ω^P .

No próximo Capítulo apresentamos o modelo de FPOE proposto, que é definido com a inserção dos fatores de ponderação nos custos da geração eólica na função objetivo do problema de FPO clássico.

3 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO ESTOCÁSTICO (FPOE)

O problema de FPO é utilizado para a otimização de algum critério relacionado ao desempenho operacional de sistemas elétricos de potência, como o custo de geração, perdas de potência ativa na transmissão, nível de emissão de gases na atmosfera, entre outros. São determinadas variáveis de controle ótimas que atendam aos objetivos e restrições físicas e operacionais dos sistemas elétricos de geração e transmissão.

Neste trabalho, baseado em (Hetzer; Yu; Bhattarai, 2008) e (Mishra; Singh; Rokadia, 2015) substituímos a função objetivo do modelo apresentado em (Souza et al., 2017) e inserimos os custos da geração termelétrica e eólica. Além das variáveis magnitudes e ângulos de tensão e os *taps* dos transformadores, as potências ativas dos geradores do sistema termo-eólico também tornaram-se variáveis. Assim, temos um FPOE Ativo/Reativo com despacho integrado e o que torna o modelo estocástico são os geradores eólicos, pois a potência eólica é calculada a partir da curva de potência da turbina eólica em função da velocidade do vento.

Desta forma é proposto um modelo de FPOE com o objetivo de minimizar os custos da geração de potência ativa dos geradores termelétricos e eólicos, sujeito as restrições de balanço de potência ativa e reativa para as barras de geração e carga. Consideram-se também restrições canalizadas para as injeções de potência reativa nas barras de geração e restrições canalizadas para a potência ativa dos geradores, magnitudes de tensão e *taps* dos transformadores.

A seguir são apresentados os índices, conjuntos, variáveis, constantes e funções que compõem o modelo de FPOE.

3.1 Nomenclatura

Índices

i i-ésimo gerador termelétrico;

j j-ésimo gerador eólico;

k, m barras terminais, inicial e final respectivamente, de um ramo do sistema.

Conjuntos

Ω_B	barras do sistema;
Ω_C	barras de carga;
Ω_{tap}	ramos $k - m$ com transformadores em-fase;
Ω_T	barras com geradores termelétricos;
Ω_E	barras com geradores eólicos;
Ω_k	barras vizinhas à barra k .

Parâmetros

a_i, b_i, c_i, e_i, f_i	coeficientes da função de custo de combustível para a unidade térmica i ;
d_j	coeficiente da função linear do custo da energia eólica para a unidade j ;
K_j^R, K_j^P	valores de preço adotados para as funções reserva e penalidade, respectivamente, para a unidade j .
ω_j^R, ω_j^P	fatores de ponderação adotados na função objetivo para os custos de reserva e penalidade, respectivamente, para a unidade j .
b_k^{sh}	susceptância <i>shunt</i> do banco de capacitores/reatores na barra k ;
P_k^C, Q_k^C	demanda de potência ativa e reativa na barra k , respectivamente;
P_k^G, Q_k^G	potência ativa e reativa gerada na barra $k \in \Omega_C$, respectivamente;
P_k^{Gmin}, P_k^{Gmax}	limites inferior e superior, respectivamente, da potência ativa gerada na barra k ;
P_j^n	potência nominal da unidade de energia eólica j .
Q_k^{Gmin}, Q_k^{Gmax}	limites inferior e superior, respectivamente, da potência reativa gerada na barra k ;
$T_{km}^{min}, T_{km}^{max}$	limites inferior e superior, respectivamente, da derivação do transformador no ramo $k - m$;
V_k^{min}, V_k^{max}	limites inferior e superior, respectivamente, da magnitude de tensão na barra k ;

Variáveis

p^G	geração de potência ativa;
V_k, V_m	magnitude de tensão das barras k e m , respectivamente;
θ_{km}	diferença dos ângulos da tensão nas barras $k - m$;
t_{km}	<i>tap</i> do transformador entre as barras $k - m$;
V	vetor das magnitudes de tensão das barras do sistema;
θ	vetor dos ângulos de tensão das barras do sistema;
t	vetor dos <i>taps</i> dos transformadores em-fase do sistema.

Funções

C^T	custo de geração termelétrica;
C^E	custo de geração eólica;
C^L	custo linear da geração eólica;
C^R	custo de reserva da geração eólica;
C^P	custo de penalidade da geração eólica;
f^W	função de densidade de probabilidade de Weibull conforme a potência eólica;
P_{km}, Q_{km}	fluxos de potência ativa e reativa no ramo $k - m$, respectivamente;
q_k^G	geração de potência reativa na barra k ;
Q_k^{sh}	componente da injeção de potência reativa devida ao elemento <i>shunt</i> da barra k .

3.2 O modelo de FPOE

O modelo de FPOE proposto, matematicamente é um problema de otimização não-linear, não diferenciável, não convexo, com variáveis contínuas e de grande porte. As variáveis do problema são as potências ativas (p^G) das barras de geração termelétricas e eólicas, as magnitudes de tensão (V), os ângulos de tensão nas barras (θ) e os *taps* dos transformadores em-fase (t). A seguir é apresentado o modelo FPOE proposto.

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in \Omega_T} C_i^T(p_i^G) + \sum_{j \in \Omega_E} C_j^E(p_j^G) \quad (3.1a)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V, \theta, t) - p_k^G + P_k^C = 0, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (3.1b)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V, \theta, t) - P_k^G + P_k^C = 0, \forall k \in \Omega_C \quad (3.1c)$$

$$\sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) - Q_k^G + Q_k^C - Q_k^{sh}(V) = 0, \forall k \in \Omega_C \quad (3.1d)$$

$$Q_k^{Gmin} \leq q_k^G(V, \theta, t) \leq Q_k^{Gmax}, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (3.1e)$$

$$P_k^{Gmin} \leq p_k^G \leq P_k^{Gmax}, \forall k \in \Omega_T \cup \Omega_E \quad (3.1f)$$

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max}, \forall k \in \Omega_B \quad (3.1g)$$

$$t_{km}^{min} \leq t_{km} \leq t_{km}^{max}, \forall k, m \in \Omega_{tap} \quad (3.1h)$$

3.2.1 Função Objetivo

Na função objetivo (3.1a), o primeiro termo é a função de custo dos geradores termelétricos, expressa por (3.2):

$$C_i^T(p_i^G) = a_i(p_i^G)^2 + b_i p_i^G + c_i + e_i \left| \text{sen}(f_i(P_i^{Gmin} - p_i^G)) \right| \quad (3.2)$$

A função custo de geração termelétrica considera os pontos de carregamento de válvula o que torna a função não convexa e não diferenciável nestes pontos.

O segundo termo da função (3.1a) é o custo associado a geração eólica, apresentado na Seção 2.6 e descrito novamente em (3.3):

$$C_j^E(p_j^G) = C_j^L(p_j^G) + \omega_j^R C_j^R(p_j^G) + \omega_j^P C_j^P(p_j^G) \quad (3.3)$$

em que

$$C_j^L(p_j^G) = d_j p_j^G \quad (3.4)$$

$$C_j^R(p_j^G) = K_j^R \int_0^{p_j^G} (p_j^G - w) f^W(w) dw \quad (3.5)$$

$$C_j^P(p_j^G) = K_j^P \int_{p_j^G}^{P_j^n} (w - p_j^G) f^W(w) dw \quad (3.6)$$

Observe que diferentemente das abordagens tradicionais, introduzimos os fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P em (3.3) associados aos custos de reserva e penalidade, respectivamente.

Esses fatores de ponderação diferem conceitualmente dos valores de reserva e penalidade, K_j^R e K_j^P , respectivamente, no sentido de que, o primeiro é usado para ponderar os custos de reserva e penalidade na função objetivo geral (3.1a), enquanto o segundo representa os preços da reserva e da penalidade adotados. Portanto, nossa abordagem de modelagem diferencia entre preços reais e fatores de ponderação usados na função objetivo para custos de reserva e penalidade.

3.2.2 Restrições de Igualdade

A restrição (3.1b) corresponde ao balanço de potência ativa das barras de geração do sistema, em que a potência ativa gerada p_k^G é uma variável do problema, sendo que para os geradores eólicos, esta é uma variável aleatória. Na equação (3.1c) temos o balanço de potência ativa das barras de carga, em que a potência ativa gerada P_k^G é uma constante, por esse motivo a nomenclatura diferente.

A equação (3.1d) representa o balanço de potência reativa das barras de carga do problema, em que a potência reativa é representada por Q_k^G , para diferenciarmos da função potência reativa q_k^G nas barras de geração do problema.

O componente da injeção de potência reativa devida ao elemento *shunt*, Q_k^{sh} , os fluxos de potência ativa P_{km} e reativa Q_{km} , são descritos, respectivamente, em (3.7), (3.8) e (3.9):

$$Q_k^{sh} = V_k^2 b_k^{sh} \quad (3.7)$$

$$P_{km} = \begin{cases} g_{km} \frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó inicial.} \\ g_{km} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó final.} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$Q_{km} = \begin{cases} - \left(b_{km} \frac{1}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó inicial.} \\ - \left(b_{km} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \sin \theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó final.} \end{cases} \quad (3.9)$$

3.2.3 Restrições de Desigualdade

Para as restrições de desigualdade canalizadas do problema, temos em (3.1e) e (3.1f) os limites de geração de potência reativa e ativa, respectivamente. A função de potência reativa q_k^G é expressa em (3.10):

$$q_k^G(V, \theta, t) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V, \theta, t) + Q_k^C - Q_k^{sh}(V) \quad (3.10)$$

As restrições (3.1g) e (3.1h) representam os limites mínimo e máximo de operação das magnitudes de tensão nas barras e dos *taps* dos transformadores.

No próximo capítulo é apresentada a metodologia de solução proposta para a resolução do problema de FPOE a partir de um método determinístico.

4 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO

Para resolver o problema de FPOE, considerando as estratégias de tratamento das funções objetivo de custo de geração termelétrica, descrita neste capítulo e de custo de geração eólica, descrita na Seção 2.6.5, foi utilizado o método primal-dual de pontos interiores/exteriore barreira logarítmica modificada (BLM) proposto em (Souza et al., 2017). Este método foi baseado em (Pinheiro et al., 2015), que utilizou como referência os autores citados a seguir. O método BLM será detalhado na Seção 4.2.

A metodologia de pontos interiores iniciou-se com (Frisch, 1955) e foi popularizada por (Carroll; Fiacco, 1961). Esta voltou a ter interesse em 1984, quando Karmarkar publicou o seu método de transformações projetivas (Karmarkar, 1984). Dentre vários autores que investigaram e trabalharam com esta metodologia, destaca-se o método primal-dual de pontos interiores para a resolução de problemas de programação linear, quadrática e não-linear convexa, apresentado entre outros por (Monteiro; Adler, 1989) e (Kojima; Mizuno; Yoshise, 1989). Este método explora uma função potencial primal-dual e a relação de complementaridade entre as soluções primal e dual. A inclusão do procedimento previsor-corretor no método desenvolvido por esses autores foi desenvolvida em (Mehrotra, 1992).

Em que pese o bom desempenho do método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores para a resolução de problemas de grande porte em termos de convergência de tempo polinomial, o mal-condicionamento da matriz hessiana do problema próximo a uma solução ótima deste, incentivou o desenvolvimento de uma nova metodologia chamada de metodologia de pontos exteriores, a partir do trabalho divulgado em (Polyak, 1992), que explorava uma função barreira logarítmica modificada.

Os métodos de pontos exteriores constituem uma estratégia de relaxação da região factível do problema, trabalhando com pontos externos a região factível e internos a região relaxada do problema. Uma metodologia mista envolvendo pontos interiores e exteriores foi divulgada em (Griva, 2004) com o método primal-dual de rescalamento não linear, que explorava as boas qualidades das estratégias de pontos interiores e exteriores.

Nestes métodos, aquele que foi proposto em (Sousa, 2006), para o tratamento das restrições do problema, as restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade com o acréscimo de variáveis de folga e excesso e essas variáveis são relaxadas e tratadas pela função barreira logarítmica modificada de (Polyak, 1992). As restrições de igualdade originais e transformadas são incorporadas a função objetivo através de multiplicadores de Lagrange. As condições necessárias de primeira ordem de KKT são aplicadas à função Lagrangiana barreira logarítmica modificada e um sistema não-linear

é obtido. As direções de busca do método são definidas a partir de uma perturbação e linearização desse sistema através do aproximante de Taylor de primeira ordem.

No método primal-dual de pontos interiores/exteriores utilizado neste trabalho são apresentadas duas estratégias para a determinação das direções de busca deste. A estratégia 1 utiliza a direção corretor determinada pelo procedimento previsor-corrector e a estratégia 2 é uma combinação conxeva das direções previsor-corrector. A partir das direções de busca são calculados o tamanho dos passos (Granville, 1994), para a determinação do novo ponto. O processo iterativo do método é realizado até o atendimento do critério de parada, definido a partir das condições de KKT para o problema.

Para a utilização do método determinístico BLM, descrito na Seção 4.2 foi necessário definir estratégias expressas nos seguintes aspectos:

- Estratégia de tratamento da função valor absoluto senoidal relacionado a função custo de geração termelétrica, como proposto em (Bertsekas, 1997), em que o módulo na função objetivo é substituído por uma variável auxiliar a ser minimizada e essa é limitante inferior e superior de uma restrição de desigualdade da função sem módulo;
- Estratégia de determinação das derivadas de primeira e segunda ordem das integrais que definem os custos de reserva e penalidade considerados para a potência eólica, através do Teorema Fundamental do Cálculo, como proposto na Seção 2.6.5.

4.1 Estratégia para o tratamento do valor absoluto na função objetivo

Neste trabalho, para os custos termelétricos, consideramos os pontos de carregamento de válvula para a função custo de geração termelétrica, tal como foi apresentada em (3.2). O tratamento da não diferenciabilidade desta função, devido aos valores absolutos senoidais, foi feito de acordo com (Pinheiro; Balbo; Nepomuceno, 2019), (Bazaraa; Sherali; Shetty, 2013) e (Bertsekas, 1997). Uma estratégia com restrições de desigualdade e variáveis artificiais para o tratamento desta possibilitam a utilização de métodos baseados no gradiente da função.

Considere o problema de minimização do valor absoluto de uma função apresentada em (4.1), em que $p(x)$ é o somatório de $p_i(x)$ tal que $i \in \Omega_T$, para $x \in \mathbb{R}^n$:

$$\text{Minimizar } |p(x)| \tag{4.1}$$

Para a resolução de (4.1) acrescentamos a função $p(x)$ como restrições canalizadas do problema limitada por uma variável artificial $\nu \in \mathbb{R}$, que é acrescentada na função

objetivo do problema para ser minimizada de acordo com (4.2):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \nu \\ &\text{Sujeito a: } -\nu \leq p(x) \leq \nu \end{aligned} \tag{4.2}$$

O problema (4.2) pode ser reescrito como (4.3):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \nu \\ &\text{Sujeito a: } -p(x) - \nu \leq 0 \\ &\quad p(x) - \nu \leq 0 \end{aligned} \tag{4.3}$$

4.2 O Método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada

Nesta seção é apresentado o método BLM, proposto em (Souza et al., 2017) para resolução de um FPOR, agora utilizado e modificado para a resolução do problema de FPOE. Considere o problema geral de otimização não-linear com restrições de igualdade, desigualdade, termo modular na função objetivo e com variáveis canalizadas, dado em (4.4):

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(x) + |p(x)| \\ &\text{Sujeito a: } g(x) = 0 \\ &\quad u_1 \leq h_1(x) \leq u_2 \\ &\quad u_3 \leq x \leq u_4 \end{aligned} \tag{4.4}$$

em que:

$x \in \mathbb{R}^n$	Vetor das variáveis de otimização do problema;
f, p, g e h_1	Funções de classe C^2 , tal que $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $h_1 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{r_1}$;
u_1 e $u_2 \in \mathbb{R}^{r_1}$	Vetores limitantes inferior e superior de $h_1(x)$, respectivamente;
u_3 e $u_4 \in \mathbb{R}^n$	Vetores limitantes inferior e superior de x , respectivamente.

De acordo com (Pinheiro; Balbo; Nepomuceno, 2019) e (Bertsekas, 1997) temos

que o problema (4.4) pode ser reescrito de forma equivalente em (4.5):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && f(x) + \nu \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) = 0 \\
 &&& u_1 \leq h_1(x) \leq u_2 \\
 &&& u_3 \leq x \leq u_4 \\
 &&& -\nu \leq p(x) \leq \nu
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

O problema (4.5) pode ser reescrito como em (4.6), em que as restrições canalizadas são divididas em dois conjuntos de restrições:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && f(x) + \nu \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) = 0 \\
 &&& -h_1(x) + u_1 \leq 0 \\
 &&& h_1(x) - u_2 \leq 0 \\
 &&& -x + u_3 \leq 0 \\
 &&& x - u_4 \leq 0 \\
 &&& -p(x) - \nu \leq 0 \\
 &&& p(x) - \nu \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Assumindo-se $h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r$, em que $r = 2r_1 + 2n + 2$, $\nu \in \mathbb{R}$, como sendo o conjunto das restrições de desigualdade do problema (4.6), tem-se o problema (4.7):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && f(x) + \nu \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) = 0 \\
 &&& h(x) \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Ao adicionar variáveis de folga às restrições de desigualdade, essas podem ser reescritas como restrições de igualdade e temos o problema (4.8):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && f(x) + \nu \\
 &\text{Sujeito a:} && g(x) = 0 \\
 &&& h(x) + z = 0 \\
 &&& z \geq 0
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

em que $z \in \mathbb{R}_+^r$ é o vetor das variáveis de folga das restrições de desigualdade.

Baseado na função barreira logarítmica modificada de (Polyak, 1992), temos o seguinte problema lagrangiano aumentado:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f(x) + \nu - \mu \sum_{i=1}^r \delta_i \ln(\mu^{-1} z_i + 1) \\ \text{Sujeito a:} \quad & g(x) = 0 \\ & h(x) + z = 0 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Verifica-se que as restrições de desigualdade são incorporadas a função objetivo do problema, em que $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira e $\delta \in \mathbb{R}_+^r$ é o vetor de estimadores dos multiplicadores de Lagrange relativos às restrições de não-negatividade das variáveis de folga.

As restrições de igualdade são incorporadas à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange $\eta \in \mathbb{R}^m$ e $\lambda \in \mathbb{R}_+^r$. Desta forma, obtém-se a seguinte função Lagrangiana barreira logarítmica modificada, apresentada em (4.10):

$$L_\mu(x, z, \eta, \lambda) = f(x) + \nu - \mu \sum_{i=1}^r \delta_i \ln(\mu^{-1} z_i + 1) + \sum_{j=1}^m \eta_j g_j(x) + \sum_{i=1}^r \lambda_i (h_i(x) + z_i) \tag{4.10}$$

As condições necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são aplicadas à função lagrangiana (4.10) e o seguinte sistema não linear é obtido:

$$\nabla f(x) + [\nabla g(x)]^t \eta + [\nabla h(x)]^t \lambda = 0 \tag{4.11a}$$

$$-\mu \bar{Z}^{-1} \delta + \lambda = 0 \tag{4.11b}$$

$$g(x) = 0 \tag{4.11c}$$

$$h(x) + z = 0 \tag{4.11d}$$

em que $\nabla g(x)$ e $\nabla h(x)$ são as matrizes jacobianas de g e h , respectivamente e \bar{Z} é definido por:

$$\bar{Z} = \text{diag}(z_1 + \mu, \dots, z_r + \mu) \tag{4.12}$$

$$\bar{Z}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{z_1 + \mu}, \dots, \frac{1}{z_r + \mu}\right) \tag{4.13}$$

De acordo com (Pinheiro et al., 2015), o sistema (4.11) é usualmente rescrito como (4.14), pois o produto $\bar{Z}\lambda$, pelo teorema da dualidade forte nos fornece a condição de complementaridade entre as variáveis primais z e as duais λ :

$$\nabla f(x) + [\nabla g(x)]^t \eta + [\nabla h(x)]^t \lambda = 0 \quad (4.14a)$$

$$\bar{Z}\lambda - \mu\delta = 0 \quad (4.14b)$$

$$g(x) = 0 \quad (4.14c)$$

$$h(x) + z = 0 \quad (4.14d)$$

4.2.1 O sistema de direções de busca

O método BLM é um método iterativo que gera uma sequência de pontos a partir de um ponto inicial $(x^0, z^0, \eta^0, \lambda^0)^t$, que convergem para a solução ótima do problema (4.4). Para determinação desses pontos a cada iteração k são determinadas direções de busca $(dx^k, dz^k, d\eta^k, d\lambda^k)^t$ e calculado o comprimento do passo (α^k) dado nessas direções para a atualização das variáveis.

As direções de busca do método são definidas através da linearização do sistema não-linear (4.14) pela fórmula de Taylor de primeira ordem. O novo ponto é considerado como:

$$(x^{k+1}, z^{k+1}, \eta^{k+1}, \lambda^{k+1})^t = (x^k + \alpha^k dx^k, z^k + \alpha^k dz^k, \eta^k + \alpha^k d\eta^k, \lambda^k + \alpha^k d\lambda^k)^t$$

A seguir são apresentadas as equações linearizadas:

A equação (4.14a) pode ser reescrita como (4.15):

$$\nabla f(x) + \sum_{i=1}^m \eta_i \nabla g_i(x) + \sum_{j=1}^r \lambda_j \nabla h_j(x) = 0 \quad (4.15)$$

Aplicando a fórmula de Taylor de primeira ordem na vizinhança do ponto $(x^k, z^k, \eta^k, \lambda^k)^t$:

$$\begin{aligned} \nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k) dx^k + \sum_{i=1}^m (\eta_i^k + d\eta_i^k) [\nabla g_i(x^k) + \nabla^2 g_i(x^k) dx^k] \\ + \sum_{j=1}^r (\lambda_j^k + d\lambda_j^k) [\nabla h_j(x^k) + \nabla^2 h_j(x^k) dx^k] = 0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Aplicando a propriedade distributiva em (4.16), temos (4.17):

$$\begin{aligned} \nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k) dx^k \\ + \sum_{i=1}^m (\eta_i^k \nabla g_i(x^k) + \eta_i^k \nabla^2 g_i(x^k) dx^k + d\eta_i^k \nabla g_i(x^k) + d\eta_i^k \nabla^2 g_i(x^k) dx^k) \\ + \sum_{j=1}^r (\lambda_j^k \nabla h_j(x^k) + \lambda_j^k \nabla^2 h_j(x^k) dx^k + d\lambda_j^k \nabla h_j(x^k) + d\lambda_j^k \nabla^2 h_j(x^k) dx^k) = 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Desconsiderando em (4.17) os termos mistos que envolvem produtos de direções, temos (4.18):

$$\begin{aligned} & \nabla f(x^k) + \nabla^2 f(x^k) dx^k \\ & + \sum_{i=1}^m \left(\eta_i^k \nabla g_i(x^k) + \eta_i^k \nabla^2 g_i(x^k) dx^k + d\eta_i^k \nabla g_i(x^k) \right) \\ & + \sum_{j=1}^r \left(\lambda_j^k \nabla h_j(x^k) + \lambda_j^k \nabla^2 h_j(x^k) dx^k + d\lambda_j^k \nabla h_j(x^k) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Agrupando em (4.18) os termos relacionados às direções e passando para o segundo membro da igualdade os termos que não dependem destas, temos (4.19):

$$\begin{aligned} & \left[\nabla^2 f(x^k) + \sum_{i=1}^m \eta_i^k \nabla^2 g_i(x^k) + \sum_{j=1}^r \lambda_j^k \nabla^2 h_j(x^k) \right] dx^k + \sum_{i=1}^m d\eta_i^k \nabla g_i(x^k) \\ & + \sum_{j=1}^r d\lambda_j^k \nabla h_j(x^k) = -\nabla f(x^k) - \sum_{i=1}^m \eta_i^k \nabla g_i(x^k) - \sum_{j=1}^r \lambda_j^k \nabla h_j(x^k). \end{aligned} \quad (4.19)$$

Para escrever de forma mais compacta (4.19), basta observar que

$$\nabla_{xx}^2 L(x^k, z^k, \eta^k, \lambda^k) = \nabla^2 f(x^k) + \sum_{i=1}^m \eta_i^k \nabla^2 g_i(x^k) + \sum_{j=1}^r \lambda_j^k \nabla^2 h_j(x^k).$$

Assim, temos (4.20):

$$\nabla_{xx}^2 L(x^k, z^k, \eta^k, \lambda^k) dx^k + \nabla g(x^k)^t d\eta^k + \nabla h(x^k)^t d\lambda^k = r^k, \quad (4.20)$$

em que:

$$r^k = -\nabla f(x^k) - \nabla g(x^k)^t \eta^k - \nabla h(x^k)^t \lambda^k. \quad (4.21)$$

O termo r^k é denominado *resíduo de viabilidade dual*.

Para a linearização da equação (4.14b), considera-se uma linha j do conjunto de equações (4.14b), dado por (4.22):

$$(z_j + \mu)\lambda_j - \mu\delta_j = 0. \quad (4.22)$$

Linearizando cada equação, para $j = 1, \dots, r$, tem-se (4.23):

$$(z_j^{k+1} + \mu)\lambda_j^{k+1} - \mu\delta_j^k = 0, \text{ ou seja, } (z_j^k + dz_j^k + \mu)(\lambda_j^k + d\lambda_j^k) - \mu\delta_j^k = 0. \quad (4.23)$$

A expressão (4.23) pode ser rescrita como (4.24):

$$(z_j^k + \mu)\lambda_j^k + (z_j^k + \mu)d\lambda_j^k + \lambda_j^k dz_j^k + dz_j^k d\lambda_j^k - \mu\delta_j^k = 0. \quad (4.24)$$

Tendo em vista a igualdade (4.24), a linearização para o conjunto de equações em (4.14b) pode ser representada por (4.25):

$$\bar{Z}_k \lambda^k + \bar{Z}_k d\lambda^k + \Lambda^k dz^k + dz^k \circ d\lambda^k - \mu\delta^k = 0. \quad (4.25)$$

em que

$$\Lambda^k = \text{diag}(\lambda^k), \quad (4.26)$$

e segundo (Silva, 2014), $dz^k \circ d\lambda^k$ é denominado produto de Hadamard, isto é, o produto componente-a-componente, entre os vetores dz^k e $d\lambda^k$. A igualdade em (4.25) pode ser escrita resumidamente como (4.27):

$$\Lambda^k dz^k + \bar{Z}_k d\lambda^k = s^k, \quad (4.27)$$

em que

$$s^k = -\bar{Z}_k \lambda^k + \mu\delta^k - dz^k \circ d\lambda^k. \quad (4.28)$$

O termo s^k é denominado de *resíduo de complementaridade*.

Para o conjunto de equações (4.14c), primeiramente, considera-se que:

$$g(x^{k+1}) = 0, \text{ ou seja, } g(x^k + dx^k) = 0. \quad (4.29)$$

Aplicando Taylor de 1ª ordem, segue (4.30):

$$g(x^k) + \nabla g(x^k) dx^k = 0. \quad (4.30)$$

A igualdade expressa por (4.30) pode ser rescrita como (4.31):

$$\nabla g(x^k) dx^k = t^k, \quad (4.31)$$

em que

$$t^k = -g(x^k). \quad (4.32)$$

Por fim, o conjunto de equações (4.14d) também é linearizado. Considera-se (4.33):

$$h(x^{k+1}) + z^{k+1} = 0, \text{ ou seja, } h(x^k + dx^k) + z^k + dz^k = 0. \quad (4.33)$$

Assim, aplicando Taylor de 1ª ordem obtém-se (4.34):

$$h(x^k) + \nabla h(x^k)dx^k + z^k + dz^k = 0. \quad (4.34)$$

A igualdade (4.34) pode ser reescrita como:

$$\nabla h(x^k)dx^k + dz^k = u^k, \quad (4.35)$$

em que

$$u^k = -h(x^k) - z^k. \quad (4.36)$$

Para determinar as direções de busca, um sistema considerando as equações (4.20), (4.27), (4.31) e (4.35), dado por (4.37), deve ser resolvido.

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(x^k)^t & \nabla h(x^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(x^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x^k) & I_r & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx^k \\ dz^k \\ d\eta^k \\ d\lambda^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^k \\ s^k \\ t^k \\ u^k \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

em que I_r é a matriz identidade de ordem r e $K = \nabla_{xx}^2 L(x^k, z^k, \eta^k, \lambda^k)$. Esse sistema é denominado sistema primal-dual.

4.2.2 Cálculo das direções

Considerando o sistema (4.37) e com base em (Mehrotra, 1992) e (Pinheiro et al., 2015), são definidos os procedimentos predictor e corretor para a determinação das direções de busca do método BLM.

4.2.2.1 Procedimento Predictor

Para o procedimento predictor, no resíduo dado em (4.28) existe um fator não-linear que depende de direções que não são conhecidas *a priori* e que serão desconsideradas, portanto, tem-se que:

$$dz^k \circ d\lambda^k = 0$$

e o resíduo utilizado no sistema predictor será:

$$\tilde{s}^k = -\bar{Z}_k \lambda^k + \mu \delta^k \quad (4.38)$$

Usualmente na literatura em (4.38), o parâmetro de barreira μ é desconsiderado. Baseado em (Pinheiro, 2012), neste trabalho este parâmetro não é desprezado, pois segundo

o autor o mesmo possui influência nas condições de complementaridade. Outros autores como (Silva, 2014) e (Gonçalves, 2014) também utilizaram o parâmetro de barreira em ambos os procedimentos em seus métodos. Assim o sistema a ser resolvido no passo predictor é dado por (4.39):

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(x^k)^t & \nabla h(x^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(x^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x^k) & I_r & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}x^k \\ \tilde{d}z^k \\ \tilde{d}\eta^k \\ \tilde{d}\lambda^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^k \\ \tilde{s}^k \\ t^k \\ u^k \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

A resolução do sistema (4.39), como segue, determina as direções de busca do procedimento predictor, dadas por: $\tilde{d}x^k$, $\tilde{d}z^k$, $\tilde{d}\eta^k$ e $\tilde{d}\lambda^k$.

Logo na última linha do sistema (4.39), tem-se:

$$\nabla h(x^k)\tilde{d}x^k + \tilde{d}z^k = u^k, \quad (4.40)$$

assim,

$$\tilde{d}z^k = u^k - \nabla h(x^k)\tilde{d}x^k. \quad (4.41)$$

Para a segunda linha do sistema (4.39), tem-se:

$$\Lambda^k\tilde{d}z^k + \bar{Z}_k\tilde{d}\lambda^k = \tilde{s}^k, \quad (4.42)$$

e, portanto,

$$\tilde{d}\lambda^k = \bar{Z}_k^{-1}(\tilde{s}^k - \Lambda^k\tilde{d}z^k). \quad (4.43)$$

As direções de busca, $\tilde{d}x^k$ e $\tilde{d}\eta^k$, são obtidas ao considerar a primeira linha do sistema (4.39):

$$K\tilde{d}x^k + \nabla g(x^k)^t\tilde{d}\eta^k + \nabla h(x^k)^t\tilde{d}\lambda^k = r^k. \quad (4.44)$$

Ao substituir em (4.44) a direção de busca $\tilde{d}\lambda^k$, obtida em (4.43), temos (4.45):

$$K\tilde{d}x^k + \nabla g(x^k)^t\tilde{d}\eta^k + \nabla h(x^k)^t\bar{Z}_k^{-1}(\tilde{s}^k - \Lambda^k\tilde{d}z^k) = r^k \quad (4.45)$$

Na equação (4.45), substitui-se a direção de busca $\tilde{d}z^k$, obtida em (4.41):

$$K\tilde{d}x^k + \nabla g(x^k)^t\tilde{d}\eta^k + \nabla h(x^k)^t\bar{Z}_k^{-1}[\tilde{s}^k - \Lambda^k(u^k - \nabla h(x^k)\tilde{d}x^k)] = r^k, \quad (4.46)$$

agrupando em (4.46) os termos, tem-se (4.47):

$$\begin{aligned} [K + \nabla h(x^k)^t \bar{Z}_k^{-1} \Lambda^k \nabla h(x^k)] \tilde{d}x^k + \nabla g(x^k)^t \tilde{d}\eta^k \\ + \nabla h(x^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k u^k) = r^k. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Ao definir

$$\theta_k = K + \nabla h(x^k)^t \bar{Z}_k^{-1} \Lambda^k \nabla h(x^k) \quad (4.48)$$

denominada de matriz hessiana modificada do problema e,

$$\tilde{p}^k = \nabla h(x^k)^t \bar{Z}_k^{-1} (\tilde{s}^k - \Lambda^k u^k). \quad (4.49)$$

a equação (4.47), pode ser reescrita como (4.50):

$$\theta_k \tilde{d}x^k + \nabla g(x^k)^t \tilde{d}\eta^k = r^k - \tilde{p}^k. \quad (4.50)$$

Observa-se que a equação (4.50) e a terceira equação do sistema (4.39) estão escritas em função das mesmas variáveis e definem o sistema reduzido (4.51).

$$\begin{pmatrix} \theta_k & \nabla g(x^k)^t \\ \nabla g(x^k) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{d}x^k \\ \tilde{d}\eta^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r^k - \tilde{p}^k \\ t^k \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

Da segunda equação de (4.51), obtem-se:

$$\nabla g(x^k) \tilde{d}x^k = t^k \quad (4.52)$$

De (4.50) tem-se (4.53):

$$\nabla g(x^k)^t \tilde{d}\eta^k = r^k - \tilde{p}^k - \theta_k \tilde{d}x^k. \quad (4.53)$$

Pré-multiplicando (4.53), pela matriz θ_k^{-1} , tem-se (4.54):

$$\theta_k^{-1} \nabla g(x^k)^t \tilde{d}\eta^k = \theta_k^{-1} (r^k - \tilde{p}^k) - \tilde{d}x^k. \quad (4.54)$$

Pré-multiplicando (4.54) por $\nabla g(x^k)$ obtêm-se (4.55):

$$\nabla g(x^k) \theta_k^{-1} \nabla g(x^k)^t \tilde{d}\eta^k = \nabla g(x^k) \theta_k^{-1} (r^k - \tilde{p}^k) - \nabla g(x^k) \tilde{d}x^k. \quad (4.55)$$

Substituindo (4.52) em (4.55), tem-se (4.56):

$$\nabla g(x^k)\theta_k^{-1}\nabla g(x^k)^t\tilde{d}\eta^k = \nabla g(x^k)\theta_k^{-1}(\mathbf{r}^k - \tilde{\mathbf{p}}^k) - \mathbf{t}^k. \quad (4.56)$$

Com isso, determina-se $\tilde{d}\eta^k$ como em (4.57):

$$\tilde{d}\eta^k = [\nabla g(x^k)\theta_k^{-1}\nabla g(x^k)^t]^{-1}[\nabla g(x^k)\theta_k^{-1}(\mathbf{r}^k - \tilde{\mathbf{p}}^k) - \mathbf{t}^k]. \quad (4.57)$$

Assim, é possível calcular $\tilde{d}\mathbf{x}^k$ ao utilizar a 1ª equação do sistema (4.51), como em (4.58):

$$\tilde{d}\mathbf{x}^k = \theta_k^{-1}[\mathbf{r}^k - \tilde{\mathbf{p}}^k - \nabla g(x^k)^t\tilde{d}\eta^k]. \quad (4.58)$$

Desta forma, tem-se as direções do procedimento predictor definidas por $\tilde{d}\mathbf{x}^k$ (4.58), $\tilde{d}\eta^k$ (4.57), $\tilde{d}\lambda^k$ (4.43) e $\tilde{d}z^k$ (4.41).

4.2.2.2 Procedimento Corretor

No procedimento corretor, os termos de segunda ordem dos resíduos de complementaridade, dados em (4.28) são considerados, com as direções do procedimento predictor já calculadas:

$$\mathbf{s}^k = -\bar{Z}_k\lambda^k + \mu\delta^k - \tilde{d}z^k \circ \tilde{d}\lambda^k. \quad (4.59)$$

Desta forma, o sistema a ser resolvido no procedimento corretor é dado por:

$$\begin{pmatrix} K & 0 & \nabla g(x^k)^t & \nabla h(x^k)^t \\ 0 & \Lambda^k & 0 & \bar{Z}_k \\ \nabla g(x^k) & 0 & 0 & 0 \\ \nabla h(x^k) & I_p & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\mathbf{x}^k \\ dz^k \\ d\eta^k \\ d\lambda^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}^k \\ \mathbf{s}^k \\ \mathbf{t}^k \\ \mathbf{u}^k \end{pmatrix}, \quad (4.60)$$

Como no passo predictor, as direções corrigidas são determinadas a partir da solução de (4.60) dada por:

$$d\eta^k = [\nabla g(x^k)\theta_k^{-1}\nabla g(x^k)^t]^{-1}[\nabla g(x^k)\theta_k^{-1}(\mathbf{r}^k - \mathbf{p}^k) - \mathbf{t}^k], \quad (4.61)$$

$$d\mathbf{x}^k = \theta_k^{-1}[\mathbf{r}^k - \mathbf{p}^k - \nabla g(x^k)^t d\eta^k], \quad (4.62)$$

$$dz^k = \mathbf{u}^k - \nabla h(x^k)d\mathbf{x}^k, \quad (4.63)$$

$$d\lambda^k = \bar{Z}_k^{-1}(s^k - \Lambda^k dz^k), \quad (4.64)$$

em que

$$p^k = \nabla h(x^k)^t \bar{Z}_k^{-1}(s^k - \Lambda^k u^k). \quad (4.65)$$

4.2.3 Estratégia de condição de positividade local

As direções calculadas nos procedimentos previsor e corretor precisam ser direções de descida, para garantir a convergência do método. Para isso a matriz hessiana modificada do problema, definida em (4.48) precisa ser definida positiva.

Neste trabalho utilizamos uma estratégia de condição de positividade local, presente no trabalho de (Pinheiro; Nepomuceno; Balbo, 2019), descrita no algoritmo 2.

Algoritmo 2: Condição de positividade local da matriz θ_k

- 1 Considere $d^0 = x^0$, $d^k = \left\| dx^{k-1} \right\|^{-1} dx^{k-1}$, se $k \neq 0$;
 - 2 **while** $(d^k)^t \theta_k d^k < 0$ **do**
 - 3 $\beta_k = \beta_k \alpha_\beta$
 - 4 $\theta_k = \theta_k + \beta_k I_n$
 - 5 **end**
-

em que α_β é definido por (4.66):

$$\alpha_\beta = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2 \alpha^2 + 1} \right) \quad (4.66)$$

e $\alpha \in (0, 1)$ é um parâmetro pré-estabelecido na inicialização do método.

A cada iteração do método, a atualização de β_k é realizada pelo procedimento heurístico apresentado em (Pinheiro; Nepomuceno; Balbo, 2019), considera-se:

$$\beta_{k+1} = \begin{cases} \beta_k / \alpha_\beta, & \text{Se } Dif < 0.25 \\ \beta_k, & \text{Se } 0.25 \leq Dif \leq 0.75 \\ \beta_k \alpha_\beta, & \text{Se } Dif > 0.75, \end{cases} \quad (4.67)$$

em que

$$Dif = L_\mu(x^k, z^k, \eta^k, \lambda^k) - L_\mu(x^{k+1}, z^{k+1}, \eta^{k+1}, \lambda^{k+1}) \quad (4.68)$$

4.2.4 Cálculo do tamanho do passo

O cálculo do tamanho dos passos primais e duais, denominados de, $\alpha_{P,\text{prev}}^k$ (4.69), $\alpha_{P,\text{cor}}^k$ (4.70), $\alpha_{D,\text{prev}}^k$ (4.71) e $\alpha_{D,\text{cor}}^k$ (4.72), é o mesmo utilizado em (Pinheiro et al., 2015), que baseou-se em (Granville, 1994).

$$\alpha_{P,\text{prev}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{(z_j^k)}{\tilde{d}z_j^k} : z_j^k > 0 \text{ e } \tilde{d}z_j^k < 0 \right\}, \quad (4.69)$$

$$\alpha_{P,\text{cor}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{(z_j^k)}{dz_j^k} : z_j^k > 0 \text{ e } dz_j^k < 0 \right\}, \quad (4.70)$$

$$\alpha_{D,\text{prev}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{\lambda_j^k}{\tilde{d}\lambda_j^k} : \lambda_j^k > 0 \text{ e } \tilde{d}\lambda_j^k < 0 \right\}, \quad (4.71)$$

$$\alpha_{D,\text{cor}}^k = \sigma \min_{j=1,\dots,r} \left\{ 1, -\frac{\lambda_j^k}{d\lambda_j^k} : \lambda_j^k > 0 \text{ e } d\lambda_j^k < 0 \right\}. \quad (4.72)$$

em que σ é determinado através do procedimento visto em (Wright, 1995), apresentado em (4.73):

$$\sigma = 1 - \frac{1}{9\sqrt{q}}, \quad (4.73)$$

com q sendo o número de restrições do problema.

4.2.5 Cálculo do novo ponto

Para a atualização do ponto em (Souza et al., 2017) foram comparadas cinco estratégias, baseadas nos trabalhos de (Colombo; Gondzio, 2008), (Pinheiro et al., 2015) e (Silva, 2014). Além da estratégia que utiliza as direções corretoras, será utilizada outra estratégia que apresentou bons resultados em relação ao número de iterações do método até a solução ótima do problema. As duas estratégias utilizadas determinam direções de busca para o método.

Para a atualização do ponto, considera-se inicialmente as soluções provisórias do procedimento predictor (4.74) e do corretor (4.75):

$$\begin{aligned} x_p^k &= x^k + \alpha_{P,\text{prev}}^k \tilde{d}x^k \\ z_p^k &= z^k + \alpha_{P,\text{prev}}^k \tilde{d}z^k \\ \eta_p^k &= \eta^k + \alpha_{D,\text{prev}}^k \tilde{d}\eta^k, \\ \lambda_p^k &= \lambda^k + \alpha_{D,\text{prev}}^k \tilde{d}\lambda^k \end{aligned} \quad (4.74)$$

e

$$\begin{aligned}
x_c^k &= x^k + \alpha_{P,\text{cor}}^k dx^k \\
z_c^k &= z^k + \alpha_{P,\text{cor}}^k dz^k \\
\eta_c^k &= \eta^k + \alpha_{D,\text{cor}}^k d\eta^k \\
\lambda_c^k &= \lambda^k + \alpha_{D,\text{cor}}^k d\lambda^k.
\end{aligned} \tag{4.75}$$

Essas soluções provisórias são necessárias para a definição da estratégia 2, que utiliza o teste de complementaridade proposto em (Silva, 2014), para determinar as direções mais promissoras.

As estratégias que determinam as direções de busca para o método são descritas a seguir:

4.2.5.1 Estratégia 1

Como em (Pinheiro et al., 2015), são utilizadas as direções do procedimento corretor, com isso a atualização do ponto é realizada através de (4.75).

4.2.5.2 Estratégia 2

Nesta estratégia, verifica-se a cada iteração quais direções são mais promissoras, do procedimento predictor ou do corretor. Essa escolha é realizada através do teste de complementaridade, definido em (4.76).

$$(z_p^k + \mu e)^t \lambda_p^k < \chi (z_c^k + \mu e)^t \lambda_c^k \tag{4.76}$$

em que $\chi \in (0, 1)$ e e é um vetor coluna.

Proposta em (Souza et al., 2017), as novas direções, $d_n x^k$, $d_n z^k$, $d_n \eta^k$ e $d_n \lambda^k$ são determinadas utilizando uma combinação convexa das direções do procedimento predictor com as direções do corretor, ou seja, dados dois escalares ω_1 e $\omega_2 \in (0, 1)$, em que $\omega_1 + \omega_2 = 1$, as direções que recebem o maior escalar são as direções mais promissoras, determinadas através do teste de complementaridade (4.76).

$$\begin{aligned}
d_n x^k &= \omega_1 \tilde{d}x^k + \omega_2 dx^k \\
d_n z^k &= \omega_1 \tilde{d}z^k + \omega_2 dz^k \\
d_n \eta^k &= \omega_1 \tilde{d}\eta^k + \omega_2 d\eta^k \\
d_n \lambda^k &= \omega_1 \tilde{d}\lambda^k + \omega_2 d\lambda^k
\end{aligned} \tag{4.77}$$

São calculados novos passos primal $\alpha_P^k > 0$ e dual $\alpha_D^k > 0$, considerando as novas direções determinadas em (4.77), de tal forma que a atualização do ponto é apresentada em (4.78).

$$\begin{aligned}x^{k+1} &= x^k + \alpha_P^k d_n x^k \\z^{k+1} &= z^k + \alpha_P^k d_n z^k \\ \eta^{k+1} &= \eta^k + \alpha_D^k d_n \eta^k \\ \lambda^{k+1} &= \lambda^k + \alpha_D^k d_n \lambda^k\end{aligned}\tag{4.78}$$

Neste trabalho, utilizamos a atualização do ponto conforme (4.78).

4.2.6 Atualização dos parâmetros μ e δ

A atualização do parâmetro de barreira μ segue a heurística de (Pinheiro et al., 2015) e é apresentada em (4.79):

$$\mu_{k+1} = \tau \mu_k,\tag{4.79}$$

em que uma relaxação do parâmetro μ é realizada para todo z^{k+1} seguindo o teste:

Se $z_j^{k+1} > -\mu_{k+1}$, para todo j , então (4.79) permanece.

Caso contrário, para $z_j^{k+1} \leq -\mu_{k+1}$, para algum j , μ é atualizado por (4.80):

$$\mu_{k+1} = -(1 + \tau) \times \min(z),\tag{4.80}$$

em que $\tau \in (0, 1)$ é um parâmetro de atualização.

Neste trabalho os estimadores dos multiplicadores de Lagrange δ são atualizados conforme (Pinheiro et al., 2015) e definido em (4.81):

$$\delta^{k+1} = \lambda^{k+1}.\tag{4.81}$$

4.2.7 Critério de Parada

Os métodos iterativos, como neste trabalho, não determinam uma solução exata para o problema, logo necessitam de um critério de parada.

Neste trabalho é adotado o critério de parada utilizado por (Pinheiro et al., 2015). Neste, quando os resíduos relativos à factibilidade primal, t^k e u^k , factibilidade dual, r^k e folgas complementares, s^k , são suficientemente pequenos quanto a uma precisão $\varepsilon > 0$ pré-estabelecida, uma boa solução é obtida.

Isso pode ser expresso por: $\|(r^k, s^k, t^k, u^k)\|_\infty \leq \varepsilon$

4.2.8 Inicialização

Para a inicialização do método, o vetor das variáveis de controle x^0 é dado, mas para as variáveis de folga z e para os multiplicadores de Lagrange η e λ são considerados:

$$z^k \leftarrow -h(x^0) \quad (4.82)$$

$$\lambda^k \leftarrow \mu^0 \bar{Z}_k^{-1} \delta^0 \quad (4.83)$$

$$\eta^k \leftarrow -[\nabla g(x^0) \nabla g(x^0)^t]^{-1} \nabla g(x^0) [\nabla f(x^0) + \nabla h(x^0)^t \lambda^k] \quad (4.84)$$

4.2.9 O Algoritmo do método BLM

O algoritmo (3) apresentado nesta subseção é uma versão do método BLM apresentado em (Souza et al., 2017), no qual é utilizada a condição de positividade local da matriz θ_k .

O método BLM visto na seção 4.2, cujo algoritmo é apresentado em 4.2.9 é aplicado à resolução dos problemas de FPOE relativos aos sistemas IEEE 30, 39, 57 e 118 barras a serem vistos no Capítulo 5.

Algoritmo 3: Método BLM

-
- 1 Inicialização: Precisão $\varepsilon > 0$ para o critério de parada, parâmetro de barreira $\mu^0 > 0$, seu fator de redução $\tau \in (0, 1)$, parâmetro de amortecimento $\beta^0 \in (0, 1)$, seu fator de atualização $\alpha \in (0, 1)$, os estimadores dos multiplicadores de Lagrange $\delta^0 > 0$, x^0 e $k = 0$;
 - 2 Considere: $\left\| \left(r^k, s^k, t^k, u^k \right) \right\|_{\infty} \geq \varepsilon$ para a inicialização do processo iterativo.
 - 3 **while** $\left\| \left(r^k, s^k, t^k, u^k \right) \right\|_{\infty} \geq \varepsilon$ **do**
 - 4 Faça $k = k + 1$;
 - 5 Calcule: $f(x^k)$ (considere o Algoritmo 1, apresentado no Capítulo 2 para calcular os custos da geração eólica), $\nabla f(x^k)$ (considere a derivada de primeira ordem descrita em (2.20d) e (2.21d)), $g(x^k)$, $\nabla g(x^k)$, $h(x^k)$, $\nabla h(x^k)$, para $k = 1$ considere $x^k = x^0$.
 - 6 Para $k = 1$, considere z^k (4.82), λ^k (4.83) e η^k (4.84).
 - 7 Monte as matrizes \bar{Z}_k^{-1} (4.13) e Λ^k (4.26);
 - 8 Calcule os resíduos do procedimento predictor: r^k (4.21), \tilde{s}^k (4.38), t^k (4.32) e u^k (4.36);
 - 9 Calcule o vetor \tilde{p}^k (4.49);
 - 10 Atualize β_k a partir de Dif (4.68);
 - 11 Determine θ_k (4.48) (considere a derivada de segunda ordem descrita em (2.20e) e (2.21e) para calcular K em (4.37));
 - 12 Realize o procedimento de condição de positividade local da matriz θ_k através do Algoritmo 2;
 - 13 Calcule as direções do procedimento predictor: $\tilde{d}x^k$ (4.58), $\tilde{d}z^k$ (4.41), $\tilde{d}\eta^k$ (4.57) e $\tilde{d}\lambda^k$ (4.43);
 - 14 Calcule o resíduo s^k (4.59) do procedimento corretor e o vetor p^k (4.65);
 - 15 Calcule as direções do procedimento corretor: dx^k (4.62), dz^k (4.63), $d\eta^k$ (4.61) e $d\lambda^k$ (4.64);
 - 16 Calcule os passos primal α_P^k e dual α_D^k a partir da Subseção 4.2.4;
 - 17 Calcule o novo ponto a partir de uma das estratégias de determinação: Estratégia 1 (4.75) ou Estratégia 2 (4.78);
 - 18 Atualize o parâmetro de barreira μ e os estimadores dos multiplicadores de Lagrange δ (4.81);
 - 19 Calcule: $\left\| \left(r^k, s^k, t^k, u^k \right) \right\|_{\infty}$
 - 20 **end**
 - 21 Retorne a solução ótima: $x^* = x^k$, $z^* = z^k$, $\eta^* = \eta^k$ e $\lambda^* = \lambda^k$
-

5 RESULTADOS

O método BLM foi implementado em linguagem de programação Matlab, utilizando o Matlab R2016a. O programa foi executado em um computador com processador Intel Core i3, com 4GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Pro. Para os testes realizados com o método BLM foram utilizados os sistemas elétricos IEEE 30, 39, 57 e 118 barras, sendo que os dados de barra e linha foram obtidos na página www.pserc.cornell.edu/matpower/index.html (acessados em fevereiro de 2019) e os dados dos geradores para o sistema 39 barras de (Shi et al., 2012) e dos demais sistemas de (Pineiro; Balbo; Nepomuceno, 2019). Os dados dos geradores termelétricos são apresentados no Apêndice B.

Nas Seções 5.1 e 5.2 realizamos uma comparação com o trabalho de (Mishra; Singh; Rokadia, 2015) com os sistemas IEEE 30 e 57 barras. Nestes casos são analisadas as variações dos coeficientes de custo da geração eólica: coeficiente de reserva K^R e penalidade K^P . O custo linear dos geradores eólicos e o custo do efeito de carregamento dos pontos de válvula (PV) dos geradores termelétricos não são considerados pelos autores citados. No trabalho dos autores os geradores termelétricos são mantidos e uma barra de carga incorpora um gerador eólico. Em dois casos analisamos o aumento do coeficiente de reserva K^R , além de realizar testes com o acréscimo do custo PV. São realizadas comparações com os fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P diferentes de 1 para verificar a proposta de modelagem para os custos de geração eólica.

Na Seção 5.3 utilizamos o sistema IEEE 39 barras que possui 10 geradores. Realizamos testes para verificar em qual barra de geração do sistema a substituição de um gerador termelétrico por um gerador eólico teria o menor custo total de geração. Novamente realizamos comparações com os fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P diferentes de 1.

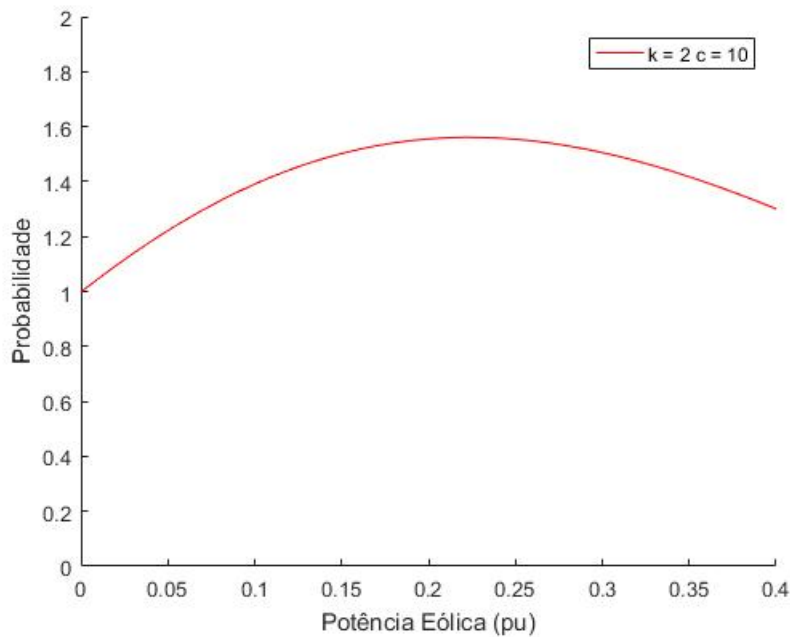
Na Seção 5.4 utilizamos valores "reais" para os parâmetros de escala c e forma k de Weibull em diferentes períodos do ano para uma determinada região com o sistema IEEE 118 barras. Para os testes dois geradores termelétricos são substituídos por geradores eólicos.

Os parâmetros iniciais do método BLM foram: $\varepsilon = 10^{-2}$, $\mu^0 = 0,5$, $\tau = \alpha = 0,15$ para os sistemas 30, 39 e 57 barras e $\tau = \alpha = 0,25$ para o sistema 118 barras, $\beta^0 = 0,1$, $\chi = 0,95$. Os escalares da combinação convexa de direções predictor corretor foram 0,95 para a direção mais promissora e 0,05 para a outra menos promissora.

5.1 Sistema IEEE 30 barras

Nesta seção, os resultados obtidos com a abordagem proposta utilizando o sistema IEEE 30 barras são comparados aos descritos em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015), portanto adotamos os mesmos parâmetros usados pelos autores. Inserimos um gerador eólico de 40 MW na barra 22. Os limites superior e inferior das magnitudes de tensão e dos *taps* do transformadores foram definidos como $0,9 \text{ pu} \leq V \leq 1,1 \text{ pu}$ e $0,95 \text{ pu} \leq t \leq 1,05 \text{ pu}$, respectivamente. Os parâmetros associados à função de distribuição de probabilidade Weibull f^W foram definidos para $k = 2$ e $c = 10$. As velocidades de operação das turbinas eólicas foram $v^I = 3 \text{ m/s}$, $v^R = 10,28 \text{ m/s}$ e $v^0 = 25 \text{ m/s}$. Para efeito de comparação, adotamos os fatores de ponderação $\omega_j^R = \omega_j^P = 1$. Mostramos o gráfico de f^W na Figura 5.1. Os autores em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015) não consideram o custo PV nos custos termelétricos e os custos lineares da geração eólica também são negligenciados.

Figura 5.1 – A curva f^W para o gerador eólico usado nos experimentos computacionais com os sistemas IEEE 30 e 57 barras.



Simulamos os seguintes casos:

- Caso 1: Definimos os coeficientes de reserva e penalidade nos custos de geração eólica em: $K^R = 5 \text{ \$/MW}$ e $K^P = 2 \text{ \$/MW}$;
- Caso 2: Alteramos o coeficiente de reserva nos custos de geração eólica para $K^R = 10 \text{ \$/MW}$;
- Caso 3: Mantemos os dados no Caso 2 e adicionamos o custo PV aos custos termelétricos.

Tabela 5.1 – Resultados para o sistema IEEE 30 barras - Casos 1-3

Coeficientes	Caso 1		Caso 2		Caso 3
	$d = 0; K^P = 2; K^R = 5$		$d = 0; K^P = 2; K^R = 10$		
p_k^G (MW)	BLM	CS	BLM	CS	BLM
p_1^G	155.41	155.70	163.27	163.83	156.73
p_2^G	43.49	43.52	45.37	45.52	53.00
p_5^G	19.69	19.62	20.27	20.45	19.62
p_8^G	10.00	10.00	13.01	13.39	10.00
p_{11}^G	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
p_{13}^G	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00
p_{22}^G (Eólica)	40.00	40.00	27.07	25.99	29.52
Demanda (MW)	290.58	290.84	291.00	291.18	290.87
Custo Quadrático(\$/h)	659.93	660.78	703.69	707.97	696.45
Custo PV (\$/h)	-	-	-	-	30.51
Custo Termelétrico(\$/h)	659.93	660.78	703.69	707.97	726.97
Custo Linear(\$/h)	0.00	-	0.00	-	0.00
Custo de Reserva(\$/h)	54.87	-	48.20	-	58.47
Custo de Penalidade(\$/h)	0.00	-	2.34	-	1.48
Custo Eólico (\$/h)	54.87	72.47	50.54	79.52	59.96
Custo Total (\$/h)	714.80	733.25	754.23	787.50	787.02
Iterações	10	290	10	273	12
Tempo(s)	1.97	345.58	1.72	341.34	2.08

A Tabela 5.1 resume os resultados obtidos para todos os casos. A tabela mostra: os despachos de geração; a demanda do sistema atendida; os custos térmicos, dados pelos custos quadráticos e pelo custo PV; os custos com energia eólica, dados pelos custos lineares e pelos custos de reserva e penalidade; os custos totais, envolvendo custos térmicos e eólicos; o número de iterações e os tempos computacionais.

Para os Casos 1 e 2, comparamos os resultados do método BLM proposto com os apresentados pelo método Cuckoo Search (CS) em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015). Comparando os resultados dos Casos 1 e 2 de ambos os métodos, observamos que os custos totais obtidos pela abordagem proposta são inferiores aos calculados pelo método CS em ambos os casos. Além disso, o método proposto reduz os tempos de cálculo para a resolução do problema em ambos os casos.

No Caso 1, o método BLM calcula uma potência de 40 MW para o gerador eólico incorporado a barra 22 e um custo total de 714,80 \$/h. O método CS também calcula uma potência de 40 MW, mas com um custo total maior de 733,25 \$/h. Se observamos a função de densidade de probabilidade de Weibull dada na Figura 5.1, a probabilidade máxima de saída de potência ativa seria de aproximadamente 0,25 pu (25MW). Porém, em ambos os métodos a potência ativa obtida foi de 40 MW.

Para obter um valor de potência de saída próximo a 25 MW, os autores (Mishra; Singh; Rokadia, 2015) dobraram o coeficiente de reserva K^R no Caso 2, ou seja, dobraram o preço da reserva de energia eólica. Com o aumento, a potência de saída calculada pelos autores foi de fato próxima a 25 MW. Os resultados obtidos pela abordagem proposta também se aproximam desse valor. Verificamos que mais uma vez, os valores determinados pelo método BLM são melhores aos do método CS, tanto o custo da potência eólica

Tabela 5.2 – Resultados para o sistema IEEE 30 barras - Casos 4-6 - $\omega_j^R = \omega_j^P = 2$

Coeficientes	Caso 4		Caso 5		Caso 6
	$d = 0; K^P = 2; K^R = 5$		$d = 0; K^P = 2; K^R = 10$		
p_k^G (MW)	BLM	CS	BLM	CS	BLM
p_1^G	162.36	155.70	168.21	163.83	200.00
p_2^G	45.15	43.52	46.55	45.52	27.71
p_5^G	20.20	19.62	20.64	20.45	15.58
p_8^G	12.49	10.00	15.87	13.39	10.00
p_{11}^G	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
p_{13}^G	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00
p_{22}^G (Eólica)	28.75	40.00	18.05	25.99	17.83
Demanda (MW)	290.94	290.84	291.32	291.18	293.11
Custo Quadrático(\$/h)	697.94	660.78	734.97	707.97	748.14
Custo PV (\$/h)	-	-	-	-	17.10
Custo Termelétrico(\$/h)	697.94	660.78	734.97	707.97	765.24
Custo Linear(\$/h)	0.00	-	0.00	-	0.00
Custo de Reserva(\$/h)	27.40	-	20.20	-	19.64
Custo de Penalidade(\$/h)	1.76	-	6.96	-	7.11
Custo Eólico (\$/h)	29.16	72.47	27.15	79.52	26.75
Custo Total (\$/h)	727.09	733.25	762.12	787.50	791.98
Iterações	10	290	10	273	14
Tempo(s)	1.98	345.58	1.94	341.34	2.22

calculada em 50,54 \$/h para o método BLM e 79,52 para o método CS, quanto os custos totais de 754,23 \$/h do método BLM enquanto tivemos 787,50 \$/h do método CS. Portanto, através da análise dos Casos 1 e 2, verificamos que a abordagem proposta supera o método CS tanto em otimalidade quanto em tempo de cálculo para resolução dos problemas.

No Caso 3, mantemos os mesmos parâmetros descritos no Caso 2, mas adicionamos o custo PV na função de custo termelétrico. Como esperado, os custos totais, dados por 787,02 \$/h, são maiores que os apresentados no Caso 2 (754,23 \$/h), devido à presença dos pontos de carregamento de válvula. Ainda comparado com o Caso 2, tivemos um pequeno aumento no número de iterações, sendo 10 iterações no Caso 2 e 12 iterações no Caso 3.

Agora vamos analisar uma das propostas deste trabalho, o de desvincular o preço da reserva de energia eólica e a ponderação que se faz para obter saídas de potência eólica mais próximas da maior probabilidade de ocorrência. Como vimos no Caso 2, para determinar uma potência eólica próxima de 25 MW ao invés da potência nominal do gerador eólico, em ambos os métodos foi necessário dobrar o preço da energia eólica.

Na Tabela 5.2, com estrutura semelhante a tabela 5.1, apresentamos os casos 4, 5 e 6 que correspondem aos casos 1, 2 e 3, respectivamente, com os novos fatores de ponderação $\omega_j^R = \omega_j^P = 2$. Esses fatores de ponderação multiplicam os custos de reserva e penalidade, assim o operador do sistema pode adotar o preço da reserva de energia que considerar mais adequado tendo a garantia que a saída de potência eólica será próxima das maiores probabilidade de ocorrência.

No Caso 4, verificamos que com o preço de reserva da energia eólica de $K^R = 5$ \$/MW, a potência eólica para a barra 22 foi de 28,75 MW e não mais a potência nominal de 40 MW, como no método CS. O custo total do sistema para o método BLM foi de 727,09 \$/h, enquanto para o método CS, como vimos anteriormente foi de 733,25 \$/h.

No Caso 5, ao dobrar o coeficiente de reserva novamente para $K^R = 10$ \$/MW, a saída de potência eólica determinada pelo método BLM foi ainda menor com 18,05 MW, enquanto o método CS determinou 25,99 MW. Verificamos que mesmo com a alteração do preço de reserva da energia eólica os valores de potência determinados pelo método BLM são próximos das maiores probabilidades de ocorrência, como visto na Figura 5.1. Os custos totais do sistema para este caso foram de 762,12 \$/h para o método BLM e 787,50 \$/h do método CS.

No Caso 6, com o acréscimo dos custos dos pontos de carregamento de válvula, novamente o custo total do sistema foi maior, sendo de 791,98 \$/h, comparado ao custo total do método BLM no Caso 5 de 762,12 \$/h. A potência eólica foi de 17,83 MW (inferior ao Caso 5 com 18,05 MW), mesmo com o aumento do custo termelétrico.

Realizaremos uma análise semelhante com o sistema IEEE 57 barras na próxima seção.

5.2 Sistema IEEE 57 barras

Nesta seção, com o sistema IEEE 57 barras, realizamos os mesmos estudos descritos na seção anterior, comparando nossos resultados com os descritos em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015). Adotamos os mesmos parâmetros dos autores (limites das magnitudes de tensão e *taps* dos transformadores em-fase, parâmetros associados à FDPW, bem como as velocidades de operação das turbinas eólicas, todos descritos na seção anterior). Novamente, para efeito de comparação, adotamos os fatores de ponderação $\omega_j^R = \omega_j^P = 1$, e posteriormente alteramos esses valores para análises referentes a ponderação e preço da reserva de energia eólica. Como no artigo comparado, introduzimos um gerador eólico de 40 MW na barra 45 e desconsideramos os custos lineares da geração eólica e o custo PV da geração termelétrica. Os custos PV são considerados em um caso a parte assim como na seção anterior e os valores dos coeficientes e_i e f_i relacionados a esses custos são estimados com base na heurística descrita em (Pinheiro; Balbo; Nepomuceno, 2019).

Simulamos os seguintes casos:

- Caso 7: Definimos os coeficientes de reserva e penalidade nos custos de geração eólica em: $K^R = 5$ \$/MW e $K^P = 2$ \$/MW;
- Caso 8: Alteramos o coeficiente de reserva nos custos de geração eólica para $K^R = 10$ \$/MW;

Tabela 5.3 – Resultados para o sistema IEEE 57 barras - Cases 7-9

Coeficientes	Caso 7		Caso 8		Caso 9
	$d = 0; K^P = 2; K^R = 5$		$d = 0; K^P = 2; K^R = 10$		
p_k^G (MW)	BLM	CS	BLM	CS	BLM
p_1^G	220.07	218.43	221.71	217.45	250.58
p_2^G	150.00	149.67	150.00	149.95	150.00
p_3^G	150.00	141.07	150.00	141.21	150.00
p_6^G	120.00	119.98	120.00	119.55	120.00
p_8^G	230.81	240.03	232.42	242.76	225.00
p_9^G	120.00	119.92	120.00	119.77	120.00
p_{12}^G	238.84	242.82	240.54	243.67	225.00
P_{45}^G (Eólico)	40.00	39.99	34.95	36.46	30.80
Demanda (MW)	1269.72	1271.91	1269.62	1270.82	1271.37
Custo Quadrático (\$/h)	2695.79	2724.70	2720.13	2738.20	2752.02
Custo PV (\$/h)	-	-	-	-	63.49
Custo Termelétrico (\$/h)	2695.79	2724.70	2720.13	2738.20	2815.51
Custo Linear (\$/h)	0.00	-	0.00	-	0.00
Custo de Reserva (\$/h)	54.87	-	82.85	-	63.40
Custo de Penalidade (\$/h)	0.00	-	0.34	-	1.17
Custo Eólico (\$/h)	54.87	72.45	83.19	125.22	64.56
Custo Total (\$/h)	2750.66	2797.10	2803.32	2863.50	2879.87
Iterações	11	450	11	66	20
Tempo (s)	2.59	2459	2.38	541.85	3.73

- Caso 9: Mantemos os dados no Caso 8 e adicionamos o custo PV aos custos termelétricos.

A Tabela 5.3 resume os resultados obtidos para todos os casos. A estrutura desta tabela é a mesma da Tabela 5.1, já descrita.

No Caso 7, com o coeficiente de reserva $K^R = 5$ \$/MW, a potência determinada para o gerador eólico da barra 45 atingiu seu valor nominal em ambos os métodos. O custo total do sistema calculado pelo método BLM foi de 2750,66 \$/h, enquanto que pelo método CS tivemos um custo de 2797,10 \$/h.

No Caso 8, o método BLM novamente supera o método CS em otimalidade e tempo computacional. Notamos que apesar do aumento no preço da reserva da energia eólica, através do coeficiente de reserva $K^R = 10$ \$/MW, a potência eólica calculada por ambos os métodos ainda está próxima do valor nominal (34,95 MW para o método BLM e 36,46 MW para o método CS). Este não é um resultado esperado, uma vez que, como podemos observar na Figura 5.1, as maiores probabilidades para a potência eólica estão em torno de 0,25 pu (25 MW). Este resultado esperado poderia ser obtido se o preço de reserva K^R assumisse valores maiores. No entanto, a adoção de preços de reserva muito altos não são uma suposição prática, partindo do princípio que não seria viável investir mais reserva em uma fonte incerta do que em uma fonte controlável, caso o objetivo fosse reduzir custos. Uma estratégia para a obtenção de resultados de potência eólica mais próximos da maior probabilidade de ocorrência está em aumentar o valor dos fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P , como apresentado nos Casos 4-6 da seção anterior. Esses testes serão apresentados nos Casos 10-12.

Tabela 5.4 – Resultados para o sistema IEEE 57 barras - Cases 10-12 - $\omega_j^R = \omega_j^R = 2$

Coeficientes	Caso 10		Caso 11		Caso 12
	$d = 0; K^P = 2; K^R = 5$		$d = 0; K^P = 2; K^R = 10$		
p_k^G (MW)	BLM	CS	BLM	CS	BLM
p_1^G	221.50	218.43	225.98	217.45	262.16
p_2^G	150.00	149.67	150.00	149.95	150.00
p_3^G	150.00	141.07	150.00	141.21	150.00
p_6^G	120.00	119.98	120.00	119.55	120.00
p_8^G	232.21	240.03	236.58	242.76	225.00
p_9^G	120.00	119.92	120.00	119.77	120.00
p_{12}^G	240.31	242.82	244.92	243.67	225.00
P_{45}^G (Eólico)	35.62	39.99	21.92	36.46	19.53
Demanda(MW)	1269.63	1271.91	1269.39	1270.82	1271.69
Custo Quadrático(\$/h)	2716.89	2724.70	2783.86	2738.20	2814.92
Custo PV(\$/h)	-	-	-	-	46.49
Custo Termelétrico(\$/h)	2716.89	2724.70	2783.86	2738.20	2861.42
Custo Linear(\$/h)	0.00	-	0.00	-	0.00
Custo de Reserva(\$/h)	43.10	-	30.65	-	23.90
Custo de Penalidade(\$/h)	0.26	-	4.66	-	6.03
Custo Eólico(\$/h)	43.36	72.45	35.32	125.22	29.93
Custo Total(\$/h)	2760.25	2797.10	2819.18	2863.50	2891.13
Iterações	11	450	11	66	23
Tempo(s)	2.41	2459	2.44	541.85	4.61

No Caso 9, devido ao acréscimo dos custos PV para os geradores termelétricos, em comparação com o Caso 8, o método BLM obteve um custo total do sistema maior, sendo 2879,87 \$/h no Caso 9 e 2803,32 \$/h no Caso 8. Outra influência do efeito do carregamento dos pontos de válvula está no desempenho do método BLM, para o Caso 9 tivemos 20 iterações, sendo 11 iterações no Caso 8.

Na Tabela 5.4 apresentamos resultados dos casos anteriores com os fatores de ponderação $\omega_j^R = \omega_j^R = 2$, assim os Casos 10, 11 e 12 correspondem aos Casos 7, 8 e 9, respectivamente, com os novos fatores propostos.

No Caso 10, observamos que a potência eólica calculada em 35,62 MW pelo método BLM, é semelhante a potência eólica calculada pelo método BLM no Caso 8(34,95 MW), apresentado na Tabela 5.3. Para determinar essas potências, no Caso 8 o coeficiente de reserva foi $K^R = 10$ \$/MW. Neste Caso 10 o coeficiente de reserva foi $K^R = 5$ \$/MW, porém o fator de ponderação $\omega_j^R = 2$, assim não foi necessário vincular o despacho de potência eólica ao preço da reserva.

No Caso 11 o método BLM, com fator de ponderação $\omega_j^R = 2$ e preço de reserva $K^R = 10$ \$/MW, determinou uma potência eólica de 21,92 MW, bem mais próxima da maior probabilidade de ocorrência de acordo com a Figura 5.1. Para o método CS, que determinou 36,46 MW, no Caso 11, ou para o método BLM com fator de ponderação $\omega_j^R = 1$ (Caso 8) seria necessário um coeficiente de reserva de aproximadamente $K^R = 20$ \$/MW, o que provavelmente tornaria o custo total do sistema termo-eólico mais caro que o custo total de um sistema apenas com geradores termelétricos.

No Caso 12, assim como nos casos anteriores em que o custo PV foi inserido nos

custos termelétricos houve um aumento no custo total do sistema, sendo de 2891,13 \$/h, comparado com o Caso 11 (2863,50 \$/h), em que os custos PV são desconsiderados. Novamente tivemos um aumento no número de iterações, 23 iterações no Caso 12 e 11 iterações no Caso 11, ainda assim o tempo computacional dos dois casos é viável.

Nos dois sistemas IEEE 30 e 57 barras, em que comparamos resultados com os apresentados em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015), observamos que o método BLM determina saídas de potência eólica próximas as do método CS, com custos totais inferiores. Observamos também que com a proposta de utilizar fatores de ponderação nos custos de penalidade e reserva, as saídas de potência eólica aproximam-se das maiores probabilidade de ocorrência para a região e períodos estudados de acordo com os parâmetros de forma e escala de Weibull, sem que os preços da reserva de energia eólica precisem ser aumentados demasiadamente.

5.3 Sistema IEEE 39 barras

Nesta seção, utilizamos o sistema IEEE 39 barras que possui 10 geradores termelétricos. Verificamos em qual barra de geração a substituição de um gerador termelétrico por um gerador eólico determinaria o menor custo total do sistema, diferentemente das seções anteriores em que adicionamos um gerador eólico a uma barra de carga e mantivemos os geradores termelétricos do sistema. O gerador eólico utilizado para os testes possui potência nominal de 800 MW. Os limites superior e inferior das magnitudes de tensão e dos *taps* do transformadores foram definidos como $0,9 \text{ pu} \leq V \leq 1,1 \text{ pu}$ e $0,95 \text{ pu} \leq t \leq 1,05 \text{ pu}$, respectivamente. Os parâmetros associados à FDPW f^W foram definidos para fator de forma $k = 2$ e escala $c = 10$. As velocidades de operação das turbinas eólicas foram $v_i = 3 \text{ m/s}$, $v_r = 15 \text{ m/s}$ e $v_0 = 30 \text{ m/s}$. A Figura 5.2 mostra o gráfico de f^W . Para este sistema estamos considerando os custos PV para os geradores termelétricos e o custo linear associado aos geradores eólicos. Os coeficientes de custo de geração eólica foram: $d = 1 \text{ \$/MW}$, $K^R = 5 \text{ \$/MW}$ e $K^P = 2 \text{ \$/MW}$.

A estrutura das tabelas apresentadas para este sistema são semelhantes as das tabelas das seções anteriores, aqui temos uma coluna Term. que apresenta os resultados de um sistema apenas com geradores termelétricos e nas demais colunas o número da barra de geração indica a substituição do gerador termelétrico por um gerador eólico. Nas Tabelas 5.5 e 5.6, apresentamos o Caso 13, em que consideramos os fatores de ponderação $\omega_j^R = \omega_j^P = 1$, para obter resultados a partir da modelagem dos custos da geração eólica que temos presente na literatura, como nas seções anteriores. Nas Tabelas 5.7 e 5.8, apresentamos o Caso 14, em que alteramos os fatores de ponderação para $\omega_j^R = \omega_j^P = 10$ para comparação da proposta de modelagem da função de custos da geração eólica deste trabalho.

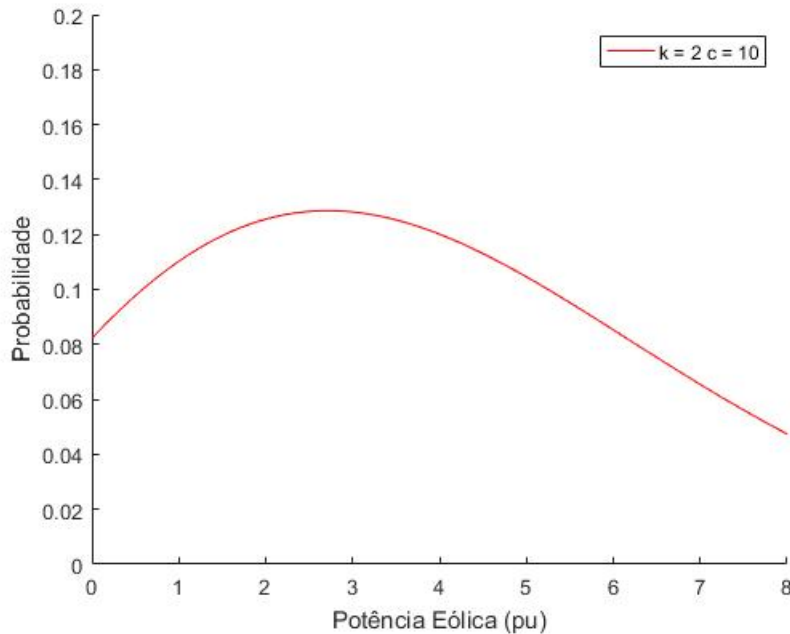
Tabela 5.5 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 13: Variação do gerador eólico - 1

P_k^G (MW)	Term.	Barra 30	Barra 31	Barra 32	Barra 33	Barra 34
P_{30}^G	716.83	800.00	680.31	702.58	691.47	669.55
P_{31}^G	618.76	602.89	800.00	605.89	597.60	579.57
P_{32}^G	725.00	722.10	700.56	800.00	715.00	691.76
P_{33}^G	652.00	652.00	652.00	652.00	800.00	652.00
P_{34}^G	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00	800.00
P_{35}^G	511.84	498.34	485.94	501.55	491.52	473.88
P_{36}^G	580.00	580.00	580.00	580.00	580.00	580.00
P_{37}^G	561.93	547.74	535.81	551.64	542.51	525.60
P_{38}^G	680.85	664.19	649.30	668.36	657.06	636.40
P_{39}^G	736.82	716.67	698.56	721.95	711.51	689.82
Demanda(MW)	6292.02	6291.92	6290.46	6291.97	6294.67	6298.57
C. Quad.(\$/h)	40665.25	35098.65	34870.93	35134.13	35310.32	35131.55
C. PV(\$/h)	512.66	432.11	447.00	446.83	449.18	428.11
C. Term.(\$/h)	41177.92	35530.76	35317.93	35580.96	35759.50	35559.66
C. Linear(\$/h)	-	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00
C. Reserva(\$/h)	-	1772.49	1772.49	1772.49	1772.49	1772.49
C. Pen.(\$/h)	-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C. Eólico(\$/h)	-	2572.49	2572.49	2572.49	2572.49	2572.49
C. Total(\$/h)	41177.92	38103.26	37890.42	38153.45	38331.99	38132.16
Iterações	13	16	14	28	12	13
Tempo(s)	2.39	3.30	2.64	4.38	2.30	2.27

Tabela 5.6 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 13: Variação do gerador eólico - 2

P_k^G (MW)	Term.	Barra 35	Barra 36	Barra 37	Barra 38	Barra 39
P_{30}^G	716.83	662.76	680.59	672.73	692.86	700.54
P_{31}^G	618.76	574.07	588.73	583.74	599.14	605.29
P_{32}^G	725.00	684.66	703.56	697.28	717.01	724.95
P_{33}^G	652.00	652.00	652.00	652.00	652.00	652.00
P_{34}^G	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00
P_{35}^G	511.84	800.00	480.32	479.72	493.75	500.95
P_{36}^G	580.00	580.00	800.00	580.00	580.00	580.00
P_{37}^G	561.93	520.42	534.17	800.00	539.51	550.86
P_{38}^G	680.85	630.12	646.92	631.70	800.00	667.57
P_{39}^G	736.82	683.19	700.84	694.48	713.27	800.00
Demanda(MW)	6292.02	6295.23	6295.13	6299.65	6295.54	6290.15
C. Quad.(\$/h)	40665.25	34575.66	34996.15	34789.62	35072.92	35007.84
C. PV(\$/h)	512.66	457.72	465.42	444.64	443.37	466.77
C. Term.(\$/h)	41177.92	35033.38	35461.57	35234.26	35516.29	35474.61
C. Linear(\$/h)	-	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00
C. Reserva(\$/h)	-	1772.49	1772.49	1772.49	1772.49	1772.49
C. Pen.(\$/h)	-	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C. Eólico(\$/h)	-	2572.49	2572.49	2572.49	2572.49	2572.49
C. Total(\$/h)	41177.92	37605.87	38034.06	37806.75	38088.79	38047.10
Iterações	13	12	13	13	15	12
Tempo(s)	2.39	2.42	2.17	2.28	2.52	2.42

Figura 5.2 – A curva f^W para o gerador eólico usado nos experimentos computacionais com o sistema 39 barras.



De acordo com as Tabelas 5.5 e 5.6, em todas as variações do gerador eólico entre as barras de geração do sistema 39 barras, a potência eólica determinada foi a potência nominal do gerador (800 MW), logo em todos os testes o custo linear foi de 800 \$/h e o custo de reserva foi de 1771,49 \$/h, por despachar a potência nominal o custo de penalidade foi nulo, totalizando um custo de geração eólica de 2572,49 \$/h. Neste Caso 13 a variação da alocação do gerador eólico influenciou no despacho dos geradores termelétricos, com isso o custo termelétrico e o custo total do sistema foram diferentes em cada teste. Na substituição do gerador termelétrico da barra 35 pelo gerador eólico tivemos o menor custo termelétrico, sendo 35033,38 \$/h e o menor custo total do sistema com 37605,87 \$/h. O maior custo termelétrico foi de 35759,50 \$/h ao substituir o gerador termelétrico da barra 33 pelo gerador eólico e assim tivemos também o maior custo total do sistema em 38331,99 \$/h.

Observamos que mesmo no teste com a barra 33, em comparação com o sistema apenas com geradores termelétricos, que teve um custo total de 41177,92 \$/h, a substituição do gerador termelétrico pelo gerador eólico foi mais vantajosa, porém é importante destacar que de acordo com a Figura 5.2 a potência nominal do gerador eólico não é a maior probabilidade de ocorrência para a região ou período analisado, mas de aproximadamente 3 pu (300 MW). Afim de tornar os resultados mais confiáveis apresentamos nas Tabelas 5.7 e 5.8 o Caso 14, em que variamos os fatores de ponderação para $\omega_j^R = \omega_j^P = 10$.

No Caso 14, ao variar o gerador eólico entre as barras de geração do sistema, a barra 39 teve a maior potência eólica, sendo 329,73 MW, assim o custo linear foi de 329,73

Tabela 5.7 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 14: Variação do gerador eólico - 1

P_k^G (MW)	Term.	Barra 30	Barra 31	Barra 32	Barra 33	Barra 34
P_{30}^G	716.83	324.21	799.73	820.50	798.28	760.73
P_{31}^G	618.76	646.00	319.21	646.00	646.00	646.00
P_{32}^G	725.00	725.00	725.00	320.87	725.00	725.00
P_{33}^G	652.00	652.00	652.00	652.00	317.79	652.00
P_{34}^G	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00	313.73
P_{35}^G	511.84	610.04	570.82	586.37	575.51	546.31
P_{36}^G	580.00	580.00	580.00	580.00	580.00	580.00
P_{37}^G	561.93	564.00	564.00	564.00	564.00	564.00
P_{38}^G	680.85	804.13	754.12	773.14	757.52	722.41
P_{39}^G	736.82	881.42	822.90	843.78	818.02	780.51
Demanda(MW)	6292.02	6294.80	6295.78	6294.67	6290.13	6290.68
C. Quad.(\$/h)	40665.25	39948.69	39649.16	39966.09	40026.96	39733.37
C. PV(\$/h)	512.66	464.53	484.19	483.55	485.88	465.37
C. Term.(\$/h)	41177.92	40413.21	40133.35	40449.64	40512.85	40198.74
C. Linear(\$/h)	-	324.21	319.21	320.87	317.79	313.73
C. Reserva(\$/h)	-	284.41	275.10	278.17	272.48	265.09
C. Pen.(\$/h)	-	174.11	178.48	177.02	179.74	183.34
C. Eólico(\$/h)	-	782.73	772.79	776.07	770.01	762.17
C. Total(\$/h)	41177.92	41195.95	40906.14	41225.71	41282.85	40960.90
Iterações	13	19	13	16	14	19
Tempo(s)	2.39	4.11	2.39	3.09	2.41	2.86

Tabela 5.8 – Resultados do sistema 39 barras - Caso 14: Variação do gerador eólico - 2

P_k^G (MW)	Term.	Barra 35	Barra 36	Barra 37	Barra 38	Barra 39
P_{30}^G	716.83	773.61	778.80	774.19	835.94	873.48
P_{31}^G	618.76	646.00	646.00	646.00	646.00	646.00
P_{32}^G	725.00	725.00	725.00	725.00	725.00	725.00
P_{33}^G	652.00	652.00	652.00	652.00	652.00	652.00
P_{34}^G	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00	508.00
P_{35}^G	511.84	315.18	563.55	553.54	600.78	618.49
P_{36}^G	580.00	580.00	315.50	580.00	580.00	580.00
P_{37}^G	561.93	564.00	564.00	314.79	564.00	564.00
P_{38}^G	680.85	734.36	739.22	743.32	323.47	813.26
P_{39}^G	736.82	793.30	798.47	792.27	854.07	329.73
Demanda(MW)	6292.02	6291.45	6290.54	6289.12	6289.25	6309.95
C. Quad.(\$/h)	40665.25	39207.26	39670.94	39397.59	39811.64	39961.04
C. PV(\$/h)	512.66	496.71	502.44	481.43	478.27	508.03
C. Term.(\$/h)	41177.92	39703.97	40173.38	39879.02	40289.91	40469.06
C. Linear(\$/h)	-	315.18	315.50	314.79	323.47	329.73
C. Reserva(\$/h)	-	267.72	268.31	267.01	283.00	294.84
C. Pen.(\$/h)	-	182.05	181.76	182.40	174.76	169.37
C. Eólico(\$/h)	-	764.95	765.57	764.20	781.23	793.94
C. Total(\$/h)	41177.92	40468.92	40938.95	40643.22	41071.14	41263.01
Iterações	13	14	15	12	15	13
Tempo(s)	2.39	2.55	2.64	2.09	2.59	2.39

\$/h, o custo de reserva foi o maior com 294,84 \$/h e o custo de penalidade foi o menor, 169,37 \$/h, totalizando o maior custo de geração eólica com 793,94 \$/h. A barra 34 teve o menor despacho de potência eólica com 313,73 MW, custo linear de 313,73 \$/h, deste modo o custo de reserva também foi o menor, 265,09 \$/h e consequentemente o custo de penalidade foi o maior, 183,34 \$/h, no total o custo de geração eólica foi o menor com 762,17 \$/h.

A potência eólica é a variável aleatória do modelo, porém a mesma influencia em toda a programação do despacho do sistema, de modo que apesar da barra 39, dentre os testes do Caso 14, ter obtido a maior potência eólica, o menor custo termelétrico e total do sistema ocorreu ao substituir o gerador termelétrico pelo gerador eólico na barra 35, sendo 39703,97 \$/h para o custo termelétrico e 40468,92 \$/h de custo total do sistema, sendo mais vantajoso que o custo total do sistema apenas com geradores termelétricos (41177,92 \$/h) e com uma programação de potência eólica de 315,18 MW, que corresponde as maiores probabilidades de ocorrência para a FDPW analisada na Figura 5.2.

No Caso 14 tivemos alguns testes em que substituir o gerador termelétrico pelo gerador eólico deixou o custo total do sistema mais caro que o sistema apenas com geradores termelétricos, como no teste com a barra 33, em que o custo total do sistema foi de 41282,85 \$/h, enquanto o sistema apenas com geradores termelétricos, como apresentado foi de 41177,92 \$/h.

Para este sistema 39 barras, no Caso 13, aumentar o coeficiente de reserva K^R para a potência eólica ficar mais próxima das maiores probabilidades de ocorrência tornaria o sistema termo-eólico mais caro que o sistema termelétrico.

5.4 Sistema IEEE 118 barras

Nesta seção para o sistema IEEE 118 barras, utilizamos os dados de (Pinheiro; Balbo; Nepomuceno, 2019) e realizamos três casos com este sistema. Avaliamos o impacto da substituição de geradores termelétricos por geradores eólicos no sistema. No Caso 15, calculamos os custos apenas com geradores termelétricos. No Caso 16, substituímos dois geradores termelétricos, localizados nas barras 36 e 49 por geradores eólicos de mesma potência nominal (400 e 600 MW, respectivamente), e verificamos seus impactos nos custos totais do sistema. No Caso 17, mantemos todos os parâmetros do Caso 16, porém alteramos os fatores de ponderação de $\omega_j^R = \omega_j^P = 1$ para $\omega_j^R = \omega_j^P = 10$.

Para todos os casos, os limites superior e inferior nas magnitudes de tensão e *taps* dos transformadores foram ajustados para $0,95 \text{ pu} \leq V \leq 1,05 \text{ pu}$ e $0,9 \text{ pu} \leq t \leq 1,1 \text{ pu}$, respectivamente. Nos Casos 16 e 17, os parâmetros associados à FDPW f^W são baseados em valores realistas para a região da cidade de Fortaleza, Brasil, que estão disponíveis no site <http://www.cresesb.cepel.br> e fornecidos na Tabela 5.9. Usando esses dados, obtemos

Tabela 5.9 – Dados para a função de densidade de probabilidade Weibull da produção de energia na cidade de Fortaleza, Brasil.

Parâmetros	Dez-Fev (16a)	Mar-Mai (16b)	Jun-Ago (16c)	Set-Nov (16d)
k	2.39	1.88	2.81	3.07
c	5.27	3.93	6.30	7.48
Velocidad média do vento	4.67	3.49	5.61	6.69

os gráficos da função f^W para os geradores eólicos localizados nas barras 36 e 49, para diferentes períodos do ano, que são apresentados nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente. Os parâmetros usados para as velocidades do vento relativos as turbinas eólicas foram $v^I = 3$ m/s, $v^R = 15$ m/s e $v^0 = 30$ m/s. Nos Casos 16 e 17, adotamos os seguintes coeficientes para a função de custo de geração eólica: para a barra 36, adotamos $d_{36} = 15$ \$/MW, $K_{36}^R = 30$ \$/MW e $K_{36}^P = 15$ \$/MW; para a barra 49, adotamos $d_{49} = 15$ \$/MW, $K_{49}^R = 20$ \$/MW e $K_{49}^P = 15$ \$/MW.

Figura 5.3 – FDPW para a produção de energia da unidade de energia eólica localizada na barra 36.

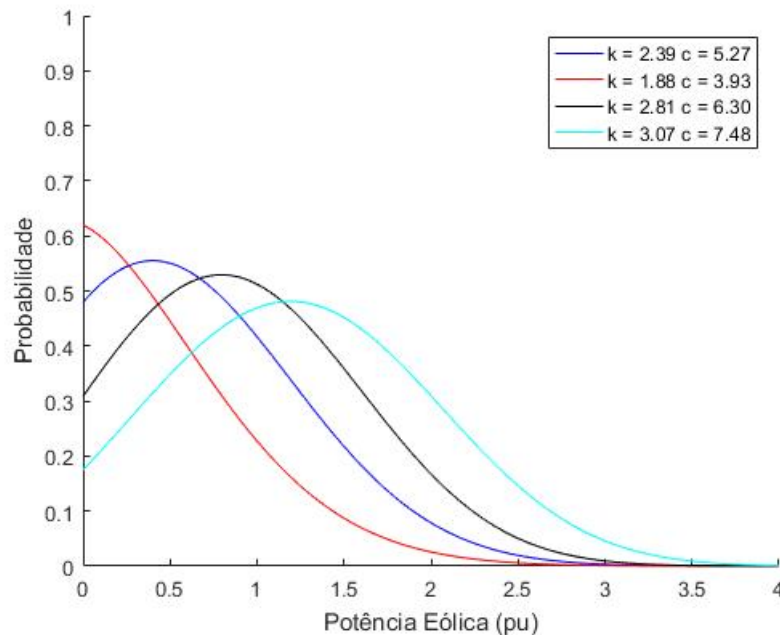
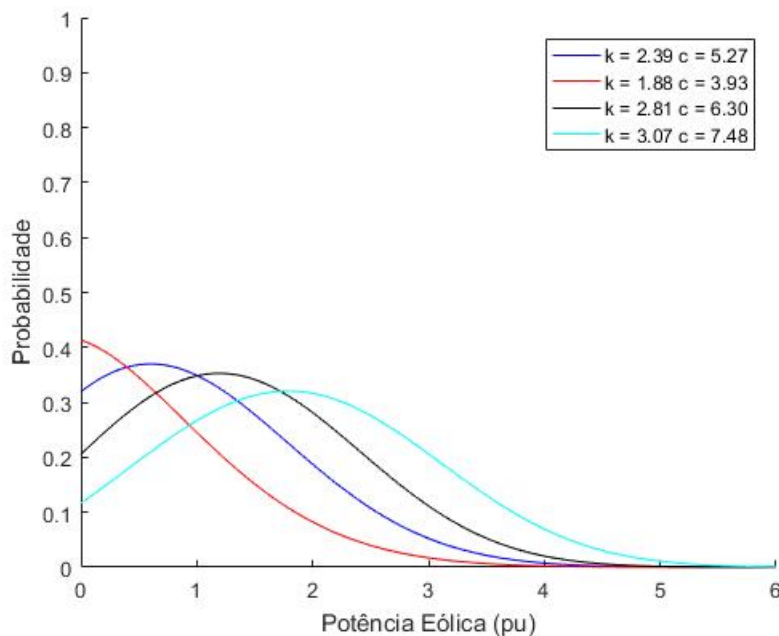


Tabela 5.10 – Resultados do sistema IEEE 118 barras - Casos 15 e 16 - $\omega^R = \omega^P = 1$.

Case	15	16a	16b	16c	16d
p_{36}^G	0.00	132.25	189.25	149.98	186.72
p_{49}^G	228.00	476.15	600.00	378.82	419.98
Custo Quadrático(\$/h)	130987.97	108621.64	102513.27	111676.18	108621.64
Custo PV(\$/h)	100.89	0.00	0.00	0.00	0.00
Custo Eólico(\$/h)	-	16017.80	19507.33	13577.41	15305.92
Custo Total(\$/h)	131088.87	124639.44	122021.30	125253.60	123927.54
Demanda(MW)	4350.84	4344.00	4348.09	4344.40	4342.29
Iterações	24	24	15	30	43
Tempo(s)	21.14	21.36	13.44	26.73	39.22

Figura 5.4 – FDPW para a produção de energia da unidade de energia eólica localizada na barra 49.



Os resultados obtidos para os Casos 15 e 16 estão na Tabela 5.10, cuja estrutura é semelhante à Tabela 5.1, já descrita. Os resultados para o Caso 16 são subdivididos em 4 casos (16a-16d), correspondentes a diferentes períodos do ano, de acordo com a Tabela 5.9.

Nos resultados apresentados na Tabela 5.10, para o Caso 15, apenas com geradores termelétricos, o gerador da barra 36 está desligado, enquanto o gerador da barra 49 gerou 228 MW, o custo total foi de 131088,87 \$/h. No Caso 16, os fatores de ponderação foram $\omega^R = \omega^P = 1$. Neste sistema com 54 geradores avaliaremos a modelagem de custos da geração eólica para diferentes períodos do ano.

Verificamos na Tabela 5.10 que para o Caso 16b que possui a menor velocidade média do vento no ano com 3,49 m/s, obtivemos as maiores saídas de potência eólica para os geradores nas barras 36 (189,25 MW) e 49 (600,00 MW), com isso o custo eólico foi de

Tabela 5.11 – Custos da geração eólica - Caso 16 - $\omega^R = \omega^P = 1$

Caso	Barra	p_j^G (MW)	C^L (\$/h)	C^R (\$/h)	C^P (\$/h)	C^E (\$/h)
Caso 16a	36	132.250	1983.758	1347.871	87.052	3418.681
	49	476.150	7142.239	5456.724	0.159	12599.123
Caso 16b	36	189.249	2838.742	2105.296	5.659	4949.697
	49	600.000	9000.000	5557.633	0.000	14557.633
Caso 16c	36	149.977	2249.651	1516.938	124.319	3890.908
	49	378.824	5682.354	3996.174	7.980	9686.507
Caso 16d	36	186.722	2800.829	1841.202	148.657	4790.688
	49	419.978	6299.664	4198.938	16.635	10515.237

19507, 33 \$/h, totalizando o menor custo total do sistema para os casos analisados sendo 122021, 30 \$/h. No Caso 16d com a maior velocidade média do vento (6,69 m/s), na barra 36 a saída de potência eólica foi praticamente a mesma do Caso 16b, sendo 186,72 MW e na barra 49 a potência eólica foi menor (419,98 MW), com menos potência eólica no sistema o custo eólico foi de 15305,92 \$/h e o custo total foi de 123927,54 \$/h.

Os custos totais dos sistemas termo-eólicos (Caso 16) estão abaixo do custo total do sistema termelétrico (Caso 15), porém era esperado que no período do ano com maior velocidade média do vento as saídas de potência eólica fossem maiores, nos resultados ocorreu o contrário. Observando as Figuras 5.3 e 5.4 notamos que todas as saídas de potência eólica para todos os Casos 16a-16d estão acima da maior probabilidade de ocorrência.

Na Tabela 5.11, detalhamos o despacho de energia eólica para as barras 36 e 49, são apresentados os custos linear, reserva e penalidade, além dos custos totais da geração eólica para cada Caso 16a-16d. Observamos que em todos os períodos do ano os custos de penalidade estão muito abaixo dos custos de reserva de forma que, na maioria das vezes, as saídas de potência eólica tendem para a potência nominal.

Os resultados apresentados anteriormente são explicados pelo seguinte raciocínio. No modelo proposto, com $\omega_j^R = \omega_j^P = 1$, os custos totais do sistema (ou seja, custos termelétricos e eólicos) são minimizados pela alocação de maiores saídas de potência eólica, que apresentam níveis de custo mais baixos. No entanto, o despacho obtido pelo método não é provável que ocorra. Portanto, o método não parece capaz de levar em consideração a FDPW, que estabelece baixa probabilidade de ocorrência para o despacho eólico calculado no Caso 16. Como vimos nas seções anteriores, uma forma de mitigar esses resultados, utilizada na literatura, como em (Mishra; Singh; Rokadia, 2015), foi de aumentar o coeficiente de reserva K^R , que tem relação com o preço da reserva de energia eólica, para que a probabilidade de ocorrência dada pela FDPW seja devidamente levada em consideração, reduzindo o despacho de energia para valores mais prováveis de ocorrer. No entanto, nesta abordagem o preço da reserva de energia eólica pode assumir valores muito acima dos preços de energia. Em nosso modelo, com os fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P associados aos custos de reserva e penalidade, respectivamente, podemos adotar valores

Tabela 5.12 – Resultados do sistema IEEE 118 barras - Casos 15 e 17 - $\omega^R = \omega^P = 10$.

Caso	15	17a	17b	17c	17d
p_{36}^G	0.00	60.88	46.61	76.02	109.16
p_{49}^G	228.00	117.89	95.15	141.31	197.72
Custo Quadrático(\$/h)	130987.97	125866.60	127433.85	124270.98	120631.91
Custo PV(\$/h)	100.89	0.00	0.00	0.00	0.00
Custo Eólico(\$/h)	-	4268.60	3104.05	5281.97	7178.87
Custo Total(\$/h)	131088.87	130135.19	130537.52	129552.95	127810.79
Demanda(MW)	4350.84	4347.68	4349.41	4349.23	4348.78
Iterações	24	23	17	27	18
Tempo(s)	21.14	21.48	15.81	23.75	16.06

específicos para tais fatores, com o objetivo de tornar o despacho da geração eólica mais próximo das maiores probabilidades de ocorrência, sem distorcer os valores dos preços de reserva K^R .

Na Tabela 5.12 para mostrar o impacto da escolha de valores ajustados para ω_j^R e ω_j^P , propomos o Caso 17a-17d, com os mesmo parâmetros apresentados no Caso 16a-16d, exceto que os fatores de ponderação foram definidos para $\omega_j^R = \omega_j^P = 10$. Logo, os resultados para o Caso 17 são em comparação com os do Caso 16, como segue.

Analisando a Tabela 5.12, observamos que o Caso 17b, com menor velocidade média do vento, foi também o período em que tivemos o menor despacho de potência eólica para as barras 36 (46,61 MW) e 49 (95,15 MW), conforme esperado. Assim como no período do ano com a maior velocidade do vento, Caso 17d, tivemos o maior despacho de potência eólica para as barras 36 (109,16 MW) e 49 (197,72 MW). De acordo com as Figuras 5.3 e 5.4, as saídas de potência eólica calculadas para o Caso 17 estão mais próximas de suas respectivas maiores probabilidades de ocorrências em cada período. Desta forma, verificamos que uma escolha adequada dos fatores de ponderação ω_j^R e ω_j^P tornam o despacho mais representativo e confiável em termos da minimização da função objetivo e da representação da FDPW para os geradores eólicos testados.

Os custos totais do sistema no Caso 17 foram superiores aos indicados no Caso 16, devido ao fato dos despachos de potência eólica em cada período do ano no Caso 17 terem sido menores comparados aos do Caso 16, porém como vimos nas Figuras 5.3 e 5.4, esses despachos do Caso 17 são mais prováveis de ocorrer, e tornam a programação do despacho de potência de todo o sistema mais confiável. Comparado com o Caso 15, os custos totais em todos os períodos do Caso 17 são inferiores.

Na Tabela 5.13 mostramos o despacho da potência eólica e seus termos de custo para os Casos 17a-17d. Observamos que os custos de reserva e penalidade apresentaram valores mais próximos neste caso, quando comparados ao Caso 16, uma vez que as potência eólicas de ambos os geradores eólicos no Caso 17 estão mais concentradas em torno da maior probabilidade de ocorrência.

Em resumo, um aspecto importante que consideramos foi verificar se a potência

Tabela 5.13 – Custos da geração eólica - Caso 17 - $\omega^R = \omega^P = 10$

Caso	Barra	p_j^G (MW)	C^L (\$)	C^R (\$)	C^P (\$)	C^E (\$)
Caso 17a	36	60.887	913.313	292.865	384.746	1590.925
	49	117.895	1768.426	490.825	418.424	2677.675
Caso 17b	36	38.084	761.662	170.674	345.358	1277.694
	49	77.928	779.288	231.773	196.960	1208.021
Caso 17c	36	76.020	1140.307	353.825	522.344	2016.477
	49	141.318	2119.772	565.150	580.573	3265.494
Caso 17d	36	109.163	1637.404	531.648	588.684	2757.736
	49	197.719	2965.835	828.961	626.343	4421.138

eólica obtida pelo método estava próxima da maior probabilidade de ocorrência de acordo com a FDPW, de forma que o custo total do sistema fosse mais confiável e provável de ocorrer.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho propomos um modelo de FPOE para a programação do despacho de potência ativa e reativa de um sistema termo-eólico com o objetivo de minimizar os custos da geração do sistema. Neste, na função objetivo foram considerados os custos de geração termelétrica com os pontos de carregamento de válvula e os custos associados a geração eólica. Na literatura a maior parte dos modelos semelhantes são resolvidos de forma decomposta e com métodos meta-heurísticos devido as dificuldades encontradas com a não convexidade, não linearidade e não diferenciabilidade da função de custo termelétrico, bem como da dificuldade de determinar as derivadas de primeira e segunda ordem dos termos integrais que compõem os custos de reserva e penalidade associados a geração eólica. Foram propostas estratégias para o tratamento destas dificuldades. Para o tratamento da função de geração eólica foi proposta a utilização do TFC para a determinação das derivadas de primeira e segunda ordem dos custos associados a geração eólica, desta forma foi possível a utilização de um método baseado no gradiente da função. Para a função de custo termelétrico foi utilizada uma estratégia com restrições de desigualdade e variáveis artificiais para o tratamento da função valor absoluto senoidal. Com estas, utilizamos um método primal-dual de pontos interiores/exteriores barreira logarítmica modificada, que possibilitou a determinação de soluções ótimas (locais) ao problema investigado FPOE, em pequeno tempo computacional. As soluções ótimas determinadas pela metodologia proposta, para a potência eólica programada, foram realistas e coerentes com a FDPW nos casos estudados. Os sistemas IEEE 30, 39, 57 e 118 barras comprovaram a eficiência da metodologia utilizada na determinação de soluções desses.

Para trabalhos futuros serão realizados testes com sistemas maiores, como o IEEE 300 barras. Para o modelo FPOE proposto tem-se ainda a possibilidade de analisá-lo com a inclusão de variáveis discretas. Outra possibilidade é a de investigá-lo com a inserção da função de despacho ambiental e resolução de um problema multiobjetivo. Para a geração eólica é possível determinar formas de estimar os fatores de ponderação para otimizar o despacho de potência eólica, além de testes para o método BLM determinar em qual gerador termelétrico a substituição por um gerador eólico é mais vantajosa. Pode-se também, considerar a inserção de mais geradores eólicos e investigar o FPOE com a definição de qual destes deve entrar em operação junto com os geradores termelétricos, para atender a demanda de energia solicitada.

7 TRABALHOS PUBLICADOS

Artigos em Revistas/Periódicos

- SOUZA, R. R.; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um método de pontos interiores/exteriores aplicado ao problema de fluxo de potência ótimo para um sistema térmico-eólico *C.Q.D - Revista Eletrônica Paulista de Matemática*, Bauru, v.14, p.214-229, fev.2019. Edição Ermac. DOI: 10.21167/cqdvoll4ermac20192316966rrsarbln214229
- SOUZA, R.R. et al. A primal-dual interior/exterior point method, with combined directions and quadratic test in reactive optimal power flow problems. *IEEE Latin America Transactions*, v.15, n. 8, p. 1413-1421, 2017. ISSN 1548-0992.

Trabalhos completos publicados em anais de congressos

- SOUZA, R. R.; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Um modelo de Fluxo de Potência Ótimo para um sistema térmico eólico In: Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional, 2018, Bauru.
- DELGADO, J. A.; SOUZA, R. R.; BAPTISTA, E. C.; BALBO, A. R. Uma investigação do método previsor corretor barreira logarítmica e barreira logarítmica modificada na resolução do problema de fluxo de potência ótimo. In: Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional, 2018, Bauru.

Resumos expandidos publicados em anais de congressos

- SOUZA, R. R.; BALBO, A. R.; NEPOMUCENO, L. Tratamento de incertezas em um modelo de fluxo de potência ótimo. In: VIII Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2018, Bauru. Anais do VIII Seminário da Pós-graduação em Engenharia Elétrica (2018), 2018.

REFERÊNCIAS

- ABEEólica. *Boletim Anual de Geração Eólica*. 2019. Citado na página 25.
- ANEEL. *Atlas do potencial eólico brasileiro*. Brasília, 2001. Citado na página 25.
- Araújo, M. *Estudo Comparativo de Sistemas Eólicos Utilizando Modelos Probabilísticos de Velocidade do Vento*. Dissertação (Mestrado) — COPPE/UFRJ, 1989. Citado na página 92.
- Bazaraa, M. S.; Sherali, H. D.; Shetty, C. M. *Nonlinear programming: theory and algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado na página 52.
- Bertsekas, D. P. Nonlinear programming. *Journal of the Operational Research Society*, Taylor & Francis, v. 48, n. 3, p. 334–334, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.
- Biswas, P. P.; Suganthan, P.; Amaratunga, G. A. Optimal power flow solutions incorporating stochastic wind and solar power. *Energy Conversion and Management*, v. 148, p. 1194 – 1207, 2017. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890417306167>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 31.
- Carroll, C. W.; Fiacco, A. V. The created response surface technique for optimizing nonlinear restrained systems. *Operations Research*, v. 9, n. 2, p. 169–185, 1961. Citado na página 51.
- CEPEL, C. de Pesquisas de E. E. *Atlas do potencial eólico brasileiro: simulações 2013*. Rio de Janeiro, 2017. Citado na página 92.
- Colombo, M.; Gondzio, J. Further development of multiple centrality correctors for interior point methods. *Computational Optimization and Applications*, v. 41, n. 1, p. 277–305, 2008. Citado na página 64.
- Conejo, A. J.; Carrión, M.; Morales, J. M. *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*. Boston, MA: Springer US, 2010. v. 153. (International Series in Operations Research & Management Science, v. 153). ISBN 978-1-4419-7420-4 978-1-4419-7421-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-7421-1>>. Citado na página 26.
- Elattar, E. E. Optimal power flow of a power system incorporating stochastic wind power based on modified moth swarm algorithm. *IEEE Access*, v. 7, p. 89581–89593, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 32.
- Frisch, K. R. *The logarithmic potential method of convex programming*. Oslo, Norway, 1955. Citado na página 51.
- Gonçalves, E. *Métodos híbridos de pontos interiores/exteriores e de aproximantes de funções em problemas multiobjetivo de despacho econômico e ambiental*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia - Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2014. Citado na página 60.

Granville, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 1, p. 136–146, Feb 1994. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 64.

Griva, I. Numerical experiments with an interior-exterior point method for nonlinear programming. *Computational Optimization and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, v. 29, n. 2, p. 173–195, 2004. Citado na página 51.

GWEC. *Global Wind Report*. 2019. Citado na página 25.

Hetzer, J.; Yu, D. C.; Bhattarai, K. An economic dispatch model incorporating wind power. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 23, n. 2, p. 603–611, June 2008. ISSN 0885-8969. Citado 7 vezes nas páginas 26, 27, 29, 34, 38, 40 e 45.

Jabr, R.; Pal, B. Intermittent wind generation in optimal power flow dispatching. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Institution of Engineering and Technology, v. 3, p. 66–74(8), January 2009. ISSN 1751-8687. Citado na página 30.

Karmarkar, N. *A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming*. [S.l.]: Proceedings of the Sixteenth Annual ACM Symposium on Theory of Computing, 1984. Citado na página 51.

Kojima, M.; Mizuno, S.; Yoshise, A. A primal-dual interior point algorithm for linear programming. In: *Progress in Mathematical Programming*. [S.l.: s.n.], 1989. p. 29–47. Citado na página 51.

Madrugal, M.; Ponnambalam, K.; Quintana, V. Probabilistic optimal power flow. In: *Conference Proceedings. IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (Cat. No.98TH8341)*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 1, p. 385–388 vol.1. ISSN: 0840-7789. Citado na página 25.

Mehrotra, S. On the implementation of a primal-dual interior point method. *SIAM Journal on Optimization*, v. 2, n. 4, p. 575–601, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 59.

Mishra, C.; Singh, S. P.; Rokadia, J. Optimal power flow in the presence of wind power using modified cuckoo search. *IET Generation, Transmission Distribution*, v. 9, n. 7, p. 615–626, 2015. ISSN 1751-8687. Citado 11 vezes nas páginas 26, 27, 31, 38, 45, 69, 70, 71, 73, 76 e 83.

Monteiro, R.; Adler, I. Interior path following primal-dual algorithms. part i: Linear programming. *Mathematical Programming*, Springer-Verlag, v. 44, n. 1-3, p. 27–41, 1989. Citado na página 51.

Pinheiro, R. B.; Balbo, A. R.; Nepomuceno, L. Solving network-constrained nonsmooth economic dispatch problems through a gradient-based approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 113, p. 264 – 280, 2019. ISSN 0142-0615. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142061518335592>>. Citado 5 vezes nas páginas 52, 53, 69, 73 e 80.

Pinheiro, R. B.; Nepomuceno, L.; Balbo, A. R. Solving large-scale reactive optimal power flow problems by a primal-dual m^2bf approach. *Optim Eng*, v. 21, p. 485–515, 2019. Citado na página 63.

- Pinheiro, R. B. N. *Um método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores barreira logarítmica modificada, com estratégias de global e de ajuste cúbico, para problemas de programação não-linear e não-convexa*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia de Bauru – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, SP, 2012. Citado na página 59.
- Pinheiro, R. B. N. et al. *Interior-Exterior Point Method with Global Convergence Strategy for Solving the Optimal Reactive Power Flow Problem*. 2015. Aceito para publicação na revista *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. Citado 6 vezes nas páginas 51, 55, 59, 64, 65 e 66.
- Polyak, R. A. Modified barrier functions. *Mathematical Programming*, v. 54, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 55.
- Reddy, S. S.; Momoh, J. A. Minimum emissions optimal power flow in wind-thermal power system using opposition based bacterial dynamics algorithm. p. 1–5, 2016. Citado na página 31.
- Shi, L. et al. Optimal power flow solution incorporating wind power. *IEEE Systems Journal*, v. 6, n. 2, p. 233–241, June 2012. ISSN 1932-8184. Citado 4 vezes nas páginas 27, 30, 31 e 69.
- Silva, D. N. *Método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e exteriores com estratégias de correção de inércia e suavização hiperbólica aplicado ao problema de despacho econômico com ponto de válvula e representação da transmissão*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Engenharia de Bauru – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 58, 60, 64 e 65.
- Sousa, V. A. *Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo Via Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2006. Citado na página 51.
- Souza, R. R. et al. A primal-dual interior/exterior point method, with combined directions and quadratic test in reactive optimal power flow problems. *IEEE Latin America Transactions*, v. 15, n. 8, p. 1413–1421, 2017. ISSN 1548-0992. Citado 6 vezes nas páginas 45, 51, 53, 64, 65 e 67.
- Verbic, G.; Canizares, C. Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on a Two-Point Estimate Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 21, n. 4, p. 1883–1893, nov. 2006. ISSN 1558-0679. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems. Citado na página 25.
- VESTAS. *NM82/1650: General Specification V82 - 1.65 MW MK II*. [S.l.]: Dinamarca: Technology Documentation, 2005. Citado na página 37.
- Wright, M. H. Why a pure primal newton barrier step may be infeasible. *SIAM Journal on Optimization*, v. 5, n. 1, p. 1–12, 1995. Citado na página 64.

Apêndices

APÊNDICE A – PARÂMETROS DE WEIBULL

Nesta seção apresentamos a forma de cálculo dos parâmetros de forma k e escala c e sua influência na descrição da variação da velocidade do vento em um determinado local.

Segundo (CEPEL, 2017), temos que:

- O parâmetro de escala c é uma medida para a velocidade característica do vento, é proporcional à velocidade média do vento.
- O parâmetro de forma k especifica a forma da distribuição de Weibull, quanto maior for k , mais constante será a velocidade do vento.
- O parâmetro de forma k está relacionado com o desvio padrão da amostra de velocidades do vento, uma vez que altos valores de k indicam valores baixos do desvio padrão. Por outro lado, baixos valores de k indicam valores altos do desvio padrão.

O método dos momentos (Araújo, 1989), é uma das técnicas mais utilizadas na estimativa dos parâmetros da função densidade de probabilidade de Weibull e baseia-se na iteração numérica da velocidade média e no desvio padrão da velocidade. Através deste método os parâmetros c e k são calculados por (A.1) e (A.2), para uma coleção de dados da velocidade do vento feitas ao longo de um tempo:

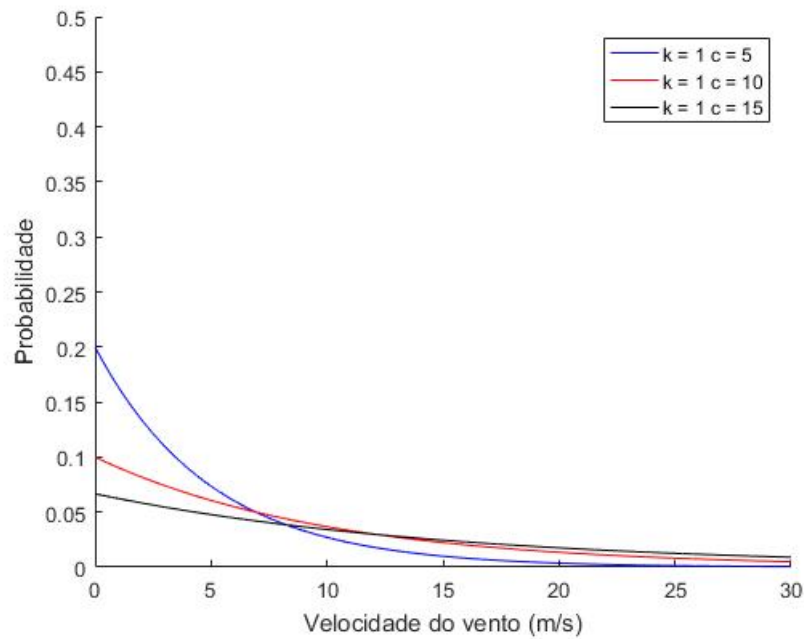
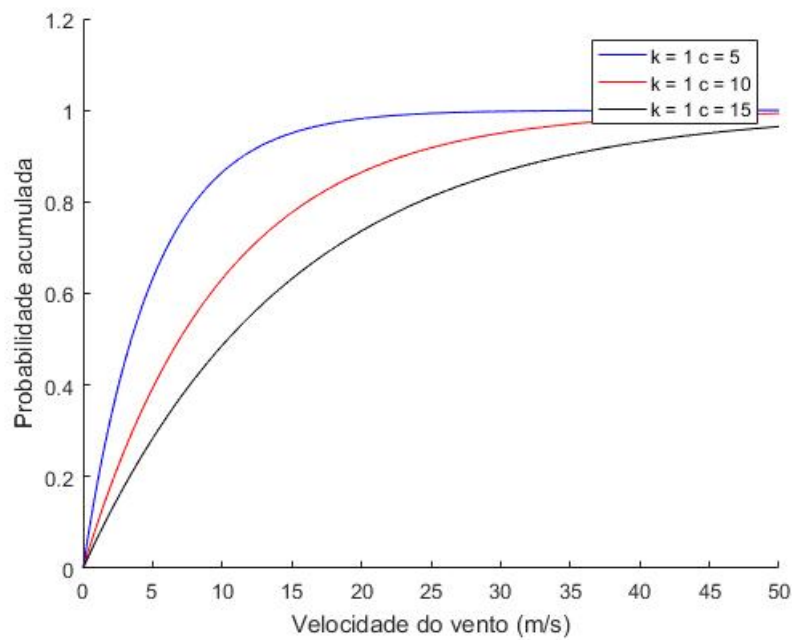
$$k = \left(\frac{\sigma}{\bar{V}} \right)^{-1.086} \quad (\text{A.1})$$

$$c = \frac{\bar{V}}{\Gamma \left(1 + \frac{1}{k} \right)} \quad (\text{A.2})$$

em que

\bar{V}	Velocidade média;
σ	Desvio padrão;
Γ	Função gama.

Nas Figuras A.1, A.2 e A.3, tem-se as curvas para a FDPW para a velocidade do vento, a sua FDA, e a FDPW para o potência eólica, respectivamente, para diferentes valores do parâmetro de escala c , considerando $k = 1$.

Figura A.1 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 1$ Figura A.2 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 1$ 

Nas Figuras A.4, A.5 e A.6, tem-se as curvas para a FDPW para a velocidade do vento, a sua FDA, e a FDPW para o potência eólica, respectivamente, para diferentes valores do parâmetro de escala c , considerando $k = 3$.

E nas Figuras A.7, A.8 e A.9, tem-se as curvas para a FDPW para a velocidade do vento, a sua FDA, e a FDPW para o potência eólica, respectivamente, para diferentes valores do parâmetro de escala c , considerando $k = 5$.

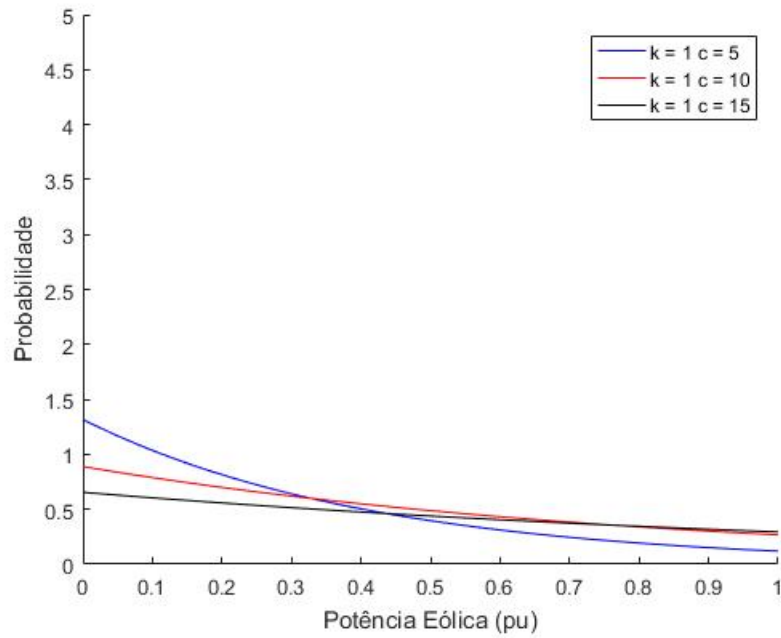
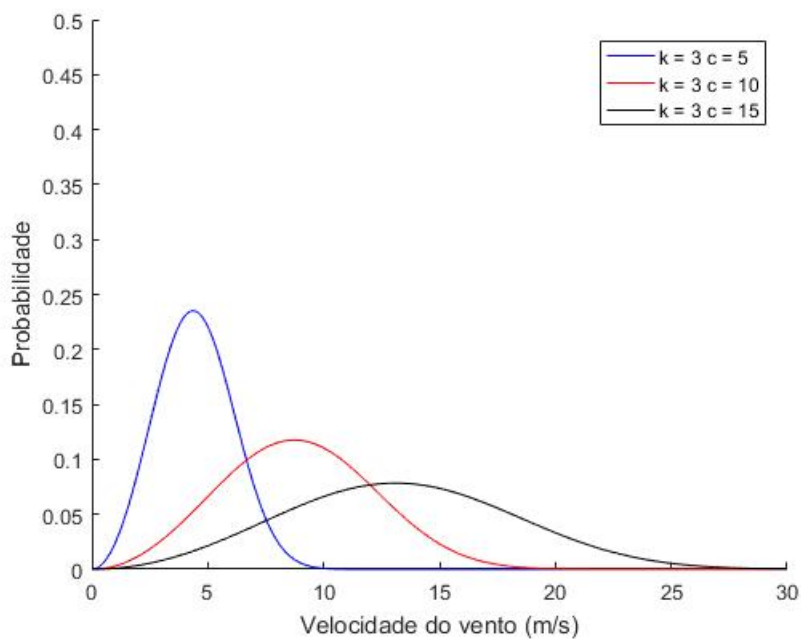
Figura A.3 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 1$ Figura A.4 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 3$ 

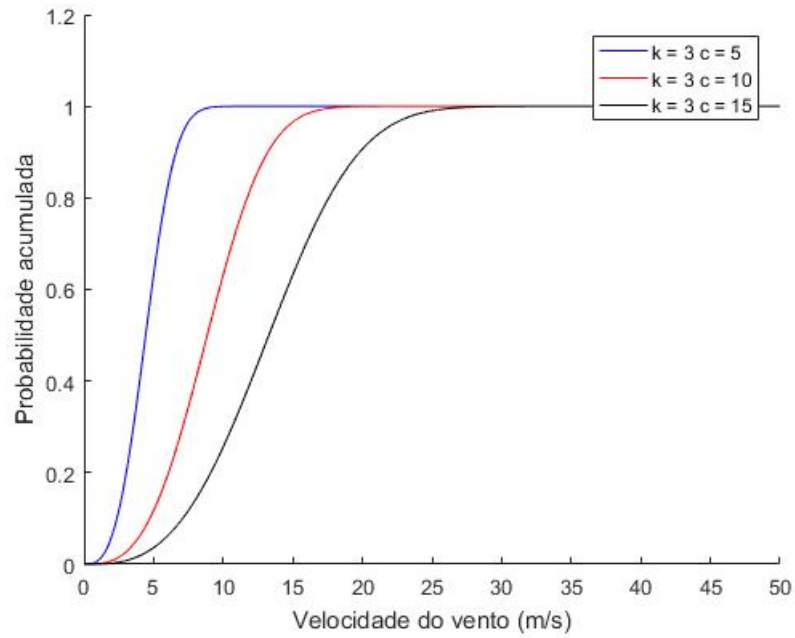
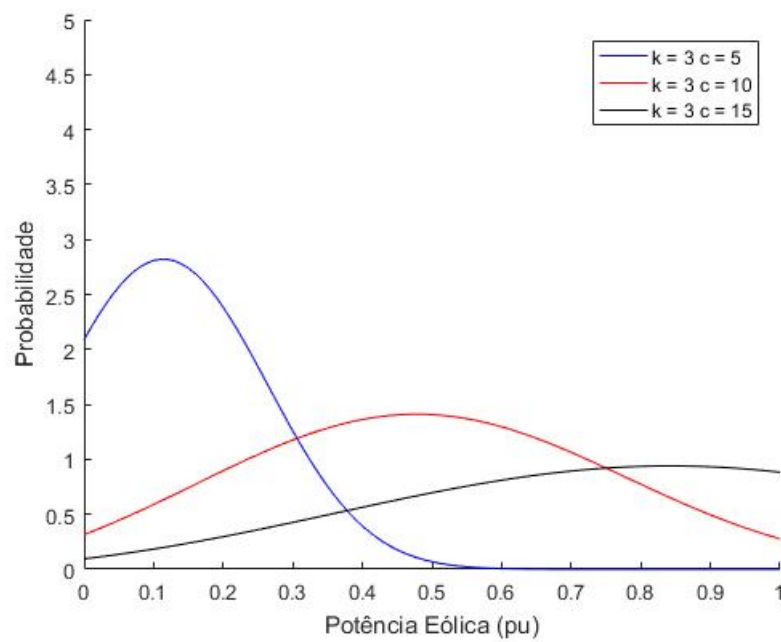
Figura A.5 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 3$ Figura A.6 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 3$ 

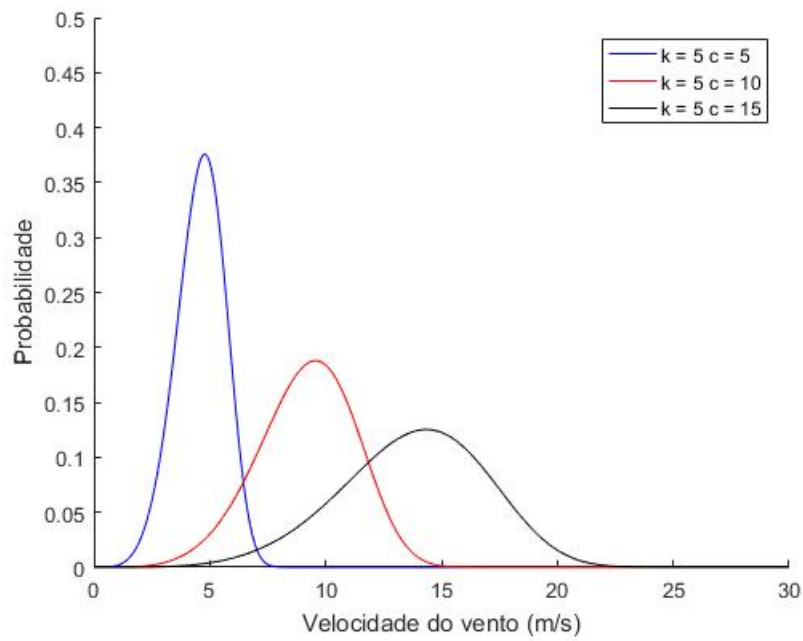
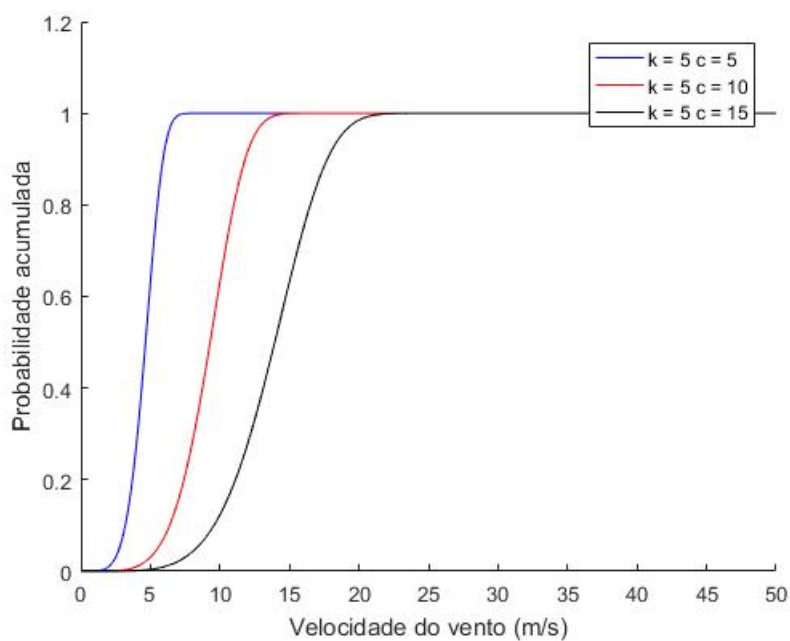
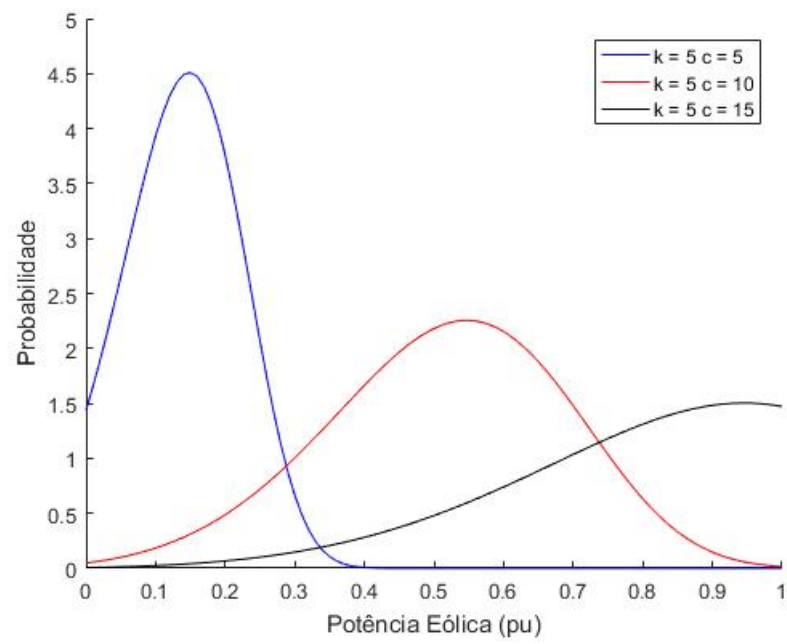
Figura A.7 – FDPW conforme a velocidade do vento para $k = 5$ Figura A.8 – FDA conforme a velocidade do vento para $k = 5$ 

Figura A.9 – FDPW conforme a potência eólica para $k = 5$



APÊNDICE B – DADOS DOS GERADORES

Neste Apêndice apresentamos os dados utilizados para os geradores dos sistemas IEEE 30, 39, 57 e 118 barras.

Tabela B.1 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 30 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	200	50	250	-20	0.00375	2	0	18	0.037
2	80	20	50	-40	0.0175	1.75	0	16	0.038
5	50	15	40	-40	0.0625	1	0	14	0.04
8	35	10	40	-10	0.00834	3.25	0	12	0.045
11	30	10	24	-6	0.025	3	0	13	0.042
13	40	12	24	-6	0.025	3	0	13.5	0.041
22	40	0	24	-6	0.025	3	0	13	0.042

Tabela B.2 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 57 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	575.88	0	300	-200	0.01	0.3	0.2	87.24	2.18
2	150	0	60	-50	0.01	0.3	0.2	6.76	8.38
3	150	0	60	-50	0.01	0.3	0.2	6.76	8.38
6	120	0	50	-40	0.01	0.3	0.2	4.51	10.47
8	300	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	24.76	4.19
9	120	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	4.51	10.47
12	300	0	50	-40	0.01	0.3	0.2	24.76	4.19
45	40	0	200	-150	0.01	0.3	0.2	0.71	31.41

Tabela B.3 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 39 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
30	1040	0	400	140	0.0043	3.50	50	300	0.00035
31	646	0	300	-100	0.0053	3.20	50	200	0.00042
32	725	0	300	150	0.0041	3.60	45	200	0.00042
33	652	0	250	0	0.0040	3.40	50	100	0.00084
34	508	0	167	0	0.0043	3.30	50	150	0.00084
35	850	0	300	-100	0.0060	3.50	40	100	0.00063
36	580	0	240	0	0.0043	3.66	40	150	0.00035
37	564	0	250	0	0.0053	3.50	50	200	0.00045
38	865	0	300	-150	0.0043	3.60	40	200	0.00045
39	1100	0	300	-100	0.0043	3.60	50	150	0.00037

Tabela B.4 – Dados dos geradores - Sistema IEEE 118 barras

Barra	$P^{G_{max}}$	$P^{G_{min}}$	$Q^{G_{max}}$	$Q^{G_{min}}$	a	b	c	e	f
1	100	0	15	-5	0.01	40	0	102.50	0.12566371
4	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
6	100	0	50	-13	0.01	40	0	102.50	0.12566371
8	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
10	550	0	200	-147	0.0222222222	20	0	443.06	0.02284795
12	185	0	120	-35	0.117647059	20	0	193.16	0.06792633
15	100	0	30	-10	0.01	40	0	102.50	0.12566371
18	100	0	50	-16	0.01	40	0	102.50	0.12566371
19	100	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
24	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
25	320	0	140	-47	0.0454545455	20	0	276.36	0.03926991
26	414	0	1000	-1000	0.0318471338	20	0	343.46	0.03035355
27	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
31	107	0	300	-300	1.42857143	20	0	462.39	0.11744272
32	100	0	42	-14	0.01	40	0	102.50	0.12566371
34	100	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
36	400	0	24	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
40	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
42	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
46	119	0	100	-100	0.526315789	20	0	245.83	0.10559975
49	600	0	210	-85	0.0490196078	20	0	265.25	0.04133675
54	148	0	300	-300	0.2083333333	20	0	188.08	0.08490791
55	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
56	100	0	15	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
59	255	0	180	-60	0.064516129	20	0	232.38	0.04927988
61	260	0	300	-100	0.0625	20	0	235.63	0.04833219
62	100	0	20	-20	0.01	40	0	102.50	0.12566371
65	491	0	200	-67	0.0255754476	20	0	399.64	0.02559342
66	492	0	200	-67	0.0255102041	20	0	400.38	0.02554140
69	805.2	0	1000	-1000	0.0193648335	20	0	716.48	0.01560652
70	100	0	32	-10	0.01	40	0	102.50	0.12566371
72	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
73	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
74	100	0	9	-6	0.01	40	0	102.50	0.12566371
76	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
77	100	0	70	-20	0.01	40	0	102.50	0.12566371
80	577	0	280	-165	0.0209643606	20	0	462.99	0.02177881
85	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
87	104	0	1000	-100	2.5	20	0	728.00	0.12083049
89	707	0	300	-210	0.0164744646	20	0	559.37	0.01777422
90	100	0	300	-300	0.01	40	0	102.50	0.12566371
91	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
92	100	0	9	-3	0.01	40	0	102.50	0.12566371
99	100	0	100	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
100	352	0	155	-50	0.0396825397	20	0	298.92	0.03569992
103	140	0	40	-15	0.25	20	0	192.50	0.08975979
104	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
105	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
107	100	0	200	-200	0.01	40	0	102.50	0.12566371
110	100	0	23	-8	0.01	40	0	102.50	0.12566371
111	136	0	1000	-100	0.2777777778	20	0	196.44	0.09239978
112	100	0	1000	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
113	100	0	200	-100	0.01	40	0	102.50	0.12566371
116	100	0	1000	-1000	0.01	40	0	102.50	0.12566371