



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
**“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”**  
**Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá**

**FELIPE ALEXANDRE MALHEIROS DE MEDEIROS**

**Método para implementação de gráficos de controle em processos produtivos**

Guaratinguetá  
2023

**Felipe Alexandre Malheiros de Medeiros**

**Método para implementação de gráficos de controle em processos produtivos**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia e Ciências do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Engenharia, em Gestão e otimização.

Orientadora: Profa. Dra. Marcela Aparecida Guerreiro Machado

Coorientador: Prof. Dr. Fabrício Maciel Gomes

Guaratinguetá  
2023

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| M488m | <p>Medeiros, Felipe Alexandre Malheiros de</p> <p>Método para implementação de gráficos de controle em processos produtivos / Felipe Alexandre Malheiros de Medeiros - Guaratinguetá, 2023.</p> <p>76 f : il.</p> <p>Bibliografia: f. 69-76</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2023.</p> <p>Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Marcela Aparecida Guerreiro Machado</p> <p>Coorientador: Prof. Dr. Fabrício Maciel Gomes</p> <p>1. Controle de processo - Métodos estatísticos. 2. Controle de qualidade - Métodos estatísticos. 3. Engenharia - Métodos estatísticos.. I. Título</p> <p>CDU 658.56 (043)</p> |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Luciana Máximo

Bibliotecária/CRB-8 3595

## **IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA**

Este estudo sobre gráficos de controle em produção visa otimizar eficiência e sustentabilidade. Propõe implementação eficaz, resultando em processos mais eficientes, menos defeitos e menor desperdício, fomentando práticas ecoeficientes na indústria.

## **POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH**

This study on control charts in production aims to optimize efficiency and sustainability. It proposes effective implementation, resulting in more efficient processes, fewer defects and less waste, promoting eco-efficient practices in the industry.

**FELIPE ALEXANDRE MALHEIROS DE MEDEIRO**

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"MESTRE EM ENGENHARIA"**

**PROGRAMA: ENGENHARIA  
CURSO: MESTRADO**

**APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**

 Documento assinado digitalmente  
**MANOEL CLÉBER DE SAMPAIO ALVES**  
Data: 23/11/2023 13:13:30-0300  
Verifique em: <https://verificador.gov.br>

**Prof. Dr. Manoel Cléber de Sampaio Alves**  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**

 Documento assinado digitalmente  
**MARCELA APARECIDA GUERREIRO MACHADO DE**  
Data: 08/11/2023 11:02:18-0300  
Verifique em: <https://verificador.gov.br>

**PROF<sup>a</sup>. DRA. MARCELA APARECIDA GUERREIRO MACHADO DE**  
**FREITAS**  
Orientador / UNESP/FEG  
participou por videoconferência

 Documento assinado digitalmente  
**GISLAINE CRISTINA BATISTELA**  
Data: 08/11/2023 14:34:27-0300  
Verifique em: <https://verificador.gov.br>

**PROF<sup>a</sup>. DRA. GISLAINE CRISTINA BATISTELA**  
UNESP/Itapeva  
participou por videoconferência

 Documento assinado digitalmente  
**NILO ANTONIO DE SOUZA SAMPAIO**  
Data: 02/11/2023 13:00:50-0300  
Verifique em: <https://verificador.gov.br>

**PROF. DR. NILO ANTONIO DE SOUZA SAMPAIO**  
UERJ  
participou por videoconferência

*Outubro de 2023*

## **DADOS CURRICULARES**

### **FELIPE ALEXANDRE MALHEIROS DE MEDEIROS**

|                   |                                                                                                                        |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>NASCIMENTO</b> | 20 de dezembro de 1991 - Amparo/SP                                                                                     |
| <b>FILIAÇÃO</b>   | Edneia Malheiros<br>Elmo Correa de Medeiros                                                                            |
| <b>2012/2015</b>  | Curso Superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica<br>SENAI Felix Guisard                                             |
| <b>2018/2022</b>  | Bacharel em Engenharia de Produção<br>Universidade Estácio                                                             |
| <b>2020/2022</b>  | Especialização em Inteligência Artificial e Aprendizado de Máquina<br>Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais |

Dedico este trabalho à professora Dra. Marcela Aparecida Guerreiro Machado e ao professor Dr. Fabrício Maciel Gomes, em sinal de minha admiração e respeito por sua dedicação ao ensino

“Essencialmente, todos os modelos estão errados, mas alguns são úteis”;

George E. P. Box

## RESUMO

O Controle Estatístico do Processo (CEP) é utilizado como um método preventivo de gestão/controle da qualidade, que monitora as características de qualidade de um processo por meio de estatísticas, a fim de preservar a tendência central e manter a variabilidade desses processos estável ao longo do tempo. O gráfico de controle é uma ferramenta do CEP, que combina a exibição gráfica de dados ao longo do tempo com testes estatísticos, tornando mais fácil para times operacionais detectarem mudanças no processo. Existe uma opinião amplamente difundida entre especialistas em CEP de que os gráficos de controle de Shewhart são ferramentas muito simples para determinar se um processo está em um estado estável ou não. No entanto, não são tão simples em sua aplicação na prática. O uso correto do gráfico de controle requer mais do que mero conhecimento sobre como construir um gráfico, e antes de iniciar sua implementação, é necessário entender o processo a ser monitorado e quais são as suposições para o tipo de gráfico de controle escolhido. Por esse motivo, este estudo busca atualizar e expandir os trabalhos realizados por Gibra (1975), Montgomery (1980), Alexander e Jagannathan, (1986), apresentando uma técnica para seleção de tipos de gráfico de controle, considerando diretrizes da literatura e publicações recentes sobre o tema. As características de atualização e expansão deste trabalho estão relacionados à maior abrangência de tipos de gráfico de controle e ao número de variações que foram avaliadas, com o objetivo de preencher a lacuna apontada pelos autores referenciados desta seção.

**PALAVRAS-CHAVE:** CEP; gráfico de controle; controle estatístico.

## **ABSTRACT**

Statistical Process Control (SPC) is used as a preventive method of management/quality control that monitors the quality characteristics of a process through statistics, in order to preserve the central tendency and keep the variability of these processes stable over time. The control chart is a SPC tool that combines the graphical display of data over time with statistical tests, making easier for operational teams to detect process changes. There is a widely held opinion among SPC experts that Shewhart control charts are very simple tools for determining whether a process is in a steady state or not. However, despite being considered simple tools, they are not so simple to apply in practice. The correct use of the control chart requires more than mere knowledge of how to build a chart, and before starting its implementation, it is necessary to understand the process to be monitored and what are the assumptions for the type of control chart chosen. For this reason, this study seeks to update and expand the works carried out by Gibra (1975), Montgomery (1980), Alexander and Jagannathan, (1986), presenting a selection technique for control chart types considering guidelines of the literature and publications recent on the topic. The updating and expansion characteristics of this work are related to the greater range of control chart types and the number of variations that will be evaluated, with the objective of filling the gap pointed out by the referenced authors of this section.

**KEYWORDS:** SPC; control chart; statistical control.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Exemplo de variação comum e especial ao longo do tempo .....    | 18 |
| Figura 2 - Função de autocorrelação .....                                  | 22 |
| Figura 3 - Exemplo de gráfico de controle.....                             | 24 |
| Figura 4 - Exemplo de correlação positiva.....                             | 30 |
| Figura 5 - Exemplo de correlação negativa.....                             | 30 |
| Figura 6 - Classificação da pesquisa .....                                 | 48 |
| Figura 7 - Etapas da pesquisa da modelagem e simulação.....                | 48 |
| Figura 8 - Fluxograma para seleção da técnica de gráfico de controle ..... | 51 |
| Figura 9 - Análise de correlação entre as variáveis S e R .....            | 53 |
| Figura 10 - Análise de autocorrelação da variável R .....                  | 53 |
| Figura 11 - Análise de autocorrelação da variável S.....                   | 54 |
| Figura 12 - Resultados NMA - $\bar{X}$ .....                               | 56 |
| Figura 13 - Resultados NMA - CUSUM com fator de abertura 3 .....           | 57 |
| Figura 14 - Resultados NMA - CUSUM com fator de abertura 4 .....           | 57 |
| Figura 15 - Resultados NMA - EWMA com fator de abertura 3.....             | 59 |
| Figura 16 - Resultados NMA - $T^2$ Hotelling.....                          | 60 |
| Figura 17 - Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 3.8 .....          | 61 |
| Figura 18 - Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 4 .....            | 62 |
| Figura 19 - Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 4.5 .....          | 63 |
| Figura 20 - Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 3.8.....            | 64 |
| Figura 21 - Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 4.....              | 65 |
| Figura 22 - Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 4.5.....            | 66 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Valores da variável S, extraídos de um processo real de usinagem.....                      | 51 |
| Tabela 2 – Valores da variável R, extraídos de um processo real de usinagem.....                      | 52 |
| Tabela 3 – Razão entre $NMA_0$ e $NMA_1$ para as combinações de fator de abertura e tolerância K..... | 63 |

## SUMÁRIO

|              |                                                                            |           |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>     | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                    | <b>13</b> |
| 1.1          | CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....                                               | 13        |
| 1.2          | JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA.....                                           | 14        |
| 1.3          | OBJETIVOS .....                                                            | 15        |
| <b>1.3.1</b> | <b>Objetivo geral.....</b>                                                 | <b>15</b> |
| <b>1.3.2</b> | <b>Objetivos específicos.....</b>                                          | <b>15</b> |
| 1.4          | DELIMITAÇÕES DO TRABALHO .....                                             | 15        |
| <b>2</b>     | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>                                          | <b>17</b> |
| 2.1          | RELAÇÃO ENTRE QUALIDADE E VARIAÇÃO .....                                   | 17        |
| 2.2          | VARIAÇÃO COMUM E ESPECIAL .....                                            | 17        |
| 2.3          | CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO .....                                     | 18        |
| 2.4          | SÉRIES TEMPORAIS .....                                                     | 20        |
| <b>2.4.1</b> | <b>Autocorrelação.....</b>                                                 | <b>20</b> |
| <b>2.4.2</b> | <b>Função de autocorrelação (FAC).....</b>                                 | <b>21</b> |
| <b>2.4.3</b> | <b>Função de autocorrelação parcial (FACP).....</b>                        | <b>23</b> |
| 2.5          | GRÁFICOS DE CONTROLE.....                                                  | 23        |
| <b>2.5.1</b> | <b>Objetivo .....</b>                                                      | <b>24</b> |
| <b>2.5.2</b> | <b>Fases de implementação.....</b>                                         | <b>24</b> |
| 2.5.2.1      | Fase 1.....                                                                | 25        |
| 2.5.2.2      | Fase 2.....                                                                | 26        |
| 2.6          | CARACTERÍSTICAS DE PROCESSO .....                                          | 26        |
| <b>2.6.1</b> | <b>Tipo de variável .....</b>                                              | <b>26</b> |
| <b>2.6.2</b> | <b>Fases de implementação.....</b>                                         | <b>27</b> |
| <b>2.6.3</b> | <b>Subgrupos racionais .....</b>                                           | <b>27</b> |
| <b>2.6.4</b> | <b>Matriz de covariância.....</b>                                          | <b>29</b> |
| <b>2.6.5</b> | <b>Correlação .....</b>                                                    | <b>29</b> |
| 2.7          | PRINCIPAIS TÉCNICAS DE GRÁFICO DE CONTROLE .....                           | 31        |
| <b>2.7.1</b> | <b>Gráficos de controle tradicionais para atributos.....</b>               | <b>31</b> |
| 2.7.1.1      | Gráfico de controle para a fração defeituosa (gráfico P).....              | 31        |
| 2.7.1.2      | Gráfico de controle para o número de não-conformes (gráfico np) .....      | 32        |
| 2.7.1.3      | Gráfico de controle para defeitos por unidade (gráfico U).....             | 32        |
| 2.7.1.4      | Gráfico de controle para número de defeitos (gráfico C).....               | 33        |
| <b>2.7.2</b> | <b>Gráficos de controle tradicionais para variáveis .....</b>              | <b>33</b> |
| 2.7.2.1      | Gráfico de controle para valores individuais ou "I" .....                  | 33        |
| 2.7.2.2      | Gráfico de controle de $\bar{X}$ .....                                     | 34        |
| <b>2.7.3</b> | <b>Gráfico de controle por atributos e variáveis simultaneamente .....</b> | <b>34</b> |
| <b>2.7.4</b> | <b>Gráficos de controle com memória.....</b>                               | <b>34</b> |
| 2.7.4.1      | Gráfico CUSUM.....                                                         | 35        |
| 2.7.4.2      | Gráfico EWMA .....                                                         | 36        |
| <b>2.7.5</b> | <b>Gráficos de controle para processos multivariados .....</b>             | <b>38</b> |

|           |                                                                                          |    |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.7.5.1   | Gráfico de controle Hotelling $T^2$ .....                                                | 38 |
| 2.7.5.1.1 | <i>Gráfico de controle Hotelling <math>T^2</math> para observações em subgrupo</i> ..... | 38 |
| 2.7.5.1.2 | <i>Gráfico de controle Hotelling <math>T^2</math> para observações individuais</i> ..... | 40 |
| 2.7.5.2   | Gráfico de controle MEWMA.....                                                           | 41 |
| 2.7.5.3   | Gráfico de MCUSUM .....                                                                  | 42 |
| 2.7.6     | <b>Gráficos de controle para processos autocorrelacionados</b> .....                     | 43 |
| 2.7.7     | <b>Alarmes nos gráficos de controle</b> .....                                            | 44 |
| 2.7.8     | <b>Desempenho de gráficos de controle</b> .....                                          | 44 |
| 2.7.9     | <b>Seleção de gráficos de controle</b> .....                                             | 45 |
| 3         | <b>MÉTODO DE PESQUISA</b> .....                                                          | 47 |
| 3.1       | CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA.....                                                           | 47 |
| 3.2       | ETAPAS DA PESQUISA .....                                                                 | 48 |
| 3.3       | PESQUISA BIBLIOGRÁFICA .....                                                             | 49 |
| 3.4       | DEFINIÇÃO DO MODELO.....                                                                 | 49 |
| 3.5       | COLETA DOS DADOS .....                                                                   | 49 |
| 3.6       | ANÁLISE DOS DADOS .....                                                                  | 49 |
| 3.7       | SIMULAÇÃO .....                                                                          | 49 |
| 3.8       | CONCLUSÕES.....                                                                          | 50 |
| 4         | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....                                                      | 51 |
| 4.1       | FLUXOGRAMA PARA SELEÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE .....                                    | 51 |
| 4.2       | SIMULAÇÃO .....                                                                          | 51 |
| 4.3       | ANÁLISE INICIAL .....                                                                    | 52 |
| 4.3.1     | <b>Correlação entre S e R</b> .....                                                      | 52 |
| 4.3.2     | <b>Autocorrelação geral e parcial para S e R</b> .....                                   | 53 |
| 4.4       | SELEÇÃO DA TÉCNICA DE GRÁFICO DE CONTROLE .....                                          | 54 |
| 4.4.1     | <b>Definição das estatísticas - fase 1</b> .....                                         | 55 |
| 4.5       | SIMULAÇÃO – FASE 2 .....                                                                 | 55 |
| 4.5.1     | <b>Análise do gráfico de controle <math>\bar{X}</math></b> .....                         | 55 |
| 4.5.2     | <b>Análise do gráfico de controle CUSUM</b> .....                                        | 57 |
| 4.5.3     | <b>Análise do gráfico de controle de EWMA</b> .....                                      | 58 |
| 4.5.4     | <b>Análise do gráfico de controle EWMA versus CUSUM</b> .....                            | 59 |
| 4.5.5     | <b>Análise do gráfico de controle <math>T^2</math> Hotelling</b> .....                   | 60 |
| 4.5.6     | <b>Análise do gráfico de controle MCUSUM</b> .....                                       | 61 |
| 4.5.7     | <b>Análise do gráfico de controle MEWMA</b> .....                                        | 64 |
| 4.5.8     | <b>Análise do gráfico de controle MEWMA versus MCUSUM</b> .....                          | 66 |
| 5         | <b>CONCLUSÃO</b> .....                                                                   | 67 |
| 5.1       | SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS .....                                                   | 68 |
|           | <b>REFERÊNCIAS</b> .....                                                                 | 69 |

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos últimos anos, nota-se uma tendência entre as empresas em fazer uso da gestão do conhecimento como uma ferramenta para controlar os processos produtivos, com o objetivo de aumentar a eficiência (BOAVENTURA; FERREIRA; FIACCONE, 2022). Nesse contexto, o controle estatístico do processo (CEP) é utilizado como um método preventivo de gestão/controle da qualidade, que monitora as características de qualidade de um processo por meio de estatísticas, com o objetivo de preservar a tendência central e manter a variabilidade desses processos estável ao longo do tempo. Por meio do CEP é possível estabelecer padrões, comparar desempenhos, verificar e estudar desvios, buscar e implementar soluções, buscando o melhor desempenho de máquinas e/ou pessoas (HAQ; KHOO, 2019).

De acordo com Shewhart (1931), embora todos os processos variem, se um processo é estável, a variação é previsível e pode ser descrita por uma distribuição de probabilidade conhecida. Essa distribuição de probabilidade é a base dos gráficos de controle — ferramentas estatísticas desenvolvidas por Shewhart — com o objetivo de ajudar as pessoas que trabalham na linha de frente dos sistemas de manufatura a entender a variação em seus processos. O gráfico de controle combina a exibição gráfica de dados ao longo do tempo com testes estatísticos, tornando mais simples para times operacionais detectarem mudanças no processo.

Os gráficos como  $\bar{X}$ ,  $\bar{X}-S$ ,  $\bar{X}-MR$  (amplitude móvel, ou *moving range*, em inglês), gráfico  $p$ ,  $u$ , etc., são bem conhecidos há décadas e descritos em muitos trabalhos. Por exemplo, Weiler (1953) demonstrou o impacto do tamanho da amostra nos gráficos de controle de Shewhart, Gibra (1975) comparou o gráfico de controle de soma cumulativa (CUSUM) com os gráficos de controle de Shewhart para diferentes cenários de sensibilidade, e Alexander e Jagannathan (1986) propôs um método para seleção de gráficos de controle de Shewhart tradicionais e versões modificadas.

Para Woodall (2017), existe uma opinião amplamente difundida entre especialistas em CEP, de que gráficos de controle de Shewhart são as ferramentas mais simples para determinar se um processo está em um estado estável ou não. No entanto, apesar de serem considerados ferramentas simples, não são em sua aplicação na prática. O fato é que o uso correto do gráfico de controle requer mais do que mero conhecimento de como construir um

gráfico, e antes de iniciar sua implementação, é necessário entender o processo a ser monitorado e quais são suposições as para o tipo de gráfico de controle utilizado (SHPER; GRACHEVA, 2021).

Esquemas de gráfico de controle diferentes dos gráficos de Shewhart foram propostos em publicações recentes e foram explorados neste estudo. Os diferentes esquemas de gráficos de controle têm demonstrado características de desempenho variadas quando avaliados pela frequência de erros tipo 1 e tipo 2, sensibilidade para detectar mudanças na média do processo, sensibilidade para detectar mudanças na variação do processo, o número médio de amostras até o alarme, entre outros. Isso sugere que a seleção do tipo de gráfico de controle deve ser feita considerando as características de cada aplicação. Alguns exemplos de diferentes aplicações são: (MACHADO, 2009); (MENDES; MACHADO; RIZOL, 2019); (HOSSAIN; RIAZ, 2021); (SÁNCHEZ; GONZÁLEZ, 2021); (MACHADO; HO; COSTA, 2018); (SHPER; GRACHEVA, 2021); (LEONI; COSTA, 2020).

## 1.2 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA

Os gráficos de controle são amplamente utilizados para o controle do processo de fabricação, estabelecendo parâmetros e avaliando a capacidade do processo. No entanto, Mahanti e Evans (2012), observaram que um dos principais fatores que dificulta a implementação correta do CEP em indústrias de manufatura é a seleção adequada do tipo de gráfico de controle a ser empregado. Definições como: o tipo de variável, tamanho da amostra, correlação entre variáveis, sensibilidade do gráfico, entre outras, geralmente são desconsideradas no processo de implantação do CEP. Este fato gera descrença no potencial do controle estatístico de processo e na indiferença aos indicadores do mesmo.

Em uma organização típica, há uma propensão a aplicar quaisquer limites que tenham sido mais comumente estudados, e supor que sejam razoáveis, em vez de pensar cuidadosamente nas alternativas e fazer uma escolha informada (WOODALL; FALTIN, 2019). Isso geralmente ocorre devido à falta de conhecimento da existência de outros tipos de gráficos de controle e a falta de experiência apropriada na organização.

Shper e Gracheva (2021) reforçam essa afirmação quando comentam que é comum subestimar o custo de aprender, aplicar e supervisionar ferramentas estatísticas de forma correta (referindo-se às diferentes suposições relacionadas a gráficos de controle).

Por esse motivo, o presente estudo busca atualizar e expandir os trabalhos realizados por Gibra (1975), Montgomery (1980) e Alexander e Jagannathan (1986), publicações que propuseram métodos de seleção de gráficos de controle considerando particularidades do processo. As características de atualização e expansão deste trabalho estão relacionados à maior abrangência de tipos de gráfico de controle e ao número de variações que foram avaliadas, com o objetivo de preencher a lacuna apontada pelos autores referenciados nesta seção.

### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo geral

Dentro de suas delimitações, o objetivo deste trabalho é propor um método para seleção de tipos de gráfico de controle para médias, que considere as características do processo a ser monitorado. Esse método foi utilizado como um guia para implementação dessa ferramenta em processos de manufatura.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

Definir o melhor tipo de gráfico de controle para um processo real de usinagem com base em suas particularidades:

- Demonstrar o fluxo racional para seleção de gráficos de controle; e
- Testar o desempenho de diferentes técnicas de monitoramento em um processo real de usinagem.

### 1.4 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho avaliará as seguintes técnicas de gráfico de controle:

#### 1. Monitoramento univariado:

- a) Média ( $\bar{X}$ );
- b) Média móvel exponencialmente ponderada ou *exponentially weighted moving average* em inglês (EWMA); e
- c) Soma acumulativa ou *cumulative sum* em inglês.

2. Monitoramento multivariado:

- a)  $T^2$  Hotelling;
- b) Soma acumulativa multivariada ou *multivariate cumulative sum* em inglês (MCU-SUM); e
- c) Média móvel exponencialmente ponderada multivariada ou *multivariate exponentially weighted moving average* em inglês (MEWMA).

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 RELAÇÃO ENTRE QUALIDADE E VARIAÇÃO

Com a crescente concorrência nos mercados, os fabricantes dependem cada vez mais da qualidade de seus produtos e serviços para sua sobrevivência (OAKLAND, 2018). No cenário atual, empresas que apresentam os melhores indicadores de produtividade estão centralizando seus esforços na prevenção de defeitos, em vez de detectar produtos defeituosos. Nesse contexto, Oakland (2018) afirma que utilizar técnicas estatísticas para identificar e aplicar medidas de redução de variação, é a base fundamental no esforço de prevenção.

A variação é definida como “uma mudança ou diferença na condição, quantidade ou nível, normalmente com certos limites”. Todos os processos medidos ao longo do tempo variam, e entender essa variação é fundamental para entender esse processo (GUPTA; KAPLAN, 2017). A estatística fornece uma estrutura para descrever essa variabilidade, e ajuda a entender quais fontes são as mais importantes, ou que têm o maior impacto (MONTGOMERY; RUNGER, 2021).

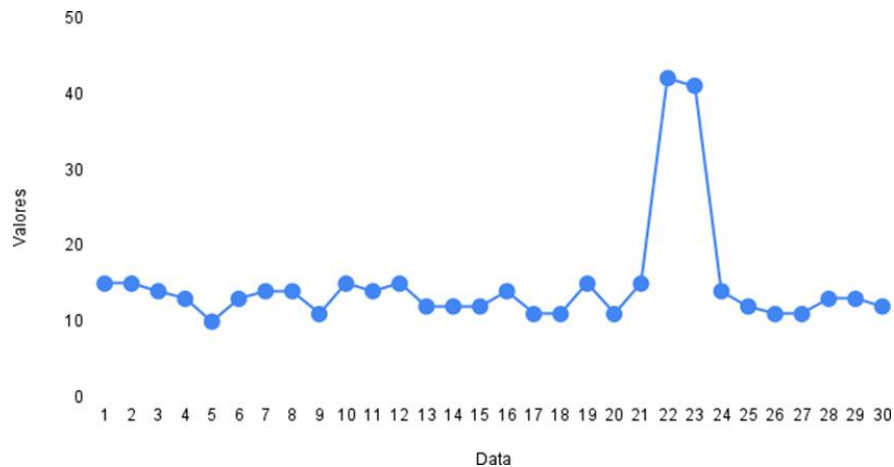
Todos os processos estão sujeitos a variações que são classificadas em duas categorias: comum e especial. A primeira faz parte de qualquer processo, enquanto a última prejudica o processo e, portanto, exige atenção (HOSSAIN; RIAZ, 2021), (WILLIAMS, 2018).

Alguns exemplos de mudanças ou variações em sistemas produtivos são: vida útil de ferramentas de corte, tempos de processamento de um componente, acabamento de uma superfície usinada e temperatura da peça produzida. No entanto, antes de agir é importante entender se a variação representa uma causa comum ou especial.

### 2.2 VARIAÇÃO COMUM E ESPECIAL

Visualizar uma série temporal pode ajudar a distinguir a variação de causa comum e a variação de causa especial. No gráfico da Figura 1, a variação de causa comum e a variação de causa especial é facilmente notada pela discrepância entre os pontos 22 e 23 e o restante da amostra. A variação de causa comum é a variação natural inerente a um processo, ocorrendo regularmente. Medidas repetidas da mesma variável de processo, mesmo sem alterações significativas no sistema, geralmente produzem valores ligeiramente diferentes. Um processo que possui apenas variação de causa comum é considerado um processo estável, com variação previsível (WILLIAMS, 2018).

Figura 1 – Exemplo de variação comum e especial ao longo do tempo



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por outro lado, a variação de causa especial refere-se à variação não natural relacionada a eventos, mudanças ou circunstâncias que não são características do processo regular. Um processo com variação de causa especial é considerado um processo instável, com variação imprevisível (GUPTA; KAPLAN, 2017).

Para Fávero e Belfiore (2019), um processo está sob controle quando a variação nas características de qualidade do produto é apenas o resultado de causas aleatórias. Essas causas são inerentes ao processo (não identificáveis) e não afetam as características de qualidade do produto.

É importante ressaltar que a variação de causa especial também pode ser um sinal de uma mudança desejada no sistema. Por exemplo, se a vida útil de uma ferramenta de corte subir de 100 horas para 150 horas após o processo ser submetido a melhorias, teremos uma variação de causa especial desejada.

## 2.3 CONTROLE ESTATÍSTICO DO PROCESSO

De acordo com Bottani *et al.* (2021), a definição básica de qualidade refere-se a uma ou mais características desejáveis que um produto, serviço ou processo, deve possuir para satisfazer os requisitos implícitos e explícitos do cliente. Quando um cliente recebe produtos de qualidade, a sua fidelização aumenta, a posição da empresa no mercado é mantida ou até mesmo melhorada, a marca ganha boa reputação e, conseqüentemente, passa a ter benefícios. Conclui-se que, dentro do contexto industrial, um controle de qualidade adequado é essencial para garantir a conformidade do item final e sucesso da empresa no mercado. Dentre as

principais ferramentas com essa finalidade, vale destacar o CEP, que monitora e controla a qualidade por meio do rastreamento de métricas de produção.

O CEP é uma metodologia fundamental que consiste em diversas ferramentas para a melhoria da qualidade de produtos e processos (ALEVIZAKOS; CHATTERJEE; KOU-KOUVINOS, 2021). Trata-se de uma coleção de ferramentas que são essenciais nas atividades de melhoria da qualidade. O controle estatístico de qualidade é um campo que remonta à década de 1920, sendo Dr. Walter A. Shewhart, da Bell Telephone Laboratories, um dos pioneiros da área. O campo do controle estatístico da qualidade pode ser amplamente definido como: uso de métodos estatísticos e de engenharia para medir, monitorar, controlar e melhorar a qualidade (MONTGOMERY; RUNGER, 2021).

O CEP também pode ser definido como um método avançado de controle de qualidade, que utiliza métodos estatísticos para detectar padrões anormais na qualidade dos bens produzidos em um processo de fabricação, ou comportamentos anormais nos serviços prestados por uma empresa (ALSHRAIDEH; CASTILLO; VAL, 2020). Dessa forma, o controle de qualidade permite que o fabricante produza com alta qualidade, de acordo com as necessidades do cliente. Suas ferramentas ajudam a melhorar a qualidade do produto, minimizando seu custo, aumentando a eficiência do processo e reduzindo o desperdício.

Dentre as ferramentas do CEP, o gráfico de controle é amplamente utilizado nas indústrias de manufatura e serviços, com o objetivo de estudar o comportamento de um processo e melhorar a sua qualidade. Os gráficos de controle do CEP destinam-se a identificar a variação de causa comum e a variação de causa especial. Além disso, embora construídos com métodos estatísticos rigorosos, os gráficos de controle são projetados para serem usados pela equipe da linha de frente, permitindo que entendam seus dados de forma rápida e contínua, respondendo adequadamente (GUPTA; KAPLAN, 2017).

De acordo com Tran *et al.* (2021), o uso sistemático de gráficos de controle é uma excelente maneira de reduzir a variabilidade do processo e levar a um aumento da qualidade da produção.

## 2.4 SÉRIES TEMPORAIS

Uma série temporal é uma lista de observações em que a ordem é importante, sendo uma coleção de variáveis aleatórias coletadas em ordem temporal. A ordenação é muito importante porque há dependência sequencial entre as observações, e alterar a ordem pode alterar o significado dos dados. Essa característica é importante porque os valores históricos podem ser úteis para modelar o seu comportamento ao longo do tempo. Neste caso, a correlação entre diferentes momentos dessa série tem um papel importante. Chama-se tais correlações de autocorrelação, e esta é uma ferramenta básica para estudar séries temporais (BOX; JENKINS; LJUNG, 2015).

### 2.4.1 Autocorrelação

A maioria das contribuições acadêmicas que tratam da questão do projeto de gráficos de controle presume que as medições do processo são independentes. Na verdade, muitos processos industriais são caracterizados pela presença de autocorrelação nos dados medidos, característica que anula a independência entre amostras e afeta o desempenho estatístico dos gráficos de controle. A autocorrelação pode disparar uma série de alarmes falsos, de modo que a confiabilidade de qualquer gráfico de controle pode ser anulada (COSTA; FICHERA, 2017). A autocorrelação é um coeficiente de correlação, no entanto, em vez de avaliar a correlação entre duas variáveis diferentes, a correlação é calculada entre dois valores da mesma variável nos momentos  $X_i$  e  $X_{i+k}$ . A função de autocorrelação mede o grau de correlação de uma variável, em um dado instante, consigo mesma, em um instante de tempo posterior. Ela permite a análise do grau de irregularidade de um sinal. De acordo com Box, Jenkins, Ljung (2015), dadas as medições,  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , a função de autocorrelação de *lag*  $k$  é definida por meio da equação (1):

$$rk = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (Y_i - \bar{Y}) \cdot (Y_{i+k} - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (1)$$

sendo  $rk$  o coeficiente de autocorrelação para  $k$ ,  $N$  é a quantidade de medições,  $Y_i$  é a  $i$ ésima amostra,  $\bar{Y}$  é a média amostral e  $k$  é a defasagem temporal.

Uma das condições para usar gráficos de controle é a natureza independente dos dados medidos. A maioria dos processos químicos e industriais tem autocorrelações entre os dados medidos, o que significa que a aplicação de gráficos de controle tradicionais pode levar a um grande número de alarmes falsos (IMANIAN; GHASSEMI; KARBASIAN, 2020). Um dos métodos para reduzir essa autocorrelação e diminuir a taxa de alarmes falsos é a aplicação de métodos baseados em modelos. Ao identificar séries temporais desses processos, é possível calcular o valor residual entre os modelos e os dados reais. Em seguida, os gráficos de controle são aplicados a esses valores residuais para identificar e eliminar causas atribuíveis (IMANIAN; GHASSEMI; KARBASIAN, 2020).

#### 2.4.2 Função de autocorrelação (FAC)

De acordo com Box, Jenkins, Ljung (2015), a FAC para uma série fornece correlações entre  $x_t$  e valores defasados da série para defasagens de 1, 2, 3, ...n. Os valores defasados podem ser escritos como  $x_{t-1}$ ,  $x_{t-2}$ ,  $x_{t-3}$  ...  $x_{t-n}$  e a função de autocorrelação fornece correlações entre  $x_t$  e  $x_{t-1}$ ,  $x_{t-2}$ ,  $x_{t-3}$  e assim por diante.

Um conjunto de autocorrelações é chamado de função de autocorrelação de  $\rho k$ . Suponha que  $\bar{r}$  é a média amostral. Então, a autocorrelação amostral de primeira ordem de  $\rho k$  é definida pela equação (2):

$$\hat{p}_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (r_t - \bar{r}) \cdot (r_{t-1} - \bar{r})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}} \quad (2)$$

Em geral, a autocorrelação amostral de k-ésima ordem de  $\rho k$  pode ser definida pela equação (3):

$$\hat{p}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T [(r_t - \bar{r}) \cdot (r_{t-k} - \bar{r})]}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}} \quad (3)$$

A função de autocorrelação pode ser usada para identificar a possível estrutura de dados de séries temporais. A função de autocorrelação dos resíduos para um modelo também é útil. O ideal para uma função de autocorrelação de resíduos é que não haja correlações significativas para qualquer defasagem.

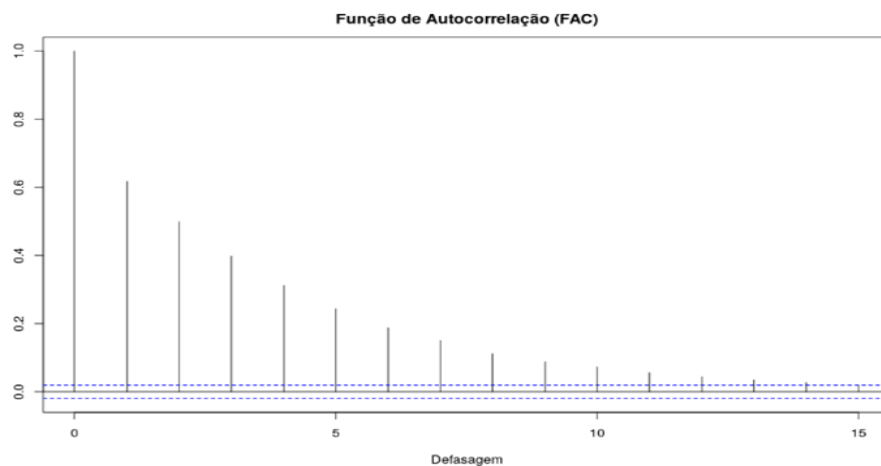
A função de autocorrelação leva em consideração todas as observações passadas, independentemente de seu efeito no período de tempo futuro ou presente. Ele calcula a correlação entre o período de tempo  $t$  e  $t - k$ . Inclui todas as defasagens ou intervalos entre  $t$  e  $k$  períodos de tempo. A correlação é sempre calculada usando a fórmula de correlação de Pearson (BOX; JENKINS; LJUNG, 2015).

Sendo  $x_t$  o valor de uma série temporal no tempo  $t$ . A função de autocorrelação da série fornece correlações entre  $x_t$  e  $x_{t-h}$  para  $h = 1, 2, 3$ , etc. Teoricamente, a autocorrelação entre  $x_t$  e  $x_{t-h}$  é igual a equação (4):

$$\frac{\text{Covar}(x_t, x_{t-h})}{\text{DesvPad}(x_t) \cdot \text{DesvPad}(x_{t-h})} = \frac{\text{Covar}(x_t, x_{t-h})}{\text{Var}(x_t)} \quad (4)$$

A Figura 2 fornece um exemplo de função de autocorrelação. Observe que há duas linhas horizontais que representam os limites do teste de significância, sendo que valores acima ou abaixo da linha são estatisticamente significantes.

Figura 2 – Função de autocorrelação



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 2.4.3 Função de autocorrelação parcial (FACP)

Suponha que o objetivo seja modelar o valor de  $x_t$  como função do valor de duas defasagens passadas, ou seja,  $x_{t-2}$ . A função de autocorrelação nesse caso consideraria a correlação entre  $x_t$  e  $x_{t-1}$ , mesmo que o objetivo seja verificar apenas se  $x$  em  $t-2$  é importante para descrever o comportamento  $x_t$ . Para esses casos é utilizada a FACP. A FACP determina a correlação parcial entre o período de tempo  $t$  e  $t - k$ , sem considerar todos os intervalos de tempo entre  $t$  e  $t - k$  como a função de autocorrelação. Dessa forma, consideramos apenas os intervalos de tempo que têm um impacto direto no período de tempo futuro, desprezando os intervalos de tempo insignificantes entre os dois intervalos de tempo  $t$  e  $t - k$  (BOX; JENKINS; LJUNG, 2015).

## 2.5 GRÁFICOS DE CONTROLE

Os métodos estatísticos clássicos baseiam-se no exame de dados coletados ao longo do tempo de forma agregada, sem atenção à ordem temporal. O primeiro passo em qualquer teste estatístico é examinar e descrever a distribuição dos dados, muitas vezes criando um histograma dos dados. A distribuição pode ser descrita por sua média, mediana e desvio padrão.

Um gráfico de controle, em vez disso, utiliza a mesma série de medições e as plota na forma de série temporal. O eixo horizontal é uma unidade de tempo, e o eixo vertical traça a variável de interesse. A distribuição dos dados ainda é descrita por sua média e desvio padrão, com a média representada como a linha central e o desvio padrão representado como limites de controle superior e inferior, colocados geralmente em  $\pm 3$  desvios padrão da média, conforme Figura 3. A exibição gráfica da média e dos limites de controle permite a avaliação visual se os dados seguem uma distribuição esperada (variação de causa comum) ou inesperada (variação de causa especial). Se os parâmetros do processo não mudarem, a variação de causa comum será previsível com base na distribuição de probabilidade associada (GUPTA; KAPLAN, 2017).

Figura 3 – Exemplo de gráfico de controle



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 2.5.1 Objetivo

Embora todos os processos variem, se um processo é estável, a variação é previsível e pode ser descrita por uma distribuição de probabilidade conhecida (SHEWHART, 1931). Essa distribuição de probabilidade é a base dos gráficos de controle, ferramentas estatísticas desenvolvidas por Shewhart, para ajudar os sistemas de manufatura a entender a variação em seus processos. O gráfico de controle combina a exibição gráfica de dados ao longo do tempo com testes estatísticos, de uma forma que torna mais fácil para times operacionais detectarem mudanças no processo. Desse modo, o gráfico de controle pode ajudar os indivíduos na linha de frente a reagir adequadamente à variação do processo. Seu objetivo é detectar rapidamente as mudanças no processo, e agir para que o número de produtos defeituosos seja minimizado. Os gráficos de controle são uma técnica de monitoramento de processos *online* amplamente utilizada para esse fim (QUININO; CRUZ; QUININO, 2021).

### 2.5.2 Fases de implementação

A construção de um gráfico de controle geralmente consiste em duas fases diferentes, conhecidas como fase 1 e fase 2.

### 2.5.2.1 Fase 1

O objetivo na fase 1 é obter um conjunto de observações sob controle, para que os limites de controle possam ser estabelecidos para a fase 2, que é o monitoramento da produção futura. A análise da fase 1 às vezes é chamada de análise retrospectiva (MONTGOMERY; RUNGER, 2021).

Assim, na fase 1, estamos comparando uma coleção de  $m$  pontos com um conjunto de limites de controle calculados a partir desses pontos. Normalmente  $m = 20$  ou 25 subgrupos são usados na fase 1. É bastante típico na fase 1 supor que o processo está inicialmente fora de controle, então o objetivo do analista é trazer o processo para um estado de controle estatístico. Os limites de controle são calculados com base nos  $m$  subgrupos, e nos dados plotados nos gráficos de controle. Os pontos que estão fora dos limites de controle são investigados, procurando possíveis causas atribuíveis.

Quaisquer causas atribuíveis identificadas são trabalhadas em um esforço para eliminá-las. Os pontos fora dos limites de controle são então excluídos e um novo conjunto de limites de controle revisados é calculado. Em seguida, novos dados são coletados e comparados a esses limites revisados. Às vezes, esse tipo de análise exigirá vários ciclos, nos quais: o gráfico de controle é empregado, causas atribuíveis são detectadas e corrigidas, limites de controle revisados são calculados. Eventualmente, o processo é estabilizado, e um conjunto limpo de dados que representa o desempenho do processo sob controle é obtido para uso na fase 2. Etapas da fase 1 de acordo com Woodall (2017):

- Seleção de características de qualidade;
- Avaliar o processo de medição;
- Determinar a estratégia de amostragem com base em subgrupos racionais;
- Avaliar a estabilidade de curto e longo prazo;
- Entender a variação do processo;
- Implementar melhoria de processos;
- Coletar dados adicionais conforme necessário; e
- Decidir como melhor monitorar na fase 2.

### 2.5.2.2 Fase 2

O objetivo principal da fase 2 é verificar a estabilidade contínua do processo. Na fase 2, geralmente assumimos que o processo é razoavelmente estável. Muitas vezes, as causas atribuíveis que ocorrem na fase 2 resultam em mudanças de processo menores, porque a maioria das fontes de variabilidade com maior impacto foram sistematicamente removidas durante a fase 1. O objetivo passa a ser o monitoramento do processo, não em trazer um processo indisciplinado sob controle.

Em resumo, na fase 1 são estimados os limites de controle com dados de processo limpos. Na fase 2, acontece o monitoramento do processo, confrontando a estatística obtida pelas medições com os limites de controle definidos na fase 1. Isso mostra que a qualidade dos parâmetros obtidos na fase 1 desempenha um papel vital na precisão dos gráficos de controle (PARK; OUYANG; WANG, 2021).

## 2.6 CARACTERÍSTICAS DE PROCESSO

### 2.6.1 Tipo de variável

Antes de descrever como criar e analisar um gráfico de controle, é importante entender o tipo de dados numéricos que estão sendo coletados, e o tipo de gráfico de controle adequado para cada tipo de dado numérico (WILLIAMS, 2018). Dados de atributos normalmente são coletados quando as medições padrão são difíceis de serem obtidas. As variáveis contínuas podem ter um número infinito de valores, mas as variáveis de atributo só podem ser classificadas em categorias especificadas (aprovado ou rejeitado, por exemplo).

A vantagem de medições contínuas é que elas geralmente dão muito mais informações. A vantagem dos dados de atributos é que eles são, geralmente, mais fáceis de coletar. Uma desvantagem dos dados de atributos é que eles estão normalmente sujeitos a interpretação de um avaliador (aprovar ou rejeitar a qualidade do acabamento de uma peça, por exemplo).

Os dados numéricos podem ser divididos em duas categorias:

- Dados de atributo (contagem/classificação): são dados discretos e podem ser definidos como “bom” ou “ruim” e são sempre representados por um inteiro. São dados que têm uma característica de qualidade (ou atributo) que atendem ou não atendem às especificações do produto. Estas características podem ser categorizadas e contadas; e

- Dados contínuos podem ser plotados em uma escala e podem ter casas decimais ou frações. Exemplo: temperatura em °C de um forno de tratamento térmico.

De acordo com Williams (2018), dois erros são comuns ao selecionar um gráfico de controle:

- O primeiro é tratar inadequadamente os dados de atributos como dados contínuos. Este erro ocorre porque se supõe que um número com ponto decimal ou fração tem uma escala contínua. Por exemplo, o percentual de defeitos em uma peça; e

- O segundo erro comum na seleção do gráfico de controle é tratar uma contagem como dados de atributo. Exemplos do segundo erro são: número de defeitos em uma peça e número de componentes usinados por uma máquina. Apesar de serem variáveis discretas, não representam categorias ou outras características.

### **2.6.2 Fases de implementação**

Pode-se classificar os gráficos de controle em duas grandes áreas:

- Monitoramento univariado: são métodos que monitoram apenas uma única característica da qualidade por vez. São os gráficos de controle mais comumente encontrados em aplicações industriais; e

- Monitoramento multivariado: são métodos que monitoram mais de uma característica da qualidade que não demonstram correlação entre si. Esse tipo de técnica é indispensável no ambiente industrial, pois monitorar características individualmente não é eficaz quando há dependência entre elas (LEONI; COSTA; MACHADO, 2015). Hotelling (1947) propôs um gráfico de controle baseado na estatística  $T^2$  para o monitoramento de processos multivariados, e desde então passou a ser a ferramenta estatística mais usual no monitoramento do vetor de médias de duas ou mais características de qualidade (SABAHNO; AMIRI; CASTAGLIOLA, 2021).

### **2.6.3 Subgrupos racionais**

Uma ideia fundamental no uso de gráficos de controle é coletar amostras de acordo com o conceito de subgrupo racional. Geralmente, isso significa que amostras devem ser agregadas em grupos, de modo que, na medida do possível, a variabilidade das observações dentro de um subgrupo inclua toda a variabilidade natural.

Os parâmetros do gráfico de controle incluem procedimentos de amostragem (características dos subgrupos) e limites de controle (estimativa do desvio padrão de uma população). Para implementar gráficos de controle, as amostras são normalmente coletadas de um processo na forma de subgrupos racionais. A escolha de subgrupos racionais é a base dos gráficos de controle, cujo princípio é que a variação comum está presente em variações dentro dos subgrupos, e que a variação especial esteja presente em variações entre os subgrupos.

Para os dados da série temporal, a frequência de amostragem racional e o tamanho do subgrupo determinam diretamente a precisão da estimativa dos parâmetros do processo na fase 1 de implementação, e garantem que o gráfico de controle seja estabelecido corretamente para a fase 2 (FU; WANG; DONG, 2017).

Na abordagem mais comum para subgrupos racionais, cada subgrupo consiste em unidades que foram produzidas ao mesmo tempo (ou tão próximas quanto possível). Esta abordagem é usada quando o objetivo principal do gráfico de controle é detectar mudanças no processo. Dessa forma, minimiza a variabilidade dentro de uma amostra e maximiza a variabilidade entre as amostras. Esta abordagem para o subgrupo racional fornece essencialmente uma “foto” do processo em cada ponto no tempo quando uma amostra é coletada (MONTGOMERY; RUNGER, 2021). Existem duas características críticas relacionadas à subgrupos:

- Tamanho dos subgrupos: os subgrupos devem ser selecionados para que a oportunidade de variação ocorra dentro dos subgrupos seja pequena. Os subgrupos normalmente podem consistir em quatro ou cinco peças do mesmo fluxo de processo (mesma máquina, ferramenta de corte, cavidade do molde, etc.). Se o subgrupo racional contém apenas variação aleatória, todos os valores dentro do subgrupo flutuam estocasticamente em torno do valor verdadeiro do subgrupo. Pode-se supor que a média do subgrupo representa o verdadeiro valor do subgrupo (FU; WANG; DONG, 2017); e
- Frequência de coleta dos subgrupos: os subgrupos devem ser selecionados com frequência suficiente para detectar quaisquer alterações no processo. Vários autores ressaltam que essa etapa exige muita atenção: Se o processo for autocorrelacionado, intervalos de amostragem mais curtos podem aumentar a autocorrelação, o que pode levar a uma subestimação de  $\alpha$  e limites de controle menores (FU; WANG; DONG, 2017).

Gupta e Kaplan (2017) afirmam que, ao desenvolver gráficos de controle, há uma tensão constante entre ter subgrupos mais frequentes, com um tamanho de amostra pequeno que permita a detecção rápida de mudanças, *versus* subgrupos menos frequentes com um tamanho de amostra maior, que gere limites de controle mais robustos.

#### 2.6.4 Matriz de covariância

Em um cenário multivariado, a covariância fornece informações sobre o relacionamento linear entre duas variáveis. A covariância entre os valores da  $i$ -ésima e  $j$ -ésima variáveis  $M$  e  $N$  é definida pela equação (5):

$$Cov(M_i, N_j) = \sigma_{ij} = 1/n - 1 * \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}) * (N_j - \bar{N}) \quad (5)$$

Geralmente os valores de  $\sigma_{ij}$  são apresentados em uma matriz chamada matriz de covariâncias. Na diagonal estão as variâncias e nas posições restantes a covariância entre diferentes variáveis, como demonstrado pela equação (6) :

$$Cov(X) = \Sigma_{p \times p} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Embora a covariância forneça informações sobre o relacionamento linear entre duas variáveis, é difícil julgar se a relação é forte ou não, observando-se apenas os seus valores numéricos, uma vez que não se tem um valor de referência mínimo ou máximo para comparação dos valores  $ij$ . Assim, uma medida mais útil na prática é a correlação.

#### 2.6.5 Correlação

O coeficiente de correlação de Pearson que mede a dependência linear entre duas variáveis é definido pela equação (7):

$$p_{x,y} = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{Var(x)} \cdot \sqrt{Var(y)}} = \frac{\sum (x-\bar{x}) * (y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2} * \sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}} \quad (7)$$

Sendo  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  as médias de  $x$  e  $y$ , respectivamente:

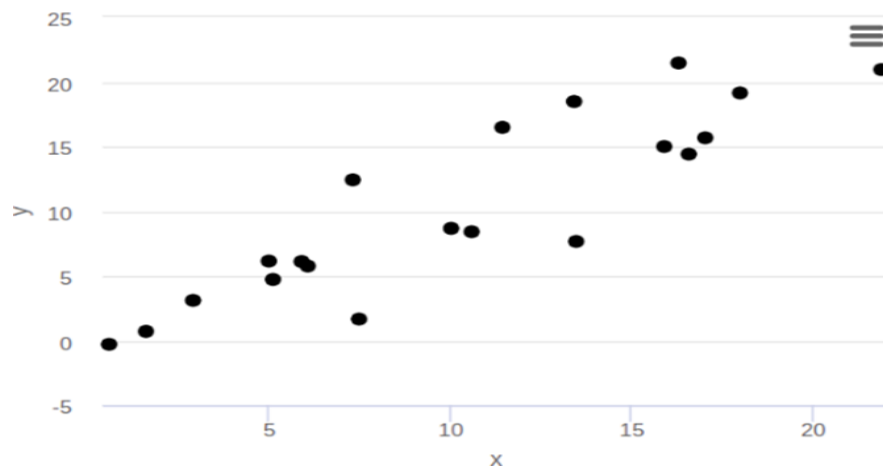
- $-1 \leq \rho_{x,y} \leq 1$
- $\rho_{x,y} = \rho_{y,x}$
- $\rho_{x,y} = 0$ , quando as duas variáveis não são correlacionadas.

Quando uma amostra  $\{ (x_t, (y_t) \mid t = 1, 2, \dots, T) \}$  é coletada, a correlação pode ser obtida por seu estimador amostral conforme a equação (8):

$$\hat{\rho}_{x,y} = \frac{\sum_{t=1}^T [(x_t - \bar{x}) \cdot (y_t - \bar{y})]}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2 \cdot \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}} \quad (8)$$

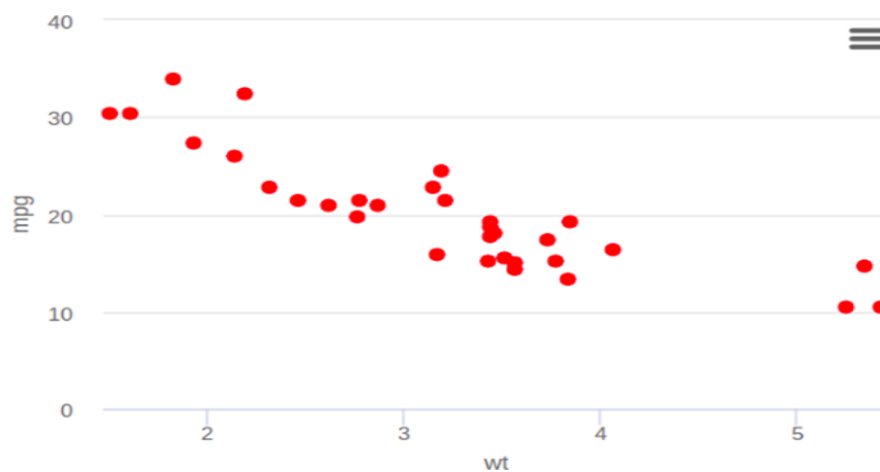
A Figura 4 e Figura 5 demonstram exemplos de variáveis correlacionadas.

Figura 4 – Exemplo de correlação positiva



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5 – Exemplo de correlação negativa



Fonte: Elaborado pelo autor.

A correlação é uma medida mais adequada para avaliar o grau de relacionamento linear entre duas variáveis aleatórias do que a covariância, pois seus valores estão sempre entre -1 e 1. Assim quanto mais próximo de 1, maior é o relacionamento linear positivo entre as variáveis, e quanto mais próximo de -1, maior o relacionamento linear negativo entre as variáveis. Uma correlação próxima de zero é uma indicação numérica de um não-relacionamento linear entre as variáveis em questão.

## 2.7 PRINCIPAIS TÉCNICAS DE GRÁFICO DE CONTROLE

### 2.7.1 Gráficos de controle tradicionais para atributos

#### 2.7.1.1 Gráfico de controle para a fração defeituosa (gráfico P)

Baseia-se na distribuição binomial. Esse gráfico é utilizado para monitorar a proporção de unidades não-conformes na amostra e pode ser empregado quando houver variação no tamanho das amostras analisadas (MONTGOMERY; RUNGER, 2021).

Os gráficos de controle para atributos são usados quando é desejável classificar um produto como defeituoso ou não defeituoso, com base na comparação com um padrão. Por exemplo, o diâmetro de um rolamento de esferas pode ser verificado determinando se ele passa por um medidor, que consiste em furos circulares cortados em um gabarito. Esse tipo de medição seria muito mais simples do que medir diretamente o diâmetro com um dispositivo como um micrômetro.

Por outro lado, os gráficos de controle de atributos geralmente exigem um tamanho de amostra consideravelmente maior do que suas versões por variável. A cada tempo de amostragem, uma amostra aleatória de  $n$  unidades é selecionada. Suponha que  $d$  seja o número de unidades defeituosas na amostra. Assumimos que  $d$  é uma variável aleatória binomial com parâmetro desconhecido  $p$ . A fração defeituosa é calculada para cada amostra e plotada no gráfico utilizando a equação (9):

$$P = \frac{d}{n} \quad (9)$$

Além disso, a partir da distribuição binomial, a variância da estatística P é calculada utilizando a equação (10):

$$\sigma_p^2 = \frac{p(1-p)}{n} \quad (10)$$

Portanto, uma carta  $p$  para fração defeituosa pode ser construída usando  $p$  como linha central e limites de controle definidos pelas equações (11) e (12):

$$LSC = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (11)$$

$$LIC = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (12)$$

#### 2.7.1.2 Gráfico de controle para o número de não-conformes (gráfico $np$ )

Similar ao gráfico  $P$ , a diferença é que ele é utilizado para monitorar o número absoluto de itens defeituosos em amostra de tamanho único. É chamado de gráfico de controle número de não-conformes ( $np$ ). Os parâmetros deste gráfico são calculados por meio das equações (13), (14) e (15):

$$LSC = np + \sqrt{np(1-p)} \quad (13)$$

$$LC = np \quad (14)$$

$$LIC = np - \sqrt{np(1-p)} \quad (15)$$

#### 2.7.1.3 Gráfico de controle para defeitos por unidade (gráfico $U$ )

Às vezes é necessário monitorar o número de defeitos em uma unidade de produto em vez da fração defeituosa. Nessas situações, podemos usar o gráfico de defeitos por unidade, também conhecido como gráfico  $U$ . Se cada subgrupo consiste em  $n$  unidades e existem  $C$  defeitos totais no subgrupo, então, o número médio de defeitos por unidade pode ser calculado com a equação (16):

$$U = \frac{c}{n} \quad (16)$$

Muitas situações de defeitos por unidade podem ser modeladas pela distribuição de Poisson. Suponha que o número de defeitos em uma unidade seja uma variável aleatória de Poisson com média  $\lambda$ . A variância também é igual a  $\lambda$ . Cada ponto no gráfico é um valor observado de  $U$ , o número médio de defeitos por unidade de uma amostra de  $n$  unidades. A média de  $U$  é  $\lambda$ , e a variância de  $U$  é  $\lambda/n$ . Portanto, os limites de controle para a carta  $U$  com  $\lambda$  conhecido são definidas pelas equações (17) e (18):

$$LSC = \lambda + \sqrt{\frac{\lambda}{n}} \quad (17)$$

$$LIC = \lambda - \sqrt{\frac{\lambda}{n}} \quad (18)$$

#### 2.7.1.4 Gráfico de controle para número de defeitos (gráfico C)

Também se baseia na distribuição de Poisson. O gráfico C tem o mesmo propósito do Gráfico U, entretanto este gráfico só pode ser utilizado quando o tamanho da amostra for constante. Os pontos, linha central e limites de controle para este gráfico são simplesmente múltiplos dos elementos correspondentes de um gráfico U. O uso de uma carta C evita as frações que podem ocorrer em uma carta U, mas é equivalente.

### 2.7.2 Gráficos de controle tradicionais para variáveis

#### 2.7.2.1 Gráfico de controle para valores individuais ou "I"

Em muitas situações, o tamanho da amostra para controle de processo é igual a 1; ou seja, a amostra consiste em uma unidade individual. Em tais situações, é possível utilizar o gráfico de controle para valores individuais.

### 2.7.2.2 Gráfico de controle de $\bar{X}$

Para Montgomery e Runger (2021), os gráficos de controle da média  $\bar{X}$  são utilizados no monitoramento de processos cuja característica de qualidade é uma grandeza mensurável, onde se avalia sua localização através da análise periódica de amostras a um intervalo de tempo  $h$ . Para os cálculos dos limites superior e inferior do gráfico de controle, calcula-se a média e a amplitude de cada subgrupo, e posteriormente calcula-se a média das médias amostrais e a média das amplitudes. Os limites de controle para o gráfico das médias podem ser calculados utilizando as equações (19), (20) e (21):

$$LSC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R} \quad (19)$$

$$LM_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} \quad (20)$$

$$LIC_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R} \quad (21)$$

### 2.7.3 Gráfico de controle por atributos e variáveis simultaneamente

Apesar de existir uma separação entre gráficos para variáveis e atributos, existem trabalhos que propõem a utilização de ambas as técnicas simultaneamente com o objetivo de melhorar o custo operacional de amostragem. Alguns exemplos são: (SIMÕES; COSTA; MACHADO, 2020), (HO; APARISI, 2016), (QUININO; CRUZ; QUININO, 2021).

### 2.7.4 Gráfico de controle com memória

Os gráficos de controle podem ser divididos em dois tipos: com e sem memória. Gráficos de controle sem memória simplesmente usam os dados da hora atual para monitoramento do processo (os gráficos de Shewhart são um exemplo desses gráficos). Uma grande desvantagem desse tipo de técnica é que utilizam apenas as informações sobre o processo contidas na última observação da amostra, ignorando qualquer informação fornecida por toda a sequência de pontos. Esse recurso torna o gráfico de controle de Shewhart relativamente insensível a pequenas mudanças de processo (MONTGOMERY; RUNGER, 2021).

Por outro lado, gráficos com memória usam dados atuais e anteriores para monitoramento do processo. Duas alternativas muito eficazes para o gráfico de controle de Shewhart e que podem ser usadas quando o objetivo de monitorar pequenas mudanças de processo são: o gráfico de controle de somas acumuladas e o gráfico de controle de média móvel exponencialmente ponderada.

#### 2.7.4.1 Gráfico CUSUM

Empregado para detectar pequenas variações na característica da qualidade monitorada. Este gráfico é geralmente utilizado quando se deseja detectar variações abaixo de 1,5 desvios padrão, em função do baixo poder de detecção do gráfico de controle de Shewhart para estes casos (MONTGOMERY; RUNGER, 2021). O gráfico CUSUM plota as somas cumulativas dos desvios dos valores de amostra de um valor alvo e é calculada por meio da equação (22):

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x} - \mu_0) \quad (22)$$

Sendo:

- $S_i$  a soma cumulativa incluindo a  $i$ -ésima amostra;
- $X_j$  seja a média da  $j$ -ésima amostra;
- $\mu_0$  é o alvo para a média do processo; e
- $i$  a quantidade de amostras.

Por combinarem informações de várias amostras, os gráficos de soma cumulativa são mais eficazes do que os gráficos de Shewhart para detectar pequenas mudanças de processo. De acordo com Montgomery e Runger (2021), essa técnica é eficaz com cenários produtivos com amostras individuais. Isso torna o gráfico de controle de soma cumulativa um bom candidato para uso em processo onde subgrupos racionais são de tamanho 1, bem como na fabricação de peças discretas com medição peça a peça.

Se o processo permanecer sob controle no valor alvo 0, a soma cumulativa definida na equação (22) deve flutuar em torno de zero. No entanto, se a média se desloca para cima, teremos um desvio positivo na soma cumulativa  $S_i$ . O mesmo pode acontecer para o lado negativo, com deslocamento da soma cumulativa baixo.

Portanto, se surgir uma tendência nos pontos plotados no gráfico, para cima ou para baixo, deve-se considerar uma evidência de que a média do processo mudou, e uma busca pela causa deve ser realizada. Seja  $S_H(i)$  uma soma cumulativa unilateral superior para o período  $i$  e  $S_L(i)$  uma soma cumulativa unilateral inferior para o período  $i$ . Os valores são calculados utilizando as equações (23) e (24):

$$S_H(i) = \max [0, \bar{x}_i - (\mu_0 + K) + S_H(i - 1)] \quad (23)$$

$$S_L(i) = \max [0, (\mu_0 + K) - \bar{x}_i + S_L(i - 1)] \quad (24)$$

Os gráficos de soma cumulativa foram propostos por Page (1954) e desde então tem sido estudado por muitos autores. A capacidade de ajuste de parâmetros permite obter combinações variadas de performance, e por isso os gráficos de soma acumulativa tem se mostrado como alternativas modernas aos gráficos tradicionais de Shewhart. Essa técnica aparece frequentemente em publicações com modificações que melhorem sua performance. Mukherjee, Chong e Khoo (2019) propuseram novas versões não paramétricas dos gráficos CUSUM e EWMA em um processo de mineração, obtendo resultados superiores aos tradicionais. Diko, Chakraborti e Does (2019) demonstraram uma maneira alternativa de calcular o número médio de amostras até o alarme (NMA) do gráfico CUSUM e definição dos parâmetros de controle utilizando simulação e Riaz, Abbas e Does (2011) sugeriram diversas maneiras de melhorar o desempenho dos gráficos CUSUM.

#### 2.7.4.2 Gráfico EWMA

O gráfico de controle EWMA é uma ferramenta estatística utilizada para monitorar processos ao longo do tempo, permitindo a detecção de padrões ou desvios significativos.

No gráfico de controle EWMA, os pesos são exponenciais decrescentes, o que significa que os valores mais recentes têm um peso maior do que os valores anteriores. Isso permite que o gráfico de controle seja mais sensível às mudanças recentes no processo, sem ser excessivamente influenciado por flutuações aleatórias de curto prazo.

O parâmetro-chave do gráfico de controle EWMA é o fator de suavização  $\lambda$ , que controla o peso atribuído aos valores anteriores e o grau de suavização do gráfico. Quanto maior o valor de  $\lambda$ , maior será o peso atribuído aos valores mais recentes e menor será a suavização do gráfico.

O cálculo do gráfico de controle EWMA envolve as seguintes etapas:

• Etapa 1: cálculo da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) para cada amostra, usando a equação (25):

$$Z_i = \lambda * x_i + (1 - \lambda) * x_{i-1} \quad (25)$$

Sendo:

- $x_i$  o valor observado no tempo  $i$ ;
- $x_{i-1}$  é a estatística EWMA no tempo anterior; e
- $\lambda$  é o fator de suavização ( $0 < \lambda < 1$ ).

• Etapa 2: calcule o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC) usando as equações (26) e (27):

$$LSC = \mu_0 + L * \sigma * \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} * [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (26)$$

$$LIC = \mu_0 - L * \sigma * \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} * [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad (27)$$

Sendo:

- $\mu_0$  a média da fase 1;
- $\sigma$  o desvio padrão da fase 1;
- $L$  o fator de abertura dos limites (geralmente  $L = 3$ ); e
- $i$  o número da observação.

O LSC é um limite superior que indica o valor máximo que o processo pode atingir sem que haja uma indicação de que o processo esteja fora de controle. Qualquer ponto de dados que esteja acima desse limite é considerado fora de controle e requer uma investigação adicional para determinar a causa raiz do problema.

Proposto por Roberts (1959), o gráfico de controle EWMA tem sido aperfeiçoado em publicações para variadas finalidades. Tang *et al.* (2019) demonstraram um gráfico de controle EWMA não paramétrico com características adaptativas; Testik, Kara e Knoth (2020) utilizaram o gráfico de controle EWMA em conjunto com um gráfico para medições individuais para detectar *outliers* em processos industriais e Riaz *et al.* (2017) utilizam uma

abordagem Bayesiana para desenvolver o gráfico de controle de média móvel exponencialmente ponderada.

### 2.7.5 Gráfico de controle para processos multivariados

Monitoram mais de uma característica da qualidade que não demonstram independência entre si. Esse tipo de técnica é indispensável no ambiente industrial, pois monitorar características individualmente não é eficaz quando há dependência entre elas, levando a um desempenho inferior se comparado ao método multivariado (LEONI; COSTA; MACHADO, 2017).

A utilização de gráficos de controle univariados para cada variável de um processo é uma solução possível, porém pode não ter a mesma eficiência que o uso de um gráfico de controle multivariado. Monitorar individualmente essas características não é eficaz quando há dependência entre elas e pode ser muito enganoso. De acordo com Montgomery e Runger (2021), essa distorção no procedimento de monitoramento do processo aumenta à medida que o número de características aumenta.

#### 2.7.5.1 Gráfico de controle Hotelling $T^2$

Hotelling (1947) propôs um gráfico de controle baseado na estatística  $T^2$  para o monitoramento de processos multivariados, e desde então, passou a ser a ferramenta estatística mais usual no monitoramento do vetor de médias de duas ou mais características de qualidade (SABAHNO; AMIRI; CASTAGLIOLA, 2021). De acordo com Montgomery e Runger (2021), esse gráfico é um análogo direto do gráfico de Shewhart univariado.

Existem duas versões do gráfico de Hotelling  $T^2$ : uma para dados em subgrupos e outra para observações individuais.

##### 2.7.5.1.1 Gráfico de controle Hotelling $T^2$ para observações em subgrupo

Estatística de  $T^2$  para observações em subgrupo é definida pela equação (28):

$$T^2 = n(\bar{\bar{x}}_l - \mu_0)' \cdot \Sigma_0^{-1} \cdot (\bar{\bar{x}}_l - \mu_0) \quad (28)$$

Sendo:

- $\bar{X}_i$  o vetor das médias das amostras dos  $p$  parâmetros para a amostra  $i$ ;
- $n$  é o tamanho da  $i$ -ésima amostra;
- $\mu_0$  o vetor das médias da fase 1; e
- $\Sigma_0$  a matriz de covariâncias.

Quando o vetor das médias e a matriz de covariâncias são desconhecidos, podemos utilizar os estimadores  $\hat{\mu}_0$  e  $\hat{\Sigma}_0$  baseados em  $m$  amostras utilizando as equações (29) e (30):

$$\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}}_l = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \bar{X}_i \quad (29)$$

$$\widehat{\Sigma}_0 = \bar{S} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m S_i \quad (30)$$

Sendo:

- $\bar{X}_i$  o vetor das médias da amostra; e
- $S_i$  a matriz de covariâncias da  $i$ -ésima amostra aleatória e independente de uma distribuição normal  $p$ -variada com vetor das médias  $\mu_0$  e matriz de covariâncias  $\Sigma_0$ .

Neste caso, quando os parâmetros são estimados, a estatística  $T^2$  é calculada pela equação (31):

$$T^2 = n(\bar{X}_l - \mu_0)' \cdot \widehat{\Sigma}_0^{-1} (\bar{X}_l - \hat{\mu}_0) \quad (31)$$

Na fase 1, os limites de controle para o gráfico de  $T^2$  são definidos pelas equações (32) e (33):

$$LSC = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} \bar{X}_i \cdot F_{\sigma, mn-m-p+1} \quad (32)$$

$$LIC = 0 \quad (33)$$

Na fase 2, quando o gráfico é utilizado para monitorar produção, os limites de controle são calculados utilizando as equações (34) e (35):

$$LSC = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} \bar{X}_i \cdot F_{\sigma, mn-m-p+1} \quad (34)$$

$$LIC = 0 \quad (35)$$

Nesse tipo gráfico a sequência temporal dos dados é preservada, permitindo a visualização de padrões não aleatórios. Além disso, é possível monitorar o estado do processo por um único número (o valor da estatística  $T^2$ ). Essa característica é muito útil quando existem duas ou mais características em análise.

Este é um gráfico de controle direcionalmente invariável. Ou seja, sua capacidade de detectar um deslocamento no vetor médio depende apenas da magnitude do deslocamento, e não de sua direção.

#### 2.7.5.1.2 Gráfico de controle Hotelling $T^2$ para observações individuais

Suponha que  $m$  amostras, cada uma de tamanho  $n = 1$ , estejam disponíveis e que  $p$  seja o número de características de qualidade observadas em cada amostra. Seja  $\bar{x}$  e  $S$  o vetor médio amostral e a matriz de covariância, respectivamente, dessas observações. A estatística Hotelling  $T^2$  torna-se a equação (36):

$$T^2 = (x - \bar{x})' \cdot S^{-1} \cdot (x - \bar{x}) \quad (36)$$

Os limites de controle na fase 2 para esse cenário são calculados utilizando as equações (37) e (38):

$$LSC = \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} \bar{X}_i \cdot F_{\sigma,p,m-1} \quad (37)$$

$$LIC = 0 \quad (38)$$

Antes de se utilizar um esquema de monitoramento multivariado deve-se investigar se os vetores de observações são independentes, assim como para o caso univariado. Leoni, Costa e Machado (2015) avaliaram a performance do gráfico  $T^2$  de Hotelling bivariado correlacionado e para subgrupos racionais com autocorrelação e concluíram que a autocorrelação tem um efeito forte e negativo na performance do gráfico.

O gráfico de controle  $T^2$  Hotelling têm sido utilizados em publicações recentes e para diversas finalidades. Sadeghi e Mashhadi-Hossainali (2019) utilizam essa técnica para investigar anomalias ionosféricas antes de grandes terremotos, com capacidade de detecção de

sinais para 75% dos terremotos avaliados no estudo. Mashuri *et al.* (2021) utilizaram uma combinação da técnica de  $T^2$  Hotelling em conjunto com análise de componentes principais para detectar tráfego incomum em redes de computadores.

#### 2.7.5.2 Gráfico de controle MEWMA

Os gráficos  $T^2$  Hotelling descritos na seção anterior são gráficos de controle do tipo Shewhart. Ou seja, eles usam informações apenas da amostra atual e, portanto, são relativamente insensíveis a mudanças pequenas e moderadas no vetor médio (WOODALL, 2017).

De acordo com (MONTGOMERY; RUNGER, 2021), o gráfico de controle MEWMA é uma técnica estatística utilizada para monitorar a qualidade de processos industriais. O MEWMA é uma extensão do gráfico de controle EWMA para o controle de processos multivariados. O gráfico de controle MEWMA é utilizado para detectar alterações simultâneas em várias variáveis de processo.

A técnica MEWMA foi introduzida por Lowry *et al.* (1992) e tem sido amplamente utilizada em diversas áreas, incluindo a indústria química, farmacêutica, alimentícia, automobilística, entre outras. O MEWMA é um método estatístico que combina informações de várias variáveis de processo, permitindo que as mudanças nas variáveis sejam detectadas com mais eficiência.

Nguyen, Heuchenne e Tran (2022) utilizam o gráfico de controle MEWMA com um esquema de amostragem fixo para detectar anomalias e apresentaram um método para encontrar parâmetros ideais para o gráfico. Haq e Khoo (2021) demonstraram uma modificação para gráficos MEWMA e MCUSUM que aumenta a sensibilidade utilizando uma estratégia com base em informações auxiliares.

O gráfico de controle MEWMA é baseado em uma média ponderada das observações recentes de cada variável de processo. A média ponderada é calculada através de uma matriz de ponderação, que é determinada a partir da matriz de covariância das variáveis de processo. O gráfico de controle MEWMA é utilizado para detectar desvios na média ponderada das observações em relação a um valor de referência. A MEWMA é definida pela equação (39):

$$Z_i = \lambda * x_i + (1 - \lambda) * Z_{i-1} \quad (39)$$

Sendo  $\lambda$  um valor entre 0 e 1 (também conhecido como fator de alisamento),  $Z_0 = 0$ , e  $x$  representa o valor medido no tempo  $i$ . O valor plotado no gráfico de controle é definido pela equação (40):

$$T^2 = Z_i^T * \Sigma_{Z_i}^{-1} Z_i \quad (40)$$

O tamanho do desvio é normalmente chamado de parâmetro de não centralidade e é calculado utilizando a equação (41):

$$\delta = d^T * \Sigma^{-1} * d^{1/2} \quad (41)$$

Sendo  $d = \mu_1 - \mu_0$ , ou seja, o vetor de diferenças entre o vetor de médias em controle e o vetor de médias fora de controle e  $\Sigma^{-1}$  o inverso da matriz de covariância.

Com relação ao limite de controle, geralmente é selecionado tendo em mente o valor do número médio de amostras até o alarme para o processo em controle (também conhecido como  $NMA_0$ ) (MONTGOMERY; RUNGER, 2021). Lowry *et al.* (1992) e Prabhu e Runger (1997) forneceram uma análise completa do desempenho do comprimento médio do gráfico de controle MEWMA para diversas configurações de; fator de abertura dos limites de controle, fator de alisamento ( $\lambda$ ), magnitude do deslocamento ( $\delta$ ) e quantidade de variáveis ( $p$ ).

### 2.7.5.3 Gráfico de MCUSUM

O gráfico de controle de MCUSUM, é um procedimento que utiliza a soma cumulativa dos desvios de cada vetor experimental previamente observados, e compara com o valor nominal para monitorar o vetor de médias de um processo multivariado (ALVES *et al.*, 2013). Esse gráfico foi proposto por Crosier (1988), e é uma extensão do controle univariado CUSUM. Neste procedimento, as grandezas escalares são substituídas por vetores utilizando a equação (42):

$$C_i = \sqrt{[(S_i - 1 + X_i - \mu_0)' * \Sigma^{-1} * (S_i - 1 + X_i - \mu_0)]} \quad (42)$$

Sendo  $S_i$  as somas cumulativas calculadas por meio da equação (43):

$$S_i = \begin{cases} 0, & \text{se } C_i \leq k \\ (S_{i-1} + X_i) * \left(1 - \frac{k}{C_i}\right), & \text{se } C_i > k \end{cases} \quad (43)$$

sendo  $S_0 = 0$ , e o valor de referência  $k > 0$  relacionado com a magnitude da mudança. A matriz de covariância pode ser conhecida ou estimada. O valor a ser plotado no gráfico de controle é definido pela equação (44):

$$Y_i = \sqrt{S_i^T * \Sigma^{-1} * S_i} \quad (44)$$

Assim como nos métodos descritos anteriormente, um sinal fora de controle é definido se  $Y_i > h$ , sendo  $h$  o limite de controle.

Para monitorar mudanças no vetor médio do processo, um gráfico MCUSUM adaptativo para sinalizar uma variedade de mudanças de localização foi apresentado por Wang e Huang (2016). Khusna *et al.* (2020) sugeriu um gráfico MCUSUM em que os limites de controle para vários números de características de qualidade e coeficientes de correlação são estimados usando o esquema de *bootstrap*.

Haq e Khoo (2021) propuseram uma técnica para aumentar a eficiência dos gráficos MCUSUM e MEWMA incorporando estratégias baseadas em informações auxiliares. O fato de existirem publicações recentes propondo variações do gráfico de MCUSUM indica que a técnica não só é relevante como também tem espaço para aperfeiçoamento.

### 2.7.6 Gráficos de controle para processos autocorrelacionados

A mais importante das suposições feitas em relação aos gráficos de controle é a independência das observações (MONTGOMERY; RUNGER, 2021). Quando os dados de um processo estão autocorrelacionados, ou seja, há uma dependência entre os valores consecutivos do processo, os gráficos de controle convencionais podem levar a conclusões incorretas sobre o processo. Especificamente, esses gráficos de controle fornecerão resultados enganosos na forma de muitos alarmes falsos. Isso ocorre porque a autocorrelação viola a suposição de independência dos dados em que os gráficos de controle são baseados.

Leoni, Costa e Machado (2015, 2017) demonstraram como a autocorrelação afeta o desempenho do gráfico de controle  $T^2$  Hotelling, levando a uma redução considerável na capacidade de detectar desvios no vetor das médias. Simões *et al.* (2016) propuseram o uso

de gráficos simultâneos para controlar processos bivariados com dados autocorrelacionados, com redução significativa no atraso para sinalizar uma condição fora de controle. Leoni, Machado e Costa (2016), utilizaram as estratégias de pular amostras e de amostragem mista para reduzir o efeito negativo da autocorrelação no desempenho do gráfico  $T^2$ . A estratégia de pular foi proposta por Costa e Castagliola (2011), e a estratégia de amostragem mista foi proposta por Franco *et al.* (2014).

### 2.7.7 Alarmes nos gráficos de controle

Mesmo quando o processo está em estado de controle estatístico, existe a chance de um valor de controle estar fora dos limites de controle, sinalizando indevidamente uma causa especial. Essa sinalização também é conhecida como “alarme falso” ou erro do tipo 1. A consequência associada a esse erro é de uma intervenção no processo na hora errada, quando o mesmo está isento de causas especiais. Essa intervenção gera custos relacionados a interrupção do processo e de mão-de-obra. Além disso, também existe a possibilidade de desajustar um processo que estava ajustado (MACHADO, 2009).

Da mesma forma, quando o processo está fora de controle e sob a influência de uma causa especial, existe a chance de um valor de controle estar dentro dos limites de controle, não sinalizando assim a existência da causa especial. Esse erro é conhecido como erro tipo 2, relacionado à não-detecção. Nesse caso, não será executada uma intervenção no processo na hora certa, mesmo que esteja sob a influência de causas especiais, comprometendo assim a qualidade dos itens produzidos (MACHADO, 2009).

### 2.7.8 Desempenho de gráficos de controle

Quanto ao desempenho, um dos indicadores chave do gráfico de controle é o NMA, que representa o número esperado de amostras até que o gráfico de controle tenha um ponto fora dos limites de controle (AL-NASSER; ASLAM, 2019).

O NMA pode ser denominado de maneiras diferentes dependendo do estado do processo. Durante o período em controle, é denominado  $NMA_0$  e calculado por meio da equação (45), sendo  $\alpha$  a probabilidade de erro do tipo I. Quando um processo está sob controle, é desejável que o  $NMA_0$  seja grande, de modo a garantir poucos alarmes falsos. Por outro lado, quando o processo está fora de controle, é denominado  $NMA_1$  e é calculado por meio da equação (46), sendo  $\beta$  a probabilidade de erro do tipo 2. É desejável que o  $NMA_1$  seja

pequeno, de modo a garantir uma rápida detecção de alterações no processo (MACHADO, 2009).

$$NMA_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (45)$$

$$NMA_1 = \frac{1}{1-\beta} \quad (46)$$

### 2.7.9 Seleção de gráficos de controle

De acordo com Woodall (2017), a organização típica que considera a implementação de gráficos de controle geralmente seleciona gráficos Shewhart para a média e amplitude, com três limites *sigma*. Os gráficos padrão Shewhart e amplitude (*R*) com limites de três *sigma* podem ser suficientes se a falta de sensibilidade a pequenos deslocamentos e os erros do tipo 2 resultantes não são caros. Por outro lado, se a alta sensibilidade à detecção de pequenos deslocamentos na média do processo for desejável, como no processo de produção de um produto com especificações rígidas, o gráfico Shewhart padrão, sem modificações, pode não ser apropriado.

Em algumas situações, como quando o tempo necessário para medir a característica de qualidade é tão grande que observações repetidas não podem ser consideradas, os gráficos Shewhart podem não ser viáveis. Além disso, os gráficos de Shewhart, como a maioria dos outros gráficos de controle, são construídos e interpretados com base no fato de que as medições características não são correlacionadas. Na prática, isso nem sempre é verdade como descrito na seção 2. Dessa forma, podemos afirmar que a seleção de uma técnica de gráfico de controle mais adequada leva a um melhor monitoramento do processo.

Conforme exposto nas seções anteriores, antes de aplicar uma técnica de gráfico de controle, diversas características do processo em questão devem ser investigadas. Com a análise concluída e as características de processo definidas, a técnica de gráfico de controle mais adequada deve ser selecionada. Entretanto, dada a expansão na área e quantidade de publicações propondo técnicas cada vez mais sofisticadas, essa etapa não é simples, o que pode levar a uma seleção genérica conforme mencionado por Woodall (2017).

Como percebido por Montgomery (1980) e confirmado por Woodall (2017), isso geralmente ocorre devido à falta de conhecimento da existência de outros tipos de gráficos de controle e a falta de experiência apropriada na organização. Por isso, neste estudo foi construído um fluxograma com base na revisão bibliométrica apresentada na seção anterior, com o objetivo de orientar aqueles interessados em utilizar o monitoramento via gráfico de controle em seus processos.

### 3 MÉTODO DE PESQUISA

A definição do método de pesquisa a ser empregado é de extrema importância para uma condução lógica da mesma. O entendimento do objetivo do estudo deve ser elaborado de forma cuidadosa para que a escolha do método científico a ser empregado esteja de acordo com o estudo conduzido.

A escolha do método condiciona a maneira como o problema de pesquisa foi abordado. Assim sendo, aspectos como as relações entre o pesquisador e o objeto pesquisado remetem a um bom relacionamento entre o pesquisador e os objetivos da pesquisa, apresentando reflexo direto no desenho e foco da pesquisa (BERTO; NAKANO, 2000).

#### 3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

O presente estudo, com relação a natureza, é classificado como aplicada, pois, segundo Prodanov e Freitas (2013), seu objetivo é gerar conhecimento para aplicação prática, dirigida à solução de problemas específicos.

No que se diz respeito à abordagem do problema, a pesquisa em questão pode ser denominada quantitativa, pois se baseia na medição e é aplicável a fenômenos que podem ser expressos em quantidades (MIGUEL, 2012).

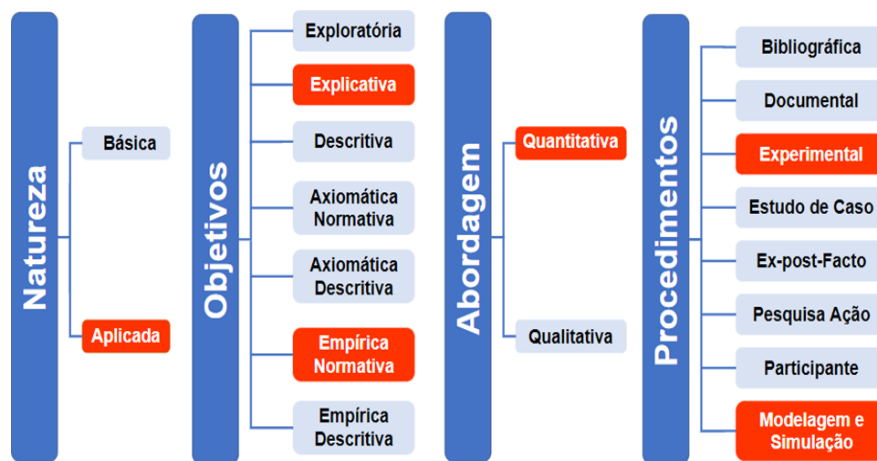
Do ponto de vista de seus objetivos, o presente estudo é classificado como explicativo, uma vez que para (PRODANOV; FREITAS, 2013), este tipo de pesquisa visa identificar e explicar fatores responsáveis por algum tipo de fenômeno que possa ocorrer, ou seja, proporciona aprofundar o conhecimento da realidade. Esse tipo de pesquisa se ocupa com o porquê do fato, fenômeno e ou a forma que ocorre.

Quanto ao objeto ou meio de pesquisa, o trabalho pode ser classificado como pesquisa bibliográfica, pois utiliza como base material já existente, como artigos científicos e livros (PRODANOV; FREITAS, 2013).

Com relação ao procedimento, o presente estudo tem como característica experimental a modelagem e simulação, que para Miguel (2012), são pesquisas onde modelos são desenvolvidos, analisados e testados, partindo do princípio da elaboração de modelos objetivos que possam explicar o comportamento de um dado processo, ou seja, averiguar a existência de relação entre variáveis de controle e variáveis de desempenho em um processo de tomada de decisão.

Ainda para Miguel (2012), existem quatro modelos de pesquisa quantitativas baseadas em modelagem e simulação que são: axiomática normativa, axiomática descritiva, empírica normativa e empírica descritiva. Dentre eles, o presente estudo está classificado como empírica normativa, uma vez que visa o desenvolvimento de políticas, estratégias e ações, para melhoria da situação atual. O método de pesquisa adotado no presente trabalho pode ser resumido conforme a Figura 6.

Figura 6 – Classificação da pesquisa

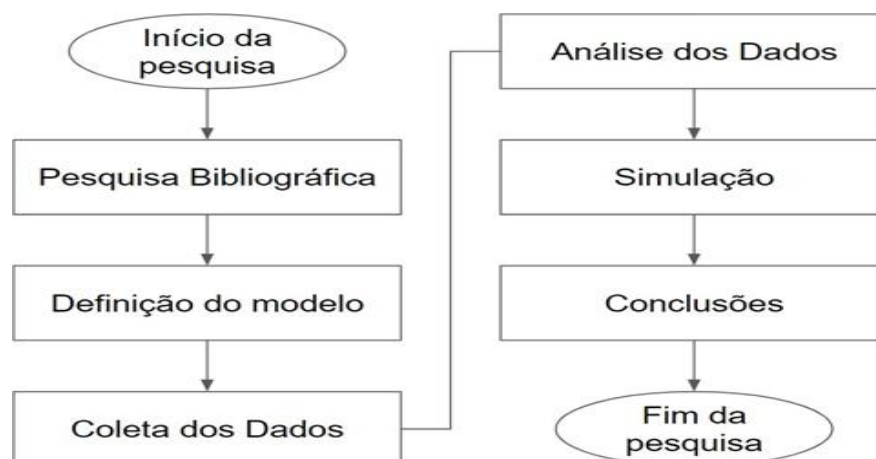


Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.2 ETAPAS DA PESQUISA

As etapas desenvolvidas no presente trabalho são ilustradas na Figura 7.

Figura 7 – Etapas da pesquisa da modelagem e simulação



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.3 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Foi realizada uma pesquisa bibliográfica utilizando as bases de dados Elsevier Scopus®, Science Direct®, Scielo®.

É importante ressaltar que a pesquisa bibliográfica é a única etapa desta pesquisa que está sendo realizada de forma recorrente, ou seja, durante todo o desenvolvimento deste trabalho foram feitas pesquisas nas bases de dados selecionadas com o intuito de manter a lista de referências bibliográficas mais atualizada possível, em prol de entender como a comunidade científica está abordando o tema e buscar referências que enriqueçam o trabalho.

### 3.4 DEFINIÇÃO DO MODELO

Com base na literatura, foi construído um modelo para determinar qual a melhor técnica de gráficos de controle para os tipos de variável no escopo deste trabalho. O modelo é visualizado em forma de árvore de decisão, com o objetivo de demonstrar o racional de seleção.

### 3.5 COLETA DOS DADOS

As variáveis a serem utilizadas foram selecionadas com base nos seguintes critérios: período mínimo registrado, disponibilidade e consistência. Após selecionadas as variáveis, a coleta ocorrerá de forma eletrônica, sendo obtida por meio da ferramenta de exportação do *software*.

### 3.6 ANÁLISE DOS DADOS

As variáveis selecionadas foram analisadas quanto às suas características, com o objetivo de julgar se o modelo proposto é compatível com as restrições apresentadas pela literatura.

### 3.7 SIMULAÇÃO

Para avaliar o modelo e demonstrar sua utilização, foram utilizados dados de um processo real, em um cenário simulado de seleção de técnica de gráfico de controle. Foram

simulados 10.000 gráficos de controle, cada um com até 10.000 pontos gerados aleatoriamente seguindo a distribuição normal e parâmetros obtidos na fase 1 de implementação do gráfico de controle.

A ferramenta de simulação construída em Python testará cada ponto em relação aos limites de controle definidos para cada técnica de gráfico de controle e registrará a quantidade de pontos gerados até que haja um ponto fora dos limites, indicando um alarme. Foi calculada a média da quantidade de pontos até o alarme para cada iteração e denominado NMA.

### 3.8 CONCLUSÕES

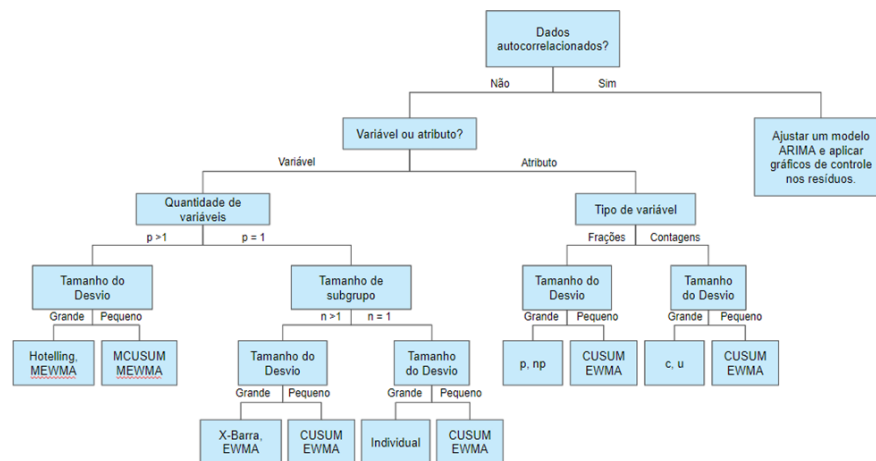
O resultado da simulação foi sumarizado e avaliado, com o objetivo de traçar conclusões a respeito do modelo e sua relação com a literatura.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 FLUXOGRAMA PARA SELEÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE

Na Figura 8 pode ser encontrada a representação gráfica do processo de seleção de técnica de monitoramento, conforme revisão.

Figura 8 – Fluxograma para seleção da técnica de gráfico de controle



Fonte: Adaptado de Montgomery e Runger (2021).

### 4.2 SIMULAÇÃO

Para esse estudo, foram selecionadas duas variáveis de um processo de usinagem. As variáveis são processadas em uma mesma máquina e em um mesmo componente, porém em instantes diferentes. Foram denominadas variáveis “S” e “R” e os valores de medições são apresentados nas Tabelas 1 e 2, respectivamente:

Tabela 1 – Valores da variável S, extraídos de um processo real de usinagem (contínua)

| Subgrupo | Amostra 1 | Amostra 2 | Amostra 3 | Subgrupo | Amostra 1 | Amostra 2 | Amostra 3 |
|----------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| 1        | 39,98     | 40,06     | 40,00     | 16       | 40,01     | 40,02     | 40,05     |
| 2        | 39,99     | 40,01     | 40,03     | 17       | 40,03     | 40,05     | 40,03     |
| 3        | 40,01     | 40,05     | 40,02     | 18       | 40,03     | 39,93     | 39,90     |
| 4        | 39,94     | 40,03     | 40,04     | 19       | 40,03     | 40,02     | 39,94     |
| 5        | 40,05     | 40,06     | 40,00     | 20       | 40,05     | 40,01     | 40,03     |
| 6        | 40,06     | 40,01     | 40,01     | 21       | 39,98     | 39,96     | 39,96     |
| 7        | 39,90     | 40,01     | 39,93     | 22       | 40,00     | 39,99     | 40,01     |
| 8        | 40,03     | 40,07     | 40,00     | 23       | 40,00     | 40,00     | 40,01     |
| 9        | 40,09     | 39,99     | 40,011    | 24       | 40,01     | 40,05     | 40,06     |
| 10       | 40,03     | 40,00     | 39,97     | 25       | 39,9      | 39,91     | 40,030    |
| 11       | 40,00     | 39,93     | 40,01     | 26       | 39,92     | 40,01     | 40,03     |

Tabela 1 – Valores da variável S, extraídos de um processo real de usinagem (conclusão)

|    |       |       |       |    |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|----|-------|-------|-------|
| 12 | 40,03 | 40,01 | 40,04 | 27 | 40,03 | 40,00 | 40,00 |
| 13 | 40,03 | 39,90 | 40,03 | 28 | 39,95 | 40,01 | 40,03 |
| 14 | 39,97 | 39,99 | 40,00 | 29 | 39,96 | 40,00 | 40,06 |
| 15 | 40,06 | 40,01 | 40,07 | 30 | 40,04 | 39,99 | 40,03 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 2 – Valores da variável R, extraídos de um processo real de usinagem

| Subgrupo | Amostra<br>1 | Amostra<br>2 | Amostra<br>3 | Subgrupo | Amostra<br>1 | Amostra<br>2 | Amostra<br>3 |
|----------|--------------|--------------|--------------|----------|--------------|--------------|--------------|
| 1        | 92,68        | 92,65        | 92,68        | 16       | 92,68        | 92,66        | 92,67        |
| 2        | 92,68        | 92,68        | 92,70        | 17       | 92,64        | 92,72        | 92,68        |
| 3        | 92,67        | 92,74        | 92,73        | 18       | 92,67        | 92,74        | 92,72        |
| 4        | 92,70        | 92,65        | 92,68        | 19       | 92,77        | 92,73        | 92,68        |
| 5        | 92,70        | 92,73        | 92,68        | 20       | 92,68        | 92,76        | 92,67        |
| 6        | 92,68        | 92,68        | 92,70        | 21       | 92,67        | 92,69        | 92,69        |
| 7        | 92,67        | 92,67        | 92,73        | 22       | 92,65        | 92,65        | 92,63        |
| 8        | 92,68        | 92,68        | 92,72        | 23       | 92,68        | 92,66        | 92,71        |
| 9        | 92,72        | 92,67        | 92,66        | 24       | 92,67        | 92,76        | 92,74        |
| 10       | 92,67        | 92,69        | 92,68        | 25       | 92,75        | 92,7         | 92,74        |
| 11       | 92,64        | 92,68        | 92,68        | 26       | 92,76        | 92,66        | 92,74        |
| 12       | 92,74        | 92,72        | 92,62        | 27       | 92,77        | 92,69        | 92,65        |
| 13       | 92,73        | 92,77        | 92,68        | 28       | 92,66        | 92,73        | 92,70        |
| 14       | 92,72        | 92,65        | 92,68        | 29       | 92,66        | 92,66        | 92,74        |
| 15       | 92,68        | 92,68        | 92,68        | 30       | 92,65        | 92,70        | 92,71        |

Fonte: Elaborado pelo autor.

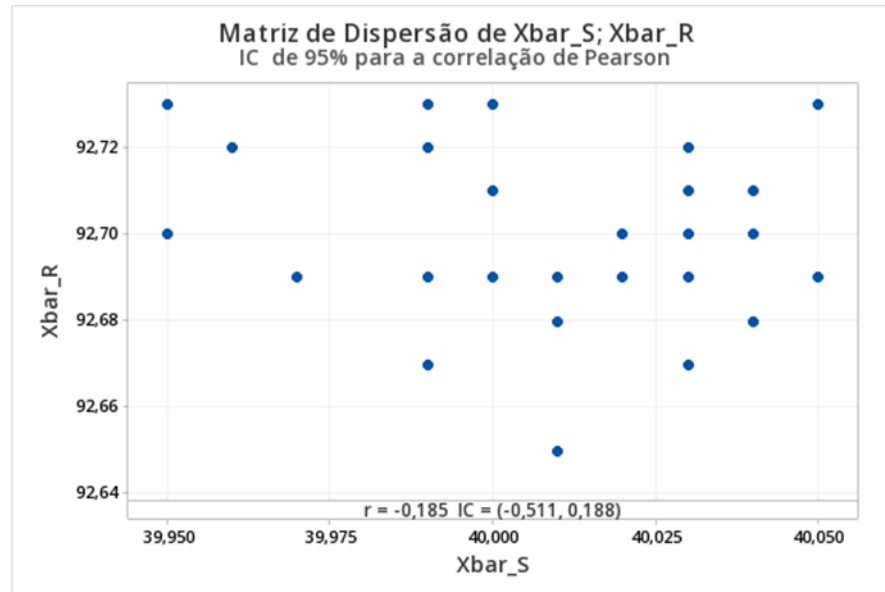
### 4.3 ANÁLISE INICIAL

Como descrito pela revisão bibliométrica, a correlação e a autocorrelação podem ter efeitos indesejados em gráficos de controle. Por este motivo, as variáveis foram analisadas quanto a seus níveis de correlação e autocorrelação utilizando o *software* Minitab.

#### 4.3.1 Correlação entre S e R

Para avaliar a correção, foi utilizado o método descrito na seção 2. As variáveis não apresentaram nível significativo de correlação entre si com um intervalo de confiança de 95%, conforme evidenciado pela Figura 9. Isso significa que esse processo permite monitoramento multivariado.

Figura 9 – Análise de correlação entre as variáveis S e R

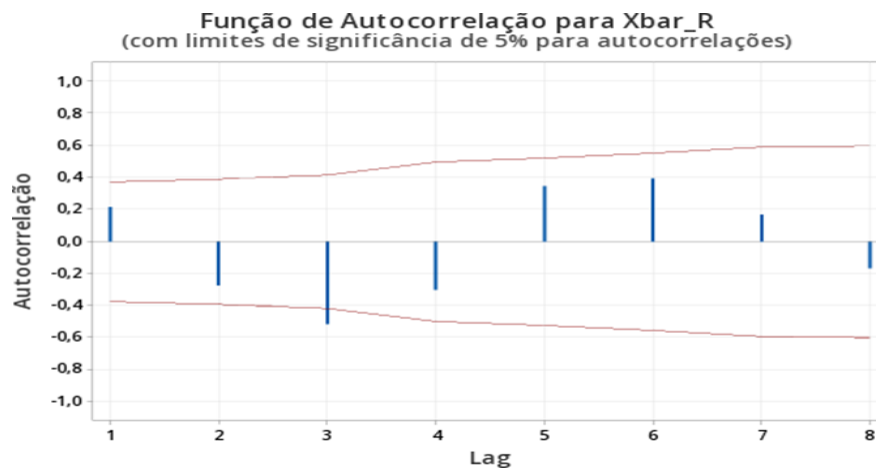


Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.2 Autocorrelação geral e parcial para S e R

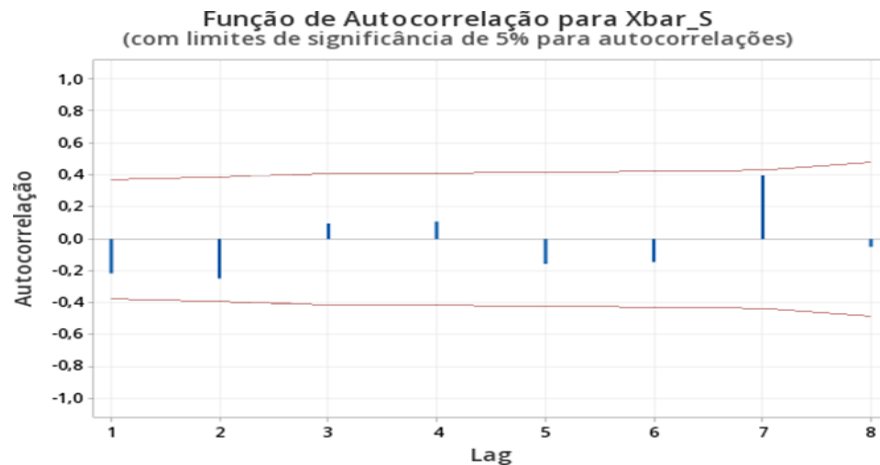
De acordo com o método descrito na equação (7), as variáveis não apresentam nível significativo de autocorrelação quando avaliadas até oito *lags* para um nível de confiança de 95% conforme Figura 10 e Figura 11.

Figura 10 – Análise de autocorrelação da variável R



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Análise de autocorrelação da variável S



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.4 SELEÇÃO DA TÉCNICA DE GRÁFICO DE CONTROLE

Conforme descrito na seção 2, as características deste processo devem ser listadas para definir quais técnicas de gráfico de controle podem ser utilizadas:

- Tipo de variável: contínua, proveniente de medição;
- Quantidade de variáveis a serem monitoradas: duas;
- Tamanho de subgrupo: três unidades por hora;
- Variáveis autocorrelacionadas: não;
- Variáveis correlacionadas entre si: não; e
- Objetivo de detecção: detectar desvios na média.

Com base no objetivo de detecção, técnicas de gráfico de controle aplicáveis foram avaliadas utilizando a ferramenta de simulação, visando encontrar a técnica com menor atraso de detecção *versus* a taxa de alarmes falsos no estado em controle.

Para definir as técnicas de monitoramento candidatas a este processo foi utilizado o fluxograma apresentado na Figura 8. As seguintes técnicas de gráfico de controle são recomendadas:

- $\bar{X}$  – médias;
- CUSUM;
- EWMA;
- $T^2$  Hotelling;
- MEWMA; e
- MCUSUM.

#### 4.4.1 Definição das estatísticas - fase 1

Para definir os limites de controle das variáveis, é necessário passar pela fase 1 de implementação de gráficos de controle conforme descrito na seção 2. Por isso, foram selecionados 30 subgrupos de cada uma das variáveis e calculados os valores da média das médias dos subgrupos e desvio padrão.

Com os dados de processo mapeados na fase 1, o simulador é utilizado para projetar o  $NMA_0$  e  $NMA_1$  para cada cenário na fase 2 de implementação de gráficos de controle.

#### 4.5 SIMULAÇÃO – FASE 2

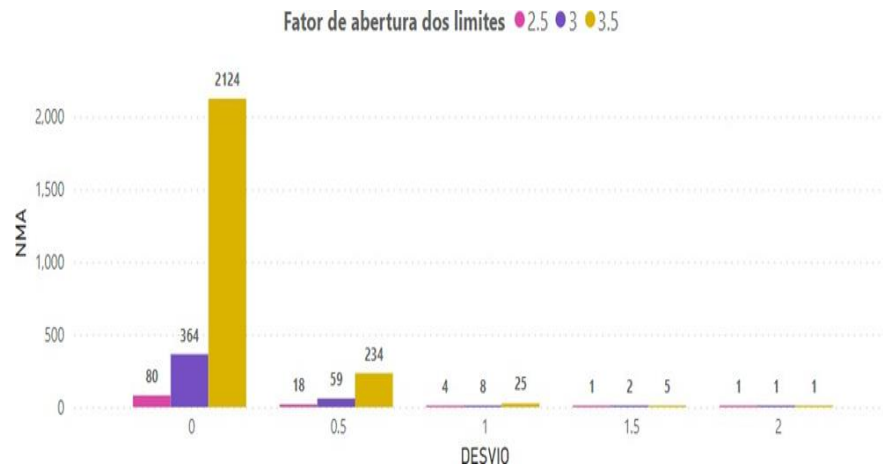
Neste estudo estão consideradas duas variáveis de um processo real de usinagem, provenientes de uma mesma máquina, porém de etapas diferentes. Nesse caso, existe a opção de monitorar cada variável individualmente, ou então utilizar técnicas de monitoramento multivariado.

As duas opções foram exploradas, porém dado que as duas variáveis não apresentaram nível significativo de correlação conforme demonstrado na Figura 9, o NMA ao monitorar uma ou duas variáveis simultaneamente é o mesmo. Por esse motivo, os resultados das simulações de gráficos de controle univariado consideram apenas uma variável.

##### 4.5.1 Análise do gráfico de controle $\bar{X}$

O resultado das simulações para o gráfico de controle  $\bar{X}$  foram sumarizados na Figura 12. Foram simulados cinco cenários de desvio na média, e três fatores de abertura dos limites de controle diferentes.

O objetivo dessa análise é demonstrar o impacto do fator de abertura dos limites de controle no NMA e avaliar a sensibilidade do gráfico de controle para diferentes magnitudes de desvio.

Figura 12 – Resultados NMA -  $\bar{X}$ 

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os limites de controle foram estabelecidos para um nível de confiança de 98.75%, 99.73% e 99.99%, correspondentes à utilização de limites baseados em  $\pm 2.5$ , 3 e 3.5 desvios padrão, respectivamente. Percebe-se que, para o estado em controle, o NMA com 3.5 desvios é muito superior ao NMA com 3 desvios, o que traz benefícios em relação ao número de alarmes falsos. Entretanto, para cenários onde o desvio existe, a quantidade de amostras para gerar um alarme é significativamente maior, o que causaria um impacto negativo na produtividade do processo, visto que condições especiais de variação demorariam para serem detectadas. Por outro lado, ao avaliar a performance do gráfico utilizando limites de controle em 2.5 desvios, o cenário se inverte.

A quantidade de amostras até a detecção cai consideravelmente, porém isso afeta o  $NMA_0$ , indicando que esse parâmetro gera alarmes falsos com frequência muito maior do que as outras configurações de limite de controle.

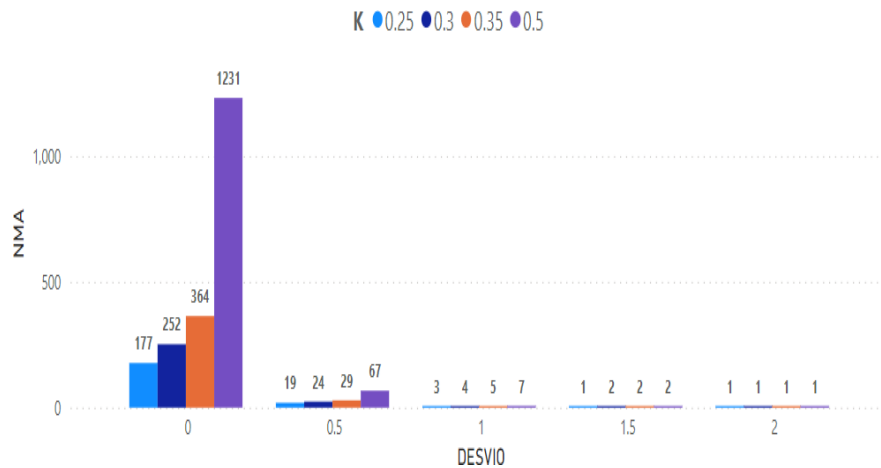
Com relação à sensibilidade do gráfico de controle, percebe-se que conforme aumenta a magnitude do desvio, o  $NMA_1$  dos dois cenários se aproxima. Entretanto, para pequenos desvios, a diferença entre os três cenários é significativa. De acordo com Woodall (2017), a organização típica que considera a implementação de gráficos de controle geralmente seleciona gráficos Shewhart para a média e amplitude, com três limites *sigma*. Se utilizarmos esse cenário como parâmetro de comparação para um desvio de 0.5 desvios padrão, em média seriam necessárias 364 amostras para gerar um alarme falso, e 59 amostras para gerar o primeiro alarme verdadeiro. Por tratar-se do tipo de gráfico de controle mais comum, sua performance foi utilizada como base de comparação para as próximas técnicas de gráfico de controle.

#### 4.5.2 Análise do gráfico de controle CUSUM

Com relação ao gráfico de soma cumulativa, existe a opção de selecionar o parâmetro  $k$ , com o objetivo de alterar a sensibilidade do gráfico de controle. Como mencionado anteriormente,  $k$  representa a tolerância, em desvios padrão, que deve ser desconsiderada de oscilações na média antes de realizar a soma cumulativa.

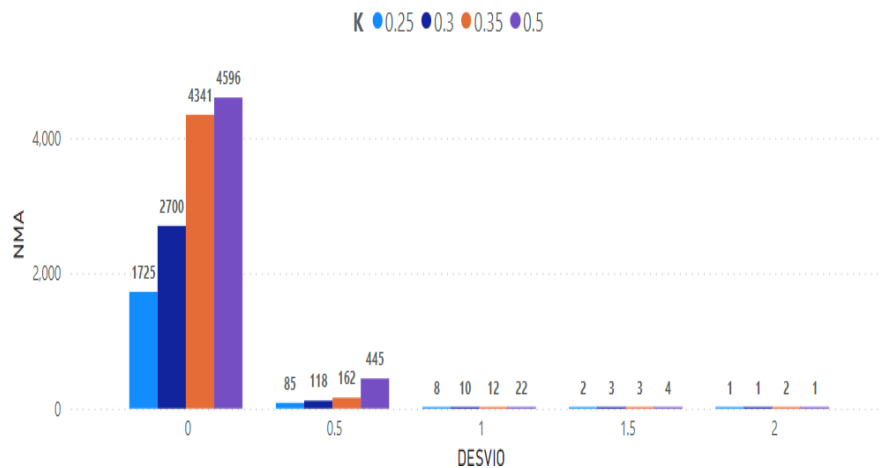
Com base no resultado das simulações do gráfico de controle CUSUM apresentado nas Figura 13 e Figura 14, é possível notar uma diferença significativa em relação aos resultados apresentados pela Figura 12. O resultado desejado, que é obter um NMA alto quando o processo está sem condições de variação especiais (ou seja, desvio na média igual a 0), e baixo, quando houver qualquer desvio, é mais significativo no gráfico CUSUM.

Figura 13 – Resultados NMA - CUSUM com fator de abertura 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Resultados NMA - CUSUM com fator de abertura 4



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao comparar cenários similares de  $NMA_0$ , é possível notar também que no gráfico CUSUM para fator de abertura igual a 3 e  $k$  igual a 0.35, apesar de o  $NMA_0$  ser próximo ao do gráfico de  $\bar{X}$ , o  $NMA_1$  para 0.5 desvio padrão na média é aproximadamente 50% menor no gráfico CUSUM. Isso corrobora a afirmação de Montgomery e Runger (2021), que aponta a baixa sensibilidade do gráfico de controle  $\bar{X}$  para pequenos desvios.

Para  $k$  igual a 0.25 obtém-se o melhor resultado de  $NMA_1$ . Entretanto, o  $NMA_0$  é consideravelmente menor, alertando para uma maior probabilidade de alarmes falsos com essa configuração.

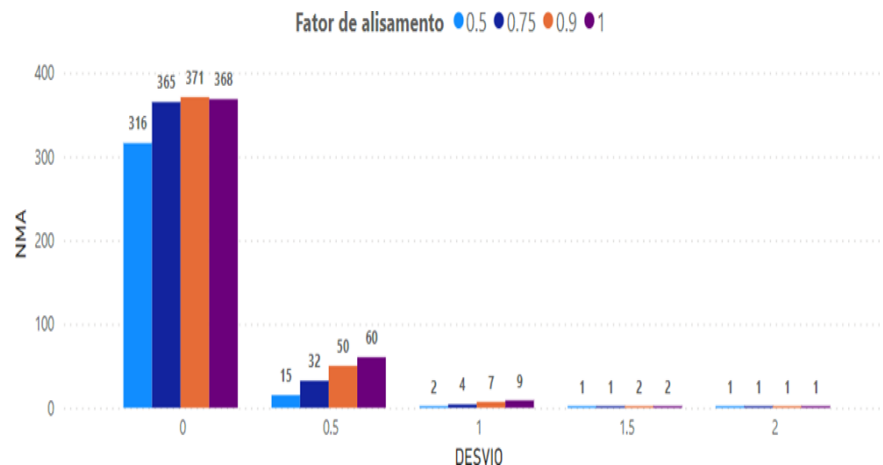
Além disso, nota-se que com o aumento do fator de abertura, é possível alcançar valores ainda mais altos para o  $NMA_0$ , gerando também um efeito de atraso de detecção representado pelo  $NMA_1$ . Para o parâmetro  $k$ , é possível afirmar que possui uma relação diretamente proporcional ao NMA de forma geral, o que leva à necessidade de mais amostras para que o gráfico gere algum alarme. Essa característica é interessante pois permite fazer um ajuste fino do gráfico CUSUM para cada tipo de necessidade.

Ao comparar o gráfico CUSUM para  $k = 0.5$  e fator de abertura 3, com o gráfico de  $\bar{X}$  com fator de abertura 3, percebe-se um delta de 867 amostras no  $NMA_0$  e apenas oito amostras para  $NMA_1$  no cenário com desvio na média de 0.5 desvios padrão. O fato de a diferença ser muito maior no  $NMA_0$  quando comparado ao  $NMA_1$  indica que essa técnica de gráfico de controle pode vantajosa em casos em que alarmes falsos gerem custo elevado ao processo produtivo.

#### 4.5.3 Análise do gráfico de controle de EWMA

O desempenho do gráfico de controle EWMA para um fator de abertura igual a 3 e fatores de alisamento 0.5, 0.75 0.9 e 1 é resumido na Figura 15. Inicialmente, nota-se a similaridade entre os resultados do NMA do gráfico de controle EWMA com fator de alisamento 1 e  $\bar{X}$  exposto na Figura 12. Isso acontece porque ao utilizar fator de alisamento 1, o valor a ser registrado é a média do último subgrupo e não existe influência de medições anteriores no ponto atual. Esse é o mesmo processo adotado pelo gráfico de controle  $\bar{X}$ .

Figura 15 – Resultados NMA - EWMA com fator de abertura 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se também que ao reduzir o fator de alisamento, o NMA também é reduzido. Isso pode ser explicado pelas equações (26) e (27). Conforme o fator de alisamento é reduzido, os limites de controle também são. Ao comparar os resultados do gráfico EWMA com o  $\bar{X}$ , nota-se que para o estado em controle, o  $NMA_0$  é bem próximo, com exceção do cenário com fator de alisamento 0.5. Entretanto, ao mudar para um estado fora de controle com desvio de 0.5 desvios padrão na média, percebe-se que o gráfico de EWMA precisa de um menor número de amostras para gerar um alarme verdadeiro. Essa característica demonstra a capacidade do gráfico com memória de reduzir o  $NMA_1$  em uma proporção maior do que reduz o  $NMA_0$ , tornando os gráficos de controle com memória mais ágeis na detecção de desvios menores.

#### 4.5.4 Análise do gráfico de controle EWMA versus CUSUM

Com base nos resultados da simulação, é possível também comparar o desempenho dos gráficos de controle EWMA e CUSUM para diferentes configurações de parâmetro. Tomando como base de comparação o gráfico EWMA com fator de abertura 3 e fator de alisamento 0.75, e o gráfico CUSUM com abertura 3 e  $k$  igual a 0.35, percebe-se um comportamento similar no NMA para todas as faixas de desvio deste estudo. Entretanto, ao reduzir o fator de alisamento, a proporção entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  passa a favorecer o gráfico de EWMA. Para o cenário com fator de alisamento 0.25, a razão entre essas duas métricas é de 1.8% para o EWMA contra 10.7% do CUSUM com  $k$  em 0.25.

Essa característica indica que fatores de alisamento mais baixos podem fornecer relações entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  mais vantajosas.

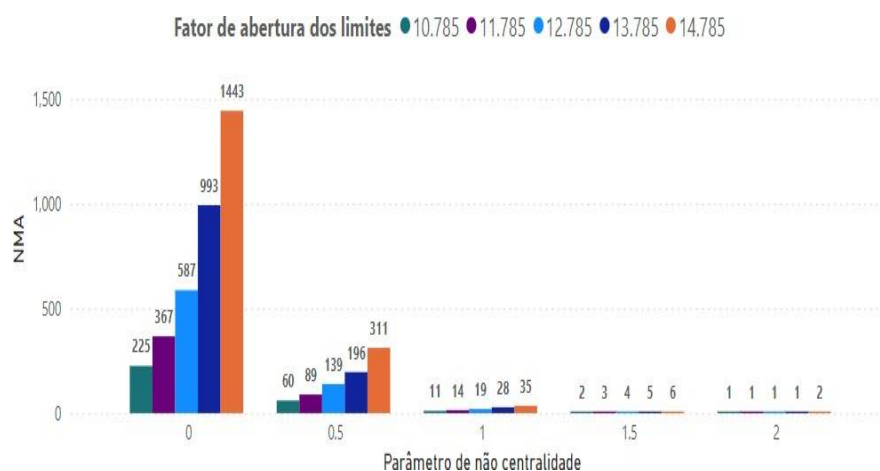
#### 4.5.5 Análise do gráfico de controle $T^2$ Hotelling

No contexto de monitoramento multivariado, o gráfico de controle que utiliza a estatística  $T^2$  Hotelling pode ser considerado um equivalente multivariado dos gráficos de controle de Shewhart (MONTGOMERY; RUNGER, 2021). Essa afirmação foi utilizada como base para comparações entre as técnicas de monitoramento multivariado e univariado analisadas anteriormente.

É importante mencionar que no caso dos gráficos multivariados, é comum selecionar os parâmetros do gráfico de controle tendo em mente um  $NMA_0$  desejado. Por esse motivo, as simulações utilizaram como base de comparação o  $NMA_0$ , em vez de utilizar parâmetros específicos para cada tipo de gráfico de controle. Ao avaliar gráficos de controle multivariados, foi utilizado o parâmetro de não centralidade conforme equação 41, com o objetivo de delimitar as possíveis combinações de desvio para as duas variáveis sob estudo.

O resultado das simulações para o gráfico de controle  $T^2$  Hotelling pode ser encontrado na Figura 16.

Figura 16 – Resultados NMA -  $T^2$  Hotelling



Fonte: Elaborado pelo autor.

O objetivo deste estudo é avaliar o desempenho do gráfico de controle  $T^2$  Hotelling como uma base de comparação para outras técnicas de monitoramento, principalmente com relação à sua sensibilidade a desvios na média e efeito do fator de abertura dos limites de controle.

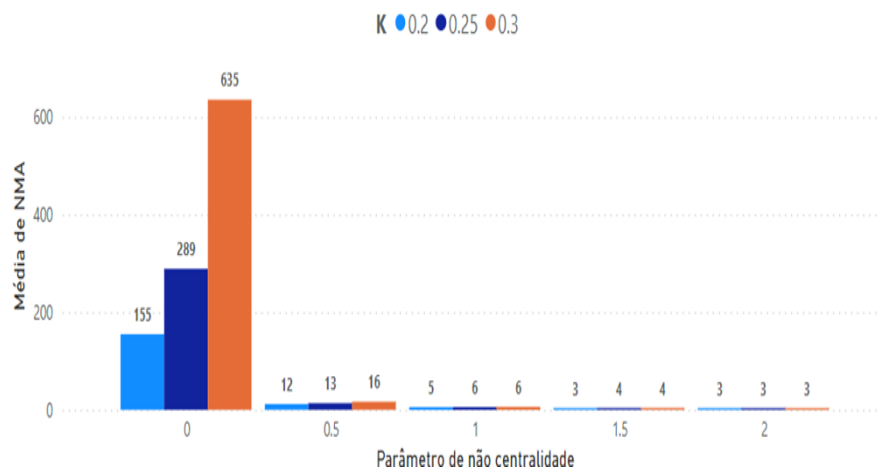
Foram simulados diversos cenários variando o fator de abertura dos limites, com o objetivo de obter pelo menos uma combinação com  $NMA_0$  próximo ao obtido pelo gráfico de  $\bar{X}$  (aproximadamente 370). Na Figura 16, nota-se que a configuração com fator de abertura 11.785 foi a que mais se aproximou do  $NMA_0$  desejado, e por isso foi utilizada como base de comparação. Ao comparar esse resultado com o gráfico de  $\bar{X}$  na Figura 12, percebe-se que o gráfico de  $T^2$  Hotelling é mais lento para detectar desvios para qualquer faixa de desvio.

Para o cenário com fator de abertura dos limites 11.785, o  $NMA_0$  é 367, e ao migrar para um estado fora de controle com desvio de 0.5 no parâmetro de não centralidade, o  $NMA_1$  cai para 89, uma diferença de 30 amostras. Ao avaliar o cenário com fator de abertura 10.785, é possível avaliar a situação de uma perspectiva a partir do  $NMA_1$ . Para obter um  $NMA_1$  em 0.5 desvio no parâmetro de não centralidade similar ao  $NMA_1$  do gráfico de controle  $\bar{X}$ , o  $NMA_0$  cai de 370 para 225, indicando um aumento na taxa de alarmes falsos para o gráfico de  $T^2$  Hotelling.

#### 4.5.6 Análise do gráfico de controle MCUSUM

O resultado das simulações para o gráfico de MCUSUM pode ser encontrado nas Figura 17, Figura 18 e Figura 19. Essa técnica foi avaliada utilizando conceitos similares da sua versão univariada. Foram estudados os fatores de abertura 3.8, 4 e 4.5, com  $k$  variando em 0.25, 0.3 e 0.35. O objetivo desse estudo é medir o impacto do fator de abertura e do índice de tolerância  $k$  no  $NMA$ .

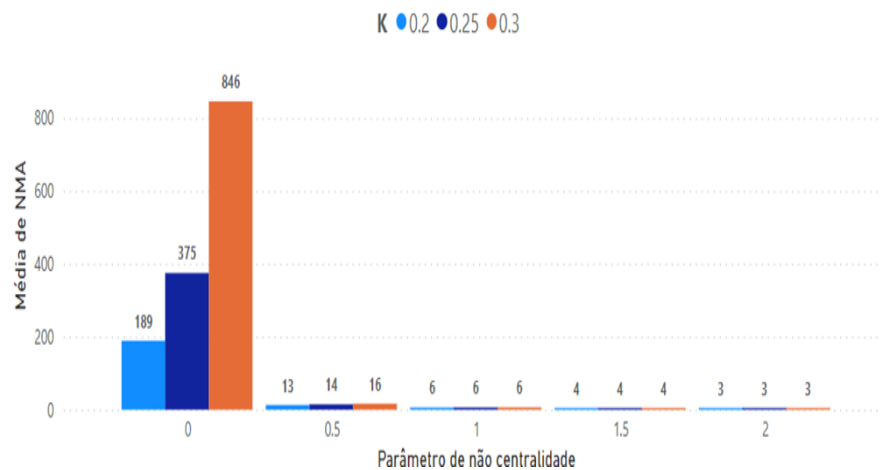
Figura 17 – Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 3.8



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com relação ao gráfico de somas cumulativas, o parâmetro  $k$  foi intencionalmente testado para aproximar-se do  $NMA_0$  do gráfico de controle  $T^2$  Hotelling, com o objetivo de fazer uma comparação justa entre as duas técnicas de controle. Dentro das combinações avaliadas, pode-se afirmar que, para  $k$  igual a 0.25 e fator de abertura igual a 4, obtém-se o  $NMA_0$  mais próximo à referência de comparação do gráfico  $T^2$  Hotelling. A partir disso, é possível comparar cenários com diferentes magnitudes de desvio.

Figura 18 – Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 4



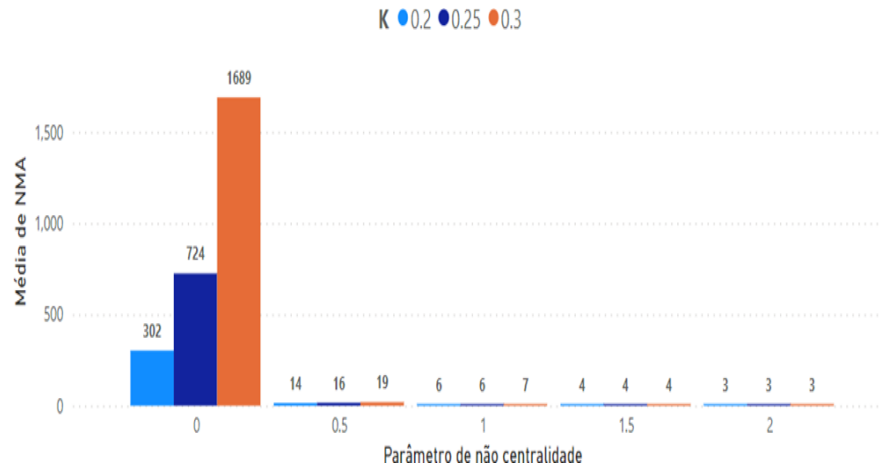
Fonte: Elaborado pelo autor.

Para baixo desvio (em torno de 0.5 desvio no parâmetro de não centralidade), o gráfico de MCUSUM mostrou-se mais sensível, detectando o desvio após, em média, 14 amostras (Figura 18).  $T^2$  Hotelling, por sua vez, detectou o desvio após 89 amostras (Figura 16). Entretanto, para desvios de maior magnitude a situação é oposta com um desvio no parâmetro de não centralidade igual a 2, o gráfico de  $T^2$  Hotelling sinalizou, em média, após 1 amostra. MCUSUM, por sua vez, levou em média 3 amostras para sinalizar o desvio. Essa característica indica que essa técnica é mais sensível para pequenos desvios, porém não é a melhor opção para detectar desvios de maior magnitude.

Além disso, com base nas comparações entre diferentes fatores de abertura exibidos nas Figura 17, Figura 18 e Figura 19, nota-se relações vantajosas entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  para fatores de abertura mais altos. Para fator de abertura 4.5, conforme Figura 19, para um  $k$  igual a 0.3, é possível obter um  $NMA_0$  de 1689, número 4.5 vezes maior do que seu equivalente no gráfico de  $T^2$  Hotelling.

Para esse mesmo cenário, porém com um desvio de 0.5 no parâmetro de não centralidade, o  $NMA_1$  do gráfico MCUSUM é 19, número 4.6 vezes menor do que no gráfico  $T^2$  Hotelling.

Figura 19 – Resultados NMA - MCUSUM - fator de abertura 4.5



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nesse estudo, pode-se afirmar que o gráfico de MCUSUM é mais sensível a pequenos desvios desde que configurado corretamente em relação aos parâmetros de abertura e tolerância  $k$ , entregando performance muito superior aos gráficos multivariados tradicionais. Como mencionado anteriormente, a rápida detecção de desvios é vital para que o processo possa corrigir causas especiais e evitar produzir unidades defeituosas.

O fator de tolerância  $k$  apresentou um comportamento similar para os 3 fatores de abertura e magnitudes de desvio contemplados nesse estudo.

O parâmetro tem uma relação diretamente proporcional ao NMA, e conforme aumenta, a proporção entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  altera conforme Tabela 3. Uma comparação entre os resultados do gráfico MCUSUM e MEWMA será apresentada na seção sobre o gráfico MEWMA.

Tabela 3 – Razão entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  para as combinações de fator de abertura e tolerância  $K$

| Fator de alisamento | Razão |      |      |
|---------------------|-------|------|------|
|                     | 0.2   | 0.25 | 0.3  |
| 3.8                 | 0.08  | 0.04 | 0.03 |
| 4                   | 0.08  | 0.04 | 0.02 |
| 4.5                 | 0.05  | 0.02 | 0.01 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

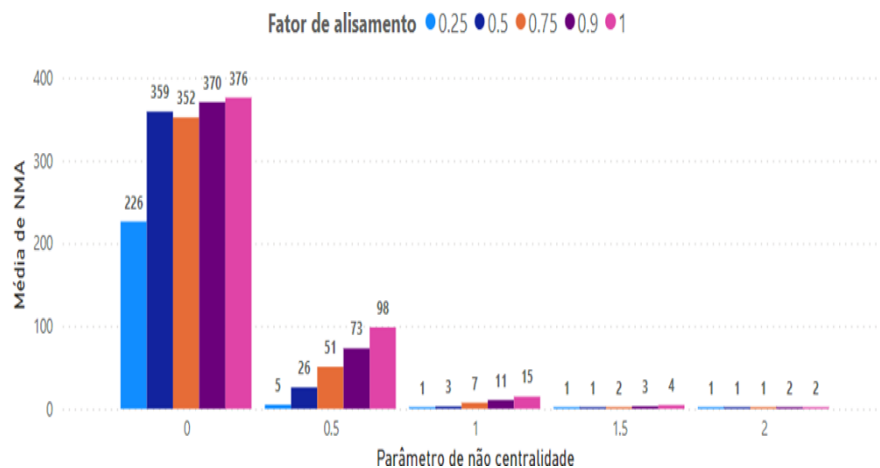
#### 4.5.7 Análise do gráfico de controle MEWMA

O resultado das simulações para o gráfico de MEWMA pode ser encontrado nas Figura 20, Figura 21 e Figura 22. Essa técnica foi avaliada utilizando conceitos similares da sua versão univariada. Foram estudados os fatores de abertura 3.8, 4 e 4.5 com o fator de alisamento variando em 0.25, 0.5, 0.75 e 1. O objetivo desse estudo é medir o impacto dos fatores de abertura e alisamento no NMA.

Primeiramente, é importante lembrar que o gráfico de MEWMA com fator de alisamento igual a 1 é equivalente ao gráfico  $T^2$  Hotelling. Neste estudo, esse fator foi considerado para demonstrar a similaridade entre as duas configurações. Para o gráfico de controle MEWMA também é necessário definir o fator de abertura dos limites equivalente ao gráfico de controle  $T^2$  Hotelling, por isso foram testados diversos fatores de abertura com o objetivo de definir um valor de  $NMA_0$  equivalente entre as duas técnicas.

Na Figura 20, nota-se que para fator de alisamento 1,  $NMA_0$  igual a 376, um valor próximo a 367, obtido no gráfico de controle  $T^2$  Hotelling com fator de abertura 11.785 demonstrado na Figura 16. Por esse motivo, estes dois cenários foram utilizados como base de comparação.

Figura 20 – Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 3.8



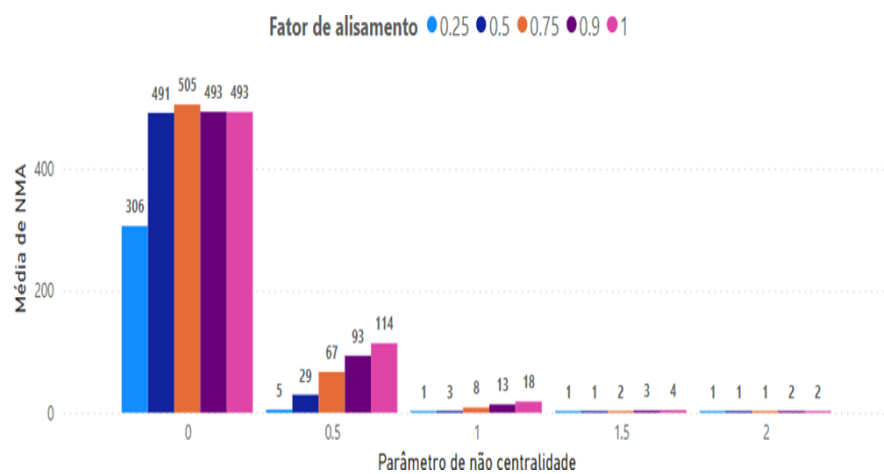
Fonte: Elaborado pelo autor.

Também é importante salientar que o cálculo entre as duas técnicas é diferente com relação ao tamanho de subgrupo. Para  $T^2$  Hotelling, conforme a equação (31), o tamanho do subgrupo é considerado ao calcular a estatística. Para MEWMA no entanto, não é considerado.

Como mencionado anteriormente, esse critério é capturado ao definir o fator de abertura dos limites para um  $NMA_0$  desejado (MONTGOMERY; RUNGER, 2021), (LOWRY *et al.*, 1992), (PRABHU; RUNGER, 1997).

Importante notar que no caso do gráfico de controle MEWMA, o fator de alisamento não afeta diretamente os limites de controle como em sua versão univariada. O fator de alisamento afeta o NMA durante o cálculo da matriz de covariâncias corrigida, o que leva a uma alteração na estatística plotada no gráfico conforme a equação 40. A Figura 21 ilustra os resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 4.

Figura 21 – Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 4



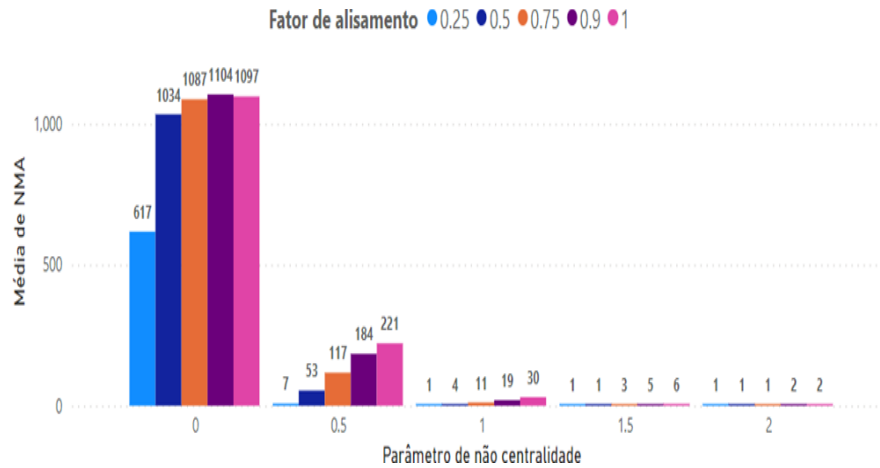
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se também que o fator de alisamento tem uma relação diretamente proporcional ao NMA, mais pronunciado conforme o parâmetro de não centralidade aumenta, com maior queda ao migrar do estado em controle para fora de controle com desvio de 0.5. Essa característica demonstra que o gráfico de controle MEWMA é mais sensível do que o gráfico de  $T^2$  Hotelling, sendo mais vantajoso para qualquer fator de alisamento considerado no estudo. Por exemplo, na Figura 20, para um fator de alisamento 0.5,  $T^2$  Hotelling e MEWMA apresentam  $NMA_0$  similar. Entretanto, em relação ao  $NMA_1$ , com 0.5 desvios no parâmetro de não centralidade, MEWMA é capaz de detectar o desvio, em média, após 26 amostras, enquanto  $T^2$  Hotelling detecta, em média, após 89 amostras.

Ao comparar diferentes fatores de abertura, percebe-se uma relação diretamente proporcional entre fator de abertura e NMA, uma característica já esperada. Pode-se encontrar cenários com combinação vantajosa entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  dependendo da tolerância a desvios do processo a ser monitorado. Por exemplo, para um fator de abertura de 4.5 (Figura 22) e fator de alisamento 0.25, é possível calibrar o gráfico de controle para que apresente um alarme

falso a cada 617 amostras, com capacidade de detectar desvios da ordem de 0.5 no parâmetro de não centralidade, em média, após sete amostras. A proporção entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  para o fator de alisamento 0.25 indica que é possível encontrar relações ainda mais vantajosas conforme o fator de alisamento se aproxima de 0.

Figura 22 – Resultados NMA - MEWMA - fator de abertura 4.5



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.5.8 Análise do gráfico de controle MEWMA versus MCUSUM

Tomando como base os resultados do gráfico MEWMA demonstrados na Figura 20 para fator de alisamento 0.9, e MCUSUM da Figura 18 com  $k$  igual a 0.25, por conta de sua similaridade quanto ao  $NMA_0$ , é possível notar que o resultado é similar a uma comparação entre  $T^2$  Hotelling descrita anteriormente, MCUSUM apresenta tem uma vantagem ao detectar pequenos desvios, porém não é tão vantajoso para detectar desvios de maior magnitude.

Entretanto, ao avaliar o desempenho do gráfico MEWMA com fator de alisamento mais próximo de zero, é possível obter melhores proporções de NMA do que o gráfico MCUSUM, dependendo da configuração dos parâmetros. Por exemplo, para MEWMA, com fator de abertura 4.5 e alisamento em 0.25, apresenta um  $NMA_0$  relativamente próximo, porém a razão entre  $NMA_1$  com 0.5 desvio e  $NMA_0$  é de 1.1% enquanto MCUSUM é de 2.2% .

Além disso, a capacidade de detecção de desvios de magnitude 2 do gráfico MEWMA mantém-se superior ao MCUSUM. Isso indica que o gráfico de MEWMA pode apresentar resultados superiores de detecção para a toda faixa de desvios ao adotar um fator de alisamento mais baixo.

## 5 CONCLUSÃO

Dentro das combinações de parâmetro avaliadas neste estudo, o gráfico CUSUM demonstrou capacidade superior de detecção para magnitudes de desvio na média até 1, e capacidade similar de detecção ao gráfico de EWMA para desvios acima de 1. O gráfico de  $\bar{X}$  por sua vez apresentou desempenho inferior para qualquer cenário de desvio na média. Por esse motivo, no contexto de monitoramento univariado, é preferível a utilização de gráficos com memória em vez do tradicional o gráfico de  $\bar{X}$  para obter melhor relação entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$ .

O gráfico de EWMA, apesar de não ter demonstrado capacidade de detecção superior ao gráfico de CUSUM, indicou que conforme o fator de alisamento se aproxima de zero, a relação entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  melhora. Isso indica que estudar variações dessa técnica ajustando esse parâmetro abaixo de 0.25 pode resultar em performance igual ou até mesmo melhor que o CUSUM. Em casos onde o gráfico de CUSUM não puder ser utilizado, esta técnica torna-se uma alternativa interessante.

Ao comparar o desempenho do gráfico de  $T^2$  Hotelling com o desempenho do gráfico de  $\bar{X}$ , o gráfico de  $T^2$  Hotelling apresentou desempenho inferior. Isso indica que, para um processo com as características deste estudo, a melhor escolha de monitoramento é utilizar gráficos de  $\bar{X}$  para cada variável individualmente. Essa escolha é mais vantajosa pois apresenta melhor relação de NMA, como também simplifica o processo de investigação da variável responsável pelo desvio, atividade que exige um trabalho adicional nos gráficos de controle multivariados.

No contexto de monitoramento multivariado, o gráfico de controle MCUSUM demonstrou uma capacidade superior de detecção de desvios de até 1 no parâmetro de não centralidade, para todos os cenários de fator de alisamento e abertura avaliados neste estudo. Entretanto, para desvios acima de 1, o gráfico de MEWMA com fator de alisamento abaixo de 0.75 demonstrou capacidade de detectar o desvio com menos amostras. A diferença nesse caso foi de, aproximadamente, 1 amostra adicional para o MCUSUM. Para selecionar a melhor técnica nesse caso, é necessário avaliar a relação entre o custo de alarmes falsos e falha na detecção para o processo em questão. Além disso, também é relevante o comportamento do desvio da média ao longo do tempo. Desvios incrementais e curtos poderiam ser detectados pelo gráfico de MCUSUM antes de evoluírem para um desvio de maior magnitude.

Entretanto, se esse não for o caso, é possível também implementar ambas as técnicas simultaneamente, dependendo da capacidade computacional da operação.

É interessante salientar que o gráfico de  $T^2$  Hotelling demonstrou o pior desempenho entre as técnicas avaliadas, para qualquer fator de abertura dos limites selecionado.

## 5.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Com base nos resultados das simulações, percebe-se que os gráficos de controle EWMA e MEWMA demonstraram tendência de melhora na relação entre  $NMA_0$  e  $NMA_1$  conforme o fator de alisamento se aproxima de zero. Avaliar o comportamento do NMA para valores abaixo de 0.25 para ambas as técnicas é uma possível extensão deste trabalho, pois pode mostrar relações proveitosas e que possam viabilizar a utilização destes métodos. Outro ponto em aberto e que pode ser explorado é a mensuração do impacto da correlação no monitoramento simultâneo de múltiplas variáveis utilizando gráficos de controle univariados e métodos multivariados como o MCUSUM e MEWMA.

## REFERÊNCIAS

ALEVIZAKOS, V.; CHATTERJEE, K.; KOUKOUVINOS, C. The triple moving average control chart. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, Amsterdam, v. 384, p.113171, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.113171>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042720304623>. Acesso em: 15 mar. 2023.

ALEXANDER, S.; JAGANNATHAN, V. Advisory system for control chart selection. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 10, n. 3, p. 171–177, 1986. DOI: [https://doi.org/10.1016/0360-8352\(86\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0360-8352(86)90003-3). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0360835286900033>. Acesso em: 10 dez. 2022.

AL-NASSER, A. D.; ASLAM, M. Chapter 2 - development of a new control chart based on ranked repetitive sampling. In: BOUZA-HERRERA, C. N.; AL-OMARI, A. I. F. (eds.). **Ranked Set Sampling**. [S.l]: Academic Press, 2019. *E-book*. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815044-3.00002-2>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128150443000022>. Acesso em: 10 abr. 2023.

ALSHRAIDEH, H.; CASTILLO, E. D.; VAL, A. G. D. Process control via random forest classification of profile signals: an application to a tapping process. **Journal of Manufacturing Processes**, Michigan, v. 58, p. 736–748, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.08.043>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612520305478>. Acesso em: 15 mar. 2023.

ALVES, C. *et al.* Application of multivariate control charts for monitoring an industrial process. **Tecno-Lógica**, Santa Cruz do Sul, v. 17, n. 12, p. 101-107, 2013. DOI: <https://doi.org/10.17058/tecnolog.v17i2.3636>. Disponível em: <https://online.unisc.br/seer/index.php/tecnologica/article/view/3636>. Acesso em: 15 mar. 2023.

BERTO, R. M. V. S.; NAKANO, D. Revisitando a produção científica nos anais do encontro nacional de engenharia de produção. **Produção**, Rio de Janeiro, v. 9, n. 2, p. 65-76, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0103-65131999000200005>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/prod/a/CX834BnHRMbj4RwmGNJ8Xfk/?lang=pt>. Acesso em: 10 dez. 2022.

BOAVENTURA, L. L.; FERREIRA, P. H.; FIACCONE, R. L. On flexible statistical process control with artificial intelligence: classification control charts. **Expert Systems with Applications**, New York, v. 194, p. 116492, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.116492>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417421017693>. Acesso em: 15 mar. 2023.

BOTTANI, E. *et al.* Statistical process control of assembly lines in a manufacturing plant: process capability assessment. **Procedia Computer Science**, [S.l.], v. 180, p. 1024–1033, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.01.353>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050921004075>. Acesso em: 15 mar. 2023.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. C. R. G. M.; LJUNG, G. M. **Time series analysis: forecasting and control**. 5th. ed. Toronto: Wiley, 2015.

COSTA, A. F. B.; CASTAGLIOLA, P. Effect of measurement error and autocorrelation on the x chart. **Journal of Applied Statistics**, Inglaterra, v. 38, n. 4, p. 661–673, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1080/02664760903563627>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02664760903563627>. Acesso em: 15 mar. 2023.

COSTA, A.; FICHERA, S. Economic statistical design of ARMA control chart through a modified fitness-based self-adaptive differential evolution. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 105, p. 174–189, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.12.031>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835216305101>. Acesso em: 10 abr. 2023.

CROSIER, R. B. Multivariate generalizations of cumulative sum quality-control schemes. **Technometrics**, New York, v. 30, n. 3, p. 291–303, 1988. DOI: <https://doi.org/10.2307/1270083>. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1270083>. Acesso em: 10 abr. 2023.

DIKO, M. D.; CHAKRABORTI, S.; DOES, R. J. An alternative design of the two-sided CUSUM chart for monitoring the mean when parameters are estimated. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 137, p. 106042, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106042>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835219305017>. Acesso em: 15 mar. 2023.

FÁVERO, L. P.; BELFIORE, P. Chapter 3 - univariate descriptive statistics. *In*: FÁVERO, L. P.; BELFIORE, P. **Data science for business and decision making**. [S.l.]: Academic Press, 2019. *E-book*. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811216-8.00003-3>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128112168000033>. Acesso em: 10 abr. 2023.

FU, X.; WANG, R. - F.; DONG, Z. - Y. Application of a Shewhart control chart to monitor clean ash during coal preparation. **International Journal of Mineral Processing**, Amsterdam, v. 158, p. 45–54, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2016.11.019>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301751616302514>. Acesso em: 15 mar. 2023.

FRANCO, B. C. *et al.* A new sampling strategy to reduce the effect of autocorrelation on a control chart. **Journal of Applied Statistics**, Inglaterra, v. 41, n. 7, p. 1408–1421, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1080/02664763.2013.871507>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02664763.2013.871507>. Acesso em: 10 abr. 2023.

GIBRA, I. N. Recent developments in control chart techniques. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 7, n. 4, p. 183–192, 1975. DOI: <https://doi.org/10.1080/00224065.1975.11980695>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00224065.1975.11980695>. Acesso em: 10 abr. 2023.

GUPTA, M.; KAPLAN, H. C. Using statistical process control to drive improvement in neonatal care: a practical introduction to control charts. **Clinics in Perinatology**, Philadelphia, v. 44, n. 3, p. 627–644, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.clp.2017.05.011>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0095510817300556>. Acesso em: 15 mar. 2023.

HAQ, A.; KHOO, M. B. C. New adaptive EWMA control charts for monitoring univariate and multivariate coefficient of variation. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 131, p. 28–40, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.03.027>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835219301640>. Acesso em: 15 mar. 2023.

HAQ, A.; KHOO, M. B. C. Enhanced directionally sensitive and directionally invariant MCUSUM and MEWMA charts for process mean. **Computers & Industrial Engineering**, New York, v. 161, p. 107635, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107635>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835221005398>. Acesso em: 15 mar. 2023.

HO, L. L.; APARISI, F. ATTRIVAR: optimized control charts to monitor process mean with lower operational cost. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 182, p. 472–483, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.09.011>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527316302420>. Acesso em: 15 mar. 2023.

HOSSAIN, M. P.; RIAZ, M. On designing a new VEWMA control chart for efficient process monitoring. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 162, p. 107751, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107751>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835221006550>. Acesso em: 15 mar. 2023.

HOTELLING, H. Multivariate quality control - illustrated by the air testing of sample bombsights. p. 111–184, 1947. Acesso em: 10 dez. 2022.

IMANIAN, M.; GHASSEMI, A.; KARBASIAN, M. A novel methodology for monitoring and control of non stationary processes using model-based control charts (case study: bottomhole pressure during drilling operations). **International Journal of Industrial Engineering and Production Research**, [S.l.], v. 31, n. 1, p. 143–160, 2020. DOI: 10.22068 /ijiepr.31.1.143. Disponível em: <http://ijiepr.iust.ac.ir/article-1-827-en.html>. Acesso em: 15 mar. 2023.

KHUSNA, H. *et al.* Bootstrap-based maximum multivariate CUSUM control chart. **Quality Technology & Quantitative Management**, Inglaterra, v. 17, n. 1, p. 52–74, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1080/16843703.2018.1535765>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16843703.2018.1535765>. Acesso em: 15 mar. 2023.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. The effect of the autocorrelation on the performance of the  $T^2$  chart. **European Journal of Operational Research**, Amsterdam, v. 247, n. 1, p. 155–165, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.077>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221715004890>. Acesso em: 15 mar. 2023.

LEONI, R. C.; MACHADO, M. A. G.; COSTA, A. F. B. The  $T^2$  chart with mixed samples to control bivariate autocorrelated processes. **International Journal of Production Research**, Londres, v. 54, n. 11, p. 3294–3310, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207543.2015.1102983>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00207543.2015.1102983>. Acesso em: 10 abr. 2023.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. A presença da autocorrelação no gráfico de controle  $T^2$  de hotelling. **Sistemas & Gestão**, v. 12, n. 3, p. 252–9, 2017. DOI: <https://doi.org/10.20985/1980-5160.2017.v12n3.659>. Disponível em: <https://www.revistasg.uff.br/sg/article/view/659>. Acesso em: 15 mar. 2023.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B. A Shewhart chart with alternated charting statistic to control multivariate Poisson processes. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 145, p. 106523, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106523>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835220302576>. Acesso em: 15 mar. 2023.

LOWRY, C. A. *et al.* A multivariate exponentially weighted moving average control chart. **Technometrics**, New York, v. 34, n. 1, p. 46–53, 1992. DOI: <https://doi.org/10.2307/1269551>. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1269551>. Acesso em: 15 mar. 2023.

MACHADO, M. A. G. **Gráficos de controle para monitoramento de processos multivariados**. 2009. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Guaratinguetá, 2009.

MACHADO, M.; HO, L.; COSTA, A. Attribute control charts for monitoring the covariance matrix of bivariate processes. **Quality and Reliability Engineering International**, Inglaterra, v. 34, n. 2, p. 257–264, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1002/qre.2253>. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/qre.2253>. Acesso em: 15 mar. 2023.

MAHANTI, R.; EVANS, J. Critical success factors for implementing statistical process control in the software industry. **Benchmarking: an international journal**, [S.l.], v. 19, n. 3, p. 374–394, 2012. DOI: <https://10.1108/14635771211244309>. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/235275312\\_Critical\\_success\\_factors\\_for\\_implementing\\_statistical\\_process\\_control\\_in\\_the\\_software\\_industry](https://www.researchgate.net/publication/235275312_Critical_success_factors_for_implementing_statistical_process_control_in_the_software_industry). Acesso em: 10 abr. 2023.

MASHURI, M. *et al.* PCA-based hotelling's  $T^2$  chart with fast minimum covariance determinant (FMCD) estimator and kernel density estimation (KDE) for network intrusion detection. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 158, p. 107447, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107447>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S036083522100351X>. Acesso em: 15 mar. 2023

MENDES, A. D. S.; MACHADO, M. A. G.; RIZOL, P. M. S. R. Fuzzy control chart for monitoring mean and range of univariate processes. **Pesquisa Operacional**, v. 39, n. 2, p. 339–357, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/0101-7438.2019.039.02.0339>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pope/a/Z6zF5XgXDQr3xDJSZVdvd4n/?lang=en?>. Acesso em: 10 abr. 2023.

MIGUEL, P. A. C. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2 ed. São Paulo: Elsevier, 2012. *Ebook*. Disponível em: [https://books.google.com.br/books?id=VddjdXkz3FAC&hl=pt-BR&redir\\_esc=y](https://books.google.com.br/books?id=VddjdXkz3FAC&hl=pt-BR&redir_esc=y). Acesso em: 10 abr. 2023.

MONTGOMERY, D. C. The economic design of control charts: a review and literature survey. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 12, n. 2, p. 75–87, 1980. DOI: <https://doi.org/10.1080/00224065.1980.11980940>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00224065.1980.11980940>. Acesso em: 15 mar. 2023.

MONTGOMERY, D.; RUNGER, G. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 7. ed. Brasil: LTC, 2021.

MUKHERJEE, A.; CHONG, Z. L.; KHOO, M. B. Comparisons of some distribution-free CUSUM and EWMA schemes and their applications in monitoring impurity in mining process flotation. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 137, p. 106059, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106059>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835219305182>. Acesso em: 15 mar. 2023.

NGUYEN, T. T. V.; HEUCHENNE, C.; TRAN, K. P. Anomaly detection for compositional data using VSI MEWMA control chart. **IFAC – Papers OnLine**, [S.l.], v. 55, n. 10, p. 1533–1538, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.09.608>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322019188>. Acesso em: 15 mar 2023.

OAKLAND, R. J. O. J. **Statistical process control**. 7th ed. Inglaterra: Routledge, 2018.

PAGE, E. S. Continuous inspection schemes. **Biometrika**, Londres, v. 41, n. 1/2, p. 100–115, 1954. DOI: <https://doi.org/10.2307/2333009>. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2333009>. Acesso em: 15 mar. 2023.

PARK, C.; OUYANG, L.; WANG, M. Robust g-type quality control charts for monitoring nonconformities. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 162, p. 107765, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107765>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835221006690>. Acesso em: 15 mar. 2023.

PRABHU, S. S.; RUNGER, G. C. Designing a multivariate EWMA control chart. **Journal of Quality Technology**, Milwaukee, v. 29, n. 1, p. 8–15, 1997. DOI: <https://doi.org/10.1080/00224065.1997.11979720>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00224065.1997.11979720>. Acesso em: 15 mar. 2023.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2 ed. Rio Grande do Sul - Brasil: Editora Feevale, 2013. *Ebook*. Disponível em: <https://www.feevale.br/institucional/editora-feevale/metodologia-do-trabalho-cientifico---2-edicao>. Acesso em: 10 abr. 2023.

QUININO, R. C.; CRUZ, F. R.; QUININO, V. B. Control chart for process mean monitoring combining variable and attribute inspections. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 152, p. 106996, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106996>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835220306665>. Acesso em: 15 mar. 2023.

RIAZ, M.; ABBAS, N.; DOES, R. Improving the performance of CUSUM charts. **Quality and Reliability Engineering**, Inglaterra, v. 27, p. 415–424, 06 2011. DOI: <https://doi.org/10.1002/qre.1124>. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/220385412\\_Improving\\_the\\_performance\\_of\\_CUSUM\\_charts](https://www.researchgate.net/publication/220385412_Improving_the_performance_of_CUSUM_charts). Acesso em: 15 mar. 2023.

RIAZ, S. *et al.* Monitoring the performance of Bayesian EWMA control chart using loss functions. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 112, p. 426–436, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.08.023>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835217303820>. Acesso em: 15 mar. 2023.

ROBERTS, S. W. Control chart tests based on geometric moving averages. **Technometrics**, New York, v. 1, n. 3, p. 239–250, 1959. DOI: <https://doi.org/10.1080/00401706>.

1959.10489860. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1959.10489860>. Acesso em: 15 mar. 2023.

SABAHNO, H.; AMIRI, A.; CASTAGLIOLA, P. A new adaptive control chart for the simultaneous monitoring of the mean and variability of multivariate normal processes. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 151, p. 106524, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106524>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835220302588>. Acesso em: 15 mar. 2023.

SADEGHI, Z.; MASHHADI-HOSSAINALI, M. Application of the  $T^2$ - Hotelling test for investigating ionospheric anomalies before large earthquakes. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, Inglaterra, v. 185, p. 7–21, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.01.010>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364682618303973>. Acesso em: 15 mar. 2023.

SÁNCHEZ, I.; GONZÁLEZ, I. Monitoring shrimp growth with control charts in aquaculture. **Aquacultural Engineering**, Inglaterra, v. 95, p. 102180, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aquaeng.2021.102180>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0144860921000364>. Acesso em: 15 mar. 2023.

SHEWHART, W. A. **Economic control of quality of manufactured product**. Inglaterra: Macmillan And Co Ltd, 1931.

SHPER, V.; GRACHEVA, A. Simple Shewhart control charts: are they really so simple? **International Journal of Industrial and Operations Research**, v. 4, 06 2021. DOI: <https://doi.org/10.35840/2633-8947/6510>. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/353861654\\_Simple\\_Shewhart\\_Control\\_Charts\\_Are\\_They\\_Really\\_So\\_Simple](https://www.researchgate.net/publication/353861654_Simple_Shewhart_Control_Charts_Are_They_Really_So_Simple). Acesso em: 10 dez. 2022.

SIMÕES, F. D. *et al.* Synthetic charts to control bivariate processes with autocorrelated data. **Computers & Industrial Engineering**, New York, v. 97, p. 15–25, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.04.005>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835216301085>. Acesso em: 15 mar. 2023.

SIMÕES, F. D.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. The trinomial ATTRIVAR control chart. **International Journal of Production Economics**, Amsterdam, v. 224, p. 107559, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.107559>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527319303937>. Acesso em: 15 mar. 2023.

TANG, A. *et al.* A new nonparametric adaptive EWMA control chart with exact run length properties. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 130, p. 404–419, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.02.045>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835219301317>. Acesso em: 15 mar. 2023.

TESTIK, M. C.; KARA, O.; KNOTH, S. An algorithmic approach to outlier detection and parameter estimation in phase I for designing phase II EWMA control chart. **Computers and Industrial Engineering**, New York, v. 144, p. 106440, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106440>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835220301741>. Acesso em: 15 mar. 2023.

TRAN, K. D. *et al.* One-sided Shewhart control charts for monitoring the ratio of two normal variables in short production runs. **Journal of Manufacturing Processes**, Michigan, v. 69, p. 273–289, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2021.07.031>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612521005223>. Acesso em: 15 mar. 2023.

WANG, T.; HUANG, S. An adaptive multivariate CUSUM control chart for signaling a range of location shifts. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, New York, v. 45, n. 16, p. 4673–4691, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1080/03610926.2014.927494>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03610926.2014.927494>. Acesso em: 15 mar. 2023.

WEILER, H. The use of runs to control the mean in quality control. **Journal of the American Statistical Association**, New York, v. 48, n. 264, p. 816–825, 1953. DOI: <https://doi.org/10.1080/01621459.1953.10501203>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01621459.1953.10501203>. Acesso em: 15 mar. 2023.

WILLIAMS, E. Understanding variation—part 2: the control chart. **Current Problems in Pediatric and Adolescent Health Care**, Florida, v. 48, n. 8, p. 202–205, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cppeds.2018.08.009>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1538544218300828>. Acesso em: 10 dez. 2022.

WOODALL, W. H. Bridging the gap between theory and practice in basic statistical process monitoring. **Quality Engineering**, New York, v. 29, n. 1, p. 2–15, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/08982112.2016.1210449>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/08982112.2016.1210449>. Acesso em: 15 mar. 2023.

WOODALL, W. H.; FALTIN, F. W. Rethinking control chart design and evaluation. **Quality Engineering**, New York, v. 31, n. 4, p. 596–605, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1080/08982112.2019.1582779>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/08982112.2019.1582779>. Acesso em: 15 mar. 2023.