

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”- campus de Ilha Solteira

LEONARDO GIBRAN VIEIRA

ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA DINAMOMÉTRICA PARA ENSAIOS DE MOTORES ELÉTRICOS

Ilha Solteira

2025

Leonardo Gibran Vieira

**ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA DINAMOMÉTRICA
PARA ENSAIOS DE MOTORES ELÉTRICOS :**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentada à
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Uni-
versidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita
Filho”, Ilha Solteira, para obtenção do título de
Grau acadêmico em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof^o Dr. Márcio Antonio Bazani

Ilha Solteira
2025

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvida pela Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

V658a Vieira, Leonardo Gibran.
Análise estrutural e otimização de uma bancada dinamométrica para ensaios de motores elétricos / Leonardo Gibran Vieira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2025
97 f. : il.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2025

Orientador: Márcio Antonio Bazani
Inclui bibliografia

1. Bancada dinamométrica. 2. Análise estrutural. 3. Método dos elementos finitos. 4. Motores elétricos.

ATA DE DEFESA

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA DINAMOMÉTRICA PARA ENSAIOS DE MOTORES ELÉTRICOS

ALUNO: Leonardo Gibran Vieira RA: 202052079

Orientador: Prof. Dr. Marcio Antonio Bazani

Aprovado (X) – Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 8,5

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 17/12/2025 15:18:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profº Dr. Márcio Antonio Bazani

Documento assinado digitalmente
 **LEONARDO GIBRAN VIEIRA**
Data: 17/12/2025 12:47:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Aluno: Leonardo Gibran Vieira

Documento assinado digitalmente
 **EDUARDO PRETO**
Data: 17/12/2025 13:08:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Me. Eduardo Preto

Documento assinado digitalmente
 **JESUS DAVID DIAZ GOMEZ**
Data: 17/12/2025 14:22:15-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng. Jesus David Diaz Gomez

Ilha Solteira (SP) 17 de Dezembro de 2025.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade da vida e pela proteção constante. Aos meus pais, Luiz Carlos Vieira e Melaine Regina Gibran Vieira, pela base sólida, pelo amor incondicional e por todo o suporte emocional e financeiro ao longo dessa jornada. Obrigado por acreditarem no meu potencial e por serem meus maiores incentivadores. Esta conquista é dedicada a vocês.

Aos meus irmãos, pelo companheirismo de sempre, pelas risadas nos momentos de descontração e por estarem ao meu lado em todas as etapas da vida. Vocês tornam a caminhada mais leve e significativa.

Ao Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani, não apenas pela orientação acadêmica, mas pelo exemplo de profissionalismo e dedicação à engenharia. Obrigado pela confiança depositada em meu potencial e pela plenitude com que conduziu seus ensinamentos.

Aos professores do curso de Engenharia Mecânica da UNESP, pelos conhecimentos transmitidos e pelo rigor acadêmico que moldaram minha forma de pensar a engenharia. Agradeço a cada um que contribuiu para minha base técnica e profissional.

Aos meus amigos da Fênix Racing, muito obrigado por tornarem a graduação mais leve e desafiadora ao mesmo tempo. A experiência adquirida com vocês foi inestimável para o engenheiro que me tornei.

Por fim, agradeço à WEG e ao meu time de trabalho pela acolhida e pelas oportunidades. Ao meu gestor Vando Vanderlei Adami, obrigado por acreditar no meu trabalho e por me impulsionar a buscar sempre a excelência.

*“Todos os modelos estão errados, mas alguns são úteis”
(Box, 1976)*

RESUMO

A transição tecnológica da indústria automotiva para a eletrificação demanda equipamentos de teste capazes de suportar espectros de vibração de alta frequência, fundamentalmente distintos daqueles gerados por motores a combustão interna. Este trabalho apresenta a análise estrutural e a otimização de uma bancada dinamométrica projetada para ensaios de motores elétricos de tração, com o objetivo principal de garantir a integridade metrológica e a segurança operacional do sistema. A metodologia empregada consistiu na modelagem computacional via Método dos Elementos Finitos, utilizando a teoria de resistência dos materiais e a teoria das vibrações para a aferição teórica dos resultados numéricos. Foram avaliados o comportamento estático da estrutura, visando assegurar o alinhamento dos eixos sob a aplicação do torque máximo de reação, e a resposta dinâmica, com o intuito de evitar o fenômeno da ressonância na faixa de rotação operacional. Os resultados da simulação demonstraram que a estrutura possui rigidez adequada, apresentando uma deflexão máxima vertical na região de acoplamento de aproximadamente 0,00178 milímetros, valor significativamente inferior ao limite de projeto estabelecido. A análise modal identificou que a primeira frequência natural da estrutura é de 313,3 hertz, situando-se confortavelmente acima da frequência máxima de excitação do motor de 83,3 hertz. Adicionalmente, a análise de vida à fadiga utilizando o critério de Goodman indicou a necessidade de otimização dos elementos de fixação, resultando na seleção de parafusos de diâmetro M14 para o flange de acoplamento, o que elevou o fator de segurança da junta para 2,40. Conclui-se que o projeto otimizado atende integralmente aos requisitos de rigidez, dinâmica e resistência, proporcionando uma base robusta para o desenvolvimento de tecnologias de propulsão elétrica.

Palavras-Chave: Bancada dinamométrica; Análise estrutural; Método dos elementos finitos; Motores elétricos.

ABSTRACT

The technological transition of the automotive industry towards electrification demands test equipment capable of withstanding high-frequency vibration spectra, fundamentally different from those generated by internal combustion engines. This work presents the structural analysis and optimization of a dynamometer bench designed for traction electric motor testing, with the main objective of ensuring the metrological integrity and operational safety of the system. The methodology employed combined computational modeling via the Finite Element Method with validations through analytical calculations of strength of materials and vibration theory. The static behavior of the structure was evaluated to ensure shaft alignment under the application of maximum reaction torque, as well as the dynamic response, with the aim of avoiding the resonance phenomenon within the operational speed range. The simulation results demonstrated that the structure possesses adequate stiffness, presenting a maximum vertical deflection in the coupling region of approximately 0.00178 millimeters, a value significantly lower than the established design limit. The modal analysis identified that the first natural frequency of the structure is 313.3 Hertz, situated comfortably above the motor's maximum excitation frequency of 83.3 Hertz. Additionally, the fatigue life analysis using the Goodman criterion indicated the need for optimization of the fasteners, resulting in the selection of M14 diameter bolts for the coupling flange, which raised the joint's safety factor to 2.40. It is concluded that the optimized design fully meets the requirements of stiffness, dynamics, and strength, providing a robust base for the development of electric propulsion technologies.

Keywords: Dynamometer bench; Structural analysis; Finite element method; Electric motors.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Motor elétrico de tração veicular - WEG WTE300.	15
Figura 2	Bancada dinamométrica para motores elétricos.	16
Figura 3	As fases de projeto, identificando as diversas realimentações e iterações . . .	19
Figura 4	Motor de Indução (Carcaça 160 a 200)	22
Figura 5	Vista em corte do Motor WMagnet evidenciando o rotor com ímãs perma- nentes (MSIP)	23
Figura 6	Diagrama tensão-deformação convencional para um material dúctil	25
Figura 7	Curva tensão-deformação típica de um material dúctil e suas regiões carac- terísticas	25
Figura 8	Zonas microestruturais em uma solda por fusão típica (ZTA)	27
Figura 9	Definição de tensão normal perpendicular à área de seção transversal . . .	29
Figura 10	Carga axial constante em uma barra de seção transversal constante	29
Figura 11	Distribuição da tensão de cisalhamento em uma seção transversal circular sujeita a torque	31
Figura 12	Estado geral de tensão atuando em um elemento de volume infinitesimal .	33
Figura 13	Representação esquemática da deformação de cisalhamento e distorção angular no plano	34
Figura 14	Elipse de von Mises para o estado plano de tensão	41
Figura 15	Envoltória de falha segundo o critério de Tresca para o estado plano de tensões	42
Figura 16	Fator de concentração de tensão (K_t) para uma chapa plana com furo central sob tração axial	43
Figura 17	Componentes de deformação normal e deformação por cisalhamento no plano	45
Figura 18	Diagrama S-N traçado com base nos resultados de ensaios de fadiga axial completamente reversa	47
Figura 19	Diagrama de Goodman modificado	48
Figura 20	Variação de X em função da razão de frequências r	49
Figura 21	Cone de pressão de Rotscher	52
Figura 22	Exemplo de tipos de elementos	54
Figura 23	Distância entre furos do flange	59
Figura 24	Posicionamento da massa pontual e magnitude de carga no ambiente de simulação	61
Figura 25	Definição de contato entre arruelas e apoio (Frictional = 0,2)	62
Figura 26	Definição de contato entre flange e bancada (Frictional = 0,2)	63
Figura 27	Definição de contato entre apoio e bancada (Frictional = 0,2)	64

Figura 28	Definição de contato entre regiões de solda	65
Figura 29	Elementos de viga para representar parafusos	65
Figura 30	Primeiro agrupamento de corpos para geração de malha	66
Figura 31	Segundo agrupamento de corpos para geração de malha	67
Figura 32	Terceiro agrupamento de corpos para geração de malha	67
Figura 33	Parametrização dos grupos de malha	68
Figura 34	Restrição de "Cylindrical Support" na região dos parafusos	68
Figura 35	Restrição de "Displacement" da movimentação em Y	69
Figura 36	Condição de torque aplicado ao flange	70
Figura 37	Valores de pré-carga dos parafusos	70
Figura 38	Definição das cotas de referência no modelo CAD: Comprimento efetivo vertical e excentricidade da carga	72
Figura 39	Posicionamento do plano de corte transversal para obtenção da seção média equivalente	73
Figura 40	Modelagem da simulação simplificada	74
Figura 41	Resultados da análise para a Malha 1. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente	77
Figura 42	Resultados da análise para a Malha 2. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente	78
Figura 43	Resultados da análise para a Malha 3. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente	79
Figura 44	Resultados da análise para a Malha 4. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente	80
Figura 45	Variação da frequência natural em função da quantidade de elementos de malha	82
Figura 46	Campo de deformação total do modelo simplificado sob ação da gravidade e carga do motor	83
Figura 47	Fatores de Participação e Massa Efetiva (Ansys)	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações de projeto e restrições operacionais da bancada.	20
Tabela 2 – Propriedades mecânicas e físicas do Aço AISI 1020 (Laminado a Frio). . . .	27
Tabela 3 – Parâmetros de entrada para o cálculo de otimização da junta aparafusada . .	60
Tabela 4 – Parâmetros de entrada para o cálculo dos parafusos da base	60
Tabela 5 – Propriedades geométricas da seção transversal da estrutura.	73
Tabela 6 – Parâmetros geométricos e materiais adotados para a validação analítica. . .	84
Tabela 7 – Comparativo de deflexão vertical: Analítico vs. Numérico	85
Tabela 8 – Comparativo da Frequência Natural Fundamental (f_1)	86
Tabela 9 – Comparativo de bitolas para fixação do flange ($F_{req} = 21.589$ N)	89
Tabela 10 – Resumo dos parâmetros e resultado da análise de fadiga (Critério de Goodman)	91

LISTA DE SÍMBOLOS

$f_{e,max}$	Frequência máxima de excitação
f_1	Primeira frequência natural da estrutura
δ_{max}	Deflexão máxima admissível
T_{max}	Torque máximo de reação
E	módulo de elasticidade (Young)
σ	Tensão normal
ϵ	Deformação normal
S_y	Limite de escoamento do material
S_{ut}	Limite de resistência à tração
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Densidade (Massa específica)
P	Carga axial / Força interna
A	Área da seção transversal
δ	Deslocamento / Deflexão
L	Comprimento
M	Momento fletor
I	Momento de inércia da área
c	Distância da linha neutra à fibra externa
τ	Tensão de cisalhamento
V	Força cortante
T	Torque aplicado
J	Momento polar de inércia
r	Distância radial
I_{total}	Momento de inércia total (Teorema de Steiner)

σ_{ij}	Tensor de tensão de Cauchy
e_{ij}	Tensor de deformação linear
G	Módulo de cisalhamento
δ_{base}	Deslocamento devido à rotação da base
δ_{corpo}	Deslocamento devido à deformação do corpo
b	Braço de alavanca da base (distância entre fixadores)
F_T	Força de reação total nos parafusos
n	Número de parafusos
F_p	Força de tração individual no parafuso
A_s	Área resistente à tração (Área de tensão)
d	Diâmetro nominal do parafuso
p	Passo da rosca
ΔL	Alongamento elástico
L_{eff}	Comprimento efetivo do fixador
t_{base}	Espessura da chapa da base
θ	Rotação angular da base
H_{topo}	Altura de referência no topo da estrutura
κ	Curvatura da viga
I_{xx}	Momento de inércia em relação ao eixo X
H_{eixo}	Altura da linha de centro do eixo
θ_{flex}	Rotação acumulada devido à flexão
θ_{eixo}	Rotação na linha de centro do eixo
δ_{eixo}	Deflexão elástica na altura do eixo
σ'	Tensão Equivalente de Von Mises
n_y	Fator de Segurança estático (escoamento)
τ_{max}	Tensão de cisalhamento máxima (Tresca)

K_t	Fator de concentração de tensão teórica
S_f	Resistência à fadiga
N	Número de ciclos de tensão
S_e	Limite de resistência à fadiga corrigido
S'_e	Limite de resistência à fadiga teórico (viga rotativa)
$k_a \dots k_f$	Fatores de modificação de Marin
σ_m	Tensão média
σ_a	Tensão alternada
n_f	Fator de Segurança à fadiga
f_{exc}	Frequência de excitação
f_n	Frequência natural
X	Amplitude de vibração
k_{eq}	Rigidez equivalente
m_{eq}	Massa equivalente
ω_n	Frequência natural angular
m_{eff}	Massa efetiva
F_i	Pré-carga do parafuso
S_p	Carga de prova do parafuso
C	Constante de rigidez da junta
n_L	Fator de Segurança contra separação da junta
K	Coefficiente de torque
F_{tan}	Força tangencial
D_p	Diâmetro primitivo da furação
μ	Coefficiente de atrito
$F S_{desl}$	Fator de Segurança contra deslizamento
N_{req}	Força normal total requerida

$F_{i,req}$	Pré-carga mínima necessária por parafuso
L_{ef}	Comprimento efetivo vertical da torre
e	Excentricidade da carga

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	MOTIVAÇÃO	16
1.2	OBJETIVOS	16
1.3	OBJETIVO GERAL	17
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
2	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	18
2.1	O PROCESSO DE PROJETO MECÂNICO	18
2.2	REVISÃO DE COMPONENTES E MATERIAIS	21
2.2.1	PROPRIEDADES MECÂNICAS FUNDAMENTAIS	24
2.2.1.1	SELEÇÃO DE MATERIAL	26
2.3	FUNDAMENTOS DE ANÁLISE ESTÁTICA (RESISTÊNCIA E RIGIDEZ)	27
2.3.1	CONCEITOS DE TENSÃO	28
2.3.2	LINHA ELÁSTICA E O TEORAME DE STEINER	32
2.3.3	TEORIA DA ELASTICIDADE E MECÂNICA DO CONTÍNUO	32
2.3.4	TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO E A INFLUÊNCIA DO CISA- LHAMENTO	35
2.3.4.1	FORÇA E DEFORMAÇÃO NOS PARAFUSOS	36
2.3.4.2	ROTAÇÃO DA BASE	37
2.3.4.3	DESLOCAMENTO NO TOPO DEVIDO À ROTAÇÃO	38
2.3.4.4	DEFORMAÇÃO ELÁSTICA DO CORPO (FLEXÃO)	39
2.3.5	MODO DE FALHA ESTÁTICA	40
2.3.6	TENSÃO EQUIVALENTE (VON MISES)	43
2.3.6.1	CONCEITOS DE DEFLEXÃO E TEORIA DE VIGAS	44
2.4	FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DINÂMICA	45
2.4.1	MODOS DE FALHA DINÂMICA	46
2.4.2	MÉTODOS ENERGÉTICOS PARA DETERMINAÇÃO DE FREQUÊN- CIA (MÉTODO DE RAYLEIGH)	49
2.5	TÓPICOS APLICADOS	51
2.5.1	DIMENSIONAMENTO DE JUNTAS	51
2.5.2	OTIMIZAÇÃO	53
2.6	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	53
2.6.1	ANÁLISE ESTÁTICA ESTRUTURAL POR MEF	54
2.6.2	ANÁLISE DINÂMICA MODAL POR MEF	55
3	METODOLOGIA	59

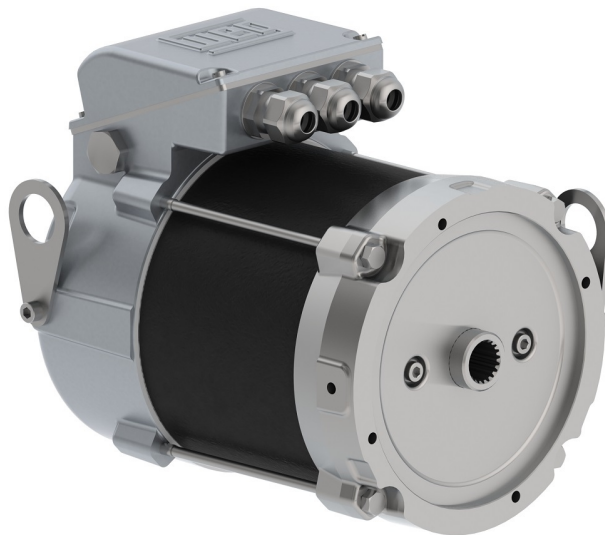
3.1	OTIMIZAÇÃO DO FLANGE DE ACOPLAMENTO (CRITÉRIO DE DES- LIZAMENTO)	59
3.2	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS E MODELAGEM CAD	61
3.3	DEFINIÇÕES DOS MATERIAIS	61
3.4	DEFINIÇÕES DOS CONTATOS	62
3.5	DISCRETIZAÇÃO	66
3.6	CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO	68
3.7	VALIDAÇÃO ANALÍTICA DO MODELO	71
3.8	MODELAGEM SIMPLIFICADA	71
3.8.1	MODELAGEM DINÂMICA (1-GDL)	71
3.8.2	DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	72
3.9	DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO SIMPLIFICADA . .	74
3.9.1	ESTRATÉGIA DE MODELAGEM E SIMPLIFICAÇÃO GEOMÉTRICA	74
3.9.2	DEFINIÇÃO DOS CONTATOS	75
3.9.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO	75
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	76
4.1	CONVERGÊNCIA DE MALHA E RESULTADOS	76
4.2	MODELO SIMPLIFICADO	82
4.2.1	RESULTADOS MODELAGEM SIMPLIFICADA ESTÁTICA	83
4.2.2	RESULTADOS MODELAGEM DINÂMICA (1-GDL)	85
4.3	JUNTAS PARAFUSADAS	88
4.4	ANÁLISE DE FADIGA	89
4.5	OTIMIZAÇÃO	91
5	CONCLUSÃO	92
	REFERÊNCIAS	93

1 INTRODUÇÃO

A indústria automotiva global atravessa sua transformação mais significativa desde a invenção da linha de montagem: a transição dos motores de combustão interna (MCI) para sistemas de propulsão elétrica (VE - Veículo Elétrico). Esta mudança não é meramente uma substituição de componentes; ela redefine os desafios de engenharia, especialmente nas áreas de validação e ensaios (Baran, 2012).

O Problema de engenharia central abordado neste trabalho reside nas características fundamentalmente distintas de Ruído, Vibração e Aspereza dos motores elétricos. Dinamômetros tradicionais, projetados ao longo de décadas, foram otimizados para acomodar as vibrações de baixa frequência e alta amplitude características dos motores a pistão. Os motores elétricos, em contrapartida, introduzem um paradigma de excitação distinto, dominado por componentes de alta frequência (SAE International, 2025).

Figura 1 – Motor elétrico de tração veicular - WEG WTE300.

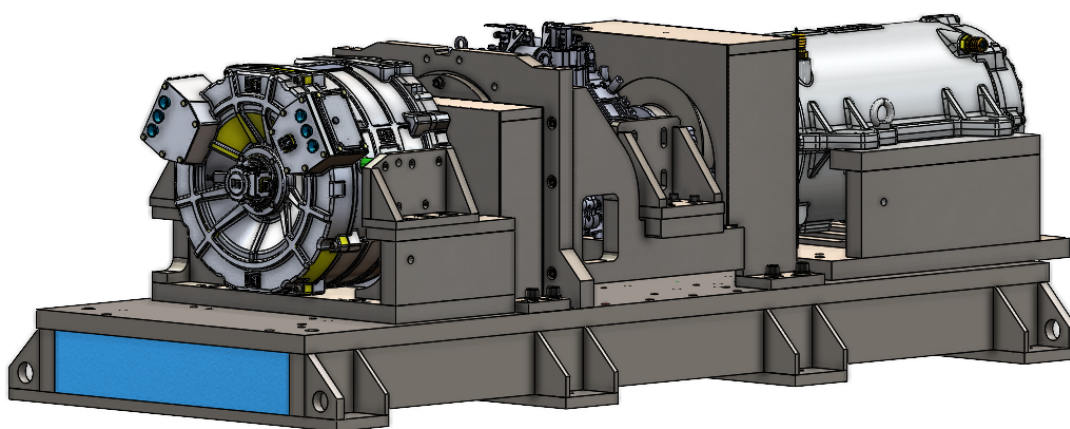


Fonte: WEG (2025).

Fontes como a ondulação de torque (torque ripple), as forças magnéticas radiais no entreferro e a comutação de alta frequência dos inversores de potência geram um espectro de vibração complexo. Em um MCI, esses ruídos de alta frequência seriam mascarados pelo som da combustão. Em um VE, silencioso em comparação, eles se tornam as fontes dominantes de desconforto para o ocupante e, portanto, um foco crítico para o desenvolvimento do produto

(SAE International, 2025). Isso gera uma lacuna técnica: os equipamentos de teste existentes são, muitas vezes, inadequados para essa nova classe de ensaios. Uma bancada dinamométrica que não for projetada com rigidez e dinâmica específicas pode ter suas próprias frequências naturais excitadas por essas harmônicas de alta frequência. Este fenômeno, a ressonância, não só pode levar à falha estrutural da bancada por fadiga, mas, mais criticamente, contamina os dados medidos, tornando impossível a caracterização RVA precisa do motor e anulando o propósito do ensaio (Marks Mitch e Green, 2020).

Figura 2 – Bancada dinamométrica para motores elétricos.



Fonte: WEG (2025).

1.1 MOTIVAÇÃO

A motivação central deste trabalho reside na necessidade de caracterizar com precisão o desempenho de motores elétricos, especificamente a relação entre torque, rotação e potência, o que exige que a bancada de ensaios atue como uma base inercial isenta de interferências estruturais. Tendo em vista que a confiabilidade das medições depende de isolar forças e vibrações exclusivas do motor, o presente projeto propõe o desenvolvimento, a análise estrutural computacional e a otimização de uma bancada dinamométrica com rigidez estática e resposta dinâmica dimensionadas especificamente para atender a esses requisitos.

1.2 OBJETIVOS

A necessidade do projeto, definida na introdução, consiste em um conjunto de metas claras e quantificáveis. A definição de especificações mensuráveis é a etapa fundamental do processo de projeto mecânico, que transforma um problema vago em um conjunto de requisitos de engenharia.

1.3 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é analisar estruturalmente e otimizar uma bancada dinamométrica para ensaios de motores elétricos, visando garantir a integridade metrológica por meio do controle rigoroso da rigidez estrutural e da resposta dinâmica.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para atingir o objetivo geral, o projeto da bancada dinamométrica foi desenvolvido para atender aos seguintes requisitos de operação e critérios de desempenho, baseados nas especificações de projeto identificadas na fase de definição do problema. Requisitos de Operação (Cargas de Projeto): O projeto deve ser capaz de suportar as seguintes condições de ensaio:

- Capacidade de torque: Operação em uma faixa de 0 a 2500 Nm.
- Faixa de rotação: Operação em uma faixa de 0 a 5000 rpm.
- Massa do Objeto de Teste: Suportar uma massa máxima de motor de 226 kg.

Para garantir a precisão e confiabilidade da bancada, a estrutura final deve satisfazer os seguintes requisitos de projeto:

- Critério de Rigidez (Estático): A estrutura deve limitar a deflexão máxima (δ_{max}) a 0,1 mm no ponto de acoplamento entre o motor e o dinamômetro sob aplicação das cargas máximas de torque e peso. Este limite é estabelecido para garantir o alinhamento mecânico, prevenindo erros na leitura de torque e danos aos rolamentos.
- Critério de Comportamento Dinâmico: A estrutura deve possuir uma primeira frequência natural (f_1) superior a 125 Hz. Este valor garante uma margem de segurança de 50% acima da frequência de excitação gerada pelo motor em sua rotação máxima (5000 rpm), mitigando riscos de ressonância durante a operação.
- Critério de Otimização: O projeto deve maximizar a rigidez estrutural e a estabilidade dinâmica, priorizando a segurança operacional e a vida útil do equipamento em detrimento da redução de massa, dada a natureza estacionária da aplicação.

2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A análise e a otimização de qualquer sistema mecânico complexo, como uma bancada dinamométrica, exigem uma sólida fundamentação nos princípios da engenharia. A concepção de uma estrutura que seja simultaneamente funcional, segura e economicamente viável não é um processo trivial, mas sim uma aplicação metódica de conceitos consolidados da mecânica dos sólidos, análise de vibrações e metodologia de projeto.

Este capítulo estabelece a fundamentação teórica das etapas subsequentes de modelagem, análise estrutural e otimização. Serão abordados os conceitos essenciais do projeto mecânico, a revisão dos componentes envolvidos (motores e materiais), os fundamentos das análises estática e dinâmica, e, por fim, a ferramenta computacional utilizada: o Método dos Elementos Finitos.

2.1 O PROCESSO DE PROJETO MECÂNICO

O projeto em engenharia mecânica pode ser definido como a concepção e especificação de um novo sistema, componente ou processo para atender a uma necessidade específica. Conforme Budynas Richard G. e Nisbett (2016), é fundamental distinguir o ato de projetar do ato de analisar.

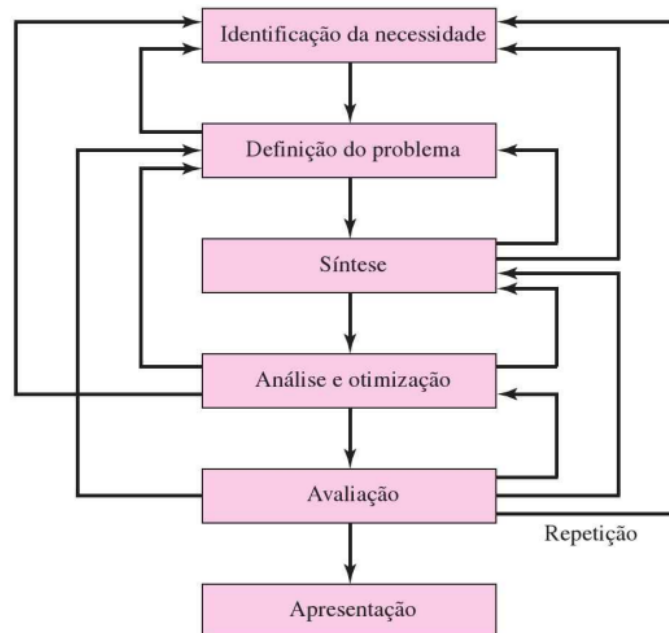
A análise é o processo de determinar as características de desempenho de um sistema já existente ou proposto, como as tensões em uma viga sob uma carga conhecida. O projeto, por outro lado, é um processo de síntese, no qual um novo sistema é criado para cumprir um conjunto de requisitos funcionais (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

O projeto é uma atividade inerentemente inovadora, iterativa e de tomada de decisão. Raramente, um problema de engenharia possui uma solução única e ideal. O projetista deve frequentemente tomar decisões com informações incompletas ou parcialmente contraditórias, reservando-se o direito de ajustar tais decisões à medida que mais informações se tornem disponíveis ao longo do processo (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

A concepção da bancada dinamométrica objeto deste trabalho exemplifica este cenário: não existe uma única configuração "correta", mas sim uma solução otimizada que equilibra múltiplos critérios, como precisão de medição, segurança operacional, custo de fabricação e versatilidade (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Toda a metodologia de projeto mecânico utilizada neste trabalho é baseada nos conceitos fundamentais estabelecidos por Budynas Richard G. e Nisbett (2016). A partir desta referência, o projeto é definido como um processo intrinsecamente inovador e iterativo, focado na tomada de decisões para formular um plano que solucione um problema ou atenda a uma necessidade, mesmo que o processo ocorra com informações incompletas ou provisórias (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Figura 3 – As fases de projeto, identificando as diversas realimentações e iterações



Fonte: Budynas Richard G. e Nisbett (2016).

Este processo de projeto, como demonstrado na Figura 3 é estruturado em uma série de fases que, embora apresentadas sequencialmente, possuem diversas interações e realimentações. As etapas fundamentais deste processo são:

- A fase inicial reconhece uma necessidade ou um problema a ser resolvido. No presente trabalho, a necessidade é caracterizar o desempenho de motores elétricos, medindo de forma precisa e confiável a relação entre torque, rotação e potência (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).
- A Definição do Problema é a necessidade traduzida em um conjunto de especificações de projeto, que são declarações quantificáveis e mensuráveis dos requisitos do produto. Conforme exemplificado por Budynas Richard G. e Nisbett (2016) para um estudo de caso de transmissão de potência, necessidades vagas como "baixo custo" devem ser convertidas em métricas objetivas (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Para a bancada, as especificações incluem:

- Síntese (Projeto Conceitual) é a fase criativa em que diferentes esquemas e conceitos de solução são propostos para atender às especificações. Corresponde à concepção das geometrias e arranjos dos componentes da bancada (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).
- Análise e Otimização é a fase central da engenharia, onde os conceitos da síntese são avaliados por meio de modelos matemáticos. Os esquemas são analisados, otimizados para o melhor desempenho, ou descartados. Para a bancada, isso envolve a análise de tensões e deformações utilizando a mecânica dos sólidos através de Beer & Johnston (1995),

Tabela 1 – Especificações de projeto e restrições operacionais da bancada.

Parâmetro	Valor	Unidade
Capacidade de torque	0 a 2500	Nm
Faixa de rotação	0 a 5000	rpm
Massa máxima do motor	226	kg
Deflexão máxima (no acoplamento)	< 0,1	mm
1ª Frequência Natural	> 50% de f_{max} (83,3)	Hz

Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados da WEG.

a análise de vibrações para determinar as frequências naturais conforme Rao (2004) e, frequentemente, o uso de métodos numéricos como a Análise por Elementos Finitos para geometrias complexas. A otimização é o processo de refinar iterativamente o projeto para encontrar a melhor solução que satisfaça os critérios de desempenho dentro das restrições impostas (por exemplo, minimizar a massa da estrutura mantendo a deflexão abaixo do limite especificado) (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

- Avaliação é a etapa de validação do projeto, que envolve testes (geralmente de um protótipo) para verificar se o projeto atende a todas as necessidades, incluindo confiabilidade e segurança. Os resultados dos testes são comparados com as previsões da fase de análise para validar o modelo matemático utilizado. No contexto acadêmico, a avaliação será realizada por meio de simulações computacionais (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).
- Apresentação, é a etapa final de comunicação e "venda" do projeto para as partes interessadas, como a gerência ou, neste caso, a banca acadêmica (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

A natureza iterativa deste processo é um aspecto fundamental. Os resultados de uma fase posterior, como a Análise, frequentemente exigem um retorno a uma fase anterior, como a Síntese, para refinar o projeto. Este ciclo de refinamento continua até que uma solução satisfatória seja alcançada (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

No processo de projeto, uma característica que influencia ou governa o projeto final de um componente ou sistema é chamada de "consideração de projeto". Conforme Budynas Richard G. e Nisbett (2016), um projeto bem-sucedido raramente é governado por um único fator; ele exige que o engenheiro considere e priorize um conjunto de características que, muitas vezes, são inter-relacionadas.

Para este projeto, as considerações críticas incluem a funcionalidade da bancada, que ditam a capacidade de acoplar corretamente os motores e seus subsistemas de transmissão. Também é fundamental a resistência da estrutura, analisando-se sua aptidão para suportar as cargas aplicadas sem falhar por ruptura ou escoamento. De forma interligada, a deformação e a rigidez são cruciais; uma deflexão excessiva sob carga pode causar desalinhamento mecânico entre o

motor e o freio dinamométrico, o que invalidaria os resultados dos ensaios e poderia danificar os componentes (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

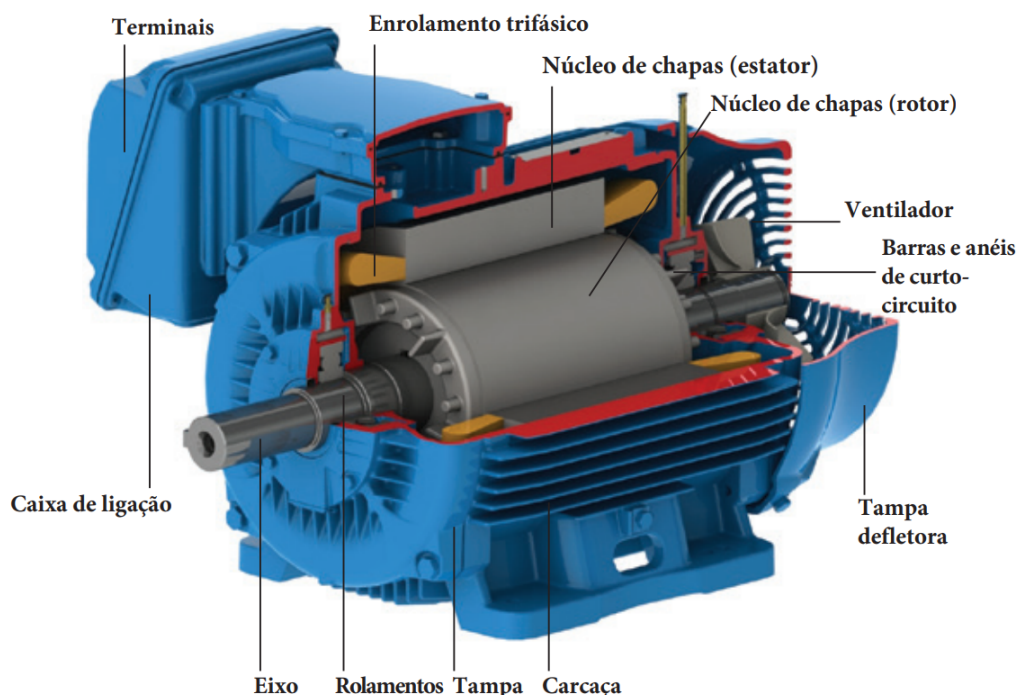
A segurança, confiabilidade e vida útil também são primordiais, garantindo a operação segura pela aplicação de Fatores de Segurança e da análise de resistência à fadiga sob as cargas dinâmicas cíclicas do motor. Além disso, a análise modal é essencial para garantir que suas frequências naturais de vibração não coincidam com as frequências de excitação do motor em sua faixa de operação, evitando a ressonância, que levaria a amplitudes de vibração excessivas e potencialmente destrutivas. Finalmente, as considerações de custo, peso e fabricabilidade guiam a seleção eficiente de materiais e são o principal objetivo da otimização estrutural, que busca a geometria mais leve e barata que ainda satisfaça todos os requisitos de resistência e rigidez.

2.2 REVISÃO DE COMPONENTES E MATERIAIS

A concepção e validação de uma bancada dinamométrica exigem, primeiramente, uma caracterização rigorosa do componente que será submetido a ensaio. No contexto deste trabalho, o objeto de teste são os motores elétricos de tração veicular. A análise desses motores é fundamental não apenas para descrever seu funcionamento, mas, crucialmente, para quantificar as cargas estáticas e as excitações dinâmicas que eles impõem à estrutura da bancada. Esta caracterização estabelece os parâmetros de contorno e os critérios de falha tanto estáticos (baseados no escoamento do material) quanto dinâmicos (baseados na ressonância) que fundamentarão a subsequente análise de elementos finitos (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

A transição da indústria automotiva dos motores de combustão interna para a tração elétrica alterou fundamentalmente os requisitos de teste. Dinamômetros tradicionais eram projetados para acomodar as vibrações de baixa frequência e alta amplitude características dos motores a pistão. Os motores elétricos, por outro lado, introduzem um paradigma de excitação distinto, dominado por componentes de alta frequência. Embora diversas tecnologias existam, o mercado de veículos elétricos de tração é predominantemente dominado por duas topologias principais: o Motor de Indução CA (MI) e o Motor Síncrono de Ímã Permanente (MSIP).

Figura 4 – Motor de Indução (Carcaça 160 a 200)

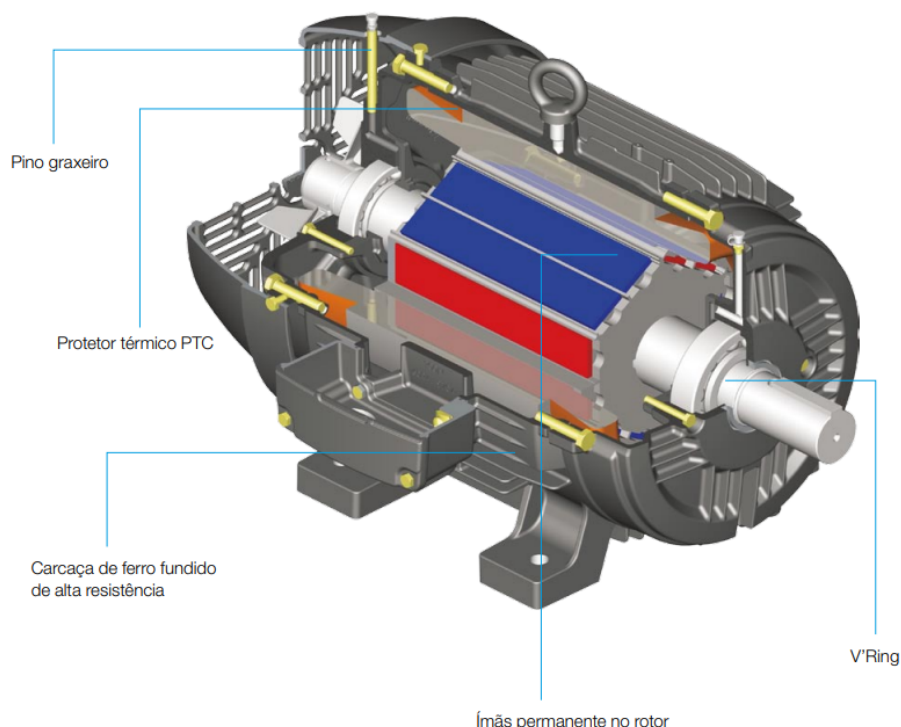


Fonte: WEG (2025).

O Motor de Indução CA (MCA), frequentemente referido como motor assíncrono, opera com base no princípio da indução eletromagnética. Um campo magnético rotativo gerado pelos enrolamentos do estator induz correntes elétricas no rotor (tipicamente uma "gaiola de esquilo"), que por sua vez geram um campo magnético. A interação desses campos produz o torque. A principal vantagem do MI reside em sua robustez e custo de fabricação relativamente baixo, pois não requer ímãs de terras raras. Contudo, sua eficiência tende a ser inferior à dos MSIPS, especialmente sob cargas parciais. Historicamente, esta tecnologia foi utilizada com sucesso pela Tesla em seus primeiros modelos, como nas unidades de tração traseira do Model S e Model X (Morris, 2017).

O Motor Síncrono de Ímã Permanente (MSIP), em contrapartida, utiliza ímãs permanentes de alta energia montados no rotor. O campo magnético do rotor é, portanto, constante e se "sincroniza" com o campo magnético rotativo do estator, eliminando as perdas por escorregamento inerentes ao MI. Isso resulta em uma eficiência energética superior em uma faixa de operação mais ampla e uma densidade de torque significativamente maior (mais potência e torque para um mesmo volume físico). Essas vantagens tornaram o MSIP a escolha dominante para a maioria dos veículos elétricos modernos, incluindo os modelos Tesla Model 3 e Y (Morris, 2017).

Figura 5 – Vista em corte do Motor WMagnet evidenciando o rotor com ímãs permanentes (MSIP)



Fonte: WEG (2025).

Para o projeto da bancada dinamométrica, a estrutura deve ser capaz de suportar as condições operacionais de ambas as tecnologias. A finalidade primária de um dinamômetro é a medição precisa da curva de desempenho do motor, notadamente a relação entre torque, velocidade e eficiência. A integridade estrutural da bancada é, portanto, um requisito metrológico de que a estrutura deve possuir rigidez suficiente, como definido por Marks Mitch e Green (2020), para que sua deflexão sob o torque de reação máximo do motor seja desprezível. Uma deflexão excessiva ou o desalinhamento dos componentes invalidaria a precisão das células de carga responsáveis pela medição do torque. O torque máximo (T_{max}) do motor de tração define, assim, a carga estática principal a ser utilizada na simulação estrutural (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Igualmente crítica é análise das cargas dinâmicas, que justifica a necessidade de uma análise modal. A ausência do ruído de mascaramento de baixa frequência gerado por um motor a combustão torna os ruídos e vibrações de alta frequência, intrínsecos aos motores elétricos e seus inversores de potência, as fontes dominantes de preocupação em avaliações de Ruído, Vibração e Aspereza (RVA). Essas excitações dinâmicas originam-se de múltiplas fontes, como a ondulação de torque (torque ripple), as forças magnéticas radiais no entreferro (harmônicas eletromagnéticas) e a comutação de alta frequência do inversor que alimenta o motor (SAE International, 2025).

Se as frequências dessas excitações operacionais coincidirem com uma das frequências naturais da estrutura da bancada, ocorrerá o fenômeno da ressonância. A ressonância induz uma amplificação descontrolada das vibrações, o que acarreta duas consequências destrutivas para o projeto: primeiramente, o aumento exponencial das tensões cíclicas pode levar à falha por fadiga da estrutura. Em segundo lugar, a própria vibração da bancada contamina os dados medidos, tornando impossível a caracterização RVA precisa do motor – anulando um dos propósitos fundamentais do ensaio (SAE International, 2025).

Portanto, a análise modal exigida neste trabalho não é um exercício acadêmico opcional, mas um requisito de projeto crítico. Seu objetivo é determinar as frequências naturais da bancada para garantir que elas sejam projetadas e, se necessário, otimizadas para estarem suficientemente afastadas das faixas de frequência de excitação conhecidas dos motores de tração veicular (Neto, 2006).

A seleção de um material para um componente de engenharia é uma das decisões fundamentais do processo de projeto, exigindo uma avaliação criteriosa de múltiplos requisitos, muitas vezes conflitantes, que incluem desempenho mecânico, custo, disponibilidade e fabricabilidade. Para a análise estrutural da bancada dinamométrica, é imperativo compreender as propriedades fundamentais que ditam o comportamento do material sob as cargas estáticas de torque e as excitações dinâmicas dos motores (Hibbeler, 2010).

2.2.1 PROPRIEDADES MECÂNICAS FUNDAMENTAIS

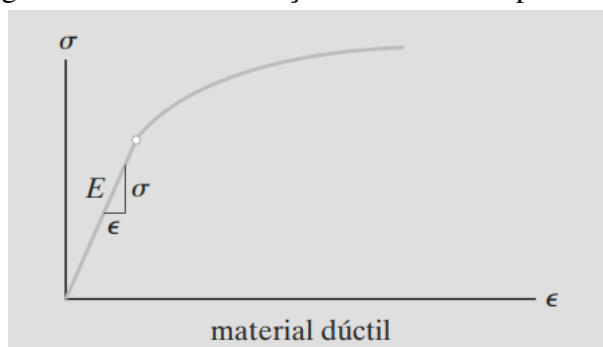
A análise estrutural, seja por métodos analíticos clássicos ou por elementos finitos, baseia-se na quantificação de propriedades mecânicas intrínsecas do material. As propriedades mais relevantes para este projeto são detalhadas abaixo, com base em referências consolidadas da mecânica dos materiais e projeto de máquinas. Algumas das propriedades que podemos citar são: Rigidez, resistência, tenacidade, ductibilidade, fragilidade, resistência a fadiga e densidade (Hibbeler, 2010).

A rigidez (módulo de elasticidade, E) é a medida da resistência de um material à deformação elástica. Dentro do regime elástico, a relação entre tensão (σ) e deformação (ϵ) é descrita pela Lei de Hooke (Hibbeler, 2010):

$$\sigma = E\epsilon \quad (2.1)$$

O módulo de elasticidade, ou Módulo de Young (E), como descrito por Hibbeler (2010), é a constante de proporcionalidade dessa relação. Para a bancada dinamométrica, um módulo de elasticidade elevado é altamente desejável, pois minimiza a deflexão estrutural sob as cargas de torque aplicadas, garantindo o alinhamento dos componentes e a precisão das medições.

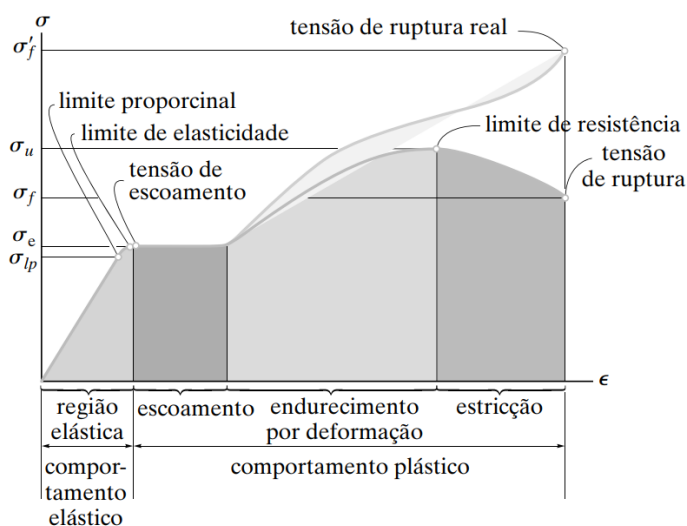
Figura 6 – Diagrama tensão-deformação convencional para um material dúctil



Fonte: Hibbeler (2010).

A resistência (Limite de Escoamento, S_y) define a capacidade do material de suportar uma carga sem sofrer deformação plástica (permanente). O Limite de Escoamento (S_y) é o ponto de tensão no diagrama tensão-deformação onde o material transita do comportamento elástico para o plástico. Na análise de falha estática de componentes dúcteis, o limite de escoamento é o principal critério de projeto. A análise estrutural estática da bancada utilizará a tensão de escoamento como o limite admissível contra o qual as tensões equivalentes (por exemplo, von Mises) serão comparadas para calcular o coeficiente de segurança.

Figura 7 – Curva tensão-deformação típica de um material dúctil e suas regiões características



Fonte: Hibbeler (2010).

Ductilidade é a capacidade do material de sofrer grandes deformações plásticas antes da fratura, enquanto a tenacidade representa a capacidade total de absorver energia (tanto elástica quanto plástica) antes de falhar. Materiais dúcteis, como os aços de baixo carbono, são preferidos para aplicações estruturais em detrimento de materiais frágeis (como o ferro fundido). Um material dúctil apresentará escoamento visível e deformação significativa antes de uma falha catastrófica, servindo como um "aviso" de sobrecarga. Materiais frágeis, por outro lado, falham abruptamente e sem aviso, o que é indesejável para a segurança da bancada (Hibbeler, 2010).

A fadiga é o fenômeno de falha de um material sob carregamento cíclico, mesmo quando a tensão máxima aplicada é significativamente inferior ao limite de escoamento. As excitações dinâmicas de alta frequência geradas pelos motores elétricos induzem dezenas de milhares de ciclos de tensão na estrutura da bancada durante sua vida útil. Embora a análise modal vise evitar a ressonância (que levaria a uma falha por fadiga de baixo ciclo rapidamente), uma boa resistência à fadiga intrínseca do material é um fator de segurança adicional (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

A densidade, ou massa específica (ρ), é a massa por unidade de volume de um material. Esta propriedade não tem relevância direta para a análise estática (exceto pelo peso próprio, que é geralmente desprezível em comparação com as cargas de torque). No entanto, a densidade é um parâmetro crítico para a análise dinâmica e modal (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Estas propriedades formam a base para a seleção do material e servem como os parâmetros de entrada quantitativos que definem o comportamento do modelo matemático na simulação por elementos finitos.

2.2.1.1 SELEÇÃO DE MATERIAL

A aplicação dos critérios teóricos da seção anterior, ponderados pelos requisitos específicos da bancada dinamométrica, permite uma seleção justificada do material. O objetivo é encontrar um balanço ótimo entre desempenho mecânico (estático e dinâmico), requisitos de fabricabilidade e custo.

Dentro da categorização do Desempenho Estático, temos a Rigidez (E) elevada para minimizar a deflexão e Resistência (S_y) suficiente para suportar o torque máximo de reação dos motores com um coeficiente de segurança adequado.

Para o Desempenho Dinâmico, as propriedades de rigidez (E) e densidade (ρ), são as quais determinam as frequências naturais da estrutura. O material deve permitir um projeto cujas frequências naturais evitem as zonas de excitação dos motores elétricos.

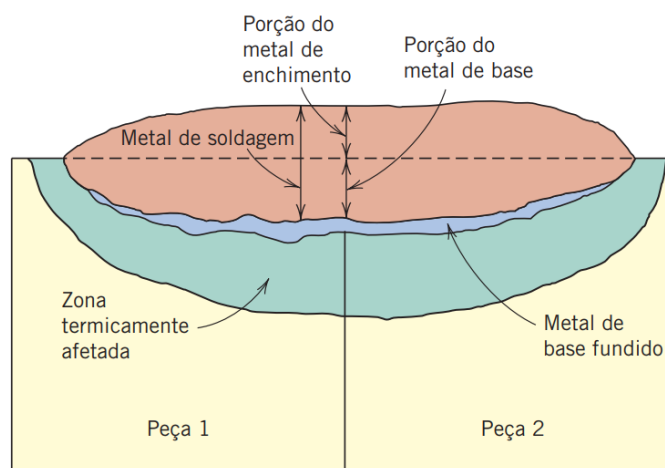
A bancada é uma estrutura de geometria complexa, composta por placas e perfis, que será montada por processo de soldagem. Portanto, o material deve apresentar excelente soldabilidade e boa usinabilidade para a preparação das juntas e acabamento de superfícies críticas (como bases de motores e mancais).

Sendo um equipamento para ensaios e de grande porte, o custo do material deve ser minimizado, desde que não comprometa os requisitos de desempenho e segurança.

Com base nesses critérios, o material selecionado para a estrutura da bancada é o Aço AISI 1020. Esta escolha é justificada não por sua resistência excepcional, aços-liga ou tratados termicamente seriam superiores nesse quesito, mas por representar a intersecção ideal de todos os critérios. O Aço 1020 é um aço de baixo carbono, tipicamente 0,17% a 0,23% de carbono. Sua principal vantagem para esta aplicação é a excelente soldabilidade. O baixo teor de carbono minimiza a formação de martensita na Zona Térmicamente Afetada (ZTA), exemplificado na

Figura 8, durante a soldagem, reduzindo drasticamente o risco de trincas a frio e fragilização, o que é crucial para a integridade de uma estrutura soldada complexa.

Figura 8 – Zonas microestruturais em uma solda por fusão típica (ZTA)



Fonte: Callister & Rethwisch (2012)..

Adicionalmente, o Aço 1020 possui boa usinabilidade, baixo custo e alta disponibilidade no mercado. Do ponto de vista mecânico, ele possui rigidez virtualmente idêntica à de aços-liga muito mais caros. O módulo de elasticidade é uma propriedade intrínseca do aço, pouco afetada por elementos de liga em baixas concentrações e oferece uma resistência ao escoamento considerada suficiente para a maioria das aplicações estruturais que não exigem otimização extrema de peso.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas e físicas do Aço AISI 1020 (Laminado a Frio).

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
módulo de elasticidade	E	207	GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,29	-
Densidade	ρ	7850	kg/m ³
Tensão de Escoamento	S_y	390	MPa
Tensão de Ruptura	S_{ut}	470	MPa

Fonte: Budynas Richard G. e Nisbett (2016).

2.3 FUNDAMENTOS DE ANÁLISE ESTATICA (RESISTÊNCIA E RIGIDEZ)

No cerne do dimensionamento de componentes mecânicos existem dois conceitos fundamentais, porém distintos: resistência e rigidez. A compreensão da diferença entre eles é crucial para o projeto de qualquer estrutura, especialmente para um equipamento de medição como a bancada dinamométrica.

Budynas Richard G. e Nisbett (2016) separam o projeto de componentes mecânicos em duas filosofias principais: projeto baseado em resistência e projeto baseado em rigidez. O projeto baseado em resistência, ou tensão, foca em prevenir a falha do componente, seja por ruptura frágil ou por escoamento plástico. Esta abordagem garante que a tensão máxima de trabalho seja menor que a resistência admissível do material, conforme definido pelos modos de falha e fatores de segurança.

Por outro lado, o projeto baseado em rigidez, ou deflexão, foca em garantir que a geometria do componente não se deforme excessivamente sob a aplicação de carga, mesmo que as tensões internas estejam em níveis seguros. Em muitas aplicações de máquinas-ferramenta, eixos de transmissão e estruturas de precisão, a rigidez, e não a resistência, é o critério de projeto dominante (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

No projeto da bancada dinamométrica, a inter-relação entre esses dois conceitos é evidente. Uma decisão de projeto que visa aumentar a rigidez, como aumentar a altura de uma viga, o que aumenta drasticamente seu momento de inércia, geralmente resulta em um aumento da resistência, pois a tensão de flexão diminui. Contudo, o inverso não é necessariamente verdadeiro. É possível substituir um aço por outro de maior resistência, maior S_y , mas com o mesmo módulo de elasticidade, o que aumentaria a resistência da estrutura sem alterar sua rigidez. Para a bancada, cujo desempenho depende criticamente da precisão das medições, a rigidez é o fator dominante (Budynas Richard G. e Nisbett, 2016).

Como a maioria dos aços estruturais possui um módulo de elasticidade muito similar, a seleção de um aço de ultra-alta resistência traria pouco ou nenhum benefício para a rigidez. Portanto, a otimização da estrutura da bancada será primariamente um exercício de otimização geométrica para maximizar a rigidez, maximizando o momento de inércia de área de seus membros estruturais, e não um exercício de seleção de materiais para maximizar a resistência (Hibbeler, 2010).

2.3.1 CONCEITOS DE TENSÃO

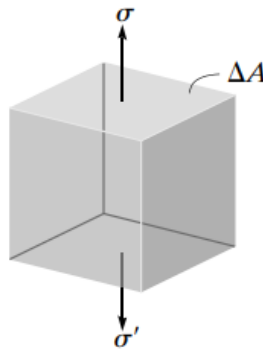
A transição da estática para a resistência dos materiais é marcada pela introdução do conceito de tensão. Enquanto a estática determina as forças e momentos externos e internos, resultantes, em um corpo em equilíbrio, a resistência dos materiais analisa a distribuição dessas forças internas dentro do corpo. A tensão é a medida da intensidade dessa força interna por unidade de área em um ponto específico.

Para uma estrutura complexa como uma bancada dinamométrica, que estará sujeita a cargas combinadas-como o peso estático do motor de tração, o peso do dinamômetro e, crucialmente, as elevadas reações de torque geradas durante os ensaios-a análise de tensão é fundamental para garantir a integridade estrutural. A falha em um ponto não é determinada pela força total no componente, mas pela tensão local excedendo a resistência do material naquele ponto. A análise subsequente decompõe o estado geral de tensão em seus componentes fundamentais: tensão normal e tensão de cisalhamento, que coexistem na estrutura da bancada.

A tensão normal, designada pelo símbolo grego σ , é a componente da tensão que atua perpendicularmente a um plano de corte imaginário através de um ponto. Esta tensão é gerada por cargas axiais, tração ou compressão, ou por momentos fletores. Para um carregamento axial centrado P , assim como na Figura 9, aplicado a uma barra com área de seção transversal A , a tensão normal média é dada pela equação fundamental:

$$\sigma(x) = \frac{P(x)}{A(x)} \quad (2.2)$$

Figura 9 – Definição de tensão normal perpendicular à área de seção transversal

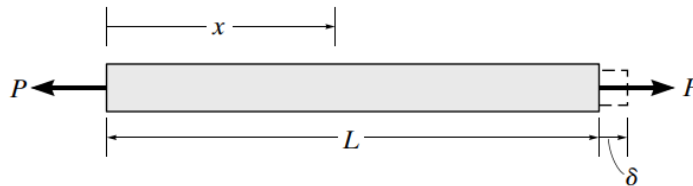


Fonte: Hibbeler (2010).

Esta é uma tensão de tração se a barra é alongada ou de compressão se é encurtada. E a deformação é definida por:

$$\epsilon = \frac{d\delta}{dx} \quad (2.3)$$

Figura 10 – Carga axial constante em uma barra de seção transversal constante



Fonte: Hibbeler (2010).

Relacionando essas equações com a Equação 2.1:

$$\frac{P(x)}{A(x)} = E \left(\frac{d\delta}{dx} \right) \quad (2.4)$$

$$d\delta = \frac{P(x) dx}{A(x)E} \quad (2.5)$$

Dessa forma, para um comprimento de barra (L), temos a seguinte expressão para o deslocamento:

$$\delta = \int_0^L \frac{P(x) dx}{A(x)E} \quad (2.6)$$

Se a força interna também for constante ao longo de todo o comprimento da barra devido à aplicação de cargas apenas nas extremidades, a integração da equação resulta na seguinte expressão algébrica direta.

$$\delta = \frac{PL}{AE} \quad (2.7)$$

Contudo, é comum encontrar cenários onde a barra é submetida a várias forças axiais em pontos intermediários, ou onde ocorrem mudanças abruptas na área da seção transversal ou no material ao longo do comprimento. Para estes casos, aplica-se o princípio da superposição a cada segmento da barra onde as quantidades P , A e E permanecem constantes. O deslocamento total de uma extremidade em relação à outra é determinado, então, pela soma algébrica dos deslocamentos de cada segmento individual:

$$\delta = \sum \frac{PL}{AE} \quad (2.8)$$

No contexto da bancada dinamométrica, a principal fonte de tensão normal em seus componentes estruturais, como vigas de suporte, travessas e colunas, não é a carga axial mas sim a flexão. O peso do motor elétrico de tração e do próprio freio dinamométrico atua como uma carga transversal sobre a estrutura, gerando momentos fletores (M). De acordo com a teoria clássica de vigas (Euler-Bernoulli), a tensão normal de flexão em um ponto é calculada pela fórmula:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad (2.9)$$

Onde I é o momento de inércia da área da seção transversal em relação ao eixo neutro, e c é a distância perpendicular desse eixo até o ponto de interesse.

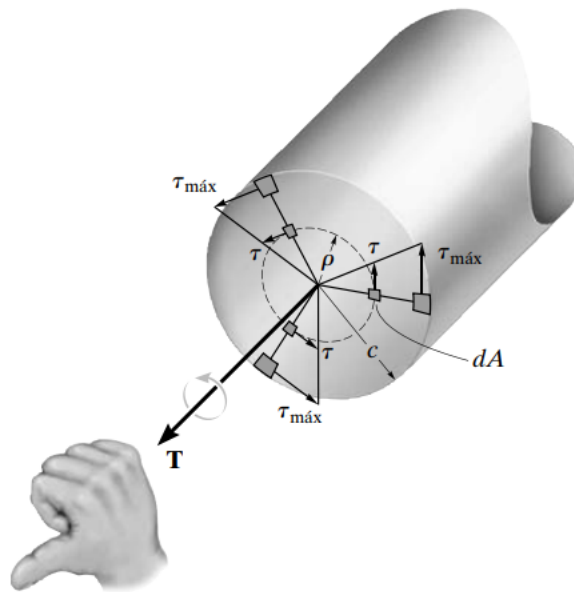
A tensão normal de flexão é máxima nas fibras mais externas da viga, resultando em tração máxima em uma superfície e compressão máxima na superfície oposta. Embora a fórmula da flexão seja vital para o dimensionamento preliminar, a geometria real de uma bancada é uma montagem complexa, e não uma viga simples.

A Análise de Elementos Finitos, conforme detalhado por Filho (2000), supera essa limitação. O método de elementos finitos discretiza a estrutura contínua em uma malha de elementos, calcula o campo de deslocamentos nodais U e, a partir das derivadas desses deslocamentos,

determina o estado de tensão, incluindo σ , em cada elemento da estrutura.

Já a tensão de cisalhamento, designada por τ , é a componente da tensão que atua tangencialmente ao plano de corte. Na bancada dinamométrica, a tensão de cisalhamento é gerada por duas fontes principais: cisalhamento transversal e torção, exemplificado na Figura 11. O cisalhamento transversal é induzido pela força cortante (V) que acompanha o momento fletor em vigas submetidas a cargas transversais. Esta tensão é tipicamente máxima ao longo do eixo neutro da viga.

Figura 11 – Distribuição da tensão de cisalhamento em uma seção transversal circular sujeita a torque



Fonte: Hibbeler (2010)..

Além disso, o cisalhamento transversal é o modo de sollicitação primário para os elementos de fixação, como juntas aparafusadas ou pinadas, que conectam o motor de tração e o dinamômetro à estrutura da bancada. A falha desses componentes ocorreria por corte através de suas seções transversais, devido à ação de forças cortantes (V). No entanto, a fonte mais crítica de tensão de cisalhamento na estrutura é a torção. O objetivo da bancada é medir o torque gerado pelo motor elétrico. Pela terceira lei de Newton, o torque aplicado pelo motor ao dinamômetro gera um momento de reação (M_t) de igual magnitude e sentido oposto, que deve ser absorvido pela estrutura através dos suportes. Este momento torsor induz tensões de cisalhamento em toda a estrutura, especialmente nos membros que atuam como braço de alavanca. Para eixos circulares simples, essa tensão é dada por:

$$\tau = \frac{Tr}{J} \quad (2.10)$$

Onde J é o momento polar de inércia da seção e r é a distância radial do centro.

Nos pontos de fixação do motor, a estrutura da bancada experimenta um estado combinado de tensão: a flexão causa tensões normais (σ) e a reação de torque causa tensões de cisalhamento (τ). Em qualquer ponto crítico, como cantos ou furos (concentradores de tensão), estas tensões coexistem. Analisar σ e τ isoladamente é insuficiente para prever a falha.

2.3.2 LINHA ELÁSTICA E O TEORAME DE STEINER

Para validar as simulações numéricas complexas que serão apresentadas neste trabalho, utiliza-se a teoria clássica de vigas como base de comparação analítica. A relação entre a carga aplicada e a deformação resultante em regime elástico linear é governada pela equação diferencial da linha elástica:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (2.11)$$

Onde $M(x)$ é o momento fletor, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção.

A aplicação dessas equações analíticas em uma estrutura soldada requer o cálculo das propriedades geométricas da seção transversal composta. O momento de inércia total (I_{total}) em relação ao eixo neutro é obtido através do teorema dos eixos paralelos (Steiner):

$$I_{total} = \sum (I_i + A_i d_i^2) \quad (2.12)$$

Onde I_i é o momento de inércia de cada chapa individual em relação ao seu centroide, A_i é a área da seção da chapa e d_i é a distância entre o centroide da chapa e a linha neutra global da peça.

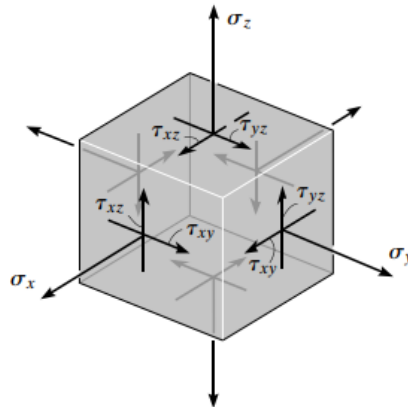
É importante notar que a teoria de Euler-Bernoulli assume que as seções planas permanecem planas após a deformação e despreza a deformação por cisalhamento. Dada a espessura robusta das chapas, superiores a 25,4 mm, efeitos de cisalhamento abordados pela teoria de Timoshenko podem estar presentes.

2.3.3 TEORIA DA ELASTICIDADE E MECÂNICA DO CONTÍNUO

A precisão de qualquer solução de engenharia depende da robustez de seus fundamentos teóricos. Esses fundamentos, são baseados nos princípios de campo escalar, vetorial e tensorial descritos por Sadd (2020), aplicando-os ao contexto específico de um sólido elástico isotrópico.

A descrição do estado de tensão, como visto na Figura 12, na carcaça requer o uso de tensores de segunda ordem. Conforme fundamentado por Sadd (2020), o estado de tensão em um ponto é definido pelo tensor de Cauchy σ_{ij} . Para o material utilizado, o aço 1020, é assumido a homogeneidade e isotropia.

Figura 12 – Estado geral de tensão atuando em um elemento de volume infinitesimal



Fonte: Hibbeler (2010)..

O campo de deslocamento u_i é representado pelo vetor $\mathbf{u} = \{u, v, w\}$, que na Figura 13 é demonstrado em um plano, que descreve a posição espacial de cada partícula material no estado deformado. Para fins de análise, define-se o parâmetro δ_{topo} como a magnitude do vetor deslocamento resultante na superfície superior da carcaça

O campo de deformação e_{ij} relaciona-se diretamente aos gradientes espaciais dos deslocamentos. Considerando a elevada rigidez do aço frente à carga aplicada de 2500 Nm, assume-se a hipótese de pequenas deformações. Sob esta condição de linearidade geométrica, utiliza-se o tensor de deformação linear de Cauchy:

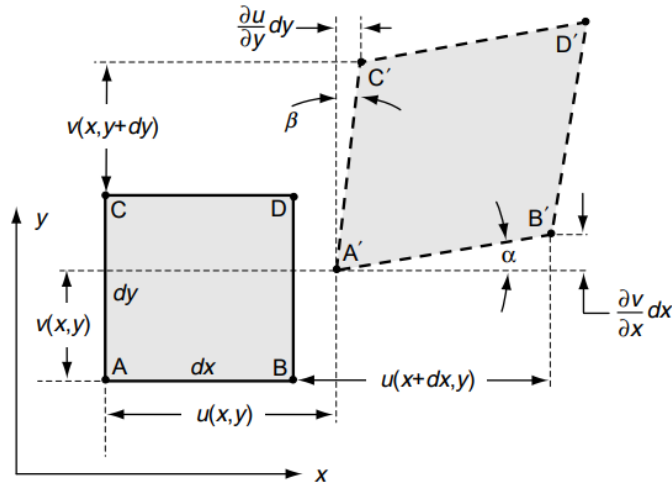
$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.13)$$

Alternativamente, utilizando a notação direta vetorial/matricial, o estado de deformação pode ser expresso como:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (2.14)$$

Onde $\mathbf{e}$ representa a matriz de deformação, $\nabla \mathbf{u}$ é a matriz gradiente de deslocamento e $(\nabla \mathbf{u})^T$ é a sua transposta.

Figura 13 – Representação esquemática da deformação de cisalhamento e distorção angular no plano



Fonte: Sadd (2020)

Esta relação cinemática é fundamental para garantir que a solução proposta satisfaça a compatibilidade geométrica, ou seja, que a carcaça não sofra rasgos ou sobreposições de matéria durante a carga.

Para que a solução analítica seja válida, ela deve satisfazer as equações de equilíbrio de Navier. Na ausência de forças de corpo significativas o peso próprio é desprezível comparado ao torque de operação:

$$\sigma_{ji,j} = 0 \quad (2.15)$$

No contexto da análise bidimensional, assumindo o estado plano de deformação na seção transversal da carcaça, as equações governantes simplificam-se para

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (2.17)$$

Conforme demonstrado por Timoshenko & Goodier (1970), em problemas de elasticidade plana, a solução do campo de tensões pode ser reduzida à determinação de uma Função de Tensão de Airy (ϕ) que satisfaça a equação biarmônica $\nabla^4 \phi = 0$. Embora a resolução explícita desta equação para a geometria complexa da carcaça não seja o foco desta análise, a premissa de variação suave das tensões nas regiões afastadas das singularidades justifica a aplicação da hipótese de seções planas para o corpo principal da estrutura

A continuidade do campo de deslocamentos é assegurada pelas equações de compatibilidade de Saint-Venant. No modelo analítico proposto, essa compatibilidade é imposta na interface

entre a base da carcaça e a fundação, onde a rotação da base deve igualar-se à rotação induzida pela deformação elástica dos elementos de fixação.

Como o material especificado é o Aço SAE 1020. Para análise elástica, suas propriedades são bem definidas e apresentam comportamento linear isotrópico até o limite de escoamento.

Utilizando a Lei de Hooke Generalizada para materiais isotrópicos:

$$e_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2.18)$$

Módulo de Cisalhamento (G):

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \approx 80,2 \text{ GPa}. \quad (2.19)$$

A validade da solução analítica, pressupõe que as tensões resultantes permaneçam abaixo da tensão de escoamento. Dada a magnitude do momento e a robustez da seção transversal, esta premissa é segura para o corpo da carcaça, devendo ser verificada apenas nos parafusos.

2.3.4 TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO E A INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO

A validação analítica de componentes estruturais submetidos à flexão é classicamente fundamentada na Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli. Esta teoria parte da premissa cinemática de que as seções transversais planas do componente, inicialmente perpendiculares ao eixo neutro, permanecem planas e perpendiculares ao eixo deformado após a aplicação da carga. Embora essa hipótese seja satisfatória para vigas esbeltas (onde o comprimento é significativamente maior que a altura da seção, tipicamente $L/h > 10$), ela negligencia a deformação angular causada pela tensão de cisalhamento.

No contexto da bancada dinamométrica desenvolvida neste trabalho, a base estrutural apresenta uma geometria robusta, caracterizada por uma baixa razão de esbeltez (viga curta). Em estruturas com essas proporções, a contribuição da deformação por cisalhamento torna-se não desprezível. A aplicação exclusiva da teoria clássica de Euler-Bernoulli tenderia a subestimar a deflexão total, resultando em uma rigidez analítica artificialmente superior à real, que seria um erro não conservador.

Para mitigar esse erro e obter uma correlação mais precisa com a análise por elementos finitos que resolve as equações gerais da elasticidade, incluindo todos os modos de deformação, adota-se a teoria de vigas de Timoshenko (ou Teoria de Vigas Espessas).

A teoria de Timoshenko relaxa a restrição de normalidade de Euler-Bernoulli. Ela assume que a seção transversal permanece plana, mas não necessariamente perpendicular ao eixo deformado. A rotação total da seção transversal (θ) é, portanto, dada pela soma da rotação devido à flexão e da distorção angular média devido ao cisalhamento (γ):

Em que, δ_{base} é o deslocamento devido à rotação de corpo rígido da carcaça causada pela extensão elástica dos parafusos de fixação e δ_{corpo} é o deslocamento devido à deformação elástica (flexão/cisalhamento) da estrutura da carcaça entre a base e o topo.

Dessa forma,

$$\delta_{topo} = \delta_{base} + \delta_{corpo} \quad (2.20)$$

ou,

$$\delta_{total} = \delta_{flexao} + \delta_{cisalhamento} \quad (2.21)$$

A rotação da base por elasticidade dos parafuso, é, invariavelmente, um dos componente dominante em estruturas de aço robustas fixadas por parafusos. A carcaça atua como uma alavanca rígida que gira em torno de um ponto de apoio na base.

Logo, sob a ação de um momento de tombamento M , a distribuição de pressão na base altera-se, necessitando assim, a definição do eixo de rotação. Se houvesse pré-tensão infinita, a carcaça giraria em torno do centro geométrico da base. Com pré-tensão finita e sob carga, a tendência é a "abertura" da junta no lado tracionado. O eixo de rotação desloca-se para a borda externa do lado comprimido ou para o centróide da linha de parafusos comprimida.

Para o modelo de Timoshenko assumiremos que o eixo de rotação situa-se na linha de centro dos parafusos do lado comprimido. Isso simplifica o cálculo e fornece uma estimativa realista da rigidez máxima possível antes da separação total. Alternativamente, podemos usar a distância entre as linhas de parafusos como o braço de alavanca efetivo do binário resistente

2.3.4.1 FORÇA E DEFORMAÇÃO NOS PARAFUSOS

A análise da rigidez da união parafusada baseia-se no modelo de equilíbrio estático de corpo rígido sob a ação de um momento de tombamento M . Neste modelo, assume-se que o momento aplicado tende a separar a base da fundação em uma extremidade e comprimi-la na extremidade oposta.

Considera-se que o eixo de rotação situa-se na linha de centro dos fixadores na zona comprimida, a uma distância b da linha de centro dos fixadores tracionados. A condição de equilíbrio de momentos exige que a força de reação total (F_T) gerada pelo grupo de parafusos tracionados gere um momento restaurador equivalente a M :

$$M = F_T \cdot b \quad (2.22)$$

Isolando-se a força resultante de tração:

$$F_T = \frac{M}{b} \quad (2.23)$$

Assumindo uma distribuição uniforme de carga entre os fixadores e denotando n como o número de parafusos atuantes na zona tracionada, a força de tração individual solicitante em cada parafuso (F_p) é determinada por:

$$F_p = \frac{F_T}{n} = \frac{M}{n \cdot b} \quad (2.24)$$

A deformação axial e a rigidez de cada fixador são governadas por sua geometria e propriedades elásticas. A área resistente à tração, ou área de tensão (A_s), é calculada em função do diâmetro nominal (d) e do passo da rosca (p), conforme padronizado pela norma ISO 898-1 (2013):

$$A_s = \frac{\pi}{4}(d - 0,9382 \cdot p)^2 \quad (2.25)$$

O alongamento elástico (ΔL) experimentado pelos parafusos na zona tracionada é descrito pela Lei de Hooke, considerando a força atuante, o comprimento efetivo do fixador e o módulo de elasticidade do material (E):

$$\Delta L = \frac{F_p \cdot L_{eff}}{A_s \cdot E} \quad (2.26)$$

Onde L_{eff} representa o comprimento efetivo de deformação do parafuso. Em juntas aparafusadas, este parâmetro deve considerar não apenas a espessura da placa fixada (t_{base}), mas também a porção engajada na rosca e a deformação da própria porca ou furo roscado. Conforme recomendações práticas de projeto, como as apresentadas por Budynas Richard G. e Nisbett (2016), o comprimento efetivo pode ser aproximado pela soma da espessura da chapa e metade do diâmetro nominal do fixador:

$$L_{eff} \approx t_{base} + \frac{d}{2} \quad (2.27)$$

2.3.4.2 ROTAÇÃO DA BASE

A rotação da estrutura (θ) é modelada geometricamente considerando o levantamento provocado pelo alongamento elástica (ΔL) do grupo de parafusos tracionados em relação ao ponto de

pivô, situado na zona comprimida a uma distância b .

Fundamentando-se na compatibilidade geométrica dos deslocamentos e assumindo a hipótese de pequenos ângulos, a rotação da base pode ser aproximada pela razão trigonométrica linear apresentada na Equação 2.28:

$$\theta \approx \frac{\Delta L}{b} \quad (2.28)$$

Para obter a relação direta entre o carregamento externo e a rotação, substitui-se o termo de deformação ΔL pela expressão derivada da Lei de Hooke e a força por parafuso F_p pela sua definição em função do momento M e do número de fixadores tracionados n . Dessa manipulação algébrica, obtém-se a expressão geral para a rotação da base:

$$\theta = \frac{1}{b} \left(\frac{F_p \cdot L_{eff}}{A_s \cdot E} \right) = \frac{1}{b} \left[\frac{\left(\frac{M}{n \cdot b} \right) \cdot L_{eff}}{A_s \cdot E} \right] \quad (2.29)$$

Simplificando a expressão, chega-se à formulação final descrita na

$$\theta = \frac{M \cdot L_{eff}}{n \cdot b^2 \cdot A_s \cdot E} \quad (2.30)$$

Esta formulação evidencia que a rotação da base é inversamente proporcional ao número de fixadores na zona tracionada (n) e, de forma mais significativa, ao quadrado do braço de alavanca (b^2), demonstrando a importância crítica da geometria da base na rigidez rotacional do conjunto.

2.3.4.3 DESLOCAMENTO NO TOPO DEVIDO À ROTAÇÃO

O deslocamento lateral resultante no topo da estrutura (δ_{base}), considerando uma altura de referência H_{topo} em relação ao plano de fixação, é determinado pela projeção cinemática da rotação da base.

Assumindo a hipótese de pequenos deslocamentos, onde o arco pode ser aproximado pela tangente, a deflexão horizontal é obtida pelo produto da rotação (θ) pelo braço de alavanca vertical, conforme a Equação 2.31:

$$\delta_{base} = \theta \cdot H_{topo} \quad (2.31)$$

Substituindo-se a expressão da rotação da base derivada na seção anterior (Equação 26) nesta relação geométrica, obtém-se a formulação geral para a estimativa da deflexão no topo causada exclusivamente pela complacência dos elementos de fixação:

$$\delta_{base} = \left(\frac{M \cdot L_{eff}}{n \cdot b^2 \cdot A_s \cdot E} \right) \cdot H_{topo} \quad (2.32)$$

Reorganizando os termos, chega-se à Equação 2.33:

$$\delta_{base} = \frac{M \cdot L_{eff} \cdot H_{topo}}{n \cdot b^2 \cdot A_s \cdot E} \quad (2.33)$$

Esta equação modela matematicamente o fenômeno de "corpo rígido sobre apoios elásticos". A análise desta relação demonstra que o deslocamento lateral no topo é amplificado linearmente pela altura da estrutura (H_{topo}), mas é mitigado quadraticamente pelo aumento da distância entre os fixadores (b) e linearmente pelo número de parafusos tracionados (n) e sua rigidez axial ($A_s E$).

2.3.4.4 DEFORMAÇÃO ELÁSTICA DO CORPO (FLEXÃO)

Embora a estrutura seja projetada para alta rigidez, o modelo analítico deve considerar a contribuição elástica do corpo da carcaça. O sistema é modelado simplificadamente como uma viga em balanço engastada na base, submetida ao momento fletor M .

Sob a premissa da Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli, a curvatura (κ) induzida pelo momento em uma seção de rigidez à flexão $E \cdot I_{xx}$ é expressa pela Equação 2.34:

$$\kappa = \frac{M}{EI_{xx}} \quad (2.34)$$

Para a determinação correta do perfil de deformação, considera-se a distribuição real do carregamento: o torque M é aplicado na altura da linha de centro do eixo (H_{eixo}) e reage na base ($y = 0$). Consequentemente, a região da estrutura situada acima do eixo ($y > H_{eixo}$) não é submetida ao fluxo de tensões de flexão primárias, comportando-se cinematicamente como um corpo rígido que translada e rotaciona em função da deformação da região inferior. A rotação acumulada devido à flexão (θ_{flex}) até a altura do eixo é obtida pela integração da curvatura ao longo do comprimento carregado:

$$\theta_{flex} = \int_0^{H_{eixo}} \frac{M}{EI(y)} dy \quad (2.35)$$

Assumindo a simplificação de que o momento de inércia médio da seção (I_{xx}) é constante e que o momento M atua uniformemente até a altura H_{eixo} , a rotação na linha de centro do eixo é dada por:

$$\theta_{eixo} = \frac{M \cdot H_{eixo}}{E \cdot I_{xx}} \quad (2.36)$$

O deslocamento lateral total no topo da estrutura (δ_{corpo}), na altura H_{topo} , é composto pela superposição de duas parcelas: a deflexão elástica acumulada até a altura do eixo (δ_{eixo}) e o deslocamento geométrico resultante da projeção da rotação θ_{eixo} sobre o segmento superior livre de momento ($H_{topo} - H_{eixo}$).

$$\delta_{corpo} = \delta_{eixo} + \theta_{eixo} \cdot (H_{topo} - H_{eixo}) \quad (2.37)$$

Para uma viga em balanço submetida a um momento concentrado na extremidade livre (neste caso, em H_{eixo}), a deflexão elástica é definida classicamente por:

$$\delta_{eixo} = \frac{MH_{eixo}^2}{2EI_{xx}} \quad (2.38)$$

Substituindo-se as Equações 2.36 e 2.38 em 2.37, obtém-se a formulação geral para a deformação elástica do corpo:

$$\delta_{corpo} \approx \frac{MH_{eixo}^2}{2EI_{xx}} + \frac{MH_{eixo}}{EI_{xx}}(H_{topo} - H_{eixo}) \quad (2.39)$$

Dada a geometria da base da bancada, a análise preliminar indicou uma razão de aspecto que classifica o componente na região de transição entre viga e placa espessa. O uso da formulação de Timoshenko é, portanto, mandatório para garantir uma validação analítica que não apenas verifique a ordem de grandeza dos resultados numéricos, mas que também capture a física do fenômeno de deformação por corte, inerente a suportes de alta rigidez e baixo comprimento. A formulação de Timoshenko é embutida nos cálculos do software de simulação.

2.3.5 MODO DE FALHA ESTÁTICA

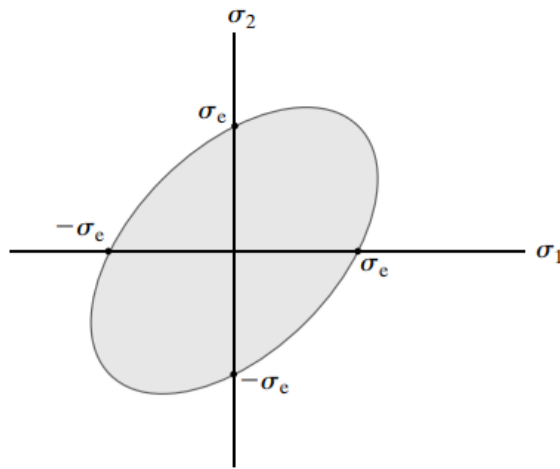
A falha estática ocorre sob a ação de cargas aplicadas lentamente, que não variam com o tempo. Para a bancada, isso corresponde à análise sob o peso próprio dos componentes, como o motor e o dinamômetro, e à aplicação de um torque de pico sustentado.

Em quase todos os pontos da estrutura, exceto em raras exceções, o carregamento como a combinação de torção do motor e flexão devida à fixação no piso induzirá um estado multiaxial de tensões. MEF revelará a presença simultânea de múltiplas componentes de tensão (tensões normais $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ e tensões cisalhantes $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$). Nestas condições, não é possível avaliar a falha comparando uma única componente de tensão (como σ_x) com a tensão de escoamento (S_y) do material, que é obtida de um ensaio de tração uniaxial.

Para resolver este problema, utilizam-se as teorias de falha estática, que combinam os múltiplas componentes de tensão em uma única tensão equivalente. Esta tensão escalar pode ser diretamente comparada com a S_y uniaxial.

Para a avaliação da integridade estrutural em materiais dúcteis, a literatura técnica destaca duas metodologias predominantes. A abordagem mais amplamente adotada, devido à sua precisão, é a teoria da energia de distorção, conhecida como critério de von Mises, ilustrada na Figura 14.

Figura 14 – Elipse de von Mises para o estado plano de tensão



Teoria da energia de distorção máxima

Fonte: Hibbeler (2010).

O postulado define que a falha por escoamento se inicia quando a energia de deformação associada à mudança de forma no ponto analisado iguala a energia observada no início do escoamento durante um ensaio de tração uniaxial simples. Matematicamente, o critério de falha é estabelecido quando a tensão equivalente supera a resistência do material:

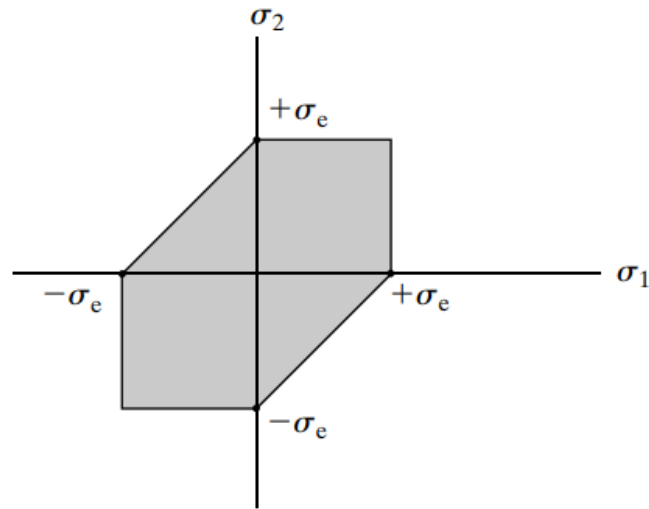
$$\sigma' \geq S_y \quad (2.40)$$

Neste contexto, o fator de segurança estático (n_y) é determinado pela razão entre a tensão de escoamento e a tensão equivalente máxima atuante, conforme a expressão:

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{max}} \quad (2.41)$$

Alternativamente, e com grande relevância histórica, aplica-se a teoria da tensão cisalhante máxima, ou critério de Tresca, como visto na Figura 15.

Figura 15 – Envoltória de falha segundo o critério de Tresca para o estado plano de tensões



Teoria da tensão de cisalhamento máxima

Fonte: Hibbeler (2010).

Considerada ligeiramente mais conservadora que a teoria da energia de distorção, ela postula que o regime elástico cessa e o escoamento ocorre quando a tensão cisalhante máxima absoluta no ponto (τ_{max}) atinge a tensão limite de cisalhamento. A condição crítica é definida pela semi-diferença das tensões principais extremas (σ_1 e σ_3), igualada à metade da tensão de escoamento (S_y):

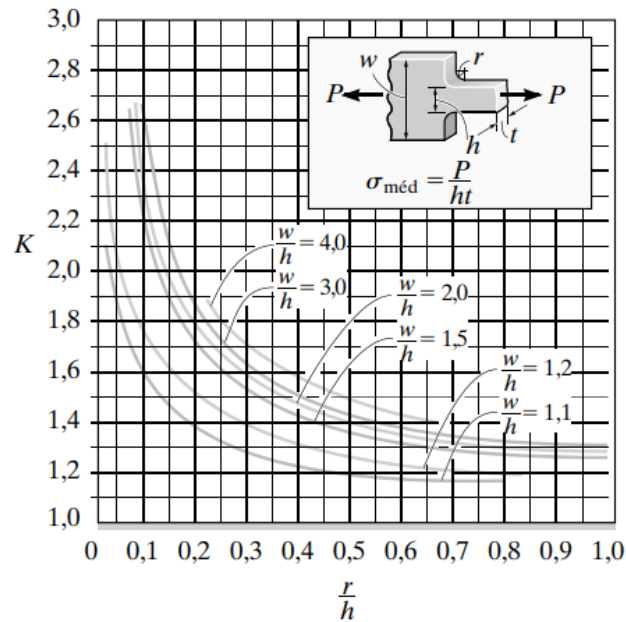
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{S_y}{2} \quad (2.42)$$

Um aspecto crítico na interpretação dos resultados de MEF para falha estática em materiais dúcteis refere-se aos concentradores de tensão, exemplificado na Figura 16, entre os concentradores de tensão temos os furos, cantos vivos, raios de concordância). Embora o MEF mostre picos de tensão elevados nessas regiões associados ao fator de concentração de tensão teórica, K_t .

$$K = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{e}d}} \quad (2.43)$$

Esses picos geralmente são desconsiderados na análise estática. Isso ocorre porque o material dúctil escoar localmente na ponta do concentrador.

Figura 16 – Fator de concentração de tensão (K_t) para uma chapa plana com furo central sob tração axial



Fonte: Hibbeler (2010).

Essa micro-deformação plástica aumenta o raio de curvatura efetivo do canto e redistribui a tensão para as regiões vizinhas. O componente como um todo não falha até que a seção transversal inteira atinja o escoamento generalizado. Portanto, na análise estática, o engenheiro deve focar nas tensões nominais da seção, ignorando singularidades de malha em cantos agudos. Esta abordagem é diametralmente oposta à da análise de fadiga.

2.3.6 TENSÃO EQUIVALENTE (VON MISES)

Quando um ponto em um componente estrutural está sujeito a um estado multiaxial de tensão (por exemplo, σ_x devido à flexão e τ_{xy} devido à torção), surge um problema fundamental: como comparar esse estado de tensão combinado com a resistência do material, que é tipicamente determinada por um ensaio de tração uniaxial simples que fornece a tensão de escoamento.

A resposta é fornecida pelas teorias de falha para materiais dúcteis, visto que a bancada será predominantemente construída em aço estrutural, um material dúctil. A teoria mais precisa, robusta e universalmente adotada na engenharia mecânica para materiais dúcteis é a teoria da energia de distorção (TED), também conhecida como critério de escoamento de von Mises.

$$u_d = \frac{1 + \nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.44)$$

A teoria da energia de distorção postula que o escoamento, indicador do início da deformação plástica permanente, não é causado pela tensão hidrostática, pressão uniforme, que apenas altera o volume, mas sim pela energia de distorção, a energia associada à mudança de forma, no material. O critério de von Mises afirma que o escoamento começa quando a energia de distorção

por unidade de volume em um estado de tensão multiaxial atinge o mesmo valor da energia de distorção por unidade de volume no momento do escoamento em um ensaio de tração uniaxial.

A Tensão Equivalente de von Mises (σ') é a expressão matemática que consolida este critério. Ela converte o tensor de tensão complexo em um único valor escalar que pode ser diretamente comparado com a tensão de escoamento uniaxial S_y . Para um estado geral de tensão triaxial, definido pelas tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , a tensão de von Mises é dada por:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (2.45)$$

Para o caso comum de estado plano de tensão (onde $\sigma_3 = 0$, que é representativo da superfície da estrutura da bancada onde coexistem a tensão normal de flexão (σ_x) e a tensão de cisalhamento de torção (τ_{xy}), a equação simplifica-se para:

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (2.46)$$

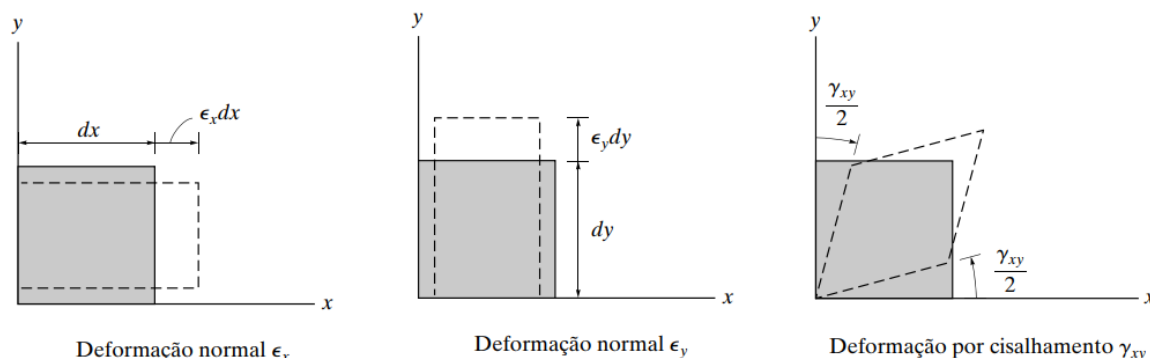
Na prática da simulação por MEF, o resultado gráfico comumente rotulado como "Equivalent Stress" ou "von Mises Stress" é precisamente o cálculo de σ' em cada nó ou elemento da malha. Este valor é a métrica final utilizada na análise estrutural estática para verificar a segurança do projeto.

2.3.6.1 CONCEITOS DE DEFLEXÃO E TEORIA DE VIGAS

Como definido anteriormente, a resistência é a capacidade de um material ou componente de suportar cargas sem sofrer falha. A falha pode se manifestar de duas formas principais: escoamento, que é uma deformação plástica permanente, ou fratura, que é a separação do material em duas ou mais partes. A resistência é primariamente uma função das propriedades intrínsecas do material, como o limite de escoamento (S_y) e o limite de resistência à tração (S_{ut}), que são determinados experimentalmente e representados no diagrama tensão-deformação. O critério de projeto baseado em resistência garante que a tensão máxima induzida no componente (σ_{max}) permaneça abaixo da tensão admissível do material (σ_{adm}), que é a resistência do material dividida por um coeficiente de segurança (n).

Entretanto, a análise de uma estrutura não se limita à verificação das tensões. O desempenho de uma máquina ou componente estrutural é frequentemente governado pela sua deformação sob carga. A deflexão (ou deslocamento), designada por δ (delta) ou y , é a magnitude do deslocamento de um ponto estrutural quando uma carga é aplicada. A deflexão é um resultado direto do acúmulo de deformações elásticas ao longo do componente.

Figura 17 – Componentes de deformação normal e deformação por cisalhamento no plano



Fonte: Hibbeler (2010)..

Para uma bancada dinamométrica, a rigidez estrutural não é meramente um requisito de resistência; é um requisito funcional crítico. Uma bancada com rigidez insuficiente, mesmo que as tensões estejam abaixo do limite de escoamento, falhará em seu propósito fundamental. As cargas estáticas e as cargas operacionais são aplicadas à estrutura da bancada, se não for suficientemente rígida, sofrerá deflexões verticais e torcionais. Por fim, essas deflexões causam um desalinhamento angular e paralelo entre o eixo de saída do motor em teste e o eixo de entrada do dinamômetro.

Este desalinhamento tem duas consequências severas. A primeira é a corrupção da medição de torque. O desalinhamento introduz cargas radiais e momentos fletores no acoplamento entre os eixos, que podem ser erroneamente interpretados pelo sensor de torque. A segunda consequência é a falha prematura de componentes, pois rolamentos são projetados primariamente para cargas radiais, e não para momentos fletores cíclicos causados por desalinhamento, levando à fadiga acelerada.

2.4 FUNDAMENTOS DE ANÁLISE DINÂMICA

A análise estrutural de uma bancada dinamométrica não pode se limitar à verificação de tensões e deflexões sob cargas estáticas, como o peso dos componentes e o torque máximo. A natureza intrínseca dos motores elétricos de tração é a de uma fonte de carregamento dinâmico. Flutuações de torque, desbalanceamento residual e harmônicas eletromagnéticas impõem à estrutura forças que variam rapidamente no tempo. Quando cargas dinâmicas são predominantes, a resposta do sistema não é regida apenas pela rigidez, mas também pelas propriedades inerciais e pelo amortecimento. Ignorar o comportamento dinâmico é um risco crítico, pois pode levar à falha estrutural por fadiga e, crucialmente, à falha funcional da bancada ao comprometer a precisão das medições.

O perigo fundamental em sistemas dinâmicos é o fenômeno da ressonância. Toda estrutura elástica possui um conjunto de frequências intrínsecas, denominadas frequências naturais (f_n),

nas quais a vibração ocorre com a máxima amplificação de amplitude e deslocamento. A ressonância ocorre se a frequência de excitação (f_e) gerada pelo motor em operação coincidir com uma dessas frequências naturais. Em tal condição, as amplitudes de vibração aumentam drasticamente, superando as deflexões admissíveis e gerando tensões cíclicas que levam à falha precoce da estrutura. Portanto, a análise modal e o entendimento da dinâmica estrutural não são opcionais, mas sim requisitos mandatórios para garantir que as frequências naturais da bancada sejam estrategicamente posicionadas fora da faixa operacional do motor, conforme o critério de projeto estabelecido.

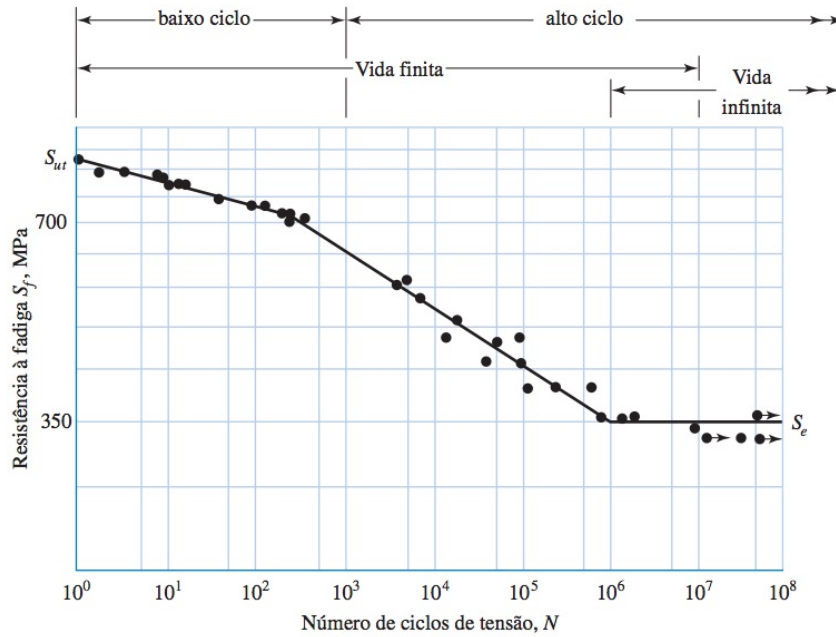
2.4.1 MODOS DE FALHA DINÂMICA

A análise estática, embora necessária, é insuficiente para garantir a integridade de uma bancada dinamométrica. Motores de tração veicular são, por definição, fontes de carregamento dinâmico. A variação temporal das cargas introduz forças de inércia e oscilações que podem levar à falha do equipamento em níveis de tensão significativamente inferiores à tensão de escoamento do material. A falha dinâmica da estrutura pode ocorrer por dois mecanismos distintos, porém inter-relacionados: a Fadiga, governada pela amplitude da tensão cíclica, e a Ressonância, governada pela frequência da excitação.

A fadiga é um processo de dano cumulativo e progressivo que leva à fratura de um componente sob tensões flutuantes. O mecanismo de falha ocorre através da nucleação e propagação de microtrincas, mesmo quando a tensão máxima aplicada no ciclo (σ_{max}) é inferior à resistência estática do material.

A relação fundamental entre a amplitude de tensão e a vida útil do componente é descrita pelo diagrama $S - N$ (Curva de Wöhler). Este gráfico plota a amplitude da tensão (S_f) contra o logaritmo do número de ciclos até a falha (N), como visto na Figura 18. Para materiais ferrosos, como o aço estrutural SAE 1020 utilizado na bancada, esta curva exibe um patamar assintótico horizontal após um elevado número de ciclos, tipicamente entre 10^6 e 10^7 . Este patamar define o Limite de Resistência à Fadiga (S_e). Se a tensão alternada atuante for mantida abaixo deste limite, considera-se que o componente possui "vida infinita", objetivo primário deste projeto.

Figura 18 – Diagrama S-N traçado com base nos resultados de ensaios de fadiga axial completamente reversa



Fonte: Budynas Richard G. e Nisbett (2016).

O valor teórico de laboratório (S'_e) deve ser corrigido para refletir as condições reais da bancada através dos fatores de modificação de Marin, resultando no limite de resistência corrigido.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (2.47)$$

Em que k_a representa o fator de modificação da condição de superfície; k_b é o fator de modificação de tamanho; k_c refere-se ao fator de modificação de carga; k_d é o fator de modificação de temperatura; k_e ajusta a confiabilidade estatística desejada; e k_f compila os fatores de modificação por efeitos diversos. O termo S'_e denota o limite de resistência à fadiga do espécime de teste de viga rotativa, enquanto S_e corresponde ao limite de resistência corrigido para o local crítico da peça, considerando sua geometria e condições específicas de uso.

Na operação da bancada, o torque do motor flutua, gerando um estado de tensão decomposto em Tensão Média (σ_m) e Tensão Alternada (σ_a):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{e} \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.48)$$

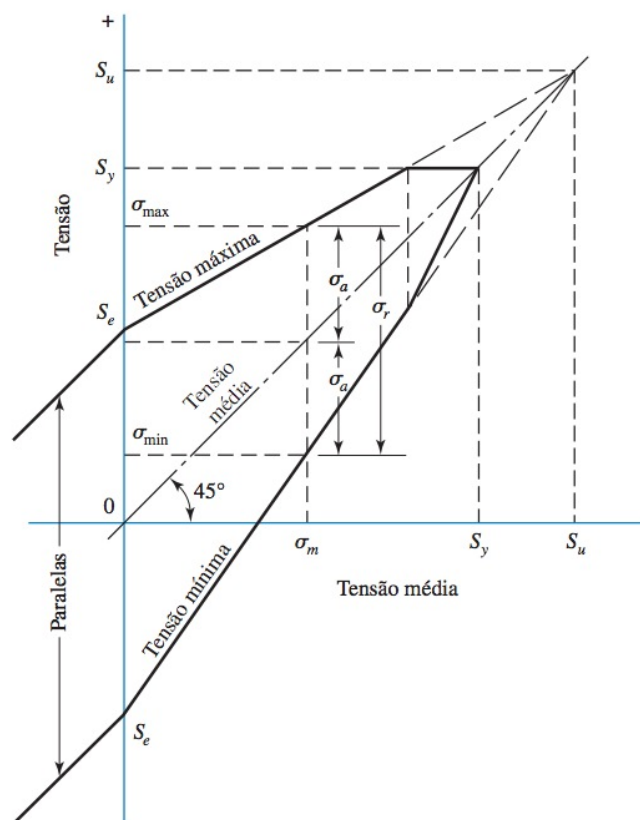
Para avaliar a segurança sob esta condição combinada, utiliza-se o Critério de Goodman Modificado, que postula uma relação linear de falha entre a tensão alternada e a tensão média:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \quad (2.49)$$

Onde n_f é o fator de segurança contra a fadiga. Diferente da análise estática em materiais

dúcteis, onde o escoamento local pode redistribuir tensões, na fadiga os concentradores de tensão são críticos. Pontos como furos de parafusos e cordões de solda geram picos de tensão locais que aceleram a iniciação da trinca. Elementos finitos é utilizada neste trabalho para determinar as tensões equivalentes de von Mises máximas e mínimas nestes pontos críticos, alimentando o critério de Goodman, demonstrado na Figura 19, para a validação da vida útil.

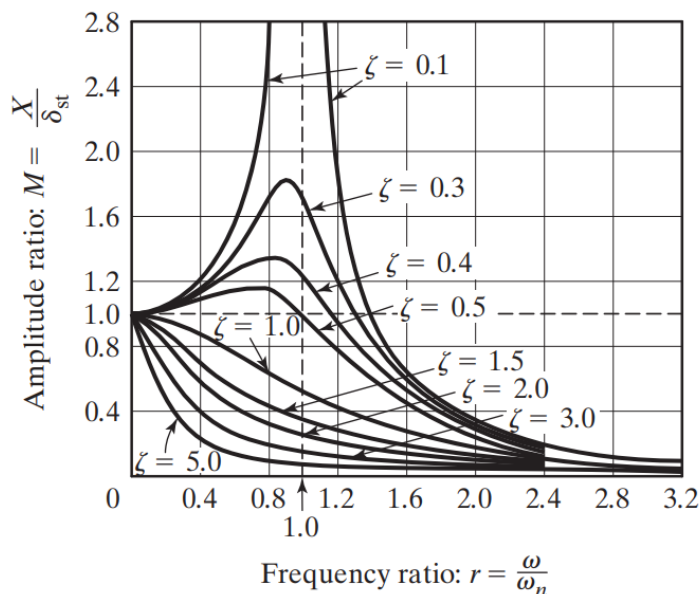
Figura 19 – Diagrama de Goodman modificado



Fonte: Budynas Richard G. e Nisbett (2016).

O segundo modo de falha dinâmico, caracterizado na Figura 20, é a ressonância. Toda estrutura elástica possui características intrínsecas de massa (M) e rigidez (K) que definem suas frequências naturais e seus respectivos modos de vibrar.

Figura 20 – Variação de X em função da razão de frequências r



Fonte: Rao (2004).

A operação do motor de tração submete a bancada a um espectro de frequências de excitação (f_e) de natureza mista, governadas tanto pela velocidade angular do rotor quanto pelas componentes harmônicas derivadas do chaveamento eletrônico dos inversores de frequência. O fenômeno da ressonância manifesta-se quando ocorre a convergência entre a frequência de excitação e uma das frequências naturais intrínsecas da estrutura ($f_e \approx f_n$). Neste regime, o sistema experimenta uma acumulação de energia vibratória que resulta na amplificação severa das amplitudes de deslocamento, cuja magnitude final é restringida apenas pelo coeficiente de amortecimento estrutural.

As consequências deste acoplamento dinâmico comprometem a integridade do projeto em três níveis críticos. Inicialmente, a deflexão amplificada pode induzir picos de tensão superiores ao limite de escoamento, provocando falha por sobrecarga estática. Simultaneamente, o aumento na magnitude da tensão alternada (σ_a) acelera o processo de nucleação de trincas, reduzindo drasticamente a vida útil à fadiga. Por fim, ocorre a perda funcional do equipamento, uma vez que a vibração excessiva degrada a precisão metrológica dos sensores de torque e precipita o desgaste prematuro dos rolamentos.

2.4.2 MÉTODOS ENERGÉTICOS PARA DETERMINAÇÃO DE FREQUÊNCIA (MÉTODO DE RAYLEIGH)

Para sistemas estruturais complexos onde a massa não está concentrada em um único ponto, mas sim distribuída ao longo da geometria (como vigas e torres), a determinação exata da frequência natural exige a solução de equações diferenciais parciais. No entanto, para fins de projeto e validação, métodos aproximados oferecem resultados satisfatórios com menor

complexidade matemática. O método mais amplamente utilizado para estimar a frequência fundamental de sistemas contínuos é o método de Rayleigh.

O princípio de Rayleigh baseia-se na lei da conservação da energia para sistemas conservativos. Segundo Rao (2004), em um sistema vibratório não amortecido, a energia mecânica total é constante e consiste na soma da energia cinética (T) e da energia potencial (U).

Durante um ciclo de vibração livre, verifica-se uma conversão contínua e recíproca entre as energias cinética e potencial. Em dois momentos distintos, a energia total do sistema assume uma forma pura. O primeiro ocorre na posição de equilíbrio estático, onde a massa cruza o ponto neutro com velocidade máxima e deformação nula, resultando na energia cinética máxima (T_{max}). Em contrapartida, na posição de deslocamento máximo, quando a amplitude atinge o valor X , a velocidade anula-se momentaneamente enquanto a deformação estrutural é total, definindo o ponto de energia potencial elástica máxima (U_{max}).

Pelo princípio da conservação, igualam-se as energias máximas ($T_{max} = U_{max}$). Para um sistema linear simples (harmônico), assumindo um movimento do tipo $x(t) = X \sin(\omega_n t)$, as energias podem ser expressas como:

$$U_{max} = \frac{1}{2} k_{eq} X^2 \quad (2.50)$$

$$T_{max} = \frac{1}{2} m_{eq} (\omega_n X)^2 \quad (2.51)$$

Onde k_{eq} é a rigidez equivalente e m_{eq} é a massa equivalente do sistema. Igualando as equações e isolando a frequência, obtém-se o Quociente de Rayleigh

$$\omega_n^2 = \frac{k_{eq}}{m_{eq}} \quad (2.52)$$

A grande vantagem deste método, conforme destacado por Rao (2004) na análise do efeito da massa da mola, é a capacidade de considerar a inércia dos elementos elásticos. Em estruturas reais, a própria viga ou suporte possui massa significativa que contribui para a energia cinética.

O Método de Rayleigh permite determinar uma "massa efetiva" (m_{eff} ou m_{eq}) para a estrutura distribuída, assumindo-se uma curva de deflexão estática aproximada para o modo de vibração. Ao integrar a energia cinética de cada partícula de massa distribuída ao longo dessa curva assumida, conclui-se que uma fração da massa da estrutura deve ser somada à massa concentrada na ponta para compor a massa efetiva total do sistema dinâmico. Esta abordagem justifica analiticamente a adição de uma parcela da massa estrutural (distribuída) à massa do motor (concentrada) para o cálculo da frequência natural fundamental em modelos de um grau de liberdade.

2.5 TÓPICOS APLICADOS

A integridade estrutural da bancada dinamométrica depende não apenas da resistência das vigas e chapas que a compõem, mas crucialmente das conexões que unem esses elementos. As juntas são, invariavelmente, os pontos de descontinuidade geométrica e material, tornando-se locais preferenciais para a nucleação de falhas, especialmente sob carregamento dinâmico. Neste projeto, utilizam-se dois métodos de união principais: juntas parafusadas (desmontáveis) para a fixação de motores e mancais, e juntas soldadas (permanentes) para a construção do frame estrutural.

2.5.1 DIMENSIONAMENTO DE JUNTAS

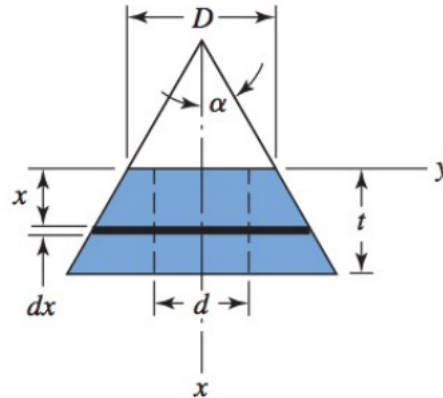
Diferente da concepção leiga de que o parafuso atua como um pino de cisalhamento, em projetos de máquinas de precisão sujeitos a vibração, o parafuso deve atuar como uma mola de alta rigidez que gera uma força de clampeamento (pré-carga). Segundo Budynas Richard G. e Nisbett (2016), o objetivo do dimensionamento é garantir que a união se comporte como um corpo sólido único.

A pré-carga (F_i) é a tensão de tração gerada no parafuso pelo torque de aperto. Esta força comprime os membros da união, criando atrito entre as faces e prevenindo o deslizamento e o afrouxamento por vibração. Para parafusos de grau SAE 5 ou superior (ISO 8.8+), Budynas Richard G. e Nisbett (2016) recomenda uma pré-carga alvo de 75% a 90% da carga de prova (S_p):

$$F_i = \begin{cases} 0,75F_p & \text{para conexões reutilizáveis} \\ 0,90F_p & \text{para conexões permanentes} \end{cases} \quad (2.53)$$

O comportamento da junta sob carga externa (P) depende das rigidezes relativas do parafuso (k_b) e dos membros comprimidos (k_m). A rigidez dos membros é complexa de calcular devido à distribuição de pressão em forma de barril no material, frequentemente aproximada pelo método do cone de pressão de Rotscher representado na Figura 21.

Figura 21 – Cone de pressão de Rotscher



Fonte: Budynas Richard G. e Nisbett (2016).

A constante de rigidez da junta (C) determina qual fração da carga externa dinâmica será "sentida" pelo parafuso:

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad (2.54)$$

Em um projeto otimizado, busca-se que $k_m \gg k_b$ (membros rígidos, parafusos longos e elásticos), resultando em um valor de C baixo (tipicamente $< 0,2$). Isso garante que a maior parte da carga cíclica externa seja absorvida pelo alívio da compressão dos membros, protegendo o parafuso contra a fadiga.

A pré-carga admissível é uma função da Carga de Prova (S_p) do fixador:

$$F_i = 0,75 \cdot A_s \cdot S_p \quad (2.55)$$

O fator de segurança contra a separação da junta (n_L) deve ser sempre maior que para garantir que as placas nunca se separem sob carga máxima:

$$n_L = \frac{F_i}{P(1 - C)} \quad (2.56)$$

Para a aplicação prática na bancada, a relação entre o torque de aperto (T) necessário para gerar a pré-carga desejada é estimada pela fórmula:

$$T = K F_i d \quad (2.57)$$

Onde d é o diâmetro nominal e K é o coeficiente de torque aproximadamente 0,2 para rosas secas/levemente oleadas.

2.5.2 OTIMIZAÇÃO

A otimização estrutural não se restringe apenas à alteração da topologia ou geometria dos componentes principais, como chapas e vigas. Em sistemas mecânicos de precisão submetidos a carregamentos dinâmicos, a seleção dos elementos de fixação constitui uma etapa crítica de otimização paramétrica. O objetivo deste processo é maximizar a integridade da união sem a necessidade de alterações geométricas na estrutura da bancada.

Neste trabalho, a otimização foca na integridade das juntas aparafusadas que conectam o motor de tração à base. Sob a ação do torque máximo de reação e das vibrações inerentes aos motores elétricos, existe o risco de abertura ou separação da junta. Se a força externa superar a força de compressão entre as placas, a rigidez da união cai drasticamente, invalidando a hipótese de corpo rígido e comprometendo a precisão metrológica.

A estratégia de otimização adotada consiste na maximização do fator de segurança contra a separação da junta, mantendo-se inalteradas as variáveis geométricas, diâmetro d , número de fixadores n e braço de alavanca b . A variável de projeto a ser otimizada é a classe de resistência do fixador, conforme definido pela norma ISO 898-1 (2013).

O processo analítico baseia-se na relação direta entre a resistência do material do parafuso e a capacidade de aplicar pré-carga.

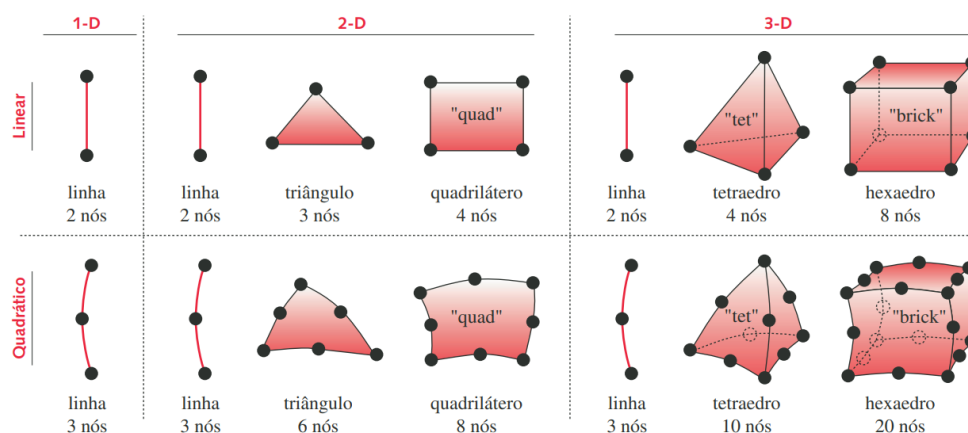
Dessa forma, a função objetivo da otimização é demonstrar analiticamente que a alteração da classe de resistência garante que a junta permaneça comprimida e monolítica mesmo sob os picos de carga dinâmica, eliminando a necessidade de redimensionamento geométrico ou aumento de massa da estrutura.

2.6 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos, estabelece-se como a espinha dorsal da moderna engenharia auxiliada por computador. Trata-se de uma técnica numérica robusta destinada à obtenção de soluções aproximadas para problemas de engenharia regidos por equações diferenciais parciais complexas, cuja solução analítica exata é, na maioria das aplicações práticas, inviável devido a geometrias irregulares e condições de contorno mistas.

A análise estrutural da bancada dinamométrica, caracterizada por uma montagem de múltiplos componentes, conexões soldadas e parafusadas, exemplifica o tipo de problema contínuo que demanda tal abordagem. A filosofia central do método reside na premissa de que, ao dividir um corpo complexo em sub-regiões simples, o comportamento do todo pode ser descrito pela soma do comportamento de suas partes. Para tornar o problema matematicamente tratável, o MEF emprega o processo de discretização. Este procedimento subdivide o domínio contínuo da estrutura em um número finito de subdomínios geométricos elementares, denominados "elementos finitos", ilustrados na Figura 22, como vigas 1D, cascas 2D ou sólidos 3D, que são interconectados por pontos discretos chamados "nós".

Figura 22 – Exemplo de tipos de elementos



Fonte: Norton (2013).

O conjunto desses elementos e nós constitui a malha de elementos finitos, transformando o sistema físico em um modelo matemático discreto. No interior de cada elemento, as variáveis de campo são aproximadas por funções de interpolação polinomiais, assegurando a compatibilidade e o equilíbrio nos nós adjacentes. Através dessa formulação, o sistema de equações diferenciais que rege o fenômeno físico é convertido em um sistema de equações algébricas lineares para o caso estático ou em um sistema de equações diferenciais ordinárias, para o caso dinâmico, passível de resolução computacional.

É fundamental ressaltar que o software de MEF não substitui o julgamento de engenharia; ele é uma ferramenta que processa as decisões tomadas pelo analista. Conforme adverte Filho (2000), a modelagem computacional exige que o engenheiro compreenda profundamente o comportamento físico do problema: "Se o engenheiro não sabe modelar o problema sem o computador, ele não saberá resolvê-lo no computador". A precisão dos resultados depende intrinsecamente da qualidade do pré-processamento, que envolve a seleção adequada dos tipos de elementos, o refinamento da malha em regiões de gradiente elevado e a aplicação correta das condições de contorno e carregamento.

2.6.1 ANÁLISE ESTÁTICA ESTRUTURAL POR MEF

O processo computacional inicia-se com a determinação das matrizes de rigidez elementares $[k]^e$ e de massa elementares $[m]^e$ para cada elemento da malha. O solver então executa a montagem, superpondo as contribuições locais para formar as matrizes globais $[K]$ e $[M]$ da estrutura completa. Na análise estática, após a inversão da matriz de rigidez e solução do vetor de deslocamentos $\{U\}$, o software calcula as deformações (ϵ) e, subsequentemente, as tensões (σ). Este campo de tensões permite validar a integridade estrutural enquanto o campo de deslocamentos valida a funcionalidade, assegurando que a bancada opere dentro dos limites de

deflexão e segurança especificados.

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (2.58)$$

Nesta equação, $[K]$ representa a matriz de rigidez global da estrutura. Esta matriz é montada pelo software através da superposição das matrizes de rigidez individuais de cada elemento $[k]_e$, que são determinadas pelas propriedades do material (E e Coeficiente de Poisson) e pela geometria da malha. O vetor F é o vetor de cargas nodais, que representa todas as forças e momentos externos aplicados. No contexto da bancada, F incluirá as forças gravitacionais e, crucialmente, o torque máximo de reação exercido pelo motor elétrico em teste, aplicado como um momento ou como um par de forças nodais equivalentes nos pontos de fixação do motor. O vetor U é o vetor de deslocamentos nodais, que constitui a incógnita primária do problema.

Para que o sistema de equações tenha uma solução única, o movimento de corpo rígido deve ser suprimido. Isso é feito através da aplicação de condições de contorno, que modelam a "fixação" da bancada. Os nós que representam os chumbadores ou pontos de apoio no solo têm seus graus de liberdade de deslocamento restringidos a zero ($U = 0$).

Uma vez aplicadas as condições de contorno, o software resolve o sistema matricial para encontrar os deslocamentos U em todos os nós.

A etapa final é o pós-processamento. As tensões não são resolvidas diretamente; elas são calculadas a posteriori. A partir do campo de deslocamentos U de cada elemento, o programa calcula as deformações (ϵ) e, subsequentemente, aplicando as relações constitutivas, determina os componentes de tensão (σ, τ) dentro de cada elemento. Estes resultados de tensão são então usados para calcular a tensão equivalente, como a de von Mises, que permite a validação do projeto frente aos modos de falha estática.

A tensão equivalente máxima ($\sigma_{eq,max}$) é comparada com a tensão admissível do material ($\sigma_{adm} = \sigma_e/CS$), garantindo que o Fator de Segurança (Seção 3.6.2) seja satisfeito. A principal vantagem do MEF sobre os cálculos analíticos clássicos é sua capacidade de identificar com precisão as concentrações de tensão em descontinuidades geométricas complexas, como furos, raios de concordância, e juntas soldadas, que são os pontos críticos para o início da falha.

2.6.2 ANÁLISE DINÂMICA MODAL POR MEF

A análise estática baseada na rigidez estrutural, discutida na seção anterior, é suficiente apenas se as cargas aplicadas forem estáticas ou quase-estáticas, ou seja, aplicadas de forma lenta e constante. Esta premissa, no entanto, é fundamentalmente inválida para uma bancada destinada a ensaios de motores de tração veicular. Tais motores, por sua natureza, geram cargas dinâmicas significativas que variam rapidamente no tempo. As fontes primárias desta excitação dinâmica incluem o desbalanceamento residual do rotor, que gera uma força centrífuga senoidal. A força de excitação harmônica gerada por este desbalanceamento é descrita analiticamente por:

$$F(t) = m_u e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (2.59)$$

Em que $m_u e$ representa a magnitude do desbalanceamento e ω a velocidade angular instantânea. Conjugado à vasta faixa de rotação operacional característica dos motores de tração, este comportamento submete a estrutura da bancada a um espectro de excitação de banda larga. Estes motores operam em uma vasta gama de rotações (RPM), submetendo a bancada a um espectro de excitação de banda larga.

Quando cargas dinâmicas $\{F(t)\}$ estão presentes, a equação de equilíbrio estático $\{F\} = [K]\{U\}$ é inadequada. A resposta do sistema passa a ser governada pela equação geral do movimento para um sistema de múltiplos graus de liberdade (MDOF), que inclui os efeitos da inércia (massa) e da dissipação de energia (amortecimento):

$$[M]\ddot{U} + [C]\dot{U} + [K]U = F(t) \quad (2.60)$$

Nesta equação, $[M]$ é a matriz de massa do sistema (representando a inércia), $[C]$ é a Matriz de Amortecimento (representando a dissipação de energia, muitas vezes estrutural ou por atrito), $[K]$ é a Matriz de Rigidez, e $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$, e $\{U\}$ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

O perigo fundamental em sistemas dinâmicos é o fenômeno da ressonância. A ressonância ocorre quando a frequência de uma das forças de excitação, f_{exc} , coincide com uma das frequências naturais, f_n , da estrutura da bancada. Em ressonância, mesmo forças de excitação muito pequenas (como um leve desbalanceamento) são drasticamente amplificadas, levando a amplitudes de vibração excessivas. Enquanto a análise estática pode prever que a bancada não falhará por escoamento sob a carga de torque máxima, a operação em ressonância pode induzir tensões cíclicas de alta magnitude. Essas tensões flutuantes, mesmo que abaixo do limite de escoamento, causam danos acumulativos que levam à nucleação e propagação de trincas, culminando na falha catastrófica por fadiga. Portanto, o objetivo primordial da análise dinâmica não é calcular a resposta forçada, mas sim identificar as frequências naturais da bancada para garantir que elas estejam suficientemente afastadas de qualquer frequência de excitação operacional.

O procedimento para encontrar estas propriedades dinâmicas intrínsecas é a análise modal. A Análise Modal é o processo de determinação das frequências naturais e das formas de vibração associadas (modos de vibrar) da estrutura. Matematicamente, isto é alcançado através da análise de vibração livre não amortecida. Assume-se que não há excitação ($\{F(t)\} = \{0\}$) e que o amortecimento é desprezível ($[C] = \{0\}$) – o que é uma aproximação válida para a maioria das estruturas metálicas na determinação das frequências naturais. A equação do movimento simplifica-se para:

$$[M]\ddot{U} + [K]U = 0 \quad (2.61)$$

Para resolver esta equação diferencial matricial, assume-se uma solução harmônica síncrona,

onde toda a estrutura vibra em fase a uma única frequência ω , tal que $\{U(t)\} = \{\phi\} \sin(\omega t)$. Substituindo esta solução e suas derivadas na equação de vibração livre, obtém-se:

$$(-\omega^2[M] + [K])\phi \sin(\omega t) = 0 \quad (2.62)$$

Para que esta equação seja válida para todo t e para uma solução não-trivial ($\{\phi\} \neq \{0\}$) a matriz de coeficientes deve ser singular. Isto transforma o problema diferencial em um problema de autovalor algébrico clássico :

$$([K] - \lambda[M])\phi = 0 \quad (2.63)$$

Onde $\lambda = \omega^2$ é o autovalor e $\{\phi\}$ é o autovetor associado. A "análise modal" executada pelo software de MEF é a solução numérica deste problema de autovalor para as matrizes $[K]$ e $[M]$ (derivada da massa e densidade dos elementos).

A resolução algébrica deste problema de autovalor resulta na obtenção de dois conjuntos de parâmetros fundamentais que definem integralmente a resposta dinâmica linear da bancada. O primeiro conjunto é constituído pelos autovalores ($\lambda_n = \omega_n^2$), obtidos através da anulação do determinante da equação característica, expressa por $|[K] - \omega^2[M]| = 0$. As N raízes resultantes deste polinômio, onde N corresponde ao número de graus de liberdade do modelo, representam o quadrado das frequências naturais angulares do sistema (ω_n). Nos relatórios gerados por softwares de elementos finitos, estes valores são usualmente convertidos para frequência cíclica, em Hertz, e apresentados em ordem crescente, partindo do modo fundamental de menor energia para os modos superiores.

Simultaneamente, para cada frequência natural identificada, a solução matemática fornece um autovetor correspondente ($\{\phi\}_n$), tecnicamente denominado modo de vibração ou forma modal. É imperativo notar que este vetor não quantifica as amplitudes reais de deslocamento físico, mas sim descreve um padrão de deformação normalizado — uma geometria relativa — assumida pela estrutura ao entrar em ressonância naquela frequência específica. Como ilustração, enquanto um modo pode manifestar-se como uma flexão global da base, o modo subsequente pode apresentar uma torção estrutural. Fisicamente, ao vibrar em um modo puro, todos os nós da estrutura movem-se em sincronia de fase (ou em oposição de fase de 180°), cruzando a posição de equilíbrio simultaneamente.

A análise modal por MEF fornecerá a lista de frequências naturais ($f_1, f_2, \dots, f_n$) da bancada. A principal análise será a criação de um diagrama que compara essas frequências (tipicamente plotadas como linhas horizontais) contra a faixa de frequência operacional do motor de tração (plotada como uma área sombreada, de 0 Hz até a frequência máxima de rotação). O critério de projeto para otimização da bancada será garantir que nenhuma frequência natural relevante (especialmente os modos de baixa ordem, que são mais facilmente excitados) esteja dentro da faixa operacional, idealmente mantendo uma margem de segurança para evitar a ressonância.

A visualização dos modos de vibrar ($\{\phi\}_n$) informa ao projetista como otimizar a estrutura.

Se, por exemplo, a análise modal revelar que o primeiro modo (f_1) é um modo torcional e sua frequência é perigosamente próxima da faixa de operação, a solução de otimização é modificar o projeto para aumentar a rigidez torcional, o que, por sua vez, elevará o valor de f_1 , afastando-o da zona de perigo.

Finalmente, os resultados da análise modal computacional podem ser validados por uma AME, que utiliza excitadores, como martelos de impacto, e transdutores, como acelerômetros, para medir fisicamente as frequências naturais e modos de vibrar da bancada real após sua fabricação.

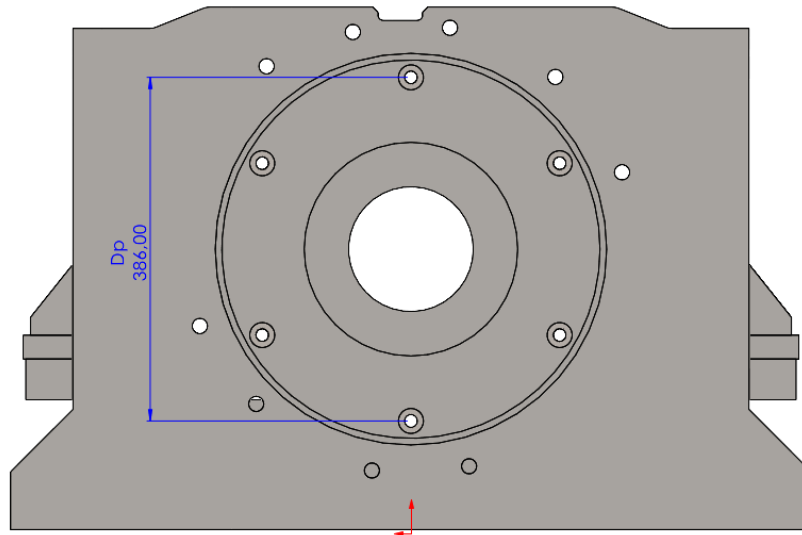
3 METODOLOGIA

A integridade estrutural da bancada depende, entre outros fatores, do correto dimensionamento das uniões aparafusadas. Em vez de uma seleção empírica, realizou-se um dimensionamento analítico baseado nas cargas máximas de projeto para determinar o diâmetro e a classe de resistência ótimos dos fixadores, conforme preconizado pela norma ISO 898-1 (2013). Foram analisados dois cenários críticos: a transmissão de torque no flange de acoplamento e a resistência ao tombamento na base

3.1 OTIMIZAÇÃO DO FLANGE DE ACOPLAMENTO (CRITÉRIO DE DESLIZAMENTO)

O acoplamento entre o motor e a bancada está sujeito ao torque máximo de reação ($T_{max} = 2500 \text{ Nm}$). A transmissão desse esforço deve ocorrer exclusivamente por atrito entre as faces do flange, garantindo que o corpo do parafuso não sofra cisalhamento direto e prevenindo micro-deslizamentos que comprometeriam a precisão metrológica. Na Figura 23 é ilustrado a distância entre centros da furação do flange.

Figura 23 – Distância entre furos do flange



Fonte: Próprio autor.

A Tabela 3 detalha as variáveis de entrada oriundas das restrições de projeto e condições operacionais da bancada.

A força tangencial total (F_{tan}) gerada no raio primitivo da furação pelo torque aplicado é determinada por:

$$F_{tan} = \frac{T_{max}}{r} = \frac{2500}{0,193} \approx 12.953 \text{ N} \quad (3.1)$$

Tabela 3 – Parâmetros de entrada para o cálculo de otimização da junta aparafusada

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Torque Máximo de Reação	T_{max}	2500	Nm
Diâmetro Primitivo da Furação	D_p	386	mm
Número de Parafusos (Flange)	n	6	-
Coeficiente de Atrito (Aço-Aço)	μ	0,2	-
Fator de Segurança (Deslizamento)	FS_{desl}	2,0	-

Fonte: Próprio autor.

Para assegurar a transmissão por atrito com o fator de segurança estabelecido, a força normal total de clampeamento necessária (N_{req}) nas faces do flange deve satisfazer a condição de equilíbrio estático:

$$N_{req} \geq \frac{F_{tan} \cdot FS_{desl}}{\mu} = \frac{12.953 \cdot 2,0}{0,2} = 129.530 \text{ N} \quad (3.2)$$

Consequentemente, a pré-carga mínima necessária por parafuso ($F_{i,req}$) para manter a junta do flange estática é:

$$F_{i,req} = \frac{N_{req}}{n} = \frac{129.530}{6} \approx 21.588 \text{ N} \quad (3.3)$$

Já para os parafusos que fixam a base, é considerado os seguintes parâmetros:

Tabela 4 – Parâmetros de entrada para o cálculo dos parafusos da base

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Torque Máximo de Reação	T_{max}	2500	Nm
Distância entre furos (Braço)	D_p	830	mm
Número de Parafusos (Base)	n	4	-
Coeficiente de Atrito (Aço-Aço)	μ	0,2	-
Fator de Segurança (Deslizamento)	FS_{desl}	2,0	-

Fonte: Próprio autor.

Com base nas Equações 2.24, 2.25, 2.26, 2.27 e 3.2 é obtido o valor de pré-carga mínima necessária por parafuso da base:

$$F_{p,req} = \frac{2500 \cdot 2,0}{0,2 \cdot 4 \cdot 0,830} = 7.530 \text{ N} \quad (3.4)$$

Para garantir a aplicação dessas pré-cargas de durante a montagem, é necessário converter o valor para torque de aperto. Considerando um coeficiente de atrito, $K = 0,2$, e o diâmetro nominal do parafuso, o torque requerido é calculado por:

$$T_{req} = K \cdot d \cdot F_{p,req} \quad (3.5)$$

3.2 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS E MODELAGEM CAD

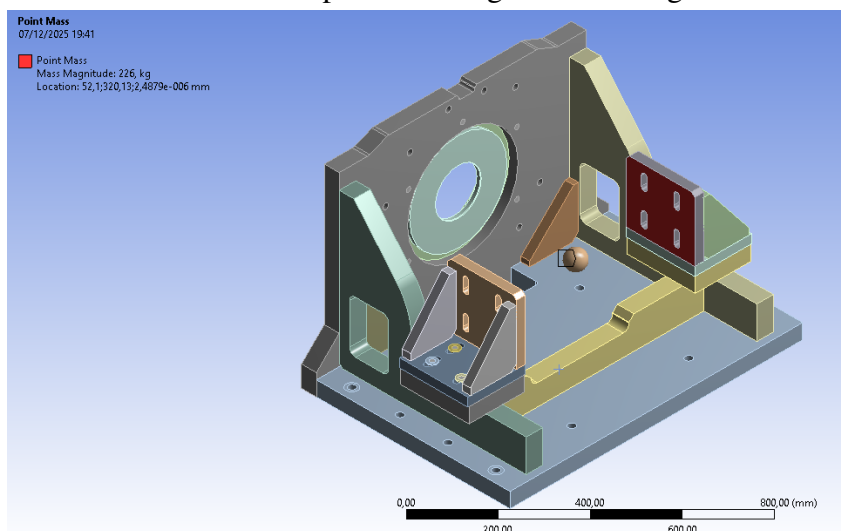
A modelagem geométrica da bancada foi desenvolvida em software CAD 3D (Solidworks) e importada para o ambiente de simulação CAE. Para a realização das análises estruturais, utilizou-se o software Ansys Mechanical, reconhecido pela sua robustez na resolução de problemas complexos de engenharia e amplamente utilizado nas empresas de engenharia.

A geometria foi simplificada para a análise, removendo-se componentes não estruturais, como parafusos, arruelas e acabamentos estéticos, que não contribuem para a rigidez global, mas que elevariam desnecessariamente o custo computacional da simulação.

Para simular o carregamento gravitacional do motor sobre a bancada sem a necessidade de importar a geometria complexa do motor elétrico, o que elevaria desnecessariamente o custo computacional da análise, optou-se pela utilização de uma Massa Pontual.

Conforme ilustrado na Figura 24, este elemento, representado pela esfera no centro do alojamento do eixo, foi configurado com a massa de 226 kg, localizada no centro de gravidade estimado do conjunto motor-transmissão. O software distribui essa carga inercial nas faces cilíndricas de suporte selecionadas, simulando fielmente o peso do equipamento instalado.

Figura 24 – Posicionamento da massa pontual e magnitude de carga no ambiente de simulação



Fonte: Próprio autor.

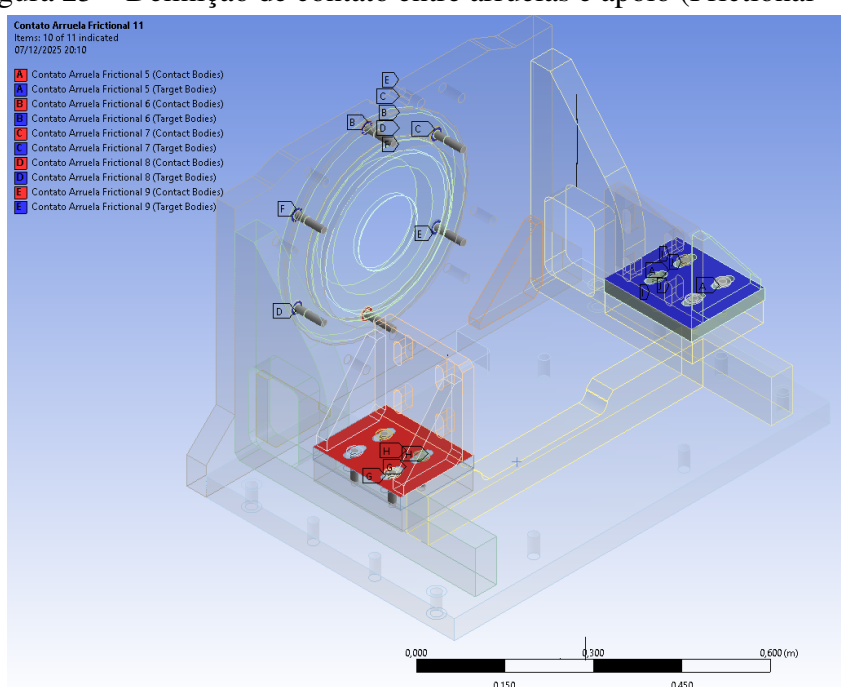
3.3 DEFINIÇÕES DOS MATERIAIS

Foi atribuído aos componentes estruturais da bancada o material Aço AISI 1020. As propriedades isotrópicas lineares consideradas para a simulação seguem os valores definidos na Tabela 1.

3.4 DEFINIÇÕES DOS CONTATOS

A definição correta dos contatos é crucial para a precisão da transferência de cargas. Para as juntas parafusadas, onde o deslizamento relativo é impedido pelo atrito gerado pela pré-carga dos parafusos, utilizou-se o tipo de contato frictional, ou seja, com atrito. Adotando-se um coeficiente de atrito $\mu = 0,2$, valor típico para aço-aço com base em Budynas Richard G. e Nisbett (2016). A Figura 25 detalha a aplicação deste contato na interface entre as arruelas dos parafusos e a face superior dos suportes de apoio. As regiões em vermelho indicam as faces 'Contact' e em azul as faces 'Target', definindo a zona de compressão do fixador.

Figura 25 – Definição de contato entre arruelas e apoio (Frictional = 0,2)

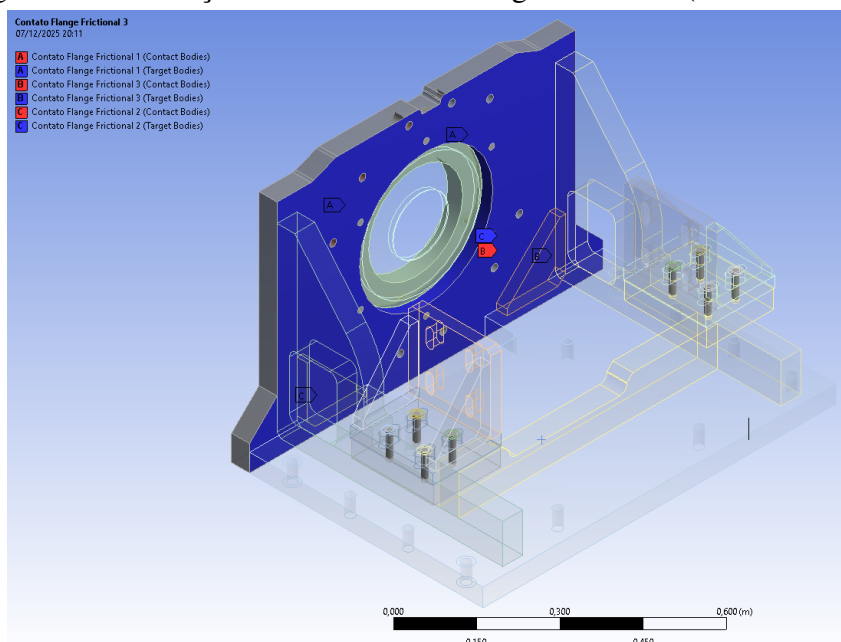


Fonte: Próprio autor.

Seguindo a mesma lógica de contato por atrito, foi configurada a interface crítica entre o flange de acoplamento do motor e a estrutura vertical da bancada.

Na Figura 26, a área destacada em azul representa a face posterior do flange que entra em contato com a estrutura. A configuração frictional ($\mu = 0,2$) nesta região é fundamental, pois, conforme calculado na metodologia analítica, é o atrito nesta interface que deve resistir ao torque reativo do motor, e não o cisalhamento dos parafusos. O software monitorará esta região para verificar se ocorre deslizamento ou separação sob carga máxima.

Figura 26 – Definição de contato entre flange e bancada (Frictional = 0,2)

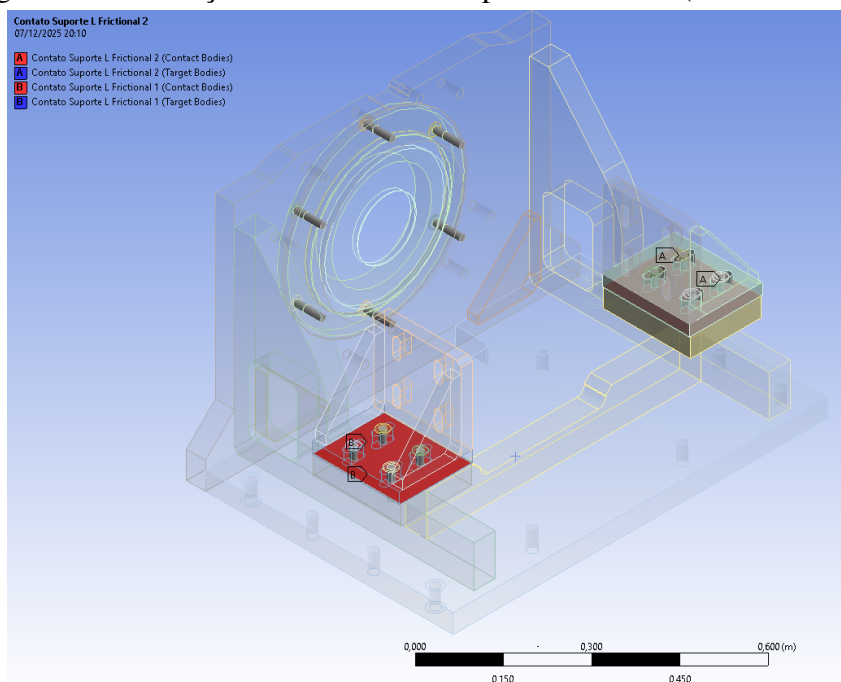


Fonte: Próprio autor.

Ainda no contexto das uniões desmontáveis, a base dos suportes laterais móveis também recebeu configuração de contato com atrito.

A Figura 27 ilustra, através do destaque em vermelho, a face inferior do suporte que assenta sobre a base da bancada. Esta definição permite que a simulação capture o comportamento real da junta: sob a ação do torque de tombamento, esta região pode experimentar alívio de pressão de contato em um lado e aumento de compressão no outro. O contato frictional garante que as forças tangenciais sejam transmitidas corretamente até o limite do atrito estático.

Figura 27 – Definição de contato entre apoio e bancada (Frictional = 0,2)

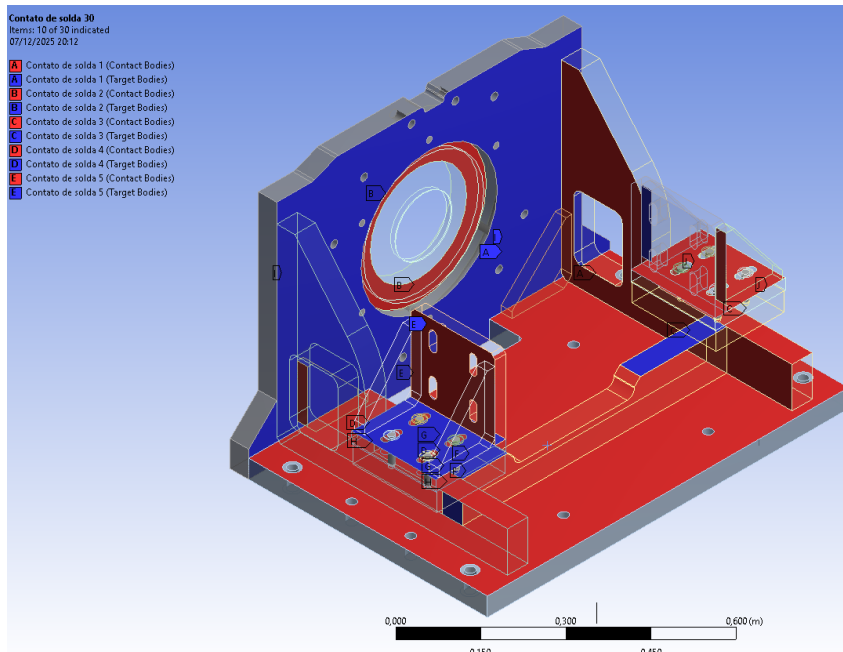


Fonte: Próprio autor.

Em contrapartida às juntas parafusadas, as regiões da estrutura que são unidas por soldagem foram modeladas utilizando o tipo de contato Bonded.

Este tipo de formulação matemática penaliza qualquer movimento relativo entre os nós das malhas em contato, simulando uma união perfeita e rígida, característica de uma solda de penetração total. A Figura 28 exhibe as regiões internas da estrutura onde este contato foi aplicado. As áreas coloridas indicam as faces das chapas que estão 'soldadas' virtualmente, garantindo a continuidade estrutural do chassi.

Figura 28 – Definição de contato entre regiões de solda

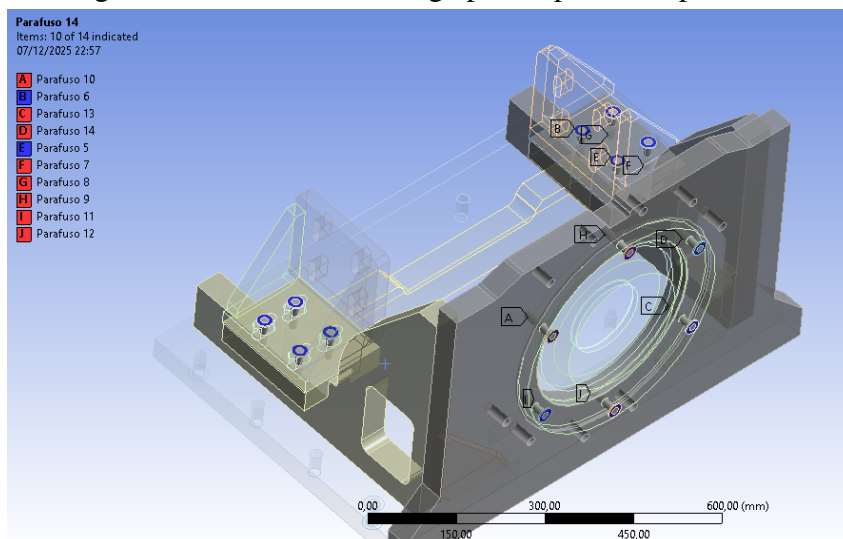


Fonte: Próprio autor.

Por fim, para a representação dos elementos de fixação, optou-se por não modelar a geometria sólida das roscas e cabeças dos parafusos, o que demandaria uma malha extremamente refinada. Em vez disso, utilizou-se a ferramenta de beam elements.

Conforme demonstrado na Figura 29, os parafusos são representados por linhas amarelas que conectam as superfícies fixadas. Esta abordagem permite atribuir propriedades de material, diâmetro equivalente e, principalmente, a aplicação de uma carga de Bolt Pretension. Isso simula a força axial gerada pelo torque de aperto, comprimindo as juntas definidas nas figuras anteriores e garantindo a rigidez real do conjunto montado.

Figura 29 – Elementos de viga para representar parafusos



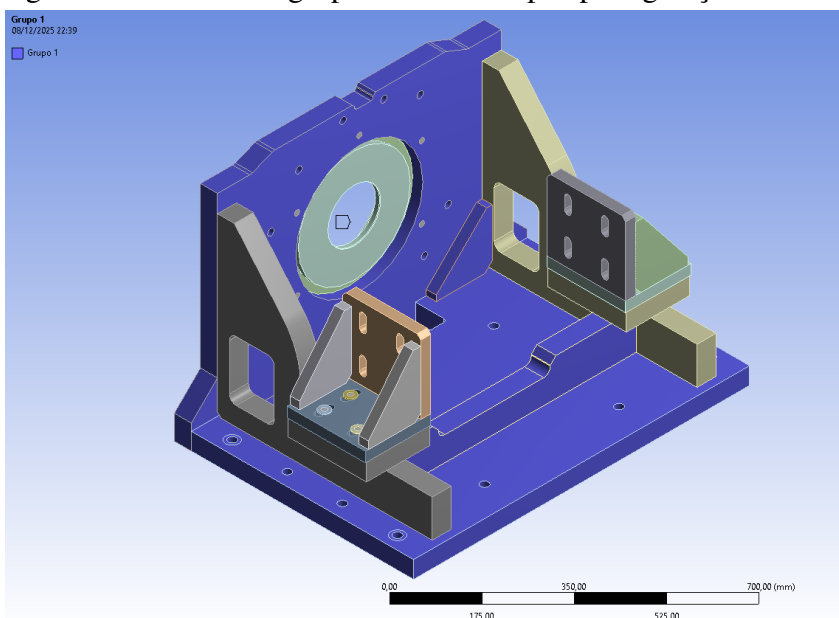
Fonte: Próprio autor.

3.5 DISCRETIZAÇÃO

A geração de uma malha adequada é fundamental para a precisão dos resultados de uma análise por elementos finitos. Uma malha excessivamente grosseira pode ocultar gradientes de tensão importantes, enquanto uma malha desnecessariamente fina eleva drasticamente o custo computacional.

Para assegurar o equilíbrio entre a precisão dos resultados nas regiões de interesse e o custo computacional, adotou-se uma estratégia de refinamento seletivo. A estrutura foi segmentada em grupos de componentes conforme a criticidade dos gradientes de tensão esperados. A Figura 30 ilustra essa discretização.

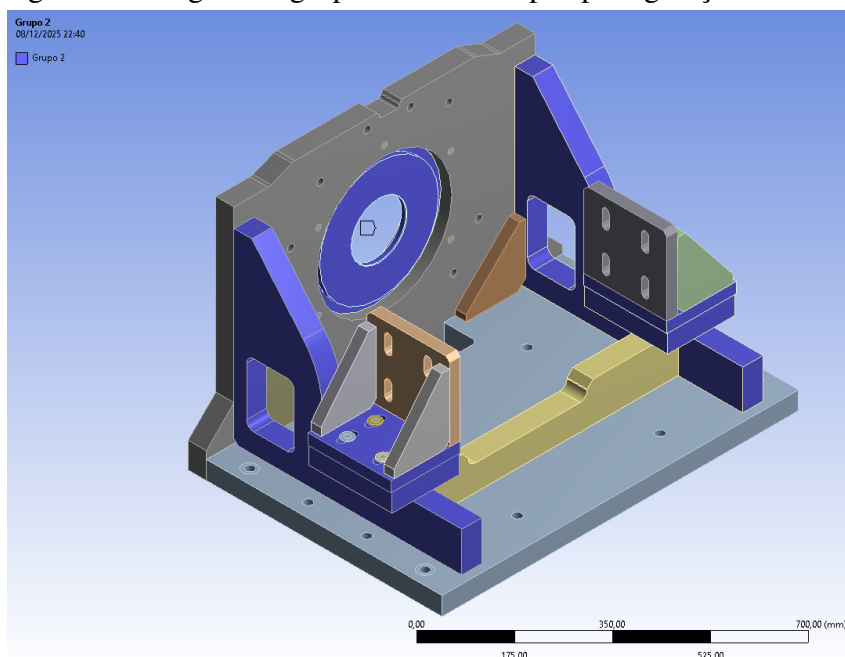
Figura 30 – Primeiro agrupamento de corpos para geração de malha



Fonte: Próprio autor.

O segundo nível de refinamento foi direcionado às regiões de maior criticidade, onde ocorrem as transferências de carga concentrada e as fixações. O segundo agrupamento de corpos, composto pelos suportes dos mancais e pelas áreas de fixação dos parafusos. Conforme demonstrado na Figura 32.

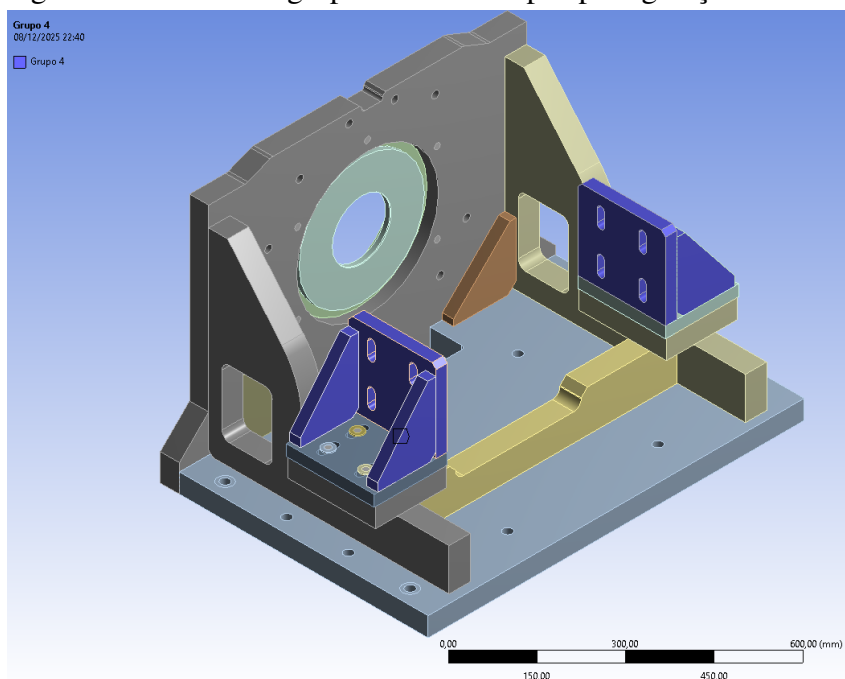
Figura 31 – Segundo agrupamento de corpos para geração de malha



Fonte: Próprio autor.

Por fim, aplicou-se o dimensionamento de malha ao restante da estrutura vertical, responsável por suportar o flange do motor. No terceiro agrupamento, visível na Figura 31 para as chapas verticais e reforços laterais.

Figura 32 – Terceiro agrupamento de corpos para geração de malha



Fonte: Próprio autor.

Após a geração da malha, é mandatório verificar sua qualidade numérica. Elementos dis-

torcidos podem introduzir erros artificiais na matriz de rigidez e comprometer a convergência da solução. Para mitigar os erros de discretização mencionados e garantir a confiabilidade dos resultados, foi realizado um estudo de convergência de malha. Conforme apresentado na Figura 33, utilizou-se a ferramenta de parametrização do Ansys para criar quatro cenários distintos de refino de malha.

Figura 33 – Parametrização dos grupos de malha

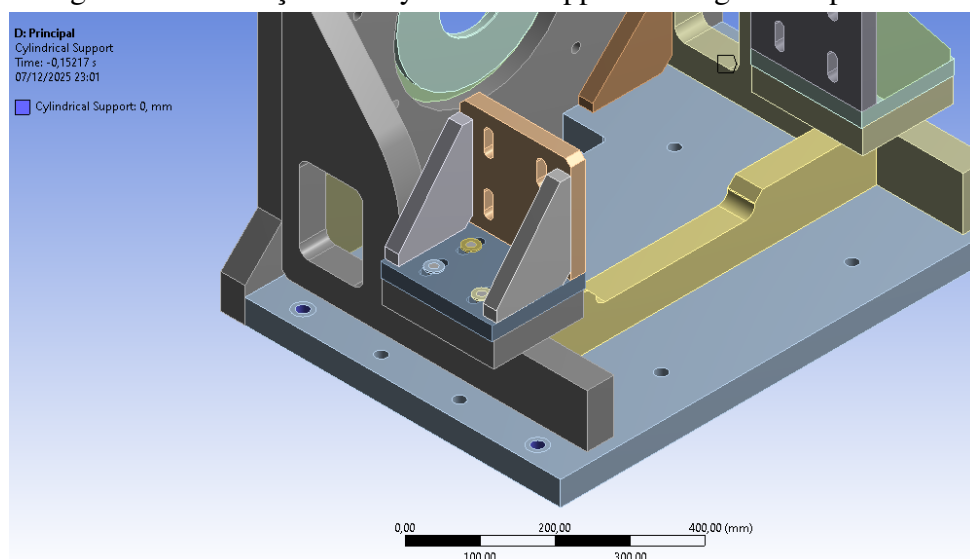
Table of Design Points											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Name	P24 - Grupo1	P25 - Grupo2	P28 - Grupo3	P29 - Grupo4	P30 - Grupo5	P31 - Grupo6	P32 - Mesh Max	P33 - Total Deformation Maximum	P34 - Total Deformation 2 Maximum	Retain
2	Units	mm	mm	mm	mm	mm	mm		mm	mm	
3	DP 0	40	40	40	20	12	4	0,99906	6,8545	8,5375	☒
4	DP 1	30	30	30	15	9	3	0,99588	6,8919	5,0804	☒
5	DP 2	20	20	20	10	6	2	0,98473	6,9247	4,2848	☒
6	DP 3 (Current)	10	10	10	5	3	1	0,87939	6,9725	4,7164	☒
*											☐

Fonte: Próprio autor.

3.6 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO

Com a malha definida, procedeu-se à aplicação das condições de contorno para simular a fixação da bancada ao solo através dos chumbadores. A Figura 34 detalha a restrição de suporte cilíndrico aplicada às faces internas dos furos da base. Esta condição impede a movimentação radial e tangencial, simulando a ação da haste do parafuso contra a parede do furo, mas permitindo livre deformação axial.

Figura 34 – Restrição de "Cylindrical Support" na região dos parafusos

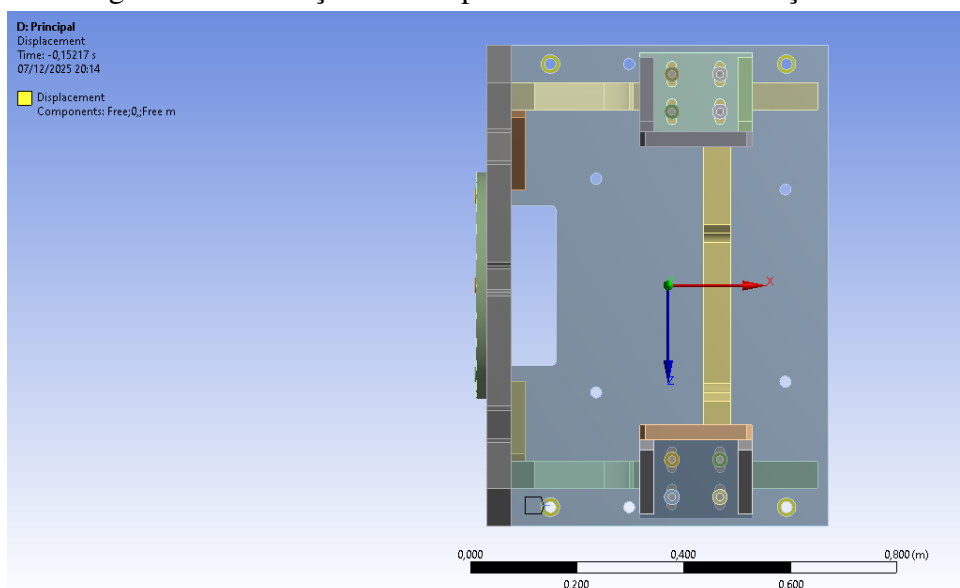


Fonte: Próprio autor.

Para complementar a fixação, foi necessário restringir o movimento vertical da base, simulando o aperto dos parafusos contra o chão.

Na Figura 35, observa-se a aplicação de uma restrição de deslocamento (Displacement) na face superior dos rebaixos da base, onde a cabeça do parafuso (ou porca) assentaria. Foi fixado o deslocamento em $Y = 0$ mm, impedindo que a bancada 'levante' sob a ação do torque de tombamento.

Figura 35 – Restrição de "Displacement" da movimentação em Y

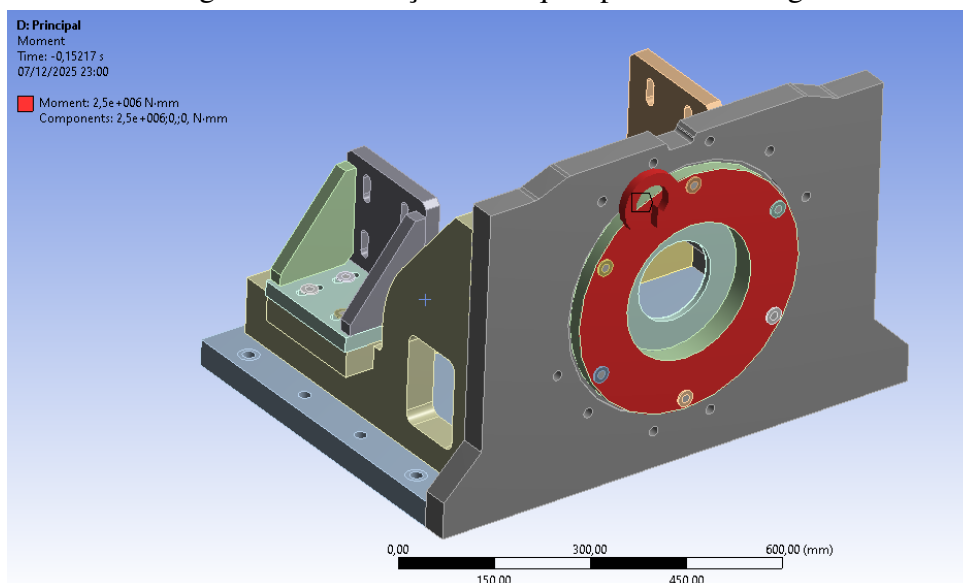


Fonte: Próprio autor.

As condições de carregamento iniciaram-se com a aplicação da força inercial básica. Também foi aplicado a aceleração da gravidade padrão ($9,81m/s^2$) no sentido negativo do eixo Y. Isso garante que o peso próprio de toda a estrutura (calculado com base na densidade do Aço 1020) e a massa do motor sejam considerados na análise de tensão inicial.

O carregamento principal de operação foi simulado através de um Momento aplicado remotamente no centro do eixo do dinamômetro. Conforme a Figura 36, aplicou-se um torque de 2.500 N.m ao flange de acoplamento. Este carregamento representa o torque de reação máximo que o motor exerce sobre a bancada durante os ensaios de performance, sendo a principal fonte de torção da estrutura.

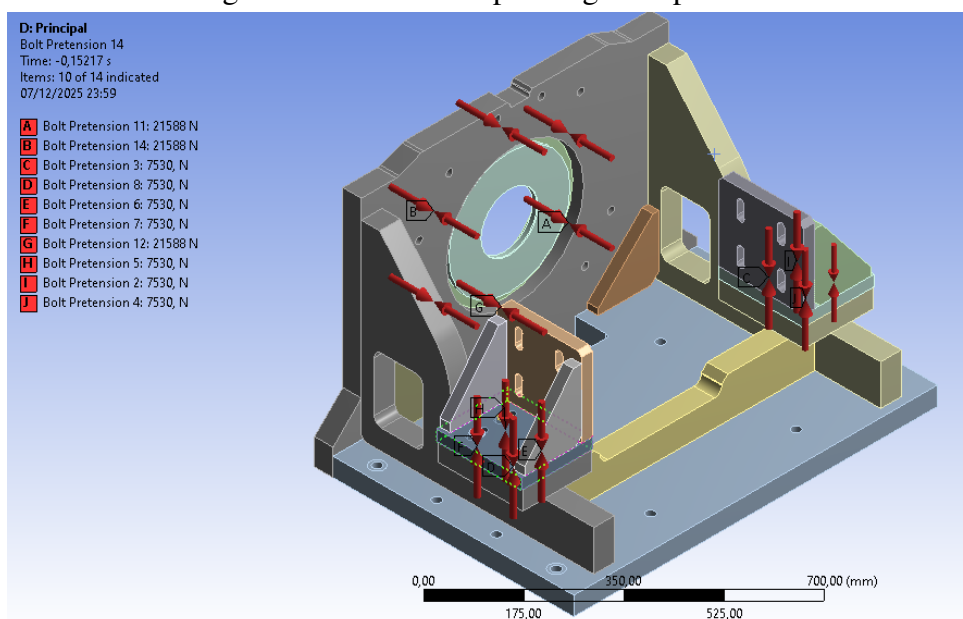
Figura 36 – Condição de torque aplicado ao flange



Fonte: Próprio autor.

Por fim, para garantir a integridade das uniões e a rigidez do conjunto, aplicou-se a pré-carga nos parafusos, calculada analiticamente na metodologia. A Figura 37 ilustra a ferramenta de pré-tensão de parafuso. Foram aplicadas as cargas de 21.588 N nos parafusos do flange (M10/M12) e 7.530 N nos parafusos menores, conforme o dimensionamento prévio. Esta força comprime as chapas e ativa os contatos de atrito definidos anteriormente.

Figura 37 – Valores de pré-carga dos parafusos



Fonte: Próprio autor.

Foram realizados dois tipos distintos de análise numérica para validar os critérios de projeto. A análise Estática Estrutural foi configurada para calcular as tensões equivalentes de Von Mises

e a deformação total. O objetivo foi validar se a deflexão máxima no ponto de acoplamento permaneceria inferior a 0,1 mm sob carga máxima, garantindo a integridade metrológica do alinhamento.

Para determinar as frequências naturais de vibração da estrutura é necessário da análise modal. O solver foi configurado para extrair os primeiros 6 modos de vibração, excluindo modos de corpo rígido, pois a estrutura está fixa. O critério de aprovação exigiu que a primeira frequência natural (f_1) fosse superior a 125 Hz, garantindo uma margem de segurança de 50% acima da frequência de excitação máxima do motor de 83,3 Hz a 5000 rpm para evitar o fenômeno de ressonância.

3.7 VALIDAÇÃO ANALÍTICA DO MODELO

Com o objetivo de aferir a coerência física dos resultados obtidos via MEF, estabeleceu-se um roteiro de cálculo analítico baseado na Mecânica dos Sólidos clássica e na Teoria das vibrações mecânicas. Esta etapa visa assegurar que as condições de contorno e as propriedades de malha configuradas no software representam adequadamente a física do problema, descartando erros de modelagem grosseiros.

O procedimento analítico foi dividido em duas etapas: verificação da rigidez estática e estimativa da primeira frequência natural.

3.8 MODELAGEM SIMPLIFICADA

Para a validação da rigidez vertical, a estrutura complexa da bancada foi simplificada para um modelo de coluna engastada submetida à carga excêntrica. Considerou-se que a rigidez do motor é infinita em comparação à estrutura, transmitindo a carga gravitacional integralmente aos suportes laterais.

O deslocamento vertical total no ponto de acoplamento foi determinado aplicando-se o princípio da superposição. A parcela de deformação referente à compressão axial, gerada pela componente vertical do peso atuando sobre a seção transversal da torre, foi calculada conforme a Equação 2.7.

Simultaneamente, computou-se a deformação por flexão devido à excentricidade. Esta deflexão decorre do momento fletor gerado pela distância horizontal entre o ponto de aplicação da carga e o centroide da coluna, sendo determinada segundo a formulação apresentada na Equação 2.38. A deflexão final do sistema resulta da soma algébrica destas duas componentes elásticas lineares, como visto pela Equação 2.8.

3.8.1 MODELAGEM DINÂMICA (1-GDL)

Para a validação da resposta dinâmica, a estrutura foi modelada como um sistema oscilatório de um grau de liberdade. Este modelo assume que a primeira frequência natural é

governada predominantemente pela relação entre a rigidez estática global e a massa participante do movimento.

Para a aplicação da formulação clássica de sistemas não amortecidos, definiram-se os parâmetros do modelo da seguinte forma: a rigidez equivalente foi obtida pela Lei de Hooke, utilizando a razão entre o peso do motor e a deflexão estática calculada. Já a massa efetiva foi determinada pelo Método de Rayleigh, que estabelece a inércia do sistema como a soma da massa pontual do motor com uma parcela de aproximadamente 33% da massa estrutural distribuída, resultando na equação:

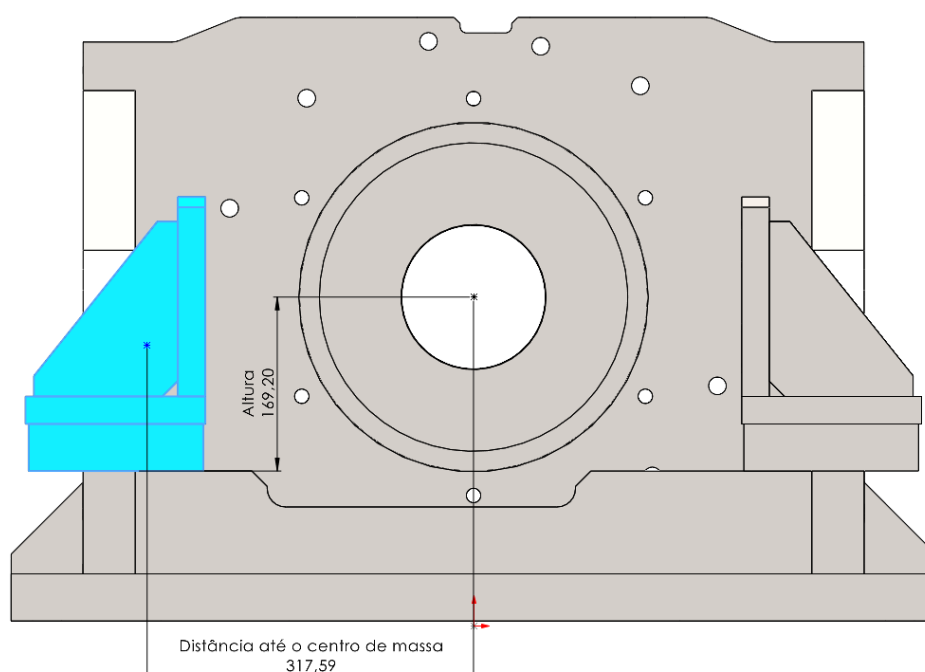
$$m_{eff} \approx m_{motor} + 0,33 \cdot m_{estrutura} \quad (3.6)$$

3.8.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Para garantir a fidelidade do cálculo manual frente à geometria complexa da bancada, as propriedades geométricas fundamentais foram extraídas diretamente do modelo CAD 3D. Este procedimento visa reduzir erros de aproximação dimensional.

A Figura 38 ilustra a definição das cotas lineares críticas para o modelo de viga em balanço.

Figura 38 – Definição das cotas de referência no modelo CAD: Comprimento efetivo vertical e excentricidade da carga



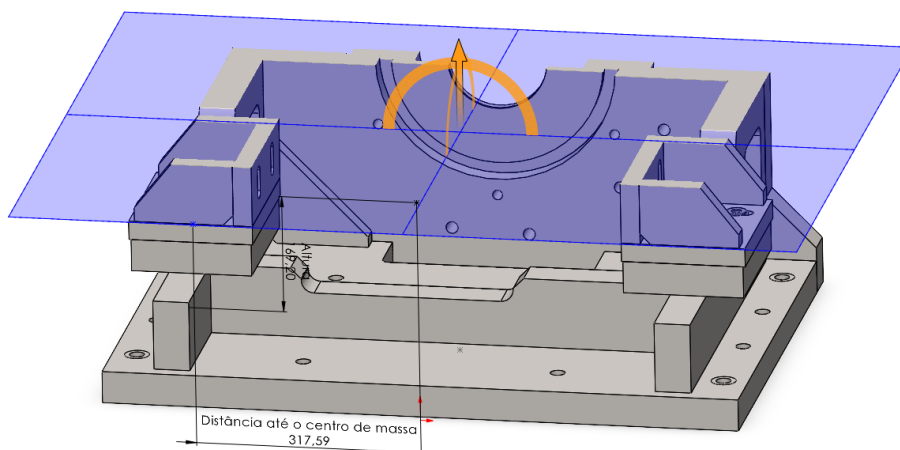
Fonte: Próprio autor.

Com base na visualização acima, definiram-se os seguintes parâmetros para a equação de rigidez:

- Comprimento efetivo (L_{ef}): Definido como a distância vertical entre a face inferior da base e o centro geométrico do eixo do motor, totalizando a altura da coluna equivalente.
- Excentricidade (e): Distância horizontal projetada entre a linha neutra da torre de suporte e o centro de massa da carga aplicada.

Para a determinação das propriedades de seção (A e I_{xx}), considerou-se que a torre de suporte possui uma geometria variável ao longo do eixo vertical devido à presença de nervuras de reforço. Para obter uma rigidez média representativa, definiu-se um plano de corte transversal posicionado na altura média da torre ($L_{ef}/2$), conforme demonstrado na Figura 39.

Figura 39 – Posicionamento do plano de corte transversal para obtenção da seção média equivalente



Fonte: Próprio autor.

A interseção deste plano com o sólido gerou a superfície de referência para o cálculo das propriedades inerciais. A ferramenta de propriedades de seção do software CAD foi utilizada para calcular a área e os momentos de inércia em relação ao centroide da própria seção cortada. Os valores obtidos estão detalhados na Tabela 5.

Tabela 5 – Propriedades geométricas da seção transversal da estrutura.

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Área da Seção	A	10.020,84	mm ²
Centroide em X	$\bar{x}$	52,10	mm
Centroide em Y	$\bar{y}$	310,00	mm
Centroide em Z	$\bar{z}$	299,30	mm
Momento de Inércia (Eixo X)	I_{xx}	$1,10 \times 10^7$	mm ⁴
Momento de Inércia (Eixo Y)	I_{yy}	$6,94 \times 10^7$	mm ⁴
Momento de Inércia (Eixo Z)	I_{zz}	$5,84 \times 10^7$	mm ⁴

Fonte: Próprio autor.

A partir dos dados apresentados na Tabela 5, foram selecionados os parâmetros críticos para o cálculo analítico: a área da seção (A), aplicada no cálculo da deformação axial, e o momento de inércia em torno do eixo X (I_{xx}).

Vale ressaltar que I_{xx} foi o escolhido pois, no sistema de coordenadas local da seção, o eixo X corresponde ao eixo de flexão principal da bancada no modelo simplificado sob a atuação das cargas de torque e peso.

3.9 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO SIMPLIFICADA

Para isolar a rigidez estrutural das torres de suporte e validar o modelo analítico de compressão/flexão desenvolvido anteriormente, realizou-se uma análise estática linear preliminar em um modelo geométrico simplificado.

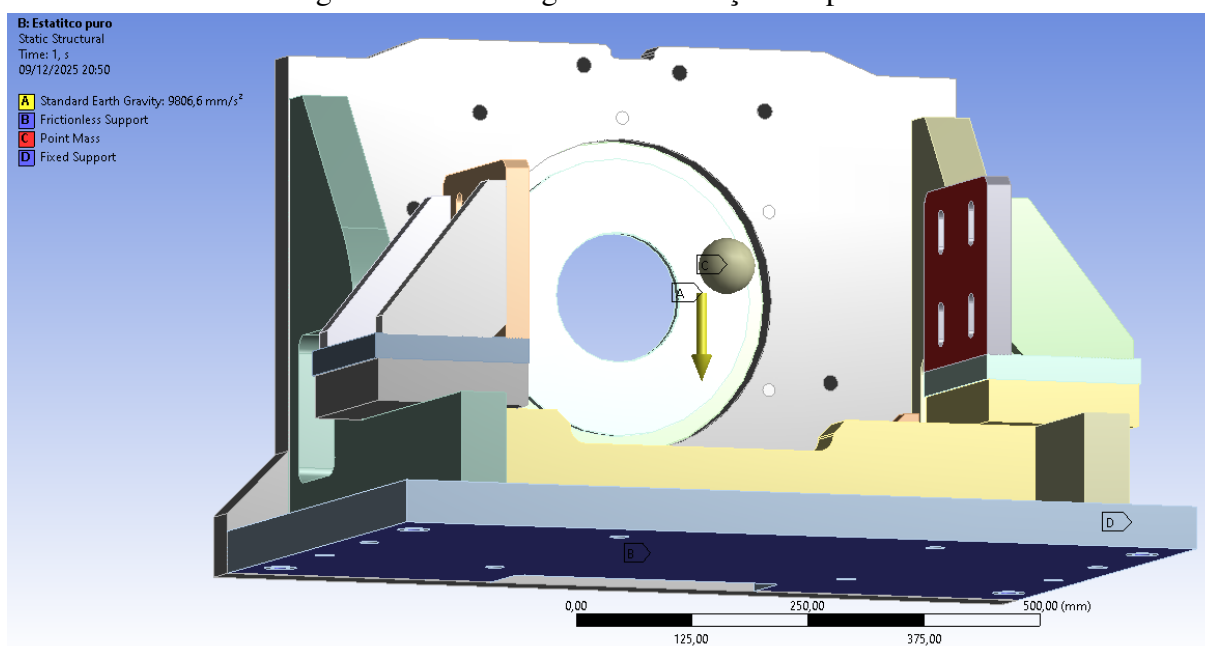
O objetivo desta etapa foi eliminar as não-linearidades provenientes de contatos de atrito e da montagem complexa do motor, focando exclusivamente na resposta elástica da estrutura de aço sob a ação da gravidade e do peso do motor.

3.9.1 ESTRATÉGIA DE MODELAGEM E SIMPLIFICAÇÃO GEOMÉTRICA

Para representar a carga do motor sem a necessidade de modelar sua geometria complexa, utilizou-se o recurso de massa pontual, conforme feito anteriormente.

Foi definida uma massa de 226 kg localizada no centro de gravidade estimado do motor. Esta massa foi conectada às faces de apoio das torres laterais, transmitindo as forças e momentos resultantes diretamente para a estrutura, simulando um motor infinitamente rígido.

Figura 40 – Modelagem da simulação simplificada



Fonte: Próprio autor.

3.9.2 DEFINIÇÃO DOS CONTATOS

Uma das principais simplificações adotadas nesta análise refere-se às interações entre os componentes da montagem. Diferente da análise completa, onde se consideraria o atrito entre chapas parafusadas, nesta etapa simplificada todos os contatos foram definidos como "Bonded".

Esta configuração impõe que os nós coincidentes ou próximos das superfícies em contato tenham os mesmos graus de liberdade de deslocamento, impedindo qualquer separação ou deslizamento relativo entre as peças.

A adoção do contato do tipo Bonded justifica-se, primeiramente, pela linearidade que confere à análise, garantindo rapidez na solução e convergência única. Além do benefício numérico, este tipo de contato oferece a representação física correta para as regiões soldadas, como a união das nervuras. No que tange às conexões parafusadas, a abordagem assume um caráter conservador ao simular um cenário de rigidez máxima, sendo ideal para validar o limite superior da frequência natural teórica da estrutura.

3.9.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO

As condições de fronteira foram estabelecidas para reproduzir fielmente o teste estático de rigidez. Inicialmente, aplicou-se um suporte fixo nas faces inferior e laterais da base, restringindo todos os seis graus de liberdade para simular um chumbamento ideal ao solo sísmico. Simultaneamente, o carregamento gravitacional de $9.806,6 \text{ mm/s}^2$ foi imposto verticalmente a todos os corpos, considerando as densidades atribuídas. Adicionalmente, definiu-se uma massa pontual de 226 kg como carga remota principal, a qual induz tanto esforços de compressão nas torres quanto momentos fletores devido à excentricidade da aplicação.

Os resultados de deformação decorrentes desta configuração constituem a base comparativa para a validação dos cálculos manuais expostos no capítulo de resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, são expostos os dados resultantes da modelagem e simulação estrutural da bancada. A análise visa comprovar o atendimento aos requisitos de projeto estabelecidos na metodologia. O desempenho da estrutura é validado através da verificação dos fatores de segurança contra o escoamento e a fadiga, da análise modal para prevenção de ressonância e do controle das deformações elásticas, visando a estabilidade dimensional requerida para a operação do dinamômetro

4.1 CONVERGÊNCIA DE MALHA E RESULTADOS

A precisão dos resultados em uma análise de elementos finitos é diretamente dependente da qualidade da discretização do domínio. Para assegurar que as tensões e frequências naturais obtidas representam o comportamento físico real da estrutura e não artefatos numéricos decorrentes de uma malha excessivamente grossa, realizou-se um estudo de independência de malha.

Para automatizar e sistematizar o estudo de convergência, utilizou-se a ferramenta de parametrização do Ansys. Conforme detalhado na Tabela 5, foram definidos quatro pontos de projeto, onde as variáveis de entrada correspondem ao tamanho médio dos elementos, em milímetros, atribuídos aos diferentes grupos de corpos da estrutura.

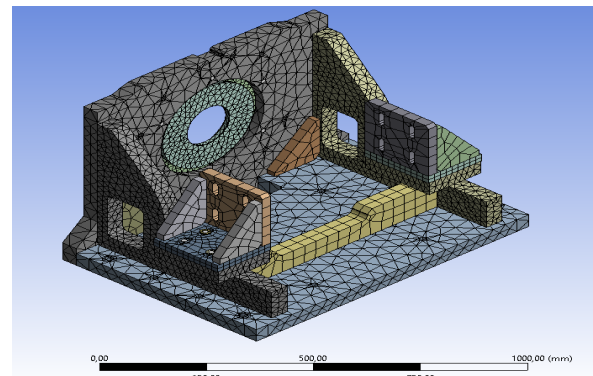
A definição dos tamanhos de malha para cada cenário seguiu uma redução progressiva das dimensões dos elementos, conforme descrito abaixo:

- DP 0 (Malha 1): Configurada como a malha base, utilizou elementos de 40 mm para a estrutura geral e 20 mm para as regiões de refinamento local.
- DP 1 (Malha 2): Aplicou-se uma redução global de aproximadamente 25% no tamanho dos elementos, alterando os parâmetros para 30 mm na estrutura e 15 mm nos suportes.
- DP 2 (Malha 3): Representando um nível intermediário de refinamento, os elementos foram reduzidos para 20 mm e 10 mm, dobrando a densidade de malha em relação ao cenário inicial.
- DP 3 (Malha 4): O cenário mais refinado, utilizado para os resultados finais, adotou elementos de 10 mm para a estrutura global e 5 mm para as regiões críticas, com detalhes de contato e fixação refinados para até 1 mm.

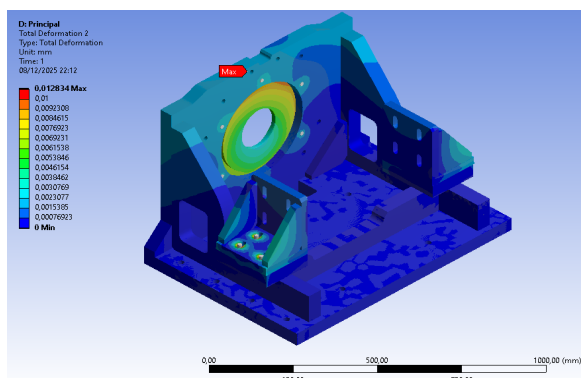
Figura 41 – Resultados da análise para a Malha 1. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente

☒	Quality
Check Mesh Qua...	Yes, Errors
Error Limits	Aggressive Mechanical
☐ Target Quality	0,5
Smoothing	High
Mesh Metric	Skewness
☐ Min	2,7141e-003
☒ Max	0,99906
☐ Average	0,35942
☐ Standard Devi...	0,21046
☒	Inflation
☒	Advanced
☒	Statistics
☐ Nodes	63918
☐ Elements	33104

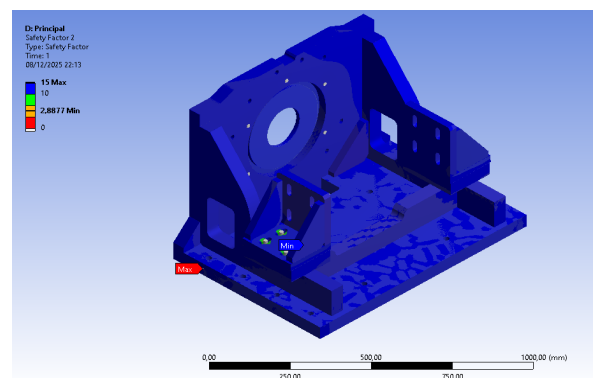
(a) Estatísticas de qualidade da malha



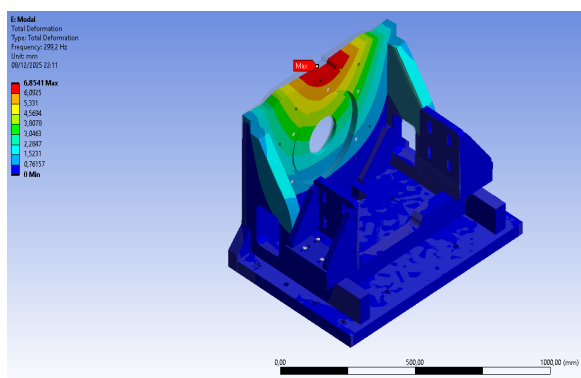
(b) Malha discretizada



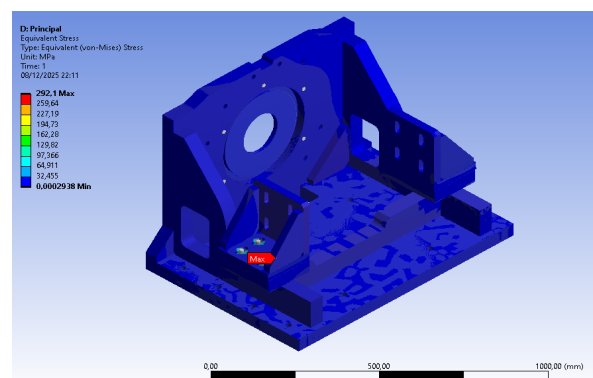
(c) Deformação Total



(d) Fator de Segurança



(e) 1º Modo de Vibração

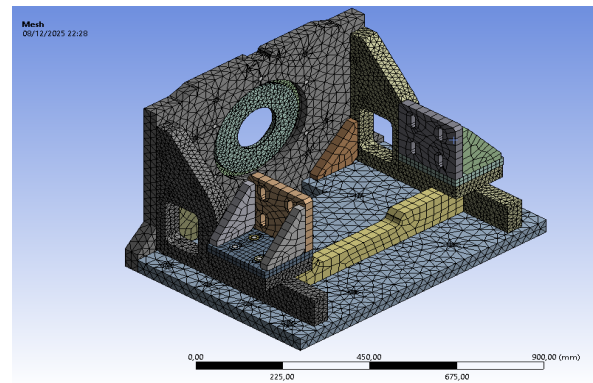


(f) Tensão de Von Mises

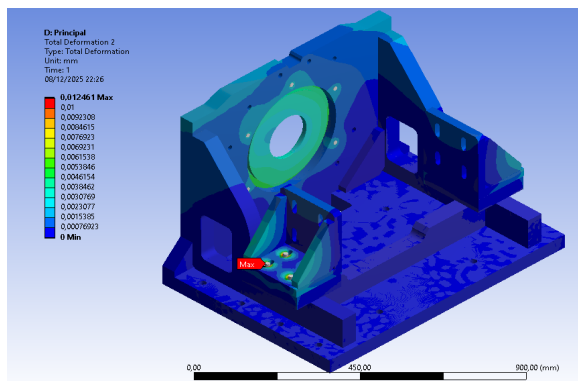
Figura 42 – Resultados da análise para a Malha 2. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente

Quality	
Check Mesh Qua...	Yes, Errors
Error Limits	Aggressive Mechanical
Target Quality	0,5
Smoothing	High
Mesh Metric	Skewness
Min	5,9685e-005
Max	0,99588
Average	0,28659
Standard Devi...	0,17921
Inflation	
Advanced	
Statistics	
Nodes	115306
Elements	64777

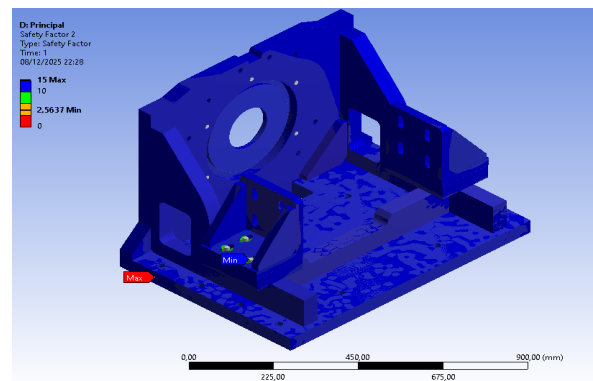
(a) Estatísticas de qualidade da malha



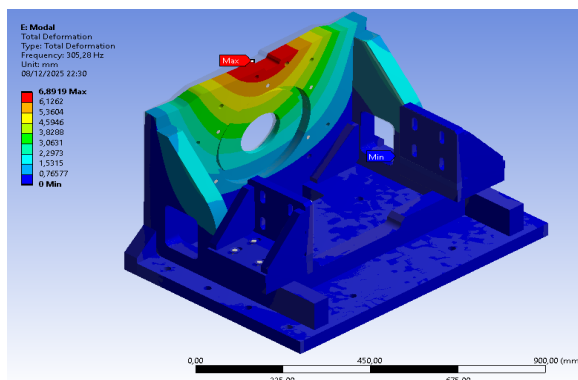
(b) Malha discretizada



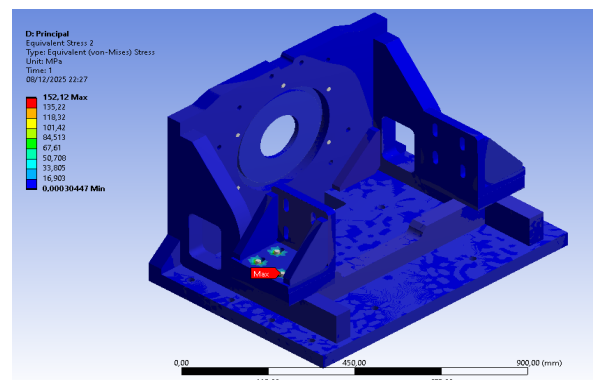
(c) Deformação Total



(d) Fator de Segurança



(e) 1º Modo de Vibração

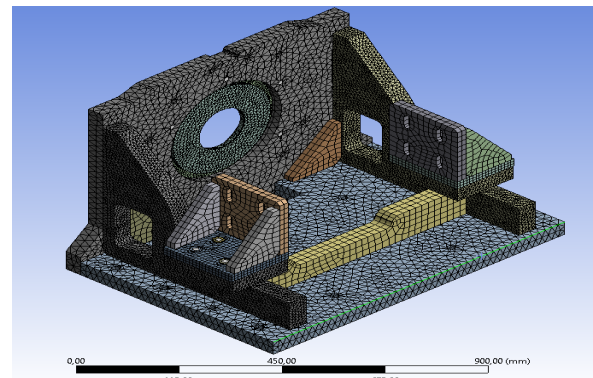


(f) Tensão de Von Mises

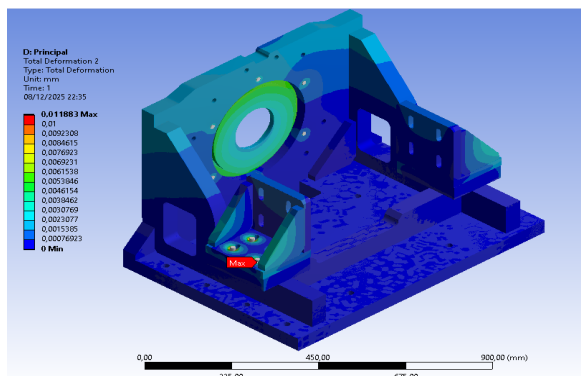
Figura 43 – Resultados da análise para a Malha 3. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente

[-] Quality	
Check Mesh Qua...	Yes, Errors
Error Limits	Aggressive Mechanical
☐ Target Quality	0,5
Smoothing	High
Mesh Metric	Skewness
☐ Min	1,3057e-010
☒ Max	0,98473
☐ Average	0,23789
☐ Standard Devi...	0,13802
[+] Inflation	
[+] Advanced	
[-] Statistics	
☐ Nodes	335361
☐ Elements	205383

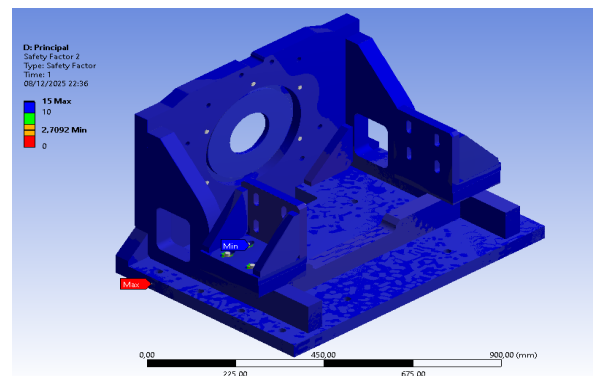
(a) Estatísticas de qualidade da malha



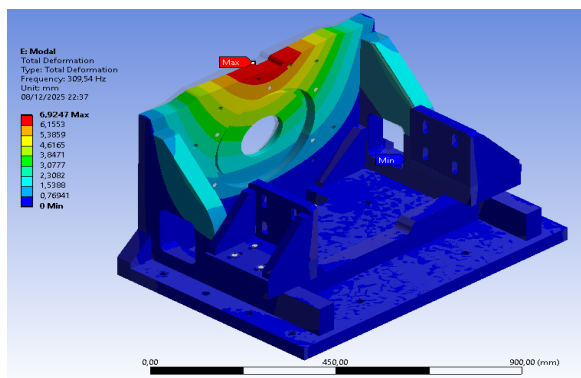
(b) Malha discretizada



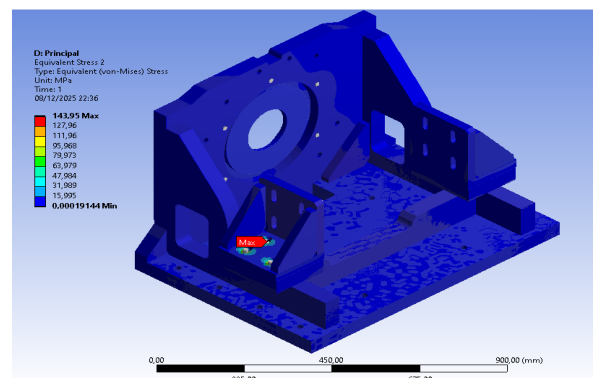
(c) Deformação Total



(d) Fator de Segurança



(e) 1º Modo de Vibração

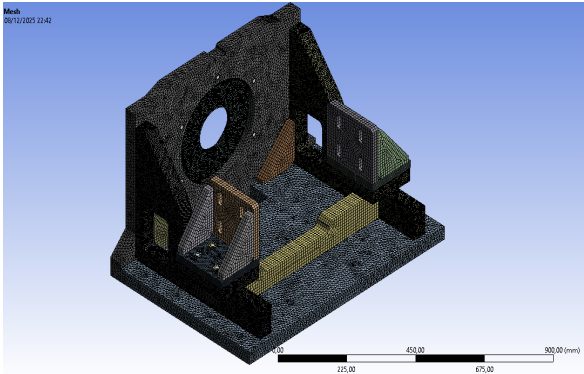


(f) Tensão de Von Mises

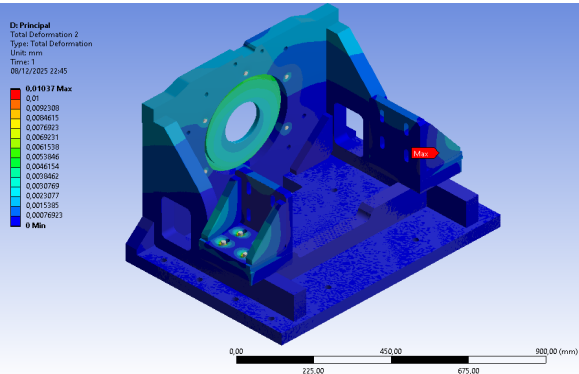
Figura 44 – Resultados da análise para a Malha 4. (a) Métricas de qualidade; (b) Visualização isométrica; (c) Campo de deformação; (d) Distribuição do fator de segurança; (e) Frequência natural fundamental; (f) Tensão equivalente

☐ Quality	
Check Mesh Qua...	Yes, Errors
Error Limits	Aggressive Mechanical
☐ Target Quality	0,5
Smoothing	High
Mesh Metric	Skewness
☐ Min	1,3057e-010
☒ Max	0,87939
☐ Average	0,21258
☐ Standard Devi...	0,12143
☒ Inflation	
☒ Advanced	
☐ Statistics	
☐ Nodes	2318530
☐ Elements	1548506

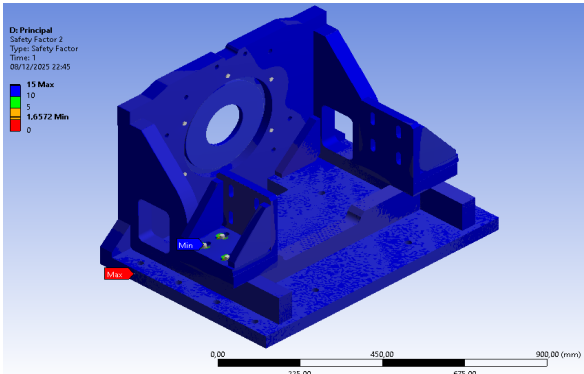
(a) Estatísticas de qualidade da malha



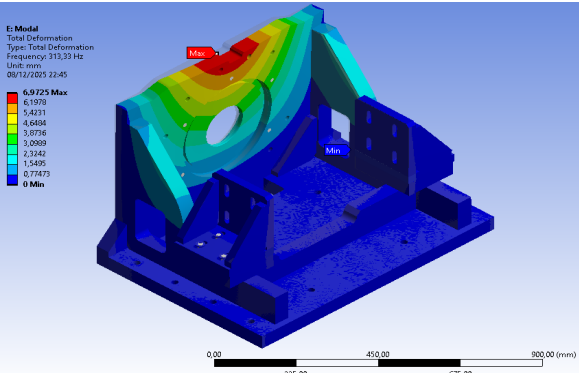
(b) Malha discretizada



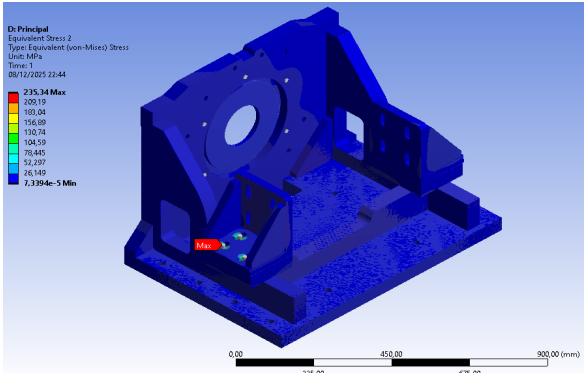
(c) Deformação Total



(d) Fator de Segurança



(e) 1º Modo de Vibração



(f) Tensão de Von Mises

Os resultados obtidos para cada cenário de refinamento de malha estão compilados e apresentados nas Figuras Figura 41, Figura 42, Figura 43 e Figura 44. A interpretação destes dados inicia-se pela avaliação da qualidade da discretização, observada nas subfiguras (a) e (b). Enquanto a subfigura (a) quantifica métricas essenciais como a assimetria (Skewness) e a qualidade ortogonal dos elementos, a visualização isométrica na subfigura (b) permite identificar geometricamente as regiões onde a densidade de malha foi intensificada, conforme as estratégias de refinamento adotadas no pré-processamento.

No que tange aos critérios de rigidez estática, a subfigura (c) ilustra o campo de deformação total. Este resultado exhibe a magnitude vetorial do deslocamento em cada nó da estrutura sob a aplicação das cargas estáticas máximas, evidenciando que as maiores deformações se localizam na região superior do flange e nos braços de apoio ao motor. Esta verificação é fundamental para garantir que a deflexão máxima respeite o limite de projeto de 0,1 mm no ponto de acoplamento, assegurando o alinhamento do eixo.

Simultaneamente, a integridade estrutural é avaliada através das subfiguras (f) e (d). A subfigura (f) apresenta a distribuição das tensões equivalentes de von Mises, destacando que os picos de tensão ocorrem predominantemente na região de aplicação da pré-carga dos parafusos. Correlacionado a isso, a subfigura (d) mapeia o fator de segurança, indicando que o menor valor se localiza especificamente na área de assentamento das arruelas (região de pré-carga). Deve-se ressaltar, contudo, que esta é uma concentração de tensão localizada decorrente da condição de contorno de aperto e, portanto, não representa um risco crítico para a segurança global da estrutura.

Por fim, o comportamento dinâmico da bancada é representado na subfigura (e), que exhibe o 1º modo de vibração. A escala de cores representa a deformada modal normalizada, revelando um movimento de flexão nas paredes laterais similar à movimentação de uma membrana ou tímpano. O monitoramento deste valor é crítico para assegurar que a frequência natural da estrutura esteja suficientemente afastada da frequência de excitação operacional do motor, evitando o fenômeno de ressonância.

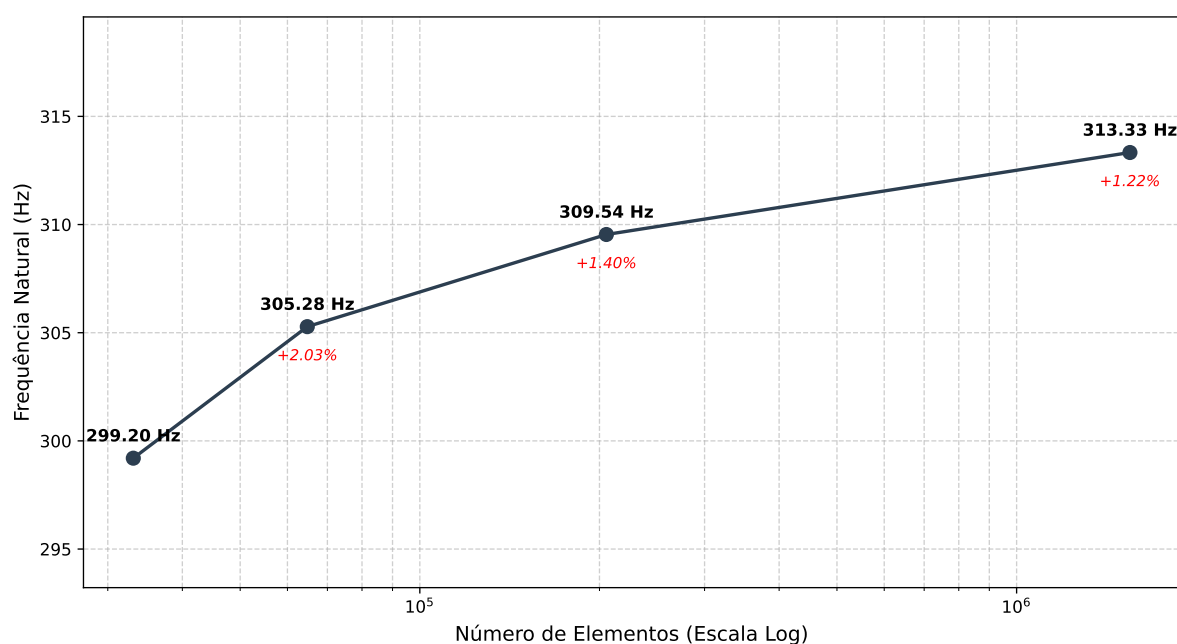
A Malha 4, apresentada na Figura 44, representa o cenário de maior refinamento computacional deste estudo, totalizando mais de 1,5 milhões de elementos. Observa-se que, com esta discretização, os gradientes de tensão tornam-se mais suaves e contínuos, especialmente nas regiões de transição geométrica e contato, indicando uma melhor captura do comportamento mecânico local.

Ao comparar os resultados da Malha 4 com a configuração anterior (Malha 3), nota-se uma estabilização nos valores das variáveis de controle. A variação da frequência natural fundamental, por exemplo, foi mínima, sugerindo que um refinamento adicional traria um ganho de precisão marginal em troca de um custo computacional proibitivo.

Para visualizar a evolução desses parâmetros e validar a escolha da Malha 4 como o modelo definitivo para a verificação dos critérios de projeto, consolidou-se o histórico de convergência no gráfico a seguir.

Figura 45 – Variação da frequência natural em função da quantidade de elementos de malha

Convergência de Malha: Frequência Natural



Fonte: Próprio autor.

Inicialmente, a transição da Malha 1 para a Malha 2 resultou em um incremento de 2,09% na frequência natural fundamental. Contudo, ao avançar para os níveis de refinamento superiores, a taxa de variação marginal reduziu-se progressivamente, registrando 1,40% entre as Malhas 2 e 3, e estabilizando-se em apenas 1,22% na transição final para a Malha 4.

Este decaimento na variação percentual indica que o modelo atingiu um patamar de estabilidade numérica, onde refinamentos adicionais resultariam em ganhos de precisão desprezíveis em comparação ao aumento exponencial do custo computacional e tempo de processamento.

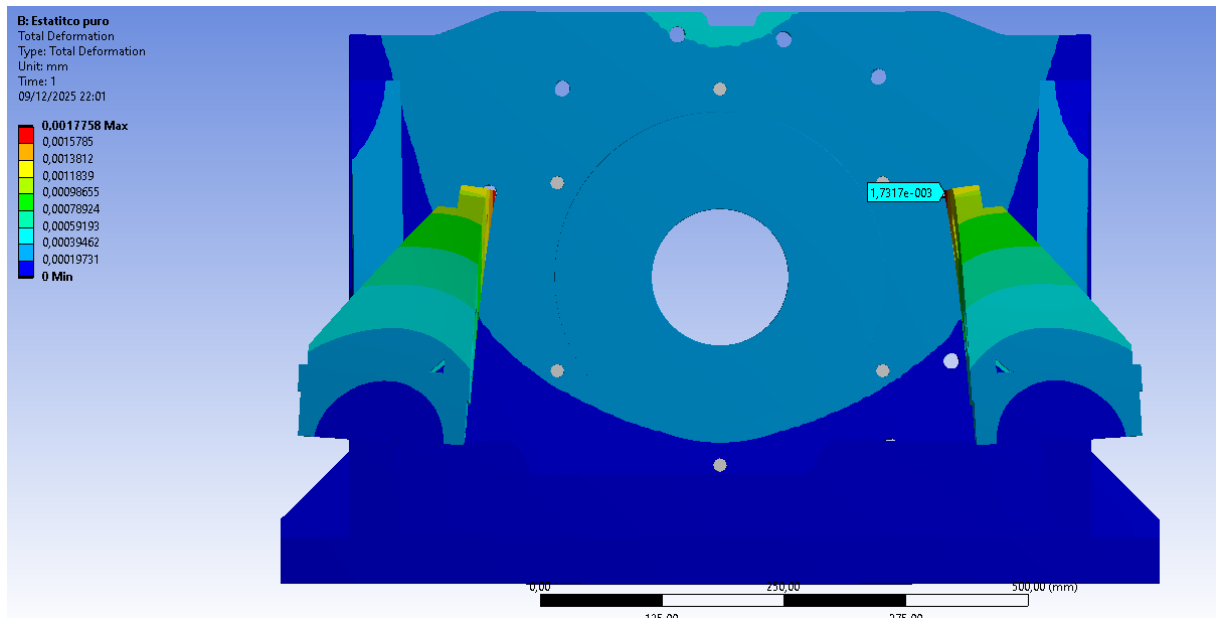
Desta forma, considera-se que a Malha 4 alcançou a independência de malha necessária para a validação do projeto. Os resultados extraídos desta configuração, especificamente a deformação máxima, as tensões de Von Mises e as frequências modais são portanto, assumidos como representativos do comportamento físico real da estrutura e serão utilizados nas seções subsequentes para a verificação dos critérios de aprovação estática e dinâmica estabelecidos nos objetivos deste trabalho.

4.2 MODELO SIMPLIFICADO

Após a definição das condições de contorno e do carregamento da massa pontual, procedeu-se à solução numérica do modelo simplificado. O objetivo desta etapa preliminar foi isolar o comportamento elástico das torres de suporte sob a ação da gravidade, sem a influência de não-linearidades de contato complexas. A Figura 46 apresenta o campo de deformação total

resultante desta análise estática, destacando a magnitude dos deslocamentos verticais na região de aplicação da carga.

Figura 46 – Campo de deformação total do modelo simplificado sob ação da gravidade e carga do motor



Fonte: Próprio autor.

A análise qualitativa da imagem revela que a estrutura se comporta de maneira extremamente rígida, como evidenciado pela predominância da escala de cores azul (baixa deformação) em todo o corpo da bancada. O ponto de máxima deformação ocorre, conforme esperado, nas extremidades superiores das torres de suporte, devido ao braço de alavanca gerado pela excentricidade da carga.

Quantitativamente, o probe (ponto de sondagem) posicionado na face de contato da torre registrou um deslocamento vertical de $1,7317 \times 10^{-3}$ mm. Este valor numérico extraído da simulação constitui o dado de referência que será confrontado, a seguir, com o resultado obtido através do método analítico de resistência dos materiais, visando a validação da rigidez do modelo computacional

4.2.1 RESULTADOS MODELAGEM SIMPLIFICADA ESTÁTICA

A validação analítica do comportamento estático baseou-se no modelo de superposição de efeitos elásticos lineares. Para a estruturação do cálculo, foram adotados os parâmetros geométricos e materiais extraídos do modelo CAD:

Inicialmente, calculou-se a parcela de compressão axial (δ_{axial}) aplicando a formulação para barras com carga constante definida na Equação 2.7. Utilizando os parâmetros da Tabela 6, tem-se:

Tabela 6 – Parâmetros geométricos e materiais adotados para a validação analítica.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Carga por suporte	P	1.108,5	N
Excentricidade da carga	e	317,6	mm
Comprimento Efetivo	L	169,2	mm
módulo de elasticidade	E	205	GPa
Área da Seção Transversal	A	10.075	mm^2
momento de inércia	I_{xx}	15.179.815	mm^4

Fonte: Próprio autor.

$$\delta_{axial} = \frac{1.108,5 \cdot 169,2}{10.075 \cdot 205.000} \quad (4.1)$$

$$\delta_{axial} \approx 9,08 \times 10^{-5} \text{ mm} \quad (4.2)$$

Simultaneamente, determinou-se o momento fletor gerado pela excentricidade da carga ($e = 317,6 \text{ mm}$) em relação à linha neutra da torre:

$$M = P \cdot e = 1.108,5 \cdot 317,6 \approx 352.059 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (4.3)$$

A parcela de deformação por flexão (δ_{flex}), originada por este momento, foi calculada utilizando a Equação (2.38), derivada da teoria de vigas em balanço sob momento concentrado. Considerando o momento de inércia da seção média ($I_{xx} = 15.179.815 \text{ mm}^4$):

$$\delta_{flex} = \frac{M \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_{xx}} \quad (4.4)$$

$$\delta_{flex} = \frac{352.059 \cdot (169,2)^2}{2 \cdot 205.000 \cdot 15.179.815} \quad (4.5)$$

$$\delta_{flex} \approx 0,00162 \text{ mm} \quad (4.6)$$

Por fim, aplicando o princípio da superposição, a deflexão vertical total (δ_{total}) corresponde à soma algébrica destas componentes elásticas lineares, resultando em:

$$\delta_{total} = 0,00009 + 0,00162 = 0,00171 \text{ mm} \quad (4.7)$$

Com base nos valores obtidos, foi realizado o comparativo entre a solução analítica e o resultado numérico máximo de deformação extraído da simulação por Elementos Finitos. Os resultados são apresentados na Tabela 7.

A validação da representação física da simulação é confirmada pelo cálculo do erro relativo (ϵ) entre os dois métodos. Tomando o resultado da simulação numérica como referência, tem-se:

Tabela 7 – Comparativo de deflexão vertical: Analítico vs. Numérico

Método	Deflexão Vertical (δ)
Analítico (Cálculo)	0,00171 mm
Numérico (MEF - Máximo)	0,0017758 mm

Fonte: Próprio autor.

$$\epsilon = \left| \frac{\delta_{numrico} - \delta_{analtico}}{\delta_{numrico}} \right| \times 100\% \quad (4.8)$$

$$\epsilon = \left| \frac{0,0017758 - 0,00171}{0,0017758} \right| \times 100\% \quad (4.9)$$

$$\epsilon \approx 3,7\% \quad (4.10)$$

A convergência observada, com um erro relativo de 3,7%, valida a representação física da simulação, demonstrando uma correlação satisfatória entre o modelo teórico simplificado e a análise computacional complexa.

Além da validação numérica, a análise dos componentes de deformação (via método analítico) demonstra o comportamento mecânico predominante da estrutura. Comparando a parcela de flexão calculada (δ_{flex}) com o deslocamento total analítico (δ_{total}):

$$\text{Contribuição Flexão} = \frac{\delta_{flex}}{\delta_{total}} = \frac{0,00162}{0,00171} \approx 0,947 \quad (4.11)$$

A análise demonstra que, embora a estrutura sofra compressão axial, a resposta elástica é governada majoritariamente pela flexão da torre, correspondendo a cerca de 95% do deslocamento total. Este resultado confirma que a rigidez da bancada é adequada, apresentando deformações desprezíveis ($< 0,1$ mm) frente aos critérios de projeto estabelecidos.

4.2.2 RESULTADOS MODELAGEM DINÂMICA (1-GDL)

Para a validação da resposta dinâmica, aplicou-se o modelo simplificado de um grau de liberdade descrito na metodologia. O objetivo foi determinar a frequência natural fundamental teórica e confrontá-la com o resultado da análise modal numérica.

O primeiro passo consistiu na determinação da Rigidez Equivalente do suporte. Considerando o comportamento linear elástico na região de pequenas deformações, a rigidez foi calculada pela razão entre a carga aplicada e a deflexão total calculada analiticamente na seção anterior:

$$k_{eq} = \frac{P}{\delta_{total}} \quad (4.12)$$

Substituindo os valores ($P = 1.108,5$ N e $\delta_{total} = 0,00171$ mm = $1,71 \times 10^{-6}$ m):

$$k_{eq} = \frac{1.108,5}{1,71 \times 10^{-6}} \approx 648,2 \times 10^6 \text{ N/m} \quad (4.13)$$

Em seguida, determinou-se a massa efetiva do sistema oscilatório utilizando o método de Rayleigh. Para isso, calculou-se primeiramente a massa da coluna de suporte (m_{coluna}), baseando-se no volume da seção média equivalente ($A \cdot L$) e na densidade do aço ($\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$):

$$m_{coluna} = (A \cdot L) \cdot \rho \quad (4.14)$$

$$m_{coluna} = (10.075 \times 10^{-6} \cdot 0,1692) \cdot 7850 \approx 13,38 \text{ kg} \quad (4.15)$$

Aplicando a Equação 4.16 para a massa efetiva, considerando metade da massa do motor ($m_{motor}/2 = 113 \text{ kg}$) atuando sobre o suporte e o fator de participação de massa distribuída de 0,33:

$$m_{eff} \approx \frac{m_{motor}}{2} + 0,33 \cdot m_{coluna} \quad (4.16)$$

$$m_{eff} \approx 113 + 0,33 \cdot 13,38 \approx 117,4 \text{ kg} \quad (4.17)$$

Com os parâmetros de rigidez e massa definidos, a frequência natural fundamental analítica foi calculada pela equação clássica para sistemas não amortecidos:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{648,2 \times 10^6}{117,4}} \quad (4.18)$$

$$f_n \approx 374 \text{ Hz} \quad (4.19)$$

Por fim, realizou-se o comparativo entre este valor teórico e a frequência natural fundamental obtida pelo MEF para a malha refinada, conforme apresentado na Tabela 8.

Tabela 8 – Comparativo da Frequência Natural Fundamental (f_1)

Método	Frequência Natural (f_1)
Analítico (1-GDL)	374,0 Hz
Numérico (MEF)	313,3 Hz

Fonte: Próprio autor.

Para aprofundar a compreensão da discrepância observada entre os métodos e validar o comportamento dinâmico complexo da estrutura, analisou-se o relatório de participação da massa modal gerado pela simulação Figura 47.

Figura 47 – Fatores de Participação e Massa Efetiva (Ansys)

Participation Factor							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	313,33	0,30472	9,7057e-003	-3,1286e-004	-0,13133	-0,15996	-127,37
2	616,	-1,0775e-003	4,7973e-004	0,21889	81,942	-36,229	-0,18396
3	642,16	-2,2583e-003	1,4667e-003	0,40559	109,1	55,68	0,81671
4	681,19	1,4376e-002	-1,859e-002	3,3999e-002	9,7582	7,8332	-9,8029
5	749,51	5,5656e-003	-5,2453e-004	-0,20769	-82,738	-120,05	-0,7604
6	787,86	-0,45619	-2,6811e-002	-3,0888e-003	-1,3087	-1,2216	90,928
7	876,51	0,10159	1,0958e-002	-2,5338e-003	1,1045	23,499	-58,823
8	886,76	3,1877e-002	6,6337e-003	9,8877e-003	-3,8145	-83,093	-19,779

Effective Mass							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction [tonne]	Y Direction [tonne]	Z Direction [tonne]	Rotation X [tonne]	Rotation Y [tonne]	Rotation Z [tonne]
1	313,33	9,2854e-002	9,4202e-003	9,7883e-006	1,7248e-002	2,5588e-002	16,224
2	616,	1,1611e-006	2,3014e-007	4,8353e-002	6714,4	1312,5	3,384e-002
3	642,16	5,0997e-006	2,1512e-006	0,16531	11904	4340,2	0,66702
4	681,19	2,0666e-004	3,4558e-004	1,1559e-003	95,223	61,399	96,098
5	749,51	3,0976e-005	2,7513e-007	4,3137e-002	6845,6	14411	0,57821
6	787,86	0,20811	7,1885e-004	9,5409e-006	1,7127	1,4923	8267,8
7	876,51	1,0322e-002	1,2066e-004	6,4201e-006	1,2202	552,21	3460,1
8	886,76	1,0161e-003	4,4006e-005	9,7766e-005	14,55	6904,4	391,19
Sum		0,31254	1,386e-003	0,23807	25576	27584	28441

Cumulative Effective Mass Fraction							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	313,33	0,29709	7,1044e-002	3,7929e-007	6,7438e-007	9,2767e-007	0,57046
2	616,	0,2971	7,1219e-002	0,18736	0,26252	4,7581e-002	0,57046
3	642,16	0,29711	7,284e-002	0,82793	0,72294	0,20493	0,57048
4	681,19	0,29777	0,33347	0,83241	0,73167	0,20716	0,57386
5	749,51	0,29787	0,33367	0,99956	0,99932	0,72962	0,57388
6	787,86	0,96372	0,87681	0,9996	0,72967	0,99938	0,86498
7	876,51	0,99675	0,96681	0,99962	0,99943	0,74969	0,98625
8	886,76	1,	1,	1,	1,	1,	1,

Ratio of Effective Mass to Total Mass							
Mode	Frequency [Hz]	X Direction	Y Direction	Z Direction	Rotation X	Rotation Y	Rotation Z
1	313,33	0,18038	1,8209e-004	1,9014e-007	2,9633e-007	3,9106e-007	0,31087
2	616,	2,2555e-006	4,4707e-007	9,3929e-002	9,9783e-002	2,0059e-002	6,4841e-007
3	642,16	9,9066e-006	4,1789e-006	0,32113	0,1769	6,6331e-002	1,2781e-005
4	681,19	4,0146e-004	6,7131e-004	2,2455e-003	1,4151e-003	9,3773e-004	1,8413e-003
5	749,51	5,0172e-005	5,3446e-007	8,3786e-002	0,10173	0,22024	1,1079e-005
6	787,86	0,40426	1,3964e-003	1,8534e-005	2,5452e-005	2,2806e-005	0,15842
7	876,51	2,005e-002	2,3439e-004	1,2472e-005	1,8134e-005	8,4392e-003	6,6299e-002
8	886,76	1,9739e-003	8,5485e-005	1,8992e-004	2,1623e-004	0,10552	7,4957e-003
Sum		0,60714	2,5788e-003	0,50132	0,38009	0,42155	0,54495

Fonte: Próprio autor.

A tabela de "massa efetiva" e a "razão de massa efetiva" revelam que o primeiro modo de vibração não mobiliza a totalidade da massa do sistema, como simplifiadamente assume o modelo de 1-GDL.

Observa-se na coluna "Ratio of Effective Mass to Total Mass" que o modo 1 possui uma participação de massa de aproximadamente 18,0% na direção X e 19,0% na direção Z. Isso indica que a vibração fundamental é um modo complexo acoplado (flexão combinada das torres), onde apenas uma fração da massa total da estrutura contribui efetivamente para a energia cinética desse modo específico.

O modelo analítico de Rayleigh, ao estimar uma massa efetiva de 117,4 kg baseada em uma deformação estática idealizada, tende a superestimar a inércia participante para um único grau de liberdade equivalente. A simulação numérica, ao considerar a distribuição real de massa e rigidez (matrizes $[M]$ e $[K]$ completas), demonstra que a energia vibratória se distribui entre múltiplos modos superiores.

Nota-se ainda, na linha "Sum" (Soma) da tabela, que a soma acumulada das massas efetivas para os primeiros 8 modos atinge cerca de 60% na direção X e 50% na direção Z. Isso confirma que a bancada é um sistema contínuo complexo, onde a representação por 1-GDL é válida apenas para uma estimativa conservadora de primeira ordem.

Ainda assim, o fato de a frequência fundamental (313,33 Hz) estar isolada e bem acima da frequência de excitação (83,3 Hz) é o resultado mais relevante, confirmando a robustez dinâmica do projeto.

A frequência natural obtida, seja pelo método analítico (374 Hz) ou numérico (313 Hz), é significativamente superior ao limite de segurança de 125 Hz (150% da excitação máxima de

83,3 Hz). Isso assegura que a bancada operará livre do fenômeno de ressonância em toda a faixa de rotação do motor elétrico.

4.3 JUNTAS PARAFUSADAS

A integridade funcional da bancada durante os ensaios de motores elétricos depende da capacidade da união aparafusada do flange de transmitir o torque de reação exclusivamente por atrito. O objetivo deste dimensionamento é garantir que a força de pré-carga aplicada aos parafusos gere uma força normal de compressão suficiente para impedir o deslizamento relativo entre as faces, conhecido como gaping ou slipping. Este critério assegura que os fixadores atuem sob tração pura, evitando tensões de cisalhamento direto que poderiam levar à falha prematura.

Para a seleção do elemento de fixação ideal, estabeleceu-se um roteiro de cálculo analítico baseado nos requisitos operacionais: torque máximo de 2500 Nm, diâmetro primitivo (D_p) de 386 mm, arranjo com 6 parafusos (n), coeficiente de atrito de 0,2 e um Fator de Segurança contra deslizamento de 2,0. O procedimento inicia-se pela determinação da força tangencial gerada no raio primitivo da furação, dada por:

$$F_{tan} = \frac{2 \cdot T_{max}}{D_p} \quad (4.20)$$

Para resistir a esta força tangencial exclusivamente pelo atrito, a união deve exercer uma força normal total, calculada considerando o fator de segurança estabelecido. A partir desta força normal total, obtém-se a pré-carga requerida por parafuso (F_{req}) dividindo-se o esforço pelo número de fixadores, conforme as equações a seguir:

$$N_{req} = \frac{F_{tan} \cdot FS_{desl}}{\mu} \quad \text{e} \quad F_{req} = \frac{N_{req}}{n} \quad (4.21)$$

Paralelamente, avalia-se a capacidade resistente dos fixadores. O estudo considerou parafusos de Classe de Resistência 8.8 (ISO 898-1), caracterizados por uma tensão de prova de 600 MPa. A capacidade máxima de pré-carga reutilizável (F_{cap}) de cada bitola é limitada a 75% do produto entre sua área de tensão e a tensão de prova, garantindo que o aperto ocorra dentro do regime elástico:

$$F_{cap} = 0,75 \cdot A_s \cdot S_p \quad (4.22)$$

O critério final de aprovação é definido pelo Fator de Segurança do Aperto (n_{aperto}), que expressa a razão entre a capacidade do parafuso e a pré-carga exigida pelo projeto ($n_{aperto} = F_{cap}/F_{req}$).

Aplicando-se as equações descritas aos parâmetros de projeto, determinou-se que a pré-carga mínima necessária por parafuso é de 21.589 N. Com base neste valor de referência, realizou-se um estudo comparativo entre quatro bitolas comerciais (M8, M10, M12 e M14), cujos resultados de desempenho e fatores de segurança são detalhados na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparativo de bitolas para fixação do flange ($F_{req} = 21.589 \text{ N}$)

Bitola (Passo)	Área de Tensão $A_s \text{ (mm}^2\text{)}$	Capacidade $F_{cap} \text{ (N)}$	FS (n_{aperto})	Status
M8 x 1,25	36,6	16.470	0,76	REPROVADO
M10 x 1,50	58,0	26.100	1,21	APROVADO (Marginal)
M12 x 1,75	84,3	37.935	1,76	APROVADO
M14 x 2,00	115,0	51.750	2,40	APROVADO

Fonte: Próprio autor.

A análise dos dados demonstra a inviabilidade da bitola M8, uma vez que sua capacidade de carga (16.470 N) é inferior à demanda do projeto, resultando em um fator de segurança de 0,76, o que implicaria em ruptura durante o aperto ou deslizamento imediato em operação. A opção pela bitola M10, embora matematicamente viável com um fator de 1,21, foi descartada por apresentar uma margem de segurança considerada estreita para aplicações dinâmicas, onde incertezas no coeficiente de atrito ou no processo de torqueamento poderiam comprometer a união.

A análise dos dados aponta que a bitola M12 atenderia aos requisitos matemáticos com um fator de 1,76. No entanto, deve-se considerar que o projeto refere-se a uma bancada estacionária, onde a minimização de massa não constitui um requisito crítico de projeto, ao contrário de aplicações veiculares ou aeroespaciais. Pelo contrário, a robustez e a rigidez são atributos desejáveis para garantir a estabilidade metrológica.

Diante disso, optou-se pela seleção do parafuso M14 como a solução definitiva. Esta escolha privilegia a segurança operacional, elevando o fator de segurança para 2,40. Esta margem adicional é estratégica para absorver eventuais picos de carga dinâmica não previstos e variações no processo de aperto, garantindo que a união opere com apenas 41% de sua capacidade elástica. A penalidade de peso e custo é considerada desprezível frente ao ganho em confiabilidade e vida útil do equipamento.

4.4 ANÁLISE DE FADIGA

A falha por fadiga é o modo de ruptura predominante em estruturas de máquinas sujeitas a vibrações e carregamentos flutuantes. Para a validação da bancada, adotou-se o critério de Goodman modificado, que é adequado para materiais dúcteis como o Aço AISI 1020 e considera a influência da tensão média não nula no limite de resistência.

O primeiro passo consiste na determinação do limite de resistência à fadiga corrigido para o componente real. Partindo do limite de resistência à tração do material ($S_{ut} = 470 \text{ MPa}$, conforme Tabela 2), estima-se o limite de resistência ideal (S'_e) para aços com $S_{ut} < 1400 \text{ MPa}$:

$$S'_e = 0,5 \cdot S_{ut} = 0,5 \cdot 470 = 235 \text{ MPa} \quad (4.23)$$

Este valor teórico de laboratório deve ser penalizado pelos fatores de Marin para refletir as condições reais de fabricação e operação da bancada. Considerou-se o fator de superfície para acabamento usinado/laminado a frio e o fator de tamanho para a espessura das chapas estruturais, resultando na seguinte correção:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot S'_e \quad (4.24)$$

Adotando os coeficientes recomendados por Budynas Richard G. e Nisbett (2016) para aço laminado a frio ($k_a \approx 0,89$) e para seções não rotativas de tamanho equivalente ($k_b \approx 0,85$), e mantendo $k_c = 1$ (flexão), obtém-se:

$$S_e = 0,89 \cdot 0,85 \cdot 1 \cdot 235 \approx 177,8 \text{ MPa} \quad (4.25)$$

Para a definição do estado de tensão atuante, utilizou-se o resultado da simulação estática mais crítica (Malha 4), onde a tensão equivalente de von Mises máxima registrada foi de 235,34 MPa. Considerou-se o cenário de carregamento mais severo para fadiga: um ciclo pulsante onde o torque varia de zero até o máximo ($0 \rightarrow T_{max}$). Neste regime, a tensão mínima é nula e a máxima corresponde ao pico obtido no MEF.

As componentes de tensão alternada e tensão média são calculadas por:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{235,34 - 0}{2} = 117,67 \text{ MPa} \quad (4.26)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{235,34 + 0}{2} = 117,67 \text{ MPa} \quad (4.27)$$

Finalmente, aplica-se a equação da reta de Goodman modificado para determinar o fator de segurança à fadiga (n_f). O critério estabelece que a soma das razões de tensão não deve exceder a unidade:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n_f} \quad (4.28)$$

Substituindo os valores calculados:

$$\frac{117,67}{177,8} + \frac{117,67}{470} = \frac{1}{n_f} \quad (4.29)$$

$$0,662 + 0,250 = \frac{1}{n_f} \quad (4.30)$$

$$n_f = \frac{1}{0,912} \approx 1,10 \quad (4.31)$$

A Tabela 10 sumariza os parâmetros utilizados e o resultado final da análise. O fator de segurança de 1,10 indica que a estrutura, embora aprovada, opera próxima ao limite de vida

infinita ($n_f > 1, 0$). Isso ressalta a importância da escolha conservadora dos materiais e da qualidade das soldas, uma vez que a margem para sobrecargas cíclicas é estreita.

Tabela 10 – Resumo dos parâmetros e resultado da análise de fadiga (Critério de Goodman)

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Tensão de Ruptura (Material)	S_{ut}	470	MPa
Limite de Fadiga Corrigido	S_e	177,8	MPa
Tensão Máxima (MEF)	σ_{max}	235,3	MPa
Tensão Alternada	σ_a	117,7	MPa
Tensão Média	σ_m	117,7	MPa
Fator de Segurança	n_f	1,10	-

Fonte: Próprio autor.

4.5 OTIMIZAÇÃO

O processo de otimização estrutural, no contexto deste projeto, não se orientou pela redução de massa, uma vez que a inércia adicional em uma bancada estacionária contribui beneficamente para o amortecimento de vibrações e estabilidade global. A estratégia adotada focou na otimização paramétrica dos componentes críticos para maximizar a vida útil e a segurança operacional.

Pela análise preliminar indicou que parafusos de diâmetro M12 (Classe 8.8) seriam suficientes para atender aos requisitos de carga estática, apresentando um fator de segurança de 1,76 contra a separação da junta. No entanto, a análise de fadiga revelou que a estrutura opera com margens estreitas para vida infinita ($n_f \approx 1, 10$) sob condições de carga máxima.

A otimização também se estendeu à precisão do modelo computacional. O estudo de convergência de malha demonstrou que a utilização de elementos de segunda ordem com tamanho médio de 10 mm na estrutura global e 5 mm nas regiões críticas foi necessária para estabilizar os resultados da frequência natural e tensão máxima.

Embora este refinamento tenha elevado o custo computacional, ele eliminou as singularidades numéricas que poderiam mascarar pontos de concentração de tensão. A convergência obtida, variação $< 1,3\%$ para a frequência natural, garante que os resultados de validação apresentados neste capítulo possuem alta fidelidade física, reduzindo a incerteza epistêmica do projeto.

Em síntese, a configuração final otimizada — caracterizada pelo uso de fixadores M14 e validada por uma malha de alta densidade — atende integralmente aos requisitos de rigidez estática ($\delta < 0, 1$ mm), resposta dinâmica ($f_1 > 125$ Hz) e integridade estrutural, constituindo a solução técnica definitiva para a construção da bancada.

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho atingiu seu objetivo geral ao validar e otimizar estruturalmente uma bancada dinamométrica capaz de suportar os rigorosos requisitos de ensaio de motores elétricos de tração veicular. A motivação inicial de garantir a integridade metrológica foi atendida através de um projeto que privilegiou a rigidez estática e o comportamento dinâmico robusto.

No âmbito da análise estática, a validação numérica e analítica confirmou que a estrutura possui rigidez adequada para a aplicação. A deflexão máxima vertical obtida na região de acoplamento foi de aproximadamente 0,00178 mm, um valor significativamente inferior ao limite de projeto de 0,1 mm. Esse resultado assegura o alinhamento preciso entre o motor e o dinamômetro sob carga máxima, prevenindo erros de medição de torque e danos aos rolamentos. A correlação entre o modelo analítico simplificado e a simulação por elementos finitos apresentou um erro relativo de apenas 3,7%, validando a confiabilidade do modelo numérico desenvolvido.

Em relação à resposta dinâmica, a análise modal demonstrou que a primeira frequência natural da estrutura 313,3 Hz está situada confortavelmente acima da frequência máxima de excitação do motor 83,3 Hz. A margem de segurança obtida, superior a 270% em relação à excitação, excede amplamente o critério de projeto estabelecido de 150%. Isso garante que a bancada operará livre do fenômeno de ressonância em toda a faixa de rotação do motor 0 a 5000 rpm, eliminando o risco de amplificação de vibrações que poderiam comprometer a aquisição de dados RVA.

A análise de fadiga, utilizando o critério de Goodman Modificado, revelou a necessidade crítica de otimização dos elementos de fixação. A configuração inicial com parafusos M12 apresentou margens de segurança estreitas para vida infinita. A decisão de projeto de alterar os fixadores do flange para a bitola M14 (Classe 8.8) elevou o Fator de Segurança da junta para 2,40 e garantiu que a estrutura opere dentro da região de vida infinita, mesmo sob ciclos de carga máxima pulsante.

Por fim, o processo de otimização não se limitou à redução de massa, mas focou na maximização da confiabilidade. A escolha consciente por uma estrutura robusta e parafusos superdimensionados reflete a prioridade de segurança em equipamentos estacionários de laboratório. A bancada projetada apresenta-se, portanto, como uma solução de engenharia validada, segura e funcional, apta a contribuir para o desenvolvimento de novas tecnologias de propulsão elétrica.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a realização de uma AME após a fabricação física do protótipo para correlacionar os modos de vibrar simulados com os reais, bem como a instrumentação da bancada com strain gauges para monitoramento de tensões em tempo real durante os primeiros ensaios de carga.

REFERÊNCIAS

- BARAN, R. **A introdução de veículos elétricos no Brasil: avaliação do impacto no consumo de gasolina e eletricidade**. 2012. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), 2012.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Resistência dos materiais**. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1995.
- BOX, G. E. P. Science and statistics. **Journal of the American Statistical Association**, Taylor & Francis, Alexandria, v. 71, n. 356, p. 791–799, 1976.
- BUDYNAS RICHARD G. E NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley**. [S.l.]: AMGH Editora, 2016.
- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- FILHO, A. A. **Elementos finitos: a base da tecnologia CAE**. São Paulo: Érica, 2000.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- ISO 898-1. **Mechanical properties of fasteners made of carbon steel and alloy steel: part 1: bolts, screws and studs with specified property classes: coarse thread and fine pitch thread**. Geneva, 2013.
- MARKS MITCH E GREEN, E. Measuring torque ripple and its effects on electric power and nvh. **HBK World White Paper**, Hottinger Brüel & Kjær, 2020.
- MORRIS, C. Tesla's top motor engineer talks about designing a permanent magnet machine for model 3. **Charged Electric Vehicles Magazine**, August 2017. Disponível em: <https://chargedevs.com/features/teslas-top-motor-engineer-talks-about-designing-a-permanent-magnet-machine-for-model-3/>.
- NETO, B. M. d. S. **Desenvolvimento de uma bancada para medição automatizada de potência mecânica em motores elétricos de alta rotação e baixo torque**. 2006. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 2006.
- NORTON, R. L. **Projeto de máquinas: uma abordagem integrada**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- RAO, S. S. **Mechanical vibrations**. 4. ed. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2004.
- SADD, M. H. **Elasticity: theory, applications, and numerics**. 4. ed. London: Academic Press, 2020.
- SAE International. **A Review: Electric Vehicle NVH Challenges and Recent Trends**. [S.l.], 2025.
- TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1970.

WEG. **Tração elétrica:** veículos leves. Jaraguá do Sul: WEG, 2025. Disponível em: https://www.weg.net/catalog/weg/BR/pt/Motores-El%C3%A9tricos/Trif%C3%A1sico---Baixa-Tens%C3%A3o/Linhas-Dedicadas/Tra%C3%A7%C3%A3o-El%C3%A9trico/Ve%C3%ADculos-Leves/Ve%C3%ADculos-Leves/p/MKT_WMO_BR_MT_3PHASE_LV_ELECTRICTRACTIONMOTOR_LIGHT. Acesso em: 3 dez. 2025.