UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Bianca Taís Visoná Carnielo

Investigação da dinâmica aeroelástica de um aerofólio utilizando CFD

Ilha Solteira
2023

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Bianca Taís Visoná Carnielo

Investigação da dinâmica aeroelástica de um aerofólio utilizando CFD

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia - UNESP - Campus de Ilha Solteira, em cumprimento par-cial dos requisitos para o grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Domingues Bueno
Coorientador: Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão

Ilha Solteira

2023

FICHA CATALOGRÁFICA
Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

C289i

Carnielo, Bianca Taís Visoná.
Investigação da dinâmica aeroelástica de um aerofólio utilizando CFD / Bianca Taís Visoná Carnielo. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2023
64 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Ciências Térmicas, 2023

Orientador: Douglas Domingues Bueno
Co-orientador: Aluisio Viais Pantaleão
Inclui bibliografia

1. Não-linearidade. 2. Su2. 3. Interação fluido-estrutura. 4. CFD. 5. Aeroelasticidade.

Amanda Sertori dos Santos
Bibliotecária - CRB/8-9061
Seção Técnica de Referência, Atendimento ao Usuário e Documentação
Diretoria Técnica de Biblioteca e Documentação

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Câmpus de Ilha Solteira

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Investigação da Dinâmica Aeroelástica de um Aerofólio Utilizando CFD

AUTORA: BIANCA TAÍS VISONÁ CARNIELO
ORIENTADOR: DOUGLAS DOMINGUES BUENO
COORIENTADOR: ALUISIO VIAIS PANTALEÃO

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestra em Engenharia Mecânica, área: Ciências Térmicas pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. DOUGLAS DOMINGUES BUENO (Participaçao Presencial)
Departamento de Matematica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. LEANDRO OLIVEIRA SALVIANO (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. AUGUSTO SALOMÃO BORNSCHLEGELL (Participaçao Virtual)
Departamento de Engenharia Mecânica / Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD

Ilha

gov.br Documento assinado digitalmente
AUGUSTO SALOMAO BORNSCHLEGELL
Data: 29/05/2023 17:30:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

gov.br Documento assinado digitalmente
LEANDRO OLIVEIRA SALVIANO
Data: 29/05/2023 17:36:20-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Aos meus pais Edvaldo e Cristina,
e ao meu irmão Eduardo
por sempre acreditarem em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família por todo apoio, por acreditar nos meus sonhos e me ajudar a alcançá-los, especialmente meus pais Edvaldo e Cristina, que sempre estiveram ao meu lado, e meu irmão Eduardo, que me inspira e de quem tenho muito orgulho. Ao meu namorado Pedro, que esteve comigo nos momentos bons e difíceis dessa jornada, e sua família que me acolheu como parte dela.

Agradeço à Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP) e a Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS), pelo apoio, infraestrutura e oportunidades que me foram apresentadas. A cada professor, colaborador e aluno que contribuiu com a profissional que me tornei. Em especial, aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, com carinho cito meu orientador Prof. Dr. Douglas Domingues Bueno e meu coorientador Prof. Dr. Aluisio Viais Pantaleão que estiveram ao meu lado e sem os quais nada disso seria possível, agradeço pelos ensinamentos, pela paciência e por acreditarem em mim.

O presente trabalho foi realizados com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq. Processo número 152168/2021-4. Esta pesquisa tornou-se possível graças aos recursos computacionais disponibilizados pelo Núcleo de Computação Científica (NCC/GridUNESP) da Universidade Estadual Paulista (UNESP).

"As vezes os sonhos parecem impossíveis, depois improváveis, depois inevitáveis"

Christopher Reeve

RESUMO

Técnicas de solução de problemas envolvendo interações fluido-estrutura (FSI) são utiliza-das em problemas industriais para aplicações aeroespaciais, sendo em alguns casos as forças aerodinâmicas calculadas a partir das equações de Navier-Stokes utilizando CFD (do inglês, *Computational Fluid Dynamic*). Em particular, soluções de problemas FSI podem ser obtidas empregando o software livre SU2, desenvolvido e mantido pela Universidade de Stanford, EUA. Neste contexto, o presente trabalho consiste na análise aeroelástica de um aerofólio NACA 0012 com movimentos em *pitch* e *plunge* em diferentes condições de escoamento subsônico e na alteração do código de solução estrutural do SU2 para incluir uma não-linearidade estrutural de rigidez cúbica. A solução do escoamento é obtida através das equações URANS (do inglês *Unsteady Reynolds-Averaged Navier Stokes Equations*), combinada com o modelo de turbulência SST k-ω. O modelo estrutural é obtido através do método dos Elementos Finitos usando o software Nastran, para se obter os modos de vibrar e as frequências do sistema estrutural. A solução da dinâmica estrutural envolve um código escrito em Python, que utiliza o método α-generalizado para realizar a integração numérica das equações do movimento no domínio do tempo, que também é adaptado para resolver o sistema incluindo a não-linearidade. As malhas estrutural e fluidodinâmica são não coincidentes, e por isso utiliza-se o método de interpolação RBF (do inglês *Radial Basis Functions*). Os resultados das simulações computacionais mostram o comportamento da estrutura tanto no domínio do tempo quanto da frequência. As condições de escoamento são alteradas de forma a mapear a dinâmica do aerofólio até se verificar o movimento instável, para o qual é possível observar fenômenos como o aumento das amplitudes de oscilação ao longo do tempo e presença de choque aerodinâmico. Os resultados para os casos com não-linearidade estrutural mostram um maior amortecimento aeroelástico em comparação ao caso linear,em condições estáveis. Por outro lado, para condições instáveis, a não-linearidade contribui para se manter as amplitudes constantes ao longo do tempo, que sugerem a possível presença de oscilações de ciclo limite.

Palavras-chave: Não-linearidade; SU2; Interação Fluido-estrutura; CFD; Aeroelasticidade.

ABSTRACT

Fluid-structure interactions (FSI) solution techniques are widely used in industrial problems for aerospace applications, in which aerodynamic forces are computed from the Navier-Stokes equations using CFD (Computational Fluid Dynamic). In particular, solutions to FSI problems can be obtained using the free software SU2, developed and maintained by Stanford University, USA. In this context, the present work consists of the aeroelastic analysis of a NACA 0012 airfoil free in *pitch* and *plunge* under different subsonic flow conditions and the change of SU2 structural solution code to include a structural cubic stiffness non-linearity. The flow solution is obtained through the URANS equations (Unsteady Reynolds-Averaged Navier Stokes Equations), combined with the turbulence model SST k-ω. The structural model is described by the Finite Element method solved using the Nastran software, to obtain the structural modes and frequencies. The solution of the structural dynamics involves a computational code written in Python, which uses the α-generalized method to perform integration in time, later adapted to solve the non-linearity. The structural and fluid meshes are not coincident, so it is used the RBF (Radial Basis Functions) interpolation method. The results of the numerical simulations show the behavior of the structure both in the time and frequency domain. The flow conditions are changed to map the dynamics of the airfoil until the unstable movement is verified, where it is possible to observe phenomena such as the increase in oscillation amplitudes over time and presence of aerodynamic shock. The results including structural non-linearity show greater aeroelastic damping compared to the linear case in the stable cases. On the other hand, for the unstable conditions the non-linearity contributes to the system achieves constant amplitudes in oscillating motion over time, indicating a possible limit cycle.

Keywords: Non-linearity; SU2; Fluid-structure interaction; CFD; Aeroelasticity.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{\rho}$ Média no tempo da densidade específica do ar

$\bar{P}$ Média no tempo da pressão

$\ddot{\mathbf{u}}_n$ Vetor de aceleração corrigido

Δt Passo de tempo

$\dot{\mathbf{u}}_{n-1}$ Vetor de velocidades no passo de tempo anterior

$\dot{\mathbf{u}}_n$ Vetor de velocidades no passo de tempo atual

$\mathbf{\Phi}$ Matriz mudança de coordenadas

$\mathbf{\Phi}_y$ Modo relacionado ao deslocamento vertical

$\mathbf{\Phi}_\theta$ Modo relacionado à rotação

$\tilde{\mathbf{U}}$ Vetor de velocidades médias ponderado pela densidade

$\mathbf{a}_{n-1}$ Aproximação inicial da aceleração no passo de tempo anterior

$\mathbf{a}_n$ Aproximação inicial da aceleração no passo de tempo atual

$\mathbf{F}_a$ Vetor de forças aerodinâmicas

$\mathbf{F}_{a\Phi}$ Vetor de forças aerodinâmicas generalizado

$\mathbf{K}_g$ Matriz de rigidez global

$\mathbf{K}_\Phi$ Matriz de rigidez generalizada

$\mathbf{M}_g$ Matriz de massa global

$\mathbf{M}_\Phi$ Matriz de massa generalizada

$\mathbf{Res}$ Valor residual do processo de integração no tempo

$\mathbf{u}$ Vetor de deslocamentos

$\mathbf{u}_\Phi$ Vetor de deslocamentos generalizado

$\mathbf{u}_{n-1}$ Vetor de deslocamentos no passo de tempo anterior

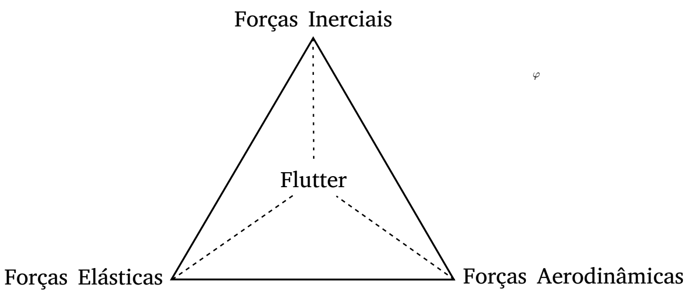
$\mathbf{u}_n$	Vetor de deslocamentos no passo de tempo atual
μ	Viscosidade dinâmica
ρ_∞	Raio espectral em um intervalo de tempo infinito
θ_z	Movimento de arfagem
Φ	Função base do método de interpolação RBF
ξ	Distância Euclidiana entre os pontos da malha do fluido e estrutural
R	Vetor residual
S_m	Termo fonte
t	Tempo
t^*	Pseudo-tempo
U	Velocidade média na direção x
u	Velocidade instantânea da direção x
u'	Componente não estacionária da velocidade na direção x
V	Velocidade média na direção y
v	Velocidade instantânea da direção y
v'	Componente não estacionária da velocidade na direção y
w	Vetor de variáveis do escoamento
h	Movimento de flexão
r	Raio do método de interpolação RBF

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Aeroelasticidade é uma área de engenharia que compreende estudos envolvendo interações entre forças estruturais e aerodinâmicas, com importante foco em veículos aéreos. Esses veículos têm sido cada vez mais projetados com materiais mais leves e flexíveis, e essa caracteristica contribui para surgirem diferentes tipos de efeitos aeroelásticos (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996). Tais interações podem gerar fenômenos relevantes para a dinâmica dos sistemas aéreos,e são classificados em dois tipos. O primeiro tipo compreende fenômenos como a divergência e a reversão de comando. Enquanto o segundo tipo envolve, por exemplo, os fenômenos de flutter e buffeting que dependem também das forças inerciais, e por isso são classificados como fenômenos de aeroelasticidade dinâmica. A Figura 1.1 mostra uma adaptação do triângulo de Collar (1946), que ilustra que a combinação de forças elásticas e aerodinâmicas implica em fenômenos de aeroelasticidade estática, enquanto o flutter consiste na combinação das três forças indicada nos vértices do triângulo.

Figura 1.1: Representação esquemática do triângulo de Collar.



Fonte: Adaptado de Collar (1946).

Para compreender a dinâmica dos fenômenos aeroelásticos, é necessário considerar tanto a estrutura quanto o fluido (DOWELL; HALL, 2001). Por isso, a abordagem envolvendo a interação entre fluido e estrutura (FSI, do inglês *fluid-structure interaction*) compreende uma classe de problemas de engenharia que dependem mutuamente do fluido e das características estruturais (BAZILEVS; TAKIZAWA; TEZDUYAR, 2013). Portanto, os desafios da pesquisa envolvem a integração físico-matemática e computacional das duas dinâmicas.

Em particular neste contexto, o flutter é um fenômeno que deve ser completamente eliminado em projeto, e impedido de ocorrer no envelope de voo das aeronaves. Isso implica em considerar o avião como uma estrutura elástica, além de envolver esforços de diferentes áreas, incluindo a realização de teste de vibração em solo, campanhas de ensaios em túnel de vento, análise teórica e ensaios de flutter de voo (GARRICK; REED, 1981).

O fenômeno de flutter consiste em uma instabilidade aeroelástica dinâmica na qual oscilações auto-excitadas e com amplitudes crescentes ocorrem a partir de uma velocidade crítica.

Este fenômeno também é descrito como um acoplamento de modos, uma vez que sua dinâmica tipicamente pode ser descrita predominantemente pela contribuição de ao menos dois modos do sistema (AMANDOLESE; MICHELIN; CHOQUEL, 2013). A formulação do fenômeno de flutter envolve aerodinâmica não-estacionária, e está bem desenvolvida para sistemas de poucos (dois a quatro) graus de liberdade, como os de *pitch* e *plunge*, principalmente pela contribuição de Theodorsen (1935). Na velocidade de flutter a dinâmica aeroelástica contribui para gerar interações e mudanças de fase de movimento devido à energia transferida do escoamento para a estrutura. Assim, o modo aeroelástico instável (ou seja, flutter) tem frequência dada pela aproximação de ao menos dois modos aeroelásticos ao se avaliar com a evolução da velocidade de voo. No entanto, a presença de não-linearidades pode limitar as amplitudes de movimento, e pode gerar oscilações de ciclo limite (LCO, do inglês *limit cycle oscillations*) (AMANDOLESE; MICHELIN; CHOQUEL, 2013).

Henshaw et al. (2007) avaliam que embora se observe uma importante redução do número de incidentes relacionados ao flutter, é importante ter rigorosos processos de projetos. Também, pode-se considerar estratégias de controle ativos, inclusive com ganhos de controle variáveis ou adaptativos o que podem exigir abordagens mais sofisticadas para futuras aplicações.

Técnicas de solução FSI têm sido utilizadas em alguns problemas industriais, inclusive para aplicações aeroespaciais. Em alguns casos, os cálculos aeroelásticos envolvem forças aerodinâmicas obtidas a partir da solução das equações de Navier-Stokes (GUERRI; HAMDOUNI; SAKOUT, 2008). A solução dessas equações emprega abordagem numérica por CFD (do inglês, *Computational Fluid Dynamics*), que é um ramo da mecânica dos fluidos que utiliza métodos numéricos e algoritmos computacionais para resolver problemas por discretização (DASH, 2016). Ao se empregar tal abordagem tipicamente se tem diferentes desafios, incluindo a movimentação da malha, estratégias de mudança de coordenadas, bem como o uso de uma malha estrutural intermediária, principalmente se o sistema aeroelástico é descrito por um pequeno número de graus de liberdade. Análises de FSI usualmente exigem um acoplamento entre os códigos computacionais que resolvem as dinâmicas da estrutura e do fluido. Jirásek, Dalenbring e Navrátil (2017) avaliam um perfil BSCW, considerando dois graus de liberdade, e destacam que tal acoplamento pode exercer relevante influência na acurácia das predições de respostas aeroelásticas, especialmente porque os graus de liberdade do modelo estrutural naturalmente não coincidem com os pontos de malha da discretização do fluido.

Em particular, soluções de problemas de FSI em aeronáutica podem ser obtidas empregando o software livre SU2, criado pela *SU2 Foundation*, desenvolvido e mantido pela Universidade de Stanford, EUA (SU2 FOUNDATION, 2021). O software tem sido utilizado na solução de diversos problemas inclusive em regime de escoamento transônico, como mostram Economon et al. (2016) e Ryabinin e Kuzmin (2020). A abordagem de acoplamento FSI empregada no SU2 é descrita por Sanchez et al. (2016). Os autores avaliam a capacidade do software realizar análises aeroelásticas utilizando ferramentas computacionais do código central, e também empregando comunicação com código computacional (*solver*) externo, através de um recurso de empacotamento (*wrapper*) escrito em linguagem Python.

Fonzi et al. (2021) apresentam uma atualização da estrutura computacional da solução FSI do software SU2 baseada em Python que permite simulações de fenômenos aeroelásticos eficientes e totalmente de código aberto. Também, introduzem um código nativo para resolver as equações da dinâmica estrutural, provenientes de um modelo de elementos finitos do software Nastran.

De acordo com Bombardieri et al. (2019), metodologias para a análise de flutter e predição do comportamento aeroelástico de sistemas existem de forma consolidada da indústria utilizando ferramentas de aerodinâmica linear, como o método dos painéis (ALBANO; RODDEN, 1969; RODDEN; TAYLOR; MCINTOSH, 1998). Essas ferramentas representam um bom resultado entre custo computacional e confiabilidade. Porém, com o avanço dos métodos computacionais a inclusão de não-linearidades no cálculo de escoamentos é de relevante importância, pois representa vantagens na investigação de efeitos como *buffeting* e ondas de choque. Os estudos em aeronáutica dos últimos anos mostram os esforços nessa área e diversos métodos baseados em CFD vêm sendo apresentados (PALACIOS et al., 2001; RAVEH, 2005).

Estudos recentes em aeroelasticidade são direcionados para um melhor e mais eficiente uso de CFD como ferramenta para predição de flutter e outros problemas aeroelásticos, como Li, Gao e Liu (2021) que propõem um modelo de ordem reduzida (ROM, do inglês *Reduced-Order Modelling*) utilizando o método LSTM (do inglês *Long Short Term Memory*) a partir de dados da relação dinâmica entre as respostas aerodinâmicas e as entradas de deslocamento obtidas por CFD. Os autores buscam unir a maior precisão das simulações de CFD com o baixo custo computacional dos modelos de ordem reduzida.

Cavagna, Quaranta e Mantegazza (2007) afirmam que melhorias na qualidade da análise de flutter podem ser obtidas pela maior acurácia de soluções de escoamentos não-lineares, por exemplo baseadas nas equações de Euler e Navier-Stokes, acopladas com a descrição dos movimentos da estrutura. Segundo os autores, o trabalho mostra uma estratégia numérica para solucionar problemas de FSI usando procedimentos em softwares de CFD com uma interface que facilita a aplicação na indústria.

Liu et al. (2000) desenvolvem um método para integrar a dinâmica dos fluidos computacional (CFD) com a dinâmica estrutural computacional (CSD) para simulação e predição de flutter. O código CFD empregado é baseado em um algoritmo que considera o método dos Volumes Finitos para solucionar as equações de Euler e Navier-Stokes. Por outro lado, o código CSD é baseado na dinâmica modal das equações extraídas de uma análise de elementos finitos. O método de acoplamento CFD-CSD simula o sistema aeroelástico diretamente no domínio do tempo e é capaz de predizer respostas estáveis, instáveis e oscilações de ciclo limite. As simulações realizadas consideram um modelo de asa em duas dimensões e o modelo tridimensional AGARD 445.6.

Henshaw et al. (2007) mostram as contribuições acadêmicas, governamentais e industriais na análise de predições aeroelásticas não-lineares para aplicações aeronáuticas. De acordo com os autores, não-linearidades podem surgir através de diferentes mecanismos associados a estrutura, aerodinâmica ou controle de sistemas. Não-linearidades estruturais podem ocorrer devido à presença de rigidez cúbica, folga, entre outras não-linearidades geométricas. Em condições de escoamento transônico, podem surgir devido ao movimento de ondas de choque. Segundo Bendiksen e Seber (2008), embora o comportamentos elásticos lineares sejam amplamente considerados, não-linearidades geométricas devido a grandes deflexões, por exemplo, não podem ser ignoradas em certas condições para as quais os algoritmos de solução estrutural lineares não são capazes de predizer corretamente a estabilidade estática ou dinâmica de estruturas. A pesquisa desenvolvida pelos autores mostra que a modelagem de problemas aeroelásticos negligenciando pelo menos uma dessas não-linearidades (na estrutura ou no fluido) pode levar a predições de estabilidade errôneas.

Mian, Wang e Ye (2014) desenvolvem uma metodologia de análise de problemas de interação fluido-estrutura para investigar o comportamento estático linear e não-linear de uma asa com alta razão de aspecto, a metologia consiste em acoplar um algoritmo de Elementos Finitos a um algoritmo baseado nas equação RANS (do inglês *Reynolds-averaged Navier-Stokes*) fazendo a interpolação de dados pelo método RBF (do inglês *Radial Basis Functions*). Uma não-linearidade geométrica é considerada e os resultados mostram que seu efeito é significativo para grandes deformações. Price, Alighanbari e Lee (1995) analisam um aerofólio com não-linearidades estruturais (bilinear e cúbica) em *pitch*, submetido a escoamento incompressível, no qual as forças aerodinâmicas são avaliadas usando a Função de Wagner. Os resultados mostram a presença de oscilações de ciclo limite para velocidades abaixo da fronteira de flutter linear. Schewe et al. (2002) realizam estudos de um perfil NACA 0012 através de simulações numéricas e experimentos para verificar os efeitos da presença de não-linearidades do flutter transônico. Os resultados mostram a presença de oscilações de ciclo limite nos dois graus de liberdade investigados e também a influência de forças de controle no comportamento do sistema.

O presente trabalho consiste na análise aeroelástica de um aerofólio NACA 0012 livre em *pitch* e *plunge*, em diferentes condições de escoamento subsônico e na alteração do código de solução estrutural do SU2 para incluir uma não-linearidade de rigidez cúbica. Utiliza-se a solução FSI implementada no software livre SU2, que consiste no uso do CFD computacionalmente acoplado a um código que resolve a dinâmica estrutural, escrito em Python, previamente desenvolvido por Fonzi et al. (2021). O modelo estrutural é obtido através do método dos Elementos Finitos implementado no software NASTRAN.

1.1 Objetivos do Trabalho

O objetivo geral dessa pesquisa é empregar uma solução numérico-computacional, envolvendo CFD, para estudar o comportamento aeroelástico de um aerofólio NACA 0012 com dois graus de liberdade, com foco para os seguintes objetivos específicos:

- Alterar o código computacional original do SU2, para inclusão de uma não-linearidade estrutural.

- Explorar o uso do código computacional de solução aeroelástica do software SU2 para a simulação de diferentes condições de escoamento subsônico;

- Avaliar as respostas aeroelásticas nos domínios do tempo e da frequência para ambos os graus de liberdade, em diferentes condições de escoamento;

1.2 Contribuições Alcançadas

Entre as contribuições do trabalho, pode-se citar:

- Apresentação de um maior detalhamento da modelagem aeroelástica empregada na solução aeroelástica do SU2, em comparação à literatura;
- Alteração do código do software SU2 para incluir a solução de problemas com não-linearidade estrutural, do tipo esforço elástico cúbico.

1.3 Organização do Trabalho

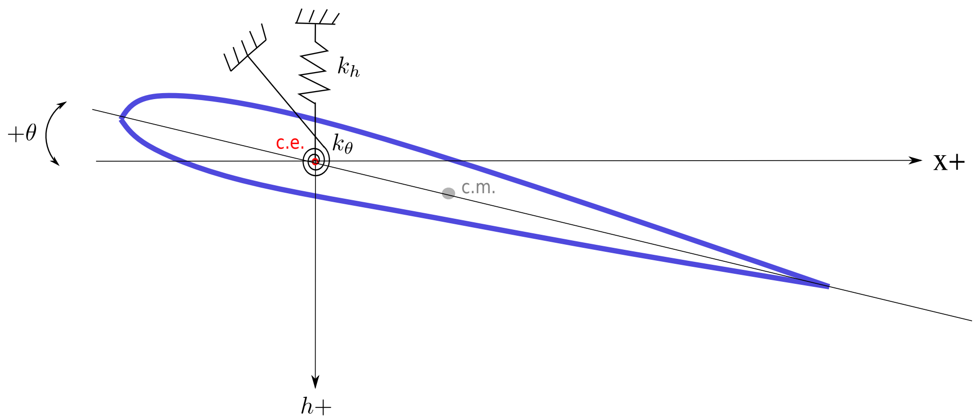
A presente seção apresenta a estrutura deste documento. Destaca-se que este documento inclui a motivação geral, objetivos, metodologia utilizada, resultados obtidos e as considerações finais. Segue a estrutura do trabalho:

- O capítulo 1 apresenta a motivação do trabalho, os objetivos e contribuições alcançadas, e uma revisão bibliográfica dos trabalhos com maior aderência ao tema do estudo;
- O capítulo 2 mostra a metodologia utilizada para a solução da dinâmica estrutural do problema;
- O capítulo 3 mostra a metodologia utilizada para a solução do escoamento, incluindo as equações governantes e modelo de turbulência, além de conceitos teóricos, para melhor compreensão da metodologia adotada;
- O capítulo 4 mostra como é feito o acoplamento entre as soluções das dinâmicas do fluido e estrutural;
- O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos através das simulações computacionais realizadas pelo software SU2, original e adaptado para incluir efeitos não-lineares;
- O capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS DA DINÂMICA ESTRUTURAL

O presente trabalho consiste na simulação numérico-computacional da dinâmica aeroelástica de um aerofólio NACA 0012 com dois graus de liberdade, sendo arfagem e flexão (*pitch* e *plunge*, respectivamente), como o ilustrado na Fig. 2.1. Trata-se de um formato clássico, de grande interesse da comunidade científica, para o qual se tem diversos resultados envolvendo dinâmica aeroelástica. A solução do problema de interação fluido estrutura é obtida utilizando o software livre SU2, que permite ser acoplado a um código computacional para a dinâmica estrutural externo utilizando algoritmos escritos em linguagem Python.

Figura 2.1: Aerofólio com dois graus de liberdade, sendo h movimento de translação vertical (*plunge*) e θ a arfagem (*pitch*), k_h é a rigidez de deslocamento vertical, k_θ é a rigidez de rotação, $c.e$ é o centro elástico e $c.m.$ é o centro de massa.



Fonte: Própria autora.

Koohi, Shahverdi e Haddadpour (2014) desenvolvem um modelo estrutural para análises aeroelásticas de uma asa constituída de materiais compósitos. Uma análise de Elementos Finitos é utilizada para determinar as propriedades da seção transversal da asa, entre os resultados obtidos estão as frequências naturais e a estabilidade aeroelástica da estrutura. Nikbay, Oncu e Aysan (2009) apresentam uma metodologia para análises aeroelásticas estáticas e otimização através do acoplamento de softwares comerciais, para os cálculos das respostas estruturais utiliza-se o software de Elementos Finitos *Abaqus*, e as análises aeroelásticas desenvolvidas apresentam resultados consistentes com dados experimentais. Teixeira e Awruch (2005) apresentam um algoritmo para simulação de problemas de interação fluido-estrutura baseado em Elementos Finitos. A estrutura é analisada utilizando elementos triangulares com três nós e seis graus de liberdade cada, efeitos de não-linearidade geométrica também são considerados. o potencial do método desenvolvido foi avaliado por meio de exemplos de escoamento compressível agindo sobre estruturas flexíveis e apresenta bons resultados, também é verificado que o tempo de processamento é reduzido quando são utilizadas malhas não estruturadas.

O primeiro passo no processo de solução é obter a posição dos nós estruturais e realizar a interpolação com a malha do fluido utilizando o método RBF (do inglês *Radial Basis Function*). Em seguida, o código aerodinâmico é iniciado e obtém a distribuição de forças aerodinâmicas na superfície (interface entre fluido e estrutura). E, então, essas forças são interpoladas via RBF para os nós estruturais, a partir daí o código estrutural é iniciado e obtém-se as novas posições. O próximo passo é verificar a convergência, que se é alcançada, os deslocamentos estruturais para o próximo passo de tempo são previstos. Caso contrário, a solução estrutural é suavizada e as etapas anteriores são repetidas (mais detalhes do critério de convergência estão no Capítulo 4).

O código estrutural considera uma análise modal empregando o método de Elementos Finitos e utilizando o software Nastran, a partir do qual se obtém a localização dos nós da malha, que é necessária para definir os deslocamentos, velocidades e acelerações físicas utilizadas no acoplamento com o código aerodinâmico. Também são obtidas as formas modais normalizadas por unidade de massa e as frequências modais, que são usadas pelo código estrutural para escrever o sistema de equações a serem resolvidas.

2.1 Método dos Elementos Finitos

O método de Elementos Finitos surgiu da necessidade de conseguir soluções aproximadas para estruturas complexas, quando soluções analíticas não são possíveis ou são muito complexas para serem aplicadas. A base da aproximação está em considerar que uma estrutura é um sistema discreto, ou seja, é constituída de elementos que são interligados entre si. Dessa forma, o sistema é subdividido em um número finito de elementos, de modo que a estrutura inteira é modelada por um conjunto de estruturas mais simples e os pontos de conexão entre os elementos são chamados de nós. No caso de um sistema discretizado, não se pretende calcular os deslocamentos ou forças nos infinitos pontos como no caso contínuo, mas sim apenas nos pontos de interesse, os nós. A forma como o sistema se comporta entre os nós vai depender das propriedades atribuídas aos elementos, dessa forma, a partir do conhecimento dos deslocamentos dos nós é possível calcular o comportamento interno dos elementos (FILHO, 2013).

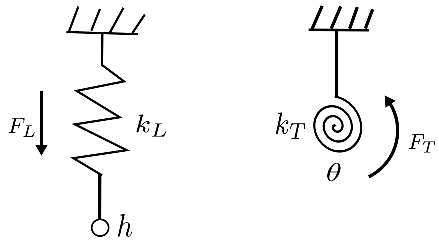
O método de Elementos Finitos, na aeronáutica, vem sendo utilizado tanto para modelar o fluido quanto para modelagem estrutural, como mostram Grisval e Liauzun (1999), Das e Roy (2018), Peruru e Abbisetti (2017), Webster et al. (1994). No presente trabalho, o método é utilizado para descrever apenas a dinâmica estrutural.

As análises por Elementos Finitos podem ser dividas em estáticas e dinâmicas. No caso de aplicações em dinâmica, os efeitos de massa e aceleração são importantes, e a avaliação de autovalores e autovetores é realizada para determinar as frequências naturais e os modos do sistema. O autovalor permite determinar a frequência de vibração e os autovetores indicam a forma modal (CHANDRUPATLA; BELEGUNDU, 2014).

- **Tipos de elementos**

Neste trabalho, os elementos utilizados na malha estrutural são do tipo mola e do tipo barra rígida. O primeiro caso consiste em dois elementos responsáveis pelo movimento de *pitch* e *plunge* do aerofólio e são esquematizados na Figura 2.2 a seguir, na qual se tem uma ilustração da mola linear (*plunge*) e da mola torsional (*pitch*).

Figura 2.2: Esquema representativo de elementos do tipo mola.



Fonte: Própria Autora

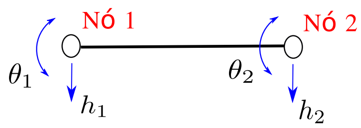
As equações que descrevem força e torque nesses tipos de elementos são respectivamente dadas por

$$F_L = k_L h \tag{2.1}$$

$$F_T = k_T \theta \tag{2.2}$$

O segundo tipo de elemento utilizado é a barra rígida, que possui a função de transmitir o deslocamento de um nó ao outro e pode ser representado conforme mostra a Fig. 2.3. Cada elemento de barra conecta dois nós, sendo que cada um possui dois graus de liberdade. Por ser um elemento rígido, não há movimento relativo entre estes nós e o nó mestre, localizado no centro elástico do aerofólio.

Figura 2.3: Esquema representativo de elementos do tipo barra rígida.



Fonte: Própria Autora

2.2 Equação do Movimento

A equação do movimento do sistema aeroelástico compreende a equação da dinâmica estrutural escrita na forma matricial, sendo $\mathbf{M}_g$ e $\mathbf{K}_g$ as matrizes de massa e rigidez globais, respectivamente, e $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos.

$$\mathbf{M}_g\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_g\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{2.3}$$

considerando que h é o movimento de *plunge*, θ_z é o movimento de *pitch* e que os subíndices indicam os nós, então o vetor de deslocamentos é dado por:

$$\mathbf{u} = \{h_1 \;\; \theta_{z1} \;\; h_2 \;\; \theta_{z2} \;\; h_3 \;\; \theta_{z3} \;\; \dots \;\; h_N \;\; \theta_{zN}\}^T \tag{2.4}$$

Aplicando a Transformada de Laplace na Eq. 2.3, para a variável de Laplace $s = j\omega$, obtém-se $(-\omega^2\mathbf{M}_g + \mathbf{K}_g)\mathbf{u} = \mathbf{0}$, sendo $j^2 = -1$. Considerando que $\omega^2 = \lambda_i$ e que a matriz de massa global é inversível, então tem-se que $(\mathbf{M}_g^{-1}\mathbf{K}_g - \lambda_i\mathbf{I})\mathbf{u} = \mathbf{0}$. Assim, λ_i são os autovalores e $\mathbf{u}(\lambda_i)$ são os modos, $i = 1{,}2...N$, que podem ser escritos conforme segue $\mathbf{\Phi} = [\mathbf{\Phi}_1 \;\; \mathbf{\Phi}_2 \;\; \mathbf{\Phi}_3 \;\; ... \;\; \mathbf{\Phi}_N]$.

Dessa forma, a matriz $(\mathbf{\Phi})$ formada pelos modos é utilizada como matriz de mudança de coordenadas, a fim de obter os deslocamentos físicos a partir dos deslocamentos generalizados. É possível obter apenas os modos de interesse ao definir a frequência máxima que se deseja analisar, definindo $m < N$ tal que $\sqrt{\lambda_m} = \omega_m \cong \omega_{max}$. Neste caso, tem-se $m = 2$, sendo estes dois modos referentes aos graus de liberdade do nó localizado no eixo de rotação. Com isso, os deslocamentos nodais podem ser obtidos a partir da seguinte relação:

$$\mathbf{u} \cong [\mathbf{\Phi}_h \;\; \mathbf{\Phi}_\theta]\mathbf{u}_\Phi \tag{2.5}$$

onde $\mathbf{\Phi}_h$ é o modo relacionado ao deslocamento na vertical, $\mathbf{\Phi}_\theta$ é o modo relacionado ao movimento de rotação e $\mathbf{u}_\Phi$ é o vetor de deslocamentos generalizados.

A equação aeroelástica do movimento é dada por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}_a \tag{2.6}$$

que pode ser reescrita no sistema de coordenadas generalizadas $\mathbf{M\Phi}\ddot{\mathbf{u}}_\Phi + \mathbf{K\Phi}\mathbf{u}_\Phi = \mathbf{F}_a$, e pré-multiplicando por $\mathbf{\Phi}^T$, é obtido $\mathbf{\Phi}^T\mathbf{M\Phi}\ddot{\mathbf{u}}_\Phi + \mathbf{\Phi}^T\mathbf{K\Phi}\mathbf{u}_\Phi = \mathbf{\Phi}^T\mathbf{F}_a$. A equação final do movimento em coordenadas generalizadas é dada pela seguinte equação

$$\mathbf{M}_\Phi\ddot{\mathbf{u}}_\Phi + \mathbf{K}_\Phi\mathbf{u}_\Phi = \mathbf{F}_{a\Phi} \tag{2.7}$$

2.3 Integração da Equação do Movimento

A solução da equação do movimento considerando as condições iniciais de deslocamento, permite estabelecer a aceleração $(\ddot{\mathbf{u}}_\Phi)$ para o primeiro instante de tempo. Estes dados são utilizados para determinar o vetor de deslocamentos do segundo passo de tempo utilizando o algoritmo de integração α-Generalizado desenvolvido por (CHUNG; HULBERT, 1993). Neste método, primeiramente são estabelecidos os parâmetros de integração

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1} \tag{2.8}$$

$$\alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1} \tag{2.9}$$

$$\beta = 0{,}25(1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \tag{2.10}$$

$$\gamma = 0{,}5 - \alpha_m + \alpha_f \tag{2.11}$$

$$\beta^* = \frac{1-\alpha_m}{\Delta t^2 \beta (1-\alpha_f)} \tag{2.12}$$

$$\gamma^* = \frac{\gamma}{\Delta t \beta} \tag{2.13}$$

onde ρ_∞ corresponde ao raio espectral em um intervalo de tempo infinito e deve ser escolhido de tal forma que $0 \leq \rho_\infty \leq 1$, neste caso foi utilizado o valor de 0,5.

O método é dividido em duas etapas: predição e correção. Na etapa de predição os valores de velocidade e deslocamento de um determinado passo de tempo são estabelecidos com base no passo de tempo anterior, como segue

$$\mathbf{a}_n = \frac{\alpha_f}{(1-\alpha_m)} \ddot{\mathbf{u}}_\Phi^{n-1} - \frac{\alpha_m}{(1-\alpha_m)} \mathbf{a}_{n-1} \tag{2.14}$$

$$\mathbf{u}_\Phi^n = \mathbf{u}_\Phi^{n-1} + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_\Phi^{n-1} + (0{,}5-\beta)\Delta t^2 \mathbf{a}_{n-1} + \Delta t^2 \beta \mathbf{a}_n \tag{2.15}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_\Phi^n = \dot{\mathbf{u}}_\Phi^{n-1} + (1-\gamma)\Delta t \mathbf{a}_{n-1} + \Delta t \gamma \mathbf{a}_n \tag{2.16}$$

onde o sobrescrito n indica o tempo atual e $(n-1)$ o tempo anterior e $\mathbf{a}$ é uma aproximação inicial da aceleração que é corrigida na etapa seguinte.

Na etapa de correção é feito um processo iterativo até que o valor residual (**Res**) seja suficientemente pequeno. O processo realizado é

$$\mathbf{St} = \beta^* \mathbf{M} + \mathbf{K} \tag{2.17a}$$

$$\Delta \mathbf{u}_\Phi = -\mathbf{St}^{-1} \mathbf{Res} \tag{2.17b}$$

$$\mathbf{u}_\Phi^n = \mathbf{u}_\Phi^{n'} + \Delta \mathbf{u}_\Phi \tag{2.17c}$$

$$\dot{\mathbf{u}}_\Phi^n = \dot{\mathbf{u}}_\Phi^{n'} + \gamma^* \Delta \mathbf{u}_\Phi \tag{2.17d}$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_\Phi^n = \ddot{\mathbf{u}}_\Phi^{n'} + \beta^* \Delta \mathbf{u}_\Phi \tag{2.17e}$$

$$\mathbf{Res} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_\Phi^n + \mathbf{K} \mathbf{u}_\Phi^n - \mathbf{F}_a \tag{2.17f}$$

onde o sobrescrito $(')$ indica o valor da variável na iteração anterior. Por fim, o valor da aproximação inicial para a aceleração é atualizado, tal que

$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_n + \frac{1-\alpha_f}{1-\alpha_m} \ddot{\mathbf{u}}_\Phi^n \tag{2.18}$$

O novo vetor de deslocamentos é usado para recalcular a malha do fluido. Então, o procedimento apresentado é repetido até atingir os n_t pontos até o máximo valor de tempo $t_{max} = n_t \Delta t$.

2.4 Dinâmica Não-linear

Com o intuito de analisar o comportamento do aerofólio considerando não-linearidade, considera-se uma rigidez cúbica em ambos os graus de liberdade. A equação do movimento para o caso não-linear é, portanto dada por

$$\mathbf{M}_\Phi \ddot{\mathbf{u}}_\Phi + \mathbf{K}_\Phi \mathbf{u}_\Phi + p_k \mathbf{K}_\Phi \mathbf{u}_\Phi^3 = \mathbf{F}_{a\Phi} \tag{2.19}$$

onde p_k é uma constante de proporcionalidade. As acelerações inicias passam, então, a ser calculadas pela equação anterior. Para determinar os demais passos de tempo, é necessário alterar o algoritmo de integração no tempo de forma a incluir a solução da não-linearidade, conforme mostram Kadapa, Dettmer e Perić (2017). Portanto, as equações 2.17a e 2.17f passam a ser, respectivamente

$$\mathbf{St} = \beta^* \mathbf{M} + \mathbf{K} + p_k \mathbf{K} (\mathbf{u}_\Phi^n)^3 \tag{2.20}$$

$$\mathbf{Res} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_\Phi^n + \mathbf{K}\mathbf{u}_\Phi^n + p_k \mathbf{K} (\mathbf{u}_\Phi^n)^3 - \mathbf{F}_a \tag{2.21}$$

3 SOLUÇÃO FLUIDODINÂMICA

Diversos aerofólios do tipo NACA têm sido investigados na literatura. Şahin e Acir (2015) fazem uma breve revisão dos trabalhos nesse e contexto, além de realizarem uma análise numérica e experimental de desempenhos em termos de forças de arrasto e sustentação de um aerofólio NACA 0015 para diferentes ângulos de ataque a baixo número de Reynolds. As soluções numéricas são obtidas utilizando o software de CFD Fluent. Gunel, Koc e Yavuz (2016) apresentam um estudo do desempenho aerodinâmico de um aerofólio para aplicações em turbinas eólicas horizontais, comparando os resultados obtidos através do algoritmo XFOIL e do software de CFD Fluent. Zaide e Raveh (2006) comparam simulações baseadas em CFD com um modelo de ordem reduzida para a modelagem da resposta de um aerofólio sob ação de rajadas.

A solução FSI se inicia com o código CFD obtendo as forças aerodinâmicas para as condições iniciais. A parte aerodinâmica do problema FSI é solucionada pelo software livre SU2. O modelo aerodinâmico é baseado nas equações URANS (do inglês *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Conforme descrito em Versteed e Malalasekera (2007), as equações que modelam esse método envolvem a equação da continuidade (Eq. 3.1) e as equações de Navier-Stokes (Eq. 3.2), dadas respectivamente por

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \mathrm{div}(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{U}}) = 0 \tag{3.1}$$

sendo ρ a massa específica do ar, $div(\ )$ o operador divergente, e $\mathbf{U} = \{U \quad V\}^T$ o vetor de velocidades médias, respectivamente nas direções x e y. Também,

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{U})}{\partial t} + \mathrm{div}(\bar{\rho}\tilde{U}\tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \mathrm{div}(\mu\,\mathrm{grad}\,\tilde{U}) + \left[-\frac{\partial(\overline{\bar{\rho}u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\bar{\rho}u'v'})}{\partial y}\right] + S_{Mx} \tag{3.2a}$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{V})}{\partial t} + \mathrm{div}(\bar{\rho}\tilde{V}\tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \mathrm{div}(\mu\,\mathrm{grad}\,\tilde{V}) + \left[-\frac{\partial(\overline{\bar{\rho}u'v'})}{\partial x} - \frac{\partial(\overline{\bar{\rho}v'^2})}{\partial y}\right] + S_{My} \tag{3.2b}$$

nas quais u' e v' são as componentes não estacionárias da velocidade nas direções x e y, P é a pressão e S_M é o termo fonte. A notação $\bar{(\ )}$ indica a média no tempo e $\tilde{(\ )}$ indica que o parâmetro é ponderado pela densidade média (ou média de Favre), como destaca Versteed e Malalasekera (2007). As velocidades instantâneas nas direções x e y são dadas respectivamente por $u = U + u'$ e $v = V + v'$. É utilizado o modelo de turbulência SST k-ω (do inglês *Shear Stress Transport*) desenvolvido por Menter (1993).

3.1 *Dual Time Step*

Cálculos dependentes do tempo são necessários para diversas aplicações, como análise de flutter. Porém, critérios de estabilidade limitam o tamanho do passo de tempo físico, principalmente para algoritmos com formulação de volumes finitos explícita. Restrições similares também existem para algoritmos com formulação implícita, ainda que esse método permita passos de tempo maiores, o custo computacional necessário em cada passo é considerável. Particularmente, devido à grande razão de crescimento da malha ou escoamento a baixo número de Mach, as restrições do tamanho do passo de tempo podem influenciar consideravelmente a funcionalidade do algoritmo. Por isso, algoritmos não estacionários geralmente adotam um tipo de processo iterativo a cada nível de tempo físico. O método *dual time* desenvolvido por Jameson (1991) introduz uma derivada de *pseudo-tempo* que age eliminando erros no transiente físico e assegurando a convergência nas iterações internas (VENKATESWARAN; MERKLE, 1995). De acordo com a formulação *dual time*, após a discretização no espaço por um método de volumes finitos as equações de Navier-Stokes são escritas da seguinte forma

$$\frac{dw}{dt} + R(w) = 0 \tag{3.3}$$

onde w é o vetor das variáveis do escoamento em cada ponto da malha, e R é o vetor residual que consiste no balanço de fluxo das equações de Navier-Stokes espacialmente discretizadas. Um esquema de segunda ordem totalmente implícito é então utilizado para integrar no tempo a equação anterior

$$\frac{3w^{n+1} - 4w^n + w^{n-1}}{2\Delta t} + R(w^{n+1}) = 0 \tag{3.4}$$

que pode ser reescrita como

$$\frac{dw}{dt^*} + R^*(w) = 0 \tag{3.5}$$

sendo

$$R^*(w) = \frac{3}{2\Delta t}w + R(w) - \frac{2}{\Delta t}w^n + \frac{1}{2\Delta t}w^{n-1} \tag{3.6}$$

A variável t^* é chamada de pseudo-tempo. A solução da equação 3.3 é equivalente à solução estacionária da equação 3.5 no pseudo-tempo t^*. Uma vez que esta equação atinge a convergência no pseudo-tempo, a solução no tempo da equação 3.3 é alcançada para um passo de tempo.

Usando essa técnica números CFL maiores podem ser utilizados para resolver problemas não estacionários. Cada passo de tempo necessita de cerca de 20 a 40 iterações no pseudo-tempo para atingir a convergência (LIU et al., 2000). Nesse trabalho, são consideradas 50 iterações para assegurar a adequada convergência.

3.2 Critério CFL

É comum quando se usa esquemas de discretização explícitos ter que escolher o passo de tempo com base na estabilidade. Dessa forma, o número de passos de tempo a ser calculado é muito maior do que o necessário para a acurácia. Em simulações de escoamentos viscosos, a malha é mais refinada próximo à superfície e as características do passo de tempo variam em ordens de grandeza dentro do domínio computacional. Mesmo que em várias aplicações práticas as características do passo de tempo do escoamento principal seja similar ao necessário para a acurácia, próximo às paredes as restrições do passo de tempo são severas (ARNONE; LIOU; POVINELLI, 1995).

O passo de tempo precisa ser apropriadamente escolhido para se obter resultados confiáveis. Para isso, usa-se o critério CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) para avaliar a estabilidade numérica que, em uma dimensão, é definido por

$$CFL = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \tag{3.7}$$

onde u é a velocidade local de escoamento no elemento de malha, Δt e Δx são as discretizações temporais e espaciais, respectivamente. Dessa forma, as discretizações de tempo e espaço não podem variar de forma independente. A condição CFL é fisicamente interpretada como a razão entre a distância convectiva em um passo de tempo ($u\Delta t$) e a discretização espacial local (Δx), ou seja, o diferencial de tempo adotado deve permitir que a informação passe pelo elemento de malha. A discretização espacial em problemas 2D pode ser substituída por $\Delta L = max(\Delta x, \Delta y)$ (TRIVELLATO; CASTELLI, 2014).

Para os métodos implícitos, as restrições do passo de tempo são menos rigorosas, pois, por definição, a formulação implícita é aquela onde os termos desconhecidos devem ser obtidos por meio de uma solução simultânea de equações diferenciais aplicadas a todos os pontos da malha em um determinado tempo, ou seja, uma vez que todos os pontos são considerados, a velocidade com que a informação passa de um ponto para outro não é tão importante, de forma que o passo de tempo não fica restrito a obedecer um valor máximo dado pela Equação 3.7. Assim, a estabilidade pode ser mantida com valores maiores de Δt. Os valores maiores do passo de tempo implicam em um custo computacional da solução reduzido. Ainda que o tamanho do passo de tempo não seja tão importante para a estabilidade da solução nas formulações implícitas quando comparadas com as formulações explícitas, ainda é relevante tratando-se da acurácia das soluções. Por isso o número CFL deve ser escolhido levando em consideração o custo computacional e a fidelidade das respostas (ANDERSON, 1995).

3.3 Modelo de Turbulência

O modelo de turbulência utilizado é o SST k-ω (do inglês *Shear Stress Transport*) desenvolvido por Menter (1993), Menter (1994). O SU2 possui também o modelo *Spalart-Allmaras* disponível. No entanto, emprega-se o modelo SST k-ω para se manter aderente a abordagem empregada por Fonzi et al. (2021). Esse modelo é muito utilizado em problemas relacionados à aeronáutica devido à boa performance em escoamentos típicos da aerodinâmica, pois foi desenvolvido para predizer gradientes adversos de pressão. A formulação do modelo consiste em resolver as equações k-ω apenas na camada limite e o modelo k-ϵ é utilizado no restante do escoamento. Isso é feito pois o modelo k-ω puro desenvolvido por Wilcox (1988), Wilcox (1993) não é indicado para modelar a turbulência do escoamento livre, o que não ocorre com o modelo k-ϵ. Menter (1993), Menter (1994) alterou o modelo k-ϵ para forma do modelo k-ω e desenvolveu uma função F_1 que é igual a um no escoamento livre e vai até zero gradualmente próximo à camada limite (HELLSTEN, 1998).

O modelo k-ω original é dado por

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{k1}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{3.8a}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_1}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_1\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{\omega 1}\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] \tag{3.8b}$$

O modelo k-ϵ modificado é dado por

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{k2}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{3.9a}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma_2}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_2\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{\omega 2}\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2\rho\sigma_{\omega_2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{3.9b}$$

As Equações 3.8a e 3.8b são então multiplicadas por F_1 e as Equações 3.9a e 3.9b são multiplicadas por $(1 - F_1)$ e as equações correspondentes para cada passo são adicionadas, resultando no novo modelo:

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^*\rho\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{k}\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{3.10a}$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_{\omega}\mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + 2\rho(1-F_1)\sigma_{\omega_2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{3.10b}$$

A função F_1 é definida por

$$F_1 = tanh\left\{\left\{min\left[max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500v}{y^2\omega}\right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}\right]\right\}^4\right\} \tag{3.11}$$

onde $CD_{kw} = max\left(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right)$, y é a distância da parede mais próxima e tanh( ) é a função tangente hiperbólica.

A viscosidade turbulenta de vórtice é definida da seguinte forma:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{max(\alpha_1\omega, SF_2)} \tag{3.12}$$

onde S é a medida invariante da taxa de deformação e F_2 é uma segunda função definida por

$$F_2 = tanh\left[\left[max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right)\right]^2\right] \tag{3.13}$$

Todas as constantes são calculadas levando em consideração ambos os modelos k-ϵ e k-ω usando $\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2(1 - F_1)$. As constantes para este modelo estão dispostas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Constantes do modelo de turbulência SST k-ω.

Constante	Valor
β^*	0,09
α_1	5/9
β_1	3/40
σ_{k1}	0,85
$\sigma_{\omega 1}$	0,5
α_2	0,44
β_2	0,0828
σ_{k2}	1
$\sigma_{\omega 2}$	0,856

3.4 Esquemas de Discretização pelo Método de Volumes Finitos

A solução implementada no SU2, empregada neste trabalho, considera um algoritmo que utiliza dois esquemas de discretização diferentes, um aplicado para as equações do escoamento, ou seja, Navier-Stokes, e outro aplicado para as equações do modelo de turbulência, sendo eles *Jameson-Schimidt-Turkel* e *scalar upwind*, respectivamente.

3.4.1 Jameson-Schimidt-Turkel

Este método foi desenvolvido por Jameson, Schimidt e Turkel (1981) inicialmente para a solução de escoamentos invíscidos descritos pelas equações de Euler. No entanto, obteve sucesso na solução de problemas viscosos descritos pelas equações de Navier-Stokes (JAMESON, 2017).

O procedimento de discretização segue o método de linhas no desacoplamento da aproximação dos termos espacial e temporal. O domínio computacional é dividido em células quadriláteras, conforme mostra a Figura 3.1 na qual i e k representam respectivamente as dimensões horizontal e vertical das células, e um sistema de equações diferenciais ordinárias é obtido aplicando as equações de Navier-Stokes para cada célula separadamente. As equações resultantes podem ser então resolvidas por um método de passo temporal.

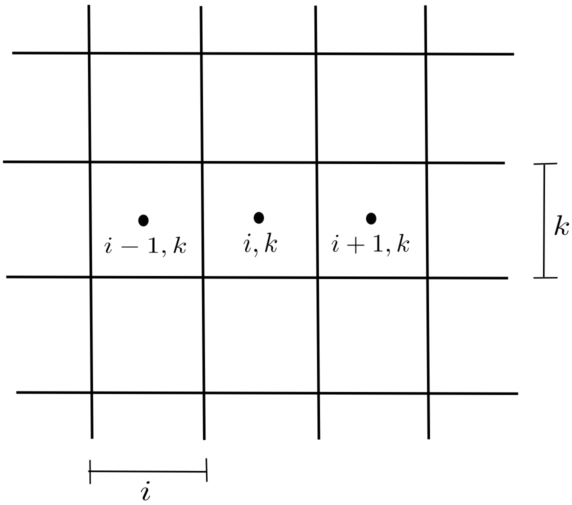
Seguindo a metodologia usada por Singh (1996), as equações podem ser escritas como

$$\frac{d\bar{W}_{i,k}}{dt} + (\bar{Q}_c + \bar{Q}_v - \bar{D})_{i,k} = 0 \tag{3.14}$$

onde $\bar{W} = (\rho, \rho u, \rho w, \rho E)^T$, u e w são as componentes cartesianas da velocidade, E é a energia, e Q_c e Q_v são os fluxos convectivos e viscosos,respectivamente. Essa discretização é baseada em diferenças centrais e requer a adição de um termo dissipativo, indicado por D na equação anterior. Para o caso da densidade, tem-se

$$\rho_{i+1/2,k} - \rho_{i-1/2,k} + \rho_{i,k+1/2} - \rho_{i,k-1/2} \tag{3.15}$$

Figura 3.1: Discretização espacial do domínio computacional para o método de volumes finitos JST.



Fonte: Adaptado de Jameson, Schimidt e Turkel (1981).

onde

$$\rho_{i+1/2,k} = \lambda_{i+1/2,k}[\epsilon^{(2)}_{i+1/2,k}\delta_x\rho_{i,k} - \epsilon^{(4)}_{i+1/2,k}\delta^3_x\rho_{i-1,k}] \tag{3.16}$$

δ_x é o operador de diferença direta e λ é o raio espectral. Os coeficientes $\epsilon^{(2)}$ e $\epsilon^{(4)}$ são

$$\epsilon^{(2)}_{i+1/2,k} = \kappa^{(2)} max(\nu_{i+1},\nu_i) \tag{3.17}$$

$$\epsilon^{(4)}_{i+1/2,k} = max(0,\kappa^{(4)} - \epsilon^{(2)}_{i+1/2,k}) \tag{3.18}$$

Os valores mais comuns são $\kappa^{(2)} = 0.5$ e $\kappa^{(4)} = 1/256$ segundo Jameson, Schimidt e Turkel (1981). O sensor de pressão ν é dado por

$$\nu = \frac{|p_{i+1,k} - 2p_{i,k} + p_{i-1,k}|}{(1-\omega)(P_{TVD})_{i,k} + \omega P_{i,k}} \tag{3.19}$$

onde $\omega = 1$ leva ao esquema JST básico. Além disso,

$$(P_{TVD})_{i,k} = |p_{i+1,k} - p_{i,k}| + |p_{i,k} - p_{i-1,k}| \tag{3.20}$$

$$P_{i,k} = p_{i+1,k} + 2p_{i,k} + p_{i-1,k} \tag{3.21}$$

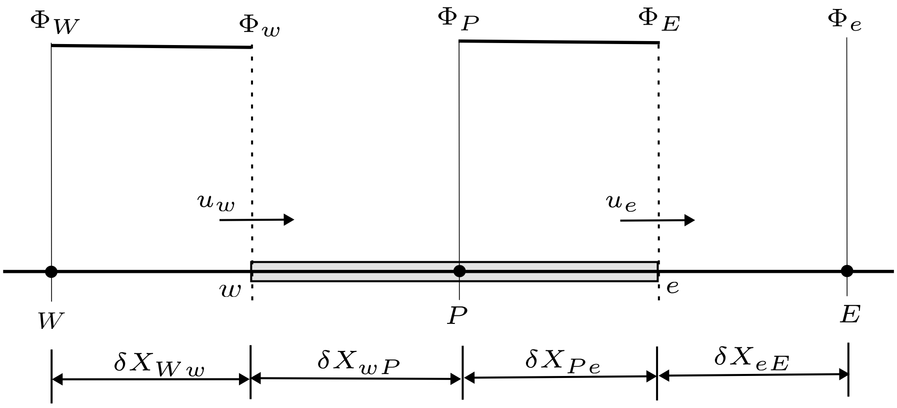
3.4.2 *Scalar Upwind*

O esquema de discretização *upwind* utilizado é de primeira ordem. Este esquema leva em consideração a direção do escoamento para determinar o valor na face de uma célula, para isso o valor de uma propriedade ϕ na face de uma célula é igual ao valor da propriedade no nó anterior. A Figura 3.2 mostra uma representação do funcionamento desse esquema de discretização, considerando um fluxo vindo da esquerda para a direita (representado na imagem por u_w e u_e), o valor da propriedade na face w será igual ao valor no ponto W, enquanto o valor na face e é igual ao do ponto P, ou seja,

$$\phi_w = \phi_W$$

$$\phi_e = \phi_P$$

Figura 3.2: Representação do esquema de discretização *upwind*.



Fonte: Versteed e Malalasekera (2007).

4 SOLUÇÃO DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

As soluções de fluido e estrutura são obtidas separadamente, iterando entre elas até a convergência. O critério de convergência consiste em calcular a raiz quadrada média do incremento de deslocamento estrutural entre a iteração FSI anterior e a atual. Ou seja, a convergência é determinada definindo um valor de tolerância (T), e então é calculada a diferença entre os deslocamentos da iteração anterior ($\mathbf{d}^{i-1}$) e a iteração atual ($\mathbf{d}^{i}$) para as três direções, conforme segue

$$\mathbf{d}_x = \mathbf{d}_x^i - \mathbf{d}_x^{i-1} \tag{4.1}$$

$$\mathbf{d}_y = \mathbf{d}_y^i - \mathbf{d}_y^{i-1} \tag{4.2}$$

$$\mathbf{d}_z = \mathbf{d}_z^i - \mathbf{d}_z^{i-1} \tag{4.3}$$

Em seguida são obtidas as normas desses vetores: $\bar{d}_x$, $\bar{d}_y$, $\bar{d}_z$, o valor residual é então calculado

$$R = \sqrt{\bar{d}_x^2 + \bar{d}_y^2 + \bar{d}_z^2} \tag{4.4}$$

Com isso, a convergência é atingida quando $R < T$.

Para este caso são necessários três arquivos de configuração: um para a zona de fluido, um para a zona do sólido e um para a interface. O arquivo de configuração para a zona de fluido é muito semelhante a um arquivo de configuração para uma simulação simples de zona única. O arquivo de configuração para zona do sólido é lido pelo código estrutural Python incluído no SU2, que considera o modelo estrutural obtido pelo software Nastran pré-processado.

4.1 Processo de Solução

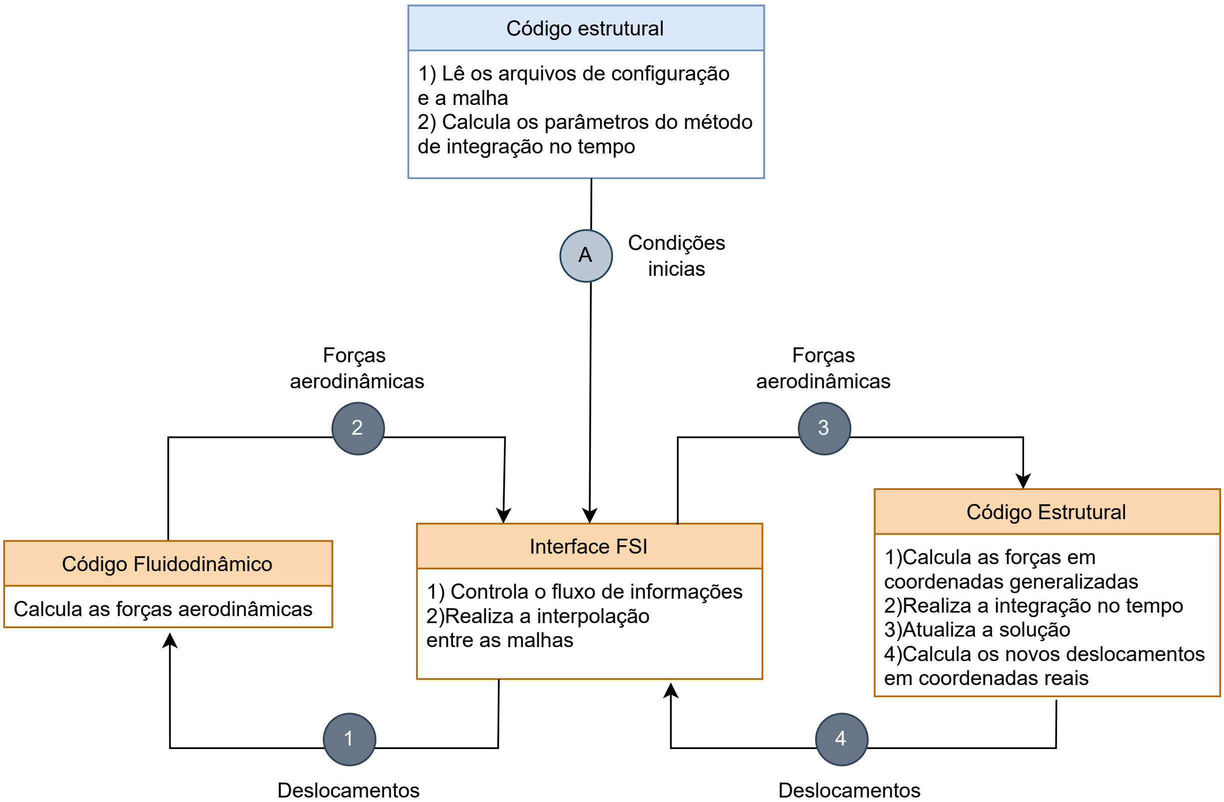
O processo de solução é esquematizado na Figura 4.1. O processo mostrado pela letra A é realizado apenas para o primeiro passo de tempo, nesta etapa são lidos a malha estrutural e os arquivos de configuração, a partir de onde obtém-se as condições iniciais, além disso nesta etapa são calculados os parâmetros para iniciar a integração no tempo (Equações de 2.8 a 2.13).

O bloco identificado como Interface FSI é o algoritmo responsável por realizar a comunicação entre código do fluido e código estrutural. A sequência da solução segue os passos de 1 a 4 ilustrados na referida figura, e se repetem até que a convergência seja atingida e até que todos os passos de tempos sejam calculados. O código estrutural realiza todos os cálculos em coordenadas generalizadas, por isso ao final os dados de deslocamento são transformados para coordenadas reais. Além disso, o bloco entre os passos 3 e 4 é a parte do código estrutural que faz a integração no tempo das equações do movimento da parte estrutural, por meio do método α-generalizado.

O processo de interpolação é realizado entre as etapas 2 e 3 e entre as etapas 4 e 1, no algoritmo de interface. Os deslocamentos são interpolados da malha estrutural para a malha do fluido, e as forças aerodinâmicas obtidas pela solução CFD são interpoladas da malha do fluido para a malha estrutural. A geometria do modelo estrutural é diferente do aerofólio e por isso é feita a interpolação, para deslocar corretamente a malha do fluido. O método de interpolação utilizado é o RBF (do inglês *Radial Basis Functions*).

Após interpolar as forças aerodinâmicas, estas são conhecidas nos nós estruturais (i.e, $\mathbf{F}_a$), este vetor é utilizado para calcular os deslocamentos estruturais correspondentes. As forças aerodinâmicas são reescritas em coordenadas generalizadas (i.e, $\mathbf{F}_{a\Phi}$) no código de solução estrutural, antes de serem utilizadas pelo método de integração no tempo para encontrar os deslocamentos no instante de tempo seguinte.

Figura 4.1: Ilustração do processo de solução FSI realizado no SU2.



Fonte: Própria Autora.

4.2 Método RBF

De acordo com Boer, Schoot e Bijl (2007) método RBF é uma ferramenta bem estabelecida nos cálculos de interação fluido-estrutura para interpolação de dados. Uma função de interpolação é utilizada para transferir os deslocamentos conhecidos na interface da malha estrutural para a interface da malha do fluido. Esse procedimento possui um custo computacional menor quando comparado com métodos que fazem a interpolação de todos os nós da malha do fluido e não apenas da interface. A função de interpolação pode ser aproximada a uma soma de funções base

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n_b} \alpha_j \varphi(||\mathbf{x} - \mathbf{x}_{b_j}||) + p(\mathbf{x}) \tag{4.5}$$

onde $\mathbf{x}_{b_j} = [x_{b_j}, y_{b_j}]$ são os nós da interface, onde os valores são conhecidos, p é um polinômio, n_b é o número de nós na interface e φ é a função base conhecida em relação à distância Euclidiana $|\mathbf{x} - \mathbf{x_{b_j}}|$. Os coeficientes α_j e o polinômio p são determinados pelas condições de interpolação

$$s(\mathbf{x}_{b_j}) = \mathbf{d}_{b_j} \tag{4.6}$$

sendo $\mathbf{d}_{b_j}$ o vetor contendo os valores de deslocamentos na interface. Outro requisito adicional é

$$\sum_{j=1}^{n_b} \alpha_j q(\mathbf{x}_{b_j}) = 0 \tag{4.7}$$

para todos os polinômios q com grau menor do que o polinômio p. O grau mínimo do polinômio p depende da função base φ. Se a funções de base é definida condicionalmente positivas de ordem $m \leq 2$, um polinômio linear pode ser usado.

Os valores do coeficiente α_j e o polinômio pode ser obtido resolvendo o sistema

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_b \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M_{b,b}} & \mathbf{P_b} \\ \mathbf{P_b}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

com α contendo os coeficientes α_j, β os coeficientes do polinômio p, $M_{b,b}$ é uma matriz com dimensões $n_b \times n_b$ contendo a estimativa da função base $\varphi_{b_i b_j} = \varphi(||\mathbf{x}_{b_i} - \mathbf{x}_{b_j}||)$, e P_b é uma matriz com dimensões $n_b \times 4$ com a linha j dada por $[1 \;\; x_{b_j} \;\; y_{b_j} \;\; z_{b_j}]$.

Os valores do deslocamento no interior da malha do fluido $\mathbf{d}_{in}$ podem então ser derivados avaliando a função de interpolação nos pontos da malha interna:

$$\mathbf{d}_{in_j} = s(\mathbf{x}_{in_j}) \tag{4.9}$$

Neste caso o polinômio de interpolação é linear, pois recupera as translações de corpo rígido corretamente. No presente trabalho, a função base (φ) utilizada é dada por

$$\varphi = (1 - \xi)^4 (4\xi + 1) \tag{4.10}$$

onde ξ é a distância Euclidiana entre os pontos do fluido e do sólido dividido pelo raio RBF $r = 0{,}5$. Os nós dentro de um círculo com raio r e centro x_j são influenciados pelo deslocamento deste centro, maiores valores de raio implicam em soluções mais acuradas, no entanto, também resultam em sistemas matriciais maiores com maior custo para solução.

4.3 Procedimento para Análise de Forças Aerodinâmicas

O procedimento para se obter as forças aerodinâmicas sobre o aerofólio envolve a pressão aerodinâmica calculada pelo SU2 e a geometria do contorno do aerofólio. Primeiramente, obtém-se a distância entre dois pontos adjacentes da malha, na superfície do aerofólio, tal que

$$s_i = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \tag{4.11}$$

sendo s_i a distância entre os pontos (x_i,y_i) e (x_{i+1},y_{i+1}) consecutivos que corresponde ao comprimento do i-ésimo painel sobre o contorno do aerofólio. O vetor diretor da reta formada por estes dois pontos é dado por

$$\mathbf{s}_i = \{(x_{i+1} - x_i) \quad (y_{i+1} - y_i)\} \tag{4.12}$$

note que se assume que a discretização da superfície do aerofólio é suficientemente adequada para o seguimento entre os dois pontos considerados seja aproximadamente uma semirreta. Assim, o ponto médio do painel é dado por

$$P_i^{med} = \left(\frac{(x_{i+1} + x_i)}{2}, \frac{(y_{i+1} + y_i)}{2}\right) \tag{4.13}$$

Pode-se obter a força aerodinâmica, por unidade de envergadura, através do produto entre a distância (s_i) e a pressão aerodinâmica média sobre o painel, no ponto médio (P_i^{med}), tal que

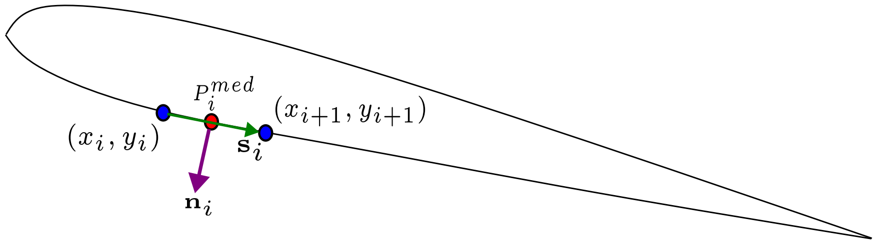
$$p_i = \frac{p_{(x_i,y_i)} + p_{(x_{i+1},y_{i+1})}}{2} \tag{4.14}$$

A direção da força aerodinâmica é normal ao painel, dessa forma, pode ser obtida pelo produto vetorial entre o vetor diretor $\mathbf{s}_i$ e o versor $\hat{k} = \{0 \;\; 0 \;\; 1\}$, considerando que os pontos estão listados em sentido anti-horário, tal que $\mathbf{n}_i = \mathbf{s}_i \times \hat{k}$. Dessa forma, tem-se $\mathbf{F}_{a_i} = p_i s_i \mathbf{n}_i$ e, portanto a magnitude da força aerodinâmica no i-ésimo painel é dada pela norma do vetor $\mathbf{F}_{a_i} = \{F_{a_i}^x \;\; F_{a_i}^y\}^T$, e a força de sustentação é a componente em y da força aerodinâmica. De forma que a força de sustentação total é dada por

$$L = \sum_{i=1}^{N-1} F_{a_i}^y \tag{4.15}$$

sendo N o número total de pontos em torno do aerofólio e $F_{a_i}^y$ a componente em y da força aerodinâmica no i-ésimo painel. A Figura 4.2 ilustra a disposição dos pontos e vetores.

Figura 4.2: Esquema representativo da disposição dos pontos e vetores.

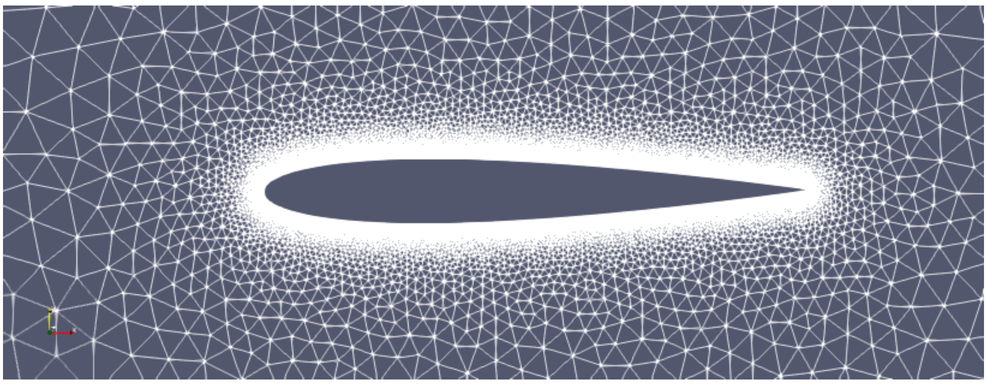


Fonte: Própria autora

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

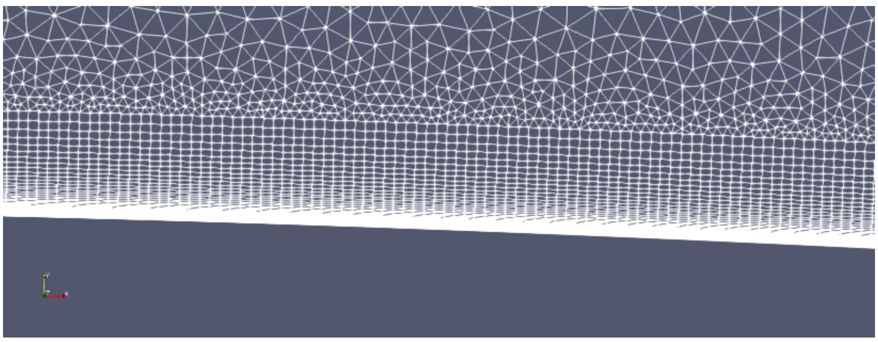
Neste capítulo são apresentados resultados de simulações computacionais obtidas para a dinâmica da seção típica. O movimento de fluido é avaliado considerando uma malha não estruturada, conforme é ilustrado na Figura 5.1, esta malha é considerada adequada para as presentes análises visto que é previamente empregada por Fonzi et al. (2021). Esta posição do sistema corresponde ao primeiro instante de tempo (i.e., $t = 0$), e então tem-se como condições iniciais $h(0) = 0[m]$ e $\theta(0) = 5°$. A seção típica se encontra no centro de uma circunferência com diâmetro de 100 cordas, o domínio do fluido é discretizado com 133000 nós, com refino próximo à superfície do aerofólio, para melhor representação da camada limite, conforme ilustrado na Figura 5.2. O número de Reynolds é mantido constante com valor de 4×10^6. Note que para um dado par (Ma_i, Re_i), para a próxima solução com (Ma_j,Re_j), Re_j é tal que $\rho_j = \rho_i V_i / V_j$, sendo Re o número de Reynolds, Ma o número de Mach, ρ a densidade e V a velocidade. Com isso se tem duas soluções para números de Mach distintos com o mesmo número de Reynolds. A temperatura utilizada é 273,15K e o comprimento de referência é de 1m.

Figura 5.1: Ilustração da malha aerodinâmica.



Fonte: Própria autora

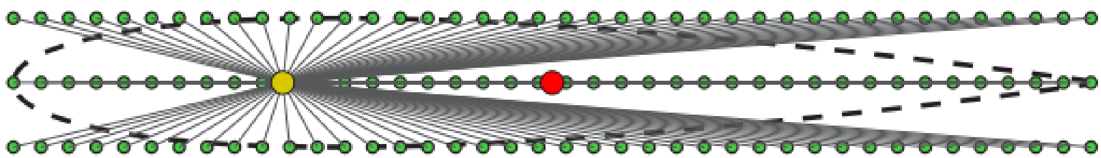
Figura 5.2: Ilustração da camada limite da malha aerodinâmica.



Fonte: Própria autora

A malha estrutural utilizada consiste em um conjunto de elementos de barra rígidos, que conectam vários nós a um único nó denominado mestre, posicionado no eixo de rotação do aerofólio. Estes elementos são apenas de restrição, e não adicionam rigidez física ao modelo, e por isso possuem a função de vincular os deslocamentos dos nós e o deslocamento do nó mestre. O nó na posição do centro de massa concentra a massa e a inércia do aerofólio, conforme ilustra a Fig. 5.3. O modelo apresenta 123 nós, sendo 2 graus de liberdade por nó, e este total de nós é considerado para se reproduzir o que se apresenta na referência Fonzi et al. (2021). Pela ausência de justificativas por parte daqueles autores, entende-se como uma provável definição arbitrária. No entanto, note que a flexibilidade do modelo é exclusivamente incluída pelas rigidezes de *pitch* e *plunge* e que, portanto, os demais nós são exclusivamente para definir uma forma sobre a qual se distribui as forças aerodinâmicas. Assim, o principal efeito do total de nós se dá sobre o processo de transferência de informação (ou seja, forças) entre as malhas aerodinâmica e estrutural. Neste caso, uma criteriosa avaliação da acurácia do método RBF pode contribuir para se estabelecer a geometria e total de nós da malha estrutural para a maior representatividade das previsões numéricas em relação a resultados experimentais. Dois elementos de molas são utilizados para incluir rigidez relacionadas aos graus de liberdade de *pitch* e *plunge*, sendo conectados ao nó mestre, que se movimenta em relação à extremidade fixa das molas. Os valores dos parâmetros utilizados no modelo estrutural são apresentados na Tabela 5.1. Por simplicidade, são mantidos os valores utilizados por Fonzi et al. (2021).

Figura 5.3: Malha estrutural. Os pontos verdes representam os nós estruturais, o ponto em vermelho o centro de massa e o ponto amarelo o eixo de rotação.



Fonte: (FONZI et al., 2021)

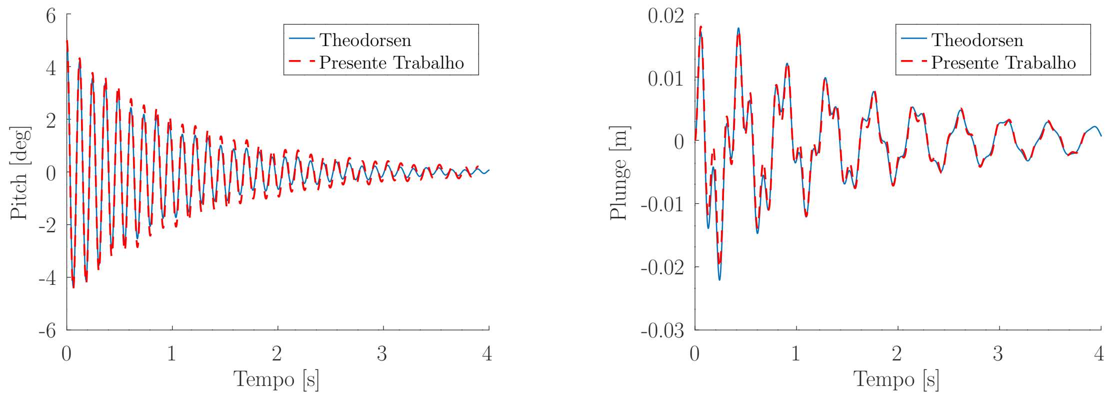
Para as simulações computacionais são considerados os números de Mach 0,1, 0,2 e 0,357 para se comparar com resultados obtidos através da Teoria de Theodorsen (THEODORSEN, 1935). Esta teoria não é apresentada neste trabalho, pois os resultados são obtidos a partir da implementação computacional disponível no SU2 (FONZI et al., 2021).

Tabela 5.1: Parâmetros físico geométricos do modelo estrutural.

Parâmetro	Valor
Massa	81,35 kg
Inércia	3,81 $kg.m^2$
Rigidez de *pitch*	16711,17 N/m
Rigidez de *plunge*	10295,99 N/m
Corda	1 m
Frequência natural de *pitch*	8,38 Hz
Frequência natural de *plunge*	2,25 Hz

As Figuras 5.4(a) e 5.4(b) mostram as respostas respectivamente para os movimentos de *pitch* e *plunge* para Mach 0,1. Similarmente, as Figuras 5.5(a) e 5.5(b) mostram respectivamente esses movimentos para Mach 0,2.

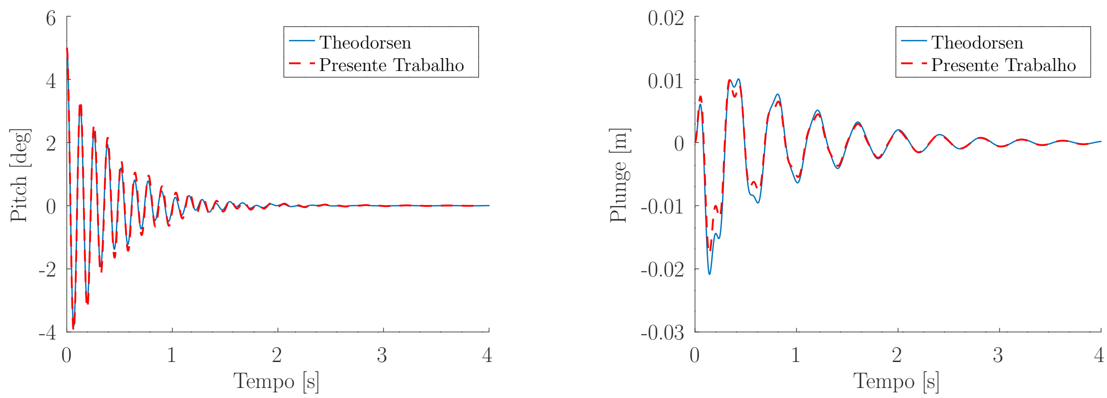
Figura 5.4: Comparação entre os resultados obtidos através do SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0,1.



(a) *Pitch* (b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

Figura 5.5: Comparação entre os resultados obtidos através do SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0,2.



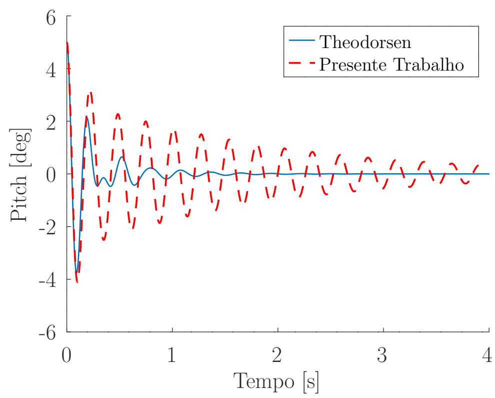
(a) *Pitch* (b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

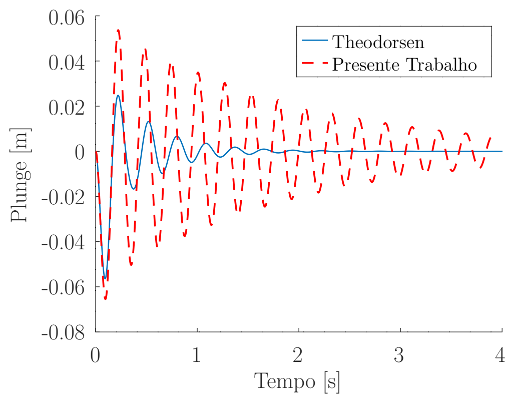
Nota-se que para estes números de Mach os resultados do SU2 são compatíveis com a teoria de Theodorsen (1935). As respostas aeroelásticas são assintoticamente estáveis. No entanto, tem-se um efeito de maior amortecimento aerodinâmico em *pitch* para o número de Mach 0,2, visto que em cerca de 2 segundos esse grau de liberdade alcança o repouso.

As Figuras 5.6(a) e 5.6(b), por outro lado, mostram que para o número de Mach 0,357 existem importantes diferenças entre ambas as soluções. Considerando que se tem a mesma dinâmica estrutural, sabe-se que a modelagem aerodinâmica do SU2 contempla efeitos não capturados pela abordagem de Theodorsen. A principal diferença entre a formulação potencial de Theodorsen e a solução pelas equações de Navier-Stokes é o escoamento potencial considerar o fluido como invíscido, irrotacional e incompressível. Como se sabe, os efeitos de compressibilidade são importantes para números de Mach acima de 0,30, de forma que para o número de Mach 0,357 considera-se a solução do SU2 mais representativa. No entanto, a análise detalhada e justificativas para as diferenças entre as soluções estão fora do escopo deste trabalho. Como se observa, a dinâmica prevista pelo SU2 compreende uma maior quantidade de energia de sinal, que pode ser calculada pelo RMS (do inglês *Root Mean Square*), ao se comparar com a previsão pela Teoria de Theodorsen. Assim, de forma geral, novas investigações podem ser feitas para concluir com mais segurança sobre a acurácia das duas soluções para esse número de Mach.

Figura 5.6: Comparação entre os resultados obtidos através do SU2 e pela teoria de Theodorsen para Mach = 0,357.



(a) *Pitch*



(b) *Plunge*

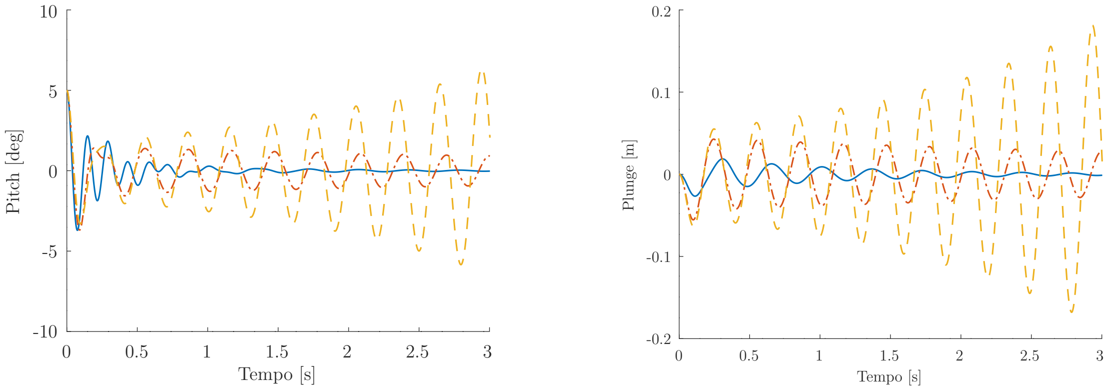
Fonte: Própria autora.

No entanto, para este número de Mach também se observa as respostas assintoticamente estáveis para ambas as soluções. Nota-se um maior nível de efeito de amortecimento aerodinâmico na formulação potencial não estacionária de Theodorsen.

5.1 Análise de Estabilidade

Uma avaliação geral da estabilidade aeroelástica do sistema é realizada considerando oito números de Mach distintos em um intervalo de 0,25 a 0,52. A Figura 5.7 mostra as respostas temporais para os movimentos de *pitch* (a) e *plunge* (b), para os números de Mach 0,38, 0,50 e 0,52, enquanto que os resultados para os demais números de Mach são mostrados nas Figuras A.1 e A.2 do Apêndice A. Para o movimento de *pitch* as oscilações para Mach 0,50 revelam um amortecimento aerodinâmico menor do que para os demais. Enquanto nos outros números de Mach as oscilações cessam em cerca de 3 segundos, para Mach 0,50 as amplitudes continuam mesmo após 4 segundos de simulação. O movimento de *plunge* para Mach 0,50 também apresenta baixo amortecimento aerodinâmico. Os resultados para os números de Mach 0,51 e 0,52 mostram aumento das amplitudes ao longo do tempo. Para melhor entendimento, essas condições de voo são apresentadas considerando um maior tempo de resposta na Figura 5.8. Nota-se que o aumento das amplitudes para Mach 0,51 é contínuo no tempo, enquanto para Mach 0,52 se tem uma redução abrupta próximo de 5 segundos.

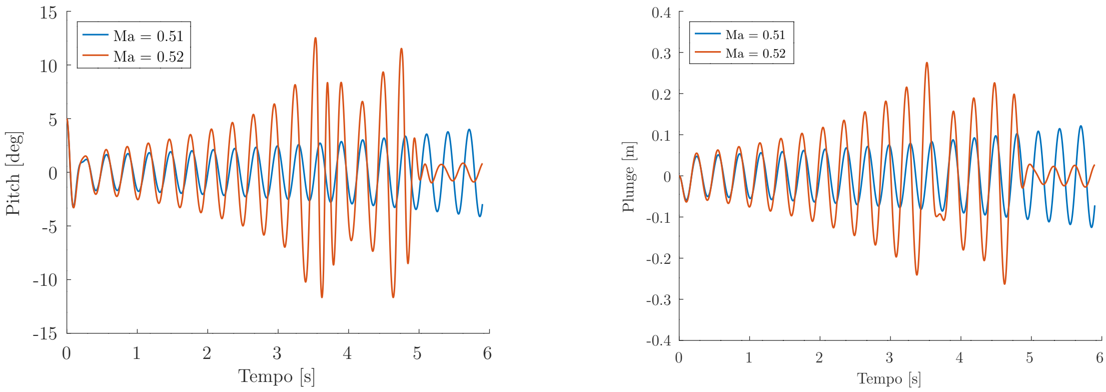
Figura 5.7: Respostas temporais para *pitch* (a) e *plunge* (b), sendo a linha azul contínua para Mach 0,38, a curva laranja com traços e pontos para Mach 0,50 e curva amarela tracejada para Mach 0,52 .



(a) *Pitch* (b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

Figura 5.8: Respostas temporais para *pitch* (a) e *plunge* (b) para os números de Mach 0,51 e 0,52.

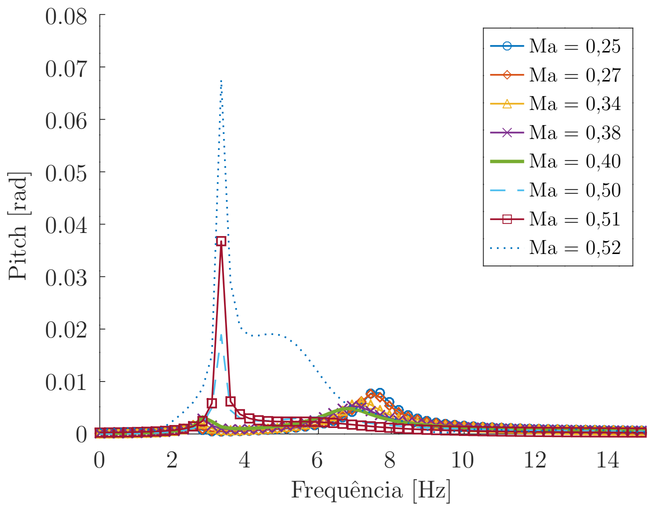


(a) *Pitch* (b) *Plunge*

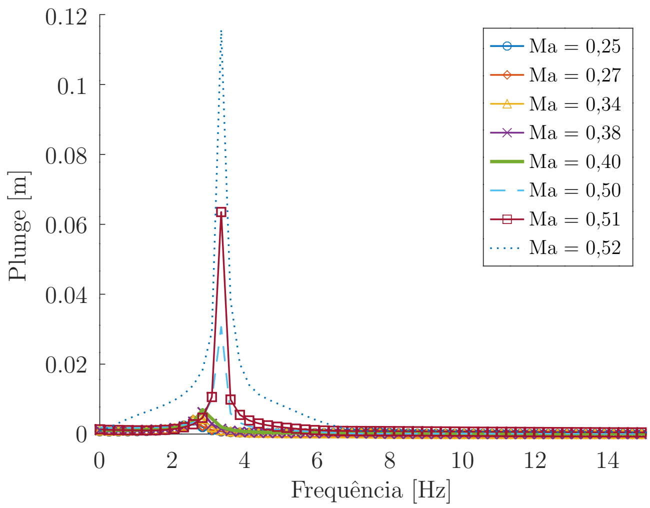
Fonte: Própria autora.

A Figura 5.9 mostra o espectro de resposta em frequência dos movimentos de *pitch* (a) e *plunge* (b), respectivamente. Nota-se que o movimento de *pitch* apresenta uma mudança significativa na frequência, o que não ocorre para *plunge*, que segue a mesma tendência de aumento da frequência, apenas com a grande diferença de amplitude.

Figura 5.9: Espectro de resposta em frequência para *pitch* (a) e *plunge* (b).



(a) *Pitch*

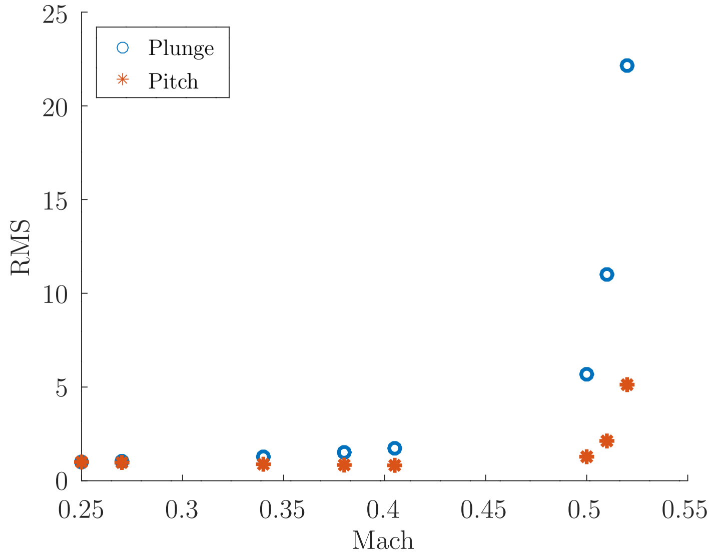


(b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

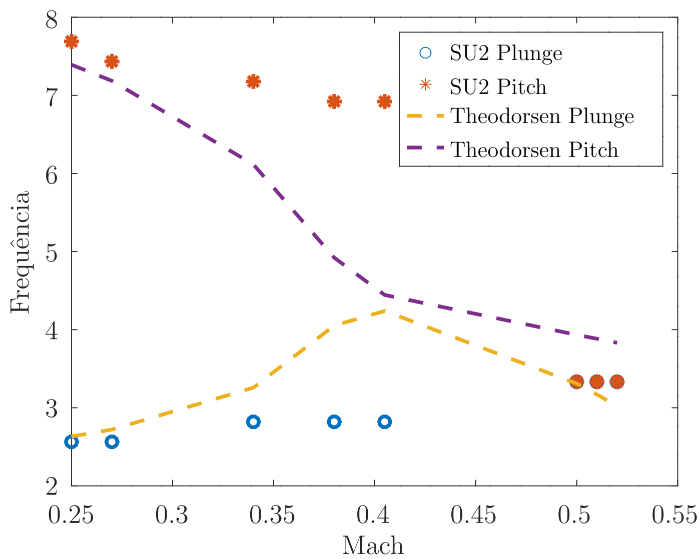
A Figura 5.10 mostra os valores RMS das respostas temporais para cada número de Mach. Os resultados de *pitch* são normalizados pelo valor de *pitch* do número Mach 0,25, que corresponde a 0,013 radianos, e os resultados de *plunge* são normalizados pelo valor de *plunge* do número de Mach 0,25, que corresponde a 0,004 metros. O comportamento das frequências aeroelásticas é mostrado na Figura 5.11, e os respectivos valores podem ser melhor observados na Tabela 5.2. Nota-se que para os números de Mach 0,50, 0,51 e 0,52 os valores de frequência de *pitch* e *plunge* apresentam o mesmo valor, o que é consistente com a dinâmica da ocorrência de flutter. Uma maior discretização em termos de números de Mach, para os quais a solução é obtida, pode contribuir para melhor se observar o fenômeno. No entanto, considerando que se tem maior foco no processo de solução, avaliações complementares são sugeridas para trabalhos futuros.

Figura 5.10: Valores de *pitch* e *plunge* para cada número de Mach, normalizados por $M_a = 0{,}25$ RMS *pitch* e *plunge*, respectivamente.



Fonte: Própria autora.

Figura 5.11: Frequências aeroelásticas de *pitch* e *plunge* para cada número de Mach obtidas por Theodorsen e pelo SU2.



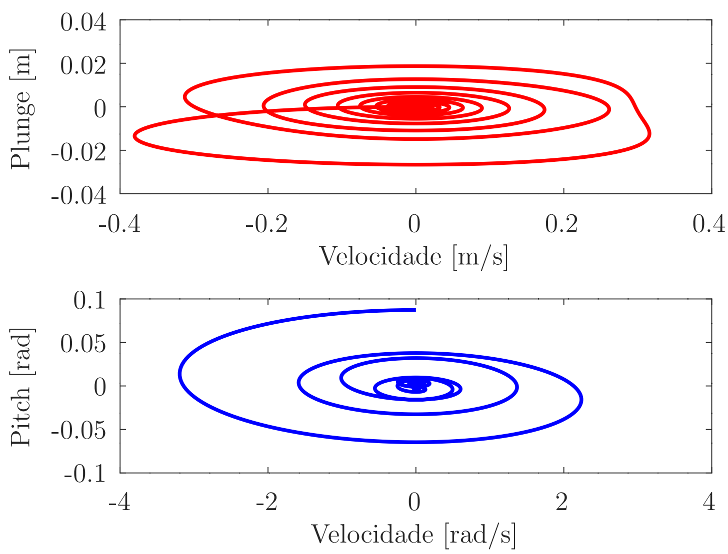
Fonte: Própria autora.

Tabela 5.2: Valores de frequência para cada número de Mach.

Mach	Plunge Freq.	Pitch Freq.
0,25	2,56	7,69
0,27	2,56	7,43
0,34	2,82	7,18
0,38	2,82	6,92
0,40	2,82	6,92
0,50	3,33	3,33
0,51	3,33	3,33
0,52	3,33	3,33

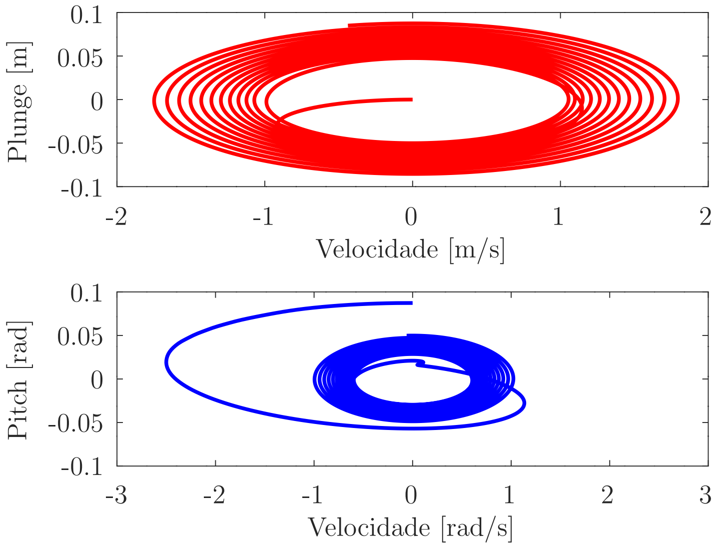
As Figuras 5.13 e 5.14 mostram os planos de fases para analisar as respostas do sistema nos números de Mach 0,51 e 0,52, respectivamente. Ainda que o último caso apresente uma queda das amplitudes, os planos de fases mostram instabilidade tanto em *pitch* quanto em *plunge* para os dois casos. A Figura 5.12 mostra o plano de fase para Mach 0,38, para efeito de comparação, que evidencia uma dinâmica assintoticamente estável. Com isso tem-se que, embora ainda seja necessária maior discretização para definir o início da instabilidade, as condições de voos em Mach 0,51 e 0,52 requerem o uso de uma metodologia de supressão de oscilações para se obter uma dinâmica assintoticamente estável.

Figura 5.12: Plano de fases para Mach 0,38.



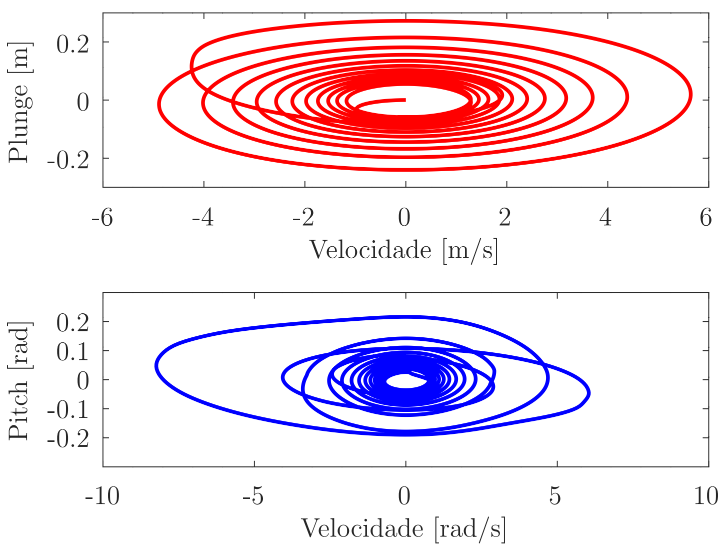
Fonte: Própria autora.

Figura 5.13: Plano de fases para Mach 0,51.



Fonte: Própria autora.

Figura 5.14: Plano de fases para Mach 0,52.

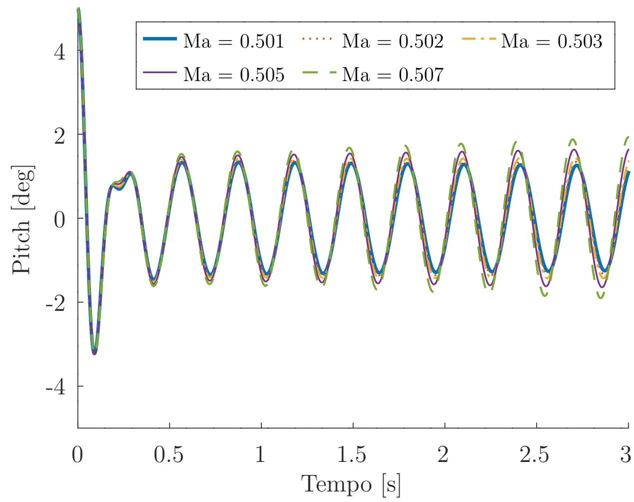


Fonte: Própria autora.

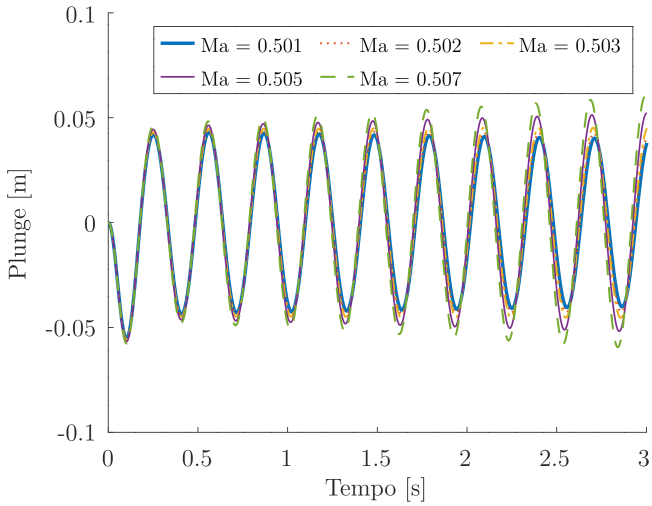
Para compreender a transição do comportamento estável para instável do aerofólio, são avaliados cinco números de Mach entre 0,50 (último estável) e 0,51 (primeiro instável). Note que estas soluções correspondem a números de Mach relativamente próximos. No entanto, sabe-se que pequenas alterações da condição de voo podem gerar substancial alteração de coeficientes de amortecimento aeroelástico, ou seja, na capacidade do sistema de dissipar energia.

Os resultados obtidos são apresentados na Figura 5.15, na qual se observa que as amplitudes crescem junto com o aumento do número de Mach, enquanto a frequência permanece aproximadamente a mesma.

Figura 5.15: Respostas temporais para *pitch* (a) e *plunge* (b) para os números de Mach entre 0,501 e 0,507.



(a) *Pitch*

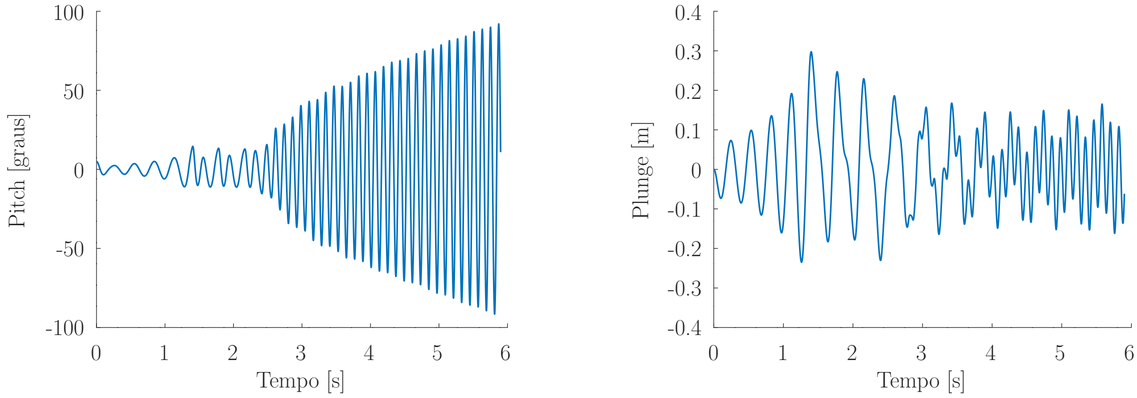


(b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

A Figura 5.16 mostra as respostas temporais para o número de Mach 0,54. É possível observar que o sistema apresenta um comportamento instável e com altas amplitudes de *pitch* ao longo de todo o tempo de simulação que não possuem necessariamente significado físico, pois na prática a estrutura com instabilidade aeroelástica apresenta um colapso.

Figura 5.16: Respostas temporais para *pitch* (a) e *plunge* (b) para o números de Mach 0,54.



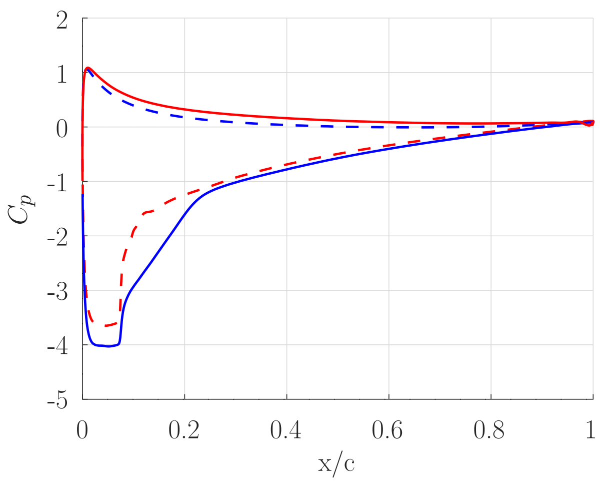
(a) *Pitch* (b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

5.2 Investigação do Comportamento do Aerofólio para Mach 0,52

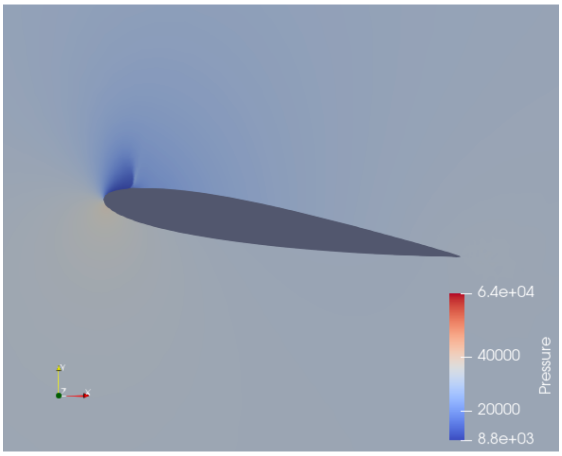
Conforme mostra a Figura 5.8, a oscilação do aerofólio para Mach 0,52 não apresenta um crescimento ou decaimento contínuo como ocorre nos demais casos, por isso uma investigação é feita para determinar a causa deste comportamento. A Figura 5.17 mostra o coeficiente de pressão (C_p) em torno do aerofólio, observa-se que há uma mudança importante no coeficiente de pressão ao se comparar nos dois instantes de tempo apresentados. Tal mudança é mais evidente na Figura 5.18, que mostra a presença de uma área de baixa pressão na região próxima ao bordo de ataque. Assim, pode-se observar a presença do choque aerodinâmico, também verificado na Figura 5.19, na qual observa-se que na região de baixa pressão há uma brusca alteração de escoamento supersônico para subsônico.

Figura 5.17: Dados do coeficiente de pressão em torno do aerofólio para dois instantes de tempo de Mach 0,52, sendo a linha tracejada para 3,5s e a linha contínua para 3,6s, a cor azul indica o intradorso e a cor vermelha o extradorso.

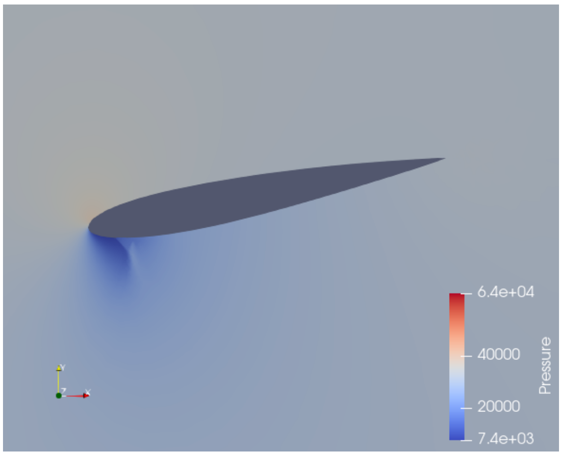


Fonte: Própria autora.

Figura 5.18: Campos de pressão para dois instantes de tempo de Mach 0,52.



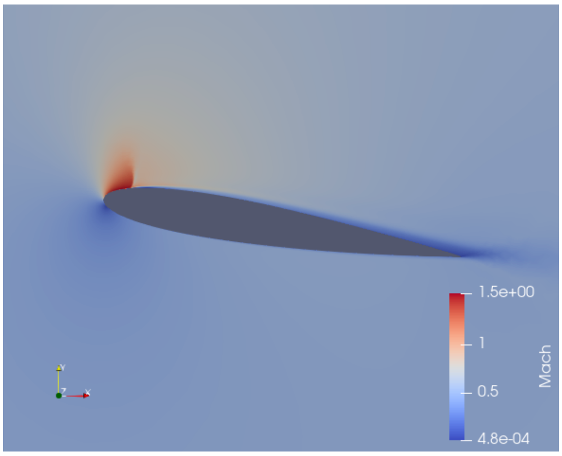
(a) 3,5s



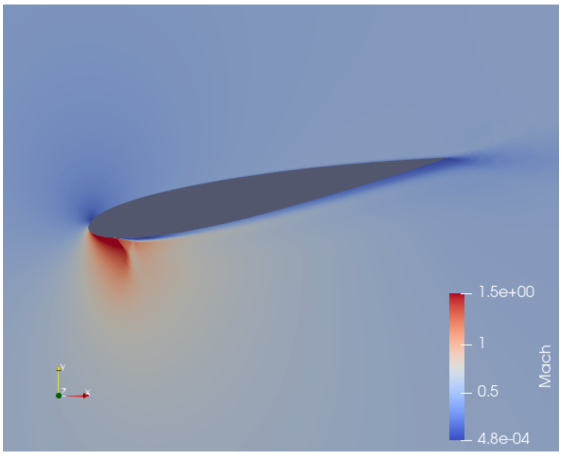
(b) 3,6s

Fonte: Própria autora.

Figura 5.19: Campos do número de Mach para dois instantes de tempo de Mach 0,52.



(a) 3,5s

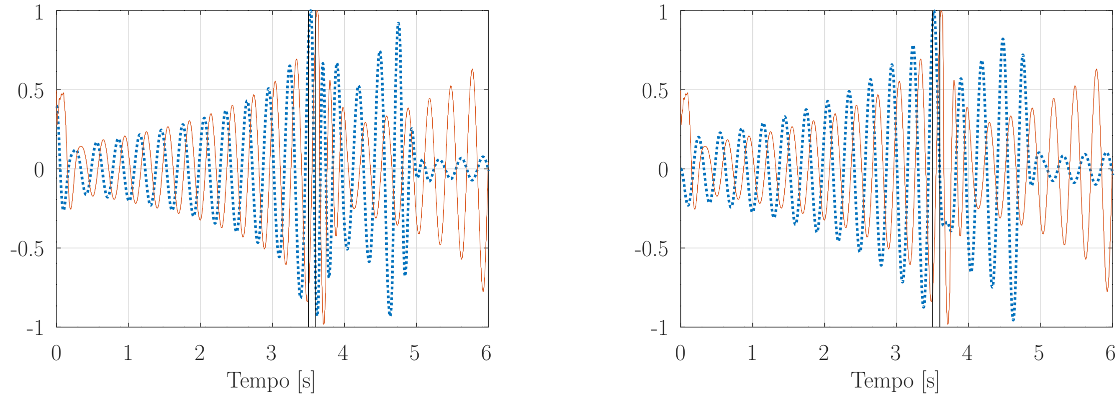


(b) 3,6s

Fonte: Própria autora.

O comportamento da força de sustentação também é investigado, a Figura 5.20 mostra um comparativo entre a variação da força de sustentação e os movimentos de *pitch* e *plunge* ao longo do tempo. Observa-se que, em ambos os casos, a força de sustentação se inicia com um fase de aproximadamente $\pi/2$ em relação ao movimento, e a partir de 5 segundos essa fase passa a ser aproximadamente π, o que justifica as baixas amplitudes de oscilação, pois a força de sustentação apresenta o valor máximo no sentido oposto ao movimento do aerofólio, agindo como força restauradora em conjunto com a força elástica.

Figura 5.20: Movimentos de *pitch* e *plunge* e força de sustentação ao longo do tempo para Mach 0,52, sendo a linha pontilhada (azul) o movimento e a linha contínua (vermelho) a força, as linhas verticais (preto) indicam os instantes de tempo 3.5s e 3.6s.

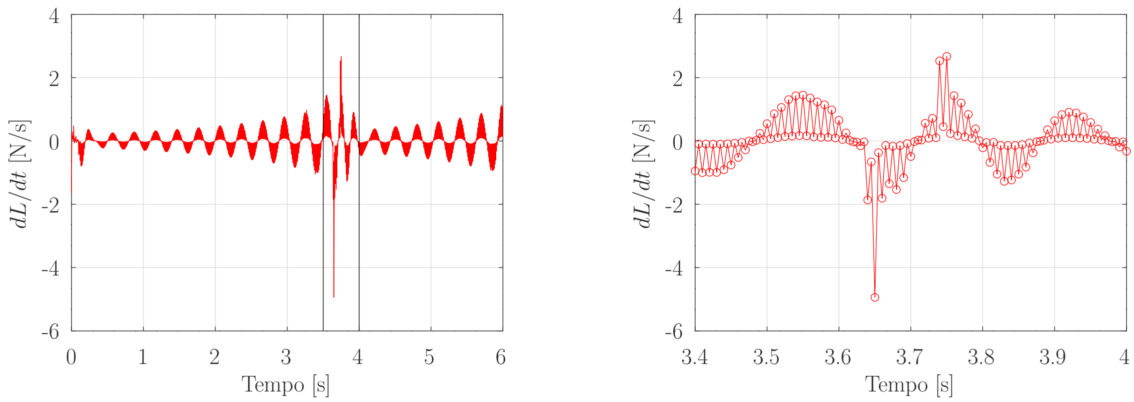


(a) *pitch* (b) *plunge*

Fonte: Própria autora.

A Figura 5.21 mostra a taxa de variação da sustentação ao longo do tempo, nota-se que a maior mudança ocorre em cerca de 3,6 segundos, ou seja, quando o aerofólio está sob a influência do choque aerodinâmico. Assim, tem-se que as alterações no escoamento induzem as mudanças nas respostas aeroelásticas do aerofólio, e vice-versa, conforme se verifica nos problemas de interação fluido e estrutura. A curva da taxa de variação da sustentação ao longo do tempo apresenta duas frequências, sendo 16,67Hz e 96,74Hz.

Figura 5.21: Taxa de variação da sustentação ao longo do tempo.



(a) (b) Zoom

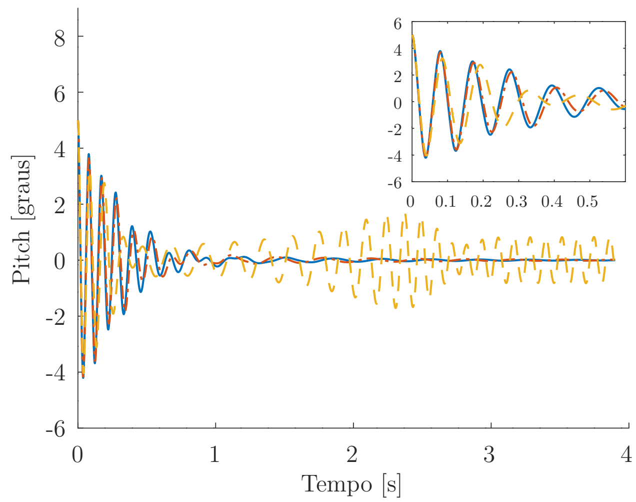
Fonte: Própria autora.

5.3 Não-linearidade de Rigidez Cúbica

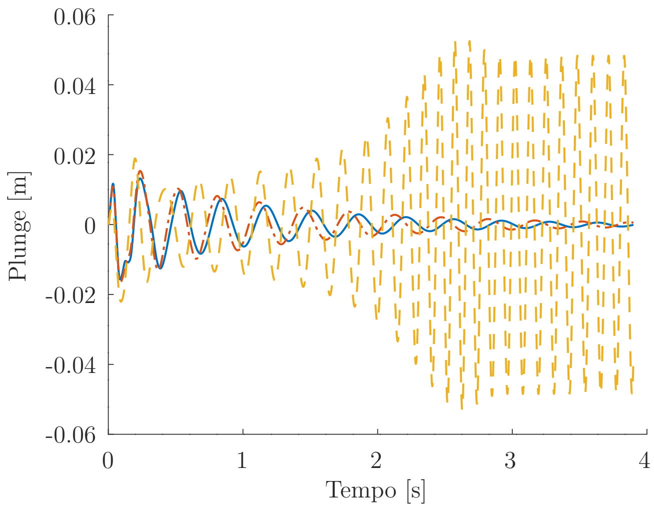
Nesta seção são apresentados resultados considerando inclusão de uma não-linearidade de rigidez cúbica em ambos os graus de liberdade do sistema, tal que a equação do movimento é dada pela Equação (2.19), sendo utilizado a constante $p_k = 100$.

A Figura 5.22 mostra as respostas temporais para os números de Mach 0,38, 0,50 e 0,52, enquanto para os resultados para os demais números de Mach são apresentados nas as Figuras A.3 e A.4 no Anexo A. Observa-se que há um aumento significativo das amplitudes para o movimento de *plunge* do número de Mach 0,52, e que as amplitudes permanecem aproximadamente as mesmas a partir de 3 segundos, em ambos os graus de liberdade. Nota-se que o movimento de *plunge* se estabelece em condição de amplitude praticamente fixa, compatível com uma oscilação de ciclo limite. Este resultado também permite se observar uma redução na capacidade do sistema aeroelástico dissipar a energia obtida do escoamento.

Figura 5.22: Respostas temporais para *pitch* (a) e *plunge* (b) com não-linearidade estrutural, sendo a linha contínua (azul) para Mach 0,38, a linha traço-ponto (laranja) para Mach 0,50 e a linha tracejada (amarela) para Mach 0,52.



(a) *Pitch*

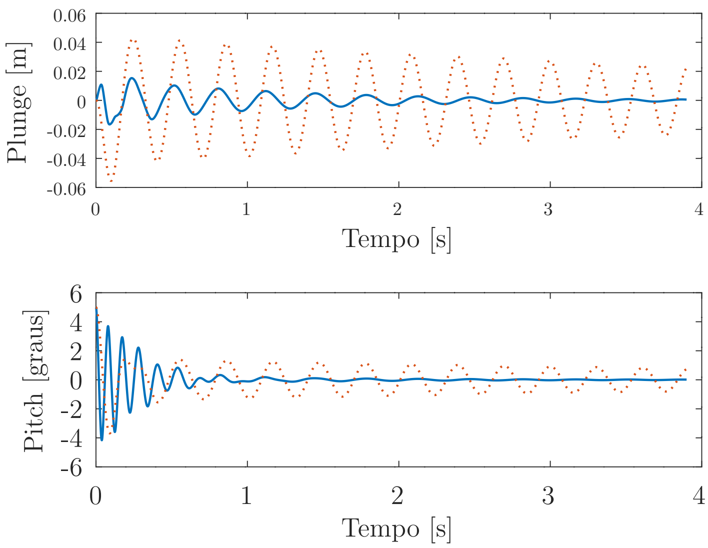


(b) *Plunge*

Fonte: Própria autora.

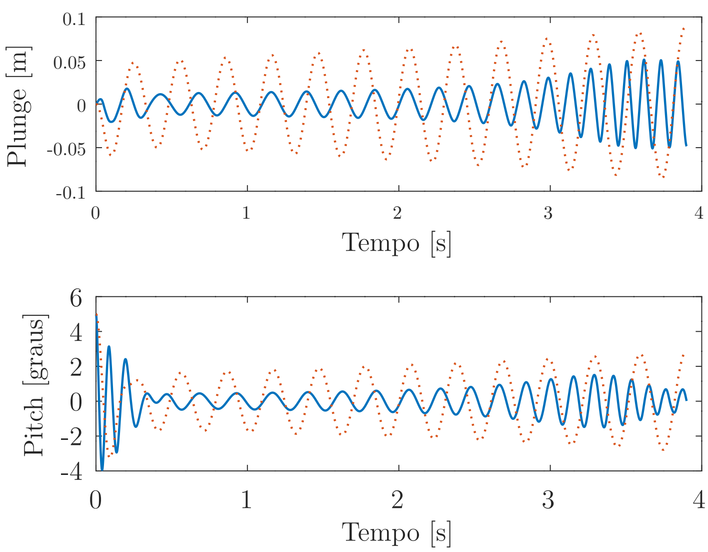
As Figuras 5.23, 5.24 e 5.25 mostram uma comparação entre os resultados com e sem não-linearidade estrutural para os números de Mach 0,50, 0,51 e 0,52, respectivamente. Para Mach 0,50 os resultados com não-linearidade apresentam um amortecimento aerodinamico maior comparado com o caso linear, para os movimentos de *pitch* e *plunge*. Para os números de Mach 0,51 e 0,52 observa-se que o crescimento das amplitudes do caso com não-linearidade se dá a uma taxa menor quando comparado com o caso linear, além disso, nos últimos instantes de tempo as amplitudes permanecem aproximadamente constantes enquanto para o caso linear aumentam com o tempo.

Figura 5.23: Respostas temporais de *pitch* e *plunge* para Mach 0,50, sendo a linha contínua (azul) não-linear e a linha pontilhada (vermelha) linear.



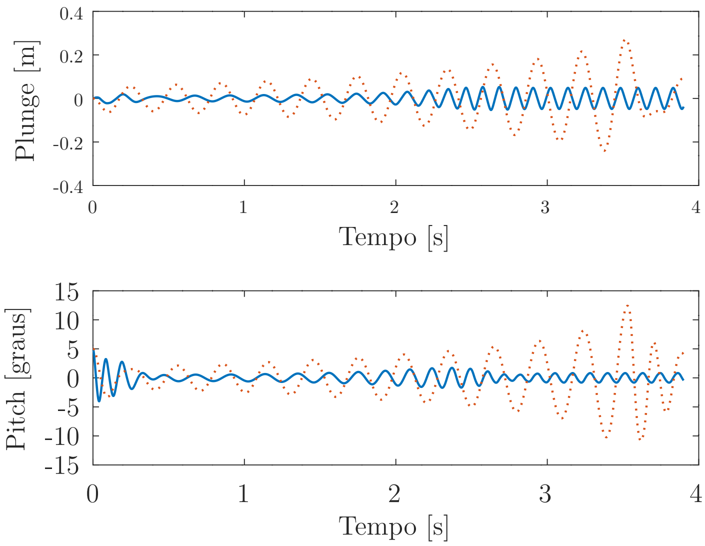
Fonte: Própria autora.

Figura 5.24: Respostas temporais de *pitch* e *plunge* para Mach 0,51, sendo a linha contínua (azul)não-linear e a linha pontilhada (vermelha) linear.



Fonte: Própria autora.

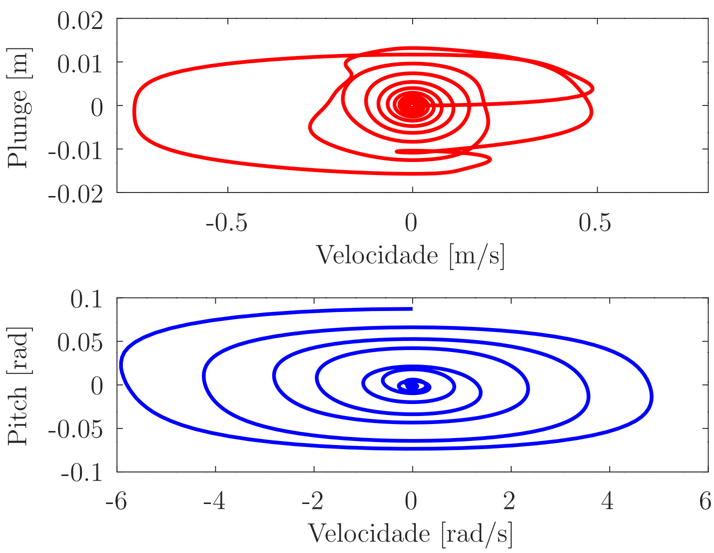
Figura 5.25: Respostas temporais de *pitch* e *plunge* para Mach 0,52, sendo a linha contínua (azul) não-linear e a linha pontilhada linear (vermelha).



Fonte: Própria autora.

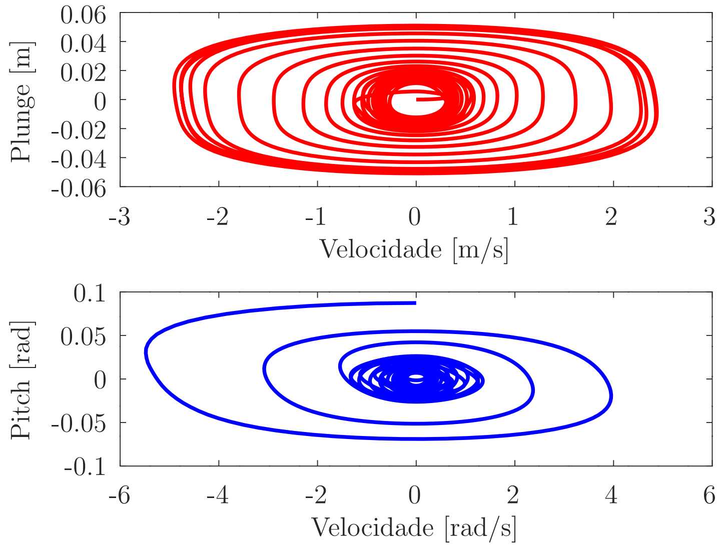
Os planos de fases mostram que o comportamento para os números de Mach 0,51 e 0,52 é instável, assim como no caso linear, conforme mostram as Figuras 5.27 e 5.28. A Figura 5.26 mostra o plano de fases para Mach 0,38, que apresenta comportamento estável, para efeitos de comparação.

Figura 5.26: Plano de fases para Mach 0,38 com não-linearidade estrutural.



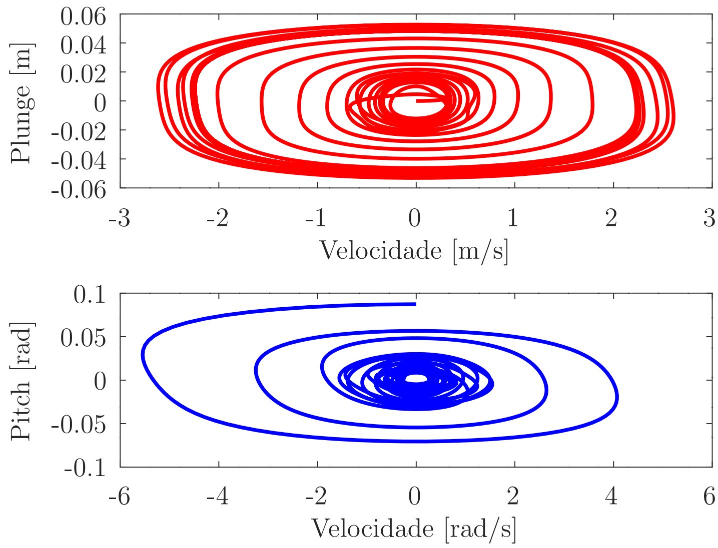
Fonte: Própria autora.

Figura 5.27: Plano de fases para Mach 0,51 com não-linearidade estrutural.



Fonte: Própria autora.

Figura 5.28: Plano de fases para Mach 0,52 com não-linearidade estrutural.



Fonte: Própria autora.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho compreendeu uma investigação da dinâmica aeroelástica de um aerofólio NACA 0012 com movimentos em *pitch* e *plunge*. As análises foram realizadas utilizando a metodologia de solução de problemas de interação fluido-estrutura implementada no software livre SU2. São considerados os números de Mach 0,1, 0,2 e 0,357 para se comparar com os resultados obtidos através da Teoria de Theodorsen. Além disso, uma avaliação geral da estabilidade aeroelástica do sistema é realizada considerando números de Mach em um intervalo de 0,25 a 0,52.

Os resultados do SU2 para os números de Mach 0,1 e 0,2 são compatíveis com a teoria de Theodorsen e apresentam respostas aeroelasticas assintoticamente estáveis. Por outro lado, para Mach 0,357 existem importantes diferenças entre as soluções, que ocorrem porque a modelagem aerodinâmica do SU2 contempla efeitos não capturados pela abordagem de Theodorsen, como viscosidade e turbulência. Ademais, a análise de estabilidade mostrou que ambos os graus de liberdade apresentam comportamento assintoticamente estável para os números de Mach de 0,25 a 0,50, contudo os resultados para Mach 0,51 e 0,52 mostram instabilidade. O comportamento das frequências aeroelasticas mostra que para os três últimos números de Mach os valores de frequência de *pitch* e *plunge* apresentam o mesmo valor, o que é consistente com a dinâmica da ocorrência de flutter. Portanto, as condições de voo Mach 0,51 e 0,52 requerem o emprego de uma metodologia de supressão de oscilações para se obter uma resposta aeroelástica assintoticamente estável.

Para analisar o comportamento do aerofólio para Mach 0,52, utilizou-se o coeficiente de pressão, além de campos de pressão e campos de número de Mach, fez-se também a análise da força de sustentação no contorno do perfil. Para isso, utilizou-se a distância entre dois pontos consecutivos da malha no contorno do aerofólio e os dados de pressão no ponto médio da reta entre eles, obtendo a magnitude da força aerodinâmica, cuja direção é dada pelo vetor normal. A força de sustentação consiste na componente na direção vertical (y) da força aerodinâmica. Os resultados mostraram que em cerca de 3,5s ocorre o fenômeno de choque aerodinâmico, causando importantes variações na força de sustentação e consequentes alterações no padrão das amplitudes de oscilação.

Os resultados obtidos ao incluir a não-linearidade estrutural de rigidez cúbica mostram que o amortecimento aeroelástico é maior nos casos com não-lineares quando comparados com os casos lineares. Além disso, para os números de Mach 0,51 e 0,52 observa-se que o crescimento das amplitudes do caso com não-linearidade se dá a uma taxa menor quando em comparação com o caso linear, e nos últimos instantes de tempo as amplitudes permanecem aproximadamente constantes enquanto no caso linear aumentam com o tempo.

6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Realizar novas investigações para se concluir com mais segurança sobre a acurácia das soluções pela Teoria de Theodorsen e pelo SU2 para o número de Mach 0,357.
- Avaliar o sistema para diferente números de Reynolds, com uma maior discretização na região que compreende a transição de estável para instável, para mostrar a fronteira do flutter.
- Empregar métodos de identificação de sistemas para extrair os coeficientes de amortecimento aeroelásticos das respostas temporais, ou mesmo dos respectivos espectros em frequência.

REFERÊNCIAS

ALBANO, E.; RODDEN, W. P. A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Hawthorne, v. 7, n. 2, p. 279–285, feb 1969.

AMANDOLESE, X.; MICHELIN, S.; CHOQUEL, M. Low speed flutter and limit cycle oscillations of a two-degree-of-freedom flat plate in a wind tunnel. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier BV, Palaiseau, v. 43, p. 244–255, nov. 2013.

ANDERSON, J. D. *Computational Fluid Dynamics, the basic with applications*. [S.l.]: McGraw-Hill Inc., 1995.

ARNONE, A.; LIOU, M.-S.; POVINELLI, L. A. Integration of navier-stokes equations using dual time stepping and a multigrid method. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Florence, v. 33, n. 6, p. 985–990, jun. 1995.

BAZILEVS, Y.; TAKIZAWA, K.; TEZDUYAR, T. E. *Computacional Fluid-Structure Interation: Methods and Applications*. San Diego: [s.n.], 2013.

BENDIKSEN, O.; SEBER, G. Fluid–structure interactions with both structural and fluid nonlinearities. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier BV, Los Angeles, v. 315, n. 3, p. 664–684, aug. 2008.

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. *Aeroelasticity*. [S.l.]: Dover Plublications, Inc., 1996.

BOER, A. de; SCHOOT, M. van der; BIJL, H. Mesh deformation based on radial basis function interpolation. *Computers and Structures*, Elsevier BV, Delft, v. 85, n. 11-14, p. 784–795, jun. 2007.

BOMBARDIERI, R. et al. Nonlinear aeroelasticity: a CFD-based adaptive methodology for flutter prediction. In: *AIAA Scitech 2019 Forum*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019.

CAVAGNA, L.; QUARANTA, G.; MANTEGAZZA, P. Application of navier–stokes simulations for aeroelastic stability assessment in transonic regime. *Computers & Structures*, Elsevier BV, Milão, v. 85, n. 11-14, p. 818–832, jun. 2007.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. *Elementos Finitos*. 4. ed. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2014.

CHUNG, J.; HULBERT, G. M. A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: The generalized-α method. *Journal of Applied Mechanics*, ASME International, Ann Arbor, v. 60, n. 2, p. 371–375, jun. 1993.

COLLAR, A. R. The expanding domain of aeroelasticity. *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, Cambridge University Press (CUP), v. 50, n. 428, p. 613–636, aug. 1946.

DAS, S. K.; ROY, S. Finite element analysis of aircraft wing using carbon fiber reinforced polymer and glass fiber reinforced polymer. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, IOP Publishing, Kattankulathur, v. 402, p. 012077, sep. 2018.

DASH, A. CFD analysis ofWind turbine airfoil at various angles of attack. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, IOSR Journals, v. 13, n. 04, p. 18–24, apr. 2016.

DOWELL, E. H.; HALL, K. C. Modeling of fluid structure interaction. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Annual Reviews, Durham, v. 33, n. 1, p. 445–490, jan. 2001.

ECONOMON, T. D. et al. SU2: An open-source suite for multiphysics simulation and design. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Stanford, v. 54, n. 3, p. 828–846, mar. 2016.

FILHO, A. A. *Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE*. [S.l.]: Editora Érica, 2013.

FONZI, N. et al. Advances of the python-based fluid-structure interaction capabilitites included in su2. *arXiv preprint arXiv:2109.12332.*, Milão, 2021.

GARRICK, I. E.; REED, W. H. Historical development of aircraft flutter. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Hampton, v. 18, n. 11, p. 897–912, nov. 1981.

GRISVAL, J.-P.; LIAUZUN, C. Application of the finite element method to aeroelasticity. *Revue Européenne des Éléments Finis*, Informa UK Limited, v. 8, n. 5-6, p. 553–579, jan. 1999.

GUERRI, O.; HAMDOUNI, A.; SAKOUT, A. Fluid structure interaction of wind turbine airfoils. *Wind Engineering*, SAGE Publications, Alger, v. 32, n. 6, p. 539–557, dec. 2008.

GUNEL, O.; KOC, E.; YAVUZ, T. CFD vs. XFOIL of airfoil analysis at low reynolds numbers. In: *2016 IEEE International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*. Birmingham: IEEE, 2016.

HELLSTEN, A. Some improvements in menter's k-omega SST turbulence model. In: *29th AIAA, Fluid Dynamics Conference*. Hut: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.

HENSHAW, M. et al. Non-linear aeroelastic prediction for aircraft applications. *Progress in Aerospace Sciences*, Elsevier BV, Yorks, v. 43, n. 4-6, p. 65–137, may 2007.

JAMESON, A. Time dependent calculations using multigrid, with applications to unsteady flows past airfoils and wings. In: *10th Computational Fluid Dynamics Conference*. Princeton: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.

JAMESON, A. Origins and further development of the jameson–schmidt–turkel scheme. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Stanford, v. 55, n. 5, p. 1487–1510, may 2017.

JAMESON, A.; SCHIMIDT, W.; TURKEL, E. Numerical solution of the euler equations by finite volume methods using runge kutta time stepping schemes. In: *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*. Princeton: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1981.

JIRÁSEK, A.; DALENBRING, M.; NAVRÁTIL, J. Computational fluid dynamics study of benchmark supercritical wing at flutter condition. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Estocolmo, v. 55, n. 1, p. 153–160, jan. 2017.

KADAPA, C.; DETTMER, W.; PERIĆ, D. On the advantages of using the first-order generalised-alpha scheme for structural dynamic problems. *Computers and Structures*, Elsevier BV, Swansea, v. 193, p. 226–238, dec. 2017.

KOOHI, R.; SHAHVERDI, H.; HADDADPOUR, H. Nonlinear aeroelastic analysis of a composite wing by finite element method. *Composite Structures*, Elsevier BV, Tehran, v. 113, p. 118–126, jul. 2014.

LI, W.; GAO, X.; LIU, H. Efficient prediction of transonic flutter boundaries for varying mach number and angle of attack via LSTM network. *Aerospace Science and Technology*, Elsevier BV, Wuhan, v. 110, p. 106451, mar. 2021.

LIU, F. et al. Calculation of wing flutter by a coupled CFD-CSD method. In: *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Irvine: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.

MENTER, F. Zonal two equation k-w turbulence models for aerodynamic flows. In: *23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference*. Sunnyvale: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993.

MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Moffett Field, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, aug. 1994.

MIAN, H. H.; WANG, G.; YE, Z.-Y. Numerical investigation of structural geometric nonlinearity effect in high-aspect-ratio wing using CFD/CSD coupled approach. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier BV, Xi'an, v. 49, p. 186–201, aug. 2014.

NIKBAY, M.; ONCU, L.; AYSAN, A. Multidisciplinary code coupling for analysis and optimization of aeroelastic systems. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Istanbul, v. 46, n. 6, p. 1938–1944, nov. 2009.

PALACIOS, R. et al. Assessments of strategies for correcting linear unsteady aerodynamics using cfd or test results. In: *CEAS/AIAA International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Confederation of European Aerospace Societies*. Madrid: [s.n.], 2001.

PERURU, S. P.; ABBISETTI, S. B. Design and finite element analysis of aircraft wing using ribs and spars. *International Research Journal of Engineering and Technology*, 2017.

PRICE, S.; ALIGHANBARI, H.; LEE, B. The aeroelastic response of a two-dimensional airfoil with bilinear and cubic structural nonlinearities. *Journal of Fluids and Structures*, Elsevier BV, Quebec, v. 9, n. 2, p. 175–193, feb. 1995.

RAVEH, D. E. Computational-fluid-dynamics-based aeroelastic analysis and structural design optimization—a researcher's perspective. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier BV, Haifa, v. 194, n. 30-33, p. 3453–3471, aug. 2005.

RODDEN, W. P.; TAYLOR, P. F.; MCINTOSH, S. C. Further refinement of the subsonic doublet-lattice method. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Flintridge, v. 35, n. 5, p. 720–727, sep. 1998.

RYABININ, A.; KUZMIN, A. Transonic flow simulation in a bent channel using SU2 software. In: *2020 Ivannikov Ispras Open Conference (ISPRAS)*. Moscou: IEEE, 2020.

ŞAHIN, İ.; ACIR, A. Numerical and experimental investigations of lift and drag performances of NACA 0015 wind turbine airfoil. *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, EJournal Publishing, Teknikokullar/Ankara, v. 3, n. 1, p. 22–25, 2015.

SANCHEZ, R. et al. Towards a fluid-structure interaction solver for problems with large deformations within the open-source SU2 suite. In: *57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. Londres: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016.

SCHEWE, G. et al. Experimental and numerical investigation of nonlinear effects in transonic flutter. *German Aerospace Center (DLR)*, Göttingen, 2002.

SINGH, J. P. Evaluation of jameson-schmidt-turkel dissipation scheme for hypersonic flow computations. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Bangalore, v. 33, n. 2, p. 286–290, mar. 1996.

SU2 FOUNDATION. Su2 official website. Stanford, 2021. Disponível em: ⟨https://su2code.github.io/⟩. Acesso em: 3 jul. 2023.

TEIXEIRA, P.; AWRUCH, A. Numerical simulation of fluid–structure interaction using the finite element method. *Computers & Fluids*, Elsevier BV, Rio Grande, v. 34, n. 2, p. 249–273, feb. 2005.

THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *NACA Rept. 496*, Langley, v. 13, p. 374–387, 1935.

TRIVELLATO, F.; CASTELLI, M. R. On the courant–friedrichs–lewy criterion of rotating grids in 2d vertical-axis wind turbine analysis. *Renewable Energy*, Elsevier BV, Trento, v. 62, p. 53–62, feb. 2014.

VENKATESWARAN, S.; MERKLE, C. Dual time-stepping and preconditioning for unsteady computations. In: *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1995.

VERSTEED, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics*. 2. ed. Glasgow: Pearson, 2007.

WEBSTER, B. E. et al. Automated adaptive time-discontinuous finite element method for unsteady compressible airfoil aerodynamics. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Troy, v. 32, n. 4, p. 748–757, apr. 1994.

WILCOX, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), v. 26, n. 11, p. 1299–1310, nov. 1988. Disponível em: ⟨https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.10041⟩.

WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. [S.l.]: DCW Industries, 1993.

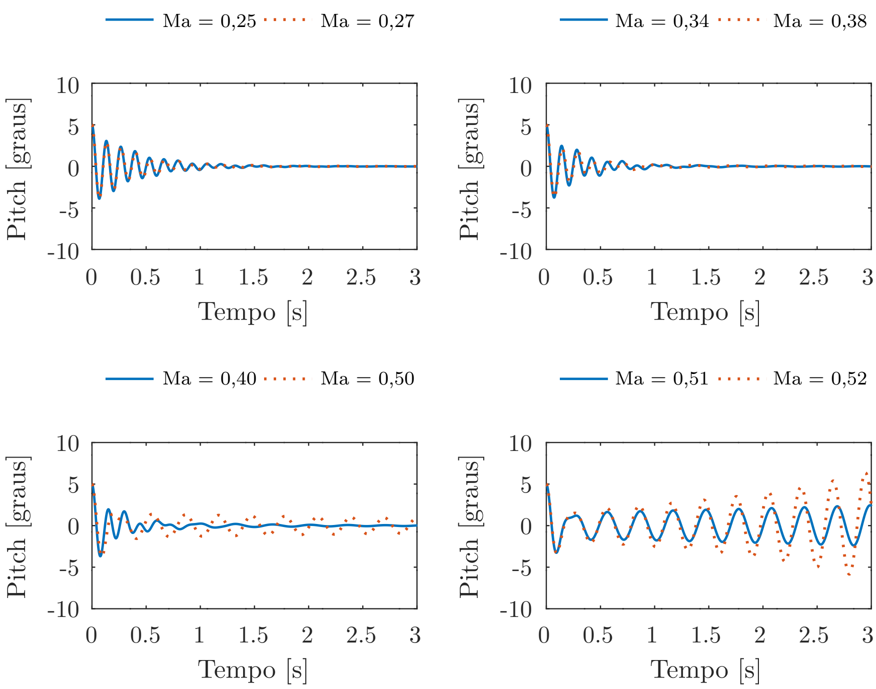
ZAIDE, A.; RAVEH, D. Numerical simulation and reduced-order modeling of airfoil gust response. *AIAA Journal*, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Haifa, v. 44, n. 8, p. 1826–1834, aug. 2006.

APÊNDICE

As Figuras A.1 e A.2 mostram as respostas temporais de *pitch* e *plunge*, respectivamente, para oito números de Mach de 0,25 até 0,52, considerando 3 segundos de simulação. Cada figura apresenta quatro gráficos com duas curvas, a fim de facilitar a visualização do comportamento ao longo do tempo. Nota-se que, para ambos os graus de liberdade, as amplitudes decaem ao longo do tempo para os números de Mach de 0,25 até 0,50, enquanto para os números de Mach 0,51 e 0,52 há aumento das amplitudes ao longo do tempo.

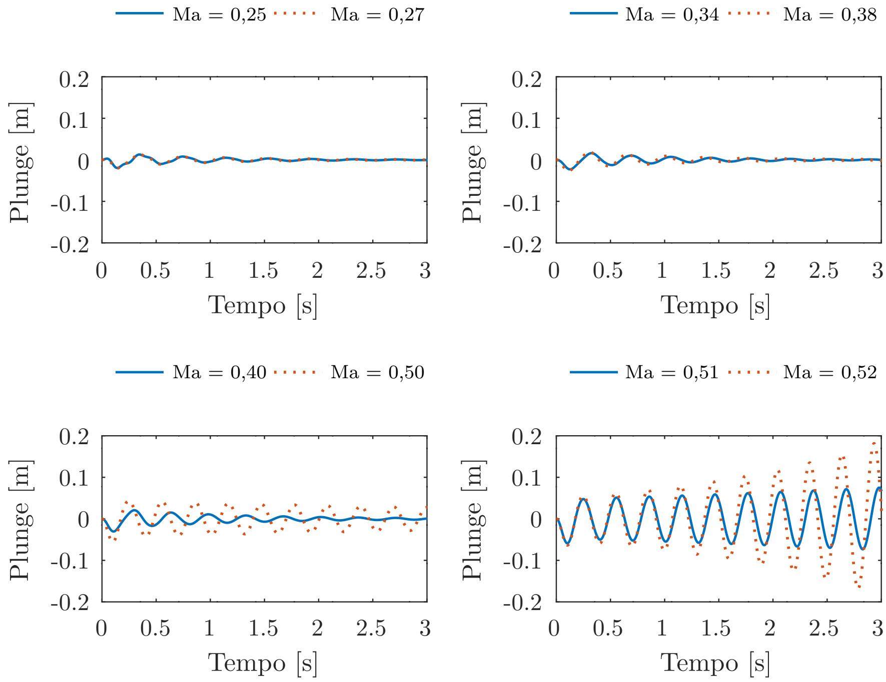
As Figuras A.3 e A.4 mostram as respostas temporais de *pitch* e *plunge* com não-linearidade estrutural, respectivamente, para oito números de Mach de 0,25 até 0,52, considerando 3 segundos de simulação. Observa-se que assim como no caso linear, as amplitudes decaem ao longo do tempo para os números de Mach de 0,25 até 0,50, o que não ocorre para as duas últimas condições de escoamento (Mach 0,51 e 0,52). Porém, para o caso não linear, nota-se que há um maior amortecimento aeroelástico e as amplitudes permanecem aproximadamente constantes a partir de 3 segundos.

Figura A.1: Respostas temporais para *pitch*.



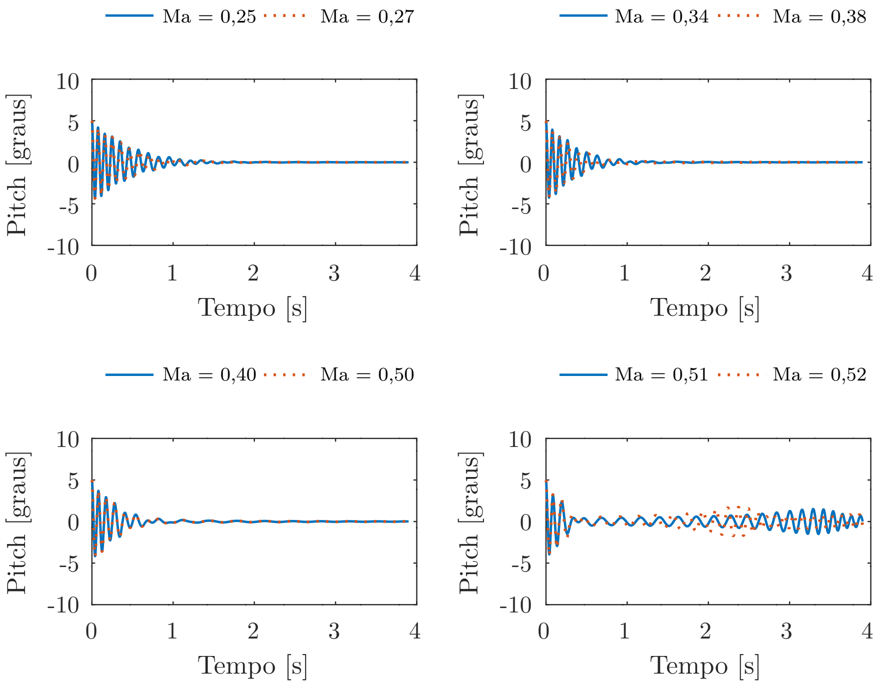
Fonte: Própria autora.

Figura A.2: Repostas temporais para *plunge*.



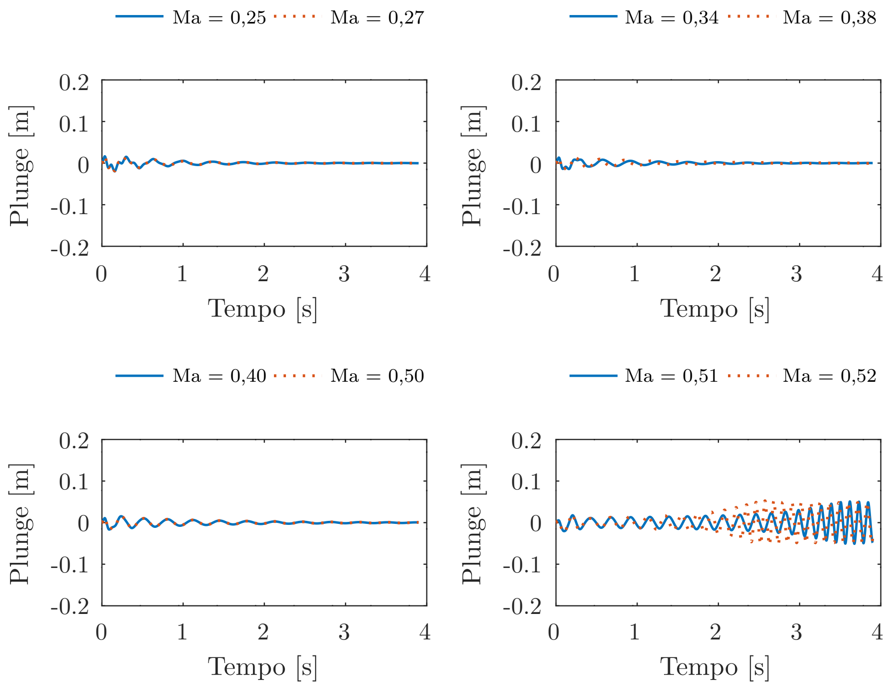
Fonte: Própria autora.

Figura A.3: Respostas temporais para *pitch* com não linearidade.



Fonte: Própria autora.

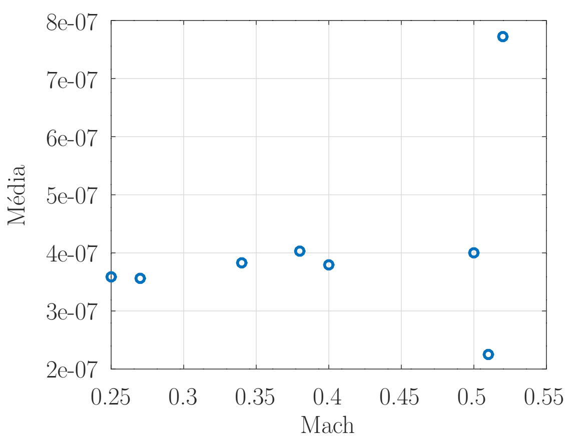
Figura A.4: Repostas temporais para *plunge* com não linearidade.



Fonte: Própria autora.

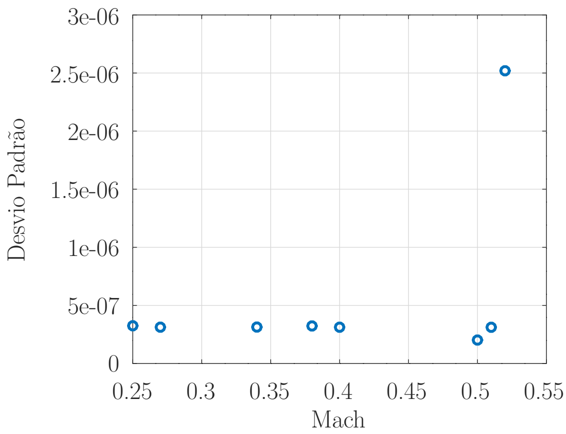
A Figura A.5 mostra o valor residual médio da solução FSI para todos os números de Mach simulados do caso linear, a Figura A.6 mostra o desvio padrão, e a Figura A.7 o valor máximo. Nota-se que o número de Mach 0,52 apresenta a maior média, desvio padrão e valor máximo, contudo os valores ainda são suficientemente pequenos. A Figura A.8 mostra os valores residuais ao longo do tempo para este número de Mach.

Figura A.5: Valor residual médio da solução FSI para cada número de Mach.



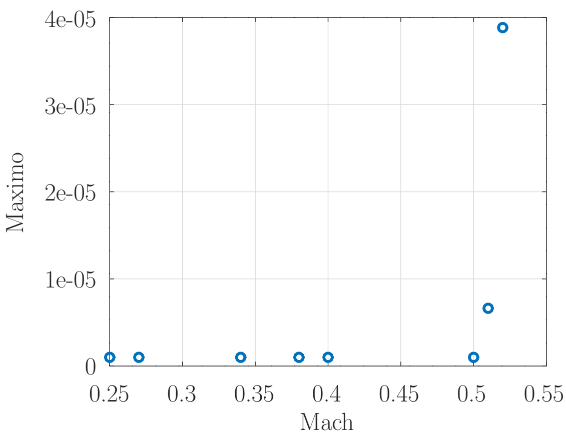
Fonte: Própria autora.

Figura A.6: Desvio padrão do valor residual da solução FSI para cada número de Mach.



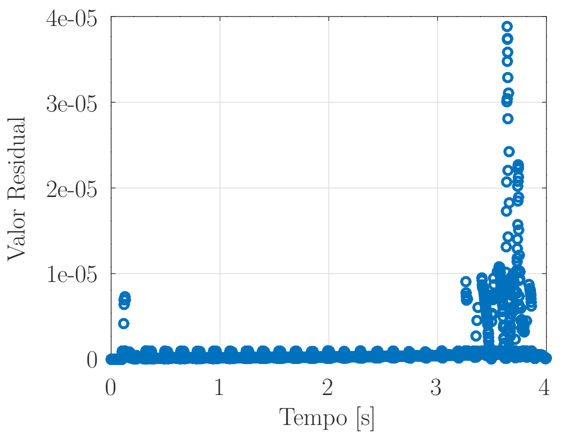
Fonte: Própria autora.

Figura A.7: Máximo valor residual da solução FSI para cada número de Mach.



Fonte: Própria autora.

Figura A.8: Valor residual da solução FSI ao longo do tempo para Mach 0,52.



Fonte: Própria autora.