

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

***Uma proposta para utilização do computador no processo de ensino e
aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.***

José Eduardo Ferreira da Silva

Orientadora: Prof^a. Dr.^a Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzky

Dissertação de Mestrado apresentada junto ao curso de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos – para a obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro - São Paulo
1998

Ficha catalográfica (Versão PDF)

FERREIRA DA SILVA, José Eduardo

Uma proposta para utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema de numeração hindu-arábico / José Eduardo Ferreira da Silva. Rio Claro: 1998. 151f.

Dissertação de Mestrado – Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico – Científicos, 1998.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzky

1. Número – conceito. 2. Jean Piaget (1896-1980) 3. Sistema de numeração hindu-arábico 4. Ensino e aprendizagem. I. Título

BANCA EXAMINADORA

Rio Claro, _____ de _____ de 1998

Resultado: _____

***P**ara vocês, meus pais, por educar-me.*

Para vocês, minhas tias Léa, Carmem, Lindinha e Jardelina. Pelo profundo carinho e respeito que tenho por vocês.

Para você, minha esposa, testemunha paciente das angústias deste trabalho. Por seu carinho e apoio.

***E** para você, meu filho Eduardo.*

Agradecimentos:

A minha prima e amiga Prof^a. Dr^a. Vera Simões da Silva, por nossas agradáveis e proveitosas discussões científicas.

Ao meus professores e amigos Prof^a. Dr^a. Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzky, Prof. Dr. Rubens Alves da Cunha, Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino e Prof. Dr. Rômulo Campos Lins, por suas precisas críticas e excelentes sugestões.

Ao meu amigo Prof. Fábio Correa Dutra, por nossas agradáveis e proveitosas reuniões de estudo.

A minha irmã Maria, por seu apoio enquanto estive em Rio Claro.

Ao meu amigo Marcelo Freesz Guimarães, por nossas inteligentes discussões.

Às crianças e professores que participaram desse projeto, por tudo que aprendi com vocês.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar o desenvolvimento e os resultados de uma pesquisa, cujo foco de interesse tem sido a elaboração de meios voláteis para computadores (softwares), que possam auxiliar o processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração hindu-arábico, em crianças na fase de alfabetização. Como os principais pressupostos para esse trabalho são a construção do conceito de número, segundo Jean Piaget (1896-1980) e realidade de sala de aula, logo três momentos distintos se fixaram: a criação de um rol inicial de atividades computadorizadas; a aplicação dessas atividades em crianças na fase de alfabetização; e, finalmente, uma análise dos limites e possibilidades dessas atividades enquanto ambiente desencadeador de ações que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo citado. Finalmente, baseado na análise dos resultados obtidos, o passo subsequente foi fixar um conjunto mais consistente de atividades computadorizadas, o qual constitui uma proposta para a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.

ABSTRACT

The aim of this work is presenting the development and the results of a research, which focus of interest has been the making of softwares that could help the process of teaching and learning of the hindu-arabic numerals system, on children in the alphabetical stage. Since the most important presupposes to this work are the development of the number concept according to Jean Piaget (1896-1980) and the reality of the classroom, then three different moments have been fixed: the creation of a beginning scheme of computer activities; the application of these activities on children in the alphabetical stage; and, finally, an analysis of the limits and possibilities of these activities while an environment cause of actions that would benefit the process of teaching and learning of the mentioned content. Finally, based on the analysis of the results obtained, the next step was fixing a more consistent set of computer activities, which makes up a proposal to the use of computer in the process of teaching and learning of the first hindu-arabic numbers.

Sumário

<i>Capítulo 1: Introdução</i>	<i>09</i>
1.1 - Objetivo do trabalho	12
1.2 - Organização do trabalho	14
<i>Capítulo 2 : Considerações Teóricas</i>	
2.1 - A criança e o número	16
2.1.1 - O número para Piaget	18
2.1.2 - A construção do número pela criança	19
2.2 - O sistema de numeração hindu arábico	21
2.3 - Orientações para a organização das atividades computadorizadas	23
<i>Capítulo 3: Métodos e procedimentos</i>	
3.1 - Atividades computadorizadas	27
3.2 - Caracterização da pesquisa	33
3.3 - Fase exploratória	36
<i>Capítulo 4: Apresentação de resultados</i>	
4.1 - Sessão 1	
4.1.1 - Atividades	45
4.1.2 - Aplicação	46
4.2 - Sessão 2	
4.2.1 - Atividades	49
4.2.2 - Aplicação	50
4.3 - Sessão 3	
4.3.1 - Atividades	57
4.3.2 - Aplicação	57

4.4 - Sessão 4	
4.4.1 - Atividades	60
4.4.2 - Aplicação	61
4.5 - Sessão 5	
4.5.1 - Atividades	67
4.5.2 - Aplicação	68
4.6 - Sessão 6	
4.6.1 - Atividades	73
4.6.2 - Aplicação	73
4.7 - Dados suplementares	77

Capítulo 5: Análise e discussão dos resultados

5.1 - Atividade Teclado	79
5.2 - Atividade Desenhar	83
5.2.1 - Análise da atividade desenhar	84
5.2.2 - Análise do software desenhar	87
5.3 - Atividade Colorir	92
5.2.1 - Análise do software colorir	93
5.2.2 - Análise da atividade colorir	99
<i>Conclusão</i>	106
<i>Bibliografia</i>	117
<i>Apêndice A</i>	121
<i>Apêndice B</i>	142

Capítulo 1: Introdução

Em 1987, enquanto professor de matemática no segundo grau do colégio X⁽¹⁾, iniciei a elaboração e o desenvolvimento de um software – ao qual denominei *funções* – para ilustrar algumas relações entre as representações analíticas e representações gráficas das funções *afins* e *quadráticas*. Um software que, segundo a categorização utilizada por Valente (1994), pode ser classificado como um programa de exercício-e-prática, mas, que, devido às limitações do equipamento disponível na escola X, acabou sendo utilizado apenas como complemento de minhas aulas expositivas².

No entanto, apesar de não ter sido possível utilizar de modo efetivo o programa *funções*, esta experiência mostrou-se valiosa por duas razões. Em primeiro lugar, por permitir que eu assumisse, ainda no colégio X, uma pequena sala equipada com seis microcomputadores, para ministrar cursos introdutórios sobre computação a crianças de 5ª e 6ª séries; e, em segundo, porque, após eu ter adotado o LOGO³ (NIED, 1994) como ferramenta para o meu trabalho nesta sala de informática, pude antever com precisão que a utilização letiva do computador traz desafios enormes, não apenas ao nível das atividades a propor aos alunos e das metodologias a usar, mas, sobretudo, do papel do professor e dos alunos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.(cf. Canavarro, 1994).

Contudo, como, ao final de 1989, fui levado a suspender minhas atividades na pequena sala de informática do colégio X, as minhas indagações sobre a utilização letiva do computador somente foram retomadas quando, em 1991, tive a oportunidade de assumir

¹O colégio X é uma escola particular de 1º e 2º graus, situada na cidade de Juiz de Fora-MG.

²O programa Funções possibilita ao aluno visualizar o gráfico de uma função, a partir dos parâmetros desta mesma função. Observe-se que, atualmente, o professor já dispõe de ferramentas similares e mais poderosas como, por exemplo, é o caso do programa Function Probe (Confrey, 1992).

³ Utilizei uma referência mais atual, porque não disponho mais das versões anteriores desta ferramenta.

algumas turmas de 5ª série na escola Y⁽⁴⁾ e, por conseguinte, observar em grande parte destes alunos as seguintes dificuldades:

- para os numerais acima de 999, grande parte das crianças não conseguiam sequer fazer uma leitura correta desses numerais (por exemplo, onze vinte e sete era a leitura de muitas crianças para o número 1 127);
- o baixo índice de acertos em solicitações referentes às tabuadas de adição, subtração, multiplicação e divisão;
- a utilização de técnicas rudimentares em manipulações dos algoritmos de subtração e divisão. Especificamente, enquanto para a subtração, a totalidade das crianças trabalhavam utilizando uma técnica similar àquela utilizada na Inglaterra, por volta do séc. XVII (Karpinsk, 1925); para a divisão, os alunos trabalhavam na base da tentativa e erro.

De posse desses dados e com o intuito de melhor instrumentar as crianças, a minha providência inicial foi, então, apresentar à coordenação pedagógica da escola Y um pequeno projeto de recondução do conteúdo citado. Porém, como este projeto foi prontamente indeferido, sob a alegação de que iria comprometer o cumprimento integral do conteúdo estabelecido pelo programa da série em questão, este episódio tornou-se importante por duas razões. Em primeiro lugar, porque mostrou-me, de forma suficientemente clara, o quanto são tênues as implicações do verbo ensinar sobre o verbo aprender em nossas escolas; e, em segundo, por permitir que eu apresentasse, junto ao NEC/UFJF⁵, um projeto para verificar se, através de atividades computacionais, seria possível agilizar esta necessária recuperação das crianças.

⁴A escola Y é uma escola municipal que, além de estar situada em um bairro de periferia, encontra-se localizada próxima a um dos portões do Campus da Universidade Federal de Juiz de Fora.

⁵Núcleo de Educação e Ciências, da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Assim, a fim de verificar esta hipótese, foi que eu, além de retomar o processo de desenvolvimento e adaptação de programas educativos; passei também a testar estes mesmos softwares nas crianças destas 5ª séries que, fora do horário normal de aula, aceitaram comparecer a uma sala informatizada na Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Juiz de Fora.

Quanto aos resultados desse trabalho, se, por um lado, os dados obtidos não se mostraram suficientes para garantir a viabilidade destas atividades como agentes de aceleração do processo recuperativo; por outro, esta experiência, além de permitir a catalogação de alguns softwares⁶ e o desenvolvimento de outros, forneceu também as seguintes indicações:

- as aplicações estavam evidenciando a presença de duas categorias distintas de softwares, em meu rol de atividades. Especificamente, enquanto algumas atividades propiciavam uma maior interação entre os alunos, as outras atividades pareciam induzir a uma condução do trabalho de modo mais individual pelas crianças;
- a insistência em se manter mais de dois alunos por máquina, mostrou-se um forte agente de dispersão durante a realização das atividades;
- o desenvolvimento das atividades, fora do período normal de aulas, acaba gerando uma constante rotatividade entre os membros do grupo, o que, por conseguinte, não permite o estabelecimento de um controle rigoroso.

A consequência imediata desse trabalho foi que, de posse deste rol de atividades, pude retornar ao colégio X e apresentar um projeto para a reativação da pequena sala de informática desta escola, a partir de 1992. Observe-se que, apesar desse projeto ter por finalidade introduzir crianças de 3ª e 4ª séries ao ambiente computacional, a proposta não passou de um *pano de fundo* para testar a validade de algumas das atividades, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

⁶Dentre os softwares catalogados merecem destaque o programa *Trinca* (Silva, 1991), o programa *Math Rabbit* (Perl, 1986) e o programa *Animals* (Pavia, 1986).

Nessa experiência, em que seis grupos de alunos – cada grupo com seis crianças⁷ – foram submetidos a 8 sessões de 1:30h, além dos indícios de efeitos positivos no que se refere ao desempenho dos alunos em suas atividades matemáticas de sala de aula⁸, evidenciaram-se, ainda, os seguintes pontos:

- as atividades disponíveis estavam muito fragmentadas e, por isso, não permitiam que um dado tópico fosse explorado com especificidade e profundidade;
- o desenvolvimento de novas atividades estava exigindo, cada vez mais, não apenas conhecimentos específicos de Matemática, mas, sobretudo, conhecimentos das possibilidades e limitações cognitivas das crianças.

Porém, não obstante a representatividade dos dados que estavam sendo colhidos nessas experiências, a minha efetivação no Colégio de Aplicação João XXIII/UFJF, junto às necessidades mais prementes desta escola – a implementação e utilização do laboratório de informática, o treinamento de professores e a implantação do 2º grau – acabaram impondo novamente a suspensão desse processo investigativo, durante os anos de 1993 e 1994. Assim, as minhas indagações sobre a utilização do computador, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, somente foram retomadas com o meu ingresso neste Curso de Mestrado, a partir de 1995.

1.1 - Objetivo do trabalho

Estabelecido que minhas experiências, no âmbito da elaboração de softwares educativos e da utilização do computador em sala de aula, se constituiriam no tema central para o detalhamento de meu trabalho de pesquisa, o passo seguinte foi verificar se era sustentável a hipótese de que, a partir de meus desenvolvimentos, duas categorias de atividades estavam sendo geradas. Especificamente, procurar estabelecer, com mais precisão, a diferença entre as atividades que estavam propiciando uma maior interação entre os alunos,

⁷Nesta época, somente três das seis máquinas disponíveis na sala de informática da escola X, encontravam-se em condição de uso.

daquelas que pareciam induzir a uma condução do trabalho, de modo mais individual, pelas crianças.

Assim, após a escolha de duas atividades distintas, do ponto de vista da interação que vinham produzindo, procedeu-se um levantamento bibliográfico⁹ para verificar a possibilidade de uma categorização diferenciada entre elas.

O resultado deste trabalho foi que esta diferenciação, além de apresentar-se como um fato, mostrou-se também necessária em função das diferentes orientações teóricas, que se adequaram como suporte ao desenvolvimento de cada um dos softwares. Especificamente, enquanto para o desenvolvimento de uma das atividades, a orientação comportamentalista apresentava-se suficiente como suporte teórico; para a outra atividade um pressuposto cognitivista mostrou-se bem mais adequado enquanto suporte teórico¹⁰.

Fixada a dicotomia entre os modelos teóricos que estavam orientando os processos de criação e o desenvolvimento dos softwares e, ainda, que o foco de interesse do trabalho seria os primeiros números do sistema de numeração hindu-arábico, o passo subsequente foi definir qual das orientações teóricas priorizar.

Quanto a isto, duas foram as razões pelas quais optamos por estabelecer como suporte teórico do trabalho a orientação cognitivista. Em primeiro lugar, porque as observações colhidas em meus trabalhos anteriores mostraram que as atividades de cunho cognitivista favorecem uma maior interação entre as crianças. Finalmente, a segunda razão é a busca cada vez mais evidente por uma abordagem construtivista, não só nas atuais orientações que são fornecidas ao professor para a sua prática letiva – um claro exemplo disto são os Cadernos de

⁸Quanto a isto, os dados foram obtidos não apenas através de minhas observações diretas, mas também através de algumas entrevistas não-estruturadas realizadas com pais e professores envolvidos no processo.

⁹Dentre os autores consultados, destacam-se: Bigge (1992), Moreira (1985), Penteado (1980), Skinner (1975) e Shuterland (1993).

¹⁰ A análise deste programa, o qual denominamos Resta 1, encontra-se em Silva&Wodewotzky (1988). Em linhas gerais, trara-se de uma aplicação do método da descoberta numa perspectiva socrática que, de acordo com Penteado (1980), tem por objetivo estabelecer um confronto do aprendiz com perguntas visando levá-lo às aprendizagens desejadas.

Atividades Matemáticas (1993) – como também nas orientações que têm por objetivo a formação destes professores¹¹.

Ora, tendo em vista que a delimitação de um foco de interesse para o estudo – os primeiros números do sistema de numeração hindu-arábico – e o estabelecimento de um enfoque teórico – o construtivismo – constituem-se fatores suficientes para o início de um processo investigativo, que tenha por interesse a utilização do computador no processo de ensino-aprendizagem da matemática; logo, o objetivo central deste trabalho é *procurar estabelecer, a partir de um rol inicial de atividades computadorizadas e dos resultados das aplicações destas atividades em um contexto escolar, uma proposta para a utilização do computador no processo de ensino aprendizagem dos primeiros números do sistema de numeração hindu-arábico.*

1.2 - Organização do trabalho

Além deste capítulo introdutório, este trabalho possui também mais quatro capítulos e dois apêndices.

Quanto ao capítulo 2, como o desenvolvimento do trabalho pressupõe um rol inicial de atividades computadorizadas a serem aplicadas e avaliadas, o objetivo deste capítulo é o de procurar estabelecer, a partir da teoria psicogenética de Jean Piaget (1896 - 1980), orientações para a organização do conjunto inicial de atividades.

Com relação aos objetivos do capítulo 3, temos: apresentar o rol inicial das atividades computadorizadas aplicadas; caracterizar a pesquisa; e, finalmente, descrever os procedimentos que viabilizaram o desenvolvimento do trabalho, a partir de um contexto escolar.

No capítulo 4, apresentamos a descrição dos resultados que foram obtidos, a partir das aplicações do conjunto inicial de atividades computadorizadas.

¹¹Dentre os autores consultados, destacam-se: D'Agustine (1976), Duarte&Castilho (1983), Fraga (1988), Bortoloto et al. (1991 e 1992), Kamii (1984, 1986 e 1993) e Centurion (1994).

No capítulo 5, procuramos estabelecer, em função das ações espontâneas das crianças em suas interações com as atividades computadorizadas, os limites e as possibilidades destas atividades enquanto ambiente desencadeador de ações que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico. Portanto, o objetivo deste capítulo é o de fornecer subsídios para a apresentação de nossa proposta didática.

Finalmente, nos apêndices A e B encontram-se, respectivamente, os resumos dos estudos que foram feitos sobre a construção do número pela criança e sobre o sistema de numeração hindu-arábico.

Capítulo 2: Considerações Teóricas

Como o desenvolvimento deste trabalho implica em um rol inicial de atividades a serem aplicadas e avaliadas, o objetivo deste capítulo é procurar estabelecer, a partir da teoria psicogenética de Jean Piaget (1896 - 1980), orientações para organizar este necessário conjunto inicial de atividades computadorizadas.

2.1 - A criança e o número

Para Piaget, o conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre o sujeito e o objeto, mas que, apesar de depender dos dois ao mesmo tempo, é decorrente de uma indiferenciação completa entre o subjetivo e o objetivo e, portanto, não de intercâmbios entre formas distintas. (cf. Piaget, 1971, págs 13 e 14).

Desta forma, como não há, no início, nem sujeito – no sentido epistemológico do termo – nem objetos constituídos como tais aos olhos do sujeito e nem, tampouco, instrumentos invariantes de troca¹², Piaget, após estabelecer como elemento de troca inicial ou mediadora do conhecimento a ação realizada pelo sujeito, distingue a este respeito dois períodos sucessivos: o das ações sensório-motoras que, anterior a qualquer linguagem ou a toda conceituação representativa, é o período no decurso do qual o sujeito vai, pouco a pouco, construindo o seu universo até sentir-se exterior a si mesmo; e, finalmente, o período das ações completadas por estas novas propriedades.

Mas, se é nesta perspectiva que Piaget procura descrever a evolução mental da criança, não menos importante é o fato de que, para isso, ele, além de comparar o desenvolvimento psíquico ao crescimento orgânico (que orienta-se para o equilíbrio), também pressupõe que este desenvolvimento é orientado por duas funções básicas ou invariantes. Estas funções são a função invariante da *organização*, que diz respeito ao aspecto interno do ciclo mental e a função invariante da *adaptação* que, por ser responsável pelos intercâmbios entre o organismo e o meio exterior, caracteriza-se pelos processos invariantes de *assimilação* e *acomodação*.

¹²Isto significa que Piaget não considera a hipótese de um sujeito, desde o início, munido de estruturas endógenas que ele imporia aos objetos. (Cf. Piaget, 1971 p.13).

“Todo ato inteligente pressupõe algum tipo de estrutura intelectual, algum tipo de organização dentro do qual ela ocorre.”(Flavell, 1992, p.46).

“(…) assimilando ... os objetos, a ação e o pensamento são compelidos a se acomodarem a estes, isto é, a se reajustarem por acasão de cada variação exterior. Pode-se se chamar ‘adaptação’ ao equilíbrio destas assimilações e acomodações.”(Piaget, 1986, p.15)

Em linhas gerais, isto significa que, a todo momento, a ação é desequilibrada pelas transformações que aparecem no mundo— exterior ou interior – e que cada nova conduta do sujeito funciona, não só para restaurar o equilíbrio, como também possibilita a este mesmo sujeito um equilíbrio mais sólido que o equilíbrio do instante anterior a esta perturbação.

Porém, se por um lado, é esta estrutura constante que garante a passagem de qualquer estado para o nível subsequente; por outro, Piaget aponta para a existência de um segundo tipo de estrutura que, apesar de opor-se à primeira, complementa o processo de equilibração. São as estruturas variáveis, ou seja, aquelas que definem as formas ou etapas sucessivas de equilíbrio.

“Em todos os níveis, a inteligência procura compreender, explicar, etc.; só que se as funções do interesse, da explicação, etc. são comuns a todos os estágios, isto é, ‘invariáveis’ como funções, não é menos verdade — que “os interesses’ (em oposição ao ‘interesse’) variam, consideravelmente, de um nível mental a outro, e que as explicações particulares (em oposição à função de explicar) assumem formas muito diferentes de acordo com o grau de desenvolvimento intelectual.”(Piaget, 1986, p.12 - 13).

Porém, é da análise dessas formas ou etapas sucessivas de equilíbrio que Piaget, a partir dos resultados de suas observações e de seus experimentos com as crianças, verificou que, desde os comportamentos elementares do lactente até a adolescência, seis são os estágios ou períodos básicos que marcam o aparecimento dessas estruturas sucessivamente construídas.

“1°. O estágio dos reflexos, ou mecanismos hereditários, assim como também das primeiras tendências instintivas (nutições) e das primeiras emoções. 2°. O estágio dos primeiros hábitos motores e das primeiras percepções organizadas, como também dos primeiros sentimentos diferenciados. 3°. O estágio da inteligência senso-motora ou prática (anterior à linguagem), das regulações afetivas elementares e das primeiras fixações exteriores da afetividade. Estes três primeiros estágios constituem o período da lactância (até por volta de um ano e meio a dois anos, isto é, anterior ao desenvolvimento da linguagem e do pensamento). 4°. O estágio da inteligência intuitiva, dos sentimentos interindividuais espontâneos e das relações sociais de submissão ao adulto (de dois a sete anos, ou a segunda parte da ‘primeira infância’). 5°. O estágio das operações intelectuais concretas (começo da lógica) e dos sentimentos morais e sociais de cooperação (de sete a onze-doze anos). 6°. O estágio das operações intelectuais abstratas, da formação da personalidade e da inserção afetiva e intelectual na sociedade dos adultos (adolescência).” (Piaget, 1986, p.13)

Todavia, como o foco de interesse deste trabalho é o conceito de número na criança, nossas considerações ficarão limitadas ao quarto e quinto estágios, posto que, à luz da teoria piagetiana, a aquisição do conceito de número pela criança é um indicativo que assinala o começo da lógica nesta mesma criança.

2.1.1 - O número para Piaget

Segundo Piaget, para que uma pessoa possa, por enumeração, estabelecer o valor cardinal de uma determinada coleção – por exemplo, “Existem 13 objetos aqui.” – é necessário que ela considere os objetos desta coleção, simultaneamente, equivalentes e não-equivalentes. E isto porque, se por um lado, ao atribuir ao conjunto o seu valor cardinal não consideramos a diferença entre os objetos; por outro, no processo de descoberta de seu valor cardinal, através da enumeração, é necessário mantê-los numa certa seqüência – não importando a ordem – para que um mesmo objeto não seja contado mais de uma vez. Portanto, as unidades numéricas possuem um status peculiar, pois são simultaneamente elementos de classe e elementos de relações assimétricas. Em certo sentido, eles são todos equivalentes, tal como acontece com elementos de uma classe; sob outro aspecto, são todos diferentes, tal como os termos de uma série assimétrica. Para contá-los, é preciso que sejam postos em série; uma vez contados, eles se tornam novamente indiscerníveis, apenas “13 objetos”. (cf. Flavell, 1992, p. 316).

Ora, mas como não existem ligações qualitativas que sejam, simultaneamente, classe e relação, não é difícil ver que para Piaget o número, em sua essência, somente se constitui por uma fusão ou síntese dessas duas entidades lógicas.

“Os números finitos são, portanto, simultaneamente cardinais e ordinais, e isso resulta da própria natureza do número, que é ser um sistema de classes e de relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório. Os cardinais, portanto, resultam de uma abstração da relação e essa abstração não altera a natureza de suas operações, pois todas as ordens possíveis que se possam atribuir a n termos vem a dar na mesma soma cardinal n . Os ordinais, por seu lado, resultam de uma abstração da classe, abstração igualmente legítima, e, por esta mesma razão, o n ésimo termo finito corresponderá sempre a um conjunto cardinal de n . Mas esta dupla abstração não impede em nada o número inteiro finito de permanecer uno e implicar a indissociável solidariedade das ordens.”(Piaget&Szeminska, 1975, p.219)

2.1.2 - A construção do número pela criança

Tendo estabelecido este pressuposto sobre a natureza do número, Piaget, a partir de seus experimentos, verificou que, para a criança compreender o que são os números e como eles se comportam, dois fatos devem ocorrer. Em primeiro lugar, é necessário que nas relações elaboradas pela criança se manifestem as propriedades da conservação e da transitividade (reversibilidade do pensamento); e, em segundo lugar, que duas são as etapas sucessivas de equilíbrio (fases) que a criança deve vencer até alcançar esta reversibilidade do pensamento.

Para explicar isto, vamos nos remeter a um dos experimentos realizados por Piaget, lembrando, no entanto, que no apêndice A encontram-se à disposição do leitor informações mais detalhadas sobre este assunto.

Nessa experiência, que focaliza o papel da correspondência termo a termo na ocorrência de equivalência cardinal, Piaget, após apresentar a um conjunto de crianças (entre 4 e 7 anos) uma fileira de objetos, pediu para que estas crianças, individualmente, pegassem o mesmo número de objetos de uma fileira próxima.

Desse experimento, Piaget obteve dois resultados diferentes. Enquanto as crianças mais novas contentavam-se em se aproximar da fileira modelo de maneira rudimentar (é feita uma fileira que tem o mesmo comprimento do modelo, porém de valor cardinal diverso); as demais crianças, utilizando-se, espontaneamente, do método da correspondência termo a termo, não apenas colocaram cada objeto diante dos objetos da fileira modelo, como também reproduziram, sem contar os elementos, o valor cardinal exato do conjunto.

Este, portanto, foi um dos indicativos, através do qual Piaget verificou a existência de uma primeira fase anterior à compreensão do número. Segundo ele, durante esta primeira fase, que permanece até por volta dos 5 anos, as crianças não compreendem o número porque suas avaliações das quantidades estão, exclusivamente, fundadas na percepção global. Piaget identifica este período como sendo o *primeiro nível pré-operatório*.

No que se refere às demais crianças, Piaget observou que – apesar de todas conseguirem reproduzir de modo exato a fileira modelo – ao comprimir os objetos de uma das

fileiras e perguntar às crianças em qual delas havia mais objetos, os resultados obtidos não eram os mesmos para todas as crianças. Enquanto as crianças na faixa de 5 a 6 anos de idade insistiam em afirmar que na fileira comprimida existiam menos elementos do que na outra fileira, as crianças maiores não hesitavam em afirmar que as quantidades das duas fileiras permaneciam iguais.

E foi procurando estabelecer a razão para estas diferentes reações das crianças, que Piaget verificou a presença de uma fase que, apesar de subsequente à primeira fase, é anterior à construção do número. Trata-se do *segundo nível pré-operatório*, que permanece até por volta dos 7 anos e se caracteriza por soluções intermediárias situadas entre a avaliação global e a quantificação propriamente dita. Em outras palavras, nesta fase, a operação da correspondência termo a termo, por estar restrita à intuição perceptiva, não é suficiente para garantir a equivalência durável, o que, por sua vez, impossibilita, no caso de ruptura da forma, a compreensão de que a diminuição do comprimento acarreta no aumento da densidade e vice-versa.

Assim, o que diferencia as crianças da segunda fase daquelas capazes de compreender que, uma vez estabelecida a correspondência entre duas coleções, se houver a ruptura da forma as diferenças se compensam (terceira fase), é que estas últimas prolongam a ação ao interiorizá-la, isto é, nestas crianças o pensamento é lógico.

(...) “o pensamento não mais se liga, então, aos estados particulares do objeto, mas limita-se a acompanhar as transformações sucessivas, segundo todos os seus desvios e seus retornos possíveis; e ele não mais procede de um ponto de vista particular do sujeito, mas coordena todos os pontos de vista distintos em um sistema de reciprocidades objetivas.” (Piaget, 1983, p.145)

(...) “suas ligações internas ... já não consistem mais em relações elaboradas sucessivamente sem conexão com as precedentes.(...) Estas se manifestam então sob a forma de duas propriedades solidárias, de ora em diante gerais em todas as estruturas operatórias deste nível: a transitividade e as conservações.” (Piaget, 1971, p.35)

Ora, como na perspectiva piagetiana o número é um sistema de classes e de relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório, não é difícil ver que, para Piaget, a criança somente estará apta a compreender o que os números são e como eles se comportam, após

atingir a terceira fase. Uma fase, a qual Piaget denominou por *primeiro nível operatório-concreto*, e que se estabelece por volta dos sete anos de idade.

Contudo, esta mobilidade ou descentração do pensamento, que ocorre com o início da terceira fase, comporta limitações.

“As operações (...) são, pois, “operações concretas”, e não ainda formais: sempre ligadas à ação, [as crianças] as estruturam logicamente, inclusive as expressões que a acompanham, mas em nada implicam a possibilidade de elaborar um discurso lógico independente da ação.”(Piaget, 1983, p.148)

(...) a elaboração dos números naturais só se efetua segundo o que se poderia chamar de uma aritmetização progressiva cujas fases seriam mais ou menos caracterizadas pelos números 1 a 7; 8 a 15; 16 a 30 e assim por diante. Além dessas fronteiras cujo deslocamento é muito lento, os números não comportam ainda senão aspectos inclusivos (classes) ou seriais, antes que se conclua a síntese desses dois caracteres.”(Piaget, 1971, p.42)

Sendo assim, como em nossas escolas as séries iniciais do ensino fundamental (faixa etária de 7 a 8 anos) é o espaço reservado ao processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração hindu-arábico; isto significa que respeitar as possibilidades cognitivas destas crianças é condição *sine qua non* para que possamos estabelecer um ambiente acessível a uma aprendizagem significativa do sistema de numeração hindu-arábico.

2.2 - O sistema de numeração hindu-arábico

No item anterior, vimos que, num primeiro plano, o número, em função de sua própria natureza – que, para Piaget, é ser um sistema de classes e relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório – ocorre no interior do sujeito. Portanto, para que o homem, em sua relação com o mundo exterior, possa se utilizar de modo significativo do conceito de número, é preciso um segundo passo, ou seja, é necessário que um instrumento adequado se apresente.

Fruto de um desenvolvimento histórico lento e gradual, cuja origem está na Índia (por volta do séc. 3 a.C.), o instrumento através do qual o homem atual procura exercer, em sua relação cotidiana, o controle sobre a pluralidade concreta é o *sistema de numeração hindu-arábico*.

Portanto, como um sistema de numeração, enquanto ferramenta para externar o conceito de número, possui em si uma construção própria¹³; as características, que acredito serem necessárias para que uma pessoa compreenda o sistema de numeração hindu-arábico, são as seguintes¹⁴:

- seus signos, os algarismos, são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0 ;
- o primeiro signo, representante da unidade, é o 1;
- o subsequente, signo 2, é determinado pela iteração do 1 com a unidade, isto é, $2 = 1 + 1$;
- o signo 3, subsequente ao 2, é determinado pela iteração de 2 com a unidade, assim como, $4 = 3 + 1$, $5 = 4 + 1$, $6 = 5 + 1$, $7 = 6 + 1$, $8 = 7 + 1$ e $9 = 8 + 1$;
- o signo 0 representa a ausência de unidades;
- para indicar as quantidades subsequentes ao 9, arrumam-se os algarismos segundo as noções de agrupamento e categoria, os quais denominar-se-ão numerais. Isto significa que, uma vez que certa quantidade necessite de uma combinação de algarismos para a sua representação escrita, estes signos deverão ser dispostos na horizontal, sendo que, da direita para a esquerda, o subsequente corresponde a dez vezes a unidade precedente, os quais, nesta ordem, são denominados: algarismo de primeira ordem, algarismo de segunda ordem, etc. Daí, a necessidade de inserção do algarismo 0.

¹³De fato, pois, como sabemos, o homem se utiliza e já se utilizou de outros sistemas de numeração como, por exemplo, o egípcio, o grego e, entre outros, o romano que, apesar de sua total inadequação às necessidades modernas, ainda hoje é utilizado.

¹⁴Quanto ao estudo através do qual foi estabelecida esta singularização do sistema de numeração hindu-arábico, um breve resumo encontra-se à disposição do leitor no apêndice B.

2.3 - Orientações para a organização das atividades computadorizadas

Feitas as devidas considerações sobre a construção do conceito de número pela criança e sobre o sistema de numeração hindu-arábico, a questão agora é procurar estabelecer orientações que possibilite-nos gerar, a partir do computador, um ambiente que auxilie o processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números deste sistema numérico.

Sendo assim, dentre as considerações pelas quais iremos fixar os principais problemas didáticos a serem enfrentados pela proposta, a primeira delas é a de que, se por um lado, tem-se todo um contexto social que facilita sobremaneira a familiarização da criança pequena com o nome dos primeiros números do sistema hindu-arábico; por outro, há de se considerar que:

(...) “poder-se-á ensinar a criança a contar, mas a experiência mostrou-nos que o emprego verbal dos nomes de números continua sem grande relação com as próprias operações numéricas, sendo que estas precedem às vezes a numeração falada ou lhe sucedem sem vínculo necessário.” (Piaget, 1983, p.146) ¹⁵.

Isto significa, portanto, que o primeiro problema didático a ser enfrentado pela proposta é o de procurar garantir os aspectos cardinal e ordinal nos primeiros números do sistema hindu-arábico.

O segundo problema reside no fato de que, enquanto para as quantidades até nove o sistema hindu-arábico oferece, para cada uma delas, um signo diferente para representá-las (os algarismos); para as representações das quantidades superiores a 9 (os numerais), é necessário agrupar e organizar estas quantidades, antes que elas possam ser representadas por um arranjo destes mesmos algarismos. Portanto, o segundo problema didático a ser enfrentado é o de que nossa proposta didática deverá possibilitar à criança tomar consciência de que, além dos aspectos cardinal e ordinal, cada numeral contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição.

¹⁵Não pouco raro é o fato de encontrarmos crianças ainda no decurso do segundo nível pré-operatório que, além de conseguir contar até 10 ou mais; respondem de chofre que, por exemplo, após o algarismo 6 vem o algarismo 7. Todavia, isto não significa que o conceito de número esteja presente nesta criança, pois existem esquemas de ação alternativos pelos quais ela pode fazer isto. A título de ilustração, um esquema de ação através do qual a criança pode, perfeitamente, identificar o algarismo que vem após o algarismo 6 é o esquema que o leitor se utiliza para saber qual é a letra do alfabeto que vem após a letra F.

Finalmente, a terceira exigência é a de que as atividades deverão oferecer também um ambiente favorável para a aquisição de esquemas de ação que auxiliem à criança na escrita dos algarismos. E isto porque, se por um lado, as séries iniciais do ensino fundamental é o espaço reservado para o processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico; por outro, é neste mesmo período que se procede a construção do sistema de linguagem escrita.

Portanto, evidenciados os problemas didáticos a serem enfrentados, o ponto de partida para o estabelecimento de nossa proposta pedagógica é o pressuposto de que, por estar associado a um mesmo numeral esquemas diferenciados – além dos aspectos cardinal e ordinal, cada numeral contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição – este processo pressupõe a necessidade de pelo menos duas classes ou grupos distintos de atividades. O primeiro grupo, cujos objetivos são os de propiciar um ambiente que possibilite à criança estabelecer um vínculo de associação entre os algarismos e seus aspectos cardinal e ordinal, bem como a aquisição de esquemas de ação que auxiliem na escrita destes algarismos; e, o segundo grupo, em que as atividades deverão possibilitar que a criança utilize-se efetivamente dos agrupamentos multiplicativos. Em outras palavras, a referência para a nossa proposta didática é a de que o sistema de numeração hindu-arábico se constitui pela fusão dos subsistemas que ele engloba ou, simplesmente, se constitui por um processo de assimilações recíprocas.

“Podemos considerar como uma assimilação recíproca as relações entre um sistema total, caracterizado por suas leis próprias de composição, e os subsistema que ele engloba em sua diferenciação, porque sua integração num todo é uma assimilação a uma estrutura comum e as diferenciações comportam assimilações segundo condições particulares mais dedutíveis a partir de variações possíveis do todo.”(Piaget, 1976, p.13)

Mas, tendo em vista que, se as assimilações recíprocas não forem acompanhadas de acomodações igualmente recíprocas, ocorrerá fusão deformante e, por conseguinte, falta de coordenação entre os sistemas (cf. Piaget, 1976, p.14); logo a questão que se coloca, é a seguinte: como assegurar a integração entre esses dois grupos de atividades que, no início, evidenciam esquemas de ação independentes; sem desconsiderar que aos 7-8 anos, não obstante a criança conservar uma dimensão do objeto ante alterações em outras dimensões, as

operações cognitivas da criança são “operações concretas” e não operações sobre proposições ou enunciados?

Como, a luz do modelo teórico adotado, o problema em questão é procurar assegurar que, na integração dos dois grupos de atividades, ocorra uma equilibração majorante das estruturas cognitivas (equilibração com melhoramento obtido); a solução foi acrescentar ao processo uma terceira classe ou grupo de atividades, em que as ações das crianças deverão ter como referência o conceito de adição.

Quanto as razões para a inserção deste terceiro grupo de atividades, a primeira delas é que o conceito de adição, por nos permitir situar a criança sobre as diversas composições aditivas de um mesmo algarismo, permite-nos, por conseguinte, estabelecer considerações sobre os agrupamentos. De fato, pois a possibilidade de equidistribuição em algumas dessas composições aditivas, não é outra coisa senão representar o algarismo por agrupamentos múltiplos (por exemplo: $6 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2$). Portanto, num primeiro plano, a função desta terceira classe de atividades é possibilitar o alargamento em extensão dos outros dois grupos de atividades computadorizadas, para promover a interação entre eles.

A segunda e última razão para a inserção deste terceiro grupo de atividades ao processo é porque as composições aditivas possibilitam, também, desencadear na criança a necessidade de construir os numerais (por exemplo: solicitar à criança um representante para a composição aditiva $4 + 9$). Em outras palavras, a segunda razão para a inserção desta terceira classe de atividades, é porque, através das composições aditivas, torna-se possível estabelecer lacunas para a integração dos outros dois grupos de atividades numa mesma totalidade.

“(...) a lacuna se torna uma perturbação quando se trata da ausência de um objeto ou das condições de uma situação necessárias para concluir uma ação, ou ainda da carência de um conhecimento que seria indispensável para resolver um problema. A lacuna enquanto perturbação é, pois, sempre relativa a um esquema de assimilação já ativado, e o tipo de regulação que lhe corresponde comporta então um feedback positivo, um prolongamento da atividade assimiladora deste esquema. (Piaget, 1976, p. 25)

Finalmente, quanto às atividades computadorizadas, isto é, o ambiente através do qual deverá ocorrer a assimilação dos objetos aos esquemas de ação da criança, a orientação básica é de que elas devem “...instituir campos de desequilíbrio de concepções espontâneas, de

experimentação de concepções provisórias e de ajuste de concepções próprias (que virão a se tornar espontâneas em novos domínios) de modo que os alunos vivam as soluções de situações-problema como teoremas em ação.”(Baldino, 1996).

Capítulo 3: Métodos e procedimentos

O objetivo deste capítulo é apresentar o rol de atividades computadorizadas, caracterizar a pesquisa e, finalmente, descrever os procedimentos que viabilizaram o desenvolvimento do trabalho, a partir de um contexto escolar.

3.1 - As atividades computadorizadas ¹⁶

Como, a princípio, o desenvolvimento de softwares não se constituía de uma exigência deste trabalho, o procedimento inicial foi, portanto, fazer um levantamento bibliográfico para a catalogação do maior número possível de softwares educacionais que atendessem aos objetivos de ensino da proposta¹⁷.

Porém, diante da dificuldade do pesquisador em encontrar softwares educacionais no mercado e da inadequação dos poucos programas encontrados – frente às orientações teóricas estabelecidas – a solução que melhor afigurou-se ao foi optar por um desenvolvimento próprio e exclusivo das atividades computadorizadas que seriam aplicadas.

Sendo assim, duas considerações tornam-se necessárias. A primeira é a de que, se por um lado, a opção pelo desenvolvimento dos softwares possibilitou ao pesquisador maior liberdade de ação; por outro, as necessidades específicas de programação acabaram por limitar este estudo ao primeiro grupo de atividades. Em suma, as atividades desenvolvidas e aplicadas neste trabalho referem-se, exclusivamente, ao processo de ensino-aprendizagem dos algarismos hindu-arábicos. Finalmente, a segunda consideração refere-se às orientações que permearam o desenvolvimento dos softwares, ou seja, o fato de que durante a elaboração dos programas, além de terem sido consideradas as orientações teóricas tratadas no capítulo anterior, foram também consideradas algumas observações sobre o manuseio dos programas e sobre o aspecto visual das atividades.

¹⁶ O suporte utilizado para o desenvolvimento das atividades foi o *Turbo Basic version 1.0* (1987).

Com relação ao manuseio dos programas, a principal preocupação foi a de procurar facilitar a interatividade da criança com o computador. Assim sendo, as diretrizes foram as seguintes: fixar apenas o teclado como instrumento de comunicação entre a criança e o computador, minimizar a utilização das teclas e desautorizar as teclas sem aplicações.

Finalmente, quanto ao aspecto visual das atividades, destaca-se a proximidade do formato de algumas atividades computadorizadas e o formato de alguns materiais concretos – por exemplo, as barras de Cuisinaere, entre outros – que, além de bastante difundidos atualmente em nossas escolas, têm como um de seus objetivos apoiar o processo de ensino-aprendizagem do sistema de numeração hindu-arábico. Trata-se, portanto, de uma estratégia de ação que, por tentar aproximar visualmente o formato das atividades computadorizadas ao formato destes materiais concretos, tem por objetivo facilitar a aceitação e utilização dos softwares enquanto recurso didático.

- Os *softwares*

Quanto ao objetivo básico dos softwares, temos: como os algarismos, enquanto imagens representacionais que constituem o sistema de numeração hindu-arábico, não possuem em si mesmos nada mais do que a arbitrariedade de suas construções próprias, o que se pretende com as atividades computadorizadas é, portanto, gerar um ambiente para a apresentação dos algarismos à criança, de modo que esta mesma criança, a partir de suas ações, possa estabelecer um vínculo de associação entre cada algarismo e seus aspectos cardinal e ordinal.

No entanto, há de se ressaltar que sendo as séries iniciais do ensino fundamental o período que a escola reserva para a alfabetização da escrita, será necessário também garantir, a partir destas atividades, um ambiente favorável à alfabetização escrita dos algarismos.

¹⁷Dentre os softwares avaliados, destacam-se: The math Blaster (Friedman, 1994), Circo do números (1995), Quero aprender matemática (1995), Bit-Bot's - Math voyage (1995) e 3001, a reading & Math odyssey (1995).

• **Atividade Teclado:** trata-se de um banco de imagens, gerenciado por um programa que, após escolher uma das imagens e fornecê-la na tela do computador, aguarda até que uma tecla seja pressionada pela criança.

Todavia, como a cada imagem somente uma tecla se associa, uma vez tendo sido acionada uma tecla, o programa verifica o vínculo de associação estabelecido e, a partir de um pequeno quadro situado na parte inferior da tela, comunica à criança o resultado de sua ação (vide figura 1). Feito isto, o programa, então, troca a imagem da tela para que o processo possa ser retomado pela criança.

Outro ponto relevante é que, não obstante a capacidade do computador em repetir indefinidamente este procedimento, dois são os aspectos que limitam a duração da atividade. A marcação do tempo feita pelo programa e o limite máximo de 27 acertos ou 27 erros possíveis. Em outras palavras, isto significa que as três situações pelas quais o programa está autorizado a interromper sua própria execução, são as seguintes: completar 27 acertos, antes de esgotado o tempo disponível (o que significa a conclusão da tarefa pela criança); o preenchimento dos 27 erros permitidos; ou, simplesmente, o término do tempo disponível, antes de estar preenchidos com os acertos necessários (situações desfavoráveis em que a criança, então, deve repetir a tarefa).

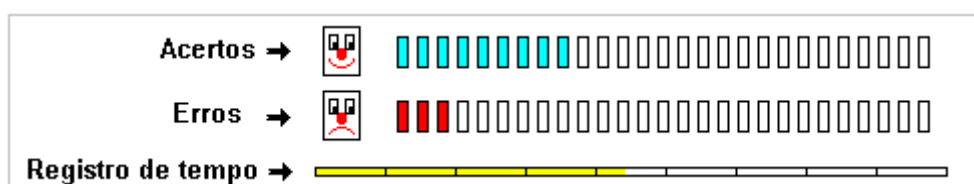


Figura 1: marcações utilizadas para indicar o resultado da ação executada pela criança e para o registro de tempo na atividade *teclado*.

Sendo este o funcionamento básico da atividade *teclado*, três foram as variações aplicadas:

Variação 1A: solicita que a criança localize no teclado as teclas < ESC >, < BARRA DE ESPAÇO >, < ENTER >, e as setas < PARA CIMA >, < PARA BAIXO >, < PARA A ESQUERDA > e < PARA A DIREITA >. Objetivos: fornecer à criança informações a respeito do funcionamento da atividade e possibilitar a familiarização dos alunos com o teclado.

Varição 1B: solicita que a criança localize no teclado os algarismos hindu-arábicos. Objetivos: possibilitar a localização das teclas correspondentes aos algarismos e orientar a ação da criança para a variação subsequente. (Vide figura 2).

Varição 1C: apesar de idêntica à variação 1B, no que se refere às teclas a serem pressionadas, esta variação, ao invés de fornecer uma imagem direta dos algarismos, apresenta uma determinada quantidade de objetos em que a tecla a ser pressionada deve ser identificada por um processo de contagem destes objetos. Trata-se, portanto, de uma atividade cujo objetivo é fornecer à criança um ambiente favorável para o estabelecimento de ações, que tenham como referência o aspecto cardinal de cada algarismo. Ressalte-se que, com o intuito de evitar vínculos de associação do tipo algarismo-padrão configurativo, a disposição de uma determinada quantidade de objetos é sempre feita de modo aleatório pelo programa. Trata-se de uma estratégia de ação que tem por objetivo garantir a ação da criança, pois, desta forma, a criança terá, pelo menos a princípio, que contar os objetos presentes na tela do computador, antes de identificar a tecla a ser pressionada.

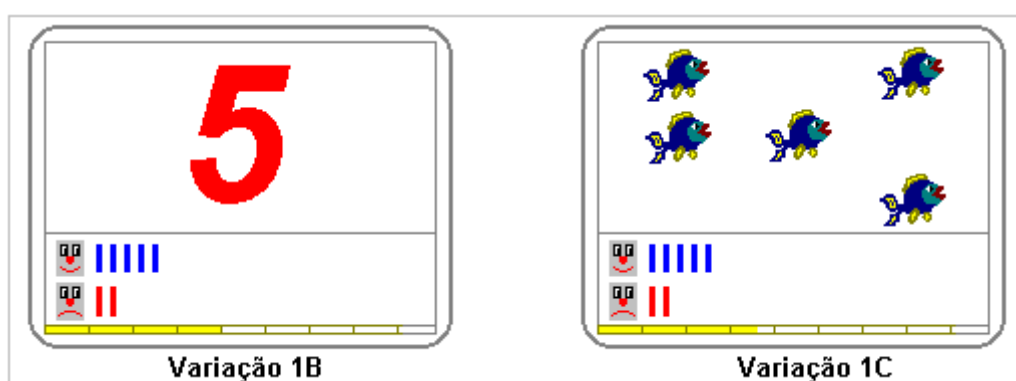


Figura 2: enquanto na variação 1B a criança tem apenas que pressionar a tecla correspondente ao algarismo solicitado, na variação 1C o algarismo é identificado pela quantidade de elementos contidos na tela.

- **Atividade Desenhar:** o programa suporte desta atividade é constituído de um pequeno cursor que, através das quatro teclas disponíveis no teclado, pode ser deslocado para cima, para baixo, para a esquerda ou para a direita. Além disto, a criança pode – ao pressionar a tecla <BARRA de ESPAÇO> – fixar a imagem deste cursor na tela do computador, como também – ao passar com o cursor sobre uma determinada imagem fixada – retirar a figura, se assim o desejar.

Entretanto, apesar da simplicidade do programa, o fato do procedimento de fixação da imagem do cursor ser diferente do procedimento de retirada desta imagem, acaba impondo que, em função da ação estabelecida, efeitos visuais diferenciados ocorram para que a criança possa ficar sempre informada sobre a posição do cursor na tela.

Sendo assim, a solução utilizada foi adotar a cor vermelha para o cursor e a cor azul para a sua imagem fixa na tela. Contudo, como, ao fixar a imagem, o cursor não abandona a sua posição até que um comando de deslocamento seja emitido pela criança, a imagem, apesar de assumir a cor azul, permanece com a borda vermelha até que o cursor seja deslocado. Finalmente, quanto aos procedimentos de retirada da imagem da tela, o cursor, uma vez alocado na posição de uma imagem fixa, substitui, simplesmente, a cor azul pela cor vermelha.

Sendo este o suporte computacional da atividade *desenhar*, três foram as variações aplicadas:

Variação 2A: a construção, a partir do programa desenhar, de padrões similares aos padrões pitagóricos (Hogben, 1956, p. 207) para as quantidades menores que dez. Objetivo: orientar as crianças no manuseio do software desenhar (vide figura 3);



Figura 3: padrões a serem construídos na variação 2A.

Variação 2B: com os objetivos de fornecer à criança maior destreza no manuseio do programa e introduzir considerações a respeito de agrupamento, a tarefa, nesta variação, é a de construir os padrões pitagóricos, a partir de grupos de quatro círculos (vide figura 4);

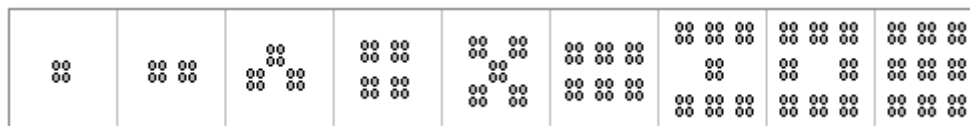


Figura 4: padrões a serem construídos na variação 2B.

Variação 2C: a construção conjugada de imagens representativas dos algarismos hindu-arábicos e seus respectivos padrões pitagóricos. Objetivos: fornecer um ambiente favorável ao estabelecimento de uma correspondência operatória entre cada algarismo e seu aspecto

cardinal e, ainda, possibilitar à criança a construção de esquemas de ação para a escrita dos numerais (vide figura 5).

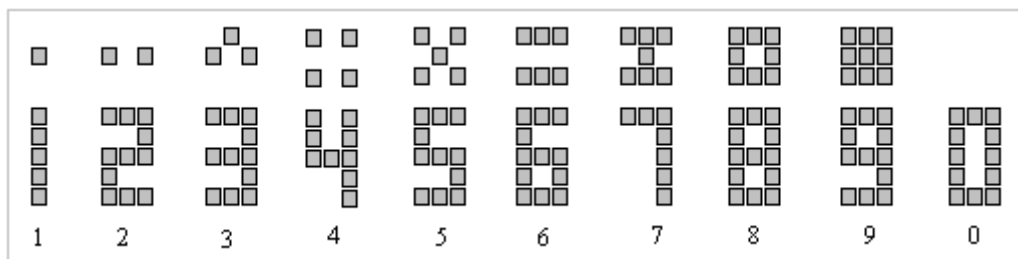


Figura 5: padrões a serem construídos a partir da variação 2C.

• **Atividade Colorir:** trata-se de uma matriz cinco por cinco formada de quadrados de mesma cor, apresentando, ainda, no interior de um dos quadrados um cursor que – através das quatro setas do teclado – pode ser deslocado para o quadrado subsequente, desde que o mesmo estabeleça com o primeiro uma fronteira comum (vide figura 6). Por fim, quanto à tecla **<BARRA de ESPAÇO>**, sua função é inverter a cor de fundo do quadrado, no qual o cursor estiver inserido no momento do pressionamento desta tecla.

Como nas atividades anteriores, três foram também as variações da atividade *colorir* aplicadas.

Variação 3A: nesta variação, a tarefa a ser realizada consiste em reproduzir cada algarismo, os quais, do 1 ao 9 e em ordem crescente, vão sendo, individualmente, apresentados à criança. Além disso, esta variação possui um conjunto de nove barras retangulares – construídas por composição de unidades quadradas e dispostas sequencialmente – as quais são preenchidas pelo programa, uma vez que a criança conclua, satisfatoriamente, a construção do algarismo correspondente (vide figura 6). Ressalte-se que, para refrear a possibilidade da conclusão da atividade por um processo de tentativas e erros, além do programa limitar o número de ações à disposição da criança para a construção de um determinado algarismo, o esgotamento deste limite implica no retorno à construção do antecessor. Quanto aos objetivos específicos desta variação, temos: orientar a criança quanto ao funcionamento da atividade, orientar sobre a construção dos padrões representativos dos algarismos e, ainda, estabelecer considerações sobre a ordenação dos algarismos.

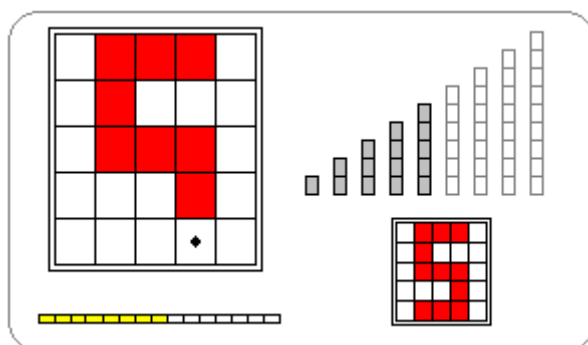


Figura 6: na variação 3A, os algarismos (por exemplo, algarismo 5) apresentados na matriz menor devem ser reproduzidos na matriz maior.

Variação 3B: solicitar da criança a identificação e construção dos algarismos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, a partir de barras representativas dos números que antecedem o algarismo solicitado e ordenadas de modo crescente (vide figura 7).

Variação 3C: solicitar da criança a identificação e construção dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 8, a partir de barras representativas dos números que sucedem o algarismo solicitado e, como na variação anterior, também ordenadas de modo crescente.

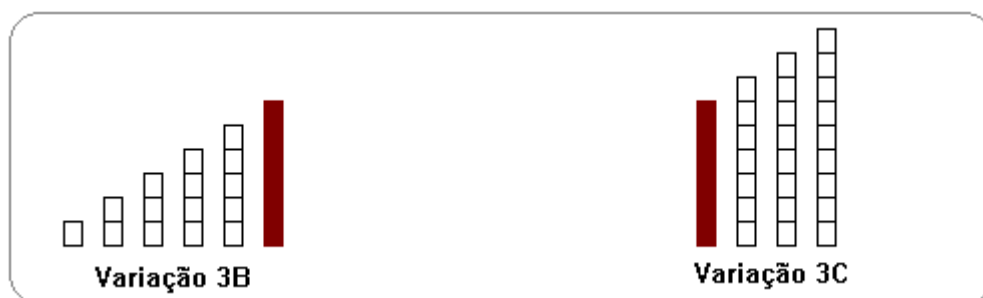


Figura 7: enquanto na variação 3B, a barra indicadora do algarismo a ser construído (por exemplo, o algarismo 6) caracteriza-se por aquelas que a antecedem, na variação 3C, a barra indicadora é caracterizada pelas que a sucedem.

3.2 - Caracterização da pesquisa

Estabelecido o quadro teórico e, a partir dele, o rol inicial de atividades computadorizadas, o procedimento subsequente foi fixar uma estratégia metodológica que viabilizasse a experimentação destas atividades em um contexto escolar.

“(...) as estratégias didático pedagógicas adequadas ao ensino remedial não podem ser as mesmas do ensino tradicional vigente, porque o ensino remedial visa exatamente às dificuldades que não podem ser resolvidas por essas estratégias.”(Baldino, 1996)

Ora, como este trabalho pressupõe uma prática ainda pouco comum em nossas escolas públicas – a utilização efetiva do computador no processo de ensino e aprendizagem – isto significa que a possibilidade de caracterizar o processo de aplicação como ensino remedial não deve ser desconsiderada. Com efeito, pois imprimir esta característica ao trabalho é, sem dúvida alguma, garantir uma maior aproximação do pesquisador com os problemas específicos de ensino e aprendizagem em situação escolar e, por conseguinte, evitar uma unidirecionalidade no sentido da teoria à aplicação prática.

Nesta perspectiva, duas foram, portanto, as razões para a inserção deste processo investigativo no âmbito da pesquisa-ação. A primeira delas é a de que, embora a pesquisa-ação seja incompatível com a metodologia de experimentação em laboratório e com os pressupostos do experimentalismo (neutralidade e não-interferência do observador, isolamento de variáveis, entre outras.), este tipo de pesquisa não deixa de ser uma forma de experimentação em situação real, na qual, além do pesquisador intervir de modo consciente, os participantes, por desempenhar um papel ativo, não são reduzidos a simples cobaias. Trata-se de uma forma de experimentação, na qual os indivíduos ou grupos mudam alguns aspectos da situação pelas ações que decidiram aplicar. (cf. Thiollent, 1996, p.21).

A segunda razão para a inserção do trabalho no âmbito da pesquisa-ação foi a necessidade de uma ampla e explícita interação entre o pesquisador e as pessoas envolvidas no processo (cf. Thiollent, 1996, p.14). Com efeito, pois a busca por uma caracterização do processo enquanto ensino remedial, significa que a aplicação das atividades computadorizadas torna-se subsequente a uma fase exploratória. Uma fase, na qual o pesquisador, antes de efetivar as delimitações para o desenvolvimento do estudo, deve não apenas ser aceito por uma determinada comunidade escolar, como também estabelecer sua ação visando os anseios desta mesma comunidade.

Porém, como em contraposição à especificidade das atividades computadorizadas disponíveis e a intenção explícita de caracterizar o processo de aplicação como ensino

remedial tem-se, segundo Thiollent (1996), que – na pesquisa ação – é da interação entre pesquisador e as pessoas envolvidas no processo que resulta a ordem de prioridades dos problemas a serem pesquisados e das soluções a serem encaminhadas sob a forma de ação concreta; a estratégia utilizada para refrear a possibilidade de perda na objetividade do trabalho, durante a fase exploratória, foi estabelecer como orientação à condução desta fase, as seguintes diretrizes:

- priorizar a realização do trabalho no âmbito de uma Escola Pública,
- garantir a aplicação das atividades em crianças submetidas ao processo de alfabetização;
- procurar não extrapolar as possibilidades de abrangência do conteúdo pertinente às atividades computadorizadas desenvolvidas;
- buscar garantir que a aplicação das atividades não se realizasse de forma isolada, pois, enquanto para o processo de desenvolvimento de um software, a relação sujeito-máquina é vista sob uma ótica individual, a mesma só se verifica, parcialmente, quando no momento de sua aplicação em um contexto de sala de aula ;
- e, finalmente, procurar caracterizar a aplicação como um processo de ensino remedial.

Fixadas as orientações para o desenvolvimento da fase exploratória, a questão subsequente foi procurar uma estratégia metodológica que, levando em conta o fato de que o comportamento a ser estudado estaria desde o início eliciado por estímulos externos, permitisse ao pesquisador efetuar uma análise qualitativa de processos cognitivos e da aprendizagem. Em outras palavras, uma estratégia metodológica em que o pesquisador, ao analisar as interações da criança com as atividades computadorizadas, pudesse estabelecer, a partir das reações espontâneas apresentadas por estas mesma criança, os limites e possibilidades destas atividades enquanto ambiente desencadeador de ações significativas para a aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.

Nesta perspectiva, a referência que mostrou-se mais adequada foi o método clínico piagetiano, pois, segundo Macedo (1994, p.104 - 107), Piaget, após indicar cinco reações como balizamento de seu método clínico, aponta duas delas como reações representativas de uma conduta significativa da aprendizagem ou do desenvolvimento. A crença desencadeada, na qual o que a criança faz – graças à ajuda do outro – é dela; e a crença espontânea, na qual a criança sintetiza suas necessidades e possibilidades instrumentais.

Sendo assim, a principal preocupação para a coleta de dados foi, portanto, a de procurar garantir procedimentos que levassem em conta o fato de que os registros deveriam privilegiar as respostas verbais e motoras das crianças.

“A videografia, ou registro em vídeo de atividades humanas, apresenta-se como uma ferramenta ímpar para a investigação microgenética de processos psicológicos complexos, ao resgatar a densidade de ações comunicativas e gestuais.” (Meira, 19??).

Portanto, a solução foi acrescentar ao dossiê de dados a serem obtidos através das observações diretas e anotações de campo do pesquisador, a filmagem em vídeo como instrumento complementar para a coleta de dados, durante as aplicações das atividades computadorizadas.

Finalmente, há de se ressaltar que, por se tratar de um método de pesquisa que se constitui por uma confluência de procedimentos da pesquisa-ação e procedimentos do método clínico piagetiano, a esta estratégia metodológica denominar-se-á *método clínico em ação*¹⁸.

3.3 - Fase exploratória

Em vista do primeiro aspecto da fase de imersão envolver um conhecimento a respeito da estrutura organizacional das escolas públicas na cidade de Rio Claro e uma autorização da Delegacia de Ensino para o prosseguimento da pesquisa, o procedimento inicial foi agendar uma reunião do pesquisador com a Delegada de Ensino de Rio Claro, a partir de agora denominada Professora DEL.

¹⁸Esta denominação foi sugerida pelo Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, por ocasião do exame de qualificação, ao qual foi submetida esta dissertação.

Com relação ao organograma das escolas, os principais pontos abordados, neste primeiro contato (ocorrido na segunda semana do mês de fevereiro de 1996), foram o Ciclo Básico em Continuidade (CBC)¹⁹e a reestruturação das escolas públicas do Estado de São Paulo.

Quanto ao Ciclo Básico em Continuidade (CBC), a professora DEL ressaltou que, apesar da proposta ter eliminado a retenção escolar ao final do primeiro ano de escolaridade da criança, o CBC não vinha se mostrando eficaz no impedimento do segundo ano de escolaridade como ponto de estrangulamento. Portanto, procurar amenizar este quadro seria, junto aos procedimentos necessários à reestruturação das escolas, a meta de trabalho da Delegacia de Ensino para o ano de 1996.

No que se refere ao processo de reestruturação das escolas, o pesquisador foi informado que duas categorias distintas de escolas estaduais estavam emergindo, a partir do ano de 1996. As escolas que atenderiam somente alunos de 1ª a 4ª séries e aquelas que atenderiam, exclusivamente, alunos de 5ª a 8ª séries e 2º grau. Portanto, uma reestruturação que, de acordo a professora DEL, além de viabilizar uma reorganização didático pedagógica – segundo a demanda diferenciada das crianças pequenas e adolescentes – viabilizaria também a otimização dos recursos existentes.

Finalmente, com relação à autorização para o prosseguimento do trabalho, como o maior impedimento apontado pela professora DEL foi a indisponibilidade de escolas públicas em Rio Claro com uma infra-estrutura de meios físicos computacionais suficientes as pretensões do projeto; o pesquisador, após informar que tal impedimento seria contornado com o deslocamento dos alunos para um dos laboratórios da Unesp/Rio Claro, logo solicitou a indicação das escolas e seus respectivos endereços. Observe-se que a este respeito a professora DEL fez questão de frisar que, não obstante o seu apoio à iniciativa do pesquisador e o

¹⁹O CBC estabelece que a alfabetização da criança se dê em um período de dois anos. Em outras palavras, à criança, não é mais exigido que se alfabetize, exclusivamente, no transcurso da 1ª série, mas sim no decorrer das 1ª e 2ª séries. De acordo com DEL, tal procedimento, por praticamente eliminar a reprovação ou retenção na 1ª série tem por objetivos amenizar o índice de evasão da escola já no primeiro ano de escolaridade, bem como respeitar o desenvolvimento individual do aluno, visto o caráter construtivista da proposta.

cuidado que iria tomar para a indicação das escolas, o trabalho só deveria ser iniciado após a aquiescência do Diretor ou Diretora da escola em questão.

Assim, o passo seguinte foi escolher, a partir da listagem fornecida pela professora DEL, a escola para o desenvolvimento do trabalho. Contudo, como nesta listagem constavam apenas o nome de duas escolas (escolas A e B), uma vez escolhida, por sorteio, a escola A, a escola B ficou, então, como opção para o caso de ocorrer impedimentos que inviabilizassem o trabalho na escola sorteada. Porém, há de se ressaltar que a receptividade com que o pesquisador foi recebido pela diretora da escola A – a professora DIR – não apenas afastou a necessidade de buscar o contato com a escola B, como também já possibilitou ao pesquisador solicitar informações a respeito da estrutura organizacional e do funcionamento da escola.

Segundo a professora DIR, a escola A estava, naquela data, atendendo a pouco mais de 1.000 alunos distribuídos nos turnos manhã e tarde, o que, por conseguinte, acarretava um número elevado de alunos por classe, ou seja, de 35 a 40 alunos por turma. Quanto à distribuição destes alunos, as informações obtidas foram as seguintes: 1ª série (CB-1) - seis classes (três pela manhã e três na parte da tarde); 2ª série (CB-2) - sete classes (três pela manhã e quatro na parte da tarde); 3ª série - seis classes (três pela manhã e três na parte da tarde); 4ª série - sete classes (três pela manhã e quatro na parte da tarde); uma classe destinada a deficientes auditivos e mais quatro classes que, apesar de estar sob responsabilidade da escola A, funcionavam em uma fazenda nos arredores da cidade.

No que se refere aos recursos de pessoal, o pesquisador foi informado que, além da diretora e do pessoal de apoio administrativo, a escola A contava com uma vice-diretora, 28 professoras responsáveis diretas pelas turmas, quatro estagiárias, uma professora responsável pelos deficientes auditivos e uma coordenadora ou coordenador pedagógico, mas que não tinha sido ainda designado para a escola, por questões administrativas

Por fim, para a apresentação do projeto às demais professoras da escola, a professora DIR sugeriu que a apresentação fosse feita durante o Horário de Trabalho Pedagógico (HTP). Uma reunião semanal do corpo docente que, na escola A e a partir da semana seguinte a este primeiro contato, estaria sendo realizada às quartas-feiras, no horário das 18:00h às 20:00h.

Presidido pela professora DIR, o principal assunto em pauta no primeiro HTP foi a reestruturação da escola A. Assim, a professora DIR, após apresentar-se às demais professoras e esclarecer que sua experiência letiva estava limitada ao ensino de matemática para alunos de 5ª a 8ª séries, logo abordou o assunto dizendo-se apreensiva com o desenrolar do ano letivo de 1996, pelas seguintes razões: pelo fato da escola A, em função da reorganização, atender somente a alunos de 1ª a 4ª séries do ensino fundamental; por não ter sido designado, até aquela data, um professor ou professora para assumir a coordenação pedagógica; e, finalmente, pela principal meta estabelecida pela Secretária de Educação para o ano de 1996, ou seja, a redução do número de reprovações ao final da 2ª série.

De tais considerações, a mais polêmica foi a redução do número de reprovações, posto que as demais professoras logo reagiram, alegando que a mistura de alunos *fortes* com alunos *fracos* estava dificultando bastante o bom andamento do processo de ensino-aprendizagem. De acordo com essas professoras, seria difícil que houvesse, ao término do ano letivo de 1996, uma queda no número de reprovações ao final da 2ª série.

Quanto a isto, a professora DIR esclareceu que o principal motivo desta heterogeneidade dos alunos em uma mesma sala, foi devido ao fato de grande parte dos alunos encaminhados à escola não dispor de um histórico escolar, no ato da matrícula. Assim, o critério utilizado para a distribuição dos alunos por sala foi, basicamente, a faixa etária das crianças. Finalmente, a professora concluiu que, apesar de reconhecer a complexidade do quadro, não via possibilidades de um ajuste imediato e que, portanto, contava com a colaboração das professoras, no sentido de ajudá-la a administrar o problema.

E foi, exatamente, a partir da discussão entre a professora DIR e uma das professoras presentes, a qual denominar-se-á professora R, que uma possibilidade concreta para a ação do pesquisador se estabeleceu. E isto, porque, se por um lado, a professora R afirmava que todos os alunos de sua classe, apesar de estar na 2ª série, não estavam alfabetizados e, portanto, por mais que fosse feito, eles estariam, em sua maioria, reprovados ao final do ano; por outro lado, a professora DIR, mesmo mostrando-se cautelosa, acabou corroborando a fala da professora R, ao afirmar que se ao final do ano o quadro descrito se mantivesse inalterado, a professora teria todo o apoio da direção da escola para reprovar os seus alunos. Portanto, não há dúvidas de

que este fato afigurou-se como uma possibilidade concreta de ação, pois estabelecia condições para a caracterização do trabalho como ensino remedial. Com efeito, porque se este fato fosse confirmado, isto significaria a possibilidade do pesquisador propor um trabalho recuperativo destes alunos, a partir de uma estratégia didático-pedagógica diferenciada, isto é, um trabalho recuperativo da aprendizagem, com a utilização de computadores.

O próximo item da pauta foi a apresentação do projeto, o qual foi recebido pelas professoras num misto de euforia e ceticismo. Dentre os aspectos positivos, destacou-se a fala da professora responsável pelos deficientes auditivos que, tomando a palavra do pesquisador, enalteceu com entusiasmo as possibilidades do computador no processo de aprendizagem. No entanto, como tal colocação acabou por tolher das demais professoras suas reais impressões – como foi percebido mais tarde, esta mesma professora, por ser a única a estar cursando pós-graduação, exercia uma clara influência sobre as outras professoras sempre que uma discussão ameaçasse assumir um caráter mais teórico – algumas das demais professoras limitaram-se a observar que o trabalho, por pressupor um deslocamento das crianças ao Campus da Unesp, possuía um ingrediente poderoso no sentido de tornar-se inviável. Segundo essas professoras, eram grandes as possibilidades dos alunos apresentarem problemas sérios de disciplina.

Finalmente, a diretora, após fornecer alguns avisos gerais a respeito do funcionamento diário da escola – horário de abertura dos portões, procedimentos de entrada dos alunos, etc. – ressaltou que a função básica dos HTPs era a de promover discussões de cunho pedagógico que propiciassem, não só um maior entrosamento dos trabalhos, mas também uma busca de melhoria na qualidade do processo de ensino-aprendizagem da escola.

Das informações colhidas neste primeiro HTP, as de maior interesse são aquelas que propiciaram ao pesquisador definir como sujeitos da pesquisa a turma da professora R, que denominar-se-á turma 2E. É claro que, até o momento, não havia, por parte do pesquisador, a convicção de que esta turma seria adequada para o desenvolvimento do trabalho, pois, apesar dos indicativos favoráveis – a possibilidade do processo de aplicação caracterizar-se como ensino remedial e os indícios de ser uma turma com um número significativo de alunos em fase de alfabetização – não era possível descartar a hipótese de que grande parte dos alunos da turma 2E estivessem afastados do ponto limítrofe que caracteriza, segundo o modelo teórico

piagetiano, o primeiro nível operatório-concreto. Com efeito, pois, como visto anteriormente, o principal critério adotado pela escola A para garantir a homogeneidade das turmas foi a faixa etária das crianças.

Sendo assim, passemos aos principais fatos que acabaram por permitir ao pesquisador estabelecer, definitivamente, os alunos da turma 2E como sujeitos de nossa pesquisa. Dentre os fatores de cunho geral, o mais relevante foi a tônica assumida pelas discussões didático-pedagógicas nos subseqüentes HTPs. Como estas discussões somente se estabeleciam em função da necessidade de redução no número de reprovações, a principal questão entre as professoras era o que fazer com os alunos que não conseguiam acompanhar o andamento normal de suas respectivas turmas. Assim, acabou por tornar-se freqüente os apelos da professora R para a reprovação em massa de seus alunos. Segundo a professora R, as reprovações seriam necessárias porque, no caso da turma 2E, não se tratava de um grupo de alunos com deficiências na aprendizagem, mas de toda uma turma com problemas de aprendizagem.

Outro fato importante para a escolha da turma 2E foi o quadro peculiar encontrado, a partir da imersão do pesquisador no contexto da sala de aula desta turma, no final do mês de março de 1996. Foi quando, após uma análise das fichas individuais dos alunos, verificou-se um número significativo de crianças não muito fora da faixa etária considerada normal para uma classe de segunda série do ensino fundamental (CB-2). De modo mais preciso, das 33 crianças que estavam freqüentando a turma 2E – no início do mês de agosto de 1996 – 19 delas encontravam-se na faixa dos oito anos de idade, isto é, próximas ao ponto limítrofe que caracteriza a passagem da criança ao primeiro nível das operações concretas. Indagada a respeito do fato, a professora R explicou que a razão deste quadro devia-se ao remanejamento de crianças que estava ocorrendo entre as classes de CB-2 e que, neste remanejamento, a turma 2E estava trocando os seus *melhores* alunos com os *piores* alunos das outras salas. Segundo a professora, o objetivo do remanejamento era o de melhor caracterizar a turma 2E como uma 2ª *série falsa* – uma classe de crianças que, apesar de matriculados na 2ª série, não estavam alfabetizados – e garantir, assim, melhores condições para a realização de um trabalho diferenciado com as crianças desta turma.

Ainda com relação a adequação da turma 2E aos interesses do trabalho, destacaram-se também os seguintes pontos:

- a postura da professora frente às possibilidades de promoção de seus alunos, pois, apesar de se mostrar dedicada às crianças, o remanejamento dos alunos só reforçou seus argumentos no sentido de uma reprovação em massa na turma 2E. Para a professora R, o máximo que se poderia fazer era nivelar os alunos para que, no ano seguinte, eles estivessem em condições de cursar uma *verdadeira* 2ª série;
- a postura da professora frente à prática educacional construtivista, porque, apesar de se dizer defensora desta prática educativa, alegava que para os alunos da Turma 2E esta opção educacional era impossível. De acordo com a professora R, como os alunos não possuíam condições de efetuar trabalhos em grupo, para eles, somente uma prática tradicional era viável. E isto, porque era necessário (...) “*ensiná-los a trabalhar no método construtivista*”;
- e, finalmente, o abandono do processo de ensino-aprendizagem da matemática. Em suma, todos os esforços da professora R eram, praticamente, no sentido de uma alfabetização exclusiva da escrita.

Para o processo de aplicação das atividades computadorizadas, a estratégia utilizada foi a divisão dos alunos da turma 2E em dois grupos – grupos A e B – de modo que as aplicações com o grupo B somente teriam início, após o encerramento das aplicações com o grupo A. Quanto ao local das aplicações – cujo início ocorreu em meados do mês de agosto e o término, no final do mês de novembro de 1996 – a sala utilizada foi o laboratório de informática do Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computacional (Unesp/Rio Claro - IGCE) que, durante o segundo semestre de 1996, ficou reservado ao pesquisador nas quartas e quintas feiras, no período de 13.00 h às 16.00 h. Portanto, por coincidir o início das sessões de aplicação com o início das aulas da turma 2E, uma vez deslocado um determinado grupo de alunos para a sala de informática, as demais crianças permaneciam na escola A. Por fim, no que diz respeito ao deslocamento da escola para o

laboratório, cujo trajeto é de aproximadamente 3 km, os alunos foram transportados por uma perua cedida pela Unesp/Rio Claro.

Com relação à divisão da turma 2E em dois grupos distintos, a principal razão foi a de que, mesmo que houvesse a disponibilidade total do equipamento da sala de informática, estes computadores somente poderiam atender a 14 duplas de alunos, isto é, 28 dos 33 alunos da turma 2E. Observe-se que, se por um lado, não há dúvidas de que este impedimento poderia, a princípio, ser contornado com o acréscimo de um terceiro aluno a alguns dos grupos de trabalho; por outro, persistem os resultados de experiências realizadas anteriormente pelo pesquisador e que, por sua vez, apontaram no sentido de que este procedimento é um forte agente de dispersão dos alunos.

A opção de somente iniciar as aplicações das atividades computadorizadas com o grupo B, após o encerramento das aplicações com o grupo A, o principal motivo foi o fato de que as atividades computadorizadas disponíveis encontravam-se, ainda, na fase de protótipos. Em outras palavras, por ser necessário considerar o fato de que a validação prática de meios voláteis para computadores exige uma fase de experimentação, isto significa que não poderia ser descartada a possibilidade de que os problemas de funcionamento dos *softwares* viessem a comprometer a obtenção dos dados de maior interesse, ou seja, aqueles referentes ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, foi para garantir a possibilidade de uma reaplicação das atividades, o motivo pelo qual o pesquisador optou por este processo de aplicações distintas.

Finalmente, quanto à necessária presença da professora R nas sessões de aplicação, para que ela pudesse avaliar o processo, ficou acertado o seguinte: uma vez estando ausentes da escola a professora R e um dos grupos de crianças – por exemplo, o grupo A – caberia a uma das professoras estagiárias garantir às crianças do grupo B atividades de ensino e aprendizagem da Matemática. Ressalte-se que a professora R somente concordou com este procedimento, uma vez firmado o compromisso da professora DIR em garantir uma professora estagiária para o grupo que permanecesse na escola.

Definidos os procedimentos para a aplicação das atividades, o passo subsequente foi a divisão da turma 2E nos grupos A e B. Entretanto, não obstante a evidência de que um simples

sorteio entre os alunos seria suficiente na definição dos grupos de trabalho, alguns fatos acabaram por impedir que este sorteio fosse realizado de modo unilateral.

Dentre estas razões, a principal foi a iniciativa da professora R que, tomando para si o encargo de selecionar os alunos para o primeiro grupo de trabalho, passou a se utilizar de critérios de avaliação que privilegiavam apenas os alunos de melhor desempenho e disciplina, em sala de aula. Uma prova disso foi o resultado obtido pelo pesquisador a partir de dois questionários, cujo intervalo de aplicação entre eles foi de uma semana. No primeiro teste, foi apresentada à professora R uma listagem dos alunos da turma 2E, solicitando-a que conceituasse o desempenho de cada um de seus alunos em bom(B), regular(R) ou fraco(F), sendo que este último deveria ser reservado somente para aqueles alunos, cujas possibilidades de recuperação fossem mínimas. O resultado obtido foi que nove do total de alunos da lista receberam da professora o conceito F. Entretanto, no segundo questionário em que a professora R, a partir de uma listagem idêntica à primeira, indicou apenas os alunos cujas possibilidades de recuperação fossem mínimas, além da professora R assinalar apenas seis dos nomes que compunham a listagem, somente um aluno estava presente de maneira concomitante nas duas listas apresentadas.

Porém, há de se ressaltar que, se por um lado, essas evidências da utilização de um critério de avaliação subjetivo, junto ao mal estar que estava sendo gerado entre os *escolhidos* e os *excluídos*, acabaram por demover a professora R de seus propósitos iniciais; por outro lado, ela deixou claro que não permitiria a exclusão do aluno DA (deficiente auditivo) do primeiro grupo de trabalho, isto é, o grupo A. Assim, considerando que os argumentos da professora R para garantir a presença do aluno DA no grupo A eram, invariavelmente, pela sua capacidade ímpar de aprendizagem, a solução encontrada pelo pesquisador foi contrabalaçar a presença deste aluno com a presença do aluno AL, isto é, um dos *piores* alunos da turma 2E, na opinião da professora R.

Desta forma, afastados do sorteio sete alunos cujo quadro de frequência, durante o primeiro semestre de 1996, não oferecia garantias de uma presença efetiva deste alunos às sessões de aplicação das atividades, foi feito o sorteio de doze duplas de alunos, para em seguida, e pinçando também por sorteio um aluno no interior de cada dupla, estabelecer junto

aos alunos AL e DA o primeiro grupo de trabalho. Ressalte-se que, em função da heterogeneidade da faixa etária dos alunos da turma 2E, a separação dos alunos por faixa etária mostrou-se necessária, para garantir no grupo A a presença de alunos pertencentes a cada uma destas faixas etárias. Portanto, realizado o sorteio, o grupo A ficou assim definido:

Nome	Idade em 1/8/1996	Sexo	Nome	Idade em 1/8/1996	Sexo
BR*	8 anos e 5 meses	F	ROD	9 anos e 1 mês	M
TAT*	8 anos e 3 meses	F	FEL	9 anos e 4 meses	M
DAN	8 anos e 4 meses	F	JES*	9 anos e 11 meses	F
SUE**	8 anos e 3 meses	F	GIS*	10 anos e 6 meses	F
JO	8 anos e 3 meses	M	AL	10 anos e 7 meses	M
ED*	8 anos e 6 meses	M	IRA	11 anos	F
DA	8 anos e 3 meses	M	DACA	13 anos e 6 meses	F
* Crianças que foram remanejadas para a turma 2E, no início do ano.					
** Criança que chegou transferida de outra escola, em agosto de 96.					

Finalmente, há de se ressaltar que, apesar das aplicações com o grupo B terem também ocorrido, os resultados obtidos com as aplicações das atividades neste grupo de crianças não serão tratados neste trabalho.

Capítulo 4: Apresentação de resultados

Para a apresentação dos resultados obtidos com as aplicações das atividades computadorizadas, vamos adotar o seguinte formato: para cada uma das sessões de aplicação, vamos apresentar no sub-item **atividades** uma breve descrição das atividades aplicadas e, em seguida, apresentar no sub-item **aplicação**, a descrição dos resultados obtidos.

4.1 - Sessão 1

4.1.1 - Atividades

Nesta sessão, foram aplicadas as três variações da atividade **teclado**, ou seja, as atividades **1A**, **1B** e **1C**.

Quanto às características específicas de cada atividade, temos:

- atividade **1A**: solicita que a criança localize no teclado as teclas < **ENTER** >, < **ESC** >, < **BARRA DE ESPAÇO** >, < **SETA P/ A DIREITA** >, < **SETA P/ A ESQUERDA** >, < **SETA P/ CIMA** > e < **SETA P/ BAIXO** >.
- atividade **1B**: solicita que a criança localize no teclado as teclas < **1** >, < **2** >, < **3** >, < **4** >, < **5** >, < **6** >, < **7** >, < **8** >, < **9** > e < **0** >.
- atividade **1C**: apesar de idêntica à atividade **1B**, com referência às teclas a serem pressionadas, esta atividade, ao invés de fornecer uma imagem direta dos algarismos, apresenta uma determinada quantidade em que a tecla a ser pressionada deve corresponder ao número de objetos contidos na tela.

Dentre os objetivos pretendidos com a aplicação destas atividades, destacaram-se:

- a familiarização dos alunos com a posição das teclas selecionadas para o desenvolvimento de todas as atividades programadas;
- e, finalmente, a avaliação das possibilidades dos alunos com relação à contagem verbal até o limite de 27, isto é, até o número máximo de acertos ou erros permitidos pelo programa.

4.1.2 - Aplicação

Quanto ao deslocamento dos alunos do grupo A para o DEMAC/Unesp, o principal problema com o qual deparou-se o pesquisador foi o seguinte: a estagiária, que deveria substituir a professora R, não se encontrava disponível, apesar do compromisso assumido pela diretora. Assim, estando a professora DIR ausente à escola, a primeira providência foi procurar a professora COOR²⁰, para verificar se esta professora poderia auxiliar com uma solução para o problema. COOR, no entanto, limitou-se a dizer que nada poderia fazer, pois uma das estagiárias estava de licença e a outra já estava empenhada na substituição de uma outra professora. Ressalte-se que, ao ser indagada a respeito da possibilidade de encaminhar o grupo B à sala de vídeo, a professora COOR disse, simplesmente, que não seria possível.

²⁰ A Professora COOR assumiu a função de Coordenadora Pedagógica a partir julho de 1996.

Diante deste impasse, a professora R, após acompanhar com atenção o relato do pesquisador sobre o problema, retirou-se da sala e retornou com a seguinte solução: as crianças do grupo B seriam alocadas em uma outra classe de CB-2 para que, junto às demais crianças desta outra turma, pudessem ser encaminhadas à sala de vídeo.

Solucionado o problema, o pesquisador, após uma criteriosa explicação aos alunos sobre as limitações físicas da sala de informática e sobre os procedimentos para a escolha do primeiro grupo a ser encaminhado para as atividades computacionais, procedeu a separação dos grupos A e B.

Com relação aos procedimentos para a escolha das crianças que acabaram por compor o grupo A, merece destaque o fato de o pesquisador – ao proceder o sorteio das crianças – alocar, alternadamente, os alunos da turma 2E nos grupos A e B. A razão disto é que este procedimento, por possibilitar ao pesquisador uma alternativa imediata para a substituição dos alunos ausentes, mostrou-se uma excelente ferramenta para dissuadir as tentativas de interferência da professora R na escolha dos alunos para o grupo A. A prova disto é que, uma vez fixados os nomes dos doze alunos que, junto aos alunos AL e DA, acabaram formando o grupo A, a professora R fez questão de tecer o seguinte comentário: *“É, acho que você fez questão de escolher os piores.”*

No que se refere à distribuição das duplas de crianças nos computadores, apesar do critério utilizado ter sido idêntico ao utilizado para a formação do grupo A, evitou-se, no entanto, gerar uma acentuada defasagem entre as faixas etárias das crianças de uma mesma dupla. Finalmente, quanto às orientações fornecidas pelo pesquisador para que as crianças pudessem iniciar o trabalho com a atividade **1A**, estas orientações limitaram-se apenas em fornecer às crianças o nome das teclas e suas respectivas posições, a partir de um esboço do teclado feito na lousa pelo pesquisador. O objetivo deste encaminhamento foi o de favorecer uma maior interação entre as crianças do grupo A.

Em seguida, como a professora R, ao colocar-se no fundo da sala, tinha como única preocupação evitar a comunicação entre as duplas de crianças, o pesquisador aproximou-se da professora com o propósito de colher algumas de suas impressões iniciais. Quanto a isto,

apesar das impressões da professora R terem sido somente de admiração, há de se ressaltar que este procedimento, por quebrar a vigilância da professora e permitir uma maior liberdade de locomoção das crianças, acabou levando-a a tecer o seguinte comentário: “*Puxa, não pensei que eles fossem tão educados*”.

Neste ínterim, o pesquisador, a partir da sensível melhora na interação entre as crianças e a atividade **1A**, propôs, então, a atividade **1B**, sendo que, desta vez, foram também distribuídos placares impressos para que os alunos pudessem marcar os seus respectivos desempenhos. O objetivo foi verificar a capacidade de contagem verbal das crianças até o limite das 27 marcações de erros ou acertos disponíveis. Ressalte-se que, quanto a este aspecto e dentro do que foi possível observar, não se verificou dificuldades na enunciação verbal dos números.

No entanto, apesar do bom andamento inicial desta sessão, um problema de ordem técnica nos programas acabou gerando protestos por parte de algumas duplas. O problema foi o de que os programas, por não estarem efetuando a marcação de tempo a partir do relógio interno dos computadores, acabaram gerando intervalos de tempo que variavam de máquina para máquina. De modo específico, enquanto algumas crianças estavam dispondo de tempo suficiente para a execução correta da tarefa, para outras crianças este mesmo tempo não era suficiente. Ainda com relação à atividade **1B**, outro ponto observado foi a falta de preocupação dos alunos DACA, DAN, SUE, JO, ROD e JES em pressionar corretamente as teclas que eram indicadas pelo computador, ou seja, pressionavam-nas de modo aleatório não se importando com o resultado de suas ações.

Dando seqüência ao processo de aplicação, o pesquisador apresentou, finalmente, a atividade **1C**. Dentre as observações colhidas – a partir desta aplicação – temos, inicialmente, a reação da professora R que, abandonando sua observação passiva e buscando acompanhar mais de perto o desempenho das crianças, frisou: “*Isto é o que gente tenta fazer, mas não consegue na sala de aula*”. Assim, aproveitando este momento de distensão e considerando a insistência de DACA, DAN, SUE, JO, ROD e JES em dar suas respostas de maneira aleatória, o pesquisador solicitou à professora que externasse suas impressões a respeito deste fato. Quanto a isto, a professora R, após observar atentamente os procedimentos destas crianças e

tecer alguns comentários quanto às dificuldades específicas de cada uma, concluiu: *“O seu grande erro foi não deixar eu escolher as crianças”*.

Porém, se com a aplicação da atividade **1C** encerrou-se o trabalho com as crianças, o retorno à escola possibilitou ao pesquisador obter mais algumas impressões da professora R. No que diz respeito ao desempenho dos alunos, a professora reforçou sua opinião de que os alunos eram realmente muito fracos e que, portanto, para ela, estas crianças não iriam produzir satisfatoriamente. Todavia, fez questão de reafirmar que estava de fato muito impressionada com a sociabilidade apresentada pelas crianças no decorrer das atividades. Quanto às atividades, apesar da professora mostrar-se favorável ao formato da atividade **1C**, suas impressões gerais foram de que as atividades eram muito simples e, por isso, ela acreditava que deveriam ser aplicadas em crianças da pré-escola.

Mas, se até então a professora R vinha se mostrando cuidadosa em suas observações a respeito da experiência, o fato de nossa chegada à escola coincidir com o período do recreio, permitiu também ao pesquisador a oportunidade de presenciar uma radical mudança de postura da professora. Foi quando ela passou a relatar a experiência as demais professoras presentes na sala dos professores, pois, a partir deste momento, a professora abandonou por completo sua postura crítica, passando a relatar a experiência com entusiasmo.

Assim, após manifestar-se impressionada com o ambiente – *“É outro mundo!”* – e com a disciplina das crianças – *“Vocês tinham que ver que bonitinho eles trabalhando...”* – R passou a descrever em detalhes a atividade **1C**, afirmando, após elogiar o formato da atividade, ser este um verdadeiro exemplo de construtivismo. Por isso, completou a professora, *“...de hoje em diante, só vou trabalhar com o construtivismo.”*

4.2 - Sessão 2

4.2.1 - Atividades

Em vista dos problemas detectados, durante as aplicações das atividades **1B** e **1C** – a variabilidade do tempo disponível para a execução das tarefas e a insistência de alguns alunos em responder de modo aleatório aos estímulos apresentados pelo computador – uma

reaplicação destas atividades mostrou-se necessária, não apenas para avaliar um intervalo de tempo satisfatório para a execução das tarefas, como também para observar, com mais atenção, os motivos pelos quais algumas das crianças não estavam se preocupando com o resultado de suas ações.

Além da reaplicação das atividades **1B** e **1C** – as quais foram reestruturadas a fim de permitir às crianças um tempo disponível de dois minutos para a execução das tarefas – acrescentou-se também, nesta sessão, as duas primeiras variações da atividades **desenhar**, ou seja, as atividades **2A** e **2B**. (Vide figura 8).

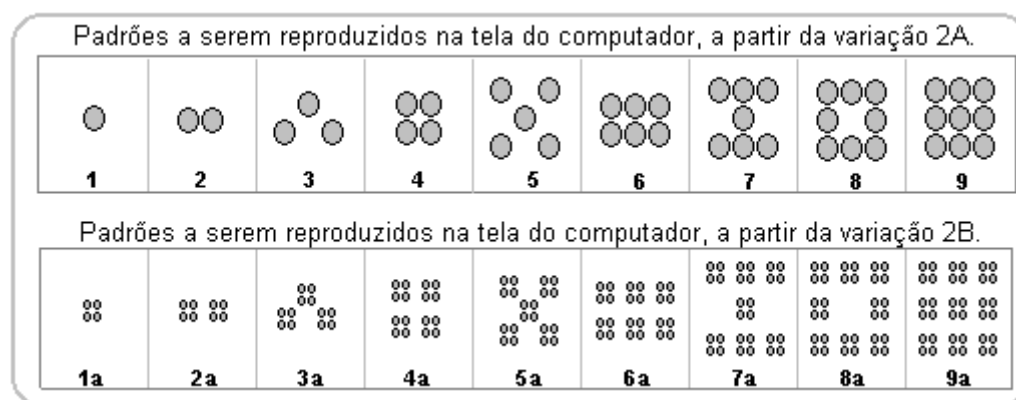


Figura 8: tarefas a serem desenvolvidas a partir da atividade **desenhar**.

Sendo assim, além dos objetivos já citados, foram também objetivos desta sessão proporcionar um ambiente para a utilização simultânea de teclas variadas e, ainda, possibilitar às crianças um ambiente para a reprodução de padrões geométricos, similares aos padrões pitagóricos para as quantidades até nove.

4.2.1 - Aplicação

Reestruturadas as atividades **1B** e **1C**, o passo seguinte foi reorganizar as duplas de alunos para a aplicação das atividades nesta sessão. A principal razão desta reorganização foi a de procurar amenizar o nítido quadro de tensão estabelecido entre os membros de algumas duplas, em virtude da insistência de alguns alunos em pressionar aleatoriamente as teclas, na sessão anterior.

No que se refere às orientações para a reorganização das duplas, os pontos de referência foram alguns dos testes clínicos apresentados por Piaget&Szeminska (1975)²¹, os quais, no período que antecedeu a esta sessão, foram aplicados pelo pesquisador nas crianças do grupo A. O objetivo destes testes foi o de verificar se este comportamento, díspar que estava sendo observado, poderia ser associado a uma diferença de fases entre as crianças do grupo A. (Resultado dos testes na tabela 1).

Aluno(a)	Idade	Resultado	Aluno(a)	Idade	Resultado
TAT	8,3	Fortes indícios de não-conservação das quantidades	BR	8,5	Fortes indícios de conservação de quantidades por estes alunos.
DAN*	8,4		ED	8,6	
SUE *	8,3		DA	8,3	
JES *	9,11	não concludente	FEL	9,4	
JO *	8,3	Não houve cooperação por parte destes alunos	GIS	10,6	
ROD *	8,6		AL	10,7	
DACA *	13,6		IRA	11	

Tabela 1: Resultados obtidos a partir da aplicação dos testes clínicos. As crianças assinaladas com (*) são as que insistiram em não coordenar suas ações às atividades 1A, 1B e 1C.

Efetuados os testes clínicos, a análise dos resultados obtidos mostrou que, se por um lado, a dificuldade em se identificar as fases de JO, ROD e DACA, não possibilitava estabelecer com segurança uma relação entre as diferentes fases do desenvolvimento cognitivo e os diferentes comportamentos observados; por outro, havia o fato da não observância de ações aleatórias nas crianças que demonstraram a conservação das quantidades. Assim, com o intuito de verificar a relevância deste resultado, o critério utilizado para a reestruturação das duplas foi procurar, dentro do possível, manter entre seus componentes a homogeneidade de fases. Desta forma, após a reorganização das duplas, os novos grupos de trabalho foram os seguintes: (JES e SUE), (DAN e TAT), (JO e ROD), (DA e AL), (ED e BR), (FEL e DACA) e (IRA e GIS).

Outro fato relevante é o de que estes testes, por terem sido realizados no âmbito da escola A, possibilitaram também ao pesquisador observar que a professora R, procurando afirmar sua intenção de *aplicar o construtivismo*, começou a dispor os alunos em duplas para o seu trabalho diário.

²¹ Os testes aplicados estão apresentados e discutidos no apêndice A, páginas 100 a 109.

Entretanto, não obstante esta mudança de postura ter ocorrido logo após a primeira sessão, quanto a este fato duas observações merecem destaque. A primeira diz respeito à observação de COOR que, ao externar sua opinião a respeito desta brusca mudança na postura da professora R, foi contundente: : *“É, mas eu já vinha falando que ela teria que mudar.”* A segunda observação é que, mais tarde, o pesquisador, ao acompanhar algumas das aulas da professora, verificou que – na prática – este procedimento ficou limitado apenas à junção de duas carteiras, pois os alunos eram sempre repreendidos pela professora, caso uma troca de idéias entre as crianças ameaçasse assumir um caráter mais espontâneo.

No que diz respeito à saída da professora R para acompanhar o grupo A, desta vez não houve incidentes, pois a diretora, para garantir a substituição da professora, deslocou para o turno da tarde uma das estagiárias do turno da manhã. Assim, após a chegada à sala de informática e as necessárias orientações feitas pelo pesquisador, as crianças iniciaram o trabalho. Dentre estas orientações, destacaram-se: os procedimentos de acesso às atividades, a ordem de execução das tarefas – **1B**, **1C**, **2A** e **2B** – e ainda que, no tocante às atividades **1B** e **1C**, a passagem para a atividade subsequente só seria permitida uma vez preenchido completamente o espaço referente às barrinhas dos acertos. Por fim, quanto à professora R, ela simplesmente retomou sua postura de impassividade, colocando-se, como na sessão anterior, no fundo da sala.

Com relação ao desempenho dos alunos frente às atividades **1B** e **1C**, o primeiro ponto observado foi o de que as crianças, com exceção de JO, na busca de uma associação entre a tecla a ser pressionada e a imagem apresentada na tela, estavam preocupadas em proceder sua associação de forma correta. Portanto, não se verificou mais em DACA, DAN, SUE, ROD e JES as reações aleatórias verificadas na sessão anterior.

Mas, se o intervalo de dois minutos, tempo disponível para a execução de cada uma das duas primeiras atividades, mostrou-se suficiente para que as crianças executassem, individualmente, a atividade **1B**, o mesmo não aconteceu com relação à atividade **1C**. Assim, como somente os alunos AL, DA, FEL e ED conseguiram, em tempo hábil, completar os 27 acertos necessários para a finalização desta última tarefa, a solução encontrada pelos demais alunos foi o trabalho em equipe, ou seja, enquanto um aluno contava o número de figuras

contidas na tela, o outro pressionava a tecla necessária para garantir o acerto. Ressalte-se que, em função da discussão generalizada que precedeu a solução deste problema, a professora R, por solicitação das crianças, acabou retomando a sua participação no processo.

Em seguida, os alunos (AL e DA), após terem explorado a atividade **2A**, passaram, em função da curiosidade dos colegas, a proferir explicações sobre o modo de acesso e também sobre o funcionamento do software. Portanto, tendo em vista ter sido este período exploratório suficiente para que as crianças descobrissem, por si mesmas, o funcionamento do programa, ficou a cargo do pesquisador apenas sugerir na lousa os padrões geométricos estabelecidos para esta variação (vide figura 8, p. 35).

Completada a atividade **2A**, foram distribuídos aos alunos, em uma folha impressa, os padrões a serem construídos a partir da variação **2B** (vide figura 8, p.35). No entanto, se, na atividade anterior, a apresentação dos padrões foi ordenada em função da quantidade de círculos de que eram compostos; na folha impressa, a ordem de apresentação foi a seguinte: 2a, 4a, 6a, 8a, 1a, 3a, 5a, 7a e 9a.

Desta aplicação da atividade **2B**, a primeira observação diz respeito ao envolvimento da professora R com o trabalho das crianças, após a maioria das duplas solicitarem da professora uma avaliação acerca do resultado de seus respectivos trabalhos. No entanto, apesar de R mostrar-se solícita com os alunos, a dificuldade das crianças em manter a devida simetria em suas construções acabou, rapidamente, deteriorando esta embrionária relação de ensino-aprendizagem. E isto, porque com a insistente recusa da professora em aceitar como concluída as tarefas que estavam sendo apresentadas pela duplas, as crianças, não só passaram a solicitar apenas a presença do pesquisador, como também passaram a reagir às intervenções da professora.

Com relação a estes incidentes, o mais peculiar se deu com a dupla (JO e ROD), que, apesar de não terem solicitado a presença da professora R, foi um dos grupos que mais sofreu intervenções por parte da professora.

Inicialmente, como nas demais duplas, a interferência de R, até estes alunos iniciarem a construção do padrão 6a, aconteceu devido à assimetria presente nas construções desta dupla.

A transcrição da interferência de R, após estas crianças concluírem o padrão 4a, nos dá a dimensão exata do fato.

R: (Após acompanhar a finalização da construção) *Está errado!* **JO:** 1, 2, 3, ..., 16. (Conta o total de círculos do padrão impresso para, em seguida, iniciar a contagem dos círculos utilizados para a construção do padrão aceso na tela do computador.) **R:** ... (Afasta-se.)

Porém, JO e ROD, ao iniciar a construção do padrão 6a, acabaram se deparando com um problema suplementar. O esquema de ação adotado pela dupla em consonância com o ponto da tela, pelo qual foi iniciada a construção, acabaram tornando o espaço disponível insuficiente para a conclusão da tarefa (Vide figura 9). Inconformada com o fato, a professora acabou intervindo.

R: *Mas, meu filho, você não está vendo que é só chegar pra lá?* **JO e ROD:** (Irritados e voltando-se para o pesquisador.) *Não cabe professor.* **Pesquisador:** *Por quê?* **JO e ROD:** ... (Não respondem e voltam a trabalhar). **R:** *Mas, não é possível.* **Pesquisador:** (Dirigindo-se à R.) *Deixe, eles vão descobrir.* **R:** (Após observar as crianças um pouco.) ... *É, acho que você tem razão. De que adianta a gente ensinar, se o importante é que eles aprendam.*

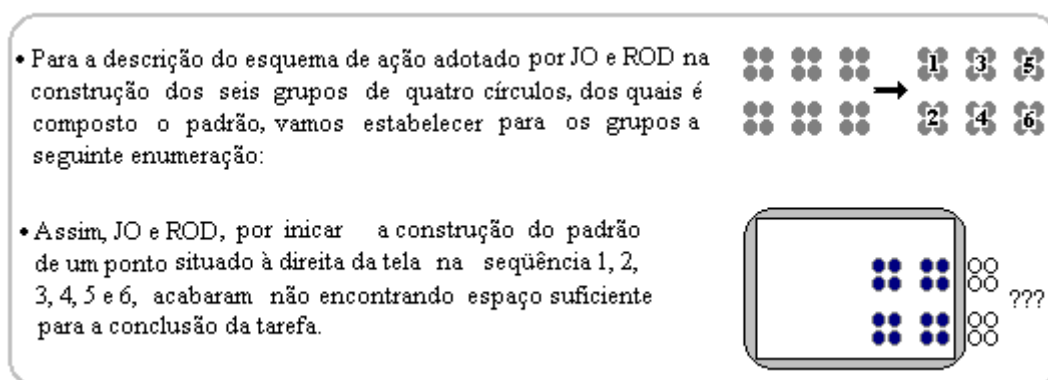


Figura 9: esquema de ação adotado pela dupla (JO e ROD) para a construção do padrão 6a.

Outro ponto observado foi a dificuldade apresentada pelas alunas SUE, TAT e DAN para a execução de suas tarefas. O problema enfrentado por estas crianças foi o de não conseguirem, apesar do uso de dois esquemas de ação distintos, extrair o cursor mantendo intactos os grupos de quatro círculos necessários para a construção dos padrões solicitados. Assim sendo, estas crianças não conseguiram nem mesmo concluir, de modo satisfatório, a construção do primeiro padrão solicitado, ou seja, o padrão 2a.

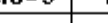
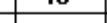
Para evidenciar a dificuldade apresentada por estas crianças, vamos, inicialmente, adotar a seguinte convenção:

Convenção	Significado	Convenção	Significado
	cursor		tecla < Seta para cima >
	círculo aceso + cursor		< Seta para a direita >
	círculo aceso		< Seta para baixo >
BE	tecla < Barra de Espaço >		< seta para a esquerda >

Assim, o primeiro esquema de ação, através do qual SUE, TAT e DAN procuraram completar o primeiro grupo dos quatro círculos, foi o seguinte:

Passos	Início	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Config. perceptual	cursor 		 	 	  	  	  	  	  	  
comandos	---	BE		BE		BE		BE		

Diante do impasse, o esquema de ação era, então, substituído pelo seguinte:

Passos	Início=9	10	11	12	13	14	15	16	---
Config. Perceptual									
comandos	---	→	BE	→	→	←	BE	←	←

Entretanto, as observações do pesquisador a respeito deste fato acabaram sendo interrompidas em função do foco de tensão, novamente, estabelecido entre a professora R e os alunos (JO e ROD). Desta feita, os alunos não concordavam com a recusa da professora em aceitar como concluída a construção do padrão 8a. Ressalte-se que, durante o que foi possível observar da discussão, o pesquisador não percebeu qualquer intenção da professora em escutar as argumentações que os alunos tentavam apresentar.

Assim, a professora, não conseguindo movê-los de suas razões, após solicitar a presença do pesquisador, concluiu: *“Dê uma olhada, pois isto eu não entendo... isto é caso para você.”*

Sem dúvida, em função da figura disforme presente na tela, a primeira impressão foi de que os alunos tinham, como insistia a professora R, alocado os círculos de modo aleatório. No entanto, com uma breve justificativa, JO mostrou que tal conclusão não era verdade, pois eles, simplesmente, haviam fragmentado o padrão em três grupos para, em seguida, e por grupos independentes, executar sua tarefa (Vide figura 10).

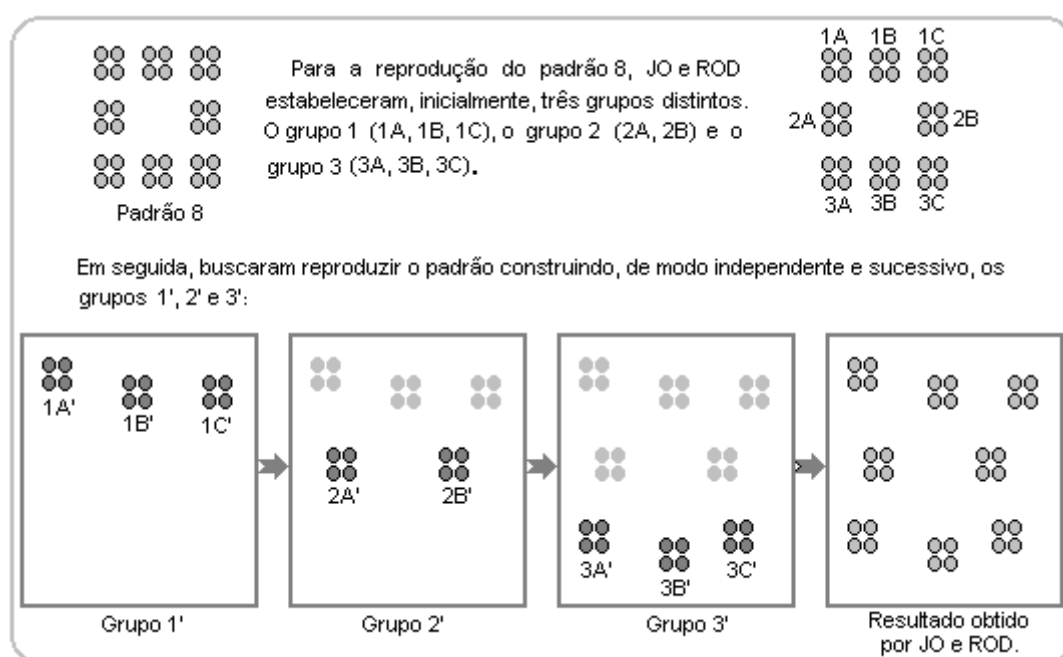


Figura 10: Estratégia utilizada por JO e ROD para a construção do padrão 8a.

Quanto às impressões colhidas da professora no retorno à escola, na primeira delas, a professora, após destacar o bom desempenho de AL e também a sua sociabilidade, reconsiderou sua posição, até então sustentada, de que AL era uma criança irrecuperável. Finalmente, a professora R, após discorrer longamente a respeito de algumas das dificuldades enfrentadas pelo professor, das quais as que mais se destacaram foram o despreparo do professor, salas cheias, baixo salário e as exigências no cumprimento do programa, reconsiderou também sua opinião anterior a respeito da simplicidade das atividades, afirmando: *“... você está indo devagar, mas é um devagar em que as crianças de fato aprendem, e isto que é o importante.”*

4.3 - Sessão 3

4.3.1 - Atividades

Nesta sessão, além das atividades **1B**, **1C**, com o tempo disponível de execução reduzido para 1 min, e a atividade **2B**, foi aplicada também a variação **3A** da atividade **colorir**.(Vide figura 6, p. 20).

Esta aplicação, além do objetivo específico quanto ao processo de ensino-aprendizagem do aspecto cardinal do número, referente às atividades **1C** e **2B**, teve também como objetivos:

- das atividades **1B** e **1C**: avaliar as possibilidades das crianças no desempenho destas atividades no tempo de 1 min;
- da atividade **2B**: verificar a ocorrência de mudanças no desempenho das crianças;
- da atividade **3A**: possibilitar não somente a construção escrita dos algarismos, como também o contato com o aspecto ordinal destes signos.

4.3.2 - Aplicação

Com relação à desenvoltura dos alunos frente às atividades **1B** e **1C**, o primeiro ponto observado foi a insistência de JO em manter, ao contrário das demais crianças, uma espécie de procedimento aleatório em suas associações tecla-imagem.

O segundo ponto diz respeito à intensificação do trabalho cooperativo, que foi observada durante a aplicação da atividade **1C**. Impossibilitadas de concluir a tarefa no reduzido tempo de 1 min, as crianças, com o intuito de vencer o computador, acabaram optando pela divisão do trabalho. Especificamente, enquanto uma criança contava as figuras contidas na tela, a outra pressionava a tecla numérica correspondente ao número de figuras encontrado. Ressalte-se que, em função deste trabalho cooperativo, o levantamento dos dados referentes ao rendimento individual das crianças somente foi possível com as intervenções diretas do pesquisador e da professora R. (Tabela 2).

Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E	Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E
JES	13	0	13	AL	17	0	17
SUE	6	4	2	DA	13	3	10
TAT	10	2	8	FEL	18	3	15
DAN	11	2	9	DACA	15	0	15
BR	13	1	12	GIS	14	0	14
ED	11	2	9	IRA	Ausente		
JO	6	27	-21	***	***		
ROD	11	3	8				

Tabela 2: Desempenho das crianças frente à atividade 1C, na sessão 3.

Em seguida, com a tarefa de construir apenas os padrões 7a, 5a e 8a (vide figura 8, p. 35), as crianças iniciaram a execução da atividade **2B**. Nesta aplicação, o principal fato observado foi que, ao contrário das demais duplas que conseguiram construir de modo satisfatório os três padrões, as alunas SUE, TAT e DAN, em função da mesma dificuldade observada na sessão anterior (vide pág. 39), acabaram abandonando a atividade, sem sequer concluir o primeiro dos padrões solicitados, isto é, o padrão 7a.

Quanto à aplicação da atividade **3A**, a primeira observação refere-se ao processo exploratório da atividade que, como no caso da atividade **desenhar**, ficou inteiramente a cargo das crianças. De modo mais específico, os alunos AL e DA, quando iniciaram por conta própria a exploração do programa, acabaram encorajando as demais crianças a fazer o mesmo.

Deste modo, após uma intensa troca de informações entre os alunos no âmbito do laboratório, as crianças não só descobriram que a tarefa consistia em reproduzir na matriz maior, os padrões apresentados pelo programa na matriz menor, como também puseram-se a trabalhar, ativamente, na construção deste padrões. Quanto a este trabalho das duplas com a variação **3A**, um dado importante para a discussão desta atividade é o fato de que na dupla (FEL e DACA) o aluno FEL, simplesmente, não permitiu o acesso da aluna DACA ao teclado.

Neste íterim, a dupla (AL e DA) – a primeira que finalizou a tarefa – impressionada pelo fato de o programa colorir as barras graduadas e tocar o trecho de uma música para indicar a conclusão da atividade, além de comunicar a novidade aos colegas, passou também a ajudá-los para que pudessem verificar tal fato.

No entanto, como este auxílio, que pode ser resumido numa simples execução individual da atividade pelos alunos AL e DA, não evidenciou melhoras no rendimento das demais crianças, o pesquisador, com a intenção de avaliar o desempenho individual dos alunos, acabou propondo uma competição entre as duplas em dois turnos.

No primeiro turno, a partir da escolha de uma criança de cada dupla, estes alunos, após iniciarem a tarefa de modo simultâneo, passaram a competir, em busca do final da atividade no menor tempo possível. Desta forma, assim que o primeiro computador assinalou o final da atividade, o pesquisador, após suspender as atividades das crianças e anotar na lousa o algarismo que cada criança havia alcançado, repetiu o processo com as demais crianças e deixou a cargo dos alunos verificar, em função da soma dos pontos obtidos em cada grupo, a dupla vencedora. (Vide resultados na tabela 3).

Alunos por duplas	Turno	Padrões construídos									Soma dos pontos obtidos
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
JES	1										5
SUE	2										
TAT	1										8
DAN	2										
BR	1										8
ED	2										
JO	1										6
ROD	2										
AL	1										18
DA	2										
FEL	1										8
DACA	2										
GIS	1e2										13
IRA		Ausente									

Tabela 3: Desempenho individual apresentado pelas crianças frente à atividade 3A.

Finalmente, quanto à professora R, apesar de ter participado ativamente nas aplicações das atividades **1B**, **1C** e **2B**, os questionamentos das crianças com relação à atividade **3A** parecem ter contribuído de modo significativo para o retraimento da professora. Com efeito, pois a professora, após reassumir sua postura de observadora, ao ser solicitada pelo pesquisador para que externasse suas impressões, resumiu: “o processo parece bom, mas você não pode esquecer que aqui nós só temos a metade da sala”.

4.4 - Sessão 4

4.4.1 - Atividades

Nesta sessão, além da atividade **1C**, foram também aplicadas a variação **3B** da atividade **colorir** e a variação **2C** da atividade **desenhar**.

- Atividade **1C**: mesma atividade aplicada na sessão 3. Objetivo: reavaliar o desempenho individual dos alunos;
- Atividade **2C**: sua única diferença em relação às anteriores (**2A** e **2B**) é o formato do cursor que, neste programa, assume forma de um pequeno quadrado. Objetivos: a construção dos algarismos e seus respectivos padrões geométricos para o estabelecimento do vínculo entre o signo e seu respectivo aspecto cardinal. (Vide figura 11).

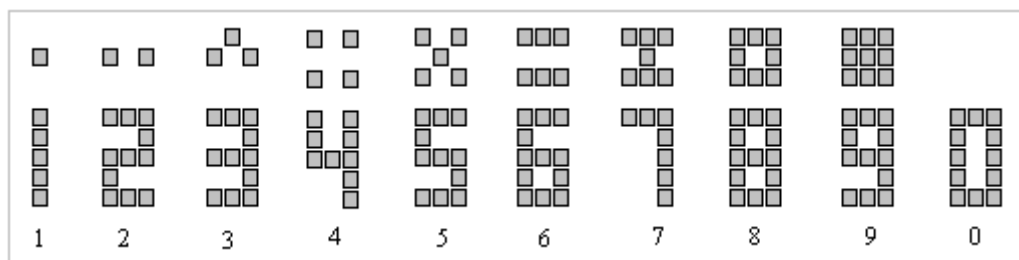


Figura 11: Padrões a serem construídos a partir da atividade 2C.

- Atividade **3B**: apesar de sua tarefa ser a mesma da versão anterior (**3A**), nesta variação, não é mais fornecida, de maneira direta, a pequena matriz indicando o modelo do algarismo a ser construído. Portanto, fica a cargo do aluno, identificar o algarismo a ser construído, a partir das barras graduadas fornecidas pelo programa. No entanto, a fim de balizar a criança quanto ao padrão referente ao algarismo em questão, o aluno dispõe de uma tela secundária para, se necessário, visualizar estes padrões. (vide figura 12). Finalmente, é importante frisar que, além de ser impossível o acesso simultâneo às duas telas, o aluno, para observar um determinado algarismo na tela secundária, terá sempre que visualizar, em ordem crescente, os seus antecessores. Objetivos: fornecer um ambiente para que as crianças pudessem, por dependência da disposição dos algarismos na sequência natural, estabelecer

a relação entre o valor cardinal de cada algarismo e o valor cardinal de seus respectivos antecessor e sucessor.

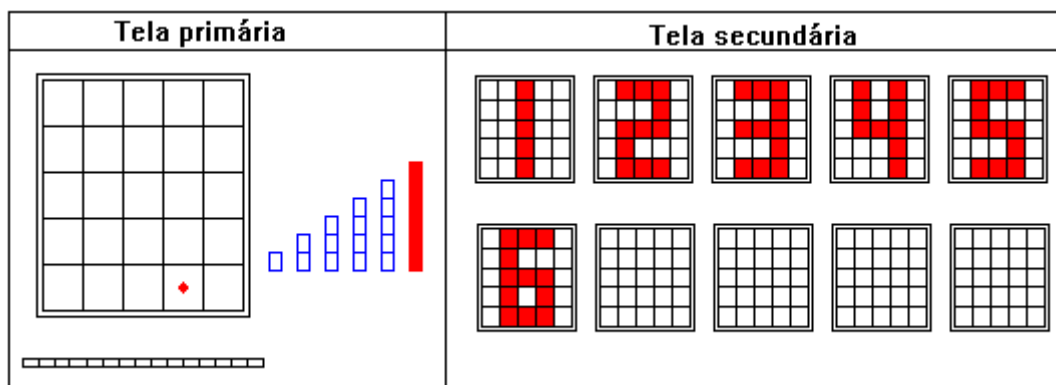


Figura 12: na variação 3B, apesar das barras graduadas serem a única indicação do algarismo a ser construído, o aluno dispõe de uma tela secundária para consultas.

4.4.2 - Aplicação

Pelo fato desta sessão ter sido precedida por uma nova reorganização dos grupos de trabalho (duplas de alunos), o primeiro ponto será fixar os novos grupos de alunos e o critério utilizado para esta reestruturação.

Quanto as razões que levaram o pesquisador a proceder a reorganização das duplas, destaca-se a acentuada diferença de rendimentos entre os membros de um mesmo grupo, constatada após uma avaliação dos resultados obtidos com a aplicação das atividades **1C** e **3A**, na sessão anterior.

Porém, antes de passarmos à análise destes dados, duas considerações serão necessárias. A primeira delas é que, durante a aplicação destas atividades, apesar dos resultados obtidos indicarem apenas o número de respostas satisfatórias em um determinado intervalo de tempo, não foi observado pelo pesquisador um quadro que possa caracterizar o trabalho como sendo comportamental. E isto porque, pelo que foi possível observar, as ações das crianças, nestas atividades, foram sempre precedidas pela necessidade de contagem. Finalmente, a segunda consideração diz respeito à maneira pela qual foram computados os rendimentos das crianças frente à atividade **1C**. Como foi bastante reduzido o número de erros cometidos pela maioria das crianças diante desta atividade, (vide tabela 2, p. 42) o pesquisador

decidiu estabelecer como rendimento a diferença entre o número de erros e o número de acertos.

ATIVIDADE 1C																		ATIVIDADE 3A										
Alunos (Duplas)	RENDIMENTO DOS ALUNOS (ACERTOS - ERROS)																	Padrões construídos										
	-21...0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
JES																												
SUE																												
TAT																												
DAN																												
BR																												
ED																												
JO																												
ROD																												
AL																												
DA																												
FEL																												
DACA																												
GIS																												
IRA	*** AUSENTE ***																											

Tabela 4: rendimento dos alunos frente às atividades **1C** e **3A**, na sessão 3.

Como, ao se observar o rendimento das crianças frente às atividades **1C** e **3A**, na sessão 3 (vide tabela 4), o ponto de interesse foi a discrepância de rendimentos individuais nas duplas (JES e SUE), (JO e ROD), (DA e AL) e (FEL e DACA), o critério para a reorganização das duplas foi o de procurar homogeneizar os grupos em função dos rendimentos individuais das crianças. Entretanto, como as variações de rendimentos ocorridas na atividade **1C** foram bem mais sensíveis do que aquelas ocorridas na atividade **3A**, a reorganização acabou por se pautar, exclusivamente, nos dados referentes à atividade **1C**. Desta forma, as novas duplas constituídas foram:

Duplas de crianças	Rendimento Atividade 1C	Duplas de crianças	Rendimento Atividade 1C	Duplas de crianças	Rendimento Atividade 1C	Duplas de crianças	Rendimento Atividade 1C
AL	17	ED	9	ROD	8	IRA	Ausente
FEL	15	DA	10	TAT	8	DAN	9
DACA	15	BR	11	SUE	2	***	—
GIS	14	JES	13	JO	-21		

Com relação aos protestos de DA, ROD, TAT e DAN, gerados em função da reorganização dos grupos, os ânimos destas crianças foram logo arrefecidos, uma vez iniciado o trabalho com a primeira das atividades aplicadas, ou seja, a atividade **1C**. Ao ser verificada a

interação entre os membros dos novos grupos, o passo seguinte foi a distribuição das folhas impressas para que as crianças pudessem marcar o seus respectivos desempenhos.

Da aplicação da atividade **1C**, a primeira consideração diz respeito aos desempenhos de JO e DACA. No que se refere ao aluno JO, o pesquisador verificou que o seu baixo rendimento, ao contrário de ser proveniente de ações aleatórias frente ao que era solicitado pelo programa, era na realidade fruto de sua pouca sensibilidade no toque do teclado. Em outras palavras, JO, ao pressionar a tecla solicitada, apesar de pressioná-la corretamente, não conseguia liberá-la sem sobrecarregar a memória do teclado. Com isto, o programa, após computar o acerto, descarregava o excesso de toques nas indicações de erro. Quanto à aluna DACA, ela, além de não conseguir ultrapassar o total de dez acertos em sua tentativas individuais, efetuou suas marcações por acréscimo, isto é, suas marcações eram, em geral, o somatório de pelo menos dois trabalhos consecutivos. (Resultados na tabela 5).

Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E	Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E
JO	10	9	1	ED	17	0	17
SUE	16	1	15	DA	23	2	21
TAT	15	0	15	GIS	17	0	17
ROD	19	1	18	DACA	Dados não significativos		
BR	Ausente			DAN	13	4	9
JES	19	0	19	IRA	12	4	8
FEL	24	1	23				
AL	22	0	22	***	***		

Tabela 5: rendimento dos alunos na atividade **1C**, sessão 4.

Finalizada a atividade **1C**, as crianças, orientadas pelo pesquisador, iniciaram a exploração da atividade **3B**. Porém, como tais orientações não se mostraram suficientes para que o aluno DA compreendesse o funcionamento do programa, a professora R, até então limitada a observar o trabalho das crianças, aproximou-se da dupla (ED e DA) e passou, através de uma linguagem mais adequada, a traduzir para o deficiente auditivo as orientações que eram fornecidas pelo pesquisador. Finalmente, o pesquisador, após certificar-se do entendimento das crianças sobre o acesso à tela secundária, sem proceder qualquer explicação adicional, distribui a cada grupo uma folha impressa com dez matrizes idênticas à matriz da tela primária. (Vide figura 13 - gravura A, p. 49). Observe-se que o objetivo desta folha

impressa foi o de fornecer um suporte adicional para as consultas na tela secundária. E isto porque se a criança reproduzir nesta folha o algarismo solicitado, ela terá em mãos uma fonte direta de consultas.

Quanto às observações colhidas durante a aplicação desta atividade, a primeira diz respeito à mudança na postura da professora R, ocorrida em função da dupla (DA e ED). Especificamente, estes alunos, ao estabelecerem um esquema de ação capaz de possibilitar o desenvolvimento satisfatório da atividade, acabaram fornecendo à professora os subsídios necessários para a sua compreensão da atividade. Assim, a professora, após elogiar a atividade, passou, por solicitação do pesquisador, a orientar os demais grupos, o que, por conseguinte, acabou gerando também uma significativa troca de informações entre as crianças.

Com relação à estratégia utilizada pela dupla (DA e ED), apesar de não ter sido possível ao pesquisador acompanhar de modo atento a elaboração deste esquema de ação, a transcrição da orientação fornecida pela professora aos alunos SUE, JES e JO oferece uma aproximação do esquema adotado pela dupla em questão.

R: Como é que vocês estão contando? ... Como é que vocês descobrem o número? SUE: Ah ... escolhendo! R: Escolhendo? JES:: Não é escolha ... R: ... Não é escolha. Não precisa escolher. Você pode achar. Como é que você vai achar o número? SUE: É ... não sei. R: Por que você não experimenta subir a escada contando para ver? Sobe a escada. Onde está a escada? JES: Aqui. R: Então conta os degraus da escada para ver se você chega a alguma coisa. Vai com o dedinho. SUE: Um, dois ... (contando divisões imaginárias na barra do oito) R: Não... degraus. Um, dois. Sobe a escada. JES: Assim? R: É! Sobe a escada. JO, sobe a escada. SUE: Um, dois, três, ..., oito. R: Subiu? Quantos degraus? SUE: Oito. R: Quem é que pega para desenhar o oito? SUE: Quê? Ih... (SUE começa a rir). R: Ajuda ela aí, JES. (retirando-se, em seguida, para repetir o processo com a dupla seguinte).

Entretanto, se por um lado, as orientações da professora junto à troca de informações entre as duplas acabaram fornecendo às crianças um esquema satisfatório para a identificação do algarismo a ser construído; por outro, tal expediente não se mostrou suficiente para que os grupos, com exceção da dupla (FEL e AL), pudessem concluir suas tarefas. Em outras palavras, as demais duplas, apesar de terem identificado o algarismo a ser construído e

também terem procurado auxílio na tela secundária, não conseguiam reproduzir, satisfatoriamente, os padrões exigidos pelo programa.

Assim, na busca de fornecer às crianças uma orientação indireta, o pesquisador, após solicitar a intervenção de AL e FEL nas demais duplas, acabou estabelecendo o seguinte quadro:

- por ser suficiente a AL, antes de construir os padrões, uma rápida consulta na tela secundária, suas intervenções limitaram-se a uma mostra de sua crescente habilidade, sem, no entanto, oferecer qualquer auxílio aos colegas. Ressalte-se que, nas últimas intervenções, AL já conseguia reproduzir alguns padrões, sem necessitar de consulta à tela secundária;
- a intervenção de FEL, que limitou-se à dupla (ED e DA), além de apontar nesta criança a mesma dificuldade das demais, acabou gerando a ruptura do grupo. DA acabou reagindo de modo agressivo às intervenções de FEL.

Como as intervenções de AL e FEL resultaram numa dispersão das demais crianças, o pesquisador, após reunir todo o grupo de alunos, iniciou com eles uma discussão a respeito da atividade **3B**. O principal objetivo desta reunião foi o de procurar fornecer orientações para que as crianças pudessem, em conjunto, estabelecer uma estratégia para a conclusão da tarefa.

Desta reunião, a primeira observação diz respeito às estratégias diferenciadas pelas quais as crianças estavam identificando o algarismo a ser construído. Enquanto alguns alunos identificavam o algarismo por seu aspecto ordinal, outros identificavam-no por seu aspecto cardinal.

Pesquisador: *Fazendo de conta que o computador queira que você desenhe o quatro, como é que você faz para saber que é o quatro?* **AL:** *Contando.* **Pesquisador:** *Como?* **AL:** *Assim ó ... (vai à lousa e desenha as barras representativas do um ao quatro com suas divisões) ... 1, 2, 3, 4. É o quatro.* **R:** *De que jeito você contou ED? Você não contou assim.* **Pesquisador:** *Mas tem outro jeito?* **ROD:** *Vendo o tamanho.*

A segunda observação refere-se ao quanto mostrou-se prematura a intervenção do pesquisador, estabelecida por intermédio dos alunos AL e FEL. Com efeito, porque DA – por não conseguir acompanhar as discussões do pesquisador com as demais crianças – após abandonar o grupo e trabalhar por algum tempo em um dos computadores, não só conseguiu finalizar a tarefa, como também, ao sugerir aos colegas que se utilizassem da folha impressa para concluir suas tarefas, acabou fornecendo ao grupo a solução para o problema em questão (vide figura 13). Observe-se que, após a intervenção do aluno DA, as crianças logo retornaram aos computadores e puseram-se novamente a trabalhar com a atividade **3B**.

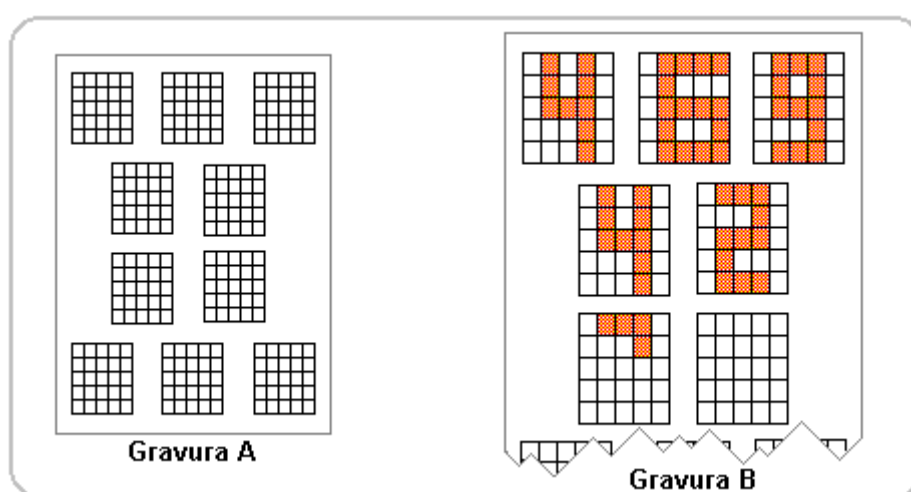


Figura 13: utilizando-se de uma folha impressa como a da gravura A, DA apresentou sua solução como mostra a gravura B.

Todavia, apesar dos alunos terem reiniciado com interesse a execução da atividade **3B**, o escassear do tempo levou o pesquisador a interromper este trabalho para que as crianças pudessem, ainda nesta sessão, explorar a atividade **2C**. Neste ponto, é importante frisar que esta segunda intervenção, como a anterior, mostrou-se também prematura. De fato, pois a análise subsequente das folhas contendo as matrizes impressas, que estiveram junto aos grupos durante esta sessão, demonstrou que, apesar das duplas (TAT e ROD) e (JO e SUE) terem começado a utilizar a folha impressa como meio auxiliar para a construção dos Algarismos, somente a dupla (AL e FEL) conseguiu reproduzir um número significativo destes padrões. (Vide figura 14).

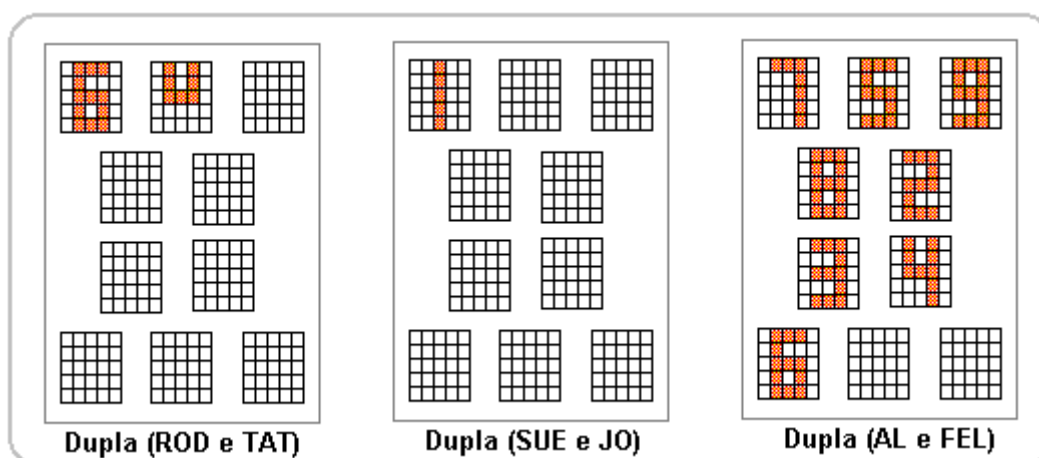


Figura 14: apesar das duplas (TAT e ROD) e (JO e SUE) terem começado a utilizar a folha impressa como meio auxiliar para construção dos algarismos, somente a dupla (AL e FEL) conseguiu reproduzir um número significativo de padrões.

Assim, as crianças, após receberem os padrões impressos (vide figura 11, p. 44) e serem orientadas para que observassem um revezamento na construção dos padrões, iniciaram o trabalho com a atividade 2C.

Desta aplicação, duas observações mostraram-se relevantes durante o processo de análise desta atividade. A primeira foi que, apesar das crianças não apresentarem problemas com o manuseio do programa, o revezamento na construção dos padrões acabou gerando uma visível tensão entre os membros dos grupos (ROD e TAT), (ED e JES), (JO e SUE) e (GIS e DACA). De modo específico, enquanto ROD e ED ficavam cada vez mais impacientes com a lentidão de suas respectivas colegas de grupo, GIS e SUE não se conformavam com a falta de simetria nas construções efetuadas pelos alunos DACA e JO. Finalmente, a segunda observação é que os alunos AL e DA só deram a tarefa por encerrada, após registrarem na tela do computador os seus respectivos nomes.

4.5 - Sessão 5

4.5.1 - Atividades

Dentre os softwares aplicados na sessão 5, destaca-se a variação 3C da atividade *colorir*.

- Atividade **3C**: na terceira variação da atividade **colorir**, além de suprimida a tela secundária com os padrões representativos dos Algarismos, a indicação do algarismo a ser desenhado não mais se faz a partir do sucessor, mas a partir do antecessor (vide figura 15). Objetivo: a identificação do algarismo através de seu sucessor.

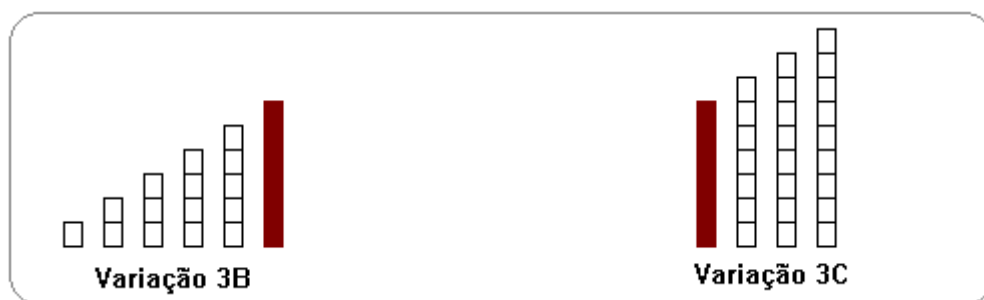


Figura 15: enquanto na variação 3B, a barra indicadora do algarismo a ser construído (no caso, o algarismo 6) caracteriza-se por aquelas que a antecedem; na variação 3C, a barra indicadora é caracterizada por aquelas que a sucedem.

4.5.2 - Aplicação

Com relação às observações colhidas, a primeira diz respeito à ausência da professora R, não só nesta sessão, mas também nas demais aplicações das atividades computadorizadas com o grupo A.

A principal razão desta sistemática ausência da professora às sessões foi devido ao fato de que a diretora estando em férias, a vice-diretora e a professora COOR, ao assumirem a direção da escola, não mais forneceram a estagiária para a substituição da professora R. Portanto, como o retorno da diretora coincidiu com o término das sessões com o grupo A, a professora R, a partir desta sessão, ficou impossibilitada de acompanhar o grupo A à sala de informática.

Com relação ao trabalho das crianças, como não houve alteração na composição dos grupos, as duplas, após receberem as matrizes impressas utilizadas na sessão anterior, iniciaram o trabalho com a atividade **3C**. Contudo, como somente as duplas (AL e FEL) e (DA e ED) possuíam um material efetivo para consultas, o pesquisador, com a intenção de fornecer um suporte extra aos demais grupos, além de distribuir as folhas utilizadas pelos grupos

durante o trabalho com a atividade **3B** e os padrões utilizados na atividade **2C**, deixou também a atividade **3A** à disposição das crianças no *menu* de escolha.

Pelo que se observou, a primeira criança que identificou o que estava sendo pedido pela atividade **3C** foi o aluno AL. Todavia, se com o início do programa – o qual indicava que o signo a ser desenhado era o representativo do algarismo quatro – AL logo identificou o algarismo a ser desenhado, foi FEL quem, sugerindo uma consulta nas anotações da dupla, complementou a estratégia utilizada pela dupla para o desenvolvimento da tarefa.

AL: (...contando divisões imaginárias sobre a barra representativa do quatro.) 1, 2, 3, 4. *É o quatro. Mas como é que desenha o quatro?* **FEL:** *Olha o papel.*

Ainda com relação à dupla (AL e FEL), a segunda observação refere-se aos refinamentos ocorridos nos esquemas de ação, através dos quais AL, durante a execução da atividade, identificou os padrões a serem construídos. O primeiro exemplo disto é o modo pelo qual AL, após concluir a construção do algarismo 4, identificou o novo padrão solicitado pelo programa, ou seja, o algarismo 6.

AL: (...contando as divisões da barra representativa do sete.) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. *É o seis.* (Volta-se para as suas anotações e auxilia FEL na construção do algarismo).

Não menos relevante, é o fato dos subseqüentes refinamentos dos esquemas de AL terem como razão explícita a tentativa de superar FEL. Em outras palavras, o objetivo de AL, ao aprimorar suas estratégias de identificação, era descobrir o algarismo solicitado, antes que FEL o fizesse.

AL: (após ter auxiliado FEL na construção do algarismo 6 e o programa solicitar a construção do algarismo 7, inicia a contagem das divisões pertinentes à barra subseqüente.) 1, 2, ... **FEL:** *Eu sei!* (Interrompendo AL.) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. *É o sete.* (AL assume o teclado e desenha o algarismo 7) **AL:** (observando a subseqüente solicitação da máquina.) *É o um. Quem não sabe?!* (Desta vez quem desenha é FEL.) **FEL:** 1, 2, ... (Como o signo solicitado é o representativo do algarismo 8, FEL começa a contar as divisões da barra referente ao algarismo 9.) **AL:** *Esse aí ? Hum... . Vai até o nove. Esse aí é o oito!* (Interrompendo a contagem de FEL.)

Entretanto, contrariamente ao desempenho apresentado pela dupla (AL e FEL), as demais crianças, mesmo mostrando-se cientes de que para a consecução da tarefa teriam que desenhar os algarismos, não conseguiam identificar qual era o algarismo a ser construído. De modo específico, enquanto as duplas (ROD e TAT), (DA e ED) e (DACA e IRA) procuravam construir os algarismos representativos da quantidade de barras presentes na tela, as demais duplas procuravam solucionar o problema, construindo o padrão representativo do algarismo um.

Assim, com a finalização da tarefa pela dupla (AL e FEL), estas crianças, por iniciativa e indicação do pesquisador, passaram a auxiliar, respectivamente, as duplas (DA e ED) e (BR e JES). Com relação a estas intervenções dos alunos AL e FEL, as transcrições destas intervenções – apresentadas a seguir – mostram de maneira clara as limitações deste procedimento, enquanto agente agilizador no desempenho subsequente das duplas que foram auxiliadas.

FEL e a dupla (BR e JES): **FEL:** (Assume o teclado e conta as divisões da barra subsequente à barra indicativa do algarismo a ser desenhado.) 1, 2, 3, ... , 7. *É o sete. Como é o sete?* (Entretanto, apesar de perguntar como se desenha o sete, FEL consegue construí-lo sem problemas.) **Pesquisador:** (Após FEL constatar a indicação de erro fornecida pelo computador.) *Por que é o sete?* **FEL:** 1, 2, 3, ... , 7. *Não, é o seis!* **Pesquisador:** *Por quê?* **FEL:** *Porque é o sete, então, é o seis.* **Pesquisador:** (Perguntando a BR e JES.) *Vocês entenderam?* **JES e BR:** *Não..* (No entanto, indiferentemente, FEL consulta suas anotações e põe-se a construir o padrão.) **FEL:** (após construir o algarismo 6 e observar a nova indicação presente na tela.) 1, 2,..., 9. *É o oito.* **JES e BR:** (Apenas se entreolham.) **FEL:** (Após construir o algarismo 8 e observar, a partir da nova indicação, que o signo solicitado é o algarismo 1.) *É o um. Professor, vou fazer sozinho. tá?* (Retirando-se, em seguida, para o seu computador.) **JES:** (Assume o teclado, constrói vacilante o um, observa a nova indicação, que no caso é do algarismo 5, e conclui ...) *É o dois.* (Passando, portanto, a construir o signo representativo deste algarismo.)

AL e a dupla (ED e DA) - **AL**: (Após apanhar os padrões desenhados por DA na sessão 4, e observar a indicação da tela.) 9, 8, 7, ... , 2. *É o dois*. **ED**: (passa a construir o dois orientado por DA). **DA**: (Após observar a nova indicação, pergunta com a utilização das mãos.) *É o três ?* **AL**: 9, 8, ... (conta as divisões da barra referente ao sete) ... , 7, 6, 5, 4. *É o quatro*. (Observe-se que, apesar da visível incompreensão dos alunos DA e ED quanto ao critério utilizado por AL na identificação do algarismo solicitado pelo programa, a dupla, limitando-se a acatar as indicações oferecidas por AL, acabou por finalizar a tarefa.)

No entanto, como nesse ínterim, pelo fato das demais duplas, com exceção das duplas (ED e DA) e (ROD e TAT), já terem estabelecido, por si mesmas, uma estratégia para a identificação do algarismo solicitado, o grande problema que se estabeleceu foi o de construir o signo correspondente.

Assim, com o intuito de auxiliar os colegas na construção dos algarismos, AL juntou-se à dupla (SUE e JO), FEL retornou à dupla (JES e BR) e ED juntou-se à dupla (IRA e DAN). Com relação ao auxílio fornecido por estes alunos, enquanto AL e FEL limitavam-se a construir para os colegas, ED, por ainda não conseguir identificar o padrão solicitado, ficou apenas como observador.

Mas, se de um lado, a tentativa destes alunos em fornecer auxílio aos demais não pode ser considerada relevante no que diz respeito ao desempenho dos que foram socorridos; por outro, acabou gerando um cooperativismo entre os alunos, até então não observado pelo pesquisador. A descrição de algumas atitudes individuais evidenciam tal fato.

DA: após conseguir estabelecer uma estratégia para reconhecer o algarismo solicitado pelo programa, não só constrói alguns padrões para a dupla (GIS e DACA), como também tenta explicar sua estratégia de reconhecimento para a dupla (TAT e ROD).

ROD: não entendendo a explicação de DA, levanta-se e procura acompanhar o trabalho de FEL. Observe-se que ROD e AL, o primeiro por desmonopolizar o teclado e o segundo por fornecer suas anotações, permitem à TAT finalizar, individualmente, a tarefa.

SUE: pela primeira vez, desmonopoliza o teclado e permite o acesso de JO.

DACA: procura ajudar JO. Entretanto, em função da falta de sensibilidade de JO no manuseio do teclado – cada toque seu corresponde a dois ou três pressionamentos na mesma tecla – DACA não consegue auxiliar JO.

DAN: após apanhar os padrões referentes à atividade **2C**, assume o lugar de DACA e passa a construir os algarismos para JO.

Outro ponto importante refere-se às estratégias utilizadas pelas crianças na identificação do signo a ser construído durante a execução da atividade **3C** que, com exceção de ROD que acabou abandonando a atividade, foram as seguintes:

- AL: sempre identificava o algarismo a ser construído, contando as barras na ordem inversa.
- JES, FEL, DA, IRA, ED, DACA, JO e BR: identificavam o algarismo solicitado, contando as divisões da barra subsequente.
- TAT, DAN e SUE: contavam diretamente sobre a barra indicativa do algarismo a ser construído, como se esta barra possuísse divisões próprias. Em outras palavras, o que se observou é que estas crianças, ao procurarem identificar os algarismos solicitados durante a execução das atividades **3B** e **3C**, apresentaram as mesmas reações quando – durante os testes clínicos realizados pelo pesquisador, após a sessão 1 – foram solicitadas a determinar uma classe por meio de sua posição. Especificamente, ao invés de reconstituírem o valor cardinal contando do 1 até a posição da barra indicada pelo pesquisador ou vice-versa como o fez AL, simplesmente contavam com o dedo divisões hipotéticas sobre a barra indicada (Vide apêndice A, p. 108-109)

4.6 - Sessão 6

4.6.1 - Atividades

Para o desenvolvimento desta sessão, o principal ponto considerado foi o elevado grau de interatividade dos alunos AL, FEL e DA com as atividades computadorizadas aplicadas, em relação ao rendimento individual apresentado pelas demais crianças do grupo A, frente a estas mesmas atividades.

Assim, com o intuito de verificar a hipótese de que esta sensível diferença no rendimento das crianças, poderia ser proveniente das sucessivas intervenções feita pelo pesquisador, através dos alunos AL, FEL e DA – estes alunos, por orientação do pesquisador, interviram, sistematicamente, nos trabalhos das demais duplas de crianças, durante as sessões anteriores – a orientação estabelecida para esta sessão foi a seguinte: suspender a presença dos alunos AL, FEL e DA e reaplicar, nas demais crianças do grupo A, as atividades **1C**, **2B**, **3A** e **3B**.

Finalmente, há de se ressaltar que devido à dificuldade apresentada pelas alunas DAN, TAT e SUE, frente à atividade **2B** nas sessões 2 e 3, o pesquisador decidiu também reestabelecer, para esta sessão, a homogeneização das duplas, segundo os resultados obtidos pelo pesquisador, após a investigação sobre as fases do desenvolvimento cognitivo das crianças. (Vide sessão 2, p. 36).

4.6.2 - Aplicação

Após as duplas de alunos trabalharem, livremente e por algum tempo na atividade **1C**, as crianças receberam do pesquisador uma folha de papel para que pudessem marcar os seus respectivos rendimentos. Desta aplicação, as principais observações colhidas do trabalho realizado pelos grupos foram as seguintes:

(JES e DAN): a primeira observação diz respeito ao trabalho cooperativo realizado por estas crianças que, após estabelecerem como tarefas distintas a contagem das figuras contidas nas tela e o pressionamento da tecla numérica correspondente à quantidade destas figuras, alternaram-se, sistematicamente, na realização destas tarefas. Finalmente, a segunda

observação refere-se às diferentes estratégias de contagem apresentadas por estas crianças, pois enquanto a aluna DAN iniciava a contagem das figuras pela unidade (“1, 2, ... “), a aluna JES, nas telas com mais de três figuras, geralmente, iniciava a contagem a partir do terceiro elemento (“3, 4, ... “).

(SUE e TAT): como na dupla anterior, o trabalho destas crianças foi também bastante cooperativo com um revezamento sistemático destas alunas na contagem das figuras e no pressionamento das teclas.

(JO e ROD): Com relação a esta dupla, destacam-se, além do trabalho individual destas crianças, o desinteresse de ROD, até este aluno verificar que o seu rendimento estava inferior ao rendimento do aluno JO. Com isto, ROD reinicia a execução da atividade e, após comparar os resultados, conclui: “*Eu, ganhei!*”. Finalmente, não menos relevante é o fato de JO utilizar-se de um esquema de contagem idêntico ao esquema usado pela aluna DAN.

(GIS e IRA): trabalharam de modo cooperativo até receberem do pesquisador a folha para a marcação dos rendimentos individuais. A partir de então, além do trabalho destas crianças tornar-se individual, GIS ao perceber que IRA a tinha superado, retorna à atividade e supera o rendimento de IRA.

(DACA e BR): nesta dupla, a aluna DACA, além de monopolizar de maneira agressiva o teclado, somente efetuava a marcação de seus pontos, após executar a atividade por duas vezes consecutivas.

Finalmente, quanto aos rendimentos dos alunos, os resultados estão na tabela 6.

Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E	Alunos por duplas	Acertos (A)	Erros (E)	A - E
TAT	10	0	10	IRA	18	0	18
SUE	11	0	11	GIS	19	0	19
DAN	11	0	11	BR	15	0	15
JES	15	0	15	DACA	Dados não significativos		
JO	12	1	11	ED	Ausente		
ROD	14	2	12	***	***		

Tabela 6: rendimento individual das crianças presentes à sessão 6, frente a atividade 1C.

No que se refere à aplicação da atividade **2B**, os procedimentos para o início da atividade foram idênticos aos da sessão 2, isto é, as crianças, após receberem numa folha impressa os padrões a serem reproduzidos (vide figura 16), passaram a construí-los na tela do computador, a partir da variação **2B** do programa *desenhar*.

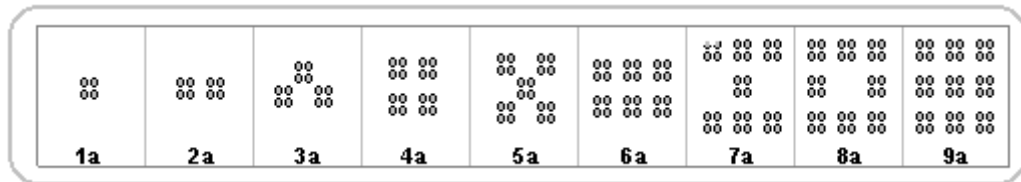


Figura 16: padrões a serem construídos, a partir da variação **2B** do programa *desenhar*.

Das observações colhidas com a aplicação desta atividade, a mais relevante foi o fato de que as alunas DAN, TAT e SUE, ao adotarem um terceiro esquema de ação para a construção dos grupos de quatro círculos necessários para a confecção dos padrões solicitados, acabaram por superar suas dificuldades na execução da tarefa.

Quanto a este terceiro esquema de ação adotado por estas crianças, para descrevê-lo vamos adotar a mesma convenção utilizada para a descrição dos dois esquemas anteriores, ou seja:

Convenção	Significado	Convenção	Significado
	cursor		tecla < Seta para cima >
	círculo aceso + cursor		< Seta para a direita >
	círculo aceso		< Seta para baixo >
BE	tecla < Barra de Espaço >		< seta para a esquerda >

Assim sendo, o esquema adotado por, TAT, SUE e DAN, foi o seguinte:

Passos	Início	1	2	3	4	5	6	7	8
Config. perceptual	cursor								
comandos	---	BE		BE		BE		BE	ou

Entretanto, não obstante o fato deste esquema de ação ter se mostrado suficiente para que as duplas construíssem alguns dos padrões solicitados, há de se ressaltar que o rendimento destas crianças foi, significativamente, mais modesto do que o rendimento das demais crianças. Com efeito, pois enquanto a dupla (SUE e TAT) tinha completado apenas os padrões 2a, 4a e 6a (vide figura 16); no caso da aluna DAN, que mostrava-se ainda bastante confusa ao procurar fechar os grupos de quatro círculos, era a aluna JES quem, invariavelmente, acabava por concluir a tarefa.

Com relação às observações colhidas durante a aplicação da atividade **3A**, a mais relevante refere-se ao fato de que, apesar das crianças não apresentarem dúvidas quanto à tarefa a ser realizada, boa parte dos alunos ainda apresentaram dificuldades durante a construção de alguns dos algarismos solicitados pelo programa. Ressalte-se que, nesta variação da atividade colorir, o modelo do padrão solicitado pelo programa permanece na tela do computador, até que a criança consiga reproduzi-lo.

Com a finalização da tarefa referente à atividade **3A**, as crianças, após receberem do pesquisador uma folha impressa com dez matrizes semelhantes àquelas em que deveriam construir os algarismos e orientações sobre a utilização deste material, iniciaram a execução da atividade **3B**. Ressalte-se que a função desta folha impressa é auxiliar à criança em suas consultas sobre a construção dos padrões.

Dentre as observações colhidas com esta aplicação, em primeiro lugar, destacam-se os diferentes esquemas de ação utilizados pelas crianças para a identificação do algarismo solicitado pelo programa.

- IRA: sempre identificava o algarismo a ser construído, contando as barras na ordem crescente, ou seja, por seu valor ordinal.
- JES, DACA, BR, JO, ROD e GIS: identificavam o algarismo solicitado, contando, inicialmente, as divisões da barra anterior.
- TAT, DAN e SUE: contavam diretamente sobre a barra indicativa do algarismo a ser contruído, como se esta barra possuísse divisões próprias. Ressalte-se que a

aluna DAN, apesar de ser por diversas vezes corrigida pela aluna JES, em momento algum abandonou este esquema de identificação.

No entanto, há de se ressaltar que, apesar do bom rendimento das crianças frente a atividade **3B**, essas crianças utilizaram-se, efetivamente, das matrizes impressas, durante a execução desta atividade. (Vide figura 17).

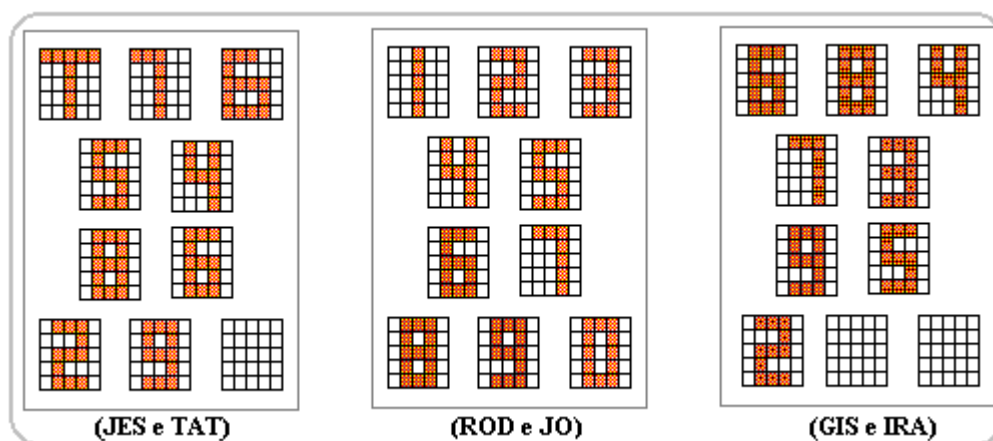


Figura 17: alguns dos resultados encontrados nas folhas impressas, após o término da sessão 6.

4.7 - Dados suplementares

Dentre os resultados mais gerais do trabalho, vamos destacar, inicialmente, os dados relativos às alterações no desempenho das crianças, após as aplicações do conjunto de atividades computadorizadas. Neste aspecto, os principais resultados obtidos foram, segundo as informações da professora R, os seguintes:

- ganho qualitativo na escrita das crianças;
- o desaparecimento de inversão na escrita de alguns algarismos. Inversões que, antes das aplicações, eram, de acordo com a professora, bastante comuns aos alunos JO, SUE, TAT, DAN e JES;
- e, finalmente, a presença de uma maior cooperatividade entre os alunos nos trabalhos em sala de aula.

Observe-se, que esses resultados foram obtidos a partir de vários depoimentos da professora R, dentre os quais vamos destacar:

Professora R: (...) *aí, começou a mudar o comportamento das crianças. A que mais me surpreendeu foi a aluna TAT. A TAT não conhecia nem um número. Nem o número um. Ela não conhecia nem uma letra. Aí, ela começou a conhecer número e começou a sentir necessidade de trabalhar com as letras. Aí, ela começou a conhecer o alfabeto. Em um mês, a danadinha ficou alfabética. Então, qual é o problema desta criança? O emocional, a falta de amor. Só que eu consegui uma coisa que eu nunca tinha visto: eu estou com a classe inteira alfabética, a classe inteira mudou de nível, os que não estão alfabéticos estão silábicos e para eles avançarem é um pulo. Todos eles pularam etapas, e o computador deu assim um arranco neles, assim tão grande - eu precisava ter filmado antes essas crianças, porque o filme depois nós temos. Como essas crianças se comportam, como elas se sentem, como elas aprenderam a trabalhar em equipe. Eu já estou trabalhando com equipes de quatro alunos e eles não se matam, eles não se enforcam, eles não se batem.*

Finalmente, não menos relevante é a mudança ocorrida na postura da professora R que, ao final do ano letivo, numa atitude clara de enfrentamento a uma parte do corpo docente da escola A, decidiu aprovar todos os alunos da turma 2E. Observe-se que, após a professora R apresentar sua decisão em um dos HTPs, a tensão entre esta professora e algumas colegas fica bem evidente, não apenas pela necessidade de intervenção da professora COOR na discussão das professoras, mas, sobretudo, pelo cuidado que foi tomado por esta professora, ao posicionar-se a favor da professora R.

Professora COOR: *Eu acho que, por um lado, elas têm razão. Eu não tiro totalmente a razão delas. É complicado porque, primeiro, eles (os alunos) não fizeram um CBC II, pois só tem nome de segunda. Mas como é que você vai reprovar? Ele não conseguiu fazer alguma coisa? Sim, até muitas. Seria até um massacre para a auto-estima.*

Capítulo 5: Análise e discussão dos resultados

Segundo Macedo (1994, p104), Piaget, após indicar cinco reações como balizamento de seu método clínico, aponta duas delas como reações representativas de uma conduta significativa da aprendizagem ou desenvolvimento. A crença desencadeada, na qual o que a criança faz – graças à ajuda do outro – é dela; e a crença espontânea, na qual a criança sintetiza suas necessidades e possibilidades instrumentais.

Assim, o que se pretende neste capítulo é estabelecer, em função das ações espontâneas da criança em suas interações com as atividades computadorizadas, os limites e as possibilidades destas atividades enquanto ambiente desencadeador de ações que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.

5.1 - Atividade Teclado

Com a dinâmica básica de exigir que a criança estabeleça, dentro de um tempo delimitado, o maior número de associações corretas entre um número finito de imagens – fornecidas na tela de modo sucessivo e aleatório – e uma única tecla a qual é possível associar cada uma destas imagens, as variações aplicadas e de interesse desta análise foram as seguintes:

- a variação **1B**, cujos objetivos foram a localização das teclas correspondentes aos algarismos e a orientação sobre o funcionamento da variação subsequente;
- e, finalmente, a atividade **1C**, em que uma vez apresentado na tela um determinado conjunto de figuras, a criança, a partir de um processo direto de contagem, deve pressionar a tecla numérica correspondente à cardinalidade deste conjunto. O objetivo desta variação é o de gerar um ambiente que possibilite à criança estabelecer um vínculo de associação entre cada algarismo e seu aspecto cardinal.

No que se refere à análise da variação **1C**, o ponto de partida será o rendimento individual apresentado pelas crianças na sessão 4 que, de um modo geral, foi significativamente maior do que o rendimento individual destas mesmas crianças, na sessão 3. (Vide figura 18).

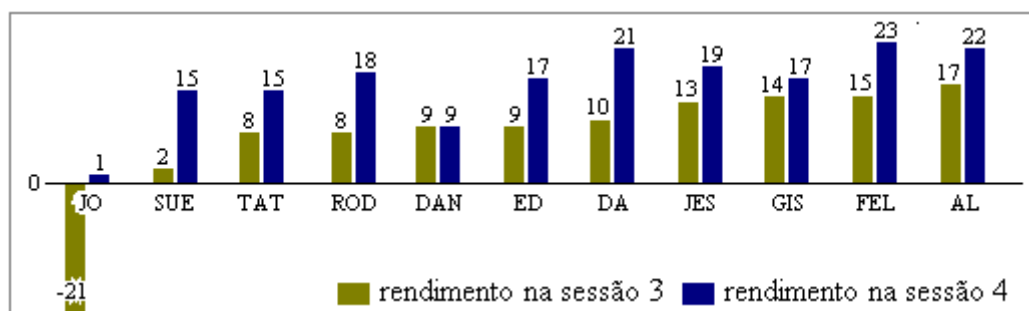


Figura 18: quadro comparativo dos rendimentos das crianças, frente à atividade **1C**, que estiveram presentes nas sessões 3 e 4.

A razão disto deve-se ao fato de que, se for possível mostrar que este aumento dos rendimentos foi proveniente, não apenas de uma maior habilidade dos alunos com o teclado (*variável habilidade*), mas também resultante do acionamento de esquemas de ação que facilitaram o processo de contagem das crianças (*variável esquema*); isto será uma garantia de que a variação **1C** atendeu de modo satisfatório ao seu objetivo de ensino e aprendizagem. Com efeito, pois como o acionamento de esquemas de ação – que tenham por objetivo agilizar a identificação de quantidades numéricas – somente se justifica diante de uma necessidade sistemática de contagem, a presença da *variável esquema* significa que a criança, ao procurar pressionar corretamente uma determinada tecla numérica, somente o faz após estabelecer um vínculo de associação entre o algarismo e seu aspecto cardinal.

Quanto a isto, o primeiro indicativo de interveniência da variável esquema é a diferença entre o quadro de rendimentos obtido após a sessão 4 (vide figura 18) e o quadro de rendimentos obtido após a sessão 6 (vide figura 19). E isto, tendo-se em conta que, enquanto na sessão 4, os grupos de trabalho foram heterogeneizados – de acordo com os resultados obtidos pelo pesquisador, após a investigação feita sobre as fases do desenvolvimento cognitivo das crianças (vide tabela 1, p. 36) – na sessão 6, os grupos foram novamente homogeneizados, segundo estes mesmos resultados.

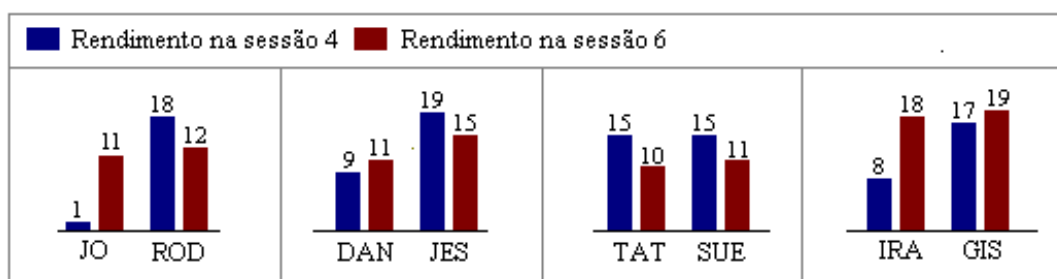


Figura 19: quadro comparativo do rendimento das crianças - por duplas - frente à atividade 1C, que estiveram presentes nas sessões 4 e 6.

Ora, se na sessão 6, do mesmo modo que os alunos ROD, JES e SUE – para manter a dianteira – não foram impelidos a atingir o patamar alcançado na sessão 4, o desequilíbrio causado pelo significativo aumento no rendimento de IRA acaba levando GIS a superar o seu próprio rendimento; isto significa que, durante a sessão 4, o ambiente foi bastante propício à interveniência da variável esquema. Com efeito, pois mostra que a maioria das crianças sentiu-se impelida a aumentar o seu rendimento, nesta sessão. A prova disto é que tanto o aluno ROD quanto a aluna GIS, ao executar mais uma vez a atividade **1C**, tiveram como objetivo explícito superar, respectivamente, os rendimentos dos alunos JO e IRA. (Vide sessão 6, p. 56)

Contudo, como a demanda, apesar de necessária, não é suficiente para garantir a interveniência da *variável esquema*, passemos aos fatos que, de modo mais preciso, garantem a ação desta variável no processo. Trata-se dos diferentes esquemas de ação pelos quais os alunos JES e JO contavam os elementos contidos na tela para, em seguida, identificar a tecla a ser pressionada. De modo mais específico, enquanto JO, ainda bastante preocupado em aprimorar sua habilidade no teclado, contava um a um os elementos contidos na tela; a aluna JES, nas telas com mais de três figuras, geralmente, iniciava a contagem a partir do terceiro elemento – “3, 4, ...” (vide p. 55).

Ora, se aluna JES, após superar suas dificuldades de manuseio no teclado, sentiu-se ainda impelida em aprimorar o seu esquema de contagem, isto é um indicativo de que, frente à variação **1C**, para uma criança pressionar corretamente uma determinada tecla numérica, ela não o faz sem antes estabelecer um vínculo de associação entre o algarismo em questão e seu aspecto cardinal. Em suma, isto significa que, uma vez garantida a demanda, a variação **1C** atende, de maneira satisfatória, ao seu objetivo de ensino-aprendizagem.

Entretanto, como desta ação da atividade não é possível desvincular fator extrínseco à atividade – a heterogeneização dos grupos de trabalho – uma questão adicional se estabelece. Como, em um contexto normal de sala de aula, deve o professor intervir de modo a garantir a ação da variação **1C**? E isto, é claro, devido às dificuldades práticas de se reproduzir as condições em que esta atividade foi aplicada, durante a pesquisa.

Quanto a isto, se a referência for a intervenção feita pelo pesquisador, não há dúvidas de que uma forma de garantir a ação da variação **1C**, é estimular a competitividade entre as crianças. Com efeito, pois o pesquisador, ao reestruturar os grupos na sessão 4, nada mais fez do que romper o trabalho cooperativo instituído pelas duplas até a sessão 4, através do qual as crianças procuravam apenas superar a máquina (vide sessões 2 e 3). Em suma, o pesquisador ao reestruturar os grupos, apenas estimulou o trabalho individual das crianças.

“(…) no que tange à moralidade, as relações sociais vigentes em nosso mundo raramente são baseadas na cooperação; por conseguinte, grande número de pessoas permanece a vida toda moralmente heterônomas, procurando inspirar suas ações em ‘verdades reveladas’ por deuses variados ou por ‘doutores’ considerados *a priori* como competentes e ‘acima de qualquer suspeita’.” (Yves de La Taille in Piaget, 1994, p.19).

“(…) o método de trabalho em grupos consiste em deixar as crianças prosseguir sua pesquisa em comum, seja em ‘equipes’ organizadas, seja simplesmente à vontade, por aproximações espontâneas.” (Piaget, 1994, p.301)

Portanto, numa perspectiva mais abrangente de educação e na qual acreditamos estar inserida a Educação Matemática, o mais aconselhável para a aplicação da variação **1C** é permitir que os grupos se constituam por aproximações espontâneas, somente interferir no trabalho das crianças se necessário e, finalmente, deixar a demanda a cargo do próprio computador.

Fixadas as possibilidades e limitações da variação **1C**, passemos à análise da atividade, cujo objetivo é orientar a criança para o trabalho com a atividade **1C**, ou seja, a variação **1B**.

No que se refere a esta atividade, como o comportamento aleatório dos alunos DACA, DAN, SUE, ROD e JES, frente à variação **1C** (vide sessão 1, p. 33), não deixa dúvidas de que o objetivo da variação **1B** não foi alcançado, a questão que se coloca é a seguinte: por que a

variação **1B**, apesar de possuir um formato idêntico à variação **1C**, não serviu aos seus propósitos?

Quanto a isto, duas observações respondem e solucionam o problema. A primeira é a de que não existiu, em quaisquer das variações aplicadas, uma diferenciação entre o término favorável ou desfavorável da atividade. Em outras palavras, a mensagem emitida pelo computador, quando autorizado a interromper a execução do programa, era a mesma em qualquer situação possível. Finalmente, a segunda observação diz respeito à significativa representatividade, para a dupla (AL e DA), da mensagem emitida pelo computador para indicar o término favorável da atividade **3A** (vide sessão 3, p. 42). Observe-se que estes alunos, ao verificar a mensagem emitida indicando a conclusão da atividade, passaram a ajudar os colegas para que eles pudessem também verificar tal fato.

Portanto, não há dúvidas de que a solução para este problema não parece ir além de uma reestruturação do programa, de modo que o computador possa indicar de maneira clara a conclusão favorável da atividade **1B**.

5.2 -Atividade *Desenhar*

As variações da atividade **desenhar** aplicadas foram as seguintes:

- variação **2A**: construção de padrões similares aos padrões pitagóricos para as quantidades menores que dez. Objetivo: orientar as crianças no manuseio do software *desenhar*;
- variação **2B**: com os objetivos de possibilitar à criança maior destreza no manuseio do programa e orientá-la sobre a possibilidade da contagem por grupos; a tarefa nesta variação é a de construir os padrões pitagóricos, a partir de grupos de quatro círculos (vide figura 20);

oo oo	oo oo oo oo	oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo	oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo oo
1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a	9a

Figura 20: padrões a serem construídos, a partir da atividade **2B**.

- **variação 2C:** construção conjugada de imagens representativas dos algarismos hindu-arábicos e seus respectivos padrões pitagóricos. Objetivos: oferecer um ambiente favorável ao estabelecimento de uma correspondência operatória entre cada algarismo e seu aspecto cardinal e, ainda, possibilitar a aquisição, pela criança, de esquemas de ação para a escrita dos numerais (vide figura 21).

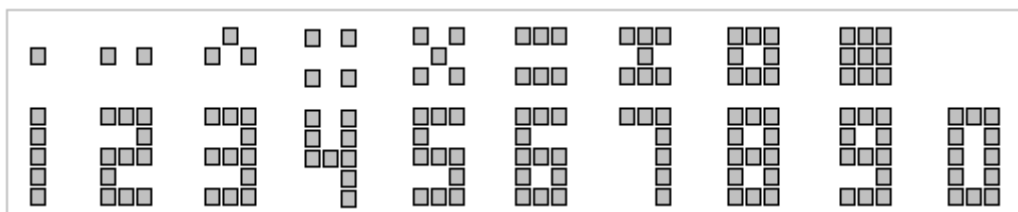


Figura 21: padrões a serem construídos, a partir da atividade 2C.

5.2.1 - Análise da atividade desenhar

O foco de interesse desta análise é procurar estabelecer os limites e possibilidades das variações da atividade *desenhar*, no que diz respeito aos objetivos de ensino-aprendizagem pretendidos com estas aplicações.

Desta forma, o primeiro ponto de interesse é verificar se a atividade 2C propiciou um ambiente favorável para que as crianças pudessem estabelecer, a partir das imagens representativas utilizadas, uma correspondência operatória entre cada algarismo e seu respectivo aspecto cardinal.

Quanto a isto, o esquema de ação utilizado pela dupla (JO e ROD) na construção do padrão 8a (vide figura 22) não deixa dúvidas de que a atividade 2C, não estabeleceu um ambiente satisfatório para que o objetivo citado fosse alcançado.

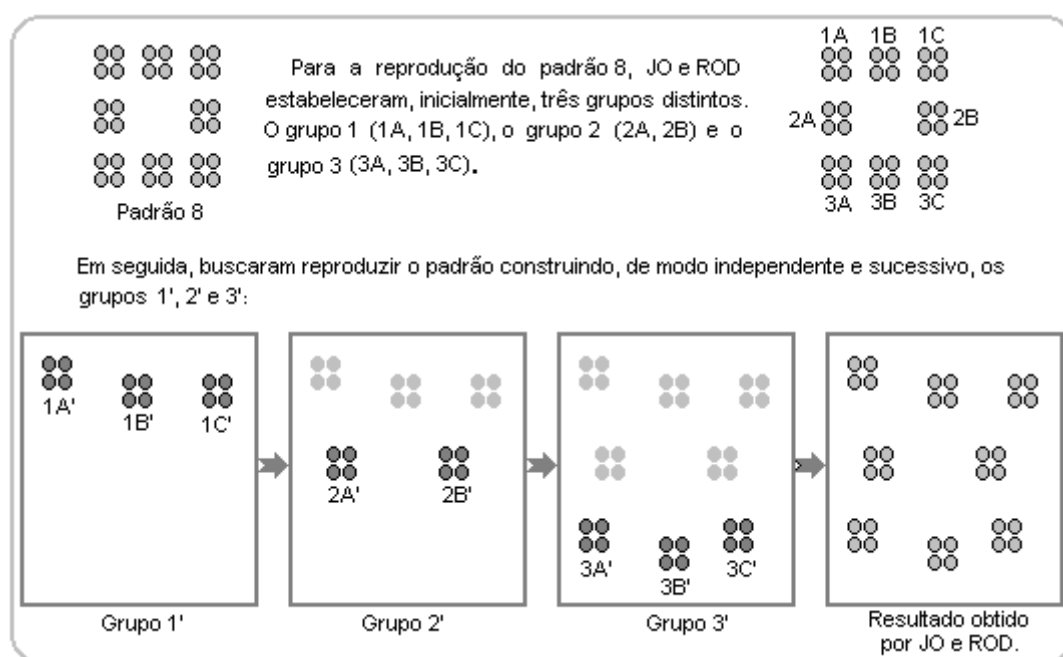


Figura 25: estratégia pela qual a dupla (JO e ROD) construiu o padrão 8a.

Com efeito, pois (JO e ROD), ao fragmentar o padrão **8a** em três grupos distintos, demonstraram – de maneira clara – que é possível a construção de qualquer um dos padrões solicitados, sem que seja necessário à criança estabelecer um vínculo entre o algarismo e seu respectivo valor cardinal. De modo mais específico, a criança pode construir o padrão pitagórico relativo a um algarismo n , sem no entanto estar informada de que este padrão possui n elementos.

Portanto, isto sugere que, nas aplicações futuras desta atividade, desvincular os algarismos de seus respectivos padrões pitagóricos e deixar esta associação a cargo do aluno é um modo mais adequado de se conduzir a atividade.

Mas, não obstante a pouca representatividade da atividade **2C** com relação ao primeiro dos objetivos de aplicação, o mesmo não parece ter acontecido com relação ao segundo objetivo de aplicação desta atividade, ou seja, o estabelecimento de um ambiente favorável à aquisição de esquemas de ação para a escrita dos algarismos hindu-arábicos. Com efeito, pois um dos avanços percebidos enfatizados pela professora R foi o ganho qualitativo ocorrido na caligrafia de grande parte dos alunos do grupo A.

Quanto a isto, apesar de não ter sido feito um controle efetivo a respeito destas considerações da professora, dois são os fatos que parecem apontar a atividade **2C** como um dos agentes responsáveis por este ganho qualitativo na escrita das crianças. Em primeiro lugar, a preocupação demonstrada pelas alunas GIS e SUE com o equilíbrio das formas – impacientam-se pela falta de simetria nas construções de DACA e JO – e, finalmente, a relação estabelecida pelos alunos DA e AL entre a construção dos algarismos e a construção das letras do alfabeto – estes alunos somente deram por concluída a atividade **2C**, após eles terem escrito os seus respectivos nomes na tela do computador (vide sessão 3, p. 50). Entretanto, há de se ressaltar que, por características próprias da atividade *colorir*, parte deste resultado não pode deixar de ser também atribuído às aplicações desta atividade no conjunto de suas variações.

Finalmente, quanto à atividade **2B**, cuja expectativa de aplicação foi orientar à criança sobre a possibilidade de contagem por grupos, os indícios são de que a atividade atende de modo satisfatório o seu objetivo. Uma prova disto são os diferentes esquemas através dos quais o aluno JO conferiu a construção do padrão **4a** e, posteriormente, conferiu a construção do padrão **8a** (vide sessão 2, p. 38-40). De modo específico, enquanto para conferir o padrão **4a**, o aluno JO, após contar um a um o total de círculos do padrão impresso, verificou o padrão construído na tela de maneira idêntica; no caso do padrão **8a**, este mesmo aluno, ao contar os elementos do padrão, o fez considerando cada grupo de quatro círculos como sendo a unidade padrão de contagem.

No entanto, não obstante estas possibilidades da atividade *desenhar*, como o suporte computacional utilizado não se mostrou acessível para que as alunas SUE, DAN e TAT executassem, durante as sessões 3 e 4, as tarefas referentes à variação **2B**; isto significa que será necessário avaliar as possibilidades e limitações do software *desenhar*, enquanto suporte ao desenvolvimento desta variação.

5.2.2 - *Análise do software desenhar*

O programa *desenhar* é constituído de um pequeno cursor que, através das quatro teclas disponíveis no teclado, pode ser deslocado para cima, para baixo, para a esquerda ou para a direita. Além disso, a criança pode – pressionando a tecla <**BARRA de ESPAÇO**> – fixar a imagem deste cursor na tela do computador, como também – ao passar com o cursor sobre uma determinada imagem já fixada – retirar a figura, se assim o desejar.

Porém, apesar da simplicidade do programa, como o procedimento de fixação da imagem do cursor é diferente do procedimento de retirada desta imagem; isto acaba impondo que, em função da ação estabelecida, efeitos visuais diferenciados ocorram para que a criança possa estar sempre informada sobre a posição do cursor na tela.

Sendo assim, a solução utilizada para atender a esta exigência, foi adotar a cor vermelha para o cursor e a cor azul para a sua imagem fixa na tela, com a seguinte ressalva: como o aluno, ao fixar a imagem do cursor, este mesmo cursor não abandonará a sua posição até que um comando de deslocamento seja emitido via teclado, a imagem, apesar de assumir a cor azul, permanecerá com a borda vermelha até que o cursor seja deslocado. Finalmente, quanto aos procedimentos de retirada de imagem da tela, o cursor, uma vez alocado na posição de uma imagem fixa, substitui, simplesmente, a cor azul pela cor vermelha.

Sendo estes os detalhes a respeito do funcionamento do programa *desenhar*, a questão de interesse é a seguinte: por que as alunas SUE, TAT e DAN, nas sessões 3 e 4, ao tentar reproduzir os padrões geométricos solicitados na atividade **2B**, não conseguiram nem mesmo completar o primeiro dos conjuntos de quatro círculos, dos quais eram compostos estes padrões?

Para tentar explicar este fato, vamos, inicialmente, estabelecer três observações. A primeira delas é a de que, além destas crianças terem se utilizado de estratégias idênticas em suas tentativas de confecção do primeiro conjunto de quatro círculos, dois foram os esquemas de ação empregados. O esquema de ação I (composto de nove passos), do qual as crianças se utilizaram até verificar sua ineficácia (passo 9), e o esquema de ação II (composto de sete

passos), pelo qual as alunas substituíram o primeiro esquema em suas tentativas para finalizar o primeiro grupo de quatro círculos.

A segunda observação refere-se aos passos ou procedimentos que constituem os esquemas de ação I e II. Como estes procedimentos resultam de ações diretas da criança sobre as quatro setas do teclado, dois serão os pontos pelos quais a análise subsequente será orientada: a seqüência pela qual estas teclas foram pressionadas pelas crianças e a disposição destas setas no teclado.

Finalmente, a terceira observação, é a de que a análise subsequente ficará limitada apenas à aluna SUE. E isto, pelo fato de terem as alunas SUE, TAT e DAN se utilizado de uma mesma estratégia em suas tentativas para a solução do problema.

Desta forma, passemos à descrição e análise dos dados obtidos, sendo que, para a descrição dos esquemas I e II, será adotada a seguinte convenção:

Convenção	Significado	Convenção	Significado
	cursor		tecla < Seta para cima>
	círculo aceso + cursor		<Seta para a direita>
	círculo aceso		<Seta para baixo>
BE	tecla <Barra de Espaço>		<seta para a esquerda>

Portanto, no que diz respeito à descrição dos esquemas I e II, temos:

Esquema de ação I

Passos	Início	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Config. perceptual										
comandos	---	BE		BE		BE		BE		

Esquema de ação II:

Passos	Início=9	10	11	12	13	14	15	16	---
Config. Perceptual									
comandos	---		BE				BE		

Com relação ao esquema de ação I, um paralelo entre a sequência de pressionamento das setas e a disposição destas mesmas setas no teclado parece mostrar que a estratégia utilizada por SUE foi, após impor uma orientação de giro, pressionar de modo sucessivo cada uma destas teclas ou setas, de acordo com a orientação estabelecida. (Vide figura 23)

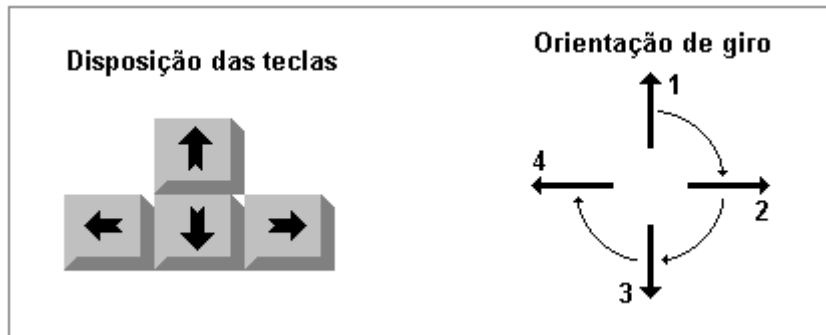


Figura 23: disposição das setas no teclado e a ordem pela qual SUE pressionou estas teclas, segundo a orientação de giro estabelecida pela por esta criança.

Porém, como este esquema de ação mostrou-se ineficaz para que SUE pudesse concluir o grupo de quatro círculos, vamos, então, verificar as opções pelas quais SUE poderia, utilizando-se deste esquema, ter solucionado o problema.

Quanto a isto, duas são as opções possíveis: abandonar ou inverter a orientação de giro, a partir do passo 7 (opção 1), ou pressionar a tecla <BARRA DE ESPAÇO>, após o passo 8 (opção 2). (Vide figura 24).

Passos	7	Abandono da orientação	Inversão da orientação
Config. perceptual			
comandos	BE	↓	→
Opção 1: para concluir o primeiro grupo de 4 círculos, bastaria a SUE, a partir do passo 7, abandonar ou inverter a orientação de giro.			

Passos	8		9
Config. perceptual			
comandos	←	BE	←
Opção 2: antes de executar o passo 9, pressionar a tecla BE.			

Figura 24: opções pelas quais SUE poderia, a partir do esquema de ação I, ter concluído o primeiro dos conjuntos de quatro círculos necessários à consecução da atividade 2B.

No entanto, como SUE optou por manter o sentido de giro, a questão é verificar, do ponto de vista mental, qual ou quais as exigências necessárias para que esta criança desencadeasse uma das opções possíveis para a conclusão da tarefa.

Ora, como o estabelecimento de uma orientação de giro – a partir dos dados disponíveis, ou seja, as setas ou pontos norte, sul, leste e oeste – somente parece possível se for subsequente a uma operação primeira, na qual a criança deverá providenciar um caminho a ser percorrido (estabelecer entre os pontos segmentos consecutivos e adjacentes), não é difícil ver que a exigência para que SUE possa desencadear uma ou outra opção, como ação concludente da tarefa, parece ser, em ambos os casos, a reversibilidade do pensamento.

Com efeito, pois se para a inversão de orientação é exigido a SUE conceber de modo simultâneo os sentidos horário e anti-horário, o abandono da orientação – pelo fato de ser necessário à SUE a utilização de todos os pontos para o fechamento do polígono (a ausência de qualquer um deles implica, necessariamente, em um esfacelamento do formato) – apenas será possível se em tal ação forem considerados, simultaneamente, o todo e as partes (polígono e vértices).

Com relação à segunda opção pela qual SUE poderia ter concluído a tarefa – o pressionamento da tecla <BARRA DE ESPAÇO>, antes do passo 9 – a razão não parece ser diferente. De fato, pois como o cursor, ao ser posicionado sobre um círculo aceso, encobre a imagem fixada, SUE, após o passo 8, somente poderia ter pressionado a tecla <BARRA DE ESPAÇO> se estivesse considerando, simultaneamente, as possibilidades aceso e apagado.

No que diz respeito ao esquema de ação II, sua ineficácia parece se estabelecer porque SUE, ao instituir – conjugando as setas duas a duas – as direções horizontal e vertical como orientações para o deslocamento do cursor, acaba impondo novamente a reversibilidade do pensamento como necessária à conclusão do primeiro grupo de quatro círculos. Com efeito, pois se para finalizar a tarefa a partir do passo 11, as opções que afiguram-se são inverter o sentido ou mudar a direção do deslocamento; bastante razoável parece ser aceitar que SUE apenas poderia ter optado por qualquer uma delas, se tivesse considerado, simultaneamente, a parte e o todo, ou, simplesmente, sentido e direção.

Ressalte-se que, sobre as considerações feitas acerca das dificuldades de SUE, TAT e DAN, duas são as observações que parecem reforçar a hipótese de que a ausência de reversibilidade no pensamento destas alunas foi o motivo pelo qual estas crianças se viram

impossibilitadas de construir os padrões solicitados na atividade **2B**. O resultado dos testes clínicos que foram aplicados nas crianças do grupo A (vide tabela 1, p. 36) e a estratégia pela qual estas crianças acabaram superando as suas dificuldades para a construção dos referidos padrões, durante a sessão 6. De modo mais específico, as alunas SUE, TAT e DAN, ao suprimir a utilização da tecla < **SETA p/ CIMA** > para a construção dos padrões, não apenas eliminaram a necessidade de interromper o circuito antes de completá-lo – considerar simultaneamente o todo e as partes, como também suprimiram a necessidade de considerar de modo simultâneo as possibilidades aceso e apagado (vide figura 25).

Passos	Início	1	2	3	4	5	6	7	8
Config. perceptual	 cursor								
comandos	---	BE	→	BE	↓	BE	←	BE	← ou ↓

Figura 25: esquema de ação adotado por TAT, SUE e DAN para a construção dos grupos de quatro círculos.

No entanto, não obstante o fato de SUE, TAT e DAN demonstrarem através de suas ações, que a reversibilidade do pensamento não se impõe como necessária à execução da atividade **2B**, do ponto de vista da aplicação deste software em um contexto de sala de aula, este argumento não parece suficiente para que o funcionamento do programa mantenha-se inalterado.

Com efeito, pois manter o funcionamento do programa tal como ele está, significa que, em um contexto de sala de aula, as crianças que ainda estejam no decurso do nível pré-operatório, estarão menos propensas a descentrar suas ações sobre o manuseio do programa, do que aquelas cujo pensamento já tenha se tornado lógico.

Para este problema, uma solução que afigura-se é estabelecer um procedimento único para fixar ou apagar a imagem do cursor na tela. De modo específico, o cursor deverá possuir apenas o contorno do círculo ou do quadrado, pois desta forma, tanto para fixar como para apagar a imagem na tela, basta à criança posicionar o cursor no local desejado e pressionar a tecla <BARRA DE ESPAÇO>. Observe-se que com esta configuração, o software *desenhar*

não impõe a reversibilidade do pensamento como pré-requisito para que a criança possa executar a variação **2B**, a partir dos esquemas de ação I e II.

5.3 - Atividade colorir

Com o objetivo básico de fornecer à criança um ambiente para que ela identifique os algarismos por sua posição na sequência natural, as variações da atividade *colorir* foram as seguintes:

Variação 3A: nesta variação, a tarefa a ser realizada consiste em reproduzir cada algarismo, os quais, do 1 ao 9 e em ordem crescente, vão sendo, individualmente, apresentados à criança. Além disso, esta variação possui um conjunto de nove barras retangulares – construídas por composição de unidades quadradas e dispostas sequencialmente – as quais são preenchidas pelo programa, uma vez que a criança conclua, satisfatoriamente, a construção do algarismo correspondente (vide figura 26). Ressalte-se que, para refrear a possibilidade da conclusão da atividade por um processo de tentativas e erros, além do programa limitar o número de ações a disposição da criança para a construção de um determinado algarismo, o esgotamento deste limite implica no retorno à construção do antecessor. Quanto aos objetivos específicos desta variação, temos: orientar a criança quanto ao funcionamento da atividade, orientar sobre a construção dos padrões representativos dos algarismos e, ainda, estabelecer considerações sobre a ordenação dos algarismos.

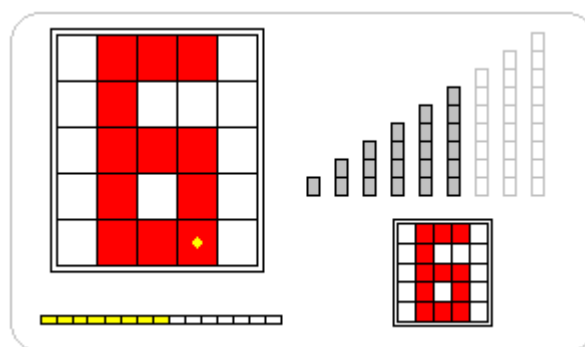


Figura 26: na variação 3A, os algarismos (por exemplo, algarismo 6) apresentados na matriz menor devem ser reproduzidos na matriz maior.

Variação 3B: solicitar da criança a identificação e construção dos algarismos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, a partir de barras representativas dos números que antecedem o algarismo solicitado e ordenadas de modo crescente (vide figura 27).

Variação 3C: solicitar da criança a identificação e construção dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 8, a partir de barras representativas dos números que sucedem o algarismo solicitado e, como na variação anterior, também ordenadas de modo crescente.



Figura 27: enquanto na variação **3B**, a barra indicadora do algarismo a ser construído (no caso, o algarismo 6) caracteriza-se por aquelas que a antecedem, na variação **3C**, a barra indicadora é caracterizada pelas que a sucedem.

Fixadas as características da atividade *colorir*, passemos à análise dos pontos relevantes aos objetivos deste trabalho. Primeiramente, a análise da interatividade do programa *colorir*, que se faz necessária face à dificuldade apresentada pela maioria das crianças na construção dos algarismos, durante a primeira aplicação desta atividade (sessões 3, 4 e 5); e, finalmente, o alcance da atividade no que diz respeito ao seu objetivo básico de ensino-aprendizagem.

5.3.1 - Análise do software *colorir*

No processo de aplicação da atividade *colorir*, ficam bem marcados dois momentos distintos. O primeiro (variação **3A**), em que um dos objetivos foi orientar às crianças sobre os padrões representativos dos algarismos a serem utilizados no desenvolvimento das variações subsequentes; e, o segundo momento (variações **3B** e **3C**), no qual foi necessário a criança, após identificar por dependência da posição cada um dos algarismos, construir estes algarismos, segundo as orientações obtidas na variação **3A**. E isto, porque suprimir, nas variações **3B** e **3C**, qualquer referência explícita sobre o algarismo a ser identificado, é, sem

dúvida, condição *sine qua non* para que possamos pensar no objetivo básico da atividade, ou seja, a identificação de cada algarismo por seu valor ordinal.

No entanto, como suprimir, simplesmente, qualquer referência aos algarismos nas variações **3B** e **3C**, seria incorrer no risco de a criança se ver impossibilitada de realizar as tarefas propostas, as estratégias adotadas para a aplicação destas variações foram as seguintes:

□ **variação 3B**: acoplar ao programa uma tela secundária de consulta com os padrões representativos dos algarismos, sem permitir ao aluno o acesso simultâneo das telas primária e secundária. Em outras palavras, para construir um determinado algarismo a criança tem que, necessariamente, abandonar a tela secundária. Além disso, cada dupla de crianças recebeu também uma folha impressa com dez matrizes idênticas à matriz na qual o aluno deve construir cada algarismo na tela do computador. A principal razão deste material suplementar é a seguinte: se a criança reproduzisse o padrão desejado em uma das matrizes contidas na folha impressa; tal procedimento, não apenas lhe forneceria um meio de consulta direta para a construção do algarismo, como também se constituiria, sobretudo, em um ambiente adicional para o estabelecimento de esquemas de ação referentes à escrita dos numerais;

□ **variação 3C**: suprimir a tela secundária e distribuir para cada uma das duplas a folha impressa utilizada na execução da variação **3B**.

Estabelecidas as principais características de aplicação do programa *colorir*, passemos à questão de interesse desta análise, que é a seguinte: por que na primeira aplicação da atividade *colorir* (sessões 3, 4 e 5), as orientações fornecidas para a construção dos algarismos não foram suficientes para garantir à maioria das crianças a mesma desenvoltura apresentada pelos alunos AL, FEL e DA?

Quanto a isto, o primeiro grupo de fatores tendentes a explicar a razão desta pouca representatividade das informações fornecidas, constitui-se das seguintes observações:

- o maneira pela qual os alunos AL e DA interferiram no trabalho das demais duplas, durante a aplicação da variação 3A. De modo específico, como estes alunos limitaram-se a finalizar a tarefa de cada grupo, este procedimento somente acabou impondo às demais, que reiniciassem a execução desta atividade; (vide sessão 3, p. 42);
- o fato de o pesquisador, após certificar-se da interferência dos alunos AL e DA no trabalho de todas as demais duplas, encerrar a aplicação da atividade 3A para avaliar o rendimento individual das crianças, através de uma competição entre os grupos;
- o trabalho individual da aluna GIS e a monopolização do teclado exercida pelo aluno FEL, durante a aplicação desta mesma atividade;
- e, finalmente, o rendimento destes alunos em relação ao rendimento das demais crianças, após a avaliação realizada pelo pesquisador. (Vide tabela 7)

Alunos por duplas	Turno	Padrões construídos									Soma dos pontos obtidos
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
JES SUE	$\frac{1}{2}$										5
TAT DAN	$\frac{1}{2}$										8
BR ED	$\frac{1}{2}$										8
JO ROD	$\frac{1}{2}$										6
AL DA	$\frac{1}{2}$										18
FEL DACA	$\frac{1}{2}$										8
GIS IRA	1e2										13

Tabela 7: Desempenho individual apresentado pelas crianças frente a variação 3A, em função dos rendimentos dos alunos AL e DA.

Ora, se o maior contato dos alunos AL, FEL, DA e GIS com o programa, implica em um rendimento nitidamente superior destas crianças; isto parece mostrar que, no que diz respeito à variação 3A, que a principal razão para a diferença de rendimentos observada foi porque, com a prematura interferência feita pelo pesquisador, a maioria dos alunos acabou não dispondo de um espaço adequado para que pudessem levar em conta as particularidades próprias dos elementos a assimilar.

No entanto, embora os dados obtidos indiquem a aplicação da variação **3A** como a origem do descompasso de rendimentos; isto não quer dizer que nas aplicações futuras da variação **3A**, se for observada uma maior abertura no intercâmbio desta variação com as variações subseqüentes, o problema da construção dos algarismos estaria resolvido nas variações **3B** e **3C**. E isto é fato, pois na sessão 4, do mesmo modo que não foi possível que os alunos AL, FEL e DA concluíssem a atividade **3B**, sem que fizessem sistemáticas consultas a tela secundária desta variação; o maior contato da aluna GIS com a variação **3A** não se mostrou significativo para que esta criança apresentasse um rendimento superior ao rendimento das demais crianças.

Portanto, como permanece o problema da construção dos algarismos na variação **3B**, vamos nos remeter à primeira intervenção feita pelo pesquisador, durante a aplicação desta variação, quando os alunos AL e FEL foram orientados, para que fizessem uma explicação do funcionamento da atividade aos colegas (vide sessão 4, p. 48). A razão é mostrar que este encaminhamento, adotado pelo pesquisador, foi um dos responsáveis pela pouca representatividade dos informes sobre os algarismos contidos na variação **3B**.

Para explicarmos isto, o ponto de partida será caracterizar o tipo de relação social estabelecida no âmbito da sala de aula, após a intervenção feita pelo pesquisador. E isto, lembrando que Piaget, além de distinguir dois tipos de relações sociais – a coação, que implica em um elemento de autoridade; e a cooperação, que consiste de um simples intercâmbio entre indivíduos iguais (cf. Piaget 1994, p.154 e p. 298) – afirma também que:

“Do mesmo modo como a criança crê na onisciência do adulto, igualmente acredita, sem mais, no valor absoluto dos imperativos recebidos (...) [além disso] (...) considerando o adulto como fonte de lei, a criança só faz instituir a vontade adulta em bem soberano, após ter considerado como tais os diversos decretos de seu próprio desejo.” (Piaget, 1994, p.299)

Ora, tendo em vista que o pesquisador, ao intervir, somente estabeleceu um elemento de obrigação ou obediência; isto significa que as crianças, ao instituírem a vontade do pesquisador, acabaram assumindo sob coação, as seguintes posturas: enquanto os alunos AL e FEL assumiram a função de explicadores, as demais crianças assumiram a função de interlocutores.

“O egocentrismo opõe-se, pois, à objetividade na medida em que objetividade significa relatividade no plano físico e reciprocidade no plano social.”(Piaget, 1993, p. 61).

“(…) no que se refere ao desenvolvimento intelectual, a coação moral tem por efeito consolidar, em parte, os hábitos de espíritos próprios do egocentrismo.” (Piaget, 1994, p. 299)

“(…) a incompreensão entre crianças está ligada tanto a uma incapacidade de expressão por parte do explicador, que permanece egocêntrico na sua própria linguagem, quanto a uma dificuldade de adaptação da parte do interlocutor que não escuta, porque ele crê de imediato compreender tudo o que ouve a seu próprio ponto de vista egocêntrico.”(Piaget, 1993, p.200)

Sendo assim, passemos aos dados obtidos durante as intervenções do aluno AL – que interveio em todas as duplas, exceto na dupla (ED e DA) que ficou a cargo do aluno FEL – para mostrar, a presença de uma relação egocêntrica entre essas crianças e, por conseguinte, mostrar que uma das razões para a pouca representatividade dos informes contidos na variação **3B** foi o encaminhamento pelo qual o pesquisador conduziu a aplicação desta atividade.

Com efeito, pois o fato do aluno AL, em suas últimas intervenções, já construir alguns dos algarismos sem sequer consultar a tela secundária, é uma prova concreta de que a relação deste aluno para com as demais crianças foi uma relação egocêntrica. E isto é fato, pois estes dados mostram que o esforço despendido por AL foi mais no sentido de motivar o seu próprio ponto de vista, do que no sentido de procurar compreender o ponto de vista de seus interlocutores. Compreender que, para os seus interlocutores, apenas consultar a tela secundária não era suficiente para que eles pudessem construir, satisfatoriamente, o algarismo solicitado.

Quanto à recíproca, duas são as observações que nos permitem aceitar a presença do egocentrismo nas relações individuais das demais crianças para com o aluno AL. Em primeiro lugar, a total dispersão das crianças ocorrida logo após as interferências do aluno AL; e, em segundo, a forma interessada com que estas crianças retornaram à atividade, após a sugestão feita pelo aluno DA para que se orientassem utilizando as matrizes impressas (vide sessão 4, p. 49). Ora, se – após as interferências do alunos AL – as crianças viram-se forçadas a desinteressar-se da experiência, isto significa que houve, nestas crianças, uma hipertrofia da consciência do eu, isto é, o pensamento individual destas crianças, ao tender diretamente para a perspectiva apontada pelo aluno AL, não tomou consciência de sua própria perspectiva. (cf. Piaget, 1993, p.61,62 e 65).

Sendo assim, não é difícil ver que, para as crianças que foram auxiliadas pelo aluno AL, uma das razões da insuficiência dos informes sobre os algarismos foi o encaminhamento, pelo qual o pesquisador conduziu a aplicação da atividade. Um encaminhamento que, de modo eficaz, não permitiu que essas crianças explorassem a variação **3B**, a partir de um trabalho cooperativo.

Quanto ao aluno FEL, cuja intervenção limitou-se à dupla (DA e ED), a relação egocêntrica desta criança para com os colegas é, ainda, mais evidente. Com efeito, pois o aluno FEL, ao assumir a postura de explicador, sequer deu conta de que a estratégia pela qual procurava resolver o problema era insatisfatória – o aluno FEL, ao intervir no trabalho do grupo, apresentou as mesmas dificuldades das demais crianças. A prova disto está na recusa deste aluno em "escutar" as sugestões do aluno DA, o que, por sua vez, acabou gerando ruptura do grupo. DA acabou reagindo de modo agressivo às intervenções de FEL.

Finalmente, com referência à variação **3C**, dois são os fatores que nos permite compreender o melhor desempenho dos alunos AL, DA e FEL na construção dos algarismos, durante a aplicação desta atividade. Em primeiro lugar, o fato de que, após o pesquisador encerrar a aplicação da atividade **3B**, somente o aluno DA e a dupla (FEL e DA) possuíam em suas respectivas folhas de trabalho um número significativo de algarismos desenhados (vide sessão 4, p. 49-50); e, em segundo, o fato de que na aplicação da variação **3C**, além desta atividade não possuir informes sobre os algarismos, o material recebido pelas crianças, para que se orientassem sobre a construção destes mesmos algarismos, foram exatamente as folhas impressas utilizadas por elas na sessão anterior (vide sessão 5, p. 51). Em suma, no que se refere à construção dos algarismos nesta atividade, o desempenho dos alunos AL, FEL e DA foi superior ao desempenho das demais crianças, sobretudo porque estes alunos, ao contrário das demais crianças, tinham em mãos as orientações necessárias para a construção dos algarismos. Uma prova disto é que, após o restabelecimento do trabalho cooperativo entre os alunos, várias crianças acabaram concluindo a atividade **3C**. E isto, ressalte-se, utilizando-se, não apenas do material usado pelos alunos AL, FEL e DA, mas também das folhas referentes à atividade **2C**.

Portanto, não há dúvidas de que a pouca representatividade dos informes sobre os algarismos contidos na atividade *colorir* foi, sobretudo, devido às intervenções feitas pelo pesquisador. Intervenções que, em momento algum, levaram em conta que as crianças quando manipulam em comum um material qualquer, elas se compreendem porque sua linguagem é acompanhada por gestos, por toda uma mímica que é um começo de ação e serve de exemplo ao interlocutor (cf. Piaget, 1993, p.199).

Outro ponto relevante, apontado por esta análise, é o fato de que a atividade *colorir* impõe, para a sua consecução, a necessidade de um material auxiliar, ou seja, as matrizes impressas. Com efeito, pois, se por um lado, as crianças não mais apresentaram dificuldades na construção dos algarismos, durante a segunda aplicação desta atividade na sessão 6; por outro, não é menos verdade que, para construir os algarismos, essas mesmas crianças somente o fizeram utilizando-se, efetivamente, das matrizes impressas (vide p. 58). Portanto, isto significa que para as aplicações futuras desta atividade, será preciso estar atento para a necessidade de auxiliar a criança, caso ela não perceba espontaneamente a utilidade deste material suplementar.

5.3.1 - Análise da atividade *colorir*

O foco de interesse desta análise é procurar estabelecer os limites e possibilidades da atividade *colorir*, no que se refere aos objetivos de ensino-aprendizagem pretendidos com as aplicações de suas variações.

Desta forma, o ponto de interesse é verificar se a atividade *colorir* propiciou um ambiente favorável para que os alunos pudessem, por dependência da disposição na seqüência natural, identificar os algarismos solicitados durante a execução das variações **3B** e **3C**. Em suma, a questão de interesse é a seguinte: as estratégias utilizadas para identificar um determinado algarismo na variação **3B** ou **3C**, fizeram com as crianças se orientassem pela posição deste algarismo na seqüência natural?

Para isto, vamos, inicialmente, fixar os esquemas de ação dos quais valeram-se as crianças para identificar os algarismos, durante o trabalho com estas atividades.

Esquema de ação I: utilizado pelas alunas DAN, TAT e SUE em ambas as variações. Sua característica é a identificação do algarismo solicitado por contagem sobre a própria barra indicativa deste algarismo, como se a barra possuísse divisões próprias. Em suma, trata-se de um esquema de ação em que predomina o aspecto cardinal do número (Vide p. 54 e 58).

Esquema de ação II: utilizado pelas demais crianças, com exceção dos alunos AL, IRA e GIS, na variação **3B** e do aluno AL, na variação **3C**. Esta estratégia resume-se em identificar o algarismo por contagem das divisões das barras posteriores ou anteriores, e, em seguida, o algarismo procurado é identificado por acréscimo ou retirada de uma unidade do valor cardinal encontrado. Em resumo, a identificação do algarismo é feita por uma relação entre o valor cardinal do algarismo solicitado e valor cardinal do antecessor ou sucessor deste algarismo.

Esquema de ação III: utilizado pelos alunos AL, IRA e GIS, na variação **3B** e pelo aluno AL, na variação **3C**. Este esquema consiste em identificar o algarismo por contagem das barras apresentadas pelo programa na tela do computador. Ressalte-se que, enquanto para a variação **3B**, a contagem é feita em ordem crescente, a partir da unidade; para a variação **3C**, a contagem é feita em ordem decrescente, a partir do algarismo 9. Portanto, não é difícil ver que estas crianças, ao identificar um determinado algarismo, o fizeram pelo seu valor ordinal.

Desta forma, como o objetivo pretendido com as aplicações das variações **3B** e **3C** somente cumpriu-se para os alunos que se valeram do esquema de ação III, a questão que se estabelece é a seguinte: por que a maioria das crianças não se utilizou do esquema de ação III, para identificar os algarismos?

Para explicar isto, vamos nos conduzir pelos passos que antecederam o momento em que o aluno AL passou a se utilizar, efetivamente, do esquema de ação III, durante o seu trabalho com a variação **3C**. (vide sessão 5, p. 51-52).

Passo 1: AL: (...contando divisões hipotéticas sobre a barra representativa do algarismo 4).
1, 2, 3, 4. *É o quatro.*

Passo 2: AL: (...contando as divisões da barra representativa do sete.) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. *É o seis.*

Passo 3: AL: *Esse aí ? Hum... . Vai até o nove. Esse aí é o oito!*

Ora, tendo em vista que os passos 1, 2 e 3 correspondem, respectivamente, aos esquemas de ação I, II e III; no que diz respeito às alunas SUE, TAT e DAN que se utilizaram do esquema de ação I, isto significa que elas somente poderiam ter se utilizado do esquema de ação II ou do esquema de ação III, caso a reversibilidade do pensamento estivesse presente nessas crianças. Com efeito, pois, se por um lado, para utilizar o esquema de ação II é necessário que haja a subordinação das partes a um todo real; por outro, a utilização do esquema de ação III exige a compreensão da relação entre ordenação e valor cardinal.

Quanto aos alunos que se valeram do esquema de ação II, onde o que prevalece é o aspecto cardinal do número, o grupo de fatores tendentes a explicar a razão pela qual a maioria das crianças utilizou-se deste esquema, constitui-se das seguintes observações:

- primeiramente, como o esquema de ação II é um método de identificação tão seguro quanto o esquema de ação III, isto significa que, utilizar-se de quaisquer um destes esquemas, é uma simples questão de escolha. De modo mais claro, a utilização de qualquer um destes esquemas não depende da utilização do outro;
- finalmente, a observação de que, durante o processo, não houve aplicações de atividades em que as crianças pudessem, a partir da ação, estabelecer considerações sobre a lei de composição das barras utilizadas nas variações **3B** e **3C**. A prova disto é o fato do aluno AL ter se utilizado do esquema de ação I em seu primeiro contato com a atividade **3C** ou, mais simplesmente, o fato deste aluno ter sentido a necessidade de verificar, inicialmente, a lei de composição da barra indicativa do algarismo solicitado.

Ora, se, apesar dos esquemas II e III serem independentes, o aluno AL, após utilizar-se do esquema de ação I, não faz uso do esquema de ação III sem antes fazer uso do esquema de ação II, isto nos parece um significativo indício de que a presença de uma centração sobre o aspecto cardinal do número foi a principal razão, pela qual a maioria das crianças optou pelo esquema de ação II.

“O espaço perceptivo,..., não é homogêneo, mas é centrado a cada momento e a zona de centração corresponde a uma dilatação espacial, sendo que a periferia desta zona está tanto mais contraída quanto mais se afasta do centro.”(Piaget in Battro, 1978, p. 49)

Observe-se que, além do esquema de ação III ser o único cuja identificação é feita pelo valor ordinal do número, do ponto de vista da percepção, este esquema está bem mais distante do esquemadade ação I do que o esquema de ação II.

Portanto, devido a este visível desequilíbrio que acabou sendo gerado em favor do aspecto cardinal do número – lembrar que, nas atividades anteriores, a ênfase foi dada, exclusivamente, ao aspecto cardinal do número – o ponto de interesse é procurar fixar perturbações que assegurem uma ação mais efetiva da atividade *colorir* e, por conseguinte, um maior equilíbrio entre os aspectos cardinal e ordinal, nas aplicações futuras deste grupo de atividades.

Quanto a isto, as duas possibilidades distintas que se afiguram como viáveis para assegurar um maior equilíbrio ao processo, são as seguintes:

Perturbação I: como um dos problemas detectados foi a presença de duas soluções distintas pelas quais é possível concluir, satisfatoriamente, as atividades **3B** e **3C** – a partir das indicações fornecidas pelo programa, tanto é possível identificar o algarismo pelo seu valor cardinal como pelo seu valor ordinal – a primeira solução que se afigura é, portanto, eliminar a possibilidade de a criança identificar o algarismo pelo seu valor cardinal. De modo específico, esta solução consiste em eliminar, nas barras que antecedem ou sucedem a barra indicativa do algarismo solicitado, as referências explícitas sobre o número de unidades das quais cada barra é formada (vide figura 28).

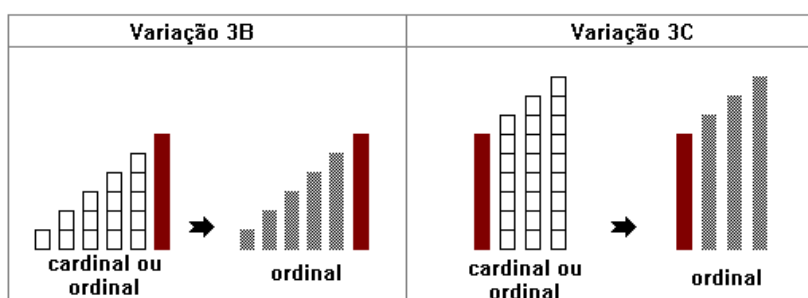


Figura 28: na perturbação I elimina-se, nas barras que antecedem ou sucedem a barra indicativa do algarismo solicitado, as referências explícitas sobre o número de unidades das quais cada barra é formada.

No entanto, há de se ressaltar que, devido à ênfase dada ao aspecto cardinal do número nas atividades anteriores, esta lacuna só poderá ser considerada uma perturbação se a criança compreender a lei de composição das barras indicativas dos algarismos. Portanto, trata-se de uma solução que exige a presença de uma atividade adicional, que possibilite à criança tomar consciência do princípio desta ordenação.

Perturbação II: tem por orientação o fato de que o aluno AL, ao optar pelo esquema de ação III, o fez movido pela necessidade explícita de identificar o algarismo solicitado pelo programa, antes que o aluno FEL o fizesse (vide sessão 5, p. 52). De modo mais específico, o pressuposto desta perturbação é a necessidade de agilizar o processo de identificação do algarismo, que se constitui um agente de oposição as acomodações. Sendo assim, como o programa suporte da atividade teclado mostrou-se capaz de gerar este tipo de demanda, esta solução consiste em estabelecer uma variação adicional nesta atividade, de modo que os indicativos da tecla a ser pressionada nesta variação suplementar sejam, exatamente, as indicações utilizadas nas variações **3B** e **3C** (vide figura 29). Logo, trata-se de uma perturbação que também pressupõe uma atividade que possibilite à criança tomar consciência do princípio desta ordenação. Com efeito, pois afastar a necessidade da criança verificar a lei de composição das barras, durante a aplicação desta variação, significa reduzir a possibilidade de centração sobre o aspecto cardinal dos algarismos.

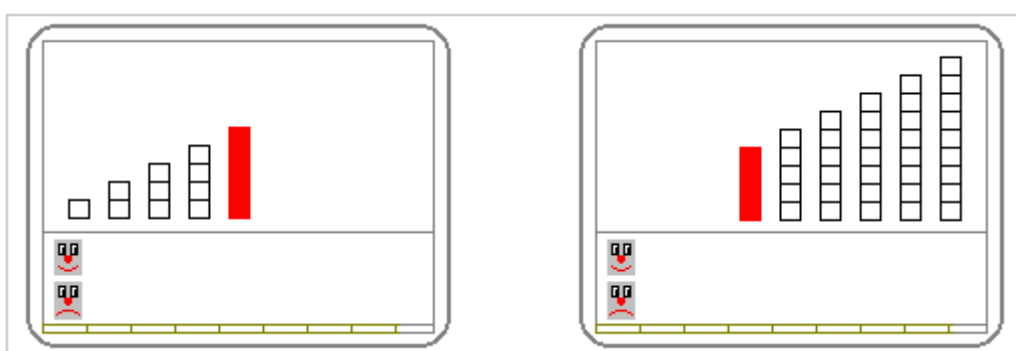


Figura 29: nesta variação adicional da atividade teclado, o objetivo é que a criança, ao procurar identificar o algarismo, o faça a partir de seu valor ordinal.

No entanto, há de se ressaltar, que apesar de ser possível a implementação dessas duas perturbações, para a aplicação destas atividades em contexto de sala de aula, o mais adequado é que seja implementado apenas a perturbação II. E isto porque, se por um lado, não é possível

afastar a possibilidade de crianças ainda no decurso do segundo nível pré-operatório, em turmas de primeira série do ensino fundamental; por outro, a perturbação I, por exigir da criança a compreensão da relação entre ordenação e valor cardinal, não se mostra um problema adequado para crianças que ainda não tenham atingido o primeiro nível das operações concretas.

5.4 - Considerações gerais

Estabelecidas as considerações acerca das limitações das atividades computadorizadas que foram aplicadas, bem como dos necessários reajustes para uma ação mais efetiva do conjunto de atividades computadorizadas, passemos, pois, às considerações mais gerais a respeito do trabalho.

A primeira delas, refere-se aos objetivos de ensino pretendidos, a partir das aplicações destas atividades, que foram os seguintes: propiciar um ambiente que possibilitasse à criança estabelecer um vínculo de associação entre os algarismos hindu-arábicos e seus aspectos cardinal e ordinal, bem como um ambiente que possibilitasse a aquisição de esquemas de ação que auxiliassem à criança na escrita destes algarismos.

Neste aspecto, a melhora ocorrida na caligrafia das crianças e o desaparecimento de inversão na escrita de alguns algarismos – inversão esta, que antes da aplicação das atividades computadorizadas era comum às crianças do segundo nível pré-operatório – são indicativos de que, não apenas os objetivos de ensino foram satisfeitos, mas, sobretudo, que o objetivo do trabalho foi alcançado de modo satisfatório. Com efeito, pois pelo fato deste rol inicial de atividades computadorizadas ter propiciado um ambiente favorável à aprendizagem dos objetivos de ensino propostos, isto permite-nos considerar este conjunto de atividades como uma proposta para a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.

A segunda consideração, diz respeito ao prolongamento natural deste trabalho. Para isto, vamos retomar o esquema de ação empregado pela maioria das crianças para identificar o algarismo, durante o trabalho com as variações **3B** e **3C**; isto é, o esquema de ação que

consiste em identificar o algarismo por contagem das divisões das barras posteriores ou anteriores, identificando, em seguida, o algarismo procurado, por acréscimo ou retirada de uma unidade do valor cardinal encontrado. Numa palavra, o ponto de interesse é o fato de que a maioria das crianças, ao procurar identificar os algarismos, o fizeram pela composição aditiva.

Ora, se a este resultado acrescentarmos o fato de que aluno JO, durante o trabalho com a atividade **2B**, substituiu a contagem por unidades pela contagem por grupos; isto constitui uma possibilidade concreta de conexão deste grupo de atividades, com os outros dois grupos que, a partir de nosso estudo teórico, mostraram-se necessários para a tomada de consciência da criança de que cada numeral, além dos aspectos cardinal e ordinal, contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição. Portanto, avaliar a suficiência deste conjunto maior de atividades para esta tomada de consciência da criança é, por conseguinte, um prolongamento natural deste trabalho.

A terceira é última consideração, refere-se ao método clínico em ação, o qual, sob o nosso ponto de vista, mostrou-se, por duas razões básicas, adequado para o desenvolvimento deste tipo de trabalho. A primeira delas, é que esta estratégia metodológica possibilita uma maior proximidade do pesquisador com os problemas específicos de ensino e aprendizagem em situação escolar. Com efeito, pois esta experiência mostrou de maneira clara, que a presença de criança em diferentes fases do desenvolvimento cognitivo nas primeiras séries do ensino fundamental, é um problema a ser tratado com seriedade. Finalmente, a segunda razão pela qual sustentamos a adequação do método clínico em ação, para o desenvolvimento deste tipo de pesquisa, é o fato de que esta estratégia metodológica possibilita aos sujeitos da pesquisa, aprofundar o ato de conhecimento de si em relação com a sua realidade e, por conseguinte, superar o conhecimento anterior em seus aspectos mais ingênuos. (cf. Freire in Brandão, 1988, p.36). A prova disto, é a mudança de postura da professora R que, ao final do ano letivo, numa atitude clara de enfrentamento a uma parte do corpo docente da escola A, decidiu aprovar todos os alunos da turma 2E (vide dados suplementares, p. 58).

Conclusão

Para o desenvolvimento de nosso rol inicial de atividades computadorizadas, os objetivos de ensino, a serem alcançados por estas atividades, foram os seguintes: propiciar um ambiente que possibilitasse à criança estabelecer um vínculo de associação entre os algarismos hindu-arábicos e seus aspectos cardinal e ordinal, bem como um ambiente que possibilitasse, ainda, a aquisição de esquemas de ação que auxiliassem à criança na escrita destes algarismos.

Neste aspecto, a melhora ocorrida na caligrafia das crianças e o desaparecimento de inversão na escrita de alguns algarismos – inversão esta, que antes da aplicação das atividades computadorizadas era comum às crianças do segundo nível pré-operatório – são indicativos de que, não apenas os objetivos de ensino foram satisfeitos, mas, sobretudo, que o objetivo do trabalho foi alcançado de modo satisfatório. Com efeito, pois pelo fato deste rol inicial de atividades computadorizadas ter propiciado um ambiente favorável à aprendizagem dos objetivos de ensino propostos, isto permite-nos considerar este conjunto de atividades como uma proposta para a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico.

Sendo assim, passemos, pois, a esta nossa proposta didática, lembrando que no conjunto de atividades que apresentaremos, a seguir, já estarão incorporadas as modificações e complementações sugeridas pela análise dos resultados, que foram obtidos com a aplicação do rol inicial de atividades computadorizadas.

□ **Atividade Teclado:** trata-se de um banco de imagens, gerenciado por um programa que, após escolher uma das imagens e fornecê-la na tela do computador, aguarda até que uma tecla seja pressionada pela criança.

Todavia, como a cada imagem somente uma tecla se associa, uma vez tendo sido acionada uma tecla, o programa verifica o vínculo de associação estabelecido e, a partir de um pequeno quadro situado na parte inferior da tela, comunica à criança o resultado de sua ação

(vide figura 30). Feito isto, o programa, então, troca a imagem da tela, para que o processo possa ser retomado pela criança.

Outro ponto relevante é que, não obstante a capacidade do computador em repetir indefinidamente este procedimento, dois são os aspectos que limitam a duração da atividade. A marcação do tempo – feita pelo programa – e um limite máximo para o número de acertos ou erros possíveis. Em outras palavras, isto significa que as três situações, pelas quais o programa está autorizado a interromper a sua própria execução, são as seguintes: completar o número máximo de acertos, antes de esgotado o tempo disponível (o que significa a conclusão da tarefa pela criança); o preenchimento do número máximo de erros permitidos; ou, simplesmente, o término do tempo disponível, antes de preenchido o total de acertos necessários (situações desfavoráveis em que a criança, então, deve repetir a tarefa).

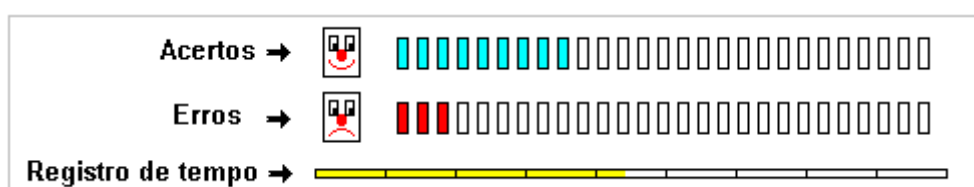


Figura 30: marcações utilizadas para indicar o resultado da ação executada pela criança e para o registro de tempo na atividade *teclado*.

Sendo este o funcionamento básico da atividade *teclado*, as variações desta atividade são as seguintes:

Variação 1A: solicita que a criança localize no teclado os algarismos hindu-arábicos. Objetivos: fornecer à criança informações a respeito do funcionamento da atividade, bem como orientações sobre a localização das teclas correspondentes aos algarismos no teclado. (Vide figura 31). Quanto ao limite de tempo para a execução desta variação e número de acertos necessários para a finalização da tarefa, a experiência mostrou que para o intervalo de tempo de 1 min, exigir 30 acertos para a conclusão da tarefa garante, não apenas um esforço da criança, mas, sobretudo, que este esforço seja suficiente para que ela possa, satisfatoriamente, finalizar a tarefa.

Variação 1B: apesar de idêntica à variação **1B**, no que se refere às teclas a serem pressionadas, esta variação, ao invés de fornecer uma imagem direta dos algarismos, apresenta

uma determinada quantidade de objetos, em que a tecla a ser pressionada deve ser identificada por um processo de contagem destes objetos. Trata-se, portanto, de uma atividade cujo objetivo é fornecer à criança um ambiente favorável para o estabelecimento de ações, que tenham como referência o aspecto cardinal de cada algarismo. Ressalte-se que, para evitar vínculos de associação do tipo algarismo-padrão configurativo, a disposição de uma determinada quantidade de objetos é sempre feita de modo aleatório pelo programa. Finalmente, quanto ao número de acertos a ser exigido para a conclusão desta tarefa, a experiência mostrou que, para o intervalo de tempo de 1 min, este número não deve ultrapassar a 20 acertos. E isto, é claro, para que as crianças, após um certo esforço, possam, individualmente, concluir a tarefa.

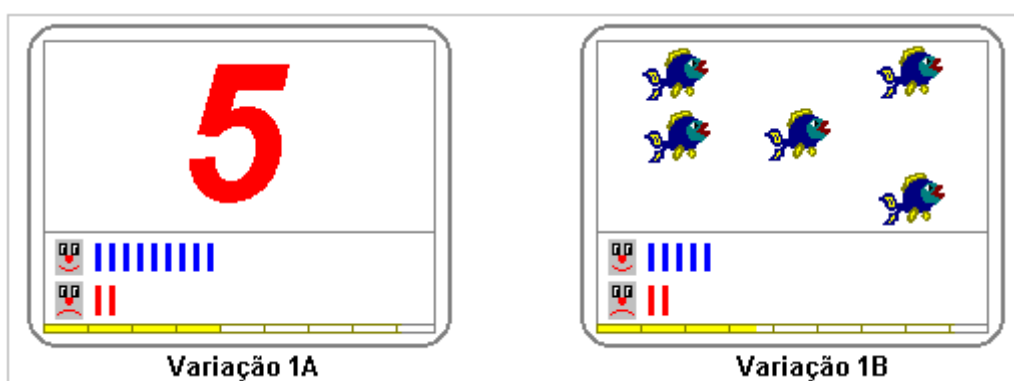


Figura 31: enquanto na variação **1A** a criança tem apenas que pressionar a tecla correspondente ao algarismo solicitado, na variação **1B** o algarismo é identificado pela quantidade de elementos contidos na tela.

Variação 1C: trata-se de uma complementação sugerida pela análise dos resultados, em que o objetivo é o de fornecer à criança um ambiente para que ela possa identificar o algarismo pelo seu valor ordinal. Para isto, a identificação do algarismo solicitado deve ser feita a partir de barras construídas por composição de unidades quadradas e dispostas sequencialmente (vide figura 32). Quanto ao número de acertos a ser exigidos para a conclusão desta tarefa os indicativos são de que para o intervalo de 1 min, este número deve ser, pelo menos, igual ao exigido na variação anterior. A principal razão para isto é o fato de que, neste problema, por ser possível à criança também identificar o algarismo pelo seu valor cardinal, será necessário garantir uma demanda para que o objetivo de ensino proposto possa ser alcançado.

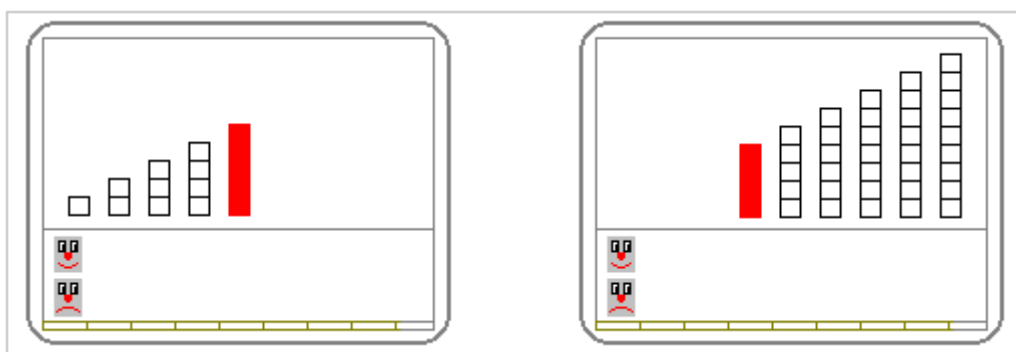


Figura 32: na variação **1C**, o objetivo é o de que a criança ao procurar identificar o algarismo, o faça a partir de seu valor ordinal.

Orientações para o processo de aplicação: para a aplicação destas variações da atividade *teclado*, bem como das demais atividades a serem apresentadas, a principal orientação é a de que a exploração das atividades é de inteira responsabilidade das crianças. Portanto, num contexto de sala de aula, é responsabilidade do professor garantir o trabalho cooperativo das crianças, seja em grupos organizados ou por aproximações espontâneas. Para isto, a sugestão é de que as crianças trabalhem sempre em duplas nas atividades.

Ainda de caráter geral, uma segunda orientação é a de que, na aplicação de qualquer atividade, a primeira variação a ser aplicada deverá ser sempre aquela que orienta a criança sobre o funcionamento da atividade. A principal razão para isto é a de que a experiência vem mostrando que, para uma determinada atividade agir, satisfatoriamente, é necessário que as nuances de seu funcionamento tornem-se periféricas na criança.

Finalmente, quanto às orientações específicas para a aplicação da atividade *teclado*, a principal delas é a de que a aplicação da variação **1C** não deverá ocorrer, antes que a criança, a partir de sua própria ação, tome consciência do princípio de ordenação das barras pelas quais o programa solicita a tecla numérica a ser pressionada.

□ **Atividade Desenhar:** o programa suporte desta atividade é constituído de um pequeno cursor que, através das quatro teclas disponíveis no teclado, pode ser deslocado para cima, para baixo, para a esquerda ou para a direita. Além disto, a criança pode – ao pressionar a tecla <BARRA de ESPAÇO> – fixar a imagem deste cursor na tela do computador, como

também – posicionando o cursor sobre uma imagem já fixada na tela – retirar a figura, se assim o desejar.

Sendo este o suporte computacional da atividade desenhar, as variações desta atividade que sugerimos, são as seguintes:

Variação 2A: a construção, a partir do programa desenhar, de padrões similares aos padrões pitagóricos (Hogben, 1956, p. 207) para as quantidades menores que dez. Objetivo: orientar as crianças no manuseio do software desenhar (vide figura 33).

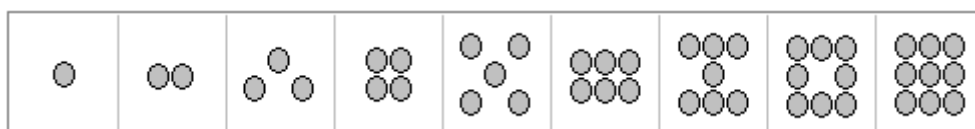


Figura 33: padrões a serem construídos na variação 2A.

Variação 2B: com o objetivo de desencadear na criança a necessidade de contagem por agrupamentos, a tarefa, nesta variação, é a de construir os padrões pitagóricos, a partir de grupos de quatro círculos (vide figura 34);

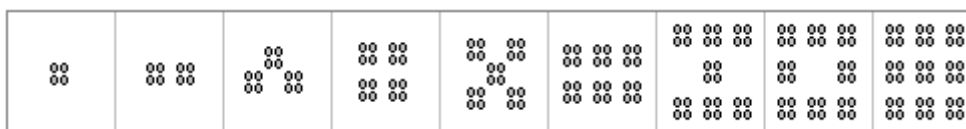


Figura 34: padrões a serem construídos na variação 2B.

Variação 2C: construção ordenada de imagens representativas dos algarismos hindu-arábicos e seus respectivos padrões pitagóricos. Objetivos: fornecer um ambiente favorável ao estabelecimento de uma correspondência operatória entre cada algarismo e seus aspectos cardinal e ordinal e, ainda, possibilitar a aquisição, pela criança, de esquemas de ação para a escrita dos numerais (vide figura 35).

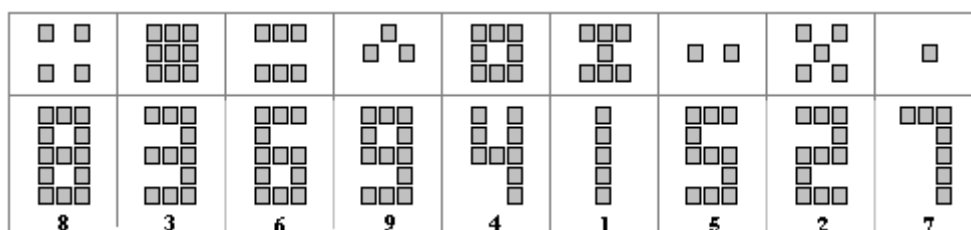


Figura 35: padrões a serem construídos a partir da variação 2C.

Orientações para o processo de aplicação: para a aplicação da variação **2A**, a sugestão é de que os padrões pitagóricos sejam, individualmente e desordenadamente, sugeridos na lousa pelo professor. Uma vez feito isto, o professor deverá solicitar às crianças que os construa novamente, porém, desta vez, ordenando estes padrões de modo crescente ou decrescente.

Finalmente, quanto às aplicações das variações **2B** e **2C**, a sugestão é de que os padrões sejam apresentados desordenados em uma folha impressa, com a orientação de que a tarefa é, por conseguinte, reproduzir estes padrões, ordenadamente, na tela do computador. Observe-se que, no caso da variação **2C**, além de a criança ter que reproduzir ordenadamente os algarismo, ela terá também que estabelecer uma associação correta entre cada algarismo e seu respectivo padrão pitagórico.

□ **Atividade Colorir:** trata-se de uma matriz cinco por cinco formada de quadrados de mesma cor, apresentando, ainda, no interior de um dos quadrados um cursor que, através das quatro setas do teclado, pode, livremente, ser deslocado para o quadrado subsequente, desde que o mesmo estabeleça com o primeiro uma fronteira comum. Por fim, quanto à tecla <BARRA de ESPAÇO>, sua função é inverter a cor de fundo do quadrado, no qual o cursor estiver inserido no momento do pressionamento desta tecla.

Quanto às variações desta atividade, temos:

Variação 3A: nesta variação, a tarefa a ser realizada consiste em reproduzir cada algarismo, os quais, do 1 ao 9 e em ordem crescente, vão sendo, individualmente, apresentados à criança. Ressalte-se que, para refrear a possibilidade da conclusão da atividade por um processo simples de tentativas e erros, além do programa limitar o número de ações à disposição da criança para a construção de um determinado algarismo, o esgotar deste limite implica no retorno à construção do antecessor. Quanto aos objetivos específicos desta variação, temos: orientar a criança quanto ao funcionamento da atividade e possibilitar a aquisição, pela criança, de esquemas de ação para a escrita dos numerais (vide figura 36).

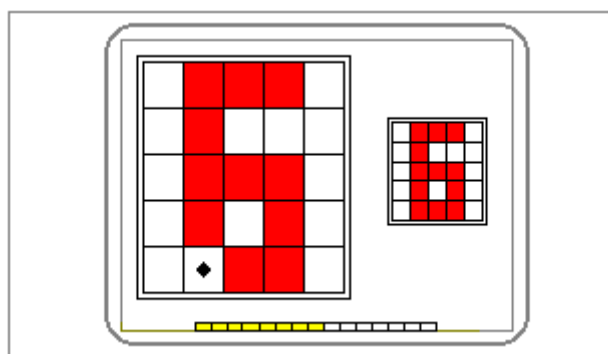


Figura 36: na variação 3A, os algarismos (por exemplo, algarismo 6) apresentados na matriz menor devem ser reproduzidos na matriz maior.

Variação 3B: solicita da criança a identificação e a construção dos algarismos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, a partir do valor cardinal do algarismo que antecede o algarismo solicitado (vide figura 37).

Variação 3C: solicita da criança a identificação e a construção dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, e 8, a partir do valor cardinal do algarismo que sucede o algarismo solicitado. Portanto, o objetivo desta variação, bem como da variação anterior, é fornecer à criança um ambiente para que ela estabeleça considerações sobre as composições aditivas dos algarismos.



Figura 37: enquanto na variação 3B, a orientação para o algarismo a ser construído (no caso, o algarismo 6) é o valor cardinal do antecessor, na variação 3C, é o valor cardinal do sucessor.

Porém, como suprimir qualquer referência explícita sobre o algarismo a ser identificado nestas variações, é condição *sine qua non* para que o objetivo de ensino possa ser alcançado, estas variações possuem, por conseguinte, uma tela secundária para as consultas sobre a construção dos algarismos (vide figura 38).

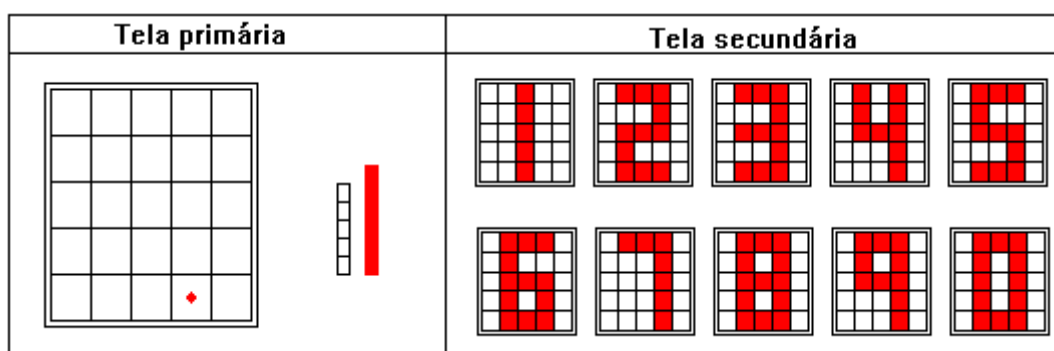


Figura 38: na variações **3B** e **3C**, apesar das barras serem a única indicação do algarismo a ser construído, o aluno dispõe de uma tela secundária para consultas.

Orientações para o processo de aplicação: para as aplicações das variações **3B** e **3C**, não obstante o fato destas atividades possuírem uma tela secundária para consultas sobre a construção dos algarismos, será necessário, ainda, distribuir às crianças uma folha impressa com dez matrizes idênticas à matriz da tela do computador, na qual o aluno deve construir cada algarismo. A razão deste material é a seguinte: se a criança reproduzir o algarismo desejado em uma das matrizes impressas, ela terá em mãos uma fonte direta para consultas. Observe-se que, a ausência deste material, durante as aplicações destas atividades, mostrou ser um forte agente para que as crianças abandonassem as atividades, antes de concluí-las.

Finalmente, uma segunda orientação para a aplicação do conjunto de variações desta atividade é a de que é preciso levar em conta, que quando as crianças manipulam em comum um material qualquer, elas se compreendem porque sua linguagem é acompanhada por gestos, por toda uma mímica que é um começo de ação e serve de exemplo ao interlocutor. Em outras palavras, como a aplicação desta atividade pressupõe a presença de um material auxiliar, isto significa que será necessário garantir, durante a aplicação destas variações, um clima de total cooperação entre as crianças.

□ **Atividade encaixar**²²: Trata-se de um fosso, sobre o qual existe uma caixa contendo barras de diferentes tamanhos e construídas por composição de unidades quadradas. Quanto ao seu funcionamento, temos: a criança, após escolher uma determinada barra e solicitar ao programa que a deixe cair no fosso, deve manobrá-la durante a queda, de modo que, ao acomodá-la, reproduza o padrão configurativo sugerido pelo programa (vide figura 39).

Quanto às variações desta atividade, temos:

Varição 4A: nesta variação, as barras graduadas, após serem liberadas pela ordem crescente de seus comprimentos, devem ser sucessivamente acomodadas de modo a reproduzir o padrão sugerido pelo computador (vide figura 39). Objetivo: fornecer à criança orientações sobre o funcionamento da atividade.

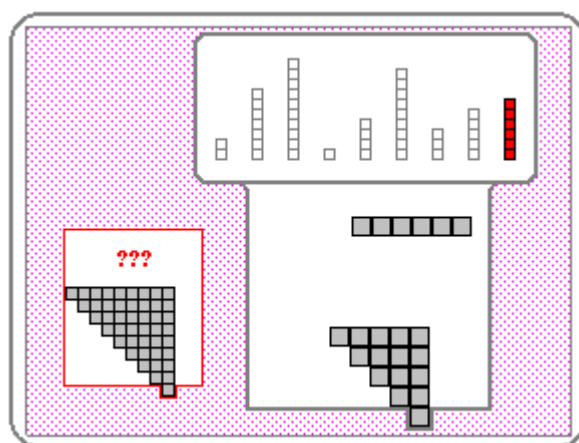


Figura 39: na atividade *encaixar* as barras graduadas devem ser acomodadas de modo a reproduzir o padrão sugerido pelo computador.

Varição 4B: nesta variação, cuja tarefa é a mesma da variação anterior, a diferença é que os indicativos para a liberação das barras são substituídos pelos algarismos hindu-arábicos. Objetivo: propiciar um ambiente para que a criança estabeleça considerações sobre os aspectos cardinal e ordinal dos algarismos.

Varição 4C: nesta variação, apesar do padrão configurativo sugerido pelo programa ser idêntico ao das variações anteriores, as barras disponíveis para a construção deste, padrão pela

²²O funcionamento deste programa tem por referência o funcionamento do software Tetris (Barger, 1987).

criança, são apenas as compostas de 1, 2 e 3 unidades quadradas. Portanto, o objetivo desta variação é fornecer um ambiente para que a criança, a partir de sua própria ação, estabeleça considerações sobre a lei de composição das barras e, por conseguinte, sobre algumas das composições aditivas dos algarismos.

Orientações para o processo de aplicação: a inserção da atividade *encaixar* no processo foi devida, não apenas a necessidade de estabelecer um maior equilíbrio entre os aspectos cardinal e ordinal do número, mas, também, em função da necessidade de fixar considerações sobre a lei de formação das barras utilizadas nas variações **1C**, **3B** e **3C**. Portanto, isto significa que, nas aplicações futuras dessas atividades, a aplicação da atividade *encaixar* deve preceder às aplicações das variações **1C**, **3B** e **3C**.

Sendo estas atividades computadorizadas, as peças constitutivas de nossa proposta para a utilização do computador no processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico, passemos, pois, as considerações mais gerais sobre essa proposta didática.

A primeira delas é a de que, apesar das atividades terem sido acomodadas segundo o funcionamento dos programas que lhes dão origem, isto não significa que esta proposta se constitui por subconjuntos de atividades com objetivos específicos. Mas, pelo contrário, trata-se de um todo que tem por objetivo propiciar um ambiente que possibilite à criança estabelecer um vínculo de associação entre os algarismos hindu-arábicos e seus aspectos cardinal e ordinal, bem como um ambiente para a aquisição de esquemas de ação que auxiliassem na escrita destes algarismos. Portanto, não há dúvidas de que para as aplicações futuras dessa proposta didática, será preciso, não apenas garantir que as variações de uma determinada atividade sejam coordenadas com as variações das outras atividades, mas, sobretudo, dosá-las de modo sistemático, para que possam acarretar situações de conflitos.

Sendo assim, para que estas considerações possam ser observadas nas aplicações futuras de nossa proposta didática, a solução adotada foi impor, à utilização deste sistema, as seguintes restrições:

- a primeira restrição é a de que o professor, para se utilizar do sistema, deverá antes escolher as atividades que serão aplicadas;
- a segunda é que, para uma mesma aplicação, o sistema não permite que sejam escolhidas mais de quatro atividades;
- finalmente, a terceira restrição é que o sistema também não permite que sejam aplicadas, simultaneamente, mais de duas variações de uma mesma atividade.

Observe-se que estas limitações impostas à utilização do sistema, além de procurar garantir que as considerações anteriores sejam observadas, buscam também oferecer um ambiente que possibilite ao professor refletir sobre a sua própria prática.

Finalmente, um segundo ponto relevante às aplicações futuras desta proposta didática é a consideração feita por Piaget (1970, p.30), em que ele afirma ser razoável que uma estrutura fraca utilize meios mais elementares e que a atividade crescente correspondam instrumentos cuja elaboração é mais complexa. Ora, considerando que este pressuposto é uma conclusão a ser extraída deste trabalho; isto significa que esta proposta não se constitui um conjunto fechado, mas, pelo contrário, indica que suas atividades podem e devem ser complementadas por outras. Entretanto, há de se ressaltar que para fazer isto, é necessário ter com clareza uma segunda conclusão deste trabalho que é, como já afirmou Baldino (1996) com precisão, a de que sem a ação da criança não há do que ela tomar consciência.

Bibliografia

Atlas da história do mundo. 4.ed. São Paulo: Folha, 1995. p. 50 - 66.

BALDINO.R.R. *Ensino Remedial em Recuperação Paralela*. Zetetiké. Faculdade de Educação, Unicamp. Ano 3: n.3, p.73-95. Março de 1995.

BALDINO, R.R. *On the epistemology of intergers*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Aceito para Publicação.(1996)

BARGER, S. B. *Tetris*. (software) USA: Spectrum holobyte. 1987. Color, 1 disquete.

BATTRO. A.M. *Dicionário terminológico de Jean Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1978. p. 49.

BIGGE, M.L. *Teorias de aprendizagem para professores*. São Paulo: Cortez, 1992.

Bit-Bot's. Math voyage (software). USA: Sanctuary Woods. 1995. Color, 1 cd.

BORTOLOTO, A. G., ANDREAZZA, M. S. *Matemática de 1ª a 4ª séries: uma abordagem metodológica*. Caxias do Sul: Educs, 1991. 152 p.

BORTOLOTO, A. G., CORSETTI, M.A., SARTOR, S. G. *Fazendo matemática nas séries iniciais*. Caxias do sul: Educs, 1992. 149p.

BOYER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. Cap.14, p.165 - 179.

CANAVARRO, A. P. *O computador nas concepções e práticas de professores de matemática*. Quadrante, 1994. Vol. 3, p.25-49.

CENTURIÓN, M. *Conteúdo e metodologia da Matemática: números e operações*. São Paulo: Scipione, 1994. 309 p.

CONFREY, J. *Using computers to promote students inventions on the function concept*. Washington: American Association for the Advancement of Science, 1992. p. 141-174.

Circo dos Números (software). São Paulo: Brincart. 1995. Color, 1 disquete.

D'AUGUSTINE, C. H. *Métodos modernos para o ensino da matemática*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976, 397p.

DUARTE, A. L. A., CASTILHO, S. F. R. *Metodologia da matemática: a aprendizagem significativa nas séries iniciais*. Belo Horizonte: Vigília, 1983. Vol.1.

- EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Unicamp, 1995. Cap.1 p.22-51.
- FLAVELL, J. H. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1992. 479 p.
- FRAGA, M. L. *A matemática na escola Primária: uma observação do cotidiano*. São Paulo: EPU, 1988. 119 p.
- FREIRE, P. *Criando métodos de pesquisa alternativa: aprendendo a fazê-la melhor através da ação*. In: BRANDÃO, C. R. *Pesquisa Participante* 7.ed. São Paulo: Brasiliense, 988. p. 34-41.
- FRIEDMAN, D. et al. *The math Blaster: in search of Spot team (software)*. USA: Davidson&Associates, 1994. Color, 3 disquetes.
- HOGBEN, L. *Maravilhas da Matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos*. Rio de Janeiro: Globo, 1958. 762 p. (Fundo de cultura geral, 1).
- IFRAH, G. *Os Números: a história de uma grande invenção*. Rio de Janeiro: Globo, 1991, 367p.
- KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas, Papirus, 1984, 124p.
- _____. *Aritmética: novas perspectivas*. Implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1993, 237p.
- KAMII, C., DECLARK, G. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. São Paulo: Papirus, 1986, 308p.
- KARPINSKI, L. C. *The history of arithmetic*. Chicago: Mcnally&Company, 1925, 199p.
- LEDUR, E. A. et al. *Metodologia do ensino-aprendizagem da Matemática*. Rio Grande do Sul: Unisinos, [s.d.], 77p.
- LEITE, L. B. *Piaget e a educação: exame crítico das propostas pedagógicas fundamentadas na teoria psicognética*. Educação e realidade (Construindo o construtivismo). Porto Alegre 19(1): 79-88, jun/jul. 1994.
- LUCCHESI, C. L. et al. *Aspectos teóricos da computação*. Rio de Janeiro: IMPA, 1979. Cap. 1, p. 3 - 39.
- MACEDO, L. *Ensaio Construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994. 170 p.
- MEIRA, L. *Análise micro genética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva*. Pernambuco: UFV, (199?)

- MENNINGER, K. *Number words and number symbols: A cultural history of numbers*. Cambridge. The M.I.T. Press, 1970, 480p.
- MOREIRA, M.A. *Ensino, e aprendizagem: enfoque teóricos*. São Paulo: Moraes, 1985.
- ROSEN, F. *The Algebra of Mohamed Ben Musa*. Edited and translated by Frederic Rosen. London, 1831. (Preface).
- PAVIA, D. L. *Animal math* (software). USA, 1986. Color, 1 disquete.
- PENTEADO, W. M. A. *Psicologia do ensino*. São Paulo: Papelivros, 1980.
- PERL, T. *Math Rabbit* (software). EUA: The Learning Company, 1987. P&B, 1 disquete.
- PRADO JUNIOR, C. *Notas introdutórias a Lógica Dialética*. São Paulo: Brasiliense, 1961. 249 p.
- PIAGET, J. *O raciocínio na criança*. Rio de Janeiro: Record, 1967. 241 p. Original Francês.
- _____. *O estruturalismo*. São Paulo: Saber Atual, 1970. 117 p. Original Francês.
- _____. *A epistemologia genética*. Petrópolis: Vozes, 1971. 108 p. Original Francês.
- _____. *Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias da la inteligencia*. In: PIAGET, at all. *La enseñanza de las matematicas*. Madrid: Aguilar, 1971. Cap.1, p.3 - 28. Original Francês.
- _____. *A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas - Problema central do desenvolvimento*. Rio de Janeiro, Zahar, 1976. Cap. 1, p. 11 - 44. Original Francês.
- _____. *Ensaio de lógica operatória*. São Paulo: Edusp, 1976. Parte 1, p. 31 -195. Original Francês.
- _____. *Psicologia da Inteligência*. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983, 178p. Original Francês.
- _____. *Seis estudos de psicologia*. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense, 1986. Parte 1, p 11 - 61. Original Francês
- _____. *A linguagem e o pensamento da criança*. 6.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993. p. 37 - 124. Original Francês.
- _____. *O juízo moral na criança*. São Paulo: Summus, 1994. 302 p.
- PIAGET, J., SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975, 331p. Original Francês.

Quero aprender matemática (software). São Paulo: Ática, 1995. Color, 2 disquetes.

SLogo Versão 1.1: interpretador e depurador LOGO (software). Campinas: NIED/Unicamp, 1994. Color, 1 disquete.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas. *Atividades Matemáticas; ciclo básico*. São Paulo: SE/CENP, 1993.

SILVA, J.E.F. *Trinca* (software). Juiz de Fora: UFJF/NEC, 1991. Color, 1 disquete. Adaptação feita a partir do programa Trinca Espinhas. Portugal, 19??. Color, 1 disquete.

SILVA, J.E.F, WODEWOTZKI, M.L.L. *Auxílio de Microcomputador na aprendizagem de Progressões Aritméticas*. Anais do IV EPEM, p. 68 -74, Jan. 1996.

SKINNER, B.F. At all. *A análise do comportamento*. São Paulo. EPU, 1975.

SHUTHERLAND, R. *Connecting theory and practice: results from the teaching of LOGO*. Educational Studies in Mathematics 24, 1993. p. 95-113.

TREVINOS, A.M.S. *Introdução à pesquisa participante em Ciências Sociais: Pesquisa qualitativa em Educação*. São Paulo: Atlas, 1987.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa ação*. São Paulo: Cortez, 1994. 103 p.

Turbo Basic version 1.0 (software). USA: Borland Internacional, 1987. Color, 1 disquete.

VALENTE. J.A. *Computadores e Conhecimento*. Campinas: Gráfica Central da Unicamp, 1993.

3001: A reading & Math Odyssey (software). USA: Unicorn, 1995. Color, 1 cd.

Apêndice A

A criança e o número

- A invariância dos conjuntos

Segundo Piaget, não basta à criança pequena saber contar verbalmente “um, dois três, etc.” para achar-se de posse do número. Para ele, o número é solidário de uma estrutura de conjunto, na falta da qual não existe ainda conservação das totalidades numéricas, independentemente de sua disposição figural.

Para explicar isto, Piaget toma como ponto de partida o *princípio da conservação*.

“A natureza, que é a realidade objeto do pensamento e do conhecimento humanos, pode ser considerada sob dois aspectos. (...) a saber: de um lado, a multiplicidade e variabilidade da natureza; doutro, sua uniformidade e estabilidade. Isso porque se é certo, e portanto não pode ser desconsiderado, que as feições que constituem o meio no qual vivemos, a Natureza em suma, são de tal maneira *múltiplas* a ponto de nunca se repetirem rigorosamente, bem como incessantemente *variáveis*, também é certo, doutro lado, que se o pensamento e o conhecimento humanos se fixassem unicamente em tal multiplicidade e variabilidade, não seria possível ao homem conduzir sua ação. Para fazê-lo, como a experiência nos mostra, ele precisa identificar certas feições tanto no tempo como no espaço, fixar certas uniformidades e permanências; em outras palavras, assimilar entre si aspectos da Natureza em rigor distintos, bem como certos momentos, embora diversos entre si, no fluxo e transformações incessantes das feições naturais.”(Junior, 1961 p.8)

Contudo, como tal fato não esclarece se as noções aritméticas estruturam-se progressivamente em função dessa necessidade de conservação ou se, pelo contrário, a conservação constitui uma espécie de idéia inata que se impõe desde a primeira tomada de consciência do intelecto, Piaget e seus colaboradores, empenham-se, por conseguinte, em uma série de experimentos nos quais buscam avaliar, simultaneamente, a conservação de quantidades contínuas e quantidades discretas.

Dos resultados obtidos com esses experimentos, Piaget, não apenas conclui que a conservação das quantidades pela criança é uma exigência às noções aritméticas – que se estruturam, exatamente, em função desta mesma conservação – como também verifica que as noções aritméticas estruturam-se, progressivamente, em três fases.

Na primeira fase (que permanece até por volta dos 5 anos), observadas as contínuas contradições entre os julgamentos sucessivos da criança, a respeito da equivalência entre duas coleções, Piaget conclui que estas contradições se devem a uma avaliação fundada de maneira exclusiva na percepção global, sem que operações permitam reunir os pedaços esparsos desta intuição perceptiva, se houver o rompimento da forma. Não existe na criança, desta fase, uma equivalência durável entre dois conjuntos, ou seja, a correspondência e o próprio processo de enumeração aparecem nas crianças da primeira fase como processo de quantificação muito menos seguros do que uma avaliação direta, a partir das relações perceptivas globais.

Na segunda fase (dos 5 anos até por volta dos 7 anos), a criança, apesar das indicações opostas da percepção imediata, já consegue elaborar a noção de quantidade constante, conservando-a, inclusive, caso não haja uma transformação considerável. Porém, existe nesta fase um conflito. Os fatores de conservação submetem-se aos fatores de alteração, isto é, quando a criança observa duas coleções quantitativamente equivalentes, porém, arrumadas diferentemente, ela acredita na não-equivalência, mas crê de novo naquela equivalência quando se lembra da correspondência que as constituiu. Portanto, para Piaget, esta fase caracteriza-se por soluções intermediárias, situadas a meio caminho entre a quantidade bruta sem invariância e a quantificação propriamente dita.

Entretanto, na terceira fase (a partir dos 7 anos), a equivalência antecede desde o início as relações perceptivas, ou seja, uma vez colocadas em correspondência termo a termo, duas coleções, sejam quais forem suas mudanças de formas, serão concebidas como equivalente. Para Piaget, isto significa que, num determinado momento, o sujeito compreende que as diferenças se compensam, visto que duas relações qualitativas heterogêneas são concebidas como iguais, conservando sua significação de diferença assimétrica.

Contudo, em função das limitações impostas pela natureza dos experimentos – às crianças só é permitido conciliar as mudanças de forma das coleções com a invariância das coleções correspondentes – ocorre uma dificuldade no que se refere as quantidades discretas.

Não se pode distinguir a correspondência termo a termo da coordenação de relações, pois, ao limitar as ações do sujeito, Piaget não tem outra opção senão conceber a correspondência termo a termo como razão inicial da invariância das coleções equivalentes que se apresentam.

Portanto, o próximo passo das pesquisas de Piaget foi verificar se a correspondência que conduz à equivalência durável não é a mesma operação que a correspondência termo a termo sem a equivalência durável das coleções correspondentes.

- A correspondência termo a termo

Ao investigar o mecanismo correspondência termo a termo em seu desenvolvimento espontâneo, e não mais provocada, Piaget apresenta uma série de situações onde a criança deve estabelecer por si só a correspondência para, em seguida, utilizá-la sob a forma que mais lhe convém. Trata-se, portanto, de experiências que têm como objetivo verificar se a correspondência termo a termo é suficiente para assegurar a conservação.

No entanto, considerando que em tais experimentos é possível distinguir, de um ponto de vista psicológico, duas espécies de situações, Piaget subdivide esses experimentos em dois grupos. O primeiro, em que a correspondência termo a termo é vista sob suas formas mais familiares – correspondência entre conteúdos e continentes ou troca de um contra um (flores e jarros, copos e garrafas, etc.) – e o segundo, em que a criança é chamada a avaliar uma quantidade por meio de objetos de mesma natureza, ou seja, situações que, segundo Piaget, levantam de fato o problema da cardinalidade.

Após constatar a presença de três fases idênticas e, mais ou menos, sincrônicas às detectadas no estudo precedente – avaliação global, correspondência sem equivalência e correspondência numérica com equivalência necessária – Piaget procura esboçar uma tentativa de explicação geral desses processos sucessivos de quantificação.

Na primeira fase, a única relação de que a criança dispõe para uma avaliação quantitativa é a percepção global. Por exemplo, a criança, ao alinhar uma determinada coleção de objetos, não decompõe o comprimento total da fileira em segmentos que são os intervalos entre os elementos que compõem a fileira (seriação aditiva). Portanto, ao tentar produzir uma

fileira cópia, sua única preocupação é que o comprimento total desta fileira seja o mesmo da da fileira modelo. Desta maneira, não raro, um conjunto com cinco elementos é considerado equivalente a um outro com, por exemplo, sete elementos. (*Figura 1*).

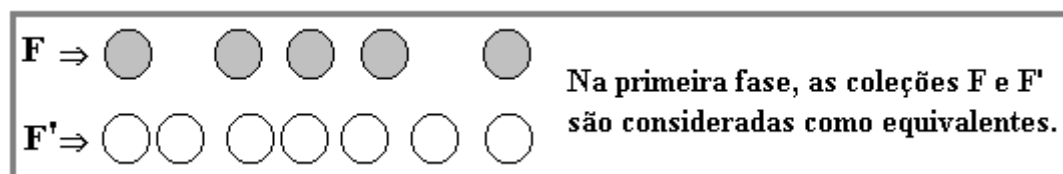


Figura 1: não raro, um conjunto de cinco elementos é considerado, por uma criança da primeira fase, como sendo equivalente a um outro com, por exemplo, sete elementos.

Na segunda fase, a criança demonstra ser capaz de atribuir à fileira-cópia não apenas o mesmo comprimento, mas também os mesmos intervalos, isto é, a mesma densidade (multiplicação de relações). Portanto, estabelece a correspondência. Entretanto, tal correspondência é apenas qualitativa, pois a ruptura da forma redonda, imediatamente, em uma conseqüente não-equivalência das coleções (*Figura 2*). Finalmente, na terceira fase, após estabelecer a correspondência qualitativa, a criança conserva a equivalência, seja qual for a variação que se impõe na disposição dos elementos de cada coleção. Ocorre, assim, a correspondência numérica.

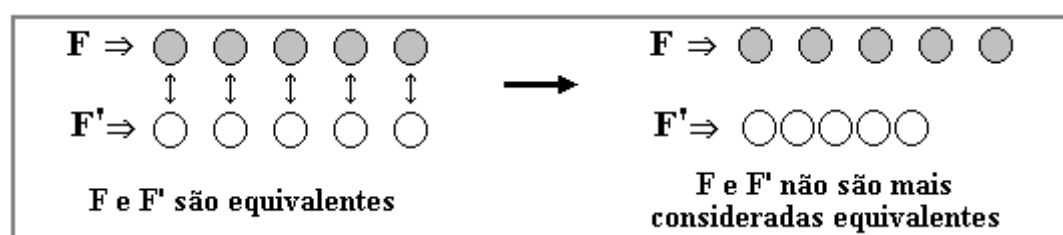


Figura 2: na segunda fase, com o rompimento da forma, a criança não acredita mais na equivalência das coleções.

Para Piaget, a existência de dois níveis diferentes de correspondências – a correspondência qualitativa e a correspondência numérica – comprova, portanto, a insuficiência da correspondência termo a termo para assegurar a equivalência durável e necessária de coleções colocadas em correspondência.

Com relação a diferença entre correspondência qualitativa e correspondência numérica, para explicitá-las vamos, inicialmente, considerar um exemplo, o qual consiste-se, por sua vez, em uma aproximação de um dos experimentos realizados por Piaget.

Exemplo 1: solicita-se a uma criança, que verifique a existência, ou não, de equivalência entre dois conjuntos de três fichas, acomodadas em duas caixas distintas. Suponha que, para verificar o que foi pedido, a criança pegue o conteúdo das caixas, distribua-os em duas filas paralelas (filas F e F') e, ao estabelecer a correspondência, coloque abaixo de cada ficha da fila F uma única ficha de F'. (Figura 3).

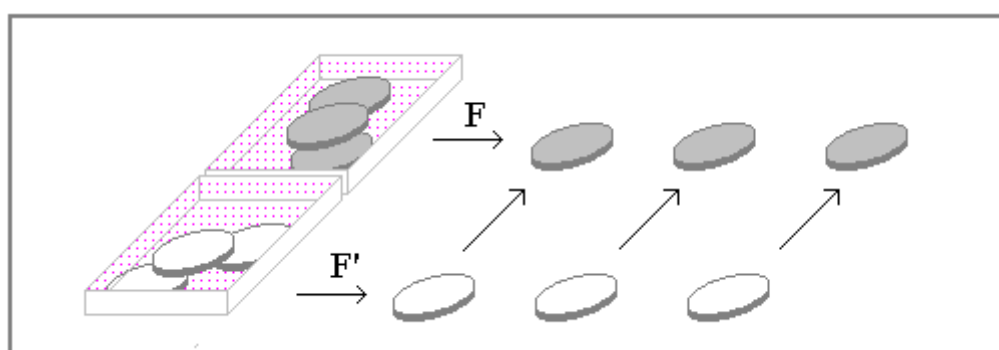


Figura 3

De acordo com Piaget, a criança, ao fazer isto, mostra, por conseguinte, que é capaz de multiplicar as relações de posição da fila F com a relação “embaixo de”. Em outras palavras, a criança é capaz de decompor o comprimento total da fileira em segmentos e atribuir à fileira-cópia, não apenas o mesmo comprimento, mas também a mesma densidade ou, simplesmente, os mesmos intervalos. Porém, não obstante esta coordenação das relações feita pela criança, tal operação, segundo Piaget, por estar restrita à intuição perceptiva, não é suficiente para garantir a equivalência durável, porque não é uma operação lógica. Assim, com a ruptura da forma, a criança não compreende que a diminuição do comprimento acarreta no aumento da densidade e vice-versa. Portanto, o que caracteriza o nível da correspondência qualitativa é que a criança desta fase, apesar de multiplicar relações, o faz somente no nível perceptivo.

Para tentar esclarecer de modo mais claro o que isto significa, vamos adotar a seguinte convenção:

□ os comprimentos de F e F' serão, respectivamente, indicados por c e c';

- **d e d' indicam, respectivamente, as densidades de F e F';**
- **n e n' indicam, respectivamente, a quantidade de elementos de F e F'.**

Assim, ao observar-se, do ponto de vista perceptivo, a configuração das fichas (vide *figura 3*), pode-se constatar que:

- $c = c'$ ou $c > c'$ ou $c < c'$ é reconhecido imediatamente pela percepção qualitativa das filas, sem a intervenção de qualquer unidade de medida;
- $d = d'$ significa que cada um, e apenas um, dos elementos de F acha-se situado em frente de um dos elementos de F'. $d > d'$ significa que alguns intervalos de F são mais curtos que alguns intervalos de F' e, $d < d'$ significa que alguns intervalos de F' são mais longos que alguns intervalos de F.
- $n = n'$ significa que há a mesma quantidade de elementos em F e F'. $n > n'$ significa , que existem mais elementos em F e $n < n'$ significa menos elementos em F.

Sendo assim, pode-se concluir que:

- ① $(c = c') \times (d = d') = (n = n')$
- ② $(c > c') \times (d > d') = (n > n')$ e $(c < c') \times (d < d') = (n < n')$
- ③ $(c = c') \times (d > d') = (n > n')$ e $(c = c') \times (d < d') = (n < n')$
- ④ $(c > c') \times (d = d') = (n > n')$ e $(c < c') \times (d = d') = (n < n')$
- ⑤ $(c > c') \times (d < d') = (n \geq n')$ ou $(n = n')$ e
 $(c < c') \times (d > d') = (n \leq n')$ ou $(n = n')$

Segundo Piaget, os resultados obtidos em cada uma das quatro primeiras operações evidenciam-se a partir da percepção, ou seja, seus resultados não carecem de qualquer operação abstrata. E isto é fato, prossegue Piaget, pois a primeira operação nada mais é do que expressão da correspondência qualitativa; a segunda exprime que, se uma fileira é ao mesmo tempo mais longa e mais densa que a outra, ela contém mais elementos; a terceira exprime que, em igualdade de comprimento, uma maior densidade implica mais elementos; e a quarta que, em densidade igual, uma fileira mais longa é mais numerosa. No entanto, a quinta

operação, por si só, nada mais informa além de uma indeterminação, pois uma informação precisa a partir desta operação exige um mecanismo operatório, para que se possa inverter tais relações. E só assim conclui-se que, se duas fileiras comportam a mesma quantidade de elementos, a que é mais densa é necessariamente menos longa e inversamente.

$$\textcircled{6} \quad (n = n') \times (c > c') = (d < d') \text{ e } (n = n') \times (c < c') = (d > d'), \text{ ou}$$

$$\textcircled{6.1} \quad (n = n') \times (d > d') = (c < c') \text{ e } (n = n') \times (d < d') = (c > c')$$

E é, exatamente, pela ausência desta operação denominada *reversibilidade* que a criança da segunda fase não consegue determinar a equivalência durável das coleções. Por isso que ao se defrontar com uma fileira contraída, a criança não opta pela indeterminação e funda suas reações em resíduos da primeira fase, na qual a correspondência termo a termo, mesmo quando imposta pela situação exterior, não é compreendida em seu princípio, voltando a equivalência a ser calculada segundo relações globais de espaço. Daí, a denominação da segunda fase, por Piaget, de fase da correspondência intuitiva.

Entretanto, como na terceira fase isto não mais acontece, a correspondência termo a termo deixa de ser qualitativa e passa a ser numérica. Segundo Piaget, isto significa que as ações executadas formam, a partir daí, um sistema conjunto, do qual a reversibilidade é fonte de constância. Para ele, este sistema é, simultaneamente, o princípio de uma generalização das correspondências qualitativas com a correspondência numérica, a qual considera cada elemento como uma unidade independente de suas qualidades e, portanto, igual as outras, só diferindo delas por sua posição momentânea na seriação.

Contudo, se por um lado Piaget parece mostrar, de maneira suficientemente clara, a insuficiência da correspondência termo a termo para garantir a equivalência durável; por outro, ele mesmo reconhece que tais conclusões não implicam em um primado do caráter cardinal sobre o caráter ordinal. Com efeito, pois suas conclusões sustentam que para se contar os termos de uma coleção e contá-los apenas uma vez, é necessário que os diferentes termos estejam ordenados numa série que permita distinguir cada termo de todos os outros.

Desta forma, o próximo passo de Piaget é investigar se o caráter intuitivo das séries a serem colocadas em relação permite uma correspondência mais estável.

- A seriação

As experiências realizadas, por Piaget e seus colaboradores, com o intuito de verificar se correspondências ordinais poderiam ocasionar equivalências cardinais mais duráveis, foram estruturadas a partir de cinco problemas que, na sistematização dos resultados, reduzem-se a três questões: a construção da correspondência serial, a determinação da correspondência serial – quando esta correspondência não é mais percebida – e a reconstituição da correspondência ordinal – quando esta mesma correspondência não é mais percebida.

Sem dúvida, os resultados obtidos, por Piaget, foram decisivos para a sua hipótese de que a ordenação supõe sempre a cardinalidade e, reciprocamente, pois dentre outras características ficaram marcadas, em cada uma das experiências, a presença de três fases, não apenas sincrônicas entre si, mas também sincrônicas com aquelas detectadas nos estudos anteriores.

Na primeira fase, a criança, já de saída, não consegue construir uma série, pois o seu método de seriação consiste em proceder por meio de pré-relações. Em outras palavras, a correspondência estabelecida para ligar um termo ao outro limita-se às relações perceptivas que as unem. Assim, por exemplo, ao proceder a seriação, colocando os elementos aos pares, a criança limita-se às qualidades *pequenas* e *grandes*, e não por coordenações *ao mesmo tempo maior que A e menor que B*. Quanto aos métodos para estabelecer a correspondência serial qualitativa, estes não ultrapassam os métodos dos quais se utilizam para a seriação espontânea, isto é, comparação global sem seriação exata ou correspondência termo a termo espontânea. Além disso, não conseguem descobrir a correspondência entre termos equivalentes, mesmo com uma disposição facilitada das fileiras a comparar.

Na segunda fase, a criança torna-se capaz de construir, de forma espontânea, séries corretas. Porém, apesar de relativizar as relações *maior* e *menor* (*transitividade*), estas não se constituem ainda em operações reais suscetíveis de serem desligadas da percepção, para serem manipuladas abstratamente. A criança só coordena estas relações mediante um certo número

de tateios e correções, ou seja, não procura, à cada nova relação, analisar o termo maior e o termo menor dos que restam. Em resumo, não considera, a cada instante, o conjunto das relações entre todos os elementos pertinentes à coleção.

Para melhor esclarecer o caráter operatório da seriação, vejamos um exemplo de um dos experimentos de Piaget.

Exemplo 2: seja, inicialmente, uma coleção de doze objetos (a,a',b,b',c,c',d,d',e,e',f,f'), sendo que estes objetos diferem entre si somente, e tão somente, pelo tamanho. Suponha, agora, que, ao ser solicitada, uma criança estabeleça uma relação serial entre os objetos (a, b,c,d,e,f), ordenando-os, sem qualquer ajuda, em ordem crescente de tamanho. Finalmente, entregam-se à criança, os objetos (a',b',c',d',e',f') pedindo-a, em seguida, para intercalá-los corretamente entre os objetos já dispostos, isto é: os elementos da seqüência resultante deverão, também, estar dispostos em ordem crescente. (*Figura 4*)

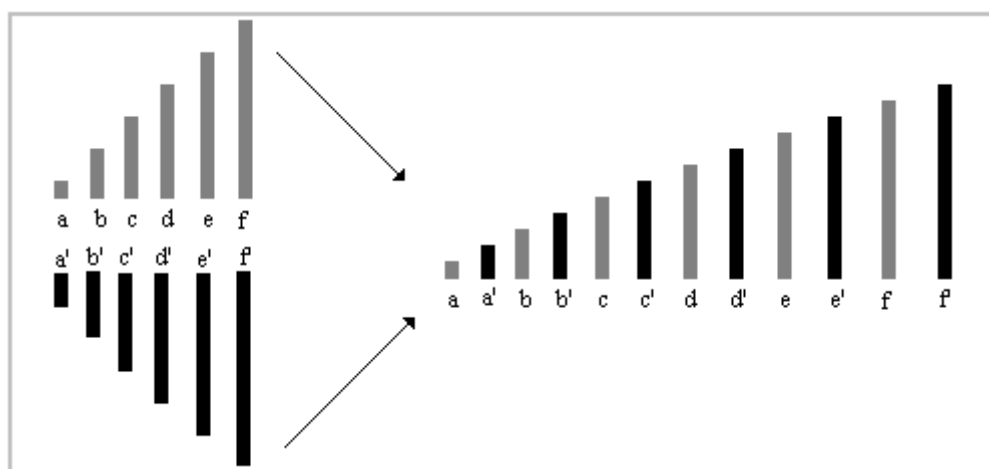


Figura 4

Supondo que este problema esteja sendo resolvido por uma criança da segunda fase, pode-se, mais claramente notar, a diferença entre seriação intuitiva e seriação operatória.

Piaget, verificou que, apesar de as crianças desta fase conseguirem (sem ajuda externa) seriar os objetos (a,b,...,f), a tentativa de inserção dos objetos (a',b',...f') redundou, por sua vez, em fracasso, pois, não só estas crianças cometem erros grosseiros na inserção destes objetos,

como também se satisfazem com estas inserções erradas, parecendo mostrar, portanto, o caráter intuitivo da seriação dos objetos iniciais. Segundo Piaget, isto ocorre porque intercalar um elemento novo, pressupõe operações de relacionamento muito mais passíveis de serem substituídas pela intuição do que a construção da série inicial, visto que a série concluída constitui uma forma de conjunto fechado, dificultando, assim, comparar um objeto novo aos já contidos nessa estrutura global. Em outras palavras, se para construir a série inicial é suficiente à criança pautar-se na ordem perceptiva – basta colocar, sucessivamente, o menor de todos mais o menor de todos os que restam, e assim, sucessivamente – o mesmo não é verdade para a inserção. Neste caso, para colocar, por exemplo, c' na sucessão $a < b < c < d \dots$ é preciso inseri-lo entre c e d de forma tal que $c' > c$ e $c' < d$. Portanto, a relação não é mais simplesmente aditiva, mas, simultaneamente, aditiva e subtrativa. E é esta simultaneidade, a reversibilidade que caracteriza a seriação operatória própria da terceira fase.

Quanto ao problema da correspondência serial espontânea, as crianças da segunda fase resolvem-no, progressivamente, sem necessitarem de auxílio. No entanto, a criança não descobre a correspondência, caso os termos correspondentes não se encontrem mais frente a frente e, ainda, comete alguns erros sistemáticos, dos quais destacar-se-á a confusão entre a categoria procurada e a do termo precedente.

Exemplo 3: sejam, inicialmente, duas coleções A e B distintas, cada qual com dez elementos, onde: a) cada coleção compõe uma classe em que cada dois quaisquer elementos diferem-se somente, e tão somente, pelo tamanho; b) existe uma relação que permite efetuar uma correspondência biunívoca entre estas duas coleções. (Por exemplo: bolas, cestas e a relação poder colocar dentro, etc.). Suponha, agora, que, ao ser solicitada, uma criança estabeleça a correspondência ordinal entre os elementos dessas duas classes, arrumando-os em duas fileiras paralelas conforme a figura 5.

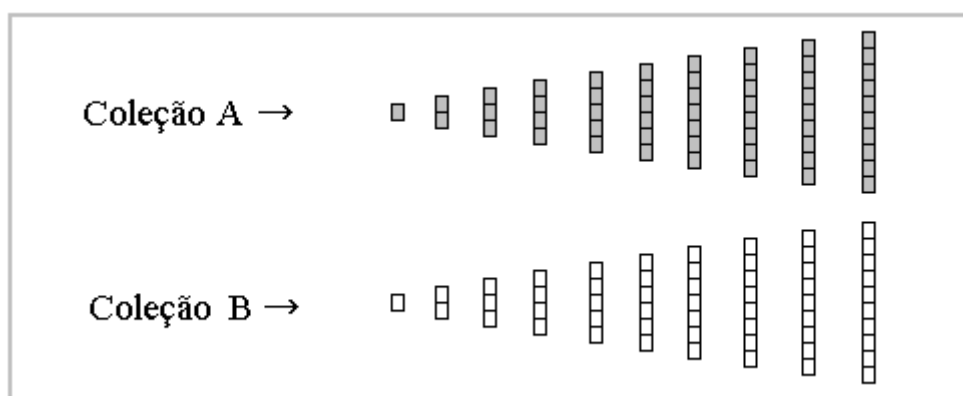


Figura 5

Após certificar-se que, ao apontar qualquer elemento da coleção A, a criança consegue identificar, corretamente, o correspondente na coleção B, um experimentador dispõe os elementos da coleção B em uma fileira adjacente à fileira A com os elementos dispostos na ordem inversa (figura 6) para, finalmente, solicitar à criança identificar, na coleção B, o correspondente de um determinado elemento da coleção A (por exemplo, o quarto elemento).

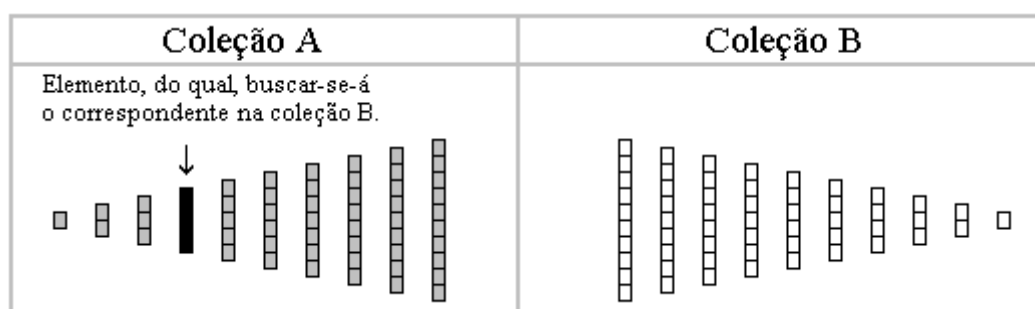


Figura 7

Isto significa, que à criança não basta mais, para determinar o elemento equivalente na coleção B, constatar a posição absoluta do elemento em questão. É preciso, agora, avaliar a quantidade ou número de elementos anteriores ou posteriores ao elemento em questão. Vejamos, portanto, o que acontece quando tal atividade é proposta a uma criança que se encontre no decurso de uma segunda fase.

Piaget verificou que estas crianças, ao tentarem identificar o elemento em B através do processo de contagem, apontavam, caso tivessem iniciado a contagem da direita para a esquerda, o terceiro elemento em B como o sendo o correspondente do elemento indicado em A, ou indicavam o sexto elemento, caso a contagem fosse feita da esquerda para a direita. A presença sistemática deste erro, junto aos fatos que se apresentaram no decorrer dos

experimentos complementares, propiciou a seguinte interpretação: estabelece-se, no pensamento da criança, uma dissociação entre categoria procurada (o quarto elemento) e a coleção dos elementos precedentes (os elementos 1-2-3). E isto se dá, porque, para fixar esta categoria, ela não conta 4, mas até 3. Em outras palavras, a categoria ordinal (o quarto termo) não possui, ainda, um número da mesma natureza dos números que constituem o conjunto cardinal de 1 a 3, dos quais a criança se utiliza para contar os termos anteriores. Em suma, a criança não consegue coordenar a seriação com a cardinalização, o que, por sua vez, resulta na impossibilidade de duplicar a correspondência ordinal com a correspondência cardinal.

Entretanto, na terceira fase, é a coordenação entre as correspondências cardinal e ordinal que caracteriza a criança desta fase, ou seja, seriação e correspondência são imediatas e operatórias. Isto significa, por exemplo, que uma criança desta fase, ao colocar em correspondência duas coleções passíveis de seriação, o faz seriando-as, diretamente, no decorrer desta própria correspondência sem maiores problemas.

Todavia, se não há dúvidas de que as observações destes estudos convergem para a hipótese de que a ordenação supõe sempre a cardinalização e reciprocamente, Piaget não apresenta suas conclusões sem antes efetuar uma sondagem do problema no terreno da numeração falada, evidentemente, com o apoio de materiais concretos, passíveis de serem seriados e avaliados cardinalmente.

- A ordenação e a cardinalização

As experiências realizadas por Piaget neste sentido, não só corroboraram a hipótese da implicação mútua da ordenação e da cardinalização, como também enriqueceram o dossiê para as conclusões finais. Porém, antes de apresentarmos tais conclusões, vamos procurar, através de um exemplo simplificado, melhor caracterizar esta hipótese.

Exemplo 4: sejam dez cartões de mesma largura, de tal forma que: o primeiro cartão é um quadrado, o segundo cartão possui o dobro da altura do primeiro, o terceiro o triplo da altura do primeiro e, assim, sucessivamente. Solicita-se, então, a uma criança, e isto após estarmos certos que esta mesma criança tenha compreendido a lei de formação dos cartões, que ordene

estes cartões (*figura 8*). Isto pronto, aponta-se um cartão qualquer, o sétimo, por exemplo, e pergunta-se: qual o número que corresponde a este cartão?

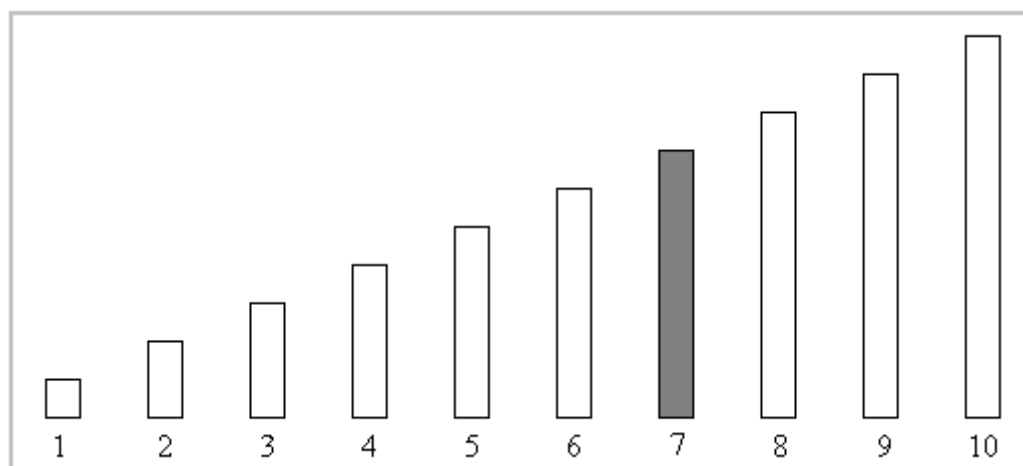


Figura 8

Para esclarecer a implicação mútua da ordenação e cardinalização na gênese do número, a partir deste exemplo, é preciso, inicialmente, classificá-lo dentro de um grupo de problemas cuja característica básica é a determinação de uma classe qualquer por meio de uma posição ou, simplesmente, um valor cardinal por meio de um valor ordinal.

Assim sendo, a diferença das condutas comumente utilizadas por crianças da segunda fase em oposição àquelas utilizadas por crianças da terceira fase, frente à problemática deste exemplo, parece suficiente para fornecer um quadro mais claro a respeito da hipótese piagetiana sobre a implicação mútua da ordenação e cardinalização.

Com efeito, pois ao passo que uma criança da terceira fase consegue reconstituir valor cardinal (por exemplo, da barra referente ao 7), contando do 1 até sua posição, o mesmo não acontece com uma criança no decurso da segunda fase, pois, se, por um lado, as crianças desta fase conseguem contar sem hesitação os termos da série; por outro buscam, unicamente, identificar o número cardinal por uma avaliação direta como, por exemplo, assinalando com o dedo divisões hipotéticas sobre o próprio cartão. E pode-se ainda reforçar esta hipótese, se tivermos em conta que o sujeito desta fase não parece sair-se melhor quando a operação inversa – determinar a posição por meio de uma classe – é proposta. (Vide exemplo 3, p. 105).

- Conclusões

Para Piaget, no curso da segunda fase, o caráter intuitivo e semi-operatório das totalidades cardinais e das séries não parecem suficientes para a conservação das coleções e das categorias ou posições. A não-conservação, por impossibilitar as operações de composições e decomposições, não permite que os mecanismos numéricos se diferenciem dos mecanismos qualitativos para dar origem a uma interação efetiva das classes e das relações e, por conseguinte, a seguir, do cardinal e do ordinal.

Entretanto, quando, na terceira fase, a operação ou grupamento reversível se sobrepõe à intuição perceptiva ou constatação estática, esta coordenação de conjunto se efetua permitindo, a partir da generalização das operações qualitativas, sua diferenciação das operações numéricas e, conseqüentemente, a interação necessária do ordinal e do cardinal.

No que se refere à generalização das operações qualitativas o que constitui o caráter operatório das reações da criança da terceira fase é que, como no caso da conservação das quantidades e da equivalência cardinal durável, as relações em jogo tornam-se reversíveis.

Assim, a partir do momento em que uma pluralidade de elementos é fornecida pela percepção (*um conjunto, por exemplo, de bastões, de mesma cor, graduados*) o sujeito pode, por um lado, concebê-los como análogos fazendo a abstração de suas diferenças retendo, por exemplo, apenas sua qualidade comum, cor, ou, simplesmente, a *equivalência* dos elementos que conduz à construção das *classes lógicas*, enquanto; por outro lado, e pelo próprio fato de distinguir esses elementos um do outro, o sujeito é obrigado a concebê-los como diferentes por uma outra qualidade (por exemplo, o tamanho), ou seja, pela *não-equivalência* dos elementos, que é a relação assimétrica. E é, exatamente, na síntese destas qualidades que reside o conceito de número. Mas, sobre a natureza do número vamos insistir mais um pouco.

“Uma classe é o conjunto dos termos que podem ser substituídos uns pelos outros a título de argumentos conferindo um valor de verdade a uma função proposicional.” (Piaget 1976, p. 49)

“Uma relação é o que caracteriza um termo por intermédio de outro.” (Piaget 1976, p. 53)

Observe-se que, apesar das classes e relações serem complementares (é impossível construir classes sem relações ou relações sem classes que permitam definir os elementos ligados), elas não são mais que isso, isto é, não existem ligações qualitativas que sejam, simultaneamente, classes e relações, pois, enquanto a primeira faz abstração das diferenças a segunda faz abstração das equivalências. Como a classe não é mais que uma reunião de indivíduos qualificados e não enumerados (a reunião de dois elementos $a + b = A$ numa classe torna-os equivalentes do ponto de vista da própria classe A) e a reunião de duas relações acaba por seriar os termos e não por torná-los equivalentes (por exemplo: $(a > b) + (b > c) = a > c$), Piaget afirma que, somente a introdução do número permite tirar, simultaneamente, das totalidades hierárquicas uma cardinalização propriamente dita e das séries uma ordenação real. Em resumo, o número se constitui precisamente na medida em que os elementos $a, b, c, \dots$ são concebidos não mais como equivalentes ou não-equivalentes, mas, como sendo, simultaneamente, equivalentes e não-equivalentes.

Portanto, assim que chega a este tipo de composição lógica, a criança, através da reunião de cada novo elemento de uma coleção aos precedentes, consegue definir as categorias, de modo que estas categorias permitam, por sua vez, diferenciar as unidades equivalentes. Em outras palavras, a criança consegue extrair da composição aditiva das classes e da composição aditiva das relações assimétricas as composições numéricas correspondentes e, ainda consegue diferenciá-las uma das outras. Isto significa que a reunião de dois elementos numa classe $a + b = A$ torna-se $a + a = 2a$, $b + c = B$ torna-se $2a + a = 3a$, etc., definindo, portanto, a *iteração* da unidade no sistema dos números inteiros, ou seja, cada objeto é resultado de sua reunião com o precedente.

Finalmente, para a explicação da coordenação dos números ordinais e cardinais, temos:

“Um número cardinal é uma classe cujos elementos são concebidos como unidades equivalentes umas às outras e, no entanto, distintas, com suas diferenças consistindo, então, unicamente em que se pode seriá-las e, portanto, ordená-las. Inversamente, os números ordinais são uma série da qual os termos, ao mesmo tempo em que se sucedem segundo as relações de ordem que lhe são atribuídas por suas posições respectivas, constituem igualmente unidades equivalentes umas às outras e, conseqüentemente, suscetíveis de serem reunidas cardinalmente. Os números finitos são, portanto, simultaneamente cardinais e ordinais, e isso resulta da própria natureza do número, que é ser um sistema de classes e de relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório. Os cardinais, portanto, resultam de uma

abstração da relação e essa abstração não altera a natureza de suas operações, pois todas as ordens possíveis que se possam atribuir a n termos vem a dar na mesma soma cardinal n . Os ordinais, por seu lado, resultam de um abstração da classe, abstração igualmente legítima, e, por esta mesma razão, o n ésimo termo finito corresponderá sempre a um conjunto cardinal de n . Mas esta dupla abstração não impede em nada o número inteiro finito de permanecer uno e implicar a indissociável solidariedade das ordens.”(Piaget&Szeminska, 1975, p.219)

Porém, o fato de Piaget considerar o número como uma síntese da classe e da relação, não significa que para ele essas entidades lógicas sejam anteriores ao número mas, pelo contrário, do mesmo modo que a construção do número é indissociável da construção das classes e das relações lógicas, assim também o manejo das operações numéricas é solidário ao das operações qualitativas.

(...)”a classe, a relação assimétrica e o número são, os três, manifestações complementares da mesma construção operatória, (...) é no momento em que a criança, havendo conseguido tornar móveis as avaliações intuitiva dos primórdios, atinge assim o nível da operação reversível, que ela se torna simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar.” (Piaget&Szeminska, 1975 p.253)

Sendo assim, o estabelecimento de algumas considerações a respeito do processo de construção das classes e relações nos impõe, também, a necessidade de uma maior clareza no que se consiste esta mobilidade do pensamento da terceira fase. Com efeito pois, se o objetivo deste quadro teórico é fornecer subsídios ao desenvolvimento de atividades computadorizadas que auxiliem no processo de ensino-aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico, o que, por sua vez, pressupõe a aplicação destas atividades em crianças das séries iniciais (7 ou 8 anos); isto significa que será preciso estar atento à possibilidade da presença de crianças ainda no decurso de uma segunda fase, ou, até mesmo no decurso de uma primeira fase, se for o caso.

- O pensamento operatório

Para Piaget, a mobilidade do pensamento que diferencia as crianças de terceira fase das demais e que organiza-se por volta dos 7 ou 8 anos, assinala um fato decisivo na elaboração do conhecimento:

(...)”as ações interiorizadas ou conceptualizadas com as quais o sujeito tinha até aqui de se contentar adquirem o lugar de operações enquanto transformações reversíveis que modificam certas variáveis e conservam as outras a título de invariantes.” (Piaget, 1971 p.32).

Mas, para uma maior clareza a respeito deste fato, bem como ao processo de construção das classes e relações, vamos considerar o exemplo da ordenação de uma certa quantidade de varetas cujas diferenças de tamanho imponham a necessidade de comparações duas a duas e, a partir das diferentes condutas inerentes às diferentes fases as quais a criança é suscetível, buscar uma maior aproximação sobre significado de tais considerações.

Na primeira fase ou primeiro nível pré-operatório, as crianças procedendo por pares (uma pequena e uma grande, etc.) ou por ternos (uma pequena, uma média e uma grande, etc.), não conseguem em seguida coordenar estas relações numa série única. De acordo com Piaget (1971 e 1983), isto acontece porque os únicos mediadores entre o sujeito e o objeto são pré-conceitos, cujo caráter próprio é permanecer a meio caminho entre a generalidade do conceito e a individualidade dos elementos que o compõe, sem atingir nem um nem outro, e pré-relações sem relatividade das noções. E é por isto, que a criança desta fase não tem outra opção, senão seriar aos pares ou aos ternos, pois, além da ausência de normas para o *todos* e o *alguns*, o fato de um objeto B estar a direita de um objeto A significa que B não mais poderá estar a esquerda de um objeto C porque estar a direita, é um atributo absoluto e incompatível com qualquer posição a esquerda e, no caso da seriação por ternos, $A < B < C$, o termo B não é nada senão “meio” porque uma qualificação de *maior que* exclui a de *menor que*.²³

Não obstante, observe-se que, apesar da ausência de normas para o *todos* e o *alguns* e ausência de relativização, a criança, por proceder corretamente a ordenação dos pares ou ternos, assinala a presença de coordenações gerais – *relações* e *classes*²⁴ – que, por sua vez,

²³O Eduardo (meu filho de 2 anos e 5 meses) querendo ir a um parquinho situado no Horto Florestal da Cidade de Rio Claro:

Eduardo: pai, vamos no parquinho?

Eu: mas o portão está fechado.

Eduardo : está aberto!

Eu: o portão está aberto ou fechado?

Eduardo: está aberto!

Eu: e se estiver fechado?

Eduardo: está aberto!

Eu: mas se estiver fechado, o que vamos fazer?

Eduardo: mas está aberto!

²⁴Para uma maior clareza a respeito das coordenações gerais das classes, o um exemplo suplementar nos parece apropriado. Assim: na apresentação, aos sujeitos desta fase, de algumas fichas vermelhas e redondas e algumas fichas azuis, das quais umas são redondas e outras quadradas, à criança responderá facilmente que todas as

estão na base das estruturas lógico-matemáticas. Para Piaget, o problema desta irreversibilidade total do pensamento consiste-se, na realidade, de uma limitação, por parte da criança, na coordenação destas operações lógicas, e isto, unicamente porque esses pré-conceitos e pré-relações permanecem a meio caminho do esquema de ação e do conceito. Em outras palavras, isto significa que a criança não domina com bastante distância a situação imediata e presente, como deveria ser o caso da representação em oposição a ação.

Na segunda fase ou segundo nível pré-operatório, as crianças com hesitação e correções de erros chegam a série correta. Ocorre, assim, um início de decentração que permite o descobrimento de certas ligações objetivas, como é o caso, por exemplo, da multiplicação das operações qualitativas. Nesta fase, portanto, as pré-relações tornam-se verdadeiras relações, visto que, uma variável se modifica sob a dependência funcional da outra. De fato, pois, do contrário, o sujeito se limitaria, como na fase anterior, a ordenar por pequenos grupos, sem coordenar estes com os demais.

No entanto, esta estrutura de função, permanecendo qualitativa ou ordinal, não se encontra, ainda, constituída, sendo, portanto, um termo de passagem entre as ações e as operações, ou seja, esta função, a qual Piaget denomina *função constituinte*, não é reversível como tal, mas é orientada (vimos no exemplo 2 que, uma vez seriada a coleção, a criança, por não coordenar, simultaneamente, as relações $b < c$ e $c < d$, não é capaz de inserir corretamente outros elementos) não comportando, assim, as conservações necessárias. No que concerne a lógica, o progresso consiste em uma diferenciação constante do indivíduo e da classe ao passo que no nível precedente, essas consistem ainda em *coleções figurais* ou agrupamentos de ordem espacial. (vide figura 1, p. 99). No entanto, a norma do *todos* e do *alguns* não se encontra acabada, pois, para compreender que A é maior que B torna-se necessária a reversibilidade $A = B - A'$ e a conservação do todo B uma vez dissociada, a parte A de seu complementar A'. Quanto às formas fundamentais de composições inferenciais, tais como $A > C$, se $A > B$ e $B > C$, também não são dominadas nesta fase (se, por exemplo, uma criança no decurso desta fase vê ao mesmo tempo duas varetas A maior que B, depois o par B maior que C, não conclui que A é maior que C desde que não os perceba simultaneamente). Vê-se,

redondas são vermelhas ao passo que , recusar-se-á em admitir que todas as azuis são redondas. (Piaget, 1971

portanto, que a não-conservação desta fase se mantém, por esta estrutura funcional não se encontrar ainda de todo desligada dos esquemas de ação, ou seja, a decentração da ação não é suficiente para o pensamento operar livremente suas representações.

Entretanto, na terceira fase, ao se utilizarem de um método exaustivo para a seriação das varetas (procurar em primeiro lugar a vareta menor, em seguida a menor das que restam, etc...), as crianças apresentam uma novidade em relação às fases precedentes, ou seja, utilizam as relações *menor que* e *maior que* não com a exclusão de uma pela outra, ou por alternâncias não sistemáticas no curso dos tateios, mas simultaneamente. Em outras palavras, a criança deixa de proceder por regulações simples, que não permitem mais do que proceder por correção depois que a ação tenha sido executada, passando a coordenar sua conduta por retroações e antecipações combinadas, e isto, não só no caso das seriações, mas também, no caso das classificações, como é possível ver, a partir do exemplo 5.

Exemplo 5 : apresenta-se a uma criança, um conjunto de doze contas de madeiras, sendo dez vermelhas e duas brancas. Em seguida, pergunta-se à criança: construindo um colar com estas contas, qual seria maior: o colar das contas vermelhas ou o colar das contas de madeira?

Piaget, observou que enquanto uma criança da segunda fase, mesmo sabendo de antemão que o conjunto das contas de madeira é quantitativamente maior do que o conjunto das contas vermelhas, fracassa no resultado (responde que o colar de contas vermelhas é maior), uma criança da terceira fase chega às vezes a se espantar com a simplicidade da questão. Vê-se, portanto, que na terceira fase a criança não mais apresenta dificuldades em compor as partes em função do todo e sua reciprocidade, ou seja, compõe simultaneamente as duas igualdades $A + A' = B$ e $A = B - A'$.

Portanto, segundo Piaget, estabelece-se a descentração do pensamento, isto é:

(...) “o pensamento não mais se liga, então, aos estados particulares do objeto, mas limita-se a acompanhar as transformações sucessivas, segundo todos os seus desvios e seus retornos possíveis; e ele não mais procede de um ponto de vista particular do sujeito, mas coordena todos os pontos de vista distintos em um sistema de reciprocidades objetivas.” (Piaget, 1983 p.145)

(...) “suas ligações internas ... já não consistem mais em relações elaboradas sucessivamente sem conexão com as precedentes.(...) Estas se manifestam então sob a forma de duas propriedades solidárias, de ora em diante gerais em todas as estruturas operatórias deste nível: a transitividade e as conservações.” (Piaget, 1971 p.35)

Com efeito, pois, a seriação do nível precedente, em que relações parciais são estabelecidas antes de serem coordenadas em um todo, é substituída de antemão pelo próprio método utilizado na elaboração da série (a percepção simultânea dos elementos $a < b < c$) o que, por sua vez, impõe a transitividade como lei do sistema, ou seja, se b deve estar entre a e c por que $b > a$ e $b < c$, então, $a < c$. Quanto às conservações, já tivemos a oportunidade de observar que a criança não conserva as quantidades enquanto não percebe simultaneamente $a < b < c$, do mesmo modo que não percebe a transitividade se não conserva as quantidades. E isto não poderia ser diferente, pois a criança só poderá admitir que $a = c$ porque $a = b$ e $b = c$, se conservar algum caráter de a a c e, em virtude dos mesmos raciocínios, somente admitindo como necessárias as conservações $a = b$ e $b = c$ deduzirá que $a = c$.

Mas, a principal característica destas propriedades é que suas composições, ao serem utilizadas para a justificação das conservações, são próprias a uma estrutura fechada sobre si mesma, isto é, suas transformações internas não excedem as fronteiras do sistema e não recorrem, para serem efetuadas, a qualquer elemento exterior a ela, constituindo-se, assim, os *grupamentos*. Segundo Piaget, por uma interdependência das operações que os constituem, os grupamentos passam a coordenar o pensamento assegurando, assim, um sistema de trocas que se equilibram ou, simplesmente, um sistema de transformações incessantemente compensadas por outras e, que se estabelecem, mediante às seguintes condições:

1) dois elementos quaisquer de um grupamento podem ser compostos entre si e engendram, assim, um novo elemento do mesmo grupamento (duas ações sucessivas podem coordenar-se em uma única); 2) toda transformação é reversível (o esquema de ação, já em operação no pensamento intuitivo, torna-se reversível); 3) a composição das operações é associativa (o mesmo ponto pode ser atingido, sem ser alterado, por duas vias diferentes); 4) uma operação combinada com o seu inverso é anulada (o retorno ao ponto de partida permite encontrar este idêntico a si mesmo) e; 5) um elemento qualitativo repetido não se transforma, mas enseja a tautologia (a mesma ação, ao se repetir, nada acrescenta a si mesma, ou é nova ação com efeito cumulativo). (Cf. Piaget, 1983 ps. 49, 50 e 144)

Assim sendo, o desequilíbrio ou o estado de equilíbrio instável característicos das fases precedentes (toda nova aquisição modifica as noções anteriores ou ameaça ensejar uma contradição) cedem lugar a um equilíbrio estável, isto é:

(...)“o pormenor das operações grupadas não exprime,..., senão as condições reunidas, ao mesmo tempo da coordenação dos pontos de vista sucessivos do indivíduo (com retorno possível no tempo e antecipação de sua seqüência) e da coordenação das modificações perceptíveis ou representáveis dos objetos (anteriormente, atualmente ou por transcurso ulterior).” (Piaget 1983 p.145)

A criança da terceira fase, por coordenar em um mesmo ato todas as transformações as quais já era capaz na fase precedente, adquire a capacidade de manipular mentalmente sua identidade de reação para com objetos reunidos numa classe, bem como, as diferenças em contraposição às equivalências, o que, do ponto de vista lógico, significa a aquisição dos conceitos de classe e relação. Numa palavra, a principal característica do pensamento operatório é o de ser um *pensamento lógico*.

(...) “o caráter essencial do pensamento lógico é de ser operatório, isto é, de estender sua ação ao interiorizá-la.” (Piaget, 1983 p.43)

Mas, esta característica do pensamento operatório comporta limitações, pois, de um modo geral, a criança ainda levará um tempo considerável para raciocinar por simples proposições verbais.

(...) “As operações de que se trata aqui são, pois, “operações concretas”, e não ainda formais: sempre ligadas à ação, elas (as crianças) as estruturam logicamente, inclusive as expressões que a acompanham, mas em nada implicam a possibilidade de elaborar um discurso lógico independente da ação.”(Piaget, 1983 p.148)

Em outras palavras, a criança ainda não procede suas composições mentais por combinações de qualquer tipo, mas somente por aproximações sucessivas em que forma ou aquilo que permanece imutável no pensamento não pode ser dissociado do conteúdo, ou seja, dos dados ou dos termos que os podem substituir. Finalmente, uma segunda limitação imposta pelo pensamento operatório concreto, além da qual não iremos deter nossa atenção, diz respeito ao processo de elaboração dos números inteiros naturais, isto é:

(...) a elaboração dos números naturais só se efetua segundo o que se poderia chamar de uma aritmetização progressiva cujas fases seriam mais ou menos caracterizadas pelos números 1 a 7; 8 a 15; 16 a 30 e assim por diante. Além dessas fronteiras cujo deslocamento é muito lento, os números não comportam ainda senão aspectos inclusivos (classes) ou seriais, antes que se conclua a síntese desses dois caracteres.”(Piaget, 1971 p.42)

Apêndice B

Ferramenta de contagem

- Introdução

Sabe-se que há cerca de 6.000 anos, em algumas áreas de agricultura particularmente intensiva, vilas dispersas de povos neolíticos deram lugar a sociedades mais complexas – as primeiras civilizações – que surgiram, aparentemente, de forma independente em quatro áreas bem diferentes: no baixo vale dos rios Tigre e Eufrates, no vale do Nilo, no vale do Indus, e o rio Huang. Entretanto, apesar das inúmeras diferenças culturais existentes entre estes povos, uma característica comum a todos, sem exceção, foi a elaboração e o aperfeiçoamento contínuo de ferramentas capazes de proporcionar ao homem o seu controle sobre a pluralidade concreta.

Entretanto, não obstante a este desenvolvimento paralelo e algumas características similares, essas ferramentas possuem aspectos particulares que as tornam diferentes. Assim, por exemplo, apesar de todas se utilizarem do princípio de agrupamento, ou seja, a subdivisão da totalidade em subgrupos de quantidades bem determinadas, este princípio podia variar de um sistema para outro, como é o exemplo dos egípcios que se utilizavam de agrupamentos decimais, enquanto os babilônicos, de um misto de agrupamentos decimais e sexagesimais.

Outro aspecto diferencial é a notação de que se valeram as civilizações para indicar as quantidades inteiras. É claro que não se trata aqui das diferenças inerentes aos signos lingüísticos, mas da maneira pela qual os signos eram compostos para que pudessem ser lidos. Neste ponto, manter a contraposição entre egípcios e babilônicos parece apropriada, não apenas no sentido de permitir uma melhor visualização das similaridades e diferenças entre os dois sistemas, mas também para uma discussão mais elaborada a respeito dos agrupamentos e do princípio de posição.

Para a notação das quantidades, os egípcios se utilizavam, exclusivamente, de um sistema de agrupamento simples e de base decimal, isto é, seu sistema de numeração compreendia um signo especial para indicar a unidade e cada uma das suas potências de dez.

Assim, em um determinado momento da história, os signos utilizados pelos egípcios foram, de modo aproximativo, os seguintes:

- | - o signo para a unidade é um pequeno traço vertical
- ⌈ - o da dezena, uma ferradura
- ⊙ - o da centena, uma espiral
- 🪷 - o milhar é figurado por uma flor de lotus com seu caule
- 👉 - a dezena de milhar, um dedo erguido
- 👤 - a centena de milhar, um barbato
- 🧎 - o milhão, um homem ajoelhado erguendo o braço - (cf. Eves, 1995 p.31)

Segundo Ifrah (1991, p.160), um exemplo foi encontrado na cidade de Hierakleópolis, figurado numa estátua erigida em honra de um rei chamado Khâsekhem. Nesta estátua, indicando a quantidade de inimigos massacrados por este soberano, encontra-se a seguinte escrita para o número 47.209:

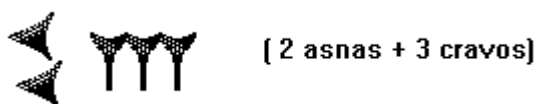


Vê-se, portanto, que, para representar um determinado número, os egípcios limitavam-se a repetir o algarismo da mais alta potência de 10 nele contida. Primeiro, reproduziam as unidades da maior ordem decimal; em seguida, as de ordem imediatamente inferior; e assim por diante, até as unidades mais simples. Entretanto, se atentarmos às ilustrações de inscrições, por exemplo, contida em Ifrah (1991, p.162), podemos verificar que o princípio aditivo ou, simplesmente, a repetição do símbolo de uma determinada ordem o número necessário de vezes, parece ter sido, mesmo após o aprimoramento deste sistema, o único a permear tal notação. Com efeito, pois é possível verificar que a ordem de colocação das grandezas não obedece, aparentemente, a uma regra comum, a não ser o aproveitamento de espaços.

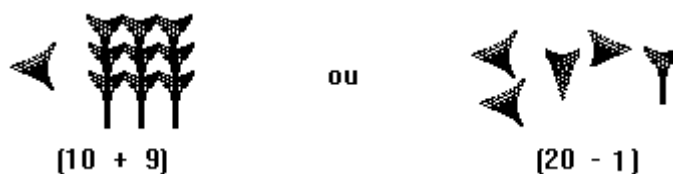
Quanto ao sistema babilônico, utilizava-se apenas de dois símbolos: uma espécie de cunha ou "cravo" vertical, representando a unidade, e uma outra cunha horizontal ou "asna", associada ao número 10.



Como no sistema egípcio, os números de 1 a 59 eram, de um modo geral, representados do modo aditivo, ou seja, repetindo cada um desses dois signos tantas vezes quantas fossem necessários. Assim, por exemplo, para a escrita do número 23, temos:



Ressalte-se que, para representar as quantidades inferiores a 60, babilônicos se utilizaram também de um princípio subtrativo. Para isto, introduziam, entre os cravos e as asnas, um terceiro signo representando a necessidade desta operação. (cf. Menninger, 1970, p.76). Portanto, para o número 19, por exemplo, duas eram as representações possíveis:



No entanto, para além de 59, dois princípios eram, concomitantemente, adicionados aos já citados: o princípio de posição e o princípio de agrupamentos multiplicativos.

Em linhas gerais, isto significa que, uma vez estabelecida uma ordem de colocação para os signos ou conjunto de signos representando quantidades inferiores a um determinado número inteiro b (*denominado base*), estes signos ou conjuntos de signos deverão, para uma leitura correta da quantidade que representam, ser multiplicados por potências ascendentes de b , onde, se p é o número correspondente à posição de um representante r na ordem preestabelecida, então, a quantidade representada por r será dada por:

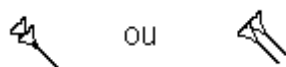
$$r.b^{(p-1)}$$

Assim, por exemplo, o número 83 não era escrito como



Ainda com relação ao sistema de numeração babilônico, um ponto interessante é o fato deste sistema possuir uma espécie de zero, pois, os babilônicos, a fim de evitar as

ambigüidades geradas pelo sistema adotado, representavam a ausência das unidades sexagesimais de uma determinada casa com os signos:



Quanto ao sistema de numeração grego, apesar de, inicialmente, similar ao sistema egípcio – de base dez, em que a justaposição dos signos independentes implica na soma dos valores correspondentes – os gregos, a partir do século VI a.C., simplificaram sua notação numérica, não só introduzindo progressivamente um algarismo especial para 5, um para 50, e assim por diante, como também substituíram aos poucos as antigas formas gráficas de seus números, por letras do alfabeto grego (o princípio da acrofonia²⁵). Assim, eles passaram a representar:

- a unidade por um traço vertical;
- o número 5 pela antiga letra *Pi*;
- a dezena pela letra *delta*;
- o número 50 pela combinação das letras *Pi* e *delta*;
- a centena pela letra *eta*;
- o número 500 por uma combinação das letras *Pi* e *eta*;
- a milhar pela letra *khi*;
- o número 5.000 por uma combinação das letras *Pi* e *Khi*;
- o número 10.000 pela letra *Mu*;
- e, finalmente, o número 50.000 pela combinação *Pi* e *Mu*. (cf. Ifrah, 1991)

	Γ	Δ	ΠΔ	Η	ΠΗ	Χ	ΠΧ	Μ	ΠΜ
1	5	10	50	100	500	1000	5.000	10.000	50.000

Observe-se que deste modo, os gregos conseguiram forjar um sistema capaz de reduzir, de forma substancial, as repetições até então necessárias para a representação numérica.

Finalmente, no que se refere aos romanos, apesar de se valerem de uma notação similar a dos gregos – utilizavam-se não só de signos diferentes para indicar as potências de dez, como também lançavam mão de signos para as quantidades intermediárias 5, 50, etc.– seu sistema não está, exclusivamente, fundado em um princípio aditivo, mas, como no sistema de numeração dos babilônicos, de modo simultâneo nos princípios aditivo e subtrativo. Para isto, os romanos introduziram uma regra, segundo a qual todo signo numérico colocado à esquerda

²⁵Consiste em se representar os números por letras alfabéticas correspondendo cada uma à inicial de uma designação de número.

de um outro signo de valor superior, dele deverá ser subtraído. Assim, por exemplo, para o número 59 temos as seguintes notações:

sistema grego	sistema romano
$\overline{\Gamma} \Delta \Delta \overline{\Gamma} IIII$ $50 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 79$	$LXXIX$ $50 + 10 + 10 + (10 - 1) = 79$

- O sistema de numeração hindu

É bem verdade que, como em outras civilizações, os habitantes da Índia setentrional usaram, por um longo tempo, uma numeração escrita muito rudimentar, como mostram, segundo Menninger(1970), algumas inscrições a partir do século III a.C. Porém, desde o início, esta numeração sempre apresentou uma característica diferente das demais. Seus nove primeiros signos eram, de certa forma, independentes de qualquer intuição sensível, ou seja, eram distintos, não evocavam visualmente as quantidades correspondentes, com exceção dos representantes das quantidades um, dois e três.

Porém, não obstante esta característica ímpar do sistema e o fato dos hindus já se utilizarem da noção de agrupamento, o mesmo não pode ser dito quanto ao princípio multiplicativo. Com efeito, pois, apesar da base decimal, o sistema de numeração hindu atribuía um algarismo especial a cada um dos elementos do conjunto: {10, 20, 30, ..., 90, 100, 200, ..., 900, 1000, 2000, ... }.

No que diz respeito aos fatores que propiciaram o refinamento do sistema hindu, não parece haver unanimidade entre os diversos autores. Segundo Menninger (1970), enquanto alguns autores atribuem o aprimoramento do sistema hindu de fatores externos à cultura hindu (tais como o comércio entre os povos e as constantes invasões e conquistas), outros autores justificam a evolução deste sistema de numeração a partir a fatores internos e específicos à cultura hindu. Para estes últimos autores, apesar da língua utilizada pelos hindus ser o *sânscrito*; a língua oficial, por sua vez, restrita à classe dominante, era o *brahmi*. Com isso, estando os indivíduos quase que limitados, de modo exclusivo, à enunciação verbal dos números; os hindus passaram a praticar técnicas alternativas com o propósito de garantir a veracidade de mensagens, que, por ventura, tivessem que ser enviadas a pontos distantes. Observe que, se considerarmos o papel preponderante que a poesia desempenhou em toda a cultura hindu, nos é permitido conjecturar que uma dessas técnicas pode ter sido a enunciação por meio de versos. Com efeito, pois, nesta perspectiva, não há dúvidas de que a rima é um eficiente recurso de salvaguarda à integridade de mensagens importantes, principalmente, daquelas que contêm dados numéricos.

Mas, seja como for, não menos importante, é o fato dos hindus terem mantido inalterada a técnica de se efetuar cálculos na areia. Tal expediente – ao contrário daqueles utilizados por outros povos que, ao aperfeiçoarem seus instrumentos de cálculos a partir das restrições operatórias de seus próprios sistemas, acabaram impondo uma maior rigidez ao avanço destes mesmos sistemas – pode ter sido, também, uma forte contribuição ao refinamento do sistema de numeração hindu²⁶.

Porém, como a questão específica é apenas evidenciar as características inerentes ao sistema de numeração hindu, vamos nos limitar a apresentar e comentar apenas a versão pela qual Ifrah (1991) procura explicar as causas que propiciaram o refinamento do sistema hindu.

De acordo com Ifrah(1991 p.267), a impossibilidade representacional começou a ser vencida, a partir do momento em que os hindus recorreram ao artifício de representar os números "por extenso", isto é, atribuíram um nome particular a cada um dos nove primeiros signos e um nome particular à dezena e a cada uma de suas potências.

1 - eka	6 - sat	100 - sata
2 - dvi	7 - sapta	1.000 - sahasra
3 - tri	8 - asta	10.000 - ayuta
4 - catur	9 - nava	100.000 - laksa
5 - pañca	10 - dasa	

Quanto a isto, os outros autores consultados não deixam dúvidas de que a utilização desta notação pelos hindus é um fato histórico. Entretanto, se considerarmos que a “socialização” da escrita entre os hindus só se estabeleceu a partir da adoção do budismo como religião oficial (por volta de 250 a.C.), e, ainda, que esta “socialização” da escrita, por mais ampla que tenha sido, certamente, não atingiu mais do que uma pequena parcela da população, corre-se o risco, não só de uma supervalorização da escrita, como também de atrelar o desenvolvimento do conhecimento a um pequeno número de cérebros privilegiados, em detrimento a uma cultura popular que, sem dúvida, muito contribuiu para o refinamento deste sistema.

Ifrah, prossegue afirmando que as grandes diferenças entre este sistema primitivo e o nosso atual sistema ocorrem na maneira pela qual se exprimiam os números. Escreviam os números na ordem das potências ascendentes de sua base, começando pelas unidades simples correspondentes, atribuindo às diferentes potências de dez nomes totalmente independentes uns dos outros. Assim, o número 14235 era dado da seguinte forma:

²⁶ Menninger (1970) e Karpinsk (1925) apresentam ricas informações a respeito destas técnicas de cálculo.

pañca tri dasa dvi sata catur sahasra eka ayuta

cinco, três dezenas, duas centenas, quatro mil, uma dezena da milhar

Com efeito, uma das duas formas de escrita da Índia – a escrita *Kharosthi* – era, de fato, procedida da direita para a esquerda. Tal consideração faz sentido, pois, enquanto em nossa escrita atual, que se procede da esquerda para a direita, os números são escritos segundo as potências descendentes de sua base, nada impede, portanto, que em uma escrita inversa à disposição das potências seja, também, invertida. Entretanto, segundo Menninger (1970 p.394), a escrita *Kharosthi*, originária do noroeste da Índia, foi utilizada somente do século quinto a.C. ao século terceiro a.C.. Assim sendo, considerando que a escrita dos numerais somente aparece no período entre os séculos sexto e oitavo d.C., muito mais razoável é aceitar que o ancestral de nosso sistema atual seja aquele oriundo da escrita *Brahmi*, em que não apenas procedia-se da esquerda para a direita, como também é a escrita da qual se originou o atual alfabeto indiano (Deva-) Nagari.

Nesta perspectiva, as formas embrionárias dos algarismos atuais são, portanto, as seguintes:

—	=	≡	𑀵	𑀶	𑀷	𑀸	𑀹	𑁂
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Em seguida, Ifrah, procurando viabilizar uma justificativa inicial para o zero, apresenta a seguinte suposição: com a finalidade de abreviar, por volta do século quinto de nossa era, os matemáticos e astrônomos hindus suprimiram, no corpo dos números expressos deste modo, qualquer menção aos nomes indicadores da base e suas diversas potências. Desta maneira, o número 7.629 foi a partir de então expresso por um enunciado do tipo:

"nove.dois.seis.sete"

Trata-se, sem dúvida, de uma consideração especulativa, pois além do autor não fornecer subsídios históricos para ela, a escrita *kharosthi*, na qual ele parece fundamentar sua versão para a história, como foi visto anteriormente, havia, há muito, deixado de ser utilizada.

Finalmente, explorando esta mesma abordagem, o autor justifica a origem do zero. Segundo ele, se por um lado, este expediente apresentava vantagens e facilidades, por outro, apresentou uma grande dificuldade em se representar números como, por exemplo, 301. Entretanto, ao que parece, os sábios hindus não levaram muito tempo para contornar este

obstáculo. Eles recorreram à palavra *sunya*, que significa "vazio", para resolver de uma vez por todas o problema. Então, o número 301 foi enunciado da seguinte forma:

eka śūnya tri

Com este expediente, os hindus, além de eliminar qualquer possibilidade de equívoco, conseguiram os ingredientes necessários à constituição da numeração moderna, ou seja:

- *para as unidades de 1 a 9, eles dispunham realmente de algarismos distintos e independentes de qualquer intuição visual direta;*
- *eles já conheciam o princípio de posição;*
- *e acabavam de descobrir o zero. (Ifrah, 1991 p.270)*

Ressalte-se que, apesar da palavra *suñiya* significar vazio, autores como Menninger (1970) e Karpinsk (1925), preferem associá-la como representativa da coluna vazia do ábaco. Para estes autores, a origem da palavra *suñiya* está muito mais ligada às necessidades de ordem prática, do que dependente de modo exclusivo, como parece querer insistir Ifrah, das colocações de um número restrito de “sábios”.

Quanto à afirmação de que os hindus dispunham, desde o início, de signos independentes de qualquer intuição visual direta, vê-se que não é de toda verdadeira, pois os dígitos representativos das quantidades um, dois e três são, claramente, signos perceptualmente motivados (vide figura na página anterior).

No que diz respeito ao princípio de posição, Ifrah não é impreciso, pois, neste ponto, parece haver uma unanimidade entre os autores, no sentido de ser esta a qualidade ímpar que acabou por sobrepor o sistema de numeração hindu aos demais. Ressalte-se que utilizar-se deste princípio, o qual Menninger (1970, p.391) denomina *Notação Valor-Lugar*, significa, segundo Eves (1995, p.35), que depois de escolhida uma base b , adotam-se símbolos para 0, 1, 2, ..., $(b-1)$. Assim sendo, qualquer número N pode ser escrito na forma:

$$N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + a_{n-2} b^{n-2} \dots a_2 b^2 + a_1 b + a_0$$

Finalmente, apesar da concordância no sentido de que o aparecimento do zero se fez a partir da necessidade de um representante para a ausência de uma ou mais ordens, o modelo teórico no qual este trabalho procura se fundamentar, isto é, o modelo piagetiano, sugere que onde se lê *descobrir* na consideração “e acabavam de descobrir o zero”, feita por Ifrah, leia-se: “e acabavam de elaborar o zero”. Com efeito, pois, como foi visto anteriormente, o

número, ente que serve de elemento às estruturas psicológicas, é resultado das operações que o engendram.

Contudo, apesar deste sistema de numeração ter, a partir do século sexto a.C., expandido-se para fora das fronteiras da Índia, sendo empregado pelos gravadores de inscrições em pedra das civilizações khmer, cham, javanesa, etc., o mesmo não pode ser dito com relação à Europa. Foi preciso mais de um milênio para que este sistema de numeração fosse, definitivamente, aceito pelo mundo ocidental, pois, neste mesmo período (por volta do século quinto d.C), tem início, com a eclosão de revoluções sociais e políticas em todo o mundo eurasiático, o período conhecido por Idade Média (cf. Atlas da história do mundo, 1995)

- A expansão do sistema de numeração hindu

Se não há dúvidas de que Idade Média é uma descrição apropriada em termos de história européia, o mesmo não é verdade se uma visão mais abrangente da história mundial for adotada, pois do século VIII ao século XIII desenrolou-se, a partir das conquistas dos árabes, um dos períodos mais brilhantes na história da ciência, no mundo muçulmano. Com efeito, pois, ao empenharem-se em traduzir para a língua árabe as obras filosóficas, científicas e literárias recolhidas nos países conquistados; os muçulmanos acabaram sendo responsáveis por uma significativa expansão das obras de síntese.

Com relação aos números, apesar dos árabes terem, inicialmente, apresentado interesse pela numeração grega, cujo uso foi adaptado às 28 letras de seu próprio alfabeto, e ainda pelo sistema sexagesimal posicional e pelo zero dos babilônicos, os quais foram adaptados à sua própria escrita nas tábuas astronômicas; os muçulmanos – em função de suas relações comerciais com a Índia – acabaram, a partir do final do século VIII, adotando de modo definitivo o sistema numérico hindu, ou seja, signos, notação decimal de posição, zero e métodos de cálculo.

Com relação aos responsáveis pela vulgarização do sistema numérico e os métodos de cálculo hindu no mundo árabe e depois no ocidente cristão, destaca-se Abu Abdallah Mohammed Ben Musa de Khoarizmi (aproximadamente entre 780 e 850) ou, simplesmente, al-Khoarizmi, o qual, segundo Rosen (1831), foi bibliotecário na corte do califa abássida Al-Mamun pouco depois do período em que Carlos Magno reinou sobre a Europa.

Sua primeira obra, cujo original se perdeu, mas que se conhece graças à uma única tradução latina intitulada *De numero hindorum* ou, de acordo com Boyer (1974, p.166), “Sobre a arte hindu de calcular”, é o primeiro livro árabe conhecido no qual a numeração decimal posicional e os métodos de cálculo de origem hindu recebem exemplos e explicações detalhadas. Ressalte-se que esta obra, ao desfrutar mais tarde de uma excelente reputação nos

países da Europa ocidental, o nome de seu autor acabou por se tornar sinônimo do próprio sistema, ou seja, latinizado, o nome de al-Khowarizmi transformou-se, sucessivamente, em *Alchoarismi*, depois em *Algorismi*, *Algorismus*, *Algarismo* e, por fim, em *Algoritmo*, sendo que, durante muito tempo, este termo designou na Europa o cálculo por escrito, “inventado” pelos árabes antes de adquirir a acepção mais ampla que hoje lhe atribuímos. Na acepção moderna, algoritmo significa um procedimento, cuja execução termina para quaisquer valores dos dados, sendo que um procedimento é uma seqüência finita de instruções que podem ser executados por um agente computacional, seja ele humano ou não. (Luchesi et al, 1979, p.4).

Finalmente, no que se refere à grafia dos nove primeiros signos numéricos hindu, se, no início, os signos foram simplesmente copiados, ao passarem pelas mãos dos escribas e copistas arábicos-persas, acabaram sofrendo modificações gráficas, que não apenas os afastaram de seus protótipos, como também acabaram gerando duas variações para os “algarismos arábicos”. Os *algarismos hindi*, variação atualmente empregada pelos países do Golfo Pérsico, e os *algarismos ghobar* que, por terem sido utilizados pelos povos do norte da África e uma parte da Espanha, ao atingirem os povos cristãos da Europa medieval, tornaram-se, além de ancestrais diretos de nossos atuais algarismos hindu-arábicos, o tecido básico de um sistema de numeração, cujas principais características são:

- seus signos, os algarismos, são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0 ;
- o primeiro signo, representante da unidade, é o 1;
- o subsequente signo 2, é determinado pela iteração do 1 com a unidade, isto é, $2 = 1 + 1$;
- o signo 3, subsequente ao 2, é determinado pela iteração de 2 com a unidade, assim como, $4 = 3 + 1$, $5 = 4 + 1$, $6 = 5 + 1$, $7 = 6 + 1$, $8 = 7 + 1$ e $9 = 8 + 1$;
- o signo 0 representa a ausência de unidades;
- para indicar as quantidades subsequentes ao 9, arrumam-se os algarismos segundo a notação valor-lugar.